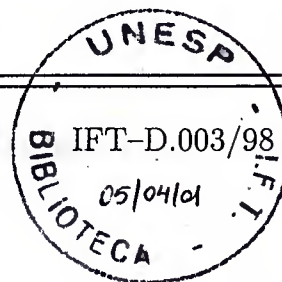


IFT

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO



OK

Medidas Precisas do Modelo Padrão e Interações de
Quatro Férmions

André Gusso

Orientador

Prof. Dr. Sérgio Ferraz Novaes



Abril de 1998

Agradecimentos

Agradeço à minha família, especialmente a meus pais Diógenes Silmar Gusso e Leonilda Gusso, pelo apoio que sempre me deram.

Ao meu orientador, Sérgio Ferraz Novaes, por compartilhar comigo a sua experiência e conhecimentos acumulados ao longo de anos de estudo e trabalho.

À M. C. Gonzalez-Garcia pela colaboração com o nosso trabalho.

Aos colegas no IFT, pelas discussões concernentes à física que praticamos e também pelos muitos momentos de descontração propiciados e que são tão necessários à nossa vida.

Aos meus amigos Artur F. M. N. Hoff e Elisângela F. Manfra e Rosalba da Costa.

A todos os professores que auxiliaram em minha formação acadêmica.

Aos funcionários do IFT, especialmente ao Alexandre e à Marina.

Ao “seu” Antônio (*in memorian*), por quebrar tantos galhos.

À FAPESP que fomentou meu trabalho durante os dois anos de sua duração.

Resumo

Estabelecemos limites sobre uma interação de contato geral de quatro férmions, a partir de medidas precisas de parâmetros eletrofracos. Calculamos a contribuição a nível de um loop para a largura leptônica do Z , momento magnético anômalo, momento magnético anômalo eletrofraco e para os momentos dipolares elétrico e eletrofraco dos léptons, afim de extrair limites para escala de energia dessas interações efetivas.

Palavras-chaves: Modelo Padrão, Correções Radiativas, Interações de Quatro Férmions, Momento Magnético Anômalo e Momento Dipolar Elétrico.

Áreas de conhecimento: 1.05.03.02-1 e 1.05.03.03-0.

Abstract

We establish constraints on a general four-fermion contact interaction from precise measurements of electroweak parameters. We compute the one-loop contribution for the leptonic Z width, anomalous magnetic, weak-magnetic, electric and weak dipole moments of leptons in order to extract bounds on the energy scale of these effective interactions.

Key words: Standard Model, Radioactive Corrections, Four Fermi Contact Interactions, Anomalous Magnetic Moment and Dipolar Electric Moment.

Conteúdo

Introdução	1
1 O Modelo Padrão	4
1.1 A Lagrangeana Clássica	5
1.2 A Geração de Massa	7
1.3 Quantização da Teoria	15
2 Cálculo das Correções Radiativas a Nível de um Loop no Modelo Padrão	19
2.1 Introdução	19
2.2 Auto-energia dos Bósons Vetoriais	21
2.3 Auto-energia dos Férmions.	25
2.4 Correções ao Vértice	27
2.5 Condições de Renormalização	28
2.6 Parâmetros Oblíquos e Medidas Precisas.	31
3 Comentários Acerca da Presente Situação do Modelo Padrão	36
3.1 Introdução	36
3.2 Os Eventos do HERA com Alto Q^2	40
4 Interações de Quatro Férmions	48
4.1 Introdução	48
4.2 O Método das Lagrangeanas Efetivas	52
4.2.1 Aspectos Formais do Método	53

4.2.2	Aplicação das Lagrangeanas Efetivas	57
4.3	Lagrangeana Geral de Quatro Férmions	61
4.3.1	Propriedades	62
4.3.2	Efeitos a Nível de Árvore	64
5	Contribuições das Interações de Quatro Férmions a Nível de um Loop	66
5.1	Análise e Resultados	66
5.2	Limites de Medidas Precisas	80
5.2.1	$\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$	80
5.2.2	Momentos Magnéticos Anômalos	83
5.2.3	Momentos Dipolares Elétricos e Eletrofracos	85
	Conclusão	89
	Apêndices	91
A	Redução de Integrais Tensoriais para Integrais Escalares	92
A.1	As Integrais Escalares.	97
A.1.1	Parametrização de Feynman.	97
A.1.2	Regularização Dimensional.	98
B	Propriedades das Lagrangeanas de quatro férmions sob as Transformações de Paridade, Conjugação de Carga e Inversão Temporal	104
C	O FeynCalc e os Cálculos em um Loop	108
	Bibliografia	121

Introdução

O Modelo Padrão é uma teoria com invariância local de gauge sob o produto direto dos grupos $SU(2) \times U(1)$. Temos, em uma única e concisa teoria, a descrição das forças fraca e eletromagnética. Além disso, a teoria possui um setor responsável pela quebra espontânea da simetria, a qual acaba por gerar as massas de três bósons vetoriais e de todos os férmions, mantendo ao mesmo tempo a invariância de gauge. Ainda, bósons de Goldstone remanescentes da quebra de simetria e *ghosts* resultantes do processo de quantização da teoria, podem complicar os cálculos envolvendo loops (dependendo do gauge adotado).

Atualmente, tornou-se muito difícil falar de física além do Modelo Padrão sem falar em correções radiativas. Isto porque o modelo já foi testado experimentalmente com uma tal precisão, que tornou-se necessário levar em conta contribuições a nível de loops, para que seja possível comparar suas previsões teóricas com os dados experimentais sem incorrer em grandes erros [1]. Cálculos das contribuições de diagramas a nível de um loop gerados a partir do Modelo Padrão, vem sendo feitos há muito tempo [2, 3]. As medidas extremamente precisas de certas observáveis do Modelo Padrão são sensíveis aos efeitos de novas interações ou novas partículas pesadas, que podem não se manifestar a nível de árvore, mas contribuem através de diagramas a nível de um loop. Várias teorias e modelos de física além do Modelo Padrão já tiveram suas contribuições a nível de um loop calculadas e comparadas com o experimento. Muitas delas já foram descartadas, mas outros continuam viáveis. Para auxiliar na investigação dos efeitos de nova física, foi introduzida uma parametrização adequada quando os efeitos previstos contribuem predominantemente através de diagramas de polarização do vácuo; tratam-se dos parâmetros oblíquos [4], largamente empregados na atualidade.

De um modo geral, a medida que mais experiências são realizadas, maior é o grau de

confirmação das previsões do Modelo Padrão e menor o espaço para nova física [5]. No entanto, os detetores H1 e Zeus no HERA [6], observaram recentemente um excesso de eventos em processos de espalhamento inelástico profundo com grandes valores de momentos transferidos, envolvendo pósitrons e prótons. Este fato motivou e tem ainda motivado, uma série de trabalhos que visam a explicá-lo. Os mais ortodoxos acreditam que esta discrepância possa desaparecer com o aumento da estatística ou evocam a necessidade de rever as funções de estrutura do próton. Por outro lado, os mais criativos apelam para a possibilidade da existência de leptoquarks de 200 GeV, puramente fenomenológicos ou supersimétricos. No meio do caminho, está possibilidade de que o excesso de eventos seja o resultado de algum efeito contínuo, proveniente de contribuições de nova física presente a escalas de energia muito maiores que as energias típicas do experimento [7]. Neste último caso, evocam-se as interações de quatro férmions para parametrizar a física presente a altas energias [8].

Motivados pelo renovado interesse nas interações de quatro férmions como possível explicação para os eventos do HERA, em nosso trabalho buscamos impor limites sobre a escala da nova física capaz de gerar estas interações. Fazemos isto no capítulo 5, calculando a nível de um loop as contribuições de interações de quatro férmions [9] escalares, vetoriais e tensoriais para as observáveis físicas referidas no parágrafo anterior.

Nosso resultados finais são capazes de impor limites bastante restritivos à possibilidade de nova física a escalas de energia relativamente baixas, em especial, para certos modelos de interações escalares e tensoriais. No caso das interações vetoriais, os limites sobre a escala de nova física por nós obtidos são bastante relevantes e em muitos casos mais restritivos que aqueles obtidos por outros métodos de investigação, tal como nos anéis de colisão.

Nesse trabalho dissertamos, basicamente, a respeito do que expussemos nos parágrafos anteriores. No primeiro capítulo desta dissertação, revisamos alguns aspectos importantes do Modelo Padrão, construindo a sua lagrangeana a partir do princípio fundamental de invariância de gauge, da aplicação do conceito de quebra espontânea de simetria e do procedimento de quantização de Faddeev–Popov. No capítulo 2, tratamos das correções radiativas a nível de um loop dentro do contexto do Modelo Padrão e, brevemente, no contexto de nova física. Na

abordagem deste último caso, revisamos a definição do que são os parâmetros oblíquos. No Capítulo 3, comparamos os presentes resultados experimentais com as previsões teóricas do Modelo Padrão. Argumentamos que, apesar grau atual de confirmação do Modelo Padrão ser realmente muito grande, existem fortes argumentos que nos levam a esperar a existência de alguma teoria mais fundamental por detrás deste modelo. Esta teoria pode revelar-se através de experimentos que sondem um espectro de energias mais elevadas que as atuais (seja através do aumento da energia disponível em experimentos de colisão de partículas ou através de medidas mais precisas que acabam por serem sensíveis a nova física). Consideramos o fato de que o excesso de eventos recém detectado pelo HERA pode ser um indício de física além do Modelo Padrão, motivando o uso de interações gerais de quatro férmions. No capítulo 4, tratamos, basicamente, de interações de quatro férmions escalares, vetoriais e tensoriais; abordamos seu histórico, propriedades e efeitos a nível de árvore. No quinto capítulo, investigamos os efeitos a nível de um loop das interações de quatro férmions citadas acima. Fazê-mo-lo com o intuito de impor limites sobre a escala de nova física, capaz de gerar tais interações. Tais limites foram obtidos mediante o uso das seguintes observáveis do Modelo Padrão: a largura de decaimento do Z em léptons, momento magnético anômalo, momento magnético anômalo eletrofraco, momentos dipolares elétrico e eletrofraco dos léptons carregados. No Apêndice A, abordamos um assunto de extrema importância quando trabalhamos com correções radiativas a nível de um loop. Trata-se da redução de integrais tensoriais a integrais escalares, juntamente com as soluções analíticas destas. No Apêndice B, analisamos as propriedades das lagrangeanas de quatro férmions sob as transformações de paridade, conjugação de carga e inversão temporal. No Apêndice C, discutimos e listamos os programas que desenvolvemos para o cálculo a nível de um loop das auto-energias dos férmions e bósons vetoriais do Modelo Padrão, bem como das contribuições ao vértice do processo de decaimento $W \rightarrow f\bar{f}$. Os programas foram feitos utilizando o pacote FeynCalc [10] para Mathematica [11].

Capítulo 1

O Modelo Padrão

“Dentre todas as possíveis teorias o Modelo Padrão das interações eletrofracas é especial por várias razões; primeiro, ele é uma teoria de gauge, uma teoria de gauge não-abeliana, ademais, é uma teoria de gauge com quebra espontânea de simetria onde os campos físicos que diagonalizam a matriz de massa (o fóton e o Z) não coincide com os campos associados às componentes simples do grupo de gauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$.”

L. Baulieu [12]

Neste capítulo faremos uma breve introdução ao Modelo Padrão, desenvolvendo sua lagrangeana a partir de alguns princípios básicos e gerais.

À lagrangeana para férmions sem massa impomos a restrição de que esta seja invariante sob transformações locais do grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ [13]. Isto nos leva a uma nova lagrangeana na qual estão presentes quatro campos vetoriais, os campos de gauge associados aos geradores do grupo. A necessidade de termos bósons massivos, leva-nos à introdução de um termo à lagrangeana contendo campos escalares, responsável pela geração das massas através de um mecanismo de quebra espontânea de simetria. A massa dos férmions é gerada quando introduzimos uma lagrangeana com acoplamentos de Yukawa entre os férmions e o campo escalar responsável pela quebra de simetria. A quantização da teoria exige a fixação de gauge, o que implica no aparecimento dos *ghosts* de Fadeev-Popov.

1.1 A Lagrangeana Clássica

O primeiro passo na construção do Modelo Padrão é a escolha da representação dos campos fermiônicos. As evidências experimentais de que as correntes carregadas acoplam-se apenas a pares de partículas de mão-esquerda formados por um férmion carregado e o seu neutrino correspondente, bem como, a inexistência de neutrinos de mão-direita, levam-nos a assumir que os léptons massivos e os seus neutrinos correspondentes formam dubletos de mão-esquerda. O lépton carregado de mão-direita forma um singlete; os quarks formam dubletos de mão-esquerda e singletos de mão-direita.

Para que o Modelo Padrão seja uma teoria livre de anomalias, devemos considerar sempre famílias completas de férmions e quarks com três cores compondo uma geração[14]. Para satisfazer os critérios acima mencionados, introduzimos os seguintes campos,

$$l_{mL}^0 = \begin{pmatrix} \nu_m^0 \\ e_m^0 \end{pmatrix}_L, \quad q_{mL}^0 = \begin{pmatrix} u_m^0 \\ d_m^0 \end{pmatrix}_L, \quad e_{mR}^0, q_{mR}^0 = u_{mR}^0, d_{mR}^0, \quad (1.1)$$

onde m corresponde ao índice de família, $L(R)$ às projeções de mão-esquerda (-direita), $\psi_{L(R)} = (1 - (+)\gamma^5)\psi/2$ e o índice "0" indica que os campos são auto-estados da interação fraca, ou seja, que os campos transformam-se de acordo com representações definidas de $SU(2)$. Utilizando dos campos acima definidos, podemos escrever a lagrangeana da qual partimos como sendo,

$$\mathcal{L} = \sum_{m=1}^{n_F} (\bar{q}_{mL}^0 i \not{D} q_{mL}^0 + \bar{l}_{mL}^0 i \not{D} l_{mL}^0 + \bar{u}_{mR}^0 i \not{D} u_{mR}^0 + \bar{d}_{mR}^0 i \not{D} d_{mR}^0 + \bar{e}_{mR}^0 i \not{D} e_{mR}^0), \quad (1.2)$$

onde n_F é igual ao número de famílias e $\not{D}$ corresponde ao operador, $\gamma_\mu \partial^\mu$.

Assumimos, agora, que toda teoria fundamental deva basear-se no princípio da invariância local de gauge. O grupo que utilizamos é o $SU(2)_L \times U(1)_Y$, onde o índice L indica que a ação do operador associado a simetria $SU(2)$ age apenas nos dubletos de mão-esquerda.

As transformações locais de gauge correspondentes à hipercarga fraca (U_1) e ao isospin fraco (U_2) são

$$U_1 = \exp \left[-i \frac{g'}{2} Y \theta(x) \right], \quad U_2 = \exp \left[-i \frac{g}{2} \vec{\alpha}(x) \cdot \vec{\tau} \right], \quad (1.3)$$

onde Y corresponde ao operador de hipercarga, $\vec{\tau}$ aos geradores do grupo $SU(2)$ na representação fundamental e onde θ e $\vec{\alpha}$ são parâmetros livres, dependentes de x , as coordenadas

espaço temporais.

Os campos fermiônicos transformam-se como,

$$L' = U_2 U_1 L, \quad R' = U_1 R, \quad (1.4)$$

onde L e R denotam campos de mão-esquerda e de mão-direita, respectivamente. Estes campos pertencem a diferentes representações dos operadores U_2 e U_1 ; representação bidimensional ou dubleto para L e unidimensional para R . A lagrangeana da Eq. (1.2) não é invariante sob as transformações da Eq. (1.4). Podemos construir uma lagrangeana que seja invariante, a partir da Eq. (1.2), se adicionarmos a ela certos campos vetoriais com determinada propriedade de transformação, bem como redefinirmos as derivadas covariantes D_μ [8, 15].

A lagrangeana invariante sob $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é composta pelos campos fermiônicos já considerados e por mais três campos vetoriais (campos de gauge) associados aos três geradores do grupo $SU(2)$, W_μ^1, W_μ^2 e W_μ^3 e um campo de gauge associado ao gerador do grupo $U(1)$, B_μ . A nova lagrangeana fermiônica, $\mathcal{L}_f$, é obtida de $\mathcal{L}$ substituindo-se D_μ por,

$$D_\mu L = \left[\partial_\mu + ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a + i \frac{g'}{2} Y B_\mu \right] L \text{ e } D_\mu R = \left[\partial_\mu + i \frac{g'}{2} Y B_\mu \right] R \quad (1.5)$$

Uma vez que os fatores dos grupos de gauge $SU(2)$ e $U(1)$ comutam entre si, eles podem ter diferentes constantes de acoplamento, as quais denominamos g e g' .

A $\mathcal{L}_f$ adicionamos $\mathcal{L}_G$, lagrangeana que contém os termos cinéticos associados aos novos campos de gauge;

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (1.6)$$

com,

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g \epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \quad B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (1.7)$$

A lagrangeana final, $\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G$ é invariante sob a ação dos operadores U_2 e U_1 , desde que a transformação dos campos fermiônicos seja acompanhada de uma transformação de gauge dos campos de gauge. Considerando transformações infinitesimais, a lagrangeana é invariante sob o seguinte conjunto de transformações simultâneas,

$$\begin{aligned}
U_1 &= 1 - i\frac{g'}{2}Y\theta(x), \quad \theta(x) \rightarrow 0, \\
U_2 &= 1 - i\frac{g}{2}\vec{\alpha}(x) \cdot \vec{\tau}, \quad \alpha^a(x) \rightarrow 0, \\
B'_\mu &= B_\mu + \partial_\mu\theta, \\
W_\mu^{a'} &= W_\mu^a + \partial_\mu\alpha^a + g\epsilon^{abc}W_\mu^b\alpha^c.
\end{aligned} \tag{1.8}$$

O que temos até agora é uma lagrangeana envolvendo férmions e bósons sem massa. O princípio da invariância local de gauge, por si só, é apenas capaz de gerar uma teoria consistente envolvendo bósons de gauge não massivos. Uma vez tendo escolhido $SU(2)_L \times U(1)_Y$ como o grupo de simetria, não nos é permitido adicionar termos de massa para os férmions. Para um férmion o termo de massa seria,

$$m\bar{l}l = m(\bar{l}_L + \bar{l}_R)(l_L + l_R) = m(\bar{l}_L l_R + \bar{l}_R l_L). \tag{1.9}$$

É fácil vermos que o último termo nesta expressão não é invariante sob uma transformação $SU(2) \times U(1)$ pois,

$$\bar{l}'_R l'_L = \bar{l}_R U_1^\dagger U_1 U_2 l_L = \bar{l}_R U_2 l_L \tag{1.10}$$

De fato, o termo de massa como um todo não é invariante, de modo que não podemos incluí-lo na lagrangeana sem quebrar a sua simetria. Entretanto, como os férmions cujas interações pretendemos descrever são massivos, bem como devem ser os bósons que intermediam a interação fraca, devemos encontrar uma maneira de “gerar” a massa dessas partículas. É esta questão que discutiremos na próxima seção.

1.2 A Geração de Massa

“A questão da natureza do setor de Higgs e do mecanismo de quebra de simetria é, provavelmente, o maior problema em aberto na teoria das partículas elementares”.

M. Peskin [8]

A questão – qual é o mecanismo de geração de massa para os férmions e bósons do Modelo Padrão? – ainda não possui uma resposta que seja respaldada experimentalmente. Existem muitos modelos teóricos que podem nos levar aos resultados esperados.

Pode-se reunir argumentos muito fortes de que a teoria que está por detrás das interações fracas é uma teoria de gauge com quebra espontânea de simetria [8, 15]. É bem possível que o mecanismo de quebra espontânea de $SU(2) \times U(1)$ seja mais complicado do que o modelo em que introduz-se um único campo escalar (mais adiante, discutiremos em detalhes este modelo que é o mais comumente aceito). Em princípio, a quebra de simetria, a qual gera as massas das partículas, pode ser o resultado da dinâmica de um novo e complexo conjunto de partículas e interações, comumente chamado de *setor de Higgs*. Experimentos nos dão apenas três propriedades deste novo setor: primeiro, ele deve gerar as massas dos quarks e léptons. Segundo, ele deve gerar as massas dos bósons W e Z (quando tratarmos da quantização do Modelo Padrão definiremos precisamente quem são estes campos, ou partículas). O terceiro fato, o único não trivial, vem da relação entre as massas dos bósons no Modelo Padrão,

$$M_W = M_Z \cos \theta_W \quad (1.11)$$

onde $\cos \theta_W$ corresponde ao ângulo de mistura. Qualquer que seja o mecanismo que invoquemos para gerar a quebra espontânea de $SU(2) \times U(1)$, ele deve levar naturalmente a reprodução desta relação.

Agora, analisaremos o método de quebra espontânea de simetria que Weinberg [13] utilizou, quando apresentou ao mundo os primeiros passos em direção ao que hoje chamamos de Modelo Padrão das interações eletrofracas. Como já dissemos, a exigência de que a lagrangeana Eq. (1.2) fosse invariante sob transformações locais do grupo $SU(2) \times U(1)$, implicou na introdução de 4 bósons sem massa. Fenomenologicamente, esta condição é inaceitável, uma vez que o alcance limitado da força fraca implica em que os bósons que a intermediam devem ser massivos. A introdução de termos que quebram explicitamente a simetria da lagrangeana $\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G$, na forma de massas arbitrárias para os bósons de gauge, alteram o comportamento da teoria a altas energias de tal forma que a renormalizabilidade da teoria é perdida [14].

Felizmente, encontrou-se uma forma relativamente simples de gerar massa para as partículas sem, no entanto, perder a renormalizabilidade da teoria. Trata-se de um mecanismo de quebra espontânea de simetria através da introdução de um dubleto de campos escalares complexos,

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 - i\phi_4) \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

onde os ϕ_i do lado direito da equação são hermitianos. O dubleto possui hipercarga fraca $Y = 1$. A ele associa-se um potencial de interação da forma,

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (1.13)$$

Tal forma para o potencial é a mais completa permitida pelas condições de invariância sob $SU(2) \times U(1)$ e de renormalizabilidade. Adicionando o termo cinético associado ao campo escalar, obtemos a seguinte lagrangeana escalar,

$$\mathcal{L}_\phi = (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - V(\phi), \quad (1.14)$$

onde,

$$D^\mu \phi = \left(\partial_\mu + ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a + \frac{ig'}{2} B_\mu \right) \phi. \quad (1.15)$$

O potencial $V(\phi)$ é responsável pela quebra espontânea de simetria. Nele, λ deve ser maior do que zero para garantir a estabilidade do vácuo, enquanto que μ^2 pode ser tanto positivo quanto negativo. No caso em que $\mu^2 < 0$, obtém-se um mínimo para o potencial clássico que corresponde a uma hipersuperfície 3-dimensional no espaço dos 4 campos hermitianos ϕ_i . Este mínimo, quanticamente corresponde ao valor esperado do vácuo do campo ϕ e é dado por,

$$| \langle \phi \rangle_0 | = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (1.16)$$

Como qualquer teoria deve ser quantizada a partir do vácuo, reescrevemos o campo escalar como,

$$\phi' = \phi - \langle \phi \rangle_0, \quad (1.17)$$

onde ϕ' corresponde ao campo físico para o qual $\langle \phi' \rangle_0 = 0$. Entretanto, devemos ainda definir qual a forma exata de $\langle \phi \rangle_0$. Se queremos gerar massas para os três bósons associados

a simetria $SU(2)$ e preservar uma simetria $U(1)$ eletromagnética, a qual estará associada o fóton, o apropriado é escolher a componente neutra do dubleto para assumir o valor esperado do vácuo,

$$\langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

onde $v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$. Agora, substituímos ϕ , dado em termos de ϕ' e a nossa escolha para o valor esperado do vácuo, no termo cinético da lagrangeana escalar,

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi = & \left[\left(\partial_\mu + ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a + \frac{ig'}{2} B_\mu \right) (\phi' + \langle \phi \rangle_0) \right]^\dagger \\ & \times \left[\left(\partial_\mu + ig \frac{\tau^b}{2} W_\mu^b + \frac{ig'}{2} B_\mu \right) (\phi' + \langle \phi \rangle_0) \right]. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Ignorando os termos envolvendo o campo escalar, podemos separar os termos quadráticos nos campos de gauge,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quadrática} &= \frac{1}{2} (0 \ v) \left(\frac{1}{2} g W_\mu^a \tau^a + \frac{1}{2} g' B_\mu \right) \left(\frac{1}{2} g W^{\mu b} \tau^b + \frac{1}{2} g' B^\mu \right) \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= \frac{v^2}{8} \left[g^2 (W_\mu^1)^2 + g^2 (W_\mu^2)^2 + (-g^2 W_\mu^3 + g' B_\mu)^2 \right]. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Portanto, vemos que a existência de um valor não nulo para o valor esperado do vácuo, acarretou a geração de massa para os bósons vetoriais. Caso estivéssemos quantizando esta teoria, poderíamos ver claramente a necessidade de diagonalizar a matriz de massa para desacoplar os propagadores para os bósons vetoriais [8]. Da diagonalização resultam combinações dos campos de gauge que correspondem aos campos físicos da teoria que são,

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp i W_\mu^2) \text{ com massa } M_W = g \frac{v}{2}, \\ Z_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g W_\mu^3 - g' B_\mu) \text{ com massa } M_Z = \sqrt{g^2 + g'^2} \frac{v}{2}, \\ A_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g' W_\mu^3 + g B_\mu) \text{ com massa } m_A = 0. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Assim, obtemos três bósons massivos e o fóton. Neste ponto, é conveniente introduzir o ângulo de mistura (ou de Weinberg), θ_W , definido a partir da relação,

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}, \quad (1.22)$$

de modo que,

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.23)$$

o que nos permite reescrever os campos do Z e do fóton como,

$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos \theta_W - B_\mu \sin \theta_W, \quad A_\mu = W_\mu^3 \sin \theta_W + B_\mu \cos \theta_W. \quad (1.24)$$

Agora, analisemos quais são as consequências da introdução do valor esperado do vácuo nos campos do potencial $V(\phi)$. Para os termos quadrático e quártico temos,

$$\begin{aligned} \phi^\dagger \phi &= \phi'^\dagger \phi' + \langle \phi^\dagger \rangle_0 \phi' + \phi'^\dagger \langle \phi \rangle_0 + \langle \phi^\dagger \rangle_0 \langle \phi \rangle_0, \\ (\phi^\dagger \phi)^2 &= v^2 \phi'^\dagger \phi' + (\langle \phi^\dagger \rangle_0 \phi' + \phi'^\dagger \langle \phi \rangle_0)^2 + \dots \end{aligned} \quad (1.25)$$

Utilizando ϕ' como dado na Eq. (1.12) com $\phi'_3(x) = H(x)$, obtemos na lagrangeana escalar final apenas um termo de massa,

$$\mathcal{L}_\phi = \mu^2 H^2 + \dots \quad (1.26)$$

O campo H corresponde ao campo ao qual está associado a partícula denominada de bóson de Higgs. Esta partícula é o único escalar massivo presente na teoria e está fundamentalmente ligado ao mecanismo de quebra espontânea de simetria que estamos utilizando. A presença de um campo escalar massivo está associada ao fato de que existe uma simetria da lagrangeana que é respeitada pelo valor esperado do vácuo, qual seja, a simetria $U(1)$ eletromagnética. Os outros três campos escalares massivos (os quais estão presentes, ainda que não tenhamos mostrado explicitamente as suas contribuições), inicialmente existentes na teoria, agora não possuem massa. A origem desses escalares não massivos está ligada à quebra das simetrias que não são respeitadas pelo vácuo. A presença de bósons sem massa associados a simetrias contínuas que são quebradas espontaneamente é um resultado geral em teoria de campos que assume a forma de um teorema, o teorema de Goldstone [8, 14].

