

**unesp** 

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

*Uma Introdução à Aplicação de Vetores Espaciais  
Instantâneos na Monitoração e Proteção de Sistemas  
de Distribuição de Energia Elétrica*

*Ricardo Frangiosi de Moura*

1210001520



**Ilha Solteira - SP**

**unesp** 

12 13 14 15 16 17 18 19

UNESP  
Ilha Solteira



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

## **“Uma Introdução à Aplicação de Vetores Espaciais Instantâneos na Monitoração e Proteção de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica”**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Unesp, para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

CANDIDATO: RICARDO FRANGIOSI DE MOURA

ORIENTADOR: Dr. DALGERTI LELIS MILANESE (MILANEZ)

Ilha Solteira/SP, Julho de 2004.

BCpIS - FEIS - UNESP

unesp 





UNESP  
Ilha Solteira

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JULIO DE MESQUITA FILHO"  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

"Uma Introdução à Aplicação de Vetores Espaciais  
Instantâneos na Monitoração e Proteção de Sistemas  
de Distribuição de Energia Elétrica"

#### FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico  
de Biblioteca e Documentação da FEIS/UNESP

Moura, Ricardo Frangiosi de

M929u

Uma introdução à aplicação de vetores espaciais instantâneos na monitoração  
e proteção de sistemas de distribuição de energia elétrica / Ricardo Frangiosi de Moura.  
Ilha Solteira : [s.n.], 2004  
xiii, 84 p. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade  
de Engenharia de Ilha Solteira, 2004

Orientador : Dalgerti Lelis Milanese

Bibliografia: p. 74-76

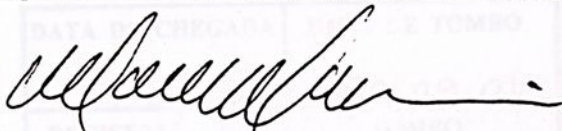
1. Vetores. 2. Sistemas de potência. 3. Energia elétrica, Sistemas de – Proteção. X  
4. Transitórios (Eletricidade) 5. Curtos –circuitos. 6. Impedância (Eletricidade) ✓



***Uma Introdução à Aplicação de Vetores Espaciais  
Instantâneos na Monitoração e Proteção de Sistemas  
de Distribuição de Energia Elétrica***

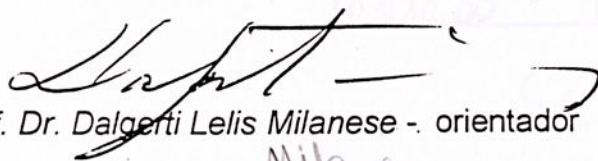
***Ricardo Frangiosi de Moura***

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA - CAMPUS DE  
ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA



*Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira*  
Vice-coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

COMISSÃO EXAMINADORA:

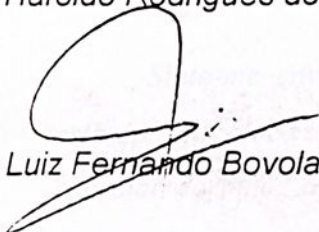


*Prof. Dr. Dalgerto Lelis Milanese - orientador*

*Milanese*



*Prof. Dr. Haroldo Rodrigues de Azevedo*



*Prof. Dr. Luiz Fernando Bovolato*

Ilha Solteira-SP, julho de 2004.

BCpIS - FEIS - UNESP

## Agradecimentos

A Deus, por estar sempre ao meu lado, me dando forças para superar todos os obstáculos com muita saúde.

A minha irmã Marcela, por me apoiar e estar sempre ao meu lado.

A minha namorada Juliana e seus familiares, pela amizade, pelo companheirismo e pela confiança que depositaram em mim.

Ao Professor Dierci Luis Milanesi, um agradecimento especial pela orientação, incentivo e dedicação. E por ser

Ao professor Percival B

Aos meus amigos de

Aos meus amigos de

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

Agradeco aos funcionários do Departamento de

Graduação em especial a Dora e Mitsuru Kazuka pelo suporte

informática.

Aos meus pais Ael e Sandra:

*Sinto-me envaidecido de vós, de vosso exemplo e esforço, que talvez não saiba exprimir em palavras o especial carinho, o amor sincero e a gratidão que vos dedico. Divide, pois, conosco os méritos dessa conquista, porque ela vos pertence, ela é tão vossa quanto minha.*



Proc. 063/04 - NPD 152/04

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
14.09.04	30.09.04
REGISTRADO POR	TOMBO
Ailza	Ti. 1520
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Ilustração Autor R\$ 10,00	M929m

Co Sys 226653  
Sys 56593  
30404002



## Agradecimentos

---

À DEUS, por estar sempre ao meu lado, me dando forças para superar todos os obstáculos com muita saúde.

À minha irmã Marcela, por me apoiar e estar sempre ao meu lado.

À minha namorada Tatiana e seus familiares, pela amizade, pelo companheirismo e pela confiança que depositaram em mim.

Ao Professor Dalgerti Lelis Milanese, um agradecimento especial, pela orientação, incentivo e dedicação. E por saber que deste convívio nasceu uma grande amizade.

Ao professor Percival Bueno de Araujo, pela amizade, críticas e pelas valiosas ajudas nas questões técnicas presentes neste trabalho.

Aos meus amigos de república, Araketu, Pin, Zerê, Pancho e Pardal, pela amizade e incentivo, todos unidos pelo mesmo propósito.

Aos meus amigos de Barretos, Anastácio, Capotão, Marcelo Date, e Tarcio, pela amizade, incentivo e apoio que todos me derão.

Ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento a Pesquisa pelo apoio financeiro.

Agradeço aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica e da Pós Graduação, em especial à Deoclécio Mitsuiti Kosaka pelo suporte técnico no laboratório de informática.

Muito Obrigado a todos.



## Sumário

Lista de Figuras	vii
Lista de Símbolos	x
Resumo	xii
Abstract	xiii

### Capítulo 1

Introdução	1
------------	---

### Capítulo 2

Fundamentos Teóricos	3
2.1 - Diagrama de Círculo do Motor de Indução	3
2.1.1 - Introdução	3
2.1.2 - Equações Gerais do Circuito Equivalente do Motor de Indução em Regime Permanente Senoidal	4
2.1.3 - Equações Gerais do Diagrama de Círculo do Motor de Indução	5
2.2 - Curto-Circuito	8
2.2.1 - Introdução	8
2.2.2 - Curto-Circuito Trifásico	8
2.3 - O Relé de Distância	9
2.4 - Relé de Sobrecorrente	14

## Capítulo 3

A Potência Complexa Instantânea	15
3.1 - Introdução	15
3.2 - Representação Vetorial em Regime Permanente Senoidal de Tensão e Corrente em Circuitos de Corrente Alternada	15
3.3 - Representação Vetorial de Tensões e Correntes em Sistemas Trifásicos Sem o Condutor Neutro, em Regime Permanente Não-Senoidal e Transitórios	17
3.4 - Expressão da Potência Complexa Instantânea	19

## Capítulo 4

Aplicações e Resultados	23
4.1 - Análise de Transitórios na Partida do Motor de Indução	23
4.1.1 - Introdução	23
4.1.2 - Modelagem do Motor de Indução	24
4.1.3 - Resultados da Simulação Motor de Indução Conectado Diretamente ao Barramento Infinito	26
4.1.4 - Motor de Indução Alimentado por Uma Linha de Distribuição Curta	49
4.2 - Curto-Circuito Trifásico	53
4.3 - Obtenção do Diagrama de Círculo a Partir do Gráfico da Potência Complexa Instantânea	60

4.4 – Outro Método de Obtenção do Diagrama de Círculo de Correntes	63
<b>Capítulo 5</b>	
Concepção de Um Relé Digital	66
5.1 - Introdução	66
5.2 - Calibração do Relé	66
5.3 - Exemplo de Aplicação	68
<b>Capítulo 6</b>	
Conclusões	71
6.1 - Conclusões	71
6.2 - Sugestões para Trabalhos Futuros	73
<b>Capítulo 7</b>	
Referências Bibliográficas	74
<b>Apêndices</b>	
Apêndice - A	77
Apêndice - B	80
<b>Anexos</b>	
Anexo - A	82



## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Circuito equivalente do motor de indução	4
Figura 2.2 – Diagrama de círculo genérico do motor de indução	7
Figura 2.3 – Ensaio de curto-circuito	9
Figura 2.4 – Zonas de proteção da linha de transmissão	11
Figura 2.5 – Plano R – X para verificação da falta	11
Figura 2.6 – Fluxograma do Algoritmo de Proteção	13
Figura 2.7 – Zona de atuação do relé de sobrecorrente	14
Figura 3.1 – Representação no plano $\alpha$ - $\beta$ , dos vetores temporais $\tilde{V}$ e $\tilde{I}$	16
Figura 3.2 – Representação no plano $\alpha$ - $\beta$ , dos vetores instantâneos $\tilde{V}$ e $\tilde{I}$	18
Figura 4.1 – Representação dos sistemas de coordenadas trifásico e ortogonal	25
Figura 4.2 – Representação do motor de indução referido ao sistema ortogonal $\alpha$ - $\beta$	25
Figura 4.3 – Diagrama unifilar da máquina junto ao barramento infinito	27
Figura 4.4 – Tensão na barra infinita	28
Figura 4.5 – Corrente instantânea na fase a	28
Figura 4.6 – Corrente instantânea na fase b	29
Figura 4.7 – Corrente instantânea na fase c	29
Figura 4.8 – Vetor espacial instantâneo representativo da corrente para o estator	30
Figura 4.9 – Velocidade mecânica do motor de indução	30
Figura 4.10 – Velocidade angular $\omega_1$	31
Figura 4.11 – Escorregamento instantâneo em função do tempo	32
Figura 4.12 – Curva do torque eletromagnético	34
Figura 4.13 – Curva do torque eletromagnético pelo escorregamento instantâneo	34
Figura 4.14 – Variação da potência real em função do escorregamento	35
Figura 4.15 – Variação da potência imaginária em função do tempo	35
Figura 4.16 – Trajetória do vetor espacial da potência complexa instantânea	36
Figura 4.17 – Gráfico em três dimensões relacionando a potência real, potência imaginária e o escorregamento	37
Figura 4.18 – Fator de potência instantâneo em função do tempo	39
Figura 4.19 – Fator de potência instantâneo em função do escorregamento	40
Figura 4.20 – Variação da energia armazenada em função do tempo	42



Figura 4.21 – Variação da potência eletromagnética em função do tempo	42
Figura 4.22 – Balanço das potências	43
Figura 4.23 – Variação da reatância equivalente em função do tempo	44
Figura 4.24 – Reatância equivalente em função do escorregamento	45
Figura 4.25 – Variação da resistência equivalente em função do tempo	46
Figura 4.26 – Resistência equivalente em função do escorregamento	47
Figura 4.27 – Trajetória do comportamento da impedância instantânea	47
Figura 4.28 – Impedâncias instantâneas obtidos pela relação vetorial de tensão e corrente pelo método de Milanez	48
Figura 4.29 – Diagrama unifilar do motor de indução alimentado por uma linha de distribuição curta	49
Figura 4.30 – Variação da tensão na partida com impedância de entrada em função do tempo	50
Figura 4.31 – Variação da corrente na partida com impedância de entrada em função do tempo	50
Figura 4.32 – Vetor espacial instantâneo representativo da tensão para o estator	51
Figura 4.33 – Variação da potência complexa instantânea para o caso com impedância de entrada e para o caso de ligação ao barramento infinito	51
Figura 4.34 – Variação da impedância instantânea para o caso com impedância de entrada e para o caso de ligação ao barramento infinito	52
Figura 4.35 – Diagrama unifilar representando o curto-circuito	53
Figura 4.36 – Corrente de curto-circuito na fase a	53
Figura 4.37 – Potência real de curto-circuito	54
Figura 4.38 – Balanço das potências envolvidas no curto-circuito	55
Figura 4.39 – Potência imaginária de curto-circuito	55
Figura 4.40 – Energia armazenada no curto-circuito	56
Figura 4.41 – Curvas da potência imaginária e energia sobrepostas	56
Figura 4.42 – Potência complexa instantânea de curto-circuito	57
Figura 4.43 – Impedância instantânea de curto-circuito	57
Figura 4.44 – Variação da energia nos três casos apresentados	58
Figura 4.45 – Variação da potência eletromagnética nos três casos apresentados	59
Figura 4.46 – Diagrama de círculo a partir da potência complexa instantânea na barra infinita	62
Figura 4.47 – Representação do vetor instantâneo corrente na mudança de coordenadas	64



Figura 4.48 – Diagrama de círculo obtido a partir das correntes na barra infinita	65
Figura 5.1 – Temporização das zonas de proteção	67
Figura 5.2 – Comparação entre as impedâncias instantâneas	68
Figura 5.3 – Zonas de atuação proposta	69

## Lista de Símbolos

$a$	operador vetor unitário, $e^{j2\pi/3}$
$a, b, c$	seqüência de fase do sistema trifásico
$\alpha - \beta$	plano complexo definido pelos eixos $\alpha$ e $\beta$
$\tilde{V}, \tilde{I}, \tilde{\phi}$	vetores espaciais instantâneos representativos da tensão, corrente e fluxo
$ \tilde{V} ,  \tilde{I} ,  \tilde{\phi} $	amplitudes, idem
$\dot{V}, \dot{I}$	fasores representativos da tensão e corrente
$\alpha - \beta$	quando usando como sub-índice designam a projeção dos vetores nestes eixos
$v$	tensão instantânea
$V_s$	tensão de alimentação do motor de indução
$V_{lt}$	tensão na linha de transmissão
$i$	corrente instantânea
$I_s$	corrente primária da máquina
$I_f$	corrente de falta
$I_p$	corrente de calibração do relé de sobrecorrente
$\omega$	velocidade angular
$\tilde{S}$	potência complexa instantânea
$P$	potência real
$P_e$	potência eletromagnética
$Q$	potência imaginária
$p$	potência instantânea convencional
$R$	resistência
$R_{lt}$	resistência da linha de transmissão
$L$	indutância
$R_s, L_s$	resistência e indutância próprias do estator
$R_r, L_r$	resistência e indutância próprias do rotor referidas ao estator
$L_m$	indutância de magnetização



$L_s, L_r$	indutâncias de dispersão do estator e do rotor
$X_{lt}$	reatância da linha de transmissão
$V_{\alpha s}, I_{\alpha s}$	tensão e corrente do eixo $\alpha$ do estator
$V_{\alpha r}, I_{\alpha r}$	tensão e corrente do eixo $\alpha$ do rotor
$V_{\beta s}, I_{\beta s}$	tensão e corrente do eixo $\beta$ do rotor
$V_{\beta r}, I_{\beta r}$	tensão e corrente do eixo $\beta$ do rotor
$\varphi_{\alpha s}, \varphi_{\beta s}$	fluxos dos eixos $\alpha$ e $\beta$ do estator
$\varphi_{\alpha r}, \varphi_{\beta r}$	fluxos dos eixos $\alpha$ e $\beta$ do rotor
$\omega_m$	velocidade angular mecânica do rotor
$\theta_m$	posição angular do rotor
$p_p$	número de par de pólos
$s$	escorregamento do motor de indução
$\omega_r$	velocidade angular elétrica
$J$	momento de inércia do motor de indução
$T_e$	torque eletromagnético
$T_m$	torque mecânico
$T_r$	torque resistente da carga

## Resumo

---

Desenvolve-se neste trabalho uma aplicação dos vetores espaciais instantâneos como uma ferramenta alternativa para o estudo da proteção elétrica e monitoração das grandezas elétricas em tempo real dos sistemas elétricos de potência, visando a sua utilização em algoritmos de relés digitais.

Foram desenvolvidos modelos de simulação digital para análise de transitórios eletromagnéticos e eletromecânico durante a partida de um motor de indução e um curto-circuito trifásico em uma linha de distribuição curta.

Os resultados apresentados mostram que vetores espaciais instantâneos podem ter sua aplicação estendida à análise de transitórios de sistemas destes tipos, possibilitando o levantamento em tempo real de diagramas de círculo, que possam substituir os típicos ensaios à vazio e em curto-circuito das máquinas de indução.

Propõe-se uma nova conceituação de impedância instantânea, que pode ser aplicada à determinação de parâmetros; artifício útil em relés de distância digitais e em sistemas de controle como o de máquinas elétricas de corrente alternada.

Como os vetores espaciais instantâneos aplicam-se a sistemas trifásicos, operando em quaisquer regimes, demonstra-se a utilidade dos mesmos como um método alternativo e promissor para o estudo da proteção e monitoração de sistemas elétricos, qualidade de energia e particularmente no levantamento “on-line” de parâmetros elétricos.



## Abstract

---

It is developed in this work an application of instantaneous space vectors as an alternative tool for the study of the protection and the monitoring of electrical quantities in power systems in real time, aim their utilization on digital relays.

It was also developed models for the simulation of electromagnetic and electromechanical transients during the starting period of an induction motor and a symmetrical three-phase short-circuit on an short distance distribution line.

A new concept of instantaneous impedance is proposed for digital relay application, which may be useful for parameter estimation on controlling of ac electrical machines.

As instantaneous space vectors may be applied to three-phase power systems, operating in any conditions, their use may be extended to other loads and conditions of operations of these systems for power quality evaluation, monitoring and control.



## 1. Introdução

---

O presente trabalho apresenta os vetores espaciais instantâneos como uma ferramenta alternativa para o estudo da proteção elétrica e monitoração das grandezas elétricas em tempo real dos sistemas elétricos de potência.

Propõe-se o levantamento de diagramas de círculo para motores de indução e linhas de transmissão, aplicando-se a Teoria da Potência Complexa Instantânea durante o transitório eletromagnético na partida de um motor de indução e no comportamento de um curto-circuito trifásico.

Pretende-se através do diagrama de círculo do motor de indução obter os parâmetros de seu circuito equivalente, que possam substituir os ensaios à vazio e de curto circuito.

O levantamento em tempo real dos parâmetros relativos aos elementos do sistema elétrico de potência também poderão ser obtidos através da aplicação direta da Teoria da Potência Complexa Instantânea.

Com a obtenção dos parâmetros "on-line" o objetivo é que estes dados possam ser utilizados por um relé de distância digital, para se fazer a monitoração e a proteção de sistemas elétricos de potência.

A seguir, mostra-se a forma de apresentação do trabalho.

Os Fundamentos Teóricos são apresentados no capítulo 2, sendo apresentada de forma resumida a teoria do diagrama de círculo para o motor de indução, para linhas de transmissão e suas respectivas formulações matemáticas utilizadas no decorrer deste trabalho. Faz-se, também, uma breve apresentação da teoria do curto-circuito trifásico. Apresenta-se a seguir aspectos gerais relacionados ao princípio de funcionamento do relé de distância e de sobrecorrente, fundamentais para o desenvolvimento deste estudo.

O capítulo 3 apresenta o desenvolvimento da Teoria da Potência Complexa Instantânea, utilizando os vetores espaciais instantâneos. Esta teoria tem evoluído para ser genérica, no sentido de descrever o fenômeno físico da potência elétrica e também quanto às suas aplicações práticas.

As aplicações e resultados são apresentados no capítulo 4, onde são mostradas a modelagem utilizada no desenvolvimento do programa e os resultados relevantes, evidenciando-se as vantagens da utilização da Teoria da Potência Complexa Instantânea. Apresenta-se, também neste capítulo, o desenvolvimento para a obtenção do diagrama de círculo, método este que poderá substituir os tradicionais ensaios à vazio e de curto-circuito e ainda a estimação de parâmetros "on-line" para a utilização na proteção de sistemas elétricos através dos relés de distância digitais.

No capítulo 5 são abordados aspectos gerais para a concepção de um relé de distância digital, apresentando-se uma proposta para a proteção e monitoração dos sistemas elétricos de potência utilizando-se os parâmetros levantados "on-line".

No capítulo 6 apresentam-se as conclusões obtidas com o trabalho e sugere-se algumas linhas de trabalho que poderão contribuir para a elaboração de novos estudos.

## 2. Fundamentos Teóricos

Apresenta-se neste capítulo os fundamentos teóricos utilizados neste trabalho, evidenciando-se os principais tópicos, propiciando-se assim um melhor entendimento do trabalho realizado.

### 2.1. Diagrama de Círculo do Motor de Indução

#### 2.1.1. Introdução

Mostra-se neste trabalho que a utilização de vetores espaciais instantâneos possibilita o traçado do diagrama de círculo para correntes e potências de uma máquina de indução trifásica, em tempo real, durante o período transitório de partida da máquina operando como motor. As propriedades das máquinas de indução podem ser estudadas através da construção geométrica do diagrama de círculo. O diagrama de círculo é o lugar geométrico da extremidade do vetor representativo da corrente primária  $\dot{I}_s$  da máquina, para uma tensão  $\dot{V}_s$  constante, quando o deslizamento varia entre os limites  $-\infty \leq s \leq +\infty$  [1]. Este lugar geométrico é uma circunferência só no caso em que se podem considerar as resistências e as reatâncias da máquina como constantes e independentes da corrente.

A grande vantagem que o diagrama de círculo apresenta, é que não há necessidade de realizarmos freqüentes operações envolvendo vetores e números complexos. Os lugares geométricos permitem, através de um gráfico, visualizar uma enorme quantidade de informações sobre o comportamento da máquina de indução. Apesar desta vantagem, o



mesmo não é utilizado com muita frequência por engenheiros por envolver trabalhosa construção gráfica em escalas precisas. Os resultados aqui apresentados ampliam a possibilidade de sua aplicação, resgatando desta forma a sua importância na análise da máquina de indução.

### 2.1.2. Equações Gerais do Circuito Equivalente do Motor de Indução em Regime Permanente Senoidal

Seja um motor de indução trifásico com rotor liso tipo “gaiola de esquilo”. Através do circuito equivalente representado pela Figura 2.1, as equações gerais são dadas por [2]:

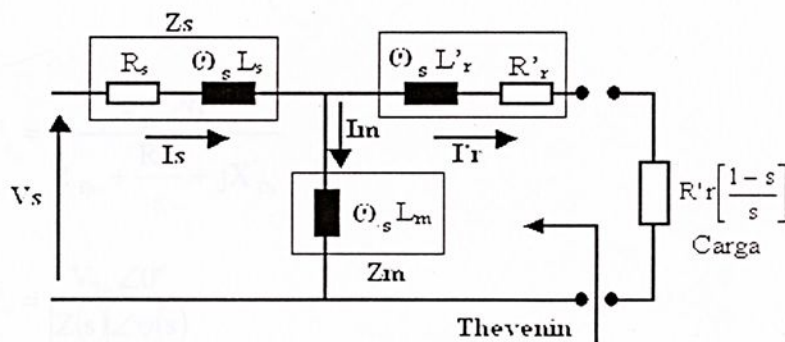


Figura 2.1 – Circuito equivalente do motor de indução.

Obtém-se o circuito equivalente de Thévenin visto dos terminais do rotor calculando-se a tensão de Thévenin:

$$\dot{V}_{Th} = \frac{Z_m}{Z_m + Z_s} V_s \quad (2.1)$$

e a impedância de Thévenin:

$$Z_{Th} = \frac{Z_s Z_m}{Z_s + Z_m} + jX'_r \quad (2.2)$$

A corrente equivalente do circuito é dada por:

$$\dot{I}'_r = \frac{\dot{V}_{Th}}{Z_{Th} + \frac{R'_r}{s}} \quad (2.3)$$

### 2.1.3. Equações Gerais do Diagrama de Círculo do Motor de Indução

As equações gerais do diagrama de círculo são obtidas a partir da equação (2.3), que é a expressão da corrente do rotor referida ao estator. Esta equação pode ser representada da seguinte forma:

$$\dot{I}'_r = \frac{V_{Th} \angle 0^\circ}{R_{Th} + \frac{R'_r}{s} + jX_{Th}} \quad (2.4)$$

$$\dot{I}'_r = \frac{V_{Th} \angle 0^\circ}{|Z(s)| \angle \psi(s)} \quad (2.5)$$

A expressão acima pode ser expressa em coordenadas cartesianas da seguinte forma:

$$\dot{I}'_r = I_{ur} + jI_{\beta r} \quad (2.6)$$

$$\dot{I}'_r = \frac{V_{Th}}{X_{Th}} [\text{sen}(\psi) \cos(\psi) - j \text{sen}^2(\psi)] \quad (2.7)$$

Multiplicando – se a corrente  $I'_r$  por seu conjugado obtém-se :

$$|\dot{I}'_r|^2 = I_{ur}^2 + I_{\beta r}^2 \quad (2.8)$$

$$|\dot{I}_r|^2 = \frac{V_{Th}^2}{X_{Th}^2} \text{sen}^2[\psi(s)] \quad (2.9)$$

E da parte imaginária da expressão (2.7) deduz que:

$$I_{\beta r} = -\frac{V_{Th}}{X_{Th}} \text{sen}^2[\psi(s)] \quad (2.10)$$

$$\text{sen}^2[\psi(s)] = -\frac{I_{\beta r} X_{Th}}{V_{Th}} \quad (2.11)$$

Substituindo a equação (2.11) na equação (2.9) e fazendo as devidas manipulações algébricas, obtém-se:

$$I_{ar}^2 + I_{\beta r}^2 = -\frac{V_{Th}}{X_{Th}} I_{\beta r} \quad (2.12)$$

$$I_{ar}^2 + I_{\beta r}^2 + \frac{V_{Th}}{X_{Th}} I_{\beta r} + \frac{V_{Th}^2}{4X_{Th}^2} = \frac{V_{Th}^2}{4X_{Th}^2} \quad (2.13)$$

$$I_{ar}^2 + \left[ I_{\beta r} + \frac{V_{Th}}{2X_{Th}} \right]^2 = \left[ \frac{V_{Th}}{2X_{Th}} \right]^2 \quad (2.14)$$

A expressão (2.14) é a equação de um círculo, sendo:

$$\text{Diâmetro do círculo} = \frac{V_{Th}}{X_{Th}} \quad (2.15)$$

$$\text{Raio do círculo} = \frac{V_{Th}}{2X_{Th}} \quad (2.16)$$

A Figura 2.2 a seguir, representa de forma genérica o diagrama de círculo de um motor de indução.

