

UNESP
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

Guaratinguetá
1994



**UMA NOVA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO
DA EFICIÊNCIA DE AMORTECEDORES DE
VIBRAÇÕES MECÂNICAS DE LINHA
DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA
EXCITADAS PELO VENTO**

Dr. Nazem Nascimento



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CÂMPUS DE GUARATINGUETÁ - FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA

UMA NOVA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO
DA EFICIÊNCIA DE AMORTECEDORES DE
VIBRAÇÕES MECÂNICAS DE LINHA
DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA
EXCITADAS PELO VENTO

Dr. NAZEM NASCIMENTO

Tese apresentada à Universidade Estadual Paulista, Câmpus de Guaratinguetá, para
obtenção do título de "LIVRE-DOCENTE", no conjunto de disciplinas que compõe a
área de Dinâmica dos Sólidos, junto ao Departamento de Mecânica.



250

GUARATINGUETÁ - JUNHO 1994

600250

T534.1 (043)

N 244 w

i



AGRADECIMENTOS

Ao Professor Peter Ingólori, da Technischen Hochschule Darmstadt

Aos Professores José Elias Janssen e Mauro Castro Peres, do Departamento de Mecânica da UNESP

Às Funcionárias Zaira de Assis Poffen, Maria Aparecida de Almeida, Vera Helena de Paula e Lúcia de Campos

A todos os que, direta ou indiretamente, colaboraram para que este trabalho pudesse ser realizado.

À minha esposa Marta.

Aos meus filhos Andreas e Diego.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Peter Hagedorn, da Technische Hochschule Darmstadt.

Aos Professores José Elias Tomazini e Mauro Pedro Peres, do Departamento de Mecânica da FEG/UNESP.

Às Funcionárias Zélia de Araújo Pedran, Maria Aparecida de Almeida, Lúcia Helena de Paula e Leila de Campos.

A todos os que, direta ou indiretamente, colaboram para que este trabalho pudesse ser realizado.



RESUMO

Neste trabalho é apresentado uma síntese dos vários tipos de vibração de linhas de transmissão, dando-se ênfase às vibrações eólicas, por serem as de incidência mais comum no Brasil. São discutidas as formas de combate a estas vibrações e, em especial, o amortecedor Stockbridge. É apresentada uma nova forma de avaliação da eficiência destes amortecedores, com sua modelagem através do emprego do conceito de impedância mecânica e com a modelagem do vento através de suas propriedades estatísticas. Os cálculos apresentados mostram que o método apresentado leva a bons resultados.

ABSTRACT

In this work are presented different kinds of vibration from overhead transmissions lines. In a special way it is analysed the eolian vibration, the most usual vibration in Brazil. The form to reduce the vibrations, specially the Stockbridge damper, are discussed. A new method to evaluate the efficiency of the Stockbridge damper is presented. In this method the damper is represented by its mechanical impedance, the transmission line by its Green-function and the wind by its statistical properties. The analytical results show that proposed method is an efficient way to have the results accomplished.



SIMBOLOGIA

$A_i(\cdot), A, a$	- Constante
$\underline{A}(\cdot)$	- Admitância mecânica
B, b, b_{ij}	- Constante
\underline{B}	- Matriz constante
c_1, c_2, C, C_i, c	- Constante
C	- Velocidade de propagação das ondas no cabo
\underline{c}	- Vetor de esforços
D, d	- Constante
d	- Coeficiente de amortecimento viscoso
D	- Diâmetro do condutor
EI	- Rigidez à flexão
f	- Frequência de oscilação
f_n	- Frequência natural do condutor
f_v	- Frequência de formação de vórtices
F_d	- Força de amortecimento
$F(\cdot), F_y, \hat{f}$	- Força
$F(\cdot)$	- Função espacial da excitação
F_i	- Constante
$\underline{G}(\cdot),$	- Curva de ressonância
G_i	- Constante
$h(\cdot)$	- Resposta a um impulso
h_1, h_2	- Posição de amortecedor
$h, h_{yy}, h_{\theta\theta}, h_{\theta y}, h_{y\theta}$	- Constante de amortecimento
$\underline{H}^*(\cdot), H^*(\cdot),$	- Transformada de Fourier de $h(\cdot)$
H_i	- Constante
$\underline{H}^D(\cdot)$	- Função de Green



i	- Unidade imaginária
J_i	- Constante
j	- Unidade imaginária
J_B, J_C	- Momento de inércia
k'_A, k''_A	- Coeficiente de sustentação
$k, k_{\theta\theta}, k_{yy}, k_{\theta y}, k_{y\theta}$	- Constante da mola
$k_w(\cdot), k_p(\cdot)$	- Função de auto correlação cruzada
$k(\cdot)$	- Função de auto correlação
k	- Constante
L	- Comprimento do condutor, comprimento do vão
ℓ	- Comprimento do cabo do amortecedor
ℓ_1, ℓ_k	- Constante
M_B	- Momento
m	- Constante, massa, massa do condutor
n	- Constante
n_ℓ	- Número de "loops"
P_d	- Potência dissipada pelo vento
P_v	- Potência fornecida pelo vento
$p(\cdot)$	- Força , força aerodinâmica
Q	- Constante
Re	- Número de Reynolds
S	- Número de Strouhal
$S_p(\cdot)$	- Função espectral da potência cruzada
$s(\cdot)$	- Função espectral de potência correspondente a $k(\cdot)$
T	- Tensão longitudinal no condutor
U_d	- Energia dissipada
V	- Velocidade do vento
V_{cr}	- Velocidade crítica
$x(\cdot), \hat{x}$	- Deslocamento



\bar{x}	- Posição do centro de massa
Y	- Amplitude de vibração
$y(t)$	- Deslocamento
$w(\cdot), w_1(\cdot), w_2(\cdot)$	- Deslocamento vertical
$w(\cdot)$	- Forma própria de vibrar do cabo do condutor
$z(t)$	- Deslocamento
$\underline{Z}(\Omega)$	- Impedância mecânica
$\underline{Z}_a, \underline{Z}_f, \underline{Z}_m$	- Impedância mecânica
β	- Ângulo de fase
$\Delta\eta$	- Distância entre pontos de excitação
η	- Razão de frequências
η, η_2, η_3	- Coordenada temporal
$\theta(t)$	- Deslocamento angular
λ, λ_i	- Constante característica
λ_k	- Constante
μ	- Viscosidade cinemática do ar, coeficiente de amortecimento adimensional, densidade linear de massa
μ	- Coeficiente de correlação
π	- Constante
ξ, ξ_1, ξ_2, τ	- Coordenada temporal
ρ	- Constante, densidade do ar
σ	- Variância
$\phi(x)$	- Função modal
$\varphi(t)$	- Coordenada generalizada
$\varphi(\cdot)$	- Ângulo de fase
Ω, Ω_k	- Frequência
ω, ω_r	- Frequência natural



CAPÍTULO 1

CONSIDERAÇÕES GERAIS

.....	01
-------	----

CAPÍTULO 2

INTRODUÇÃO

2.1. Revisão bibliográfica.....	04
2.2. Objetivos do trabalho.....	08

CAPÍTULO 3

ORIGEM DAS VIBRAÇÕES E SUAS CONSEQÜÊNCIAS

3.1. Introdução.....	10
3.2. Tipos de vibração.....	10
3.2.1. Galope.....	10
3.2.2. Vibração de sub-vão.....	12
3.2.3. Vibração eólica.....	14
3.2.4. Outros tipos de vibração.....	14
3.3. Vibrações eólicas.....	15
3.4. Consequências das vibrações.....	19

CAPÍTULO 4

COMBATE ÀS VIBRAÇÕES

4.1. Introdução.....	25
4.2. Formas de combate às vibrações.....	25
4.3. Considerações energéticas.....	30
4.3.1. Potência fornecida pelo vento.....	30
4.3.2. Potência dissipada pelo condutor.....	30
4.3.3. Potência dissipada pelo amortecedor.....	32
4.4. O emprego de amortecedores.....	32



CAPÍTULO 5

AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO

5.1.	Introdução	35
5.2.	Ação do amortecedor.....	35
5.3.	Tipos de amortecedores	35
5.3.1.	Amortecedor tipo Bretelle.....	35
5.3.2.	Amortecedor tipo Festão.....	36
5.3.3.	Amortecedor tipo Girlande.....	36
5.3.4.	Amortecedor de Impacto (massa mola).....	37
5.3.5.	Amortecedor de Braço Oscilante.....	37
5.3.6.	Amortecedor Elgra	38
5.3.7.	Amortecedor Torcional ou Haltere.....	39
5.3.8.	Amortecedor Bouche.....	39
5.3.9.	Amortecedor Hyball ou Linear.....	40
5.3.10.	Amortecedor Pré-formado	40
5.3.11.	Amortecedor Stockbridge.....	41
5.4.	Derivações do amortecedor Stockbridge.....	42
5.4.1.	Amortecedor Vibless.....	42
5.4.2.	Amortecedor Haro.....	42
5.4.3.	Amortecedor Dulmison ES1	43
5.4.4.	Amortecedor Dulmison ES2	43
5.4.5.	Amortecedor Varisponde-Dulmison.....	44
5.4.6.	Amortecedor Salvi 4R.....	44
5.4.7.	Amortecedor Dog-bone	44
5.5.	Espaçador.....	45

CAPÍTULO 6

O AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

6.1.	Introdução	51
6.2.	Modelagem matemática	52
6.3.	Frequências naturais.....	54
6.4.	Potência dissipada.....	56
6.5.	Impedância mecânica	60



CAPÍTULO 7

MODELAGEM DA LINHA DE TRANSMISSÃO

7.1.	Introdução	66
7.2.	Modelo simplificado.....	66
7.3.	Função de Green do cabo condutor.....	70
7.4.	Função de Green do cabo condutor com o emprego do amortecedor Stockbridge	74

CAPÍTULO 8

MODELAGEM DA EXCITAÇÃO DO VENTO

8.1.	Introdução	77
8.2.	Modelos determinísticos.....	77
8.3.	Modelos estocásticos	79

CAPÍTULO 9

CÁLCULO DE ESFORÇOS E EFICIÊNCIA DE AMORTECEDORES

9.1.	Introdução	83
9.2.	Função de autocorrelação do deslocamento de um contínuo uni-dimensional sob excitação distribuída.....	83
9.3.	Variança do deslocamento	84
9.4.	O programa para o cálculo da variança.....	86
9.4.1.	Solução do sistema de equações.....	86
9.4.2.	Discretização da frequência e do cabo condutor	87
9.4.3.	Tempo de processamento.....	87
9.4.4.	Integração no caso de excitação harmônica	88

CAPÍTULO 10

RESULTADOS

10.1.	Introdução	91
10.2.	Funções de Green sem amortecedor	92
10.3.	Funções de Green com amortecedor	97
10.4.	Varianças.....	105

CAPÍTULO 11

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

.....	109
-------	-----

APÊNDICE

.....	113
-------	-----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

.....	134
-------	-----



Em decorrência de esse processo de industrialização e modernização em que se encontram vários países do mundo e também devido ao processo de desenvolvimento econômico que atravessam vários outros países, torna-se necessário no mundo de hoje, o emprego de energia, em especial a elétrica, com o que também cresce a necessidade de construção de novas usinas geradoras. Com a experiência e aprendizagem adquiridas em países desenvolvidos, torna-se necessário se preocupar também com a necessidade de modernização e de construção de sistemas de transmissão de energia elétrica.

O alto grau de desenvolvimento tecnológico dos países industrializados impõe uma exigência natural de alto rendimento e, principalmente, de alta segurança nos sistemas de transmissão de energia, em especial, quando se trata de redes grandes. Isto é o caso, por exemplo, de países como Japão, Estados Unidos, Alemanha Ocidental e outros, onde a falta não só de uma qualquer fonte de energia elétrica, principalmente econômica, sendo portanto necessário de custo, o que faz com que a segurança seja fator primordial em todos os estudos, que para os mais avançados países industriais quer para o cidadão comum.

Em especial, no caso de sistemas de transmissão de energia elétrica, a segurança do sistema e a garantia de confiabilidade do fornecimento de energia é de fundamental importância, principalmente nas regiões mais desenvolvidas industrialmente.

CAPÍTULO 1

Neste capítulo é comum a denominação de linhas, que de origem elétrica, mede em eletrodinâmica, tal como por exemplo, a força de atração e repulsão entre cargas elétricas, a transmissão de energia, a transmissão de informação, etc.

CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os cabos, tal como toda a estrutura de sistema de transmissão de energia elétrica (torres, transformadores, etc.) encontram-se no ar livre, sendo sujeitos às variações das condições ambientais e atmosféricas locais. Como exemplo pode-se citar a existência de elementos corrosivos no ar, de que podem resultar qualquer componente do sistema de transmissão de energia, provocando um envelhecimento precoce na estrutura ou então a presença de partículas que podem provocar um desgaste por abrasão entre superfícies em contato. De fundamental importância é a ação do vento sobre os cabos condutores e mastros, o vento pode exercer essas ações de maneira contínua ou não, de forma que os mesmos possam estar sujeitos a oscilações que em geral são perigosas à estrutura, normalmente reduzindo sua vida útil e podendo até ocasionar rupturas de cabos, isoladores, grupos de fixação, etc., com consequências desastrosas e gerando sérios prejuízos.

As vibrações dos cabos condutores de sistemas de transmissão de energia elétrica dividem-se em duas, uma de origem elétrica, formada por correntes entre outros, sendo objeto de análise no presente trabalho.



Em decorrência do estado de industrialização e modernização em que se encontram vários países do mundo e também devido ao processo de desenvolvimento pelo qual atravessam vários outros países, torna-se crescente, no mundo de hoje, o consumo de energia, em especial a elétrica, com o que também cresce a necessidade de construção de novas usinas geradoras. Como consequência, e tendo em vista que as usinas, normalmente, se encontram afastadas dos centros consumidores, advém a necessidade da modernização e da construção de novos sistemas de transmissão de energia elétrica.

O alto grau de desenvolvimento tecnológico dos países industrializados impõe uma exigência natural de alto rendimento e, principalmente, de alta segurança nos sistemas de transmissão de energia, em especial, quando se trata de novos projetos. Este é o caso, por exemplo, de países como Japão, Estados Unidos, Alemanha Ocidental e outros, onde a falha num sistema qualquer pode ter graves consequências, principalmente econômicas, sendo portanto sinônimo de custo, o que faz com que a segurança seja fator prioritário em todos os sentidos, quer para os mais avançados setores industriais quer para o cotidiano de um cidadão comum.

Em especial, no caso de sistemas de transmissão de energia elétrica, a segurança do sistema e a garantia de continuidade do fornecimento da energia é de fundamental importância, principalmente nas regiões mais desenvolvidas industrialmente.

Nestes sistemas é comum a ocorrência de falhas, quer de origem elétrica, mecânica ou eletromecânica, tais como, por exemplo, rompimento de isoladores, curto-circuito, travamento de disjuntores, rompimento de cabos e outras.

Os cabos, assim como toda a estrutura do sistema de transmissão de energia (isoladores, torres, etc.) encontram-se ao ar livre, sendo sujeitos às variações das condições dinâmicas e atmosféricas locais. Como exemplo pode-se citar a existência de elementos corrosivos no ar, os quais podem atacar qualquer componente do sistema de distribuição de energia, provocando um envelhecimento precoce na estrutura, ou então a existência de partículas que podem promover um desgaste por abrasão entre superfícies em contato. De fundamental importância é a ação do vento sobre os cabos condutores e mastros; o vento pode excitar estes elementos, de maneira contínua ou não, de forma que os mesmos entrem num estado oscilatório. que em geral é prejudicial à estrutura, normalmente reduzindo sua vida útil e podendo até ocasionar rupturas de cabos, isoladores, grampos de fixação, etc, com consequências desastrosas e geralmente de custo elevado.

As vibrações dos cabos condutores de sistemas de transmissão de energia elétrica devida à ação do vento, suas origens, efeitos, formas de combate, entre outras, serão objeto de análise no presente trabalho.



1.1. Revisão Bibliográfica

O assunto "vibrações de linhas de transmissão elétrica" é um assunto bastante amplo, abrangendo um vasto campo de pesquisas realizadas por vários países do mundo, principalmente devido à importância de linhas de transmissão em toda a parte do planeta.

Atualmente existem algumas pesquisas que se referem ao tratamento de determinados aspectos do problema, como é o caso, por exemplo, das vibrações devidas à ação do vento sobre os cabos. Outros trabalhos se referem ao estudo de vibrações de linhas de transmissão em função de fenômenos naturais, como as vibrações devidas ao vento.

Para ter uma visão geral do atual estado de desenvolvimento de alguns aspectos das vibrações de linhas de transmissão, é necessário a seguir um resumo da pesquisa bibliográfica realizada.

É importante notar que a pesquisa bibliográfica realizada anteriormente está voltada para as grandezas "vibrações elétricas" pelo fato de serem os efeitos mais importantes no Brasil e também de serem de maior interesse para os países da América Latina. Trabalhos sobre outros tipos de vibrações, como as "vibrações mecânicas" ou "vibrações de umidade" foram mencionados em alguns outros trabalhos, sendo em geral que estes tipos de vibrações são de natureza eletromagnética.

CAPÍTULO 2

Apesar do aumento das pesquisas sobre vibrações em linhas de transmissão nos últimos anos, não se pode dizer que o assunto (Stockbridge [19]), quando as pesquisas na área praticamente cessaram.

INTRODUÇÃO

No mundo, provavelmente em decorrência da situação econômica instável e das guerras que assolaram o globo terrestre na primeira metade do século, foi a partir dos anos 30 que ocorreu uma reavaliação das pesquisas sobre "vibrações de linhas de transmissão elétrica".

Em 1930, Langford Merrill e Jones [15] propuseram para o engenheiro Stockbridge um estudo mecânico de um tipo de liberdade e sua análise foi feita usando analogia eletro-mecânica. Neste trabalho, foram desenvolvidos métodos para determinar a potência dissipada em condutores e amortecedores. Ainda neste época trabalhos importantes foram desenvolvidos, por exemplo, o de Fagnan e Millig [11].

Outros trabalhos sobre vibrações em linhas de transmissão também marcaram decisivamente um ponto de partida para os estudos de vibrações de linhas de transmissão de energia de alta tensão, sendo os trabalhos de Thorsén [14] e Davernport [12].

Langford Merrill [15] estudou como detectar e eliminar vibrações em um condutor suspenso. Neste trabalho são vistos alguns métodos para se detectar vibrações, tais como transdutores piezoelétricos, "strain gauges" e acelerômetros piezoelétricos. Para eliminar as vibrações, são usados alguns dispositivos como o amortecedor pneumático, mola e peso suspenso, amortecedor de impacto e o amortecedor Stockbridge. É ainda, como meio de se reduzir as vibrações, são vistos os efeitos das torções e os cabos observados.

2.1. Revisão bibliográfica

O assunto "vibrações de linhas de transmissão elétrica" é um assunto bastante amplo tecnicamente e um assunto estudado por vários pesquisadores em várias partes do mundo, principalmente devido à existência de linhas de transmissão em todas as partes do planeta.

Naturalmente existem algumas predominâncias no que diz respeito ao tratamento de determinados tipos de problema, como é o caso, por exemplo, das vibrações devidas à ação do vento sobre os cabos condutores com perfis alterados pela deposição de gelo, vibrações estas estudadas essencialmente nos países de clima frio.

Para se ter uma visão geral do atual estágio de desenvolvimento das pesquisas sobre vibrações de linhas de transmissão, é apresentado a seguir um resumo da pesquisa bibliográfica realizada.

É importante frisar que a pesquisa bibliográfica realizada, praticamente, está voltada para as chamadas "vibrações eólicas" pelo fato das mesmas ocorrerem com maior frequência no Brasil e por ser objeto de análise específica do presente trabalho. Trabalhos sobre outros tipos de vibrações, como o "galope" ou as "vibrações de sub-vão" foram consultados em número muito reduzido, tendo em vista que estes tipos de vibração não são analisados neste trabalho.

Apesar do amortecedor Stockbridge e suas derivações ser dos mais empregados nos últimos anos, sua patente vem do início do século (Stockbridge [S9]), quando as pesquisas na área praticamente se iniciaram.

No entanto, provavelmente em decorrência da situação econômica instável e das guerras que assolaram o globo terrestre na primeira metade do século, foi a partir dos anos 50 que ocorreu uma intensificação das pesquisas sobre vibrações de linhas de transmissão elétrica.

Em 1956, Tompkins, Merrill e Jones [T5] propuseram para o amortecedor Stockbridge um modelo mecânico de um grau de liberdade e sua análise foi feita usando analogia eletro-mecânica. Ainda neste trabalho, foram desenvolvidos métodos para se determinar a potência dissipada em condutores e amortecedores. Ainda nesta época trabalhos importantes foram desenvolvidos, como, por exemplo, o de Farguhardon e McHug [F1].

Outros trabalhos correlatos sobre processos estatísticos também marcaram decisivamente um impulso na modelagem dos efeitos aleatórios do vento sobre as estruturas delgadas dos cabos, podendo-se citar os de Thonson [T1] e Davemport [D1].

Morgan [M1], estudou como detectar e amortecer vibrações em um condutor suspenso. Neste trabalho são vistos alguns métodos para se detectar vibrações, tais como transdutores eletromagnéticos, "strain gauges" e acelerômetros piezoelétricos. Para atenuar as vibrações, são mostrados alguns dispositivos como o amortecedor pneumático, mola e peso suspenso, amortecedor de impacto e o amortecedor Stockbridge. E ainda, como meio de se reduzir as vibrações, são discutidas as armaduras e os cabos absorvedores.

Uma pesquisa bastante completa foi realizada por Claren e Diana [C4], [C5], [C6], [C7] na metade da década de 60. Nesta pesquisa, o amortecedor Stockbridge é modelado por um sistema de dois graus de liberdade e é proposto um método de cálculo para a determinação da potência dissipada e força transmitida ao condutor pelo amortecedor Stockbridge. Propuseram também um método experimental para a determinação das características elásticas e de amortecimento do cabo mensageiro do amortecedor.

Além destes trabalhos também foram muito importantes os de Matsubayash, Merikawa e Inoue [M4], Edwards e Livingston [E1], sendo Pereira e Monti [P1] e Antunes [A5] alguns dos primeiros trabalhos brasileiros publicados na área. Antunes [A5], faz uma análise das vibrações em linhas de transmissão de energia, mostrando as causas e os efeitos destas vibrações, bem como os meios existentes para minimizá-las usando dispositivos amortecedores de vibrações tais como o festão, o amortecedor Elgra, o amortecedor Stockbridge, presilhas de fixação adequadas, armaduras e cabos anti-vibratórios.

A partir da década de 70 a intensificação dos trabalhos nesta área é bastante acentuada, havendo os mais diferentes enfoques do problema. Houve uma evolução significativa na parte de modelagem tanto da excitação como do sistema mecânico, sendo no entanto a grande maioria dos trabalhos baseada em modelos determinísticos de excitação e modelos discretizados de condutores.

Ramberg e Griffin [R2], pesquisaram a formação de vórtices de Karman em cabos flexíveis vibratórios. Eles concluíram que em qualquer ponto perto e ao longo da esteira de um cilindro vibrando, os vórtices se desprendem com movimentos sincronizados. Já Simmons e Cleary [S7], mostram um método para se estimar a amplitude de vibração induzida por vórtices em uma linha de transmissão de energia elétrica; isto é feito, baseado no conhecimento da potência aerodinâmica transferida para um cilindro circular oscilando em fluxo de corrente. Dhotarad, Ganfsan e Rao [D3], estudaram vibrações em linhas de transmissão, bem como as várias formas de se reduzir estas vibrações usando amortecedores de vibrações. Neste estudo foi feita uma análise das vibrações em linhas de transmissão, usando um ou mais amortecedores do tipo Stockbridge perto do final de cada vão, para diferentes comprimentos de cabos. Neste trabalho eles também estudaram o efeito da localização do amortecedor em função da tensão máxima que eles causam na linha; compararam a tensão máxima produzida para várias potências de vento e usaram o método das diferenças finitas para achar a frequência natural do cabo condutor.

No Brasil, alguns pesquisadores também intensificaram as pesquisas nesta área, podendo, no entanto, se dizer que o número de trabalhos publicados é bastante modesto, levando-se em conta a quantidade, diversidade e complexidade dos problemas relativos à área.



Barbosa [B1], fala sobre a avaliação da eficiência do amortecimento das oscilações de sub-vãos em linhas de transmissão; ele mostra que os problemas decorrentes da mobilidade dos condutores utilizados nas linhas de transmissão em EAT (Extra Alta Tensão), provocaram o desenvolvimento de acessórios especiais, entre os quais os dispositivos espaçadores que faz com que os cabos de cada fase fiquem na distância última de projeto e melhoram as condições de estabilidade do feixe.

Em um dos seus trabalhos Ripper Neto [R5], faz um balanço de energia em uma linha de transmissão, ou seja, um balanço sobre a potência fornecida pelo vento ao condutor e a potência dissipada pelo condutor.

Oliveira e Mansour [O1], em seu trabalho, tratam do problema das vibrações de sub-vão em linhas de transmissão, ressaltando seus aspectos fundamentais.

Em 1975 é publicada no Brasil a primeira tese de mestrado na área, por Arruda [A7], na qual é feita uma análise geral do problema de vibrações eólicas de linhas de transmissão e emprego do amortecedor Stockbridge.

O trabalho de Manso [M2], trata do fenômeno de vibração de condutores em linhas aéreas de transmissão. Ele aborda em seu trabalho algumas considerações de ordem teórica a respeito das vibrações eólicas, suas características e efeitos; faz um breve relato de alguns amortecedores normalmente utilizados e mostra também a prática usual da CEMIG (Centrais Elétricas de Minas Gerais) quanto à solução adotada para minimizar as oscilações em suas linhas de distribuição.

Em 1982 é publicado no Brasil por Fuchs e Almeida [F2] um livro texto bastante próprio para projeto de linhas aéreas de transmissão elétrica.

Outros trabalhos de destaque publicados por pesquisadores de vários centros de pesquisa brasileiros são de Hajdu e Menezes [H1], Jordan [J3] e [J4], Oliveira e Ripper Neto [O3], Silva [S5], Oliveira e Neves [O2] e Camargo [C1]. Aqui, principalmente este último trabalho apresenta aspectos bastante inovadores, tratando do emprego da transformada de Hilbert para a identificação de não linearidades de amortecedores.

Em 1984 foi publicado pela Eletrobrás [E2] trabalho sobre diretrizes para projeto de linhas de transmissão.

A partir da segunda metade da década de 80 iniciaram-se também em Guaratinguetá, no Grupo Acadêmico de Vibrações do Departamento de Mecânica, os estudos sobre vibrações de linhas de transmissão, obtendo-se como resultado dos trabalhos desenvolvidos as publicações Nascimento [N2], Nascimento e Peres [N4], Peres e Nascimento [P3], Tomazini e Nascimento [T3], Tomazini, Nascimento e Mathias [T4], Tomazini [T2] e Peres [P2].



Como já colocado, enquanto que no Brasil as pesquisas nesta área evoluíram e evoluem lentamente, o mesmo não ocorre nos outros centros de pesquisa do mundo. Isto de certa maneira pode ser explicado pela maior necessidade de solução dos problemas, incidentes em quantidade muito maior que aqui, em países como Canadá, Japão, Inglaterra e Austrália, por exemplo. Outros países que também marcaram decisivamente o desenvolvimento tecnológico nesta área foram Estados Unidos e Alemanha Ocidental.

Nos anos 70 foram publicados trabalhos contendo várias inovações, como, por exemplo, o de Dhotarad, Ganfsan e Rao [D3], que introduziram um novo tipo de amortecedor. O mesmo foi feito por Dulhunty, Simmons e Hooken [D6] e Melbye [M6].

Hearnshaw [H10] apresenta estudos inovadores sobre a forma de reduzir a fadiga ocasionada pelo vento em linhas de transmissão, com o emprego de amortecedores de vibração. Rambey e Griffin [R1] desenvolvem um estudo estatístico sobre as características aleatórias dos vórtices que descolam dos cabos de transmissão.

Também são publicados vários trabalhos, sobre outros fenômenos que influenciam o comportamento dos cabos sob a ação do vento; pode-se citar o trabalho de Van der Heijden [V1], que analisa a influência da rigidez à flexão no comportamento dos cabos, o trabalho de Rawlings [R3], que analisa o efeito do torque no comportamento dos cabos e Lanteigne [L1], que analisa o comportamento de cabos helicoidais sujeitos à tensão, torção e flexão.

Já no início da década de 80, houve uma evolução bastante acentuada no sentido de se trabalhar com modelos estatísticos para simular a excitação do vento, assim como modelos não discretizados para analisar o cabo condutor.

O início desta nova forma de análise de vibrações de linhas de transmissão pode ser atribuído a Hagedorn [H2], [H3], [H5] e [H7], de cujo grupo de trabalho resultaram vários outros trabalhos na mesma área, podendo ser citados Hagedorn e Meier-Dornberg [H4], Hagedorn, Idelberger e Mocks [H6], Hagedorn, Schmidt e Nascimento [H8], Hagedorn e Nascimento [H9], Mocks [M8], [M9] e [M10], Schmidt e Hagedorn [S4]. Também nestes estudos foi introduzida a idéia de se empregar a impedância mecânica para a análise de comportamento de cabos, amortecedores e espaçadores.

A aplicação de conceitos estatísticos nesta área também foi impulsionada por vários outros trabalhos correlatos como, por exemplo, Bolotin e Elishakov [B4], Melzer e Schueller [M7], Nascimento [N5] e Schiehlen [S3].

Atualmente este assunto é pesquisado em vários centros de todo o mundo, pela grande importância que o fornecimento de energia elétrica representa, principalmente para os centros industriais. Em consequência disto, o número de trabalhos publicados nesta área torna-se cada vez maior.



Dentre os trabalhos mais recentes e mais importantes nesta área pode-se citar: Brika [B7], Bückner [B8], Diana et al [D7], Hardy [H12, H13, H14], Heios e Havard [H15], Krispin [K2, K3, K4, , K5], Maihöfer [M11], Möcks [M12], Noiseux [N6], Oliveira e Mansour [040, Peres [P2] e Seppa [S11].

2.2. Objetivos do trabalho

O presente trabalho tem como primeiro objetivo uma apresentação completa dos problemas relacionados com as vibrações de linhas de transmissão, como origem e tipos de vibração, conseqüências e formas de combate, emprego de amortecedores, formas de modelagem de linhas de transmissão e da excitação através do vento, etc; de forma a proporcionar ao leitor ou interessado uma visão geral do assunto aqui tratado. Isto é feito nos primeiros capítulos do trabalho.

Como segundo e mais importante objetivo, pretende-se aqui fazer a apresentação de uma nova metodologia para a avaliação de eficiência de amortecedores de vibração de linhas de transmissão, em especial baseados em modelos estocásticos de excitação através do vento, primeiro por ser uma modelagem mais próxima da realidade e segundo por haver pouca bibliografia a respeito, sendo esta a principal contribuição científica do presente trabalho.

A modelagem da linha de transmissão é feita pela função de Green do cabo condutor, sendo um modelo determinístico. Neste modelo é considerada a influência do amortecedor Stockbridge, que é modelado através de sua impedância mecânica.

A modelagem do vento é feita através do emprego de suas propriedades estatísticas, pela função densidade espectral de potência da força exercida pelo vento sobre o cabo condutor.

É também objetivo deste trabalho abrir uma nova possibilidade na análise de sistemas contínuos com esforços pontuais, o que é feito pela obtenção da função de Green do cabo condutor com o emprego do amortecedor Stockbridge.

Espera-se que os aspectos abordados e discutidos neste trabalho possam servir de motivação para o desenvolvimento de novas pesquisas na área de vibração de linhas de transmissão de energia elétrica excitadas pelo vento.



3.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados os vários tipos de vibrações de linhas de transmissão, assim como os respectivos mecanismos de origem, dando-se ênfase à vibração galopante, por ser a de ocorrência mais frequente no Brasil e por ser o tipo de vibração que está associado com maior profundidade de dano técnico. São também mencionadas aqui as consequências das vibrações para a vida útil dos cabos condutores.

3.2. Tipos de vibração

A observação do comportamento dos cabos condutores construídos nas mais variadas geometrias, sempre em mais variadas condições ambientais, levou à conclusão de existência de diferentes tipos de vibrações associadas a diferentes mecanismos de excitação. Entre estes são o galope, a vibração de sub-torção, a vibração cônica e outros tipos menos comuns e menos importantes.

CAPÍTULO 3

3.2.1. Galope

O galope é caracterizado basicamente por ser um tipo de vibração de grande amplitude, de ordem de metros, com duração de segundos por ciclo, ocorrendo em condições de vento forte. Sua origem é decorrente da deposição de gelo no cabo condutor, na ordem de alguns centímetros de espessura.

ORIGEM DAS VIBRAÇÕES E SUAS CONSEQÜÊNCIAS

Este tipo de vibração é chamado de vibração de grande amplitude, vibração de baixa frequência e vibração de grande comprimento de onda, sendo também conhecido pelo termo em inglês "galloping".

Esta vibração ocorre devido à deposição de gelo no cabo condutor, o que o altera o perfil circular da condutora para um perfil aproximadamente triangular, a instabilidade aerodinâmica devido ao fluxo lateral de ar.

A explicação para a origem deste tipo de vibração é dada através da ocorrência de uma força de sustentação no condutor que ocorre quando o ângulo de incidência do vento de ar se torna diferente de zero. Neste caso o condutor passa de uma posição de equilíbrio aerodinâmico indiferente (para seção circular) para uma posição de equilíbrio aerodinâmico instável (para seção em forma de asa, com o dorso do vento). Na figura 3.1, F_A (At) são mostradas as forças agindo sobre um condutor com deposição de gelo. Na figura, α é o ângulo de incidência, F_A a força de sustentação, F_R a força resultante e F_V a força vertical.



3.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados os vários tipos de vibração de linhas de transmissão, assim como os respectivos mecanismos de origem, dando-se ênfase ao tipo chamado vibração eólica, por ser o de ocorrência mais freqüente no Brasil e por ser o tipo de vibração que será estudado com maior profundidade neste trabalho. São também discutidas aqui as conseqüências das vibrações para a vida útil dos cabos condutores.

3.2. Tipos de vibração

A observação do comportamento dos cabos condutores construídos nas mais variadas geometrias, sujeitos às mais variadas condições atmosféricas, levou à conclusão da existência de diferentes tipos de vibração, associados a diferentes mecanismos de excitação. Estes tipos são: o galope, a vibração de sub-vão, a vibração eólica e outros tipos menos comuns e menos importantes.

3.2.1. Galope

O galope é caracterizado basicamente por ser um tipo de vibração de grande amplitude, da ordem de várias vezes o diâmetro do cabo condutor, podendo atingir vários metros; a freqüência por sua vez é pequena, da ordem de alguns Hertz ou mesmo fração de Hertz.

Este tipo de vibração é chamado de vibração de grande amplitude, vibração de baixa freqüência e vibração de grande comprimento de onda, sendo também usualmente conhecido pelo termo em inglês "galloping".

Este fenômeno ocorre devido a deposição de gelo no cabo condutor; o gelo altera o perfil circular do condutor para um perfil assimétrico, propenso a instabilidade aerodinâmica devido ao fluxo transversal de ar.

A explicação para a origem deste tipo de vibração é dada através da ocorrência de uma força de sustentação no condutor que ocorre quando o ângulo de incidência da corrente de ar se torna diferente de zero. Neste caso o condutor passa de uma posição de equilíbrio aerodinâmico indiferente (para seção circular) para uma posição de equilíbrio aerodinâmico instável (para seção em forma de asa, com o depósito de gelo). Na figura 3.1 Alt [A4] são mostradas as forças agindo sobre um condutor com deposição de gelo. Na figura, α é o ângulo de incidência, f_r a força de resistência, f_s a força de sustentação, f a força resultante e f_v a força vertical.

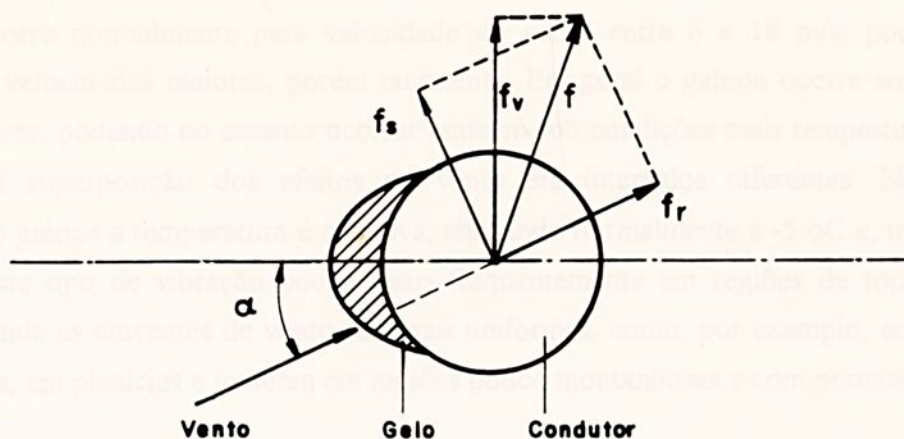


FIGURA 3.1 Diagrama de forças em condutor com deposição de gelo, devido à incidência de vento.

Devido à assimetria do perfil do condutor, também ocorrem no mesmo vibrações torcionais, as quais são associadas à formação de vibrações transversais. Isto explica a maior sensibilidade dos condutores de grande diâmetro, tendo em vista que a rigidez torcional varia proporcionalmente à quarta potência do diâmetro.

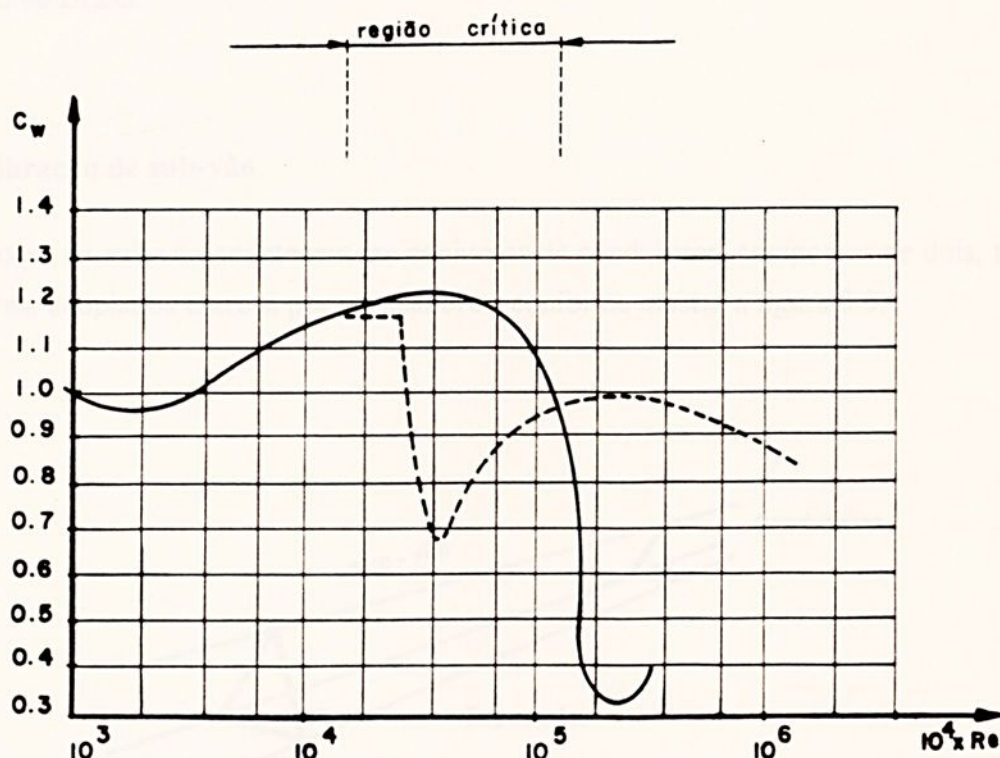


FIGURA 3.2 Coeficiente de resistência para perfis cilíndricos de superfície lisa e rugosa em função do número de Reynolds,
 — cilindro liso $\varnothing 56,1\text{mm}$, - - - condutor $\varnothing 56,1\text{ mm}$.



O galope ocorre normalmente para velocidade do vento entre 6 e 18 m/s, podendo também ocorrer para velocidades maiores, porém raramente. Em geral o galope ocorre sob correntes de ventos regulares, podendo no entanto ocorrer também sob condições mais tempestuosas, devido a uma possível superposição dos efeitos do vento em intervalos diferentes. Nas regiões de ocorrência do galope a temperatura é negativa, chegando normalmente a $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e, mais raramente, a $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Este tipo de vibração ocorre mais freqüentemente em regiões de topografia pouco acidentada, onde as correntes de vento são mais uniformes, como, por exemplo, em cruzamentos de rios e vales, em planícies e também em regiões pouco montanhosas e com poucos obstáculos.

O galope também pode ocorrer em condutores devido a rugosidade da superfície e em correntes de ar com baixo número de Reynolds. Neste caso a rugosidade superficial do condutor causa um coeficiente de resistência pequeno, de forma que se origina o galope na linha. Na figura 3.2 Scäfer [S2] é mostrado o coeficiente de resistência para superfícies rugosas e lisas, em função do número de Reynolds.

Tendo em vista que este tipo de vibração ocorre predominantemente em regiões frias, o mesmo não será objeto de estudo no presente trabalho, por ser desinteressante do ponto de vista de aplicação no Brasil.

3.2.2. Vibração de sub-vão

As vibrações de sub-vão acontecem em conjuntos de condutores, compostos de dois, três ou mais condutores, acoplados entre si por espaçadores, conforme mostra a figura 3.3.

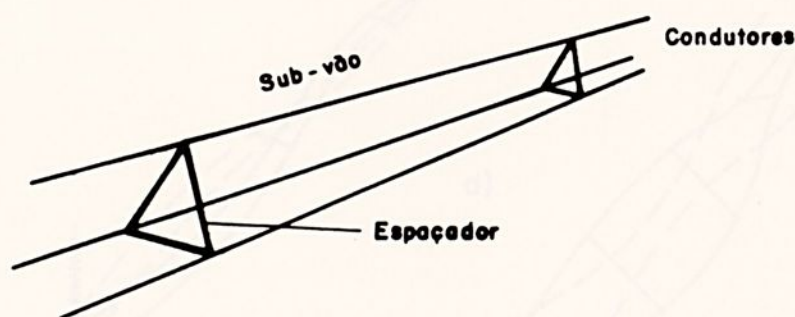


FIGURA 3.3 Conjunto de condutores separados por espaçadores.

Este tipo de vibração ocorre devido a flutuações na força do vento agindo sobre os cabos condutores, em consequência da turbulência do vento. As vibrações de sub-vão são de amplitudes pequenas, comparadas com as amplitudes do galope, podendo atingir várias vezes o diâmetro do condutor; a frequência da vibração de sub-vão normalmente é baixa, da ordem de alguns Hertz.

Este tipo de vibração ocorre geralmente em regiões pouco acidentadas, sujeitas a ventos uniformes e fortes, com velocidade aproximadamente entre 8 e 20 m/s.

Existem diferentes formas de vibração de sub-vão, estando entre as mais observadas os deslocamentos de torção do conjunto, assim como os deslocamentos horizontais. Nestes movimentos os condutores podem oscilar em fase ou em posição de fase, o mesmo ocorrendo em relação aos vários sub-vãos. No entanto, o tipo mais comum de vibração de sub-vão acontece em condutores horizontais, onde os condutores vibram em oposição de fase, descrevendo elipses com o eixo maior na horizontal.

A figura 3.4. mostra dois tipos de vibração de sub-vão. Esta forma de vibração não será estudada neste trabalho.

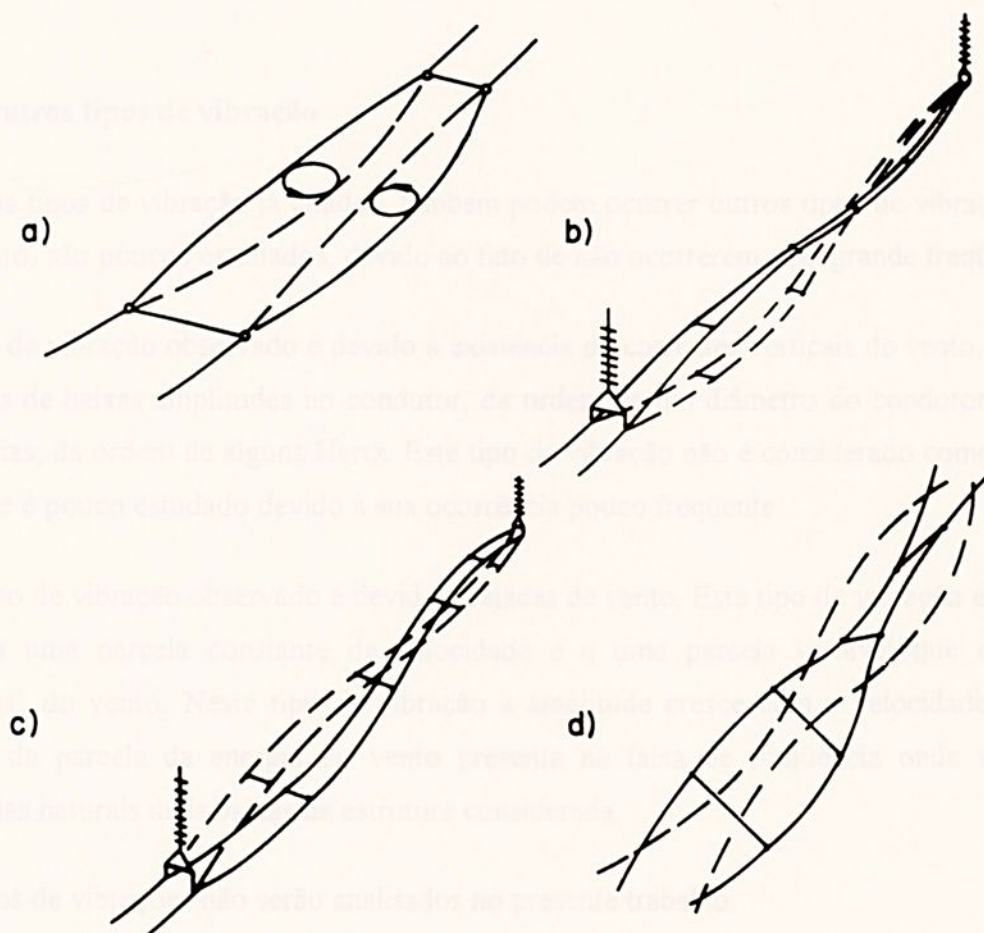


FIGURA 3.4 Exemplos de vibração de sub-vão; a) modo de sub-vão ou "breathing"; b) galope vertical; c) galope horizontal ou "snaking"; d) rolamento ou "twisting".

