UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

LEANDRO ESTEVES DE PAULA

Efeitos de fragmentação em formação planetária

Guaratinguetá
2021

Leandro Esteves de Paula

Efeitos de fragmentação em formação planetária

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física na área de Dinâmica Orbital.

Orientador: Prof^{o} Dr. Othon Cabo Winter
Coorientador: Prof^{o} Dr. André Izidoro Ferreira da Costa

Guaratinguetá
2021

Paula, Leandro Esteves de
P324e Efeitos de fragmentação em formação planetária / Leandro Esteves de Paula – Guaratinguetá, 2021.
82 f : il.
Bibliografia: f. 79-82

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2021.
Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Coorientador: Prof. Dr. André Izidoro Ferreira da Costa

1. Exoplanetas. 2. Colisões (Física). 3. Sistema solar. I. Título

CDU 523.4(043)

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

LEANDRO ESTEVES DE PAULA

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRE EM FÍSICA"

PROGRAMA: FÍSICA
CURSO: MESTRADO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Konstantin Georgiev Kostov
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

PROF. DR. OTHON CABO WINTER
Orientador / UNESP/FEG
participou por videconferência

p/ **PROFa. DRa. SILVIA MARIA GIULIATTI WINTER**
UNESP/FEG
participou por videconferência

p/ **PROF. DR. DAVID NESVORNY**
Southwest Research Institute/Colorado/USA
participou por videconferência

Abril de 2021

DADOS CURRICULARES

LEANDRO ESTEVES DE PAULA

NASCIMENTO	09/05/1995 - Guaratinguetá/SP
FILIAÇÃO	Leonel Adelino de Paula Lenita Luiza Vicente Esteves de Paula
2010 / 2013	Técnico (Informática Industrial) Colégio Técnico Industrial de Guaratinguetá - UNESP
2015 / 2018	Graduação (Bacharelado em Física) Universidade Estadual Paulista, Campus de Guaratinguetá
2019 / 2021	Pós-Graduação nível Mestrado (Mestrado em Física, área de Dinâmica Orbital) Universidade Estadual Paulista, Campus de Guaratinguetá

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos orientadores Prof. Dr. André Izidoro e Prof. Dr. Othon Cabo Winter por todo suporte, direcionamento e conhecimento que permitiu a realização desse trabalho,

à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte financeiro da bolsa de mestrado através dos processos 2020/07689-8 vinculado ao processo 2016/24561-0, e 2019/02936-0 vinculado ao processo 2016/12686-2,

aos professores da Pós-Graduação em Física da UNESP-FEG pelo conhecimento compartilhado,

à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro da bolsa de mestrado,

à Pós-Graduação em Física da UNESP-FEG pela prestatividade e pelo auxílio financeiro em eventos,

ao Departamento de Matemática e ao Departamento de Física e Química da UNESP-FEG pela estrutura oferecida durante o curso de mestrado.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s):
FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo
CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

"Estamos irrevogavelmente em um caminho que nos levará às estrelas. A não ser que, por uma monstruosa capitulação ao egoísmo e à estupidez, acabemos nos destruindo."

(Carl Sagan)

RESUMO

As super-Terras quentes são planetas com tamanho entre 1 e 4 $R_\oplus$ e período menor que $\sim$100 dias, são provavelmente o tipo de planeta mais abundante em estrelas do mesmo tipo do Sol. O principal modelo para explicar as fases finais de formação dos sistemas de super-Terras é conhecido como modelo de migração. Ele sugere que tais planetas se formam em regiões mais distantes da estrela no disco protoplanetário, mas devido a interação gravitacional com o gás do disco migram até a borda interna do disco, se estabelecendo em cadeias de ressonância. Após a dissipação do disco de gás as super-Terras podem atravessar uma fase de instabilidades, onde ocorrem principalmente colisões, quebrando as cadeias ressonantes. Esse é um mecanismo que auxilia o modelo a reproduzir importantes características dos sistemas de super-Terras observados. Majoritariamente os modelos numéricos de formação planetária assumem que colisões durante as fases finais e intermediárias de formação planetária são, por simplicidade, perfeitamente agregativas. Este tipo de abordagem tem sido empregada tanto em modelos de formação do sistema solar quanto em modelos de formação de sistemas de exoplanetas. O objetivo desse estudo é analisar as consequências de um tratamento mais realístico de colisões, incluindo fragmentação e espalhamento, na fase final de formação dos sistemas de super-Terras quentes. Numa versão do pacote de integradores Mercury modificada para o estudo da formação de super-Terras, implementamos um modelo analítico para tratamento de colisões gigantes e fragmentação baseado em Leinhardt e Stewart (2011). Esse modelo analítico foi calibrado a partir de resultados de impactos em simulações de N-corpos de alta resolução. Após os testes necessários, performamos então dois conjuntos de simulações. No conjunto de acreção perfeita consideramos as colisões como perfeitamente agregativas, enquanto no conjunto de acreção imperfeita as simulações são realizadas utilizando o tratamento realístico de colisões no nosso novo código. Mostramos que eventos de fragmentação e espalhamento de planetas são comuns nas simulações durante o estágio final da formação de super-Terras quentes, compreendendo a fase do disco de gás e a evolução por longo período. Entretanto, verificamos que o tratamento realístico de colisões não tem influência significativa na arquitetura orbital dos sistemas e que portanto pode ser negligenciado devido ao seu custo computacional em comparação à sua influência no processo.

PALAVRAS-CHAVE: Exoplanetas. Super-Terras quentes. Colisões Gigantes. Fragmentação. Formação planetária. Dinâmica planetária. Migração planetária. Sistemas planetários. Sistemas de super-Terras.

ABSTRACT

Super-Earths are planets with sizes between 1 and 4 $R_\oplus$ and periods smaller than $\sim$100 days, they are probably the most abundant planet type in stars with the same type as the Sun. The main model to explain the final stages of the formation of super-Earth systems is known as migration model. This model suggests that such planets form in regions of the protoplanetary disk distant from the star, but due to gravitational interaction with the disk's gas they migrate to the disk's inner edge, settling in resonant chains. After the gas disc has dissipated, the super-Earths can pass through a instability phase, where collisions occur breaking the resonant chains. This is a mechanism that helps the model to reproduce important characteristics of the observed super-Earth systems. Most numerical models of planetary formation assume that collisions during the final and intermediate phases of planetary formation are, for simplicity, perfectly aggregative. This type of approach has been used both by models of solar system formation and exoplanet systems formation. The aim of this study is to analyze the consequences of a more realistic collision treatment, including fragmentation and scattering, in the final stage of the formation of hot super-Earth systems. In a version of the integrator package Mercury modified to study the formation of super-Earths, we implemented an analytical model for the treatment of giant collisions and fragmentation based on Leinhardt e Stewart (2011). This analytical model was calibrated from impact results of high resolution N-body simulations. After the necessary tests, we then performed two sets of simulations. The perfect accretion set considers the collisions to be perfectly aggregative, while the imperfect accretion set simulations are performed using the realistic collision treatment in our new code. We show that planet fragmentation and scattering events are common in simulations during the final stage of hot super-Earths formation, comprising the gas disk phase and the long-term evolution. However, we found that the realistic collision treatment has no significant influence on the orbital architecture of the systems and can therefore be neglected due to its computational costs in comparison to its influence over the process.

KEYWORDS: Exoplanets. Hot super-Earths. Giant impacts. Fragmentation. Planetary formation. Planetary dynamics. Planetary migration. Planetary systems. Super-Earths systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Fração de estrelas com disco protoplanetário em função da idade dos clusters de estrelas . . . 19
Figura 2 Análise dos ângulos ressonantes para ressonância 3:2 . . . 24
Figura 3 Variação do brilho da estrela durante o trânsito do planeta HD 209458 b . . . 25
Figura 4 Representação do método RV . . . 26
Figura 5 Exoplanetas confirmados . . . 27
Figura 6 Relação massa-raio e curvas de composição de super-Terras . . . 28
Figura 7 Curva de densidade (direita) e distribuição de planetas (esquerda) com diferentes raios físicos . . . 29
Figura 8 Distribuição de planetas em função do raio físico . . . 30
Figura 9 Distribuição da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes observada comparado as simulações estáveis (*stable*) e instáveis (*unstable*) por Izidoro . . . 33
Figura 10 Dados observacionais da *Kepler Dichotomy* comparados aos dados simulados e a proporção proposta por Izidoro . . . 35
Figura 11 Mapas dos regimes de colisão . . . 43
Figura 12 Distribuição cumulativa de fragmentos por diâmetro. . . . 45
Figura 13 Velocidade em relação à velocidade inicial do corpo alvo versus massa normalizada para maior fragmento remanescente. . . . 46
Figura 14 Massa normalizada das caixas de fragmentos versus velocidades das caixas relativa à velocidade do maior fragmento remanescente. . . . 47
Figura 15 Função de transição K em função da distância de dois corpos r_{ij} . . . 54
Figura 16 Evolução temporal do mapa de migração . . . 59
Figura 17 Esquemático do Trânsito Geométrico . . . 60
Figura 18 Análise do trânsito geométrico para dois sistemas diferentes . . . 61
Figura 19 Fluxograma do algoritmo da colisão entre dois corpos. . . . 64
Figura 20 Geometria bidimensional de uma colisão. . . . 65
Figura 21 Distribuição cumulativa de fragmentos por massa do fragmento (Acreção Parcial) 75
Figura 22 Distribuição normalizada de massa por velocidade do fragmento (Acreção Parcial) 76
Figura 23 Teste para *Hit-and-Run* Erosivo . . . 76
Figura 24 Teste para *Hit-and-Run* Super-catastrófico . . . 77
Figura 25 Configuração dos fragmentos imediatamente após a colisão . . . 78
Figura 26 Visão geral do sistema . . . 79
Figura 27 Órbitas do sistema: Mercury . . . 81
Figura 28 Órbitas do sistema: super-Mercury . . . 82
Figura 29 Simulação exemplo: Acreção Imperfeita . . . 84
Figura 30 Simulação exemplo: Acreção perfeita . . . 86
Figura 31 Comparação da arquitetura orbital dos sistemas: Fase gasosa . . . 88

Figura 32 Mapa de colisões: Fase gasosa 89
Figura 33 Exemplos: sistema estável vs sistema instável. 91
Figura 34 Comparação da arquitetura orbital dos sistemas: Evolução por longo período . . 92
Figura 35 Média de colisões versus multiplicidade nos sistemas 94
Figura 36 Mapa de colisões: Evolução por longo período 95
Figura 37 Data da última colisão nos sistemas 96
Figura 38 Distribuição cumulativa da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes detectados e valor-p do teste K-S entre os dados do Kepler e frações de mistura entre as observações dos sistemas estáveis e instáveis 98
Figura 39 Distribuições cumulativas das frações de mistura estáveis/instáveis para razão de períodos e multiplicidade de planetas detectados nos sistemas. 99

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Regimes de colisão 41
Tabela 2 – Dados dos planetas do sistema A 61
Tabela 3 – Dados dos planetas do sistema B 62
Tabela 4 – Dados dos testes de colisões controlados 74
Tabela 5 – Colisões de 5–5,1 Ma: Mercury 79
Tabela 6 – Colisões de 5–5,1 Ma: super-Mercury 80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

NASA	*National Aeronautics and Space Administration*
ESO	*European Southern Observatory*
RMM	Ressonância de movimento médio
Ka	Mil anos
Ma	Milhões de anos
HnR	*Hit-and-Run*
GnMerge	*Graze-and-Merge*
BS	Bulirsch-Stoer
LS	Leinhardt-Stewart
lr	maior remanescente
slr	segundo maior remanescente

LISTA DE SÍMBOLOS

UA	Unidades astronômicas
$M_\oplus$	Massa da Terra
$R_\oplus$	Raio da Terra
$R_\odot$	Raio do Sol
a	Semieixo maior
λ	Longitude média
ϖ	Longitude do pericentro
Ω	Longitude do nodo ascendente
m	Massa

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16
1.1 Descrição 17

2 FORMAÇÃO PLANETÁRIA 18
2.1 Discos protoplanetários 18
2.2 Colapso gravitacional 19
2.3 Estágios intermediário e final 20
2.3.1 Acreção de planetesimais 20
2.3.2 Acreção de *pebbles* 21
2.3.3 Interação gravitacional entre planeta e disco de gás 21
2.3.4 Ressonância de movimento médio 22

3 EXOPLANETAS 25
3.1 Observação de exoplanetas 25
3.1.1 Trânsito primário 25
3.1.2 Velocidade radial 26
3.2 Super-Terras 27
3.2.1 Composição de super-Terras 28
3.2.2 Vale da foto-evaporação 29
3.2.3 Características dinâmicas de sistemas de super-Terras 30

4 ORIGEM DOS SISTEMAS DE SUPER-TERRAS 32
4.1 Razão de períodos orbitais entre pares de planetas adjacentes 33
4.2 Dicotomia da multiplicidade de planetas nos sistemas 34
4.3 Composição das super-Terras formadas por migração 35

5 COLISÃO ENTRE CORPOS NO DOMÍNIO GRAVITACIONAL 37
5.1 Modelo LS12 38
5.1.1 Caracterização dos regimes de colisão 41
5.2 Fragmentação no LS12 44

6 MÉTODOS E FERRAMENTAS 49
6.1 Integrador numérico híbrido 49
6.2 Flintstone 54
6.2.1 Modelo para migração tipo 1 54
6.2.2 Mapa de migração 58
6.3 Super-Mecury 58
6.4 Trânsito geométrico 59

6.4.1 Aplicação 61

7 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE FRAGMENTAÇÃO 63
7.1 Rotina de colisões gigantes (*mce_gimpact*) 64
7.1.1 Condições iniciais da colisão 64
7.1.2 Regimes de colisão 66
7.1.3 Resultado dos regimes 68
7.2 Rotina de fragmentação (*mce_frag*) 70
7.2.1 Tamanho dos fragmentos 70
7.2.2 Coordenadas dos fragmentos 71

8 TESTES CONTROLADOS 74
8.1 Testando a produção de fragmentos 75
8.2 Dinâmica dos fragmentos 77
8.3 Simulação preliminar 77

9 RESULTADOS 83
9.1 Descrição das simulações 83
9.2 Simulações exemplo 83
9.3 Análise estatística 86
9.3.1 Fase do disco de gás 87
9.3.2 Evolução por longo período 90
9.4 Simulando observação 96
9.4.1 Descrição da observação artificial 96
9.4.2 Resultados das observações 97

10 CONCLUSÃO 100

REFERÊNCIAS 102

1 INTRODUÇÃO

Iniciando na descoberta do primeiro planeta ao redor de uma estrela fora do Sistema Solar realizada por Mayor e Queloz em 1995, a ciência dos exoplanetas tem reunido cada vez mais esforços da comunidade astronômica, tanto na área observacional quanto teórica.

Atualmente são confirmados mais de 4200 exoplanetas, sendo uma boa parcela desses planetas descobertos pela missão Kepler da Nasa, encerrada no ano de 2018. Ainda em atividade, as missões espaciais da NASA TESS (*Transiting Exoplanet Survey Satellite*) e Hubble realizam estudos sobre exoplanetas, sendo esta primeira exclusiva para o estudo desses objetos. Além dessas, a missão espacial HARPS (*High Accuracy Radial Velocity Planet Searcher*) da ESO e pelo menos 20 telescópios terrestres frequentemente fornecem dados para esse propósito. Em breve, missões como *James Webb Space Telescope* e WFIRST da NASA devem se juntar a esse grupo (EXOPLANETS.NASA.GOV, 2020).

Estudar sistemas de planetas extrassolares pode nos auxiliar a compreender a origem do nosso próprio planeta e Sistema Solar, além de responder questões como: qual a abundância de planetas como a Terra ou como Júpiter? Quais as condições necessárias para se construir um planeta habitável? Como explicar os sistemas solares ao nosso redor?

Os exoplanetas conhecidos como super-Terras quentes tem tamanho de 1 a 4 $R_\oplus$ e período orbital menor que $\sim$100 dias[1]. Segundo o banco de dados de exoplanetas da NASA, super-Terras são os planetas mais abundantes na galáxia representando cerca de 52% dos exoplanetas confirmados (EXOPLANETS.NASA.GOV, 2020). Estima-se que pelo menos metade dos sistemas com estrelas semelhantes ao Sol (tipo espectral FGK) tenham super-Terras em órbitas de período curto, entretanto, esse tipo de planeta não é presente no Sistema Solar (Discussão sobre o tema em IZIDORO; RAYMOND 2018). Portanto, estudar a origem e evolução desses sistemas de super-Terras é de muita relevância para a astronomia.

Entre as principais teorias para formação e evolução dos sistemas de super-Terras, destaca-se o modelo de migração planetária. Nesse modelo as super-Terras se formam distantes da estrela e devido a interação com o gás do disco protoplanetário ainda existente, as super-Terras migram até a borda interna do disco protoplanetário se estabelecendo em cadeias de ressonância de movimento médio (IZIDORO et al., 2017). Após a dissipação do disco, na maioria desses sistemas, ocorrem instabilidades (principalmente colisões) que provocam a quebra das correntes de ressonância (IZIDORO et al., 2017; IZIDORO et al., 2019). Até o momento, o modelo de migração é o modelo mais consistente para explicar os principais vínculos observacionais (IZIDORO et al., 2017; LAMBRECHTS et al., 2019; IZIDORO et al., 2019).

Durante todas fases de formação dos sistemas de super-Terras as colisões entre corpos têm papel importante para o resultado final. Simulações numéricas realizadas por integradores de N-corpos utilizando o modelo de migração são feitas considerando colisões como a fusão perfeita entre os dois corpos envolvidos, conservando massa e momento linear. Chambers (2013) mostrou que o

[1] Note que essa definição para super-Terras quentes inclui os chamados mini-Netunos com tamanho de 2 a 4 $R_\oplus$.

tratamento mais realístico das colisões (com efeitos como fragmentação) no estágio final de acreção dos planetas terrestres gera pouco impacto na configuração final dos sistemas. Entretanto, as super-Terras devem se formam mais cedo que os planetas terrestres (LAMBRECHTS et al., 2019), ainda na presença do disco de gás e apesar das colisões na presença do gás serem menos energéticas, é bastante possível que as colisões dessa fase gerem fragmentação. Logo, em decorrência do arrasto gasoso, os fragmentos gerados podem espiralar em direção a estrela e não mais ser acretados pelo embrião planetário originário. Além disso, os detritos resultantes de uma fase de instabilidades podem promover alterações nas configurações finais dos sistemas de super-Terras (e.g. Chatterjee e Ford 2015)

O objetivo principal desse trabalho é avaliar os resultados de um tratamento realístico de colisões sobre a formação de sistemas super-Terras no cenário do modelo de migração. Primeiro, implementamos um modelo para tratamento de colisões gigantes com fragmentação numa versão do integrador híbrido do pacote Mercury (CHAMBERS, 1999) modificada para simular formação e evolução de super-Terras segundo o modelo de migração (IZIDORO et al., 2017). O modelo para tratamento de colisões utilizado foi publicado por Leinhardt e Stewart (2011) e, até o momento, é o modelo de colisões gigantes mais completo da literatura. Depois da implementação, realizamos testes controlados para verificar a consistência do algoritmo implementado com o modelo. Por fim, utilizando do nosso novo algoritmo, realizaremos um conjunto de simulações da formação e evolução de super-Terras quentes e analisaremos os impactos comparando com simulações com condições iniciais idênticas, mas performadas com um modelo de colisão usual (perfeitamente agregativas).

1.1 DESCRIÇÃO

Iniciando no capítulo seguinte até o capítulo cinco escrevemos um referencial teórico contendo os temas que embasam essa dissertação. O capítulo dois descreve o processo de formação planetária com foco no contexto do modelo de migração. No terceiro capítulo explicitamos os métodos de observação de exoplanetas, a composição dos exoplanetas do tipo super-Terra e as características dos sistemas de super-Terras. A seguir, no quarto a capítulo revisamos a origem dos sistemas de super-Terras segundo o modelo de migração. Finalizando o referencial teórico descrevemos a colisão entre corpos no domínio gravitacional e o modelo de colisões gigantes e fragmentação utilizado nesse trabalho. No capítulo seis apresentamos e descrevemos os integradores e implementações usadas para realizar as simulações numéricas. O capítulo sete é exclusivo para descrever a implementação do algoritmo de colisão e fragmentação que foi realizada nesse trabalho. O oitavo capítulo contém os testes controlados e simulações preliminares que verificam o algoritmo implementado. No capítulo nove descrevemos as simulações e analisamos os resultados das simulações. Por fim, no capítulo dez apresentamos as conclusões desse estudo.

2 FORMAÇÃO PLANETÁRIA

O primeiro estágio de formação planetária tem início durante o crescimento da estrela no interior das nuvens moleculares. As regiões mais densas das nuvem moleculares adquirem alta opacidade promovendo um aumento muito grande de temperatura e pressão, suficiente para colapsar gravitacionalmente e criar uma protoestrela com equilíbrio hidrostático (SHU; ADAMS; LIZANO, 1987; ANDRÉ et al., 2014).

2.1 DISCOS PROTOPLANETÁRIOS

Durante a formação da estrela, devido à conservação do momento angular, gás e poeira – principais componentes da nuvem molecular – formam um disco que orbita a protoestrela conhecido como disco protoplanetário: um extenso "berçário"de protoplanetas. Esses discos são tridimensionais e tem sua espessura (h) diretamente proporcional à distância da estrela (r), propriedade essa conhecida como *flaring*, apesar disso, podem ser considerados geometricamente finos com $h \ll r$ (KENYON; HARTMANN, 1987; ARMITAGE, 2011). Segundo Williams e Cieza (2011), os discos são compostos por cerca de 99% gás e apenas 1% de grãos de poeira e gelo, sendo a quantidade de gás a principal diferença para discos circunstelares de detritos. Simulações magneto-hidrodinâmicas sugerem que esses discos tem uma borda interna (região com baixa densidade de gás) nas proximidades da estrela (ROMANOVA et al., 2003; BOUVIER et al., 2007). Observações e modelos de disco mostram que discos típicos se estendem por até algumas centenas de unidades astronômicas (WILLIAMS; CIEZA, 2011).

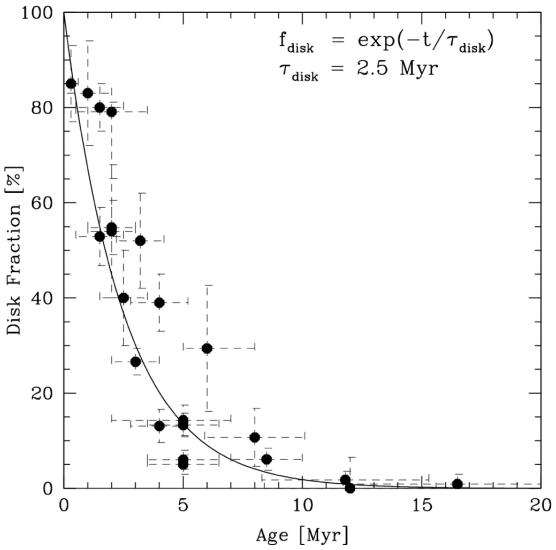
Inicialmente, os discos protoplanetários perdem massa principalmente devido à acreção na estrela. A taxa de acreção de massa na estrela depende da densidade superficial e da viscosidade do disco (ARMITAGE, 2011). A medida que a estrela se desenvolve a irradiação passa a ser um processo importante que leva a foto-evaporação das partículas pequenas do disco (ALEXANDER et al., 2014), portanto os discos protoplanetários tem um tempo de vida razoavelmente curto em escalas astronômicas.

Analisando dados espectroscópicos e fotométricos de “clusters” de estrelas (regiões formadoras de estrelas), Mamajek (2009) conseguiu obter a fração de estrelas jovens com disco protoplanetário presentes em cada cluster em função da idade desses clusters, que pode ser observada na Figura 1), obtendo um decaimento exponencial da presença de discos protoplanetários em clusters em função da idade. O tempo de vida característico dos discos para a curva é de 2,5 Ma.

A evolução temporal do disco protoplanetário (perda de massa via acreção na estrela e foto-evaporação) o torna menos opaco e portanto mais frio e também fino (BITSCH et al., 2015). Conforme o disco esfria as linhas de condensação dos elementos evoluem em direção a estrela (LECAR et al., 2006; MARTIN; LIVIO, 2012, e.g.). De acordo com Lodders (2003), as regiões mais internas do disco são ricas em ferro e silício, enquanto as regiões mais distantes da estrela contém elementos mais voláteis, como a água.

Diferentes métodos numéricos e experiências laboratoriais mostram que o contato direto entre grãos com tamanho da ordem de micrômetros leva à coagulação e ao crescimento de grãos maiores no

Figura 1 – Fração de estrelas com disco protoplanetário em função da idade dos clusters de estrelas



Fonte: Mamajek (2009)

disco, pedriscos da ordem de milímetros ou centímetros (POPPE; BLUM; HENNING, 2000; TESTI et al., 2014). Nesse estágio, o crescimento desses grãos é determinado através de interações atrativas do tipo eletrostática, magnética e principalmente devido as forças de Van der Vaals.

Um disco protoplanetário com gás e agora pedriscos da ordem de milímetros e centímetros (ao longo desse trabalho iremos referir a esses pedriscos como "*pebbles*"), tem limitações específicas que impedem o crescimento dos *pebbles* para corpos da ordem de quilômetros via colisões diretas num crescimento gradual (BIRNSTIEL; FANG; JOHANSEN, 2016). Partículas com tamanhos de algumas dezenas de centímetros ou alguns metros, em órbita kepleriana, experimentam uma forte força de arrasto devido à velocidade do gás ser um pouco menor que a velocidade orbital kepleriana (WHIPPLE, 1972; ADACHI; HAYASHI; NAKAZAWA, 1976; WEIDENSCHILLING, 1977), isso faz com que essas partículas percam energia e entrem em um movimento espiral em direção à estrela, esse efeito é conhecido como arrasto gasoso, onde sua velocidade radial depende fortemente de seu tamanho. Colisões entre objetos, por exemplo, com tamanhos na ordem de metro são, geralmente, energéticas o suficiente para promover fragmentação e erosão ao invés de crescimento planetário (KRIJT et al., 2015), frustrando assim a formação de corpos maiores. Na verdade, partículas com raio de 1 metro, próximas de 1 UA espiralariam até a borda interna do disco em aproximadamente 100 anos (WHIPPLE, 1972; ADACHI; HAYASHI; NAKAZAWA, 1976; WEIDENSCHILLING, 1977). Esse problema é bastante estudado na literatura e é popularmente conhecido como a "Barreira da escala de metro".

2.2 COLAPSO GRAVITACIONAL

A solução mais aceita atualmente para a barreira na escala de metro, invoca um mecanismo que promove simplesmente o crescimento de objetos com tamanho milimétrico ou centimétrico diretamente para objetos com tamanhos de até várias centenas de quilômetros, através da acreção coletiva de muitos corpos pequenos.

Conforme os *pebbles* espiralam em direção à estrela devido aos efeitos do arrasto gasoso, eles podem eventualmente ser acretados por regiões específicas do disco, que funcionam como uma zona de alta pressão. Vários mecanismos podem agir para criar zonas de alta pressão de forma eficiente no disco (DRKAŻKOWSKA; DULLEMOND, 2014; JOHANSEN; LAMBRECHTS, 2017). Por exemplo, uma concentração local de partículas de poeira leva a formação de um aglomerado. Quando mais concentrado um aglomerado se torna (ou seja, aumento da proporção de poeira em relação a proporção de gás), maior será sua velocidade orbital. Isso faz com que o efeito gerado pelo arrasto gasoso diminua, logo mais lento será seu deslocamento espiral em direção à estrela. Quando a velocidade orbital desse aglomerado se torna kepleriana ou maior, os *pebbles* passam a ser velozmente acretados pelo aglomerado, possibilitando a criação de regiões super-densas (JOHANSEN; YOUDIN, 2007). Se a densidade do aglomerado se tornar alta o suficiente para iniciar o colapso gravitacional, então colisões inelásticas e o arrasto gasoso o fazem dissipar energia e encolher. Para que o colapso ocorra é necessário que:

$$\frac{9\omega_r^2}{4\pi\rho_r G} < 1, \tag{2.1}$$

onde ω_r é velocidade kepleriana angular da região, ρ_r é a densidade média da região e G constante gravitacional. A equação acima é o critério de estabilidade de Toomre (TOOMRE, 1964) para colapso gravitacional. Esse mecanismo é chamado de *Streaming Instability* e ocorre de forma mais eficaz em regiões externas à linha de condensação da água (conhecida como "linha do gelo"), onde existem mais partículas grudentas como o gelo (DRKAŻKOWSKA; DULLEMOND, 2014).

O colapso gravitacional pode ser capaz de formar corpos da ordem de até 1000 quilômetros conhecidos como planetesimais, diretamente a partir de nuvens de partículas como os *pebbles*. Recentemente, simulações do colapso gravitacional de nuvens de *pebbles* mostraram que uma grande fração dos planetesimais produzidos são binários de tamanhos iguais. Os tamanhos e separações desses planetesimais são similares aos de objetos binários observados no Cinturão de Kuiper (NESVORNÝ et al., 2021).

A seguir, abordamos as fases intermediária e final de formação planetária, a formação dos embriões planetários e de planetas.

2.3 ESTÁGIOS INTERMEDIÁRIO E FINAL

A partir da formação de planetesimais com tamanhos quilométricos, o modo de crescimento subsequente que resulta em embriões planetários ou planetas pode ocorrer de duas formas: através de planetesimais acretando outros planetesimais ou planetesimais acretando *pebbles*.

2.3.1 Acreção de planetesimais

O cenário da acreção de planetesimais sugere que embriões planetários e planetas, são formados através de colisões diretas entre planetesimais. Existem 3 regimes definidos para o crescimento via colisão de planetesimais: *Runaway growth* onde planetesimais maiores crescem mais rápido que os menores, o *orderly growth* onde embriões planetários crescem aproximadamente a mesma velocidade e um regime intermediário chamado de *oligarchic growth*, onde os planetesimais maiores crescem

separadamente dependendo da quantidade massa na sua esfera de influência gravitacional. O maior problema desse clássico cenário, geralmente chamado de modelo da acreção do núcleo, é que o mesmo falha em explicar a formação do núcleo de planetas gigantes (LEVISON; THOMMES; DUNCAN, 2010).

Mesmo que planetesimais driblem de alguma forma os desafios discutidos anteriormente e atinjam massas de embriões planetários, através de crescimento gradual, é pouco provável que tais embriões planetários se tornem massivos o suficiente para se tornar núcleos de planetas gigantes antes da dissipação do gás nebular. Planetas gasosos gigantes se formam a partir da acreção de gás em um embrião planetário, ou núcleo planetário, com $\sim$10-15 $M_\oplus$ (POLLACK et al., 1996; LAMBRECHTS; LEGA, 2017). Modelos de formação de plantas gigantes sugerem que núcleos de planetas gigantes ao atingirem massas de $\sim$1 $M_\oplus$ perturbam significativamente planetesimais em torno de suas órbitas, espalhando esses objetos em órbitas excêntricas, eventualmente abrindo falhas na distribuição desses objetos. Esse processo tende a interromper o crescimento do núcleo (LEVISON; THOMMES; DUNCAN, 2010).

2.3.2 Acreção de *pebbles*

Se planetesimais se formaram razoavelmente cedo no disco protoplanetário, ainda deveria existir considerável reservatório e fluxo de *pebbles* no disco (TESTI et al., 2014, e.g.). *Pebbles* que espiralam em direção a estrela podem eventualmente cruzar a órbitas de embriões planetários em crescimento e serem acretados. Modelos de coagulação de grãos de poeira sugerem que discos protoplanetários tenham grandes reservatórios de *pebbles*, de até algumas centenas de massa da Terra que perduram até a dissipação do gás do disco (BIRNSTIEL; FANG; JOHANSEN, 2016). Os *pebbles* também foram observados em discos pelo telescópio ALMA (TESTI et al., 2014; ANSDELL et al., 2017). Com um fluxo de *pebbles* suficientemente alto um embrião com a massa da Lua, localizado a 5 UA da estrela, por exemplo, cresce até 10 $M_\oplus$ de forma extremamente rápida, em cerca de 100-500 Ka. Essa escala de tempo é consideravelmente inferior ao tempo de vida de discos ao redor de estrela jovens, resolvendo assim o problema na escala de tempo para a acreção de núcleos de planetas gigantes.

Embora a acreção de *pebbles* seja um modo bastante eficiente de crescimento de planetas corpos com uma determinada massa – denominada "massa de isolação" – modificam a estrutura do disco de gás criando em sua região co-orbital e ao seu redor, uma zona de alta pressão onde a velocidade orbital do gás se torna super-kepleriana, interrompendo o fluxo de *pebbles* e o seu próprio crescimento (LAMBRECHTS; JOHANSEN, 2014; MORBIDELLI; NESVORNY, 2012). Essa massa de isolação depende dos parâmetros do disco de gás, como a espessura do disco na região do planeta. No modelo de disco considerado no trabalho de Lambrechts e Johansen (2014) a massa de isolação em 5 UA é aproximadamente 20 $M_\oplus$.

2.3.3 Interação gravitacional entre planeta e disco de gás

A medida que determinado planeta cresce no disco de gás, sua interação gravitacional com o gás na sua vizinhança torna-se cada vez mais importante. O planeta perturba gravitacionalmente o gás do disco o que acarreta troca de momento angular entre o planeta e o gás (WARD, 1997; TANAKA;

WARD, 2004). Essa troca de momento angular leva geralmente ao amortecimento da excentricidade e inclinação orbital do corpo e a uma alteração no semi-eixo maior da órbita planetária, este último que chamamos de migração. A direção e magnitude da migração é resultado de um balanço entre torques oriundos das partes internas, externas e co-orbitais ao planeta, devido a troca de momento angular com o gás presente nessas regiões (GOLDREICH; TREMAINE, 1980). Nesse contexto a migração planetária devido à interação com um disco de gás pode ser dividida em três tipos dados em função dos parâmetros do disco, massa e configuração orbital do planeta.

- A migração tipo 1 ocorre quando o planeta é massivo o suficiente para excitar ondas de densidade no disco (planetas com massas iguais ou superiores a de Marte), mas não o suficiente para abrir uma falha no disco (veja critério para abertura dessa lacuna no disco em (CRIDA; MORBIDELLI; MASSET, 2006)). O resultado da perturbação do planeta é a atuação de diferentes torques sobre o planeta. A razão entre os torques externo, interno e co-orbital é complexa e o torque resultante pode gerar migração radial no sentido da estrela, no sentido oposto ou se anular, dependendo das propriedades do disco na região. Esse tipo de migração pode ser até uma ou duas ordens de grandeza mais rápida que o tipo 2, discutida a seguir (WARD, 1997).

- Numa migração de tipo 2 o corpo cresce o suficiente para abrir uma falha ao redor de si próprio, resultando assim numa migração mais lenta (CRIDA; MORBIDELLI; MASSET, 2006), numa escala que corresponde a escala de tempo da evolução viscosa do disco. A acreção de gás no planeta também se torna mais lenta a partir da abertura da falha no disco (WARD, 1997).

- Por fim a migração de tipo 3, é um estágio intermediário entre a migração do tipo 1 e 2, nesse caso, uma falha parcial é aberta pelo planeta. Esse tipo de migração envolve um torque co-rotacional entre o planeta e a parcela de gás co-orbital, esse tipo de migração é relativamente mais rápida que a tipo 2 e pode ocorrer em ambos sentidos na direção radial (MASSET; PAPALOIZOU, 2003).

2.3.4 Ressonância de movimento médio

Quando temos a formação de múltiplos planetas que migram devido a interação com o disco protoplanetário, podem ocorrer a formação de configurações ressonantes entre os planetas, nos casos onde a migração é convergente. Ressonâncias de movimento médio (RMM) são características dinâmicas importantes que podem ajudar a entender a origem e a futura evolução dinâmica de um sistema planetário.

No contexto desse estudo, uma RMM pode ocorrer se existir uma comensurabilidade entre a razão dos períodos orbitais entre planetas orbitando uma estrela. Em outra palavras, se T' representa o período orbital do planeta externo e T o período orbital do planeta interno, então a razão T'/T pode ser representada por uma razão de números inteiros. Por exemplo, um planeta interno com $T = 50$ dias e um externo $T' = 100$ dias:

$$\frac{T'}{T} = \frac{100}{50} = \frac{2}{1}. \tag{2.2}$$

A cada dois períodos completos do planeta interno, o externo completa um período de sua órbita, definindo assim uma comensurabilidade de razão de períodos de dois para um (2:1), ou seja uma possível RMM 2:1, onde a ordem da possível ressonância pode ser obtida simplesmente pela subtração dos números inteiros da ressonância: $2 - 1 = 1$. Para confirmar que tal comensurabilidade representa a ocorrência da ressonância em questão, temos que avaliar cada um das possíveis combinações para ângulos ressonantes.

Agora, de forma mais geral, seguindo Murray e Dermott (1999), consideramos dois planetas orbitando uma estrela em órbitas coplanares e circulares obtendo a seguinte relação:

$$\frac{n'}{n} = \frac{p}{p+q}, \tag{2.3}$$

onde n' é o movimento médio do planeta externo, n é o movimento médio do interno, p e q são inteiros e q é a ordem da ressonância em questão. Se num tempo $t = 0$ os planetas estão em conjunção, logo a próxima conjunção ocorrerá em:

$$nt - n't = 2\pi, \tag{2.4}$$

o período entre duas conjunções T_c será:

$$T_c = \frac{2\pi}{n - n'}. \tag{2.5}$$

De (2.3) temos que: $p(n - n') = qn'$, e então:

$$T_c = \frac{p2\pi}{qn'} = \frac{p}{q}T' = \frac{p+q}{q}T, \tag{2.6}$$

onde T e T' são os períodos orbitais dos planetas interno e externo, respectivamente, visualizamos a seguinte relação:

$$qT_c = pT' = (p+q)T, \tag{2.7}$$

se $q = 1$ temos que cada planeta completa um número inteiro de órbitas e as conjunções ocorrem sempre na mesma longitude do espaço inercial, se $q = 2$ somente a cada 2 conjunções teremos uma conjunção na mesma longitude do espaço.