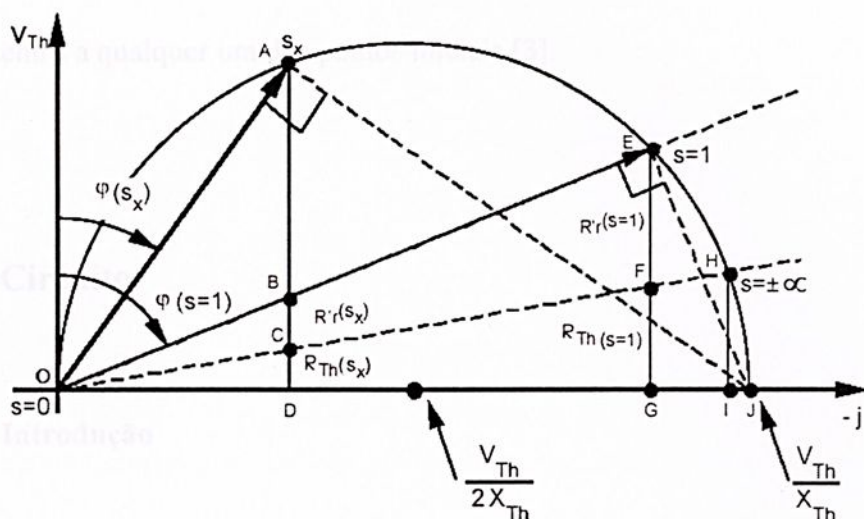


Figura 2.2 – Diagrama de círculo genérico do motor de indução.

De forma resumida podemos indicar as proporcionalidade nos diferentes segmentos do diagrama de círculo para um determinado deslizamento:

$\overline{AD}$  é proporcional a potência de entrada do circuito equivalente.

$\overline{CD}$  é proporcional as perdas de resistência de Thèvenin.

$\overline{BC}$  é proporcional as perdas de resistência do rotor.

$\overline{BD}$  é proporcional as perdas totais do circuito equivalente.

$\overline{AB}$  é proporcional a potência no eixo da máquina.

$\overline{AC}$  é proporcional ao torque elétrico produzido pela máquina.

$\overline{OA}$  é proporcional a corrente do estator no circuito equivalente.

Geometricamente e analiticamente, um círculo está definido pela posição de seu centro e o comprimento de seu raio. Também é possível localizar o centro de um círculo a partir de três pontos localizados sobre o círculo, neste caso, basta traçar a bissetriz entre os pontos, e a

intersecção destas bissetrizes é o centro do círculo. O valor do raio obtém-se medindo a distância do centro a qualquer um dos pontos iniciais [3].

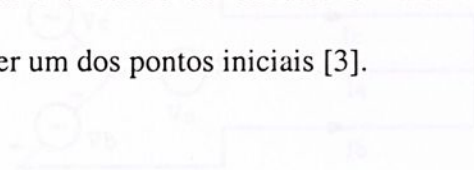


Figura 2.3 - Ensaio de curto-circuito.

## 2.2. Curto-Circuito

### 2.2.1. Introdução

Além de o defeito ser indesejável, o curto-circuito sempre ocorre em pontos aleatórios da rede elétrica. Se os curtos-circuitos não forem rapidamente eliminados, os danos nos equipamentos que integram a rede elétrica poderão ser elevados [4,5].

Um dos problemas na identificação da falta pelos relés de impedância é que estas podem ser confundidas com partidas de motor de indução ou perturbações em máquinas síncronas. Mostra-se neste trabalho os resultados da aplicação do método dos vetores espaciais instantâneos, comparando-os com os resultados do caso do motor de indução, vistos pelo relé de proteção digital.

### 2.2.2. Curto-Circuito Trifásico

Os curtos-circuitos trifásicos são equilibrados, bastando para tanto considerar o circuito equivalente de seqüência positiva.

A impedância de seqüência positiva é a impedância normal da linha de transmissão. A impedância pode ser obtida por cálculos ou por ensaios. O ensaio é feito aplicando tensões trifásicas equilibradas no início da linha com o seu final curto-circuitado trifasicamente.

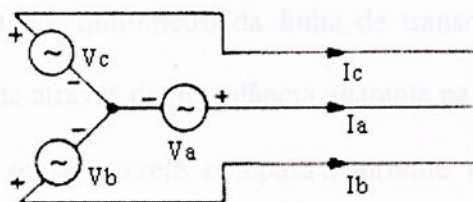


Figura 2.3 – Ensaio de curto-circuito.

Devido a grande dificuldade de efetuar ensaio, na prática, os parâmetros da linha de transmissão são calculados levando em consideração as características do condutor e suas respectivas disposições geométricas nas torres de transmissão [6]. Para manter a linha perfeitamente equilibrada, são usados condutores de mesmas características, igualmente espaçados, e fazendo a transposição dos condutores da linha para compensar eventuais desequilíbrios.

Na ocorrência de um curto-circuito trifásico as correntes tem o mesmo módulo e estão defasadas entre si de  $120^\circ$ , o que configura uma falta simétrica.

Neste trabalho foi analisado uma linha de distribuição curta, representada pela sua impedância série.

### 2.3. O Relé de Distância

Na proteção em linhas de transmissão são usadas diversas classes de relés. Um tipo de proteção muito utilizado é aquele que compara a corrente que entra no circuito ou equipamento protegido, com a corrente que dele sai. No entanto, nem sempre os parâmetros das linhas de transmissão são bem conhecidos, os arranjos dos condutores ou até mesmo o comprimento da linha, o que torna esta técnica inviável.

Como a impedância por quilômetro da linha de transmissão pode ser considerada constante [7], o relé responde através da impedância aparente calculada entre a localização do relé e a localização da falta, ou seja, o relé compara a corrente no local de instalação do relé, geralmente no início da linha, com a tensão, também no início da linha na fase correspondente. Da razão entre tensão e corrente resulta a impedância, daí o nome relé de impedância. Como a impedância da linha é proporcional ao comprimento da mesma, convencionou-se chamar 'relé de distância' àquele que, utilizando algum tipo de algoritmo matemático, compara as grandezas tensão e corrente no seu ponto de aplicação. Assim, o relé de distância mede a distância da falta, ou seja, ele reconhece a falta que ocorre dentro da sua zona de proteção, considerando que a impedância da linha à falta é menor do que seu valor de ajuste predefinido.

Infelizmente, na prática de aplicação desses relés, encontramos muitas deficiências em suas grandezas medidas.

Assim, os modernos relés de distância precisam ter compensações intrínsecas que permitam, levando-se em conta esses erros inevitáveis, proceder ainda a uma medida confiável. Daí, surgem os relés digitais, com inúmeras vantagens e funções, nos dando uma alta confiabilidade em seu uso.

Um enfoque para implementar um relé de distância digital é calcular a impedância aparente  $Z$ , e então verificar se essa impedância localiza-se no interior de alguma forma geométrica, como um círculo ou um quadrilátero. Para isso, os relés digitais utilizam algoritmos de medição, que em geral, fazem a detecção da falta, filtragem digital, cálculo da impedância aparente e verificação das zonas de proteção [8].

No cálculo da impedância, o fato de se tratar de um número complexo, a verificação da falta ocorre num plano complexo  $R - X$ , onde a resistência  $R$  é representada na abscissa e a

reatância  $X$  no eixo das ordenadas. Os relés de distância possuem normalmente quatro zonas de proteção, sendo três ( $1^a$ ,  $2^a$  e  $3^a$ ) para frente e uma ( $4^a$ ) para trás.

A forma circular teve origem nos relés eletromecânicos, mas devido aos erros que podem ocorrer neste tipo de comparação, outras zonas de proteção podem ser definidas, com áreas mais restritas, representadas por figuras alternativas como os quadriláteros.

Considere a linha de transmissão representado pela Figura 2.4:

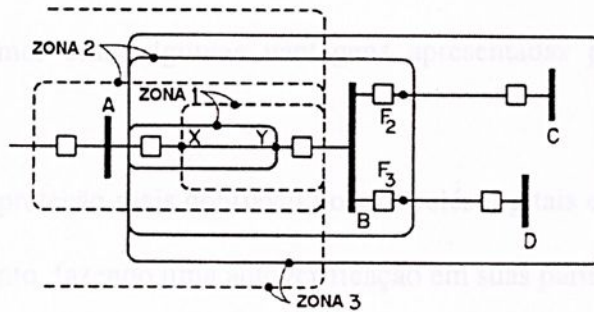


Figura 2.4 – Zonas de proteção da linha de transmissão.

Caso ocorra uma falta, a impedância aparente será calculada e então o plano da Figura 2.5 será utilizado para verificar se a falta ocorre dentro de uma das zonas de proteção. Portanto a determinação da impedância deverá ser instantânea, para que o relé de distância possa atuar.

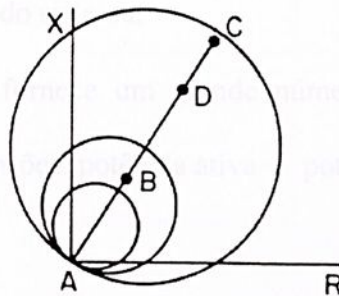


Figura 2.5 – Plano R – X para verificação da falta..

A zona 1 terá atuação instantânea, de um a dois ciclos para uma falta ocorrida na região da linha x-y, enquanto que uma falta ocorrida na zona 2 poderá ter uma demora em sua atuação da ordem de 20 à 30 ciclos. A zona 3 terá uma temporização alta para sua atuação, protegendo assim, uma região maior [8].

Os relés digitais são hoje o que há de mais moderno na concepção da proteção de um sistema de potência, apresentando uma série de vantagens além de ser uma ferramenta muito utilizada para análise de energia.

A seguir podemos citar algumas vantagens apresentadas pelos relés de distância digitais :

- Sistema de proteção mais confiável pois os relés digitais estão constantemente em funcionamento, fazendo uma autoverificação em suas partes ativas;
- Comunicação de dados, que permite que o relé receba e transmita dados referentes à tarefa a qual se destina;
- Devido à facilidade de comunicação torna-se também mais fácil a integração com outros sistemas através das redes;
- Registro de eventos fornece dados da operação dos elementos internos do relé e das formas de onda das correntes e tensões no instante de uma ocorrência no sistema. Os dados dos eventos constituem uma valiosa ferramenta na avaliação da performance do relé e do sistema;
- Relé digital também fornece um grande número de medidas analógicas como correntes trifásicas, tensões, potência ativa e potência reativa;

No relé digital as características mais importantes, são definidas fundamentalmente pelo software utilizado [9]. A parcela mais importante do software para os relés de distância, é o algoritmo de medição utilizado no cálculo da impedância vista pelo relé.

Inicialmente tem-se a entrada de dados com os sinais de tensão e corrente, devido à ocorrência de um curto-circuito ou alguma falha no sistema. O algoritmo de proteção do relé utiliza dados de pré-falta e pós-falta para a determinação da posição da falta. Assim, torna-se necessário determinar o ponto inicial da ocorrência. Para isso, deve-se observar a distorção das formas de ondas de tensão e corrente provocada pela ocorrência de uma situação de falta. Essa variação é constatada pela magnitude ou ângulo de fase, comparando-se com as condições de entrada antes da sua ocorrência.

Os vetores espaciais instantâneos proporcionam em quaisquer condições de operação a determinação instantânea das grandezas elétricas referidas em circuitos trifásicos, possibilitando desta forma uma monitoração contínua do sistema.

O algoritmo de classificação é incorporado como um dispositivo opcional que permite facilitar a restauração e manutenção da linha, pela identificação do tipo de falta e das fases envolvidas. O cálculo da impedância aparente é necessário para a verificação se a falta está ou não dentro da zona de proteção do relé. A etapa final constitui do sinal de *trip* mandado para os disjuntores para a abertura e isolamento da linha sob falta. O fluxograma representado pela Figura 2.6, nos dá uma visão geral do algoritmo de proteção.

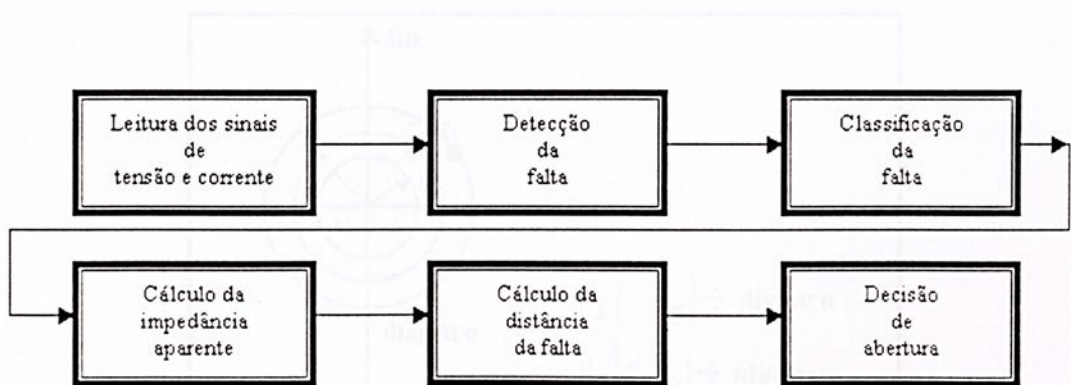


Figura 2.6 – Fluxograma do algoritmo de proteção.

## 2.4. Relé de Sobrecorrente Instantânea

Na proteção de linhas de transmissão são encontradas diversas classes de relés, mas basicamente há proteção é realizada com relés de sobrecorrente e de distância [7].

O releamento de sobrecorrente é o mais simples e mais barato, porém, é o mais complicado de se aplicar e também aquele que mais rapidamente requer reajustes, ou mesmo substituição, a medida que o sistema é modificado. É usado basicamente para a proteção de falta fase e terra em circuitos de distribuição de concessionárias e sistemas industriais, e em circuitos onde a proteção de distância não é viável economicamente.

Seu princípio de funcionamento é simples, devendo operar para situações de sobrecorrente e sobrecarga, comparando a amplitude da corrente de falta,  $I_f$ , com a corrente previamente definida para o relé,  $I_p$ . Os relés de sobretensão possuem um funcionamento muito semelhante aos relés de sobrecorrente, exceto pelo fato de que são , mais usualmente, não temporizados.

A Figura 2.7 ilustra o comportamento do relé de sobrecorrente :

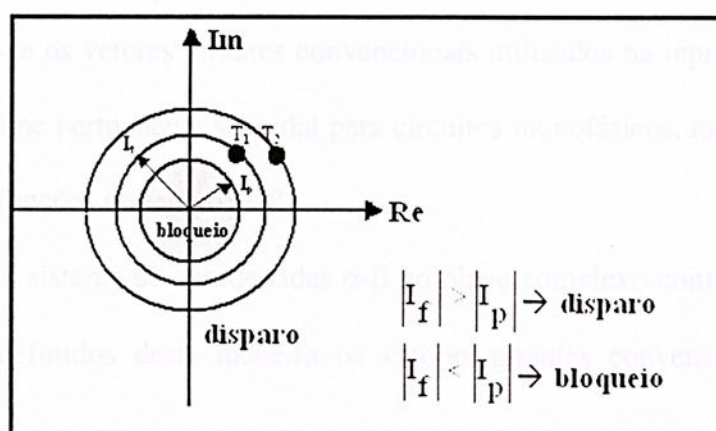


Figura 2.7 – Zona de atuação do relé de sobrecorrente.

### 3. A Potência Complexa Instantânea

#### 3.1. Introdução

Neste capítulo apresenta-se uma revisão das formas de representação da tensão e da corrente para os circuitos de corrente alternada, objetivando-se uma melhor conceituação dos vetores espaciais instantâneos [10,11 e 12].

Tendo em vista que novos conceitos de potência estão sendo considerados, os vetores espaciais instantâneos apresentam-se como uma ferramenta de enorme potencial para a análise da potência em sistemas elétricos de potência.

#### 3.2. Representação Vetorial em Regime Permanente Senoidal de Tensão e Corrente em Circuitos de Corrente Alternada

Admitindo-se os vetores girantes convencionais utilizados na representação de tensão e corrente em regime permanente senoidal para circuitos monofásicos, na forma exponencial complexa e como funções do tempo [13].

Adotando o sistema de coordenadas  $\alpha$ - $\beta$  no plano complexo como sendo um sistema fixo, podem ser definidos desta maneira os vetores girantes convencionais de tensão e corrente como :

$$\tilde{V} = \sqrt{2} \dot{V} e^{j\omega t} \quad (3.1)$$

$$\tilde{I} = \sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t} \quad (3.2)$$

Os vetores tensão e corrente possuem amplitudes e velocidades angulares constantes.

As expressões a seguir determinam suas projeções no eixo real e fornecem as respectivas funções cossenoidais do tempo, que representam as variações dos seus valores instantâneos.

$$v = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \alpha_v) \quad (3.3)$$

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \alpha_i) \quad (3.4)$$

As amplitudes complexas

$$\dot{V} = V e^{j\alpha_v} \quad (3.5)$$

$$\dot{I} = I e^{j\alpha_i} \quad (3.6)$$

são denominadas fasores.

Uma das vantagens da utilização de fasores na análise de circuitos elétricos em corrente alternada, é de possibilitar a transformação das equações de tensão e corrente em equações algébricas, funções da frequência angular  $\omega$ , independentes do tempo.

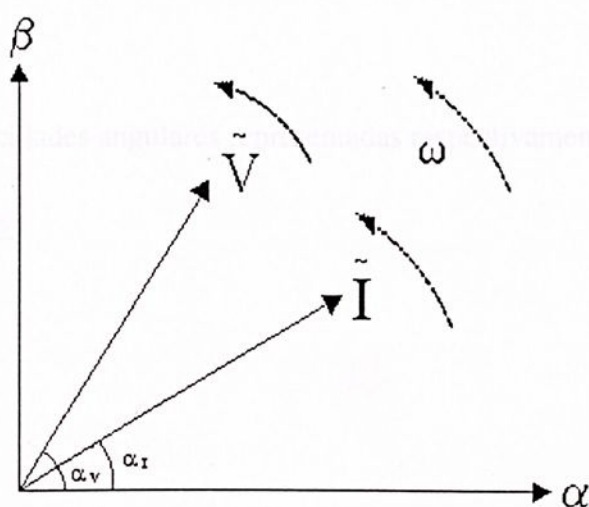


Figura 3.1 – Representação no plano  $\alpha$ - $\beta$ , dos vetores temporais  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$ .

### 3.3. Representação Vetorial de Tensões e Correntes em Sistemas Trifásicos Sem o Condutor Neutro, em Regime Permanente Não-Senoidal e Transitórios

Os vetores espaciais recebem esta denominação por serem definidos num plano complexo perpendicular ao eixo da máquina elétrica de corrente alternada e são utilizados na análise desta máquina representando grandezas como tensão, corrente e fluxo magnético. Como o vetor campo magnético é uma grandeza espacial esta denominação foi estendida aos vetores tensão e corrente por serem os mesmos definidos de forma semelhante. Estes vetores, aplicam-se a circuitos operando em quaisquer regime, sendo que suas amplitudes e velocidades angulares, nestes casos são variáveis em função do tempo.

Pode-se representar no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$  os vetores espaciais instantâneos de tensão e corrente na forma polar, como:

$$\tilde{V} = |\tilde{V}| e^{j\phi_v} \quad (3.7)$$

$$\tilde{I} = |\tilde{I}| e^{j\phi_i} \quad (3.8)$$

Sendo suas velocidades angulares representadas respectivamente pelas expressões:

$$\omega_v = \frac{d\phi_v}{dt} \quad (3.9)$$

$$\omega_i = \frac{d\phi_i}{dt} \quad (3.10)$$

Suas representações na forma cartesiana, são as seguintes:

$$\tilde{V} = V_\alpha + jV_\beta \quad (3.11)$$

$$\tilde{\mathbf{I}} = I_{\alpha} + jI_{\beta} \quad (3.12)$$

Os valores instantâneos de tensão e correntes obtêm-se pela projeção dos vetores espaciais instantâneos (3.11) e (3.12) no eixo real:

$$v = \text{Real}\{\tilde{\mathbf{V}}\} \quad (3.13)$$

$$i = \text{Real}\{\tilde{\mathbf{I}}\} \quad (3.14)$$

Esta abordagem possibilitará a análise das potências desenvolvidas no processo transitório dos sistemas elétricos de potência. Os vetores espaciais instantâneos abaixo representados pela Figura 3.2, ilustram a representação destes vetores durante o processo transitório.

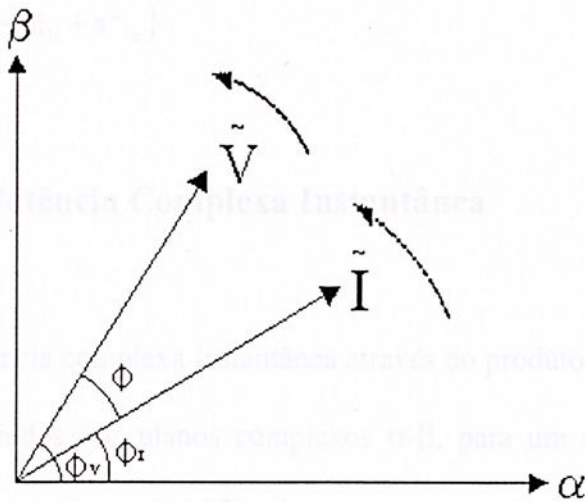


Figura 3.2 – Representação no plano  $\alpha$ - $\beta$ , dos vetores instantâneos  $\tilde{\mathbf{V}}$  e  $\tilde{\mathbf{I}}$ .

Seja um sistema trifásico, através da transformação linear no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$ , fazendo-se coincidir o eixo real " $\alpha$ " com o eixo da fase "a" do sistema trifásico, obtemos:

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Usualmente representamos esta transformação na forma vetorial. Desta forma, o vetor espacial instantâneo tensão obtém-se pela transformação:

$$\tilde{V} = \frac{2}{3} (v_a + a v_b + a^2 v_c) \quad (3.16)$$

Sendo o operador "a" o vetor unitário.

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (3.17)$$

Analogamente, obtém-se o vetor espacial instantâneo corrente:

$$\tilde{I} = \frac{2}{3} (i_a + a i_b + a^2 i_c) \quad (3.18)$$

### 3.4. Expressão da Potência Complexa Instantânea

Define-se a potência complexa instantânea através do produto dos vetores espaciais de tensão e corrente, definidos nos planos complexos  $\alpha$ - $\beta$ , para um sistema trifásico, sem o condutor neutro, da seguinte forma [14,15]:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* \quad (3.19)$$

Desta forma, substituindo (3.11) e (3.12) na expressão geral da potência complexa instantânea, obtém-se a seguinte expressão:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} (V_\alpha + jV_\beta) \cdot (I_\alpha - jI_\beta) \quad (3.20)$$

sendo  $I^* = I_\alpha - jI_\beta$  (3.21)

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} [(V_\alpha I_\alpha + V_\beta I_\beta) + j(V_\beta I_\alpha - V_\alpha I_\beta)] \quad (3.22)$$

Definindo-se, também, a potência real como a parte real de  $\tilde{S}$  e a potência imaginária, a parte imaginária de  $\tilde{S}$ , ou seja:

$$P = \text{Real}\{\tilde{S}\} = \frac{3}{2} (V_\alpha I_\alpha + V_\beta I_\beta) \quad (3.23)$$

que desenvolvida, fornece a seguinte expressão em termos de variáveis trifásicas instantâneas:

$$P = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (3.24)$$

A potência imaginária é dada por:

$$Q = \text{Imag}\{\tilde{S}\} = \frac{3}{2} (V_\beta I_\alpha - V_\alpha I_\beta) \quad (3.25)$$

ou, em termos das variáveis trifásicas instantâneas:

$$Q = \sqrt{3} (v_b i_a - v_a i_b) \quad (3.26)$$

Portanto pode-se escrever a potência complexa instantânea na forma cartesiana.

$$\tilde{S} = P + jQ \quad (3.27)$$

Após a definição da potência complexa instantânea e as definições das potências real e imaginária, define-se o fator de potência instantâneo por:

$$\text{FPI} = \frac{P}{|\tilde{S}|} \quad (3.28)$$

onde  $|\tilde{S}|$  define-se como potência aparente instantânea.

Pode-se verificar que:

$$\text{FPI} = \cos \phi \quad (3.29)$$

Sendo  $\phi$ , o ângulo de defasagem entre os vetores espaciais instantâneos tensão e corrente.

A utilização dos vetores espaciais instantâneos é uma ferramenta que possibilita a obtenção de relações trigonométricas, através da sua representação geométrica no plano complexo, semelhante àquelas obtidas como os fasores que representam grandezas senoidais. Assim, verifica-se que os resultados obtidos através das expressões (3.23) e (3.25) podem ser obtidos também, pelas expressões:

$$P = \frac{3}{2} |\tilde{V}| |\tilde{I}| \cos \phi \quad (3.30)$$

$$Q = \frac{3}{2} |\tilde{V}| |\tilde{I}| \sin \phi \quad (3.31)$$

Em regime permanente senoidal, as potências real e imaginária se equívalem às potências ativa e reativa convencionais, afirmação que também aplica-se ao fator de potência, devido ao fato que nestas condições  $\frac{d\phi}{dt}$ ,  $|\tilde{V}|$  e  $|\tilde{I}|$  são constantes.