3.2.3. Vibração eólica

As vibrações eólicas são aquelas que ocorrem com mais frequência nos condutores de linhas de transmissão elétrica, sendo por este motivo o objeto principal de estudo neste trabalho.

As vibrações eólicas diferem essencialmente dos tipos anteriores, por serem originadas em razão do descolamento de vórtices surgidos em consequência do fluxo de ar incidir transversalmente nos condutores. Este tipo de vibração apresenta como características básicas: baixas amplitudes, da ordem de um diâmetro do cabo, ou alguns milímetros, e altas frequências, normalmente na faixa de 5 a 100 Hz. Elas ocorrem normalmente em condições de ventos brandos, regulares, com velocidade na faixa de 1 a 15 m/s.

Este tipo de vibração é o que ocorre mais frequentemente no Brasil. Por ser o objeto de estudo principal do presente trabalho, as vibrações eólicas serão tratadas mais detalhadamente na seção 3.3 seguinte.

3.2.4. Outros tipos de vibração

Além dos tipos de vibração já citados, também podem ocorrer outros tipos de vibração, os quais, no entanto, são poucos estudados, devido ao fato de não ocorrerem com grande frequência.

Um tipo de vibração observado é devido à existência de correntes verticais de vento, ocasionando vibrações de baixas amplitudes no condutor, da ordem de um diâmetro do condutor, e de baixas frequências, da ordem de alguns Hertz. Este tipo de vibração não é considerado como vibração de sub-vão e é pouco estudado devido à sua ocorrência pouco frequente.

Outro tipo de vibração observado é devido à rajadas de vento. Este tipo de vibração é considerado devido a uma parcela constante de velocidade e a uma parcela variável que caracteriza a "gustiness" do vento. Neste tipo de vibração a amplitude cresce com a velocidade do vento e depende da parcela da energia do vento presente na faixa de frequência onde se situam as frequências naturais mais baixas da estrutura considerada.

Estes tipos de vibrações não serão analisados no presente trabalho.



3.3. Vibrações eólicas

Como já citado, este tipo de vibração ocorre nos condutores em consequência do fluxo transversal de vento e do tipo de seção do condutor, o que acarreta o descolamento de vórtices na seção oposta à de incidência do vento. A esteira de vórtices é denominada esteira de vórtices de von Kármán, descobridor e estudioso do fenômeno. A teoria de von Kármán foi desenvolvida para corpos rígidos imersos em uma corrente fluida, sendo no entanto aplicável a condutores de linha de transmissão, o que já foi comprovado em experiências de campo.

As vibrações eólicas ocorrem devido à flutuações de pressão, às quais o condutor fica sujeito, devido as flutuações de pressão da corrente de ar que acontecem por causa da formação de vórtices. As vibrações do condutor são de amplitudes pequenas, da ordem de um diâmetro do condutor ou alguns milímetros, e de frequências relativamente altas, da ordem de 5 a 100 Hz. Este tipo de vibração não é perceptível a olho nu, como nos outros casos citados. As vibrações eólicas ocorrem normalmente em consequência de ventos uniformes e não muito fortes, com velocidades aproximadamente na faixa de 1 a 15 m/s. Os locais planos com poucos obstáculos favorecem a ocorrência das vibrações eólicas.

Na figura 3.5 é apresentado um esquema da esteira de vórtices de von Kármán.

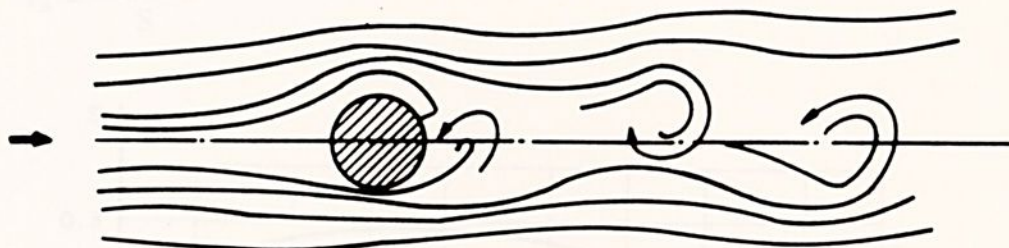


FIGURA 3.5 Esteira de vórtices de von Kármán.

Como a formação dos vórtices é periódica, agem no condutor, ao longo de seu comprimento, forças verticais periódicas, perpendiculares ao seu eixo longitudinal e à direção do vento. Isto resulta num movimento vertical do cabo, provocando no mesmo vibração de flexão.

Este fenômeno é determinado basicamente pelo número de Reynolds do escoamento, o qual é dado pela expressão onde Re é o número de Reynolds do escoamento (adimensional), D o diâmetro do condutor, V a velocidade do vento e μ a viscosidade cinemática do ar:

$$Re = \frac{D \cdot V}{\mu} \quad (3.1)$$

O descolamento de vórtices pode ocorrer para uma faixa ampla de número de Reynolds. A frequência de formação dos vórtices, que é assumida como sendo a mesma das forças atuando sobre o condutor, é dada pela expressão

$$f_v = \frac{S \cdot V}{D}, \quad (3.2)$$

onde f_v é a frequência de formação dos vórtices, S é o número de Strouhal (adimensional), V a velocidade do vento e D o diâmetro do condutor.

Na figura 3.6. Blevins [B4] é apresentado um diagrama com a relação entre os números de Strouhal e Reynolds.

Na maioria dos casos é possível assumir o valor $S = 0.2$, para perfis com seção reta circular e para fluxo com número de Reynolds na faixa de $5 \cdot 10^2$ a 10^5 .

Assumindo que a frequência de formação dos vórtices é idêntica a uma das frequências naturais do condutor, pode-se determinar a(s) velocidade(s) crítica(s) do vento através da expressão onde f_n é uma das frequências naturais do condutor, D o seu diâmetro e S o número de Strouhal do fluxo de ar. A velocidade crítica V_{cr} é o valor da velocidade do vento para a qual o condutor entra em ressonância, ou seja, inicia-se o fenômeno das vibrações eólicas:

$$V_{cr} = \frac{f_n \cdot D}{S}. \quad (3.3)$$

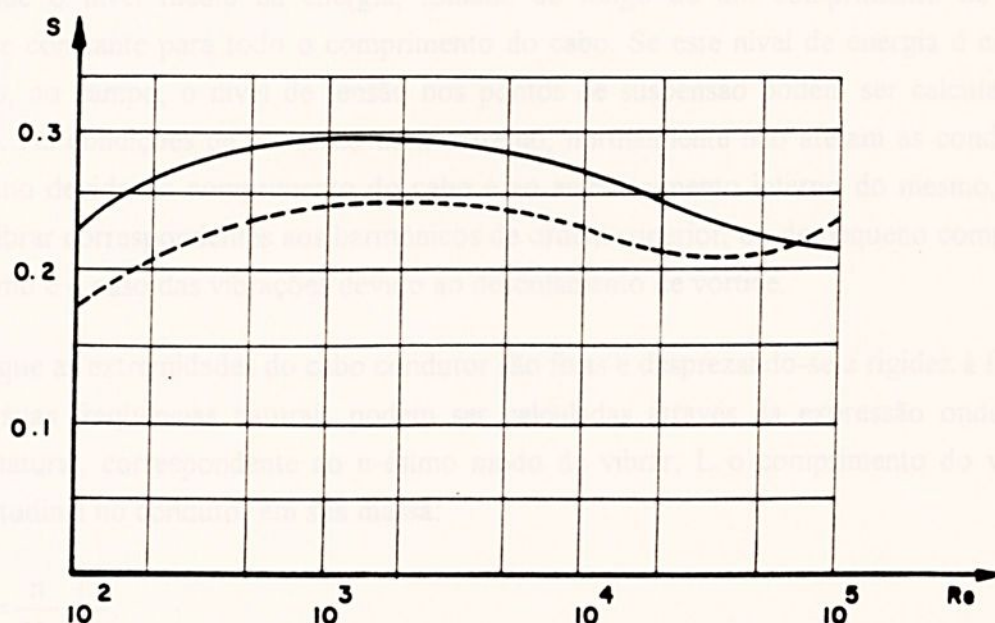


FIGURA 3.6 Número de Strouhal em função do número de Reynolds,

- cilindro de superfície polida;
- cilindro de superfície rugosa.

As frequências de vibração do condutor podem ser medidas em campo, para o que se exige uma instrumentação própria e sofisticada, como transdutores ótico-eletrônicos, por exemplo.

Como já citado anteriormente, nas vibrações causadas pelo descolamento de vórtices sob condições de fluxo estacionário, o condutor vibra numa frequência claramente predominante para cada velocidade de vento. Portanto, para cada valor da velocidade do vento, o condutor pode ser considerado como um sistema vibrando numa frequência determinada. No entanto, as frequências naturais dos cabos condutores são muito próximas uma das outras, estando separadas por intervalos da ordem de 0,1 Hz. Assim, as velocidades de vento que conduzem os condutores à ressonância estão muito próximas das velocidades que causam anti-ressonância.

Também o comprimento do condutor entre os isoladores não é conhecido com precisão e não é constante, devido ao próprio movimento dos isoladores de suspensão. Também a tensão longitudinal no condutor é variável, pelos mesmos motivos anteriores e por ser função da temperatura do condutor, assim como o comprimento.

Se o cabo vibrar com uma determinada frequência é praticamente impossível determinar em qual modo o cabo vibra. Isto, no entanto, não é essencial, pois os comprimentos de onda correspondentes aos modos próximos são praticamente iguais, de forma a não haver uma diferença sensível no valor da tensão de flexão correspondente.

Na hipótese do cabo experimentar uma vibração mono-frequente harmônica ou quase-harmônica, a amplitude de vibração determina a potência introduzida pelo vento no cabo. Normalmente é assumido que o nível médio da energia, tomado ao longo de um comprimento de onda, é praticamente constante para todo o comprimento do cabo. Se este nível de energia é conhecido para o cabo, no campo, o nível de tensão nos pontos de suspensão podem ser calculados sem dificuldades. As condições de contorno num extremo, normalmente não afetam as condições no outro extremo devido ao comprimento do cabo e ao amortecimento interno do mesmo, para os modos de vibrar correspondentes aos harmônicos de ordem superior, ou de pequeno comprimento de onda, como é o caso das vibrações devido ao descolamento de vórtice.

Assumindo que as extremidades do cabo condutor são fixas e desprezando-se a rigidez à flexão do mesmo, as suas frequências naturais podem ser calculadas através da expressão onde f_n é a frequência natural, correspondente ao n -ésimo modo de vibrar, L o comprimento do vão, T a tensão longitudinal no condutor em sua massa:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (3.4)$$

Para o primeiro modo de vibrar, correspondente à frequência fundamental de vibração, tem-se $n = 1$; para os harmônicos de ordem superior, n assume valores inteiros maiores que a unidade.

As observações de campo mostram que os condutores vibram com frequências variáveis, dependendo da velocidade do vento, o que é esperado da teoria. Na maioria dos modelos estudados, leva-se em conta um modelo de excitação determinístico, o que não concorda com a realidade. Obviamente a velocidade do vento na atmosfera é uma grandeza nitidamente estocástica. Além do caráter estocástico da formação dos vórtices, o próprio movimento do condutor tem como resultado uma aleatoriedade na força desenvolvida pelos vórtices. Assim as vibrações eólicas dos condutores de linhas de transmissão elétrica são vibrações nitidamente estocásticas, o que é considerado em poucos trabalhos. Geralmente os modelos determinísticos fornecem bons resultados; no entanto, para um estudo mais detalhado e profundo das vibrações eólicas e seus efeitos, é necessário a consideração de excitação estocástica por parte do fluxo de ar. São poucos os trabalhos que fazem tal consideração, podendo-se citar, por exemplo, Hagedorn [H7], Hagedorn, Schmidt e Nascimento [H8], Hagedorn e Nascimento [H9], Nascimento [N5] e Schmidt e Hagedorn [S4], trabalhos relativamente recentes com considerações referentes a modelos estocásticos de excitação de contínuos unidimensionais, aplicáveis a linhas de transmissão.

No presente trabalho pretende-se dar ênfase ao caráter estocástico da excitação do vento e sua modelagem, o que é analisado em detalhes no capítulo 7.

São vários os parâmetros que influenciam o comportamento dos cabos condutores no que diz respeito às vibrações eólicas.

Pode-se citar primeiramente as propriedades do cabo, como por exemplo o amortecimento interno, que é um fator importante relacionado com a sensibilidade dos condutores às vibrações eólicas. Naturalmente, quanto maior o amortecimento interno do cabo maior a energia dissipada no mesmo e, conseqüentemente, menor o perigo de ruptura. No entanto, na maioria dos casos, o amortecimento do cabo é pequeno, sendo geralmente desprezado num balanço energético global. Em relação às propriedades do condutor pede-se citar também defeitos provenientes do processo de fabricação, que podem determinar uma maior ou menor sensibilidade do condutor.

Também importante são os parâmetros da linha de transmissão, como tensão longitudinal estática, comprimento do vão, direção e altura da linha topográfica da região.

Com o aumento da tensão longitudinal, aumenta também a sensibilidade do condutor à vibração eólica, o que é atribuído à variação inversamente proporcional do amortecimento interno do cabo condutor com a tensão longitudinal.

O aumento da tensão longitudinal determina também um aumento da altura do cabo de forma geral, de maneira que o mesmo pode ficar sujeito a outras condições do vento, normalmente mais uniformes do que mais próximo ao solo, aumentando assim o perigo de ocorrência de vibrações.



Conforme mostrado na expressão 3.4, o aumento do comprimento do vão acarreta uma maior proximidade das frequências naturais do condutor; desta forma o aumento do comprimento do vão também pode significar uma maior sensibilidade do cabo condutor à vibração eólica. Devido à maior proximidade das frequências naturais aumenta a transferência de energia do vento para o cabo.

A direção da linha de transmissão pode ser importante, dependendo da forma de ocorrências de vento no local de construção da linha. Normalmente as vibrações são atribuídas a ventos horizontais que incidem perpendicularmente aos cabos. No entanto, experiências mostram que a incidência de vento horizontal com ângulo de incidência de até 10° em relação à direção longitudinal dos cabos também pode ocasionar a ocorrência de vibrações.

A topografia do terreno próximo às linhas de transmissão também é importante, pois determina, de certa forma, a regularidade da incidência do vento sobre a linha. A existência de obstáculos leva à turbulência do vento nas camadas próximas ao solo, diminuindo a probabilidade de ocorrência de vibrações.

As condições atmosféricas também são importantes, tendo em vista que sob condições atmosféricas ruins aumenta a velocidade e a turbulência do vento e, como consequência, diminui a probabilidade de ocorrência de vibrações.

3.4. Conseqüências das vibrações

As conseqüências das vibrações são as mais diversas possíveis, dependendo do tipo de vibração; no entanto, qualquer que seja a conseqüência primeira da vibração a mesma poderá ocasionar uma danificação no condutor com a conseqüente interrupção do fornecimento da energia elétrica, que é o que se deseja evitar.

No caso de galope os efeitos mais comuns são:

- redução da segurança elétrica devido à diminuição da distância entre os condutores e a possibilidade de ocorrência de descargas elétricas e curto-circuitos;
- redução da segurança mecânica em virtude da ocorrência de cargas dinâmicas adicionais nos condutores e na estrutura da linha de transmissão, assim como em virtude de fadiga térmica dos condutores.

As oscilações de grande amplitude podem causar curto-circuito entre os condutores, com a ocorrência de descarga elétrica e o conseqüente aquecimento excessivo dos condutores, o que pode danificar os mesmos e reduzir sensivelmente sua vida útil. O galope também pode ocasionar



uma carga dinâmica excessiva no próprio condutor, suas armaduras e nos mastros, de forma a causar em qualquer destes componentes, níveis de tensão dinâmica acima dos limites de projeto, podendo comprometer toda a estrutura da linha de transmissão, mesmo no caso de não provocar rupturas. Como este tipo de vibração pode ocorrer durante várias horas, não é incomum que ele leve a uma interrupção do fornecimento de energia elétrica. Além disto, deve-se considerar também a duração da interrupção que pode se prolongar demasiadamente, devido à necessidade de reparos na linha.

Os casos de ruptura direta devido ao galope não são muito comuns, sendo mais usual a ruptura devido à fadiga ocasionada na estrutura com o tempo, também em consequência dos outros tipos de vibração, o que, no global, causa uma deterioração das propriedades mecânicas dos componentes da linha de transmissão como grampos de suspensão, isoladores, torres, etc.

As vibrações eólicas, por serem de alta frequência e baixa amplitude, têm como consequência principal a ocorrência de fadiga nos cabos condutores. Tendo em vista que o condutor é livre ao longo de seu comprimento, sendo fixo apenas nas extremidades, nestas o condutor experimenta uma solitação maior, pelo fato do alongamento na superfície do condutor atingir níveis altos, o que tem como consequência um maior nível de tensão.

Naturalmente, as extremidades do condutor não são absolutamente fixas, podendo se movimentar no espaço; no entanto, devido à relação dimensional entre os isoladores e os comprimentos de vão, é possível considerar os condutores como cabos engastados nas extremidades.

Experiências de laboratórios indicam que o alongamento experimentado pelos fios externos dos cabos condutores, devido às várias fases pelos quais eles passam, desde a produção até a montagem, pode ser distribuído da seguinte maneira:

- 36% devido ao processo de enrolamento dos fios;
- 22% devido à curvatura do condutor no grampo de suspensão;
- 11% devido à montagem do condutor e
- 6,5% devido às tensão estática longitudinal e à fluência.

Aqui, o alongamento total (100%) é considerado como aquele para o qual não deve ocorrer danos no cabo condutor.

Assim, permanecem apenas 24,5% de "reserva de alongamento" devido às solicitações em consequência das vibrações eólicas.

Naturalmente este percentual pode ser aumentado, diminuindo a sensibilidade dos cabos condutores às vibrações eólicas, se forem tomadas medidas preventivas durante o processo de produção e montagem dos cabos, de forma a diminuir a incidência de alongamento devido aos efeitos citados.



No entanto, mesmo com todas as medidas preventivas tomadas, o cabo continua a ser sensível às vibrações eólicas, com seu ponto crítico situado nas extremidades de fixação. As extremidades são os pontos mais vulneráveis pela ocorrência de níveis elevados de tensão, as quais podem ser de vários tipos, quais sejam :

a) tensão estática:

- tensão no ponto de suspensão devido ao peso do condutor;
- tensão de compressão devido à pressão do grampo de suspensão;
- tensão de flexão devido à curvatura do condutor no ponto de suspensão;

b) tensão dinâmica:

- tensão de flexão dinâmica devido às vibrações.

Adicionalmente, os cabos são sujeitos ao desgaste com o tempo, o que pode provocar um aumento do nível de tensão interna, assim como podem ocorrer micro fissuras, devido à abrasão ou fadiga e, conseqüentemente, concentração de tensão, que é a forma mais comum de manifestação das vibrações eólicas, causando nos condutores fadiga, de forma que sua propagação ocasiona uma ruptura dos fios do condutor, com conseqüente ruptura posterior do cabo condutor.

Os cabos condutores normalmente são constituídos de uma alma de aço, com fios de cobre ou alumínio enrolados helicoidalmente na alma de aço. A parte interna de aço responde pela resistência mecânica do condutor, ao passo que os fios externos de cobre ou alumínio são empregados por apresentarem melhores propriedades elétricas que o aço. A figura 3.7 mostra um cabo condutor.



FIGURA 3.7 Cabo condutor.

Em muitos casos o início de rompimento dos cabos condutores se dá na alma do cabo sendo praticamente impossível a predição de ruptura, a não ser com o uso de métodos sofisticados de inspeção. Quando a ruptura se inicia nas camadas de fios externos, elas podem até ser detectadas a olho nu, simplificando sobremaneira um acompanhamento da progressão do defeito.

Na figura 3.8, são mostrados os locais mais vulneráveis dos cabos condutores e na figura 3.9 Dulhunty [D5] e Möcks [M9] danos causados em cabos condutores devido às vibrações eólicas.

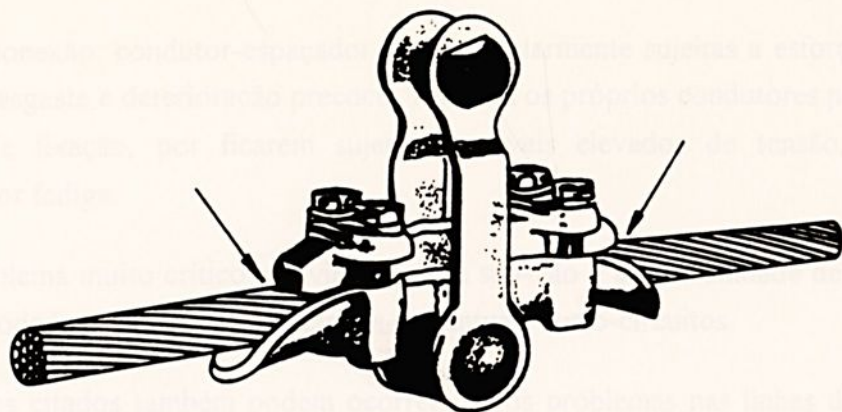


FIGURA 3.8 Locais mais vulneráveis do cabo condutor.

As vibrações de sub-vão também podem ter conseqüências danosas para os cabos condutores e, em especial, para os espaçadores. No caso de grupos de dois condutores dispostos verticalmente, as vibrações apenas afetam os condutores no sub-vão, desde que os espaçadores empregados estejam situados em posições nodais. Esta condição básica é uma das causas principais de ocorrência de falhas nos espaçadores.

No conjunto de dois condutores, além do fenômeno acima, também podem ocorrer vibrações devido ao acoplamento aerodinâmico, quando os condutores estiverem em disposição horizontal. O mesmo é esperado ocorrer em conjuntos de mais de dois condutores, dependendo da geometria do conjunto.



FIGURA 3.9 Danos causados em um cabo condutor.

As juntas de conexão: condutor-espaçador são particularmente sujeitas a esforços elevados, com conseqüente desgaste e deterioração precoce. Também os próprios condutores podem ser afetados nos pontos de fixação, por ficarem sujeitos a níveis elevados de tensão, podendo sofrer deterioração por fadiga.

Um outro problema muito crítico nas vibrações de sub-vão é a possibilidade de aproximação dos cabos, o que pode levar a descargas elétricas e eventuais curto-circuitos.

Além dos casos citados também podem ocorrer outros problemas nas linhas de transmissão em decorrência da interação: cabo condutor-vento. Em algumas situações onde a interação entre o diâmetro de condutor e a velocidade do vento é desfavorável, pode ocorrer a geração de um ruído audível desagradável, causando problemas se o efeito ocorrer nas proximidades de centros populacionais.

Em todos os casos de vibrações de cabos condutores, as mesmas são transmitidas para os outros componentes da linha de transmissão, em especial grampos de fixação, isoladores e torres. No entanto, é raro a ocorrência de rupturas em torres, sendo os elementos de sustentação mais susceptíveis à falha. O mais comum é a ocorrência de rupturas devido à fadiga em conseqüência das vibrações eólicas, sendo mais raro a ocorrência de ruptura destes elementos em decorrência de vibrações de sub-vão ou galope. De uma maneira geral as vibrações induzidas pelo vento são prejudiciais aos componentes da linha por reduzir a vida útil dos mesmos.

CONTEÚDO DAS VIBRAÇÕES



4.1. Introdução

Neste capítulo são apresentadas considerações relativas à forma de combate às vibrações de linhas de transmissão, em especial o emprego de amortecedores de vibração. São apresentados vários tipos de combate às vibrações, em especial as vibrações aéreas, são também apresentadas considerações conceituais sobre as energias introduzidas pelo vento no cabo condutor, dissipada pelo próprio cabo e dissipada através do emprego de amortecedores.

4.2. Formas de combate às vibrações

No combate às vibrações de linhas de transmissão são empregadas formas simples e eficazes de combate. Aqui estas formas não são o assunto principal do trabalho empregado no texto de controle.

Por medidas simples criam-se meios que são ligados com o objetivo de eliminar total ou parcialmente o mecanismo de excitação das vibrações, ou não agir de certa forma que se amplifique as vibrações se ocorrerem devido a falhas não compromissoras para o sistema. Praticamente procura-se prevenir o crescimento das vibrações de forma que a linha seja suscetível às vibrações causadas devido a condições naturais. Nos tipos de medidas no texto se procura se construir uma linha de transmissão. No entanto, a maioria dos casos é impossível uma eliminação total de falhas, daí se procura a linha de transmissão, principalmente pelo caráter de

CAPÍTULO 4

COMBATE ÀS VIBRAÇÕES

Neste caso, então, adotam-se as chamadas medidas passivas.

Por medida passiva entende-se medidas tomadas com o objetivo de eliminar total ou parcialmente as vibrações sobre as linhas de transmissão não dependendo propriamente do mecanismo de excitação. Neste caso as vibrações continuam a existir e continuam aumentando a menos que seja feita alguma medida. Normalmente estas medidas são empregadas em estruturas já construídas onde é difícil ou impossível a adoção de medidas ativas.

As medidas ativas podem ser, por exemplo, limitação de comprimento de onda, aumento do número de pontos de ancoragem, escolha de materiais com coeficiente de expansão térmica diferente dos cabos condutores, uso de torções especiais dentro dos limites regulamentares e emprego de tipos de suspensão especiais. No caso de vibrações aéreas de linhas de transmissão, o emprego de amortecedores de vibração é uma medida passiva. É também possível a adoção de uma medida ativa de controle de vibrações de linhas de transmissão, empregando-se dispositivos especiais.



4.1. Introdução

Neste capítulo são apresentadas considerações relativas à forma de combate das vibrações de linhas de transmissão, em especial o emprego de amortecedores de vibração. São apresentados vários tipos de combate às vibrações, em especial as vibrações eólicas; são também apresentadas considerações energéticas sobre as energias introduzidas pelo vento no cabo condutor, dissipada pelo próprio cabo e dissipada através do emprego de amortecedores.

4.2. Formas de combate às vibrações

No combate às vibrações de linhas de transmissão são empregadas formas ativas e passivas de combate. Aqui estes termos não tem o mesmo significado usualmente empregado na teoria de controle.

Por medidas ativas entende-se medidas que são tomadas com o objetivo de eliminar total ou parcialmente o mecanismo de excitação das vibrações, ou então agir de certa forma que as amplitudes de vibração se conservem dentro de faixas não comprometedoras para o sistema. Praticamente procura-se projetar e construir uma linha de forma que a mesma seja o menos susceptível às vibrações causadas devido à ação do vento. Naturalmente, estes tipos de medidas só tem sentido ao se construir uma linha de transmissão. No entanto, na maioria dos casos é impossível uma eliminação total da influência da atmosfera sobre a linha de transmissão, principalmente pelo caráter não determinístico de suas propriedades.

Neste caso, então, adotam-se as chamadas medidas passivas.

Por medida passiva entende-se medidas tomadas com o objetivo de eliminar ou diminuir a ação das vibrações sobre as linhas de transmissão, não influenciando propriamente o mecanismo de excitação. Neste caso as vibrações continuam a excitar a estrutura, tentando-se apenas diminuir o seu efeito prejudicial à mesma. Normalmente estas medidas são empregadas em estruturas já construídas onde é difícil ou inviável a adoção de medidas ativas.

As medidas ativas podem ser, por exemplo: diminuição do comprimento do vão com o conseqüente aumento do número de mastros, escolha do posicionamento conveniente dos mastros com o conseqüente direcionamento dos cabos condutores, uso de tensões estáticas dentro dos limites recomendados e emprego de tipos de suspensão convenientes. No caso de vibrações de sub-vão é comum o uso de vários espaçadores e também o giro dos sub-vãos. No caso do galope as medidas ativas se resumem na tentativa de dificultar a formação de gelo sobre os cabos condutores. É também comum a adoção de mais de uma medida simultaneamente, dependendo da eficiência esperada do conjunto de medidas adotadas.



No entanto, face à dificuldade em se evitar ou eliminar o mecanismo de excitação por parte do vento, é fundamental o desenvolvimento e a implementação de medidas passivas. Em quase todos os casos de implementação de medidas passivas, estas se resumem essencialmente em absorver e dissipar a energia mecânica transferida pelo vento aos cabos condutores.

No caso do galope são empregados vários tipos de amortecedores de construção especial, principalmente devido à faixa de frequência em que ocorre este tipo de vibração. Por ser um tipo de vibração de frequência muito baixa, torna-se difícil a concepção de um amortecedor com frequência natural da ordem de alguns Hertz. Por divergir do escopo deste trabalho não serão tratados aqui com mais detalhes os tipos de amortecedores empregados no combate ao galope.

Na figura 4.1 são mostrados alguns tipos de espaçadores amortecedores de linhas de transmissão.

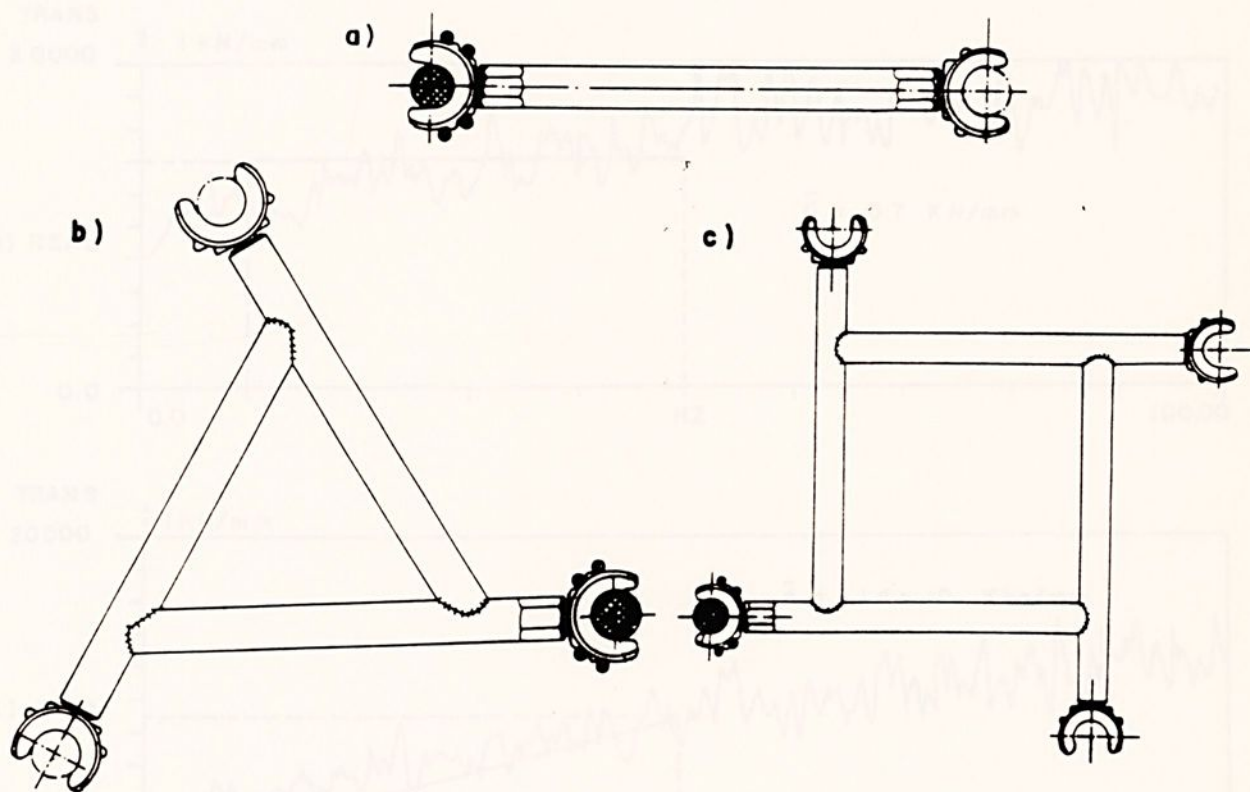


FIGURA 4.1 - Espaçadores de linha de transmissão; a) espaçador de 2 condutores, b) espaçador de 3 condutores; c) espaçador de 4 condutores.

No combate às vibrações de sub-vão são empregados atualmente espaçadores com características de amortecimento. Os primeiros espaçadores empregados eram totalmente rígidos colaborando muito acentuadamente para um acoplamento dos efeitos aerodinâmicos provocados nos condutores. Face à necessidade de separação dos cabos condutores, é essencial a propriedade de rigidez dos espaçadores; no entanto, tem-se procurado introduzir elementos amortecedores de

borracha nos pontos de fixação dos espaçadores com os cabos condutores. Esta medida aumenta a flexibilidade local da união diminuindo os níveis de tensão a que ficam sujeitos os cabos e os espaçadores, aumentando sob este aspecto a vida útil dos mesmos, além de agirem também como amortecedores de vibrações, por dissipar nestas juntas parte da energia introduzida pelo vento nos cabos condutores.

Na figura 4.2 são mostradas características de rigidez e amortecimento de um espaçador simples de dois cabos, obtidas através de medidas em laboratório. Como se observa da figura, o espaçador apresenta uma característica de amortecimento pouco acentuada. Atualmente se pesquisa uma forma de aumentar o coeficiente de amortecimento, de maneira a se obter um aumento da eficiência dos espaçadores. Também este assunto não será tratado com detalhes aqui, por fugir do escopo deste trabalho. Estas características foram obtidas em laboratório pelo autor.

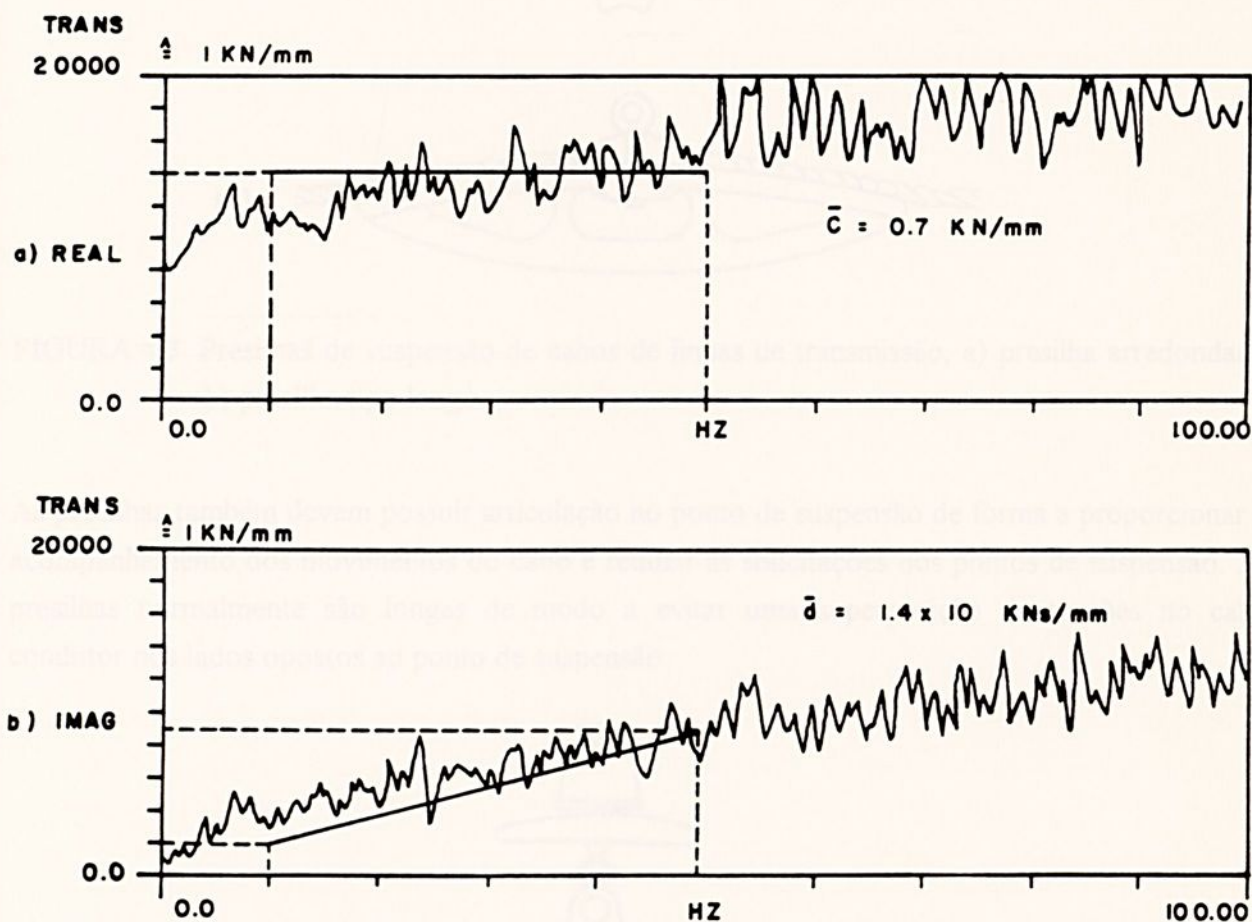


FIGURA 4.2 Características mecânicas de espaçadores de dois condutores; impedância de transferência entre os extremos; a) parte real = coeficiente de amortecimento; b) parte imaginária = coeficiente elástico.

No caso das vibrações eólicas uma das medidas passivas empregadas é o uso de presilhas de sustentação apropriadas. As presilhas de sustentação devem ter uma forma especial para proporcionar ao cabo condutor uma curvatura suave e progressiva evitando na suspensão uma transição brusca ou um ângulo vivo no cabo condutor. Isto pode agir como um fator de concentração de tensões aumentando a sensibilidade do cabo condutor à ruptura por fadiga. Normalmente procura-se fazer com que o cabo condutor deixe a presilha de suspensão tangencialmente. A figura 4.3 mostra alguns tipos de presilhas de suspensão.

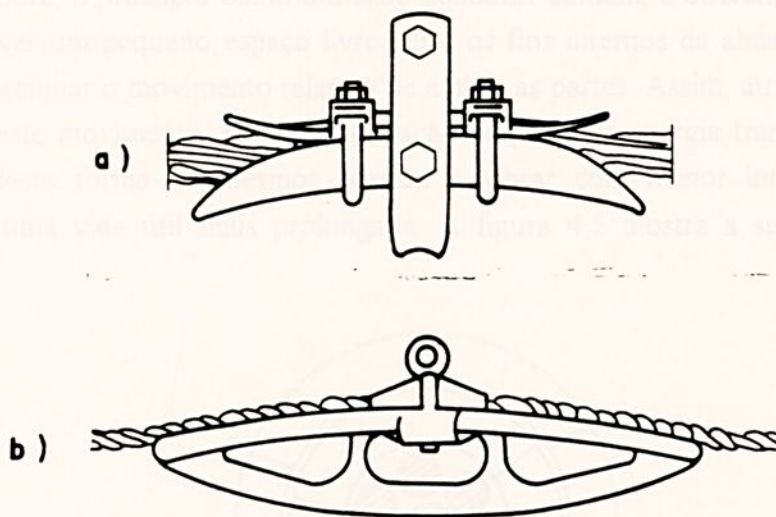


FIGURA 4.3 Presilhas de suspensão de cabos de linhas de transmissão, a) presilha arredondada; b) presilha tipo longo.

As presilhas também devem possuir articulação no ponto de suspensão de forma a proporcionar o acompanhamento dos movimentos do cabo e reduzir as solicitações nos pontos de suspensão. As presilhas normalmente são longas de modo a evitar uma superposição de tensões no cabo condutor nos lados opostos ao ponto de suspensão.

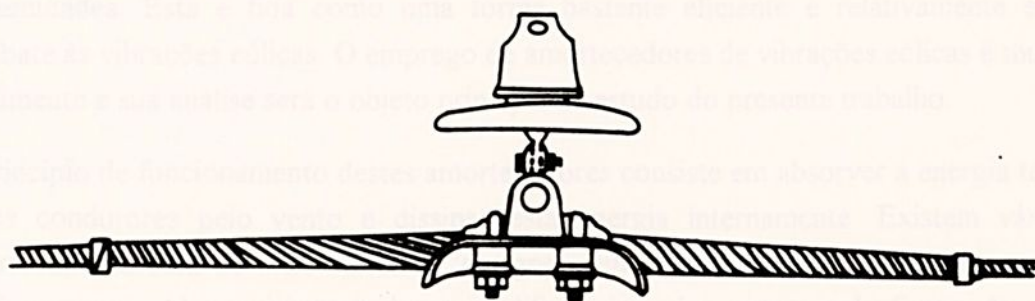


FIGURA 4.4 Armadura cônica "armor rod".

Também muito empregado é o capeamento do condutor de forma a aumentar progressivamente a rigidez do mesmo no ponto de suspensão. Com o aumento da rigidez diminui a amplitude de vibração e, conseqüentemente, o nível de tensão que solicita o condutor, de forma a aumentar a vida útil do mesmo. A figura 4.4 mostra este tipo de armadura cônica, muito conhecida pelo termo em inglês "armor rod".

Um outro procedimento ou medida empregada, apesar de menos intensamente, é o uso de cabos anti-vibratórios. Este tipo de cabo consiste de uma alma com fios de aço e fios externos de alumínio ou cobre, a princípio como um cabo condutor comum; a diferença, no entanto, consiste no fato de haver um pequeno espaço livre entre os fios internos da alma e os fios externos, de forma a proporcionar o movimento relativo de ambas as partes. Assim, através do atrito e choque proveniente deste movimento, se dá a dissipação de parte da energia transferida aos condutores pelo vento; desta forma os mesmos passam a vibrar com menor intensidade, tendo como conseqüência uma vida útil mais prolongada. A figura 4.5 mostra a seção de um cabo anti-vibratório.

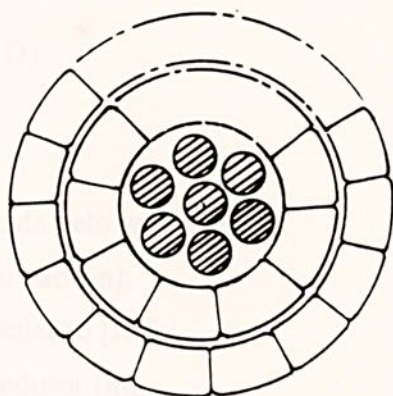


FIGURA 4.5 - Cabo condutor anti-vibratório.

Além destas formas citadas de combate às vibrações eólicas, também se emprega comumente os chamados amortecedores de vibração, instalados nos cabos condutores próximos de suas extremidades. Esta é tida como uma forma bastante eficiente e relativamente econômica de combate às vibrações eólicas. O emprego de amortecedores de vibrações eólicas é muito difundido atualmente e sua análise será o objeto principal de estudo do presente trabalho.

O princípio de funcionamento destes amortecedores consiste em absorver a energia transferida aos cabos condutores pelo vento e dissipar esta energia internamente. Existem vários tipos de amortecedores com os mais variados "designs", tendo no entanto, todos o mesmo princípio de funcionamento. Alguns amortecedores se diferenciam dos outros pela forma de dissipação de energia. No capítulo seguinte serão apresentados os tipos de amortecedores mais empregados, com descrição detalhada sobre seu funcionamento.

A seguir, será analisada a questão relativa ao balanço energético no sistema vento-cabo-amortecedor.

4.3 - Considerações energéticas

A análise energética das vibrações eólicas conduzem a três considerações básicas: energia fornecida pelo vento ao cabo condutor, responsável pelo mecanismo de excitação, energia dissipada pelo próprio cabo condutor, e energia absorvida do cabo pelos "amortecedores" de vibração. Neste item serão analisadas estas três considerações, assim como a consequência do balanço energético no sistema.

4.3.1 - Potência fornecida pelo vento

A tendência do movimento vibratório do cabo condutor é aumentar até que a taxa de variação da energia fornecida pelo vento seja igual à de dissipação de energia no cabo.

Pesquisas experimentais realizadas em laboratório, permitiram concluir que a potência máxima fornecida pelo vento ao cabo condutor, pode ser expressa por:

$$P_v = L \cdot f^3 \cdot D^4 \cdot F(Y/D) \quad (4.1)$$

onde,

- P_v = potência fornecida pelo vento [W];
- L = comprimento do vão [m];
- f = frequência de oscilação [Hz];
- D = diâmetro do condutor [m];
- Y = amplitude da onda estacionária de vibração [m];
- F = "função de".

Substituindo-se (3.2) em (4.1), obtém-se:

$$P_v = S^3 \cdot V^3 \cdot D \cdot L \cdot F(Y/D). \quad (4.2)$$

4.3.2. Potência dissipada pelo condutor

A potência fornecida pelo vento ao condutor, é dissipada, perdida ou neutralizada em um vão por diversos meios:

1. transferência à estrutura e seus componentes e até ao solo;
2. transferência do condutor aos vãos adjacentes;
3. dissipação por fricção do movimento relativo entre os fios do cabo condutor;
4. dissipação por atrito com o ar.

Destes tipos de perdas, a parcela de maior capacidade de atenuação das vibrações é a fricção entre os fios do cabo condutor.

Se dentro de um determinado vão não houver outra fonte de dissipação de energia, como por exemplo, dispositivos amortecedores de vibração, toda potência fornecida pelo vento será dissipada destas formas ditas acima.

A figura 4.6, mostra curvas características qualitativas da potência fornecida pelo vento ao cabo condutor e da potência dissipada pelo cabo condutor em função da amplitude do movimento do cabo.

