

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

GIOVANNE SOOMA ASSUNÇÃO SILVA

Análise do Comportamento Aeroelástico de uma Seção Típica Considerando Aerodinâmica Não Estacionária e Não Linear com Vistas à Previsão de Grandes Deslocamentos

São João da Boa Vista

2023

GIOVANNE SOOMA ASSUNÇÃO SILVA

Análise do Comportamento Aeroelástico de uma Seção Típica Considerando Aerodinâmica Não Estacionária e Não Linear com Vistas à Previsão de Grandes Deslocamentos

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Profº Dr. Vagner Candido de Sousa

São João da Boa Vista

2023

S586a

Silva, Giovanne Sooma Assunção

Análise do comportamento aeroelástico de uma seção típica considerando aerodinâmica não estacionária e não linear com vistas à previsão de grandes deslocamentos / Giovanne Sooma Assunção Silva. -- São João da Boa Vista, 2023

49 f.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista

Orientador: Vagner Candido de Sousa

1. Aerodinâmica. 2. Aeroelasticidade. 3. Dinâmica. 4. Engenharia. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO AEROELÁSTICO DE UMA SEÇÃO TÍPICA
CONSIDERANDO AERODINÂMICA NÃO ESTACIONÁRIA E NÃO LINEAR COM
VISTAS À PREVISÃO DE GRANDES DESLOCAMENTOS**

Aluno: Giovanne Sooma Assunção Silva
Orientador: Prof. Dr. Vagner Candido de Sousa

Banca Examinadora:

- Vagner Candido de Sousa (Orientador)
- Éder Luiz Oliveira (Examinador)
- Leandra Isabel de Abreu (Examinadora)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Processo nº 012/2022)
--

São João da Boa Vista, 13 de dezembro de 2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, Larissa, e meus familiares por me apoiarem ao longo de toda essa árdua trajetória, me incentivando nos momentos de maior dificuldade a sempre dar o meu melhor.

Agradeço também ao companheirismo dos meus amigos e colegas, que pude fazer no decorrer desses anos, e que contribuíram tanto na minha formação de engenheiro, assim como em ser um indivíduo melhor.

E por fim, agradeço aos professores da UNESP de São João da Boa Vista, por todo o conhecimento transmitido durante a graduação. Em especial ao meu orientador, pelo apoio, paciência e dedicação em me ajudar no desenvolvimento do presente trabalho.

“Tomorrow, and tomorrow, and tomorrow”
(Shakespeare)

RESUMO

O atual Trabalho de Conclusão de Curso teve como objetivo a implementação do modelo de Beddoes-Leishman em um código que previamente utilizava um modelo de aerodinâmica linear. Ambos os códigos foram escritos no software comercial MATLAB. Foi feita uma breve revisão sobre os conceitos de aeroelasticidade e estol dinâmico, de maneira a elucidar as características contempladas pelo modelo aerodinâmico. Após isso, o modelo de Beddoes-Leishman foi apresentado de maneira extensiva, assim como o modelo utilizado para as ligas de memória de forma. Para solução dos sistemas de equação foi utilizado método de Runge-Kutta de 4ª Ordem. Para validação dos resultados obtidos, comparou-se a resposta do modelo para aerodinâmica linear e não-linear, após isso foram simuladas respostas do sistema para casos lineares e molas com liga de memória de forma, e por fim foram feitas simulações com aerodinâmica não linear e molas com liga de memória de forma. Os resultados obtidos demonstraram as diferenças esperadas na utilização de modelos lineares e não lineares, principalmente após a velocidade crítica de flutter, onde para modelos lineares há um crescimento constante das amplitudes, para os casos não lineares ocorre o surgimento de oscilações ciclo-limite. Também foi possível notar os efeitos que a utilização de pré-cargas nas molas tem na resposta geral do sistema, ao utilizar pré-cargas maiores os efeitos pseudo-elásticos aparecem mais rapidamente do que em casos com uma pré-carga menor.

PALAVRAS-CHAVE: Aerodinâmica. Aeroelasticidade. Estol Dinâmico. Flutter. Liga de Memória de Forma.

ABSTRACT

This Bachelor's Thesis aimed to implement Beddoes-Leishman model into a code that previously used a linear aerodynamics model. Both codes were written in the commercial software MATLAB. To elucidate the characteristics of the aerodynamics from the model a brief review of concepts in aeroelasticity and dynamic stall were conducted. After that the Beddoes-Leishman was extensively presented as well as the model used for shape memory alloys. To solve the system of equations a 4th Order Runge-Kutta method was used. To validate results the system response to both linear and nonlinear aerodynamics were shown. After that a system with the linear aerodynamics model and shape memory alloys springs was simulated. Following this, the final configuration of the system with nonlinear aerodynamics and shape memory alloys springs was simulated. The results have shown the differences to be expected from using linear and nonlinear models, especially after critical flutter speed, for whom linear models presents constant growth in amplitudes while the nonlinear case presents limit-cycle oscillations. Effects of using preloads in the springs on the overall system response also were observed with higher preloads leading to the quicker appearance of pseudo-elastic effects when compared to cases with lower preloads.

KEYWORDS: Aerodynamics. Aeroelasticity. Dynamic Stall. Flutter. Shape Memory Alloy.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	O triângulo de forças aeroelásticas	16
Figura 2	Comportamento típico de <i>flutter</i>	17
Figura 3	Diagrama de Bifurcação	18
Figura 4	Tipos de <i>LCOs</i>	19
Figura 5	Estol Dinâmico	20
Figura 6	Estol Dinâmico - <i>LCOs</i>	20
Figura 7	Separação do Escoamento	22
Figura 8	Transformação de Fase <i>SMA</i> s	26
Figura 9	Tensão-Deformação para 100% de Martensita	27
Figura 10	Ciclo Histerético	27
Figura 11	Modelo Clássico (a) e Modelo com <i>SMA</i> s (b)	28
Figura 12	Respostas do Sistema para Aerodinâmica Linear e Não Linear para 9 m/s . . .	33
Figura 13	Respostas do Sistema para Aerodinâmica Linear e Não Linear para 11 m/s . . .	33
Figura 14	Respostas do Sistema para Aerodinâmica Não Linear e Linear para 13 m/s . . .	34
Figura 15	Ciclo Histerético para Aerodinâmica Linear com Pré-Carga de 3 N	34
Figura 16	Respostas do Sistema para Aerodinâmica Linear com Molas de <i>SMA</i> com Pré-Carga de 3 N	35
Figura 17	Ciclo Histerético para Aerodinâmica Não Linear com Pré-Carga de 3 N	35
Figura 18	Ciclos Histerético para Aerodinâmica Não Linear com Molas de <i>SMA</i> com Pré-Carga de 3 N	36
Figura 19	Respostas do Sistema em Translação para Aerodinâmica Não Linear com Molas de <i>SMA</i> com Pré-Carga de 3 N	36
Figura 20	Respostas do Sistema em Rotação para Aerodinâmica Não Linear com Molas de <i>SMA</i> com Pré-Carga de 3 N	37
Figura 21	Respostas do Sistema Após Pico de Crescimento para Aerodinâmica Não Linear com Molas de <i>SMA</i> com Pré-Carga de 3 N	37
Figura 22	Respostas do Sistema em Translação para Aerodinâmica Não Linear com Molas de <i>SMA</i> com Pré-Carga de 4.5 N	38
Figura 23	Respostas do Sistema em Rotação para Aerodinâmica Não Linear com Molas de <i>SMA</i> com Pré-Carga de 4.5 N	38
Figura 24	Ciclos Histerético para Aerodinâmica Não Linear com Molas de <i>SMA</i> com Pré-Carga de 4.5 N	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros BL	44
Tabela 2 – Parâmetros Empíricos de BL	45
Tabela 3 – Propriedade para <i>SMA</i>	46
Tabela 4 – Adimensionalização dos Parâmetros Estruturais	47
Tabela 5 – Parâmetros Estruturais	47

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UNESP	Universidade Estadual Paulista
BL	Beddoes-Leishman
EDOs	Equações Diferenciais Ordinárias
LCOs	Oscilações em Ciclo Limite (<i>Limit Cycle Oscillations</i>)
PE	Efeito Pseudoelástico (<i>Pseudo-Elastic Effect</i>)
RK4	Método de Runge-Kutta de 4 ^a ordem
SMA	Ligas com Memória de Forma (<i>Shape Memory Alloys</i>)
SME	Efeito de Memória de Forma (<i>Shape Memory Effect</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo de Ataque
$\hat{\alpha}$	Ângulo de Ataque Instantâneo
α_1	Ângulo de Ataque para Estol Estático
α_{1_0}	Ângulo de Ataque para Estol Estático antes do Desprendimento de Vórtices
α_E	Ângulo de Ataque Efetivo
α_F	Ângulo de Ataque Equivalente
β	Fator de Compressibilidade
δ_{α_1}	Incremento em α_1
Δ_t	Passo de Tempo
ϵ_{res}	Máxima Deformação Residual da <i>SMA</i> s
η_θ	Razão de Frequências
γ	Deformação por Cisalhamento
μ	Razão de Massas
μ_p	Coeficiente de Poisson
$\bar{\Omega}$	Fator de Deformação de Fase
σ_s^A	Tensão Inicial para Fase de Austenita
σ_f^A	Tensão Final para Fase de Austenita
σ_s^M	Tensão Inicial para Fase de Martensita
σ_f^M	Tensão Final para Fase de Martensita
τ	Tensão de Cisalhamento
τ_ν	Contador Adimensional para a Fase de Separação de Vórtices
θ	Eixo de Rotação
ξ	Variável Representando Transformação de Fases da <i>SMA</i> s
ζ	Razão de Amortecimento
A_s	Temperatura do Início da Fase de Austenita

A_f	Temperatura do Final da Fase de Austenita
b	Semi-Corda
c	Corda
C_A	Constante do Material Relacionando Temperatura e Tensão Crítica para Transformação Reversa de Fase
C_M	Coeficiente de Momento em 1/4 da Corda
C_{MA}	Constante do Material Relacionando Temperatura e Tensão Crítica para Transformação de Fase
C_{M0}	Coeficiente de Momento para Sustentação Nula
C_N	Coeficiente de Força Normal
C_{N1}	Coeficiente de Força Normal Crítico
$C_{N\alpha}$	Inclinação da Curva de Força Normal
D_A	Módulo de Young para <i>SMA</i> s Completamente na Fase de Austenita
D_M	Módulo de Young para <i>SMA</i> s Completamente na Fase de Martensita
e	Número de Euler
f, f', f''	Ponto de Separação do Escoamento
f_0	Pré-Carregamento nas Molas de <i>SMA</i>
G	Módulo de Cisalhamento
h	Eixo de Translação
$\bar{h}$	Translação Adimensionalizada pela Semi-corda
M	Número de Mach
$\bar{M}_\theta$	Momento Adimensional
M_f	Temperatura do Final da Fase de Martensita
M_s	Temperatura do Início da Fase de Martensita
N	Número de Espiras da Mola de <i>SMA</i>
R	Raio da Mola de <i>SMA</i>
r	Raio do Fio Mola de <i>SMA</i>
r_θ	Raio de Giração Adimensional

t	Tempo Dimensional
T	Temperatura
T_f	Constante de Tempo para o Movimento do Ponto de Separação
T_P	Constante de Tempo para a Pressão no Bordo de Ataque
T_ν	Constante de Tempo para o Vórtice de Sustentação
$T_{\nu l}$	Constante de Tempo para o Vórtice de Sustentação Após a Corda
V_∞	Velocidade do Escoamento Livre
V_{cr}	Velocidade Crítica de <i>flutter</i>
V_S	Velocidade do Som
w	Distância Entre a Mola de <i>SMA</i> e o Centro Elástico
X_{ac}	Centro Aerodinâmico
X_{ea}	Centro Elástico
y	Deflexão da mola de <i>SMA</i>
y_0	Pré-deflexão da mola de <i>SMA</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Motivação	14
1.2	Objetivo	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	Fenômenos Aeroelásticos	16
2.2	Estol Dinâmico	19
2.3	Modelo de Beddoes-Leishman	20
2.3.1	Introdução ao Modelo	20
2.3.2	Equacionamento do Modelo	21
2.4	Ligas de Memória de Forma	25
2.5	Modelo para as <i>SMAs</i>	28
3	DESENVOLVIMENTO	31
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	33
5	CONCLUSÃO	40
	REFERÊNCIAS	41
	APÊNDICE A – MATRIZES DE BEDDOES-LEISHMAN EM ESPAÇO DE ESTADOS	43
	APÊNDICE B – PARÂMETROS EMPÍRICOS PARA BEDDOES-LEISHMAN	45
	APÊNDICE C – PARÂMETROS PARA <i>SMAS</i>	46
	APÊNDICE D – ADIMENSIONALIZAÇÃO E VALORES PARA PARTE ESTRUTURAL	47

1 INTRODUÇÃO

Fenômenos aeroelásticos se fazem presentes em diversos problemas no setor aeronáutico, dentre esses o que mais se destaca devido ao seu potencial caráter destrutivo é o fenômeno de autoexcitação com vibrações crescentes, denominado *flutter* (DIMITRIADIS; LI, 2009). Esse fenômeno pode vir a apresentar características não lineares, oriundas tanto de aspectos estruturais do corpo submetido a excitação, assim como de aspectos aerodinâmicos resultantes do escoamento (DOWELL; EDWARDS; STRAGNAC, 2003). Quando levado em conta apenas características lineares a amplitude do sistema tende a crescer indefinidamente uma vez alcançada a V_{cr} , já para casos em que efeitos não lineares são considerados, ao invés das amplitudes sempre crescentes surgem *LCOs* de amplitude estáveis após a bifurcação de Hopf (SANTOS; MARQUES; HAJJ, 2019), sendo essa região de estabilidade interessante para algumas aplicações práticas, como a colheita piezoeletrica de energia (SOUSA; SILVA; MARQUI, 2017).

