



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

Conforto em veículos de passageiros com
amortecimento assimétrico e não linearidade
geométrica sob excitação harmônica e estocástica

Júlio César de Moraes Fernandes

Bauru

2019

Conforto em veículos de passageiros com
amortecimento assimétrico e não linearidade
geométrica sob excitação harmônica e estocástica

Júlio César de Moraes Fernandes

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na Área de Projetos Mecânicos, como parte dos requisitos necessários à obtenção de Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Silveira

Bauru
2019

F363c

Fernandes, Júlio César de Moraes

Conforto em veículos de passageiros com amortecimento
assimétrico e não linearidade geométrica sob excitação harmônica e
estocástica / Júlio César de Moraes Fernandes. -- Bauru, 2019
153 p. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Marcos Silveira

1. Amortecimento assimétrico. 2. Não linearidade geométrica. 3.
Excitação estocástica. 4. Sistema de suspensão. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de
Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE JULIO CESAR DE MORAES FERNANDES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 26 dias do mês de julho do ano de 2019, às 09:00 horas, no(a) Anfiteatro da Diretoria Técnica de Informática da FEB, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. MARCOS SILVEIRA - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. PAULO JOSÉ PAUPITZ GONÇALVES do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. FABRICIO CESAR LOBATO DE ALMEIDA do(a) Departamento de Engenharia de Biossistemas / Faculdade de Ciências e Engenharia de Tupã - UNESP, Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET do(a) Departamento de Eletrônica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Profa. Dra. MAÍRA MARTINS DA SILVA do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade de São Paulo, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de JULIO CESAR DE MORAES FERNANDES, intitulada **CONFORTO EM VEÍCULOS DE PASSAGEIROS COM AMORTECIMENTO ASSIMÉTRICO E NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA SOB EXCITAÇÃO HARMÔNICA E ESTOCÁSTICA**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. MARCOS SILVEIRA

Prof. Dr. PAULO JOSÉ PAUPITZ GONÇALVES

Prof. Dr. FABRICIO CESAR LOBATO DE ALMEIDA

Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET

Profa. Dra. MAÍRA MARTINS DA SILVA

Dedicatória...

A toda minha família, em especial, meus pais que sempre me apoiaram e estiveram ao meu lado me incentivando a buscar conhecimento.

A minha esposa que sempre esteve ao meu lado em todas as etapas deste trabalho.

A todos os amigos que fizeram parte desta trajetória.

If you want to find the secrets of the universe,
think in terms of energy, frequency and vibration.

Nikola Tesla

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a Deus por me dar sabedoria e discernimento para fazer sempre a escolha certa e me guiar pelo caminho correto de paz e harmonia.

A toda minha família, meus irmãos Juliano e Cássio, e em especial ao meu pai o Sr. Joaquim e minha mãe Sra. Efigênia, que sempre me apoiaram nos estudos, nunca deixaram que eu desanimasse dos meus objetivos e me ajudaram muito no decorrer desse trabalho.

A minha esposa Karina por me ajudar e ficar ao meu lado nos momentos difíceis e dar apoio para que eu não desanimasse dos meus sonhos.

Agradeço profundamente ao meu orientador Professor Dr. Marcos Silveira pela grande ajuda, dedicação e incentivo que teve durante o Doutorado, pelo conhecimento transmitido e principalmente pelo comprometimento e dedicação, pois sem isto não seria possível realizar esse trabalho.

Ao docente e membro do grupo de pesquisa NDE, Professor Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves que além do conhecimento transmitido nas disciplinas também ajudou muito para que esse trabalho fosse concluído.

Aos técnicos desta universidade, à seção administrativa e todos os meus amigos do grupo de pesquisa, Rodrigo, Daniel, Danilo, Diego, Douglas, Gabriel, Pedro, Willian, Felipe e Fernando por toda a ajuda e companheirismo nessa caminhada. E todos que de certa forma ajudaram para que esse trabalho fosse concluído.

À CAPES:

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 1571870.

Resumo

FERNANDES, J. C. M., CONFORTO EM VEÍCULOS DE PASSAGEIROS COM AMORTECIMENTO ASSIMÉTRICO E NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA SOB EXCITAÇÃO HARMÔNICA E ESTOCÁSTICA, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Bauru, 2019, 153 p., Tese (Doutorado).

O objetivo desse trabalho é realizar um estudo do comportamento dinâmico de sistemas de suspensão veicular que empregam amortecimento assimétrico incluindo não linearidade geométrica, com foco na melhoria do conforto para os passageiros, considerando o perfil da estrada harmônico e estocástico. Os veículos terrestres estão sujeitos às vibrações induzidas pela superfície em que se deslocam e o conforto para os passageiros e o contato entre a estrada e o pneu depende desses fatores. Na prática, os veículos precisam ser equipados com sistemas de suspensão para minimizar os efeitos das imperfeições da estrada, aumentando o seu conforto. Nesse contexto, a eficácia do sistema de suspensão pode ser avaliada observando a aceleração da massa suspensa, que está relacionada diretamente com o nível de conforto para os passageiros. O perfil vertical da estrada pode ser representado de diferentes formas e um perfil harmônico simples ou um perfil estocástico realista pode ser utilizado dependendo do objetivo. A norma ISO 8608:1995 especifica um método uniforme para caracterizar o perfil das ruas, rodovias e estradas não pavimentadas baseado na densidade espectral de potência. O perfil da estrada pode ser classificado dentro de uma classe de rugosidade de A a H, onde A representa uma estrada muito boa e H uma estrada muito acidentada. Neste trabalho, é apresentada a modelagem do perfil da estrada de acordo com a ISO 8608:1995 para diferentes classes de rugosidade. O perfil vertical é aproximado por uma função harmônica com sobreposição no número de ondas e o ângulo de fase é gerado aleatoriamente. Os modelos clássicos de $\frac{1}{4}$ de carro de 1 e 2 graus de liberdade com amortecimento assimétrico incluindo não linearidade geométrica sob excitação harmônica e estocásticas são utilizados. Um método de otimização é aplicado para minimizar a aceleração RMS da massa suspensa em relação aos parâmetros geométricos e do índice de assimetria. As análises apresentam redução na aceleração RMS da massa suspensa dependendo da posição de montagem do conjunto mola amortecedor. É mostrado que o amortecimento assimétrico implica na variação dos tempos gastos durante os ciclos de extensão e compressão. Como resultado disso, é observado que existe um regime transiente dentro das fases de extensão e compressão e que a potência dissipada pelo amortecedor varia de acordo com a razão de assimetria. Através de um experimento utilizando excitação harmônica, é analisada a influência da geometria nas transmissibilidades de aceleração e deslocamento.

Palavras-chave: amortecimento assimétrico, não linearidade geométrica, excitação estocástica, sistema de suspensão.

Abstract

FERNANDES, J. C. M., COMFORT IN PASSENGER VEHICLES WITH ASYMMETRICAL DAMPING AND GEOMETRICAL NONLINEARITY UNDER HARMONIC AND STOCHASTIC EXCITATION, São Paulo State University (UNESP), School of Engineering, Bauru, SP, Brazil, 2019, 153 p., Phd Thesis (Phd's degree).

The objective of this work is to perform a study of the dynamic behavior of vehicle suspension systems that employ asymmetrical damping including geometrical nonlinearity, focusing on the improvement of comfort for the passenger, considering harmonic and stochastic road profiles. Ground vehicles are subject to the vibration induced by the surface on which they are moving and the passenger comfort and road-tire contact depend on these factors. In practice, vehicles need to be equipped with suspension systems to minimize the effects of road imperfections, increasing their comfort. In this context, the effectiveness of the suspension system can be measured by observing the acceleration of the sprung mass, which is directly related to the comfort level for the passengers. The vertical profile of the road can be represented in different ways and a simple harmonic or a realistic stochastic profile can be used depending on the purpose. ISO 8608:1995 specifies a uniform method for characterizing the profile of streets, highways and unpaved roads based on power spectral density. The road profile can be classified within a roughness class from A to H, where A represents a very good road and there is a very rough road. This work presents the modeling of the road profile according to ISO 8608:1995 for different roughness classes. The vertical profile is approximated by a harmonic function with overlap in the wavenumber and the phase angle is generated randomly. The classic quarter-car models with 1 and 2 degrees of freedom with asymmetrical damping including geometrical nonlinearity under harmonic and stochastic excitation are used. An optimization method is applied to minimize the RMS acceleration of the suspended mass in relation to the geometrical parameters and the asymmetry index. The analyses show a reduction in RMS mass acceleration depending on the mounting position of the damper spring assembly. It is shown that the asymmetrical damping implies in the variation of the times spent during the cycles of extension and compression. As a result, it is observed that there is a transient regime within the extension and compression phases and that the power dissipated by the damper varies according to the ratio of asymmetry. Through an experiment using harmonic excitation, the influence of geometry on acceleration and displacement transmissibility is analyzed.

Keywords: asymmetrical damping, geometrical nonlinearity, stochastic excitation, suspension system.

SUMÁRIO

Lista de figuras

Lista de símbolos

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Introdução ao problema	1
1.2	Revisão Bibliográfica	2
1.2.1	Sistemas de suspensão veicular passiva	2
1.2.2	Sistemas de suspensão veicular semi-ativa e ativa	7
1.2.3	Sistemas de suspensão com amortecimento assimétrico	10
1.2.4	Modelos de sistemas de suspensão veicular	14
1.2.5	Perfil vertical do pavimento	18
1.2.6	Avaliação do nível de conforto	21
1.3	Justificativa	26
1.4	Objetivos	26
1.5	Estrutura da tese	28
2	MODELOS MATEMÁTICOS DO PERFIL DA ESTRADA E DOS SISTEMAS DE SUSPENSÃO	29
2.1	Modelo matemático do perfil da estrada harmônico	30
2.2	Modelo matemático do perfil da estrada ISO 8608:1995	30
2.3	PSD do perfil vertical da estrada z_r	34
2.3.1	PSD da aceleração vertical da estrada $\ddot{z}_r$	37
2.3.2	Curtose de z_r em relação a N	38
2.4	Modelo matemático do sistema de suspensão de 1 GDL	39
2.4.1	Modelo matemático do sistema de suspensão de 1 GDL adimensional	40

2.5	Modelo matemático do sistema de suspensão com não linearidade geométrica de 1 GDL	41
2.6	Modelo matemático do sistema de suspensão com não linearidade geométrica de 2 GDL	46
2.7	Metodologia	47
3	1 GDL COM EXCITAÇÃO HARMÔNICA E ESTOCÁSTICA	50
3.1	Solução analítica completa	50
3.1.1	Sistema assimétrico super-amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão	53
3.2	Resposta numérica com excitação estocástica	57
3.2.1	Influência de β na resposta da massa suspensa	57
3.2.2	Deslocamento e aceleração médios em relação a β	60
3.2.3	Deslocamento e aceleração médios em relação a v	61
3.2.4	Potência dissipada no amortecedor assimétrico	64
3.2.5	Densidade de probabilidade de $z_r(t)$ e $z_s(t)$	66
3.2.6	Correlação entre as respostas $z_r(t)$ e $z_s(t)$	69
3.3	Comparação entre a resposta estocástica e harmônica	71
3.3.1	Relação de deslocamento médio	71
3.3.2	Relação de potência dissipada	73
3.4	Conclusões parciais	76
4	1 GDL COM NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA E EXCITAÇÃO HARMÔNICA	78
4.1	Deslocamento e aceleração em função da velocidade do veículo	78
4.2	Potência dissipada no amortecedor assimétrico	81
4.3	Amplitude de deslocamento e aceleração em função da velocidade	83
4.4	Conclusões parciais	84
5	2 GDL COM NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA E EXCITAÇÃO HARMÔNICA E ESTOCÁSTICA	86
5.1	2-GDL com não linearidade geométrica e excitação harmônica	87
5.2	Otimização da aceleração RMS	93
5.2.1	Conforto em relação a não linearidade geométrica	95
5.2.2	Influência dos parâmetros na otimização	98
5.2.3	Aceleração em relação a β	100
5.3	Conclusões parciais	102

6	ANÁLISE EXPERIMENTAL	103
6.1	Dispositivo experimental	103
6.2	Modelo matemático do dispositivo experimental	105
6.3	Ajuste de curva experimental e numérica	107
6.4	Aceleração RMS experimental e numérica	108
6.5	Conclusões parciais	115
7	CONCLUSÕES FINAIS	116
7.1	Contribuições	120
7.2	Sugestões para trabalhos futuros	120
7.3	Publicações e eventos científicos	120
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	122

LISTA DE FIGURAS

1.1	Suspensão passiva e os principais componentes: (a) amortecedor viscoso hidráulico, (b) braços inferiores da suspensão, (c) mola helicoidal e (d) braços superiores da suspensão - fonte: Dixon (2009).	3
1.2	Veículo de corridas Mors 1902 - fonte: < http://www.gracesguide.co.uk . . .	4
1.3	Construção dos amortecedores hidráulicos de Tubo duplo (a), Mono tubo gás/fluido (b) e Mono tubo com êmbolo flutuante (c) - fonte: Milliken e Milliken (1995).	5
1.4	Suspensão do tipo <i>McPherson</i> - fonte: Jazar (2017).	6
1.5	Suspensão do tipo <i>Double Wishbone</i> , fonte: Dixon (2009)	7
1.6	Representação esquemática do amortecedor magneto-reológico e os respectivos componentes internos - fonte: Jiang e Christenson (2011).	8
1.7	Característica da força de amortecimento simétrico e assimétrico para a extensão e compressão do amortecedor - fonte: Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014).	11
1.8	Característica da força de amortecimento para a extensão e compressão de um amortecedor assimétrico de duplo-estágio - fonte: (a) Ahmed e Rakheja (1992) e (b) Balike, Rakheja e Stiharu (2011).	11
1.9	(a) Histórico de deslocamento da massa suspensa sob excitação harmônica utilizando amortecimento simétrico e (b) amortecimento assimétrico com razão de assimetria 3:1.	13
1.10	(a) Força de amortecimento em relação a velocidade relativa (b) força de amortecimento em relação ao deslocamento relativo utilizando uma razão de assimetria 7:1.	13
1.11	(a) Modelo de $\frac{1}{4}$ de carro de 1 GDL e (b) modelo de $\frac{1}{4}$ de carro de 2 GDL e os respectivos parâmetros.	15
1.12	Modelo de $\frac{1}{2}$ de carro e respectivos parâmetros - fonte: Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014).	16
1.13	Modelo de $\frac{1}{4}$ de carro incluindo não linearidade geométrica e respectivos parâmetros - fonte: Jazar (2017).	17
1.14	Modelo de $\frac{1}{2}$ de carro incluindo não linearidade geométrica e respectivos parâmetros - fonte: Balike, Rakheja e Stiharu (2013).	18

1.15	Desenho esquemático do perfilômetro de hastes - fonte: GAMERO, BENEZ e SILVEIRA (1990).	19
1.16	Perfis do pavimento do tipo degrau e pulso com diferentes índices de severidade - fonte: Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2013), Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014).	19
1.17	Perfil vertical do pavimento harmônico - fonte: Rao (2004).	20
1.18	Perfil longitudinal do pavimento - fonte: Tyan <i>et al.</i> (2009).	20
1.19	Perfil vertical do pavimento e propriedade estatísticas da distribuição da amplitude.	21
1.20	Densidade espectral de potência (PSD) de uma estrada classificada como A e E conforme ISO 8608:1995.	22
1.21	Modelo de $\frac{1}{4}$ de carro e modelo biodinâmico - fonte: Papalukopoulos e Natsiavas (2007).	24
1.22	Curvas de limite de aceleração (ISO 2631/1985) para: (a) vibração vertical (eixo z) e (b) vibração horizontal (eixos x e y) - fonte: Sekulić <i>et al.</i> (2018).	25
2.1	Classificação dos tipos de estrada conforme ISO 8608:1995 (a) e relação entre a frequência espacial Ω e a frequência temporal ω (b).	32
2.2	Perfil da estrada z_r em relação ao comprimento da entrada (s) para 4 diferentes classes de estrada (A - D) de acordo com a ISO 8608:1995.	34
2.3	Desenho esquemático do método de <i>Welch</i> onde é feita a divisão de um sinal $x(n)$ em segmentos com sobreposição de 50% - fonte Brandt (2011) (pag. 206).	34
2.4	Perfil da estrada $z_r(t)$ utilizando $N = 2000000$; $\Phi_0 = 1 \times 10^{-6}$	35
2.5	Densidade espectral de Potência do perfil da estrada $PSD(z_r)$	35
2.6	Densidade espectral de potência do perfil da estrada $z_r(t)$ utilizando o método de <i>Welch</i> comparada com a função analítica para as classes de rugosidade A - H.	36
2.7	Densidade espectral de potência da aceleração do estrada $\ddot{z}_r(t)$ utilizando o método de <i>Welch</i> comparada com a função analítica para as classes de rugosidade A - C.	37
2.8	Relação entre o número de harmônicas utilizado na equação 2.7 e a curtose da distribuição do perfil do pavimento (z_r).	38
2.9	Modelo de $\frac{1}{4}$ de carro com amortecimento assimétrico com um grau de liberdade (a) e características de força do amortecedor assimétrico em relação a velocidade (b).	39
2.10	Sistema de suspensão dianteira do tipo <i>Double Wishbone</i> do veículo Lotus Elan, fonte: (LOTUS CARS, 1974).	41

2.11	Representação da geometria do sistema de suspensão (<i>Double Wishbone</i>) em relação ao movimento da roda, fonte: Jazar (2017).	42
2.12	(a) Modelo de suspensão incluindo não linearidade geométrica com 1 GDL e (b) modelo de $\frac{1}{4}$ de carro equivalente.	42
2.13	Representação do mecanismo quatro barras com os comprimentos e ângulos de interesse e a respectiva transformação de coordenadas.	43
2.14	(a) Modelo de suspensão incluindo não linearidade geométrica e (b) modelo de $\frac{1}{4}$ de carro equivalente com 2 GDL.	47
3.1	Esquema da solução para um ciclo completo do sistema 2.16, representando Y^+ , Y^- e os pontos de transição.	52
3.2	Comparação entre as soluções numéricas e analíticas de Y considerando o sistema assimétrico super-amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão para $\omega = 0.575$ para (a) $\beta = 3$, (b) $\beta = 7$ (b) e (c) $\beta = 15$	54
3.3	Um ciclo da resposta de Y em relação ao tempo considerando o sistema assimétrico com diferentes β com (a) $\omega = 0.275$, (b) $\omega = 0.575$ e (c) $\omega = 10$	54
3.4	Um ciclo da resposta de Y em relação ao tempo considerando o sistema assimétrico com diferentes valores de ω e $\beta = 15$	55
3.5	Comparação entre as soluções numéricas e analíticas de Y considerando o sistema assimétrico super-amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão para $\omega = 0.575$ para (a) $\beta = 3$, (b) $\beta = 7$ (b) e (c) $\beta = 15$	55
3.6	(a) Deslocamento médio, (b) amplitude de deslocamento e (c) aceleração em relação a ω de um sistema de suspensão com amortecimento assimétrico.	56
3.7	(a) τ_R , (b) τ_c e (c) ϕ_0 em relação a ω considerando o sistema assimétrico super-amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão.	56
3.8	Comparação do histórico do deslocamento vertical da massa suspensa (z_s) do veículo trafegando pela estrada classe ISO - A, velocidade constante de 40 km/h utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	57
3.9	Comparação do histórico da aceleração vertical da massa suspensa ($\ddot{z}_s$) do veículo trafegando pela estrada classe ISO - A, velocidade constante de 40 km/h utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	58
3.10	Comparação da PSD do perfil do pavimento (z_r) classe ISO - A e da PSD do deslocamento vertical da massa suspensa (z_s) utilizando $\beta = 1$, $\beta = 1/3$ e $\beta = 3$	58
3.11	Comparação do deslocamento RMS relativo entre a massa suspensa e não suspensa (z_{rms}) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C utilizando um conjunto de ângulos de fase (Ψ) aleatório e considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.	59

3.12	Comparação do deslocamento RMS relativo entre a massa suspensa e não suspensa (z_{rms}) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C utilizando um conjunto de ângulos de fase (Ψ) fixo e considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h. . . .	59
3.13	Comparação do deslocamento RMS da massa suspensa ($z_{s \text{ rms}}$) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C utilizando um conjunto de ângulos de fase (Ψ) fixo e considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.	60
3.14	Comparação da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s \text{ rms}}$) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C utilizando um conjunto de ângulos de fase (Ψ) fixo e considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.	60
3.15	Comparação do deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.	61
3.16	Comparação da aceleração média da massa suspensa ($\bar{\ddot{z}}_s$) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.	61
3.17	(a) Análise do deslocamento RMS da massa suspensa ($z_{s \text{ rms}}$) e (b) aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s \text{ rms}}$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	62
3.18	Análise do deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria entre $1/16 < \beta < 16$	62
3.19	Análise da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s \text{ rms}}$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria entre $1/16 < \beta < 16$	63
3.20	Análise do deslocamento RMS da massa suspensa ($z_{s \text{ rms}}$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria entre $1/16 < \beta < 16$	63
3.21	Relação entre a potência média dissipada no amortecedor, assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo para a classe ISO - A (a) e classe ISO - C (b).	64
3.22	Potência instantânea dissipada no amortecedor em relação a velocidade do veículo para a classe ISO - C utilizando (a) $\beta = \frac{1}{3}$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$	64
3.23	Relação entre a potência RMS dissipada no amortecedor, assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo considerando classe ISO - C para a estrada.	65

3.24	Relação entre a potência média dissipada no amortecedor, assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo para a classe ISO - C.	65
3.25	Comparação dos histogramas e função de densidade de massa do perfil do pavimento (z_r) de uma estrada classe ISO - C (a) e do deslocamento vertical da massa suspensa do veículo (z_s) utilizando razão de assimetria (b) $\beta = 1/3$, (c) $\beta = 1$ e (d) $\beta = 3$ e considerando constante a velocidade do veículo em 80 km/h.	66
3.26	Comparação da função de densidade de massa do perfil do pavimento (z_r) de uma estrada classe ISO - C (a) e do deslocamento vertical da massa suspensa do veículo (z_s) utilizando a razão (β) de assimetria na faixa entre 0 e 16 considerando constante a velocidade do veículo em 80 km/h.	67
3.27	Box-plot do perfil do pavimento (z_r) para as classes de estrada A, B e C (a) e do deslocamento vertical da massa suspensa para 3 β diferentes considerando a classe ISO - C do pavimento (b).	67
3.28	Análise do histograma e de quantil-quantil (qq-plot) da distribuição do perfil do pavimento (z_r) para as classes de estrada (a) ISO - A, (b) ISO - B e (c) ISO - C.	68
3.29	Análise da correlação entre a elevação do pavimento (z_r) e o deslocamento vertical da massa suspensa (z_s).	69
3.30	Análise da correlação entre o deslocamento vertical médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) e a velocidade do veículo (v).	70
3.31	Análise da correlação entre a velocidade vertical média da massa suspensa ($\bar{\dot{z}}_s$) e a velocidade do veículo (v).	70
3.32	Análise da correlação entre a aceleração vertical média da massa suspensa ($\bar{\ddot{z}}_s$) e a velocidade do veículo (v).	71
3.33	Análise da correlação entre o deslocamento vertical médio ($\bar{z}_s$) (a), velocidade vertical média ($\bar{\dot{z}}_s$) (b) e a aceleração vertical média ($\bar{\ddot{z}}_s$) (c) da massa suspensa e a razão de assimetria β	71
3.34	Análise dos deslocamentos médios da massa suspensa ($\bar{z}_s$) e do perfil do pavimento ($\bar{z}_r$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ (a) e resposta do modelo com excitação harmônica (b).	72
3.35	Comparação do deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ com o modelo harmônico.	72
3.36	Comparação entre a aceleração RMS da massa suspensa em relação a velocidade do veículo para considerando um perfil de estrada harmônico e estocástico utilizando (a) $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$	73

3.37	Relação entre a potência média dissipada no amortecedor, assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo para a classe (a) ISO - A e (b) classe ISO - C.	73
3.38	Relação entre a potência média dissipada no amortecedor assimétrico e a razão de assimetria β para a classe ISO - C para o veículo se deslocando nas velocidades 40, 80 e 120 km/h.	74
3.39	Comparação da potência média dissipada no amortecedor assimétrico em relação a razão de assimetria β com o veículo se deslocando nas velocidades 40, 80 e 120 km/h utilizando um perfil harmônico e estocástico.	74
3.40	Diferença percentual (P_{pd}) entre a potência média dissipada considerando um perfil harmônico e estocástico em relação a razão de assimetria β	75
3.41	Diferença percentual (P_{pd}) entre a potência média dissipada considerando um perfil harmônico e estocástico em relação a velocidade do veículo utilizando razão de assimetria β (a) $\beta = 1/3$ e (b) $\beta = 3$	75
3.42	Razão de potência (P_R) entre a potência dissipada no modelo harmônico (P_h) e a potência dissipada no modelo estocástico (P_s) em relação a velocidade do veículo utilizando razão de assimetria $\beta = 1/3$	76
4.1	(a) Deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$), (b) deslocamento médio absoluto da massa suspensa ($ \bar{z}_s $) e (c) deslocamento RMS da massa suspensa ($z_{s\text{ rms}}$) em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	79
4.2	(a) máxima aceleração ($\ddot{z}_{s\text{ max}}$) e (b) aceleração RMS ($\ddot{z}_{s\text{ rms}}$) da massa suspensa em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	79
4.3	Deslocamento, velocidade e aceleração relativas entre a massa suspensa e o perfil vertical do pavimento utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ considerando a velocidade do veículo $v = 4$ km/h, $v = 20$ km/h e $v = 40$ km/h.	80
4.4	Potência instantânea dissipada no amortecedor assimétrico utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ considerando (a) $v = 4$ km/h, (b) $v = 20$ km/h e (c) $v = 40$ km/h.	81
4.5	(a) Potência média ($\bar{P}$) e (b) potência RMS (P_{rms}) dissipada no amortecedor assimétrico em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	81
4.6	(a) Tempo despendido nas fases de extensão e compressão, (b) razão de tempo entre as fases de extensão e tempo de transição entre extensão e compressão em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	82

4.7	(a) Amplitude de deslocamento (Z_s) e (b) amplitude de aceleração ($\ddot{Z}_s$) da massa suspensa em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	83
4.8	(a) Transmissibilidade de deslocamento ($T_{zs \text{ rms}}$) e (b) transmissibilidade de aceleração ($T_{\ddot{z}_s \text{ rms}}$) da massa suspensa em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	83
5.1	(a) Deslocamento médio ($\bar{z}_s$) e (b) módulo de deslocamento médio ($ \bar{z}_s $) da massa suspensa utilizando amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$	87
5.2	Histórico de deslocamento da massa suspensa (z_s) em um ciclo considerando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$, $\beta = 3$ e (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h.	87
5.3	Força de amortecimento (F_d) em relação ao deslocamento relativo (z) considerando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$, $\beta = 3$ e (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h.	88
5.4	Força de amortecimento (F_d) em relação a velocidade relativa ($\dot{z}$) considerando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$, $\beta = 3$ e (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h.	88
5.5	(a) Aceleração RMS ($\ddot{z}_{s \text{ rms}}$) e (b) máxima aceleração ($\ddot{z}_s$) da massa suspensa utilizando amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$	89
5.6	(a) Potência média ($\bar{P}$) e (b) potência RMS (P_{rms}) dissipada no amortecedor assimétrico utilizando $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$	89
5.7	Tempo de transição entre a fase de extensão e compressão (τ_c) em relação a β considerando (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h. . . .	90
5.8	Razão entre o tempo gasto durante a fase de compressão e de extensão (τ_R) em relação a β considerando (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h.	90
5.9	Potência média ($\bar{P}$) e potência RMS (P_{rms}) em relação a β considerando diferentes velocidades: (a) e (b) 40 km/h, (c) e (d) 80 km/h, (e) e (f) 120 km/h, (g) e (h) 160 km/h, (i) e (j) 200 km/h.	91
5.10	(a) Análise de convergência da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s \text{ rms}}(t)$), (b) valor da curtose em relação ao tempo de simulação e (c - e) histogramas de distribuição de z_r para diferentes valores de t	95
5.11	Comparação da PSD da aceleração da massa suspensa entre o sistema otimizado e não otimizado utilizando (a) $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$. . .	96
5.12	Razão de amplitude da PSD da aceleração da massa suspensa (PSD_R) em relação a frequência f utilizando (a) $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$	97

5.13	Comparação da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa do sistema não otimizado com $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	97
5.14	Comparação da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa do sistema otimizado com $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$	98
5.15	Comparação da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa com $\beta = 3$ entre o sistema não otimizado e sistema original com: (a) apenas x_1 otimizado ($x_1 = 235.87$), (a) apenas x_2 otimizado ($x_2 = 131.82$) e (c) apenas x_3 otimizado ($x_3 = 105.00$).	98
5.16	Comparação da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa entre o sistema não otimizado e sistema com as medidas nominais com apenas x_1 otimizado ($x_1 = 235.87$), apenas x_2 otimizado ($x_2 = 131.82$), apenas x_3 otimizado ($x_3 = 105.00$) e totalmente otimizado utilizando: (a) $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$	99
5.17	Superfície da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa com diferentes valores de β para o sistema não otimizado.	100
5.18	Superfície da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa com diferentes valores de β para o sistema otimizado.	101
5.19	Superfície da razão de amplitude da PSD da aceleração da massa suspensa (PSD_R) em relação a frequência com diferentes valores de β	101
6.1	Dispositivo experimental do sistema de suspensão e desenho esquemático com os respectivos pontos de articulação e de fixação do conjunto mola-amortecedor.	104
6.2	Dispositivo experimental e equipamentos utilizados.	105
6.3	Modelo baseado no dispositivo experimental do sistema de suspensão. . . .	106
6.4	Dados experimentais de: (a) tensão do motor em relação a frequência e (b) aceleração RMS da base em relação a frequência harmônica.	109
6.5	Histórico de deslocamento da base (z_r) e da massa suspensa (z_s) experimental e numérico com frequência (a) 5.64 Hz, (b) 15.2 Hz e (c) 19 Hz considerando a posição de montagem $\overline{DF}_5$	110
6.6	Erro quadrático (a) $\overline{DF}_1 = 47.4$ mm; (b) $\overline{DF}_2 = 47.4$ mm; (c) $\overline{DF}_3 = 39.7$ mm; (d) $\overline{DF}_4 = 35.7$ mm, (e) $\overline{DF}_5 = 31.4$ mm no qual o erro médio quadrático é representado pela linha vermelha tracejada e (f) erro acumulado.	111
6.7	Comparação entre as curvas de transmissibilidade de aceleração e aceleração RMS experimentais e numéricas: (a-b) $\overline{DF}_{1-5}$, (c-d) $\overline{DF}_1$, (e-f) $\overline{DF}_2$, (g-h) $\overline{DF}_3$, (i-j) $\overline{DF}_4$ e (k-l) $\overline{DF}_5$	112
6.8	Comparação entre as curvas de transmissibilidade de deslocamento e deslocamento RMS experimentais e numéricas: (a-b) $\overline{DF}_{1-5}$, (c-d) $\overline{DF}_1$, (e-f) $\overline{DF}_2$, (g-h) $\overline{DF}_3$, (i-j) $\overline{DF}_4$ e (k-l) $\overline{DF}_5$	113

6.9	Influência da variação na inclinação do conjunto mola-amortecedor na transmissibilidade de aceleração em relação a frequência.	114
-----	--	-----

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras latinas

Símbolo	Descrição
a	Comprimento inicial do conjunto mola-amortecedor
A-H	Classe de rugosidade da estrada (A,B,C,D,E,F,G,H)
A	Ponto de articulação do braço superior da suspensão
$\overline{AB}$	Distância do ponto A ao ponto B
$\overline{AP}$	Distância entre o ponto A e o ponto P
$\overline{AQ}$	Distância do ponto A ao ponto Q
a_f	Comprimento final do conjunto mola-amortecedor
A_i	Amplitude do sinal que gera o perfil da estrada (estocástico)
A_h	Amplitude do sinal que gera o perfil da estrada (harmônico)
B	Ponto de articulação do braço superior da suspensão
$\overline{BC}$	Distância do ponto B ao ponto C
$\overline{BP}$	Distância do ponto B ao ponto P
$c_s^\pm$	Coefficiente de amortecimento assimétrico (extensão / compressão)
c_u	Coefficiente de amortecimento do pneu e componentes da suspensão
C	Ponto de articulação do braço inferior da suspensão
D	Ponto de articulação do braço superior da suspensão
$\overline{CD}$	Distância do ponto C ao ponto D
$\overline{DA}$	Distância do ponto D ao ponto A
$\overline{DA_h}$	Projeção do segmento $\overline{DA}$ no eixo x_2
$\overline{DA_v}$	Projeção do segmento $\overline{DA}$ no eixo y_2
$\overline{DE}$	Distância do ponto D ao ponto E
$\overline{DE_h}$	Projeção do segmento $\overline{DE}$ no eixo x_2

$\overline{DE_v}$	Projeção do segmento $\overline{DE}$ no eixo y_2
$\overline{DF}$	Distância do ponto D ao ponto F
E	Ponto de articulação do conjunto mola-amortecedor
E^2	Erro médio quadrático
E_{tr}	Erro médio quadrático (transmissibilidade)
f	Frequência da oscilação
f_c	Proporção de atrito dinâmico em relação ao estático
$f(x)$	Função objetivo do processo de otimização
F	Ponto de articulação do conjunto mola-amortecedor
F_c	Força de atrito dinâmico
$F_{cs}^\pm$	Força de amortecimento assimétrica
F_k	Força da mola da suspensão
F_s	Força de atrito estático
$F(\dot{z}_s)$	Força de atrito com coeficientes de Stribeck
k_{nl}	Coefficiente de rigidez não linear
k_s	Coefficiente de rigidez da mola da suspensão
k_u	Coefficiente de rigidez do pneu e dos componentes da suspensão
m_s	Massa suspensa
m_u	Massa não suspensa
n	Número de frequências amostradas no experimento
N	Número de harmônicas para gerar o perfil estocástico
P	Ponto de interligação entre o sistema suspenso e não suspenso
P_{pd}	Diferença percentual de potência dissipada no amortecedor
P_h	Potência dissipada considerando perfil harmônico
P_s	Potência dissipada considerando perfil estocástico
P_{x1}	Deslocamento do ponto P no eixo x_1
P_{y2}	Deslocamento do ponto P no eixo y_2
PSD_{n-opt}	PSD da aceleração não otimizada
PSD_{opt}	PSD da aceleração otimizada
PSD_{x1-opt}	PSD da aceleração com x_1 obtido no processo de otimização

PSD_{x2-opt}	PSD da aceleração com $x2$ obtido no processo de otimização
PSD_{x3-opt}	PSD da aceleração com $x3$ obtido no processo de otimização
PSD_R	Razão entre a PSD da aceleração otimizada e não otimizada
$z_{s\text{ rms}}$	Deslocamento RMS da massa suspensa
$\ddot{z}_{s\text{ rms}}$	Aceleração RMS da massa suspensa
s	Espaço
t	Tempo
T_e	Transmissibilidade de aceleração experimental
T_n	Transmissibilidade de aceleração do modelo numérico
U	Tensão do motor de corrente contínua
v	Velocidade do veículo
v_σ	Constante de velocidade de Stribeck
V_F	Velocidade tangencial do ponto F
w	Índice de decaimento na magnitude do pavimento
z	Deslocamento relativo
z_{max}	Deslocamento máximo do perfil do pavimento
z_r	Função que representa a elevação do pavimento
z_s	Coordenada vertical de deslocamento do sistema suspenso
z_u	Coordenada vertical de deslocamento do sistema não suspenso

Letras Gregas

Símbolo	Descrição
β	Razão de assimetria do amortecedor assimétrico
γ	Ângulo entre o conjunto mola-amortecedor e o eixo y_2
δ_3	Ângulo formado entre o segmento $\overline{BC}$ e o segmento $\overline{BP}$
$\Delta\Omega$	Intervalo de frequência angular espacial
θ_1	Ângulo formado entre o segmento $\overline{DE}$ e o eixo x_1
θ_2	Ângulo formado entre a barra superior e o eixo x_1
θ_3	Ângulo formado entre o segmento $\overline{BC}$ e o eixo x_1

θ_4	Ângulo formado entre a barra inferior e o eixo x_1
θ_{4h}	Ângulo formado entre a barra inferior e o eixo x_2
θ_5	Ângulo formado entre o segmento $\overline{DE}$ e o eixo y_2
θ_6	Ângulo formado entre o segmento $\overline{DE}$ e o eixo x_1
θ_{6i}	Valor inicial do ângulo θ_6
$\lambda_{1,2}$	Autovalores
Φ_0	Grau de rugosidade da estrada
$\Phi(\Omega_0)$	Grau de rugosidade na frequência angular espacial de referência
Ψ_i	Ângulo de fase do perfil da estrada
μ	Coefficiente de atrito
$\mu^\pm$	Coefficiente de atrito assimétrico
ω	Frequência de excitação
ω_2	Velocidade angular da barra superior da suspensão
ω_3	Velocidade angular do segmento $\overline{BC}$
ω_4	Velocidade angular da barra inferior da suspensão
ω_n	Frequência natural
Ω	Frequência angular espacial
Ω_0	Frequência angular espacial de referência
Ω_N	Frequência angular espacial máxima

Abreviações

Símbolo	Descrição
CG	Centro de gravidade
DW	<i>Double Wishbone</i>
ER	Eletroreológico
GDL	Graus de Liberdade
ISO	International organization for standardization
MR	Magnetoreológico
$MGDL$	Múltiplos graus de liberdade

PSD Power spectral density

RMS Root mean square

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Este capítulo de introdução apresenta os aspectos gerais sobre dinâmica de sistemas de suspensão, especificamente utilizando amortecimento assimétrico e não linearidade geométrica. Também aborda as principais características do perfil do pavimento ao qual os veículos trafegam. É apresentado um histórico e a revisão bibliográfica, com uma visão geral sobre os sistemas de suspensão e dinâmica veicular levando em conta os aspectos que contribuem para a melhoria do conforto para os passageiros. A justificativa e os objetivos deste trabalho também são apresentados neste capítulo.

1.1 INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

O principal objetivo de uma suspensão veicular é isolar os passageiros das vibrações induzidas pelas imperfeições do pavimento (conforto), permitindo que o motorista mantenha o controle do veículo (estabilidade) (DIXON, 2009; RILL, 2011). Melhorar o conforto para os passageiros é um desafio constante na indústria automobilística. Dessa forma, diversas tecnologias relacionadas a melhora de desempenho e conforto tem sido introduzidas aos sistemas de suspensão nas últimas décadas. Contudo, o custo relacionado ao uso destas tecnologias faz com que na grande maioria dos veículos ainda sejam utilizadas sistemas pouco eficientes no isolamento das vibrações.

É comprovado que a utilização de sistemas de suspensão ativa pode melhorar consideravelmente o conforto para os passageiros. Porém, o custo elevado dos componentes envolvidos faz com que esse tipo de suspensão fique restrito apenas a veículos de alto padrão. Com o objetivo de melhorar o conforto e manter um baixo custo, foram explorados os efeitos da utilização de amortecedores passivos assimétricos na melhoria do conforto (SHEKHAR; HATWAL; MALLIK, 1998; VERROS; NATSIAVAS; STEPAN, 2000; RAJALINGHAM; RAKHEJA, 2003; SILVEIRA; PONTES JUNIOR; BALTHAZAR, 2014). Nesse tipo de amortecedor, o coeficiente de amortecimento é diferente para as fases de extensão e de compressão, fazendo com que a energia dissipada seja diferente durante cada fase. Estudos anteriores comprovam que o uso de amortecedores assimétricos em

sistemas de suspensão é vantajoso em situações onde o objetivo é melhorar o conforto dos passageiros. O desempenho do amortecedor está diretamente ligado a sua razão de assimetria que relaciona os coeficientes de amortecimento de extensão de compressão.

O perfil do pavimento, de acordo com a norma ISO 8608:1995, pode ser classificado de A a H de acordo com um índice de rugosidade. Sendo que, A representa uma estrada muito boa e H uma estrada muito acidentada. O perfil do pavimento com características estocásticas faz com que a resposta do sistema de suspensão seja mais próxima da realidade, porém, ferramentas estatísticas, como por exemplo, a média, valor RMS, distribuição de probabilidade e curtose devem ser utilizadas nas análises.

A geometria da suspensão tem efeito direto sobre a dinâmica do sistema de suspensão (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995; JAZAR, 2017). Devido a grande quantidade de parâmetros e a não linearidade geométrica envolvida, métodos de otimização têm sido aplicados a fim de melhorar o conforto para os passageiros (BALIKE, 2010).

A modelagem e o comportamento de um sistema de suspensão com amortecimento assimétrico com não linearidade geométrica e considerando diferentes razões de assimetria serão apresentados, com foco na redução da aceleração vertical da massa suspensa do veículo. As irregularidades do pavimento serão introduzidas através de excitação harmônica e estocástica com diferentes índices de rugosidade e velocidades. Serão realizadas análises através de simulação computacional, e será determinada a influência da razão de assimetria e da não linearidade geométrica na amplitude média e RMS de deslocamento e aceleração da massa suspensa. Com base nestes resultados, será possível identificar a influência desses parâmetros em relação a melhoria do conforto para os passageiros.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica dos sistemas de suspensão tem o objetivo de mostrar alguns aspectos relevantes para o entendimento das respostas dinâmicas de um sistema de suspensão. É apresentada a evolução dos sistemas de suspensão e os principais componentes de uma suspensão veicular, incluindo o amortecedor assimétrico que é o foco principal desse trabalho. Apresenta os principais trabalhos e os respectivos autores onde são apresentados seus estudos referentes aos sistemas de suspensão e também sobre o conforto para os passageiros considerando o perfil do pavimento estocástico e harmônico.

1.2.1 SISTEMAS DE SUSPENSÃO VEICULAR PASSIVA

Os primeiros veículos construídos não eram equipados com qualquer tipo de suspensão para isolar a carroceria das vibrações advindas do pavimento. Contudo, no século VIII, foi desenvolvido um tipo de suspensão primitiva baseada em um sistema de correntes de aço. Acredita-se que em meados do século 17, feixes de molas foram aplicados pela

primeira vez como forma de suspensão. Diferentes projetos foram desenvolvidos até o século passado, o que levou ao desenvolvimento da suspensão onde o conceito é baseado em uma mola e um amortecedor (GUGLIELMINO *et al.*, 2008).

Existem diversos tipos de suspensão veicular, e cada tipo é desenvolvido de acordo com o tamanho do veículo e o tipo de esforços no qual a suspensão é submetida. A suspensão veicular tem como principal objetivo isolar os passageiros das vibrações induzidas pelas imperfeições do pavimento quando a finalidade é conforto e permitir que o motorista mantenha o controle do veículo para manter a estabilidade (ELS *et al.*, 2007). Porém, os objetivos principais são contraditórios (SILVEIRA; PONTES JUNIOR; BALTHAZAR, 2014). Para ser considerado confortável, o veículo deve ter uma suspensão mais “macia”, e para ser considerado estável, a suspensão deve ser mais “dura” (NGUYEN; CHOI; PARK, 2012).

Os sistemas de suspensão evoluíram conforme a tecnologia dos sistemas de transporte também evoluía. Vários modelos de suspensão foram desenvolvidos durante o século passado, até chegar no conceito de suspensão baseado em uma mola e um amortecedor (GUGLIELMINO *et al.*, 2008). O uso de molas para permitir o movimento vertical relativo entre a roda e o chassi existe desde os primeiros veículos tracionados por animais. O amortecedor foi introduzido mais tarde, entre a massa suspensa e não suspensa, com o propósito de reduzir a oscilação, controlar o movimento e reduzir a aceleração lateral e longitudinal da massa suspensa (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

Basicamente os sistemas de suspensão que são empregadas em veículos podem ser classificados em três categorias: suspensão passiva, semi-ativa e ativa. Cada uma delas possui suas características próprias e são aplicadas levando em consideração o desempenho pretendido, entretanto, o custo é um fator relevante na escolha de tais sistemas. Os elementos passivos consistem de um elemento de dissipação de energia que é um amortecedor, e um elemento de armazenamento de energia, que é uma mola (NGUYEN; CHOI; PARK, 2012). Os braços da suspensão permitem uma ligação articulada entre a roda e o chassi (Fig. 1.1).

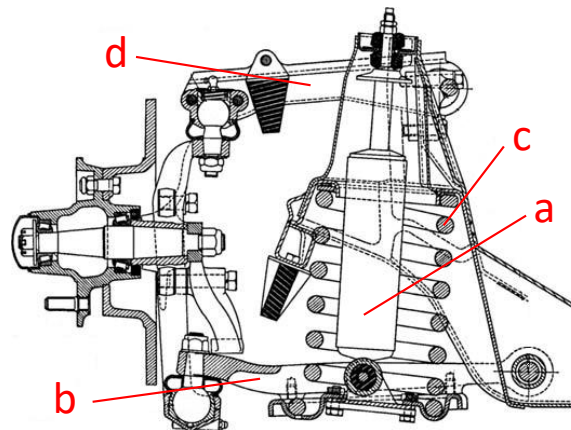


Figura 1.1: Suspensão passiva e os principais componentes: (a) amortecedor viscoso hidráulico, (b) braços inferiores da suspensão, (c) mola helicoidal e (d) braços superiores da suspensão - fonte: Dixon (2009).

Embora geralmente os pneus não sejam descritos como parte funcional da suspensão, eles absorvem as menores irregularidades do pavimento, evitando que parte da vibração seja transmitida a carroceria. Os amortecedores viscosos são utilizados a muito tempo na tentativa isolar a carroceria das vibrações, melhorando o conforto para os passageiros. O primeiro amortecedor primitivo foi aplicado no veículo Mors fabricado em 1902 (Fig. 1.2) e utilizado no *French Grand Prix Renault* em 1906. Nesse sistema o efeito de amortecimento era gerado pelo movimento de palhetas girando ou um pistão agindo em contato com um fluido (DIXON, 2008).



Figura 1.2: Veículo de corridas Mors 1902 - fonte: < <http://www.gracesguide.co.uk>.

Nesse caso, a magnitude da energia dissipada depende de alguns fatores como o tamanho e a forma do corpo em vibração, a viscosidade do fluido utilizado, as frequências envolvidas e a velocidade do corpo em vibração (RAO, 2004). Na aplicação veicular a principal função do amortecedor é controlar e amortecer os movimentos de ação e reação entre as rodas e a estrada, mantendo o pneu sempre em contato com o solo. O amortecedor também tem a função a isolar a carroceria das vibrações advindas do pavimento, diminuindo as amplitudes de deslocamento e aceleração para melhorar o conforto.

Os tipos de amortecedores mais comuns aplicados nos veículos populares são denominados amortecedores hidráulicos (Fig. 1.3).

À medida que a suspensão se desloca para cima e para baixo, o fluido hidráulico é forçado por um pistão com pequenos orifícios, fazendo com que o movimento seja desacelerado (RILL, 2011). Devido ao baixo custo e facilidade de aplicação, esse tipo de amortecedor hidráulico geralmente é o mais utilizado nos veículos populares.

Os três tipos de amortecedores hidráulicos mais comuns são: amortecedor de tubo duplo, onde uma válvula na base do amortecedor serve para controlar a passagem do

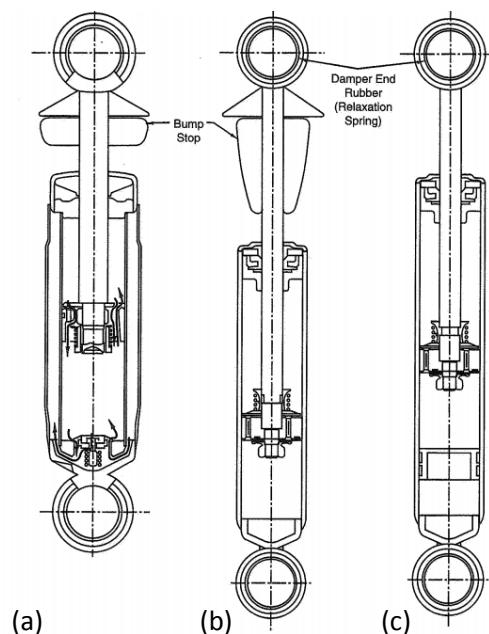


Figura 1.3: Construção dos amortecedores hidráulicos de Tubo duplo (a), Mono tubo gás/fluido (b) e Mono tubo com êmbolo flutuante (c) - fonte: Milliken e Milliken (1995).

fluido para a outra câmara. O amortecedor mono tubo que utiliza uma emulsão de gás junto com o fluido dentro do cilindro. O amortecedor mono tubo com êmbolo flutuante tem uma câmara com gás pressurizado na parte inferior, fazendo com que a pressão aumente durante os ciclos (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

Com relação às características físicas, um amortecedor viscoso veicular apresenta algumas características gerais que incluem o curso do amortecedor, o mínimo e máximo comprimento entre a montagem, diâmetro, métodos de montagem, etc. De acordo com a teoria clássica de vibrações, a força de amortecimento varia de acordo com a velocidade relativa durante as fases de compressão e extensão (CRAIG; KURDILA, 2006). Outros fatores como limitação na temperatura de operação, poder de dissipação, necessidade de resfriamento, também podem influenciar o desempenho do amortecedor (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

Além dos elementos usuais, mola e amortecedor, o sistema de suspensão ainda consiste do mecanismo que serve de interligação entre a roda e o chassi do veículo. O alinhamento desse mecanismo mantém o paralelismo do eixo em relação ao solo, proporcionando boa dirigibilidade e garantindo principalmente o controle durante a mudança de direção. A geometria da suspensão além do alinhamento compõe-se de ajustes determinantes para o bom desempenho quanto ao conforto e segurança, prolongando a vida útil dos pneus, evitando desgastes irregulares na banda de rodagem (DIXON, 2009).

Nos veículos médios de passageiros existem diferente tipos de suspensão que são utilizados na traseira e na dianteira. Cada veículo recebe uma geometria diferente de acordo com o modelo e cargas solicitadas. A suspensão do tipo *McPherson* (Fig. 1.4) é a mais

utilizada na dianteira dos veículos populares pelo fato de apresentar algumas vantagens, tais como a sua simplicidade de construção, peso e volume reduzido (HUREL; MANDOW; GARCIA-CEREZO, 2012).

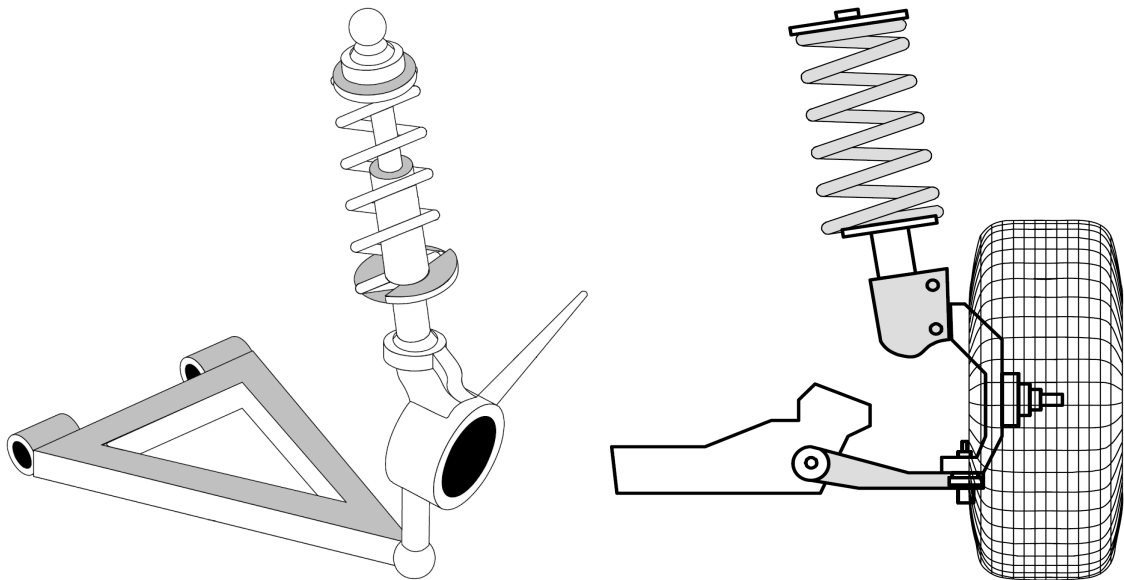


Figura 1.4: Suspensão do tipo *McPherson* - fonte: Jazar (2017).

A estrutura da suspensão é simples, onde os componentes de ligação são compostos por partes rígidas e buchas de borracha. Em sua forma básica, consiste em dois braços de controle de ligação do chassi com o eixo da roda, que também determinam o mecanismo de articulação. Consequentemente o custo da suspensão é baixo, e a confiabilidade da suspensão é elevada (SANO, 2001).

Esse tipo de suspensão apresenta algumas desvantagens, como por exemplo, baixa capacidade de carga, a qual distende quando o veículo está carregado, alto peso e ocupa no muito espaço no porta-malas do veículo, reduzindo o espaço interno e para bagagens. Embora seja uma escolha popular, devido a sua simplicidade e baixo custo de fabricação, o projeto apresenta algumas desvantagens na em relação ao conforto e dirigibilidade do veículo. A análise geométrica mostra que o movimento vertical da roda compromete o grau de mudança de ângulo de cambagem, movimento lateral ou ambos (MAHMOODI-KALEIBAR *et al.*, 2013).

Na dianteira do veículo também é comum encontrar veículos que utilizam a suspensão do tipo *Double Wishbone* (DW). A geometria desse sistema de suspensão tem efeito significativo sobre o conforto dos passageiros em comparação com outros sistemas, como *McPherson* e outros tipos de suspensão (BALIKE, 2010). Existem algumas vantagens no design da suspensão DW. Segundo Mahmoodi-Kaleibar *et al.* (2013), por causa do comprimento dos braços superiores e inferiores, o movimento da vertical da suspensão resulta em um *camber* negativo. Isso significa que os pneus apresentam maior contato

com a estrada nas mudanças de direção e a rolagem da carroceria ajuda a garantir que a área de contato do pneu seja o maior possível.

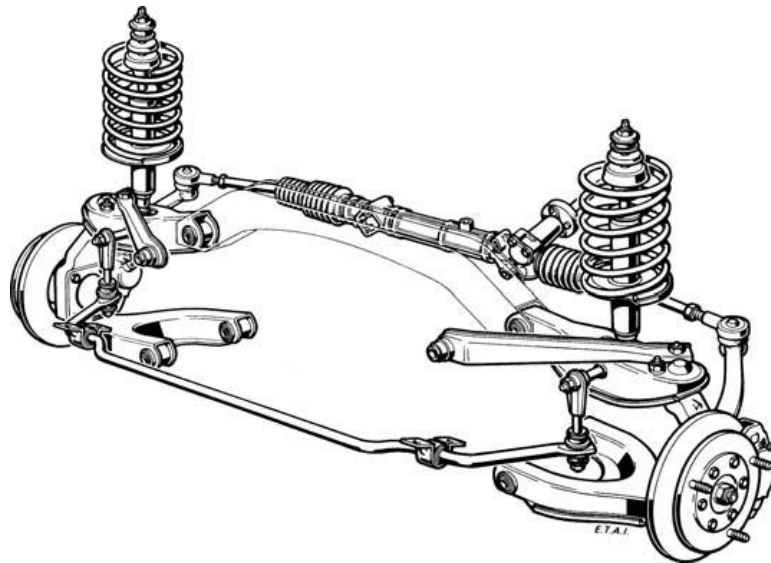


Figura 1.5: Suspensão do tipo *Double Wishbone*, fonte: Dixon (2009)

O amortecedor viscoso passivo é muito utilizado basicamente pelo baixo custo e pela maior disponibilidade no mercado. Porém, para veículos de alto desempenho não é o mais indicado. Devido a esse fato a suspensão desses veículos empregam amortecedores especiais, como por exemplo, amortecedores utilizados em veículos de competição, que utilizam amortecedores magneto-reológicos. Contudo, isso afeta diretamente o custo final de fabricação do veículo (NGUYEN; CHOI; PARK, 2012).