Até o momento, o que podemos concluir é que, como resultado da quebra espontânea de simetria, acabou a degenerescência dos estados dos campos associados aos bósons vetoriais, inicialmente sem massa, bem como, acabou a degenerescência para os bósons escalares, inicialmente com a mesma massa.

Os bósons escalares sem massa (bósons de Goldstone), que apareceram após a quebra de simetria, não fazem parte do espectro físico de partículas; eles podem aparecer como linhas internas em diagramas de Feynman, mas nunca como linhas externas. De fato, é possível eliminar os bósons de Goldstone através da escolha de um gauge¹ adequado no qual realizar a quantização da teoria. Entretanto, podemos nos aproveitar da invariância de gauge de nossa lagrangeana clássica para apreciar o desaparecimento dos bósons de Goldstone de uma forma bastante simples.

Primeiro, utilizamos uma transformação de Kibble para reexpressar o dubleto de campos escalares sob a forma,

$$\phi(x) = e^{[i\frac{\vec{x}}{v}\cdot\vec{\eta}(x)]} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

onde os campos $\eta^i(x)$ e $H(x)$ estão relacionados aos campos hermitianos de ϕ' . Em seguida, fazemos uma transformação de gauge que nos leva ao gauge unitário (no qual o espectro de partículas é evidente) na lagrangiana clássica $\mathcal{L}_{class} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_\phi$, antes de realizarmos explicitamente a expansão dos produtos entre os campos (o que acaba por “esconder” a simetria $SU(2) \times U(1)$). A transformação,

$$U_2 = e^{-i\frac{\vec{x}}{v}\cdot\vec{\eta}(x)} , \quad (1.28)$$

implica em que os campos da teoria transformam-se como,

$$\begin{aligned} \phi(x) \rightarrow \phi^u(x) &= e^{-i\frac{\vec{x}}{v}\cdot\vec{\eta}(x)} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ (v + H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix} , \\ D_\mu \phi &\rightarrow U_2^{-1} D_\mu \phi^u \\ \tau \cdot \mathbf{W}_\mu &\rightarrow \tau \cdot \mathbf{W}'_\mu , \\ B_\mu &\rightarrow B_\mu , \\ R &\rightarrow R , \\ L \rightarrow L' &= e^{-i\frac{\vec{x}}{v}\cdot\vec{\eta}(x)} L , \end{aligned} \quad (1.29)$$

¹Aqui, o termo gauge tem uma conotação diferente da que estamos utilizando para nos referir as transformações de gauge realizadas pelos operadores U_1 e U_2 definidos na Eq. (1.3). Mais para frente, quando falarmos a respeito da quantização da lagrangeana do Modelo Padrão, talvez fique mais clara a distinção entre as diferentes aplicações do termo.

onde ignoramos a forma explícita da transformação de gauge para os campos vetoriais, pois os novos campos são fisicamente equivalentes e a derivada covariante é dada em termos deste novos campos.

Como consequência da transformação de gauge, os resultados que já obtivemos para os bósons de gauge não são alterados. Entretanto, a lagrangeana escalar agora torna-se,

$$\mathcal{L}_\phi = (D_\mu \phi^u)^\dagger D_\mu \phi^u + \frac{\mu^2}{2}(v + H)^2 - \frac{\lambda}{4}(v + H)^4. \quad (1.30)$$

Portanto, não temos mais nenhum traço dos bósons de Goldstone, somente o bóson de Higgs está presente. Não é por acaso que denominamos esta partícula de bóson de Higgs; foi Higgs um dos primeiros a vislumbrar a possibilidade de eliminar os indesejáveis bósons de Goldstone do espectro físico de partículas e ainda manter este bóson massivo [16]. Através da análise clássica que acabamos de fazer, conseguimos reproduzir este resultado sem, no entanto, conseguir realmente perceber o que acontece aos bósons de Goldstone. Entretanto, Após a quantização da teoria, a qual abordaremos de maneira bastante sussinta na próxima seção, é possível entender a relação existente entre os bósons de Goldstone e os graus de liberdade longitudinais que os bósons de gauge acabam por adquirir ao transformarem-se em bósons massivos [8]. É comum falar que os bósons de Goldstone são engolidos pelos bósons de gauge. De certo modo, podemos entender o porque desta terminologia, notando que na redefinição no gauge unitário, os campos vetoriais foram escritos como: $W_\mu'^a = W_\mu^a + \partial_\mu \eta^a + g\epsilon^{abc}W_\mu^b \eta^c$, que nos mostra claramente que os campos η foram incorporados no campo W_μ^a .

Até este ponto, conseguimos obter uma teoria na qual estão presentes os tão desejados bósons massivos, responsáveis pelas interações fracas, e o fóton, responsável pela interação eletromagnética. Vamos, agora, tratar da questão da geração de massa para os férmions. Estas massas são geradas após a quebra de simetria, através da introdução de uma lagrangeana contendo termos do tipo interação de Yukawa,

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \sum_{m,n=1}^F \left[\Gamma_{m,n}^u \bar{q}_{mL}^0 \tilde{\phi} u_{mR}^0 + \Gamma_{m,n}^d \bar{q}_{mL}^0 \phi d_{mR}^0 + \Gamma_{m,n}^e \bar{l}_{mL}^0 \phi e_{mR}^0 \right] + \text{h. c.}, \quad (1.31)$$

onde as matrizes Γ_{mn} correspondem aos acoplamentos de Yukawa entre o dubleto de Higgs, ϕ ,

e os vários sabores m e n dos quarks e léptons. A introdução do campo $\tilde{\phi} = i\tau^2 \phi^\dagger = \begin{pmatrix} \phi^{0\dagger} \\ -\phi^- \end{pmatrix}$, permite que todas as massas dos férmions sejam geradas com a presença na teoria de apenas um dubleto de Higgs. Isto ocorre porque são necessárias duas representações de campos de Higgs, uma com $Y = 1$ e outra com $Y = -1$, para dar massas aos quarks do tipo u e d e para os léptons. $\tilde{\phi}$ possui $Y = -1$, e transforma-se adequadamente sob $SU(2)$.

No gauge unitário, a lagrangeana de Yukawa torna-se,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yukawa} &\rightarrow \sum_{m,n=1}^F \bar{u}_{mL}^0 \Gamma_{m,n}^u \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) u_{mR}^0 + (u \rightarrow d, e) + \text{H.C.} \\ &= \bar{u}_L^0 (M^u + h^u H) u_R^0 + (u \rightarrow d, e) + \text{H.C.} , \end{aligned} \quad (1.32)$$

onde, na segunda linha, utilizamos $u_L^0 = (u_{1L}^0 \ u_{2L}^0 \ \dots \ u_{FL}^0)^T$ com uma definição similar para u_R^0 . M^u corresponde a matriz de massa dos férmions, $M_{mn}^u = \Gamma_{mn}^u v / \sqrt{2}$, induzida pela quebra de simetria e cuja dimensão é $F \times F$. h^u corresponde a matriz de acoplamentos de Yukawa, $h^u = M^u / v$. Para os quarks d e léptons, obviamente, utilizamos definições semelhantes para estas matrizes que denominamos por d_L^0 , e_L^0 , M^d , M^e , h^d e h^e .

Em geral, M não é diagonal, hermitiana ou simétrica. Para identificar o conteúdo de partículas físicas é necessário diagonalizar M através do emprego de transformações unitárias distintas, A_L e A_R , para os campos de mão esquerda e direita, respectivamente. Portanto, a diagonalização da matriz se dá através de,

$$A_L^{u\dagger} M^u A_R^u = M_D^u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} , \quad (1.33)$$

onde o índice D indica que a matriz foi diagonalizada. Os autovalores desta matriz correspondem as massas físicas dos quarks tipo u . De maneira análoga, diagonalizamos as matrizes de massa dos quarks d e dos léptons,

$$\begin{aligned} A_L^{d\dagger} M^d A_R^d &= M_D^d \\ A_L^{e\dagger} M^e A_R^e &= M_D^e . \end{aligned} \quad (1.34)$$

Em termos dessas matrizes unitárias, podemos definir campos que são auto-estados de massa $u_L = A_L^u \dagger u_L^0 = (u_L c_L t_L)^T$, com definições análogas para $u_R = A_L^u \dagger u_R^0$, $d_{L,R} = A_{L,R}^d \dagger d_{L,R}^0$ e $e_{L,R} = A_{L,R}^e \dagger e_{L,R}^0$. Assumindo que os neutrinos são sem massa, seus auto-estados de massa são arbitrários. É conveniente definí-los em termos da transformação para léptons carregados, $\nu_L = A_L^e \dagger \nu_L^0$.

Dado o fato de que as constantes de interação de Yukawa são desconhecidas, não podemos determinar as massas dos férmions a partir da teoria, elas devem ser medidas experimentalmente. Os resultados para as massas dos léptons e para as “massas de corrente” dos quarks são: $m_e = 0.511$ MeV, $m_\mu = 106$ MeV, $m_\tau = 1777$ MeV, $m_{up} \sim 5$ MeV, $m_{down} \sim 10$ MeV, $m_{strange} \sim 200$ MeV, $m_{charm} \sim 1.5$ GeV, $m_{bottom} \sim 5$ GeV e $m_{top} \sim 175$ GeV.

1.3 Quantização da Teoria

Até agora, tratamos do Modelo Padrão essencialmente a nível clássico. Esta análise nos permitiu compreender muitos aspectos do modelo. Nesta seção, vamos abordar algumas consequências do seu processo de quantização que não podem ser vistas numa análise puramente clássica.

As consequências mais relevantes são, sem dúvida, a adição à lagrangeana clássica, de termos para fixar o gauge e dos *ghosts*. A fixação de gauge durante o processo de quantização é necessária porque a invariância de gauge de uma teoria como $SU(2)_L \times U(1)_Y$, impossibilita o processo de quantização. A integral funcional, utilizada para quantizar a teoria, acaba sendo mal definida porque realizamos integrações redundantes sobre uma infinidade de configurações de campos que são fisicamente equivalentes; tratam-se dos modos que são equivalentes de gauge [8]. Para resolver o problema, o que se faz é isolar a parte que nos interessa no processo de integração funcional, sem realizar integrações redundantes.

Para conseguir realizar a integração funcional da maneira descrita acima, utiliza-se um truque conhecido como procedimento de fixação de gauge de Faddeev-Popov [17]. Como resultado deste procedimento, a integral funcional com a qual iniciamos o processo de quantização

da teoria,

$$Z = \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\chi e^{i \int \mathcal{L}[A, \chi]}, \quad (1.35)$$

onde A denota todos os campos vetoriais e χ os campos escalares associados aos bósons de Goldstone, ϕ^i , e ao bóson de Higgs, H , torna-se,

$$Z \sim \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\chi \exp \left[i \int d^4x \left(\mathcal{L}[A, \chi] - \frac{1}{2} (G[A, \chi])^2 \right) \right] \det \left(\frac{\delta G}{\delta \alpha} \right). \quad (1.36)$$

Nesta expressão, $G[A, \chi]$ corresponde a função de fixação de gauge e $\frac{\delta G}{\delta \alpha}$ denota a variação da função de fixação de gauge em função dos parâmetros $\alpha \equiv \alpha^i$ e θ introduzidos na Eq. (1.3).

A lagrangeana $\mathcal{L}[A, \chi]$, corresponde a lagrangeana clássica $\mathcal{L}_{class} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{Yukawa}$. Geralmente, as funções de fixação de gauge são escolhidas de modo a cancelarem as contribuições à $\mathcal{L}_{class}$ dos termos cruzados, resultantes do produto de campos de gauge e campos escalares. Estes termos proveêm da lagrangeana escalar Eq. (1.14). Se expressarmos o campo escalar em termos da base hermitiana usual e expandirmos em série de Taylor para pequenos valores dos campos, obtemos,

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{i}{v} \tau^i \phi^i \right) \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} + \dots \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i\phi_1/v - \phi_2/v \\ 1 - i\phi_3/v \end{pmatrix} (v + H) + \dots \end{aligned} \quad (1.37)$$

Os termos resultantes, contendo produtos dos campos de gauge e campos escalares são,

$$-M_B B_\mu \partial^\mu \phi_3 + M_W W_\mu^a \partial^\mu \phi^a + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_a \partial^\mu \phi_a, \quad (1.38)$$

onde somamos sobre $a = 1, 2$, $M_B = g'v/2$ e $M_W = gv/2$. A introdução das funções G , adequadas aos nossos propósitos, na ação Eq. (1.36) equivale a adição do seguinte termo à lagrangeana clássica,

$$\mathcal{L}_{FG} = \frac{1}{\sqrt{\xi}} (\partial_\mu W^{a\mu} - \xi M_W \phi_a)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{\xi}} (\partial_\mu B^\mu + \xi M_B \phi_3) \right)^2. \quad (1.39)$$

onde ξ é um parâmetro inicialmente arbitrário. Obtemos, assim, o cancelamento dos termos cruzados provenientes da lagrangeana escalar. Com esta fixação de gauge, obtemos os seguintes

termos de massa para os bósons de Goldstone,

$$-\frac{1}{2}\xi M_W^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{2}\xi M_Z^2\phi_3^2. \quad (1.40)$$

Os termos relevantes na determinação dos propagadores dos bósons de gauge e das partículas escalares contidos na lagrangeana $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{class} + \mathcal{L}_{FG}$ são,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{propagadores} = & -\frac{1}{4}(\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a)^2 - \frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 - \frac{1}{\sqrt{\xi}}(\partial^\mu W_\mu^a - \xi M_W \phi^a)^2 \\ & - \frac{1}{\sqrt{\xi}}(\partial^\mu A_\mu)^2 - \frac{1}{\sqrt{\xi}}(\partial^\mu Z_\mu + \xi M_Z \phi^3)^2 + \frac{1}{2}M_W^2(W_\mu^1 W^{1\mu} + W_\mu^2 W^{2\mu}) + \frac{1}{2}M_Z^2 Z^\mu Z_\mu. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Finalmente, no gauge escolhido para quantizar a teoria, os propagadores para os bósons vetoriais físicos e para os bósons escalares são dados por,

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm & \rightarrow -i \frac{g_{\mu\nu} - (1 - \xi)k_\mu k_\nu / (k^2 - \xi M_W^2)}{k^2 - M_W^2 + i\epsilon}, \\ A_\mu & \rightarrow \frac{i g_{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon} \\ Z_\mu & \rightarrow -i \frac{g_{\mu\nu} - (1 - \xi)k_\mu k_\nu / (k^2 - \xi M_Z^2)}{k^2 - M_Z^2 + i\epsilon}, \\ \phi_{1,2} & \rightarrow \frac{i}{k^2 - \xi M_W^2} \\ \phi_3 & \rightarrow \frac{i}{k^2 - \xi M_Z^2}. \end{aligned} \quad (1.42)$$

Para o bóson de Higgs o propagador é,

$$H \rightarrow \frac{i}{k^2 - M_H^2 + i\epsilon}. \quad (1.43)$$

A classe de gauges que escolhemos e que resultou nos propagadores dados acima, $\mathcal{L}_{GF}$, é denominado de gauges R_ξ . Trata-se de uma classe de gauges e não de um gauge específico, porque ainda temos a liberdade de escolher o valor do parâmetro ξ . Diferentes valores deste parâmetro correspondem a diferentes gauges.

Trabalhar com a classe de gauges R_ξ é conveniente por vários motivos. Um deles é que podemos manter os bósons de Goldstone na teoria e apreciar o seu papel na geração da componente longitudinal para os bósons de gauge que culmina, por exemplo, com o teorema

de equivalência do bóson de Goldstone ². O gauge de Lorentz ($\xi = 0$), é especialmente útil para analisar modelos de quebra espontânea de simetria. Tomando $\xi \rightarrow \infty$, passamos ao gauge unitário, aquele no qual o espectro físico de partículas é evidenciado.

Apesar de as funções de Green dependerem do gauge escolhido, a matriz S não possui esta dependência, uma vez que as contribuições dos vários diagramas acaba por cancelar os termos dependentes do parâmetro ξ .

O último ingrediente a ser adicionado ao Modelo Padrão, são os *ghosts* de Faddeev-Popov. Os *ghosts* são introduzidos na teoria através da definição do determinante presente na Eq. (1.36). Faddeev e Popov escolheram representar este determinante como uma integral funcional sobre um novo conjunto de campos com propriedades anticomutativas. Entretanto, para ter as propriedades corretas, estes campos devem ser escalares sobre transformações de Lorentz. Portanto, estas novas “partículas” apresentam a relação errada entre spin e estatística para poderem ser consideradas partículas físicas.

A redefinição do determinante acima citado, em termos de uma integral funcional, é equivalente a adição de um novo termo à lagrangeana clássica, qual seja,

$$\mathcal{L}_{gh} = \bar{u}^\alpha(x) \frac{\delta G^\alpha}{\delta \alpha(x)} u^\beta(x) , \quad (1.44)$$

com campos de *ghosts* u^γ , u^Z e $u^\pm$ e G^α sendo as funções de fixação de gauge dadas em termos dos campos de gauge físicos [1].

Neste ponto, acreditamos ter cumprido a missão de expor, de modo geral, os principais aspectos do Modelo Padrão. As regras de Feynman envolvendo todas as partículas presentes na teoria, físicas ou não, podem ser encontradas em várias referências [8, 15, 18].

²Este teorema, nos diz que, no limite de altas energias, os bósons de Goldstone que são engolidos pelo bóson de gauge massivo, ainda controlam a amplitude para emissão ou absorção do bóson de gauge no seu estado de polarização longitudinal.

Capítulo 2

Cálculo das Correções Radiativas a Nível de um Loop no Modelo Padrão

2.1 Introdução

O cálculo de amplitudes com correções radiativas para processos físicos, fundamenta-se no cálculo das funções irreduzíveis de uma partícula (ou auto-energias) das partículas envolvidas e das correções ao vértice. A partir destes elementos básicos, podemos calcular a amplitude para os processos que desejarmos empregando os propagadores, os vértices e as funções de onda corrigidas e o que é fundamental, renormalizadas. Não trataremos da questão do cálculo das amplitudes renormalizadas que, como antes, resume-se à renormalização dos elementos básicos acima citados. Os aspectos gerais da renormalização são abordados em vários livros [8, 19] e sua aplicação ao Modelo Padrão a nível de um loop é tratada de maneira muito clara em vários artigos [2, 18].

A sistemática para obter resultados para amplitudes físicas a nível de um loop é organizado como segue¹: primeiro, separamos a lagrangeana como função de parâmetros nus em duas partes, uma contendo a lagrangeana renormalizada e outra contendo os contratermos, ou seja,

$$\mathcal{L}(\phi_o, g_o) = \mathcal{L}(Z_\phi^{1/2}\phi, Z_g g) = \mathcal{L}(\phi, g) + \delta\mathcal{L}(\phi, g, \delta Z_\phi, \delta g), \quad (2.1)$$

onde ϕ e g denotam, respectivamente, todos os campos e constantes que podem estar presentes na lagrangeana e as constantes Z correspondem às constantes de renormalização que escreve-

¹Aqui seguimos a sistemática utilizada na ref. [2] que procura seguir o mais próximo possível a sistemática normalmente utilizada no processo do cálculo de correções radiativas na QED.

mos como $Z = 1 + \delta Z$, onde δZ corresponde aos contratermos. Agora, reparametrizamos a lagrangeana renormalizada em termos dos parâmetros físicos,

$$e, M_W, M_Z, M_H, m_f, \quad (2.2)$$

e dos campos físicos $A_\mu, Z_\mu, W_\mu^\pm, H$. De $\delta\mathcal{L}$ derivamos as regras de Feynman para os contratermos. Após reescrevê-los em termos do conjunto de parâmetros físicos apresentados acima, os gráficos dos contratermos devem ser adicionados às funções de um loop calculadas a partir de $\mathcal{L}$. Os contratermos são calculados após a imposição das condições de renormalização. Aqui, estas condições correspondem àquelas do esquema de regularização na camada de massa. O resultado final que obtemos, são funções de Green finitas a partir das quais a matriz S para qualquer processo de interesse pode ser calculada.

Nas próximas seções, trataremos de definir as relações básicas que nos permitem efetuar o cálculo de correções radiativas no Modelo Padrão. Para tanto, adotamos a seguinte convenção para as constantes da renormalização multiplicativa:

$$\begin{aligned} W_\mu^a &\rightarrow (Z_2^W)^{\frac{1}{2}} W_\mu^a \\ B_\mu &\rightarrow (Z_2^B)^{\frac{1}{2}} B_\mu \\ \psi_j^L &\rightarrow (Z_L^j)^{\frac{1}{2}} \psi_j^L \\ \psi_j^R &\rightarrow (Z_R^j)^{\frac{1}{2}} \psi_j^R \\ \phi &\rightarrow (Z^\phi)^{\frac{1}{2}} \phi \\ g &\rightarrow Z_1^W (Z_2^W)^{-\frac{3}{2}} g \\ g' &\rightarrow Z_1^B (Z_2^B)^{-\frac{3}{2}} g' \\ v &\rightarrow (Z^\phi)^{\frac{1}{2}} (v - \delta v) \\ g_f &\rightarrow (Z^\phi)^{-\frac{1}{2}} Z_1^f g_f \\ \mu^2 &\rightarrow (Z^\phi)^{-1} (\mu^2 - \delta\mu^2) \\ \lambda &\rightarrow (Z^\phi)^{-2} Z_\lambda \lambda, \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde a constante g_f corresponde à constante de acoplamento de Yukawa, v ao valor esperado do vácuo, μ e λ às constantes presentes no potencial $V(\phi)$.

2.2 Auto-energia dos Bósons Vetoriais

Antes de abordarmos as correções a nível de um loop, analisemos a relação entre a auto-energia de um fóton, a qual denominaremos $i\Pi_{\mu\nu}$, e o seu propagador exato na QED. Esta relação é dada por,

$$D'^{\mu\nu} = D^{\mu\nu} + D^{\mu\rho} i\Pi_{\rho\alpha} D^{\alpha\nu} + D^{\mu\rho} i\Pi_{\rho\alpha} D^{\alpha\beta} i\Pi_{\beta\gamma} D^{\gamma\nu} + \dots, \quad (2.4)$$

onde $D^{\mu\nu}$ corresponde ao propagador para um bóson no gauge de 't Hooft-Feynman,

$$D^{\mu\nu} = -i \frac{g^{\mu\nu}}{k^2}. \quad (2.5)$$

A equação (2.4) pode ser reescrita fatorando o projetor transversal,

$$\begin{aligned} D'^{\mu\nu} &= D^{\mu\nu} + D^{\mu\rho} G_\rho^\nu + D^{\mu\rho} G_\rho^\beta G_\beta^\nu \\ &+ D^{\mu\rho} G_\rho^\beta G_\beta^\zeta G_\zeta^\nu + \dots, \end{aligned} \quad (2.6)$$

com $G_\mu^\nu = i\Pi_{\mu\alpha} D^{\alpha\nu}$. Devido a invariância de gauge da teoria eletromagnética, sabemos que a auto-energia pode ser reescrita como,

$$\Pi_{\mu\nu} = (k^2 g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu) \Pi(k^2). \quad (2.7)$$

Utilizando este último resultado concluímos que,

$$G_\mu^\nu = \left(\delta_\mu^\nu - \frac{k_\mu k^\nu}{k^2} \right) \Pi(k^2). \quad (2.8)$$

Desta última equação obtemos uma importante relação,

$$G_\mu^\alpha G_\alpha^\nu = \Pi^2(k^2) G_\mu^\nu. \quad (2.9)$$

Usando-a repetidas vezes na Eq. (2.6) obtemos,

$$\begin{aligned} D'^{\mu\nu} &= D^{\mu\nu} + D^{\mu\rho} G_\rho^\nu + D^{\mu\rho} G_\rho^\nu \Pi^2(k^2) + D^{\mu\rho} G_\rho^\nu \Pi^3(k^2) + \dots \\ &= D^{\mu\nu} + D^{\mu\rho} \left(\delta_\rho^\nu - \frac{k_\rho k^\nu}{k^2} \right) [\Pi(k^2) + \Pi^2(k^2) + \dots] \\ &= \frac{-i}{q^2[1 - \Pi(k^2)]} \left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) + \frac{-i}{k^2} \left(\frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right), \end{aligned} \quad (2.10)$$

que corresponde a expressão final para o propagador exato do fóton na QED, em termos da sua auto-energia. Quando nos restringimos as correções a nível de um loop o propagador corrigido pode ser escrito como,

$$D'^{\mu\nu} = D^{\mu\nu} + D^{\mu\rho} i\Pi_{\rho\alpha} D^{\alpha\nu} = \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} + \frac{-i}{q^2} \left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) \Pi(k^2) \quad (2.11)$$

onde $\Pi(k^2)$ contém contribuições até a nível de um loop. Este exemplo, de como obtemos uma expressão final para o propagador exato do fóton, não se aplica ao caso dos bósons no Modelo Padrão, incluindo o próprio fóton. Além do nível de um loop, podemos ver que, ao invés de termos propagadores de um mesmo tipo de partícula intercaladas com as auto-energias para esta partícula, obtemos diferentes tipos de propagadores intermediários intercalados com diferentes tipos de auto-energias, dependentes do tipo de partícula entre as quais ela se encontra. Isto torna o cálculo do propagador exato uma tarefa bastante complicada. A dedução das expressões para os diversos propagadores exatos, ou funções de Green, presentes no Modelo Padrão é apresentada de forma muito clara num trabalho de Baulieu e Coquereaux [20]. Entretanto, a nível de um loop, as expressões que podemos obter são tão simples quanto as da QED. Podemos reescrever os propagadores dos bósons vetoriais do Modelo Padrão, em termos das componentes transversais das auto-energias como ($V = \gamma, Z, W$),

$$\begin{aligned} D'^{\mu\nu V}(k) &= -ig_{\mu\nu} \left(\frac{1}{k^2 - M_V^2} - \frac{1}{k^2 - M_V^2} \Sigma^{VV}(k^2) \frac{1}{k^2 - M_V^2} \right) \\ D'^{\mu\nu \gamma Z}(k) &= +ig_{\mu\nu} \frac{1}{k^2 - M_Z^2} \Sigma^{\gamma Z}(k^2) \frac{1}{k^2}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Aqui, ignoramos as componentes longitudinais proporcionais a $k^\mu k^\nu$, uma vez que, quando do cálculo de amplitudes físicas envolvendo férmions externos, o qual é o caso mais comum, elas resultam em termos que são suprimidos, pelo menos, por um fator m_f^2/M_V^2 . Os Σ 's representam a componente transversal resultante da soma de todos os diagramas do Modelo Padrão que contribuem, a nível de um loop e no gauge de 't Hooft-Feynman, para a auto-energia dos bósons vetoriais. Nas figuras 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4, apresentamos os diagramas que contribuem para a auto-energia dos bósons vetoriais.