Ainda, seguindo Murray e Dermott (1999) a forma geral do chamado argumento ressonante φ é dado por:

$$\varphi = j_1\lambda' + j_2\lambda + j_3\varpi' + j_4\varpi + j_5\Omega' + j_6\Omega, \tag{2.8}$$

onde, j_i são inteiros que determinam combinações lineares válidas para o ângulo φ. λ, ϖ e Ω são as longitudes orbitais do planeta em questão.

Um planeta está em ressonância exata com outro se $\dot{\varphi} = 0$. Podemos retornar a equação (2.4) se negligenciarmos qualquer variação das longitudes em $\dot{\varphi}$ e utilizando $j_1 = p + q, j_2 = -p$:

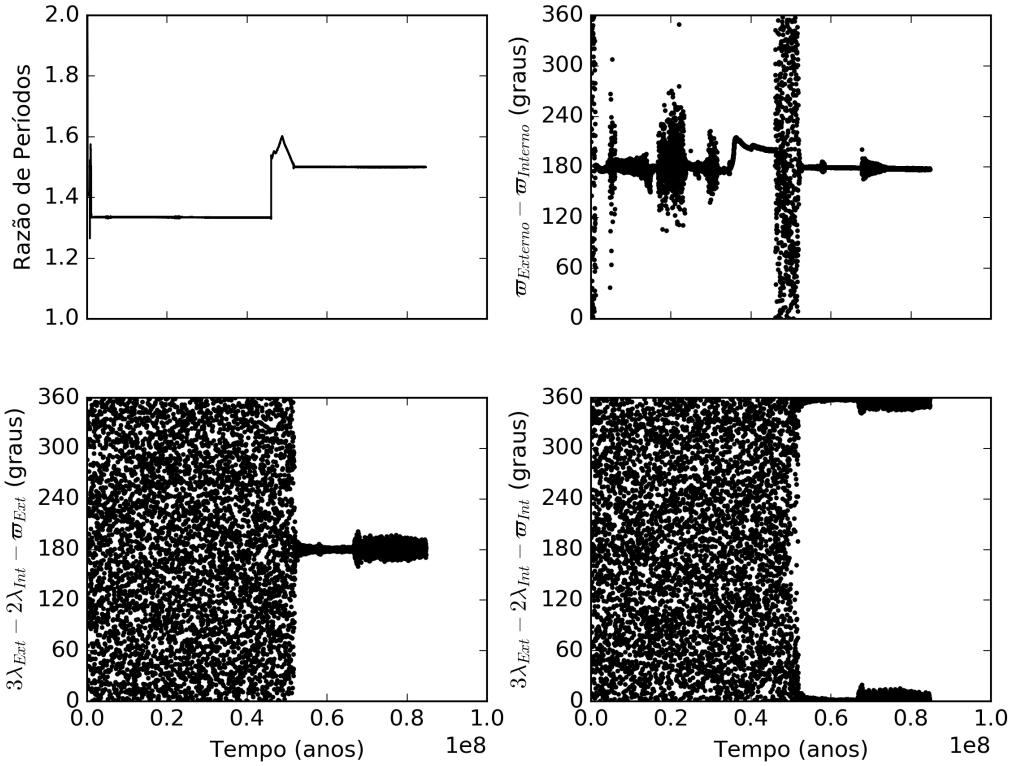
$$\dot{\varphi} \approx j_1 n' + j_2 n \approx 0 \tag{2.9}$$

$$(p+q)n' - pn = 0. \tag{2.10}$$

Ainda, diferentes combinações lineares determinam distintos argumentos ressonantes. A análise de cada um desses argumentos é necessária para determinar a ressonância, caso qualquer um desses argumentos esteja em libração (φ oscila numa amplitude limitada, ou seja, não circula), definimos então uma ressonância $p+q:p$.

Na Figura 2 mostramos a evolução dinâmica de um par de planetas sendo capturado em uma ressonância de movimento médio 3:2. Seguindo no sentido horário os painéis mostram: a razão de períodos entre o planeta externo e o interno, evolução da diferença entre as longitudes do pericentro, evolução do ângulo ressonante $3\lambda_{Ext} - 2\lambda_{Int} - \varpi_{Int}$. Neste caso, em particular, a captura acontece devido a uma instabilidade dinâmica no sistema, e não devido aos efeitos dissipativos do gás.

Figura 2 – Análise dos ângulos ressonantes para ressonância 3:2



Fonte: Produção própria.

3 EXOPLANETAS

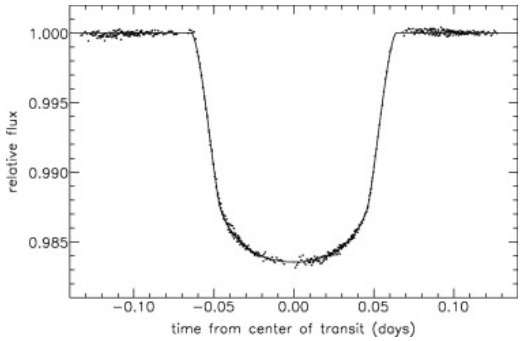
3.1 OBSERVAÇÃO DE EXOPLANETAS

Observar um planeta ao redor de uma outra estrela é uma tarefa árdua. Devido à enorme distância que nos encontramos de qualquer sistema e o fato de planetas serem corpos não luminosos, exoplanetas são objetos difíceis de se observar diretamente. Mesmo refletindo a luz da sua estrela próxima, atualmente é muito difícil obter imagens diretas de exoplanetas (com exceção de alguns raros sistemas de planetas gigantes distantes por várias dezenas de UA da estrela). Os métodos observacionais de exoplanetas que obtiveram mais sucesso (em número de planetas confirmados) até o momento são métodos indiretos. Existem pelo menos 8 métodos que foram capazes de detectar exoplanetas segundo o catalogo de exoplanetas (EXOPLANET.EU, 2018). A seguir descrevemos os métodos de maior sucesso, a detecção por Trânsito Primário e por Velocidade Radial.

3.1.1 Trânsito primário

Responsável por cerca de 76% dos exoplanetas descobertos e confirmados (EXOPLANETS.NASA.GOV, 2020), o método de trânsito primário ou trânsito fotométrico consiste em observar a radiação emitida pela estrela orbitada pelo planeta, quando o planeta transita, ele "cruza" a nossa linha de visão bloqueando parte da luz da estrela (SANTOS, 2008, p. 158). A Figura 3 mostra a variação do brilho da estrela durante o trânsito do planeta HD 209458 b.

Figura 3 – Variação do brilho da estrela durante o trânsito do planeta HD 209458 b



Fonte: Brown et al. (2001).

O trânsito pode ser observado se o plano orbital do planeta é aproximadamente paralelo com a nossa linha de visão. A probabilidade P de ocorrer o trânsito pode ser dada por:

$$\mathrm{P} \approx \frac{\mathrm{R_{estrela}}}{\mathrm{a_{planeta}}} \tag{3.1}$$

Onde R é o raio da estrela e a o semieixo da órbita do planeta para orbitas circulares.

A equação anterior sugere que é mais difícil observar o trânsito de planetas com longos períodos (órbitas com grande semi-eixo maior). Além disso, como já mencionado, a inclinação da órbita do

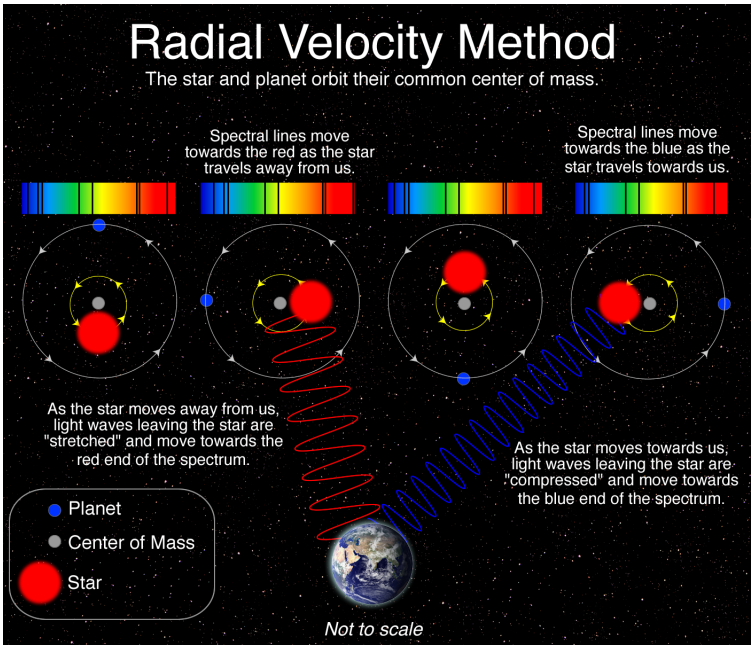
planeta em relação ao ponto de vista do observador tem um papel fundamental para a visualização do trânsito ou não.

Outro aspecto importante para a detecção de exoplanetas por trânsito, provém da variação do brilho da estrela em função do raio do planeta. Um planeta com tamanho da ordem de Júpiter ($R_{Jupiter} \sim 0{,}1\ R_{estrela}$) causa uma queda de aproximadamente 1% da luminosidade da estrela durante o trânsito. Planetas com o tamanho da Terra geram ainda variações ainda mais sutis o que exige uma alta sensibilidade fotométrica para se verificar trânsitos de planetas terrestres (SANTOS, 2008, p. 158). Em alguns casos a variação de luminosidade de estrelas binárias (eclipses binários) geram sinais idênticos aos observados no trânsito planetário (BOUCHY et al., 2005), criando os chamados falsos-positivos. É necessário previamente que se conheça com precisão as características da curva de luz da estrela. Nos dados observacionais da missão espacial Kepler, estima-se que menos de 10% das detecções correspondam a falsos positivos (LISSAUER et al., 2011a).

3.1.2 Velocidade radial

Outro importante método de detecção de exoplanetas é através da medida da oscilação da velocidade radial (em relação a nossa linha de visão) de uma estrela induzida por um planeta em órbita. Essa oscilação gera uma variação no desvio das linhas espectrais da estrela, por exemplo, uma estrela sozinha se afastando com velocidade constante teria um desvio para o vermelho fixo (efeito Doppler), mas devido a presença de um planeta essa velocidade radial oscila (pois a estrela orbita o centro de massa de seu sistema) e portanto o desvio das linhas espectrais também oscila (SANTOS, 2008, p. 157). Uma representação gráfica desse método é mostrada na Figura 4.

Figura 4 – Representação do método RV



Fonte: Las Cumbres Observatory (2018)

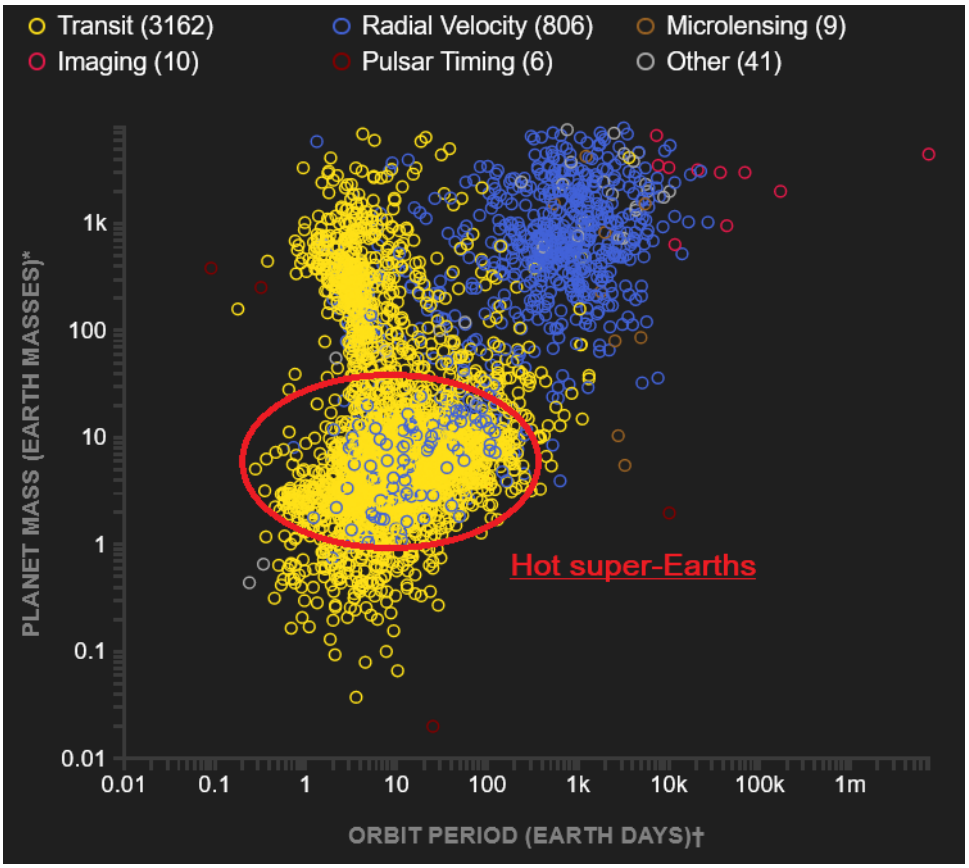
Esse método depende diretamente da inclinação da órbita do planeta, mas não é capaz de determina-la, logo a massa estimada do exoplaneta é uma massa mínima ($m_{min} = m_{real} sen(i)$). Portanto outro

método (e.g. trânsito ou análise do tempo de variação de trânsito) deve ser utilizado de forma complementar (quando possível) para determinar a inclinação da órbita e obter a massa real do planeta (STEVENS; GAUDI, 2013). Além disso, alguns tipos de estrelas com linhas espectrais não bem definidas o suficiente, ou que tenham variação dessas linhas devido à natureza da estrela são impeditivos dessa técnica (SANTOS, 2008, p. 157) e reforça a ideia de complementariedade dos métodos observacionais para uma melhor caracterização de planetas.

3.2 SUPER-TERRAS

Um tipo especial de exoplaneta alvo de muitas das pesquisas na área é conhecido como Super-Terra ou Super-Terra Quente. Estima-se que este tipo de planeta esteja presente em pelo menos 50% dos sistemas com estrelas similares ao Sol (Tipos FGK) (MAYOR et al., 2011; HOWARD et al., 2012) e estrelas menores (Tipo-M) (MULDERS; PASCUCCI; APAI, 2015). Super-Terras quentes são planetas com raios entre de 1 a 4 $R_{\oplus}$ (ou cerca de 1 a 20 $M_{\oplus}$) e órbitas com período orbital inferiores a $\sim$100 dias, por isso o adjetivo “quentes”.

Figura 5 – Exoplanetas confirmados



Fonte: Exoplanets.nasa.gov (2020)

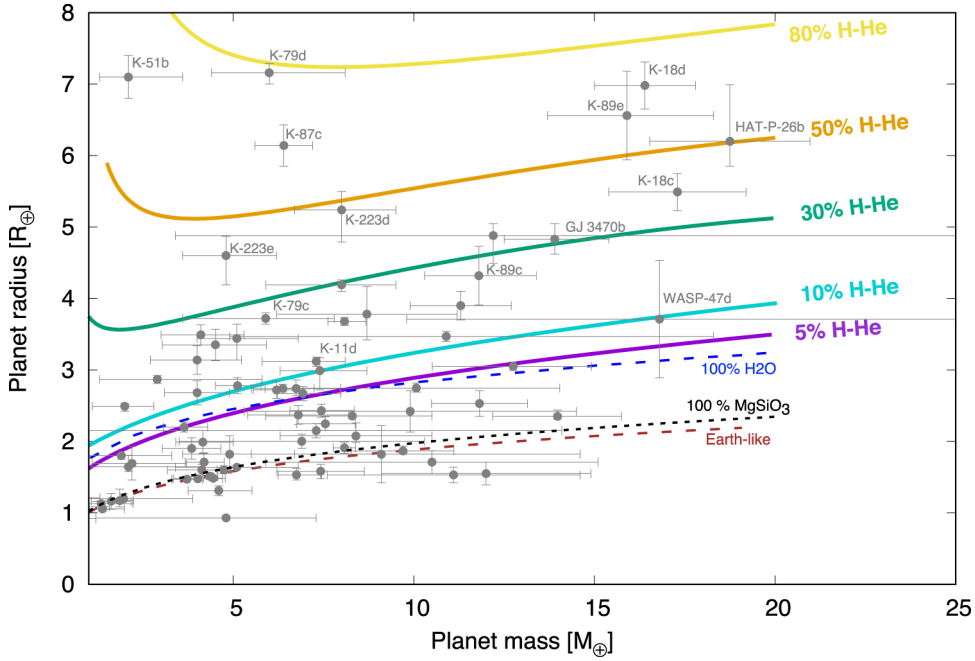
A Figura 5 mostra o catálogo da NASA sobre os exoplanetas confirmados até o momento. Nesta figura, cada circulo indica um exoplaneta confirmado de determinada massa e período orbital, onde uma razoável parcela desses exoplanetas têm massa e período orbital aproximados ou inferidos através de modelos massa-raio, como pode ser observado em Lissauer et al. (2011b). Ainda na Figura 5, estão

destacados os planetas classificados como super-Terras quentes. As cores dos pontos representam os métodos de detecção. A seguir faremos uma revisão de importantes temas para o estudo de super-Terras e seus sistemas planetários.

3.2.1 Composição de super-Terras

Caracterizar a composição de super-Terras quentes é difícil e requer a combinação de diferentes métodos de detecção. Observações por trânsito ou velocidade radial, combinadas com modelagens numéricas de TTVs (*Timing Transit Variation*) pode nos fornecer, com certa margem de erro, o raio e a massa dos exoplanetas observados. Atualmente, apenas alguns poucos sistemas de super-Terras quentes são bem caracterizados, como por exemplo o sistema Kepler-11 e TRAPPIST-1 (LISSAUER et al., 2011a; GILLON et al., 2017, e.g.). É comum modelos para composição do núcleo e atmosfera de planetas levar a soluções degeneradas, tornando muitas vezes difícil inferir a composição real de um planeta. Por exemplo, um planeta com uma baixa densidade pode ser caracterizado como tendo composição predominante de H_2O ou mesmo uma composição rochosa com uma atmosfera de Hidrogênio/Hélio (VENTURINI; HELLED, 2017).

Figura 6 – Relação massa-raio e curvas de composição de super-Terras

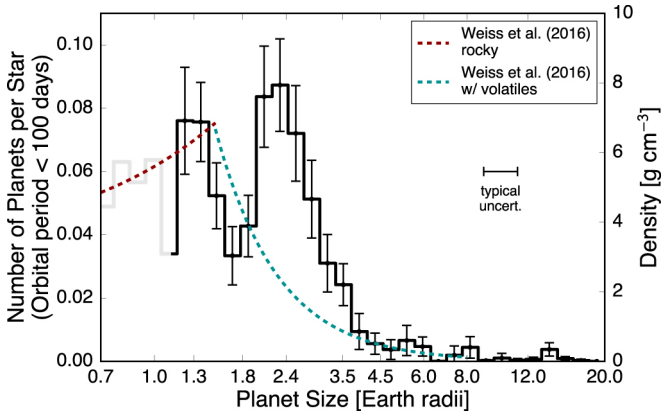


Fonte: Venturini e Helled (2017).

A Figura 6 mostra a relação massa-raio-físico de alguns exoplanetas. As curvas coloridas ilustram diferentes ajustes dependendo da composição dos planetas.

Análises da densidade média de algumas super-Terras bem caracterizadas sugerem que planetas com raio de 1,4 $R_\oplus$ apresentam uma densidade média de até 7,6 g/cm^3, valor de densidade parecido com o dos planetas rochosos do sistema solar (WEISS; MARCY, 2014). Essa anaĺise também sugere que a densidade cresce quase que linearmente com o raio até $\sim$1,5 $R_\oplus$ (linha vermelha na Figura 7). Planetas com raios físicos maiores do que $\sim$1,5 $R_\oplus$ apresentam baixas densidades.

Figura 7 – Curva de densidade (direita) e distribuição de planetas (esquerda) com diferentes raios físicos



Fonte: (FULTON et al., 2017)

Em suma, a Figura 7 mostra (linha azul) que quanto maior o planeta menor a sua densidade, o que sugere a presença de voláteis como H e He (WEISS; MARCY, 2014) como parte de sua composição. No entanto, note que esse figura também inclui planetas gigantes, com raios físicos maiores do que 4 $R_\oplus$. A seção a seguir mostra uma hipótese capaz de explicar o deficit de planetas com raios de aproximadamente $\sim$1,8 $R_\oplus$ nos dados observacionais.

3.2.2 Vale da foto-evaporação

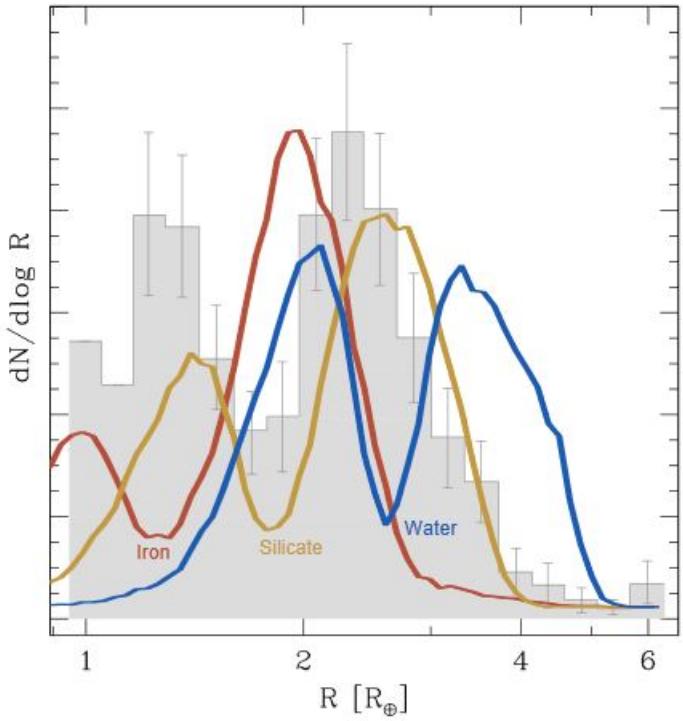
Estudos recentes sugerem a existência de um "vale" na distribuição da quantidade de planetas em função da dimensão do raio. Esse vale é chamado de "*vale da foto-evaporação*" e está localizado em torno de $\sim$1,8 $R_\oplus$.

Na Figura 7, também é possível observar uma maior abundância de planetas com raio $\sim$1,2 $R_\oplus$ e $\sim$2-4 $R_\oplus$.

A existência deste vale foi prevista por estudos que modelam a evolução da atmosfera de um planeta sob efeitos de forte radiação estelar (OWEN; WU, 2017; JIN; MORDASINI, 2018). Estes estudos utilizam simulações numéricas considerando planetas de diferentes tamanhos, composições de núcleo e envelopes (atmosfera), além de variados níveis de radiação estelar. Para planetas com núcleos rochosos e atmosferas compostas de H/He o modelo prevê que planetas com período orbital curto (menores do que 60 dias) – cujo o raio total do planeta (núcleo + envelope) é menor que o dobro do raio do núcleo – perdem massa do envelope numa escala de tempo relativamente menor do que aqueles onde o raio total seja maior do que o dobro do raio do núcleo. Assim, a evolução desses planetas sob efeitos de foto-evaporação gera uma distribuição bimodal em raio, com um grande número de planetas com raio do tamanho original do núcleo rochoso (planetas nus) e outro pico para planetas com envelope (OWEN; WU, 2017). Esse modelo sugere que os poucos planetas existentes no vale tem o tamanho máximo para planetas sem envelope puramente rochosos. Até o momento, a composição dos núcleos que melhor reproduz o a distribuição de raio no vale da foto-evaporação dos planetas do Kepler é a de núcleos compostos por combinação de silicatos e ferro (OWEN; WU, 2017), como ilustrado na Figura 8, onde em cinza temos a distribuição de planetas observados em função do raio

físico, enquanto as curvas indicam a mesma distribuição para planetas com núcleo de ferro, silicato e água simulados segundo o modelo de foto-evaporação de Owen e Wu (2017).

Figura 8 – Distribuição de planetas em função do raio físico



Fonte: Owen e Wu (2017)

Se esses modelos estiverem corretos, então, grande parte das super-Terras talvez tenham composições rochosas e tenham sido formadas dentro da região delimitada pela linha do gelo no disco protoplanetário. Entretanto, outros estudos mais recentes rebatem o conceito de que super-Terras sejam todas rochosas, mas que pelo menos um parte delas tenha composição rica em água (IZIDORO et al., 2017; ZENG et al., 2018). Esse assunto é um tópico de intenso debate atualmente.

3.2.3 Características dinâmicas de sistemas de super-Terras

Super-Terras são comumente observadas em sistemas com órbitas dinamicamente compactas e com múltiplos planetas (LISSAUER et al., 2011b, e.g.). Muito embora a missão Kepler tenha observado uma quantidade muito maior de sistemas com uma única Super-Terra do que sistemas com múltiplos planetas desse tipo, foi proposto recentemente, que esses sistemas com um único planeta transitando possuam na verdade outros planetas que não transitam (IZIDORO et al., 2017). Essa característica presente nos dados do Kepler é um importante vínculo para os modelos que procuram explicar a formação de sistemas de super-Terras. Essa dicotomia, onde as super-Terras observadas pelo Kepler sejam ou planetas solitários, ou estejam em sistemas de múltiplos planetas, é comumente referida como "*Kepler dichotomy*".

Uma das características dinâmicas mais importantes dos sistemas observados pela missão Kepler é que super-Terras quentes, apesar de terem órbitas compactas, possuem órbitas que geralmente não estão em ressonâncias de movimento médio (ou simplesmente em ressonância), exceto por alguns

poucos sistemas bastante peculiares como, por exemplo, os planetas no sistema Kepler-223 (MILLS et al., 2016). Uma forma quantitativa de representar essa característica é calculando a distribuição da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes, essa distribuição mostra que os sistemas observados não estão próximos das ressonâncias de primeira ordem (LISSAUER et al., 2011b). Essa característica é um forte vínculo para modelos de formação e dinâmica planetária que tentam explicar a origem desses sistemas de super-Terras.

No próximo capítulo, dissertaremos sobre alguns modelos que procuram reproduzir os principais vínculos citados neste capítulo, com foco no modelo de migração, modelo que utilizamos nesse trabalho.

4 ORIGEM DOS SISTEMAS DE SUPER-TERRAS

Para validar um modelo de formação e dinâmica de sistemas de super-Terras, vimos no último capítulo, que importantes vínculos observacionais que descrevem as características desses sistemas devem ser reproduzidos por esses modelos teóricos. O modelo mais válido é obviamente aquele que reproduz de forma mais consistente os dados observacionais a partir de uma abordagem auto-consistente. Em seguida listamos três importantes vínculos observacionais:

- distribuição da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes, com sistemas de super-Terras em sua maioria não-ressonantes;
- dicotomia da distribuição de sistemas com multiplicidade de super-Terras, chamada de "*Kepler dichotomy*";
- composição das super-Terras.

Nos últimos 10 anos, vários modelos foram propostos para explicar a origem e a dinâmica dos sistemas de super-Terras, mas poucos modelos ainda são considerados viáveis (RAYMOND; COSSOU, 2014; IZIDORO et al., 2017). Um modelo para formação de sistemas de super-Terras ainda muito debatido conhecido por crescimento "*in-situ*", foi várias vezes declarado inconsistente. Esse modelo invoca um disco extremamente denso nas proximidades da estrela para que Super-Terras se formem onde são observadas. Planetas se formando nesse ambiente massivo e na parte interna do disco cresceriam de forma extremamente rápida, durante a fase de vida do disco protoplanetário (OGIHARA; MORBIDELLI; GUILLOT, 2015). Esses planetas, então, deveriam interagir com o disco de gás nebular e migrar, portanto, eles não teriam se formado propriamente in-situ, mas sim migrado. Esse aspecto é geralmente ignorado nas simulações desse modelo, o tornando inconsistente (RAYMOND; COSSOU, 2014; OGIHARA; MORBIDELLI; GUILLOT, 2015).

Atualmente, os modelos mais aceitos para explicar a origem de super-Terras quentes dados são o "*migration model*" e o "*drift model*".

O *drift model* é um modelo inicialmente promissor, mas ainda em fase de desenvolvimento prematura. Nele é proposto que *pebbles* espiralando em direção ao corpo central devido os efeitos do arrasto gasoso alcançam uma zona de alta pressão no disco, provavelmente próximo a borda interna disco. Lá, podem se concentrar e eventualmente colapsaram em planetesimais (como no caso da *streaming instability*) e até mesmo um planeta. Devido a formação desse corpo, uma segunda zona de alta pressão é criada externamente a órbita da anterior e o processo se repete até o reservatório ou produção de *pebbles* se esgotar (CHATTERJEE; TAN, 2014; TAN et al., 2016).

O *migration model* ou, em português, modelo de migração, sugere que os chamados embriões planetários crescem distantes da estrela e devido aos efeitos da interação gravitacional com o disco migram (migração tipo 1) até que, em alguns casos, atingem a borda interna do disco protoplanetário. Na borda interna do disco o ingrime gradiente de densidade superficial do gás cria uma região onde o torque é positivo que tende a evitar que o planeta migre para a cavidade interna do disco (MASSET et

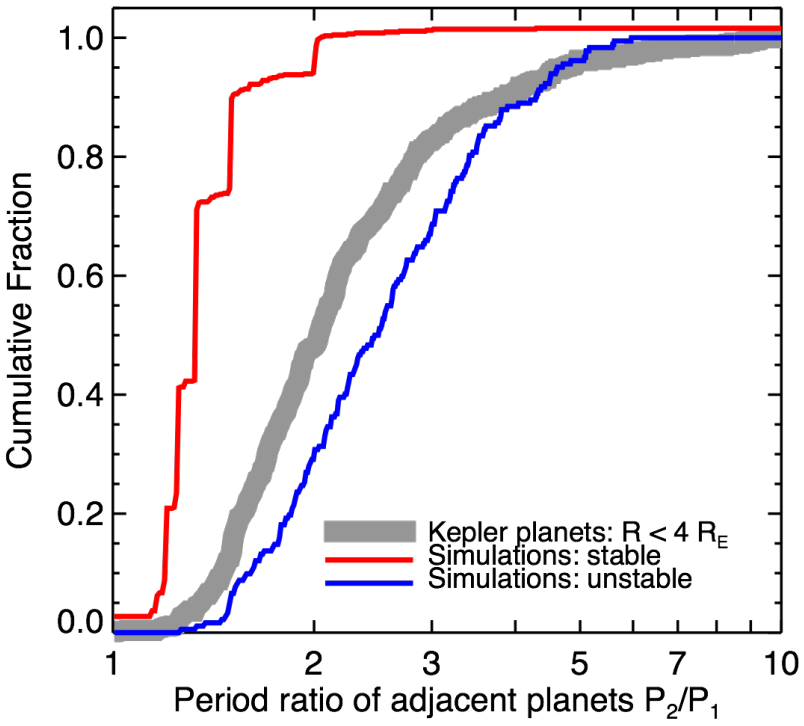
al., 2006; ROMANOVA et al., 2003). Isso pode ser verificado no mapa de migração do modelo de disco da Figura 16.

Ao final da dissipação do disco gasoso os sistemas de super-Terras quentes, geralmente se encontram em fortes ressonâncias de movimento médio, próximas à borda interna do disco protoplanetário (IZIDORO; MORBIDELLI; RAYMOND, 2014). Esses sistemas podem se tornar dinamicamente instáveis, uma vez que, o gás do disco gasoso se dissipa, devido à ausência de efeitos dissipativos oriundos da interação com gás que amortecem as excentricidades e inclinações orbitais dos planetas em ressonâncias (TANAKA; WARD, 2004). Isso pode desencadear quebras de ressonância e então instabilidades como colisões e ejeções (principalmente colisões, devido a alta velocidade escape necessária para uma ejeção em regiões próximas a estrela). Existem na literatura diversos mecanismos estudados que podem retirar os pares de planetas das ressonâncias, entre eles dissipação por maré, relatividade geral e espalhamento de detritos ou planetesimais (BOLMONT et al., 2014; GOLDREICH; SCHLICHTING, 2014; CHATTERJEE; FORD, 2015). Quando as ressonância são quebradas, órbitas anteriormente extremamente compactas se tornam mais espaçadas umas das outras. Em outras palavras, as razões de períodos de planetas adjacentes aumentam se ressonâncias são quebradas.

Discutiremos agora os resultados do modelo de migração perante aos vínculos observacionais citados no início desse capítulo.

4.1 RAZÃO DE PERÍODOS ORBITAIS ENTRE PARES DE PLANETAS ADJACENTES

Figura 9 – Distribuição da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes observada comparado as simulações estáveis (*stable*) e instáveis (*unstable*) por Izidoro



Fonte: Izidoro et al. (2019)

Izidoro et al. (2019) realizou um grande número de simulações no contexto do modelo de migração para estudar a formação de super-Terras quentes. Esse modelo é conhecido como *Breaking the Chains*.

A Figura 9 mostra a razão de período das simulações de sistemas de super-Terras quentes observadas e simulações de Izidoro et al. (2019). A curva *stable* representa as simulações estáveis, onde os sistemas planetários não passam por instabilidades pós-dissipação do disco de gás. Como esperado essas simulações tem vários pares de planetas ressonantes (comensurabilidade da razão de períodos típicas: 1,33; 1.5; 2) em sistemas com órbitas curtas e compactas. A curva *unstable* representa os sistemas instáveis, ou seja, que sofreram instabilidades pós-dissipação do disco. Os sistemas instáveis são menos populosos, pouco compactos e não-ressonantes. Segundo Izidoro et al. (2019) se assumirmos uma proporção de que apenas 5% a 10% de sistemas que permaneçam estáveis depois da dissipação do disco, é possível verificar que os resultados do modelo são compatíveis com os dados observacionais, em termos da distribuição de períodos orbitais de planetas adjacentes. Em Izidoro et al. (2017) apenas 50% dos sistemas se tornaram instáveis, enquanto que em alguns modelos de sistemas de super-Terras de Izidoro et al. (2019), até $\sim$95% dos sistemas sofreram instabilidades após a dispersão do disco de gás.

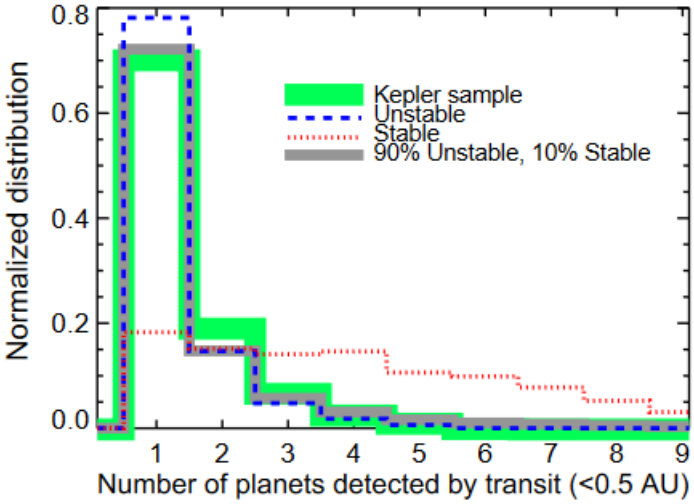
Outros mecanismos – como os citados anteriormente – que não foram implementados em Izidoro et al. (2017) e Izidoro et al. (2019) podem ser importantes formas de quebrar as cadeias ressonantes e auxiliar o modelo a reproduzir a distribuição de períodos entre pares de planetas adjacentes, independentemente do sistema se tornar instável ou não.

4.2 DICOTOMIA DA MULTIPLICIDADE DE PLANETAS NOS SISTEMAS

O modelo de migração seguido pela instabilidade dinâmica de sistemas de super-Terras quentes sugere que a "*Kepler Dichotomy*" seja um resultado observacional (IZIDORO et al., 2017; IZIDORO et al., 2019).

Sistemas que não tiveram instabilidades dinâmicas após a dissipação do disco de gás, tendem a ter múltiplas Super-Terras em ressonância de movimento médio e em órbitas com baixas inclinações mútuas. Planetas com baixas inclinações são mais facilmente observados por trânsito, enquanto os sistemas que se tornaram instáveis teriam planetas com inclinações mútuas altas e tem pouca probabilidade de serem observados em trânsito, de modo que, é mais provável que apenas uma Super-Terra seja observada nesse tipo de sistemas. Apesar disso, existem alguns casos incomuns de sistemas que mesmo após sofrer instabilidades, mantém um alto grau de coplanaridade (ESTEVES et al., 2020).

Figura 10 – Dados observacionais da *Kepler Dichotomy* comparados aos dados simulados e a proporção proposta por Izidoro



Fonte: Izidoro et al. (2017)

Na Figura 10, temos em verde a distribuição normalizada da multiplicidade de planetas em sistemas observados pelo Kepler, em cinza temos as simulações de sistemas de super-Terras realizadas por Izidoro et al. (2017), com a mesma proporção de sistemas estáveis/instáveis do primeiro vínculo (10% estáveis e 90% instáveis). O método usado para verificar se os planetas dos sistemas simulados são observados por trânsito é um modelo simplificado, mas preciso que simula o trânsito geométrico dos planetas produzidos pelas simulações.

4.3 COMPOSIÇÃO DAS SUPER-TERRAS FORMADAS POR MIGRAÇÃO

As partes externas de discos protoplanetários são provavelmente mais massivas do que as partes internas, devido ao aumento da densidade de sólidos em razão da condensação de voláteis em regiões além da linha do gelo (WEIDENSCHILLING, 1977; STEVENSON; LUNINE, 1988). Espera-se que embriões planetários crescendo além da linha do gelo sejam mais massivos do que aqueles crescendo nas regiões relativamente mais quentes (KOKUBO; IDA, 2000; JOHANSEN; LAMBRECHTS, 2017). Objetos mais massivos migram, em geral, mais rapidamente, no contexto de migração do tipo-I.

Considere agora que esse embriões planetários sejam os precursores das super-Terras quentes. Seria natural, então, esperar que super-Terras quentes sejam compostas predominantemente por voláteis e água/gelo (RAYMOND; BARNES; MANDELL, 2008). Entretanto, alguns mecanismos podem produzir alterações nesse cenário. Colisões entre embriões ou entre embriões e planetesimais podem ser capazes de reduzir a acreção de voláteis via erosão (INAMDAR; SCHLICHTING, 2016) ou aquecimento (HUBICKYJ; BODENHEIMER; LISSAUER, 2005). Para super-Terras que migram para regiões suficientemente próximas da estrela efeitos como a foto-evaporação (abordado na seção 3.2) podem contribuir alterando a composição final do planeta.

