

ÁNGEL MANUEL GÁLVEZ LÍMACO

**DEMODULAÇÃO DIGITAL USANDO SINAIS EM QUADRATURA E  
CONTROLE DE FASE ÓPTICA APLICADA A UM VIBRÔMETRO  
BASEADO EM UM INTERFERÔMETRO DE MICHELSON  
MODIFICADO**

Ilha Solteira  
2020

ÁNGEL MANUEL GÁLVEZ LÍMACO

**DEMODULAÇÃO DIGITAL USANDO SINAIS EM QUADRATURA E  
CONTROLE DE FASE ÓPTICA APLICADA A UM VIBRÔMETRO  
BASEADO EM UM INTERFERÔMETRO DE MICHELSON  
MODIFICADO**

Dissertação apresentada à Faculdade de  
Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira  
- UNESP como parte dos requisitos  
para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Elétrica.  
Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Cláudio Kitano

Orientador

Prof. Dr. José Henrique Galeti

Co-orientador

Ilha Solteira

2020

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

G182d Gálvez Límaco, Ángel Manuel.  
Demodulação digital usando sinais em quadratura e controle de fase óptica aplicada a um vibrômetro baseado em um interferômetro de Michelson modificado / Ángel Manuel Gálvez Límaco. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2020  
59 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2020

Orientador: Cláudio Kitano

Coorientador: José Henrique Galeti

Inclui bibliografia

1. Interferometria óptica. 2. Medição de deslocamentos nanométricos. 3. Demodulação digital da variação da fase óptica. 4. Atuadores piezoelétricos. 5. Realimentação.

  
Raiane da Silva Santos

**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:** Demodulação digital usando sinais em quadratura e controle de fase óptica aplicada a um vibrômetro baseado em um interferômetro de Michelson modificado

**AUTOR:** ÁNGEL MANUEL GÁLVEZ LÍMACO

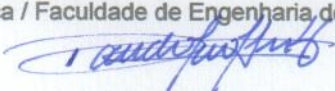
**ORIENTADOR:** CLAUDIO KITANO

**COORDENADOR:** JOSÉ HENRIQUE GALETI

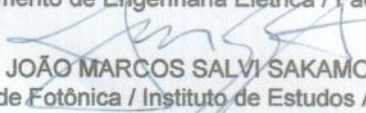
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. CLAUDIO KITANO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

  
Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

  
Prof. Dr. JOÃO MARCOS SALVI SAKAMOTO

Divisão de Fotônica / Instituto de Estudos Avançados - IEAv

Ilha Solteira, 03 de fevereiro de 2020

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Prof. Dr. Cláudio Kitano pela oportunidade oferecida, pela orientação e pelas aulas ministradas, as quais foram de grande ajuda para a realização deste mestrado.

Ao meu co-orientador, Prof. Dr. José Henrique Galeti, pelo tempo dedicado, pelo apoio e pelos ensinamentos, os quais foram fundamentais no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Leopoldo e María, pela confiança e apoio incondicionais.

Aos companheiros de laboratório Anderson, Flávio, Guilherme, João, Luiz e Stephany pelo apoio e pela colaboração durante a pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## RESUMO

Nesta dissertação de mestrado é apresentado um vibrômetro para a medição de deslocamentos nanométricos. O vibrômetro proposto está baseado em um interferômetro de Michelson modificado, homódino e em malha fechada. A demodulação em tempo real é executada inteiramente em modo digital, utilizando uma plataforma embarcada que realiza a aquisição de dados, processamento dos sinais, controle PI (proporcional-integral) e a geração dos sinais que acionam o modulador de fase óptica (baseado em uma célula Pockels) e o atuador piezoelétrico sob estudo. Dois sinais em quadratura de fase são obtidos a partir de um único sinal interferométrico utilizando uma tensão de modulação principal e, em seguida, a conhecida técnica de multiplicação cruzada é aplicada para calcular a variação da fase óptica de interesse. A condição de quadratura é atingida pelo próprio controlador PI por meio da análise da figura de Lissajous dos sinais fora de fase. O novo vibrômetro óptico é capaz de medir deslocamentos nanométricos, e é simples, barato, exato, imune ao desvanecimento e auto-consistente. O controlador PI é robusto, uma vez que o método de demodulação é capaz de trabalhar com elevado ruído eletrônico, variações indesejáveis no ganho do amplificador e na tensão de meia-onda da célula Pockels com a temperatura e outras perturbações externas. O novo sistema foi utilizado para determinar a magnitude da resposta em frequência de dois protótipos de atuadores piezoelétricos flexensionais multiatuados. As medições foram feitas na faixa de frequências entre 500 Hz e 15 kHz, e os resultados concordaram com os obtidos pelo método de coincidência de sinais descrito em ISO 6063-41 usado em calibração primária de vibrômetros.

**Palavras-chave:** Interferometria óptica. Medição de deslocamentos nanométricos. Demodulação digital da variação da fase óptica. Atuadores piezoelétricos. Realimentação.

## ABSTRACT

A vibrometer to measure nanometric displacements is presented in this work. The proposed vibrometer is based on a modified closed loop homodyne Michelson interferometer. Real-time phase demodulation is carried out entirely in a digital mode, using an embedded platform that performs data acquisition, signal processing, PI (proportional-integral) control and the generation of signals that drive the electrooptic Pockels cell phase shifter and the piezoelectric actuator under test. Two phase quadrature signals are generated from a single interferometric output, using the interleaving action, in alternation, of a digitally generated principal modulating signal, and then the well-known cross-multiplication technique is applied to perform the computation of the phase shift of interest. The quadrature condition is reached by the PI control itself, using the length difference between the major axis and the minor axis of the ellipse formed by the Lissajous figure associated with the out of phase signals as the controller error signal. The new optical vibrometer is capable of measuring nanometric displacements, and is simple, inexpensive, accurate, immune to fading and self-consistent. The PI controller is robust, since the demodulation method is able to work under high electronic noise, undesirable variations in Pockels cell half-wave voltage with temperature, amplifier gain and other external entrances. The new method was used to determine the displacement frequency response curves of two prototypes of multi-actuated flextensional piezoelectric actuators. Measurements were made between 500 Hz and 15 kHz, and the results agreed with those obtained by the standard SCM-Signal Coincidence Method described in ISO 6063-41, which is used as primary calibration of vibrometers.

**Keywords:** Optical interferometry. Nanometric displacement measurement. Digital optical phase shift demodulation. Piezoelectric actuators. Closed-loop.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Atuador piezoelétrico APFM-XY.                                                                                                                                                               | 20 |
| Figura 2 – Atuador piezoelétrico XY05B.                                                                                                                                                                 | 21 |
| Figura 3 – Ilustração do experimento de Young.                                                                                                                                                          | 22 |
| Figura 4 – Estrutura fundamental do interferômetro de Michelson.                                                                                                                                        | 24 |
| Figura 5 – a) Configuração transversal da célula Pockels. b) Configuração longitudinal da célula Pockels.                                                                                               | 26 |
| Figura 6 – Propagação de um feixe de laser ao longo do eixo $y$ da célula Pockels submetida à ação de um campo elétrico externo na direção $z$ .                                                        | 30 |
| Figura 7 – Configuração experimental do vibrômetro proposto.                                                                                                                                            | 32 |
| Figura 8 – (a) Sinal fotodetectado $v_{FD}(t)$ . (b) Amostras de $v_{FD}(t)$ . (c) $v_M(t)$ distorcida sincronizada com a aquisição de $v_{FD}(t)$ . (d) Sinal de relógio utilizado para sincronização. | 35 |
| Figura 9 – Sinais normalizados $y_1[n]$ e $y_2[n]$ . A ampliação apresenta as amostras interpoladas e as originais.                                                                                     | 38 |
| Figura 10 – Figura de Lissajous experimental dos pontos $(y_1[n], y_2[n])$ .                                                                                                                            | 40 |
| Figura 11 – Sinais filtrados $y_{1f}[n]$ e $y_{2f}[n]$ .                                                                                                                                                | 42 |
| Figura 12 – Figura de Lissajous experimental dos pontos $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$ .                                                                                                                      | 43 |
| Figura 13 – Figura de Lissajous experimental dos pontos $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$ quando (48) não é satisfeita.                                                                                          | 45 |
| Figura 14 – Sinal de erro $E(\delta)$ como uma função do erro de fase $\delta$ .                                                                                                                        | 47 |
| Figura 15 – Diagrama de blocos do controle PI da fase óptica.                                                                                                                                           | 47 |
| Figura 16 – Diagrama de blocos do método de demodulação da fase óptica.                                                                                                                                 | 48 |
| Figura 17 – Montagem experimental do OV.                                                                                                                                                                | 50 |
| Figura 18 – Resposta em frequência normalizada do sistema.                                                                                                                                              | 52 |

|                                                                                                             |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 19 – Fase óptica demodulada como uma função da amplitude de $v_i(t)$ para 2 kHz e 7 kHz.             | 53 |
| Figura 20 – Magnitude da resposta em frequência do atuador piezoelétrico APFM-XY obtida pelo OV e pelo SCM. | 54 |
| Figura 21 – Magnitude da resposta em frequência do atuador piezoelétrico XY05B obtida pelo OV e pelo SCM.   | 54 |
| Figura 22 – Tensão $v_{PZT}(t)$ com uma frequência de 5400 Hz aplicada ao atuador piezoelétrico XY05B.      | 55 |
| Figura 23 – Fase óptica demodulada $\phi_{PZT}(t)$ .                                                        | 55 |

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

|                    |                                                                                                                                    |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| APF                | Atuador piezoelétrico flexensional                                                                                                 |
| APFM               | Atuador piezoelétrico flexensional multiatuado                                                                                     |
| ADC                | Conversão analógico-digital <i>Analog-to-digital converter</i>                                                                     |
| BS                 | Divisor de feixes ( <i>Beam splitter</i> )                                                                                         |
| DAC                | Conversão digital-analógico <i>Digital-to-analog converter</i>                                                                     |
| He-Ne              | Hélio-Neônio                                                                                                                       |
| FEIS-UNESP         | Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da UNESP                                                                                  |
| LIGO               | Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferometria a Laser<br>( <i>Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory</i> ) |
| LiNbO <sub>3</sub> | Niobato de lítio                                                                                                                   |
| LMI                | Desigualdades matriciais lineares ( <i>Linear Matrix Inequalities</i> )                                                            |
| LOE                | Laboratório de Optoeletrônica                                                                                                      |
| NI                 | National Instruments                                                                                                               |
| OV                 | Vibrômetro Óptico ( <i>Optical Vibrometer</i> )                                                                                    |
| PI                 | Proporcional-integral ( <i>Proportional-integral</i> )                                                                             |
| PIN                | Fotodiodo PIN ( <i>Positive-Intrinsic-Negative</i> )                                                                               |
| PM                 | Sinal modulado em fase ( <i>Phase-Modulated Signal</i> )                                                                           |
| PZT                | Titanato zirconato de chumbo ( <i>Plumbum zirconate titanate</i> )                                                                 |
| SCM                | Método de coincidência de sinais ( <i>Signal Coincidence Method</i> )                                                              |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                         |                                                                       |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| $A$                     | Termo constante na tensão fotodetectada                               |
| $d$                     | Espessura do cristal de $\text{LiNbO}_3$                              |
| $E$                     | Campo elétrico externo                                                |
| $E(\delta)$             | Sinal de erro                                                         |
| $\vec{E}$               | Fasor do campo elétrico                                               |
| $\vec{E}_0$             | Vetor de amplitude do campo elétrico                                  |
| $f_A$                   | Frequência da tensão de modulação auxiliar                            |
| $f_M$                   | Frequência da tensão de modulação principal                           |
| $f_{PZT}$               | Frequência de $\phi_{PZT}(t)$                                         |
| $f_S$                   | Frequência de amostragem                                              |
| $I$                     | Intensidade óptica                                                    |
| $I_0$                   | Intensidade óptica do laser semiconductor                             |
| $J_n$                   | Função de Bessel de primeira espécie e ordem $n$                      |
| $\vec{k}$               | Vetor de onda                                                         |
| $K_z$                   | Vetor de onda do modo extraordinário                                  |
| $L$                     | Comprimento do cristal de $\text{LiNbO}_3$                            |
| $n$                     | Índice de refração                                                    |
| $n_e$                   | Índice de refração extraordinário                                     |
| $n_o$                   | Índice de refração ordinário                                          |
| $r_{ijk}$               | Coefficiente eletro-óptico linear                                     |
| $r[n]$                  | Magnitude do vetor $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$                           |
| $\overline{r^2}_{even}$ | Média dos quadrados das magnitudes dos vetores dos quadrantes pares   |
| $\overline{r^2}_{odd}$  | Média dos quadrados das magnitudes dos vetores dos quadrantes ímpares |
| $\vec{r}$               | Vetor posição                                                         |
| $T_S$                   | Período de amostragem                                                 |
| $T'_S$                  | Novo período de amostragem                                            |
| $v_{1,2}[n]$            | Sinais em quadratura de fase                                          |
| $v_i(t)$                | Tensão de entrada aplicada à célula Pockels                           |
| $v_A(t)$                | Tensão de modulação auxiliar aplicada à célula Pockels                |
| $v_C$                   | Sinal de controle                                                     |
| $v_{FD}(t)$             | Tensão fotodetectada                                                  |
| $v_{FD\max}$            | Valor máximo de $v_{FD}(nT_S)$                                        |
| $v_{FD\min}$            | Valor mínimo de $v_{FD}(nT_S)$                                        |
| $v_M(t)$                | Tensão de modulação principal aplicada à célula Pockels               |

|                      |                                                                        |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $v_P(t)$             | Tensão total aplicada à célula Pockels                                 |
| $V$                  | Visibilidade de franjas                                                |
| $V_A$                | Amplitude da tensão de modulação auxiliar                              |
| $V_M$                | Amplitude da tensão de modulação principal nos pontos de aquisição     |
| $V'_M$               | Amplitude de $v_M(t)$                                                  |
| $V_\pi$              | Tensão de meia-onda                                                    |
| $w$                  | Frequência angular                                                     |
| $x, y, \text{ e } z$ | Eixos principais do cristal de niobato de lítio                        |
| $x_{1,2}[n]$         | Sinais em quadratura de fase sem o termo constante $A$                 |
| $x_{1,2f}[n]$        | Sinais filtrados antes do controle PI                                  |
| $x_{1\max}$          | Valor máximo de $x_1[n]$                                               |
| $x_{1\min}$          | Valor mínimo de $x_1[n]$                                               |
| $y_{1,2}[n]$         | Sinais normalizados em quadratura de fase                              |
| $y_{1,2f}[n]$        | Sinais filtrados normalizados antes do controle PI                     |
| $z$                  | Número complexo                                                        |
| $\beta$              | Ângulo de rotação                                                      |
| $\delta$             | Erro de fase                                                           |
| $\Delta l(t)$        | Deslocamento do espelho móvel                                          |
| $\Delta v_M$         | Variação da amplitude de $v_M(t)$ do valor ideal                       |
| $\Delta\phi$         | Variação da fase óptica                                                |
| $\varepsilon_{ij}$   | Tensor de permissividade                                               |
| $\eta_{ij}$          | Tensor impermeabilidade dielétrica                                     |
| $\lambda$            | Comprimento de onda                                                    |
| $\phi(t)$            | Variação da fase óptica                                                |
| $\phi_{L1,2}(t)$     | Fases ópticas de baixa frequência                                      |
| $\phi_P(t)$          | Variação da fase óptica induzida na célula Pockels                     |
| $\phi_{PZT}$         | Amplitude do sinal sinoidal $\phi_{PZT}(t)$                            |
| $\phi_{PZT}(t)$      | Variação da fase óptica induzida pela vibração do atuador piezelétrico |
| $\phi_Q(t)$          | Variação de fase óptica quase-estática                                 |
| $\Phi(t)$            | Variação total da fase óptica                                          |
| $\sigma$             | Fase inicial                                                           |
| $\omega_A$           | Frequência angular da tensão de modulação auxiliar                     |
| $\omega_{PZT}$       | Frequência angular de $\phi_{PZT}(t)$                                  |
| $\Omega(nT'_S)$      | Variação total da fase óptica no método de demodulação digital         |
| $\Omega_f(nT'_S)$    | Fase óptica filtrada                                                   |

## SUMÁRIO

|          |                                                                                  |           |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                                                | <b>13</b> |
| 1.1      | OBJETIVOS DO TRABALHO                                                            | 16        |
| 1.2      | ORGANIZAÇÃO DO TEXTO                                                             | 16        |
| <b>2</b> | <b>CONCEITOS FUNDAMENTAIS</b>                                                    | <b>18</b> |
| 2.1      | ATUADORES PIEZOELÉTRICOS FLEXTENSIONAIS                                          | 18        |
| 2.2      | INTERFEROMETRIA ÓPTICA                                                           | 21        |
| 2.2.1    | Experimento de Young                                                             | 21        |
| 2.2.2    | Interferômetro de Michelson                                                      | 24        |
| 2.3      | EFEITO ELETRO-ÓPTICO E CÉLULA POCKELS                                            | 25        |
| <b>3</b> | <b>DEMODULAÇÃO DIGITAL USANDO SINAIS EM QUADRATURA E CONTROLE DE FASE ÓPTICA</b> | <b>32</b> |
| <b>4</b> | <b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b>                                                  | <b>50</b> |
| 4.1      | ARRANJO EXPERIMENTAL                                                             | 50        |
| 4.2      | RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO VIBRÔMETRO                                             | 51        |
| 4.3      | MAGNITUDE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO ATUADOR PIEZOELÉ-<br>TRICO APFM-XY        | 53        |
| 4.4      | MAGNITUDE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO ATUADOR PIEZOELÉ-<br>TRICO XY05B          | 54        |
| <b>5</b> | <b>CONCLUSÕES</b>                                                                | <b>56</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS</b>                                                               | <b>58</b> |

# 1 INTRODUÇÃO

Embora a interferometria óptica tenha sido inventada por volta de 1887 pelo célebre experimento de Michelson e Morley (MICHELSON; MORLEY, 1887), continua sendo um importante tópico de pesquisa atualmente, em aplicações das ciências puras e aplicadas, particularmente na detecção de movimentos nanométricos, como no caso do *Advanced LIGO* (Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferometria a Laser) que permitiu a detecção de ondas gravitacionais e consequente laureação dos pesquisadores R. Weiss, B. Barish e K. Thorne com o prêmio Nobel de 2017 (ABBOT *et al.*, 2016). A partir do interferômetro de Michelson clássico, inúmeras versões diferentes do princípio de medir grandezas físicas utilizando interferometria óptica foram desenvolvidas, como Mach-Zehnder, Fabry-Parot, Sagnac e muitas outras configurações (UDD; SPILLMAN, 2011; WATCHI *et al.*, 2018).

Especificamente, no caso de medições de movimentos sub-microscópicos, a interferometria tem várias vantagens como alta sensibilidade, resolução, relação sinal-ruído, ampla faixa dinâmica, imunidade ao acoplamento magnético e medição sem contato. O objetivo da interferometria é medir a variação da fase óptica ( $\phi(t)$ ) de um feixe de luz à medida que um alvo reflexivo se move e calcular o respectivo deslocamento ( $\Delta l(t)$ ) por comparação com o comprimento de onda ( $\lambda$ ) do laser utilizado:  $\Delta l(t) = \lambda \phi(t) / 4\pi$ , para o caso do interferômetro de Michelson (UDD; SPILLMAN, 2011).