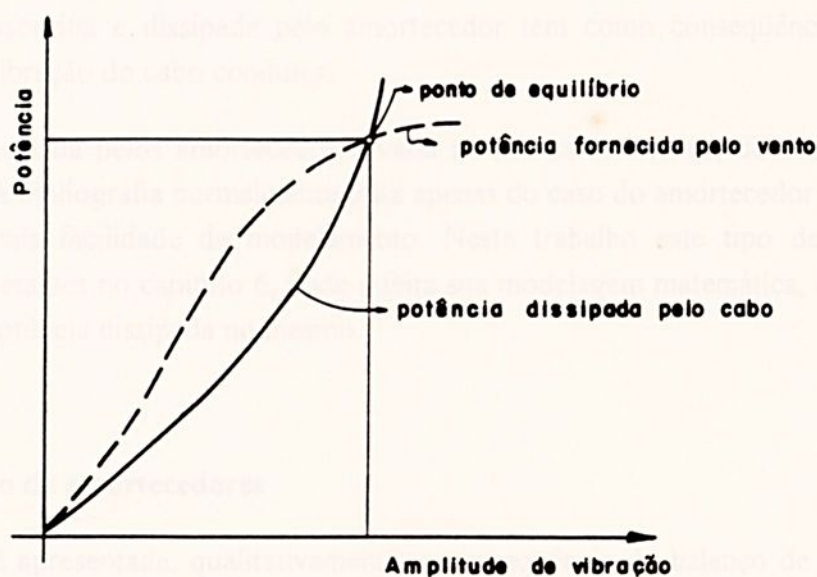


FIGURA 4.6 Curvas características da potência fornecida pelo vento e da potência dissipada, em função da amplitude do movimento.

Deve ser notado que o ponto de equilíbrio está caracterizado por uma amplitude relativamente grande, sendo conveniente que esta amplitude seja reduzida a um mínimo, cujo valor não represente nenhum perigo para o condutor.

Utilizando-se dispositivos amortecedores de vibração, faz-se com que o equilíbrio de potência ocorra para pequenas amplitudes de vibração, modificando consideravelmente a curva que representa a potência dissipada pelo cabo.

Diversos ensaios realizados com a finalidade de se determinar a potência dissipada nos cabos condutores, fornecem a seguinte expressão:

$$P_d = Q \cdot Y^m \cdot f^n \cdot L \quad (4.3)$$

onde,

- P_d = potência dissipada pelo condutor [W];
- Q = constante que varia para cada cabo condutor;
- m, n = expoentes que dependem da frequência, amplitude, bitola do cabo e da tensão mecânica;
- f, L, Y conforme equação (4.1).

4.3.3. Potência dissipada pelo amortecedor

A potência absorvida e dissipada pelo amortecedor tem como consequência uma redução da amplitude de vibração do cabo condutor.

A potência dissipada pelos amortecedores varia na sua característica, de acordo com o tipo de amortecedor. A bibliografia normalmente trata apenas do caso do amortecedor Stockbridge, pois é o tipo com mais facilidade de modelamento. Neste trabalho este tipo de amortecedor será analisado em detalhes no capítulo 6, onde é feita sua modelagem matemática, com a derivação da expressão da potência dissipada no mesmo.

4.4. O emprego de amortecedores

Na figura 4.7 é apresentada, qualitativamente, a consequência do balanço de energia no sistema condutor amortecedor.

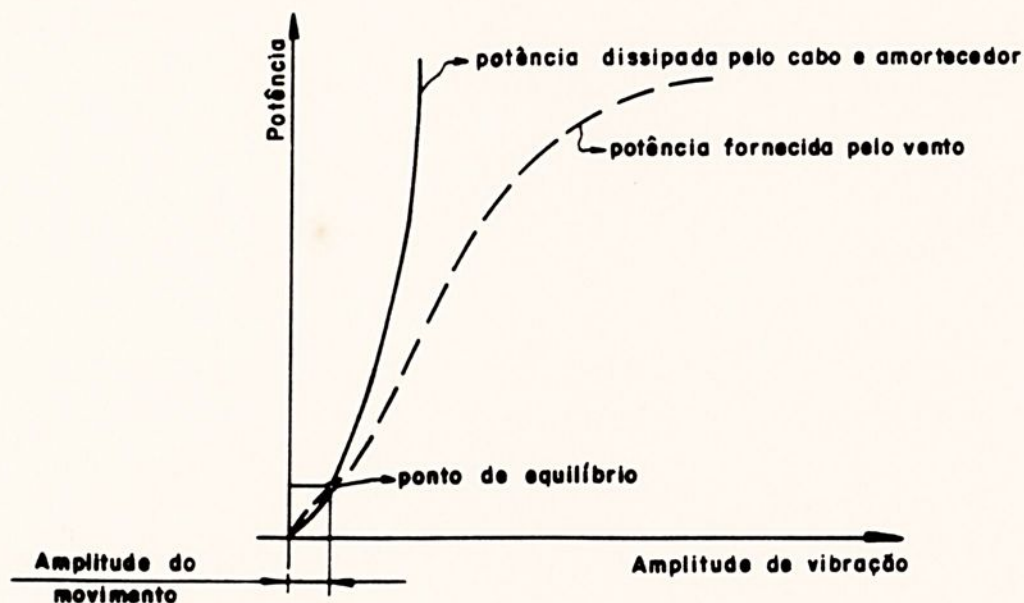


FIGURA 4.7 Amplitude do movimento durante a ocorrência do equilíbrio de potência.

A amplitude de vibração de um vão tende a crescer, até que a potência fornecida pelo vento e a dissipada no vão se igualem. A energia contida no vão torna-se constante e uma vibração estacionária é mantida nesta amplitude.

A diminuição do nível de vibração em consequência do emprego do amortecedor faz com que a vida útil do cabo condutor seja aumentada.

No capítulo seguinte são apresentados os tipos de amortecedores mais empregados no combate às vibrações. No entanto, uma análise matemática detalhada só é feita para o amortecedor Stockbridge, no capítulo 6.

CAPÍTULO 5

AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO



5.1. Introdução

A função dos amortecedores é manter as vibrações de linha por vento, pragas do local de instalação do cabo condutor e manuseio de materiais e equipamentos sob controle. A manutenção destes vibradores faz com que os níveis de esforços mecânicos e a altura permitida para torre ou para vãos adjacentes sejam reduzidos.

Com a utilização de amortecedores adequados é possível a redução de 40 a 50% do nível de vibração ficando assim dentro dos limites aceitáveis que são estabelecidos ao cabo condutor.

5.2. Ação de amortecedor

O princípio de funcionamento dos amortecedores é baseado na dissipação de energia por fricção. O atrito no ponto de contato do amortecedor com o cabo condutor faz com que o movimento de oscilação seja reduzido e a energia é absorvida pelo amortecedor e dissipada internamente.

Os amortecedores quando bem utilizados garantem a vida do condutor por um tempo muito maior, pois, para tanto, é necessário que tenham dimensões e pesos certos e também que sejam instalados nos pontos corretos da linha em alguns casos sua instalação pode ser feita com a linha energizada.

CAPÍTULO 5

5.3. Tipos de amortecedores

AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO

A seguir serão apresentados os tipos mais utilizados de amortecedores de vibração. A comparação dos mesmos no que diz respeito a eficiência, custo, manuseio, etc. encontra-se difícil face a dificuldade de se obter informações completas sobre todos eles.

5.3.1. Amortecedor tipo Dredge

É composto por um cabo de material com características semelhantes as do cabo condutor. Normalmente ele é feito com sobras do próprio condutor ou com pedaços de cabos, seu comprimento varia de acordo com o tamanho do vão, sendo de 3 a 5 m, ele deve ser fixo de cada lado das presilhas de suspensão, formando desta maneira um feixe no meio do condutor (figura 5.1).

Seu princípio de funcionamento é baseado na sua capacidade de dissipação de energia por fricção nos cabos. A instalação desse tipo de amortecedor em relação aos outros tipos é bem mais complicada, além dele não poder ser instalado com a linha energizada.



5.1. Introdução

A função dos amortecedores é minimizar as vibrações causadas pelo vento, próximo do local de fixação do cabo condutor. A minimização destas vibrações faz com que os níveis de esforços dinâmicos e a energia transmitida para torre ou para vãos adjacentes sejam reduzidos.

Com a utilização de amortecedores adequados é possível a redução da ordem de 80 à 90% do nível de vibração, ficando assim dentro de limites aceitáveis que não são prejudiciais ao cabo condutor.

5.2. Ação do amortecedor

O princípio de funcionamento dos amortecedores é baseado na dissipação de energia por fricção interna do material ou devido ao movimento relativo de elementos que constituem o amortecedor. Normalmente o amortecedor absorve energia do condutor e a dissipa internamente.

Os amortecedores quando bem utilizados, garantem a vida do condutor por um tempo muito maior, mas, para tanto, é necessário que tenham dimensões e pesos certos e também que sejam instalados nos pontos corretos da linha; em alguns casos sua instalação pode ser feita com a linha energizada.

5.3. Tipos de amortecedores

A seguir serão apresentados os tipos mais normais de amortecedores. A comparação dos mesmos no que diz respeito à eficiência, custo, manufatura, etc. torna-se difícil face à dificuldade de se obter informações completas sobre todos eles.

5.3.1. Amortecedor tipo Bretelle

É composto por um cabo de material com características semelhantes às do cabo condutor; normalmente ele é feito com sobras do próprio condutor ou com pedaços de cabos; seu comprimento varia de acordo com o tamanho do vão, sendo de 3 a 5 m; ele deve ser fixo de cada lado das presilhas de suspensão, formando desta maneira um laço em volta do condutor (figura 5.1).

Seu princípio de funcionamento é baseado na sua capacidade de dissipação de energia por fricção nos cabos. A instalação desse tipo de amortecedor em relação aos outros tipos é bem mais complicada, além dele não poder ser instalado com a linha energizada.

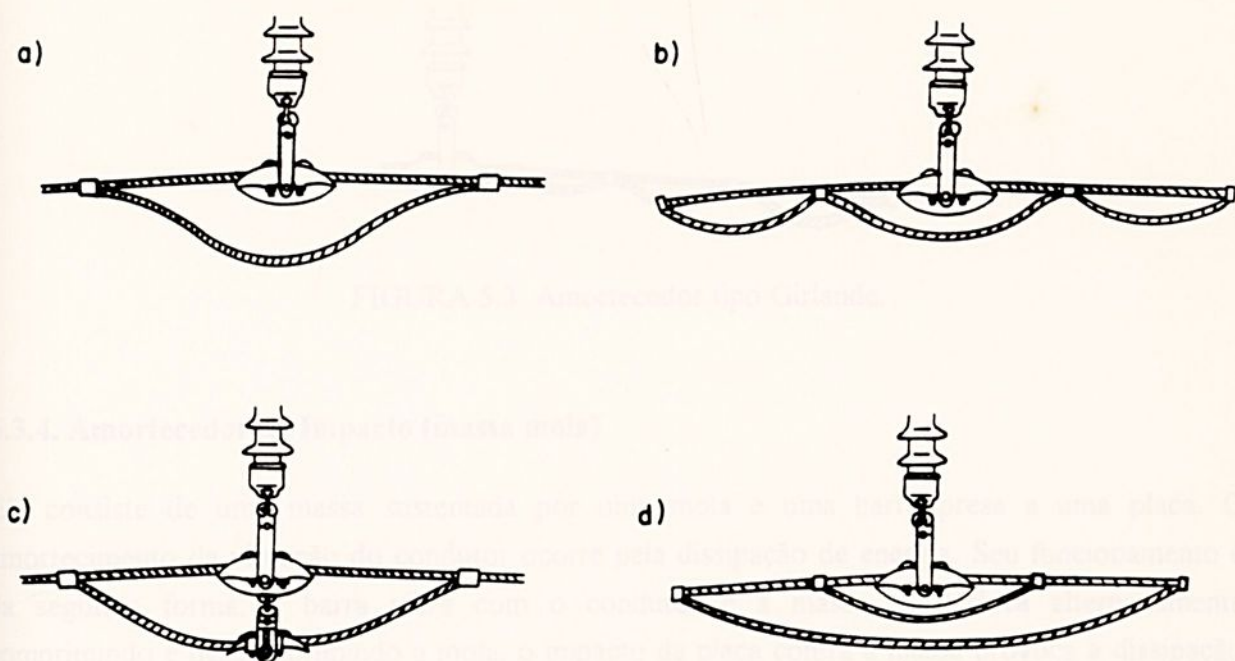


FIGURA 5.1 Amortecedor tipo Bretelle.

5.3.2. Amortecedor tipo Festão

Este amortecedor tem o mesmo princípio de funcionamento que o amortecedor Bretelle. Ele é formado por vários laços da sobra do próprio condutor, montados paralelamente ao mesmo, como mostrado na figura 5.2.

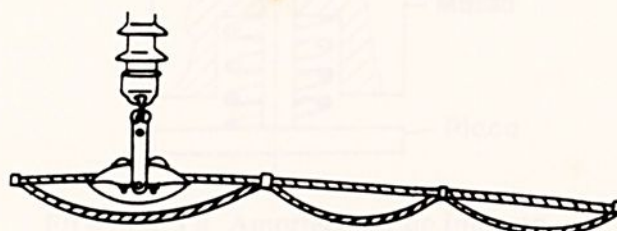


FIGURA 5.2 Amortecedor tipo Festão.

5.3.3. Amortecedor tipo Girlande

O amortecedor tipo Girlande também é do mesmo tipo dos amortecedores Bretelle e Festão, sendo empregado mais comumente na Noruega. É formado por vários laços montados próximos ao grampo de suspensão do condutor. A ação deste amortecedor é baixa, trabalhando, no entanto, em uma faixa de frequência ampla com amortecimento praticamente constante. Seu custo é baixo e sua montagem bastante simples (figura 5.3)



FIGURA 5.3 Amortecedor tipo Girlande.

5.3.4. Amortecedor de Impacto (massa mola)

Ele consiste de uma massa sustentada por uma mola e uma barra presa a uma placa. O amortecimento da vibração do condutor ocorre pela dissipação de energia. Seu funcionamento é da seguinte forma: a barra vibra com o condutor e a massa se desloca alternadamente comprimindo e descomprimindo a mola, o impacto da placa contra a massa provoca a dissipação de energia (figura 5.4).

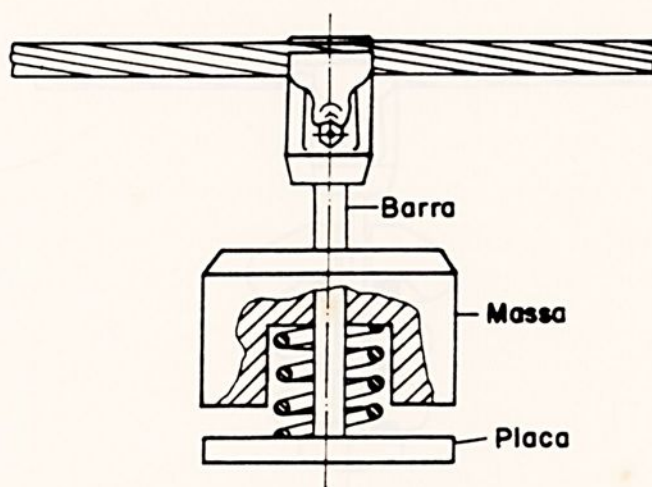


FIGURA 5.4 Amortecedor de Impacto.

5.3.5. Amortecedor de Braço Oscilante

Este tipo de amortecedor foi um dos primeiros dispositivos usados na redução das vibrações do condutor causadas pelo vento. Ele é composto por uma viga que é chamada de braço oscilante e de um anel de impacto, que são fixados ao cabo condutor (figura 5.5). A redução das amplitudes de vibração, ocorre devido ao impacto da extremidade móvel do braço oscilante com o anel de impacto, havendo assim uma dissipação de energia.

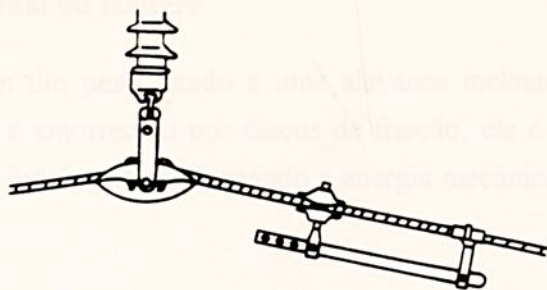


FIGURA 5.5 Amortecedor de Braço Oscilante.

5.3.6. Amortecedor Elgra

Este amortecedor é composto por um tirante, contra pesos e arruelas. O tirante é uma base cilíndrica articulada, os contra pesos são discos de ferro com furos centrais e as arruelas são de borracha ou neoprene, também com furos centrais; tanto os contra pesos como as arruelas são colocados alternadamente sobre a base cilíndrica (figura 5.6).

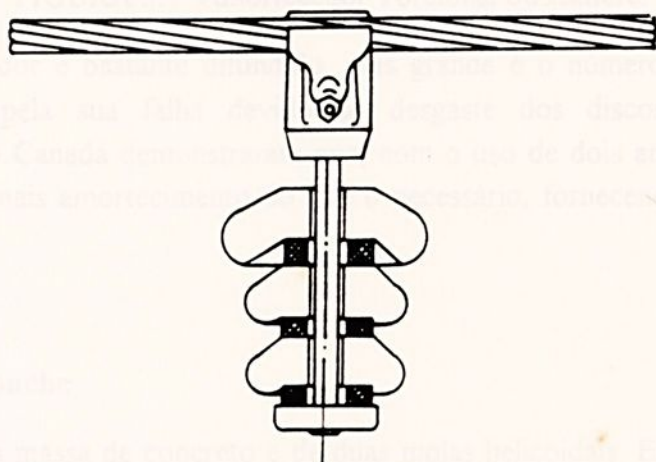


FIGURA 5.6 Amortecedor tipo Elgra.

Este dispositivo transforma a energia transferida pelo vento ao condutor em calor pela compressão das arruelas de borracha ou neoprene, na fricção interna destas. Este absorve cerca de 90% das vibrações, quando é utilizado corretamente; seu uso é por tempo ilimitado, pois, não sofre fadiga. Este amortecedor é de patente sueca, e tem sido bastante utilizado na península da Escandinávia. No Brasil, eles são fabricados sob licença e são usados em linhas de transmissão de grandes extensões, sendo que em algumas já contam com mais de 10 anos de funcionamento.



5.3.7. Amortecedor Torcional ou Haltere

É um amortecedor que tem um peso fixado a uma alavanca inclinada que tende a torsionar o condutor e seu movimento é amortecido por discos de fricção; ele é devolvido à posição inicial pela ação de uma mola. Ele funciona transformando a energia mecânica em calor, devido a fricção dos discos (figura 5.7).

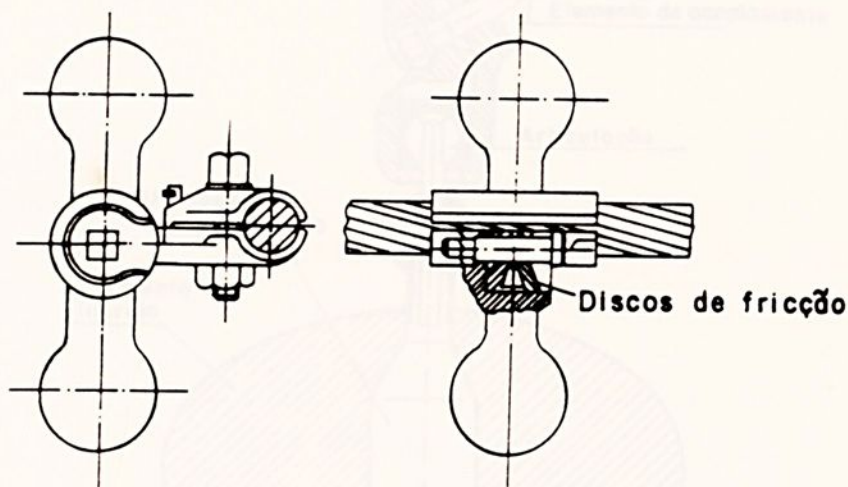


FIGURA 5.7 Amortecedor Torcional ou Haltere.

Este tipo de amortecedor é bastante difundido, mas grande é o número de rupturas de cabos condutores causadas pela sua falha devido ao desgaste dos discos de fricção. Ensaios experimentais feitos no Canadá demonstraram que, com o uso de dois amortecedores torcionais por vão, consegue-se mais amortecimento do que o necessário, fornecendo assim uma proteção adequada.

5.3.8. Amortecedor Bouche

Ele é composto de uma massa de concreto e de duas molas helicoidais. Ele transforma a energia fornecida pela vibração do condutor em calor, através do impacto entre a massa de concreto e a placa que também compõe o condutor (figura 5.8). Ele é fabricado pela Vibration Control Co., Pasadena, Califórnia e encontra-se em testes em diversos locais nos EUA.

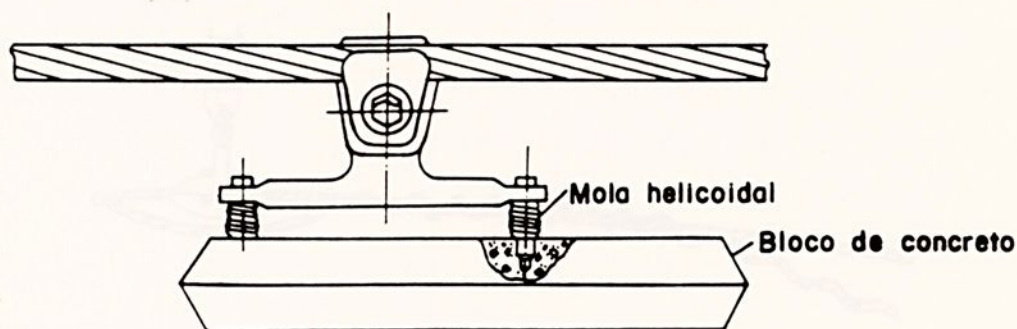


FIGURA 5.8 Amortecedor Bouche.

5.3.9. Amortecedor Hyball ou Linear

Ele é composto de quatro partes; elemento de acoplamento, articulação, unidade amortecedora e elemento de inércia, sendo que a unidade amortecedora é acoplada ao condutor através da articulação (figura 5.9).

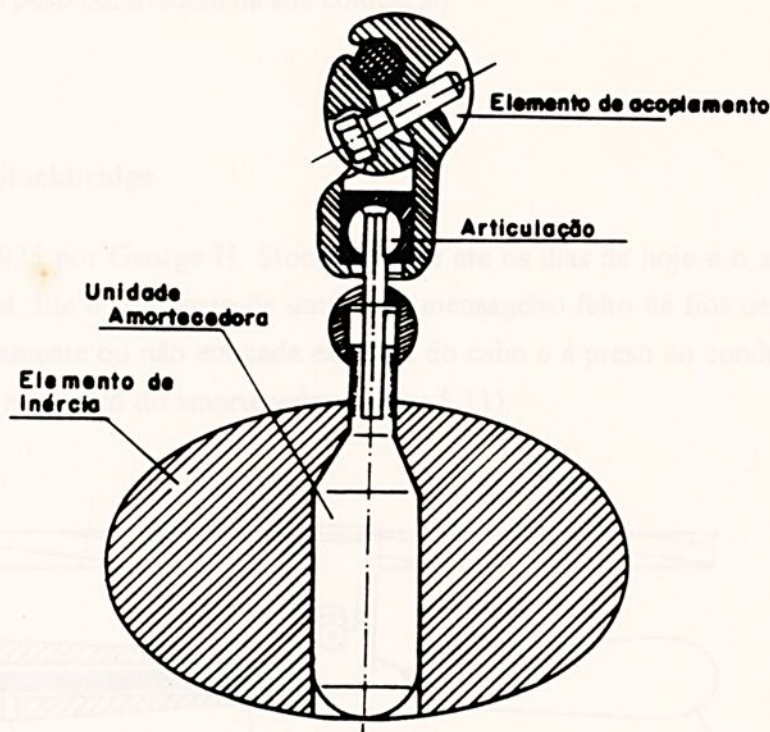


FIGURA 5.9 Amortecedor Hyball ou Linear.

Este amortecedor é um dispositivo linear, semelhante a um amortecedor a pistão, proporcionando desta maneira um amortecimento viscoso. Sua instalação pode ser feita com a linha energizada, mas para tanto é necessário que se utilize equipamentos especiais de linha viva. A vida média deste amortecedor é de cerca de 30 anos.

5.3.10. Amortecedor Pré-formado

O amortecedor pré-formado é feito de uma peça de plástico com seção circular, moldada em forma helicoidal. O material usado na sua fabricação é o cloreto de polivinila (figura 5.10).

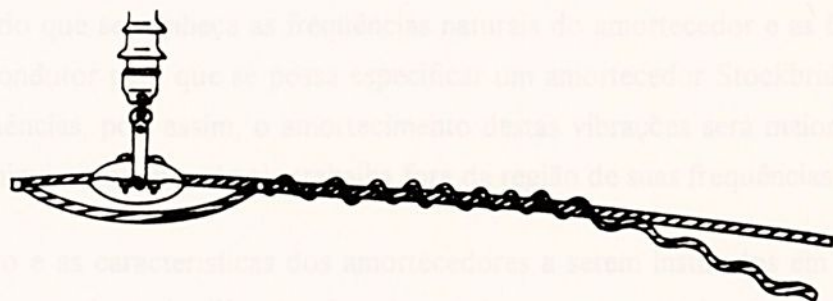


FIGURA 5.10 Amortecedor Pré-formado.

Este amortecedor é enrolado no condutor, sendo que mais ou menos $1/5$ do seu comprimento é enrolado mais apertado, o que garante a sua fixação ao condutor; o restante do seu comprimento, fica livre e devido ao movimento relativo entre o cabo e o amortecedor, é que se dá a redução das vibrações no condutor. Este amortecedor é de fácil instalação, mesmo em linhas energizadas, pois, a sua forma e seu baixo peso contribuem na sua colocação.

5.3.11. Amortecedor Stockbridge

Foi desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge, e até os dias de hoje é o amortecedor de maior aceitação mundial. Ele é composto de um cabo mensageiro feito de fios de aço com duas massas fixadas simetricamente ou não em cada extremo do cabo e é preso ao condutor através de uma presilha localizada no centro do amortecedor (figura 5.11).

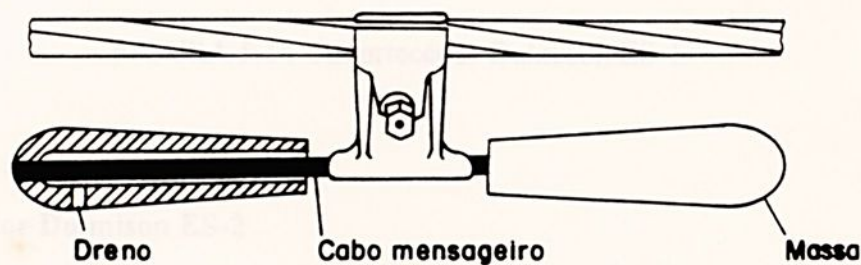


FIGURA 5.11 Amortecedor Stockbridge.

A dissipação de energia, ocorre através do amortecimento histerético e coulumbiano; o amortecimento histerético é obtido do material que compõe os fios do cabo mensageiro e o coulumbiano, devido a fricção entre os fios quando as duas massas oscilam. Este amortecedor trabalha em oposição de fase com o condutor e reduz em cerca de 90% as vibrações, tornando-as menos nocivas para os condutores.

O amortecedor Stockbridge, possui dois modos de vibrar e, conseqüentemente, duas freqüências naturais. É necessário que se conheça as freqüências naturais do amortecedor e as freqüências de vibração do cabo condutor para que se possa especificar um amortecedor Stockbridge que opere nesta faixa de freqüências, pois assim, o amortecimento destas vibrações será maior. A eficiência do amortecedor diminui muito quando ele trabalha fora da região de suas freqüências naturais.

Na prática o número e as características dos amortecedores a serem instalados em uma linha de transmissão são determinados pelo diâmetro do cabo e pelo comprimento do vão.

5.4.3. Amortecedor Dulmison ES-1

Este amortecedor corresponde ao amortecedor Stockbridge com os cabos messageiros envolvidos em uma camada de neoprene (figura 5.14). O emprego principal deste amortecedor é em regiões com possibilidades de tempestades de areia. A camada de neoprene neste caso, protege o cabo messageiro das partículas abrasivas, evitando que estas se alojem nas cavidades do cabo messageiro e diminuam sua vida útil. A designação ES vem da abreviatura de "elastomer sandwich", face a camada de neoprene.

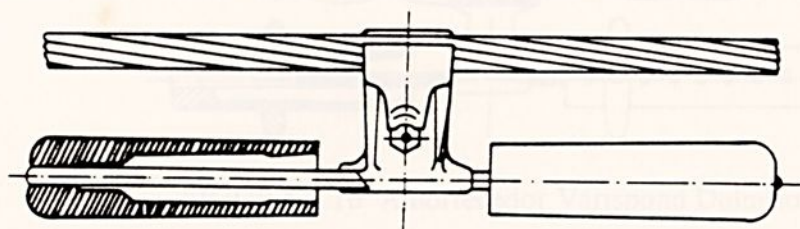


FIGURA 5.14 Amortecedor Dulmison ES-1.

5.4.4. Amortecedor Dulmison ES-2

É uma outra versão do amortecedor ES da Dumilson, sendo que um segundo "sanduíche" de elastômero é montado entre o condutor e a armação pré-formada que substitui a presilha convencional. Este dispositivo apresenta, devido aos dois "sanduíches", uma dissipação de energia através de amortecimento viscoso, além dos amortecimentos coulumbiano e histerético, característicos do amortecedor Stockbridge. O uso de armadura pré-formada sobre uma camada de neoprene evita o aparecimento de falhas por fadiga do material, no condutor, junto ao ponto de fixação do amortecedor (figura 5.15). Este amortecedor foi desenvolvido na Austrália.

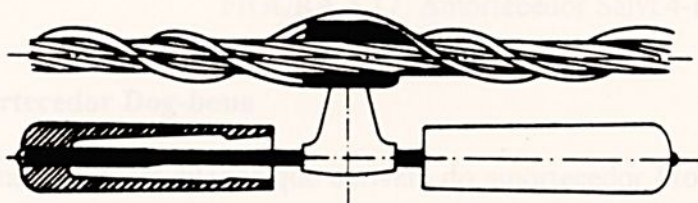


FIGURA 5.15 Amortecedor Dulmison ES-2.

5.4.5 - Amortecedor Varispond-Dulmison

Este tipo de amortecedor tem as mesmas características do amortecedor Dulmison ES-2, com a diferença de possuir duas massas toroidais, ajustáveis sobre as massas principais, proporcionando a obter as frequências naturais do amortecedor de acordo com as características de vibração do condutor (figura 5.16).

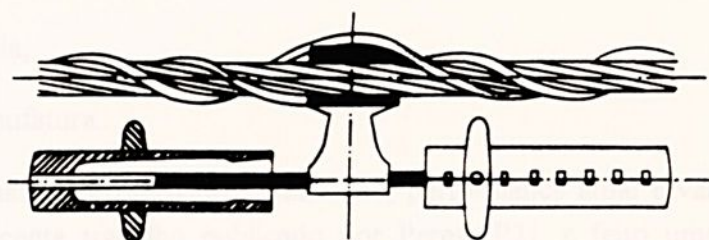


FIGURA 5.16 Amortecedor Varispond Dulmison.

5.4.6 - Amortecedor Salvi 4-R

O amortecedor Salvi 4-R possui cabos mensageiros de comprimentos diferentes a contra pesos também diferentes, formando assim uma estrutura assimétrica (figura 5.17), com o que o amortecedor possui quatro frequências naturais. Isto permite também a rotação do amortecedor, fazendo com que aumente a flexão do condutor, no ponto de fixação do amortecedor. Com isto há uma maior absorção de energia do condutor, aumentando, no entanto, o nível de tensão na superfície do cabo condutor. Este amortecedor foi desenvolvido na Itália.

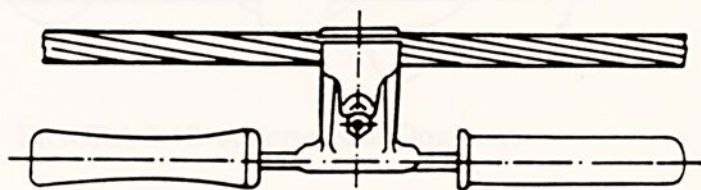


FIGURA 5.17 Amortecedor Salvi 4-R.

5.4.7 - Amortecedor Dog-bone

Dentre os amortecedores citados que derivam do amortecedor Stockbridge, o mais interessante e muito empregado ultimamente é o amortecedor Dog-bone. O amortecedor Dog-bone é um dispositivo moderno para combater vibrações em linhas de transmissão; ele possui os dois modos flexionais de vibrar do amortecedor Stockbridge, possuindo mais um modo torsional de vibração, tendo portanto, um total de três graus de liberdade e, conseqüentemente, três frequências naturais. Isto é conseguido através de contra pesos de massas iguais presas nas extremidades do cabo

mensageiro com possibilidade de rotação em torno do mesmo. A frequência de ressonância para cada grau de liberdade é fixada pelas características do cabo mensageiro, seu comprimento livre e distribuição das massas. Até o presente, diversos testes de campo foram realizados em várias regiões, e os resultados confirmam a eficiência deste amortecedor.

As vantagens do amortecedor de vibração Dog-bone são maiores do que as dos outros tipos de amortecedores conhecidos e podem ser descritas como seguem:

- Aumento da dissipação de energia;
- Resposta de frequência ampla;
- Método simplificado de manufatura.

Diversos setores têm confirmado e promovido a utilização, performance atual e vantagens deste tipo de amortecedor. Em recente trabalho publicado por Peres [P2], é feita uma modelagem matemática do amortecedor Dog-bone e analisada sua performance, comparada com a do amortecedor Stockbridge. Na figura 5.18 são mostrados alguns tipos de amortecedores Dog-bone.

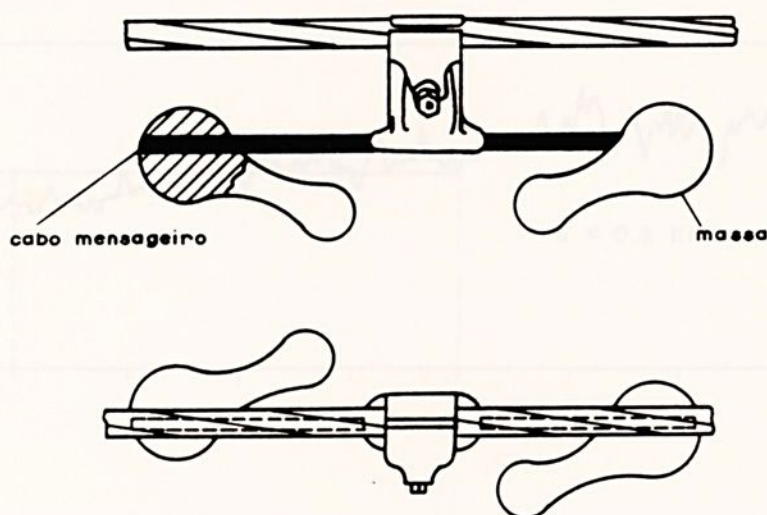


FIGURA 5.18 Amortecedor Dog-bone.

5.5 - Espaçador

Atualmente também os espaçadores de condutores têm sido projetados e construídos de maneira a possuir características de dissipação de energia. Desta maneira estes elementos, além de função fundamental de separar os condutores uns dos outros, também funcionam como dissipadores de energia, contribuindo para uma diminuição de nível de vibração dos condutores. Os espaçadores-amortecedores são de simples fabricação, apresentando, no entanto, como ponto mais problemático os elementos de borracha responsáveis pela dissipação de energia. Estes elementos trabalham sob esforços elevados, necessitando possuir alta resistência mecânica. Há ainda muito o que desenvolver nestes espaçadores. Na figura 4.1 foram apresentados vários tipos de espaçadores-amortecedores.

Uma avaliação analítica dos espaçadores é de relativa complexidade, tendo em vista, principalmente, sua extrema não linearidade quanto a esforços de tração e compressão.

A seguir serão apresentados alguns resultados experimentais realizados com separadores de dois condutores.

As experiências foram realizadas pelo autor deste trabalho, no Laboratório de Dinâmica do Instituto de Mecânica da Universidade Técnica de Darmstadt, Alemanha, durante estadia em programa de pós-doutorado.

Foram utilizados como equipamentos um banco para ensaios estático e dinâmico através de cilindros hidráulicos, modelo PC-PSB25, da firma Schenck, e um analisador de sinais digital modelo HP-5420A, da firma Hewlett Packard.

Foram realizados dois tipos de experiências: solicitação dinâmica através de ruído para medida dos coeficientes da rigidez e amortecimento do separador e solicitação quase-estática para medida da rigidez do separador nas regiões de tração e compressão.

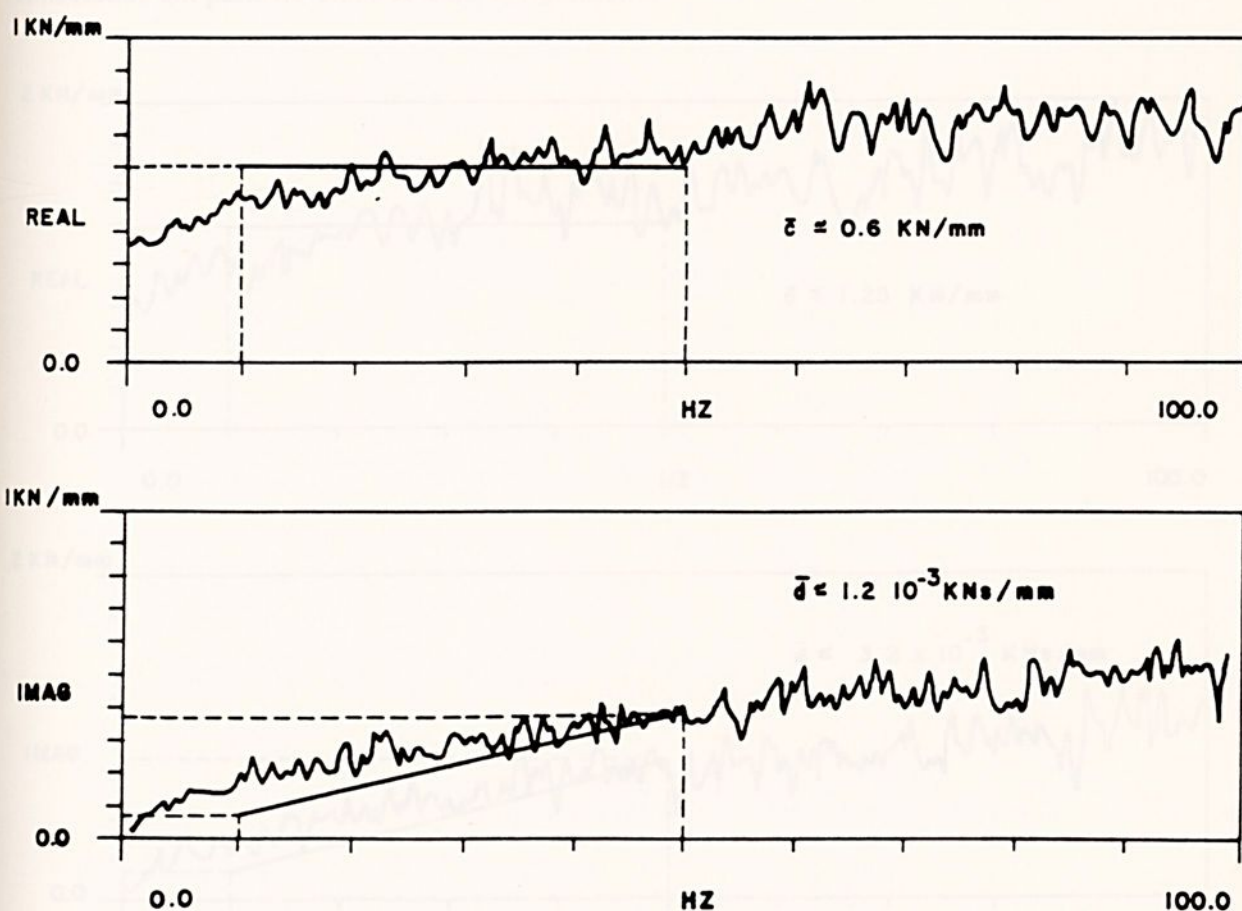


FIGURA 5.19 Partes real e imaginária da função de transferência F/x para espaçador de dois condutores. Caso 1: amplitude do deslocamento de excitação 0,5 mm.

Primeiramente foram desenvolvidos os experimentos com excitação dinâmica, através de ruídos na faixa de frequência de 10 a 50 Hz e amplitudes de 0,5 mm (caso 1) e 1,5 mm (caso 2). Em ambos os casos foram plotadas as curvas correspondentes às partes real e imaginária do quociente complexo entre amplitude da força de excitação e amplitude do deslocamento, ambos medidos em uma das extremidades do espaçador, estando a outra extremidade fixa.

Este quociente representa a função de transferência entre a força e deslocamento. A parte real desta grandeza representa o coeficiente de rigidez do separador e a parte imaginária o coeficiente de amortecimento.

A figura 5.19 mostra curvas para amplitude do deslocamento de excitação igual a 0,5 mm. Neste caso obtém-se um coeficiente de rigidez aproximado $c = 0,6$ kN/mm e um coeficiente de amortecimento aproximado $d = 0,0012$ kNs/mm, na faixa de 10 a 50 Hz.

Para o caso de amplitude de deslocamento de 1,5 mm, são obtidos para o coeficiente de rigidez $c = 1,25$ kN/mm e para o coeficiente de amortecimento $d = 0,0032$ kNs/mm (figura 5.20). Estes valores correspondem a um modelo do espaçador representado por um sistema mola-amortecedor conectados em paralelo entre as duas extremidades.

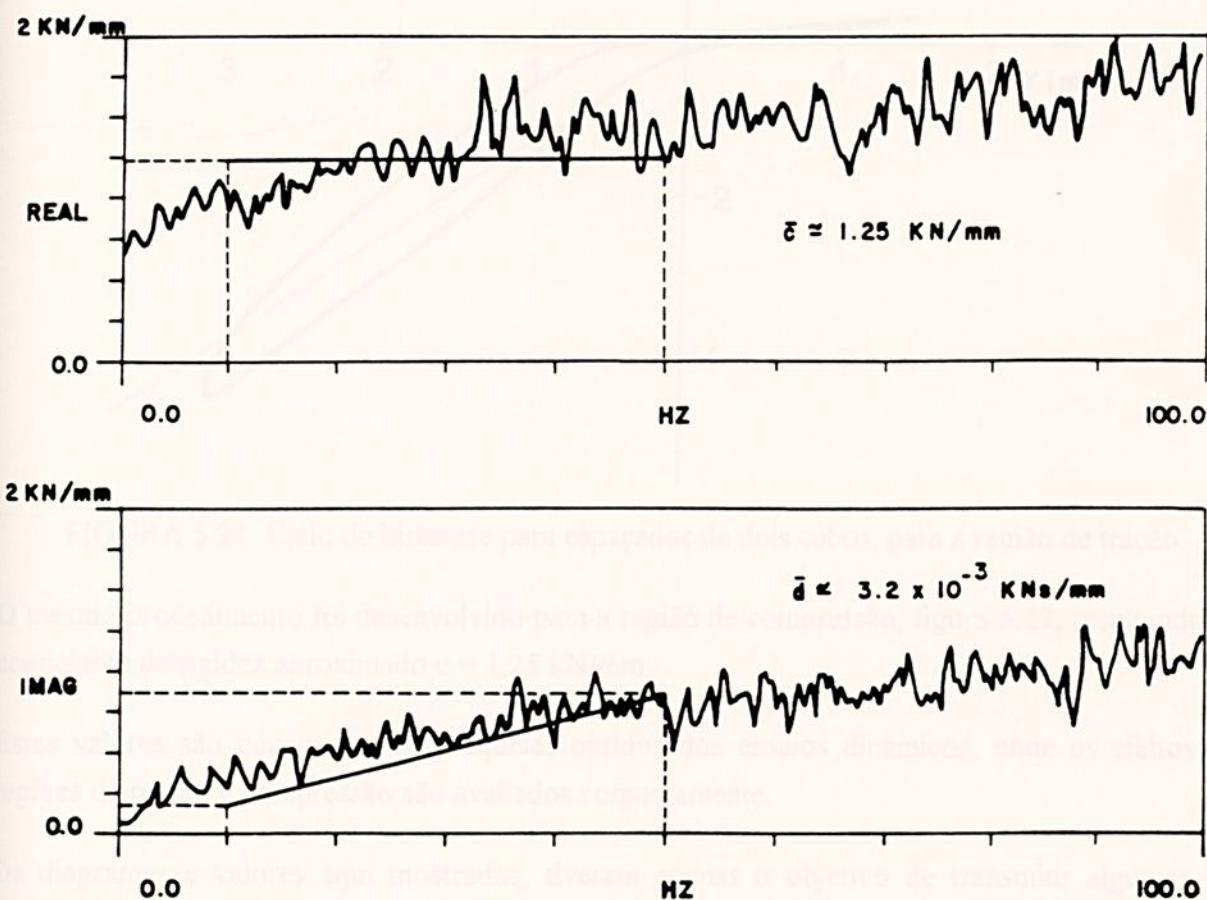


FIGURA 5.20 Partes real e imaginária da função de transferência F/x para espaçador de dois condutores. Caso 2: amplitude do deslocamento de excitação 1,5 mm.



As rugosidades das curvas podem ser diminuídas através de média sobre um maior número de medidas. No entanto, as curvas apresentadas são suficientes para se estimar as características do espaçador. Dos resultados conclui-se que o espaçador, como esperado, é sensivelmente não-linear.

Especificamente para as regiões de tração e compressão foram desenvolvidos experimentos com solicitação quase-estática. A partir da posição de equilíbrio o espaçador foi tracionado com amplitude de aproximadamente 5 mm, tendo sido então construído o ciclo de histerese do espaçador. Neste caso foi obtido um coeficiente de rigidez aproximado $c = 0,16 \text{ kN/mm}$, conforme mostra a figura 5.21.