Sabe-se que o modelo de migração não implica necessariamente que super-Terras quentes tenham composição exclusivamente rica em água e que na verdade o modelo é consistente com uma diversidade

de composições e combinações de arranjamentos orbitais. Embriões massivos e ricos em água originados das regiões externas do disco, quando migrando em direção à estrela, podem capturar outros planetas interiores rochosos e menos massivos, que migram de forma mais lenta e "pastoreá-los" até a borda interna do disco. Esse processo geralmente leva a colisões entre os embriões produzindo um planeta rochoso interno à órbita do "planeta pastoreiro" e aumentando a diversidade de composições possíveis para os sistemas de super-Terras (RAYMOND et al., 2018).

Além disso, a composição das super-Terras formadas via migração é fortemente dependente das configurações do disco protoplanetário em questão. Alguns modelos com propriedades do disco, fluxo e tamanho de *pebbles* singulares são capazes de formar super-Terras rochosas mesmo no contexto do modelo de migração (p. ex. Izidoro et al. 2019).

5 COLISÃO ENTRE CORPOS NO DOMÍNIO GRAVITACIONAL

Como evidenciado nos capítulos anteriores, todos os estágios da formação e evolução planetária envolvem colisões entre corpos. Colisões também são determinantes para alterar a composição e atmosfera de corpos durante e/ou após sua formação (O'NEILL; PALME, 2008). Para diferentes estágios e tamanhos de corpos as colisões podem levar ao eficiente crescimento desse corpos ou não (p. ex. Chambers 2004). É comum na literatura os corpos serem classificados em dois regimes conhecidos como domínio gravitacional e domínio de força. Dizemos que determinado corpo está no regime do domínio gravitacional, quando a erosão deste é controlada principalmente pela superação da atração gravitacional do próprio corpo. Enquanto no domínio de força a erosão é dominada pela capacidade de superar as forças agregativas do próprio material. Corpos com tamanhos superiores a 100m, por exemplo, estão geralmente dentro do regime de gravidade (p. ex. Melosh e Ryan 1997), as colisões diretas entre esses corpos são conhecidas como colisões gigantes (LEVISON; THOMMES; DUNCAN, 2010; LEINHARDT; STEWART, 2011). Essas colisões produzem resultados que são frequentemente do tipo agregativos para massa do corpo resultante. Por exemplo, corpos com ordem de tamanho de 100 Km podem crescer até uma ordem de tamanho de 1 massa da lua ($\tilde{3}$500 Km) numa escala de tempo da ordem de 1 Ma via colisões (KOKUBO; IDA, 2002).

Durante o crescimento de planetesimais via acreção de planetesimais as colisões individuais levam a diferentes resultados como: erosão/fragmentação, fusão/acreção, ruptura, ruptura super-catastrófica e eventos do tipo colisões inelásticas conhecidos como *hit-and-run*. O resultado de uma colisão gigante depende de condições específicas no momento impacto: tamanho e massa do corpo alvo e do corpo projétil, parâmetro de impacto, velocidade de impacto e propriedades internas do alvo e do projétil (por exemplo: densidade e dureza do material de composição) (LEINHARDT; STEWART, 2011).

É comum verificar na literatura modelos simplificados para colisões gigantes, onde o resultado das colisões é sempre perfeitamente agregativo sendo uma fusão perfeita entre os corpos (p. ex. Kokubo e Ida 2002), ou modelos onde a fragmentação é modelada estatisticamente (p. ex. Kenyon e Bromley 2008). Fusão perfeita é comumente utilizada nos trabalhos que envolvem dinâmica planetária/planetesimal e fazem uso simulações numéricas em integradores de N-corpos. Devido às velocidades dos encontros entre corpos – no regime de colisões gigantes – variarem entre 1 e 3 vezes a velocidade de escape mútua dos corpos (AGNOR; CANUP; LEVISON, 1999), boa parte desses integradores assumem que a colisão entre dois corpos tem como resultado um único corpo contendo a soma das massas dos corpos interagentes e conservando o momento linear (p. ex. Chambers 1999).

Apesar disso, simulações mostraram que, para colisões oblíquas entre corpos com velocidades pouco acima das velocidades de escape mútuas, é comum se obter eventos de espalhamento do tipo *hit-and-run* (AGNOR; ASPHAUG, 2004; ASPHAUG; AGNOR; WILLIAMS, 2006). Alguns estudos foram capazes de definir uma transição entre os regimes de colisões de Fusão Perfeita e *hit-and-run* utilizando um grande conjunto de simulações de impacto entre corpos via Hydrocode (KOKUBO; GENDA, 2010; GENDA; KOKUBO; IDA, 2011).

A seguir, iremos descrever um modelo recente de colisões gigantes utilizado neste trabalho. Muitos

dos trabalhos com fragmentação em colisões gigantes posteriores a publicação do modelo o utilizam como base, por exemplo Stewart e Leinhardt 2012, Chambers 2013 e Poon et al. 2020.

5.1 MODELO LS12

Em 2011, Leinhardt e Stewart desenvolveram um modelo analítico a partir de um conjunto de dados empíricos produzidos por simulações numéricas de N-corpos. Neste trabalho chamamos esse modelo de LS12[1]. As simulações foram realizadas no integrador PKDGRAV, autoria de Stadel (2001). O integrador utiliza partículas esféricas indestrutíveis de tamanho finito que interagem gravitacionalmente entre si, de forma que quando agregadas compõem corpos maiores. As partículas tem raio e massa fixos e realizam entre si colisões inelásticas (LEINHARDT; STEWART, 2011). Esse modelo é capaz de obter uma predição dos resultados das colisões, das transições entre os regimes de colisão, de velocidade e tamanho dos fragmentos e dos maiores corpos remanescentes.

Para realizar a predição do resultado da colisão, entre um corpo projétil (de menor massa) e um corpo alvo (de maior massa), o modelo exige os seguintes parâmetros iniciais: a razão de massa entre o projétil e o alvo ($\gamma = M_p/M_a$); velocidade de impacto (V_i); o ângulo de impacto (θ); posições relativas ao centro de massa do sistema alvo + projétil; densidade/tamanho e material de composição (STEWART; LEINHARDT, 2012).

A seguir explicitamos de maneira resumida as equações que definem as divisas ilustradas no mapa dos regimes de colisões na Figura 11. Devido a necessidade de um estudo que abordasse colisões entre corpos de tamanhos semelhantes, Stewart e Leinhardt (2009) introduziram Q_R (onde adota-se R como prefixo de massa reduzida) que é a energia específica do impacto calculada no centro de massa da colisão e o critério de ruptura (Q^*), que é a energia específica do impacto necessária para que o maior remanescente da colisão tenha metade da massa do corpo alvo (LEINHARDT; STEWART, 2011):

$$Q_R = \frac{\mu V_i^2}{2M_{tot}}, \tag{5.1}$$

onde $\mu = M_p M_a / M_{tot}$ é a massa reduzida; $V_i = V_p + V_a$ velocidade do impacto; M_{tot} é a massa total.

Segundo Stewart e Leinhardt (2012), as divisas entre os regimes de acreção e erosão parcial são definidas pelo critério de ruptura catastrófica (Q^*_{RD}), onde no domínio gravitacional (subscrito D) o critério de ruptura catastrófica para uma colisão frontal tem a forma derivada por Housen e Holsapple (1990):

$$Q^*_{RD} = q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} V^{*2-3\bar{\mu}}, \tag{5.2}$$

onde ${R_{C1}}^2$ é o raio esférico calculado a partir da massa combinada dos dois corpos com densidade de

[1] LS decorre dos sobrenomes das autoras do artigo de criação, o número 12 se refere ao ano de publicação dos resultados do modelo em Stewart e Leinhardt (2012)

[2] Também introduzido para o estudo de corpos com tamanhos similares (STEWART; LEINHARDT, 2009)

$\rho_1 \equiv 1000 kgm^{-3}$; G é a constante gravitacional; V^* é a velocidade crítica de impacto (onde, se V^* = V_i, então $Q^*_{RD} = Q_R$ para determinados R_{C1} e massas); O coeficiente q_g provém dos dados de melhor ajuste do modelo e é da ordem de 1, ele será definido mais abaixo; $\bar{\mu}$ é o expoente da velocidade no parâmetro de acoplamento de fonte pontual definido por Housen e Holsapple (1990).

Leinhardt e Stewart ajustaram o valor de $\bar{\mu} = 0{,}36 \pm 0{,}01$ através das simulações numéricas do modelo LS12 no regime gravitacional para materiais variados[3].

Utilizando a velocidade crítica de impacto (V^*) expressa a seguir, podemos inferir um critério de ruptura (Q^*_{RD}) inicialmente para colisões frontais e corpos de massas idênticas ($\gamma = 1$). Posteriormente, poderemos usá-lo como referência e estender para outros parâmetros de impacto (ou ângulos de impacto) (STEWART; LEINHARDT, 2012).

$$V^*_{\gamma=1} = \left(\frac{32\pi c^*}{5}\right)^{1/2} (\rho_1 G)^{1/2} R_{C1}, \tag{5.3}$$

e

$$Q^*_{RD,\gamma=1} = \frac{4c^*\pi}{5} \rho_1 G R^2_{C1}, \tag{5.4}$$

onde c^* é um parâmetro adimensional devido ao material. Em LS12 esse parâmetro foi ajustado como $c^* = 1{,}9 \pm 0{,}3$ para corpos fluidos e $c^* = 5 \pm 2$ para corpos sólidos (STEWART; LEINHARDT, 2012). A equação (5.4) é chamada de "curva principal de ruptura".

Combinando as equações (5.3) e (5.4) com a equação (5.2), temos que o coeficiente q_g será expresso em termos das propriedades dos materiais da seguinte forma:

$$q_g = \frac{1}{8}\left(\frac{32\pi c^*}{5}\right)^{3\mu/2}. \tag{5.5}$$

É importante notarmos que na equação (5.2) temos toda energia cinética do projétil aplicada sobre o corpo alvo, e obviamente isso estará quase sempre incorreto devido à geometria (parâmetro de impacto) e a razão de massa γ da vasta maioria das colisões (STEWART; LEINHARDT, 2012).

Para colisões oblíquas, é possível derivar do modelo analítico LS12 a fração de massa do projétil que efetivamente interage na colisão definindo o fator α com a seguinte forma (STEWART; LEINHARDT, 2012):

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{se } R_a > b(R_p + R_a) + R_p, \\ \frac{(3R_p - l)(l^2)}{4R_p^3} & \text{caso contrário,} \end{cases} \tag{5.6}$$

onde ρ é a densidade do projétil; $b = \sin\theta$ é o parâmetro de impacto, definido como b = 0 para colisões frontais. $l/2R_p$ é a fração do diâmetro do projétil que sobrepõe o corpo alvo e portanto interage

[3] embora existam ressalvas quanto ao valor para materiais mais duros que tendem a ter dispersão de energia por rotação e uma massa interagente maior, veja em Leinhardt e Stewart (2011)

efetivamente, sendo l a parcela do projétil que intercepta o corpo alvo. R_p e R_a são raio do projétil e do alvo, respectivamente. O ângulo de colisão (θ) e a fração de massa sobreposta (α) são definidos no ponto do primeiro contato dos corpos esféricos (STEWART; LEINHARDT, 2012). A Figura 20 ilustra a geometria e algumas grandezas citadas aqui. Com isso, obtemos a massa reduzida interagente (μ_α):

$$\mu_\alpha = \frac{\alpha M_p M_a}{\alpha M_p + M_a}. \tag{5.7}$$

Agora, o critério de ruptura e a velocidade de impacto crítica para razões de massa específicas (γ) e diferentes parâmetros de impacto (b) são obtidas ajustando a curva principal de ruptura para massas iguais e colisões frontais (5.3 e 5.4) (STEWART; LEINHARDT, 2012).

Portanto, para um projétil menor que o corpo alvo obter ruptura, a velocidade de impacto e o critério de ruptura catastrófica devem aumentar para:

$$V^* = \left[\frac{(\gamma+1)^2}{4\gamma}\right]^{1/(3\bar{\mu})} V^*_{\gamma=1}, \tag{5.8}$$

e

$$Q^*_{RD} = \left(\frac{V^*}{V^*_{\gamma=1}}\right)^{2-3\bar{\mu})} Q^*_{RD,\gamma=1}, \tag{5.9}$$

$$= \left[\frac{(\gamma+1)^2}{4\gamma}\right]^{2/(3\bar{\mu})-1} Q^*_{RD,\gamma=1}. \tag{5.10}$$

Em seguida, reobtermos a expressão para o critério de ruptura catastrófico, levando em conta a massa interagente do projétil devido ao ângulo de impacto (Q'^*_{RD}):

$$Q'^*_{RD} = \left(\frac{\mu}{\mu_\alpha}\right)^{2-3\bar{\mu}/2} Q^*_{RD}. \tag{5.11}$$

E a expressão da velocidade de impacto crítica (eq. 5.1 com Q'^*_{RD}, isolando a velocidade) que agora leva em conta o ângulo de impacto e a razão de massas:

$$V'^* = \sqrt{2Q'^*_{RD} M_{tot}/\mu}, \tag{5.12}$$

Por fim, as equações (5.11) e (5.12) são funções de R_{C1}, razão de massas em μ, do parâmetro de impacto em μ_α e mais dois parâmetros ajustados no modelo em c^* e $\bar{\mu}$, que estão relacionados ao material e sua dispersão de energia. Os regimes de colisões resultantes podem ser classificados por (STEWART; LEINHARDT, 2012):

- velocidade de escape mútua;
- critério de ruptura;
- parâmetro de impacto.

É importante notar que para o cálculo da velocidade de escape mútua é utilizada a soma das massas interagentes, ou seja, massa interagente do projétil somada a massa do alvo ($M'_{tot} = \alpha M_p + M_a$).

Tabela 1 – Regimes de colisão

Regime de Colisão	Ruptura	Parâmetro de Impacto
Fusão Perfeita	fusão	não-raspão
Erosão Parcial	com ruptura	não-raspão
Acreção Parcial	com ruptura	não-raspão
Super-catastrófico	com ruptura	não-raspão
Hit-and-Run Puro	sem ruptura	raspão
Hit-and-Run Erosivo	com ruptura	raspão
Graze-and-Merge	fusão	raspão

Fonte: Produção própria, dados de Leinhardt e Stewart (2011).

Quando a velocidade de impacto é inferior a velocidade de escape mútua é assumido a fusão perfeita dos corpos (LEINHARDT; STEWART, 2011).

5.1.1 Caracterização dos regimes de colisão

Usando do modelo analítico descrito acima, Leinhardt e Stewart caracterizaram os regimes de colisão e suas transições empíricas. A tabela 1 apresenta os principais regimes de colisões caracterizados pelo modelo.

Para velocidades de impacto abaixo da seguinte velocidade de escape mútua de referência:

$$V'^{*} = \sqrt{2GM'_{tot}/(R_p + R_a)}, \tag{5.13}$$

têm-se os regimes resultantes divididos entre colisões em raspão e colisões não-raspão (*grazing* e *non-grazing*). As colisões nos regimes do tipo raspão são caracterizadas por um parâmetro de impacto maior. Isso torna a colisão menos catastrófica e consequentemente com menor fragmentação. O regime de transição entre os regimes raspão e não-raspão (linha vermelha, Figura 11) é dado por um b_{crit} segundo Asphaug, Jutzi e Movshovitz (2011):

$$b_{crit} = \frac{R_a}{R_a + R_p}. \tag{5.14}$$

Para colisões do tipo não-raspão ($b < b_{crit}$) a transição do regime de fusão perfeita para os regimes de ruptura é feita com o aumento da velocidade de impacto.

Os regimes de ruptura são definidos em Leinhardt e Stewart (2011) como colisões nas quais a energia do impacto é suficiente para resultar numa fragmentação entre 10% e 90% da massa total. Nesses regimes (fundo branco e azul claro, Figura 11) os resultados podem ser erosão parcial ou acreção parcial, dependendo da massa do maior remanescente da colisão (M_{lr}) e da massa remanescente para os fragmentos menores. Para obter a massa do maior remanescente da colisão utilizamos dois ajustes para os diferentes intervalos da razão energia de impacto/critério de ruptura catastrófica. Primeiro para $0 < Q_R/Q'^{*}_{RD} < 1{,}8$, temos que:

$$\frac{M_{lr}}{M_{tot}} = -0{,}5\left(\frac{Q_R}{Q'^{*}_{RD}} - 1\right) + 0{,}5. \tag{5.15}$$

Essa é a "lei universal para massa do maior remanescente" dado em Stewart e Leinhardt (2009). Para o caso $Q_R/Q'^{*}_{RD} \geqslant 1{,}8$, o regime de ruptura é chamado de super-catastrófico e a massa do maior remanescente segue a seguinte relação:

$$\frac{M_{lr}}{M_{tot}} = \frac{0{,}1}{1{,}8^{\eta}} \left(\frac{Q_R}{Q'^{*}_{RD}} \right)^{\eta}, \tag{5.16}$$

onde, LS12 mostra que $\eta \sim -3/2$ (para mais informações, veja Figura 8 em Leinhardt e Stewart (2011)).

Na transição do regime de fusão perfeita para os regimes de colisões do tipo raspão (com $b > b_{crit}$) temos o regime "raspar e fundir" (*graze-and-merge*), onde os corpos tem ângulo de impacto alto, mas permanecem "ligados gravitacionalmente" e o resultado final é semelhante a fusão perfeita, com a fusão dos corpos (LEINHARDT; MARCUS; STEWART, 2010; STEWART; LEINHARDT, 2012). Kokubo e Genda (2010) obtiveram uma relação empírica para a velocidade de transição (V_{hr}) entre os regimes *graze-and-merge* e *hit-and-run*:

$$\frac{V_{hr}}{V_{esc}} = c_1 \zeta^2 (1-b)^{5/2} + c_2 \zeta^2 + c_3 (1-b)^{5/2} + c_4, \tag{5.17}$$

onde $\zeta = (M_a - M_p)/M_{tot}$. Os coeficientes c_i variam conforme a composição dos corpos envolvidos e podem ser verificados nas simulações hidrodinâmicas realizadas por Genda, Kokubo e Ida (2011).

Para as colisões do tipo raspão em que a velocidade de impacto excede a V_{hr} o resultado da colisão é dado no regime *hit-and-run*. Nessas colisões o corpo alvo é mantido com aproximadamente a mesma massa, mas o projétil pode sofrer ruptura (regime *hit-and-run* erosivo) ou se manter intacto (regime *hit-and-run* puro). Leinhardt e Stewart ilustra uma técnica chamada de "colisão reversa", onde se pode calcular o critério de ruptura do projétil, utilizando as equações vistas acima, agora, com o símbolo † indicando a operação reversa:

$$Q^{*\dagger}_{RD} = \left[\frac{(\gamma^{\dagger}+1)^2}{4\gamma^{\dagger}} \right]^{2/(3\bar{\mu})-1} Q^{*}_{RD,\gamma=1}. \tag{5.18}$$

onde $\gamma^{\dagger} = \alpha M_a / M_p$; $\alpha M_a + M_p = 4\pi\rho_1 G R^2_{C1}/3$; α é a fração do alvo que intercepta efetivamente o corpo projétil. A energia do impacto $Q^{\dagger}_R$ é dada por (CHAMBERS, 2013; STEWART; LEINHARDT, 2012):

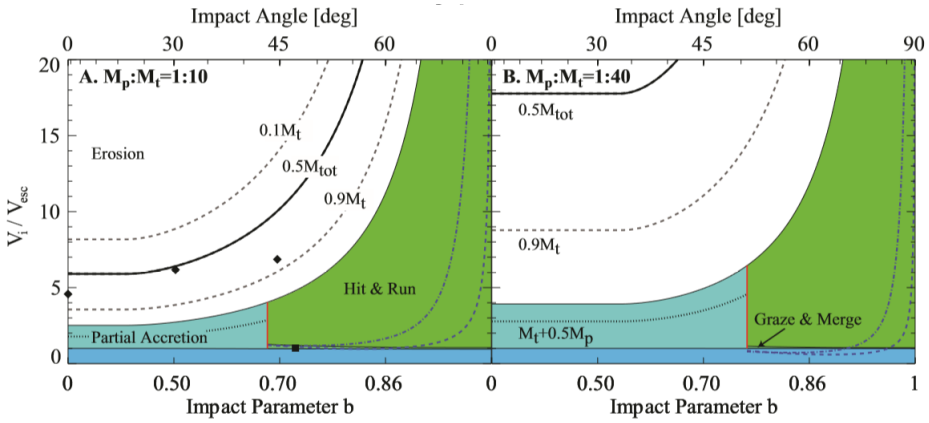
$$Q^{\dagger}_R = \frac{\mu V_i^2}{2(\alpha M_a + M_p)}, \tag{5.19}$$

onde $\mu = \frac{\alpha M_a M_p}{\alpha M_a + M_p}$.

Por fim, as formas de se obter a massa do maior fragmento remanescente ficam como a seguir (CHAMBERS, 2013):

$$M_{lr} = \begin{cases} (\alpha M_a + M_p) \left(1 - \frac{Q^{\dagger}_R}{2(Q^{*\dagger}_{RD})} \right) & \text{se } Q^{\dagger}_R < 1{,}8 Q^{*\dagger}_{RD}, \\ 0.1(\alpha M_a + M_p) \left(1 - \frac{Q^{\dagger}_R}{2(Q^{*\dagger}_{RD})} \right)^{-3/2} & \text{se } Q^{\dagger}_R > 1{,}8 Q^{*\dagger}_{RD}, \end{cases} \tag{5.20}$$

Figura 11 – Mapas dos regimes de colisão



Fonte: Stewart e Leinhardt (2012)

A Figura 11 mostra dois mapas com o resultado de colisões utilizando o modelo analítico LS12 para "planetas fracos"(com $c^* = 1{,}9$ e $\bar{\mu} = 0{,}36$). O quadro A tem a razão de massa projétil-alvo de 1:10, enquanto o quadro B tem a razão de 1:40. A velocidade de impacto da colisão está normalizada pela velocidade de escape mútua. O parâmetro de impacto (b) está espaçado de acordo com a probabilidade para os ângulos de impacto. As regiões estão divididas em: fusão perfeita (Azul escuro); acreção parcial (azul claro); erosão no corpo alvo (branco); *hit-and-run* (verde) e *graze-and-merge* (entre o azul escuro e verde). A linha vermelha vertical marca transição das colisões do tipo raspão e não raspão, o valor é setado pelo parâmetro crítico de impacto b_{crit}. Curva preta sólida indica a velocidade crítica para ruptura catastrófica (regime super-catastrófico); as curvas cinza tracejadas indicam a massa do maior corpo remanescente de 10% e 90% da massa do corpo alvo; a linha pontilhada preta indica a transição onde pelo menos 50% da massa do projétil é acretada no alvo; a linha azul mista pontilhada/tracejada mostra a transição da ruptura catastrófica para o projétil no regime *hit-and-run*; a curva azul tracejada indica a erosão do projétil no regime *hit-and-run* erosivo, abaixo dessa curva o projétil permanece intacto e portanto o regime é *hit-and-run* puro. Os símbolos introduzidos no mapa são algumas colisões propostas em artigos: losango - Mercúrio (BENZ et al., 2008); quadrado - Terra-Lua (CANUP, 2004).

O mapa de resultados das colisões mostrado na Figura 11 abrange duas espécies de colisões. Colisões com a razão de massa 1:10 e maior são típicas entre planetas com massa da ordem de 1 $M_\oplus$, ou seja, colisões gigantes. As colisões com razão de massa 1:40 representa colisões entre embriões planetários e planetesimais, comum nos estágio finais de formação planetária (STEWART; LEINHARDT, 2012).

Por fim, podemos sintetizar os diferentes regimes de colisões conforme o realizado em Stewart e Leinhardt (2012):

1. Fusão perfeita (*Perfect Merging*), $V_i < V_{esc}$;
2. *Graze-and-Merge* com $V_{esc} < V_i < V_{hr}$ e $b > b_{crit}$;
3. *Hit-and-Run* puro com $b > b_{crit}$, $V_i > V_{hr}$ e $M_{lr} = M_a$;
4. *Hit-and-Run* erosivo com $b > b_{crit}$, $V_i > V_{hr}$ e $M_{lr} < M_a$;

5. Acreção parcial com $b < b_{crit}$ e $M_{lr} > M_a$;

6. Erosão parcial com $0{,}1M_{tot} < M_{lr} < M_a$;

7. Super catastrófico com $M_{lr} < 0{,}1M_{tot}$.

5.2 FRAGMENTAÇÃO NO LS12

Os fragmentos menores que o maior remanescentes das simulações de colisão realizadas por Leinhardt e Stewart, seguem uma curva decaimento no tamanho/massa dos fragmentos no formato de cauda (Figura 12). Pode-se determinar uma lei de potência que represente relativamente bem a curva em formato de cauda. De acordo com Leinhardt e Stewart (2011) o segundo maior remanescente fica na base dessa cauda e tem um tamanho significativamente menor que o maior remanescente da colisão. Em alguns casos, se a colisão for muito energética o maior fragmento se une a cauda e a diferença de tamanho entre os dois maiores fragmentos diminui (p. ex. Figura 12 para 1:1 e $b = 0$, curva em preto). Em outros casos, como para o regime *hit-and-run*, não existe diferença de tamanho entre os dois maiores fragmentos (p. ex. os casos 1:1 com $b = 0{,}9$). Os cenários de colisões mais energéticos e com razão de massa 1:1 são os mais frequentes candidatos aos regimes de ruptura (p. ex. $b = 0{,}35$ e $b = 0{,}7$, ver tabela 1 em Leinhardt e Stewart (2011)), onde a inclinação da curva passa a ser efetivamente independente das condições da colisão (b, V_i e γ).

Na Figura 12, cada cor representa determinado valor de energia de impacto. O magenta é a menor, azul claro intermediário e preto a maior energia de impacto. Cada quadro tem sua razão de massa e parâmetro de impacto destacados. Em azul estão ilustrados os ajustes da lei de potência proposta em Leinhardt e Stewart (2011). Os triângulos representam o maior e o segundo maior fragmento segundo o modelo.

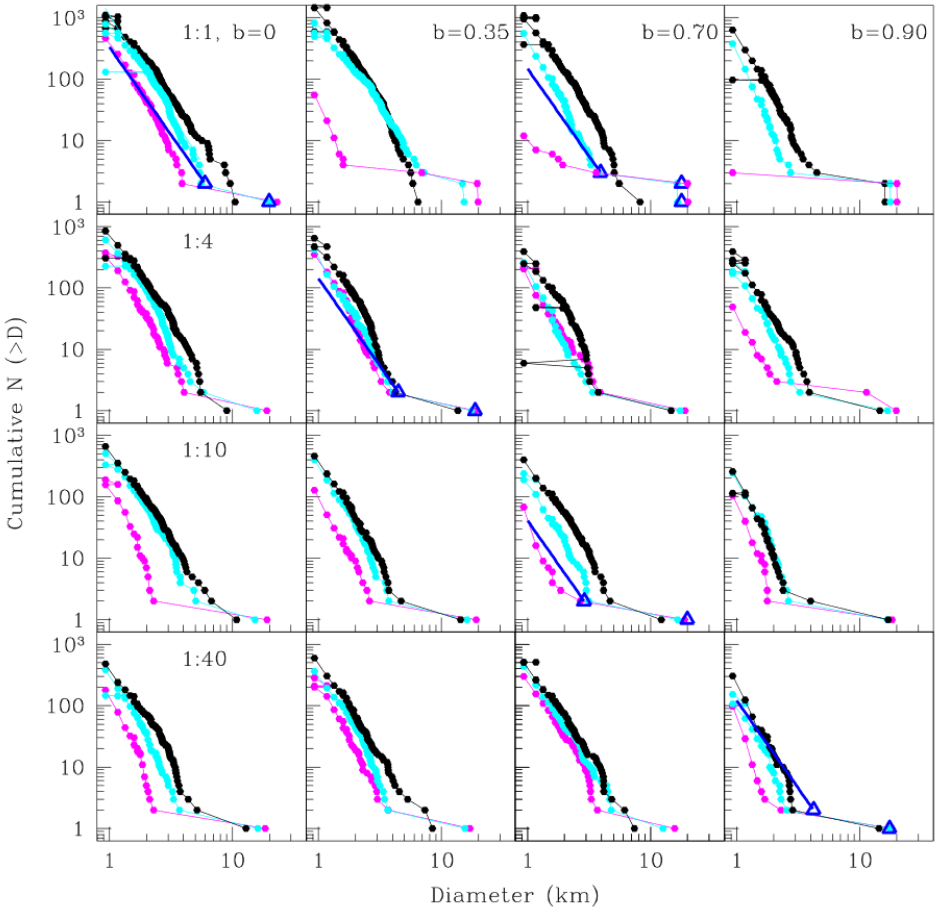
O método usado por Leinhardt e Stewart (2011) para determinar a massa do segundo maior fragmento remanescente (M_{slr}) foi obtido por Wyatt e Dent (2002). Esse método consiste em usar a massa e o tamanho do maior fragmento remanescente (M_{lr}), além da inclinação da curva para o tamanho dos fragmentos remanescentes (β) (LEINHARDT; STEWART, 2011). Pode-se então expressar:

$$\frac{M_{slr}}{M_{tot}} = \frac{(3-\beta)(1-N_{lr}M_{lr}/M_{tot})}{N_{slr}\beta}, \tag{5.21}$$

onde M_{lr} é determinado pela "lei universal" (equação 5.20), N_{lr} e N_{slr} são o número de fragmentos com massas maior ou igual ao maior e segundo maior fragmentos (assume-se $N_{lr} = 1$ e $N_{slr} = 2$ para a maioria dos casos) e β é a inclinação da lei de potência para o tamanho dos fragmentos. Os valores de M_{slr} são obtidos com base nos ajustes empíricos para $\beta = 2{,}85$ (LEINHARDT; STEWART, 2011). Para corpos com massas comparáveis (1:1) no regime *hit-and-run* ($\gamma = 1$ e $b > 0$) o modelo precisa ser alterado considerando uma fragmentação semelhante para o alvo e o projétil, de forma que $N_{lr} = 2$ e $N_{slr} = 4$ reproduzam a duplicidade dos maiores fragmentos (LEINHARDT; STEWART, 2011).

Para os fragmentos menores que o segundo maior fragmento remanescente, pode-se ajustar uma equação ideal para a inclinação das curvas com distribuição cumulativa de fragmentos tendendo ao

Figura 12 – Distribuição cumulativa de fragmentos por diâmetro.



Fonte: Leinhardt e Stewart (2011)

infinito a medida que o tamanho do fragmento tende a zero. Para uma equação efetiva (com número finito de fragmentos) pode-se tender o tamanho do menor fragmento a um tamanho mínimo (p. ex. curvas em azul na Figura 12) (LEINHARDT; STEWART, 2011). A equação correspondente as curvas podem ser obtidas integrando:

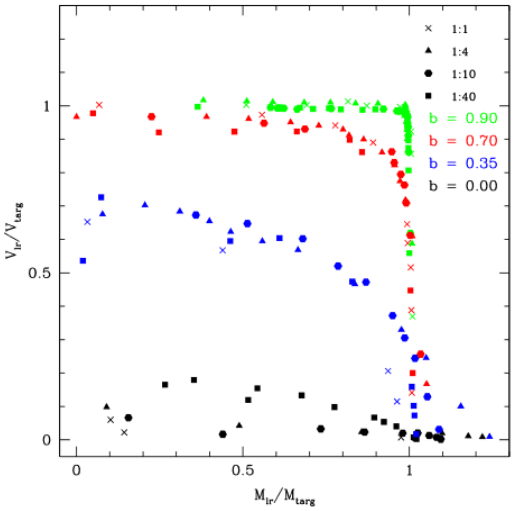
$$n(D)dD = -CD^{-(\beta+1)}dD, \tag{5.22}$$

onde n(D) é o número de corpos com diâmetro entre D e D+dD, $^{-(\beta+1)}$ é a inclinação da distribuição de tamanho diferencial e C é a constante de proporcionalidade obtida em Leinhardt e Stewart (2011) e dada por:

$$\frac{C}{N_{slr}\beta} = \left[\frac{(3-\beta)(M_{tot} - N_{lr}M_{lr})}{(4/3)\pi\rho N_{slr}\beta}\right]^{\frac{\beta}{3}}. \tag{5.23}$$

Em Leinhardt e Stewart (2011) foi utilizada uma modelagem simplificada para determinar as velocidades dos fragmentos de uma colisão. A simplificação consiste em tratar o maior fragmento remanescente de forma separada do restante dos fragmentos. Primeiro Leinhardt e Stewart analisaram a velocidade do maior fragmento remanescente normalizada em relação à velocidade do centro de massa inicial do corpo alvo (Figura 13):

Figura 13 – Velocidade em relação à velocidade inicial do corpo alvo versus massa normalizada para maior fragmento remanescente.



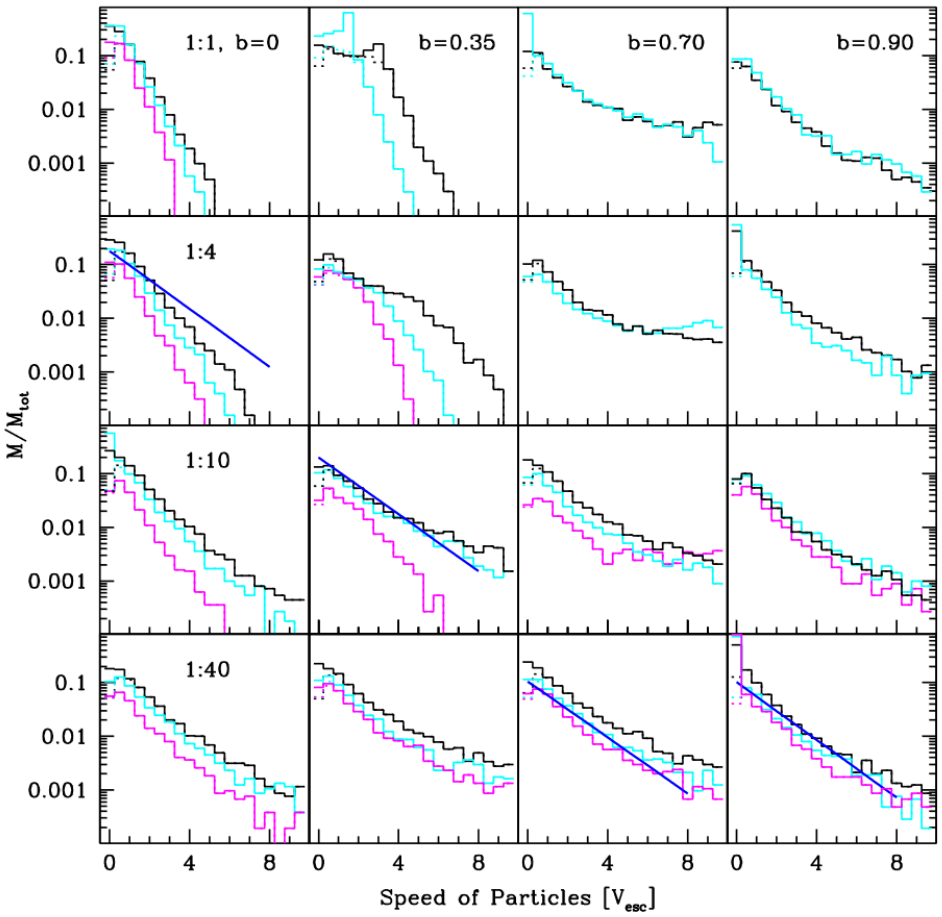
Fonte: Leinhardt e Stewart (2011)

- Para colisões erosivas ($M_{lr} < M_a$) e parâmetros de impacto $b = 0{,}9$ e $b = 0{,}7$ a redução da velocidade do maior remanescente em relação à velocidade inicial do corpo alvo é quase nula e inferior a 10%, respectivamente (LEINHARDT; STEWART, 2011).

- Para colisões frontais $b = 0$, considera-se que o maior fragmento remanescente assume a velocidade final do alvo usando conservação de momento linear (LEINHARDT; STEWART, 2011).

- Para colisões com parâmetro de impacto $0 < b < 0{,}7$ a velocidade do maior fragmento pode ser ajustada para alguma função de potência que relacione a massa e velocidade.

Figura 14 – Massa normalizada das caixas de fragmentos versus velocidades das caixas relativa à velocidade do maior fragmento remanescente.



Fonte: Leinhardt e Stewart (2011)

Novamente utilizando as simulações numéricas no PKDGRAV (tabela 1 em Leinhardt e Stewart (2011)), Leinhardt e Stewart construíram um histograma de caixas de fragmentos versus a velocidades das respectivos caixas. Cada caixa com massa total $M/M_{\rm tot}$ contém fragmentos de diversos tamanhos com uma mesma velocidade de escape, como visto nos quadros da Figura 14 a seguir. Geralmente os fragmentos de tamanho maior ocupam as caixas mais lentas, enquanto os fragmentos menores podem estar presentes em caixas com qualquer velocidade (LEINHARDT; STEWART, 2011). Leinhardt e Stewart realizaram analiticamente ajustes sobre os dados das simulações gerando as curvas em azul da Figura 14 para diferentes cenários de colisão. A seguir apresentamos as leis de potência que são utilizadas como uma regra genérica (ou seja, independente do cenário da colisão) para a determinação das velocidades em função da massa de cada caixa de fragmentos.

Na Figura 14, a velocidade está dada em unidades da velocidade de escape de um corpo com a massa combinada do corpo alvo e projétil. Em azul está o ajuste proposto para a distribuição de velocidades. A equação abaixo define a lei de potência obtida (curva azul na Figura 14):

$$\log\left(\Delta v \frac{dm}{dv}\right) = (A - Sv), \tag{5.24}$$

onde $m = M/M_{tot}$ é massa normalizada das caixas de fragmentos, $v = V/V_{esc}$ velocidade normalizada relativa à velocidade do maior fragmento remanescente, Δv é o tamanho de cada caixa,

$A = -0{,}3M_{lr}/M_{tot} + 0{,}3$ é fração de massa do grupo de menor velocidade proporcional à massa do maior fragmento remanescente (ponto de maior massa nas curvas da Figura 14) e S é inclinação da curva ajustada.