A interferometria óptica é capaz de atender à crescente demanda por medições de deslocamento e posicionamento de alta exatidão em aplicações industriais como nanotecnologia (SAATHOF *et al.*, 2017), fotolitografia (BOSSE; WILKENING, 2005), fabricação de semicondutores (PISANI *et al.*, 2012), e sistemas micro- e nano-mecânicos (KIM; DAGALAKIS; CHOI, 2018; DE ALBA *et al.*, 2019). Diferentes métodos de detecção de fase óptica foram publicados na literatura para demodular sinais interferométricos, como técnicas homódinas (CHANDRA; TIWARI; DAS, 2016) ou heteródinas (WATCHI *et al.*, 2018; DONAZZAN *et al.*, 2019; WANG *et al.*, 2020), baseadas na análise espectral (VU; HIGUCHI; AKETAGAWA, 2016; GALETI *et al.*, 2013; GALETI *et al.*, 2015) ou no domínio do tempo (HE *et al.*, 2018), assim como em malha aberta (CHANG *et al.*, 2017) ou em malha fechada (MARTIN *et al.*, 2017; THEIN; SASAKI, 2019; LI *et al.*, 2018; FELÃO *et al.*, 2019).

No entanto, apesar de ter um despenpenho notável, os interferômetros desenvolvidos são

suscetíveis a várias fontes de erro: ruído (óptico e elétrico), não linearidades, ambiguidade de fase, entre outras, as quais precisam ser identificadas e eliminadas tanto quanto possível. Além disso, a influência das perturbações ambientais é um grande problema pois reduzem a repetibilidade, exatidão ou até tornam o sistema incapaz de realizar medições confiáveis. Variações da temperatura, vibrações e turbulência do ar levam a uma variação aleatória na diferença de fase entre os braços sensor e de referência do interferômetro, causando o desvanecimento da intensidade óptica de saída (UDD; SPILLMAN, 2011).

Para resolver o problema de desvanecimento, alguns autores propõem um sistema duplo que possui caminhos ópticos quase idênticos: uma parte do sistema realiza as medições enquanto a outra é utilizada para mitigar os problemas devido às perturbações ambientais, como no caso de (DONAZZAN *et al.*, 2019) e (WANG *et al.*, 2020). Outros trabalhos realizam a compensação passiva das variações aleatórias da fase óptica, como ocorre nos métodos de detecção baseados na análise do espectro do sinal fotodetectado (GALETI *et al.*, 2013; GALETI *et al.*, 2015), nos métodos heteródinos sintéticos (CHANG *et al.*, 2017) ou nos métodos que utilizam sinais em quadratura de fase (VU; HIGUCHI; AKETAGAWA, 2016; HE *et al.*, 2018). Porém, esses métodos utilizam algoritmos complexos ou hardware óptico/elétrico complicado. Por sua vez, os métodos de demodulação em malha fechada apresentam bom desempenho, utilizando controle clássico, como o controle PID (proporcional-integral-derivativo) (CHANDRA; TIWARI; DAS, 2016; THEIN; SASAKI, 2019), ou técnicas de controle moderno, como LMI (do inglês, *linear matrix inequalities*, desigualdades matriciais lineares) (LI *et al.*, 2018) ou controle por modos deslizantes (MARTIN *et al.*, 2017; FELÃO *et al.*, 2019).

O método de demodulação do vibrômetro óptico - OV (do inglês, *Optical Vibrometer*) apresentado neste trabalho é também do tipo malha fechada, mas, ao contrário dos mencionados acima, não precisa utilizar redes de Bragg ou analisadores de espectro óptico (CHANDRA; TIWARI; DAS, 2016), não requer a calibração prévia e rigorosa dos controladores de fase (por exemplo, atuadores piezoelétricos) em toda a largura de banda de operação (THEIN; SASAKI, 2019; FELÃO *et al.*, 2019), e não requer um hardware óptico complicado (LI *et al.*, 2018).

Entre todas as implementações possíveis do método de deslocamento da fase óptica para estabilizar interferômetros em malha fechada, um dos mais populares é o uso de um atuador piezoelétrico, pelo qual a variação da fase óptica é obtida através da introdução de uma mudança no comprimento do caminho óptico. Entre os trabalhos citados acima e que utilizam a abordagem em malha fechada, todos eles usam um atuador piezoelétrico como um controlador de fase óptica, exceto (LI *et al.*, 2018), que utiliza um modulador de fase em óptica integrada, que é um dispositivo caro e geralmente utilizado em montagens em fibra óptica. Os atuadores piezoelétricos apresentam tipicamente baixo custo e são simples de usar, mas apresentam

algumas desvantagens, como histerese, não linearidade e ressonâncias em altas frequências. Consequentemente, se uma alta exatidão for requerida, o custo desses atuadores pode se tornar significativamente mais alto. Em algumas aplicações, o deslocador de fase, juntamente com o circuito eletrônico de controle e o sistema de aquisição podem se tornar um dos elementos mais caros do equipamento, como no trabalho (BHAGAT *et al.*, 2013), por exemplo. Portanto, o modulador de fase óptica utilizado neste trabalho é um modulador eletro-óptico, baseado em uma célula Pockels de niobato de lítio ( $\text{LiNbO}_3$ ), fabricado no Laboratório de Optoeletrônica (LOE) da FEIS-UNESP. Como algumas vantagens, o modulador eletro-óptico de fase apresenta uma excelente linearidade, uma elevada largura de banda e não apresenta histerese.

Portanto, o vibrômetro proposto neste trabalho consiste de um interferômetro volumétrico de Michelson, levemente modificado para acomodar a célula Pockels no seu braço de referência. Apesar de apenas um fotodetector ser empregado na sua saída, o sistema utiliza a técnica de demodulação de sinais em quadratura de fase, o que, em princípio, exigiria dois fotodetectores. Isso é possível utilizando uma tensão de modulação principal e a aquisição síncrona, como será explicado em detalhes nos próximos capítulos. Isto evita o uso de hardware óptico complicado utilizado para gerar dois sinais em quadratura de fase, geralmente empregando divisores de feixes polarizadores e lâminas de onda birrefringentes (POŽAR; MOŽINA, 2011), que introduzem desvanecimento indesejável devido à variação da temperatura, ou erros de não linearidade devido a pequenos desalinhamentos destes dispositivos sensíveis à polarização da luz (DENG *et al.*, 2017). Além disso, a condição de quadratura é atingida pela operação do próprio controlador PI (proporcional-integral), sem rotinas computacionais que empregam complexos algoritmos para corrigir a elipticidade da figura de Lissajous correspondente aplicando o método de mínimos quadrados (POŽAR; MOŽINA, 2011), algoritmos de aprendizagem (GAO *et al.*, 2018), entre outros. Quando os sinais em quadratura de fase estão disponíveis, alguns autores geralmente utilizam o método 'arctan' (XIE *et al.*, 2019), no entanto, isso requer o desenvolvimento de algoritmos de desdobramento de fase (o que introduz um retardo adicional no processo de demodulação) ao operar no modo de grande profundidade de modulação. Em vez disso, a bem conhecida técnica de multiplicação cruzada é aplicada para demodular a fase óptica de interesse (CHANG *et al.*, 2017; XIE *et al.*, 2019). Para executar todas essas tarefas, a medição em tempo real é realizada através do uso de plataformas embarcadas e software dedicado para a aquisição e processamento de sinais, como USB-6211 da National Instruments e LabVIEW, respectivamente.

Neste trabalho, propõe-se um novo método de medição interferométrica de vibrações nanométricas que é simples, exato, imune ao desvanecimento e auto-consistente (independente das variações nos parâmetros do sistema, como a visibilidade de franjas, responsividade do

fotodetector e o ganho do sistema de aquisição de dados). O vibrômetro responde linearmente em frequências de até 14,3 kHz, e sua resposta em frequência pode ser obtida de sua própria estrutura fazendo que a tensão aplicada ao atuador piezoelétrico sob estudo seja nula e aplicando uma tensão senoidal à célula Pockels. O sistema de controle PI é robusto, pois o método de demodulação funciona sob severo ruído eletrônico, bem com variações indesejáveis na tensão de meia-onda da célula Pockels com a temperatura, ganho do amplificador e outras perturbações externas.

## 1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

O principal objetivo deste trabalho de dissertação é a implementação do método de demodulação digital usando sinais em quadratura e controle de fase óptica. O sistema proposto é utilizado para a medição de deslocamentos nanométricos causados pela vibração de atuadores piezoelétricos. O processamento do sinal é realizado digitalmente utilizando a placa de aquisição USB-6211 e executa medições em tempo real.

Para isto, um interferômetro de Michelson homódino foi modificado com o objetivo de utilizar uma célula Pockels no seu braço de referência. Com o objetivo de reduzir o tamanho da montagem experimental, um diodo laser de baixo custo é empregado em vez do amplamente utilizado laser de He – Ne. O arranjo experimental projetado, chamado de vibrômetro óptico (OV), deve ser imune ao desvanecimento do sinal fotodetectado e auto-consistente. Além disso, a tensão de modulação auxiliar deve permitir o desenvolvimento de um processo de controle de fase óptica independente da tensão aplicada ao atuador piezoelétrico. Esse processo de controle deve fornecer robustez ao vibrômetro. Assim, o sistema proposto deve ser capaz de trabalhar sob ruído eletrônico e variações indesejáveis da tensão de meia-onda da célula Pockels.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este trabalho está dividido em cinco capítulos, incluindo esta Introdução. O Capítulo 2 consiste dos conceitos fundamentais necessários para o projeto do método de demodulação óptica usando sinais em quadratura e controle de fase óptica aplicada a um vibrômetro óptico. Na primeira parte desse capítulo apresenta-se uma descrição básica dos atuadores piezoelétricos. Nessa seção também são apresentados os atuadores piezoelétricos utilizados neste trabalho. Na segunda seção são descritos o experimento de Young e o interferômetro de Michelson, os quais são os tópicos básicos deste trabalho. Na última parte desse capítulo é apresentado o efeito eletro-óptico e a célula Pockels, que é utilizada para modular a fase do feixe de luz do braço de

referência do vibrômetro proposto.

No Capítulo 3, apresenta-se o método de demodulação digital utilizado para obter a fase óptica induzida pela vibração do atuador piezoelétrico sob estudo.

Os resultados experimentais são apresentados no Capítulo 4. Nesse capítulo é descrita a montagem experimental correspondente ao vibrômetro óptico. Além disso, a resposta em frequência do sistema é obtida e sua linearidade é verificada. Finalmente, as magnitudes da resposta em frequência de dois atuadores piezoelétricos flexensionais multiatuados são apresentadas.

Por fim, no Capítulo 5, apresentam-se as conclusões a partir dos resultados obtidos neste trabalho de dissertação.

## 2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais para o desenvolvimento do vibrômetro proposto nesta dissertação.

### 2.1 ATUADORES PIEZOELÉTRICOS FLEXTENSIONAIS

Devido ao rápido desenvolvimento da tecnologia de semicondutores, nanotecnologia, sistemas micro- ou nano-eletromecânicos, e biotecnologia, para citar alguns exemplos, a demanda de dispositivos de posicionamento precisos, operando em micro ou nanoescala, aumentou notavelmente. Os atuadores piezoelétricos flexensionais (APF) constituem dispositivos adequados para micro ou nano-manipulação que podem ser utilizados nesses vários campos técnicos (LIU; YANG, 2016). Os APFs modernos atuam como transformadores mecânicos, utilizando uma cerâmica piezoelétrica, por exemplo o PZT (do inglês, *Plumbum zirconate titanate*, titanato zirconato de chumbo), como um elemento ativo fixado a uma estrutura metálica flexível cuja função é amplificar e redirecionar os pequenos movimentos mecânicos da piezocerâmica. A rigidez e flexibilidade da estrutura metálica determinam a taxa de amplificação e a força gerada. Em geral, estes mecanismos baseados em flexão são estruturas monolíticas onde a ação é dada pela deformação elástica do material metálico e não pela presença de juntas e pinos. A construção monolítica reduz os erros de montagem e garante um posicionamento de alta precisão, consequentemente, estes mecanismos oferecem várias vantagens, como excelente resolução de movimento, atrito desprezível e fácil manutenção. Os APFs constituem um tema de interesse no LOE desde vários anos atrás (GALETI *et al.*, 2015; MARÇAL *et al.*, 2007).

Por outro lado, o APF utilizado como uma fonte de acionamento apresenta algumas desvantagens, como não linearidade, histerese e efeitos de erro de rastreamento (ou seja, movimentos espúrios induzidos por componentes de ressonância mecânica que ocorrem em frequências mais altas e que, apesar de suas pequenas amplitudes, estão dentro da largura de banda do sinal não senoidal usado para acionar os APFs em aplicações reais). Além disso, o projeto desses atuadores para atingir uma determinada função objetivo, que resolve a maioria desses problemas, é bastante complexo. O método de otimização topológica é uma poderosa técnica de projeto que, combinada com o método dos elementos finitos, realiza o projeto de APFs buscando a melhor combinação possível de duas grandezas antagônicas, a saber, a amplitude de

movimento e a capacidade de carga. Um estudo teórico do projeto de APFs está além do escopo deste trabalho e, portanto, não será apresentado aqui, mas importantes referências bibliográficas podem ser encontradas em (SILVA; NISHIWAKI; KIKUCHI, 2000; SILVA *et al.*, 2003).

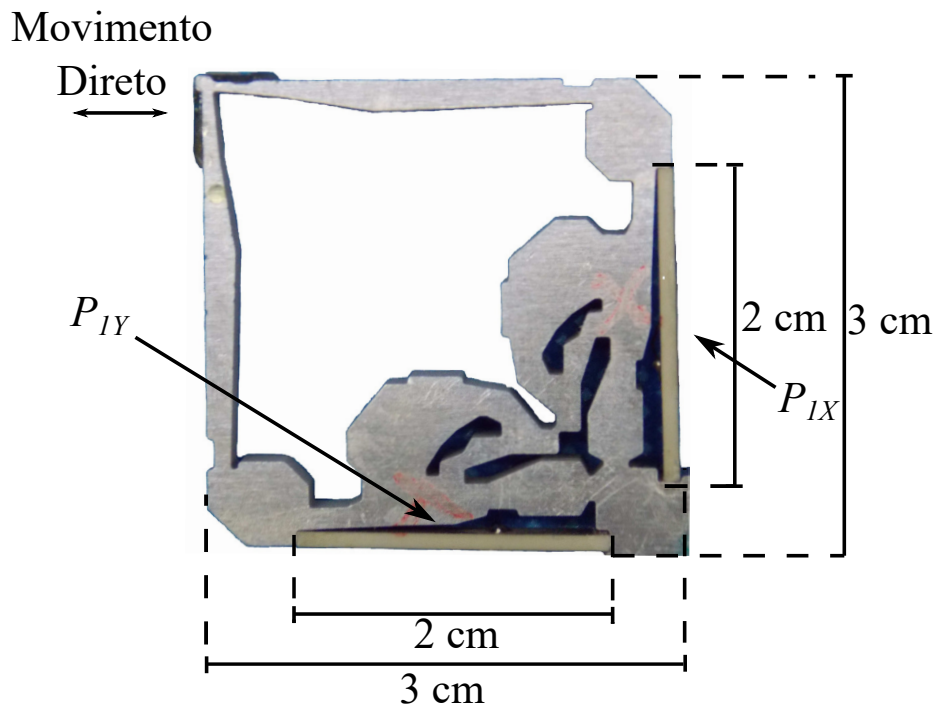
Por sua vez, os atuadores piezoelétricos flexensionais multiatuados (APFMA) consistem em estruturas flexíveis atuadas por duas ou mais piezocerâmicas e, portanto, podem fornecer vários graus de liberdade para estes dispositivos. Estes dispositivos permitem, por exemplo, o desenvolvimento de nanoposicionadores XY (HAO; YU, 2016), mecanismos de posicionamento de inclinação (JING *et al.*, 2016), pinças piezoelétricas (CARBONARI; SILVA; NISHIWAKI, 2005) e motores piezoelétricos (TAHMASEBPOUR; SANGCHAP, 2020). Os APFMAs utilizados neste trabalho foram projetados (utilizando o método de otimização topológica) e fabricados utilizando duas piezocerâmicas PZT e, portanto, foram obtidos atuadores com dois graus de liberdade. O grupo de pesquisa do LOE está interessado em que esses APFMAs possam ser utilizados para o desenvolvimento de motores piezoelétricos.

Atualmente, os principais dispositivos que estão no mercado para aplicações de motores piezoelétricos são dos seguintes tipos: a) nanoposicionador flexível baseado em “*flexure hinges*”, onde as conexões sólidas são geralmente rígidas e “*hinges*” podem se curvar em torno de um eixo, mas são rígidas em torno do eixo transversal (GAO *et al.*, 2019); b) motor que imita o movimento de uma minhoca, ou seja, o movimento contínuo em nanoescala ocorre através de uma série de movimentos de deformação cíclica, geralmente formado por três atuadores piezoelétricos (TAHMASEBPOUR; SANGCHAP, 2020; SILVA, 2003); e c) motor ultrassônico (HO; JAN, 2016; SANIKHANI; AKBARI, 2018), onde o estator formado por estruturas piezoelétricas gera uma vibração ultrassônica a frequências de vários kHz, e o movimento de fricção pode transformar essa vibração ultrassônica em um movimento retilíneo. Todas essas estruturas citadas foram compostas por várias piezocerâmicas ou vários atuadores piezoelétricos embutidos em uma estrutura metálica flexível, mas nem todos foram projetados pelo método de otimização topológica.

O APFMA mostrado na Figura 1, chamado neste trabalho de APF-XY (GALETI *et al.*, 2013), consiste em duas piezocerâmicas PZT-5A (American Piezoceramics, dimensões de 6, 20 e 1 mm nas direções a, b e c respectivamente),  $P_{1X}$  e  $P_{1Y}$ , e uma estrutura flexível de alumínio, que amplifica e redireciona as vibrações induzidas quando tensões são aplicadas às piezocerâmicas. A piezocerâmica horizontal gera movimento vertical do vértice (ou ponto) do APFMA, enquanto a piezocerâmica vertical, o movimento horizontal. O modo de vibração de flexão e o modo de vibração de estiramento do estator devem ser acionados quando uma tensão senoidal é aplicada, gerando movimento elíptico na superfície de contato do estator. O movimento elíptico deve empurrar o deslizador para mover-se sob o atrito. Nesse caso,

um dos propósitos da otimização topológica é evitar efeitos indesejáveis de acoplamento entre os deslocamentos gerado e acoplado (CARBONARI *et al.*, 2005). Neste trabalho, apenas o movimento horizontal gerado será testado, pois o principal objetivo é investigar o desempenho do OV na medição de deslocamentos nanométricos, e não o próprio APFMA. Uma fita refletora (3M, Scotchlite 7610) foi colocada nos pontos de medição (perto da extremidade) para refletir uma parte significativa do feixe óptico do braço sensor do interferômetro.