Realizamos o cálculo destas contribuições e obtivemos expressões finais em termos das integrais escalares (ou funções) de Passarino-Veltman (estas integrais estão definidas

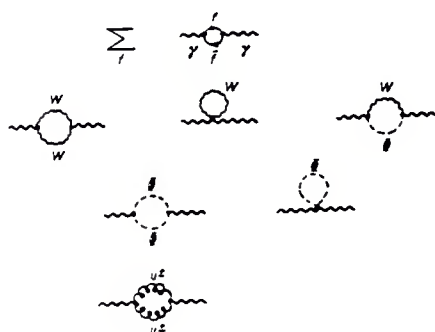


Figura 2.1: Auto-energia do fóton.

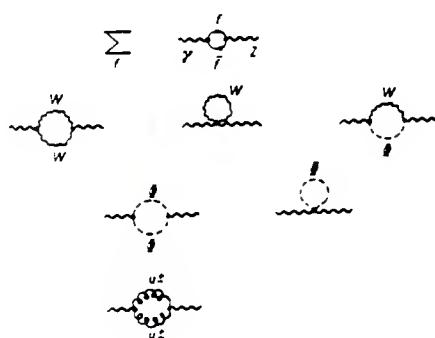


Figura 2.2: Transição fóton-Z.

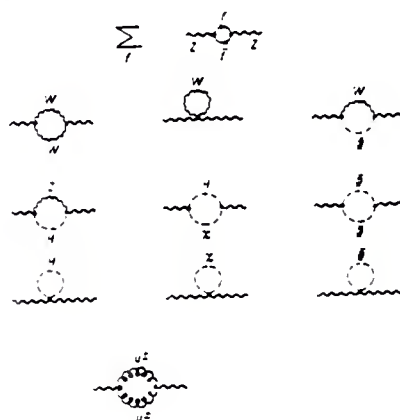


Figura 2.3: Auto-energia do bóson Z.

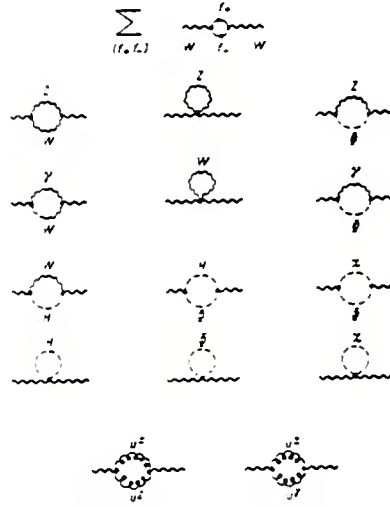


Figura 2.4: Auto-energia do bóson W.

no Apêndice A). Para realizar estes cálculos, desenvolvemos programas utilizando do pacote FeynCalc para Mathematica que estão listados e comentados no Apêndice C. Os resultados que obtivemos são os mesmos que se encontram na Ref. [1]

As auto-energias renormalizadas são obtidas adicionando os devidos contratermos. Neste ponto, é conveniente introduzir uma combinação linear de constantes de renormalização dos campos associados aos geradores de $SU(2)$ e $U(1)$, $\delta Z_i^{W,B}$ e as constantes para os campos físicos, $\delta Z_i^{\gamma,Z}$, a qual é,

$$\begin{pmatrix} \delta Z_i^\gamma \\ \delta Z_i^Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_W^2 & c_W^2 \\ c_W^2 & s_W^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Z_i^W \\ \delta Z_i^B \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Usando esta notação, podemos escrever as auto-energias renormalizadas (denotadas pela presença do acento circunflexo) dos bósons vetoriais:

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(k^2) &= \Sigma^{\gamma\gamma}(k^2) + \delta Z_2^\gamma k^2, \\ \hat{\Sigma}^{ZZ}(k^2) &= \Sigma^{ZZ}(k^2) - \delta M_Z^2 + \delta Z_2^Z (k^2 - M_Z^2), \\ \hat{\Sigma}^{WW}(k^2) &= \Sigma^{WW}(k^2) - \delta M_W^2 + \delta Z_2^W (k^2 - M_W^2), \\ \hat{\Sigma}^{\gamma Z}(k^2) &= \Sigma^{\gamma Z}(k^2) - \delta Z_2^{\gamma Z} k^2 + (\delta Z_1^{\gamma Z} - \delta Z_2^{\gamma Z}) M_Z^2. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Na última linha, introduzimos as combinações,

$$\delta Z_i^{\gamma Z} = \frac{c_W s_W}{c_W^2 - s_W^2} (\delta Z_i^Z - \delta Z_i^\gamma). \quad (2.15)$$

Os contratermos das massas $\delta M_{W,Z}^2$, estão relacionados às constantes de renormalização fundamentais por,

$$\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} = \frac{s_W}{c_W} (3\delta Z_2^{\gamma Z} - 2\delta Z_1^{\gamma Z}). \quad (2.16)$$

Com o conjunto de equações acima e as condições de renormalização que apresentamos mais a frente, somos capazes de montar um sistema de equações lineares que pode ser resolvido para os contratermos.

2.3 Auto-energia dos Férmions.

A auto-energia de um férmion, $\Sigma^f(\not{k})$, esta relacionada com o seu propagador exato da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} S(\not{k}) &= \frac{i}{\not{k} - m_f} + \frac{i}{\not{k} - m_f} [-i\Sigma^f(\not{k})] \frac{i}{\not{k} - m_f} \\ &\quad + \frac{i}{\not{k} - m_f} [-i\Sigma^f(\not{k})] \frac{i}{\not{k} - m_f} [-i\Sigma^f(\not{k})] \frac{i}{\not{k} - m_f} + \dots \\ &= \frac{i}{\not{k} - m_f} + \frac{i}{\not{k} - m_f} \left[\frac{\Sigma^f(\not{k})}{\not{k} - m_f} \right] + \frac{i}{\not{k} - m_f} \left[\frac{\Sigma^f(\not{k})}{\not{k} - m_f} \right]^2 + \dots \\ &= \frac{i}{\not{k} - m_f - \Sigma^f(\not{k})} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Quando nos restringimos às correções a nível de um loop o propagador corrigido é dado por,

$$S(\not{k}) = \frac{i}{\not{k} - m_f} + \frac{i}{\not{k} - m_f} [\Sigma^f(\not{k})] \frac{1}{\not{k} - m_f}, \quad (2.18)$$

onde $\Sigma^f(\not{k})$ contém todas as contribuições dos diagramas a nível de um loop listados na Fig.

2.5. Σ^f pode ser decomposto de acordo com,

$$\begin{aligned} \Sigma^f(k) &= \not{k} \Sigma_V^f(k^2) + \not{k} \gamma_5 \Sigma_A^f(k^2) + m_f \Sigma_S^f(k^2) \\ &= \not{k} \frac{1 - \gamma_5}{2} \Sigma_L^f(k^2) + \not{k} \frac{1 + \gamma_5}{2} \Sigma_R^f(k^2) + m_f \Sigma_S^f(k^2), \end{aligned} \quad (2.19)$$

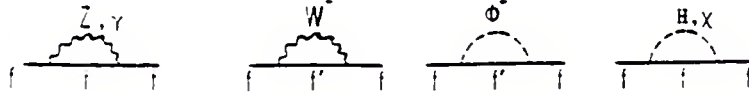


Figura 2.5: Auto-energia do férmion.

onde os Σ s estão relacionados por,

$$\Sigma_L = \Sigma_V - \Sigma_A, \quad \Sigma_R = \Sigma_V + \Sigma_A. \quad (2.20)$$

Como no caso dos bósons vetoriais, também realizamos o cálculo das contribuições para a auto-energia do férmion e obtivemos expressões finais em termos das integrais escalares de Passarino–Veltman. Para realizar estes cálculos, desenvolvemos um programa utilizando do pacote FeynCalc para Mathematica que estão listados e comentados no Apêndice C. Os resultados que obtivemos são os mesmos que se encontram na Ref. [1]

Retomando a Eq. (2.19), adicionamos os contratermos e obtemos a seguinte auto-energia renormalizada.

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}^f(k) = & \not{k}[\Sigma_V^f(k^2) + \delta Z_V^f] + \not{k}\gamma_5[\Sigma_A^f(k^2) - \delta Z_A^f] \\ & + m_f \left[\Sigma_S^f(k^2) - \delta Z_V^f - \frac{\delta m_f}{m_f} \right], \end{aligned} \quad (2.21)$$

com a seguinte relação entre contratermos,

$$\delta Z_V^f = \frac{\delta Z_L + \delta Z_R^f}{2}, \quad \delta Z_A^f = \frac{\delta Z_L - \delta Z_R^f}{2}, \quad (2.22)$$

onde δZ_L corresponde a constante de renormalização para o dubleto completo. A renormalização da massa.

$$\frac{\delta m_f}{m_f} = \delta Z_1^f - \frac{\delta v}{v}, \quad (2.23)$$

contém, além de δv , a constante de renormalização de Yukawa δZ_1^f . Consequentemente, a renormalização da massa do férmion estabelece a renormalização da constante de Yukawa.

2.4 Correções ao Vértice

Existe uma grande diversidade de vértices no Modelo Padrão, mas aqueles que nos interessam no momento são os vértices que envolvem um bóson vetorial e dois férmions ($Vf\bar{f}$). A análise do caso geral, da correção exata para este tipo de vértice e também para os outros que não serão tratados aqui, é bem mais simples do que no caso dos propagadores. O único efeito das correções radiativas aos vértices do tipo $Vf\bar{f}$, corresponde à adição de um termo vetorial geral, Λ_μ . A nível de um loop, as correções aos vértices do Modelo Padrão que envolvem um bóson vetorial e dois férmions, implicam em que os vértices a nível de árvore sejam substituídos pelos seguintes vértices corrigidos (não renormalizados),

$$\begin{aligned}\Gamma_\mu^{\gamma ff} &= -ieQ_f\gamma_\mu + ie\Lambda_\mu^{\gamma f}, \\ \Gamma_\mu^{Zff} &= i\frac{e}{2s_Wc_W}\gamma_\mu(G_V - G_A\gamma_5) + ie\Lambda_\mu^{Zf}, \\ \Gamma_\mu^{Wff} &= i\frac{e}{2\sqrt{2}c_W}\gamma_\mu(1 - \gamma_5) + ie\Lambda_\mu^{Wff},\end{aligned}\tag{2.24}$$

Aqui, a correção Λ_μ pode ser decomposta em várias combinações de termos vetoriais, axiais, tensoriais etc.

Os vértices renormalizados são dados por,

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_\mu^{\gamma ff} &= \Gamma_\mu^{\gamma ff} - ieQ_f\gamma_\mu(\delta Z_1^\gamma - \delta Z_2^\gamma + \delta Z_V^f - \delta Z_A^f\gamma_5) \\ &\quad - i\frac{e}{2s_Wc_W}\gamma_\mu(G_V - G_A\gamma_5)(\delta Z_1^{\gamma Z} - \delta Z_2^{\gamma Z}), \\ \hat{\Gamma}_\mu^{Zff} &= \Gamma_\mu^{Zff} + i\frac{e}{2s_Wc_W}\gamma_\mu(G_V - G_A\gamma_5)(\delta Z_1^Z - \delta Z_2^Z) \\ &\quad + ieQ_f\gamma_\mu(\delta Z_1^{\gamma Z} - \delta Z_2^{\gamma Z}) + i\frac{e}{2s_Wc_W}\gamma_\mu(G_V\delta Z_V^f + G_A\delta Z_A^f) \\ &\quad + i\frac{e}{2s_Wc_W}\gamma_\mu\gamma_5(G_V\delta Z_A^f + G_A\delta Z_V^f), \\ \hat{\Gamma}_\mu^{Wff} &= \Gamma_\mu^{Wff} + i\frac{e}{2\sqrt{2}s_W}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)(1 + \delta Z_1^W - \delta Z_2^W\delta Z_L).\end{aligned}\tag{2.25}$$

Apresentamos na Fig. 2.6 os diagramas que contribuem a nível de um loop, no gauge de 't Hooft–Feynman, para o processo de decaimento $W \rightarrow f_i\bar{f}'_j$. Nestes diagramas os cam-

pos χ e $\phi^\pm$ correspondem, respectivamente, a ϕ_3 e $\phi_1 \pm i\phi_2$. Realizamos o cálculo destas contribuições e obtivemos expressões finais em termos das integrais escalares de Passarino–Veltman. Para realizar estes cálculos, desenvolvemos um programa utilizando do pacote FeynCalc para Mathematica que está listado e comentado no Apêndice C. Os resultados que obtivemos são os mesmos que se encontram na Ref. [18]

2.5 Condições de Renormalização

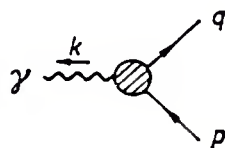
As condições de renormalização podem ser separadas em duas classes: a subtração das auto-energias na camada de massa e a generalização da renormalização da carga na QED. Como foram introduzidas mais constantes de renormalização do que parâmetros físicos, introduzimos condições de renormalização a mais, requerendo que o resíduo nos pólos de um número adequado de propagadores seja igual a 1.

Abaixo, apresentamos as condições de renormalização da primeira classe, tanto graficamente quanto a sua expressão formal,

$$\begin{aligned}
 \text{Re} \quad & \left. \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ W, Z \end{array} \right|_{k^2 = M_{W,Z}^2} = 0 \\
 \text{Re} \quad & \left. \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ H \end{array} \right|_{k^2 = M_H^2} = 0 \\
 \text{Re} \quad & \left. \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ f \end{array} \right|_{k^2 = m_f^2} = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Re} \hat{\Sigma}^{WW}(M_W^2) = \text{Re} \hat{\Sigma}^{ZZ}(M_Z^2) = \text{Re} \hat{\Sigma}^f(p = m_f) = 0, \quad (2.26)$$

onde as bolhas sombreadas denotam funções de 2 pontos amputadas irreduzíveis de uma partícula, renormalizadas. Considerando as definições para o vértice γee renormalizado dada na figura abaixo,



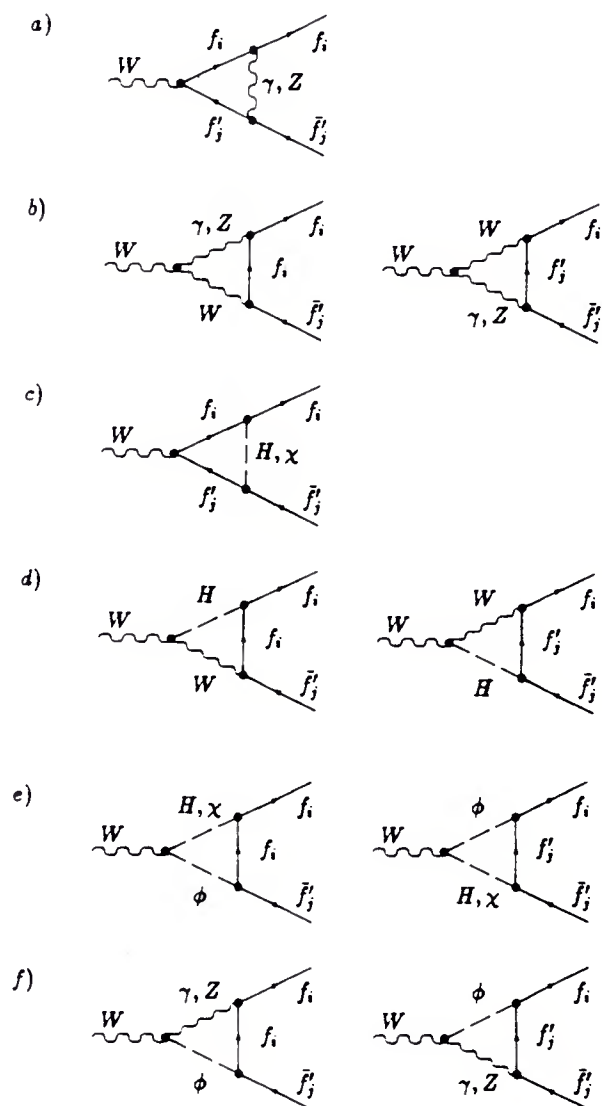


Figura 2.6: Contribuições para $W \rightarrow f_i \bar{f}_j$

$$\begin{aligned}
\delta Z_1^\gamma &= -\Pi^\gamma(0) - \frac{s_W}{c_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} \\
\delta Z_2^Z &= -\Pi^\gamma(0) - 2 \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W c_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \right) \\
\delta Z_1^Z &= -\Pi^\gamma(0) - \frac{3c_W^2 - 2s_W^2}{s_W c_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \right) \\
\delta Z_2^W &= -\Pi^\gamma(0) - 2 \frac{c_W}{s_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{c_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \right) \\
\delta Z_1^W &= -\Pi^\gamma(0) - \frac{3 - 2s_W^2}{s_W c_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{c_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \right) \\
\frac{\delta m_f}{m_f} &= \Sigma_V^f(m_f^2) + \Sigma_S^f(m_f^2) \\
\delta Z_V^- &= -\Sigma_V(m_-^2) - 2m_- [\Sigma_V'(m_-^2) \Sigma_S'(m_-^2)] \\
\delta Z_A^- &= \Sigma_V(m_-^2), \tag{2.28}
\end{aligned}$$

onde,

$$\Sigma'(k^2) = \frac{\partial \Sigma}{\partial k^2}. \tag{2.29}$$

Tendo os resultados acima, o cálculo do valor de observáveis físicas exige apenas a determinação das autoenergias envolvendo todas as correções radiativas a nível de um loop. A técnica empregada para calcular amplitudes a nível de um loop, envolve a redução das integrais tensoriais que geralmente aparecem nestas amplitudes. Estas integrais são expressas em termos das integrais escalares de Passarino-Veltman, cujas soluções são bem conhecidas. No Apêndice A, apresentamos o método de redução de integrais tensoriais para integrais escalares, bem como, apresentamos as soluções analíticas destas últimas.

2.6 Parâmetros Oblíquos e Medidas Precisas.

As correções radiativas ao Modelo Padrão afetam suas observáveis de diversas maneiras. Por exemplo, a relação $M_W - M_Z$ que a nível de árvore é dada por,

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} \left(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2} \right) = \frac{\pi \alpha(M_Z)}{\sqrt{2} G_\mu M_Z^2} \tag{2.30}$$

onde $\alpha(M_Z)$, G_μ e M_Z^2 são os parâmetros de entrada, passa a ser,

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} \left(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}\right) = \frac{\pi\alpha(M_Z)}{\sqrt{2}G_\mu M_Z^2} \frac{1}{1 - \Delta r} \quad (2.31)$$

Nesta última equação, Δr corresponde à correção radiativa a nível de um loop para a amplitude de decaimento do muon no Modelo Padrão [1]. Devido a presença de m_t e M_H em Δr , a correlação entre as massas dos bósons depende de quantidades experimentalmente não muito bem definidas. Outras quantidades, frutos das correções radiativas, podem ser definidas como, por exemplo: $\Delta\rho$, o desvio causado pelas correções radiativas em ρ , a razão entre as constantes de acoplamento da corrente neutra e da corrente carregada no espalhamento de neutrinos; $\Delta\kappa$ que descreve a diferença entre $\sin^2 \theta_W$ efetivo (corrigido), para os acoplamentos do Z na camada de massa e o ângulo de mistura $\sin^2 \theta_W^0$ (sem as correções radiativas).

Mais especificamente, $\Delta\rho$ e $\Delta\kappa$ estão relacionadas às constantes efetivas de acoplamento vetorial e axial do Z na camada de massa com léptons carregados, G_V e G_A . As relações são dadas por,

$$\begin{aligned} G_A &= -\frac{\sqrt{\rho}}{2} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Delta\rho}{2}\right), \\ \frac{G_V}{G_A} &= 1 - 4\bar{s}_W^2 = 1 - 4(1 + \Delta\kappa)s_0^2. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Nesta equação, $\bar{s}_W^2$ corresponde a $\sin^2 \theta_W$ efetivo, enquanto que, $s_0^2 = \sin^2 \theta_W^0$ é definido pela equação,

$$s_0^2 c_0^2 = \frac{\pi\alpha(M_Z)}{\sqrt{2}G_\mu M_Z^2}. \quad (2.33)$$

Por sua vez, G_V e G_A estão relacionadas com a largura de decaimento do Z em léptons e com a assimetria “forward-backward” (tomadas como exatas),

$$\begin{aligned} \Gamma_{\ell\ell} &= \frac{G_\mu M_Z^3 (G_V^2 + G_A^2)}{6\pi\sqrt{2}}, \\ A_{FB}^l(s = M_Z^2) &= \frac{3G_V^2 G_A^2}{(G_V^2 + G_A^2)}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Obviamente, existem inúmeras outras quantidades análogas a Δr , $\Delta\rho$ e $\Delta\kappa$. Entretanto, é interessante notar que, se fizermos certas considerações bastante razoáveis acerca das correções

radiativas a nível de um loop, podemos obter todas as informações a respeito das correções relevantes a partir dos Δ 's dados acima. Este é o caso se considerarmos que as correções oblíquas (provenientes da polarização do vácuo para bósons vetorias) prevalecem sobre as demais, provenientes dos vértices e férmions externos. Isto ocorre devido ao fato que correções de vértice e tipo caixa são proporcionais à massa dos férmions que, em geral, são partículas leves.

Como um exemplo, vamos assumir que efeitos devidos a contribuições de nova física estão concentrados nas amplitudes de polarização do vácuo. Neste caso, em geral, temos contribuições para a auto-energia dos bósons que assumem a seguinte forma,

$$\Pi_{\mu\nu}^{ij}(q^2) = -ig_{\mu\nu}[A^{ij} + q^2 F^{ij}(q^2)] + \text{termos} \sim q_\mu q_\nu, \quad (2.35)$$

onde i, j podem ser iguais a W, Z e γ . A princípio, temos um total de oito constantes independentes ($A^{\gamma\gamma}, F^{\gamma\gamma}, A^{\gamma Z}, F^{\gamma Z}, A^{ZZ}, F^{ZZ}, A^{WW}$ e F^{WW}). Agora, assumimos que apenas $F^{ij}(0)$ para cada i, j são mantidos numa expansão em q^2 e levamos em consideração que $\Pi_{\gamma\gamma}(0) = \Pi_{\gamma Z}(0) = 0$, de modo que, acabamos com um total de seis constantes independentes: $A^{WW}, F^{WW}, A^{ZZ}, F^{ZZ}, F^{\gamma Z}$ e $F^{\gamma\gamma}$, onde $A^{WW} \equiv A^{WW}(0)$, etc. Estas constantes são tomadas como números reais, devido ao fato de que consideramos que não existem limiares de energia de decaimento sendo ultrapassados ($q^2 \leq M_Z^2$).

Utilizando α, G_F e M_Z como parâmetros de entrada podemos expressar as correções radiativas a estes parâmetros ($\delta\alpha, \delta G_F$ e δM_Z^2) em função das constantes independentes da Eq. (2.35),

$$\begin{aligned} \delta\alpha/\alpha &= -F_{\gamma\gamma}, \\ \delta G_F/G_F &= A_{WW}/M_W^2, \\ \delta M_Z^2/M_Z^2 &= -A_{ZZ}/M_Z^2 - F_{ZZ}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Portanto, como $\delta\alpha$ pode ser reescrito como $\alpha - 1$ e analogamente para os outros δ 's, concluímos que três combinações de parâmetros, dos seis existentes, podem ser reabsorvidas nas definições de α, G_F e M_Z . O que concluímos, é que na aproximação adotada, precisamos apenas de três parâmetros para definir as correções radiativas a nível de um loop. O que necessitamos, para poder comparar as predições teóricas com os dados experimentais, são três observáveis que no

Modelo Padrão sejam funções de combinações lineares de, por exemplo, A_{WW} , F_{WW} e A_{ZZ} . Assim, para obtermos estas três funções a partir dos dados experimentais, devemos apenas resolver um sistema de equações. Não por acaso, $\Delta\rho$, Δr e $\Delta\kappa$ são observáveis que satisfazem a condição acima requerida.

Podemos escrever,

$$\begin{aligned}\Delta\rho &= \epsilon_1, \\ \Delta\kappa' &= (-c_W^2\epsilon_1 + \epsilon_3)/(c_W^2 - s_W^2), \\ \Delta r &= -(c_W^2/s_W^2)\epsilon_1 + [(c_W^2 - s_W^2)/s_W^2]\epsilon_2 + 2\epsilon_3,\end{aligned}\tag{2.37}$$

onde,

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= A_{ZZ}/M_Z^2 - A_{WW}/M_W^2, \\ \epsilon_2 &= F_{WW} - F_{33}, \\ \epsilon_3 &= F_{3\gamma}/s_W - F_{33},\end{aligned}\tag{2.38}$$

e os índices 3 e 0 se referem aos campos $W_3 = s_W\gamma + c_W Z$ e $W_0 = s_W\gamma - c_W Z$.

Os parâmetros ϵ_i , são denominados de parâmetros oblíquos, dado ao fato de que eles parametrizam correções oblíquas provenientes das auto-energias dos bósons vetoriais. Em geral, parametrizações deste tipo são escolhidas de maneira a minimizar os efeitos de diagramas envolvendo o quark top e o Higgs, partículas cujas massas ainda não possuem seu valores muito bem determinados. Assim, através da medida destes parâmetros podemos discernir melhor os possíveis efeitos de nova física.