Por fim, pode-se obter S (inclinação da curva) em termos das variáveis citadas acima:

$$S = \frac{10^A}{\ln(10)\Delta v(M_{rem}/M_{tot})}, \tag{5.25}$$

onde $M_{rem} = M_{tot} - M_{lr}$ é a massa total presente na curva (dos fragmentos remanescentes).

6 MÉTODOS E FERRAMENTAS

Neste capítulo iremos explicitar algumas das ferramentas e dos métodos utilizadas no decorrer do trabalho. O trabalho envolve necessariamente simulações numéricas com integradores de N-corpos realizadas computacionalmente. O software utilizado como base neste trabalho é uma versão modificada do Mercury (CHAMBERS, 1999), conhecido como Flintstone. O Mercury é um software de código aberto que contém um conjunto de integradores numéricos de N-corpos, projetados para calcular a evolução dinâmica de sistemas no regime newtoniano que envolvem um corpo central e corpos de tamanho variado. A versão de código aberto do Mercury considera apenas interações gravitacionais, mas permite que o usuário adicione forças de diferentes origens como é feito no Flintstone.

No tópico a seguir abordaremos o integrador N-corpos conhecido como "integrador híbrido". Esse integrador é nativo do Mercury e é o integrador que foi utilizado em todo este trabalho, tendo algumas modificações em sua versão no Flintstone e posteriormente modificado para a implementação do modelo de fragmentação realizada neste trabalho. Depois nas seções subsequentes deste capítulo explicitaremos o modelo de migração planetária presente no Flintstone.

6.1 INTEGRADOR NUMÉRICO HÍBRIDO

Para a realização deste projeto, é necessário um integrador que consiga lidar bem com eventos do tipo colisão e encontros próximos. Ao mesmo tempo, devido ao curto tempo para realização das simulações e ao alto tempo de integração para sistemas de N-corpos (onde N é muito grande devido os efeitos de fragmentação propostos no projeto), é também necessário que o integrador seja relativamente rápido. O integrador escolhido para a implementação do projeto foi o integrador híbrido. Ele é composto por dois integradores diferentes que atuam de forma separada, um integrador numérico com alta precisão que atua somente nas órbitas em encontros próximos e o integrador simplético que atua durante toda a simulação (CHAMBERS, 1999).

O primeiro e principal integrador é conhecido como integrador simplético de segunda ordem. Ele resolve as órbitas analiticamente se utilizando de equações de movimento simplificadas quase idênticas as equações de movimento dos N-corpos (CHAMBERS, 1999). Esse integrador tem como suas principais vantagens sobre outros integradores de N-corpos o fato de exigir menor custo computacional, portanto uma maior velocidade de integração comparado a outros integradores de N-corpos. Outra vantagem é o fato de apresentar valores bastante baixos para o erro de energia do sistema em escalas de tempo consideravelmente longas. Aqui iremos entrar numa discussão ocorrida no final dos anos 90.

Tais vantagens em custo computacional derivam da ideia de que o integrador simplético é capaz de unificar as forças principais (interação sol-objeto) sobre um objeto, deixando apenas com que as perturbações (interações objeto-objeto) definam o intervalo de tempo no qual as forças serão recalculadas no integrador, isso leva o integrador simplético a realizar os cálculos das forças de forma menos frequente que a maioria dos integradores convencionais. Ou seja, essa "rapidez" advém de uma

aproximação que funciona muito bem, pois como foi dito a energia desse problema aproximado não diverge consideravelmente do problema original (CHAMBERS, 1999; WISDOM; HOLMAN, 1991).

Todavia, quando dois corpos entram num encontro próximo o peso da força gravitacional objeto-objeto deixa de ser marginal e portanto a aproximação para perturbação produz um erro que geralmente não pode ser contornado. Além disso, embora o passo de integração dos algoritmos de integração simpléticos possa ser alterado em diferentes instantes, essa mudança introduz um erro de energia razoável que deve limitar tal mudança, principalmente se tratando de encontros próximos, onde é necessário uma precisão de órbita muito maior para que não se perca colisões e interações gravitacionais decisivas.

Uma das soluções desse problema foi dividir os termos perturbativos com passos de integração fixos, mas diferentes. O resultado desse método é o integrador SYMBA criado por Duncan, Levison e Lee em 1998. Outra solução foi apresentada por Chambers no integrador híbrido do pacote Mercury que descrevemos nesse tópico, onde o integrador simplético é combinado ao integrador Bulirsch-Stoer (de autoria de Stoer e Bulirsch), fazendo com que este segundo resolva os problemáticos encontros próximos. Abaixo é apresentado de forma breve o modelo do integrador simplético e os parâmetros de troca de integradores no integrador híbrido.

Integrador simplético:

Este integrador é chamado de simplético por ser teorizado com base na mecânica hamiltoniana. Criada por William Rowan Hamilton em 1833 a mecânica hamiltoniana é uma reformulação da mecânica clássica newtoniana. Essa formulação traz uma nova visão sobre a mecânica clássica, capaz de expressar a dinâmica dos sistemas no chamado espaço de fase 2n-dimensional formado pelas posições generalizadas e pelos momentos conjugados (LEMOS, 2007, p.247-248).

A derivada temporal de posição generalizada (q) e momento conjugado (p) definem as equações de movimento de Hamilton com l posições generalizadas e momentos conjugados associados, para $l = 1, 2...n$:

$$\dot{q_l} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_l} \tag{6.1}$$

$$\dot{p_l} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_l}, \tag{6.2}$$

onde $\mathcal{H}$ é o hamiltoniano dado pela soma de energias cinética (T) e potencial (V) (LEMOS, 2007, p.250):

$$\mathcal{H}(q, p) = T + V. \tag{6.3}$$

Inserindo o problema tridimensional de N-corpos, o $\mathcal{H}$ fica:

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i^2}{2m_i} - G \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{m_i m_j}{r_{ij}}, \tag{6.4}$$

sendo m_i a massa e p_i módulo do momento de cada corpo i e r_{ij} o módulo da posição relativa entre os

corpos i e j, com $i, j = 1, 2...N$. Da regra da cadeia, a derivação total no tempo, ou seja, a taxa de variação de uma quantidade qualquer g:

$$\frac{dg}{dt} = \sum_{l=1}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial q_l} \frac{\partial q_l}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial p_l} \frac{\partial p_l}{\partial t} \right) \tag{6.5}$$

$$= \sum_{l=1}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial q_l} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_l} - \frac{\partial g}{\partial p_l} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_l} \right) \tag{6.6}$$

$$= \mathcal{F} g, \tag{6.7}$$

sendo $\mathcal{F}$ um operador diferencial e g qualquer combinação de qs e ps. A solução geral para a equação 6.7 em um tempo t é expressa por:

$$g(t) = e^{\mathcal{F}\tau} g(t - \tau), \tag{6.8}$$

onde $g(t - \tau)$ é o valor de $q(t)$ em dado instante anterior a t. Aqui Chambers (1999) apenas reescreve as equações de movimento de forma conveniente. Como dito nesta seção a vantagem dos integradores simpléticos está na separação da hamiltoniana $\mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}_A + \mathcal{H}_B$ para resolver cada parte separadamente. Vamos supor agora que nosso hamiltoniano é $\mathcal{H} = \mathcal{H}_A + \mathcal{H}_B$, logo nosso operador será $\mathcal{F} = \mathcal{A} + \mathcal{B}$, onde:

$$g(t) = e^{(\mathcal{A}+\mathcal{B})\tau} g(t - \tau), \tag{6.9}$$

com:

$$\mathcal{A} = \sum_{l=1}^{n} \left(\frac{\partial}{\partial q_l} \frac{\partial \mathcal{H}_A}{\partial p_l} - \frac{\partial}{\partial p_l} \frac{\partial \mathcal{H}_A}{\partial q_l} \right) \tag{6.10}$$

$$\mathcal{B} = \sum_{l=1}^{n} \left(\frac{\partial}{\partial q_l} \frac{\partial \mathcal{H}_B}{\partial p_l} - \frac{\partial}{\partial p_l} \frac{\partial \mathcal{H}_B}{\partial q_l} \right). \tag{6.11}$$

Esses novos operadores tem as mesmas características que $\mathcal{F}$, mas não pode-se assumir que eles comutem entre si ($\mathcal{AB} \neq \mathcal{BA}$). Expandindo a exponencial do resultado obtido das equações de movimento para g(t) em sua série de potência:

$$e^{\tau(\mathcal{A}+\mathcal{B})} = 1 + \tau(\mathcal{A} + \mathcal{B}) + \frac{\tau^2(\mathcal{A} + \mathcal{B})^2}{2} + ... \tag{6.12}$$

$$e^{\tau(\mathcal{A}+\mathcal{B})} = 1 + \tau(\mathcal{A} + \mathcal{B}) + \frac{\tau^2(\mathcal{A}^2 + \mathcal{AB} + \mathcal{BA} + \mathcal{B}^2)}{2} + ... \tag{6.13}$$

Agora, a mesma expansão para uma aplicação seguida desse operadores:

$$e^{\tau\mathcal{A}} e^{\tau\mathcal{B}} = \left(1 + \tau\mathcal{A} + \frac{\tau^2\mathcal{A}^2}{2} + ... \right) \left(1 + \tau\mathcal{B} + \frac{\tau^2\mathcal{B}^2}{2} + ... \right) \tag{6.14}$$

$$e^{\tau\mathcal{A}}e^{\tau\mathcal{B}} = 1 + \tau(\mathcal{A}+\mathcal{B}) + \frac{\tau^2(\mathcal{A}^2 + 2\mathcal{A}\mathcal{B} + \mathcal{B}^2)}{2} + ... \tag{6.15}$$

Verifica-se que para $\mathcal{O}(\tau)$ (primeira ordem) 6.13 e 6.15 são equivalentes. Chambers conclui que aplicar partes separadas do hamiltoniano de forma subsequente resulta no mesmo que aplicar o hamiltoniano unicamente por completo. Pode-se dividir o hamiltoniano de forma a resolver eficientemente suas partes analiticamente ou numericamente. Qualquer a forma que $\mathcal{H}$ seja dividido, o integrador simplético de primeira ordem é construído dessa forma:

$$g(t) = e^{\tau\mathcal{A}}e^{\tau\mathcal{B}}g(t-\tau), \tag{6.16}$$

onde τ é o passo do integrador, que será aplicado por dois operadores distintos sobre o estado anterior do sistema. Primeiro, a parte do sistema sujeito as forças associadas à parte $\mathcal{H}_B$ avança pelo tempo τ, ignorando $\mathcal{H}_A$. Depois o restante do sistema sujeito as forças associadas a $\mathcal{H}_A$ avança também pelo tempo τ (CHAMBERS, 1999). Utilizar esse integrador significa resolver as equações de movimento para um hamiltoniano $\mathcal{H}_{\text{integ}}$ muito parecido com do problema original:

$$\mathcal{H}_{\text{integ}} = \mathcal{H} + \frac{\tau}{2}\sum_{l=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathcal{H}_B}{\partial q_i}\frac{\partial\mathcal{H}_A}{\partial p_i} - \frac{\partial\mathcal{H}_B}{\partial p_i}\frac{\partial\mathcal{H}_A}{\partial q_i}\right) + \mathcal{O}(\tau^2) \tag{6.17}$$

A diferença entre $\mathcal{H}_{\text{integ}}$ e $\mathcal{H}$ será pequena se τ for pequeno (CHAMBERS, 1999). O erro para cada passo de integração do integrador de primeira ordem é dado por:

$$e^{\tau\mathcal{A}}e^{\tau\mathcal{B}} - e^{\tau(\mathcal{A}+\mathcal{B})} = \frac{\tau^2}{2}(\mathcal{A}\mathcal{B} - \mathcal{B}\mathcal{A}) + \mathcal{O}(\tau^3). \tag{6.18}$$

Para ordens maiores o erro continuará dependendo de $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$. Se $\mathcal{B}$ for pequeno comparado a $\mathcal{A}$ o erro será pequeno. Logo, é por isso que se divide o hamiltoniano em uma parte dominante $\mathcal{H}_A$ mais uma pequena perturbação $\mathcal{H}_B$ (CHAMBERS, 1999).

Dividindo $e^{\tau\mathcal{B}}$ em dois "meio-passos", obtém-se um integrador simplético de segunda ordem ($\mathcal{O}(\tau^2)$ em 6.15 e 6.13). Convenientemente Chambers utilizou um sistema de coordenadas misto formado por coordenadas heliocêntricas e baricêntricas. Com isso ele dividiu o hamiltoniano em três partes, uma dominante e duas perturbativas que separadas podem ser resolvidas analiticamente:

$$\mathcal{H}_A = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{p_i^2}{2m_i} - G\frac{m_\odot m_i}{r_{\odot i}}\right) \tag{6.19}$$

$$\mathcal{H}_B = -G\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{m_i m_j}{r_{ij}} \tag{6.20}$$

$$\mathcal{H}_C = \frac{1}{2m_\odot}\left(\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p_i}\right)^2 \tag{6.21}$$

Portanto, o integrador simplético de segunda ordem do integrador híbrido tem a seguinte forma

(CHAMBERS, 1999):

$$g(t) = e^{\tau\frac{\mathcal{C}}{2}} e^{\tau\frac{\mathcal{B}}{2}} e^{\tau\mathcal{A}} e^{\tau\frac{\mathcal{B}}{2}} e^{\tau\frac{\mathcal{C}}{2}} g(t-\tau). \tag{6.22}$$

Entretanto, quando dois corpos quaisquer i e j entram em encontro próximo r_{ij} se torna pequeno e portanto $\mathcal{H}_B$ deixa de ser pequeno comparado a $\mathcal{H}_A$, logo o erro em cada passo de integração se torna substancialmente grande, tornando os integradores simpléticos não desejados em problemas com esse tipo de evento (CHAMBERS, 1999). A seguir descrevemos a forma que Chambers encontrou para contornar esse problema, dando origem ao integrador híbrido.

Parâmetros de encontros próximos:

A solução encontrada por Chambers para o aumento do valor do $\mathcal{H}_B$ num encontro próximo foi transferir o termo de $\mathcal{H}_B$, responsável pelo aumento do valor dessa parte do hamiltoniano no encontro próximo, para a parte $\mathcal{H}_A$. De forma que durante um encontro próximo entre dois corpos α e β:

$$\mathcal{H}_A = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i^2}{2m_i} - G\frac{m_\odot m_i}{r_{\odot i}} \right) - G\frac{m_\alpha m_\beta}{r_{\alpha\beta}} \tag{6.23}$$

E

$$\mathcal{H}_B = -G \sum_{i\neq\alpha}^{N} \sum_{j>i}^{N} \frac{m_i m_j}{r_{ij}} - G \sum_{j>\alpha}^{j\neq\beta} \frac{m_\alpha m_j}{r_{\alpha j}}. \tag{6.24}$$

Com isso as equações de movimento de $\mathcal{H}_A$ deixam de ser solúveis analiticamente, necessitando de um integrador numérico.

Entretanto, segundo Chambers mover esses termos em cada encontro próximo ainda significa alterar bruscamente o valor de $\mathcal{H}_{\text{integ}}$. Logo, para permanecer com $\mathcal{H}_{\text{integ}}$ constante ele implementou uma função de transição K dada pela Figura 15, de forma que:

$$\mathcal{H}_A = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i^2}{2m_i} - G\frac{m_\odot m_i}{r_{\odot i}} \right) - G \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{m_i m_j}{r_{ij}} [1 - K(r_{ij})] \tag{6.25}$$

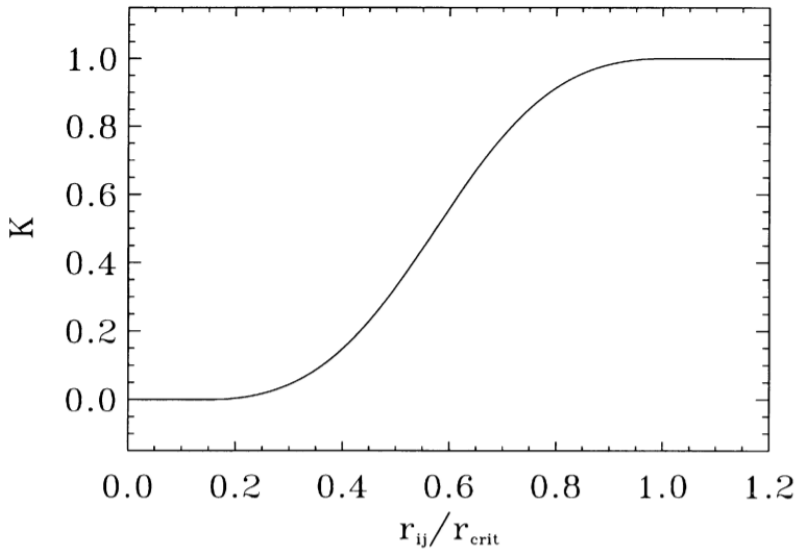
$$\mathcal{H}_B = -G \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{m_i m_j}{r_{ij}} K(r_{ij}) \tag{6.26}$$

Chambers encontrou a seguinte equação para a função de transição K:

$$K = \begin{cases} 0 & \text{se } y < 0, \\ y^2/(2y^2 - 2y + 1) & \text{se } 0 < y < 1, \\ 1 & \text{se } y > 1. \end{cases} \tag{6.27}$$

Onde $y = (r_{ij} - 0{,}1 r_{\text{crit}})/0{,}9 r_{\text{crit}}$. Enquanto o raio crítico que delimita a transição de um objeto para o encontro próximo deve ser maior que os parâmetros: $n_1 R_{\text{H}}$ e $n_2 \tau v_{\text{max}}$, onde n_1 e n_2 são parâmetros

Figura 15 – Função de transição K em função da distância de dois corpos r_{ij}



Valor da função de transição K versus a distância dos corpos normalizada pelo raio crítico r_{ij}/r_{crit}. Fonte: Chambers (1999)

numéricos que variam de $n_1 = 3 - 10$ e $n_1 = 0{,}3 - 2$, v_{max} é a velocidade orbital do corpo mais interno e R_{H} é o raio de Hill mútuo.

6.2 FLINTSTONE

É uma versão do Mercury modificada para estudar a evolução de protoplanetas (planetesimais ou embriões planetários) em um disco protoplanetário. Esse programa simula a fase gasosa (onde ainda existe o disco protoplanetário) incluindo forças artificiais que imitam a interação de um protoplaneta com um disco gasoso, utilizando equações para as forças obtidas de simulações hidrodinâmicas. As forças artificiais simulam efeitos como migração tipo 1, amortecimento de excentricidade e inclinação das orbitas (IZIDORO et al., 2017).

O Flintstone considera colisões como perfeitamente inelásticas (conservando momento linear). Uma rotina atua para manter o passo da integração sempre a 1/25 do período orbital do objeto com menor período orbital na simulação. Isso é feito para manter precisão na solução das órbitas e permite uma redução considerável no custo computacional das simulações (IZIDORO et al., 2017).

Existem algumas variáveis importantes ao construir um modelo de disco protoplanetário, que são a temperatura radial do disco, perfis de viscosidade e a densidade superficial do gás. Izidoro et al. (2017) usam um modelo de disco baseado em simulações hidrodinâmicas tri-dimensionais realizadas por Bitsch, Lambrechts e Johansen (2015).

6.2.1 Modelo para migração tipo 1

As interações entre o gás e o protoplaneta são convertidas em torques, que definem a migração realizada e amortecimentos de excentricidade e inclinação da órbita desse corpo.

Torques: Para a migração dos planetas no disco, Izidoro et al. (2017) utilizam as equações paramétricas dadas em Paardekooper, Baruteau e Kley (2010):

Temos que $\Gamma_{\rm L}$ é o torque de Lindblad e $\Gamma_{\rm C}$ é o torque co-orbital. O torque total resultante é $\Gamma_{\rm tot}$. Esse torque depende também da excentricidade e inclinação orbital do planeta. Considerando esses efeitos, Izidoro et al. (2017) fornece a seguinte expressão para o torque total:

$$\Gamma_{\rm tot} = \Gamma_{\rm L}\Delta_{\rm L} + \Gamma_{\rm C}\Delta_{\rm C}, \tag{6.28}$$

onde $\Delta_{\rm L}$ e $\Delta_{\rm C}$ são os fatores que reduzem os valores dos torques em fincão da excentricidade e inclinação orbital de um planeta.

O torque de Lindblad é dado por:

$$\Gamma_{\rm L} = (-2{,}5 - 1{,}7\beta + 0{,}1x)\frac{\Gamma_0}{\gamma_{\rm eff}}, \tag{6.29}$$

O negativo do gradiente do perfil de densidade superficial do gás (β) e o gradiente de temperatura do gás no local do planeta (x) são dados por

$$x = -\frac{\partial ln\ \Sigma_{gas}}{\partial ln\ r}, \quad \beta = -\frac{\partial ln\ T}{\partial ln\ r}, \tag{6.30}$$

onde Σ_{gas} é a densidade superficial do gás dada em Bitsch, Lambrechts e Johansen (2015).

O fator de redução do torque de Lindblad $\Delta_{\rm L}$ é dado por:

$$\Delta_{\rm L} = \left[P_{\rm e} + \frac{P_{\rm e}}{|P_{\rm e}|} \times \left\{0{,}07\left(\frac{i}{h}\right) + 0{,}085\left(\frac{i}{h}\right)^4 - 0{,}08\left(\frac{e}{h}\right)\left(\frac{i}{h}\right)^2\right\}\right]^{-1}, \tag{6.31}$$

sendo

$$P_{\rm e} = \frac{1 + \left(\frac{e}{2{,}25h}\right)^{1{,}2} + \left(\frac{e}{2.84h}\right)^6}{1 - \left(\frac{e}{2{,}02h}\right)^4}, \tag{6.32}$$

onde *e* e *i* são, respectivamente, excentricidade e inclinação da órbita do planeta. Enquanto *h* é a proporção de altura do disco (PAARDEKOOPER; BARUTEAU; KLEY, 2010).

Agora, para o torque co-orbital, temos que:

$$\begin{aligned}\Gamma_{\rm C} \ = \ & \Gamma_{\rm c,hs,baro}F(p_\nu)G(p_\nu) + (1 - K(p_\nu))\Gamma_{\rm c,lin,baro} \ + \\ & \Gamma_{\rm c,hs,ent}F(p_\nu)F(p_\chi)\sqrt{G(p_\nu)G(p_\chi)} + \\ & \sqrt{(1 - K(p_\nu))(1 - K(p_\chi)}\Gamma_{\rm c,lin,ent}\ ,\end{aligned}$$

sendo

$$\Gamma_{\rm c,hs,baro} = 1{,}1\left(\frac{3}{2} - x\right)\frac{\Gamma_0}{\gamma_{\rm eff}}, \tag{6.33}$$

$$\Gamma_{\text{c,lin,baro}} = 0{,}7\left(\frac{3}{2} - x\right)\frac{\Gamma_0}{\gamma_{\text{eff}}}, \tag{6.34}$$

$$\Gamma_{\text{c,hs,ent}} = 7{,}9\xi\frac{\Gamma_0}{\gamma_{\text{eff}}^2}, \tag{6.35}$$

e

$$\Gamma_{\text{c,lin,ent}} = \left(2{,}2 - \frac{1{,}4}{\gamma_{\text{eff}}}\right)\xi\frac{\Gamma_0}{\gamma_{\text{eff}}}. \tag{6.36}$$

Para as equações acima, $\xi = \beta - (\gamma - 1)x$ é o negativo do gradiente de entropia, $\gamma = 1{,}4$ é o índice adiabático (PAARDEKOOPER; BARUTEAU; KLEY, 2010), *q* é a razão de massa entre o planeta e a estrela e Ω_k é a frequência orbital kepleriana do planeta. O torque de escala $\Gamma_0 = (q/h)^2\Sigma_{\text{gas}}r^4\Omega_k^2$ é calculado na localização do planeta. *F*, *G* e *K* são funções que controlam a saturação do torque devido aos efeitos térmicos e a viscosidade do disco.

A seguir ilustramos essas funções:

$$p_\nu = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{r^2\Omega_k}{2\pi\nu}x_s^3}, \tag{6.37}$$

onde o fator adimensional x_{s} é a meia-largura da região de ferradura, dado por:

$$x_{\text{s}} = \frac{1{,}1}{{\gamma_{\text{eff}}}^{1/4}}\sqrt{\frac{q}{h}}, \tag{6.38}$$

e

$$p_\chi = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{r^2\Omega_k}{2\pi\chi}x_s^3}, \tag{6.39}$$

para o coeficiente de difusão termal χ, equacionado como:

$$\chi = \frac{16\gamma(\gamma-1)\sigma T^4}{3\kappa\rho^2(hr)^2\Omega_k^2}. \tag{6.40}$$

Na equação acima, ρ é densidade volumétrica do gás, κ opacidade do disco de gás e σ a constante de Stefan-Boltzmann.

O coeficiente γ_{eff} tem a seguinte forma:

$$\gamma_{\text{eff}} = \frac{2Q\gamma}{\gamma Q + \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{(\gamma^2Q^2+1)^2 - 16Q^2(\gamma-1)} + 2\gamma^2Q^2 - 2}}, \tag{6.41}$$

com

$$Q = \frac{2\chi}{3h^3r^2\Omega_k}. \tag{6.42}$$

Explicitando também a forma de F, G e K:

$$F(p) = \frac{1}{1 + \left(\frac{p}{1{,}3}\right)^2}, \tag{6.43}$$

$$G(p) = \begin{cases} \frac{16}{25}\left(\frac{45\pi}{8}\right)^{\frac{3}{4}} p^{\frac{3}{2}}, & \text{if } p < \sqrt{\frac{8}{45\pi}} \\ 1 - \frac{9}{25}\left(\frac{8}{45\pi}\right)^{\frac{4}{3}} p^{-\frac{8}{3}}, & \text{caso contrário.} \end{cases}, \tag{6.44}$$

e

$$K(p) = \begin{cases} \frac{16}{25}\left(\frac{45\pi}{8}\right)^{\frac{3}{4}} p^{\frac{3}{2}}, & \text{if } p < \sqrt{\frac{28}{45\pi}} \\ 1 - \frac{9}{25}\left(\frac{28}{45\pi}\right)^{\frac{4}{3}} p^{-\frac{8}{3}}, & \text{caso contrário.} \end{cases}. \tag{6.45}$$

O argumento *p* assume o valor de p_ν ou p_χ da forma mostrada acima.

Para o fator de correção do torque co-orbital, temos:

$$\Delta_{\mathrm{C}} = \exp\left(\frac{e}{e_{\mathrm{f}}}\right)\left\{1 - \tanh\left(\frac{i}{h}\right)\right\} \tag{6.46}$$

para e_{f} dado por Nelson et al. (2014):

$$e_{\mathrm{f}} = 0.5h + 0.01. \tag{6.47}$$

Para as simulações da seção 6.3, utilizamos a abordagem de Izidoro et al. (2019), neste caso, para excentricidades suficientemente grandes, o Δ_{L} pode se tornar negativo e gerar uma migração reversa irrealística. Nessa rara condição onde $\Delta_{\mathrm{L}} < 0$, Izidoro et al. (2019) impõe $\Delta_{\mathrm{L}} = \Delta_{\mathrm{C}}$. Os resultados não são qualitativamente diferentes das simulações (como as das seções 6.1 e 6.2) onde não é feita tal consideração.

Finalmente, Izidoro et al. (2017) utilizou os modelos Papaloizou e Larwood (2000) e Cresswell e Nelson (2008) para definir a escala de tempo de migração, t_m:

$$t_m = -\frac{L}{\Gamma_{tot}}, \tag{6.48}$$

onde L é o momento angular orbital do planeta e Γ_{tot} o torque total para a migração tipo 1.

Amortecimento de excentricidade e inclinação: Afim de modelar o efeito de amortecimento de excentricidade e inclinação orbital dos planetas devido à interação de maré com o gás, em Izidoro et al. (2017) foi utilizado o formalismo de Papaloizou e Larwood (2000) e Tanaka e Ward (2004) modificados por Cresswell e Nelson (2008). As escalas de tempo para o amortecimento de excentricidade t_e e inclinação t_i são equacionadas dessa forma:

$$t_e = \frac{t_{wave}}{0.780}\left(1 - 0.14\left(\frac{e}{h}\right)^2 + 0.06\left(\frac{e}{h}\right)^3 + 0.18\left(\frac{e}{h}\right)\left(\frac{i}{h}\right)^2\right), \tag{6.49}$$

$$t_i = \frac{t_{wave}}{0.544}\left(1 - 0.3\left(\frac{i}{h}\right)^2 + 0.24\left(\frac{i}{h}\right)^3 + 0.14\left(\frac{e}{h}\right)^2\left(\frac{i}{h}\right)\right). \tag{6.50}$$

Nas equações 6.49 e 6.50, temos que:

$$t_{wave} = \left(\frac{M_\odot}{m_p}\right)\left(\frac{M_\odot}{\Sigma_{gas}a^2}\right)h^4\Omega_k^{-1}, \tag{6.51}$$

onde $M_\odot$ é a massa da estrela, a_p é o semi-eixo maior da órbita do planeta, m_p massa do planeta, i inclinação e e excentricidade da órbita do planeta.

Acelerações artificiais no Flintstone: Por fim, Izidoro et al. (2017), seguindo os modelos Papaloizou e Larwood (2000), Cresswell e Nelson (2006), Cresswell e Nelson (2008), implementou no Flintstone os efeitos descritos acima adicionando as acelerações para migração, amortecimento de excentricidade e de inclinação, respectivamente, dadas por $\boldsymbol{a}_m$, $\boldsymbol{a}_e$ e $\boldsymbol{a}_i$:

$$\boldsymbol{a}_m = -\frac{\boldsymbol{v}}{t_m}, \tag{6.52}$$

$$\boldsymbol{a}_e = -2\frac{(\boldsymbol{v}.\boldsymbol{r})\boldsymbol{r}}{r^2 t_e}, \tag{6.53}$$

$$\boldsymbol{a}_i = -2\frac{v_z}{t_i}\boldsymbol{k}, \tag{6.54}$$

onde $\boldsymbol{k}$ é um vetor unitário na direção z.

6.2.2 Mapa de migração

Combinando o modelo de disco e o modelo de migração, é possível obter de forma analítica uma evolução temporal das regiões de migração (torque positivo ou negativo), bem como o torque relativo a cada posição em função da massa do protoplaneta em questão.

Na Figura 16 é ilustrado a evolução temporal do mapa de migração em função da massa e do semi-eixo maior do corpo imerso no disco protoplanetário. As regiões delimitadas pelas curvas cinzas tem torque positivo e portanto embriões planetários naquela região de massa e semieixo migram para longe da estrela, enquanto nas regiões mais escuras o torque faz com que o embrião planetário (ou planeta) migre em direção à estrela. Após 3 Ma de evolução do disco, as regiões de torque positivo se unem (IZIDORO et al., 2017).

Nosso modelo de disco gasoso protoplanetário inclui uma cavidade interna na densidade de gás (veja Romanova et al. (2003)). A borda interna do disco é definida a aproximadamente 0.1 UA em todas nossas simulações. Para representar a queda na densidade do gás na borda interna do disco nós reescalamos a densidade do gás pelo seguinte fator (veja a borda interna do disco na Figura 16):

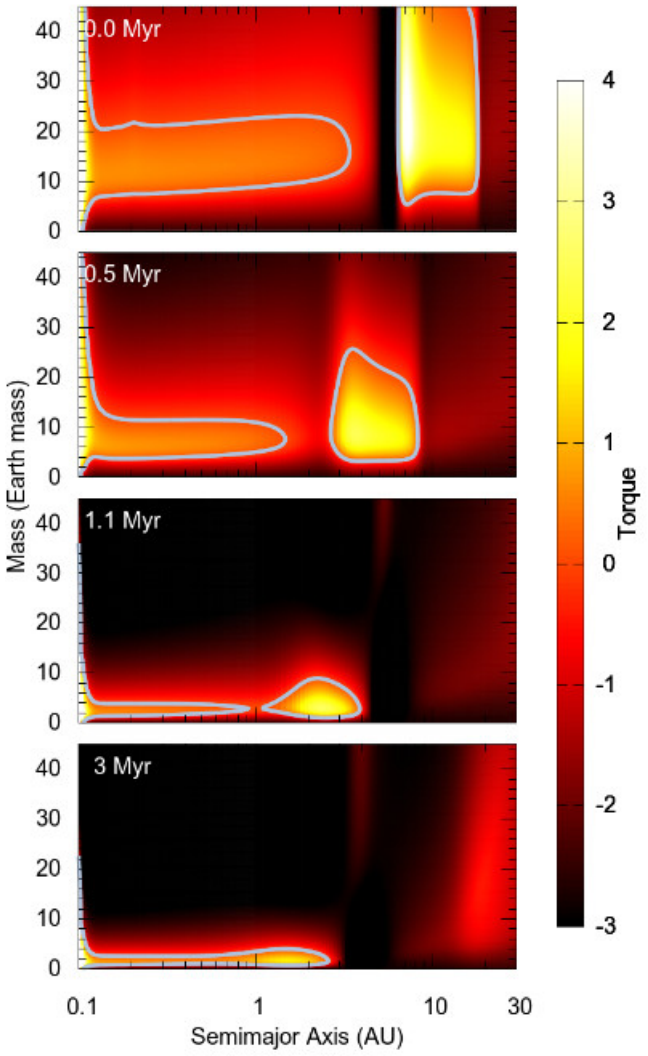
$$\Re = \tanh\left(\frac{r - r_{\text{in}}}{0.05 r_{\text{in}}}\right), \tag{6.55}$$

onde r é a distância da estrela e r_{in} é a localização da borda interna (IZIDORO et al., 2017).

6.3 SUPER-MECURY

Super-Mercury é o apelido dado uma versão do pacote de integradores Mercury implementada neste projeto. O super-Mercury é uma versão do Flintstone que contém um algoritmo para tratamento de colisões gigantes e fragmentação. Dedicamos o capítulo seguinte para descrevemos o processo de implementação realizado e as características

Figura 16 – Evolução temporal do mapa de migração



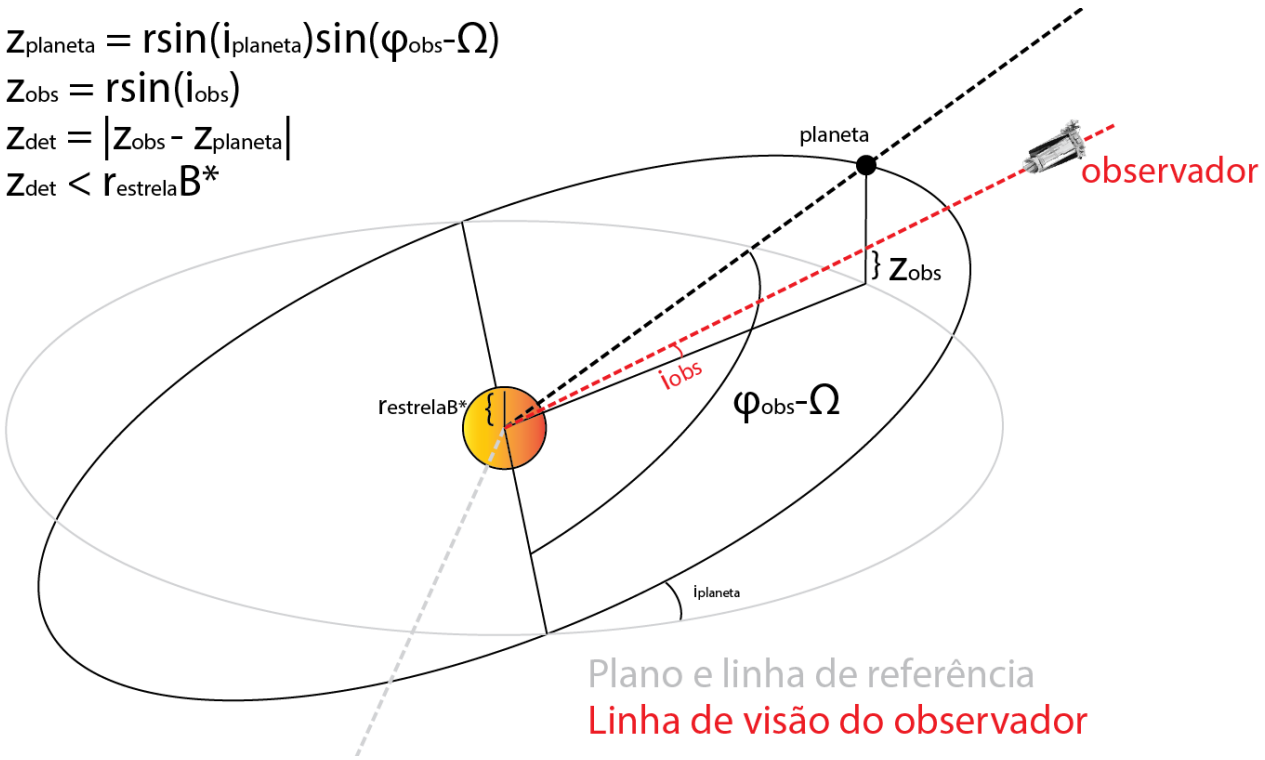
Fonte: Izidoro et al. (2017)

6.4 TRÂNSITO GEOMÉTRICO

A fim de comparar os resultados de nossas simulações com os dados observacionais do Kepler de forma mais efetiva nós buscamos levar em conta efeitos observação por trânsito teria sobre as nossas simulações. A partir dessa ideia, simulando a observação dos sistemas planetários produzidos em nossas simulações. Nós consideramos um modelo simples, que analisa um eventual trânsito do planeta de maneira geométrica, e não fotométrica.

Como ilustrado na Figura 17, consideramos um observador externo ao sistema planetário com um referencial munido de coordenadas esféricas e centrado na estrela, um plano de referência e uma linha de referência. Definimos uma linha de visão (em vermelho) para o observador fixando valores para os dois ângulos azimutal e polar que iremos nomear, respectivamente, como ângulo azimutal do observador ϕ_{obs} e inclinação do observador i_{obs}. Onde ϕ_{obs} tem início na linha de referência e varre o intervalo $[0, 2\pi]$, enquanto i_{obs} tem início no plano de referência com intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

Figura 17 – Esquemático do Trânsito Geométrico



Fonte: Produção própria.

