UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JAIMIS SAJID LEON COLQUI

APERFEIÇOAMENTO DA REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA POR ELEMENTOS DISCRETOS DE CIRCUITOS: APLICAÇÃO EM ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Ilha Solteira – SP
2021

JAIMIS SAJID LEON COLQUI

APERFEIÇOAMENTO DA REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA POR ELEMENTOS DISCRETOS DE CIRCUITOS: APLICAÇÃO EM ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Sérgio Kurokawa
Orientador



Ilha Solteira – SP

2021

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

L579a

Leon Colqui, Jaimis Sajid.
Aperfeiçoamento da representação de linhas de transmissão de energia elétrica por elementos discretos de circuitos: aplicação em estudos de transitórios eletromagnéticos / Jaimis Sajid Leon Colqui. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2021
186 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Engenharia Elétrica, Automação, 2021

Orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia

1. Modelo de linhas de transmissão. 2. Transitórios eletromagnéticos. 3. Parâmetros concentrados. 4. Domínio do tempo. 5. Domínio da frequência.

Raiane da Silva Santos
Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Aperfeiçoamento do modelo de linhas de transmissão a parâmetros discretos utilizado em estudos de transitórios eletromagnéticos

AUTOR: JAIMIS SAJID LEÓN COLQUI
ORIENTADOR: SERGIO KUROKAWA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. JULIO BORGES DE SOUZA (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. CLAUDINER MENDES DE SEIXAS (Participaçao Virtual)
Campus de Votuporanga / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP

Prof. Dr. EDUARDO COELHO MARQUES DA COSTA (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétrica / Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP

Prof. Dr. FELIPE VIGOLVINO LOPES (Participaçao Virtual)
Universidade Federal da Paraíba - UFPB

Ilha Solteira, 25 de março de 2021

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelas oportunidades, sabedoria nos momentos de escolha e pelas pessoas que fazem parte da minha vida.

Aos meus pais, que são meus exemplos de amor, amizade e carinho, pela dedicação em me proporcionar sempre o melhor. Minha mãe Hilda, sempre me deu suporte, mantendo a paciência e compreensão. Meu pai Elvis, por todos os conselhos e auxílios essenciais a minha formação.

Aos meu irmãos Cathia, Mijael e Anyeli pela força, alegria e confiança nos momentos mais complicados. Vocês sempre me fazem olhar de outra perspectiva todos os desafios.

A minha namorada Aline pelo amor, carinho, atenção, compreensão, apoio e paciência em todas as fases do doutorado. Agradeço imensamente por todos os conselhos, por sempre me escutar e apoiar nos momentos mais complicados.

Ao meu orientador Sérgio Kurokawa, pela orientação, conselhos e confiança durante o período de doutorado. Muito obrigado pelas conversas descontraídas, pelo suporte constante e por ter me concedido a honra de ser seu orientando.

Aos meus colegas do GATE, Anderson, Pablo, Julia, Julio e Tainá pelas conversas e risadas que tornaram todo o período do doutorado mais leve. Um agradecimento especial ao Anderson e ao Pablo por toda a atenção e suporte que contribuiu significativamente para o desenvolvimento da minha pesquisa.

Ao meu amigo Luis Timaná pelo auxílio nas simulações realizadas neste trabalho e pela disponibilidade nos momentos que precisei.

Aos professores da banca de minha defesa de doutorado, Julio Borges de Souza, Claudiner Mendes de Seixas, Eduardo Coelho Marques Da Costa e Felipe Vigolvino Lopes, pela disponibilidade em compartilhar o conhecimento de cada um de forma a contribuir neste trabalho.

Ao CNPq, por ter-me outorgado a bolsa, sem a qual não poderia ter feito meus estudos no Brasil e por ter fornecido ferramentas ao laboratório que foram indispensáveis no desenvolvimento desta tese.

"Não importa o que aconteça, continue a nadar."

Walters Graham

RESUMO

Este trabalho apresenta o aperfeiçoamento dos modelos a parâmetros discretos que são amplamente empregados na representação de linhas de transmissão e estudo dos transitórios eletromagnéticos. Os modelos aperfeiçoados são baseados no modelo da cascata de circuitos π, que podem ser representados com os parâmetros elétricos constantes ou variáveis em relação à frequência. Quando o modelo é representado com os parâmetros constantes, oscilações espúrias estão presentes nas simulações de transitórios eletromagnéticos. Essas oscilações são caracterizadas por picos errôneos nas respostas transitórias que podem levar a interpretações incorretas pelos usuários. Nesse contexto, uma representação de circuito π modificado é empregado para reduzir as oscilações espúrias nas respostas transitórias de modo satisfatório. Esse circuito modificado consiste em colocar uma resistência de amortecimento artificial em paralelo ao ramo RL de cada seção de circuito π clássico. Adicionalmente, uma metodologia de otimização é proposta para selecionar apropriadamente a resistência de amortecimento do circuito π modificado para reduzir as oscilações espúrias para qualquer linha de transmissão sem distorcer a resposta transitória. Quando o modelo é representado com os parâmetros variáveis em relação à frequência, empregam-se circuitos equivalentes R-L organizados em blocos dentro de cada seção de circuito π clássico para reproduzir a variação com a frequência nos parâmetros longitudinais da linha de transmissão. Uma representação precisa do modelo em uma faixa de frequência especificada, depende do número de circuitos π e do número de elementos R-L a serem usados. Portanto, uma metodologia de otimização é proposta para selecionar apropriadamente o número de circuitos π e o número de elementos R-L que representaram o modelo da linha de transmissão para uma determinada faixa de frequência. Esses dois modelos aperfeiçoados foram implementados nos softwares Matlab/Simulink e ATP/ATPDraw nos quais oferecem a possibilidade de agregar novos componentes em suas amplas bibliotecas de componentes elétricos. Os modelos aperfeiçoados foram validados por meio de distintos cenários de simulação envolvendo diversos fenômenos transitórios. Esses softwares foram empregados como referência para a validação dos modelos propostos nesta tese. Os resultados mostram que as respostas transitórias obtidas com os modelos aperfeiçoados estão em boa concordância com os modelos tradicionais empregados na representação de linhas de transmissão, sendo uma alternativa para o estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de energia.

Palavras-chave: Transitórios eletromagnéticos. Modelos de linhas de transmissão. Modelo a parâmetros discretos. Parâmetros constantes. Parâmetros dependentes da frequência. Domínio da frequência. Domínio do tempo.

ABSTRACT

This work presents the improvement of lumped parameter models that are widely used in the representation of transmission lines to study the electromagnetic transients. The improved models are based on the cascaded π-circuits model, which can be represented by constant and/or frequency-dependent electrical parameters. When the model is represented by constant line parameters, spurious numerical oscillations are present in the electromagnetic transient responses. These oscillations are characterized by erroneous peaks in transient responses that can lead to incorrect interpretations by users. In this context, a modified representation in the cascaded π-circuits model is employed to reduce the spurious oscillations in the transient responses. This modified model consists of inserting an artificial damping resistor in parallel to the RL branch of each π-circuit section of the classic model. Additionally, an optimization methodology is proposed to properly select the damping resistances of the modified π-circuit model to reduce the spurious oscillations for any transmission line without distorting the transient responses. When the model is represented by frequency-dependent line parameters, an equivalent circuit composed by bloks of R-L elements are inserted in each π-section to reproduce this variation in the line parameters. An accurate representation of the model in a given frequency range depends on the number of π circuits and on the number of R-L elements to represent the line. Therefore, an optimization methodology is proposed to properly select the number of π-circuits and the number of R-L elements to represent the transmission line model. These two improved models have been implemented in the Matlab/Simulink and ATP software in which they offer the possibility to add new components to their electrical components libraries. The improved models were validated by different simulation scenarios involving different transient phenomena. These software were used as a reference for the validation of the models proposed in this thesis. The results show that the transient responses obtained with the improved models are in a good agreement with the classic models employed in the representation of transmission lines, being an alternative for the study of electromagnetic transients in power systems.

Keywords: Electromagnetic transients. Transmission line models. Lumped parameter models. Frequency-dependent parameters. Time domain.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Sistema de energia elétrica. 27
Figura 2 – Escala de tempo de fenômenos. 29
Figura 3 – Classificação de sobretensões e suas durações, em segundos. 30
Figura 4 – Aplicação do método das imagens para uma linha de transmissão genérica. 36
Figura 5 – Tipos de condutores elétricos empregados para a transmissão de energia. 37
Figura 6 – Condutores acima do solo não ideal usando o método de imagens e profundidade de penetração complexa. 39
Figura 7 – Metodologia para a obtenção dos parâmetros elétricos da LT. 42
Figura 8 – Linha de transmissão monofásica. 44
Figura 9 – Segmento infinitesimal Δx da LT. 44
Figura 10 – Quadripolo para o modelo exato de uma LT. 50
Figura 11 – Classificação dos modelos da LT para análises de TEM. 51
Figura 12 – Representação do modelo de Circuito π para análises de TEM. 52
Figura 13 – Representação do modelo da Cascata de Circuitos π para análises de TEM. 52
Figura 14 – Representação do modelo Bergeron para análises de TEM. 53
Figura 15 – Representação do modelos FD-π para análises de TEM 53
Figura 16 – Representação do modelo JMarti para análises de TEM. 54
Figura 17 – Representação do modelo ULM para análises de TEM. 55
Figura 18 – Representação de uma linha de transmissão monofásica. 59
Figura 19 – Representação de uma linha de transmissão trifásica. 60
Figura 20 – Representação da LT por meio de variáveis de estado. 63
Figura 21 – LT representada por N seções de circuitos π em cascata. 64
Figura 22 – Topologia modificada das seções de circuitos π em cascata para uma LT. 65
Figura 23 – Representação no domínio da frequência da cascata de circuitos π dependentes da frequência. 74
Figura 24 – Representação de duas portas de cada circuito π dependente da frequência. 74
Figura 25 – Fluxograma para encontrar os valores mínimos de N e K_D para a frequência dominante de interesse. 76
Figura 26 – Circuito equivalente da impedância longitudinal. 80
Figura 27 – LT representada pelo FD-LPM. 81
Figura 28 – Representação no domínio da frequência do FD-LPM. 86
Figura 29 – Representação de duas portas de cada circuito π dependente da frequência. 87
Figura 30 – Fluxograma para encontrar os valores mínimos de M e N para uma faixa de frequência de interesse. 88
Figura 31 – Modelo da LT monofásica implementado no Simulink. 92

Figura 32 – Detalhamento das transformações lógicas para elétricas da LT monofásica. 92
Figura 33 – Modelo da LT trifásica implementado no SimPowerSystems. 93
Figura 34 – Detalhamento das transformações lógicas para elétricas da LT trifásica. 93
Figura 35 – Ícone e janela do LIB no APTDraw. 95
Figura 36 – Modelo da LT monofásica implementado no ATPDraw. 96
Figura 37 – Modelo da LT trifásico implementado no ATPDraw. 96
Figura 38 – Fluxograma da metodologia da implementação dos modelos da LT em ATP. 97
Figura 39 – Silhueta da LT monofásica usada nas simulações. 99
Figura 40 – Cálculo e simulação de Re(Z) e Im(Z) usando Matlab e ATP. 100
Figura 41 – Comportamento das resistências e indutâncias totais em relação à frequência compostas por: internas, externas e solos. 101
Figura 42 – Cálculo e simulação de Y e C usando Matlab e ATP. 102
Figura 43 – Silhueta de linha de transmissão trifásica usada nas simulações. 103
Figura 44 – Cálculo e simulação de Re($\boldsymbol{Z}$) usando Matlab e ATP. 104
Figura 45 – Cálculo e simulação de Im($\boldsymbol{Z}$) usando Matlab e ATP. 105
Figura 46 – Comportamento das resistências totais, internas, externas e solos em relação à frequência. 106
Figura 47 – Comportamento das indutâncias totais, internas, externas e solos em relação à frequência. 107
Figura 48 – Cálculo e simulação da matriz $\boldsymbol{Y}$ calculada pelo Matlab e ATP. 108
Figura 49 – Cálculo da capacitância $\boldsymbol{C}$ usando Matlab. 109
Figura 50 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para uma LT de 100 km a 60 Hz. 110
Figura 51 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para uma LT de 100 km a 630 Hz. 111
Figura 52 – Constante K_D ótimo em função de k (circuitos π/km) e do comprimento d. 112
Figura 53 – Cenário 1 - Fonte impulsiva no terminal emissor da LT monofásica. . . 114
Figura 54 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 1. 114
Figura 55 – Cenário 2- Rejeição de carga no terminal receptor da LT monofásica. . 115
Figura 56 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 2. 116
Figura 57 – Cenário 3 - Carga não linear no terminal receptor da LT monofásica. . 117
Figura 58 – Correntes transitórias $i_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 3. 117
Figura 59 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo α da LT de 100 km a 60 Hz. . . 119
Figura 60 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo z da LT de 100 km a 60 Hz. . . 119
Figura 61 – Constante K_D ótimo em função de k (circuitos π/km) e do comprimento d para o modo α. 120
Figura 62 – Constante K_D ótimo em função de k (circuitos π/km) e do comprimento d para o modo z. 121
Figura 63 – Cenário 4 - Energização de uma fase no terminal emissor da LT trifásica. 123

Figura 64 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 50 km do cenário 4. . . 123
Figura 65 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 100 km do cenário 4. . 124
Figura 66 – Cenário 5 - Falta monofásica em uma fase do terminal receptor da LT. 125
Figura 67 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 50 km do cenário 5. . . 126
Figura 68 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 100 km do cenário 5. . 127
Figura 69 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal. 129
Figura 70 – Faixa de frequência para diversos número de polos M que ajustam R e L.130
Figura 71 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para uma LT de 100 km. 131
Figura 72 – Constantes k (circuitos π/km) ótimas em função da frequência máxima f_H e comprimento da linha d. 132
Figura 73 – Cenário 6 - Energização da LT com uma fonte DC no terminal emissor. 134
Figura 74 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica com fonte de tensão DC do cenário 6. 134
Figura 75 – Cenário 6 - Energização da LT com uma fonte CA no terminal emissor. 135
Figura 76 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica com fonte de tensão CA.135
Figura 77 – Cenário 7 - LT atingida por uma descarga atmosférica no terminal emissor. 136
Figura 78 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica atingida por um descarga atmosférica no terminal emissor. 136
Figura 79 – Cenário 8: LT conectado a um gerador CA e a uma carga não linear. . 137
Figura 80 – Correntes transitórias $i_r(t)$ no terminal receptor conectado com uma carga não linear. 137
Figura 81 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal do modo α. 138
Figura 82 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal do modo z. 139
Figura 83 – Faixa de frequência para diversos números de polos M para ajustar R e L dos modos α e z. 139
Figura 84 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo α da LT de 100 km. 140
Figura 85 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo z da LT de 100 km. 140
Figura 86 – Constantes k (circuitos π/km) ótimos em função da frequência máxima f_H e do comprimento da linha d para o modo α. 141
Figura 87 – Constantes k (circuitos π/km) ótimos em função da frequência máxima f_H e do comprimento da linha d para o modo z. 142
Figura 88 – Cenário 8 - Energização de uma fase no terminal emissor da LT trifásica.144
Figura 89 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica. 145
Figura 90 – Cenário 9 - LT atingida na fase 1 por uma descarga atmosférica no terminal emissor. 146

Figura 91 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT atingida por um raio no terminal emissor. 147
Figura 92 – Modelo de circuito π exato de uma LT. 158
Figura 93 – Modelo de circuito π nominal de uma LT. 159
Figura 94 – Modelo da cascata de N circuitos π. 160
Figura 95 – Representação do modelos Bergeron sem perdas. 162
Figura 96 – Representação das resistências concentradas e do modelo Bergeron sem perdas. 163
Figura 97 – Representação do modelos Bergeron com perdas. 163
Figura 98 – LT representada por 3 circuitos π clássicos em cascata. 165
Figura 99 – LT representada por 3 circuitos π modificados em cascata. 167
Figura 100 – LT representada por a cascata de 3 circuitos π com 2 blocos RL em série. 168
Figura 101 – Representação do método de integração trapezoidal. 171
Figura 102 – Linha trifásica e sua representação no domínio modal. 175
Figura 103 – Relação entre fases e modos do modelo da matriz de transformadores. . 179
Figura 104 – Modelo da matriz de transformação implementado no ATPDraw. . . . 180
Figura 105 – Energização da LT tendo carga linear no terminal receptor. 181
Figura 106 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para uma LT monofásica de 5 km de comprimento. 182
Figura 107 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com Δt=0.1μs e NLT. 183
Figura 108 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com Δt=1μs e NLT. 183
Figura 109 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com Δt=5μs e NLT. 183
Figura 110 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para uma LT monofásica de 3 km de comprimento. 184
Figura 111 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com Δt=0.1μs e NLT. 185
Figura 112 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com Δt=1μs e NLT. 185
Figura 113 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com Δt=5μs e NLT. 185

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação da faixa de frequência das sobretensões (CIGRÉ). 31
Tabela 2 – Frequências dos principais fenômenos dos TEMs. 32
Tabela 3 – Representação dos componentes do SEE para diversas faixas de frequências. 33
Tabela 4 – Classificação para diferentes faixas de frequência dos modelos de LTs . 55
Tabela 5 – Dados da linha de transmissão monofásica. 100
Tabela 6 – Dados da linha de transmissão trifásica. 102
Tabela 7 – Coeficientes P_{ij} de $K_D(k,d)$. 113
Tabela 8 – Constantes k e K_D ótimos usados nas simulações. 113
Tabela 9 – Coeficientes P_{ij}^{α} de $K_D^{\alpha}(k,d)$ para o modo α. 121
Tabela 10 – Coeficientes P_{ij}^{z} de $K_D^{z}(k,d)$ para o modo z. 122
Tabela 11 – Dados dos modos de propagação da linha trifásica. 122
Tabela 12 – Coeficientes P_{ij} de $k(f_{\mathrm{H}},d)$. 132
Tabela 13 – Valores dos parâmetros R-L para o ajuste de R(ω) e L(ω). 133
Tabela 14 – Coeficientes P_{ij}^{α} de $k^{\alpha}(f_{\mathrm{H}},d)$ para o modo α. 142
Tabela 15 – Coeficientes P_{ij}^{z} de $k^{z}(f_{\mathrm{H}},d)$ para o modo z. 143
Tabela 16 – Valores dos parâmetros R-L para o ajuste de R(ω) e L(ω) do modo α . 143
Tabela 17 – Valores dos parâmetros R-L para o ajuste de R(ω) e L(ω) do modo z . 143

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	*Alternating Current.*
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica.
CIGRE	Conselho Internacional de Grandes Redes Elétricas.
CP	*Constant Parameter.*
ATP	*Alternative Transients Program*
CP-Line	*Constant Parameter Line.*
CP-LPM	*Lumped Parameter Model and Constant Parameter.*
DC	*Direct Current*
EMTP	*Electromagnetic Transients Program.*
FD	*Frequency Dependent.*
FD-Line	*Frequency Dependent Line.*
FD-LPM	*Lumped Parameter Model and Frequency Dependent.*
IEC	*International Electrotechnical Commision.*
IEEE	*Institute of Electrical and Electronics Engineers.*
LT	Linha de Transmissão.
LPM	*Lumped Parameter Model.*
MC	Método das Características.
NLT	*Numerical Laplace Transform.*
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico.
OES	Oscilações Espúrias.
SEE	Sistema de Energia Elétrica.
SFO	*Slow front overvoltage.*
TEM	Transitorios Elétromagneticos.
ULM	*Universal Line Model.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 18
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA 18
1.2 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA 20
1.3 OBJETIVOS 22
1.4 CONTRIBUIÇÕES 23
1.5 PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA 23
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO 24

2 SISTEMA DE ENERGIA ELÉTRICA 27
2.1 CONCEITOS INICIAIS 27
2.2 PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA . . . 28
2.3 TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS 30
2.4 REPRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DO SEE PARA ANÁLISES DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS 32
2.5 SIMULADORES DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS . . 32
2.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO 34

3 CÁLCULO DE PARÂMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO 35
3.1 IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL 35
3.1.1 Impedância Externa 35
3.1.2 Impedância Interna 37
3.1.3 Impedância Devido ao Efeito Do Solo 38
3.2 ADMITÂNCIA TRANSVERSAL DA LINHA DE TRANSMISSÃO . 40
3.3 METODOLOGIA PARA A IMPLEMENTAÇÃO E CÁLCULO DE PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO 41
3.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO 42

4 MODELOS DE LT PARA ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS 43
4.1 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LT MONOFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA 43
4.1.1 Solução das Equações da Linha de Transmissão Monofásicas . 46
4.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LT POLIFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA 47
4.2.1 Solução das Equações da Linha de Transmissão polifásicas . . 47

4.3 MODELOS DE LTs NO DOMÍNIO DO TEMPO 51
4.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO 57

5 MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E CONSTANTES COM A FREQUÊNCIA 58
5.1 MODELO DE CIRCUITO π CLÁSSICO 59
5.1.1 Modelo da Cascata de Circuitos π para uma LT Monofásica . 59
5.1.2 Modelo da Cascata de Circuitos π para uma LT Trifásica . . . 60
5.2 EQUACIONAMENTO POR VARIÁVEIS DE ESTADO 62
5.3 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTs MONOFÁSICAS 63
5.3.1 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos π Clássico . . . 63
5.3.2 Equações para LTs Representadas por Circuitos π Modificadas 65
5.4 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTs TRIFÁSICAS 67
5.4.1 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos π Clássico para LTs Trifásicas 67
5.4.2 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos π Modificadas para LTs Trifásicas 70
5.5 OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO N DE CIRCUITOS π E DA CONSTANTE K_D 73
5.5.1 Modelos da Cascata de Circuitos π no Domínio da Frequência 73
5.5.2 Cálculos Ótimos do Número N de Circuitos π e da Constante K_D 75
5.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO 77

6 MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E DEPENDENTES COM A FREQUÊNCIA 79
6.1 AJUSTES DAS IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS 79
6.2 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTs MONOFÁSICAS 80
6.3 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTs TRIFÁSICAS 83
6.4 OTIMIZAÇÃO DO NÚMEROS M DE BLOCOS RL E N DE CIRCUITOS EM CASCATA 86
6.4.1 FD-LPM no Domínio da Frequência 86
6.4.2 Otimização do FD-LPM 87
6.5 SÍNTESE DO CAPÍTULO 90

7 IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS PROPOSTOS NOS SIMULADORES DIGITAIS 91
7.1 IMPLEMENTAÇÃO NO MATLAB/SIMULINK/SIMPOWERSYSTEMS 91
7.2 IMPLEMENTAÇÃO NO ATP/ATPDRAW 94
7.3 SÍNTESE DO CAPÍTULO 97

8 VALIDAÇÃO E RESULTADOS 98
8.1 DADOS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E VALIDAÇÃO DO CÁLCULO DE SEUS PARÂMETROS ELÉTRICOS 98
8.1.1 Dados da LT Monofásica e Cálculo de seus Parâmetros Elétricos 98
8.1.2 Dados da LT Trifásica e Cálculo de seus Parâmetros Elétricos 102
8.2 VALIDAÇÃO DO MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E CONSTANTE COM A FREQUÊNCIA 109
8.2.1 Validação no Domínio da Frequência para a LT Monofásica . 109
8.2.2 Validação no Domínio do Tempo para a LT Monofásica 111
8.2.3 Validação no Domínio da Frequência para a LT Trifásica . . . 118
8.2.4 Validação no Domínio do Tempo para a LT Trifásica 119
8.3 VALIDAÇÃO DO MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E DEPENDENTES COM A FREQUÊNCIA 128
8.3.1 Validação no Domínio da Frequência para uma LT Monofásica 128
8.3.2 Validação no Domínio do Tempo para LT Monofásicas 133
8.3.3 Validação no Domínio da Frequência para LTs Trifásicas . . . 138
8.3.4 Validação no Domínio do Tempo para LT Trifásicas 143
8.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO 147

9 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE . . . 149
9.1 CONCLUSÕES 149
9.2 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE 150

REFERÊNCIAS 152

APÊNDICE A – MODELOS DE CIRCUITO PI EXATO E APROXIMADO 157

APÊNDICE B – MODELO DE BERGERON 161

APÊNDICE C – MODELO JMARTI NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA 164

APÊNDICE D – EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O LPM, CP-LPM E FD-LPM COM 3 CIRCUITOS PI 165

APÊNDICE E – SOLUÇÃO DO ESPAÇO DE ESTADO . . 171

APÊNDICE F – MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO CLARKE 173

APÊNDICE G – SOLUÇÃO DO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA 176

APÊNDICE H – MODELAGEM DA MATRIZ TRANSFORMAÇÃO IMPLEMENTADA NO ATPDRAW 178

APÊNDICE I – VALIDAÇÃO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO CURTAS 181

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA

Os transitórios eletromagnéticos (TEMs) nos sistemas de energia elétrica (SEE) produzem sobretensões e/ou sobrecorrentes que podem se propagar por todo o SEE e, consequentemente, danificar equipamentos, desligar subestações e provocar blackouts. Esses TEMs são originados por fenômenos, ou distúrbios, tais como descargas atmosféricas, manobras de operação, faltas, entre outros. Nesse contexto, um dos principais componentes presentes no SEE são as linhas de transmissão (LTs) que estão sujeitas a esses fenômenos de TEMs. Dessa maneira, uma modelagem correta de uma LT permite o cálculo correto dos transitórios no SEE e, ao mesmo tempo, ao estabelecimento preciso das estratégias de proteção e ao dimensionamento correto dos componentes elétricos, tais como cadeia de isoladores, ou configuração adequadas dos equipamentos de proteção (relés) presentes no sistema elétrico (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005).

Desde a década de 1960, muitos modelos de LTs têm sido propostos na literatura científica a fim de se obter respostas precisas dos transitórios de um dado SEE. Esses modelos podem ser classificados, quanto à natureza de seus parâmetros elétricos, em duas categorias: (i) em modelos a parâmetros longitudinais constantes em relação à frequência; (ii) em modelos a parâmetros longitudinais variáveis em relação à frequência (ZANETTA, 2006).

Os modelos a parâmetros longitudinais constantes em relação à frequência são de fácil utilização, mas não podem representar adequadamente a LT em toda a faixa de frequência (espectro) na qual o fenômeno ou distúrbio que originará o TEM esta presente. No entanto, essa abordagem pode representar adequadamente a LT em uma dada frequência. Essa frequência é uma das principais frequências, chamadas também de frequências dominantes, que caracterizam o fenômeno de TEM (KALOUDAS; PAPADOPOULOS; PAPAGIANNIS, 2010). Dentre esses modelos, têm-se: (a) o modelo de Bergeron que é baseado na teoria das ondas viajantes e cuja solução das equações da LT está no domínio do tempo; (b) o modelo da cascata de circuitos π que é um modelo que aproxima as equações exatas da linha e cujas soluções estão, também, no domínio do tempo. No entanto, as respostas transitórias desse modelo apresentam distorção nas formas de onda, caracterizadas por picos errôneos denominadas por oscilações espúrias. Essas imprecisões afetam o funcionamento adequado dos dispositivos de proteção e podem levar a uma superestimativa no nível de isolamento dos equipamentos e componentes elétricos (ARAÚJO; KUROKAWA; SHINODA, 2017).

Os modelos a parâmetros variáveis em relação à frequência são os mais usados e

representam adequadamente a linha em toda a faixa de frequências na qual o fenômeno ou distúrbio está presente. Esses modelos foram formulados no domínio da frequência para incluir a dependência da frequência nos parâmetros longitudinais da LT devido ao efeito *Skin* (MARTI, 1982; MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999; KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009). Depois foram escritos no domínio do tempo, usando métodos de convoluções recursivas (WEDEPOHL, 1963; SEMLYEN; GUSTAVSEN, 1975). Esses métodos recursivos de forma direta exigem grande esforço computacional. Para minimizar este problema, as impedâncias características e a matriz de propagação da LT foram representadas por meio de soma de funções racionais no domínio da frequência, empregando técnicas como o *Asymptotic Fitting* ou *Vector Fitting* (BODE, 1945; GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999). Essas funções são representadas no domínio do tempo como somas de exponenciais decrescentes, que permitem a realização das convoluções presentes em seu modelo de forma recursiva.

Os principais modelos de LTs com a inclusão do efeito da frequência são: (a) O modelo de JMarti que se baseia na técnica da descomposição modal para desacoplar uma LT polifásica em linhas monofásicas independentes e calcular os TEMs para cada linha. Em seguida, usando matrizes de transformação modal inversa, obtém-se as respostas transitórias para a LT polifásica (MARTI, 1982); (b) o modelo ULM (do inglês *Universal Line Model*) desenvolvido diretamente no domínio das fases, sem a realização da decomposição modal, empregando apenas técnicas de ajuste de funções racionais e convoluções recursivas (MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999).

Um ponto importante em relação aos modelos de LTs é o fato de que todos os modelos mencionados estão implementados nos programas de simulação de transitórios eletromagnéticos EMTP (do inglês *Electromagnetic Transients Program*) tais como os softwares ATP-EMTP, EMTP-RV e PSCAD-EMTDC. Portanto, o uso dos modelos de uma LT, para a análise e estudos de TEMs no SEE estão disponíveis nesses softwares. Adicionalmente, pode-se criar novos componentes em suas bibliotecas de forma a aperfeiçoar os modelos já existentes como alternativas para estudar os TEMs de um dado SEE.

Outros modelos de LT disponíveis na literatura para representar a LT são derivados do modelo da cascata de circuitos π tais como: (a) modelo da cascata de circuitos π modificado (CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS; PAPADOPOULOS, 2015); (b) modelo da cascata de circuitos π que inclui a dependência com a frequência dos parâmetros longitudinais da linha (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009). No primeiro, o modelo da cascata de circuitos π modificado elimina as imprecisões do modelo da cascata de circuitos π clássico com o uso de resistências de amortecimento adicionadas em paralelo ao ramo RL de cada seção do circuito π clássico. Esse modelo da LT consegue representar adequadamente uma LT para uma frequência dominante de um dado fenômeno de TEM (KALOUDAS; PAPADOPOULOS; PAPAGIANNIS, 2010; CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS;

PAPADOPOULOS, 2015). No entanto, na literatura não se encontra uma formulação genérica do modelo no domínio do tempo, nem uma técnica para determinar o valor da resistência de amortecimento ótima e nem uma técnica para determinar o menor número de circuitos π em cascata para a representação adequada de uma LT diante de um dado fenômeno transitório.

No segundo modelo, o modelo da cascata de circuitos π inclui a dependência da frequência nos parâmetros longitudinais da LT, devido ao efeito *Skin*. Nesse modelo, a dependência da frequência na cascata de circuitos π clássico é computada pela inserção de blocos de circuitos *R-L* em série. Nessa representação alternativa, a LT é modelada adequadamente para toda a faixa de frequências na qual o fenômeno de TEM está presente, especialmente para fenômenos de frente rápida (descargas atmosféricas). Esse modelo foi descrito na forma de espaço de estados, diretamente no domínio do tempo, apresentando respostas satisfatórias apenas para testes em circuito aberto e curto-circuito (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009). No entanto, na literatura não se encontra uma formulação genérica do modelo no domínio do tempo, nem uma técnica para determinar o número ótimo dos blocos *R-L* em série e nem uma técnica para determinar o menor número de circuitos π em cascata para representar uma dada LT diante de um distúrbio eletromagnético.

Esse contexto motivou a realização deste trabalho, o qual se dedica às implementações otimizadas e generalizadas do modelo de LT baseado na cascata de circuito π modificado e do modelo de cascata de circuitos π que leva em consideração a dependência da frequência no software ATP-EMTP e no pacote SimPowerSystems para uso com o Matlab/Simulink. Busca-se com essa proposta, a implementação de modelos alternativos de LTs para se analisar diversos fenômenos eletromagnéticos e suas respostas transitórias em um dado SEE.

1.2 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

O planejamento e a operação de sistemas elétricos de potência necessitam de simulações precisas dos TEMs. A correta modelagem de uma LT é muito importante, uma vez que o modelo da LT deve reproduzir o mais próximo possível as tensões e correntes reais nessas simulações.

Esses TEMs ocorrem de forma aleatória nos sistemas elétricos e uma incorreta representação de uma LT pode levar ao mau dimensionamento na cadeia de isoladores ou nos dispositivos conectados ao longo da LT. Consequentemente, esses erros podem trazer prejuízos, tais como danos aos equipamentos elétricos conectados às LTs, riscos aos seres humanos próximos a essas estruturas, e interrupções no fornecimento no qual afetam a qualidade da energia entregue aos consumidores.

Os passos de tempo Δt típicos podem Os principais modelos de LT usados nas

simulações de fenômenos dos TEMs são os modelos Bergeron, JMarti e ULM. Esses modelos normalmente usam o método das características (MC), procedimentos de ajuste com funções racionais e métodos recursivos para o cálculo da integral de convolução na maioria dos modelos. Não obstante, o uso do MC implica que o passo de tempo de simulação Δt seja menor do que o tempo de trânsito τ da linha. Isto causa problemas de eficiência na simulação de sistemas compostos por linhas com diferentes comprimentos, porque as linhas mais curtas obrigam o uso de passos de tempo muito pequenos (DOMMEL, 1986).

Um dos modelos de LT que não faz uso do MC é o modelo da cascata de circuitos π. Esse modelo considera que um segmento de linha, cujos parâmetros são distribuídos por natureza, pode ser representado por parâmetros discretos conectados na forma de cascata de circuitos π (circuitos a parâmetros concentrados). As vantagens desse modelo consistem na sua simplicidade na representação de uma LT por meio de uma cascata de N circuitos π, em evitar as exigências do passo de tempo muito pequenas para linhas curtas e nas respostas transitórias que são calculadas diretamente no domínio do tempo por meio de equações de estados associadas a um método de integração numérica. Entretanto, o modelo da cascata de circuito π clássico apresenta duas limitações, conforme descritas a seguir:

- Apresenta distorção nas formas de onda obtidas na qual são observadas a presença de oscilações espúrias nas respostas transitórias. Essas oscilações são caracterizadas por picos errôneos, associadas à representação da LT por parâmetros concentrados e associadas ao método de integração numérica. Dessa forma, esse modelo não representa a resposta transitória de forma adequada para diversos fenômenos eletromagnéticos.
- Não leva em consideração a dependência com a frequência dos parâmetros longitudinais da LT. Dessa forma, o modelo clássico não representa adequadamente a LT em toda a faixa de frequências na qual o fenômeno de TEM está presente e, portanto, não representa a resposta transitória exata.

Nesse contexto, a utilização de um modelo de cascata de circuito π modificado (modelo a parâmetros constantes com a frequência) que elimina as oscilações numéricas e de outro modelo de cascata de circuitos π que leva em consideração a dependência da frequência (modelo a parâmetros dependentes com a frequência) são alternativas interessantes para representar a LT frente a fenômenos de TEMs lentos ou rápidos e, assim, calcular as tensões e correntes transitórias ao longo do comprimento da LT em um dado SEE.

A partir dos fatores descritos anteriormente, constata-se a relevância de se investigar esses modelos que representam a LT frente a fenômenos de TEMs temporários, lentos e/ou rápidos. Deste modo, esta tese apresenta o estudo e análise do desempenho desses dois modelos quando estão submetidos a esses tipos de fenômenos de TEMs.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho consistiu em implementar em plataformas computacionais de referência, tanto no meio acadêmico quanto industrial, um modelo de LT a parâmetros concentrados (e constantes em relação à frequência baseado no modelo da cascata de circuitos π modificados) e um modelo de LT a parâmetros concentrados e dependentes em relação à frequência (modelo da cascata de circuitos π com a inclusão da dependência com a frequência). A partir da definição desses objetivos principais, outros objetivos específicos foram definidos:

- Elaborar uma revisão bibliográfica sobre os modelos de linha de transmissão disponíveis em softwares do tipo EMTP, que são amplamente usadas para estudar e analisar os TEMs;
- Obter as equações gerais, para simular qualquer cenário, dos modelos propostos em forma de espaço de estados com regras de formação de fácil implementação;
- Estabelecer os algoritmos que encontram o valor ótimo da resistência de amortecimento artificial e valor ótimo número de circuitos π em cascata que emprega o modelo a parâmetros constantes em relação à frequência;
- Estabelecer os algoritmos que determinam o valor ótimo dos circuitos equivalentes *R-L* em série e o valor ótimo do número de circuitos π em cascata que emprega o modelo a parâmetros dependentes da frequência;
- Implementar os modelos propostos em forma de espaço de estados no SimPowerSystems para uso com o Matlab/Simulink;
- Implementar os modelos propostos no software ATP mediante sua interface gráfica ATPDraw;
- Validar os modelos desenvolvidos por meio de comparações com modelos já estabelecidos na literatura e disponíveis nas bibliotecas de componentes do ATP e do SimPowerSystems;
- Mostrar a vantagem do passo de tempo de simulação ao usar os modelos de cascata de circuitos π comparados com os modelos que usam o método das características.

Ao cumprir os objetivos citados acima, pretende-se contribuir para uma melhor compreensão e uso dos modelos derivados da cascata de circuito π, para estudo e análise dos TEMs.

1.4 CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições desta tese são as seguintes:

- Desenvolvimento das equações genéricas do modelo da cascata de circuito π clássico, considerando parâmetros longitudinais constantes em relação à frequência, para LTs monofásicas e trifásicas;
- Desenvolvimento das equações genéricas do modelo da cascata de circuito π modificado, considerando parâmetros longitudinais constantes em relação à frequência, para LTs monofásicas e trifásicas;
- Desenvolvimento das equações genéricas do modelo da cascata de circuito π considerando a inclusão da dependência na frequência nos parâmetros longitudinais, para LTs monofásicas e trifásicas;
- Desenvolvimento de um programa de cálculo aprimorado de parâmetros de LTs, utilizando, também, a solução analítica em forma fechada da equação de Sunde;
- Metodologia da implementação dos modelos da cascata de circuitos π no software Matlab/Simulink;
- Metodologia da implementação dos modelos da cascata de circuitos π no software ATP/ATPDraw.
- Metodologia da implementação dos modelos da cascata de circuitos π no software ATP/ATPDraw.

1.5 PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA

Durante o período de desenvolvimento dessa tese foram publicados quatro artigos em periódicos científicos especializadas na área de Engenharia Elétrica. Estes são listados a seguir:

- **J. S. L. Colqui**; A. R. J. de Araújo; S. Kurokawa, "Improving the performance of a lumped transmission line model used in electromagnetic transient analysis,"in IET Generation, Transmission Distribution, vol. 13, no. 21, pp. 4942-4951, 2019.
- **J. S. L. Colqui**; S. Kurokawa, “Modelos matemáticos de Líneas de transmisión para simulaciones de transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia,” Tecnia (Lima), vol. 28, n.º 2, 2019.
- **J. S. L. Colqui**; S. Kurokawa; J. Pissolato, "An alternative procedure to obtain the ABCD matrix of multiphase transmission lines: Validation and applications,"Electric Power Systems Research, vol. 180, pp. 106161, 2020.

- **J. S. L. Colqui**; A. R. J. de Araújo; P. T. Caballero; S. Kurokawa, “An Alternative Method using Recursive Convolution for Electromagnetic Transient Analysis in Multiphase Transmission Lines,” in IET Science Measurement Technology, vol. 14, no. 7, pp. 800-807, 2020.

Adicionalmente, 6 artigos foram apresentados em congressos nacionais e internacionais relevantes nas áreas de transitórios eletromagnéticos. Esses artigos são listados a seguir:

- **J. S. L. Colqui**; S. Kurokawa; J. Pissolato, "Um procedimento para obter a matriz ABCD de Linhas de Transmissão,” no XXII Congresso Brasileiro de Automática (CBA), João Pessoa, Brasil, Setembro, 2018.
- **J. S. L. Colqui**; A. R. J. de Araújo; S. Kurokawa, "A New Methodology for Calculating Electromagnetic Transients in Transmission Lines,"in 13th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), São Paulo, Brazil, pp. 949-954, 2018.
- **J. S. L. Colqui**, A. R. J. de Araújo, S. Kurokawa, “Performance of the Modified Lumped Parameter Model in the Electromagnetic Transient Analysis“ in 13th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission (CLAGTEE), Santiago, Chile, 2019.
- **J. S. L. Colqui**; L. C. Timaná; P. T. Caballero; S. Kurokawa, "Analysis of the Frequency Dependent Lumped Parameter Transmission Line Model,"in Workshop on Communication Networks and Power Systems (WCNPS), Brasilia, Brazil, pp. 1-6, 2020.
- **J. S. L. Colqui**; A. R. J. de Araújo; P. T. Caballero; S. Kurokawa, "Modelo de Linha de Transmissão a parâmetros concentrados: Uma abordagem otimizada,"in VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (VIII SBSE), Santo André, Brazil, 2020
- **J. S. L. Colqui**; T. F. G. Pascoalato; A. R. J. de Araújo; S. Kurokawa, "Aperfeiçoamento dos modelos a parâmetros concentrados utilizados para representar linhas de transmissão em análises de transitórios eletromagnéticos"no XXIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA), Rio Grande do Sul, Brasil, 2020.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta tese está organizada em nove capítulos, incluindo esta introdução.

No Capítulo 2 apresenta-se alguns conceitos básicos necessários para a compreensão desta tese tais como descrição breve do SEE, definição e a classificação das perturbações no SEE, definição dos TEMs, principais tipos dos TEMs, definição e a classificação das

sobretensões no SEE, representação dos componentes do SEE para simulações dos TEMs e principais simuladores dos TEMs.

No Capítulo 3 apresenta-se as formulações e a metodologia de obtenção do cálculo dos parâmetros de linhas de transmissão. Isto é, as resistências e indutâncias longitudinais que constituem a matriz de impedâncias longitudinais. Da mesma forma, as condutâncias e as capacitâncias transversais que formam a matriz de admitâncias transversais da LT.

No Capítulo 4 apresenta-se o desenvolvimento das equações de linha de transmissão no domínio da frequência. Além disso, mostra-se a solução exata dessas equações, bem como o circuito representativo de uma LT e os diferentes modelos disponíveis para estudos de fenômenos transitórios no domínio do tempo, considerando abordagens no domínio modal e no domínio das fases.

No Capítulo 5 descreve-se o desenvolvimento das equações do modelo da linha de transmissão a parâmetros concentrados constantes com a frequência, assim como sua melhora para-se ter o modelo sem oscilações numéricas nas respostas transitórias. Ademais, são apresentadas os algoritmos de otimização para o modelo da cascata de circuitos π. Além disso, as estratégias empregadas na implementação do modelo no SimPowerSystems e no ATP também são mostradas.

No Capítulo 6 descreve-se o desenvolvimento das equações do modelo da linha de transmissão a parâmetros concentrados dependentes com a frequência, assim como seu detalhamento para representar, de maneira aproximada, a impedância longitudinal da LT por blocos de circuitos *R-L* equivalentes em série. Ademais, os algoritmos de otimização para o modelo são apresentados, assim como as estratégias na implementação do modelo no SimPowerSystems e no ATP.

No Capítulo 7 apresenta-se as implementações dos modelos dos circuitos π com parâmetros constantes e variáveis em relação à frequência nos programas de simulação transitória como SimPowerSystems e ATP/ATPDraw.

No Capítulo 8 valida-se o cálculo dos parâmetros elétricos realizados no Matlab comparando-os com os valores computados internamente pelo programa ATP. Também valida-se os modelos propostos para LTs monofásicas e trifásicas implementadas no SimPowerSystems e no ATP a partir de vários estudos de casos empregando modelos bem estabelecidos na literatura e disponíveis no software ATP. Essas validações são realizadas tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência.

No Capítulo 9 apresentam-se as principais conclusões a partir dos resultados obtidos no desenvolvimento desse trabalho, assim como as propostas de continuidade para trabalhos futuros.

Finalmente, os apêndices são apresentados na seguinte ordem:

No Apêndice A apresentam-se a obtenção do modelo exato de circuito π e os modelos aproximados de circuitos π usados para a representação da linha de transmissão.

No Apêndice B apresenta-se a obtenção das equações e circuitos equivalentes do modelo de Bergeron com e sem consideração das perdas.

No Apêndice C apresenta-se as equações no domínio da frequência do modelo de JMarti e descreve-se o cálculo dos termos H_{fit} e $Z_{c,fit}$.

No Apêndice D apresenta-se o desenvolvimento das equações em espaço de estado para uma LT representada com o LPM clássico, CP-LPM e o FD-LPM cada uma com 3 circuitos π conectados em cascata.

No Apêndice E apresenta-se a solução numérica no domínio do tempo da equação do espaço de estado que representa uma linha de transmissão.

No Apêndice F apresenta-se o procedimento para descompor as LTs trifásicas e idealmente transpostas em seus três modos de propagação ou linhas monofásicas independentes.

No Apêndice G apresenta-se as matrizes de transmissão, no domínio da frequência, dos modelos de circuito π exato e do modelo JMarti. Ademais, mostra-se os cálculos da relação $V_{\text{in}}(\omega)/V_{\text{out}}(\omega)$ para esses modelos.

No Apêndice H apresenta-se o circuito e equacionamento da representação da matriz de transformação de Clarke mediante transformadores ideais. Ademais, mostra-se a sua implementação no ATPDraw.

No Apêndice I apresentam-se as validações dos modelos CP-LPM e FD-LPM para LTs curtas, usando passos de tempo de simulação Δt maiores aos que usam os modelos FD-Line e FD-LPM.

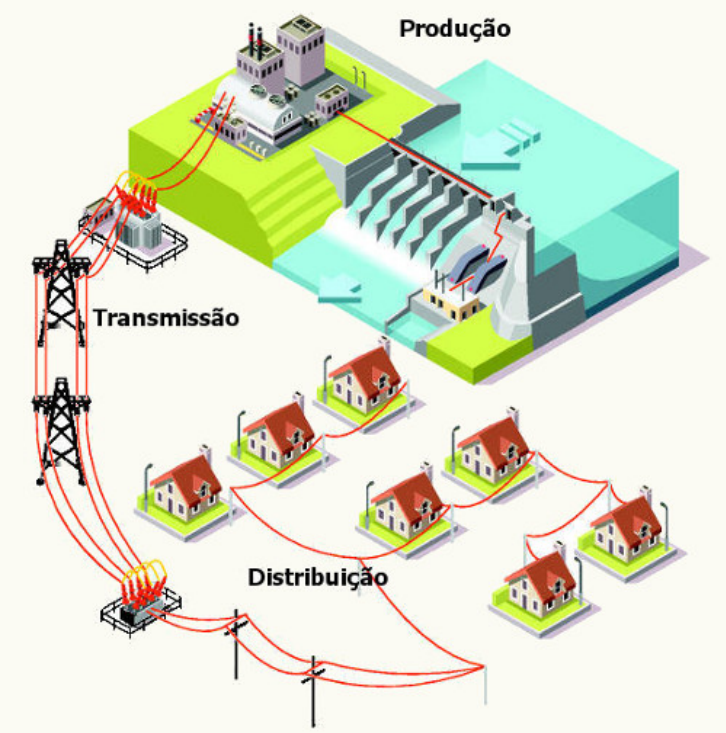
2 SISTEMA DE ENERGIA ELÉTRICA

Nesta seção são apresentados alguns conceitos básicos necessários para a compreensão desta tese. Inicialmente, as definições de um sistema de energia elétrica, as perturbações nesse sistema e os transitórios eletromagnéticos são descritos. Em seguida, os principais softwares destinados à simulação e à análise dos transitórios eletromagnéticos são apresentados.

2.1 CONCEITOS INICIAIS

O Sistema de Energia Elétrica (SEE) pode ser definido como o conjunto de equipamentos físicos e elementos de circuitos elétricos conectados, que atuam de modo coordenado, com o intuito de gerar, transmitir e distribuir energia elétrica dos centros geradores aos consumidores. Em geral, o SEE pode ser dividido em três grandes partes: geração ou produção, transmissão e distribuição. Uma forma simplificada de um SEE é mostrada na Figura 1.

Figura 1 – Sistema de energia elétrica.



Fonte: Adaptado de Zanetta (2006).

O sistema de geração ou produção de energia elétrica, mostrado na Figura 1,

compreende todo o processo de transformação de uma fonte primária de energia em eletricidade. Como exemplos de fontes primárias de energia, pode-se citar a energia potencial hidráulica, a energia nuclear, a energia eólica, a energia solar e a energia química armazenada em combustíveis fósseis, como petróleo, gás natural, carvão mineral, óleo, etc (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

O sistema de transmissão, mostrado na Figura 1, interliga a geração da energia elétrica a centros de consumo e conecta as diferentes regiões de um país, de forma a permitir a exploração racional dos recursos disponíveis em todas as regiões. O sistema de transmissão é caracterizado pelo alto nível de tensão e está geralmente distante dos grandes centros consumidores, como é o caso do SEE do Brasil (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

O sistema de distribuição conforme a Figura 1, é responsável pela entrega da energia diretamente aos consumidores. É caracterizado por apresentar um nível de tensão mais baixo devido ao uso dos transformadores. A distribuição é caracterizada pela própria topografia das cidades, pois se ramificam ao longo de ruas e avenidas para conectar os consumidores (indústrias, comércios e residências) ao SEE (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

2.2 PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

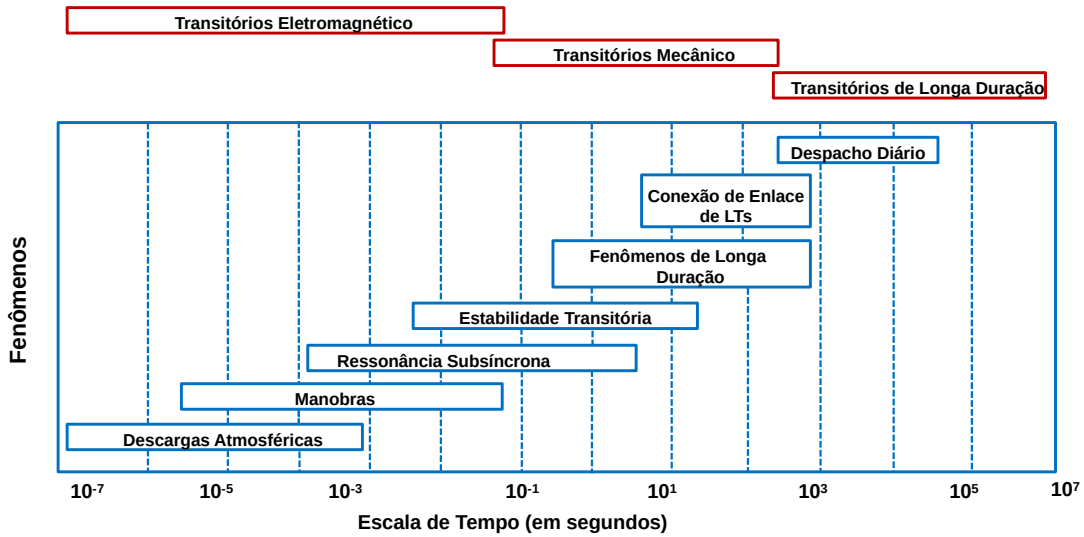
As perturbações nos SEEs são distúrbios significativos que podem afetar o fornecimento e a qualidade da energia elétrica aos consumidores. Essas perturbações podem provocar danos aos equipamentos do SEE, desligamentos de LT e geradores, manobras de comutação e prejuízos elevados aos consumidores. As perturbações podem ser originadas nas diversas etapas de um SEE, ou seja, na geração, na transmissão, na distribuição ou nas próprias instalações dos usuários.

As principais causas das perturbações no SEE ocorrem devido às causas naturais tais como: (a) as descargas atmosféricas incidentes nas linhas ou torres de transmissão; (b) os contatos de galhos de árvores ou de animais no sistema de distribuição. Outras pertubações são devido aos erros de projetos e às falhas humanas, tais como: (a) a abertura indesejada dos interruptores; (b) equipamentos ou instalações mal selecionados; (c) ausência de pára-raios ou sistemas de proteção insuficientes; (d) aterramento ou blindagem inadequadas.

Por outro lado, devido à grande diversidade de elementos em um SEE, a dinâmica associada à uma perturbação pode atuar em diferentes escalas do tempo ou faixas de frequência. Por conseguinte, é necessário dividir o fenômeno das perturbações em diferentes escalas de tempo ou faixa de frequência, garantindo assim que todo o espectro de um dado fenômeno que ocorra no SEE possa ser propriamente estudado. A seguir, as escalas

de tempo de duração dos principais fenômenos transitórios no SEE são apresentadas na Figura 2.

Figura 2 – Escala de tempo de fenômenos.



Fonte: Adaptado de Martinez (2013).

De acordo com a Figura 2, os fenômenos transitórios no SEE podem ser classificados em três possíveis categorias:

1. **Transitórios eletromagnéticos ou transitórios de curta duração**: que são caracterizados predominantemente por interações entre os campos magnéticos das indutâncias e os campos elétricos das capacitâncias do SEE. Os transitórios eletromagnéticos possuem espectro de frequência amplo e tempo de duração que pode variar desde centenas de nanossegundos (ns) até dezenas de milissegundos (ms).

2. **Transitórios eletromecânicos ou transitórios de média duração**: que são caracterizados por interações oscilatórias das energias cinéticas e potenciais presentes nos eixos dos geradores. Esses transitórios eletromecânicos causam oscilações de baixa frequência e possuem tempo de duração que varia desde a ordem de dezenas de milissegundos até dezenas de segundos.

3. **Transitórios de longa duração**: que são caracterizados pela dinâmica de longa duração e a carga diária. Esses transitórios podem levar alguns minutos, horas, ou até dias.

Como foi mostrado na Figura 2, existem diferentes tipos de fenômenos de transitórios eletromagnéticos no SEE Nesta tese, esses fenômenos de transitórios eletromagnéticos serão o foco das simulações.

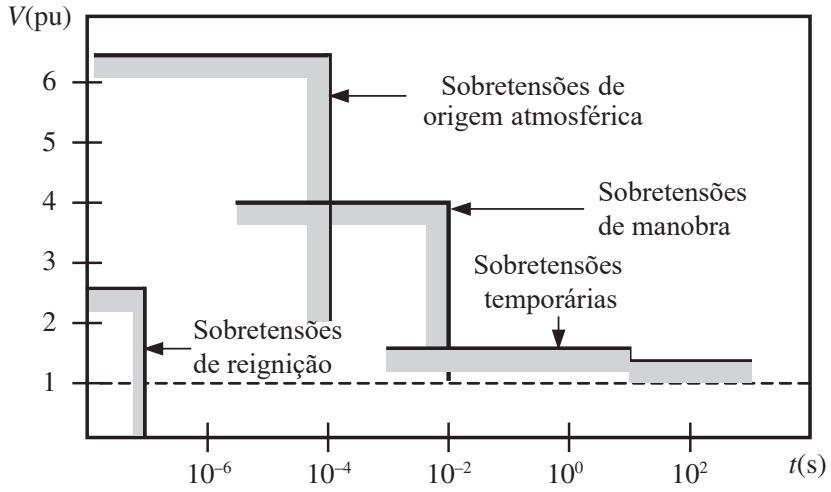
2.3 TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Um transitório eletromagnético (TEM) define-se como a interação instantânea das energias armazenadas em campos elétricos e campos magnéticos depois de uma perturbação, originando-se variações instantâneas de tensões e correntes ao longo de uma LT. Esse fenômeno é normalmente o principal responsável pela perda da propriedade isolante dos equipamentos do SEE. Portanto, o TEM é uma perturbação momentânea e indesejável.

A simulação de um tipo de TEM visa essencialmente avaliar as tensões e correntes (e, ocasionalmente, as energias) em vários elementos do SEE durante o período de transição, imediatamente após a ocorrência da perturbação no SEE. Os intervalos de tempo em que os TEMs ocorrem dependem do tipo de fenômeno estudado, variando de centenas de nanossegundos (ns) a dezenas de de milissegundos (ms).

Diversos fenômenos dos TEMs estão referidos às sobretensões que ocorrem no SEE. De acordo com a norma IEC 60071-2, estas sobretensões são classificadas de acordo com o valor de pico, tempo de duração e frequência dominante ou faixa de frequência do fenômeno de TEM (MARTINEZ, 2013). A Figura 3 mostra a classificação dos tempos de duração e ordem de magnitude que o valor de pico das sobretensões pode atingir (MARTINEZ, 2013).

Figura 3 – Classificação de sobretensões e suas durações, em segundos.



Fonte: Adaptado de Martinez (2013).

Da Figura 3, pode-se observar que as sobretensões estão divididos em:

(a) **Sobretensões temporárias ou oscilações de baixa frequência**: que são de longa duração (de vários milissegundos a vários segundos) e de frequência de ordem

de dezenas ou algumas centenas de Hz. Na frequência industrial, os casos típicos são devido ao efeito Ferranti, ao desbalanço de sistemas polifásicos, às faltas assimétricas e às desconexões abruptas de carga ou rejeição de carga. Na frequência não industrial, os casos típicos são devido à ressonância, à ferroressonância e à excitação automática de geradores.

(b) **As sobretensões de manobras ou ondas de frente de onda lenta**: que geralmente são causadas por operações de manobras que têm curta duração (poucos milissegundos) e são apresentadas em frequências da ordem dos kHz. Os casos típicos são ocasionados devido à energização de linhas de transmissão, ao aparecimento repentino ou supressão de falhas, às manobras de correntes capacitivos e à interrupção de correntes indutivas.

(c) **As sobretensões atmosféricas ou de frente de onda rápida**: que geralmente são causadas por descargas atmosféricas (raios) que têm duração muito curta e uma amplitude muito maior que a tensão de pico nominal e o espectro de frequência na ordem de MHz. Os casos típicos são as descargas atmosféricas incidentes nas LTs, devido às falhas de blindagem e, consequentemente, os surtos de tensões induzidas são originados nas demais fases devido ao acoplamento mútuo.

(d) **As sobretensões de reignição ou de frente de onde muito rápida**: que geralmente são originadas por falhas e operações em subestações de SF6. Sua duração é de poucos nanosegundos e sua frequência geralmente está compreendida na faixa de dezenas de MHz.

Cada tipo das sobretensões apresentadas anteriormente estão dentro de uma determinada faixa de frequência que as caracteriza, conforme é mostrado resumidamente na Tabela 1 (CIGRE, 1990).

Tabela 1 – Classificação da faixa de frequência das sobretensões (CIGRÉ).

Grupo	Frequência	Tipo de onda	Representação
1	0,1 Hz –3 kHz	Oscilações de baixa frequência	Sobretensões temporais
2	50 Hz –20 kHz	Ondas de frente lenta	Sobretensões por manobras
3	10 kHz –3 MHz	Ondas de frente rápida	Sobretensões atmosféricas
4	100 kHz - 50 MHz	Ondas de frente muito rápida	Sobretensões de reignição

Fonte – Adaptado de CIGRE (1990)

Na Tabela 2, é mostrado um resumo dos principais fenômenos de TEM em um SEE e suas faixas de frequência associadas a cada um deles (CIGRE, 1990).

Tabela 2 – Frequências dos principais fenômenos dos TEMs.

Tipo de Fenômeno	Faixa de Frequências
Energização de transformadores	0,1 Hz –1 kHz
Ressonância ferromagnética	0,1 Hz –1 kHz
Rejeição de carga	0,1 Hz –3 kHz
Eliminação de falta	50/60 Hz –3 kHz
Energização de linhas de transmissão	50/60 Hz –20 kHz
Faltas em linhas de transmissão	50/60 Hz –100 kHz
Faltas em subestações	10 kHz –3 MHz
Descargas atmosféricas	10 kHz–3 MHz
Manobras em subestações isoladas à gás (SF6)	100 kHz–50 MHz

Fonte – Adaptado de CIGRE (1990)

2.4 REPRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DO SEE PARA ANÁLISES DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Uma representação precisa dos componentes do SEE é essencial para uma análise confiável dos TEMs. A simulação dos fenômenos transitórios exige uma representação dos componentes do SEE válida para uma faixa de frequência que varia de DC a várias dezenas de MHz. Embora o objetivo final seja fornecer modelos de uma ampla faixa de frequência, uma representação aceitável de cada componente em toda essa faixa de frequência é muito difícil e, para a maioria dos componentes, não é praticamente possível. Em alguns casos, mesmo se a modelagem de algum componente em sua ampla faixa de frequência estivesse disponível, ela pode exibir ineficiência computacional ou exigir dados muito complexos (CIGRE, 1990; MARTINEZ, 2017). Por isso, a modelagem dos componentes do SEE que levam em consideração a dependência com a frequência dos parâmetros pode ser realizada atualmente por meio de modelos matemáticos que são precisos ou suficientes para uma faixa específica de frequências. Cada faixa de frequência geralmente corresponde a algum fenômeno transitório particular. Uma das classificações mais aceitas é a proposta pela *International Electrotechnical Commission* (IEC) e a *International Council on Large Electric Systems* (CIGRE) (CIGRE, 1990; MARTINEZ, 2017).

Essas classificações da IEC e CIGRE, fornecem diretrizes para as modelagens dos componentes do SEE e são resumidas para os principais componentes do SEE na Tabela 3.

2.5 SIMULADORES DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Para a análise dos diversos fenômenos dos TEMs, o uso dos programas de transitórios eletromagnético (EMTP do inglês *Electromagnetic Transients Program*) tem sido a ferramenta de simulação mais conhecida e amplamente usada como uma abordagem baseada na teoria de circuitos elétricos.