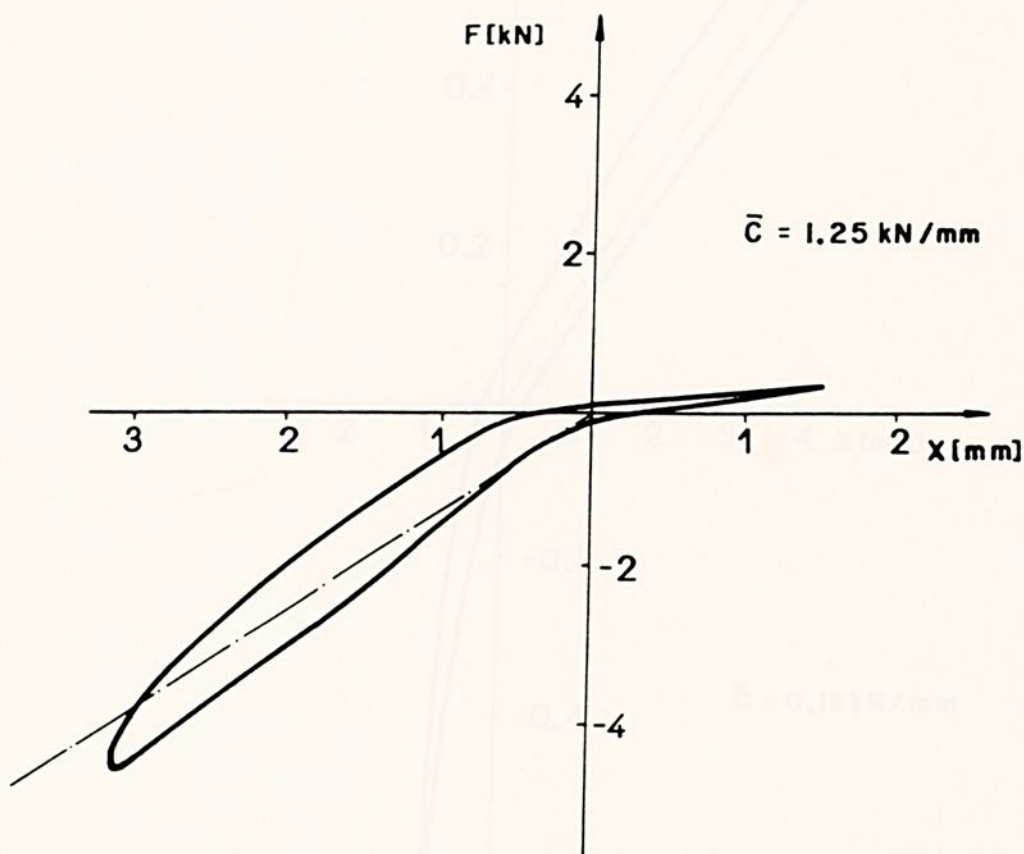


FIGURA 5.21 Ciclo de histerese para espaçador de dois cabos, para a região de tração.

O mesmo procedimento foi desenvolvido para a região de compressão, figura 5.22, resultando um coeficiente de rigidez aproximado $c = 1,25 \text{ kN/mm}$.

Estes valores são consoantes com aqueles obtidos dos ensaios dinâmicos, onde os efeitos nas regiões de tração e compressão são avaliados conjuntamente.

Os diagramas e valores aqui mostrados, tiveram apenas o objetivo de transmitir algumas das características principais dos separadores de dois cabos. A ação dos separadores como elemento de rigidez é fundamental para manter a separação entre os cabos, enquanto que a ação como

elemento de amortecimento é importante no combate às vibrações induzidas pelo vento. Para uma discussão mais aprofundada sobre o assunto é necessário uma modelagem e análise analítica do separador. Isto não será objeto de estudo neste trabalho.

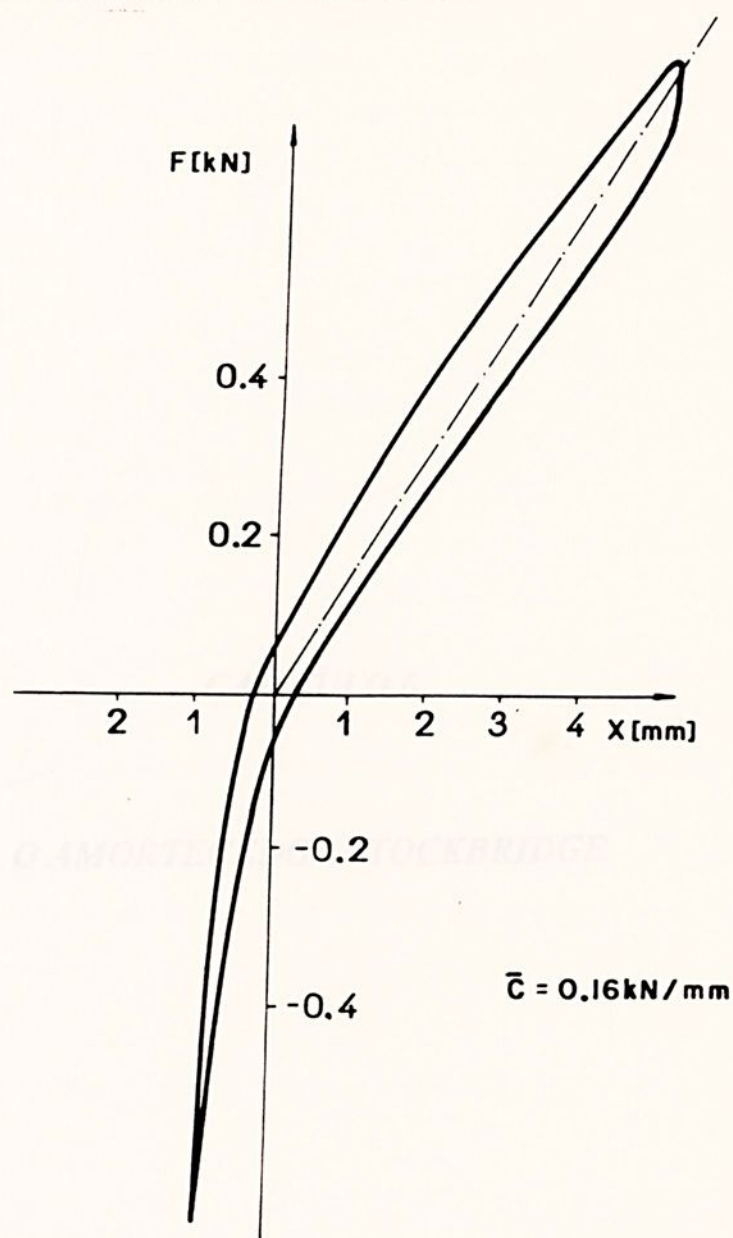


FIGURA 5.22 Ciclo de histerese para espaçador de dois cabos, para a região de compressão.

A seguir será apresentada uma análise detalhada do amortecedor Stockbridge, objeto principal de estudo do presente trabalho.

1. Introdução

desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge e amortecedor Stockbridge consiste em dois braços, geralmente chamados de contrapesos, rigidamente ligados aos extremos de um cabo de aço. O amortecedor é então ligado ao ponto de fixação, em seu ponto médio, ao qual conduz através de uma haste de aço, formando desta forma, duas vigas em balanço, simétricas uma à outra (ver Fig. 1). Além do seu projeto estrutural nos dias atuais, esta máquina, o amorteceador Stockbridge, possui o mesmo princípio de funcionamento, forma, posição e eficiência.



FIGURA 6.1 - Amortecedor Stockbridge.

CAPÍTULO 6

O AMORTECEDOR STOCKBRIDGE



6.1. Introdução

Desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge, o amortecedor Stockbridge consiste em dois pesos, normalmente chamados de contrapesos, rigidamente ligados aos extremos de um cabo de aço, denominado cabo mensageiro, o qual é ligado, em seu ponto médio, ao cabo condutor através de uma presilha de fixação, formando, desta forma, duas vigas em balanço, simétricas uma à outra (figura 6.1). Ainda que seu projeto estrutural nos dias atuais tenha sido melhorado, o amortecedor Stockbridge difere pouco do modelo original tanto no tamanho, forma, posição e eficiência.

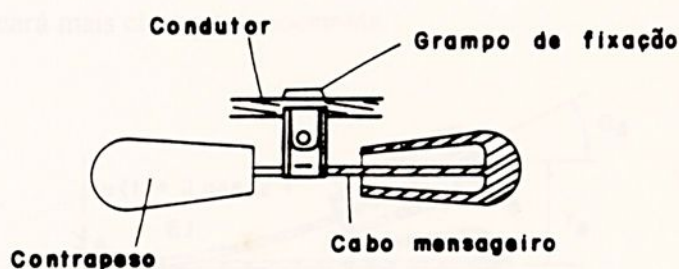


FIGURA 6.1 - Amortecedor Stockbridge.

Devido à rigidez do cabo mensageiro ser relativamente baixa e as massas dos contrapesos relativamente grandes, elas não conseguem acompanhar precisamente o movimento do condutor em todas as frequências com as quais o amortecedor é excitado. Assim, o amortecedor apresentará um movimento vibratório de flexão. Em consequência deste movimento vibratório ocorrem deslizamentos relativos entre os fios que compõem o cabo mensageiro do amortecedor havendo com isto dissipação de energia por atrito. Esta dissipação é apreciável quando o amortecedor vibrar com grande intensidade, o que acontece quando estiver vibrando em uma de suas frequências naturais.

A análise que se segue refere-se ao amortecedor Stockbridge simétrico e, desta forma, será analisada apenas sua metade.

No modelo do amortecedor será desprezada a massa do cabo mensageiro já que é pequena comparada com a massa do contrapeso. Obtém-se assim uma viga formada por um cabo de aço, com propriedades elásticas e de amortecimento, engastada em uma extremidade e livre na outra. Na extremidade livre é presa uma massa com o centro de massa deslocado, isto é, com centro de massa não coincidente com o ponto de fixação. O modelo resultante desta discretização forma um sistema de dois graus de liberdade: deslocamento linear e angular do contrapeso, medidos pelas coordenadas $y(t)$ e $\theta(t)$, respectivamente. A coordenada $y(t)$ representa o deslocamento do ponto de engaste do contrapeso e a coordenada $\theta(t)$ o deslocamento angular do contrapeso em relação ao eixo longitudinal. É considerado também que o condutor provoca um deslocamento no amortecedor em seu ponto de fixação dado por $u(t) = \bar{u} \cos \Omega t$.

O modelo definido acima está representado na figura 6.2, onde EI representa a rigidez do cabo mensageiro, l o seu comprimento e x a posição do centro de massa do contrapeso, medido em relação ao ponto de fixação do mesmo no cabo mensageiro.

Como já mencionado, o sistema representado na figura 6.2 possui dois graus de liberdade, tendo, conseqüentemente, duas frequências naturais. O conhecimento destas duas frequências é importante no projeto do amortecedor, já que nestas frequências, o mesmo vibra com maior intensidade, dissipando uma maior quantidade de energia. A importância do conhecimento destas duas frequências ficará mais clara posteriormente.

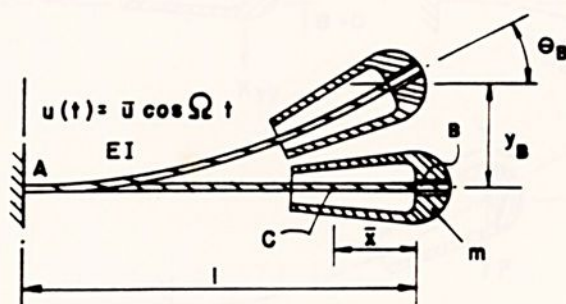


FIGURA 6.2 - Modelo do amortecedor Stockbridge com dois graus de liberdade.

6.2. Modelagem matemática

Considerando o amortecedor mostrado na figura 6.2, com o deslocamento do ponto A igual a zero, isto é $u(t) = 0$ e desprezando o amortecimento do cabo mensageiro, pode-se efetuar a análise do movimento livre não-amortecido do amortecedor.

Imprimindo um deslocamento qualquer ao contrapeso, surgem esforços restauradores (força f e momento T), os quais provocam movimentos de translação e rotação do mesmo (figura 6.3a). Na figura, F e T representam a reação do cabo mensageiro sobre o contrapeso.

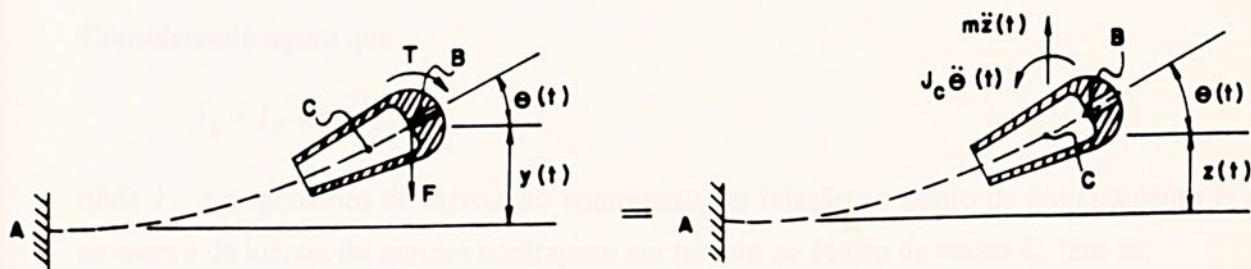


FIGURA 6.3a - Esforços atuantes no contrapeso.

Considerando os esforços restauradores proporcionais aos deslocamentos linear ou angular e considerando ainda que estes esforços possam ser obtidos por superposição dos esforços que surgem quando $y(t) = 1$ e $\theta(t) = 0$ com os esforços que surgem quando $y(t) = 0$ e $\theta(t) = 1$ (figura 6.3b), pode-se chegar às equações do movimento de vibração livre do amortecedor após a aplicação da segunda lei de Newton.

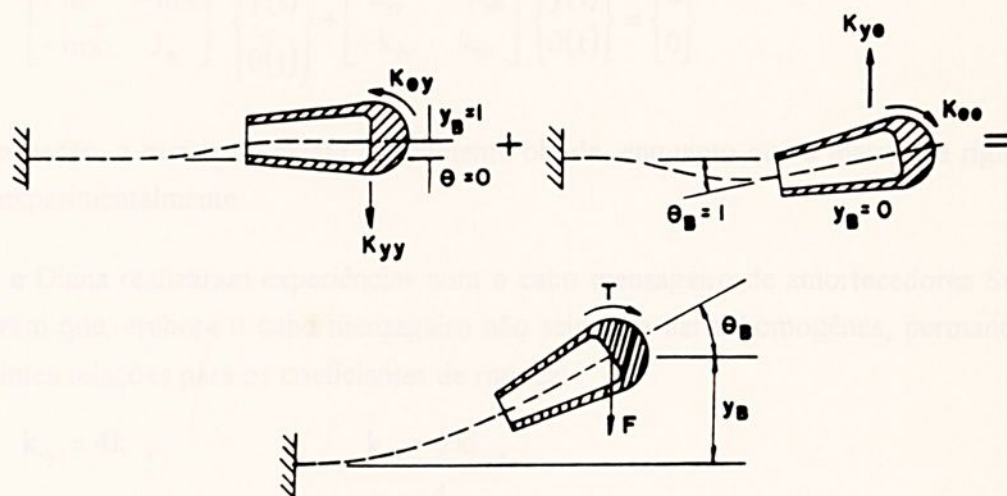


FIGURA 6.3b - Superposição dos esforços restauradores.

Sendo:

$$y(t) = z(t) + \bar{x} \theta(t) \quad (6.1)$$

onde $z(t)$ é o deslocamento do centro de massa do contrapeso, e considerando que

$$\sum F_y = m \ddot{z}(t) \quad (6.2)$$

obtém-se:

$$m \ddot{y}(t) - m \bar{x} \ddot{\theta}(t) + k_{yy} y(t) - k_{y\theta} \theta(t) = 0 \quad (6.3)$$

Considerando agora que:

$$J_B = J_C + m \bar{x}^2, \quad (6.4)$$

onde J_B é o momento de inércia do contrapeso em relação ao ponto de engastamento B e J_C o momento de inércia do mesmo contrapeso em relação ao centro de massa C, tem-se:

$$\sum M_B = J_C \ddot{\theta}(t) - m \ddot{z}(t) \bar{x}, \quad (6.5)$$

de onde se obtém:

$$J_B \ddot{\theta}(t) - m\bar{x} \ddot{y}(t) + k_{\theta\theta}\theta(t) - k_{\theta y}y(t) = 0 \quad (6.6)$$

Na forma matricial, as equações (6.3) e (6.6) tornam-se

$$\begin{bmatrix} m & -m\bar{x} \\ -m\bar{x} & J_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{yy} & -k_{y\theta} \\ -k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.7)$$

Nesta equação, a matriz de massa é facilmente obtida, enquanto que a matriz de rigidez deve ser obtida experimentalmente.

Clarem e Diana realizaram experiências com o cabo mensageiro de amortecedores Stockbridge e concluíram que, embora o cabo mensageiro não seja uma barra homogênea, permanecem válidas as seguintes relações para os coeficientes de rigidez:

$$\begin{aligned} k_{yy} &= 4k, & k_{y\theta} &= 2kl, \\ k_{y\theta} &= 2kl, & k_{\theta\theta} &= \frac{4}{3}k l^2, \\ k &= \frac{3EI}{l^3}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

sendo que EI representa uma rigidez flexional fictícia, já que o cabo não é uma barra homogênea e ocorrem movimentos relativos entre os vários fios que compõem o cabo. Esta rigidez flexional deve ser obtida experimentalmente e seu valor é menor que aquele obtido pela multiplicação do módulo de elasticidade E do cabo de aço pelo momento de inércia I da área da seção transversal do cabo em relação à sua linha neutra.

6.3. Freqüências naturais

A partir das considerações feitas e da equação (6.7) pode-se então calcular as freqüências naturais do amortecedor Stockbridge. Para tanto, admite-se como solução da equação (6.7) uma expressão do tipo:

$$\begin{Bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} e^{i\omega t}, \quad (6.9)$$

onde $i = \sqrt{-1}$. Substituindo as expressões (6.8) e (6.9) em (6.7), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} (4k - m\omega^2) & -(2kl - m\bar{x}\omega^2) \\ -(2kl - m\bar{x}\omega^2) & \left(\frac{4}{3}kl^2 - J_B\omega^2\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.10)$$

Da álgebra linear, é sabido que o sistema acima tem solução diferente da trivial quando:

$$\Delta(\omega^2) \begin{vmatrix} (4k - m\omega^2) & -(2kl - m\bar{x}\omega^2) \\ -(2kl - m\bar{x}\omega^2) & \left(\frac{4}{3}kl^2 - J_B\omega^2\right) \end{vmatrix} = 0 \quad (6.11)$$

Desenvolvendo o determinante (6.11) obtém-se:

$$(mJ_B - m^2\bar{x}^2)\omega^4 + \left(4klm\bar{x} - 4kJ_B - \frac{4}{3}kl^2m\right)\omega^2 + \frac{16}{3}k^2l^2 - 4k^2l^2 = 0 \quad (6.12)$$

Esta equação representa a equação característica ou equação em frequência do amortecedor. Suas raízes são dadas por:

$$\omega_{1,2}^2 = (2k) \frac{A \pm \sqrt{A^2 - BC}}{B}, \quad (6.13)$$

$$A = \frac{1}{3}l^2m + J_B - lm\bar{x},$$

$$\text{com } B = mJ_B - m^2\bar{x}^2 \text{ e}$$

$$C = l^2/3.$$

A raiz quadrada da expressão (6.13) fornece as duas frequências naturais do amortecedor Stockbridge.

Deve-se ressaltar a importância desta expressão (6.13) para o projeto de um amortecedor. Conhecendo as frequências de maior incidência de vibração do condutor, pode-se ajustar os vários parâmetros envolvidos de tal forma a obter um amortecedor cujas frequências naturais fiquem próximas destas frequências de vibração do condutor. O amortecedor trabalhando próximo de uma de suas frequências naturais, vibrará com maior intensidade, dissipando uma maior quantidade de energia.

Antes de prosseguir a análise da vibração forçada do amortecedor é necessário abordar o amortecimento de um cabo mensageiro.

6.4. Potência dissipada

O amortecimento de um material, que pode ser definido como sua habilidade em dissipar energia, constitui uma questão extremamente complexa e torna-se ainda mais complexa no caso do cabo mensageiro do amortecedor, já que o mesmo resulta de uma combinação do amortecimento devido ao deslizamento entre os diversos fios do cabo e do amortecimento do próprio material que compõe cada fio.

Claren e Diana realizaram experiências com vários cabos mensageiros de amortecedores como objetivo de determinar a rigidez e o amortecimento destes cabos. Após a utilização de alguns métodos, que não levaram a um resultado preciso, chegaram ao método do ciclo de histerese. Neste método, o cabo de aço é preso em uma extremidade e livre na outra. À extremidade livre é dado um deslocamento conhecido, de baixa amplitude e variando senoidalmente com o tempo. Um sinal proporcional ao deslocamento é conectado ao eixo horizontal de um osciloscópio enquanto que um sinal proporcional à força necessária para imprimir tal deslocamento é conectado ao eixo vertical do mesmo osciloscópio. Procedendo desta maneira, uma elipse é formada na tela do osciloscópio. A área dentro desta elipse corresponde à energia dissipada por ciclo no cabo mensageiro (figura 6.4) Claren e Diana [C6].

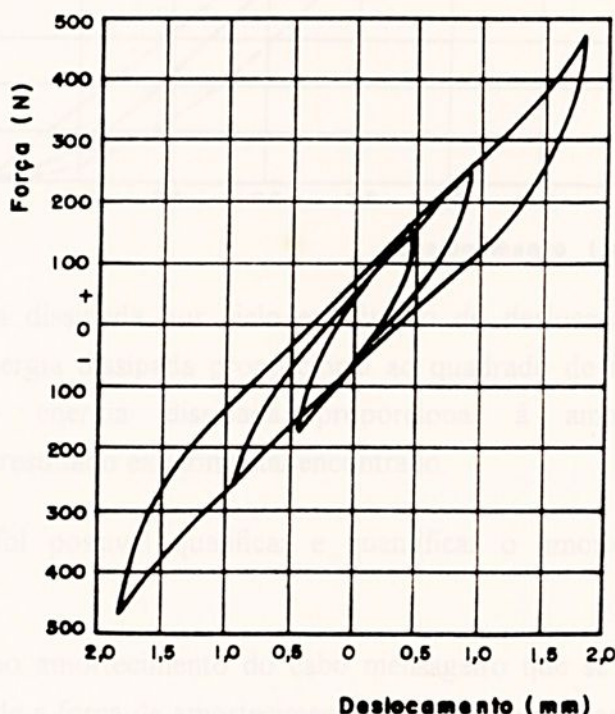


FIGURA 6.4 - Ciclos de histerese de um cabo.

Após vários testes realizados desta forma, chegaram às seguintes conclusões:

- (a) A energia dissipada por ciclo no cabo mensageiro pode ser medida com boa precisão;
- (b) A energia dissipada por ciclo no cabo mensageiro é praticamente independente da frequência de excitação; em baixas frequências a energia dissipada cresce ligeiramente, o que pode ser resultado de uma variação do coeficiente de fricção como uma função da frequência;
- (c) Com relação à amplitude de vibração, a energia dissipada por ciclo não é proporcional ao quadrado da amplitude e nem diretamente proporcional à amplitude como mostra a figura 6.5, Claren e Diana [C6]. Todavia, dentro de uma faixa de pequenos deslocamentos pode se assumir que a energia dissipada seja proporcional ao quadrado da amplitude do deslocamento;
- (d) Um valor muito preciso da rigidez do cabo mensageiro (k), pode ser obtido através da inclinação do ciclo de histerese.

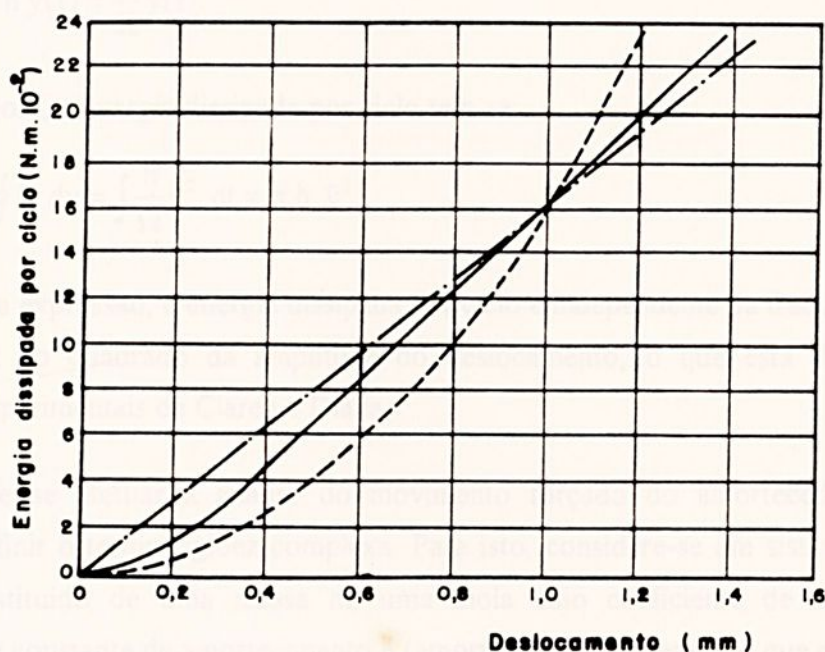


FIGURA 6.5 - Energia dissipada por ciclo em função do deslocamento do cabo mensageiro, ---- energia dissipada proporcional ao quadrado de amplitude de deslocamento; - - - - energia dissipada proporcional à amplitude de deslocamento; ——— resultado experimental encontrado.

Destas observações foi possível qualificar e quantificar o amortecimento interno no cabo mensageiro.

Um modelo relativo ao amortecimento do cabo mensageiro que se aproxima das observações anteriores é aquele onde a força de amortecimento é proporcional à amplitude de deslocamento e em quadratura com o mesmo, isto é, defasado de 90° em relação ao deslocamento. Este tipo de amortecimento é conhecido como amortecimento histerético e matematicamente pode ser expresso por:

$$F_d = h |y(t)| \frac{\dot{y}(t)}{|y(t)|}, \quad (6.14)$$

onde F_d é a força de amortecimento, h a constante de amortecimento histerético, $y(t)$ o deslocamento e $\dot{y}(t)$ a velocidade.

Considerando um deslocamento na forma:

$$y(t) = \bar{y} e^{i\Omega t} \quad (6.15)$$

e substituindo na equação (6.14) obtém-se:

$$F_d = i h y(t) = \frac{h}{\Omega} \dot{y}(t). \quad (6.16)$$

Calculando, agora, a energia dissipada por ciclo tem-se:

$$U_d = \oint F_d dy = \int \frac{h}{\Omega} \dot{y}^2 dt = \pi h \bar{y}^2. \quad (6.17)$$

Vê-se que nesta expressão, a energia dissipada por ciclo é independente da frequência de excitação e proporcional ao quadrado da amplitude do deslocamento, o que está de acordo com as observações experimentais de Claren e Diana.

Antes ainda de se efetuar a análise do movimento forçado do amortecedor Stockbridge é interessante definir o termo rigidez complexa. Para isto, considere-se um sistema de um grau de liberdade, constituído de uma massa m , uma mola cujo coeficiente de rigidez é k e um amortecedor de constante de amortecimento h (amortecimento histerético) que é excitado por uma força $F(t)$ como mostrado na figura 6.6.

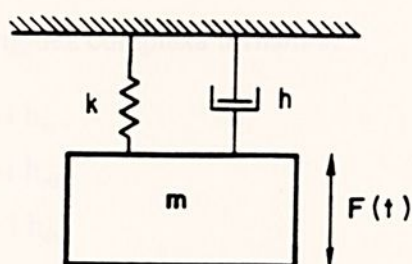


FIGURA 6.6 - Sistemas massa - mola - amortecedor

A equação do movimento deste sistema é:

$$m \ddot{y}(t) + \frac{h}{\Omega} \dot{y}(t) + ky(t) = F(t) \quad (6.18)$$

Como já visto na equação (6.16):

$$\frac{h}{\Omega} \dot{y}(t) = i h y(t). \quad (6.19)$$

Substituindo-se (6.19) em (6.18) obtém-se:

$$m \ddot{y}(t) + (k + i h) y(t) = F(t), \quad (6.20)$$

ou

$$m \ddot{y}(t) + k(1 + i \mu) y(t) = F(t), \quad (6.21)$$

onde μ é o coeficiente de amortecimento adimensional dado por $\mu = h/k$.

O termo $k(1 + i \mu)$ é conhecido como rigidez complexa e será denotado aqui por \underline{k} , ou seja:

$$\underline{k} = k(1 + i \mu). \quad (6.22)$$

De acordo, ainda, com experiências de Claren e Diana, os coeficientes de amortecimento $h_{\gamma\gamma}$, $h_{\gamma\theta}$, $h_{\theta\gamma}$ e $h_{\theta\theta}$ guardam as mesmas relações que os coeficientes de rigidez, ou seja:

$$\begin{aligned} h_{\gamma\gamma} &= 4h, \\ h_{\gamma\theta} &= 2hl, \\ h_{\theta\gamma} &= 2hl, \\ h_{\theta\theta} &= \frac{4}{3} hl^2. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Desta forma, os coeficientes de rigidez complexa tornam-se:

$$\begin{aligned} \underline{h}_{\gamma\gamma} &= k_{\gamma\gamma}(1 + i \mu) = k_{\gamma\gamma} + i h_{\gamma\gamma}, \\ \underline{k}_{\gamma\theta} &= k_{\gamma\theta}(1 + i \mu) = k_{\gamma\theta} + i h_{\gamma\theta}, \\ \underline{k}_{\theta\gamma} &= k_{\theta\gamma}(1 + i \mu) = k_{\theta\gamma} + i h_{\theta\gamma}, \\ \underline{k}_{\theta\theta} &= k_{\theta\theta}(1 + i \mu) = k_{\theta\theta} + i h_{\theta\theta}. \end{aligned} \quad (6.24)$$

6.5. Impedância Mecânica

Na literatura, a curva de ressonância $G(\Omega)$ de um sistema **massa**-mola-amortecedor é definido como o fator de proporcionalidade entre a amplitude complexa do movimento estacionário do sistema e a amplitude complexa da força de excitação.

$$\hat{x} = \underline{G}(\Omega)\hat{f}. \quad (6.25)$$

Como

$$\hat{x} = j\Omega\dot{\hat{x}}, \rightarrow \quad (6.26)$$

vale, naturalmente,

$$\hat{x} = j\Omega \underline{G}(\Omega) \hat{f}, \quad (6.27)$$

e, portanto,

$$\hat{f} = \underline{Z}(\Omega) \dot{\hat{x}}, \quad (6.28)$$

com

$$\underline{Z}(\Omega) = \frac{1}{j\Omega \underline{G}(\Omega)}. \quad (6.29)$$

O fator de proporcionalidade $\underline{Z}(\Omega)$ entre a amplitude complexa da força de excitação \hat{f} e a amplitude complexa da velocidade do ponto de aplicação da força $\dot{\hat{x}}$ é definida como impedância mecânica. O seu inverso:

$$\underline{A}(\Omega) = \frac{1}{\underline{Z}(\Omega)} \quad (6.30)$$

é chamado de admitância mecânica.

O módulo da impedância dá a razão das amplitudes da força de excitação e da velocidade, enquanto que o ângulo de fase representa a defasagem entre as duas grandezas.

O termo impedância é originário da eletrotécnica, representando a relação entre amplitude complexa da tensão aplicada nos bornes de um elemento e a amplitude complexa da corrente através deste mesmo elemento. Num circuito RLC, a parte real da impedância representa a resistência ôhmica e a parte imaginária representa a indutância e a capacitância. Baseando-se na analogia eletromecânica tensão-força, carga-deslocamento, corrente-velocidade, indutância-massa, resistência ôhmica-amortecimento, inverso da capacitância-rigidez, pode-se identificar diretamente relação entre um sistema mecânico massa-mola-amortecedor e um sistema elétrico resistência-capacitor.

No caso de impedância mecânica também se define impedância de entrada, se a força e a velocidade são tomadas no mesmo ponto, e impedância de transferências em caso contrário.

Para os elementos fundamentais massa, mola e amortecedor obtém-se, respectivamente, as impedâncias:

$$\underline{Z}_m(\Omega) = j m \Omega , \quad (6.31a)$$

$$\underline{Z}_r = \frac{-jk}{\Omega} , \quad (6.31b)$$

$$\underline{Z}_a(\Omega) = h . \quad (6.31c)$$

A impedância de uma massa é, portanto, imaginária, positiva e diretamente proporcional à frequência, sendo a massa o fator de proporcionalidade. A velocidade é atrasada de 90° em relação à força.

No caso da mola tem-se sua impedância imaginária, negativa e inversamente proporcional à frequência, sendo a constante de proporcionalidade a constante de mola. Aqui a velocidade é adiantada de 90° em relação à força.

Para o amortecedor tem-se sua impedância real, positiva e constante. Esta constante é a própria constante de amortecimento do amortecedor. Neste caso a velocidade e a força estão em fase.

No caso de um sistema massa-mola-amortecedor (figura 6.6), a impedância de entrada, para excitação harmônica pode ser dada pela soma das impedâncias dos seus elementos:

$$\underline{Z}(\Omega) = h + j \left(m \Omega - \frac{k}{\Omega} \right) , \quad (6.32a)$$

ou

$$\underline{Z}(\Omega) = \underline{Z}_a + \underline{Z}_m + \underline{Z}_r . \quad (6.32b)$$

A impedância normalmente é representada em diagramas, como parte real e parte imaginária ou módulo e argumento, em ambos os casos em função da frequência de excitação Ω ou da razão frequência natural $\eta = \Omega / \omega_n$.

No caso de sistemas de mais de um grau de liberdade emprega-se o termo matriz de impedância.

Estes termos aqui definidos, assim como os conceitos apresentados são muito empregados na análise do comportamento dinâmico de linhas de transmissão e serão frequentemente usados no decorrer deste trabalho, razão esta da introdução aqui apresentada.

Na figura 6.7 é mostrada a impedância de entrada do sistema da figura 6.6 (equação 6.32a).

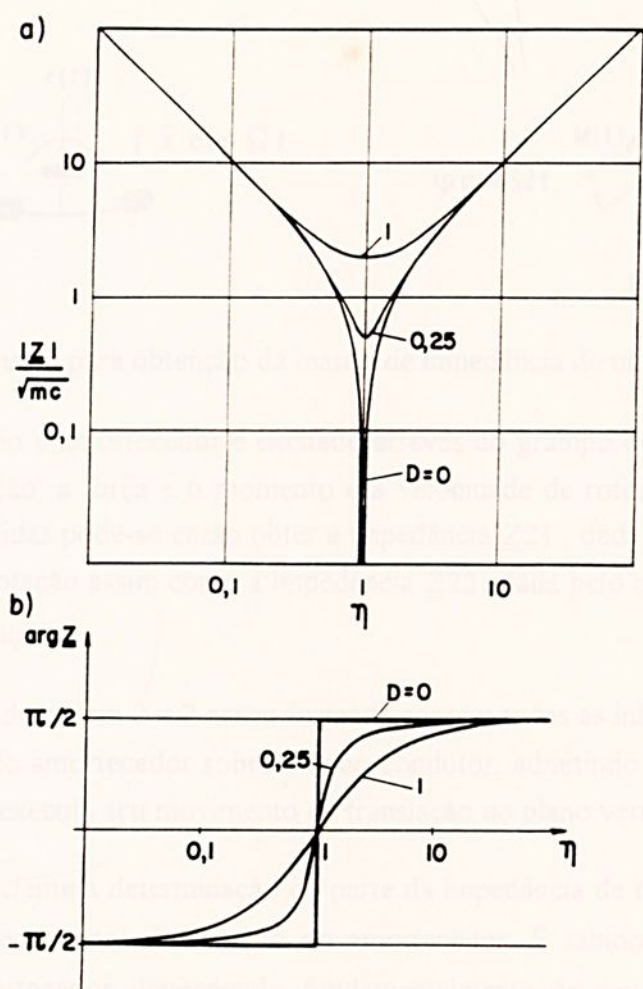


FIGURA 6.7 - Impedância de entrada de um sistema massa - mola -amortecedor; a) módulo (escala bi-logarítmica); b) argumento (escala linear - logarítmica).

Para maior clareza dos capítulos seguintes será discorrido agora sobre a impedância mecânica de um amortecedor Stockbridge.

Para maior eficiência no emprego de um amortecedor Stockbridge, é importante que o mesmo seja apropriado para a linha onde é instalado. E isto pode ser feito através da matriz de impedância. Como o comportamento de um amortecedor é bastante complexa, é relativamente difícil a obtenção de sua matriz impedância de maneira analítica. Neste caso o procedimento experimental leva a resultados satisfatórios de fácil obtenção.

Numa primeira experiência o amortecedor é excitado no plano vertical por uma força vertical, imprimindo-se ao mesmo um movimento de translação. Nesta situação são medidas a força e o momento atuantes no grampo de suspensão. Através da medida da velocidade de translação da força e do momento, pode-se então obter a impedância Z_{21} , representando o quociente entre o momento e a velocidade.



Então, para a determinação da matriz de impedância de um amortecedor Stockbridge pode-se proceder da seguinte maneira (vide figura 6.8).

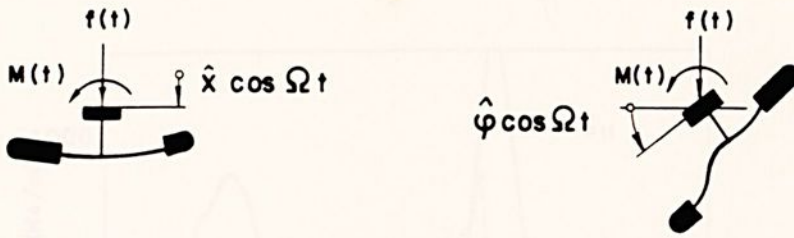


FIGURA 6.8 - Ensaio para obtenção da matriz de impedância de um amortecedor Stockbridge.

Num segundo ensaio o amortecedor é excitado através do grampo de fixação por um movimento harmônico de rotação; a força e o momento e a velocidade de rotação são novamente medidos. Através destas medidas pode-se então obter a impedância \underline{Z}_{21} , dada pelo quociente entre a força e a velocidade de rotação assim como a impedância \underline{Z}_{22} , dada pelo quociente entre o momento e a velocidade de rotação.

A matriz complexa de ordem 2×2 assim formada contém todas as informações necessárias para a avaliação da ação do amortecedor sobre o cabo condutor, admitindo se tratar de sistema linear e que o amortecedor executa seu movimento de translação no plano vertical.

Normalmente é suficiente a determinação da parte da impedância de translação \underline{Z}_{11} , desprezando-se os fenômenos decorrentes da rotação do amortecedor. É sabido que a energia absorvida é dissipada pelo amortecedor dependendo fundamentalmente de seu movimento de translação, sendo desprezível a parcela decorrente do movimento de rotação. Neste caso, no entanto, torna-se impossível o cálculo da tensão à direita e à esquerda do grampo de suspensão.

Como o amortecedor é um sistema passivo, e apenas dissipa energia mecânica, não podendo produzi-la, é necessário que as potências da força e do momento sejam positivas, o que significa que as condições

$$R_e(\underline{Z}_{11}) > 0$$

$$4R_e(\underline{Z}_{11}) R_e(\underline{Z}_{22}) > |R_e(\underline{Z}_{12}) + R_e(\underline{Z}_{21})|^2 + |\text{Im}(\underline{Z}_{12}) + \text{Im}(\underline{Z}_{21})|^2$$

têm que ser satisfeitas. Naturalmente a matriz depende da frequência Ω e as inequações acima têm que ser válidas para todos os valores de frequência.

Na figura 6.9 Hagedon [H2] é mostrada a impedância de translação de um amortecedor \underline{Z}_{11} , representada pelas partes real e imaginária. Da curva correspondente à parte real identifica-se claramente dois máximos, os quais correspondem às duas frequências de ressonância do

amortecedor. No primeiro máximo o movimento predominante é o de translação, enquanto que no segundo predomina o movimento de rotação. Da curva correspondente à parte imaginária identifica-se uma mudança de sinal (descontinuidade da fase), nas frequências de ressonância.

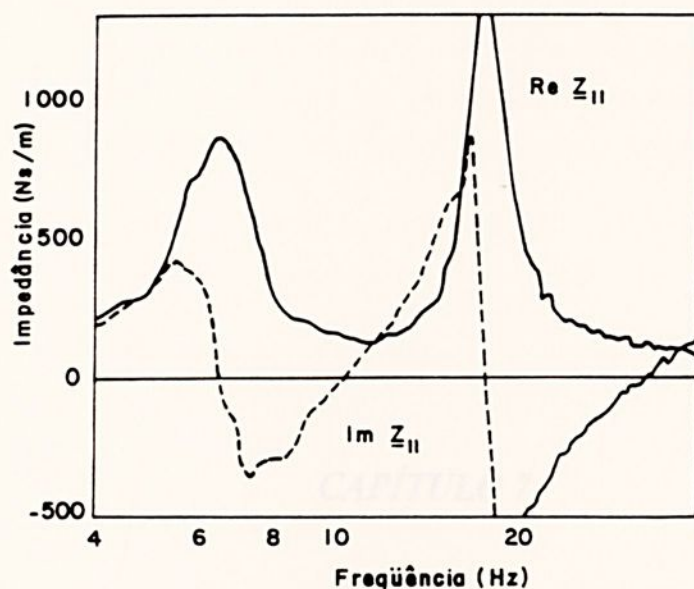


FIGURA 6.9 - Impedância de translação medida de um amortecedor Stockbridge (Z_{11}); — parte real; ---- parte imaginária.

No caso de um amortecedor completamente simétrico as impedâncias Z_{21} e Z_{22} são nulas, sendo a matriz de impedância diagonal e, portanto, também simétrica.

É importante ressaltar que para a determinação da impedância do amortecedor não é necessário que a excitação seja harmônica. O ensaio também pode ser realizado com excitação através de um ruído, contendo todas as frequências igualmente representadas. Este processo é consideravelmente mais rápido e permite a obtenção direto da impedância em toda a faixa de frequência desejada.

Para o "casamento" completo do amortecedor e o condutor é também necessário a análise do comportamento do cabo condutor, o que será desenvolvido nos próximos capítulos.

7.1. Introdução

As linhas de transmissão normalmente operam sob tensões de vários quilovolts, sendo as mais elevadas utilizadas para transmissão de energia elétrica. As linhas de transmissão são constituídas por um ou mais condutores, sendo os condutores de maior seção transversal utilizados para a transmissão de energia elétrica. As linhas de transmissão são constituídas por um ou mais condutores, sendo os condutores de maior seção transversal utilizados para a transmissão de energia elétrica.

Também importante no estudo das linhas de transmissão são os efeitos das condições ambientais, como a temperatura, a umidade e a velocidade do vento, que podem afetar o desempenho das linhas de transmissão.

Neste trabalho, apenas serão analisadas as condições de operação das linhas de transmissão, sendo que os efeitos das condições ambientais serão analisados em trabalhos futuros.

CAPÍTULO 7

MODELAGEM DA LINHA DE TRANSMISSÃO

7.2. Modelo Simplificado

Considere-se a vista de frente de uma linha de transmissão, como é mostrado na Figura 7.1. A linha de transmissão é constituída por um ou mais condutores, sendo os condutores de maior seção transversal utilizados para a transmissão de energia elétrica. A linha de transmissão é constituída por um ou mais condutores, sendo os condutores de maior seção transversal utilizados para a transmissão de energia elétrica.

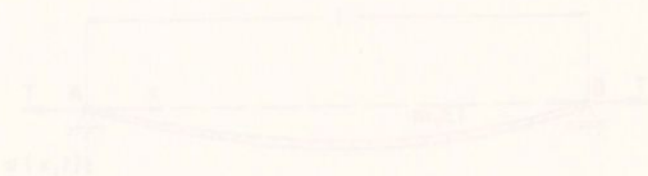


FIGURA 7.1 - Modelo mecânico simplificado da linha de transmissão.

A tensão de tração no condutor varia ao longo da linha de transmissão, sendo que a tensão de tração é máxima nos pontos de apoio e mínima no ponto de menor tensão.

7.1. Introdução

As linhas de transmissão normalmente cobrem distâncias de vários quilômetros, sendo as mesmas apoiadas em mastros distantes entre si usualmente entre 100 e 500 m. No estudo do comportamento das linhas de transmissão é usual o tratamento separado de apenas um vão, tendo em vista a pouca influência dos efeitos de um vão no outro, principalmente no caso de vibrações eólicas. Este já não é o caso, por exemplo, do galope e dos problemas de ruptura de cabos, cuja consequência para os vãos adjacentes normalmente não pode ser desprezada.

Também importante em outros casos é o movimento dos pontos de fixação dos condutores, fundamental na influência de um vão para o outro.

Neste trabalho apenas serão analisadas as vibrações eólicas; assim, para os modelos das linhas de transmissão serão considerados vãos simples, compostos por um condutor apoiado rigidamente nas suas extremidades.

Basicamente serão apresentados neste trabalho dois modelos:

- um modelo simplificado caracterizado analiticamente pela sua frequência natural;
- um modelo mais complexo caracterizado pela função de transferência entre dois pontos do condutor.

A seguir serão apresentados ambos os modelos, após o que são feitos comentários sobre os mesmos.

7.2. Modelo Simplificado

Considera-se a viga de Euler-Bernoulli da figura 7.1. Aqui considera-se inicialmente a existência da rigidez flexional EI , a qual será desprezada no final dos cálculos. Esta viga representa o cabo condutor, apoiado nos mastros representados pelos pontos A e B.

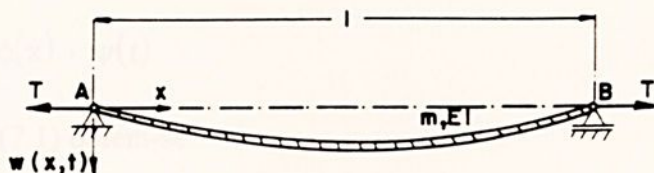


FIGURA 7.1 - Modelo mecânico simplificado do condutor.

A equação do movimento de vibração livre transversal, do cabo condutor, considerada biapoiada sujeita a esforço axial e desprezando seu amortecimento é dada por:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (7.1)$$

com as condições de contorno:

$$w(0,t) = 0, \quad w(\ell,t) = 0, \quad (7.2a)$$

$$\left. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=\ell} = 0, \quad (7.2b)$$

onde:

- EI = rigidez flexional do condutor,
- T = tensão mecânica axial,
- m = massa do condutor por unidade de comprimento,
- ℓ = comprimento do condutor,
- $w(x,t)$ = deslocamento vertical do condutor,
- x = distância horizontal ao longo do condutor e
- t = tempo,

sendo que os parâmetros EI, T, m e ℓ são considerados constantes.