Existem muitas outras parametrizações das correções radiativas, mas elas sempre tem o mesmo objetivo que é extrair informações com a menor dependência possível em parâmetros desconhecidos ou imprecisos, em particular, a massa do quark top. Por exemplo, na última referência da ref. [4], propõem-se uma parametrização independente de modelos para nova física, que visa incluir informações a respeito do vértice envolvendo quarks botton no estado final ($Z \rightarrow b\bar{b}$). Com a introdução de um novo parâmetro, ϵ_b , toda a dependência indesejada na massa do top (dependência quadrática), presente no vértice $Z \rightarrow b\bar{b}$, fica contida neste parâmetro.

A partir das quantidades M_W/M_Z , Γ_ℓ , A_{FB}^l e agora também de Γ_b , os quatro epsilons podem ser definidos sem a necessidade de especificarmos a massa do top. Um ponto importante é que, no Modelo Padrão, para todas as observáveis no pólo do Z, toda a dependência na massa do top resultante de diagramas a nível de um loop, entram apenas através dos quatro epsilons ($\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ e ϵ_b). O mesmo também é verdade para qualquer extensão do Modelo Padrão, na qual todos os possíveis desvios ocorram apenas através de diagramas de polarização do vácuo.

Para termos uma visão mais prática da questão da parametrização, abaixo apresentamos os epsilons em função das observáveis utilizadas neste último modelo,

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= -0.9882 + 0.011963 \Gamma_l / \text{MeV} - 0.1511 x, \\ \epsilon_3 &= -0.7146 + 0.009181 \Gamma_l / \text{MeV} - 0.69735 x, \\ \epsilon_b &= -0.62 \epsilon_1 + 0.24 \epsilon_3 + 0.436 \left[\frac{\Gamma_b}{\Gamma_{b0}} - 1 \right], \\ \epsilon_2 &= 1.43 \epsilon_1 - 0.86 \epsilon_3 + 0.43 \Delta r,\end{aligned}\tag{2.39}$$

onde $x = G_V/G_A$, Γ_{b0} é o valor de Γ_b no limite em que todos os epsilons são zero.

No caso em que as contribuições de nova física não entram através de diagramas de polarização do vácuo outros parâmetros e observáveis devem ser utilizados para verificar a existência ou não de tais correções ou impor limites sobre suas contribuições.

Capítulo 3

Comentários Acerca da Presente Situação do Modelo Padrão

3.1 Introdução

Até o presente momento, o Modelo Padrão das interações eletrofracas tem alcançado um sucesso comparável ao que a Eletrodinâmica Quântica alcançou na década de cinquenta, após os problemas de divergências ultra-violetas e infra-vermelhas terem sido resolvidos. Ou seja, até agora não foi observado nenhuma discrepância significativa entre as previsões do modelo e as medidas experimentais já realizadas. O modelo já foi testado na maior parte dos seus aspectos até pelo menos a nível de um loop. Medidas diretas das características de vértices trípticos bosônicos estão sendo realizadas pelo LEP 200. Estas medidas corresponderão a uma investigação direta das propriedades de invariância de gauge do modelo, um dos poucos setores ainda não analisados experimentalmente. O único aspecto que não sabemos ao certo se seremos ou não capazes de analisar num futuro próximo, é o setor de quebra espontânea de simetria. A descoberta do bóson de Higgs, que caracteriza o setor de quebra espontânea de simetria, corresponderia ao completo triunfo do Modelo Padrão.

Para tornar clara a presente situação da concordância entre teoria e experimento, apresentamos abaixo uma tabela com o resumo dos valores das observáveis eletrofracas mais relevantes, juntamente com as previsões do Modelo Padrão e os desvios [5, 21]. Nesta tabela os resultados para o Modelo Padrão e os desvios (diferença entre medida e o *fit* em unidades do erro de medida total) são derivados do *fitting* global do Modelo Padrão incluindo todos os

dados disponíveis (LEP, SLD etc), com a massa do Higgs tratada como um parâmetro livre.

Vemos, a partir dos dados contidos nesta tabela, que a concordância entre teoria e experimento é muito grande. Diante deste quadro é tentador pensar que o Modelo Padrão é a teoria final para partículas elementares e que nova física somente será vista quando chegarmos a energias da ordem da escala de Planck (10^{19} GeV). Entretanto, seguindo a linha da analogia entre o Modelo Padrão e a Eletrodinâmica Quântica, podemos ver claramente, que no caso desta última, mesmo antes de ela ter se firmado como uma excelente teoria (capaz de explicar todos os fenômenos eletromagnéticos sob o enfoque de uma teoria quântica de campos) que novas partículas e interações já haviam sido descobertas que não podiam ser incorporadas em uma única e elegante teoria. Podemos, então, esperar que novas partículas e interações surjam nos experimentos realizados as energias disponíveis no LEP 200 ou no Tevatron, por exemplo? Obviamente, não devemos utilizar de um enfoque historicista afirmando que em breve veremos uma nova coleção de partículas e interações que demandarão novas teorias, apenas porque isto já ocorreu anteriormente.

A melhor maneira de tratar esta questão é observando que existem fortes indícios teóricos que nos fazem crer que deva existir algo entre a física do Modelo Padrão e a física existente na escala de Planck. Guido Altarelli faz o seguinte comentário em um de seus artigos recentes [5].

Given the striking success of the Standard Model, why are we not satisfied with the theory? Why not just find the Higgs particle, for completeness, and declare that particle physics is closed? The main reason is that there are strong conceptual indication for physics beyond the Standard Model.

O fato é que existe toda uma série de questões não completamente respondidas dentro do contexto do Modelo Padrão e certos “problemas conceituais” a ele associados que tornam natural esperar que o mesmo não seja mais do que uma teoria efetiva. Ou seja, que ele representa muito bem a realidade às baixas energias atualmente disponíveis para a realização de experimentos, mas que a energias consideravelmente mais altas este deve vir a falhar nas suas predições.

Tabela 3.1: Tabela comparativa dos resultados experimentais e previsões teóricas.

Quantidade	Medidas(08/97)	Modelo Padrão	Desvio
M_Z (GeV)	91.1867(20)	91.1866	0.0
Γ_Z (GeV)	2.4948(25)	2.4966	-0.7
σ_h (nb)	41.486(53)	41.467	0.4
R_h	20.775(27)	20.756	0.7
R_b	0.2170(9)	0.2158	1.4
R_c	0.1733(48)	0.1723	-0.1
A_{FB}^l	0.0171(10)	0.0162	0.9
A_τ	0.1411(64)	0.1470	-0.9
A_e	0.1399(73)	0.1458	-1.0
A_{FB}^b	0.0983(24)	0.1031	-2.0
A_{FB}^c	0.0739(48)	0.0736	-0.3
A_b	0.900(50)	0.935	-0.7
A_c	0.650(58)	0.668	-0.3
$\sin^2 \theta_{eff}$	0.231199(28)	0.23152	1.7
M_W (GeV)	80.43(8)	80.375	0.7
M_t (GeV)	175.6(5.5)	173.1	0.4

O mais grave problema presente no Modelo Padrão é o da naturalidade – Como é possível gerar a física observada a escalas de energia da ordem da escala fraca de massa, esta última estabelecida pelo mecanismo de Higgs (250 GeV), diretamente a partir de uma teoria mais fundamental visível apenas a energias da ordem de 10^{19} GeV? É realmente improvável que não existam passos intermediários. Este problema é denominado de “problema de hierarquia”. Segundo a ref. [7] o fato de a escala de massa das interações fracas ser da ordem de 250 GeV (muito distante de uma presumível escala de unificação das constantes de acoplamento que seria da ordem de 10^{15} GeV) é indício de que existe nova física a energias próximas, pouco superiores a esta escala.

O “problema de hierarquia” não é o único problema conceitual do Modelo Padrão. existem muitos outros: a proliferação de parâmetros, o misterioso padrão das massas fermiônicas e assim por diante. Certos modelos de Teorias Grande Unificadas (GUT's) parecem resolver o “problema de hierarquia” bem como outras questões deixando, entretanto, algumas ainda sem resposta. As melhores teorias parecem ser as que apelam para supersimetria. Além de esteticamente muito atraentes, defendem alguns autores [7], as teorias supersimétricas possuem uma evidência fenomenológica muito importante a seu favor; estas teorias prevêem uma relação entre as constantes de acoplamento do Modelo Padrão. Se partimos dos valores conhecidos de $\sin^2 \theta_W$ e $\alpha(M_Z)$ encontramos o seguinte valor para a constante de acoplamento forte,

$$\alpha_s(M_Z) = 0.129 \pm 0.013 \quad (3.1)$$

que pode ser comparado com os resultado experimental, $\alpha_s(M_Z) = 0.118 \pm 0.005$.

Além das teorias supersimétricas existem muitas outras teorias e modelos além do Modelo Padrão, tais como as teorias Grande Unificadas, Technicolor, modelos Compostos, modelos com múltiplos dubletos escalares e assim por diante. Cada uma dessas teorias e modelos possui suas próprias consequências fenomenológicas. Entretanto, não existe nenhuma evidência concreta que nos ajude a escolher entre alguma dessas teorias e modelos ou a propor algo novo para complementar o Modelo Padrão. A única possível exceção veio a público recentemente, quando foram reportados, pelas colaborações H1 e Zeus no HERA, certos resultados que sugerem a possibilidade de física além do Modelo Padrão.

3.2 Os Eventos do HERA com Alto Q^2

Desde 1994 o anel de colisão HERA, situado em Hamburgo na Alemanha, opera acelerando pósitrons e prótons que são feitos colidir quando suas energias atingem 27.5 GeV e 820 GeV, respectivamente (estes números correspondem a uma energia total disponível no centro de massa de aproximadamente $\sqrt{s} = 300$ GeV). No começo de 1997, as duas colaborações associadas aos detetores H1 e ZEUS reportaram haverem medido uma discrepância entre certas previsões obtidas a partir do Modelo Padrão com os resultados experimentais por eles obtidos[6].

Basicamente, a discrepância correspondia a um excesso de eventos na região de espalhamento inelástico profundo caracterizada por altos valores do momento transferido, Q^2 e do x de Bjorken¹. Mais exatamente, as discrepâncias apareciam repentinamente para $Q^2 > 15000$ GeV² e $x > 0.5$. Desde então, o que ocorreu foi que o número de eventos não concordantes com as previsões aumentou. Até o presente momento, H1 e ZEUS observaram, cada um, 18 eventos de corrente neutra² (CN) para $Q^2 > 15000$ GeV² enquanto que no H1 eram esperados 8.0 ± 1.2 e no ZEUS em torno de 15 eventos [22]. No H1, o excesso de eventos está concentrado numa região de valores x que implicam numa possível massa invariante associada ao processo na faixa $187.5 \text{ GeV} \leq M = \sqrt{x s} \leq 212.5 \text{ GeV}$. Nesta faixa de valores de M são esperados apenas 1.52 ± 0.29 eventos enquanto que o número observado é muito maior, 8 eventos. Na mesma região, ZEUS encontrou aproximadamente o mesmo número de eventos que o esperado. Por sua vez, na região para a qual $x > 0.55, y = Q^2/M^2 > 0.25$ ZEUS encontra cinco eventos em comparação com 1.51 ± 0.13 esperados enquanto que o H1 não observa excesso algum. Também foi observado um ligeiro excesso de eventos para processos de corrente carregada³(CC). Para $Q^2 > 10^4$ GeV², o total observado por H1 e ZEUS juntos foi de 28 eventos quando o valor esperado é de 17.7 ± 4.3 eventos. Existem muitas especulações a respeito destes resultados. Abordaremos aqui algumas das mais importantes.

Desde que o excesso de eventos foi observado especulou-se que estes poderiam não ser mais do que o resultado de uma flutuação estatística, uma vez que o número de eventos

¹Tratam-se dos maiores valores de x e Q^2 já observados em toda a história da física de partículas.

² $e^+p \rightarrow e^+X$

³ $e^+p \rightarrow \bar{\nu}X$

Tabela 3.2: HERA

Q^2	$P(\sigma < \sigma_{SM})$
$> 10000 \text{ GeV}^2$	0.616
$> 20000 \text{ GeV}^2$	0.012
$> 30000 \text{ GeV}^2$	0.0024

registrados é relativamente pequeno. Chegou-se a conjecturar que a medida que mais eventos fossem coletados menor seria a discrepância observada entre as previsões teóricas e os dados experimentais. Entretanto, ao passo que novos dados são coletados e analisados cada vez mais eventos são observados [22]. Presentemente, a probabilidade de que os eventos sejam o resultado de mera flutuação estatística é realmente muito pequena [23]. Para sermos mais quantitativos, apresentamos na tabela 3.2 a probabilidade de que a seção de choque medida para os valores de Q^2 indicados seja compatível com a prevista pelo Modelo Padrão.

A previsão teórica da seção de choque para os processos de espalhamento inelástico profundo, tanto de corrente neutra quanto carregada, envolve as interações previstas pelo setor eletrofraco do Modelo Padrão e o modelo a partons acrescido de QCD. As primeiras são muito bem conhecidas já tendo sido amplamente testadas. A incerteza resultante deste setor provêm das incertezas nos parâmetros eletrofracos e nas correções radiativas e não é maior do que 2% [23]. A princípio, a incerteza proveniente do modelo a partons acrescido de QCD também é conhecida e não corresponde a mais do que 7%. Estas incertezas, combinadas as de origem experimental, resultam num máximo de 8.3% de incerteza total. Este resultado é insuficiente para que possamos incluir os eventos do HERA dentro das nossas incertezas.

Porém, especula-se que seja possível que as funções de estrutura dos quarks utilizadas no cálculo das previsões teóricas não estejam corretas. Estas funções são obtidas para os altos valores de Q^2 e x de Bjorken dos eventos do HERA a partir de uma extrapolação dos resultados experimentais para valores muito menores desses dois parâmetros. Esta extrapolação é baseada extamente no modelo a partons acrescido de QCD. São considerados os efeitos de correções

radiativas da QCD até *next-to-leading order* para calcular as equações de evolução [24]. Como existe a possibilidade de que as aproximações que est ao sendo feitas não sejam as adequadas há, como consequência, a possibilidade de que a previsão teórica resultante não esteja correta. Entretanto, todas as tentativas realizadas, até o momento, para melhorar as previsões baseadas no modelo a partons acrescido da QCD, não geraram bons resultados para os eventos do HERA [7]⁴. De fato, até o presente momento, não se conhece nenhum mecanismo baseado no Modelo Padrão que seja capaz de explicar o excesso de eventos observado HERA. Diante deste quadro, torna-se natural especular se estes eventos são devidos a física nova, além do Modelo Padrão.

Quando foram divulgados os primeiros resultados do HERA a situação era a seguinte [7]: Os eventos observados pelo detetor H1 estavam basicamente concentrados numa região cinemática correspondente a uma massa invariante $M = \sqrt{xs}$ de aproximadamente 200 GeV, supondo que os processos se dessem através do canal s . No detetor ZEUS os eventos foram observados espalhados de maneira mais uniforme a energias ligeiramente mais altas que 200 GeV. Todos os eventos observados eram do tipo corrente neutra. O padrão de distribuição dos eventos no H1 sugeriu a possibilidade de uma ressonância no canal s atribuída a uma partícula com massa da ordem de 200 GeV. Atualmente, os eventos detetados no H1 ainda apresentam uma tendência a se concentrar na região de $M \sim 200$ GeV, porém, de forma geral os eventos estão um pouco mais espalhados. As medidas do ZEUS, por sua vez, apresentaram inicialmente e ainda apresentam uma distribuição que sugere que o fenômeno que pode estar por trás do excesso de eventos é do tipo não ressonante. Apenas mais recentemente, foram divulgados dados concernentes a observação de eventos do tipo corrente carregada.

As conclusões mais gerais que podem ser tiradas dos dados do HERA é que são maiores as chances de que o excesso de eventos possa ser explicado por um fenômeno de caráter contínuo (não ressonante) do que por uma ressonância. Vamos analisar agora, brevemente, quais são os possíveis quadros teóricos propostos para explicar o excesso de eventos. Começaremos investigando a possibilidade do fenômeno ser uma ressonância, possibilidade esta que ainda não foi descartada.

⁴Esta idéia parece ser viável [7] para a explicação do aparente excesso na produção de jatos com grande energia transversa observados pela colaboração CDF no Tevatron [25].

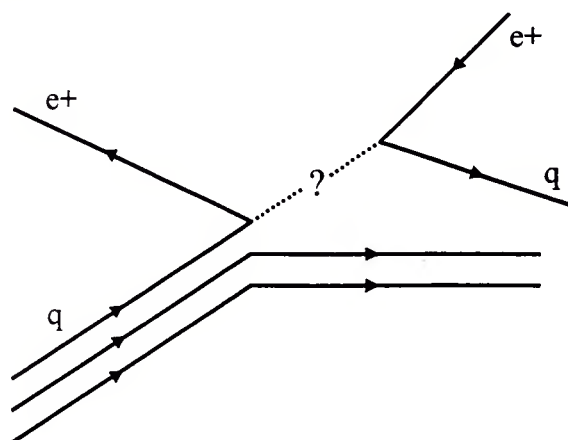


Figura 3.1: Reação mais provável no HERA.

A partícula de existência efêmera, responsável pela ressonância, deve ser obrigatoriamente o resultado da aniquilação do pósitron com algum dos partons presentes no próton com o qual aquele colide. As reações mais prováveis são aquelas que envolvem a aniquilação do antiférmion com quarks/antiquarks [22] (como mostrado esquematicamente na figura 3.1), mais provavelmente, com os quarks de valência que são os mais abundantes. A partícula resultante seria um leptoquark com os números quânticos do pósitron e do quark.

Os leptoquarks seriam partículas que carregam tanto número quântico leptônico como bariônico. Elas podem, simplesmente, ser postuladas no contexto de interações efetivas que não conservem os números quânticos acima citados⁵ ou como consequência de certos modelos mais gerais. Por exemplo, estas partículas aparecem em certas teorias de Grande Unificação como o modelo SU(4) de Pati e Salam ou modelos SU(5). Também aparecem em modelos de Technicolor, em teorias supersimétricas com violação de paridade R e ainda em modelos de partículas compostas.

Tanto a possibilidade de leptoquarks escalares como vetoriais pode ser considerada numa primeira análise, independente de modelo. O primeiro tipo possui interações que apresentam a seguinte forma geral,

$$L = \lambda_i \phi_{lq} \bar{l}_i q, \quad (3.2)$$

⁵Em geral são postulados acoplamentos de tal forma a se evitar um decaimento muito rápido para o próton.

enquanto os vetoriais,

$$L = \lambda_i A_{lq}^\mu \bar{l}_i \gamma_\mu q, \quad (3.3)$$

onde $i = L, R$ especifica se o lépton é de mão esquerda ou direita.

As massas e as constantes de acoplamento dos leptoquarks são limitadas pelos resultados a altas energias obtidos no Tevatron, Hera e no LEP⁶, bem como por resultados obtidos de processos de decaimento a baixas energias [22, 26]. Considerando estes limites, pode-se praticamente excluir a possibilidade de que leptoquarks vetoriais sejam utilizados para explicar o excesso de eventos [22]. O uso de léptons escalares ainda é permitido, mas dentro de certos limites. Por exemplo, os limites impostos pelas medidas do Tevatron permitem a existência de leptoquarks de primeira geração (os que possuem números quânticos das partículas da primeira geração e, ν_e, u e d) com $M \approx 200$ GeV, desde que seu decaimento em $e + jato$ apresente um *branching ratio* (BR) menor do que aproximadamente 0.7. Este resultado impõem uma séria dificuldade aos modelos mais simples de leptoquarks escalares para os quais o BR para o decaimento acima citado é igual a 1. O segundo problema com o uso de escalares é que, com as interações que são permitidas pelos vínculos experimentais, não é possível dar origem a eventos do tipo corrente carregada.

Para explicar os eventos do HERA é necessário apelar para outros modelos de teorias efetivas com leptoquarks tais como aquelas em que há violação de $SU(2) \times U(1)$, acoplamento entre gerações, mistura de leptoquarks e squarks (quarks supersimétricos) com acoplamentos que violam paridade R.

Como já foi dito, os últimos resultados obtidos pelas duas colaborações do HERA tornam improvável que eles sejam devidos a uma ressonância estreita. Portanto, devemos investigar como explicar o excesso de eventos em termos de algum mecanismo contínuo. Nesta análise, devemos considerar o fato de que um contínuo de excesso de eventos não é capaz de fornecer muitas informações, que nos permitam favorecer um dentre todos os modelos existentes, que prevêem física além do Modelo Padrão. O que se faz num caso com este é buscar analisar

⁶Os limites impostos por outras medidas realizadas na procura de determinado tipo de interação devem sempre ser levados em consideração quando pretendemos utilizar esta interação para explicar outros fenômenos. Trata-se de uma questão de consistência.

estes resultados como devidos aos efeitos de alguma interação efetiva. Esta interação deve ser entendida como uma aproximação que será válida se os efeitos que estamos observando forem devido à troca de pelo menos uma partícula muito massiva⁷ ($M_{nova}^2 \gg |Q^2|, M^2$). Para o caso que estamos considerando, uma reação envolvendo quatro férmions⁸, a interação efetiva de CN mais geral a ser utilizada pode ser escrita como,

$$\mathcal{L}_{eff} = \sum_{\mathcal{O}=S,P,V,A,T} \lambda_{\mathcal{O}}^2 (\bar{e}\mathcal{O}e)(\bar{q}\mathcal{O}q) \quad (3.4)$$

onde,

$$S = 1, P = \gamma^5, V = \gamma^\mu, A = \gamma^\mu \gamma^5, T = \sigma^{\mu\nu}. \quad (3.5)$$

Entretanto, existem fortes vínculos experimentais sobre as constantes de acoplamento das interações do tipo S, P e T [26], provenientes da medida dos BR do decaimento de mésons escalares em léptons. Os limites impostos sobre as constantes de acoplamento tornam muito pequenas as possíveis contribuições destas interações à amplitude para os processos de espalhamento inelástico profundo que estamos considerando. É por este motivo que, nos trabalhos a respeito do efeito de interações de quatro férmions, para os eventos do HERA, em geral, apenas as interações vetoriais são consideradas. A lagrangeana mais comumente utilizada para explicar os eventos envolvendo o espalhamento de corrente neutra lépton-quark, toma a seguinte forma [8, 7, 27],

$$\mathcal{L}_{eff} = \sum_{\substack{i,j=L,R \\ q=u,d}} 4\pi \frac{\eta_{ij}}{(\Lambda_{ij}^q)^2} (\bar{e}_i \gamma^\mu e_i)(\bar{q}_j \gamma_\mu q_j). \quad (3.6)$$

Nesta lagrangeana temos constantes de acoplamento distintas para os quarks u e d e para cada possível helicidade. Aos parâmetros η_{ij} é permitido que tomem valores iguais a ± 1 , o que pode levar a interferência construtiva ou destrutiva com a amplitude do Modelo Padrão. Aqui o parâmetro Λ nos fornece uma idéia da escala da nova física, ou seja, da massa da partícula pesada que estaria sendo trocada (M_{nova}).

Deixaremos para discutir nos próximos capítulos a questão dos limites sobre Λ atualmente existentes juntamente com aqueles que nós mesmo obtivemos. O importante a ser dito

⁷Este ponto será melhor esclarecido no próximo capítulo.

⁸Aqui nos referimos aos léptons e quarks.

é que é possível explicar, até certo ponto, os dados do HERA a partir de interações de contato (Eq. (3.6)) com Λ no máximo da ordem de 3 TeV. Para fazê-lo, entretanto, é necessário contornar os limites mais restritivos impostos pelos resultados de medidas da violação de paridade em átomos de césio [28]. Para tanto, consideram-se combinações de interações que não violam paridade, tais como, $LR + RL$ e $LL + RR$.

As conclusões obtidas de uma análise bastante detalhada apresentada na ref.[27] são as seguintes:

- (i) Se os eventos de corrente neutra para alto Q^2 são devidos a interações de contato $eeqq$, os acoplamentos do tipo LR e RL são os que melhor explicam os dados.
- (ii) Os dados do CDF sobre a produção de pares de lépton através do processo de Drell-Yan, restringem fortemente interações do tipo $eeuu$ independentemente de sua estrutura chiral.
- (iii) Quando todos os dados de alta e baixas energias são combinados todas as interações $eeqq$ são grandemente limitadas. Deste modo torna-se muito restrita a capacidade deste tipo de interações explicarem os dados do HERA.

Atualmente, a última conclusão deles – que o Modelo Padrão dá uma boa explicação geral para todos os dados sobre interações entre elétrons e hádrons incluindo os dados do HERA – está enfraquecida. O fato é que registram-se no HERA eventos numa região cinemática jamais explorada anteriormente de modo que sua conexão ou vinculação com outros dados é relativamente pequena. Portanto, são grandes as chances de que outros experimentos que venham a provar a mesma região cinemática encontrem o mesmo excesso de eventos sem que isto contradiga todas as experiências já realizadas. No que diz respeito aos eventos de corrente carregada, os autores da ref.[22] concluem que é muito difícil acomodar estes eventos no contexto das interações de contato, tanto vetoriais quanto escalares.

A aplicação do conceito de interações efetivas (ou equivalentemente, lagrangeanas efetivas) é algo constante nos trabalhos em fenomenologia de partículas. O seu uso permite a

obtenção de vínculos ou limites sobre muitos tipos de interações de uma forma que é independente de modelos. Dedicamos o próximo capítulo ao estudo de interações efetivas, mais especificamente às interações de quatro férmions.

Capítulo 4

Interações de Quatro Férmions

4.1 Introdução

No ano de 1934, Enrico Fermi propôs uma teoria que permitiu descrever o processo de decaimento beta pelos trinta anos que se seguiram, tendo sido a ela acrescentada poucas modificações no decorrer deste período. Fermi propôs que o processo $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ fosse descrito pela amplitude,

$$\mathcal{M} = G_F \bar{\Psi}_p(x) \gamma^\mu \Psi_n(x) \bar{\Psi}_{e^-}(x) \gamma^\mu \Psi_{\bar{\nu}}(x) \quad (4.1)$$

Aqui, os $\Psi(x)$'s correspondem as funções de onda das partículas no ponto x do espaço-tempo. Em sendo as partículas envolvidas todas de spin 1/2, um tratamento relativístico requer que as funções de onda sejam spinores de Dirac. Os γ^μ 's são matrizes de Dirac e G_F a constante de interação. Para propor esta amplitude, Fermi buscou inspiração na eletrodinâmica quântica, teoria que à época estava nos seus primórdios. Mais exatamente, ele procurou fazer uma analogia entre o processo de decaimento Beta com o processo de emissão de um quantum de radiação eletromagnética por um átomo excitado [29].

