

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS
CAMPUS DE BOTUCATU

**APLICAÇÃO DA LÓGICA FUZZY PARA AVALIAÇÃO DO
FATURAMENTO DO CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA E
DEMANDA DE UMA EMPRESA DE AVICULTURA DE POSTURA**

CAMILA PIRES CREMASCO GABRIEL

Tese apresentada à Faculdade de Ciências Agronômicas da UNESP - Campus de Botucatu, para obtenção do título de Doutor em Agronomia - Área de Concentração em Energia na Agricultura.

BOTUCATU - SP
Julho de 2008

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS
CAMPUS DE BOTUCATU

**APLICAÇÃO DA LÓGICA FUZZY PARA AVALIAÇÃO DO
FATURAMENTO DO CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA E
DEMANDA DE UMA EMPRESA DE AVICULTURA DE POSTURA**

CAMILA PIRES CREMASCO GABRIEL

Orientador: Prof. Dr. Angelo Cataneo

Tese apresentada à Faculdade de Ciências Agronômicas da UNESP - Campus de Botucatu, para obtenção do título de Doutor em Agronomia - Área de Concentração em Energia na Agricultura.

BOTUCATU - SP
Julho de 2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉCNICA DE AQUISIÇÃO E TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO - SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - UNESP - FCA - LAGEADO - BOTUCATU (SP)

G118a Gabriel, Camila Pires Cremasco, 1978-
Aplicação da Lógica Fuzzy para avaliação do faturamento do consumo de energia elétrica e demanda de uma empresa de avicultura de postura / Camila Pires Cremasco Gabriel. - Botucatu : [s.n.], 2008.
ix, 97 f. : il. color., gráfs., tabs.

Tese (Doutorado)-Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências Agrônômicas, Botucatu, 2008
Orientador: Angelo Cataneo
Inclui bibliografia.

1. Energia elétrica. 2. Fator de potência. 3. Lógica difusa. 4. Avicultura. I. Cataneo, Angelo. II. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Campus de Botucatu). Faculdade de Ciências Agrônômicas. III. Título.

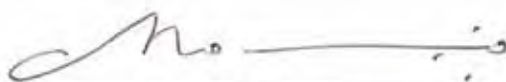
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS
CAMPUS DE BOTUCATU
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: "APLICAÇÃO DA LÓGICA FUZZY PARA AVALIAÇÃO DO
FATURAMENTO DO CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA E
DEMANDA DE UMA EMPRESA DE AVICULTURA DE POSTURA"

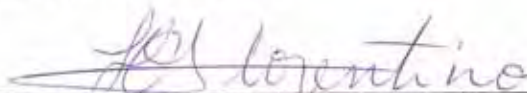
ALUNA: CAMILA PIRES CREMASCO GABRIEL

ORIENTADOR: PROF. DR. ANGELO CATANEO

Aprovado pela Comissão Examinadora



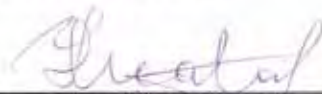
PROF. DR. ANGELO CATANEO



PROFA. DRA. HELENICE DE OLIVEIRA F. SILVA



PROF. DR. IVAM RESINA



PROF. DR. FERNANDO NATAL DE PRETTO



PROF. DR. FLAVIO FERRARI ARAGON

Data da Realização: 02 de julho de 2008.

Aos meus pais:

Wilson e Clélia

Ao meu marido:

Luís Roberto

Às minhas irmãs:

Caroline e Karine

OFEREÇO

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Angelo Cataneo, pela orientação, exemplo de profissionalismo e amizade construída nos momentos importantes de nossa convivência.

Ao professor Danilo Florentino Pereira por todas as colaborações dadas a esta pesquisa e pela sua amizade.

Aos senhores Jonas Kakumoto e Sérgio Kakumoto pelas colaborações e informações fornecidas para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu pai Wilson Cremasco e minha mãe Clélia Maria Pires Cremasco por sempre estarem ao meu lado durante minha vida.

À minhas irmãs Caroline Pires Cremasco e Karine Pires Cremasco pelas diversas formas de apoio que me transmitiram.

Ao meu sogro Luiz Roberto Almeida Gabriel e minha sogra Delfina Aparecida Rigo Gabriel pelo apoio e incentivo que sempre me passaram.

Ao meu marido Luís Roberto Almeida Gabriel Filho pela dedicação, paciência, atenção e por ser esse ser humano maravilhoso cheio de qualidades que eu amo.

SUMÁRIO

	Página
1 RESUMO	01
SUMMARY	03
2 INTRODUÇÃO	05
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	08
3.1 Avicultura	08
3.2 Parâmetros que interferem no uso da energia elétrica	10
3.2.1 Fator de carga	10
3.2.2 Fator de potência	12
3.3 Modalidades tarifárias	14
3.3.1 Tarifa convencional	16
3.3.2 Tarifa horo-sazonal	16
3.3.2.1 Tarifa Azul	16
3.3.2.2 Tarifa Verde	17
3.3.3 Horário de ponta	17
3.3.4 Horário fora de ponta	17
3.3.5 Período úmido	17
3.3.6 Período seco	17
3.4 Grupos de unidades consumidoras	18
3.5 Condições básicas para fornecimento	18
3.5.1 Tarifa azul	19
3.5.2 Tarifa verde	19
3.6 Faturamento da energia	19
3.6.1 Faturamento na tarifa convencional	22
3.6.2 Faturamento na tarifa Azul	24
3.6.3 Faturamento na tarifa verde	26
3.7 Cálculo no espaço euclidiano	28
3.8 Teoria local das superfícies	30

	Página
3.9 Lógica fuzzy	32
3.9.1 Conjuntos fuzzy	32
3.9.2 Operações entre conjuntos fuzzy	33
3.9.3 Número fuzzy	34
3.9.4 Sistemas baseados em regras fuzzy	36
4 MATERIAL E MÉTODOS	41
4.1 Material	41
4.1.1 Caracterização da empresa analisada	41
4.2 Métodos	43
4.2.1 Faturamento da energia elétrica	43
4.2.2 Controlador Fuzzy	44
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	46
5.1 Resultados teóricos	46
5.1.1 Energia elétrica	46
5.1.2 Controlador fuzzy	54
5.2 Resultados práticos	60
6 CONCLUSÕES	77
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79
APÊNDICE	82

LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 1. Estoque de milho para posterior trituração	09
Figura 2. Motores responsáveis pela trituração do milho para ração das aves	09
Figura 3. Capacitores instalados na granja	10
Figura 4. Energia efetivamente utilizada e energia não utilizada de acordo com a demanda em função do tempo	11
Figura 5. Relação entre energia total, energia ativa e energia reativa	12
Figura 6. Comportamento do mercado de energia elétrica ao longo do ano versus a oferta de energia pela concessionária	15
Figura 7. Intersecção de dois conjuntos fuzzy	33
Figura 8. União de dois conjuntos fuzzy	34
Figura 9. Número fuzzy triangular	35
Figura 10. Número fuzzy trapezoidal	36
Figura 11. Arquitetura de sistemas baseados em regras fuzzy	36
Figura 12. Método de inferência de Mamdani	38
Figura 13. Galpões aviários da granja	42
Figura 14. Vista do galpão de limpeza, classificação e embalagem de ovos	42
Figura 15. Sólido limitado pelo <i>Hiperbolóide de Carga e Potência</i> , pelo plano $F = 0$ e lateralmente pelos planos $x = fp_{\min}$, $x = fp$, $y = fc_{\min}$ e $y = fc$	53
Figura 16. Sistema baseado em regras fuzzy	54
Figura 17. Funções de pertinência definidas para a variável de entrada fp	56
Figura 18. Funções de pertinência definidas para a variável de entrada fc	56
Figura 19. Funções de pertinência definidas para a variável de saída que avalia a utilização energética da empresa	57
Figura 20. Região utilizada para o cálculo do <i>Volume Atual</i>	58
Figura 21. Esboço do <i>V-Hiperbolóide de Carga e Potência</i>	64
Figura 22. Mapa de contorno do <i>V-Hiperbolóide de Carga e Potência</i>	65
Figura 23. Funções de pertinência definidas para a variável de entrada fp	71

	Página
Figura 24. Funções de pertinência definidas para a variável de entrada fc	71
Figura 25. Situação da empresa representada tridimensionalmente representando o controlador fuzzy	72
Figura 26. Utilização do método de inferência de Mandani no mês de dezembro de 2005, com $fp = 0,76$, $fc = 0,18$ e <i>situação</i> avaliada em 0,563	72
Figura 27. Avaliação através do controlador fuzzy de todos os meses do período em estudo	73
Figura 28. Faturamento e de energia elétrica e avaliação da utilização da energia pelo controlador Fuzzy	75

LISTA DE TABELAS

	Página
Tabela 1. Tarifas do fornecimento de energia elétrica referentes ao mês de março de 2008, fornecidos pelo sistema interligado REDE	22
Tabela 2. Modelo da base de regras do controlador fuzzy	60
Tabela 3. Valores mensais de demanda (kW), consumo ativo de ponta (kWh), consumo ativo fora de ponta (kWh), consumo reativo (kVArh), fator de carga (fc) e fator de potência (fp) observados em 2005	61
Tabela 4. Valores mensais de demanda (kW), consumo ativo de ponta (kWh), consumo ativo fora de ponta (kWh), consumo reativo (kVArh), fator de carga (fc) e fator de potência (fp) observados em 2006	61
Tabela 5. Valores mensais de demanda (kW), consumo ativo de ponta (kWh), consumo ativo fora de ponta (kWh), consumo reativo (kVArh), fator de carga (fc) e fator de potência (fp) observados em 2007	62
Tabela 6. Valores mensais do Volume Atual calculados para todos os meses do período em estudo, anos de 2005, 2006 e 2007	67
Tabela 7. Valores calculados e classificação dos volumes de acordo com os valores de fator de potência e de carga (fp_i , fc_j)	69
Tabela 8. Base de regras do controlador fuzzy	69
Tabela 9. Avaliação de todos os meses do período em estudo	73
Tabela 10. Valores mensais do faturamento (R\$) calculados para todos os meses do período em estudo nos anos de 2005, 2006 e 2007	74

1 RESUMO

A região de Bastos-SP é responsável por grande parte da produção brasileira de ovos. Muitas granjas nesta região produzem a própria ração para alimentação de suas aves através da trituração de milho e soja com motores elétricos muitas vezes super-dimensionados, trabalhando em vazio ou em horário de pico. Esta atividade é responsável por grande parte do gasto energético da empresa.

Existem dois fatores que avaliam o modo de utilização desta energia, denominados fator de potência (fp) e fator de carga (fc), que indicam a eficiência e racionalidade da forma de utilização da energia elétrica, respectivamente.

A necessidade de uma avaliação global da utilização da energia, levando em consideração os dois fatores citados, é realizada por especialistas da área energética para a determinação da situação real da empresa.

A lógica fuzzy estabelece a criação de algoritmos genéticos, que são capazes de imitar parte do raciocínio humano. Esta lógica aproxima métodos computacionais e o raciocínio humano, o que possibilita a avaliação global da empresa por métodos computacionais e não mais de especialistas da área energética. Estes métodos são sintetizados criando-se um programa computacional baseado em regras criadas a partir desta lógica, que denominamos controlador fuzzy.

O presente trabalho preocupou-se em criar um controlador fuzzy para a avaliação do faturamento do consumo de energia elétrica e demanda de potência ativa e reativa em uma empresa de avicultura de postura. Para isto, coletaram-se dados sobre o comportamento dos parâmetros elétricos, tais como: fator de potência, fator de carga, demanda e consumo ativo.

A criação de um controlador fuzzy necessita de um processador de entrada, um conjunto de regras lingüísticas, um método de inferência fuzzy e um processador de saída, gerando um número real como saída.

Definindo as variáveis de entrada como o fator de potência e de carga, e realizando um estudo do comportamento da utilização de energia elétrica no período compreendido entre janeiro de 2005 e dezembro de 2007, foi possível estabelecer uma avaliação mensal para a empresa, de forma a sua situação pertencer às variáveis lingüísticas: “Muito Ruim”, “Ruim”, “Médio”, “Bom” e “Muito Bom”.

Através das equações do faturamento de energia elétrica definiu-se uma superfície criada a partir das equações do faturamento de energia elétrica e denominada *Hiperbolóide de Carga e Potência*.

Neste trabalho, a base de regras utilizada foi criada a partir de métodos numéricos e cálculo de volume de sólidos limitados pelo *Hiperbolóide de Carga e Potência*. O controlador desenvolvido permitiu a criação de uma superfície como solução do sistema fuzzy e possibilitou a avaliação mensal da utilização da energia elétrica utilizada.

Assim, instalando-se um controlador fuzzy de acordo com o modelo apresentado, a empresa adquire condições de avaliar seu consumo de energia elétrica instantaneamente e, desta forma, tentar contornar o problema procurando utilizar a energia elétrica de forma eficiente e racional.

Palavras chave: energia elétrica, fator de carga e potência, lógica fuzzy.

APPLICATION OF LOGIC FUZZY FOR ASSESSMENT OF THE INVOICING OF THE CONSUMPTION OF ELECTRIC ENERGY AND DEMAND OF A COMPANY OF POSITION POULTRY KEEPING. Botucatu, 2008. 97. Tese (Tese em Agronomia, Área de Concentração - Energia na Agricultura) - Faculdade de Ciências Agronômicas, Universidade Estadual Paulista.

Author: CAMILA PIRES CREMASCO GABRIEL.

Adviser: Prof. Dr. ANGELO CATANEO.

SUMMARY

The region of Bastos-SP is responsible for great part of the Brazilian egg production. Many farms in this region produce the proper ration for feeding of its birds through the triturate of maize and soy with electric engines many large sized times, working in emptiness or schedule of peak. This activity is responsible for great part of the energy expense of the company.

Two factors exist that evaluate the way of use of this energy, called power factor (fp) and load factor (fc), that indicates the efficiency and rationality of the form of use of the electric energy, respectively.

The necessity of a global evaluation of the use of the energy, leading in consideration the two cited factors, is carried through by specialists of the energy area for the determination of the real situation of the company.

The logic fuzzy establishes the creation of genetic algorithms, that are capable to imitate part of the human reasoning. This logic approaches computational methods and the human reasoning, what it not more than makes possible the global evaluation of the company for computational methods and specialists of the energy area. These methods are synthecized creating a based computational program in rules created from this logic, that we call controller fuzzy.

The present work was worried in creating a controller fuzzy for the evaluation of the invoicing of the consumption of electric energy and demand of active and reactive power in a company of position poultry keeping. For this, they had been collected given on the behavior of the electric parameters, such as: factor of power, load factor, demand and active consumption.

The creation of a controller fuzzy needs an entrance processor, a set of linguistic rules, a method of inference fuzzy and a processor of exit, generating a real number as exit.

Defining the entrance 0 variable as the load and power factor, and carrying through a study of the behavior of the use of electric energy in the period understood between January of 2005 and December of 2007, it was possible to establish a monthly evaluation for the company, of form its situation to belong to the linguistic 0 variable: “Bad”, “Very Bad”, “Medium”, “Good” and “Very Good”.

Through the equations of the invoicing of electric energy a surface created from the equations of the invoicing of energy electric and called *Load and Power Hyperboloid* was defined.

In this work, the base of rules used was created from numerical methods and calculation of volume of solids limited for the *Load and Power Hyperboloid*. The developed controller allowed the creation of a surface as solution of the system fuzzy and made possible the monthly evaluation of the use of the used electric energy.

Thus, installing a controller fuzzy in accordance with the presented model, the company acquires conditions to evaluate its consumption of electric energy instantaneously e, in such a way, to try to skirt the problem being looked for to use the electric energy of efficient and rational form.

Keywords: electric energy, power and load factor, logic fuzzy.

2 INTRODUÇÃO

A região de Bastos-SP é responsável por grande parte da produção brasileira de ovos. Muitas granjas de aves para produção de ovos produzem a própria ração para alimentação das aves através da trituração de milho e soja que, em sua maioria, é feita por maquinários obsoletos, exigindo motores super-dimensionados, trabalhando em vazio ou em horário de pico e, em algumas empresas, as operações são feitas com partidas simultâneas de motores elétricos que iniciam operação com carga.

Existem dois índices que avaliam a forma com a empresa está utilizando a energia elétrica: o fator de carga (fc) e o fator de potência (fp).

O fator de carga avalia se a energia está sendo utilizada de forma racional. Quanto maior o valor do fator de carga obtido, melhor terá sido a utilização das cargas elétricas ao longo do tempo. Por outro lado, um fator de carga baixo pode indicar que houve concentração de consumo de energia elétrica em um curto período de tempo, determinando alterações na demanda.

O fator de potência (fp) é outro índice que merece uma atenção especial. Alguns aparelhos elétricos, como os motores, além de consumirem energia ativa solicitam também a energia reativa necessária para criar o fluxo magnético que o seu funcionamento exige. Com a relação entre estes valores, determina-se o fator de potência médio indutivo num determinado período. O fator de potência é um índice que mostra o quanto da energia elétrica está sendo transformada em outras formas de energia. Quando o

fator de potência é baixo, podem surgir problemas na instalação elétrica do consumidor e na rede de distribuição da concessionária.

Porém, existe a necessidade da existência de um único índice que indique de forma global (racional e eficiente) como a energia está sendo utilizada. Tal necessidade surge, por exemplo, quando em certos meses uma determinada empresa constata um alto fp e um baixo fc , e, em outros meses, uma situação de baixo fp e alto fc . Assim, cenários deste tipo exigem uma avaliação clara e objetiva da situação em que a empresa melhor se encontra. Ainda quaisquer combinações destes índices precisam ser esclarecidas para o administrador da empresa decida se houve melhora ou não da utilização de energia elétrica pela sua unidade consumidora.

Para este fim utilizou-se a teoria da Lógica Fuzzy. A lógica fuzzy admite a pertinência de um ponto a um conjunto com certo grau de aderência, diferentemente da lógica clássica existente, que assume que tal ponto ou pertence ou não pertence ao conjunto. A representação destes pontos é realizada por funções denominadas de pertinência.

Além destes fatores, para a criação de um sistema fuzzy propriamente dito, é necessário criar regras que relacionem estas funções e eleger métodos pré-existentes denominados de inferência que efetuem cálculos necessários para gerar um número real como saída.

Em nosso modelo fuzzy, estabelecemos fp e fc como variáveis de entrada, e a variável de saída foi definida como a situação global da empresa.

As funções de pertinência para a variável fp foram denominadas “Muito Ruim”, “Ruim”, “Bom” e “Muito Bom”. Isto significa que um valor dado de fp pode não ser por exemplo completamente “Bom”, mas ser “Bom” com um certo grau de aderência. Para a variável fc também se utilizou funções de mesmas denominações. Para a variável de saída de situação da empresa, as variáveis lingüísticas foram “Muito Ruim”, “Ruim”, “Médio”, “Bom” e “Muito Bom”.

Um especialista humano, entrevistado para ajudar a formular o conjunto de regras fuzzy, pode articular associações de entradas/saídas lingüísticas. Neste trabalho, a função deste especialista será substituída por iterações em uma superfície denominada *Hiperbolóide de Carga e Potência*, e as realizações destas iterações consistem em cálculos e comparações de volumes de sólidos limitados superiormente por esta superfície.

O objetivo desta pesquisa foi criar um controlador fuzzy visando avaliar a forma de consumo de energia elétrica e demanda de potência ativa e reativa uma granja de avicultura de postura utilizando os índices fator de potência e o fator de carga.

As maneiras inéditas estabelecidas de construção de controladores fuzzy e propostas de novas metodologias de atualização com a inserção de novos dados mensais constituem grandes contribuições deste trabalho, que apresenta um modelo que pode ser aplicado em qualquer empresa do país que apresente registro de fator de carga (ou de demanda) e fator de potência, não importando o ramo de atividade.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, inicialmente, faz-se a descrição do ramo de atividade comercial da empresa estudada e suas características principais. Com o intuito de avaliar a forma de utilização da energia elétrica de empresas deste tipo, são descritos os parâmetros que interferem no uso da energia elétrica, dados pelos fatores de carga e potência.

Devido às diferenças de porte de consumo de energia elétrica pelas empresas, faz-se necessário estudar as várias modalidades tarifárias existentes, os grupos de unidades consumidoras e as condições básicas para o fornecimento de energia elétrica. As características energéticas essenciais para o presente estudo são esgotadas com a análise das equações que regem as diversas formas de faturamento de energia elétrica.

Para a realização da análise analítica e geométrica da empresa em estudo, apresentaram-se alguns elementos do cálculo no espaço euclidiano e da teoria local das superfícies. Por fim, a estruturação de um método capaz de avaliar a situação energética da empresa é caracterizada com tópicos da lógica fuzzy.

3.1 Avicultura

Diversas granjas de aves para postura produzem a ração para alimentação na própria empresa. O milho é estocado (Figura 1) e posteriormente triturado a

fim de compor a maior parte da ração, que também possui parte de soja e vitaminas diversas.



Figura 1. Estoque de milho para posterior trituração.

Os motores utilizados na granja em estudo são utilizados para a trituração de milho e soja, como ilustra a Figura 2.



Figura 2. Motores responsáveis pela trituração do milho para ração das aves.

Uma alternativa para o aumento da eficiência energética dos motores é a instalação de capacitores no sistema. A empresa em estudo deste trabalho fez esta instalação

em janeiro de 2007 (Figura 3), obtendo ótimos resultados assim na forma de utilização da energia elétrica.



Figura 3. Capacitores instalados na granja.

3.2 Parâmetros que interferem no uso da energia elétrica

3.2.1 Fator de carga

O consumo de energia elétrica numa região não é constante; sofre fortes oscilações, em função do tempo e da atividade predominante dos consumidores.

De acordo com a Companhia Energética de São Paulo (1990), o fator de carga (fc) é o índice que mostra se a energia elétrica está sendo utilizada de forma racional por um determinado consumidor.