É considerado aqui, para o cálculo das freqüências naturais, um vão simplesmente apoiado nas duas extremidades. Deve-se, porém, ressaltar que a forma de fixação do cabo condutor à torre é tal que impede a deformação angular nos extremos tendo como consequência momentos fletores nestes pontos. No entanto, a diferença nas freqüências naturais considerando as duas formas de vinculação é desprezível, sendo que ocorre uma pequena variação para os modos mais altos de vibração do condutor.

Admitindo, como solução de (7.1) a expressão:

$$w(x,t) = \phi(x) \cdot \psi(t) \quad (7.3)$$

e substituindo-a em (7.1) obtém-se:

$$\frac{1}{\mu \phi(x)} \left[EI \frac{d^4 \phi}{dx^4} - \frac{d^2 \phi}{dx^2} \right] = \frac{1}{\psi(t)} \frac{d^2 \psi}{dt^2} \quad (7.4)$$

Desde que um dos termos de (7.4) é somente função de x enquanto que o outro é somente função de t , ambos os termos devem ser iguais a uma constante. Admitindo que esta constante seja ω , tem-se:

$$EI \frac{d^4 \phi}{dx^4} - T \frac{d^2 \phi}{dx^2} - \mu \omega^2 \phi(x) \quad (7.5)$$

e

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \omega^2 \psi(t) = 0 \quad (7.6)$$

A solução de (7.6) pode ser dada pela expressão:

$$\psi(t) = \tilde{\psi} \operatorname{sen}(\omega t + \beta) \quad (7.7)$$

enquanto que para a equação (7.5) pode-se admitir uma solução do tipo:

$$\phi(x) = \tilde{\phi} e^{\lambda x} \quad (7.8)$$

Substituindo-se esta expressão na equação (7.5) obtém-se:

$$\lambda^4 - \frac{T}{EI} \lambda^2 - \frac{\mu \omega^2}{EI} = 0, \quad (7.9)$$

cuja solução é:

$$\lambda_i \pm \sqrt{\frac{T}{2EI} \pm \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\mu \omega^2}{EI}}}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (7.10)$$

Assim, a solução geral da equação (7.5) é:

$$\phi(x) = A \operatorname{senh} \lambda_1 x + B \operatorname{cosh} \lambda_2 x + \operatorname{sen} a_1 x + D \cos a_2 x \quad (7.11)$$

com

$$i a_1 = \lambda_3 \quad \text{e} \quad i a_2 = \lambda_4$$

A partir das seguintes condições de contorno, decorrentes de 7.2a, 7.2b e 7.3:



$$\left. \frac{d^2\phi}{dx^2} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2\phi}{dx^2} \right|_{x=\ell} = 0, \quad (7.12)$$

$$\phi(0) = 0, \quad \phi(\ell) = 0,$$

aplicada à equação (7.11), obtém-se:

$$A = B = D = 0 \quad (7.13a)$$

e

$$C \operatorname{sen} a_1 = 0. \quad (7.13b)$$

Da condição (7.13b) obtém-se:

$$\omega_r^2 = \left(\frac{r\pi}{\ell} \right)^2 \frac{T}{\mu} \left[1 + \left(\frac{r\pi}{\ell} \right)^2 \frac{EI}{T} \right], \quad (7.14)$$

onde ω_r são as frequências naturais do condutor, isto é, as frequências correspondentes aos modos principais de vibração do cabo. O índice $r = 1$ corresponde à primeira frequência natural, denominada frequência fundamental.

Infelizmente, cálculos da rigidez flexional EI são incertos pois, devido aos deslizamentos dos fios individuais do condutor, este não pode ser considerado como uma viga homogênea. Contudo, segundo Claren e Diana [C4], desprezando a rigidez flexional do condutor EI , introduz-se apenas um pequeno erro no valor das frequências naturais. Procedendo desta maneira, pode-se obter, aproximadamente, as frequências naturais do condutor através da seguinte expressão:

$$\omega_r = \frac{r\pi}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (7.15)$$

Assim, é usual a análise de cabos condutores desprezando-se sua rigidez flexional, visto sua pequena influência nas frequências naturais do cabo e, portanto, no seu comportamento dinâmico. A consideração da rigidez é necessária para o cálculo das tensões e alongamentos nas extremidades e nos pontos de fixação de amortecedores. No entanto, esta consideração pode ser feita de maneira localizada nestes pontos, através de cálculo de perturbações.

7.3. Função de Green do cabo condutor

Neste item será apresentado um modelo do cabo condutor caracterizado pela função de transferência ou função de Green entre dois pontos do mesmo. A função de Green pode ser definida pela razão entre o deslocamento do cabo em um determinado ponto e a força, agindo em um outro ponto, responsável por este deslocamento.

Considera-se a linha de transmissão com rigidez à flexão desprezível, de forma que o sistema é representado por um cabo tracionado. A equação do movimento vertical para vibrações livres é dada por:

$$-T \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + d \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad , \quad (7.16)$$

onde T é a força de tração do coeficiente de amortecimento viscoso e μ a densidade linear de massa.

Para a determinação da função de Green entre deslocamento e força, considera-se o cabo excitado por uma força harmônica escrita de forma complexa, agindo no ponto $x = h$ (figura 7.2).

$$\underline{p}(t) = \underline{p} e^{j\omega t} \quad ,$$

Considera-se que os intervalos à direita e à esquerda do cabo oscilem livremente, sendo a força excitadora levada em conta nas condições de transição entre os dois intervalos.

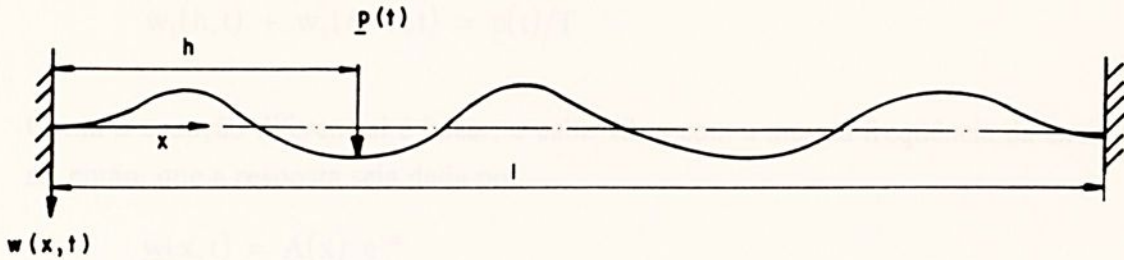


FIGURA 7.2 - Relativa à função de Green.

Para a descrição de ambos os intervalos são escolhidos novos sistemas de coordenadas, de forma que as origens dos novos sistemas estejam nas extremidades do cabo (figura 7.3). Assim, obtém-se

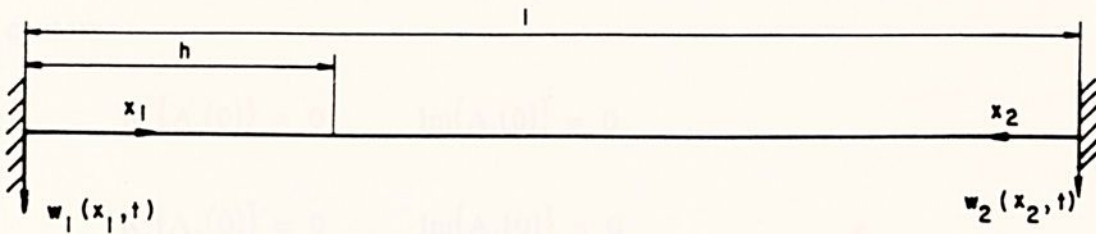


FIGURA 7.3 - Novos sistemas de coordenadas.

Com estas novas coordenadas obtém-se o sistema de equações diferenciais que rege o comportamento do cabo:

$$-T w_i'' + d \dot{w}_i + \mu \ddot{w}_i = 0 \quad i = 1, 2 \quad (7.18)$$

As condições do contorno são dadas por deslocamento nulo nas extremidades do cabo:

$$w(0, t) = w(\ell, t) = 0 \quad (7.19)$$

e as condições de transição pela continuidade do deslocamento e do esforço cortante:

$$w(h^-, t) - w(h^+, t) = 0, \quad (7.20)$$

$$w'(h^-, t) - w'(h^+, t) = \underline{p}(t)/T.$$

De (7.19) e (7.20) obtém-se, respectivamente,

$$w_1(0, t) = w_2(0, t) = 0 \quad (7.21)$$

e

$$w_1(h, t) - w_2(\ell - h, t) = 0, \quad (7.22)$$

$$w_1'(h, t) + w_2'(\ell - h, t) = \underline{p}(t)/T.$$

Como a equação diferencial é linear, o cabo vibra com a mesma frequência da excitação. Admita-se, então, que a resposta seja dada por:

$$\underline{w}(x, t) = \underline{A}(x) e^{j\omega t} \quad (7.23)$$

ou

$$\underline{w}_i(x_i, t) = \underline{A}_i(x_i) e^{j\omega t} \quad , \quad i = 1, 2 \quad (7.24)$$

onde os coeficientes complexos A_1 , A_2 são a determinar. Assim, obtém-se das condições de contorno:

$$\operatorname{Re}\{\underline{A}_1(0)\} = 0 \quad , \quad \operatorname{Im}\{\underline{A}_1(0)\} = 0 \quad (7.25)$$

$$\operatorname{Re}\{\underline{A}_2(0)\} = 0 \quad , \quad \operatorname{Im}\{\underline{A}_2(0)\} = 0$$

e das condições de transição:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{A_1(h)\} - \operatorname{Re}\{A_2(\ell-h)\} &= 0, \\
\operatorname{Im}\{A_1(h)\} - \operatorname{Im}\{A_2(\ell-h)\} &= 0, \\
\operatorname{Re}\{A_1'(h)\} + \operatorname{Re}\{A_2'(\ell-h)\} &= P/T, \\
\operatorname{Im}\{A_1'(h)\} + \operatorname{Im}\{A_2'(\ell-h)\} &= 0.
\end{aligned}
\tag{7.26}$$

De (7.18) segue, com (7.24),

$$-T \underline{A}_i' - j d \omega \underline{A}_i + \mu \omega^2 \underline{A}_i = 0 \quad , \quad i = 1, 2 . \tag{7.27}$$

Assumindo-se

$$\underline{A}_i(x_i) = \underline{C}_i e^{\lambda_i x_i} \quad , \quad i = 1, 2, \tag{7.28}$$

onde λ_1, λ_2 são os auto-valores correspondentes à coordenada longitudinal, obtém-se de (7.27) as equações características:

$$T \lambda_i^2 - j d \omega + \mu \omega^2 = 0 \quad i = 1, 2 . \tag{7.29}$$

Como solução das equações características tem-se:

$$\underline{\lambda}_{i1} = a + jb \quad , \quad \underline{\lambda}_{i2} = -a - jb \quad , \quad i = 1, 2 \tag{7.30}$$

com

$$\begin{aligned}
a &= |\rho \cos \beta| \quad , \quad b = |\rho \operatorname{sen} \beta| \quad , \\
\rho &= \sqrt{\left(\frac{\omega}{T}\right)^2 \cdot (\omega^2 \mu^2 + d^2)} \quad e \\
\beta &= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{d}{\omega \mu}\right) .
\end{aligned}
\tag{7.31}$$

De (7.28) e (7.30) obtém-se:

$$A_i(x_i) = (F_i + jG_i)e^{(a+jb)x_i} + (H_i + jJ_i)e^{-(a+jb)x_i} \quad , \quad i = 1, 2, \tag{7.32}$$

onde os coeficientes $F_i, G_i, H_i, J_i, \quad i = 1, 2$ devem ser determinados de (7.21) e (7.22). De (7.21) obtém-se diretamente:

$$H_i + F_i = 0 \quad , \quad J_i + G_i = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \tag{7.33}$$

sendo as quatro constantes restantes determinadas das condições de transição (7.22). Obtém-se então um sistema de equações algébricas de quarta ordem:

$$\underline{B} \underline{w} = \underline{c} \quad (7.34)$$

onde os vetores \underline{w} e \underline{c} são dados, respectivamente, por:

$$\underline{w}^T = (F_1 \ G_1 \ F_2 \ G_2) \quad (7.35)$$

e

$$\underline{c}^T = \left(0 \ 0 \ \frac{P}{T} \ 0 \right) \quad (7.36)$$

Os elementos da matriz \underline{B} são dados por:

$$b_{11} = (e^{ah} - e^{-ah}) \cos bh ;$$

$$b_{12} = -(e^{ah} - e^{-ah}) \operatorname{sen} bh ;$$

$$b_{13} = (-e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) \cos b(\ell-h) ;$$

$$b_{14} = (e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) \operatorname{sen} b(\ell-h) ;$$

$$b_{21} = (e^{ah} + e^{-ah}) \operatorname{sen} bh ;$$

$$b_{22} = (e^{ah} + e^{-ah}) \cos bh ;$$

$$b_{23} = -(e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) \operatorname{sen} b(\ell-h) ;$$

$$b_{24} = (-e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) \cos b(\ell-h) ;$$

$$b_{31} = (e^{ah} + e^{-ah}) a \cos bh + (-e^{ah} + e^{-ah}) b \operatorname{sen} bh ;$$

$$b_{32} = (-e^{ah} + e^{-ah}) a \operatorname{sen} bh - (e^{ah} + e^{-ah}) b \cos bh ;$$

$$b_{33} = (e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) a \cos b(\ell-h) + (-e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) b \operatorname{sen} b(\ell-h) ;$$

$$b_{34} = (-e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) a \operatorname{sen} b(\ell-h) - (e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) b \cos b(\ell-h) ;$$

$$b_{41} = (e^{ah} - e^{-ah}) a \operatorname{sen} bh + (e^{ah} + e^{-ah}) b \cos bh ;$$

$$b_{42} = (e^{ah} + e^{-ah}) a \cos bh + (-e^{ah} + e^{-ah}) b \operatorname{sen} bh ;$$

$$b_{43} = (e^{a(\ell-h)} - e^{-a(\ell-h)}) a \operatorname{sen} b(\ell-h) + (e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) b \cos b(\ell-h) ;$$

$$b_{44} = (e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) a \cos b(\ell-h) + (-e^{a(\ell-h)} + e^{-a(\ell-h)}) b \sin b(\ell-h) . \quad (7.37)$$

De (7.32) obtém-se, com (7.34),

$$A_i(x_i) = (F_i + jG_i) (e^{(a+jb)x_i} - e^{-(a+jb)x_i}) , \quad i = 1,2, \quad (7.38)$$

onde os coeficientes F_i , G_i , $i = 1,2$ são dados pela solução de (7.34). De (7.38) segue o deslocamento do cabo $\underline{w}(x,t)$ (7.23).

Assim, obtém-se a função de Green entre a força de excitação no ponto x_e (entrada) e o deslocamento do sistema no ponto x_s (saída), definida como

$$\underline{H}(x_e, x_s, \omega) = \frac{\underline{w}(x_s, t)}{\underline{p}(t)} = \frac{\underline{A}(x_s)}{p} , \quad (7.39)$$

onde:

$$\underline{A}(x_s) = \begin{cases} \underline{A}_1(x_1) & \text{para } 0 \leq x_s \leq x_e . \\ \underline{A}_2(x_2) & \text{para } x_e \leq x_s \leq \ell . \end{cases} \quad (7.40)$$

7.4. Função de Green do cabo condutor com o emprego do amortecedor Stockbridge

Na seção anterior foi calculada a função de Green entre dois pontos do condutor, sem a presença de elementos estranhos ao condutor.

Nesta seção será considerada a influência do amortecedor sobre o cabo condutor. Também será calculada a função de transferência entre dois pontos do cabo condutor levando-se em conta a presença de um amortecedor Stockbridge, que será caracterizado pela sua impedância mecânica de entrada, conforme apresentado no capítulo anterior.

O amortecedor do tipo Stockbridge pode ser descrito através de sua impedância mecânica, a qual é definida por:

$$\underline{Z}(\Omega) = \frac{\hat{p}(\Omega)}{\hat{w}(\Omega)} , \quad (7.41)$$



que substituída em (7.45) fornece:

$$\underline{p}_1(t) = -j\Omega \underline{z}(\Omega) [\underline{H}(h_1, x, \Omega) \underline{p}_1 + \underline{H}(h_2, x, \Omega) \underline{p}_2] e^{j\Omega t} \quad (7.47)$$

ou

$$\underline{p}_1 = -j\Omega \underline{z}(\Omega) [\underline{H}(h_1, x, \Omega) \underline{p}_1 + \underline{H}(h_2, x, \Omega) \underline{p}_2] \quad (7.48)$$

de onde se obtém,

$$\underline{p}_1 = \frac{-j\Omega \underline{z}(\Omega) \underline{H}(h_2, x, \Omega)}{1 + j\Omega \underline{z}(\Omega) \underline{H}(h_1, x, \Omega)} \underline{p}_2 \quad (7.49)$$

Substituindo-se (7.49) em (7.44) obtém-se:

$$\underline{w}(x, t) = \left[\underline{H}(h_2, x, \Omega) - \frac{-j\Omega \underline{z}(\Omega) \underline{H}(h_2, x, \Omega) \underline{H}(h_1, x, \Omega)}{1 + j\Omega \underline{z}(\Omega) \underline{H}(h_1, x, \Omega)} \right] \underline{p}_2 e^{j\Omega t}, \quad (7.50)$$

$$\underline{w}(x, t) = \underline{H}^D(h_1, h_2, x, \Omega) \underline{p}_2 e^{j\Omega t} \quad (7.51)$$

com

$$\underline{H}^D(h_1, h_2, x, \Omega) = \underline{H}(h_2, x, \Omega) - \frac{j\Omega \underline{z}(\Omega) \underline{H}(h_2, x, \Omega) \underline{H}(h_1, x, \Omega)}{1 + j\Omega \underline{z}(\Omega) \underline{H}(h_1, x, \Omega)} \quad (7.52)$$

sendo a função de Green entre força, aplicada no ponto h_2 , e deslocamento, no ponto x , com a presença de um sistema adicional de impedância $\underline{z}(\Omega)$ no ponto h_1 .

Escrevendo-se

$$\underline{H}(h, x, \Omega) = H_{re}(h, x, \Omega) + j H_{im}(h, x, \Omega), \quad (7.53)$$

$$\underline{Z}(\Omega) = Z_{re}(\Omega) + j Z_{im}(\Omega) \quad (7.54)$$

e

$$\underline{H}^D(h_1, h_2, x, \Omega) = H^D(h_1, h_2, x, \Omega) + j H_{im}^D(h_1, h_2, x, \Omega) \quad (7.55)$$

obtém-se

$$\underline{H}_{re}^D(h_1, h_2, x, \Omega) = \frac{(1+c)H_{re}(h_2, x, \Omega) + d H_{im}(h_2, x, \Omega)}{(1+c)^2 + d^2}, \quad (7.56)$$

8.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados modelos de excitação das linhas de transmissão através da ação do vento sobre as mesmas.

Inicialmente são apresentadas considerações sobre modelos determinísticos, após os quais são apresentados modelos estocásticos.

Tendo em vista que o objetivo do presente trabalho é a análise de desempenho de amortecedores, são a ação de forças do vento, de caráter aleatório, será dada maior atenção à parte de modelagem através de modelos estocásticos.

8.2. Modelos Determinísticos

Conforme foi introduzido no capítulo 3, a excitação da linha de transmissão de uma torre em caso de incidência do vento sobre a linha, admite-se que a velocidade do vento horizontal e perpendicularmente à linha de transmissão. Existem vários modelos para a excitação do vento sobre a torre, aqui serão considerados o modelo proposto pela maioria dos autores, conforme Salas [52, 510]

CAPÍTULO 8

No caso de excitação determinística a linha de transmissão é considerada como uma viga de cilindro, acoplada a uma torre por um outro, além de qual age as forças aerodinâmicas. Devido à flexibilidade do ponto cabo suporte a força que age sobre o mesmo é função de sua posição, com um fator variável ao longo do comprimento do cabo suportado, sendo esta distribuição de amplitude ao longo do comprimento do cabo suportado, pode ser admitida como constante, em primeira aproximação.

MODELAGEM DA EXCITAÇÃO DO VENTO

Assim, a força aerodinâmica agindo sobre o cabo condutor pode ser expressa por

$$F(W,t) = \frac{\rho}{2} D v^2 K_1(W) + K_2(W) \frac{W}{V} e^{i\omega t} \quad (8.1)$$

onde devido a forma cilíndrica do cabo a área de ação do vento é igual a área da seção transversal do mesmo, ρ é a densidade do ar, v é a velocidade do vento, D é o diâmetro do cabo, K_1 e K_2 são coeficientes aerodinâmicos, W é a velocidade do vento e V é a velocidade do cabo.

Na expressão acima, vale o deslocamento W é função da coordenada espacial x , valendo

$$W(x,t) = W(x) e^{i\omega t} \quad (8.2)$$

sendo ω a frequência de vibração do cabo, p a densidade do ar, D o diâmetro do cabo e V a velocidade do vento.

8.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados modelos de excitação das linhas de transmissão através da ação do vento sobre as mesmas.

Inicialmente são apresentadas considerações sobre modelos determinísticos, após os quais são apresentados os modelos estocásticos.

Tendo em vista que o objetivo do presente trabalho é a análise de desempenho de amortecedores, sob a ação de forças do vento, de caráter aleatório, será dada maior atenção à parte de modelagem através de modelos estocásticos.

8.2. Modelos Determinísticos

Conforme já introduzido no capítulo 3, a excitação da linha de transmissão ocorre em razão da incidência do vento sobre a linha. Admite-se que a corrente de vento incida horizontal e perpendicularmente à linha de transmissão. Existem vários modelos para a excitação do vento sendo apresentado aqui aquele considerado o mais plausível pela maioria dos autores, conforme Schäfer [S2, S10].

No caso de excitação determinística a linha de transmissão é considerada como uma sucessão de cilindros, acoplados elasticamente um ao outro, sobre os quais agem forças aerodinâmicas. Devido à flexibilidade do próprio cabo condutor a força que age sobre o mesmo é função de sua posição, com um forte caráter não linear, dependente da amplitude de vibração. Esta distribuição de amplitude ao longo do comprimento do cabo condutor, pode ser admitida como senoidal, em primeira aproximação.

Assim, a força aerodinâmica agindo sobre o cabo condutor pode ser expressa por:

$$p((W), t) = \frac{\rho}{2} D V^2 \left[K_A' (|W|) + j K_A'' (|W|) \right] \frac{W}{|W|} e^{j\Omega t} \quad (8.1)$$

onde, devido a forma complexa para a força do vento p , também é necessário admitir o deslocamento transversal vertical $w(x,t)$ como complexo, assim como as respectivas derivadas temporais.

Na expressão acima, vale o deslocamento W é função da coordenada espacial x , valendo

$$w(x, t) = W(x) e^{j\Omega t}, \quad (8.2)$$

sendo Ω a frequência de vibração do cabo, ρ a densidade do ar, D o diâmetro do cabo e V a velocidade do fluxo.

$$\underline{H}_{im}^D(h_1, h_2, x, \Omega) = \frac{(1+c)H_{im}(h_2, x, \Omega) - d H_{re}(h_2, x, \Omega)}{(1+c)^2 + d^2} \quad (7.57)$$

com

$$c = -\Omega[Z_{im}(\Omega)H_{re}(h_1, x, \Omega) + Z_{re}(\Omega)H_{im}(h_1, x, \Omega)] \quad (7.58)$$

e

$$d = \Omega[Z_{re}(\Omega)H_{re}(h_1, x, \Omega) - Z_{im}(\Omega)H_{im}(h_1, x, \Omega)] \quad (7.59)$$

Assim, tem-se a função de transferência entre força de excitação e deslocamento entre dois pontos quaisquer de um cabo condutor, com a presença de um amortecedor Stockbridge fixado no condutor. Esta função de transferência é a função de Green, e é dada pelas expressões (7.53), (7.55), (7.56) e (7.57).

A partir destas expressões será, então, avaliada a eficiência dos amortecedores e estimada a vida útil de condutores. Estes aspectos são o objetivo principal do trabalho e fazem parte dos capítulos seguintes.

Entretanto, antes de se tratar os assuntos acima expostos serão apresentados os aspectos relativos à excitação do vento, principalmente aqueles relativos à sua modelagem determinística e estocástica, assunto tratado no capítulo próximo.

Os coeficientes K'_A e K''_A , representam, respectivamente, a parte real e a parte imaginária do coeficiente de sustentação de um cilindro de diâmetro D num fluxo idêntico àquele que envolve o cabo. Na figura 8.1 são mostrados duas regressões polinomiais para coeficientes K'_A e K''_A , em função da razão entre a amplitude de vibração e o diâmetro do cilindro, segundo Schäfer [S10].

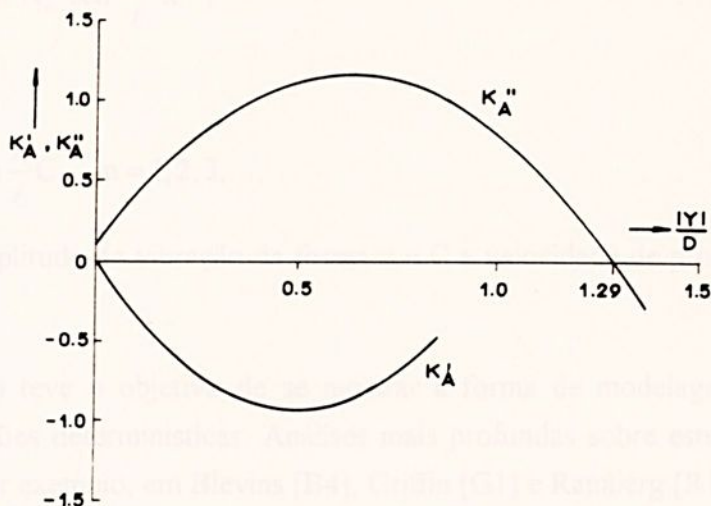


FIGURA 8.1 - Aproximação de polinomial de segunda ordem para a parte real (K'_A) e para a parte imaginária (K''_A) do coeficiente de sustentação de um cilindro imerso num fluxo. Segundo Schäfer [S10].

No caso correspondente à expressão (8.1), semelhante ao caso de um único cilindro oscilante num fluxo, é dada a defasagem entre a força de excitação e o deslocamento. Como a parte real e a parte imaginária da força do vento dependem da amplitude de vibração $W(x)$, e esta é uma função da coordenada espacial x , conclui-se que a defasagem assume valores diferentes em função da coordenada espacial x . Isto significa que as forças do vento agindo no cabo dependem da posição x , não somente quanto à amplitude mas também quanto à diferença de fase em relação ao movimento do cabo.

Este comportamento pode ser mais facilmente visualizado escrevendo-se a expressão (8.1) na forma

$$p(|W|, t) = |p(|W|)| e^{j(\Omega t + \psi(|W|))} \frac{W}{|W|}, \quad (8.3)$$

com a amplitude

$$|p(|W|)| = \frac{\rho}{2} D v^2 \sqrt{K_A'^2 (|W| + K_A''^2 (|W|))}, \quad (8.4)$$

e o ângulo da fase

$$\psi(|W|) = \frac{K_a''(|W|)}{K_a'(|W|)} \quad (8.5)$$

Admitindo-se que o cabo condutor vibra em uma forma própria, tem-se:

$$W(x) = A_n \operatorname{sen} \frac{\Omega_n}{\ell} x \quad , \quad (8.6)$$

com

$$\Omega_n = n \frac{\pi}{\ell} C \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (8.7)$$

sendo A_n a amplitude de vibração da forma n e C a velocidade de propagação das onda no cabo condutor.

Esta introdução teve o objetivo de se mostrar a forma de modelagem da excitação do vento através de funções determinísticas. Análises mais profundas sobre este assunto podem ainda ser encontradas, por exemplo, em Blevins [B4], Griffin [G1] e Ramberg [R1].

Na seção seguinte serão apresentados os modelos estatísticos, a serem aplicados neste trabalho. Inicialmente será apresentada uma introdução à teoria da probabilidade.

8.3. Modelos estocásticos

Conforme verificado na seção anterior, a força de excitação devido ao vento é função da coordenada espacial x . Também no modelo estocástico é conveniente que esta dependência seja admitida, tendo em vista as configurações reais de linhas de transmissão, as quais podem atingir comprimentos de até 1.000 m, de forma que uma dependência da posição é uma hipótese lógica.

Para a descrição das forças do vento devido ao descolamento de vórtices através de modelos estocásticos é conveniente o emprego da função de autocorrelação, conforme visto na seção anterior.

A função de autocorrelação cruzada entre dois pontos quaisquer h_1 e h_2 da linha de transmissão pode ser dada por:

$$K_p(h_1, h_2, \tau) = e^{-(h_1-h_2)^2/\mu^2} f(h_1)f(h_2)k(\tau) \quad , \quad (8.8)$$

com $0 \leq h_1, h_2 \leq L$, onde $k(\tau)$ é a função de autocorrelação de um processo aleatório escalar estacionário e ergódico $f(h)$ é a função que descreve a dependência de $K_p(h_1, h_2, \tau)$ da posição (h_1, h_2) .

Esta dependência da posição pode, de uma maneira bastante geral, ser descrita por uma função da forma

$$f(h) = \beta + v \cos(\theta h + \Psi). \quad (8.9)$$

onde o ângulo φ depende das condições de contorno do respectivo problema ou caso analisado. Para o caso de um cabo rigidamente vinculado em suas extremidades, obtém-se $\varphi = \pi/2$, pois neste caso as formas próprias ou naturais de vibrar do cabo são funções senoidais. O parâmetro depende diretamente das formas próprias excitadas, sendo, portanto dependente da frequência.

Como a função de autocorrelação é uma função par, a respectiva transformada de Fourier é sempre uma função real e par. Assim, a transformada de Fourier de (8.8), pode ser escrita como uma função real como segue:

$$S_p(h_1, h_2, \Omega) = e^{-(h_1 - h_2)^2 / \mu^2} f(h_1) f(h_2) s(\Omega) \quad (8.10)$$

que representa a função espectral de potência cruzada do processo aleatório de excitação, onde a transformada de Fourier $s(\Omega)$ da função de correlação $k(\tau)$ pode ser definida como

$$s(\Omega) = c e^{-b\Omega}, \quad (8.11)$$

sendo a função espectral de potência correspondente a $k(\tau)$. Verifica-se, sem dificuldades, que a expressão acima pode ser transformada numa função de autocorrelação.

Portanto, a função de autocorrelação cruzada é definida como uma função de autocorrelação, a qual depende por sua vez de uma função exponencial dependente da distância $(h_1 - h_2)$ das forças de excitação.

Na expressão acima o parâmetro μ pode ser interpretado como um coeficiente de correlação entre as forças aerodinâmicas atuantes na linha de transmissão nos pontos $(h_1 - h_2)$.

O parâmetro μ em (8.8) pode ser escolhido "pequeno" de forma que para $(h_1 \neq h_2)$ os processos aleatórios escalares de excitação sejam "pouco" correlacionados. Quantitativamente ele pode ser escolhido de forma que para $|h_1 - h_2| > 2D$ (onde $D =$ diâmetro do cabo) os processos de excitação sejam não correlacionados. Para o caso de $h_1 = h_2$, a função k_p (8.8) fica reduzida a uma função de autocorrelação usual. Esta hipótese significa que todas as forças que agem ao longo do cabo possuem o mesmo desenvolvimento temporal, ou seja forças iguais agindo simultaneamente no cabo.

A função exponencial definida em (8.8), implica em que a função $K_p(h, h, \tau)$ seja sempre menor, com o aumento da distância $(h_1 - h_2)$. A interpretação física desta hipótese é que para grandes distâncias $(h_1 - h_2)$ as forças de excitação são não correlacionadas.

É importante a observação de que para forças totalmente não correlacionadas, ou seja, para $\mu \rightarrow \infty$ o modelo apresentado em (8.8) não é aplicado. Neste caso, a função de autocorrelação K_p pode ser definida como

$$\begin{aligned} K_p(h_1, h_2, \tau) &= 0 && \text{para } h_1 \neq h_2, \\ K_p(h_1, h_1, \tau) &= f^2(h_1)k(\tau) && \text{para } h_1 = h_2. \end{aligned} \quad (8.12)$$

Naturalmente, deve ser examinado até que ponto se deve admitir forças totalmente não correlacionadas. Igualmente deve ser analisado até que ponto é justificável o não emprego da correlação para grandes distâncias.

Para uma análise profunda dos modelos aqui apresentados, seria necessário um trabalho bastante completo sobre medições de forças do vento, agindo sobre linhas de transmissão, assim como sua avaliação. Só assim, seria possível obter conclusões sobre a propriedade do emprego de determinados modelos para a descrição de fenômenos naturais, assim como conclusões apropriadas sobre os aspectos quantitativos dos parâmetros apresentados.

Infelizmente, são raros os trabalhos sobre estes aspectos. Assim, os modelos aqui apresentados serão aplicados, com base em considerações de natureza lógica, mas fundamentadas principalmente em medições de caráter determinísticos.

No capítulo de resultados serão apresentados resultados numéricos de forma a se poder tirar conclusões sobre a influência dos amortecedores e dos parâmetros do modelo estocástico sobre a vibração do cabo condutor.

No capítulo seguinte será apresentado a forma do cálculo da variância de deslocamento e da variância de alongamento do cabo condutor, através do emprego da função de Green do cabo condutor, com a presença de amortecedor Stockbridge apresentada no capítulo anterior, e com a ação do vento simulado pelo modelo estocástico apresentado.



4.1. Introdução

Nos capítulos anteriores deste trabalho foram discutidos vários aspectos sobre vibrações de linhas de transmissão distribuídas excitadas por vento.

Em especial serão aqui empregados os conceitos discutidos na seção 6.5, sobre importância mecânica do amortecedor Stockbridge e nas seções 7.3 e 7.4, sobre função de Green do cabo condutor, assim como os conceitos relativos à teoria da probabilidade apresentados no capítulo anterior e em anexo.

Neste capítulo serão calculadas as variâncias do deslocamento do cabo condutor. As variâncias do deslocamento representam uma maneira efetiva de avaliar o nível de vibração do cabo condutor e também de eficiência do amortecedor empregado.

9.2. Função de autocorrelação do deslocamento de um condutor uni-dimensional sob excitação distribuída

CAPÍTULO 9

Suponha um condutor uni-dimensional, que é excitado na posição

CÁLCULO DA VARIANÇA DO DESLOCAMENTO DA LINHA DE TRANSMISSÃO COM O EMPREGO DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

Na expressão acima $h(x, \eta, t)$ é a resposta a um impulso na posição $x = \eta$.

No caso de excitação distribuída, é necessário, para o cálculo do deslocamento $w(x, t)$, uma integração ao longo do comprimento L do cabo condutor. Assim, a expressão (9.1) torna-se:

$$w(x, t) = \int_0^L h(x, \eta, t) p(\eta) d\eta. \quad (9.2)$$

A função de autocorrelação do deslocamento pode então, a partir da expressão (9.2), ser escrita como:

$$K_w(x, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_0^L w(x, t) w(x, t + \Delta t) d\eta. \quad (9.3)$$

O desenvolvimento do cálculo da função de autocorrelação, em especial para sistema com parâmetros distribuídos é apresentado em Nascimento [N5], e não será feito neste trabalho.

9.1. Introdução

Nos capítulos anteriores deste trabalho foram apresentados vários aspectos sobre vibrações de linha de transmissão elétrica excitadas por vento.

Em especial serão aqui empregados os conceitos discorridos na seção 6.5, sobre impedância mecânica do amortecedor Stockbridge e nas seções 7.3 e 7.4, sobre função de Green do cabo condutor, assim como os conceitos relativos à teoria da probabilidade apresentados no capítulo anterior e em apêndice.

Neste capítulo serão calculadas as varianças do deslocamento do cabo condutor. As varianças do deslocamento representam uma maneira efetiva de avaliação do nível de vibração do cabo condutor e também da eficiência do amortecedor empregado.

9.2. Função de autocorrelação do deslocamento de um contínuo uni-dimensional sob excitação distribuída.

Suponha um contínuo uni-dimensional, que é excitado na posição

$x = \eta$ através de uma força $P(t)$ (veja capítulo 7). Neste caso, o deslocamento $w(x,t)$ numa posição qualquer x pode ser dado pela seguinte integral de convolução:

$$w(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, \eta, t) \cdot P(t - \xi) \cdot d\xi \quad (9.1)$$

Na expressão acima $h(x, \eta, t)$ é a resposta a um impulso na posição $x = \eta$.

No caso de excitação distribuída, é necessário, para o cálculo do deslocamento $w(x,t)$, uma integração ao longo de comprimento L do cabo condutor. Assim a expressão (9.1) torna-se:

$$w(x, t) = \int_{\eta=0}^{\eta=L} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, \eta, t) \cdot p(t - \xi) \cdot d\xi \cdot d\eta. \quad (9.2)$$

A função de autocorrelação do deslocamento pode então, a partir da expressão (9.2), ser escrita como:

$$K_w(x, t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} w(x, t) \cdot w(x, t + \tau) \cdot d\tau. \quad (9.3)$$

O desenvolvimento do cálculo da função de autocorrelação, em especial para sistema com parâmetros distribuídos é apresentado em Nascimento [N5], e não será feito neste trabalho.

Assim, obtém-se após a substituição de (9.2) em (9.3) e subsequente desenvolvimento, a expressão

$$K_w(x, t) = \int_{\eta_1=0}^L \int_{\eta_2=0}^L \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_p(\eta_1, \eta_2, t + \xi_1 - \xi_2) h(x, \eta_2, \xi_2) d\xi_2 \right] \int h(x, \eta_1, \xi_1) d\xi_1 d\eta_2 d\eta_1 \quad (9.4)$$

$$K_p(\eta_1, \eta_2, t + \xi_1 - \xi_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} p(\eta_1, t + \xi_1) p(\eta_2, t + \tau - \xi_2) d\tau \quad (9.5)$$

representa a função de correlação cruzada entre as forças de excitação agindo nos pontos $x = \eta_1$ e $x = \eta_2$.

Da expressão (9.4), com o emprego das regras da transformada de Fourier, segue

$$\underline{S}_w(x, \Omega) = \int_{\eta_1=0}^L \int_{\eta_2=0}^L \underline{H}^*(x, \eta_1, \Omega) \underline{S}_p(\eta_1, \eta_2, \Omega) \underline{H}(x, \eta_2, \Omega) d\eta_1 d\eta_2 \quad (9.6)$$

onde $\underline{S}_w(x, \Omega)$ é a transformada de Fourier da função de autocorrelação do deslocamento e $\underline{S}_p(\eta_1, \eta_2, \Omega)$ a função espectral de potência cruzada da excitação, ou seja, a transformada de Fourier da função de correlação cruzada entre as forças de excitação $p(\eta_1, t)$ no ponto $x = \eta_1$ e $p(\eta_2, t)$ $x = \eta_2$ (9.5).

A função $\underline{S}_p(\eta_1, \eta_2, \Omega)$ contém a correlação das forças de excitação com relação ao tempo e também ao espaço.

As funções $\underline{H}^*(x, \eta_1, \Omega)$ e $\underline{H}(x, \eta_2, \Omega)$ representam as transformadas de Fourier das respostas ao impulso $h(x, \eta_1, \Omega)$ e $h(x, \eta_2, \Omega)$.

9.3. Variança do deslocamento

Conforme já analisado no capítulo anterior, a variança de uma grandeza pode ser obtida através da integração da função espectral de potência no domínio da frequência.

Assim obtém-se de (9.6) a expressão

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_0}^{\Omega_0} \int_{\eta_1=0}^L \int_{\eta_2=0}^L \underline{H}^*(x, \eta_1, \Omega) \underline{S}_p(\eta_1, \eta_2, \Omega) \underline{H}(x, \eta_2, \Omega) d\eta_2 \cdot d\eta_1 \cdot d\Omega \quad (9.7)$$



Nesta expressão $H(x, \eta, \Omega)$ representa a função de transferência do cabo condutor, ou seja a função de Green, entre os pontos x e η , na frequência Ω , conforme calculado na seção 7.3.

Esta função de Green, no entanto, tem sua forma alterada quando no cabo condutor age um amortecedor Stockbridge, conforme mostrado na seção 7.4.

Assim a expressão (9.7) transforma-se em:

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_0}^{\Omega_0} \int_{\eta_1=0}^L \int_{\eta_2=0}^L \underline{H}^{D*}(x, h_1, \eta_1, \Omega) \cdot S_p(\eta_1, \eta_2, \Omega) \cdot \underline{H}^D(x, h_1, \eta_2, \Omega) \cdot d\eta_2 \cdot d\eta_1 \cdot d\Omega \quad (9.8)$$

onde $\underline{H}^D(x, h_1, h_2, \Omega)$ representa a função de transferência global entre os pontos h_1 e x , com existência de um amortecedor Stockbridge atuando sobre o cabo no ponto h_2 .

Na expressão acima, como já comentado, $S_p(\eta_1, \eta_2, \Omega)$ representa a função espectral de potência cruzada da excitação, conforme apresentado no apêndice.

Para se evitar confusão de notação, deve-se atentar que a função de transferência global foi denotada por $\underline{H}^D(x, h_1, h_2, \Omega)$ onde x representa o ponto onde se quer calcular a resposta do sistema, h_1 representa o ponto de ação de uma força externa, h_2 representa o ponto de conexão do amortecedor atuante na linha de transmissão e Ω a frequência na qual se considera os efeitos.

Como uma linha de transmissão é um sistema com parâmetros distribuídos os pontos de atuação das forças externas é uma variável. O ponto de atuação do amortecedor é uma constante. No entanto, o ponto ótimo para maior eficiência do amortecedor é algo a ser determinado.

A expressão (9.7) pode ser escrita na forma

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_0}^{\Omega_0} \int_{\eta_1=0}^L \int_{\eta_2=0}^L \underline{I}(x, \eta_1, \eta_2, \Omega) d\eta_2 d\eta_1 d\Omega \quad (9.10)$$

onde

$$\underline{I}(x, \eta_1, \eta_2, \Omega) = \underline{H}_1^{D*} \cdot S_p \cdot \underline{H}_2^D \quad (9.11)$$

Desenvolvendo-se a expressão acima em suas partes real e imaginária, obtém-se

$$I_{re} + jI_{im} = + \left[(H_{1re}^D \cdot H_{2re}^D + H_{1im}^D \cdot H_{2im}^D) + j(H_{1re}^D \cdot H_{2im}^D - H_{2re}^D \cdot H_{1im}^D) \right] \cdot S_p \quad (9.12)$$

Como é mostrado na seção (9.1), na análise das funções de transferência do cabo condutor, a parte imaginária da integral $\underline{I}(x, \eta_1, \eta_2, \Omega)$ é desprezível, em comparação com a sua parte real, considerando-se no cálculo no domínio da frequência apenas as frequências próprias do cabo condutor.

Portanto, a expressão final que se obtém para a variância do deslocamento é dada por

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_0} \int_{\eta_1=0}^L \int_{\eta_2=0}^L (H_{1re}^D \cdot H_{2re}^D \cdot H_{1im}^D \cdot H_{2im}^D) \cdot S_p \cdot d\eta_2 d\eta_1 d\Omega \quad (9.13)$$

Esta é a expressão final da variância do deslocamento que será utilizada para o cálculo dos efeitos do vento e da ação do amortecedor Stockbridge sobre o cabo condutor.

9.4. O programa para o cálculo da variância

Para o cálculo da variância do deslocamento é desenvolvido um programa computacional em Fortran, denominado VARI.

Face à extensão já atingida pelo presente trabalho e também pelo programa, o mesmo não será apresentado aqui em detalhes, e tão pouco em apêndice. O leitor interessado em se aprofundar no assunto poderá consultar a bibliografia Maihoefer [M12].

Aqui renuncia-se também à apresentação da estrutura do programa, tendo em vista que este aspecto foge do objetivo do trabalho, onde a programação é apenas um meio e não o fim.

Aqui são comentados os aspectos físicos do sistema analisados relacionados com os aspectos numéricos da parte de programação. Serão comentadas em especial as dificuldades relativas a parte numérica do desenvolvimento computacional.

9.4.1. Solução do sistema de equações

Para a determinação da função de Green do cabo condutor é necessária a solução do sistema de equações algébricas (7.35) e para tanto é empregado da biblioteca de programas IMSL o subprograma LSLRG, o qual emprega um processo de solução direto.

Como os coeficientes da matriz B , dados pela expressão (7.38), são calculados através de funções hiperbólicas, é necessária uma normalização das grandezas.

Isto em decorrência das funções hiperbólicas crescerem acentuadamente de maneira direta com os argumentos e isto leva ao aborto do programa.

Uma outra particularidade do sistema de equações é que no caso de amortecimento desprezível do cabo condutor e excitação em uma frequência igual à uma de suas frequências naturais, o sistema apresenta uma singularidade. Os cálculos efetuados mostraram que para se evitar problemas numéricos consequentes de singularidades do sistema de equações algébricas, é necessário o emprego de amortecimento adimensional num valor mínimo de $d = 0,015$. Naturalmente é possível admitir-se valores menores para o amortecimento, mas isto poderá levar a grandes inexactidões na solução do sistema de equações.

9.4.2. Discretização da frequência e do cabo condutor

As funções de Green e as varianças dependem fortemente da discretização das coordenadas $\eta_1 \in \eta_2$, assim como da discretização da frequência Ω .

Também será mostrado que os valores da função de Green para frequências que não são as frequências naturais do cabo, assumem valores desprezivelmente pequenos. Também será mostrado que a função de Green assume valores máximos quando a excitação localiza-se entre dois nós; quando a excitação situa-se num nó, a função de Green praticamente se anula. Como o número de pontos de excitação tem uma influência direta sobre o tempo de processamento, deve-se analisar com cuidado a discretização.

A discretização no domínio da frequência é feita com o auxílio da expressão:

$$\Omega_k = k\pi \cdot \sqrt{\frac{T}{L^2 \cdot \mu}}, k = n_u, \dots, n_o, \quad (9.14)$$

que fornece as frequências naturais de um cabo fixo nas extremidades. Nesta expressão n_u representa a ordem da menor frequência natural considerada e n_o da maior.