Devido ao fato de não necessitarem de uma fonte de energia externa e suas características serem constantes com o tempo, estes são considerados elementos passivos. Ainda que sistemas de suspensão passiva sejam as mais usuais em veículos de passageiros, sabe-se que elas não fornecem uma condição ideal de isolamento em grande parte da faixa operacional (BOUAZARA; RICHARD; RAKHEJA, 2006; TUSSET; RAFIKOV; BALTHAZAR, 2009).

1.2.2 SISTEMAS DE SUSPENSÃO VEICULAR SEMI-ATIVA E ATIVA

Em veículos que utilizam sistemas de suspensão semi-ativa, o sistema de amortecimento é realizado pela variação do orifício chamado *bypass* que interliga as duas câmaras dentro do atuador hidráulico. As válvulas de controle são reguladas por um sistema de controle que inclui um processador executando um algoritmo e os sensores fornecem informações sobre o estado do veículo para executar o modo de operação (PIONKE; BOCIK, 2011). Portanto, faz com que seja possível melhorar o desempenho do sistema de amortecimento, pois a quantidade de energia dissipada pode ser controlada, dependendo da necessidade (FISCHER; ISERMANN, 2004).

Aplicações práticas de suspensões ativas foram facilitadas pelo amadurecimento dos sistemas eletrônicos, o que, por sua vez, também influenciaram a evolução de atuadores e sensores. Como resultado do amadurecimento desta infraestrutura, sistemas suspensão ativa tiveram uma atração considerável em meados da década de 1980 com sua aplicação amplamente divulgada no veículo experimental Lotus Esprit (HROVAT, 1997; NGUYEN; CHOI; PARK, 2012).

A suspensão semi-ativa pode ajustar-se de acordo com as condições do pavimento, e suas propriedades se aproximam da suspensão ativa. Devido a estrutura mais simples, menor custo e bom desempenho, as suspensões semi-ativas são amplamente aplicadas quando comparadas com sistemas ativos. Além disso, não requerem quaisquer atuadores de potência elevada ou uma grande fonte de alimentação (YAO *et al.*, 2002; GENG; CUI; WU, 2017).

Os amortecedores empregados nesse tipo de suspensão utilizam um tipo de fluido inteligente, por exemplo, o fluido magneto-reológicos (MR). Nesse caso, a força de amortecimento varia de acordo com a viscosidade do fluido. Segundo Tusset (2008) o fluido magneto-reológico pode ter suas propriedades magnéticas modificadas, dessa forma o amortecedor pode ser controlado por uma tensão ou corrente elétrica. O amortecedor com fluido magneto-reológico (Fig. 1.6) é alvo de grande parte de pesquisas no campo dos sistemas de controle de vibração semi-ativa (KHOT; PATIL; BHAYE, 2017). No entanto, eles apresentam característica não lineares (normalmente histerese), o que torna a modelagem matemática um pouco complexa, especialmente no que diz respeito ao desenvolvimento de métodos de controle para a redução da vibração (ZAPATEIRO *et al.*, 2012; TUSSET *et al.*, 2017).

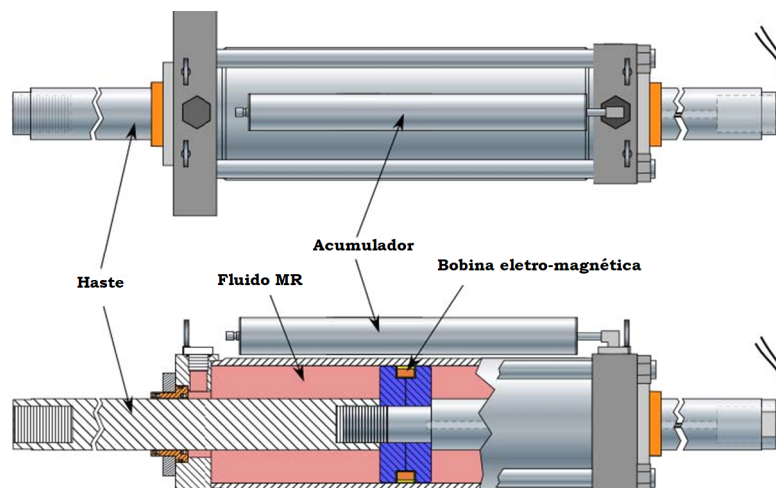


Figura 1.6: Representação esquemática do amortecedor magneto-reológico e os respectivos componentes internos - fonte: Jiang e Christenson (2011).

Existe também o sistema de suspensão ativo eletromagnético composto de um atuador tubular de ímã permanente, em paralelo com uma mola mecânica. Os atuadores eletromagnéticos tem a característica de permitir um fluxo de energia bidirecional e, con-

sequeentemente, ambos os modos de motor e gerador são possíveis (GYSEN *et al.*, 2009).

Devido a necessidade de alto desempenho, geralmente veículos esportivos e de luxo empregam sistemas suspensão ativa. A utilização de suspensões ativas foi possibilitada devido ao amadurecimento dos microprocessadores e eletrônica embarcada. Por volta da década de 1980 as suspensões ativas tiveram uma evolução considerável sendo sua primeira aplicação no veículo experimental Lotus Esprit (HROVAT, 1997; NGUYEN; CHOI; PARK, 2012). Existem algumas variações na construção desse tipo de suspensão, dentre elas está a suspensão ativa hidráulica e a suspensão ativa eletromagnética. Devido a alta capacidade de força, facilidade de projeto, maturidade da tecnologia e disponibilidade comercial das várias peças, os sistemas hidráulicos são comumente usados em sistemas de controle de chassi (GYSEN *et al.*, 2010).

Tanto em sistemas de suspensão ativa quanto em semi-ativa, são aplicadas técnicas de controle a fim de melhorar a escolha adequada dos parâmetros para atingir os níveis de desempenho desejados. Os métodos e ferramentas de controle utilizados nesses sistemas variam de acordo com a necessidade. Os métodos de controle usuais são: H_∞ , *slide mode control*, controle robusto, controle baseado em lógica *fuzzy*, controle ótimo, etc. O controle ótimo, por exemplo, que tem como objetivo determinar os sinais de controle de um determinado processo, para satisfazer as restrições físicas e ao mesmo tempo minimizar ou maximizar algum critério de desempenho (KIRK, 2012). O controle ótimo, que está no contexto de controle moderno, abre novas possibilidades para controle de sistemas de suspensão veicular e quaisquer sistema que necessite melhoria de desempenho. O fato de ser no domínio do tempo permite naturalmente tratar de sistemas dinâmicos não lineares, criando possibilidades que atendem necessidades de otimização dinâmica para viabilizar a realização de processos em que as questões de energia consumida, tempo, segurança e atendimento de vínculos são cruciais, como é o caso de processos químicos, nucleares e missões aeroespaciais (ATAIR, 2012).

A utilização desses sistemas de suspensão de alto desempenho só pode ser alcançado pela demanda de alta energia e complexidade de funcionamento (FISCHER; ISERMANN, 2004; YAO *et al.*, 2002). Em um estudo comparativo entre os três tipos de suspensão Fischer e Isermann (2004) mostraram como os parâmetros desconhecidos podem ser obtidos experimentalmente através da estimativa paramétrica, utilizando acelerômetros no chassi e roda, e sensores de deflexão da suspensão com diferentes combinações. Em seguida, os princípios de *feedback* são utilizados para controlar a taxa de amortecimento dos amortecedores utilizando atuadores e válvulas proporcionais magnéticas. Yao *et al.* (2002) apresentaram um sistema de controle semi-ativo utilizando amortecedor magneto-reológico. Neste estudo foram obtidas respostas experimentais e comparadas a um modelo matemático de *Bouc-Wen*. Com essa pesquisa pôde-se concluir que sob corrente elétrica, o amortecedor magneto-reológico não pode ser tratado como um amortecedor viscoso, mas suas propriedades e características podem ser descritas utilizando o modelo de *Bouc-Wen*.

Geralmente esses controladores são projetados com o objetivo de minimizar ou maximizar algum índice de desempenho do veículo. Os índices de interesse geralmente são a aceleração vertical da massa suspensa, aceleração de arfagem, impulsos na traseira e dianteira do veículo, estabilidade e as forças de controle (PRABAKAR; SUJATHA; NARAYANAN, 2009).

Sistemas de suspensão semi-ativa e ativa têm atraído muita atenção nos últimos anos devido ao seu potencial para atender aos requisitos de desempenho exigidos pelos consumidores (LI; LAM; CHEUNG, 2014). Em contradição, esses tipos de suspensão tende a elevar o custo do veículo e também a suspensão ativa requer a utilização de um atuador completamente ativo, e uma entrada de energia significativa é geralmente necessária (GUGLIELMINO *et al.*, 2008; BOUAZARA; RICHARD; RAKHEJA, 2006). Portanto, a utilização desse tipo de suspensão não se aplica a linha de veículos populares sendo utilizada em veículos esportivos e de luxo.

1.2.3 SISTEMAS DE SUSPENSÃO COM AMORTECIMENTO ASSIMÉTRICO

A investigação envolvendo a utilização de amortecedores assimétricos é alvo de estudo desde muito tempo atrás e tem crescido nos últimos anos. O principal objetivo destes estudos é utilizar amortecedores assimétricos em sistemas suspensão passiva como forma de melhorar o desempenho do veículo tanto em dirigibilidade como em conforto (SEIFI; HASSANNEJAD; HAMED, 2017). O custo das suspensões semi-ativas e ativas é elevado, portanto, o investimento em pesquisa em amortecedores assimétricos passivos torna-se interessante.

Com o objetivo de reduzir o custo global do veículo sem comprometer o nível de conforto para os passageiros, os engenheiros têm buscado alternativas para essa questão. Uma solução encontrada foi o aprimoramento em estudos e a utilização de amortecedores passivos, cujo coeficiente de amortecimento atua de forma assimétrica. Alguns estudos envolvendo a análise dinâmica de sistemas de suspensão com amortecimento assimétrico mostram resultados satisfatórios (AHMED; RAKHEJA, 1992; RAJALINGHAM; RAKHEJA, 2003; SILVEIRA; PONTES JUNIOR; BALTHAZAR, 2013; SILVEIRA; PONTES JUNIOR; BALTHAZAR, 2014; SILVEIRA; WAHI; FERNANDES, 2019).

Devido a características construtivas, esses amortecedores são projetados para fornecer uma força de amortecimento maior durante a fase de extensão em relação à fase de compressão (AHMED; RAKHEJA, 1992). Isso ocorre devido ao fato de o amortecedor assimétrico possuir coeficiente de amortecimento diferente durante a fase de extensão e a fase de compressão. A figura 1.7 apresenta as características de força em função da velocidade relativa de um amortecedor assimétrico do tipo *single-stage* (simples estágio), conforme mostrado por Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014) e Silveira, Wahi e Fernandes (2019).

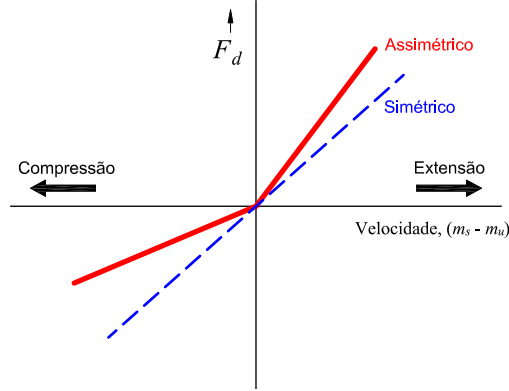


Figura 1.7: Característica da força de amortecimento simétrico e assimétrico para a extensão e compressão do amortecedor - fonte: Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014).

Existem ainda modelos semelhantes que consideram dois estágios dentro de cada fase do amortecedor. Estes são denominados *two-stage* (duplo-estágio) e recebem dois coeficientes de amortecimento assimétrico em cada fase do amortecedor (extensão e compressão). Exemplos desse tipo de amortecedor assimétrico são mostrados na figura 1.8.

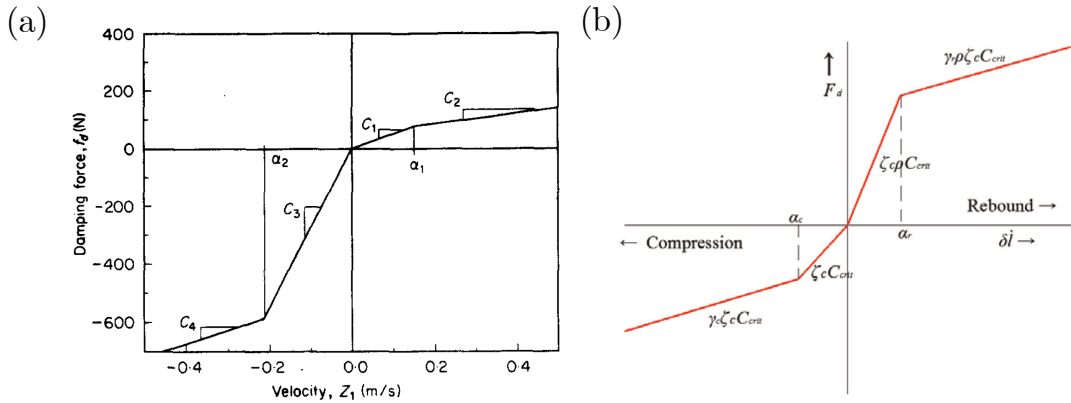


Figura 1.8: Característica da força de amortecimento para a extensão e compressão de um amortecedor assimétrico de duplo-estágio - fonte: (a) Ahmed e Rakheja (1992) e (b) Balike, Rakheja e Stiharu (2011).

Devido a velocidade da roda ser consideravelmente mais elevada na direção ascendente, quando comparada com o sentido descendente, os amortecedores assimétricos são desenvolvidos para proporcionar uma força de amortecimento maior durante a fase de extensão do que durante a fase de compressão (RAJALINGHAM; RAKHEJA, 2003). Porém, segundo Fernandes *et al.* (2015) e Silveira, Wahi e Fernandes (2019), para frequências mais baixas, uma força de amortecimento menor na extensão diminui a aceleração da massa suspensa, melhorando o conforto. O uso desse tipo de amortecimento assimétrico causa uma mudança na posição média de deslocamento da massa suspensa. Isso ocorre porque

a energia potencial armazenada na mola da suspensão durante a compressão é dissipada durante a extensão sob maior amortecimento, reduzindo assim o curso do amortecedor durante o movimento de extensão. Segundo Rajalingham e Rakheja (2003), esse efeito acontece devido as características de amortecimento assimétrico e é denominado *jacking down* ou *packing*.

Alguns autores explicam que esse coeficiente de amortecimento durante a fase de extensão deve ser considerado três vezes maior que o coeficiente de amortecimento durante a fase de compressão (DIXON, 2008). Apesar da utilização desse tipo de componente ser muito comum nos veículos, nota-se que ainda não existem estudos muito aprofundados para as análises desse tipo de amortecedor. Nestas análises é comum a utilização de métodos numéricos e quando possível, utilizam-se de aproximações analíticas para descrever o comportamento do sistema (AHMED; RAKHEJA, 1992).

O trabalho de Ahmed e Rakheja (1992) foi um dos primeiros a mostrar investigações de um sistema de suspensão através do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro utilização amortecedor assimétrico multi-fases mediante a excitação harmônica. Esse estudo propôs que a força de amortecimento assimétrico não linear era caracterizada por uma força simétrica, utilizando a linearização equivalente local. Dessa forma, a resposta do modelo linear correlaciona-se muito bem com a resposta da velocidade do modelo não linear, devido a semelhança de energia. Essa técnica também pôde prever a resposta do sistema não linear para diferentes amplitudes de excitação.

A diferença entre as forças de amortecimento da compressão e extensão são definidas em relação à razão de assimetria. Normalmente essa razão é definida entre três e quatro, ou seja, a força de amortecimento durante a fase de extensão é entre três e quatro vezes maior que a força na compressão (DIXON, 2008).

Estudos envolvendo o amortecedor assimétrico revelam que a sua utilização implica em uma mudança na posição de equilíbrio dinâmico do sistema. Essa posição média é influenciada pela razão de assimetria e também pela frequência da fonte excitadora (FERNANDES, 2015). As investigações analíticas e experimentais realizadas em amortecedores de alto desempenho com propriedades assimétricas para a compressão e extensão revelam mudanças consideráveis na posição média da massa suspensa quando comparado com um amortecedor simétrico (Fig. 1.9). Nesse estudo esse efeito é referido como *packing* ou *jacking down* (RAJALINGHAM; RAKHEJA, 2003).

O uso do amortecimento assimétrico é essencial para o sistema de suspensão do veículo porque ajuda o veículo a manter um bom contato com a estrada e reduz o impacto na carroceria do veículo (LI *et al.*, 2013). A análise cinemática no sistema de suspensão com amortecimento assimétrico também sugere que a resposta do comportamento do chassi é fortemente influenciado pela razão de assimetria e pela velocidade de deslocamento do veículo (BALIKE; RAKHEJA; STIHARU, 2011).

Através da resposta da força de amortecimento em relação a velocidade relativa e do

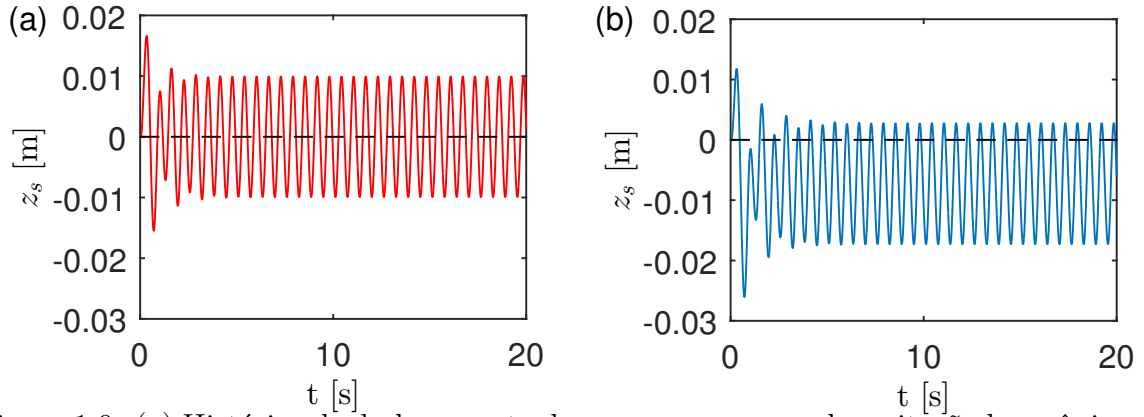


Figura 1.9: (a) Histórico de deslocamento da massa suspensa sob excitação harmônica utilizando amortecimento simétrico e (b) amortecimento assimétrico com razão de assimetria 3:1.

plano de fase mediante a uma excitação harmônica também é possível verificar a mudança no deslocamento médio da massa suspensa (Fig. 1.10).

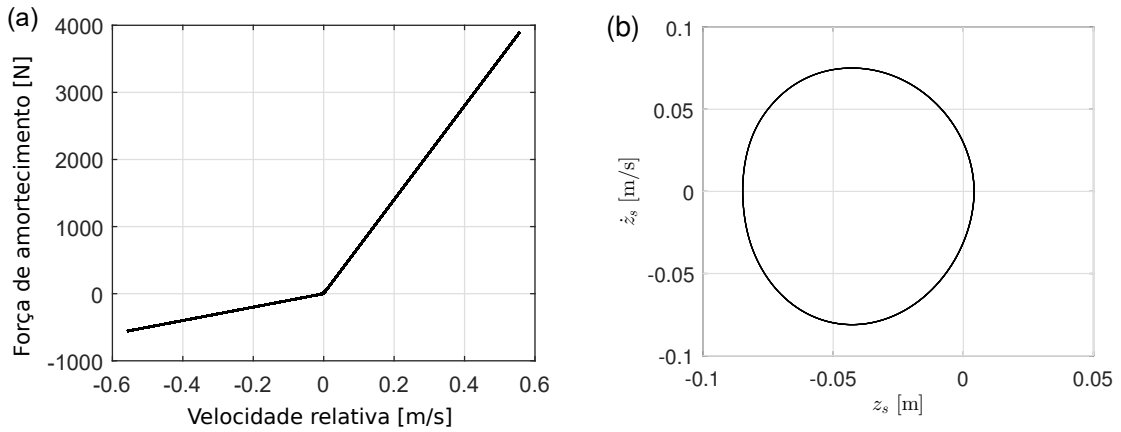


Figura 1.10: (a) Força de amortecimento em relação a velocidade relativa (b) força de amortecimento em relação ao deslocamento relativo utilizando uma razão de assimetria 7:1.

Ahmed e Rakheja (1992) desenvolveram um método analítico para caracterizar o comportamento de um sistema de suspensão com amortecedor assimétrico multi-fase. Neste estudo foi utilizado uma técnica de linearização para obter a resposta em frequência de um sistema com dois graus de liberdade (GDL) utilizando amortecimento assimétrico sob excitação harmônica. Os resultados obtidos analiticamente foram comparados com resultados obtidos numericamente. Esses resultados ilustraram que essa técnica pode prever o comportamento da resposta do sistema assimétrico para diversas amplitudes de excitação em toda a gama de frequências analisadas. Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014) fizeram análises comparando um sistema utilizando amortecimento simétrico e assimétrico através do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro e $\frac{1}{2}$ de carro, e ambos simulando as imperfeições do pavimento com três entradas de impacto. Neste estudo investigou-se também a influência da razão de assimetria e a velocidade do veículo na resposta da massa suspensa. Os resul-

tados mostraram que o sistema de suspensão com amortecimento assimétrico se mostra mais vantajoso, pelo fato de reduzir a aceleração vertical e angular da massa suspensa.

A função harmônica geralmente é utilizada como forma de excitação para que o sistema seja excitado na mesma frequência dos autovalores correspondentes. Porém, é comum e aceito que o perfil de uma estrada não é descrito por uma função harmônica. Por esse motivo, algumas investigações utiliza-se de perfis de estrada gerados aleatoriamente, enquanto outras investigações analisam o desempenho do sistema de amortecimento assimétrico mediante a impactos. Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014) mostraram algumas vantagens do sistema utilizando amortecimento assimétrico comparado ao sistema simétrico, através do modelo de $\frac{1}{2}$ de carro. Os resultados das simulações mostraram que o sistema assimétrico apenas na frente do veículo pode ser utilizado para diminuir oscilações angulares, ao custo de acelerações verticais ligeiramente maiores quando comparado com o sistema totalmente assimétrico. As respostas numéricas também indicaram que o sistema de amortecimento assimétrico também é mais suave para os movimentos de arfagem do veículo, diminuindo as acelerações angulares.

A assimetria implica em um comportamento transiente considerável nas transições de expansão para compressão e compressão para expansão (SILVEIRA; WAHI; FERNANDES, 2019). Além disso, é verificado que o tempo gasto na fase de extensão é diferente do tempo gasto na compressão e depende da razão de assimetria. Dessa forma, a potência média dissipada em um ciclo também é influenciada pela razão de assimetria. Soluções analíticas aproximadas têm sido utilizadas para obter a resposta dinâmica de sistemas com amortecimento assimétrico (SUN; FU, 2018).

Com o objetivo de melhorar o desempenho dos sistemas que utilizam amortecimento assimétrico, Shekhar, Hatwal e Mallik (1999) fizeram um estudo comparando quatro alternativas diferentes de isolamento. Nesse estudo também foram utilizados três entradas de impacto com três índices diferentes para avaliar as características de desempenho do isolador. Nesse caso concluiu-se que o desempenho das diferentes configurações depende dos tipos de entrada e também dos índices escolhidos. Porém, a inclusão do amortecedor de Coulomb melhora o desempenho quando se considera altos valores para o parâmetro de severidade.

1.2.4 MODELOS DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO VEICULAR

Os métodos e procedimentos de desenvolvimento na área de projetos mecânicos, na engenharia atual, exige uma base consistente com diferentes conhecimentos, que envolvem os princípios teóricos, ferramentas de análise por simulação e experimentação. Esses conhecimentos permitem explorar os sistemas mecânicos, incluindo sistemas de suspensão, utilizando procedimentos de modelagem e da análise de seu comportamento. Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2013), Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014), Silveira,

Wahi e Fernandes (2017) utilizaram da modelagem para representar sistemas de suspensão e apresentaram as respectivas representações matemáticas dos modelos.

A figura 1.11 apresenta os modelos clássicos para análise de vibrações que pode ser utilizado para representar um sistema de suspensão veicular. Essa representação limita as análises apenas aos movimentos verticais. O modelo mostrado na figura 1.11-a é constituído de apenas um grau de liberdade, sendo que o bloco engloba a massa total da carroceria, passageiros, motor, transmissão e todos os elementos acoplados ao chassi do veículo e um amortecedor e uma mola conectam o bloco a base. Vale ressaltar que nesse modelo o pneu é considerado como corpo rígido e não apresenta características de rigidez e amortecimento associados.

Já a figura 1.11-b apresenta o modelo com dois graus de liberdade e esse sistema é composto de dois subsistemas, suspenso e não suspenso conectados em série por uma mola e um amortecedor. Os subsistemas são compostos por uma mola e um amortecedor acoplados a uma estrutura com massa. A estrada no qual o veículo trafega é representada pela base do sistema, sendo que as forças que excitam o sistema são causadas pelas irregularidades contidas na estrada. Nesse modelo de dois graus de liberdade, o subsistema inferior representa a massa não suspensa do veículo. A massa desse subsistema compreende a massa total dos pneus, rodas, elementos de ligação da suspensão dentre outros elementos do sistema de direção. Estes elementos impõem suas características de rigidez e amortecimento e suas características construtivas têm influência no comportamento dinâmico geral do sistema de suspensão.

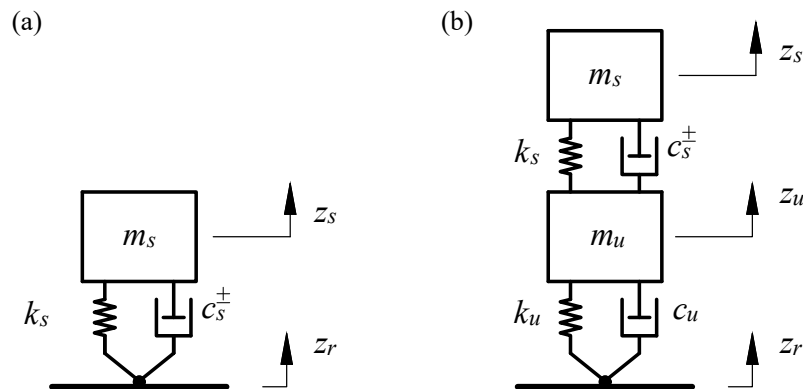


Figura 1.11: (a) Modelo de $\frac{1}{4}$ de carro de 1 GDL e (b) modelo de $\frac{1}{4}$ de carro de 2 GDL e os respectivos parâmetros.

O subsistema superior caracteriza o sistema de suspensão propriamente dito e a massa suspensa representando a massa total da carroceria, passageiros, motor, transmissão e todos os elementos acoplados ao chassi do veículo. O amortecedor assimétrico, que é alvo de estudo desse trabalho, é empregado entre os subsistemas suspenso e não suspenso. Embora o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro seja muito utilizado para representar a dinâmica de um sistema de suspensão, esse modelo é restrito apenas ao movimento vertical do subsistema suspenso e não suspenso.

Para análises mais detalhadas da dinâmica veicular, como por exemplo, os movimentos de arfagem e rolagem, modelos com mais graus de liberdade devem ser utilizados. O modelo de $\frac{1}{2}$ de carro (*half-car*) apresenta em sua dinâmica além dos movimentos verticais dos subistemas não suspenso dianteiro e traseiro, o movimento angular do sistema suspenso (SILVEIRA; PONTES JUNIOR; BALTHAZAR, 2014). O modelo de $\frac{1}{2}$ de carro (Fig. 1.12) é constituído de um bloco de massa suspensa, englobando a massa do chassi, da carroceria, dos passageiros, do motor e da transmissão do veículo e demais componentes anexados ao chassi. Os dois subsistemas não suspensos representam independentemente a suspensão dianteira e traseira, que integra os amortecedores, pneus e componentes da suspensão. Cada subsistema apresenta massa, rigidez e amortecimento distintos e o movimento se restringe apenas a vertical.

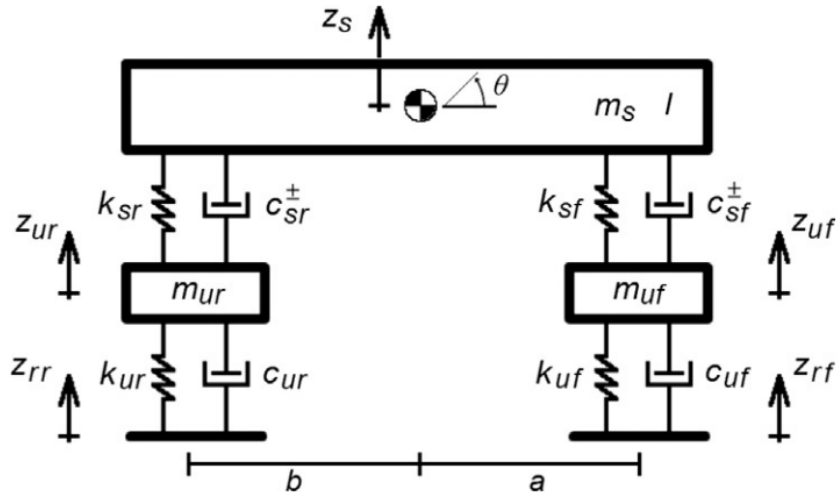


Figura 1.12: Modelo de $\frac{1}{2}$ de carro e respectivos parâmetros - fonte: Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014).

A localização do centro de gravidade (CG) é um parâmetro importante a ser considerado nesse tipo de modelagem. De acordo com Milliken e Milliken (1995), a localização do centro de gravidade dos carros de corrida está relacionado ao desempenho devido ao fato de que a interação entre o pneu e a estrada nas curvas depende muito da carga vertical (ou normal) aplicada ao pneu.

A vista disso, dependendo do objetivo da pesquisa, o modelo de $\frac{1}{2}$ de carro é utilizado para representar os lados esquerdo e direito do veículo ao invés da dianteira e traseira. Análises do movimento de rolagem mostram que é possível maximizar o critério de rolagem e aumentar a estabilidade do veículo. Isso é feito ajustando os parâmetros da suspensão a fim de que o limite de rolagem possa ser aumentado em até 16,71 % a partir do valor nominal usando três diâmetros diferentes da barra anti-rolagem (SERT; BOYRAZ, 2017).

Na maioria dos modelos matemáticos a geometria da suspensão é desprezada. Estudos anteriores mostram que a inclusão da geometria no modelo auxilia no entendimento da resposta dinâmica de um sistema de suspensão (ATTIA, 2002; ARANA; EVANGELOU;

DINI, 2015; SHOJAEEFARD; KHALKHALI; YARMOHAMMADISATRI, 2017). Nos veículos médios de passageiros, existem diferentes tipos de suspensão que são utilizadas na traseira e na dianteira. É comum encontrar veículos populares equipados com suspensões do tipo *McPherson* e do tipo *Double Wishbone* e esses são os mais comuns de se obter os modelos matemáticos.

Diversos autores incluem a geometria do sistema de suspensão no modelo matemático (BALIKE, 2010; HUREL; MANDOW; GARCIA-CEREZO, 2012). A fim de estudar a influência da não linearidade geométrica no modelo de sistema de suspensão, os parâmetros da geometria podem ser incluídos (BALIKE, 2010; FERNANDES, 2015; JAZAR, 2017). Nesses casos a dinâmica do sistema de suspensão deixa de ser apenas influenciado pela massa, mola e o amortecedor, mas também pela geometria da suspensão. Um modelo de $\frac{1}{4}$ de carro com não linearidade geométrica que representa os movimentos apenas os verticais, figura 1.13, ou um modelo mais completo incluindo os movimentos angulares, figura 1.14, podem ser utilizados.

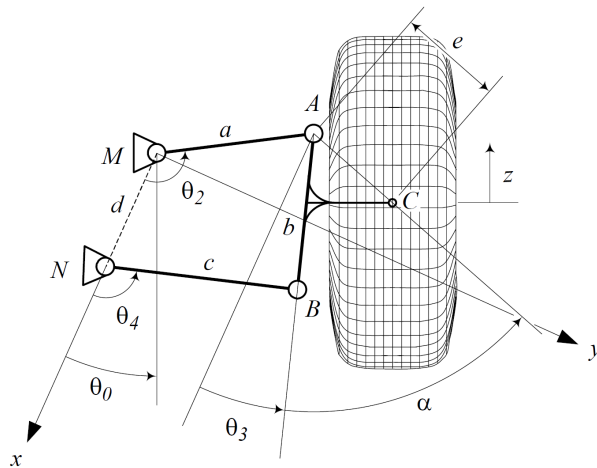


Figura 1.13: Modelo de $\frac{1}{4}$ de carro incluindo não linearidade geométrica e respectivos parâmetros - fonte: Jazar (2017).

A tese de doutorado de Balike (2010) foi baseada em um método de análise cinemática e dinâmica acoplada do sistema de suspensão do veículo, incluindo a sua geometria e as propriedades de amortecimento assimétricas. Os resultados deste estudo sugerem que uma síntese ótima da suspensão do veículo exige considerações das análises de resposta cinemática e dinâmica acopladas. Um problema de otimização com restrições é formulado e resolvido a fim de obter melhor síntese para um amortecedor assimétrica de dois estágios. Essa otimização tem o objetivo de obter uma relação aceitável entre o desempenho cinemático e dinâmico sob diferentes gamas de excitações e de velocidades. Li, Yu e Wu (2018) demonstram que um método de otimização apropriado é capaz de satisfazer o movimento da suspensão para aumentar a dirigibilidade. Os resultados experimentais, também indicam que a suspensão otimizada mantém o desempenho do veículo em várias

condições do pavimento.

Os modelos de suspensão apresentados nas figuras 1.13 e 1.14 são exemplos de suspensão do tipo *Double Wishbone*.

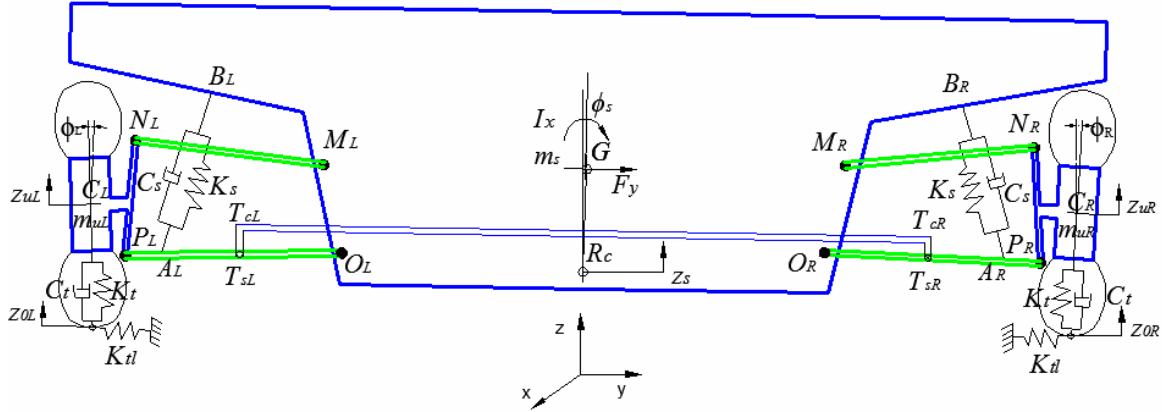


Figura 1.14: Modelo de $\frac{1}{2}$ de carro incluindo não linearidade geométrica e respectivos parâmetros - fonte: Balike, Rakheja e Stiharu (2013).

1.2.5 PERFIL VERTICAL DO PAVIMENTO

Diversos estudos envolvendo simulação numérica e experimentais em sistemas de suspensão são aplicados a fim de melhorar o conforto. Uma questão que deve ser levada em consideração quando o estudo é feito de forma numérica é a caracterização do perfil do pavimento que determinará a fonte de excitação do sistema. Contudo, existem certas características que devem ser levadas em consideração a fim de que o método utilizado possa representar com fidelidade as características de uma estrada real.

A estrada é uma estrutura de camadas em que materiais de diferentes resistências e índices de deformação são colocados em contato resultando daí um elevado grau de complexidade no que respeita ao cálculo de tensões e deformações e atuantes nas mesmas resultantes das cargas impostas pelo tráfego (DNIT, 1996). Os primeiros métodos utilizados como forma de medir o índice de rugosidade dos pavimentos eram constituídos por régua paralelas de madeira com perfuração equidistante ao longo de seu comprimento, através dos quais deslizam hastes perpendiculares ao comprimento das régua paralelas (Fig. 1.15) (GAMERO; BENEZ; SILVEIRA, 1990).

Com o objetivo de inspecionar e classificar a qualidade do pavimento nas estradas, geralmente as concessionárias que administram as rodovias utilizam perfilômetros a laser. O perfilômetro a laser é uma evolução do perfilômetro de hastes e permite medir os desvios na elevação da superfície do pavimento em relação a um perfil ideal. Com base nesse perfil longitudinal calculam-se os diversos indicadores da regularidade superficial do pavimento (BARELLA; FILHO; BALBO, 2005).

A utilização desses equipamentos auxilia na captura dos dados referente ao pavimento

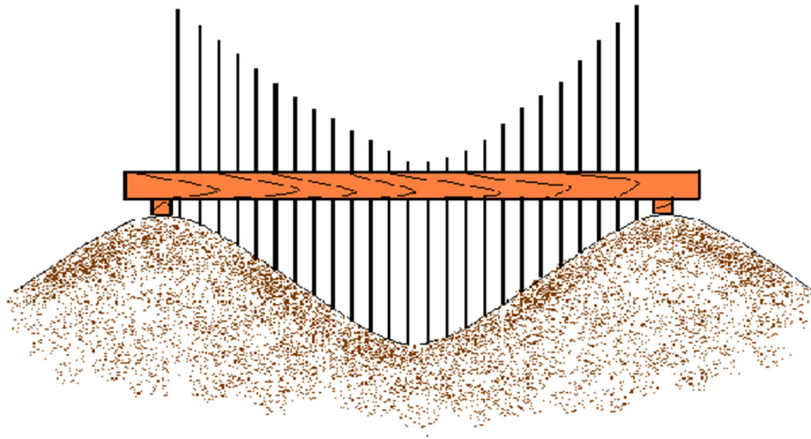


Figura 1.15: Desenho esquemático do perfilômetro de hastes - fonte: GAMERO, BENEZ e SILVEIRA (1990).

ao qual se deseja estudar ou obter as suas características. Porém, quando o objetivo do estudo envolve simulação numérica de sistema de suspensão veicular, a utilização desses equipamentos torna-se inviável, pois, uma grande quantidade de medições seria necessária.

Dentro da modelagem de sistemas de suspensão o perfil vertical do pavimento pode ser representado de diferentes formas. A fim de avaliar a eficiência do sistema de suspensão com amortecimento assimétrico na melhoria do conforto mediante a impactos, Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2013), Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014) utilizaram perfis do tipo degrau e pulso com diferentes índices de severidade, conforme mostrados na figura 1.16. Motivados pela necessidade de encontrar formas relativamente mais simples de melhorar o conforto para os passageiros, neste estudo é investigada a influência da assimetria nos amortecedores e seus efeitos na resposta dinâmica de veículos submetidos a impactos.

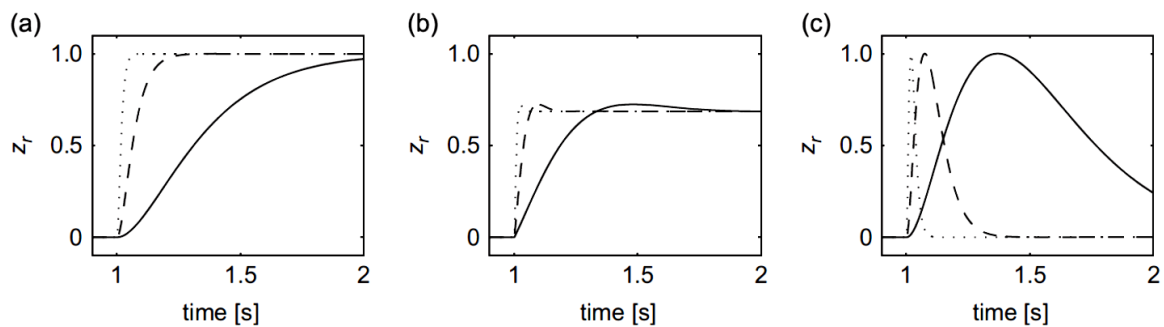


Figura 1.16: Perfis do pavimento do tipo degrau e pulso com diferentes índices de severidade - fonte: Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2013), Silveira, Pontes Junior e Balthazar (2014).

A função harmônica geralmente é utilizada como forma de representar o perfil do pavimento (FERNANDES, 2015; SILVEIRA; WAHI; FERNANDES, 2017), conforme mostrado na figura 1.17. A função harmônica é muito utilizada nos modelos, pois grande parte

dos problemas de vibração apresentam características periódicas e harmônicas. Motores e turbinas desbalanceadas, máquinas centrífugas pesadas são exemplos de situações onde a estrutura da máquina está sujeita a vibrações cíclicas e podem falhar devido a fadiga do material (RAO, 2004).

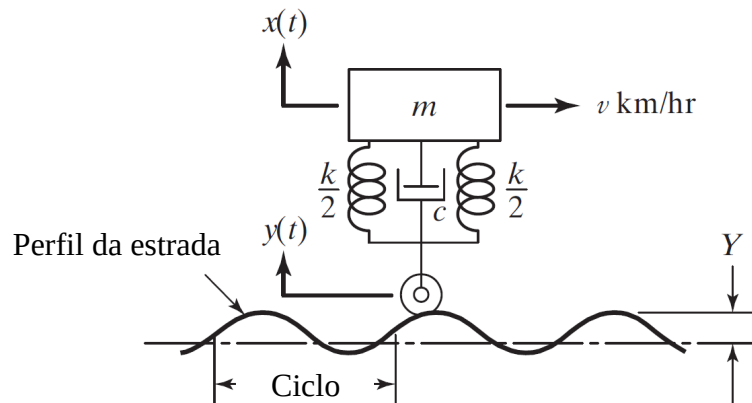


Figura 1.17: Perfil vertical do pavimento harmônico - fonte: Rao (2004).

Embora o perfil vertical do pavimento possa ser representada por funções do tipo degrau, pulso e harmônica, elas não servem para representar a característica real das estradas, sendo que o perfil vertical não apresenta essas características ao longo de toda a estrada. Dessa forma, o perfil do pavimento pode ser mais realista sendo descrito através de uma função estocástica (WONG, 2001; RILL, 2011).

A norma internacional ISO 8608:1995 propõe uma qualificação da rugosidade do pavimento usando a PSD de acordo com o perfil longitudinal, conforme mostra a Figura (1.18)

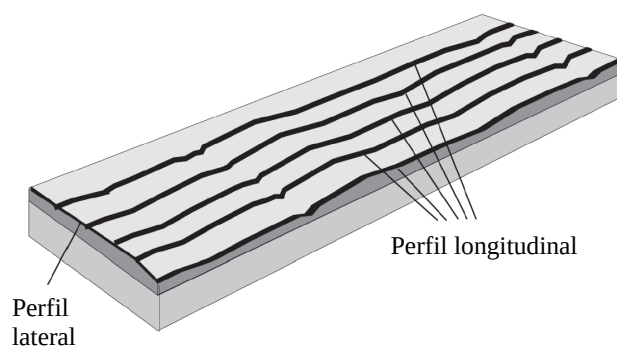


Figura 1.18: Perfil longitudinal do pavimento - fonte: Tyan *et al.* (2009).

O perfil vertical do pavimento (z_r) apresenta características estocásticas ou aleatórias, portanto, só é possível fazer afirmações probabilísticas sobre esse perfil. Geralmente, a partir de todo um conjunto de dados aleatórios, pode-se observar apenas uma realização do sinal, e então pode-se tomar como verdade que as definições determinísticas da seção anterior poderiam ser mantidas inalteradas.

No entanto, segundo Stoica, Moses *et al.* (2005), nesse caso isso não é possível porque as realizações de um sinal aleatório, visto como sequências de tempo discreto, não têm energia finita. Um sinal aleatório geralmente tem potência média finita e, portanto, pode ser caracterizado por uma densidade espectral de potência (PSD) média. Dessa forma, as análises de aceleração da massa suspensa apresentadas nesse trabalho são mostradas em função da densidade espectral de potência quando o perfil do pavimento é estocástico.

De acordo com Rill (2011), o perfil do pavimento se encaixa na categoria de processos aleatórios gaussianos estacionários. Logo, para se obter informações sobre o perfil de elevação do pavimento podem ser feitas medições ponto por ponto ou por perfilômetros de alta velocidade ou ainda utilizar funções matemáticas que representam o perfil (Fig. 1.19).

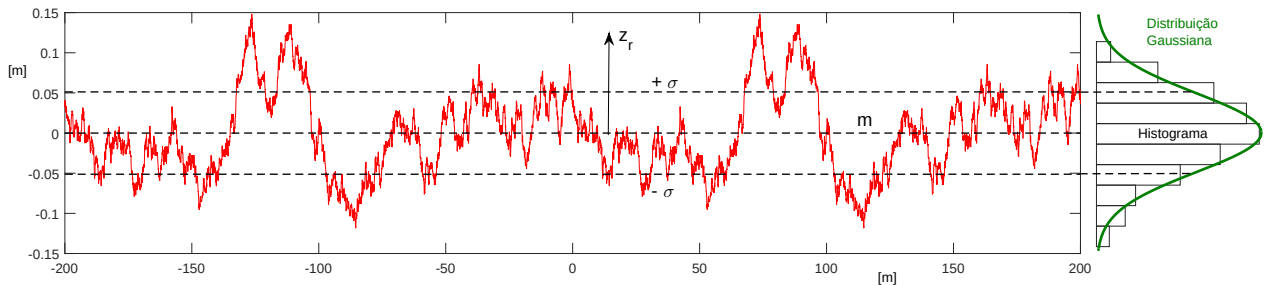


Figura 1.19: Perfil vertical do pavimento e propriedade estatísticas da distribuição da amplitude.

A PSD de uma estrada apresenta um decaimento característico na magnitude de acordo com o número de onda, conforme mostra a figura 1.20. Isto reflete simplesmente o fato de que as irregularidades do pavimento podem estar presentes ao longo do comprimento de centenas de metros do pavimento, enquanto que os medidos ao longo do comprimento de um metro são normalmente apenas alguns centímetros em amplitude (RILL, 2011).

Dessa forma, para caracterizar um perfil de pavimento que contenha as características de uma estrada real e conseqüentemente forneça boa aproximação para ser utilizada em simulações numérica, a norma ISO 8608:1995 determina os parâmetros a serem utilizados. Diversos autores utilizaram expressões analíticas baseadas nessa norma como forma de caracterizar a excitação do sistema de suspensão veicular (TAMBOLI; JOSHI, 1999; VERROS; NATSIAVAS; PAPADIMITRIOU, 2005; PRABAKAR; SUJATHA; NARAYANAN, 2016).

1.2.6 AVALIAÇÃO DO NÍVEL DE CONFORTO

O nível de conforto é um item muito importante a se analisar quando se trata não apenas de veículos de passageiros, mas também qualquer meio que exponha o corpo humano

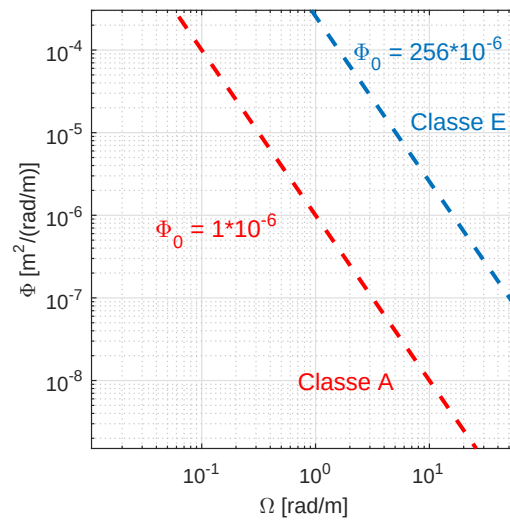


Figura 1.20: Densidade espectral de potência (PSD) de uma estrada classificada como A e E conforme ISO 8608:1995.

as vibrações. Todo e qualquer veículo incluindo aeronaves, carros, caminhões e elevadores podem expor o homem a vibrações mecânicas. Essas vibrações são consideradas distúrbios, pois interferem diretamente no conforto, segurança e saúde dos passageiros e operadores (ISO 2631-1, 1997).

O corpo humano possui características que podem ser aproximadas a sistemas mecânicos e cada parte do corpo incluindo os órgãos internos têm diferentes valores de frequência natural. Dessa forma, quando os seres humanos estão sujeitos as vibrações, dependendo da frequência da excitação, essas partes do corpo e órgãos podem entrar em ressonância. O resultado dessa ressonância afeta o corpo humano de diferentes formas. A tabela 1.1 mostra os principais sintomas relacionados com a frequência da vibração.

Tabela 1.1: Principais sintomas relacionados com a frequência da vibração - fonte: ISO 2631-1 (1997).

Sintomas	Frequência [Hz]
Sensação geral de desconforto	4 - 9
Sintomas na cabeça	13 - 20
Maxilar	6 - 8
Influência na linguagem	13 - 20
Garganta	12 - 19
Dor no peito	5 - 7
Dor abdominal	4 - 10
Desejo de urinar	10 - 18
Aumento do tônus muscular	13 - 20
Influência nos movimentos respiratórios	4 - 8
Contrações musculares	4 - 9

De acordo com a norma ISO 2631-1 (1997), as vibrações transmitidas ao corpo humano são analisadas de três maneiras distintas: Vibrações transmitidas simultaneamente a superfície total do corpo e/ou a partes substanciais dele. Isto acontece quando o corpo está imerso em um meio vibratório. Há circunstâncias em que isto é de interesse prático, por exemplo, quando ruídos de alta intensidade no ar ou na água excitam vibrações no corpo. Vibrações transmitidas ao corpo como um todo através de superfícies de sustentação, como os pés de um homem em pé, ou as nádegas de um homem sentado, ou a área de sustentação de um homem recostado. Este tipo de vibração é comum em veículos, em construções em movimento vibratório e nas proximidades de maquinário de trabalho. Vibrações aplicadas a partes específicas do corpo, como cabeça e membros. Exemplos destas vibrações ocorrem por meio de cabos, pedais ou suportes de cabeça, ou por grande variedade de ferramentas e instrumentos manuais.

Na tentativa de melhorar o conforto dos passageiros do veículo, além de estudos para atenuar a vibração pela suspensão, alguns estudos também envolvem o assento do veículo. O conforto dinâmico proporcionado pelo banco é uma função que depende do projeto, construção, cinemática, a facilidade de ajuste da suspensão, e desempenho do sistema de suspensão. Entre esses fatores, a cinemática do sistema de ligação, meios elásticos, e mecanismo de amortecimento influenciam as características de transmissão de vibração dos assentos (BOILEAU; RAKHEJA, 1990).

Além disso, o desconforto causado pelas vibrações está diretamente ligado à fadiga dos ocupantes do veículo. Por isso alguns estudos incluem nos modelos de suspensão o assento e um sistema biodinâmico onde algumas partes do corpo humano são consideradas (Fig. 1.21).

Porém, é comumente entendido e aceito que a resposta humana a excitação dinâmica depende de muitos parâmetros mecânicos, físicos, fisiológicos e psicológicos (PAPALUKOPOULOS; NATSIAVAS, 2007).

A norma ISO 2631-1 (1997) sugere que a vibração translacional deve ser medida em três eixos sobre a bacia. Porém, apenas o eixo com a vibração mais grave é utilizado para avaliar a gravidade da vibração (PADDAN; GRIFFIN, 2002). A medição do nível de conforto não se aplica apenas a veículos de passageiros, mas também qualquer meio que exponha o corpo humano as vibrações. Veículos aéreos, terrestres e aquáticos, bem como maquinarias (da indústria ou agricultura) expõem o homem a vibração mecânica, interferindo no seu conforto, na eficiência do seu trabalho e, em algumas situações, na saúde e segurança. O corpo humano possui características de inércia e elasticidade que lhe conferem valores de frequência natural distintos, relativos a cada uma de suas partes (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 1997). Os estudos básicos das vibrações afirmam que se uma frequência externa coincide com a frequência natural do sistema, ocorre a ressonância, que implica em amplificação do movimento (RAO, 2004).

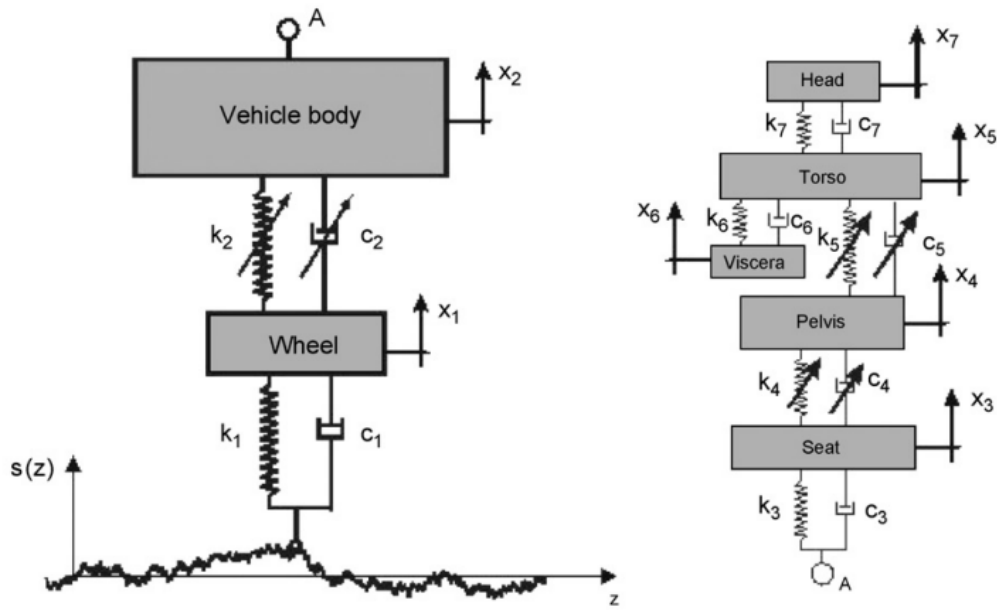


Figura 1.21: Modelo de 1/4 de carro e modelo biodinâmico - fonte: Papalukopoulos e Natsiavas (2007).

Além disso, a norma ISO 2631-1 (1997) apresenta a relação entre o tempo de exposição à vibração em termos de conforto, capacidade de trabalho e saúde. A avaliação do tempo de exposição permitido para o corpo humano é feita usando diagramas com curvas de fadiga iguais para vibrações verticais (Fig. 1.22-a) e vibrações horizontais (Fig. 1.22-b), respectivamente. As curvas de avaliação de conforto e saúde são inferiores em 10 dB e superiores em 6 dB, respectivamente, comparadas às curvas de avaliação da capacidade para o trabalho (SEKULIĆ *et al.*, 2018).

A melhoria do conforto para os passageiros vai além de análises do sistema de suspensão do veículo. Nesse contexto, modelos mais completos incluem também o acento do veículo (KOLICH, 2003; BOUAZARA; RICHARD; RAKHEJA, 2006). Com o objetivo de investigar a influência do assento do veículo Bouazara, Richard e Rakheja (2006) estudaram a resposta dinâmica através de um modelo não linear utilizando amortecedores passivos, semi-ativos e ativos. Esse modelo considera um atrito de Coulomb devido as ligações e mancais do acento. Nesse sistema o modelo biodinâmico do passageiro é negligenciado. Nesse estudo concluiu-se que as suspensões ativa e semi-ativa aumentaram o conforto em aproximadamente 50% quando comparados com o modelo passivo. Em média, a melhora foi de 30% para a aceleração vertical e 50% para a aceleração de rolagem. Porém, para a aceleração de arfagem, os três tipos de suspensão analisados mantiveram-se estáveis.