Basicamente, o que temos na equação (4.1) é o resultado da interação local (num único ponto do espaço-tempo), de duas correntes vetoriais, de modo que podemos reescrevê-la como,

$$\mathcal{M} = G J_{Barions}^\mu(x) J_{\mu \text{ léptons}}(x) \quad (4.2)$$

Portanto, esta amplitude para o processo de decaimento beta é muito semelhante à que se encontraria no caso do espalhamento de dois férmions carregados através de um fóton virtual.

As diferenças são que G é substituída por uma função do momento (q) trocado entre as correntes, e^2/q^2 e que as duas correntes são definidas em pontos diferentes, ou seja,

$$\mathcal{M} \sim \frac{e^2}{q^2} J_{\text{férmions}}^\mu(x) J_{\mu \text{ férmions}}(y) \quad (4.3)$$

À época a principal diferença registrada entre as duas amplitudes era a ordem de grandeza da força de interação. A constante de Fermi, G_F , era muito menor do que e^2/q^2 , para qualquer valor de q^2 então acessível experimentalmente ($G_F = 1.1 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ enquanto que $e^2/q^2 > 10^{-1} \text{ GeV}^{-2}$). Este pequeno valor de G_F é que caracteriza as interações fracas. A interação vetorial adotada por Fermi foi satisfatória na explicação da chamadas transições de Fermi em modelos de decaimento beta nuclear. Ao longo dos anos que se seguiram, algumas modificações tiveram que ser introduzidas na expressão original para compatibilizá-la com as observações experimentais. Detalhes a este respeito podem ser encontrados facilmente na literatura [30] mas, basicamente, o que se fez foi apenas generalizar o tipo de corrente fermiônicas para dar conta das transições nucleares diferentes das de Fermi¹ e da violação de paridade no decaimento beta, descoberta em 1956. No estágio mais avançado da teoria, por volta de meados da década de sessenta, a amplitude para o processo de decaimento passou a ser dada por [30, 31],

$$\mathcal{M} = G_F \bar{\Psi}_p(x) \gamma^\mu (1 - \lambda \gamma^5) \Psi_n(x) \bar{\Psi}_e(x) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \Psi_\nu(x) \quad (4.4)$$

onde λ deveria ser determinada experimentalmente. Por incluir interações vetoriais (V) e axiais (A) com um sinal relativo entre elas, a interação descrita por esta amplitude é conhecida como interação $V-A$. No ano de 1958, Feynman e Gell-mann, propuseram uma teoria fenomenológica baseada numa interação geral do tipo $V-A$. A Lagrangeana geral era dada pelo produto de duas correntes $V-A$,

$$L_{V-A} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J_1^\mu J_{2\mu}^\dagger + h.c. \quad (4.5)$$

onde,

$$J^\mu = \begin{cases} J_l^\mu \bar{\Psi}_{\nu_l} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \Psi_l, & l = e^-, \mu^-, \tau^-, \dots, \\ J_q^\mu \bar{\Psi}_{q_2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \Psi_{q_1}, & q_1 = d, s, b, \dots \quad q_2 = u, c, t, \dots \end{cases} \quad (4.6)$$

¹Foram Gamow e Teller que propuseram interações do tipo escalar, pseudoescalar, axial e tensorial.

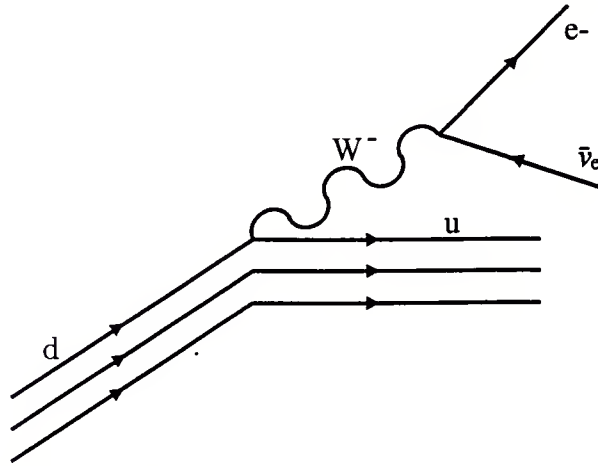


Figura 4.1: Diagrama de Feynman para o decaimento Beta.

A proposta era de que todos os fenômenos relacionados a força fraca e não somente o decaimento beta, poderiam ser analisados utilizando-se esta lagrangeana envolvendo interações de quatro férmions.

Hoje, sabemos que as interações fracas, da qual o decaimento beta é apenas um dos exemplos conhecidos, são intermediadas pelos bósons vetoriais massivos Z e W . Neste estágio devemos nos perguntar: qual a razão para o sucesso de um esquema tão simples como o adotado por Fermi na explicação do enigmático e fenomenologicamente rico processo de decaimento beta? A razão pela qual a teoria de Fermi, que hoje vemos apenas como um modelo fenomenológico do decaimento beta, consegue fazer previsões teóricas tão boas, é que este processo envolve energias muito baixas se comparadas com a massa da partícula que o intermedia. Vejamos o porque disto.

No Modelo Padrão o decaimento beta é visto como uma transição de um quark do tipo d , presente no neutron, para um quark do tipo u , com a consequente emissão de um bóson virtual carregado negativamente, W^- . Este último, por sua vez, dá origem a um elétron e a seu correspondente anti-neutrino (Figura 4.1). Para evitar as complicações inerentes a distribuição de quarks no nucleon (que são relevantes para o tratamento completo do decaimento beta) vamos escrever apenas a amplitude para a transição a nível partônico,

$$\mathcal{M} = C \times \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) d \left[\frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2} \right] \bar{e} \gamma^\nu (1 - \gamma^5) \nu, \quad (4.7)$$

onde todas as constantes de acoplamento foram absorvidas em C e onde q e M_W correspondem, respectivamente, ao quadrimomento e à massa do bóson W^- . No caso do decaimento beta $|q^2| \ll M_W^2$ de modo que esta expressão se reduz a,

$$\mathcal{M} = \frac{C}{M_W^2} \times \bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)d \bar{e}\gamma_\mu(1 - \gamma^5)\nu, \quad (4.8)$$

onde tomamos o limite $q_\mu q_\nu / M_W^2 \rightarrow 0$, pois quando quadramos esta amplitude este termo resulta em contribuições desprezíveis, proporcionais a $(m_{lépton}/M_W)^2$. **A amplitude resultante tem exatamente a mesma estrutura da interação V-A.**

Obviamente, os cálculos que acabamos de realizar para o caso do decaimento beta podem ser generalizados para os casos em que estão envolvidos outros férmions externos e outros bósons que não só poderiam ser vetoriais como também escalares. O resultado final obtido seriam amplitudes da forma,

$$\mathcal{M} = G(\bar{u}_1 \mathcal{O} u_2)(\bar{u}_3 \mathcal{O} u_4), \quad (4.9)$$

onde $\mathcal{O}$ representa os operadores dados na Eq. (3.5). Portanto, podemos concluir em bases bem gerais, que as interações de quatro férmions são uma boa aproximação no caso em que o momento da partícula que intermedia a reação entre os férmions é muito menor do que a sua massa; neste caso o propagador colapsa para um único ponto. A interação final é dita ser uma **interação efetiva**. Na Fig. 4.2 apresentamos esta idéia do colapso que resulta no diagrama de Feynman para uma interação de quatro férmions. É importante ressaltar que a constante que multiplica toda esta amplitude, que tem o papel de uma constante de interação como a carga elétrica, pode ser sempre expressa da forma $G = \frac{\lambda}{M^2}$. Portanto, adotando um enfoque fenomenológico, concluímos que uma medida de G é capaz de nos fornecer informação sobre a escala de energia (a massa M) de um determinado processo que esteja sendo investigado a baixas energias quando comparadas com esta escala. Isto se fizermos uma boa estimativa do valor de λ .

A partir deste ponto, usamos indistintamente os termos lagrangeana efetiva ou interação efetiva. O conceito de interações efetivas foi estendido a outras interações além das de quatro

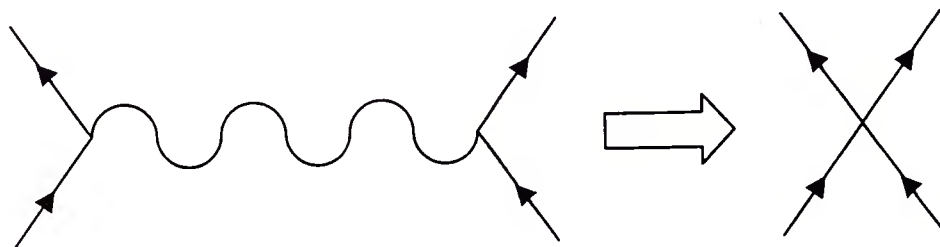


Figura 4.2: O colapso do propagador resulta numa interação de pontual de 4 férmions.

férmions. Na próxima seção nos dedicaremos a abordar este método extremamente poderoso que é o uso de lagrangeanas efetivas.

4.2 O Método das Lagrangeanas Efetivas

O propósito do método de lagrangeanas efetivas é representar de maneira simples o conteúdo dinâmico de uma teoria no limite de baixas energias, onde o efeito de partículas pesadas pode ser incorporado em algumas constantes [32]. Existem duas situações em que se pode utilizar este método. Na primeira, as interações efetivas são derivadas como o limite de baixas energias de uma teoria bem determinada. Faz-se isso quando queremos saber os efeitos desta teoria em processos a baixas energias para, por exemplo, de uma série de medidas estimar os valores dos parâmetros físicos nela contidos tais como massas e constantes de acoplamento. Na segunda situação, o que se quer é impor limites sobre determinado tipo de interações independentemente do modelo existente para física a altas energias. Neste último caso, trata-se de uma aproximação que não leva em consideração a possibilidade de certos cancelamentos entre amplitudes que contribuem para o processo. Entretanto, os limites sobre as contribuições independentes de modelo, em geral, dão uma boa estimativa da ordem de grandeza da escala de energia na qual novos processos são permitidos.

4.2.1 Aspectos Formais do Método

Nós já vimos, através de um exemplo explícito envolvendo a amplitude para o processo $d \rightarrow ue^-\bar{\nu}$, como é possível determinar a forma da interação a baixas energias para uma teoria bem conhecida, no caso o Modelo Padrão. Entretanto, podemos tratar a questão de qual é a forma das interações a baixas energias de um ponto de vista mais formal. O processo formal pelo qual os campos associados a partículas pesadas são eliminados de uma teoria a escalas de energia suficientemente baixas é obtido “integrando fora” esses campos. Para ilustrar este processo, vamos tratar do caso relativamente simples que envolve apenas campos escalares [32]. Mesmo sendo este um exemplo muito restrito, é muito fácil ver como o processo se aplica a outros casos.

A designação do procedimento, “integrar fora”, vem do formalismo das integrais de caminho, onde o processo de integrar fora um campo pesado H deixando apenas os campos associados a partículas leves, ℓ_i , é definido em termos de uma ação efetiva $S_{eff}[\ell_i]$,

$$e^{iS_{eff}[\ell_i]} = \frac{\int [dH] e^{i \int d^4x \mathcal{L}(H(x), \ell_i(x))}}{\int [dH] e^{i \int d^4x \mathcal{L}(H(x), 0)}} \quad (4.10)$$

Neste exemplo, consideramos um acoplamento linear do campo H com alguma combinação de campos J . Neste caso a parte da lagrangeana que nos interessa será dada por,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu H \partial^\mu H - m_H^2 H^2) + JH. \quad (4.11)$$

O próximo passo consiste em completar o quadrado,

$$\begin{aligned} \int d^4x \mathcal{L}(H, J) &= \int d^4x \left[-\frac{1}{2} H D H + JH \right] \\ &= -\frac{1}{2} \int d^4x \left[(H - D^{-1}J) D (H - D^{-1}J) - J D^{-1}J \right] \\ &= -\frac{1}{2} \int d^4x \left[(H' D H' - J D^{-1}J) \right], \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde a seguinte notação foi utilizada,

$$\begin{aligned} D &= \square + m_H^2 \\ D^{-1}J &= - \int d^4y \Delta_F(x-y) J(y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\square_x + m_H^2)\Delta_F(x-y) &= -\delta^4(x-y) \\
H'(x) &= H(x) + \int d^4y \Delta_F(x-y)J(y) \\
\int d^4x J D^{-1} J &= - \int d^4x d^4y J(x) \Delta_F(x-y) J(y)
\end{aligned} \tag{4.13}$$

O propagador para o campo escalar é dado por,

$$\Delta_F(x-y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot (x-y)} \frac{i}{p^2 - m_H^2 + i\epsilon}. \tag{4.14}$$

Uma vez que, na integral de caminho, estamos integrando sobre todos os valores do campo em cada ponto do espaço tempo, podemos fazer a seguinte mudança de variáveis, $[dH] = [dH']$.

Desta forma obtemos,

$$\begin{aligned}
e^{iS_{eff}[l_i]} &= \int [dH] e^{i \int d^4x \mathcal{L}(H,J)} / \int [dH] e^{i \int d^4x \mathcal{L}(H,0)} \\
&= \int [dH] e^{i \int d^4x [-\frac{1}{2} H' D H' - J D^{-1} J]} / \int [dH'] e^{i \int d^4x [-\frac{1}{2} H D H]} \\
&= e^{\frac{i}{2} \int d^4x J D^{-1} J},
\end{aligned} \tag{4.15}$$

de onde obtemos a seguinte ação,

$$S_{eff}[J] = -\frac{1}{2} \int d^4x d^4y J(x) \Delta_F(x-y) J(y). \tag{4.16}$$

Podemos obter uma lagrangeana local, como deve ser para interações efetivas, notando que para partículas pesadas o propagador possui um pico para pequenas distâncias² ($x-y$ pequenos).

Podemos expandir $J(y)$ em série de Taylor como,

$$J(y) = J(x) + (y-x)^\mu [\partial_\mu J(y)]_{y=x} + \dots \tag{4.17}$$

Mantendo os termos constantes e usando,

$$\int d^4y \Delta_F(x-y) = -\frac{1}{m_H^2}, \tag{4.18}$$

²Para apreciarmos este fato, substituímos $e^{-ip \cdot (x-y)}$ por $\cos(p \cdot (x-y)) - i \sin(p \cdot (x-y))$ e observamos que pequenas distâncias implicam numa pequena variação das funções cos e sin quando p varia em torno do pólo do propagador. Assim, a função total apresenta sempre o mesmo sinal em torno desta região, resultando numa contribuição não nula. Para valores grandes de $x-y$, a variação das funções trigonométricas em torno do pólo são grandes de modo que há um cancelamento quase que total entre contribuições que são hora positivas e hora negativas.

obtemos,

$$S_{eff}[J] = \int d^4x \frac{1}{m_H^2} J(x)J(x) + \dots, \quad (4.19)$$

onde os pontos denotam termos suprimidos por potências adicionais de m_H^2 . Considerando que esta ação efetiva deve ser incorporada ao funcional gerador da teoria deste nosso exemplo, como um termo de interação $\int d^4x \mathcal{L}_{int}$ o seria³, podemos isolar a nova lagrangeana efetiva e dela facilmente ler as regras de Feynman. A (densidade) lagrangeana que obtemos,

$$\mathcal{L}_{eff} = \frac{1}{m_H^2} J(x)J(x), \quad (4.20)$$

sugere claramente uma estrutura do tipo produto de correntes como no caso da interação de Fermi. Obviamente, podemos *a priori* ter produtos de quaisquer combinação de campos desde que a dimensionalidade final da lagrangeana seja igual a (*energia*)⁴.

Tendo apreciado o exemplo dado acima, apresentamos um resultado geral de teoria de campos, denominado de “teorema do desacoplamento”, o qual descreve como as partículas pesadas devem entrar na teoria de baixas energias. O teorema estabelece que [32]: *se a teoria obtida a baixas energias é renormalizável, todos os efeitos das partículas pesadas aparecem como uma renormalização das constantes de acoplamento da teoria ou então são suprimidos por potências da massa da partícula pesada*. A primeira parte deste teorema possui certas sutilezas. Quando se diz que os efeitos aparecem como uma renormalização das constantes, tais como acoplamentos e massas, deve-se considerar que estas não foram medidas com suficiente precisão ou acuidade a ponto de revelar possíveis discrepâncias (que aparecem sob forma de inconsistência entre os resultados de diversas medidas) entre os resultados experimentais e as previsões da teoria renormalizável vigente. Como um exemplo, podemos citar o caso da constante de estrutura fina, α . Dada a imensa precisão de sua medida experimental, caso utilizássemos apenas a previsão teórica da QED (neste caso a QED é a teoria renormalizável remanescente), observaríamos uma enorme discrepância entre a medida e a previsão. Através da introdução das correções provenientes dos setores eletrofraco e hadrônico, consegue-se restaurar a concordância entre teoria e experiência [33]. Entretanto, na maior parte dos experimentos,

³ $W[j] = N e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{int}(-i \frac{\delta}{\delta j(x)})} W^{(0)}[j]$, onde $W^{(0)}[j]$ corresponde ao gerador funcional para a lagrangeana da teoria contendo apenas os campos ℓ_i .

esperamos que não seja possível sentir os efeitos destas partículas até que estejamos próximo de criá-las como partículas reais. Podemos ver que a segunda parte deste teorema é bastante razoável, em virtude do exemplo que fizemos para o caso da interação de quatro férmions em conexão com o decaimento beta.

Basicamente, o que o teorema do desacoplamento nos diz é que, quando tomamos a massa da partícula pesada tendendo ao infinito, os seus efeitos devem desaparecer⁴. Entretanto, esta interpretação ingênua tem suas limitações. No Modelo Padrão as amplitudes que envolvem o quark top tem dependência na massa dessa partícula que vai como m_t^2 ou $\ln(m_t^2)$, de forma que seria catastrófico tomarmos o limite em que a massa do top vai para infinito para prever os resultados a baixas energias.

Podemos, ainda, considerar o próprio decaimento beta como um exemplo de uma exceção ao teorema. Neste caso, o limite de baixas energias do setor eletrofraco do Modelo Padrão gera uma interação não renormalizável que não possui uma contrapartida da teoria renormalizável remanescente, no caso a QED. Seria fenomenologicamente incorreto tomarmos o limite em que G_F tende a zero pois o decaimento beta deixaria de existir. Parafraseando Collins [34] – “O ponto é que, na ausência da interação fraca, este e outros processos seriam exatamente proibidos por simetrias tais como, paridade, conjugação de carga e conservação de estranheza. As amplitudes resultantes da interação fraca para estes processos seriam correções proporcionais a potências negativas de M_W não fosse o caso de elas serem correções para zero. A consequência desta situação particular é que, a baixas energias, as interações fracas são descritas por uma teoria não renormalizável (lembramos que o teorema do desacoplamento diz que devemos ao final ter uma teoria renormalizável), no caso, a interação de quatro férmions.”

O teorema do desacoplamento, as exceções ao mesmo, e sua prova formal podem ser encontrados no capítulo 8 do livro do Collins [34].

⁴No método de regularização de Pauli-Villars o que se faz é um exemplo disto. Uma partícula fictícia de massa Λ (o cut-off), é introduzida na teoria para regularizar as integrais e ao final do processo de renormalização, ao tomar-se o limite $\Lambda \rightarrow \infty$ toda a dependência neste parâmetro desaparece, e por consequência na partícula fictícia.

4.2.2 Aplicação das Lagrangeanas Efetivas

O que torna possível o uso do método das lagrangenas efetivas é o que se denomina expansão na energia. A idéia em si é bastantes simples e nos diz que apesar de podermos gerar um número infinito de interações efetivas (produtos dos campos e suas derivadas) consistentes com determinadas simetrias e leis de conservação, a energias suficientemente baixas, apenas poucas destas interações, as vezes apenas uma, tornam-se relevante. Para apreciarmos este resultado, basta que organizemos a lagrangeana total agrupando os termos que apresentam a mesma dimensão de energia. Como a lagrangeana total deve sempre ter dimensão de $(energia)^4$, os grupos com dimensionalidade maior do que esta deverão aparecer divididos por uma constante com a dimensão necessária para manter a dimensionalidade da lagrangeana. Denotando por $\mathcal{L}_n$ as interações com dimensão de $(energia)^n$, podemos expressar a lagrangeana total como,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_4 + \frac{1}{\Lambda} \mathcal{L}_5 + \frac{1}{\Lambda^2} \mathcal{L}_6 + \frac{1}{\Lambda^3} \mathcal{L}_7 + \dots \quad (4.21)$$

onde $\mathcal{L}_4$ corresponde a lagrangeana da teoria original a qual queremos adicionar as novas interações. Aqui escrevemos o mesmo parâmetro Λ para todos os termos apenas para simplificar a notação mas, de um modo geral, cada lagrangeana de um grupo possui sua própria constante. Pelo que já vimos, devemos concluir que estes parâmetros possuem uma conexão direta com as constantes de acoplamento presentes nos vértices e com as massas presentes nos propagadores oriundos das partículas existentes a altas energias. Como Λ é muito maior que a escala de energia dos processos estudados, as contribuições dos termos de maior dimensionalidade decrescem tanto mais rápido quanto maior é o valor de Λ . Assim, a baixas energias, apenas os primeiros termos da expansão tornam-se relevantes.

Vamos, agora, tratar da questão de quais lagrangenas efetivas podemos construir no caso em que não temos nenhuma teoria a altas energias que nos sirva como guia⁵. Um ponto básico é que se vamos gerar lagrangenas efetivas para parametrizar nova física além daquela do modelo vigente, devemos empregar na construção dessas lagrangenas apenas os campos já existentes. Um vínculo muito forte e útil na construção de novos termos, vem das simetrias discretas ou contínuas que queremos que sejam preservadas pela teoria a altas energias.

⁵Trataremos aqui apenas deste caso, pois é dele que nos utilizamos para o trabalho de mestrado.

Para o caso que nos interessa, o do Modelo Padrão, existem extensos trabalhos nos quais são listadas as possíveis lagrangeanas efetivas para determinado conjunto de simetrias [35].

Se exigimos que a quebra da simetria $SU(2) \times U(1)$ seja um fenômeno conectado com a escala de Fermi e não com Λ , i. e., que para energias $E > G_F^{-\frac{1}{2}}$ a lagrangeana para a teoria completa a altas energias seja invariante pelas transformações deste grupo, então todos os termos $\mathcal{L}_i$ são invariantes sob $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Como um exemplo, vejamos que a única lagrangeana de dimensão cinco que pode ser contruída a partir dos campos do Modelo Padrão satisfazendo estas simetrias é [35],

$$\mathcal{L}_5 = c_5 \epsilon^{ij} (\bar{\ell}_R^{(c)})_i \phi_j \epsilon^{kl} (\ell_L)_k \phi_l \quad (i, j, k, l = 1, 2), \quad (4.22)$$

onde c_5 é uma constante, $(\ell_L)_k$ e ϕ_k são, respectivamente, membros dos dubletos de léptons e de Higgs e

$$(\bar{\ell}_R^{(c)})_k = i(\ell)_k^T \gamma_2 \gamma_0, \quad (4.23)$$

é a representação conjugada do lépton. O efeito deste termo, após a quebra de simetria, é induzir uma massa para os neutrinos dadas por,

$$m_\nu = \frac{c_5 v^2}{2 \Lambda}, \quad (4.24)$$

onde v corresponde ao valor esperado do vácuo. Os limites experimentais sobre as massas do neutrinos implicam que $\Lambda > 10^{10}$ TeV, o que torna os possíveis efeitos desta interação em outras observáveis do Modelo Padrão, absolutamente desprezíveis.

No nosso trabalho estamos interessados nos efeitos de interações de quatro férmions. No caso em que exigimos que estas interações sejam invariantes sob $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, diagonais no sabor e que não violem número leptônico ou fermiônico podemos construir as seguintes lagrangeanas⁶ [35] :

⁶Aqui as lagrangeanas estão separadas de acordo com a sua estrutura quiral. Denotamos de L os campos fermiônicos de mão esquerda e de R os de mão direita de modo que as possíveis combinações são $\bar{L}\bar{L}\bar{L}\bar{L}$, $\bar{R}\bar{R}\bar{R}\bar{R}$, $\bar{L}\bar{L}\bar{R}\bar{R}$, $\bar{L}\bar{R}\bar{R}\bar{L}$. A ordem dos campos é irrelevante devido a transformação de Fierz.

(i) Com estrutura $\bar{L}L\bar{L}L$: neste caso os operadores somente podem ser obtidos como o produto de duas correntes vetoriais tendo, portanto, a estrutura geral $(\bar{L}\gamma_\mu L)(\bar{L}\gamma^\mu L)$. Denotando de λ^a as matrizes do grupo $SU(3)$ e de τ^i as do grupo $SU(2)$, listamos abaixo as lagrangeanas que satisfazem as condições inicialmente impostas.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}(\bar{\ell}\gamma_\mu\ell)(\bar{\ell}\gamma^\mu\ell) \quad \frac{1}{2}(\bar{\ell}\gamma_\mu\tau^i\ell)(\bar{\ell}\gamma^\mu\tau^i\ell) \\
& \frac{1}{2}(\bar{q}\gamma_\mu q)(\bar{q}\gamma^\mu q), \quad \frac{1}{2}(\bar{q}\gamma_\mu\lambda^a q)(\bar{q}\gamma^\mu\lambda^a q), \\
& \frac{1}{2}(\bar{q}\gamma_\mu\tau^i q)(\bar{q}\gamma^\mu\tau^i q) \quad \frac{1}{2}(\bar{q}\gamma_\mu\lambda^a\tau^i q)(\bar{q}\gamma^\mu\lambda^a\tau^i q), \\
& (\bar{\ell}\gamma_\mu\ell)(\bar{q}\gamma^\mu q), \quad (\bar{\ell}\gamma_\mu\tau^i\ell)(\bar{q}\gamma^\mu\tau^i q).
\end{aligned} \tag{4.25}$$

(ii) Com estrutura $\bar{R}R\bar{R}R$: neste caso os operadores são da forma $(\bar{R}\gamma_\mu R)(\bar{R}\gamma^\mu R)$.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}(\bar{e}\gamma_\mu e)(\bar{e}\gamma^\mu e), \\
& \frac{1}{2}(\bar{u}\gamma_\mu u)(\bar{u}\gamma^\mu u), \\
& \frac{1}{2}(\bar{u}\gamma_\mu\lambda^a u)(\bar{u}\gamma^\mu\lambda^a u), \\
& \frac{1}{2}(\bar{d}\gamma_\mu d)(\bar{d}\gamma^\mu d), \quad \frac{1}{2}(\bar{d}\gamma_\mu\lambda^a d)(\bar{d}\gamma^\mu\lambda^a d), \\
& \bar{e}\gamma_\mu e)(\bar{u}\gamma_\mu u), \\
& \bar{e}\gamma_\mu e)(\bar{d}\gamma_\mu d), \\
& \bar{u}\gamma_\mu u)(\bar{d}\gamma_\mu d), \quad \bar{u}\gamma_\mu\lambda^a u)(\bar{d}\gamma_\mu\lambda^a d).
\end{aligned} \tag{4.26}$$

(iii) Estrutura $\bar{L}R\bar{R}L$: neste caso podemos ter tanto o produto de correntes tensoriais quanto escalares. Nos limitaremos a apresentar as com correntes escalares sendo que as tensoriais podem ser obtidas diretamente das primeiras por simples substituição de 1 por $\sigma^{\mu\nu}$.

$$(\bar{\ell}e)(\bar{e}\ell),$$

$$(\bar{\ell}u)(\bar{u}\ell),$$

$$\begin{aligned}
& (\bar{\ell}d)(\bar{d}\ell), \\
& (\bar{q}e)(\bar{e}q), \\
& (\bar{q}u)(\bar{u}q), \quad (\bar{q}\lambda^a u)(\bar{u}\lambda^a q), \\
& (\bar{q}d)(\bar{d}q), \quad (\bar{q}\lambda^a d)(\bar{u}\lambda^a d), \\
& (\bar{\ell}e)(\bar{d}q).
\end{aligned} \tag{4.27}$$

(iv) Estrutura $\bar{L}R\bar{L}R$.

$$\begin{aligned}
& (\bar{q}u)(\bar{q}d), \\
& (\bar{q}\lambda^a u)(\bar{q}\lambda^a d), \\
& (\bar{\ell}e)(\bar{q}u).
\end{aligned} \tag{4.28}$$

As correntes que contém as matrizes τ^i e λ^a estão associadas com a troca de quanta de triplete de isospin e octetos de cor⁷, respectivamente. Caso requeressemos que apenas a simetria $SU(2) \times U(1)$ fosse preservada, então não necessitaríamos das lagrangeanas contendo as matrizes λ^a . Da mesma maneira, caso requeressemos que apenas a simetria $U(1)$ o fosse, então, também as lagrangeans contendo τ^i não seriam necessárias.