Em regimes de baixa velocidade uma fonte de não linearidade aerodinâmica está associada ao *flutter* por estol, fenômeno resultante de interações entre o estol dinâmico (relacionado ao desprendimento de vórtices para altos ângulos de ataque), com características elásticas e inerciais (relacionadas a seção de perfil aerodinâmico considerado) (DIMITRIADIS; LI, 2009). Uma maneira de se estudar os efeitos de estol dinâmico é através de simulações computacionais, um dos modelos amplamente empregados nesse tipo de simulação é o modelo semi-empírico de *Beddoes-Leishman* baseado em funções indiciais aerodinâmicas (LEISHMAN; BEDDOES, 1989), utilizado para análise em um seção típica de aerofólio (NACA 0012) considerando 2 graus de liberdade; mais comumente utilizado devido a facilidade de implementação, em sua forma em espaço de estados (LEISHMAN; CROUSE, 1989a).

(SANTOS; PEREIRA; MARQUES, 2017) realizou estudos para o regime de *flutter* por estol, levando em conta diversos ângulos de ataque, assim como variações nas velocidades, e seus respectivos efeitos no comportamento das *LCOs*. Após isso, foi proposto a utilização dessas oscilações de amplitude constante, características de *LCOs*, advindas do estol para a colheita de energia via materiais piezoelétricos (SANTOS; MARQUES; HAJJ, 2019).

A colheita de energia (*energy harvesting* em inglês), através da utilização de materiais inteligentes em regiões de aerodinâmica linear também foi estudada em (SOUSA; SILVA; MARQUI, 2017), mais especificamente o uso de ligas com memória de forma (*SMA*). Esses materiais além de promoverem a colheita de energia, também são usados como métodos passivos em controle de vibrações, devido ao seu comportamento de histerese pseudoelástica após o fenômeno do *flutter* observa-se o surgimento de *LCOs* com amplitudes aceitáveis (SOUSA; MARQUI, 2014). A utilização de um modelo linear para representar a aerodinâmica do problema acaba por restringir a análise à pequenos deslocamentos.

1.1 MOTIVAÇÃO

A utilização de modelos que representam uma aerodinâmica linear é em muitos casos limitante para determinados tipos de análises, dentre eles pode-se citar a resposta para estudos aeroelásticos

que compreendem o fenômeno de *flutter*, que para casos lineares deve se restringir à pequenos deslocamentos.

Dessa maneira, a utilização de um modelo que compreende a região não linear do escoamento, como o modelo de Beddoes-Leishman, pode vir a oferecer respostas mais realistas em regiões que se observa grandes deslocamentos.

1.2 OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo o estudo de comportamentos aeroelásticos dinâmicos de uma seção típica, com a utilização de um modelo aerodinâmico não linear e não estacionário. A aerodinâmica será implementada através do modelo semi-empírico de Beddoes-Leishman, que posteriormente será adicionado à um código já existente, utilizado para a simulação de uma seção típica com molas com ligas de memória de forma, que previamente utilizava um modelo com aerodinâmica linear e não estacionária.

Após a implementação do código, será investigado a diferença entre as respostas do modelo linear, confiável apenas para pequenos deslocamentos, e a resposta para o modelo não linear, onde se espera observar o surgimento de *LCOs* de amplitude constante.

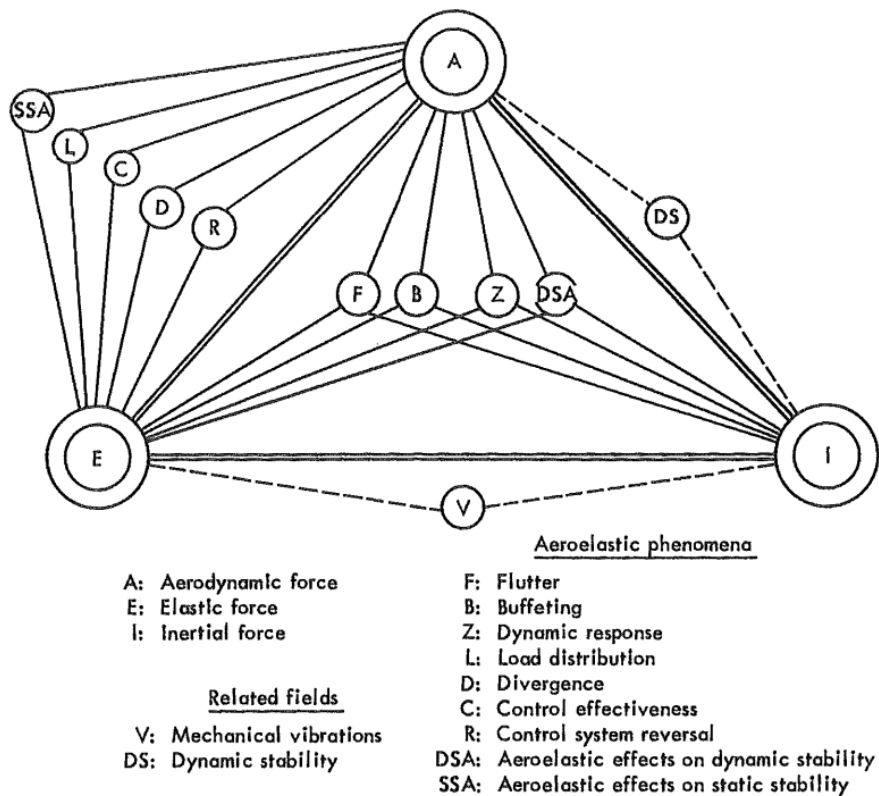
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 FENÔMENOS AEROELÁSTICOS

Historicamente a presença de fenômenos aeroelásticos foi identificada em meados da 2ª Guerra Mundial; antes disso devido às baixas velocidades de operação, as filosofias de projeto para as estruturas e os materiais empregados na construção da aeronave, a rigidez estrutural resultante era suficientemente elevada de maneira que se restringiam, mesmo que não propositalmente, uma grande parte dos fenômenos aeroelásticos hoje estudados. Desse momento na história até os dias de hoje, o setor aeronáutico vem passando por um rápido desenvolvimento, usando aeronaves cada vez mais rápidas e com materiais cada vez mais leves, e com isso os problemas de aeroelasticidade vêm se fazendo cada vez mais presentes e por consequência relevantes de se estudar (BISBLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996).

Em (COLLAR, 1946) definiu-se por um fenômeno aeroelástico, como aquele fenômeno dentro de um domínio composto por três forças específicas, sendo elas: aerodinâmica, elástica e inercial; assim qualquer fenômeno que surja como uma combinação dessas forças, ou de todas ao mesmo tempo, pode ser considerado um fenômeno aeroelástico. A partir das possíveis combinações dessas forças, e das naturezas dos fenômenos aeroelásticos considerados, (COLLAR, 1946) criou um diagrama em forma de triângulo, de maneira a ilustrar essas interações, triângulo esse adaptado em (BISBLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996):

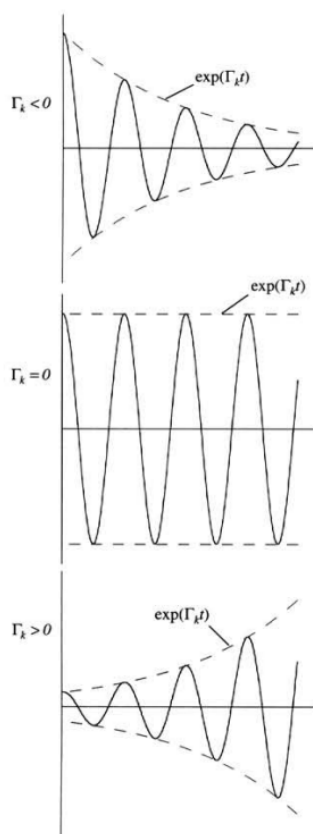
Figura 1 – O triângulo de forças aeroelásticas



fonte: (BISBLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996)

Pela Figura 1 é possível observar diversos fenômenos que se enquadram no estudo da aeroelástica, dentre esses um de significativa importância, principalmente devido a sua potencial natureza catastrófica, é o *flutter*. Classicamente, o *flutter* é tratado como um fenômeno vibracional de autoexcitação, envolvendo dois ou mais modos de vibrar do sistema, nesse caso são utilizados métodos lineares (DIMITRIADIS; LI, 2009). Para uma modelagem linear do sistema aeroelástico, o *flutter* têm um comportamento dado como apresentado em Figura 2

Figura 2 – Comportamento típico de *flutter*



fonte: (HODGES; PIERCE, 2002)

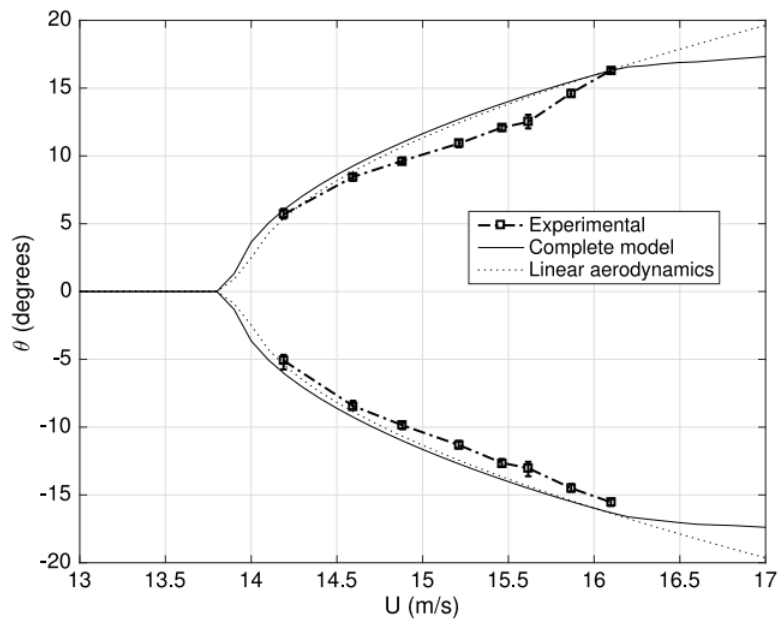
O primeiro caso apresenta um comportamento amortecido, e corresponde a $V_\infty < V_{cr}$; já para o segundo caso temos um comportamento oscilatório de amplitude constante e corresponde a $V_\infty = V_{cr}$; por fim, para o terceiro caso $V_\infty > V_{cr}$ observa-se um movimento oscilatório de amplitude crescente, essas amplitudes crescentes são justamente o motivo de se considerar o *flutter* um movimento de natureza catastrófica, uma vez que em sistemas físicos, isso se traduz em deslocamento cada vez maiores da estrutura até a inevitável falha do corpo. Para um aerofólio isso seria correspondente a um aumento indefinido tanto no α , como nas cargas aerodinâmicas, que persistiria até a ruptura da estrutura, esse fenômeno será discutido na **seção 2.2**.

Uma das limitações da abordagem linear, é a restrição ao domínio dos pequenos deslocamentos, o que acaba por limitar os tipos de análises a serem feitos. Para um sistema linear é esperado que a saída desse sistema seja proporcional a uma dada entrada, no caso do tratamento linear para o *flutter* isso é válido para baixos α ; sendo assim, quanto maior a V_∞ maior será a amplitude das oscilações, que tendem a crescer indefinidamente resultando em α_s cada vez maiores, como já discutido anteriormente.

Porém, experimentalmente não é isso que se verifica, e quando os ângulos de ataque fogem do domínio dos pequenos deslocamentos, a amplitude das oscilações atinge um certo limiar, assim o fenômeno sempre crescente do catastrófico *flutter*, pode ser substituído por *LCOs*. Dessa maneira, muitas vezes é desejoso a presença dessas não linearidades de maneira a evitar falhas catastróficas (DOWELL; EDWARDS; STRAGNAC, 2003).

Graficamente os comportamentos do fenômeno linear e não linear podem ser descritos conforme Figura 3:

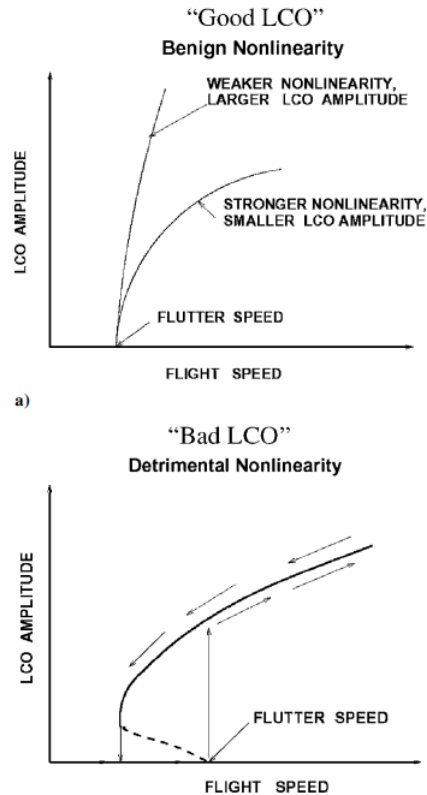
Figura 3 – Diagrama de Bifurcação



fonte: (SANTOS; PEREIRA; MARQUES, 2017)

Inicialmente observa-se a bifurcação do sistema ocorrendo em $V_{\infty} \approx 13.8$ m/s, o que corresponde ao fenômeno do *flutter*, após isso conforme se aumenta a velocidade do escoamento há um aumento proporcional para a amplitude do sistema correspondente ao α , quando $V_{\infty} \approx 16.25$ m/s surgem as *LCOs*, e isso é visto por como a aerodinâmica linear tende a aumentar, enquanto o modelo completo (não linear), tende a um valor único de α (SANTOS; PEREIRA; MARQUES, 2017).