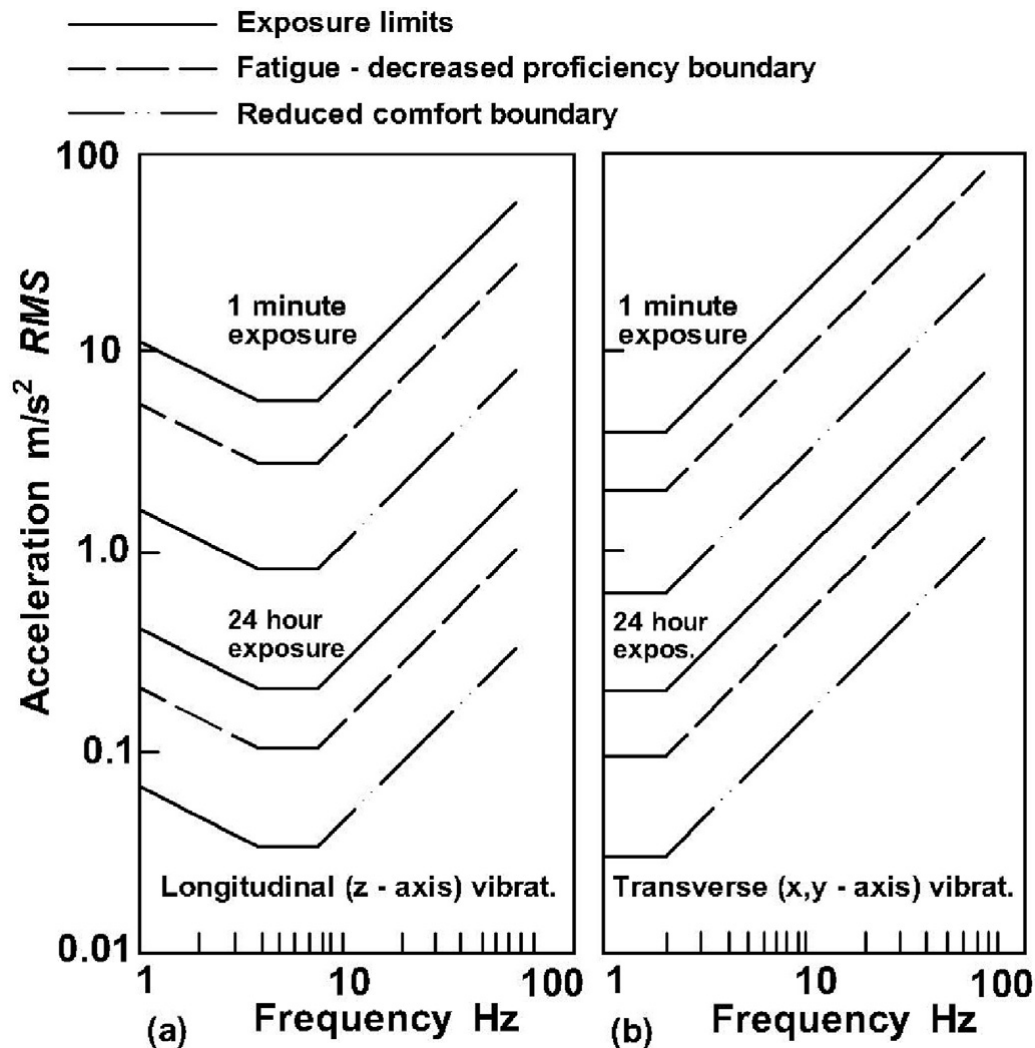


Figura 1.22: Curvas de limite de aceleração (ISO 2631/1985) para: (a) vibração vertical (eixo z) e (b) vibração horizontal (eixos x e y) - fonte: Sekulić *et al.* (2018).

No entanto, alguns estudos revelam que o projeto dos assentos dos veículos baseados em estudos ergonômicos geralmente não atende o padrão de conforto do usuário final. Kolich (2003) fez um estudo onde o objetivo do trabalho era desafiar critérios de ergonomia relacionadas a antropometria. Neste contexto, doze indivíduos, representando uma ampla gama de tamanhos de corpos, avaliaram cinco diferentes assentos de veículos compactos durante uma sessão de curto prazo. Porções de uma pesquisa de confiança e validade foram usadas para este fim. As características de contorno e geometria dos cinco assentos foram quantificadas e comparadas com as informações da pesquisa. Com base nesta constatação, concluiu-se que o conforto do assento do automóvel é uma ciência única. Critérios de ergonomia que serviam como base para esta ciência não podem ser aplicados cegamente, pois eles não garantem assentos de veículos confortáveis.

Portanto, deve-se levar em consideração que a melhoria do conforto para os passageiros do veículo depende das técnicas envolvidas nas pesquisas referentes aos sistemas de suspensão. A utilização de métodos numéricos e analíticos auxilia no entendimento dos

efeitos que as irregularidades do pavimento causam em relação ao conforto dos passageiros. Observando diferentes estudos envolvendo a dinâmica global de um veículo, pode-se concluir que a melhoria do conforto deve ser encarada como um aspecto global. A modelagem do sistema de suspensão deve conter o maior número de parâmetros possíveis a fim de representar com mais fidelidade o sistema real.

1.3 JUSTIFICATIVA

A grande maioria dos estudos relacionados a modelagem de sistemas de suspensão com amortecimento assimétrico considera a estrada com perfil apenas senoidal e não incluem a não linearidade geométrica no modelo. Contudo análises utilizando simulação numérica através de modelos simples, como o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro, considerando um perfil do pavimento harmônico e estocástico e incluindo não linearidade geométrica ajudam a entender os efeitos das imperfeições do pavimento em relação ao conforto para passageiros.

O perfil do pavimento com características aleatórias pode ser representado através de uma função estocástica e as características de rugosidade são impostas de acordo com a norma ISO 8608:1995. Ferramentas analíticas e estatísticas, como por exemplo, a média, valor RMS, distribuição de probabilidade e curtose possibilitam verificar qual a influência do amortecimento assimétrico observando a aceleração média e RMS da massa suspensa, fator que está diretamente relacionado com o conforto.

Com grande interesse nos dias atuais a potência dissipada pelo amortecedor assimétrico em várias situações, como por exemplo, em diferentes classes de estrada e diferentes razões de assimetria e diferentes configurações geométricas da suspensão são explorados.

Por fim, um dispositivo experimental é utilizado a fim de verificar a influência dos parâmetros da geometria, mais especificamente o ângulo de montagem do conjunto-mola amortecedor, na transmissibilidade da aceleração e do deslocamento.

Vale ressaltar que a norma ISO 2631-1 (1997) avalia o nível de conforto considerando o valor efetivo da aceleração (RMS) e o tempo de exposição à vibração. Nesse trabalho o nível de conforto é avaliado considerando o primeiro desses aspectos, ou seja, o valor efetivo da aceleração (RMS), comparando-o para diferentes configurações do sistema de suspensão mediante a excitação harmônica e estocástica.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo principal desse trabalho é analisar o comportamento de um sistema de suspensão veicular com amortecimento assimétrico com não linearidade geométrica e considerando o perfil vertical do pavimento harmônico e estocástico, com foco na melhoria do conforto para os passageiros.

Análises detalhadas da resposta do sistema com amortecimento assimétrico incluindo não linearidade geométrica com excitação harmônica e estocástica através do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro serão feitas para verificar potenciais vantagens em situações aleatórias.

O objetivo principal pode ser dividido em quatro partes:

1. Obter um modelo estocástico para o perfil do pavimento, cujas características estejam de acordo as normas estabelecidas pela ISO 8608:1995 e utilizar o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro com 1 e 2 GDL para descrever o comportamento dinâmico de um sistema de suspensão veicular com amortecimento assimétrico incluindo não linearidade geométrica.
2. Avaliar o desempenho do sistema de suspensão com amortecimento assimétrico e não linearidade geométrica com diferentes razões de assimetria mediante a uma excitação harmônica e estocástica com diferentes velocidades e classes de estrada.
3. Otimizar a aceleração RMS da massa suspensa em função dos parâmetros geométricos e da razão de assimetria para melhoria do conforto para os passageiros.
4. Determinar a influência da posição de montagem do conjunto mola-amortecedor na aceleração da massa suspensa comparando um sistema de 1 GDL com a resposta experimental sob excitação harmônica.

1.5 ESTRUTURA DA TESE

Esta tese está estruturada da seguinte forma:

No capítulo 1 é apresentada a revisão bibliográfica com a contextualização da tese. O capítulo 2 apresenta os modelos matemáticos dos perfis do pavimento harmônico e estocástico. Também são apresentados os modelos matemáticos dos sistemas de suspensão a fim de demonstrar a obtenção das equações dinâmicas de movimento com e sem não linearidade geométrica.

No capítulo 3 é observado o sistema de suspensão de 1 GDL com amortecedor assimétrico com perfil do pavimento harmônico e estocástico. Os resultados são comparados com um sistema com amortecedor simétrico, utilizando as ferramentas de análise de sistemas não lineares. São mostradas as análises de deslocamento médio e aceleração da massa suspensa e é explorada as similaridades das respostas harmônicas e estocásticas.

No capítulo 4 são feitas simulações do sistema de suspensão de 1 GDL com não linearidade geométrica com perfil do pavimento harmônico. São analisadas as respostas de deslocamento médio com diferentes razões de assimetria e diferentes velocidades do veículo. Também é explorada a potência dissipada no amortecedor e a influência da geometria nos tempos de transição entre extensão e compressão.

No capítulo 5 é apresentado as simulações dos sistema de suspensão de 2 GDL com não linearidade geométrica com perfil do pavimento harmônico e estocástico. As respostas de deslocamento médio e aceleração média e RMS com diferentes razões de assimetria e diferentes velocidades do veículo são comparadas. Também é explorada a potência dissipada no amortecedor e a influência da geometria nos tempos de transição entre as fases de extensão e compressão. Para o sistema com estrada estocástica são feitas análises de deslocamento médio e RMS e aceleração média e RMS em função da frequência, comparando o sistema otimizado e não otimizado. Um método de otimização é aplicado a fim de minimizar a aceleração da massa suspensa em relação aos parâmetros geométricos.

O capítulo 6 apresenta um dispositivo experimental e análises comparativas com modelo numérico, cujos parâmetros foram obtidos através de um ajuste de curvas. As análises se concentram na transmissibilidade de aceleração e de deslocamento da massa suspensa.

Por fim, cada capítulo apresenta as conclusões parciais relacionadas, e as conclusões finais são apresentadas no capítulo 7.

CAPÍTULO 2

MODELOS MATEMÁTICOS DO PERFIL DA ESTRADA E DOS SISTEMAS DE SUSPENSÃO

Este capítulo apresenta a modelagem do perfil vertical da estrada e a modelagem dos sistemas de suspensão utilizando os modelos clássicos de $\frac{1}{4}$ de carro. Os modelos utilizados nesse trabalho podem ser classificados em 2 tipos: 1 GDL e 2 GDL, sendo que para cada um desses modelos são considerados ainda a não linearidade geométrica do sistema de suspensão. Nos modelos que não incluem a geometria, as equações dinâmicas do sistema são obtidas utilizando o método de Newton e no modelo com não linearidade geométrica é utilizada a teoria de mecanismos de quatro barras.

O perfil da estrada harmônico apresenta as características de uma curva senoidal com amplitude e frequências definidas, diferentemente do perfil encontrado em estradas reais. A norma internacional ISO 8608:1995 propõe uma qualificação da rugosidade da estrada usando a PSD de acordo com o perfil longitudinal. Dessa forma, o perfil estocástico pode apresentar uma forma mais próxima da realidade e é obtido através de uma somatória de ondas senoidais com ângulo de fase gerado aleatoriamente, conforme mostrado por Rill (2011).

O modelo matemático do perfil da estrada harmônico é apresentado na seção 2.1 e o perfil estocástico é demonstrado em detalhes na seção 2.2.

O modelo matemático do sistema de suspensão de 1 GDL que não inclui a geometria é apresentado na seção 2.4. Os modelos de 1 GDL e 2 GDL são apresentados nas seções 2.5 e 2.6 respectivamente.

2.1 MODELO MATEMÁTICO DO PERFIL DA ESTRADA HARMÔNICO

A amplitude de z_r harmônica é definida a fim de se manter uma relação com a amplitude dada pelo perfil z_r estocástico, por essa razão o valor do grau de rugosidade (Φ_0) é utilizado para gerar o perfil harmônico. O modelo matemático que representa o perfil vertical da estrada representa as irregularidades da estrada de forma harmônica é dado pela seguinte equação:

$$z_r(t) = A_h \sin(\Omega \frac{v}{3.6} t) \quad (2.1)$$

sendo v a velocidade do veículo, frequência espacial $\Omega = 1$ rad/m e a amplitude A_h é definida como:

$$A_h = \sqrt{(\Omega_N - \Omega_1) 2\Phi_0} \quad (2.2)$$

Os detalhes sobre o grau de rugosidade Φ_0 são mostrados na seção 2.2 e os valores são apresentados na tabela 2.1.

2.2 MODELO MATEMÁTICO DO PERFIL DA ESTRADA ISO 8608:1995

A norma internacional ISO 8608:1995 propõe uma qualificação da rugosidade da estrada usando a PSD de acordo com o perfil longitudinal. O perfil da estrada gerado a partir de uma função estocástica, pode ser aproximada por uma PSD ($\Phi(\Omega)$) na forma:

$$\Phi(\Omega) = \Phi(\Omega_0) \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w}, \quad (2.3)$$

sendo que, Ω em rad/m define a faixa de frequência espacial angular e $\Phi_0 = \Phi(\Omega_0)$ em $\text{m}^2/(\text{rad/m})$ descreve o valor da PSD referente a frequência de referência $\Omega_0 = 1$ rad/m. O decaimento na magnitude é modelada pelo coeficiente de rugosidade na ondulação w , que de acordo com a ISO 8608:1995 esse valor deve ser $w = 2$. A integral da PSD sobre uma dada faixa de frequências calcula a potência média do sinal sobre essa banda de frequências.

De acordo com essa norma, as estradas, pavimentadas ou não, podem classificadas de A até H, as classes são definidas tomando como referência o grau de rugosidade (Φ_0) conforme mostra a tabela (2.1).

Tabela 2.1: Grau de rugosidade expresso em termos de Ω - fonte: ISO 8608:1995

Classe da estrada	Grau de rugosidade		
	$\Phi (\Omega_0)$ 10^{-6}		
	Limite inferior	Média geométrica	Limite superior
A	-	1	2
B	2	4	8
C	8	16	32
D	32	64	128
E	128	256	512
F	512	1024	2048
G	2048	4096	8192
H	8192	16384	-
$\Omega_0 = 1 \text{ rad/m}$			

A classe ISO - A que tem $\Phi_0 = 1 \times 10^{-6}$, por exemplo, caracteriza pavimentos muito bons, enquanto que $\Phi_0 = 256 \times 10^{-6}$ representa estradas bastante rugosas (RILL, 2011).

Com base nos limites mostrados na Tabela (2.1) e considerando a faixa de frequência espacial angular (Ω) entre 0.0087 rad/m e 71.0863 rad/m. A figura 2.1-a mostra a relação entre a PSD dada pela Eq. (2.3) e a frequência espacial angular Ω . A linha tracejada na vertical indica a frequência espacial angular de referência (Ω_0). Dessa forma, o cruzamento da linha horizontal partindo do valor da PSD ($\Phi(\Omega)$) com a vertical (Ω_0) mostra exatamente a média geométrica mostrada na Tabela (2.1). As linhas inclinadas mostram a relação entre a PSD dada pela Eq. (2.3) e a frequência espacial angular Ω dentro dos limites de cada classe de rugosidade (A - H).

A figura 2.1-b apresenta a relação entre a velocidade do veículo, a frequência espacial e a frequência temporal. O conhecimento das frequências de ressonância e da gama de velocidade para uma dada classe de veículo faz com que seja possível escolher os limites úteis para esta classe de veículo (ISO-8608, 1995). Nesse caso o grau de rugosidade (Φ_0) não interfere nos limites de frequência, apenas a velocidade do veículo tem influência. A frequência espacial serve de referência para relacionar o valor da velocidade que o veículo trafega pela estrada com a frequência temporal.

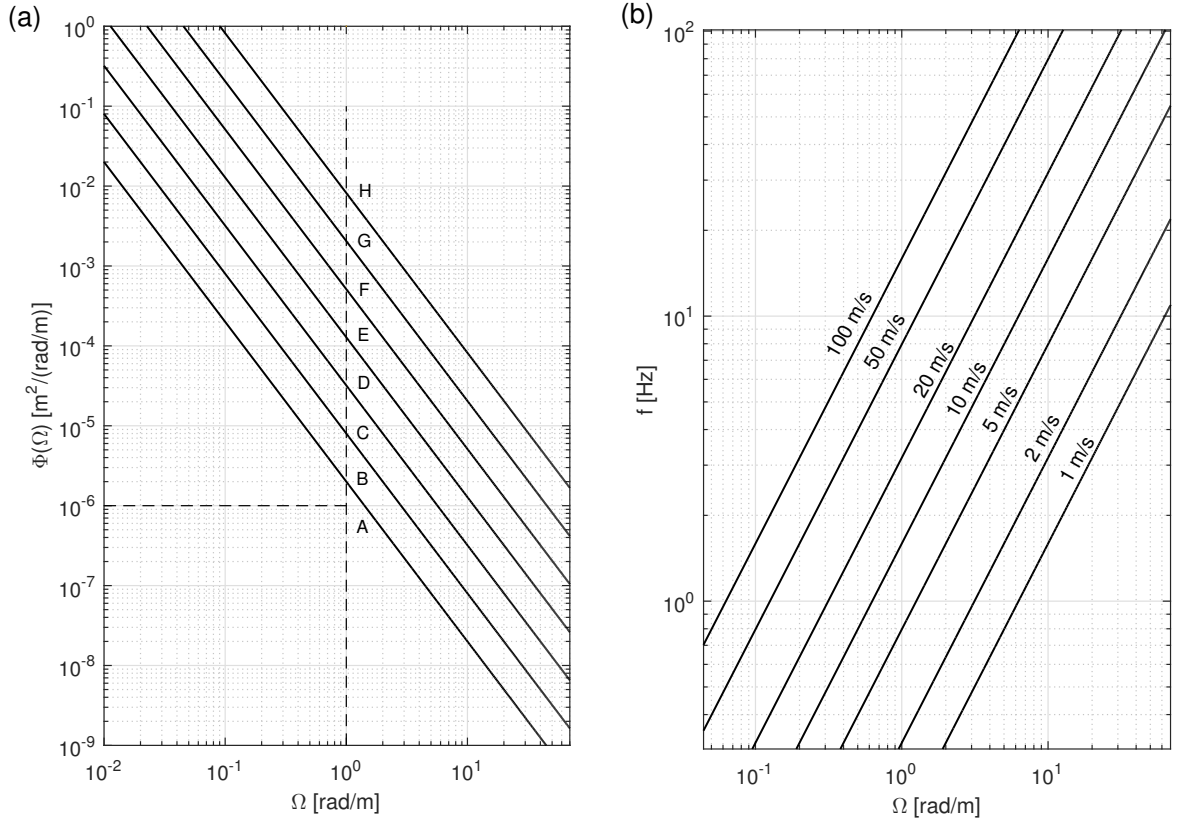


Figura 2.1: Classificação dos tipos de estrada conforme ISO 8608:1995 (a) e relação entre a frequência espacial Ω e a frequência temporal ω (b).

De acordo com Rill (2011), o desvio padrão (σ) para cada classe de pavimento é obtido através da variância (σ^2) do processo estocástico $z_r = z_r(s)$. Dessa forma, conforme demonstrado por Tyan *et al.* (2009), a variância do perfil da estrada estocástico pode ser aproximado por:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \Phi(\Omega) d\Omega = \frac{\Phi(\Omega_0)}{2\pi} \left(\frac{2}{\Omega_1} - \frac{1}{\Omega_N} \right) \approx 5.05 \Phi(\Omega_0) \quad (2.4)$$

Assim, o desvio padrão calculado através da Eq. 2.4 fica em função do índice de rugosidade ($\Phi(\Omega_0)$). A Tabela 2.2 mostra os demais valores do desvio padrão para as principais classes de pavimento.

O perfil da estrada gerado aleatoriamente pode ser aproximado a uma função harmônica, sendo o número de termos $N \rightarrow \infty$. Essa aproximação senoidal pode ser escrita na forma:

$$z_r(s) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\Omega_i s - \Psi_i) \quad (2.5)$$

onde cada onda senoidal é determinada por sua amplitude A_i e seu número de onda Ω_i .

Tabela 2.2: Classificação do índice de rugosidade da estrada e respectivos valores de desvio padrão utilizando o coeficiente de rugosidade na ondulação ($w = 2$)

Classe da estrada (classificação)	w	$\Phi(\Omega_0)$ (10^{-6}m^3)	σ (10^{-3}m)
A (Muito boa)	2	1	2
B (Boa)	2	4	4
C (Mediana)	2	16	8
D (Ruim)	2	64	16
E (Muito ruim)	2	256	32

Por meio de diferentes conjuntos de ângulos de fase uniformemente distribuídos ($\Psi_i, i = 1(1)N$) em uma faixa entre 0 e 2π , diferentes perfis podem ser gerados.

A Eq. (2.5) descreve o perfil em função do comprimento (s) da estrada, porém, esse perfil também pode ser descrito em função do tempo (t). Sabendo que o veículo se desloca em uma velocidade constante $ds/dt = v$, a posição instantânea do veículo é dada por:

$$s = vt \quad (2.6)$$

sendo que a posição inicial $s = 0$ no instante $t = 0$ é assumida.

Dessa forma, substituindo a Eq. (2.6) na Eq. (2.5), a elevação da estrada em relação ao tempo fica na forma:

$$z_r(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\Omega_i v t - \Psi_i) \quad (2.7)$$

sendo que de acordo com Rill (2011), a amplitude A_i é descrita por:

$$A_i = \sqrt{2\Phi(\Omega_i)\Delta\Omega}, \quad i = 1(1)N \quad (2.8)$$

e o intervalo de frequência ($\Delta\Omega$) é definido como

$$\Delta\Omega = \frac{\Omega_N - \Omega_1}{N - 1} \quad (2.9)$$

A figura 2.2 exemplifica cinco classes de acordo com o grau de rugosidade (Φ_0) da estrada. Os perfis z_r foram gerados com $N = 2000$ número de onda em uma faixa de frequência de $\Omega_1 = 0.0628$ rad/m até $\Omega_N = 62.83$ rad/m. As amplitudes (A_i) foram calculadas pela Eq. (2.8) uma distribuição aleatória dos ângulos de fase (Ψ_i) em uma faixa de 0 até 2π foi considerada.

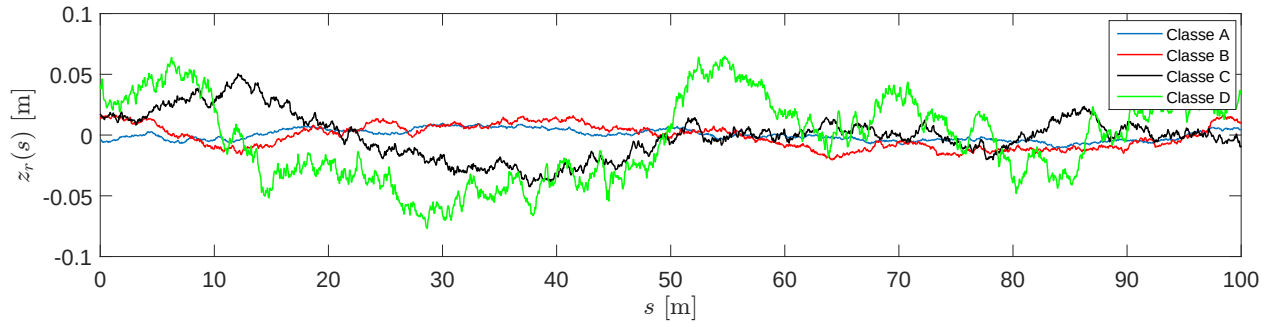


Figura 2.2: Perfil da estrada z_r em relação ao comprimento da entrada (s) para 4 diferentes classes de estrada (A - D) de acordo com a ISO 8608:1995.

2.3 PSD DO PERFIL VERTICAL DA ESTRADA z_r

Vibração aleatória é vivida todos os dias no mundo real. Os movimentos da parte traseira de um caminhão, o porão de um avião ou navio, a carroceria de um veículo são vibrações de características aleatórias. Nesses casos ocorrem variações da amplitude do movimento em muitas frequências ao mesmo tempo. A amplitude a estas frequências variam aleatoriamente com o tempo. A maneira usual de descrever o movimento aleatório é em termos de sua densidade espectral de potência. A densidade espectral de potência (PSD) é uma medida da intensidade da potência de um sinal no domínio da frequência. Na prática, a PSD é calculado a partir do espectro DFT de um sinal. A PSD proporciona uma forma útil para caracterizar a amplitude em função do conteúdo de frequência de um sinal aleatório.

Nesse trabalho, o método utilizado para estimar a densidade espectral de potência (PSD) do sinal é o método de *Welch* (WELCH, 1967). Este método é um dos métodos disponíveis em sistemas de análise de ruído e vibração comerciais. O método de *Welch* baseia-se na divisão do sinal $x(n)$ em m segmentos, cada um de comprimento N , como mostrado na figura 2.3.

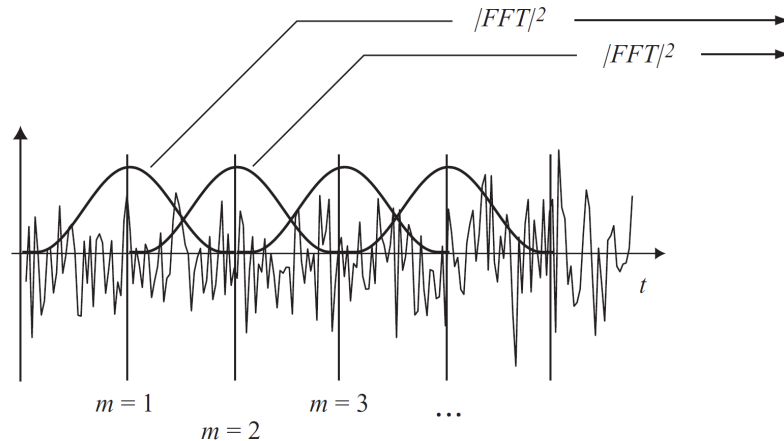


Figura 2.3: Desenho esquemático do método de *Welch* onde é feita a divisão de um sinal $x(n)$ em segmentos com sobreposição de 50% - fonte Brandt (2011) (pag. 206).

Os dados são divididos em vários segmentos sobrepostos, nesse caso a sobreposição definida é de 50%. Cada segmento de dados é tipicamente janelado e, em seguida, a DFT (Transformada discreta de Fourier) é realizada no segmento de dados das janelas. Finalmente, as magnitudes ao quadrado, resultantes da transformada rápida de Fourier (FFT) são descritos por suas médias, para cada frequência discreta separadamente.

Cada segmento é janelado antes da DFT ser calculada e o periodograma modificado (magnitude ao quadrado da janela DFT) é calculado para cada linha de frequência. Geralmente os blocos de tempo são sobrepostos, o que diminui o erro aleatório da estimativa da PSD (BRANDT, 2011).

A PSD do perfil da estrada ($z_r(t)$) e da aceleração da massa suspensa ($\ddot{z}_s(t)$) são obtidos pelo método de *Welch*. A PSD do perfil vertical da estrada $z_r(t)$ gerado aleatoriamente, considerando uma velocidade de 80 km/h, é apresentada na figura 2.4.

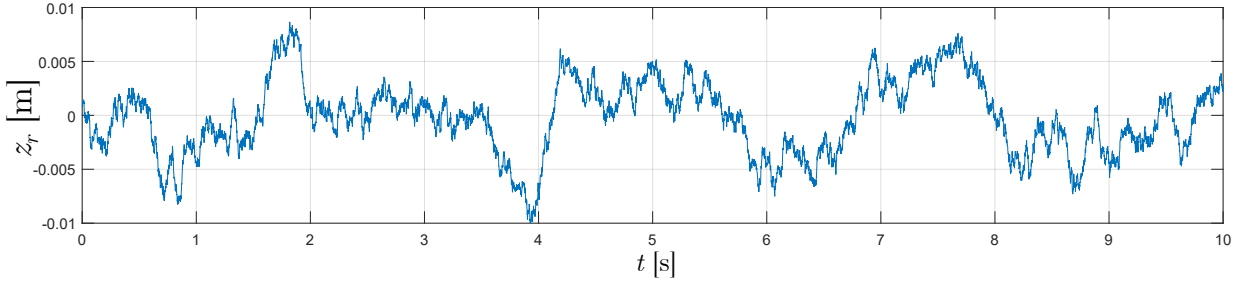


Figura 2.4: Perfil da estrada $z_r(t)$ utilizando $N = 2000000$; $\Phi_0 = 1 \times 10^{-6}$.

A figura 2.5 mostra em escala de log a PSD do perfil vertical da estrada ($z_r(t)$). Como a unidade dos dados da elevação do perfil da estrada é definido em metros o valor do eixo y da PSD é dado em m^2/Hz enquanto que o eixo x é dado em Hz.

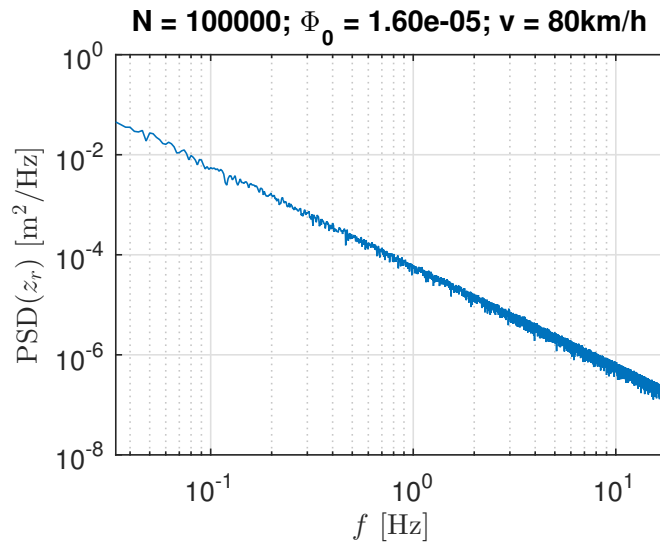


Figura 2.5: Densidade espectral de Potência do perfil da estrada $PSD(z_r)$.

Porém, para que seja possível se fazer a comparação da PSD numérica com a PSD

analítica deve-se fazer o ajuste nas unidades dos eixos x e y . As unidades em $[\text{m}^2/\text{Hz}]$ da PSD estimada e em $[\text{m}^2/\text{rad}/\text{m}]$ da PSD analítica têm relação com a velocidade do veículo e é definido por:

$$y = \frac{\text{m}^2}{\text{Hz}} \frac{v}{2\pi \text{rad}} \rightarrow \frac{\text{m}^2}{\frac{1}{s}} \frac{\frac{\text{m}}{s}}{2\pi \text{rad}} \rightarrow \frac{\text{m}^3}{\text{rad}} \frac{1}{2\pi} = \frac{\text{m}^2}{\text{rad}/\text{m}} \quad (2.10)$$

e a unidade em $[\text{Hz}]$ PSD numérica e $[\text{rad}/\text{m}]$ da PSD analítica também têm relação com a velocidade do veículo e é definido por:

$$x = \text{Hz} \rightarrow \frac{\frac{2\pi \text{rad}}{s}}{v} \rightarrow \frac{2\pi \text{rad}}{s} \frac{s}{\text{m}} = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}} \quad (2.11)$$

A figura 2.6 mostra PSD analítica, conforme mostrado em Rill (2011), e a PSD estimada utilizando o método de *Welch* para todas as classes de pavimento definidas pela norma ISO 8608:1995. Dessa forma, é possível verificar que a função que gera o perfil da estrada com características estocásticas é coerente com os modelos mostrados na literatura e também com a norma ISO 8608:1995.

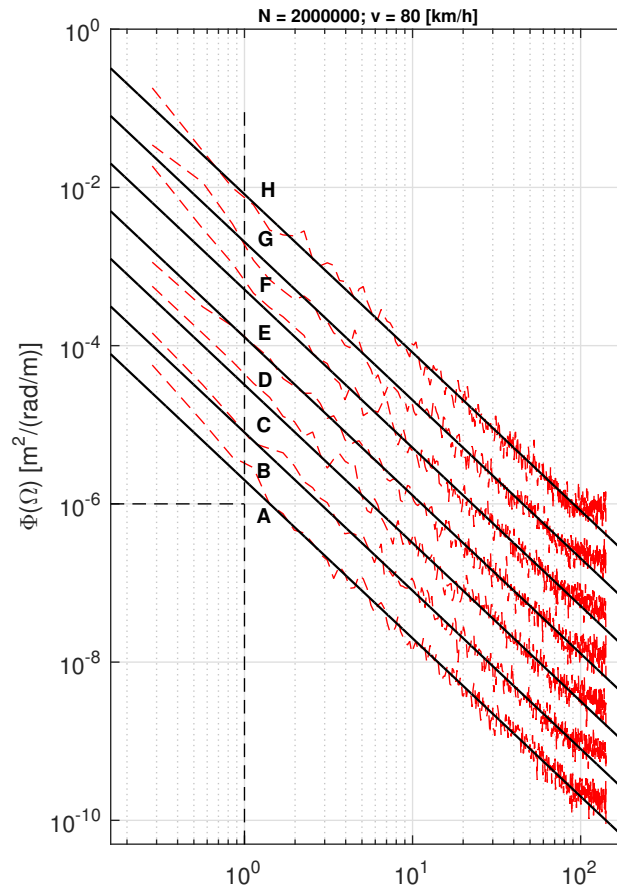


Figura 2.6: Densidade espectral de potência do perfil da estrada $z_r(t)$ utilizando o método de *Welch* comparada com a função analítica para as classes de rugosidade A - H.

Em resumo, o método de *Welch* é utilizado para calcular a PSD do perfil vertical da

estrada (z_r) com segmentos sobrepostos onde é mostrada ao longo do vetor de frequência com a unidade em Hz. Foi utilizada uma frequência de amostragem $F_s = 1/step$ sendo que o valor de passo ($step$) utilizado na simulação é $0.001s$. O janelamento utilizado foi o *hanning* com comprimento igual a 60000, sendo 60 vezes o valor da frequência de amostragem. Essa multiplicação melhora a resolução da PSD quando a frequência espacial é muito baixa. O número de amostras sobrepostas é deixado em branco, dessa forma, automaticamente um valor é definido a fim de que haja uma sobreposição de 50% entre os segmentos como mostrado na figura 2.3. O penúltimo argumento definido no método é o número de pontos que serão utilizados para calcular a DFT (Transformada Discreta de Fourier) do segmento.

2.3.1 PSD DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA ESTRADA $\ddot{z}_r$

De acordo com a norma ISO 8608:1995, a PSD da aceleração é um método alternativo para relatar os dados. Neste caso, o perfil da estrada deve ser descrito como a PSD da sua aceleração em termos da taxa de variação da inclinação da superfície da estrada por unidade de distância percorrida. A dimensão da PSD deve ser em contadores recíprocos. As escalas devem ser logarítmicas em ambos os eixos (ISO-8608, 1995) e a PSD da aceleração é definida como:

$$\Phi_a(\Omega) = \Omega^4 \Phi(\Omega) \quad (2.12)$$

A figura 2.7 mostra o exemplo da PSD da aceleração para as classes A, B e C utilizando a equação 2.12 e comparada com a PSD do sinal de aceleração da estrada $\ddot{z}_r$. É notado que, ao contrário da PSD da amplitude de deslocamento, a aceleração aumenta a medida que a frequência espacial também aumenta.

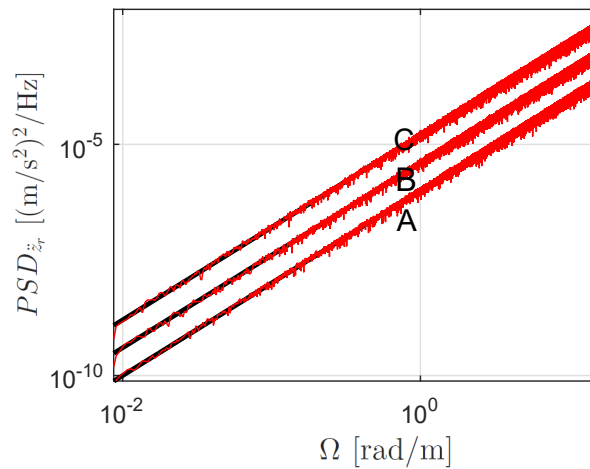


Figura 2.7: Densidade espectral de potência da aceleração do estrada $\ddot{z}_r(t)$ utilizando o método de *Welch* comparada com a função analítica para as classes de rugosidade A - C.

Nesse caso, é observado que a aceleração do sinal gerado pela função estocástica também está de acordo com o mostrado na norma (ISO-8608, 1995).

2.3.2 CURTOSE DE z_r EM RELAÇÃO A N

O perfil do pavimento obtido por uma aproximação senoidal apresenta uma distribuição normal, porém, isso é diretamente do número de pontos considerados. Nesse caso, o histórico do perfil do pavimento é obtido após 3000s. Como consequência o custo computacional se torna elevado, porém, o método de computação paralela é utilizado para acelerar a obtenção dos perfis. Para esse caso, utilizando computação em série, o tempo de simulação foi aproximadamente 1.7 vezes mais lento que o mesmo código utilizando computação paralela.

A figura 2.8 apresenta a relação entre o número de harmônicas utilizado na equação 2.7 e a curtose da distribuição do perfil do pavimento (z_r). Como descrito na literatura, a distribuição de z_r deve apresentar uma curva normal. Assim, para classificar a distribuição do perfil do pavimento foi aplicado a análise dos valores de curtose e de skewness (BULMER, 1979). O parâmetro de curtose é utilizado para mensurar a extensão do pico ou o grau de achatamento da curva próximo do seu centro, sendo que o significado do valor da curtose é definido da seguinte forma:

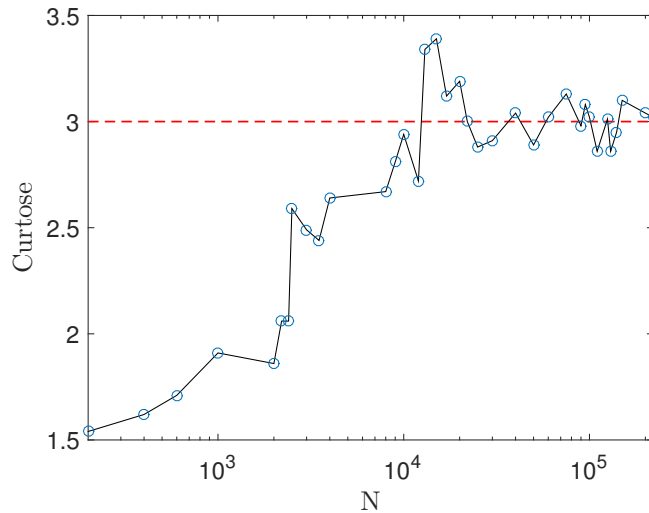


Figura 2.8: Relação entre o número de harmônicas utilizado na equação 2.7 e a curtose da distribuição do perfil do pavimento (z_r).

- Curtose positiva ($\gamma > 3$) indica que a distribuição tem uma curva com base estreita e uma altura alongada sendo denominada Leptocúrtica.
- Curtose com distribuição normal ($\gamma = 3$) indica que a distribuição apresenta uma curva normal propriamente dita sendo denominada Normal.
- Curtose negativa ($\gamma < 3$) indica que a distribuição tem uma curva com base larga e o topo da curva é achatado sendo denominada platicúrtica.

2.4 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DE SUSPENSÃO DE 1 GDL

Existem muitos modelos adequados para a análise dinâmica de veículos, variando de modelos mais simples aos mais complexos. Os modelos de baixa ordem com parâmetros concentrados são muito comuns para a análise de dinâmica vertical. Modelos de $\frac{1}{4}$ de carro, apresentado na figura 2.9, descrevem exclusivamente o movimento vertical da massa suspensa, enquanto os modelos de $\frac{1}{2}$ de carro representam a parte dianteira e traseira do carro, levando em consideração o movimento arfagem que ocorre quando a parte dianteira e traseira do veículo não estão em fase.

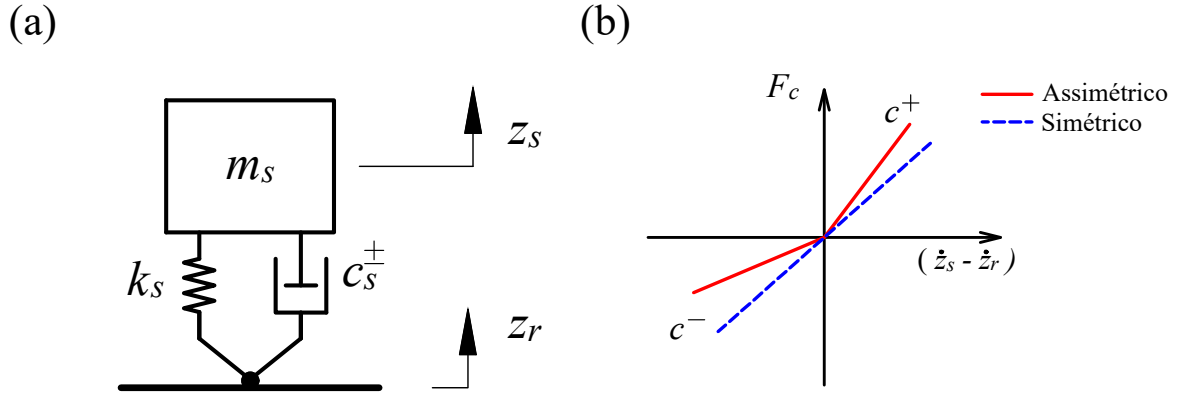


Figura 2.9: Modelo de $\frac{1}{4}$ de carro com amortecimento assimétrico com um grau de liberdade (a) e características de força do amortecedor assimétrico em relação a velocidade (b).

Sabe-se que esse sistema de 1 GDL com amortecimento assimétrico não é o ideal para representar um sistema de suspensão como um todo. Porém, o entendimento das características de tal sistema é fundamental para entender a dinâmica dos sistemas mais completos.

A base do sistema representa a estrada na qual o veículo se desloca cujas irregularidades causam as forças que excitam o sistema. O sistema apresentado na figura 2.9 é compreendido pela massa m_s , a mola com constante elástica k_s e o amortecedor viscoso com coeficiente de amortecimento $c_s^\pm$. O amortecedor viscoso entre o bloco de massa m_s e a base z_r é considerado assimétrico. Dessa forma, o coeficiente de amortecimento durante a extensão é dado por c_s^+ e o coeficiente de amortecimento durante a compressão é dado por c_s^- .

De acordo com a teoria clássica de vibrações (RAO, 2004; NAYFEH; BALACHANDRAN, 2008), a equação de movimento para o sistema representado na figura 2.9, para o deslocamento vertical em relação a posição de equilíbrio trivial, pode ser escrita como:

$$m_s \ddot{z}_s + c_s^\pm (\dot{z}_s - \dot{z}_r) + k_s (z_s - z_r) = 0 \quad (2.13)$$

na qual $(\dot{})$ representa a derivada em relação ao tempo. O coeficiente de amortecimento assimétrico para a extensão (c_s^+) e compressão (c_s^-) é definido como:

$$c_s^\pm \Rightarrow \begin{cases} c_s^+ & \text{se } \dot{z}_s - \dot{z}_r \geq 0 \\ c_s^- & \text{se } \dot{z}_s - \dot{z}_r < 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

2.4.1 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DE SUSPENSÃO DE 1 GDL ADIMENSIONAL

O objetivo desta seção é apresentar a forma adimensional da equação 2.13 que será utilizada na obtenção da solução analítica exata para o modelo matemático de 1 GDL com amortecimento assimétrico mostrado no capítulo 3.

Esse modelo adimensional é baseado no trabalho de Silveira, Wahi e Fernandes (2019). Nesse trabalho é explorado o papel do amortecimento assimétrico na resposta de um sistema de suspensão e é demonstrado em detalhes o efeito da razão de assimetria (β) no tempo de transição, na posição média e na dissipação de energia.

Considerando uma resposta periódica (ciclo-limite com período-1), a solução da equação com descontinuidade (equação 2.13) consiste em duas partes, uma válida para a fase de extensão e outra para a fase de compressão. Para unir corretamente as duas partes, o tempo de transição deve ser determinado. Introduzindo o tempo não dimensional, frequência natural, relação de amortecimento e razão de frequência, respectivamente, como:

$$\tau = \omega_n t \quad \omega_n = \sqrt{k/m_s} \quad \omega = \omega_r/\omega_n \quad \zeta^\pm = c_s^\pm/2m_s\omega_n, \quad (2.15)$$

e, por conveniência, definindo o deslocamento relativo entre a base e a massa suspensa como $y = z_s - z_r$, a equação resultante para o deslocamento relativo pode ser escrita como:

$$y'' + 2\zeta^\pm y' + y + z_r'' = 0. \quad (2.16)$$

na qual $()'$ representa a derivada em relação ao tempo adimensional.

2.5 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DE SUSPENSÃO COM NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA DE 1 GDL

Essa seção apresenta a modelagem de um sistema de suspensão de 1 GDL com amortecimento assimétrico e não linearidade geométrica. O objetivo é estudar a influência da não linearidade resultante da geometria de uma suspensão do tipo *Double Wishbone* na resposta da amassa suspensa. Devido as imperfeições da estrada a roda do veículo se desloca no sentido vertical, logo os braços da suspensão se movimentam causando uma alteração na geometria. As forças relacionadas ao amortecedor e a mola do sistema de suspensão são influenciados por essa alteração da geometria.

Os parâmetros geométricos influenciam diretamente a resposta dinâmica, como o deslocamento, velocidade e aceleração das massas suspensas e não suspensas (CHERIAN; JALILI; AYGLON, 2009). A figura 2.10 mostra o sistema de suspensão dianteira do tipo *Double Wishbone* do veículo Lotus Elan, a qual será estudada em detalhes nesse trabalho.

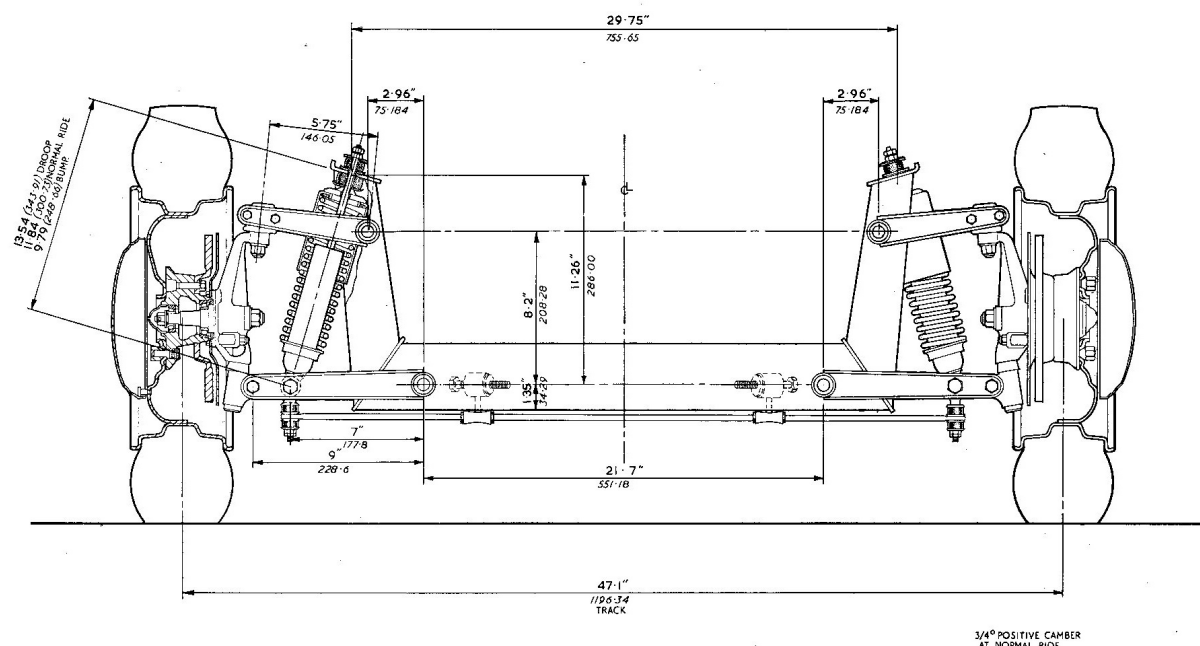


Figura 2.10: Sistema de suspensão dianteira do tipo *Double Wishbone* do veículo Lotus Elan, fonte: (LOTUS CARS, 1974).

A figura 2.11 mostra a representação da geometria do sistema de suspensão do tipo *Double Wishbone* em relação ao movimento ascendente e descendente da roda (JAZAR, 2017).

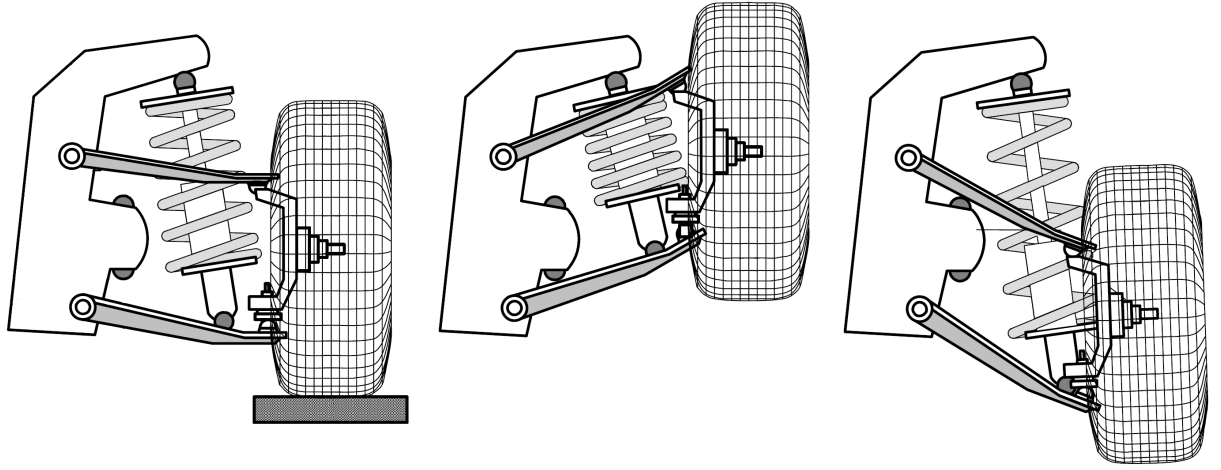


Figura 2.11: Representação da geometria do sistema de suspensão (*Double Wishbone*) em relação ao movimento da roda, fonte: Jazar (2017).

O modelo representativo e os respectivos parâmetros dessa suspensão utilizando o modelo clássico de $\frac{1}{4}$ de carro com 1 GDL são mostrados na figura 2.12. Vale ressaltar que no caso do sistema de 1 GDL, o pneu é considerado como corpo rígido e o amortecedor viscoso assimétrico é considerado entre a estrada e a massa suspensa.

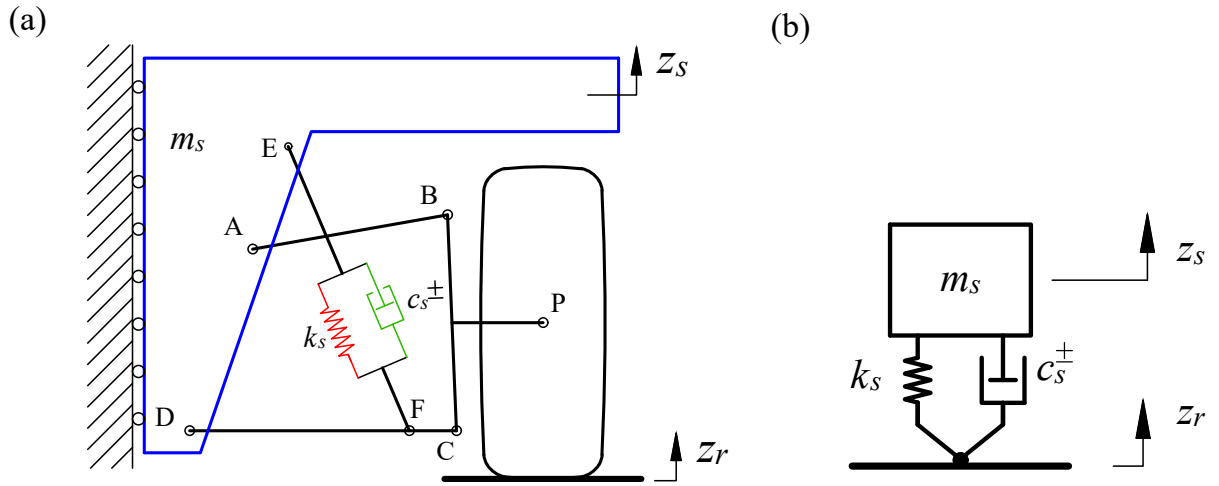


Figura 2.12: (a) Modelo de suspensão incluindo não linearidade geométrica com 1 GDL e (b) modelo de $\frac{1}{4}$ de carro equivalente.

A cinemática da suspensão do tipo *Double Wishbone* descreve movimento exatamente igual ao de um mecanismo de quatro barras. Portanto, a teoria clássica de mecanismos pode ser utilizada para determinar as posições dos braços inferior ($\overline{CD}$) e superior ($\overline{AB}$). Consequentemente, os ângulos de interesse, θ_2 , θ_3 e θ_4 , também são obtidos considerando que o movimento vertical de entrada do mecanismo é dado no ponto P . Usando a formulação clássica, (NORTON, 2010), é necessário fazer uma transformação de coorde-

nadas a fim de adequar a modelagem do mecanismo com o movimento vertical do veículo, conforme mostrado na figura 2.13.

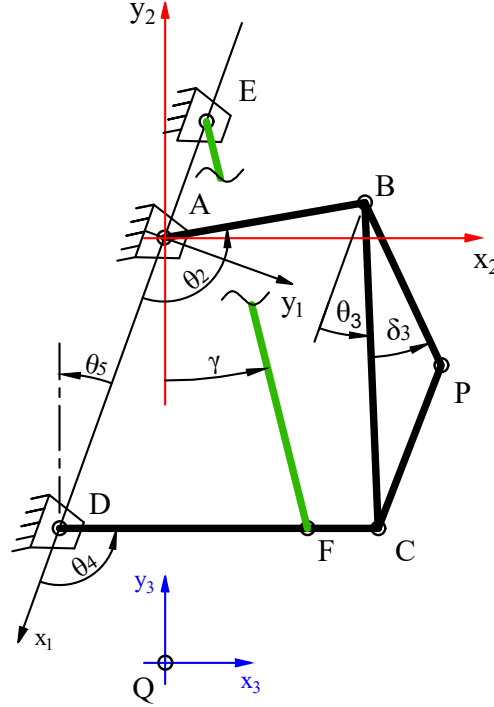


Figura 2.13: Representação do mecanismo quatro barras com os comprimentos e ângulos de interesse e a respectiva transformação de coordenadas.