O fator de carga é um índice obtido através da relação entre a demanda média (kWh) e a demanda máxima medida (kWh), durante um período de tempo definido, podendo ser expresso pela fórmula:

$$\text{Fator de Carga} = \frac{\text{Demanda Média}}{\text{Demanda Máxima Medida}}$$

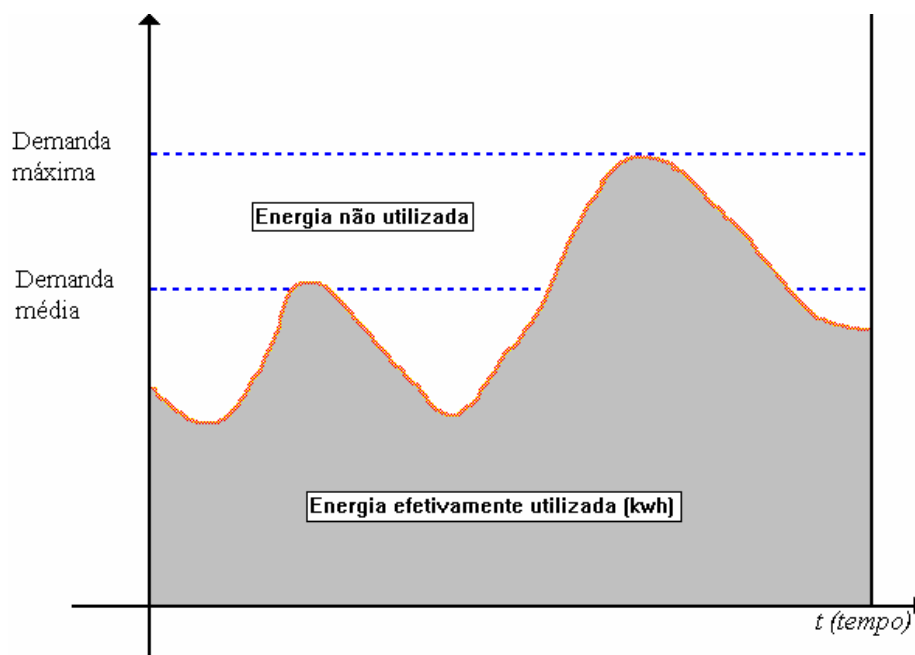


Figura 4. Energia efetivamente utilizada e energia não utilizada de acordo com a demanda em função do tempo.

Devido à relação existente entre energia (kWh), demanda média (kW) e tempo (h) dada por:

$$\text{Energia} = \text{Demanda Média} \times \text{Tempo} \Rightarrow \text{Demanda Média} = \frac{\text{Energia}}{\text{Tempo}}$$

tem-se que:

$$\text{Fator de Carga} = \frac{\text{Energia}}{\text{Tempo} \times \text{Demanda Máxima Medida}}$$

As principais medidas para a melhoria do fator de carga são:

- relacionar toda a carga instalada e anotar os respectivos horários de funcionamento;
- seleccionar as cargas que possam ser operadas fora do período de demanda máxima;

- reprogramar o período de funcionamento das cargas possíveis de deslocamento;
- evitar partidas simultâneas de motores que iniciam operação com carga;
- evitar ocorrência de curtos-circuitos e fugas de corrente;
- dar proteção adequada aos equipamentos e instalações elétricas, bem como manutenção periódica.

3.2.2 Fator de potência

Nos circuitos de corrente alternada deve-se distinguir três formas de potência elétrica: a potência ativa (kW), a potência reativa (kVAr) e a potência total ou aparente (kVA) (Figura 5).

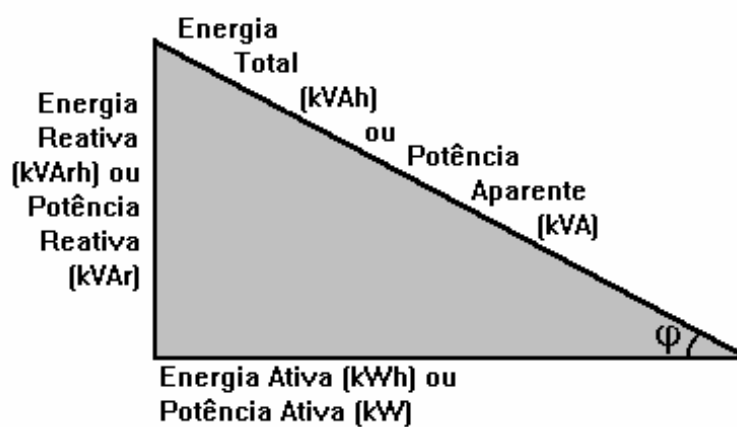


Figura 5. Relação entre energia total, energia ativa e energia reativa.

De acordo com Cotrim (2003), o fator de potência (fp) é a relação entre a potência ativa (kW) e a potência aparente ou total (kVA) expressa pela fórmula:

$$\text{Fator de Potência} = \frac{\text{Potência Ativa}}{\text{Potência Aparente}},$$

ou seja, $fp = \cos \varphi$. Observa-se que como:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\text{Energia Reativa}}{\text{Energia Ativa}} \Rightarrow \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\text{Energia Reativa}}{\text{Energia Ativa}} \right),$$

então tem-se que:

$$fp = \cos \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\text{Energia Reativa}}{\text{Energia Ativa}} \right).$$

A potência ativa é aquela que efetivamente produz trabalho útil. A potência aparente é a potência total absorvida por uma instalação elétrica e é obtida da soma geométrica, da potência ativa com a potência reativa. A potência reativa é aquela utilizada para criar o fluxo magnético necessário ao funcionamento dos equipamentos industriais (motores, transformadores, reatores, etc.).

Segundo a Companhia Energética de São Paulo (1990), o fator de potência, quando mantido a índices inferiores a 92% provoca diversos inconvenientes e entre eles, um acréscimo na conta de energia elétrica.

É necessário que os consumidores de energia elétrica se interessem pelo assunto, uma vez que a correção do fator de potência, além de proporcionar diversas vantagens técnicas, proporcionará também, diversas vantagens econômicas, sendo uma delas, a redução nos custos finais de produção.

A Companhia Energética de São Paulo (1990) afirmam que os componentes dos sistemas elétricos (geradores, circuitos de transmissão e distribuição, transformadores, instalações internas dos consumidores, etc.) quando operados com excesso de potência reativa, comprometem desnecessariamente a componente ativa da potência total ou aparente.

As principais causas do baixo fator de potência são:

- motores operando a vazio;
- motores superdimensionados;
- transformadores operando em vazio ou com pequenas cargas;
- nível de tensão acima do normal.

De acordo com a Companhia Energética de São Paulo (1990), o fator de potência (fp) como função do consumo da energia ativa (kWh) e da energia reativa (kVArh) é dado por:

$$fp = \frac{\text{Energia Ativa}}{\sqrt{(\text{Energia Ativa})^2 + (\text{Energia Reativa})^2}}.$$

O baixo fator de potência de uma instalação elétrica significa sobrecarga em todo o sistema de alimentação, desde a rede da companhia concessionária até o consumidor.

Cotrim (2003) considera, dentre as vantagens oferecidas pela melhoria do fator de potência, a liberação da capacidade do sistema.

3.3 Modalidades tarifárias

No horário compreendido entre 18 e 21 horas, há uma intensificação do uso da eletricidade, resultado das influências individuais das várias classes de consumo que compõem o mercado, notadamente a industrial, a residencial e a iluminação pública.

Neste intervalo de tempo encontra-se o horário de ponta do sistema elétrico, por ser o período em que o sistema elétrico suporta o maior volume de carga, atingindo seu valor máximo aproximadamente às 19 horas, com pequena variação de região para região do país.

Devido ao maior carregamento do sistema elétrico nesse horário, é fácil observar que uma nova carga a ser atingida custará mais ao setor elétrico, que terá

necessidade de investir em usinas e linhas de transmissão para atender a expansão da carga na ponta do sistema.

Segundo a Companhia Energética de São Paulo (1990), o comportamento da oferta de eletricidade, ao longo do ano, tem características próprias e permitem identificar um “período seco”, compreendido entre os meses de maio e novembro, e um “período úmido”, compreendido entre os meses de dezembro de um ano até abril do ano seguinte.

O atendimento do mercado no período seco só é possível em virtude da capacidade de acumulação dos reservatórios das usinas, que estocam a água afluyente durante o período das chuvas.

Assim, o fornecimento de energia elétrica no período seco tende a ser mais oneroso, pois está associado a um maior risco de “déficit” decorrente da probabilidade da ocorrência de períodos com pouca precipitação pluviométrica.

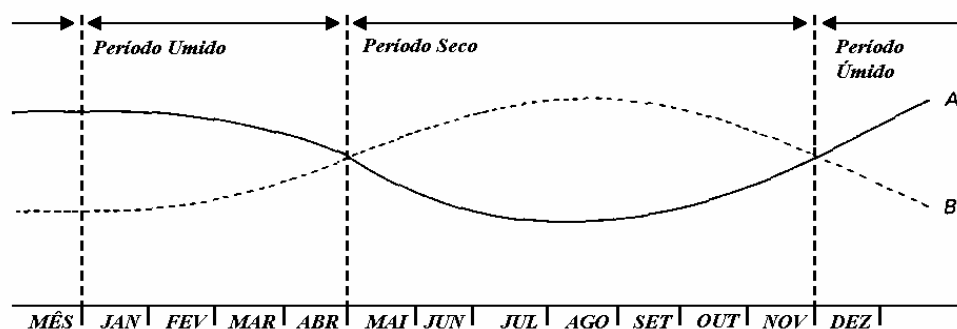


Figura 6. Comportamento do mercado de energia elétrica ao longo do ano versus a oferta de energia pela concessionária.

Na Figura 6, a curva “A” representa a disponibilidade média de água dos mananciais que irão ser represados nos reservatórios das usinas hidroelétricas que constituem o potencial predominante de geração de eletricidade da região sudeste.

A curva “B” retrata o comportamento médio do mercado de energia elétrica, que assume o valor máximo justamente no período em que a disponibilidade de água fluyente nos mananciais é mínima, ou seja, em período hidrológicamente desfavorável.

Desta maneira, o fornecimento de energia elétrica estabelece uma estrutura tarifária, ou seja, um conjunto de tarifas aplicáveis às componentes de consumo de energia elétrica e/ou demanda de potência ativas de acordo com a modalidade de fornecimento. Existem dois tipos de modalidades tarifárias para as unidades consumidoras atendidas pelo sistema elétrico: a tarifa convencional e a tarifa horo-sazonal.

3.3.1 Tarifa convencional

Esta estrutura é caracterizada pela aplicação de tarifas de consumo de energia elétrica e/ou demanda de potência independentemente das horas de utilização do dia e dos períodos do ano.

3.3.2 Tarifa horo-sazonal

Esta estrutura é caracterizada pela aplicação de tarifas diferenciadas de consumo de energia elétrica e de demanda de potência de acordo com as horas de utilização do dia e dos períodos do ano, conforme especificação a seguir:

3.3.2.1 Tarifa Azul

Modalidade estruturada para aplicação de tarifas diferenciadas de consumo de energia elétrica de acordo com as horas de utilização do dia e os períodos do ano, bem como de tarifas diferenciadas de demanda de potência de acordo com as horas de utilização do dia.

3.3.2.2 Tarifa Verde

Modalidade estruturada para aplicação de tarifas diferenciadas de consumo de energia elétrica de acordo com as horas de utilização do dia e os períodos do ano, bem como de uma única tarifa de demanda de potência.

3.3.3 Horário de ponta

Período definido pela concessionária e composto por 3 (três) horas diárias consecutivas, exceção feita aos sábados, domingos e feriados nacionais, considerando as características do seu sistema elétrico.

3.3.4 Horário fora de ponta

Período composto pelo conjunto das horas diárias consecutivas e complementares àquelas definidas no horário de ponta.

3.3.5 Período úmido

Período de 5 (cinco) meses consecutivos, compreendendo os fornecimentos abrangidos pelas leituras de dezembro de um ano a abril do ano seguinte.

3.3.6 Período seco

Período de 7 (sete) meses consecutivos, compreendendo os fornecimentos abrangidos pelas leituras de maio a novembro.

3.4 Grupos de unidades consumidoras

O grupo A é o grupamento composto de unidades consumidoras com fornecimento em tensão igual ou superior a 2,3 kV caracterizado pela estruturação tarifária binômia e subdividido nos seguintes subgrupos:

- a) Subgrupo A1 - tensão de fornecimento igual ou superior a 230 kV;
- b) Subgrupo A2 - tensão de fornecimento de 88 kV a 138 kV;
- c) Subgrupo A3 - tensão de fornecimento de 69 kV;
- d) Subgrupo A3a - tensão de fornecimento de 30 kV a 44 kV;
- e) Subgrupo A4 - tensão de fornecimento de 2,3 kV a 25 kV;

O Grupo B é o grupamento composto de unidades consumidoras com fornecimento em tensão inferior a 2,3 kV, ou, ainda, atendidas em tensão superior a 2,3 kV, caracterizado pela estruturação tarifária monômia e subdividido nos seguintes subgrupos:

- a) Subgrupo B1 - residencial;
- b) Subgrupo B1a - residencial baixa renda;
- c) Subgrupo B2 - rural;
- d) Subgrupo B2a - cooperativa de eletrificação rural;
- e) Subgrupo B2b - serviço público de irrigação;
- f) Subgrupo B3 - demais classes;
- g) Subgrupo B4 - iluminação pública.

3.5 Condições básicas para fornecimento

O fornecimento de energia elétrica, com aplicação de tarifa azul ou verde, será realizado às unidades consumidoras do grupo A, atendidas pelo sistema elétrico e que se enquadram nas seguintes condições:

3.5.1 Tarifa azul

A aplicação é obrigatória para:

- Clientes ligados em tensão igual ou superior a 69 kV;
- Clientes ligados em tensão igual inferior a 69 kV, sempre que contratarem ou assegurarem demanda igual ou superior a 500 kW ou que se apresentem, nos últimos onze meses, 3 ou mais registros de demandas medidas, iguais ou superiores a 500 kW.

Clientes com demanda inferior a 500 kW poderão optar pela tarifa azul desde que apresentem, nos onze meses anteriores a opção, 3 ou mais registros de demandas medidas, iguais ou superiores a 50 kW ou contratarem os valores de demandas correspondentes.

3.5.2 Tarifa verde

A aplicação é opcional para clientes ligados em tensão a 69 kV enquadrados na tarifa azul e aqueles que apresentarem 3 ou mais registros de demandas medidas, iguais ou superiores a 50 kW ou contratarem os valores de demandas correspondentes.

3.6 Faturamento da energia

A Resolução ANEEL nº 456 de 30/11/2000 estabelece, de forma atualizada e consolidada, as condições gerais de fornecimento de energia elétrica. Tal resolução foi inaugurada com base em alguns princípios que nortearam o poder concedente a revisar toda sistemática de avaliação da energia reativa circulante no sistema elétrico. Esses princípios são dados por:

- necessidade de liberação de capacidade do sistema elétrico;
- a legislação sobre fator de potência não visa aumento de receita;
- promover o uso racional de energia elétrica;
- o reativo indutivo sobrecarrega o sistema elétrico, principalmente nos períodos do dia em que ele é mais solicitado (períodos de carga média e pesada);
- o reativo capacitivo é prejudicial nos períodos de carga leve, provocando aumento de tensão, necessidade de instalação de aparelhos corretivos e manobras no sistema;
- criar condições para que os custos de expansão do sistema elétrico sejam distribuídos para a sociedade de forma mais justa.

A portaria citada utiliza a seguinte terminologia:

- UFER: montante de energia ativa (kWh) reprimido correspondente ao excedente de consumo de energia reativa.
- FER: faturamento (R\$) do excedente do consumo de energia reativa, ou seja, faturamento do montante de energia ativa reprimido.
- UFDR: demanda de potência ativa (kW) reprimida correspondente ao excedente de demanda de potência reativa.
- FDR: faturamento (R\$) do excedente de demanda de potência reativa, ou seja, faturamento de demanda de potência ativa reprimida.

As relações associadas são dadas por:

$$\text{FER} = \text{UFER} \times \underbrace{\text{R\$ / kWh}}_{\text{tarifa}} \quad \text{e} \quad \text{FDR} = \text{UFDR} \times \underbrace{\text{R\$ / kW}}_{\text{tarifa}}.$$

A fórmula de cálculo do fator de potência a ser utilizado pelo sistema de faturamento é determinada da forma:

$$fp = \cos \text{ arc tg} \left(\frac{\text{Energia Reativa}}{\text{Energia Ativa}} \right).$$

Como critério para cálculo do fator de potência, convencionou-se que um único fator de potência mensal deve ser calculado com base nos totais de consumo de energia ativa (kWh) e de energia reativa indutiva (kVArh) no ciclo de faturamento ou através de medição temporária para as unidades consumidoras do Grupo B.

Estabeleceram-se as relações:

$$\text{UFDR} = \text{DM} \times \frac{0,92}{fp} - \text{DF} \quad \text{e} \quad \text{UFER} = \text{CA} \times \left(\frac{0,92}{fp} - 1 \right),$$

onde:

- *fp* : fator de potência mensal;
- DM: demanda de potência máxima ativa registrada no ciclo de faturamento, através de integralização de 15 minutos;
- DF: demanda faturável no ciclo de faturamento;
- CA: consumo de energia ativa no ciclo de faturamento.

Com base nos dados do consumo de energia ativa (kWh) e energia reativa (kVArh) obtidos pelos equipamentos de medição, o sistema de faturamento determina o valor de *fp*. Para valores de *fp* inferiores a 0,92, o sistema de faturamento calcula os valores de UFDR e UFER e efetua ainda os faturamentos FDR e FER. Valores negativos de UFDR não serão considerados.

Desta forma, o faturamento de energia elétrica é dado pela soma do faturamento de demanda com o faturamento do consumo quando *fp* é maior que 0,92. Quando *fp* é menor que 0,92, é somado ainda a este valor os faturamentos FER e FDR.

Observa-se também que não há distinção no faturamento de energia elétrica nos horários de ponta e fora de ponta para a tarifa convencional, enquanto que esta distinção existe nas tarifas verde e azul. Estas maneiras de faturamento são descritas em 3.5.1, 3.5.2 e 3.5.3.

Tabela 1. Tarifas do fornecimento de energia elétrica referentes ao mês de março de 2008, fornecidos pelo sistema interligado REDE.

TARIFA CONVENCIONAL		
SUBGRUPO	DEMANDA (R\$/kW)	CONSUMO (R\$/MWh)
A3a	15,69	129,80
A4	18,34	131,91

TARIFA HORO-SAZONAL AZUL						
SUBGRUPO	DEMANDA (R\$/kW)		CONSUMO (R\$/MWh)			
	PONTA	FORA DE PONTA	PONTA		FORA DE PONTA	
			SECA	ÚMIDA	SECA	ÚMIDA
A1	11,15	1,35	186,16	168,48	116,37	105,96
A2	11,15	1,35	186,16	168,48	116,37	105,96
A3	12,66	1,99	187,28	169,05	116,85	106,08
A3a	20,64	5,09	192,47	174,26	117,54	106,81
A4	23,46	5,99	193,03	174,77	117,81	107,05

TARIFA HORO-SAZONAL VERDE					
SUBGRUPO	DEMANDA (R\$/kW)	CONSUMO (R\$/MWh)			
		PONTA		FORA DE PONTA	
		SECA	ÚMIDA	SECA	ÚMIDA
A3a	5,08	539,04	521,41	114,43	104,02
A4	5,99	555,18	536,94	117,81	107,05

3.6.1 Faturamento na tarifa convencional

A característica principal da tarifa convencional é a da existência de um único fator de potência e de carga mensais para a realização dos cálculos do faturamento e a não distinção tarifária dos horários de ponta e fora de ponta. Inicialmente, definem-se as seguintes constantes:

- fp : fator de potência;
- fc : fator de carga;
- C : consumo ativo;
- D : demanda média;
- DM : demanda máxima;
- TC : tarifa de consumo;
- TD : tarifa de demanda;

O faturamento de energia elétrica é dado por:

$$F = \begin{cases} FC + FD + FER + FDR, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ FC + \overline{FD}, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

onde:

- o faturamento do excedente do consumo de energia reativa é dado por:

$$FER = \left(\frac{0,92}{fp} - 1 \right) C.TC$$

- o faturamento do excedente de demanda de potência reativa é dado por:

$$FDR = \left(DM \frac{0,92}{fp} - D \right) TD$$

- o faturamento do consumo é dado por:

$$FC = C.TC$$

- os faturamentos de demanda para $0 < fp \leq 0,92$ e $0,92 < fp \leq 1$ são dados respectivamente por:

$$FD = D.TD \quad \text{e} \quad \overline{FD} = DM.TD$$

Observa-se ainda que:

$$fc = \frac{D}{DM} \quad \text{e} \quad D = \frac{C}{730}.$$

3.6.2 Faturamento na tarifa azul

A característica principal da tarifa azul é a existência de um fator de potência mensal medido no horário de ponta e outro no horário fora de ponta. Inicialmente, definem-se as seguintes constantes:

- fp_p, fp_{fdp} : fator de potência de ponta e fora de ponta;
- fc_p, fc_{fdp} : fator de carga de ponta e fora de ponta;
- C_p, C_{fdp} : consumo ativo de ponta e fora de ponta;
- D_p, D_{fdp} : demanda média de ponta e fora de ponta;
- DM_p, DM_{fdp} : demanda máxima de ponta e fora de ponta;
- TC_p, TC_{fdp} : tarifa de consumo de ponta e fora de ponta;
- TD_p, TD_{fdp} : tarifa de demanda de ponta e fora de ponta.