Por possibilitar o cálculo das potências real  $P$  e imaginária  $Q$ , o fator de potência instantâneo tem uma utilização bem definida e o seu significado físico pode ser interpretado de (3.28) como sendo a relação entre a potência real (potência ativa trifásica instantânea dada por (3.23) ou (3.24)) transmitida, e a máxima potência real  $P_{\text{máx}} = |\tilde{S}|$  possível de ser transmitida em um circuito trifásico sem o condutor neutro, mantendo-se as mesmas perdas no sistema de transmissão, conforme o conceito clássico de fator de potência convencional.

As perdas provocadas por  $|\tilde{V}|$  e  $|\tilde{I}|$  são iguais às perdas provocadas pelas variáveis trifásicas  $v_a, v_b, v_c$  e  $i_a, i_b, i_c$  conforme demonstrado por Milanez [16].

## 4. Aplicações e Resultados

---

### 4.1. Análise de Transitórios na Partida do Motor de Indução

#### 4.1.1. Introdução

Serão simuladas e analisadas neste trabalho a máquina de indução trifásica durante o transitório de partida e uma linha de distribuição de curta distância representada pela sua impedância série ligada à um barramento infinito e sujeita a um curto-circuito franco trifásico.

Os casos transitórios analisados são compostos por dois intervalos de tempo: o primeiro, nos instantes iniciais, denominado transitório eletromagnético quando ocorre simultaneamente o fornecimento de energia ao campo magnético girante da máquina de indução e o desenvolvimento de potência mecânica, ou aos campos magnéticos da linha de distribuição; e o segundo, denominado transitório eletromecânico, quando ocorrer apenas o desenvolvimento de potência mecânica no eixo da máquina.

A máquina elétrica mais frequentemente utilizada na prática, é a máquina de indução, também chamada de máquina assíncrona, sobretudo quando operando em regime de motor. O seu largo emprego se justifica pela sua robustez (não existem partes que se desgastam facilmente, tais como comutador e escova), pelo seu baixo custo, pouca necessidade de manutenção e possibilidade de emprego em praticamente qualquer aplicação.

Este tipo de máquina apresenta um sério inconveniente no momento de partida, apresentando correntes de intensidade elevadas, ocasionando uma brusca queda de tensão no barramento em que se encontra ligada.



A Teoria da Potência Complexa Instantânea apresentada no capítulo 3 possibilita o estudo das potências desenvolvidas no processo transitório das máquinas elétricas e é aqui aplicada ao estudo de transitório de partida do motor de indução com o objetivo de explorar a utilização dos vetores espaciais instantâneos na obtenção de diagramas de círculos de potência, corrente e impedâncias.

Obtém-se a impedância instantânea equivalente da máquina utilizando-se o método apresentado por Milanez [17]. Este método baseia-se na separação da potência eletromagnética da potência total fornecida aos terminais da máquina.

Os resultados obtidos permitem propor a aplicação do método como uma alternativa para a determinação da potência mecânica e o torque eletromagnético.

A análise da variação da impedância instantânea equivalente é utilizada como demonstração da utilidade desta na monitoração e proteção digital das redes de distribuição.

Acrescenta-se que os diagramas de círculo de potência e corrente obtidos, demonstram que durante o transitório de partida do motor de indução pode-se levantar os parâmetros de seu circuito equivalente. Consistindo-se, este método, em um método alternativo aos ensaios em vazio e em curto-circuito.

#### 4.1.2. Modelagem do Motor de Indução

Todas as variáveis e parâmetros elétricos envolvidos nesta modelagem são referidos ao estator. Os vetores espaciais instantâneos, são definidos na análise do comportamento transitório das máquinas elétricas trifásicas pela transformação linear, realizada no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$ , fazendo-se coincidir o eixo real  $\alpha$  com o eixo da fase "a" do sistema trifásico [18].

Esta transformação é realizada com o intuito de se simplificar o modelo do motor de indução trifásico e, eventualmente, diminuir o número de variáveis das expressões matemáticas. Para descrever seu comportamento dinâmico, introduz-se o modelo ortogonal, substituindo-se o sistema trifásico de 3 (três) eixos defasados de  $120^\circ$  entre si, por um sistema ortogonal com 2 (dois) eixos defasados de  $90^\circ$  entre si.

Como consequência, o motor de indução trifásico será visto como sendo constituído apenas por duas bobinas defasadas espacialmente de  $90^\circ$ , nos enrolamentos do estator e do rotor.

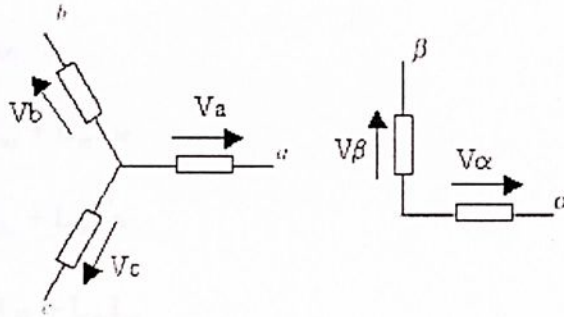


Figura 4.1 – Representação dos sistemas de coordenadas trifásico e ortogonal.

O eixo zero também é usado para representar as grandezas do sistema trifásico quando o neutro não é aterrado ou quando há fio neutro. No caso do motor de indução ser simétrico equilibrado ou ter o neutro desconectado, os termos referentes ao eixo zero deixam de existir.

Portanto o circuito equivalente resultante desta transformação e suas respectivas equações elétricas são apresentadas a seguir:

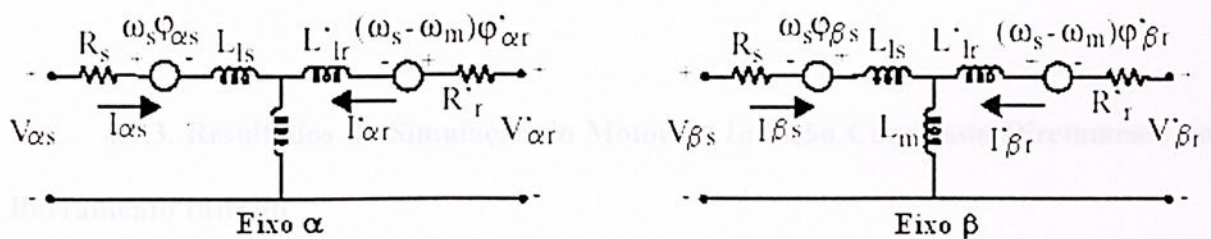


Figura 4.2 – Representação do motor de indução referido ao sistema ortogonal  $\alpha$ - $\beta$ .

equações de tensão do estator:

$$V_{as} = R_s I_{as} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi_{as} - \omega_s \varphi_{\beta s} \quad (4.1)$$

$$V_{\beta s} = R_s I_{\beta s} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi_{\beta s} + \omega_s \varphi_{as} \quad (4.2)$$

equações de tensão do rotor referidas ao estator:

$$V'_{ar} = R'_r I'_{ar} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi'_{ar} + (\omega_s - \omega_m) \varphi'_{\beta s} \quad (4.3)$$

$$V'_{\beta r} = R'_r I'_{\beta r} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi'_{\beta r} - (\omega_s - \omega_m) \varphi'_{as} \quad (4.4)$$

equações de fluxo:

$$\varphi_{as} = L_s I_{as} + L_m I'_{ar} \quad (4.5)$$

$$\varphi_{\beta s} = L_s I_{\beta s} + L_m I'_{\beta r} \quad (4.6)$$

$$\varphi'_{ar} = L'_r I'_{ar} + L_m I_{as} \quad (4.7)$$

$$\varphi'_{\beta r} = L'_r I'_{\beta r} + L_m I_{\beta s} \quad (4.8)$$

$$T_e - T_r = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (4.9)$$

sendo :  $\omega_s$  - velocidade angular síncrona do estator.

$\omega_m$  - velocidade angular mecânica do motor.

$T_e$  - torque eletromagnético.

$T_r$  - torque resistente de carga.

#### 4.1.3. Resultados da Simulação do Motor de Indução Conectado Diretamente ao Barramento Infinito

As simulações foram realizadas utilizando-se o software Matlab/Simulink. Os parâmetros e os dados construtivos relevantes, do motor elétrico de indução trifásico com rotor tipo “gaiola de esquilo” são apresentados a seguir :

Potência: 2250 HP

Frequência: 60 Hz

Tensão:  $2400/\sqrt{2}$  V

Velocidade Nominal: 1747 rpm

Momento de inércia a vazio: 63,87 Kgm<sup>2</sup>

Fator de potência a carga nominal: 0,88

Conjugado resistente de carga: 9172,1 N.m

Rs: 0,0959  $\Omega$

R'r: 0,1339  $\Omega$

Ls: 0,5 mH

L'r: 0,5 mH

Lm: 26,45 mH

Os resultados apresentados, correspondem à simulação da partida do motor de indução trifásico, sob condições nominais de tensão e carga.

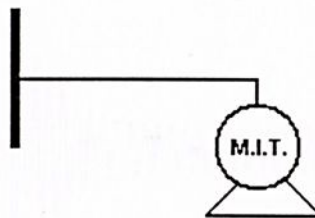


Figura 4.3 – Diagrama unifilar da máquina junto ao barramento infinito.

Inicialmente, tem-se o gráfico da Figura 4.4 apresentando a tensão de entrada da máquina junto ao barramento infinito.

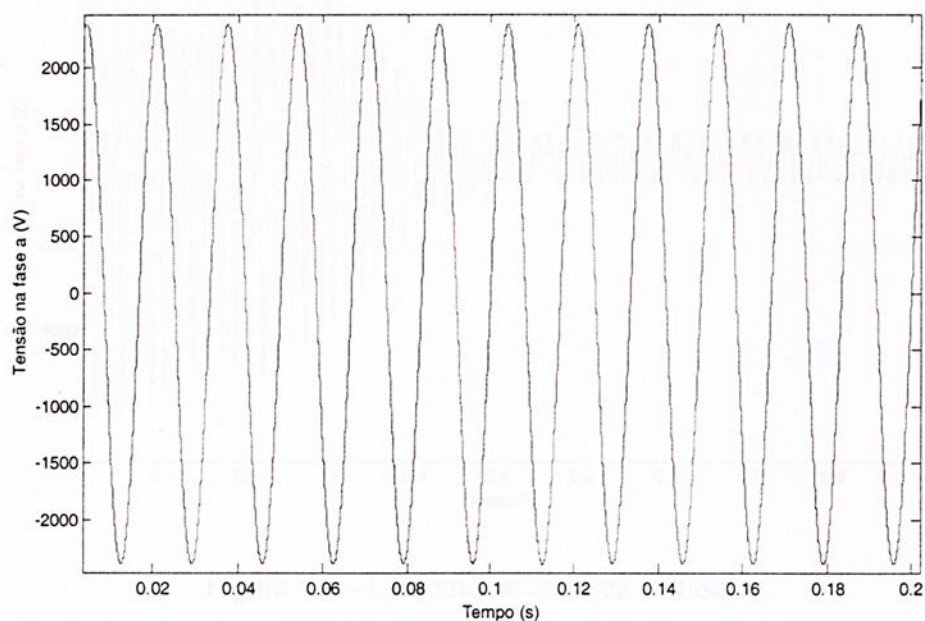


Figura 4.4 – Tensão na barra infinita.

Nos gráficos das Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 apresenta-se o comportamento instantâneo da corrente para as fases *a*, *b*, *c* que corresponde ao período de simulação do motor desde a partida até a entrada em regime.

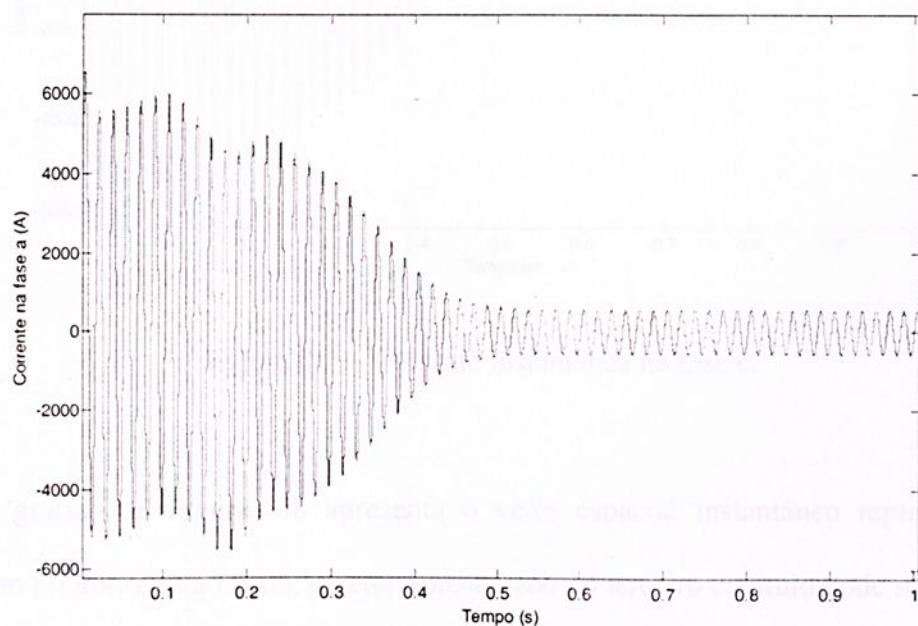


Figura 4.5 – Corrente instantânea na fase a.

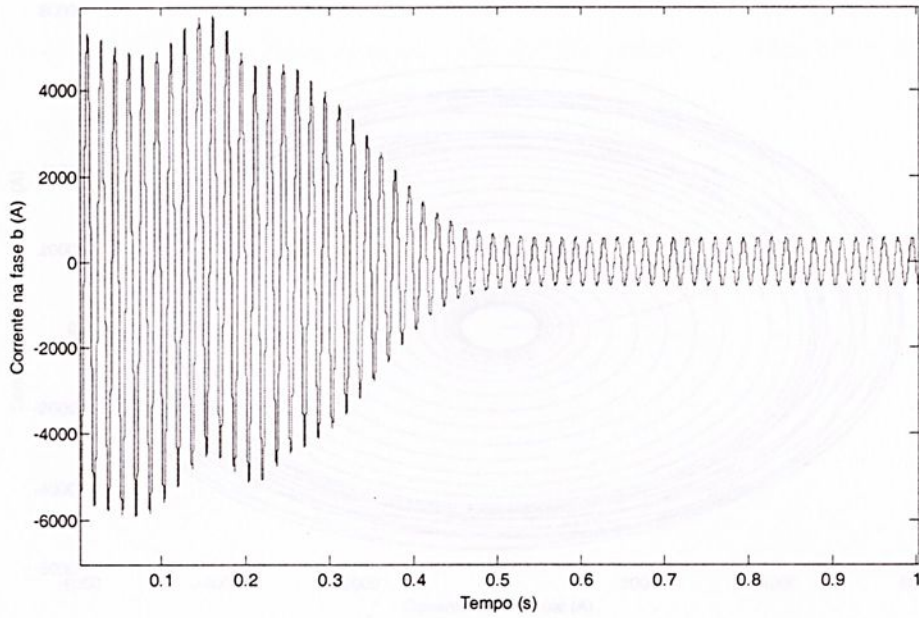


Figura 4.6 – Corrente instantânea na fase b.

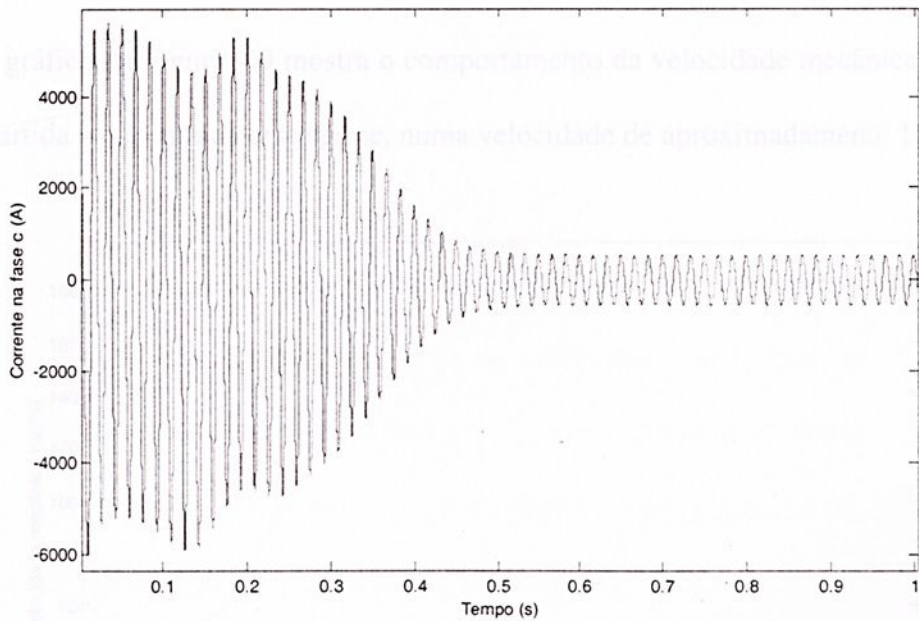


Figura 4.7 – Corrente instantânea na fase c.

O gráfico da Figura 4.8 apresenta o vetor espacial instantâneo representativo da corrente no estator. Desta forma, o vetor apresentado no terceiro capítulo pode ser visualizado graficamente.

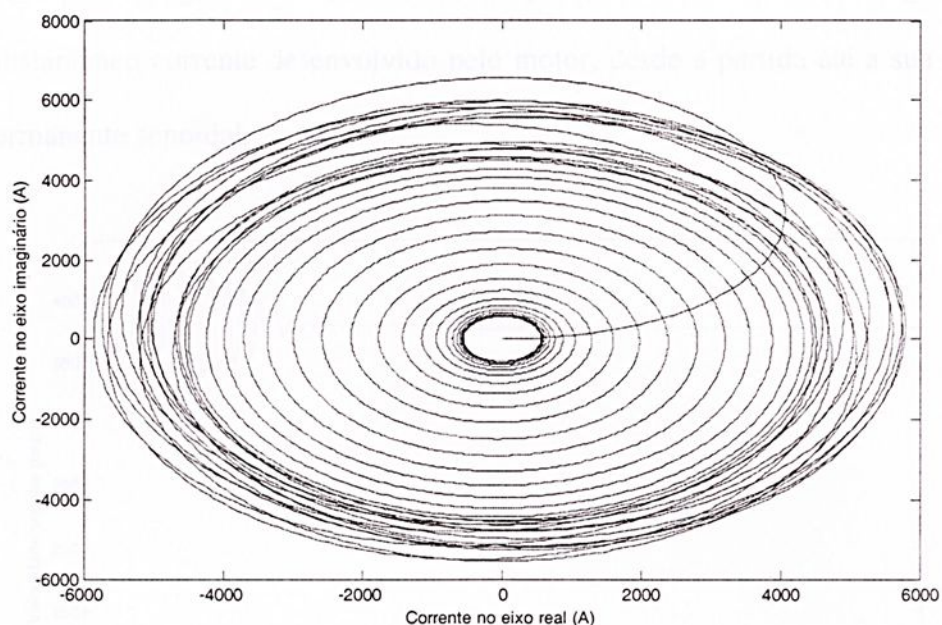


Figura 4.8 – Vetor espacial instantâneo representativo da corrente para o estator.

O gráfico da Figura 4.9 mostra o comportamento da velocidade mecânica da máquina, desde a partida até a entrada em regime, numa velocidade de aproximadamente 183.0 rad/s.

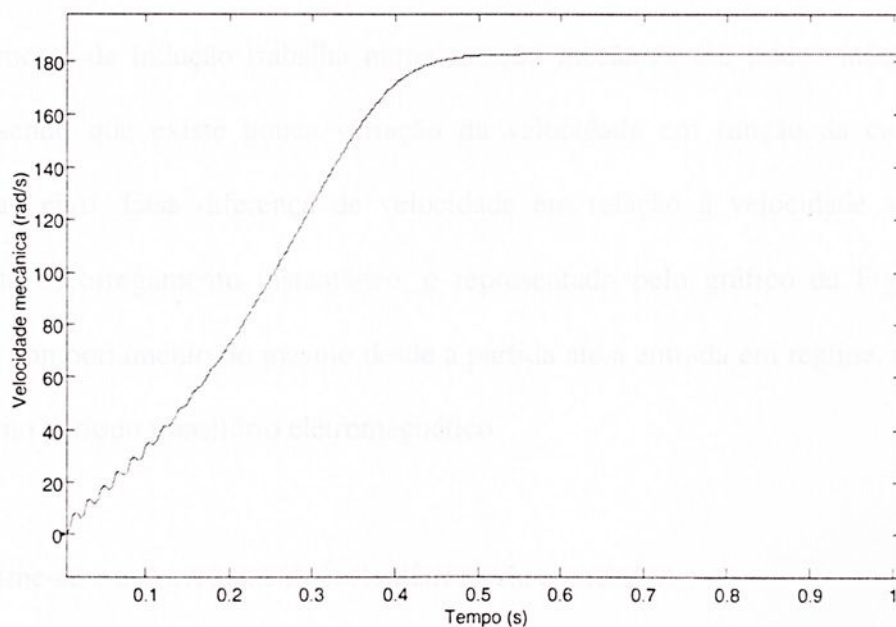


Figura 4.9 – Velocidade mecânica do motor de indução.

O gráfico da Figura 4.10 apresenta o comportamento da velocidade angular do vetor espacial instantâneo corrente desenvolvido pelo motor, desde a partida até a sua entrada em regime permanente senoidal.

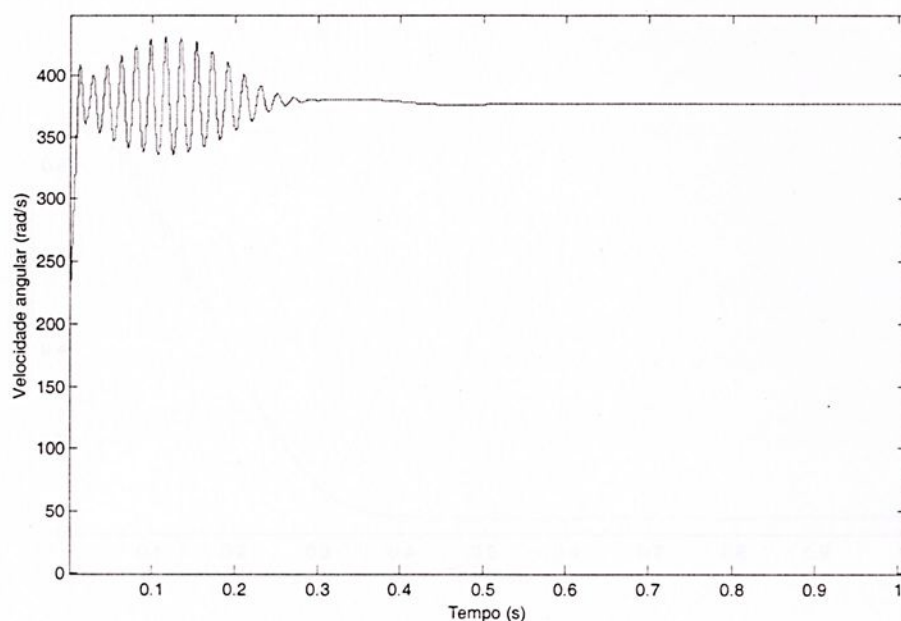


Figura 4.10 – Velocidade angular  $\omega_1$ .

O motor de indução trabalha numa rotação mecânica um pouco inferior à rotação síncrona, sendo que existe pouca variação da velocidade em função da carga mecânica acoplada ao eixo. Essa diferença de velocidade em relação à velocidade síncrona, aqui denominado escorregamento instantâneo, é representado pelo gráfico da Figura 4.11 que descreve o comportamento do mesmo desde a partida até a entrada em regime, destacando-se a variação no período transitório eletromagnético.

Define-se o escorregamento instantâneo pela expressão:

$$s = \frac{\omega_1 - \frac{p}{2} \omega_m}{\omega_1} \quad (4.10)$$

Deve-se observar que sendo o vetor espacial instantâneo corrente uma grandeza variável em amplitude e velocidade angular, o campo girante, dado pela f.m.m. correspondente, ou pelo fluxo magnético, também possui amplitude e velocidade variáveis.

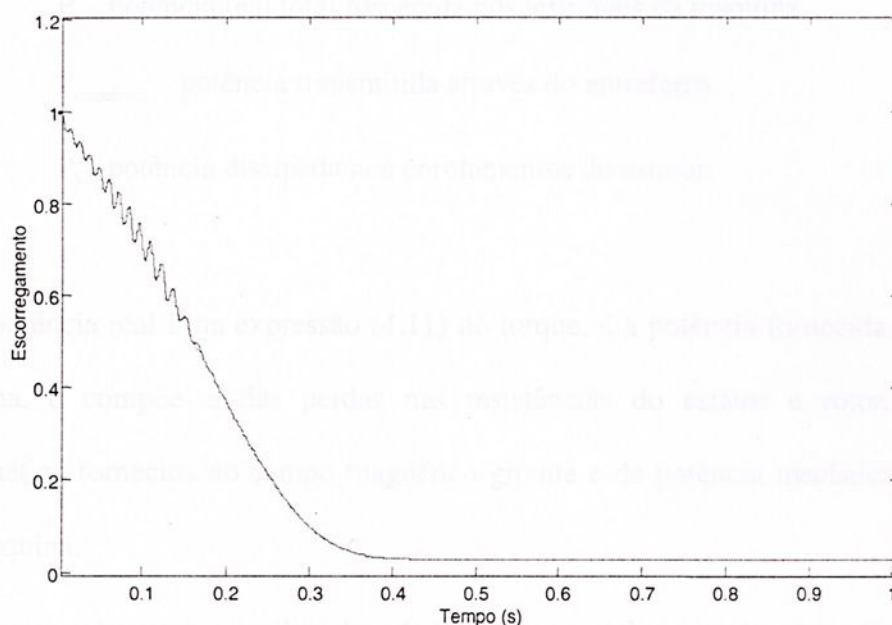


Figura 4.11 – Escorregamento instantâneo em função do tempo.