A discretização da coordenada espacial é feita através do emprego da expressão:

$$\eta_i = c_1 \cdot \lambda_k + i \cdot c_2 \cdot \lambda_k, i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (9.15)$$

onde,

$$n = \frac{L - c_1 \lambda_k}{c_2 \cdot \lambda_k}. \quad (9.16)$$

As constantes c_1 e c_2 podem assumir quaisquer valores positivos e irracionais. Os comprimentos de onda λ_k da k -ésima forma própria de vibrar de um cabo condutor fixo nas extremidades são dados pela expressão:

$$\lambda_k = \frac{2 \cdot L}{k}, k = 1, 2, \dots, l. \quad (9.17)$$

9.4.3. Tempo de processamento

Como o cálculo da variança decorre de uma integral tripla, isto implica num tratamento numérico com três "loops" sequenciais. Assim o cálculo da variança em um único ponto já requer um tempo de processamento considerável.

Da expressão (8.10) verifica-se que a função espectral cruzada S_p , como função do coeficiente de correlação μ , no domínio de integração (η_1, η_2) apenas possui valores não nulos ao longo da diagonal $\eta_1 = \eta_2$. Portanto, para a integração da expressão (9.13) apenas para valores ao longo da

diagonal $\eta_1 - \eta_2$ obtém-se valores não nulos. Assim, não é necessário proceder-se a integração sobre todo o campo η_1 e η_2 , podendo-se portanto reduzir-se a um mínimo o número de "loops" do programa.

Para a definição da região de integração, sobre a qual o integrando assume valores não nulos, é empregado o comprimento de correlação λ_k , ao invés do coeficiente de correlação μ . O comprimento de correlação dá a distância, dentro da qual as forças de excitação são correlacionadas. Em outras palavras, é dado o valor $\lambda_k = \eta_1 - \eta_2$, a partir do qual a função exponencial:

$$f(\eta_1, \eta_2) = e^{-\frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{\mu^2}} \quad (9.18)$$

da expressão (8.10), assume valores menores que um certo limite de precisão estabelecido. No programa este valor é definido como $\text{tol} = 10^{-7}$. Assim, o coeficiente de correlação pode ser calculado da expressão (9.18) na seguinte forma:

$$\mu = \frac{l_k}{\sqrt{-\ln(\text{tol})}} \quad (9.19)$$

Com os comprimentos de correlação λ_k e as distâncias Δ_η dos pontos de excitação, pode-se calcular o número n_e sobre os quais as forças de excitação são correlacionadas:

$$n_e = \frac{l_1}{\Delta\eta} \quad (9.20)$$

Sendo o número n_e conhecido, o número de "loops" do processo de integração sobre pelo menos uma variável η_1 ou η_2 reduz-se a um mínimo. Assim o tempo de cálculo da variância reduz-se a um mínimo.

9.4.4. Integração no caso de excitação harmônica

No caso de excitação com uma determinada frequência Ω_0 a função de correlação cruzada mostrada na expressão (8.8) torna-se uma função harmônica. Como a transformada de Fourier de uma função harmônica é a função Delta de Dirac, a expressão (8.10) que representa a função espectral de potência cruzada da excitação assume a forma:

$$S_p(\eta_1, \eta_2, \Omega) = e^{-\frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{\mu^2}} \cdot f(\eta_1) \cdot f(\eta_2) \cdot \delta(\Omega - \Omega_0) \quad (9.21)$$

Com o auxílio desta relação, a expressão (9.13) pode ser escrita na forma:

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_0, \eta_1=0}^{\Omega_0} \int_{\eta_2=0}^L \int_{\eta_2=0}^L \underline{I}(x, \eta_1, \eta_2, \Omega) \cdot \delta(\Omega - \Omega_0) d\eta_2 d\eta_1 d\Omega, \quad (9.22)$$

a qual, por fim, pode ser simplificada para a forma

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\eta_1=0}^L \int_{\eta_2=0}^L \underline{I}(x, \eta_1, \eta_2, \Omega_0) d\eta_2 d\eta_1. \quad (9.23)$$

Assim, no caso de excitação harmônica, deve-se proceder a integração sobre as variáveis η_1 e η_2 com o integrando considerado na frequência Ω_0 .

CAPÍTULO 10

RESULTADOS

14.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos do presente trabalho. São obtidas e mostradas em gráficos as funções de Green do cabo condutor e as forças do deslocamento do cabo.

As funções de Green são mostradas como função dos parâmetros x , η e l .

Para a função de transferência global, ou seja a função de Green com a ação do amortecedor Stockbridge, é examinada no domínio da frequência a influência da posição do amortecedor.

A análise envolvendo a função de transferência global é feita empregando-se condutores de dois comprimentos, assim como dois tipos diferentes de amortecedores.

Os resultados são apresentados nos seguintes parâmetros:

Condutor 1:

$$l = 50 \text{ m}, T = 14850 \text{ N}, \mu = 3 \text{ kg/m}, d = 0,016 \text{ kg/m}^2$$

Condutor 2:

$$l = 125 \text{ m}, T = 1730 \text{ N}, \mu = 3 \text{ kg/m}, d = 0,012 \text{ kg/m}^2$$

Os parâmetros correspondentes do condutor 1 apresentam valores reais de uma linha de transmissão de alta tensão. Os valores do condutor 2 são fictícios.

CAPÍTULO 10

RESULTADOS

Para o condutor 1 é medida a densidade linear de massa μ e a força normal T é calculada de maneira proporcional à relação de comprimentos dos dois condutores.

Nos dois casos, as constantes de amortecimento d , correspondentes ao amortecimento interno do cabo, são calculadas de forma que o coeficiente de amortecimento adimensional tenha o valor mínimo $d = 0,015$.

Como se sabe da literatura, a potência dissipada internamente no cabo condutor é essencialmente insignificante e portanto desprezível em relação ao amortecedor Stockbridge, de forma que o amortecimento do cabo será tratado propriamente o suficiente para que o sistema numérico não apresente divergências ou instabilidades.

Para a análise da influência do amortecedor são empregados um amortecedor RHE F200-3 e um amortecedor SALVI 4823.



10.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos do presente trabalho. São obtidas e mostradas em gráficos as funções de Green do cabo condutor e as varianças do deslocamento do cabo.

As funções de Green são mostradas como função dos parâmetros x , η e Ω .

Para a função de transferência global, ou seja a função de Green com a ação do amortecedor Stockbridge, é examinada no domínio da frequência a influência da posição do amortecedor.

A análise envolvendo a função de transferência global é feita empregando-se condutores de dois comprimentos, assim como dois tipos diferentes de amortecedores.

Os condutores empregados possuem os seguintes parâmetros:

Condutor 1:

$$L = 500 \text{ m}; \quad T = 14850 \text{ N}; \quad \mu = 2 \text{ kg/m}; \quad d = 0,0016 \text{ kg/m.s};$$

Condutor 2:

$$L = 125 \text{ m}; \quad T = 3750 \text{ N}; \quad \mu = 2 \text{ kg/m}; \quad d = 0,032 \text{ kg/m.s}.$$

Os parâmetros correspondentes do condutor 1 apresentam valores reais de uma linha de transmissão de alta tensão. Os valores são obtidos de Schaefer [S2].

Para o condutor 2 é mantida a densidade linear de massa μ e a força normal T é calculada da maneira proporcional à relação de comprimentos dos dois condutores.

Nos dois casos, as constantes de amortecimento d , correspondentes ao amortecimento interno do cabo, são calculadas de forma que o coeficiente de amortecimento adimensional tenha o valor mínimo $\bar{d} = 0,015$.

Como se sabe da literatura, a potência dissipada internamente no cabo condutor é essencialmente menor que a potência dissipada no amortecedor Stockbridge, de forma que o amortecimento do cabo será adotado pequeno o suficiente para que o processo numérico não apresente divergências ou inexatidões.

Para a análise da influência do amortecedor são empregados dois tipos de amortecedores: um amortecedor RIBE F2998-3 e um amortecedor SALVI 4RZ5.

O primeiro amortecedor possui uma disposição simétrica dos contrapesos, tendo uma massa total $m = 9,1$ kg.

O segundo amortecedor possui uma disposição assimétrica dos contrapesos, tendo uma massa total $m = 6,9$ kg.

Como as impedâncias de ambos os amortecedores situam-se na faixa de 3 Hz a 35 Hz, a análise das funções de Green será limitada a este intervalo de frequência.

Transformando-se estes valores de frequência para a forma adimensional, obtém-se os seguintes valores para os intervalos de frequência em cada condutor.

Condutor 1: $40 \leq \Omega \leq 400$;

Condutor 2: $20 \leq \Omega \leq 200$.

A análise das funções de Green é feita com parâmetros normalizados, de forma que os diagramas apresentados contém apenas valores adimensionais.

No final do capítulo são apresentados os valores da variação do deslocamento para o caso de excitação harmônica e estocástica. No caso dos cálculos da variação é apenas empregado o condutor 1 com a ação do amortecedor SALVI.

É importante observar que no caso dos diagramas da variação os diagramas apresentados mostram valores dimensionais.

10.2. Funções de Green sem amortecedor

Aqui são apresentados diagramas das funções de Green para o condutor 1, com $L = 500$ m. Neste caso os resultados praticamente não apresentam diferença qualitativa quando comparados com o condutor 2.

Como a função de Green depende dos parâmetros $x, \eta \in \Omega$, é conveniente para o entendimento dos resultados assumir cada valor de função de Green como a resposta do sistema no ponto x , decorrente de uma excitação com frequência Ω no ponto η .

Na figura 10.1 é mostrado o módulo da função de Green, em função da frequência, para x e η fixos. Ou seja é mostrada a resposta do cabo condutor no ponto $x = \lambda_{200}/4$ para uma excitação no ponto $\eta = \lambda_{200}/8$, com frequência variável. Aqui λ_{200} é o comprimento de onda da 200a. forma própria de vibrar.



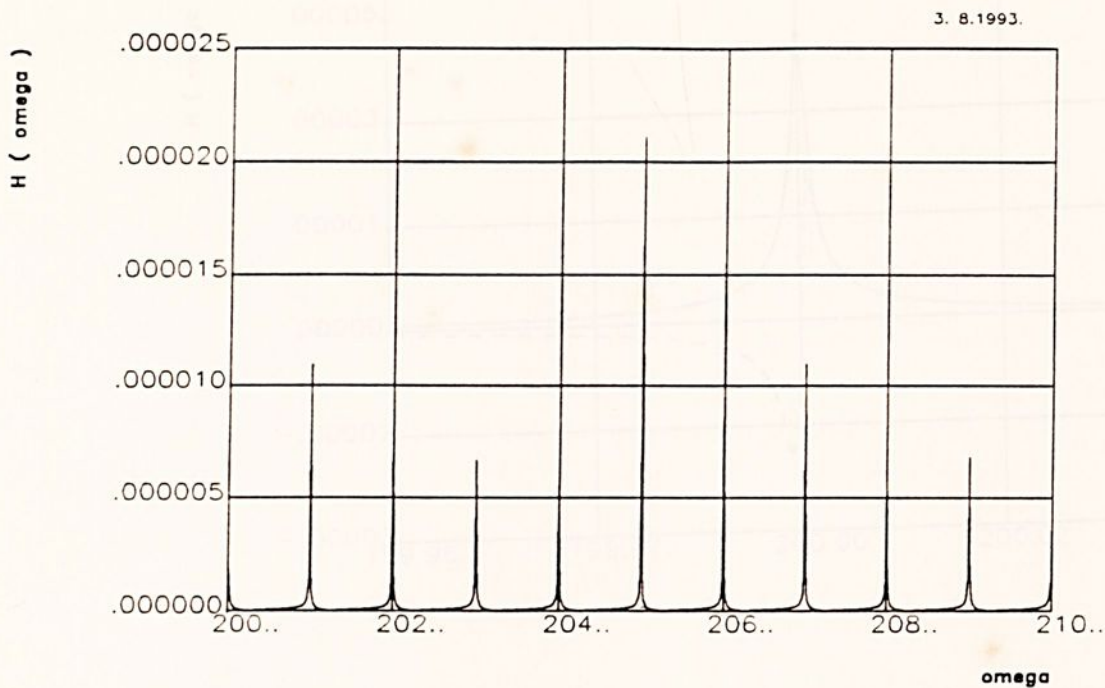


FIGURA 10.1 - Função de Green do cabo condutor (módulo).

Condutor $L = 500\text{m}$, $x = \lambda/4$, $\eta = \lambda/8$.

Como as frequências naturais do cabo condutor situam-se muito próximas umas das outras, na figura 10.1 é mostrada a resposta do sistema apenas no intervalo $200 \leq \Omega \leq 210$. De outra forma a resolução do diagrama não permitirá a leitura do mesmo. Deste diagrama conclui-se que para frequências que não são frequências naturais do cabo, a resposta do mesmo é desprezível. Neste caso, a excitação no ponto η não tem influência sobre resposta no ponto x . Devido a isto, no cálculo das variâncias serão levadas em conta somente as frequências naturais do cabo condutor, na discretização no domínio da frequência, como já comentado no capítulo anterior.

Para completar a análise anterior, é mostrada na figura 10.2 a função de Green, em módulo e nas partes real e imaginária em função da frequência, nas vizinhanças de $\Omega = 200$.

A representação da fase não é feita, pois a mesma não contém qualquer informação importante. Deste diagrama conclui-se que exatamente nas frequências naturais, a parte real da função de Green praticamente se anula. A análise em todo o domínio da frequência mostrou que este é o caso para todas as frequências naturais, independente de x e η . Fundamentado nesta conclusão, pode-se desprezar a parte imaginária da expressão (9.12), como já comentado no capítulo anterior. É importante ressaltar que tal conclusão só é fundamentada se no cálculo da variância forem consideradas apenas as frequências naturais.

Na figura 10.3 é mostrada a função de Green para vários valores do coeficiente de amortecimento do cabo condutor.

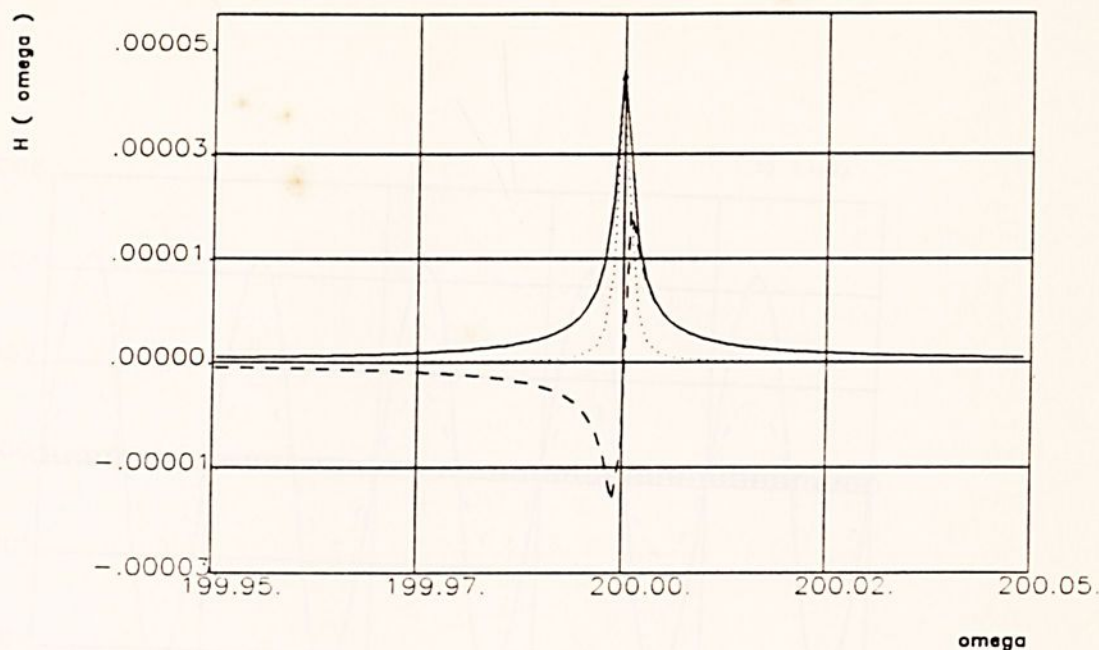


FIGURA 10.2 - Função de Green do cabo condutor (módulo e partes real e imaginária).

Condutor $L = 500\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$, $\omega = 200$.

———— módulo, ----- parte real, parte imaginária.

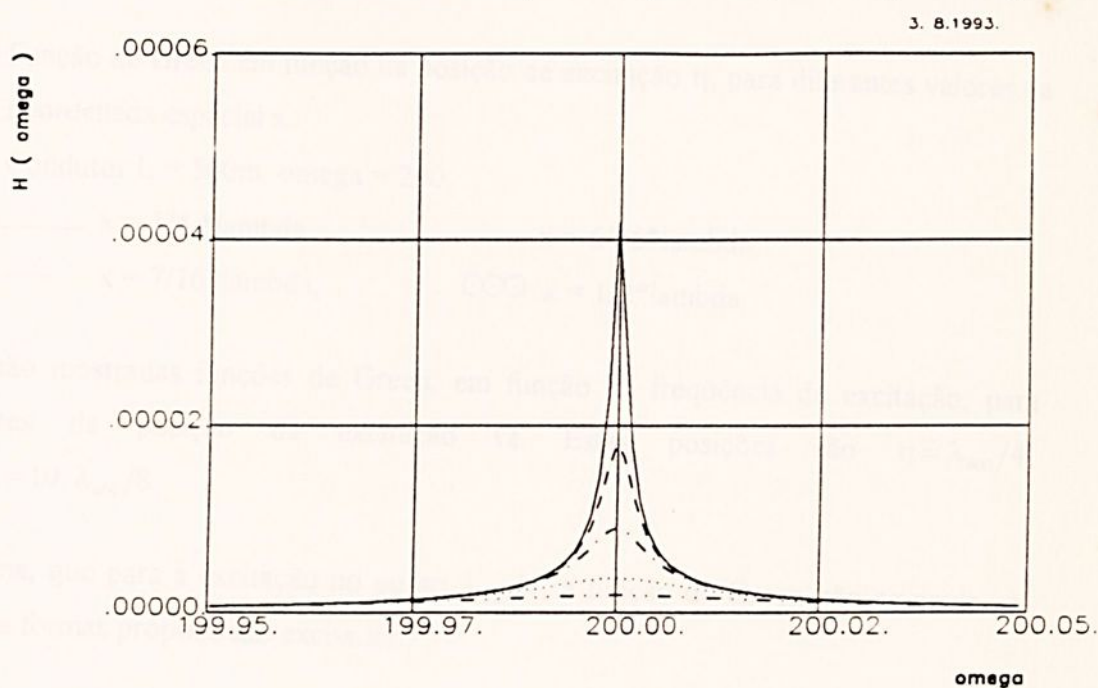


FIGURA 10.3 - Função de Green do cabo condutor para vários valores do coeficiente de amortecimento do cabo condutor.

Condutor $L = 500\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$, $\omega = 200$.

—— $d = 0.015$, -.- $d = 0.074$, -... $d = 0.374$,
 $d = 0.187$, -.- $d = 0.037$.

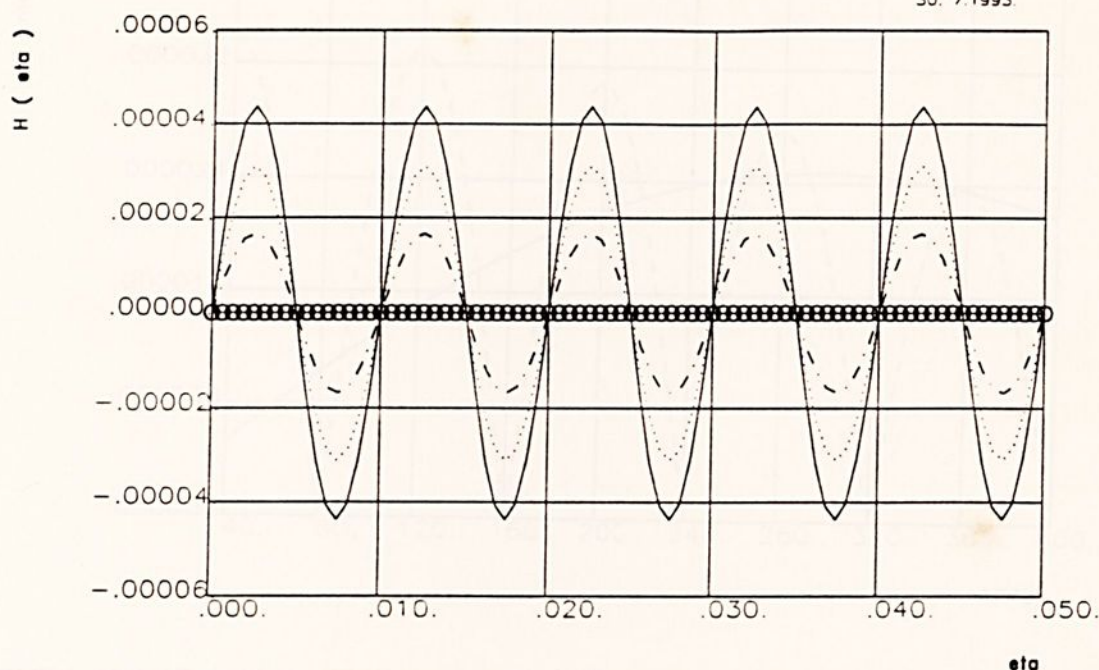


FIGURA 10.5 - Função de Green em função da posição de excitação η , para diferentes valores da coordenada espacial x .

Condutor $L = 500\text{m}$, $\omega = 200$.

— $x = 1/4 * \lambda$,

..... $x = 6/16 * \lambda$,

- - - $x = 7/16 * \lambda$,

⊙⊙⊙ $x = 1/2 * \lambda$.

Na figura 10.6 são mostradas funções de Green, em função da frequência de excitação, para diferentes valores da posição da excitação Ω . Estas posições são $\eta = \lambda_{400}/4$, $\eta = 5\lambda_{400}/4$ e $\eta = 10\lambda_{400}/8$

Vê-se, no diagrama, que para a excitação no ponto $\lambda_{400}/4$, a função de Green não se anula, de forma que todas as formas próprias são excitadas.

Isto pode ser explicado, pelo fator da excitação no ponto $\eta = \lambda_{400}/4$ nunca se encontrar num nó das formas próprias excitadas. Pode-se verificar que a excitação no ponto $\eta = 5\lambda_{400}/4$ encontra-se exatamente num nó da 160a. e 320a. formas próprias de vibrar. A mesma análise pode ser feita para a excitação no ponto $\eta = 10\lambda_{400}/4$.

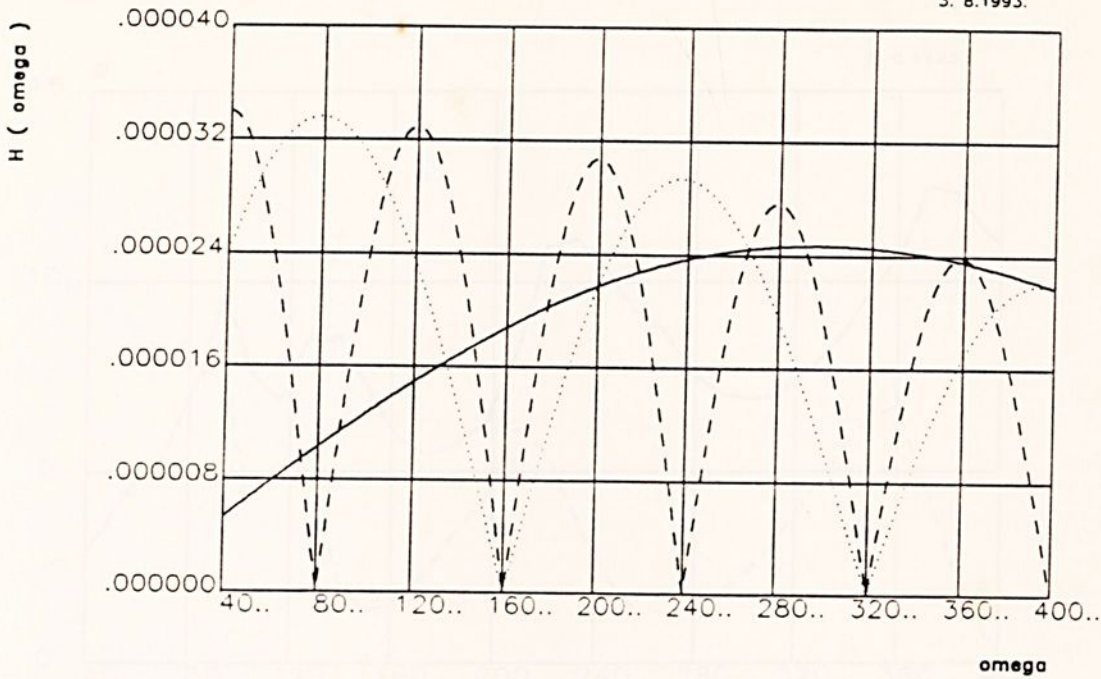


FIGURA 10.6 - Função de Green em função da frequência de excitação Ω , para diferentes valores da posição da excitação η .

Condutor $L = 500\text{m}$, $\omega = 200$, $x = \lambda/8$

— $\eta = 1/8 * \lambda$, $\eta = 5/4 * \lambda$, --- $\eta = 10/4 * \lambda$.

10.3. Funções de Green com amortecedor

Conforme já colocado, as análises das funções de Green com o emprego de amortecedores é feita com os condutores 1 e 2. Nas figuras 10.7 e 10.8 são mostradas as impedâncias dos amortecedores SALVI, 4RZ5 e RIBE 2998-3, respectivamente. Estas impedâncias são apresentadas de forma adimensional, sendo as mesmas normalizadas através dos parâmetros correspondentes ao condutor 1.

Das figuras conclui-se que o amortecedor SALVI possui quatro frequências naturais, enquanto que o amortecedor RIBE possui apenas 2.

Se normalizadas com a primeira frequência natural do condutor 1, as frequências naturais dos amortecedores podem ser escritas como

$$\Omega_1 = 92; \quad \Omega_1 = 180; \quad \Omega_1 = 220; \quad \Omega_1 = 372;$$

amortecedor RIBE 2998-3:

$$\Omega_1 = 82; \quad \Omega_2 = 137.$$

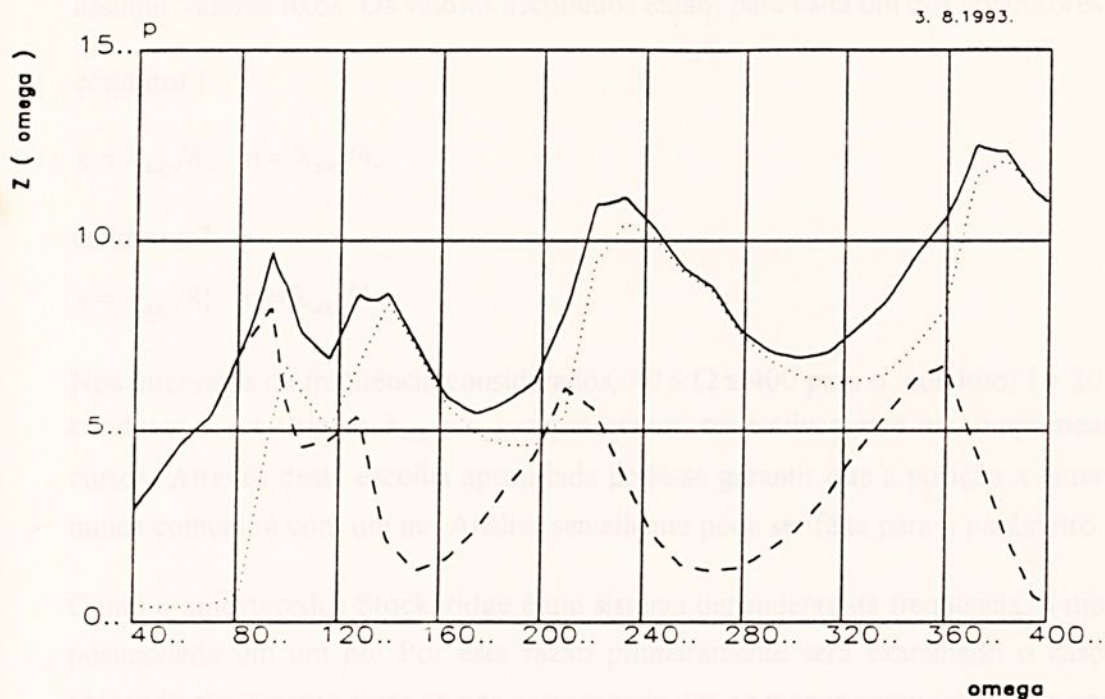


FIGURA 10.7 - Impedância do amortecedor SALVI 4RZ5 em função da frequência.

— módulo, - - parte real, parte imaginária.

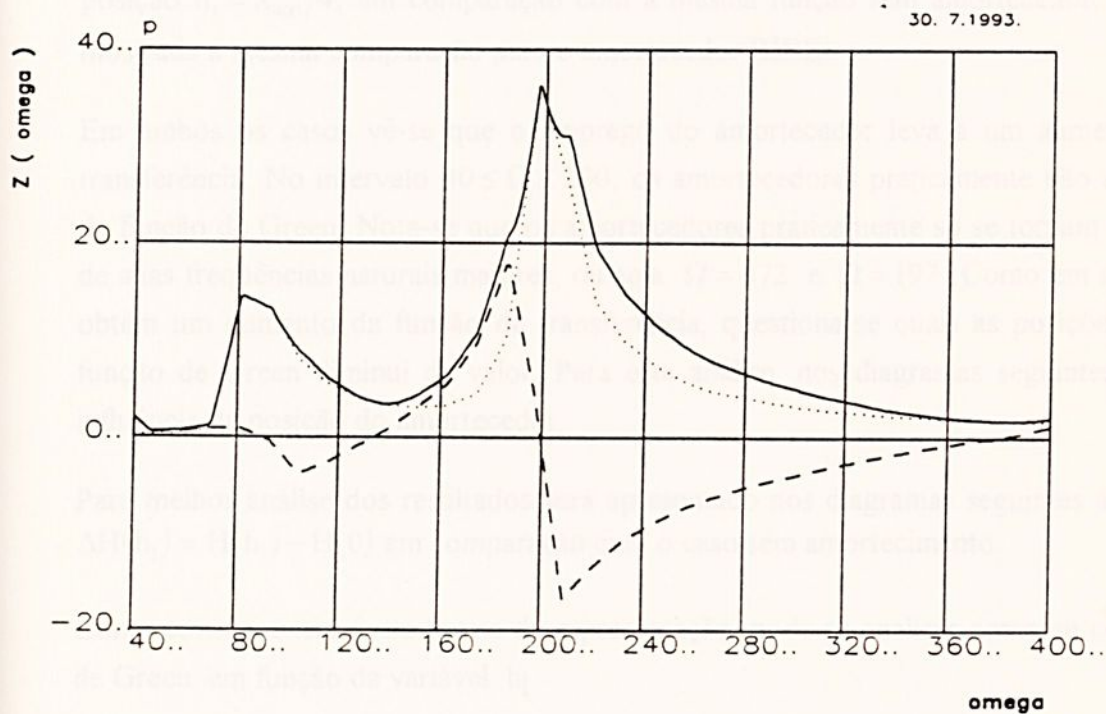


FIGURA 10.8 - Impedância do amortecedor RIBE 2998 - 3 em função da frequência.

— módulo, - - parte imaginária, parte real.

Para se analisar a influência dos amortecedores em função da frequência, as variáveis $x \in \eta$ devem assumir valores fixos. Os valores escolhidos então, para cada um dos condutores são:

condutor 1:

$$x = \lambda_{400}/8; \quad \eta = \lambda_{400}/4;$$

condutor 2:

$$x = \lambda_{400}/8; \quad \eta = \lambda_{400}/4;$$

Nos intervalos de frequência considerados, $40 \leq \Omega \leq 400$ para o condutor 1 e $20 \leq \Omega \leq 200$ para o condutor 2, os valores λ_{400} e λ_{200} representam, respectivamente os comprimentos de onda mais curtos. Através desta escolha apropriada pode-se garantir que a posição x anteriormente definida nunca coincidirá com um nó. Análise semelhante pode ser feita para o parâmetro.

Como o amortecedor Stockbridge é um sistema dependente da frequência, o mesmo não deve ser posicionado em um nó. Por esta razão primeiramente será examinado o caso do amortecedor colocado exatamente entre os nós correspondentes ao menor comprimento de onda que ocorre, ou seja em $h_1 = \lambda_{400}/4$. Assim, pode-se garantir que o amortecedor age sobre todo o intervalo de frequência.

Na figura 10.9 é mostrada a função de Green do condutor 1, com o amortecedor SALVI na posição $h_1 = \lambda_{400}/4$, em comparação com a mesma função sem amortecedor. Na figura 10.10 é mostrada a mesma comparação para o amortecedor RIBE.

Em ambos os casos vê-se que o emprego do amortecedor leva a um aumento da função de transferência. No intervalo $40 \leq \Omega \leq 200$, os amortecedores praticamente não alteram os valores da função de Green. Nota-se que os amortecedores praticamente só se tornam efetivos na região de suas frequências naturais maiores, ou seja, $\Omega = 372$ e $\Omega = 197$. Como em ambos os casos se obtém um aumento da função de transferência, questiona-se quais as posições para as quais a função de Green diminui de valor. Para esta análise, nos diagramas seguintes será analisada a influência da posição do amortecedor.

Para melhor análise dos resultados será apresentado nos diagramas seguintes apenas a diferença $\Delta H(h_1) = H(h_1) - H(0)$ em comparação com o caso sem amortecimento.

Como consequência desta forma de representação, pode-se analisar como se comporta a função de Green, em função da variável h_1 .

Valores positivos de $\Delta H(h_1)$ significam um aumento da função de Green; valores negativos, correspondentemente significam uma diminuição da função de Green.

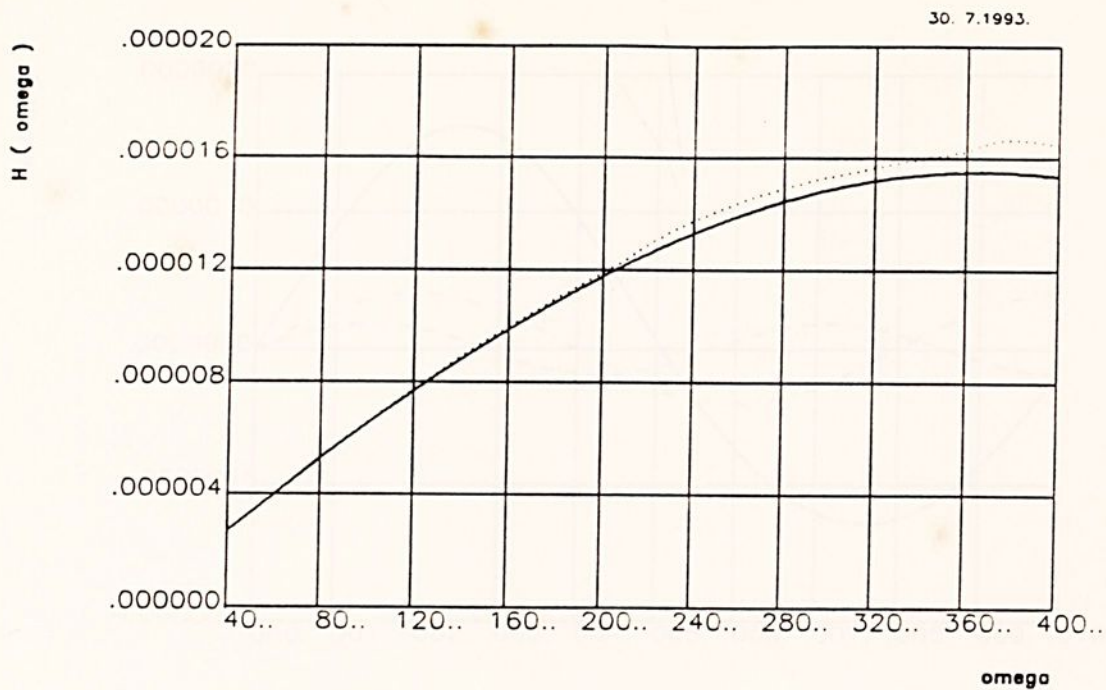


FIGURA 10.9 - Função de Green em função da frequência, com amortecedor SALVI

Condutor $L = 500\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$ da 400^{a} forma própria.

— $h_1 = 0.0$,

..... $h_1 = \lambda/4$.

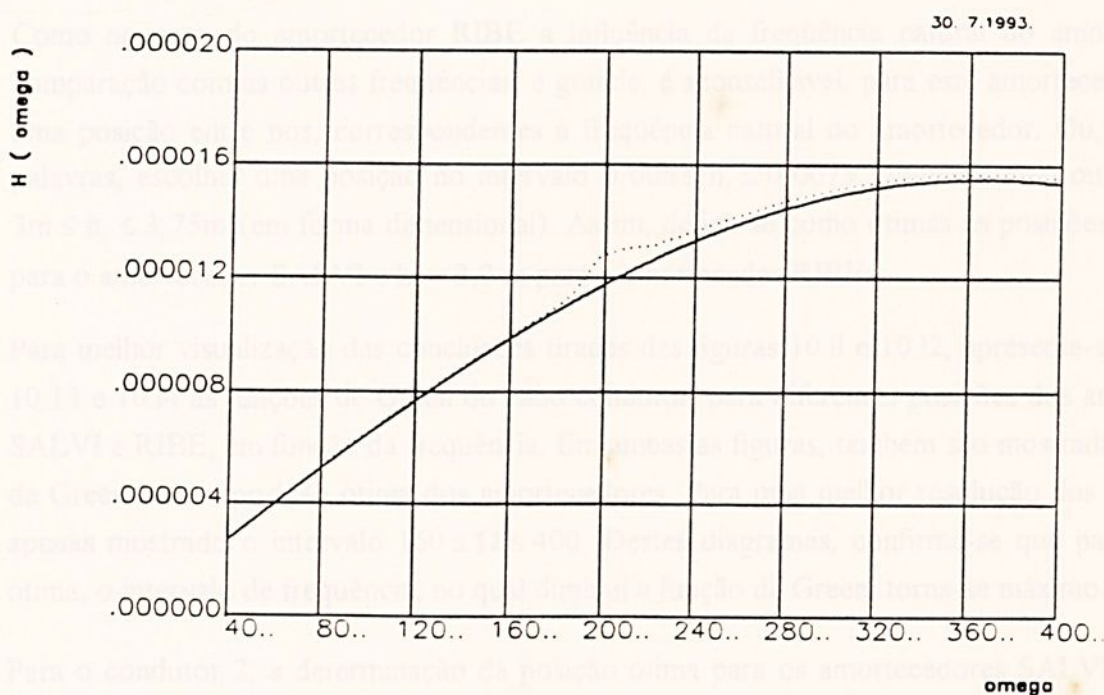


FIGURA 10.10 - Função de Green em função da frequência, com amortecedor RIBE.

Condutor $L = 500\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$ da 400^{a} forma própria.

— $h_1 = 0.0$,

..... $h_1 = \lambda/4$.

000250



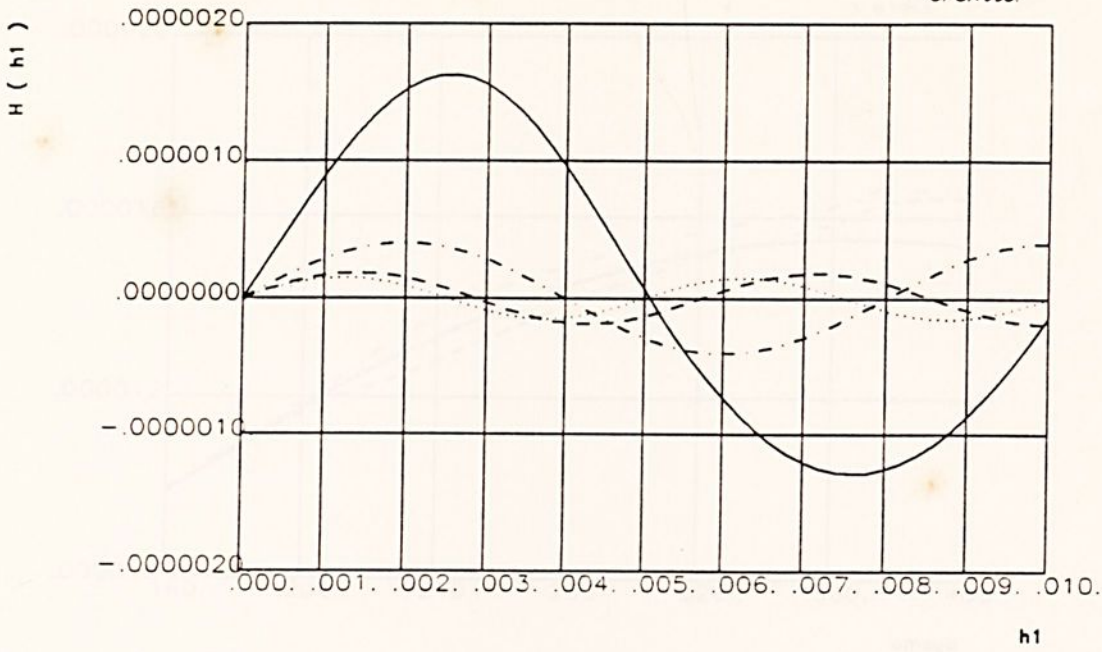


FIGURA 10.12 - Função $\Delta H(h_1)$ para o amortecedor RIBE.

Condutor $L = 500\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$ da 400^{a} forma própria.

— $\omega = 197$ (forma própria),

- - - $\omega = 250$,

- . - . $\omega = 350$,

..... $\omega = 400$.

Como no caso do amortecedor RIBE a influência da frequência natural do amortecedor, em comparação com as outras frequências, é grande, é aconselhável, para este amortecedor, escolher uma posição entre nós, correspondentes à frequência natural do amortecedor. Ou, em outras palavras, escolher uma posição no intervalo $0,006 \leq h_1 \leq 0,0075$ (adimensional) ou no intervalo $3\text{m} \leq h_1 \leq 3,75\text{m}$ (em forma dimensional). Assim, define-se como ótimas as posições $h_1 = 2,12\text{ m}$ para o amortecedor SALVI e $h_1 = 3,2\text{ m}$ para o amortecedor RIBE.

Para melhor visualização das conclusões tiradas das figuras 10.11 e 10.12, apresenta-se nas figuras 10.13 e 10.14 as funções de Green do cabo condutor, para diferentes posições dos amortecedores SALVI e RIBE, em função da frequência. Em ambas as figuras, também são mostradas as funções de Green para a posição ótima dos amortecedores. Para uma melhor resolução dos diagramas, é apenas mostrado o intervalo $160 \leq \Omega \leq 400$. Destes diagramas, confirma-se que para a posição ótima, o intervalo de frequência, no qual diminui a função de Green, torna-se máximo.

Para o condutor 2, a determinação da posição ótima para os amortecedores SALVI e RIBE foi desenvolvida da mesma maneira. Para o amortecedor SALVI, foi encontrada a posição $h_1 = 1,37\text{ m}$ e para o amortecedor RIBE $h_1 = 1,5\text{ m}$. Nas figuras 10.15 e 10.16 são mostradas as funções de Green em função da frequência, para diferentes posições dos amortecedores, inclusive as posições ótimas. Destas figuras verifica-se que existem para ambos os amortecedores, posições para as quais a ação dos amortecedores se estende por uma longa faixa de frequência.

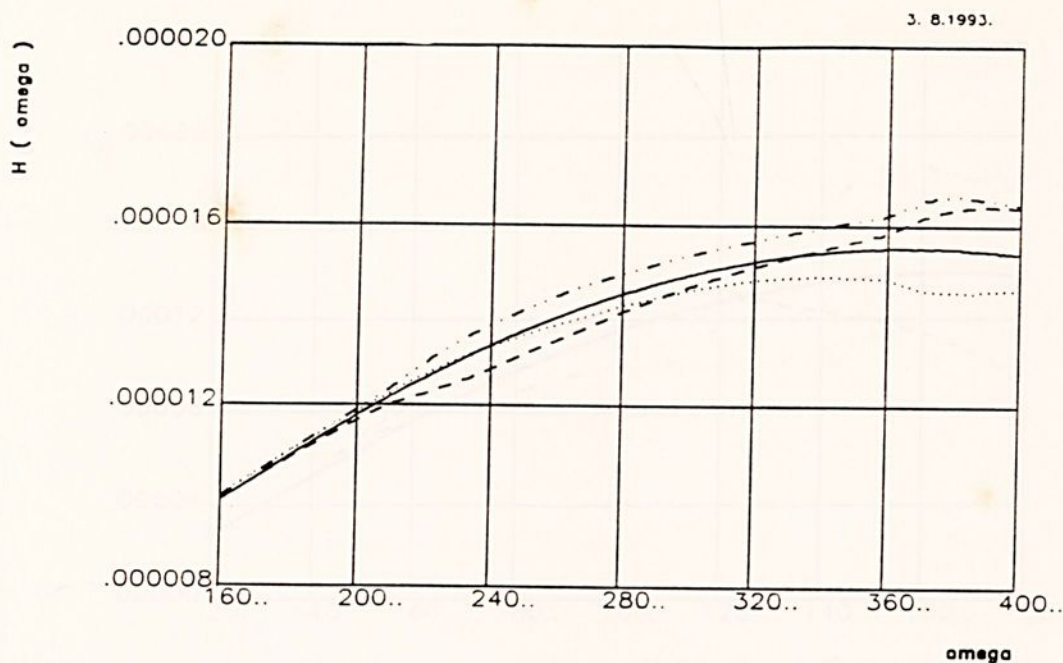


FIGURA 10.13 - Função de Green do condutor 1 para diferentes posições do amortecedor SALVI.

Condutor $L = 500\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$ da 400^{a} forma própria.

— $h_1 = 0.0\text{ m}$,

- · · · $h_1 = 0.625\text{m} = \lambda/4$,

- - - $h_1 = 3.0\text{ m}$,

..... $h_1 = 2.12\text{m}$ (posição ótima).