O faturamento de energia elétrica no horário de ponta é dado por:

$$F_p = \begin{cases} FC_p + FD_p + FER_p + FDR_p, & \text{se } 0 < fp_p \leq 0,92 \\ FC_p + \overline{FD}_p, & \text{se } 0,92 < fp_p \leq 1 \end{cases}$$

O faturamento de energia elétrica no horário fora de ponta é dado por:

$$F_{fdp} = \begin{cases} FC_{fdp} + FD_{fdp} + FER_{fdp} + FDR_{fdp}, & \text{se } 0 < fp_{fdp} \leq 0,92 \\ FC_{fdp} + \overline{FD}_{fdp}, & \text{se } 0,92 < fp_{fdp} \leq 1 \end{cases}$$

Assim, o faturamento de energia elétrica total é dado por:

$$F = F_p + F_{fdp}$$

onde:

- os faturamentos do excedente do consumo de energia reativa de ponta e fora de ponta são dados respectivamente por:

$$FER_p = \left(\frac{0,92}{fp_p} - 1 \right) C_p TC_p \quad \text{e} \quad FER_{fdp} = \left(\frac{0,92}{fp_{fdp}} - 1 \right) C_{fdp} TC_{fdp}$$

- os faturamentos do excedente de demanda de potência reativa de ponta e fora de ponta são dados respectivamente por:

$$FDR_p = \left(DM_p \frac{0,92}{fp_p} - D_p \right) TD_p \quad \text{e} \quad FDR_{fdp} = \left(DM_{fdp} \frac{0,92}{fp_{fdp}} - D_{fdp} \right) TD_{fdp}$$

- os faturamentos do consumo de ponta e fora de ponta são dados respectivamente por:

$$FC_p = C_p TC_p \quad \text{e} \quad FC_{fdp} = C_{fdp} TC_{fdp}$$

- os faturamentos de demanda de ponta para $0 < fp_p \leq 0,92$ e $0,92 < fp_p \leq 1$ são dados respectivamente por:

$$FD_p = D_p \cdot TD_p \quad \text{e} \quad \overline{FD}_p = DM_p \cdot TD_p$$

- os faturamentos de demanda fora de ponta para $0 < fp_{fdp} \leq 0,92$ e $0,92 < fp_{fdp} \leq 1$ são dados respectivamente por:

$$FD_{fdp} = D_{fdp} \cdot TD_{fdp} \quad \text{e} \quad \overline{FD}_{fdp} = DM_{fdp} \cdot TD_{fdp}$$

Observa-se ainda que:

$$fc_p = \frac{D_p}{DM_p}, \quad fc_{fdp} = \frac{D_{fdp}}{DM_{fdp}}, \quad D_p = \frac{C_p}{66}, \quad D_{fdp} = \frac{C_{fdp}}{664} \quad \text{e} \quad C = C_p + C_{fdp}.$$

3.6.3 Faturamento na tarifa verde

A característica principal da tarifa verde é a da existência de um único fator de potência e de carga mensais para a realização dos cálculos do faturamento. Inicialmente, definem-se as seguintes constantes:

- fp : fator de potência;
- fc : fator de carga;
- C : consumo ativo;
- C_p, C_{fdp} : consumo ativo de ponta e fora de ponta;
- D : demanda média;
- DM : demanda máxima;
- TC_p, TC_{fdp} : tarifa de consumo de ponta e fora de ponta;
- TD : tarifa de demanda.

O faturamento de energia elétrica é dado por:

$$F = \begin{cases} FC_p + FC_{fdp} + \overline{FD} + FER_p + FER_{fdp} + FDR, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ FC_p + FC_{fdp} + \overline{FD}, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

onde:

- os faturamentos do excedente do consumo de energia reativa de ponta e fora de ponta são dados respectivamente por:

$$FER_p = \left(\frac{0,92}{fp} - 1 \right) C_p TC_p \quad \text{e} \quad FER_{fdp} = \left(\frac{0,92}{fp} - 1 \right) C_{fdp} TC_{fdp}$$

- o faturamento do excedente de demanda de potência reativa é dado por:

$$FDR = \left(DM \frac{0,92}{fp} - D \right) TD$$

- os faturamentos do consumo de ponta e fora de ponta são dados respectivamente por:

$$FC_p = C_p TC_p \quad \text{e} \quad FC_{fdp} = C_{fdp} TC_{fdp}$$

- os faturamentos de demanda para $0 < fp \leq 0,92$ e $0,92 < fp \leq 1$ são dados respectivamente por:

$$FD = D.TD \quad \text{e} \quad \overline{FD} = DM.TD$$

Observa-se ainda que:

$$fc = \frac{D}{DM}, \quad D = \frac{C}{730} \quad \text{e} \quad C = C_p + C_{fdp}.$$

3.7 Cálculo no espaço euclidiano

Segundo Leithold (1976), considerando-se a base canônica $\{e_1, e_2\}$ de \mathfrak{R}^2 , com $e_1 = (1,0)$ e $e_2 = (0,1)$, as derivadas direcionais de F em p_0 , nas direções dos vetores da base, são denominadas derivadas parciais de F em p_0 . A derivada parcial de F em p_0 na direção e_i é denotada por

$$\frac{\partial F}{\partial x_i}(p_0) \quad \text{ou} \quad F_{x_i}(p_0).$$

Spivak (1965) afirma que se $\frac{\partial F}{\partial x_i}(p)$ existe, para todo $p \in A$, então tem-se definida uma função $\frac{\partial F}{\partial x_i} : A \rightarrow \mathfrak{R}^3$, que para cada $p \in A$, associa $\frac{\partial F}{\partial x_i}(p)$. As derivadas parciais da função $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ são denominadas derivadas parciais de segunda ordem de F . Assim, sucessivamente, definem-se as derivadas parciais de ordem superior. A notação usada para as derivadas parciais de segunda ordem é:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right) &= \frac{\partial^2 F}{\partial x_j \partial x_i} = F_{x_i x_j} \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right) &= \frac{\partial^2 F}{\partial x_i^2} = F_{x_i x_i} \end{aligned}$$

Uma função $F : A \subset \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é diferenciável em p_0 , se existe uma aplicação linear de \mathfrak{R}^2 em \mathfrak{R}^3 , denotada por $dF_{p_0} : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, tal que para todo vetor $w \in \mathfrak{R}^2$,

$$F(p_0 + w) = F(p_0) + dF_{p_0}(w) + \mathfrak{R}(w),$$

onde $\lim_{w \rightarrow 0} \frac{\mathfrak{R}(w)}{w} = 0$. A aplicação dF_{p_0} é denominada diferencial de F em p_0 . A função F é dita diferenciável se F é diferenciável em p , para todo $p \in A$.

Assim, se F é diferenciável em p_0 , então para todo vetor $w \in \mathfrak{R}^2$,

$$dF_{p_0}(w) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{F(p_0 + tw) - F(p_0)}{t}.$$

Dieudonné (1968) afirma que considerando $F: A \subset \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ uma função diferenciável em $p_0 \in A$, como $dF_{p_0}: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é uma aplicação linear, temos a matriz associada a dF_{p_0} , relativamente às bases canônicas de \mathfrak{R}^2 e \mathfrak{R}^3 , dada por:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(p_0) & \frac{\partial F_1}{\partial x_2}(p_0) \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1}(p_0) & \frac{\partial F_2}{\partial x_2}(p_0) \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_1}(p_0) & \frac{\partial F_3}{\partial x_2}(p_0) \end{pmatrix}$$

onde F_1, F_2, F_3 são as funções coordenadas de F . A matriz acima é denominada matriz jacobiana de F em p_0 . Quando o número de linhas da matriz for igual ao número de colunas, o determinante da matriz jacobiana de F em p_0 é dito o jacobiano de F em p_0 .

Buck (1965) afirma que uma função $F: A \subset \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é diferenciável de classe C^k , $k \geq 1$ se as derivadas parciais de F até ordem k existem e são contínuas. A função F é dita de classe C^∞ se as derivadas parciais de todas as ordens existem e são contínuas.

3.8 Teoria local das superfícies

Considere-se um sistema de coordenadas cartesianas x, y, z em \mathfrak{R}^3 e uma função

$$f(u, v) = (f_1(u, v), f_2(u, v), f_3(u, v)),$$

de duas variáveis u e v que variam em um aberto $U \subset \mathfrak{R}^2$. Para cada $(u, v) \in U$, $f(u, v)$, determina um ponto em \mathfrak{R}^3 . Denota-se por S o subconjunto de \mathfrak{R}^3 formado pelos pontos $f(u, v)$.

Segundo Tenenblat (1988), uma superfície parametrizada regular ou simplesmente uma superfície é uma aplicação $f: U \subset \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, onde U é um aberto de \mathfrak{R}^2 , tal que:

- f é diferenciável de classe C^∞ ;
- Para todo $q = (u, v) \in U$ a diferencial de f em q , $df_q: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, é injetora.

As variáveis u e v são os parâmetros de superfície. O conjunto S , de \mathfrak{R}^3 , obtido pela imagem da aplicação f , é denominado traço de f .

De acordo com Gabriel (1994), a função $f(x, y) = (x, y, p(x, y))$, onde $p(x, y)$ é uma composição específica de funções de classe C^∞ e representa o faturamento de energia elétrica de uma empresa, é uma superfície parametrizada regular cuja imagem através de um subconjunto aberto $U \subset \mathfrak{R}^2$ é um subconjunto de \mathfrak{R}^3 denominado *Hiperbolóide de Carga e Potência*.

Segundo Gillet (1984), entende-se por uma região fechada em \mathfrak{R}^2 , uma região que contém sua fronteira. O tipo mais simples de uma região fechada em \mathfrak{R}^2 é um retângulo fechado definido por $D = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 / a_1 \leq x \leq b_1 \text{ e } a_2 \leq y \leq b_2, a_1 < b_1 \text{ e } a_2 < b_2\}$.

Os pontos (a_1, b_1) , (a_1, b_2) , (a_2, b_1) e (a_2, b_2) são chamados vértices do retângulo. Os segmentos de reta que unem vértices consecutivos chamam-se arestas do retângulo.

Bluman (1984) afirma que a região D pode ser considerada como uma região de integração se f é uma função definida em D e D é uma região retangular fechada.

De acordo com Bittinger (1988), se f é uma função definida numa região retangular fechada D , diz-se que o número L é o limite de somas da forma

$\sum_{i=1}^n f(x_i, g_i) D_i A$, se L satisfizer a propriedade de que para qualquer $\varepsilon > 0$, existe um $\delta > 0$,

tal que:

$$\left| \sum_{i=1}^n f(x_i, g_i) D_i A - L \right| < \varepsilon$$

para toda partição Δ para a qual $\|\Delta\| < \delta$ e para todas as possíveis escolhas do ponto (ξ_i, γ_i) no i -ésimo retângulo, $i = 1, 2, \dots, n$. Se tal número L existe, escreve-se:

$$\lim_{\|\Delta\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i, g_i) D_i A = L$$

Goldstein (1977) afirma que uma função f de duas variáveis é integrável numa região retangular D , se for definida em D e o número L existir.

Este número L é chamado de integral dupla de f em D , e escreve-se

$$\lim_{\|\Delta\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i, g_i) D_i A = \iint_D f(x, y) dA$$

Guggenheiner (1977) afirma que se f é uma função de duas variáveis integrável numa região fechada D do plano xy limitada pelas retas $x = a$ e $x = b$, onde $a < b$,

e pelas curvas $y = \phi_1(x)$ e $y = \phi_2(x)$, onde ϕ_1 e ϕ_2 são duas funções contínuas no intervalo fechado $[a, b]$, então o número que representa o valor da integral dupla

$$\iint_D f(x, y) dA$$

é a medida do volume do sólido entre a superfície e a região D .

De acordo com Gabriel (1997), os quocientes dos volumes determinados por uma superfície específica denominada *Hiperbolóide de Carga e Potência* quantificam os percentuais com que as empresas podem se beneficiar no faturamento mensal das contas de energia elétrica.

3.9 Lógica fuzzy

Estudos de associações, relações ou interações entre elementos de diversas classes, são de grande interesse na análise e compreensão de muitos fenômenos do mundo real. Matematicamente, o conceito de relação é formalizado a partir da teoria de conjuntos. Uma relação clássica descreve a inter-relação entre dois ou mais objetos e, sendo um conjunto, é representada por sua função característica. (BANDO, 2002)

Podemos dizer então que a relação será fuzzy quando optarmos pela teoria dos conjuntos fuzzy, e será clássica quando optarmos pela teoria de conjuntos clássicos para conceituar a relação em estudo.

3.9.1 Conjuntos fuzzy

Seja U um conjunto qualquer denominado conjunto universo. Um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado por uma função $\mu : U \rightarrow [0,1]$, chamada função de pertinência do conjunto fuzzy F . O valor $\mu(x) \in [0,1]$ indica o grau com que o elemento x de

U está no conjunto fuzzy F , com $\mu(x) = 0$ e $\mu(x) = 1$ indicando, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de x ao conjunto fuzzy F . (ZADEH, 1965)

Funções de pertinência fuzzy representam os aspectos fundamentais de todas as ações teóricas e práticas de sistemas fuzzy. Uma função de pertinência é uma função numérica gráfica ou tabulada que atribui valores de pertinência fuzzy para valores de uma variável em seu conjunto universo. O universo de uma variável representa o intervalo numérico de todos os possíveis valores reais que uma variável específica pode assumir. (PEIXOTO, 2005)

3.9.2 Operações entre conjuntos fuzzy

Sejam A e B dois subconjuntos fuzzy de U , com funções de pertinência indicadas por μ_A e μ_B , respectivamente. Dizemos que A é subconjunto fuzzy de B , e escrevemos $A \subset B$, se $A(x) \leq B(x)$ para todo $x \in U$. Nota-se que $\mu_{\emptyset}(x) = 0$ e $\mu_U(x) = 1$, para todo $x \in U$. Assim, para qualquer conjunto A , tem-se que $\emptyset \subset A$ e $A \subset U$.

Definição 1: Sejam A e B conjuntos fuzzy. As funções de pertinência que representam os conjuntos fuzzy união, intersecção e complementar de conjuntos fuzzy são dadas e representadas respectivamente por:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max_{x \in U} \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min_{x \in U} \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad x \in U$$

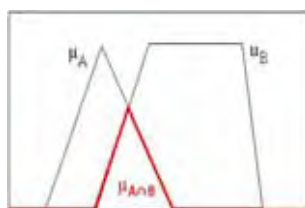


Figura 7. Intersecção de dois conjuntos fuzzy.

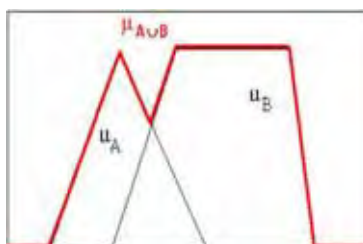


Figura 8. União de dois conjuntos fuzzy.

3.9.3 Número fuzzy

Segundo Barros (2006), para definir um número fuzzy, precisamos introduzir o conceito de α - nível de um conjunto fuzzy A .

Definição 2: Sejam A um conjunto fuzzy e $\alpha \in [0,1]$. Definimos como α - nível de A o conjunto $[A]^\alpha = \{x \in U : \mu_A(x) \geq \alpha\}$.

Definição 3: Seja A um conjunto fuzzy. O suporte de A , $\text{supp } A$, são todos os elementos de U que têm grau de pertinência diferente de zero em A , ou seja,

$$\text{supp } A = \{x \in U : \mu_A(x) > 0\}.$$

Definição 4: Um conjunto fuzzy A é chamado de número fuzzy quando o conjunto universo, onde A está definido é o conjunto dos números reais, ou seja, $\mu_A : \mathfrak{R} \rightarrow [0,1]$, e satisfaz as seguintes condições:

- (i) $[A]^\alpha \neq \emptyset, \forall \alpha \in [0,1]$;
- (ii) $[A]^\alpha$ é um intervalo fechado, $\forall \alpha \in [0,1]$;
- (iii) O suporte de A é limitado.

Os números fuzzy mais comuns são os triangulares e os trapezoidais.

Definição 5: Um número fuzzy A é dito triangular se sua função de pertinência é da forma:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a < x \leq b \\ \frac{x-c}{b-c}, & \text{se } b < x \leq c \\ 0, & \text{se } x > c \end{cases}$$

para $a < b < c$.

O gráfico de um número fuzzy triangular tem a forma de um triângulo, tendo como base o intervalo $[a, c]$ e, como único vértice fora da base, o ponto $(b, 1)$. Deste modo, os números reais a , b e c definem o número fuzzy triangular A .

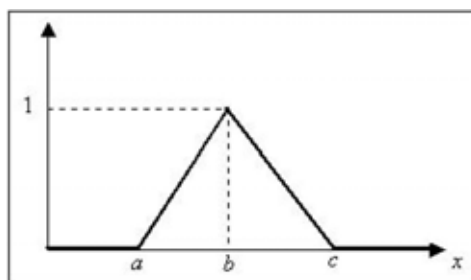


Figura 9. Número fuzzy triangular.

Definição 6: Um número fuzzy A é dito trapezoidal se sua função de pertinência é da forma:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a < x \leq b \\ 1, & \text{se } b < x \leq c \\ \frac{x-c}{b-c}, & \text{se } c < x \leq d \\ 0, & \text{se } x > d \end{cases}$$

para $a < b < c < d$.

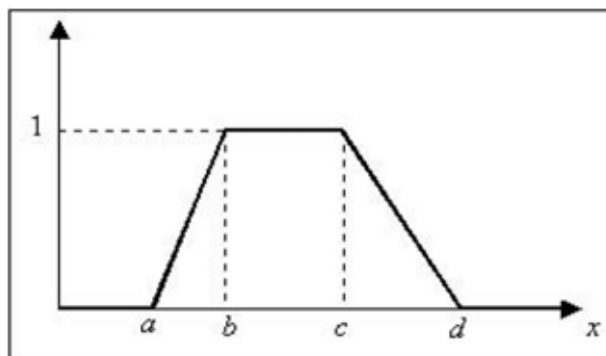


Figura 10. Número fuzzy trapezoidal.

3.9.4 Sistemas baseados em regras fuzzy

Basicamente, um sistema baseado em regras fuzzy possui quatro componentes: um processador de entrada (ou fuzzificador), um conjunto de regras lingüísticas, um método de inferência fuzzy e um processador de saída (ou defuzzificador), gerando um número real como saída (RIBACIONKA, 1999). A Figura 11 ilustra um sistema fuzzy.

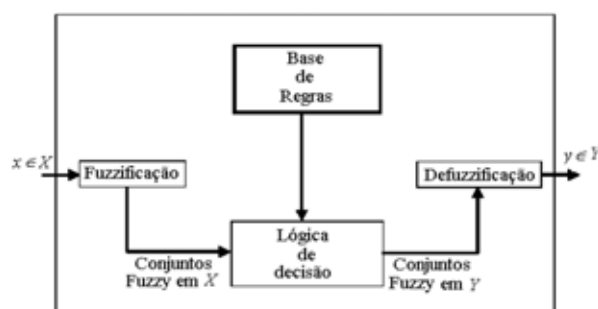


Figura 11. Arquitetura de sistemas baseados em regras fuzzy.

Essa estrutura de controlador representa a transformação que ocorre do domínio do mundo real, que usa números reais, para o domínio fuzzy, que usa números fuzzy. Nessa transformação, um conjunto de inferências fuzzy é usado para as tomadas de decisões, e, por fim, há uma transformação inversa do domínio fuzzy para o domínio do mundo real,

para que ocorra o acoplamento entre a saída do algoritmo fuzzy e as variáveis de atuação (SHAW & SIMÕES, 1999).

A fuzzificação é o processo pelos quais os valores de entrada do sistema são convertidos para conjuntos fuzzy, com as respectivas faixas de valores onde estão definidos. É um mapeamento do domínio de números reais para o domínio fuzzy. Fuzzificação também representa atribuições de valores lingüísticos, descrições vagas ou qualitativas, definidas por funções de pertinência às variáveis de entrada. A fuzzificação é uma espécie de pré-processamento de categorias ou classes dos sinais de entrada, reduzindo grandemente o número de valores a serem processados. Uma menor quantidade de valores processados significa que há uma computação mais veloz (SHAW & SIMÕES, 1999).

Uma variável lingüística u pode ser associada a um conjunto de termos lingüísticos por uma função $T(u)$, sendo que tais termos podem ser números fuzzy sobre um conjunto universo U .

A base de regras caracteriza os objetivos e a estratégia utilizados por especialistas na área, por meio de um conjunto de regras lingüísticas.

Um especialista humano, entrevistado para ajudar a formular o conjunto de regras fuzzy, pode articular associações de entradas/saídas lingüísticas. Neste trabalho, a função deste especialista será substituída por iterações em uma superfície denominada *Hiperbolóide de Carga e Potência*, e a realizações destas iterações consistem em cálculos e comparações de volumes de sólidos limitados superiormente por esta superfície.

A lógica de tomada de decisões, incorporada na estrutura de inferência da base de regras, usa implicações fuzzy para simular tomada de decisões humanas. Ela gera ações – consequentes – inferidas a partir de um conjunto de condições de entrada - antecedentes.

O método de inferência utilizado neste trabalho é o de Mamdani, que agrega as regras por meio do operador lógico OU, modelado pelo operador matemático \vee e, em cada regra, os operadores lógicos E e ENTÃO são modelados pelo operador mínimo \wedge (PEDRYCZ & GOMIDE, 1998).

Para ilustrar o método vamos usar apenas duas regras genéricas, do tipo daquelas que aparecem em nossa base de regras, cada uma com duas entradas e uma saída (Figura 12), dadas por:

$$R_1: SE \ x \ \acute{e} \ A_1 \ E \ y \ \acute{e} \ B_1 \ ENT\tilde{A}O \ z \ \acute{e} \ C_1.$$

$$R_2: SE \ x \ \acute{e} \ A_2 \ E \ y \ \acute{e} \ B_2 \ ENT\tilde{A}O \ z \ \acute{e} \ C_2.$$

onde A_i , B_i , C_i são conjuntos fuzzy,

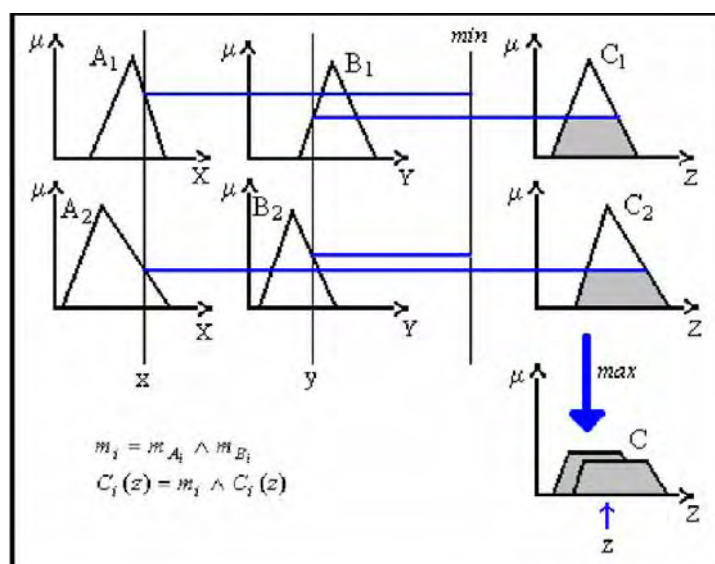


Figura 12. Método de inferência de Mamdani.