Em (DOWELL; EDWARDS; STRAGNAC, 2003) há a distinção de *LCOs* em dois tipos diferentes, um deles que surge apenas após a V_{cr} , e outro que surge tanto para velocidades abaixo de V_{cr} , como para velocidades acima de V_{cr} .

Figura 4 – Tipos de *LCOs*

fonte: (DOWELL; EDWARDS; STRAGNAC, 2003)

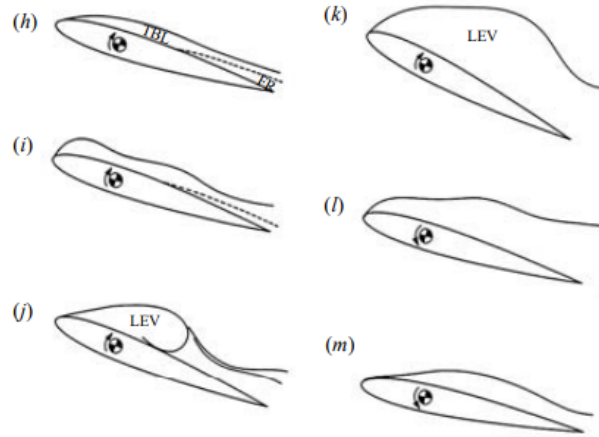
Pela Figura 4 também se nota o impacto que não linearidades pertencentes ao sistema tem nas amplitudes das *LCOs*, como dito anteriormente, a inclusão de não linearidades as vezes é desejável visando o controle vibracional. Uma maneira de incluir não linearidades no sistema, é através do uso de ligas com memória de forma, *SMA*s, essa questão será aprofundada na **seção 2.4 e 2.5**.

2.2 ESTOL DINÂMICO

Até o presente momento foram apresentadas características gerais dos fenômenos aeroelásticos e os comportamentos lineares e não lineares dado um determinado sistema, foi mencionado anteriormente que uma das limitações do tratamento linear para o *flutter* é a restrição à pequenos deslocamentos. Para regiões em que deslocamentos suficientemente grandes são alcançados, fenômenos como o estol dinâmico surgem (DIMITRIADIS; LI, 2009), e o comportamento deixa de ter características lineares.

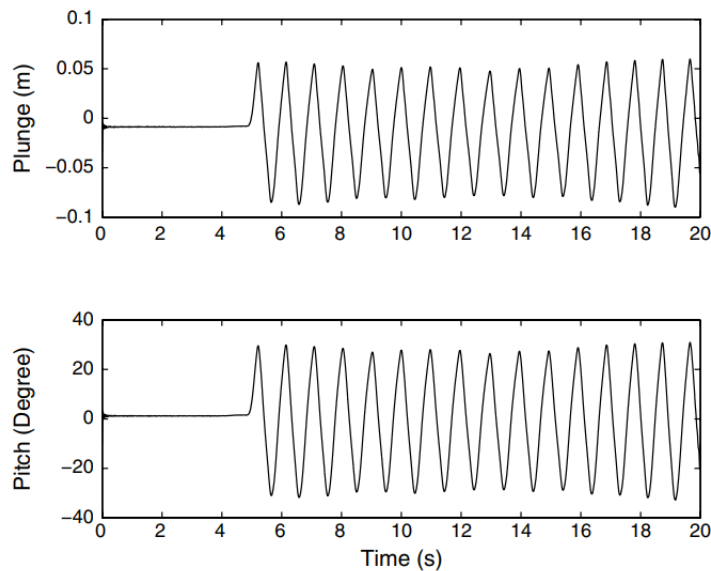
O estol dinâmico consiste na perda das forças aerodinâmicas devido a separação do escoamento ao longo do aerofólio, na Figura 5 é possível observar a evolução desse fenômeno, conforme α aumenta, há um incremento na sustentação também, até o valor de α se tornar crítico e haver o desprendimento de vórtices item (*k*), fazendo com que todas as forças aerodinâmicas cessem, após isso é possível observar pelos itens (*l*) e (*m*), como o escoamento tende a voltar ao estado inicial (LEE; GERONTAKOS, 2004).

Figura 5 – Estol Dinâmico



fonte: (LEE; GERONTAKOS, 2004)

Quando características aeroelásticas são levadas em conta, o estol dinâmico interage com o fenômeno de *flutter*; essa interação onde as forças aerodinâmicas são afetadas pelas características estruturais da asa, fazem com que surjam o aparecimento de *LCOs* como pode ser observado na Figura 6, onde a cada ciclo ocorre o desprendimento e instantaneamente o recolamento da camada limite (DIMITRIADIS; LI, 2009).

Figura 6 – Estol Dinâmico - *LCOs*

fonte: (DIMITRIADIS; LI, 2009)

2.3 MODELO DE BEDDOES-LEISHMAN

2.3.1 Introdução ao Modelo

Na seção anterior foi discutido mais a fundo, o fenômeno de estol dinâmico e como se dá sua influência no aparecimento de *LCOs*. Com isso em vista, determinou-se a necessidade do emprego de

modelos matemáticos mais complexos que os lineares, de forma a se realizar simulações em regiões onde o fenômeno não linear se faz presente.

Um modelo matemático utilizado em problemas de aeroelasticidade e aerodinâmica não linear é o modelo apresentado em (LEISHMAN; BEDDOES, 1989). Desenvolvido pela necessidade de representar a aerodinâmica mais complexa que surgia do estudo de asas rotativas de maneira satisfatória, já que os modelos aerodinâmicos para asas fixas disponíveis na época, como o modelo dado por (THEODORSEN, 1935), falhavam em capturar os efeitos fora da fronteira do *flutter* e só eram válidos para movimentos harmônicos simples, que como discutido na seção anterior representam apenas uma parte de todo o problema aeroelástico.

A formulação inicial desse modelo é baseada em funções indiciais que representam as respostas da aerodinâmica do problema dado variações no α e/ou θ do sistema aeroelástico, posteriormente essa abordagem foi modificada em (LEISHMAN; CROUSE, 1989a) e expandida em (LEISHMAN; CROUSE, 1989b), de maneira a se utilizar equações em espaço de estados; a forma em espaço de estados é preferível já que de maneira simples as equações representando a parte aerodinâmica podem ser agrupadas junto das equações que representam a parte estrutural do problema, formando assim um único sistema de EDOs de 1º ordem (CHANTHARASENAWONG, 2007), que pode ser facilmente resolvido utilizando-se métodos de integração numérica no tempo.

2.3.2 Equacionamento do Modelo

O modelo dado em (LEISHMAN; CROUSE, 1989b), para um aerofólio 2D, tem a aerodinâmica expressa através de um sistema de EDOs de doze estados; onde: oito estados correspondem ao fenômeno linear em que o escoamento se mantém preso ao perfil, três relacionados ao fenômeno não linear do descolamento progressivo do escoamento no bordo de fuga e por fim um estado relativo ao desprendimento do escoamento no bordo de ataque, correspondente ao estol dinâmico.

A parte linear do modelo pode ser escrita de acordo com a expressão:

$$\{\dot{x}\} = [A] \{x\} + [B] \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{Bmatrix} C_N^p \\ C_M^p \end{Bmatrix} = [C] \{x\} + [D] \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Onde, as matrizes: **A**, **B**, **C**, **D** e o vetor $\dot{x}$, se encontram no Apêndice A. Os termos C_N^p e C_M^p são a saída do sistema, correspondentes a sustentação e ao momento de arfagem da parte linear, obtidos da combinação linear da resolução do sistema. Os termos de entrada, α e q , estão relacionados ao histórico no tempo de parâmetros associados a parte estrutural do problema e serão discutido mais a fundo posteriormente. Com a saída dada pelo sistema das equações 2.1 e 2.2, é possível obter o ângulo de ataque efetivo, α_E , utilizando a equação 2.3, que será utilizado para calcular etapas mais a frente, que são dependentes da parte circulatória, esse termo surge devido ao aumento dos efeitos viscosos sobre o aerofólio:

$$\alpha_E(t) = \beta^2 \left(\frac{2V_\infty}{c} \right) (A_1 x_1 b_1 + A_2 x_2 b_2) \quad (2.3)$$

O primeiro dos espaços de estados pertencente a parte não linear é referente ao estol ocorrendo no bordo de ataque. (EVANS; MORT, 1959) determinaram que para condições estáticas, o estol pode ser determinado através da pressão crítica no bordo de ataque e de um gradiente de pressão, onde a pressão é associada as forças normais aerodinâmicas (C_N). Baseando-se nisso, (BEDDOES, 1978) propôs que para a região não estacionária certos efeitos devem ser levados em conta, assim, devido à variação de α , há um atraso no valor de C_N , quando comparado ao caso estático. Dessa maneira, o estado referente ao estol no bordo de ataque é dado pelas equações 2.4 e 2.5.

$$\dot{x}_9 = \left(\frac{2V_\infty}{c} \right) \frac{-x_9 + C_N^p(t)}{T_P} \quad (2.4)$$

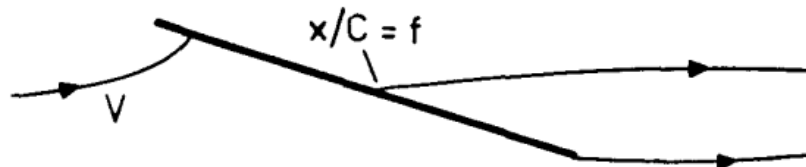
$$x_9 = C'_N(t) \quad (2.5)$$

Onde, $C'_N(t)$ é o atraso associado a parte não estacionária, $(2V_\infty/c)$ é uma constante de maneira a tornar a equação dimensional, T_P é uma constante de tempo associada ao aerofólio e ao M , e $C_N^p(t)$ é a entrada do sistema, calculada no passo anterior. Através do valor encontrado na equação 2.5 pode-se determinar critérios para a separação do escoamento, que serão utilizado em fases posteriores do modelo, de maneira que:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se } |C'_N| \geq C_{N_1}, & \text{descolamento do escoamento;} \\ \text{se } |C'_N| < C_{N_1}, & \text{recolamento do escoamento} \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

Onde, C_{N_1} está associado ao valor crítico de C_N para condições estáticas. As cargas aerodinâmicas correspondentes aos próximos dois estados, são baseadas no modelo de *Kirchhoff* para uma placa plana e um escoamento bidimensional, ilustrado pela Figura 7:

Figura 7 – Separação do Escoamento



fonte: (LEISHMAN; CROUSE, 1989b)

Esses estados são associados a separação do escoamento e desprendimento de vórtices no bordo de fuga. Deseja-se inicialmente encontrar o ponto de separação do escoamento f , isso é dado por sua relação com α , conforme a equação 2.7.

$$f(\hat{\alpha}) = \begin{cases} 1 - 0.3e^{\frac{|\hat{\alpha}| - \alpha_1}{s_1}} & \text{se } |\hat{\alpha}| \leq \alpha_1, \\ 0.04 - 0.66e^{\frac{\alpha_1 - |\hat{\alpha}|}{s_2}} & \text{se } |\hat{\alpha}| > \alpha_1 \end{cases} \quad (2.7)$$

Na equação 2.7, α_1 é o ângulo de estol estático, obtido para a maior parte dos aerofólios quando $f = 0.7$, S_1 e S_2 são coeficientes para o estol determinados empiricamente também, e $\hat{\alpha}$ um ângulo arbitrário. Todos os parâmetros empíricos que foram discutidos acima, assim como aqueles que ainda serão utilizados para os próximos estados, estão apresentados no Apêndice B e são dados em (SANTOS; PEREIRA; MARQUES, 2017).