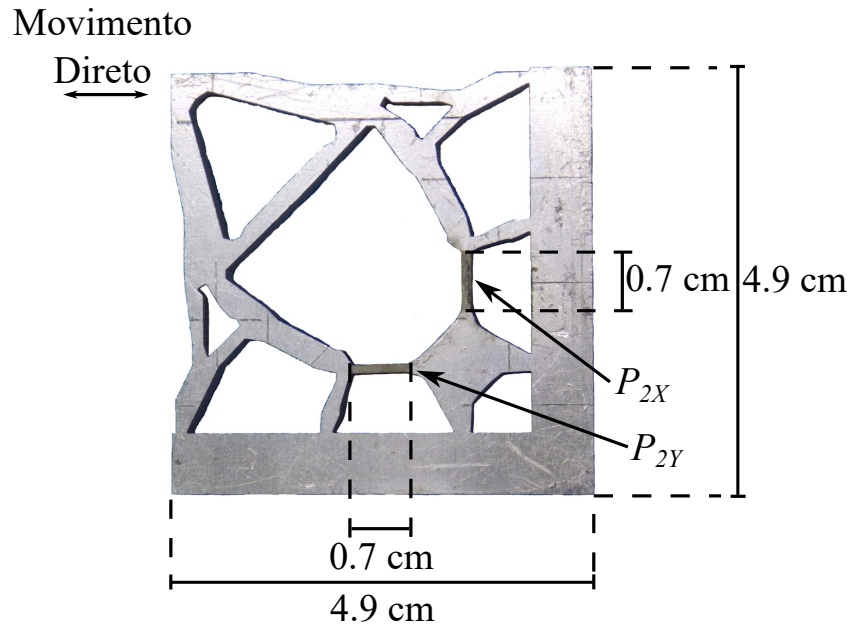
**Figura 1** – Atuador piezoelétrico APFM-XY.



Fonte: do próprio autor.

Outro atuador piezoelétrico, chamado de XY05B (CARBONARI *et al.*, 2005), mostrado na Figura 2, é composto por duas piezocerâmicas PZT-5A (American Piezoceramics, dimensões de 5, 7 e 1 mm nas direções a, b e c respectivamente),  $P_{2X}$  e  $P_{2Y}$ , coladas a uma estrutura de alumínio, a qual minimiza o movimento acoplado.

Para verificar a eficácia desses APFMAs, o OV proposto neste trabalho pode ser extremamente adequado. Assim, a magnitude da resposta em frequência e as frequências de ressonância desses atuadores podem ser determinadas.

**Figura 2** – Atuador piezoelétrico XY05B.

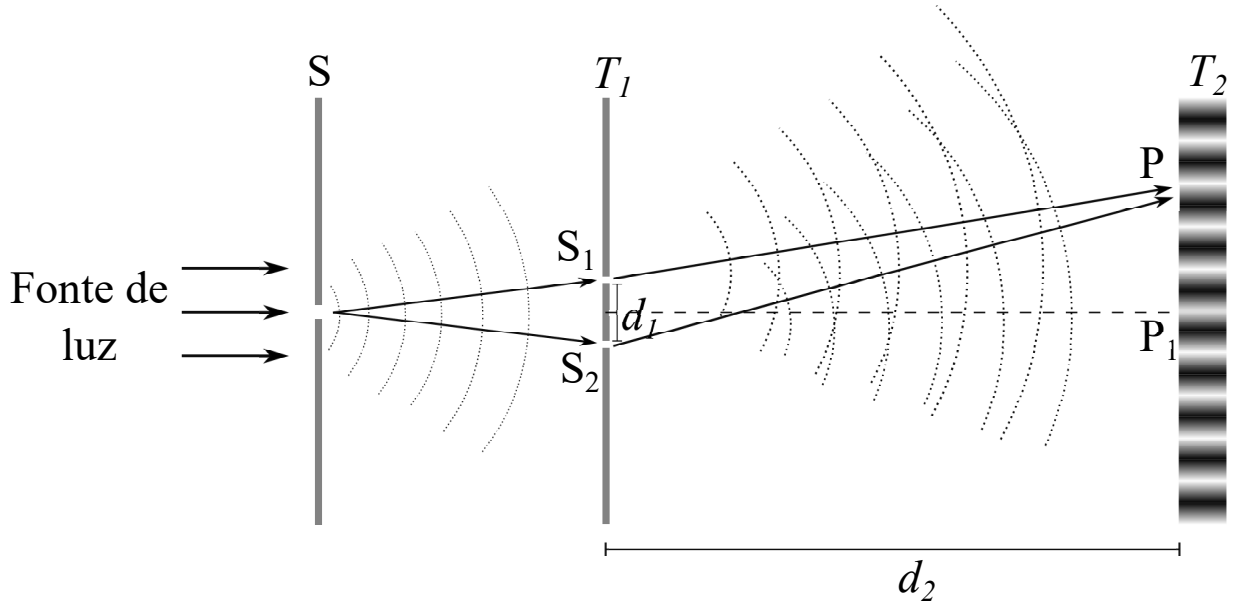
Fonte: do próprio autor.

## 2.2 INTERFEROMETRIA ÓPTICA

### 2.2.1 Experimento de Young

O experimento de Young consiste em uma luz gerada por uma fonte óptica que passa por uma fenda muito estreita em uma tela  $S$ , como é mostrado na Figura 3. Depois disso, o feixe de luz incide sobre uma tela opaca  $T_1$ , na qual existem duas fendas,  $S_1$  e  $S_2$ , estreitas e separadas uma da outra uma distância  $d_1$ . Os dois feixes resultantes incidem sobre a tela  $T_2$ , a qual está separada uma distância  $d_2$  da tela  $T_1$ , formando um padrão de interferência. Após passarem pelas fendas  $S_1$  e  $S_2$  as ondas são difratadas em todas as direções. Assim, se  $d_1$  for muito pequeno em relação a  $d_2$ , aquelas ondas que alcançam o ponto  $P_1$  da tela  $T_2$  viajaram a mesma distância, e então elas estão em fase, formando uma interferência construtiva. Dependendo da fase relativa entre os dois feixes, haverá zonas de luz (interferência construtiva) e zonas escuras (interferência destrutiva).

O fenômeno descrito constitui a operação básica dos interferômetros ópticos, razão pela qual é necessária uma análise baseada na teoria eletromagnética. As fontes de luz em  $S_1$  e  $S_2$  são formadas por ondas eletromagnéticas transversais, as quais podem ser consideradas planas quando a distância entre as telas  $T_1$  e  $T_2$ ,  $d_2$  é muito maior que a distância entre as fendas  $S_1$  e  $S_2$ ,  $d_1$ . Representando por meio de fasores os campos elétricos das ondas eletromagnéticas dos feixes de luz nas fendas  $S_1$  e  $S_2$  como  $\vec{E}_1$  e  $\vec{E}_2$ , respectivamente, no ponto  $P$ , têm-se:

**Figura 3** – Ilustração do experimento de Young.**Fonte:** do próprio autor.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} e^{-j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \sigma_1)} \quad (1)$$

e

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} e^{-j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \sigma_2)}, \quad (2)$$

sendo  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$  os vetores posição nas frentes de onda,  $\vec{k}_1$  e  $\vec{k}_2$  os vetores de onda, os quais são paralelos aos vetores de posição no caso de onda eletromagnéticas planas. Por outro lado,  $\omega$  é a frequência angular das ondas,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  as fases iniciais das ondas, e  $\vec{E}_{01}$  e  $\vec{E}_{02}$  os vetores de amplitude do campo elétrico das ondas. Sob o princípio de superposição de ondas, em qualquer ponto  $R$  da tela  $T_2$  na Figura 1, tem-se que o fasor do campo elétrico resultante é dado por:

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{01} e^{-j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \sigma_1)} + \vec{E}_{02} e^{-j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \sigma_2)}. \quad (3)$$

Sabe-se que a intensidade óptica, medida em  $W/m^2$ , associada ao campo elétrico resultante é definida como:

$$I = \frac{\vec{E}_R \cdot \vec{E}_R^*}{2} = \frac{|\vec{E}_R|^2}{2} = \frac{(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^*}{2}. \quad (4)$$

Substituindo (3) em (4), tem-se:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{|\vec{E}_{01}|^2 + |\vec{E}_{02}|^2 + \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* e^{-j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \sigma_1)} e^{j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \sigma_2)}}{2} \\
 &\quad + \frac{\vec{E}_{01}^* \cdot \vec{E}_{02} e^{j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \sigma_1)} e^{-j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \sigma_2)}}{2} \\
 &= \frac{|\vec{E}_{01}|^2 + |\vec{E}_{02}|^2}{2} + \frac{\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* e^{-j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \sigma_1)} e^{j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \sigma_2)}}{2} \\
 &\quad + \frac{\left[ \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* e^{-j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \sigma_1)} e^{j(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \sigma_2)} \right]^*}{2}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Agora, sabe-se que  $z + z^* = 2\Re\{z\}$ , sendo  $z \in \mathbb{C}$ . Logo, (5) pode ser reescrita como:

$$I = \frac{|\vec{E}_{01}|^2 + |\vec{E}_{02}|^2}{2} + \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* \cos \left[ -\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + (\sigma_1 - \sigma_2) \right]. \quad (6)$$

Agora, as seguintes propriedades físicas são definidas:

a) Intensidade óptica devido às fontes  $S_1$  e  $S_2$ :

$$I_0 = \frac{|\vec{E}_{01}|^2 + |\vec{E}_{02}|^2}{2}. \quad (7)$$

b) Visibilidade de franjas:

$$V = \frac{2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^*}{|\vec{E}_{01}|^2 + |\vec{E}_{02}|^2}. \quad (8)$$

De (8), a visibilidade de franjas  $V$  tem um valor máximo igual a 1 quando os vetores dos campos,  $\vec{E}_{01}$  e  $\vec{E}_{02}$ , são paralelos e têm módulos iguais. Por outro lado, quando a diferença entre as magnitudes dos vetores dos campos aumenta ou o paralelismo diminui, o valor de  $V$  é menor que 1, tendo um valor mínimo igual a 0. Substituindo (7) e (8) em (6), tem-se:

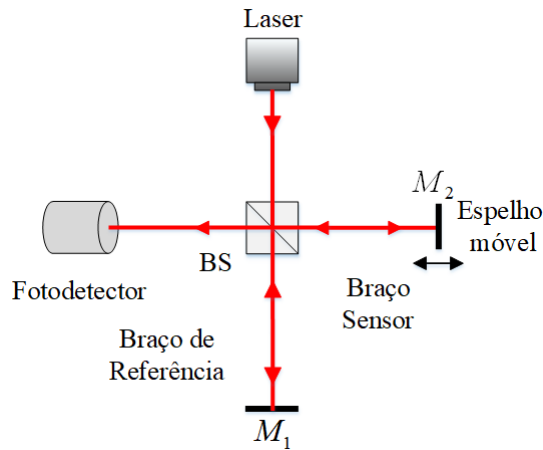
$$I = I_0 \left\{ 1 + V \cos \left[ -\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + (\sigma_1 - \sigma_2) \right] \right\}. \quad (9)$$

A equação (9) descreve o padrão de interferência obtido no experimento de Young e constitui a equação básica dos interferômetros de dois feixes, por exemplo, o interferômetro de Michelson.

### 2.2.2 Interferômetro de Michelson

O princípio de funcionamento do interferômetro de Michelson baseia-se no experimento de Young. A estrutura fundamental do interferômetro de Michelson é mostrada na Figura 4 e, entre outras aplicações, é utilizada para medir deslocamentos nanométricos com uma alta exatidão.

**Figura 4** – Estrutura fundamental do interferômetro de Michelson.



**Fonte:** do próprio autor.

O funcionamento do interferômetro de Michelson consiste em um feixe de laser que incide no divisor de feixes BS (do inglês, *Beam Splitter*), onde dois novos feixes são obtidos com uma intensidade igual a 50% do feixe original para conseguir que a visibilidade de franjas  $V$  tenha um valor próximo a 1. Um dos feixes gerados, percorre o chamado braço de referência, incide em um espelho fixo  $M_1$  e é refletido de volta ao divisor de feixes BS, enquanto o outro feixe gerado, percorre o chamado braço sensor, incide em um espelho móvel  $M_2$  e é refletido de volta ao divisor de feixes BS. Os feixes refletidos nos espelhos  $M_1$  e  $M_2$  incidem no divisor de feixes, onde uma parte é dirigida para o laser e a outra parte é dirigida para o fotodetector. Neste ponto, tem-se uma situação semelhante ao experimento de Young, uma vez que dois feixes muito próximos são transmitidos para uma tela distante (neste caso, um fotodetector). Portanto, é possível usar (9) para descrever a operação do interferômetro de Michelson.

Considerando um alinhamento ideal na montagem do interferômetro de modo que  $-\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 = 0$ , a equação (9) pode ser reescrita como:

$$I = I_0 \{1 + V \cos [\sigma_1 - \sigma_2]\}, \quad (10)$$

onde  $\sigma_1 - \sigma_2$  é a diferença de fase entre os feixes do braço sensor e do braço de referência, e se deve à diferença de comprimento entre esses caminhos ópticos e a variação do índice de refração do meio. Esta diferença de fase deve-se também ao fato que o braço sensor tem um

comprimento variável devido ao espelho móvel  $M_2$ .

Então, é possível expressar uma variação do comprimento devido ao espelho móvel como uma variação da fase óptica e, deste modo, técnicas podem ser desenvolvidas para medir o deslocamento original por meio da detecção da fase óptica. Essa variação é introduzida na equação (10), dando origem à fase quase-estática  $\phi_Q(t)$  e à fase variável no tempo  $\phi(t)$ , tal que  $\phi(t)$  é proporcional à variação aplicada e  $\phi_Q(t)$  é uma fase que depende de variações externas ao interferômetro, como temperatura, pressão externa e vibrações aleatórias. Logo, a equação (10) é reescrita como:

$$I = I_0 \{1 + V \cos [\phi(t) + \phi_Q(t)]\}. \quad (11)$$

Como já foi dito, o valor máximo da visibilidade de franjas é 1. Então, para obter um valor de  $V$  próximo a 1, divisores de feixes com razão 50/50 são utilizados e um alinhamento cuidadoso no interferômetro é necessário para que os vetores de campo elétrico sejam quase paralelos, ou seja, possuam a mesma polarização linear.

### 2.3 EFEITO ELETRO-ÓPTICO E CÉLULA POCKELS

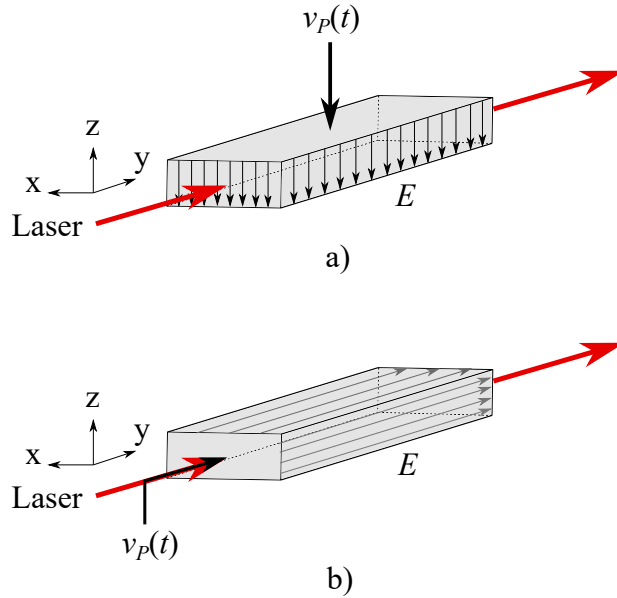
Uma célula Pockels é composta de um cristal eletro-óptico e um par de eletrodos, por meio dos quais uma tensão elétrica é aplicada ao cristal. A célula disponível neste trabalho apresenta um cristal de  $\text{LiNbO}_3$ . O par de eletrodos pode ser aplicado de duas maneiras na célula: transversalmente ou longitudinalmente, como é mostrado na Figura 5. Quando uma tensão  $v_P(t)$  é aplicada transversalmente, o campo elétrico induzido no cristal é perpendicular à direção de propagação do feixe de luz, e, quando  $v_P(t)$  é aplicada longitudinalmente, o campo elétrico induzido é paralelo à direção de propagação do feixe de luz. A célula Pockels é comumente utilizada em moduladores e sensores eletro-ópticos.

Neste trabalho, a célula Pockels é utilizada na sua configuração transversal. Assim, procede-se ao cálculo das propriedades físicas da célula Pockels. As propriedades ópticas de certos materiais mudam quando são submetidos a um campo elétrico externo que varia lentamente em comparação com a frequência da onda eletromagnética que se propaga no material. Esse fenômeno é conhecido como efeito eletro-óptico (YARIV; YEH, 1983). A aplicação de um campo elétrico externo no material modifica a distribuição de cargas, o que resulta em uma variação do tensor impermeabilidade dielétrica ( $\eta_{ij}$ ) e, portanto, também modifica o elipsóide de índices de refração. Essa variação pode ser escrita como:

$$\Delta\eta_{ij} = \eta_{ij}(E) - \eta_{ij}(0), \quad (12)$$

onde  $\eta_{ij}(0)$  é o tensor impermeabilidade do cristal quando não há um campo externo aplicado e  $\eta_{ij}(E)$  é o tensor impermeabilidade quando um campo elétrico externo  $E$  é aplicado ao cristal.

**Figura 5** – a) Configuração transversal da célula Pockels. b) Configuração longitudinal da célula Pockels.



Fonte: do próprio autor.

Essa variação também pode ser expressa em uma série de Taylor, onde apenas os termos lineares importam, uma vez que correspondem ao efeito Pockels:

$$\Delta\eta_{ij} = r_{ijk}E_k, \quad (13)$$

onde  $r_{ijk}$  é o coeficiente de Pockels ou coeficiente eletro-óptico linear e  $E_k$  é a componente de campo elétrico, para  $i, j, k = 1, 2, 3$ .

Por outro lado, também é possível expressar as propriedades de um cristal eletro-óptico por meio do elipsóide de índices de refração. Assim, esse elipsóide, na ausência de campo elétrico externo e relativamente ao sistema de coordenadas principal, é dado por:

$$\eta_{ij}(0)x_ix_j = \frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1, \quad (14)$$

onde  $x_i$  ou  $x_j$  referem-se aos eixos principais do cristal,  $x$ ,  $y$  e  $z$ ,  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  são os índices de refração em cada direção, e  $1/n_x^2$ ,  $1/n_y^2$  e  $1/n_z^2$  são os valores principais do tensor impermeabilidade  $\eta_{ij}$ .

Quando um campo elétrico externo é aplicado ao cristal, a equação (14) é reescrita como:

$$\eta_{ij}(E)x_ix_j = 1. \quad (15)$$

Substituindo a equação (12) em (15), tem-se:

$$(\Delta\eta_{ij} + \eta_{ij}(0))x_ix_j = 1, \quad (16)$$

logo, substituindo (13) em (16), tem-se:

$$(r_{ijk}E_k + \eta_{ij}(0))x_ix_j = 1, \quad (17)$$

o que corresponde a um novo elipsóide de índices de refração, modificado devido à presença do campo elétrico externo.