Levando em consideração que a origem global das coordenadas está no ponto A , a equação vetorial do mecanismo quatro barras é dada por:

$$\overline{AB}e^{j\theta_2} + \overline{BC}e^{j\theta_3} - \overline{CD}e^{j\theta_4} - \overline{DA}e^{j\theta_1} = 0 \quad (2.17)$$

na qual $\theta_1 = 0$ e $e^{j\theta} = \cos \theta \pm j \sin \theta$. Separando a equação 2.17 em partes real (x) e imaginária (y), tem-se:

$$\overline{AB} \cos(\theta_2) + \overline{BC} \cos(\theta_3) - \overline{CD} \cos(\theta_4) - \overline{DA} = 0 \quad (2.18)$$

$$\overline{AB} \sin(\theta_2) + \overline{BC} \sin(\theta_3) - \overline{CD} \sin(\theta_4) = 0 \quad (2.19)$$

Considerando que a entrada de deslocamento do mecanismo é dada no ponto P , as equações do mecanismo ficam na forma:

$$\overline{AB} \cos(\theta_2) + \overline{BP} \cos(\theta_3 + \delta_3) - P_{x1} = 0 \quad (2.20)$$

$$\overline{AB} \sin(\theta_2) + \overline{BP} \sin(\theta_3 + \delta_3) - P_{y1} = 0 \quad (2.21)$$

na qual, P_{x1} corresponde ao deslocamento do ponto P na direção x_1 . O deslocamento do

ponto P na direção y_2 é dado por:

$$P_{y2} = s_t + (z_s - z_r) \cos(\theta_5) \quad (2.22)$$

sendo que a constante s_t é a distância entre o ponto A e o ponto P em relação a coordenada y_2 na posição de equilíbrio ($z_s = z_r = 0$).

Dessa forma, as equações 2.18, 2.19, 2.20 e 2.21 formam um conjunto de equações não lineares. A solução pode ser obtida usando o método de Newton Raphson para cada posição do mecanismo. O conjunto de suposições iniciais que são utilizadas no método é obtido considerando o sistema na posição de equilíbrio. Os parâmetros de interesse para o cálculo da cinemática, baseados no modelo de suspensão da figura 2.11, são mostrados na tabela 2.3.

Tabela 2.3: Parâmetros relacionados ao modelo de suspensão *Double Wishbone*. fonte: Lotus Cars (1974).

Parâmetros	Descrição	Valor
$\overline{AB}$	Comprimento do braço superior	146.50 mm
$\overline{CD}$	Comprimento do braço inferior	228.60 mm
$\overline{DA}$	Distância entre o ponto D e o ponto A	221.43 mm
$\overline{DF}$	Distância entre o ponto D e o ponto F	177.80 mm
$\overline{DE}$	Distância entre o ponto D e o ponto E	310.31 mm
$\overline{DA}_{x_2}$	Distância entre o ponto D e o ponto A no eixo x_2	75.184 mm
$\overline{DA}_{y_2}$	Distância entre o ponto D e o ponto A no eixo y_2	208.28 mm
$\overline{DE}_{x_2}$	Distância entre o ponto D e o ponto E no eixo x_2	105.29 mm
$\overline{DE}_{y_2}$	Distância entre o ponto D e o ponto E no eixo y_2	291.68 mm
$\overline{AQ}$	Distância entre o ponto A e o ponto Q no eixo y_2	265.00 mm
$\overline{BP}$	Comprimento do segmento $\overline{BP}$	129.03 mm
θ_5	Ângulo entre o segmento $\overline{DA}$ e o eixo y_2	19.84 °

O segmento $\overline{EF}$ representa o comprimento do conjunto mola-amortecedor (a) e na posição de equilíbrio esse comprimento é dado por:

$$a = \sqrt{\overline{DF}^2 + \overline{DE}^2 - 2\overline{DF} \overline{DE} \cos(\theta_{6i})} \quad (2.23)$$

sendo que θ_{6i} é descrito por:

$$\theta_{6i} = \sin^{-1} \left(\frac{\overline{DE}_v}{\overline{DE}} \right) \quad (2.24)$$

Então, para qualquer elevação no pavimento, z_r , o comprimento final do conjunto mola-amortecedor (a_f) pode ser calculado da seguinte forma:

$$a_f = \sqrt{\overline{DF}^2 + \overline{DE}^2 - 2\overline{DF} \overline{DE} \cos(\theta_6)} \quad (2.25)$$

sendo $\theta_6 = \pi - \theta_4$

Portanto, o deslocamento relativo entre as extremidades do conjunto mola amortecedor é dado por:

$$z = a_f - a \quad (2.26)$$

A força vertical da mola depende do movimento dos braços da suspensão e do ângulo de montagem do conjunto mola-amortecedor. Portanto, γ representa o ângulo entre o conjunto mola-amortecedor e o eixo y_2 , e é definido como:

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{1}{2} \frac{\overline{DE}^2 + a^2 - \overline{DF}^2}{\overline{DE} a} \right) - \theta_5 \quad (2.27)$$

A força vertical da mola proporcional ao deslocamento relativo e levando em consideração o ângulo de montagem é definido por:

$$F_k = k_s z \cos(\gamma) \quad (2.28)$$

A força de amortecimento é proporcional à velocidade relativa entre as extremidades do amortecedor. A velocidade relativa pode ser obtida a partir das velocidades angulares das barras superior e inferior, ω_3 e ω_4 , na qual são dadas por:

$$\omega_3 = \frac{\overline{AB}\omega_2 \sin(\theta_4 - \theta_2)}{\overline{BC} \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad (2.29)$$

$$\omega_4 = \frac{\overline{AB}\omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{\overline{CD} \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (2.30)$$

O ângulo θ_{4h} representa a posição angular do braço inferior em relação ao eixo x_2 , e é dado por:

$$\theta_{4h} = \theta_4 - \theta_5 - \frac{\pi}{2} \quad (2.31)$$

na qual, é utilizado para encontrar a velocidade tangencial em algum ponto do braço inferior. Consequentemente, a velocidade da extremidade inferior do conjunto mola-amortecedor (V_F) pode ser obtida, e é calculada da seguinte forma:

$$V_F = \omega_4 \overline{DF} \quad (2.32)$$

Por fim, a velocidade vertical do ponto F é definido como:

$$\dot{F} = V_F \cos(\theta_{4h}) \quad (2.33)$$

Dessa forma, a velocidade relativa entre as extremidades do conjunto mola amortecedor

$(\dot{z})$, é dada por:

$$\dot{z} = \dot{z}_s - \dot{F} \quad (2.34)$$

Finalmente, a força de amortecimento é calculada através do produto do coeficiente de amortecimento assimétrico ($c_s^\pm$) e a velocidade relativa ($\dot{z}$), e é definida como:

$$F_{cs}^\pm = c_s^\pm \dot{z} \quad (2.35)$$

O coeficiente de amortecimento assimétrico durante os ciclos de extensão e compressão são definidos como:

$$c_s^\pm \Rightarrow \begin{cases} c_s^+ & \text{se } \dot{z} \geq 0 \\ c_s^- & \text{se } \dot{z} < 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

Para ilustrar o efeito das diferentes combinações de assimetria no coeficiente de amortecimento de extensão e de compressão, é definida uma razão de assimetria β que é descrita por:

$$\beta = \frac{c_s^+}{c_s^-} \quad (2.37)$$

Portanto, a equação de movimento do sistema incluindo não linearidade geométrica e amortecimento assimétrico no modelo de 1 GDL é dada por:

$$m_s \ddot{z}_s + F_{cs}^\pm + F_k = 0 \quad (2.38)$$

2.6 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DE SUSPENSÃO COM NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA DE 2 GDL

Essa seção apresenta a modelagem de um sistema de suspensão do tipo *Double Wishbone* de 2 GDL com amortecimento assimétrico e não linearidade geométrica. A cinemática desse modelo descreve movimento exatamente igual ao mostrado na seção 2.5.

O modelo representativo e os respectivos parâmetros dessa suspensão utilizando o modelo clássico de $\frac{1}{4}$ de carro com 2 GDL são mostrados na figura 2.14. Vale ressaltar que nesse caso o pneu tem características de amortecimento e rigidez associados e o amortecedor viscoso assimétrico é considerado entre a estrada e a massa suspensa.

A entrada de deslocamento do mecanismo da suspensão também é dada no ponto P , conforme mostra a equação 2.20, porém, para o sistema de 2 GDL o deslocamento do

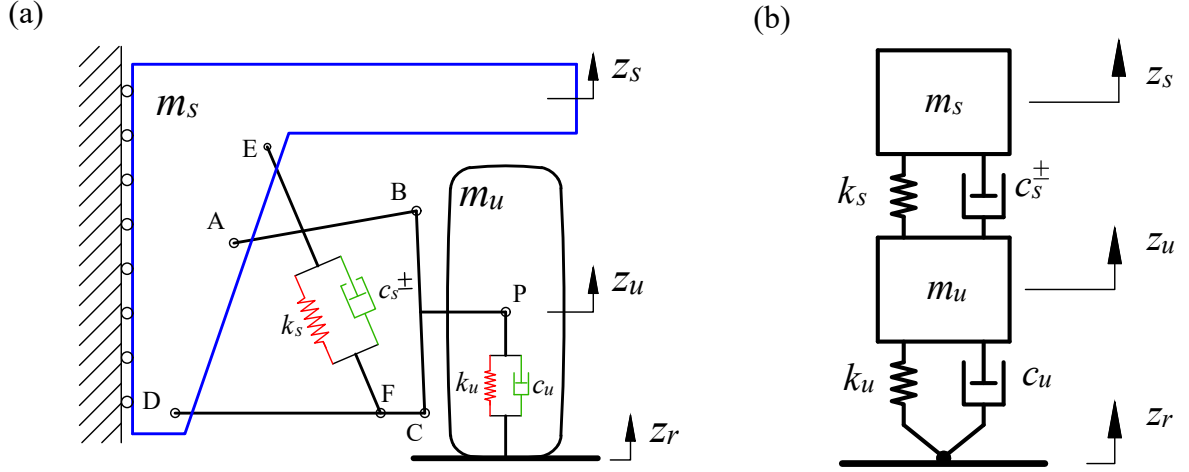


Figura 2.14: (a) Modelo de suspensão incluindo não linearidade geométrica e (b) modelo de $\frac{1}{4}$ de carro equivalente com 2 GDL.

ponto P na coordenada y_2 é dado por:

$$P_{y2} = s_t + (z_s - z_u) \cos(\theta_5) \quad (2.39)$$

As equações de movimento do sistema incluindo não linearidade geométrica e amortecimento assimétrico no modelo de 2 GDL são dadas por:

$$\begin{aligned} m_u \ddot{z}_u + c_u (\dot{z}_u - \dot{z}_r) - F_{cs}^\pm + k_u (z_u - z_r) - F_k &= 0 \\ m_s \ddot{z}_s + F_{cs}^\pm + F_k &= 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

2.7 METODOLOGIA

Para as análises mostradas nesse trabalho, são considerados os parâmetros baseados em um veículo médio de passageiros (SILVEIRA; PONTES JUNIOR; BALTHAZAR, 2014). A massa não suspensa é $m_u = 200$ kg, a rigidez do sistema não suspenso é $k_u = 400000$ N/m e o amortecimento do sistema não suspenso é $c_u = 40$ Ns/m. A massa suspensa é $m_s = 1500$ kg, a rigidez do sistema suspenso é $k_s = 44000$ N/m. Para simulações com amortecimento simétrico, os coeficientes de amortecimento utilizados para a extensão e compressão são $c_s^+ = c_s^- = 4000$ Ns/m. Os valores de razão de assimetria β são definidos a fim de manter a mesma energia dissipada em um ciclo e os valores de β utilizados nas simulações, são apresentados na Tab. (2.4).

Nos trabalhos relacionados a amortecimento assimétrico os valores de $\beta < 1$ são poucos explorados, dessa forma, nesse trabalho são considerados valores de β maiores e menores que 1. Nos casos onde é assumido um valor fixo para β são utilizados os seguintes valores

Tabela 2.4: Tabela de valores dos coeficientes de amortecimento de extensão e compressão (c_s^+ e c_s^-) e de razão de assimetria (β).

c_s^-	c_s^+	β
7500	500	0.06
7000	1000	0.14
6500	1500	0.23
6000	2000	0.33
5500	2500	0.45
5000	3000	0.60
4500	3500	0.77
4000	4000	1
3500	4500	1.28
3000	5000	1.66
2500	5500	2.20
2000	6000	3
1500	6500	4.33
1000	7000	7
500	7500	15

de coeficiente de amortecimento:

$$\beta = 1/3 \rightarrow c_s^+ = 2000 \text{ e } c_s^- = 6000$$

$$\beta = 1 \rightarrow c_s^+ = 4000 \text{ e } c_s^- = 4000$$

$$\beta = 3 \rightarrow c_s^+ = 6000 \text{ e } c_s^- = 2000$$

O método utilizado para a integração numérica é o *Runge-Kutta* de quarta ordem com passo fixo. Esse método é utilizado para resolver equações diferenciais ordinárias (EDO) do tipo $y' = f(t, y)$, e é um dos métodos mais utilizados em sistemas de engenharia. A integração numérica em si foi realizada na linguagem C, e para a visualização dos resultados foi utilizado o software MatLab. O passo de integração utilizado foi $t = 0.001$ s, pois fornece uma boa precisão para a solução das equações dinâmicas e também fornece um tempo computacional relativamente baixo.

Tomando como base o trabalho anterior de mestrado (FERNANDES, 2015), essa seção apresenta a obtenção das frequências naturais do sistema. Para o sistema de suspensão analisado nesse trabalho contendo dois graus de liberdade, as matrizes de massa $[\mathbf{M}]$ e de rigidez $[\mathbf{K}]$ são dadas por:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_s \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_u + k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Para se encontrar as frequências naturais desse sistema, resolve-se o problema de autovalor:

$$[\mathbf{K}] - \lambda[\mathbf{M}] = 0 \quad (2.43)$$

Substituindo as Eqs. (2.41) e (2.42) na Eq. (2.43) resulta em:

$$\begin{bmatrix} -\lambda m_u + k_s + k_u & -k_s \\ -k_s & -\lambda m_s + k_s \end{bmatrix} = 0$$

Para se obter o polinômio característico é necessário resolver o determinante da matriz, e fica na forma:

$$\lambda^2 m_s m_u - \lambda k_s m_s - \lambda k_s m_u - \lambda k_u m_s + k_s k_u \quad (2.44)$$

Nesse caso, substituindo os valores dos parâmetros ($m_s = 1500$ kg, $m_u = 200$ kg, $k_s = 44000$ N/m e $k_u = 400000$ N/m), e encontrando as duas raízes do polinômio (λ_1 e λ_2) obtêm-se os dois autovalores, sendo eles:

$$\lambda_1 = \omega_1^2 = 2.222,94 \quad (2.45)$$

$$\lambda_2 = \omega_2^2 = 26,39 \quad (2.46)$$

Portanto, as duas frequências naturais do sistema analisado nesse trabalho são:

$$\omega_1 = 47.14 \text{ rad/s} = 7.50\text{Hz} \quad (2.47)$$

$$\omega_2 = 5.13 \text{ rad/s} = 0.81\text{Hz} \quad (2.48)$$

CAPÍTULO 3

1 GDL COM EXCITAÇÃO HARMÔNICA E ESTOCÁSTICA

Neste capítulo, são apresentados os resultados de simulações do sistema com amortecimento assimétrico do sistema de suspensão de 1 GDL. O sistema de suspensão com amortecimento assimétrico é avaliado mediante diferentes razões de assimetria e considerando diferentes velocidades para o veículo. São obtidas respostas de deslocamento RMS relativo, deslocamento médio e RMS da massa suspensa, aceleração média e RMS da massa suspensa em relação a β . São realizadas comparações entre o sistema com amortecedor simétrico e assimétrico mediante as diferentes velocidades do veículo. Análises estatísticas de correlação entre a velocidade e o deslocamento médio são apresentadas, e a distribuição de z_r e z_s com diferentes β são apresentados na forma de histogramas.

3.1 SOLUÇÃO ANALÍTICA COMPLETA

A solução completa da equação 2.16 é dada por $Y = Y_p + Y_c$, sendo que a parcela Y_c depende de cada caso em questão (super-amortecido, sub-amortecido, criticamente amortecido). Observando que a solução completa para o caso não-amortecido pode ser obtida a partir do caso sub-amortecido com $\zeta = 0$.

A integral particular para a solução da equação (2.16) pode ser assumida na forma:

$$Y_p = R_1 \cos(\omega\tau + \phi) + R_2 \sin(\omega\tau + \phi) \quad (3.1)$$

Substituindo a equação 3.1 na equação 2.16, e lembrando que os coeficientes de $\cos(\omega\tau + \phi)$ e de $\sin(\omega\tau + \phi)$ devem ser zero para que a solução seja válida para qualquer

valor de tempo, as expressões para R_1 e R_2 são dadas por:

$$\begin{aligned} R_1^\pm &= \frac{-2A\zeta^\pm\omega^3}{(1-\omega^2)^2 + (2\zeta^\pm\omega)^2} \\ R_2^\pm &= \frac{A\omega^2(\omega^2-1)}{(1-\omega^2)^2 + (2\zeta^\pm\omega)^2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Durante a fase de extensão, R_1^+ e R_2^+ são utilizados, nos quais representam os valores de R_1 e R_2 para ζ^+ . Durante a fase de compressão, R_1^- e R_2^- , para ζ^- , são utilizados.

O amortecedor assimétrico pode apresentar diferentes características nas fases de extensão e compressão, combinando soluções sub, super e criticamente amortecida. Portanto, a forma da função complementar, e consequentemente a solução completa vai depender dos valores de ζ^+ e ζ^- . A resposta após cada ponto de transição tem um estágio transitório, na qual não tem tempo de decaimento como $\tau_c < 2\pi/\omega$. Assim sendo, as funções complementares necessitam ser usadas de acordo com cada tipo de resposta transiente. Para o caso em que $\zeta > 1$ (resposta super-amortecida) a função complementar fica na forma:

$$Y_{c,o}^\pm = R_3 e^{(-\zeta^\pm + \sqrt{(\zeta^\pm)^2 - 1})\tau} + R_4 e^{(-\zeta^\pm - \sqrt{(\zeta^\pm)^2 - 1})\tau} \quad (3.3)$$

Sabendo que $Y|_{\tau=0} = Y_0$ e $Y'|_{\tau=0} = 0$, as constantes R_3 e R_4 são dadas por:

$$\begin{aligned} R_3 &= -\frac{1}{2\sqrt{\zeta^2-1}} \left(-\zeta Y_0 + \zeta R_1 \cos(\phi) + \zeta R_2 \sin(\phi) - \sqrt{\zeta^2-1} Y_0 \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\zeta^2-1} R_1 \cos(\phi) + \sqrt{\zeta^2-1} R_2 \sin(\phi) - R_1 \sin(\phi) \omega + R_2 \cos(\phi) \omega \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} R_4 &= -\frac{1}{2\sqrt{\zeta^2-1}} \left(\zeta Y_0 - \zeta R_1 \cos(\phi) - \zeta R_2 \sin(\phi) - \sqrt{\zeta^2-1} Y_0 \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\zeta^2-1} R_1 \cos(\phi) + \sqrt{\zeta^2-1} R_2 \sin(\phi) + R_1 \sin(\phi) \omega - R_2 \cos(\phi) \omega \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Para o caso em que $\zeta < 1$ (resposta sub-amortecida), e também com $Y|_{\tau=0} = Y_0$ e $Y'|_{\tau=0} = 0$, as funções complementares, R_5 e R_6 são descritas por:

$$Y_{c,u}^\pm = e^{-\zeta^\pm\tau} \left(R_5 \cos \sqrt{1 - (\zeta^\pm)^2} \tau + R_6 \sin \sqrt{1 - (\zeta^\pm)^2} \tau \right) \quad (3.6)$$

$$R_5 = Y_0 - R_1 \cos(\phi) - R_2 \sin(\phi) \quad (3.7)$$

$$R_6 = \frac{\zeta(Y_0 - R_1 \cos(\phi) - R_2 \sin(\phi)) + \omega(R_1 \sin(\phi) - R_2 \cos(\phi))}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (3.8)$$

Finalmente, para o caso na qual $\zeta = 1$ (resposta criticamente amortecida), e também

com $Y|_{\tau=0} = Y_0$ and $Y'|_{\tau=0} = 0$, as funções complementares, R_7 e R_8 são dadas por:

$$Y_{c,c}^{\pm} = (R_7 + R_8 \tau) e^{-\tau} \quad (3.9)$$

$$R_7 = Y_0 - R_1 \cos(\phi) - R_2 \sin(\phi) \quad (3.10)$$

$$R_8 = Y_0 - R_1 \cos(\phi) - R_2 \sin(\phi) + \omega (R_1 \sin(\phi) - R_2 \cos(\phi)) \quad (3.11)$$

Durante um ciclo completo, começando em $\tau = 0$ e terminando em $\tau = 2\pi/\omega$, haverá uma transição entre a extensão e a compressão. A transição ocorre exatamente em τ_c , na qual $z'_s - z'_r = 0$. Contudo, é alterada a origem de tempo para zero na transição onde $\tau = 0$ para que se possa usar a solução completa mostrada anteriormente. Assim como apresentado na figura 3.1, considerando que o sistema está na fase de extensão entre $\tau = 0$ e $\tau = \tau_c$, e na fase de compressão entre $\tau = \tau_c$ to $\tau = 2\pi/\omega$, e que a solução é periódica com período $T = 2\pi/\omega$, as condições de compatibilidade nas transições são:

para $\tau = 0$	para $\tau = \tau_c$	para $\tau = 2\pi/\omega$
$\phi _{\tau=0} = \phi_0$	$\phi _{\tau=\tau_c} = \omega\tau_c + \phi_0$	$\phi _{\tau=2\pi/\omega} = \phi_0$
$Y^+ _{\tau=0} = Y_0$	$Y^- _{\tau=\tau_c} = Y^+ _{\tau=\tau_c}$	$Y^- _{\tau=2\pi/\omega} = Y^+ _{\tau=0}$
$Y^{+'} _{\tau=0} = 0$	$Y^{-'} _{\tau=\tau_c} = 0$	$Y^{-'} _{\tau=2\pi/\omega} = 0$

(3.12)

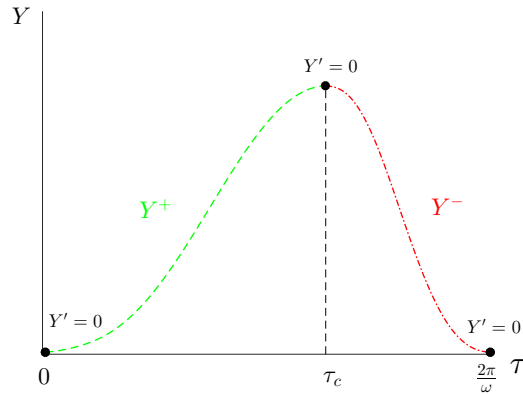


Figura 3.1: Esquema da solução para um ciclo completo do sistema 2.16, representando Y^+ , Y^- e os pontos de transição.

Usando as o sistema de equações (equação 3.12) com as respectivas equações para as fases de extensão e compressão, é possível resolver para os três desconhecidos τ_c , ϕ_0 e Y_0 , obtendo assim as soluções para Y^+ e Y^- . Diferentes combinações (casos super-amortecido, sub-amortecido, criticamente amortecido nas fases de extensão e compressão) foram obtidas. Entretanto, a título ilustrativo, apenas as expressões para Y^+ para os casos sub-amortecido e super-amortecido são mostrados pelas equações 3.13 e 3.14,

respectivamente.

$$\begin{aligned}
Y^+ = & \left(\sqrt{1 - \zeta^2} (1 + \omega^4 + (4\zeta^2 - 2)\omega^2) \right)^{-1} \left(2((\omega^3 A(\zeta^2 + 1/2\omega^2 - 1/2) \cos(\phi) \right. \\
& - 1/2(A\omega^2(\omega^2 + 1) \sin(\phi) - Y_0\omega^4 + (-4Y_0\zeta^2 + 2Y_0)\omega^2 - Y_0)\zeta)e^{-\zeta\tau} \sin(\sqrt{1 - \zeta^2}\tau) \\
& + (e^{-\zeta\tau}(A \cos(\phi)\omega^3\zeta + (1/2 A\omega^4 - 1/2 A\omega^2) \sin(\phi) + 2(1/4 + 1/4\omega^4 \\
& + (\zeta^2 - 1/2)\omega^2)Y_0) \cos(\sqrt{1 - \zeta^2}\tau) - ((1/2\omega^2 - 1/2) \sin(\omega\tau + \phi) \\
& \left. + \cos(\omega\tau + \phi)\zeta\omega\omega^2 A)\sqrt{1 - \zeta^2}) \right)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
Y^+ = & - \left(\sqrt{1 - \zeta^2} (2 + 2\omega^4 + (8\zeta^2 - 4)\omega^2) \right)^{-1} \left(4(((-1/2 A \cos(\phi)\omega^3\zeta \right. \\
& + (1/4 A\omega^2 - 1/4 A\omega^4) \sin(\phi) - (1/4 + 1/4\omega^4 + (\zeta^2 - 1/2)\omega^2)Y_0)\sqrt{1 - \zeta^2} \\
& - 1/2 A(\zeta^2 + 1/2\omega^2 - 1/2)\omega^3 \cos(\phi) + 1/4 \zeta (A\omega^2(\omega^2 + 1) \sin(\phi) - Y_0\omega^4 \\
& + (-4Y_0\zeta^2 + 2Y_0)\omega^2 - Y_0))e^{(-\zeta + \sqrt{1 - \zeta^2})\tau} + ((-1/2 A \cos(\phi)\omega^3\zeta + (1/4 A\omega^2 \\
& - 1/4 A\omega^4) \sin(\phi) - (1/4 + 1/4\omega^4 + (\zeta^2 - 1/2)\omega^2)Y_0)\sqrt{1 - \zeta^2} + 1/2 A(\zeta^2 \\
& + 1/2\omega^2 - 1/2)\omega^3 \cos(\phi) - 1/4 \zeta (A\omega^2(\omega^2 + 1) \sin(\phi) - Y_0\omega^4 \\
& + (-4Y_0\zeta^2 + 2Y_0)\omega^2 - Y_0))e^{-(\zeta + \sqrt{1 - \zeta^2})\tau} + ((1/2\omega^2 - 1/2) \sin(\omega\tau + \phi) \\
& \left. + \cos(\omega\tau + \phi)\zeta\omega A\omega^2\sqrt{1 - \zeta^2}) \right)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

3.1.1 SISTEMA ASSIMÉTRICO SUPER-AMORTECIDO NA EXTENSÃO E SUB-AMORTECIDO NA COMPRESSÃO

Nesta seção, as soluções analíticas da seção 3.1 são usadas para demonstrar os efeitos da razão de assimetria (β) sobre a resposta do sistema de suspensão com amortecimento assimétrico. O caso super-amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão será considerado para ilustrar as respostas, considerando $\omega_n = 1.713$. Para este caso, é utilizada a equação 3.1 com Y^+ da equação 3.3 e Y^+ da equação 3.6, juntamente com as condições de transição dadas pelas equações 3.12.

A partir da solução do sistema, é possível mostrar que a transição o tempo τ_c depende de β e ω , enquanto o período total $\tau_f = 2\pi/\omega$ depende apenas de ω . A figura 3.2 mostra a comparação entre a solução analítica exata e uma solução numérica para diferentes β e $\omega = 0.575$. A solução numérica foi obtida resolvendo-se a equação 2.16 pelo método de *Runge - Kutta* de 4º ordem. É possível ver que as soluções coincidem muito bem, incluindo o tempo de transição τ_c .

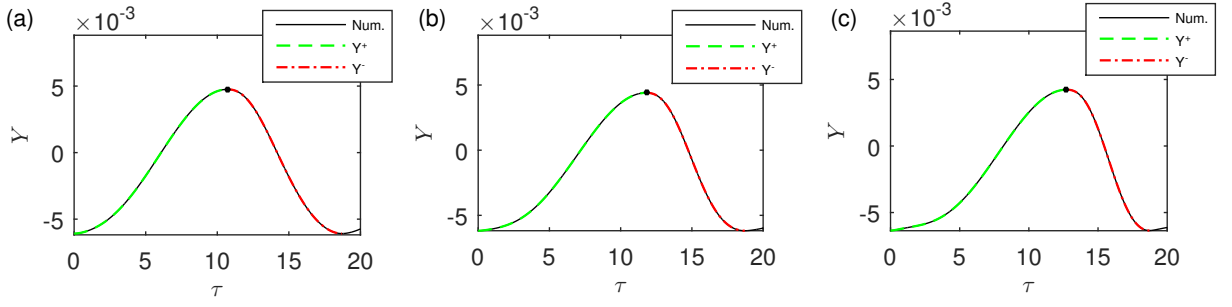


Figura 3.2: Comparação entre as soluções numéricas e analíticas de Y considerando o sistema assimétrico super-amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão para $\omega = 0.575$ para (a) $\beta = 3$, (b) $\beta = 7$ (b) e (c) $\beta = 15$.

As superfícies apresentadas nas figuras 3.3 e 3.4 ilustram a resposta para diferentes ω e β . É observado que τ_c aumenta e Y diminui a medida que se aumenta β , a amplitude média decresce quando considera-se valores mais altos de β e ω .

Para um ω fixo, é possível observar que o tempo de transição τ_c aumenta e Y diminui com β maiores. Isso mostra que os valores mais baixos de Y são consequência do maior período gasto na fase de expansão quando $\beta > 1$. Também é possível notar que, para β maiores e valores baixos de ω , a fase de compressão tem comportamento transitório considerável, não observados para valores maiores de ω .

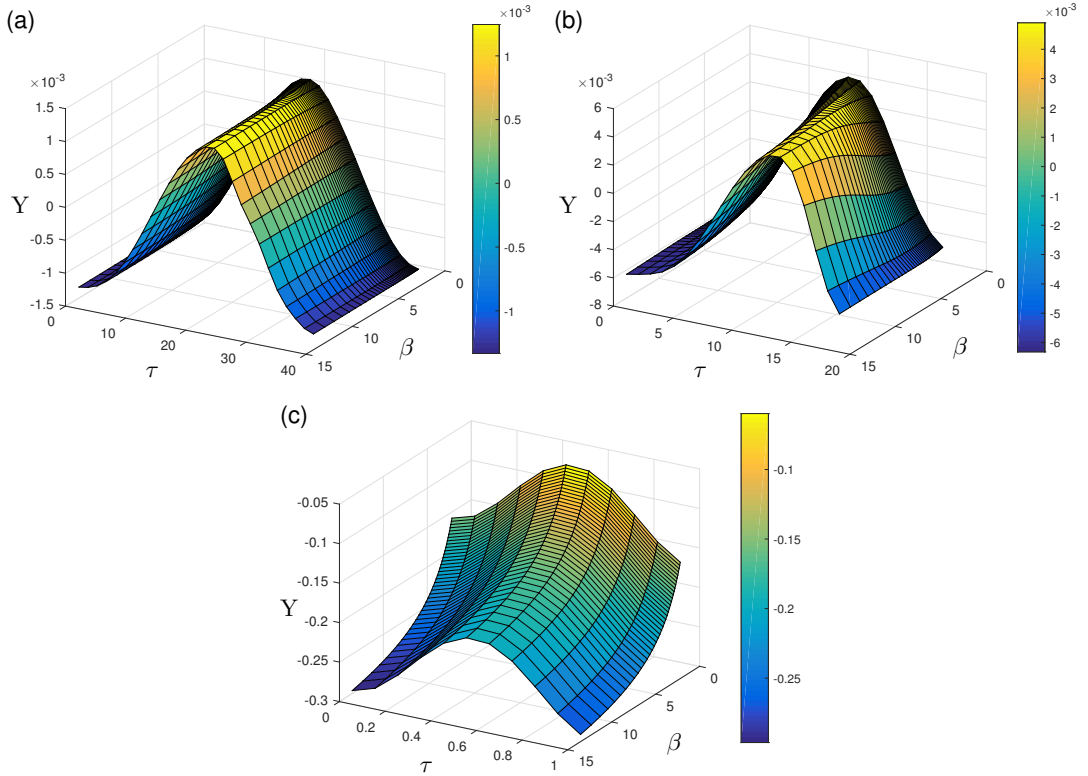


Figura 3.3: Um ciclo da resposta de Y em relação ao tempo considerando o sistema assimétrico com diferentes β com (a) $\omega = 0.275$, (b) $\omega = 0.575$ e (c) $\omega = 10$.

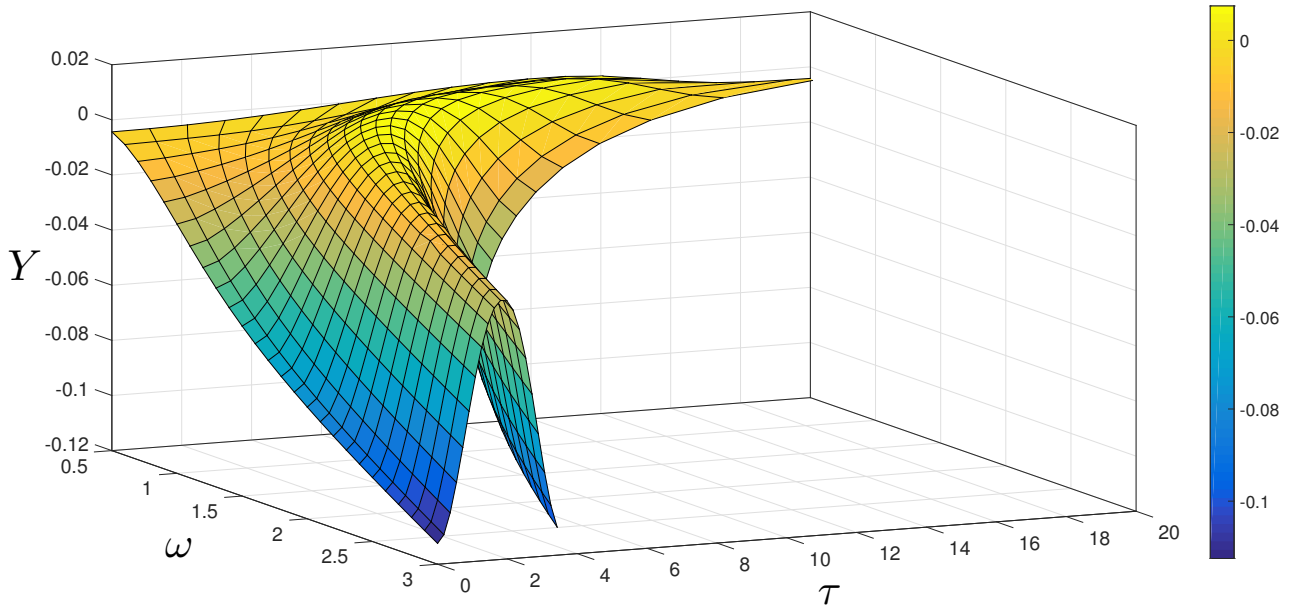


Figura 3.4: Um ciclo da resposta de Y em relação ao tempo considerando o sistema assimétrico com diferentes valores de ω e $\beta = 15$.

A figura 3.5 mostra os respectivos Y e τ_c relacionados com os diferentes ω analisados, ilustrando a diminuição na posição média ($\bar{Y}$) para maiores ω conhecido como *jacking down*.

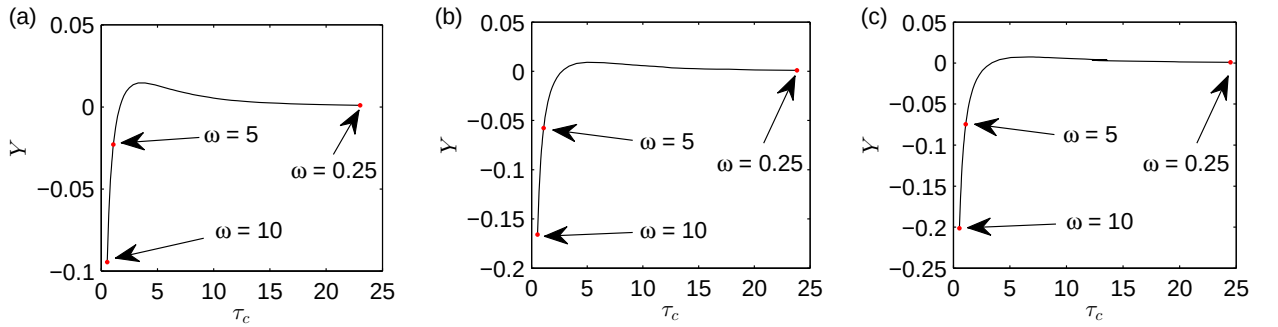


Figura 3.5: Comparação entre as soluções numéricas e analíticas de Y considerando o sistema assimétrico super-amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão para $\omega = 0.575$ para (a) $\beta = 3$, (b) $\beta = 7$ (b) e (c) $\beta = 15$.

A medida que β aumenta, esse efeito é intensificado, como mostra a 3.6-a com o aumento de β . Esta figura também mostra os casos com $\beta < 1$, com aumento de Y . A figura 3.6-b mostra que o amortecedor assimétrico causa uma menor amplitude após ressonância, mas maior amplitude para frequências mais baixas. A aceleração (Y'') mostra um comportamento diferente, com valores mais altos com $\beta > 1$ (Fig. 3.6-c). Embora seja mais comum usar valores RMS de aceleração, a presença de assimetria pode induzir um deslocamento de aceleração para cima ou para baixo, dependendo se a razão de assi-

metria for maior ou menor que 1. Como nessa parte do trabalho estamos particularmente interessados na transição, o valor médio de aceleração é usado aqui.

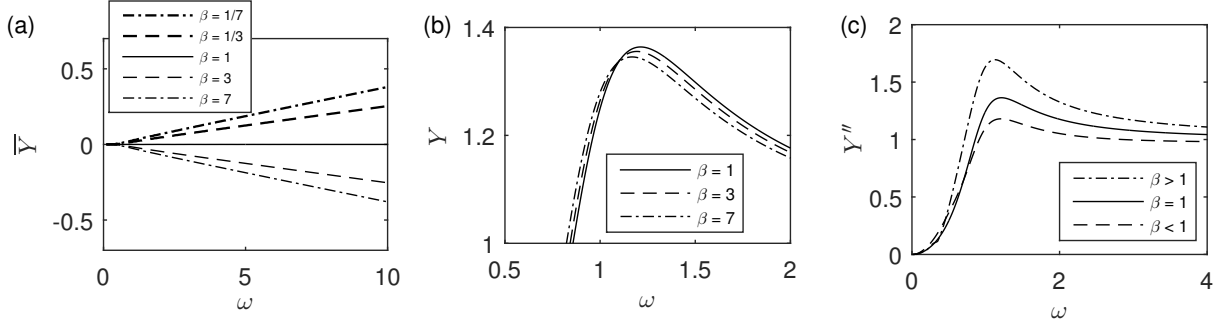


Figura 3.6: (a) Deslocamento médio, (b) amplitude de deslocamento e (c) aceleração em relação a ω de um sistema de suspensão com amortecimento assimétrico.

A figure 3.7 mostra τ_R , τ_c e o ângulo de fase ϕ_0 em relação a ω usando $\beta = 3$. A razão do tempo gasto durante a fase de extensão e compressão é definida como:

$$\tau_R = \frac{(\tau_f - \tau_c)}{\tau_c} \quad (3.15)$$

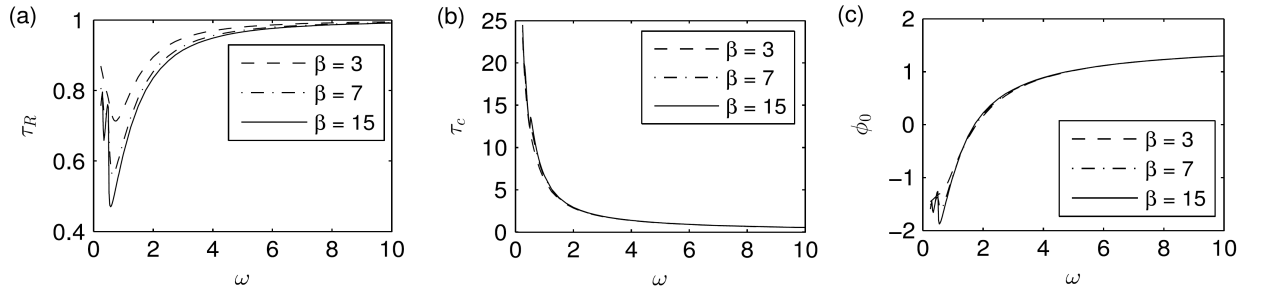


Figura 3.7: (a) τ_R , (b) τ_c e (c) ϕ_0 em relação a ω considerando o sistema assimétrico super-amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão.

É possível ver que perto da ressonância é onde o sistema gasta mais tempo na fase de compressão durante um ciclo completo com $\beta > 1$. Além disso, o tempo gasto durante a compressão é sempre maior que o tempo gasto durante a extensão. O oposto ocorre para $\beta < 1$. Para o sistema de suspensão com amortecimento simétrico, $\tau_R = 1 \forall \omega$.

3.2 RESPOSTA NUMÉRICA COM EXCITAÇÃO ESTOCÁSTICA

Essa seção tem o objetivo de mostrar as análises do sistema de suspensão com amortecimento assimétrico do modelo com 1 GDL mediante a excitação estocástica. Nesse caso o perfil do pavimento é baseado na norma ISO 8608:1995 conforme mostrado no capítulo 2. O número de onda utilizado é $N = 100000$ e em determinadas análises o conjunto de ângulos de fase Ψ é mantido fixo a fim de se investigar a influência de Ψ nas respostas. Como o objetivo desse trabalho também é avaliar a resposta do sistemas de suspensão para diversos valores de coeficiente de amortecimento para extensão e compressão, as análises são feitas em relação a razão de assimetria β

3.2.1 INFLUÊNCIA DE β NA RESPOSTA DA MASSA SUSPensa

O efeito *jacking down* é uma característica comum de sistemas que aplicam amortecimento assimétrico, principalmente se a fonte de excitação for uma função do tipo harmônica (RAJALINGHAM; RAKHEJA, 2003; BALIKE; RAKHEJA; STIHARU, 2011; FERNANDES, 2015; SILVEIRA; WAHI; FERNANDES, 2017). Esse efeito causa uma mudança na posição média de deslocamento da massa ao qual esse amortecimento é aplicado.

Como há uma diferença entre o coeficiente de amortecimento da extensão e compressão, consequentemente a força de amortecimento também muda se esse coeficiente é diferente. Dessa forma, para qualquer tipo de excitação ao qual o sistema de suspensão esteja sujeito o efeito *jacking down* é visivelmente observado no histórico de deslocamento da massa suspensa (z_s). A figura 3.8 mostra essa tendência de mudança no deslocamento da massa suspensa dependendo do valor de β assumido.

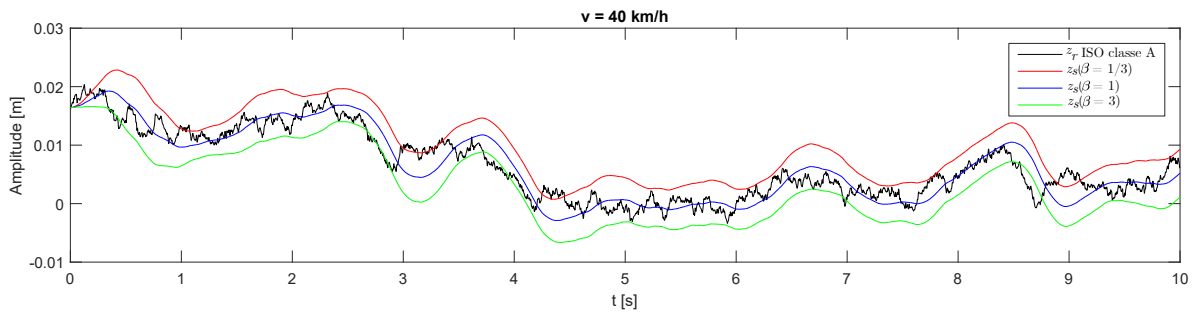


Figura 3.8: Comparação do histórico do deslocamento vertical da massa suspensa (z_s) do veículo trafegando pela estrada classe ISO - A, velocidade constante de 40 km/h utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

Essa característica também é observada no histórico da aceleração da massa suspensa ($\ddot{z}_s$), sendo que os picos mais acentuados têm uma tendência no sentido positivo quando $\beta = 1/3$, os picos de aceleração ficam distribuídos uniformemente próximos da média quando $\beta = 1$ e os picos mais acentuados têm uma tendência no sentido negativo quando

$\beta = 3$. Isso mostra que a diferença no coeficiente de amortecimento tem influência também na aceleração da massa suspensa.

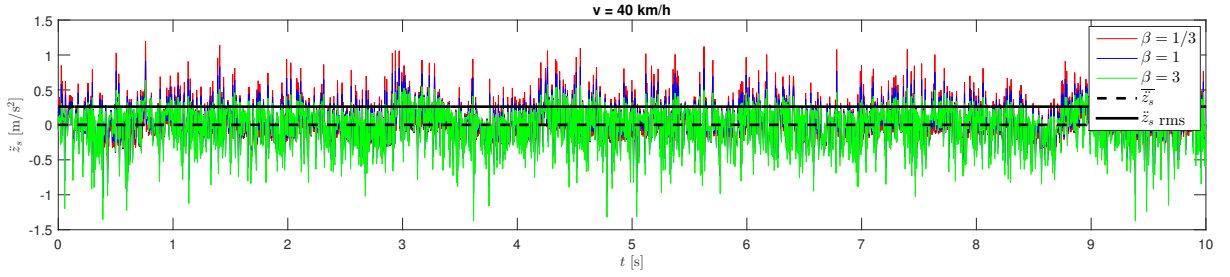


Figura 3.9: Comparação do histórico da aceleração vertical da massa suspensa ($\ddot{z}_s$) do veículo trafegando pela estrada classe ISO - A, velocidade constante de 40 km/h utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

É observado que apesar dos picos serem acentuados dependendo da razão de assimetria utilizada a aceleração RMS apresenta o mesmo valor para os três casos. O mesmo é observado quando se analisa a aceleração média.

A figura 3.10 compara a PSD do sinal $z_r(t)$ para uma classe de estrada ISO - A ($\Phi_0 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^3$) e a PSD de deslocamento da massa suspensa $z_s(t)$ para três valores de β . É observado que mesmo com diferentes valores para β a PSD do sinal $z_s(t)$ apresenta um decaimento constante e é observado que a amplitude no pico de ressonância é praticamente a mesma entre os sistemas simétrico e assimétrico.

Em baixas frequências a PSD do pavimento e da massa suspensa apresentam mesmo valor. Isso ocorre devido ao deslocamento relativo entre da suspensão ser praticamente zero em baixas frequências.

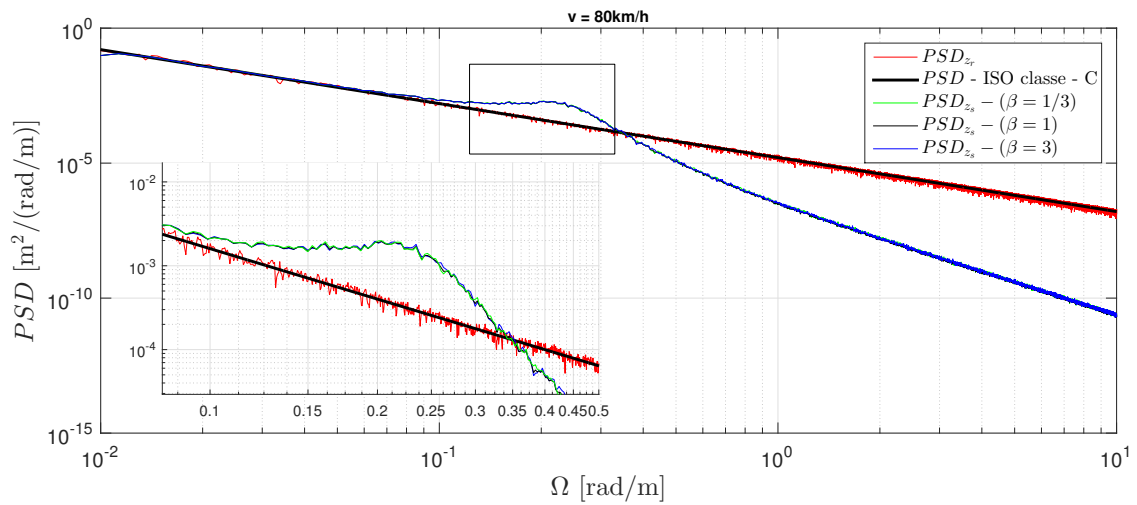


Figura 3.10: Comparação da PSD do perfil do pavimento (z_r) classe ISO - A e da PSD do deslocamento vertical da massa suspensa (z_s) utilizando $\beta = 1$, $\beta = 1/3$ e $\beta = 3$.

A figura 3.11 apresenta uma comparação do deslocamento RMS relativo entre a massa suspensa e não suspensa (z_{rms}) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C. O

conjunto de ângulos de fase (Ψ) é mantido aleatório e a velocidade do veículo é mantida constante em 40 km/h (3.11-a), 80 km/h (3.11-b) e 120 km/h (3.11-c). Para todas as velocidades e classes de estrada observadas o índice de assimetria que apresenta menor deslocamento relativo RMS são os valores mais próximos de $\beta = 1$.

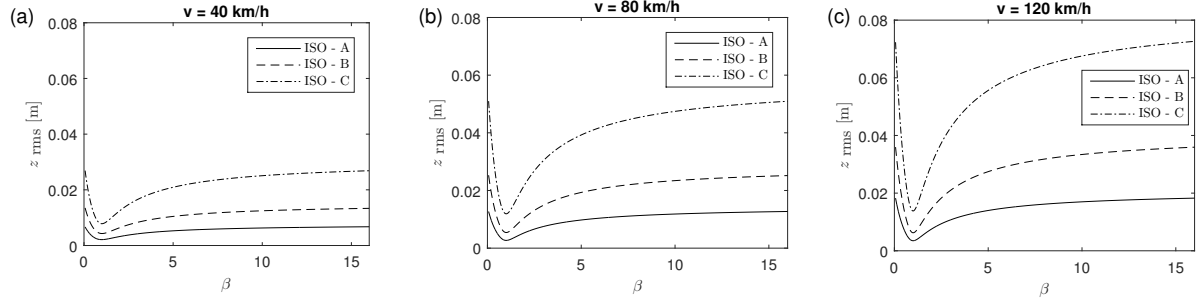


Figura 3.11: Comparação do deslocamento RMS relativo entre a massa suspensa e não suspensa (z_{rms}) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C utilizando um conjunto de ângulos de fase (Ψ) aleatório e considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.

O mesmo efeito é observado nas análises do deslocamento RMS relativo da massa suspensa (z) mostrado na figura 3.12, do deslocamento RMS vertical (z_s) mostrado na figura 3.13 e também da aceleração RMS ($\ddot{z}_s$) mostrado na figura 3.14. Sendo que nesses casos o conjunto de ângulos de fase (Ψ) é mantido fixo para gerar todos os perfis de estrada ISO - A, B e C para todas as velocidades analisadas. Em todas as análises é observado que o índice de assimetria que apresenta menor deslocamento relativo RMS são os valores mais próximos de $\beta = 1$. Porém, nota-se que as amplitudes aumentam a medida que o índice de rugosidade do pavimento também aumenta.

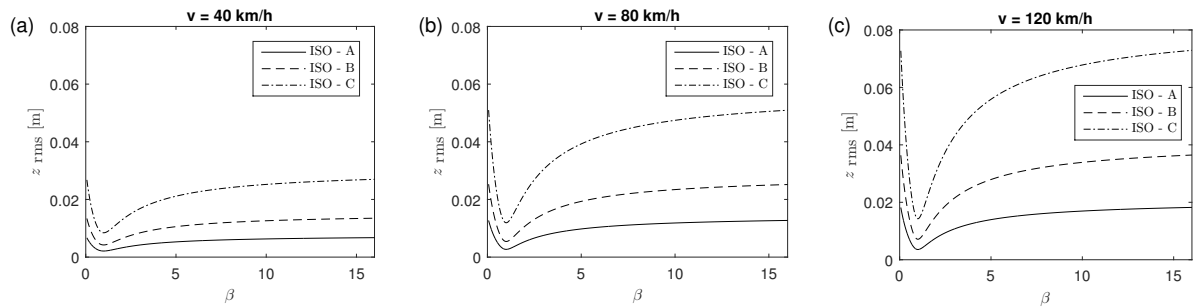


Figura 3.12: Comparação do deslocamento RMS relativo entre a massa suspensa e não suspensa (z_{rms}) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C utilizando um conjunto de ângulos de fase (Ψ) fixo e considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.

É observado principalmente que valores extremos de β intensificam as amplitudes relativas RMS da massa suspensa. O mesmo acontece na aceleração RMS, o qual reduziria o nível de conforto para os passageiros.

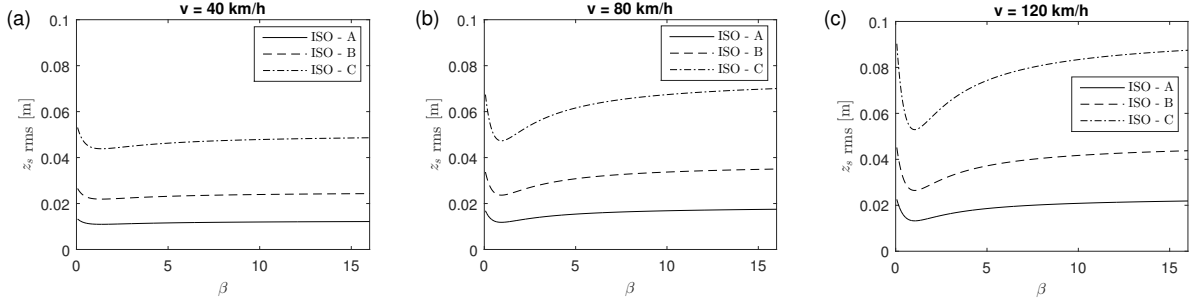


Figura 3.13: Comparação do deslocamento RMS da massa suspensa ($z_s \text{ rms}$) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C utilizando um conjunto de ângulos de fase (Ψ) fixo e considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.

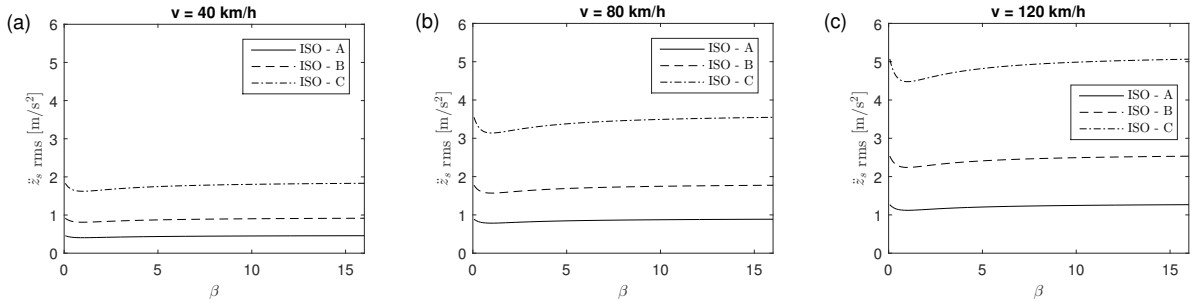


Figura 3.14: Comparação da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_s \text{ rms}$) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C utilizando um conjunto de ângulos de fase (Ψ) fixo e considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.

Como foi verificado que o ângulo de fase gerado aleatoriamente ou mantido fixo não influencia na resposta final (Figuras 3.12 e 3.14), as demais análises serão todas com Ψ aleatórios.

3.2.2 DESLOCAMENTO E ACELERAÇÃO MÉDIOS EM RELAÇÃO A β

O cruzamento entre os valores de deslocamento médio positivo e negativo ocorre quando $\beta = 1$ independente da classe de estrada considerada. Também é observado que quanto maior o índice de rugosidade (Φ_0) mais distante da posição média de referência ($z_r = 0 \text{ m}$) a massa suspensa oscila dependendo do valor de β , sendo que o aumento da velocidade influencia diretamente esse aumento, conforme mostra a figura 3.15.