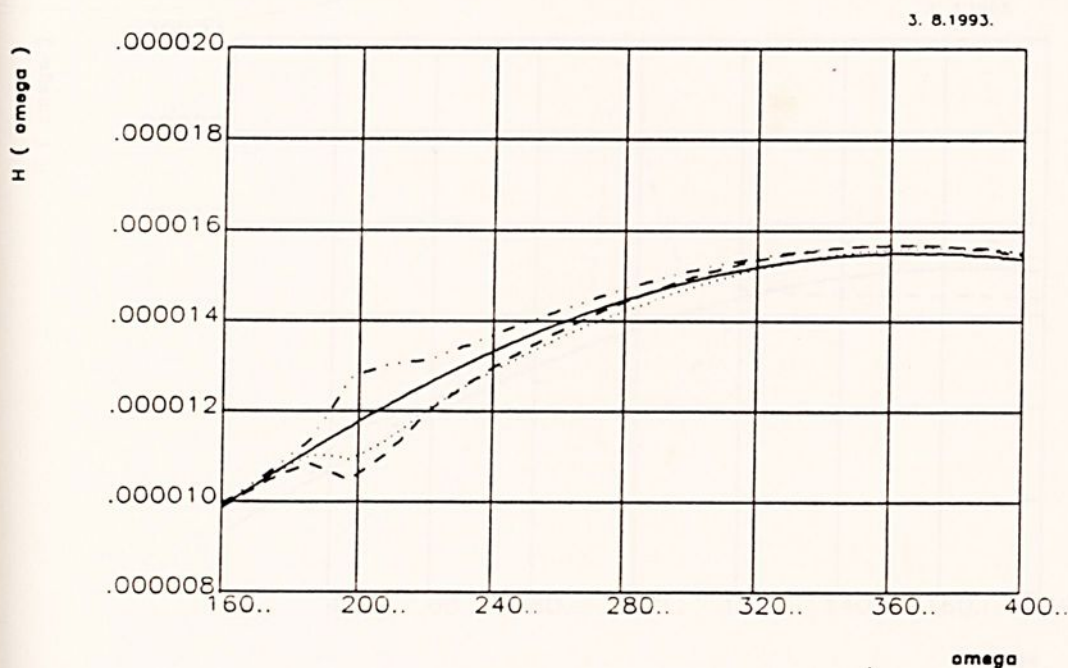


FIGURA 10.14 - Função de Green do condutor 1 para diferentes posições do amortecedor RIBE.

Condutor $L = 500\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$ da 400^{a} forma própria.

— $h_1 = 0.0\text{ m}$,

- · · · $h_1 = 0.625\text{m} = \lambda/4$,

- - - $h_1 = 3.5\text{ m}$,

..... $h_1 = 3.0\text{ m}$ (posição ótima).

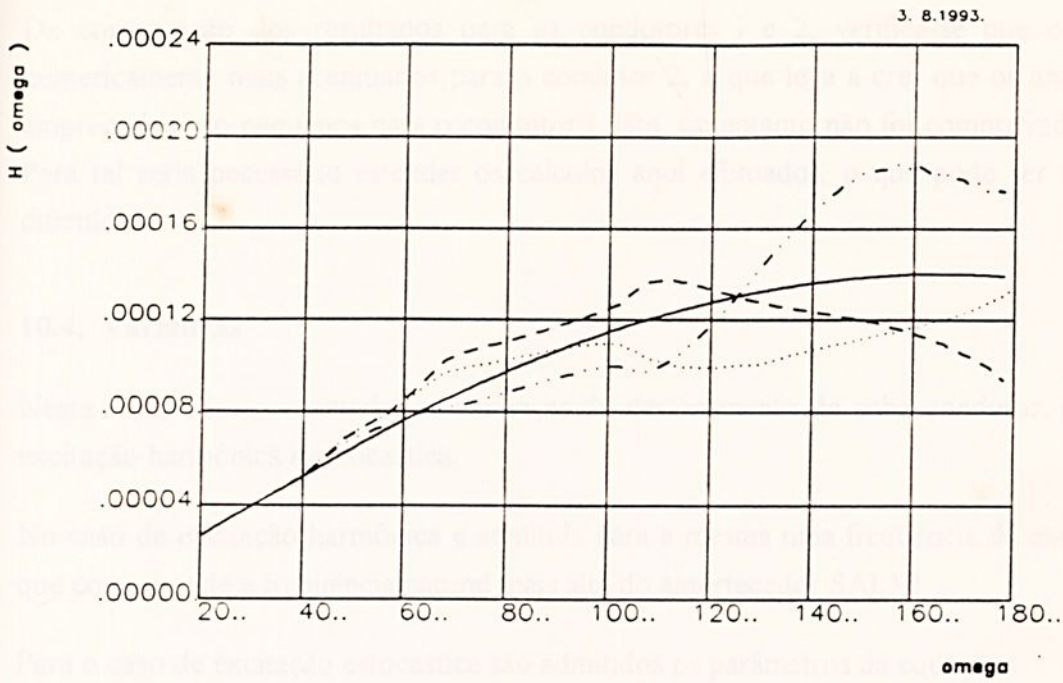


FIGURA 10.15- Função de Green do condutor 2 para diferentes posições do amortecedor SALVI.

Condutor $L = 125\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$ da 400^a forma própria.

- | | |
|------------------------------|--|
| — $h_1 = 0.0\text{ m}$, | - · - $h_1 = 1.0\text{ m}$, |
| - · · $h_1 = 2.0\text{ m}$, | $h_1 = 1.37\text{ m}$ (posição ótima). |

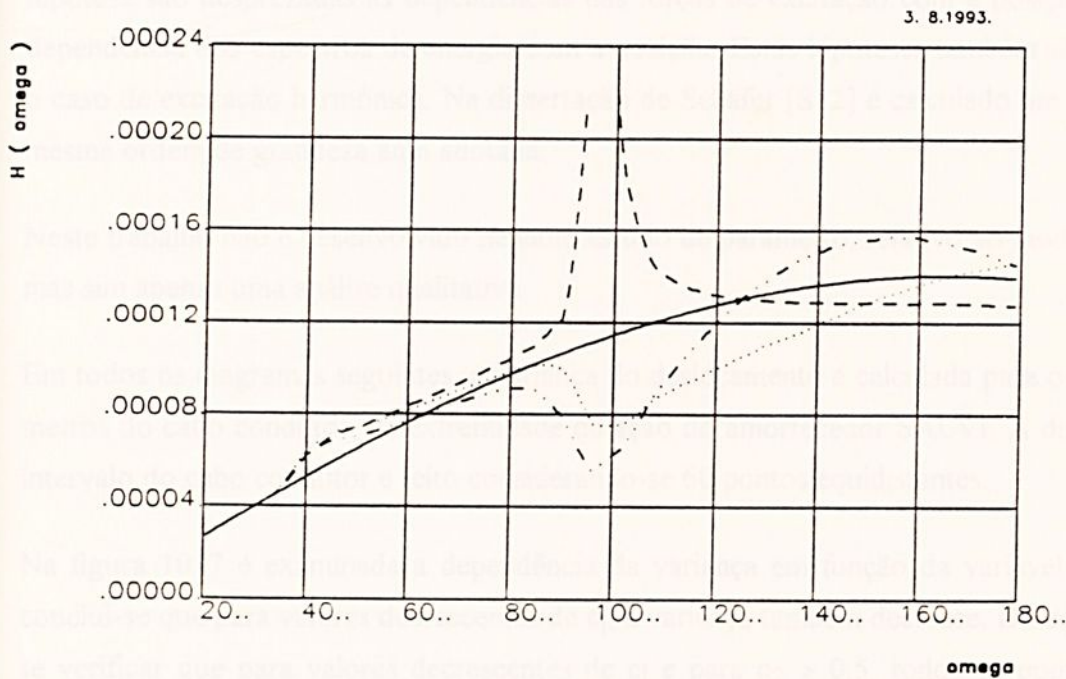


FIGURA 10.16 - Função de Green do condutor 2 para diferentes posições do amortecedor RIBE.

Condutor $L = 125\text{m}$, $x = \lambda/8$, $\eta = \lambda/4$ da 400^a forma própria.

- | | |
|------------------------------|---|
| — $h_1 = 0.0\text{ m}$, | - · - $h_1 = 1.0\text{ m}$, |
| - · · $h_1 = 2.0\text{ m}$, | $h_1 = 1.5\text{ m}$ (posição ótima). |

Da comparação dos resultados para os condutores 1 e 2, verifica-se que os resultados são numericamente mais acentuados para o condutor 2, o que leva a crer que os amortecedores aqui empregados são pequenos para o condutor 1. Isto, no entanto não foi comprovado neste trabalho. Para tal seria necessário estender os cálculos aqui efetuados, o que pode ser feito sem grande dificuldade.

10.4. Varianças

Nesta seção são apresentadas as varianças do deslocamento do cabo condutor, para os casos de excitação harmônica e estocástica.

No caso de excitação harmônica é admitida para a mesma uma frequência de excitação $\Omega = 372$, que corresponde a frequência natural mais alta do amortecedor SALVI.

Para o caso de excitação estocástica são admitidos os parâmetros da equação

$$\beta = 1,0N^2 s/m^2,$$

$$\gamma = b = c = 0.$$

Estes valores correspondem a uma excitação através de ruído branco de banda limitada. Nesta hipótese são desprezadas as dependências das forças de excitação com a posição, assim como a dependência dos espectros de energia com a posição. Estas hipóteses também são admitidas para o caso de excitação harmônica. Na dissertação de Schäfer [S12] é calculado um valor para β , na mesma ordem de grandeza aqui adotada.

Neste trabalho não é desenvolvido nenhum estudo de parâmetro, relativo ao modelo de excitação, mas sim apenas uma análise qualitativa.

Em todos os diagramas seguintes, a variança do deslocamento é calculada para os primeiros cinco metros do cabo condutor, na extremidade de ação do amortecedor SALVI. A discretização deste intervalo do cabo condutor é feito considerando-se 60 pontos equidistantes.

Na figura 10.17 é examinada a dependência da variança em função da variável c_1 . Desta figura conclui-se que para valores decrescentes de c_1 , a variança também decresce. Da equação 9.5 pode-se verificar que para valores decrescentes de c_1 e para $c_2 > 0,5$, todos os pontos de excitação convergem para posições de nós. Como as funções de Green se anulam para excitações em um nó, neste caso as varianças também. Também se pode concluir que as varianças se anulam, para todos os pontos múltiplos de $x = \lambda_{372}/2 = 2,68m$. Isto se explica pelo fato do deslocamento ser nulo nos nós, e por conseguinte, também as varianças.



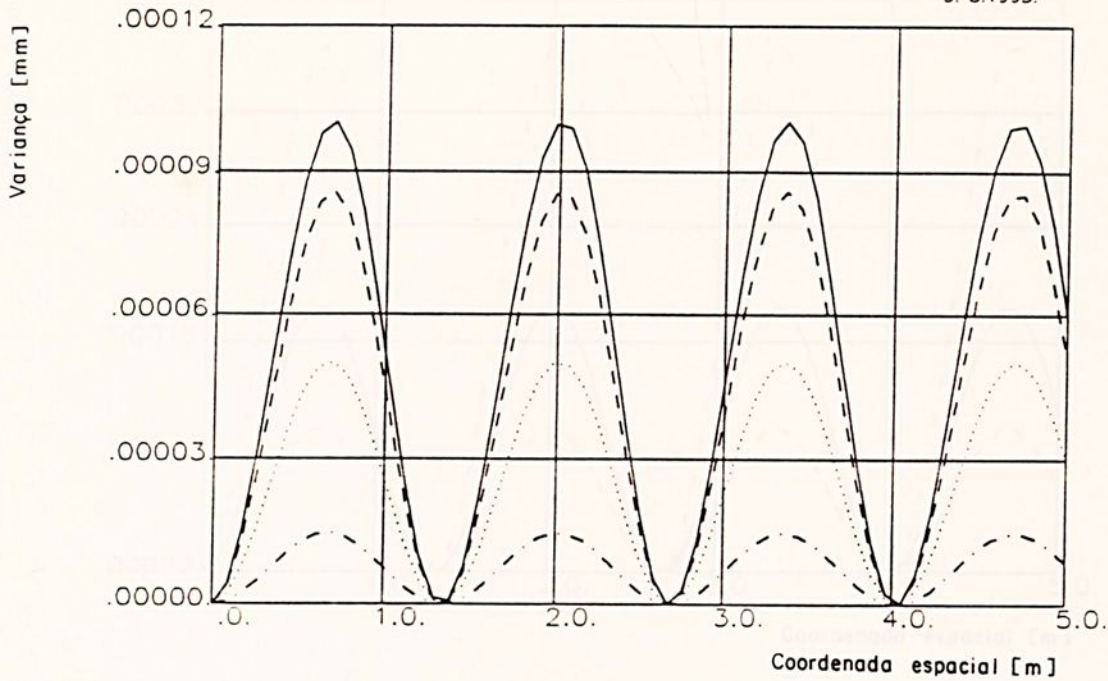


FIGURA 10.17- Variança do deslocamento do condutor, em função da posição x , para diferentes valores do parâmetro c_1 .

Condutor $L = 500\text{m}$, $L_k = 250\text{m}$, sem amortecedor.

$c_2 = \lambda/2$, $\omega = 372$.

— $c_1 = \lambda/4$,

--- $c_1 = \lambda/3$,

..... $c_1 = \lambda/2$,

-·-· $c_1 = \lambda/16$.

Na figura 10.18 é mostrada a variança para diferentes valores de comprimento de correlação k . Pode-se verificar que a variança torna-se cada vez menor, com a diminuição do comprimento de correlação. Foi verificado que a variança torna-se nula, para $\lambda_k \rightarrow 0$. Também se pode comparar as conclusões tiradas sobre a variança na seção 2.21 para as condições $\lambda_k \rightarrow 0$ e $\mu \rightarrow 0$. Também pode ser verificado que a variança torna-se máxima para $\lambda_k \rightarrow \infty$ e $\mu \rightarrow \infty$. Da expressão 8.10 pode-se verificar que neste caso, a função exponencial empregada para a descrição da correlação especial das forças de excitação torna-se 1 (um). Assim os valores da função espectral de potência cruzada tornam-se máximos. Portanto a variança também assume valores máximos.

Para as análises seguintes admite-se para o comprimento de correlação o valor $\lambda_k = 250\text{m}$.

Na figura 10.19 é mostrada a variança do deslocamento, para excitação harmônica e para diferentes posições do amortecedor, inclusive para a posição ótima $h_1 = 2,12\text{ m}$ do amortecedor, como anteriormente determinada. Verifica-se que no intervalo $0 \leq x \leq \lambda_{372}/2$, com o uso de um amortecedor na posição ótima, a variança torna-se menor, quando comparada com o caso sem amortecedor. No intervalo $\lambda_{372}/2 \leq x \leq \lambda_{372}$, apesar do amortecedor, a variança aumenta de valor. Para o amortecedor na posição $h_1 = 3,0\text{ m}$, acontece exatamente o inverso.

Também pode ser visto da figura 10.20 e existência de uma posição do amortecedor, para a qual a variância é máxima.

Finalmente é mostrado na figura 10.20, a variância do deslocamento do cabo condutor para excitação estocástica, para posições do amortecedor como no caso da figura anterior. Para diminuição do tempo de processamento, considere-se apenas uma a cada dez frequências naturais, no intervalo $300 \leq \Omega \leq 400$. Para a discretização dos pontos de excitação são empregados os valores $c_1 = 0,25$ e $c_2 = 4,5$. Para a discretização conforme a equação (9.15), e empregado o comprimento de onda λ_{400} , correspondente à 400a. forma própria de vibrar do cabo condutor. Assim, todas as frequências naturais no intervalo considerado são excitadas.

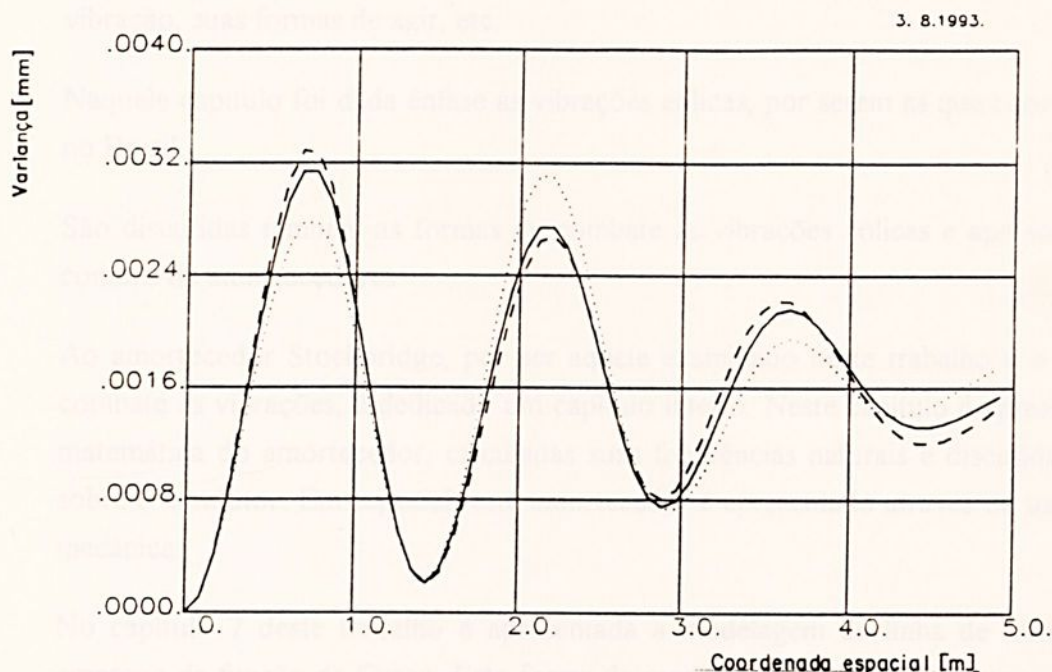


FIGURA 10.20 - Variança do deslocamento do condutor, em função da posição do amortecedor SALVI para excitação estocástica..

Condutor $L = 500\text{m}$, $LK = 250\text{m}$.

$c_1 = \lambda/16$, $c_2 = \lambda/2$, $\omega = 300-400$.

— $h_1 = 0.0\text{ m}$, --- $h_1 = 3.0\text{ m}$, $h_1 = 2.12\text{ m}$ (posição ótima).

Neste caso de excitação aleatória basicamente não se ganha nenhuma nova conclusão. No entanto, neste caso pode-se comprovar o posicionamento ótimo do amortecedor, o que é uma parte importante do presente trabalho, e da própria análise de vibrações de linhas de transmissão.

Em comparação com a figura 10.19, a mudança mais importante e que no último caso não existe mais uma posição onde a variância se anula.

Também verifica-se que a variância torna-se maior que no caso anterior. Os resultados também mostraram que, com o aumento das frequências próprias consideradas, a variância também cresce. Muito importante é a conclusão que nas proximidades do ponto de engaste do cabo condutor a variância cresce acentuadamente, para depois decrescer.

Estes foram os aspectos analisados no contexto deste trabalho.

Neste trabalho pretendeu-se fazer uma apresentação completa dos problemas relacionados com vibrações de linhas de transmissão, fornecendo ao leitor uma visão geral sobre este assunto, que é pouco tratado da forma aqui apresentada.

Outro objetivo foi a apresentação de uma nova metodologia para análise dos níveis de vibração em linhas de transmissão e conseqüente avaliação da eficiência dos amortecedores de vibração, empregando a função de Green do cabo condutor, a impedância do amortecedor e conceitos estocásticos para a modelagem de excitação do vento.

Nos capítulos iniciais são apresentados o estado da arte nesta área, assim como os vários tipos de vibração, suas formas de agir, etc.

Naquele capítulo foi dada ênfase às vibrações eólicas, por serem as que ocorrem mais usualmente no Brasil.

São discutidas também as formas de combate às vibrações eólicas e apresentados os tipos mais comuns de amortecedores.

Ao amortecedor Stockbridge, por ser aquele examinado neste trabalho e o mais empregado no combate às vibrações, é dedicado um capítulo inteiro. Neste capítulo é apresentado a modelagem matemática do amortecedor, calculadas suas frequências naturais e discutida sua forma de ação sobre o condutor. Em especial, este amortecedor é apresentado através do uso de sua impedância mecânica.

No capítulo 7 deste trabalho é apresentada a modelagem da linha de transmissão, através do emprego da função de Green. Esta forma de modelagem do cabo condutor, permite a introdução na expressão da função de transferência da ação do amortecedor. Aqui pode-se considerar como inovação esta forma de modelagem de linha de transmissão. Como verificado no capítulo anterior, esta maneira de tratar a linha de transmissão apresenta bons resultados e pode ser empregada para quaisquer tipos de cabos. É também possível o emprego de mais de um amortecedor, empregando-se o mesmo método. Isto não foi feito neste trabalho, mas fica como sugestão para trabalhos futuros. Como verificado nos resultados, um ponto problemático desta forma de análise da linha de transmissão é o cuidado que se deve ter com a parte computacional, para se evitar divergência numérica e inexatidão dos resultados.

No capítulo 8 é apresentada uma introdução à teoria da probabilidade e os vários modelos de excitação do vento. Neste trabalho não foram analisados na sua íntegra todos os modelos de excitação. Igualmente não foi feita uma análise paramétrica dos modelos empregados, tanto no caso de excitação harmônica como no caso de excitação estocástica. Esta análise não foi desenvolvida neste trabalho, tendo em vista a extensão atingida pelo presente trabalho e a



extensão da análise paramétrica, que por si só justificaria um trabalho independente. Assim, esta análise paramétrica fica aqui como sugestão para trabalhos futuros.

No capítulo 9 são feitos os cálculos das variâncias do deslocamento do cabo condutor, com o emprego dos conceitos apresentados nos capítulos 7 e 8. Aqui são apresentados também os aspectos relativos à parte computacional, relativa ao cálculo das funções de Green do cabo condutor e ao cálculo das variâncias. São comentados nestes capítulos as dificuldades numéricas no cálculo da função de Green, em especial devido à necessidade da inversão de matriz, o que pode levar a singularidade no sistema.

São apresentados também os aspectos relativos a discretização do sistema, tanto no que diz respeito à coordenada espacial quanto à frequência. Quanto à coordenada espacial apresenta-se como importante a consideração de forças a distâncias inferiores ao menor comprimento de onda correspondente à forma própria de vibrar de maior frequência, de maneira que se possa garantir que todas as frequências inferiores também sejam excitadas.

Quanto à discretização no domínio da frequência conclui-se que é suficiente a consideração das frequências naturais do cabo condutor. Para excitação em outras frequências, a resposta do cabo condutor é suficientemente pequena, podendo portanto ser desprezada.

Por fim, no capítulo 10 são apresentados todos os resultados dos trabalhos. Todos os diagramas são comentados, quando da sua apresentação; portanto os aspectos mais específicos dos resultados já foram considerados apresentados e comentados, e não serão repetidos na sua íntegra aqui.

Os pontos mais importantes dos resultados são relativos à determinação do ponto de fixação do amortecedor, que proporciona maior eficiência do mesmo. Aqui esta análise é feita através do valor da variância; considera-se como ótima a posição que proporciona um valor mínimo da variância do deslocamento, o que por sua vez significa uma menor probabilidade da vibração do cabo condutor dentro de um intervalo pré-estabelecido.

Como conclusão final tem-se que o modelo aqui empregado para a linha de transmissão, através da função de Green, o modelo para o amortecedor Stockbridge, através da impedância mecânica, e os modelos determinístico e estocástico para a excitação do vento efetivamente proporcionam a análise do nível de vibração das linhas de transmissão e da eficiência dos amortecedores. Por conseguinte, este mesmo método pode ser empregado para a determinação das tensões no cabo condutor, assim como a respectiva vida útil.

Naturalmente que para conclusões mais específicas sobre o projeto dos amortecedores ou sobre os parâmetros da excitação, seria necessário uma análise mais detalhada, nos mesmos moldes das análises feitas neste trabalho. No entanto, isto não foi feito aqui, por não ser o objetivo primeiro

deste trabalho e também por ser esta análise por demais extensa. Assim, fica este ponto como sugestão para trabalhos de pesquisa futuros.

Assim, considera-se que os objetivos deste trabalho foram cumpridos, com a apresentação de uma nova metodologia para análise das vibrações de linhas transmissão e uma compilação de trabalhos sobre o assunto.

Encerrando o trabalho é apresentado este capítulo de conclusões e comentários, e as referências bibliográficas.

Face à extensão do trabalho renunciou-se a apresentação dos apêndices relativos à parte computacional, o que pode ser obtido consultando-se a bibliografia citada.

APÊNDICE

INTRODUÇÃO À TEORIA DE PROBABILIDADE



Introdução à teoria da probabilidade

1. Definições básicas

1.1. Definição estatística de probabilidade

Seja n o número de vezes que um determinado experimento é repetido. Dentre n vezes, seja $k(A)$ o número de vezes que o evento acontece. O número $k(A)$ é chamado de frequência absoluta ou ocorrência do evento, enquanto que o quociente

$$w_n(A) = \frac{k(A)}{n} \quad (1)$$

é chamado de frequência relativa. É definido como probabilidade de ocorrência do evento o número

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k(A)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} w_n(A) \quad (2)$$

A existência desta limite é um axioma. Na prática, consideramos

$$P(A) = w_n(A) \quad (3)$$

para n suficientemente grande, tendo aqui $w_n(A)$ um significado

para a frequência relativa vale as seguintes condições:

1. $w_n(\emptyset) = 0$

2. $w_n(\Omega) = 1$

3. $0 \leq w_n(A) \leq 1$

4. se $A \cap B = \emptyset$, então $w_n(A \cup B) = w_n(A) + w_n(B)$

5. se $A \cap B = A$, então $w_n(A \cup B) = w_n(A) + w_n(B)$

6. $w_n(A) = 1 - w_n(\bar{A})$

Essas condições também valem para a probabilidade, substituindo-se w_n por P .

1.2. Definição axiomática de probabilidade

No estudo de probabilidade baseado em axiomas, não são considerados os resultados experimentais, mas sim os resultados matemáticos. As definições, regras e a forma de trabalhar com a probabilidade são definidas através dos axiomas. Aqui, probabilidade aparece como abstração do conceito empírico e concreto de frequência relativa.

Introdução à teoria da probabilidade

1. Definições básicas

1.1. Definição estatística de probabilidade

Seja n o número de vezes que um determinado experimento é repetido. Destas n vezes, seja $h_n(A)$ o número de vezes que o evento acontece. O número $h_n(A)$ é chamado de frequência absoluta de ocorrência do evento, enquanto que o quociente:

$$w_n(A) = \frac{h_n(A)}{n} \quad (1)$$

é chamado de frequência relativa. É definido como probabilidade de ocorrência do evento o número:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{h_n(A)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} w_n(A). \quad (2)$$

A existência deste limite é um axioma empírico. Na prática considera-se:

$$P(A) = w_n(A) \quad (3)$$

para n suficientemente grande, tendo em vista o fato de " n " ser algo irreal.

Para a frequência relativa valem as seguintes condições:

1. $w_n(E) = 1$;
 2. $w_n(\emptyset) = 0$;
 3. $0 \leq w_n(A) \leq 1$;
 4. se $A \subset B$, então $w_n(A) \leq w_n(B)$;
 5. se $A \cap B = \emptyset$, então $w_n(A \cup B) = w_n(A) + w_n(B)$;
 6. $w_n(\bar{A}) = 1 - w_n(A)$.
- (4)

Estas condições também valem para a probabilidade, substituindo-se w_n por P .

1.2. Definição axiomática de probabilidade

No estudo de probabilidade baseado em axiomas, não são considerados os caminhos seguidos na seção anterior, com fundamentação física e geométrica. As definições, regras e a forma de trabalhar com a probabilidade são definidas através de axiomas. Aqui probabilidade aparece como abstração do conceito empírico e concreto de frequência relativa.

Seja E um espaço e C um sigma-álgebra cujos elementos são eventos (evento-álgebra). Seja a função P , definida sobre E , a qual satisfaz os seguintes axiomas:

1. $0 \leq P(C_i) \leq 1$ para cada $C_i \in C$;
2. $P(E) = 1$;
3. Para cada série C_1, C_2, \dots de eventos mutuamente exclusivos de C , vale

$$P(\cup_i C_i) = \sum_i P(C_i) . \quad (5)$$

A função de conjunto P é chamada de medida de probabilidade de ocorrência do evento C_1 . Os três axiomas podem ser explicados de forma mais paupável: as "medidas" de probabilidade com um valor total em E , são distribuídas sobre o espaço E , de forma que em postos distintos dos sub-conjuntos as medidas devem ser somadas, se os sub-conjuntos correspondentes forem unidos.

Assim, a descrição matemática de um experimento é completa. Ele é composto de três elementos: o espaço amostral E , o evento-álgebra C e a medida de probabilidade P . Estas três grandezas são chamadas de espaço de probabilidade (E,C,P) do experimento considerado.

1.3. Definição de probabilidade condicional

A probabilidade $P(C_2|C_1)$ do evento C_2 sob a condição do evento C_1 ter ocorrido é definida por

$$P(C_2|C_1) = \frac{P(C_1 \cap C_2)}{P(C_1)} , \text{ com } P(C_1) \neq 0 . \quad (6)$$

1.4. Definição de independência

O evento C_2 é chamado de estatisticamente independente do evento C_1 se vale

$$P(C_2|C_1) = P(C_2) . \quad (7)$$

Assim, tem-se a independência estatística se for válido

$$P(C_1 \cap C_2) = P(C_1) \cdot P(C_2) . \quad (8)$$

1.5. Variáveis aleatórias e distribuições

1.5.A. Variável aleatória

Considere-se sem experimentar com o espaço amostral ou espaço de eventos elementares E ou espaço de elementos elementares E , dos possíveis resultados do experimento. Os elementos de E são as possíveis saídas do experimento, chamadas de eventos elementares. Sobre E seja definida uma sigma-álgebra C , cujos elementos, sub-conjuntos de E são chamados de eventos. Sobre C é definida uma função P , que satisfaz os axiomas válidos para a medida de probabilidade.

Ordenando a cada evento elementar é um número real $Y(e)$, chama-se de variável aleatória a grandeza $Y(e)$. O evento, que engloba todos os eventos elementares que satisfazem a $Y(e) \leq y$ é denotado por $\{e \mid Y(e) \leq y\}$.

Uma variável aleatória pode ser discreta ou contínua, dependendo dos valores que a mesma pode assumir.

A probabilidade de ocorrência de um evento que contém qualquer dos eventos elementares que satisfazem a $Y(e) \leq y$ é denotado por $P\{e \mid Y(e) \leq y\}$ ou simplificando, $P\{Y \leq y\}$.

A definição acima também pode ser aplicada a grandezas vetoriais

$y^T = (y_1, \dots, y_n)$, y, a, b onde as equações ou inequações são entendidas como válidas para cada componente. Assim, uma variável aleatória é uma função vetorial real (finita) $Y(e)$, a qual monta seu espaço amostral E no espaço euclidiano n -dimensionamento R^n ; este caso contém o caso especial de $n = 1$.

1.5.B Distribuição de uma variável aleatória

Seja uma variável aleatória $Y(e)$ definida sobre um espaço amostral E . A seguir o que se pretende é encontrar meios para o tratamento analítico desta variável. A probabilidade de que $Y(e) \leq y$ é entendida como uma função de y e chamada de função distribuição de probabilidade ou simplesmente função distribuição F da variável aleatória $Y(e)$. Matematicamente escreve-se:

$$F_y(y) = P\{e \mid Y(e) \leq y\}, \quad (9)$$

ou, simplificando

$$F_y(y) = P\{Y \leq y\}. \quad (10)$$

Normalmente também é desprezado o índice Y , se do contexto fica claro a qual variável aleatória a distribuição se relaciona.

Da definição de função distribuição seguem as seguintes propriedades:

1. Vale a probabilidade de intervalo:

$$P\{a < Y < b\} = F_y(b) - F_y(a) \quad (11)$$

2. A função distribuição é monotônica crescente:

$$F_y(a) \leq F_y(b) \quad \text{para } a < b. \quad (12)$$

3. Vale

$$\lim_{a \rightarrow -\infty} F_Y(a) = F_Y(-\infty) = 0 \quad (\text{evento impossível}) \quad (13)$$

e

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} F_Y(b) = F_Y(+\infty) = 1 \quad (\text{evento certo}). \quad (14)$$

4. A função distribuição é contínua à direita, mas não necessariamente à esquerda; vale

$$\lim_{a \rightarrow b+0} F_Y(x) = F_Y(b+0) = F_Y(b). \quad (15)$$

De (8.18) segue,

$$F_Y(x=b) = F_Y(b) - F_Y(b-0) \quad (16)$$

e isto é igual a zero ou igual a descontinuidade da função distribuição no ponto b , dependendo da mesma ser contínua ou não.

A figura 1 mostra uma possível função distribuição.

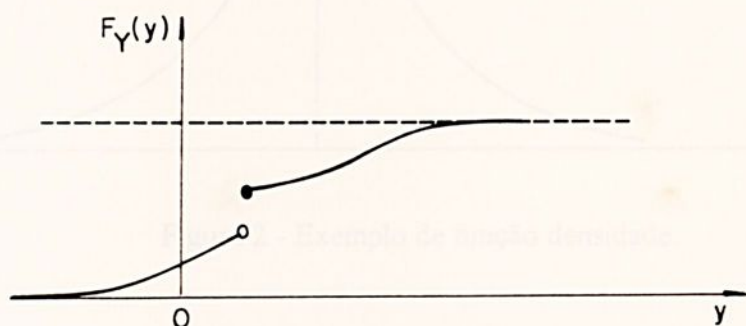


Figura 1 - Exemplo de função de distribuição.

1.5.C. Densidade de uma variável aleatória

No caso de se ter uma função distribuição contínua e diferenciável $F_Y(y)$ no intervalo y a derivada

$$f_Y(y) = \frac{d F_Y(Y)}{dy} \quad (17)$$

é chamada de função densidade de probabilidade ou simplesmente função densidade. Em consequência da monotonia da função distribuição, tem-se:

$$f_Y(Y) \geq 0; \quad (18)$$

de (8.18) segue:

$$P(a < Y \leq b) = \int_a^b f_Y(Y) dy = F_Y(b) - F_Y(a). \quad (19)$$

De (8.18) e (8.19) obtém-se:

$$F_Y(Y) = \int_{-\infty}^y f_Y(\zeta) d\zeta \quad (20)$$

e

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(Y) dy = 1. \quad (21)$$

A figura 2 mostra uma possível função densidade.

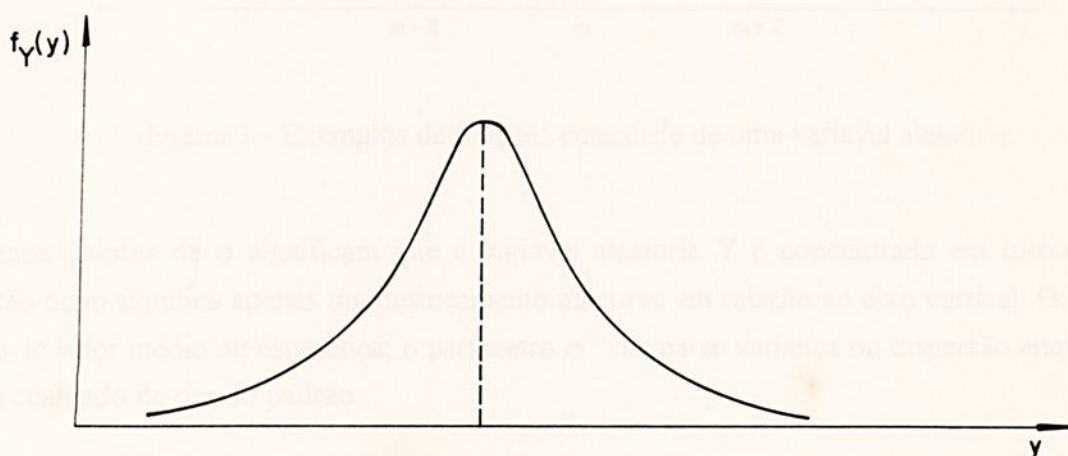


Figura 2 - Exemplo de função densidade.

1.5.D. Função Distribuição Normal ou de Gauss

Uma das funções distribuição mais importantes é a função distribuição normal ou de Gauss. Uma variável aleatória Y é dita distribuída normalmente ou gaussiana no intervalo $-\infty < y < \infty$ se sua função densidade for dada por:

$$f_y(Y) = \psi(y; m, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (22)$$

onde m e $\sigma > 0$ são os parâmetros da função densidade, cujos significados serão vistos a seguir.

A figura 3 mostra exemplos de funções densidade de uma variável aleatória distribuída normalmente para diferentes valores de σ .

Estas curvas têm no máximo $f_y = 1/\sigma\sqrt{2\pi}$, no ponto $y = m'$ e ponto de inflexão nos pontos $y = m \pm \sigma$; $f_y = 1/\sigma\sqrt{2\pi}$, as curvas são simétricas em relação a $y = m$.

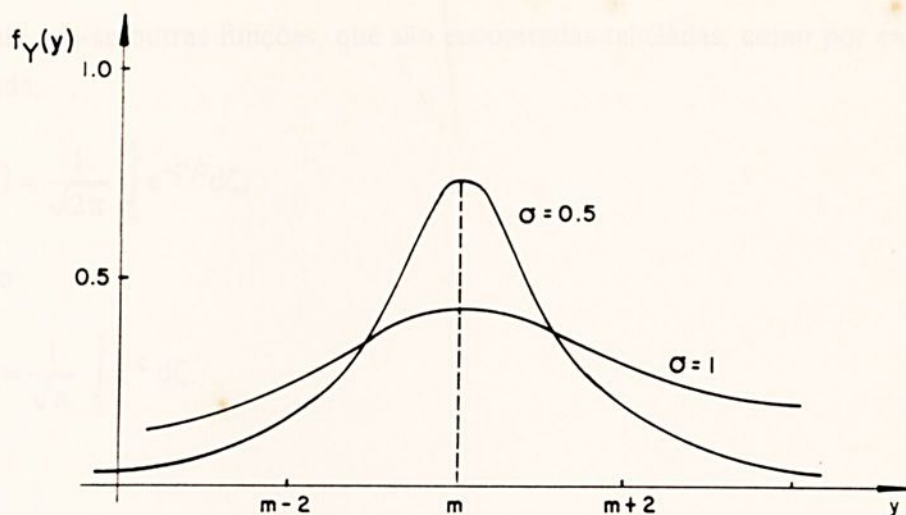


Figura 3 - Exemplos de funções densidade de uma variável aleatória.

Pequenos valores de σ significam que a variável aleatória Y é concentrada em torno de $y=m$. A variação de m significa apenas um deslocamento da curva em relação ao eixo vertical. O parâmetro m chama-se valor médio ou esperança; o parâmetro σ^2 chama-se variância ou dispersão enquanto que ($\sigma > 0$) é chamado de desvio padrão.

A função distribuição de uma variável aleatória Y distribuída normalmente, com os parâmetros m e σ , é dada por:

$$F_Y(Y) = \phi(Y; m, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Y e^{-\frac{(\zeta - m)^2}{2\sigma^2}} d\zeta. \quad (23)$$

Para $m = 0$ e $\sigma = 1$, a variável aleatória é dita normada.

A função e densidade neste caso é dada por:

$$F_Y(Y) = \psi(Y; 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}, \quad (24)$$

com o máximo $f_y = 1/\sqrt{2\pi}$ em $y = 0$ e pontos de inflexão em $y = \pm 1$.

A função distribuição é dada por

$$F_Y(Y) = \phi(Y; 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Y e^{-\zeta^2/2} d\zeta = \Phi(Y). \quad (25)$$

Frequentemente usa-se outras funções, que são encontradas tabeladas, como por exemplo, a integral de probabilidade:

$$\phi_0(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^Y e^{-\zeta^2/2} d\zeta, \quad (26)$$

e a função erro:

$$\operatorname{erf} y = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^Y e^{-\zeta^2} d\zeta. \quad (27)$$

1.6. Momentos

Uma variável aleatória é caracterizada totalmente pela função distribuição. Muitas vezes é necessário ou suficiente o conhecimento de grandezas derivadas das funções distribuição, os momentos.

Considere a variável aleatória Y e $f_Y(y)$ sua função densidade de probabilidade. Como já visto, tem-se:

$$P\left\{a < Y(e) \leq b\right\} = \int_a^b f_Y(Y) dy, \quad (28)$$

onde, por simplicidade, as chaves e o argumento e são frequentemente omitidos.

Como Y é uma variável aleatória, a função $g(Y)$ também o é. O valor médio ou esperança m_g da variável aleatória $g(Y)$ é definido por:

$$m_g = E[g(Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(Y) f_Y(y) dy, \quad (29)$$

admitindo-se a existência da integral.

O n -ésimo momento ou momento de ordem n da variável aleatória y é dado por:

$$m_Y^{(n)} = E[Y^n] = \int_{-\infty}^{\infty} y^n f_Y(y) dy. \quad (30)$$

Especial interesse tem o primeiro momento ou momento de ordem um $m_Y^{(1)}$,

$$m_Y = E[Y] = \int_{-\infty}^{\infty} y f_Y(y) dy, \quad (31)$$

também chamada de valor médio linear e o segundo momento ou momento de ordem dois $m_Y^{(2)}$,

$$m_Y^{(2)} = E[Y^2] = \int_{-\infty}^{\infty} y^2 f_Y(y) dy, \quad (32)$$

também chamado de valor médio quadrático. Frequentemente o índice (1) de $m_Y^{(1)}$ é omitido.

O n -ésimo momento central ou momento central da ordem n é definido por:

$$\mu_Y^{(n)} = E\left[(Y - m_Y)^n\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (y - m_Y)^n f_Y(y) dy, \quad (33)$$

Especial interesse tem o segundo momento central ou momento central de ordem 2:

$$\mu_Y^2 = E\left[(Y - m_Y)^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (y - m_Y)^2 f_Y(y) dy, \quad (34)$$

também chamado de variância ou dispersão da variável aleatória Y e denotado por σ_Y^2 . Sua raiz quadrada positiva é chamada de desvio padrão. Vale a relação:

$$\sigma_Y^2 = m_Y^{(2)} - (m_Y)^2 \quad (35)$$

1.7. Funções distribuição e densidade bidimensionais ou conjuntas

1.7.A. Função distribuição bidimensional

Considere-se simultaneamente duas variáveis aleatórias X e Z ; como já visto anteriormente estas variáveis podem compor uma variável aleatória bidimensional $Y^T = (X, Z)$. A função distribuição desta variável aleatória bidimensional é chamada de função distribuição de probabilidade bidimensional ou ainda função distribuição conjunta e definida por:

$$F_{XZ}(x, z) = P(\{X \leq x\} \cap \{Z \leq z\}) \quad (36)$$

e dá a probabilidade de se ter simultaneamente $X \leq x$ e $Z \leq z$. Na expressão acima é usual o emprego de vírgula no lugar do símbolo de interseção. Em consequência da definição acima, a função distribuição bidimensional tem as seguintes propriedades:

1. $F_{XZ}(x, z)$ é monotônica crescente em relação a cada argumento;

2. Para $x_1 < x_2$ e $z_1 < z_2$ vale

$$\begin{aligned} P(\{x_1 < X \leq x_2\} \cap \{z_1 < Z \leq z_2\}) &= \\ &= F(x_2, z_2) - F(x_2, z_1) - F(x_1, z_2) + F(x_1, z_1) \geq 0. \end{aligned} \quad (37)$$

A função distribuição de somente uma variável, independe da outra variável, ela é chamada de função distribuição marginal e é dada por:

$$\begin{aligned} F_X(x) &= F_{XZ}(x, +\infty) = P(\{X \leq x\} \cap \{Z < +\infty\}) = P(\{X \leq x\}), \\ F_Z(z) &= F_{XZ}(+\infty, z) = P(\{X \leq +\infty\} \cap \{Z \leq z\}) = P(\{Z \leq z\}). \end{aligned} \quad (38)$$

Duas variáveis aleatórias X e Z são ditas estatisticamente independentes uma da outra se a função distribuição conjunta for igual ao produto das funções distribuição marginal:

$$F_{XZ}(x, z) = F_X(x) \cdot F_Z(z) = F_{XZ}(x, +\infty) \cdot F_{XZ}(+\infty, z). \quad (39)$$

1.7.B. Função densidade bidimensional

Analogamente a (15), se as variáveis aleatórias X e Z são distribuídas de forma contínua no intervalo $-\infty < x, z < +\infty$, define-se como função densidade de probabilidade bidimensional ou simplesmente função densidade bidimensional ou ainda função densidade conjunta:

$$F_{XZ}(x, z) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} F_{XZ}(x, z), \quad (40)$$

supondo a existência da derivada.

Também como anteriormente, no lugar de (1.64) e (1,65) pode-se escrever

$$P(\{X \leq x\} \cap \{Z \leq z\}) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^z f_{XZ}(\zeta, v) d\zeta dv \quad (41)$$

e

$$P(\{x_1 \leq X \leq x\} \cap \{z_1 \leq Z \leq z_2\}) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1}^{z_2} f_{XZ}(\zeta, v) d\zeta dv. \quad (42)$$

1.7.C. Funções de distribuição e densidade condicionais

Define-se função distribuição condicional a probabilidade de se ter $\{X \leq x\}$ sob a condição $\{Z = z\}$:

$$F_{XZ}(x/z) = P(\{X \leq x/Z = z\}). \quad (43)$$

Correspondentemente, define-se função densidade condicional:

$$F_{XZ}(x/z) = \frac{f_{XZ}(x, z)}{f_Z(z)}, \quad (44)$$

desde que $f_Z(z) > 0$.

Se as variáveis aleatórias X e Z são estatisticamente independentes uma da outra, vale

$$\begin{aligned}
 F_{XZ}(x/z) &= f_X(x), \\
 f_{XZ}(z/x) &= f_Z(z), \\
 f_{XZ}(x, z) &= f_X(x) f_Z(z).
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

A função densidade de uma variável aleatória X também pode ser obtida da função densidade conjunta:

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XZ}(x, z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} f_Z(z) f_{XZ}(x/z) dz. \tag{46}$$

1.7.D. Momentos

O n-ésimo momento ou momento da ordem n da variável aleatória X é dado por:

$$m_X^{(n)} = E[X^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f_{XZ}(x, z) dx dz, \tag{47}$$

enquanto que o n-ésimo momento central ou momento central de ordem n é dado por:

$$\mu_X^{(n)} = E[(X - m_X)^n]. \tag{48}$$

O (k + l) -ésimo momento conjunto ou momento conjunto de ordem (K + l) é definido por

$$m_{XZ}^{(k, \ell)} = E[X^k Z^\ell] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^k z^\ell f_{XZ}(x, z) dx dz. \tag{49}$$

Especialmente importante é o momento conjunto de ordem 2, com k = l, também denominado de correlação entre as variáveis aleatórias. Normalmente no caso de índices unitários, os mesmos são omitidos.