Agora, substituindo (12) em (13), tem-se:

$$\Delta\eta_{ij} = \eta_{ij}(E) - \eta_{ij}(0) = r_{ijk}E_k. \quad (18)$$

Aproveitando a propriedade de simetria do tensor  $\eta_{ij}$ , os índices  $i$  e  $j$  podem ser permutados entre si, isto é,  $r_{ijk} = r_{jik}$ . Além disso, o tensor  $r_{ijk}$  é de terceira ordem e, portanto, possui  $3^3$  elementos. Porém, devido à simetria, esse tensor exibe apenas 18 elementos independentes. Assim, o tensor  $\Delta\eta_{ij}$  é desenvolvido, obtendo-se:

$$\begin{aligned} \Delta\eta_{11} &= r_{111}E_1 + r_{112}E_2 + r_{113}E_3 \\ \Delta\eta_{22} &= r_{221}E_1 + r_{222}E_2 + r_{223}E_3 \\ \Delta\eta_{33} &= r_{331}E_1 + r_{332}E_2 + r_{333}E_3 \\ \Delta\eta_{23} &= \Delta\eta_{32} = r_{231}E_1 + r_{232}E_2 + r_{233}E_3 \\ \Delta\eta_{13} &= \Delta\eta_{31} = r_{131}E_1 + r_{132}E_2 + r_{133}E_3 \\ \Delta\eta_{12} &= \Delta\eta_{21} = r_{121}E_1 + r_{122}E_2 + r_{123}E_3. \end{aligned} \quad (19)$$

É conveniente, para obter uma notação mais simples, utilizar a notação de índices reduzidos ou notação de Voigt (NYE, 1957). Os novos índices são definidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 1 &= (11), \\ 2 &= (22), \\ 3 &= (33), \\ 4 &= (23) = (32), \\ 5 &= (13) = (31), \\ 6 &= (12) = (21). \end{aligned} \quad (20)$$

Logo, (19) pode ser reescrita, em forma matricial, como:

$$\begin{pmatrix} \Delta\eta_{11} \\ \Delta\eta_{22} \\ \Delta\eta_{33} \\ \Delta\eta_{23} \\ \Delta\eta_{13} \\ \Delta\eta_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Para o cristal de  $\text{LiNbO}_3$  utilizado neste trabalho, os coeficientes eletro-ópticos são dados pela matriz (YARIV; YEH, 1983):

$$r_{pk} = \begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Substituindo os coeficientes de (22) em (19), tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta\eta_{11} &= -r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \\ \Delta\eta_{22} &= r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \\ \Delta\eta_{33} &= r_{33}E_3 \\ \Delta\eta_{23} &= r_{51}E_2 \\ \Delta\eta_{13} &= r_{51}E_1 \\ \Delta\eta_{12} &= -r_{22}E_1. \end{aligned} \quad (23)$$

Assim, substituindo as equações (23) em (16), o elipsóide de índices de refração, quando um campo elétrico externo é aplicado ao cristal, pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} &(\Delta\eta_{11} + \eta_{11}(0))x^2 + (\Delta\eta_{22} + \eta_{22}(0))y^2 + (\Delta\eta_{33} + \eta_{33}(0))z^2 \\ &+ 2(\Delta\eta_{12} + \eta_{12}(0))xy + 2(\Delta\eta_{13} + \eta_{13}(0))xz \\ &+ 2(\Delta\eta_{23} + \eta_{23}(0))yz = 1. \end{aligned} \quad (24)$$

Agora é necessário calcular o tensor impermeabilidade dielétrica na ausência de um campo elétrico externo,  $\eta_{ij}(0)$ , o qual se caracteriza por ser diagonal diante do sistema de coordenadas

do cristal, como o seu inverso, o tensor de permissividade  $\varepsilon_{ij}$ . Além disso, o  $\text{LiNbO}_3$  é um cristal uniaxial negativo, ou seja, os componentes de permissividade  $\varepsilon_{11}$  e  $\varepsilon_{22}$  são iguais, mas diferentes de  $\varepsilon_{33}$ , além da relação  $n_e < n_o$ , onde  $n_e = \sqrt{\varepsilon_{33}}$  é o índice de refração extraordinário e  $n_o = \sqrt{\varepsilon_{11}}$  é o índice de refração ordinário. Portanto, o tensor impermeabilidade dielétrica pode ser escrito como:

$$\eta_{ij}(0) = \begin{pmatrix} 1/\varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\varepsilon_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/n_e^2 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Então, substituindo os elementos dos tensores das equações (23) e (25) em (24), tem-se:

$$\begin{aligned} \left(-r_{22}E_2 + r_{13}E_3 + \frac{1}{n_o^2}\right)x^2 + \left(r_{22}E_2 + r_{13}E_3 + \frac{1}{n_o^2}\right)y^2 + \left(r_{33}E_3 + \frac{1}{n_e^2}\right)z^2 \\ + 2(-r_{22}E_1)xy + 2(r_{51}E_1)xz + 2(r_{51}E_2)yz = 1 \end{aligned} \quad (26)$$

Como já foi dito, neste trabalho é utilizada a configuração transversal da célula Pockels, isto é, um campo elétrico externo é aplicado na direção  $z$  e o feixe de laser é transmitido na direção  $y$ . Então  $E_3 \neq E_1 = E_2 = 0$  e a equação (26) torna-se:

$$\left(r_{13}E_3 + \frac{1}{n_o^2}\right)x^2 + \left(r_{13}E_3 + \frac{1}{n_o^2}\right)y^2 + \left(r_{33}E_3 + \frac{1}{n_e^2}\right)z^2 = 1 \quad (27)$$

Pode-se observar na equação (27) que o campo elétrico externo sob esta configuração não causa rotação dos eixos do elipsóide de índices de refração. Comparando as equações (14) e (27), os novos índices de refração  $n_{x_1}$ ,  $n_{x_2}$  e  $n_{x_3}$  são definidos como:

$$n_{x_1} = n_{x_2} = n_o \frac{1}{\sqrt{n_o^2 r_{13} E_3 + 1}}, \quad (28)$$

e

$$n_{x_3} = n_e \frac{1}{\sqrt{n_e^2 r_{33} E_3 + 1}}. \quad (29)$$

Assim, levando em conta (28) e (29), (27) pode ser reescrita como:

$$\frac{x^2}{n_{x_1}^2} + \frac{y^2}{n_{x_2}^2} + \frac{z^2}{n_{x_3}^2} = 1. \quad (30)$$

Utilizando a aproximação:

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} \approx 1 - \frac{x}{2}, \quad (31)$$

para  $|x| < 1$ , então, (28) e (29) podem ser reescritas, respectivamente, como:

$$n_{x_1} = n_{x_2} \approx n_o \left( 1 - \frac{n_o^2 r_{13} E_3}{2} \right), \quad (32)$$

e

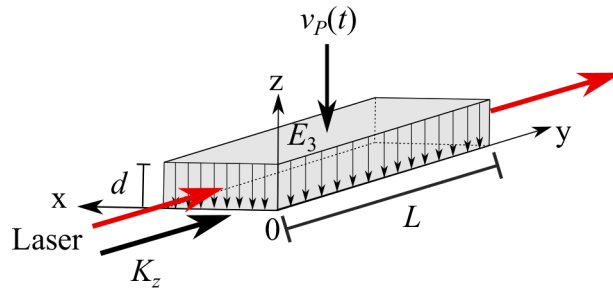
$$n_{x_3} \approx n_e \left( 1 - \frac{n_e^2 r_{33} E_3}{2} \right). \quad (33)$$

As aproximações (32) e (33) são válidas desde que, para a célula Pockels com a qual este trabalho foi desenvolvido, tem-se  $n_o = 2,286$ ,  $n_e = 2,2$ ,  $r_{13} = 9,6 \text{ pm/V}$  e  $r_{33} = 30,9 \text{ pm/V}$ , o que permite que os termos  $n_e^2 r_{33} E_3$  e  $n_o^2 r_{13} E_3$  sejam muito menores que 1, mesmo para amplitudes de campo elétrico muito intensas (YARIV; YEH, 1983).

Agora, o caso de um feixe de laser de comprimento de onda  $\lambda$  que se propaga ao longo do eixo  $y$  da célula Pockels é considerado, como é mostrado na Figura 6. Neste trabalho, o feixe de luz está polarizado na direção  $z$  da célula Pockels para garantir apenas um modo de propagação. Assim, a magnitude do vetor de onda  $K_z$  do único modo de propagação é dada por:

$$K_z = \frac{2\pi}{\lambda} n_{x_3}. \quad (34)$$

**Figura 6** – Propagação de um feixe de laser ao longo do eixo  $y$  da célula Pockels submetida à ação de um campo elétrico externo na direção  $z$ .



**Fonte:** do próprio autor.

Se o modo de propagação for excitado na interface  $y = 0$ , a variação da fase óptica, após o feixe percorrer uma distância  $L$ , é dada por:

$$\Delta\phi = K_z L = \frac{2\pi}{\lambda} n_{x_3} L, \quad (35)$$

e substituindo (33) em (35), tem-se:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} L \left( n_e - \frac{n_e^3 r_{33} E_3}{2} \right). \quad (36)$$

Considerando que a célula Pockels tem uma altura  $d$ , quando uma tensão  $v_P(t)$  é aplicada aos seus eletrodos, o campo elétrico induzido é dado por:

$$E_3 = \frac{v_P(t)}{d}, \quad (37)$$

então, a variação da fase óptica devido à aplicação de  $v_P(t)$  é:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}Ln_e - \frac{\pi Ln_e^3 r_{33} v_P(t)}{\lambda d}. \quad (38)$$

A segunda parcela de (38) pode ser controlada por meio de  $v_P(t)$ . Assim,  $v_P(t)$  induz uma variação da fase óptica no feixe de laser que se propaga na célula Pockels. No entanto, a primeira parcela não depende do campo elétrico externo aplicado. Então, a variação da fase óptica  $\phi_P(t)$  induzida pela aplicação de  $v_P(t)$  é dada por:

$$\phi_P(t) = \frac{\pi Ln_e^3 r_{33} v_P(t)}{\lambda d}. \quad (39)$$

A tensão de meia-onda  $V_\pi$  é definida como a tensão necessária para induzir uma mudança de fase de  $\pi$  rad no feixe de luz que se propaga na célula Pockels. Neste caso, as dimensões do cristal de  $\text{LiNbO}_3$  da célula Pockels são  $L = 50,025$  mm e  $d = 1,1$  mm. Além disso, o comprimento de onda do feixe de laser é  $\lambda = 658$  nm. Então,  $V_\pi$  pode ser calculada a partir de (39), como segue:

$$V_\pi = \frac{\lambda d}{Ln_e^3 r_{33}}, \quad (40)$$

logo:

$$V_\pi = 43,974 \text{ V}. \quad (41)$$

Este é o valor da tensão de meia-onda da célula Pockels correspondente à configuração utilizada neste trabalho. Além disso, a partir de (39) e da definição de  $V_\pi$ , pode-se escrever que:

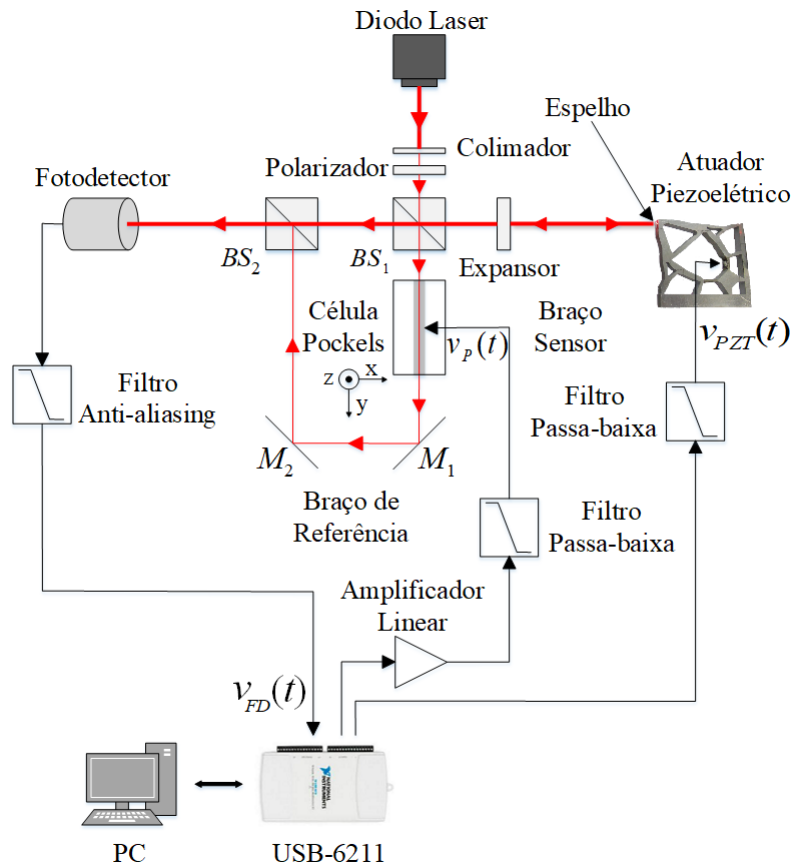
$$\phi_P(t) = \frac{\pi}{V_\pi} v_P(t), \quad (42)$$

sendo  $\pi/V_\pi$  a sensibilidade eletro-óptica, medida em rad/V.

### 3 DEMODULAÇÃO DIGITAL USANDO SINAIS EM QUADRATURA E CONTROLE DE FASE ÓPTICA

Neste capítulo é apresentado o método de demodulação digital usando sinais em quadratura e controle fase óptica aplicada a um vibrômetro baseado em um interferômetro de Michelson modificado. O sensor óptico de deslocamento é mostrado na Figura 7.

**Figura 7** – Configuração experimental do vibrômetro proposto.



**Fonte:** do próprio autor.

O feixe de luz monomodo é fornecido por um diodo laser de baixo custo (Mitsubishi, ML101J18) com uma potência de saída de 100 mW e um comprimento de onda central de 658 nm. O feixe de laser é dividido pelo divisor de feixes neutro,  $BS_1$ , com razão 50/50, em dois feixes de igual polarização e intensidade, os quais correspondem aos braços sensor e de referência do interferômetro. O feixe de luz é colimado para se propagar no cristal de  $LiNbO_3$  (Crystal Technologies, dimensões de 10, 50 e 1.1 mm nos eixos x, y e z do cristal,

propagação óptica na direção  $y$ ) da célula Pockels sem perdas por difração. Um polarizador vertical, alinhado com o eixo  $z$  da célula Pockels, é utilizado para garantir que os feixes de luz nos dois braços do interferômetro tenham a mesma polarização. Isto permite apenas um modo de propagação na célula Pockels e uma boa visibilidade de franjas quando os feixes de luz são recombinados. Ao contrário de um interferômetro de Michelson convencional, o feixe de luz do braço de referência se propaga apenas uma vez na célula Pockels e não retorna ao divisor de feixes  $BS_1$ . Em vez disso, é direcionado ao divisor de feixes  $BS_2$  pelos espelhos planos  $M_1$  e  $M_2$ . No braço sensor, o feixe de luz é refletido no espelho colado ao atuador piezoelétrico sob estudo, direcionado de volta ao divisor de feixes  $BS_1$  e depois ao  $BS_2$ . Além disso, com o objetivo de melhorar a visibilidade de franjas, uma lente expansora é utilizada no braço sensor. Finalmente,  $BS_2$  direciona os dois feixes para um fotodetector tipo PIN (Thorlabs, PDA55), onde eles são superpostos e um padrão de franjas é formado. O sinal fotodetectado é filtrado por um filtro passa-baixa (*anti-aliasing*) tipo Butterworth de segunda ordem e frequência de corte de 80 kHz. O sinal resultante,  $v_{FD}(t)$ , é adquirido e digitalizado por um dispositivo de E/S (Entradas/Saídas) multifuncionais (National Instruments, USB-6211) e, então, fornecido a um computador, onde é processado em tempo real. Além de adquirir o sinal fotodetectado filtrado, o dispositivo de E/S multifuncionais gera dois sinais analógicos: o primeiro sinal é amplificado por um amplificador linear (A. A. Lab Systems, A-301 HS) e depois filtrado por um filtro passa-baixa com uma frequência de corte de 80 kHz. O sinal resultante,  $v_P(t)$ , é aplicado à célula Pockels de maneira que o campo elétrico gerado seja paralelo ao eixo  $z$  do cristal de  $LiNbO_3$ . Assim, o campo elétrico gerado e a polarização do feixe de luz têm a mesma direção. O segundo sinal é filtrado por um filtro passa-baixa com uma frequência de corte de 150 kHz. O sinal filtrado, definido como  $v_{PZT}(t)$ , é aplicado a uma das piezocerâmicas do atuador piezoelétrico sob estudo. Os dois filtros utilizados são do tipo Butterworth de segunda ordem. Esses dois filtros analógicos foram utilizados para reduzir o ruído devido à conversão digital-analógico. O sinal fotodetectado  $v_{FD}(t)$  é dado por:

$$v_{FD}(t) = A \{1 + V \cos \Phi(t)\}, \quad (43)$$

onde  $V$  é a visibilidade de franjas,  $A$  é a constante de proporcionalidade introduzida no fotodetector e  $\Phi(t)$  é a variação total da fase óptica.  $\Phi(t)$  pode ser escrita como a soma de três parcelas:  $\phi_P(t)$  a variação da fase óptica induzida na célula Pockels pela tensão  $v_P(t)$ ,  $\phi_{PZT}(t)$  a variação da fase óptica devido ao deslocamento do atuador piezoelétrico quando uma tensão  $v_{PZT}(t)$  é aplicada, e  $\phi_Q(t)$  a fase quase-estática. Portanto:

$$\Phi(t) = \phi_P(t) + \phi_{PZT}(t) + \phi_Q(t), \quad (44)$$

e a equação (43) pode ser reescrita como:

$$v_{FD}(t) = A \left\{ 1 + V \cos [\phi_P(t) + \phi_{PZT}(t) + \phi_Q(t)] \right\}. \quad (45)$$

Na equação (45), a tensão fotodetectada  $v_{FD}(t)$  corresponde a um sinal modulado em fase PM (do inglês, *Phase-Modulated Signal*), onde o objetivo é obter  $\phi_{PZT}(t)$  por meio do método de demodulação. Consequentemente, a relação entrada-saída do atuador piezoelétrico, dada em rad/V, pode ser caracterizada para uma frequência específica quando  $v_{PZT}(t)$  é um sinal senoidal. Variando a frequência de  $v_{PZT}(t)$ , dentro de uma largura de banda de interesse, a magnitude da resposta em frequência do atuador piezoelétrico pode ser determinada.

A relação entre  $v_P(t)$  e  $\phi_P(t)$  é dada por:

$$\phi_P(t) = \frac{\pi}{V_\pi} v_P(t), \quad (46)$$

sendo  $V_\pi$  a tensão de meia-onda da célula Pockels, a qual tem um valor teórico de 43.974 V. No método de demodulação,  $v_P(t)$  é a soma de dois sinais: a tensão de modulação principal  $v_M(t)$  e a tensão de modulação auxiliar  $v_A(t)$ . Logo,  $v_P(t)$  é dado por:

$$v_P(t) = v_M(t) + v_A(t). \quad (47)$$

O sinal  $v_M(t)$  é uma onda quadrada, que foi distorcida devido ao filtro passa-baixa e ao amplificador. Em particular, suas componentes de alta frequência foram removidas pelo filtro passa-baixa como é mostrado na Figura 8(c). Neste trabalho,  $v_M(t)$  possui uma frequência  $f_M = 30$  kHz e suas amplitudes nos pontos de aquisição são  $\pm V_M$ . A tensão  $v_M(t)$  é utilizada para induzir uma variação da fase óptica de  $\pm \pi/4$  rad quando  $V_M$  é dada por:

$$V_M = \frac{V_\pi}{4}. \quad (48)$$

Em princípio,  $v_M(t)$  poderia ser qualquer sinal com simetria de meia-onda como, por exemplo, um sinal senoidal, quadrado ou triangular, uma vez que o controle de fase óptica sempre ajustará sua amplitude para garantir uma diferença de tensão de  $V_\pi/2$  entre dois pontos de aquisição sucessivos. Neste trabalho, um sinal quadrado foi gerado com uma taxa de duas amostras por ciclo  $1/f_M$  para minimizar os custos de processamento.