Tabela 3 – Representação dos componentes do SEE para diversas faixas de frequências.

Frequência	Linhas de Transmissão	Gerador Síncrono	Transformador
0,1 Hz a 3 kHz	Modelo polifásico com parâmetros concentrados constantes com a frequência.	Representação das partes elétricas e mecânicas, com efeito da saturação e ação dos controladores.	Representação dos efeitos da saturação, perdas no núcleo e nos enrolamentos.
50 Hz a 20 kHz	Modelo polifásico com parâmetros concentrados ou distribuídos dependentes da frequência.	Fonte em série com a impedância sub-transitória do gerador síncrono	Representação dos efeitos da saturação, perdas no núcleo e nos enrolamentos.
10 kHz a 3 MHz	Modelo polifásico com parâmetros concentrados ou distribuídos dependentes da frequência.	Circuito linear com a resposta em frequência vista dos terminais do gerador síncrono	Representação do acoplamento capacitivo entre as fases
100 kHz a 50 MHz	Modelo polifásico com parâmetros distribuídos dependentes da frequência.	Representação através de um circuito linear capacitivo sem perdas	Representação do acoplamento capacitivo e impedância característica entre as fases

Fonte – Adaptado de Martinez (2017)

As simulações nesses softwares fornecem um meio conveniente de caracterizar matematicamente os eventos transitórios, de determinar os problemas resultantes e de avaliar as alternativas de mitigação das sobretensões e sobrecorrentes geradas em um dado SEE. Ocasionalmente, as simulações são realizadas em conjunto com o monitoramento do sistema para validação do modelo e identificação de problemas importantes. A complexidade dos modelos de simulação computacional geralmente depende das características do sistema e dos fenômenos transitórios sob investigação.

Atualmente, destacam-se três softwares do tipo EMTP disponíveis no mercado e de referência para as simulações digitais, seja no meio acadêmico quanto no meio industrial. Por meio deles é possível modelar os sistemas elétricos, reproduzindo de modo mais fiel possível a configuração elétrica real das redes. Esses softwares são ATP-EMTP, EMTP-RV e PSCAD-EMTDC, sendo descritos a seguir:

(a) ATP-EMTP (*Alternative Transients Program* versão gratuita do *Electromagnetic Transient Program*): é um software gratuito e atualmente o mais empregado para a simulação e análise dos fenômenos de TEM em SEE. Para utilizar o ATP-EMTP, o usuário precisa fornecer um arquivo de entrada com formato padrão, contendo a parametrização da simulação e a configuração do sistema elétrico a ser simulado. No entanto, além do conhecimento especializado a respeito dos modelos disponíveis no software, esta tarefa exige uma compreensão da sintaxe e da formação desse arquivo. Com intuito de facilitar a utilização do ATP-EMTP, apareceu o pré-processador gráfico ATPDraw que proporciona uma interface gráfica. O ATPDraw cria automaticamente o arquivo de entrada do programa a partir de um diagrama representativo do sistema elétrico que será simulado no software ATP. O ATPDraw permite construir

circuitos elétricos utilizando modelos de componentes pré-definidos na sua biblioteca ou criando novos componentes por meio de funções construídas na linguagem de programação MODELS do programa ATP.

(b) PSCAD-EMTDC (*Power Systems Computer Aided* versão do *Electromagnetic Transients including DC*): é um software comercial de simulação e análise dos fenômenos de TEM em SEE. O PSCAD é um software de interface gráfica que permite simular respostas transitórias. Esse software também conhecido como PSCAD-EMTDC, sendo que o EMTDC, permite a representação e a resolução de equações diferenciais (para os sistemas eletromagnéticos) no domínio do tempo. Esse software potencializa o ambiente de simulação gráfica, na medida em que permite aos usuários construir de forma eficiente circuitos esquemáticos, executar a simulação e analisar seus resultados. Além disso, o PSCAD tem a facilidade de construir modelos definidos pelo usuário e pode fazer interface com outros softwares gráficos e de modelagem úteis. O PSCAD continua a ser desenvolvido de forma agressiva para atender aos requisitos da indústria de sistemas de energia em desenvolvimento, tão dependente da eletrônica de potência.

(c) EMTP-RV (versão restruturada do *Electromagnetic Transient Program*): é um software comercial de simulação e análise dos fenômenos de TEM em SEE. O EMTP-RV é constituído por uma versão melhorada do EMTP, possui um mecanismo de simulação robusto e praticamente não apresenta problemas de convergência, pelo EMTPWorks que é a interface gráfica, e pelo ScopeView que é o visualizador de resultados do EMTP. O EMTP-RV possui uma grande biblioteca de modelos elétricos e eletrônicos além de dispositivos usados em redes elétricas de distribuição, permitindo ainda ao usuário construir dispositivos próprios.

Outro simulador, destinado primariamente ao uso acadêmico, é o pacote SimPowerSystems para uso no ambiente computacional MATLAB/Simulink. Esse simulador, facilita o desenvolvimento de novos modelos de componentes de SEE, mas utiliza os recursos de blocos de Simulink para representar a conectividade da rede elétrica. O pacote SimPowerSystems possui uma biblioteca de modelos eléctricos e eletrônicos usados no SEE.

2.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados, uma visão geral dos transitórios eletromagnéticos nos sistemas de energia elétrica, as representações dos componentes do sistema de energia elétrica para simulações de transitórios e os principais simuladores de transitórios eletromagnéticos disponíveis na literatura e de referência tanto no meio acadêmico quanto no meio industrial.

3 CÁLCULO DE PARÂMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

As linhas de transmissão (LT) são essenciais no desenvolvimento do setor elétrico, já que elas interligam os pontos de geração e consumo de um sistema de energia elétrica (SEE). Nesse contexto, deve-se prestar atenção especial na determinação dos parâmetros da LT, já que eles influenciam nas respostas em regime transitório e permanente de uma linha durante um fenômeno no SEE. O conhecimento destes parâmetros é de fundamental importância, pois é usual e conveniente descrever os modelos da LT em função dos seus parâmetros elétricos que são a resistência e a indutância compondo os parâmetros longitudinais, e a condutância e capacitância, compondo os parâmetros transversais, sendo, esses parâmetros obtidos a partir da impedância longitudinal e admitância transversal da linha, respectivamente.

Neste capítulo, as formulações para o cálculo de cada parâmetro da LT são apresentados. Explicam-se os fenômenos como efeito pelicular e o efeito do solo que influenciam nos parâmetros e devem ser levados em consideração nos estudos de transitórios eletromagnéticos (TEMs) para a obtenção das respostas transitórias adequadas e precisas. Ademais, mostram-se a metodologia para a implementação das formulações e, desta forma, calcular os parâmetros da LT no Matlab e a metodologia de cálculo dos parâmetros das LT do software ATP.

3.1 IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL

A impedância longitudinal ($\boldsymbol{Z}$) de uma linha de transmissão é obtida por meio da soma de três componentes: a impedância externa ($\boldsymbol{Z}_{ext}$), a impedância interna ($\boldsymbol{Z}_{int}$) e a impedância devido ao efeito solo ($\boldsymbol{Z}_{solo}$). Portanto, na equação (1) é descrita a impedância total para uma linha de transmissão genérica.

$$\boldsymbol{Z}(\omega) = \boldsymbol{Z}_{ext}(\omega) + \boldsymbol{Z}_{int}(\omega) + \boldsymbol{Z}_{solo}(\omega) \tag{1}$$

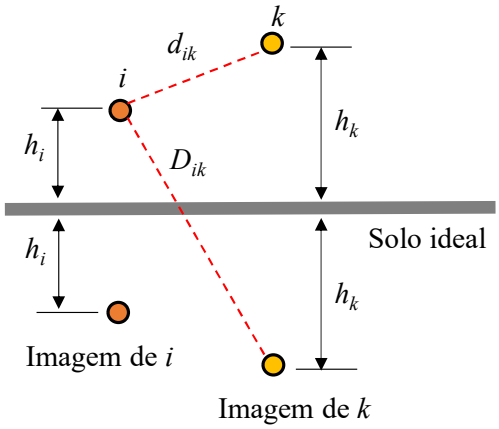
Nota-se que as três componentes da impedância são matriciais e dependem da frequência angular ω. No decorrer das próximas seções, cada uma das componentes da impedância longitudinal, bem como a metodologia de cálculo serão descritas.

3.1.1 Impedância Externa

A impedância externa é devido ao campo magnético presente no ar que envolve os condutores que constituem a linha e depende exclusivamente do meio que envolve seus condutores, das distâncias entre os condutores e das alturas desses em relação ao solo.

Para o cálculo da impedância externa, é usado o método das imagens considerando o condutor sem perdas e solo ideal (resistividade do solo igual a zero) (ZANETTA, 2006) tal como é mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Aplicação do método das imagens para uma linha de transmissão genérica.



Fonte: Adaptado de Zanetta (2006).

Uma vez aplicado o método das imagens, a impedância externa própria para o condutor i e impedância externa mútua entre os condutores i e k são expressas como seguem:

$$Z_{ext(ii)} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} \tag{2}$$

$$Z_{ext(ik)} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \tag{3}$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética do ar, h_i e r_i são altura e raio do condutor i, respectivamente, D_{ik} é distância entre o condutor i e a imagem do condutor k, e d_{ik} distância entre os condutores i e k.

Das equações (2) e (3), pode-se escrever a matriz de impedância externa para uma linha de transmissão polifásica de n fases tal como é mostrado a seguir:

$$\boldsymbol{Z}_{ext}(\omega) = j\omega\boldsymbol{L}_{ext} = j\omega\frac{\mu}{2\pi}\begin{bmatrix} \ln\frac{2h_1}{r_1} & \ln\frac{D_{12}}{d_{12}} & \cdots & \ln\frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln\frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln\frac{2h_2}{r_2} & \cdots & \ln\frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln\frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln\frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \cdots & \ln\frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \tag{4}$$

onde $\boldsymbol{L}_{ext}$ é a matriz de indutância externa.

Da equação (4), verifica-se que a impedância externa é composta apenas pela parcela imaginária e observa-se que a matriz de indutância externa $\boldsymbol{L}_{ext}$ é função das

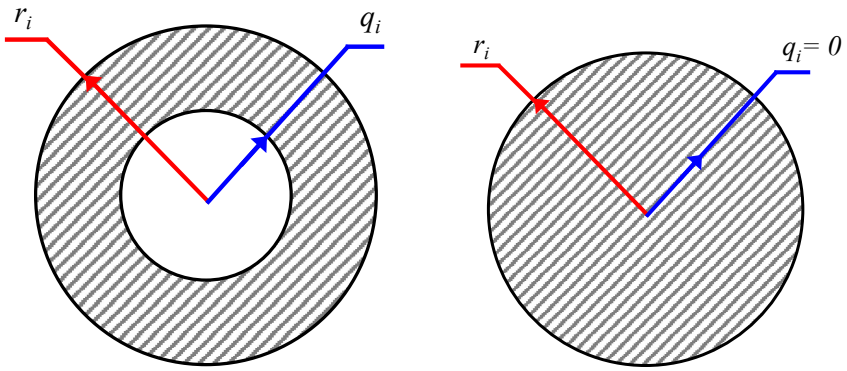
características geométricas dos condutores e das características do meio que constituem a linha e é independente da frequência.

3.1.2 Impedância Interna

A impedância interna é devido ao efeito pelicular (ou efeito Skin) que está presente sempre que um condutor é percorrido por uma corrente alternada variável com a frequência. Em um condutor quando é percorrido por corrente alternada, ocorre uma distribuição não uniforme, e que tende para a periferia, da densidade de corrente elétrica na área da seção transversal do condutor. Com esse comportamento, há um aumento na resistência efetiva do condutor e uma diminuição na indutância interna à medida que a frequência da corrente elétrica que percorre esse condutor aumenta (DOMMEL, 1986; ZANETTA, 2006).

Dois tipos de condutores existentes são o condutor tubular e o condutor sólido, mostrados na Figura 5. Para o cálculo da impedância interna desses condutores utiliza-se as funções de Bessel modificadas de primeira e segunda ordem. Desse modo, a impedância interna é obtida como a razão entre a queda de tensão ao longo da superfície e a corrente total em um circuito fechado (ZANETTA, 2006).

Figura 5 – Tipos de condutores elétricos empregados para a transmissão de energia.



(a) Condutor tubular (b) Condutor solido

Fonte: Adaptado de Zanetta (2006).

Logo, a impedância interna para um condutor tubular levando em conta o efeito pelicular é dada por (DOMMEL, 1986; MARTINEZ, 2017):

$$Z_{int(ii)}(\omega) = \frac{\rho_i m_i}{2\pi r_i}\left[\frac{I_0(m_i,r_i).K_1(m_i,q_i) + I_1(m_i,q_i).K_0(m_i,r_i)}{I_1(m_i,r_i).K_1(m_i,q_i) - I_1(m_i,q_i).K_1(m_i,r_i)}\right] \tag{5}$$

onde

$$m_i = \sqrt{\frac{j\omega\mu_i\mu_0}{\rho_i}} \tag{6}$$

e I_0, I_1, K_0, K_1 são funções de Bessel modificadas de primeira e segunda ordem, respectivamente, e r_i, q_i e ρ_i são os raio externo, raio interno e a resitividade do condutor i, respectivamente.

Finalmente, a impedância interna para um condutor sólido, levando em conta o efeito pelicular, é obtido fazendo o raio interno igual a zero (q_i=0) na equação (5) e é dado conforme descrito em (DOMMEL, 1986; MARTINEZ, 2017) por:

$$Z_{int(ii)}(\omega) = \frac{\rho_i m_i}{2\pi r_i}\left[\frac{I_0(m_i, r_i)}{I_1(m_i, r_i))}\right] \tag{7}$$

De forma semelhante à impedância externa, a impedância interna para uma linha de transmissão polifásicas de n fases é expressa da seguinte forma:

$$\boldsymbol{Z}_{int}(\omega) = \begin{bmatrix} Z_{int(11)}(\omega) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{int(22)}(\omega) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{int(nn)}(\omega) \end{bmatrix} \tag{8}$$

Assim, a impedância interna pode ser escrita como sendo uma componente real e outra imaginária tal como é mostrado a seguir:

$$\boldsymbol{Z}_{int}(\omega) = \boldsymbol{R}_{int}(\omega) + j\omega\boldsymbol{L}_{int}(\omega) \tag{9}$$

onde os termos $\boldsymbol{R}_{int}$ e $\boldsymbol{L}_{int}$ são a matriz de resistência interna e a matriz de indutância interna, que são matrizes diagonais e variáveis em relação à frequência.

3.1.3 Impedância Devido ao Efeito Do Solo

A impedância devido ao efeito do solo resulta do fato de que o solo sob a qual a linha foi construída não é ideal, ou seja, um condutor elétrico perfeito. A interação do campo magnético da linha com o solo resulta em impedâncias próprias e mútuas constituídas de componentes reais e imaginárias, assumindo características mais acentuadas em altas frequências. Esse fenômeno é denominado efeito do solo sobre a impedância. Os efeitos do solo sobre os parâmetros longitudinais podem ser calculados por meio das equações de Carson (1926). Essas equações contêm integrais infinitas com argumentos complexos que são difíceis de avaliar numericamente (CONTI; EMÍDIO, 2016). As equações para as impedâncias próprias e mútuas entre os condutores aéreos com retorno homogêneo no solo são escritas como:

$$Z_{solo(ii)} = j\frac{\omega\mu_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma_g} + \lambda} d\lambda \tag{10}$$

$$Z_{solo(ik)} = j\frac{\omega\mu_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{e^{-(h_i+h_k)\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma_g} + \lambda}\cos(r_{ik}\lambda) d\lambda \tag{11}$$

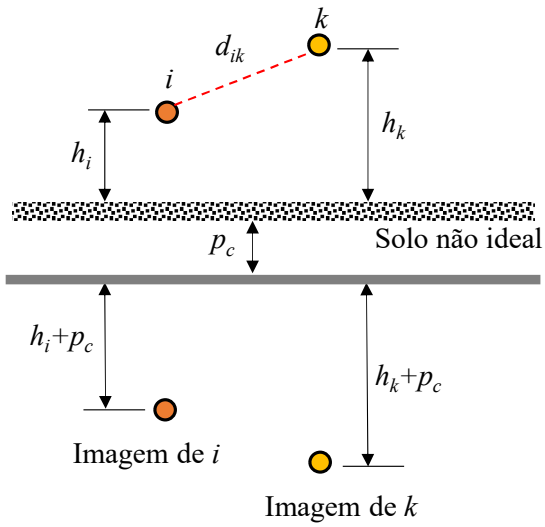
onde σ_g é condutividade do solo.

Devido à complexidade das equações (10) e (11), essas são aproximadas em termos de séries infinitas (CARSON, 1926) ou em uma expressão aproximada como as equações de Deri, Tevan e Semlyen (1981) que consideram o solo como um plano condutor perfeito a uma distância complexa da superfície.

Nesta tese, usamos as equações de Deri já que é composto por fórmulas fechadas e de fácil aplicação. Adicionalmente, o uso das equações de Deri leva a resultados praticamente equivalentes aos obtidos pelas aproximações das séries infinitas de Carson (EMÍDIO, 2015; ERASO, 2019), considerando o solo como um plano condutor perfeito a uma distância complexa da superfície. Na formulação apresentada a seguir não é considerada a estratificação do solo nem a variação da resistividade do solo com a frequência.

Para a modelagem da corrente de retorno por meio de um solo com perdas, em Deri, Tevan e Semlyen (1981) foi introduzido o conceito de um plano de retorno de corrente localizado abaixo da superfície do solo, tal como é mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Condutores acima do solo não ideal usando o método de imagens e profundidade de penetração complexa.



Fonte: Adaptada de Eraso (2019).

Para a modelagem da corrente de retorno por meio de um solo homogêneo, em Deri, Tevan e Semlyen (1981), o solo com perdas é substituída por um plano complexo de retorno de correntes com condutividade perfeita, situado a uma distância complexa p_c abaixo da superfície do solo:

$$p_c = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu\sigma_g}} \tag{12}$$

Assim, as correções que introduzem o efeito de retorno pelo solo, aplicando o método das imagens complexas aliado ao de profundidade complexa, resultam nas equações:

$$Z_{solo(ii)}(\omega) = j\frac{\omega\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{h_i + p_c}{h_i}\right) \tag{13}$$

$$Z_{solo(ik)}(\omega) = j\frac{\omega\mu_0}{2\pi}\ln\left[\frac{\sqrt{(h_i + h_k + 2p_c)^2 + {d_{ik}}^2}}{\sqrt{(h_i + h_k)^2 + {d_{ik}}^2}}\right] \tag{14}$$

De forma semelhante à impedância interna, a impedância devido ao efeito do solo para uma linha de transmissão de n fases pode-se escrever como segue:

$$\boldsymbol{Z}_{solo}(\omega) = \begin{bmatrix} Z_{solo(11)}(\omega) & Z_{solo(12)}(\omega) & \cdots & Z_{solo(1n)}(\omega) \\ Z_{solo(21)}(\omega) & Z_{solo(22)}(\omega) & \cdots & Z_{solo(2n)}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{solo(n1)}(\omega) & Z_{solo(n2)}(\omega) & \cdots & Z_{solo(nn)}(\omega) \end{bmatrix} \tag{15}$$

A matriz de impedância do solo é decomposta em uma componente real e outra imaginária, resultando em:

$$\boldsymbol{Z}_{solo}(\omega) = \boldsymbol{R}_{solo}(\omega) + j\omega\boldsymbol{L}_{solo}(\omega) \tag{16}$$

onde, $\boldsymbol{R}_{solo}$ é a matriz de resistências devido ao efeito solo e $\boldsymbol{L}_{solo}$ é a matriz de indutâncias devido ao efeito solo, sendo ambas matrizes variáveis em relação à frequência.

3.2 ADMITÂNCIA TRANSVERSAL DA LINHA DE TRANSMISSÃO

A matriz de admitâncias transversais da linha é formada por os dois parâmetros transversais que são as condutâncias e as capacitâncias sendo que, no caso de condutores aéreos, as condutâncias são desconsideradas e a capacitância pode ser assumida constante (MARTINEZ, 2017).

Como os condutores de uma linha de transmissão encontram-se suspensos sobre o solo a uma altura determinada, o seu campo elétrico também é influenciado pelo solo. Nesta configuração, a linha funciona como um capacitor tendo como eletrodos um condutor cilíndrico paralelo a um condutor plano. Contudo, vários trabalhos (GERTRUDES, 2010; CONTI; EMÍDIO, 2016) mostram que a admitância não sofre influência significativa do solo, desta forma, o solo pode ser modelado como um condutor perfeito, permitindo que o método das imagens ideais seja utilizado, conforme mostrado na Figura 4.

Deste modo, em Zanetta (2006) pode-se obter com mais riqueza de detalhes, os procedimentos para se calcular a matriz de admitâncias considerando-se somente a capacitância, calculadas entre condutores e dos condutores para o solo. Para determinar

essa matriz, primeiro calculam-se os termos próprios e mútuos da matriz dos coeficientes de potencial de Maxwell que são dada por:

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2h_i}{r_i} \tag{17}$$

$$P_{ik} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \tag{18}$$

Dessas equações, pode-se escrever a matriz dos coeficientes de potencial de Maxwell para uma linha de transmissão de n fases tal como é mostrado a seguir:

$$\boldsymbol{P} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \cdots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \cdots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \cdots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \tag{19}$$

Uma vez obtida a matriz de coeficientes potenciais, essa é invertida para se obter a matriz de capacitância, e a partir desse artifício, obter a matriz de admitâncias transversais como sendo:

$$\boldsymbol{Y}(\omega) = j\omega\boldsymbol{C} = j\omega\boldsymbol{P}^{-1} \tag{20}$$

Na equação (20), observa-se que a matriz de capacitância $\boldsymbol{C}$ é a inversa da matriz $\boldsymbol{P}$ e, portanto, depende das características geométricas dos condutores, das características do meio que constituem a linha e é independente da frequência.

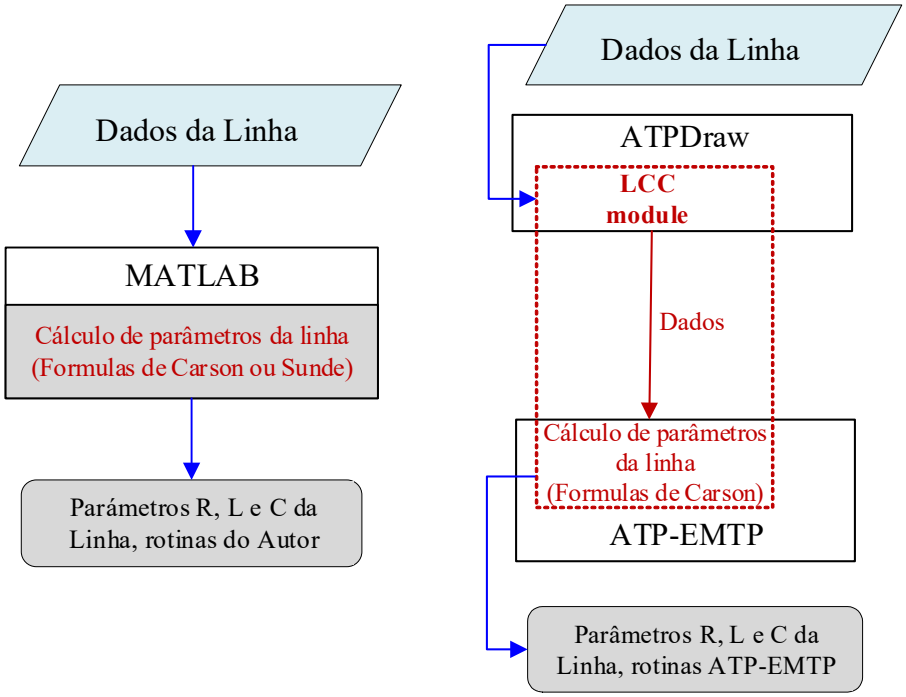
3.3 METODOLOGIA PARA A IMPLEMENTAÇÃO E CÁLCULO DE PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

As formulações, mostradas neste capítulo, do cálculo de parâmetros elétricos da LT foram implementados pelo autor no programa Matlab e a metodologia para a implementação é mostrada na Figura 7a. Essa metodologia determina os parâmetros elétricos da linha e como pode é vista permite ser usada qualquer formulação para o cálculo da impedância devido ao efeito do solo (exemplo Carson, Sunde). Sendo esta uma vantagem em relação aos modelos de LT usados no programa ATP, já que esses modelos usam apenas a formulação de Carson. Esta determinação do cálculo de parâmetros elétricos será usado para descrever os modelos de LT propostos nesta tese.

Na Figura 7b, é ilustrado a metodologia para o cálculo dos parâmetros elétricos da LT usado pelo software ATP. Inicialmente, se insere os dados da LT no modulo LCC da interface gráfica do ATP, o ATPdraw. Seguidamente, esses dados são enviados

automaticamente para o ATP onde a rotina *LINE CONSTANTS* calcula os parâmetros elétricos de linha, sendo a formulação de Carson empregada para calcular a impedância devido ao efeito do solo. Esta rotina gera um arquivo .lis com os parâmetros elétricos da LT para as diversas frequências.

Figura 7 – Metodologia para a obtenção dos parâmetros elétricos da LT.



(a) Calculados pelo autor (b) Calculados pelo ATP

Fonte: Elaboração do próprio autor.

3.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram estudados os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão, sendo obtidos a partir do cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal, respectivamente. A impedância longitudinal é fortemente dependente da frequência e é composta pela impedância externa, a impedância interna e impedância considerando o efeito solo. A admitância transversal é composta por uma capacitância e uma condutância. A capacitância transversal pode ser assumida constante e a condutância é geralmente desprezada nas análises de transitórios eletromagnéticos.

Também, neste capítulo, foi mostrado as metodologias para a obtenção dos parâmetros elétricos da LT, usando as rotinas feitas pelo autor em Matlab e as calculadas pelo programa ATP. A obtenção desses parâmetros elétricos é um passo fundamental e prévio ao cálculo dos modelos de linhas de transmissão.

4 MODELOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO PARA ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

As linhas de transmissão (LTs) quando sujeitas aos diversos fenômenos de transitórios eletromagnéticos (TEMs), se comportam de maneira diferente devido ao fenômeno transitório ter sua faixa de frequência característica. Por isso, para uma precisa avaliação do desempenho da LT frente aos fenômenos de TEMs, faz-se necessária uma correta modelagem da LT nessa faixa de frequência.

Em geral, a LT é caracterizada por ter seus parâmetros longitudinais e transversais distribuídos ao longo do comprimento da linha, e por ter seus parâmetros longitudinais (resistência e indutância) variáveis em relação à frequência (MARTI, 1982). Essas duas características da linha faz com que as tensões e correntes ao longo do comprimento da linha se comportem como ondas viajantes (SEMLYEN; GUSTAVSEN, 2012). Esse comportamento viajante deve ser considerado para uma representação precisa das tensões e das correntes nos estudos de TEMs.

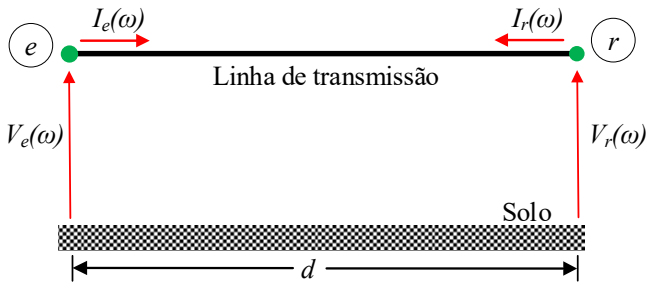
Por conseguinte, neste capítulo serão desenvolvidas as equações diferenciais que modelam a LT no domínio da frequência, considerando a dependência com a frequência e a natureza distribuída dos parâmetros da linha. Uma vez estabelecidas as equações diferenciais, serão mostradas as suas soluções exatas, no domínio da frequência. Em seguida, os diversos modelos existentes da LT no domínio do tempo serão mostrados. A partir desses modelos, as soluções das equações diferencias são obtidas, cujas soluções exatas da LT estão no domínio da frequência.

4.1 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Considere uma LT monofásica com parâmetros elétricos (resistência, inductância, capacitância e condutância) distribuídos ao longo do comprimento da linha, cujos parâmetros longitudinais (resistência e indutância) são dependentes com a frequência, representada na Figura 8. Essa LT tem um comprimento d e o retorno da corrente se dá por meio do solo (ZANETTA, 2006).

Na Figura 8, a tensão e corrente no terminal emissor (e) são V_e e I_e, respectivamente. Analogamente, a tensão e corrente no terminal receptor (r) são V_r e I_r, respectivamente.

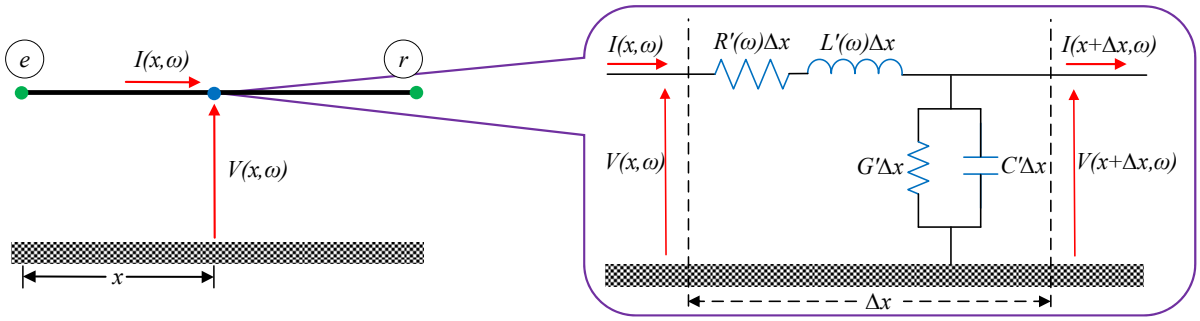
Figura 8 – Linha de transmissão monofásica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A fim de encontrar as equações diferenciais da LT, emprega-se um segmento infinitesimal de comprimento Δx da linha, conforme ilustrada na Figura 9. Esse segmento da linha tem uma resistência total $R'(\omega)\Delta x$, uma indutância total $L'(\omega)\Delta x$, uma capacitância total $C'\Delta x$ e uma condutância total $G'\Delta x$.

Figura 9 – Segmento infinitesimal Δx da LT.



Fonte: Adaptado de Zanetta (2006).

Na Figura 9, os termos $V(x,\omega)$ e $V(x+\Delta x,\omega)$ são as tensões transversais no segmento infinitesimal da LT, e os termos $I(x,\omega)$ e $I(x+\Delta x,\omega)$ são as correntes longitudinais nesse segmento. Ao aplicar a lei de nós e a lei das malhas de Kirchhoff ao circuito do segmento infinitesimal, mostrada na Figura 9, as equações de tensão e corrente podem ser escritas como:

$$V(x+\Delta x,\omega) - V(x,\omega) = -R'(\omega)\,\Delta x\, I(x,\omega) - j\omega\, L'(\omega)\,\Delta x\, I(x,\omega) \tag{21}$$

$$I(x+\Delta x,\omega) - I(x,\omega) = -G'\,\Delta x\, V(x,\omega) - j\omega\, C'\,\Delta x\, V(x,\omega) \tag{22}$$

Dividindo ambos os lados das equações (21) e (22) pelo comprimento do segmento da LT em análise Δx, obtêm-se do lado esquerdo da igualdade a taxa de variação de tensão e corrente com relação a Δx, respectivamente. Dessa forma, considerando o comprimento do segmento da LT avaliado como sendo infinitesimal ($\Delta x \to 0$), têm-se as seguintes equações diferenciais (LAFAIA, 2016):

$$\frac{\partial V(x,\omega)}{\partial x} = -(R'(\omega) + j\omega\, L'(\omega))\, I(x,\omega) \tag{23}$$

$$\frac{\partial I(x,\omega)}{\partial x} = -(G' + j\omega\, C')\, V(x,\omega) \tag{24}$$

de modo que a impedância série e a admitância transversal por unidade de comprimento são definidas como $Z'(\omega) = R'(\omega) + j\omega\, L'(\omega)$ e $Y'(\omega) = G' + j\omega\, C'$, respectivamente. Dessa forma, as equações (23) e (24) podem ser reescritas como:

$$\frac{\partial V(x,\omega)}{\partial x} = -Z'(\omega)\, I(x,\omega) \tag{25}$$

$$\frac{\partial I(x,\omega)}{\partial x} = -Y'(\omega)\, V(x,\omega) \tag{26}$$

As equações (25) e (26) ao serem derivadas em relação x, resultam em:

$$\frac{\partial^2 V(x,\omega)}{\partial x^2} = -Z'(\omega)\, \frac{\partial I(x,\omega)}{\partial x} \tag{27}$$

$$\frac{\partial^2 I(x,\omega)}{\partial x^2} = -Y'(\omega)\, \frac{\partial V(x,\omega)}{\partial x} \tag{28}$$

Dessa forma, ao substituir a equação (25) em (28) e a equação (26) em (27), têm-se que:

$$\frac{\partial^2 V(x,\omega)}{\partial x^2} = Z'(\omega)\, Y'(\omega)\, V(x,\omega) \tag{29}$$

$$\frac{\partial^2 I(x,\omega)}{\partial x^2} = Y'(\omega)\, Z'(\omega)\, I(x,\omega) \tag{30}$$

As equações (29) e (30) descrevem a propagação de ondas de tensão e corrente ao longo da LT (LAFAIA, 2016).

As equações (29) e (30) são as equações diferenciais, de segunda ordem, da LT monofásica no domínio da frequência. Essas equações descrevem o comportamento das ondas de tensão e corrente em uma posição x da linha e para uma dada frequência ω (LAFAIA, 2016).

4.1.1 Solução das Equações da Linha de Transmissão Monofásicas

A solução geral das equações (29) e (30) que regem o comportamento da LT, são:

$$V(x,\omega) = V^{+}(\omega)\, e^{-\gamma(\omega)\, x} + V^{-}(\omega)\, e^{+\gamma(\omega)\, x} \tag{31}$$

$$I(x,\omega) = I^{+}(\omega)\, e^{-\gamma(\omega)\, x} + I^{-}(\omega)\, e^{+\gamma(\omega)\, x} \tag{32}$$

onde $V^{+}(\omega)$, $V^{-}(\omega)$, $I^{+}(\omega)$ e $I^{-}(\omega)$ são, respectivamente, as ondas de tensão progressivas, as ondas de tensão regressivas,as ondas de corrente progressivas e as ondas de corrente regressivas que viajam na linha de transmissão. Os termos $\gamma(\omega)$ e $Z_c(\omega)$ são definidos, respectivamente, como constante de propagação das ondas e impedância característica da LT e são dadas pela equação (33).

$$\gamma(\omega) = \sqrt{Z'(\omega)\, Y'(\omega)}, \qquad Z_c(\omega) = \sqrt{\frac{Z'(\omega)}{Y'(\omega)}} \tag{33}$$

Das equações (31) e (32) é possível encontrar a solução que relaciona as tensões e as correntes dos terminais emissor e receptor em forma de redes de duas portas. Para isso, diferenciando em relação a x as equações (31) e (32), substituindo-as nas equações (25) e (26), e após algumas manipulações, obtém-se:

$$Y_c(\omega)\, V(x,\omega) + I(x,\omega) = 2I^{+}(\omega)\, e^{-\gamma(\omega)\, x} \tag{34}$$

Em seguida, aplica-se as condições de contorno dos terminais emissor e receptor da LT em $x = d$, tem-se $V(d) = V_r$ e $I(d) = I_r$, e em $x = 0$ tem-se $V(0) = V_e$ e $I(0) = I_e$. Manipulando as equações resultantes, as correntes nos terminais da linha de transmissão podem ser escritas como:

$$I_{\mathrm{e}}(\omega) - Y_{\mathrm{c}}(\omega)V_{\mathrm{e}}(\omega) = -H(\omega)\,[I_{\mathrm{r}}(\omega) + Y_{\mathrm{c}}(\omega)V_{\mathrm{r}}(\omega)] \tag{35}$$

$$I_{\mathrm{r}}(\omega) - Y_{\mathrm{c}}(\omega)V_{\mathrm{r}}(\omega) = -H(\omega)\,[I_{\mathrm{e}}(\omega) + Y_{\mathrm{c}}(\omega)V_{\mathrm{e}}(\omega)] \tag{36}$$

onde os termos $H(\omega)$ e $Y_c(\omega)$ são definidos, respectivamente, como função de propagação das ondas e admitância característica da LT e são dadas pela equação (37).

$$H(\omega) = e^{-\gamma(\omega)\, d}, \qquad Y_c(\omega) = \sqrt{\frac{Y'(\omega)}{Z'(\omega)}} \tag{37}$$

As equações (35) e (36) constituem a solução exata das equações da LT monofásica no domínio da frequência, já que consideram os parâmetros elétricos distribuídos ao longo do comprimento da linha e os parâmetros longitudinais dependentes com a frequência da linha. No entanto, para os estudos e análises dos TEMs em LTs no SEE é desejável que as soluções das equações da LT estejam no domínio do tempo. As soluções das equações de linhas de transmissão no domínio da frequência foram expressas por meio de vários métodos matemáticos ao domínio do tempo. Esses métodos numéricos dão origem aos modelos de LT expressas no domínio do tempo que serão mencionadas na Seção 4.3.

4.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

A análise da linha monofásica apresentada na Seção 4.1 pode ser estendida para linhas de transmissão polifásicas. Para isso, considere uma LT polifásica de n fases cujas equações diferenciais de primeira ordem da LT são descritas, semelhante às equações (25) e (26), pelas seguintes equações no domínio da frequência:

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}(x,\omega)}{\partial x} = -\boldsymbol{Z}'(\omega)\,\boldsymbol{I}(x,\omega) \tag{38}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{I}(x,\omega)}{\partial x} = -\boldsymbol{Y}'(\omega)\,\boldsymbol{V}(x,\omega) \tag{39}$$

onde $\boldsymbol{Z}'(\omega)$ e $\boldsymbol{Y}'(\omega)$ são as matrizes impedância longitudinal e admitância transversal, respectivamente. $\boldsymbol{V}(x,\omega)$ e $\boldsymbol{I}(x,\omega)$ são os vetores das tensões e das correntes nas fases da LT. Derivando as equações (38) e (39) em relação à variável x, obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{V}(x,\omega)}{\partial x^2} = \boldsymbol{Z}'(\omega)\,\boldsymbol{Y}'(\omega)\,\boldsymbol{V}(x,\omega) \tag{40}$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{I}(x,\omega)}{\partial x^2} = \boldsymbol{Y}'(\omega)\,\boldsymbol{Z}'(\omega)\,\boldsymbol{I}(x,\omega) \tag{41}$$

onde o principal problema para resolver essas equações, é o acoplamento mútuos entre as fases da LT, ou seja, os elementos fora da diagonal nas matrizes $\boldsymbol{Z}'(\omega)$ e $\boldsymbol{Y}'(\omega)$. Esses acoplamentos fazem que os produtos $\boldsymbol{Z}'(\omega)\boldsymbol{Y}'(\omega)$ e $\boldsymbol{Y}'(\omega)\boldsymbol{Z}'(\omega)$ sejam distintos, sendo esse o fator de dificuldade da obtenção das soluções das equações da linha polifásica. Uma ferramenta poderosa para resolver as equações (40) e (41) da LT polifásica, é a aplicação da teoria de decomposição modal.

4.2.1 Solução das Equações da Linha de Transmissão polifásicas

Para solucionar as equações (40) e (41) pela teoria da decomposição modal, é usando a transformação de similaridade (CHEN, 1999) nas equações diferenciais parciais que descrevem o comportamento das tensão e correntes da linha de n fases. Dessa forma, as equações acopladas no domínio de fase são transformadas em equações desacopladas no domínio modal, isto é, valido apenas para linhas idealmente transpostas ou para linhas não transpostas mas com simetria vertical. Cada equação desacoplada no domínio modal é resolvida como uma linha monofásica independente usando as equações da seção anterior.

As matrizes de transformação que relacionam as quantidades de fase e modal para as tensões e as correntes são definidas como:

$$\boldsymbol{V}(x,\omega) = \boldsymbol{T_v}(\omega)\boldsymbol{V_m}(x,\omega) \tag{42}$$

$$\boldsymbol{I}(x,\omega) = \boldsymbol{T_i}(\omega)\boldsymbol{I_m}(x,\omega) \tag{43}$$

As matrizes complexas $\boldsymbol{T_v}(\omega)$ e $\boldsymbol{T_i}(\omega)$ definem as mudanças das tensões e correntes de fases com as tensões e correntes modais. Para essas relações serem válidas, essas matrizes devem ser não singulares, ou seja, as matrizes inversas devem existir $\boldsymbol{T_v}^{-1}(\omega)$ e $\boldsymbol{T_i}^{-1}(\omega)$. Substituindo-se as relações (42) e (43) nas equações de segunda ordem (40) e (41) obtêm-se como resultado as equações a seguir:

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{T_v}(\omega)\, \boldsymbol{V_m}(x,\omega)}{\partial x^2} = \boldsymbol{Z'}(\omega)\, \boldsymbol{Y'}(\omega)\, \boldsymbol{T_v}(\omega)\, \boldsymbol{V_m}(x,\omega) \tag{44}$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{T_i}(\omega)\, \boldsymbol{I_m}(x,\omega)}{\partial x^2} = \boldsymbol{Y'}(\omega)\, \boldsymbol{Z'}(\omega)\, \boldsymbol{T_i}(\omega)\, \boldsymbol{I_m}(x,\omega) \tag{45}$$

Consequentemente,

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{V_m}(x,\omega)}{\partial x^2} = \boldsymbol{T_v}^{-1}(\omega)\, \boldsymbol{Z'}(\omega)\, \boldsymbol{Y'}(\omega)\, \boldsymbol{T_v}(\omega)\, \boldsymbol{V_m}(x,\omega) = \boldsymbol{\Lambda}\, \boldsymbol{V_m}(x,\omega) \tag{46}$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{I_m}(x,\omega)}{\partial x^2} = \boldsymbol{T_i}^{-1}(\omega)\, \boldsymbol{Y'}(\omega)\, \boldsymbol{Z'}(\omega)\, \boldsymbol{T_i}(\omega)\, \boldsymbol{I_m}(x,\omega) = \boldsymbol{\Lambda}\, \boldsymbol{I_m}(x,\omega) \tag{47}$$

Para encontrar a matriz $\boldsymbol{T_v}(\omega)$ que diagonaliza $\boldsymbol{Z'}(\omega)\boldsymbol{Y'}(\omega)$, seus autovalores e autovetores devem ser determinados. No entanto, os autovetores não são únicos, pois quando multiplicados por uma constante complexa diferente de zero, eles ainda são autovetores válidos. Portanto, alguma normalização é desejável para permitir que a saída de diferentes programas seja comparada. Em Wedepohl (1963), a técnica de quadratura de raízes para análise de autovalores é gerada. Para a geração de modelos de LTs dependentes de frequência, os autovetores devem ser consistentes de uma frequência para a próxima, de modo que os autovetores formem uma função contínua de frequência para que o ajuste da curva possa ser aplicado. Um algoritmo de Newton–Raphson foi desenvolvido para esse propósito (WEDEPOHL, 1963). Assim que a análise do valor próprio for concluída, tem-se que:

$$\boldsymbol{Z'}_m(\omega) = \boldsymbol{T_v}^{-1}(\omega)\, \boldsymbol{Z'}(\omega)\, \boldsymbol{T_i}(\omega) \tag{48}$$

$$\boldsymbol{Y'}_m(\omega) = \boldsymbol{T_i}^{-1}(\omega)\, \boldsymbol{Y'}(\omega)\, \boldsymbol{T_v}(\omega) \tag{49}$$

onde $\boldsymbol{Z'}_m(\omega)$ e $\boldsymbol{Y'}_m(\omega)$ são as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal modais da LT. Essas matrizes são matrizes diagonais, facilitando a decomposição modal em n linhas monofásicas independentes.

Como os produtos $\boldsymbol{Z'}(\omega)\boldsymbol{Y'}(\omega)$ e $\boldsymbol{Y'}(\omega)\boldsymbol{Z'}(\omega)$ são diferentes, também são seus autovetores, embora seus autovalores sejam idênticos. No entanto, eles estão relacionados

de forma que $\boldsymbol{T_i} = (\boldsymbol{T_v}^T)^{-1}$ (assumindo uma norma euclidiana normalizada) e, portanto, apenas um deles precisa ser calculado. Olhando para o um modo generico i, ou seja, tomando a i-ésima equação de (46) e (47) tem-se:

$$\frac{\partial^2 V_{m\,i}(x,\omega)}{\partial x^2} = \Lambda_{ii}\, V_{m\,i}(x,\omega) \tag{50}$$

$$\frac{\partial^2 I_{m\,i}(x,\omega)}{\partial x^2} = \Lambda_{ii}\, I_{m\,i}(x,\omega) \tag{51}$$

As expressões (50) e (51) são as equações diferenciais dos modos exatos da linha. Nesse domínio modal a LT polifásica com n fases é representado por meio de seus n modos de propagação que se comportam como sendo n linhas monofásicas independentes, cujas soluções gerais são similares as equações (31) e (32), e são dadas por:

$$V_{m\,i}(x,\omega) = {V_{m\,i}}^{+}(\omega)\, e^{-\gamma_i(\omega)\,x} + {V_{m\,i}}^{-}(\omega)\, e^{+\gamma_i(\omega)\,x} \tag{52}$$

$$I_{m\,i}(x,\omega) = {I_{m\,i}}^{+}(\omega)\, e^{-\gamma_i(\omega)\,x} + {I_{m\,i}}^{-}(\omega)\, e^{+\gamma_i(\omega)\,x} \tag{53}$$

onde $\gamma_i = \sqrt{\Lambda_{ii}}$.

As equações (52) e (53) contém, cada uma, duas constantes arbitrárias de integração e, portanto, tais equações (sendo n o número de fases) requerem $2n$ constantes arbitrárias. Isso é consistente com a existência de $2n$ condições de contorno, uma para cada extremidade de cada condutor. Desta maneira, juntando as equações de cada modo de propagação e colocando em forma matricial, tem-se:

$$\boldsymbol{V_m}(x,\omega) = {\boldsymbol{V_m}}^{+}(\omega)\, e^{-\boldsymbol{\gamma}(\omega)\,x} + {\boldsymbol{V_m}}^{-}(\omega)\, e^{+\boldsymbol{\gamma}(\omega)\,x} \tag{54}$$

$$\boldsymbol{I_m}(x,\omega) = {\boldsymbol{I_m}}^{+}(\omega)\, e^{-\boldsymbol{\gamma}(\omega)\,x} + {\boldsymbol{I_m}}^{-}(\omega)\, e^{+\boldsymbol{\gamma}(\omega)\,x} \tag{55}$$

Das equações anteriores, dadas em grandezas modais, pode-se obter as equações em gradezas de fase por meio da transformação inversa com o uso das relações (42) e (43), obtendo a forma expressa por:

$$\boldsymbol{V}(x,\omega) = \boldsymbol{V}^{+}(\omega)\, e^{-\boldsymbol{\Gamma}(\omega)\,x} + \boldsymbol{V}^{-}(\omega)\, e^{+\boldsymbol{\Gamma}(\omega)\,x} \tag{56}$$

$$\boldsymbol{I}(x,\omega) = \boldsymbol{I}^{+}(\omega)\, e^{-\boldsymbol{\Gamma}(\omega)\,x} + \boldsymbol{I}^{-}(\omega)\, e^{+\boldsymbol{\Gamma}(\omega)\,x} \tag{57}$$

onde os termos exponenciais são definidos na equação (58).

$$e^{-\boldsymbol{\Gamma}(\omega)\,x} = \boldsymbol{T_v}\, e^{-\boldsymbol{\gamma}(\omega)\,x}\, {\boldsymbol{T_v}}^{-1} \quad \text{e} \quad e^{\boldsymbol{\Gamma}(\omega)\,x} = \boldsymbol{T_v}\, e^{\boldsymbol{\gamma}(\omega)\,x}\, {\boldsymbol{T_v}}^{-1} \tag{58}$$

Em seguida, para ter a solução das equações da LT descrita em relação a suas grandezas dos terminais emissor e receptor, seguimos o mesmo procedimento feito na Seção 4.1.1, uma vez feito isso, obtemos a solução geral para o cálculo das tensões e das correntes nos terminais emissor e receptor das LTs polifásicas no domínio das fases, dadas por:

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{e}}(\omega) - \boldsymbol{Y}_{\mathrm{c}}(\omega)\boldsymbol{V}_{\mathrm{e}}(\omega) = -\boldsymbol{H}(\omega)\left[\boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}(\omega) + \boldsymbol{Y}_{\mathrm{c}}(\omega)\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}(\omega)\right] \tag{59}$$

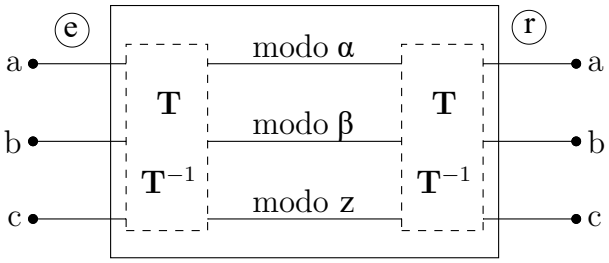
$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}(\omega) - \boldsymbol{Y}_{\mathrm{c}}(\omega)\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}(\omega) = -\boldsymbol{H}(\omega)\left[\boldsymbol{I}_{\mathrm{e}}(\omega) + \boldsymbol{Y}_{\mathrm{c}}(\omega)\boldsymbol{V}_{\mathrm{e}}(\omega)\right] \tag{60}$$

onde a matriz de admitância característica $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{c}}(\omega)$ e a matriz de propagação $\boldsymbol{H}(\omega)$, são definidas na equação (61).

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{c}}(\omega) = \boldsymbol{Z}(\omega)^{-1}\boldsymbol{Z}(\omega)\boldsymbol{Y}(\omega), \qquad \boldsymbol{H}(\omega) = e^{-\boldsymbol{\Gamma}(\omega)d} \tag{61}$$

Na Figura 10 mostra-se como exemplo, como uma LT trifásica é decomposta por meio de uma matriz de transformação em seus três modelos de propagação (modo α, modo β e modo z) e depois são transformadas ao domínio das fases por meio de uma matriz de transformação inversa.

Figura 10 – Quadripolo para o modelo exato de uma LT.



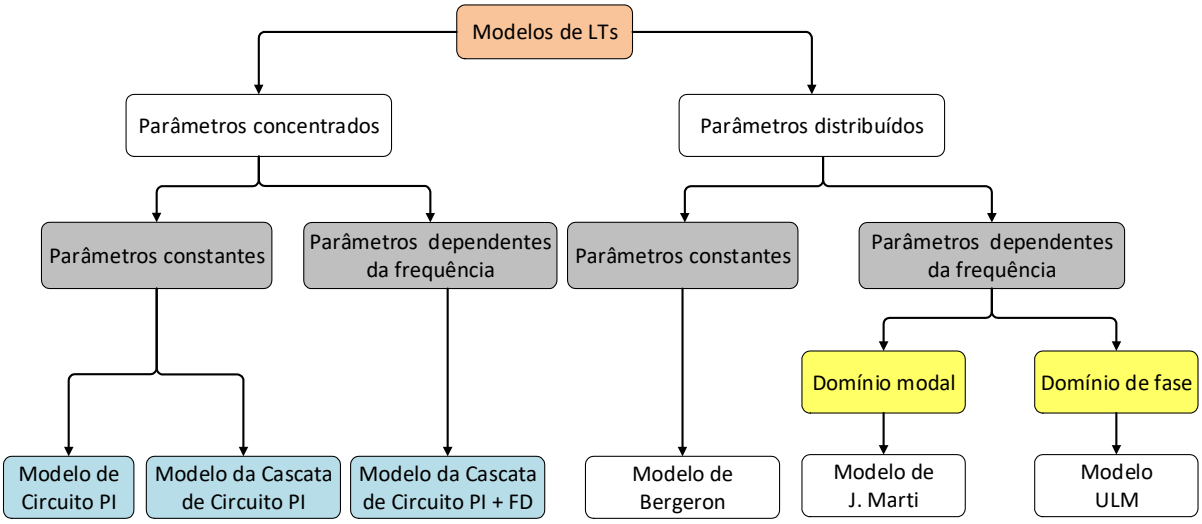
Fonte: Adaptado de Restrepo, Delgado e Aranda (2008).

A solução encontrada em (59) e (60) da LT polifásica é a solução exata da LT polifásica, no domínio da frequência, já que consideram os parâmetros elétricos distribuídos ao longo do comprimento da linha e os parâmetros longitudinais dependentes com a frequência e os acoplamentos entre fases da LT. No entanto, para os estudos e análises dos TEMs em LTs no SEE é desejável que as soluções das equações da LT estejam no domínio do tempo. Com o aperfeiçoamento e aumento da memória e velocidade de processamento dos computadores, a solução das equações de linhas de transmissão no domínio da frequência foram expressas por meio de vários métodos numéricos ao domínio do tempo. Esses métodos numéricos dão origem aos modelos da LT expressas no domínio do tempo que serão mencionadas na próxima seção.

4.3 MODELOS DE LT NO DOMÍNIO DO TEMPO

Para as análises dos TEM, as equações da LT devem ser resolvidas no domínio do tempo. Diversos modelos de LT que usam métodos que transformam a solução da LT do domínio da frequência ao domínio do tempo são disponíveis na literatura. Esses modelos da LT, dependendo do fenômenos de TEM a ser analisado, realizam mais ou menos simplificações na representação elétrica da LT, de forma a manter a precisão do modelo e reduzir a sua complexidade. De forma geral, esses modelos podem ser classificados como parâmetros elétricos constantes ou dependentes da frequência, sendo a sua representação com parâmetros concentrados ou distribuídos. Essa classificação dos modelos da LT é mostrada na Figura 11.

Figura 11 – Classificação dos modelos da LT para análises de TEM.

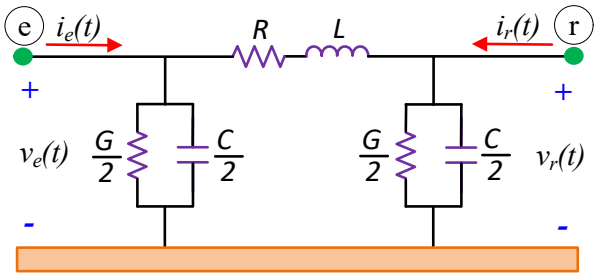


Fonte: Adaptado de Zubiaga e Aurtenetxea (2012).

Os modelos baseados em parâmetros constantes em relação à frequência consideram apenas uma frequência ou uma pequena faixa de frequência em análise. Na modelagem da LT com parâmetros constantes destacam-se:

(a) Modelo de Circuito π: Esse modelo é baseado na aproximação da solução da LT apresentada em (35) e (36), tal como é mostrado no Apêndice A. O modelo é constituído por apenas um único circuito π para representar a LT, como mostra a Figura 12. Este circuito está composto por uma impedância série e uma admitância transversal, sendo que a admitância transversal é dividida ao meio e colocada em cada extremidade do circuito com a impedância série entre as duas extremidades.

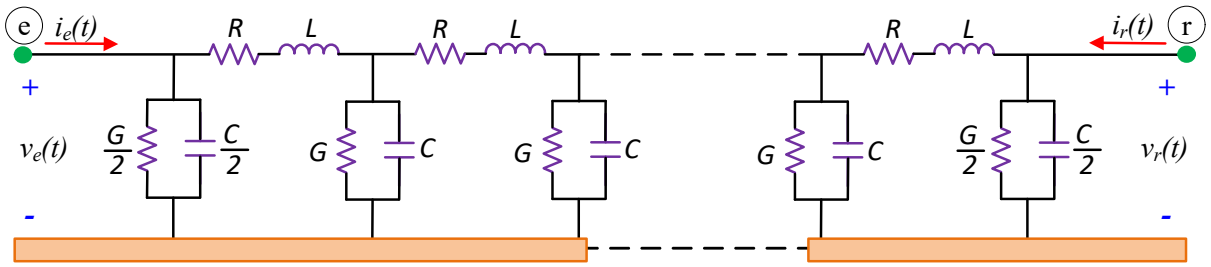
Figura 12 – Representação do modelo de Circuito π para análises de TEM.



Fonte: Adaptado de Araújo, Silva e Kurokawa (2014).

(b) Modelo de Cascata de Circuitos π: Esse modelo, também, é baseado na aproximação da solução da LT apresentada em (35) e (36), e é mostrado no Apêndice A. O modelo é constituído pela conexão em cascata de circuitos π idênticos, como mostra a Figura 13. Esse modelo é a parâmetros concentrados e constantes, no entanto, quanto maior é o número de circuitos π, maior é a aproximação a um modelo de parâmetros distribuídos. Nesse modelo, a impedância série e a admitância transversal de cada circuito π são dados pela n-ésima parte da impedância longitudinal total da linha e a n-ésima parte da admitância transversal total da linha, respectivamente, supondo que o modelo é constituído por n circuitos π em cascata.

Figura 13 – Representação do modelo da Cascata de Circuitos π para análises de TEM.

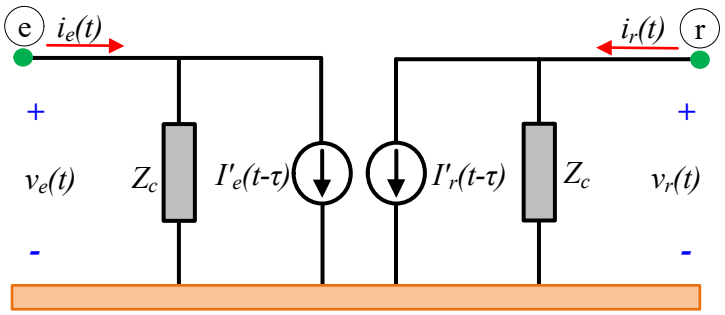


Fonte: Adaptado de Araújo, Silva e Kurokawa (2014).

(c) Modelo de Bergeron ou CP-Line: Esse modelo é baseado na aproximação das equações da LT apresentadas em (29) e (30) levadas ao domínio do tempo, tal como é mostrado no Apêndice B. O modelo usa o método das características (MC) para modelar os parâmetros distribuídos da indutância série e capacitância transversal de uma LT ideal (sem perdas), onde foi introduzido o tempo de transito τ que considera o atraso na propagação das ondas de tensão e corrente ao longo da linha (DOMMEL, 1986). O modelo de Bergeron além do MC também faz uso de resistências concentradas para

aproximar as perdas da linha e são colocadas em três partes da linha (DOMMEL, 1986; MACIAS; EXPÓSITO; SOLER, 2005). Um circuito simplificado do modelo Bergeron com perdas é mostrado na Figura 14.

Figura 14 – Representação do modelo Bergeron para análises de TEM.

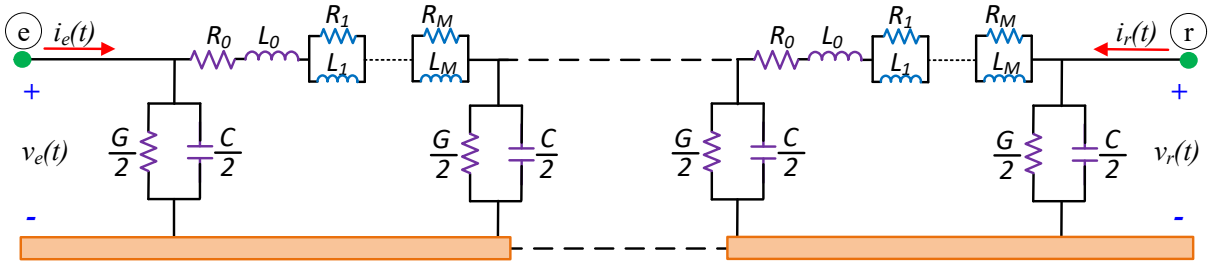


Fonte: Adaptado de Dommel (1986).

Para obter uma maior precisão nos modelos de LTs, deve-se incluir a dependência da frequência nos parâmetros longitudinais distribuídos da LT para uma ampla faixa de frequências do fenômeno transitório em estudo. Os modelos mais destacados na literatura são:

(a) Modelo da cascata dos circuitos π com inclusão do efeito da frequência ou modelo FD-π: Esse modelo é baseado no modelo da cascata de circuito π, que é um modelo de LT desenvolvido diretamente no domínio do tempo e que quantos mais circuitos π em cascada tem mais se aproxima a um modelo a parâmetros distribuídos da LT. O modelo FD-π, mostrado na Figura 15, leva em consideração que os parâmetros longitudinais da linha (resistência e indutância) são variáveis em relação à frequência. Estes parâmetros são aproximados por funções racionais e inseridos ao modelo da cascata de circuitos π.

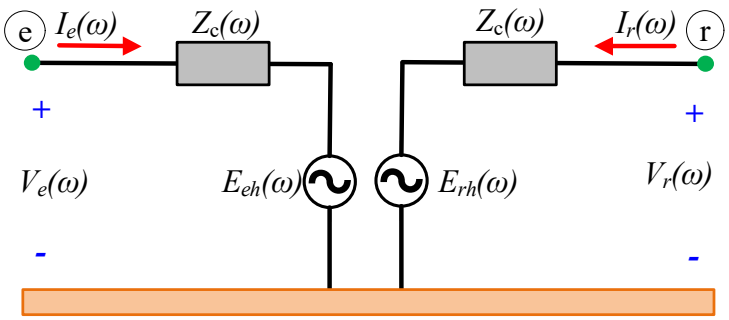
Figura 15 – Representação do modelos FD-π para análises de TEM



Fonte: Adaptado de Kurokawa, Yamanaka e Prado (2009).