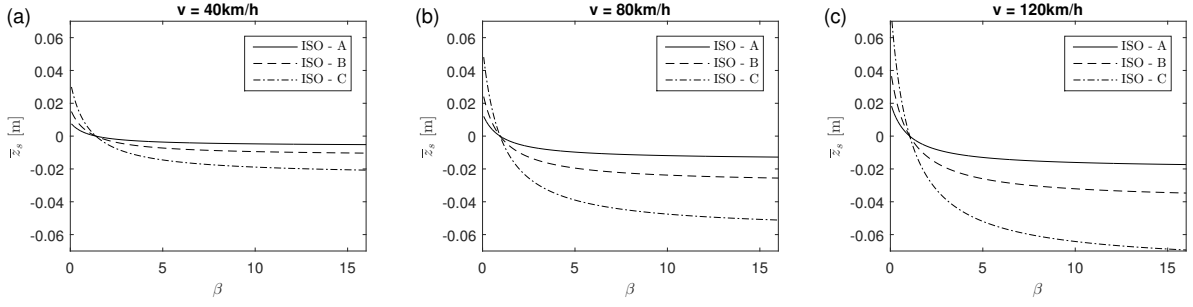


Figura 3.15: Comparação do deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.

Quando é analisada a aceleração da massa suspensa, figura 3.16, nota-se que para as velocidades $v = 40$ km/h e $v = 80$ km/h os valores médio de aceleração ($\bar{\ddot{z}}_s$) são todos positivos independente do valor de β utilizado. Porém, para $v = 120$ km/h os valores médio de aceleração são negativos.

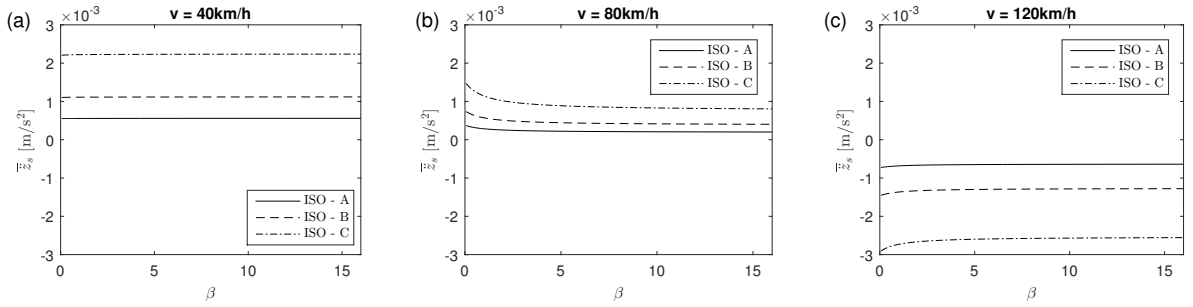


Figura 3.16: Comparação da aceleração média da massa suspensa ($\bar{\ddot{z}}_s$) em relação a β para classes de estrada ISO - A, B e C considerando constante a velocidade do veículo em (a) 40 km/h, (b) 80 km/h e (c) 120 km/h.

As respostas de $\bar{\ddot{z}}_s$ em relação a β mostram praticamente valores constantes dentre as classes e velocidades observadas. Dessa forma, nota-se que a razão de assimetria apresenta pouca influência na aceleração RMS da massa suspensa.

3.2.3 DESLOCAMENTO E ACELERAÇÃO MÉDIOS EM RELAÇÃO A v

A figura 3.17-a mostra o deslocamento RMS da massa suspensa ($z_{s \text{ rms}}$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$. É observado que o deslocamento tem uma tendência a diminuir a medida que a velocidade aumenta na faixa entre 10 e 20 km/h.

Porém, entre 20 e 70 km/h o deslocamento RMS se mantém praticamente constante quando se utiliza $\beta = 1$, sendo que, para valores de velocidade acima de 70 km/h o valor de deslocamento tende a aumentar novamente.

Observa-se acréscimo da amplitude praticamente para todos os valores de velocidade acima de 20 km/h para o sistema com amortecimento com $\beta = 1/3$ e $\beta = 3$. Os valores

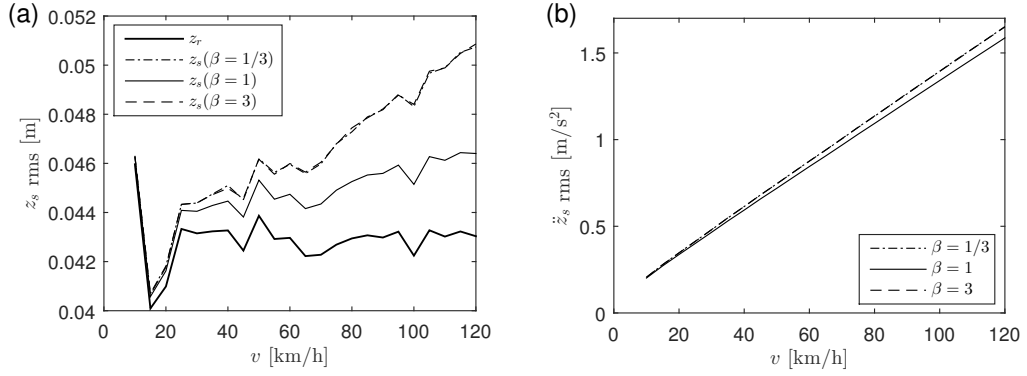


Figura 3.17: (a) Análise do deslocamento RMS da massa suspensa ($z_s \text{ rms}$) e (b) aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_s \text{ rms}$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

da resposta de $\ddot{z}_s \text{ rms}$ mostra que o sistema simétrico tem uma pequena diminuição para velocidades mais altas. Os sistemas com $\beta = 1/3$ e $\beta = 3$ apresentam a mesma resposta para todos os valores de velocidade analisadas (figura 3.17-b).

O valor RMS da massa suspensa acompanha a amplitude RMS do pavimento, porém, a suspensão com amortecimento assimétrico apresenta maior amplitude em altas velocidades se comparado com o sistema simétrico.

A figura 3.18 mostra como o deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) varia de acordo com a mudança na velocidade e da razão de assimetria. Para velocidades mais baixas o deslocamento médio fica mais próximo de zero e a medida que a velocidade aumenta esse deslocamento médio se distancia de zero dependendo do valor de β . A área sombreada ajuda a verificar que para $\beta = 1$ o deslocamento médio é muito próximo de zero, ou seja, a oscilação média da massa suspensa fica em torno da origem.

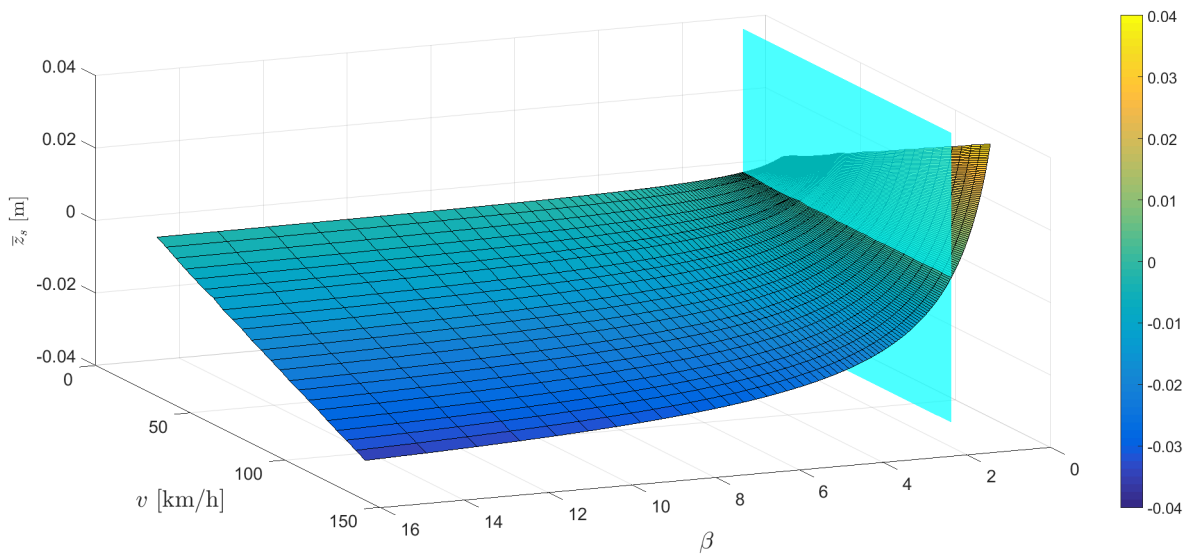


Figura 3.18: Análise do deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria entre $1/16 < \beta < 16$.

A figura 3.19 os valores de $\ddot{z}_s \text{ rms}$ em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria entre $1/16 < \beta < 16$. Nota-se que praticamente a aceleração RMS da massa suspensa aumenta linearmente com o aumento da velocidade para todos os valores de β . Porém, para velocidades acima de 80 km/h nota-se uma pequena diminuição da aceleração RMS para os valores de β próximos de 1.

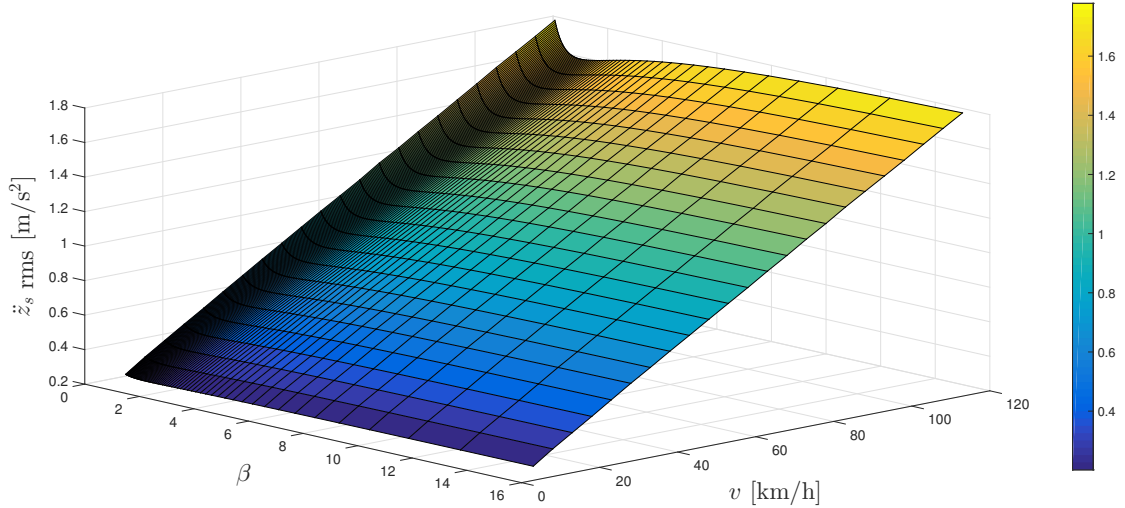


Figura 3.19: Análise da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_s \text{ rms}$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria entre $1/16 < \beta < 16$.

O sistema com amortecimento com β próximos de 1 apresentam menores valores de deslocamento RMS em velocidade mais altas. Porém, os valores extremos distantes de $\beta = 1$ apresentam maiores valores de deslocamento RMS.

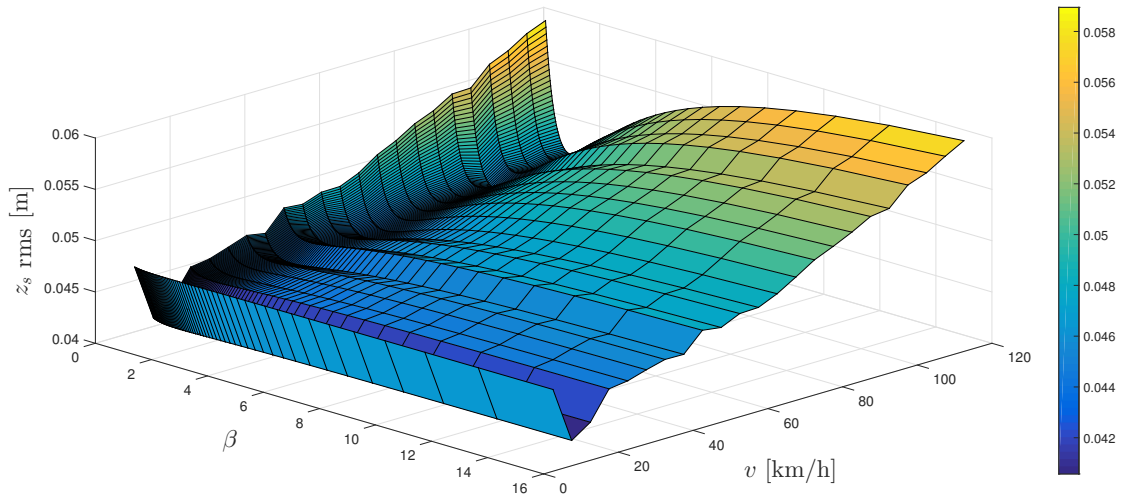


Figura 3.20: Análise do deslocamento RMS da massa suspensa ($z_s \text{ rms}$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria entre $1/16 < \beta < 16$.

3.2.4 POTÊNCIA DISSIPADA NO AMORTECEDOR ASSIMÉTRICO

De acordo com a teoria clássica de vibrações, a potência dissipada pelo amortecedor viscoso depende do coeficiente de amortecimento e da velocidade relativa e é dada por:

$$P = c_s^{\pm} (z_s - z_r)^2 \quad (3.16)$$

Na prática, essa potência dissipada é influenciada pela rugosidade do pavimento e também pela velocidade de deslocamento do veículo. A figura 3.21 mostra a relação entre a potência média dissipada, considerando amortecimento assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo para duas classes de rugosidades diferentes.

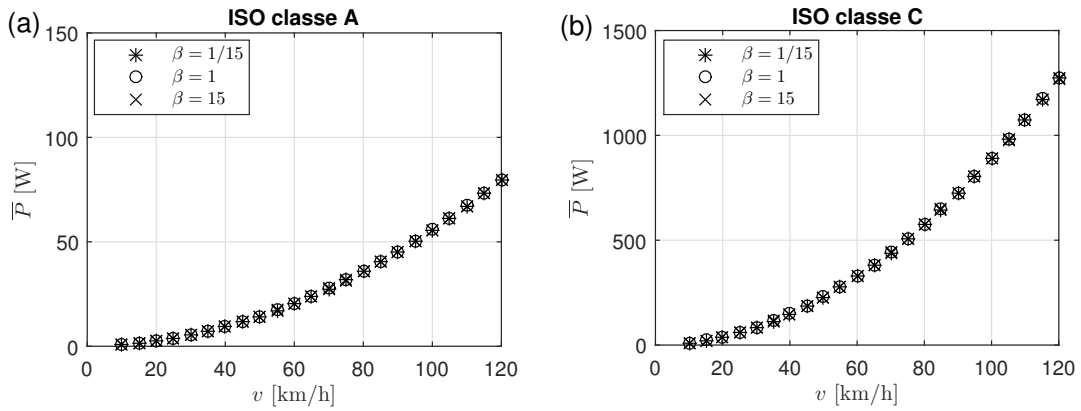


Figura 3.21: Relação entre a potência média dissipada no amortecedor, assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo para a classe ISO - A (a) e classe ISO - C (b).

A análise da potência média mostra que não há diferença quando se considera diferentes razões de assimetria. Porém, observando a potência instantânea, figura 3.22, é possível notar que devido a natureza estocástica do perfil do pavimento, existem regiões com picos mais acentuados de potência.

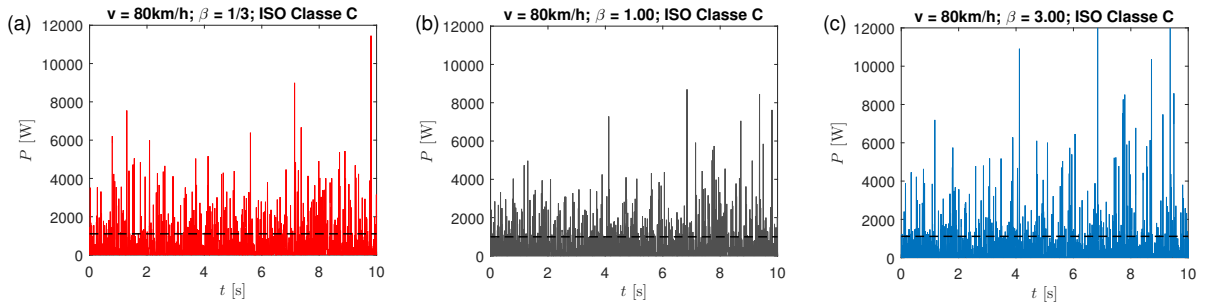


Figura 3.22: Potência instantânea dissipada no amortecedor em relação a velocidade do veículo para a classe ISO - C utilizando (a) $\beta = \frac{1}{3}$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$.

Portanto, considerando o valor RMS da potência dissipada, nota-se que existe uma vantagem do amortecedor assimétrico em relação ao simétrico, tanto para $\beta = 3$ quanto para $\beta = 1/3$, conforme mostrado na figura 3.23.

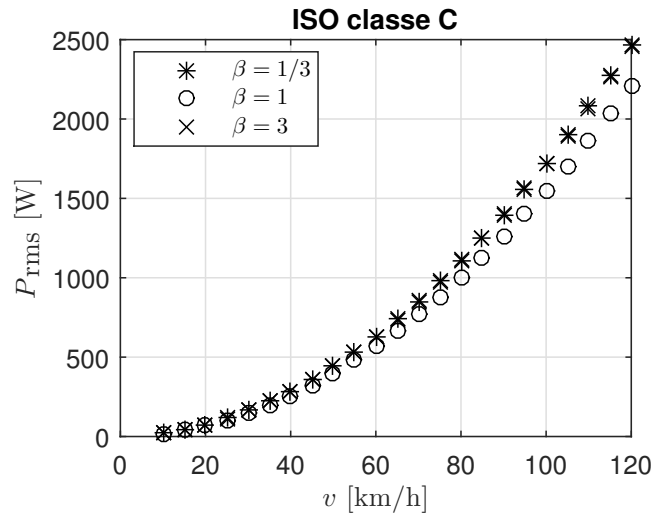


Figura 3.23: Relação entre a potência RMS dissipada no amortecedor, assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo considerando classe ISO - C para a estrada.

Apesar da razão de assimetria influenciar a aceleração da massa suspensa, a potência média dissipada é a mesma no sistema simétrico e assimétrico.

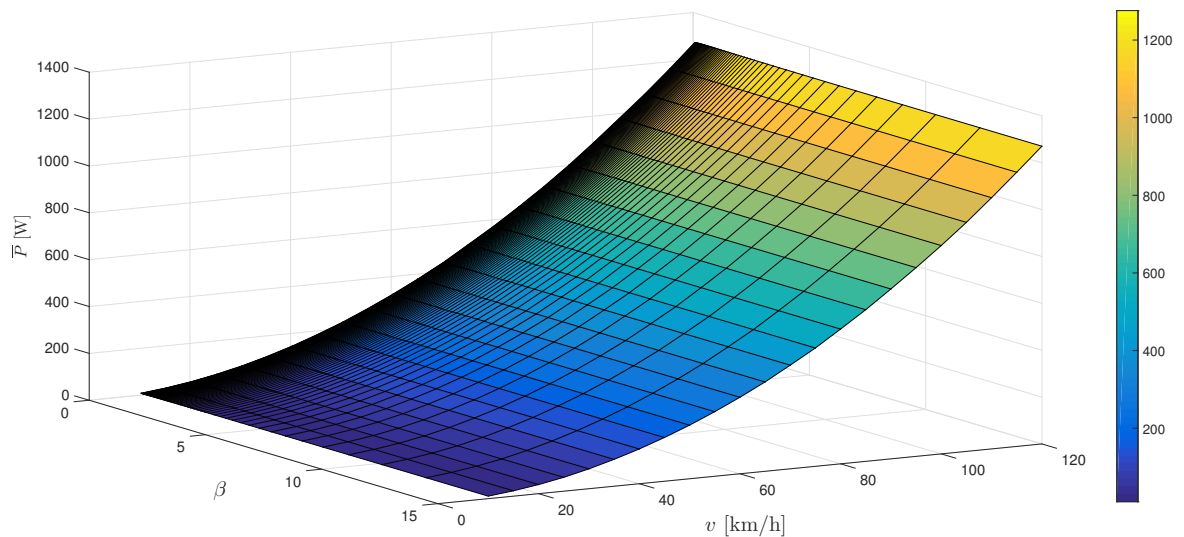


Figura 3.24: Relação entre a potência média dissipada no amortecedor, assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo para a classe ISO - C.

3.2.5 DENSIDADE DE PROBABILIDADE DE $z_r(t)$ E $z_s(t)$

Essa seção apresenta os histogramas normalizados em função da área e a curva suavizada da densidade de probabilidade dos sinais $z_r(t)$ e $z_s(t)$. De acordo com Bowman e Azzalini (1997) a função de distribuição de *kernel* é uma representação não paramétrica da função de densidade de probabilidade (pdf) da variável aleatória em estudo. A distribuição de *kernel* pode ser utilizada quando essa distribuição paramétrica não pode descrever corretamente os dados, ou quando é necessário evitar fazer suposições sobre a distribuição dos dados. Esta distribuição é definida por uma função de suavização e um valor de largura de banda que controla a suavidade da curva de densidade resultante.

Os histogramas mostrados na figura 3.25 mostram a tendência média na densidade de massa se deslocar para valores positivos ou negativos de acordo com o valor de β considerado. Sendo que a distribuição dos valores de z_r apresenta média igual a zero.

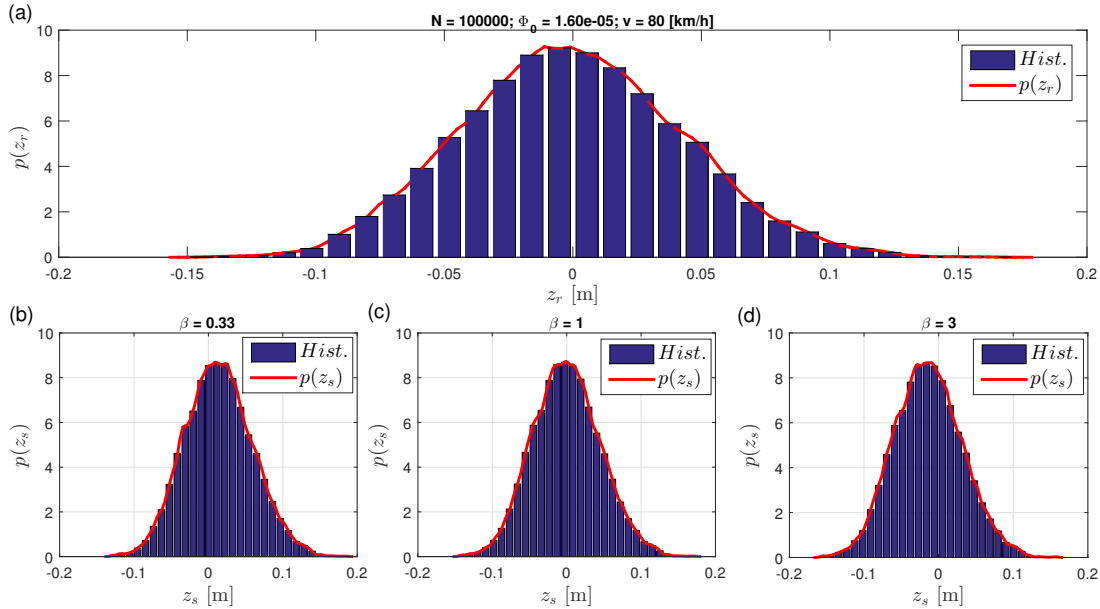


Figura 3.25: Comparação dos histogramas e função de densidade de massa do perfil do pavimento (z_r) de uma estrada classe ISO - C (a) e do deslocamento vertical da massa suspensa do veículo (z_s) utilizando razão de assimetria (b) $\beta = 1/3$, (c) $\beta = 1$ e (d) $\beta = 3$ e considerando constante a velocidade do veículo em 80 km/h.

A figura 3.26 mostra a comparação entre a densidade de massa da elevação do pavimento z_r e da densidade de massa do deslocamento da massa suspensa com diferentes valores de β . É observado que independente do valor da distribuição de z_r apresentar uma média igual a zero, os valores médios da massa suspensa variam entre valores positivos e negativos dependendo de β .

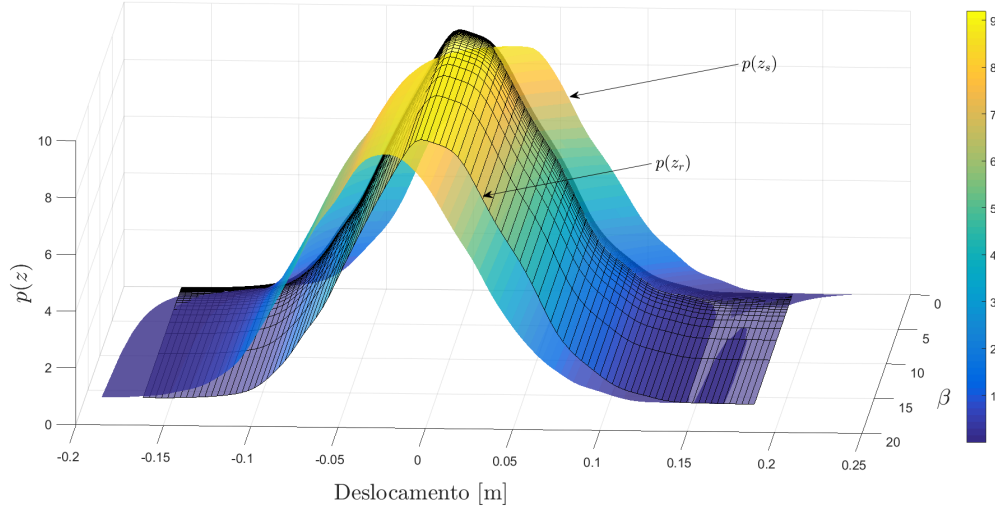


Figura 3.26: Comparação da função de densidade de massa do perfil do pavimento (z_r) de uma estrada classe ISO - C (a) e do deslocamento vertical da massa suspensa do veículo (z_s) utilizando a razão (β) de assimetria na faixa entre 0 e 16 considerando constante a velocidade do veículo em 80 km/h.

Os *box plots* ou gráficos de caixa são utilizados para exibir a distribuição de uma amostra. Cinco valores de um conjunto de dados são usados para construir a versão básica do *box plot* e estes são: os três quartis da amostra ($\hat{q}_{0.25}$, $\hat{q}_{0.50}$ e $\hat{q}_{0.75}$), o valor mínimo da amostra e o valor máximo.

A figura 3.27 apresenta os *box plots* do perfil do pavimento (z_r) para as classes de estrada A, B e C e também do deslocamento vertical da massa suspensa para 3 β diferentes considerando a classe ISO - C do pavimento. Nota-se que independente da classe do pavimento as distribuições são simétricas com mesmo valor de mediana. A diferença entre as distribuições basicamente são as amplitudes máximas e mínimas.

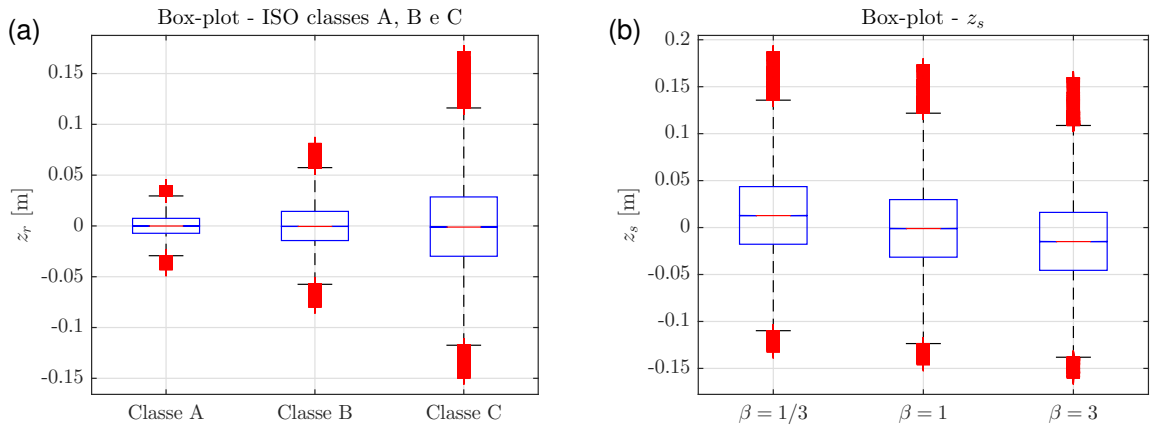


Figura 3.27: Box-plot do perfil do pavimento (z_r) para as classes de estrada A, B e C (a) e do deslocamento vertical da massa suspensa para 3 β diferentes considerando a classe ISO - C do pavimento (b).

A figura 3.28 mostra as análises dos histogramas e de quantil-quantil (qq-plot) da distribuição do perfil do pavimento (z_r) para as classes de estrada ISO - A, B e C. As figuras

de quantil-quantil apresentam uma linha de normalidade, dessa forma, se o arranjo dos dados se alinharem em torno dessa linha, os dados provém de uma distribuição Gaussiana. É observado tanto nos histogramas quanto nas figuras de quantil-quantil que todos os perfis gerados apresentam uma distribuição normal.

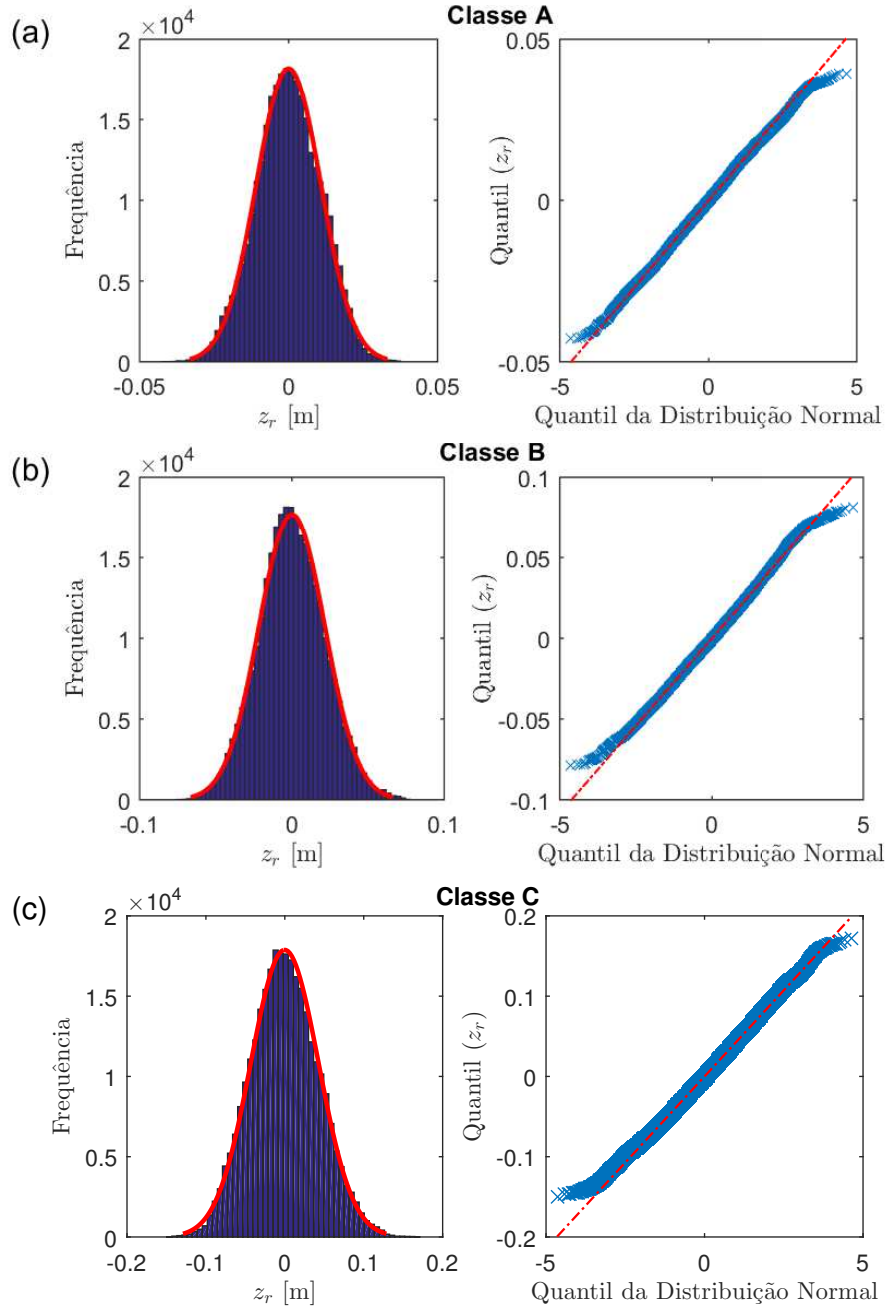


Figura 3.28: Análise do histograma e de quantil-quantil (qq-plot) da distribuição do perfil do pavimento (z_r) para as classes de estrada (a) ISO - A, (b) ISO - B e (c) ISO - C.

A análise de quantil-quantil (q-q plot) é utilizada para checar a adequação da distribuição de frequência dos dados a uma distribuição de probabilidades. Estes também são apropriados quando queremos comparar uma distribuição teórica conhecida e uma amostra. Ao fazer as comparações, o interesse pode ser em saber como os dados podem

estar deslocados em relação uns aos outros ou para verificar suposições ou assimetria na distribuição (MARTINEZ *et al.*, 2010). Os dados da amostra são organizados em ordem crescente no eixo y enquanto que o eixo x compreende os valores dos quantis teóricos dependendo do tipo de distribuição que se queira comparar.

3.2.6 CORRELAÇÃO ENTRE AS RESPOSTAS $z_r(t)$ E $z_s(t)$

A análise de correlação é utilizada quando duas ou mais variáveis aleatórias são definidas em termos de suas probabilidades e deseja-se saber como essas variáveis variam conjuntamente. Assim, a correlação é considerada uma grandeza adimensional que pode ser utilizada para comparar as relações lineares entre pares de variáveis em diferentes unidades (MONTGOMERY; RUNGER; CALADO, 2000).

O coeficiente de correlação de *Pearson* (r) é utilizado para medir a correlação linear entre duas variáveis. Esse coeficiente de correlação pode variar entre -1.00 a $+1.00$, sendo que um coeficiente de $+1$ indica uma correlação linear positiva perfeita. Um coeficiente de -1 indica uma correlação linear negativa perfeita e 0 indica que não há correlação entre as variáveis observadas. De acordo com Pinheiro *et al.* (2013), esse coeficiente é definido como:

$$r = \rho(A, B) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{A_i - \mu_A}{\sigma_A} \right) \left(\frac{B_i - \mu_B}{\sigma_B} \right) \quad (3.17)$$

A análise da correlação entre a elevação do pavimento (z_r) e o deslocamento vertical da massa suspensa (z_s) apresenta uma correlação linear positiva. À medida que o pavimento apresenta maior amplitude em sua elevação vertical o deslocamento da massa suspensa também aumenta (Fig. 3.29). Isso pode ser observado pela análise de dispersão de z_r e z_s e também pelo valor do coeficiente de correlação r .

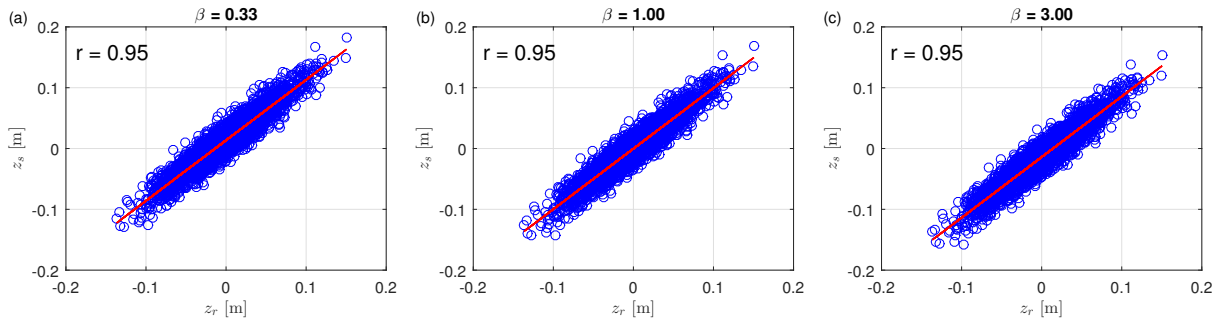


Figura 3.29: Análise da correlação entre a elevação do pavimento (z_r) e o deslocamento vertical da massa suspensa (z_s).

Porém, a correlação entre o deslocamento médio ($\bar{z}_s$) e a velocidade do veículo (v) tem características distintas dependendo do valor de β utilizado (Fig. 3.30). Nota-se uma correlação linear positiva para $\beta = 1/3$, ou seja, quanto maior a velocidade do veículo,

maior é o valor de $\bar{z}_s$. Para $\beta = 1$, apesar da dispersão dos valores tenderem a uma reta negativa e do coeficiente $r = -0.55$ é observado que a escala é muito pequena sendo a correlação praticamente nula. No caso de utilizar $\beta = 3$, a correlação é linear negativa, pois, quanto maior a velocidade, menor é o valor de $\bar{z}_s$.

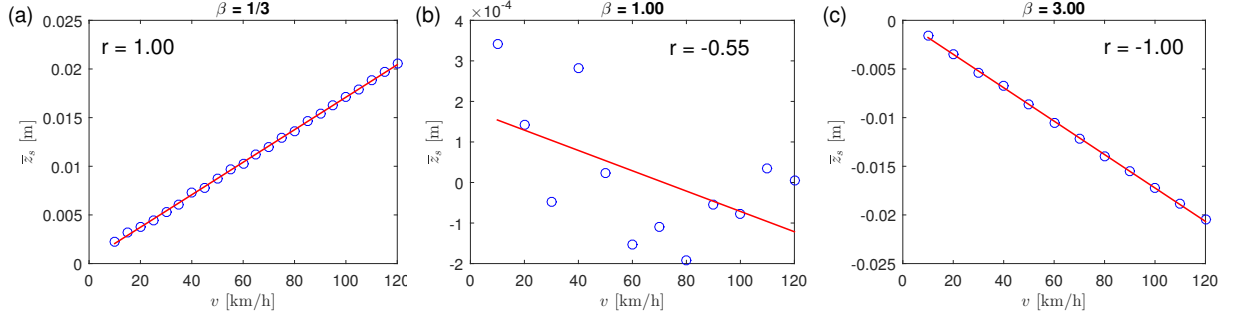


Figura 3.30: Análise da correlação entre o deslocamento vertical médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) e a velocidade do veículo (v).

As correlações entre a velocidade vertical média da massa suspensa ($\bar{\dot{z}}_s$) e a velocidade do veículo (v) e da aceleração vertical média da massa suspensa ($\bar{\ddot{z}}_s$) e a velocidade do veículo (v) são mostradas nas figuras 3.31 e 3.32 respectivamente. Nota-se na figura 3.31 que a correlação é praticamente nula, pois, os pontos estão bastante dispersos entre si e também apresenta um coeficiente de correlação próximo de zero.

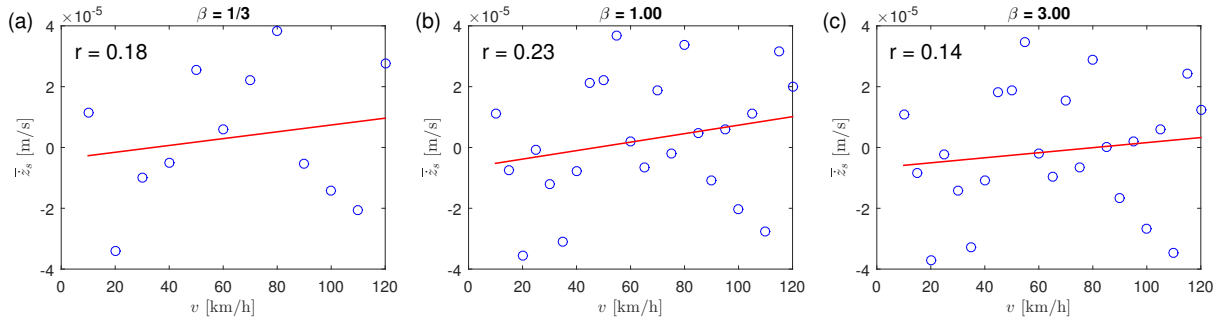


Figura 3.31: Análise da correlação entre a velocidade vertical média da massa suspensa ($\bar{\dot{z}}_s$) e a velocidade do veículo (v).

A análise de correlação da figura 3.32 apresenta uma tendência a correlação linear negativa, tanto pela dispersão dos valores, quanto pelo coeficiente de correlação.

A figura 3.33 apresenta a análise da correlação entre o deslocamento vertical médio ($\bar{z}_s$), velocidade vertical média ($\bar{\dot{z}}_s$) e a aceleração vertical média ($\bar{\ddot{z}}_s$) da massa suspensa e β . É observado para os três casos uma correlação linear negativa, porém, o deslocamento médio é mais significativo em termos quantitativos. Quando a razão de assimetria está entre 0 e 1, o decaimento é mais acentuado e a medida que aumenta-se o valor de β esse decaimento passa a ser mais suave.

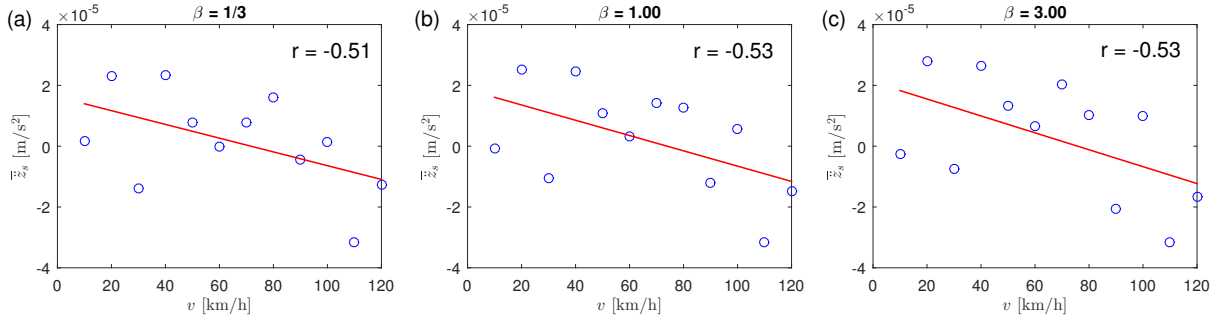


Figura 3.32: Análise da correlação entre a aceleração vertical média da massa suspensa ($\bar{z}_s$) e a velocidade do veículo (v).

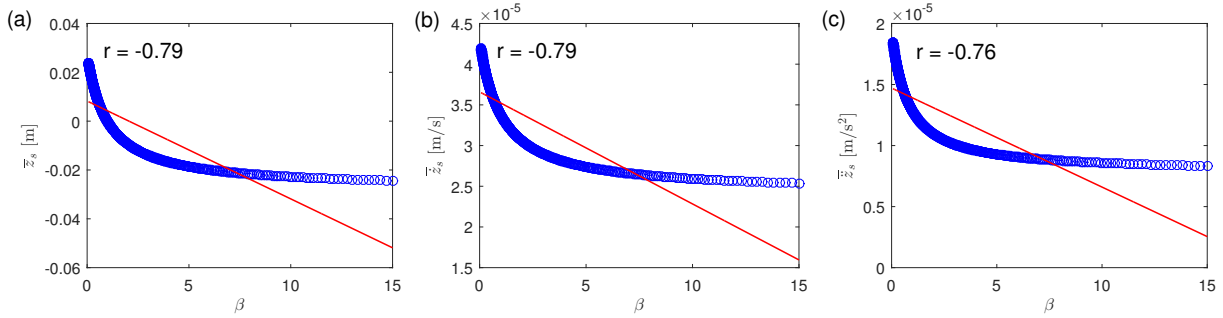


Figura 3.33: Análise da correlação entre o deslocamento vertical médio ($\bar{z}_s$) (a), velocidade vertical média ($\bar{z}_s$) (b) e a aceleração vertical média ($\bar{z}_s$) (c) da massa suspensa e a razão de assimetria β .

3.3 COMPARAÇÃO ENTRE A RESPOSTA ESTOCÁSTICA E HARMÔNICA

Conforme mostrado no capítulo 3, o sistema de suspensão com amortecimento assimétrico sob excitação estocástica também apresenta mudança no deslocamento médio da massa suspensa assim como no sistema com excitação harmônica. A potência média dissipada no amortecedor também é analisada em relação a velocidade do veículo e pela razão de assimetria. Portanto, o objetivo principal dessa seção é apresentar algumas comparações entre um sistema com amortecimento assimétrico com excitação estocástica e harmônica.

3.3.1 RELAÇÃO DE DESLOCAMENTO MÉDIO

Essa seção tem o objetivo é avaliar as possíveis semelhanças entre as respostas com excitação estocástica e harmônica. A figura 3.34 apresenta os deslocamentos médios da massa suspensa utilizando z_r harmônico e estocástico. Conforme observado, a figura 3.34-a apresenta a análise do deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) e do perfil do pavimento (z_r) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

Nota-se uma tendência de aumento ou diminuição do deslocamento médio da massa

suspensa devido ao aumento da velocidade do veículo. Esse fenômeno pode ser explicado pelo fato de que com o aumento da velocidade, a frequência da oscilação que o pavimento induz no veículo também aumenta. Dessa forma, o efeito de *jacking down* é observado quando se utiliza razão de assimetria diferente de 1.

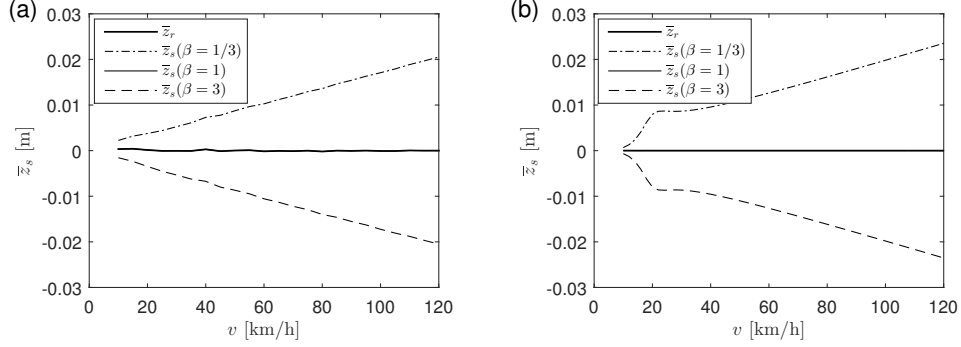


Figura 3.34: Análise dos deslocamentos médios da massa suspensa ($\bar{z}_s$) e do perfil do pavimento ($\bar{z}_r$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ (a) e resposta do modelo com excitação harmônica (b).

Sobrepondo as respostas do modelo estocástico e do modelo com excitação harmônica fica evidente que existe uma similaridade e uma tendência linear nos deslocamentos médios.

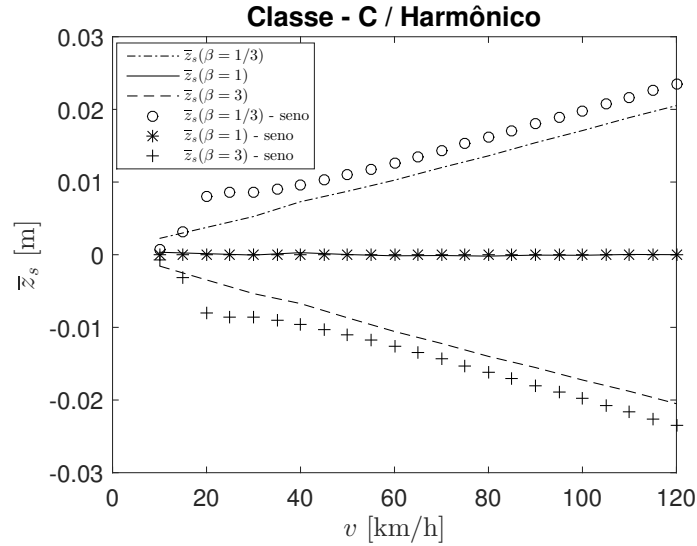


Figura 3.35: Comparação do deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$) em relação a velocidade do veículo trafegando em uma estrada classe ISO - C utilizando razão de assimetria $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ com o modelo harmônico.

A aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s \text{ rms}}$) também apresenta uma similaridade de comportamento, principalmente fora da região de ressonância. A figura 3.36 apresenta uma comparação entre a aceleração RMS do modelo com excitação estocástica e harmônica para 3 valores de β .

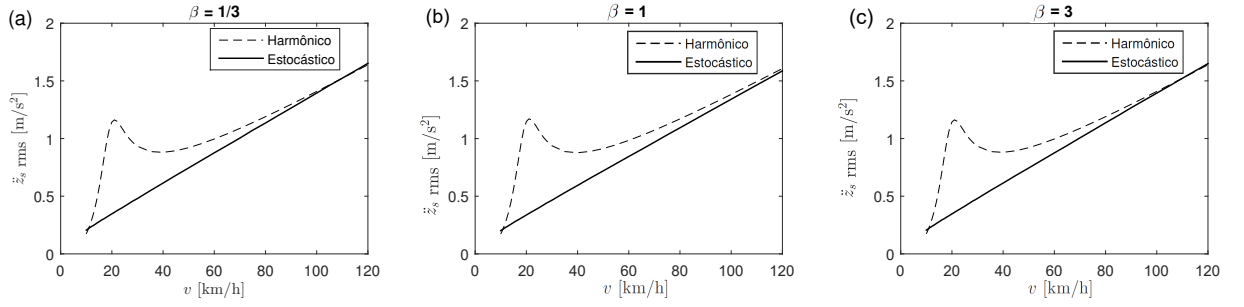


Figura 3.36: Comparação entre a aceleração RMS da massa suspensa em relação a velocidade do veículo para considerando um perfil de estrada harmônico e estocástico utilizando (a) $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$.

3.3.2 RELAÇÃO DE POTÊNCIA DISSIPADA

Como mostrado anteriormente, existe uma relação entre o deslocamento médio da massa suspensa considerando um perfil do pavimento harmônico e estocástico. A potência média dissipada pelo amortecedor assimétrico também apresenta uma similaridade quando comparado um sistema com o perfil do pavimento harmônico e estocástico para valores de velocidade acima de 40 km/h. Conforme mostra a figura 3.37, para valores de velocidade entre 10 e 40 km/h o sistema considerando o perfil harmônico apresenta um pico mais acentuado devido a ressonância do sistema. Isso não é percebido quando é considerado o perfil estocástico.

A potência média dissipada só é influenciada pela velocidade do veículo e não pela razão de assimetria. Conforme mostrado por Silveira, Wahi e Fernandes (2017) o tempo gasto pelo amortecedor durante o ciclo de extensão e compressão são diferentes, portanto, a potência média dissipada durante o ciclo de extensão é diferente da potência dissipada na compressão. Porém, a potência total (extensão + compressão) tende a ser a mesma para qualquer valor de β .

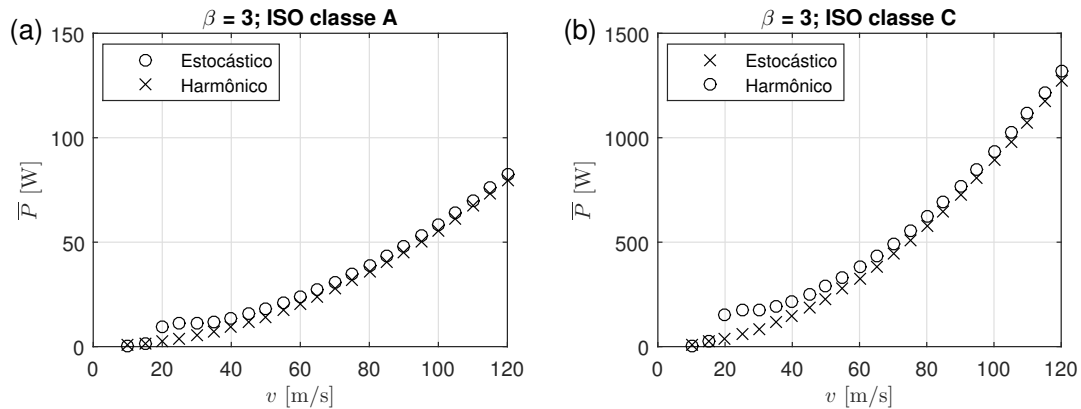


Figura 3.37: Relação entre a potência média dissipada no amortecedor, assimétrico e simétrico, e a velocidade do veículo para a classe (a) ISO - A e (b) classe ISO - C.

Isso ocorre tanto para o sistema adotando um perfil de estrada estocástico quanto para

o perfil harmônico, conforme mostrado na figura 3.38. A figura 3.39 mostra as curvas de potência do modelo harmônico e estocástico.

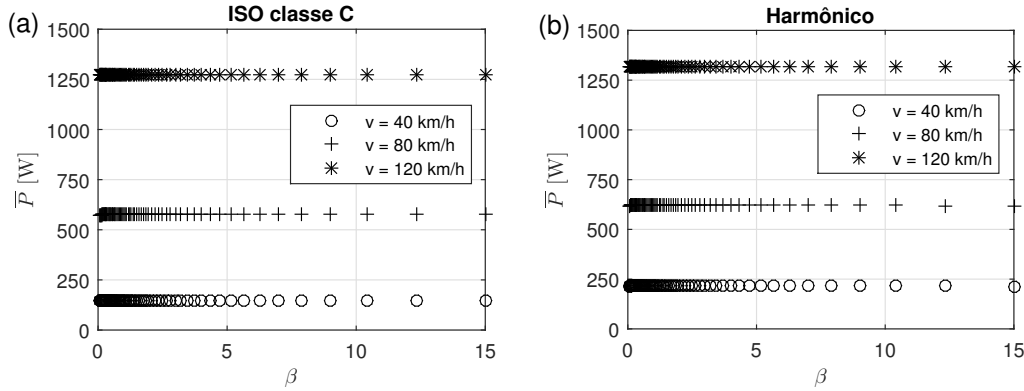


Figura 3.38: Relação entre a potência média dissipada no amortecedor assimétrico e a razão de assimetria β para a classe ISO - C para o veículo se deslocando nas velocidades 40, 80 e 120 km/h.

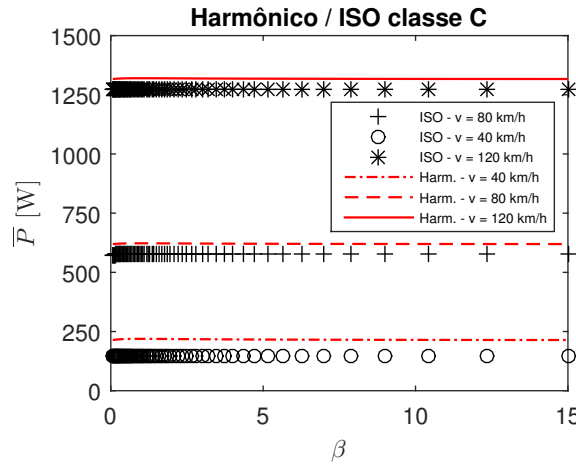


Figura 3.39: Comparação da potência média dissipada no amortecedor assimétrico em relação a razão de assimetria β com o veículo se deslocando nas velocidades 40, 80 e 120 km/h utilizando um perfil harmônico e estocástico.

A diferença percentual (P_{pd}) entre a potência média dissipada no amortecedor assimétrico em relação a razão de assimetria β considerando um perfil harmônico e estocástico é calculada da seguinte forma:

$$P_{pd} = \frac{|P_{stc} - P_h|}{\frac{P_{stc} + P_h}{2}} 100 \quad (3.18)$$

A figura 3.40 apresenta diferença percentual em relação a razão de assimetria β considerando a velocidade do veículo como 40, 80 e 120 km/h.

É notada que a diferença percentual é inversamente proporcional a velocidade. Para velocidade de 120 km/h a diferença é em média 3.5 %, porém, para a velocidade de 40 km/h a diferença é relativamente grande, apresentando um valor de aproximadamente 37 %.