Depois, calculamos a altura do planeta (Z_{planeta}) e do observador (Z_{obs}) em relação ao plano de referência. É importante notar que sempre que escolhemos uma direção para a linha de visão do observador, nós extrapolamos a órbita do planeta para que o planeta se coloque exatamente ao centro do trânsito. Para Z_{planeta} e Z_{obs} temos que:

$$Z_{\text{planeta}} = rsen(i_{planeta})sen(\phi_{\text{obs}} - \Omega), \tag{6.56}$$

$$Z_{\text{obs}} = rsen(\text{i}_{\text{obs}}), \tag{6.57}$$

onde r é a distância do planeta até a estrela (ou origem do referencial) e Ω é a Longitude do Nodo Ascendente, ângulo que indica a posição da órbita em que o planeta atravessa o plano de referência (linha dos nodos) durante seu movimento ascendente.

Note que consideramos o planeta como um ponto no espaço, isso é bem plausível, pois, trabalhamos com estrelas semelhantes ao Sol, com cerca de 110 $\text{R}_\oplus$, e comparamos com planetas com no máximo 4 $\text{R}_\oplus$. O passo seguinte é calcular a diferença entre as alturas do planeta e do observador, essa é a altura de detecção:

$$Z_{\text{det}} = |Z_{\text{obs}} - Z_{\text{planeta}}| \tag{6.58}$$

Por fim, se a altura de detecção Z_{det} for menor que o raio da estrela reduzido pelo parâmetro de

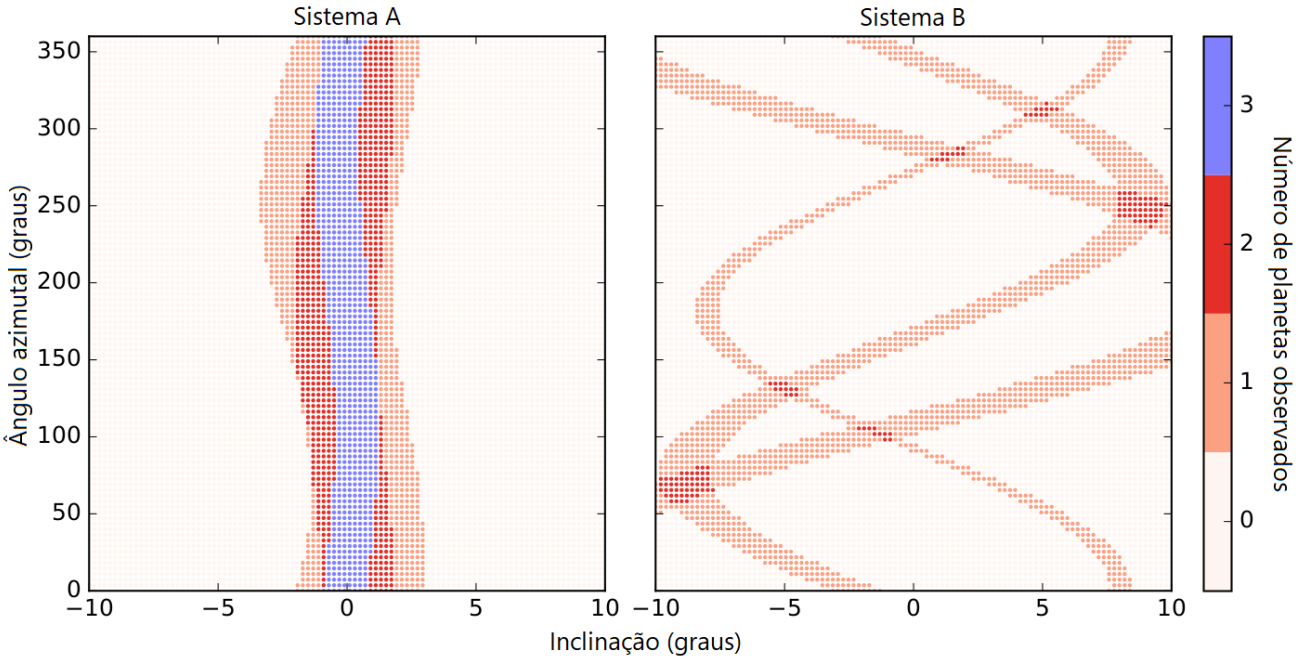
impacto B^*, o observador irá registrar o trânsito do planeta:

$$Z_{\text{det}} < r_{\text{estrela}} B^* \tag{6.59}$$

Na equação (6.59), o parâmetro de impacto B^* foi definido como 0,9. O intuito é criar um raio efetivo da estrela para o trânsito geométrico, isso é justificado devido à existência de efeitos como um trânsito de raspão[1] e escurecimento de bordo[2].

6.4.1 Aplicação

Figura 18 – Análise do trânsito geométrico para dois sistemas diferentes



Fonte: Produção própria.

A Figura 18 exemplifica a aplicação do método para dois sistemas simulados pelo Flintstone, cada um com três planetas com semi-eixo maior menor que 0,7 AU. O método é usado em 10000 pontos com ϕ_{obs} variando de 0º a 360º e i_{obs} variando de -10º a 10º, onde cada ponto tem uma respectiva cor que indica quantos planetas transitam para aquela linha de visão.

Tabela 2 – Dados dos planetas do sistema A

Planeta	Planeta α_1	Planeta α_2	Planeta α_3
Semi-eixo maior (UA)	0.1808	0.2966	0.4272
Inclinação (graus)	0.097	0.107	0.139

Fonte: Produção própria.

[1] Quando o planeta bloqueia uma parcela pouco perceptível da radiação da estrela, quando este trânsita na região dos polos da estrela.

[2] Efeito óptico e térmico que leva ao escurecimento da borda da estrela, portanto, a menor recepção de radiação da borda.

Tabela 3 – Dados dos planetas do sistema B

Planeta	Planeta β_1	Planeta β_2	Planeta β_3
Semi-eixo maior (UA)	0.1366	0.2401	0.5399
Inclinação (graus)	13.656	8.895	8.021

Fonte: Produção própria.

A Figura 18 mostra que o sistema A tem – próximo a inclinação $i_{obs} = 0^o$ – vários pontos em que todos planetas transitam, enquanto o sistema B não tem pontos em que mais de 2 planetas transitam, além de ter poucos pontos em que mais de 1 planetas transitam. Verificamos nas tabelas 1 e 2, que os planetas do sistema A e sistema B tem semi-eixo maior aproximadamente equivalentes entre a ordem dos planetas.

Logo, a variável decisiva para tal discrepância observada no cálculo do trânsito geométrico é claramente a inclinação mútua dos planetas. No sistema A os planetas tem alto grau de coplanaridade, a inclinação das órbitas dos planetas não ultrapassa 0,15^o. No sistema B os planetas tem altas inclinações, sendo ainda o mais interno e, portanto, o mais provável de ser observado por trânsito o mais inclinado do sistema.

7 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE FRAGMENTAÇÃO

A implementação realizada na versão modificada do pacote Mercury é exclusiva dos integradores híbrido e Bulirsch-Stoer, vamos apelidar a versão desenvolvida nesse projeto de super-Mercury, com intuito apenas de facilitar no momento em que nos referimos a versão usual do Mercury e a nossa versão com fragmentação. A principais mudanças estão na rotina de encontro próximo – que é compartilhada entre todos integradores –, mas outras modificações necessárias e testes foram realizados apenas nos integradores híbrido e BS. Aqui vamos nos ater exclusivamente a implementação para o integrador híbrido.

Primeiramente, habilitamos a opção de fragmentação já presente no código fonte original do Mercury, mas não implementada. Assim é possível durante uma mesma simulação habilitar/desabilitar a rotina de colisões gigantes e fragmentação no código.

Os vetores permanentes que contém as variáveis dos corpos presentes na simulações tiveram que ser alterados e no geral aumentados, já que o Mercury desenvolvido em *Fortran* não utiliza originalmente alocação dinâmica de memória. Portanto, o algoritmo define no tamanho desses vetores um limite da quantidade de corpos na simulação. Em comparação ao padrão definido por Chambers no Mercury o limite de corpos no super-Mercury é 100 vezes maior (20000 corpos). Posteriormente, após a realização de alguns testes com fragmentação tivemos que alterar o limite de corpos integrados em encontros próximos para o valor de 5000 corpos.

As equações de movimento resolvidas pela parte simplética do integrador híbrido provém dos seguintes hamiltonianos:

$$\mathcal{H}_K = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i^2}{2m_i} - G\frac{m_\odot m_i}{r_{\odot i}} \right), \tag{7.1}$$

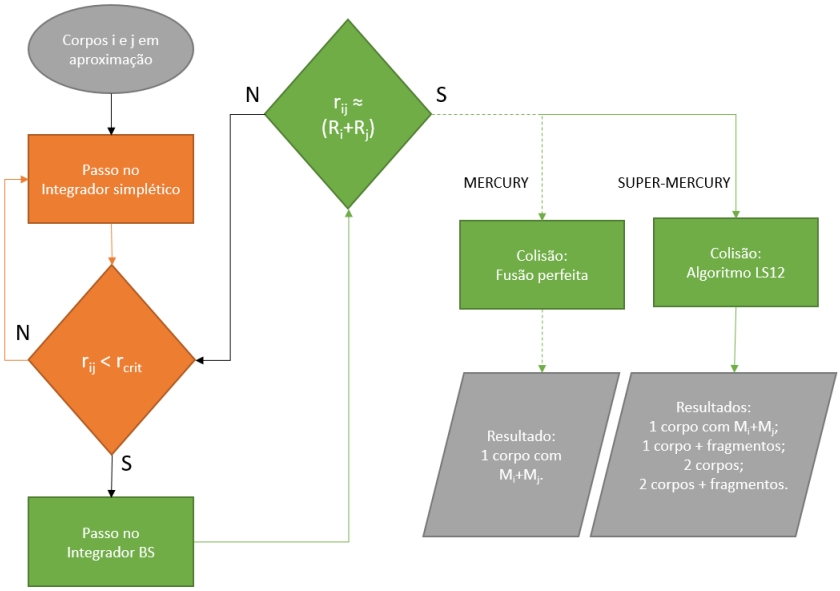
$$\mathcal{H}_I = -G\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{m_i m_j}{r_{ij}}, \tag{7.2}$$

$$\mathcal{H}_S = \frac{1}{2m_\odot} \left(\sum_{i=1}^{N} \mathbf{p_i} \right), \tag{7.3}$$

Onde i e j são índices dos N corpos, $\odot$ é o índice do corpo central. $\mathcal{H}_K$ é chamado de hamiltoniano de Kepler, $\mathcal{H}_I$ hamiltoniano de interação e $\mathcal{H}_S$ de hamiltoniano solar. Quando dois corpos entram em encontro próximo (ou seja, quando a distância entre os corpos é menor que um raio crítico r_{crit}) a parte da interação mútua referente a esses corpos em $\mathcal{H}_I$ é transferida para $\mathcal{H}_K$. Com isso, as equações de movimento oriundas de $\mathcal{H}_K$ não serão mais resolvidas de forma analítica pelo integrador simplético, mas de forma numérica pelo integrador BS.

Por conta disso, no integrador híbrido as colisões sempre ocorrerão durante os passos de integração do integrador BS. Na Figura 19 ilustramos um passo a passo simplificado de dois corpos colidindo no Mercury em comparação ao super-Mercury. A parte laranja do fluxograma é referente ao integrador simplético, a verde referente ao integrador numérico BS. r_{ij} é a distância entre os corpos i e j, R é o raio do corpo.

Figura 19 – Fluxograma do algoritmo da colisão entre dois corpos.



Fonte: Produção própria.

Como visto na Figura 19, o algoritmo de colisão perfeita do Mercury (*mce_coll*) é substituído pelo algoritmo baseado no modelo de colisões gigantes LS12 no super-Mercury que será abordada a seguir.

7.1 ROTINA DE COLISÕES GIGANTES (*MCE_GIMPACT*)

7.1.1 Condições iniciais da colisão

Ponto de colisão:

No fluxograma da Figura 19 verifica-se que essa rotina somente é acionada no momento da colisão onde $r_{ij} \approx (R_i + R_j)$. O sinal de aproximação tem seu propósito. Originalmente no Mercury, o passo de integração do BS é sensível o suficiente para integrar as órbitas com boa resolução e para não perder colisões, mas não é sensível suficiente para obter com precisão o momento do toque entre os corpos. Todas as colisões resolvidas na rotina *mce_coll* do Mercury são resolvidas com coordenadas dos corpos do momento em há uma parcela razoável dos raios sobrepostos. Ou seja, o toque dos raios dos corpos ocorreu em algum instante entre o último passo e o passo onde é calculada a colisão

Em testes preliminares verificamos que essa aproximação não era boa para nosso propósito, já que o modelo LS12 exige precisão na velocidade de impacto e no parâmetro de impacto. A solução implementada no super-Mercury foi integrar no BS com passo negativo (integração reversa) a partir da sobreposição dos raios até o momento do toque, com uma precisão significativamente maior que a utilizada no Mercury. Isso assegura que nossas coordenadas iniciais serão mais precisas. Para evitar problemas de ter corpos em épocas diferentes na simulação, depois de resolver a colisão os corpos sobreviventes são integrados até o tempo onde a colisão é originalmente detectada.

Tipos de corpos permitidos:

No Mercury existem dois tipos de corpos, os chamados “Big” (inseridos no arquivo *big.in*) e os “Small” (inseridos em *small.in*). Os corpos Small não interagem gravitacionalmente entre si, apenas

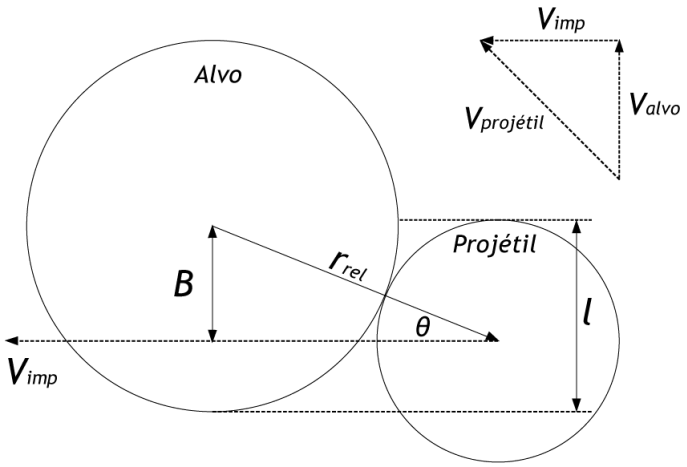
interagem gravitacionalmente com os corpos Big e o corpo central, enquanto os tipo Big são corpos que interagem comumente.

Originalmente no Mercury colisões entre corpos do tipo Big ou entre Big e Small resultam em colisão perfeita, enquanto colisão entre Small não são computadas. No super-Mercury colisões entre corpos Big acionam a rotina *mce_gimpact* e podem vir a resultar em fragmentação/espalhamento, as colisões entre Big e Small sempre resultam em fusão perfeita e as colisões entre Small não são computadas. Portanto, aqui falaremos apenas de colisões entre corpos do tipo Big, onde o maior corpo recebe a alcunha de Alvo e o menor a de Projétil.

Condições iniciais do LS12:

O primeiro dado a ser calculado é a posição relativa $r_{\rm rel}$ e a velocidade de impacto $V_{\rm imp}$, conforme a Figura 20.

Figura 20 – Geometria bidimensional de uma colisão.



Fonte: Produção própria.

O ângulo de impacto θ, parâmetro de impacto b, parâmetro de impacto crítico $b_{\rm crit}$ e B podem ser calculados como se segue:

$$\theta = \arccos\left(\frac{\mathbf{V}_{\rm imp}\cdot\mathbf{r}_{\rm rel}}{V_{\rm imp}r_{\rm rel}}\right) \tag{7.4}$$

$$b = \sin(\theta) \tag{7.5}$$

$$b_{\rm crit} = \frac{R_{\rm a}}{R_{\rm a}+R_{\rm p}} \tag{7.6}$$

$$B = \frac{R_{\rm a}+R_{\rm p}}{b}, \tag{7.7}$$

onde R é o raio do corpo. A seguir, utilizando o cálculo da massa interagente $m_{\rm int}$ (LEINHARDT; STEWART, 2011, p.6, eq.8), podemos obter a parcela do projétil que intercepta o corpo alvo l:

$$l = \begin{cases} (R_{\rm p}+R_{\rm a})(1-b), & \text{se } R_{\rm a} > R_{\rm p}B \\ 2R_{\rm p} & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{7.8}$$

A fração de massa do projétil que interage na colisão α pode ser calculada usando a eq.(5.6).

7.1.2 Regimes de colisão

Utilizando das condições iniciais vamos dividir os regimes de colisão de acordo com o modelo LS12. A seguir listamos os regimes e as condições para que uma colisão faça parte de determinado regime e comentamos o significado efetivo de uma colisão nesse regime:

1. Regime de Fusão Perfeita: $V_{\text{imp}} < V_{\alpha,\text{esc}}$
Onde $V_{\alpha,\text{esc}}$ é a velocidade de escape da massa total interagente, dada por:

$$V_{\alpha,\text{esc}} = \sqrt{2GM_{\text{int}}/(R_a + R_p)}, \tag{7.9}$$

e a massa interagente:

$$M_{\text{int}} = \alpha M_p + M_a. \tag{7.10}$$

O regime de Fusão Perfeita indica que a colisão é pouco energética e que todos possíveis fragmentos são acretados pelo maior remanescente após a colisão.

2. Regime Super-catastrófico: $V_{\text{imp}} \geqslant V_{\text{sc}}$
Onde V_{sc} é a velocidade crítica super-catastrófica:

$$V_{\text{sc}} = \sqrt{2Q_{\text{sc}}M_{\text{tot}}/\mu}, \tag{7.11}$$

podemos obter o critério de ruptura super-catastrófico, utilizando a condição $Q_R/Q'^{*}_{\text{RD}} \geqslant 1{,}8$:

$$Q_{\text{sc}} = 1{,}8Q'^{*}_{\text{RD}}, \tag{7.12}$$

No regime super-catastrófico a colisão é suficientemente energética para que o maior remanescente seja formado por menos de 10% da massa do corpo alvo. Esse é regime mais eficiente na produção de fragmentos, pois toda a massa do projétil e pelo menos 90% do corpo alvo são fragmentados.

3. Regime Erosão Parcial: $V_{\text{imp}} \geqslant V_{\text{ero}}$
Onde V_{ero} é a velocidade crítica erosiva:

$$V_{\text{ero}} = \sqrt{2Q_{\text{ero}}M_{\text{tot}}/\mu}, \tag{7.13}$$

para calcular o critério de ruptura erosivo, utiliza-se a condição para erosão $M_{\text{lr}} < M_a$ e a lei universal para massa do maior remanescente eq.(5.15):

$$M_a = M_{\text{tot}}\left(1 - \frac{Q_{\text{ero}}}{2Q'^{*}_{\text{RD}}}\right) \tag{7.14}$$

$$Q_{\text{ero}} = Q'^{*}_{\text{RD}} \left(\frac{2M_p}{M_{\text{tot}}} \right). \tag{7.15}$$

No regime de Erosão Parcial toda a massa do projétil e parte da massa do alvo se torna fragmentos. O maior remanescente é formado pelo parcela do corpo alvo que não sofreu ruptura.

4. Regime de Acreção Parcial: $b < b_{\text{crit}}$ e $V_{\text{imp}} < V_{\text{ero}}$
Se a colisão é do tipo não-raspão ($b < b_{\text{crit}}$) e não pertence aos regimes anteriores, então a colisão é do regime de acreção parcial. O regime de Acreção Parcial ocorre em colisões menos energéticas que os dois regimes anteriores. Parte da massa do projétil é acretada pelo maior remanescente que também contém toda a massa do corpo alvo. O restante da massa do projétil se torna fragmentos.

Para os regimes do tipo raspão: $b \geqslant b_{\text{crit}}$. Como verificado no modelo LS12, todos os regimes do tipo raspão consideram fragmentação apenas no corpo projétil. Essa aproximação é boa se os corpos não tem tamanhos semelhantes (no caso $\gamma \approx 1$) (LEINHARDT; STEWART, 2011). Na descrição dos resultados das colisões na próxima subseção citamos essa condição onde a fragmentação ocorre nos dois corpos para colisões do tipo raspão.

5. Regime Hit-and-Run Super-catastrófico: $V_{\text{imp}} \geqslant V^{\dagger}_{\text{sc}}$
Onde V_{sc} é a velocidade crítica super-catastrófica do impacto reverso:

$$V^{\dagger}_{\text{sc}} = \sqrt{2Q^{\dagger}_{\text{sc}} M_{\text{int}}/\mu_{\text{int}}}, \tag{7.16}$$

podemos obter o critério de ruptura super-catastrófico do impacto reverso, utilizando a mesma condição $Q^{\dagger}_R/Q^{\dagger *}_{\text{RD}} \geqslant 1.8$:

$$Q^{\dagger}_{\text{sc}} = 1{,}8 Q^{\dagger *}_{\text{RD}}. \tag{7.17}$$

O regime HnR super-catastrófico ocorre quando o corpo projétil sofre um ruptura suficiente para que seu maior remanescente seja menor que 10% da massa do projétil. A efetividade de fragmentação desse regime depende da razão de massa (γ), diretamente do tamanho do projétil. γ pequenos são resultado de colisão de corpos alvo grandes com projéteis pequenos condição que leva a uma ruptura maior do projétil mesmo em colisões menos energéticas.

6. Regime Hit-and-Run Erosivo: $V_{\text{imp}} \geqslant V^{\dagger}_{\text{ero}}$
Onde $V^{\dagger}_{\text{ero}}$ é a velocidade crítica erosiva do impacto reverso:

$$V^{\dagger}_{\text{ero}} = \sqrt{2Q^{\dagger}_{\text{ero}} M_{\text{int}}/\mu}, \tag{7.18}$$

para calcular o critério de ruptura erosivo, utiliza-se a condição para erosão do projétil $M_{\text{p,lr}} < m_{\text{int}}$, onde $M_{\text{p,lr}}$ é a massa do maior remanescente do projétil e m_{int} a massa do projétil que interage na colisão. Da mesma forma como no regime 2, podemos usar a lei universal para massa do maior

remanescente eq.(5.15):

$$m_{\text{int}} = M_{\text{int}} \left(1 - \frac{Q^{\dagger}_{\text{ero}}}{2Q^{\dagger *}_{\text{RD}}}\right) \tag{7.19}$$

$$Q^{\dagger}_{\text{ero}} = Q^{\dagger *}_{\text{RD}} \left(\frac{2m_{\text{int}}}{M_{\text{int}}}\right). \tag{7.20}$$

No regime HnR Erosivo parte da massa projétil é fragmentada. Caso $\gamma \geqslant 0.95$ consideramos fragmentação idêntica no corpo alvo.

7. Regime Graze-and-Merge: $V_{\text{imp}} < V_{\text{hr}}$
Sendo V_{hr} a velocidade crítica para uma colisão do tipo *hit-and-run*, que pode ser calculada usando a eq.(5.17). O regime GnM ocorre em colisões do tipo raspão pouco energéticas. Qualquer ruptura do projétil é acretada no maior remanescente.

8. Regime Hit-and-Run Puro: $V_{\text{imp}} \geqslant V_{\text{hr}}$
No HnR Puro o corpo alvo e projétil sofrem um colisão parcialmente inelástica.

É importante notar que é necessário que os condicionais para cada regime estejam na ordem acima.

7.1.3 Resultado dos regimes

Aqui dividimos os regimes em 4 grupos:

i. Único corpo resultante: os regimes Fusão Perfeita e Graze-and-Merge tem como resultado a fusão perfeita dos corpos da colisão.

- O corpo resultante recebe a soma das massas: $M_{\text{lr}} = M_a + M_p$;
- A velocidade e posição do corpo resultante são do centro de massa inicial da colisão.

Depois de substituir o alvo e o projétil pelo corpo resultante, é executado a integração da órbita do corpo pelo mesmo intervalo de tempo da integração reversa para encontrar o ponto de contato.

ii. Alvo + fragmentos: os regimes Super-catastrófico, Erosão parcial, Acreção parcial e Hit-and-Run Super-Catastrófico tem como resultado o corpo alvo (maior remanescente) e um conjunto de fragmentos.

A massa do maior remanescente em cada regime é:

- Super-Catastrófico: $M_{\text{lr}} = 0{,}1 M_{\text{tot}} \left(\frac{Q_R}{1{,}8 Q'^{*}_{RD}}\right)^{-3/2}$;
- Erosão/Acreção parcial: $M_{\text{lr}} = M_{\text{tot}} \left(1 - \frac{Q_R}{2Q'^{*}_{RD}}\right)$;
- Hit-and-Run Super-Catastrófico: $M_{\text{lr}} = M_a$.

A massa que será fragmentada nesses regimes é $M_{\text{frag}} = M_{\text{tot}} - M_{\text{lr}}$. Os fragmentos são gerados na rotina *mce_frag* que iremos abordar mais a frente neste capítulo.

A posição do maior remanescente da colisão será a posição do centro de massa inicial da colisão. A velocidade do maior remanescente será dada por 4 ajustes realizados na Figura 13 em termos da velocidade inicial do centro de massa da colisão V_{cm}:

- Para $b \leqslant 0{,}2$: $V_{\text{lr}} = V_{\text{cm}}$;
- Para $0{,}2 < b \leqslant 0{,}52$: $V_{\text{lr}} = V_{\text{cm}} + V_{\text{cm}} \left(- \left(\frac{M_{\text{lr}}}{M_{\text{tot}}} - 0{,}2 \right)^3 + 0{,}7 \right)$;
- Para $0{,}52 < b \leqslant 0{,}75$: $V_{\text{lr}} = V_{\text{cm}} + V_{\text{cm}} \left(- \left(\frac{M_{\text{lr}}}{M_{\text{tot}}} \right)^{10} + 0{,}97 \right)$;
- Para $b > 0{,}75$: $V_{\text{lr}} = V_a$;

Depois de inserir o maior remanescente da colisão, também é executada uma integração como no caso **i**. Os fragmentos portanto, serão inseridos depois dessa integração.

iii. Alvo + projétil + fragmentos: apenas o regime Hit-and-Run erosivo tem como resultado os corpos alvo (maior remanescente) e projétil (segundo maior remanescente, slr) mais um conjunto de fragmentos.

- Massa do corpo alvo resultante: $M_{\text{lr}} = M_a$;
- Massa do projétil: $M_{\text{slr}} = M_{\text{int}} \left(1 - \frac{Q_R^{\dagger}}{2Q_{RD}^{\dagger *}} \right)$;
- Massa total de fragmentos: $M_{\text{frag}} = M_{\text{tot}} - M_{\text{lr}} - M_{\text{slr}}$

A posição e velocidade dos dois maiores remanescentes da colisão é determinada da seguinte forma: Depois de resolvida a colisão, o lr assume as coordenadas do corpo alvo e o slr do projétil. Então, a velocidade relativa entre os dois corpos é decomposta em uma parte tangencial e uma parte ortogonal ao vetor que liga os dois corpos. A parte tangencial permanece constante, enquanto a parte ortogonal recebe sinal oposto e tem seu magnitude diminuída em 50%. Este cálculo simula uma colisão parcialmente inelástica com coeficiente de restituição ortogonal de 50% e coeficiente de restituição tangencial de 100%. Após isso, uma integração no BS afasta os corpos pelo intervalo de tempo utilizado para retirar a sobreposição dos raios no momento da detecção da colisão.

iv. Alvo + projétil: por fim, o regime Hit-and-Run Puro tem como resultado ambos os corpos alvo e projétil intactos.

Aqui as coordenadas de posição e velocidade do alvo e projétil recebem o mesmo tratamento que no caso **iii**, simulando uma colisão parcialmente inelástica com coeficiente de restituição ortogonal de 50% e coeficiente de restituição tangencial de 100%. Os corpos também são afastados como no caso **iii**.

7.2 ROTINA DE FRAGMENTAÇÃO (*MCE_FRAG*)

7.2.1 Tamanho dos fragmentos

Utilizando dos ajustes obtidos por Leinhardt e Stewart (2011), podemos calcular os fragmentos subsequentes ao dois maiores remanescentes (lr e slr) de uma determinada colisão.

Para as colisões onde a M_{slr} ainda não foi determinado, podemos usar a equação deduzida em Leinhardt e Stewart (2011) como se segue:

$$M_{\text{slr}} = M_{\text{tot}} \frac{(3-\beta)\left(1 - N_{\text{lr}} \frac{M_{\text{lr}}}{M_{\text{tot}}}\right)}{N_{\text{slr}}\beta}. \tag{7.21}$$

Para obtermos a quantidade e a massa dos fragmentos menores que o slr, devemos utilizar a equação diferencial (5.22) e a eq.(5.23) para o coeficiente C. É necessário então definir uma massa limite para o menor fragmento a ser criado pelo super-Mercury. Depois de alguns testes do tipo tentativa e erro definimos a massa do menor fragmento $M_{\text{min}} = 10$ massas de Ceres. O objetivo de definir essa massa mínima é limitar o número de fragmentos gerados pelo algoritmo a uma quantidade computacionalmente viável. Uma massa mínima pequena iria criar uma quantidade da ordem de milhares de fragmentos numa só colisão em casos mais extremos (muita massa fragmentada), tornando o código muito lento. A massa de 10 ceres para o fragmento mínimo cria uma quantidade da ordem de centenas de fragmentos nos mais extremos casos. Além disso, essa massa é semelhante uma das massas de fragmentos usadas em Chambers (2013).

Com M_{lr} e M_{slr} calculados, se $M_{\text{slr}} > M_{\text{min}}$ é possível integrar a eq.(5.22) para obter o número de fragmentos $N(M_{\text{slr}}, M_{\text{min}})$ entre o M_{slr} e o M_{min}:

$$\int_{D_{\text{min}}}^{D_{\text{slr}}} n(D)dD = -C \int_{D_{\text{min}}}^{D_{\text{slr}}} D^{-(\beta+1)}dD \tag{7.22}$$

$$N(D_{\text{slr}}, D_{\text{min}}) = \frac{C}{\beta}\left(D_{\text{min}}^{-\beta} - D_{\text{slr}}^{-\beta}\right), \tag{7.23}$$

onde

$$\frac{C}{N_{slr}\beta} = \left[\frac{(3-\beta)(M_{tot} - N_{lr}M_{lr})}{(4/3)\pi\rho N_{slr}\beta}\right]^{\frac{\beta}{3}}. \tag{7.24}$$

Considerando os fragmentos como esferas perfeitas de densidade ρ igual a do corpo alvo, o diâmetro pode ser escrito como:

$$D = 2\left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3}, \tag{7.25}$$

e portanto

$$N(M_{\text{slr}}, M_{\text{min}}) = \frac{C}{\beta 2^{\beta}}\left(M_{\text{min}}^{-\frac{\beta}{3}} - M_{\text{slr}}^{-\frac{\beta}{3}}\right)\left(\frac{4\pi\rho}{3}\right)^{\frac{\beta}{3}}. \tag{7.26}$$

onde seguindo Leinhardt e Stewart (2011), $\beta = 2{,}85$.

Com o número de fragmentos entre $M_{\rm slr}$ e $M_{\rm min}$, agora integramos uma equação parecida com a eq.(5.22), com intervalo entre um fragmento qualquer n e o menor fragmento possível com n $\rightarrow \infty$, resultando em $D_\infty = 0$:

$$\int_0^{D_{\rm n}} n(D)m(D)dD = -C \int_0^{D_{\rm n}} D^{-(\beta+1)} M(D)dD, \tag{7.27}$$

onde $m(D)$ é a massa individual de cada fragmento com tamanho D. A integral $\int_a^b n(D)m(D)dD$ é $M(D_{\rm b}, D_{\rm a})$, que é a quantidade de massa em fragmentos entre os tamanhos a e b. $M(D)$ é a massa em função do diâmetro, inverso da eq.(7.25). Temos então:

$$M(D_{\rm n}, 0) = \frac{4\pi\rho}{3}\frac{C}{8}\frac{D_{\rm n}^{3-\beta}}{(3-\beta)}. \tag{7.28}$$

A equação acima é uma relação de recorrência para $D_{\rm n}$ e a massa remanescente $M(D_{\rm n}, 0)$, que é a massa total subtraída de todos os fragmentos maiores que o fragmento $D_{\rm n}$. Logo, o diâmetro de um fragmento n, para n > 1, é dado por:

$$D_{\rm n} = \left(\frac{6(3-\beta)}{\pi\rho C} M_{\rm rem}\right)^{1/(3-\beta)}, \tag{7.29}$$

e

$$M_{\rm n} = \frac{4\pi\rho}{3}\left(\frac{D_{\rm n}}{2}\right)^3. \tag{7.30}$$

se n $= 3$, $M_{\rm rem} = M_{\rm tot} - M_{\rm lr} - M_{\rm slr}$; n $= 4$, $M_{\rm rem} = M_{\rm tot} - M_{\rm lr} - M_{\rm slr} - M_3$, e assim por diante até que n $- 2 = N(M_{\rm slr}, M_{\rm min})$.

O restante da massa fragmentada $M_{\rm frag}$ é preenchida por fragmentos com $M_{\rm min}$. Caso a quantidade de $M_{\rm min}$ não seja exata, a parte não exata é adicionada ao último $M_{\rm min}$ gerado, logo este terá massa entre $M_{\rm min}$ e $2M_{\rm min}$.

Para todos regimes $N_{\rm lr} = 1$ e $N_{\rm slr} = 2$, exceto que, no regime Hit-and-Run erosivo existe um caso especial em que $\gamma \approx 1$. Segundo Leinhardt e Stewart (2011), dois corpos com tamanho aproximadamente iguais tem fragmentação aproximadamente idêntica numa colisão do tipo *hit-and-run*, somente neste caso $N_{\rm lr} = 2$ e $N_{\rm slr} = 4$. Portanto, dentro da condição $\gamma \geqslant 0{,}95$ reproduzimos no alvo a mesma fragmentação calculada no projétil.

Caso alguma colisão resulte na massa total de fragmentos $M_{\rm frag} < M_{\rm min}$ a colisão é transferida para a Fusão Perfeita ou para o regime Graze-and-Merge dependendo da velocidade de impacto. Se $M_{\rm slr} \leqslant M_{\rm min}$ o super-Mercury divide a massa de fragmentos $M_{\rm frag}$ entre fragmentos com massa $M_{\rm min}$ e a massa não exata dessa divisão é adicionada ao último fragmento.

7.2.2 Coordenadas dos fragmentos

Posição:

A posição em que inserimos os fragmentos é semelhante a de Chambers (2013). Primeiro obtemos um plano ortogonal ao eixo que liga o corpo alvo ao projétil no momento da colisão, nesse plano, os fragmentos serão colocados em circunferências. Entretanto, as circunferências (e portanto o plano) são transladadas para uma posição onde o centro da cada circunferência é a posição onde foi inserido o maior remanescente da colisão.

Os fragmentos nas circunferências estão equidistantes entre si e são colocados de forma randomizada. O raio das circunferências estão em função do raio de Hill da massa combinada $R_{\text{hill,MC}}$, dado por:

$$R_{\text{hill,MC}} = r_{\text{lr}} \sqrt[3]{\frac{M_{\text{tot}}}{M_{\odot}}}, \tag{7.31}$$

sendo r_{lr} a posição do lr em coordenadas heliocêntricas.

A primeira circunferência tem raio $1\ R_{\text{hill,MC}}$ e suporta até 500 fragmentos. Para evitar a sobreposição em colisões onde mais de 500 fragmentos são gerados, os fragmentos são divididos entre a primeira e uma segunda circunferência concêntrica a primeira de raio $1{,}1\ R_{\text{hill,MC}}$, esse processo se repete para N circunferências de raio $(1 + \text{N}/10)\ R_{\text{hill,MC}}$ sempre que o numero de fragmentos supere $500\times$N. A geometria do método utilizado aqui pode ser visualizado na Figura 25.

Velocidade:

A velocidade de cada fragmento é a composição da velocidade do maior remanescente da colisão com uma velocidade de escape devido a colisão. Essa velocidade de escape tem direção radial a partir do centro do circulo. A magnitude da velocidade de escape é dada pelo ajuste logarítmico realizado sobre as caixas de fragmentos da Figura 14 dada em Leinhardt e Stewart (2011).

Mas no super-Mercury, priorizamos evitar que os fragmentos fiquem muito próximos do lr logo após a colisão. Portanto, ao invés de usar o ajuste para a velocidade de escape no raio da massa conjunta a densidade de $1g/cm^3$, utilizamos o ajuste da Figura 14 para a velocidade de escape no raio de hill da massa conjunta. Reproduzimos as caixas de fragmentos sempre com os maiores fragmentos recebendo a menor velocidade de escape, portanto preenchendo as caixas a partir das com maior fração de massa da colisão. Integrando a eq.(5.24), obtemos a seguinte equação para o cálculo a massa ΔM de uma caixa com velocidade normalizada de escape $v_{\text{esc,f}}$:

$$\Delta M(v_{\text{esc,f}}) = \frac{10^{A-S\ (v_{\text{esc,f}}-0{,}5)} + 10^{A-S\ v_{\text{esc,f}}}}{(S\ log(10)\ \Delta v)} M_{tot} \tag{7.32}$$

onde $A = -0{,}3 M_{lr}/M_{tot} + 0{,}3$ e S é dado pela eq.(5.25). A primeira caixa tem $v_{\text{esc,f}} = 0,5$, cada fragmento adicionado a caixa recebe $v_{\text{esc,f}}$ e quando a soma das massas dos fragmentos se tornar maior que $\Delta M(0{,}5)$ passamos para a próxima caixa $\Delta M(1)$, onde $v_{\text{esc,f}} = 1$ e assim por diante.

A $v_{\text{esc,f}}$ é normalizada pela velocidade de escape no raio de hill da massa conjunta, portanto temos

a seguinte relação para a velocidade de escape do fragmento:

$$V_{\text{esc,f}} = v_{\text{esc,f}}\, V^{\text{esc}}_{\text{hill,MC}}. \tag{7.33}$$

onde a velocidade de escape no raio de hill da massa conjunta é $V^{\text{esc}}_{\text{hill,MC}} = \sqrt{2GM_{\text{tot}}/R_{\text{hill,MC}}}$.

Finalmente, a composição da velocidade do fragmento é dada por:

$$\mathbf{V}_{\text{frag}} = \mathbf{V}_{\text{lr}} + \mathbf{V}_{\text{esc,f}}. \tag{7.34}$$

A distribuição das velocidades relativas ao lr podem ser observadas nas colisões testes do capítulo seguinte.