A curva do torque eletromagnético desenvolvido pela máquina, como pode ser observado na Figura 4.12, oscila durante o transitório eletromagnético, após o qual, decresce até entrar em regime, igualando-se ao torque resistente da carga imposto ao eixo da máquina em aproximadamente 9170 N.m.

O cálculo do valor de torque desenvolvido pelo motor de indução, foi obtido através da expressão 4.9 [12]. Esta expressão não exclui a potência eletromagnética, portanto sua precisão é maior durante o transitório eletromecânico.

$$T_c = \frac{P}{2} \frac{P_{\text{entreferro}}}{\omega_1} [\text{N.m}] \quad (4.11)$$

sendo :

$$P_{\text{entreferro}} = P - P_s \quad (4.12)$$

$$P_s = \frac{3}{2} \cdot \left( R_s |\tilde{I}_s|^2 \right) \quad (4.13)$$

$p$  - n.º de pólos.

$P$  - potência real total fornecida nos terminais da máquina.

$P_{\text{entreferro}}$  - potência transmitida através do entreferro.

$P_s$  - potência dissipada nos enrolamentos do estator.

A potência real  $P$  na expressão (4.11) do torque, é a potência fornecida aos terminais da máquina, e compõe-se das perdas nas resistências do estator e rotor, da potência eletromagnética fornecida ao campo magnético girante e da potência mecânica fornecida ao eixo da máquina.

Deve-se observar a utilização do vetor espacial corrente, sua amplitude  $|\tilde{I}_s|$  e velocidade angular  $\omega_1$  nas expressões (4.11 e 4.13). Comprova-se desta forma, a extensão da utilização do circuito equivalente da máquina em regime permanente senoidal para o transitório descrito pelos vetores espaciais instantâneos.

Na expressão (4.13) a amplitude do vetor espacial instantâneo corrente, relaciona-se com as correntes de fase da seguinte forma:

$$|\tilde{I}|^2 = \frac{2}{3} (i_a^2 + i_b^2 + i_c^2) \quad (4.14)$$

conforme demonstrado em [16].

Fig. 4.13 - Torque eletromagnético por corrente girante no eixo d-q

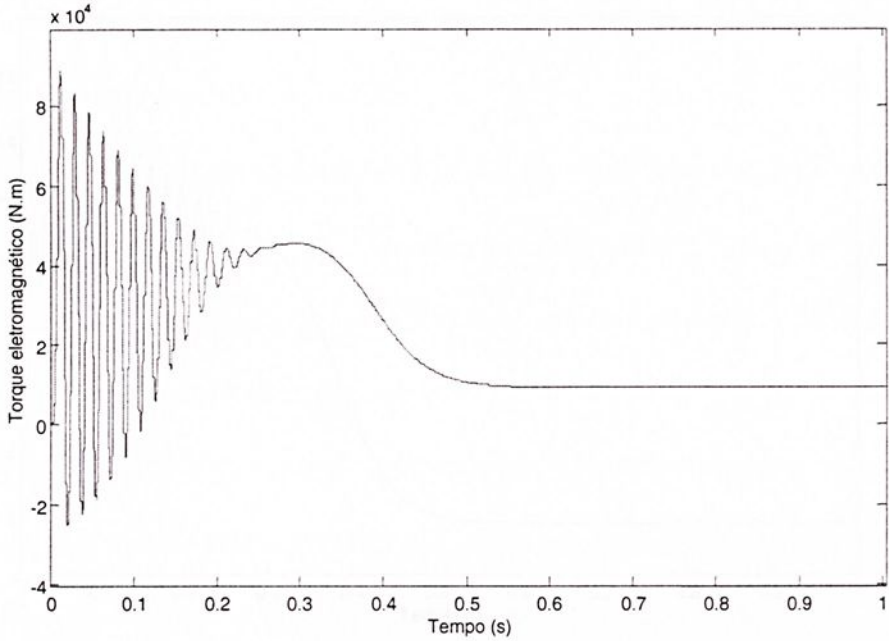


Figura 4.12 – Curva do torque eletromagnético.

O gráfico da Figura 4.13 apresenta a curva de torque eletromagnético desenvolvido pela máquina em relação ao escorregamento instantâneo, sob condição de partida a plena carga e desta forma evidencia-se o ponto de operação da máquina, observado no cruzamento das duas curvas.

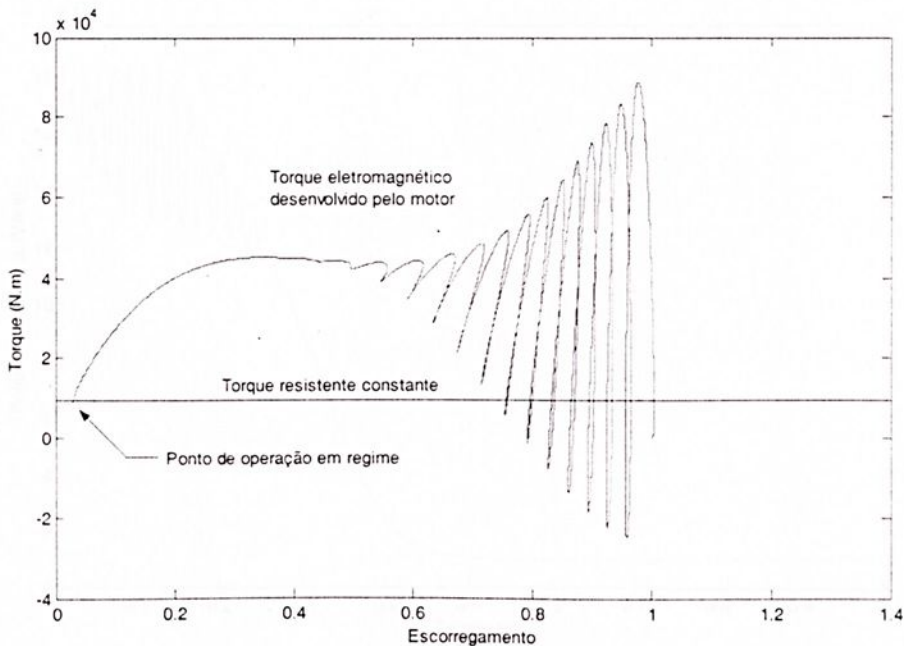


Figura 4.13 – Curva do torque eletromagnético pelo escorregamento instantâneo.

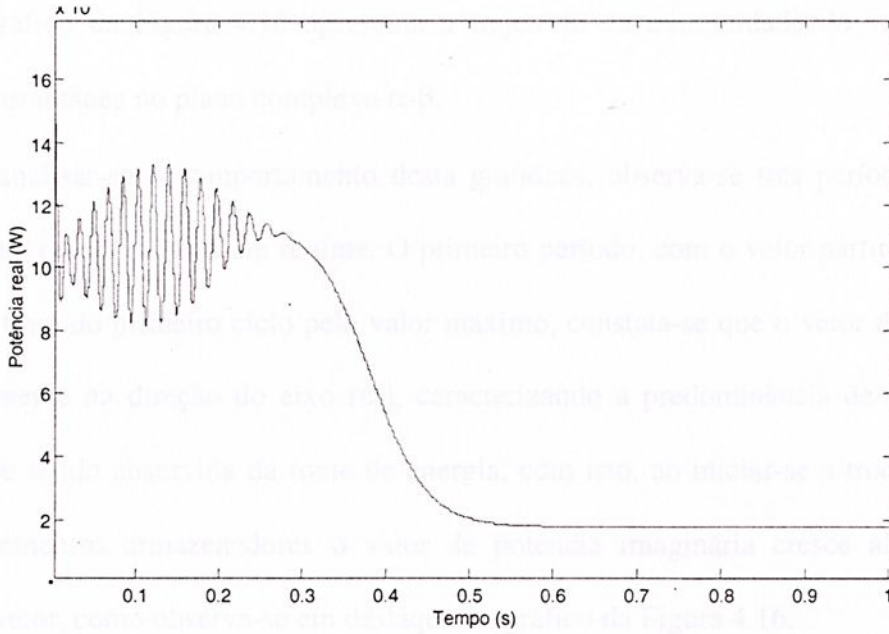


Figura 4.14 – Variação da potência real em função do tempo.

A Figura 4.15, a seguir, mostra o comportamento da potência imaginária, que é uma grandeza proporcional a energia armazenada no campo magnético resultante. Quando a energia armazenada é constante, a potência imaginária se torna a potência reativa convencional em sistemas elétricos.

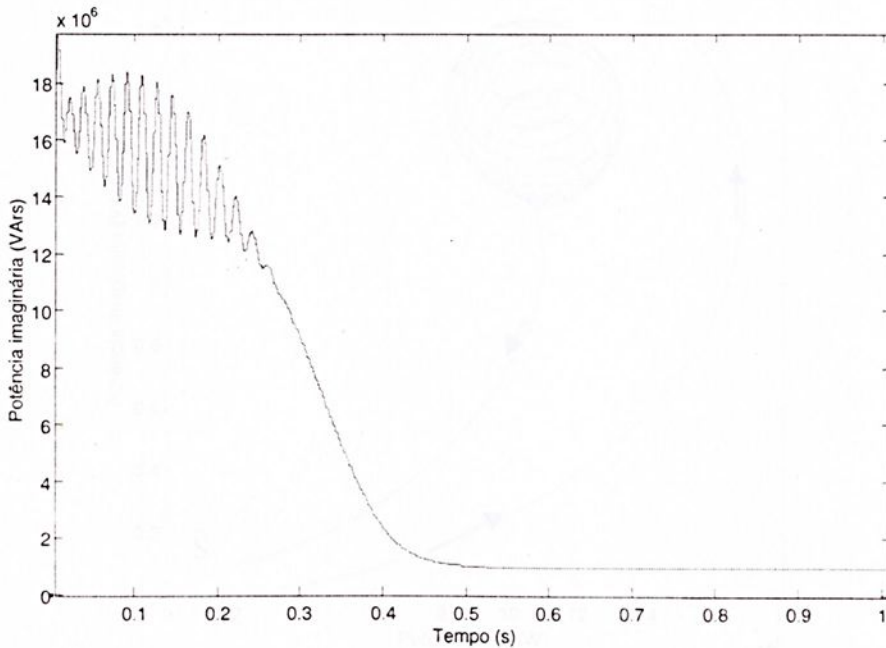


Figura 4.15 – Variação da potência imaginária em função do tempo.

O gráfico da Figura 4.16 apresenta a trajetória da extremidade do vetor potência complexa instantânea no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$ .

Ao analisar-se o comportamento desta grandeza, observa-se três períodos distintos, desde a partida até a entrada em regime. O primeiro período, com o vetor partindo do zero e passado ao final do primeiro ciclo pelo valor máximo, constata-se que o vetor desenvolve-se quase totalmente na direção do eixo real, caracterizando a predominância de potência real efetivamente sendo absorvida da fonte de energia, com isto, ao iniciar-se a troca de energia entre os elementos armazenadores o valor de potência imaginária cresce alterando-se a direção do vetor, como observa-se em destaque no gráfico da Figura 4.16.

O segundo período é composto de fortes oscilações. Estes dois períodos iniciais caracterizam o transitório eletromagnético.

Finalmente, o terceiro período que caracteriza o transitório eletromecânico, apresenta uma curva a qual identifica-se com um arco do diagrama de círculo da máquina como é mostrado na seção 4.3.

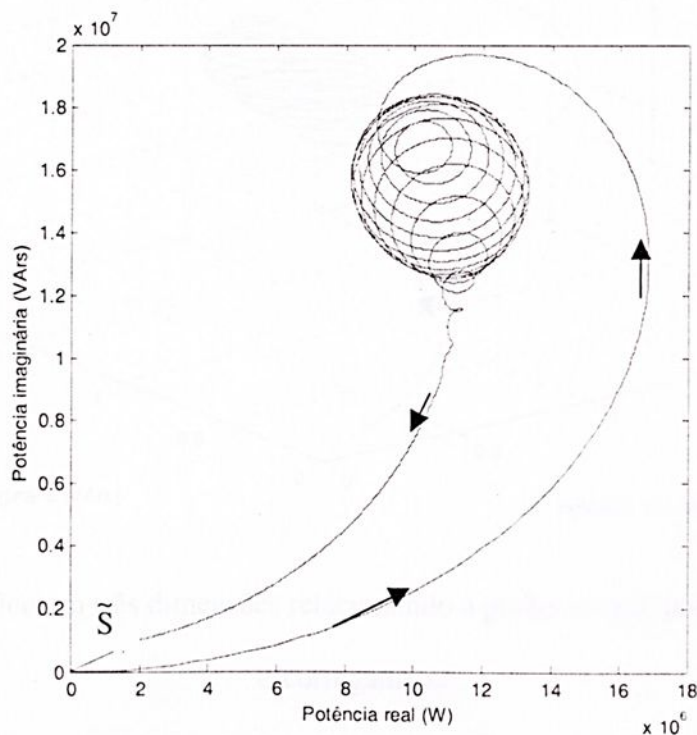


Figura 4.16 – Trajetória do vetor espacial da potência complexa instantânea.

Destaca-se pela Figura 4.17, o gráfico em três dimensões utilizado para visualizar o comportamento da potência real, potência imaginária e do escorregamento, relacionando as três variáveis de forma que podemos observar o comportamento da máquina desde o instante da partida até a entrada em regime permanente. No instante da partida as três variáveis estão com valores praticamente nulo. Observa-se que no primeiro ciclo com a predominância da potência real, o escorregamento atinge o seu valor máximo e logo a seguir compreende o conjunto de seguidas oscilações devido à troca de energia que surge nos elementos armazenadores do motor, caracterizando o transitório eletromagnético. Finalmente o sistema começa a estabilizar até atingir totalmente o regime permanente, descrito pela trajetória semi-circular na direção vertical.

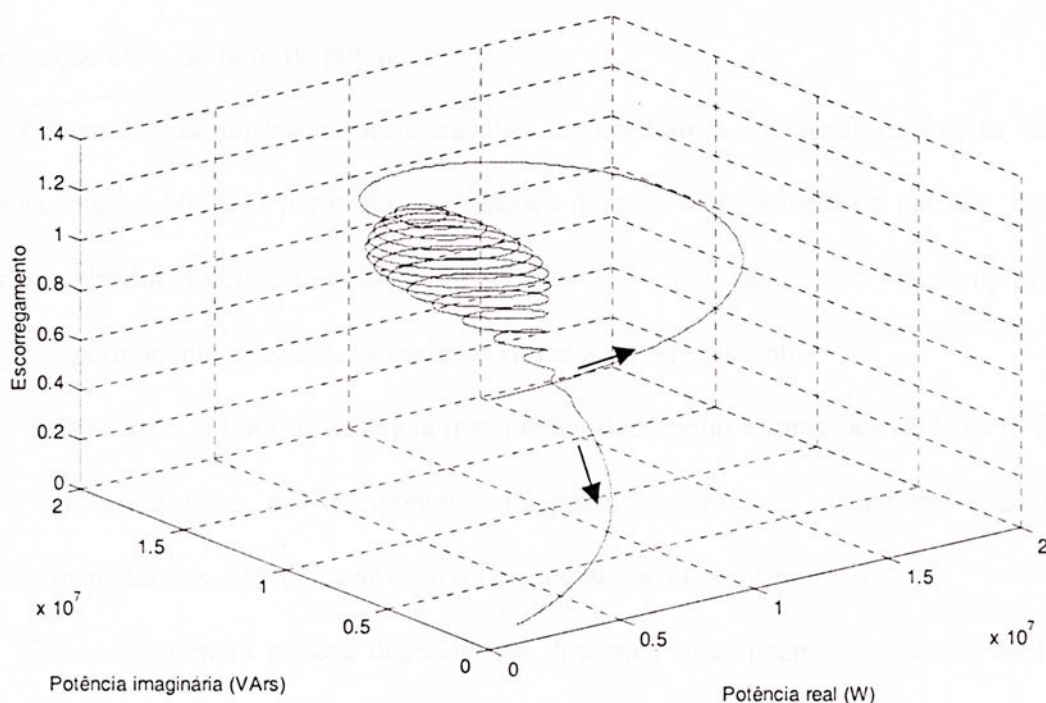


Figura 4.17 – Gráfico em três dimensões relacionando a potência real, potência imaginária e o escorregamento.

O gráfico da Figura 4.18, mostra o comportamento da grandeza definida como fator de potência instantâneo (3.29). Como não existe uma definição de potência reativa em transitórios elétricos na teoria clássica de potência, também não poderia haver uma definição de fator de potência transitório na abordagem clássica. Desta forma, com a aplicação dos novos conceitos de potência elétrica, definiu-se como sendo fator de potência instantâneo o cosseno do ângulo formado entre os vetores espaciais instantâneos representativos de tensão e corrente ou a razão entre a potência real e aparente instantânea (3.28). Com os significados físicos já mencionados na seção 3.4.

Esta definição poderá também ser útil para o caso de cargas trifásicas genéricas se tomado o valor médio do fator de potência instantâneo em um intervalo conveniente de tempo.

Também tem o valor prático de servir como variável a ser controlada em aplicações de compensação ativa de fator de potência.

Os resultados mostrados neste trabalho possibilitam a conclusão de que as variáveis eletromecânicas obtidas a partir das simulações durante o transitório de partida do motor podem ser obtidos do circuito equivalente do mesmo, o qual descreve o seu comportamento em regime permanente senoidal, fazendo-se variar o escorregamento.

Desta forma, o fator de potência instantâneo dado pelas expressões (3.28) e (3.29), em termos, respectivamente, das componentes da potência complexa instantânea e de vetores espaciais instantâneos, identifica-se com o fator de potência convencional.

Esta coincidência poderá depender da dinâmica dos sistemas a serem analisados, portanto não se permite uma generalização.

Ressalta-se, também, que a máquina é um elemento trifásico de fases equilibradas.



Estas conclusões são mais preciosas após a transcorrência do transitório eletromagnético caracterizado por grandes oscilações. Durante estes, sugere-se tomar as curvas médias.

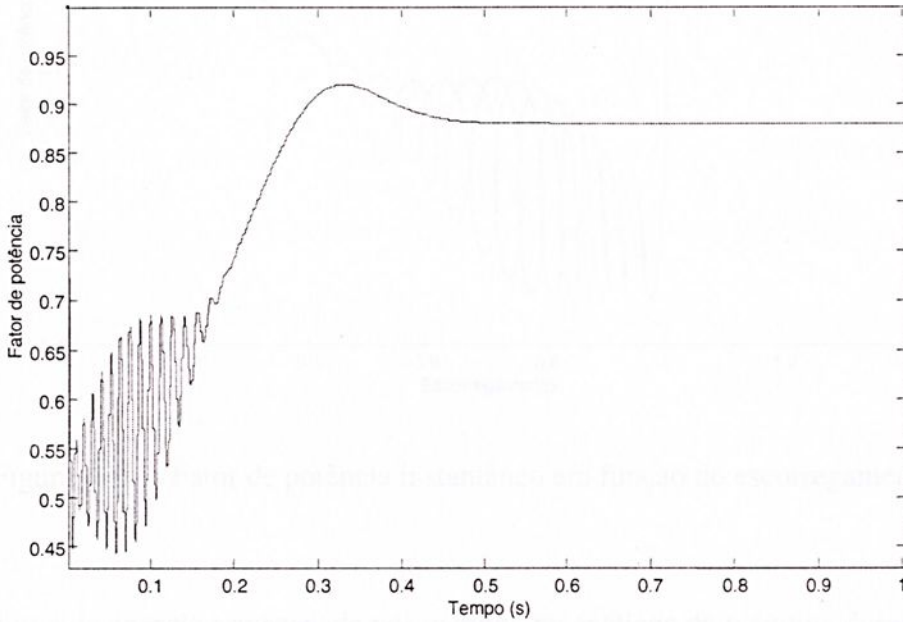


Figura 4.18 – Fator de potência instantâneo em função do tempo.

Ao analisar o comportamento do gráfico da Figura 4.19, verifica-se o fator de potência instantâneo em função do escorregamento. Destaca-se nos gráficos apresentados nas figuras 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18 o fato de podermos assumir que cada ponto das trajetórias descritas após o transitório eletromagnético, desde a partida até a entrada em regime, pode ser considerado como sendo um ponto do motor em regime permanente senoidal.

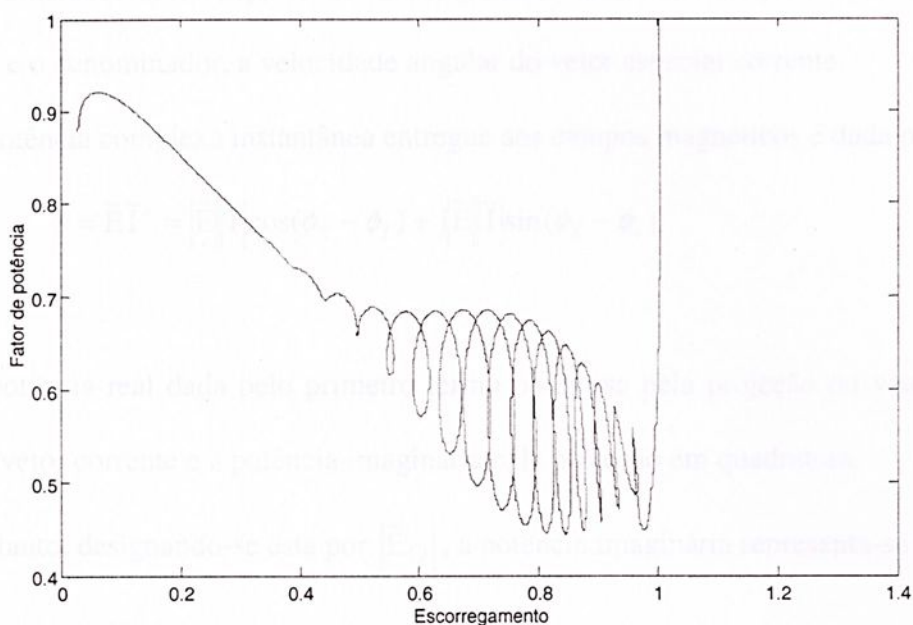


Figura 4.19 – Fator de potência instantâneo em função do escorregamento.

A curva da energia armazenada nos campos magnéticos da máquina durante o período da partida até a entrada em regime, representada pelo gráfico da Figura 4.20, obtém-se conforme o método apresentado a seguir, introduzido por Milanez [19]

Dados os vetores espaciais instantâneos corrente e fluxo, a energia armazenada nos campos magnéticos, para um valor genérico de corrente é dada pela expressão:

$$E = \frac{1}{2} \cdot |\tilde{\phi}| |\tilde{I}| \quad (4.15)$$

Demonstra-se (vide Anexo A) que a seguinte relação entre o fluxo e a f.e.m. válida para valores eficazes e, sistemas operando em regime senoidal, pode-se estender para os casos transitórios:

$$|\tilde{\phi}| = \frac{|\tilde{E}_Q|}{\omega_1} \quad (4.16)$$

O numerador desta expressão é a componente da f.e.m. em quadratura com o fluxo magnético, e o denominador, a velocidade angular do vetor espacial corrente.

A potência complexa instantânea entregue aos campos magnéticos é dada por:

$$\tilde{S} = \tilde{E}\tilde{I}^* = |\tilde{E}||\tilde{I}|\cos(\phi_E - \phi_I) + j|\tilde{E}||\tilde{I}|\sin(\phi_E - \phi_I) \quad (4.17)$$

A potência real dada pelo primeiro termo obtém-se pela projeção do vetor f.e.m. na direção do vetor corrente e a potência imaginária pela projeção em quadratura.

Portanto, designando-se esta por  $|\tilde{E}_Q|$ , a potência imaginária representa-se por:

$$Q = |\tilde{E}_Q||\tilde{I}| \quad (4.18)$$

e a expressão para a amplitude do fluxo pode ser dada por:

$$|\tilde{\phi}| = \frac{Q}{\omega_1 |\tilde{I}|} \quad (4.19)$$

que conduz a uma expressão para a energia magnética total armazenada nas três fases na seguinte forma:

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q}{\omega_1} \quad (4.20)$$

Esta expressão permite o cálculo digital da energia armazenada, representada pela Figura 4.20, visto que a potência imaginária e a velocidade podem ser facilmente calculadas.

O fato da potência imaginária ser proporcional à energia magnética armazenada no campo magnético do motor, possibilita desta maneira utilizar este método para o cálculo de potências reativas de compensação de filtros ativos.