O próximo parâmetro necessário é um ângulo que leve em conta os efeitos de atraso do escoamento não linear na resposta do sistema, atraso esse já discutido para o estado anterior. Dessa maneira, utilizando o valor anteriormente encontrado para C'_N , determina-se um ângulo de ataque equivalente, α_F (CHANTHARASENAWONG, 2007), para o ponto de separação, conforme a equação 2.8.

$$\alpha_F = \frac{x_9}{C_{N_\alpha}} = \frac{C'_N}{C_{N_\alpha}} \quad (2.8)$$

O ângulo obtido a partir da equação 2.8 é equivalente ao ângulo, no caso estacionário, que resultaria na mesma pressão no bordo de ataque, caso não fossem considerados os atrasos no escoamento. Assim, o novo estado é dado pelas equações 2.9 e 2.10.

$$\dot{x}_{10} = \left(\frac{2V_\infty}{c} \right) \frac{-x_{10} + f(\alpha_F)}{T_f} \quad (2.9)$$

$$x_{10} = f''(t) \quad (2.10)$$

Onde, f'' é o ponto de separação levando em conta os atrasos e T_f é um valor dependente: das condições dadas pela equação 2.6, ou seja, se o escoamento se encontra antes, durante ou depois, dos desprendimentos de vórtices, de parâmetros empíricos (T_{f0} e $T_{\nu l}$), e de um contador que marcha com o tempo adimensional, $\tau_{\nu l} = 2V_\infty(t)/c$. Portanto, durante os desprendimento dos vórtices, T_f é dada pela relação em 2.11:

$$T_f = \begin{cases} T_{f0} & \text{se } 0 \leq \tau_\nu \leq T_{\nu l} & e & \alpha \dot{\alpha} \geq 0 \\ \frac{1}{3}T_{f0} & \text{se } T_{\nu l} < \tau_\nu \leq 2T_{\nu l} & e & \alpha \dot{\alpha} \geq 0 \\ \frac{1}{2}T_{f0} & \text{se } 0 \leq \tau_\nu \leq 2T_{\nu l} & e & \alpha \dot{\alpha} < 0 \\ 4T_{f0} & \text{se } 2T_{\nu l} < \tau_\nu \end{cases} \quad (2.11)$$

Sendo que para essa fase também há uma variação em α_1 , de acordo com um incremento δ_{α_1} de forma que o ângulo a ser considerado é expresso segundo a equação 2.12.

$$\alpha_1 = \begin{cases} \alpha_{10} & \text{se } \alpha \dot{\alpha} \geq 0 \\ \alpha_{10} - (1 - x_{10})^{0.25} \delta_{\alpha_1} & \text{se } \alpha \dot{\alpha} < 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

E depois da fase de desprendimento de vórtices, ou seja, quando $|C'_N| < C_{N_1}$, T_f e α_1 são dados pela expressão em 2.13 e 2.14.

$$T_f = \begin{cases} T_{f0} & \text{se } f'' \geq 0.7 \\ 2T_{f0} & \text{se } f'' < 0.7 \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\alpha_1 = \alpha_{10} \quad (2.14)$$

O próximo estado associado a cargas aerodinâmicas para a separação do escoamento, foi desenvolvido por (LEISHMAN; BEDDOES, 1986), e surgiu de uma necessidade de se calcular o momento de arfagem após o desprendimento dos vórtices, uma vez que a teoria de *Kirchhoff* não contemplava essa região de maneira acurada, assim o estado para corrigir essa região é dado por 2.15 e 2.15.

$$\dot{x}_{11} = \left(\frac{2V_\infty}{c} \right) \frac{2(-x_{11} + f(\alpha_F))}{T_{f0}} \quad (2.15)$$

$$x_{11} = f_m(t) \quad (2.16)$$

Com os termos discutidos acima para a separação do escoamento no bordo de fuga, é possível obter os carregamento aerodinâmicos segundo as expressões dadas em 2.17.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_N^f(t) = C_N^c(t) \left(\frac{1+\sqrt{f''}}{2} \right)^2 \\ C_M^f(t) = C_N^c(t) \left\{ K_0 + K_1(1 - \hat{f}) + K_2 \sin(\pi \hat{f}^2) \right\} + C_{M0} \\ C_T^f(t) = \eta C_{N\alpha} \sqrt{f''} \left(\frac{C_N^c}{C_{N\alpha}} \right)^2 \end{array} \right\} \quad (2.17)$$

Onde, $C_n^c(t) = C_{N\alpha} \alpha_E$ correspondendo a normal na porção circulatoria do problema, K_0 , K_1 e K_2 são valores empíricos associados ao momento de arfagem para condições estáticas, η é a porcentagem da força tangencial percebida pelo aerofólio quando comparado ao escoamento potencial e $\hat{f} = \max[x_{10}, x_{11}]$.

Por fim, o último estado a ser acrescentado é referente ao processo de estol dinâmico. Como discutido na seção anterior, o estol dinâmico consiste no desprendimento de vórtices no bordo de ataque, que viajam por todo o perfil até se dispersarem no bordo de fuga. Esse estado será dado pelas equações 2.18 e 2.19.

$$\dot{x}_{12} = \left(\frac{2V_\infty}{c} \right) \frac{-x_{12} + \dot{C}_\nu}{T_\nu} \quad (2.18)$$

$$x_{12} = C_\nu^\nu(t) \quad (2.19)$$

Novamente o valor de C_N' é usado como referência, conforme apresentado na equação 2.6. Antes do valor crítico ser alcançado, os vórtices são desprezados, no entanto após a fase de desprendimento de vórtices começar novamente utiliza-se o contador τ_ν de maneira a acompanhar a passagem do vórtice por todo o perfil, dessa maneira $T_{\nu l}$ varia conforme mostrado em 2.20.

$$T_\nu = \left\{ \begin{array}{ll} T_{\nu_0} & se \ 0 \leq \tau_\nu \leq T_{\nu l} \quad e \ \alpha \dot{\alpha} \geq 0 \\ 0.25T_{\nu_0} & se \ T_{\nu l} < \tau_\nu \leq 2T_{\nu l} \quad e \ \alpha \dot{\alpha} \geq 0 \\ 0.5T_{\nu_0} & se \ 0 \leq \tau_\nu \leq 2T_{\nu l} \quad e \ \alpha \dot{\alpha} < 0 \\ 0.9T_{\nu_0} & se \ 2T_{\nu l} < \tau_\nu \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

Através dos valores obtidos para $T_{\nu l}$ é possível calcular a força normal para o desprendimento do vórtice conforme 2.21

$$C_\nu = \left\{ \begin{array}{ll} C_n^c \left[1 - 0.25(1 + \sqrt{f''})^2 \right] & se \ \tau_\nu \leq 2T_{\nu l}, \\ 0 & se \ \tau_\nu > 2T_{\nu l} \end{array} \right\} \quad (2.21)$$

E por fim, o coeficiente de momento de arfagem pode ser dado pela expressão 2.22, que leva em conta a variação no centro de pressão conforme o vórtice caminha pelo perfil, tendo valor máximo no bordo de fuga expresso por 2.22.

$$C_m^\nu(t) = -0.25 \left[1 - \cos \left(\frac{\pi \tau_\nu}{T_{\nu l}} \right) \right] C_n^\nu \quad (2.22)$$

Assim, somando todas as respostas aerodinâmicas obtidas até o momento, conforme dado em 2.23 e 2.24.

$$C_{m_{ea}}(t) = C_m^p(t) + C_m^f(t) + C_m^\nu(t) + [C_n^p(t) - C_n^c(t) + C_n^f(t) + C_n^\nu(t)] (X_{ea} - X_{ac}) \quad (2.23)$$

$$C_l(t) = [C_n^p(t) - C_n^c(t) + C_n^f(t) + C_n^\nu(t)] \cos \alpha(t) - C_t^f(t) \sin \alpha(t) \quad (2.24)$$

Têm-se a solução da parte aerodinâmica do problema, que posteriormente será acoplada à parte estrutural.

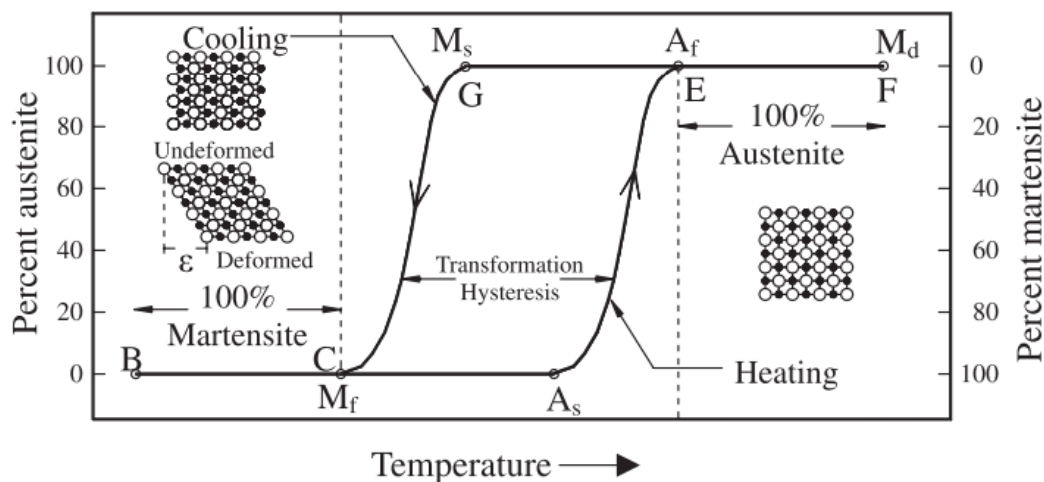
2.4 LIGAS DE MEMÓRIA DE FORMA

*SMA*s são materiais metálico que devido a organização da sua estrutura cristalina, tem um comportamento único quando submetidos a deformações, que não é observado em outros tipos de metais ou ligas. As deformações sofridas por esse tipo de material podem ser revertidas, fazendo com que o material volte a um formato pré-definido, a depender da temperatura do ambiente em que se encontra e da carga o tensionando, isso se dá devido as duas fases que a estrutura cristalina pode adotar, uma de martensita e outra de austenita (PEREIRA, 2011).

(BRINSON, 1993) caracteriza o comportamento mecânico das *SMA*s em dois tipos diferentes: os efeitos de memória de forma (*SMEs*) e os efeitos pseudoelásticos (*PE*). Os *SMEs* estão associado a uma deformação residual, resultante do carregamento e que podem ser revertidos aumentando-se a temperatura; enquanto que os *PE* estão associados a um ciclo histerético, ou seja, após o descarregamento o material voltará a sua forma original, também conhecida como a forma treinada.

Em altas temperaturas a fase predominante é a de austenita, porém conforme se resfria o material para a temperatura ambiente a porcentagem de martensita começa a crescer, até se tornar quase que responsável por toda a estrutura do material. Esse comportamento pode ser observado na Figura 8:

Figura 8 – Transformação de Fase SMAs



fonte: (ALAM; YOUSSEF; NEHDI, 2007)

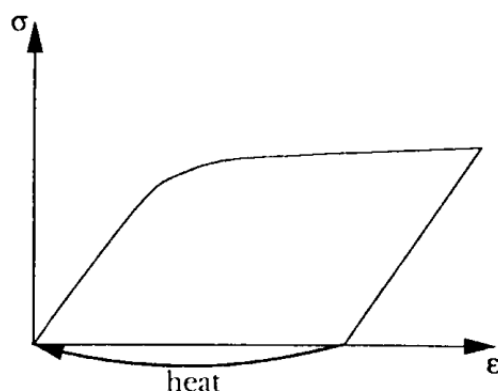
Onde, M_s e A_s , são as temperaturas que dão início as respectivas mudanças de fases, enquanto M_f e A_f , são as temperaturas em que essas mudanças estão completas. Nota-se também que para uma temperatura muito acima de A_f , há o ponto M_d , região onde ocorre a perda dos efeitos discutidos anteriormente. É importante notar também que apesar de idealmente o comportamento esperado ser aquele dado na Figura 8, na realidade a conversão entre fases nunca se dá por completo, e há uma tendência ao acúmulo da fase martensítica quando ciclos repetitivos são considerados (ALAM; YOUSSEF; NEHDI, 2007) e (PEREIRA, 2011).

Além da análise por temperatura, é conveniente discutir as diversas respostas em relação a tensão-deformação. Inicialmente para regiões com $T < A_s$, considera-se que toda a estrutura do material está na fase de martensita não deformada onde existem várias orientações dentro da estrutura cristalina, conforme se aumenta a tensão e por consequência a deformação, há uma tendência da estrutura se orientar para um única direção, também observado na Figura 8, para a martensita "deformada" haverá uma maior deformação sem que ocorra um aumento na tensão considerável (BRINSON, 1993). Conforme a Figura 9:

Para esse primeiro caso, nota-se que após o carregamento ser suspenso, a deformação da martensita permanece próximo da mesma, isso ocorre devido a estabilidade termodinâmica, dessa maneira a estrutura cristalina orientada para a mesma direção se mantém. Assim, é necessário um aumento na temperatura, de maneira que $T > A_f$ para que ela volte a um estado de austenita, e posteriormente sendo resfriada, se converta novamente para uma martensita não deformada, esse fenômeno corresponde ao *SME*.

Como mencionado anteriormente, o segundo efeito mecânico associado as SMAs é o *PE*, esse é o fenômeno de particular interesse que será utilizado para as posteriores análises do presente trabalho, já que para a região de grandes deslocamentos é o efeito esperado. Considerando uma temperatura ambiente onde $T \geq A_f$, ou seja, uma região onde a estrutura cristalina se encontra na fase com

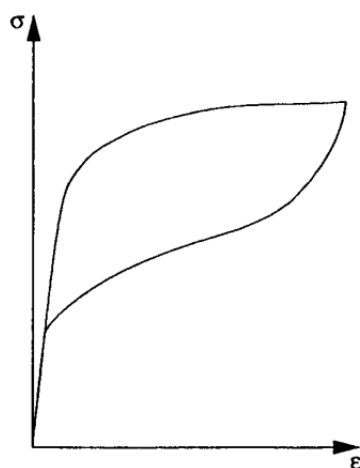
Figura 9 – Tensão-Deformação para 100% de Martensita



fonte: (BRINSON, 1993)

100% de austenita, caso uma tensão suficiente grande seja aplicada, ocorrerá uma mudança de fase de austenita para martensita, que resultará em um *plateau*, na deformação sofrida pelo material, conforme apresentado na Figura 10 (BRINSON, 1993).