Após cada colisão em que as rotinas *mce_gimpact* e *mce_frag* são acionadas o super-Mercury preenche um novo arquivo de saída *giant_impact.out* com os dados das condições iniciais, dos corpos envolvidos e corpos resultantes da colisão.

8 TESTES CONTROLADOS

Neste capítulo descrevemos alguns testes realizados com modelo implementado no super-Mercury. O passo seguinte a implementação foi verificar se o super-Mercury estava calibrado com outro integrador que considera o mesmo modelo de tratamento de colisões gigantes LS12. Durante a verificação não foi necessário nenhum ajuste. Logo, avançamos para os testes de colisões individuais controladas, onde quase que exaustivamente corrigimos problemas de compatibilidade entre o modelo a ser implementado e o integrador presente no Mercury. Aqui mostraremos apenas o resultado dos testes com os ajustes finais descritos no capítulo anterior.

Durante a descrição dos testes abaixo, explicitamos e discutimos a razão de algumas das escolhas feitas durante a implementação do algoritmo de fragmentação, discutindo também algumas deficiências do modelo implementado.

Para a tabela 4 selecionamos 4 colisões que testam diferentes regimes com a presença de fragmentação. As colisões foram simuladas no algoritmo do super-Mercury de forma controlada. As condições iniciais dos testes são massa, posição e velocidade dos dois corpos no instante anterior a colisão. As equações de fragmentação também foram implementadas num algoritmo em Python para facilitar a visualização e análise dos resultados.

Tabela 4 – Dados dos testes de colisões controlados

Regime	**Acreção P.**	**Erosão P.**	**HnR Ero.**	**HnR SC**
γ	0,5	0,4404	0,209	0,2188
b	0,1613	0,2589	0,8052	0,9492
M_{a}	0,6667	0,6942	0,827	0,8204
M_{p}	0,3333	0,3058	0,173	0,1795
M_{lr}	0,9441	0,6716	0,827	0,8204
M_{slr}	0,0014	0,0086	0,0679	0,0217
N_{tail}	2	23	32	24
$N_{<\text{lr}}$	87	505	651	498
E_0/E_1	0,9999	0,9908	1,0182	1,0686

Para cada colisão temos razão de massa (γ) e parâmetro de impacto (b). As massas do alvo, projétil, maior remanescente e segundo maior remanescente são dadas como fração da massa total da colisão. N_{tail} é o número de fragmentos de tamanhos diferentes provenientes da cauda de fragmentos (número de fragmentos entre M_{slr} e M_{min}). $N_{<\text{lr}}$ é o número de remanescentes menores que o lr. E_0/E_1 é razão entre a energia antes da colisão (E_0) e depois da colisão (E_1) para a colisão isolada. Fonte: Produção própria.

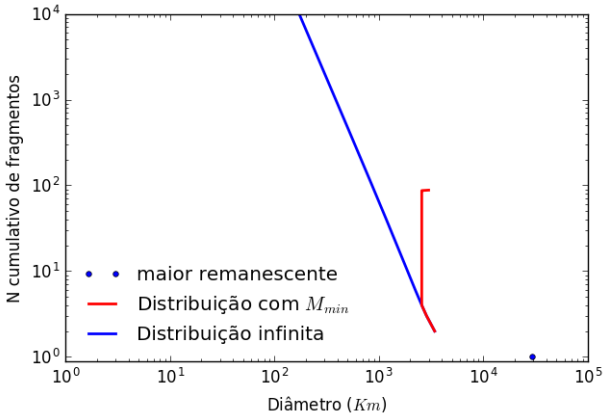
Podemos observar que colisões nos regimes do tipo não-raspão detém os menores valores de b, como esperado. Também pode ser verificado que cada colisão segue corretamente a alteração de massa do corpo alvo M_{a} em seu regime, tendo como resultante do corpo alvo a M_{lr}. Além disso, em todos os casos com fragmentação o corpo M_{p} é destruído ou severamente erodido no caso *Hit-and-Run* Erosivo.

Fica claro nessa tabela que o algoritmo obteve sucesso em conservar a maior parte da energia dos corpos envolvidos nas colisões teste e transferir para os corpos resultantes. É importante notar que não implementamos nenhuma forma de dissipação de energia para as colisões. Por completude, seria importante avaliar qual a ordem das possíveis dissipações e seu grau de importância para o sistema.

8.1 TESTANDO A PRODUÇÃO DE FRAGMENTOS

Os testes a seguir tem o objetivo de verificar se a produção da cauda de fragmentos do super-Mercury em questão de massa e velocidade está em conforme com os ajustes realizados a partir do modelo LS12 em Leinhardt e Stewart (2011). Os testes são realizados pelo algoritmo em Python (que também produz as figuras). Selecionamos e discutimos os gráficos provenientes dos testes das colisões do regime de Acreção Parcial (Figura 21 e Figura 22), *Hit-and-Run* Erosivo (Figura 23) e *Hit-and-Run* Super-catastrófico (Figura 24), apresentados na tabela 4.

Figura 21 – Distribuição cumulativa de fragmentos por massa do fragmento (Acreção Parcial)



Fonte: Produção própria.

A Figura 21 mostra a distribuição cumulativa da massa de cada fragmento normalizada pela massa total. A colisão foi classificada no regime de acreção parcial. A distribuição em azul foi criada a partir de 100000 fragmentos pertencentes a distribuição da cauda de fragmentos em conjunto com o maior remanescente (quadrado azul). Aqui o lr é calculado pela lei universal eq.(5.15), o slr usando eq.(7.21) e a cauda de fragmentos menores usando a eq.(7.30). A curva segue um decaimento no tamanho dos fragmentos semelhante aos ajustes da Figura 12.

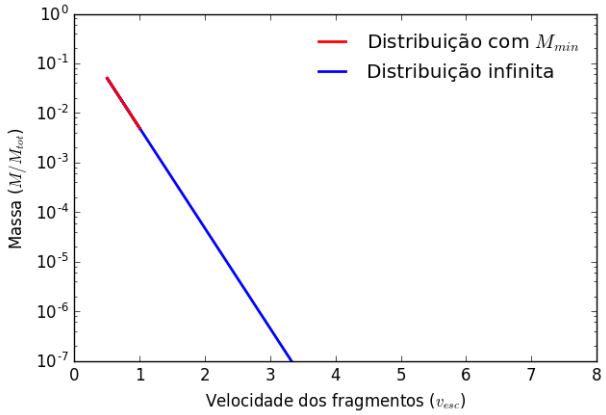
Em vermelho, plotamos a distribuição calculada pelo algoritmo implementado no super-Mercury, cujo limite de massa mínima ($M_{\text{min}} = 10$ massas de ceres) faz com que se tenha menos fragmentos a serem calculados e adicionados a simulação. A distribuição em vermelho contém o slr, 2 fragmentos da cauda e mais 84 fragmentos com massa M_{min}. A distribuição de massa de fragmentos adotada no super-Mercury é ainda mais eficaz em reduzir a quantidade de fragmentos oriundos da colisão se comparado a distribuição usada em Chambers (2013), onde todos os fragmentos recebem uma massa M_{min}. Isso é devido ao super-Mercury permitir que alguns fragmentos sejam maiores que M_{min}.

A condição de impormos a conservação de massa é discutida a seguir. Modelos para colisão e fragmentação de asteroides como Dohnanyi (1969), propõem que a parte da massa da colisão que é

atribuída a poeira de tamanho suficientemente pequeno para sofrer efeitos da radiação solar (e portanto serem ejetados do sistema) deve ser perdida. No trabalho de Leinhardt e Stewart (2011) não é possível determinar com precisão a quantidade de massa que deve ser perdida por efeitos de pressão de radiação. A principal origem deste fato é que em Leinhardt e Stewart (2011) o tamanho das partículas utilizadas no PKDGRAV são muito maiores do que a poeira.

Portanto, ao impor a conservação da massa, podemos concluir que a massa total presente na simulação é superestimada em forma de fragmentos que armazenam essa massa de poeira. Isso não deve ser uma deficiência significativa para o objetivo desse projeto, pois é muito provável que uma parcela dos fragmentos não sejam reacretados pelos planetas durante o período total de simulação.

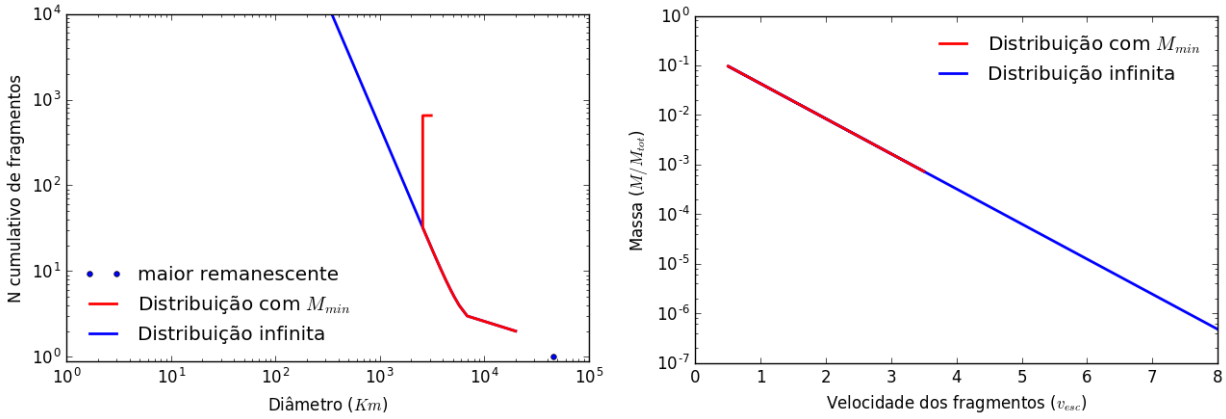
Figura 22 – Distribuição normalizada de massa por velocidade do fragmento (Acreção Parcial)



Fonte: Produção própria.

Na Figura 22, temos em azul a distribuição infinita da velocidade dos fragmentos versus a massa de cada caixa de fragmentos. Em vermelho temos a distribuição com M_{min}, onde verificamos que os fragmentos efetivamente inseridos nessa colisão recebem no máximo uma velocidade de escape da massa conjunta da colisão. A curva das distribuições se assemelham com os painéis cuja razões de massa estão próximas de $1:1$ e $b = 0$ na Figura 14.

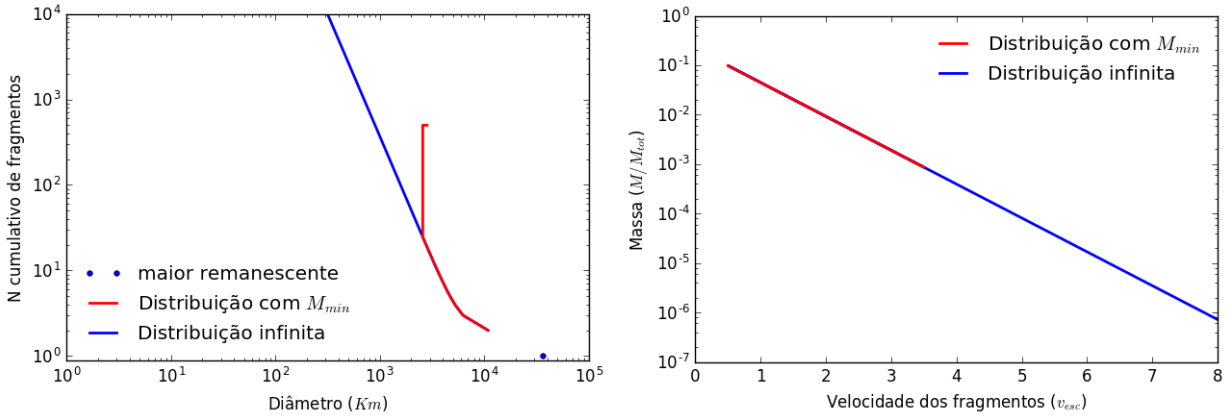
Figura 23 – Teste para *Hit-and-Run* Erosivo



Fonte: Produção própria.

Os testes realizados para outros regimes podem ser observados nos gráficos da Figura 23 e Figura 24. Na Figura 23, temos uma colisão no regime *hit-and-run* erosivo. Nesse regime o lr da colisão é o

Figura 24 – Teste para *Hit-and-Run* Super-catastrófico



Fonte: Produção própria.

próprio corpo alvo intacto e o slr é determinado pela lei universal do maior remanescente para o impacto reverso. Portanto, o slr não faz parte da distribuição de fragmentos da cauda. A Figura 24 mostra a configuração de massa e velocidade dos fragmentos numa colisão do regime *hit-and-run* super-catastrófico. Verifica-se que nestas duas colisões a distribuição em vermelho tem fragmentos em caixas com até 3.5 unidades da velocidade de escape da massa conjunta.

8.2 DINÂMICA DOS FRAGMENTOS

Com a finalidade de testar a configuração dos fragmentos, utilizamos o Python para gerar um gráfico em três dimensões com posições e velocidades. Os dados mostrados provém das colisões testes dos regimes de Acreção e Erosão da tabela 4 realizadas no algoritmo do super-Mercury. O objetivo é verificar se o super-Mercury reproduz corretamente posição e velocidade dos fragmentos relativas ao lr, descritas em 7.2.2.

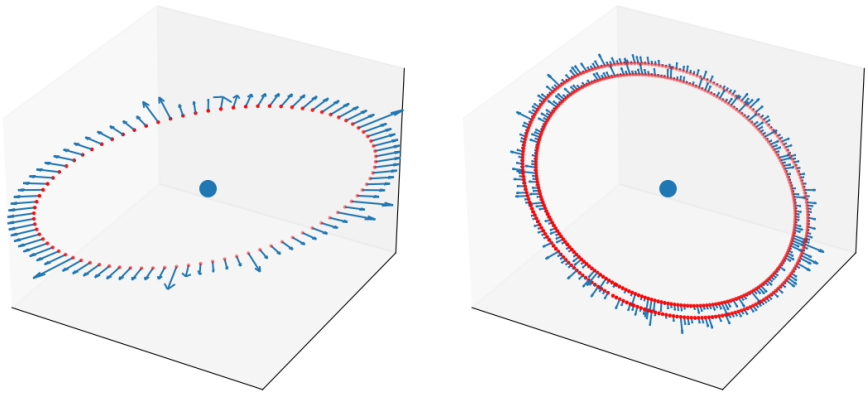
Observamos na Figura 25 que a primeira colisão não produziu fragmentos suficientes para que fosse necessário criar uma segunda circunferência. Diferente da segunda colisão onde os fragmentos foram divididos entre duas circunferências. Claramente, a segunda colisão resultou em uma variedade maior de magnitudes das velocidades de escape. Isso é devido a colisão ser mais energética e, por consequência, gerar uma maior quantidade de massa fragmentada.

Com os testes mostrados aqui foi possível verificar que o algoritmo implementado é capaz de reproduzir muito bem a dinâmica local de uma colisão gigante com fragmentação. Para avaliar as consequências da fragmentação sobre a formação e evolução dinâmica de um sistema de super-Terras é necessário um conjunto de simulações que permita uma análise estatística desses possíveis efeitos.

8.3 SIMULAÇÃO PRELIMINAR

Aqui iremos apresentar os resultados de uma simulação preliminar que demostra o funcionamento do algoritmo de colisões gigantes e fragmentação implementado no super-Mercury e algumas diferenças importantes entre uma mesma simulação integrada no super-Mercury em comparação ao Mercury usual. Em seguido, descrevemos brevemente o conjunto de simulações que utilizaremos nesse trabalho.

Figura 25 – Configuração dos fragmentos imediatamente após a colisão



Os pontos vermelhos indicam a posição de cada fragmento em relação ao lr. À esquerda temos a colisão teste do regime de Acreção que produziu 87 fragmentos mais o lr. Enquanto à direita está a colisão do regime de Erosão com 505 fragmentos e o lr. Os vetores em azul representam as velocidades relativas ao lr (ou velocidades de escape). Os tamanhos e as distâncias dos corpos estão fora de escala. As velocidades estão em escala entre si, mas fora de escala com todo o restante das grandezas. Fonte: Produção própria.

Para analisar o funcionamento do tratamento de colisões e fragmentação em simulações de formação de super-Terras, utilizamos uma simulação do Model-I de Izidoro et al. (2019). Escolhemos propositalmente como condição inicial uma configuração desse sistema anterior a uma fase de instabilidades, neste caso, exatamente após a dissipação do disco de gás em 5 Ma. A partir disso, integramos esse sistema por 100 ka com o super-Mercury e com o Mercury usual, para então compararmos.

A Figura 26 ilustra o estado inicial desse sistema e os resultados após a integração realizada no Mercury considerando colisões perfeitamente agregativas, em comparação a integração do super-Mercury com o modelo de colisões gigantes e fragmentação.

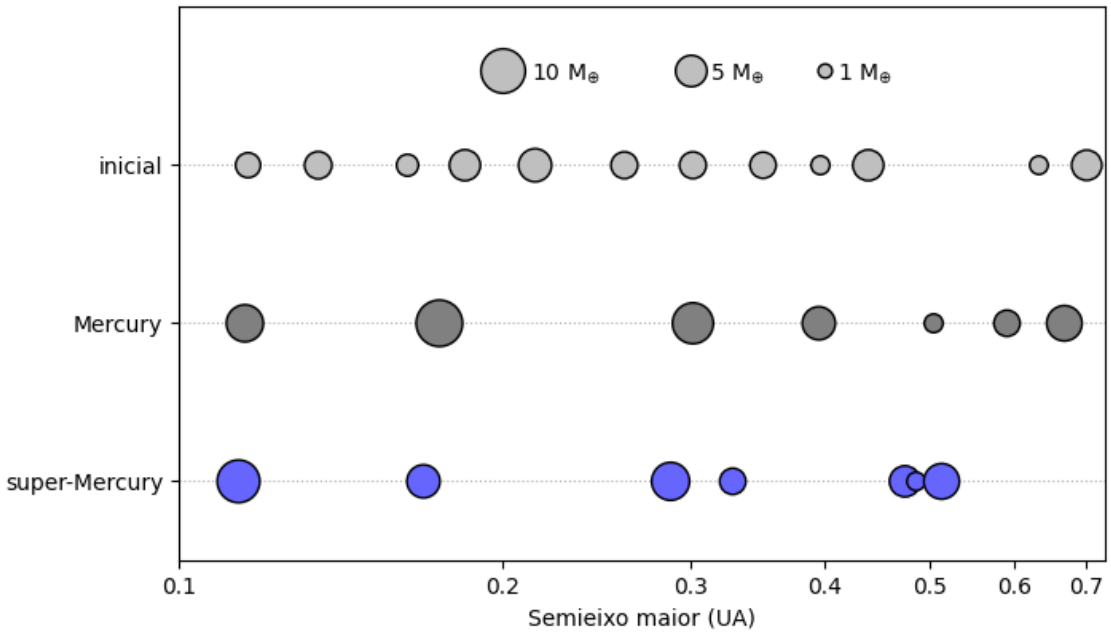
Antes de investigarmos a diferença entre as simulações integradas, analisamos os tipos de colisões que ocorreram na simulação integrada pelo Mercury. O objetivo é verificar se essas colisões se encaixariam em regimes diferentes do perfeitamente agregativo (Fusão perfeita ou *Graze-and-Merge*), que é o único tipo de colisão resultante nesse caso. A tabela 5 mostra a qual regime pertence cada colisão ocorrida na simulação do Mercury, se essa fosse realizada com o tratamento de colisões gigantes e fragmentação implementado no super-Mercury.

Verifica-se que das cinco colisões, apenas duas seriam do tipo perfeitamente agregativas. Teríamos ainda, 160 fragmentos gerados na primeira colisão. É importante notar que, o fato dos corpos projéteis sobreviverem em colisões do regime *Hit-and-run* Puro e de poderem ser espalhados nos subsequentes encontros pode alterar a dinâmica das colisões seguintes.

Na tabela 6 descrevemos as colisões ocorridas na simulação integrada no super-Mercury. A principal diferença entre as simulações é a quantidade de colisões e, claro a criação de fragmentos como será apresentada mais abaixo.

A Figura 27 e Figura 28, ilustram as órbitas internas presentes no instante final das simulações

Figura 26 – Visão geral do sistema



O primeiro sistema ilustrado é o estado inicial para ambas simulações em 5 Ma. Abaixo, o estado do sistema em 5,1 Ma ao final da integração realizada no Mercury e no super-Mercury, respectivamente. No eixo horizontal ilustramos o semieixo maior dos planetas na parte interna dos sistemas onde $a \leqslant 0{,}7$ UA. Para uma melhor visualização, o tamanho do planeta está representado como uma função linear da massa do planeta. Fonte: Produção própria.

Tabela 5 – Colisões de 5–5,1 Ma: Mercury

Colisão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Regime	Acreção P.	HnR Puro	GnMerge	GnMerge	HnR Puro
γ	0,4956	0,3683	0,8316	0,7503	0,4969
b	0,5351	0,8389	0,7788	0,6643	0,5737
$N_{<\mathrm{lr}}$	160	1	0	0	1

Para as colisões ocorridas entre 5 e 5,1 Ma, indicamos o regime da colisão, a razão de massa (γ) e parâmetro de impacto (b). $N_{<\mathrm{lr}}$ é o número de remanescentes menores que o lr, ou seja, o número de corpos a mais que resultariam da colisão usando o super-Mercury, invés do Mercury. Fonte: Produção própria.

realizadas no Mercury e super-Mercury, respectivamente. Nota-se que grande parte dos fragmentos se concentram em órbitas próximas da estrela, formando um "disco"de detritos, de forma semelhante ao observado por Poon et al. (2020).

Dos 561 fragmentos gerados pelas colisões (1), (8) e (9) durante a integração no super-Mercury, apenas 149 permanecem na região interna do sistema e sobreviveram até o final da integração. A maioria foram reacretados pelos planetas da região, 29 adquiriram órbitas com $a > 0{,}7$ UA, 2 colidiram com a estrela e nenhum fragmento foi ejetado. Os 178 detritos presentes na simulação acumulam a massa de $0{,}2778$ $\mathrm{M}_\oplus$.

Tabela 6 – Colisões de 5–5,1 Ma: super-Mercury

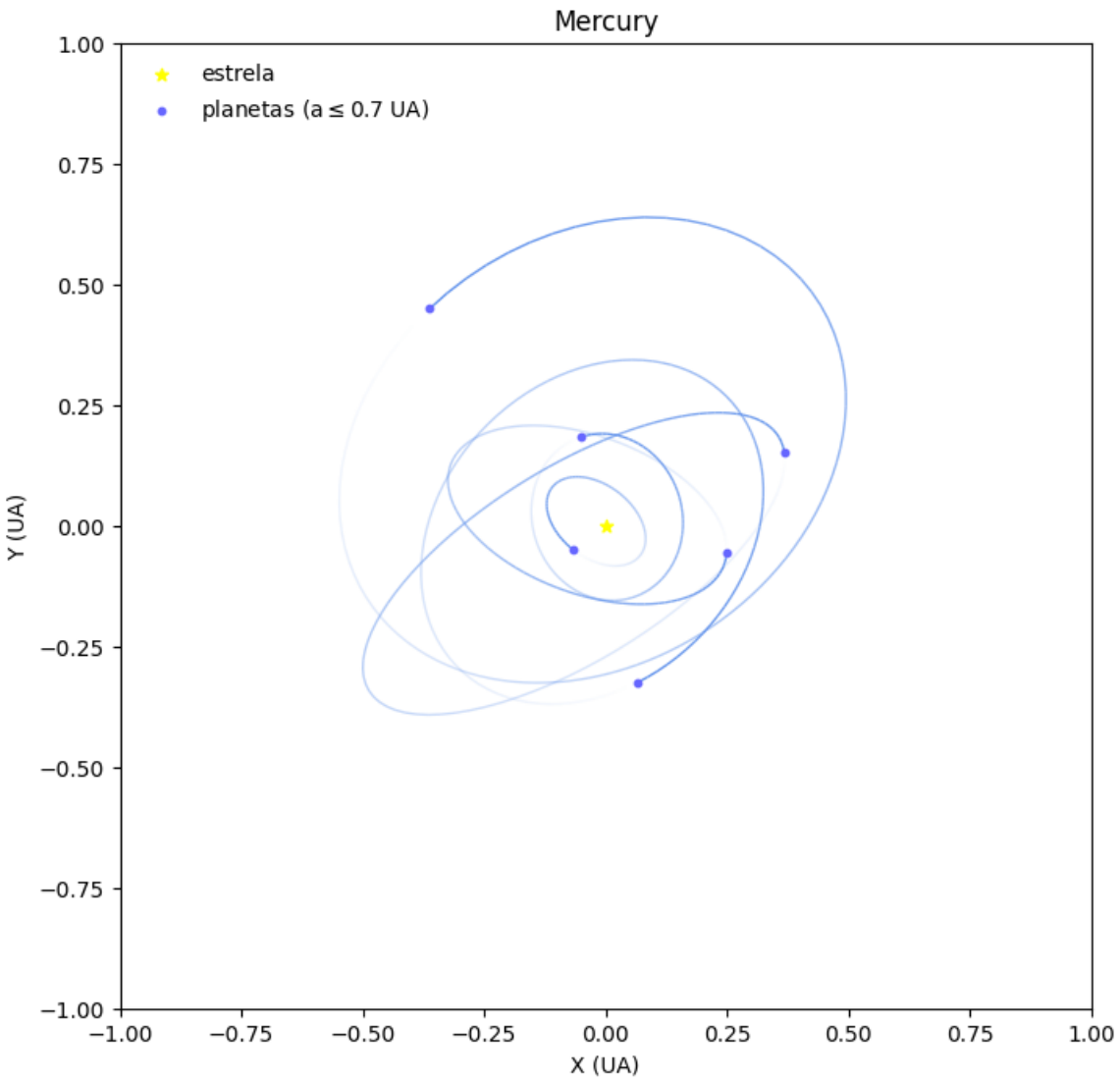
Colisão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Regime	Acreção P.	GnMerge	GnMerge	HnR Puro	HnR Puro
γ	0,366	0,9988	0,8316	0,6704	0,4355
b	0,3881	0,6118	0,6734	0,9466	0,6121
$N_{<\mathrm{lr}}$	196	0	0	1	1

Colisão	**6**	**7**	**8**	**9***
Regime	GnMerge	HnR Puro	Acreção P.	HnR SC.
γ	0,9826	0,3497	0,3473	0,0032
b	0,6629	0,9557	0,2660	0,9348
$N_{<\mathrm{lr}}$	0	1	346	19

Semelhante a tabela 5. *A colisão 9 é um "reimpacto", ocorrido entre um fragmento grande da colisão 8 e o corpo alvo. Fonte: Produção própria.

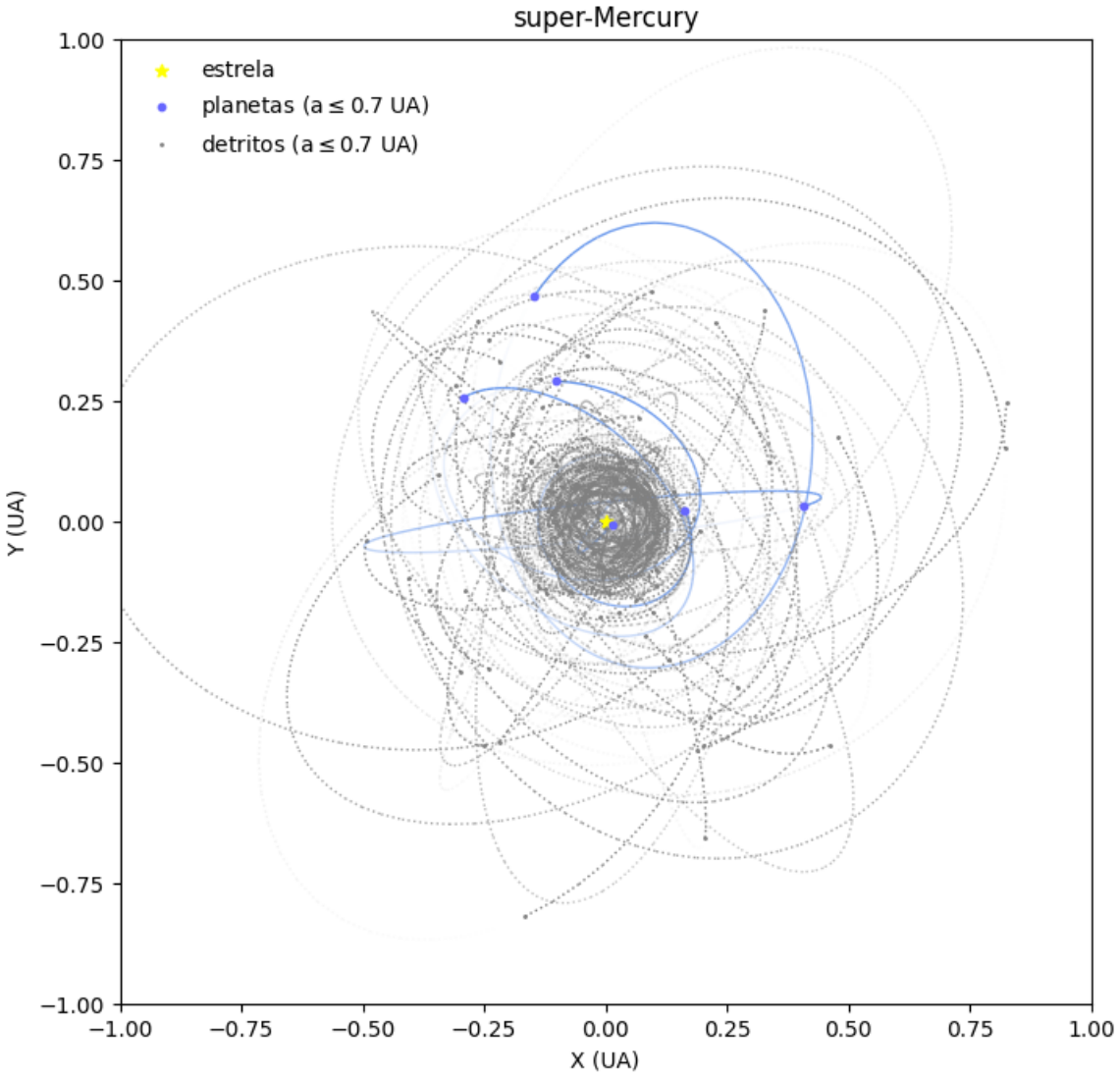
A simulação preliminar mostrou que o algoritmo implementado funciona de forma coerente com a proposta inicial e também com os limites computacionais para simulações de N-corpos. A seguir, descrevemos as simulações realizadas e os resultados obtidos utilizando a implementação realizada nesse trabalho.

Figura 27 – Órbitas do sistema: Mercury



Vista superior do plano-XY do sistema no instante final da simulação. Ilustramos as órbitas dos objetos na parte interna do sistema onde $a \leqslant 0{,}7$ UA. As linhas sólidas em azul representam as órbitas dos planetas. Fonte: Produção própria.

Figura 28 – Órbitas do sistema: super-Mercury



Semelhante a Figura 27. As linhas em cinza pontilhadas representam as órbitas dos detritos com $a \leqslant 0{,}7$ UA. Fonte: Produção própria.

9 RESULTADOS

9.1 DESCRIÇÃO DAS SIMULAÇÕES

As simulações de formação de super-Terras que utilizadas neste projeto são similares as do Model-I de Izidoro et al. (2019) e são descritas a seguir:

As simulações se iniciam em 3 Ma com embriões planetários já formados, ainda na presença dos efeitos oriundos da interação com o disco gasoso (migração, amortecimento de excentricidade e inclinação orbitais) e podendo crescer por acreção de *pebbles*. A cavidade interna do disco protoplanetário é limitada a 0,1 UA. Os embriões planetários recebem massa inicial randomizada entre 0,005 – 0,015 $M_{\oplus}$, são distribuídos a partir da posição inicial da linha do gelo em 0,7 UA até $\sim$20 UA respeitando uma separação mútua de 0,25 UA. Os embriões recebem composição inicial de 50% rocha e 50% gelo e densidade de $2\ g/cm^3$. Atribuímos aos embriões valores pequenos não-nulos de excentricidade/inclinação orbital e valores randômicos para argumento do pericentro, longitude do nodo ascendente e anomalia média. Como em Izidoro et al. (2019), o fluxo de *pebbles* é dado conforme Johansen e Lambrechts (2017) e a massa de isolação para a acreção de *pebbles* depende dos parâmetros locais do disco dados por Bitsch et al. (2018). A massa total do reservatório de *pebbles* é de $\sim 150\ M_{\oplus}$, os *pebbles* rochosos (internos à linha de evaporação do gelo) tem tamanho de 0,1 cm. Quando a simulação atinge 5 Ma o disco se dissipa e os corpos evoluem livremente até 50 Ma.

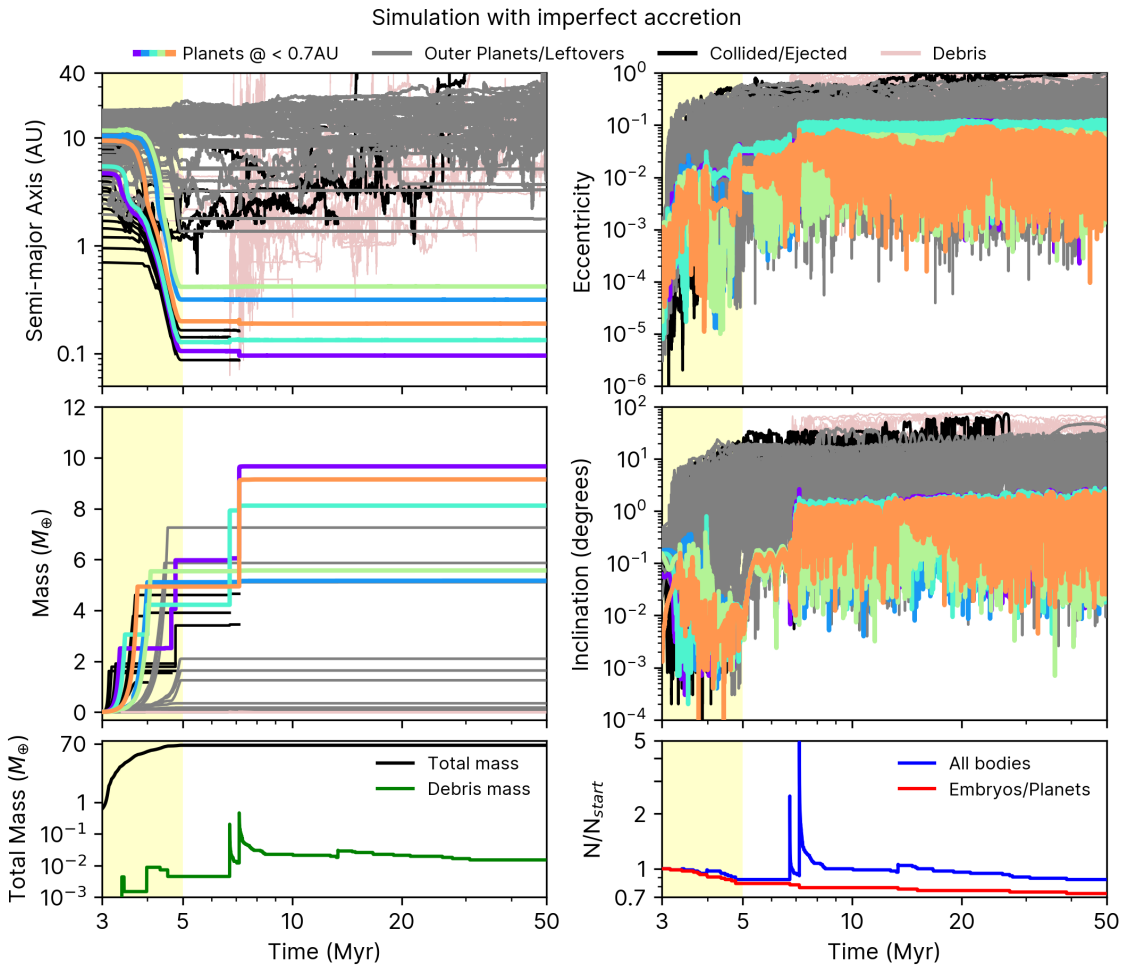
Não é modelado nenhum tipo de acreção de gás ou abertura de falha no disco gasoso. É esperado que os embriões planetários nunca atinjam a massa necessária para desencadear esses efeitos nessas simulações (LAMBRECHTS et al., 2019; IZIDORO et al., 2019).

Inicialmente, criamos 50 simulações com as condições iniciais descritas acima. Essas condições iniciais foram então clonadas para que tenhamos dois conjuntos de 50 simulações com condições inicias idênticas. O primeiro conjunto foi realizado utilizando o modelo de tratamento de colisões através do integrador super-Mercury descrito neste trabalho e o outro conjunto foi realizado pelo integrador Flintstone considerando as colisões como fusão perfeita. Com objetivo de facilitar a interpretação e descrição dos resultados apelidamos o primeiro conjunto de "Acreção Imperfeita" e o segundo de "Acreção Perfeita". Algumas poucas simulações não puderam ser utilizadas na análise, pois podem levar muito tempo para terminar.

9.2 SIMULAÇÕES EXEMPLO

Nesta seção apresentaremos as simulações realizadas ilustrando e descrevendo uma simulação do conjunto acreção imperfeita e outra do conjunto acreção perfeita. As duas simulações selecionadas tem entre si condições iniciais idênticas. Com o objetivo de facilitar a descrição das figuras abaixo com quadros, enumeramos intuitivamente os quadros crescentemente de cima para baixo e da esquerda para a direita.

Figura 29 – Simulação exemplo: Acreção Imperfeita



Evolução e crescimento completos dos embriões planetários simulados com o modelo de tratamento de colisões no conjunto de acreção imperfeita. O fundo amarelo-claro delimita a fase do disco de gás. As linhas coloridas representam os planetas dentro de 0,7 UA. As linhas em cinza representam os planetas/embriões além de 0,7 UA. As linhas em preto representam planetas/embriões que colidiram ou foram ejetados do sistema. Os detritos remanescentes das colisões são ilustrados pelas linhas vermelho-claro. **1º quadro:** Evolução temporal do semieixo maior. **2º quadro:** Evolução da excentricidade orbital. **3º quadro:** Crescimento da massa dos corpos no tempo. **4º quadro:** Evolução da inclinação orbital. **5º quadro:** Evolução da massa total no sistema (linha preta) e em detritos (linha verde). **6º quadro:** A linha azul mostra o número total de corpos na simulação (incluindo detritos) e a linha vermelha mostra apenas o número de planetas/embriões. O número de corpos é normalizado pelo número inicial de corpos na simulação. Fonte: Produção própria.