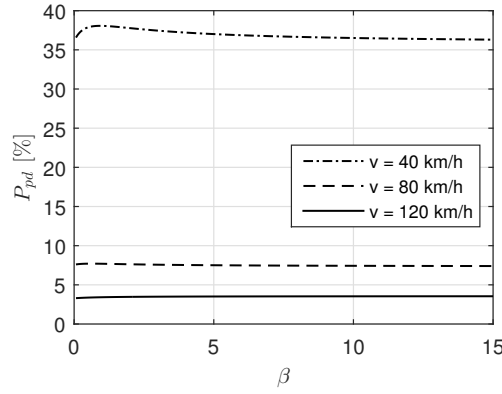


Figura 3.40: Diferença percentual (P_{pd}) entre a potência média dissipada considerando um perfil harmônico e estocástico em relação a razão de assimetria β .

A diferença percentual pode ser melhor interpretada quando observada em relação a velocidade do veículo, conforme mostrado na figura 3.41. O pico mais acentuado que ocorre entre as velocidades 15 - 40 km/h aparece devido a ressonância no modelo com perfil harmônico.

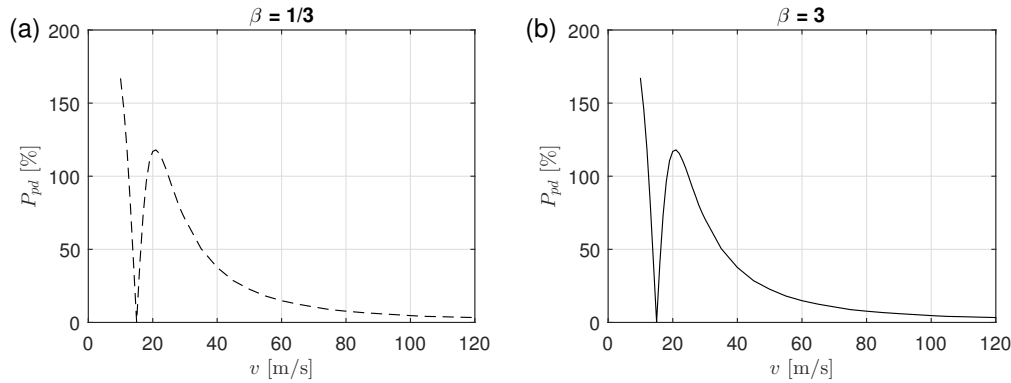


Figura 3.41: Diferença percentual (P_{pd}) entre a potência média dissipada considerando um perfil harmônico e estocástico em relação a velocidade do veículo utilizando razão de assimetria β (a) $\beta = 1/3$ e (b) $\beta = 3$.

Pode ser observado que para $v = 15$ km/h praticamente não existe diferença entre a potência dissipada considerando um perfil estocástico ou harmônico. Porém, para esse valor de velocidade há uma inversão dos valores de potência dissipada, sendo que abaixo de 15 km/h a potência dissipada no modelo harmônico é mais baixa que a apresentada no modelo estocástico. Dessa forma, a figura 3.42 apresenta a razão de potência (P_R) entre a potência dissipada no modelo harmônico (P_h) e a potência dissipada no modelo estocástico (P_{stc}), cuja equação é dada por:

$$P_R = \frac{P_h}{P_s} \quad (3.19)$$

Nesse caso os valores menores que 1 mostram que a potência dissipada no modelo harmônico é menor que a potência dissipada no modelo estocástico e que para velocidades mais

elevadas essa diferença se torna menor.

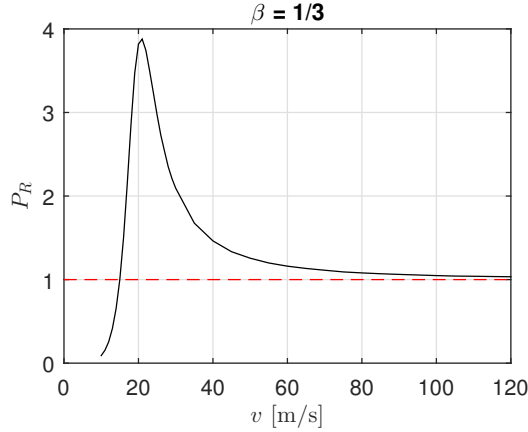


Figura 3.42: Razão de potência (P_R) entre a potência dissipada no modelo harmônico (P_h) e a potência dissipada no modelo estocástico (P_s) em relação a velocidade do veículo utilizando razão de assimetria $\beta = 1/3$.

3.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

O efeito da razão de assimetria (β) foi mostrado em detalhes considerando os casos super amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão, ilustrando a mudança no tempo de transição (τ_c) devido a β , resultando em tempo diferente gasto na extensão e compressão, e consequentemente o deslocamento médio. O pico de aceleração pode ser diminuído em frequências baixas quando $\beta < 1$ e frequências mais altas quando $\beta > 1$.

Em relação à dissipação de energia, foi mostrado que a região ótima em frequências mais baixas implica em $\beta \neq 1$, enquanto em altas frequências a energia dissipada não é sensível a β . A assimetria implica em um comportamento transitório nas transições entre fases de extensão para compressão e compressão para expansão para grandes β .

Foi observado nas análises que a quantidade de potência dissipada durante o ciclo de extensão é diferente da potência dissipada durante o ciclo de compressão. Isso ocorre devido a diferença no coeficiente de amortecimento durante os ciclos. Embora haja essa diferença e potência total dissipada não sofra alteração, pois, os valores de coeficiente de amortecimento assimétrico são escolhidos de tal forma a manter constante a energia dissipada durante o ciclo completo. Portanto, fica claro que independente da razão de assimetria (β) utilizada a potência média dissipada não sofre alteração. Entretanto, é observado que a potência RMS é maior quando se utiliza razão de assimetria $\beta \neq 1$.

As análises comparativas entre a resposta do sistema considerando um perfil harmônico e o perfil estocástico demonstram certa relação no deslocamento médio da massa suspensa. Essa semelhança de comportamento pode ajudar a obter uma aproximação analítica para o efeito de *jacking down* na suspensão e também para a potência dissipada. A resposta do sistema estocástico apresenta um custo computacional relativamente elevado quando

comparado com o sistema harmônico. Dessa forma, conhecendo a relação entre ambas, pode se obter a potência ou o deslocamento médio através de uma aproximação analítica considerando um perfil harmônico.

Esse capítulo também apresentou algumas comparações entre um sistema com amortecimento assimétrico com excitação estocástica e harmônica. Sobrepondo as respostas de deslocamento médio do modelo estocástico e do modelo com excitação harmônica foi verificado que existe uma tendência linear nos deslocamentos médios.

Foi verificado também que a aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s \text{ rms}}$) também apresenta uma similaridade de comportamento, principalmente fora da região de ressonância.

A potência média dissipada no amortecedor sofre pouca influência da razão de assimetria β . A potência dissipada no sistema com excitação harmônica e estocástica tem valores muito próximos, principalmente nas regiões de frequência mais distantes da ressonância.

CAPÍTULO 4

1 GDL COM NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA E EXCITAÇÃO HARMÔNICA

Esse capítulo apresenta análises do sistema de suspensão de 1 GDL com amortecimento assimétrico incluindo não linearidade geométrica, com as dimensões nominais da suspensão. Mais especificamente são analisadas as potências média e RMS em um ciclo completo com diferentes razões de assimetria e sob diferentes velocidades. A aceleração RMS também é investigada a fim de se constatar possíveis faixas de frequências onde o amortecimento assimétrico apresenta vantagens sobre o simétrico. Por fim, uma análise do tempo de transição e tempo despendido durante as fases de compressão e extensão são mostrados e comparados através da razão de tempo gasto durante as fases.

4.1 DESLOCAMENTO E ACELERAÇÃO EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DO VEÍCULO

A frequência angular induzida pelo pavimento com perfil harmônico depende da velocidade do veículo e para excitar a frequência natural do modelo de 1 GDL, uma faixa entre 2.7 m/s e 11.1 m/s (10 e 40 km/h) é considerada nas análises desta seção.

O deslocamento médio absoluto do sistema que utiliza amortecimento assimétrico ocorre de forma simétrica quando o coeficiente de amortecimento da extensão é o mesmo da compressão nos casos $\beta = 1/3$ e $\beta = 3$, por exemplo. Esse efeito se deve a quantidade de energia dissipada no ciclo ser a mesma nos dois casos, portanto, de forma absoluta o deslocamento médio de $\beta = 1/3$ e $\beta = 3$ é semelhante.

Porém, como uma não linearidade geométrica é adicionada ao modelo, a simetria no deslocamento médio não ocorre, como é observado comparando as curvas das figuras 4.1-a e 4.1-b. A assimetria na geometria da suspensão também faz com que o sistema que utiliza

amortecimento simétrico tenha uma variação no deslocamento médio.

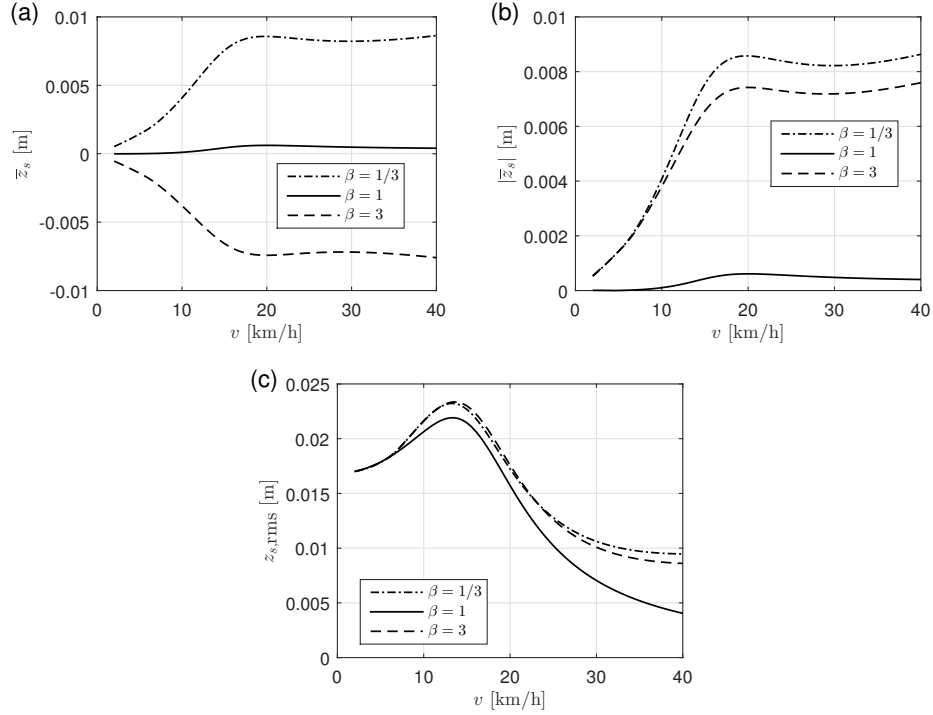


Figura 4.1: (a) Deslocamento médio da massa suspensa ($\bar{z}_s$), (b) deslocamento médio absoluto da massa suspensa ($|\bar{z}_s|$) e (c) deslocamento RMS da massa suspensa ($z_{s, rms}$) em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

A assimetria na geometria da suspensão tem ligação direta com as forças de amortecimento e da mola. Quando a roda se desloca no sentido positivo o conjunto mola-amortecedor tende a ficar mais inclinado, conseqüentemente, a componente da força da mola se torna menor e o contrário ocorre quando a roda se desloca no sentido negativo. Aliado a isso, ainda existe o efeito de *jacking down* devido ao amortecimento assimétrico que aumenta ou diminui o deslocamento relativo dependendo de β . Tanto na aceleração máxima quanto na aceleração RMS da massa suspensa é observado que existe uma vantagem do sistema com amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$ em relação aos demais analisados (Fig. 4.2).

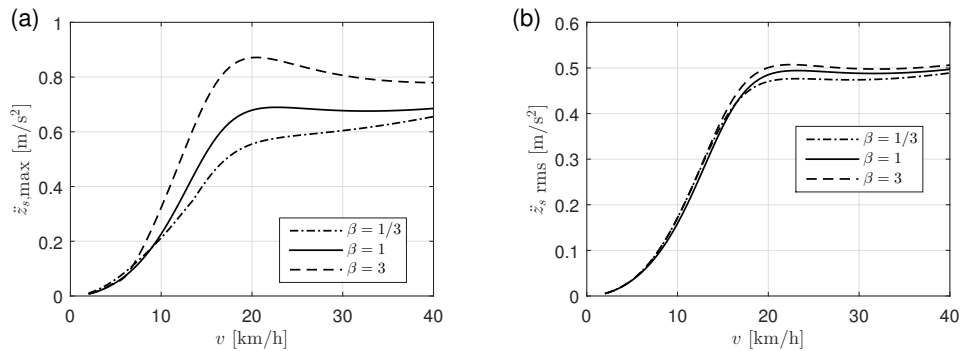


Figura 4.2: (a) máxima aceleração ($\ddot{z}_{s, max}$) e (b) aceleração RMS ($\ddot{z}_{s, rms}$) da massa suspensa em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

De forma geral, outra característica a respeito do amortecimento assimétrico mencionada por Silveira, Wahi e Fernandes (2019), pouco explorada, é que ocorre um “regime transiente” dentro do ciclo do amortecedor. Isso faz com que o deslocamento (z), velo-

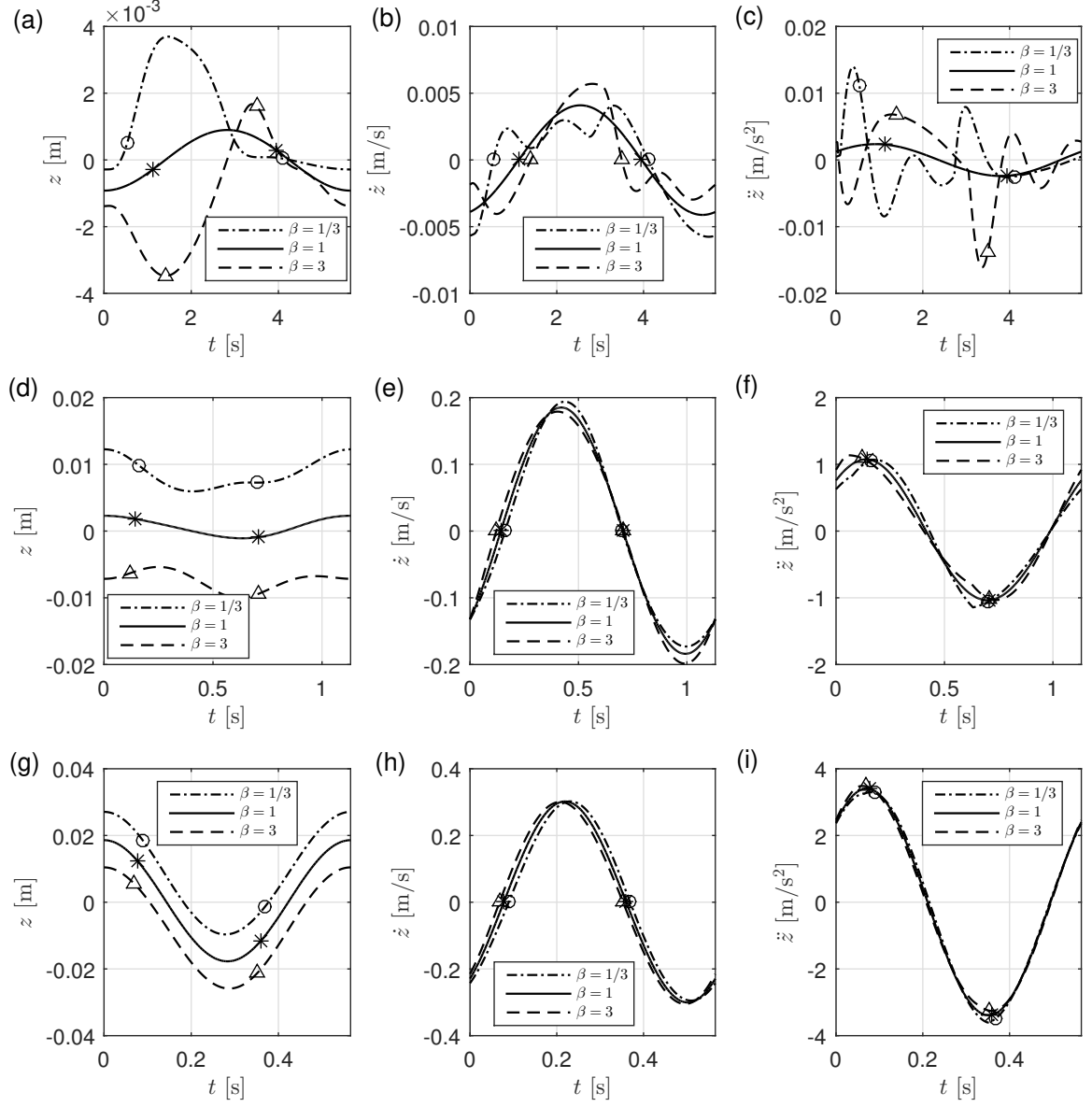


Figura 4.3: Deslocamento, velocidade e aceleração relativas entre a massa suspensa e o perfil vertical do pavimento utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ considerando a velocidade do veículo $v = 4$ km/h, $v = 20$ km/h e $v = 40$ km/h.

4.2 POTÊNCIA DISSIPADA NO AMORTECEDOR ASSIMÉTRICO

Diversos estudos têm sido feitos a fim de quantificar a quantidade de energia que é dissipada, e conseqüentemente desperdiçada, no amortecedor. Isso pode ser utilizado em sistemas de suspensão regenerativos, onde a energia advinda da oscilação pode ser recuperada e aproveitada no próprio veículo.

A figura 4.4 mostra a potência instantânea dissipada no amortecedor assimétrico utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

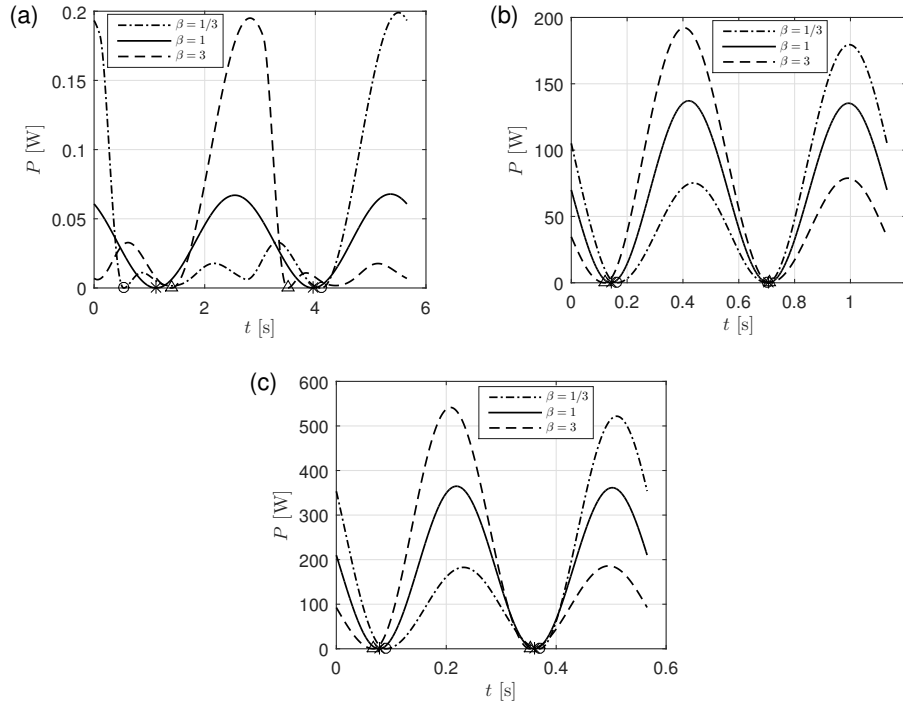


Figura 4.4: Potência instantânea dissipada no amortecedor assimétrico utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ considerando (a) $v = 4$ km/h, (b) $v = 20$ km/h e (c) $v = 40$ km/h.

Dessa forma, a figura 4.5 apresenta a potência média ($\bar{P}$) e a potência RMS (P_{rms}) dissipada no amortecedor assimétrico do sistema de suspensão incluindo as não linearidades geométricas.

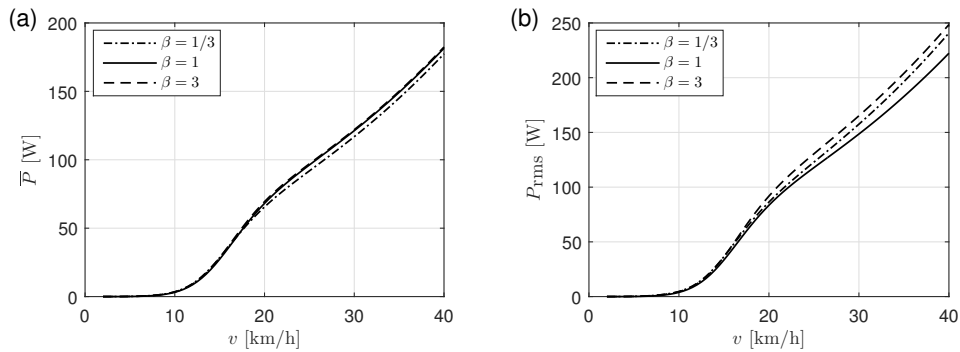


Figura 4.5: (a) Potência média ($\bar{P}$) e (b) potência RMS (P_{rms}) dissipada no amortecedor assimétrico em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

Além disso, o tempo que o amortecedor passa nas fases de compressão e extensão é completamente diferente o que faz com que a potência dissipada durante o ciclo seja diferente dependendo da razão de assimetria β .

A razão de tempo (τ_R) que o amortecedor permanece entre as fases de extensão ($\tau^+ = \tau_c - \tau_0$) e compressão ($\tau^- = \tau_f - \tau_c$) é definido por:

$$\tau_R = \frac{\tau^+}{\tau^-} \quad (4.1)$$

considerando um ciclo completo $\tau_f = \frac{2\pi}{\Omega v^{3.6}}$ para várias velocidades diferentes.

A figura 4.6 mostra os tempos τ^+ , τ^- , τ_R e τ_c para $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$. Os efeitos transientes dentro das fases de extensão e compressão acontecem exclusivamente em velocidades mais baixas, abaixo de 10 km/h. Em velocidades mais baixas o valor de τ_R do sistema com $\beta = 1/3$ vai diminuindo até se tornar menor que 1 próximo da velocidade de 8 km/h enquanto que para $\beta = 3$ acontece o contrário. Analisando equação 4.1 e a figura 4.6 da para perceber que antes de 8.2 km/h o amortecedor passa mais tempo no ciclo de extensão do que na compressão.

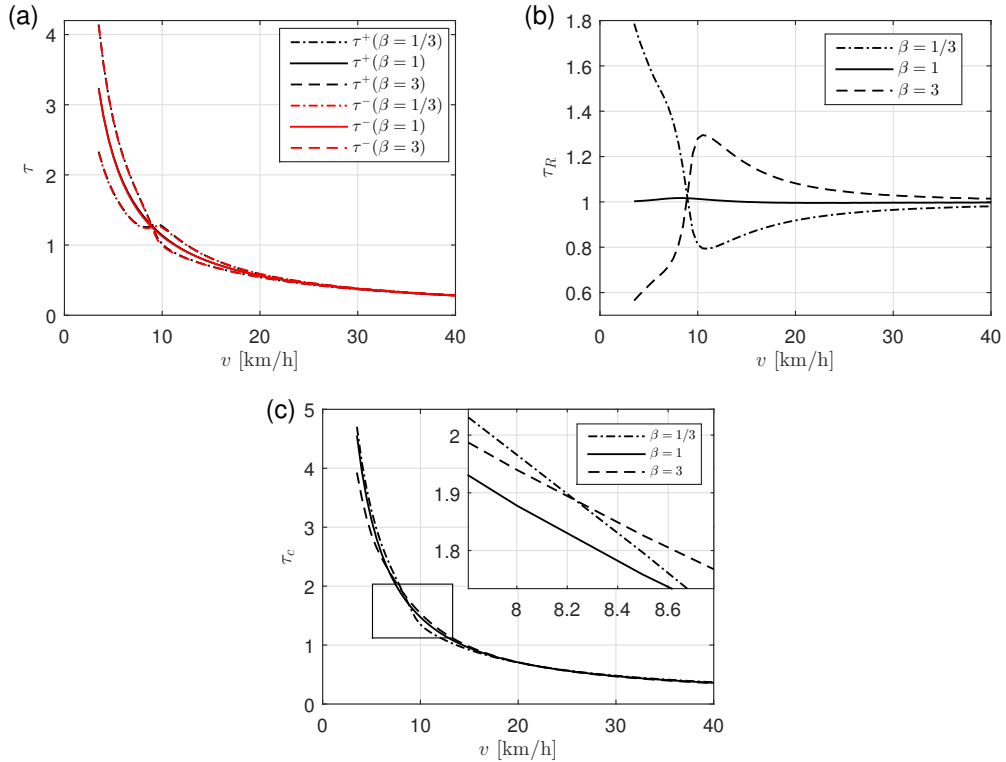


Figura 4.6: (a) Tempo despendido nas fases de extensão e compressão, (b) razão de tempo entre as fases de extensão e tempo de transição entre extensão e compressão em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

4.3 AMPLITUDE DE DESLOCAMENTO E ACELERAÇÃO EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE

Apesar do sistema com amortecimento demonstrar vantagem em diminuir a aceleração da massa suspensa, a amplitude de deslocamento (Z_s) e amplitude de aceleração ($\ddot{Z}_s$) da massa suspensa é maior. É observado na figura 4.7 que após a ressonância o sistema com amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$ apresenta menor amplitude de deslocamento.

No caso da amplitude da aceleração, apesar do sistema com $\beta = 1/3$ apresentar um pequeno aumento da amplitude em baixas frequências, após a ressonância praticamente tem a mesma amplitude que o sistema simétrico. O sistema com $\beta = 3$ tem a maior amplitude de aceleração em toda a faixa de velocidade observada, conforme mostra a figura 4.7-b.

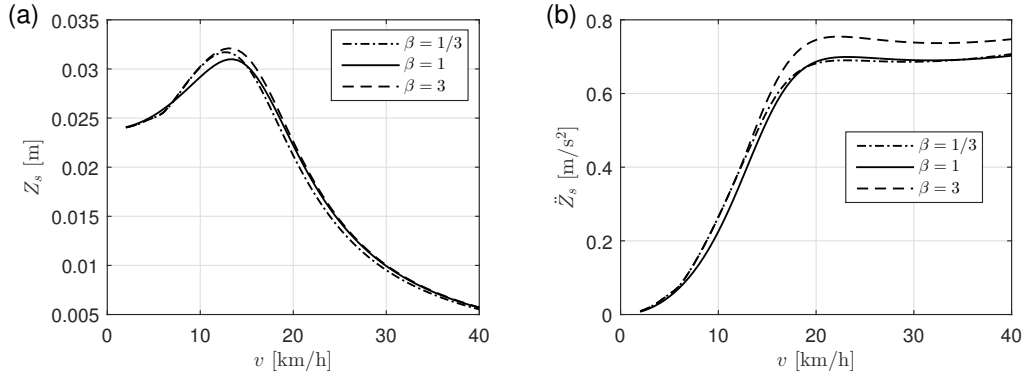


Figura 4.7: (a) Amplitude de deslocamento (Z_s) e (b) amplitude de aceleração ($\ddot{Z}_s$) da massa suspensa em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

É observado que os picos máximos na transmissibilidade de deslocamento e aceleração ocorrem pouco antes da ressonância. Isso ocorre por conta da geometria da suspensão, pois como o conjunto mola amortecedor não fica exatamente na vertical a força da mola é uma componente que depende do ângulo da montagem.

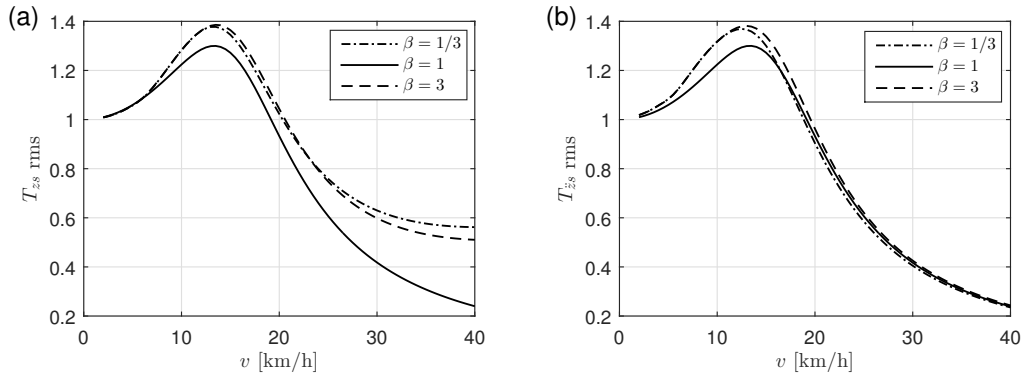


Figura 4.8: (a) Transmissibilidade de deslocamento ($T_{z_s \text{ rms}}$) e (b) transmissibilidade de aceleração ($T_{\ddot{z}_s \text{ rms}}$) da massa suspensa em relação a velocidade do veículo utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

4.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

Foi verificado que a assimetria na geometria da suspensão tem ligação direta com as forças de amortecimento e da mola. A componente da força da mola e de amortecimento se torna menor quando a roda se desloca no sentido positivo porque o conjunto mola-amortecedor tende a ficar mais inclinado. Aliado a isso, ainda existe o efeito de *jacking down* devido ao amortecimento assimétrico que aumenta ou diminui o deslocamento relativo dependendo de β .

O sistema com amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$ apresenta menor aceleração máxima e RMS da massa suspensa em relação aos demais analisados, melhorando o conforto.

O “regime transiente” que ocorre dentro do ciclo do amortecedor assimétrico faz com que a velocidade relativa ($\dot{z}$) tenha um comportamento diferente na fase de extensão quando comparado com a fase de compressão. O tempo que o amortecedor passa nas fases de compressão e extensão são completamente diferentes fazendo com que a potência dissipada durante o ciclo seja diferente dependendo da razão de assimetria β . Isso pode ser utilizado como base na aplicação em sistemas de suspensão regenerativa, onde a energia advinda da oscilação pode ser recuperada e aproveitada no próprio veículo.

Tabela 4.1: Comparação entre o tempo de transição da fase de compressão $\rightarrow$ extensão (τ_0), fase de extensão $\rightarrow$ compressão (τ_c), τ^+ , τ^- e razão entre as fases de extensão e compressão τ_R para $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

v	$\beta = 1/3$					$\beta = 1$					$\beta = 3$				
	τ_0	τ_c	τ^-	τ^+	τ_R	τ_0	τ_c	τ^-	τ^+	τ_R	τ_0	τ_c	τ^-	τ^+	τ_R
10	0.336	1.349	1.014	1.248	0.812	0.335	1.473	1.138	1.124	1.013	0.268	1.538	1.270	0.992	1.280
11	0.310	1.220	0.910	1.147	0.793	0.295	1.328	1.033	1.023	1.010	0.226	1.384	1.159	0.898	1.291
12	0.285	1.126	0.841	1.044	0.805	0.263	1.209	0.946	0.939	1.007	0.203	1.255	1.052	0.833	1.263
13	0.262	1.047	0.786	0.954	0.823	0.237	1.109	0.872	0.868	1.004	0.186	1.146	0.959	0.781	1.229
14	0.241	0.979	0.738	0.877	0.841	0.216	1.024	0.809	0.807	1.002	0.173	1.053	0.880	0.735	1.197
15	0.223	0.919	0.697	0.811	0.859	0.198	0.952	0.754	0.754	1.000	0.161	0.974	0.813	0.695	1.169
16	0.207	0.866	0.659	0.754	0.874	0.183	0.889	0.706	0.707	0.999	0.151	0.905	0.754	0.659	1.144
17	0.193	0.819	0.626	0.705	0.887	0.170	0.835	0.664	0.666	0.997	0.142	0.846	0.704	0.626	1.124
18	0.181	0.776	0.595	0.662	0.899	0.159	0.787	0.627	0.629	0.997	0.134	0.794	0.660	0.596	1.107
19	0.171	0.738	0.567	0.624	0.909	0.150	0.744	0.594	0.596	0.996	0.127	0.749	0.622	0.569	1.094
20	0.162	0.703	0.541	0.590	0.918	0.142	0.706	0.564	0.567	0.996	0.121	0.709	0.588	0.543	1.082
21	0.154	0.671	0.518	0.559	0.926	0.135	0.672	0.537	0.540	0.995	0.116	0.673	0.557	0.520	1.072
22	0.147	0.643	0.496	0.532	0.933	0.129	0.642	0.513	0.515	0.996	0.111	0.641	0.530	0.498	1.064
23	0.140	0.617	0.476	0.507	0.938	0.123	0.614	0.491	0.493	0.996	0.106	0.611	0.505	0.478	1.056
24	0.135	0.592	0.458	0.485	0.944	0.118	0.588	0.470	0.472	0.996	0.102	0.585	0.483	0.460	1.051
25	0.130	0.570	0.440	0.464	0.949	0.114	0.565	0.451	0.453	0.995	0.099	0.561	0.463	0.442	1.046
26	0.125	0.550	0.424	0.446	0.952	0.110	0.544	0.434	0.436	0.996	0.095	0.539	0.444	0.426	1.041
27	0.121	0.531	0.410	0.428	0.956	0.106	0.524	0.418	0.420	0.996	0.092	0.519	0.427	0.411	1.037
28	0.117	0.513	0.396	0.412	0.959	0.103	0.506	0.403	0.405	0.996	0.089	0.500	0.411	0.397	1.034
29	0.114	0.497	0.383	0.397	0.963	0.100	0.489	0.389	0.391	0.996	0.087	0.483	0.396	0.384	1.031
30	0.111	0.481	0.370	0.384	0.965	0.097	0.473	0.376	0.378	0.997	0.085	0.467	0.382	0.372	1.029
31	0.108	0.467	0.359	0.371	0.967	0.094	0.458	0.364	0.366	0.996	0.082	0.452	0.370	0.360	1.026
32	0.105	0.453	0.348	0.359	0.969	0.092	0.445	0.353	0.354	0.997	0.080	0.438	0.358	0.349	1.025
33	0.103	0.441	0.338	0.348	0.971	0.090	0.432	0.342	0.343	0.997	0.078	0.425	0.347	0.339	1.022
34	0.101	0.429	0.328	0.337	0.973	0.088	0.420	0.332	0.333	0.996	0.077	0.413	0.336	0.329	1.021
35	0.098	0.417	0.319	0.327	0.974	0.086	0.408	0.323	0.324	0.997	0.075	0.401	0.326	0.320	1.019
36	0.096	0.407	0.310	0.318	0.976	0.084	0.398	0.314	0.315	0.997	0.073	0.390	0.317	0.311	1.018
37	0.094	0.397	0.302	0.309	0.977	0.082	0.388	0.305	0.306	0.997	0.072	0.380	0.308	0.303	1.017
38	0.093	0.387	0.294	0.301	0.979	0.081	0.378	0.297	0.298	0.997	0.071	0.371	0.300	0.295	1.016
39	0.091	0.378	0.287	0.293	0.980	0.079	0.369	0.290	0.290	0.998	0.069	0.361	0.292	0.288	1.015
40	0.089	0.369	0.280	0.286	0.980	0.078	0.360	0.282	0.283	0.997	0.068	0.353	0.285	0.281	1.014

CAPÍTULO 5

2 GDL COM NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA E EXCITAÇÃO HARMÔNICA E ESTOCÁSTICA

Esse capítulo apresenta análises do sistema de suspensão de 2 GDL com amortecimento assimétrico incluindo não linearidade geométrica sob excitação harmônica e estocástica. As análises considerando o perfil harmônico são apresentadas na seção 5.1 e com perfil estocástico na seção 5.2.1.

Mais especificamente são analisadas as potências média e RMS em um ciclo completo com diferentes razões de assimetria e sob diferentes velocidades. A aceleração RMS também é investigada a fim de se constatar possíveis faixas de frequências onde o amortecimento assimétrico apresenta vantagens sobre o simétrico. Por fim, uma análise do tempo de transição e tempo despendido durante as fases de compressão e extensão são mostrados e comparados através da razão de tempo gasto durante as fases.

Considerando um perfil estocástico, são apresentadas as comparações da aceleração da massa suspensa entre o sistema de suspensão otimizado e não otimizado. Uma razão entre a amplitude da PSD do sistema otimizado e não otimizado é feita para identificar as faixas de frequências ótimas. Os parâmetros encontrados no processo de otimização são analisados isoladamente para determinar qual apresenta mais influência na aceleração da massa suspensa. Análises da PSD com diferentes razões de assimetria β são apresentadas e comparadas.

5.1 2-GDL COM NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA E EXCITAÇÃO HARMÔNICA

Em sistemas que não incluem não linearidade geométrica, o valor absoluto do deslocamento médio em relação a frequência é o mesmo, independente de β utilizado. Porém, devido a assimetria na geometria da suspensão, a medida que se aumenta a velocidade o deslocamento médio fica mais distante da posição de equilíbrio ($z_s = 0$). Observando o deslocamento médio absoluto, figura 5.1-b, fica mais claro que o sistema com $\beta = 1/3$ tem maior deslocamento médio se comparado com $\beta = 3$ e $\beta = 1$.

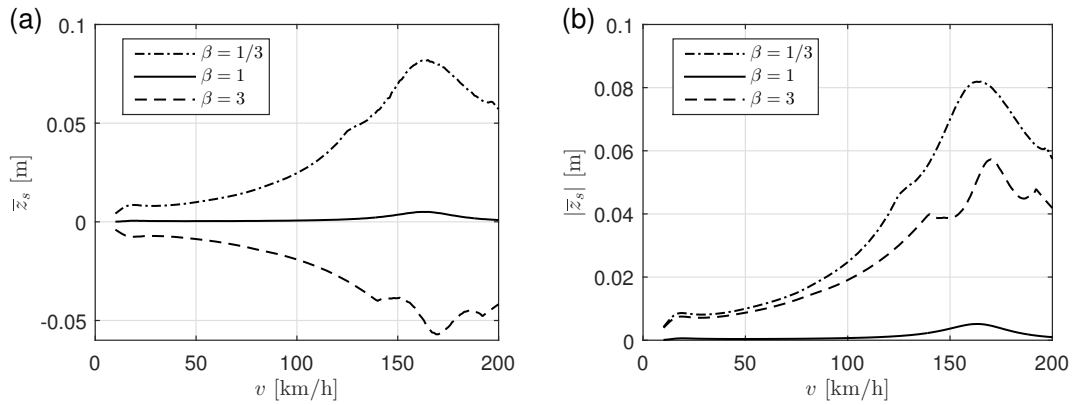


Figura 5.1: (a) Deslocamento médio ($\bar{z}_s$) e (b) módulo de deslocamento médio ($|\bar{z}_s|$) da massa suspensa utilizando amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$.

A figura 5.2 apresenta os históricos de deslocamento da massa suspensa em um ciclo no regime permanente para diferentes velocidades.

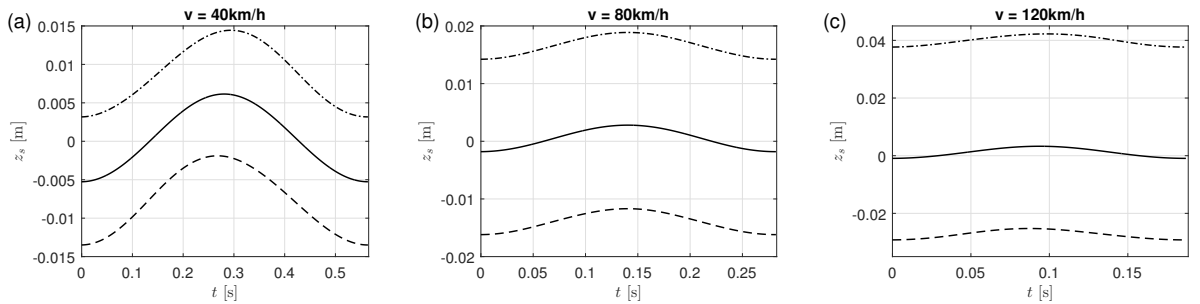


Figura 5.2: Histórico de deslocamento da massa suspensa (z_s) em um ciclo considerando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$, $\beta = 3$ e (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e (c) $v = 120$ km/h.

Devido a assimetria a curva de histerese também apresenta um formato típico do amortecimento assimétrico, ou seja, uma elipse simétrica para $\beta = 1$ e uma elipse assimétrica quando $\beta \neq 1$, como mostra a figura 5.3. Nesse caso, a média da curva de histerese, no eixo do deslocamento relativo, se desloca no sentido positivo ou negativo de acordo com β utilizado.

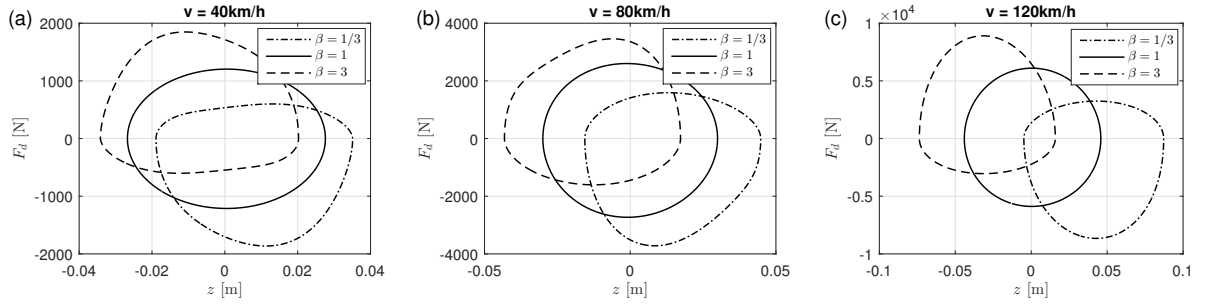


Figura 5.3: Força de amortecimento (F_d) em relação ao deslocamento relativo (z) considerando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$, $\beta = 3$ e (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h.

A curva de força de amortecimento em relação a velocidade relativa mostra que a força de amortecimento na fase de compressão utilizando $\beta = 3$ é a mesma da fase de extensão quando se utiliza $\beta = 1/3$.

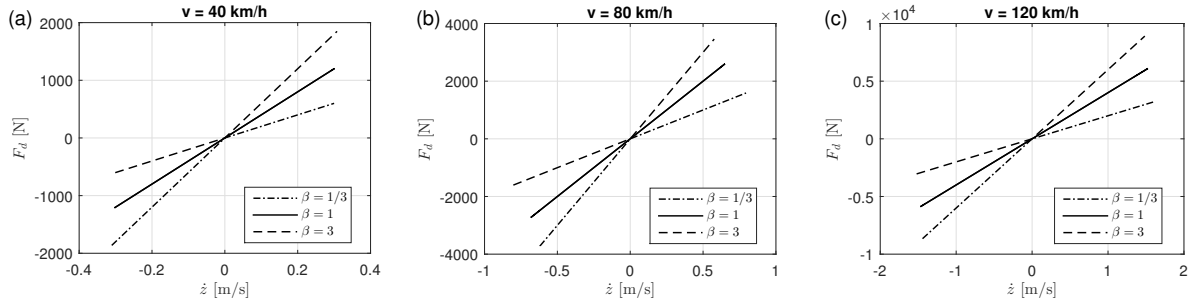


Figura 5.4: Força de amortecimento (F_d) em relação a velocidade relativa ($\dot{z}$) considerando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$, $\beta = 3$ e (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h.

Como observado por Silveira, Wahi e Fernandes (2019), em frequências mais baixas, próximas do primeiro pico, o sistema com amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$ apresenta menor aceleração da massa suspensa. Embora o sistema de suspensão com $\beta = 3$ apresentar menor aceleração RMS na faixa entre 100 e 150 km/h, próximo do segundo pico $\beta = 1$ se mostra mais eficiente em relação ao conforto. Um pico na resposta do sistema simétrico é verificado devido a assimetria na geometria, sendo mais severo próximo do segundo pico de ressonância.

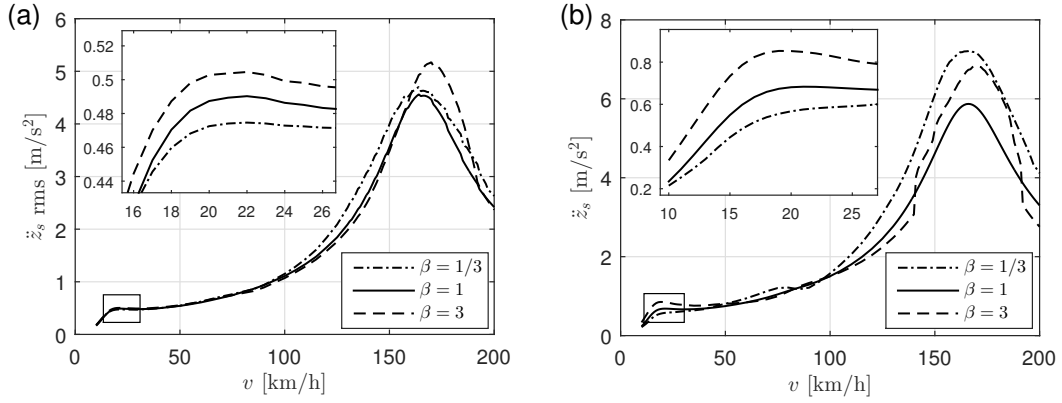


Figura 5.5: (a) Aceleração RMS ($\ddot{z}_s \text{ rms}$) e (b) máxima aceleração ($\ddot{z}_s$) da massa suspensa utilizando amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$.

A figura 5.6 apresenta as potências média e RMS dissipadas em um ciclo do amortecedor. É observado que em baixas velocidades a diferença é pouco expressiva, pois o deslocamento relativo também é pequeno. Existe uma pequena faixa, $130 \geq v \leq 158$ km/h, em que o amortecimento simétrico apresenta maior potência média dissipada, porém, próximo do segundo pico de ressonância $\beta = 3$ mostra maior eficiência. Isso ocorre, possivelmente, devido a assimetria na geometria da suspensão e ao deslocamento médio ser diferente para cada β .

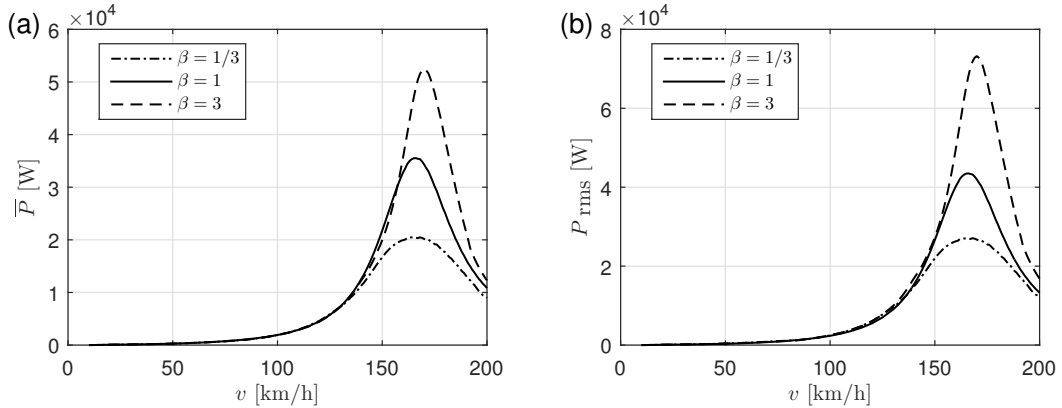


Figura 5.6: (a) Potência média ($\bar{P}$) e (b) potência RMS (P_{rms}) dissipada no amortecedor assimétrico utilizando $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$.

Além disso, o tempo despendido nas fases de extensão e compressão é diferente e consequentemente a amplitude da velocidade relativa pico a pico muda de acordo com a velocidade e do valor de β utilizado. O deslocamento médio da massa suspensa varia de acordo com o valor de β utilizado, apresentando valores negativos para $\beta > 1$ e positivos para $\beta < 1$, como mostrado na figura 5.1-a.

Devido à variação no tempo entre as fases de extensão e compressão serem diferentes, a potência dissipada no ciclo muda de acordo com β utilizado. A tendência de aumento ou diminuição no valor de τ_c também é influenciado pela velocidade do veículo conforme observado na figura 5.7.

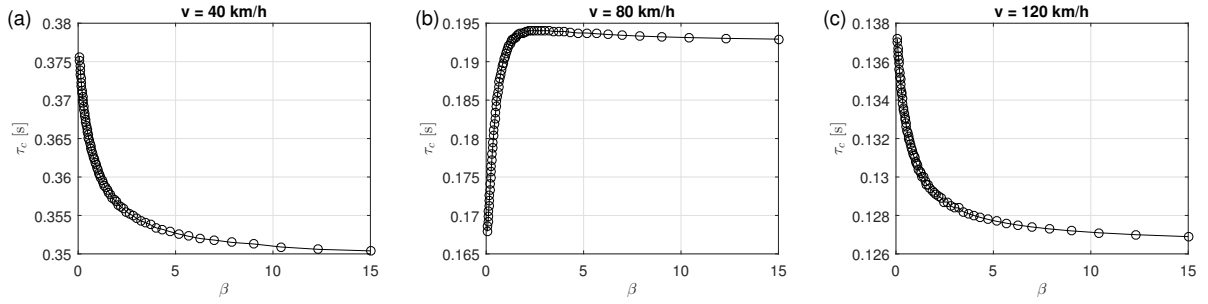


Figura 5.7: Tempo de transição entre a fase de extensão e compressão (τ_c) em relação a β considerando (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h.

A razão entre o tempo gasto durante a fase de compressão e de extensão (τ_R) mostra que para $\beta > 1$ o amortecedor passa mais tempo na fase de compressão. O contrário ocorre para $\beta < 1$ onde o amortecedor passa mais tempo na fase de extensão (Fig. 5.8).

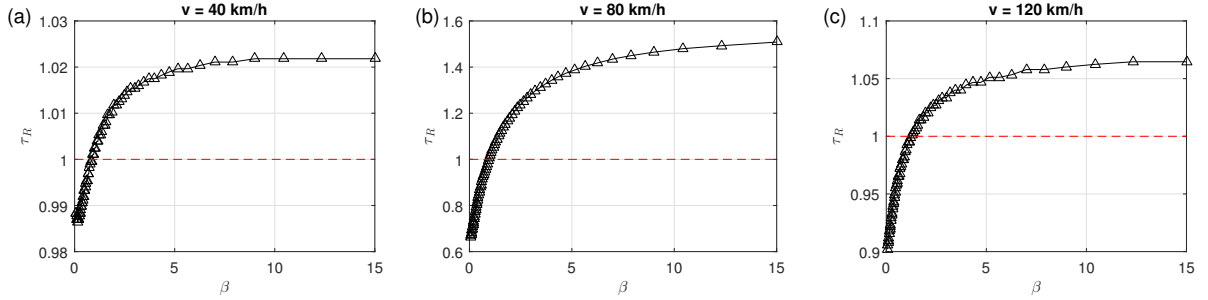


Figura 5.8: Razão entre o tempo gasto durante a fase de compressão e de extensão (τ_R) em relação a β considerando (a) $v = 40$ km/h, (b) $v = 80$ km/h e $v = 120$ km/h.

Na faixa de velocidade entre os picos de ressonância a potência dissipada no ciclo é maior quando se utiliza valores de β mais próximos de 1. No entanto, em velocidades mais baixas, os valores de β mais extremos maiores que 1 são os que mostram maior dissipação de energia, como mostra a figura 5.9-a. O contrário ocorre para velocidade de 120 km/h, onde valores de $\beta < 1$ apresentam maior dissipação de energia por ciclo.

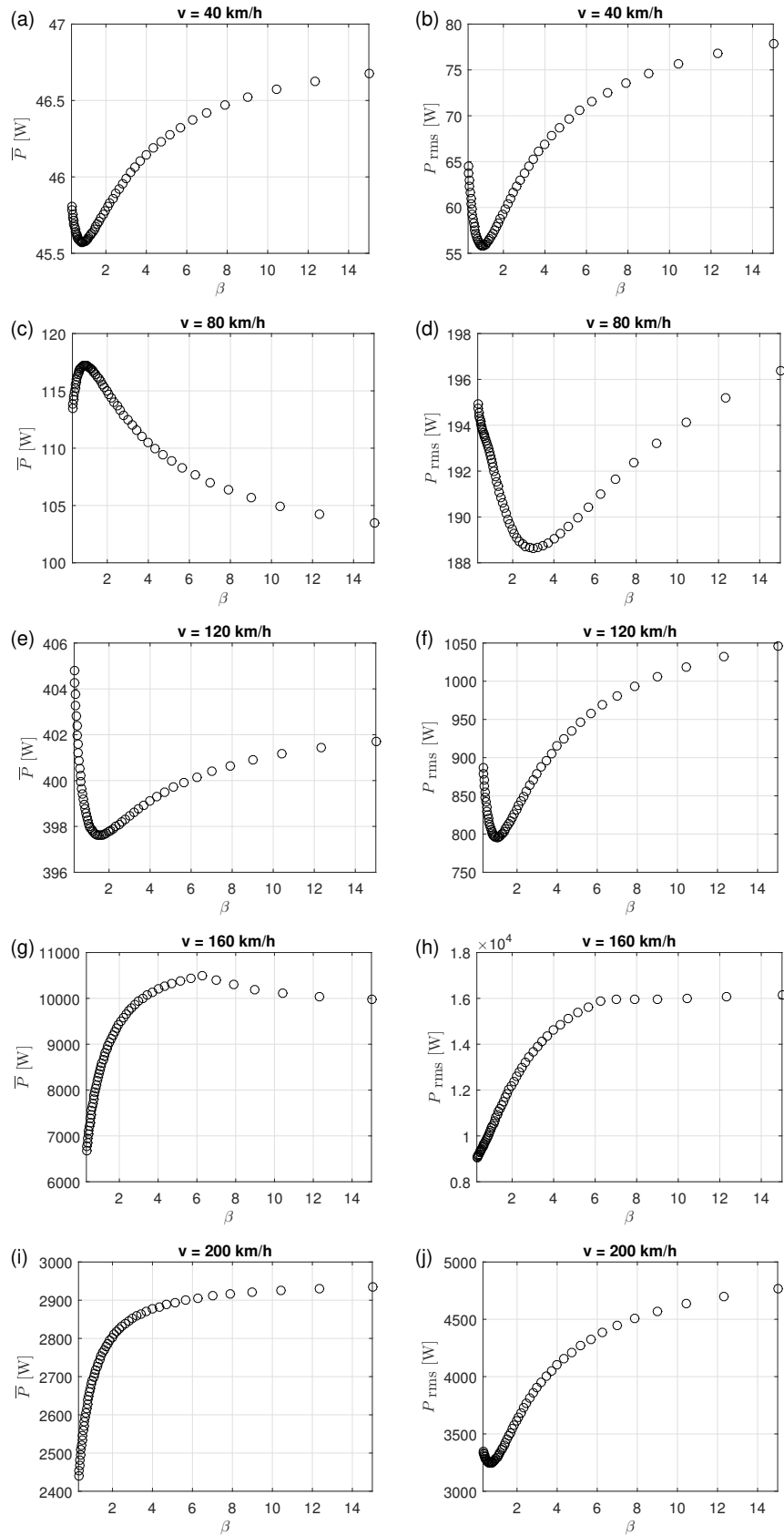


Figura 5.9: Potência média ($\bar{P}$) e potência RMS (P_{rms}) em relação a β considerando diferentes velocidades: (a) e (b) 40 km/h, (c) e (d) 80 km/h, (e) e (f) 120 km/h, (g) e (h) 160 km/h, (i) e (j) 200 km/h.

Tabela 5.1: Comparação entre o tempo de transição da fase de compressão $\rightarrow$ extensão (τ_0), fase de extensão $\rightarrow$ compressão (τ_c), τ^+ , τ^- e razão entre as fases de extensão e compressão τ_R para $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$.