Figura 10 – Ciclo Histerético



fonte: (BRINSON, 1993)

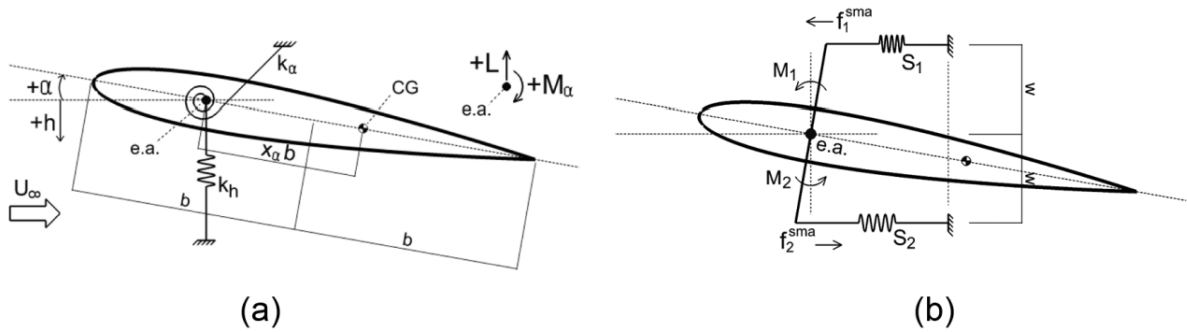
Como a martensita é instável na temperatura analisada, assim que a tensão crítica é suspensa há novamente uma conversão para a fase de austenita, que caracteriza o retorno ao ponto de origem, como observado na Figura 10, esse comportamento em que o material se recupera das deformações, ou ciclo histerético, é justamente o fenômeno conhecido como super elasticidade ou pseudo elasticidade (ALAM; YOUSSEF; NEHDI, 2007).

Para esse ciclo histerético, quando as transformações de fase ocorrem têm-se uma dissipação de energia associada ao processo, sendo essa dissipação de energia interessante justamente no estudo de problemas relacionados a controle vibracional (PEREIRA, 2011).

2.5 MODELO PARA AS SMAS

Diante do interesse de se utilizar *SMAs* em problemas de controle vibracional, como o *flutter*, pode-se considerar que as molas tipicamente utilizadas em problemas aeroelásticos com 2 graus de liberdade são compostas desse material (SOUSA; MARQUI, 2014). Conforme Figura 11:

Figura 11 – Modelo Clássico (a) e Modelo com *SMAs* (b)



fonte: (SOUSA; MARQUI, 2014)

Como é possível observar, as molas tipicamente adotadas para o modelo de 2 graus de liberdade, sendo uma delas torsional (k_α) e outra simples (k_h), são substituídas por duas molas helicoidais de *SMA*, S_1 e S_2 . Tendo esse modelo em vista, é desejoso derivar-se o movimento em espaço de estados da seção aeroelástica, para ser utilizado junto da parte aerodinâmica discutida na **seção 2.3**.

O comportamento das molas é modelado segundo equações derivadas por (BRINSON, 1993) conforme apresentado em (SOUSA; MARQUI, 2014). Dessa forma, a transformação de austenita para martensita é dada pela equação 2.25.

$$\xi^{A \rightarrow M} = \left(\frac{1 - \xi_0}{2} \right) \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{min} - \sigma_f^{min}} [\sigma - \sigma_f^M] \right\} + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (2.25)$$

Onde, $\xi^{A \rightarrow M}$ é uma variável representando a mudança de fase, ξ_0 é a fração de martensita antes do início da mudança de fase, σ_s^{min} e σ_f^{min} são as tensões mínimas associados ao início e ao final da transformação de fase, e a σ_f^M é a tensão final para a fase de martensita. A tensão inicial e final para a fase de martensita são dadas pelas equações 2.26 e 2.27.

$$\sigma_s^M = \sigma_s^{min} + C_{MA} (T - M_s) \quad (2.26)$$

$$\sigma_f^M = \sigma_f^{min} + C_{MA} (T - M_s) \quad (2.27)$$

Sendo, T e M_s , os valores apresentados anteriormente na **seção 2.4**, e C_{MA} uma constante para o material associando a temperatura e tensão crítica para a mudança de fase. Analogamente, para a mudança reversa de fase, de austenita para martensita, teremos a equação 2.28, junto de 2.29 e 2.30.

$$\xi^{M \rightarrow A} = \frac{\xi_0}{2} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{A_f - A_s} \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (2.28)$$

$$\sigma_s^A = C_A (T - A_s) \quad (2.29)$$

$$\sigma_f^A = C_A (T - A_f) \quad (2.30)$$

Onde os termos, σ_s^A e σ_f^A são o início e final das fases da austenita, C_A é o análogo da fase reversa de C_{MA} , A_s e A_f são os valores discutidos na seção anterior. De maneira a se determinar a fração de martensita, ou de austenita, inicialmente calcula-se a deformação por cisalhamento γ que a mola sofre, dada pela expressão 2.31.

$$y = \frac{2\pi R^2 N}{r} \gamma \quad (2.31)$$

Onde, y é a deflexão da mola, medida pela parte estrutural do problema, R é o raio da mola, r é o raio do fio da mola e N o número de espiras. Esse valor é usado como uma estimativa da tensão de cisalhamento, através da equação 2.32, que será utilizado para identificar se a região onde a mola está operando se trata do regime elástico ou do inelástico, dado pela equação 2.33.

$$\tau = G\gamma \quad (2.32)$$

Portanto, através do valor dado pela equação 2.32, considera-se que a mola esteja no regime inelástico, para os seguinte casos dados por 2.33.

$$\left\{ \begin{array}{ll} A \rightarrow M : & \tau_s^M \leq \tau \leq \tau_f^M \quad e \quad \text{Carregamento Aumentando} \\ M \rightarrow A : & \tau_s^A \geq \tau \geq \tau_f^A \quad e \quad \text{Carregamento Diminuindo} \end{array} \right\} \quad (2.33)$$

Caso a região seja identificada como inelástica, o intervalo entre o começo (τ_s^M ou τ_s^A) e o final (τ_f^M ou τ_f^A) das tensões de mudança de fase será discretizado, em τ_{test} , e utilizando as equações 2.25 ou 2.28, irá se determinar um valor de ξ_{test} , esses valores serão substituídos em 2.34.

$$\tau_{test} - [G(\xi)\gamma + \bar{\Omega}(\xi)\xi_{test}] = 0 \quad (2.34)$$

Onde, G é o módulo de cisalhamento e $\bar{\Omega}$ é o fator de deformação para a transformação de fase. E são dados respectivamente por 2.35 e 2.36.

$$G(\xi) = \frac{D(\xi)}{2(1 + \mu_P)} \quad (2.35)$$

$$\bar{\Omega}(\xi) = -G(\xi)\epsilon_{res} \quad (2.36)$$

Onde, μ_P é o coeficiente de Poisson, ϵ_{res} é a máxima deformação residual das *SMA*s, e D o módulo de Young em função das frações martensítica (D_M) e austeníticas (D_A) em suas fase completas, e de uma quantidade arbitrária ao longo das deformações, e é dado por:

$$D(\xi) = D_A + \xi (D_M - D_A) \quad (2.37)$$

Dessa maneira, obtendo o par τ_{test} e ξ_{test} , que satisfaçam a equação 2.34 é possível obter a tensão de cisalhamento e a fração martensítica que serão utilizados para atualizar os novos valores. Por fim, as forças na mola de *SMA* pode ser simplificada a um termo de rigidez e um termo de força:

$$f^{sma} = k_c(\xi)y + Y(\xi) \quad (2.38)$$

A rigidez (k_c) sendo dada por:

$$k_c(\xi) = \frac{r^4}{4R^3N}G(\xi) \quad (2.39)$$

E o termo de força ($Y(\xi)$):

$$Y(\xi) = -\frac{\pi r^3}{2R}G(\xi)\xi\varepsilon_{res} \quad (2.40)$$

Assim, pode-se resolver a força das molas por um processo iterativo, onde a cada passo de tempo calcula-se um novo estado para as frações martensíticas e com isso atualiza-se o termo f^{sma} . Todos os valores referente a essa seção são indicados no Apêndice C.

3 DESENVOLVIMENTO

Nas seções anteriores foram apresentados o modelo a ser empregado na representação dos carregamentos aerodinâmicos e as equações que representam molas de *SMA*s. A clássica representação para a parte aeroelástica em formato adimensional é dada por:

$$r_\theta^2 \theta'' + x_\theta \bar{h}'' + \zeta_\theta \theta' + \eta_\theta^2 r_\theta^2 \theta = \bar{M}_\theta \quad (3.1)$$

$$x_\theta \theta'' + \mu \bar{h}'' + \zeta_h \bar{h}' + \bar{h} = -\bar{L} \quad (3.2)$$

Onde, a adimensionalização, assim como, os valores usados para cada uma das variáveis são apresentados no Apêndice D. As equações 3.1 e 3.2 podem ser escritas na forma de espaço de estados conforme apresentado em 3.3

$$\begin{bmatrix} r_\theta^2 & x_\theta \\ x_\theta & \mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta'' \\ \bar{h}'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_\theta & 0 \\ 0 & \zeta_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta' \\ \bar{h}' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_\theta^2 r_\theta^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \bar{h} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{M}_\theta \\ -\bar{L} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Onde, conforme (SOUSA; MARQUI, 2014) mostra, de maneira a adequar o momento elástico $\eta_\theta^2 r_\theta^2 \theta$ utilizado normalmente para um termo associado as molas de *SMA*, substitui-se esse termo por 3.4.

$$v(\theta, \xi_1, \xi_2) = \frac{w}{mlb^2 \omega_h^2} [-f_1^{sma}(\theta, \xi_1) + f_2^{sma}(\theta, \xi_2)] \quad (3.4)$$

Sendo, f^{sma} a mesma expressão apresentada na equação 2.38, os subíndices 1 e 2, associados as duas molas presentes na modelagem do movimento, conforme apresentado na Figura 11 no item *b*, e w a distância entre cada uma das molas e o centro elástico. A distância será dada pela equação 3.5.

$$w = \sqrt{\frac{k_\theta}{2k_c(\xi)}} \quad (3.5)$$

E a depender da mola considerada, a deflexão y será:

$$y_1(\theta) = y_0 - w\theta \quad (3.6)$$

$$y_2(\theta) = y_0 + w\theta \quad (3.7)$$

Assim, partindo de uma perturbação inicial arbitrária para θ e/ou h , converte-se esses valores para as entradas do modelo de BL, segundo a expressão apresentada em 3.8.

$$\begin{Bmatrix} \alpha(t) = \theta(t) + \arctan \left[\frac{h(t)}{V_\infty} \right] \\ q(t) = \left(\frac{c}{V_\infty} \right) \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Com os valores obtidos pela equação 3.8, pode-se iniciar o processo de iteração no tempo através de um método numérico. O método utilizado para a resolução do sistema de EDOs foi um Runge-Kutta de 4ª ordem, de maneira que os valores sejam atualizados conforme apresentado pela expressão 3.9

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (3.9)$$

Onde os termos k_1 , k_2 , k_3 , e k_4 , são calculados por 3.10.