(b) Modelo de JMarti ou FD-Line (MARTI, 1982): Esse modelo se baseia na solução apresentadas em (59) e (60), no domínio da frequência. Também, considera uma matriz de transformação constante e invariante com a frequência para desacoplar o modelo de domínio das fase em domínio modal e depois de fazer algumas manipulações matemáticas é encontrada a sua solução no domínio do tempo. A representação do modelo no domínio da frequência é mostrado na Figura 16. Nessa representação, consideram-se os parâmetros longitudinais da linha dependentes com a frequência. Na solução do modelo, a impedância característica $\boldsymbol{Z_c}(\omega)$ e a função de propagação $\boldsymbol{H}(\omega)$ são aproximadas por meio de um método assintótico de Bode que consiste em encontrar funções racionais de fase mínima que contêm polos e zeros reais. Essas funções correspondem, no domínio do tempo, a uma soma de funções exponenciais decrescentes. Em geral, emprega-se a teoria proposta por Semlyen e Gustavsen (1975) para solucionar as convoluções que envolvem essas funções de maneira recursiva. Por produzir resultados estáveis e satisfatórios.

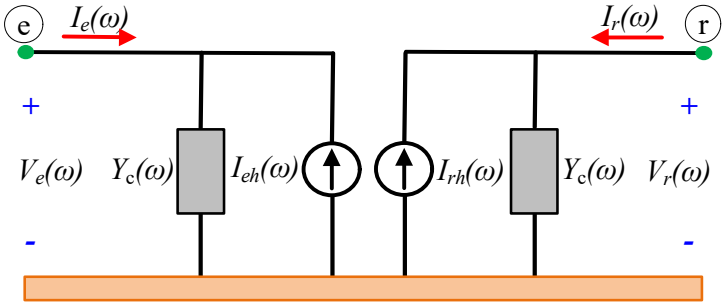
Figura 16 – Representação do modelo JMarti para análises de TEM.



Fonte: Adaptado de Marti (1982).

(c) Modelo Universal da Linha ou ULM (do inglês *Universal Line Model*) (MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999): Esse modelo se baseia na solução apresentadas em (59) e (60) feita no domínio da frequência, é formulado diretamente no domínio das fases (e assim evita simplificações decorrentes de transformações do domínio das fases para o domínio modal) e emprega métodos de convolução recursiva para obter as soluções no domínio do tempo. A representação do modelo no domínio da frequência é mostrado na Figura 17. Nessa representação, a admitância característica $\boldsymbol{Y_c}(\omega)$ e a função de propagação $\boldsymbol{H}(\omega)$ são aproximadas a funções racionais no domínio de fase. Essas funções correspondem, no domínio do tempo, a uma soma de funções exponenciais decrescentes. Emprega-se a teoria proposta por Semlyen e Gustavsen (1975) para solucionar as convoluções que envolvem essas funções de maneira recursiva. Atualmente, é o modelo mais preciso e empregado para representar LTs aéreas simétricas e assimétricas já que produz resultados estáveis e satisfatórios.

Figura 17 – Representação do modelo ULM para análises de TEM.



Fonte: Adaptado de Morched, Gustavsen e Tartibi (1999).

Uma classificação geral do uso dos modelos da LT para diferentes sobretensões associadas aos fenômenos de TEMs que tem diferentes faixas de frequência, é mostrado na Tabela 4. Pode-se observar que quanto maior é a frequência do fenômeno a ser estudado, maior é a complexidade do modelo da LT deve apresentar para as análises dos TEMs com uma resposta satisfatória precisa (ALANÉS, 2015).

Tabela 4 – Classificação para diferentes faixas de frequência dos modelos de LTs

Faixa de frequência	Modelo de LT	Fenômeno	Característica
0.1 Hz - 3 kHz	Circuitos PI, Bergeron, ULM	Transitório de baixa frequência	Sobretensões temporárias
50 Hz - 20 kHz	Circuitos PI, Bergeron, JMarti, ULM	Transitório de frente de onda lenta	Sobretensões por manobras
20 kHz - 3 MHz	Bergeron, JMarti, ULM	Transitório de frente de onda rápida	Sobretensões por descarga atmosférica

Fonte – Adaptado de Alanés (2015).

As características mais importantes de cada modelo de LT são apresentadas a seguir: (i) o modelo de cascata de circuitos π que é o mais simples e rápido nos cálculos dos transitórios, mas as respostas transitórias mostram oscilações espúrias que não representam o valor real da resposta transitória. Por isso, esse modelo é recomendado só para ser usado de modo secundário; (ii) o modelo de Bergeron é simples, rápido nos cálculos dos transitórios e eficiente, mas tende a superestimar o fenômeno transitório por ser baseado em parâmetros distribuídos e constantes com a frequência. É recomendado para o uso em simulações de sobretensões temporárias e manobras ou por descarga atmosférica onde uma frequência predominante é de interesse (MAMİŞ; KAYGUSUZ; KÖKSAL, 2010); (iii) O modelo JMarti, desenvolvido no domínio modal, faz uso de uma matriz de transformação constante, levando em consideração os efeitos da dependência dos parâmetros da linha com a frequência. Não obstante, a precisão dos resultados é garantida somente nos casos de linhas aéreas continuamente transpostas e linhas simétricas ou quase simétricas, sendo que

no caso de linhas continuamente transpostas a matriz de transformação é real e constante com a frequência; (iv) O Modelo Universal da Linha (ULM) leva em consideração a dependência da frequência dos parâmetros da linha e trabalha diretamente no domínio das fases. Esse modelo evita simplificações decorrentes de transformações do domínio das fases para o domínio modal. No entanto, a função de propagação é ajustada primeiro no domínio modal, para posteriormente, usar os polos e tempos propagação resultantes para ajustar a função de propagação no domínio das fases (BAÑUELOS; GUSTAVSEN; GUTIERREZ, 2016). Atualmente, esse é o modelo mais geral e satisfatório para a representação das linhas aéreas simétricas e assimétricas e dos cabos subterrâneos no SEE.

É necessário mencionar, também, que os modelos Bergeron, JMarti e ULM usam o método das características (MC) na suas modelagens. O uso do MC nos modelos requer que o passo de tempo de simulação Δt seja menor do que o tempo de trânsito τ da linha. Nos programas de tipo EMTP, os passos de tempo de simulação Δt típicos podem ser de 1/10 ou 1/5 do tempo de trânsito τ da linha e quando não é submúltiplo os programas de tipo EMTP realizam uma uma interpolação linear. Estas condições são as principais limitações dos modelos Bergeron, JMarti e ULM, já que causam problemas de eficiência na simulação de linhas cortas, porque precisam de um passo de tempo de simulação Δt muito pequenos (DOMMEL, 1986).

Os programas de tipo EMTP possuem todos esses modelo descritos de LTs, onde os modelos de circuitos π, Bergeron e JMarti estão disponíveis nos softwares ATP, PSCAD e EMTP-RV. Entretanto, o modelo ULM só esta disponíveis nos softwares PSCAD e EMTP-RV. Embora os modelos mencionados estejam disponibilizados nesses softwares, não se tem acesso integral às rotinas de cálculo empregadas nesses softwares e, ainda, não é possível alterá-las nem propor melhorias nas modelagens.

O objetivo desta tese se concentra na melhora do modelo da cascata de circuitos π para se obter dois modelos derivados da cascata de circuitos π alternativos para os estudos dos TEMs. O primeiro, um modelo sem oscilações espúrias na resposta transitória que considera a natureza distribuída dos parâmetros e constantes com a frequência. O segundo, um modelo que considera a natureza distribuída dos parâmetros como também a dependência com a frequência. O modelo melhorado da cascata de circuitos π com os parâmetros constantes com a frequência, pode ser usado para simulações temporárias e de manobras. O outro modelo melhorado da cascata de circuitos π que tem os parâmetros dependentes com a frequência, pode ser usado para simulações precisas de manobras e descargas atmosféricas. Além disso, os dois modelos melhorados não fazem uso do MC e, por consequência, os passos de tempo de simulação Δt podem ser os mesmos que o tempo de transito τ da linha, sendo, esta a principal vantagem dos modelos a parâmetros concentrados ou discretos (DOMMEL, 1969; GUSTAVSEN; SEMLYEN, 2009). Esses dois novos modelos foram implementados nos softwares Matlab/Simulink/SimPowerSystems e

ATP/ATPDraw, com finalidade de comparar com os modelos Bergeron e JMarti.

4.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram demonstradas as equações que regem o comportamento das tensões e das correntes nas linhas de transmissão monofásica e polifásica. Assim, a solução exata das equações da LT foram apresentadas no domínio da frequência. Sendo que para a LT polifásica usou-se o conceito da transformação modal para se encontrar a sua solução exata. Em seguida, os diversos modelos de LTs e suas vantagens na representação de linhas e cálculo dos transitórios eletromagnéticos foram classificados e descritos.

5 MODELO DA LINHA DE TRANSMISSÃO A PARÂMETROS CONCENTRADOS E CONSTANTE COM A FREQUÊNCIA

Um dos modelos de linha de transmissão (LT) para estudos de transitórios eletromagnéticos (TEMs) é o modelo a parâmetros concentrados e constantes em relação à frequência. Esse modelo representa a LT por meio de uma cascata de N unidades de circuitos π conectados em cascata (denominado modelo a parâmetros concentrados ou LPM do inglês *Lumped Parameter Model*). Esse modelo não pode representar adequadamente a LT em toda a faixa de frequências na qual o fenômeno de TEM está presente. No entanto, podem representar adequadamente a LT para uma dada frequência em análise do fenômeno de TEM. A vantagem de usar esse modelo é que as equações estão descritas no domínio do tempo e são facilmente implementadas em programas computacionais que realizam simulações de TEMs. Entretanto, uma desvantagem do modelo LPM é que apresenta oscilações espúrias nas respostas transitórias, sendo denominadas de oscilações espúrias (OES). As OES ocorrem devido à representação da linha, cujos parâmetros são distribuídos, por parâmetros discretos (elementos discretos de circuitos). Essas OES não representam o valor real das respostas transitórias de tensão e/ou corrente nas simulações, e fornecem interpretações errôneas que podem afetar as proteções contra surtos, sobredimensionamento das cadeias de isoladores, mal funcionamento na coordenação de isolamento da LT e dos dispositivos elétricos (MACIAS; EXPÓSITO; SOLER, 2005). A amplitude desses picos nas oscilações espúrias depende do número de circuitos π em cascata e também do tamanho do passo de integração Δt empregado nas simulações. Na literatura vários métodos foram propostos para eliminar e/ou atenuar o efeito das OES. Entre esses métodos, os mais comuns são os filtros digitais aplicados no modelo (CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS; PAPADOPOULOS, 2015) (COSTA; KUROKAWA; SHINODA, 2013), os filtros analógicos inseridos no modelo (ARAÚJO; KUROKAWA; SHINODA, 2017), a modificação dos métodos numéricos que resolvem as equações diferencias (CIGRE, 1979), (FERREIRA; BONATTO; MARTI, 2015) e topologia modificada da seção de circuito π em cascata (DOMMEL, 1996), (CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS; PAPADOPOULOS, 2015).

Neste capítulo, a fim de mitigar as oscilações espúrias não reais das respostas transitórias, é usada e aprimorada a topologia modificada de circuito π em cascata (denominado modelo a parâmetros concentrados modificados e constantes com a frequência ou CP-LPM do inglês *Lumped Parameter Model and Constant Parameter*) para representar as linhas de transmissão diretamente no domínio do tempo. O CP-LPM insere resistências artificiais em paralelo ao ramo longitudinal dos circuitos π em cascata. Além disso, são

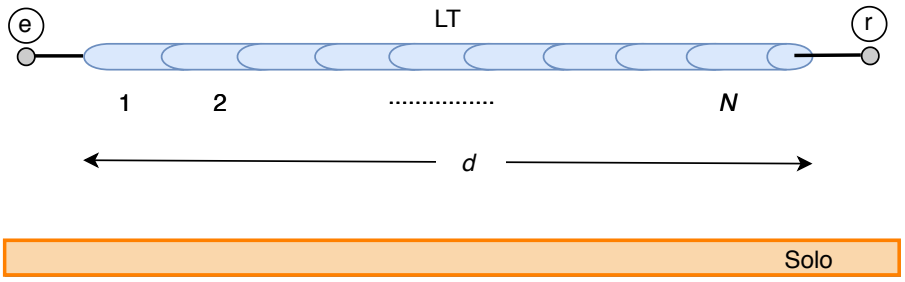
apresentadas suas equações genéricas em variáveis de estado com regras de formações simples das matrizes de estado da LT. Deste modo, os modelos podem ser implementados em qualquer linguagem de programação computacional. Também são apresentadas técnicas de otimização do número N de seções de circuito π do modelo LPM clássico e do modelo CP-LPM, e técnicas de otimização da constante K_D de amortecimento do modelo CP-LPM.

5.1 MODELO DE CIRCUITO π CLÁSSICO

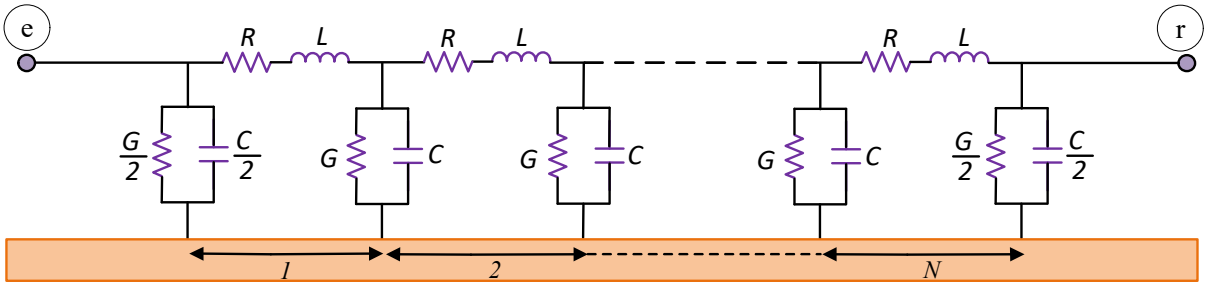
5.1.1 Modelo da Cascata de Circuitos π para uma LT Monofásica

Uma LT monofásica cujos parâmetros são considerados concentrados e constantes em relação à frequência pode ser representada de maneira aproximada como sendo uma cascata de circuitos π (NELMS et al., 1989; MACIAS; EXPÓSITO; SOLER, 2005). No entanto, quanto maior é o número de circuitos π em cascata, maior é a aproximação a um modelo a parâmetros distribuídos ao longo do comprimento, e consequentemente fornece uma resposta transitória mais precisa. Este modelo de LT, divide a linha em N segmento, conforme mostrado na Figura 18a. Cada segmento é representado por um circuito π, conforme mostrado na Figura 18b, e consiste em uma resistência e uma indutância em série e uma condutância e capacitância em derivação.

Figura 18 – Representação de uma linha de transmissão monofásica.



(a) Cascata de N seções de linha



(b) Cascata de N circuitos π

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 18b, a resistência, indutância, condutância e capacitância de cada circuito π são dados pela N-ésima parte de seus respectivos parâmetros elétricos totais da linha.

Supondo que o modelo é constituído por N circuitos π em cascata, tal como mostra as seguintes relações (NELMS et al., 1989):

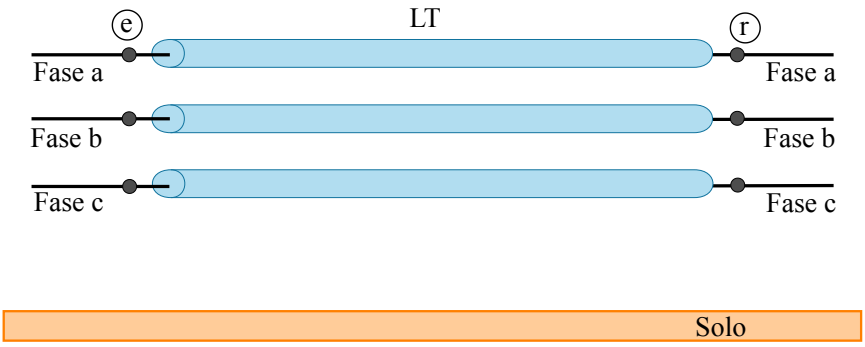
$$R = R'\frac{d}{N}, \quad L = L'\frac{d}{N}, \quad C = C'\frac{d}{N}, \quad G = G'\frac{d}{N} \tag{62}$$

onde d é o comprimento da linha e N é o número de circuitos π empregados na representação da LT. Os termos R' e L' são a resistência e a indutância por unidade de comprimento, respectivamente, enquanto C' e G' são a capacitância transversal e a condutância por unidade de comprimento, respectivamente.

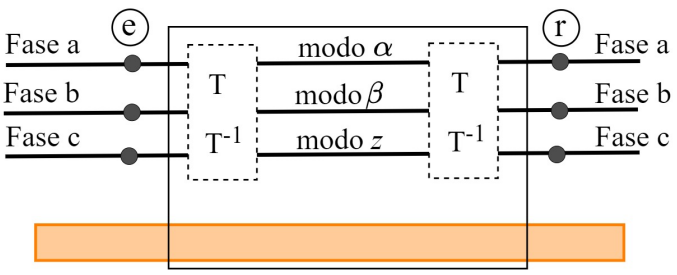
5.1.2 Modelo da Cascata de Circuitos π para uma LT Trifásica

A representação de uma LT trifásica, cujos parâmetros possam ser considerados concentrados e constantes em relação à frequência, se faz usando a decomposição das fases da LT em seus 3 modos de propagação, ou seja, 3 linhas monofásicas totalmente desacopladas. Esses 3 modos de propagação são chamados de modo terra (ou modo z) e modos aéreos (modo α, modo β), esses três modos desacoplados entre si e independentes (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2007). Portanto, a LT trifásica mostrado na Figura 19a é representada por meio de seus 3 modos de propagação mostrado na Figura 19b. Esse artifício é realizado por meio da utilização da matrizes de transformação modal. Para LTs com plano de simetria vertical e com ou sem transposição das fases, pode-se usar as transformações modais de Clarke (TAVARES; PISSOLATO; PORTELA, 1998).

Figura 19 – Representação de uma linha de transmissão trifásica.



(a) LT representada no domínio das fases



(b) LT representada no domínio modal

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A matriz da resistência e indutância longitudinais e a matriz da capacitância e condutância transversais, no domínio das fases, de uma LT trifásica pode ser representada como segue:

$$\boldsymbol{R}'_{\mathrm{f}} = \begin{bmatrix} R'_{aa} & R'_{ab} & R'_{ac} \\ R'_{ba} & R'_{bb} & R'_{bc} \\ R'_{ca} & R'_{cb} & R'_{cc} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{L}'_{\mathrm{f}} = \begin{bmatrix} L'_{aa} & L'_{ab} & L'_{ac} \\ L'_{ba} & L'_{bb} & L'_{bc} \\ L'_{ca} & L'_{cb} & L'_{cc} \end{bmatrix} \tag{63a}$$

$$\boldsymbol{C}'_{\mathrm{f}} = \begin{bmatrix} C'_{aa} & C'_{ab} & C'_{ac} \\ C'_{ba} & C'_{bb} & C'_{bc} \\ C'_{ca} & C'_{cb} & C'_{cc} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{G}'_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} G'_{aa} & G'_{ab} & G'_{ac} \\ G'_{ba} & G'_{bb} & G'_{bc} \\ G'_{ca} & G'_{cb} & G'_{cc} \end{bmatrix} \tag{63b}$$

Para decompor a LT trifásica em seus 3 modos de propagação, ou seja, 3 linhas monofásicas independentes, usamos as matrizes de transformação modal $\boldsymbol{T_V}$ e $\boldsymbol{T_I}$. Seguidamente são calculadas as matrizes resistência, indutância, capacitância e condutância modais, ou seja, para cada linha monofásica, da seguinte forma:

$$\boldsymbol{R}'_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{T_V}^{-1}\, \boldsymbol{R}'_{\mathrm{f}}\, \boldsymbol{T_I} \qquad \boldsymbol{L}'_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{T_V}^{-1}\, \boldsymbol{L}'_{\mathrm{f}}\, \boldsymbol{T_I} \tag{64a}$$

$$\boldsymbol{C}'_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{T_I}^{-1}\, \boldsymbol{C}'_{\mathrm{f}}\, \boldsymbol{T_V} \qquad \boldsymbol{G}'_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{T_I}^{-1}\, \boldsymbol{G}'_{\mathrm{f}}\, \boldsymbol{T_V} \tag{64b}$$

onde $\boldsymbol{R}'_{\mathrm{m}}$, $\boldsymbol{L}'_{\mathrm{m}}$, $\boldsymbol{C}'_{\mathrm{m}}$ e $\boldsymbol{G}'_{\mathrm{m}}$ são descritos em (65). Essas matrizes são de ordem 3, diagonais e cada elemento diagonal corresponde aos parâmetros elétricos das linhas monofásicas modais.

$$\boldsymbol{R}'_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} R'_{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & R'_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & R'_{z} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{L}'_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} L'_{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & L'_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{z} \end{bmatrix} \tag{65a}$$

$$\boldsymbol{C}'_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} C'_{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & C'_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{z} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{G}'_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} G'_{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & G'_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & G'_{z} \end{bmatrix} \tag{65b}$$

Cada modo de propagação ou linha monofásica, é representada por uma cascata de circuitos π e divide a linha em N segmentos, conforme apresentado na seção anterior. Os parâmetros elétricos para cada linha monofásica são dados a seguir:

$$R_{\alpha} = R'_{\alpha}\frac{d}{N}, \quad L_{\alpha} = L'_{\alpha}\frac{d}{N}, \quad C_{\alpha} = C'_{\alpha}\frac{d}{N}, \quad G_{\alpha} = G'_{\alpha}\frac{d}{N} \tag{66a}$$

$$R_{\beta} = R'_{\beta}\frac{d}{N}, \quad L_{\beta} = L'_{\beta}\frac{d}{N}, \quad C_{\beta} = C'_{\beta}\frac{d}{N}, \quad G_{\beta} = G'_{\beta}\frac{d}{N} \tag{66b}$$

$$R_{z} = R'_{z}\frac{d}{N}, \quad L_{z} = L'_{z}\frac{d}{N}, \quad C_{z} = C'_{z}\frac{d}{N}, \quad G_{z} = G'_{z}\frac{d}{N} \tag{66c}$$

No Apêndice F é mostrado o procedimento e as equações para decompor as LTs trifásicas idealmente transpostas.

5.2 EQUACIONAMENTO POR VARIÁVEIS DE ESTADO

O equacionamento do modelo da cascata do circuito π, que representa a linha de transmissão, é bem conhecido na literatura. Para obter as tensões e correntes nos terminais emissor e receptor da LT, os autores Nelms et al. (1989), Kurokawa, Yamanaka e Prado (2009), sugerem descrever as tensões e correntes da cascata de circuitos π por meio de uma formulação do espaço de estado. Sendo, cada circuito π descrito por duas variáveis de estado que são as tensões transversais e correntes longitudinais da linha. Portanto, a representação da LT por meio de variáveis de estado, é escrita como segue:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u}(t) \tag{67a}$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u}(t) \tag{67b}$$

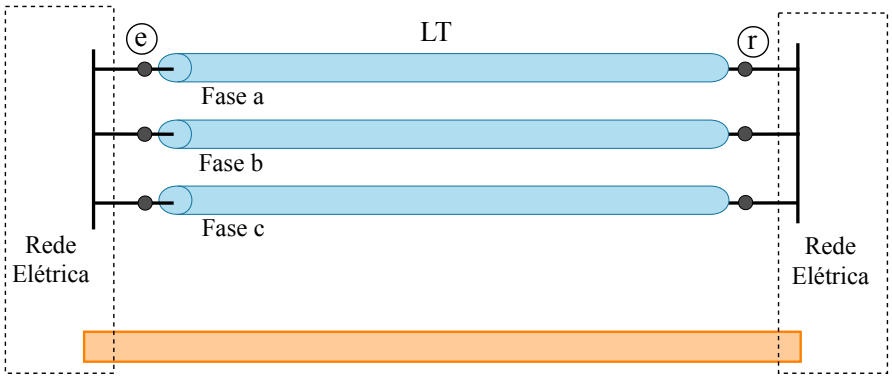
onde $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{D}$ são a matriz de estado, a matriz de entrada, a matriz de saída e a matriz de transição direta da LT, respectivamente. $\boldsymbol{x}$ é o vetor das variáveis de estado constituído pelas tensões transversais e pelas correntes longitudinais de cada circuito π conectados em cascata. O $\boldsymbol{u}$ é o vetor de entrada podendo ser tensões e/ou correntes aplicadas nos terminais da linha. $\boldsymbol{y}$ é o vetor de saída contendo as tensões e as correntes nos terminais da LT.

Em (67), $\dot{\boldsymbol{x}}$ é um vetor com as derivadas de primeira ordem das variáveis de estado $\boldsymbol{x}$ respeito a t. O sistema das variáveis de estado em (67) pode ser resolvido por qualquer método de integração numérica. Dentre estes métodos, pode-se citar o método de Euler e a fórmula de Heun (ou regra do trapézio para integração numérica). Nesta tese, o método adotado foi a regra trapezoidal, pois o sistema de equações de estado em (67) é linear.

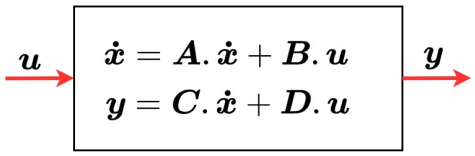
Na literatura (NELMS et al., 1989; KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009), é bem conhecido o desenvolvimento das equações da LT por meio das variáveis de estado. No entanto, nesses trabalhos descrevem apenas LTs que possuem um de seus terminais em circuito aberto, e sua análise só pode ser estendida para simular testes de curto-circuito. Nesta tese, é proposto um modelo genérico em espaço de estado do LPM para representar e conectar a LT com os diferentes elementos de um SEE e assim simular os diversos fenômenos transitórios, como circuito aberto, curto-circuito, cargas não lineares, etc.

Na Figura 20a é mostrada a LT conectada por meio de seus terminais emissor (e) e receptor (r) ao SEE e na Figura 20b é mostrada a representação da LT em sua forma de espaço de estados, onde as variáveis de saída ($\boldsymbol{y}$) e entrada ($\boldsymbol{u}$) são as tensões e as correntes, respectivamente, nos terminais da linha.

Figura 20 – Representação da LT por meio de variáveis de estado.



(a)



(b)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A seguir, apresenta-se as equações genéricas em espaço de estados do modelo da cascata de circuito π clássico e do modelo da cascata de circuito π modificado tanto para linhas de transmissão monofásicas e trifásicas.

5.3 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTS MONOFÁSICAS

5.3.1 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos π Clássico

A equação em espaço de estados da cascata de N circuitos π, que representa a LT, tem a forma da equação (68). No entanto, para encontrar os termos dos vetores e matrizes da equação de espaço de estados para uma LT com conexão genérica (ou seja capaz de ser conectado a diferentes elementos em seus terminais) usam-se diferentes números de elementos π conectados em cascata até que se torne possível deduzir por inspeção a lei de formação das matrizes e vetores, a fim de implementá-las em um algoritmo computacional. No Apêndice D é mostrado o equacionamento detalhado para uma representação de 3 circuitos π conectados em cascata.

Portanto e para fins didáticos, escreve-se novamente a equação em espaço de estados da cascata de N circuitos π, dado por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u} \tag{68a}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u} \tag{68b}$$

onde o vetor da variável de estado $\boldsymbol{x}$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ e vetor de saída $\boldsymbol{y}$ encontrados para representar a cascata de N circuitos π mostrado na Figura 21, são escritos nas seguintes equações:

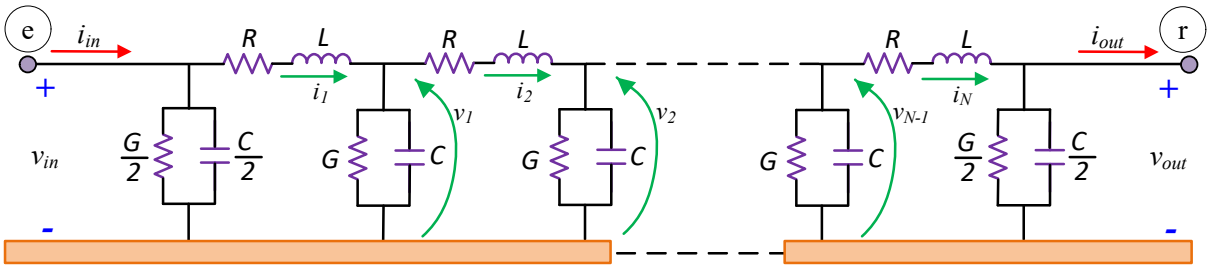
$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} = \begin{bmatrix} i_1 & \dots & i_{\mathrm{N}} \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & \dots & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{69a}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in}} & i_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{69b}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{69c}$$

onde o vetor $\boldsymbol{x}$ é de dimensão $(2N+1)\times 1$, constituído por todas as correntes longitudinais dos circuito π e por todas as tensões transversais dos circuitos π. O vetor $\boldsymbol{u}$ é de dimensão 2×1, constituído pelas correntes de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O vetor $\boldsymbol{y}$ é de dimensão 2×1, constituídos pelas tensões de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O exponente T corresponde aos transpostos das matrizes.

Figura 21 – LT representada por N seções de circuitos π em cascata.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{D}$ em (68) encontrados para representar a cascata de N circuitos π mostrado na Figura 21, são escritas como seguem:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{70a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{2}{C} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{70b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{70c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{70d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem $(2N+1)$ e é constituída por 4 submatrizes escritas em (71). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão $2N\times 1$. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão $2\times(2N+1)$. A matriz $\boldsymbol{D}$

é de ordem 2 e é nula. O exponente T na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A_{11}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{12}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \tag{71a}$$

$$\boldsymbol{A_{21}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & \ddots & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\frac{1}{C} \\ 0 & \dots & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\frac{G}{C} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{G}{C} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \tag{71b}$$

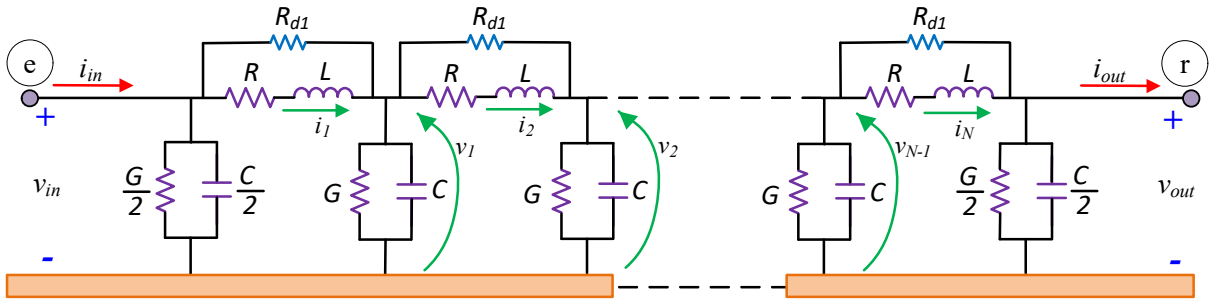
Em (71), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem N, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão $N \times (N+1)$, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão $(N+1) \times N$ e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de ordem $N+1$.

As matrizes e submatrizes apresentadas nesta seção são constantes e dependem só dos parâmetros da linha e obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

5.3.2 Equações para LTs Representadas por Circuitos π Modificadas

Para mitigar as oscilações espúrias, uma topologia modificada (T_1) da seção de circuito π em cascata é proposta na literatura (CIGRE, 1990), (CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS; PAPADOPOULOS, 2015). Nessa topologia, as resistências de amortecimentos artificiais R_D são conectados em paralelo ao elemento longitudinal RL das seções dos circuitos π em cascata clássico, como mostrado na Figura 22.

Figura 22 – Topologia modificada das seções de circuitos π em cascata para uma LT.



Fonte: Adaptado de CIGRE (1990).

Nessa topologia modificada, a resistência de amortecimento artificial R_D e sua condutância correspondente G_D são dadas por:

$$R_D = K_D \frac{2L}{\Delta t}, \qquad G_D = \frac{1}{R_D} \tag{72}$$

onde K_D é um fator ajustável que varia entre 2 e 10 (CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS; PAPADOPOULOS, 2015), L é a indutância concentrada e Δt é o passo de tempo adotado nas simulações.

A fim de encontrar a equação em espaço de estados da cascata de N circuitos π modificados, é deduzido por inspeção a lei de formação das matrizes e vetores, a fim de implementá-las em um algoritmo computacional. No Apêndice D é mostrado o equacionamento detalhado para uma representação de 3 circuitos π modificados conectados em cascata.

Portanto e para fins didáticos, a equação em espaço de estados da cascata de N circuitos π modificado é dado por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u} \tag{73a}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u} \tag{73b}$$

onde o vetor das variável de estado $\boldsymbol{x}$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ e vetor de saída $\boldsymbol{y}$ encontrados para representar a cascata de N circuitos π modificados mostrado na Figura 22, são escritos nas seguintes equações:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_\mathrm{i} & \boldsymbol{x}_\mathrm{v} \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_\mathrm{i} = \begin{bmatrix} i_1 & \dots & i_3 \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_\mathrm{v} = \begin{bmatrix} v_\mathrm{in} & \dots & v_\mathrm{out} \end{bmatrix}^T \tag{74a}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_\mathrm{in} & i_\mathrm{out} \end{bmatrix}^T \tag{74b}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_\mathrm{in} & v_\mathrm{out} \end{bmatrix}^T \tag{74c}$$

onde o vetor $\boldsymbol{x}$ é de dimensão $(2N+1)\times 1$, constituído por todas as correntes longitudinais dos circuito π e por todas as tensões transversais dos circuitos π. O vetor $\boldsymbol{u}$ é de dimensão 2×1, constituído pelas correntes de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O vetor $\boldsymbol{y}$ é de dimensão 2×1, constituídos pelas tensões de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O exponente T corresponde aos transpostos das matrizes.

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{D}$ em (73) encontrados para representar a cascata de N circuitos π mostrado na Figura 22, são escritas como seguem:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{75a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{2}{C} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{75b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{75c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{75d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem $(2N+1)$ e é constituída por 4 submatrizes escritas em (76). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão $2N \times 1$. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão $2 \times (2N+1)$. A matriz $\boldsymbol{D}$ é de ordem 2 e é nula. O exponente T na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A_{11}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{12}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \tag{76a}$$

$$\boldsymbol{A_{21}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & \ddots & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\frac{1}{C} \\ 0 & \dots & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\delta & \frac{2G_D}{C} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{G_D}{C} & -\delta & \frac{G_D}{C} & \dots & 0 \\ 0 & \frac{G_D}{C} & -\delta & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \frac{G_D}{C} \\ 0 & 0 & \dots & \frac{2G_D}{C} & -\delta \end{bmatrix} \tag{76b}$$

Em (76), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem N, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão $N \times (N+1)$, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão $(N+1) \times N$ e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de ordem $N+1$. A constante δ presente diagonal da submatriz $\boldsymbol{A}_{22}$ é dado por:

$$\delta = \frac{2G_D}{C} + \frac{G}{C} \tag{77}$$

As matrizes e submatrizes apresentadas nesta seção são constantes e dependem só dos parâmetros da linha e obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

5.4 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTS TRIFÁSICAS

5.4.1 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos π Clássico para LTs Trifásicas

Ao aplicar decomposição modal na linha trifásica, obtém-se três linhas monofásicas desacopladas e independentes no domínio modal, isto é, valido apenas para linhas idealmente transpostas ou para linhas não transpostas mas com simetria vertical. Essas linhas monofásicas independentes são chamadas de modo α, modo β e modo z.

As equações de estado de cada uma das linhas monofásicas ou modos de propagação podem ser escritos como feitos na Seção 5.3.1. Ao juntar as equações de estado das três linhas monofásicas, obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_{m\alpha} \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{m\beta} \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{m\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{A}_{m\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{A}_{mz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{m\alpha} \\ \boldsymbol{x}_{m\beta} \\ \boldsymbol{x}_{mz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{m\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{B}_{m\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{B}_{mz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{m\alpha} \\ \boldsymbol{u}_{m\beta} \\ \boldsymbol{u}_{mz} \end{bmatrix} \tag{78}$$

A representação matricial das equações diferenciais em (78) pode ser compactada como segue:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_m = \boldsymbol{A}_m.\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{B}_m.\boldsymbol{u}_m \tag{79}$$

Os vetores das variáveis de estado $\boldsymbol{x_m}$, entrada $\boldsymbol{u_m}$ e saída $\boldsymbol{y_m}$ em (79), são dadas por:

$$\boldsymbol{x_m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i,m}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v,m}} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{\mathrm{i,m}} = \begin{bmatrix} i_{1,\mathrm{m}} & \dots & i_{\mathrm{N,m}} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{\mathrm{v,m}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in,m}} & \dots & v_{\mathrm{out,m}} \end{bmatrix}^T \tag{80a}$$

$$\boldsymbol{u_m} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in,m}} & i_{\mathrm{out,m}} \end{bmatrix}^T \tag{80b}$$

onde $\boldsymbol{x_m}$ é de dimensão $(6N+1) \times 1$, $\boldsymbol{u_m}$ é de dimensão 6×1 e os exponentes T correspondem aos transpostos das matrizes.

A matriz de estado $\boldsymbol{A_m}$ e a matriz de entrada $\boldsymbol{B_m}$ que representam a cascata de N circuitos π para cada linhas monofásicas no domínio modal, são dadas por:

$$\boldsymbol{A_m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A_{11,m}} & \boldsymbol{A_{12,m}} \\ \boldsymbol{A_{21,m}} & \boldsymbol{A_{22,m}} \end{bmatrix} \tag{81a}$$

$$\boldsymbol{B_m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{2P} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{-2P} \end{bmatrix}^T, \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C}{L_z} \end{bmatrix} \tag{81b}$$

onde $\boldsymbol{A_m}$ é de ordem $3(2N+1)$ e $\boldsymbol{B_m}$ é de dimensão $3(2N+1) \times 6$.

A matriz $\boldsymbol{A_m}$ em (81a) é composta por 4 submatrizes e são descritos como segue:

$$\boldsymbol{A_{11,m}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{-S} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{-S} & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{-S} \end{bmatrix}, \boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \frac{R_\alpha}{L_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_\beta}{L_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_z}{L_z} \end{bmatrix} \tag{82a}$$

$$\boldsymbol{A_{12,m}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F} & \boldsymbol{-F} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F} & \boldsymbol{-F} & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F} & \boldsymbol{-F} \end{bmatrix}, \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_z} \end{bmatrix} \tag{82b}$$

$$\boldsymbol{A_{21,m}} = \begin{bmatrix} -2\boldsymbol{P} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{P} & -\boldsymbol{P} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{P} & \ddots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\boldsymbol{P} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & 2\boldsymbol{P} \end{bmatrix}, \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C}{L_z} \end{bmatrix} \tag{82c}$$

$$\boldsymbol{A_{22,m}} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{J} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\boldsymbol{J} & 0 & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\boldsymbol{J} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & -\boldsymbol{J} \end{bmatrix}, \boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \frac{G_\alpha}{C_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{G_\beta}{C_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G_z}{L_z} \end{bmatrix} \tag{82d}$$

onde $\boldsymbol{A}_{11,m}$ é de ordem $3(2N+1)$, $\boldsymbol{A}_{12,m}$ é de dimensão $3N \times 3(N+1)$, $\boldsymbol{A}_{21,m}$ é de dimensão $3(N+1) \times 3N$ e $\boldsymbol{A}_{22,m}$ é de ordem $3(N+1)$. Essas submatrizes obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

Para obter as variáveis de estado no domínio das fases, aplica-se a técnica da transformação modal que são mostradas nas seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,m} \\ \boldsymbol{x}_{v,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T_I}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{T_V}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,f} \\ \boldsymbol{x}_{v,f} \end{bmatrix} \tag{83a}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{\text{in},m} \\ \boldsymbol{i}_{\text{out},m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T_I}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{T_I}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{\text{in},f} \\ \boldsymbol{i}_{\text{out},f} \end{bmatrix} \tag{83b}$$

As representações matriciais em (83) podem ser compactadas como segue:

$$\boldsymbol{x_m} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{I},\text{nova}}\, \boldsymbol{x_f} \tag{84a}$$

$$\boldsymbol{u_m} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{V},\text{nova}}\, \boldsymbol{u_f} \tag{84b}$$

Substituindo (84) em (79) e realizando algumas manipulações matemáticas, obtêm-se o seguinte sistema de espaço de estado no domínio das fases:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{A}_{\text{final}}.\boldsymbol{x_f} + \boldsymbol{B}_{\text{final}}.\boldsymbol{u_f} \tag{85a}$$

$$\dot{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{C}_{\text{final}}.\boldsymbol{x_f} + \boldsymbol{D}_{\text{final}}.\boldsymbol{u_f} \tag{85b}$$

As matrizes $\boldsymbol{A}_{\text{final}}$, $\boldsymbol{B}_{\text{final}}$, $\boldsymbol{C}_{\text{final}}$ e $\boldsymbol{D}_{\text{final}}$ em (85) são escritos como:

$$\boldsymbol{A}_{\text{final}} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{I},\text{nova}}{}^{-1}\, \boldsymbol{A_m}\ \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{I},\text{nova}} \tag{86a}$$

$$\boldsymbol{B}_{\text{final}} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{I},\text{nova}}{}^{-1}\, \boldsymbol{B_m}\ \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{V},\text{nova}} \tag{86b}$$

$$\boldsymbol{C}_{\text{final}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \boldsymbol{U} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{U} \end{bmatrix}, \boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{86c}$$

$$\boldsymbol{D}_{\text{final}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{86d}$$

onde $\boldsymbol{A}_{\text{final}}$ é de ordem $3(2N+1)$ e $\boldsymbol{B}_{\text{final}}$ é de dimensão $3(2N+1)\times 6$, $\boldsymbol{C}_{\text{final}}$ é de dimensão $6\times 3(2N+1)$, e $\boldsymbol{D}_{\text{final}}$ é de ordem 6. Essas matrizes obedecem uma regra de formação simples e generalizada. Além disso, todas as matrizes são constantes e dependem só dos parâmetros da linha.

Em (85), $\boldsymbol{x_f}$, $\boldsymbol{u_f}$ e $\boldsymbol{y_f}$ são, respectivamente, os vetores das variáveis de estado, entrada, e saída da representação em espaço de estado para a LT trifásica. Estes vetores são escritos como:

$$\boldsymbol{x_f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,f} & \boldsymbol{x}_{v,f} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{i,f} = \begin{bmatrix} i_{1,f} & \dots & i_{N,f} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{v,f} = \begin{bmatrix} v_{\text{in},f} & \dots & v_{\text{out},f} \end{bmatrix}^T \tag{87a}$$

$$\boldsymbol{u_f} = \begin{bmatrix} i_{\text{in},f} & i_{\text{out},f} \end{bmatrix}^T \tag{87b}$$

onde $\boldsymbol{x_f}$ é de dimensão $3(2N+1)\times 1$, $\boldsymbol{u_f}$ é de dimensão 6×1 e o exponente T corresponde aos transpostos das matrizes.

A representação da LT trifásica, em forma de espaço de estados, escrita em (85) está expressa diretamente no domínio das fases. Portanto é um modelo direto no domínio das fases e pode ser resolvida diretamente no domínio das fases e no domínio do tempo. No entanto, a transformação modal é utilizada indiretamente para obter as matrizes $\boldsymbol{A}_{\text{final}}$ e $\boldsymbol{B}_{\text{final}}$ em (85). Desta maneira esta nova forma escrita do modelo LPM para a representação da LT trifásica é similar ao modelo ULM já que este, também, usa indiretamente a transformação modal no seus cálculos transitórios. Desta forma, evita erros de levar grandezas do domínio das fases ao domínio modal e, voltando, do domínio modal ao domínio das fases.

5.4.2 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos π Modificadas para LTs Trifásicas

Similar à seção anterior, representação a LT trifásica como três linhas monofásicas desacopladas e independentes no domínio modal, isto é, valido apenas para linhas idealmente transpostas ou para linhas não transpostas mas com simetria vertical. Estas linhas monofásicas desacopladas são o modo α, o modo β e o modo z.

As equações de estado de cada uma das linhas monofásicas ou modos podem ser escritos como feito na seção 5.3.2. Ao juntar as equações de estado das três linhas monofásicas, obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_{m\alpha} \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{m\beta} \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{m\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{A}_{m\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{A}_{mz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{m\alpha} \\ \boldsymbol{x}_{m\beta} \\ \boldsymbol{x}_{mz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{m\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{B}_{m\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{B}_{mz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{m\alpha} \\ \boldsymbol{u}_{m\beta} \\ \boldsymbol{u}_{mz} \end{bmatrix} \tag{88}$$

A representação matricial das equações diferenciais em (88) pode ser compactada como segue:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{m}}.\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{m}} + \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{m}}.\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{m}} \tag{89}$$

Os vetores das variáveis de estado $\boldsymbol{x_m}$, entrada $\boldsymbol{u_m}$ e saída $\boldsymbol{y_m}$ em (89), são dadas por:

$$\boldsymbol{x_m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i,m}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v,m}} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{\mathrm{i,m}} = \begin{bmatrix} i_{1,\mathrm{m}} & \dots & i_{\mathrm{N,m}} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{\mathrm{v,m}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in,m}} & \dots & v_{\mathrm{out,m}} \end{bmatrix}^T \tag{90a}$$

$$\boldsymbol{u_m} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in,m}} & i_{\mathrm{out,m}} \end{bmatrix}^T \tag{90b}$$

onde $\boldsymbol{x_m}$ é de dimensão $(6N+1)\times 1$, $\boldsymbol{u_m}$ é de dimensão 6×1 e o exponente T corresponde aos transpostos das matrizes.

A matriz de estado $\boldsymbol{A_m}$ e a matriz de entrada $\boldsymbol{B_m}$ representam a cascata de N circuitos π para cada linhas monofásicas no domínio modal, são dadas por:

$$\boldsymbol{A_m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A_{11,m}} & \boldsymbol{A_{12,m}} \\ \boldsymbol{A_{21,m}} & \boldsymbol{A_{22,m}} \end{bmatrix} \tag{91a}$$

$$\boldsymbol{B_m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & 2\boldsymbol{P} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & -2\boldsymbol{P} \end{bmatrix}^T, \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C}{L_z} \end{bmatrix} \tag{91b}$$

A matriz $\boldsymbol{A_m}$ em (91a) é composta por 4 submatrizes e são descritos como segue:

$$\boldsymbol{A_{11,m}} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{S} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\boldsymbol{S} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\boldsymbol{S} \end{bmatrix}, \boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \frac{R_\alpha}{L_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_\beta}{L_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_z}{L_z} \end{bmatrix} \tag{92a}$$

$$\boldsymbol{A_{12,m}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{F} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{F} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{F} \end{bmatrix}, \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_z} \end{bmatrix} \tag{92b}$$

$$\boldsymbol{A_{21,m}} = \begin{bmatrix} -2\boldsymbol{P} & 0 & \dots & 0 \\ \boldsymbol{P} & -\boldsymbol{P} & \ddots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{P} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\boldsymbol{P} \\ 0 & \dots & 0 & 2\boldsymbol{P} \end{bmatrix}, \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C}{L_z} \end{bmatrix} \tag{92c}$$

$$\boldsymbol{A_{22,m}} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{E} & 2\boldsymbol{Q} & 0 & \dots & 0 \\ \boldsymbol{Q} & -\boldsymbol{E} & \boldsymbol{Q} & \dots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{Q} & -\boldsymbol{E} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \boldsymbol{Q} \\ 0 & 0 & \dots & 2\boldsymbol{Q} & -\boldsymbol{E} \end{bmatrix}, \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} \delta_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \delta_\beta & 0 \\ 0 & 0 & \delta_z \end{bmatrix}, \boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \frac{G_{D\alpha}}{C_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{G_{D\beta}}{C_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G_{Dz}}{C_z} \end{bmatrix} \tag{92d}$$

onde $\boldsymbol{A}_{11,m}$ é de ordem $3(2N+1)$, $\boldsymbol{A}_{12,m}$ é de dimensão $3N \times 3(N+1)$, $\boldsymbol{A}_{21,m}$ é de dimensão $3(N+1) \times 3N$ e $\boldsymbol{A}_{22,m}$ é de ordem $3(N+1)$. Essas submatrizes obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

A constante δ da matriz $\boldsymbol{P}$ é dado em (93), onde o subíndice i indica qualquer um dos modos α, β ou z.

$$\delta_i = \frac{2G_{D_i}}{C_i} + \frac{G_i}{C_i} \tag{93}$$

Para obter as variáveis de estado no domínio das fases, aplica-se a técnica da transformação modal que são mostradas nas seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,m} \\ \boldsymbol{x}_{v,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T_I}^{-1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{T_V}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,f} \\ \boldsymbol{x}_{v,f} \end{bmatrix} \tag{94a}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{\text{in},m} \\ \boldsymbol{i}_{\text{out},m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T_I}^{-1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{T_I}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{\text{in},f} \\ \boldsymbol{i}_{\text{out},f} \end{bmatrix} \tag{94b}$$

As representações matriciais em (94) podem ser compactadas como segue:

$$\boldsymbol{x_m} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{I},\text{nova}}\, \boldsymbol{x_f} \tag{95a}$$

$$\boldsymbol{u_m} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{V},\text{nova}}\, \boldsymbol{u_f} \tag{95b}$$

Substituindo (95) em (89) e realizando algumas manipulações matemáticas, obtêm-se o seguinte sistema de espaço de estado no domínio das fases:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{A}_{\text{final}}.\boldsymbol{x_f} + \boldsymbol{B}_{\text{final}}.\boldsymbol{u_f} \tag{96a}$$

$$\dot{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{C}_{\text{final}}.\boldsymbol{x_f} + \boldsymbol{D}_{\text{final}}.\boldsymbol{u_f} \tag{96b}$$

As matrizes $\boldsymbol{A}_{\text{final}}$, $\boldsymbol{B}_{\text{final}}$, $\boldsymbol{C}_{\text{final}}$ e $\boldsymbol{D}_{\text{final}}$ em (96) são escritos como:

$$\boldsymbol{A}_{\text{final}} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{I},\text{nova}}{}^{-1}\, \boldsymbol{A_m}\, \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{I},\text{nova}} \tag{97a}$$

$$\boldsymbol{B}_{\text{final}} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{I},\text{nova}}{}^{-1}\, \boldsymbol{B_m}\, \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{V},\text{nova}} \tag{97b}$$

$$\boldsymbol{C}_{\text{final}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{U} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{U} \end{bmatrix}, \boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{97c}$$

$$\boldsymbol{D}_{\text{final}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{97d}$$

onde $\boldsymbol{A}_{\text{final}}$ é de ordem $3(2N+1)$ e $\boldsymbol{B}_{\text{final}}$ é de dimensão $3(2N+1)\times 6$, $\boldsymbol{C}_{\text{final}}$ é de dimensão $6\times 3(2N+1)$, e $\boldsymbol{D}_{\text{final}}$ é de ordem 6. Essas matrizes obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

Em (96), $\boldsymbol{x_f}$, $\boldsymbol{u_f}$ e $\boldsymbol{y_f}$ são, respectivamente, os vetores das variáveis de estado, entrada, e saída da representação em espaço de estado para a LT trifásica. Estes vetores são escritos como:

$$\boldsymbol{x_f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,f} & \boldsymbol{x}_{v,f} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{i,f} = \begin{bmatrix} i_{1,f} & \dots & i_{N,f} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{v,f} = \begin{bmatrix} v_{\text{in},f} & \dots & v_{\text{out},f} \end{bmatrix}^T \tag{98a}$$

$$\boldsymbol{u_f} = \begin{bmatrix} i_{\text{in},f} & i_{\text{out},f} \end{bmatrix}^T \tag{98b}$$

onde $\boldsymbol{x_f}$ é de dimensão $3(2N+1)\times 1$, $\boldsymbol{u_f}$ é de dimensão 6×1 e o exponente T corresponde aos transpostos das matrizes.

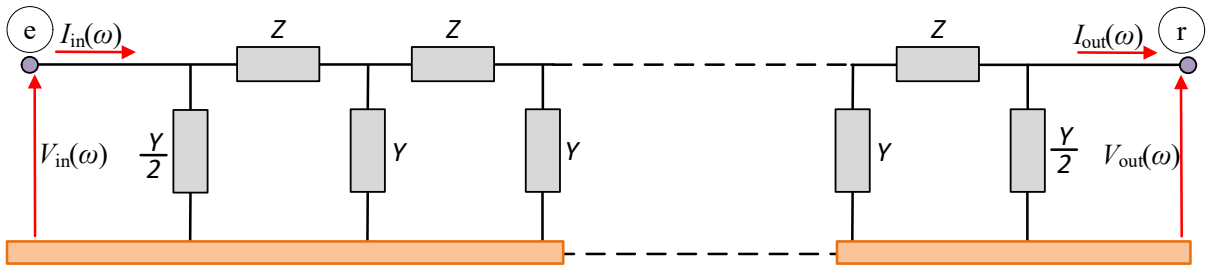
5.5 OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO N DE CIRCUITOS π E DA CONSTANTE K_D

Para calcular as respostas transitórias, os modelos da cascata de circuitos π devem representar adequadamente a linha para a principal frequência (chamada também frequência dominante) do fenômeno transitório (manobra, energização da linha e queda de raio). Nesse contexto, os modelos da cascata de circuitos π (LPM e CP-LPM) devem ser representados no domínio da frequência, e deve-se encontrar o número de segmentos N para representar a linha e a constante K_D para mitigar as oscilações espúrias. O principal problema é encontrar os valores de N e K_D no qual os parâmetros da matriz de transmissão do modelo da cascata de circuitos π apresentam menor desvio em relação os parâmetros da matriz de transmissão do modelo exato (solução no domínio da frequência) obtidos pela mesma frequência de interesse.

5.5.1 Modelos da Cascata de Circuitos π no Domínio da Frequência

A representação do LPM analisado no domínio do tempo, apresentada na seção anterior, agora é representado no domínio da frequência e é mostrada na Figura 23. Nessa representação, cada segmento do circuito π é representado por uma impedância longitudinal ajustada Z e uma admitância transversal Y, sendo apenas $Y/2$ nas extremidades.

Figura 23 – Representação no domínio da frequência da cascata de circuitos π dependentes da frequência.



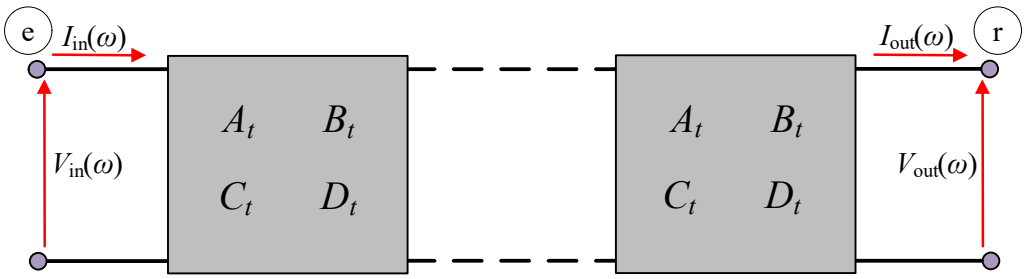
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 23, os valores de Z e Y de cada circuito π são dados pela N-ésima parte de seus valores em por unidade de comprimento multiplicados pelo comprimento d da linha, semelhante à representação no domínio do tempo, e são dados por:

$$Z(\omega) = (R' + j\omega L')\frac{d}{N}; \qquad Y(\omega) = (G' + j\omega C')\frac{d}{N} \tag{99}$$

Cada segmento da cascata de circuitos π dependentes de frequência, mostrado na Figura 23, é representado por uma rede de duas portas, conforme mostrado na Figura 24.

Figura 24 – Representação de duas portas de cada circuito π dependente da frequência.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 24, todos os segmentos de linha têm o mesmo comprimento, ou seja, os mesmos parâmetros de transmissão A_t, B_t, C_t e D_t, portanto, as tensões e correntes dos terminais emissor e receptor da LT estão relacionadas pela matriz dos parâmetros de transmissão como segue:

$$\begin{bmatrix} V_{\text{in}}(\omega) \\ I_{\text{in}}(\omega) \end{bmatrix} = \boldsymbol{H}_{\text{LPM}} = \begin{bmatrix} V_{\text{out}}(\omega) \\ I_{\text{out}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{100}$$

onde a matriz dos parâmetros de transmissão $\boldsymbol{H}_{\text{LPM}}$ é de ordem 2 e seus elementos são calculados em (101).

$$\boldsymbol{H}_{\text{LPM}} = \begin{bmatrix} A_{\text{LPM}} & B_{\text{LPM}} \\ C_{\text{LPM}} & D_{\text{LPM}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{Z\,Y}{2} & Z \\ \frac{4Y+Z\,Y^2}{4} & \frac{2+Z}{2} \end{bmatrix}^N \tag{101}$$

De forma similar à representação ao modelo LPM no domínio da frequência, o modelo CP-LPM foi representado no domínio da frequência por uma rede de duas portas e foram obtidos os parâmetros de sua matriz de transmissão $\boldsymbol{H}_{\text{CPLPM}}$, dado em (102).

$$\boldsymbol{H}_{\text{CPLPM}} = \begin{bmatrix} A_{\text{CPLPM}} & B_{\text{CPLPM}} \\ C_{\text{CPLPM}} & D_{\text{CPLPM}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{Z\,Y}{2(Z\,G_D+1)} & \frac{Z}{Z\,G_D+1} \\ 1+Y+\frac{Z\,Y^2}{2(Z\,G_D+1)} & 1+\frac{Z\,Y}{2(Z\,G_D+1)} \end{bmatrix}^N \tag{102}$$

onde G_D é a condutância de amortecimento, definido em (72).

Os modelos LPM e CP-LPM são aproximações do modelo a parâmetro distribuído e validas, apenas, numa dada frequência. O número N de circuitos π que o LPM ou CP-LPM podem representar a LT é determinada pela comparação dos parâmetros da matriz de transmissão do LPM ou CP-LPM com os parâmetros da matriz de transmissão do modelo de circuito π exato (nossa referência, cujo equacionamento é mostrado no Apêndice G). O número N é calculada como a quantidade de circuitos π na qual o erro ε_p entre o LPM ou CP-LPM e o modelo de referência passa a não ser mais admissível.

5.5.2 Cálculos Ótimos do Número N de Circuitos π e da Constante K_D

Para uma determinada frequência dominante dada pela frequência ω_E, o CP-LPM deve representar a LT com precisão. Como a precisão do CP-LPM depende do número de segmentos de linha N e da constante de amortecimento artificial K_D, o principal problema é encontrar N e K_D para que o CP-LPM não se desvia da solução exata (no domínio da frequência) da LT para a frequência dominante desejada.

Para encontrar o valor mínimo de N que melhor representa a LT, compara-se os parâmetros de transmissão do CP-LPM em (102) aos parâmetros de transmissão obtidos da solução exata no domínio da frequência (referência) da LT, obtido no Anexo G, e que é reescrito a seguir:

$$\boldsymbol{H}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} A_{\text{ref}} & B_{\text{ref}} \\ C_{\text{ref}} & D_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma d) & Z_c \sinh(\Gamma d) \\ Y_c \sinh(\Gamma d) & \cosh(\Gamma d) \end{bmatrix} \tag{103}$$

onde os termos $\Gamma = \sqrt{YZ}$ e $Z_c = Y_c^{-1}$ são a constante de propagação e a impedância característica, respectivamente.