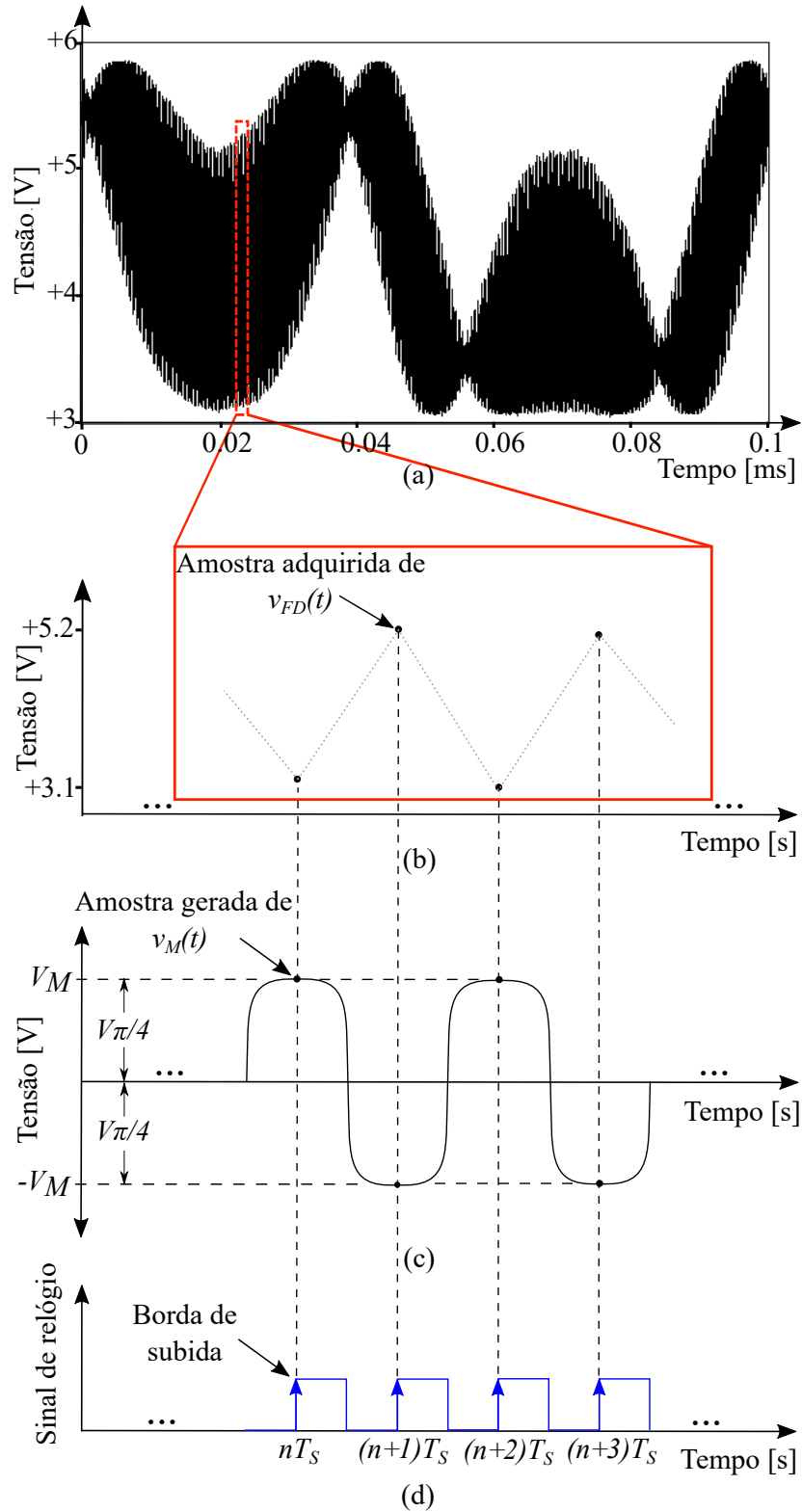
Por outro lado,  $v_A(t)$  é dada por:

$$v_A(t) = V_A \sin(2\pi f_A t), \quad (49)$$

onde  $f_A = 20$  Hz. Como será visto,  $v_A(t)$  é utilizada para realizar um processo de controle de

fase óptica, a qual é independente da tensão aplicada à piezocerâmica do atuador piezoelétrico, para garantir que a equação (48) seja sempre satisfeita.

**Figura 8** – (a) Sinal fotodetectado  $v_{FD}(t)$ . (b) Amostras de  $v_{FD}(t)$ . (c)  $v_M(t)$  distorcida sincronizada com a aquisição de  $v_{FD}(t)$ . (d) Sinal de relógio utilizado para sincronização.



Fonte: do próprio autor.

Logo, a equação (46) pode ser reescrita como:

$$\phi_P(t) = \pi \frac{v_M(t)}{V_\pi} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A t), \quad (50)$$

e, quando (48) é satisfeita, nos pontos de aquisição, (50) é dada por:

$$\phi_P(t) = \pm \frac{\pi}{4} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A t). \quad (51)$$

O sinal  $v_{FD}(t)$  é adquirido a uma taxa de amostragem  $f_S = 2f_M = 60$  kHz. Para o sistema funcionar, a aquisição de  $v_{FD}(t)$  deve estar sincronizada com a geração de  $v_M(t)$  de modo que as amostras de  $v_{FD}(t)$  sejam adquiridas duas vezes por cada período de  $v_M(t)$ . Assim, uma amostra de  $v_{FD}(t)$  é adquirida quando  $v_M(t) = +V_M$  e a outra quando  $v_M(t) = -V_M$ . Essa sincronização, ilustrada na Figura 8, pode ser feita gerando um sinal de relógio (Figura 8(d)) com frequência de  $f_S = 60$  kHz. Portanto, as amostras de  $v_{FD}(t)$  (Figura 8(a)-(b)) e  $v_M(t)$  (Figura 8(c)) são simultaneamente adquiridas e geradas, respectivamente, durante as bordas de subida (*rising edges*) do sinal de relógio. Após a sincronização, o sinal fotodetectado adquirido em múltiplos inteiros  $n$  do período de amostragem  $T_S = f_S^{-1}$ ,  $v_{FD}(nT_S)$ , é dado por:

$$v_{FD}(nT_S) = A \left\{ 1 + V \cos \left[ +\frac{\pi}{4} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A nT_S) + \phi_{PZT}(nT_S) + \phi_Q(nT_S) \right] \right\}, \quad (52)$$

quando  $v_M(nT_S) = +V_M = +\frac{V_\pi}{4}$ , para  $n = 2k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $k \geq 0$ , e

$$v_{FD}(nT_S) = A \left\{ 1 + V \cos \left[ -\frac{\pi}{4} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A nT_S) + \phi_{PZT}(nT_S) + \phi_Q(nT_S) \right] \right\}, \quad (53)$$

quando  $v_M(nT_S) = -V_M = -\frac{V_\pi}{4}$ , para  $n = 2k + 1$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $k \geq 0$ .

Como pode ser observado em (52) e (53),  $v_M(t)$  permite obter dois sinais a partir de  $v_{FD}(t)$ , os quais têm uma frequência de amostragem de  $f_S/2 = 30$  kHz e, então, têm uma frequência máxima de 15 kHz. Como será discutido, após a normalização, esses dois sinais irão gerar a Figura 9.

Os sinais adquiridos das equações (52) e (53) não assumem valores simultaneamente desde que suas amostras são adquiridas alternadamente. Certamente,  $v_M(nT_S) = +V_M$  quando  $n$  é um inteiro par e  $v_M(nT_S) = -V_M$  quando  $n$  é um inteiro ímpar. Assim, ambos os sinais são submetidos a um processo de interpolação, no qual, para cada sinal, três amostras são criadas entre duas amostras existentes. Logo, a frequência de amostragem de ambos os sinais agora é igual a 120 kHz. Além disso, dado que as amostras são adquiridas alternadamente a uma taxa  $f_S = 60$  kHz, é necessário atrasar um dos sinais interpolados por um tempo  $T_S$  em relação ao

outro a fim de obter dois sinais que estão sempre em quadratura de fase. Este procedimento é mostrado na vista em detalhe da Figura 9.

Após os processos de interpolação e atraso de amostras, os sinais resultantes, definidos como  $v_1[n]$  e  $v_2[n]$ , são dados por:

$$v_1[n] = A \left\{ 1 + V \cos \left[ \frac{\pi}{4} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A n T'_S) + \phi_{PZT}(n T'_S) + \phi_Q(n T'_S) \right] \right\} \quad (54)$$

e

$$v_2[n] = A \left\{ 1 + V \sin \left[ \frac{\pi}{4} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A n T'_S) + \phi_{PZT}(n T'_S) + \phi_Q(n T'_S) \right] \right\}, \quad (55)$$

onde  $T'_S = T_S/2$  é o novo período de amostragem.

O termo constante  $A$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$A = \frac{v_{FD \max} + v_{FD \min}}{2}, \quad (56)$$

sendo  $v_{FD \max}$  e  $v_{FD \min}$  os valores máximo e mínimo de  $v_{FD}(n T_S)$ , respectivamente. Logo, subtraindo  $A$  de  $v_1[n]$  e  $v_2[n]$ , obtém-se os sinais  $x_1[n]$  e  $x_2[n]$ , respectivamente, os quais são dados por:

$$x_1[n] = AV \cos(\Omega(n T'_S)), \quad (57)$$

e

$$x_2[n] = AV \sin(\Omega(n T'_S)), \quad (58)$$

sendo

$$\Omega(n T'_S) = \frac{\pi}{4} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A n T'_S) + \phi_{PZT}(n T'_S) + \phi_Q(n T'_S). \quad (59)$$

Os sinais  $x_1[n]$  e  $x_2[n]$  estão em quadratura, então,  $(x_1[n], x_2[n])$  são os pontos de um círculo de raio  $AV$  como segue:

$$x_1^2[n] + x_2^2[n] = (AV)^2. \quad (60)$$

A variação da fase óptica em tempo discreto  $\Omega(n T'_S)$  pode ser obtida utilizando o método de multiplicação cruzada. Sejam  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  as representações no domínio do tempo contínuo de  $x_1[n]$  e  $x_2[n]$ , respectivamente, com  $t = n T'_S$ . Logo, suas derivadas em relação ao tempo são dadas por:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -AV \frac{d\Omega(t)}{dt} \sin(\Omega(t)), \quad (61)$$

e

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = AV \frac{d\Omega(t)}{dt} \cos(\Omega(t)), \quad (62)$$

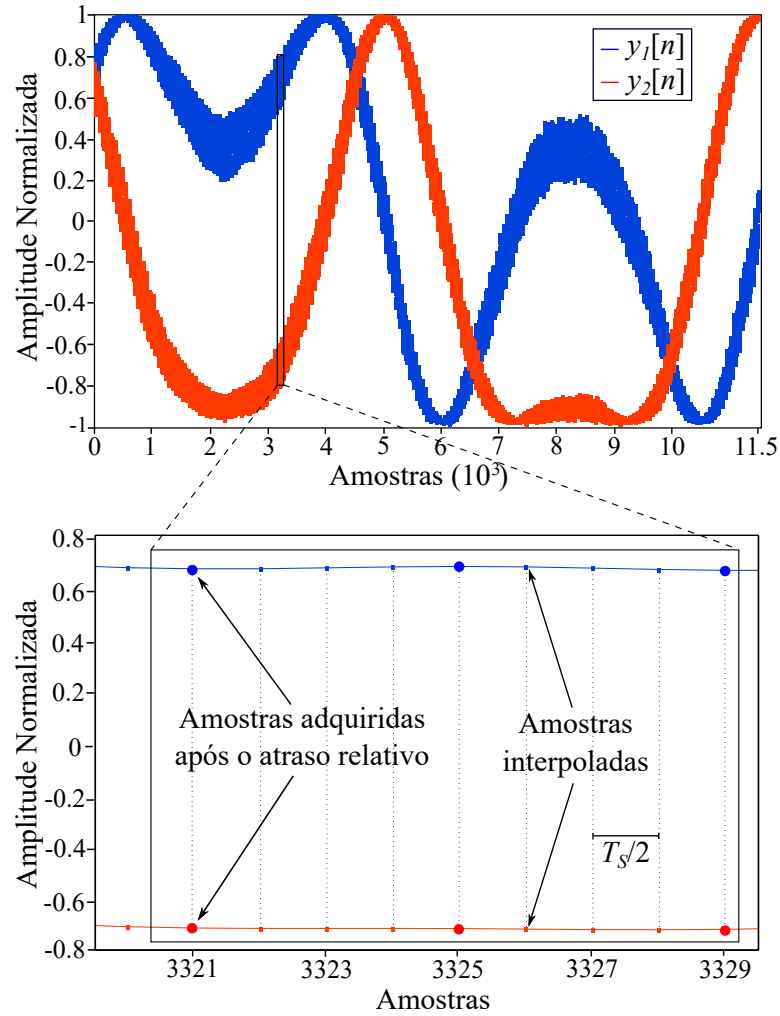
então:

$$x_1(t) \frac{dx_2(t)}{dt} - x_2(t) \frac{dx_1(t)}{dt} = (AV)^2 \frac{d\Omega(t)}{dt}. \quad (63)$$

Levando em conta (60) e (63), a derivada de  $\Omega(t)$  em relação ao tempo pode ser obtida como:

$$\frac{d\Omega(t)}{dt} = \frac{x_1(t) \frac{dx_2(t)}{dt} - x_2(t) \frac{dx_1(t)}{dt}}{x_1^2(t) + x_2^2(t)}. \quad (64)$$

**Figura 9** – Sinais normalizados  $y_1[n]$  e  $y_2[n]$ . A ampliação apresenta as amostras interpoladas e as originais.



**Fonte:** do próprio autor.

Logo,  $\Omega(nT'_S)$  pode ser obtida integrando (64) e, de acordo com (59), consiste do termo constante  $\pi/4$ , a fase quase-estática  $\phi_Q(nT'_S)$ , o termo de baixa frequência  $\pi V_A/V_\pi \sin(2\pi f_A nT'_S)$  e a variação da fase óptica  $\phi_{PZT}(nT'_S)$ . Para evitar interferência entre a banda de baixa frequência e a banda de operação do atuador piezoelétrico, as medições de deslocamento ficaram limitadas a frequências superiores a 500 Hz. Portanto, é possível obter  $\phi_{PZT}(nT'_S)$  a partir de  $\Omega(nT'_S)$  utilizando um filtro passa-altas. Em particular, neste trabalho, a frequência de corte deste filtro

é 100 Hz. A fase filtrada, definida como  $\Omega_f(nT'_S)$ , permite determinar  $\phi_{PZT}(nT'_S)$  como segue:

$$\phi_{PZT}(nT'_S) \approx \Omega_f(nT'_S). \quad (65)$$

Assim, o método de demodulação apresentado é genérico, sendo capaz de demodular sinais periódicos com formas de onda arbitrárias. Porém, dado que o principal interesse neste trabalho é obter as magnitudes das respostas em frequência de atuadores piezoelétricos, o caso particular de sinais senoidais será considerado a seguir.

A equação (60) pode ser normalizada calculando o termo  $AV$  a partir de (57) ou (58). Então, tem-se:

$$AV = \frac{x_{1\max} + x_{1\min}}{2}, \quad (66)$$

onde  $x_{1\max}$  e  $x_{1\min}$  são, respectivamente, os valores máximo e mínimo de  $x_1[n]$ . Uma vez que o termo  $AV$  é calculado, os dois sinais normalizados, os quais são mostrados na Figura (9), são dados por:

$$y_1[n] = \frac{x_1[n]}{AV} = \cos(\Omega(nT'_S)), \quad (67)$$

e

$$y_2[n] = \frac{x_2[n]}{AV} = \sin(\Omega(nT'_S)). \quad (68)$$

De acordo com (67) e (68), a figura de Lissajous correspondente aos pontos  $(y_1[n], y_2[n])$  é um círculo de raio unitário, mostrado na Figura 10, dado que:

$$y_1^2[n] + y_2^2[n] = 1. \quad (69)$$

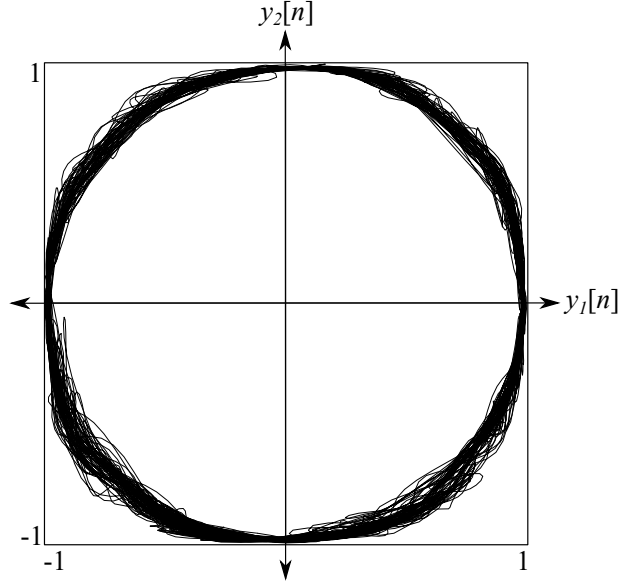
Neste ponto, embora o método de demodulação funcione corretamente e seja immune ao desvanecimento do sinal interferométrico causado por variações aleatórias de  $\phi_Q(t)$ , na prática, o ruído eletrônico devido ao amplificador e aos processos de conversão analógico-digital, ADC (do inglês, *analog-to-digital converter*), e digital-analógico, DAC (do inglês, *digital-to-analog converter*), pode causar variações do valor de  $V_M$ , invalidando (48), e assim, o método descrito não pode ser realizado adequadamente. Consequentemente, é necessário um processo de controle para manter  $V_M = V_\pi/4$ . Dessa forma, o controle permite a correta demodulação da variação da fase óptica  $\phi_{PZT}(nT'_S)$ .

Quando o atuador piezoelétrico opera em sua região linear, a variação da fase óptica  $\phi_{PZT}(t)$  é proporcional à tensão senoidal  $v_{PZT}(t)$ . Então,  $\phi_{PZT}(t)$  pode ser escrita como:

$$\phi_{PZT}(t) = \phi_{PZT} \sin(\omega_{PZT}t), \quad (70)$$

sendo  $\omega_{PZT} = 2\pi f_{PZT}$  a frequência angular de operação do atuador piezoelétrico,  $f_{PZT}$  a frequência de operação e  $\phi_{PZT}$  a máxima fase óptica.