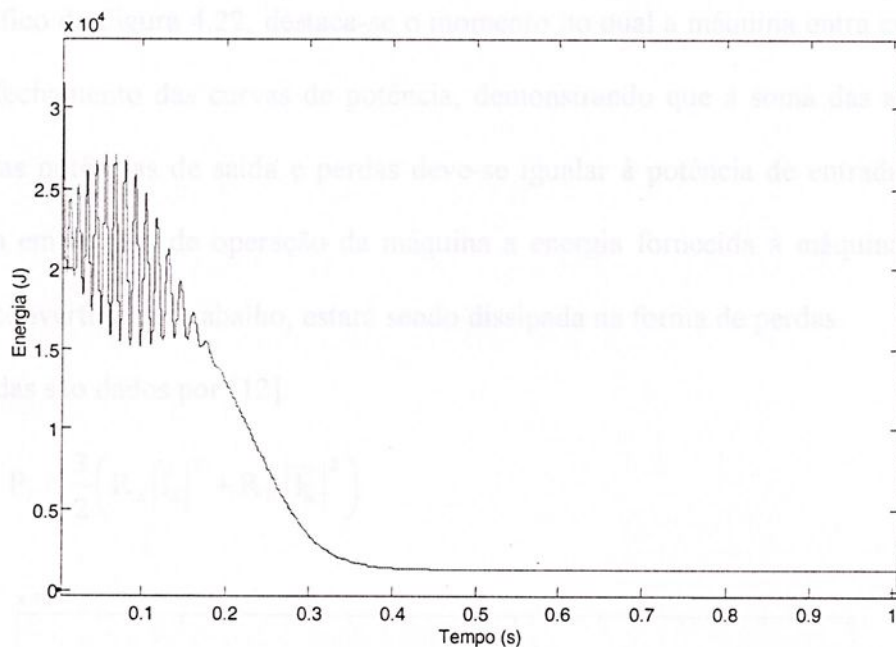


Figura 4.20 – Variação da energia armazenada em função do tempo.

E a potência eletromagnética, fornecida aos campos magnéticos, pela derivada da energia em relação ao tempo [18]:

$$P_e = \frac{dE}{dt} \quad (4.21)$$

O gráfico da Figura 4.21, ilustra o comportamento desta potência.

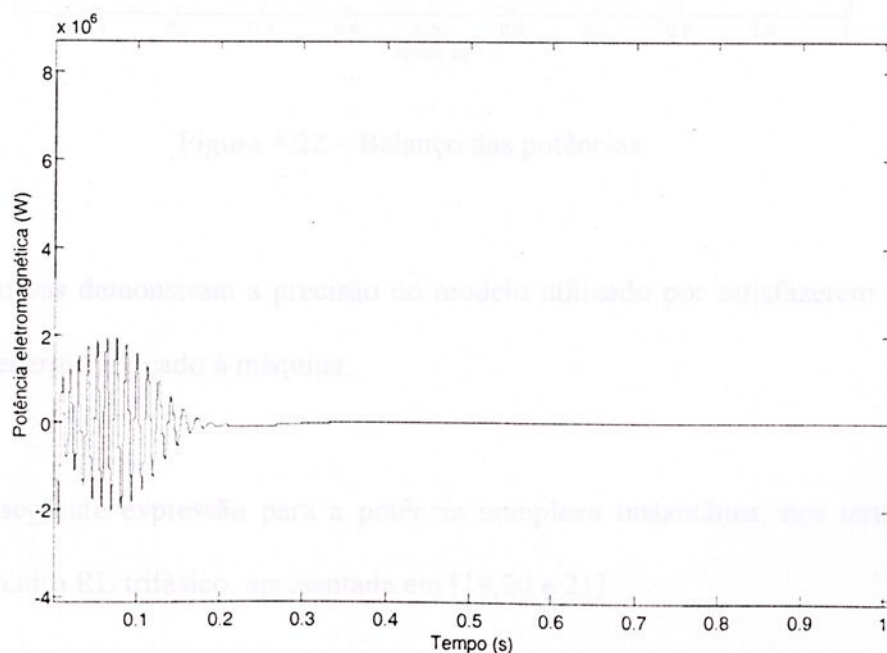


Figura 4.21 – Variação da potência eletromagnética em função do tempo.

No gráfico da Figura 4.22, destaca-se o momento no qual a máquina entra em regime, observa-se o fechamento das curvas de potência, demonstrando que a soma das amplitudes instantâneas das potências de saída e perdas deve-se igualar à potência de entrada, ou seja, após a entrada em regime de operação da máquina a energia fornecida à máquina que não estiver sendo convertida em trabalho, estará sendo dissipada na forma de perdas.

As perdas são dados por [12]:

$$P_J = \frac{3}{2} \left( R_s |\tilde{I}_s|^2 + R'_R |\tilde{I}'_R|^2 \right) \quad (4.22)$$

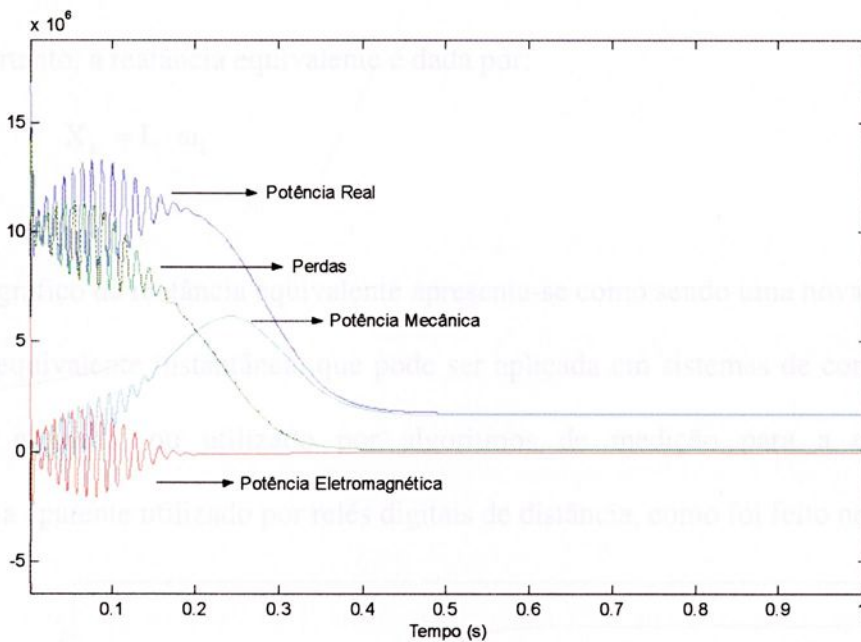


Figura 4.22 – Balanço das potências.

Estas curvas demonstram a precisão do modelo utilizado por satisfazerem a equação do balanço de energia aplicado à máquina.

Seja a seguinte expressão para a potência complexa instantânea, nos terminais da fonte de um circuito RL trifásico, apresentada em [19,20 e 21]:

Figura 4.23 – Variação da resistência equivalente em função do tempo.

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \left( R|\tilde{I}|^2 + j\omega_1 L|\tilde{I}|^2 + LI \frac{d|\tilde{I}|}{dt} \right) \quad (4.23)$$

A indutância equivalente pode ser determinada utilizando-se o segundo termo desta expressão, levando em consideração a expressão da potência eletromagnética em termos da potência imaginária anteriormente apresentada, obtendo a seguinte expressão para a indutância equivalente [18]:

$$L = \frac{2}{3} \frac{Q}{|\tilde{I}|^2 \omega_1} \quad (4.24)$$

Portanto, a reatância equivalente é dada por:

$$X_L = L \cdot \omega_1 \quad (4.25)$$

O gráfico da reatância equivalente apresenta-se como sendo uma nova conceituação de reatância equivalente instantânea, que pode ser aplicada em sistemas de controle como o de máquinas elétricas, ou utilizado por algoritmos de medição para a determinação da impedância aparente utilizado por relés digitais de distância, como foi feito neste trabalho.

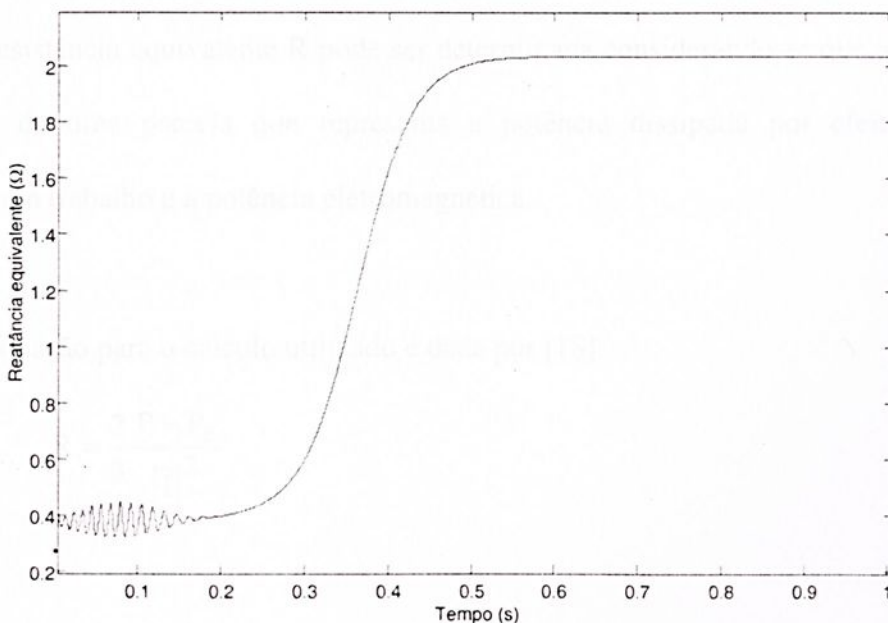


Figura 4.23 – Variação da reatância equivalente em função do tempo.

O gráfico da Figura 4.24, apresenta-se como um gráfico alternativo sendo a reatância equivalente em função do escorregamento. Em relés digitais de distância, verifica-se se a trajetória descrita localiza-se dentro da zona de proteção, geralmente representada por um círculo.

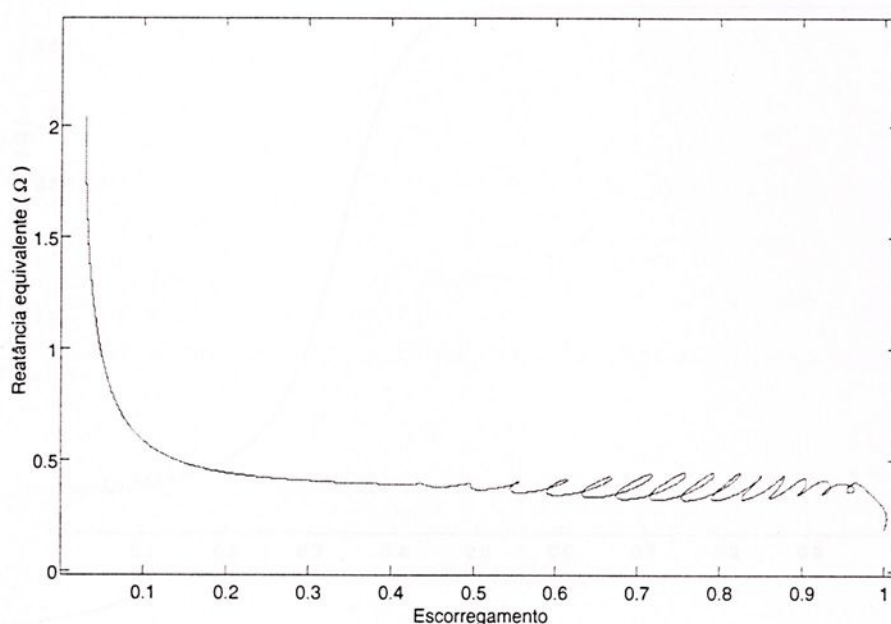


Figura 4.24 – Reatância equivalente em função do escorregamento.

A resistência equivalente  $R$  pode ser determinada considerando-se que a potência real compõe-se de uma parcela que representa a potência dissipada por efeito Joule e/ou convertida em trabalho e a potência eletromagnética.

A equação para o cálculo utilizado é dada por [18]:

$$R = \frac{2}{3} \frac{P - P_e}{|\tilde{I}|^2} \quad (4.26)$$

Devemos ressaltar que os gráficos da reatância equivalente e da resistência equivalente em função do escorregamento podem ser obtidos através da análise fasorial supondo-se o sistema em regime permanente senoidal em cada instante da simulação (vide Apêndice-A).

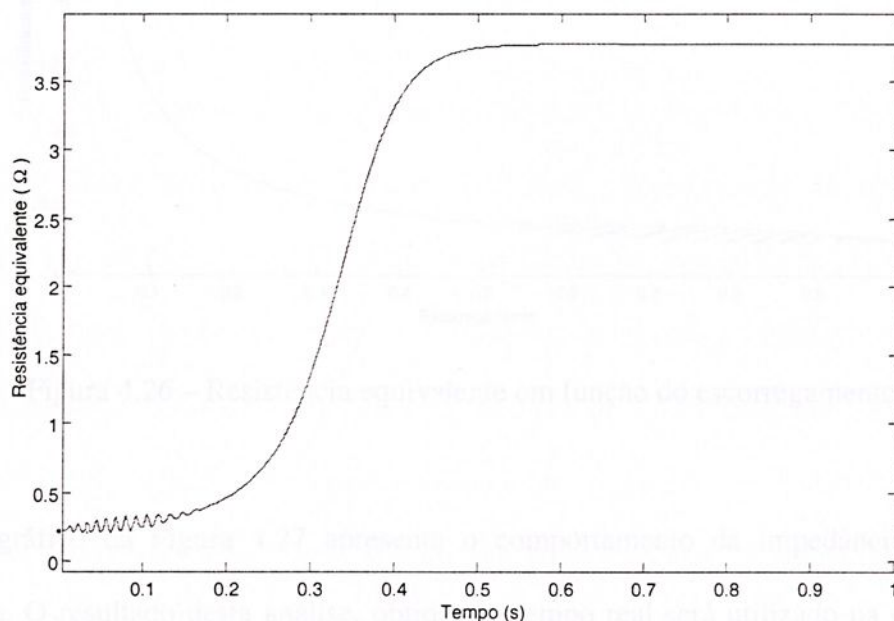


Figura 4.25 – Variação da resistência equivalente em função do tempo.

De forma semelhante à reatância equivalente apresentada anteriormente, o gráfico da Figura 4.26 apresenta o comportamento da resistência equivalente em função do escorregamento, apresentando - se como uma ferramenta importantíssima para análise de circuitos elétricos, aplicável a proteção de sistemas elétricos de potência na determinação de parâmetros em tempo real utilizados pelos algoritmos de proteção, podendo também ser este método utilizado em algoritmos de controle de máquinas elétricas.

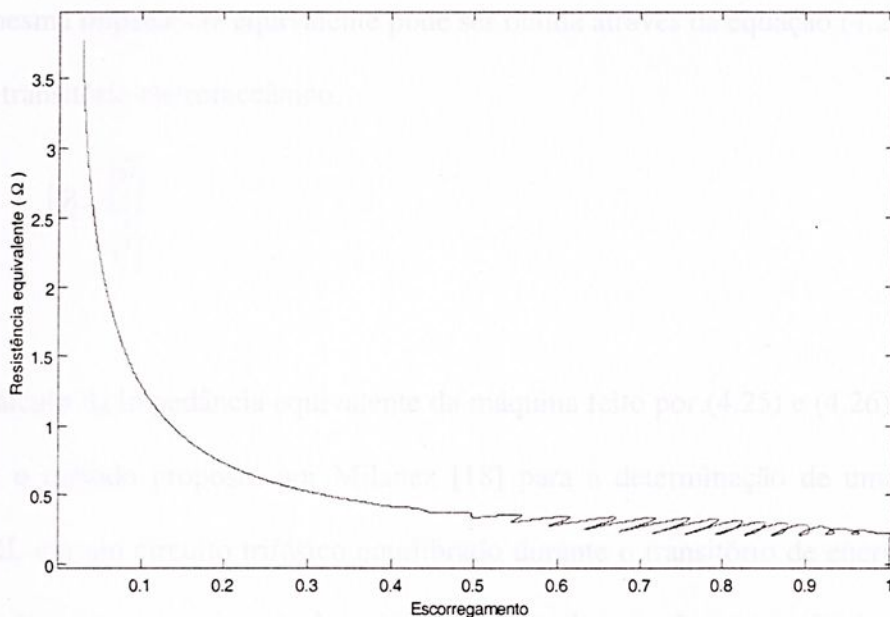


Figura 4.26 – Resistência equivalente em função do escorregamento.

O gráfico da Figura 4.27 apresenta o comportamento da impedância equivalente instantânea. O resultado desta análise, obtido em tempo real será utilizado na concepção do relé digital de distância, servindo de parâmetro para a verificação de faltas que possam ocorrer no sistema elétrico de potência.

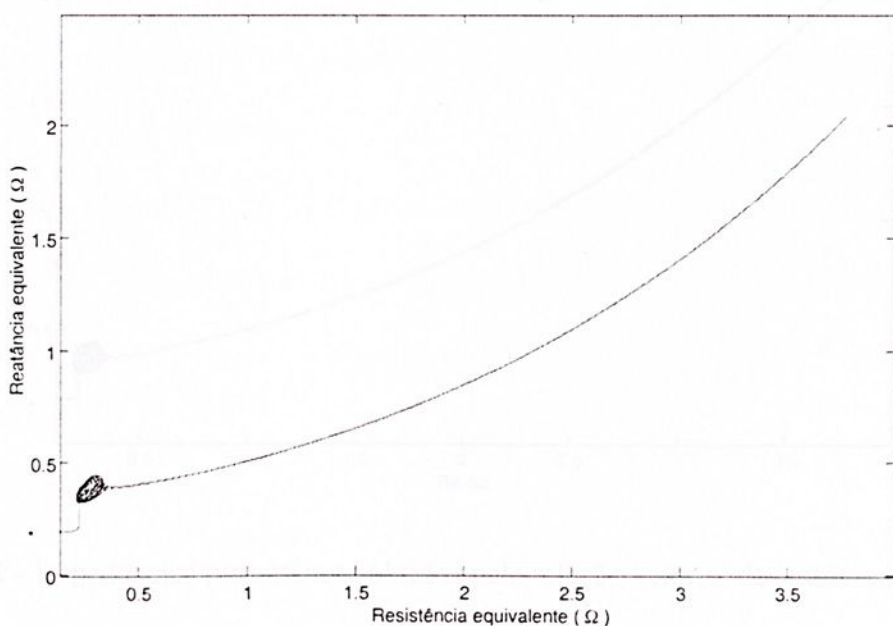


Figura 4.27 – Trajetória do comportamento da impedância instantânea.

A mesma impedância equivalente pode ser obtida através da equação (4.27), para o período do transitório eletromecânico.

$$|\tilde{Z}| = \frac{|\tilde{V}|}{|\tilde{I}|} \quad (4.27)$$

O cálculo da impedância equivalente da máquina feito por (4.25) e (4.26) e por (4.27), mostra que o método proposto por Milanez [18] para a determinação de uma impedância constante RL em um circuito trifásico equilibrado durante o transitório de energização, pode ser aplicado à uma carga mais complexa como o motor de indução no transitório de partida.

A impedância equivalente da máquina dada por (4.27) introduz um novo conceito de relação vetorial entre vetores espaciais instantâneos de tensão e corrente, semelhante à relação de fasores na determinação da impedância convencional em circuitos em regime permanente senoidal.

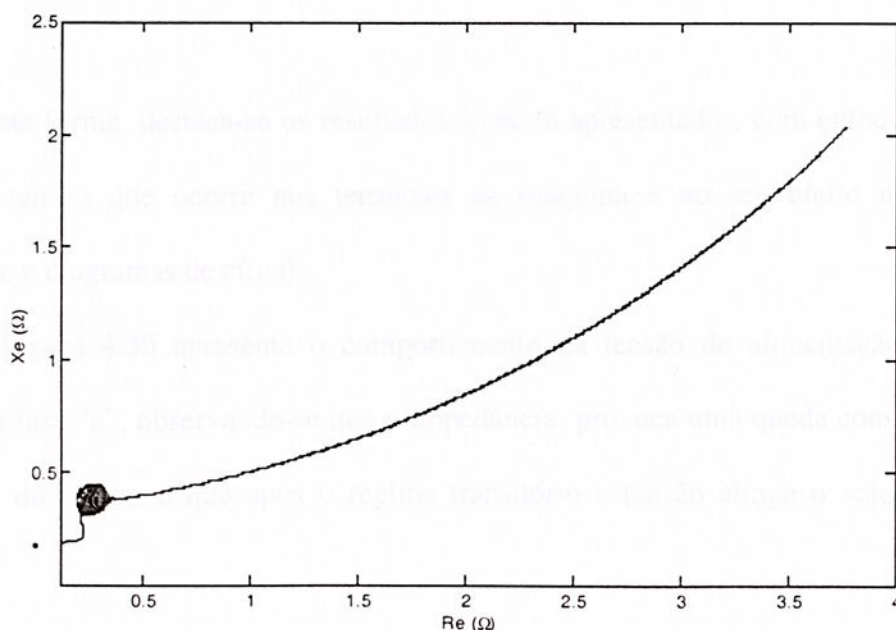


Figura 4.28 – Impedâncias instantâneas obtidos pela relação vetorial de tensão e corrente pelo método de Milanez.

#### 4.1.4 Motor de Indução Alimentado por Uma Linha de Distribuição Curta.

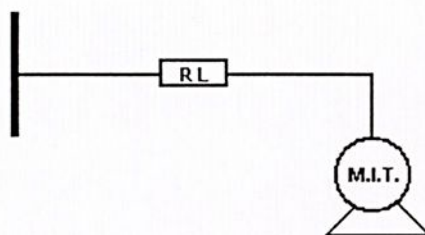


Figura 4.29 – Diagrama unifilar do motor de indução alimentado por uma linha de distribuição curta.

Neste caso, a simulação é realizada com o motor de indução ligado ao barramento através da impedância, que representa a linha de distribuição curta, possibilitando-se avaliar a queda de tensão nos terminais da máquina durante a partida.

Os parâmetros da linha utilizados são:

$$R_{ll} = 1.6 \text{ } (\Omega)$$

$$L = 16.5 \text{ mH}$$

Desta forma, destaca-se os resultados a serem apresentados, com enfoque especial na queda de tensão que ocorre nos terminais da máquina e no seu efeito na impedância equivalente e diagramas de círculo.

A Figura 4.30 apresenta o comportamento da tensão de alimentação da máquina referente à fase “a”, observando-se que a impedância provoca uma queda considerável nesta na partida do motor, e que após o regime transitório a tensão atinge o valor próximo do nominal.

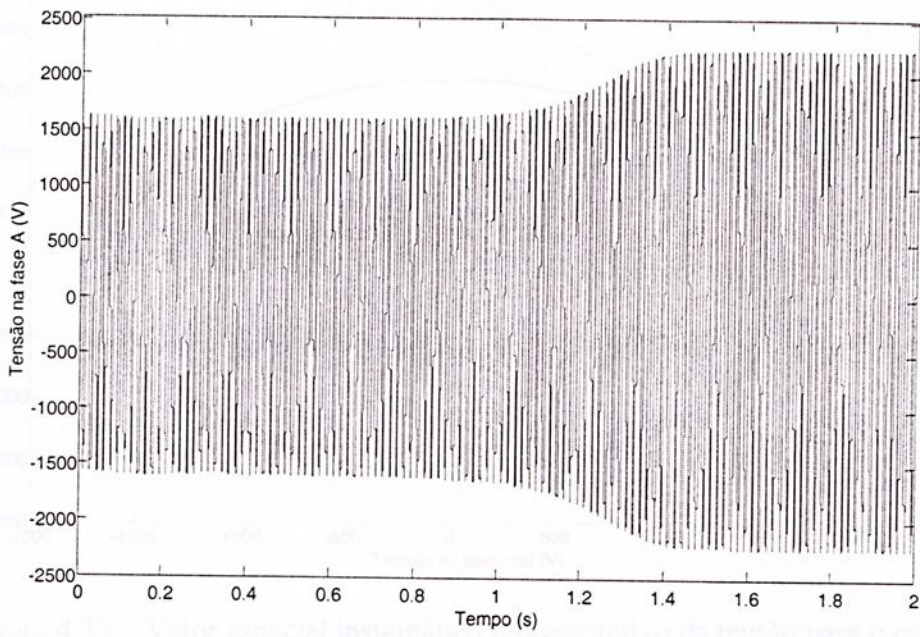


Figura 4.30 – Variação da tensão na partida com impedância de entrada em função do tempo.

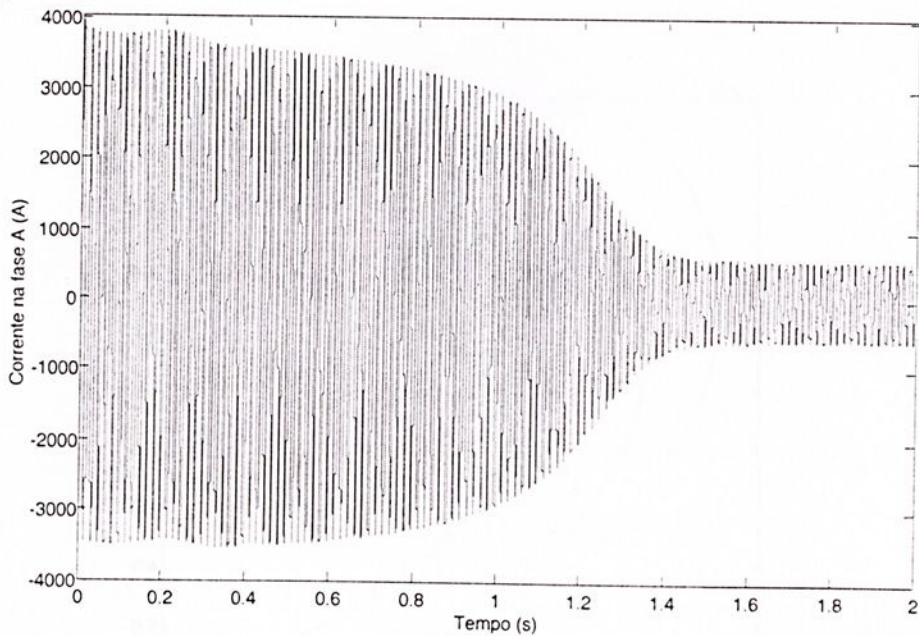


Figura 4.31 – Variação da corrente na partida com impedância de entrada em função do tempo.