	$\beta = 1/3$					$\beta = 1$					$\beta = 3$				
v	τ_0	τ_c	τ^-	τ^+	τ_R	τ_0	τ_c	τ^-	τ^+	τ_R	τ_0	τ_c	τ^-	τ^+	τ_R
10	0.343	1.348	1.256	1.005	0.800	0.336	1.473	1.124	1.137	1.012	0.269	1.537	0.993	1.268	1.277
15	0.226	0.928	0.805	0.702	0.872	0.199	0.952	0.754	0.753	0.999	0.165	0.972	0.700	0.807	1.153
20	0.151	0.719	0.562	0.568	1.011	0.142	0.707	0.565	0.565	1.000	0.133	0.695	0.568	0.562	0.989
25	0.122	0.584	0.442	0.462	1.045	0.114	0.567	0.451	0.453	1.004	0.111	0.553	0.462	0.442	0.957
30	0.106	0.487	0.372	0.381	1.024	0.097	0.474	0.376	0.377	1.003	0.090	0.464	0.379	0.374	0.987
35	0.095	0.422	0.319	0.327	1.025	0.086	0.409	0.323	0.323	1.000	0.081	0.400	0.327	0.319	0.976
40	0.088	0.370	0.283	0.282	0.996	0.077	0.360	0.282	0.283	1.004	0.068	0.354	0.279	0.286	1.025
45	0.084	0.330	0.256	0.246	0.961	0.072	0.324	0.250	0.252	1.008	0.060	0.319	0.243	0.259	1.066
50	0.076	0.300	0.228	0.224	0.982	0.067	0.294	0.225	0.227	1.009	0.057	0.287	0.222	0.230	1.036
55	0.070	0.275	0.206	0.205	0.995	0.063	0.270	0.204	0.207	1.015	0.056	0.264	0.203	0.208	1.025
60	0.066	0.255	0.187	0.189	1.011	0.060	0.250	0.186	0.190	1.022	0.054	0.244	0.186	0.190	1.022
65	0.062	0.236	0.173	0.174	1.006	0.056	0.232	0.171	0.176	1.029	0.049	0.226	0.170	0.177	1.041
70	0.058	0.217	0.164	0.159	0.970	0.054	0.217	0.160	0.163	1.019	0.044	0.213	0.154	0.169	1.097
75	0.056	0.198	0.159	0.142	0.893	0.052	0.205	0.148	0.153	1.034	0.040	0.203	0.138	0.163	1.181
80	0.056	0.181	0.157	0.125	0.796	0.049	0.193	0.138	0.144	1.043	0.035	0.194	0.123	0.159	1.293
85	0.057	0.172	0.151	0.115	0.762	0.047	0.181	0.132	0.134	1.015	0.034	0.185	0.115	0.151	1.313
90	0.056	0.168	0.139	0.112	0.806	0.046	0.171	0.126	0.125	0.992	0.035	0.174	0.112	0.139	1.241
95	0.055	0.164	0.129	0.109	0.845	0.044	0.162	0.120	0.118	0.983	0.036	0.163	0.111	0.127	1.144
100	0.052	0.157	0.121	0.105	0.868	0.043	0.154	0.115	0.111	0.965	0.035	0.154	0.107	0.119	1.112
105	0.051	0.152	0.114	0.101	0.886	0.041	0.148	0.108	0.107	0.991	0.034	0.145	0.104	0.111	1.067
110	0.049	0.147	0.107	0.098	0.916	0.041	0.142	0.104	0.101	0.971	0.035	0.140	0.100	0.105	1.050
115	0.048	0.142	0.102	0.094	0.922	0.040	0.137	0.099	0.097	0.980	0.033	0.133	0.096	0.100	1.042
120	0.045	0.135	0.098	0.090	0.918	0.037	0.131	0.094	0.094	1.000	0.032	0.127	0.093	0.095	1.022
140	0.040	0.118	0.083	0.078	0.940	0.035	0.115	0.081	0.080	0.988	0.028	0.109	0.080	0.081	1.013
160	0.036	0.103	0.074	0.067	0.905	0.032	0.101	0.072	0.069	0.958	0.021	0.091	0.071	0.070	0.986
180	0.031	0.093	0.063	0.062	0.984	0.029	0.091	0.063	0.062	0.984	0.019	0.082	0.062	0.063	1.016
200	0.029	0.084	0.058	0.055	0.948	0.025	0.082	0.056	0.057	1.018	0.022	0.078	0.057	0.056	0.982

5.2 OTIMIZAÇÃO DA ACELERAÇÃO RMS

Nesse trabalho o processo de otimização tem a finalidade minimizar a aceleração RMS da massa suspensa, aumentando o conforto para os passageiros. Durante o processo de otimização os parâmetros da geometria são inseridos como variáveis de projeto e diferentes razões de assimetria são consideradas. Os problemas de otimização podem ser escritos de forma geral, e ficam na forma

$$\begin{aligned} &\underset{x}{\text{minimizar}} && f_0(x) \\ &\text{sujeito a} && f_i(x) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

sendo que:

$$\begin{aligned} &f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \text{ é a função objetivo a ser minimizada ao longo do vetor de } n\text{-variáveis } x, \\ &g_i(x) \leq 0 \text{ são chamadas de restrições de desigualdade} \\ &h_j(x) = 0 \text{ são chamadas de restrições de igualdade, e} \\ &m_c \geq 0 \text{ e } p_c \geq 0. \end{aligned} \tag{5.1}$$

Se m_c e p_c for igual a 0, o problema é considerado um problema de otimização irrestrito. Por convenção, o formulário padrão define um problema de minimização. Um problema de maximização pode ser tratado negando a função objetivo.

A resposta da aceleração da massa suspensa é não linear e é obtida numericamente sendo que a função é descontínua devido ao amortecimento assimétrico. Isso caracteriza o sistema como não linear. Porém, através da integração numérica é possível obter a resposta numérica da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s \text{ rms}}(t)$).

Contudo, a classificação do problema de otimização deve ser expressa em função da natureza da função objetivo e das restrições e não da solução da equação diferencial da resposta. Em termos práticos o problema de otimização apresentado nesse trabalho é classificado como:

- Problema de otimização com restrições
- Função objetivo de natureza não linear
- Variáveis de projeto determinísticas que assumem valores inteiros
- Função objetivo não separável (uni-objetivo)
- Otimização multivariável e uni-objetivo;

Portanto, o problema de otimização do sistema de suspensão apresentado pode ser

escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
& \underset{x}{\text{minimizar}} && \ddot{z}_{s \text{ rms}}(t) \\
& \text{sujeito a} && 177.80 \text{ mm} \leq x_1 \leq 260.00 \text{ mm} \\
& && 130.00 \text{ mm} \leq x_2 \leq 160.00 \text{ mm} \\
& && 105.00 \text{ mm} \leq x_3 \leq 177.80 \text{ mm}
\end{aligned} \tag{5.2}$$

sendo que,

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{CD} \\ \overline{AB} \\ \overline{DF} \end{Bmatrix}$$

$\overline{CD}$, $\overline{AB}$, $\overline{DF}$ são os comprimentos nominais da barra superior, barra inferior e distância de fixação do conjunto mola-amortecedor respectivamente, conforme sistema de suspensão mostrado na figura 2.11.

Devido ao custo computacional do processo de otimização ser elevado, o vetor de tempo utilizado é reduzido, porém, o tempo máximo é definido para que a distribuição de z_r apresente uma curva normal. Dessa forma, uma análise de convergência do valor da aceleração $\ddot{z}_{s \text{ rms}}$ e de curtose é apresentada na figura 5.10.

Os histogramas de distribuição de z_r são obtidos para três valores de tempo distintos, representados pelos pontos C_{t1} , C_{t2} e C_{t3} na figura da curtose. Esses valores de tempo foram determinados a partir de uma fração do tempo total ($t = 3000$ s) utilizado para gerar os perfis aleatórios. Nesse caso, os histogramas C_{t1} , C_{t2} e C_{t3} foram obtidos utilizando 0.1, 20 e 100% do tempo total.

Portanto, é verificado que $t = 225$ s é o suficiente para ser utilizado no processo de otimização. Isso significa que z_r foi mantido o mesmo, variando apenas o tempo total da simulação (Nesse caso classe B e $v = 80$ km/h).

Durante o processo de otimização foram testados diferentes razões de assimetria e foi verificado que β teve pouca influência. Sendo assim, $\beta = 1$ foi utilizado, e após o processo de otimização com diferentes suposições iniciais foi obtido o seguinte conjunto de parâmetros que minimizaram a função objetivo, conforme mostrado na equação 5.2.

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 235.87 \text{ mm} \\ 131.82 \text{ mm} \\ 105.00 \text{ mm} \end{Bmatrix}$$

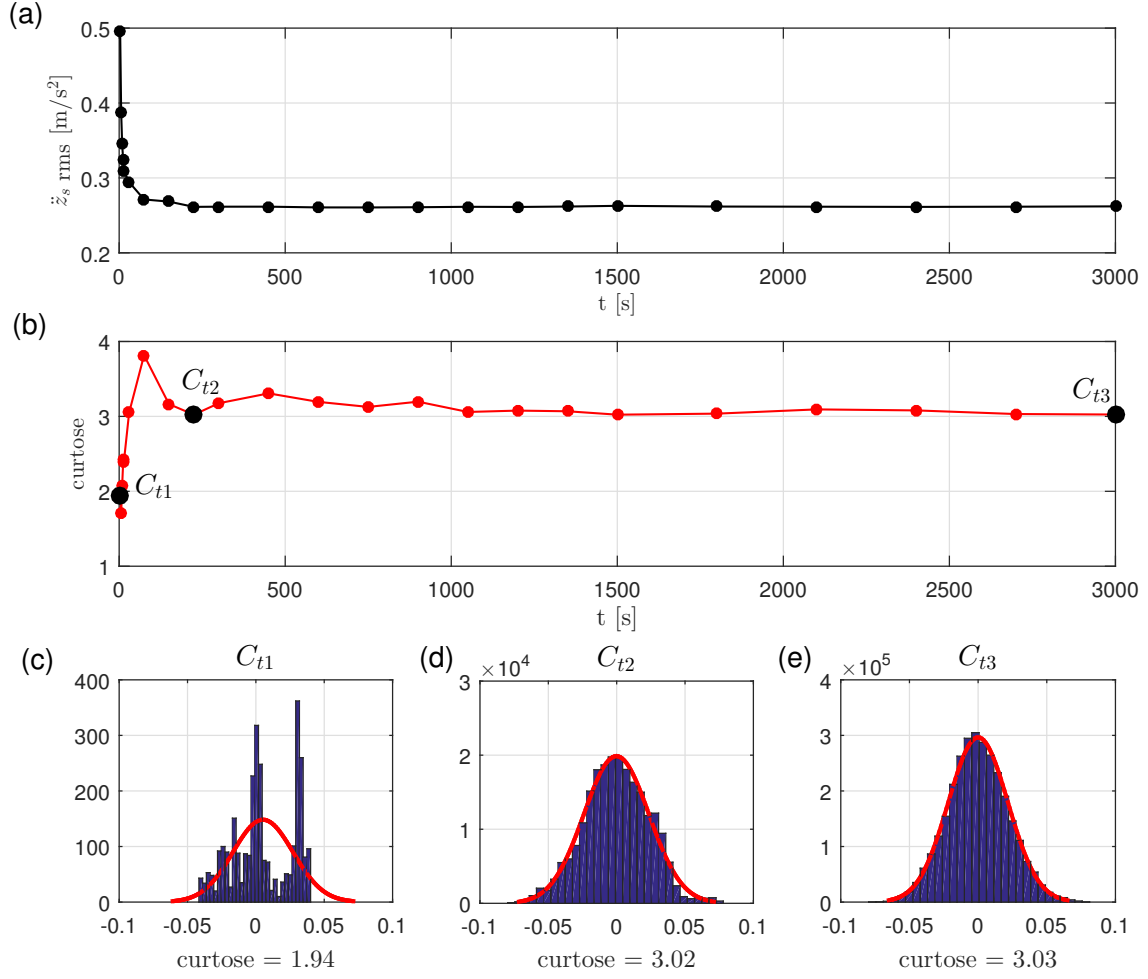


Figura 5.10: (a) Análise de convergência da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_s \text{ rms}(t)$), (b) valor da curtose em relação ao tempo de simulação e (c - e) histogramas de distribuição de z_r para diferentes valores de t .

5.2.1 CONFORTO EM RELAÇÃO A NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

A figura 5.11 apresenta a comparação da PSD da aceleração da massa suspensa entre o sistema otimizado e não otimizado com $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$. Em frequências mais baixas, independente da razão de assimetria, o sistema otimizado apresenta um aumento de amplitude em relação ao sistema não otimizado. Também é verificado que o sistema otimizado apresenta um decaimento da frequência do primeiro pico e um aumento na frequência do segundo pico de ressonância.

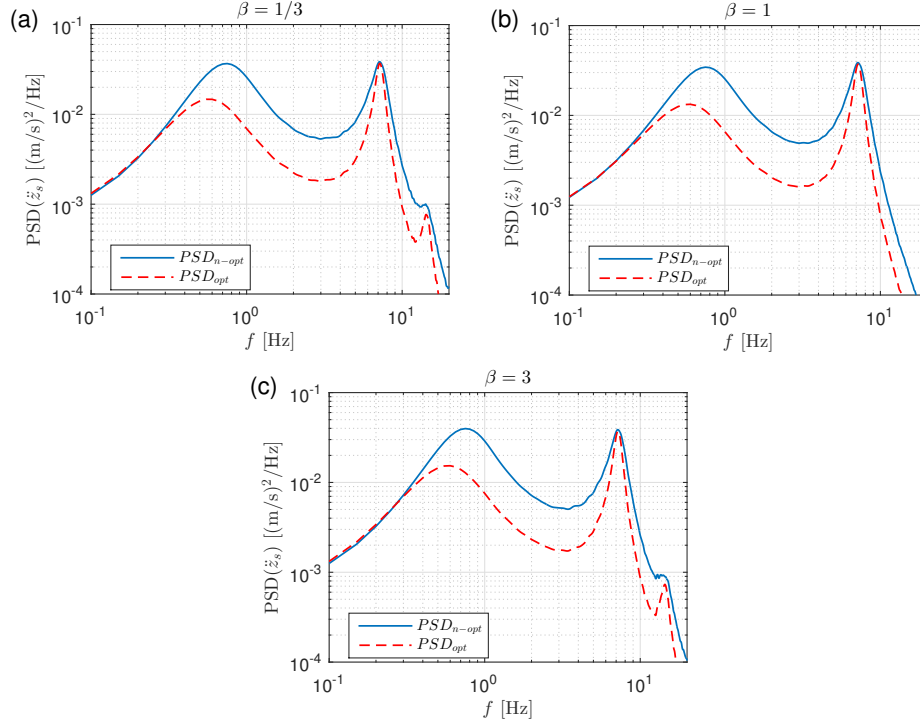


Figura 5.11: Comparação da PSD da aceleração da massa suspensa entre o sistema otimizado e não otimizado utilizando (a) $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$.

Contudo, para os três casos aparece um vale entre os picos, mostrando que existe uma diminuição da amplitude nessa faixa. Nota-se que praticamente não há ganho significativo em torno dos picos mas na faixa entre eles.

Como mostrado anteriormente existem faixas onde o sistema otimizado apresenta resultados menos satisfatórios que o sistema não otimizado. A razão de amplitude da PSD é definida como o valor da PSD do sistema otimizado (PSD_{opt}) sobre a PSD do sistema não otimizado (PSD_{n-opt}), e é definido como:

$$PSD_R = \frac{PSD_{opt}}{PSD_{n-opt}} \quad (5.3)$$

Dessa forma, analisando a razão de amplitude da PSD da aceleração da massa suspensa (PSD_R) em relação a frequência fica mais fácil verificar as faixas de melhora no comportamento (Fig. 5.12). Dessa forma, valores acima de 1 mostram que o sistema otimizado tem amplitude de aceleração RMS maior que o sistema não otimizado.

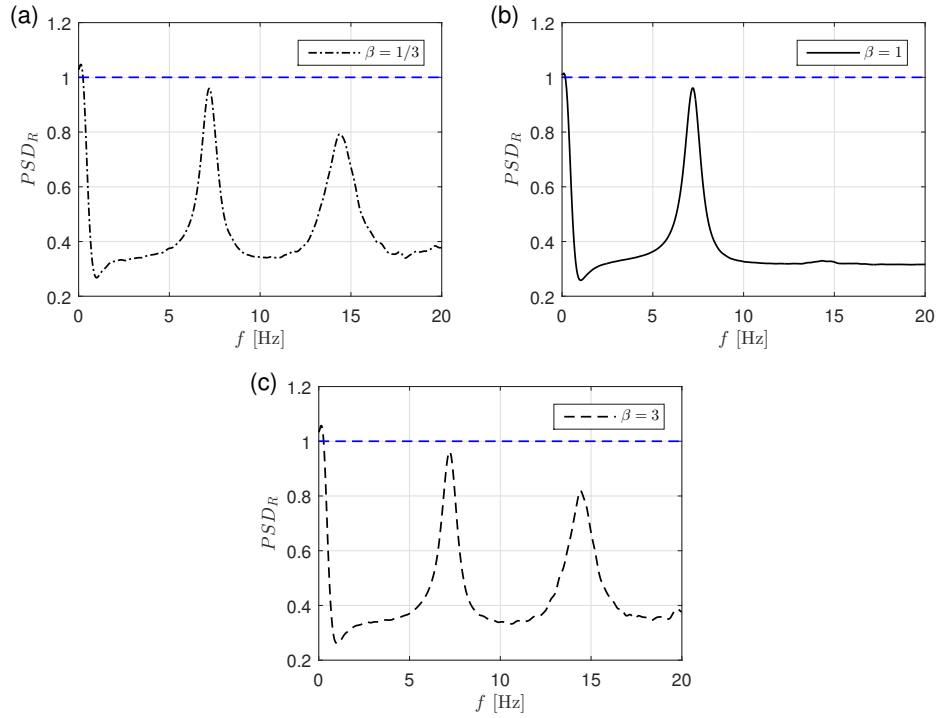


Figura 5.12: Razão de amplitude da PSD da aceleração da massa suspensa (PSD_R) em relação a frequência f utilizando (a) $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$.

Analisando isoladamente apenas o sistema sem otimização não é observada as características do sistema com amortecimento assimétrico. Conforme mostrado por Fernandes (2015), Silveira, Wahi e Fernandes (2017), em frequências mais baixas o sistema com $\beta = 1/3$ apresenta menor amplitude enquanto em frequências mais altas o sistema com $\beta = 3$ reduz a aceleração. Conforme mostrado na figura 5.13, devido a geometria, o sistema otimizado com $\beta = 3$ apresenta a maior aceleração em baixa frequência e $\beta = 1$ apresenta o menor valor de aceleração.

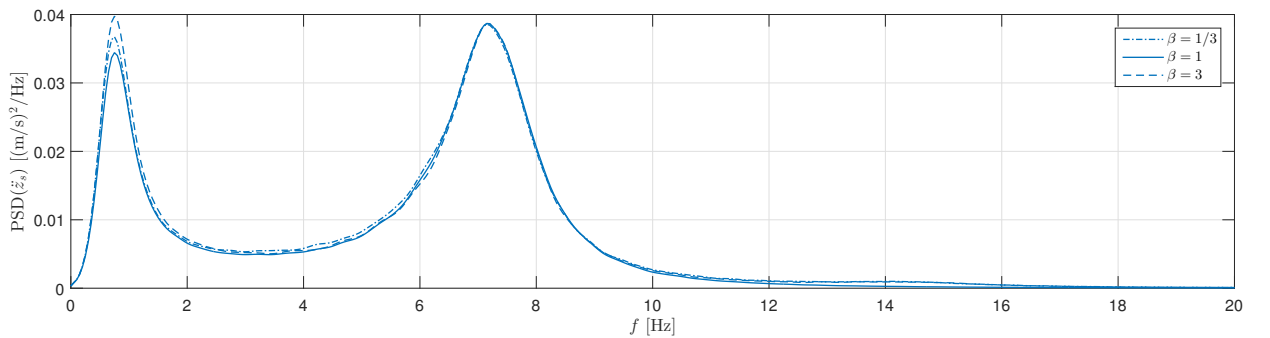


Figura 5.13: Comparação da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa do sistema não otimizado com $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$

A análise comparativa da PSD da aceleração da massa suspensa do sistema otimizado com $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ é mostrada na figura 5.14. É notado que o sistema com $\beta = 1$ apresenta menor amplitude em baixas frequência, sendo que próximo do segundo pico praticamente não existe diferença significativa.

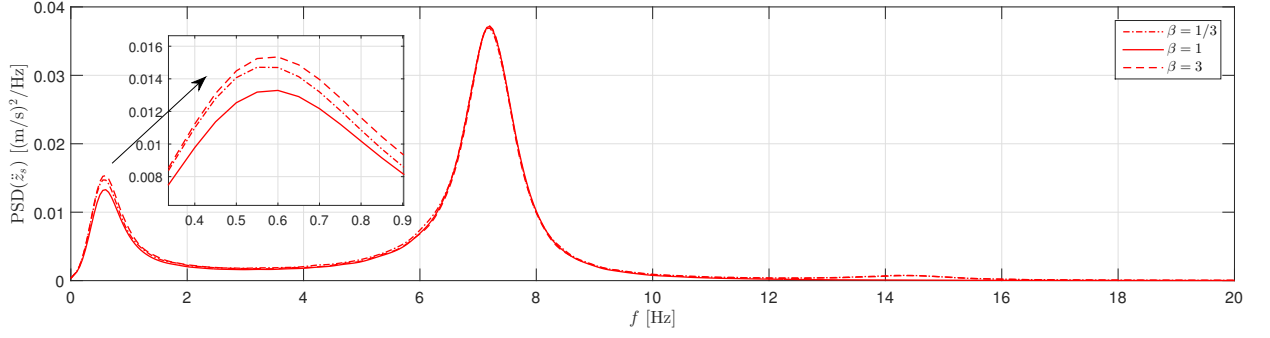


Figura 5.14: Comparação da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa do sistema otimizado com $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$

No primeiro pico de ressonância o sistema com razão de assimetria $\beta = 3$ foi o que apresentou maior amplitude conforme mostrado em detalhe.

5.2.2 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NA OTIMIZAÇÃO

Através das análises mostradas anteriormente é possível verificar a influência dos parâmetros modificados simultaneamente. Porém, nesse caso é verificada a influência isolada de cada um dos parâmetros geométricos e utilizando razão de assimetria $\beta = 3$. A figura 5.15 apresenta uma comparação entre o sistema não otimizado e o sistema com os parâmetros originais, porém, utilizando x_1 , x_2 e x_3 obtidos na otimização e analisados separadamente.

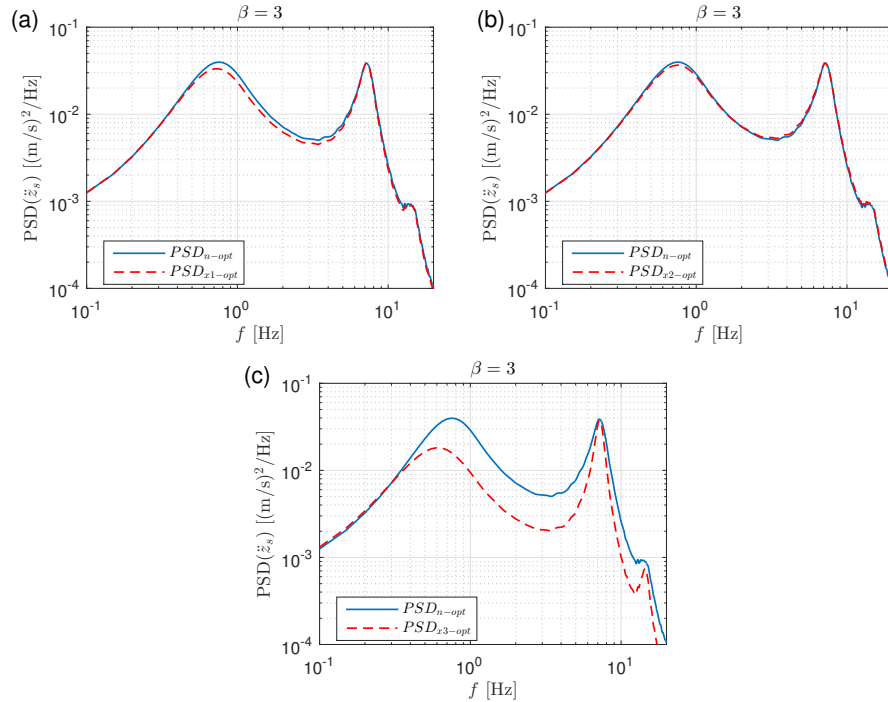


Figura 5.15: Comparação da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa com $\beta = 3$ entre o sistema não otimizado e sistema original com: (a) apenas x_1 otimizado ($x_1 = 235.87$), (a) apenas x_2 otimizado ($x_2 = 131.82$) e (c) apenas x_3 otimizado ($x_3 = 105.00$).

É observado nas figuras 5.15-a e 5.15-b que ambos x_1 (comprimento do braço inferior) e x_2 (comprimento do braço superior) praticamente não influenciam na amplitude dos picos. Entretanto, a variação apenas do parâmetro x_3 (distância da articulação do braço inferior a fixação inferior do amortecedor) apresenta um atraso no valor da frequência e causa uma diminuição da amplitude no primeiro pico e no vale entre os picos.

O valor RMS da aceleração da massa suspensa modificando apenas x_1 foi de 0.372 m/s², enquanto que alterando x_2 e x_3 foi de 0.379 m/s² e 0.289 m/s² respectivamente. A variação dos parâmetros x_1 e x_2 apresentam características semelhantes, ambos atrasam o valor da frequência e aumentam a amplitude no primeiro pico.

A comparação entre o sistema não otimizado, parcialmente otimizado e otimizado utilizando $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ é mostrada na figura 5.16. Nas três análises, é verificado a desvantagem dos sistemas otimizados em relação ao aumento da aceleração RMS no primeiro pico. Porém, na faixa de frequência acima 0.82 Hz, aproximadamente, a amplitude da aceleração RMS do sistema otimizado é sempre menor.

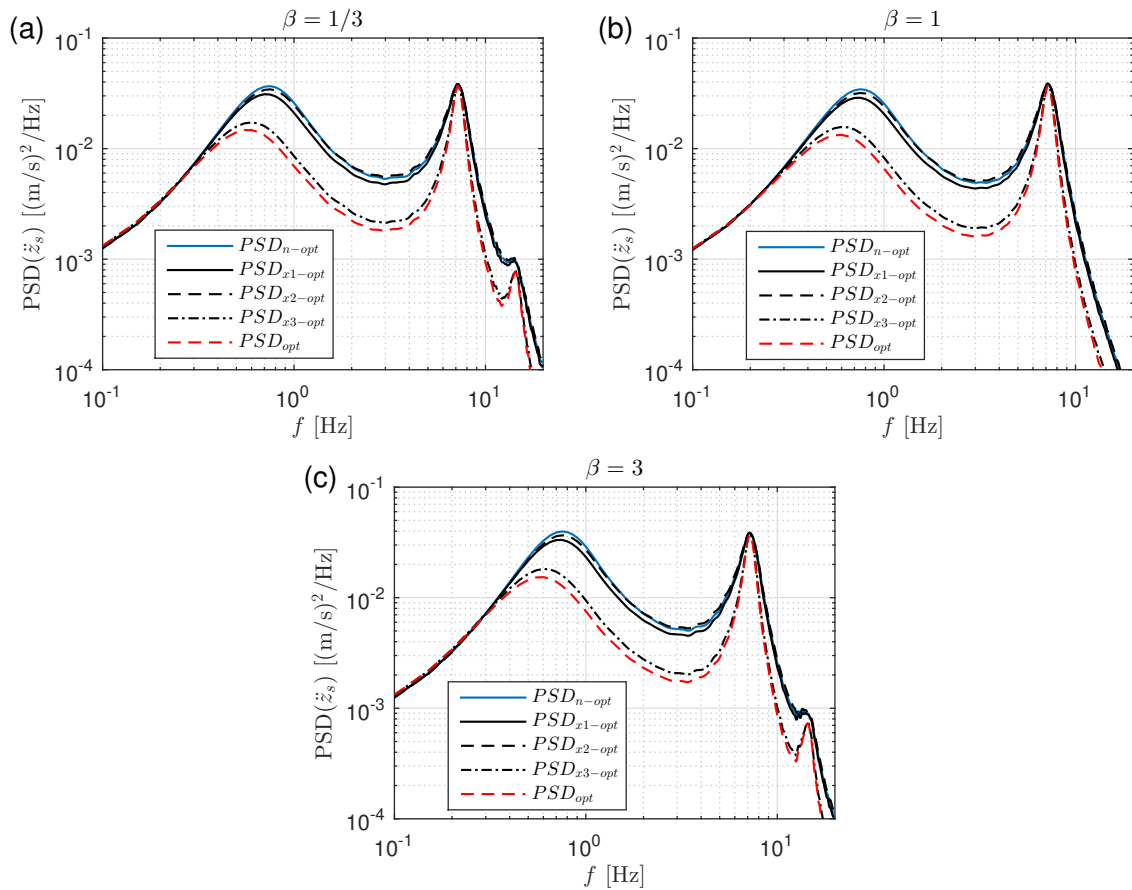


Figura 5.16: Comparação da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa entre o sistema não otimizado e sistema com as medidas nominais com apenas x_1 otimizado ($x_1 = 235.87$), apenas x_2 otimizado ($x_2 = 131.82$), apenas x_3 otimizado ($x_3 = 105.00$) e totalmente otimizado utilizando: (a) $\beta = 1/3$, (b) $\beta = 1$ e (c) $\beta = 3$.

5.2.3 ACELERAÇÃO EM RELAÇÃO A β

As análises mostradas na seção anterior apresentam as resposta de aceleração para 3 valores de razão de assimetria, $\beta = 1/3$, $\beta = 1$ e $\beta = 3$ sendo que nessa seção será analisada a aceleração para diversos valores de β .

A figura 5.17 apresenta a PSD da aceleração da massa suspensa com diferentes valores de β para o sistema não otimizado. Nota-se que a razão de assimetria tem influência significativa apenas no primeiro pico de ressonância.

É notado que valores extremos de β implicam no aumento da aceleração enquanto que valores mais próximos de $\beta = 1$ apresentam menor aceleração no primeiro pico.

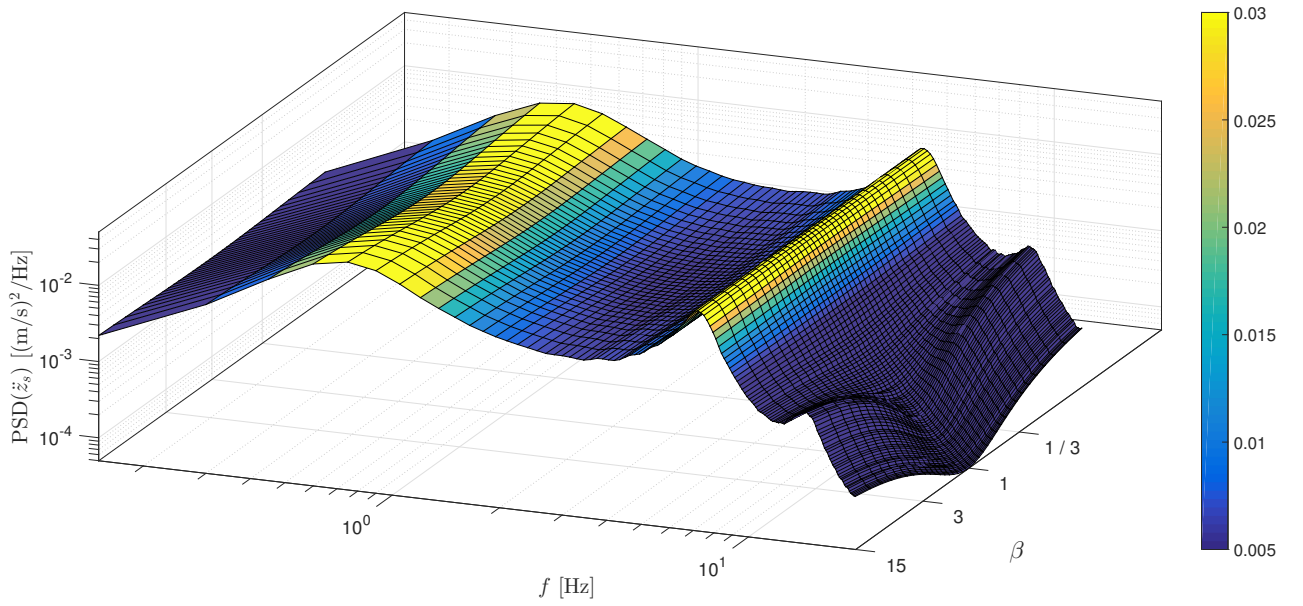


Figura 5.17: Superfície da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa com diferentes valores de β para o sistema não otimizado.

A otimização da geometria em conjunto com o amortecimento assimétrico implica na diminuição da aceleração RMS da massa suspensa. Contudo, existem faixas de frequência que o sistema otimizado apresenta um acréscimo na amplitude, principalmente próximo do primeiro pico.

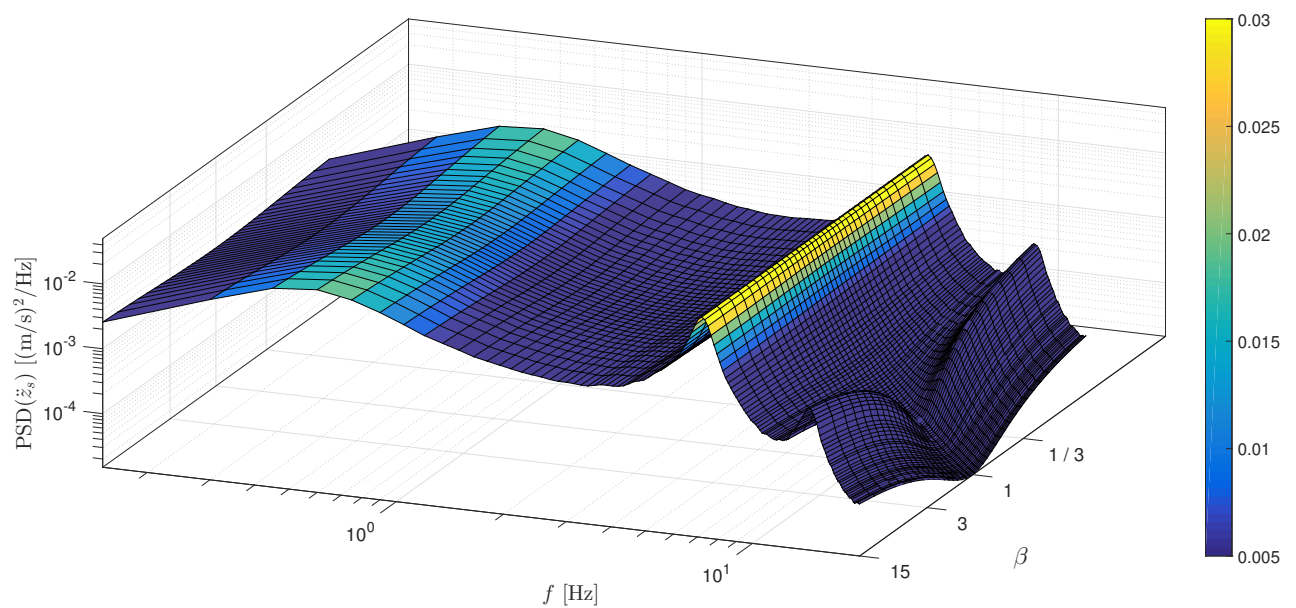


Figura 5.18: Superfície da resposta da PSD da aceleração da massa suspensa com diferentes valores de β para o sistema otimizado.

A figura 5.19 apresenta a superfície da razão de amplitude da PSD da aceleração da massa suspensa (PSD_R) em relação a frequência. É observado que valores muito baixo de β implicam em um valor mais alto da razão no primeiro pico de ressonância. Isso demonstra que apesar da otimização reduzir a aceleração RMS como um todo, parte da energia acaba se concentrando próximo ao primeiro pico.

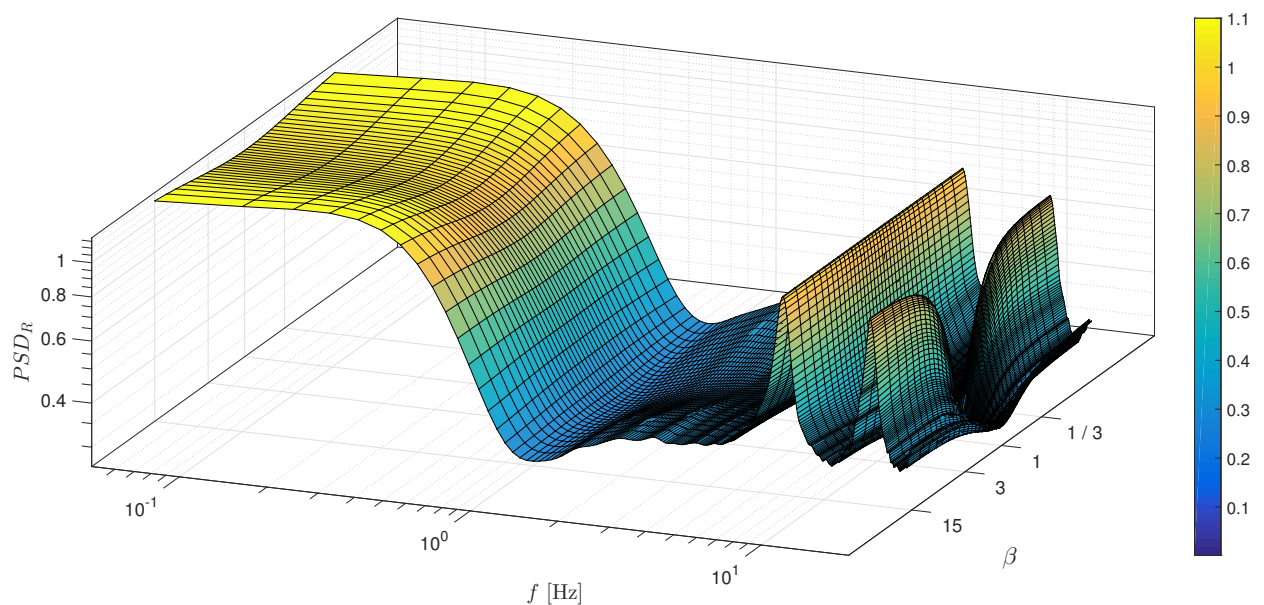


Figura 5.19: Superfície da razão de amplitude da PSD da aceleração da massa suspensa (PSD_R) em relação a frequência com diferentes valores de β .

Também é observado que nas frequências mais elevadas, acima de 12 Hz, que a assimetria implica no aparecimento de um terceiro pico de ressonância. Esse fenômeno não é observado nos valores de β próximos de 1.

5.3 CONCLUSÕES PARCIAIS

Esse capítulo apresentou as análises do sistema de suspensão de 2 GDL com amortecimento assimétrico incluindo não linearidade geométrica sob excitação harmônica e estocástica. Esse capítulo também apresentou análises do sistema de suspensão com amortecimento assimétrico sob excitação estocástica considerando um processo de otimização para minimizar a aceleração RMS.

Na faixa de velocidade entre os picos de ressonância a potência dissipada no ciclo é maior quando se utiliza valores de β mais próximos de 1. No entanto, em velocidades mais baixas, os valores de β mais extremos maiores que 1 são os que mostram maior dissipação de energia.

Foi visto que a razão de assimetria β tem pouca influência da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s\text{ rms}}$) no segundo pico de ressonância. É observado que valores extremos de razão de assimetria β juntamente com a mudança na inclinação do conjunto mola-amortecedor, implicam no aparecimento de um terceiro pico de ressonância. O processo de otimização demonstrou resultados satisfatórios na redução da aceleração RMS, principalmente entre os picos de ressonância.

O sistema com amortecimento assimétrico implica no aparecimento de um terceiro pico de ressonância na resposta em frequência. Isso ocorre por conta do regime transiente que ocorre dentro das fases de extensão e compressão.

É observado que o parâmetro que mais influencia na aceleração da massa suspensa é a distância de fixação inferior do conjunto mola-amortecedor. Essa distância influencia diretamente as forças de amortecimento e da mola, pois a componente vertical dessas forças depende do ângulo de montagem.

Neste contexto de otimização, diversos aspectos da suspensão ainda podem ser explorados, como por exemplo, testes com outras classes de rugosidade do pavimento e diferentes velocidades. Também, foi verificado que o custo computacional envolvido é relativamente grande, pois, para cada passo é necessário resolver o conjunto de equações não lineares do mecanismo.

CAPÍTULO 6

ANÁLISE EXPERIMENTAL

Este capítulo apresenta a comparação entre o aparato experimental e o modelo numérico de um sistema de suspensão de 1 GDL. A inclinação do conjunto-mola amortecedor é variada a fim de verificar qual a influência dessa inclinação na aceleração da massa suspensa. No modelo é considerado uma força de atrito entre a guia e a massa suspensa.

6.1 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Essa seção apresenta o procedimento experimental que foi utilizado a fim de representar o movimento de um sistema de suspensão do tipo *Double Wishbone*. Nesse caso, o modelo de 1 GDL é excitado pela base sendo que o movimento harmônico é gerado por um mecanismo do tipo biela-manivela. É utilizado um motor DC de 12 v e 1250 RPM e uma placa para controle de velocidade.

Nas análises deste trabalho a posição da fixação inferior do amortecedor é variada a fim de verificar a influência da inclinação do conjunto mola-amortecedor na transmissibilidade de aceleração da massa suspensa. Por esse motivo, diversos furos foram feitos ao longo da barra inferior conforme mostrado na figura 6.1. As distâncias que definem o ponto de fixação da extremidade inferior do conjunto mola-amortecedor são mostradas na tabela 6.1.

Tabela 6.1: Valores de distância entre a junta D e os diferentes pontos de fixação ($\overline{DF}_{1-5}$) da extremidade inferior do conjunto mola-amortecedor.

$\overline{DF}$	$\overline{DF}_1$	$\overline{DF}_2$	$\overline{DF}_3$	$\overline{DF}_4$	$\overline{DF}_5$
Dist. [mm]	47.4	43.4	39.4	35.4	31.4

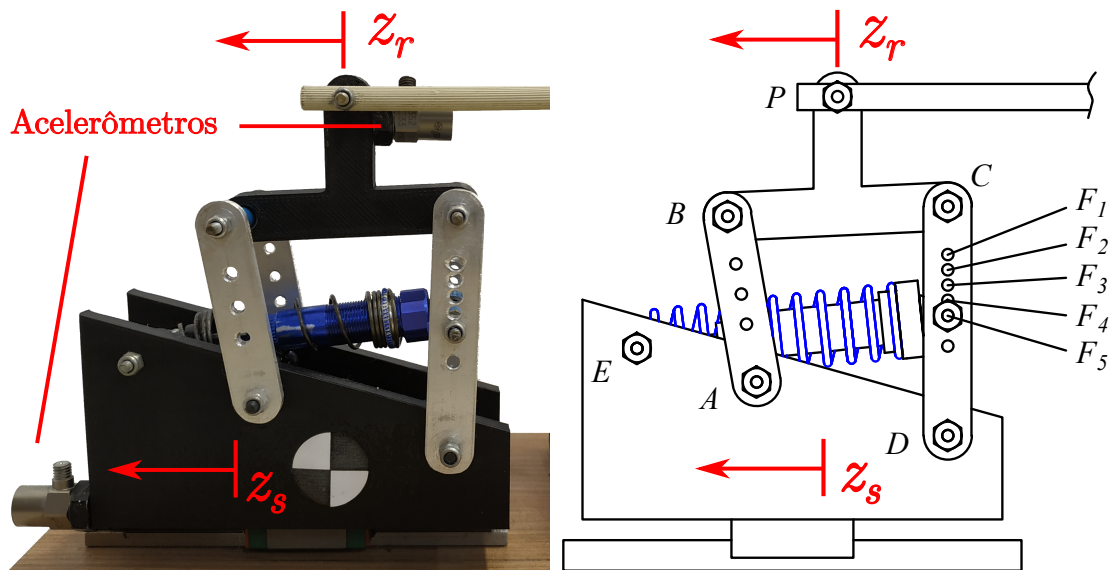


Figura 6.1: Dispositivo experimental do sistema de suspensão e desenho esquemático com os respectivos pontos de articulação e de fixação do conjunto mola-amortecedor.

A figura 6.2 apresenta em detalhes o dispositivo experimental e os equipamentos utilizados. O mecanismo de suspensão, visto em detalhes na figura 6.1, é análogo ao da figura 2.13 mostrada no capítulo 2. A entrada no ponto P é obtida por um mecanismo do tipo biela-manivela acoplada a um motor de corrente contínua, com velocidade controlada pela tensão. O braço inferior ($\overline{CD}$) permite diferentes pontos de fixação de acordo com a tabela 6.1, variando assim a inclinação do conjunto mola-amortecedor (medido por $\overline{DF}$ ou γ) em equilíbrio. Os acelerômetros são posicionados para medir a aceleração da massa suspensa e da base e são conectados a um sistema de aquisição de dados. Além dos acelerômetros, uma câmera de alta velocidade foi usada para registrar o deslocamento da massa suspensa a 3268 fps, a qual é fixada um mancal com guia linear de esferas.

Os dados foram obtidos utilizando um módulo de aquisição de interface entre os acelerômetros, fixados a base e a massa suspensa, e o computador. O software LabVIEW foi utilizado para a análise e visualização dos dados e MatLab para gerar as figuras. Basicamente as análises se concentram nas curvas de aceleração RMS e transmissibilidade de aceleração.

Os parâmetros geométricos do experimento (Fig. 6.1) são mostrados na tabela 6.2.

Tabela 6.2: Parâmetros geométricos experimentais do sistema de suspensão do tipo *Double Wishbone*.

$\overline{AB}$	$\overline{BC}$	$\overline{CD}$	$\overline{DA}$	$\overline{BP}$	$\overline{DE}$	θ_5	δ_3
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[°]	[°]
44.00	57.70	60.00	51.93	42.56	84.52	16.00	47.00

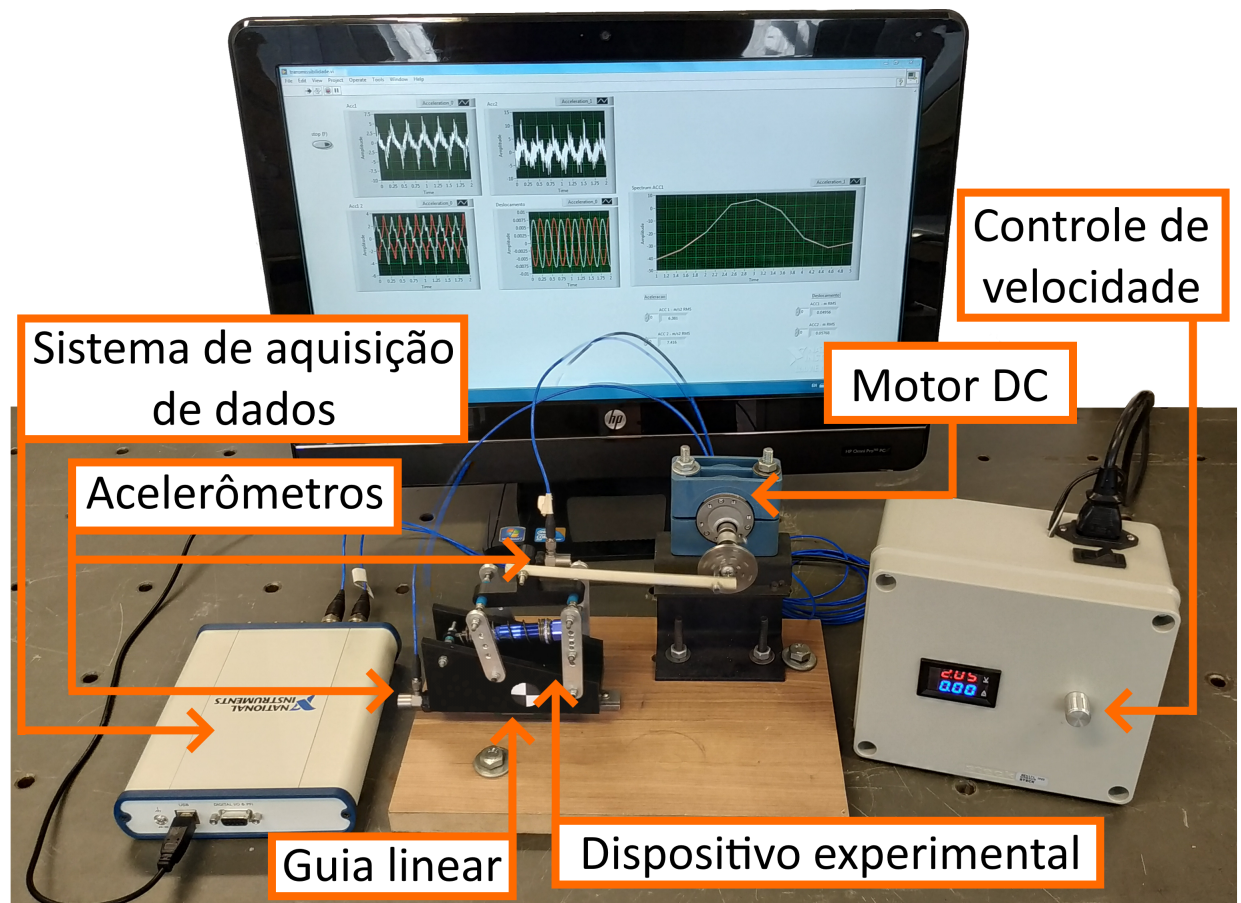


Figura 6.2: Dispositivo experimental e equipamentos utilizados.

6.2 MODELO MATEMÁTICO DO DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Esta seção introduz os conceitos de atrito que foram utilizados na caracterização do modelo experimental. A fim de simplificar as análises, o experimento foi construído de forma a apresentar apenas um grau de liberdade. Devido a montagem do conjunto utilizar uma guia linear com rolamentos esféricos existe uma certa quantidade de atrito nesse conjunto. Dessa forma, faz-se necessário a utilização de um modelo de atrito na modelagem.

Segundo Olsson *et al.* (1998), atrito é a força de reação tangencial entre duas superfícies de contato. Fisicamente essas forças de reação resultam em diferentes mecanismos, no qual elas dependem da geometria em contato e sua topologia, propriedades de massa e material das superfícies em contato, deslocamento e velocidades relativas e se há existência de lubrificação. A figura 6.3 apresenta o modelo utilizado para comparar a resposta numérica com o experimento.

Os modelos clássicos de atrito consistem em diferentes componentes e podem ser combinados de diferentes maneiras dependentes da velocidade (GAUL; NITSCHKE, 2001). A ideia principal é que o atrito se opõe ao movimento e sua magnitude é influenciada pela

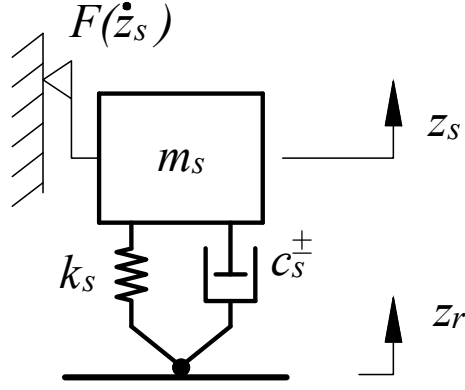


Figura 6.3: Modelo baseado no dispositivo experimental do sistema de suspensão.

velocidade e pela área em contato (OLSSON *et al.*, 1998). Armstrong-Helouvry (2012) apresentam um modelo de atrito não linear, conforme equação 6.1, e é dada por:

$$F(\dot{z}_s) = F_c + (F_s - F_c)e^{-|\frac{\dot{z}_s}{v_\sigma}|^{\delta_\sigma}} + F_v \dot{z}_s \quad (6.1)$$

no qual F_s é a parcela de atrito estático, e é dado por:

$$F_s = \mu N \text{sgn}(\dot{z}_s) \quad (6.2)$$

e F_c é o nível de atrito dinâmico, v_σ é a velocidade de *Stribeck*, δ_σ é o expoente cujo valor depende da aplicação, conforme reportado por (BERGER, 2002), F_v é o coeficiente de atrito viscoso e sgn é o sinal da velocidade. Nesse trabalho, os parâmetros de atrito foram obtidos através do processo de otimização. Esse processo de otimização é mostrado com mais detalhes na seção 5.2.

Considerando que o atrito entre a guia linear e o suporte conectado a massa suspensa é assimétrico, um coeficiente de atrito assimétrico ($\mu^\pm$) é definido como:

$$\mu^\pm \Rightarrow \begin{cases} \mu^+ & \text{se } \dot{z}_s \geq 0 \\ \mu^- & \text{se } \dot{z}_s < 0 \end{cases} \quad (6.3)$$

Portanto, a equação de movimento do sistema de suspensão do modelo experimental mostrado na figura 6.3, considerando amortecimento assimétrico, atrito e não linearidade geométrica é dada por:

$$m_s \ddot{z}_s + F_k + F_{cs}^\pm + F(\dot{z}_s) = 0 \quad (6.4)$$

Para as análises do dispositivo experimental são considerados os parâmetros da massa suspensa $m_s = 0.086$ kg e o coeficiente de rigidez da mola do sistema suspenso $k_s = 370$ N/m. Os parâmetros de amortecimento ($c_s^\pm$) e referentes ao modelo de atrito são obtidos

através de um ajuste de curva, mostrados na subseção 6.3.

Para as simulações dos modelos matemáticos, as equações diferenciais foram integradas usando um método *Runge–Kutta* de quarta ordem, com um tempo de passo fixo de 0.001 s. As velocidades relativas relevantes para o amortecedor não linear assimétrico são monitoradas a cada passo para a que haja uma correta comutação entre as fases de extensão e compressão do amortecedor.

6.3 AJUSTE DE CURVA EXPERIMENTAL E NUMÉRICA

A resposta dinâmica utilizada na comparação entre o experimento o modelo numérico também é obtida através de integração numérica, e através dessa resposta é obtida a transmissibilidade da aceleração da massa suspensa (Tn). Nesse caso, o objetivo é encontrar o conjunto de parâmetros no qual minimiza o erro entre a curva de transmissibilidade experimental e numérica. Portanto, o processo de otimização apresentado pode ser escrito na forma:

$$\begin{array}{ll} \underset{x}{\text{minimizar}} & E_{Tr} \\ \text{sujeito a} & 0.001 \leq x_1 \leq 0.5 \\ & 0.001 \leq x_2 \leq 0.5 \\ & 0.001 \leq x_3 \leq 1.5 \\ & 0.001 \leq x_4 \leq 1.5 \\ & 0.001 \leq x_6 \leq 1 \\ & 0.001 \leq x_7 \leq 1 \\ & 0.001 \leq x_8 \leq 1 \end{array}$$

sendo que,

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^+ \\ c^- \\ \mu^+ \\ \mu^- \\ v_\sigma \\ \delta_\sigma \\ F_v \\ f_c \end{pmatrix}$$

A função objetivo é de natureza não linear e depende dos valores de transmissibilidade

da aceleração numérica (Tn) e da obtida experimentalmente (Te), e é definida como:

$$E_{Tr}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Te_i - Tn_i(x))^2 \quad (6.5)$$

no qual n é o número de frequências amostradas no experimento. Na modelagem estatística, o erro quadrático médio (MSE) é utilizado para representar a diferença entre as observações reais e os valores de observação previstos pelo modelo (SENGIJPTA, 1995). Neste contexto, é usado para determinar o quão próximo a resposta do modelo numérico se ajusta aos dados experimentais.

Durante o processo de otimização apenas uma das curvas de transmissibilidade experimental foi utilizada para minimizar o erro, sendo $\overline{DF}_3 = 39.4$ mm. Sendo assim, os mesmos parâmetros obtidos no processo de otimização foram utilizados nas comparações entre as diferentes inclinações consideradas.