No nosso trabalho, como em muitos outros [7], vamos assumir apenas que a simetria $U(1)$ é respeitada pelas lagrangeanas efetivas. Estamos, com esta escolha, assumindo que a física presente a altas energias que estamos parametrizando pode violar as simetrias do Modelo Padrão, o que corresponde ao caso mais geral de uma teoria de nova física. Apesar de ser esperado que $SU(2) \times U(1)$ deva ser a simetria das interações renormalizáveis existentes a altas energias e que se manifestam a baixas energias sob a forma de interações de contato, a quebra da simetria eletrofraca pode quebrar a degenerescência dos multipletos de $SU(2)$ de novos quantas altamente massivos que podem ser trocados entre os férmions. Um exemplo vem da troca de stops $\tilde{t}_1, \tilde{t}_2$ e sbottoms $\tilde{b}_L, \tilde{t}_R$ em Modelos de SUSY com violação de paridade R, no qual os primeiros são muito mais massivos que os últimos [27]. A lagrangeana dada na Eq. (3.6) foi

⁷Na nossa notação estão implícitas as matrizes de cor. Com estas, as correntes que envolvem quarks são escritas como, $\bar{q}c^\dagger \gamma^\mu q c'$ onde $c_{\text{vermelho}}^\dagger = (1 \ 0 \ 0)$, $c_{\text{azul}}^\dagger = (0 \ 1 \ 0)$ e $c_{\text{verde}}^\dagger = (0 \ 0 \ 1)$ [36].

concebida para ser utilizada no caso mais geral, em que há a possibilidade de que a simetria $SU(3) \times SU(2)$ não seja necessariamente respeitada. É por este motivo que as constantes η_{ij} e Λ são tomadas como sendo distintas para cada conjunto de partículas envolvidas na interação. Caso uma lagrangeana respeite $SU(2) \times U(1)$ há uma relação entre as suas constantes de interação. Por exemplo, a constante da interação envolvendo o elétrons de mão direita e quarks up de mão esquerda deve ser igual á constante de interação no caso em que os quarks são do tipo d.

4.3 Lagrangeana Geral de Quatro Férmions

Neste nosso trabalho exploramos os efeitos de interações de quatro férmions escalares, vetoriais e tensoriais a nível de um loop. Nesta seção apresentamos e discutimos as lagrangenas que dão origem às interações por nós utilizadas. Assumimos que a única simetria respeitada por nossas lagrangeanas é a $U(1)$ e que as interações são diagonais no sabor, não violando, portanto, a conservação de número bariônico e leptônico. Consideramos, também, que as interações escalares, vetoriais e tensoriais não são induzidas simultâneamente pela física presente a altas energias, de modo que escrevemos uma lagrangeana para cada tipo de interação. Impondo a exigência de hermiticidade a estas lagrangeanas, podemos escrever,

$$\mathcal{L}_{escalar} = \eta \frac{g^2}{\Lambda^2} [\bar{\psi}_m (V_S^m - iA_S^m \gamma_5) \psi_m] [\bar{\psi}_n (V_S^n - iA_S^n \gamma_5) \psi_n] \quad (4.29)$$

$$\mathcal{L}_{vetor} = \eta \frac{g^2}{\Lambda^2} [\bar{\psi}_m \gamma^\mu (V_V^m - A_V^m \gamma_5) \psi_m] [\bar{\psi}_n \gamma_\mu (V_V^n - A_V^n \gamma_5) \psi_n] \quad (4.30)$$

$$\mathcal{L}_{tensor} = \eta \frac{g^2}{\Lambda^2} [\bar{\psi}_m \sigma^{\mu\nu} (V_T^m - iA_T^m \gamma_5) \psi_m] [\bar{\psi}_n \sigma_{\mu\nu} (V_T^n - iA_T^n \gamma_5) \psi_n]. \quad (4.31)$$

Nestas equações, A_i e $V_i, i = S, V, T$ são todas constantes reais, η pode assumir valores ± 1 , permitindo que haja interferência construtiva ou destrutiva com as contribuições do Modelo Padrão e Λ corresponde a escala de energia da nova física, como já foi discutido. Aqui adotamos uma convenção comum na literatura [37] que é assumir ⁸ $g^2/4\pi = 1$. Os campos fermiônicos ψ^i , onde o índice denota o sabor do campo, correspondem aos espinores de férmions tais como, $e, \mu, \tau, u, d, \dots$

⁸Esta convenção é conhecida como aproximação de acoplamento forte.

A forma como escrevemos as nossas lagrangeanas, pode ser facilmente compatibilizada com aquela na qual a lagrangena mais geral é tomada como sendo a soma de lagrangeanas com diferentes estruturas quirais com diferentes coeficientes (p. ex., Eq. (3.6)). Os vínculos sobre os coeficientes (constantes de interação) da lagrangeana escrita nesta outra notação podem nos trazer algumas informações úteis de modo que vamos analisar qual a relação entre as constantes presentes em ambos os tipos de lagrangeana.

4.3.1 Propriedades

Escrevemos as lagrangeanas com estrutura quiral explícita considerando que a cada corrente podemos associar uma constante de acoplamento, o que parece ser o mais certo a ser feito. Deste modo obtemos,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{escalar} &= \sum_{i,j=L,R} \frac{g^2}{\Lambda^2} [a_i \bar{\psi}_m \omega_i \psi_m] [b_j \bar{\psi}_n \omega_j \psi_n] \\ \mathcal{L}_{vetor} &= \sum_{i,j=L,R} \frac{g^2}{\Lambda^2} [a_i \bar{\psi}_m \gamma^\mu \omega_i \psi_m] [b_j \bar{\psi}_n \gamma_\mu \omega_j \psi_n] \\ \mathcal{L}_{tensor} &= \sum_{i,j=L,R} \frac{g^2}{\Lambda^2} [a_i \bar{\psi}_m \sigma^{\mu\nu} \omega_i \psi_m] [b_j \bar{\psi}_n \sigma_{\mu\nu} \omega_j \psi_n],\end{aligned}\quad (4.32)$$

onde $\omega_i = \omega_{L,R} = L, R$, estes últimos sendo os operadores de quiralidade e a_i e b_j são constantes, *a priori*, complexas. Da comparação entre as Eq. (4.29), Eq. (4.30) e Eq. (4.31) com as da Eq. (4.32) concluímos que, as constantes V, A, a_i e b_j estão relacionadas da seguinte maneira,

$$\begin{aligned}V_{S,V,T}^m &= \frac{a_R + a_L}{2} & V_{S,V,T}^n &= \frac{b_R + b_L}{2} \\ A_{S,V,T}^m &= i \frac{a_R - a_L}{2} & A_{S,V,T}^n &= i \frac{b_R - b_L}{2}\end{aligned}\quad (4.33)$$

Da exigência de que as lagrangeanas, Eq. (4.32), sejam hermitianas, extraímos relações que devem ser satisfeitas pelas diferentes constantes a_i e b_j . Para o caso das interações escalares e tensoriais, temos,

$$\begin{aligned}a_L^* &= a_R, & b_L^* &= b_R, \\ a_R^* &= a_L, & b_R^* &= b_L,\end{aligned}\quad (4.34)$$

e para as vetoriais,

$$\begin{aligned}a_L^* &= a_L, & b_L^* &= b_L, \\ a_R^* &= a_R, & b_R^* &= b_R,\end{aligned}\quad (4.35)$$

Uma vez que já isolamos a constante de interação (g^2) e a escala (Λ) nas lagrangeans dadas na Eq. (4.32), torna-se natural supormos que as constantes acima satisfazem a condição de que $|a_i|$ e $|b_j|$ são menores ou iguais a um. Portanto, reescrevemos estas constantes como,

$$a_R = e^{i\theta_a} \quad , \quad b_R = e^{i\theta_b} \quad , \quad a_L = e^{-i\theta_a} \quad \text{e} \quad b_L = e^{-i\theta_b}, \quad (4.36)$$

para as interações escalares e tensoriais, observando que o mesmo ângulo esta presente, independentemente do índice de quiralidade da constante (este último resultado é uma consequência das relações dadas na Eq. (4.34) e Eq. (4.35)). Usando das relações da Eq. (4.34) e das definições na Eq. (4.36) chegamos a conclusão de que podemos reescrever as constantes presentes na Eq. (4.29) e Eq. (4.31) parametrizadas em termos dos ângulos θ_a e θ_b como,

$$\begin{aligned} V_{S,T}^m &= \frac{a_R + a_R^*}{2} = \cos \theta_a, & V_{S,T}^n &= \cos \theta_b, \\ A_{S,T}^m &= i \frac{a_R - a_R^*}{2} = -\sin \theta_a, & A_{S,T}^n &= -\sin \theta_b, \end{aligned} \quad (4.37)$$

No caso das interações vetoriais, o que concluimos é que as constantes ou são puramente reais ou puramente imaginárias. Para que possamos obter lagrangeanas com a mesma forma daquelas que compõem a lagrangeana da Eq. (3.6), o que é útil para fazermos comparações, vemos a partir da Eq. (4.33), que devemos adotar,

$$a_i = \pm \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad b_i = \pm \frac{1}{2}. \quad (4.38)$$

se queremos obter interações que resultam do produto de correntes do tipo L ou R, ou

$$a_i = \pm 1 \quad \text{e} \quad b_i = \pm 1. \quad (4.39)$$

se desejamos do tipo V ou A (vetorial ou axial). Portanto, concluimos que,

$$V_V = \pm \frac{1}{2}, \pm 1, 0 \quad \text{e} \quad A_V = \pm \frac{1}{2}, \pm 1, 0. \quad (4.40)$$

As relações que acabamos de derivar, Eq. (4.37) e Eq. (4.40), nos serão muito úteis quando formos escolher os modelos de interação cujos efeitos queremos analisar. Por escolha de modelo queremos entender a escolha dos valores das constantes V e A ou, equivalentemente, a_i e b_j . Por exemplo, podemos assumir que as contribuições da interação descrita por $\mathcal{L}_{vetor}$ são apenas vetoriais e não axiais ($V_V^m = V_V^n = 1$ e $A_V^m = A_V^n = 0$).

Já sabemos que as lagrangeanas (4.29), (4.30) e (4.31) são invariantes sob as transformações contínuas do grupo $U(1)$. Sob as transformações discretas de paridade, conjugação de carga e inversão temporal, as lagrangianas apresentam diferentes propriedades em função da escolha dos valores das constantes $V_{S,V,T}$ e $A_{S,V,T}$. No Apêndice B, analisamos as propriedades sob **P** e **CP** (as simetrias relevantes para o nosso trabalho) de nossas lagrangeanas. A conclusão é de que as lagrangianas escalar e tensorial violam tanto **P** quanto **CP** no caso em que o modelo por nós adotado é aquele no qual todas as constantes do tipo V e A estão presentes ⁹. No caso das interações vetoriais, o que concluímos é que esta não viola **CP** e que **P** pode ou não ser violada, dependendo do modelo adotado.

4.3.2 Efeitos a Nível de Árvore

Os efeitos a nível de árvore das interações de quatro férmions podem alterar as observáveis do Modelo Padrão tanto de baixas como de altas energias. A partir das medidas dessas observáveis e de sua comparação com as previsões teóricas do Modelo Padrão, pode-se determinar ou, ao menos, impor limites sobre a escala Λ , dependendo da concordância ou não entre teoria e experimento, dentro da precisão estimada.

Dentre as observáveis de altas energias utilizadas para procurar por evidências das interações de quatro férmions, estão a distribuição angular e a seção de choque total para processos que envolvem, em última instância, os 4 férmions, senão na camada de massa ($\ell_1 \ell_2 \rightarrow \ell_3 \ell_4$), pelo menos próximo disto (p. ex., no caso em que os férmions no estado final são quarks que sofrem rapidamente o processo de hadronização, $\ell_1 \ell_2 \rightarrow 2$ jatos). A procura por sinais das interações de quatro férmions nestes casos, baseia-se no fato de que a presença destas interações alteram tanto a distribuição final das partículas como a seção de choque total para processos de espalhamento [15, 37]. A sensibilidade dos experimentos a estas alterações, em geral, torna viável a imposição de bons limites sobre as interações. Atualmente, os limites sobre interações vetoriais advindos destas medidas diretas encontram-se, dependendo do modelo de interação adotado e das partículas envolvidas, entre 1 TeV e 12 TeV ¹⁰. Os limites impostos por medidas

⁹Na próxima seção discutimos o porque de adotarmos este modelo para interações escalares e tensoriais

¹⁰Existe uma grande gama de novos resultados advindos de medidas em processos de altas ou baixas energias.

Tabela 4.1: Limites sobre Λ provenientes de medidas atômicas de violação de paridade.

	$q = u, \eta = +1$	$q = u, \eta = +1$	$q = d, \eta = +1$	$q = d, \eta = +1$
$\bar{e}_L e_L \bar{q}_L q_L$	7.4	11.7	7.9	12.3
$\bar{e}_L e_L \bar{q}_R q_R$	7.4	11.7	7.9	12.3
$\bar{e}_R e_R \bar{q}_R q_R$	11.7	7.4	12.3	7.9
$\bar{e}_R e_R \bar{q}_L q_L$	11.7	7.4	12.3	7.9

diretas a altas energias, sobre as interações escalar e tensorial, não são calculados devido ao fato de que existem limites muito mais restritivos provenientes de medidas para processos a baixas energias. Na Ref. [26] são obtidos limites inferiores sobre a escala Λ para a interação escalar e tensorial, a partir de dados para decaimentos raros de mésons. Isto é possível porque as correntes que formam as interações escalar e tensorial envolvem partículas com helicidades opostas, o que não ocorre no caso de interações vetoriais. No caso do decaimento dos mésons, o fato de que estes têm spin nulo requer que as partículas no estado final tenham helicidades opostas.

No caso específico de interações do tipo $\bar{q}q\bar{e}e$, $q = u, d$, existem muitas observáveis de baixas e altas energias que podem ser utilizadas na obtenção de limites sobre Λ [27]. Alguns dos limites mais restritivos sobre os modelos de interação que violam paridade, provém da medida de transições atômicas que não conservam paridade, como a entre os níveis 6S e 7S do átomo de Césio [28]. Na tabela 4.1 apresentamos, como ilustração, os valores de Λ obtidos a partir destas medidas. No próximo capítulo veremos como é possível obter limites sobre as interações de quatro férmions apresentadas nas equações (4.29), (4.30) e (4.31), a partir do efeito de suas contribuições a nível de um loop a outras observáveis do Modelo Padrão.

Veja, por exemplo, a Ref. [38].

Capítulo 5

Contribuições das Interações de Quatro Férmions a Nível de um Loop

5.1 Análise e Resultados

As interações de quatro férmions que apresentamos na seção anterior não somente contribuem a nível de árvore para as observáveis do Modelo Padrão como também geram contribuições a nível de um loop. O que exploramos em nosso trabalho [39] são as contribuições dos diagramas apresentados na Fig. 5.1 à largura de decaimento do bóson Z , momentos magnético anômalo, dipolar elétrico e dipolar eletrofraco do elétron, muon e tau. Os resultados provenientes de cada uma dessas grandezas físicas serão detalhados em seções específicas.

O diagrama da Fig. 5.1 a(b) é chamado de canal $s(t)$ e pode ser visto como o resultado do colapso do propagador num diagrama como o da Fig. 5.2a(b) (a linha tracejada neste diagrama denota qualquer tipo de propagador, escalar, vetorial¹ ...). As amplitudes associadas a estes diagramas são,

$$\mathcal{M}_t = i\eta \frac{g^2}{\Lambda^2} \bar{u}(p_1) \left[\mathcal{O}_i(V_i^E - A_i^E \gamma^5) \right] v(p_2) \times \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[-ie\gamma^\mu (G_V - G_A \gamma^5) \frac{i(\not{k} + M_I)}{k^2 - M_I^2} \mathcal{O}_i(V_i^I - A_i^I \gamma^5) \frac{i(\not{k} + \not{Q} + M_I)}{(k + Q)^2 - M_I^2} \right] \epsilon_\mu, \quad (5.1)$$

¹No caso das interações tensoriais, é improvável que estas resultem da propagação de uma partícula tensorial altamente massiva. O que se espera é que este tipo de interação efetiva esteja associada a diagramas do tipo caixa, envolvendo bósons vetoriais muito massivos.

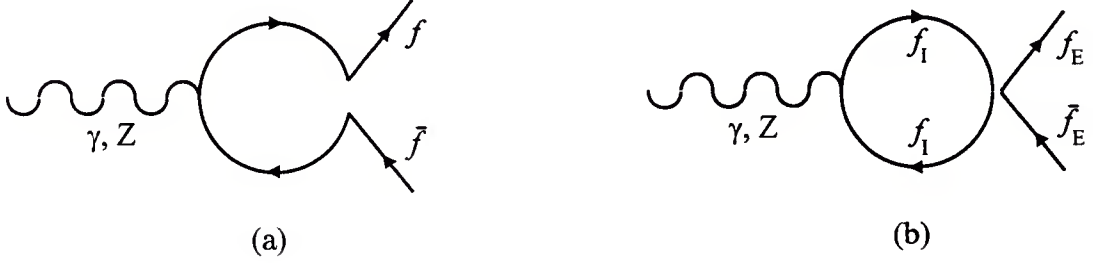


Figura 5.1: Contribuições a nível de um loop das interações de 4 férmions

para o canal t, e

$$\mathcal{M}_s = i\eta \frac{g^2}{\Lambda^2} \bar{u}(p_1) \left\{ \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\mathcal{O}_i (V_i^s - A_i^s \gamma^5) \frac{i(\not{p}_1 - \not{k} + M)}{(p_1 - k)^2 - M^2} \right. \right. \\ \left. \left. (-ie) \gamma^\mu (G_V - G_A \gamma^5) \frac{i(\not{p}_2 - \not{q} + M)}{(p_2 - q)^2 - M^2} \mathcal{O}_i (V_i^i - A_i^i \gamma^5) \right] \epsilon_\mu \right\} v(p_2), \quad (5.2)$$

para o canal s. Nestas duas amplitudes $\mathcal{O}_i$ corresponde aos operadores $1, \gamma^\mu$ e $\sigma^{\mu\nu}$ para $i = S, V, T$, respectivamente. O momentos p_1 e p_2 estão associados ao férmion e ao antiférmion no estado final, respectivamente, enquanto que $Q = p_1 + p_2$ corresponde ao momento do bóson. Na amplitude para o canal s, os índices E e I servem para diferenciar as constantes dos “vértices” e as massas das partículas, externas e internas (estas últimas presentes no loop de férmions). No caso do canal t, os índices s e i diferenciam as constantes associadas ao vértice superior e inferior no diagrama da Fig. 5.1 e M corresponde a massa do férmion. Em ambas as amplitudes, ϵ_μ corresponde ao vetor de polarização do bóson vetorial que em nossos estudos pode corresponder a um fóton ou Z. Para simplificar o trabalho de escrever estas amplitudes, omitimos os i que multiplicam as constantes axiais nos casos da interação escalar e tensorial, no entanto, os resultados que apresentamos para estas interações já incorporam estas constantes. Salientamos que a amplitude para o “processo de decaimento do bóson” num par férmion antiférmion no qual este último possui momento $-p$ é equivalente a amplitude para um “processo de espalhamento” bóson-férmion no qual o férmion no estado inicial possui momento p .

As amplitudes $\mathcal{M}_t$ e $\mathcal{M}_s$ contribuem para o vértice tríplice que envolve um bóson neutro

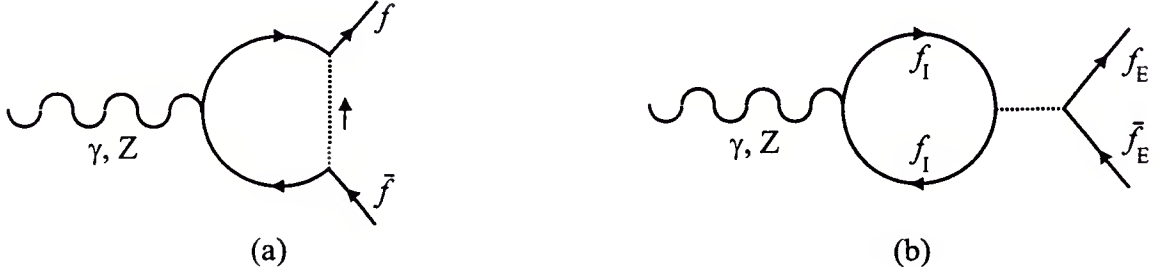


Figura 5.2: Loops com os propagadores

(γ ou Z) e dois férmions. De maneira geral, estes diagramas contribuem para os fatores de forma do elemento de matriz abaixo²,

$$J^\mu = e \bar{u}(p_1) \left(F_v \gamma_\mu + F_a \gamma_\mu \gamma_5 + F_m \frac{i}{2m_f} \sigma^{\mu\nu} Q_\nu + F_d \frac{1}{2m_f} \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 Q_\nu \right) v(p_2), \quad (5.3)$$

onde os $F_j, j = v, a, m, d$ podem ser funções de Q^2 com $Q = p_1 + p_2$ e m_f corresponde à massa do férmion externo. No momento nos limitamos a dizer que F_v e F_a correspondem, respectivamente, aos fatores de forma vetorial e axial, que a nível de árvore no Modelo Padrão s o³,

$$F_v^0 \equiv G_V = Q_f, \quad F_a^0 \equiv G_A = 0 \quad (5.4)$$

no caso em que o bóson vetorial corresponde ao fóton ou,

$$F_v^0 \equiv G_V = \frac{1}{2s_W c_W} (T_3^f - 2Q_f s_W^2), \quad F_a^0 \equiv G_A = \frac{1}{2s_W c_W} T_3^f \quad (5.5)$$

caso ele seja o bóson Z . F_m está associado ao momento magnético [8, 51] ou ao momento magnético eletrofraco [41, 42]; o primeiro quando $Q^2 = 0$ e o bóson é o fóton e o segundo quando $Q^2 = M_Z^2$ e o bóson corresponde ao Z . O fator de forma F_d está, por sua vez, associado

²Deste ponto em diante não vamos considerar a contração do vetor de polarização explicitamente, entretanto, nos resultados que vamos expor mais adiante, já consideramos as consequências do fato de que a contração de ϵ_μ com o momento do bóson, k , resulta ser nula.

³O  ndice 0 indica que se trata da contribuição a nível de árvore.

ao momento de dipolo elétrico [43, 44] ou ao momento de dipolo eletro-fraco [41, 45] de maneira análoga ao que foi descrito para os momentos magnéticos vistos acima. Voltaremos a abordar de forma mais profunda a interpretação física e as consequências fenomenológicas destes fatores de forma em seções específicas, nas quais, também, mostraremos como obtemos limites sobre a escala de nova física para as nossas lagrangeanas, a partir dos vínculos experimentais e as previsões teóricas do Modelo Padrão para estes fatores.

Nós calculamos as amplitudes das Eq. (5.1) e (5.2) utilizando o pacote `FeynCalc` [10] para `Mathematica` [11]. Apresentamos abaixo, o resultado final sob a forma das contribuições para F_v , F_a , F_m e F_d em termos das funções de Passarino-Veltman (para maiores detalhes, veja o Apêndice A e as referências nele contidas).

As contribuições da **interação escalar** através **canal s** correspondem aos seguintes fatores de forma,

$$\begin{aligned}
 F_v^S(s) = & \eta \frac{g^2}{144\pi^2\Lambda^2} \left\{ iG_A (A_S^s V_S^i - A_S^i V_S^s) \left[6M^2 - Q^2 - 6A_0(M^2) - \right. \right. \\
 & \left. \left. (12M^2 - 3Q^2)B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] + \right. \\
 & G_V (A_S^i A_S^s + V_S^i V_S^s) \left[6M^2 - Q^2 - 6A_0(M^2) + \right. \\
 & \left. \left. (6M^2 + 3Q^2)B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] \right\}, \tag{5.6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_a^S(s) = & \eta \frac{g^2}{144\pi^2\Lambda^2} \left\{ G_A (A_S^i A_S^s + V_S^i V_S^s) \left[6M^2 - Q^2 - 6A_0(M^2) - \right. \right. \\
 & \left. \left. (12M^2 - 3Q^2)B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] + \right. \\
 & iG_V (A_S^s V_S^i - A_S^i V_S^s) \left[6M^2 - Q^2 - 6A_0(M^2) + \right. \\
 & \left. \left. (6M^2 + 3Q^2)B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] \right\}, \tag{5.7}
 \end{aligned}$$

$$F_m^S(s) = -\eta \frac{g^2}{8\pi^2\Lambda^2} G_V M^2 (A_S^i A_S^s - V_S^i V_S^s) B_0(Q^2, M^2, M^2), \tag{5.8}$$

$$F_d^S(s) = \eta \frac{g^2}{8\pi^2\Lambda^2} G_V M^2 (A_S^s V_S^i + A_S^i V_S^s) B_0(Q^2, M^2, M^2). \tag{5.9}$$

As contribuições da **interação escalar** através **canal t** resultam serem nulas.