O gráfico da Figura 4.31 apresenta o comportamento da corrente de partida.

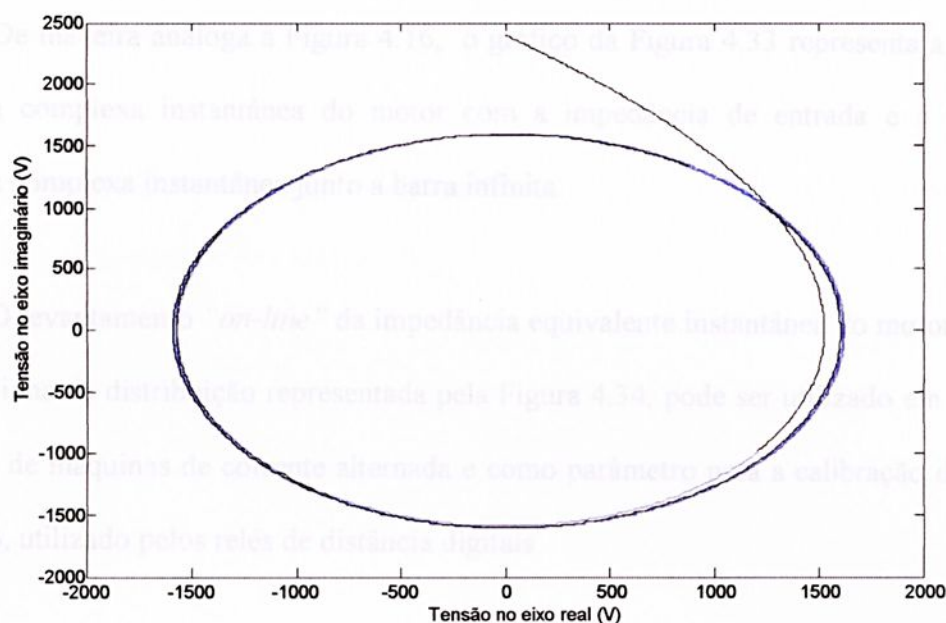


Figura 4.32 – Vetor espacial instantâneo representativo da tensão para o estator.

O gráfico da Figura 4.32 apresenta o vetor espacial instantâneo representativo da tensão no estator. Destaca-se que neste gráfico foram utilizados apenas alguns ciclos iniciais de simulação.

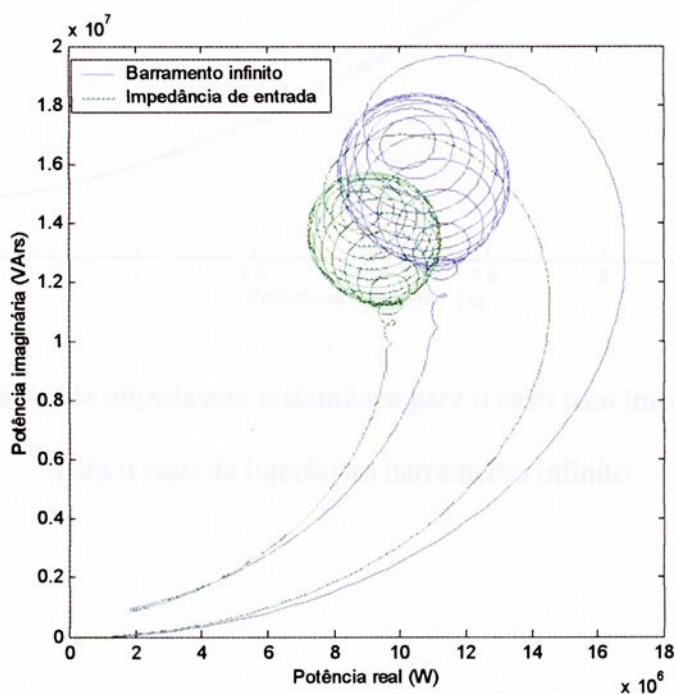


Figura 4.33 – Variação da potência complexa instantânea para o caso com impedância de entrada e para o caso de ligação ao barramento infinito.

De maneira análoga à Figura 4.16, o gráfico da Figura 4.33 representa a variação da potência complexa instantânea do motor com a impedância de entrada e a variação da potência complexa instantânea junto a barra infinita.

O levantamento “*on-line*” da impedância equivalente instantânea do motor de indução junto à linha de distribuição representada pela Figura 4.34, pode ser utilizado em sistemas de controle de máquinas de corrente alternada e como parâmetro para a calibração de zonas de proteção, utilizado pelos relés de distância digitais.

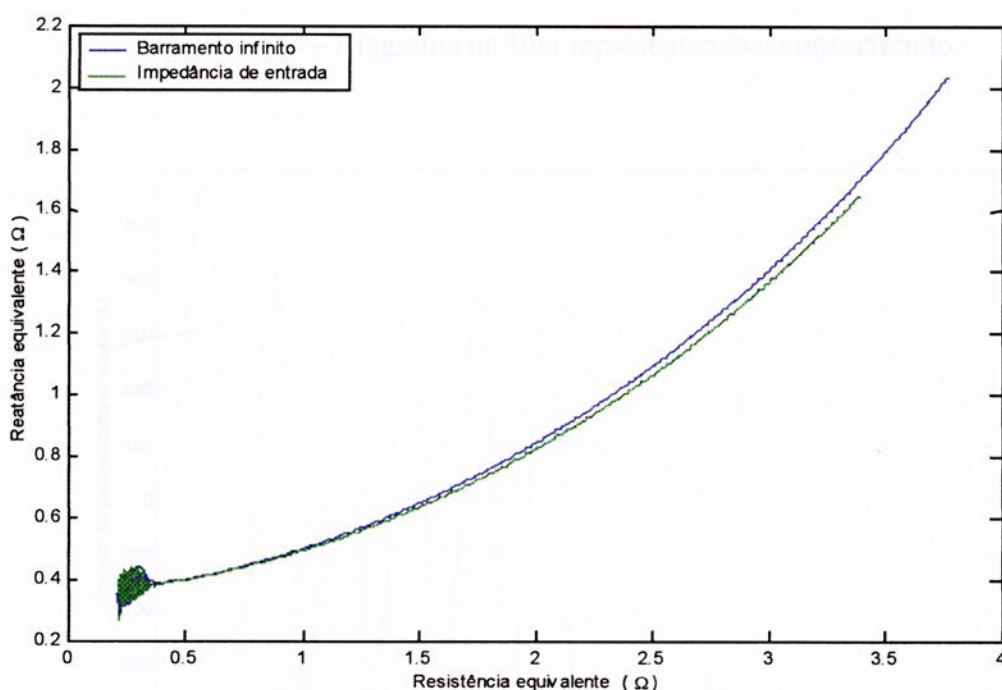


Figura 4.34 – Variação da impedância instantânea para o caso com impedância de entrada e para o caso de ligação ao barramento infinito.

## 4.2. Curto-Circuito Trifásico

As simulações foram realizadas adotando-se uma linha de distribuição curta. Os parâmetros da linha utilizados são:

$$R_{li} = 1.6 \text{ } (\Omega)$$

$$L = 16.5 \text{ mH}$$

$$V_{li} = 2400/\sqrt{2} \text{ (V)}$$

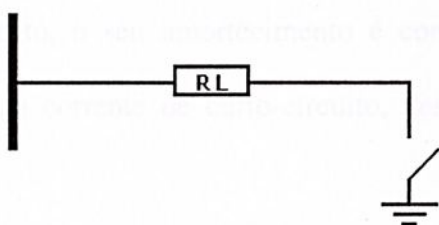


Figura 4.35 – Diagrama unifilar representando o curto-circuito.

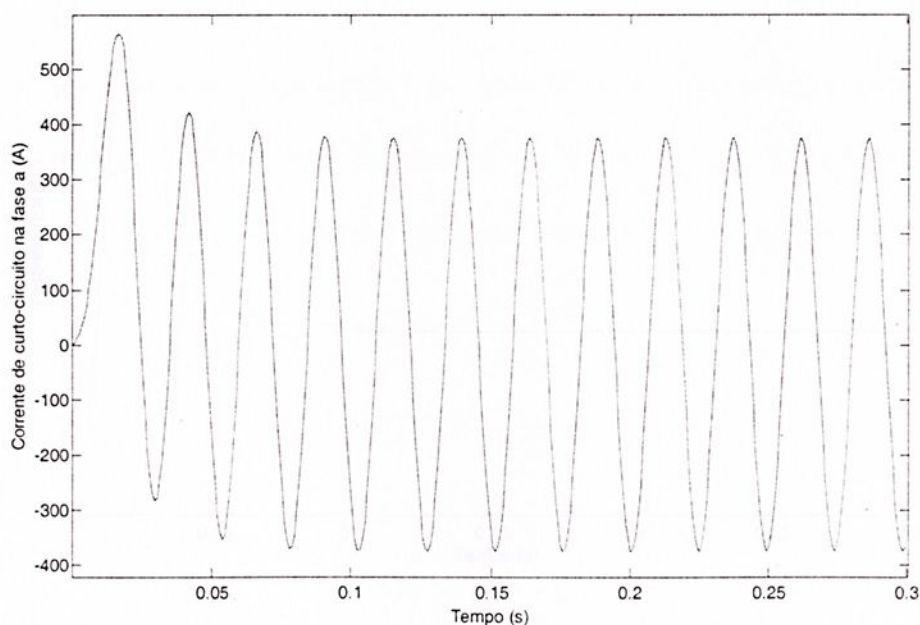


Figura 4.36 – Corrente de curto-circuito na fase a.

A corrente inicialmente se eleva a um valor de pico, representado pelo impulso de corrente de curto-circuito, o qual se reduz, primeiro acentuadamente, depois lentamente, até atingir o valor permanente da corrente de curto-circuito. Esse processo de amortecimento se desenvolve assimetricamente em relação ao eixo horizontal durante um curto intervalo de

tempo. As correntes de curto-circuito são conhecidas por correntes assimétricas e são compostas por uma componente contínua e uma componente alternada.

A Figura 4.37 ilustra a variação da potência real fornecida à carga durante o curto-circuito. Observa-se que no período transitório, o valor de pico inicial é elevadíssimo e ocorre para um  $t=0$ . Entretanto, o seu amortecimento é conseguido pela componente de corrente contínua, presente na corrente de curto-circuito, desaparecendo depois de alguns períodos.

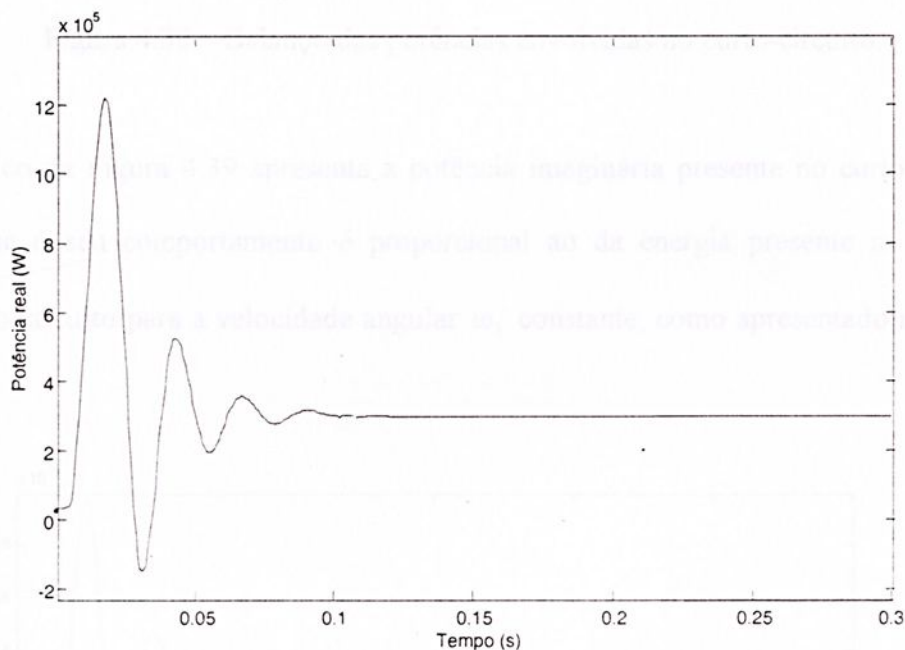


Figura 4.37 – Potência real de curto-circuito.

O gráfico da Figura 4.38 apresenta o balanço das potências envolvidas durante o curto-circuito.

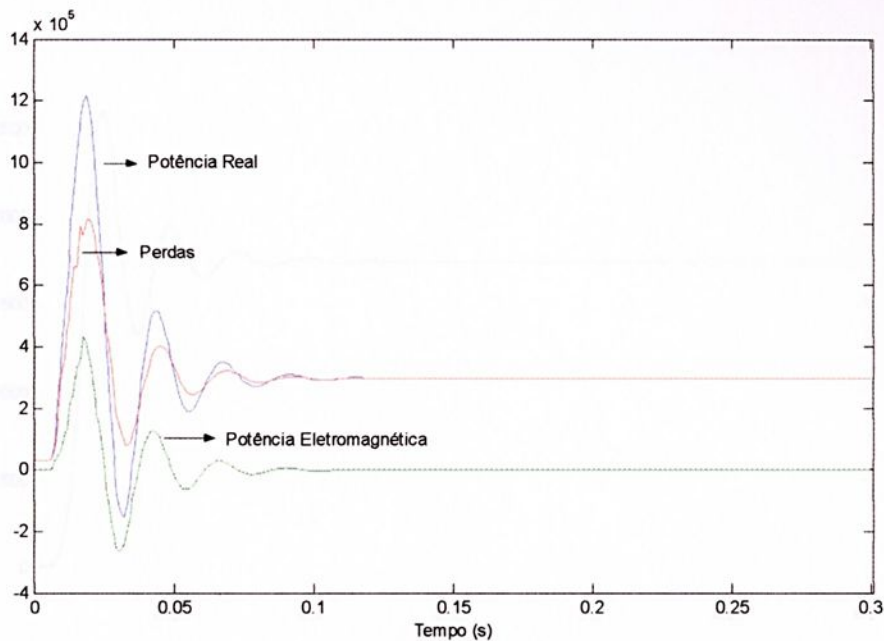


Figura 4.38 – Balanço das potências envolvidas no curto-circuito.

O gráfico da Figura 4.39 apresenta a potência imaginária presente no curto-circuito. Observa-se que o seu comportamento é proporcional ao da energia presente no sistema, durante o curto-circuito para a velocidade angular  $\omega_1$  constante, como apresentado na Figura 4.40.

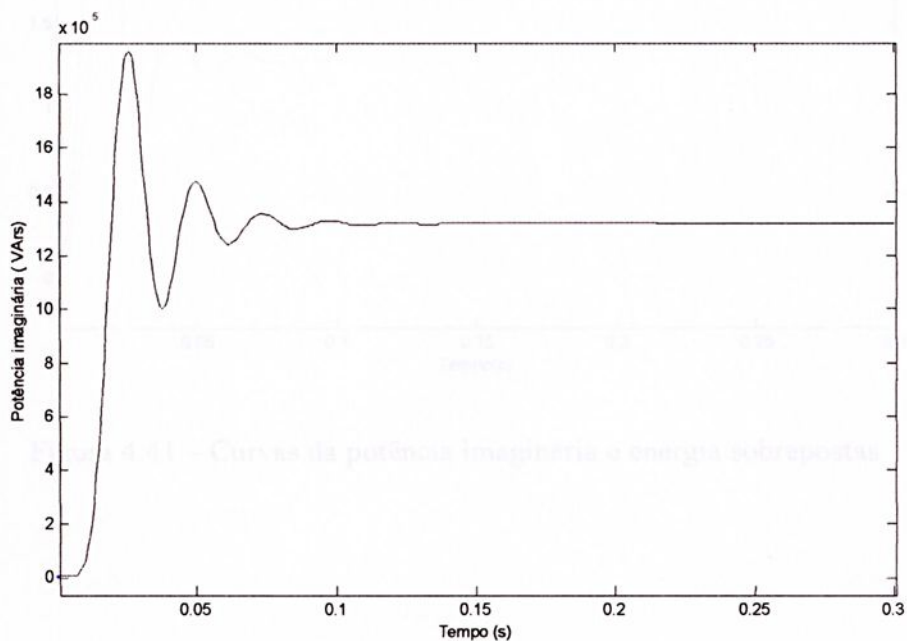


Figura 4.39 – Potência imaginária de curto-circuito.

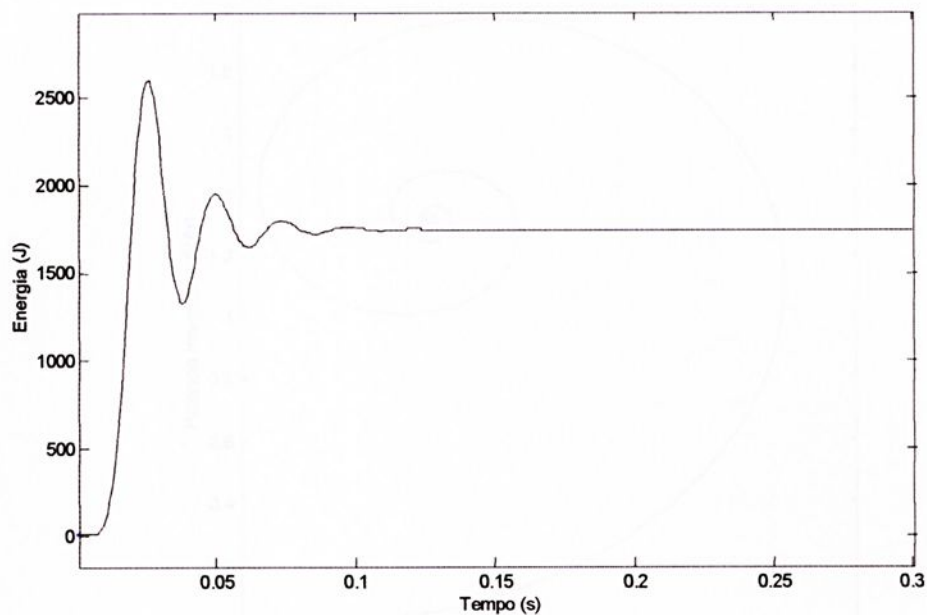


Figura 4.40 – Energia armazenada no curto-circuito.

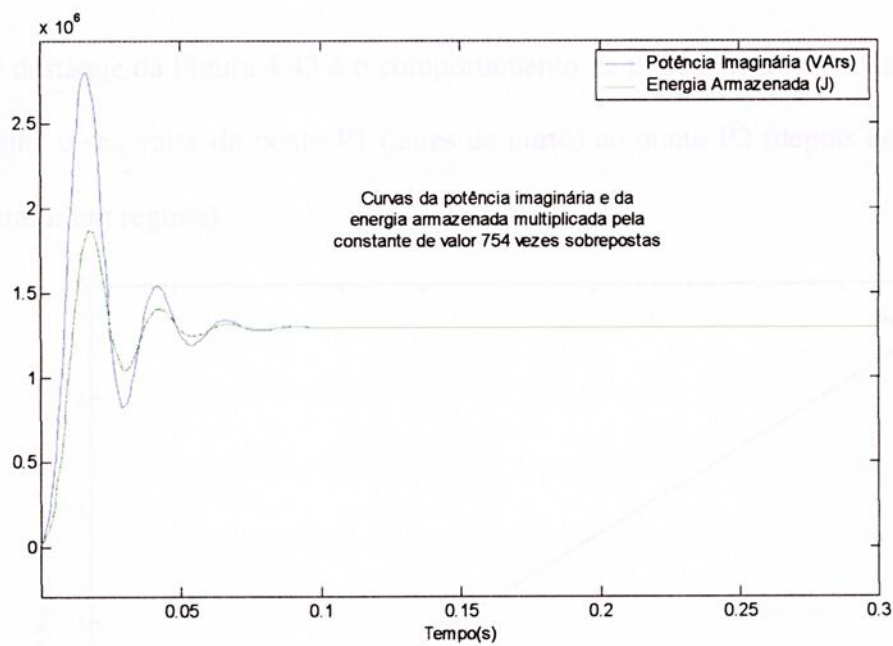


Figura 4.41 – Curvas da potência imaginária e energia sobrepostas.

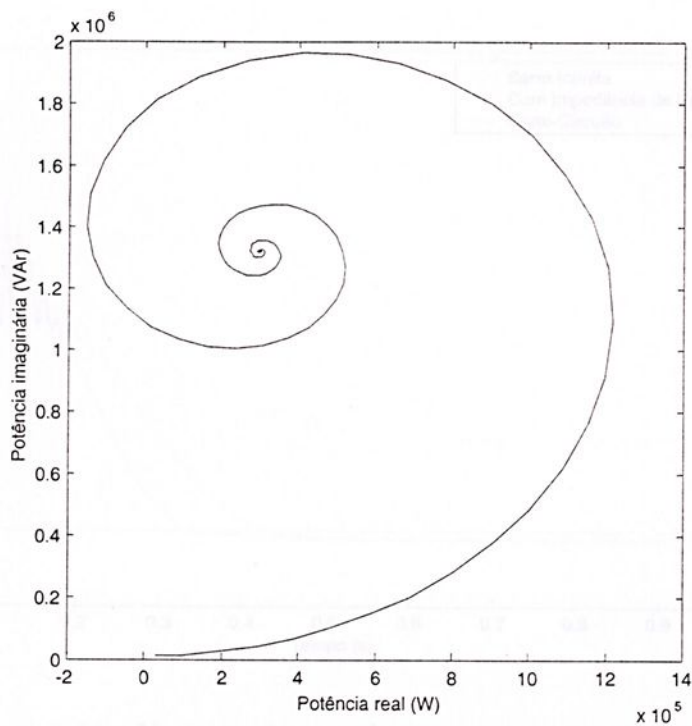


Figura 4.42 – Potência complexa instantânea de curto-circuito.

O destaque da Figura 4.43 é o comportamento da impedância instantânea, variando-se bruscamente o seu valor do ponto P1 (antes do curto) ao ponto P2 (depois do curto e após o sistema entrar em regime).

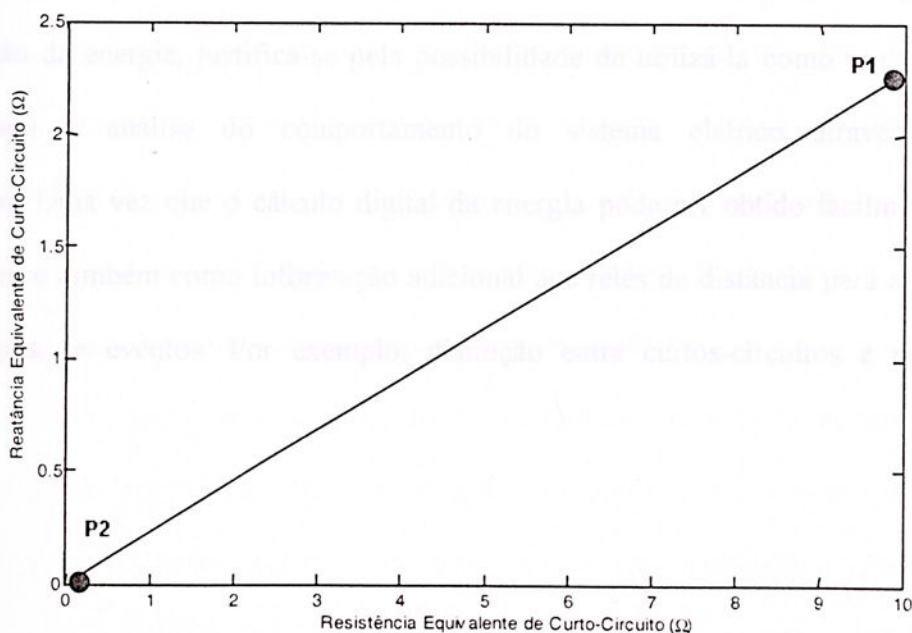


Figura 4.43 – Impedância instantânea de curto-circuito.

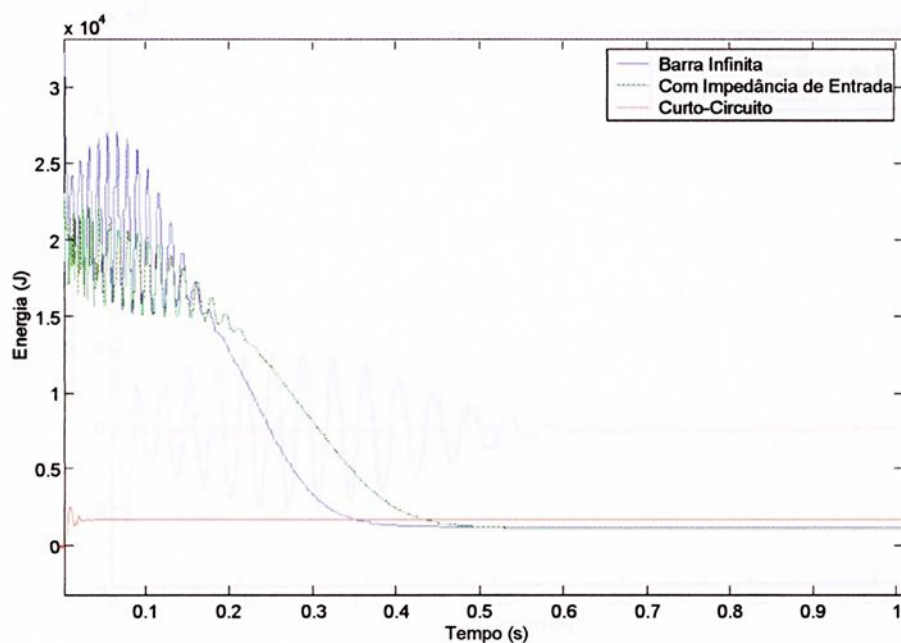


Figura 4.44 – Variação da energia nos três casos apresentados.