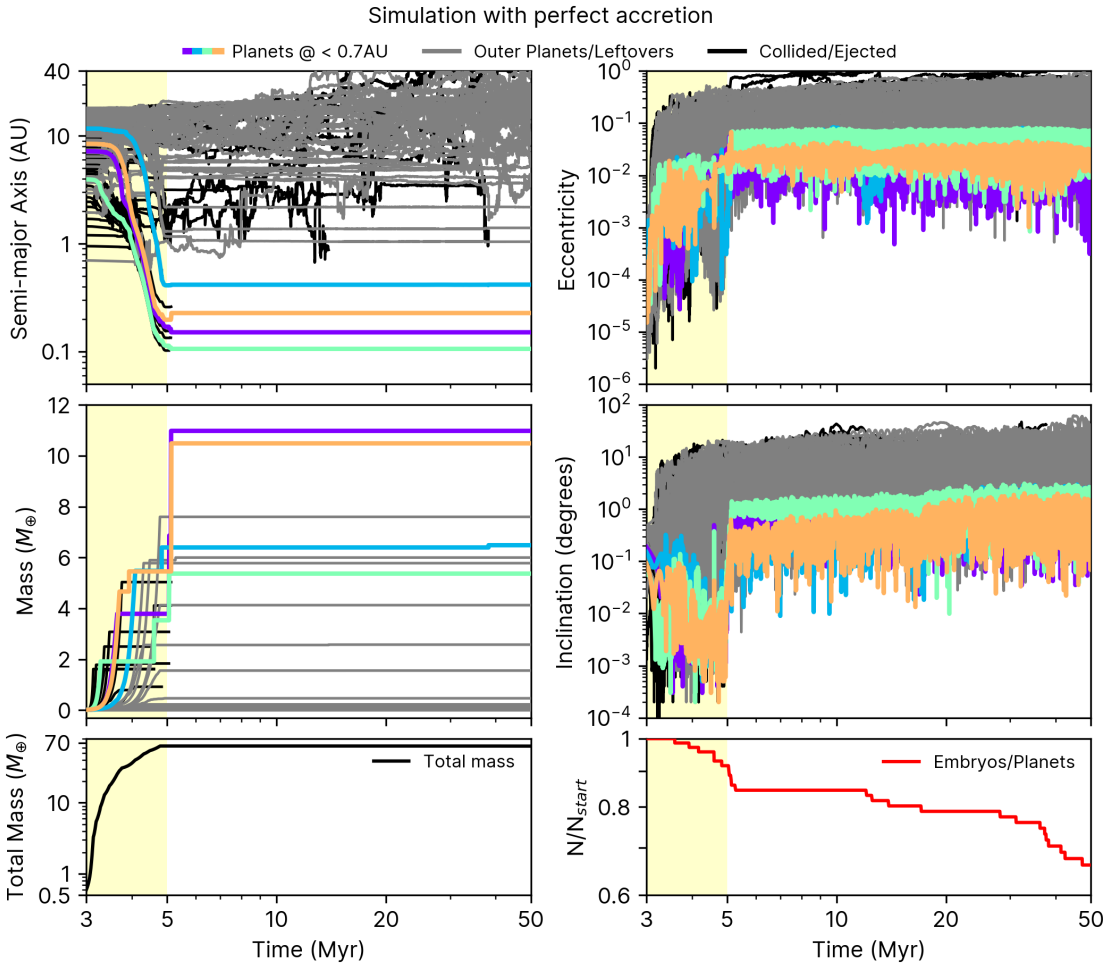
A Figura 29 ilustra a evolução dinâmica de um sistema simulado pelo super-Mercury. O sistema inicia com 71 embriões planetários, totalizando aproximadamente $0{,}6\ M_\oplus$. Durante a fase do disco de gás os embriões crescem acretando *pebbles* ou colidindo, a medida que crescem eles aumentam sua taxa de migração e a frequência das colisões mútuas entre os embriões. Observando os painéis 5 e 6 da Figura 29, verificamos que durante a fase gasosa (fundo amarelo-claro) muito pouca fragmentação é produzida. Isso é esperado, pois no início da fase gasosa os embriões são menores, estão em órbitas mais distantes da estrela com menor probabilidade de colisão, além disso, a interação dos planetas

com o gás leva a amortecimento de inclinação e excentricidade, e portanto, das velocidades relativas possíveis pré-impacto.

Em 5 Ma o disco de gás é dissipado, a região interna do sistema (a < 0,7 UA) permanece sem instabilidade dinâmicas até 6,7 Ma quando uma fase de instabilidade se inicia se estendendo até 7,1 Ma. Essa fase de instabilidade é marcada por 3 colisões gigantes que são suficientes para quebrar as cadeias ressonantes entre os planetas na região interna. Nós descrevemos as 3 colisões em sequência a seguir, remetendo a Figura 29: 1- Colisão no regime Acreção Parcial (planeta sobrevivente representado pelas linhas em ciano), produziu 275 fragmentos; Colisão no regime *Graze-and-Merge* (planeta resultante ilustrado em roxo); Colisão no regime Acreção Parcial (planeta resultante em laranja), produziu 582 fragmentos. É importante notar que somente os fragmentos que sobrevivem por pelo menos 1000 anos após sua criação na simulação são considerados detritos (*debris* na Figura 29). Cerca de 50% dos fragmentos não sobrevivem por mais de 1000 anos. Após uma colisão, no geral, a maior parte dos fragmentos são reacretados pelo maior remanescente da colisão e uma parte deles reacretados por outros planetas próximos. Para as colisões no regime Acreção Parcial citadas aqui o total de detritos produzidos foi 115 ($\sim$0,2 $M_\oplus$ no total) e 284 ($\sim$0,44 $M_\oplus$), respectivamente.

Os painéis 5 e 6 ilustram a evolução da excentricidade e inclinação orbital na Figura 29 e mostram um esperado aumento dessas grandezas durante a fase de instabilidade. Ao final da simulação o sistema tem 5 super-Terras dentro de 0,5 UA. Os planetas tem excentricidade de $\sim$0,1 e inclinações de $\sim 1^{\text{o}}$, valores esperados para planetas que passaram por uma fase de instabilidade após a dissipação do disco de gás (PICHIERRI; MORBIDELLI; CRIDA, 2018; IZIDORO et al., 2019). Somente 25% dos embriões/planetas iniciais colidiram e foram acretados por outros embriões/planetas. Analisando as colisões, cerca de 11% ocorreram nos regimes do tipo *hit-and-run*, 33% ocorreram nos regimes com fragmentação e 56% nos regimes com acreção perfeita.

Figura 30 – Simulação exemplo: Acreção perfeita



Exatamente as mesmas condições iniciais da simulação da Figura 29, mas para um simulação com colisões resultando apenas em acreção perfeita. Fonte: Produção própria.

Na Figura 30 é mostrado uma simulação exemplo do conjunto de acreção perfeita, com as mesmas condições iniciais que a simulação exemplo do conjunto de acreção imperfeita (Figura 29). Essa simulação evolui de uma forma muito similar durante a fase gasosa, entretanto 60 ka após a dissipação do disco de gás a parte interna do sistema experimenta uma fase de instabilidade bastante curta, levando o sistema a uma configuração não-ressonante. Nessa simulação cerca de 34% do embriões/planetas iniciais foram acretados por outros embriões/planetas, uma parcela um pouco maior do que para o conjunto de acreção imperfeita. A simulação termina com 4 super-Terras dentro de 0,5 UA, e assim como na simulação exemplo anterior, os valores de inclinação e excentricidade orbital condizem com um sistema que atravessou uma fase de instabilidade pós-dissipação do disco de gás.

A seguir analisamos as simulações estatisticamente comparando os dois conjuntos.

9.3 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Nesta seção faremos uma análise estatística comparando as configurações finais das simulações dos conjuntos verificando possíveis efeitos do tratamento realístico de colisões sobre a fase final de

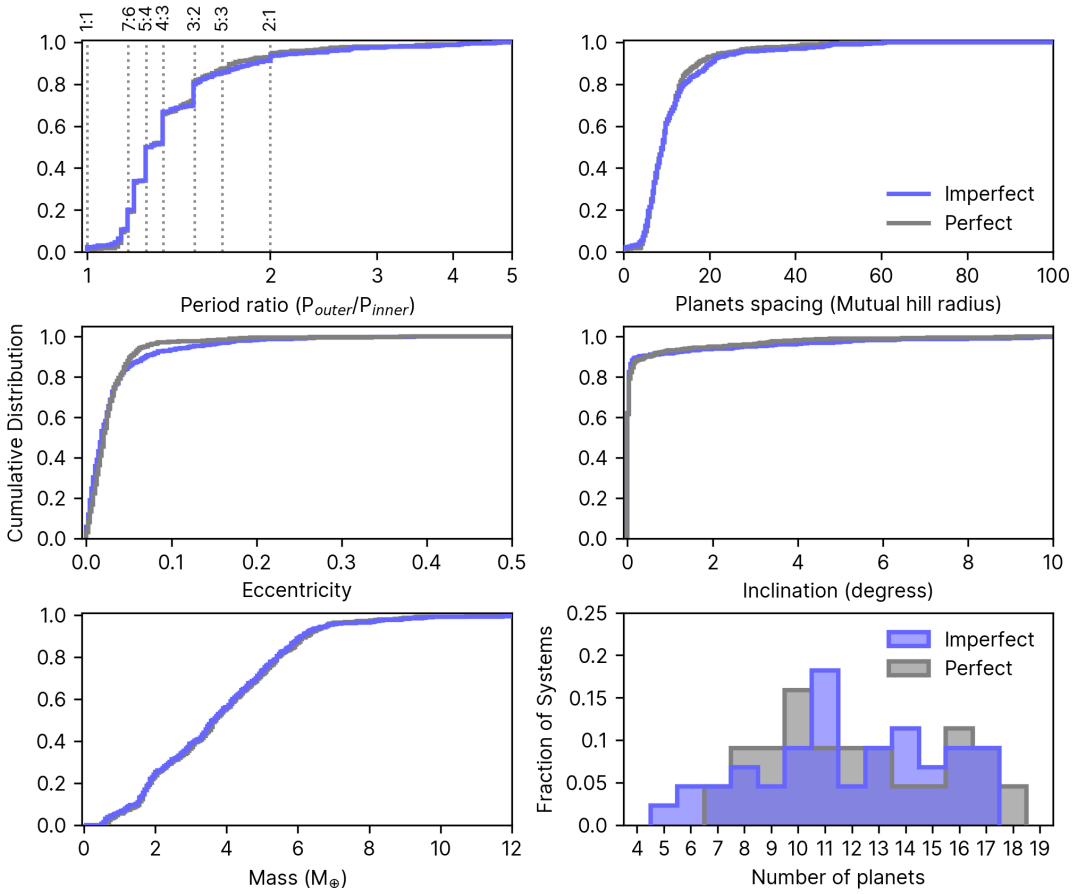
formação de super-Terras. Dividiremos a análise estatística em duas partes: a primeira parte analisa a fase com a presença do disco de gás (3 a 5 Ma); a segunda parte analisa a evolução de longo termo dos sistemas após a dissipação do gás (5 a 50 Ma).

9.3.1 Fase do disco de gás

Aqui comparamos a fase gasosa das simulações do conjunto de acreção perfeita e imperfeita. Lembrando, cada simulação de um conjunto tem uma simulação clone no outro conjunto. Primeiro, iremos comparar estatisticamente a arquitetura orbital dos sistemas e depois analisaremos os tipos de colisões ocorridas no conjunto de acreção imperfeita.

Comparação da arquitetura orbital: Fase do disco de gás

Figura 31 – Comparação da arquitetura orbital dos sistemas: Fase gasosa



Arquitetura orbital dos sistemas ao final da fase do disco de gás para planetas/embriões dentro de 2 UA e com massa maior que 0,5 $M_\oplus$. As linhas azuis representam as simulações do conjunto de acreção imperfeita e as linhas cinza representam as simulações do conjunto de acreção perfeita. **1º quadro:** Distribuição cumulativa para a razão de períodos entre pares de planetas adjacentes. As linhas verticais pontilhadas ilustram os valores de razão de períodos para possíveis ressonâncias de movimento médio de primeira ordem e pares de planetas co-orbitais. **2º quadro:** Espaçamento entre os planetas dado em termos do raio de hill mútuo. **3º e 4º quadros:** Distribuição cumulativa para os valores de excentricidade/inclinação orbital dos planetas. **5º quadro:** Distribuição cumulativa para a massa de cada planeta das simulações do conjunto. **6º quadro:** Fração de simulações com determinada multiplicidade de planetas no sistema. Fonte: Produção própria.

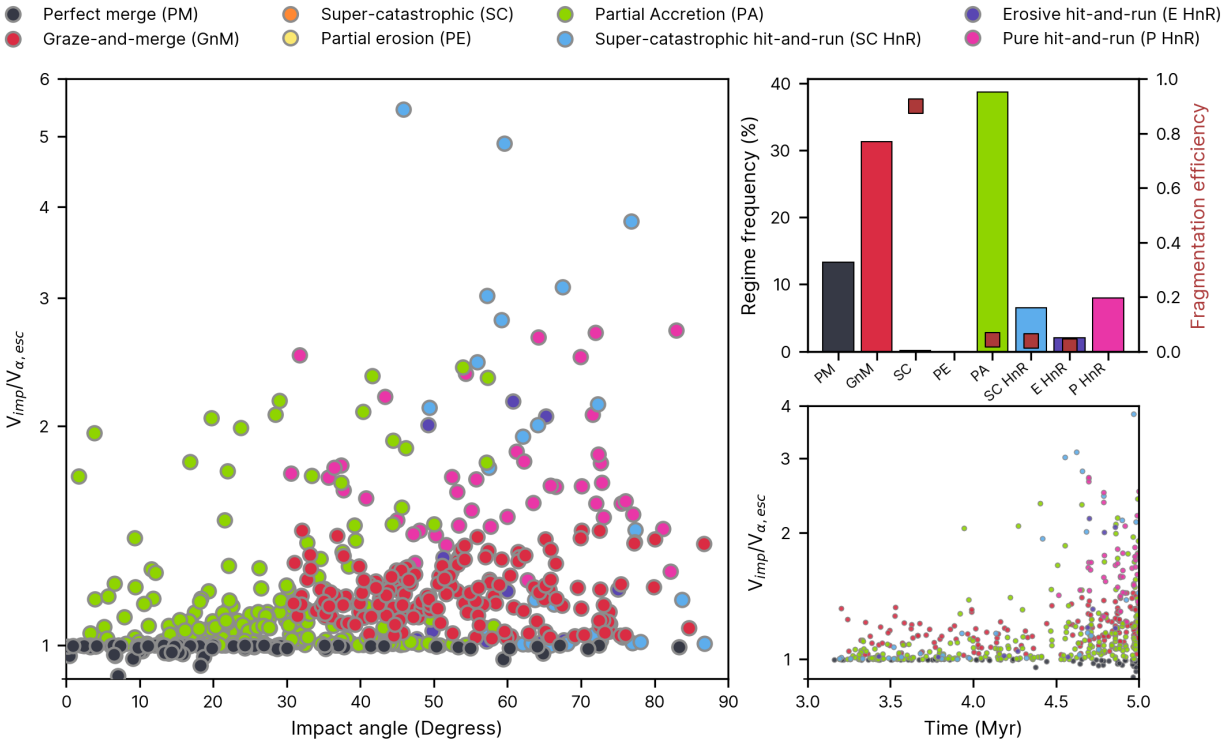
A Figura 31 mostra distribuições cumulativas e a multiplicidade de planetas no sistemas das simulações dos conjuntos de acreção perfeito e imperfeito durante a fase do disco de gás. Os painéis superiores (1 e 2) mostram que a razão de períodos e o espaçamento entre os pares de planetas adjacentes tem distribuição bastante similares. Devido ao processo de migração, os planetas se estabelecem em órbitas compactas e as razões de períodos apresentam picos sobre ressonâncias de primeira ordem. Excentricidade e inclinação orbital tem valores muito semelhantes também.

Pelo menos 80% dos planetas estão em órbitas com muito baixa excentricidade e inclinação orbital ($i \sim 0^o$. e $e \lesssim 0.05$). Dato que está de acordo com os efeitos de amortecimento de excentricidade e inclinação devido a interação com o disco de gás. O 5º quadro mostra que os planetas dos dois

conjuntos tem massa bastante similares e o 6º quadro ilustra uma ampla distribuição para a multiplicidade de planetas em sistemas. Para ilustrar a semelhança das distribuições da multiplicidade de planetas nos sistemas, calculamos uma média para cada conjunto usando um intervalo de confiança de 95%. A média do conjunto de acreção imperfeita fica no intervalo (11.9 ± 0.98) planetas por sistema, enquanto no conjunto de acreção perfeita a média fica em (12.2 ± 0.97) planetas por sistema. No geral, a Figura 31 mostra que a fase gasosa resulta em sistemas muito parecidos independente do modelo de tratamento de colisões utilizado nas simulações.

Análise das colisões no conjunto de acreção imperfeita: Fase do disco de gás

Figura 32 – Mapa de colisões: Fase gasosa



Quadro esquerdo: Distribuição das colisões por velocidade e ângulo de impacto. Os pontos coloridos indicam um específico regime de colisão. A velocidade de impacto é normalizada pela velocidade de escape da massa total interagente na colisão. **Quadro superior direito:** Frequência (barras) e eficiência de fragmentação (quadrados) para cada regime de colisão. A eficiência é calculada como uma média sobre a fração de massa fragmentada das colisões para cada regime. **Quadro inferior direito:** Disposição no tempo das colisões e suas respectivas velocidades de impacto. Fonte: Produção própria.

O quadro esquerdo da Figura 32 mostra a variedade de colisões durante a fase do disco de gás. Alguns resultados esperados são, por exemplo: eventos do tipo fusão perfeita ocorrem a velocidades de impacto menores que 1 $V_{\alpha,\mathrm{esc}}$; eventos do tipo raspão tem ângulo de impacto $\gtrsim 30^{\mathrm{o}}$; colisões com ângulos de impactos maiores são mais raras. O quadro superior esquerdo mostra a frequência e a eficiência de fragmentação das colisões para cada regime. Eventos de fusão representados pelos regimes de fusão perfeita e *graze-and-merge* tiveram uma frequência de 44,5%. Eventos de espalhamento

representados pelos regimes *hit-and-run* erosivo e puro ocorreram em apenas 10% dos impactos. Os eventos de fragmentação representados pelos regimes acreção parcial, erosão parcial, super-catastrófico e HnR super-catastrófico ocorreram com uma maioria de 45,5% das colisões. Entretanto, tal dominância dos regime com ruptura não implicou numa efetiva fragmentação durante a fase gasosa. Entre a massa total envolvida em colisões apenas 1,7% foi fragmentada, se avaliarmos apenas a massa total envolvida em eventos de fragmentação são 3,6% de massa fragmentada.

O quadro superior direito mostra que os regimes com ruptura mais comuns (como o regime de acreção parcial) tem uma taxa de fragmentação muito pequena. Dentre os regimes com ruptura mais eficientes apenas uma colisão foi classificada no regime super-catastrófico e nenhuma no regime de erosão parcial. A colisão no regime super-catastrófico citada ocorreu entre dois pequenos fragmentos oriundos de colisões anteriores e teve velocidade de impacto de 17 $V_{\alpha,\mathrm{esc}}$, portanto a colisão não é mostrada no quadro da esquerda da Figura 32 e também não é um bom exemplo de grande produção de fragmentos. É importante notar que o regime *hit-and-run* super-catastrófico ocorre quando o corpo projétil sofre ruptura super-catastrófica e pode levar a uma fragmentação efetiva se o projétil é grande o suficiente. Mas no caso das colisões desse regime – para mais de 94% dessas colisões – a razão de massa alvo-projétil é menor que 0,25, significando que os projéteis tendem a ser pequenos para a maior parte das colisões no regime HnR super-catastrófico.

Nas simulações apenas 5% das colisões aconteceram com velocidades de impacto maiores que 2 $V_{\alpha,\mathrm{esc}}$, reforçando a hipótese de que colisões em regimes altamente energéticos são muito raras durante esse período. O quadro inferior direito na Figura 32 mostra que no início da fase do gás as colisões ocorrem com menos frequência e com velocidades relativas baixas. A medida que os embriões migram para regiões próximas da estrela eles passam a colidir com velocidades de impacto mais altas. Os efeitos de amortecimento de excentricidade e inclinação orbital ajudam a manter as velocidades relativas baixas, mas a medida que o disco de gás evolui, esse efeito se torna menos eficiente. Podemos concluir que a pobre fragmentação durante a fase gasosa ilustrada no exemplo da Figura 29 pode ser estendida para todas as simulações analisadas nesta subseção.

9.3.2 Evolução por longo período

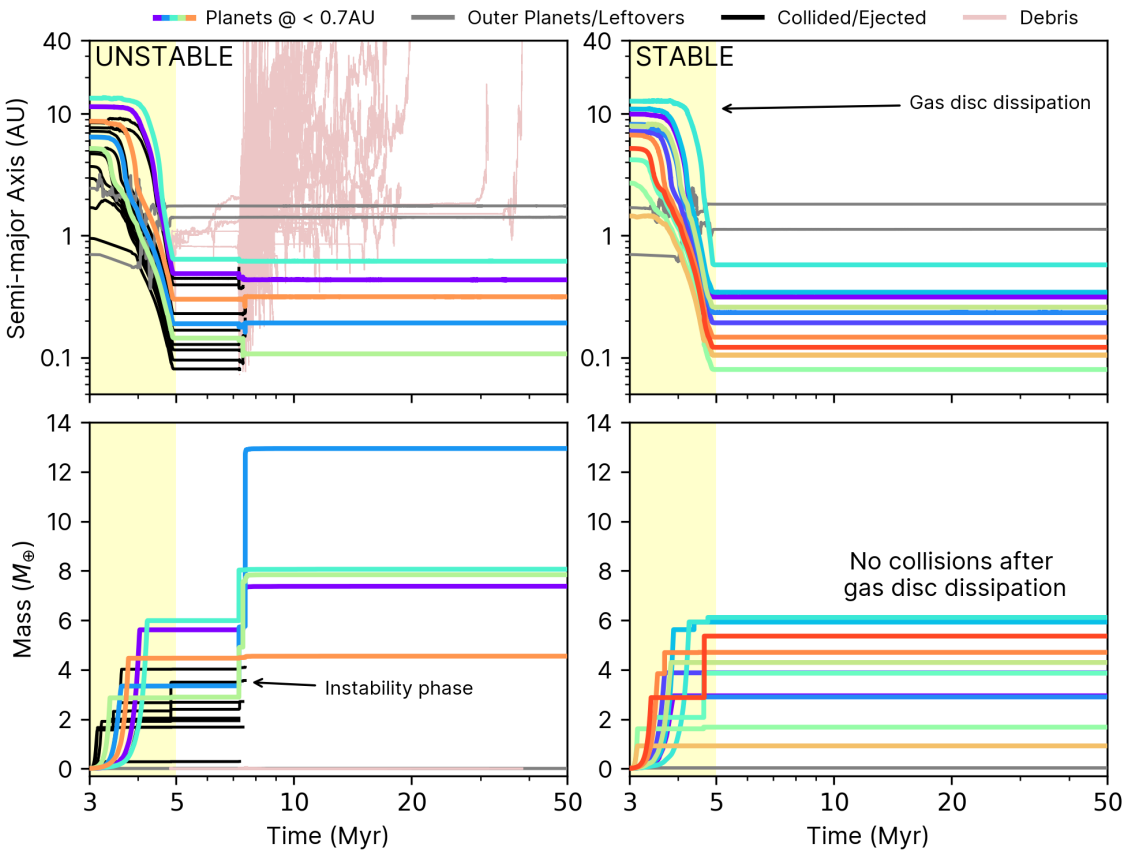
A evolução por longo período se inicia após a dissipação do disco de gás em 5 Ma e é simulada até 50 Ma. Enquanto estávamos realizando as simulações do conjunto de acreção imperfeita, encontramos que por vezes o número de corpos nas simulações eram até 90 vezes mais que o número de corpos numa simulação usual do conjunto de acreção perfeita. Isso significa que as simulações tem um custo computacional muito alto e podem levar vários meses para atingir 50 Ma. Para evitar tal demanda computacional, nós performamos as simulações da evolução por longo período a partir das simulações mostradas na subseção anterior removendo os corpos além de 2 UA no início da simulação (Figura 33 ilustra dois exemplos dessas simulações).

Algumas simulações que consideram os corpos além de 2 UA e demoraram menos tempo para terminar – como a simulação exemplo da Figura 29) – foram analisadas e comparadas as simulações utilizadas nesta subseção. Os dois grupos de simulações não mostraram diferenças significantes nas regiões internas do sistema (dentro de 0,7 UA), que é a região de interesse dessa análise. Os corpos

além de 2 UA removidos das simulações são majoritariamente embriões planetários que falharam em crescer até planetas (representados pelas linhas cinza na Figura 29), e possivelmente, tem nenhuma ou muito pouca influência nos planetas da região interna dos sistemas.

Novamente, com o objetivo de avaliar apenas a influência do algoritmos de tratamento de colisões durante a fase livre de gás, nós realizamos as simulações com condições iniciais idênticas entre os dois conjuntos. As condições iniciais utilizadas na evolução de longo período são aquelas mostradas na subseção anterior no conjunto de acreção perfeita. Portanto, as simulações desta seção não tem fragmentação anterior a dissipação do disco de gás.

Figura 33 – Exemplos: sistema estável vs sistema instável.



Simulações exemplo de um sistema instável (quadro esquerdo) e uma simulação estável (quadro direito) do conjunto de acreção imperfeita. Os painéis superiores mostram a evolução do semi-eixo maior de planetas/embriões e detritos para cada sistema. Os painéis inferiores mostram a evolução no tempo da massa para esses corpos. Essa figura considera apenas planetas/embriões que estiveram interior a 2 UA no momento da dissipação do disco de gás. Fonte: Produção própria.

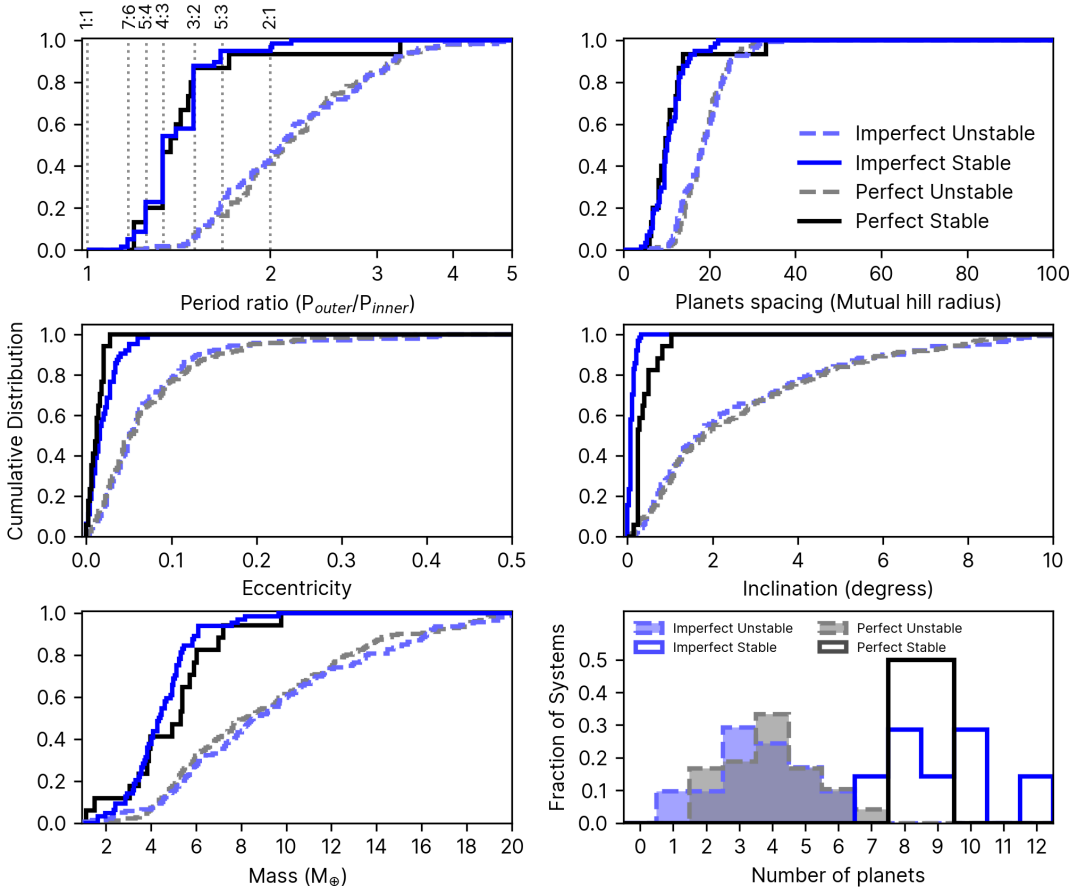
Como em Izidoro et al. (2019), nós dividimos as simulações em ambos os conjuntos entre dois grupos distintos de simulações. Os sistemas planetários estáveis e instáveis. Os dois painéis da esquerda na Figura 33 mostram um exemplo da evolução completa de um sistema instável. Definimos como instável os sistemas que tenham sofrido instabilidades que levaram a eventos colisões e/ou ejeções após a dissipação do disco de gás. O painel inferior esquerdo mostra que o sistema instável

teve uma fase de instabilidade com múltiplas colisões em $\sim$ 7,3 Ma. Os painéis da direita da Figura 33 ilustram um simulação de sistema estável, onde nenhuma colisão ocorre após a dissipação do disco de gás. Como observado no painel da direita, os sistemas estáveis tendem a manter as características orbitais da fase do disco de gás, resultando em sistemas com vários pares de planetas em ressonância de movimento médio.

Comparação da arquitetura orbital: Evolução por longo período

A Figura 34 mostra a arquitetura orbital dos sistemas planetários estáveis e instáveis de cada conjunto ao final da evolução por longo período. Nesse caso, aplicamos um corte onde consideramos apenas planetas com semi-eixo maior menor que 0,7 UA e massas maiores que 1 $M_\oplus$. Esse corte é o mesmo utilizado por Izidoro et al. (2019).

Figura 34 – Comparação da arquitetura orbital dos sistemas: Evolução por longo período



Arquitetura orbital final dos sistemas instáveis (linhas tracejadas) e estáveis (linhas sólidas) em 50 Ma, após a evolução por longo período. Somente planetas/embriões com semi-eixo maior menores que 0.7 UA e com massa maior que 1 $M_\oplus$ são ilustrados na figura. As cores azuis representam as simulações do conjunto de acreção imperfeita e as cores cinzas representam as simulações do conjunto de acreção perfeita. Os quadros dessa figura são os mesmos da Figura 31. Fonte: Produção própria.

Nos quadros 1 e 2 da Figura 34 verificamos que não existe diferença entre o conjunto de acreção perfeita e imperfeita em termos da razão de períodos e do espaçamento entre pares de planetas adjacentes. Isso significa que, no geral, o tratamento realístico de colisões não produz sistemas

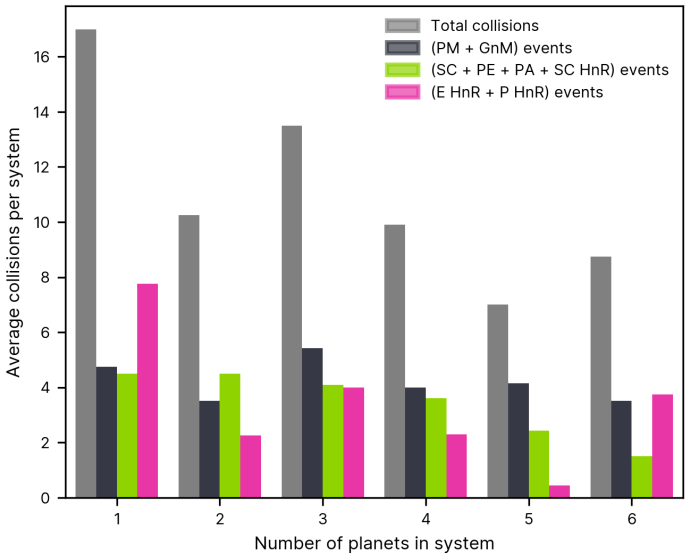
mais ou menos compactos quando comparado ao modelo de acreção perfeita. Como previsto pelo modelo *Breaking the Chains*, os sistemas estáveis são bastante compactos e permanecem praticamente inalterados desde o final da fase gasosa. A maioria dos planetas nos sistemas estáveis tem razão de período menores que 2, com valores próximos a típicas ressonâncias de movimento médio de primeira ordem (denotadas pelas linhas pontilhadas verticais no quadro 1 da Figura 34). Os sistemas instáveis formados são menos compactos e menos populosos se comparados ao sistemas estáveis, contendo no máximo 7 planetas. A razão de períodos entre planetas adjacentes nos sistemas instáveis variam entre 1.4 – 4.

As similaridades entre os sistemas dos conjuntos de acreção perfeita e imperfeita também são observados nas distribuições cumulativas de inclinação, excentricidade e massa dos planetas (quadros 3, 4 e 5). Exceto pelas variações observadas nas linhas sólidas que representam as distribuições dos sistemas estáveis. Essas variações são devidas à baixa quantidade de sistemas estáveis obtidas nas simulações. Assim como em Izidoro et al. (2019), as nossas simulações inspiradas no modelo I produzem poucos sistemas estáveis. Além disso, simulações estáveis apresentam nenhuma ou muito poucas colisões durante a fase de evolução por longo período. Logo, tais variações não podem ser atribuídas ao modelo de colisão utilizado.

No quadro 6 da Figura 34 é mostrado a fração de sistemas com determinada multiplicidade de planetas no sistema. Para as simulações instáveis do conjunto imperfeito a multiplicidade média é 3,59 $\pm 0{,}432$ para o intervalo tipo 2-σ e 3,98 $\pm 0{,}385$ para os sistemas instáveis do conjunto de acreção perfeita. Para verificar se as distribuições se originam de uma mesma distribuição realizamos um teste Kolmogorov-Smirnov. Obtemos um valor-p de 0,8245, como o valor-p é maior que 0,05 devemos aceitar a hipótese de que as distribuições se originam de uma mesma distribuição. Para verificar de forma mais precisa uma possível variação na multiplicidade de planetas nos sistemas instáveis seria necessário conjuntos maiores de simulações.

Um resultado interessante é que o conjunto de acreção imperfeita foi capaz de produzir sistemas com um único planeta, enquanto o conjunto de acreção perfeita não.

Figura 35 – Média de colisões versus multiplicidade nos sistemas



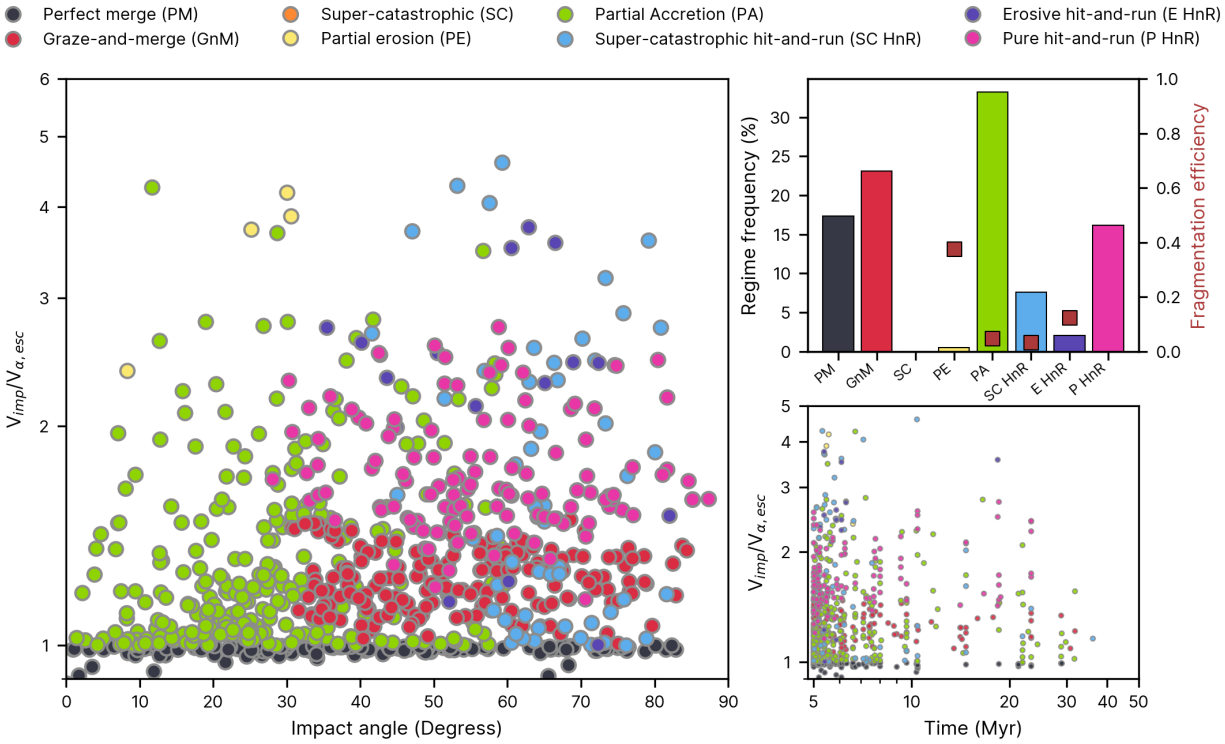
No eixo vertical temos a média de colisões por sistema e no eixo horizontal a quantidade de planetas no sistema. As cores representam os tipos de colisões e a média de todas colisões. (PM + GnM) indicam os regimes que resultam em fusão perfeita. (SC + EP + AP + HnR SC) indicam os regimes com fragmentação. (HnR E + HnR P) indicam os regimes com espalhamento. Fonte: Produção própria.