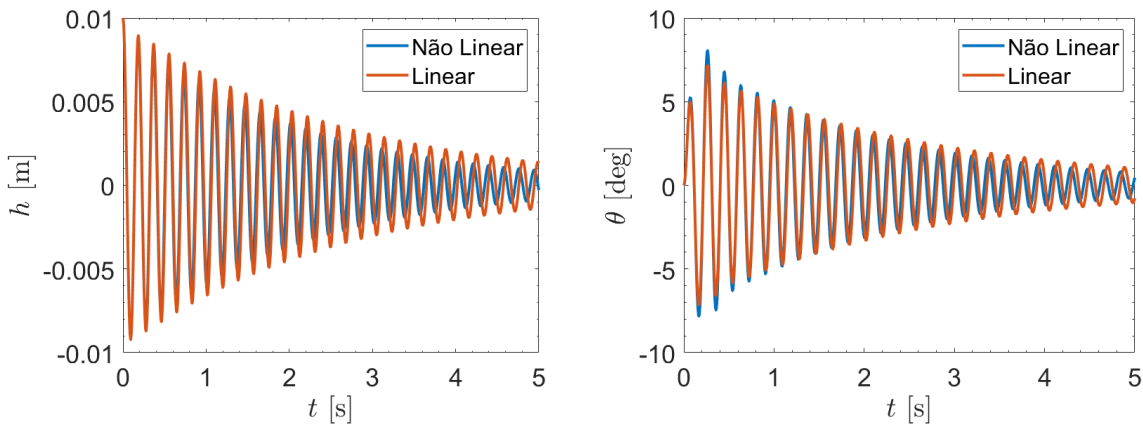
$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = A \cdot x + B \cdot F \\ k_2 = A \cdot (x + k_1 \cdot \Delta_t/2) + B \cdot F \\ k_3 = A \cdot (x + k_2 \cdot \Delta_t/2) + B \cdot F \\ k_4 = A \cdot (x + k_3 \cdot \Delta_t) + B \cdot F \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

Onde, A e B são matrizes para as quais se deseja resolver o sistema, Δ_t é o passo de tempo assumido como $0.5 \cdot 10^{-5}$ s, e F um vetor de forças externas. Os códigos foram implementados através do uso do software *MATLAB*.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

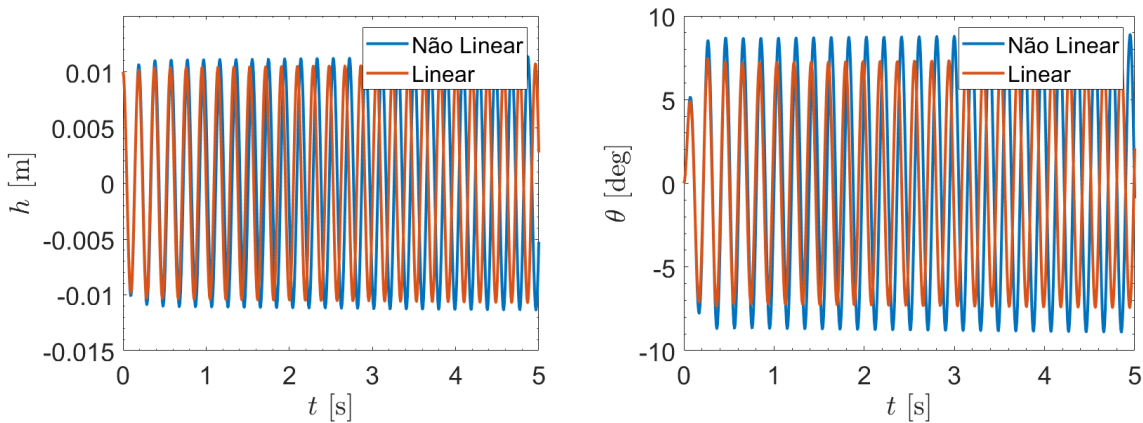
Inicialmente de maneira a se validar o modelo de BL implementado foram realizadas simulações com a utilização de molas comuns, na Figura 12 e Figura 13 temos o comportamento antes e durante o *flutter*:

Figura 12 – Respostas do Sistema para Aerodinâmica Linear e Não Linear para 9 m/s



fonte: Do Autor

Figura 13 – Respostas do Sistema para Aerodinâmica Linear e Não Linear para 11 m/s

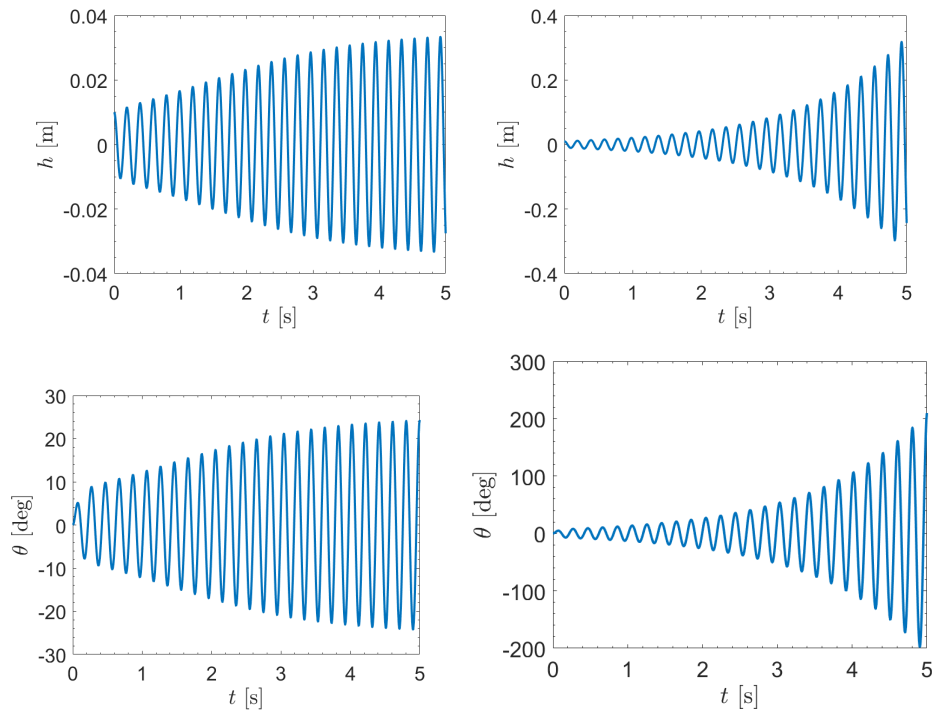


fonte: Do Autor

Para ambos os casos nota-se como os valores estão próximos, há uma leve diferença de amplitude para o caso não linear, que provavelmente advém de alguns parâmetros empíricos não foram obtidos experimentalmente para o atual estudo, e foram tomados como conhecidos de outras referências.

Na Figura 14 temos os comportamentos lado a lado, dos dois modelos a esquerda temos o modelo não linear, e a direita temos o modelo linear. Verifica-se o esperado pela literatura, naquele que considera fenômenos não lineares temos o aparecimento de *LCOs* e no linear o comportamento típico de divergência.

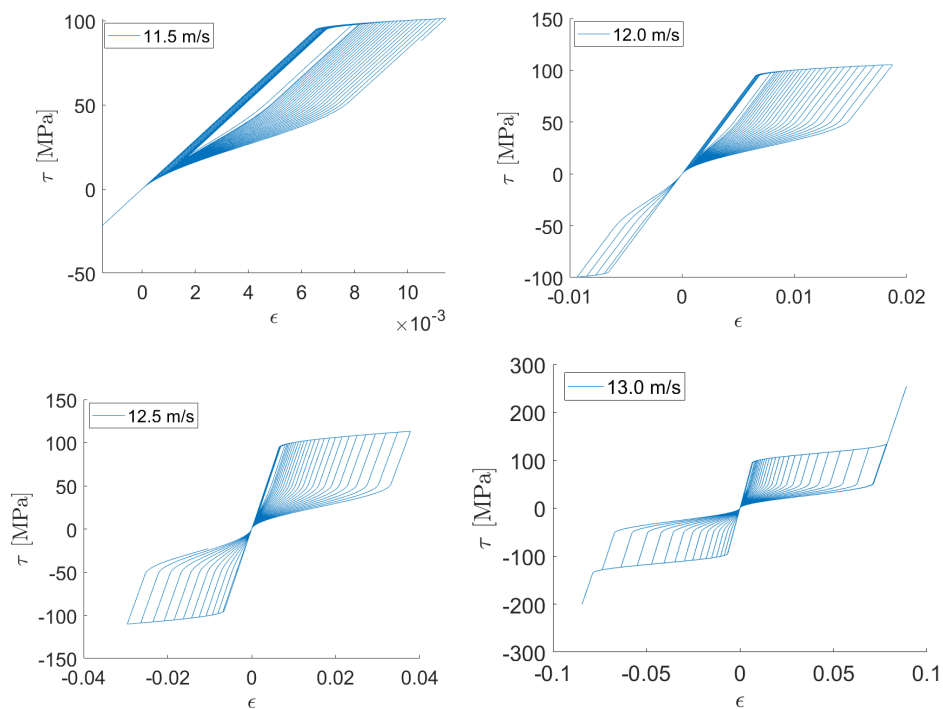
Figura 14 – Respostas do Sistema para Aerodinâmica Não Linear e Linear para 13 m/s



fonte: Do Autor

Validado o modelo aerodinâmico deseja-se entender os efeitos que a aerodinâmica não linear terá em regiões após o *flutter* na presença das molas de *SMA*. As molas foram pré-carregadas com $f_0 = 3$ N conforme a (SOUSA; MARQUI, 2014) sugere, de maneira a garantir que a mudança de fases ocorra. Utilizando uma aerodinâmica linear e molas de *SMA* temos.

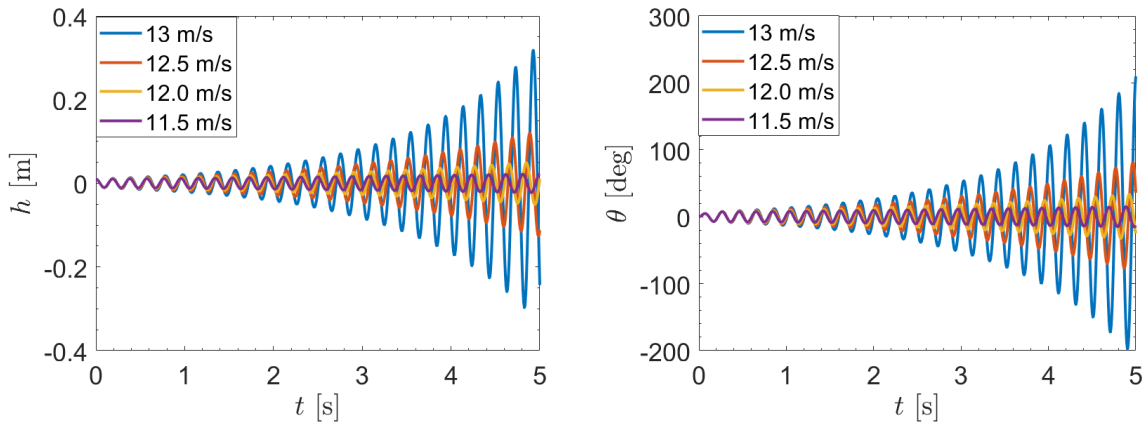
Figura 15 – Ciclo Histerético para Aerodinâmica Linear com Pré-Carga de 3 N



fonte: Do Autor

Vemos pela Figura 15 que o ciclo histerético continua acontecendo para valores de até 2 m/s acima da $V_{cr} = 11$ m/s, no entanto para 13 m/s os deslocamento já são tão grandes que fogem do ciclo histerético, obviamente para esse caso os resultados obtidos pela aerodinâmica linear já não são mais válidos fisicamente. Pode-se notar a incoerência física pela Figura 16.

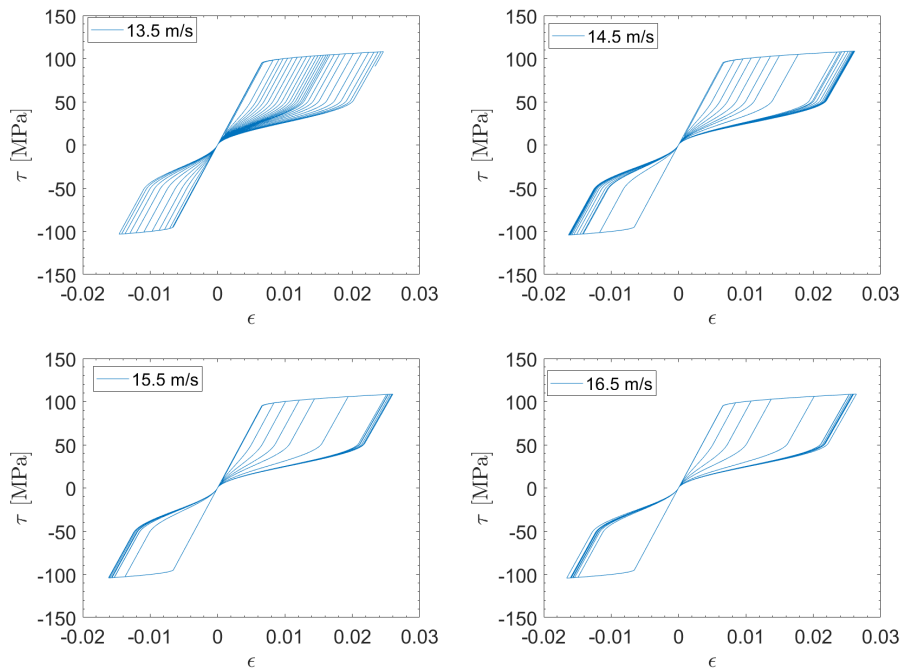
Figura 16 – Respostas do Sistema para Aerodinâmica Linear com Molas de SMA com Pré-Carga de 3 N



fonte: Do Autor

Dessa maneira, observa-se que quanto maior a velocidade utilizada para V_{∞} , maior será a resposta do sistema, mesmo que isso não se verifique experimentalmente. Comprovada as limitações do uso de um modelo aerodinâmico linear, busca-se agora ver a resposta do modelo não linear:

Figura 17 – Ciclo Histerético para Aerodinâmica Não Linear com Pré-Carga de 3 N



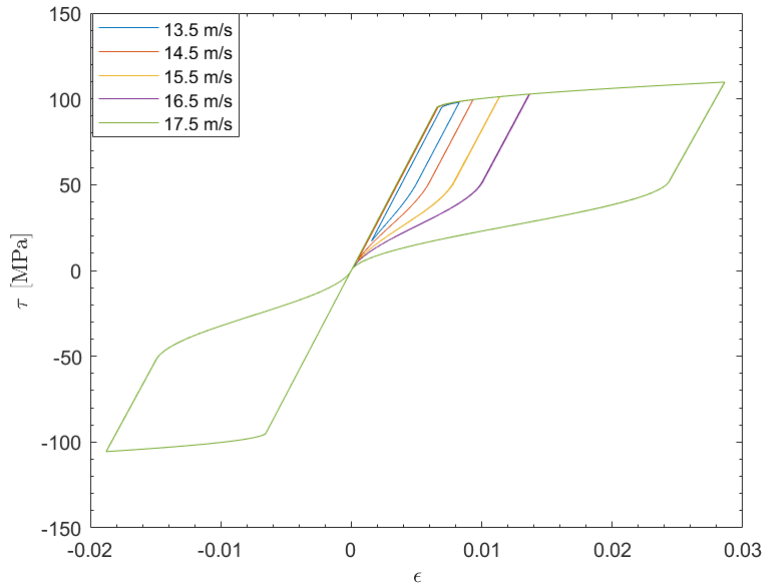
fonte: Do Autor

Pela Figura 17 observa-se que para velocidades muito maiores que a V_{cr} , o comportamento do ciclo histerético se mantém o mesmo, isso atesta a contribuição aerodinâmica na manifestação das

LCOs (efeitos não lineares aerodinâmicos e estruturais combinados), onde a depender da V_∞ há um pequeno incremento nos valores, mas nada significativo, como no caso linear.