O primeiro passo do método consiste basicamente na utilização do operador “E”. Os números de entrada fuzzy (isto é, conjuntos de pertinência) A_i e B_i são combinados usando o operador mínimo que corresponde ao conectivo E de acordo com as regras de intersecção fuzzy. Esta operação é chamada agregação.

Escolhidos os valores de entrada para x e y no eixo horizontal e considerando-se a regra R_1 , determinam-se retas verticais interceptando os valores de entrada

e conseqüentemente as funções $\mu_{A_1}(x)$ e $\mu_{B_1}(y)$. Determinam-se agora retas horizontais passando a primeira por $\mu_{A_1}(x)$ e $\mu_{B_1}(y)$.

Usando o conectivo E , é necessário obter o menor valor e projetar uma linha horizontal sobre o conjunto fuzzy conseqüente C_1 , e isto é feito em $w_{C_1} = \min\{\mu_{A_1}(x), \mu_{B_1}(y)\}$. Isto gera um truncamento no conjunto C_1 e desta forma, é possível criar novo conjunto C'_1 , cuja função de pertinência é dada por $\mu_{C'_1}(z) = \min\{w_{C_1}, \mu_{C_1}(z)\}$, para todo z . Considerações análogas são feitas para a regra R_2 . As operações acima estão representadas na Figura 12 e o conjunto fuzzy conseqüente da regra R_2 é C_2 .

O segundo passo do método de inferência de Mamdani consiste na utilização do operador “ E ”. Nesta operação, chamada composição, os conjuntos fuzzy correspondentes a C'_1 e C'_2 são combinados usando o operador máximo, que corresponde ao conectivo OU de acordo com as regras da união fuzzy. O operador máximo cria o contorno comum aos dois conjuntos fuzzy C da Figura 12. Para um sistema com n regras, o procedimento é análogo, com contribuição de cada regra individualmente de forma a se obter a saída.

Na defuzzificação, o valor da variável lingüística de saída inferida pelas regras fuzzy é traduzida num valor real. O objetivo é obter-se um único número real que melhor represente os valores fuzzy inferidos da variável lingüística de saída. Para selecionar o método apropriado pode-se utilizar um enfoque baseado no centróide ou nos valores máximos que ocorrem na função de pertinência resultante.

O método do Centro de Gravidade ou Centróide é a técnica de defuzzificação mais comumente usada. Pode ser compreendido como uma média ponderada, onde $\mu_A(x)$ funciona como o peso do valor x .

Se x é discreto, então a defuzzificação do conjunto fuzzy A é dada por:

$$\bar{z} = \frac{\sum_x \mu_A(x)x}{\sum_x \mu_A(x)}$$

Da mesma forma, se x é contínuo, então,

$$\bar{z} = \frac{\int \mu_A(x) x dx}{\int \mu_A(x) dx}$$

Para a realização das simulações numéricas do controlador fuzzy desenvolvido utilizou-se o software MATLAB através do Fuzzy Logic Toolbox.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Material

4.1.1 Caracterização da empresa analisada

A presente pesquisa avaliou a racionalidade e eficiência da utilização de energia elétrica de uma empresa de avicultura (granja) situada no município de Bastos, SP, e tem como principal atividade a avicultura de postura.

Com uma filial no município de Alambarí, a empresa possui, no total, 226 funcionários, sendo 150 na sede em Bastos-SP, e 76 em sua filial. Desse total, 10 são funcionários terceirizados, 204 são funcionários da área de produção e 12 são funcionários da área administrativa. Caracterizada como uma grande empresa, a granja possui galpões que alojam as aves em todas as suas fases a partir da compra do pintinho de um dia, passando pelas fases de frangas, produção e recria.



Figura 13. Galpões aviários da granja.

Nos galpões aviários (Figura 13) existiam máquinas para alimentação das aves, mas as de maior demanda pertenciam ao depósito no qual são realizados os procedimentos de limpeza, classificação e embalagem dos ovos (Figura 14).



Figura 14. Vista do galpão de limpeza, classificação e embalagem de ovos.

A ração utilizada é fabricada na própria granja, em sua sede em Bastos. Sua composição é basicamente a mesma, variando a proporção dos ingredientes conforme a fase de vida (conseqüentemente, de produção) da ave. Os ingredientes básicos são: milho, soja, farinha de carne, girassol, podendo este último ser substituído por trigo ou sorgo, a depender do preço.

A granja possui aproximadamente 1.000.000 de aves. Destas, cerca de 750.000 são da fase da produção, 75.000 da recria, 100.000 são frangas, e 75.000 pintainhas. As aves chegam com 1 dia de vida, produzem ovos brancos e vermelhos (a depender de sua linhagem) e depois de completo o ciclo de produção são vendidas para abatedouro.

O recolhimento dos ovos é feito manualmente em alguns galpões e mecanicamente em outros. A lavagem dos ovos é feita através de máquinas que também classificam conforme o peso. O sistema de embalagem é feito parte manualmente, parte mecanicamente.

4.2 Métodos

4.2.1 Faturamento da energia elétrica

As fórmulas do faturamento de energia elétrica foram desenvolvidas de acordo com as considerações da revisão bibliográfica. Desta forma, foi possível criar superfícies parametrizadas regulares e defini-las como *Hiperbolóides de Carga e Potência*. Para isto, foi necessário utilizar conceitos da geometria diferencial e da teoria local das superfícies.

As fórmulas descritas na revisão bibliográfica deste trabalho sobre faturamento da energia elétrica são aplicadas a cada 15 minutos nos dados de medição e assim calcula-se o faturamento total mensal somando-se cada parcela obtida nestas medições. O fator de potência e o fator de carga são obtidos fazendo-se médias aritméticas também de cada intervalo de medição de 15 minutos.

O fator de potência mensal é fornecido diretamente no relatório descritivo fornecido pela empresa de eletricidade. Visto que o período analisado é de aproximadamente 3 anos de medições, o fator de carga mensal será calculado através da fórmula:

$$fc = \frac{\text{Energia Ativa}}{\text{tempo} \times \text{Demanda}}.$$

As tarifas horo-sazonais utilizadas nas fórmulas do faturamento presentes no Capítulo 5 serão obtidas por médias ponderadas da seguinte forma:

$$T = \frac{7.T_s + 5.T_u}{12},$$

onde T é a tarifa utilizada nas fórmulas do faturamento, T_s é a tarifa no período seco (7 meses) e T_u é a tarifa no período úmido (5 meses).

A partir de dados de energia elétrica de 3 anos da empresa considerada, obteve-se assim o fator de potência e o fator de carga mensais relativamente a todos os meses do período em estudo.

O consumo médio foi definido como a média aritmética dos meses do período em estudo.

Definiu-se o *Volume Atual* a partir de sólidos determinados pelos *Hiperbolóides e Carga e Potência* definidos. Para cada par de valores do fator de potência e carga, associou-se um valor deste volume.

4.2.2 Controlador Fuzzy

Para a construção das funções de pertinência de entrada, obtiveram-se os valores máximos e mínimos do fator de potência e carga e também percentis nos níveis 33 % e 66 % para obtenção de limites nestes conjuntos de dados. As variáveis lingüísticas associadas às funções de pertinência foram “Muito Ruim”, “Ruim”, “Bom” e “Muito Bom”.

A função de pertinência de saída foi construída de maneira simétrica, com partição em intervalos iguais e também com variáveis lingüísticas “Muito Ruim”, “Ruim”, “Médio”, “Bom” e “Muito Bom”.

A base de regras foi determinada a partir dos volumes calculados. Calculados todos os volumes associados aos 36 meses do período em estudo, obtiveram-se percentis nos níveis 20 %, 40 %, 60 % e 80 %. Estes delimitadores possibilitaram a criação de intervalos cujos pontos (volumes) são classificados como “Muito Ruim”, “Ruim”, “Médio”, “Bom” e “Muito Bom”.

A partir dos quatro valores do fator de potência e carga definido pelos valores máximos e mínimos destes conjuntos de dados e pelos percentis nos níveis 33 % e 66 %, criaram-se 16 combinações de pares (fp, fc) . Para cada combinação, houve a classificação do fator de potência, do fator de carga e do volume calculado, criando-se assim 16 regras.

Com o auxílio do software Matlab 6, Copyright 1984-2001, foi possível implementar o controlador fuzzy computacionalmente, simulando os 36 meses do período em estudo e avaliando a situação mensal da empresa através do controlador. Também foi possível criar uma superfície que representa assim o controlador fuzzy criado.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Resultados teóricos

5.1.1 Energia elétrica

As demonstrações dos teoremas, lemas e corolários a seguir encontram-se no apêndice.

Teorema 1: O faturamento de energia elétrica na tarifa convencional é dado por:

$$F = \begin{cases} \frac{0,92}{fp} \left(TC + \frac{TD}{730fc} \right) C, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ \left(TC + \frac{TD}{730fc} \right) C, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

onde:

- fp : fator de potência
- fc : fator de carga
- C : consumo ativo
- TC : tarifa de consumo

- TD : tarifa de demanda

Teorema 2: O faturamento de energia elétrica na tarifa azul é dado por $F = F_p + F_{fdp}$, com

$$F_p = \begin{cases} \frac{0,92}{fp_p} \left(TC_p + \frac{TD_p}{66fc_p} \right) C_p, & \text{se } 0 < fp_p \leq 0,92 \\ \left(TC_p + \frac{TD_p}{66fc_p} \right) C_p, & \text{se } 0,92 < fp_p \leq 1 \end{cases}$$

e

$$F_{fdp} = \begin{cases} \frac{0,92}{fp_{fdp}} \left(TC_{fdp} + \frac{TD_{fdp}}{664fc_{fdp}} \right) C_{fdp}, & \text{se } 0 < fp_{fdp} \leq 0,92 \\ \left(TC_{fdp} + \frac{TD_{fdp}}{664fc_{fdp}} \right) C_{fdp}, & \text{se } 0,92 < fp_{fdp} \leq 1 \end{cases}$$

onde:

- fp_p, fp_{fdp} : fator de potência de ponta e fora de ponta;
- fc_p, fc_{fdp} : fator de carga de ponta e fora de ponta;
- C_p, C_{fdp} : consumo ativo de ponta e fora de ponta;
- TC_p, TC_{fdp} : tarifa de consumo de ponta e fora de ponta;
- TD_p, TD_{fdp} : tarifa de demanda de ponta e fora de ponta.

Teorema 3: O faturamento de energia elétrica na tarifa verde é dado por:

$$F = \begin{cases} \frac{0,92}{fp} \left(TC_p + \frac{TD}{730fc} \right) C_p + \frac{0,92}{fp} \left(TC_{fdp} + \frac{TD}{730fc} \right) C_{fdp}, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ \left(TC_p + \frac{TD}{730fc} \right) C_p + \left(TC_{fdp} + \frac{TD}{730fc} \right) C_{fdp}, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

onde:

- fp : fator de potência;
- fc : fator de carga;
- C : consumo ativo;
- C_p, C_{fdp} : consumo ativo de ponta e fora de ponta;
- TC_p, TC_{fdp} : tarifa de consumo de ponta e fora de ponta;
- TD : tarifa de demanda.

Corolário 1: Pelos Teoremas 1, 2 e 3, segue diretamente que:

- (i) Para a tarifa convencional, fazendo $a = TC$, $b = TD$ e $c = C$, tem-se que:

$$F = \begin{cases} \frac{0,92}{fp} \left(a + \frac{b}{730fc} \right) c, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ \left(a + \frac{b}{730fc} \right) c, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

- (ii) Para a tarifa azul, fazendo $a_1 = TC_p$, $a_2 = TC_{fdp}$, $b_1 = TD_p$, $b_2 = TD_{fdp}$, $c_1 = C_p$ e $c_2 = C_{fdp}$, tem-se que $F = F_p + F_{fdp}$, onde:

$$F_p = \begin{cases} \frac{0,92}{fp_p} \left(a_1 + \frac{b_1}{66fc_p} \right) c_1, & \text{se } 0 < fp_p \leq 0,92 \\ \left(a_1 + \frac{b_1}{66fc_p} \right) c_1, & \text{se } 0,92 < fp_p \leq 1 \end{cases}$$

e

$$F_{fdp} = \begin{cases} \frac{0,92}{fp_{fdp}} \left(a_2 + \frac{b_2}{664fc_p} \right) c_2, & \text{se } 0 < fp_{fdp} \leq 0,92 \\ \left(a_2 + \frac{b_2}{664fc_p} \right) c_2, & \text{se } 0,92 < fp_{fdp} \leq 1 \end{cases}$$

- (iii) Para a tarifa verde, fazendo $a_1 = TC_p$, $a_2 = TC_{fdp}$, $b = TD$, $c_1 = C_p$ e $c_2 = C_{fdp}$, tem-se que:

$$F = \begin{cases} \frac{0,92}{fp} \left(a_1 + \frac{b}{730fc} \right) c_1 + \frac{0,92}{fp} \left(a_2 + \frac{b}{730fc} \right) c_2, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ \left(a_1 + \frac{b}{730fc} \right) c_1 + \left(a_2 + \frac{b}{730fc} \right) c_2, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

Lema 1: A função $f_1 : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, onde $U_1 = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0 < x < 0,92, 0 < y < 1\}$, dada por

$$f_1(x, y) = \left(x, y, \frac{1}{x} \left(A + \frac{B}{y} \right) \right), \text{ com } A, B \in \mathfrak{R}, \text{ é uma superfície parametrizada regular.}$$

Lema 2: A função $f_2 : U_2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, onde $U_2 = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0,92 < x < 1, 0 < y < 1\}$, dada por

$$f_2(x, y) = \left(x, y, A + \frac{B}{y} \right), \text{ com } A, B \in \mathfrak{R}, \text{ é uma superfície parametrizada regular.}$$

Teorema 4: A função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$, onde $U = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < 1, x \neq 0,92\}$, dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{1}{x} \left(A + \frac{B}{y} \right) \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \text{ e } 0 < y < 1 \\ \left(x, y, A + \frac{B}{y} \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \text{ e } 0 < y < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

Corolário 2: Seja $U = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < 1, x \neq 0,92\}$.

- (i) Para a tarifa convencional, fazendo $x = fp$, $y = fc$, $a = TC$, $b = TD$ e $c = C$, a função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{730y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{730y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

- (ii) Para a tarifa azul no horário de ponta, fazendo $x = fp_p$, $y = fc_p$, $a = TC_p$, $b = TD_p$ e $c = C_p$, a função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{66y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{66y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

- (iii) Para a tarifa azul no horário fora de ponta, fazendo $x = fp_{fdp}$, $y = fc_{fdp}$, $a = TC_{fdp}$, $b = TD_{fdp}$ e $c = C_{fdp}$, a função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{664y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{664y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

- (iv) Para a tarifa verde, fazendo $x = fp$, $y = fc$, $a_1 = TC_p$, $a_2 = TC_{fdp}$, $b = TD_{fdp}$ e $c_1 = C_p$ e $c_2 = C_{fdp}$, a função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \frac{0,92}{x} \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \\ \left(x, y, \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

Definição 1: Considerando as mesmas constantes definidas no Corolário 2 para cada tarifa em estudo e fazendo $U_3 = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1\}$, define-se a função $g : U_3 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ de acordo com cada tarifa.

- (i) Na tarifa convencional, o subconjunto $g(U_3)$ de \mathfrak{R}^3 é denominado *C-Hiperbolóide de Carga e Potência*, onde:

$$g(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{730y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x \leq 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{730y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x \leq 1 \end{cases}$$

- (ii) Na tarifa azul no horário de ponta, o subconjunto $g(U_3)$ de \mathfrak{R}^3 é denominado *A_p-Hiperbolóide de Carga e Potência*, onde:

$$g(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{66y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x \leq 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{66y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x \leq 1 \end{cases}$$

- (iii) Na tarifa azul no horário fora de ponta, o subconjunto $g(U)$ de \mathfrak{R}^3 é denominado A_{fdp} -*Hiperbolóide de Carga e Potência*, onde:

$$g(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{664y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x \leq 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{664y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x \leq 1 \end{cases}$$

- (iv) Na tarifa verde, o subconjunto $g(U_3)$ de \mathfrak{R}^3 é denominado V -*Hiperbolóide de Carga e Potência*, onde:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \frac{0,92}{x} \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right), & \text{se } 0 < x \leq 0,92 \\ \left(x, y, \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right), & \text{se } 0,92 < x \leq 1 \end{cases}$$

Vale ressaltar que as referências aos *Hiperbolóides de Carga e Potência* como “superfície” devem considerar somente a porção dos mesmos como a restrição da função g ao subconjunto U , e pode-se fazer a identificação $g|_U = f$.

Definição 2: Sejam fp_{\min} e fc_{\min} o menor fator de potência e carga, respectivamente, dos meses considerados no período em estudo. Para cada fator de potência fp e fator de carga fc dado, define-se o *Volume Atual* determinado pelo *Hiperbolóide de Carga e Potência* como o volume do sólido limitado superiormente pelo *Hiperbolóide de Carga e Potência*, inferiormente pelo plano $F = 0$ e lateralmente pelos planos $x = fp_{\min}$, $x = fp$, $y = fc_{\min}$ e $y = fc$. O *Volume Atual* é dado por:

$$V = \int_{fp_{\min}}^{fp} \int_{fc_{\min}}^{fc} f(x, y) dy dx.$$

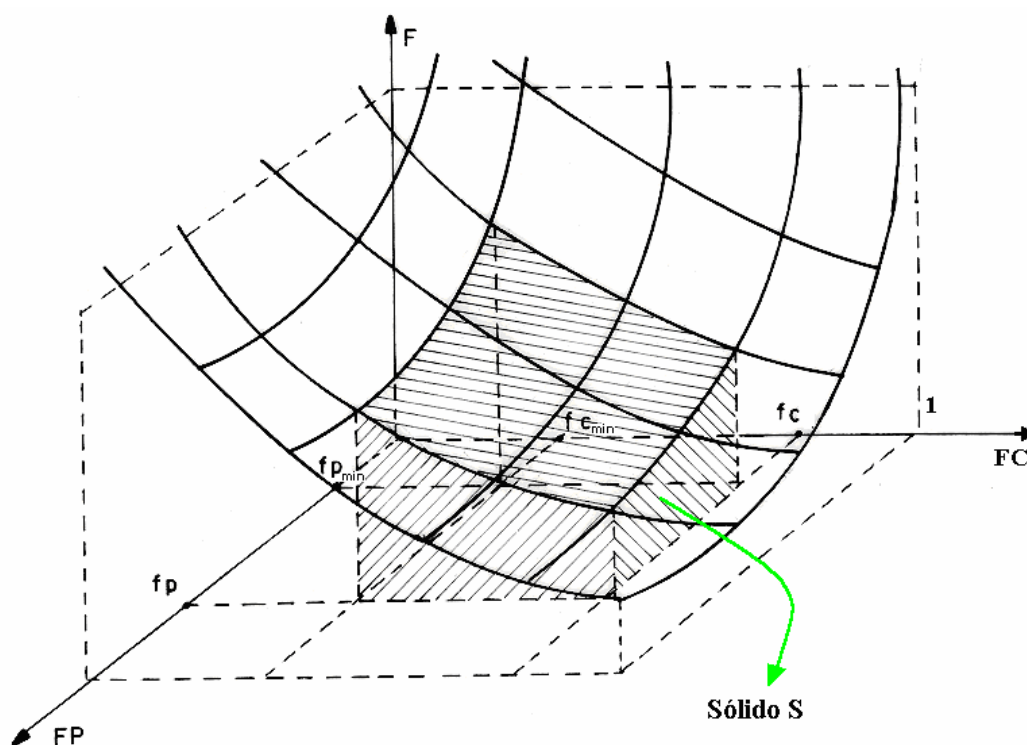


Figura 15. Sólido limitado pelo *Hiperbolóide de Carga e Potência*, pelo plano $F=0$ e lateralmente pelos planos $x = fp_{\min}$, $x = fp$, $y = fc_{\min}$ e $y = fc$.

Definição 3: O consumo ativo médio de ponta de energia elétrica (Cm_p) de uma unidade consumidora em um período de n meses é definido por:

$$Cm_p = \sum_{i=1}^n \frac{C_{p_i}}{n},$$

onde C_{p_i} , $1 \leq i \leq n$, é o consumo de ponta mensal de energia da unidade consumidora. O consumo ativo médio fora de ponta de energia elétrica (Cm_{fdp}) de uma unidade consumidora em um período de n meses é definido por:

$$Cm_{fdp} = \sum_{i=1}^n \frac{C_{fdp_i}}{n},$$

onde C_{fdp_i} , $1 \leq i \leq n$, é o consumo fora de ponta mensal de energia da unidade consumidora. Para que se possa fazer um estudo detalhado sobre o comportamento do faturamento do

consumo de energia elétrica e demanda pela unidade consumidora, considera-se um valor único para o consumo ativo de ponta dado por Cm_p e também um valor único para o consumo ativo de ponta dado por Cm_{fp} .

5.1.2 Controlador fuzzy

Para a avaliação da utilização da energia elétrica por uma empresa, estuda-se a eficiência e racionalidade energética através do fator de potência e fator de carga, respectivamente. A avaliação simultânea destes parâmetros é feita a seguir através de um sistema baseado em regras fuzzy.