Cada elemento A_{CPLPM}, B_{CPLPM} e C_{CPLPM} em (101) são comparados os elementos A_{ref}, B_{ref} e C_{ref} de (103). Então, o erro relativo dos parâmetros de transmissão do CP-LPM em relação aos da referência é calculado da seguinte forma:

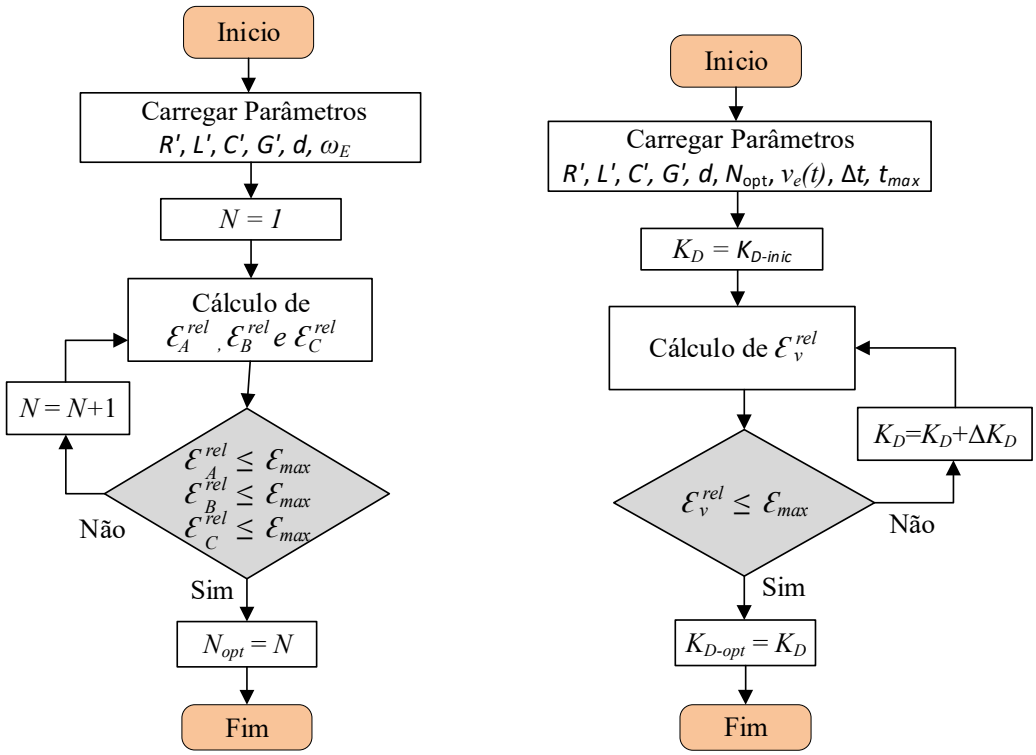
$$\varepsilon_A^{rel} = \max_{\omega\in[\omega_L,\omega_H]} \left(\frac{|A_{\text{ref}}(\omega) - A_{\text{CPLPM}}(\omega)|}{|A_{\text{ref}}(\omega)|} \right) \tag{104a}$$

$$\varepsilon_B^{rel} = \max_{\omega\in[\omega_L,\omega_H]} \left(\frac{|B_{\text{ref}}(\omega) - B_{\text{CPLPM}}(\omega)|}{|B_{\text{ref}}(\omega)|} \right) \tag{104b}$$

$$\varepsilon_C^{rel} = \max_{\omega\in[\omega_L,\omega_H]} \left(\frac{|C_{\text{ref}}(\omega) - C_{\text{CPLPM}}(\omega)|}{|C_{\text{ref}}(\omega)|} \right) \tag{104c}$$

Para encontrar o valor mínimo de N que melhor representa a LT, definimos $N = 1$, calculam-se os erros em (104) e verificam-se que todos estejam dentro dos limites admissíveis. Caso contrário, aumenta-se N em 1 e repete-se o processo até que o erro causado pela aproximação passa a não ser mais admissível, ou seja, igual ou menor que a tolerância máxima permitida ε_{max}. Esse método é ilustrado no fluxograma da Figura 25a.

Figura 25 – Fluxograma para encontrar os valores mínimos de N e K_D para a frequência dominante de interesse.



(a) Valor mínimo de N (b) Valor mínimo de K_D

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A constante de amortecimento artificial K_D determina a resistência ótima que devem ser inseridos nos circuitos π, em paralelo ao elemento RL série. Isto com intuito de eliminar as oscilações espúrias e assim representar o transitório com precisão.

Para encontrar o valor ótimo de K_D que melhor representa a LT, para uma especifica frequência em análise, compara-se a tensão no receptor $v_{r,\mathrm{CPLPM}}(t)$ do CP-LPM à tensão no receptor obtido da solução exata no domínio da frequência e levados ao tempo por meio de da transformada inversa de Laplace $v_{r,\mathrm{ref}}(t)$. Então, o erro relativo da comparação é dada como segue:

$$\varepsilon_v^{rel} = \max_{t\in[0,t_{max}]} \left(\frac{|v_{r,\mathrm{ref}}(t) - v_{r,\mathrm{CPLPM}}(t)|}{|v_{r,\mathrm{ref}}(t)|} \right) \tag{105}$$

Para encontrar o valor ótimo de K_D que elimina a oscilações espúrias na resposta no domínio do tempo, define-se K_D com um valor inicial K_{D-inic}, então calcula-se o erro ε_v^{rel} com essa aproximação e verificando se esse valor está dentro dos limites de tolerância. Caso contrário, aumentamos K_D em ΔK_D e repete-se o processo até que o erro causado pela aproximação seja admissível, conforme ilustrado na Figura 25b.

Os métodos acima mencionados permitem o cálculo do número mínimo de segmentos de linha N e a constante de amortecimento K_D necessários para representar com precisão a LT na frequência de interesse. Esses dados podem ser usados para traçar a constante de amortecimento K_D que N segmentos de linha ajustados com comprimento total d podem representar com precisão. Além disso, uma regressão polinomial pode ser usada para calcular uma função matemática que estima K_D como uma função do comprimento da linha d e o número de segmentos de linha usados por km de linha $k = d/N$, como a expressão otimizada a seguir:

$$K_{\mathrm{D}}(k,d) = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{r} p_{ij} k^i d^j \tag{106}$$

onde p_{ij} representa os coeficientes constantes resultado da regressão polinomial gerado no *Toolbox Curve Fitting* de Matlab.

Com o uso da função otimizada em (106), conseguimos ter os melhores parâmetros K_D do modelo CP-LPM para representar qualquer LT. Além disso, evita-se fazer varias simulações (ganhamos tempo na análise) para encontrar o melhor valor K_D de amortecimento.

5.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo apresentou-se detalhadamente o desenvolvimento matemático do modelo no domínio das fases da linha de transmissão a parâmetros concentrados e constantes em relação à frequência, tanto para o modelo da cascata de circuito π clássico (chamado

nesta tese como LPM) como para o modelo da cascata π modificado (chamado nesta tese como CP-LPM). Esse desenvolvimento é feito com as equações de espaço de estado, junto com os processos de otimização do número N de circuitos π em cascata para cada modelo e com o processo de otimização da constante K_D de amortecimento das oscilações espúrias. O desenvolvimento das equações em variáveis de estado decorrentes das linhas monofásicas e trifásicas foi descrito nesta seção. Essas equações são a base para a implementação dos modelos proposto nesta tese nos softwares SimpowerSystem do Simulink e no ATPDraw.

6 MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E DEPENDENTES COM A FREQUÊNCIA

Um modelo de linha de transmissão (LT) preciso deve considerar a dependência da frequência dos parâmetros longitudinais. Neste contexto, o modelo de parâmetros concentrados (LPM), apesar de suas limitações bem conhecidas, tem sido amplamente utilizado para calcular respostas transitórias em sistemas elétricos de energia. Para melhorar sua precisão, a dependência da frequência nos parâmetros longitudinais foi incluída no LPM usando técnicas de ajuste e circuitos equivalentes (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009). No entanto, esta representação tinha sido descrita apenas para testes de circuito aberto. Neste capítulo, apresenta-se o modelo genérico de espaço de estado do LPM dependente da frequência (denominada FD-LPM) para linhas monofásicas e trifásicas. Também são apresentadas técnicas de otimização do número N de seções π da linha e a qualidade M de blocos de ajuste dos parâmetros longitudinais para se ter uma precisão do modelo FD-LPM, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência.

6.1 AJUSTES DAS IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS

Quando é levado em conta os efeitos do solo e pelicular no cálculo dos parâmetros longitudinais por unidade de comprimento da linha de transmissão, como foi apresentado na Seção 3, observa-se que a impedância longitudinal é dependente da frequência e pode ser escrita como se mostra em (107):

$$Z'(\omega) = R'(\omega) + j\omega L'(\omega) \tag{107}$$

Na equação (107), $R'(\omega)$ é a resistência longitudinal e $L'(\omega)$ é a indutância longitudinal por unidade de comprimento, e ambos elementos dependentes da frequência. Geralmente, não existe uma função que descreva a impedância $Z'(\omega)$ pois os parâmetros $R'(\omega)$ e $L'(\omega)$ são obtidos por meio de séries numéricas. No entanto, a impedância $Z'(\omega)$ pode ser descrita, de maneira aproximada, por meio de uma função racional $F(\omega)$ cujos polos são todos reais negativos e os resíduos são números reais positivos (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999) . Esta função racional $F(\omega)$ é escrita como (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009):

$$F(\omega) = \frac{Z'(\omega) - R'_{\mathrm{dc}}}{j\omega} \tag{108}$$

onde $R'_{\mathrm{dc}} = Z'(\omega \to 0)$. Em seguida, as técnicas de ajuste são usadas para ajustar $F(\omega)$ a

uma função racional de ordem M como segue:

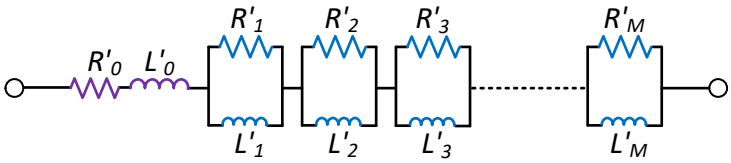
$$F(\omega) \approx a + \sum_{i=1}^{M} \frac{z_i}{s - p_i} \tag{109}$$

onde a é o termo assintótico de alta frequência, z_i e p_i são os polos e resíduos de $F(\omega)$, respectivamente. Existem várias técnicas de ajustes adequadas na literatura técnica tal como é mostrado em Bañuelos, Gutierrez e Gustavsen (2017). Neste trabalho, o *Vector Fitting* (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999) é usado para calcular todos os termos em (109). Por comparação entre (108) e (109), a impedância longitudinal $Z'(\omega)$ é aproximada como segue:

$$Z'(\omega) \approx R'_{dc} + j\omega a + j\omega \sum_{i=1}^{M} \left(\frac{z_i}{j\omega - p_i} \right). \tag{110}$$

Funções suaves, como a impedância longitudinal $Z'(\omega)$, são aproximadas apenas com polos reais. A estabilidade é imposta para que todos os polos sejam negativos (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999). Uma vez que a função $Z'(\omega)$ foi ajustada, é possível associá-la ao circuito equivalente mostrado na Figura 26.

Figura 26 – Circuito equivalente da impedância longitudinal.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 26, R'_0, R'_1, R'_2,...,R'_M são resistências e L'_0, L'_1, L'_2,...,L'_M são indutâncias e representam os parâmetros longitudinais da linha, ou seja, a impedância longitudinal. A impedância do circuito mostrado na Figura 26 pode ser escrita como (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009):

$$Z'_{\text{fit}}(\omega) = R'_0 + j\omega L'_0 + j\omega \sum_{i=1}^{M} \left(\frac{R'_{\text{i}}}{j\omega + R'_{\text{i}}/L'_{\text{i}}} \right) \approx Z'(\omega). \tag{111}$$

onde todos os elementos do circuito são calculados comparando (111) a (110) e são mostrados em (112).

$$R'_0 = R'_{\text{dc}}, \qquad L'_0 = a, \qquad R'_{\text{i}} = z_i, \qquad L'_{\text{i}} = -\frac{z_i}{p_i} \tag{112}$$

6.2 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTS MONOFÁSICAS

A dependência dos parâmetros longitudinais com a frequência é levada em consideração dividindo-se uma LT em N seções de linha, conforme mostrado na Figura 27.

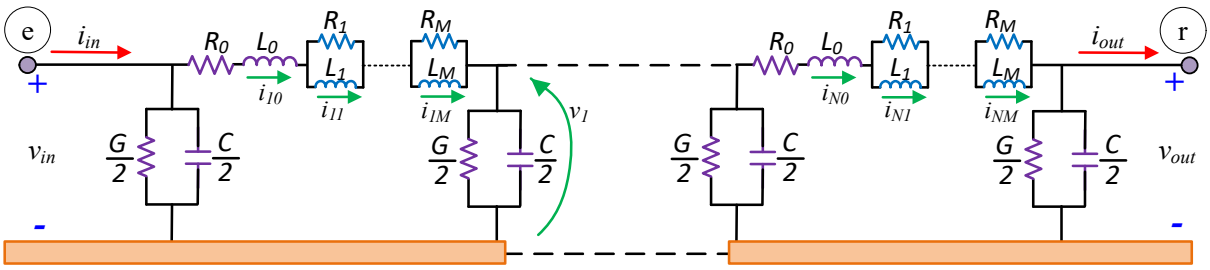
Essa dependência da frequência dos parâmetros longitudinais da LT é representada pelos resistores R_i e indutores L_i de cada circuito π que são dados pela N-ésima parte de seus valores em por unidade de comprimento multiplicados pelo comprimento d da linha, e são dados por:

$$R_i = R'_{\mathrm{i}} \frac{d}{N} \quad ; \quad i = 0 \ldots M \tag{113a}$$

$$L_i = L'_{\mathrm{i}} \frac{d}{N} \quad ; \quad i = 0 \ldots M, \tag{113b}$$

Uma vez encontrados os resistores R_i e indutores L_i por unidade de seção do circuito de tipo mostrado na Figura 26, pode-se utilizar uma cascata de circuitos π para representar uma LT levando em conta o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da mesma, conforme a cascata de circuito π mostrado na Figura 27:

Figura 27 – LT representada pelo FD-LPM.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 27, a quantidade M de elementos RL paralelos e o número N de circuitos π são tantos quantos forem necessários para representar a variação dos parâmetros longitudinais numa faixa de frequência e para representar os parâmetros distribuídos da linha. Esses dois parâmetros M e N serão vistas na seção seguinte.

A formulação do espaço de estado do LPM dependente da frequência foi apresentada em (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009). No entanto, (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009) descreve apenas LTs que possuem um de seus terminais em circuito aberto, e sua análise só pode ser estendida para simular testes de curto-circuito. Nesta tese, apresentamos o modelo genérico de espaço de estado do FD-LPM, que pode ser usado para simular diversos elementos, como cargas não-linear, conforme mostrado na Seção 8.

A representação do espaço de estados que descreve as tensões e correntes nos terminais da cascata de N circuitos da Figura 27 é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u}(t) \tag{114a}$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u}(t) \tag{114b}$$

onde o vetor de estados $\boldsymbol{x}$ é de dimensão $(m+2)N+1 \times 1$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ é de dimensão 2×1, o vetor de saídas $\boldsymbol{y}$ é de dimensão 2×1 e são dados por:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{ip}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}^T \tag{115a}$$

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} = \begin{bmatrix} i_{10} & \dots & i_{\mathrm{N0}} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_{\mathrm{ip}} = \begin{bmatrix} i_{11} & \dots & i_{\mathrm{NM}} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & \dots & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix} \tag{115b}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in}} & i_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{115c}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{115d}$$

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{D}$ em (114) encontrados para representar o FD-LPM monofásico, mostrado na Figura 27, são escritas como segue:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{116a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{2}{C} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{116b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{116c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{116d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem $(M+2)N+1$ e é constituída por 4 submatrizes escritas em (117). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão $(M+2)N+1 \times 2$. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão$2 \times (M+2)N+1$. A matriz $\boldsymbol{D}$ é de ordem 2 e é nula. O exponente T na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A}_{11} = \begin{bmatrix} -\sum_{i=0}^{M} \boldsymbol{Q}_{i,0} & \boldsymbol{Q}_{1,0} & \boldsymbol{Q}_{2,0} & \cdots & \boldsymbol{Q}_{M,0} \\ \boldsymbol{Q}_{1,1} & -\boldsymbol{Q}_{1,1} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{Q}_{2,2} & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{Q}_{2,2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{Q}_{M,M} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Q}_{M,M} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{Q}_{i,j} = \frac{R_i}{L_j}\boldsymbol{U}; \tag{117a}$$

$$\boldsymbol{A}_{12} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{121} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{A}_{121} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} \end{bmatrix} \tag{117b}$$

$$\boldsymbol{A}_{21} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{211} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{A}_{211} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & \ddots & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\frac{1}{C} \\ 0 & \dots & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix} \tag{117c}$$

$$\boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\frac{G}{C} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \tag{117d}$$

Em (117), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem $MN + N$, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão $MN + N \times N + 1$, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão $N + 1 \times MN + N$ e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de ordem $N + 1$. $\boldsymbol{U}$ é uma matriz de identidade de ordem N e $\mathbf{0}$ é uma matriz preenchida com zeros.

As matrizes e submatrizes apresentadas nesta seção são constantes e dependem só dos parâmetros da linha e obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

6.3 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTS TRIFÁSICAS

Ao aplicar descomposição modal na linha trifásica, obtém-se três linhas monofásicas desacopladas e independentes no domínio modal, isto é, valido apenas para linhas idealmente transpostas ou para linhas não transpostas mas com simetria vertical. Essas linhas monofásicas independentes são chamadas de modo α, modo β e modo z.

As equações de estado de cada uma das linhas monofásicas ou modos de propagação podem ser escritos como feitos na seção 6.2. Ao juntar as equações de estado das três linhas monofásicas, obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_{m\alpha} \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{m\beta} \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{m\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{A}_{m\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{A}_{mz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{m\alpha} \\ \boldsymbol{x}_{m\beta} \\ \boldsymbol{x}_{mz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{m\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{B}_{m\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{B}_{mz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{m\alpha} \\ \boldsymbol{u}_{m\beta} \\ \boldsymbol{u}_{mz} \end{bmatrix} \tag{118}$$

A representação matricial das equações diferenciais em (118) pode ser compactada como segue:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{m}}.\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{m}} + \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{m}}.\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{m}} \tag{119}$$

Os vetores das variáveis de estado $\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{m}}$, entrada $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{m}}$ e saída $\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{m}}$ em (119), são dadas por:

$$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{m}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i,m}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{ip,m}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v,m}} \end{bmatrix}^T \tag{120a}$$

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{i,m}} = \begin{bmatrix} i_{10,\mathrm{m}} & \dots & i_{\mathrm{N0,m}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}_{\mathrm{ip,m}} = \begin{bmatrix} i_{11,\mathrm{m}} & \dots & i_{\mathrm{NM,m}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}_{\mathrm{v,m}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in,m}} & \dots & v_{\mathrm{out,m}} \end{bmatrix} \tag{120b}$$

$$\boldsymbol{u_m} = \begin{bmatrix} i_{\text{in,m}} & i_{\text{out,m}} \end{bmatrix}^T \tag{120c}$$

onde $\boldsymbol{x_m}$ é de dimensão $3N(M+2)+3\times 1$, $\boldsymbol{u_m}$ é de dimensão 6×1 e os exponentes T correspondem aos transpostos das matrizes.

A matriz de estado $\boldsymbol{A_m}$ e a matriz de entrada $\boldsymbol{B_m}$ que representam a cascata de N circuitos π para cada linhas monofásicas no domínio modal, são dadas por:

$$\boldsymbol{A_m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11,m} & \boldsymbol{A}_{12,m} \\ \boldsymbol{A}_{21,m} & \boldsymbol{A}_{22,m} \end{bmatrix} \tag{121a}$$

$$\boldsymbol{B_m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & 2\boldsymbol{P} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & -2\boldsymbol{P} \end{bmatrix}^T, \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_z} \end{bmatrix} \tag{121b}$$

onde $\boldsymbol{A_m}$ é de ordem $3N(M+1)+1$ e $\boldsymbol{B_m}$ é de dimensão $3N(M+1)+1\times 6$.

A matriz $\boldsymbol{A_m}$ em (121a) é composta por 4 submatrizes como segue:

$$\boldsymbol{A}_{11,m} = \begin{bmatrix} -\sum_{i=0}^{M} \boldsymbol{S_{i,0}} & \boldsymbol{S}_{1,0} & \boldsymbol{S}_{2,0} & \dots & \boldsymbol{S}_{M,0} \\ \boldsymbol{S}_{1,1} & -\boldsymbol{S}_{1,1} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{S}_{2,2} & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{S}_{2,2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{S}_{M,M} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{S}_{M,M} \end{bmatrix}; \boldsymbol{S}_{i,j} = \begin{bmatrix} \frac{R_{i\alpha}}{L_{j\alpha}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_{i\beta}}{L_{j\beta}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_{iz}}{L_{jz}} \end{bmatrix}; \tag{122a}$$

$$\boldsymbol{A}_{12,m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{121} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}; \boldsymbol{A}_{121} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{F} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{F} & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{F} \end{bmatrix}; \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{0\alpha}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{0\beta}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{0z}} \end{bmatrix}; \tag{122b}$$

$$\boldsymbol{A}_{21,m} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{211} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}; \boldsymbol{A}_{211} = \begin{bmatrix} -2\boldsymbol{P} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{P} & -\boldsymbol{P} & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{P} & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\boldsymbol{P} \\ \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} & 2\boldsymbol{P} \end{bmatrix}; \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{0\alpha}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{0\beta}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{0z}} \end{bmatrix}; \tag{122c}$$

$$\boldsymbol{A_{22,m}} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{J} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{J} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{J} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \dots & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{J} \end{bmatrix}, \boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \frac{G_\alpha}{C_\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{G_\beta}{C_\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G_z}{L_z} \end{bmatrix} \tag{122d}$$

onde $\boldsymbol{A}_{11,m}$ é de ordem $3N(M+1)$, $\boldsymbol{A}_{12,m}$ é de dimensão $3N(M+1)\times 3(N+1)$, $\boldsymbol{A}_{21,m}$ é de dimensão $3(N+1)\times 3N(M+1)$ e $\boldsymbol{A}_{22,m}$ é de ordem$3(N+1)$. Essas submatrizes obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

Para obter as variáveis de estado no domínio das fases, aplica-se a técnica da transformação modal que são mostradas nas seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,m} \\ \boldsymbol{x}_{v,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T_I}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{T_V}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,f} \\ \boldsymbol{x}_{v,f} \end{bmatrix} \tag{123a}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{\text{in},m} \\ \boldsymbol{i}_{\text{out},m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T_i}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{T_i}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{\text{in},f} \\ \boldsymbol{i}_{\text{out},f} \end{bmatrix} \tag{123b}$$

As representações matriciais em (123) podem ser compactadas como segue:

$$\boldsymbol{x_m} = \boldsymbol{T_{i,\text{nova}}}\, \boldsymbol{x_f} \tag{124a}$$

$$\boldsymbol{u_m} = \boldsymbol{T_{v,\text{nova}}}\, \boldsymbol{u_f} \tag{124b}$$

Substituindo (124) em (119) e realizando algumas manipulações matemáticas, obtêm-se o seguinte sistema de espaço de estado no domínio das fases:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{A}_{\text{final}}.\boldsymbol{x_f} + \boldsymbol{B}_{\text{final}}.\boldsymbol{u_f} \tag{125a}$$

$$\dot{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{C}_{\text{final}}.\boldsymbol{x_f} + \boldsymbol{D}_{\text{final}}.\boldsymbol{u_f} \tag{125b}$$

As matrizes $\boldsymbol{A}_{\text{final}}$, $\boldsymbol{B}_{\text{final}}$, $\boldsymbol{C}_{\text{final}}$ e $\boldsymbol{D}_{\text{final}}$ em (125) são escritos como:

$$\boldsymbol{A}_{\text{final}} = \boldsymbol{T_{i,\text{nova}}}^{-1}\, \boldsymbol{A_m}\, \boldsymbol{T_{i,\text{nova}}} \tag{126a}$$

$$\boldsymbol{B}_{\text{final}} = \boldsymbol{T_{i,\text{nova}}}^{-1}\, \boldsymbol{B_m}\, \boldsymbol{T_{v,\text{nova}}} \tag{126b}$$

$$\boldsymbol{C}_{\text{final}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \boldsymbol{U} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{U} \end{bmatrix}, \boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{126c}$$

$$\boldsymbol{D}_{\text{final}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{126d}$$

onde $\boldsymbol{A}_{\text{final}}$ é de ordem $3N(M+1)+1$ e $\boldsymbol{B}_{\text{final}}$ é de dimensão $3N(M+1)+1 \times 6$, $\boldsymbol{C}_{\text{final}}$ é de dimensão $6 \times 3N(M+1)+1$, e $\boldsymbol{D}_{\text{final}}$ é de ordem 6. Essas matrizes obedecem uma regra de formação simples e generalizada. Além disso, todas as matrizes são constantes e dependem só dos parâmetros da linha.

Em (125), $\boldsymbol{x_f}$, $\boldsymbol{u_f}$ e $\boldsymbol{y_f}$ são, respectivamente, os vetores das variáveis de estado, entrada, e saída da representação em espaço de estado para a LT trifásica. Estes vetores são escritos como:

$$\boldsymbol{x_f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{i,f} & \boldsymbol{x}_{v,f} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{x}_{i,f} = \begin{bmatrix} i_{1,f} & \dots & i_{N,f} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_{v,f} = \begin{bmatrix} v_{\text{in},f} & \dots & v_{\text{out},f} \end{bmatrix} \tag{127a}$$

$$\boldsymbol{u_f} = \begin{bmatrix} i_{\text{in},f} & i_{\text{out},f} \end{bmatrix}^T \tag{127b}$$

onde $\boldsymbol{x_f}$ é de dimensão $3N(M+2)+3 \times 1$, $\boldsymbol{u_f}$ é de dimensão 6×1 e o exponente T corresponde aos transpostos das matrizes.

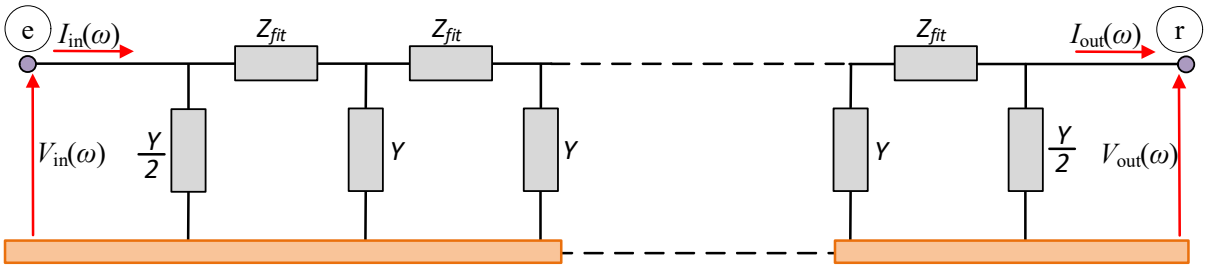
6.4 OTIMIZAÇÃO DO NÚMEROS M DE BLOCOS RL E N DE CIRCUITOS EM CASCATA

Para calcular com precisão as respostas transitórias nos SEE, o FD-LPM deve representar adequadamente o transitório para qualquer distúrbio (manobra, energização da linha e queda de raio). Esses fenômenos são caracterizados por diferentes espectros de frequência. Neste contexto, o FD-LPM deve ser representado no domínio da frequência e deve-se encontrar o número de segmentos N de linha e do número M de polos usados no ajuste. O principal problema é encontrar os valores de N e M no qual a impedância longitudinal dependente da frequência e os parâmetros da matriz de transmissão do modelo FD-LPM apresentam menor desvio em relação à impedância longitudinal e aos parâmetros da matriz de transmissão do modelo exato (solução no domínio da frequência) obtidos para a mesma faixa de frequência.

6.4.1 FD-LPM no Domínio da Frequência

A representação do FD-LPM analisado no domínio do tempo, apresentada na seção anterior, agora é representado no domínio da frequência e é mostrada na Figura 28. Nesta representação cada segmento do circuito π é representado por uma impedância longitudinal ajustada Z_{fit} e uma admitância transversal $Y/2$.

Figura 28 – Representação no domínio da frequência do FD-LPM.



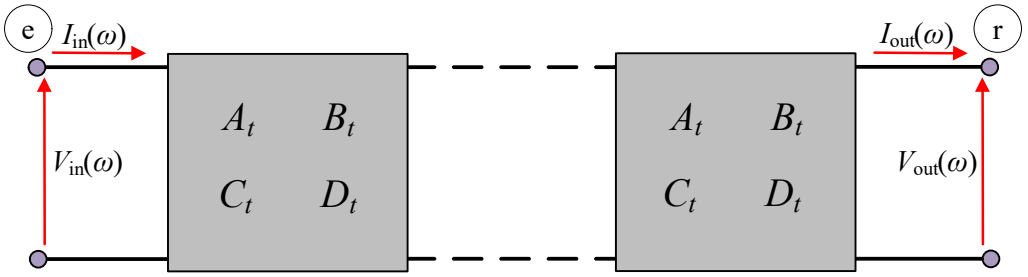
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 28, os valores de Z_{fit} e Y de cada circuito π são dados pela N-ésima parte de seus valores em por unidade de comprimento multiplicados pelo comprimento d da linha, semelhante à representação no domínio do tempo, e são dados por:

$$Z_{\text{fit}}(\omega) = Z'_{\text{fit}}\frac{d}{N}; \qquad Y(\omega) = (G' + j\omega C')\frac{d}{N} \tag{128}$$

Na Figura 28, cada segmento da cascata de circuitos π dependentes de frequência é representado por uma rede de duas portas, conforme mostrado na Figura 29.

Figura 29 – Representação de duas portas de cada circuito π dependente da frequência.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Da Figura 29, observa-se que como todos os segmentos de linha têm o mesmo comprimento ou seja os mesmos parâmetros de transmissão A_t, B_t, C_t e D_t, portanto, as tensões e correntes dos terminais emissor e receptor da LT estão relacionadas pela matriz dos parâmetros de transmissão como segue:

$$\begin{bmatrix} V_{\text{in}}(\omega) \\ I_{\text{in}}(\omega) \end{bmatrix} = \boldsymbol{H}_{\text{FDLPM}} = \begin{bmatrix} V_{\text{out}}(\omega) \\ I_{\text{out}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{129}$$

onde a matriz dos parâmetros de transmissão $\boldsymbol{H}_{\text{FDLPM}}$ é de ordem 2 e seus elementos são calculados em (130).

$$\boldsymbol{H}_{\text{FDLPM}} = \begin{bmatrix} A_{\text{FDLPM}} & B_{\text{FDLPM}} \\ C_{\text{FDLPM}} & D_{\text{FDLPM}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{\text{fit}}Y}{2} & Z_{\text{fit}} \\ \frac{4Y + Z_{\text{fit}}Y^2}{4} & \frac{2+Z_{\text{fit}}}{2} \end{bmatrix}^N \tag{130}$$

O FD-LPM é uma aproximação do modelo de parâmetro distribuído e dependentes em relação à frequência. A frequência máxima que o FD-LPM pode representar é a frequência na qual o FD-LPM se desvia do modelo de circuito π exato (nossa referência), tal como é mostrado no Apêndice G. A frequência máxima é calculado como a frequência na qual o erro ε_p entre o FD-LPM e o modelo de referência passa a não ser mais admissível.

6.4.2 Otimização do FD-LPM

Para uma determinada faixa de frequência dada pela frequência inferior ω_L e a frequência máxima ω_H, o FD-LPM deve representar a LT com precisão. Como a precisão do FD-LPM depende do número de segmentos de linha N e do número de polos usados no ajuste M, o principal problema é encontrar N e M para que o FD-LPM não se desvia da solução exata (no domínio da frequência) da LT dentro da faixa de frequência desejada.

A ordem de ajuste M (número de polos) determina a frequência máxima que a função racional pode representar com precisão, *i.e.*, quanto maior o número de polos, maior a largura de banda que a função racional pode representar com precisão. O erro

relativo causado pelo ajuste da impedância longitudinal usando M polos em uma dada faixa de frequência tem dois componentes: ε_R e ε_L. ε_R é o erro relacionado à resistência R' em (113a), e é dada por (131a). O ε_L é o erro relacionado á indutância L' em (113b), e é dada por (131b), como segue:

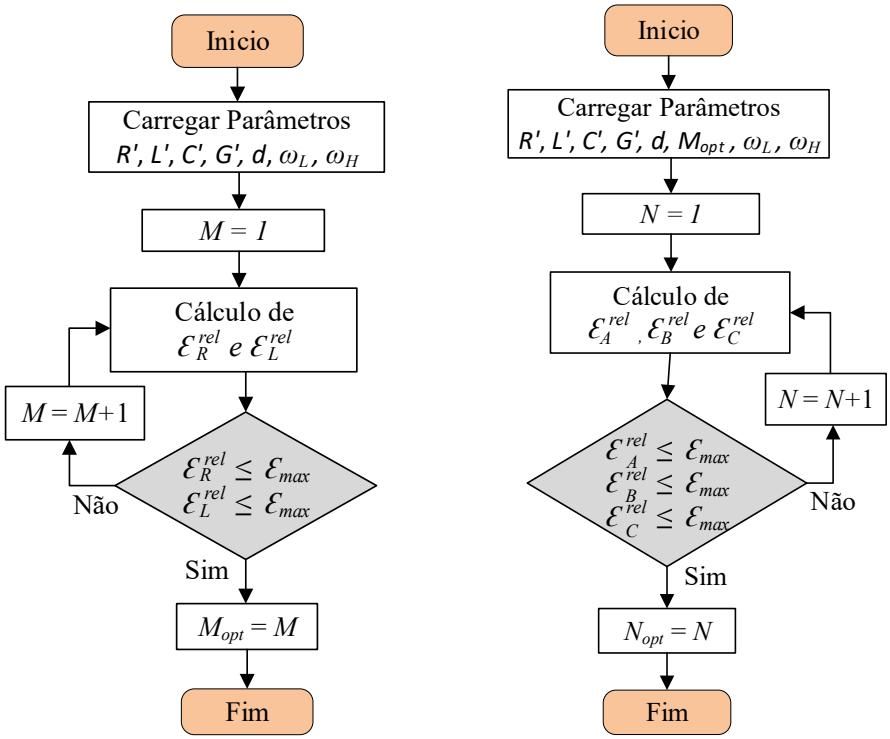
$$\varepsilon_R^{rel} = \max_{\omega\in[\omega_L,\omega_H]} \left(\frac{|R(\omega) - \Re\{Z_{\text{fit}}(\omega)\}|}{|R(\omega)|} \right) \tag{131a}$$

$$\varepsilon_L^{rel} = \max_{\omega\in[\omega_L,\omega_H]} \left(\frac{|L(\omega) - \Im\{Z_{\text{fit}}(\omega)\}/\omega|}{|L(\omega)|} \right) \tag{131b}$$

onde $\omega_L = 2\pi f_{\text{L}}$ e $\omega_H = 2\pi f_{\text{H}}$. f_{L} e f_{H} são os limites inferior e superior da faixa de frequência de interesse, respectivamente.

Para encontrar o valor mínimo de M que melhor representa a impedância longitudinal, ajustamos $Z'(\omega)$ a uma função racional de ordem 1, então calcula-se os erros ε_L^{rel} e ε_R^{rel} usando (131) e verifica-se se esses valores estão dentro dos limites de tolerância. Caso não estejam, aumenta-se M em 1 e repete-se o processo até que o erro causado pela aproximação passa a não ser mais admissível. Este método encontra o número mínimo de polos que podem representar $Z'(\omega)$ com precisão na faixa de frequência de interesse, conforme ilustrado na Figura 30a.

Figura 30 – Fluxograma para encontrar os valores mínimos de M e N para uma faixa de frequência de interesse.



(a) Valor mínimo de M (b) Valor ótimo de N

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para encontrar o valor mínimo de N que melhor representa a LT, compara-se os parâmetros de transmissão do FD-LPM em (130) aos parâmetros de transmissão obtidos da solução exata no domínio da frequência (referência) da LT, obtido no Apêndice G, e que é reescrito a seguir:

$$\boldsymbol{H}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} A_{\text{ref}} & B_{\text{ref}} \\ C_{\text{ref}} & D_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma d) & Z_c \sinh(\Gamma d) \\ Y_c \sinh(\Gamma d) & \cosh(\Gamma d) \end{bmatrix}, \tag{132}$$

onde os termos $\Gamma = \sqrt{YZ}$ e $Z_c = Y_c^{-1}$ são a constante de propagação e a impedância característica, respectivamente.

Cada elemento A_{FDLPM}, B_{FDLPM} e C_{FDLPM} em (130) são comparados os elementos A_{ref}, B_{ref} e C_{ref} de (132). Então, o erro relativo dos parâmetros de transmissão do FD-LPM em relação aos da referência é calculado da seguinte forma:

$$\varepsilon_A^{rel} = \max_{\omega \in [\omega_L, \omega_H]} \left(\frac{|A_{\text{ref}}(\omega) - A_{\text{FDLPM}}(\omega)|}{|A_{\text{ref}}(\omega)|} \right) \tag{133a}$$

$$\varepsilon_B^{rel} = \max_{\omega \in [\omega_L, \omega_H]} \left(\frac{|B_{\text{ref}}(\omega) - B_{\text{FDLPM}}(\omega)|}{|B_{\text{ref}}(\omega)|} \right) \tag{133b}$$

$$\varepsilon_C^{rel} = \max_{\omega \in [\omega_L, \omega_H]} \left(\frac{|C_{\text{ref}}(\omega) - C_{\text{FDLPM}}(\omega)|}{|C_{\text{ref}}(\omega)|} \right). \tag{133c}$$

Para encontrar o valor mínimo de N que melhor representa a LT, definimos $N = 1$, calculam-se os erros em (133) e verificam-se se todos estão dentro dos limites admissíveis. Caso contrário, aumentamos N em 1 e repetimos o processo até que o erro causado pela aproximação seja admissível ou seja, igual ou menor que a tolerância máxima permitida ε_{max}. Ilustra-se esse método na Figura 30b

Os métodos acima mencionados permitem o cálculo do número mínimo de polos M e segmentos de linha N necessários para representar com precisão a LT em uma faixa de frequência de interesse. Esses dados podem ser usados para traçar a frequência máxima f_{H} que N segmentos de linha ajustados com M polos podem representar com precisão. Além disso, uma regressão polinomial pode ser usada para calcular uma função matemática que estima f_{H} como uma função do comprimento da linha d e o número de segmentos de linha usados por km de linha $k = d/N$, como a expressão otimizada a seguir:

$$f_{\text{H}}(k, d) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{r} p_{ij} k^i d^j \tag{134}$$

onde p_{ij} representa os coeficientes constantes resultado da regressão polinomial gerado no *Toolbox Curve Fitting* de Matlab.

Com o uso da função otimizada em (134), conseguimos ter a frequência máxima f_H que o modelo FD-LPM representa para qualquer LT. Com isso, evita-se fazer o análise de cada parâmetro interno do modelo FD-LPM para encontrar frequência máxima f_H.

6.5 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo, a aproximação dos parâmetros longitudinais de uma linha de transmissão por meio de funções racionais é apresentada. Isso permite considerar o efeito da frequência nos parâmetros longitudinais considerados. Portanto, os modelos com parâmetros variáveis com a frequência são considerados mais precisos quando comparados aos modelos que consideram os parâmetros constantes em relação à frequência. A variação está na dependência da frequência, podendo tal dependência ser representada por meio da associação série e paralela de elementos RL que representam a impedância longitudinal da linha. Além disso, o desenvolvimento matemático do modelo no domínio das fases da linha de transmissão a parâmetros concentrados e dependentes em relação à frequência (chamada nesta tese como FD-LPM) foi apresentado detalhadamente. Esse desenvolvimento é feito com as equações de espaço de estado, junto com os processos de otimização do número N de circuitos π em cascata e o número de blocos RL em série. Esse desenvolvimento para linhas monofásicas e trifásicas será a base para a implementação do modelo FD-LPM proposto no SimpowerSystem do Simulink e no ATPDraw.

7 IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS PROPOSTOS NOS SIMULADORES DIGITAIS

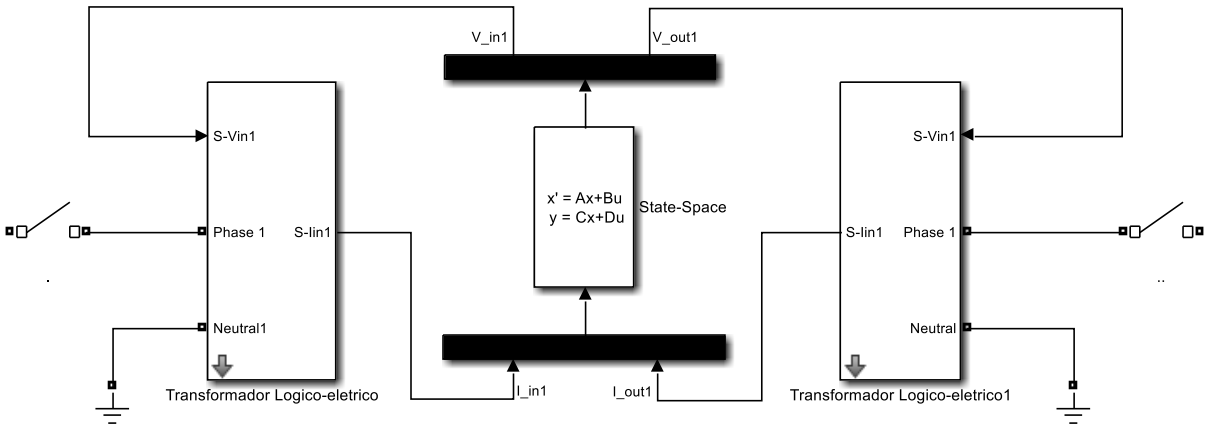
Para a implementação do modelo da cascata de circuito π modificado (denominado CP-LPM) e do modelo da cascata de circuitos π com efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais (denominado FD-LPM) em programas computacionais de solução de circuitos elétricos, nesta tese, considera-se os programas Matlab/Simulink/SimPowerSystems e o ATP/ATPDraw, já que são dois softwares de referência tanto no meio acadêmico quanto industrial. Os dados de entrada para a implementação no Matlab/Simulink/SimPowerSystems são as equações de espaço de estado dos modelos da LT apresentados nos Capítulos 5 e 6, e os dados de entrada para a implementação no ATP/ATPDraw são os circuitos RLC sintetizados e que foram mostrados também nos Capítulos 5 e 6. Nesta seção, apresenta-se as implementações do CP-LPM e FD-LPM nos softwares Matlab/Simulink/SimPowerSystems e ATP/ATPDraw.

7.1 IMPLEMENTAÇÃO NO MATLAB/SIMULINK/SIMPOWERSYSTEMS

O SimPowerSystems é um conjunto de bibliotecas contendo diversos componentes de sistemas de potência para ser utilizado juntamente com o Matlab/Simulink. O uso do SimPowerSystems facilita o desenvolvimento de novos modelos de componentes para o SEE, e utiliza os recursos de blocos na interface gráfica do Matlab/Simulink para representar conectividade com a rede elétrica. Esses blocos, podem representar um elemento de um sistema dinâmico, com dados de entrada e saída (chamados sinais), cujo comportamento é simulado a partir de modelos de sistemas dinâmicos que envolvem a integração numérica dos sinais ao longo do tempo, a qual é executada por um conjunto de equações diferenciais ordinárias (PERELMUTER, 2012).

O SimPowerSystems emprega análise por meio de variáveis de estado para estudos de transitórios em sistemas elétricos (PERELMUTER, 2012). Em razão da grande aceitação do ambiente Matlab/Simulink no meio acadêmico, nesta tese, a implementação dos modelos CP-LPM e FD-LPM são desenvolvidos utilizando-se tal ferramenta. Na Figura 31 é mostrado o esquema geral da LT monofásica implementado no Matlab/Simulink.

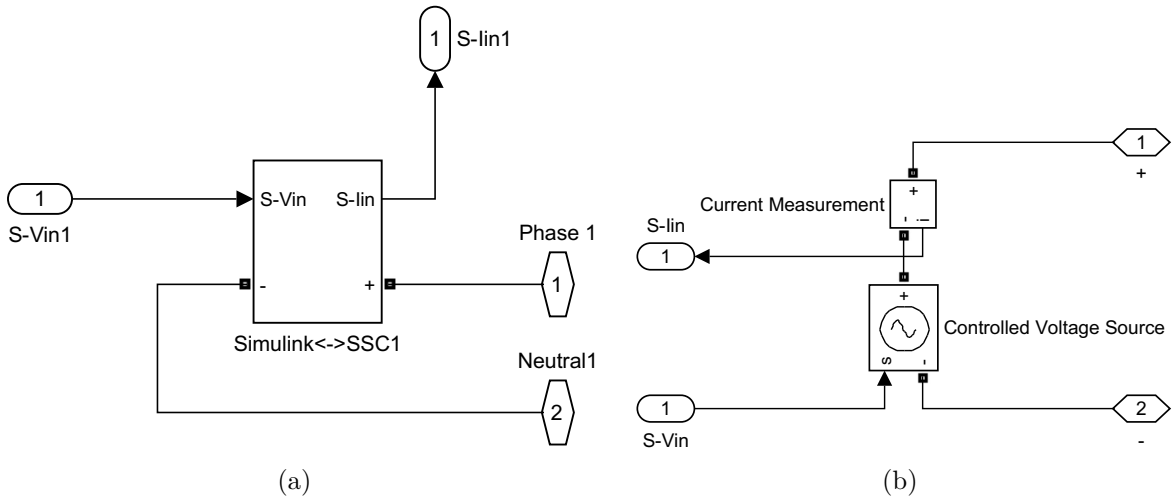
Figura 31 – Modelo da LT monofásica implementado no Simulink.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 31, as matrizes de estado A, B, C e D dos modelos das LTs nos capítulos 5 e 6 são carregadas no bloco de espaço de estado (*State-Space block*). As saídas desse bloco são sinais lógicos que precisam ser transformados para sinais elétricos e assim obter um modelo de LT com terminais disposto a ser conectado com qualquer elemento do SEE. Essas transformações dos sinais lógicos para elétricos (PERELMUTER, 2012) para ambos lados da linha (emissor e receptor) se faz com o uso de blocos que transformam tensões e correntes, tal como são mostrados nas Figuras 32a e 32b.

Figura 32 – Detalhamento das transformações lógicas para elétricas da LT monofásica.

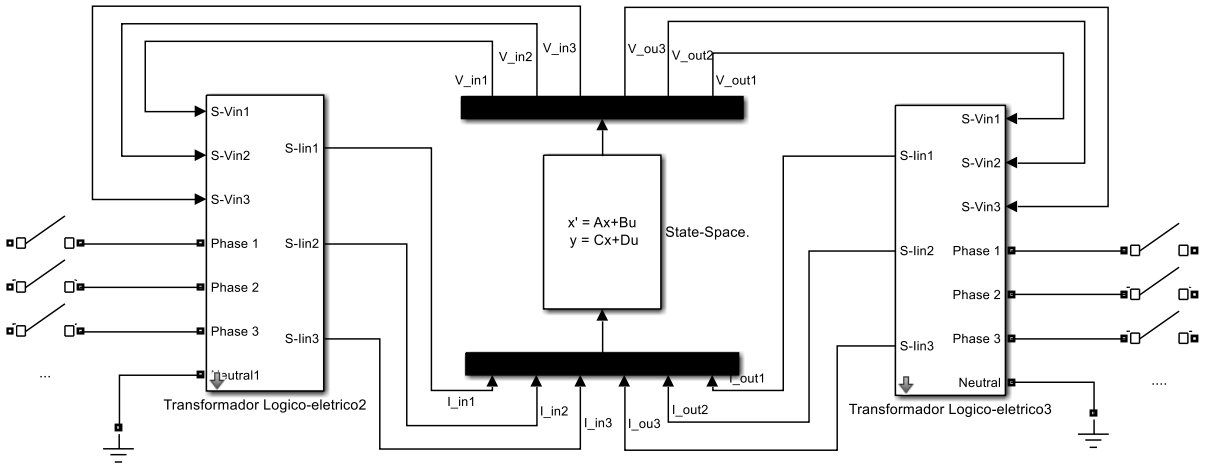


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 33 é mostrado o esquema geral da LT trifásica implementado no Simulink. Como pode ser visto é similar ao esquema monofásico. No entanto, o bloco de espaço de

estado do esquema trifásico tem 6 saídas e 6 entradas.

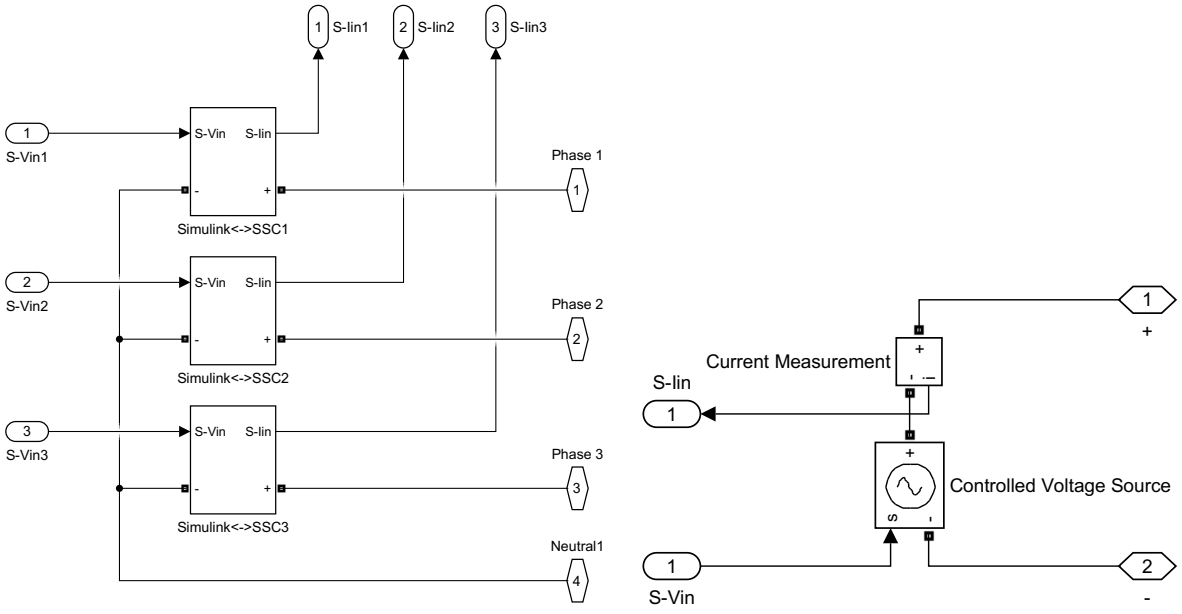
Figura 33 – Modelo da LT trifásica implementado no SimPowerSystems.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

De modo análogo ao monofásico, o esquema trifásico tem transformadores dos sinais lógicos para elétricas em ambos lados da linha de transmissão conforme são mostrados nas Figuras 34a e 34b.

Figura 34 – Detalhamento das transformações lógicas para elétricas da LT trifásica.



(a) (b)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

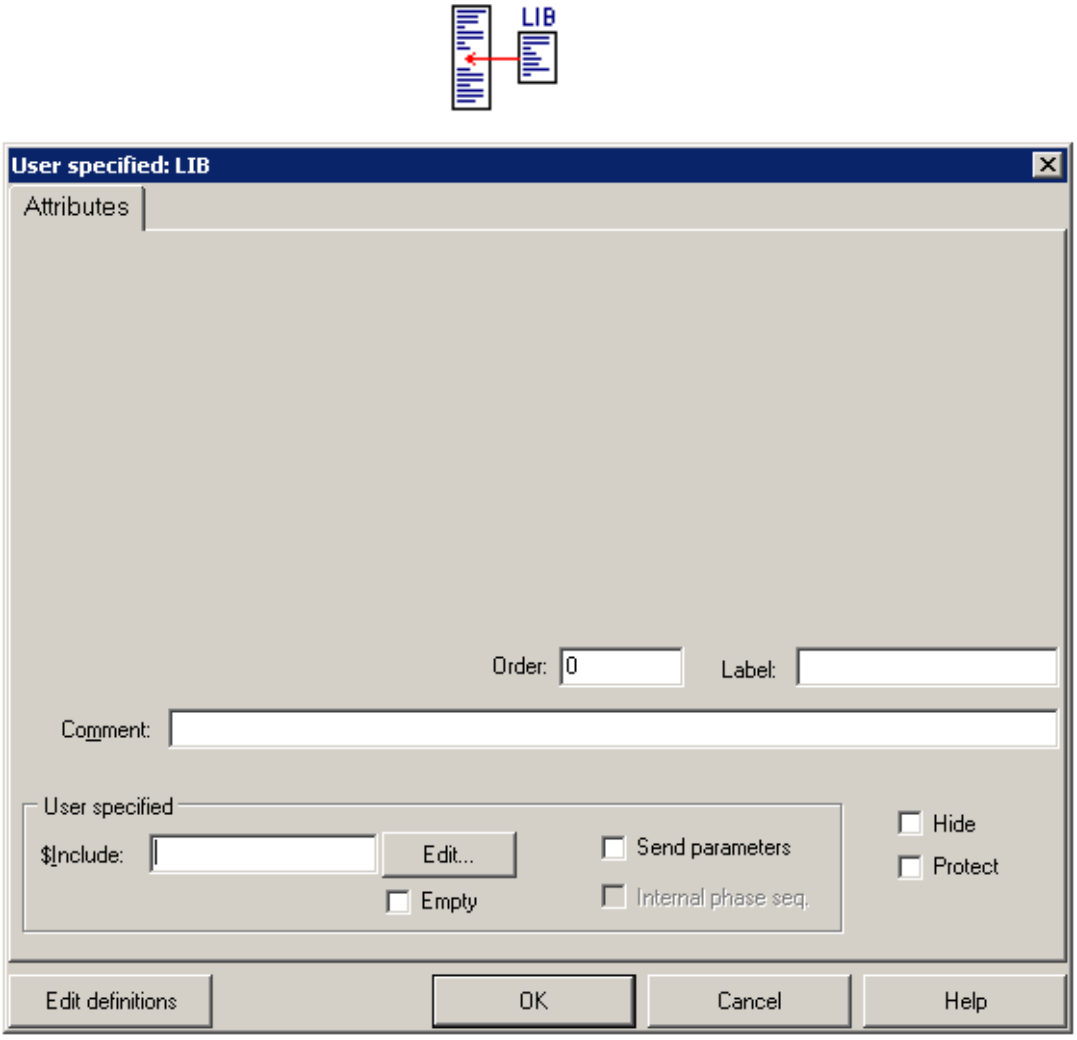
7.2 IMPLEMENTAÇÃO NO ATP/ATPDRAW

A implementação dos modelos CP-LPM e FD-LPM apresentados nos Capítulos 5 e 6 pode ser de forma direta no ATP (colocando as equações genéricas de variáveis estado dos modelos propostos no próprio linguagem computacional do software) ou indireta no ATP através de sua interface gráfica ATPDraw.

O ATP oferece diversas possibilidades de agregar novos componentes às suas bibliotecas. Uma dessas possibilidades consiste na utilização de MODELS, que é uma linguagem própria do ATP, a qual é utilizada para representar modelos definidos pelo usuário. Outra maneira de agregá-los é por linguagens de programação utilizando funções externas em C ou FORTRAN. Porém, tal técnica depende de uma laboriosa tarefa. A simulação destas possibilidades no ATP são feitas pela leitura de dados que possuem uma estrutura básica que deve ser rigorosamente respeitada, compreendendo a entrada de dados, declaração de variáveis e definição de constantes, bem como a área de inserção do código do modelo em si. Usualmente, estes dados são arquivos de texto ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*) de extensão .atp em formato pré-definido, contendo registros ou filas chamados "tarjetas", com os dados do novo modelo, os quais são lidos e processados pelo arquivo executável do ATP "tpbig.exe" em ambiente MS-DOS (*MicroSoft Disk Operating System*) (MARTINEZ; MARTIN, 2020).

Outra alternativa mais viável é a utilização do ATPDraw, o qual é um programa de interface gráfica do arquivo executável do ATP "tpbig.exe". Nele é possível modificar/criar um circuito elétrico a partir de elementos pré-definidos como resistências, indutância, capacitância, transformadores, etc (HØIDALEN; PRIKLER; HALL, 1999). Esses elementos, podem ser inseridos de forma manual na área de trabalho do ATPDraw ou podem ser inseridos de forma manual através de um cartão com instruções $INSERT ou $INCLUDE, seguido da indicação do arquivo que contem os valores de resistências, indutâncias e capacitâncias. Esse cartão, será introduzido mediante a opção de inclusão de bibliotecas pré-definidas pelo usuário. Na Figura 35, apresenta-se o ícone *LIBRARY*, pré-definido no ATPDraw, e a janela para a adição dos elementos circuitais equivalentes.

Figura 35 – Ícone e janela do LIB no APTDraw.



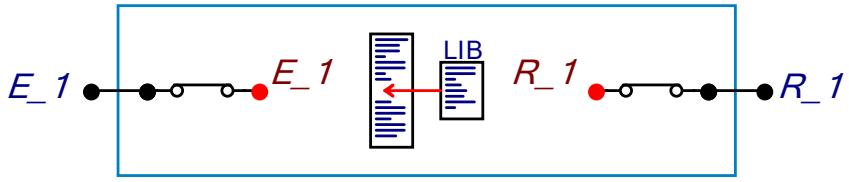
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para nossos modelos CP-LPM e/ou FD-LPM, uma vez obtidos os elementos sintetizados R', L', C' e G' de nossos modelos de circuitos π em cascata, tal como foi mostrado nos Capítulos 5 e 6, serão armazenados no ícone *LIBRARY* do ATPDraw que será introduzido nas simulações efetuadas pelo programa ATP.

Nesta tese, utiliza-se uma rotina feita em Matlab e que é descrita e disponibilizada em Gustavsen (2002), que converte o modelo de um circuito elétrico equivalente obtido em Matlab em um arquivo de texto com as resistência, indutâncias e capacitâncias do circuito elétrico equivalente. Uma característica importante deste arquivo criado, é que pode ser lido por vários ícones da biblioteca do ATP, como por exemplo o ícone *LIBRARY*. Uma vez incluídos os elementos *RLC* no ATP, devem-se nomear seus nós de conexão com os demais elementos do sistema.

Na Figura 36 é mostrada a implementação do modelo de circuito π (CP-LPM ou FD-LPM) monofásico no programa ATPDraw. Nessa figura, os elementos RLC do circuito π são carregados no ícone LIB e seguidamente são nomeados seus nós de conexão com os demais elementos do sistema.

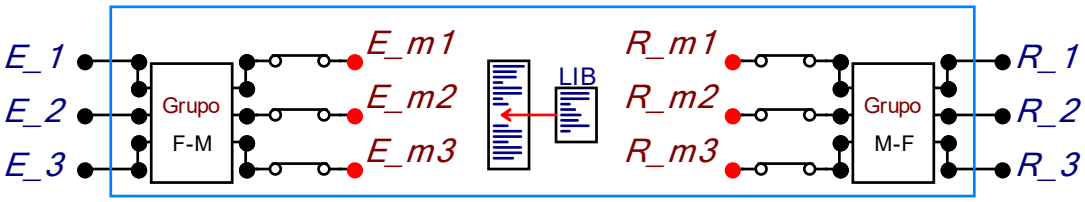
Figura 36 – Modelo da LT monofásica implementado no ATPDraw.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 37 é mostrada a implementação do modelo de circuito π trifásico (CP-LPM ou FD-LPM) no programa ATPDraw. Nessa figura, os elementos RLC do circuito π modais são carregados no ícone LIB, seguidamente são nomeados seus nós de conexão modais e conectados aos grupos de transformação fase-modo e modo-fase (denominados na figura como Grupo F-M e Grupo M-F). Desse maneira, a LT pode se conectar com os demais elementos do sistema.

Figura 37 – Modelo da LT trifásico implementado no ATPDraw.

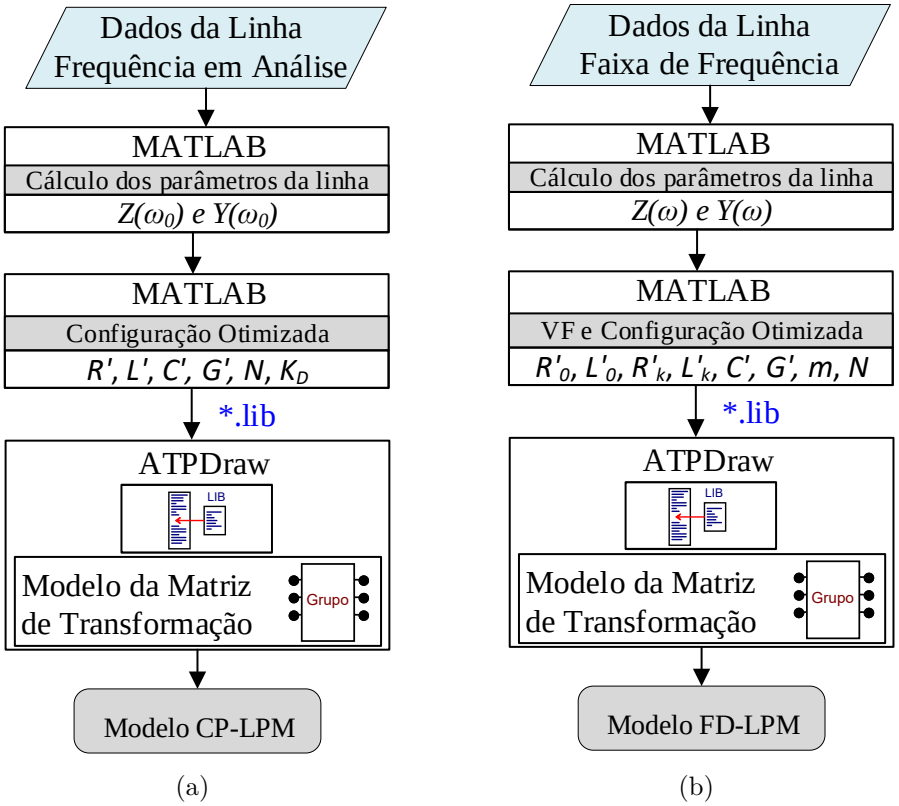


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para a conexão dos três circuitos monofásicos modais (α, β e z), foi necessário usar um grupo de transformação (ou interface) entre o domínio modal e domínio da fase. A conexão se baseia na relação entre tensões e correntes entre domínios estabelecida pela matriz de transformação de Clarke e foi representada por meio de transformadores ideais, de maneira similar ao apresentado em Tavares, Pissolato e Portela (1998). Nesta tese, foram melhoradas as equações da representação da interface dada por Tavares, Pissolato e Portela (1998) e foi implementada no ATPDraw. No Apêndice H, é apresentado o equacionamento detalhado da interface e a sua implementação no ATPDraw.