As curvas apresentadas na Figura 4.44, demonstram a variação da energia nos três casos. Nota-se a pequena quantidade de energia fornecida durante o curto-circuito comparada com as demais. As mesmas podem ser utilizadas para a separação da potência eletromagnética da potência ativa convertida em calor e/ou potência mecânica. Uma outra finalidade prática para a obtenção da energia, justifica-se pela possibilidade de utilizá-la como um parâmetro alternativo para a análise do comportamento do sistema elétrico através de seu monitoramento. Uma vez que o cálculo digital da energia pode ser obtido facilmente e em tempo real. Serve também como informação adicional aos relés de distância para a distinção dos vários tipos de eventos. Por exemplo: distinção entre curtos-circuitos e partida de motores.

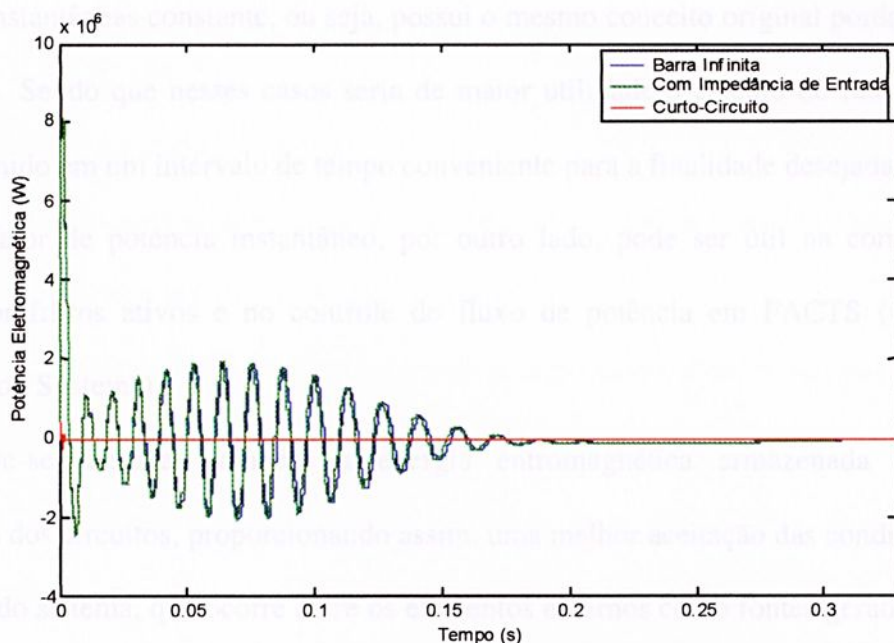


Figura 4.45 – Variação da potência eletromagnética nos três casos apresentados.

O gráfico da Figura 4.45, apresenta a potência eletromagnética fornecida aos campos magnéticos, calculada pela derivada da energia em relação ao tempo. Uma finalidade prática para a utilização desta grandeza é a possibilidade de ser controlada individualmente utilizando-se as técnicas de controle de compensação de Akagi [22].

Torna-se oportuno nesta etapa do trabalho observarmos algumas conclusões importantes entre os diversos comentários apresentados até o momento. A potência aparente encontrada na literatura é definida para circuitos em regime permanente senoidal como o produto do valor eficaz da tensão pelo valor eficaz da corrente. Para circuitos em regime permanente com formas de onda não senoidais, é definida da mesma forma, porém os valores eficazes são dados em termos de suas componentes harmônicas. A definição de potência aqui apresentada, sugerida por Milanez [23] é de aplicação genérica. Com essa definição de potência aparente instantânea, define-se o fator de potência instantâneo, podendo ser interpretado como um fator de utilização do sistema de distribuição, ou seja, a quantidade de potência real utilizada em relação a potência real que poderia ter sido utilizada, mantendo-se

as perdas instantâneas constante, ou seja, possui o mesmo conceito original porém estendida a transitórios. Sendo que nesses casos seria de maior utilidade o cálculo do fator de potência médio definido em um intervalo de tempo conveniente para a finalidade desejada.

O fator de potência instantâneo, por outro lado, pode ser útil na compensação de reativos por filtros ativos e no controle do fluxo de potência em FACTS ((Flexible AC Transmission Systems).

Deve-se destacar também a energia entromagnética armazenada nos campos magnéticos dos circuitos, proporcionando assim, uma melhor aceitação das condições de troca de energia do sistema, que ocorre entre os elementos externos como fontes geradoras ou entre os elementos armazenadores de energia que encontram-se presentes no sistema elétrico de potência.

A estimação dos parâmetros "on-line" destaca-se por constituir-se em uma nova análise possível, aplicável a circuitos elétricos trifásicos, podendo ser útil na proteção do sistema elétrico de potência e na substituição dos típicos ensaios em máquinas elétricas.

### 4.3 Obtenção do Diagrama de Círculo a Partir do Gráfico da Potência Complexa Instantânea

A partir do gráfico da Figura 4.16 da potência complexa instantânea podemos determinar o centro de uma circunferência, admitindo que parte da trajetória do gráfico seja um arco desta circunferência. Para isso, arbitrariamente escolhemos três pontos pertencentes ao arco desta circunferência e determinamos o centro através do encontro das bissetrizes definidas pelos pontos.

O círculo traçado deverá possuir o diâmetro  $\frac{V_{Th}}{X_{Th}}$ . Determina-se uma escala que permita que o círculo possa ser traçado.

O centro da circunferência e conseqüentemente o diâmetro da circunferência deverá estar localizado sobre o eixo da potência imaginária.

Portanto, o ponto para o motor operando a vazio ( $s=0$ ) é determinado na intersecção do eixo da potência imaginária com o eixo da circunferência.

Para determinarmos o ponto de operação para ( $s=1$ ) rotor bloqueado, basta determinarmos a corrente e o ângulo de operação utilizando a equação (2.4). Tomando como referência o eixo da tensão, traçamos um vetor do ponto determinado pelo ângulo até o arco da circunferência que corresponderá a corrente  $I_r'$ . O ponto de encontro entre o vetor corrente e o arco da circunferência corresponderá ao deslizamento  $s=1$ .

A reta correspondente ao deslizamento ( $s=\pm\infty$ ) é obtida, dividindo-se o segmento compreendido entre o ponto de operação do diagrama  $s=1$ , paralelo ao eixo real e que termina no eixo imaginário, proporcionalmente entre a resistência  $R_{Th}$  e a resistência  $R_r'$ .

Para determinarmos o deslizamento em um ponto do diagrama de círculo, podemos encontrar alguns inconvenientes, apresentando valores imprecisos. Para este problema utilizamos uma reta de deslizamento que consiste em traçar uma reta paralela ao eixo de deslizamento para ( $s=\pm\infty$ ). Esta reta é traçada a uma distância arbitrária, de tal forma que a reta para o deslizamento ( $s=1$ ) possa em algum ponto cortar a reta de deslizamento.

Finalmente, o gráfico com o diagrama de círculo é representado pela Figura 4.46, a seguir:

Figura 4.46 Diagrama de círculo a partir da potência complexa instantânea na barra infinita



O uso da teoria da potência complexa desenvolvida por Milanez [23] demonstrou-se bastante eficiente para o levantamento on-line do diagrama de círculo do motor de indução para análise de seu comportamento, além de constituir-se em uma nova análise possível para o levantamento de parâmetros. A utilização dos vetores espaciais instantâneos bem com a teoria da potência complexa instantânea tem expandido seus horizontes, e a aplicação desta para a obtenção do diagrama de círculo, constitui-se em uma ferramenta bastante atual, demonstrando desta forma que a teoria tem expandindo a sua aplicação na análise, controle e medição de potência e energia em sistemas elétricos de potência.

#### 4.4. Outro Método de Obtenção do Diagrama de Círculo de Correntes

O diagrama de círculo das correntes, possui um comportamento semelhante ao digrama de círculo obtido da potência complexa instantânea.

Para traçarmos o diagrama de círculo de correntes, devemos referir o vetor espacial instantâneo corrente  $\tilde{I}$ , inicialmente representado no plano complexo  $\alpha$ - $\beta$  fixo em relação ao estator, para um eixo de coordenadas arbitrário  $d$  e  $q$ , que gira à velocidade síncrona  $\omega_s$ , de tal forma que o vetor espacial instantâneo corrente seja determinado em função da frequência, como demonstrado a seguir.

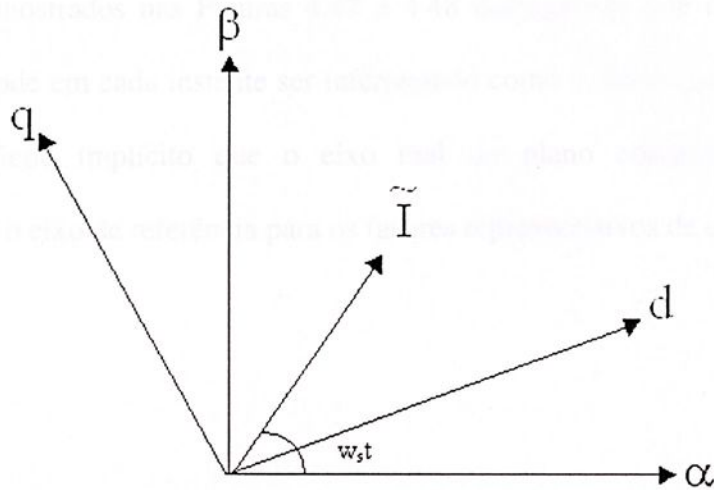


Figura 4.47 – Representação do vetor instantâneo corrente na mudança de coordenadas.

Da equação (3.2) temos que:

$$\tilde{I} = \dot{I} e^{j\omega_s t}$$

desenvolvendo a equação, para um novo referencial obtemos :

$$\tilde{I} e^{-j\omega_s t} = \dot{I} e^{j\omega_s t} e^{-j\omega_s t} = \dot{I} \quad (4.28)$$

$$(I_\alpha + jI_\beta) e^{-j\omega_s t} = (I_\alpha + jI_\beta) (\cos\omega_s t - j\text{sen}\omega_s t) \quad (4.29)$$

$$\tilde{I}_{dq} = (I_\alpha \cos\omega_s t + I_\beta \text{sen}\omega_s t) + j(I_\beta \cos\omega_s t - I_\alpha \text{sen}\omega_s t) \quad (4.30)$$

após realizarmos as devidas manipulações algébricas, as correntes real e imaginária são respectivamente dadas por:

$$\tilde{I}_{udq} = (I_\alpha \cos\omega_s t + I_\beta \text{sen}\omega_s t) \quad (4.31)$$

$$\tilde{I}_{\beta dq} = (I_\beta \cos\omega_s t - I_\alpha \text{sen}\omega_s t) \quad (4.32)$$

A partir das equações obtidas acima, traça-se o diagrama de círculo de correntes, representado pela Figura 4.48.

Os resultados mostrados nas Figuras 4.47 e 4.48 demonstram que o vetor espacial instantâneo corrente pode em cada instante ser interpretado como o fasor corrente da fase A. Observando-se que ficou implícito que o eixo real do plano complexo foi tomado coincidentemente com o eixo de referência para os fasores representativos de corrente.

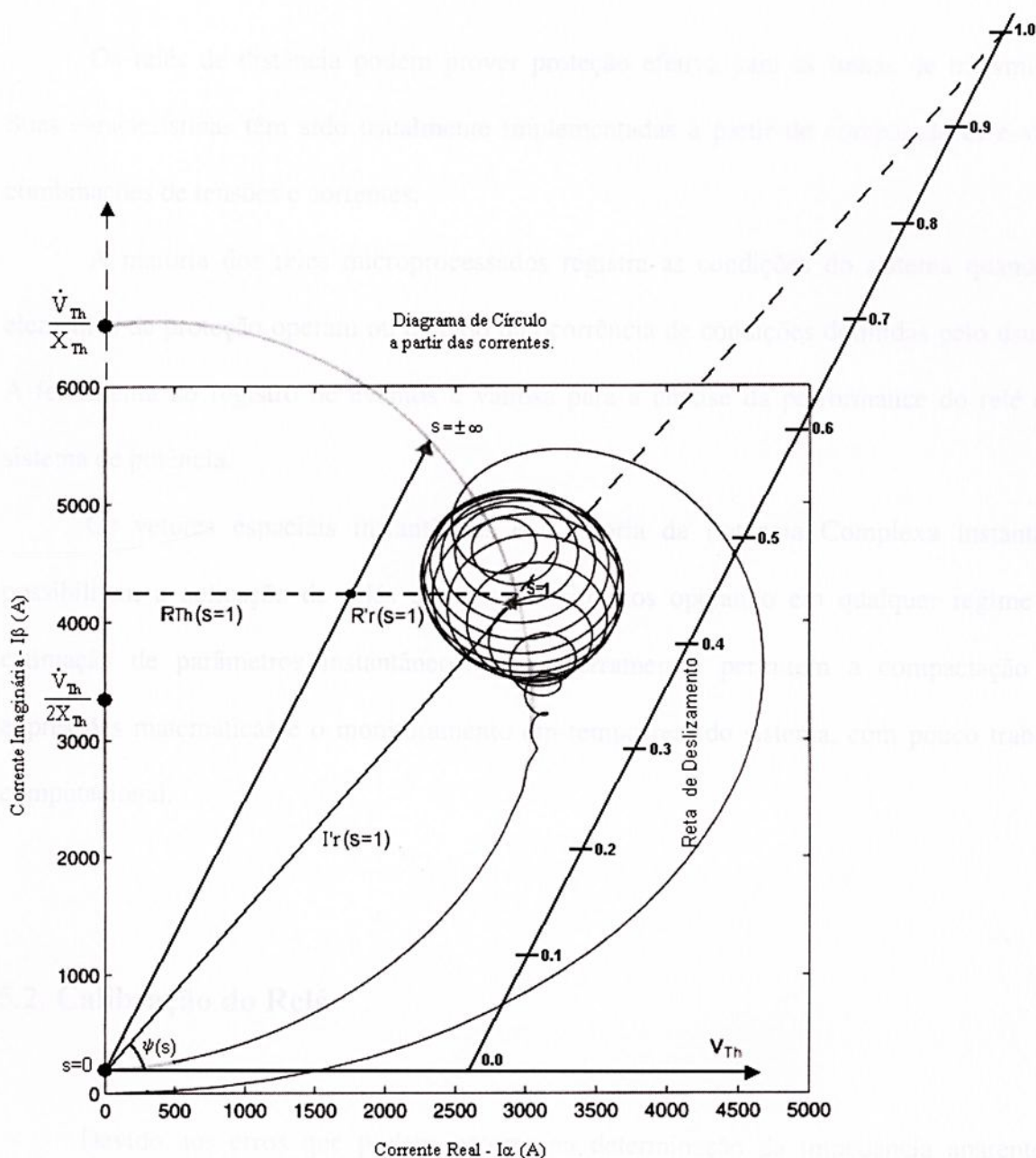


Figura 4.48 – Diagrama de círculo obtido a partir das correntes na barra infinita.

## 5. Concepção de Um Relé Digital

### 5.1. Introdução

Os relés de distância podem prover proteção efetiva para as linhas de transmissão. Suas características têm sido usualmente implementadas a partir de comparadores e várias combinações de tensões e correntes.

A maioria dos relés microprocessados registra as condições do sistema quando os elementos de proteção operam ou quando da ocorrência de condições definidas pelo usuário. A ferramenta do registro de eventos é valiosa para a análise da performance do relé e do sistema de potência.

Os vetores espaciais instantâneos e a Teoria da Potência Complexa Instantânea possibilitam a aplicação de relés digitais em circuitos operando em qualquer regime e a estimação de parâmetros instantâneos. Estas ferramentas permitem a compactação das expressões matemáticas e o monitoramento em tempo real do sistema, com pouco trabalho computacional.

### 5.2. Calibração do Relé

Devido aos erros que podem ocorrer na determinação da impedância aparente, a primeira zona de proteção é instantânea, ou seja não possui temporização intencional ( $t_1=0$ ), é tipicamente ajustada entre 85% a 90% do valor da impedância da linha protegida ( $Z_1$ ). As

demais zonas são temporizadas e são ajustadas conforme descrito a seguir, apresentada na Figura 5.1 [24].

A segunda zona ( $Z_2$ ) é ajustada normalmente entre 130% a 150% do valor da impedância da linha protegida. Seu objetivo principal é proteger de forma primária o trecho final da linha, além de fornecer proteção de retaguarda ao início das linhas que saem do barramento.

A terceira zona ( $Z_3$ ) é tipicamente ajustada em 100% do valor da impedância da linha protegida mais 130% a 150% da impedância da linha adjacente mais comprida que sai da barra oposta. Possui como objetivo fornecer proteção de retaguarda às primeiras e segundas zonas de proteção das linhas que saem do barramento adjacente, possuindo a temporização ajustada para tal.

A quarta zona é ajustada conforme as necessidades e a filosofia do sistema, podendo ser ajustada com elemento de partida do relé (característica de impedância).

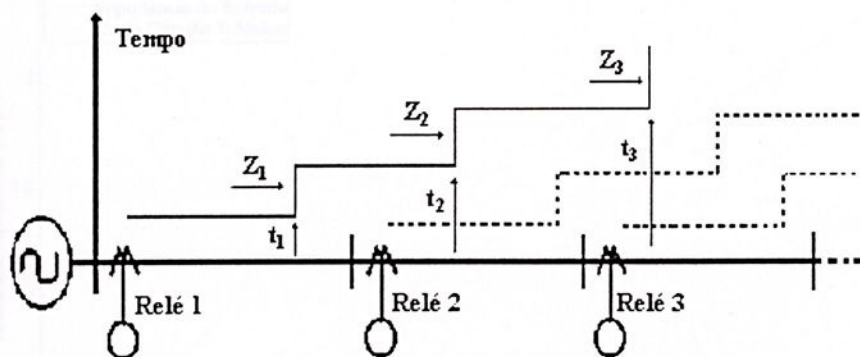


Figura 5.1 – Temporização das zonas de proteção.

Quando uma falha ocorre próxima a um dos terminais de uma linha de transmissão, o relé deste terminal comandará um disparo instantâneo de seus disjuntores, enquanto que a proteção do terminal oposto medirá a falha fora da primeira zona, operando portanto com um retardo de tempo. Esta condição não é ideal, pois o desejável é que o disparo ocorra de forma

simultânea e com alta velocidade em todos os terminais da linha para curtos-circuitos internos.

A proteção de linhas de transmissão com a utilização do fio piloto é a responsável por esta simultaneidade de disparo dos disjuntores. A proteção entre os extremos da linha com fio piloto, utiliza um canal de comunicação, fazendo com que os terminais possam trocar informações entre si [24].

### 5.3. Exemplo de Aplicação

O gráfico da Figura 5.2 apresenta a comparação entre as três impedâncias instantâneas calculadas para os três casos anteriormente apresentados.

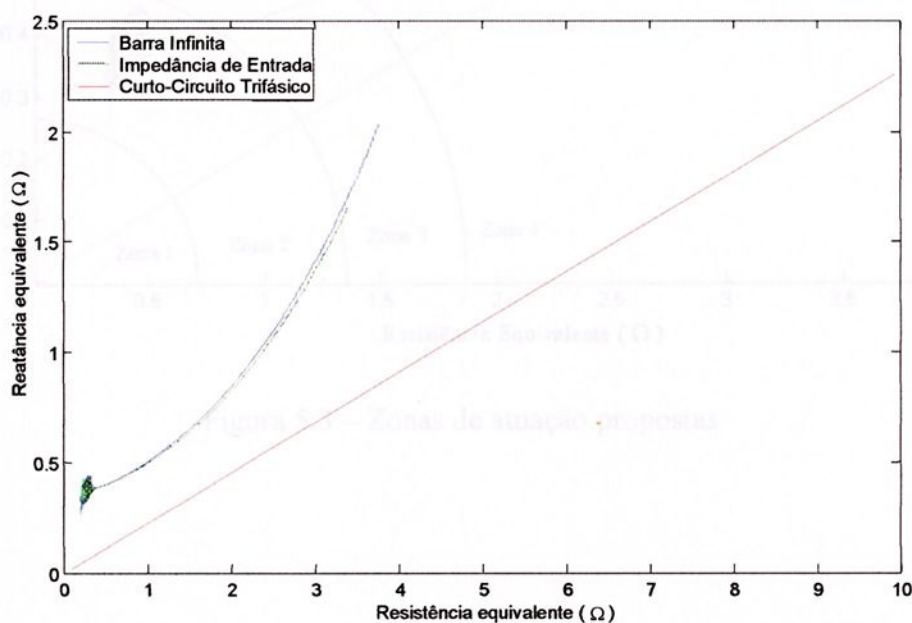


Figura 5.2 – Comparação entre as impedâncias instantâneas.

Geralmente os relés atuam sempre que a impedância localiza-se dentro de uma figura geométrica pré determinada. Neste caso adotamos a circunferência como referência e atribuímos diferentes valores de calibração para as diferentes zonas de atuação.

Devemos ressaltar que a partida de um motor de indução e a ocorrência de curto-circuito apresentam problemas de operação por dificuldades de distinguir diferenças entre oscilações de partida do motor e curtos-circuitos trifásicos em linhas de transmissão como já mencionados anteriormente.

A seguir, o gráfico da Figura 5.3 ilustra melhor esta proposta.

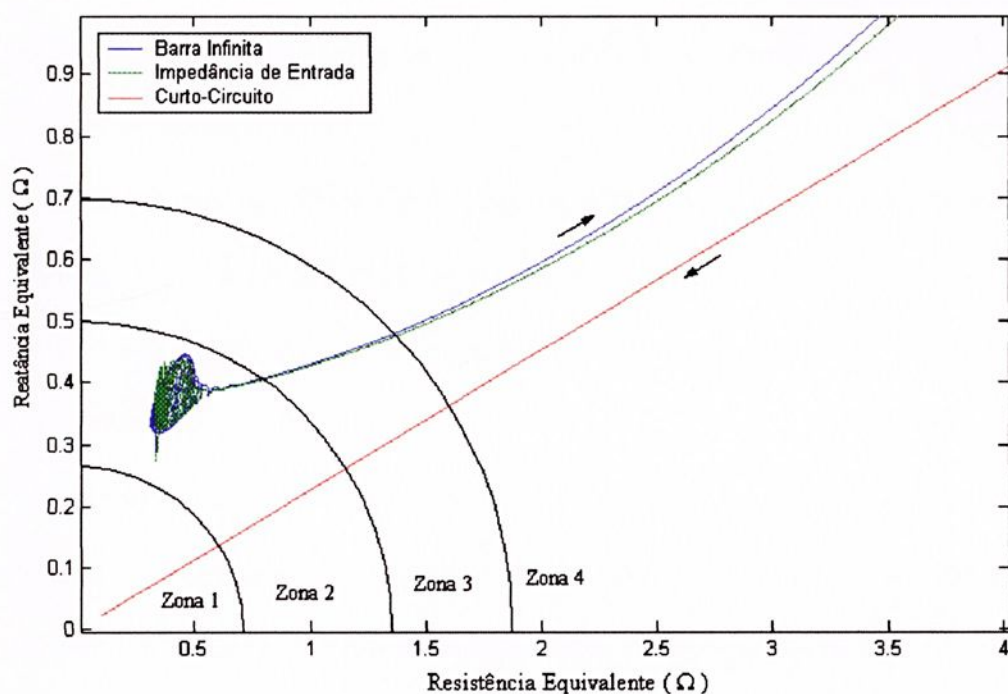


Figura 5.3 – Zonas de atuação propostas.

O relé consegue distinguir entre uma condição de falta no sistema e uma condição de partida de motor de indução. No caso de uma falta, a trajetória da impedância vista pelo relé se move para o interior da zona ajustada quase que instantaneamente, enquanto que na partida

de um motor de indução, a impedância se move mais vagarosamente, além de se projetar para fora da zona de proteção ajustada. Como informação adicional ao relé pode-se usar a comparação entre as curvas de variação da energia magnética armazenada.

6.1 O exemplo aqui proposto ilustrou a aplicação sugerida, mostrando que os vetores espaciais instantâneos e a Teoria da Potência Complexa Instantânea, podem ser utilizadas efetivamente na proteção de distância.

Entre os objetivos alcançados destaca-se a ampliação da aplicação da teoria proposta por Milanoz, utilizando a definição de vetores espaciais instantâneos e a Teoria da Potência Complexa Instantânea, visando-se a aplicabilidade dos mesmos de forma genérica em sistemas trifásicos.

Demonstrou-se ainda que os vetores espaciais instantâneos possibilitam uma compactação de expressões das variáveis elétricas e uma significativa representação gráfica para a interpretação de fenômenos eletromagnéticos e eletrodinâmicos.

Os resultados apresentados mostram que os vetores espaciais instantâneos durante os períodos transitórios eletromagnéticos comportam-se como vetores girantes semelhantes aos quais representam grandezas elétricas em regime permanente senoidal. Uma vez conhecida esta propriedade, cada ponto das curvas de impedância por potência total instantânea pode ser obtido de maneira direta através da análise do sistema operando em regime permanente senoidal nas condições correspondentes de tensão e carga. O emprego do modelo de impedância por potência total instantânea em um circuito equivalente em

## 6. Conclusões

---

### 6.1. Conclusões

Neste trabalho apresentaram-se os estudos envolvendo a teoria da Potência Complexa Instantânea aplicada à análise de transitórios eletromagnéticos e eletromecânicos durante a partida de um motor de indução e um curto-circuito trifásico em uma linha de distribuição de curta distância. Foram elaborados modelos para simulação digital, através do software “Matlab/Simulink®”, utilizando-se as equações matemáticas que descrevem o comportamento destes sistemas.