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.12 \\ 1.12 \\ 0.08 \\ 0.08 \\ 0.07 \\ 0.015 \\ 0.054 \\ 0.70 \end{Bmatrix} \quad (6.6)$$

Após o processo de otimização com diferentes suposições iniciais foi obtido o seguinte conjunto de parâmetros que minimizaram a função objetivo, conforme mostrado na equação 6.6. Portanto, todas as análises comparativas entre o experimento e o modelo numérico foram feitas utilizando esse conjunto de parâmetros. A configuração que apresenta o menor erro foi a curva com $\overline{DF}_3$, pois essa foi a curva utilizada durante o processo de otimização.

6.4 ACELERAÇÃO RMS EXPERIMENTAL E NUMÉRICA

Devido ao fato do motor não possuir um encoder para verificação da rotação, antes das análises foi feita uma verificação da tensão em função da frequência, conforme mostrado na figura 6.4-a. Os valores de frequência foram obtidos variando a tensão do motor entre 1,6 e 12 v e utilizando o acelerômetro na base e um módulo para aquisição de dados.

Percebe-se que a curva não é linear, e que dependendo do valor da inclinação do conjunto mola amortecedor, ela se torna menos linear. Isso se dá ao fato de ocorrer o efeito *Sommerfeld*. Conforme mostrado em Eckert (1996), aumentando a quantidade de

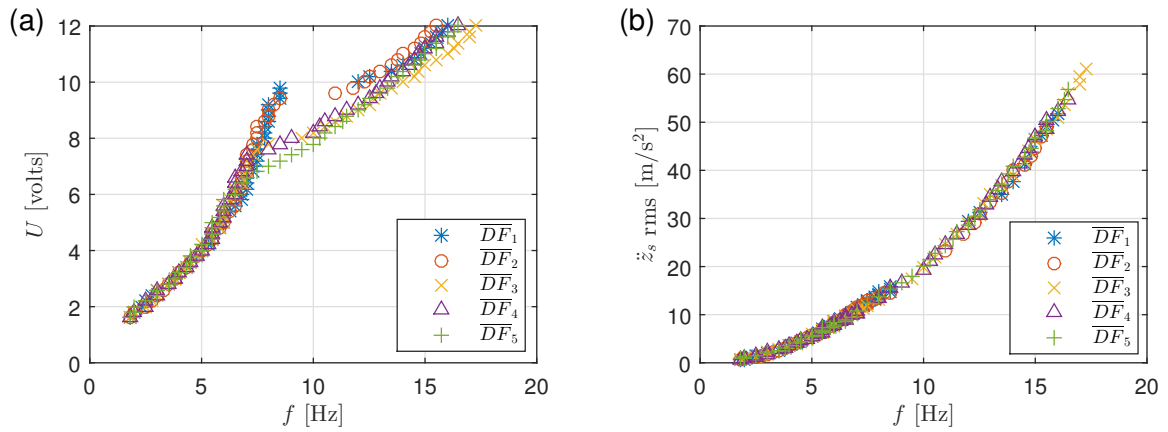


Figura 6.4: Dados experimentais de: (a) tensão do motor em relação a frequência e (b) aceleração RMS da base em relação a frequência harmônica.

energia fornecida para o motor, a velocidade rotacional do motor também aumenta até se aproximar da “auto frequência” do objeto oscilatório acoplado ao motor. A velocidade de rotação permanece a mesma apesar de um aumento adicional no fornecimento de energia, até que um limite crítico seja excedido, então, a velocidade rotacional subitamente aumenta para um valor muito mais alto.

A figura 6.4-b apresenta a relação entre a aceleração da base e a frequência da excitação. Neste caso, é mostrado o mesmo valor de aceleração para todas as posições de montagem do conjunto mola-amortecedor, indiferentemente da frequência.

Com o objetivo de verificar se a curva gerada pelo mecanismo biela-manivela desenvolve uma curva senoidal e para visualizar o movimento do mecanismo em câmera lenta foi feita uma análise usando imagem. Foi utilizada uma filmagem com 3268 fps através de uma câmera de alta taxa de amostragem e também se utilizou o software Tracker para obter os dados, quadro a quadro, de deslocamento da base e da massa suspensa. A figura 6.5 mostra a comparação dos históricos e planos de fase para três frequências diferentes.

Nota-se que na curva experimental mostrada no plano de fase da figura 6.5-c, que existe uma faixa do movimento que a velocidade da massa suspensa se mantém constante, o que caracteriza atrito. Dessa forma, foi incluída no modelo matemático uma parcela de atrito entre a massa suspensa e a guia linear.

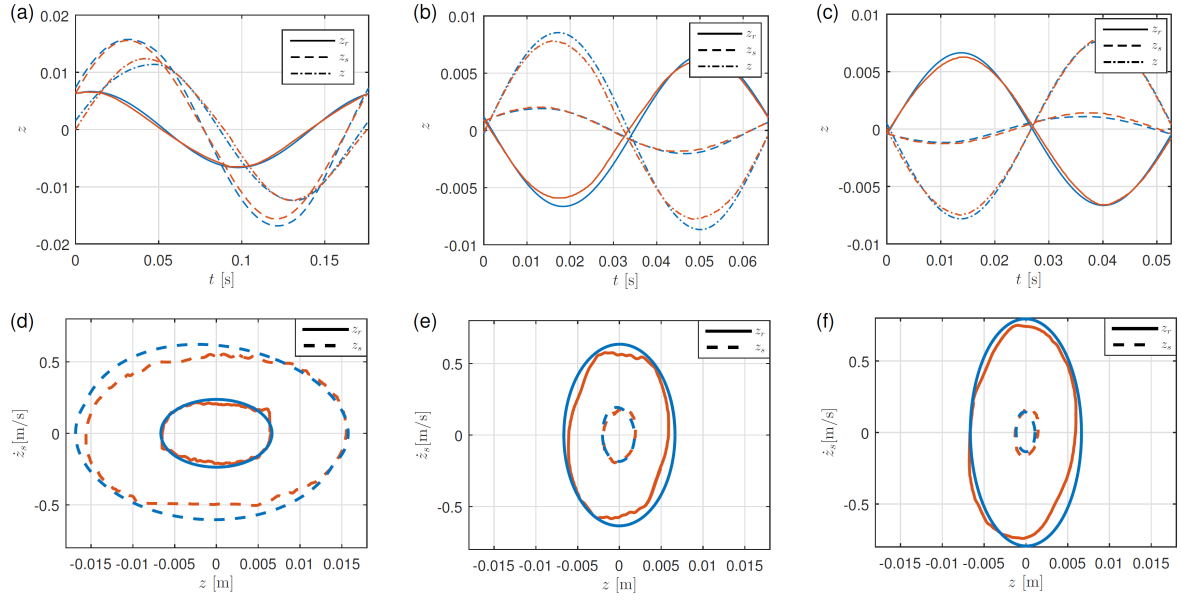


Figura 6.5: Histórico de deslocamento da base (z_r) e da massa suspensa (z_s) experimental e numérico com frequência (a) 5.64 Hz, (b) 15.2 Hz e (c) 19 Hz considerando a posição de montagem $\overline{DF}_5$.

Para cada inclinação do conjunto mola-amortecedor, configurações de (1) a (5) , é obtido um erro quadrático (E_{Tr}), cujos valores são mostrados na tabela 6.3.

Tabela 6.3: Erro quadrático para as diferentes inclinações do conjunto mola-amortecedor.

	$\overline{DF}_1$	$\overline{DF}_2$	$\overline{DF}_3$	$\overline{DF}_4$	$\overline{DF}_5$
E_{Tr}	0.0563	0.0524	0.0286	0.0414	0.0815

A figura 6.6 apresenta o gráfico de barras do erro pontual para cada valor de frequência. Como podem ser observadas, as diferenças se concentram mais próximas aos picos de ressonância.

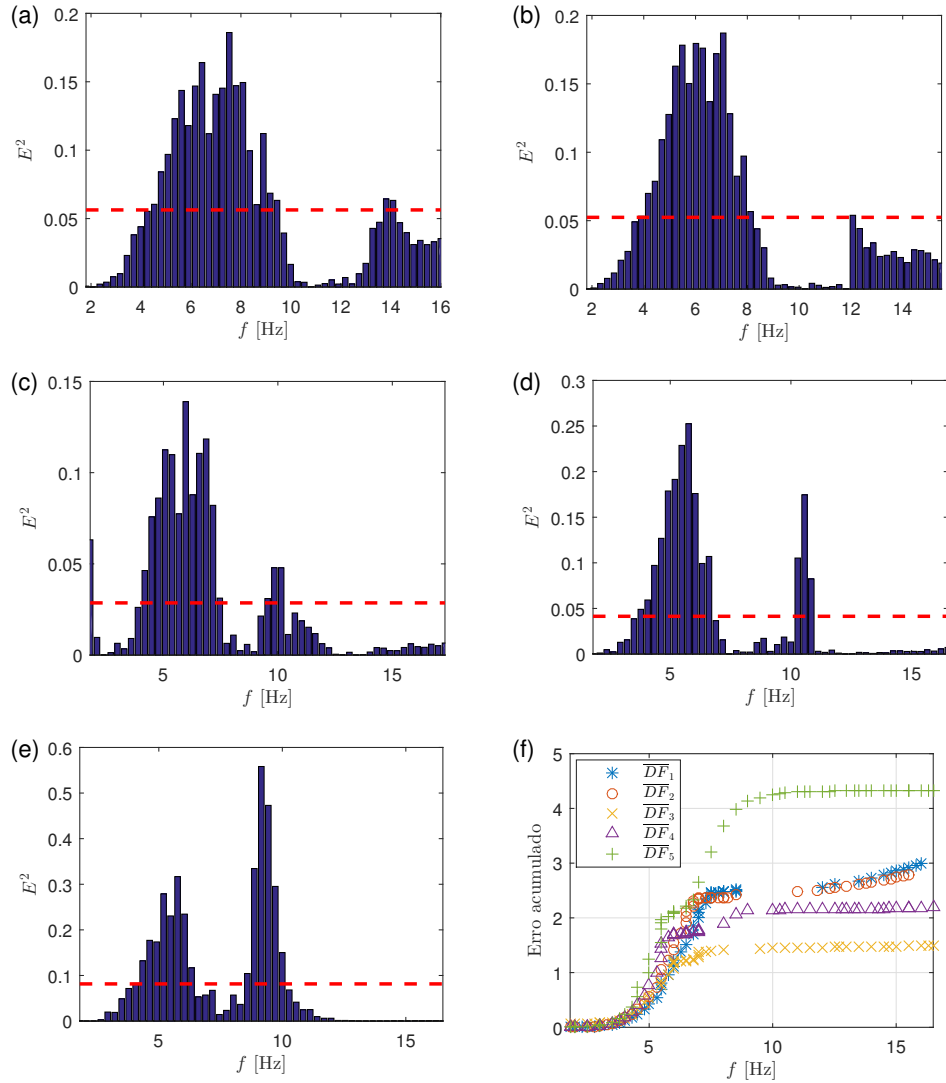


Figura 6.6: Erro quadrático (a) $\overline{DF}_1 = 47.4$ mm; (b) $\overline{DF}_2 = 47.4$ mm; (c) $\overline{DF}_3 = 39.7$ mm; (d) $\overline{DF}_4 = 35.7$ mm, (e) $\overline{DF}_5 = 31.4$ mm no qual o erro médio quadrático é representado pela linha vermelha tracejada e (f) erro acumulado.

Uma forma de acompanhar o desempenho do modelo consiste em verificar o comportamento do erro acumulado que deve tender a zero. A figura 6.6-f apresenta as curvas do erro quadrático acumulado (E^2). É observado que a curva com menor erro é a curva da posição de montagem $\overline{DF}_3$, da mesma forma como mostrado na tabela 6.3. Isso se deve ao fato de essa curva ter sido utilizada como comparação entre a resposta numérica e experimental durante o processo de otimização.

A figura 6.7 apresenta a comparação entre a resposta da aceleração RMS e também a transmissibilidade de aceleração experimental e numérica. É observado que em baixa frequências, entre 0 e 7 Hz, o modelo numérico apresenta boa aproximação na resposta da aceleração RMS conforme mostrado na figura 6.7-a.

As curvas de transmissibilidade de deslocamento e o deslocamento RMS para as diferentes inclinações do conjunto mola-amortecedor são mostrados na figura 6.8.

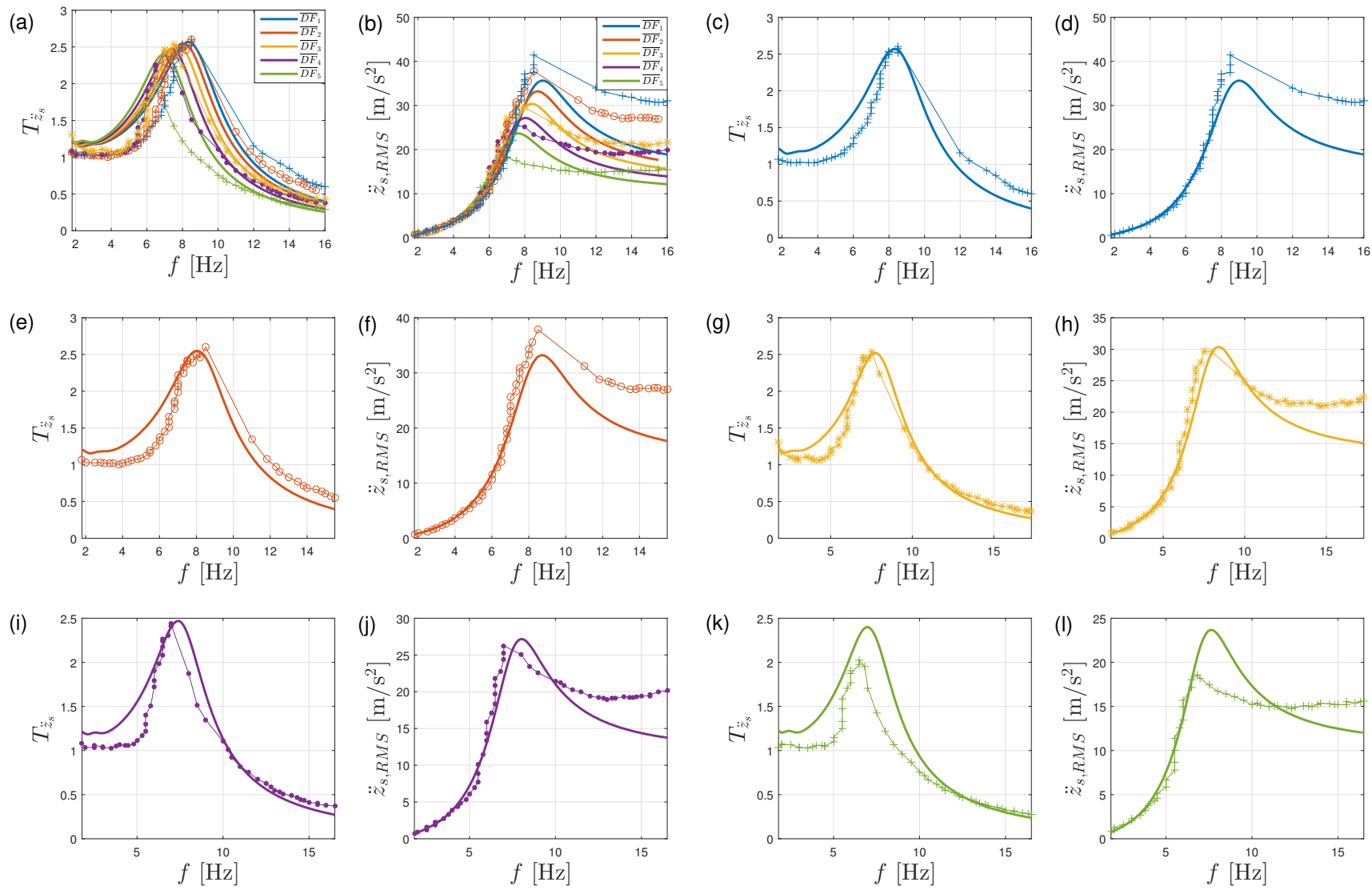


Figura 6.7: Comparação entre as curvas de transmissibilidade de aceleração e aceleração RMS experimentais e numéricas: (a–b) $\overline{DF}_{1-5}$, (c–d) $\overline{DF}_1$, (e–f) $\overline{DF}_2$, (g–h) $\overline{DF}_3$, (i–j) $\overline{DF}_4$ e (k–l) $\overline{DF}_5$.

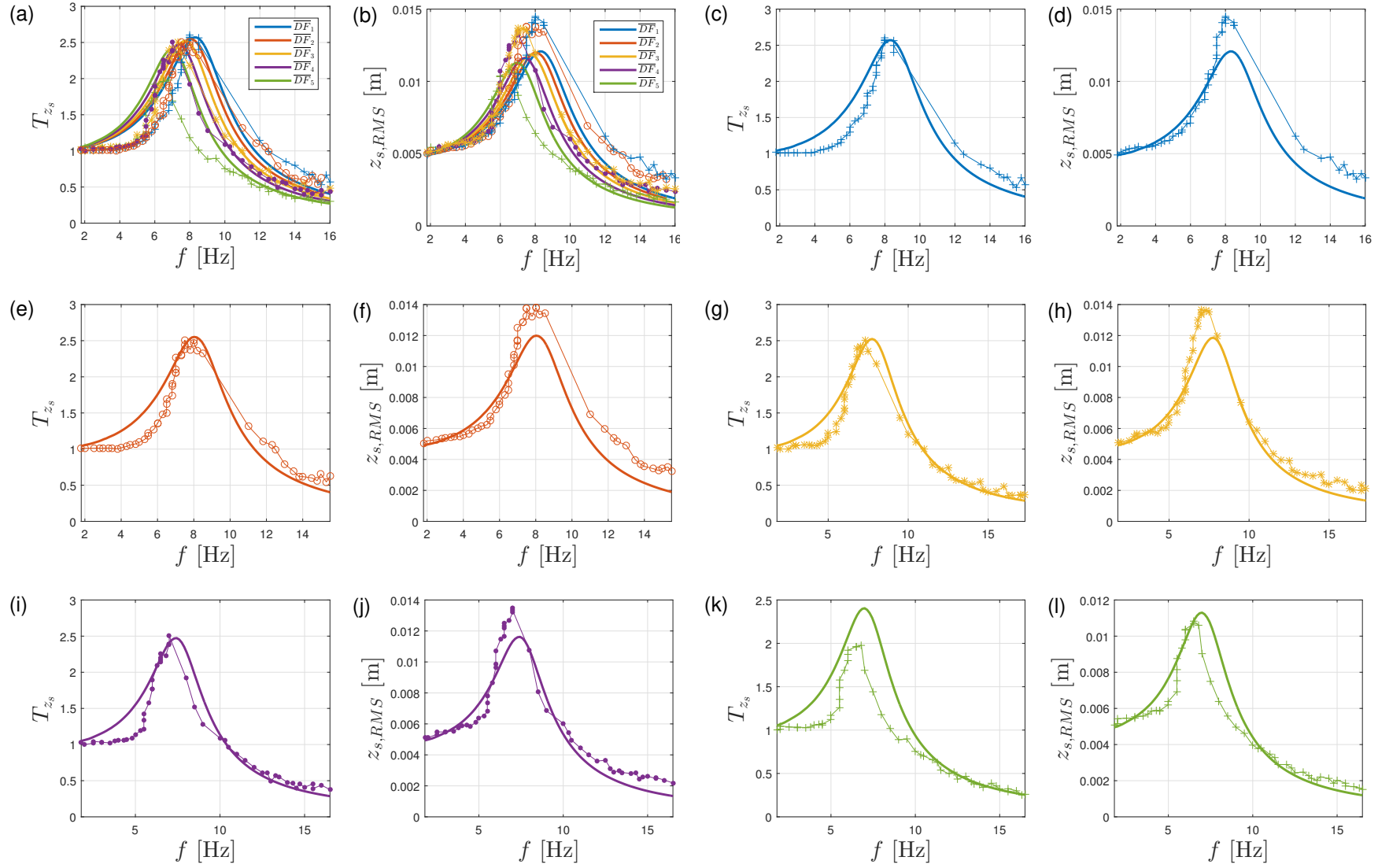


Figura 6.8: Comparação entre as curvas de transmissibilidade de deslocamento e deslocamento RMS experimentais e numéricas: (a–b) $\overline{DF}_{1-5}$, (c–d) $\overline{DF}_1$, (e–f) $\overline{DF}_2$, (g–h) $\overline{DF}_3$, (i–j) $\overline{DF}_4$ e (k–l) $\overline{DF}_5$.

Conforme mostrado na figura 6.9, existe uma grande influência da variação na inclinação do conjunto mola-amortecedor na transmissibilidade de aceleração em relação a frequência.

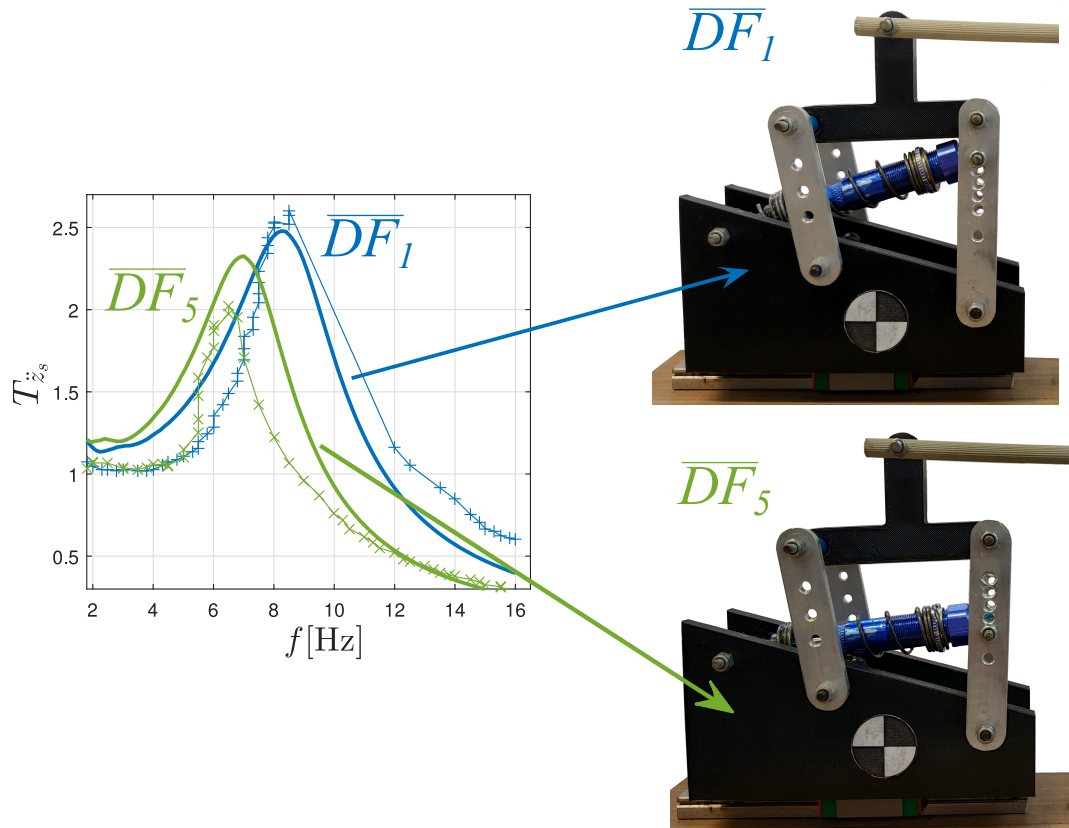


Figura 6.9: Influência da variação na inclinação do conjunto mola-amortecedor na transmissibilidade de aceleração em relação a frequência.

Dessa forma, observa-se que a inclinação do amortecedor implica na alteração da amplitude dos picos de aceleração de deslocamento e causa um atraso no valor da do pico de ressonância. Quanto menor a inclinação, menor é a transmissibilidade, tanto de aceleração quanto de deslocamento.

6.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Diversos modelos matemáticos, incluindo um modelo mais simples sem considerar qualquer atrito e modelos mais complexos com forças de mola e amortecimento não-lineares e utilizando um método de ajuste de curva para encontrar o melhor conjunto de parâmetros foram comparadas. Para cada modelo foram levados em consideração o erro entre a resposta experimental e numérico em diferentes ângulos de montagem do conjunto mola-amortecedores. Verificou-se que, dependendo da curva utilizada no processo de ajuste de curva, os erros globais aumentam.

A análise do erro local mostra que algumas curvas se ajustam melhor nas frequências mais altas e pioram próximo ao pico de ressonância. Para obter o melhor ajuste, foram consideradas como função objetivo a soma dos erros nas posições $\overline{DF}_3 = 39.7$ mm. Concluiu-se que o modelo que apresentou o melhor ajuste, ou seja, o menor erro global foi o modelo em que foi considerado o atrito *Stribeck*. A técnica utilizada para calcular as posições angulares e as velocidades do mecanismo do sistema de suspensão mostrou resultados satisfatórios em representar a transmissibilidade em diferentes posições de montagem do conjunto mola-amortecedor.

Na comparação, a curva de transmissibilidade apresentou melhor ajuste do que a curva de aceleração RMS. Isso pode ser explicado pelo fato de ocorrer o efeito *Sommerfeld*. Na modelagem foi considerado que o atrito ocorre com maior incidência entre o trilho e a massa suspensa. Porém, analisando o vídeo juntamente com o plano de fase, nota-se que possivelmente o atrito ocorre nos braços da suspensão. Como o achatamento no plano de fase é observado quando a velocidade é máxima, pelo vídeo, fica claro que nesse momento ocorre a inversão na posição das barras da suspensão. O efeito

Como consequência da variação na inclinação do conjunto mola-amortecedor, foi observado que isso implica na diminuição da transmissibilidade da aceleração e também de deslocamento causando um atraso no valor da frequência de ressonância.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES FINAIS

Nesse capítulo serão apresentados os comentários finais pertinentes aos sistemas de suspensão com amortecimento assimétrico e o modelo de suspensão com amortecimento assimétrico que incluem não linearidades geométricas. Também serão apresentados os trabalhos futuros, com o objetivo de dar continuidade as análises mostradas nesse trabalho. Também estão incluídas as publicações e participações em eventos científicos.

No capítulo 3 foi observado o efeito da razão de assimetria (β) e mostrado em detalhes considerando os casos super amortecido na extensão e sub-amortecido na compressão, ilustrando a mudança no tempo de transição (τ_c) devido a β , resultando em tempo diferente gasto na extensão e compressão, e consequentemente o deslocamento médio. O pico de aceleração pode ser diminuído em frequências baixas quando $\beta < 1$ e frequências mais altas quando $\beta > 1$. Em relação à dissipação de energia, foi mostrado que a região ótima em frequências mais baixas implica em $\beta \neq 1$, enquanto em altas frequências a energia dissipada não é sensível a β . A assimetria implica em um comportamento transitório nas transições entre fases de extensão para compressão e compressão para expansão para grandes β .

As análises comparativas entre a resposta do sistema considerando um perfil harmônico e o perfil estocástico demonstram certa relação no deslocamento médio da massa suspensa. Essa semelhança de comportamento pode ajudar a obter uma aproximação analítica para o efeito de *jacking down* na suspensão e também para a potência dissipada. A resposta do sistema estocástico apresenta um custo computacional relativamente elevado quando comparado com o sistema harmônico. Dessa forma, conhecendo a relação entre ambas, pode se obter a potência ou o deslocamento médio através de uma aproximação analítica considerando um perfil harmônico.

É observado principalmente que valores extremos de β intensificam os deslocamentos RMS e médio da massa suspensa. O mesmo acontece na aceleração RMS, o qual reduziria o nível de conforto para os passageiros. Dessa forma, as análises indicam que razões de assimetria mais perto de 1 pode tornar o veículo mais confortável.

Da mesma forma que observado em sistemas com excitação harmônica, o cruzamento

entre os valores de deslocamento médio positivo e negativo ocorre quando $\beta = 1$ independente da classe da estrada considerada. Quanto maior o índice de rugosidade (Φ_0) mais distante da posição média de referência ($z_r = 0$ m) a massa suspensa oscila dependendo do valor de β , sendo que o aumento da velocidade influencia diretamente esse aumento.

A variação na posição média é diretamente proporcional a razão de assimetria, pois os valores extremos de assimetria implicam em maior “resistência” no amortecimento na fase de compressão em relação a expansão, quando $\beta > 1$, por exemplo. E o aumento da velocidade do veículo é proporcional ao aumento da frequência temporal, logo uma velocidade mais alta em uma estrada mais acidentada causará uma amplificação no valor do deslocamento médio da massa suspensa.

Essa característica também é observada na percepção da aceleração na massa suspensa ($\ddot{z}_s$), sendo que os picos mais acentuados têm uma tendência no sentido positivo quando $\beta = 1/3$, apresentam uma tendência de que os picos fiquem distribuídos quase que uniformemente entre os valores positivos e negativos da aceleração quando $\beta = 1$ e os picos mais acentuados têm uma tendência no sentido negativo quando $\beta = 3$. Isso mostra que a diferença no coeficiente de amortecimento tem influência também na percepção da aceleração da massa suspensa.

No capítulo 4 foi verificado que a assimetria na geometria da suspensão tem ligação direta com as forças de amortecimento e da mola. As componentes da força da mola e de amortecimento se tornam menores quando a roda se desloca no sentido positivo porque o conjunto mola-amortecedor tende a ficar mais inclinado. Aliado a isso, ainda existe o efeito de *jacking down* devido ao amortecimento assimétrico que aumenta ou diminui o deslocamento relativo dependendo de β .

O sistema com amortecimento assimétrico com $\beta = 1/3$ apresenta menor aceleração máxima e RMS da massa suspensa em relação aos demais analisados, melhorando o conforto.

O “regime transiente” que ocorre dentro do ciclo do amortecedor assimétrico faz com que a velocidade relativa ($\dot{z}$) tenha um comportamento diferente na fase de extensão quando comparado com a fase de compressão. O tempo que o amortecedor passa nas fases de compressão e extensão são completamente diferentes fazendo com que a potência dissipada durante o ciclo seja diferente dependendo da razão de assimetria β .

O capítulo 5 apresentou análises do sistema de suspensão com amortecimento assimétrico considerando um processo de otimização para minimizar a aceleração RMS. Foi visto que a razão de assimetria β tem pouca influência da aceleração RMS da massa suspensa ($\ddot{z}_{s\text{ rms}}$) no segundo pico de ressonância. É observado que valores extremos de razão de assimetria β juntamente com a mudança na inclinação do conjunto mola-amortecedor, implica no aparecimento de um terceiro pico de ressonância. O processo de otimização demonstrou resultados satisfatórios na redução da aceleração RMS, principalmente entre os picos de ressonância.

No capítulo 5 foi observado que devido a não linearidade geométrica adicionada ao modelo, a simetria no deslocamento médio deixa de ser verdadeira, como é observado em sistemas de suspensão representados apenas por massas, molas e amortecedores. A assimetria na geometria da suspensão também faz com que o sistema que utiliza amortecimento simétrico tenha uma variação no deslocamento médio, sendo que em uma situação sem a geometria esse valor deveria ser zero.

Outra característica a respeito do amortecimento assimétrico, pouco explorada em trabalhos utilizando amortecimento assimétrico, é que ocorre um “regime transiente” dentro do ciclo do amortecedor. Isso faz com que a velocidade relativa tenha um comportamento diferente na fase de extensão quando comparado com a fase de compressão. Além disso, o tempo que o amortecedor passa nas fases de compressão e extensão é completamente diferente o que faz com que a potência dissipada durante o ciclo seja diferente dependendo da razão de assimetria adotada. Portanto, esse fator pode ajudar no dimensionamento de sistemas de suspensão regenerativos, onde a energia advinda da oscilação pode ser recuperada e aproveitada no próprio veículo.

As análises das potências média e RMS dissipadas em um ciclo do amortecedor feitas no sistema de 2 GDL mostra que em baixas velocidades a diferença é pouco expressiva, pois o deslocamento relativo também é pequeno. Existe uma pequena faixa, $130 \geq v \geq 158$ km/h, em que o amortecimento simétrico apresenta maior potência média dissipada, porém, próximo do segundo pico de ressonância $\beta = 3$ mostra maior eficiência. Isso ocorre, possivelmente, devido a assimetria na geometria da suspensão e ao deslocamento médio ser diferente para cada β . Foi observado também que na faixa de velocidade entre os picos de ressonância, 80 km/h por exemplo, que a potência média dissipada no ciclo é maior quando se utiliza valores de β mais próximos de 1. No entanto, em velocidades mais baixas, os valores de β mais extremos maiores que 1 são os que mostram maior dissipação de energia. O contrário ocorre para velocidade de 120 km/h, onde valores de $\beta < 1$ apresentam maior dissipação de energia por ciclo.

O capítulo 6 mostrou a comparação entre a resposta experimental e do modelo numérico. Na comparação, a curva de transmissibilidade apresentou melhor ajuste do que a curva de aceleração RMS. Na modelagem foi considerado que o atrito ocorre com maior incidência entre o trilho e a massa suspensa. Porém, analisando o vídeo juntamente com o plano de fase, nota-se que possivelmente o atrito ocorre nos braços da suspensão. Como o achatamento no plano de fase é observado quando a velocidade é máxima, pelo vídeo, fica claro que nesse momento ocorre a inversão na posição das barras da suspensão.

Foi observado nas simulações e no dispositivo experimental, capítulos 5 e 6, que a inclinação do conjunto mola amortecedor implica na diminuição da amplitude da transmissibilidade da aceleração e também causa um atraso no valor da frequência de ressonância. O efeito de *jacking down* da suspensão também é afetado dependendo dessa posição, porém, não foi possível capturar esse efeito através do experimento. Isso pode ter ocorrido

devido ao fato do amortecedor ter uma haste de diâmetro muito pequena, o que deixa a assimetria praticamente nula.

7.1 CONTRIBUIÇÕES

O presente trabalho tem como contribuição principal explorar as características do amortecimento assimétrico e da geometria do sistema de suspensão em relação ao conforto. A razão de assimetria tem papel importante no projeto do amortecedor veicular. É demonstrado que a aceleração da massa suspensa pode ser reduzida em determinadas faixas de frequência escolhendo razões de assimetria menores que 1. As análises aqui apresentadas servirão de base para sistemas de controle semi-ativo e ativo, onde a razão de assimetria pode ser variada a fim de reduzir a aceleração e consequentemente aumentar o conforto. Análises dos aspectos geométricos mostram uma diminuição na aceleração da massa suspensa variando a inclinação do conjunto mola-amortecedor. Portanto, as análises considerando amortecimento assimétrico e os parâmetros geométricos servirão de parâmetros para projetos de sistemas de suspensão de carros elétricos, por exemplo.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesse trabalho o objetivo principal foi explorar o papel do amortecimento assimétrico e da não linearidade geométrica na melhoria do conforto para os passageiros, sendo restrita a análises da dinâmica vertical. Não foi explorada a influência da geometria e do amortecimento assimétrico no que diz respeito a manter o contato do pneu com a estrada (dirigibilidade) e nem os movimentos angulares da massa suspensa.

Portanto, uma sugestão para um trabalho futuro seria explorar o sistema como um todo e verificar não apenas o conforto, mas também a dirigibilidade do veículo. Análises dos movimentos de arfagem poderiam ser incluídas e um processo de otimização multi-objetivo poderia ser aplicado a fim de encontrar um ponto ótimo entre conforto e dirigibilidade.

7.3 PUBLICAÇÕES E EVENTOS CIENTÍFICOS

1. **Artigo em revisão: Referente aos capítulos 4 e 6 submetido em 01/07/2019**
J. C. M. Fernandes; P. J. P. Gonçalves e M. Silveira, Título: Interaction of asymmetrical damping and geometrical nonlinearity in vehicle suspension systems improves comfort.
2. **Artigo em preparação: Referente ao capítulo 5 para futura submissão**
J. C. M. Fernandes; P. J. P. Gonçalves e M. Silveira, Título: Optimizing comfort in vehicles with asymmetrical damping and geometrical nonlinearities under stochastic road profile.

3. M. Silveira; P. Wahi; J. C. M. Fernandes, Exact and approximate analytical solutions of oscillator with piecewise linear asymmetrical damping. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 110, p. 115-122, 2019.
4. J. C. M. Fernandes; M. Silveira Optimising geometry and asymmetrical damping ratio to reduce vehicle vertical acceleration under stochastic road profile In: *International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA-2018)*, 2018, KU Leuven, Belgium.
5. M. Silveira; P. Wahi; J. C. M. Fernandes, Effects of asymmetrical damping on a 2 DOF quarter-car model under harmonic excitation. *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation.* , v.43, p.14 - 24, 2017.
6. J. C. M. Fernandes; M. Silveira; J. M. Balthazar, Stochastic analysis of 1-DOF vehicle suspension system employing asymmetrical damping In: *24rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering*, 2017, Curitiba / PR.
7. J. C. M. Fernandes; M. Silveira; B. R. Pontes Junior; J. M. Balthazar, Amortecedor assimétrico aplicado em sistema de suspensão para reduzir o movimento vertical e de arfagem utilizando modelo de metade de carro In: *IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, 2016, Fortaleza / CE.
8. Seminário do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, realizado em 11 de outubro de 2016, apresentando o trabalho intitulado: Perfil do pavimento ISO 8608 para análise estocástica de sistemas com amortecimento assimétrico, na categoria apresentação oral, Bauru / SP.
9. J. C. M. Fernandes; M. Silveira; P. Wahi, Resposta de um sistema de suspensão veicular utilizando amortecimento assimétrico sob excitação harmônica pelo método do balanço harmônico In: *III ERMAC - Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional*, 2016, Bauru / SP.
10. J. C. M. Fernandes; M. Silveira; B. R. Pontes Junior; J. M. Balthazar, Effects of asymmetrical damping ratio and damper inclination on vertical dynamics of a suspension system. *Mathematics in Engineering, Science & Aerospace (MESA)*, vol. 6, No. 3, p. 391–398, 2015. ISSN 20413165.
11. J. C. M. Fernandes; M. Silveira; B. R. Pontes Junior; J. M. Balthazar, A quarter-car model comprising geometrical nonlinearities and asymmetric dampers In: *23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering*, 2015, Rio de Janeiro / RJ.
12. Seminário do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, realizado em 14 de outubro de 2015, Bauru / SP.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHMED, A. K. W.; RAKHEJA, S. An equivalent linearization technique for the frequency response analysis of asymmetric dampers. *Journal of Sound and Vibration*, v. 153, n. 3, p. 537 – 542, 1992. ISSN 0022-460X.
- ARANA, C.; EVANGELOU, S. A.; DINI, D. Series active variable geometry suspension for road vehicles. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, v. 20, n. 1, p. 361–372, Feb 2015. ISSN 1083-4435.
- ARMSTRONG-HELOUVRY, B. *Control of machines with friction*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 128.
- ATAIR, R. N. Controle ótimo de sistemas dinâmicos: Notas de aulas e exemplos de aplicação. *São José dos Campos*, 2012.
- ATTIA, H. A. Dynamic modelling of the double wishbone motor-vehicle suspension system. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, v. 21, n. 1, p. 167 – 174, 2002. ISSN 0997-7538.
- BALIKE, K. P. *Kineto-Dynamic Analyses of Vehicle Suspension for Optimal Synthesis*. Tese (Doutorado) — Concordia University, September 2010.
- BALIKE, K. P.; RAKHEJA, S.; STIHARU, I. Kineto-dynamic performance analysis of vehicle with an asymmetric suspension damper using a roll-plane model. *International Journal of Vehicle Performance*, Inderscience, v. 1, n. 1, p. 69–91, 2013.
- BALIKE, K. P.; RAKHEJA, S.; STIHARU, I. G. Optimal synthesis of a two-stage asymmetric damper of an automotive suspension considering wheel camber variations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, v. 225, n. 8, p. 1006–1022, 2011.
- BARELLA, R. M.; FILHO, S. O. M.; BALBO, J. T. *Irregularidade Longitudinal de Pavimentos: Sensibilidade de Perfis, Correlação Entre QI e IRI e Comparação de Equipamentos*. [S.l.]: 9ª ENACOR, Natal, RN, 2005.
- BERGER, E. Friction modeling for dynamic system simulation. *Applied Mechanics Reviews*, American Society of Mechanical Engineers, v. 55, n. 6, p. 535–577, 2002.
- BOILEAU, P. E.; RAKHEJA, S. Vibration attenuation performance of suspension seats for off-road forestry vehicles. *International Journal of Industrial Ergonomics*, v. 5, n. 3, p. 275 – 291, 1990. ISSN 0169-8141.

BOUAZARA, M.; RICHARD, M. J.; RAKHEJA, S. Safety and comfort analysis of a 3-d vehicle model with optimal non-linear active seat suspension. *Journal of Terramechanics*, v. 43, n. 2, p. 97 – 118, 2006. ISSN 0022-4898.

BOWMAN, A. W.; AZZALINI, A. *Applied smoothing techniques for data analysis: the kernel approach with S-Plus illustrations*. [S.l.]: OUP Oxford, 1997. v. 18.

BRANDT, A. *Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. ISBN 978-0-470-74644-8.

BULMER, M. *Principles of Statistics*. [S.l.]: Dover Publications, 1979. (Dover Books on Mathematics). ISBN 0486637603, 9780486637600.

CHERIAN, V.; JALILI, N.; AYGLON, V. Modelling, simulation, and experimental verification of the kinematics and dynamics of a double wishbone suspension configuration. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, v. 223, n. 10, p. 1239–1262, 2009.

CRAIG, R. R.; KURDILA, A. J. *Fundamentals of structural dynamics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006.

DIXON, J. *The Shock Absorber Handbook*. [S.l.]: Wiley, 2008. (Wiley-Professional engineering publishing series). ISBN 9780470516423.

DIXON, J. *Suspension Analysis and Computational Geometry*. [S.l.]: Wiley, 2009. ISBN 9780470682890.

DNIT, M. d. P. Departamento nacional de infraestrutura de transportes. 2ª edição. *Editado pelo Instituto de Pesquisas Rodoviárias (IPR). Ministério dos Transportes, Brasil*, 1996.

ECKERT, M. Der sommerfeld-effekt: Theorie und geschichte eines bemerkenswerten resonanzphanomens. *European Journal of Physics*, v. 17, n. 5, p. 285, 1996.

ELS, P. S.; THERON, N. J.; UYS, P. E.; THORESSON, M. J. The ride comfort vs. handling compromise for off-road vehicles. *Journal of Terramechanics*, v. 44, n. 4, p. 303 – 317, 2007. ISSN 0022-4898.

FERNANDES, J. C. M. *Influence of geometric non-linearities in suspension systems with asymmetrical damping under harmonic excitation*. Dissertação (Mestrado) — São Paulo State University (UNESP), School of Engineering, Bauru, 2015.

FERNANDES, J. C. M.; SILVEIRA, M.; PONTES JUNIOR, B. R.; BALTHAZAR, J. M. Effects of asymmetrical damping ratio and damper inclination on vertical dynamics of a suspension system. *Mathematics in Engineering, Science & Aerospace (MESA)*, v. 6, n. 3, p. 391 – 398, 2015. ISSN 20413165.

FISCHER, D.; ISERMANN, R. Mechatronic semi-active and active vehicle suspensions. *Control Engineering Practice*, v. 12, n. 11, p. 1353 – 1367, 2004. ISSN 0967-0661. Mechatronic Systems.

GAMERO, C.; BENEZ, S.; SILVEIRA, G. Avaliação da condição do solo após a operação de preparo. *SILVEIRA, GM IV Ciclo de estudos sobre mecanização agrícola. Jundiaí: Fundação Cargill*, p. 12–21, 1990.

- GAUL, L.; NITSCHKE, R. The role of friction in mechanical joints. *Applied Mechanics Reviews*, American Society of Mechanical Engineers, v. 54, n. 2, p. 93–106, 2001.
- GENG, L.; CUI, M.; WU, Z. Stochastic control of semi-active suspension system. In: *2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 3791–3796.
- GUGLIELMINO, E.; SIRETEANU, T.; STAMMERS, C. W.; GHITA, G.; GIUCLEA, M. *Semi-active Suspension Control: Improved Vehicle Ride and Road Friendliness*. [S.l.]: Springer London, 2008. ISBN 9781848002319.
- GYSEN, B. L. J.; JANSSEN, J. L. G.; PAULIDES, J. J. H.; LOMONOVA, E. A. Design aspects of an active electromagnetic suspension system for automotive applications. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 45, n. 5, p. 1589–1597, Sept 2009. ISSN 0093-9994.
- GYSEN, B. L. J.; PAULIDES, J. J. H.; JANSSEN, J. L. G.; LOMONOVA, E. A. Active electromagnetic suspension system for improved vehicle dynamics. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, v. 59, n. 3, p. 1156–1163, March 2010. ISSN 0018-9545.
- HROVAT, D. Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications 1,2. *Automatica*, v. 33, n. 10, p. 1781 – 1817, 1997. ISSN 0005-1098.
- HUREL, J.; MANDOW, A.; GARCIA-CEREZO, A. Nonlinear two-dimensional modeling of a mcpherson suspension for kinematics and dynamics simulation. In: *Advanced Motion Control (AMC), 2012 12th IEEE International Workshop on*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–6.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *Mechanical Vibration and Shock - Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration - Part 1: General Requirements*. [S.l.]: The Organization, 1997. (International standard).
- ISO 2631-1. *Mechanical Vibration and Shock: Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration. Part 1, General Requirements: International Standard ISO 2631-1: 1997 (E)*. [S.l.]: ISO, 1997.
- ISO-8608. *International Organization for Standardization and Technical Committee ISO/TC and Mechanical Vibration and Shock. Subcommittee SC2 Measurement and Evaluation of Mechanical Vibration and Shock as Applied to Machines*. [S.l.]: International Organization for Standardization, 1995.
- JAZAR, R. N. *Vehicle dynamics: theory and application*. [S.l.]: Springer, 2017.
- JIANG, Z.; CHRISTENSON, R. A comparison of 200 kn magneto-rheological damper models for use in real-time hybrid simulation pretesting. *Smart Materials and Structures*, v. 20, n. 6, p. 065011, 2011.
- KHOT, S. M.; PATIL, S.; BHAYE, N. A. Simulation study of mr damper for bump road profile. In: *2017 International Conference on Nascent Technologies in Engineering (ICNTE)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–6.
- KIRK, D. E. *Optimal Control Theory: An Introduction*. [S.l.]: Dover Publications, 2012. (Dover Books on Electrical Engineering). ISBN 9780486135076.

- KOLICH, M. Automobile seat comfort: occupant preferences vs. anthropometric accommodation. *Applied Ergonomics*, v. 34, n. 2, p. 177 – 184, 2003. ISSN 0003-6870.
- LI, P.; LAM, J.; CHEUNG, K. C. Multi-objective control for active vehicle suspension with wheelbase preview. *Journal of Sound and Vibration*, v. 333, n. 21, p. 5269 – 5282, 2014. ISSN 0022-460X.
- LI, Q.; YU, X.; WU, J. An improved genetic algorithm to optimize spatial locations for double-wishbone type suspension system with time delay. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, v. 2018, 2018.
- LI, Z.; ZUO, L.; LUHRS, G.; LIN, L.; QIN, Y. x. Electromagnetic energy-harvesting shock absorbers: Design, modeling, and road tests. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 62, n. 3, p. 1065–1074, March 2013. ISSN 0018-9545.
- LOTUS CARS. *Lotus Elan Owner's Workshop Manual*. [S.l.]: Marston Book Services, LTD, 1974. 168 p.
- MAHMOODI-KALEIBAR, M.; JAVANSHIR, I.; ASADI, K.; AFKAR, A.; PAYKANI, A. Optimization of suspension system of off-road vehicle for vehicle performance improvement. *Journal of central south university*, Springer, v. 20, n. 4, p. 902–910, 2013.
- MARTINEZ, W. L.; MARTINEZ, A. R.; MARTINEZ, A.; SOLKA, J. *Exploratory data analysis with MATLAB*. [S.l.]: CRC Press, 2010.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. *Race Car Vehicle Dynamics*. [S.l.]: Society of Automotive Engineers, 1995. (R: Society of Automotive Engineers, v. 1). ISBN 9781560915263.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; CALADO, V. *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000.
- NAYFEH, A. H.; BALACHANDRAN, B. *Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computational and Experimental Methods*. [S.l.]: Wiley, 2008. (Wiley Series in Nonlinear Science). ISBN 9783527617555.
- NGUYEN, Q. H.; CHOI, S. B.; PARK, Y. G. An analytical approach to optimally design of electrorheological fluid damper for vehicle suspension system. *Meccanica*, Springer Netherlands, v. 47, n. 7, p. 1633–1647, 2012. ISSN 0025-6455.
- NORTON, R. L. *Cinematica e dinamica dos mecanismos*. [S.l.]: AMGH Editora, 2010.
- OLSSON, H.; ÅSTRÖM, K. J.; WIT, C. C. D.; GÄFVERT, M.; LISCHINSKY, P. Friction models and friction compensation. *Eur. J. Control*, v. 4, n. 3, p. 176–195, 1998.
- PADDAN, G. S.; GRIFFIN, M. J. Evaluation of whole-body vibration in vehicles. *Journal of Sound and Vibration*, v. 253, n. 1, p. 195 – 213, 2002. ISSN 0022-460X.
- PAPALUKOPOULOS, C.; NATSIAVAS, S. Nonlinear biodynamics of passengers coupled with quarter car models. *Journal of Sound and vibration*, Elsevier, v. 304, n. 1, p. 50–71, 2007.
- PINHEIRO, J.; CUNHA, S.; GOMES, G.; CARVAJAL, S. *Probabilidade e estatística: quantificando a incerteza*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2013.

- PIONKE, R.; BOCIK, J. *Semi-active suspension system*. [S.l.]: Google Patents, 2011. US Patent 8,075,002.
- PRABAKAR, R. S.; SUJATHA, C.; NARAYANAN, S. Optimal semi-active preview control response of a half car vehicle model with magnetorheological damper. *Journal of Sound and Vibration*, v. 326, n. 3-5, p. 400 – 420, 2009. ISSN 0022-460X.
- PRABAKAR, R. S.; SUJATHA, C.; NARAYANAN, S. Response of a half-car model with optimal magnetorheological damper parameters. *Journal of Vibration and Control*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 22, n. 3, p. 784–798, 2016.
- RAJALINGHAM, C.; RAKHEJA, S. Influence of suspension damper asymmetry on vehicle vibration response to ground excitation. *Journal of Sound and Vibration*, v. 266, n. 5, p. 1117 – 1129, 2003. ISSN 0022-460X.
- RAO, S. S. *Mechanical Vibrations*. [S.l.]: Pearson/Prentice Hall, 2004. ISBN 9780130489876.
- RILL, G. *Road Vehicle Dynamics: Fundamentals and Modeling*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2011. (Ground vehicle engineering series). ISBN 9781439838983.
- SANO, T. *Double wishbone suspension*. [S.l.]: Google Patents, 2001. US Patent 6,302,420.
- SEIFI, A.; HASSANNEJAD, R.; HAMED, M. A. Use of nonlinear asymmetrical shock absorbers in multi-objective optimization of the suspension system in a variety of road excitations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 231, n. 2, p. 372–387, 2017.
- SEKULIĆ, D.; RUSOV, S.; DEDOVIĆ, V.; ŠALINIĆ, S.; MLADENović, D.; IVKOVIĆ, I. Analysis of bus users' vibration exposure time. *International Journal of Industrial Ergonomics*, Elsevier, v. 65, p. 26–35, 2018.
- SENGIPTA, S. K. *Fundamentals of statistical signal processing: Estimation theory*. [S.l.]: Taylor & Francis Group, 1995.
- SERT, E.; BOYRAZ, P. Optimization of suspension system and sensitivity analysis for improvement of stability in a midsize heavy vehicle. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, v. 20, n. 3, p. 997 – 1012, 2017. ISSN 2215-0986.
- SHEKHAR, N. C.; HATWAL, H.; MALLIK, A. Response of non-linear dissipative shock isolators. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 214, n. 4, p. 589–603, 1998.
- SHEKHAR, N. C.; HATWAL, H.; MALLIK, A. K. Performance of non-linear isolators and absorbers to shock excitations. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 227, n. 2, p. 293–307, 1999.
- SHOJAEEFARD, M. H.; KHALKHALI, A.; YARMOHAMMADISATRI, S. An efficient sensitivity analysis method for modified geometry of macpherson suspension based on pearson correlation coefficient. *Vehicle System Dynamics*, Taylor & Francis, v. 55, n. 6, p. 827–852, 2017.

- SILVEIRA, M.; PONTES JUNIOR, B. R.; BALTHAZAR, J. M. Reducing vertical and angular accelerations with nonlinear asymmetrical shock absorber in passenger vehicles. In: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. [S.l.: s.n.], 2013.
- SILVEIRA, M.; PONTES JUNIOR, B. R.; BALTHAZAR, J. M. Use of nonlinear asymmetrical shock absorber to improve comfort on passenger vehicles. *Journal of Sound and Vibration*, v. 333, n. 7, p. 2114 – 2129, 2014. ISSN 0022-460X.
- SILVEIRA, M.; WAHI, P.; FERNANDES, J. C. M. Effects of asymmetrical damping on a 2 dof quarter-car model under harmonic excitation. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, v. 43, p. 14 – 24, 2017. ISSN 1007-5704.
- SILVEIRA, M.; WAHI, P.; FERNANDES, J. C. M. Exact and approximate analytical solutions of oscillator with piecewise linear asymmetrical damping. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2019. ISSN 0020-7462.
- STOICA, P.; MOSES, R. L. *et al.* Spectral analysis of signals. Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 2005.
- SUN, G.; FU, X. Discontinuous dynamics of a class of oscillators with strongly nonlinear asymmetric damping under a periodic excitation. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Elsevier, v. 61, p. 230–247, 2018.
- TAMBOLI, J.; JOSHI, S. Optimum design of a passive suspension system of a vehicle subjected to actual random road excitations. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 219, n. 2, p. 193–205, 1999.
- TUSSET, Â. M. Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor magneto-reológico. 2008.
- TUSSET, A. M.; RAFIKOV, M.; BALTHAZAR, J. M. An intelligent controller design for magnetorheological damper based on a quarter-car model. *Journal of Vibration and Control*, v. 15, n. 12, p. 1907–1920, 2009.
- TUSSET, A. M.; SANTO, D. R.; BALTHAZAR, J. M.; PICCIRILLO, V.; SANTOS, L. C. D.; BRASIL, R. M. Active vibration control of an elevator system using magnetorheological damper actuator. *International Journal of Nonlinear Dynamics and Control*, Inderscience Publishers (IEL), v. 1, n. 1, p. 114–131, 2017.
- TYAN, F.; HONG, Y.-F.; TU, S.-H.; JENG, W. S. *et al.* Generation of random road profiles. *Journal of Advanced Engineering*, v. 4, n. 2, p. 1373–1378, 2009.
- VERROS, G.; NATSIAVAS, S.; PAPADIMITRIOU, C. Design optimization of quarter-car models with passive and semi-active suspensions under random road excitation. *Journal of Vibration and Control*, SAGE Publications, v. 11, n. 5, p. 581–606, 2005.
- VERROS, G.; NATSIAVAS, S.; STEPAN, G. Control and dynamics of quarter-car models with dual-rate damping. *Journal of Vibration and Control*, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 6, n. 7, p. 1045–1063, 2000.

WELCH, P. The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, IEEE, v. 15, n. 2, p. 70–73, 1967.

WONG, J. *Theory of Ground Vehicles*. [S.l.]: Wiley, 2001. (Wiley-Interscience). ISBN 9780471354611.

YAO, G. Z.; YAP, F. F.; CHEN, G.; LI, W. H.; YEO, S. H. MR damper and its application for semi-active control of vehicle suspension system. *Mechatronics*, v. 12, n. 7, p. 963 – 973, 2002. ISSN 0957-4158.

ZAPATEIRO, M.; POZO, F.; KARIMI, H. R.; LUO, N. Semiactive control methodologies for suspension control with magnetorheological dampers. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, v. 17, n. 2, p. 370–380, April 2012. ISSN 1083-4435.