**Figura 10** – Figura de Lissajous experimental dos pontos  $(y_1[n], y_2[n])$ .



**Fonte:** do próprio autor.

Definindo-se  $\phi_{L1}(t)$  e  $\phi_{L2}(t)$  como as fases ópticas de baixa frequência:

$$\phi_{L1}(t) = \frac{\pi}{4} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A t) + \phi_Q(t), \quad (71)$$

e

$$\phi_{L2}(t) = -\frac{\pi}{4} + \pi \frac{V_A}{V_\pi} \sin(2\pi f_A t) + \phi_Q(t). \quad (72)$$

Utilizando (70), (71) e (72), as equações (57) e (58) podem ser reescritas como:

$$x_1[n] = AV \cos(\phi_{L1}(nT'_S) + \phi_{PZT} \sin(\omega_{PZT} nT'_S)), \quad (73)$$

e

$$x_2[n] = AV \cos(\phi_{L2}(nT'_S) + \phi_{PZT} \sin(\omega_{PZT} nT'_S)). \quad (74)$$

Dado que (73) e (74) são sinais modulados em fase, eles podem ser expandidos como séries de funções de Bessel de primeira espécie:

$$\begin{aligned} x_1[n] = AV \cos(\phi_{L1}(nT'_S)) & \left[ J_0(\phi_{PZT}) + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{2m}(\phi_{PZT}) \cos(2m\omega_{PZT} nT'_S) \right] \\ & - AV \sin(\phi_{L1}(nT'_S)) 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{2m-1}(\phi_{PZT}) \sin((2m-1)\omega_{PZT} nT'_S), \end{aligned} \quad (75)$$

e

$$x_2[n] = AV \cos(\phi_{L2}(nT'_S)) \left[ J_0(\phi_{PZT}) + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{2m}(\phi_{PZT}) \cos(2m\omega_{PZT}nT'_S) \right] \\ - AV \sin(\phi_{L2}(nT'_S)) 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{2m-1}(\phi_{PZT}) \sin((2m-1)\omega_{PZT}nT'_S). \quad (76)$$

De (75), o espectro de frequências de  $x_1[n]$  consiste do espectro do termo modulado em fase  $AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L1}(nT'_S))$  e as bandas laterais de alta frequência centradas em múltiplos inteiros de  $f_{PZT}$ . Similarmente, de (76), o espectro de  $x_2[n]$  consiste do espectro do termo modulado em fase  $AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L2}(nT'_S))$  seguido pelas bandas laterais de alta frequência centradas em múltiplos inteiros de  $f_{PZT}$ . Além disso, os termos modulados em fase  $AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L1}(nT'_S))$  e  $AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L2}(nT'_S))$  também podem ser expandidos em séries de funções de Bessel de primeira espécie. Assim, levando em conta (71) e (72), tem-se:

$$AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L1}(nT'_S)) = AVJ_0(\phi_{PZT})\cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi_Q(nT'_S)\right) \\ \times \left[ J_0\left(\pi \frac{V_A}{V_\pi}\right) + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{2m}\left(\pi \frac{V_A}{V_\pi}\right) \cos(2m\omega_A nT'_S) \right] \\ - AVJ_0(\phi_{PZT})\sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi_Q(nT'_S)\right) 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{2m-1}\left(\pi \frac{V_A}{V_\pi}\right) \sin((2m-1)\omega_A nT'_S), \quad (77)$$

e

$$AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L2}(nT'_S)) = AVJ_0(\phi_{PZT})\cos\left(-\frac{\pi}{4} + \phi_Q(nT'_S)\right) \\ \times \left[ J_0\left(\pi \frac{V_A}{V_\pi}\right) + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{2m}\left(\pi \frac{V_A}{V_\pi}\right) \cos(2m\omega_A nT'_S) \right] \\ - AVJ_0(\phi_{PZT})\sin\left(-\frac{\pi}{4} + \phi_Q(nT'_S)\right) 2 \sum_{m=1}^{+\infty} J_{2m-1}\left(\pi \frac{V_A}{V_\pi}\right) \sin((2m-1)\omega_A nT'_S), \quad (78)$$

onde  $\omega_A = 2\pi f_A$ .

De (77) e (78), dado que  $f_A = 20$  Hz, as primeiras dez componentes espectrais de  $AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L1}(nT'_S))$  e  $AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L2}(nT'_S))$  estão contidas na faixa de frequências entre 0 e 200 Hz. Então, sem uma perda significativa dos seus espectros de frequência,  $x_1[n]$ , assim como  $x_2[n]$ , podem ser filtrados por um filtro passa-baixa tipo Butterworth e frequência de corte de 200 Hz. Por conseguinte, os sinais filtrados  $x_{1f}[n]$  e  $x_{2f}[n]$  podem ser dados pelas primeiras parcelas de (75) e (76), respectivamente:

$$x_{1f}[n] \approx AVJ_0(\phi_{PZT})\cos(\phi_{L1}(nT'_S)), \quad (79)$$

e

$$x_{2f}[n] \approx AVJ_0(\phi_{PZT}) \cos(\phi_{L2}(nT'_S)). \quad (80)$$

Levando em conta (71) e (72), a equação (80) pode ser reescrita como:

$$x_{2f}[n] \approx AVJ_0(\phi_{PZT}) \sin(\phi_{L1}(nT'_S)). \quad (81)$$

As equações (79) e (81) podem ser normalizadas calculando o termo constante  $AVJ_0(\phi_{PZT})$  a partir de  $x_{1f}[n]$  ou de  $x_{2f}[n]$  da mesma forma que  $AV$  foi calculado em (66). Então:

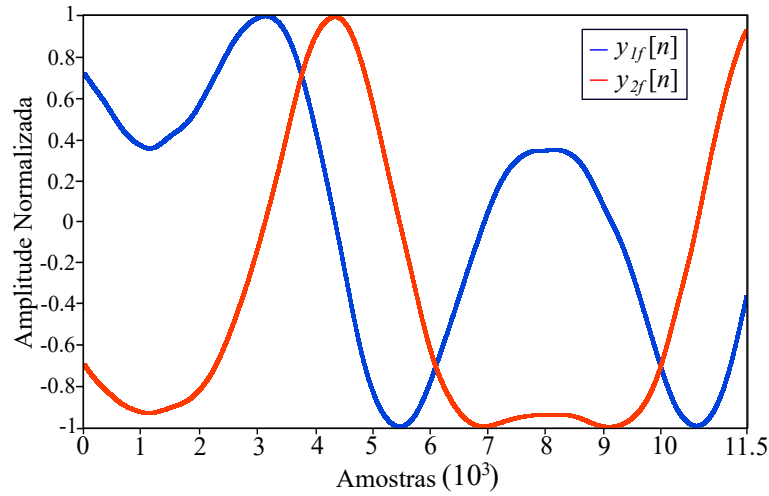
$$y_{1f}[n] = \frac{x_{1f}[n]}{AVJ_0(\phi_{PZT})} = \cos(\phi_{L1}(nT'_S)), \quad (82)$$

e

$$y_{2f}[n] = \frac{x_{2f}[n]}{AVJ_0(\phi_{PZT})} = \sin(\phi_{L1}(nT'_S)). \quad (83)$$

Esses dois sinais são mostrados na Figura 11, na qual pode-se observar que as componentes de alta frequência foram removidas pelos filtros passa-baixa.

**Figura 11** – Sinais filtrados  $y_{1f}[n]$  e  $y_{2f}[n]$ .



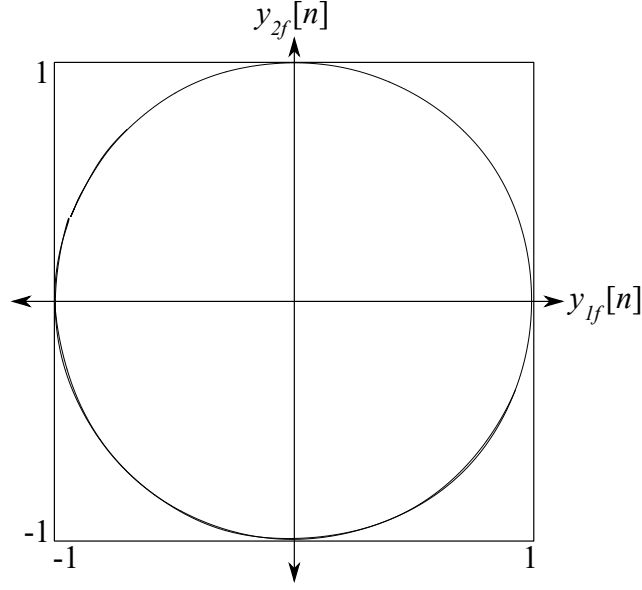
**Fonte:** do próprio autor.

Uma figura de Lissajous experimental, quando a equação (48) é satisfeita, dos pontos  $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$  é apresentada na Figura 12.

Por outro lado, quando (48) não é satisfeita,  $v_M(t)$  tem uma amplitude  $V'_M = V_\pi/4 + \Delta v_M$ , sendo  $\Delta v_M$  a variação de  $V'_M$  do valor ideal  $V_\pi/4$ . Então, levando em conta (46),  $v_M(t)$  não induz mais uma variação da fase óptica de  $\pi/4$ . Em vez disso, haverá um erro de fase  $\delta$  de modo que:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} = \pi \frac{V_\pi/4 + \Delta v_M}{V_\pi}, \quad (84)$$

**Figura 12** – Figura de Lissajous experimental dos pontos  $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$ .



**Fonte:** do próprio autor.

logo:

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta v_M}{V_\pi}. \quad (85)$$

Portanto, uma variação  $\Delta v_M$  da amplitude de  $v_M(t)$  induz uma variação de fase  $\delta$  entre  $y_{1f}[n]$  e  $y_{2f}[n]$ . Então, neste caso, as equações (82) e (83) podem ser reescritas como:

$$y_{1f}[n] = \cos\left(\phi_{L1}(nT'_S) + \frac{\delta}{2}\right), \quad (86)$$

e

$$y_{2f}[n] = \sin\left(\phi_{L1}(nT'_S) - \frac{\delta}{2}\right). \quad (87)$$

Pode-se mostrar, como segue, que a figura de Lissajous dos pontos  $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$  não é mais um círculo de raio unitário, mas em vez disso, é uma elipse. Para mostrar isso, observe-se que de (86) e (87),  $y_{1f}^2[n]$ ,  $y_{1f}[n]y_{2f}[n]$  e  $y_{2f}^2[n]$  são dados por:

$$\begin{aligned} y_{1f}^2[n] = & \cos^2(\phi_{L1}(nT'_S)) \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + \sin^2(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ & - 2\sin(\phi_{L1}(nT'_S)) \cos(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta}{2}\right), \quad (88) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{2f}^2[n] = & \sin^2(\phi_{L1}(nT'_S)) \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + \cos^2(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ & - 2\sin(\phi_{L1}(nT'_S)) \cos(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta}{2}\right), \quad (89) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 y_{1f}[n]y_{2f}[n] = & \cos(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin(\phi_{L1}(nT'_S)) \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \\
 & + \cos(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \\
 & - \cos^2(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) - \sin^2(\phi_{L1}(nT'_S)) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta}{2}\right), \quad (90)
 \end{aligned}$$

então:

$$y_{1f}^2[n] + y_{2f}^2[n] + 2y_{1f}[n]y_{2f}[n] \sin \delta = \cos^2 \delta. \quad (91)$$

A equação (91) corresponde a uma elipse com seus eixos rotacionados no plano  $(y_{1f}, y_{2f})$ . Somente quando  $\delta = 0$ , a elipse torna-se um círculo. A fim de calcular o ângulo de rotação  $\beta$  da elipse, quando  $\delta \neq 0$ , a seguinte transformação do sistema de coordenadas é realizada:

$$y_{1f}[n] = y'_{1f}[n] \cos \beta - y'_{2f}[n] \sin \beta, \quad (92)$$

e

$$y_{2f}[n] = y'_{1f}[n] \sin \beta + y'_{2f}[n] \cos \beta, \quad (93)$$

onde  $(y'_{1f}[n], y'_{2f}[n])$  são os pontos da elipse em relação ao novo sistema de coordenadas. Então, substituindo (92) e (93) em (91) tem-se:

$$\begin{aligned}
 (1 + 2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta) y'^2_{1f}[n] + (1 - 2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta) y'^2_{2f}[n] \\
 + 2 \sin \delta \cos 2\beta y'_{1f}[n] y'_{2f}[n] = \cos^2 \delta, \quad (94)
 \end{aligned}$$

logo:

$$2 \sin \delta \cos 2\beta = 0, \quad (95)$$

para não haver rotação de eixos no sistema  $(y'_{1f}[n], y'_{2f}[n])$ .

Porém, o erro de phase  $\delta$  é diferente de zero quando (48) não é satisfeita, portanto:

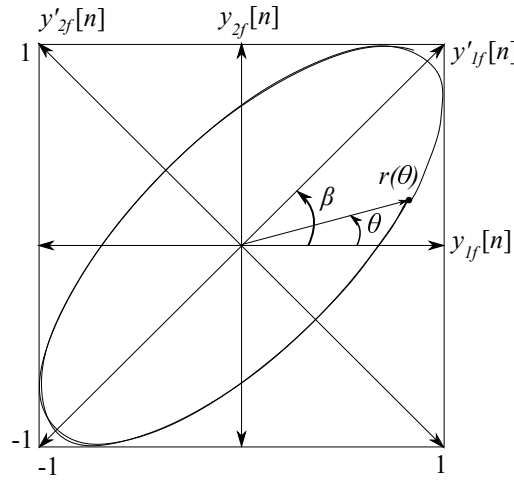
$$\beta = \frac{\pi}{4}, \quad (96)$$

e

$$(1 + \sin \delta) y'^2_{1f}[n] + (1 - \sin \delta) y'^2_{2f}[n] = \cos^2 \delta. \quad (97)$$

Em outras palavras, quando (48) não é satisfeita, a figura de Lissajous dos pontos  $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$ , a qual é mostrada na Figura 13, é uma elipse com seus eixos rotacionados de  $\pi/4$  rad.

**Figura 13** – Figura de Lissajous experimental dos pontos  $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$  quando (48) não é satisfeita.



**Fonte:** do próprio autor.

Para obter uma expressão equivalente de  $\delta$ , o sinal de erro  $E(\delta)$  é definido como a diferença entre as médias dos quadrados das magnitudes dos vetores  $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$  dos quadrantes ímpares e dos quadrantes pares. Para um vetor dado  $(y_{1f}[n], y_{2f}[n])$ , o quadrado da sua magnitude é dado por:

$$r^2[n] = y_{1f}^2[n] + y_{2f}^2[n]. \quad (98)$$

Devido ao fato que o valor de  $f_A$  (20 Hz) é pequeno comparado ao valor da frequência de amostragem de  $x_1[n]$  e  $x_2[n]$  (120 kHz), é possível tomar um grande número de pontos  $(x_{1f}[n], x_{2f}[n])$ , especificamente  $120 \times 10^3 / 20 = 6 \times 10^3$  pontos, por cada ciclo de  $v_A(t)$ . Logo, cada ponto da elipse pode ser determinado pelo ângulo  $\theta$  e a equação (98) pode ser reescrita como:

$$r^2(\theta) = y_{1f}^2(\theta) + y_{2f}^2(\theta), \quad (99)$$

sendo que  $y_{1f}(\theta)$  e  $y_{2f}(\theta)$  satisfazem (91) e são dados por:

$$y_{1f}(\theta) = \cos\left(\theta + \frac{\delta}{2}\right) \quad (100)$$

e

$$y_{2f}(\theta) = \sin\left(\theta - \frac{\delta}{2}\right). \quad (101)$$

Então, (99) pode ser reescrita como:

$$r^2(\theta) = 1 - \sin 2\theta \sin \delta, \quad (102)$$

e as médias de  $r^2(\theta)$  podem ser aproximadas utilizando integrais definidas, como segue:

$$\overline{r^2}_{odd} = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\pi/2} r^2(\theta) d\theta + \int_{\pi}^{3\pi/2} r^2(\theta) d\theta \right), \quad (103)$$

e

$$\overline{r^2}_{even} = \frac{2}{\pi} \left( \int_{\pi/2}^{\pi} r^2(\theta) d\theta + \int_{3\pi/2}^{2\pi} r^2(\theta) d\theta \right), \quad (104)$$

onde  $\overline{r^2}_{odd}$  e  $\overline{r^2}_{even}$  são, respectivamente, as médias dos quadrados das magnitudes dos vetores dos quadrantes ímpares e dos quadrantes pares. Portanto, o sinal de erro  $E(\delta)$  é dado por:

$$E(\delta) = \overline{r^2}_{odd} - \overline{r^2}_{even}. \quad (105)$$

Substituindo (102) em (103) e (104), tem-se:

$$\overline{r^2}_{odd} = 2 - \frac{4}{\pi} \sin \delta, \quad (106)$$

e

$$\overline{r^2}_{even} = 2 + \frac{4}{\pi} \sin \delta, \quad (107)$$

então, de (105),  $E(\delta)$  é dado por:

$$E(\delta) = -\frac{8}{\pi} \sin \delta. \quad (108)$$

Para o caso particular quando  $\delta \approx 0$ ,  $E(\delta)$  é proporcional ao erro de fase  $\delta$ :

$$E(\delta) \approx -\frac{8}{\pi} \delta. \quad (109)$$

As equações (108) e (109) são apresentadas na Figura 14. O sinal de controle  $v_C$  é introduzido para compensar  $\Delta v_M$  de maneira que  $V'_M$  atinja seu valor ideal  $V_\pi/4$ . Assim, em malha fechada,  $V'_M$  é redefinida como:

$$V'_M = \frac{V_\pi}{4} + \Delta v_M + v_C, \quad (110)$$

e, por semelhança com (85),  $\delta$  agora é dado por:

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta v_M + v_C}{V_\pi}, \quad (111)$$

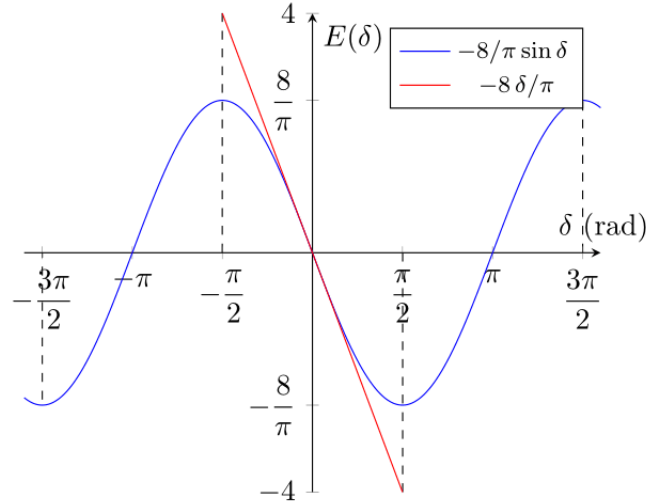
de tal modo que  $\delta = 0$  quando  $v_C = -\Delta v_M$ .

Substituindo (111) em (109), tem-se a expressão do sinal de erro  $E$  em malha fechada:

$$E = -16 \frac{\Delta v_M + v_C}{V_\pi}. \quad (112)$$

O diagrama de blocos do controle PI de fase óptica é mostrado na Figura 15. O sinal  $v_C$  é obtido como a saída de um bloco proporcional-integral, PI (do inglês, *proportional-integral*), e compensa o distúrbio  $\Delta v_M$ .