Entre os objetivos alcançados destaca-se a ampliação da aplicação da teoria proposta por Milanez, utilizando a definição de vetores espaciais instantâneos e a Teoria da Potência Complexa Instantânea, visando-se a aplicabilidade dos mesmos de forma genérica aos sistemas trifásicos.

Demonstrou-se ainda que os vetores espaciais instantâneos possibilitam uma compactação de expressões das variáveis elétricas e uma significativa representação gráfica para a interpretação de fenômenos eletromagnéticos e eletromecânicos.

Os resultados apresentados mostram que os vetores espaciais instantâneos durante os períodos transitórios eletromecânicos comportam-se como vetores girantes convencionais, os quais representam grandezas elétricas em regime permanente senoidal. Uma vez constatada esta propriedade, cada ponto das curvas de impedância ou potência instantâneas alternativamente pode ser obtido da análise fasorial supondo-se o sistema operando em regime permanente senoidal nas condições correspondentes de tensão e carga. O circuito do modelo dinâmico da máquina pode, portanto, ser substituído pelo seu circuito equivalente em

regime permanente senoidal durante o período do transitório eletromecânico. Neste período a velocidade angular do vetor espacial instantâneo corrente é constante embora a amplitude deste vetor varie pronunciadamente. Desta forma, conclui-se que a velocidade angular é o fator determinante na escolha entre o modelo dinâmico ou em regime permanente senoidal da máquina, para a sua análise.

Nos diagramas de vetores espaciais instantâneos de tensão e corrente, tomando-se, portanto, um sistema de coordenadas que gire no sentido anti-horário com velocidade angular constante, estes vetores podem ser considerados fasores e aplicam-se a eles as operações algébricas. Podendo-se definir a impedância instantânea pela relação dos vetores espaciais instantâneos tensão e corrente e a potência complexa instantânea vem a ser a potência complexa convencional.

Neste trabalho fica bem evidenciado o conceito apresentado por Milanez de que vetores espaciais instantâneos são uma generalização dos fasores convencionais em circuitos trifásicos.

Destaca-se a análise do diagrama de círculo, pelos novos conceitos de potência elétrica, utilizando-se os recursos dos vetores espaciais instantâneos. O levantamento do diagrama de círculo da máquina e da linha de transmissão, apresentou-se como uma nova proposta para a realização de ensaios, fazendo-se a estimação em tempo real de parâmetros elétricos que envolvem o sistema. No caso do motor de indução, esta proposta pode substituir os típicos ensaios à vazio e em curto-circuito, tradicionalmente utilizados.

Espera-se também que os resultados possam consolidar a Teoria da Potência Complexa Instantânea e que contribuam para um melhor aproveitamento dos diagramas de círculo como ferramenta de ensaios e obtenção de parâmetros on-line para o estudo dos fenômenos transitórios.

7. R. A determinação da energia magnética instantânea armazenada no campo magnético pode ser útil no estudo de estabilidade e transitórios eletromagnéticos. Além de constituir-se em uma nova análise possível, aplicável a circuitos elétricos trifásicos, poderá contribuir para determinação de parâmetros de cargas lineares e não-lineares. Aqui ela foi utilizada como um método alternativo para a obtenção da impedância equivalente instantânea da máquina.

Esta nova conceituação de impedância instantânea pode ser aplicada à determinação de parâmetros, artifício útil em relés de distância digitais e em sistemas de controle como o de máquinas elétricas de corrente alternada.

O relé de distância digital, utiliza-se de um algoritmo para o cálculo da impedância aparente vista pelo relé no caso de uma falta. Portanto, a estimação de parâmetros em tempo real, utilizando-se a teoria da potência complexa instantânea, apresenta-se como uma metodologia alternativa, aplicável aos sistemas elétricos de proteção.

Desta forma, acredita-se que todos os objetivos propostos foram alcançados de maneira satisfatória, contribuindo para a análise do funcionamento de máquinas elétricas de indução e curtos-circuitos trifásicos em linhas de transmissão, com considerações importantes para o estudo de proteção e monitoração de sistemas elétricos, qualidade de energia e particularmente no levantamento "on-line" de parâmetros elétricos.

## 6.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

- 1) Aplicar a teoria ao estudo de magnetização de transformadores.
- 2) Analisar o espectro de harmônicas das variações da amplitude da corrente, tensão e da potência real.
- 3) Análise do valor médio da potência imaginária como uma grandeza útil para a determinação de capacitores para a compensação de reativos.

## 7. Referências Bibliográficas

---

- [01] KOSTENKO, M.; PIOTROVSKI, L. Máquinas Elétricas: Máquinas Elétricas de Corrente Alternada. Porto: Lopes da Silva, 1979. Vol. 2, 75-90p. Original Russo.
- [02] ALLER, J. M. Conversión de Energia Eléctrica. Venezuela: Universidad Simón Bolívar, 1997. 199-216p.
- [03] STEVENSON, W.D. Elementos de Análise de Sistemas de Potência. Trad. COTRIM, A. A. M. B. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978. 347p. Original Norte Americano.
- [04] KINDERMANN, G. Curto Circuito. Porto Alegre: DC Luzzatto, 1992. 1ªedição. 214p.
- [05] MANTOVANI, J. R. S; PEREIRA, R. A. F.; ROMERO, R. A. Cálculo de Fluxo de Carga e Curto Circuito em Redes de Distribuição de Energia Elétrica. Departamento de Engenharia Elétrica – FEIS/UNESP, 2001. 20-47p.
- [06] ROEPER, R. Correntes de Curto-Circuito em Redes Trifásicas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda - Siemens S.A., 1979. 97p.
- [07] CAMINHA, A.C. Introdução à Proteção dos Sistemas Elétricos. São Paulo: E. Blucher, 1977. 211p.
- [08] PHADKE, A. G.; THORP, J. S. Computer Relaying for Power Systems. New York: Research Studies Press, 1988. 289p.
- [09] COURY, D. V. Introdução aos Sistemas Elétricos de Potência. São Carlos, SP. USP, Departamento de Engenharia Elétrica, 1999. 48p.



- [10] IVANOV-SMOLENSKI, A.V. Máquinas Eléctricas: Máquinas de Corrente Alternada. Trad. RODRIGUEZ, L. Moscou: Mir Publishers, 1984. Vol. 1, 385p. Original Russo.
- [11] IVANOV-SMOLENSKI, A.V. Máquinas Eléctricas: Máquinas de Corrente Alternada. Trad. RODRIGUEZ, L. Moscou: Mir Publishers, 1984. Vol. 2, 402p. Original Russo.
- [12] IVANOV-SMOLENSKI, A.V. Máquinas Eléctricas: Máquinas de Corrente Alternada. Trad. RODRIGUEZ, L. Moscou: Mir Publishers, 1984. Vol. 3, 440p. Original Russo.
- [13] GUIMARÃES, R. O. Aplicação dos Conceitos de Potência Complexa Instantânea à Análise de Transitórios Eletromagnéticos em Motores de Indução. Dissertação (Mestrado), FEIS/UNESP. Ilha Solteira, 1998. 119p.
- [14] MILANEZ, D. L. A Potência Complexa Instantânea Aplicada às Máquinas Elétricas Trifásicas. Tese (doutorado em engenharia elétrica), Unicamp. Campinas, 1993. 102p.
- [15] MILANEZ, D. L.; MISKULIN, M. S. The Instantaneous Complex Power Applied to Three-Phase Machines. 28 IAS (IEEE) Annual Meeting – October 3-8, 1993, Toronto, Canada, Annals.
- [16] MILANEZ, D. L.; EMANUEL, A. E. The Instantaneous – Space – Phasor a Powerful Diagnosis Tool. IEEE Transactions On Instrumentation And Measurement, Vol. 52, No. 1, February 2003, 143-148p.
- [17] MILANEZ, D. L. New Concepts of the Power Received by Ideal Energy Storage Elements: The Instantaneous Complex Power Approach. International Symposium On Circuits And Systems, Ames – USA, 1996. Anais. IEEE. Ames – USA, 1996.
- [18] MILANEZ, D. L. Desenvolvimento da Teoria da Potência Complexa Instantânea Como Uma Contribuição a Uma Teoria Sobre os Fenômenos da Potência Elétrica. Livre Docência, FEIS/UNESP, 2000. 54p.

- [19] MILANEZ, D.L. A Potência Complexa Instantânea: Análise de Transitórios em Circuitos Trifásicos Simétricos e Equilibrados com Carga Indutiva. Congresso Y Exposicion de Energia Eléctrica, 9. Buenos Aires – Argentina, 1996, CEDE'96, setembro, 1996.
- [20] MILANEZ, D.L. Power Analysis Applying The Instantaneous Complex Power Analytical Expressions on A RL Symmetrical Three-Phase System. In 40<sup>th</sup> Midwest Symposium on Circuits and Systems, IEEE, Sacramento, CA, USA, August 1997.
- [21] MILANEZ, D.L. A New Method for Power System Quality Analysis Based on the Instantaneous Complex Power Theory. In: II Seminário Brasileiro sobre Qualidade de Energia Elétrica – SBQEE'97, São Lourenço, MG, Brasil, Novembro 1997.
- [22] AKAGI, H.; KANAZAWA, Y.; NABAE, A. Instantaneous Reactive Power Compensator – Comprising Switching Devices Without Energy Storage components. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-20, nº3, May/June, 1984. 625-630p.
- [23] MILANEZ, D.L.; ESTEVAM, G.P. Análise de um Retificador Trifásico de Onda Completa a Tiristor Aplicando a Teoria da Potência Complexa Instantânea. III Congresso Latino Americano de Distribuição de Energia Elétrica – III CONLADIS, São Paulo – S.P., Brasil, Setembro, 1998.
- [24] MOTA JÚNIOR, J. B.; SILVA, R. J. G. C. Utilização das Proteções de Distância como Proteção Sistemica. In: XVI SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica. Campinas, Out. 21 a 26, 2001.

## APÊNDICE – A

### Cálculo da Impedância Instantânea em Regime Permanente Senoidal

Seja o circuito equivalente da Figura A1:

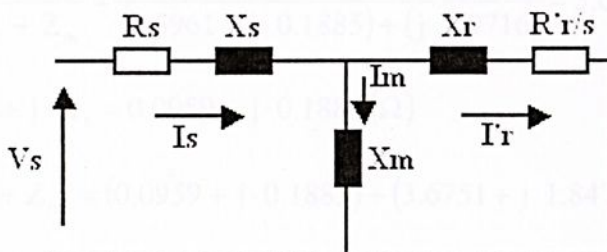


Figura A1 – Circuito equivalente do motor de indução.

As equações correspondentes são :

$$Z_r = \frac{R_r}{s} + j \cdot X_r \quad (A1)$$

$$Z_m = j \cdot X_m \quad (A2)$$

$$Z_s = R_s + j \cdot X_s \quad (A3)$$

Fazendo o paralelo entre  $Z_r$  e  $Z_m$  temos :

$$Z_{rm} = \frac{Z_r \cdot Z_m}{Z_r + Z_m} \quad (A4)$$

que em série com  $Z_s$  resulta, na impedância equivalente total  $Z_e$ .

$$Z_e = Z_s + Z_{rm} \quad (A5)$$

Arbitrariamente foram escolhidos três valores de escorregamento  $s$  e calculados os valores da impedância equivalente vista dos terminais do estator em regime permanente senoidal, pela equação (A5).

para  $s=0.029$  temos :

$$Z_r = \frac{R_r'}{s} + j \cdot X_r = \frac{0.1339}{0.029} + j \cdot 0.1885 = 4.5961 + j \cdot 0.1885 (\Omega)$$

$$Z_m = j \cdot X_m = j \cdot 9.9716 (\Omega)$$

$$Z_{rm} = \frac{Z_r \cdot Z_m}{Z_r + Z_m} = \frac{(4.5961 + j \cdot 0.1885) \cdot (j \cdot 9.9716)}{(4.5961 + j \cdot 0.1885) + (j \cdot 9.9716)} = 3.6751 + j \cdot 1.8475 (\Omega)$$

$$Z_s = R_s + j \cdot X_s = 0.0959 + j \cdot 0.1885 (\Omega)$$

$$Z_e = Z_s + Z_{rm} = (0.0959 + j \cdot 0.1885) + (3.6751 + j \cdot 1.8475) = 3.77 + 2.03 (\Omega)$$

para  $s=0.2$  temos :

$$Z_r = \frac{R_r'}{s} + j \cdot X_r = \frac{0.1339}{0.2} + j \cdot 0.1885 = 0.6695 + j \cdot 0.1885 (\Omega)$$

$$Z_m = j \cdot X_m = j \cdot 9.9716 (\Omega)$$

$$Z_{rm} = \frac{Z_r \cdot Z_m}{Z_r + Z_m} = \frac{(0.6695 + j \cdot 0.1885) \cdot (j \cdot 9.9716)}{(0.6695 + j \cdot 0.1885) + (j \cdot 9.9716)} = 0.6421 + j \cdot 0.2273 (\Omega)$$

$$Z_s = R_s + j \cdot X_s = 0.0959 + j \cdot 0.1885 (\Omega)$$

$$Z_e = Z_s + Z_{rm} = (0.0959 + j \cdot 0.1885) + (0.6421 + j \cdot 0.2273) = 0.738 + 0.415 (\Omega)$$

para  $s=0.7$  temos :

$$Z_r = \frac{R_r'}{s} + j \cdot X_r = \frac{0.1339}{0.7} + j \cdot 0.1885 = 0.1912 + j \cdot 0.1885 (\Omega)$$

$$Z_m = j \cdot X_m = j \cdot 9.9716 (\Omega)$$

$$Z_{rm} = \frac{Z_r \cdot Z_m}{Z_r + Z_m} = \frac{(0.1912 + j \cdot 0.1885) \cdot (j \cdot 9.9716)}{(0.1912 + j \cdot 0.1885) + (j \cdot 9.9716)} = 0.1841 + j \cdot 0.1884 (\Omega)$$

$$Z_s = R_s + j \cdot X_s = 0.0959 + j \cdot 0.1885 (\Omega)$$

$$Z_e = Z_s + Z_{rm} = (0.0959 + j \cdot 0.1885) + (0.1841 + j \cdot 0.1884) = 0.280 + 0.376 (\Omega)$$

Os valores obtidos, demonstram que a impedância instantânea pode ser obtida através do circuito equivalente supondo-se que o sistema está em regime permanente senoidal em cada instante de sua trajetória ou pelos métodos utilizados neste trabalho. Os valores calculados estão plotados nas figuras A2 e A3.

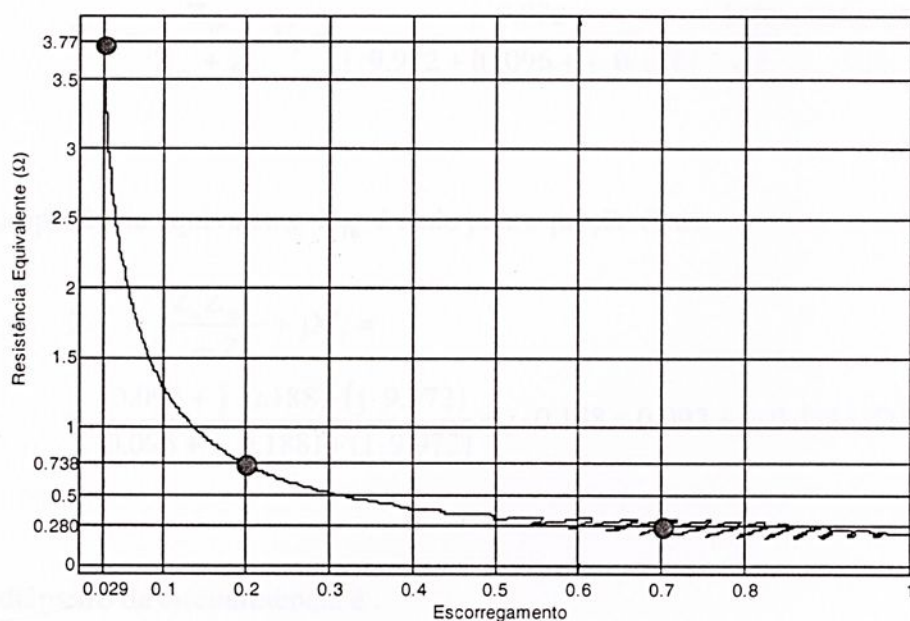


Figura A2 – Resistência equivalente em função do escorregamento.

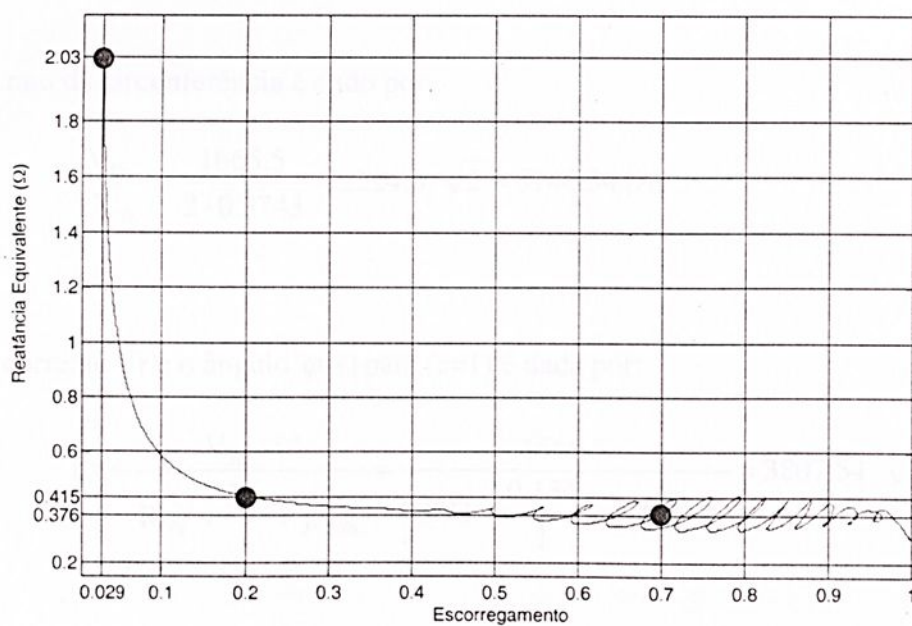


Figura A3 – Reatância equivalente em função do escorregamento.

## APÊNDICE – B

### Determinação dos Parâmetros do Diagrama de Círculo do Motor de Indução.

A tensão de Thevenin é dada por:

$$V_{Th} = \frac{Z_m}{Z_m + Z_s} V_s = \frac{j \cdot 9.972}{j \cdot 9.972 + (0.096 + j \cdot 0.188)} \cdot \frac{2400}{\sqrt{2}} = \frac{2355.37}{\sqrt{2}} \text{ (V)}$$

A impedância equivalente  $Z_{Th}$  é dado pela equação (2.2):

$$\begin{aligned} Z_{Th} &= \frac{Z_s Z_m}{Z_s + Z_m} + jX'_r = \\ &= \frac{(0.096 + j \cdot 0.188) \cdot (j \cdot 9.972)}{(0.096 + j \cdot 0.188) + (j \cdot 9.972)} + j \cdot 0.188 = 0.092 + j \cdot 0.3743 \text{ } (\Omega) \end{aligned}$$

O diâmetro da circunferência é :

$$\frac{V_{Th}}{X_{Th}} = \frac{1665.5}{0.3743} = 4.449.65 \cdot \sqrt{2} = 6292.74 \text{ (A)}$$

O raio da circunferência é dado por:

$$\frac{V_{Th}}{2X_{Th}} = \frac{1665.5}{2 \cdot 0.3743} = 2224.8 \cdot \sqrt{2} = 3146.34 \text{ (A)}$$

A corrente  $I'_r$  e o ângulo  $\varphi(s)$  para  $(s=1)$  é dada por:

$$I'_r = \frac{V_{Th} \angle 0^\circ}{R_{Th} + \frac{R_r}{s} + jX_{Th}} = \frac{1665.5}{0.092 + \frac{0.134}{1} + j \cdot 0.3743} = 3807.54 \cdot \sqrt{2} = 5384.68 \angle 59^\circ \text{ (A)}$$

Estes dados foram obtidos através do diagrama de círculo da Figura 4.41.

Portanto o circuito equivalente obtido através do diagrama de círculo do motor de indução pode ser representado pela Figura 4.42.

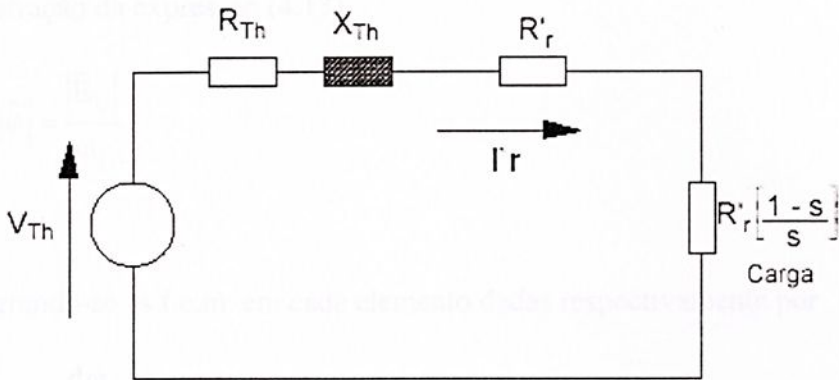


Figura B1 – Circuito equivalente obtido do diagrama de círculo.

A tabela B1 apresenta valores obtidos teoricamente e graficamente de forma comparativa podendo observa-se a eficiência do método adotado. Deve-se ressaltar que os valores obtidos graficamente apresentam uma pequena margem de erro, devido á conversão de escalas em cm (unidade medida) para corrente (ampères).

Parâmetros	Teoricamente	Graficamente
Raio da Circunferência (A)	3146.34	3190.47
Diâmetro da Circunferência (A)	6292.68	6380.94
$I_r$ para $(s=1)$ (A)	$5384.68 \angle 59.0^\circ$	$5380.94 \angle 59.0^\circ$
$R'_r$ ( $\Omega$ )	0.134	0.130
$X_{Th}$ ( $\Omega$ )	0.3743	0.3770
$R_{Th} + R'_r$ ( $\Omega$ )	0.226	0.220

Tabela B1 – Tabela comparativa dos parâmetros gráficos e teóricos.

## ANEXO – A

Demonstração da expressão (4.13)

$$|\tilde{\phi}| = \frac{|\tilde{E}_Q|}{\omega_1} \quad (\text{AN-1})$$

Considerando-se as f.e.m. em cada elemento dadas respectivamente por

$$e_a = \frac{d\varphi_a}{dt} \quad (\text{AN-2})$$

$$e_b = \frac{d\varphi_b}{dt} \quad (\text{AN-3})$$

$$e_c = \frac{d\varphi_c}{dt} \quad (\text{AN-4})$$

multiplica-se cada equação respectivamente por  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{2}{3}a$  e  $\frac{2}{3}a^2$  para obter-se:

$$\frac{2}{3}e_a = \frac{2}{3} \frac{d\varphi_a}{dt} \quad (\text{AN-5})$$

$$\frac{2}{3}ae_b = \frac{2}{3}a \frac{d\varphi_b}{dt} \quad (\text{AN-6})$$

$$\frac{2}{3}a^2e_c = \frac{2}{3}a^2 \frac{d\varphi_c}{dt} \quad (\text{AN-7})$$

Somando-as membro a membro obtém-se a equação vetorial para f.e.m.:

$$\tilde{E} = \frac{d\tilde{\phi}}{dt} \quad (\text{AN-8})$$

onde  $\tilde{\phi}$  pode ser representado na forma polar:

$$\tilde{\phi} = |\tilde{\phi}| e^{j\phi_0} \quad (\text{AN-9})$$

e sua derivada:

$$\frac{d\tilde{\phi}}{dt} = \frac{d|\tilde{\phi}|}{dt} e^{j\phi_0} + j \frac{d\phi_0}{dt} \tilde{\phi} \quad (\text{AN-10})$$

A derivada do ângulo de  $\tilde{\phi}$  em relação ao tempo é a sua velocidade angular, designada por  $\omega_o$ :

$$\omega_o = \frac{d\phi_0}{dt} \quad (\text{AN-11})$$

A f.e.m tem duas componentes:

A componente ativa, na direção do fluxo:

$$\tilde{E}_p = \frac{d|\tilde{\phi}|}{dt} e^{j\phi_0} \quad (\text{AN-12})$$

Esta componente relaciona-se com a taxa de armazenamento de energia no campo magnético.

E a componente reativa em quadratura com o fluxo:

$$\tilde{E}_Q = j\omega_o \tilde{\phi} \quad (\text{AN-13})$$

que relaciona-se com a potência imaginária.

Portanto, desta última expressão tem-se:

$$\tilde{\phi} = \frac{\tilde{E}_Q}{j\omega_\phi} \quad (\text{AN-14})$$

e

$$|\tilde{\phi}| = \frac{|\tilde{E}_Q|}{\omega_\phi} \quad (\text{AN-15})$$

Como  $\tilde{\phi}$  e  $\tilde{I}$  tem a mesma direção, suas velocidades angulares são iguais; portanto:

$$|\tilde{\phi}| = \frac{|\tilde{E}_Q|}{\omega_1} \quad (\text{AN-1})$$

cqd.



unesp 

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
Câmpus de Ilha Solteira  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Av. Brasil Centro, 56  
15385-000 Ilha Solteira - SP  
[www.dee.feis.unesp.br](http://www.dee.feis.unesp.br)