Desta forma, faz-se necessário definir um processador de entrada (ou fuzzificador), um conjunto de regras lingüísticas, um método de inferência fuzzy e um processador de saída (ou defuzzificador), gerando um número real como saída. A Figura 16 ilustra o sistema baseado em regras fuzzy desenvolvido.

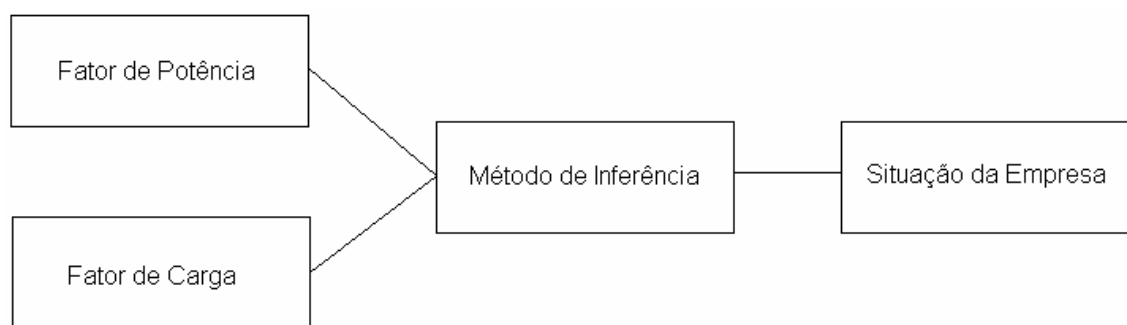


Figura 16. Sistema baseado em regras fuzzy.

O processador de entrada é caracterizado pelas variáveis de entrada do controlador fuzzy, que são definidas pelo fator de potência (fp) e fator de carga (fc), e denota-se $x = fp$ e $y = fc$. Para cada variável de entrada, definem-se os conjuntos fuzzy associados pelas variáveis lingüísticas: “Muito Ruim” (MR), “Ruim” (R), “Bom” (B), “Muito Bom” (MB).

É necessário definir as funções de pertinência de cada conjunto fuzzy definido para ambas variáveis de entradas fp e fc . Para isto, analisam-se os dados medidos nos meses do período em estudo e determina-se o percentil de cada conjunto nos níveis 33 % e 66 % , e também os pontos de mínimo e máximo. Assim, definem-se as constantes fp_i e fc_i , com $i = 1,2,3,4$, da seguinte forma:

- fp_1 : fator de potência mínimo;
- fc_1 : fator de carga mínimo;
- fp_2 : 33.º percentil do conjunto de dados do fator de potência;
- fc_2 : 33.º percentil do conjunto de dados do fator de carga;
- fp_3 : 66.º percentil do conjunto de dados do fator de potência;
- fc_3 : 66.º percentil do conjunto de dados do fator de carga;
- fp_4 : fator de potência máximo;
- fc_4 : fator de carga máximo.

Desta forma, é possível criar as funções de pertinência para as variáveis de entradas, que são definidas na forma triangular e trapezoidal de acordo com as Figuras 17 e 18.

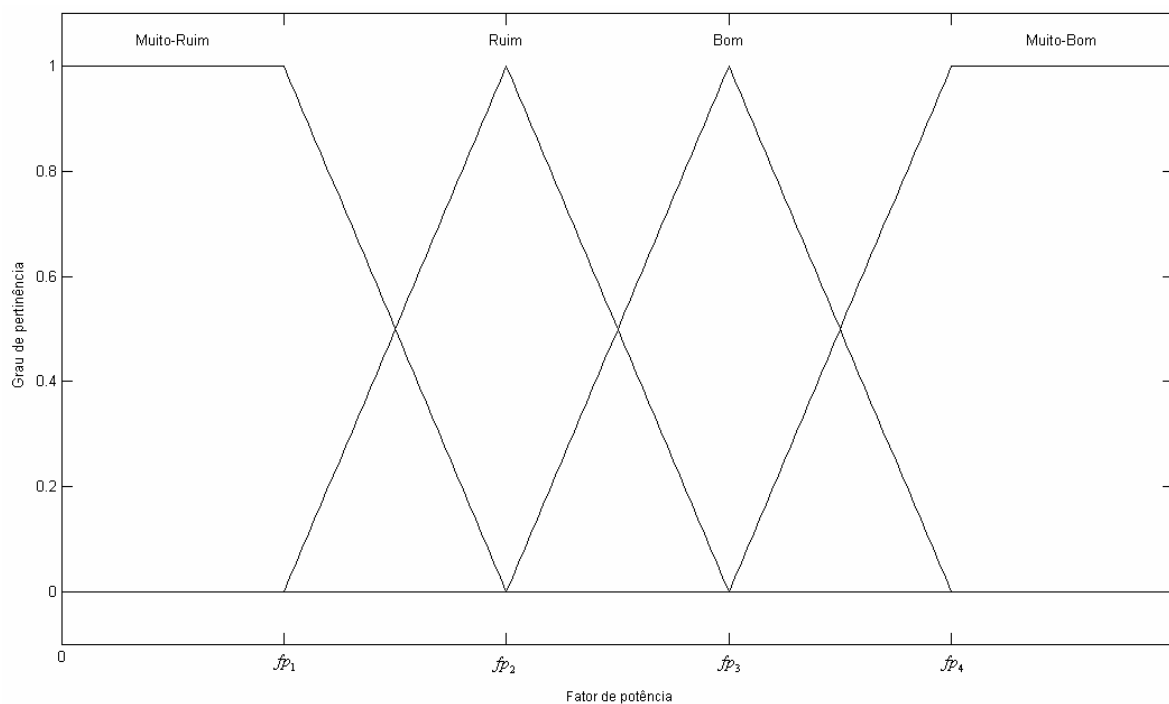


Figura 17. Funções de pertinência definidas para a variável de entrada fp .

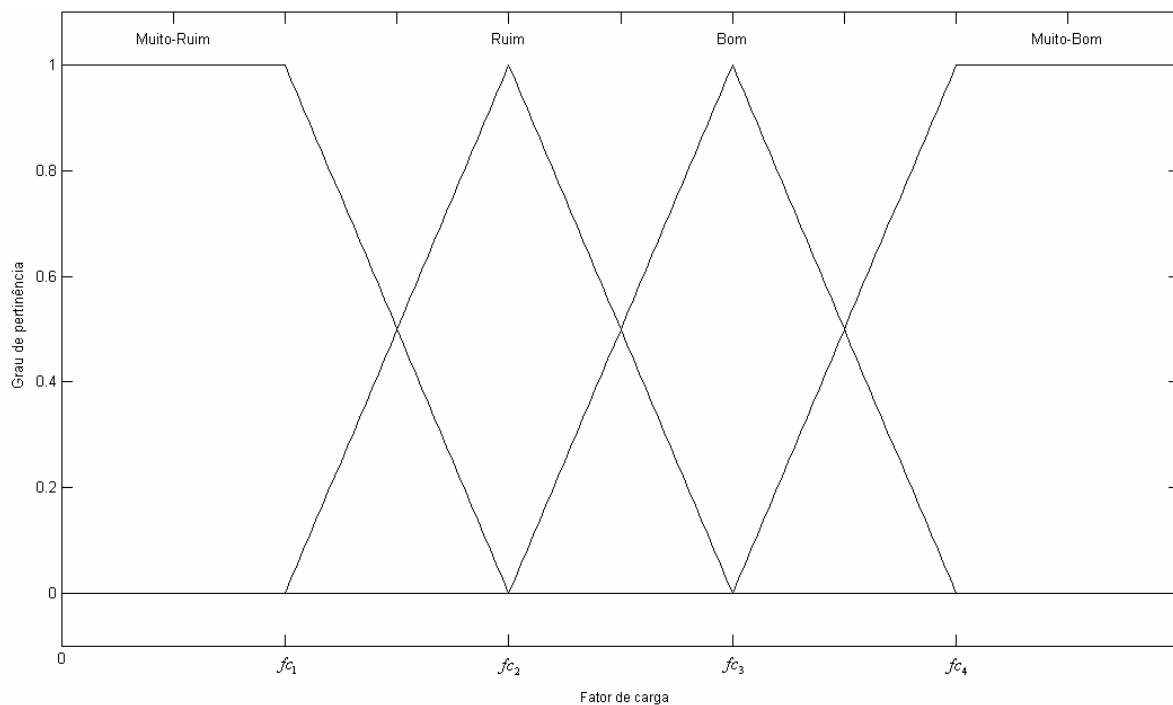


Figura 18. Funções de pertinência definidas para a variável de entrada fc .

O processador de saída é caracterizado pela variável de saída do controlador, que é definida por um número real no intervalo $[0,1]$ e indica o grau de racionalidade e eficiência da utilização da energia elétrica pela empresa em estudo. Quanto maior este número, melhor será a avaliação da situação energética da empresa. Definem-se os conjuntos fuzzy associados pelas variáveis lingüísticas: “Muito Ruim” (MR), “Ruim” (R), “Médio” (M), “Bom” (B), “Muito Bom” (MB).

As funções de pertinência destes conjuntos fuzzy são definidas na forma triangular através da partição em 4 intervalos de mesmo comprimento de acordo com a Figura 19.

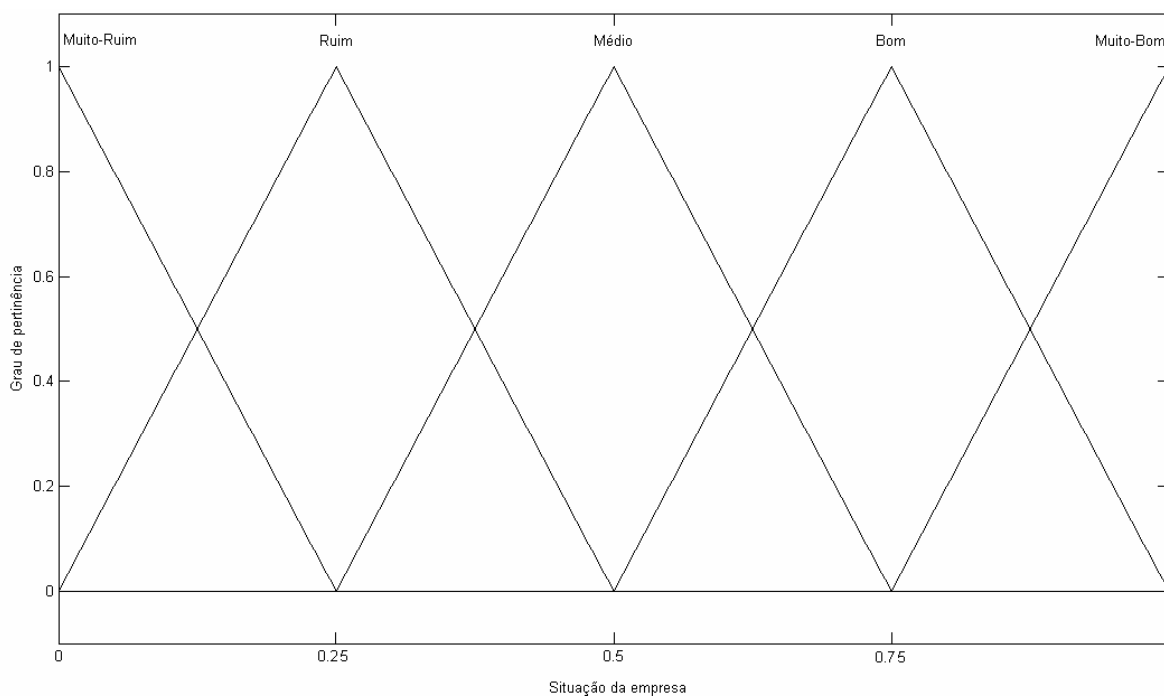


Figura 19. Funções de pertinência definidas para a variável de saída que avalia a utilização energética da empresa.

O conjunto de regras lingüísticas ou base de regras do controlador fuzzy será criado através do *Hiperbolóide de Carga e Potência*. Inicialmente, calcula-se o *Volume Atual* associado a cada fator de potência fp e fator de carga fc calculado em cada

mês do período em estudo. Desta forma, para cada mês, estabelecemos a região $[fp_{\min}, fc_{\min}] \times [fp, fc]$, sobre a qual será calculado tal volume.

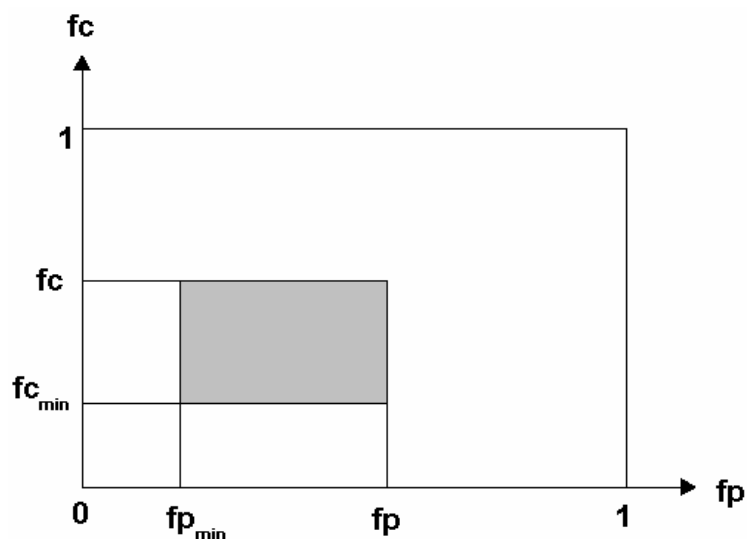


Figura 20. Região utilizada para o cálculo do *Volume Atual*.

Desta maneira, é possível determinar o percentil nos níveis 20 %, 40 %, 60 % e 80 % no conjunto dos volumes calculados. Assim, definem-se as constantes V_i , com $i = 1,2,3,4$, da seguinte forma:

- V_1 : 20.º percentil do conjunto de dados dos volumes calculados;
- V_2 : 40.º percentil do conjunto de dados dos volumes calculados;
- V_3 : 60.º percentil do conjunto de dados dos volumes calculados;
- V_4 : 80.º percentil do conjunto de dados dos volumes calculados;

Para cada par ordenado (fp_i, fc_j) , definimos o *Volume Atual* $V_{(fp_i, fc_j)}$, com $i = 1,2,3,4$ e $j = 1,2,3,4$. Definindo as variáveis lingüísticas: “Muito Ruim” (MR), “Ruim” (R), “Médio” (M), “Bom” (B), “Muito Bom” (MB) relativamente ao volume determinado, faz-se a seguinte classificação para o tipo de volume:

- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [0, V_1[$ então a situação é MR;
- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [V_1, V_2[$ então a situação é R;
- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [V_2, V_3[$ então a situação é M;
- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [V_3, V_4[$ então a situação é B;
- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [V_4, +\infty[$ então a situação é MB.

Desta maneira, cada volume $V_{(fp_i, fc_j)}$ estará associado a alguma variável lingüística MR, R, M, B ou MB. Além disto, observa-se que os valores fp_1, fp_2, fp_3 e fp_4 do fator de potência assumem grau de aderência 1 nas funções de pertinência MR, R, B e MB, respectivamente. Analogamente, os valores fc_1, fc_2, fc_3 e fc_4 do fator de carga também assumem grau de aderência 1 nas funções de pertinência MR, R, B e MB, respectivamente. Assim, fazendo-se a associação

$$\text{MR} \leftrightarrow fp_1, \text{R} \leftrightarrow fp_2, \text{B} \leftrightarrow fp_3 \text{ e } \text{MB} \leftrightarrow fp_4$$

para o fator de potência e

$$\text{MR} \leftrightarrow fc_1, \text{R} \leftrightarrow fc_2, \text{B} \leftrightarrow fc_3 \text{ e } \text{MB} \leftrightarrow fc_4$$

para o fator de carga, é possível construir um base de regras para o controlador fuzzy da forma da tabela a seguir, bastando-se completar a coluna “situação” de acordo com a classificação do tipo de volume descrita.

Tabela 2. Modelo da base de regras do controlador fuzzy.

<i>fp</i>	<i>fc</i>	VOLUME	SITUAÇÃO
MR	MR	$V_{(fp_1, fc_1)}$	-
MR	R	$V_{(fp_1, fc_2)}$	-
MR	B	$V_{(fp_1, fc_3)}$	-
MR	MB	$V_{(fp_1, fc_4)}$	-
R	MR	$V_{(fp_2, fc_1)}$	-
R	R	$V_{(fp_2, fc_2)}$	-
R	B	$V_{(fp_2, fc_3)}$	-
R	MB	$V_{(fp_2, fc_4)}$	-
B	MR	$V_{(fp_3, fc_1)}$	-
B	R	$V_{(fp_3, fc_2)}$	-
B	B	$V_{(fp_3, fc_3)}$	-
B	MB	$V_{(fp_3, fc_4)}$	-
MB	MR	$V_{(fp_4, fc_1)}$	-
MB	R	$V_{(fp_4, fc_2)}$	-
MB	B	$V_{(fp_4, fc_3)}$	-
MB	MB	$V_{(fp_4, fc_4)}$	-

Assim, utilizando o método de inferência de Mamdani e como processador de saída o Centro de Gravidade, fica completamente determinado o controlador fuzzy.

5.2 Resultados práticos

Através da análise das contas mensais de energia elétrica dos anos de 2005, 2006 e 2007, foi possível obter os dados referentes ao uso de energia elétrica sobre consumo ativo e reativo, demanda, fator de potência e os valores calculados do fator de carga, os quais seguem abaixo.

Tabela 3. Valores mensais de demanda (kW), consumo ativo de ponta (kWh), consumo ativo fora de ponta (kWh), fator de carga (fc) e fator de potência (fp) observados em 2005.

Mês	kWh - ponta	kWh - f. ponta	kW	fc	fp
Jan	0	9290	100,1	0,13	0,74
Fev	2	8757	99,38	0,12	0,69
Mar	0	8129	104,82	0,11	0,71
Abr	11	9536	109,94	0,12	0,72
Mai	22	10943	115,06	0,13	0,73
Jun	17	11289	109,88	0,14	0,72
Jul	7	11899	108,76	0,15	0,73
Ago	385	12098	112,37	0,15	0,73
Set	165	11468	93,67	0,17	0,73
Out	0	10140	100,04	0,14	0,69
Nov	0	11178	99,25	0,15	0,74
Dez	0	12690	99,12	0,18	0,76

Tabela 4. Valores mensais de demanda (kW), consumo ativo de ponta (kWh), consumo ativo fora de ponta (kWh), fator de carga (fc) e fator de potência (fp) observados em 2006.

Mês	kWh - ponta	kWh - f. ponta	kW	fc	fp
Jan	159	13400	95,18	0,20	0,76
Fev	71	12803	98,92	0,18	0,75
Mar	0	10323	98,79	0,14	0,74
Abr	34	13803	90,39	0,21	0,75
Mai	13	12288	82,85	0,20	0,74
Jun	4	12109	85,8	0,19	0,72
Jul	0	11322	87,96	0,18	0,73
Ago	88	12060	83,18	0,20	0,73
Set	0	11931	84,82	0,19	0,73
Out	0	10484	88,42	0,16	0,72
Nov	17	12195	85,73	0,20	0,74
Dez	0	10215	83,11	0,17	0,74

Tabela 5. Valores mensais de demanda (kW), consumo ativo de ponta (kWh), consumo ativo fora de ponta (kWh), fator de carga (fc) e fator de potência (fp) observados em 2007.