Nas Figuras 38a e 38b são descritas, em forma de fluxograma, as metodologias para se implementar os modelos CP-LPM e LP-LPM no ATPDraw. Conforme mostrado nas figuras, foi usado a rotina para o cálculo dos parâmetros elétricos feita pelo autor em Matlab. Seguidamente, em Matlab, são encontrados os parâmeros dos circuitos discretos otimizados para cada um dos modelos CP-LPM e FD-LPM. Esses parâmetros otimizados são escritos em um arquivo .lib, compatível com o bloco LIB do ATPDraw, através de uma rotina feita pelo autor em Matlab. Uma vez que são incluídos os modelos das linhas no bloco LIB, eles são conectados aos grupos de transformação fase-modo e modo-fase. Finalmente, temos nossos modelos implementados no ATPDraw pronto para simular qualquer cenário do SEE.

Figura 38 – Fluxograma da metodologia da implementação dos modelos da LT em ATP.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

7.3 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo apresentou-se a estratégia adotada para implementação dos modelos CP-LPM e FD-LPM nos programas Matlab/Simulink/SimPowerSystems e ATP/ATPdraw, assim como a motivação da utilização desses softwares para o estudo dos transitórios eletromagnéticos no sistema elétrico de energia. O próximo capítulo apresenta os estudos de caso utilizando as ferramentas desenvolvidas neste capítulo. Empregando diversos tipos de distúrbios, o modelo é validado.

8 VALIDAÇÃO E RESULTADOS

Neste capítulo, os resultados obtidos com o emprego do modelo a parâmetros concentrados constante em relação à frequência e do modelo a parâmetros concentrados dependentes da frequência implementados nas plataformas ATP e Simulink são apresentados, tendo como referência as simulações de vários casos que abrangem as linhas de transmissão aéreas. Inicialmente, valida-se o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão monofásica e trifásica implementados pelo autor no software Matlab com os calculados pelo programa ATP. Esses parâmetros calculados no Matlab foram usados nas simulações dos modelos proposto. Em seguida, são validados os modelos a parâmetros concentrados constantes em relação à frequência no domínio da frequência e tempo, tanto para linhas monofásicas como para trifásicas, usando o número N de circuitos π e a constante de amortecimento K_D ótimos para cada linha de transmissão simulada. Finalmente, os modelos a parâmetros concentrados dependentes em relação à frequência no domínio da frequência e tempo, para linhas monofásicas e trifásicas são validados para diversos tipos de distúrbios eletromagnéticos, usando o número N de circuitos π e o número M de polos ótimos para representar os parâmetros longitudinais da linha dependentes da frequência..

8.1 DADOS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E VALIDAÇÃO DO CÁLCULO DE SEUS PARÂMETROS ELÉTRICOS

As silhuetas das LTs monofásicas e trifásicas com os seus dados geométricos e os parâmetros elétricos do solo são apresentados nesta seção. Além disso, os parâmetros elétricos (resistência, indutância e capacitância por unidade de comprimento) são calculados em função da frequência. As formulações do cálculo dos parâmetros da LT mostrados no Capítulo 3 foram implementadas, pelo autor, em Matlab e os resultados foram validados com os calculados pelo programa ATP. A faixa de frequências utilizada para o cálculo dos parâmetros de linha está compreendida de 0.01 Hz a 1 MHz, considerando 30 pontos por década, logaritmicamente espaçados.

8.1.1 Dados da LT Monofásica e Cálculo de seus Parâmetros Elétricos

A silhueta da LT monofásica empregada nas simulações é ilustrada na Figura 39. A LT está compostos por feixes de quatro condutores tubulares do tipo *Grosbeak*, cujos dados são apresentados na Tabela 5. Em todas as simulações são levados em consideração o efeito pelicular e a impedância de retorno ao solo para um solo de resistividade de 100 Ω.m e permissividade relativa ε_r de 1. Cada uma das colunas da Tabela 5 representam as seguintes informações (HØIDALEN; PRIKLER; HALL, 1999):

– Rin: raio interno da seção do condutor.

– Rout: raio externo do condutor.

– Resis: resistência DC do condutor.

– Horiz: distância horizontal do centro do condutor a alguma referência.

– Htorre: distância vertical do centro do condutor em relação ao solo.

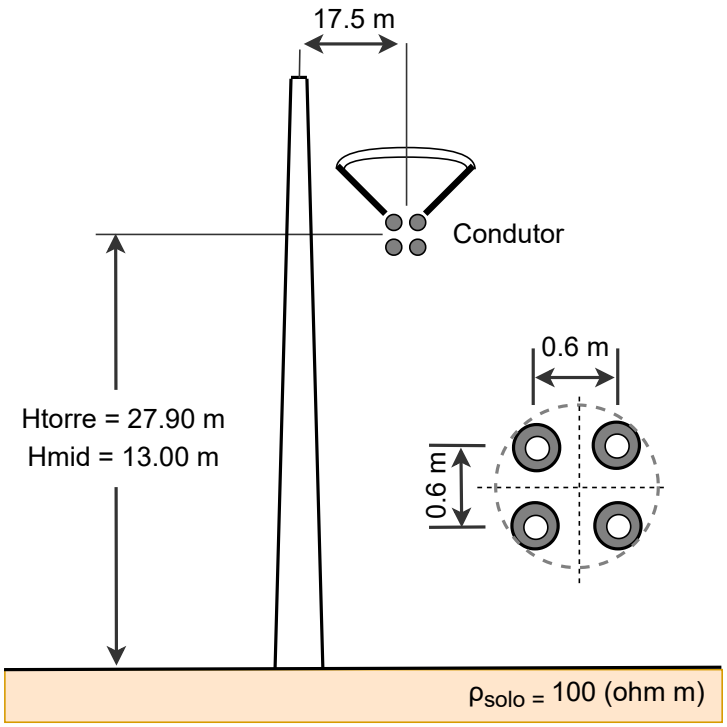
– Hmid: distância vertical do centro do condutor em relação ao solo no vão entre torres.

– Separ: espaço entre os centros dos condutores adjacentes pertencentes a um mesmo feixe.

– Alpha: ângulo dos condutores em relação a uma reta horizontal no centro do feixe.

– NB: número de condutores que formam o feixe.

Figura 39 – Silhueta da LT monofásica usada nas simulações.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A seguir serão mostrados as curvas da impedância série e das resistências totais, internas e de efeito do solo que variam em relação à frequência.

Tabela 5 – Dados da linha de transmissão monofásica.

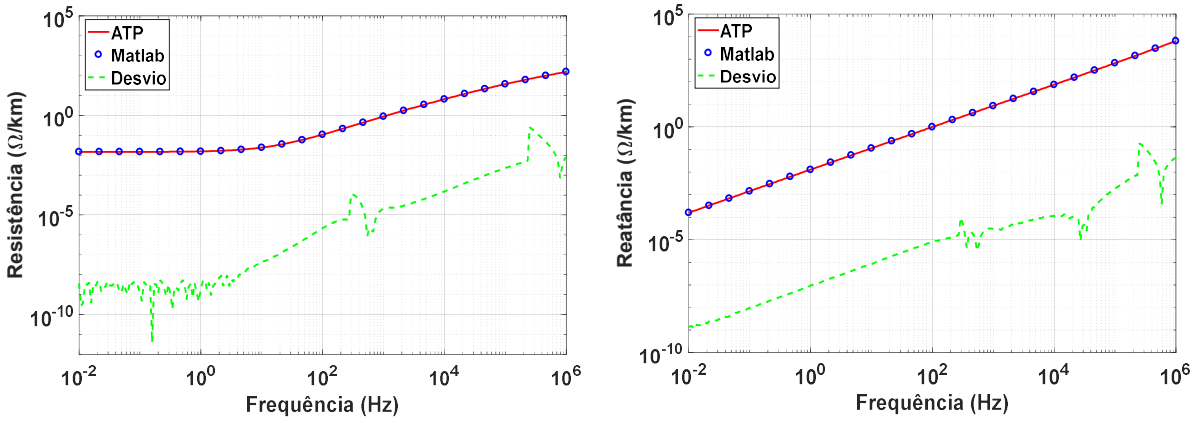
Fase	Rin [cm]	Rout [cm]	Resis [ohm/km]	Horiz [m]	Htorre [m]	Hmid [m]	Separ [cm]	Alpha [graus]	NB
A	0.55	1.55	0.0585	17.5	27.9	13	60	45	4

Fonte: Elaboração do próprio autor.

- **Validação da impedância série da LT monofásica**

Na Figura 40, são mostrados os elementos Re(Z) e Im(Z) na faixa de 10^{-2} até 10^{6} Hz, sendo que Z é a impedância série (longitudinal). Os resultados calculados usando Matlab, feito pelo autor, foram comparados com os calculados pelo software ATP conforme mostrados na Figura 40. Também, são mostrados os desvio absolutos para cada medida entre os resultados de Matlab e ATP. Percebe-se que os desvios são pequenos, o qual indica uma boa concordância entre os calculados pelo Matlab e o ATP.

Figura 40 – Cálculo e simulação de Re(Z) e Im(Z) usando Matlab e ATP.

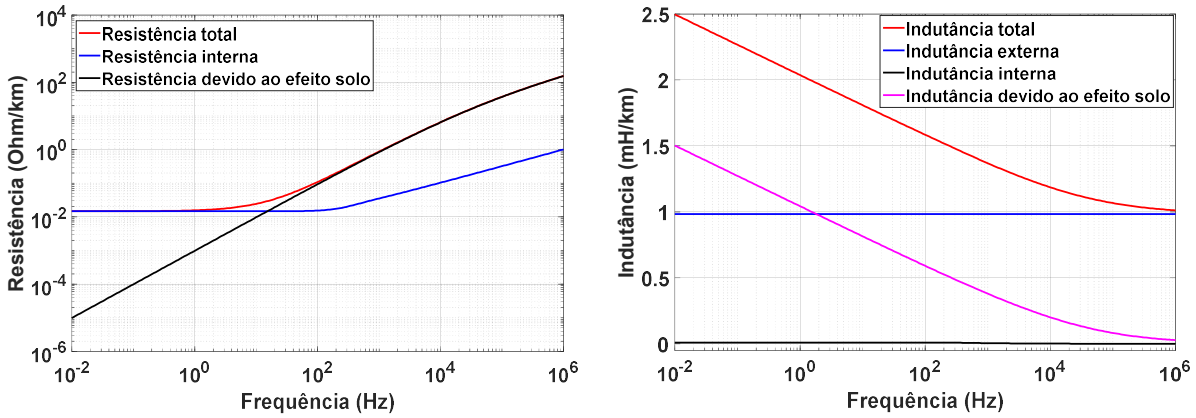


(a) (b)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

As resistências e as indutâncias totais decorrentes da Figura 40 são mostradas na Figura 41. A composição dessa resistência e dessa indutância total, que são as componentes internas devido ao efeito *Skin*, externas e do efeito do solo também são mostradas conforme a Figura 41. Todos esses parâmetros elétricos são dados por unidade de comprimento.

Figura 41 – Comportamento das resistências e indutâncias totais em relação à frequência compostas por: internas, externas e solos.



(a) (b)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

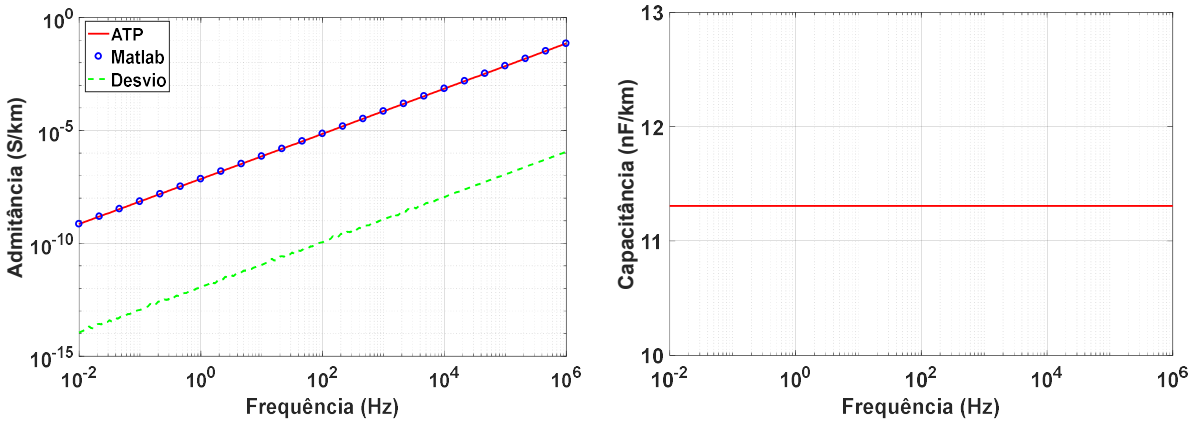
Da Figura 41, pode-se verificar que a resistência total (longitudinal) é dividida em duas parcelas que são resistência interna e resistência do solo, e a indutância total (longitudinal) é dividida em três parcelas que são indutância externa, indutância interna e indutância do solo. A resistência interna aumenta com o aumento da frequência, enquanto a indutância interna diminui. Tal comportamento, evidentemente, é atribuído ao efeito pelicular, pois, como destacado no Capítulo 3, a área de condução de corrente diminui à medida que a frequência aumenta. A resistência do solo aumenta com a frequência, ao passo que a indutância do solo diminui, pois à medida que a frequência aumenta o caminho de retorno pelo solo tende à superfície de separação ar-solo.

A seguir serão mostradas as curvas da admitância em derivação e da capacitância em relação à frequência.

- **Validação da admitância em derivação da LT monofásica**

Na Figura 42a é mostrada a admitância em derivação Y na faixa de 10^{-2} até 10^{6} Hz. Os resultados calculados usando Matlab, feitos pelo autor, foram comparados com os calculados pelo software ATP conforme mostrado na Figura 42a. Também, nessa figura, é mostrado o desvio entre os resultados Matlab e ATP. Percebe-se que o desvio é pequeno, o qual indica uma boa concordância entre o calculados pelo Matlab e o ATP.

Figura 42 – Cálculo e simulação de Y e C usando Matlab e ATP.



(a) (b)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A capacitância transversal decorrente da Figura 42a é mostrado na Figura 42b. Evidentemente o comportamento da capacitância não varia ao longo do espectro de frequência, isso devido a que o cálculo foi considerando com solo ideal (condutividade infinita).

8.1.2 Dados da LT Trifásica e Cálculo de seus Parâmetros Elétricos

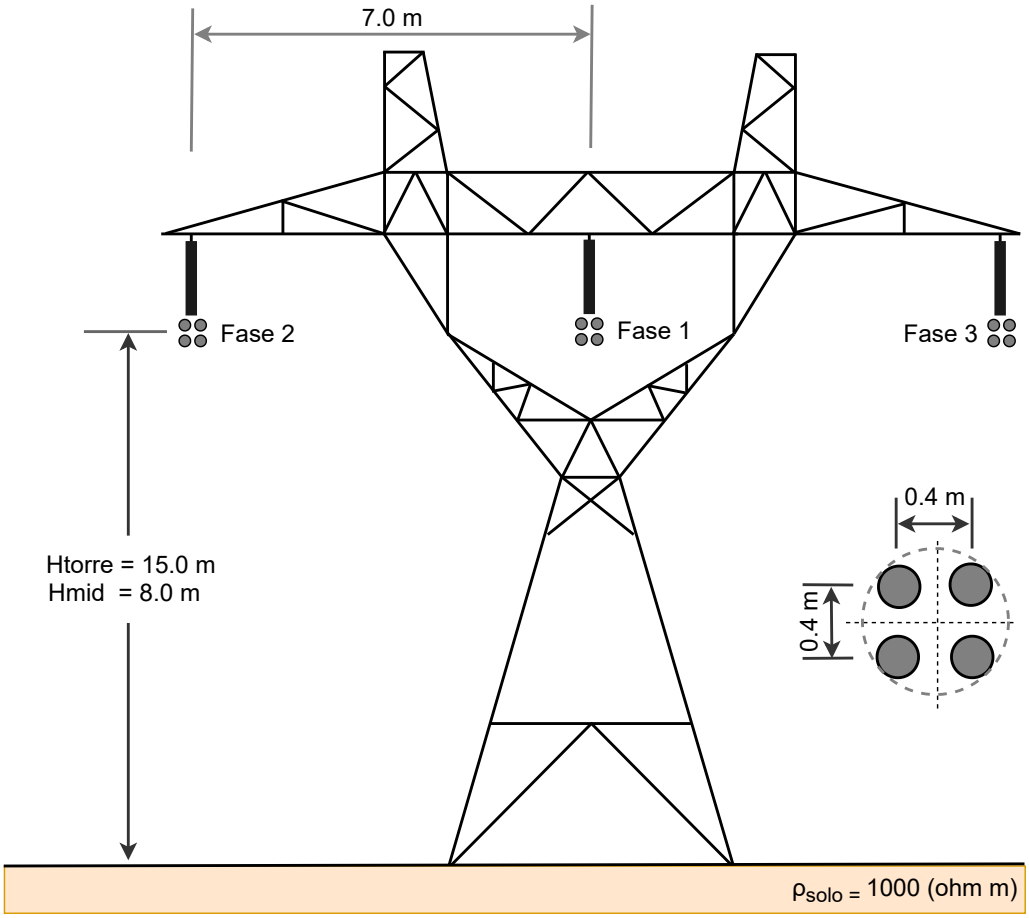
A silhueta da LT trifásica empregada nas simulações é ilustrada na Figura 43. Essa LT possui plano de simetria vertical e é considerada idealmente transposta nas simulações de validação dos modelos CP-LPM e FD-LPM. No entanto, para a validação do cálculo dos parâmetros elétricos não é considerada idealmente transposta. As fases desta LT estão compostos por feixes de quatro condutores sólidos do tipo *Grosbeak* por fase (representadas por 1, 2 e 3), cujos dados são apresentados na Tabela 6. Em todas as simulações são levados em consideração o efeito pelicular e a resistência do solo para uma resistividade de 1000 Ω.m e permissividade relativa ε_r de 1.

Tabela 6 – Dados da linha de transmissão trifásica.

Fase	Rin [cm]	Rout [cm]	Resis [ohm/km]	Horiz [m]	Htorre [m]	Hmid [m]	Separ [cm]	Alpha [graus]	NB
1	0	1.53	0.03842	-7	15	8	40	45	4
2	0	1.53	0.03842	0	15	8	40	45	4
3	0	1.53	0.03842	7	15	8	40	45	4

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 43 – Silhueta de linha de transmissão trifásica usada nas simulações.



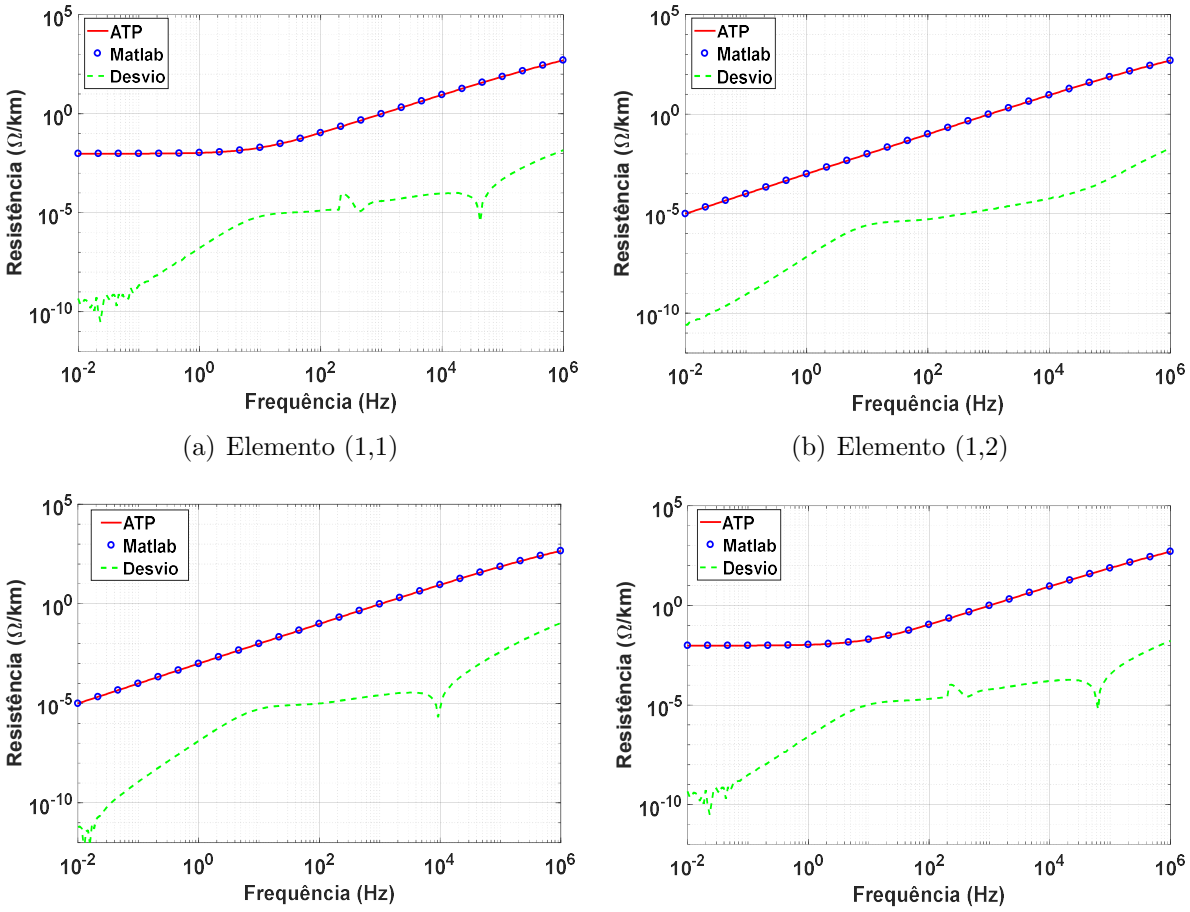
Fonte: Elaboração do próprio autor.

A seguir serão mostrados as curvas da matriz impedância série e das matrizes resistências totais, internas e de efeito do solo que variam em relação à frequência.

- **Validação da matriz de impedâncias série da LT trifásica**

Nas Figuras 44 e 45 são mostrados os elementos (1,1), (1,2), (1,3) e (2,2) das matrizes Re($\boldsymbol{Z}$) e Im($\boldsymbol{Z}$) na faixa de 10^{-2} até 10^{6} Hz, sendo que $\boldsymbol{Z}$ é a matriz de impedância série. Foram comparados os resultados calculados em Matlab, feitos pelo autor, com os calculados pelo programa ATP. A matriz $\boldsymbol{Z}$ além de ser simétrica, os dois pares de elementos: (1,1)-(3,3) e (1,2)-(2,3) são iguais, por causa da simetria vertical da LT conforme mostrado na Figura 43.

Figura 44 – Cálculo e simulação de Re($\boldsymbol{Z}$) usando Matlab e ATP.



(a) Elemento (1,1)

(b) Elemento (1,2)

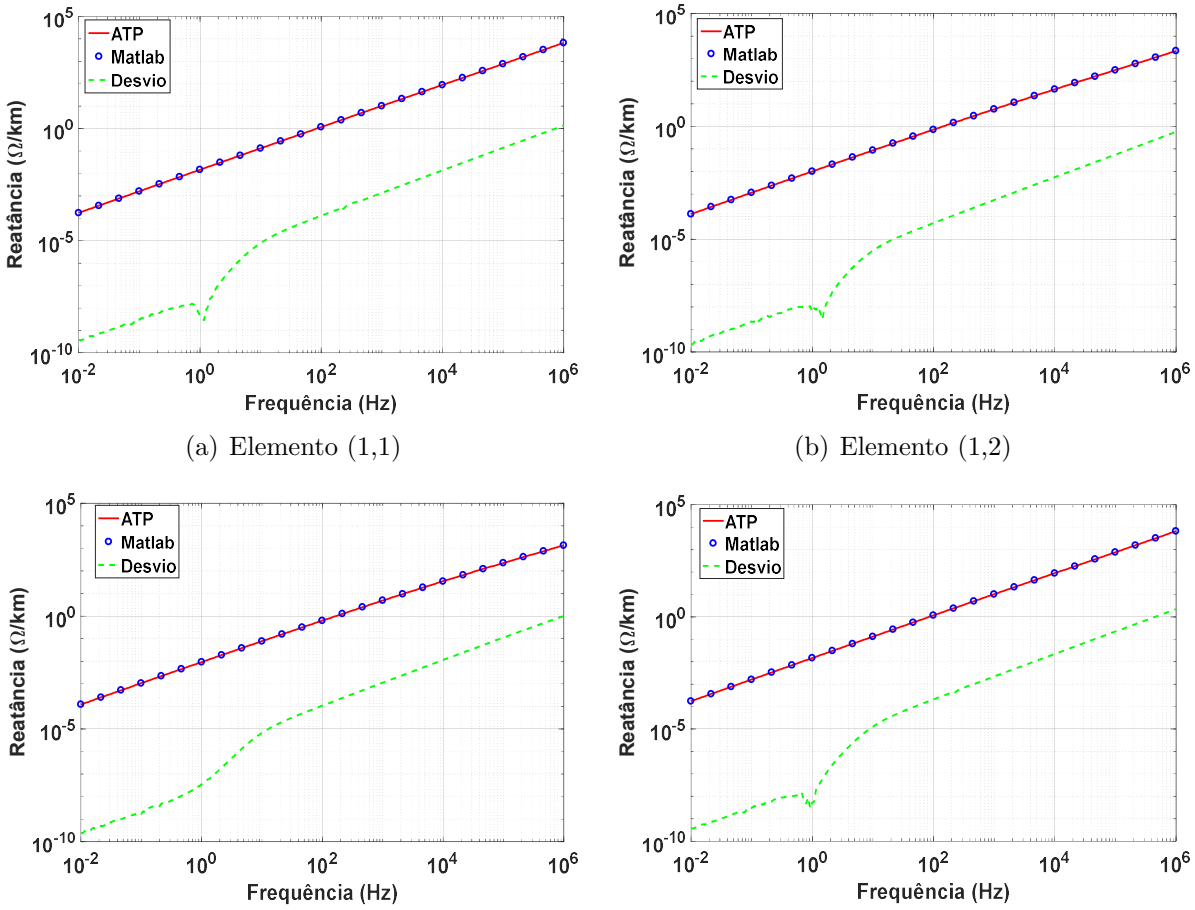
(c) Elemento (1,3)

(d) Elemento (2,2)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nota-se da Figura 44 que as curvas calculadas no Matlab, feitas pelo autor, representadas pelas curvas em cor azul são muito próximas às curvas calculadas pelo programa ATP, representadas pelas curvas em cor vermelho. Também, observam-se que os desvios relativos, representadas pelas curvas tracejadas em cor verde, são pequenos.

Figura 45 – Cálculo e simulação de Im($\boldsymbol{Z}$) usando Matlab e ATP.



(a) Elemento (1,1)

(b) Elemento (1,2)

(c) Elemento (1,3)

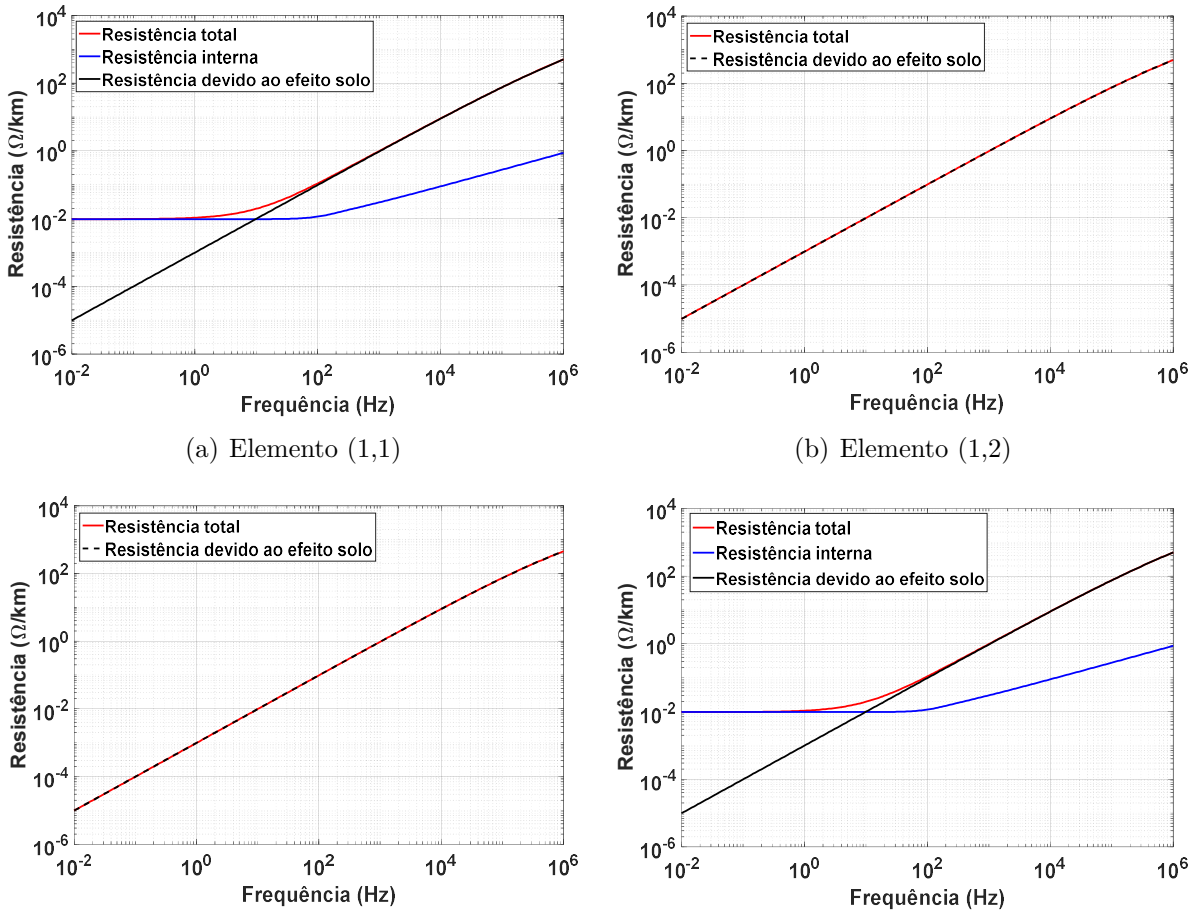
(d) Elemento (2,2)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observa-se, também, da Figura 45 que as que as curvas calculadas no Matlab, feitas pelo autor, representadas pelas curvas em cor azul são muito próximas às curvas calculadas pelo programa ATP, representadas pelas curas de cor vermelho.

Nas Figuras 46 e 47 são mostrados as resistências e indutâncias totais decorrentes das Figuras 44 e 45. Também são mostrados a composição dessas resistências e indutâncias totais, que são as componentes internas (*skin*), externas e do efeito do solo. Todos elas por unidade de comprimento.

Figura 46 – Comportamento das resistências totais, internas, externas e solos em relação à frequência.



(a) Elemento (1,1)

(b) Elemento (1,2)

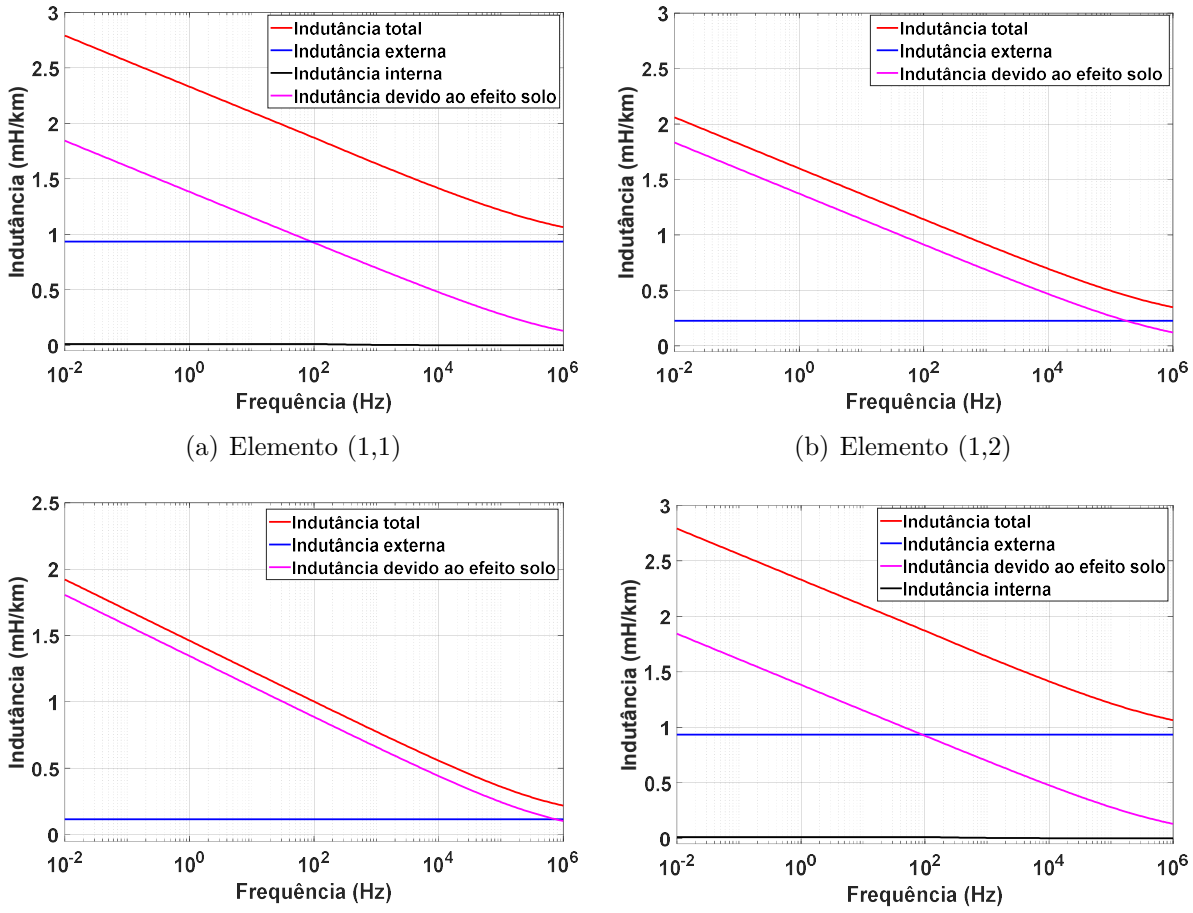
(c) Elemento (1,3)

(d) Elemento (2,2)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observa-se da Figura 46 que as mesmas tendências da LT monofásica são observadas. Da Figura 46 pode-se verificar que as resistências totais próprias (elemento (1,1) e elemento (2,2)) são divididas em duas parcelas que são resistência interna e resistência do solo. No entanto, as resistências totais mutuas (elemento (1,2) e elemento (1,3)) só tem uma parcela que é a resistência do solo, já que não existe a resistência interna nesses elementos. Isso é devido a que o efeito pelicular existe só nos elementos próprios (condutores próprios). Também, observa-se que todas as resistências totais, curvas em cor vermelho, em magnitude aumentam a medida que a frequência aumenta.

Figura 47 – Comportamento das indutâncias totais, internas, externas e solos em relação à frequência.



(a) Elemento (1,1)

(b) Elemento (1,2)

(c) Elemento (1,3)

(d) Elemento (2,2)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nas Figura 47, também, percebe-se que as mesmas tendências da LT monofásica são observadas. Da Figura 47, percebe-se também que nos elementos mútuos da indutância total não existem a parcela da indutância interna. Igualmente, observa-se que todas as indutâncias totais, curvas em cor vermelho, em magnitude diminuem a medida que a frequência aumenta.

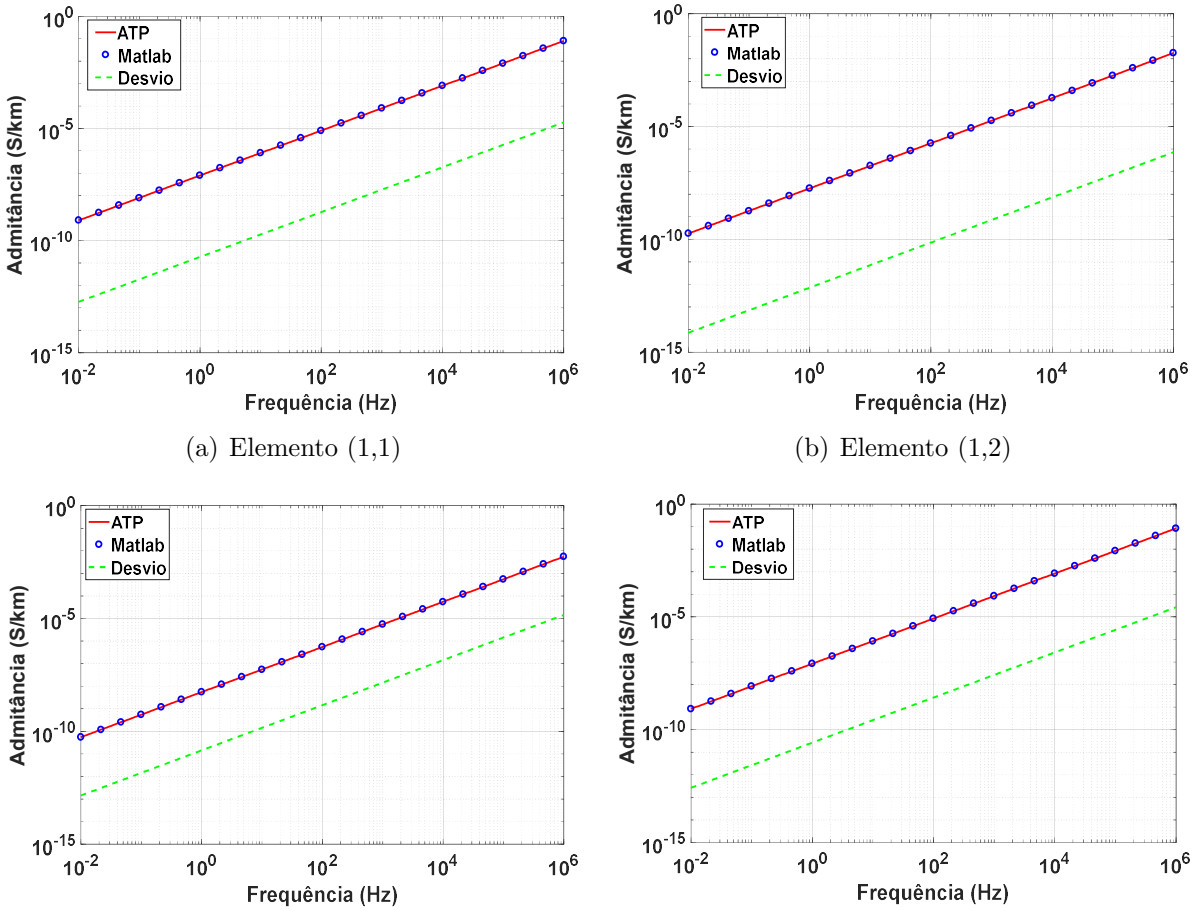
A seguir serão mostrados as curvas da matriz admitância em derivação e das matrizes capacitância em relação à frequência.

- **Validação da matriz admitância em derivação da LT trifásica**

Nas Figuras 48 e 49, são mostrados os elementos (1,1), (1,2), (1,3) e (2,2) da matriz admitância em derivação $\boldsymbol{Y}$ e de suas capacitância $\boldsymbol{C}$ correspondentes na faixa de 10^{-2} até 10^{6} Hz. Foram comparados os resultados calculados em Matlab, feito pelo autor, com os calculados pelo programa ATP. As matrizes $\boldsymbol{Y}$ e $\boldsymbol{C}$ além de serem simétricas, os dois

pares de elementos: (1,1)-(3,3) e (1,2)-(2,3) são iguais, por causa da simetria vertical da LT mostrado na Figura 43.

Figura 48 – Cálculo e simulação da matriz $\boldsymbol{Y}$ calculada pelo Matlab e ATP.



(a) Elemento (1,1)

(b) Elemento (1,2)

(c) Elemento (1,3)

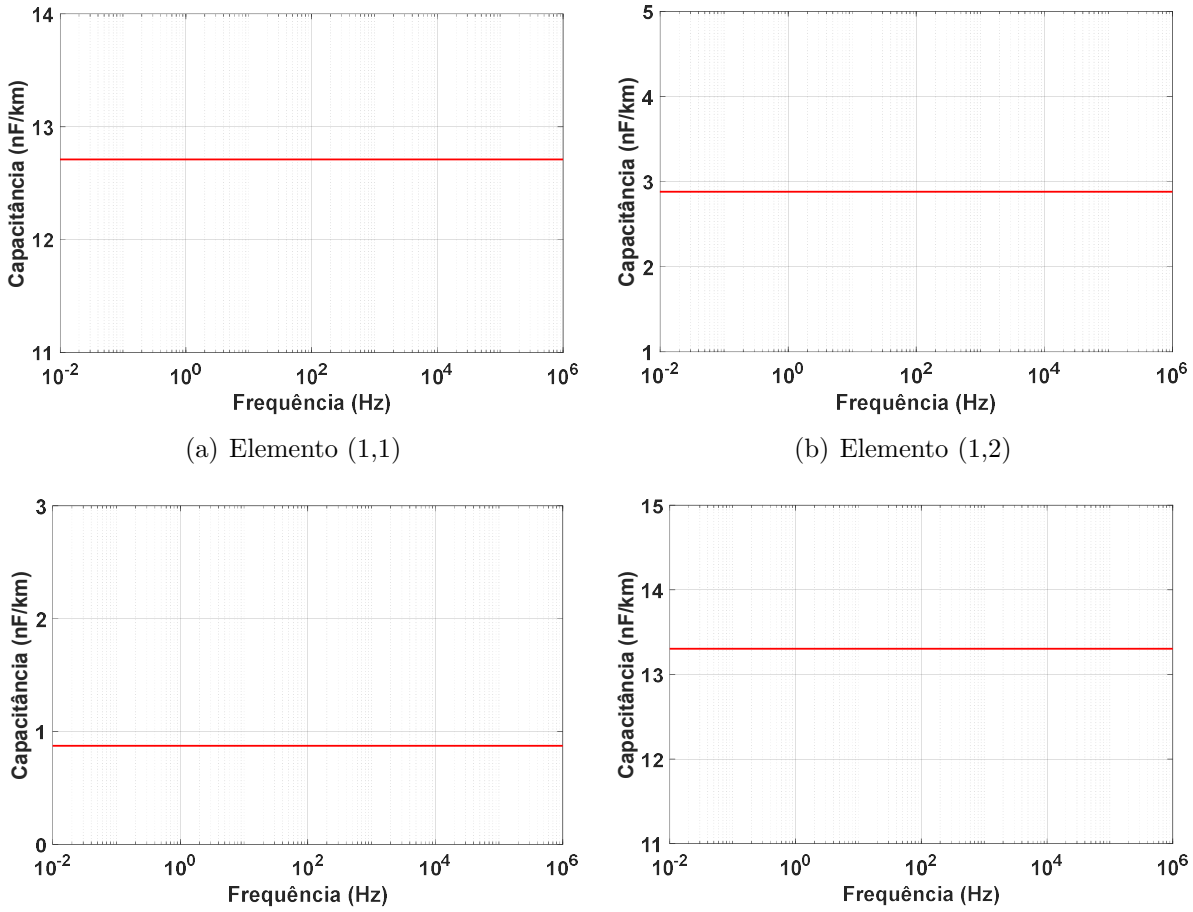
(d) Elemento (2,2)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nota-se da Figura 48 que as curvas calculadas no Matlab, feitas pelo autor, representadas pelas curvas em cor azul são muito próximas às curvas calculadas pelo programa ATP, representadas pelas curvas em cor vermelho. Também, observam-se que os desvios relativos, representadas pelas curvas tracejadas em cor verde, são pequenos.

A matriz capacitância transversal decorrente da Figura 48 é mostrado na Figura 49. Como era de se esperar os elementos da capacitância são constantes ao longo do espectro da frequência, já que nas formulações da capacitância foram desprezados o efeito do solo. Portanto o cálculo da capacitância só depende da disposição geométrica dos condutores da LT trifásica.

Figura 49 – Cálculo da capacitância $\boldsymbol{C}$ usando Matlab.



(a) Elemento (1,1)

(b) Elemento (1,2)

(c) Elemento (1,3)

(d) Elemento (2,2)

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os parâmetros elétricos da LT monofásica e trifásica calculados nesta seção, serão usados para validar os modelos propostos CP-LPM e FD-LPM nas seções a seguir.

8.2 VALIDAÇÃO DO MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E CONSTANTE COM A FREQUÊNCIA

Nesta seção são apresentadas as validações tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo para as LTs monofásica e trifásica modeladas como parâmetros concentrados e constantes em relação à frequência, denominado como CP-LPM. As LTs validadas têm como dados geométricos as silhuetas mostradas nas Figuras 39 e 43.

8.2.1 Validação no Domínio da Frequência para a LT Monofásica

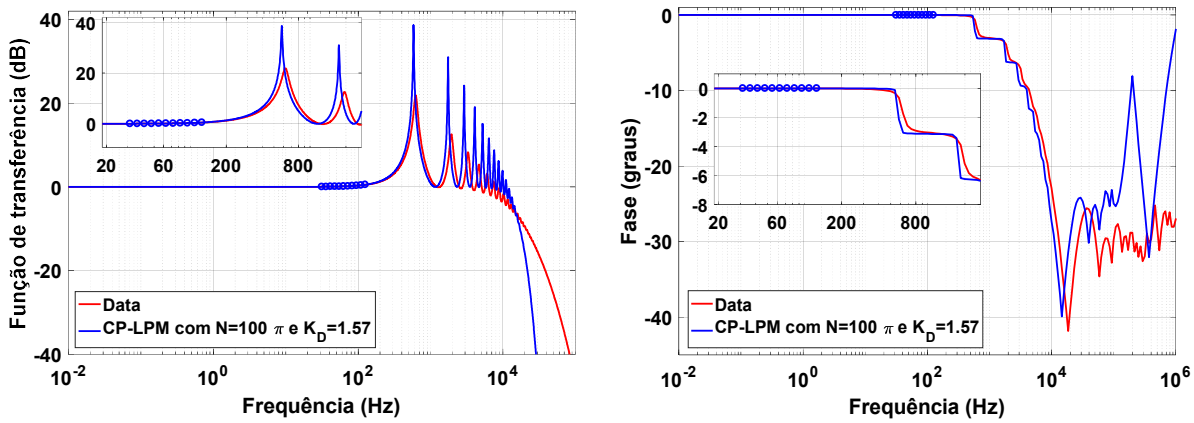
Para a validação no domínio da frequência do modelo CP-LPM monofásico, deve-se determinar o número N adequado de circuitos π em cascata para representar adequada-

mente a LT monofásica para uma frequência de interesse. Tal procedimento é explicado a seguir.

A. Número de circuitos π usados pelo CP-LPM que representa a LT monofásica

Para obter o número N de circuitos π em cascata que o CP-LPM monofásico deve usar para representar corretamente uma frequência, ou uma pequena faixa de frequência em análise, emprega-se o fluxograma da Figura 25. Considerando um K_D ótimo de 1.57, para o CP-LPM monofásico, a relação (razão) entre a tensão no terminal receptor (r) e a tensão no terminal emissor (e) $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$, com $s = j\omega$, foi calculada para a LT monofásica. Nas Figuras 50 e 51, os gráficos de Bode da magnitude e da fase dessa relação $V_{\mathrm{r}}/V_{\mathrm{e}}$ são obtidos com a solução exata no domínio da frequência da LT (modelo de circuito π exato designado como Data), e comparados com o modelo CP-LPM usando 100 circuitos π em cascata. As equações das relações $V_{\mathrm{r}}/V_{\mathrm{e}}$ para o modelo de circuito π exato encontram-se no Apêndice G, enquanto a equação da relação $V_{\mathrm{r}}/V_{\mathrm{e}}$ para o CP-LPM foi apresentado em (100). Os parâmetros elétricos do modelo CP-LPM nas Figuras 50 e 51, foram calculadas a 60 Hz e 630 Hz, respectivamente. A escolha da frequência de 630 Hz foi aleatória e deve-se ao fato de mostrar outra resposta diferente à de 60 Hz.

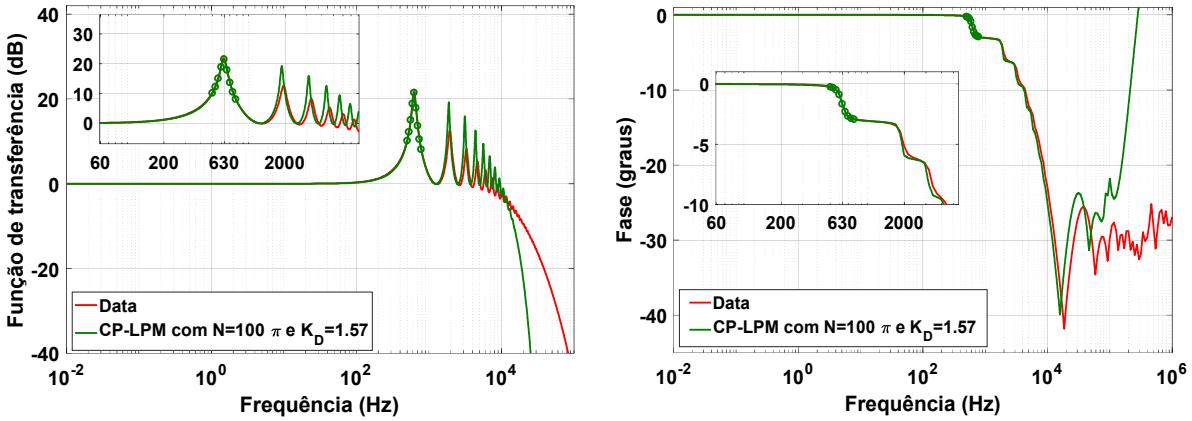
Figura 50 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para uma LT de 100 km a 60 Hz.



(a) Magnitude (b) Fase

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 51 – Relação de $V_r(s)/V_e(s)$ para uma LT de 100 km a 630 Hz.



(a) Magnitude (b) Fase

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Da Figura 50, pode-se notar que com N=100 circuitos π em cascata, a resposta da relação $V_r(s)/V_e(s)$ do CP-LPM (linha azul) apresenta uma boa convergência para baixas frequências até algumas dezenas de Hz. Nessa faixa, verifica-se que para 60 Hz tem-se um bom ajuste entre a resposta exata (Data) e o modelo CP-LPM. Entretanto, em altas frequências, nota-se que há uma grande diferença entre as respostas obtidas. De modo análogo, na Figura 51, nota-se que quando os parâmetros da LT são calculados para uma nova frequência (630 Hz), um melhor ajuste é obtido para as curvas de $V_r(s)/V_e(s)$, representados pela curva verde. Este comportamento ocorre devido ao fato de que números elevados N de circuitos π em cascata, associado ao cálculo dos parâmetros elétricos concentrados de uma linha para uma frequência de interesse elevada, estão mais próximos da natureza distribuída dos parâmetros da LT.

8.2.2 Validação no Domínio do Tempo para a LT Monofásica

Para validação do CP-LPM monofásico no domínio do tempo usou-se a LT mostrada na Figura 39. A frequência de interesse em análise foi de 60 Hz e os parâmetros elétricos da LT usados nas simulações, calculados à frequência de interesse, são dados em (135). O passo de tempo Δt adotado nas simulações foi de 1 μs.

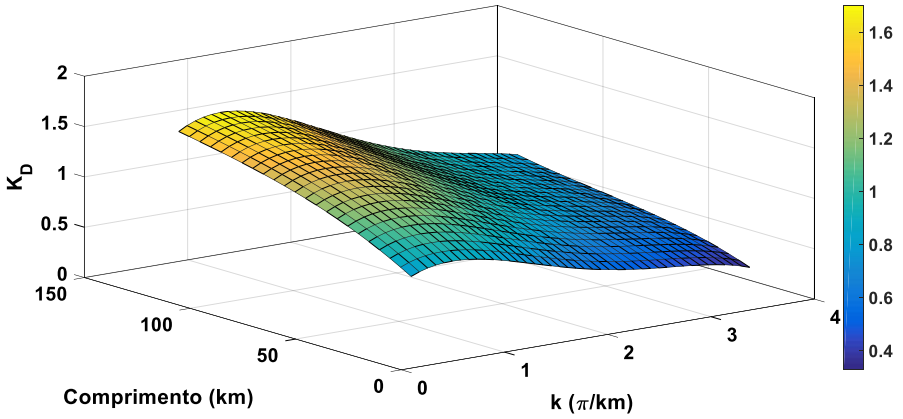
$$R' = 0.0716\ \Omega/km, \quad L' = 1.6339\ mH/km, \quad C' = 1.3078\ nF/km \tag{135}$$

Uma vez calculados os parâmetros elétricos da LT monofásica e definido o passo de cálculo para as simulações, encontra-se a constante de amortecimento K_D ótimo tal como será mostrado a seguir.

A. Valores ótimos da constante K_D para diversos comprimentos d e constantes k (circuitos π/km)

O valor da constante K_D ótimo do CP-LPM depende do comprimento da linha d e da constante k (circuitos π/km) (CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS; PAPADOPOULOS, 2015). Portanto, para se obter os valores de K_D ótimo usamos o fluxograma da Figura 25b. Na Figura 52 é mostrada a influência do K_D ótimo para vários comprimentos de linha d e constantes k para a LT monofásica.

Figura 52 – Constante K_D ótimo em função de k (circuitos π/km) e do comprimento d.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Como pode ser visto na Figura 52, a constante K_D ótimo diminui com o aumento da constante k (circuitos π/km) e aumenta com os valores crescentes do comprimento da linha d, o que está de acordo com os resultados obtidos em (CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS; PAPADOPOULOS, 2015). A figura mostra a superfície 3-D em que K_D ótimo é uma função da constante k (circuitos π/km) e do comprimentos de linha d (km). Com base na equação (106), a função polinomial que gera a superfície 3-D é dada por:

$$K_D(k,d) = \sum_{i=0}^{4}\sum_{j=0}^{3} P_{ij}\, k^i\, d^j \tag{136}$$

onde todos os coeficientes P_{ij} são mostrados na Tabela 7.

Tabela 7 – Coeficientes P_{ij} de $K_D(k, d)$.

P_{ij}				
i/j	0	1	2	3
0	1.04340	0.17285	-0.04238	0.01171
1	-0.36483	-0.06950	0.00723	0.00167
2	0.07308	-0.00443	0.00262	0
3	0.05718	0.01231	0	0
4	-0.03462	0	0	0

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para validação do CP-LPM monofásico no domínio do tempo emprega-se duas LTs de 50 km e 100 km de comprimento. A frequência de interesse a ser adotada é de 60 Hz e baseado no fluxograma mostrado na Figura 25a do Capítulo 5, obtém-se os valores otimizados de $N = 150$ e 100 circuitos π em cascata para representar as LTs de 50 km e 100 km de comprimento respectivamente. Com base nos valores de $N = 150$ e 100 circuitos π em cascata, a constante $k = 3$ π/km para a LT de 50 km e $k = 1$ π/km para a LT de 100 km são obtidos. Com o auxílio da curva 3D apresentado na Figura 52 e da equação polinomial (136), determinam-se os fatores ajustáveis K_D ótimos a serem usados nas simulações. Para essas simulações, no domínio do tempo, do CP-LPM monofásico os valores usados estão organizados na Tabela 8. Essas constantes ótimas K_D e k (circuitos π/km) estão em boa concordância com a frequência de interesse como mostrado na Figura 50.

Tabela 8 – Constantes k e K_D ótimos usados nas simulações.

	Comprimento d (km)	k (π/km)	Fator de ajuste ótimo
Cenários	50	3	$K_D = 0.45$
	100	1	$K_D = 1.57$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

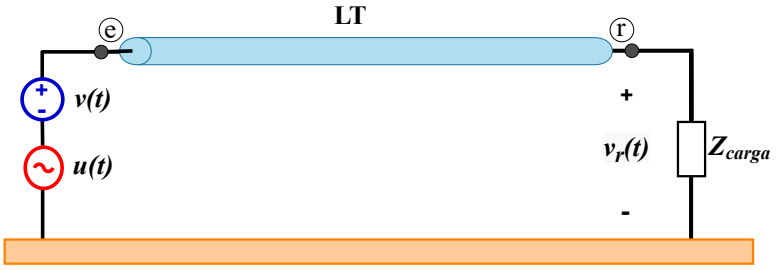
Três cenários diferentes são testados para a LT monofásica. Esses cenários combinam diferentes tipos de excitação de linha e condições de carga no terminal receptor, conforme mais detalhado nos itens a seguir. Nos três cenários, as respostas transitórias do CP-LPM monofásicas são comparadas com as respostas do LPM clássico e com as respostas obtidas pelo Modelo de Bergeron (denominada como CP-Line), ajustados à frequência de 60 Hz, via software ATP.

B. Cenário 1: Fonte impulsiva de baixa frequência no terminal emissor da LT

A LT monofásica é energizada no terminal emissor por uma fonte de tensão cossenoidal $u(t)$ de 1 p.u de magnitude e frequência de 60 Hz, no tempo $t = 0$ s. No terminal receptor a LT é conectada a uma carga Z_{carga} de 5000 Ω, como mostrado na

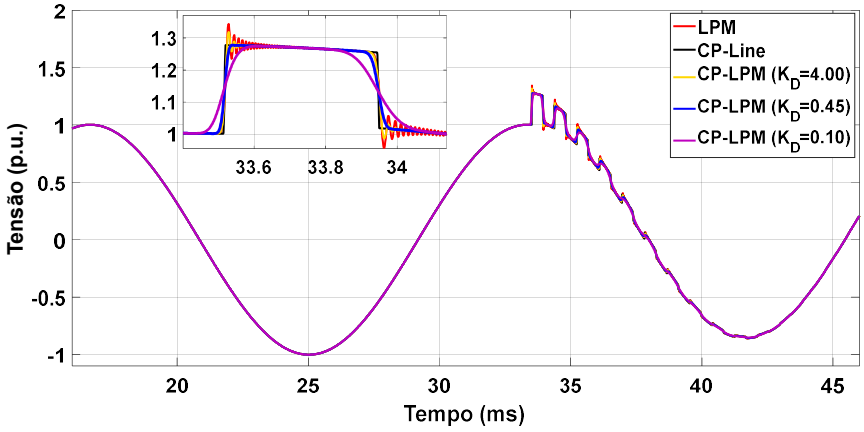
Figura 53. No instante $t = 33.3$ ms, uma fonte impulsiva tipo degrau $v(t)$ de 0.15 p.u. é inserida no terminal emissor, gerando um novo regime transitório. Esse fenômeno é representando como um transitório de baixa frequência. As tensões transitórias $v_r(t)$ para as LT de 50 km e 100 km são calculadas e mostradas na Figura 54.

Figura 53 – Cenário 1 - Fonte impulsiva no terminal emissor da LT monofásica.

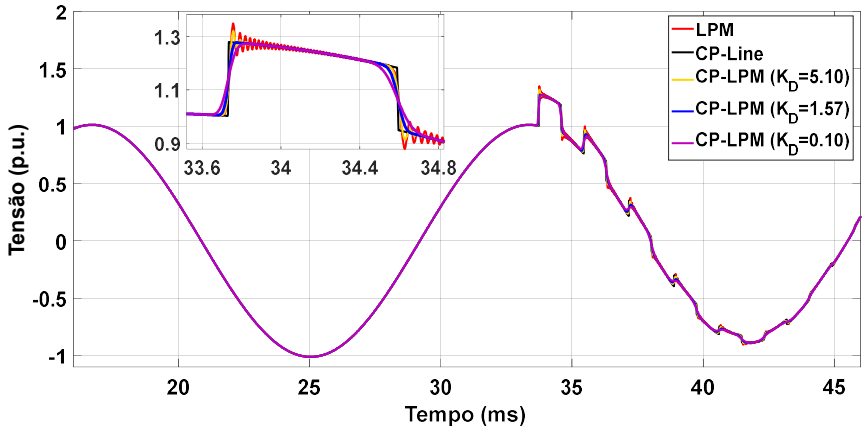


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 54 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 1.