Analisamos individualmente os sistemas com um único planeta e como esperado verificamos uma proporção maior de colisões nesses sistemas. A Figura 35 mostra a proporção de colisões e dos tipos de colisões pela multiplicidade dos sistemas. Na figura é possível também verificar uma proporção maior de colisões com espalhamento em sistemas com um único planeta quando comparado a sistemas com maior número de planetas. Entretanto, essa tendência não é verificada para sistemas com 2 e 6 planetas, portanto, é improvável que os eventos de espalhamento tenham relação com a multiplicidade de planetas nas simulações.

Uma vez que as colisões do tipo *hit-and-run* não levam a acreção, o par de planetas/embriões envolvidos se mantém em órbita de colisão após esses eventos (KOKUBO; GENDA, 2010). Portanto é comum que múltiplas colisões do tipo *hit-and-run* ocorram sucessivas vezes com os mesmos planetas/embriões até que um deles seja acretado ou que sejam espalhados para órbitas diferentes nos encontros subsequentes.

Análise das colisões no conjunto de acreção imperfeita: Evolução por longo período

Figura 36 – Mapa de colisões: Evolução por longo período

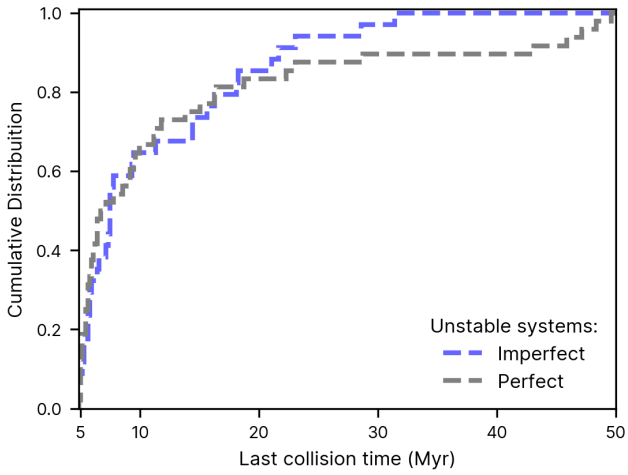


Mesmos quadros da Figura 32, mas para colisões ocorridas entre 5 Ma e 50 Ma. Cerca de 96% das colisões ilustradas nesse mapa aconteceram dentro de 0,7 UA da estrela. Fonte: Produção própria.

A Figura 36 mostra as características das colisões do conjunto de acreção imperfeita durante a evolução por longo período livre do disco de gás. O quadro esquerdo mostra uma frequência maior de colisões mais energéticas (acima de 2 $V_{\alpha,\mathrm{esc}}$) quando comparado aos impactos da fase do disco de gás. Sem os efeitos de amortecimento de excentricidade e inclinação e em órbitas mais compactas, os planetas podem se perturbar mutuamente e adquirir com maiores velocidades relativas. O principal exemplo de impactos mais energéticos nessa fase das simulações são as colisões classificadas no regime de Erosão Parcial. Também devido a maiores velocidades de impacto, colisões do regime HnR Erosivo foram mais eficientes em produzir fragmentos. Entretanto, a frequência de eventos com taxas maiores de fragmentação foi muito pequena. Apenas 2,2% da massa envolvida em colisões foi fragmentada. Assim como na fase com presença de gás, a fragmentação foi pobre durante a fase livre de gás.

O quadro direito superior mostra que os eventos de espalhamento foram mais frequentes durante essa fase, representando cerca de 18,2% das colisões. Os possíveis efeitos desse eventos foram verificados anteriormente. No quadro direito inferior podemos observar que grande parte das colisões ocorrem logo após após a dissipação do disco de gás. Como mostrado na Figura 37 abaixo, é bastante comum que as simulações do modelo *Breaking the Chains* tenham colisões em até 5 Ma após a dissipação do gás (Como exemplos os sistemas da Figura 29 e Figura 33).

Figura 37 – Data da última colisão nos sistemas



Distribuição cumulativa para a data da última colisão ocorrida nos sistemas instáveis simulados nos conjuntos de acreção perfeita (linha tracejada cinza) e imperfeita (linha tracejada azul). Nós consideramos apenas colisões entre planetas com massas superiores a 1 $M_{\oplus}$, que aconteceram dentro de 0,7 UA de distância da estrela. Fonte: Produção própria.

A Figura 37 mostra que no conjunto de acreção imperfeita apenas um sistema teve colisões entre super-Terras nos últimos 20 Ma de simulação. Na marca de aproximadamente 30 Ma todos os planetas das simulações do conjunto de acreção imperfeita obtiveram suas massas finais. No conjunto de acreção perfeita cerca de 10% dos sistemas sofreram instabilidades após essa marca. Esses dados mostram que não existe variação evidente na escala de tempo da formação de super-Terras por considerar o modelo de acreção imperfeita. Esse resultado é semelhante ao de Kokubo e Genda (2010). Eles verificaram que a consideração de colisões do tipo *Hit-and-run* afetavam muito pouco a escala de tempo de formação dos planetas terrestres.

9.4 SIMULANDO OBSERVAÇÃO

Nesta seção nós simulamos a observação por trânsito dos sistemas produzidos nas simulações do conjunto de acreção perfeita e imperfeita. Buscamos também reproduzir os resultados das observações obtidos por Izidoro et al. (2019) e também comparar as observações entre os dois conjuntos de simulações com os dados observacionais da missão Kepler. Os dois vínculos observacionais que pretendemos analisar e comparar com os resultados são a razão de períodos entre pares de planetas adjacentes e a multiplicidade de planetas detectados por trânsito em sistemas (*Kepler Dichotomy*).

9.4.1 Descrição da observação artificial

A probabilidade de trânsito de um planeta é proporcional ao raio da estrela e inversamente proporcional ao semi-eixo maior do planeta como verificado na equação 3.1. Como discutimos, também é necessário que o observador esteja em uma linha de visão suficientemente próxima ao plano da órbita do planeta. Utilizamos o método do trânsito geométrico descrito na seção 6.4 e pela Figura 17

para simular artificialmente o trânsito planetário nos nossos sistemas simulados em várias linhas de visão, esse foi o mesmo método utilizado em Izidoro et al. (2019).

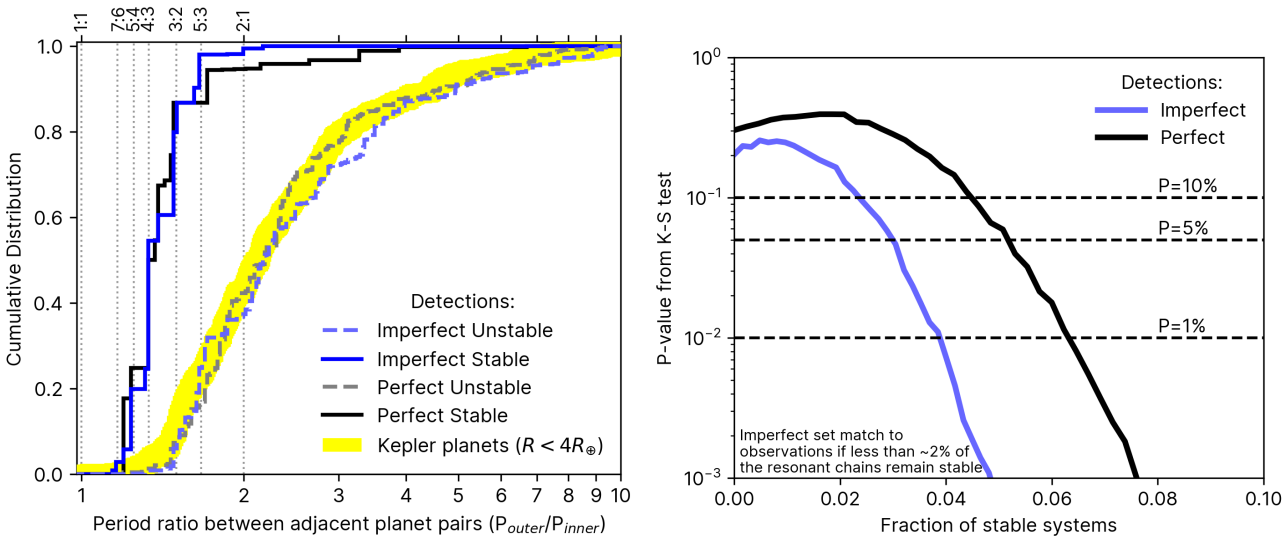
Observamos os sistemas por várias linhas de visão e sempre que pelo menos um planeta é observado esse dado é armazenado como um sistema planetário único, portanto um sistema planetário pode produzir vários sistemas observados com planetas idênticos só que observados por diferentes linhas de visão. Seguindo Izidoro et al. (2019) as distribuições obtidas por esse método serão normalizadas pelo número de sistemas detectados. Para as distribuições de razão de períodos entre pares de planetas, por exemplo, somente consideramos sistemas detectados que produziram pelo menos um par de planetas. Como demonstrado na seção 6.4 os sistemas planetários com menores inclinações mútuas entre os planetas são mais frequentemente observados com trânsito múltiplo. Análise semelhante é válida para a classificação de sistema estável/instável dada aos nossos sistemas produzidos nas simulações das seções anteriores. Sistemas instáveis produzem menos pares de plantas por observação comparados aos sistemas estáveis, justamente pelos planetas terem maiores inclinações mútuas entre si. Os dados obtidos são armazenados separadamente em um pote com dados de sistemas estáveis e outro com dados de sistemas instáveis.

As inclinações em relação plano do sistema ($i = 0^{o}$) das linhas de visão utilizadas variam de -30^{o} a 30^{o} separadas por 0,1^{o}. As direções de observação azimutal das linhas de visão variam de 0^{o} a 360^{o} separadas por 1^{o}. Consideramos para os sistemas simulados observados e também para os dados observacionais do Kepler apenas pares de planetas adjacentes com razão de períodos menor que 10, planetas com massas superiores a 1 $M_{\oplus}$, localizados dentro de 0,7 UA.

9.4.2 Resultados das observações

Com o objetivo de reproduzir os dados observacionais do Kepler, nesse caso a razão de períodos entre pares de planetas adjacentes, analisamos quais frações da mistura de pares planetas detectados em sistemas estáveis/instáveis são mais prováveis para reproduzir essa curva. A mistura é realizada selecionando de 0 a 20% de pares de planetas do pote dos sistemas estáveis e a fração complementar de pares do pote dos sistemas instáveis, ambos de forma randomizada. A partir de uma mistura realizamos um teste K-S entre a distribuição com dados do Kepler e a distribuição formada por cada fração de mistura. O teste é repetido por 1000 vezes para compensar a randomização da seleção dos pares de planetas, depois calculamos a média dos valores-p dos 1000 testes para cada fração de mistura. O resultado dessa análise nos diz qual fração das correntes ressonantes dos pares de planetas precisam ser quebradas para que o modelo em questão reproduza os dados observacionais.

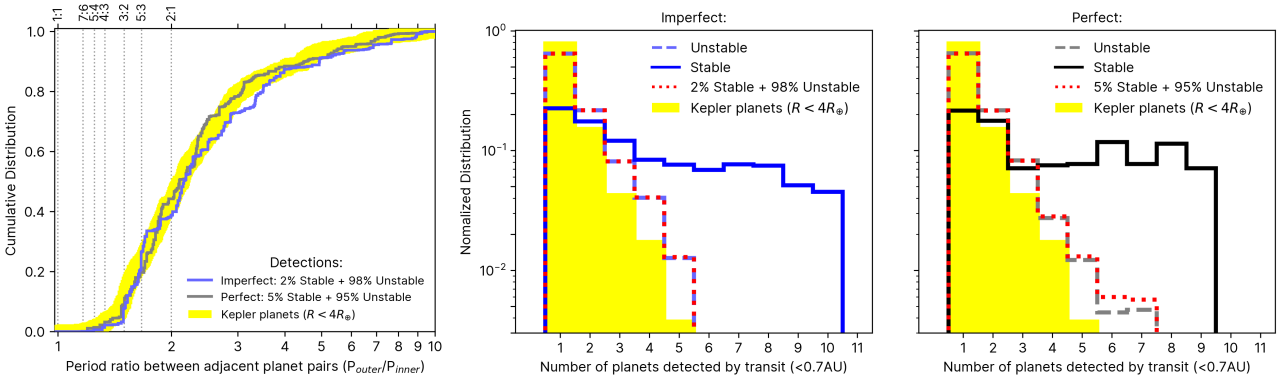
Figura 38 – Distribuição cumulativa da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes detectados e valor-p do teste K-S entre os dados do Kepler e frações de mistura entre as observações dos sistemas estáveis e instáveis



O quadro da esquerda mostra a distribuição cumulativa da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes detectados artificialmente pela simulação de trânsito geométrico. As curvas em azul mostram pares de planetas detectados em simulações estáveis (linha sólida) e instáveis (linha tracejada) do conjunto de acreção perfeita. Enquanto as curvas cinza e preta mostram os mesmos dados para as simulações estáveis (linha sólida) e instáveis (linha tracejada) do conjunto de acreção imperfeita. Em amarelo plotamos os dados observacionais do Kepler para planetas com raio menores que 4 $R_\oplus$ (super-Terras). No quadro direito plotamos o valor-p para o teste K-S comparando a distribuição dos dados observacionais do Kepler com a distribuição formada por sistemas estáveis e instáveis. Fonte: Produção própria.

No quadro da esquerda da Figura 38 ilustramos as distribuições de razão de períodos entre pares de planetas nos sistemas estáveis e instáveis detectados pelas observações artificiais. O quadro direito mostra para o conjunto de acreção perfeita que se mais de 95% das correntes ressonantes se tornarem instáveis então esse conjunto reproduz os dados observacionais em termos da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes. Para o conjunto de acreção imperfeita esse valor foi de cerca de 98%. Os valores estão bastante próximos ao valor de 95% encontrado por Izidoro et al. (2019) para o model-I ($t_{\text{start}} = 3$ Ma).

Figura 39 – Distribuições cumulativas das frações de mistura estáveis/instáveis para razão de períodos e multiplicidade de planetas detectados nos sistemas.



O quadro da esquerda mostra a distribuição cumulativa da razão de períodos entre pares de planetas da mistura 2% estáveis e 98% instáveis para o conjunto de acreção imperfeita (linha azul) e 5% estáveis e 95% instáveis para o conjunto de acreção perfeita. O quadro ao meio e à esquerda ilustram a multiplicidade de planetas detectados por trânsito nos sistemas normalizados para os dados do pote de estáveis (linha sólida), instáveis (linha tracejada), da fração de mistura respectiva de cada conjunto (linha pontilhada vermelha) e para os dados observacionais do Kepler (fundo amarelo). Fonte: Produção própria.

Novamente, o resultado é muito similar ao model-I ($t_{\text{start}} = 3$ Ma) de Izidoro et al. (2019). No quadro esquerdo da Figura 39 os valores das distribuições de mistura reproduzem bem os dados observacionais em termos da razão de períodos entre pares de planetas adjacentes. O modelo reproduz razoavelmente os dados de multiplicidade de planetas detectados em sistemas. No geral o modelo subestima as proporções de detecção de sistemas com um único planeta, como observado nos quadros do centro e da direita. Avaliando os sistemas com múltiplos planetas detectados, verificamos que o modelo superestima por pouco a quantidade desses sistemas, os desvios são muito pequenos para valores menores que ∼0,1 da distribuição normalizada. As diferenças entre o conjunto de acreção perfeita e imperfeita também são mínimas, visíveis apenas para valores menores que 0,01 da distribuição normalizada. Outros modelos de Izidoro et al. (2019) foram capazes de reproduzir a dicotomia da multiplicidade de super-Terras em sistemas de forma mais precisa.

O resultado dessa análise era esperado por conta dos resultados anteriores. Apenas por completude realizamos essa análise a fim de recuperar os resultados do model-I de Izidoro et al. (2019) para ambos os conjuntos de simulações de acreção perfeita e imperfeita.

10 CONCLUSÃO

Abaixo listamos as principais conclusões desse trabalho:

1. Mostramos que as arquiteturas orbitais no final da fase gasosa são muito semelhantes entre os conjuntos de simulações com acreção perfeita e imperfeita.

2. Durante a fase do disco de gás, os impactos ocorrem apenas em regimes com pouca ou nenhuma produção de fragmentos. Encontramos que apenas 5% das velocidades de impacto são maiores que 2 vezes a velocidade de escape mútua da superfície. Isso ocorre porque as velocidades relativas entre os embriões/planetas são dependentes das excentricidades e inclinações orbitais. Durante a fase gasosa, as excentricidades e inclinações são amortecidas pelas interações entre os corpos e o gás do disco. Somente no final da vida do disco de gás, quando esse efeito se torna menos efetivo e quando os planetas perturbam uns aos outros em órbitas mais compactas, é que eles podem ocasionalmente colidir em velocidades de impacto mais modestas, entretanto sempre em regimes de colisão com pouca fragmentação.

3. Também não houve mudanças significativas na arquitetura orbital final dos sistemas entre as simulações do conjunto de acreção perfeita e imperfeita.

4. As colisões durante a fase de evolução por longo período são, em geral, mais energéticas que as ocorridas na fase do disco de gás. Verificamos também que as colisões com fragmentação e espalhamento de corpos são comuns. Entretanto, verificamos que a produção de fragmentos é insuficiente para modificar a arquitetura orbital dos planetas nas simulações, pois grande parte dessas colisões ocorrem em regimes com pouca fragmentação. O modelo de colisão mais realístico também não influenciou na escala de tempo para a formação do sistemas simulados.

5. O resultado das simulações ao final da evolução por longo período estão de acordo com os resultado obtidos por Izidoro et al. (2019). A análise estatística envolvendo a observação artificial dos planetas por trânsito também teve resultados parecidos.

Neste trabalho obtivemos sucesso em implementar no integrador N-corpos o algoritmo para tratamento realístico de colisões proposto durante o projeto. Os testes mostraram que o algoritmo funciona como o esperado. Futuramente, modificações podem diminuir o custo computacional do algoritmo, além de tornar o modelo implementado mais realista. Por exemplo:

1. Não inserir os fragmentos gerados com velocidades de escape menores que tendem a ser reacretados no maior corpo remanescente.

2. Remover a quantidade de massa resultante das colisões atribuída a fragmentos pequenos o suficiente (poeira) para ser ejetados por pressão de radiação. Considerar também efeitos de cascata colisional na produção da poeira pós-colisão.

3. Rastrear as mudanças de composição de núcleo e de atmosfera induzidas por colisão como realizado em Scora et al. (2020).

REFERÊNCIAS

ADACHI, I.; HAYASHI, C.; NAKAZAWA, K. The gas drag effect on the elliptic motion of a solid body in the primordial solar nebula. **Progress of Theoretical Physics**, v. 56, n. 6, p. 1756–1771, dec 1976.

AGNOR, C.; ASPHAUG, E. Accretion efficiency during planetary collisions. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 613, n. 2, p. L157, 2004.

AGNOR, C. B.; CANUP, R. M.; LEVISON, H. F. On the character and consequences of large impacts in the late stage of terrestrial planet formation. **Icarus**, Elsevier, v. 142, n. 1, p. 219–237, 1999.

ALEXANDER, R. et al. The dispersal of protoplanetary disks. **Protostars and Planets VI**, p. 475–496, 2014.

ANDRÉ, P. et al. From filamentary networks to dense cores in molecular clouds: toward a new paradigm for star formation. **Protostars and Planets VI**, University of Arizona Press, p. 27–51, 2014.

ANSDELL, M. et al. An ALMA survey of protoplanetary disks in the σ Orionis cluster. **Astronomical Journal**, v. 153, p. 240, maio 2017.

ARMITAGE, P. J. Dynamics of Protoplanetary Disks. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, v. 49, n. 1, p. 195–236, set. 2011.

ASPHAUG, E.; AGNOR, C. B.; WILLIAMS, Q. Hit-and-run planetary collisions. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 439, n. 7073, p. 155, 2006.

ASPHAUG, E.; JUTZI, M.; MOVSHOVITZ, N. Chondrule formation during planetesimal accretion. **Earth and Planetary Science Letters**, Elsevier, v. 308, n. 3-4, p. 369–379, 2011.

BENZ, W. et al. The origin of mercury. In: **Mercury**. [S.l.]: Springer, 2008. p. 7–20.

BIRNSTIEL, T.; FANG, M.; JOHANSEN, A. Dust evolution and the formation of planetesimals. **Space Science Reviews**, v. 205, p. 41–75, dez. 2016.

BITSCH, B. et al. The structure of protoplanetary discs around evolving young stars. **Astronomy & Astrophysics**, v. 575, p. A28, feb 2015. ISSN 0004-6361.

BITSCH, B.; LAMBRECHTS, M.; JOHANSEN, A. The growth of planets by pebble accretion in evolving protoplanetary discs. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 582, p. A112, 2015.

BITSCH, B. et al. Pebble-isolation mass: Scaling law and implications for the formation of super-Earths and gas giants. **Astronomy & Astrophysics**, v. 612, p. A30, Apr 2018.

BOLMONT, E. et al. Formation, Tidal Evolution, and Habitability of the Kepler-186 System. **The Astrophysical Journal**, v. 793, n. 1, p. 3, Sep 2014.

BOUCHY, F. et al. Doppler follow-up of ogle transiting companions in the galactic bulge. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 431, n. 3, p. 1105–1121, 2005.

BOUVIER, J. et al. Magnetospheric accretion in classical T Tauri stars. **Protostars and Planets V**, p. 479–494, 2007.

BROWN, T. M. et al. Hubble space telescope time-series photometry of the transiting planet of hd 209458. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 552, n. 2, p. 699, 2001.

CANUP, R. M. Simulations of a late lunar-forming impact. **Icarus**, Elsevier, v. 168, n. 2, p. 433–456, 2004.

CHAMBERS, J. Late-stage planetary accretion including hit-and-run collisions and fragmentation. **Icarus**, Elsevier, v. 224, n. 1, p. 43–56, 2013.

CHAMBERS, J. E. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 304, n. 4, p. 793–799, 1999.

CHAMBERS, J. E. Planetary accretion in the inner solar system. **Earth and Planetary Science Letters**, Elsevier, v. 223, n. 3-4, p. 241–252, 2004.

CHATTERJEE, S.; FORD, E. B. Planetesimal interactions can explain the mysterious period ratios of small near-resonant planets. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 803, n. 1, p. 33, 2015.

CHATTERJEE, S.; TAN, J. C. Inside-out planet formation. **Astrophysical Journal**, v. 780, p. 53, jan. 2014.

CRESSWELL, P.; NELSON, R. On the evolution of multiple protoplanets embedded in a protostellar disc. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 450, n. 2, p. 833–853, 2006.

CRESSWELL, P.; NELSON, R. P. Three-dimensional simulations of multiple protoplanets embedded in a protostellar disc. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 482, n. 2, p. 677–690, 2008.

CRIDA, A.; MORBIDELLI, A.; MASSET, F. On the width and shape of gaps in protoplanetary disks. **Icarus**, v. 181, n. 2, p. 587–604, apr 2006. ISSN 00191035.

DOHNANYI, J. S. Collisional Model of Asteroids and Their Debris. **Journal of Geophysical Research**, v. 74, p. 2531–2554, maio 1969.

DRKAŻKOWSKA, J.; DULLEMOND, C. P. Can dust coagulation trigger streaming instability? **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 572, p. A78, 2014.

DUNCAN, M. J.; LEVISON, H. F.; LEE, M. H. A multiple time step symplectic algorithm for integrating close encounters. **The Astronomical Journal**, IOP Publishing, v. 116, n. 4, p. 2067, 1998.

ESTEVES, L. et al. The origins of nearly coplanar, non-resonant systems of close-in super-Earths. **Monthly Notices of The Royal Astronomical Society**, v. 497, n. 2, p. 2493–2500, jul. 2020.

EXOPLANET.EU. **The Extrasolar Planet Encyclopaedia – catalog listing**. 2018. <http://exoplanet.eu/catalog/> acessado em 01-12-2018.

EXOPLANETS.NASA.GOV. **Exoplanet Exploration: Planets Beyond Our Solar System**. 2020. <https://exoplanets.nasa.gov/> acessado em 28-08-2020.

FULTON, B. J. et al. The california-kepler survey. iii. a gap in the radius distribution of small planets. **The Astronomical Journal**, IOP Publishing, v. 154, n. 3, p. 109, 2017.

GENDA, H.; KOKUBO, E.; IDA, S. Merging criteria for giant impacts of protoplanets. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 744, n. 2, p. 137, 2011.

GILLON, M. et al. Seven temperate terrestrial planets around the nearby ultracool dwarf star trappist-1. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 542, n. 7642, p. 456, 2017.

GOLDREICH, P.; SCHLICHTING, H. E. Overstable Librations can Account for the Paucity of Mean Motion Resonances among Exoplanet Pairs. **The Astronomical Journal**, v. 147, n. 2, p. 32, fev. 2014.

GOLDREICH, P.; TREMAINE, S. Disk-satellite interactions. **Astrophysical Journal**, American Astronomical Society, v. 241, n. 1, p. 425–441, 1980.

HOUSEN, K. R.; HOLSAPPLE, K. A. On the fragmentation of asteroids and planetary satellites. **Icarus**, Elsevier, v. 84, n. 1, p. 226–253, 1990.

HOWARD, A. W. et al. Planet occurrence within 0.25 au of solar-type stars from kepler. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, IOP Publishing, v. 201, n. 2, p. 15, 2012.

HUBICKYJ, O.; BODENHEIMER, P.; LISSAUER, J. J. Accretion of the gaseous envelope of jupiter around a 5–10 earth-mass core. **Icarus**, Elsevier, v. 179, n. 2, p. 415–431, 2005.

INAMDAR, N. K.; SCHLICHTING, H. E. Stealing the gas: giant impacts and the large diversity in exoplanet densities. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 817, n. 2, p. L13, 2016.

IZIDORO, A. et al. Formation of planetary systems by pebble accretion and migration: Hot super-Earth systems from breaking compact resonant chains. **arXiv e-prints**, p. arXiv:1902.08772, fev. 2019.

IZIDORO, A.; MORBIDELLI, A.; RAYMOND, S. N. Terrestrial planet formation in the presence of migrating super-earths. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 794, n. 1, p. 11, 2014.

IZIDORO, A. et al. Breaking the chains: hot super-earth systems from migration and disruption of compact resonant chains. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, v. 470, n. 2, p. 1750–1770, 2017.

IZIDORO, A.; RAYMOND, S. N. Formation of terrestrial planets. In: ____. **Handbook of Exoplanets**. [S.l.]: International Publishing AG, part of Springer Nature, 2018. p. 142.

JIN, S.; MORDASINI, C. Compositional imprints in density-distance-time: a rocky composition for close-in low-mass exoplanets from the location of the Valley of Evaporation. **Astrophysical Journal**, v. 853, p. 163, fev. 2018.

JOHANSEN, A.; LAMBRECHTS, M. Forming planets via pebble accretion. **Annual Review of Earth and Planetary Sciences**, v. 45, p. 359–387, ago. 2017.

JOHANSEN, A.; YOUDIN, A. Protoplanetary disk turbulence driven by the streaming instability: nonlinear saturation and particle concentration. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 662, n. 1, p. 627, 2007.

KENYON, S.; HARTMANN, L. Spectral energy distributions of t tauri stars-disk flaring and limits on accretion. **The Astrophysical Journal**, v. 323, p. 714–733, 1987.

Kenyon, S. J.; Bromley, B. C. Variations on Debris Disks: Icy Planet Formation at 30-150 AU for 1-3 $M_{\oplus}$ Main-Sequence Stars. **The Astrophysical Journal Supplement**, v. 179, n. 2, p. 451–483, dez. 2008.

KOKUBO, E.; GENDA, H. Formation of terrestrial planets from protoplanets under a realistic accretion condition. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 714, n. 1, p. L21, 2010.

KOKUBO, E.; IDA, S. Formation of protoplanets from planetesimals in the solar nebula. **Icarus**, Elsevier, v. 143, n. 1, p. 15–27, 2000.

KOKUBO, E.; IDA, S. Formation of Protoplanet Systems and Diversity of Planetary Systems. **The Astrophysical Journal**, v. 581, n. 1, p. 666–680, dez. 2002.

KRIJT, S. et al. Erosion and the limits to planetesimal growth. **Astronomy & Astrophysics**, v. 574, p. A83, fev. 2015.

LAMBRECHTS, M.; JOHANSEN, A. Forming the cores of giant planets from the radial pebble flux in protoplanetary discs. **Astronomy & Astrophysics**, v. 572, p. A107, 2014.

LAMBRECHTS, M.; LEGA, E. Reduced gas accretion on super-Earths and ice giants. **Astronomy & Astrophysics**, v. 606, p. A146, out. 2017.

LAMBRECHTS, M. et al. Formation of planetary systems by pebble accretion and migration. How the radial pebble flux determines a terrestrial-planet or super-Earth growth mode. **Astronomy & Astrophysics**, v. 627, p. A83, jul. 2019.

LAS CUMBRES OBSERVATORY. **Radial Velocity Method**. 2018. Disponível em: <https://lco.global/spacebook/exoplanets/radial-velocity-method/> acessado em 20-08-2020.

LECAR, M. et al. On the location of the snow line in a protoplanetary disk. **The Astrophysical Journal**, v. 640, n. 2, p. 1115, 2006.

LEINHARDT, Z. M.; MARCUS, R. A.; STEWART, S. T. The formation of the collisional family around the dwarf planet haumea. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 714, n. 2, p. 1789, 2010.

LEINHARDT, Z. M.; STEWART, S. T. Collisions between gravity-dominated bodies. i. outcome regimes and scaling laws. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 745, n. 1, p. 79, 2011.

LEMOS, N. A. **Mecânica analítica**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2007. v. 2. 301 p.

LEVISON, H. F.; THOMMES, E.; DUNCAN, M. J. Modeling the formation of giant planet cores. i. evaluating key processes. **Astronomical Journal**, v. 139, n. 4, p. 1297–1314, apr 2010. ISSN 0004-6256.

LISSAUER, J. J. et al. A closely packed system of low-mass, low-density planets transiting kepler-11. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 470, n. 7332, p. 53, 2011.

LISSAUER, J. J. et al. Architecture and dynamics of kepler's candidate multiple transiting planet systems. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, IOP Publishing, v. 197, n. 1, p. 8, 2011.

LODDERS, K. Solar System abundances and condensation temperatures of the elements. **The Astronomical Journal**, v. 591, p. 1220–1247, jul. 2003.

MAMAJEK, E. E. Initial conditions of planet formation: lifetimes of primordial disks. **AIP**, v. 1158, n. 1, p. 3–10, 2009.

MARTIN, R. G.; LIVIO, M. On the evolution of the snow line in protoplanetary discs. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters**, v. 425, n. 1, p. L6–L9, 2012.

MASSET, F. et al. Disk surface density transitions as protoplanet traps. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 642, n. 1, p. 478, 2006.

MASSET, F.; PAPALOIZOU, J. Runaway migration and the formation of hot jupiters. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 588, n. 1, p. 494, 2003.

MAYOR, M. et al. The harps search for southern extra-solar planets xxxiv. occurrence, mass distribution and orbital properties of super-earths and neptune-mass planets. **arXiv preprint**, 2011.

MAYOR, M.; QUELOZ, D. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. **Nature**, v. 378, p. 355–359, nov. 1995.

MELOSH, H.; RYAN, E. Asteroids: Shattered but not dispersed. **Icarus**, Elsevier, v. 129, n. 2, p. 562–564, 1997.

MILLS, S. M. et al. A resonant chain of four transiting, sub-neptune planets. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 533, n. 7604, p. 509, 2016.

MORBIDELLI, A.; NESVORNY, D. Dynamics of pebbles in the vicinity of a growing planetary embryo: hydro-dynamical simulations. **Astronomy & Astrophysics**, v. 546, p. A18, 2012.

MULDERS, G. D.; PASCUCCI, I.; APAI, D. An increase in the mass of planetary systems around lower-mass stars. **The Astrophysical Journal**, v. 814, p. 130, dez. 2015.

MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. [S.l.]: Cambridge university press, 1999.

NELSON, R. P. et al. Planetary system formation in thermally evolving viscous protoplanetary discs. **Phil. Trans. R. Soc. A**, The Royal Society, v. 372, n. 2014, p. 20130074, 2014.

NESVORNÝ, D. et al. Binary Planetesimal Formation from Gravitationally Collapsing Pebble Clouds. **The Planetary Science Journal**, v. 2, n. 1, p. 27, fev. 2021.

OGIHARA, M.; MORBIDELLI, A.; GUILLOT, T. A reassessment of the in situ formation of close-in super-Earths. **Astronomy & Astrophysics**, v. 578, p. A36, jun. 2015.

O'NEILL, H. S. C.; PALME, H. Collisional erosion and the non-chondritic composition of the terrestrial planets. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society London, v. 366, n. 1883, p. 4205–4238, 2008.

OWEN, J. E.; WU, Y. The evaporation valley in the kepler planets. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 847, n. 1, p. 29, 2017.

PAARDEKOOPER, S.-J.; BARUTEAU, C.; KLEY, W. A torque formula for non-isothermal type i planetary migration–ii. effects of diffusion. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, The Royal Astronomical Society, v. 410, n. 1, p. 293–303, 2010.

PAPALOIZOU, J.; LARWOOD, J. On the orbital evolution and growth of protoplanets embedded in a gaseous disc. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, OUP, v. 315, n. 4, p. 823–833, 2000.

PICHIERRI, G.; MORBIDELLI, A.; CRIDA, A. Capture into first-order resonances and long-term stability of pairs of equal-mass planets. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 130, n. 8, p. 54, Aug 2018.

POLLACK, J. B. et al. Formation of the giant planets by concurrent accretion of solids and gas. **Icarus**, v. 124, n. 1, p. 62–85, nov 1996.

POON, S. T. et al. Formation of compact systems of super-earths via dynamical instabilities and giant impacts. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, v. 491, n. 4, p. 5595–5620, 2020.

POPPE, T.; BLUM, J.; HENNING, T. Experiments on collisional grain charging of micron-sized preplanetary dust. **The Astrophysical Journal**, v. 533, n. 1, p. 472, 2000.

RAYMOND, S. N.; BARNES, R.; MANDELL, A. M. Observable consequences of planet formation models in systems with close-in terrestrial planets. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 384, n. 2, p. 663–674, 2008.

RAYMOND, S. N. et al. Migration-driven diversity of super-earth compositions. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters**, v. 479, n. 1, p. L81–L85, 2018.

RAYMOND, S. N.; COSSOU, C. No universal minimum-mass extrasolar nebula: evidence against in situ accretion of systems of hot super-Earths. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 440, p. L11–L15, maio 2014.

ROMANOVA, M. M. et al. Three-dimensional simulations of disk accretion to an inclined dipole. I. Magnetospheric flows at different Θ. **Astrophysical Journal**, v. 595, p. 1009–1031, out. 2003.

SANTOS, N. C. Extra-solar planets: detection methods and results. **New Astronomy Reviews**, Elsevier, v. 52, n. 2, p. 154–166, 2008.

SCORA, J. et al. Chemical diversity of super-Earths as a consequence of formation. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 493, n. 4, p. 4910–4924, abr. 2020.

SHU, F. H.; ADAMS, F. C.; LIZANO, S. Star formation in molecular clouds: observation and theory. **Annual review of astronomy and astrophysics**, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 25, n. 1, p. 23–81, 1987.

STADEL, J. G. **Cosmological N-body simulations and their analysis**. Tese (Doutorado) — University of Washington Washington, DC, 2001.

STEVENS, D. J.; GAUDI, B. S. A posteriori transit probabilities. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, IOP Publishing, v. 125, n. 930, p. 933, 2013.

STEVENSON, D. J.; LUNINE, J. I. Rapid formation of jupiter by diffusive redistribution of water vapor in the solar nebula. **Icarus**, Elsevier, v. 75, n. 1, p. 146–155, 1988.

STEWART, S. T.; LEINHARDT, Z. M. Velocity-dependent catastrophic disruption criteria for planetesimals. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 691, n. 2, p. L133, 2009.

STEWART, S. T.; LEINHARDT, Z. M. Collisions between gravity-dominated bodies. ii. the diversity of impact outcomes during the end stage of planet formation. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 751, n. 1, p. 32, 2012.

STOER, J.; BULIRSCH, R. **Introduction to numerical analysis**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. v. 12.

TAN, J. C. et al. An overview of inside-out planet formation. **IAU Focus Meeting**, v. 29A, p. 6–13, out. 2016.

TANAKA, H.; WARD, W. R. Three-dimensional interaction between a planet and an isothermal gaseous disk. ii. eccentricity waves and bending waves. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 602, n. 1, p. 388, 2004.

TESTI, L. et al. Dust evolution in protoplanetary disks. **Protostars and Planets VI**, p. 339–361, 2014.

TOOMRE, A. On the gravitational stability of a disk of stars. **The Astrophysical Journal**, v. 139, p. 1217–1238, 1964.

VENTURINI, J.; HELLED, R. The formation of mini-neptunes. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 848, n. 2, p. 95, 2017.

WARD, W. R. Protoplanet migration by nebula tides. **Icarus**, Elsevier, v. 126, n. 2, p. 261–281, 1997.

WEIDENSCHILLING, S. J. The distribution of mass in the planetary system and solar nebula. **Astrophysics and Space Science**, v. 51, n. 1, p. 153–158, Sep 1977.

WEISS, L. M.; MARCY, G. W. The mass-radius relation for 65 exoplanets smaller than 4 earth radii. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 783, n. 1, p. L6, 2014.

WHIPPLE, F. L. On certain aerodynamic processes for asteroids and comets. In: **From plasma to planet**. [S.l.: s.n.], 1972. p. 211.

WILLIAMS, J. P.; CIEZA, L. A. Protoplanetary disks and their evolution. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, v. 49, p. 67–117, 2011.

WISDOM, J.; HOLMAN, M. Symplectic maps for the n-body problem. **The Astronomical Journal**, v. 102, p. 1528–1538, 1991.

WYATT, M.; DENT, W. Collisional processes in extrasolar planetesimal discs–dust clumps in fomalhaut's debris disc. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 334, n. 3, p. 589–607, 2002.

ZENG, L. et al. Survival function analysis of planet size distribution with gaia data release 2 updates. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, v. 479, n. 4, p. 5567–5576, 2018.