Mês	kWh - ponta	kWh - f. ponta	kW	fc	fp
Jan	91	11571	81,8	0,20	1,00
Fev	14	11722	85,01	0,19	1,00
Mar	2	9218	77,73	0,16	1,00
Abr	3	7875	73,14	0,15	1,00
Mai	6	7462	69,92	0,15	1,00
Jun	3	9966	72,68	0,19	1,00
Jul	96	10435	76,62	0,19	1,00
Ago	0	12111	78,52	0,21	1,00
Set	5	11881	80,81	0,20	1,00
Out	99	9630	78,72	0,17	1,00
Nov	80	10263	77,8	0,18	1,00
Dez	62	10896	76,88	0,20	1,00

Os consumos ativos médio de ponta e fora de ponta de energia elétrica para o período considerado são dados por:

$$Cm_p = \sum_{i=1}^{36} \frac{C_{p_i}}{36} \Rightarrow Cm_p = 40$$

e

$$Cm_{fdp} = \sum_{i=1}^{36} \frac{C_{fdp_i}}{36} \Rightarrow Cm_{fdp} = 10927.$$

Como a empresa em estudo pertence ao Subgrupo A4, as tarifas horo-sazonais de consumo de ponta e fora de ponta e de demanda utilizadas em todos os períodos em estudo serão dadas por:

$$TC_p = \frac{7.TC_{pS} + 5.TC_{pU}}{12} = \frac{7.\left(\frac{555,18}{1000}\right) + 5.\left(\frac{536,94}{1000}\right)}{12} \Rightarrow TC_p = 0,54758,$$

$$TC_{fdp} = \frac{7.TC_{fdpS} + 5.TC_{fdpU}}{12} = \frac{7.\left(\frac{117,81}{1000}\right) + 5.\left(\frac{107,05}{1000}\right)}{12} \Rightarrow TC_{fdp} = 0,11333$$

e

$$TD = 5,99.$$

Como a empresa em estudo utiliza a tarifa verde como forma de faturamento da energia elétrica, a função associada ao seu faturamento, durante todo esse período é dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \frac{0,92}{x} \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right), & \text{se } 0 < x \leq 0,92 \\ \left(x, y, \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right), & \text{se } 0,92 < x \leq 1 \end{cases}$$

onde $x = fp$, $y = fc$, $a_1 = TC_p$, $a_2 = TC_{fdp}$, $b = TD$ e $c_1 = Cm_p$ e $c_2 = Cm_{fdp}$. Logo, $a_1 = 0,54758$, $a_2 = 0,11333$, $b = 5,99$ e $c_1 = 40$ e $c_2 = 10927$. Desta maneira, como:

$$\left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 = (0,54758.40 + 0,11333.10927) + \frac{\left(5,99 \frac{40 + 10927}{730} \right)}{y} = 1260 + \frac{90}{y},$$

tem-se que:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(1260 + \frac{90}{y} \right) \right), & \text{se } 0 < x \leq 0,92 \\ \left(x, y, 1260 + \frac{90}{y} \right), & \text{se } 0,92 < x \leq 1 \end{cases}$$

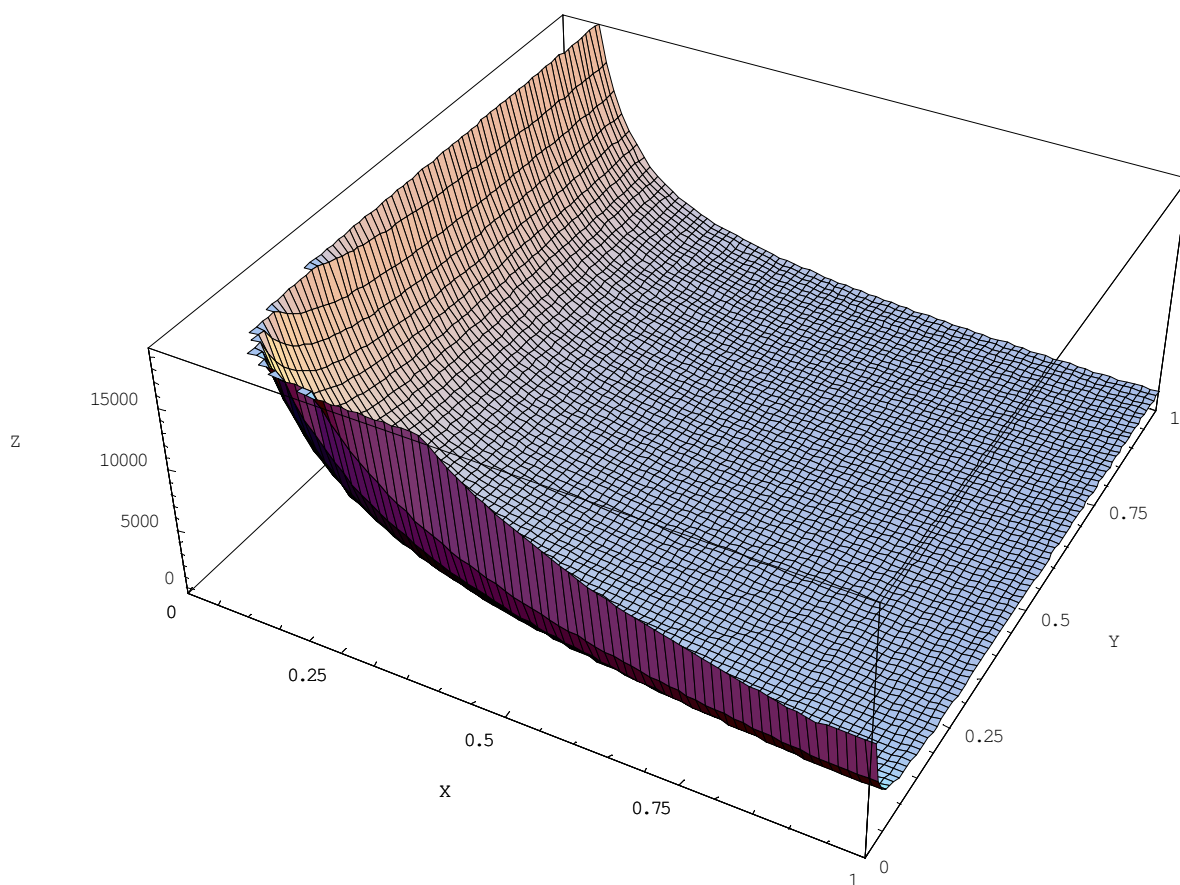


Figura 21. Esboço do *V-Hiperbolóide de Carga e Potência*.

As curvas de nível do *V-Hiperbolóide de Carga e Potência* constituem seu mapa de contorno dado por:

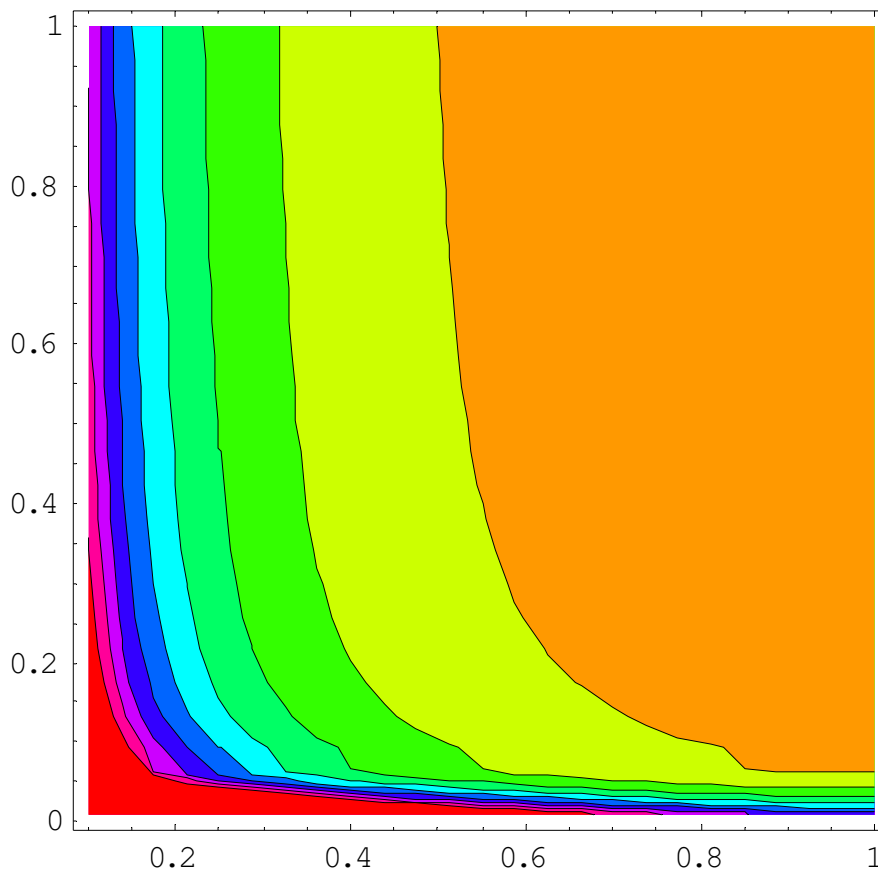


Figura 22. Mapa de contorno do V-Hiperbolóide de Carga e Potência.

Com os dados das Tabelas 3, 4 e 5, é possível obter o menor fator de potência e o menor fator de carga no período de janeiro de 2005 a dezembro de 2007. O menor fator de potência foi obtido nos meses de fevereiro e outubro de 2005 e o valor encontrado foi $fp_{\min} = 0,69$. O menor fator de carga foi obtido no mês de março de 2005 e o valor encontrado foi $fc_{\min} = 0,11$. Desta maneira, foi possível calcular o *Volume Atual* para cada mês do período em estudo. Para os meses em estudo com $fp \leq 0,92$, o *Volume Atual* será dado por:

$$\begin{aligned}
V &= \int_{0,69}^{fp} \int_{0,11}^{fc} \frac{0,92}{x} \left(1260 + \frac{90}{y} \right) dy dx \Rightarrow \\
V &= \int_{0,69}^{fp} \frac{0,92}{x} [1260 \cdot y + 90 \cdot \ln y]_{0,11}^{fc} dx \Rightarrow \\
V &= 0,92 \left[1260 \cdot (fc - 0,11) + 90 \cdot \left(\ln \frac{fc}{0,11} \right) \right] \int_{0,69}^{fp} \frac{1}{x} dx \Rightarrow \\
V &= \left(0,92 \cdot \ln \frac{fp}{0,69} \right) \cdot \left[1260 \cdot (fc - 0,11) + 90 \cdot \left(\ln \frac{fc}{0,11} \right) \right]
\end{aligned}$$

Nos meses com $fp > 0,92$, o *Volume Atual* será dado por:

$$\begin{aligned}
V &= \int_{0,69}^{0,92} \int_{0,11}^{fc} \frac{0,92}{x} \left(1260 + \frac{90}{y} \right) dy dx + \int_{0,92}^{fp} \int_{0,11}^{fc} \left(1260 + \frac{90}{y} \right) dy dx \Rightarrow \\
V &= \left(0,92 \cdot \ln \frac{fp}{0,69} \right) \cdot \left[1260 \cdot (fc - 0,11) + 90 \cdot \left(\ln \frac{fc}{0,11} \right) \right] + \int_{0,92}^{fp} [1260 \cdot y + 90 \cdot \ln y]_{0,1062}^{fc} dx \Rightarrow \\
V &= \left(0,92 \cdot \ln \frac{fp}{0,69} \right) \cdot \left[1260 \cdot (fc - 0,11) + 90 \cdot \left(\ln \frac{fc}{0,11} \right) \right] + \left[1260 \cdot (fc - 0,11) + 90 \cdot \left(\ln \frac{fc}{0,11} \right) \right] \int_{0,92}^{fp} dx \Rightarrow \\
V &= \left(0,92 \cdot \ln \frac{fp}{0,69} \right) \cdot \left[1260 \cdot (fc - 0,11) + 90 \cdot \left(\ln \frac{fc}{0,11} \right) \right] + (fp - 0,92) \cdot \left[1260 \cdot (fc - 0,11) + 90 \cdot \left(\ln \frac{fc}{0,11} \right) \right] \Rightarrow \\
V &= \left[\left(0,92 \cdot \ln \frac{fp}{0,69} \right) + fp - 0,92 \right] \cdot \left[1260 \cdot (fc - 0,11) + 90 \cdot \left(\ln \frac{fc}{0,11} \right) \right]
\end{aligned}$$

Desta maneira, foi possível calcular os volumes associados a todos os meses em estudo.

Tabela 6. Valores mensais do Volume Atual calculados para todos os meses do período em estudo nos anos de 2005, 2006 e 2007.

Ano: 2005		Ano: 2006		Ano: 2007	
Mês	Volume	Mês	Volume	Mês	Volume
Jan	2,6	Jan	14,9	Jan	70,5
Fev	0,0	Fev	10,2	Fev	63,2
Mar	0,0	Mar	3,8	Mar	40,8
Abr	0,8	Abr	14,1	Abr	33,0
Mai	2,1	Mai	10,8	Mai	33,0
Jun	2,3	Jun	5,9	Jun	63,2
Jul	4,1	Jul	6,9	Jul	63,2
Ago	4,1	Ago	8,7	Ago	77,6
Set	6,0	Set	7,8	Set	70,5
Out	0,0	Out	3,8	Out	48,4
Nov	5,0	Nov	10,8	Nov	55,8
Dez	11,8	Dez	7,4	Dez	70,5

Através das Tabelas 3 a 6, é possível determinar as constantes fp_i , fc_i e V_i , para $i = 1,2,3,4$, relativamente aos percentis nos conjuntos de dados de fator de potência, fator de carga e volumes calculados para todos meses em estudo. Desta forma, obtêm-se as constantes para o conjunto fator de potência:

$$fp_1 = 0,69, \quad fp_2 = 0,73, \quad fp_3 = 0,78 \quad \text{e} \quad fp_4 = 1,00,$$

o conjunto fator de carga:

$$fc_1 = 0,11, \quad fc_2 = 0,15, \quad fc_3 = 0,19 \quad \text{e} \quad fc_4 = 0,21,$$

e o conjunto dos volumes:

$$V_1 = 3,8, \quad V_2 = 6,9, \quad V_3 = 11,8 \quad \text{e} \quad V_4 = 55,8.$$

O Volume Atual associado a cada par ordenado (fp_i, fc_j) e denotado por $V_{(fp_i, fc_j)}$, com $i = 1, 2, 3, 4$ e $j = 1, 2, 3, 4$, é calculado para $fp_i \leq 0,92$ da forma:

$$V = \int_{0,69}^{fp_i} \int_{0,11}^{fc_i} \frac{0,92}{x} \left(1260 + \frac{90}{y} \right) dy dx \Rightarrow$$

$$V = \left(0,92 \cdot \ln \frac{fp_i}{0,69} \right) \cdot \left[1260 \cdot (fc_i - 0,11) + 90 \left(\ln \frac{fc_i}{0,11} \right) \right]$$

e para $fp_i > 0,92$ da forma:

$$V = \int_{0,69}^{0,92} \int_{0,11}^{fc_i} \frac{0,92}{x} \left(1260 + \frac{90}{y} \right) dy dx + \int_{0,92}^{fp_i} \int_{0,11}^{fc_i} \left(1260 + \frac{90}{y} \right) dy dx \Rightarrow$$

$$V = \left[\left(0,92 \cdot \ln \frac{fp_i}{0,69} \right) + fp_i - 0,92 \right] \cdot \left[1260 (fc_i - 0,11) + 90 \left(\ln \frac{fc_i}{0,11} \right) \right]$$

De acordo com os valores determinados para V_i , $i = 1, 2, 3, 4$, a classificação de cada volume $V_{(fp_i, fc_j)}$ é realizada da seguinte maneira:

- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [0 ; 3,8[$ então a situação é MR;
- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [3,8 ; 6,9[$ então a situação é R;
- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [6,9 ; 11,8[$ então a situação é M;
- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [11,8 ; 55,8[$ então a situação é B;
- se $V_{(fp_i, fc_j)} \in [55,8 ; +\infty[$ então a situação é MB.

Tabela 7. Valores calculados e classificação dos volumes de acordo com os valores de fator de potência e de carga (fp_i, fc_j).

<i>fp</i>	<i>fc</i>	Volume	Situação
0,69	0,11	0	MR
0,69	0,15	0	MR
0,69	0,19	0	MR
0,69	0,21	0	MR
0,73	0,11	0	MR
0,73	0,15	4	R
0,73	0,19	8	M
0,73	0,21	10	M
0,78	0,11	0	MR
0,78	0,15	9	M
0,78	0,19	17	B
0,78	0,21	21	B
1,00	0,11	0	MR
1,00	0,15	33	B
1,00	0,19	63	MB
1,00	0,21	78	MB

Frente ao exposto, é possível criar a base de regras do controlador fuzzy.

Tabela 8. Base de regras do controlador fuzzy.

<i>fp</i>	<i>fc</i>	SITUAÇÃO
MR	MR	MR
MR	R	MR
MR	B	MR
MR	MB	MR
R	MR	MR
R	R	R
R	B	M
R	MB	M
B	MR	MR
B	R	M
B	B	B
B	MB	B
MB	MR	MR
MB	R	B
MB	B	MB
MB	MB	MB

A Tabela 8 representa a base de regras do sistema fuzzy dada pelas relações:

1. $SE (fp \text{ é muito ruim}) E (fc \text{ é muito ruim}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito ruim});$
2. $SE (fp \text{ é muito ruim}) E (fc \text{ é ruim}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito ruim});$
3. $SE (fp \text{ é muito ruim}) E (fc \text{ é bom}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito ruim});$
4. $SE (fp \text{ é muito ruim}) E (fc \text{ é muito bom}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito ruim});$
5. $SE (fp \text{ é ruim}) E (fc \text{ é muito ruim}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito ruim});$
6. $SE (fp \text{ é ruim}) E (fc \text{ é ruim}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é ruim});$
7. $SE (fp \text{ é ruim}) E (fc \text{ é bom}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é médio});$
8. $SE (fp \text{ é ruim}) E (fc \text{ é muito bom}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é médio});$
9. $SE (fp \text{ é bom}) E (fc \text{ é muito ruim}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito ruim});$
10. $SE (fp \text{ é bom}) E (fc \text{ é ruim}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é médio});$
11. $SE (fp \text{ é bom}) E (fc \text{ é bom}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é bom});$
12. $SE (fp \text{ é bom}) E (fc \text{ é muito bom}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é bom});$
13. $SE (fp \text{ é muito bom}) E (fc \text{ é muito ruim}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito ruim});$
14. $SE (fp \text{ é muito bom}) E (fc \text{ é ruim}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é bom});$
15. $SE (fp \text{ é muito bom}) E (fc \text{ é bom}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito bom});$
16. $SE (fp \text{ é muito bom}) E (fc \text{ é muito bom}) ENT\tilde{A}O (situação \text{ é muito bom});$

As funções de pertinência para as variáveis de entradas seguem nas figuras abaixo. Utilizando o Método de Inferência de Mamdani e a defuzzificação do Centro de Gravidade obtém-se a superfície dada pela Figura 25 como solução do sistema fuzzy.

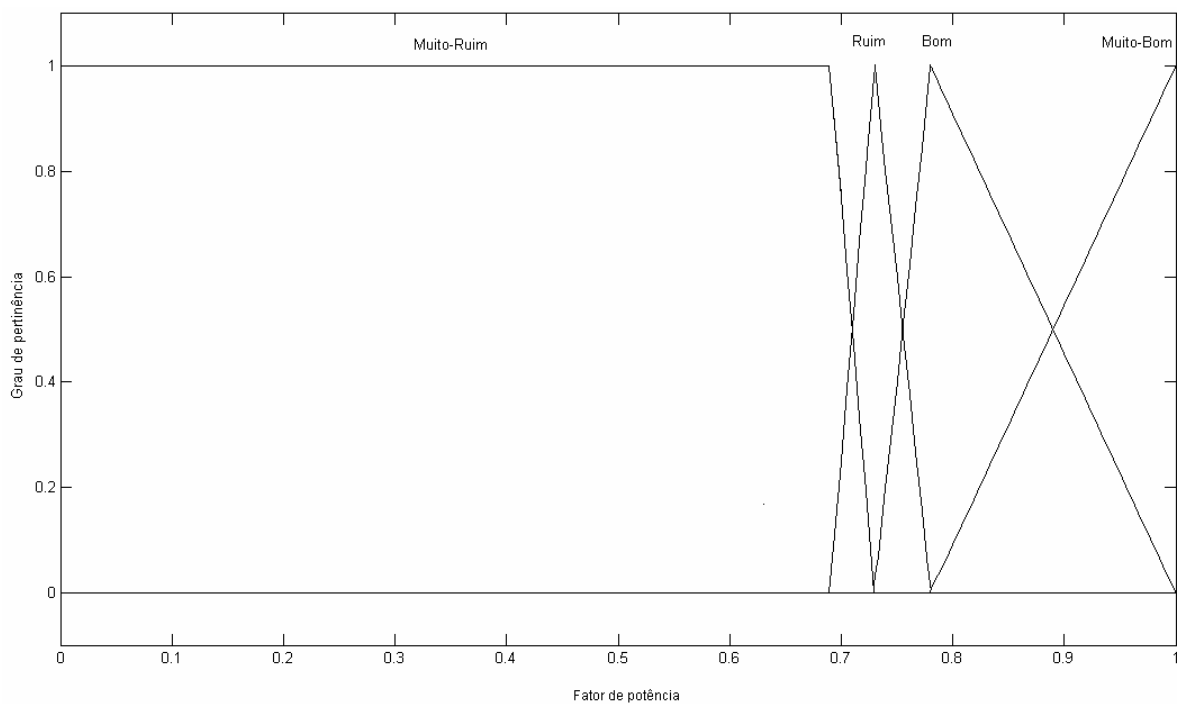


Figura 23. Funções de pertinência definidas para a variável de entrada fp .

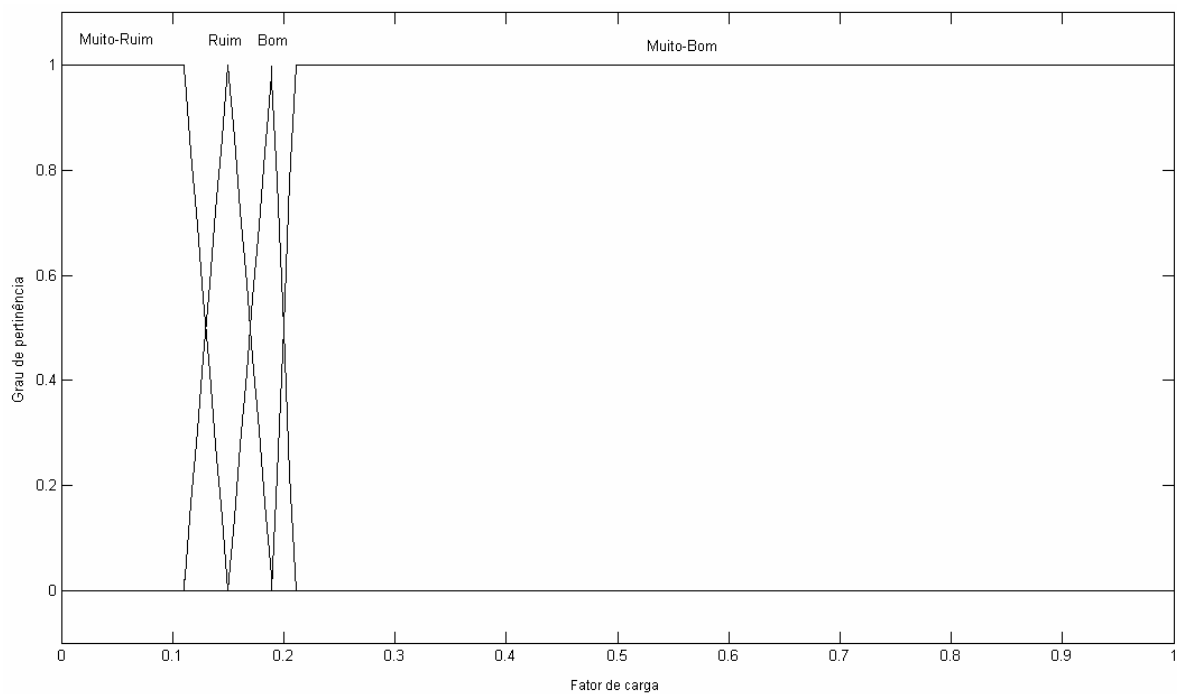


Figura 24. Funções de pertinência definidas para a variável de entrada fc .