Para a **interação vetorial** através do **canal s**, temos como resultado os seguintes fatores de forma,

$$F_v^V(s) = -\eta \frac{g^2}{72\pi^2\Lambda^2} \left\{ G_A (A_V^s V_V^i + A_V^i V_V^s) \left[24 M^2 - 4 Q^2 - 6 A_0(M^2) - (12 M^2 - 3 Q^2) B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] - G_V (A_V^i A_V^s + V_V^i V_V^s) \left[6 M^2 - 4 Q^2 - 6 A_0(M^2) + (6 M^2 + 3 Q^2) B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] \right\}, \quad (5.10)$$

$$F_a^V(s) = \eta \frac{g^2}{72\pi^2\Lambda^2} \left\{ G_A (A_V^i A_V^s + V_V^i V_V^s) \left[24 M^2 - 4 Q^2 - 6 A_0(M^2) - (12 M^2 - 3 Q^2) B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] + G_V (A_V^s V_V^i + A_V^i V_V^s) \left[6 M^2 - 4 Q^2 - 6 A_0(M^2) + (6 M^2 + 3 Q^2) B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] \right\}, \quad (5.11)$$

$$F_m^V(s) = \eta \frac{g^2}{4\pi^2\Lambda^2} G_V M^2 (A_V^i A_V^s - V_V^i V_V^s), \quad (5.12)$$

$$F_d^V(s) = i\eta \frac{g^2}{4\pi^2\Lambda^2} G_V M^2 (A_V^s V_V^i - A_V^i V_V^s). \quad (5.13)$$

As contribuições da **interação vetorial** através **canal t** correspondem aos seguintes fatores de forma,

$$F_v^V(t) = \eta \frac{g^2}{36\pi^2\Lambda^2} \left\{ -V_V^E (A_V^I G_A + G_V V_V^I) \left[6 M_I^2 - Q^2 - 6 A_0(M_I^2) \right] + 3V_V^E \left[(4 A_V^I G_A - 2 G_V V_V^I) M_I^2 - (A_V^I G_A + V_V^I G_V) Q^2 \right] B_0(Q^2, M_I^2, M_I^2) \right\}, \quad (5.14)$$

$$F_a^V(t) = \eta \frac{g^2}{36\pi^2\Lambda^2} \left\{ A_V^E (A_V^I G_A + G_V V_V^I) \left[6 M_I^2 - Q^2 - 6 A_0(M_I^2) \right] - 3A_V^E \left[(4 A_V^I G_A - 2 G_V V_V^I) M_I^2 - (A_V^I G_A + V_V^I G_V) Q^2 \right] B_0(Q^2, M_I^2, M_I^2) \right\}, \quad (5.15)$$

$$F_m^V(t) = 0, \quad (5.16)$$

$$F_d^V(t) = 0. \quad (5.17)$$

Para a **interação tensorial** através do **canal s**, temos como resultado os seguintes fatores de forma,

$$F_v^T(s) = \eta \frac{g^2}{8\pi^2 \Lambda^2} \left[iG_A (6M^2 - Q^2) (A_T^s V_T^i - A_T^i V_T^s) - G_V Q^2 (A_T^i A_T^s + V_T^i V_T^s) \right], \quad (5.18)$$

$$F_a^T(s) = \eta \frac{g^2}{8\pi^2 \Lambda^2} \left[-iG_V Q^2 (A_T^s V_T^i - A_T^i V_T^s) - G_A (6M^2 - Q^2) (A_T^i A_T^s + V_T^i V_T^s) \right] \quad (5.19)$$

$$F_m^T(s) = -\eta \frac{g^2}{4\pi^2 \Lambda^2} G_V M^2 (A_T^i A_T^s - V_T^i V_T^s) \left[1 - 2B_0(Q^2, M^2, M^2) \right], \quad (5.20)$$

$$F_d^T(s) = \eta \frac{g^2}{4\pi^2 \Lambda^2} G_V M^2 (A_T^s V_T^i + A_T^i V_T^s) \left[1 - 2B_0(Q^2, M^2, M^2) \right] \quad (5.21)$$

Os resultados para a contribuição da **interação tensorial** através do **canal t** são,

$$F_v^T(t) = 0, \quad (5.22)$$

$$F_a^T(t) = 0, \quad (5.23)$$

$$F_m^T(t) = \eta \frac{g^2}{\pi^2 \Lambda^2} G_V M_I M_E (A_T^I A_T^E - V_T^I V_T^E) B_0(Q^2, M_I^2, M_I^2), \quad (5.24)$$

$$F_d^T(t) = \eta \frac{g^2}{\pi^2 \Lambda^2} G_V M_I M_E (A_T^I A_T^E - V_T^I V_T^E) B_0(Q^2, M_I^2, M_I^2). \quad (5.25)$$

Estamos, agora, diante de uma série de contribuições para os fatores de forma F_v , F_a , F_m e F_d muitas das quais são divergentes. As divergências estão todas contidas nas funções de Passarino-Veltman, A_0 e B_0 e são, seguramente, de natureza ultra-violeta⁴. Esperaríamos, a princípio, que o resultado final do cálculo das amplitudes contivesse não somente divergências logarítmicas, como as presentes em A_0 e B_0 , mas também divergências quadráticas uma vez que $\mathcal{M}_t$ e $\mathcal{M}_s$ possuem um grau de divergência superficial que é quadrático (no contexto da

⁴Podemos, analisando as amplitudes $\mathcal{M}_t$ e $\mathcal{M}_s$ verificar que não existem divergências infravermelhas dada a ausência de propagadores de bósons.

regularização dimensional, divergências quadráticas comportam-se como $\sim 1/(2 - D)$ onde D é a dimensão do espaço-tempo). Entretanto, os resultados finais para nossas amplitudes não acusaram nenhuma divergência quadrática. Isto se justifica pela possível existência de simetrias que levam ao cancelamento destas divergências [46].

O fato de termos nos resultados finais apenas divergências logarítmicas, não é muito menos preocupante do que termos divergências quadráticas; de qualquer modo as amplitudes não são finitas. No contexto de uma teoria fundamental (invariante de gauge, renormalizável, sem anomalias etc.) absorveríamos todas as divergências na redefinição das constantes de acoplamento e das massas das partículas presentes na teoria obtendo, ao final das contas, resultados finitos. Entretanto, estamos lidando aqui com uma teoria efetiva, o que não nos permite que procedamos como no caso de uma teoria fundamental; não podemos esconder nossas divergências embaixo do tapete da redefinição de constantes e massas.

Devemos então nos perguntar - O que fazer com os termos divergentes presentes nos nossos resultados? A resposta a esta pergunta foi, por muito tempo, objeto de muita dúvida por partes dos físicos que trabalharam com correções radiativas no contexto de teorias efetivas. O que se faz quando do cálculo de loops envolvendo interações efetivas é considerar que as divergências ultravioletas presentes no resultado final são limitadas por um *cutoff*, Λ . A princípio, pode-se adotar o procedimento de regularização de Pauli-Villars, no qual os cutoffs são introduzidos naturalmente como o limite superior das integrais sobre os momentos livres. Como não podemos absorver as divergências em constantes de acoplamento ou massas nuas, o que se faz para contornar este problema é considerar que o cutoff é limitado pela presença de nova física à escala M_{nova} (em geral, considera-se que esta escala pode corresponder ao valor da massa da partícula mais leve existente no âmbito da teoria de nova física). Fisicamente, pode-se dizer que o cutoff descreve a máxima energia até a qual espera-se que a lagrangiana efetiva possua validade. Considerando que isto seja verdadeiro, pode ser tentador (e isto realmente foi usado até a pouco) considerar que as contribuições mais divergentes para uma dada amplitude podem ser tomadas como uma indicação de uma forte dependência na nova física. Durante muito tempo houve quem acreditasse, por exemplo, que a dependência de observáveis físicas em termos pro-

porcionais ao quadrado do cutoff (provenientes de divergências quadráticas) deveria ter algum significado físico (estaria associada a propriedades das interações efetivas de baixas energias que, por sua vez, deveriam estar refletindo propriedades das interações da física de altas energias) e, portanto, seria correto manter estes termos. Alguns autores consideravam estes termos como sendo anomalias características do fato de as interações efetivas serem apenas uma aproximação de uma teoria renormalizável. Como consequência desta forma de raciocinar os termos quadráticos no cutoff eram simplesmente ignorados com o argumento de que eles deveriam ser absorvidos por contratermos provenientes da teoria completa presente a altas energias [47].

Como Burgess e London [48] apontam, a dependência no cutoff pode ser um indicador muito pobre da dependência com a escala da nova física, particularmente onde partículas massivas de spin 1 estão envolvidas. Segue-se um exemplo de como a dependência com o cutoff pode não estar satisfatoriamente relacionado à nova física parametrizada por interações efetivas. Consideramos que a correção à massa, μ , de uma partícula presente na teoria renormalizável de baixas energias pode ser dividida em duas partes; numa delas esta presente a contribuição de baixas energias e na outra a de altas energias. Explicitamente temos,

$$\delta\mu^2(m, M_{nova}) = \delta\mu_b^2(m, \Lambda, M_{nova}) + \delta\mu_a^2(m, \Lambda, M_{nova}). \quad (5.26)$$

onde os subíndices a e b servem para distinguir as contribuições de altas e baixas energias, respectivamente. Aqui, Λ possui um valor intermediário entre os valores da escala característica da teoria de baixas energias⁵, m , e da escala da nova física, M_{nova} .

As contribuições de altas e baixas energias tomam, em geral, a seguinte forma,

$$\begin{aligned} \delta\mu_a^2 &= c_0 M_{nova}^2 + b_1 \Lambda^2 + \dots \\ \delta\mu_b^2 &= b'_1 \Lambda^2 + \dots \end{aligned} \quad (5.27)$$

Em ambas as equações, os três pontos representam termos que dependem de forma diferente nas razões m/Λ , Λ/M_{nova} ou m/M_{nova} , que são pequenas. Os coeficientes adimensionais são funções dos outros (renormalizados) parâmetros adimensionais da teoria e eles podem ainda depender logaritmicamente na razão M_{nova}/m . As expressões dadas acima devem ser compatíveis com a

⁵No caso do Modelo Padrão teríamos $m \sim M_W$.

expressão para $\delta\mu^2(m, M_{nova})$ resultante da aplicação da teoria completa válida nas escalas m e M_{nova} . Tipicamente, o resultado para $\delta\mu^2$ toma a forma,

$$\delta\mu^2(m, M_{nova}) = c_0 M_{nova}^2 + c_1 m^2 + c_2 \frac{m^4}{M_{nova}^2} + \dots, \quad (5.28)$$

onde os coeficientes possuem as mesmas características que os da Eq. (5.27), acima mencionadas. A compatibilização entre as expressões da Eq. (5.27) e esta última que não apresenta dependência no cutoff, Λ , implica, p. ex., em que os coeficientes b_1 e b'_1 sejam tais que se cancelem. Agora, torna-se útil parafrasear os autores – “Agora vem o ponto principal. Para a escala de nova física, M_{nova} , que pode ser provada por uma medida detalhada de uma quantidade tal como $\delta\mu^2$, exige-se um conhecimento preciso do coeficiente c_0 na Eq. (5.28). Se tivermos apenas acesso a lagrangeana a escalas abaixo de Λ , então é impossível calcular precisamente c_0 . Em particular, o conhecimento da divergência quadrática a baixas energias, b'_1 , não nos dá nenhuma informação *a priori* sobre c_0 , uma vez que ela é completamente cancelada pela contribuição de altas energias (ou contra termo), b_1 . Não há nada de miraculoso sobre este cancelamento; ele simplesmente reflete como a física não pode depender dos passos intermediários em um cálculo.”

Em contra partida a este exemplo, analisemos o que ocorre no caso em que lidamos com uma observável adimensional. Chamemo-lá de A e consideremos que sua dependência na escala de nova física seja logarítmica⁶, de modo que ela toma a forma,

$$A = A_b + A_a = a_0 \ln \left(\frac{M_{nova}^2}{m^2} \right) + \dots, \quad (5.29)$$

onde os sub-índices definem as contribuições de baixas e altas energias que são dadas por,

$$\begin{aligned} A_a &= a'_0 \ln \left(\frac{M_{nova}^2}{\Lambda^2} \right) + \dots, \\ A_b &= a''_0 \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) + \dots. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Da comparação entre estas duas últimas expressões e a Eq. (5.29) concluímos que $a_0 = a'_0 = a''_0$. Portanto, diferentemente do exemplo anterior, há aqui a possibilidade de se estabelecer uma

⁶Aqui estamos assumindo este tipo de dependência na escala ou cutoff uma vez que esta é a que se obtém, em geral, na prática.

ligação direta entre os coeficientes da teoria completa e os da teoria a baixas energias. O que se espera ao se utilizar uma teoria efetiva é que a dependência com o cutoff a baixas energias corresponda a dependência na escala da nova física, entretanto, como vimos, isto pode nem sempre acontecer.

Um fato muito importante a ser mencionado é que, muitas vezes, a dependência em Λ de uma determinada observável calculada em termos de correções radiativas resultantes da contribuição de interações efetivas depende, por sua vez, do conjunto de variáveis de campo escolhidas para realizar a conta. Em função desta escolha, a observável em questão pode ter, por exemplo, uma dependência quadrática ou logarítmica no cutoff. Isto resulta, a princípio, numa brutal diferença entre os limites obtidos sobre a escala de nova física em cada um dos casos. O fato é que apenas uma das resposta pode estar correta e esta corresponde aquela na qual a escolha de variáveis é tal que a teoria a baixas energias tem seu cutoff relacionado a escala de nova física.

Portanto, a princípio, torna-se importante, aliás crucial, determinar quais são as boas e as más variáveis de campo que devem ser utilizadas na realização dos cálculos que empregam a teoria efetiva. Felizmente, para nós que pretendemos fazer o uso dessa técnica para estimar os efeitos de nova física do modo mais descomplicado possível, os autores da Ref. [48] nos ensinam que na prática é desnecessário fazer a distinção entre as boas e as más variáveis de campo. Eles aconselham “o uso judicioso de análise dimensional juntamente com qualquer outra informação que também possa estar disponível na teoria de baixas energias”. O autores baseiam-se em um esquema particularmente conveniente, calcado no uso da regularização dimensional suplementada por um esquema de regularização denominado de “subtração desacopladora” e concluem que, dada a insensibilidade do processo de regularização dimensional à redefinição dos campos, **podemos com segurança substituir a divergência $\frac{1}{\epsilon}$ por um fator com dependência logarítmica na escala de energia**. Mais exatamente, devemos fazer a seguinte substituição,

$$\frac{1}{4-D} \rightarrow \log \frac{\Lambda^2}{\mu^2}, \quad (5.31)$$

onde a dimensão é $D = 4 - \epsilon$, Λ corresponde ao mesmo tempo ao cutoff e a escala da nova física

e μ a escala típica do processo ou da física a baixas energias.

De fato, nos resultados provenientes de contribuições de diagramas de Feynman envolvendo loops (toda nossa discussão e os resultados dela provenientes são válidos apenas para o caso de correções a nível de um loop) **podemos ignorar todas as divergências quadráticas e os termos finitos**. Podemos justificar esta prescrição de forma mais acurada observando que os valores de observáveis físicas que seriam obtidos mediante o emprego da teoria completa para altas energias estão conectados com aqueles obtidos a partir de sua teoria efetiva através da evolução ⁷ destas observáveis desde a escala de altas energias até a de baixas energias. Como esta evolução sempre apresenta uma dependência que vai com o logarítmo da escala de energia, apenas os termos com este tipo de dependência, no resultado obtido a partir da teoria efetiva, possuem sentido físico, estando diretamente relacionadas com a teoria a altas energias [46].

Considerando as expressões para A_0 e B_0 dadas nas Eq. (A.34) e (A.38), respectivamente, vemos que as prescrições dadas acima nos levam a ignorar todos os termos finitos e a fazer as seguintes substituições,

$$\begin{aligned} A_0(M^2) &\rightarrow M^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \\ B_0(Q^2, M^2, M^2) &\rightarrow \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \end{aligned} \quad (5.32)$$

onde a escala μ corresponde a escala de energia típica envolvida no processo físico, seja ele um decaimento, espalhamento etc. Um fato que levamos em consideração antes de expressar os resultados finais para os fatores de forma foi que existe a necessidade de simetrizarmos as contribuições do canal s somando a elas as contribuições com o índice superior e inferior trocados e dividindo o resultado final por 2. Aplicando esta regra de simetrização às contribuições da interação escalar podemos verificar que as contribuições devidas as interações expressas pelos dois termos da lagrangeana, somam-se de tal forma a sempre cancelar as os termos imaginários presentes nos fatores de forma $F_v^S(s)$ e $F_a^S(s)$.

A seguir, apresentamos os resultados finais para as contribuições das correções radiativas das interações de quatro férmions, através dos diagramas a nível de um loop Fig. 5.1:

⁷Estamos aqui utilizando o conceito derivado dentro do contexto de grupo de renormalização.

Interação escalar, canal s

$$\begin{aligned}
F_v^S(s) &= \eta \frac{g^2}{48\pi^2 \Lambda^2} G_V Q^2 (V_S^s V_S^i + A_S^s A_S^i) \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \\
F_a^S(s) &= -\eta \frac{g^2}{48\pi^2 \Lambda^2} G_A (V_S^s V_S^i + A_S^s A_S^i) (6M^2 - Q^2) \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \\
F_m^S(s) &= \eta \frac{g^2}{8\pi^2 \Lambda^2} G_V M^2 (V_S^s V_S^i - A_S^s A_S^i) \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \\
F_d^S(s) &= \eta \frac{g^2}{4\pi^2 \Lambda^2} G_V (V_S^i A_S^s + V_S^s A_S^i) M^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \tag{5.33}
\end{aligned}$$

Interação vetorial, canal s

$$\begin{aligned}
F_v^V(s) &= \eta \frac{g^2}{48\pi^2 \Lambda^2} \left\{ \left[6G_A M^2 - (G_V + G_A) Q^2 \right] (V_V^i + A_V^i)(V_V^s + A_V^s) \right. \\
&\quad \left. - \left[6G_A M^2 + (G_V - G_A) Q^2 \right] (V_V^i - A_V^i)(V_V^s - A_V^s) \right\} \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \\
F_a^V(s) &= -\eta \frac{g^2}{48\pi^2 \Lambda^2} \left\{ \left[6G_A M^2 - (G_V + G_A) Q^2 \right] (V_V^i + A_V^i)(V_V^s + A_V^s) \right. \\
&\quad \left. + \left[6G_A M^2 + (G_V - G_A) Q^2 \right] (V_V^i - A_V^i)(V_V^s - A_V^s) \right\} \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right) \tag{5.34}
\end{aligned}$$

Interação vetorial, canal t

$$\begin{aligned}
F_v^V(t) &= \eta \frac{g^2}{12\pi^2 \Lambda^2} V_V^E \left[6G_A A_V^I M_I^2 - (G_A A_V^I + G_V V_V^I) Q^2 \right] \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \\
F_a^V(t) &= -\eta \frac{g^2}{12\pi^2 \Lambda^2} A_V^E \left[6G_A A_V^I M_I^2 - (G_A A_V^I + G_V V_V^I) Q^2 \right] \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right). \tag{5.35}
\end{aligned}$$

Interação tensorial, canal s

$$\begin{aligned}
F_m^T(s) &= -\eta \frac{g^2}{2\pi^2 \Lambda^2} M^2 G_V (V_T^i V_T^s - A_T^i A_T^s) \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \\
F_d^T(s) &= -\eta \frac{g^2}{\pi^2 \Lambda^2} M^2 G_V (V_T^i A_T^s + V_T^s A_T^i) \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \tag{5.36}
\end{aligned}$$

Interação tensorial, canal t

$$\begin{aligned}
F_m^T(t) &= -\eta \frac{g^2}{\pi^2 \Lambda^2} M_E M_I G_V (V_T^E V_T^I - A_T^E A_T^I) \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right), \\
F_d^T(t) &= -\eta \frac{g^2}{\pi^2 \Lambda^2} M_E M_I G_V (A_T^E V_T^I + A_T^I V_T^E) \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right).
\end{aligned} \tag{5.37}$$

Façamos agora uma análise das características globais destes resultados. Sabemos da análise feita no capítulo 4, que as constantes para as interações vetórias e escalares estão vinculadas de tal maneira a terem que ser escritas como,

$$\begin{aligned}
V_{S,T}^m &= \frac{a_R + a_R^*}{2} = \cos \theta_a, & V_{S,T}^n &= \cos \theta_b, \\
A_{S,T}^m &= i \frac{a_R - a_R^*}{2} = -\sin \theta_a, & A_{S,T}^n &= -\sin \theta_b,
\end{aligned} \tag{5.38}$$

ou, equivalentemente, a satisfazer a condição, $|V|^2 + |A|^2 = 1$ ou uma outra constante, uma vez que ser igual a um trata-se apenas de uma convenção. Vamos, por um momento, deixar de lado a convenção que inicialmente adotamos e lidar com o caso mais geral. Este implica, simplesmente, que podemos ter os termos do lado direito das equações expressas na Eq. (5.38) multiplicados por uma constante arbitrária (C) para cada ângulo, mas igual para senos e cossenos deste último. Pode-se, facilmente, verificar que existem em comum nas expressões finais para os fatores de forma, fatores multiplicativos que possuem sempre uma de três possíveis estruturas, quais sejam,

$$V_{S,T}^m V_{S,T}^n \pm A_{S,T}^m A_{S,T}^n \text{ e } A_{S,T}^m V_{S,T}^n + A_{S,T}^n V_{S,T}^m. \tag{5.39}$$

Substituindo as expressões generalizadas a partir da Eq. (5.38) nas expressões acima obtemos um resultado da forma,

$$\begin{aligned}
VV - AA &= C (\cos \theta_a \cos \theta_b - \sin \theta_a \sin \theta_b) \\
&= C \cos(\theta_a + \theta_b) \\
VV + AA &= C (\cos \theta_a \cos \theta_b + \sin \theta_a \sin \theta_b) \\
&= C \cos(\theta_a - \theta_b) \\
VA + VA &= C (\cos \theta_a \sin \theta_b + \cos \theta_a \sin \theta_b) \\
&= C \sin(\theta_a + \theta_b)
\end{aligned} \tag{5.40}$$

Baseados em nossa ignorância intrínseca dos valores dos ângulos para qualquer que seja a interação e o canal considerados, a única conclusão que podemos tirar destas expressões é que os seus valores podem estar entre zero e C , ou seja, que os acoplamentos são todos bem comportados, finitos. Obviamente, não nos interessam os casos em que as constantes sejam muito pequenas, pois estas correspondem a um acoplamento muito fraco que implicaria em efeitos físicos muito pequenos e possivelmente, inobserváveis. Considerando que as previsões baseadas em nossas interações de quatro férmions são todas aproximadas (pela sua própria natureza) podemos, sem faltar com rigor, assumir que todas estas estruturas $VV \pm AA$ e $VA + VA$, são iguais a um e é isto que faremos daqui para diante. O que acabamos de fazer foi definir o modelo para as nossas interações escalares e tensoriais. Trata-se de um modelo bastante geral e conservador cuja aplicação pode ser encontrada em outros trabalhos [49].

No caso das interações vetoriais vamos, na próxima seção, tratar de vários modelos tais como $LL, RR, LR, \dots, VV, AA, LL + RR, \dots$. Basicamente, em todos estes modelos teremos as estruturas envolvendo os V s e A s assumindo valores tais como 0, $1/2$ e 1. Enfim, não temos nenhuma diferença drástica entre modelos. Aliás, não temos, a princípio, muita diferença entre a forma geral dos diferentes fatores de forma para as diferentes interações. Todos os fatores de forma podem ser escritos da seguinte maneira,

$$F = \eta \frac{const}{\Lambda^2} \log \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right) \quad (5.41)$$

Na Fig. 5.3, apresentamos um gráfico representando o comportamento geral da expressão acima (η positivo) como uma função de Λ . O ponto no qual a curva cruza com a abcissa ($F = 0$) corresponde a $\Lambda = \mu$. Como devemos ser conservadores ao considerar as contribuições dos diagramas a nível de um loop, dado ao fato de que estamos lidando com uma aproximação, consideramos como sendo fisicamente aceitáveis valores de Λ que se encontrem na região onde o comportamento assintótico desta curva já seja evidente. Consideramos que esta região corresponde, aproximadamente, àquela após a “parábola” (a região onde a curva encontra-se à direita da reta tracejada). Quando falamos de valores fisicamente aceitáveis de Λ estamos nos referindo àqueles que obtemos a partir dos limites derivados da combinação de nossas incertezas teórica e experimental. Graficamente, obtemos o menor valor de Λ para o qual nossas previsões

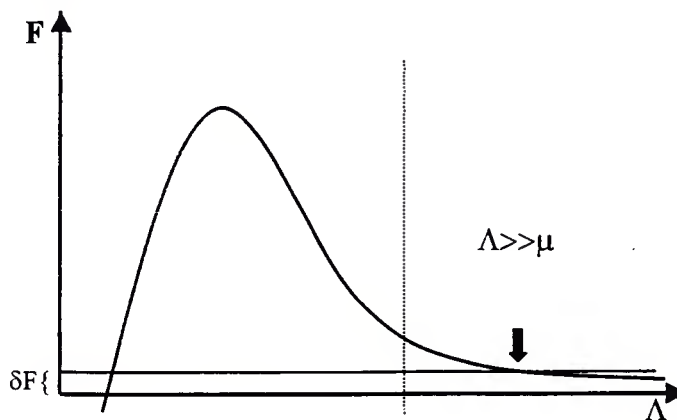


Figura 5.3: Gráfico para a dependência geral de F com Λ .

são consistentes com os limites, δF , a partir da intersecção entre a reta correspondente a este limite e a curva para a previsão do nosso modelo tal como mostrado na Fig. 5.3.

5.2 Limites de Medidas Precisas

Nesta seção, trataremos de estabelecer os máximos valores para as nossas contribuições permitidas pelas incertezas nas previsões teóricas, baseadas no Modelo Padrão, e das incertezas nos resultados de medidas experimentais. O parâmetro livre que ajustamos em nossa teoria efetiva para que suas predições se encaixem dentro do que é permitido é a escala de nova física Λ . Portanto, o que fazemos aqui é, a partir de certas observáveis do Modelo Padrão, obter o menor valor possível para Λ compatível com os resultados experimentais.