**Figura 14** – Sinal de erro  $E(\delta)$  como uma função do erro de fase  $\delta$ .



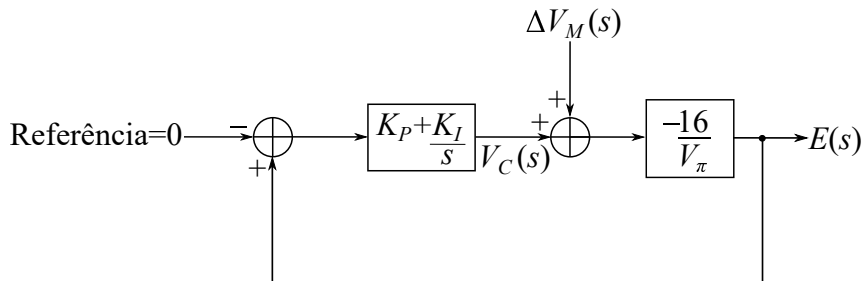
**Fonte:** do próprio autor.

Porém, (112) e, conseqüentemente, o controle da fase óptica assumem que  $\Delta v_M$  varia lentamente no tempo de maneira que o atraso introduzido pelo método de demodulação seja desprezível. Sob essas considerações, o controle é descrito em termos de transformada de Laplace, da seguinte forma:

$$E(s) = -\frac{16}{V_\pi} \left[ \Delta V_M(s) + \left( K_P + \frac{K_I}{s} \right) E(s) \right], \quad (113)$$

sendo  $K_P$  e  $K_I$  os ganhos proporcional e integral, respectivamente.

**Figura 15** – Diagrama de blocos do controle PI da fase óptica.



**Fonte:** do próprio autor.

A equação (113) pode ser reescrita como:

$$E(s) = \frac{-A_1 s}{s + A_2} \Delta V_M(s), \quad (114)$$

onde:

$$A_1 = \frac{16 \frac{K_I}{V_\pi}}{1 + 16 \frac{K_P}{V_\pi}}, \quad (115)$$

e

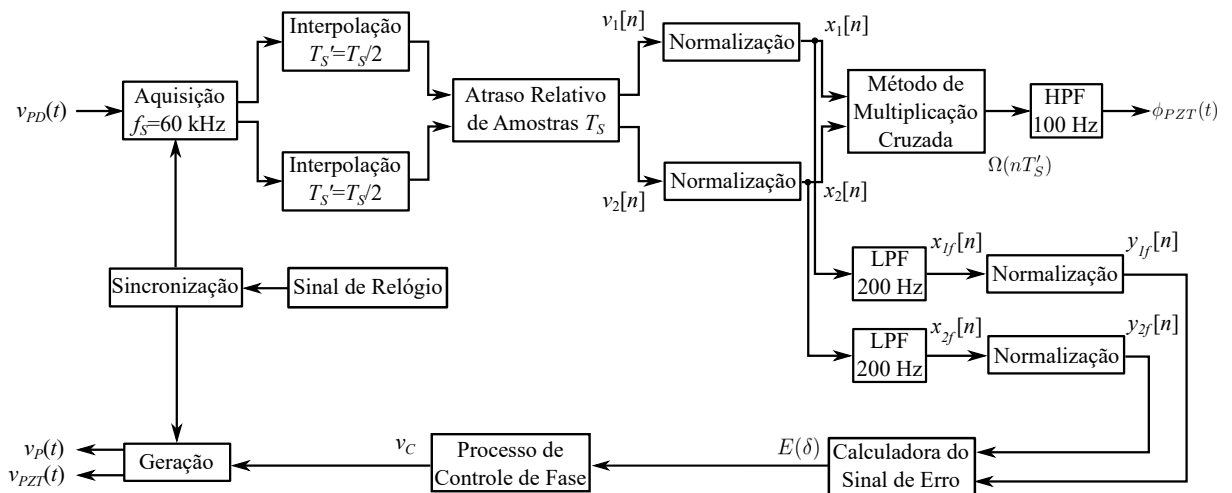
$$A_2 = \frac{16 \frac{K_I}{V_\pi}}{1 + 16 \frac{K_P}{V_\pi}}. \quad (116)$$

De (114), e dado que  $K_P$  e  $K_I$  assumem valores positivos, o pólo do bloco de controle é  $-A_2 < 0$ . Portanto, o sistema é localmente estável. Para obter o valor de  $E(\delta)$  em estado estacionário, a variação lenta de  $\Delta v_M$  é modelada como uma constante desconhecida  $A_3$ . Então, aplicando o teorema do valor final (OGATA, 2001) ao sinal de erro  $E(\delta)$ , tem-se:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(\delta(t)) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-A_1 A_3 s}{s + A_2} = 0. \quad (117)$$

Isto mostra que  $E(\delta)$  pode ser utilizado para obter um sinal de controle  $v_C$ , o qual compensa  $\Delta v_M$ .  $E(\delta) = 0$  é um ponto de equilíbrio localmente estável. Em outras palavras,  $\delta = 0$  é um ponto de operação estável. Por exemplo, se  $\Delta v_M > 0$ , quando  $-\pi/2 < \delta < 0$ ,  $E(\delta) > 0$  de modo que a saída do controlador  $v_C$  ( $v_C < -\Delta v_M$ ) aumenta até  $\delta \approx 0$ . Por outro lado, quando  $0 < \delta < \pi/2$ , então,  $E(\delta) < 0$ , por conseguinte  $v_C$  ( $v_C > -\Delta v_M$ ) diminui para garantir  $\delta \approx 0$ . Algo semelhante ocorre quando  $\Delta v_M < 0$ .

**Figura 16** – Diagrama de blocos do método de demodulação da fase óptica.



**Fonte:** do próprio autor.

Os parâmetros  $K_P$  e  $K_I$  foram sintonizados experimentalmente. Desta maneira,  $v_A(t)$  permite a operação de um controle da fase óptica, o qual é independente de  $v_{PZT}(t)$ . Este

processo de controle fornece robustez ao sistema, pois é capaz de trabalhar na presença de ruído eletrônico, variações do ganho do amplificador e do valor de  $V_{\pi}$ . Levando em conta (64), o método de multiplicação cruzada faz com que o sistema seja imune às variações de  $AV$ , ou seja, variações na visibilidade de franjas ou na responsividade do fotodetector. Além disso, de (65), pode-se observar que o método de demodulação da fase óptica é imune ao desvanecimento do sinal interferométrico causado por variações aleatórias de  $\phi_Q(t)$ . O diagrama de blocos do método de demodulação é apresentado na Figura 16.

No seguinte capítulo serão apresentados os resultados experimentais obtidos com o vibrômetro proposto.

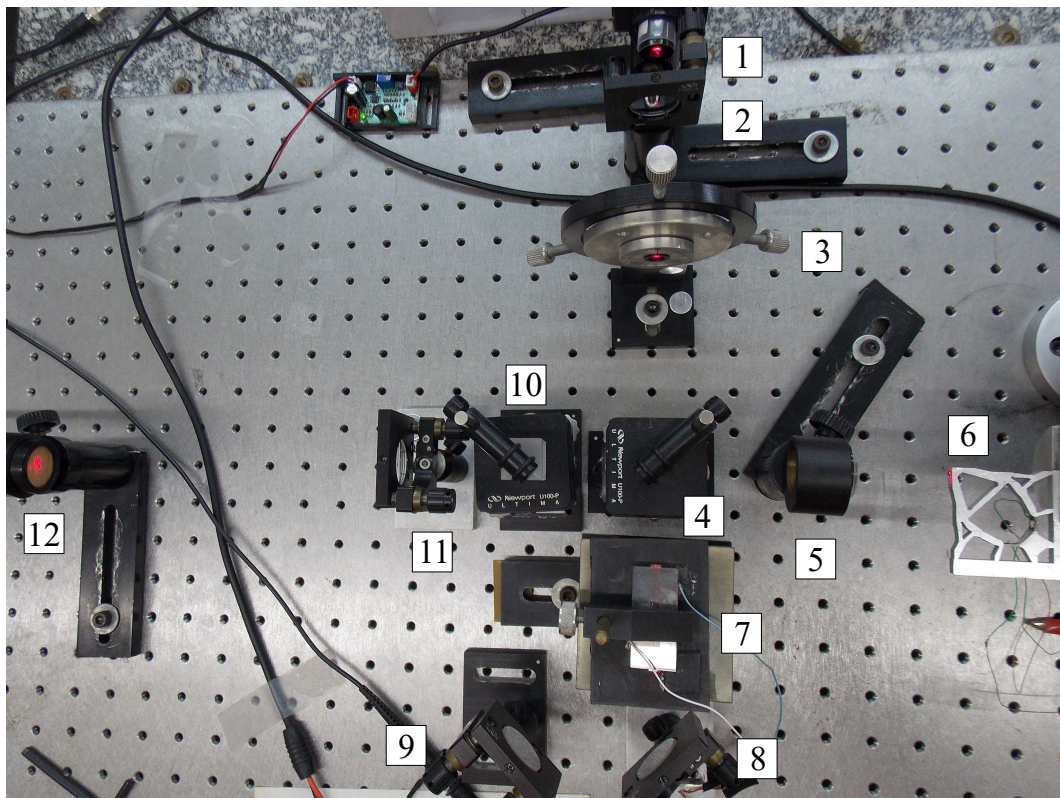
## 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo é apresentado o vibrômetro implementado no LOE. O vibrômetro proposto tem como objetivo medir a variação da fase óptica  $\phi_{PZT}(t)$  causada pela vibração do atuador piezoelétrico sob estudo quando uma tensão  $v_{PZT}(t)$  é aplicada.

### 4.1 ARRANJO EXPERIMENTAL

O vibrômetro proposto é apresentado na Figura 17.

**Figura 17** – Montagem experimental do OV.



Fonte: do próprio autor.

Os materiais utilizados e especificados pelos números de 1 a 12 na Figura 17 correspondem à:

- 1) Diodo laser (Mitsubishi, ML101J18) com  $\lambda = 658$  nm e potência de saída de 100 mW.
- 2) Lente colimadora.

- 3) Polarizador vertical.
- 4) Divisor de feixes neutro com razão 50/50.
- 5) Lente expansora.
- 6) Atuador piezoelétrico.
- 7) Célula Pockels.
- 8) Espelho plano
- 9) Espelho plano.
- 10) Divisor de feixes neutro com razão 50/50.
- 11) Lente expansora.
- 12) Fotodetector tipo PIN (Thorlabs, PDA55).

#### 4.2 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO VIBRÔMETRO

Para que as medições da resposta em frequência do OV sejam independentes do atuador piezoelétrico sob estudo, uma tensão adicional, definida como  $v_i(t)$ , é aplicada à célula Pockels, e  $v_{PZT}(t) = 0$ , o que implica que o atuador piezoelétrico agora se comporta como um espelho fixo (ver Figura 7). Para obter a resposta em frequência do sistema, a frequência da entrada senoidal  $v_i(t)$  varia dentro da largura de banda de interesse: entre 500 Hz e 15 kHz. A amplitude de  $v_i(t)$  foi ajustada para  $V_\pi/8$  devido a limitações de tensão da placa USB-6211. Em vez de (47),  $v_P(t)$  agora é dada por:

$$v_P(t) = v_M(t) + v_A(t) + v_i(t), \quad (118)$$

sendo:

$$v_i(t) = V_i \sin(2\pi f_i t), \quad (119)$$

onde  $V_i$  e  $f_i$  são a amplitude e a frequência de  $v_i(t)$ , respectivamente. Então, (46) pode ser reescrita como:

$$\phi'_P(t) = \pi \frac{v_M(t)}{V_\pi} + \pi \frac{v_A(t)}{V_\pi} + \pi \frac{v_i(t)}{V_\pi}. \quad (120)$$

Já que  $\phi_{PZT}(t) = 0$ , em vez de (44), a variação total da fase óptica agora é dada por:

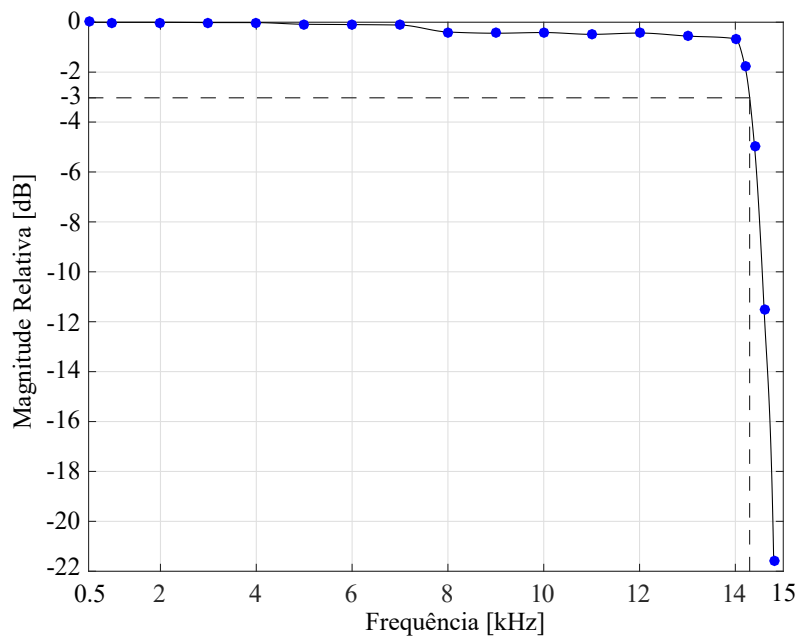
$$\Phi(t) = \phi'_P(t) + \phi_Q(t), \quad (121)$$

e utilizando (50) e (120), tem-se:

$$\Phi(t) = \phi_P(t) + \pi \frac{v_i(t)}{V_\pi} + \phi_Q(t). \quad (122)$$

Assim, variando  $f_i$  entre 500 Hz e 15 kHz, a fase óptica induzida por  $v_i(t)$  é demodulada pelo sistema, e, desta maneira, sua resposta em frequência é obtida para essa largura de banda. A resposta em frequência normalizada é apresentada na Figura 18. Pode-se observar que a largura de banda (-3 dB) do OV é, aproximadamente, 13,8 kHz (entre 500 Hz e 14,3 kHz).

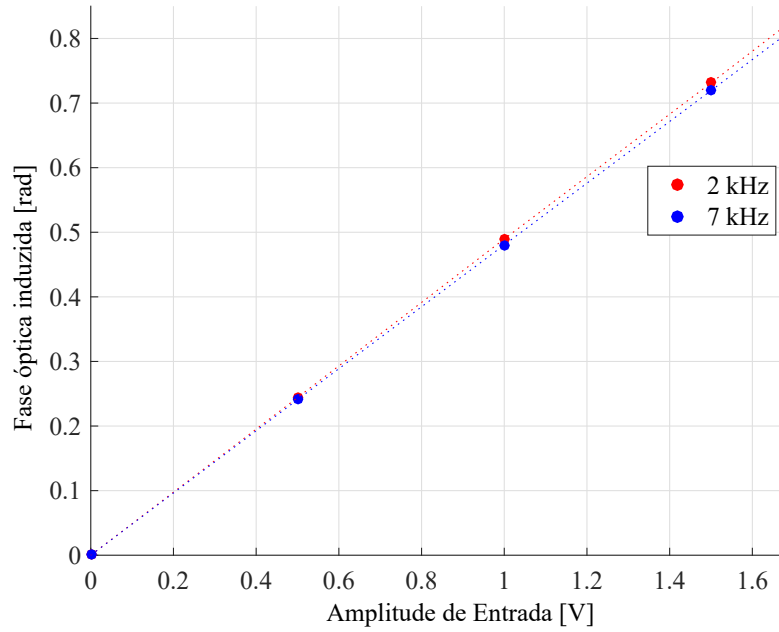
**Figura 18** – Resposta em frequência normalizada do sistema.



**Fonte:** do próprio autor.

A linearidade do sistema foi verificada variando a amplitude de  $v_i(t)$  para várias frequências entre 500 Hz e 14,3 kHz, e demodulando a correspondente fase óptica induzida. Em particular, para as frequências 2 kHz e 7 kHz, os resultados são mostrados na Figura 19.

**Figura 19** – Fase óptica demodulada como uma função da amplitude de  $v_i(t)$  para 2 kHz e 7 kHz.



**Fonte:** do próprio autor.

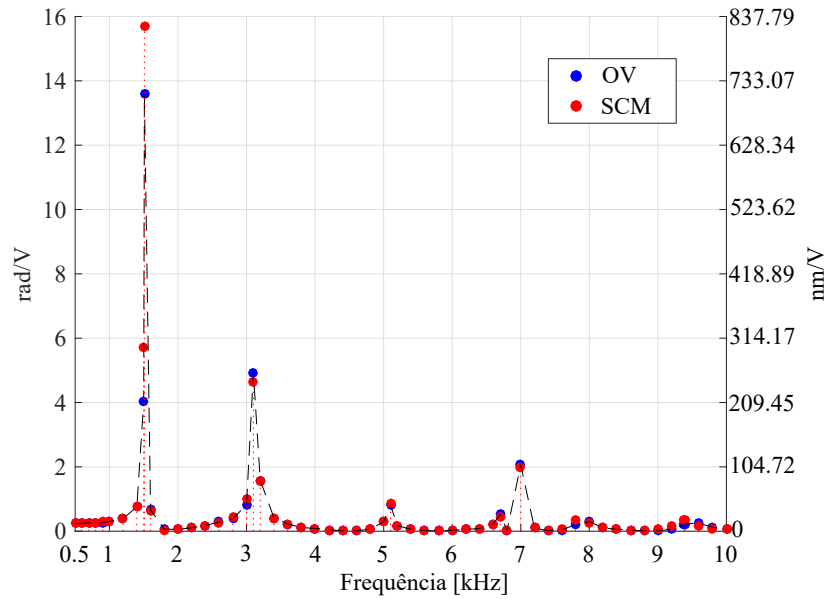
#### 4.3 MAGNITUDE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO ATUADOR PIEZOELÉTRICO APFM-XY

Como uma aplicação do OV, a tensão  $v_{PZT}(t)$  foi aplicada apenas à piezocerâmica  $P_{1X}$  (ver Figura 1) e a variação da fase óptica  $\phi_{PZT}(t)$  devido à vibração direta de APFM-XY foi medida. As medições foram feitas para as frequências entre 500 Hz e 10 kHz. Para cada frequência, uma relação entrada-saída foi medida, obtendo, desta forma, a magnitude da resposta em frequência. Dado que, a operação do OV começa quando (48) não é satisfeita, apenas as medições obtidas quando  $\delta \approx 0$  foram consideradas. Em particular, as medições foram salvas para pós-processamento somente quando  $E(\delta) \leq 0,03\%$ . Os resultados foram validados pelo SCM (do inglês, *Signal Coincidence Method*, Método de coincidência de sinais) (ISO-16063-11, 1999; ISO-16063-41, 2011) e são mostrados na Figura 20. Uma vez conhecida a variação da fase  $\phi_{PZT}(t)$ , o deslocamento mecânico  $\Delta l(t)$  pode ser calculado utilizando (UDD; SPILLMAN, 2011):

$$\Delta l(t) = \lambda \frac{\phi_{PZT}(t)}{4\pi}, \quad (123)$$

sendo  $\lambda = 658$  nm, como é apresentado no eixo vertical no lado direito da Figura 20. As frequências de ressonância medidas pelo OV foram as mesmas obtidas pelo SCM: 1510 Hz, 3100 Hz e 5100 Hz e 7000 Hz.