A Figura 18 ilustra como com o aumento na velocidade o ciclo tende a se deslocar para a direita, indicando um maior deslocamento das molas de *SMA*. Nota-se também, como para todas os valores de velocidade, exceto para $V_\infty = 17.5$ m/s, apenas o regime permanente havia sido capturado, indicando que o sistema levou um período de tempo maior até o surgimento das *LCOs* para o último caso.

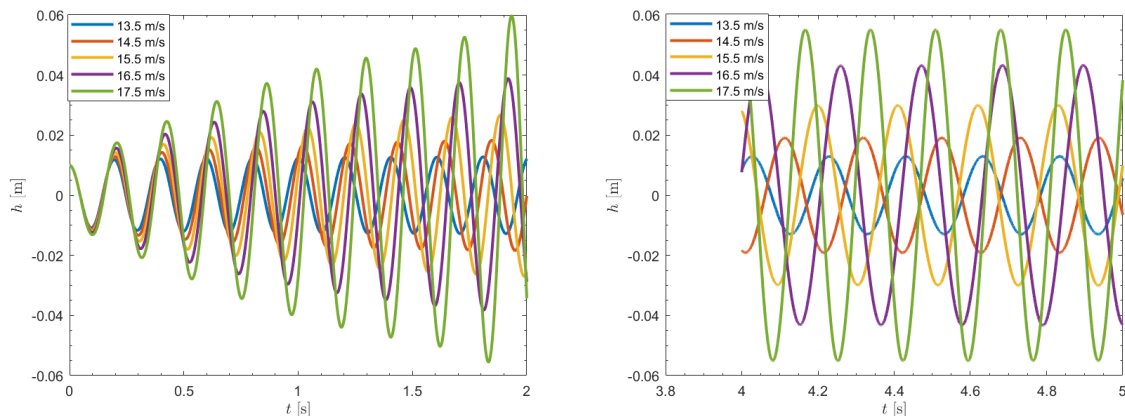
Figura 18 – Ciclos Histerético para Aerodinâmica Não Linear com Molas de *SMA* com Pré-Carga de 3 N



fonte: Do Autor

Na Figura 19 e Figura 20 temos a resposta do sistema para diferentes V_∞ , novamente para valores maiores que a V_{cr} e com uma pré-carga de $f_0 = 3$ N:

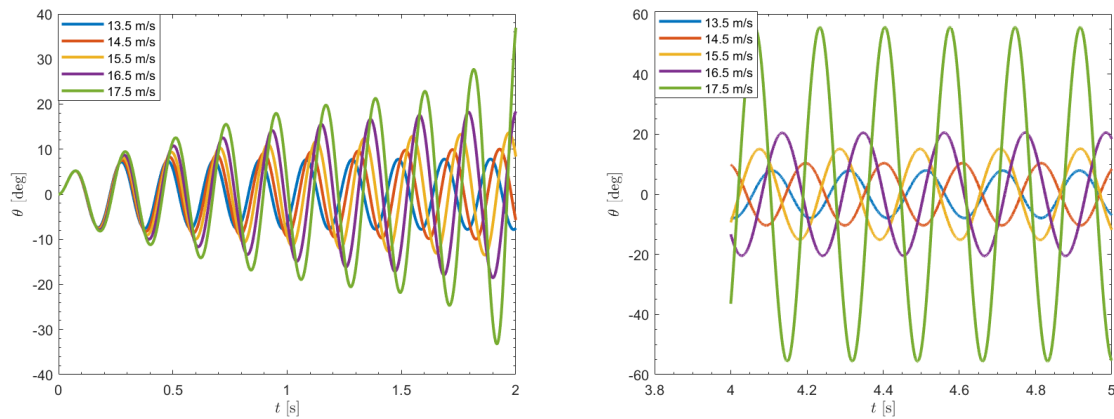
Figura 19 – Respostas do Sistema em Translação para Aerodinâmica Não Linear com Molas de *SMA* com Pré-Carga de 3 N



fonte: Do Autor

É interessante notar, como para uma $V_\infty = 17.5$ m/s há uma mudança no padrão de crescimento na amplitude das respostas do sistema, indicando o aparecimento da região onde variações na V_∞

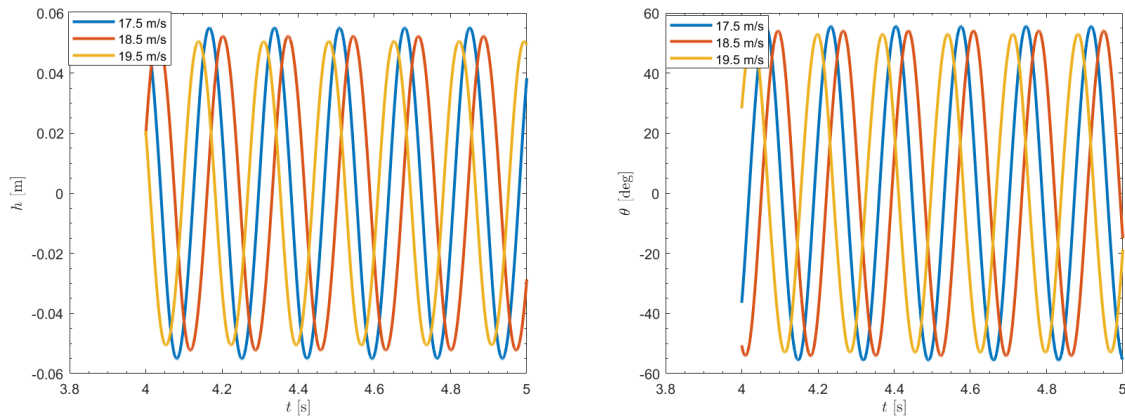
Figura 20 – Respostas do Sistema em Rotação para Aerodinâmica Não Linear com Molas de SMA com Pré-Carga de 3 N



fonte: Do Autor

deixam de causar mudanças significativas nas amplitudes das *LCOs*. Mostrando que para valores de V_∞ suficientemente grandes as amplitudes se mantêm praticamente constantes, esse fenômeno fica claro pela Figura 21.

Figura 21 – Respostas do Sistema Após Pico de Crescimento para Aerodinâmica Não Linear com Molas de SMA com Pré-Carga de 3 N

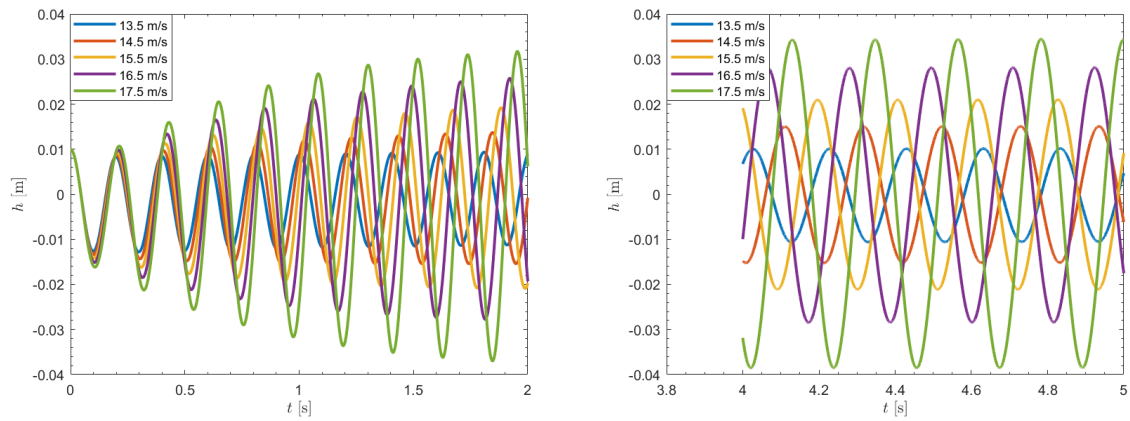


fonte: Do Autor

De maneira a se verificar os efeitos de uma pré-carga maior, foram realizadas simulações para um valor de $f_0 = 4.5$ N, valor crítico adotado por (SOUSA; MARQUI, 2014). As respostas são apresentadas nas Figura 22 e Figura 23, e o ciclo histerético na Figura 24.

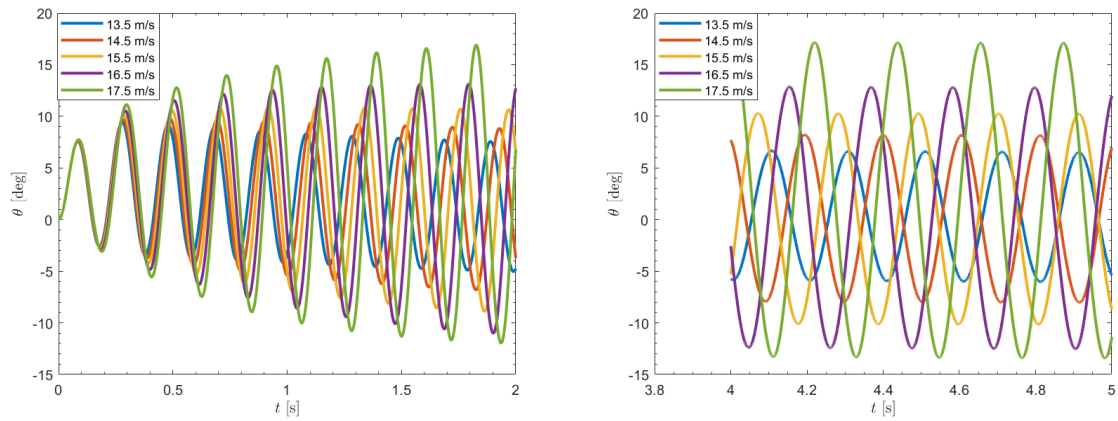
Imediatamente pelas Figura 22 e Figura 23 é possível notar o efeito de se aplicar a pré-carga, há uma diminuição considerável em todas as respostas do sistema. A redução das respostas se faz principalmente expressiva nos valores para a $V_\infty = 17.5$ m/s, para o caso com $f_0 = 3$ N, essa velocidade ocasionava a mudança no padrão de crescimento das amplitudes das *LCOs*, no entanto com a carga de $f_0 = 4.5$ N esse limiar não foi alcançado. Essa diminuição ocorre justamente devido a menor tensão necessária para iniciar as mudanças de fase das molas de SMA, quanto maior a pré-carga utilizada no sistema, mais brevemente os efeitos pseudo-elásticos se manifestam. Quando a Figura 18 é comparada com a Figura 24, observa-se a diminuição nas deformações sofridas pelas molas.

Figura 22 – Respostas do Sistema em Translação para Aerodinâmica Não Linear com Molas de SMA com Pré-Carga de 4.5 N



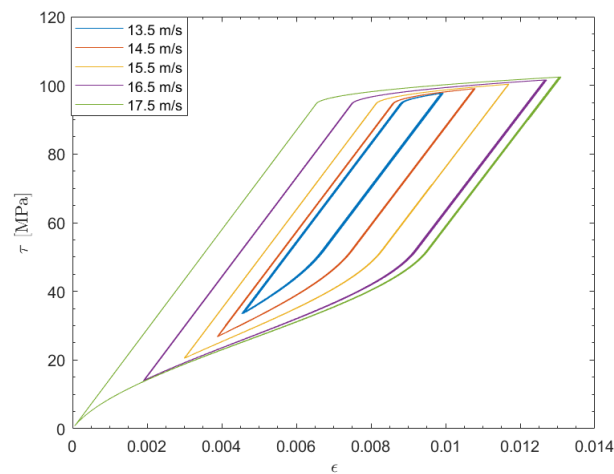
fonte: Do Autor

Figura 23 – Respostas do Sistema em Rotação para Aerodinâmica Não Linear com Molas de SMA com Pré-Carga de 4.5 N



fonte: Do Autor

Figura 24 – Ciclos Histerético para Aerodinâmica Não Linear com Molas de SMA com Pré-Carga de 4.5 N



fonte: Do Autor

Dessa maneira se verifica que o emprego de um modelo com aerodinâmica não linear como o modelo de *Beddoes-Leishman*, pode ser útil para a análise em regiões de grandes deslocamentos, regiões essas que não são previstas em modelos de aerodinâmica linear. Além disso, ainda foi possível observar os efeitos que pré-cargas possuem no comportamento do sistema, e sua influência nas amplitudes das *LCOs*.

5 CONCLUSÃO

No presente trabalho foram discutidos aspectos quanto a relevância de se utilizar um modelo aerodinâmico mais realista, principalmente para casos em que grandes deslocamentos são considerados. Além disso, foi estudado o uso de molas de *SMA* e seu acoplamento a um aerofólio de seção típica, e suas interações com os dois tipos de aerodinâmica considerada.