(a) LT de 50 km



(b) LT de 100 km

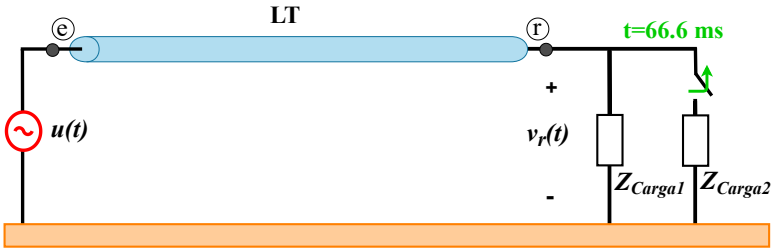
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 54, a fonte impulsiva tipo degrau inserida no tempo $t = 33.3$ ms, gera ondas transitórias que viajam ao longo da linha, resultando em sobretensões no terminal receptor. As curvas de cor vermelha são as respostas transitórias do LPM clássico e como pode ser visto contém oscilações espúrias decorrentes do próprio modelo. As curvas de cor preta são as respostas transitórias do modelo Bergeron (CP-Line) e como pode ser vista não contém oscilações espúrias e estas são adotadas como as respostas de referência. As curvas de cor amarela, azul e roxa são as respostas transitórias do modelo CP-LPM com diferentes fatores ajustáveis K_D, onde tem-se o valor ótimo de $K_D = 0.45$ para a LT de 50 km e o valor de $K_D = 1.57$ para a LT de 100 km. A partir desses resultados, nota-se que as respostas transitórias obtidas pelo CP-LPM não contém oscilações espúrias e são similares às respostas de referência obtidas pelo CP-Line.

C. Cenário 2: Rejeição de carga no terminal receptor da LT

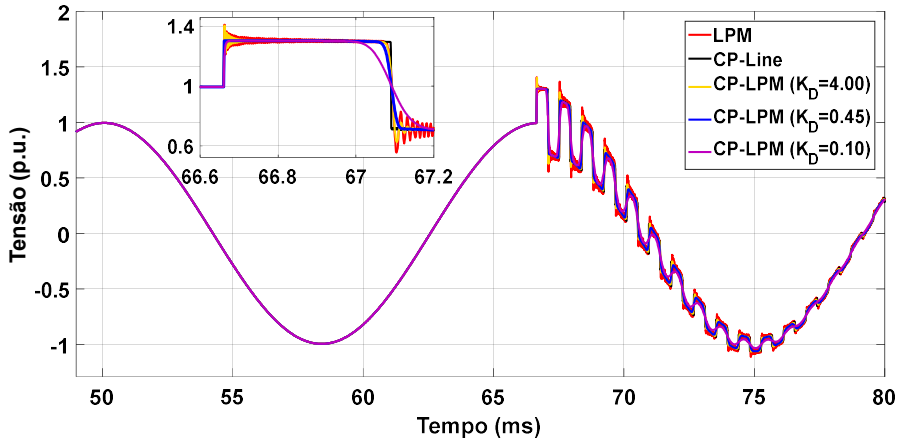
A LT monofásica é energizada no terminal emissor por uma fonte de tensão cossenoidal $u(t)$ de 1 p.u. de magnitude a 60 Hz, no instante $t = 0$ s. No terminal receptor da LT tem-se duas cargas conectadas que são Z_{Carga1} de 15000 Ω e Z_{Carga2} de 1200 Ω, como mostrado na Figura 55. No instante $t = 66.66$ ms, a chave da carga Z_{carga1} é aberta, representando um fenômeno de rejeição de carga e gera novas oscilações transitórias. As tensões transitórias $v_r(t)$ para as LT de 50 km e 100 km são calculadas e mostradas na Figura 56.

Figura 55 – Cenário 2- Rejeição de carga no terminal receptor da LT monofásica.

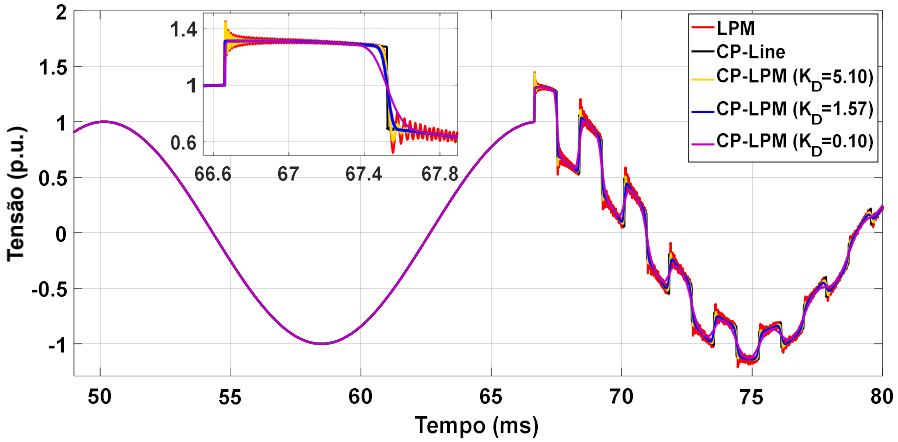


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 56 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 2.



(a) LT de 50 km



(b) LT de 100 km

Fonte: Elaboração do próprio autor.

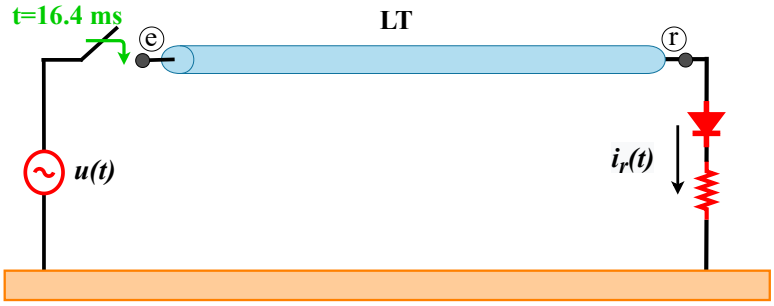
Na Figura 56, a rejeição da carga no terminal receptor da LT no tempo $t = 66.6$ ms, resultam em sobretensões no terminal receptor. As curvas de cor amarela, azul e roxa mostram as respostas transitórias do modelo CP-LPM com diferentes fatores ajustáveis (K_D), onde nota-se que a respostas transitórias com o ótimo K_D representada pela curva de cor amarela não contem oscilações espúrias e são similares às respostas de referência obtidas pelo CP-Line.

D. Cenário 3: Carga não linear conectada no terminal receptor da LT

A LT monofásica é energizada no terminal emissor por uma fonte de tensão cossenoidal $u(t)$ de 1 p.u. de magnitude a 60 Hz, no instante $t = 0$ s. No receptor da LT, uma carga não linear representada por um diodo ideal em série com uma resistência Z_{carga} de 2000 Ω é conectada, como mostrado na Figura 57. No instante $t = 16.4$ ms, a chave

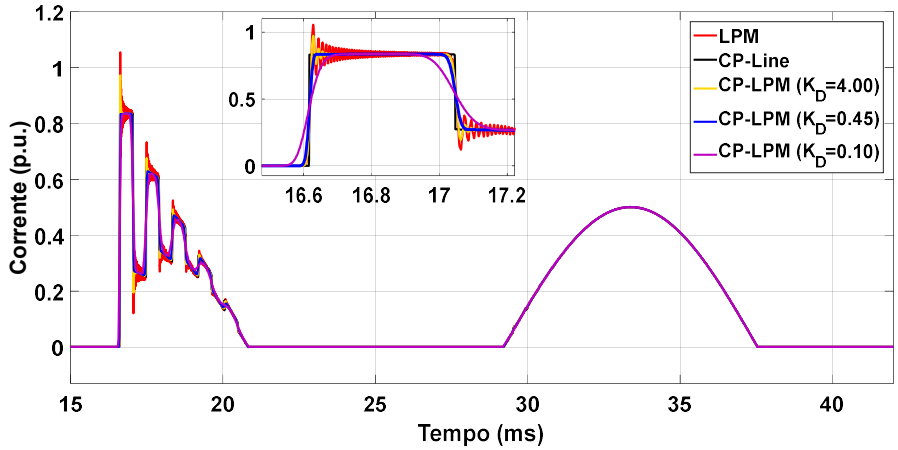
da fonte no emissor é fechada e gera um regime transitório. As correntes transitórias $i_r(t)$ para as LT de 50 km e 100 km são calculadas e mostradas na Figura 58.

Figura 57 – Cenário 3 - Carga não linear no terminal receptor da LT monofásica.

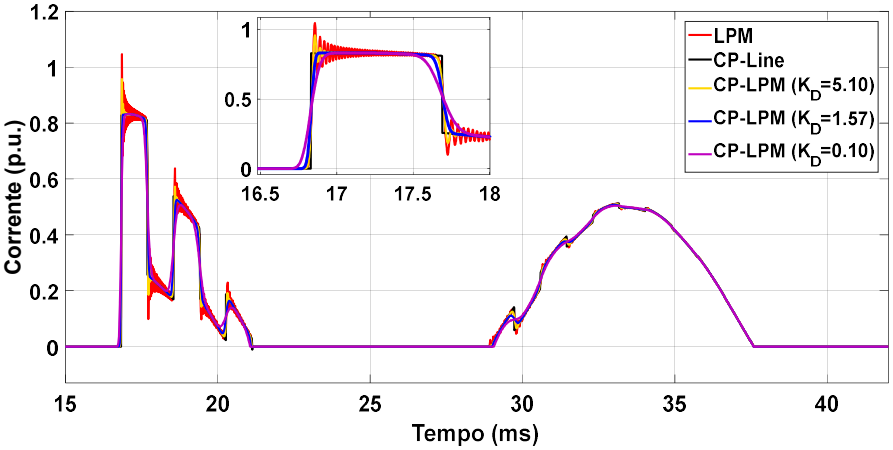


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 58 – Correntes transitórias $i_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 3.



(a) LT de 50 km de comprimento



(b) LT de 100 km de comprimento

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nas Figuras 58, a energização da LT no tempo $t = 16.4$ ms, resulta em sobrecorrentes no terminal receptor. Estas sobrecorrentes, como pode ser visto, são positivas já que temos no terminal receptor um diodo que só conduz corrente positiva. Similar às simulações dos cenários anteriores, nota-se que a respostas transitórias do modelo CP-LPM com o ótimo K_D representada pela curva de cor azul não contem oscilações espúrias e são similares às respostas de referência obtidas pelo CP-Line.

Em geral, o conjunto de respostas transitórias usando o modelo CP-LPM monofásico mostram uma boa atenuação das oscilações espúrias. Ademais, todas as respostas do CP-LPM otimizado são similares às respostas do CP-Line. Validado o modelo CP-LPM, no Apêndice I são mostrados simulações com diversos passos de tempo Δt dos modelos CP-LPM e CP-Line para uma LT curta de 5 km. Nesse apêndice, notou-se que é possível usar o modelo CP-LPM com um passo de tempo Δt próximo ao tempo de transito τ da linha sem perder tanto a precisão, caso que não acontece quando usamos o modelo CP-Line.

Na próxima seção, o CP-LPM é estendido para as simulações das LTs trifásicas com diversos tipos de distúrbios que geram distintos transitórios eletromagnéticos.

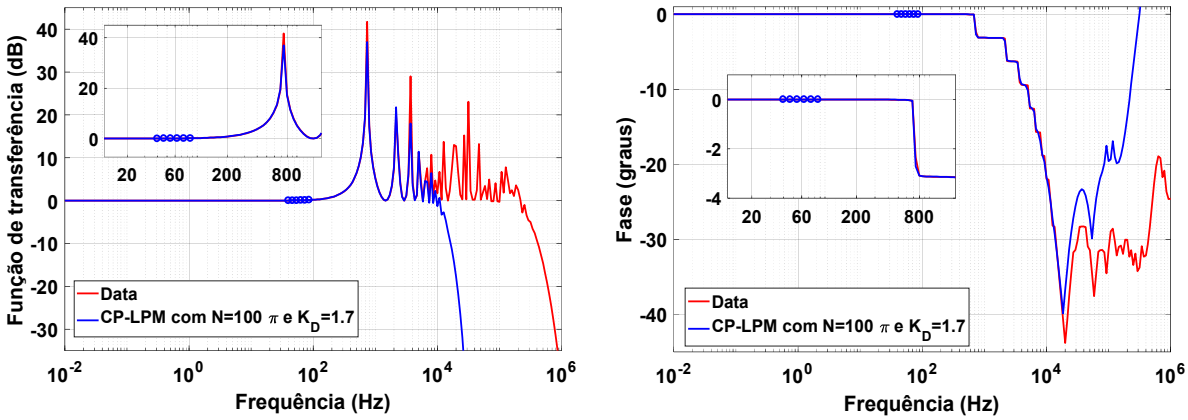
8.2.3 Validação no Domínio da Frequência para a LT Trifásica

A validação no domínio da frequência do modelo CP-LPM trifásico é encontrar e verificar o ajuste do número N de circuitos π usados para cada modo de propagação que representam a LT, para uma frequência de interesse em análise. Para isso primeiro, a LT trifásica idealmente transposta no domínio das fases é decomposta em três linhas monofásicas ou modos de propagação (modo α, modo β e modo z) no domínio modal usando matrizes de transformação modal. Para o caso da LT trifásica adotada nesta tese, tem-se a característica de ser idealmente transposta. Como consequência, as linhas monofásicas referentes aos modo α e modo β são idênticas entre si, assim como as suas respostas transitórias, tal como é demostrado no Apêndice F.

A. Número de circuitos π usados pelo CP-LPM que representam o modo α e modo z

Similar à Seção 8.2.1, a relação entre a tensão de recepção e a tensão de envio $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ são calculadas para estabelecer o número exato de N circuitos π em cascata para representar o modo α e modo z. Nas Figuras 59 e 60 são mostrados os gráficos de Bode de magnitude e fase da relação $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ dos modos α e z respectivamente. As relações são obtidas com a solução exata no domínio da frequência da LT (modelo de circuito π exato, designado como Data) e com o modelo CP-LPM usando 100 circuitos π em cascata a uma frequência de 60 Hz.

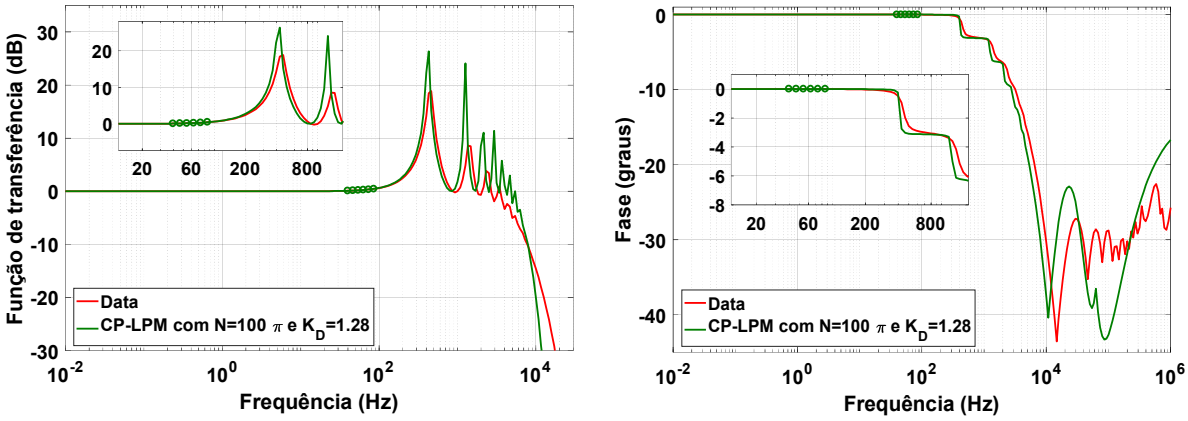
Figura 59 – Relação de $V_r(s)/V_e(s)$ para o modo α da LT de 100 km a 60 Hz.



(a) Magnitude (b) Fase

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 60 – Relação de $V_r(s)/V_e(s)$ para o modo z da LT de 100 km a 60 Hz.



(a) Magnitude (b) Fase

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode-se notar que com N=100 circuitos π em cascata, a resposta da relação $V_r(s)/V_e(s)$ do CP-LPM para o modo α e modo z (linha azul e linha verde, respectivamente) tendem a se aproximar da resposta exata (linha vermelha) à frequência de análise (60 Hz) ou as pequenas faixas ao redor da frequência de análise. Este comportamento ocorre devido ao fato de que números maiores de N circuitos π estão mais próximos da natureza distribuída dos parâmetros da LT.

8.2.4 Validação no Domínio do Tempo para a LT Trifásica

Para a validação do CP-LPM trifásica no domínio do tempo usou-se a LT mostrada na Figura 43. A frequência de interesse em análise foi de 60 Hz e os parâmetros elétricos

da LT usados nas simulações, calculados à frequência de interesse, são dados em (137). O passo de tempo Δt adotado nas simulações foi de 1 μs.

$$\boldsymbol{R'} = \begin{bmatrix} 0.0691 & 0.0587 & 0.0587 \\ 0.0587 & 0.0691 & 0.0587 \\ 0.0587 & 0.0587 & 0.0691 \end{bmatrix} \Omega/km \tag{137a}$$

$$\boldsymbol{L'} = \begin{bmatrix} 1.9217 & 1.1454 & 1.1454 \\ 1.1454 & 1.9217 & 1.1454 \\ 1.1454 & 1.1454 & 1.9217 \end{bmatrix} mH/km \tag{137b}$$

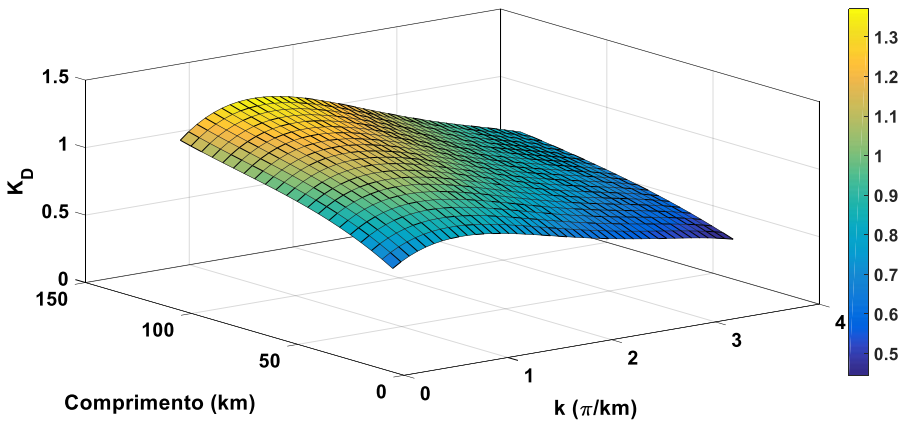
$$\boldsymbol{C'} = \begin{bmatrix} 12.9116 & -2.2111 & -2.2111 \\ -2.2111 & 12.9116 & -2.2111 \\ -2.2111 & -2.2111 & 12.9116 \end{bmatrix} nF/km \tag{137c}$$

Uma vez calculados os parâmetros elétricos da LT e definido o passo de cálculo, encontra-se as constantes de amortecimento K_D ótimos para o modo α e modo z tal como será mostrado a seguir.

A. Valores ótimos da constante K_D para diversos comprimentos de linha d e constantes k (circuitos π/km) para o modo α e modo z

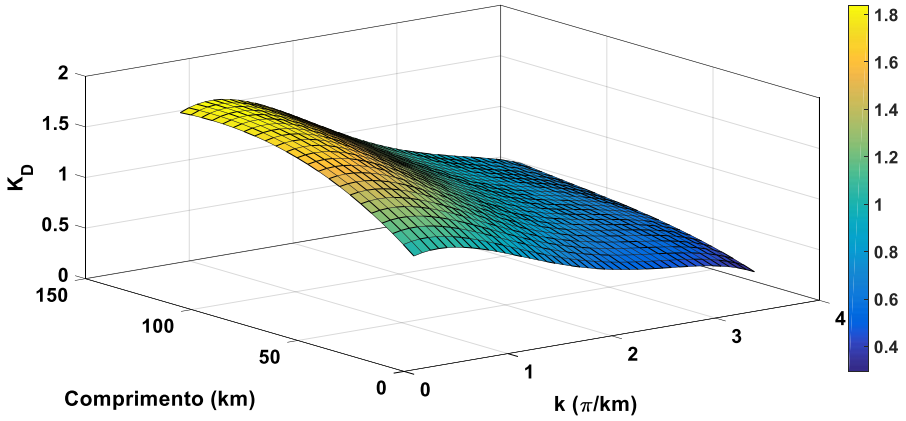
Similar à Seção 8.2.1, são ilustradas nas Figura 61 e 62 a influência da constante de amortecimento K_D ótimo para vários comprimentos de linha d e constantes k (circuitos π/km) para o modo α e o modo z, respectivamente. Nessas figuras são mostradas as superfícies 3-D em que K_D ótimo é uma função das constantes k (circuitos π/km) e comprimento de linha d para os modos α e z.

Figura 61 – Constante K_D ótimo em função de k (circuitos π/km) e do comprimento d para o modo α.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 62 – Constante K_D ótimo em função de k (circuitos π/km) e do comprimento d para o modo z.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com base na equação (134), as funções polinomiais que geram as superfícies 3-D das Figura 61 e 62 são dadas em (138) e (139), respectivamente.

$$K_D^{\alpha}(k,d) = \sum_{i=0}^{4}\sum_{j=0}^{3} P_{ij}^{\alpha}\, k^i\, d^j \tag{138}$$

$$K_D^{z}(k,d) = \sum_{i=0}^{4}\sum_{j=0}^{3} P_{ij}^{z}\, k^i\, d^j \tag{139}$$

Os coeficientes de P_{ij}^{α} e P_{ij}^{z} em (138) e (139) são mostrados nas Tabelas 9 e 10, respectivamente.

Tabela 9 – Coeficientes P_{ij}^{α} de $K_D^{\alpha}(k,d)$ para o modo α.

P_{ij}				
i/j	0	1	2	3
0	1.05104	0.17774	-0.0394	0.00792
1	-0.45094	-0.07069	0.023202	0.00110
2	0.14273	-0.00657	-0.00902	0
3	0.04719	0.01247	0	0
4	-0.04100	0	0	0

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 10 – Coeficientes P_{ij}^{z} de $K_D^z(k,d)$ para o modo z.

P_{ij}				
i/j	0	1	2	3
0	0.99800	0.14337	-0.02134	0.00771
1	-0.22898	-0.02454	0.00246	-8.26e-7
2	-0.00713	-0.01092	2.95e-4	0
3	0.04994	-0.00274	0	0
4	-0.01948	0	0	0

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para a validação do CP-LPM trifásico no domínio do tempo empregam-se duas LTs de 50 km e 100 km de comprimento. Com o auxílio do fluxograma da Figura 25a, obtém-se os números N ótimos para representar as LTs de 50 km e 100 km que são de 150 e 100 circuitos π em cascata, respectivamente. Nesse contexto, obtém-se que o número k é 3 π/km e 1 π/km para as LTs de 50 km e 100 km, respectivamente. Com base nessas escolhas, empregam-se os ábacos das Figuras 61 e 62 e as equações (138) e (139) para determinar os fatores ajustáveis K_D ótimos para os modos α e z a serem usados. Para as simulações no domínio do tempo do CP-LPM trifásico serão usados os valores que estão organizados na Tabela 11. Essas constantes ótimas K_D e k (circuitos π/km) estão em boa concordância com a frequência de 60 Hz como mostrado nas Figuras 59 e 60.

Tabela 11 – Dados dos modos de propagação da linha trifásica.

	Comprimento d (km)	k (π/km)	Modo	Fator de ajuste ótimo
Cenários	50	3	α, β	$K_D = 0.42$
			z	$K_D = 0.53$
	100	1	α, β	$K_D = 1.78$
			z	$K_D = 1.28$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

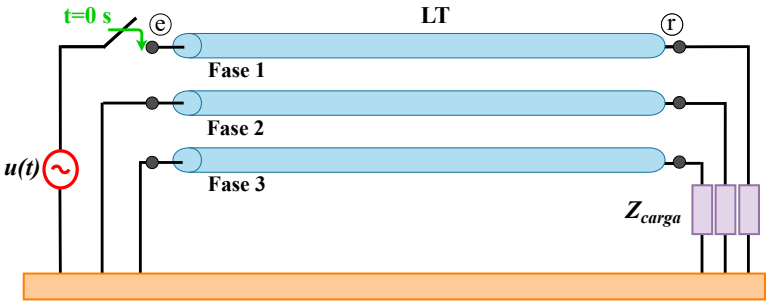
Dois cenários diferentes são testados para a LT trifásica. Esses cenários combinam diferentes tipos de excitação de linha e condições de carga no terminal receptor, conforme mais detalhado a seguir. Nos dois cenários, as respostas transitórias do CP-LPM trifásico são comparadas com as respostas do LPM clássico e com as respostas obtidas pelo Modelo de Bergeron (denominada como CP-Line) via software ATP.

B. Cenário 4: Energização de uma fase no terminal emissor da LT

A LT trifásica é energizada no terminal emissor por uma fonte de tensão cossenoidal $u(t)$ de 1 p.u. de magnitude e frequência de 60 Hz apenas na fase 1, enquanto que as outras fases (2 e 3) estão em curto-circuito no terminal emissor. No terminal receptor a

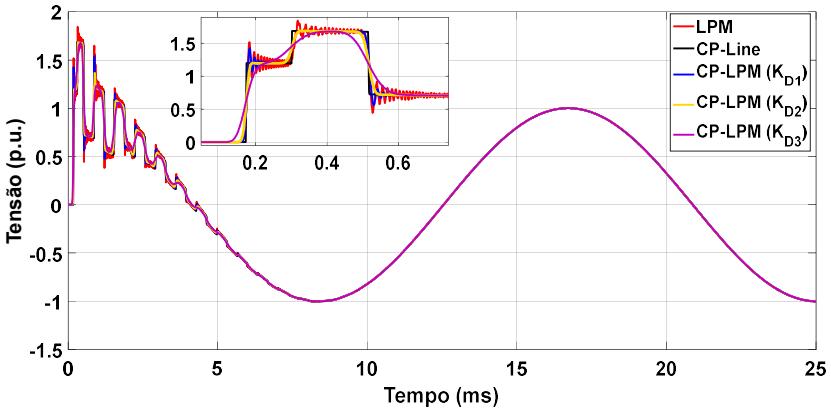
LT é conectada a uma carga Z_{carga} de 5000 Ω por fase, como mostrado na Figura 63. Em $t = 0$ s, é fechada a chave da fonte no terminal emissor, gerando oscilações transitórias. As tensões transitórias $v_r(t)$ são calculadas e mostradas na Figura 64 e 65 para as linhas de 50 km e 100 km, respectivamente.

Figura 63 – Cenário 4 - Energização de uma fase no terminal emissor da LT trifásica.

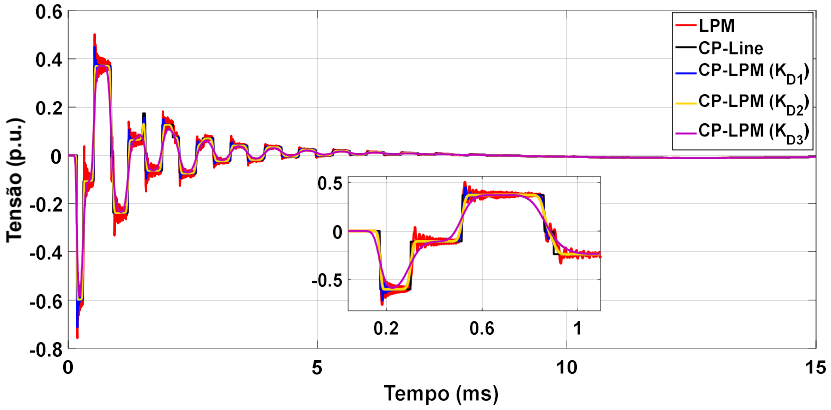


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 64 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 50 km do cenário 4.



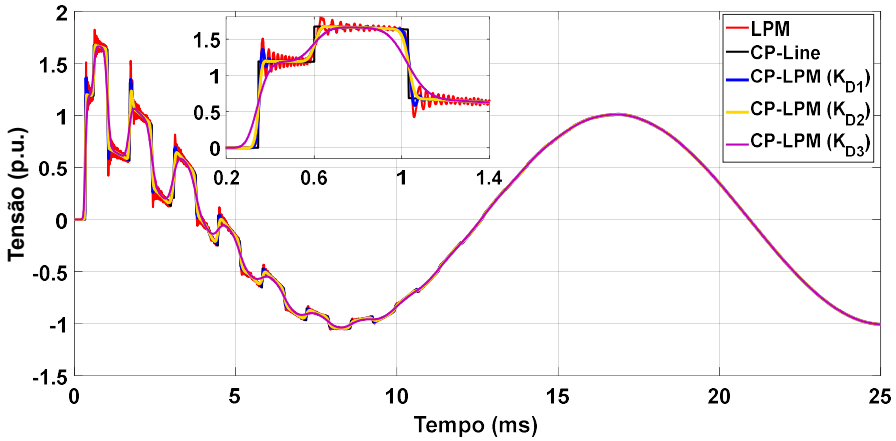
(a) Fase 1



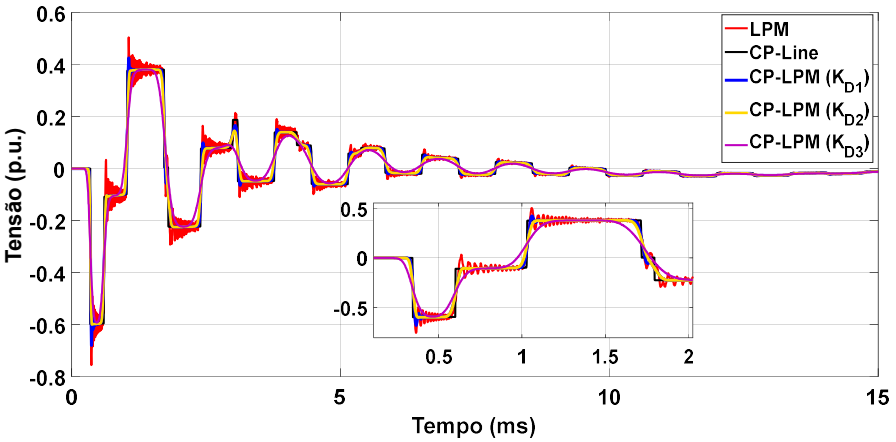
(b) Fase 2 ou 3

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 65 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 100 km do cenário 4.



(a) Fase 1



(b) Fase 2 ou 3

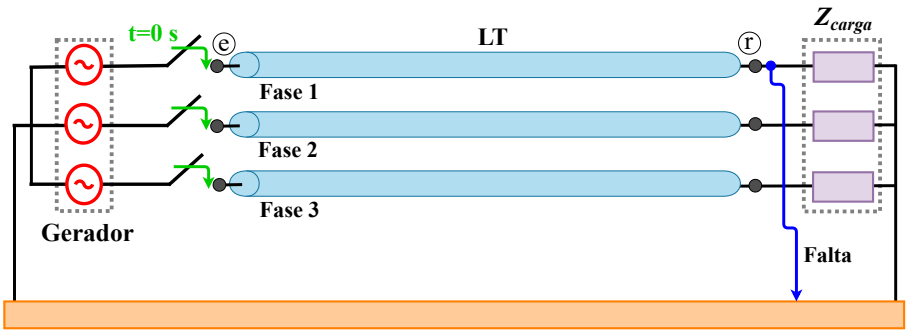
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nas Figuras 64 e 65, a energização da fase 1 gera ondas transitórias que viajam ao longo da linha, resultando em sobretensões no terminal receptor. Devido aos acoplamentos indutivos e capacitivos entre as fases, tensões induzidas são produzidas nas fases 2 e 3. Pode-se observar que quando uma variação positiva na tensão na fase 1 induz tensões negativas nas fases 2 e 3, conforme previsto pela Lei de Faraday-Neumann-Lenz (lei da indução). No regime permanente, a tensão na fase 1 atingirá 1 p.u. enquanto nas fases 2 e 3 são zero, devido à condição de curto-circuito imposto no terminal receptor. Nas partes detalhadas das Figuras 64 e 65, pode-se observar as respostas transitórias do CP-LPM trifásico com diferentes grupos de fatores ajustáveis K_D (K_{D1}, K_{D2} e K_{D3}), onde usando o valor ótimo do grupo do fator ajustável (K_{D2}), mostrado na Tabela 11, as amplitudes das oscilações espúrias são reduzidas e as respostas são similares às obtidas com o CP-Line.

B. Cenário 5: Falta monofásica em uma fase do terminal receptor da LT

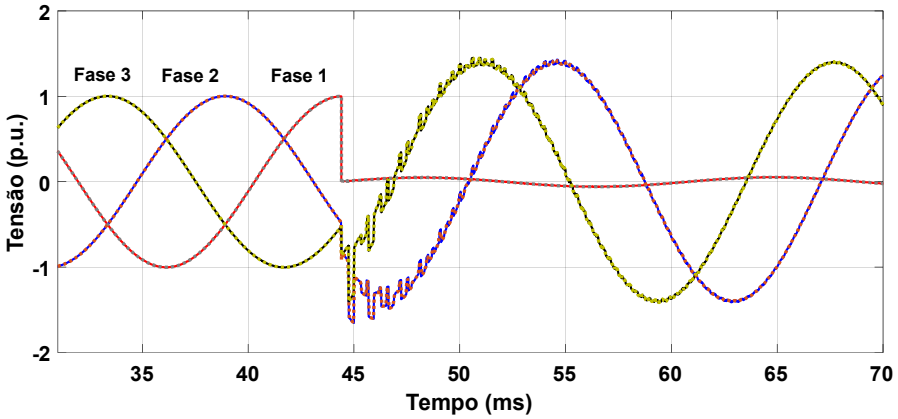
A LT trifásica é energizada no terminal emissor por uma fonte de tensão cossenoidal de 1 p.u. de magnitude e frequência de 60 Hz, no instante $t = 0$ s, e tendo no terminal receptor uma carga Z_{carga} de 3000 Ω por fase, como mostrado na Figura 66. Em $t =$ 45 ms, ocorre uma falta do tipo fase-terra gerando oscilações transitórias nas fases da LT. A falta fase-terra é representada por uma resistência de 2 Ω. As tensões transitórias $v_r(t)$ são calculadas para as LTs de 50 km e 100 km e mostradas nas Figuras 67 e 68, respectivamente.

Figura 66 – Cenário 5 - Falta monofásica em uma fase do terminal receptor da LT.

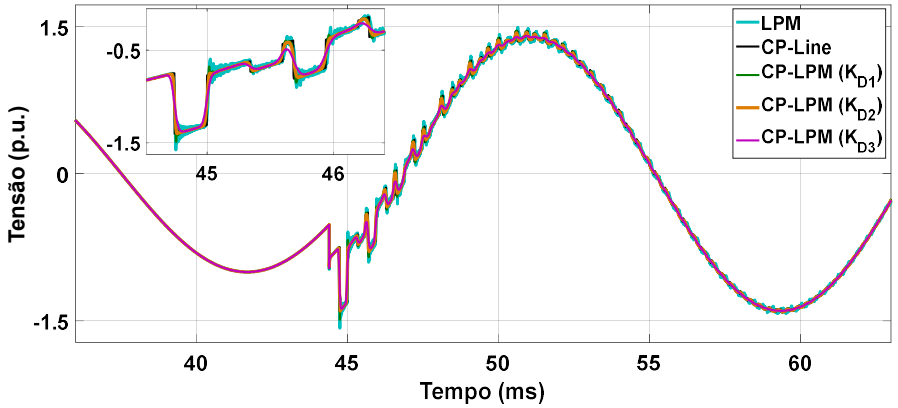


Fonte: Elaboração do próprio autor.

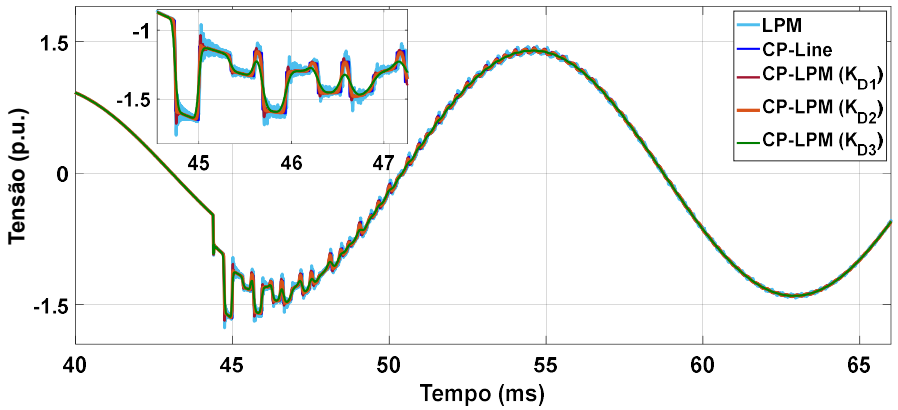
Figura 67 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 50 km do cenário 5.



(a) Fases 1, 2 e 3



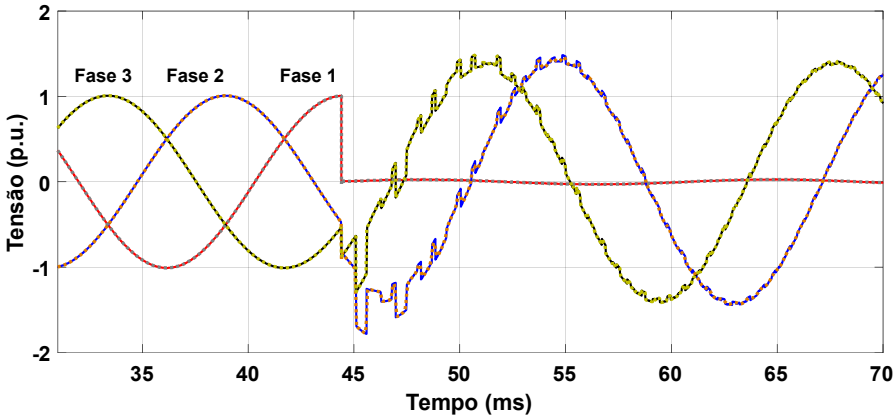
(b) Fase 2



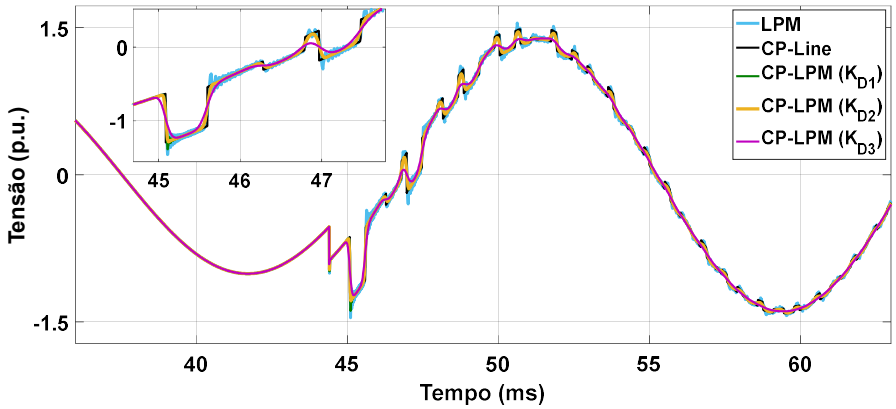
(c) Fase 3

Fonte: Elaboração do próprio autor.

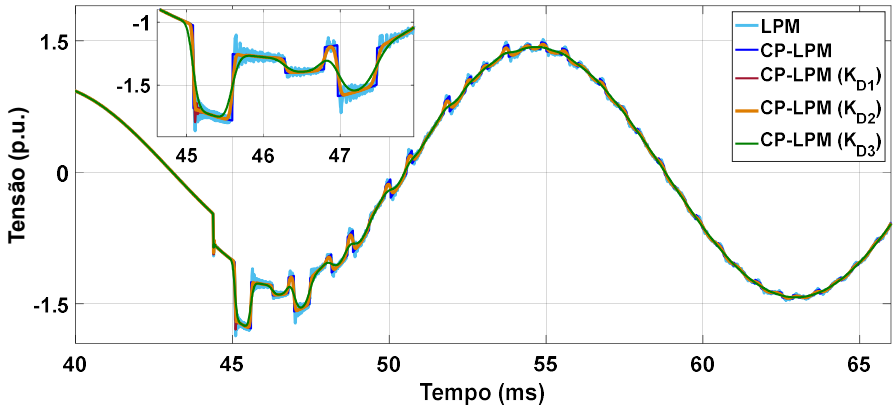
Figura 68 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 100 km do cenário 5.



(a) Fases 1, 2 e 3



(b) Fase 2



(c) Fase 3

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nas Figuras 67 e 68, as tensões transitórias são geradas pela falta fase-terra de aterramento que ocorre na fase 1 no terminal receptor no tempo $t = 45$ ms. Devido ao acoplamento mútuo inerente à linha trifásica, tensões induzidas são produzidas nas fases 2 e 3. Nas Figuras 67b, 67c, 68b e 68c são mostradas os transitórios gerados nas fases 2 e

3. Nota-se nas partes detalhadas que usando o valor ótimo do grupo do fator ajustável (K_{D2}) no modelo CP-LPM trifásico, as amplitudes das oscilações espúrias são reduzidas e as respostas são similares aos obtidos com o CP-Line.

Em geral, a LT representada pelo CP-LPM se comporta como um filtro do tipo passa-baixa no qual as oscilações espúrias das respostas transitórias são reduzidas diretamente no domínio do tempo. As respostas obtidas pelo CP-LPM estão em boa concordância com as respostas transitórias obtidas com o Modelo de Bergeron (CP-Line), adotado como referência. Além disso, nenhum filtro digital ou analógico é necessário para mitigar as oscilações espúrias das respostas transitórias quando as simulações são realizadas com o CP-LPM. As equações (138) e (139) ajustadas são uma forma rápida de calcular os melhores fatores ajustáveis K_D ótimos que garantiram a máxima atenuação das oscilações espúrias nas respostas transitórias.

8.3 VALIDAÇÃO DO MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E DEPENDENTES COM A FREQUÊNCIA

Nesta seção são apresentadas as validações tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência para as LTs monofásica e trifásica modeladas como parâmetros concentrados e dependentes com a frequência, denominado como FD-LPM. As LTs monofásica e trifásica possuem 100 km de comprimento e têm como dados geométricos as silhuetas mostradas nas Figuras 39 e 43.

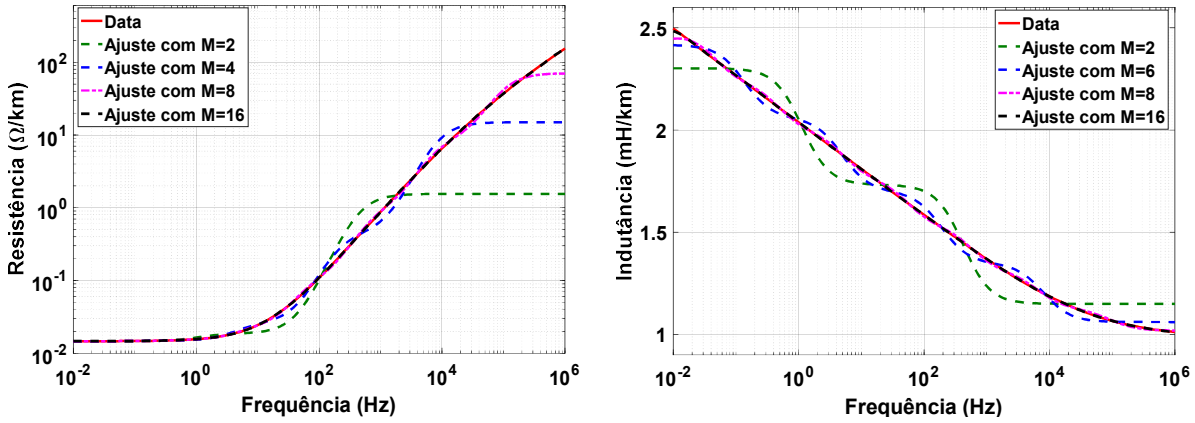
8.3.1 Validação no Domínio da Frequência para uma LT Monofásica

Para a validação no domínio da frequência do modelo FD-LPM monofásico, deve-se determinar quais são o números N de circuitos π e o número de polos M para representar adequadamente a LT monofásica para uma ampla faixa de frequência em análise. Tal procedimento é explicado a seguir.

A. Número de polos M usados para ajustar os parâmetros longitudinais da LT monofásica

A fim de se ilustrar a influência do número de polos M que o FD-LPM monofásico necessita para o ajuste adequado da resistência e da indutância longitudinais para uma faixa ampla de frequência, diversos valores de M são empregados nesse estudo. A resistência e a indutância são ajustadas para os valores de $M = 2$, 4, 8 e 16 polos e são comparadas com os mesmos parâmetros calculados pelo software ATP (denominado como Data), conforme mostrado na Figura 69.

Figura 69 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal.

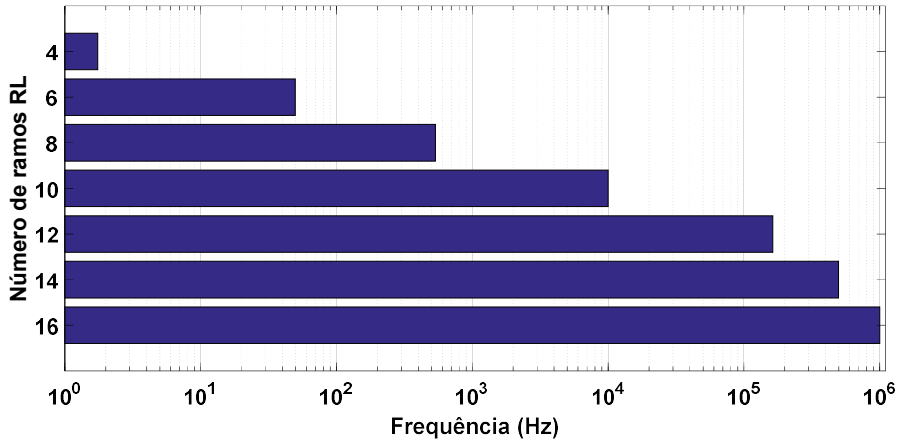


(a) Resistência longitudinal (b) Indutância longitudinal

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode-se notar que à medida que o número de polos M aumenta, a resistência e a indutância por unidade de comprimento são melhores representadas em comparação com os parâmetros calculados pelo software ATP. Nota-se da Figura 69 que a partir de uma dada frequência, a resistência ajustada por M polos apresenta um valor contante. A máxima frequência de interesse, denominada por f_{H}, é definida como a maior frequência em que se observa um bom ajuste da resistência e indutância (com erro menor que 0.02 %) pelo modelo FD-LPM. Nesse contexto, a faixa de frequência de interesse varia entre DC até f_{H}, na qual será empregada para estudar os diversos tipos de distúrbios nas LTs monofásica e trifásica. Empregando o fluxograma da Figura 30a, determina-se o número adequado de polos M com que a resistência e a indutância longitudinal são ajustadas corretamente em função da faixa de frequência de interesse. A Figura 70 mostra a frequência máxima de interesse para $M = 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16$ polos, na qual verifica-se que a resistência e a indutância são representadas com precisão, considerando-se um erro de menos de 0.02 %.

Figura 70 – Faixa de frequência para diversos número de polos M que ajustam R e L.



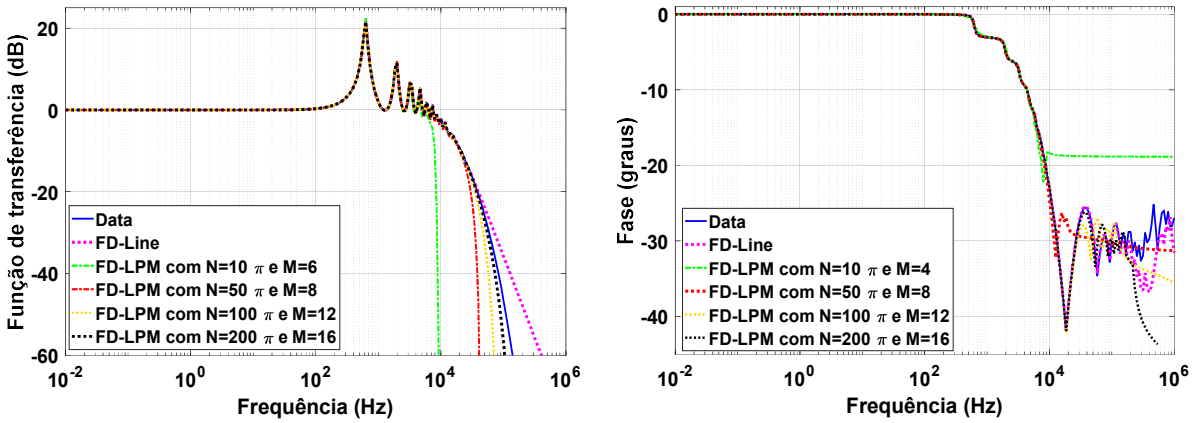
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Por exemplo, a Figura 70 mostra que utilizando-se o número M igual a 8 polos pode-se representar a resistência e a indutância longitudinal da LT para uma faixa de frequência de 0 Hz a 530 Hz. De modo análogo, quando M é igual a 12 polos, pode-se representar com precisão a resistência e indutância longitudinal de 0 Hz a 200 kHz.

B. Número de circuitos π usados pelo FD-LPM que representa a LT monofásica

Uma vez obtido o número adequado de polos M, deve-se encontrar o número N de circuitos π em cascata que o FD-LPM monofásico deve usar para representar corretamente a resposta transitória para uma ampla faixa de frequência em análise. Com esse intuito, primeiro é mostrado a influência do número N de circuitos π em cascata que usa o FD-LPM. Para isso, calcula-se a relação entre a tensão de recepção e a tensão de envio $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$. Na Figura 71 são mostrados os gráficos de Bode de magnitude e fase da relação $V_{\mathrm{r}}/V_{\mathrm{e}}$ sendo obtida a solução exata no domínio da frequência da LT (modelo de circuito π exato, rotulada como Data), com o modelo JMarti (denominada como FD-Line), e o FD-LPM usando 10, 50, 100 e 200 circuitos π, combinados com $M = 6$, 8, 12 e 16 polos, respectivamente. As equações das relações $V_{\mathrm{r}}/V_{\mathrm{e}}$ para os modelos de circuito π exato e o JMarti encontram-se no Apêndice G, enquanto a equação da relação $V_{\mathrm{r}}/V_{\mathrm{e}}$ para o FD-LPM foi apresentada em (129).

Figura 71 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para uma LT de 100 km.



(a) Magnitude (b) Fase

Fonte: Elaboração do próprio autor.

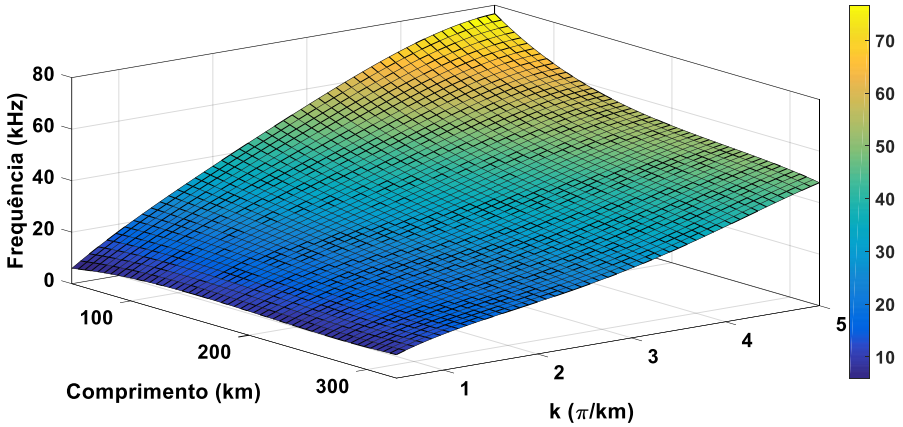
Pode-se notar que conforme aumenta o número N de circuitos π em cascata e o número de polos M do modelo FD-LPM, a relação $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ tende a se aproximar da resposta exata (linha azul). Esse comportamento ocorre devido ao fato de que números maiores de N circuitos π em cascata combinados com M polos estão mais próximos da natureza distribuída dos parâmetros da LT. Além disso, a frequência máxima f_{H} que o FD-LPM pode representar esta relação com precisão, torna-se maior para o aumento do número N de circuitos π em cascata e do números de polos M.

C. Valores ótimos de k (circuitos π/km) para diversos comprimentos de linha d e frequências máximas f_{H} da faixa de frequência em análise

A constante k (circuitos π/km), que o FD-LPM pode representar com precisão depende do comprimento da linha d e da frequência máxima de interesse f_{H} do distúrbio a ser analisado. Neste contexto, uma constante k otimizada representará com precisão as respostas transitórias para uma LT de comprimento d na qual um distúrbio conhecido de frequência máxima f_{H} é aplicado. Portanto, para se obter os valores de k ótimo usa-se o fluxograma da Figura 30b. Na Figura 72 é mostrada a influência da constante k (circuitos π/km) ótima para vários comprimentos de linha d e frequências máximas f_{H} dos fenômenos em análise.

Como pode ser visto na Figura 72, a constante k (circuitos π/km) ótima aumenta com o aumento da frequência máxima f_{H} e diminui com o aumento do comprimento da linha d. A figura mostra uma superfície 3-D em que k (π/km) ótimo é uma função da frequência máxima f_{H} (Hz) e do comprimentos de linha d (km). Com base na equação

Figura 72 – Constantes k (circuitos π/km) ótimas em função da frequência máxima f_H e comprimento da linha d.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

(134), a função polinomial que gera a superfície 3-D é dada por:

$$k(f_{\mathrm{H}}, d) = \sum_{i=0}^{4} \sum_{j=0}^{3} P_{ij}\ f_{\mathrm{H}}^{i}\ d^{j} \tag{140}$$

onde todos os coeficientes P_{ij} são mostrados na Tabela 12.

Tabela 12 – Coeficientes P_{ij} de $k(f_{\mathrm{H}}, d)$.

P_{ij}				
i/j	0	1	2	3
0	-17.094	0.237	-0.001	1.58e-6
1	37.582	-0.172	6.22e-4	-8.26e-7
2	-6.971	-0.003	-6.45e-6	0
3	1.749	0.001	0	0
4	-0.189	0	0	0

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Da análise no domínio da frequência mostrada, para a LT de 100 km da Figura 39 escolhem-se as contantes otimizadas $k = 1$ (circuitos π/km) e $M = 12$ polos para o FD-LPM. Essas constantes k e M escolhidos estão em boa concordância com os ajustes das resistências e indutâncias usando $M > 10$, como visto na Figura 69, e também devido ao amplo espectro de frequência (até 200 kHz) como mostrado na Figura 70. O valor $k = 1$ (circuitos π/km) é escolhido devido às superfícies 3-D com o valor otimizado da Figura 72. Os valores de cada ramo R_i' - L_i', para os $M = 12$ polos que representam o FD-LPM são mostrados na Tabela 13. O valor da capacitância é de 11.3078 nF.

Tabela 13 – Valores dos parâmetros R-L para o ajuste de R(ω) e L(ω).

Resistência (Ω)		Indutância (mH)		Resistência (Ω)		Indutância (mH)	
R'_0	0.01463	L'_0	1.00268	R'_7	0.01699	L'_7	0.16093
R'_1	119.971	L'_1	0.04099	R'_8	0.00332	L'_8	0.16073
R'_2	30.6701	L'_2	0.07502	R'_9	0.00067	L'_9	0.16711
R'_3	8.07613	L'_3	0.11125	R'_{10}	0.00012	L'_{10}	0.15601
R'_4	1.90504	L'_4	0.13682	R'_{11}	0.00003	L'_{11}	0.20763
R'_5	0.42519	L'_5	0.15473	R'_{12}	-0.00001	L'_{12}	-0.44077
R'_6	0.08393	L'_6	0.15607	-	-	-	-

Fonte: Elaboração do próprio autor.

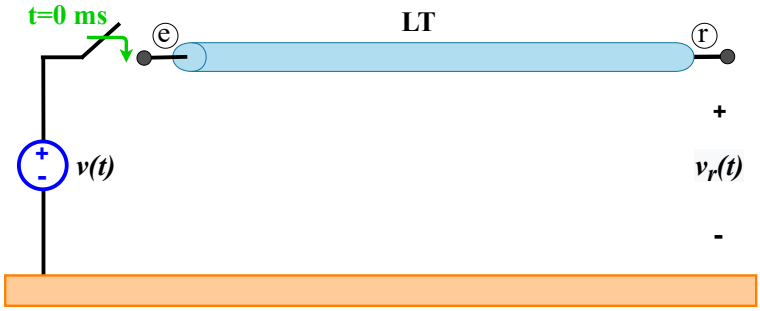
8.3.2 Validação no Domínio do Tempo para LT Monofásicas

Para validação do FD-LPM monofásico no domínio do tempo foi usada um LT de 100 km de comprimento. A faixa da frequência de interesse a ser analisada é de 0.01 Hz até 200 kHz e da seção anterior encontrou-se que as constantes otimizadas para essa faixa de frequência é de $k = 1$ (circuitos π/km) e $M = 12$ polos. As respostas transitórias do FD-LPM são comparadas com as respostas da solução exata no domínio da frequência (circuito π exato) convertidas para o tempo com a Transformada Numérica de Laplace (rotulada como NLT) (MORENO; RAMIREZ, 2008), com as respostas do modelo JMarti (rotulada como FD-Line) via software ATP e com o modelo FD-LPM com os parâmetros otimizados. Três cenários para a LT monofásica são testados. Esses cenários, combinam diferentes tipos de excitação de linha e condições de carga no terminal receptor, conforme mais detalhado a seguir.

A. Cenário 6: Transitório de frente lenta

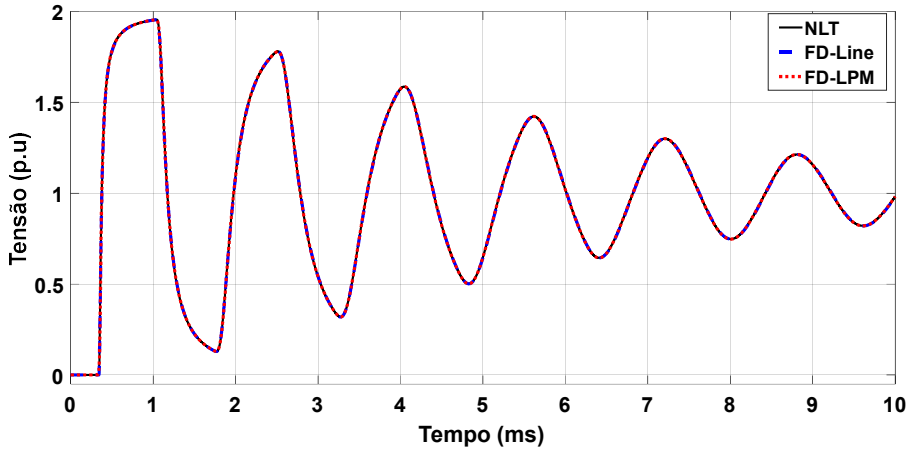
A LT monofásica é energizada no terminal emissor por uma fonte de tensão $v(t)$ de 1 p.u de magnitude e a 0 Hz (DC). No terminal receptor a LT está em circuito aberto, como mostrado na Figura 73. No instante $t = 0$ ms, a chave da fonte é fechada no terminal emissor, gerando oscilações transitórias. As tensões transitórias $v_r(t)$ são calculadas e mostradas na Figura 74.

Figura 73 – Cenário 6 - Energização da LT com uma fonte DC no terminal emissor.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

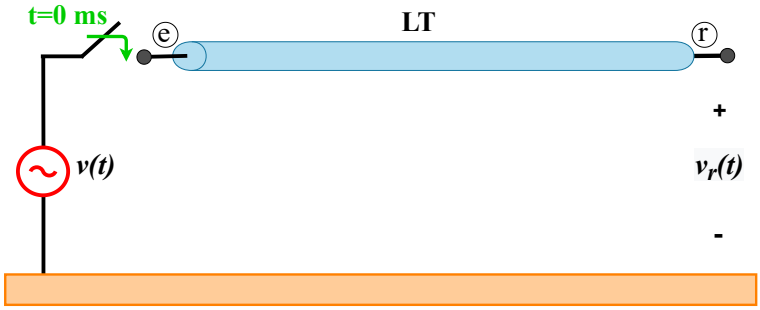
Figura 74 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica com fonte de tensão DC do cenário 6.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

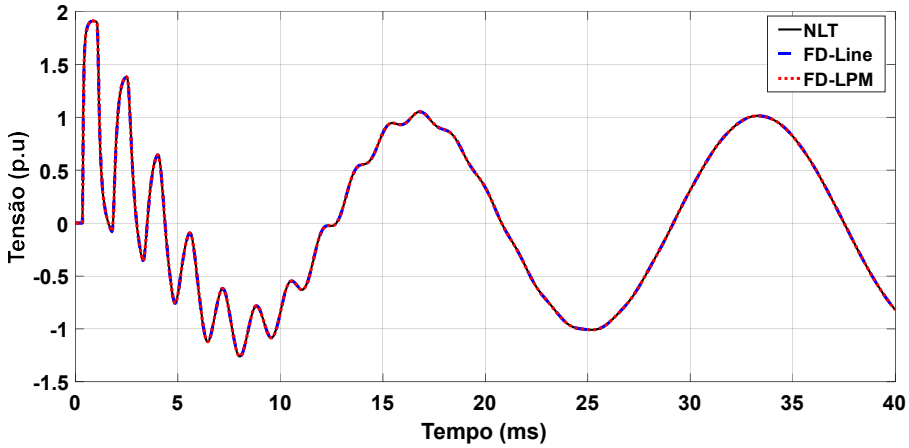
Nota-se da Figura 74 que uma boa concordância entre as respostas transitórias calculadas pelos três modelos são obtidas. Como este tipo de excitação (energização DC) é caracterizado por um distúrbio de faixa de baixa frequência, as respostas obtidas com FD-LPM coincidem com as respostas obtidas pelos outros modelos. Também simula-se a energização da LT monofásica com uma fonte de tensão $v(t)$ cossenoidal de 1 p.u. de magnitude e de frequência igual a 60 Hz, no terminal emissor. No terminal receptor a linha está em circuito aberto, conforme mostrado na Figura 75. No instante $t = 0$ s, é fechada a chave da fonte no terminal emissor, gerando oscilações transitórias. As tensões transitórias $v_r(t)$ são calculadas e mostradas na Figura 76.