O (k + l)-ésimo momento central conjunto ou momento central conjunto de ordem (K + l) é definido por:

$$\mu_{XZ}^{(k, \ell)} = E[(X - m_X)^k (Z - m_Z)^\ell]. \tag{50}$$

Para o caso especial k = l, o momento central conjunto de ordem 2 é chamado de covariância. A relação:

$$\rho_{XZ} = \frac{\mu_{XZ}}{\sigma_X \sigma_Z} \tag{51}$$

é chamada de coeficiente de correlação entre as variáveis aleatórias X e Z. No caso deste coeficiente se anular as variáveis aleatórias são ditas não correlacionadas.



1.8. Função densidade conjunta normal ou de Gauss

Duas variáveis aleatórias distribuídas normalmente tem a função densidade conjunta normal ou de Gauss dada por:

$$f_{XZ}(x, z) = \frac{1}{2\pi \sigma_x \sigma_z \sqrt{1 - \rho_{XZ}^2}} \exp \left\{ \frac{1}{2(1 - \rho_{XZ}^2)} \left[\frac{(x - m_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(z - m_z)^2}{\sigma_z^2} - \frac{2\rho_{XZ}(x - m_x)(z - m_z)}{\sigma_x \sigma_z} \right] \right\} \quad (52)$$

A figura 4 mostra exemplo de uma função densidade conjunta normal.

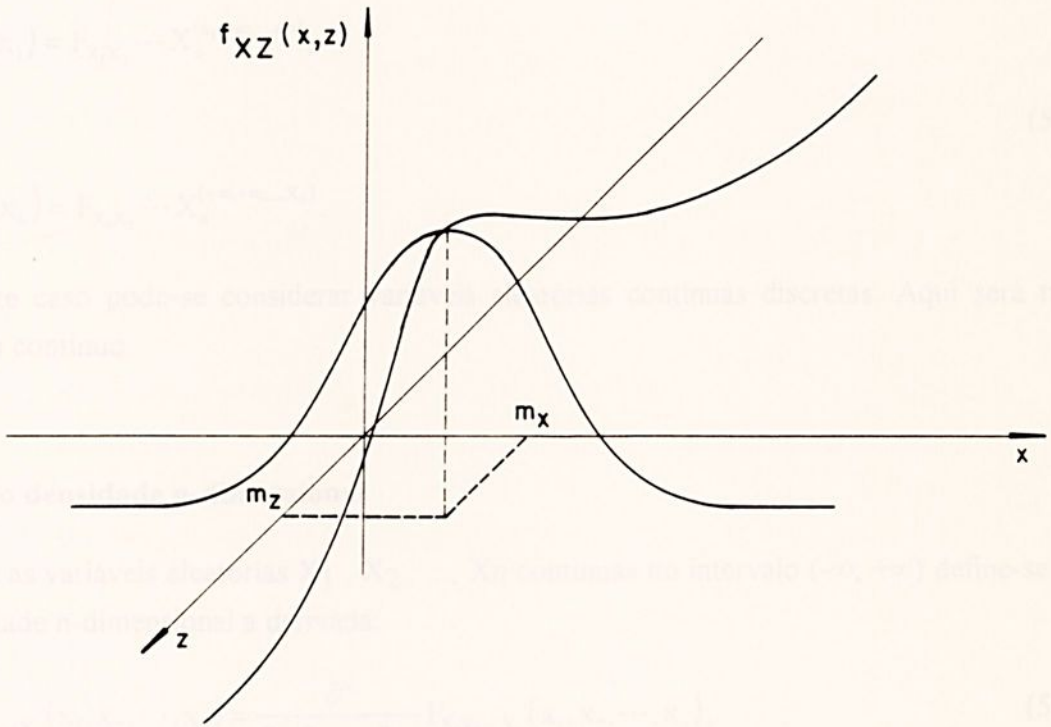


Figura 4 - Exemplo de função densidade conjunta normal ou de Gauss.



1.9. Funções distribuição e densidade n-dimensionais

1.9.A. Função distribuição n-dimensional

A generalização dos conceitos da seção anterior para n variáveis aleatórias não apresenta dificuldades, sendo apenas necessário uma atenção muito grande quanto à notação empregada, principalmente quando se utiliza notação vetorial.

Considere as variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n . A função distribuição n-dimensional destas variáveis é definida através de

$$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(\{X_1 \leq x_1\} \cap \{X_2 \leq x_2\} \cap \dots \cap \{X_n \leq x_n\}), \quad (53)$$

também chamada de função distribuição conjunta das n variáveis aleatórias, de onde segue as funções distribuição marginais:

$$\begin{aligned} F_{X_1}(x_1) &= F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, +\infty, \dots, +\infty), \\ &\bullet \\ &\bullet \\ &\bullet \\ F_{X_n}(x_n) &= F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(+\infty, +\infty, \dots, x_n). \end{aligned} \quad (54)$$

Também neste caso pode-se considerar variáveis aleatórias contínuas discretas. Aqui será tratado apenas o caso contínuo.

1.9.B. Função densidade n-dimensional

Admitindo-se as variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n contínuas no intervalo $(-\infty, +\infty)$ define-se como função densidade n-dimensional a derivada:

$$f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial^n}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (55)$$

admitindo-se sua existência; esta expressão também é chamada de função densidade conjunta das n variáveis aleatórias. Por simplicidade, será omitido a seguir os índices destas funções.

Obtém-se, portanto, para a função distribuição:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \dots \int_{-\infty}^{x_n} f(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n) d\zeta_1 d\zeta_2 \dots d\zeta_n, \quad (56)$$

e para as funções distribuição marginais,

$$F_{X_i}(x_i) = P(X_i \leq x_i) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f(\zeta_1, \dots, \zeta_i, \dots, \zeta_n) d\zeta_1 \dots d\zeta_i \dots d\zeta_n, \quad i = 1, \dots, n, \quad (57)$$

com as funções densidade marginais,

$$f_{X_i}(x_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} F_{X_i}(x_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f(\zeta_1, \dots, \zeta_i, \dots, \zeta_n) d\zeta_1 \dots d\zeta_i \dots d\zeta_n, \quad i = 1, \dots, n, \quad (58)$$

vale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f(\zeta_1, \dots, \zeta_i, \dots, \zeta_n) d\zeta_1 \dots d\zeta_i \dots d\zeta_n = 1. \quad (59)$$

1.9.C Notação vetorial

No caso aqui apresentado, com várias variáveis aleatórias, torna-se conveniente o emprego de notação vetorial, devendo-se, no entanto, tomar muito cuidado devido à notação extremamente condensada.

Considere-se n variáveis aleatórias Y_1, Y_2, \dots, Y_n , condensadas no vetor aleatório:

$$Y = (Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_n)^T. \quad (60)$$

A função distribuição conjunta é definida por (compare com 53):

$$F_Y(Y) = P(\{Y \leq y\}), \quad (61)$$

de onde segue, em caso de continuidade, a função densidade conjunta (compare com 53):

$$F_Y(Y) = \frac{d}{dy} F_Y(y). \quad (62)$$

O vetor de valores médios é definido por (compare com 29):

$$m_Y = E[Y] = (m_{Y_1} \ m_{Y_2} \ \dots \ m_{Y_n})^T \quad (63)$$

e a matriz de correlação (compare com (31) e (47)),

$$k_Y = E[Y Y^T] = (K_{ij}), \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (64)$$

Para $i = j$, k_{ij} corresponde ao valor médio quadrático da variável aleatória Y_i ; para $i \neq j$, k_{ij} corresponde à correlação entre as variáveis aleatórias Y_i e Y_j .

A matriz de covariância correspondente à variável aleatória Y_i ; para $i \neq j$, k_{ij} é definida por (compare com (32) e (48)):

$$R_Y = E[(Y - m_Y)(Y - m_Y)^T] = (k_{ij}), \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (65)$$

Para $i=j$, r_{ij} corresponde à variância de variável aleatória Y_i ; e para $i \neq j$, r_{ij} corresponde à covariância entre as variáveis aleatórias Y_i e Y_j .

1.9.D. Função distribuição normal de Gauss

Tão importante como no caso unidimensional, é o caso de variáveis aleatórias n -dimensionais distribuídas normalmente.

Considerando o vetor aleatório Y , o mesmo é dito distribuído normalmente se possuir a função densidade conjunta com matriz de covariância R_Y não-singular:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^n \sqrt{|R_Y|}} \exp \left\{ \frac{-(y - m_Y)^T R_Y^{-1} (y - m_Y)}{2} \right\} \quad (66)$$

com matriz de covariância R_Y não singular.

Observa-se que esta expressão depende apenas dos momentos de 1a. e 2a. ordem. A condição de matriz de covariância não singular pode ser eliminada se as variáveis aleatórias distribuídas normalmente forem definidas através de sua função característica.

2. Processos aleatórios

2.1. Introdução

Grandezas aleatórias que são funções de determinados parâmetros são chamadas de funções aleatórias. Se estes parâmetros forem, por exemplo, uma coordenada espacial x e o tempo t , fala-se então de um campo processo aleatório $Y(e,x,t)$. Para um valor fixo $x = x_1$ fala-se de um processo aleatório $Y(e,t)$ e para um valor fixo $t = t_1$ fala-se de um campo aleatório $Y(e,x)$. Para valores fixos $x = x_1$ e $t = t_1$ tem-se uma variável aleatória $Y(e)$.

Considere-se o processo aleatório escalar da figura 5. Cada função do tempo é chamada de "realização do processo aleatório". Para cada valor do tempo dado, por exemplo, $t = t_j, j=1, \dots, m$, obtém-se várias aleatórias $Y(t_j)$, que por sua vez são descritas através de suas respectivas distribuições.

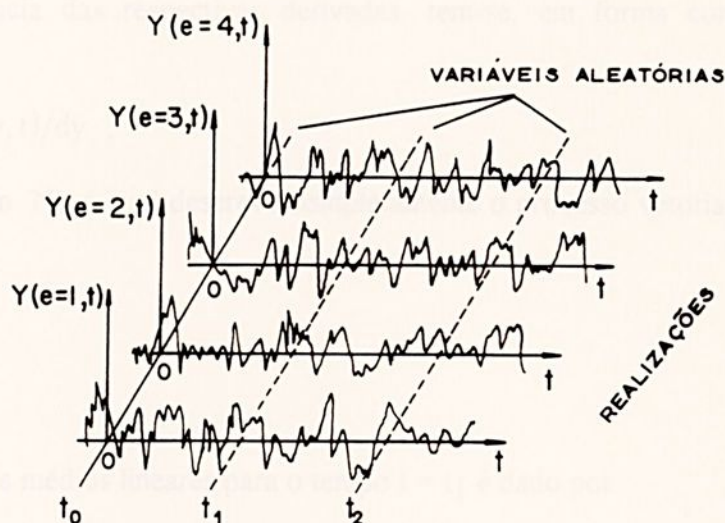


Figura 5 - Um processo aleatório escalar.

2.2. Distribuição e densidades

O processo aleatório $Y(t)$ é descrito completamente se todas as distribuições conjuntas de qualquer ordem para qualquer $m < N$ forem conhecidas. Admitindo-se a existência de n processos aleatórios escalares $Y_i(t), i = 1, \dots, n$, tem-se um processo aleatório vetorial ou um processo vetorial dado por:

$$Y(t) = (Y_1(t), \dots, Y_n(t))^T. \quad (67)$$

Tem-se então para $t = t_j, n \cdot m$ variáveis aleatórias escalares, ou seja, $Y_i(t_j), i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$. Estas são descritas pela distribuição conjunta:

$$F_{n,m}(y_{11}, \dots, y_{n1}, \dots, y_{1m}, \dots, y_{nm}; t_1, \dots, t_m) = P\left(\bigcap_{j=1}^m \bigcap_{i=1}^n \{Y_i(t_j) \leq y_{ji}\}\right). \quad (68)$$

Esta expressão pode ser escrita na forma compacta:

$$F_{n,m}(y_1, \dots, y_m; t_1, \dots, t_m) = P\left(\bigcap_{j=1}^m \{Y(t_j) \leq Y_j\}\right). \quad (69)$$

ou também

$$F_Y(y, t) = P(\{Y(t) \in Y\}), \quad (70)$$

onde vale

$$t = (t_1, \dots, t_m)^T.$$

Admitindo-se a existência das respectivas derivadas, tem-se, em forma compacta, a densidade conjunta:

$$f_Y(y, t) = dF_Y(y, t)/dy, \quad (71)$$

para todo t_1, \dots, t_m , ($m \leq N$), a qual descreve completamente o processo vetorial $Y(t)$ (compare com (15)).

2.3. Momentos

O vetor $n \times 1$ dos valores médios lineares para o tempo $t = t_1$ é dado por:

$$m_Y(t_1) = E[Y(t_1)] = (m_{Y_1}(t_1), \dots, m_{Y_n}(t_1))^T \quad (72)$$

é chamado de vetor valor médio do processo aleatório.

A matriz $n \times m$ dos momentos para os tempos $t = t_1$ e $t = t_2$ é dada:

$$K_Y(t_1, t_2) = E[Y(t_1)Y^T(t_2)] = (k_{ij}(t_1, t_2)), \quad i, j = 1, \dots, n \quad (73)$$

e chamada de matriz da função correlação ou simplesmente função de correlação do processo aleatório. Para $i = j$ os k_{ij} correspondem às funções de autocorrelação do processo Y_i para $i \neq j$ os k_{ij} correspondem às funções de correlação cruzadas dos processos Y_i e Y_j .

A matriz $n \times m$ dos momentos centrais para os tempos $t = t_1$ e $t = t_2$ é:

$$\begin{aligned} R_Y(t_1, t_2) &= E\left[(Y(t_1) - m_Y(t_1)) (Y(t_2) - m_Y(t_2))^T \right] \\ &= (r_{ij}(t_1, t_2)), \quad i, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (74)$$

é chamada de matriz da função de covariância ou simplesmente função de covariância do processo aleatório. Para $i = j$ os r_{ij} descrevem as funções de covariância do processo Y_i e para $i \neq j$ os r_{ij} descrevem as funções de covariância cruzadas dos processos Y_i e Y_j .

2.4. Propriedades

De (4) segue

$$R_Y(t_1, t_2) = k_Y(t_1, t_2) = m_Y(t_1)m_Y^T(t_2) \quad (75)$$

e no caso de valores médios nulos para t_1 e t_2 vale

$$K_Y(t_1, t_2) = R_Y(t_1, t_2) \quad (76)$$

Além destas expressões valem para a função de correlação e para a função de covariância a propriedade de simetria

$$\begin{aligned} K_Y(t_1, t_2) &= K_Y^T(t_2, t_1) \\ R_Y(t_1, t_2) &= R_Y^T(t_2, t_1) \end{aligned} \quad (77)$$

para todo t_1 e t_2 . Ambas as matrizes também são positivas semi-definidas, isto é,

$$\begin{aligned} K_Y(t_1, t_1) &\geq 0 \\ R_Y(t_1, t_1) &\geq 0 \end{aligned} \quad (78)$$

As funções de autocorrelação e de correlação cruzadas, assim como as funções de covariância e de covariância cruzadas satisfazem para todo t_1 e t_2 a inequação de Cauchy-Schwartz

$$\begin{aligned} k_{ij}^2(t_1, t_2) &\leq k_{ii}(t_1, t_1)k_{jj}(t_2, t_2) \\ r_{ij}^2(t_1, t_2) &\leq r_{ii}(t_1, t_1)r_{jj}(t_2, t_2) \end{aligned} \quad (79)$$

2.5. Estacionaridade

Para $t_1 = t_2 = t$ obtém-se de (71) a matriz de correlação (compare com (62)) e de (72) a matriz de covariância; em geral, estas matrizes são funções do tempo. Elas descrevem o acoplamento mútuo dos n processos aleatórios escalares $Y_i(t)$, $i = 1, \dots, n$, do vetor aleatório considerado, no instante t .

Um processo vetorial $Y(t)$ chama-se estacionário se suas propriedades estatísticas, isto é, as distribuições e as densidades (e com isso também as matrizes dos momentos e dos momentos centrais), forem invariantes com relação a um deslocamento da origem zero do eixo dos tempos. Em caso contrário o processo vetorial é chamado de não-estacionário.

Diferencia-se entre estacionaridade fraca e forte. Um processo vetorial é chamado de estacionário fraco se a distribuição de primeira ordem (e com isso o vetor valor médio) não depender do tempo e se a distribuição de segunda ordem (e com isso a função de correlação e função de covariância) for uma função apenas da diferença $\tau = t_2 - t_1$.



Vale então:

$$\begin{aligned} K_Y(\tau) &= K_Y^T(-\tau) \quad , \\ R_Y(\tau) &= R_Y^T(-\tau) \end{aligned} \quad (80)$$

e

$$\begin{aligned} K_Y(\tau) &\geq 0 \quad , \\ R_Y(\tau) &\geq 0 . \end{aligned} \quad (81)$$

Neste caso, segue:

$$\begin{aligned} k_{ij}^2(\tau) &\leq k_{ii}(0)k_{jj}(0) \quad , \\ r_{ij}^2(\tau) &\leq r_{ii}(0)r_{jj}(0) . \end{aligned} \quad (82)$$

Estacionaridade forte significa que o correspondente também vale para as distribuições conjuntas de ordem superior.

Um processo vetorial pode sempre, através de uma transformação de coordenadas próprias, ser transformado em um vetor aleatório centrado com vetor valor médio nulo. Assim, em geral, limita-se neste tipo de análise, ao tratamento de vetores aleatórios centrados. Dentro da teoria da correlação, que trabalha apenas com os momentos de primeira e segunda ordem, em geral exige-se apenas estacionaridade fraca.

Um processo vetorial $Y(t)$ é chamado gaussiano ou normal se as variáveis aleatórias $Y_i(t_j)$, $1 = i, \dots, n$, $j = i, \dots, m$, $\forall n, m \in \mathbb{N}$ possuírem uma distribuição conjunta gaussiana. No caso de processos aleatórias gaussianos, não se tem diferença entre estacionaridade fraca e forte, pois a distribuição conjunta é descrita completamente através do vetor valor médio e da função covariância. Nesta classe de processos a estacionaridade fraca implica na estacionaridade forte.

2.6. Média sobre o conjunto e média temporal

Até agora foram tratadas apenas esperanças, isto é, valores médios sobre diferentes realizações e para um tempo fixo; este tipo de valor médio é chamado de média sobre conjunto.

Daqui para a frente também deverão ser tratados valores médios relativos ao tempo e para uma dada realização; este tipo de valor médio é chamado de média temporal.

Seja $y(t)$ uma realização qualquer do processo vetorial $Y(t)$ e $g[y]$ uma função qualquer de y . O valor limite

$$\overline{g[Y(t)]} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} g[Y(t)] dt \quad (83)$$

(admitida sua existência) é chamado de valor médio temporal da função $g[y]$. Naturalmente, o valor médio temporal é uma função de \underline{g} , isto é, ele depende da realização considerada.

2.7. Ergodicidade

Um processo vetorial estacionário $Y(t)$ é chamado de ergódico, em relação a um conjunto G de funções $g[y]$, se para cada função $g \in G$, o valor médio sobre o conjunto, para qualquer valor de tempo, fornece o mesmo resultado que o valor médio temporal, para qualquer realização.

Diferencia-se entre ergodicidade fraca e forte, dependendo se a propriedade de ergodicidade for relativa aos momentos de primeira e segunda ordem ou relativa aos momentos de qualquer ordem superior.

Nas aplicações, são importantes os seguintes casos:

2.7.A. Ergodicidade na média

Um processo vetorial $Y(t)$ é chamado de ergódico na média se, com probabilidade 1, vale:

$$m_Y = \overline{Y(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} Y(t) dt. \quad (84)$$

2.7.B. Ergodicidade na correlação

Um processo vetorial $Y(t)$ é chamado de ergódico na correlação se, com probabilidade 1, vale:

$$K_Y = \overline{Y(t)Y(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} Y(t)Y^T(t+\tau) dt. \quad (85)$$

As integrais em (84) e (85) não representam integrais estocásticas. As expressões são para entender como válidas para cada realização possível.

Com $m_{y=0}$ e $\tau = 0$ segue

$$\overline{Y(t)Y(t)} = K_Y(0) = R_Y(0) = E[Y^2(t)] = (\sigma_{ij}^2), i, j = 1, \dots, n \quad (86)$$

Assim, são idênticos variâncias e valores médios quadráticos ($i = j$) e covariâncias e correlações ($i \neq j$).

2.8. Função espectral de potência

Considere um processo vetorial real $Y(t)$ no mínimo estacionário fraco e ergódico, com a função de correlação $K_Y(\tau)$.

A matriz função espectral de potência ou simplesmente função espectral da potência (denominação segundo norma DIN 1311) do processo vetorial é definida através da transformada de Fourier de $K_Y(\tau)$:

$$S_Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_Y(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = (s_{ij}(\omega)), i, j = 1, \dots, n, \quad (87)$$

com a transformação inversa,

$$K_Y(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_Y(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (88)$$

Uma propriedade importante de $S_Y(\omega)$ é

$$S_Y^T(\omega) = S_Y(-\omega) = S_Y^*(\omega), \quad (89)$$

onde o sinal (*) significa complexo conjugado. Também vale

$$s_{ii}(\omega) \geq 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (90)$$

Para $i = j$ os s_{ij} correspondem às funções espectrais de potência e para $i \neq j$ os s_{ij} correspondem às funções espectrais de potência cruzadas. Estas últimas são, em geral, complexas, mesmo para os processos aleatórios reais. A integrabilidade absoluta das funções de correlação e das funções espectrais de potência é uma condição suficiente para a existência das transformadas de Fourier (87) e (88). Estas expressões também são chamadas de relações de Wiener-Chintschin.

[A1] - Adams, H., Ykema, Th., Aeolian Vibration of Tubular Bushes in Outdoor Substations and its Damping, *Journal Applied Science Engineering A*, v.1,259-80, 1975/76.

[A2] - Albert, J. G.; Price, S. J.; Tunstall, M. T., The Control of Sub-span Oscillation of Multi-conductor Bundled Transmission Lines. In: *Int. Conf. Large High Volt. El. Systems CIGRE*, 22-01, Agoro 1980, Paris.

[A3] - Almeida, M. T.; Fuchs, R. D., *Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão*, São Paulo: Edgard Blücher, 1952.

[A4] - Ali, K., et al., Dynamic Effects on Transmission Lines, *Proc. Int. Conf. Large High Volt. Elect. Systems - CIGRE*, 22-08, Agoro 1984, Paris.

[A5] - Ambrósio, F. A. N., A Vibração nas Linhas de Transmissão, *Mundo Elétrico*, 3ed., 1970.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[A6] - Arnold, L.; Kleppner, W., *Qualitative Theory of Stochastic Systems*, Univ. Bremen, Report n. 79.

[A7] - Arruda, A. C. F., *Análise de Amortecedores para Linhas de Transmissão de Energia Elétrica*, Tese de Mestrado, UNB/AMP, 1975.

[B1] - Barbosa, M. A. P., *Análise de Efeitos de Amortecimento de Oscilações*.

[B2] - Berndt, H.; Schlett, H., Schallschwingungen an Bündelleitungen, *EW*, Heft 49, p. 454-9, 76 (1977).

[B3] - Bert, C. W., Material damping: an introductory Review of Mathematical Models, Measures and Experimental Techniques, *J. Sound Vib.*, v. 29, n. 2, p.129-153, 1973.

[B4] - Blevins, R. D., *Flow-Induced Vibration*, New York: Van Nostrand Reinhold, 1977.

[B5] - Bolotin, V. V.; Elshidov, I. B., Random Oscillations in Elastic Shells Containing an Acoustic Medium, *AN SSSR, Mekhanika Tverdogo Tela*, v. 4, n. 2, p.122-130, 1971.

[B6] - Buchhold, Th.; Haggold, E., *Centrais Y Redes Eléctricas*, Labor, 1966.

[B7] - Brink, D., Vortex-Induced Vibrations of a Long Flexible Circular Cylinder, *J. Fluid Mech.*, v.250, p.481-508, 1993.

[B8] - Buckner, W., *Safety Determination of Transmission Conductors during Aeolian Vibrations*, *Transmission & Distribution International*, Junho 1992.

[C1] - Carrago, C. C. B., *Transmissão de Energia Elétrica*, Florianópolis, Ed. UFSC, 1984.



- [A1] - Adami, H.; Ykema, Th., Aeolean Vibration of Tubular Busbars in Outdoor Substations and its Damping, **Journal Applied Science Engineering A**, v.1,259-80, 1975/76.
- [A2] - Allmut, J. G.; Price, S. J.; Tunstall, M. J., The Control of Sub-span Oscillation of Multi-conductor Bundled Transmission Lines. In: Int.. Conf. Large High Volt. El. Systems CIGRE, 22-01, Agosto 1980, Paris.
- [A3] - Almeida, M. T., Fuchs, R. D., **Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão**, São Paulo: Edgard Blücher, 1982.
- [A4] - Alt, K.; et al., Dynamic Effects on Transmission Lines, Proc. Int. Conf. Large High. Volt. Elect Systems - CIGRE, 22-08, Agosto 1984, Paris,
- [A5] - Antunes, F. A. N., A Vibração nas Linhas de Transmissão. **Mundo Elétrico**, Set., 1970.
- [A6] - Arnold, L.; Kliemann, W., **Qualitative Theory of Stochastic Systems**. Univ. Bremen, (Report n. 36, mar. 1981).
- [A7] - Arruda, A. C. F., **Análise de Amortecedores para Linhas de Transmissão de Energia Elétrica**. Tese de Mestrado, UNICAMP, 1975.
- [B1] - Barbosa, M. A. P., Avaliação da Eficiência de Amortecimento de Oscilações.
- [B2] - Berndt, H.; Schlotz, H., SeilSchwingungen an Bündelleitungen. **EW**, Heft 19, s. 654-9, 76 (1977).
- [B3] - Bert, C. W., Material damping: an introductory Review of Mathematical Models, Mesures and Experimental Techniques. **J. Sound Vibr.**, v.29, n.2, p129-153, 1973.
- [B4] - Blevins, R. D., Flow Induced Vibration, New York: Van Nostrand Reinhold, 1977.
- [B5] - Bolotin, V. V.; Elishakov, I. B., Random Oscillations in Elastic Shells Containing an Acoustic Medium, AN SSSR. **Mekhanika Tverdogo Tela**, v. 6, n.5, p122-130, 1971.
- [B6] - Buchhold, Th.; Happoldt, H., Centrais Y Redes Elétricas. Labor, 1966.
- [B7] - Brika, D., Vortex-Induced Vibrations of a Long Flexible Circular Cylinder, **J. Fluid Mech.** , v.250, p481-508, 1993.
- [B8] - Bückner, W., Safety Determination of Transmission Conductors during Aeollan Vibrations, **Transmission & Distribution International**, Junho 1992.
- [C1] - Camargo, C. C. B., **Transmissão de Energia Elétrica**, Florianópolis, Ed. UFSC, 1984.



- [C2] - Cigre Study Committee N 22 WG 01, Aeolian Vibration on Overhead Lines, CIGRE 22-11, 1970.
- [C3] - Claren, R; Diana, G., Dynamic Strain Distribution on Loaded Stranded Cables. Proc.. IEEE Winter Power Meeting, 1969, New York: IEEF, 1969.
- [C4] - Claren, R.; Diana, G., Mathematical Analysis of Transmission Line Vibration, **IEEE - Transaction on Power Apparatus and Systems**, v.88, n.12, 1969.
- [C5] - Claren, R.; Diana, G., Vibrazioni dei Conduttori - ParteI: Vibrazioni trasversali di un conduttori tesato, **Energia Elettrica**, v.43 , n.10, 1966.
- [C6] - Claren, R.; Diana, G., Vibrazioni dei Conduttori - Parte II: Ammortizzatore di Vibrazioni a due gradi di libert  tipo Stockbridge, **L Energia Elettrica**, v.43, n.11,1966.
- [C7] - Clough, R. W.; Penzien, J., **Dynamics of Structures**, Tokyo: McGraw-Hill Kogaskusha, 1975.
- [D1] - Davenport, A. G., The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures, Univ. W. Ontario, Fac. Eng. Science, (Paper n.6480, oct. 1961.
- [D2] - Den Hartog, J. P., **Vibra es nos Sistemas Mecânicos**, São Paulo: Edgard Blücher, 1972.
- [D3] - Dhotarad, M. S.; Ganfsan, N.; Rao, B. V. A., Transmission Line Vibrations, **J. Sound Vibr.**, v. 60, n.2, p17-37, 1978.
- [D4] - Dhotarad, M. S.; Ganfsan, N.; Rao, B. V. A., Transmission Line Vibration with 4R Dampers. **J. Sound Vibr.**, v. 60, n. 4, p604-6, 1978
- [D5] - Dulhunty, P. W., Some Recent Field Experience with Vibration Dampers. CIGRE ISC22 - 71 WG04, Maio 1971.
- [D6] - Dulhunty, P. W., Simmons, S. M., Hooker, Q. J. A New Vibration Damper for Transmission Lines, [Conference on Machinery, Vibration and Noise], Adelaide, 1978.
- [D7] - Diana, G.; et al, Aeolian Vibrations of Overhead Transmission Lines: Computations in Turbulence Conditions, SC22-WG11, Paris-Meeting, Setembro 1992. 22-92 WG11-73.
- [E1] - Edwards, A. T.; Livingston, A. E., Self - Damping Conductors For the Control of Vibration and Galloping of Transmission Lines, IEEE, Junho 1968.
- [E2] - Centrais Elétricas Brasileiras, **Diretrizes B sicas para Projeto de Linhas de Transmissão**, v. I, Part. 2, Brasilia : ELETROBRAS, 1984 .



- [E3] - Elishakoff, I., Generalized Eringen Problem: Influence of Axial Force on Random Vibration Response of Simply Supported Beam. **Structural Safety**, v. 4, p.255-65, 1987.
- [F1] - Farquharson, F. B.; McHugh JR., R. E., Wind Tunnel Investigation of Conductor Vibration with use of Rigid Models, **AIEE Trans.**, PAS 75, 1956.
- [F2] - Fuchs, R. D.; Almeida, M. T., **Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão**. São Paulo, Edgard Blücher, 1982.
- [G1] - Griffin, O. M., Vibrations and Flow - Induced Forces Caused by Vortex Shedding. Washington: Marine Technology Division, Naval Research Laboratory -, 1956.
- [H1] - Hajdu, E. M.; Menezes Jr., A. A., Análise dos Problemas de Vibrações em Linhas Aéreas dos Sistema CHESF (Companhia Hidroelétrica do São Francisco), 1973.
- [H2] - Hagedorn, P., On the Computation of Damped Wind - Excited Vibrations of Overhead Transmission Lines, **J. Sound Vibr.**, v. 83, n. 2, p53-71, 1982.
- [H3] - Hagedorn, P., Remarks on the Analysis of Conductor Bundle Oscillations with Space-Dampers. Proc. CIGRE SC-22, 22-83(WG01) 04, Rio de Janeiro, Agosto 1983.
- [H4] - Hagedorn, P., Meier-Dörnberg, K.-E., Tanzschwingungen in Freileitungen und ihre Unterdrückung: Beschreibung eines laufenden Versuchs. **ETZ - Report 21**, VDE-Verlag, Berlin, 1986.
- [H5] - Hagedorn, P., Ein einfaches Rechenmodell zur Berechnung winderregter Schwingungen an Hochspannungsleitungen mit Dämpfern. **Ingenieur-Archiv**, v. 49, p161-77, 1980.
- [H6] - Hagedorn, P.; Idelberger, H.; Möcks, L., Dynamische Vorgänge bei Lastumlagerung in Abspannketten von Freileitungen. **ETZ-Archiv**, v.2, n. 4. , VDE - Verlag, Berlin, 1980.
- [H7] - Hagedorn, P., Wind-excited Vibrations of Transmission Lines: A Comparison of Different Mathematical Models. **Proc. V. Conf. Math. Modelling**, Berkley, 1985.
- [H8] - Hagedorn, P.; Schmidt, J. T.; Nascimento, N., Stochastic Field Processes in the Mathematical Modelling of Damped Transmission Line Vibrations. **Proc. V. Conf. Math. Modelling**, Berkley, 1985.
- [H9] - Hagedorn, P.; Nascimento, N., Structural Vibration Excited by Random Field Process: The Effect of the Crosscorrelation of the Excitation. Proc. ICOSSAR 85, 1985, New York, Vol.1, Int. Assoc. Struct. Safety, New York, p547-51, 1985.



- [H10] - Hearnshaw, D., Vibration Damper Reduces Damage to Transmission Lines, **Electrical Review International**, Jun. 1979.
- [H11] - Helms, R., Zur Sicherheit der Hochspannungsfreileitungen bei hoher mechanischer Beanspruchung - VDI - Forschungsheft 506, **VDI - Verlag**, Dusseldorf, 1964.
- [H12] - Hardy, C., Conductor Damping Mechanism, **CIGRE, SC22-WG11 (TF1)2,1990**.
- [H13] - Hardy, C., Brunelle, J., Principles of Measurement and Analysis with the New Pavica Conductor Vibration Recorder, **Canadian Electrical Association Centennial Conference**, Toronto, Maio 1991.
- [H14] - Hardy, C., Dyke, P. Van Dyke, P., Field Observations on Wind-Induced Conductor Motions, Montreal, **CIGRE, SC22-93 (WG11)**, 1993.
- [H15] - Heios, R. C., Havard, D. G., Influence of Vibration Recorders on Conductor Vibration **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 9, n. 2, p919-938, 1994.
- [J1] - Jamaledine, A., Fiedl Tests on the Performance of Various Protective Devices Against Eolian Vibration. **Canadian El. Assoc. Trans. Sec. Meeting**, Edmonton, Setembro 1981.
- [J2] - Jamaledine, A., Sweep Technique to Measure the Relative Performance of Dampers. **Exp. Mech.**, p354-59, 1985.
- [J3] - Jordan, R., **Vibrações em Linhas de Transmissão de Energia Elétrica**, Tese de Mestrado, UFSC, 1982.
- [J4] - Jordan, R., **Vibrações em Linhas de Transmissão de Energia Elétrica**. In: COBEM, São José dos Campos, Anais do 8: COBEM, 1985, p615-18.
- [K1] - Kiessling, F.; et al, Foundation Design on a Probabilistic Basis. In: Int. Conf. L. H. Volt. El. Systems CIGRE, 22-11, Paris, Agosto 1986.
- [K2] - Krispin, H. J.; Quantitative Relationships for the Influence of Vibration Recorders on the Bending Amplitude to be Measured, Meeting, CIGRE SC22-WG11, Maio 1992.
- [K3] - Krispin, H. J., Quantitative Relationships for the Influence of Vibration Recorders on the Bending Amplitude to be Measured, Malaga-Meeting, CIGRE, SC22-WG11, Maio 1992.
- [K4] - Krispin, H. J., Möcks, L., Influence of Vibration Recorders on Local Conductor Deflection, Fort Worth, CIGRE, SC22-91 WG11, Setembro 1991.



- [K5] - Krispin, H. J., Ranke, K., Evaluation of Measurements of the Bending Amplitude at Suspension and Spacer Clamps Caused by Aeolian Vibrations, Paris-meeting, CIGRE SC22-WG11, 1990.
- [L1] - Lanteigne, J., Theoretical Estimation of the Response of Helically Armored Cables to Tension, Torsion, and Bending. **Trans. ASME, J. App. Mech.**, v. 52, p423-32, jun. 1985.
- [L2] - Lugt, H. J., **Vortex Flow in Nature and Technology**, J. Wiley, 1983.
- [M1] - Maddock, B. J.; et al., Some Investigations of the Ageing of Overhead Lines. Int. Conf. L. H. Volt. El. Systems CIGRE, 22-09, Paris, Agosto 1986.
- [M2] - Manso, P. R., **Vibrações de Condutores em Linhas de Distribuição**. Manaus: CEMIG, Jul.1973.
- [M3] - Matsubayashy, Y.; Morikawa, M.; Inoue, A., On the Response of Overhead Conductors to Wind Loading - Sumimoto, **Electr. Tech. Review**. n 5, p7-29, Jan. 1965.
- [M4] - Meirovitch, L., **Elements of Vibration Analysis**. Ed. McGraw-Hill Kogakusha, 1975.
- [M5] - Melbye, H. C. A., The Design of the Elgra Damper and Its Way of Operation, Tonsberg Harpunfabrik A/S, Tonsberg, 1978.
- [M6] - Melzer, H. J.; Schüeller, G. I., Realistische Wahrscheinlichkeitsverteilung bei Wind - und erdbebenerregten Schwingungen von Bauwerken. VDI (Berich n. 419, S. 179-91, 1981).
- [M7] - Möcks, L., Dämpfung von Leiterserschwingungen in Hochspannungsfreileitungen. **ETZ** Berlin, VDE - Verlag, Report n. 15, 1981.
- [M8] - Möcks, L., Die Beanspruchung und Lebensdauer von Leiterseilen unter dem Einfluss winderregter Schwingungen. **Elektrizitätswirtschaft**, v. 86, H. 21, p920-5, 1987.
- [M9] - Möcks, L., Zur Berechnung der Biegewechseldehnung in Schwingenden Leiterseil. CIGRE, **EW3**, 011329, Janeiro 1982.
- [M10] - Morgan, V. T., The Detection and Damping of Over Head - Line Conductor Vibration, IEE, Junho 1962.
- [M11] - Maihoefer, M., Zufallsschwingungen winderregter Hochspannungsleitungen mit Stockbridge - Daempfer. Diplomarbeit. Guaratinguetá, Departamento de Mecânica FEG/UNESP, Ago.1993.



- [M12] - Möcks, L., Loading and Service Life Transmission Cables Subjected to Wind-Induced Vibrations, Paris-Meeting , CIGRE, SC22-WG11, 1990.
- [N1] - Nascimento, N., Der Fokussienengseffekt beim Stochastisch Erregten Balken. **Zeitschrift Ang. Math. Mech.** ZAM 64, T 75-T77, 1984.
- [N2] - Nascimento, N., Função de Transferência de Linhas de Transmissão com Amortecedores Stockbridge. In:VI Seminário ADUNESP/Guaratinguetá, 6, 1985, Guaratinguetá, **Anais do VI Seminario ADUNESP/Guaratinguetá**, Guaratinguetá, ADUNESP, 1985, v. 2, p381-84.
- [N3] - Nascimento, N., Stochstische Schwingungen Punktweise Erregter Saiten und Balken. **Zeitschrift Ang. Math. Mech.** ZAM 63, T76-T78, Berlin, 1983.
- [N4] - Nascimento, N.; Peres, M. P., Tipos de Amortecedores de vibração de Linhas de Transmissão, VI Seminário ADUNESP/Guaratinguetá, 6, 1985, Guaratinguetá, **Anais do VI Seminário ADUNESP/Guaratinguetá**, Guaratinguetá, ADUNESP, 1985.
- [N5] - Nascimento, N., **Stochastische Schwingungen eindimensionaler kontinuierlicher mechanische Systeme**. Tese de doutorado, Technische Hochschule Darmstadt, Darmstadt, 1984.
- [N6] - Noiseux, D. U., Similarity Laws of the Internal Damping of Stranded Cables in Transverse Vibrations, IEEE 1991.
- [O1] - Oliveira, A.R.E. e Mansour, W.M., Vibrações de Sub-vão em linhas de Transmissão, II Congresso Brasileiro de Energia, 2, 1981, Rio de Janeiro, Abril 1981.
- [O2] - Oliveira, A. R. E.; Neves, W. A., Identificação de Não-Linearidades no Amortecedor Stockbridge usando a Trans-formada de Hilbert. IX COBEM, 9, 1987, Florianópolis, **Anais do IX COBEM**, Florianópolis, 1987, p757-60.
- [O3] - Oliveira, A. R. E.; Ripper Neto, A. P., Estudo Analítico e Experimental do Amortecedor Stockbridge, VII Congresso Brasileiroa de Engenharia Mecânica, 7, 1983, Uberlândia, **Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica**, Uberlândia, 1983.
- [O4] - Oliveira, A.R.E., Mansour, W.M., Results of Analytical Investigations on Aeolian and Subspan Oscillations, Fort Worth, CIGRE, SC22-91 WG11-62, Setembro 1991
- [P1] - Pereira, E .V. e Monti, S. F., Vibração Eólica em Linhas de Transmissão e Análise de Desempenho dos Amortecedores Utilizados, São Paulo. CPFL, 1967.



- [P2] - Peres, M. P., Estudo de Amortecedores de Vibração de Linhas de Transmissão de Energia Elétrica. Tese de Mestrado, FEG/UNESP, Março 1990.
- [P3] - Peres, M. P.; Nascimento, N., Tipos de Amortecedores de Vibração de Linhas de Transmissão. VII Seminário ADUNESP/Guaratinguetá, 7, 1986, Guaratinguetá, **Anais do VII Seminário ADUNESP/Guaratinguetá**, Guaratinguetá, ADUNESP, 1986, v. 1, p72-9.
- [R1] - Ramberg, S. E.; Griffin, O. M., Velocity Correlation and Vortex Spacing in the Wake of a Vibration Cable. **Trans. ASME**, Março 1976, p10-8, mar. 1976, (Paper N. 75-FE-7).
- [R2] - Ramberg, S. E.; Griffin, O. M., Vortex Formation in the wake of a Vibrating, Flexible Cable, **J. Fluids Eng.**, dec. 1974.
- [R3] - Rawlings, C. B., Effect of Conductor Torque on Vibration of Overhead Conductors. **Proc. Int. Symp. O. Cond. Dynamics**, 1981, Toronto, Junho 1981, p55-60.
- [R4] - Richardson Jr., A. S., Design Parameters for Aerodynamic Control of Galloping Conductors, CIGRÉ, 1981.
- [R5] - Ripper Neto, A. P., Vibrações em Linhas de Transmissão, CEPEL, Maio 1976.
- [S1] - Sakai, O., **Mathematical Investigation of Vibration of Bundle Conduction**. Asahi El. Mach. Co, Kawasaki, 1981.
- [S2] - Schäfer, B., Zur Entstehung und Unterdrückung winderregter Schwingungen an Freileitungen, Dissertation, Darmstadt, 1980.
- [S3] - Schiehlen, W., Mechanische Zufallswingungen. **Zeitschrift Ang. Math. Mech.** ZAM M 63, T14-T20 (1983).
- [S4] - Schmidt, J. T.; Hagedorn, P., A Stochastic Model for Wind Induced Vibrations and Damage Accumulation in the Cables of Overhead Transmission Lines. Proc. I Int. Symposium, Toronto, Julho 1986, pp. 485-94.
- [S5] - Silva, A. L., Controle de Vibrações Induzidas por Vértices em Estruturas Cilíndricas, Tese de Mestrado, EFEI, 1981.
- [S6] - Simmons, J. M.; et al, A Facility for the Performance Measurement of Transmission Line Vibration Dampers. Univ. Queensland, Setembro 1984, (Research Report 8/84).
- [S7] - Simmons, J. M.; Cleary, P. M. G., Measurement of Aerodynamic Power Associated With Vortex-Induced Vibration of Electrical Transmission Lines, **Proc. IEEE PES Summer Meeting**, Vancouver, Julho 1979.



- [S8] - Solnes, J.; Sigbjörnsson, R., Structural Response to Stochastic Wind Loading. The Danish Center App. Math. Mech., Report n.26, May 1972.
- [S9] - Stockbridge, G. H., Overcoming Vibration in Transmission Cables. **Electrical World**, v. 86, n.26, Dec 1925.
- [S10] - Schaefer, B., Dynamical Modelling of Wind-Induced Vibrations of Overhead Lines. RIBE Mitteilung 16e, Richard Bergner GmbH, Schwabach, 1986.
- [S11] - Seppä, T. O., The Effect of Various Factors on the Vibration Level and Dynamic Strains of Transmission Line Conductors without Additional Dampers, Ridgefield: The Valley Group, Maio 1992, CTO6877,
- [T1] - Thomson, W. T., Anwendung Statistischer Methoden auf Mechanische Schwingungen. VDI - Verlag, Düsseldorf, 1962, VDI - Bericht Nr. 66.
- [T2] - Tomazini, J. E., Análise Dinâmica do Amortecedor Stockbridge, Tese de Mestrado, UNESP-FEG, 1989.
- [T3] - Tomazini, J. E.; Nascimento, N., Análise do Amortecedor Stockbridge. VII Seminário da ADUNESP/Guaratinguetá, 7, 1986, Guaratinguetá, **Anais do VII Seminário da ADUNESP/Guaratinguetá**, Guaratinguetá, ADUNESP, 1986, v.1, p47-51.
- [T4] - Tomazini, J. E.; Nascimento, N.; Mathias, M. H., Amortecedor Stockbridge - Modelo de 2 Graus de Liberdade. X Seminário da ADUNESP/Guaratinguetá, 10, 1989, Guaratinguetá, **Anais do X Seminário da ADUNESP/Guaratinguetá**, ADUNESP, 1989. v.1, p143- 50.
- [T5] - Tompkins, J. S.; Merrill, L. L.; Jones, B. L., Quantitative Relationships in Conductor Vibration Damping. **AIEE Trans. PAS** 75, p. 879-896, 1956.
- [V1] - Van der Heijden, A. M. A., On the Influence of the Bending Stiffness in Cable Analysis. **Mechanics**, Serie B, v.76, n.3, p217-29, 1973.
- [W1] - Wagner, H.; et al., Dynamics of Stockbridge Dampers, **J. Sound Vibr.**, v. 30, n. 2, p207-20, 1973.
- [W2] - Wohlhart, K., Schwingungen Elastischer Seile. **Proc. IV World Congr. T. Mech. Mech.**, 4, 1975, v. 4, Newcastle, Setembro 1975.





unesp



.1 12 13 14 15 16 17 18