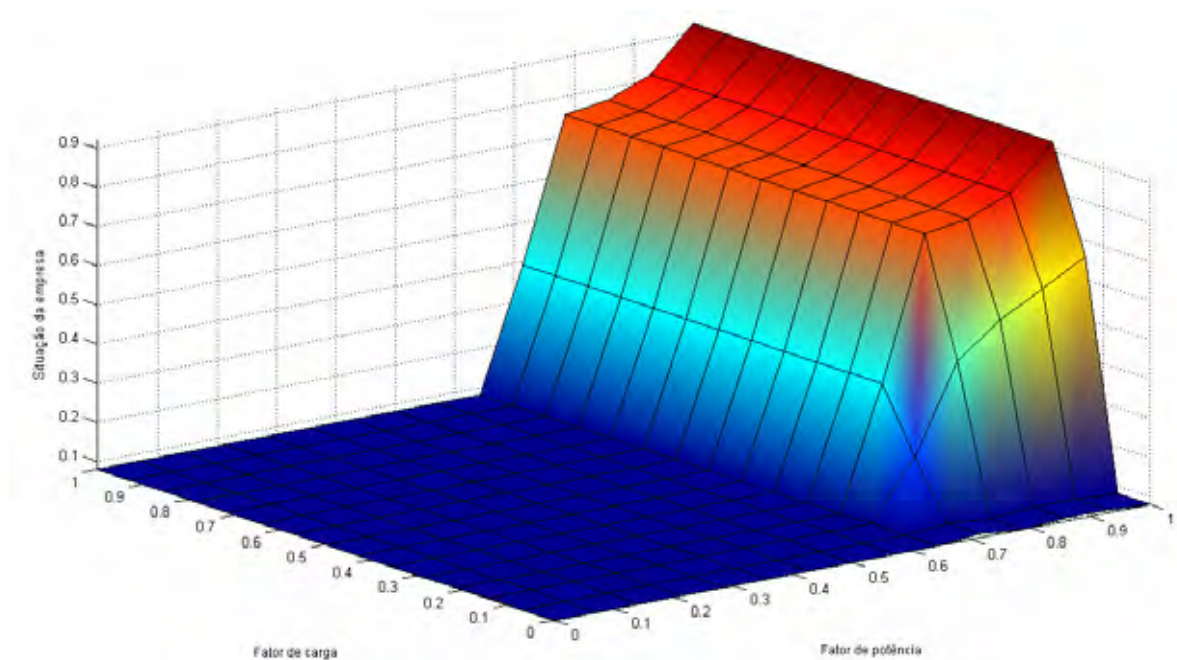


Figura 25. Situação da empresa representada tridimensionalmente representando o controlador fuzzy.

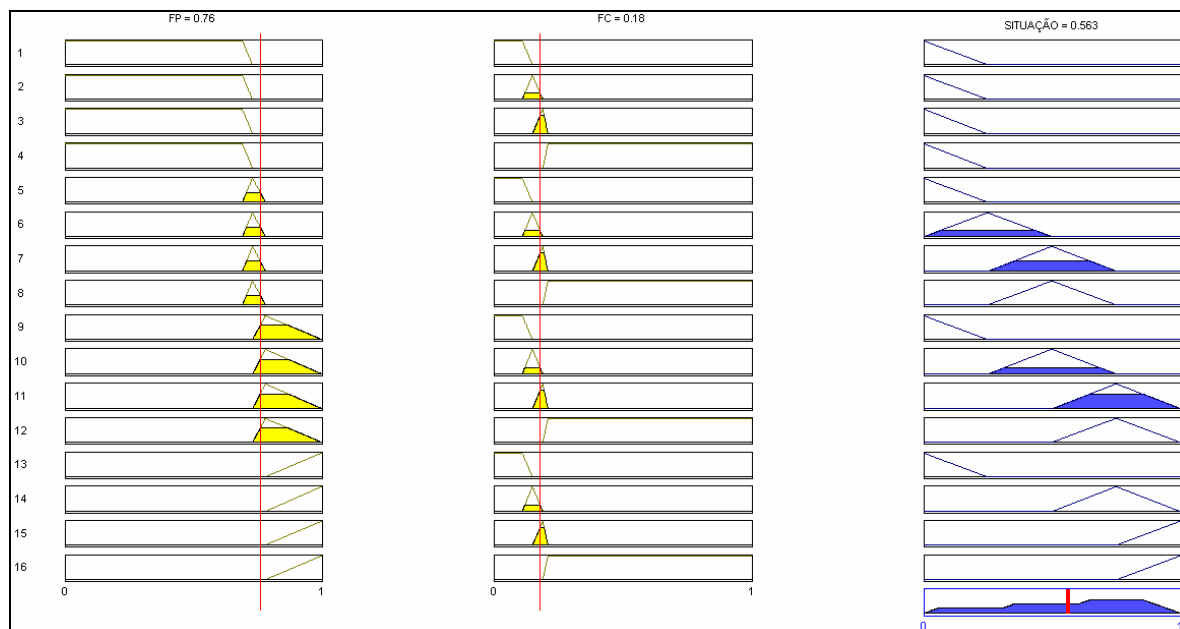


Figura 26. Utilização do método de inferência de Mamdani no mês de dezembro de 2005, com $fp = 0,76$, $fc = 0,18$ e *situação* avaliada em 0,563.

A avaliação de todos os meses estudados através do controlador fuzzy desenvolvido é dada na tabela seguinte.

Tabela 9. Avaliação de todos os meses do período em estudo.

Ano: 2005			Ano: 2006			Ano: 2007		
Mês	Situação		Mês	Situação		Mês	Situação	
Jan	0,29	R	Jan	0,67	B	Jan	0,91	MB
Fev	0,08	MR	Fev	0,53	M	Fev	0,92	MB
Mar	0,09	MR	Mar	0,30	R	Mar	0,76	B
Abr	0,17	R	Abr	0,77	B	Abr	0,75	B
Mai	0,22	R	Mai	0,63	B	Mai	0,75	B
Jun	0,24	R	Jun	0,42	M	Jun	0,92	MB
Jul	0,25	R	Jul	0,43	M	Jul	0,92	MB
Ago	0,25	R	Ago	0,63	B	Ago	0,92	MB
Set	0,38	M	Set	0,50	M	Set	0,91	MB
Out	0,08	MR	Out	0,31	R	Out	0,78	B
Nov	0,31	R	Nov	0,63	B	Nov	0,83	B
Dez	0,56	M	Dez	0,44	M	Dez	0,91	MB

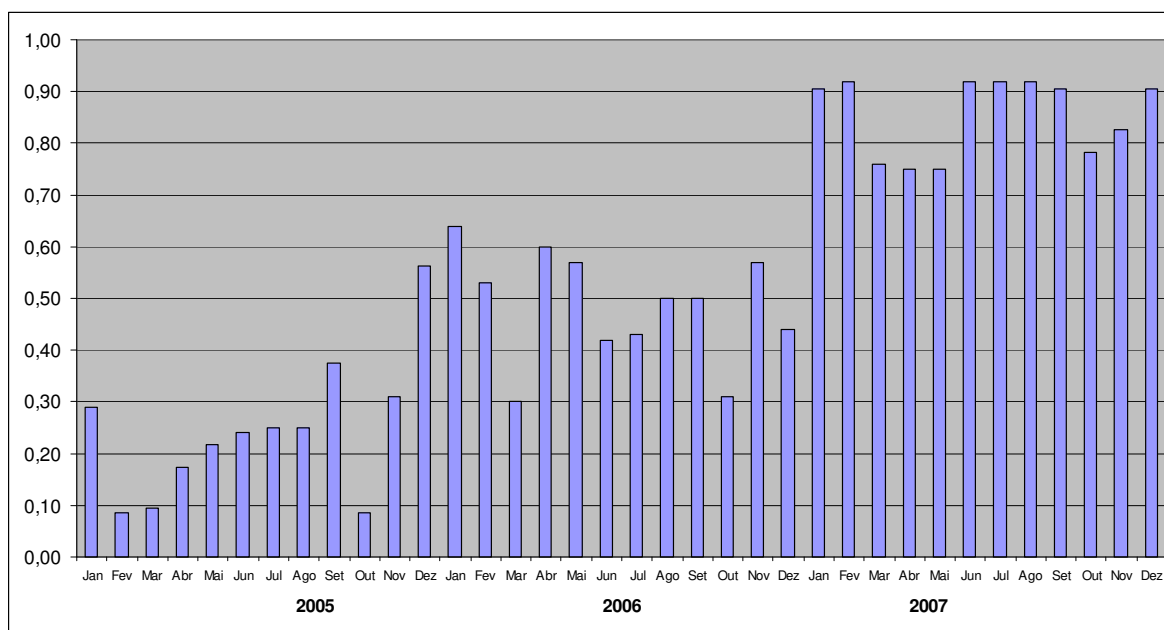


Figura 27. Avaliação através do controlador fuzzy de todos os meses do período em estudo.

Como forma de validação das avaliações obtidas, serão calculados os faturamentos médios dos meses em estudo. Para isto, é necessário utilizar a função associada ao faturamento durante todo o período em estudo dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(1260 + \frac{90}{y} \right) \right), & \text{se } 0 < x \leq 0,92 \\ \left(x, y, 1260 + \frac{90}{y} \right), & \text{se } 0,92 < x \leq 1 \end{cases}$$

Desta maneira, o valor do faturamento mensal será dado por:

$$F = \begin{cases} \frac{0,92}{fp} \left(1260 + \frac{90}{fc} \right), & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ 1260 + \frac{90}{fc}, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

Os cálculos do faturamento mensal da empresa em estudo através desta equação são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10. Valores mensais do faturamento (R\$) calculados para todos os meses do período em estudo nos anos de 2005, 2006 e 2007.

Ano: 2005		Ano: 2006		Ano: 2007	
Mês	Faturamento	Mês	Faturamento	Mês	Faturamento
Jan	2.427	Jan	2.070	Jan	1.710
Fev	2.680	Fev	2.159	Fev	1.734
Mar	2.693	Mar	2.366	Mar	1.823
Abr	2.568	Abr	2.071	Abr	1.860
Mai	2.460	Mai	2.126	Mai	1.860
Jun	2.431	Jun	2.215	Jun	1.734
Jul	2.344	Jul	2.218	Jul	1.734
Ago	2.344	Ago	2.155	Ago	1.689
Set	2.255	Set	2.185	Set	1.710
Out	2.537	Out	2.329	Out	1.789
Nov	2.312	Nov	2.126	Nov	1.760
Dez	2.131	Dez	2.225	Dez	1.710

A análise do comportamento do conjunto das duas variáveis faturamento de energia elétrica e avaliação do uso de energia elétrica (Figura 28) permite observar uma variação em sentidos opostos. Desta forma, tais variáveis tem uma correlação negativa.

Calculando-se o coeficiente de correlação de *Pearson*, obtendo-se o valor $-0,989$, muito próximo de -1 . Assim, pode-se afirmar que a avaliação realizada está de acordo com o comportamento das faturas de energia elétrica cobradas pela concessionária da empresa. Vale ressaltar que o controlador é fundamentado na superfície *Hiperbolóide de Carga e Potência*, gerada por equações do faturamento de energia elétrica. Sendo assim, tal resultado obtido neste estudo de correlação era, de certa forma, esperado.

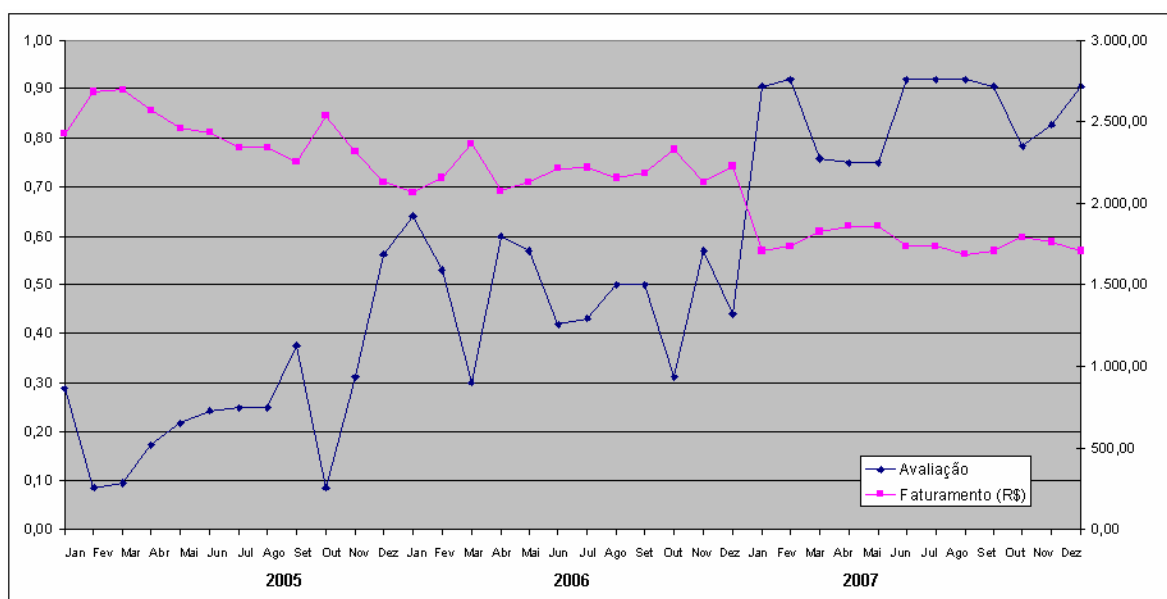


Figura 28. Faturamento e de energia elétrica e avaliação da utilização da energia pelo controlador Fuzzy.

O faturamento de energia elétrica verificado pela granja em estudo era muito alto até o ano de 2006. A alternativa encontrada para a redução de gastos foi a instalação de capacitores em de janeiro de 2007. Desta maneira, a partir deste mês, o fator de potência mensal da empresa teve valor 1.

O controlador fuzzy desenvolvido classificou os meses posteriores à instalação dos capacitores com as melhores situações possíveis (MB e B). Desta maneira, tal procedimento realmente foi significativo em relação à melhora na utilização da energia elétrica. Assim, o emprego da instalação de capacitores em empresas com baixos valores do fator de potência contribui significativamente com a melhora na forma de utilização de energia elétrica.

Vale ressaltar que o controlador fuzzy foi construído com dados de 36 meses. É possível melhorar seu desempenho inserindo, a cada mês, novos dados com valores do fator de carga, fator de potência e consumo médio, possibilitando alterações nas variáveis de entrada e na base de regras, e assim é estabelecido um novo controlador atualizado.

Isto faz com que, a cada mês inserido, a base de regras melhore, mas não no sentido clássico existente na criação de controladores fuzzy, pois todas as combinações possíveis entre as variáveis de entrada fp / fc e a variável de saída *situação* da empresa já estão estabelecidas, mas sim na possível redefinição destas regras.

Assim, a cada mês inserido, as delimitações das funções de pertinência mudam e o banco de regras se adaptam melhor ao conjunto de velhos e novos dados, fazendo com que a situação ou histórico total da empresa incluindo os novos e atuais meses sejam considerados no controlador.

6 CONCLUSÕES

De acordo com as caracterizações analíticas do faturamento de energia elétrica em todas as tarifas existentes e da criação de superfícies denominadas *Hiperbolóides de Carga e Potência*, conclui-se que é possível modelar geometricamente e analiticamente o faturamento de energia elétrica de qualquer empresa do país.

Conclui-se também que foi possível criar um método computacional capaz de interpretar os fatores de carga e potência e realizar uma avaliação energética de qualquer empresa do país, o que somente era realizado por especialistas da área energética. Tal método, capaz de imitar parte do raciocínio humano, foi baseado na lógica fuzzy.

Essa interpretação dos fatores de carga e potência vem ao atendimento da necessidade da criação de um índice único que indica de forma global (racional e eficiente) como a energia está sendo utilizada.

Uma inovação significativa frente aos controladores fuzzy existentes é que a base de regras do controlador criado neste trabalho não foi elaborada através de entrevistas com especialistas da área energética, mas sim por uma superfície, o *Hiperbolóide de Carga e Potência*.

Estabeleceu-se uma metodologia de atualização do controlador fuzzy para dados de novos meses permitindo um aprendizado com as informações inseridas do sistema, o que também determina uma metodologia inédita de operação com controladores fuzzy e caracteriza conceitos da inteligência artificial.

A expectativa de melhora da situação energética da granja em estudo com a instalação de capacitores no ano de 2007 foi constatada pelo controlador fuzzy desenvolvido, refletindo excelentes avaliações neste ano.

O presente trabalho fornece uma grande contribuição na área energética mundial frente ao fato de que os métodos desenvolvidos podem ser estendidos para empresas de qualquer área de atuação, e não somente em empresas de granja de avicultura de postura. Assim, a partir deste trabalho, o conhecimento dos dados energéticos (fornecidos mensalmente pela concessionária de energia elétrica) de alguns meses de operação de uma empresa já é suficiente para a implantação do controlador desenvolvido.

O controlador fuzzy desenvolvido para a granja estudada é um sistema de fácil acesso pelo usuário, possibilitando a comparação do uso de sua energia elétrica no presente mês com os meses anteriores. A evolução ou queda da situação energética mensal podem ser constatadas imediatamente, auxiliando na continuidade de procedimentos benéficos de economia de energia (quando evolução), ou alertando problemas graves cometidos pelo consumidor (quando queda). Este controle pode prevenir ou interromper procedimentos incorretos realizados pela empresa em relação à utilização da energia elétrica.

Finalmente, pode-se concluir que o controlador pode ser expandido e ser utilizado para um conjunto de empresas. Desta forma, a situação mensal de cada empresa seria interpretada como sua situação em relação a todos os meses do período em estudo de todas as empresas. Pretende-se realizar tal estudo em várias granjas de Bastos.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÊNCIA PARA APLICAÇÃO DE ENERGIA. **Auto avaliação dos pontos de desperdício de energia elétrica nos setores comercial e de serviços**. São Paulo, 1988. 50p.

BANDO, F. M. **Sistemas fuzzy e aproximação universal**. Dissertação de Mestrado, UNICAMP/IMECC - Campinas - SP. 2002.

BARROS, L. C., BASSANEZI, R. C. **Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática**. UNICAMP/IMECC. Coleção IMECC - Textos didáticos v.5. Campinas/SP. 2006. 354p

BITTINGER, M. L. **Calculus**. Wesley: Reading Mass Addison, 1988. 529p.

BLUMAN, G. W. **Problem book for first year calculus**. New York: Springer Verlag, 1984. 384p.

BUCK, R. C. **Advanced calculus**. New York: McGraw-Hill, 1956. 423p.

COMPANHIA ENERGÉTICA DE SÃO PAULO. **Estrutura tarifária horo-sazonal**. São Paulo, 1990. 17 p.

COTRIM, A. A. M. B. **Instalações elétricas**. São Paulo: Makron Books, 2003. 674p.

DIEUDONNÉ, J. A. **Eléments d'analyse**. Paris: Gauthier-Villars, 1968. 359p.

GABRIEL, L. R. A. **Análise da Racionalização do Uso de Energia Elétrica através de Hiperbolóides de Carga e Potência em Operações de Processamento de Arroz (*Oryza Sativa*, L.)**. Botucatu, 1994. 289p. Tese (doutorado em Energia na Agricultura). UNESP/FCT.

GABRIEL, L. R. A. **Análise do Faturamento do Consumo de Energia Elétrica e Demanda Através de Hiperbolóides de Carga e Potência em Operações de Refino de Óleo Vegetal**. Presidente Prudente, 1997. 312p. Tese (livre docência em Matemática). UNESP/FCT.

GILLETT, P. **Calculus and analytic geometry**. Lexington: D. C. Heath, 1984. 915p.

GOLDSTEIN, L. J., LAY D. C., SCHNEIDER, D. I. **Calculus and its applications**. Englewood Cliffs: Prentice - Hall, 1977. 520p.

GUGGENHEINER, H. **Differential geometry**. New York: Dover, 1977. 378p.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1976. 289p.

PEDRYCZ, W., GOMIDE, F. **An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design**. Massachusetts Institute of Technology, 1998.

PEIXOTO, M. S. **Sistemas dinâmicos e controladores fuzzy: um estudo da dispersão da Morte Súbita dos Citros em São Paulo**. Campinas, 2005. Orientadores : Laécio Carvalho de Barros; Rodney Carlos Bassanezi. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

RIBACIONKA, F. **Sistemas computacionais baseados em lógica fuzzy**. Dissertação de Mestrado, Universidade Mackenzie - São Paulo - SP. 1999.

SHAW, I. S., SIMÕES, M. G. **Controle e Modelagem Fuzzy**. Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo. 1999.

SPIVAK, M. **Calculus on manifolds**. Menlo Park: W. A. Benjamin, 1965. 146p.

TENENBLAT, K. **Introdução à geometria diferencial**. Brasília: Universidade de Brasília, 1988. 278p.

ZADEH, L. A. **Fuzzy sets**. Informat Control, p.338-353, 1965.

APÊNDICE

Este apêndice contém as demonstrações dos teoremas, lemas e corolários referentes ao capítulo 5.

Teorema 1: O faturamento de energia elétrica na tarifa convencional é dado por:

$$F = \begin{cases} \frac{0,92}{fp} \left(TC + \frac{TD}{730 fc} \right) C, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ \left(TC + \frac{TD}{730 fc} \right) C, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

onde:

- fp : fator de potência
- fc : fator de carga
- C : consumo ativo
- TC : tarifa de consumo
- TD : tarifa de demanda

Demonstração

Segundo 3.6.1, o faturamento de energia elétrica é dado por:

$$F = \begin{cases} FC + FD + FER + FDR, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ FC + \overline{FD}, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

Inicialmente, nota-se que:

$$fc = \frac{D}{DM} \Rightarrow DM = \frac{D}{fc} \Rightarrow DM = \frac{\left(\frac{C}{730} \right)}{fc} \Rightarrow DM = \frac{C}{730 fc}.$$

Quando $0 < fp \leq 0,92$ tem-se que:

$$\begin{aligned}
 F &= FC + FD + FER + FDR \Rightarrow \\
 F &= C.TC + D.TD + \left(\frac{0,92}{fp} - 1\right)C.TC + \left(DM\frac{0,92}{fp} - D\right)TD \Rightarrow \\
 F &= C.TC + D.TD + \frac{0,92}{fp}C.TC - C.TC + \frac{0,92}{fp}DM.TD - D.TD \Rightarrow \\
 F &= \frac{0,92}{fp}(C.TC + DM.TD) \Rightarrow \\
 F &= \frac{0,92}{fp}\left(C.TC + \frac{C}{730fc}.TD\right) \Rightarrow \\
 F &= \frac{0,92}{fp}\left(TC + \frac{TD}{730fc}\right)C.
 \end{aligned}$$

Quando $0,92 < fp \leq 1$ tem-se que:

$$\begin{aligned}
 F &= FC + \overline{FD} = C.TC + DM.TD = C.TC + \frac{C}{730fc}.TD \Rightarrow \\
 F &= \left(TC + \frac{TD}{730fc}\right)C.
 \end{aligned}$$

(c.q.d.)