As simulações foram realizadas utilizando o modelo de *Beddoes-Leishman* em sua forma em espaço de estados, para representar a aerodinâmica não linear, e os sistemas de EDOs foram resolvidos usando o RK4. Os códigos para resolução do problema foram todos feitos em *MATLAB*.

O modelo foi válido comparando-se inicialmente as respostas para os dois tipos de aerodinâmica consideradas com o uso de molas lineares. Validado o modelo, foram realizadas simulações considerando apenas uma aerodinâmica linear, e foi atestado o que se esperava pela teoria, que para o caso linear o crescimento indefinido da V_∞ ocasionará um crescimento proporcional da resposta do sistema, mesmo que fisicamente isso não se verifique.

Já para as simulações do caso não linear, também observou-se a resposta esperada pela literatura, onde após a V_{cr} há um crescimento da amplitude das respostas do sistema conforme se aumenta V_∞ , no entanto, ao contrário do que acontece no caso linear, eventualmente há o aparecimento de *LCOs*, que acabam por limitar o crescimento de amplitudes para valores de V_∞ maiores, portanto com o crescimento indefinido da V_∞ não ocorrerá um crescimento indefinido das *LCOs*.

Dessa forma, no presente trabalho conseguiu-se demonstrar aquilo que havia sido proposto. As limitações de modelos aerodinâmicos lineares, principalmente em regiões de grandes deslocamentos foram demonstradas e observou-se o que se esperava pela literatura; e a relevância de se utilizar um modelo não linear para análises mais realistas foram apresentadas e comprovadas.

REFERÊNCIAS

- ALAM, M. S.; YOUSSEF, M. A.; NEHDI, M. Utilizing shape memory alloys to enhance the performance and safety of civil infrastructure: a review. **Canadian Journal of Civil Engineering**, NRC Research Press, v. 34, p. 1075–1086, 2007.
- BEDDOES, T. S. Onset of leading edge separation effects under dynamic conditions and low mach number. **34th Annual Forum of American Helicopter Society**, 1978.
- BISBLINGHOFF, R.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. **Aeroelasticity**. Mineola, NY - USA: Dover Publications, INC., 1996.
- BRINSON, L. C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, SAGE, v. 4, p. 229–242, 1993.
- CHANTHARASENAWONG, C. **Nonlinear Aeroelastic Behaviour of Aerofoils Under Dynamic Stall**. Tese (Doutorado) — University of London, South Kensington, London - UK, 2007. This thesis is submitted for the degree of Doctor of Philosophy of the University of London.
- COLLAR, A. R. The expanding domain of aeroelasticity. **Journal of the Royal Aeronautical Society**, L, p. 613–636, 1946.
- DIMITRIADIS, G.; LI, J. On limit cycle oscillations of typical aeroelastic section with different preset angles of incidence at low airspeeds. **AIAA Journal**, AIAA, v. 47, n. 11, p. 2577–2596, 2009.
- DOWELL, E. H.; EDWARDS, J.; STRAGNAC, T. W. On limit cycle oscillations of typical aeroelastic section with different preset angles of incidence at low airspeeds. **Journal of Aircraft**, AIAA, v. 40, n. 5, p. 857–874, 2003.
- EVANS, W. T.; MORT, K. W. Analysis of computed flow parameters for a set of sudden stalls in low-speed two- dimensional flow. **NASA Technical Note**, n. D-85, 1959.
- HODGES, D. W.; PIERCE, A. **Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity**. New York, NY - USA: Cambridge Aerospace Series, 2002.
- LEE, T.; GERONTAKOS, P. Investigation of flow over an oscillating airfoil. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 512, p. 313–331, 2004.
- LEISHMAN, J. G.; BEDDOES, T. S. A generalized model for airfoil unsteady aerodynamic behavior and dynamic stall using indicial method. **42nd Annual Forum of the American Helicopter Society**, 1986.
- LEISHMAN, J. G.; BEDDOES, T. S. A semi-empirical model for dynamic stall. **Journal of the American Helicopter Society**, v. 34, p. 3–17, 1989.
- LEISHMAN, J. G.; CROUSE, G. A state-space model of unsteady aerodynamics in a compressible flow for flutter analyses. **Aerospace Sciences Meeting**, AIAA 89-0022, 1989.
- LEISHMAN, J. G.; CROUSE, G. State-space models for unsteady airfoil behavior and dynamic stall. **30th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference**, AIAA 89-1319, p. 1372–1383, 1989.

PEREIRA, L. M. O. **Ligas com Memória de Forma Características e Aplicações em Engenharia Civil**. Caparica, Lisboa - Portugal: [s.n.], 2011.

SANTOS, C. R. dos; MARQUES, F. D.; HAJJ, M. R. The effects of structural and aerodynamic nonlinearities on the energy harvesting from airfoil stall-induced oscillations. **Journal of Vibration and Control**, SAGE, v. 25, n. 14, p. 1991–2007, 2019.

SANTOS, C. R. dos; PEREIRA, D. A.; MARQUES, F. D. On limit cycle oscillations of typical aeroelastic section with different preset angles of incidence at low airspeeds. **Journal of Fluids and Structures**, ELSEVIER, v. 74, p. 19–34, 2017.

SOUSA, V. C. **Análise do comportamento eletroaeroelástico de uma seção típica para geração piezelétrica de energia**. São Carlos, SP - Brasil: [s.n.], 2011. Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

SOUSA, V. C. **Effects of superelastic shape memory springs on the aeroelastic behavior of a typical airfoil section: passive vibration attenuation and energy harvesting applications**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, SP - Brasil, 2016. Dissertation submitted to the São Carlos School of Engineering of the University of São Paulo in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science.

SOUSA, V. C.; MARQUI, C. J. de. Effect of pseudoelastic hysteresis of shape memory alloy springs on the aeroelastic behavior of a typical airfoil section. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, SAGE, v. 27, n. 1, p. 117–133, 2014.

SOUSA, V. C.; SILVA, T.; MARQUI, C. J. de. Aeroelastic flutter enhancement by exploiting the combined use of shape memory alloys and nonlinear piezoelectric circuits. **Journal of Sound and Vibration**, ELSEVIER, v. 407, p. 46–162, 2017.

THEODORSEN, T. General theory of aerodynamic instability and the mechanics of flutter. **NACA Report**, v. 496, 1935.

APÊNDICE A – MATRIZES DE BEDDOES-LEISHMAN EM ESPAÇO DE ESTADOS

Os termos das matrizes referentes aos oito primeiros estados do modelo de BL são dados por:

$$\mathbf{A} = \text{diag}[a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}a_{55}a_{66}a_{77}a_{88}] \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & 0 & c_{25} & c_{26} & c_{27} & c_{28} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{4}{M} & \frac{1}{M} \\ -\frac{1}{M} & -\frac{7}{12M} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Onde, os termos para $\mathbf{A}$ e $\mathbf{C}$ são:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} = -b_1\beta^2 \left(\frac{2U}{c} \right) \\ a_{22} = -b_2\beta^2 \left(\frac{2U}{c} \right) \\ a_{33} = -\frac{1}{K_\alpha T_I} \\ a_{44} = -\frac{1}{K_q T_I} \\ a_{55} = -\frac{1}{b_3 K_{\alpha M} T_I} \\ a_{66} = -\frac{1}{b_4 K_{\alpha M} T_I} \\ a_{77} = -b_5\beta^2 \left(\frac{2U}{c} \right) \\ a_{88} = -\frac{1}{K_{qM} T_I} \end{array} \right\} \quad (\text{A.5})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_{11} = C_{n_\alpha}\beta^2 \left(\frac{2U}{c} \right) A_1 b_1 \\ c_{12} = C_{n_\alpha}\beta^2 \left(\frac{2U}{c} \right) A_2 b_2 \\ c_{13} = \frac{4}{M} \left(\frac{-1}{K_\alpha T_I} \right) \\ c_{14} = \frac{1}{M} \left(\frac{-1}{K_q T_I} \right) \\ c_{21} = c_{11}(0.25 - X_{ac}) \\ c_{22} = c_{12}(0.25 - X_{ac}) \\ c_{25} = \frac{-1}{M} \left(\frac{-A_3}{b_3 K_{\alpha M} T_I} \right) \\ c_{26} = \frac{-1}{M} \left(\frac{-A_4}{b_4 K_{\alpha M} T_I} \right) \\ c_{27} = -\frac{C_{n_\alpha}}{16} b_5 \beta^2 \left(\frac{2U}{c} \right) \\ c_{28} = \frac{-7}{12M} \left(\frac{-1}{K_{qM} T_I} \right) \end{array} \right\} \quad (\text{A.6})$$

Tabela 1 – Parâmetros BL

Parâmetro	Valor
A_1	0.3
A_2	0.7
A_3	1.5
A_4	-0.5
b_1	0.14
b_2	0.53
b_3	0.25
b_4	0.1
b_5	0.5
β	$\sqrt{1 - M^2}$
K_α	$0.75[(1 - M) + \pi\beta^2 M^2(A_1 b_1 + A_2 b_2)]^{-1}$
K_q	$0.75[(1 - M) + 2\pi\beta^2 M^2(A_1 b_1 + A_2 b_2)]^{-1}$
$K_{\alpha M}$	$(A_3 b_4 + A_4 b_3) [b_3 b_4 (1 - M)]^{-1}$
K_{qM}	$7 [15(1 - M) + 3\pi\beta M^2 b_5]^{-1}$
T_I	c/V_S

(SANTOS; MARQUES; HAJJ, 2019).

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{x}_3 & \dot{x}_4 & \dot{x}_5 & \dot{x}_6 & \dot{x}_7 & \dot{x}_8 \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.7})$$

Para o vetor de estados $\dot{\mathbf{x}}$: os dois primeiros estados correspondem a porção circulatoria do problema associada a propagação de ondas pelo perfil do aerofólio com o passar do tempo, o terceiro estado é referente a porção não circulatoria advinda da *piston theory* e os cinco estados restantes ao momento e a taxa de arfagem.

APÊNDICE B – PARÂMETROS EMPÍRICOS PARA BEDDOES-LEISHMAN

Conforme as referências (SANTOS; PEREIRA; MARQUES, 2017) e (SANTOS; MARQUES; HAJJ, 2019), os seguintes valores obtidos de forma empírica foram adotados para o cálculo dos estados x_9 , x_{10} , x_{11} e x_{12} :

Tabela 2 – Parâmetros Empíricos de BL

Parâmetro	Valor
$C_{N_\alpha} (rad^{-1})$	6.188
$\alpha_{10} (^\circ)$	15.25
$s_1 (^\circ)$	3.0
$s_2 (^\circ)$	2.30
K_0	0.0025
K_1	-0.135
K_2	0.04
η	0.965
C_{N_1}	1.45
T_P	1.7
T_{f0}	3.0
T_{ν_0}	6.0
$T_{\nu l}$	7.0
$\delta_{\alpha_1} (^\circ)$	2.10

(SANTOS; MARQUES; HAJJ, 2019).

APÊNDICE C – PARÂMETROS PARA SMAS

Pela referência (SOUSA; MARQUI, 2014), os parâmetros utilizados para as propriedades termomecânicas das molas de *SMA* são apresentados abaixo:

Tabela 3 – Propriedade para *SMA*

Parâmetro	Valor
ε_{res}	0.067
μ_{up}	0.3
σ_s^{min} (MPa)	100
σ_f^{min} (MPa)	170
M_s (K)	315
M_f (K)	302
A_s (K)	316
A_f (K)	331
C_{MA} (MPaK ⁻¹)	4
C_A (MPaK ⁻¹)	6
D_M (GPa)	29.9
D_A (GPa)	37.7
G_M (GPa)	11.5
G_A (GPa)	14.5
R (mm)	4
r (mm)	0.425
N	16.5

(SOUSA; MARQUI, 2014).

APÊNDICE D – ADIMENSIONALIZAÇÃO E VALORES PARA PARTE ESTRUTURAL

A adimensionalização utilizada na parte estrutural do problema é apresentada na tabela a seguir:

Tabela 4 – Adimensionalização dos Parâmetros Estruturais

Parâmetro	Valor
$\bar{h}$	$\frac{h}{b}$
μ	$\frac{m+m_f}{m}$
r_θ	$\sqrt{I_\theta m^{-1} b^{-2}}$
ζ_θ	$d_\theta (mb^2 \omega_h)^{-1}$
ζ_h	$d_h (m \omega_h)^{-1}$
ω_θ	$\sqrt{k_\theta I_\theta^{-1}}$
ω_h	$\sqrt{(k_h m^{-1})}$
η_θ	$\frac{\omega_\theta}{\omega_h}$
x_θ	$S_\theta (mb)^{-1}$
$\bar{M}_\theta$	$M_\theta (mb^2 \omega_h^2)^{-1}$
$\bar{L}$	$L (mb \omega_h^2)^{-1}$

fonte: Souza e Marqui, 2014

Onde, os valores para cada um dos termos físicos é:

Tabela 5 – Parâmetros Estruturais

Parâmetro	Valor
b (m)	0.125
m (kg)	1.452
m _f	2.458
k _θ (N/rad)	5.08
k _h (N/m ²)	4200
I _θ (N m)	0.0072
S _θ (N)	0.0524

(SOUSA; MARQUI, 2014).