**Figura 20** – Magnitude da resposta em frequência do atuador piezoelétrico APFM-XY obtida pelo OV e pelo SCM.

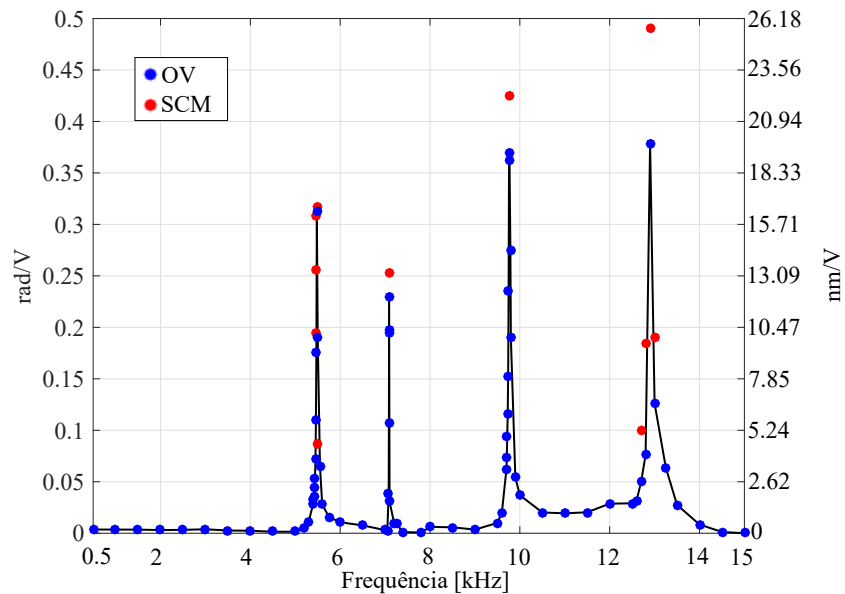


Fonte: do próprio autor.

#### 4.4 MAGNITUDE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO ATUADOR PIEZOELÉTRICO XY05B

Para o atuador piezoelétrico XY05B, o movimento direto devido à aplicação da tensão  $v_{PZT}(t)$  na piezocerâmica  $P_{2X}$  (ver Figura 2) foi medido. Assim, a variação da fase óptica  $\phi_{PZT}(t)$  foi medida para as frequências entre 500 Hz e 14,5 kHz.

**Figura 21** – Magnitude da resposta em frequência do atuador piezoelétrico XY05B obtida pelo OV e pelo SCM.

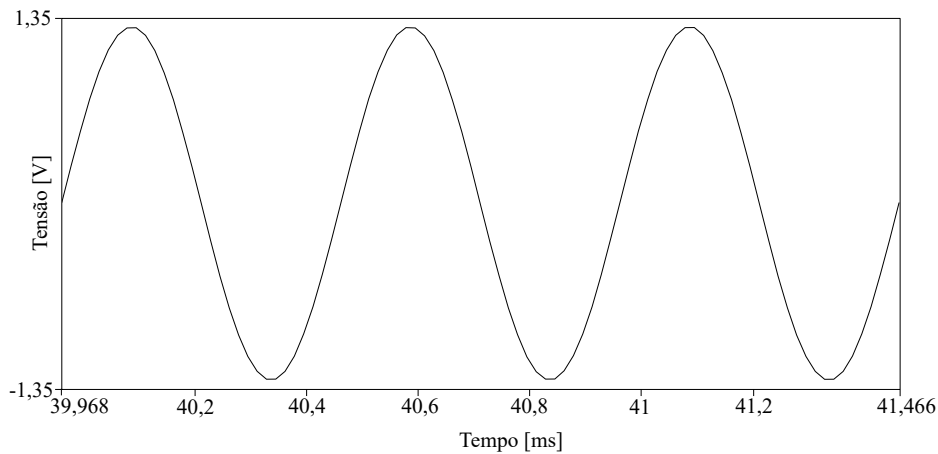


Fonte: do próprio autor.

Da mesma forma que para o APFM-XY, os resultados foram validados pelo SCM e são apresentados na Figura 21. Como pode ser observado da magnitude da resposta em frequência, a proporção entre a variação da fase óptica demodulada  $\phi_{PZT}(t)$  e a tensão aplicada  $v_{PZT}(t)$  é muito menor que os valores obtidos para o atuador APFM-XY. Em particular, a máxima magnitude medida pelo OV para o atuador XY05B foi de 0,38 rad/V, enquanto para o APFM-XY foi 13,58 rad/V. Isto dificulta a aplicação do SCM, pois tensões elevadas são necessárias para obter um sinal interferométrico adequado. Portanto, o SCM foi aplicado apenas em torno das frequências de ressonância onde a relação assume valores mais altos. As medições mostram que as frequências de ressonância são, aproximadamente, 5480 Hz, 7089 Hz, 9760 Hz e 12900 Hz.

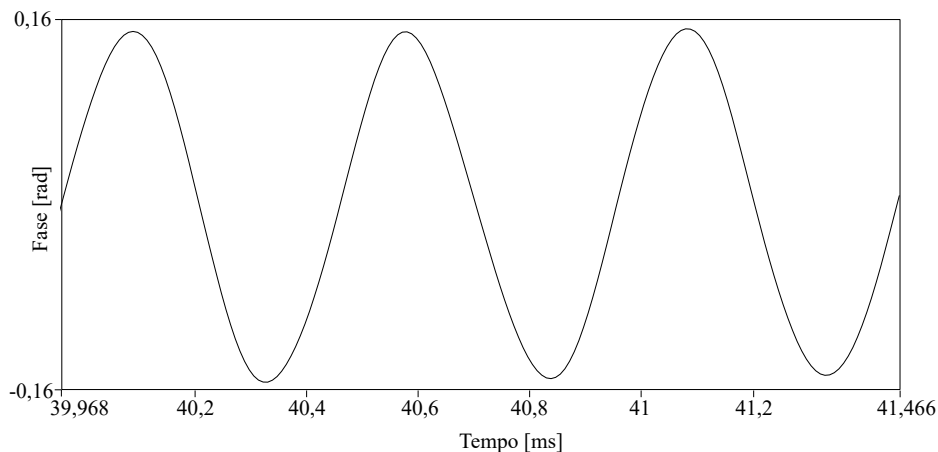
Nas Figuras 22 e 23 são apresentadas a tensão aplicada à piezocerâmica  $P_{2X}$  do atuador piezoelétrico XY05B e a variação da fase óptica demodulada  $\phi_{PZT}(t)$ , respectivamente, para uma frequência de 5400 Hz.

**Figura 22** – Tensão  $v_{PZT}(t)$  com uma frequência de 5400 Hz aplicada ao atuador piezoelétrico XY05B.



Fonte: do próprio autor.

**Figura 23** – Fase óptica demodulada  $\phi_{PZT}(t)$ .



Fonte: do próprio autor.

## 5 CONCLUSÕES

Um método inovador de detecção de fase óptica, aplicado à medição de deslocamentos nanométricos foi proposto, modelado e testado experimentalmente com sucesso no laboratório. O método utiliza um interferômetro de Michelson homódino simples, levemente modificado, para acomodar um modulador de fase óptica baseado na célula Pockels no seu braço de referência. Um diodo laser de baixo custo foi empregado em vez do amplamente utilizado laser de He – Ne, e já que as dimensões físicas do primeiro são muito pequenas em comparação o segundo, a possibilidade de reduzir o tamanho do interferômetro é interessante.

A célula Pockels foi modulada pela tensão de modulação principal de modo que dois sinais em quadratura podem ser obtidos a partir de uma única saída interferométrica. Isso possibilitou a medição precisa da fase óptica de interesse, mesmo sob operação com grande profundidade de modulação, utilizando a técnica de multiplicação cruzada.

No entanto, como é sabido, a tensão de meia-onda da célula Pockels varia levemente com a temperatura ambiente, afastando o interferômetro da condição de quadratura de fase. Assim, um sistema de controle PI foi proposto para estabilizar o interferômetro, o qual é robusto e localmente estável. O método de demodulação funciona sob ruído eletrônico e variações indesejáveis da tensão de meia-onda da célula Pockels e do ganho do amplificador. Uma função analítica do sinal de erro  $E(\delta)$  foi proposta, a qual está baseada na análise da figura de Lissajous dos dois sinais a serem levados para a quadratura de fase. Isso leva a uma expressão que exhibe um comportamento linear em relação ao erro de fase  $\delta$  em torno do ponto de operação desejado. Além disso, para o controle da fase óptica funcionar, o valor exato da tensão de meia-onda não é necessário.

Além da tensão de modulação principal, uma tensão de modulação auxiliar foi introduzida para: a) permitir que o sistema defina a frequência da tensão auxiliar. As únicas duas restrições são que, primeiro, essa frequência deve estar distante da largura de banda de operação do atuador piezoelétrico para evitar *aliasing* na filtragem antes do controle. Segundo, essa frequência deve assumir valores (cerca de 20 Hz) para maximizar a quantidade de pontos para o processo de controle; b) realizar uma filtragem pré-controle e, depois disso, desenvolver um controle da fase óptica independente da entrada para manter o interferômetro na condição de quadratura; c) obter a resposta em frequência do sistema, aplicando uma entrada senoidal à célula Pockels

com um espelho fixo no braço sensor do interferômetro, ou seja, sem sinal aplicado ao atuador piezoelétrico.

A resposta em frequência do OV tem uma frequência de corte de 13,8 kHz e é linear, ou seja, a razão entre a fase óptica demodulada e a amplitude de entrada permanece constante nesta largura de banda. Em geral, a entrada do sistema pode ser qualquer sinal periódico, porém, para obter a característica entrada-saída do atuador piezoelétrico, sinais senoidais foram utilizados.

O método de demodulação é imune ao desvanecimento do sinal fotodetectado devido a variações aleatórias da fase quase-estática  $\phi_Q(t)$ . Além disso, o método de demodulação é auto-consistente, ou seja, o termo  $AV$  em (43) pode ser obtido do próprio sinal fotodetectado, e não há necessidade de introduzi-lo externamente no processo de demodulação. Consequentemente, o sistema é imune à variação dos parâmetros do interferômetro como a visibilidade de franjas e a responsividade do fotodetector.

## REFERÊNCIAS

- ABBOT, B. P.; LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration *et al.* Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. **Physical Review Letters**, New York, v. 116, p. 1-16, 2016.
- BHAGAT, U.; SHIRINZADEH, B.; TIAN, Y.; ZHANG, D. Experimental analysis of laser interferometry-based robust motion tracking control of a flexure-based mechanism. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 10, n. 2, p. 267-275, 2013.
- BOSSE, H.; WILKENING G. Developments at PTB in nanometrology for support of the semiconductor industry. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 16, p. 2155-2166, 2005.
- CARBONARI, R. C.; NADER, G.; NISHIWAKI, S.; SILVA, E. C. N. Experimental and numerical characterization of multi-actuated piezoelectric device designs using topology optimization. **Proceedings of SPIE**, San Diego, v. 5764, p. 472-481, 2005.
- CARBONARI, R. C.; SILVA, E. C. N.; NISHIWAKI, S. Design of piezoelectric multi-actuated microtools using topology optimization. **Smart Materials and Structures**, New York, v. 14, p. 1431-1447, 2005.
- CHANDRA, V.; TIWARI, U.; DAS, B. Elimination of light intensity noise using dual-channel scheme for fiber MZI-based FBG sensor interrogation. **IEEE Sensors Journal**, New York, v. 16, n. 8, p. 1431-2436, 2016.
- CHANG, T.; LANG, J.; SUN, W.; CHENG, J.; YU, M.; GAO W.; CUI, H. Phase compensation scheme for fiber-optic interferometric vibration demodulation. **IEEE Sensors Journal**, New York, v. 17, n. 22, p. 7448-7453, 2017.
- DE ALBA, R.; WALLIN, C. B.; HOLLAND, G.; KRYLOV, S.; ILIC, B. R. Absolute deflection measurements in a micro- and nano-electromechanical Fabry-Pérot interferometry system. **J. Appl. Phys.**, New York, v. 126, p. 1-13, 2019.
- DENG, W.; LI, H.; ZHANG, C.; WANG, P. Optimization of detection accuracy of closed-loop optical voltage sensors based on Pockels effect. **Sensors**, Basel, v. 17, p. 1-13, 2017.
- DONAZZAN, A. *et al.* Characterization of a nanometer displacement gauge for the dimensional control of large optomechanical structures. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 68, n. 4, p. 1165-1177, 2019.
- FELÃO, L. H. V.; MARTIN, R. I.; SAKAMOTO, J. M. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; KITANO C. Wide dynamic range quadrature interferometer with high-gain approach and sliding mode control. **Optics Express**, Washington, v. 27, p. 25031-25045, 2019.

- GALETI, J. H.; BERTON, P. L.; KITANO, C.; HIGUTI, R. T.; CARBONARI, R. C.; SILVA, E. C. N. Wide dynamic range homodyne interferometry method and its application for piezoactuator displacement measurements. **Applied Optics**, New York, v. 52, p. 6919-6030, 2013.
- GALETI, J. H.; HIGUTI, R. T.; SILVA, E. C. N.; KITANO, C. Nanodisplacement measurements of piezoelectric flextensional actuators using a new interferometry homodyne method. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 64, p. 1256-1265, 2015.
- GAO, Z.; ZHOU, B.; LI, C.; WEI, Q.; ZHANG, R. Self-calibration of angular position sensors by signal flow networks. **Sensors**, Basel, v. 18, p. 1-18, 2018.
- GAO, Q.; HE, M.; LU, X.; ZHANG, C.; CHENG, T. Simple and high-performance stick-slip piezoelectric actuator based on an asymmetrical flexure hinge driving mechanism. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 30, p. 2125-2134, 2019.
- HAO, G.; YU, J. Design, modeling and analysis of a completed-decoupled XY compliant parallel manipulator. **Mechanism and Machine Theory**, Elmsford, v. 102, p. 179-195, 2016.
- HE, Z.; CUI, J.; TAN, J.; BIAN, X.; JIANG, W. Discrete fringe phase unwrapping algorithm based on Kalman motion estimation for highspeed I/Q-interferometry. **Optics Express**, Washington, v. 26, n. 7, p. 8699-8708, 2018.
- HO, S.; JAN, S. A piezoelectric motor for precision positioning applications. **Precision Engineering**, Guildford, v. 4, p. 285-293, 2016.
- ISO-16063-11. International Standard, Methods for the calibration of vibration and shock transducers - part 11: Primary vibration calibration by laser interferometry. **ISO 16063-11**, Dez. 1999.
- ISO-16063-41, International Standard, Methods for the calibration of vibration and shock transducers - part 41: Calibration of laser vibrometers. **ISO 16063-41**, Ag. 2011.
- JING, Z.; XU, M.; WU, T.; TIAN, Z. Development of a tilt-positioning mechanism driven by flextensional piezoelectric actuators. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 87, p. 1-12, 2016.
- KIM, Y.; DAGALAKIS, N. G.; CHOI, Y. Optical fiber Fabry-Pérot micro-displacement sensor for MEMS in-plane motion stage. **Microelectronic Engineering**, Amsterdam, v. 187-188, p. 6-13, 2018.
- LI, H.; LIU, L.; LIN, Z.; WANG, Q.; WANG, X.; FENG, L. Double closed-loop control of integrated optical resonance gyroscope with meansquare exponential stability. **Optics Express**, Washington, v. 26, n. 2, p. 1145-1160, 2018.
- LIU, P.; YANG, P. A new model analysis approach for bridge-type amplifiers supporting nano-stage design. **Mechanism and Machine Theory**, Elmsford, v. 99, p. 176-188, 2016.
- MARÇAL, L. A. P.; LEÃO, J. V. F.; NADER, G.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SILVA E. C. N. Analysis of nonlinearity and frequency response of a novel piezoelectric flextensional actuator using a homodyne interferometer and the  $J_1 - J_4$  method. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 56, p. 954-961, 2007.

- MARTIN, R. I.; SAKAMOTO, J. M. S.; TEIXEIRA, M. C. M.; MARTINEZ, G. A.; PEREIRA, F. C.; KITANO, C. Nonlinear control system for optical interferometry based on variable structure control and sliding modes. **Opt. Express**, Washington, v. 25, n. 6, p. 6335-6348, 2017.
- MICHELSON, A. A.; MORLEY, E. W. On the relative motion of the earth and of the luminiferous ether. **American Journal of Science**, New Haven, v. 34, n. 203, p. 333-345, 1887.
- NYE, J. F. **Physical Properties of Crystals - Their Representation by Tensors and Matrices**, Oxford Press, 1957.
- OGATA, K. **Modern Control Engineering**, 4. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- PISANI, M. *et al.* Comparison of the performance of the next generation of optical interferometers. **Metrologia**, Bristol, v. 4, p. 455-467, 2012.
- POŽAR, T.; MOŽINA, J. Enhanced ellipse fitting in a two-detector homodyne quadrature laser interferometer. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 22, p. 1-8, 2011.
- SAATHOF, R.; THIER, M.; HAINISCH, R.; SCHITTER, G. Integrated system and control design of a one DoF nano-metrology platform. **Mechatronics**, Oxford, v. 47, p. 88-96, 2017.
- SANIKHANI, H.; AKBARI J. Design and analysis of an elliptical-shaped linear ultrasonic motor. **Sensors and Actuators A: Physical**, Lausanne, v. 278, p. 67-77, 2018.
- SILVA, E. C. N.; NISHIWAKI, S.; KIKUCHI, N. Topology optimization design of flextensional actuators. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, Piscataway, v. 47, p. 657-671, 2000.
- SILVA, E. C. N.; NADER, G.; SHIRAHIGE, A. B.; ADAMOWSKI, J. C. Characterization of novel flextensional actuators designed by using topology optimization method. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 14, p. 297-308, 2003.
- SILVA, E. C. N. Topology optimization applied to the design of linear piezoelectric motors. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 14, p. 309-322, 2003.
- TAHMASEBPOUR, M.; SANGCHAP, M. A novel high performance integrated two-axis inchworm piezoelectric motor. **Smart Materials and Structures**, New York, v. 29, p. 1-14, 2020.
- THEIN, M.; SASAKI, O. Exact and real-time vibration measurements with a laser interferometer using a feedback control system. **Continuum**, Washington, v. 2, n. 3, p. 595-602, 2019.
- UDD, E.; SPILLMAN, W. B. **Fiber Optic Sensors: An Introduction for Engineers and Scientists**, 2. ed., New York, NY, USA: Wiley, Oct. 2011.
- VU, T.; HIGUCHI, M.; AKETAGAWA, M. Accurate displacement-measuring interferometer with wide range using an  $I_2$  frequency-stabilized laser diode based on sinusoidal frequency modulation. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 17, p. 1-10, 2016.
- WANG, Y.; XIE, F.; WANG, H.; XU, H.; HAN, F. Dual heterodyne and light-amplifying fiber Mach-Zehnder interferometers for on-line displacement measurement of low reflectivity objects. **Optics and Laser Technology**, Surrey, v. 123, p. 1-8, 2020.

WATCHI, J.; COOPER, S.; DING, B.; MOW-LOWRY, C. M.; COLLETE, C. Contributed review: A review of compact interferometers. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 89, p. 1-18, 2018.

XIE, J.; YAN, L.; CHEN, B.; LOU, Y. Extraction of carrier phase delay of nonlinear errors compensation of PGC demodulation in an SPM interferometer. **Journal of Lightwave Technology**, Piscataway, v. 37, n. 13, p. 3422-3430, 2019.

YARIV, A.; YEH, P. **Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation**, New York, NY, USA: Wiley, Jan. 1983.