Teorema 2: O faturamento de energia elétrica na tarifa azul é dado por $F = F_p + F_{fdp}$, com

$$F_p = \begin{cases} \frac{0,92}{fp_p}\left(TC_p + \frac{TD_p}{66fc_p}\right)C_p, & \text{se } 0 < fp_p \leq 0,92 \\ \left(TC_p + \frac{TD_p}{66fc_p}\right)C_p, & \text{se } 0,92 < fp_p \leq 1 \end{cases}$$

e

$$F_{fdp} = \begin{cases} \frac{0,92}{fp_{fdp}} \left(TC_{fdp} + \frac{TD_{fdp}}{664 fc_{fdp}} \right) C_{fdp}, & \text{se } 0 < fp_{fdp} \leq 0,92 \\ \left(TC_{fdp} + \frac{TD_{fdp}}{664 fc_{fdp}} \right) C_{fdp}, & \text{se } 0,92 < fp_{fdp} \leq 1 \end{cases}$$

onde:

- fp_p, fp_{fdp} : fator de potência de ponta e fora de ponta;
- fc_p, fc_{fdp} : fator de carga de ponta e fora de ponta;
- C_p, C_{fdp} : consumo ativo de ponta e fora de ponta;
- TC_p, TC_{fdp} : tarifa de consumo de ponta e fora de ponta;
- TD_p, TD_{fdp} : tarifa de demanda de ponta e fora de ponta.

Demonstração

Segundo 3.6.2, o faturamento de energia elétrica no horário de ponta é dado por:

$$F_p = \begin{cases} FC_p + \overline{FD}_p + FER_p + FDR_p, & \text{se } 0 < fp_p \leq 0,92 \\ FC_p + \overline{FD}_p, & \text{se } 0,92 < fp_p \leq 1 \end{cases}$$

e o faturamento de energia elétrica no horário fora de ponta é dado por:

$$F_{fdp} = \begin{cases} FC_{fdp} + \overline{FD}_{fdp} + FER_{fdp} + FDR_{fdp}, & \text{se } 0 < fp_{fdp} \leq 0,92 \\ FC_{fdp} + \overline{FD}_{fdp}, & \text{se } 0,92 < fp_{fdp} \leq 1 \end{cases}$$

Inicialmente, nota-se que:

$$fc_p = \frac{D_p}{DM_p} \Rightarrow DM_p = \frac{D_p}{fc_p} \Rightarrow DM_p = \frac{\left(\frac{C_p}{66}\right)}{fc_p} \Rightarrow DM_p = \frac{C_p}{730fc_p}.$$

e

$$fc_{fdp} = \frac{D_{fdp}}{DM_{fdp}} \Rightarrow DM_{fdp} = \frac{D_{fdp}}{fc_{fdp}} \Rightarrow DM_{fdp} = \frac{\left(\frac{C_{fdp}}{664}\right)}{fc_{fdp}} \Rightarrow DM_{fdp} = \frac{C_{fdp}}{730fc_{fdp}}.$$

Para $0 < fp_p \leq 0,92$ tem-se que:

$$F_p = FC_p + FD_p + FER_p + FDR_p \Rightarrow$$

$$F_p = C_p \cdot TC_p + D_p \cdot TD_p + \left(\frac{0,92}{fp_p} - 1\right) C_p \cdot TC_p + \left(DM_p \frac{0,92}{fp_p} - D_p\right) TD_p \Rightarrow$$

$$F_p = C_p \cdot TC_p + D_p \cdot TD_p + \frac{0,92}{fp_p} C_p \cdot TC_p - C_p \cdot TC_p + \frac{0,92}{fp_p} DM_p \cdot TD_p - D_p \cdot TD_p \Rightarrow$$

$$F_p = \frac{0,92}{fp_p} (C_p \cdot TC_p + DM_p \cdot TD_p) \Rightarrow$$

$$F_p = \frac{0,92}{fp_p} \left(C_p \cdot TC_p + \frac{C_p}{66fc_p} \cdot TD_p \right) \Rightarrow$$

$$F_p = \frac{0,92}{fp_p} \left(TC_p + \frac{TD_p}{66fc_p} \right) C_p.$$

Para $0 < fp_{fdp} \leq 0,92$ tem-se que:

$$\begin{aligned}
F_{fdp} &= FC_{fdp} + FD_{fdp} + FER_{fdp} + FDR_{fdp} \Rightarrow \\
F_{fdp} &= C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + D_{fdp} \cdot TD_{fdp} + \left(\frac{0,92}{fp_{fdp}} - 1 \right) C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \left(DM_{fdp} \frac{0,92}{fp_{fdp}} - D_{fdp} \right) TD_{fdp} \Rightarrow \\
F_{fdp} &= C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + D_{fdp} \cdot TD_{fdp} + \frac{0,92}{fp_{fdp}} C_{fdp} \cdot TC_{fdp} - C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{0,92}{fp_{fdp}} DM_{fdp} \cdot TD_{fdp} - D_{fdp} \cdot TD_{fdp} \Rightarrow \\
F_{fdp} &= \frac{0,92}{fp_{fdp}} (C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + DM_{fdp} \cdot TD_{fdp}) \Rightarrow \\
F_{fdp} &= \frac{0,92}{fp_{fdp}} \left(C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C_{fdp}}{664 fc_{fdp}} \cdot TD_{fdp} \right) \Rightarrow \\
F_{fdp} &= \frac{0,92}{fp_{fdp}} \left(TC_{fdp} + \frac{TD_{fdp}}{664 fc_{fdp}} \right) C_{fdp}.
\end{aligned}$$

Para $0,92 < fp_p \leq 1$ tem-se que:

$$\begin{aligned}
F_p &= FC_p + \overline{FD}_p = C_p \cdot TC_p + DM_p \cdot TD_p = C_p \cdot TC_p + \frac{C_p}{730 fc_p} \cdot TD_p \Rightarrow \\
F_p &= \left(TC_p + \frac{TD_p}{664 fc_p} \right) C_p.
\end{aligned}$$

Para $0,92 < fp_{fdp} \leq 1$ tem-se que:

$$\begin{aligned}
F_{fdp} &= FC_{fdp} + \overline{FD}_{fdp} = C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + DM_{fdp} \cdot TD_{fdp} = C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C_{fdp}}{730 fc_{fdp}} \cdot TD_{fdp} \Rightarrow \\
F_{fdp} &= \left(TC_{fdp} + \frac{TD_{fdp}}{664 fc_{fdp}} \right) C_{fdp}.
\end{aligned}$$

(c.q.d.)

Teorema 3: O faturamento de energia elétrica na tarifa verde é dado por:

$$F = \begin{cases} \frac{0,92}{fp} \left(TC_p + \frac{TD}{730 fc} \right) C_p + \frac{0,92}{fp} \left(TC_{fdp} + \frac{TD}{730 fc} \right) C_{fdp}, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ \left(TC_p + \frac{TD}{730 fc} \right) C_p + \left(TC_{fdp} + \frac{TD}{730 fc} \right) C_{fdp}, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

onde:

- fp : fator de potência;
- fc : fator de carga;
- C : consumo ativo;
- C_p, C_{fdp} : consumo ativo de ponta e fora de ponta;
- TC_p, TC_{fdp} : tarifa de consumo de ponta e fora de ponta;
- TD : tarifa de demanda.

Demonstração

Segundo 3.6.3, o faturamento de energia elétrica é dado por:

$$F = \begin{cases} FC_p + FC_{fdp} + FD + FER_p + FER_{fdp} + FDR, & \text{se } 0 < fp \leq 0,92 \\ FC_p + FC_{fdp} + \overline{FD}, & \text{se } 0,92 < fp \leq 1 \end{cases}$$

Inicialmente, nota-se que:

$$fc = \frac{D}{DM} \Rightarrow DM = \frac{D}{fc} \Rightarrow DM = \frac{\left(\frac{C}{730} \right)}{fc} \Rightarrow DM = \frac{C}{730 fc}.$$

Quando $0 < fp \leq 0,92$ tem-se que:

$$F = FC_p + FC_{fdp} + FD + FER_p + FER_{fdp} + FDR \Rightarrow$$

$$F = C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + D \cdot TD + \left(\frac{0,92}{fp} - 1 \right) C_p \cdot TC_p + \left(\frac{0,92}{fp} - 1 \right) C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \left(DM \frac{0,92}{fp} - D \right) TD \Rightarrow$$

$$F = C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + D \cdot TD + \frac{0,92}{fp} C_p \cdot TC_p - C_p \cdot TC_p + \frac{0,92}{fp} C_{fdp} \cdot TC_{fdp} - C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \\ + \frac{0,92}{fp} DM \cdot TD - D \cdot TD \Rightarrow$$

$$F = \frac{0,92}{fp} C_p \cdot TC_p + \frac{0,92}{fp} C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{0,92}{fp} DM \cdot TD \Rightarrow$$

$$F = \frac{0,92}{fp} (C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + DM \cdot TD) \Rightarrow$$

$$F = \frac{0,92}{fp} \left(C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C}{730 fc} \cdot TD \right) \Rightarrow$$

$$F = \frac{0,92}{fp} \left(C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C_p + C_{fdp}}{730 fc} \cdot TD \right) \Rightarrow$$

$$F = \frac{0,92}{fp} \left(C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C_p}{730 fc} \cdot TD + \frac{C_{fdp}}{730 fc} \cdot TD \right) \Rightarrow$$

$$F = \frac{0,92}{fp} \left(C_p \cdot TC_p + \frac{C_p}{730 fc} \cdot TD \right) + \frac{0,92}{fp} \left(C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C_{fdp}}{730 fc} \cdot TD \right) \Rightarrow$$

$$F = \frac{0,92}{fp} \left(TC_p + \frac{TD}{730 fc} \right) C_p + \frac{0,92}{fp} \left(TC_{fdp} + \frac{TD}{730 fc} \right) C_{fdp} \cdot$$

Quando $0,92 < fp \leq 1$ tem-se que:

$$\begin{aligned}
F &= FC_p + FC_{fdp} + \overline{FD} \Rightarrow \\
F &= C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + DM \cdot TD \Rightarrow \\
F &= C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C}{730fc} \cdot TD \Rightarrow \\
F &= C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C_p + C_{fdp}}{730fc} \cdot TD \Rightarrow \\
F &= C_p \cdot TC_p + C_{fdp} \cdot TC_{fdp} + \frac{C_p}{730fc} \cdot TD + \frac{C_{fdp}}{730fc} \cdot TD \Rightarrow \\
F &= \left(TC_p + \frac{TD}{730fc} \right) C_p + \left(TC_{fdp} + \frac{TD}{730fc} \right) C_{fdp}.
\end{aligned}$$

(c.q.d.)

Lema 1: A função $f_1 : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, onde $U_1 = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0 < x < 0,92, 0 < y < 1\}$, dada por $f_1(x, y) = \left(x, y, \frac{1}{x} \left(A + \frac{B}{y} \right) \right)$, com $A, B \in \mathfrak{R}$, é uma superfície parametrizada regular.

Demonstração

O subconjunto U_1 é aberto em \mathfrak{R}^2 .

a) Demonstra-se, inicialmente, que f_1 é de classe C^∞ . De fato,

$$f_1(x, y) = (f_{11}(x, y), f_{12}(x, y), f_{13}(x, y)),$$

onde:

- $f_{11} : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}$ é dada por $f_{11}(x, y) = x$,
- $f_{12} : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}$ é dada por $f_{12}(x, y) = y$ e
- $f_{13} : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}$ é dada por $f_{13}(x, y) = \frac{1}{x} \left(A + \frac{B}{y} \right)$.

Como f_{11} e f_{12} são funções polinomiais, então f_{11} e f_{12} são funções de classe C^∞ . Visto que $f_{13}(x, y) = \frac{Ay+B}{xy}$ é um quociente de funções polinomiais que são portanto de classe C^∞ , e que $xy \neq 0$ para todo $(x, y) \in U_1$, conclui-se que $f_{13} \in C^\infty$. Assim, $f_1 \in C^\infty$.

b) A diferencial de f_1 em $q = (x_0, y_0) \in U_1$, $df_{1q} : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é injetora. De fato, a matriz associada a df_{1q} nas bases canônicas de \mathfrak{R}^2 e \mathfrak{R}^3 é a matriz jacobiana dada por:

$$J_1(x_0, y_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{11}}{\partial x}(x_0, y_0) & \frac{\partial f_{11}}{\partial y}(x_0, y_0) \\ \frac{\partial f_{12}}{\partial x}(x_0, y_0) & \frac{\partial f_{12}}{\partial y}(x_0, y_0) \\ \frac{\partial f_{13}}{\partial x}(x_0, y_0) & \frac{\partial f_{13}}{\partial y}(x_0, y_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{x_0^2} \left(A + \frac{B}{y_0} \right) & -\frac{B}{x_0 y_0^2} \end{pmatrix}$$

Nota-se que a matriz jacobiana $J_1(x_0, y_0)$ tem posto 2, pois o menor

$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$. Assim a diferencial $df_{1q} : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é injetora, para todo $q = (x_0, y_0) \in U_1$. Logo a

função $f_1 : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por $f_1(x, y) = \left(x, y, \frac{1}{x} \left(A + \frac{B}{y} \right) \right)$ é uma superfície parametrizada regular.

(c.q.d.)

Lema 2: A função $f_2 : U_2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, onde $U_2 = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0,92 < x < 1, 0 < y < 1\}$, dada por

$f_2(x, y) = \left(x, y, A + \frac{B}{y} \right)$, com $A, B \in \mathfrak{R}$, é uma superfície parametrizada regular.

Demonstração

O subconjunto U_2 é aberto em \mathfrak{R}^2 .

a) Demonstra-se, inicialmente, que f_2 é de classe C^∞ . De fato,

$$f_2(x, y) = (f_{21}(x, y), f_{22}(x, y), f_{23}(x, y)),$$

onde:

- $f_{21} : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}$ é dada por $f_{21}(x, y) = x$,
- $f_{22} : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}$ é dada por $f_{22}(x, y) = y$ e
- $f_{23} : U_1 \rightarrow \mathfrak{R}$ é dada por $f_{23}(x, y) = A + \frac{B}{y}$.

Como f_{21} e f_{22} são funções polinomiais, então f_{21} e f_{22} são funções de classe C^∞ . Visto que $f_{23}(x, y) = \frac{Ay + B}{y}$ é um quociente de funções polinomiais que são portanto de classe C^∞ , e que $y \neq 0$ para todo $(x, y) \in U_2$, conclui-se que $f_{23} \in C^\infty$. Assim, $f_2 \in C^\infty$.

b) A diferencial de f_2 em $q = (x_0, y_0) \in U_2$, $df_{2q} : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é injetora. De fato, a matriz associada a df_{2q} nas bases canônicas de \mathfrak{R}^2 e \mathfrak{R}^3 é a matriz jacobiana dada por:

$$J_2(x_0, y_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{21}}{\partial x}(x_0, y_0) & \frac{\partial f_{21}}{\partial y}(x_0, y_0) \\ \frac{\partial f_{22}}{\partial x}(x_0, y_0) & \frac{\partial f_{22}}{\partial y}(x_0, y_0) \\ \frac{\partial f_{23}}{\partial x}(x_0, y_0) & \frac{\partial f_{23}}{\partial y}(x_0, y_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{y_0^2} \end{pmatrix}$$

Nota-se que a matriz jacobiana $J_2(x_0, y_0)$ tem posto 2, pois o menor $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$. Assim a diferencial $df_{2q} : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é injetora, para todo $q = (x_0, y_0) \in U_2$. Logo a função $f_2 : U_2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por $f_2(x, y) = \left(x, y, A + \frac{B}{y}\right)$ é uma superfície parametrizada regular.

(c.q.d.)

Teorema 4: A função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$, onde $U = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < 1, x \neq 0,92\}$, dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{1}{x} \left(A + \frac{B}{y}\right)\right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \text{ e } 0 < y < 1 \\ \left(x, y, A + \frac{B}{y}\right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \text{ e } 0 < y < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

Demonstração

Pelos Lemas 1 e 2, pode-se denotar $U = U_1 \cup U_2$ e

$$f(x, y) = \begin{cases} f_1(x, y), & \text{se } (x, y) \in U_1 \\ f_2(x, y), & \text{se } (x, y) \in U_2 \end{cases}$$

e assim nota-se que U é aberto em \mathfrak{R}^2 , pois é uma união finita de abertos.

a) A função $f \in C^\infty$, pois se $(x, y) \in U \Rightarrow (x, y) \in U_1$ ou $(x, y) \in U_2$. Se $(x, y) \in U_i$, temos que $f(x, y) = f_i(x, y)$ e $f|_{U_i} = f_i \in C^\infty$, para $i=1,2$. Logo, $f \in C^\infty$.

b) A diferencial de f em $q \in U$, $df_q : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é injetora. De fato,

$$q \in U \Rightarrow q \in U_1 \text{ ou } q \in U_2.$$

Para $q \in U_i \Rightarrow J(q) = J_i(q)$. Como $J_i(q)$ tem posto 2, então $J(q)$ tem posto 2, para $i=1,2$. Assim $J(q)$ tem posto 2, para todo $q \in U$. Logo $df_q : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ é injetora.

(c.q.d.)

Corolário 2: Seja $U = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < 1, x \neq 0,92\}$.

(i) Para a tarifa convencional, fazendo $x = fp$, $y = fc$, $a = TC$, $b = TD$ e $c = C$, a função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{730y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{730y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

(ii) Para a tarifa azul no horário de ponta, fazendo $x = fp_p$, $y = fc_p$, $a = TC_p$, $b = TD_p$ e $c = C_p$, a função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{66y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{66y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

- (iii) Para a tarifa azul no horário fora de ponta, fazendo $x = fp_{\text{fdp}}$, $y = fc_{\text{fdp}}$, $a = TC_{\text{fdp}}$, $b = TD_{\text{fdp}}$ e $c = C_{\text{fdp}}$, a função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{664y} \right) c \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \\ \left(x, y, \left(a + \frac{b}{664y} \right) c \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

- (iv) Para a tarifa verde, fazendo $x = fp$, $y = fc$, $a_1 = TC_p$, $a_2 = TC_{\text{fdp}}$, $b = TD_{\text{fdp}}$ e $c_1 = C_p$ e $c_2 = C_{\text{fdp}}$, a função $f : U \rightarrow \mathfrak{R}^3$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \frac{0,92}{x} \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right), & \text{se } 0 < x < 0,92 \\ \left(x, y, \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right), & \text{se } 0,92 < x < 1 \end{cases}$$

é uma superfície parametrizada regular.

Demonstração

Todas funções definidas têm o mesmo domínio e forma da função definida no Teorema 4, que é uma superfície parametrizada regular. De fato,

(i) Seja $p = 730$. Para $0 < x < 0,92$, tem-se que:

$$f(x, y) = \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a + \frac{b}{p \cdot y} \right) c \right) = \left(x, y, \frac{1}{x} \left((0,92 \cdot a \cdot c) + \frac{\left(\frac{0,92 \cdot b \cdot c}{p} \right)}{y} \right) \right)$$

Para $0,92 < x < 1$, tem-se que:

$$f(x, y) = \left(x, y, \left(a + \frac{b}{p \cdot y} \right) c \right) = \left(x, y, (0,92 \cdot a \cdot c) + \frac{\left(\frac{0,92 \cdot b \cdot c}{p} \right)}{y} \right)$$

- (ii) Análogo ao caso (i), tomando $p = 66$.
- (iii) Análogo ao caso (i), tomando $p = 664$.
- (iv) Para $0 < x < 0,92$, tem-se que:

$$\begin{aligned}
f(x, y) &= \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \frac{0,92}{x} \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right) \Rightarrow \\
f(x, y) &= \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 c_1 + \frac{b.c_1}{730y} \right) + \frac{0,92}{x} \left(a_2 c_2 + \frac{b.c_2}{730y} \right) \right) \Rightarrow \\
f(x, y) &= \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 c_1 + \frac{b.c_1}{730y} + a_2 c_2 + \frac{b.c_2}{730y} \right) \right) \Rightarrow \\
f(x, y) &= \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 c_1 + a_2 c_2 + \frac{b.c_1 + b.c_2}{730y} \right) \right) \Rightarrow \\
f(x, y) &= \left(x, y, \frac{0,92}{x} \left(a_1 c_1 + a_2 c_2 + \frac{\left(b \frac{c_1 + c_2}{730} \right)}{y} \right) \right)
\end{aligned}$$

Para $0,92 < x < 1$, tem-se que:

$$\begin{aligned}
f(x, y) &= \left(x, y, \left(a_1 + \frac{b}{730y} \right) c_1 + \left(a_2 + \frac{b}{730y} \right) c_2 \right) \Rightarrow \\
f(x, y) &= \left(x, y, a_1 c_1 + \frac{b.c_1}{730y} + a_2 c_2 + \frac{b.c_2}{730y} \right) \Rightarrow \\
f(x, y) &= \left(x, y, a_1 c_1 + a_2 c_2 + \frac{b.c_1 + b.c_2}{730y} \right) \Rightarrow \\
f(x, y) &= \left(x, y, (a_1 c_1 + a_2 c_2) + \frac{\left(b \frac{c_1 + c_2}{730} \right)}{y} \right)
\end{aligned}$$

(c.q.d.)