Figura 75 – Cenário 6 - Energização da LT com uma fonte CA no terminal emissor.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 76 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica com fonte de tensão CA.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

De modo análogo, observa-se, da Figura 76, uma boa concordância entre as respostas dos três modelos.

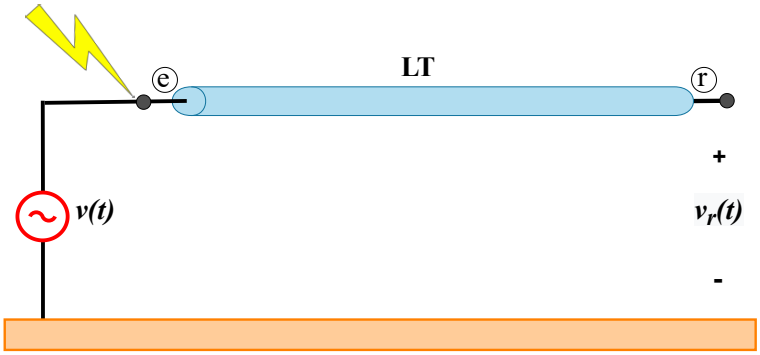
Sabe-se de (TORREZ, 2018), que as fontes de tensão usadas para as respostas do cenário mostrado nas Figuras 73 e 75 causam transitórios de baixa frequência. Na próxima seção, será usada uma maior faixa de frequência para validar o FD-LPM.

B. Cenário 7: Transitório de frente rápida

A LT monofásica é atingida no terminal emissor por uma descarga atmosférica, tendo o terminal receptor em circuito aberto, como mostrado na Figura 77. A descarga é modelada como uma fonte de corrente impulsiva de magnitude 10 kA e forma de onda de 1.2/50 μ s, representada por uma função exponencial dupla no domínio do tempo. Essa corrente impulsiva é considerada com um transitório de frente rápida, devido ao tempo de subida muito pequeno, e é caracterizada por seu elevado espectro de frequência,

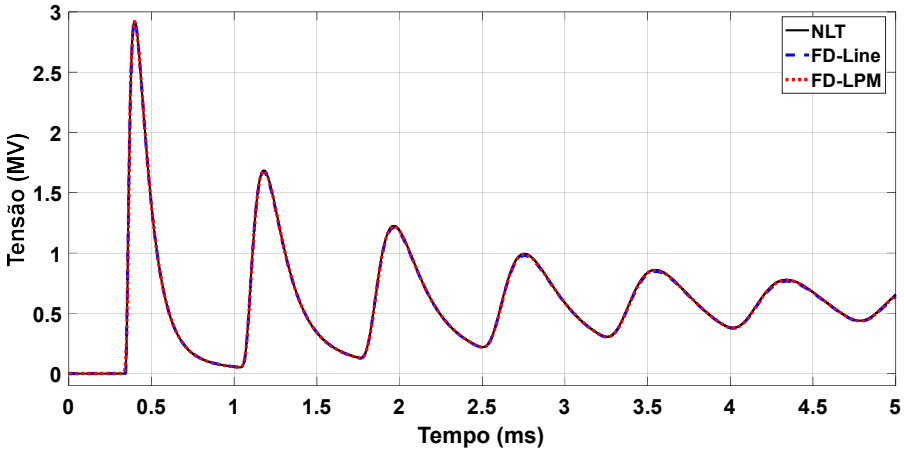
variando de DC até algumas unidades de MHz. As tensões transientes $v_r(t)$ são calculadas e mostradas na Figura 78.

Figura 77 – Cenário 7 - LT atingida por uma descarga atmosférica no terminal emissor.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 78 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica atingida por um descarga atmosférica no terminal emissor.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

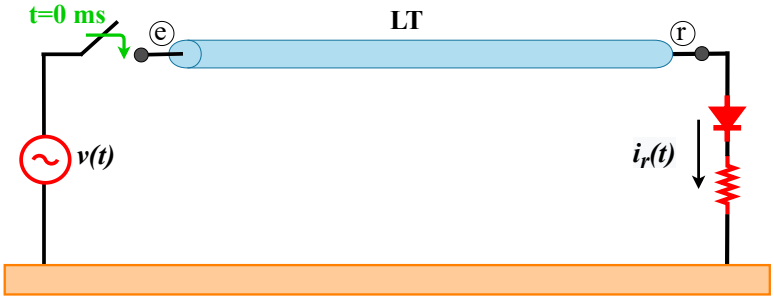
Conforme visto na Figura 78, múltiplos picos são obtidos devido às reflexões entre as ondas viajantes incidentes e refletidas entre os terminais receptor e emissor da LT. Esses picos de tensão são reduzidas devido às perdas ôhmicas na LT. Em relação ao desempenho do FD-LPM, as tensões transitórias estão em boa concordância aos demais métodos. Em geral, os parâmetros da LT dependentes da frequência devem ser calculados com precisão para se realizar esse tipo de análise transitória de distúrbios de frente rápida no SEE.

C. Cenário 8: Carga não linear

Finalmente, para demostrar o desempenho do FD-LPM no domínio do tempo, foi simulada a LT monofásica quando um de seus terminais está conectado por uma fonte

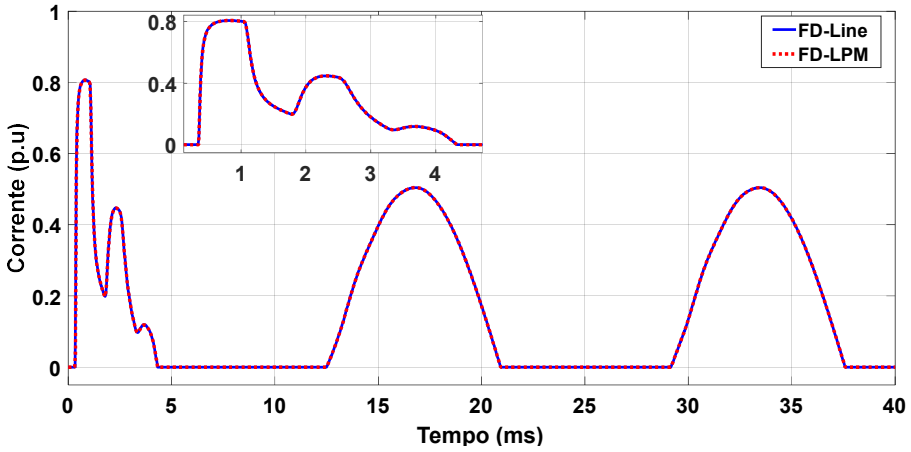
de tensão cossenoidal $v(t)$ de 1 p.u. de magnitude a 60 Hz. No terminal receptor a LT é conectada a uma carga não linear (resistor em série com um diodo ideal) como mostrado na Figura 79. A resistência é de 2000 Ω. A corrente transitória $i_r(t)$ é calculada e mostrada na Figura 80.

Figura 79 – Cenário 8: LT conectado a um gerador CA e a uma carga não linear.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 80 – Correntes transitórias $i_r(t)$ no terminal receptor conectado com uma carga não linear.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode-se notar da Figura 80, uma boa concordância entre os modelos. O conjunto de respostas transitórias, nesta seção, mostra boa concordância usando o FD-LPM monofásico com o modelo FD-Line do ATP. Validado o modelo FD-LPM, no Apêndice I são mostrados simulações com diversos passos de tempo Δt dos modelos FD-LPM e FD-Line para uma LT curta de 3 km. Nesse apêndice, notou-se que é possível usar o modelo FD-LPM com um passo de tempo Δt próximo ao tempo de transito τ da linha sem perder tanto a precisão, caso que não acontece quando usamos o modelo FD-Line.

Na próxima seção, o FD-LPM é estendido para as simulações das LTs trifásicas durante condições transitórias.

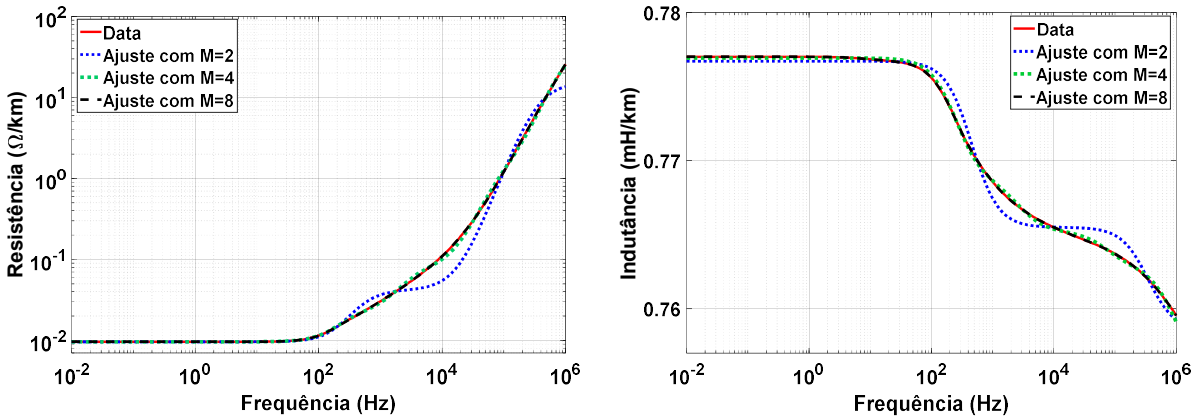
8.3.3 Validação no Domínio da Frequência para LTs Trifásicas

A validação no domínio da frequência do modelo FD-LPM trifásico, primeiro consiste em decompor a LT trifásica em seus três modos de propagação (modo α, modo β e modo z), onde cada modo é representado por uma linha monofásica. Assim, cada modo de propagação é representado por N circuitos π junto com M polos em cascata. Em seguida, verifica-se os ajustes ótimos de cada modo de propagação do qual obtém-se o número N de circuitos π e o número de polos M para representar cada modo representado por uma linha monofásica para uma dada faixa de frequência em análise. O procedimento para a escolha dos valores de N e M é apresentado a seguir.

A. Número de polos M usados para ajustar os parâmetros longitudinais do modo α e modo z

Similar à Seção 8.2.1, são ilustradas nas Figuras 81 e 82 a influência do número de polos M para o ajuste das resistência e indutância do modo α e do modo z, respectivamente.

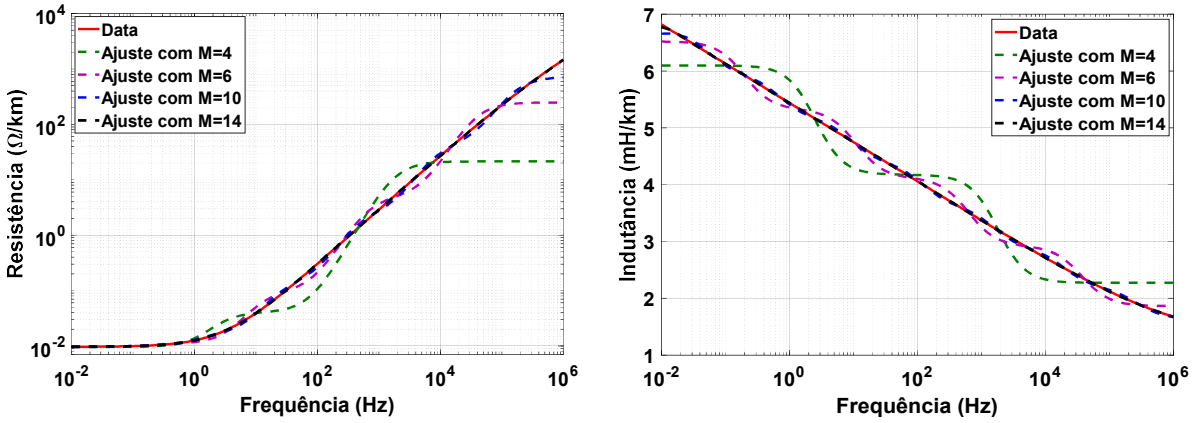
Figura 81 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal do modo α.



(a) Resistência longitudinal (b) Indutância longitudinal

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 82 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal do modo z.

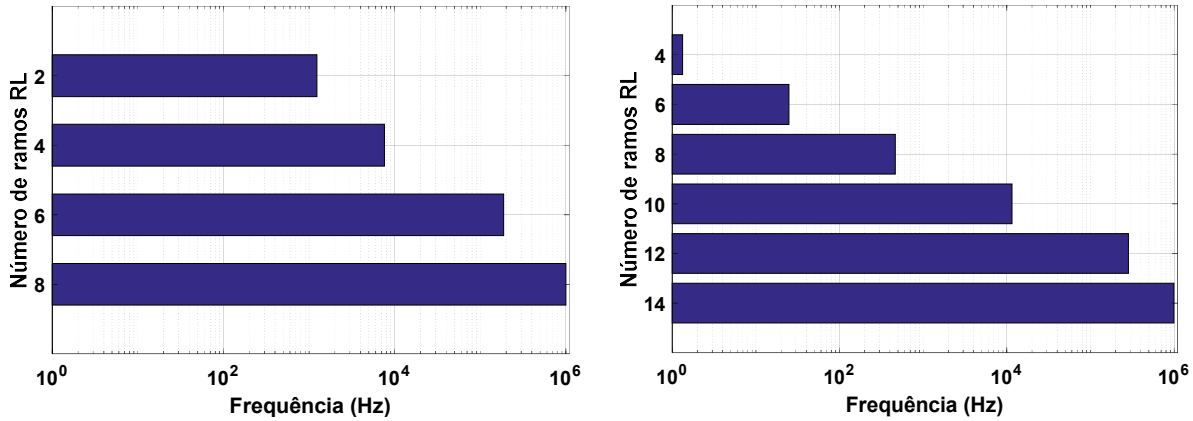


(a) Resistência longitudinal (b) Indutância longitudinal

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode-se notar que à medida que o número de polos M aumenta, os parâmetros ajustados da resistência e indutância do modo α e modo z se ajustam melhor ao aumento da frequência em comparação com os parâmetros exatos da resistência e indutância do modo α e modo z. As Figuras 83a e 83b mostram as frequências máximas f_{max} para diversos número de polos M que ajustam com precisão, considerando um erro de menos de 0.02 %, as resistências e as indutâncias dos modos α e z, respectivamente.

Figura 83 – Faixa de frequência para diversos números de polos M para ajustar R e L dos modos α e z.



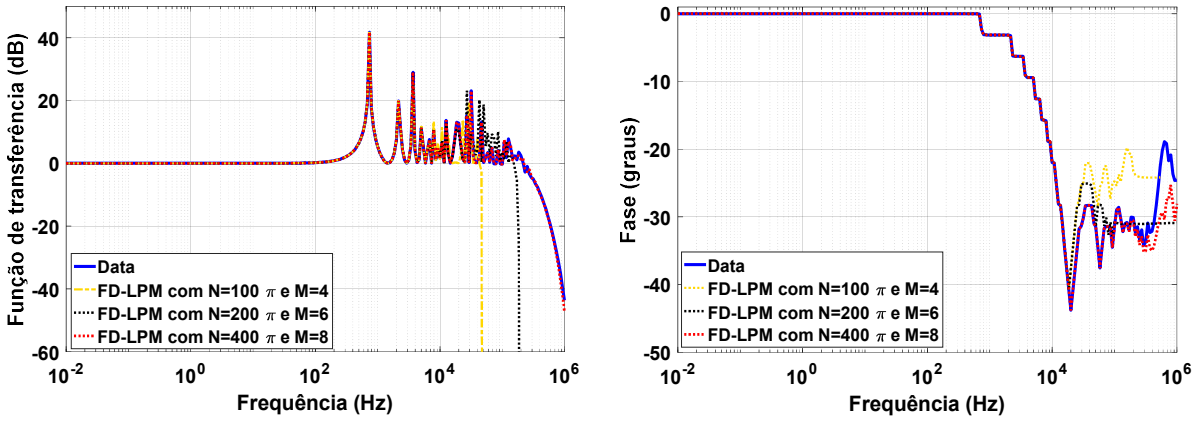
(a) modo α (b) modo z

Fonte: Elaboração do próprio autor.

B. Número de circuitos π usados pelo FD-LPM que representam os modos α e z

Similar à Seção 8.2.1, a relação entre a tensão de recepção e a tensão de envio $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ são calculadas para estabelecer o número exato N de circuitos π para representar o modo α e modo z. Nas Figuras 84 e 85 são mostrados os gráficos de Bode de magnitude e fase da relação $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ dos modos α e z respectivamente. As relações são obtidas com a solução exata no domínio da frequência da LT (modelo de circuito π exato, denominado como Data), e com o FD-LPM usando diversos números N de circuitos π combinados com diversos números M de polos.

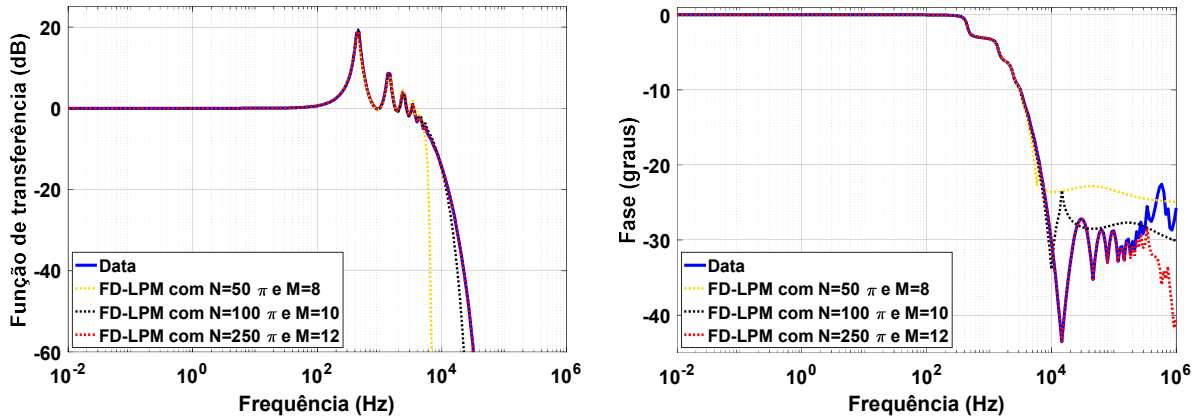
Figura 84 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo α da LT de 100 km.



(a) Magnitude (b) Fase

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 85 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo z da LT de 100 km.



(a) Magnitude (b) Fase

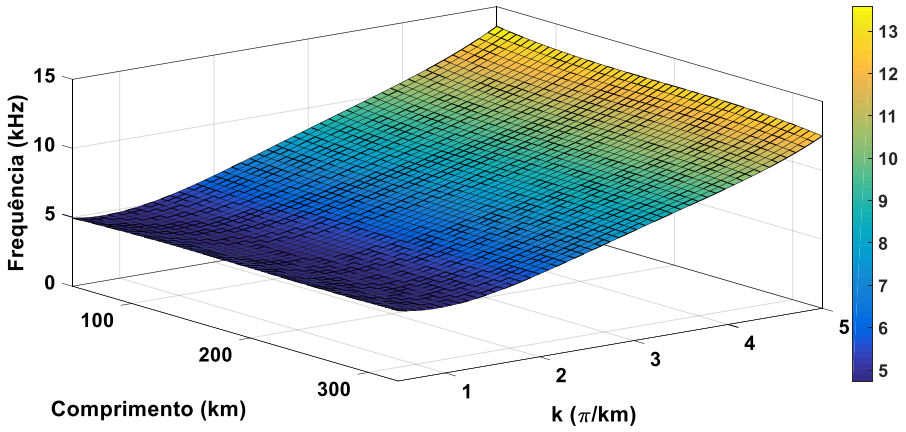
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nota-se que conforme aumentam o número N de circuitos π e o números de polos M, a relação $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para os modos α e z tendem a se aproximar da resposta exata (linha azul).

C. Valores ótimos de k (circuitos π/km), para diversos comprimentos de linha d e frequências máximas f_{H} da faixa de frequência em análise para os modos α e z

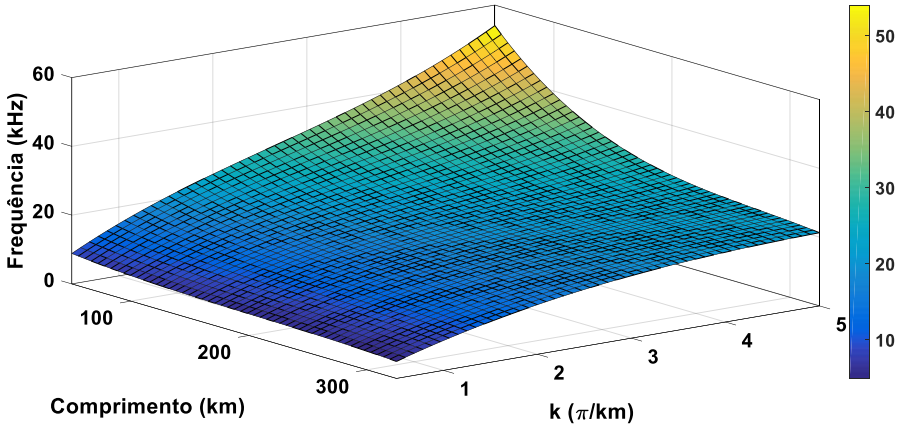
Similar à Seção 8.3.1, são ilustradas nas Figura 86 e 87 a influência do número k (circuitos π/km) ótimo para vários comprimentos de linha d e frequência máxima f_{H} para os modos de propagação α e z, respectivamente. Nessas figuras são mostrados as superfícies 3-D em que k (circuitos π/km) é uma função da frequência máxima f_{H} (Hz) e do comprimento de linha d (km).

Figura 86 – Constantes k (circuitos π/km) ótimos em função da frequência máxima f_H e do comprimento da linha d para o modo α.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 87 – Constantes k (circuitos π/km) ótimos em função da frequência máxima f_H e do comprimento da linha d para o modo z.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com base em (134), as funções polinomiais que geram as superfícies 3-D das Figura 86 e 87 são dadas em (141) e (142).

$$k^{\alpha}(f_{\mathrm{H}}, d) = \sum_{i=0}^{4} \sum_{j=0}^{3} P_{ij}^{\alpha} \; f_{\mathrm{H}}^{i} \; d^{j} \tag{141}$$

$$k^{z}(f_{\mathrm{H}}, d) = \sum_{i=0}^{4} \sum_{j=0}^{3} P_{ij}^{z} \; f_{\mathrm{H}}^{i} \; d^{j} \tag{142}$$

Os coeficientes de P_{ij}^{α} e P_{ij}^{z} são mostrados nas Tabelas 14 e 15.

Tabela 14 – Coeficientes P_{ij}^{α} de $k^{\alpha}(f_{\mathrm{H}}, d)$ para o modo α.

P_{ij}				
i/j	0	1	2	3
0	5.6575	0.0129	-6.24e-5	9.33e-8
1	-3.3964	-0.0112	4.68e-5	-6.04e-8
2	3.0705	8.58e-4	-2.05e-6	0
3	-0.69435	-1.15e-5	0	0
4	0.05730	0	0	0

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A partir da análise no domínio da frequência mostrada, para a LT de 100 km da Figura 43 escolhemos as contantes otimizadas $k = 1$ (circuitos π/km) e $M = 8$ polos para o modo α, e $k = 1$ (circuitos π/km) e $M = 12$ polos para o modo z. Essas constantes k e M estão em boa concordância com os ajustes das resistências e indutâncias, como visto nas Figuras 81 e 82, e também devido ao amplo espectro de frequência (até 1 MHz) como

Tabela 15 – Coeficientes P_{ij}^{z} de $k^{z}(f_{\mathrm{H}}, d)$ para o modo z.

P_{ij}				
i/j	0	1	2	3
0	1.8889	-0.0199	1.18e-4	-4.09e-7
1	20.480	-0.0828	2.83e-4	-8.26e-7
2	-3.5739	0.0023	1.34e-5	0
3	0.48954	-0.0013	0	0
4	7.77e-4	0	0	0

Fonte: Elaboração do próprio autor.

mostrados nas Figuras 83a e 83b. O valor $k = 1$ é escolhido devido às superfícies 3-D com valores otimizados nas Figuras 86 e 87. Os valores de cada ramo R'_i - L'_i para representação dos modos de propagação α e z, usados nas simulações, são mostrados nas Tabelas 16 e 17. As capacitâncias dos modos α e z são de 15.123 nF e 8.489 nF, respectivamente.

Tabela 16 – Valores dos parâmetros R-L para o ajuste de R(ω) e L(ω) do modo α

Resistência (Ω)		Indutância (mH)		Resistência (Ω)		Indutância (mH)	
R'_0	0.00961	L'_0	0.75219	R'_5	0.03959	L'_5	0.00149
R'_1	121.005	L'_1	0.00796	R'_6	0.01713	L'_6	0.00269
R'_2	8.51066	L'_2	0.00289	R'_7	0.01032	L'_7	0.00712
R'_3	0.93714	L'_3	0.00137	R'_8	0.00001	L'_8	0.00026
R'_4	0.13208	L'_4	0.00101	-	-	-	-

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 17 – Valores dos parâmetros R-L para o ajuste de R(ω) e L(ω) do modo z

Resistência (Ω)		Indutância (mH)		Resistência (Ω)		Indutância (mH)	
R'_0	0.00963	L'_0	1.52365	R'_7	0.08285	L'_7	0.51422
R'_1	171.488	L'_1	0.33834	R'_8	0.01481	L'_8	0.51141
R'_2	316.081	L'_2	0.39596	R'_9	0.00273	L'_9	0.52703
R'_3	65.5866	L'_3	0.45352	R'_{10}	0.00046	L'_{10}	0.49563
R'_4	12.8705	L'_4	0.48468	R'_{11}	0.00010	L'_{11}	0.64117
R'_5	2.44731	L'_5	0.50223	R'_{12}	0.00001	L'_{12}	1.08487
R'_6	0.45752	L'_6	0.51173	-	-	-	-

Fonte: Elaboração do próprio autor.

8.3.4 Validação no Domínio do Tempo para LT Trifásicas

Para a validação do FD-LPM trifásico no domínio do tempo, primeiro emprega-se a teoria da decomposição modal. Assim, a LT trifásica é desacoplada em três modos de propagação (modo α, modo β e modo z), onde cada modo é representado por uma linha monofásica. Esse desacoplamento é obtido pela matriz de Clarke, que é uma matriz de

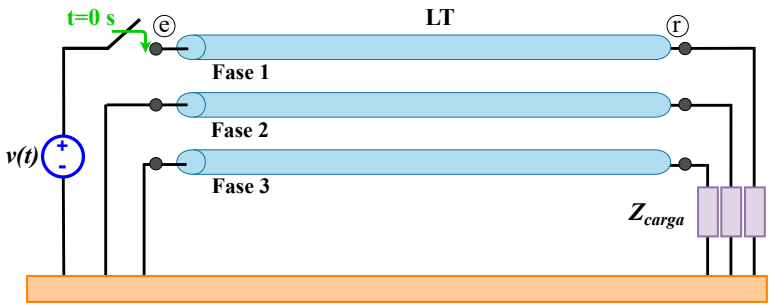
transformação modal cujos elementos são constantes reais e independentes da frequência (DUESTERHOEFT; SCHULZ; CLARKE, 1951). Dessa forma, cada modo de propagação é representado pelo número de N circuitos π em cascata e pelo número de polos M, onde na seção anterior foram encontradas as constantes otimizadas de k e M de cada modo de propagação. Em seguida, as tensões e as correntes são obtidas para cada modo independente, e são convertidas em um domínio de fase utilizando a matriz inversa de Clarke. As respostas transitórias do FD-LPM com os parâmetros otimizados são comparadas com as respostas computadas com o modelo JMarti (FD-Line) via software ATP.

Dois cenários para a LT trifásica são testados. Esses cenários combinam diferentes tipos de excitação no terminal emissor da linha e com diversas condições de carga no terminal receptor, conforme mais detalhado a seguir.

A. Cenário 8: Transitório de frente lenta

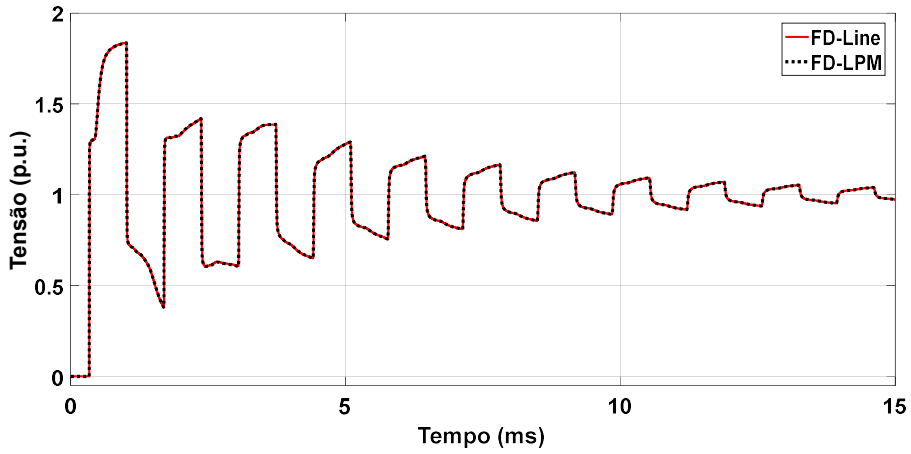
A LT trifásica é energizada no terminal emissor por uma fonte de tensão DC $v(t)$ de 1 p.u. de magnitude apenas na fase 1 e as outras fases 2 e 3 estão em curto-circuito. No terminal receptor a LT é conectada a uma carga Z_{carga} de 2000 Ω por fase, como mostrado na Figura 88. No instante $t = 2$ μs, a chave da fonte é fechada no terminal emissor da fase 1, gerando oscilações transitórias. As tensões transitórias $v_r(t)$ são calculadas e mostradas na Figura 89 para a linha de 100 km.

Figura 88 – Cenário 8 - Energização de uma fase no terminal emissor da LT trifásica.

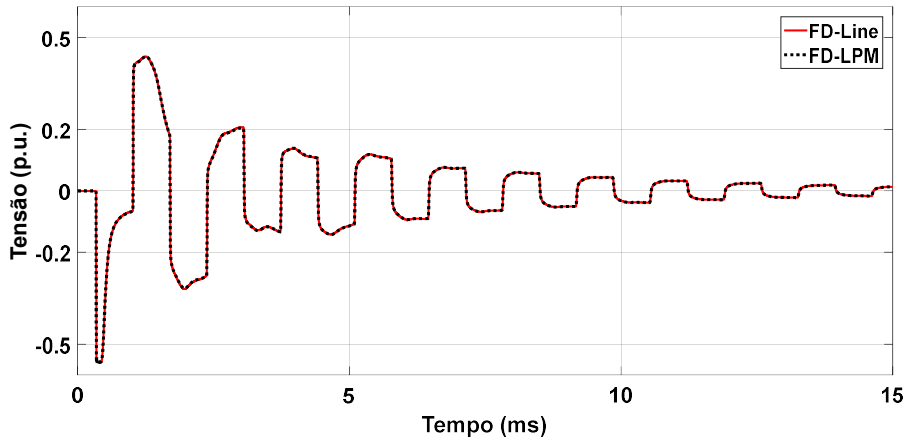


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 89 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica.



(a) Fase 1



(b) Fase 2 ou 3

Fonte: Elaboração do próprio autor.

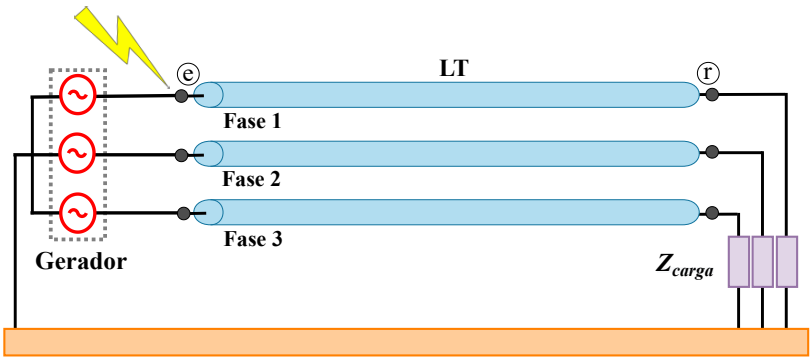
Observa-se, na Figura 89, que a energização na fase 1 do terminal emissor gera ondas transitórias que se propagam ao longo da fase 1 e ao longo das fases 2 e 3 devido ao acoplamento mútuo entre as três fases (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999). Pode-se observar que a tensão da fase 1 assume no instante em torno de 0.33 ms um valor próximo do dobro do valor da fonte, já a tensão da fase 2 e 3 assumem um valor negativo com a metade do valor da fase 1. Esses valores negativos são a influência da energização da fase 1 nas fases 2 e 3. Em relação ao desempenho do FD-LPM trifásico, as tensões transitórias mostradas na Figura 89 estão em boa concordância com o modelo FD-Line do ATP.

Este tipo de excitação (energização DC) simulado é caracterizado por um distúrbio de faixa de baixa frequência e, como foi visto, o modelo FD-LPM trifásico responde coerentemente em relação ao modelo FD-Line. A seguir será simulado um distúrbio com uma ampla faixa de frequência.

B. Cenário 9: Transitório de frente rápida

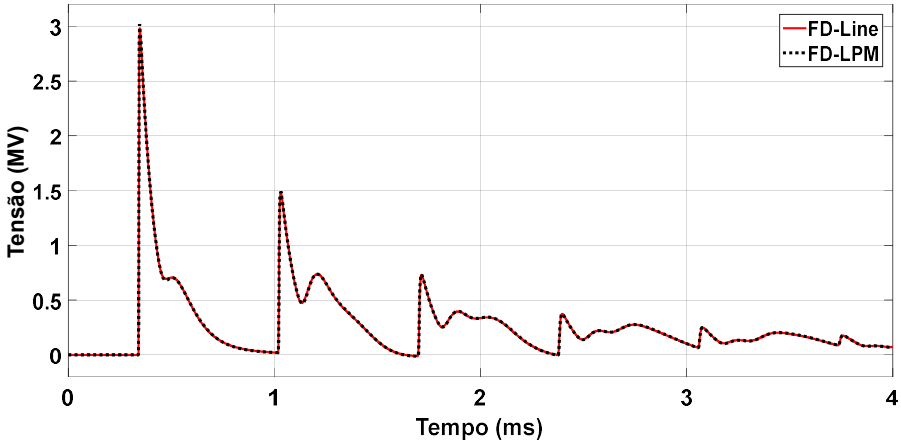
A LT trifásica é energizada no terminal emissor por uma fonte de tensão trifásica cossenoidal de 1 p.u. de magnitude e frequência de 60 Hz. No terminal receptor a LT é conectada a uma carga Z_{carga} de 2000 Ω por fase, como mostrado na Figura 90. No instante $t = 2$ μs, a a fase 1 da LT é atingida no terminal emissor por uma descarga atmosférica. Essa descarga é modelada como uma fonte de corrente impulsiva de magnitude 10 kA e forma de onda 1.2/50 μs (função exponencial dupla). As tensões transitórias $v_r(t)$ são calculadas e mostradas na Figura 91.

Figura 90 – Cenário 9 - LT atingida na fase 1 por uma descarga atmosférica no terminal emissor.

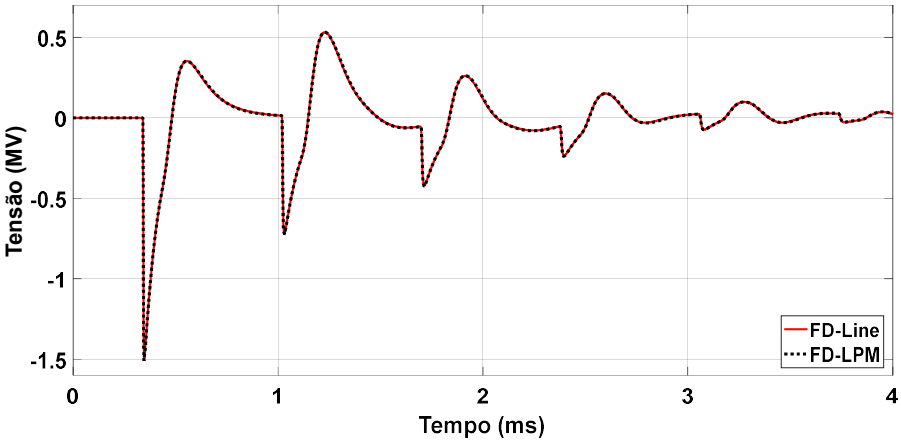


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 91 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT atingida por um raio no terminal emissor.



(a) Fase 1



(b) Fase 2 ou 3

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode-se notar da Figura 91, que há uma boa concordância entre o modelo FD-LPM e o modelo FD-Line do ATP.

Em geral, das simulações verifica-se que tanto o modelo CP-LPM quanto o modelo FD-LPM apresentaram uma boa performance para os transitórios eletromagnéticos gerados por diversos tipos de distúrbios (energização, faltas e descargas atmosféricas) em LTs monofásicas e trifásicas. Dessa forma, esses modelos constituem um avanço na modelagem de LTs para análise transitória no SEE.

8.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo, os algoritmos para a otimização dos cálculos do número de circuitos π em cascata e da constante de amortecimento para o modelo CP-LPM foram implementados. Além disso, os algoritmos para a otimização dos cálculos do número de circuitos π em cascata e do número de polos para o modelo FD-LPM foram implementados no Matlab

e no ATP. Em seguida, a validação dos modelos CP-LPM e FD-LPM implementados no SimPowerSystems e ATPDraw para vários cenários contendo linhas de transmissão monofásicas e trifásicas foi realizada. Em comparação com as simulações realizadas com o modelo Bergeron (chamado CP-Line) e JMarti (chamado FD-Line) já implementados no software ATP, os modelos CP-LPM e FD-LPM apresentaram um excelente concordância com tais resultados. Além disso, o uso dos modelos CP-LPM e FD-LPM têm vantagens em simulações de linhas curtas já que permitem usar um passo de tempo Δt bem próximo ao tempo de transito τ da linha, isto não é possível com os modelos CP-Line e FD-Line. Além disso, as vantagens de usar os modelos CP-LPM e FD-LPM é que para simulações de linhas curtas é possível usar um passo de tempo Δt bem próximo ao tempo de transito τ da linha sem perda da precisão, isto não é possível com o uso dos modelos CP-Line e FD-Line. Portanto, os modelos CP-LPM e FD-LPM propostos para a representação de linhas de transmissão demonstraram resultados satisfatórios e coerentes, podendo ser usados para os estudos de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia.

9 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

9.1 CONCLUSÕES

A proposta desta tese consistiu no aperfeiçoamento dos modelos a parâmetros concentrados constantes em relação à frequência e dependentes em relação à frequência. Esses modelos são baseados na representação em forma de cascata de circuitos π com os parâmetros elétricos constantes e variáveis em relação à frequência respectivamente, amplamente empregados na representação de linhas de transmissão para análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia.

Primeiramente, as formulações para o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão foram apresentadas. Explicou-se os fenômenos como efeito pelicular e o efeito do solo que influenciam nos parâmetros e devem ser levados em consideração nos estudos de transitórios eletromagnéticos para a obtenção das respostas transitórias adequadas e precisas. Em seguida, as equações diferenciais para tensão e corrente que regem o comportamento da LT foram mostradas. Os principais modelos de linhas de transmissão no domínio do tempo são apresentados, nos quais as soluções exatas e as soluções aproximadas dessas equações diferenciais são mostradas.

Para estudo dos transitórios eletromagnéticos foram utilizados o CP-LPM e o FD-LPM. O CP-LPM utiliza a cascata dos circuitos π modificados com parâmetros elétricos constantes em relação à frequência. Esse modelo, inclui uma resistência artificial de amortecimento R_D em paralelo a cada seção de circuito π, com o intuito de eliminar as oscilações espúrias numéricas geradas quando é usado o modelo LPM clássico. O processo para a obtenção do número N ótimo de circuitos π e do valor da constante de amortecimento K_D ótima para a obtenção de respostas transitórias sem oscilações espúrias ou com amplitudes significativamente reduzidas foi descrito. O FD-LPM utiliza a cascata dos circuitos π com parâmetros elétricos dependentes da frequência, onde essa dependência em relação à frequência nos parâmetros longitudinais é representada por blocos RL em paralelo no circuito π. Para esse modelo, foram descritos os processos para a obtenção do número N ótimo de circuitos π e M de blocos RL necessários para uma representação precisa do modelo para uma faixa de frequência de interesse.

Nas simulações com o modelo LPM clássico, as oscilações espúrias estão presentes nas respostas transitórias, e essas levam a interpretações errôneas pelos usuários. A topologia modificada CP-LPM consiste na inserção de resistências de amortecimento artificiais (R_D) na cascata de circuito π clássico. O valor dessa resistência depende dos parâmetros concentrados da linha, tamanho do passo de cálculo Δt e do fator ajustável K_D. Os gráficos 3D para esse modelo mostram os melhores fatores ajustáveis K_D em função do

comprimento da linha d e da constante k (circuito π/km). Os gráficos 3D e suas equações fornecem uma metodologia de fácil seleção dos melhores valores dos fatores ajustáveis. Nas simulações com o modelo FD-LPM, o número N de circuitos π em cascata e o número M de blocos RL para representar o modelo influem no cálculo das respostas transitórias. Os gráficos 2D e 3D mostram os melhores valores de M e N para se representar o modelo adequado de LT frente a um fenômeno transitório.

Observou-se que o CP-LPM apresenta uma atenuação expressiva das oscilações espúrias nas respostas transitórias quando comparadas às respostas do LPM clássico. Nota-se que a topologia modificada produz respostas transitórias que estão em boa concordância com as respostas obtidas pelo método da transformada numérica inversa de Laplace (NLT) e com as respostas geradas no software ATP usando o modelo de Bergeron. Os resultados mostram bom desempenho para todas simulações transitórias frente a diversos tipos de distúrbios. As principais vantagens da topologia modificada são a aplicação direta dos fatores ajustáveis K_D dos gráficos 3D propostos para vários comprimentos de linha d e constantes k (circuitos π/km), onde a mitigação das oscilações espúrias é realizada diretamente no domínio do tempo e sem a necessidade de filtros digitais ou analógicos. Além disso, para simulações de linhas curtas o CP-LPM pode ser usado com passo de tempo Δt próximo ao tempo de trânsito τ da linha, sem perder tanto a precisão, caso que não acontece quando usamos o CP-Line.

Observou-se, também, que o modelo FD-LPM produz respostas transitórias que estão em boa concordância com o modelo JMarti, mostrando bom desempenho durante todas as simulações transitórias. As principais vantagens do modelo são a aplicação direta dos fatores ajustáveis k (circuitos π/km) dos gráficos 3D propostos para vários comprimentos de linha d e frequência máxima f_{max} da faixa de frequência), onde a implementação é realizada diretamente no domínio do tempo. Além disso, para simulações de linhas curtas o FD-LPM pode ser usado com passo de tempo Δt próximo ao tempo de trânsito τ da linha, sem perder tanto a precisão, caso que não acontece quando usamos o FD-Line.

Esta tese demonstrou a importância da modelagem adequada de uma linha de transmissão no estudo transitório eletromagnético. Assim, diversos tipos de distúrbios podem ser aplicados nas linhas de transmissão e os transitórios eletromagnéticos podem ser analisados para distintos cenários encontrados no sistema de energia.

9.2 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

Como continuidade deste trabalho, propõe-se investigar os seguintes tópicos:

- Incluir o efeito da dependência da frequência nos parâmetros elétricos do solo (permissividade e resistividade) e aperfeiçoar os modelos CP-LPM e FD-LPM com

essa característica do solo;

- Incluir o efeito do solo na admitância transversal associada ao efeito do solo no cálculo dos parâmetros por unidade de comprimento de linhas de transmissão aéreas e de transitórios eletromagnéticos nessas linhas;
- Aperfeiçoamento dos modelos de linhas de transmissão CP-LPM e FD-LPM para linhas de transmissão sem transposição, e com ou sem simetria vertical dos condutores;
- Desenvolver algoritmos que utilizem as matrizes de transformação fase-modo e modo-fase variantes com relação à frequência e incluí-las no modelo propostos FD-LPM e FD-Line trifásicos e comparar as respostas transitórias com as respostas obtidas pelo modelo ULM via PSCAD.

REFERÊNCIAS

ALANÉS, R. C. D. **Estudios para la conexión de instalaciones de generación y transmisión al sistema eléctrico boliviano**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Universidad de Sevilla, Sevilla. 2015. Disponível em: https://idus.us.es/handle/11441/27038. Acesso em: 20 abr. 2021.

ARAÚJO, A. R.; KUROKAWA, S.; SHINODA, A. A. Mitigation of erroneous oscillations in electromagnetic transient simulations using analogue filter theory. **IET Science, Measurement & Technology**. Stevenage, v. 11, n. 1, p. 41–48, 2017.

ARAÚJO, A. R. J.; SILVA, R. C.; KUROKAWA, S. Comparing lumped and distributed parameters models in transmission lines during transient conditions. *In*: IEEE PES T&D CONFERENCE AND EXPOSITION. Chicago, 2014.

BAÑUELOS, E. S. C.; GUSTAVSEN, B.; GUTIERREZ, J. A. R. Computational efficiency improvement of the universal line model by use of rational approximations with real poles. **Electric Power Systems Research**. Amsterdam, v. 140, p. 424–434, 2016.

BAÑUELOS, E. S. C.; GUTIERREZ, J. A. R.; GUSTAVSEN, B. **Rational fitting techniques for the modeling of electric power components and systems using matlab environment**. Croatia: InTech. 2017. Disponível em: https://www.intechopen.com/books/rational-fitting-techniques-for-the-modeling-of-electric-power-components. Acesso em: 20 abr. 2021.

BODE, H. W. **Network analysis and feedback amplifier design**. New York: Van Nostrand, 1945. 563 p.

BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, n. 1, p. 88–97, 1970.

CARSON, J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. **The Bell System Technical Journal**, Piscataway, v. 5, n. 4, p. 539–554, 1926.

CHEN, C. T. **Linear System Theory and Design**. 3a. ed. New York: Oxford University Press, 1999. 400 p.

CHRYSOCHOS, A. I.; TSOLARIDIS, G. P.; PAPADOPOULOS, T. A. Damping of oscillations related to lumped-parameter transmission line modeling. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEMS TRANSIENTS. Cavtat, 2015. Disponível em: https://www.ipstconf.org/papers/Proc_IPST2015/15IPST046.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

CIGRE, W. The calculation of switching surges III. transmission line representation for energisation and re-energisation studies with complex feeding networks. **Electra**, Madrid, v. 62, p. 45–78, 1979.

CIGRE, W. **Guidelines for representation of network elements when calculating transients**. CIGRE Technical Brochure, 1990. Disponível em: https://ecigre.org/publication/039-guidelines. Acesso em: 20 abr. 2021.

CONTI, A. D.; EMÍDIO, M. P. S. Extension of a modal-domain transmission line model to include frequency-dependent ground parameters. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 138, p. 120–130, 2016.

COSTA, E.; KUROKAWA, S.; SHINODA, A. Digital filtering of oscillations intrinsic to transmission line modeling based on lumped parameters. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, London, v. 44, n. 1, p. 908–915, 2013.

DERI, A.; TEVAN, G.; SEMLYEN, A. The complex ground return plane a simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. 8, p. 3686–3693, 1981.

DOMMEL, H. **Electromagnetic Transients Program**. Reference Manual (EMTP Theory Book). Portland, EUA: Bonneville Power Administration, 1986.

DOMMEL, H. **EMTP Theory Book**. 2. ed. Portland: Corporation, Microtran Power System Analisys, 1996.

DOMMEL, H. W. Digital computer solution of electromagnetic transients in single-and multiphase networks. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. 4, p. 388–399, 1969.

DUESTERHOEFT, W. C.; SCHULZ, M. W.; CLARKE, E. Determination of instantaneous currents and voltages by means of alpha, beta, and zero components. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, Piscataway, v. 70, n. 2, p. 1248–1255, 1951.

EMÍDIO, M. P. S. **Uma Abordagem para o cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas no domínio do tempo considerando uma representação mais detalhada dos efeitos do solo**. 2015. 99f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, 2015. Disponível em: https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/1154M.PDF. Acesso em: 20 abr. 2021.

ERASO, L. C. T. **Análise de modelos de linhas de transmissão com parâmetros variantes com a frequência**. 2019. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2019. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3143/tde-29052019-103457/pt-br.php. Acesso em: 20 abr. 2021.

FERREIRA, L. F. R.; BONATTO, B. D.; MARTI, J. R. Comparative solutions of numerical oscillations in the trapezoidal method used by EMTP-based programs. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEMS TRANSIENTS. Cavtat, 2015. Disponível em: https://www.ipstconf.org/papers/Proc_IPST2015/15IPST147.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

GERTRUDES, J. B. **Influência da condutividade e permissividade do solo em função da frequência no cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal de linhas aéreas de transmissão**. 2010. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2010.

GRAINGER, J. J. et al. **Power system analysis**. London: Mc Graw Hill, 2003.

GUSTAVSEN, B. Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 17, n. 4, p. 1093–1098, 2002.

GUSTAVSEN, B. Optimal time delay extraction for transmission line modeling. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 32, n. 1, p. 45–54, 2017.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1052–1061, 1999.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Admittance-based modeling of transmission lines by a folded line equivalent. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 24, n. 1, p. 231–239, 2009.

HØIDALEN, H. K.; PRIKLER, L.; HALL, J. Atpdraw-graphical preprocessor to ATP, windows version. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEMS TRANSIENTS. Budapest, 1999. Disponível em: https://www.ipstconf.org/papers/Proc_IPST1999/99IPST065.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B. d.; ROBBA, E. J. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**. São Paulo: Blucher, 2005.

KALOUDAS, C. G.; PAPADOPOULOS, T.; PAPAGIANNIS, G. Spectrum analysis of transient responses of overhead transmission lines. *In*: INTERNATIONAL UNIVERSITIES POWER ENGINEERING CONFERENCE UPEC2010. Cardiff, 2010.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J. Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da freqüência sobre os parâmetros longitudinais. **SBA: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, Campinas, v. 18, n. 3, p. 337–346, 2007. Disponível em: https://pdfs.semanticscholar.org/51b1/4f567ddef9cc353c1b90310a5e45e4e0b311.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J. Inclusion of the frequency effect in the lumped parameters transmission line model: state space formulation. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 79, n. 7, p. 1155–1163, 2009.

LAFAIA, M. I. **Contributions to modeling and simulation of hvac cables using field test results**. 2016, 203f. Tese (Doutorado) - Département de Génie Électrique, Université de Montréal, 2016. Disponível em: https://publications.polymtl.ca/2350/1/2016_MariaIsabelSilvaLafaiaSimoes.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

MACIAS, J. A. R.; EXPÓSITO, A. G.; SOLER, A. B. A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 894–903, 2005.

MAMİŞ, M. S.; KAYGUSUZ, A.; KÖKSAL, M. State variable distributed-parameter representation of transmission line for transient simulations. **Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences**, Ankara, v. 18, n. 1, p. 31–42, 2010.

MARTI, J. R. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, PAS-101, n. 1, p. 147–157, 1982.

MARTINEZ, J.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameter determination for modeling system transients-part I: Overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 2038–2044, 2005.

MARTINEZ, J. A. **Coordinación de aislamiento en redes eléctricas de alta tensión**. España: McGraw-Hill, 2013.

MARTINEZ, J. A. **Power system transients: parameter determination**. Spain: CRC press, 2017.

MARTINEZ, J. A.; MARTIN, J. **Transient Analysis of Power Systems**. London: Wiley-IEEE Press, 2020.

MORCHED, A.; GUSTAVSEN, B.; TARTIBI, M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1032–1038, 1999.

MORENO, P.; RAMIREZ, A. Implementation of the numerical laplace transform: A review task force on frequency domain methods for EMT studies, working group on modeling and analysis of system transients using digital simulation, general systems subcommittee, IEEE power engineering society. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 2599–2609, 2008.

NELMS, R. M. et al. Using a personal computer to teach power system transients. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 4, n. 3, p. 1293–1294, 1989.

NEWTON, S. R.; NELMS, R. M.; GRIGSBY, L. L. A modular state variable approach to the electromagnetic transients problem. *In*: THE SOUTHEASTERN SYMPOSIUM ON SYSTEM THEORY. Tallahassee: IEEE Computer Society, p. 118–122, 1989.

PERELMUTER, V. **Electrotechnical Systems***:* Simulation with Simulink® and SimPowerSystems. Kharkov: CRC Press, 2012.

RESTREPO, L. H.; DELGADO, G. C.; ARANDA, F. C. Modelos de línea de transmisión para transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia. **Energía y Computación**, Cali, v. 16, n. 1, p. 21–32, 2008. Disponível em: https://biblat.unam.mx/pt/revista/energia-y-computacion/articulo/modelos-de-linea-detransmision-para-transitorios-electromagneticos-en-sistemas-de-pot. Acesso em: 20 abr. 2021.

SEMLYEN, A.; GUSTAVSEN, B. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. 94, n. 2, p. 561–571, 1975.

SEMLYEN, A.; GUSTAVSEN, B. Phase-domain transmission-line modeling with enforcement of symmetry via the propagated characteristic admittance matrix. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 27, p. 626–631, 04 2012.

TAVARES, M.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C. New mode domain multiphase transmission line model-transformation matrix modeling. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, POWERCON. Beijing, v. 2, p. 855–859, 1998.

TORREZ, P. **Inclusão do efeito da frequência no modelo de Bergeron**: representação de linhas de transmissão curtas e longas considerando transitórios eletromagnéticos resultantes de operações de manobras e de descargas atmosféricas. 2018. 170f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2018. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/180446. Acesso em: 20 abr. 2021.

WEDEPOHL, L. Application of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, **Institution of Engineering and Technology (IET)**, Stevenage, v. 110, n. 12, p. 2200, 1963.

ZANETTA, L. C. **Fundamentos de sistemas elétricos de potência**. Brasil: São Paulo: Livraria da Física, 2006.

ZUBIAGA, M.; AURTENETXEA, S. **Energy transmission and grid integration of AC offshore wind farms**. London, IntechOpen, 2012. Disponível em: https://www.intechopen.com/books. Acesso em: 20 abr. 2021.

APÊNDICE A – MODELOS DE CIRCUITO PI EXATO E APROXIMADO

Neste apêndice são apresentados o modelo exato de circuito π e os modelos aproximados de circuitos π (modelo de circuito π nominal e o modelo da cascata de circuitos π) usados para representar a linha de transmissão frente a fenômenos de TEMs. Para isso, a equação exata da LT mostrada nas equações (35) e (36), no domínio da frequência, pode ser rescrita em termos de funções hiperbólicas (BUDNER, 1970), expressas por:

$$V_e(\omega) = cosh(\gamma d)\, V_r(\omega) + Z_c\, senh(\gamma d)\, I_r(\omega) \tag{143}$$

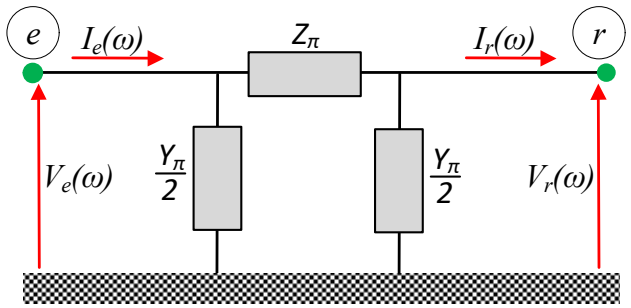
$$I_e(\omega) = -\frac{1}{Z_c}\, senh(\gamma d)\, V_r(\omega) + cosh(\gamma d)\, I_r(\omega) \tag{144}$$

As equações (143) e (144) são denominadas de equações hiperbólicas da linha de transmissão, e relacionam as tensões e correntes nos terminais emissor e receptor da linha. Portanto, as equações (143) e (144) também são consideradas de equação exata de uma LT monofásica, no domínio da frequência. Essas equações consideram que os parâmetros longitudinais são dependentes da frequência, e que todos os parâmetros elétricos (R, L, C e G) são distribuídos ao longo do comprimento da linha. A seguir são apresentados os modelos de circuito π exato e aproximados que são decorrentes das equações hiperbólicas da LT.

A.1 MODELO DE CIRCUITO π EXATO

Das equações hiperbólicas da LT em (143) e (144), pode-se fazer uma equivalência com as equações de um quadripolo para um único circuito π. Essas equações encontradas de circuito π são chamadas de modelo de circuito π exato (ZANETTA, 2006) e é ilustrado na Figura 92.

Figura 92 – Modelo de circuito π exato de uma LT.



Fonte: Adaptado de Zanetta (2006).

Da Figura 92, observa-se que o circuito π esta composto por um ramo série Z_π e dois ramos em derivação $Y_\pi/2$. Sendo Z_π e Y_π parâmetros definidos como impedância série e admitância em derivação exatas da LT. Esses parâmetros, estão relacionadas à impedância e admitância total ($Z'\,d$ e $Y'\,d$) da linha multiplicada por um fator de correção, tal como são descritas na equação a seguir (GRAINGER et al., 2003), (ZANETTA, 2006):

$$Z_\pi = Z'\,d\,\frac{senh\,(\gamma d)}{\gamma d}, \qquad Y_\pi = Y'\,d\,\frac{tanh\,(\gamma d/2)}{\gamma d/2} \tag{145}$$

Os fatores de correção da equação (145) fazem com que a LT tem seus parâmetros elétricos distribuídos ao longo do comprimento da linha e os parâmetros longitudinais dependentes com a frequência. Portanto, conclui-se que o modelo de circuito π exato leva em consideração a distribuição ao longo do comprimento dos parâmetros elétricos da linha e a dependência com a frequência.

A.2 MODELOS DE CIRCUITO π APROXIMADOS

Tendo em conta o modelo de circuito π exato da LT, apresentado na seção anterior, podemos estabelecer algumas relações mais simplificadas ainda com boa precisão, em uma faixa de frequência adequada. Estas simplificações dão lugar aos modelos de circuitos π aproximados da LT. Esses modelos aproximado tem boa precisão em determinados comprimentos de linhas e/ou determinadas faixas de frequências sobre análise. Dentre de esses modelos temos o modelo de circuito π nominal chamado simplesmente de modelo de circuito π e o modelo da cascata de circuitos π e serão descritos a seguir.

- Modelo de Circuito π Nominal ou Modelo de Circuito π

Se apenas deseja-se considerar uma única frequência de analise do fenômeno de TEM, por exemplo 60 Hz ou 1 kHz, a LT pode ser representada com razoável precisão

pelo modelo de circuito π nominal. Este modelo é o resultado das relações simplificadas do modelo de circuito π exato. O modelo de circuito π nominal considera que o termo γd pequeno. Isso origina, que tanto o $senh(\gamma d)$ quanto $tanh(\gamma d/2)$ sejam quase iguais a γd e $\gamma d/2$, respectivamente, de modo que os fatores de correção da equação (145) se aproximam da unidade tal como são dados a seguir (ZANETTA, 2006):

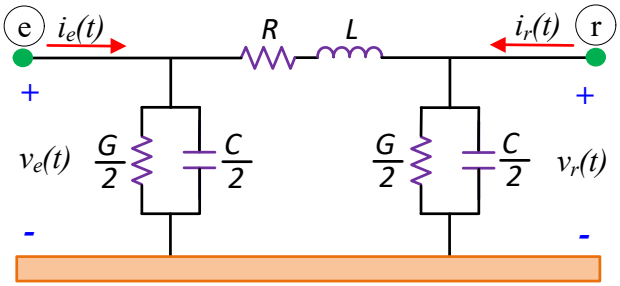
$$\frac{senh\,(\gamma d)}{\gamma d} \approx 1, \qquad \frac{tanh\,(\gamma d/2)}{\gamma d/2} \approx 1 \tag{146}$$

nessas condições, a equação (145) é reescrita como segue:

$$Z_\pi \approx Z'\,d = Z = R + j\omega L, \qquad Y_\pi \approx Y'\,d = Y = G + j\omega C \tag{147}$$

Portanto, ao fazer as aproximações anteriores, o modelo de circuito π exato da Figura 92 é simplificado e resulta no modelo de circuito π nominal mostrado na Figura 93 (ZANETTA, 2006).

Figura 93 – Modelo de circuito π nominal de uma LT.



Fonte: Adaptado de Zanetta (2006).

Na Figura 93, observa-se que o modelo de circuito π nominal tem uma impedância série Z que está composta por uma resistência total R e uma indutância total L concentradas. Assim mesmo, tem também uma admitância em derivação Y que está composta por uma condutância total G e capacitância total C concentradas.

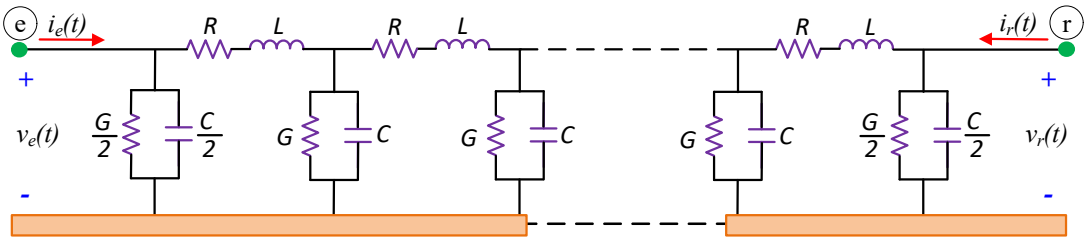
O modelo de circuito π nominal é bastante preciso para transitórios de baixas frequências. Para transitórios de altas frequências o modelo de circuito π nominal resultará em erros (GRAINGER et al., 2003). Esses erros são devidos às aproximações feitas na equação (146). Para eliminar os erros do modelo de um circuito π nominal é feita uma cascata de circuitos π que serão mostrados na seção seguinte.

- Modelo de Cascata de Circuitos π Nominal

O modelo de cascata de circuitos π tem como base o modelo de circuito π nominal e consiste em uma aproximação discreta da equação (145) do modelo de circuitos π exato.

Para isso, o modelo é representado por N seções de circuitos π em cascata, conforme mostrado na Figura 94, e quanto maior é o número N de seções, melhor é a aproximação ao modelo exato da linha a parâmetros distribuídos e constantes com a frequência.

Figura 94 – Modelo da cascata de N circuitos π.



Fonte: Adaptado de Restrepo, Delgado e Aranda (2008).

Da Figura 94, observa-se que cada seção do modelo da cascata de circuitos π é modelada usando uma resistência R e indutância L concentradas, que representam a N-ésima parte da impedância longitudinal e uma condutância G e capacitância C concentradas, que representam a N-ésima parte da admitância transversal. Os parâmetros R, L, C e G são dadas pelas seguintes equações:

$$R = R'\frac{d}{n}, \quad L = L'\frac{d}{n}, \quad C = C'\frac{d}{n}, \quad G = G'\frac{d}{n} \tag{148}$$

O modelo de cascata de circuitos π é utilizado em casos onde se deseja realizar estudos que distúrbios de baixa frequência e em linhas de comprimento médio (até 250 km) sendo capaz de proporcionar respostas razoáveis em muitos casos (GRAINGER et al., 2003), (RESTREPO; DELGADO; ARANDA, 2008).

APÊNDICE B – MODELO DE BERGERON

Neste apêndice é apresentado o modelo de Bergeron que baseia-se na solução de onda viajante, mostrada na Seção 4.1.1, mas no domínio do tempo. O modelo Bergeron, é caracterizado por ter os seus parâmetros elétricos indutância (L) e capacitância (C) distribuídos e resistência (R) concentrado, sendo estes parâmetros constante em relação à frequência.

Como no domínio do tempo não existe nenhuma solução analítica para as equações de onda da LT com perdas (ZANETTA, 2006), o modelo de Bergeron parte das equações de primeiro ordem da LT sem perdas definido por:

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = -L' \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{149}$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C' \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \tag{150}$$

Ao derivar as equações (149) e (150) em relação a x e t, respectivamente e fazendo algumas manipulações matemáticas (ZANETTA, 2006), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = L'\,C' \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \tag{151}$$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = L'\,C' \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} \tag{152}$$

As equações (151) e (152) descrevem o comportamento das ondas que se propagam ao longo a linha de transmissão negligenciando as perdas. A solução geral, destas equações foi encontrada por d'Alembert, e são dadas como seguem:

$$v(x,t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) \tag{153}$$

$$i(x,t) = \frac{1}{Z_c}\left[f_1(x - vt) - f_2(x + vt)\right] \tag{154}$$

onde v é a velocidade de propagação das ondas viajantes através da LT, t é o tempo, Z_c é a impedância característica, x é a posição no eixo de propagação x, f_1 representa a onda viajando em sentido positivo de eixo x e f_2 representa a onda viajando em sentido negativo do eixo x.

A partir de algumas manipulações matemáticas das equações (153) e (154) e usando as condições dos terminais, obtém-se o modelo de Bergeron para linhas sem perdas dados pelas equações a seguir (ZANETTA, 2006).

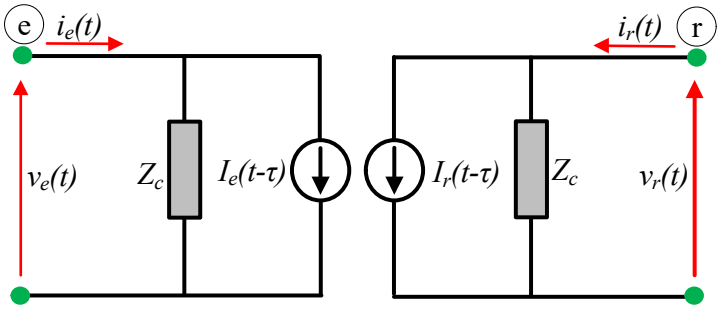
$$i_{er}(x,t) = \frac{1}{Z_c} v_e(t) + I_e(t-\tau) \tag{155}$$

$$i_{re}(x,t) = \frac{1}{Z_c} v_r(t) + I_r(t-\tau) \tag{156}$$

onde $I_e(t-\tau)$ e $I_r(t-\tau)$ são termos históricos que representam as tensões e correntes desfasadas em um tempo de viagem (ZANETTA, 2006).

Uma representação em forma de circuito do modelo de Bergeron sem perdas é mostrado na Figura 95.

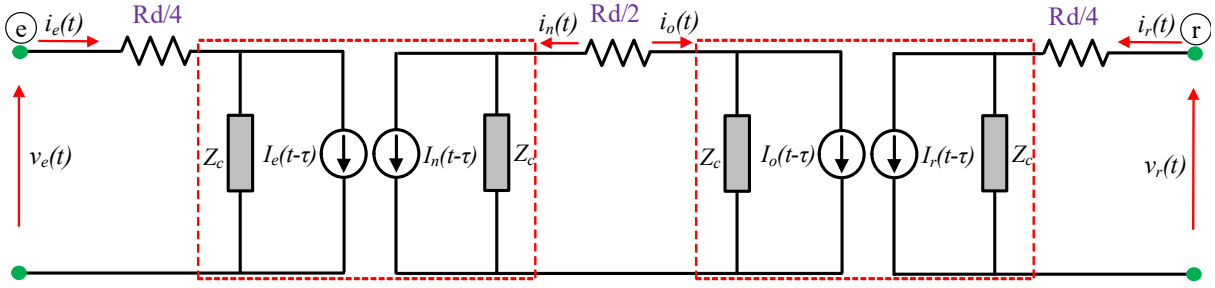
Figura 95 – Representação do modelos Bergeron sem perdas.



Fonte: Adaptado de Dommel (1986).

Uma extensão do modelo foi desenvolvida para incluir as perdas da LT. A inclusão das perdas foi obtida pela adição de elementos de resistência concentrados em ambas as extremidades da LT sem perdas. Embora esses resistores possam ser inseridos ao longo da linha, dividindo seu comprimento total em várias seções, a diferença é mínima e o uso de apenas duas seções de LT sem perdas em série com resistores concentrados é perfeitamente adequado (DOMMEL, 1986). Na Figura 96 é mostrado a inserção dos resistores concentrados no modelo Bergeron sem perdas (DOMMEL, 1986).

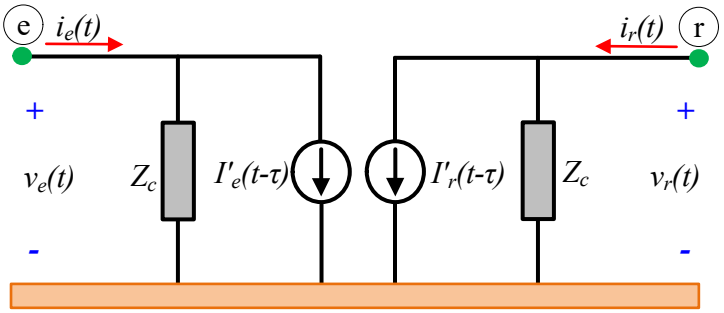
Figura 96 – Representação das resistências concentradas e do modelo Bergeron sem perdas.



Fonte: Adaptado de Dommel (1986).

A partir da Figura 96, um circuito simplificado é obtido para cada metade da LT com perdas. No entanto, como apenas os terminais e e r são de interesse, as variáveis do ponto médio são eliminadas pelo cascateamento das duas meias seções da LT. Consequentemente, o modelo de Bergeron com perdas (DOMMEL, 1986) para representar a LT é obtido sendo mostrado na Figura 97 .

Figura 97 – Representação do modelos Bergeron com perdas.



Fonte: Adaptado de Dommel (1986).

A partir da análise realizada em Zanetta (2006), obtém-se as expressões para as correntes, no domínio do tempo, para os terminais emissor e receptor dadas por:

$$i_e(x,t) = \frac{1}{Z_c} v_e(t) + I'_e(t-\tau) \tag{157}$$

$$i_r(x,t) = \frac{1}{Z_c} v_r(t) + I'_r(t-\tau) \tag{158}$$

APÊNDICE C – MODELO JMARTI NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Neste apêndice é apresentado as equações no domínio da frequência do modelo de JMarti. Esse modelo é caracterizado por ter os seus parâmetros elétricos R, L e C distribuídos e sendo estes parâmetros dependentes em relação à frequência. As equações do modelo JMarti, no domínio da frequência, são derivadas das equações (35) e (36) mostrados na Seção 4.1.1. Para fins didáticos, reescrevemos essas equações e são dadas por:

$$I_{\mathrm{e}} - Y_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{e}} = -H \left[I_{\mathrm{r}} + Y_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{r}} \right] \tag{159}$$

$$I_{\mathrm{r}} - Y_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{r}} = -H \left[I_{\mathrm{e}} + Y_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{e}} \right] \tag{160}$$

onde a admitância característica Y_c e a função de propagação das ondas H da linha de transmissão, são dadas pela equação (161).

$$H = e^{-\sqrt{YZ}\, d}, \qquad Y_c = Z_c^{-1} = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \tag{161}$$

No modelo JMarti (MARTI, 1982), H e Z_c são aproximados pelo método de Bode (BAÑUELOS; GUTIERREZ; GUSTAVSEN, 2017), que é um método de ajuste racional. Usando o ajuste de Bode, temos a seguintes aproximações:

$$Z_c \cong Z_{fit,c} = \sum_{j=1}^{N_z} \frac{c_j}{s - p_j} + d_j \tag{162}$$

$$H \cong H_{fit} = \sum_{j=1}^{N_h} \frac{c_j}{s - p_j} e^{-s\tau_i} \tag{163}$$

onde N_z e N_h são o número de polos para ajustar o Z_c e H, respectivamente. c_j é o valor do resíduo, d_j é o termo constante, p_j é valor do polo e τ é o tempo de transito que considera o atraso na propagação das tensões e correntes ao longo da linha (DOMMEL, 1986) e pode ser encontrada em (GUSTAVSEN, 2017).

A partir do modelo JMarti disponível no ATP, obtém-se todos os valores e constantes das equações (162) e (163). Portanto, é possível extrair essas informações para depois ser comparado com o modelo FD-LPM, no domínio da frequência.

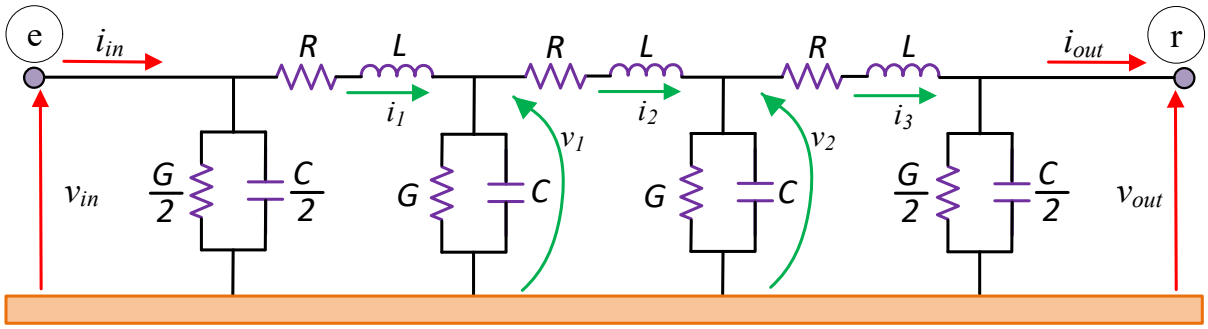
APÊNDICE D – EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O LPM, CP-LPM, FD-LPM COM 3 CIRCUITOS π

Neste apêndice é apresentado o desenvolvimento das equações em espaço de estado de uma LT representados com o LPM clássico, com o CP-LPM e com o FD-LPM cada uma com 3 circuitos π conectados em cascata. Para o FD-LPM considera-se 2 blocos RL em série.

- LPM CLÁSSICO COM 3 CIRCUITOS π EM CASCATA

Na Figura 98 é apresentado uma LT monofásico representado com o modelo LPM clássico que considera 3 seções de circuitos π clássico em cascata.

Figura 98 – LT representada por 3 circuitos π clássicos em cascata.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A representação do espaço de estados que descreve as tensões e correntes dos terminais do modelo LPM clássico para a Figura 98 é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u} \tag{164a}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u} \tag{164b}$$

onde o vetor da variável de estado $\boldsymbol{x}$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ e vetor de saída $\boldsymbol{y}$ encontrados para representar a cascata de 3 circuitos π clássicos mostrado na Figura 98, são escritos a seguir:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_1 & v_2 & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{165a}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in}} & i_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{165b}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{165c}$$

onde o vetor $\boldsymbol{x}$ é de dimensão 7×1, constituído por as correntes longitudinais dos circuito π e por as tensões transversais dos circuitos π. O vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ é de dimensão 2×1, constituído pelas correntes de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O vetor de saída $\boldsymbol{y}$ é de dimensão 2×1, constituídos pelas tensões de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O exponente T corresponde aos transpostos das matrizes.

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{B}$ em (164) encontrados para representar a cascata de 3 circuitos π clássicos mostrado na Figura 98, são escritas como seguem:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{166a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{2}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{166b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{166c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{166d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem 7 e é constituída por 4 submatrizes escritas em (167). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão 6×2. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão 2×7. A matriz $\boldsymbol{D}$ é de ordem 2 e é nula. O exponente T na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A_{11}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{12}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \tag{167a}$$

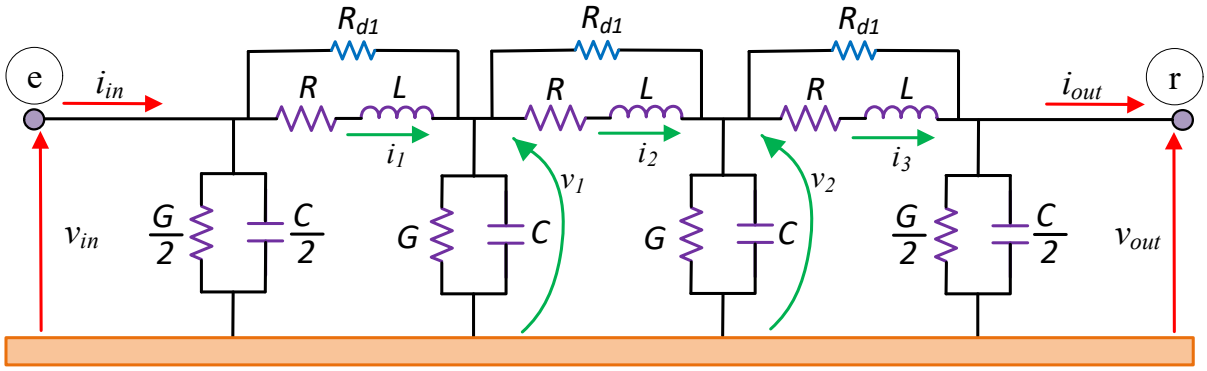
$$\boldsymbol{A_{21}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\frac{G}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{G}{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \tag{167b}$$

Em (167), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem 3, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão 3×4, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão 4×3 e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de ordem 4.

- CP-LPM com 3 circuitos π

Na Figura 99 é apresentado uma LT monofásico representado com o modelo CP-LPM que considera a 3 circuitos π modificados conectados em cascata.

Figura 99 – LT representada por 3 circuitos π modificados em cascata.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A representação do espaço de estados que descreve as tensões e correntes dos terminais da cascata de 3 circuitos modificados da Figura 99 é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u} \tag{168a}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u} \tag{168b}$$

onde o vetor da variável de estado $\boldsymbol{x}$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ e vetor de saída $\boldsymbol{y}$ encontrados para representar a cascata de 3 circuitos π modificados mostrado na Figura 99, são escritos nas seguintes equações:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_1 & v_2 & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{169a}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in}} & i_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{169b}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{169c}$$

onde o vetor de estado $\boldsymbol{x}$ é de dimensão 7×1, constituído por as correntes longitudinais dos circuitos π modificados e por as tensões transversais dos circuitos π. O vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ é de dimensão 2×1, constituído pelas correntes de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O vetor de saída $\boldsymbol{y}$ é de dimensão 2×1, constituídos pelas tensões de entrada e saída nos terminais da cascata dos circuitos π modificados.

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{B}$ em (168) encontrados para representar a cascata de 3 circuitos π modificados mostrado na Figura 99, são escritas como seguem:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{170a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{2}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{170b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{170c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{170d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem 7 e é constituída por 4 submatrizes escritas em (171). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão 6×2. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão 2×6. A matriz $\boldsymbol{D}$ é de ordem 2 e é nula. O exponente T na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A_{11}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{12}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \tag{171a}$$

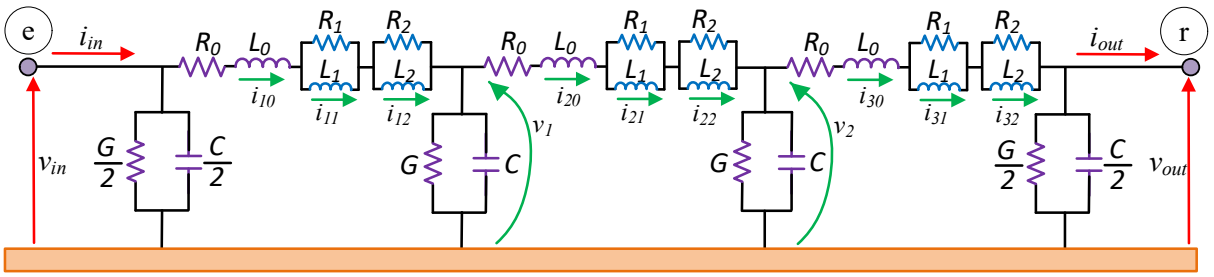
$$\boldsymbol{A_{21}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\delta & \frac{2G_D}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\delta & \frac{2G_D}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta & \frac{2G_D}{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\delta & \frac{2G_D}{C} \end{bmatrix} \tag{171b}$$

Em (171), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem 3, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão 3×4, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão 4×3 e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de dimensão 4×5.

- FD-LPM com 3 circuitos π e 2 blocos RL

Na Figura 100 é apresentado uma LT monofásico representado com o modelo FD-LPM que considera a cascata de 3 circuitos π que inclui 2 blocos RL em série.

Figura 100 – LT representada por a cascata de 3 circuitos π com 2 blocos RL em série.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A representação do espaço de estados que descreve as tensões e correntes dos terminais do modelo FD-LPM da Figura 100 é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u} \tag{172a}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u} \tag{172b}$$

onde o vetor da variável de estado $\boldsymbol{x}$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ e vetor de saída $\boldsymbol{y}$ encontrados para representar a cascata de 3 circuitos π com 2 blocos RL mostrado na Figura 100, são escritos nas seguintes equações:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{ip}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}^T \tag{173a}$$

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} = \begin{bmatrix} i_{10} & i_{20} & i_{30} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{x}_{\mathrm{ip}} = \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} & i_{21} & i_{22} & i_{31} & i_{32} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_1 & v_2 & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix} \tag{173b}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in}} & i_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{173c}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{173d}$$

onde o vetor $\boldsymbol{x}$ é de dimensão 13×1, constituído pelas correntes nos indutores dos circuito π e por as tensões transversais dos circuitos π. O vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ é de dimensão 2×1, constituído pelas correntes de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O vetor de saída $\boldsymbol{y}$ é de dimensão 2×1, constituídos pelas tensões de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito π. O exponente T corresponde aos transpostos das matrizes.

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{B}$ em (172) encontrados para representar a cascata de 3 circuitos π com 2 blocos RL da Figura 99, são escritas como seguem:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{174a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{2}{C} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{174b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{174c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{174d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem 13 e é constituída por 4 submatrizes escritas em (175). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão 13×2. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão 2×13. A matriz $\boldsymbol{D}$ é de ordem 2 e é nula. O exponente T na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A}_{11} = \begin{bmatrix} -\sum_{i=0}^{2} \boldsymbol{Q}_{i,0} & \boldsymbol{Q}_{1,0} & \boldsymbol{Q}_{2,0} \\ \boldsymbol{Q}_{1,1} & -\boldsymbol{Q}_{1,1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{Q}_{2,2} & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{Q}_{2,2} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{Q}_{i,j} = \frac{R_i}{L_j}\boldsymbol{U}; \tag{175a}$$

$$\boldsymbol{A}_{12} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{121} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{A}_{121} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} \end{bmatrix} \tag{175b}$$

$$\boldsymbol{A}_{21} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{211} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{A}_{211} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix} \tag{175c}$$

$$\boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\frac{G}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{G}{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \tag{175d}$$

Em (175), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem 9, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão 9×4, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão 4×9 e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de ordem 4. $\boldsymbol{U}$ é uma matriz de identidade de ordem 3 e $\mathbf{0}$ é uma matriz preenchida com zeros.

As matrizes e submatrizes apresentadas neste apêndice são constantes e dependem só dos parâmetros da linha e obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

APÊNDICE E – SOLUÇÃO DO ESPAÇO DE ESTADO

Neste apêndice é apresentado a solução numérica no domínio do tempo da equação do espaço de estado que representa uma linha de transmissão.

Nos Capítulos 5 e 6, as tensões e as correntes são descritas por equações diferenciais que podem ser escritas como um sistema linear de equações de espaço de estados, quando a LT é representado por LPM clássico, CP-LPM ou FD-LPM. Essas equações são resolvidas por métodos de integração numéricos. Nesse contexto, a regra trapezoidal é amplamente empregada devido à sua estabilidade e simplicidade no código computacional nos programas EMTP, em comparação com outros métodos de integração de Simpson e Runge-Gutta (MACIAS; EXPÓSITO; SOLER, 2005; ARAÚJO; SILVA; KUROKAWA, 2014; DOMMEL, 1996). A regra trapezoidal, também chamada de método de Heun, consiste em uma versão aprimorada do método de Euler para resolver equações diferenciais ordinárias com valor inicial (DOMMEL, 1996). Considerando a equação do espaço de estados, conforme dada pelo formulário:

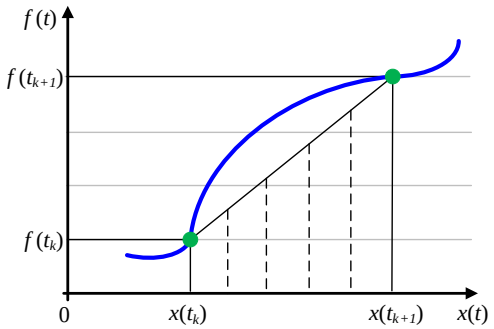
$$\dot{x}\,(t) = A\,x\,(t) + B\,u\,(t) \tag{176}$$

Para encontrar a solução de (176), a derivada respeito ao tempo da variável de estado $x(t)$ da equação diferencial em (176) é considerada como:

$$\dot{x}\,(t) = f\,(t) \tag{177}$$

A fórmula de Heun consiste em uma aproximação da função $f(t)$, em um pequeno intervalo de tempo, para uma função de primeiro grau, conforme mostrado na Figura 101.

Figura 101 – Representação do método de integração trapezoidal.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Aplicando o método trapezoidal na função de primeiro ordem da Figura 101, obtém-se o seguinte:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} f\left(t\right) dt = \frac{\Delta x}{2}\left[f\left(t_{k+1}\right) + f\left(t_k\right)\right] \tag{178}$$

onde, o tamanho do passo de integração Δx é dado por:

$$\Delta x = x(t_{k+1}) - x(t_k) \tag{179}$$

Integrando (177) no tempo de t_k e t_{k+1}, é obtida uma solução numérica para um tempo discreto, tal como é mostrado a seguir:

$$x(t_{k+1}) - x(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} f\left(t\right) dt \tag{180}$$

Substituindo (178) pela equação integral (180), obtém-se:

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + \frac{\Delta x}{2}\left[f\left(t_{k+1}\right) + f\left(t_k\right)\right] \tag{181}$$

De (181), substituindo as funções f pela equação do valor de x, que é o ponto da equação (176). Obtendo a solução numérica da equação do espaço de estado, a qual é da seguinte forma (MACIAS; EXPÓSITO; SOLER, 2005; ZANETTA, 2006):

$$x(t_{k+1}) = \alpha^* \, x(t_k) + \beta^* \, u(t_k) + \beta^* \, u(t_{k+1}) \tag{182}$$

onde os termos constantes α^* e β^* são calculados por (183).

$$\alpha^* = \left[I - \frac{\Delta t}{2}A\right]^{-1}\left[I + \frac{\Delta t}{2}A\right] \tag{183a}$$

$$\beta^* = \left[I - \frac{\Delta t}{2}A\right]^{-1}\frac{\Delta t}{2}B \tag{183b}$$

Em (182), $x(t_{k+1})$ e $x(t_k)$ são os valores do vetor $x(t)$ calculados no tempo t_{k+1} e t_k, respectivamente, enquanto $u(t_{k+1})$ e $u(t_k)$ são os valores da tensão $u(t)$ calculado nos tempos t_{k+1} e t_k. Em (183), a matriz I é a identidade e Δt é o tamanho do passo no tempo entre t_{k+1} e t_k.

APÊNDICE F – MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO CLARKE

Neste apêndice é apresentado o procedimento e equações para decompor as LTs trifásicas e idealmente transpostas. Para isso, é usado a matriz de transformação de Clarke, que decompõe a LT trifásica em seus três modos de propagação ou linhas monofásicas independentes. A matriz de impedâncias longitudinais e a matriz de admitâncias transversais para uma LT trifásica é representada por (184).

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}; \tag{184}$$

Considere uma linha trifásica idealmente transposta, também denominada linha balanceada. Uma linha balanceada é caracterizada por ter, nas matrizes de impedância $\boldsymbol{Z}$ e de admitância $\boldsymbol{Y}$, os elementos da diagonal principal (a_{ii}) iguais entre si, bem como os elementos fora da diagonal principal iguais entre si (a_{ij}=a_{ji}), tal como é mostrado em (185).

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} Z_{prop} & Z_{mut} & Z_{mut} \\ Z_{mut} & Z_{prop} & Z_{mut} \\ Z_{mut} & Z_{mut} & Z_{prop} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} Y_{prop} & Y_{mut} & Y_{mut} \\ Y_{mut} & Y_{prop} & Y_{mut} \\ Y_{mut} & Y_{mut} & Y_{prop} \end{bmatrix}; \tag{185}$$

onde

$$Z_{prop} = \frac{1}{3}\left(Z_{11} + Z_{22} + Z_{33}\right), \qquad Z_{mut} = \frac{1}{3}\left(Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}\right) \tag{186a}$$

$$Y_{prop} = \frac{1}{3}\left(Y_{11} + Y_{22} + Y_{33}\right), \qquad Y_{mut} = \frac{1}{3}\left(Y_{12} + Y_{23} + Y_{31}\right) \tag{186b}$$

Sabe-se que uma LT trifásica pode ser decomposta em seus 3 modos de propagação, ou seja, 3 linhas monofásicas totalmente desacopladas e independentes entre si. Isso é possível a partir do procedimento de decomposição modal realizado com matrizes de transformação modal $\boldsymbol{T_V}$ e $\boldsymbol{T_I}$ (NEWTON; NELMS; GRIGSBY, 1989). De modo geral para as LTs, as matrizes $\boldsymbol{T_V}$ e $\boldsymbol{T_I}$ possuem elementos complexos e variáveis em relação à frequência, tornando o desenvolvimento e a implementação mais complicados. Além disso, essas matrizes necessitam de um método numérico para serem obtidas, sendo um dos mais utilizados é o conhecido como método numérico de Newton-Raphson.

Para situações específicas em que uma LT trifásica transposta precisa ser decomposta em seus modos de propagação, é possível usar uma matriz real e independente da frequência como sendo uma matriz de transformação modal. Desta forma, neste trabalho para separar uma linha trifásica transposta em seus componentes modais usamos a matriz

de Clarke (DUESTERHOEFT; SCHULZ; CLARKE, 1951) ou chamada também transformação α-β-z. A matriz de Clarke é real e independente da frequência e é dada como:

$$\boldsymbol{T_I} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{187}$$

Sabe-se que a relação da matriz de transformação de tensão e de corrente é escrito (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2007):

$$\boldsymbol{T_V} = \boldsymbol{T_I}^{-T} \tag{188}$$

Agora para encontrar a matriz $\boldsymbol{T_V}$, usamos a seguinte relação (188) e (188) e encontramos a matriz $\boldsymbol{T_V}$, que é definida como segue:

$$\boldsymbol{T_V} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{189}$$

As equações utilizadas para decompor a LT trifásica em seus modos de propagação empregando a matriz de transformação de Clarke são as seguintes:

$$\boldsymbol{Z_m} = \boldsymbol{T_V}^{-1}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{T_I}, \qquad \boldsymbol{Y_m} = \boldsymbol{T_I}^{-1}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{T_V} \tag{190a}$$

$$\boldsymbol{V_m} = \boldsymbol{T_V}^{-1}\boldsymbol{V}, \qquad \boldsymbol{I_m} = \boldsymbol{T_I}^{-1}\boldsymbol{I} \tag{190b}$$

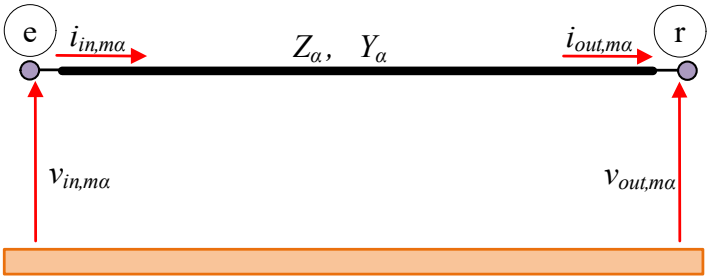
Desenvolvendo as equações em (190), obtem-se:

$$\boldsymbol{Z_m} = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Z_z \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{Y_m} = \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Y_z \end{bmatrix}; \tag{191a}$$

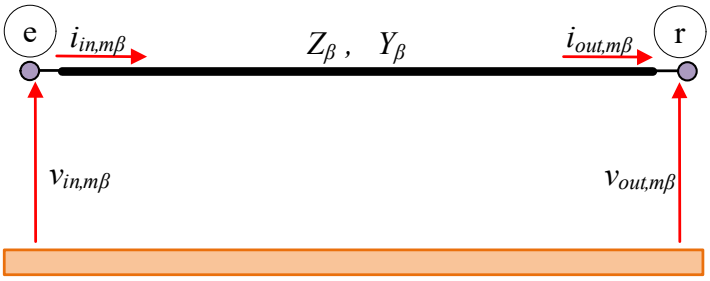
$$\boldsymbol{V_m} = \begin{bmatrix} V_{m\alpha} \\ V_{m\beta} \\ V_{mz} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{I_m} = \begin{bmatrix} I_{m\alpha} \\ I_{m\beta} \\ I_{mz} \end{bmatrix} \tag{191b}$$

Assim, para representar a LT trifásica transposta, o uso da transformação de Clarke para todas as variáveis de fase e todos os componentes trifásicos leva a três circuitos modais desacoplados α, β e z. Além disso, os circuitos modais α e β têm a mesma topologia e os mesmos parâmetros. A Figura 102 mostra a linha trifásica representada no domínio dos modos a partir da matriz de transformação.

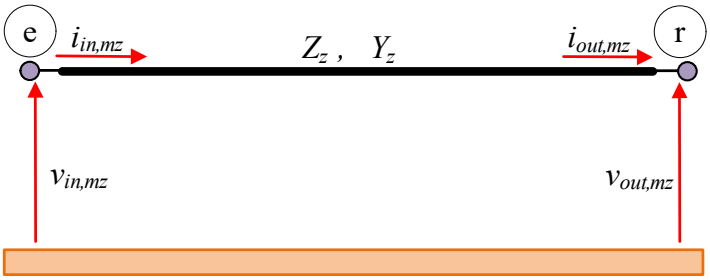
Figura 102 – Linha trifásica e sua representação no domínio modal.



(a) Modo α



(b) Modo β



(c) Modo z

Fonte: Elaboração do próprio autor.

APÊNDICE G – SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Neste apêndice é apresentado as matrizes de transmissão, no domínio da frequência, do modelo de circuito π exato (usado como modelo referência nesta tese) e do modelo de FD-Line (ou chamado modelo JMarti). Assim mesmo, é mostrado o cálculo da relação $V_{\text{in}}(\omega)/V_{\text{out}}(\omega)$ empregados no Capítulo 8.

- Equação no domínio da frequência do Modelo de Circuito π exato

No Apêndice A foi mostrado as equações exatas da LT, no domínio da frequência, em termos de funções hiperbólicas e sua representação em forma de circuito π (chamado de modelo de circuito π exato). Colocando as equações hiperbólicas (143) em forma matricial, de modo de mostrar a matriz que relaciona as tensões e correntes no emissor com as tensões e correntes no receptor, obtém-se o seguinte:

$$\begin{bmatrix} V_{\text{in}}(\omega) \\ I_{\text{in}}(\omega) \end{bmatrix} = \boldsymbol{H}_{\text{ref}} \begin{bmatrix} V_{\text{out}}(\omega) \\ I_{\text{out}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{192}$$

onde o $\boldsymbol{H}_{\text{ref}}$ é a matriz dos parâmetros de transmissão do modelo de circuito π exato (chamado de referência). Esta matriz, é de ordem 2 e seus elementos são calculados em (193).

$$\boldsymbol{H}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} A_{\text{ref}} & B_{\text{ref}} \\ C_{\text{ref}} & D_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma d) & Z_c \sinh(\Gamma d) \\ Y_c \sinh(\Gamma d) & \cosh(\Gamma d) \end{bmatrix} \tag{193}$$

Em (193), os termos $\Gamma = \sqrt{YZ}$ é a constante de propagação e $Z_c = Y_c^{-1} = \sqrt{Z/Y}$ é a impedância característica. Para validar os diferentes modelos de LT, no domínio da frequência, as curvas calculadas da relação da tensão de entrada V_{in} sobre a tensão de saída V_{out} são utilizadas. O cálculo dessa relação é mostrado em (194).

$$\frac{V_{\text{out}}(\omega)}{V_{\text{in}}(\omega)} = \frac{1}{\cosh \Gamma(\omega)\, d} \tag{194}$$

- Equação no domínio da frequência do Modelo JMarti

No Apêndice C, foi mostrada as equações do modelo Jmarti (ou chamada FD-Line) no domínio da frequência para uma LT monofásica. Colocando as equações (159) e (160), substituindo os termos Z_c e H pelos termos aproximados $Z_{fit,c}$ e H_{fit} do modelo JMarti,

em forma matricial de modo de mostrar a matriz que relacionam as tensões e correntes no emissor com as tensões e correntes no receptor, têm-se:

$$\begin{bmatrix} V_{\text{in}}(\omega) \\ I_{\text{in}}(\omega) \end{bmatrix} = \boldsymbol{H}_{\text{FDLine}} \begin{bmatrix} V_{\text{out}}(\omega) \\ I_{\text{out}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{195}$$

onde o $\boldsymbol{H}_{\text{FDLine}}$ é a matriz dos parâmetros de transmissão do modelo JMarti (chamado FD-Line). Esta matriz, é de ordem 2 e seus elementos são calculados em (196).

$$\boldsymbol{H}_{\text{FDLine}} = \begin{bmatrix} A_{\text{FDLine}} & B_{\text{FDLine}} \\ C_{\text{FDLine}} & D_{\text{FDLine}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(H_{fit} + H_{fit}^{-1}\right) & Z_{fit,c}\left(H_{fit} - H_{fit}^{-1}\right) \\ Z_{fit,c}\left(H_{fit}^{-1} - H_{fit}\right) & \left(H_{fit} + H_{fit}^{-1}\right) \end{bmatrix} \tag{196}$$

Em (196), os termos H_{fit} e $Z_{fit,c}$ são, respectivamente, a constante de propagação e a impedância característica ajustados pelo método de Bode, mostrados nas equações (163) e (162). A relação da tensão de entrada V_{in} sobre a tensão de saída V_{out} para o FD-Line é mostrado em (197).

$$\frac{V_{\text{out}}(\omega)}{V_{\text{in}}(\omega)} = 2[H_{fit}(\omega) + H_{fit}^{-1}(\omega)]^{-1} \tag{197}$$

APÊNDICE H – MODELAGEM DA MATRIZ TRANSFORMAÇÃO IMPLEMENTADA NO ATPDRAW

Neste apêndice é apresentado o equacionamento da representação da matriz de transformação de Clarke e sua implementação em ATPDraw. A representação é feita por meio da conexão de transformadores ideais para modelar a relação das tensões e correntes entre a fase e o modo. O equacionamento e a representação pode ser implementada em qualquer programa de tipo EMTP.

A equação matricial que relaciona as tensões de fase com as tensões de modo é dado (198).

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \boldsymbol{T_V} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_z \end{bmatrix} \tag{198}$$

De (198) encontrados as equações que descrevem os circuitos das tensões de fase em função das tensões de modo são dados a seguir:

$$v_a = v_{a1} + v_{a2} + v_{a3} = \frac{2}{\sqrt{6}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} v_z \tag{199a}$$

$$v_b = v_{b1} + v_{b2} + v_{b3} = -\frac{1}{\sqrt{6}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{1}{\sqrt{3}} v_z \tag{199b}$$

$$v_c = v_{c1} + v_{c2} + v_{c3} = -\frac{1}{\sqrt{6}} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{1}{\sqrt{3}} v_z \tag{199c}$$

Da mesma forma, a equação que relaciona as correntes de modo com as correntes de fase é dado em (200).

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_z \end{bmatrix} = \boldsymbol{T_I}^{-1} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{200}$$

De (200) encontrados as equações que descrevem os circuitos das correntes de modo em função das correntes de fase e são dados a seguir:

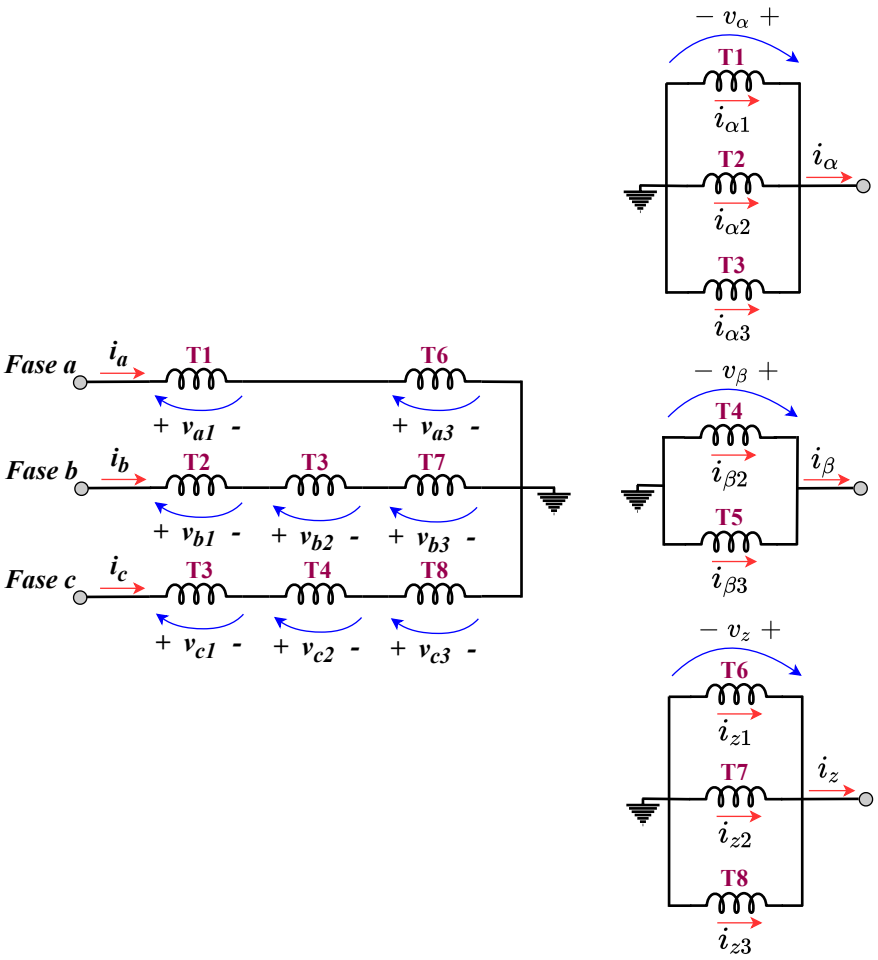
$$i_\alpha = i_{\alpha 1} + i_{\alpha 2} + i_{\alpha 3} = \frac{2}{\sqrt{6}} i_a - \frac{1}{\sqrt{6}} v_b - \frac{1}{\sqrt{6}} v_c \tag{201a}$$

$$i_\beta = i_{\beta 1} + i_{\beta 2} + i_{\beta 3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} v_b + \frac{1}{\sqrt{2}} v_c \tag{201b}$$

$$i_z = i_{z1} + i_{z2} + i_{z3} = \frac{1}{\sqrt{3}} v_a + \frac{1}{\sqrt{3}} v_b + \frac{1}{\sqrt{3}} v_c \tag{201c}$$

Das relações das tensões e correntes fase-modo das equações (199) e (201) obtemos os circuitos fase-modo do modelo da matriz transformação, mostrado na Figura 103.

Figura 103 – Relação entre fases e modos do modelo da matriz de transformadores.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

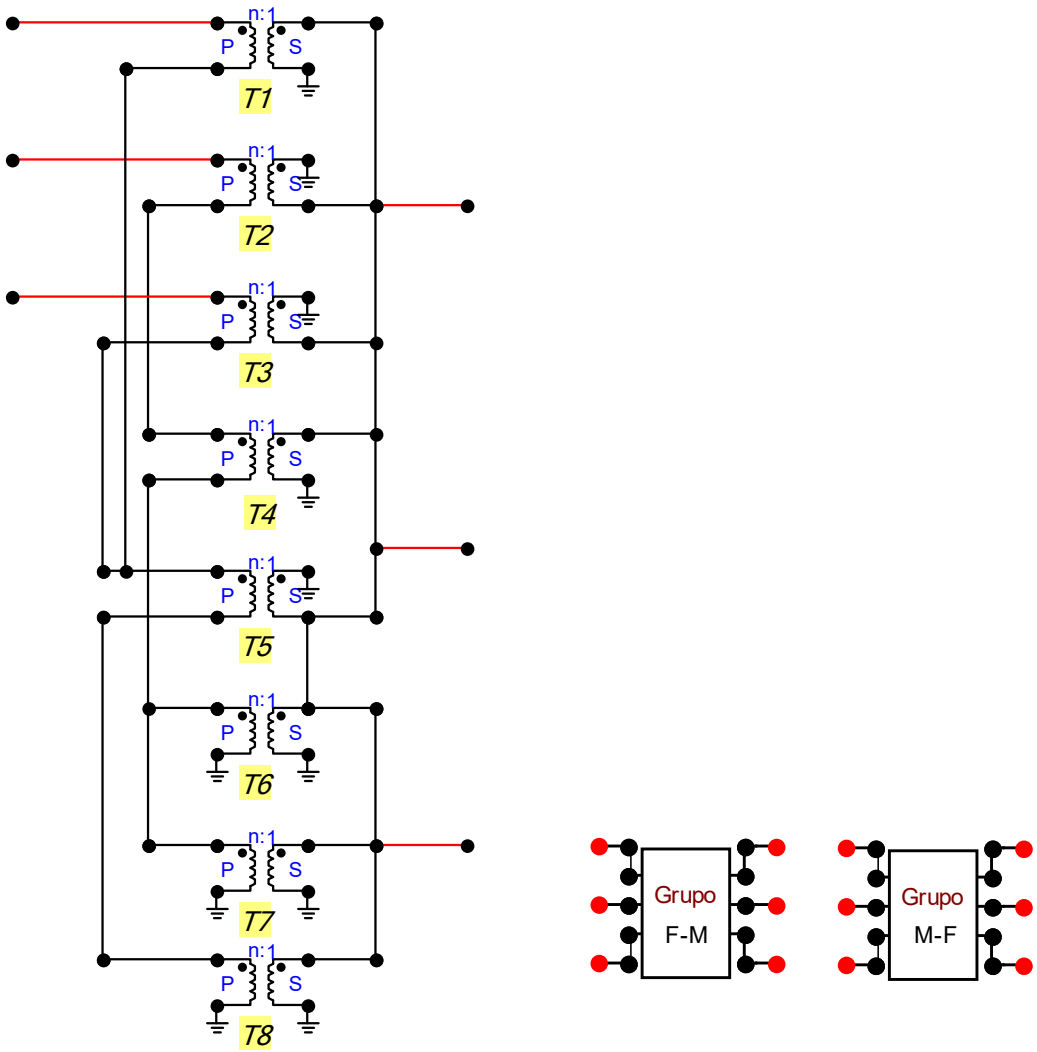
Como pode ser visto na Figura 103, o modelo da matriz transformação de clarke é representado com dois transformadores na fase a e três transformadores nas fases b e c, onde os transformadores devem ser conectados da seguinte maneira:

- As bobinas do lado primário de cada fase devem ser conectadas em série.
- As bobinas do lado secundário associadas ao mesmo modo devem ser conectadas em paralelo.

Observa-se também na Figura 103, que o modelo tem 8 transformadores ideais ($T1$, $T2$, $T3$, ..., $T8$) onde a relação de transformação ($N1/N2$) dos transformadores ideais são dadas pelas equações (199) e (201).

A implementação do circuito elétrico, observado na Figura 103, no ATPDraw é mostrado na Figura 104a. Onde os oito transformadores ideais são próprios do ATP e os seus dados correspondentes são as relações de transformação, mencionadas anteriormente, e suas polaridades. A Figura 104b mostra o agrupamento do circuito da Figura 104a em um único ícone chamado de grupo. Esse ícone foi usado em todas as simulações.

Figura 104 – Modelo da matriz de transformação implementado no ATPDraw.



(a) (b)

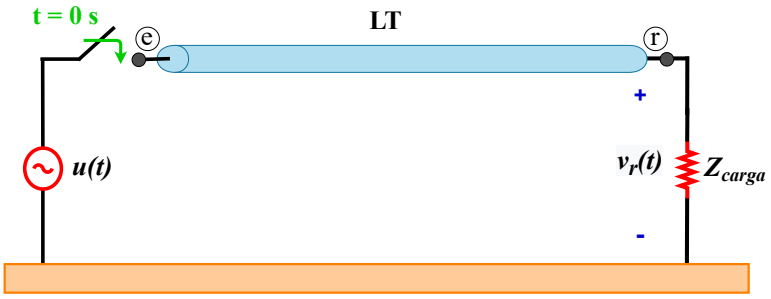
Fonte: Elaboração do próprio autor.

APÊNDICE I – VALIDAÇÃO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO CURTAS

Neste apêndice é apresentado simulações de respostas transitórias para o caso de energização de uma linha de transmissão de curto comprimento. O intuito destas simulações é mostrar que ao usar os modelos CP-LPM e FD-LPM é possível usar passos de tempo de simulação Δt próximos ao tempo de transito τ da linha. Sendo, assim, esta uma vantagem respeito aos modelos a parâmetros distribuídos, tais como CP-Line e FD-Line.

Na Figura 105 é mostrado o cenário que foi usado para as simulações de validação da LT curta. Neste cenário é energizado a LT monofásica por uma fonte de tensão cossenoidal $u(t)$ de 1 p.u. de magnitude e frequência de 60 Hz. No terminal receptor a LT é conectada a uma carga Z_{carga} de 4000 Ω e, neste terminal, são medidas as tensões transitórias $v_r(t)$.

Figura 105 – Energização da LT tendo carga linear no terminal receptor.

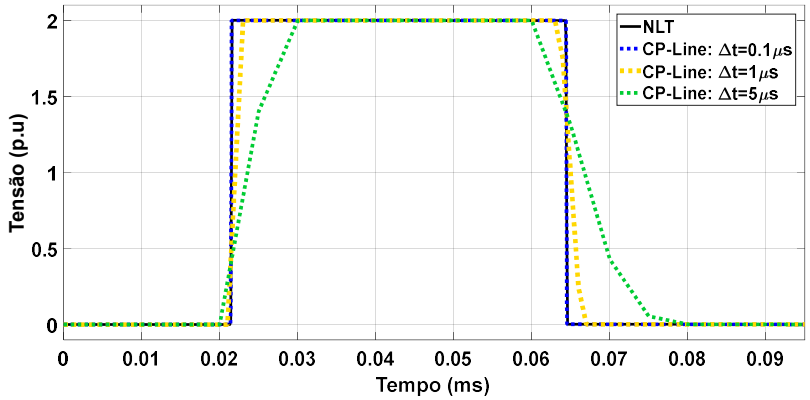


Fonte: Elaboração do próprio autor.

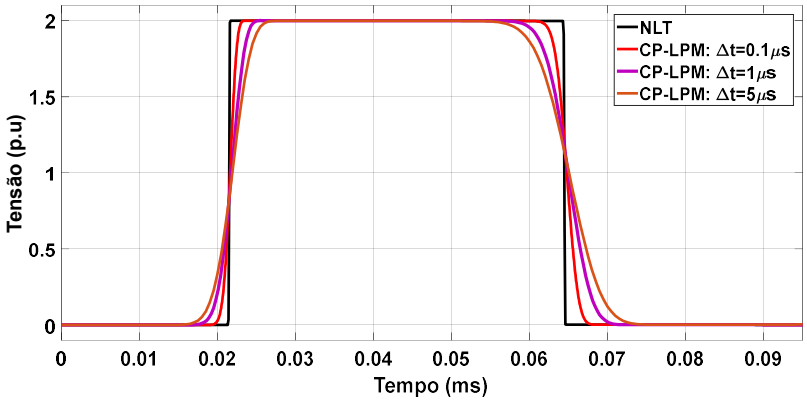
A. Validação do modelo CP-LPM para uma LT de curto comprimento

Para está validação foi usada uma LT de 5 km de comprimento, sendo o tempo de transito (τ) da linha próximo de 16.7 µs. Na Figura 106a e 106b são mostrados as tensões transitórias $v_r(t)$ para os modelos CP-Line e CP-LPM com diversos passos de tempo de simulação Δt comparados com o modelo exato no domínio da frequência convertidas para o tempo com a Transformada Numérica de Laplace (rotulada como NLT).

Figura 106 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para uma LT monofásica de 5 km de comprimento.



(a) Comparação do NLT com diversos Δt do modelo CP-Line



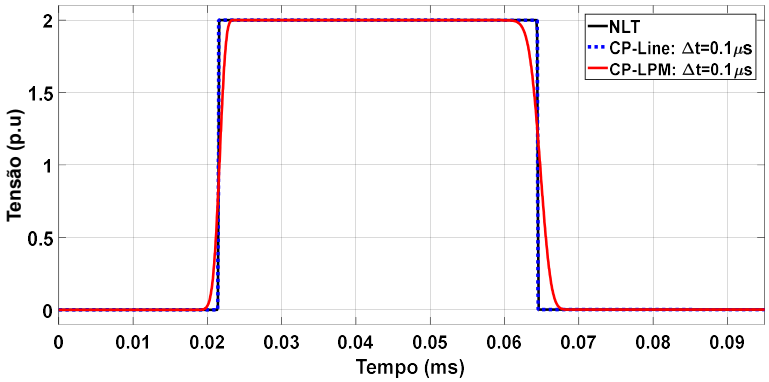
(b) Comparação do NLT com diversos Δt do modelo CP-LPM

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nota-se na Figura 106a que quanto maior o passo de tempo de simulação Δt, maior será a alteração da resposta transitória de tensão usando o modelo CP-Line. Sendo nossa referencia as curvas de NLT. Na Figura 106b, observa-se o mesmo comportamento para o modelo CP-LPM. No entanto, nota-se que a alteração com maior o passo de tempo de simulação Δt é pouca comparada com o modelo CP-Line.

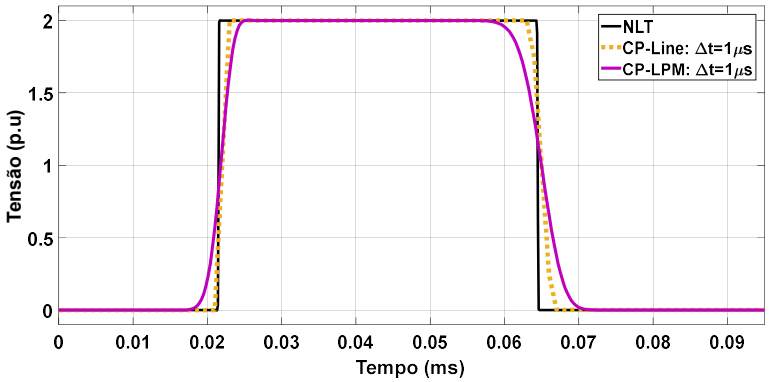
Nas Figuras 107, 108, 109 são mostradas as comparações dos modelos CP-Line e CP-LPM para os mesmos passos de tempo de simulação Δt. Dessas comparações nota-se que ao usar o maior destes passos de tempo de simulação (Δt=5μs), o modelo CP-LPM que é a curva de cor laranja tem pouca alteração na resposta transitória comparado com o CP-Line que é a curva de cor verde tracejada.

Figura 107 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com Δt=0.1μs e NLT.



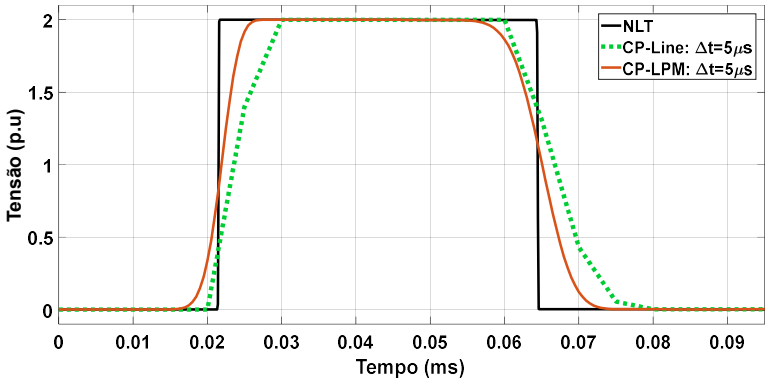
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 108 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com Δt=1μs e NLT.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 109 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com Δt=5μs e NLT.

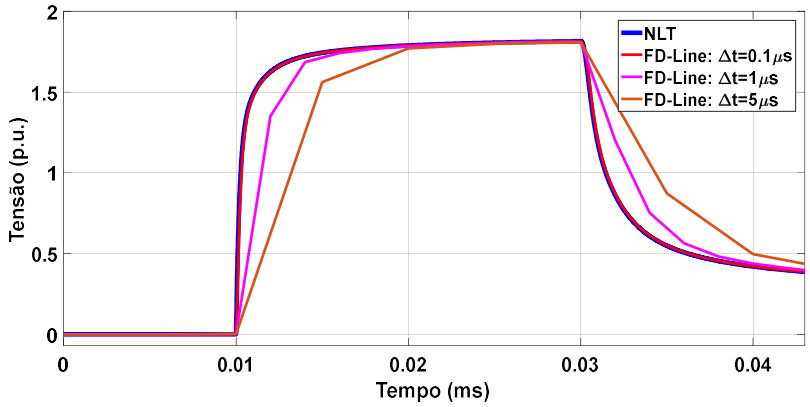


Fonte: Elaboração do próprio autor.

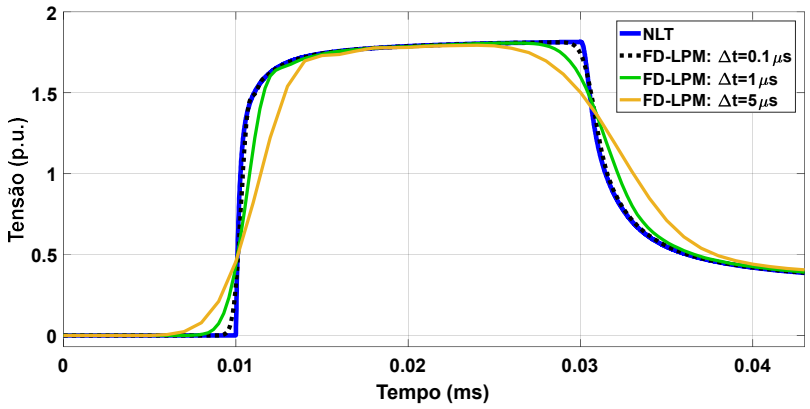
B. Validação do modelo FD-LPM para uma LT de curto comprimento

Para está validação foi usada uma LT de 3 km de comprimento, sendo o tempo de transito (τ) da linha próximo de 10 µs. Na Figura 110a e 110b são mostrados as tensões transitórias $v_r(t)$ para os modelos FD-Line e FD-LPM com diversos passos de tempo de simulação Δt comparados com o modelo exato no domínio da frequência convertidas para o tempo com a Transformada Numérica de Laplace (rotulada como NLT).

Figura 110 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para uma LT monofásica de 3 km de comprimento.



(a) Comparação do NLT com diversos Δt do modelo FD-Line

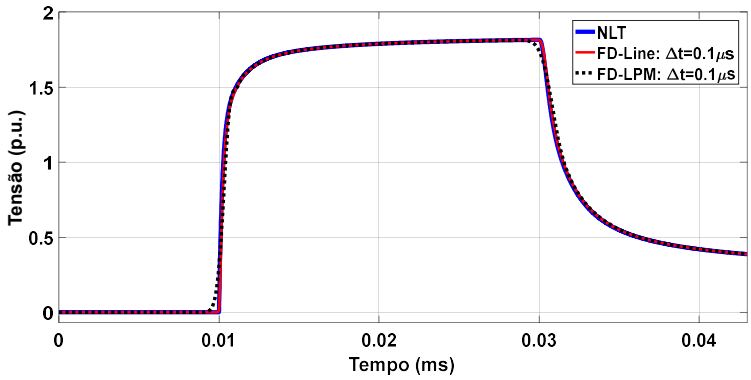


(b) Comparação do NLT com diversos Δt do modelo FD-LPM

Fonte: Elaboração do próprio autor.

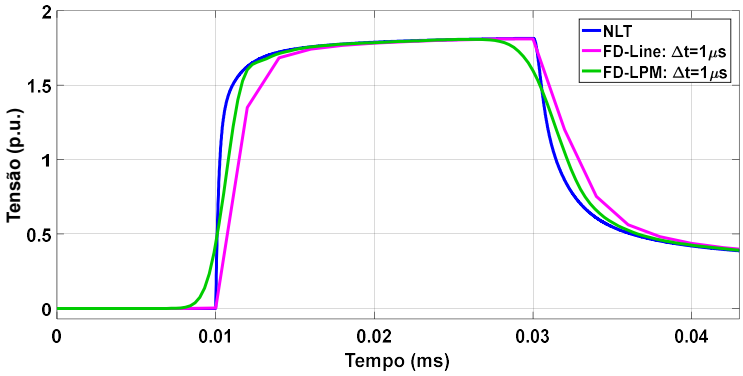
Nas Figuras 111, 112, 113 são mostradas as comparações dos modelos FD-Line e FD-LPM para os mesmos passos de tempo de simulação Δt. Dessas comparações nota-se que ao usar o maior destes passos de tempo de simulação (Δt=5μs), o modelo FD-LPM que é a curva de cor amarela tem pouca alteração na resposta transitória comparado com o FD-Line que é a curva de cor laranja.

Figura 111 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com Δt=0.1μs e NLT.



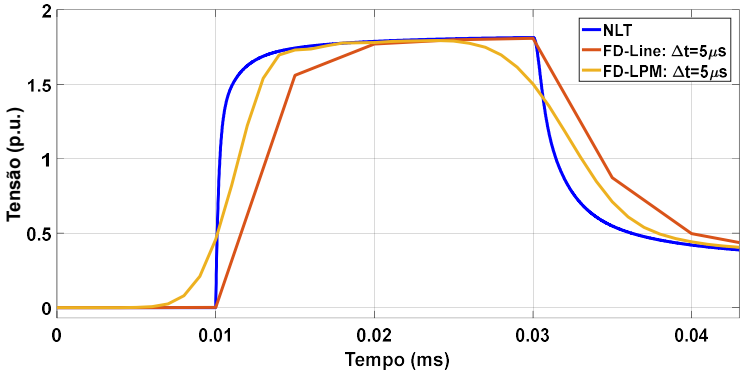
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 112 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com Δt=1μs e NLT.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 113 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com Δt=5μs e NLT.



Fonte: Elaboração do próprio autor.