5.2.1 $\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$

Nesta seção utilizamos a largura leptônica do Z , $\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$ ⁸, uma das observáveis mais bem medidas do Modelo Padrão (com 0.12 % de incerteza experimental perde apenas para M_Z e $\Gamma(Z \rightarrow \text{tudo})$) para impor limites sobre Λ . Os dados mais recentes do LEP [21] nos fornecem, $\Gamma_{\ell\bar{\ell}} = 83.91 \pm 0.10$ MeV. O resultado do Modelo Padrão depende da massa do quark top e da massa do Higgs. O valor que utilizamos, $\Gamma_{\ell\bar{\ell}} = 83.92$ MeV foi gerado usando ZFITTER [50]

⁸Assumimos a universalidade das interações leptônicas.

para os valores da massa do Higgs, $M_H = 300$ GeV, e da do top, $m_{top} = 175$ GeV.

Começamos nossa análise considerando o vértice mais geral dado na Eq. (5.3), e calculamos a taxa de decaimento do Z em um par de férmions massivos ($\ell\bar{\ell}$) que resulta ser,

$$\begin{aligned} \Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell}) = & \frac{\alpha M_Z N_C}{3} \left(1 - \frac{4m_f^2}{M_Z^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ & \left[F_v^2 \left(1 + \frac{2m_f^2}{M_Z^2}\right) + F_a^2 \left(1 - \frac{4m_f^2}{M_Z^2}\right) + 3F_m F_v + F_m^2 \left(1 + \frac{8m_f^2}{M_Z^2}\right) \frac{M_Z^2}{8m_f^2} \right. \\ & \left. + F_d^2 \left(1 - \frac{4m_f^2}{M_Z^2}\right) \frac{M_Z^2}{8m_f^2} \right], \end{aligned} \quad (5.42)$$

onde m_f corresponde a massa do férmion no estado final. Dentro do contexto do Modelo Padrão, os valores de F_v e F_a são bem conhecidos tendo já sido calculados com contribuições que vão além de um loop. A substituição dos valores previstos no Modelo Padrão, para F_m e F_d ⁹ resultam numa contribuição muito pequena, de modo que podemos desprezá-la mesmo no caso em que m_f é muito pequena ($m_f = m_e$, por exemplo). As correções radiativas devidas a interações vetoriais contribuem para $\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$ através apenas dos fatores de forma F_v e F_a . Como estamos interessados nas contribuições de nossas interações a nível de um loop, substituímos na Eq. (5.42), $F_v = F_v^0 + \delta F_v$ e $F_a = F_a^0 + \delta F_a$ onde os fatores com índice “0” correspondem as contribuições do Modelo Padrão a nível de árvore, Eq. (5.5), e os deltas às correções radiativas Eq. (5.34) e (5.35).

No limite em que a massa do férmion é muito pequena se comparada a M_Z , podemos reescrever a Eq. (5.42) como,

$$\delta\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell}) = - \frac{2\alpha M_Z N_C}{3} \left[G_V^e \delta F_v(M_Z^2) - G_A^e \delta F_a(M_Z^2) \right], \quad (5.43)$$

onde G_V^e e G_A^e são as constantes de acoplamento vetorial e axial de léptons carregados negativamente com o Z . Para realizar nossos cálculos tomamos $m_f = m_e$, de modo que podemos ignorar os termos em $\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$ que dependem da massa do férmion e utilizar a Eq. (5.43). Como estamos trabalhando no pico do Z temos que $Q^2 = M_Z^2$, de modo que a escolha natural para a escala de energia é $\mu = M_Z$.

⁹Para maiores detalhes a respeito destes valores, consulte as duas próximas seções.

Tabela 5.1: Limites a 95 % C.L. sobre Λ_η (em TeV) para as interações vetoriais obtidos a partir de $\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$.

Interação	Λ_η	LL	RR	LR	RL	VV	AA	LL+RR	LR+RL
$u\ell\ell$	Λ_+	2.7	1.6	2.2	1.5	0.5	4.9	3.3	2.9
	Λ_-	2.4	1.4	2.5	1.7	0.5	4.3	2.9	3.2
$d\ell\ell$	Λ_+	2.7	0.9	2.8	1.1	0.7	4.3	3.0	3.2
	Λ_-	3.0	1.0	2.5	1.0	0.8	4.9	3.4	2.8
$(u\bar{u} + d\bar{d})\ell\ell$	Λ_+	1.0	1.0	1.0	1.0	0.4	—	0.2	0.2
	Λ_-	1.1	0.9	0.9	1.1	0.5	—	0.3	0.3
$c\ell\ell$	Λ_+	2.7	1.6	2.2	1.5	0.5	4.9	3.3	2.9
	Λ_-	2.4	1.4	2.5	1.7	0.5	4.3	2.9	3.2
$b\ell\ell$	Λ_+	2.7	0.9	2.8	1.1	0.7	4.3	3.0	3.1
	Λ_-	3.1	1.0	2.5	0.9	0.8	4.8	3.3	2.8
$t\ell\ell$	Λ_+	11.5	10.7	11.8	13.0	0.5	23.9	16.3	18.2
	Λ_-	12.7	12.0	10.5	11.6	0.5	26.7	18.2	16.3
$qq\ell\ell^{(1)}$	Λ_+	3.3	1.0	3.4	1.0	1.1	4.3	3.0	3.0
	Λ_-	3.7	0.9	3.0	1.1	1.2	4.8	3.4	2.7

(1) $qq = u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s} + c\bar{c} + b\bar{b}$

Apresentamos na tabela 5.1 os limites a 95% C.L., obtidos para os valores de Λ para diversos modelos de interesse. Os seis primeiros são os mais comumente encontrados na literatura enquanto que os dois últimos, $LL + RR$ e $LR + RL$, tem sido considerados apenas em trabalhos mais recentes. O interesse por estes dois últimos modelos advém do fato de que, a nível de árvore, eles não violam paridade, o que permite evitar os fortes limites experimentais sobre interações que violam paridade [28]. Da comparação entre as recentes limites sobre interações vetoriais de contato obtidos pelo LEP [38] e os nossos limites, obtivemos alguns resultados claramente mais restritivos para nova física. Estes resultados aparecem em negrito na tabela 5.1 Não consideramos os limites sobre interações envolvendo apenas léptons, pois estas contribuem já a nível de árvore. No caso das interações tensoriais não foi possível obter nenhum limite dado ao fato de suas contribuições para $\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$ serem muito pequenas.

5.2.2 Momentos Magnéticos Anômalos

Nesta seção utilizamos as medidas dos momentos magnéticos anômalos (m.m.a.) do elétron e do muon para impor limites sobre a escala de nova física Λ .

O m.m.a. de uma partícula, a_f^γ , é definido em termos dos fatores de forma presentes na expressão para o vértice geral, Eq. (5.3), como sendo,

$$a_f^\gamma = \frac{(g_f - 2)}{2} = F_m(Q^2 = 0), \quad (5.44)$$

onde o índice f define a qual férmion o m.m.a. está associado e γ indica que a interação que gera o m.m.a é essencialmente de origem eletromagnética. Esta definição é amplamente conhecida e de grande importância, sendo sua abordagem por livros de Mecânica Quântica Relativística e Teoria de Campos quase que obrigatória [8, 40, 51]. Uma definição menos comum, mas diretamente ligada a esta, é a do m.m.a. eletrofraco [52],

$$a_f^Z = F_m(Q^2 = M_Z^2). \quad (5.45)$$

Nesta equação o índice Z refere-se ao acoplamento dos férmions ao Z .

No que diz respeito aos léptons, partículas as quais vamos restringir nossas análises,

existem medidas muito precisas dos valores dos m.m.a do elétron [53] e do muon [54],

$$a_e^\gamma(exp) = 1\,159\,652\,188.4(4.3) \times 10^{-12}, \quad (5.46)$$

$$a_\mu^\gamma(exp) = 11\,659\,230(84) \times 10^{-10}. \quad (5.47)$$

Com relação ao tau, existem trabalhos teóricos nos quais o seu m.m.a. eletrofraco é calculado e são propostos experimentos para medi-lo [52], entretanto, ainda não existem resultados experimentais. O cálculo teórico do valor de a_e^γ já foi realizado considerando até as contribuições de oitava ordem (α^4) provenientes da QED bem como contribuições de origem eletrofraca e hadrônica [33]; o resultado obtido, ainda menos preciso que o experimental, corresponde a $a_e^\gamma(teo) = 1\,159\,652\,201.4(0.5)(2.1)(27.1) \times 10^{-12}$ (as duas primeiras incertezas são devidas a imprecisão numérica no cálculo e a última é devida a incerteza no valor de α). Para o muon, a predição teórica $a_\mu^\gamma(teo) = 116591918(176) \times 10^{-11}$ leva em consideração contribuições da QED de até décima ordem (α^5) bem como contribuições de origem eletrofraca e hadrônica [55].

Em nossos cálculos utilizamos os limites da Ref. [41] sobre as possíveis contribuições de nova física para os m.m.a do elétron e do muon, os quais são o resultado da combinação das incertezas teóricas e experimentais para a_e^γ e a_μ^γ . Os limites são,

$$-6.9 \times 10^{-11} \leq \delta a_e^\gamma \leq 4.3 \times 10^{-11} \quad (5.48)$$

$$-1.4 \times 10^{-8} \leq \delta a_\mu^\gamma \leq 2.2 \times 10^{-8}, \quad (5.49)$$

a 95 % C.L. Consideramos, ainda, os limites sobre $a_\mu^\gamma(exp)$ que devem ser obtidos pelo experimento AGS [56]; espera-se que este experimento possa medir o m.m.a. do muon com uma precisão de aproximadamente $\pm 4 \times 10^{-10}$.

As possíveis contribuições para F_m provenientes das nossas interações de quatro férmions são devidas a $F_m^S(s)$, $F_m^T(s)$ e $F_m^T(t)$. O canal s contribui apenas para interações que envolvam férmions de um mesmo sabor. Por este motivo, obtemos apenas um limite sobre Λ para a interação escalar entre quatro léptons idênticos: $\Lambda \geq 0.1(1.0)$ TeV a partir dos resultados existentes para o elétron(muon) e $\Lambda \geq 7$ TeV dos limites do AGS para o muon. Para a interação tensorial, apresentamos na tabela 5.2 os resultados dos limites sobre Λ para as diversas

Tabela 5.2: Limites a 95 % C.L. sobre Λ (em TeV) para a interação tensorial, provenientes dos momentos magnéticos anômalos do elétron e do muon.

Interação	$\ell = \text{elétron}$	$\ell = \text{muon (presente)}$	$\ell = \text{muon (AGS)}$
	$\eta = +1 / \eta = -1$	$\eta = +1 / \eta = -1$	
$llll$	0.40/0.31	3.2/4.0	26
$ee\mu\mu$	7.3/5.6	0.22/0.28	1.8
$ee\tau\tau$	31/24	—	—
$\mu\mu\tau\tau$	—	16/20	130
$\ell'\ell'\ell\ell^{(1)}$	32/25	17/21	133
$uull$	1.7/2.1	1.4/1.1	8.7
$ddll$	2.1/1.7	1.1/1.4	8.7
$ssll$	10.1/8.0	5.1/6.5	42
$ccll$	32/41	27/21	169
$bbl\ell$	53/42	28/35	221
$ttll$	367/468	317/251	1989
$qq\ell\ell^{(2)}$	35/27	18/23	144

(1) $\ell'\ell' = ee + \mu\mu + \tau\tau$

(2) $qq = uu + dd + ss + cc + bb$

combinações de partículas e limites teórico-experimentais. Todos os resultados foram obtidos considerando a escala μ igual a massa do férmion externo.

5.2.3 Momentos Dipolares Elétricos e Eletrofracos

Voltemos por um momento à Eq. (5.3). Nela está presente um termo que raramente é lembrado na literatura como uma possível contribuição para um acoplamento geral entre bósons vetoriais e férmions; trata-se da contribuição da interação pseudo-tensorial,

$$F_d \frac{1}{2m_f} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 q^\nu.$$

(5.50)

Como já comentamos no início deste capítulo, este termo está associado ao momento dipolar elétrico (m.d. elétrico) ou eletrofraco (m.d. eletrofraco) do férmion. Esta associação surge quando consideramos o limite não relativístico da lagrangeana efetiva que dá origem a este termo,

$$\mathcal{L} = -\frac{i}{2}d_f \bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\Psi F^{\mu\nu}, \quad (5.51)$$

que resulta ser,

$$\mathcal{L} \equiv -\mathcal{H}_{int} = d_f \vec{\sigma} \cdot \vec{E}. \quad (5.52)$$

Nesta expressão o vetor $d_f\vec{\sigma}$ corresponde ao vetor de dipolo elétrico que, como pode ser visto, interage com o campo elétrico externo. É devida a Landau [57] a argumentação física de que o vetor de m.d. elétrico deve ser proporcional ao spin da partícula uma vez que este é o único vetor fundamental que a ela podemos associar quando em repouso e que define uma direção privilegiado no espaço. Podemos verificar, a partir da Eq. (5.52) que a interação envolvendo m.d. elétrico viola **CP**. Para tanto, basta observar que sob **P** temos, $\vec{\sigma} \rightarrow \vec{\sigma}$ e $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$ e sob **T**, $\vec{\sigma} \rightarrow -\vec{\sigma}$ e $\vec{E} \rightarrow \vec{E}$. Portanto, a interação $\vec{\sigma} \cdot \vec{E}$ viola tanto **P** quanto **T**. Considerando a validade do teorema de conservação de **CPT**, podemos concluir que a interação da Eq. (5.52) viola **CP**. Podemos, também, verificar diretamente a partir das propriedades dos campos presentes na lagrangeana da Eq. (5.51) que ela viola **CP**. Como sabemos experimentalmente que tanto **P** quanto **CP** são violadas na natureza, é bastante provável que em algum nível todas as partículas (não auto-conjugadas) com spin devam ter um (embora pequeno) momento de dipolo elétrico [58].

Sendo a lagrangeana Eq. (5.51) não-renormalizável, ela só pode ser gerada a partir de uma teoria renormalizável através de correções radiativas. No contexto do Modelo Padrão prevê-se que um m.d. elétrico pode ser gerado através do mecanismo de Kobayashi-Maskawa [44]. Entretanto, mostrou-se que no caso dos léptons, certos cancelamentos eliminam contribuições provenientes de diagramas contendo até três loops de modo que se as contribuições existem, são provenientes de diagramas envolvendo quatro loops ou mais [59]. Isto implica que, dentro do Modelo Padrão, o m.d. elétrico do elétron deve ser menor ou igual a 8×10^{-41} e.cm. Pode-se apreciar a dificuldade da medida deste valor a partir do fato que da não observação de um m.d.

elétrico para o elétron impõem-se um limite superior sobre o seu valor dado por [60],

$$|d_e^e| \leq 4.4 \times 10^{-27} \text{ e.cm} , \quad (5.53)$$

com 95 % C.L. De maneira semelhante, o valor previsto pelo Modelo Padrão para o m.d. elétrico do muon é $d_\mu^e \leq 2 \times 10^{-38} \text{ e.cm}$. O limite experimental neste caso corresponde a [61],

$$|d_\mu^e| \leq 9.3 \times 10^{-19} \text{ e cm} . \quad (5.54)$$

No caso do tau não existem medidas do seu m.d. elétrico. Entretanto, existem limites superiores sobre o valor do m.d. eletrofraco (definido para interação do férmion com o Z com $Q^2 = M_Z^2$) obtidos a partir da reconstrução das trajetórias e spin para diferentes estados finais [62]. Os limites são sobre a parte real e imaginária que o m.d. eletrofraco pode ter e que a 95 % de C.L. correspondem a,

$$\begin{aligned} |Re(d_\tau^w)| &\leq 4.8 \times 10^{-18} \text{ e cm} , \\ |Im(d_\tau^w)| &\leq 0.93 \times 10^{-17} \text{ e cm} . \end{aligned} \quad (5.55)$$

Usando as relações entre o fator de forma F_d e os m.d. elétrico e eletrofraco,

$$\begin{aligned} \frac{e}{2m_f} F_d(Q^2 = 0) &= d_f^e , \\ \frac{e}{2m_f} F_d(Q^2 = M_Z^2) &= d_f^w , \end{aligned} \quad (5.56)$$

e considerando as contribuições do Modelo Padrão como sendo desprezíveis, calculamos os limites sobre a escala de nova física Λ a partir dos limites dados acima. No caso do tau, como as contribuições de nossas interações são reais, apenas o limite sobre a parte real do m.d. eletrofraco foi utilizado. Na tabela 5.3 apresentamos os limites sobre a interação tensorial obtidos a partir dos m.d. elétricos do elétron e do muon. A partir do m.d. eletrofraco do tau obtém-se o limite $\Lambda \geq 260 \text{ GeV}$ sobre a interação tensorial envolvendo este lépton e o quark top. Para a interação escalar envolvendo léptons idênticos obtemos $\Lambda \geq 45 \text{ TeV}$ para elétrons e $\Lambda \geq 25 \text{ GeV}$ para muons. Todos os resultados foram obtidos considerando a escala μ igual a massa do férmion externo.

Tabela 5.3: Limites a 95 % C.L. sobre Λ para a interação tensorial, provenientes dos momento dipolar elétrico e eletrofraco do elétron e do muon.

Interação	$\ell = \text{elétron (} 10^3 \text{TeV)}$	$\ell = \text{muon (GeV)}$
$llll$	0.13	77
$ee\mu\mu$	2.0	3.9
$ee\tau\tau$	8.7	—
$\mu\mu\tau\tau$	—	350
$\ell'\ell'\ell\ell^{(1)}$	8.8	360
$uull$	0.6	21
$ddll$	0.6	21
$ssll$	2.8	110
$ccll$	11.3	460
$bbll$	14.7	600
$ttll$	130	5700
$qq\ell\ell^{(2)}$	9.8	390

(1) $\ell'\ell' = ee + \mu\mu + \tau\tau$

(2) $qq = uu + dd + ss + cc + bb$

Conclusão

Mostramos neste trabalho como é possível que a presença de novas partículas/interações em diagramas com loops possa, em princípio, ser verificada experimentalmente, devido à grande precisão obtida nas medidas de certas observáveis do Modelo Padrão. Isto mostra a relevância das informações indiretas (em oposição a observação direta de uma nova partícula ou medida de uma constante de interação em uma reação que pode ser analisada a nível de árvore), como estas provenientes de medidas precisas do Modelo Padrão.

Exemplos de medidas precisas são os resultados do LEP para uma grande gama de observáveis [21], tais como a largura de decaimento do Z em léptons, bem como as medidas dos momentos magnéticos anômalos do elétron e do muon. Apesar da grande precisão obtida em medidas dos momentos dipolares elétricos, estes ainda estão muito longe de serem capazes de medir os momentos dipolares previstos a partir do Modelo Padrão, de modo que considerá-los como medidas precisas do Modelo Padrão seria incorreto. Entretanto, medidas dos momentos dipolares são suficientemente precisas para impor limites sobre um número muito grande de modelos/teorias de nova física, tal como ocorre como as interações tensoriais por nós estudadas.

Dos resultados obtidos, podemos concluir que as contribuições para certas observáveis do Modelo Padrão das correções radiativas envolvendo interações de quatro férmions não podem ser de modo algum desprezadas, sendo capazes de restringir a existência destas interações. Isto deve-se a precisão das medidas das observáveis que empregamos em nosso trabalho.

Os resultados para as interações vetoriais são, no geral, bastante relevantes e em alguns casos, os limites sobre Λ obtidos a partir de $\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$ são melhores do que os resultados da busca direta de interações de 4 férmions a altas energias [38] (vide casos assinalados em negrito na tabela 5.1). Destaca-se a sensibilidade de $\Gamma(Z \rightarrow \ell\bar{\ell})$ aos efeitos de quarks u ou d rodando no loop, o que implica em limites que podem inviabilizar o uso de certas interações para explicar os eventos do HERA. Obtivemos, também, grande sensibilidade num caso de grande importância, aquele no qual somam-se as contribuições de todos os quarks à excessão do top. Aliás, com relação as contribuições para os loops deste último quark (para o qual não existem limites

provenientes de medidas diretas) pudemos derivar limites bastante restritivos sobre a escala de nova física.

No caso das interações escalares e tensoriais, obtivemos os limites mais restritivos para interações que envolvem elétrons e outras partículas ($eeee, ee\mu\mu, \dots$) a partir das medidas do momento dipolar elétrico. Tratam-se de limites altamente restritivos, que praticamente impedem a existência de tais interações dentro do contexto de nova física a uma escala razoável ($\Lambda \sim 10^3$ TeV). Para interações que envolvem o muon e outras partículas, os limites mais restritivos proveêm das medidas do momento magnético anômalo do muon. Tratam-se, também, de limites bastante restritivos.

Os limites provenientes do momento de dipolo elétrico do elétron, que obtivemos sobre as interações escalares e tensoriais, podem ser evitados no caso em que os coeficientes destas satisfazem a condição $A^m V^n + V^m A^n = 0$. Da mesma forma, os limites provenientes do momento magnético anômalo do muon podem ser evitados caso as interações satisfaçam a condição $V^m V^n - A^m A^n = 0$. Portanto, não podemos simplesmente descartar a possibilidade de haverem interações escalares ou tensoriais a escalas de energias relativamente baixas, baseados inteiramente em nossos resultados. Entretanto, estes resultados são bastante restritivos caso as condições acima mencionadas não sejam satisfeitas, o que abrange uma grande gama de modelos.

Apêndices

Apêndice A

Redução de Integrais Tensoriais para Integrais Escalares

¹Quando calculamos amplitudes para processos envolvendo loops, deparamo-nos sempre com integrais tensoriais que, em geral, podem ser escritas da seguinte forma,

$$T_{\mu_1 \dots \mu_p}^N(p_1, \dots, p_{N-1}, m_0, \dots, m_{N-1}) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{q_{\mu_1} \dots q_{\mu_p}}{D_0 D_1 \dots D_{N-1}}, \quad (\text{A.1})$$

com os fatores no denominador,

$$D_0 = q^2 - m_0^2 + i\varepsilon, D_i = (q + p_i)^2 - m_i^2 + i\varepsilon, i = 1, \dots, N-1, \quad (\text{A.2})$$

tendo origem nos propagadores dos diagramas de Feynman. Também, introduzimos,

$$p_{i0} = p_i \quad e \quad p_{ij} = p_i - p_j. \quad (\text{A.3})$$

As integrais de N-pontos são divergentes (ultra-violeta) quando $P + D - 2N \geq 0$. Para regularizar estas divergências utilizamos o método de regularização dimensional, donde explicam-se os parâmetro D e μ presentes na Eq. (A.1). Felizmente, o trabalho de resolução de uma integral deste tipo pode ser grandemente simplificado, permitindo a sua solução com bases bastante gerais que evitam a consideração das complicadas integrações envolvendo os momentos de integração existente nos numeradores [18, 63].

A covariância de Lorentz das integrais tensoriais, nos permite decompô-las em termos de tensores construídos a partir dos momentos externos, p_i , e o tensor métrico $g_{\mu\nu}$, com coeficientes

¹Neste apêndice seguiremos bem de perto as considerações da Ref. [18].

totalmente simétricos $T_{i_1 \dots i_p}^N$. Introduzindo um momento artificial, p_0 , de modo a podermos escrever os termos contendo $g_{\mu\nu}$ de uma forma compacta temos,

$$T_{\mu_1 \dots \mu_p}^N(p_1, \dots, p_{N-1}, m_0, \dots, m_{N-1}) = \sum_{i_1, \dots, i_p=0}^{N-1} T_{i_1 \dots i_p}^N p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_p \mu_p}. \quad (\text{A.4})$$

Utilizando uma notação corrente [2, 18, 63] associamos a N-ésima letra do alfabeto à integral tensorial com N elementos D_i no denominador, o que nos permite escrever explicitamente,

$$\begin{aligned} B_\mu &= p_{1\mu} B_1, \\ B_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} B_{00} + p_{1\mu} p_{1\nu} B_{11}, \\ C_\mu &= p_{1\mu} C_1 + p_{2\mu} C_2 \\ C_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} C_{00} + \sum_{i,j=1}^2 p_{i\mu} p_{j\nu} C_{ij}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Uma vez que, o espaço quadridimensional é totalmente coberto por quatro vetores de Lorentz, os termos envolvendo $g_{\mu\nu}$ devem ser omitidos para $N \geq 5$ e no máximo quatro vetores de Lorentz ortogonais devem ser utilizados na decomposição Eq. (A.4). Consequentemente, a decomposição de Lorentz para uma integral com $N \geq 5$, em quatro dimensões, pode ser escrita como,

$$T_{\mu_1 \dots \mu_p}^N(p_1, \dots, p_{N-1}, m_0, \dots, m_{N-1}) = \sum_{i_1, \dots, i_p=0}^4 T_{i_1 \dots i_p}^N p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_p \mu_p}, \quad (\text{A.6})$$

onde $p_1 \dots p_4$ são ortogonais e formados a partir de combinações lineares de $p_1, \dots, p_{N-1}$.

Obviamente, para que estas decomposições nos sejam úteis, precisamos determinar os coeficientes $T_{i_1 \dots i_p}^N$. Ao fazermos isto, veremos que todo coeficiente pode ser reduzido a uma combinação de integrais escalares, T_0^N . Ainda mais, como as integrais escalares com $N > 4$ podem ser expressas em termos de D_0 , concluímos que toda integral tensorial pode ser expressa em termos de A_0, B_0, C_0 e D_0 [18], conhecidas como as funções escalares de Passarino-Veltman. Mais para frente, veremos qual a solução das três primeiras integrais, as únicas que precisamos

saber para o nosso trabalho, sendo que de momento, precisamos apenas de suas definições.

$$\begin{aligned}
A_0(m^2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{q^2 - m^2} \\
B_0(p_1^2, m_1^2, m_2^2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_1^2][(q+p_1)^2 - m_2^2]} \\
C_0(p_1^2, p_{12}^2, p_2^2, m_0^2, m_1^2, m_2^2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \\
&\quad \times \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_0^2][(q+p_1)^2 - m_1^2][(q+p_2)^2 - m_2^2]},
\end{aligned} \tag{A.7}$$

onde omitimos os parâmetros infinitesimais complexos $i\epsilon$, o que será feito daqui para diante exceto quando estritamente necessário. Nas expressões acima, utilizamos a mesma notação do programa FeynCalc [10], o qual é empregado para obter a forma reduzida das amplitudes envolvendo complexas integrais de loops, em termos das integrais escalares. Deste ponto em diante, passaremos a escrever as funções do lado esquerdo como dependentes da massa e não da massa ao quadrado; o único objetivo disto sendo o de simplificar a escrita.

Vejamos agora, como é possível expressar os coeficientes da decomposição tensorial em termos das funções de Passarino-Veltman para alguns casos simples, para depois tratar o problema de forma geral. Para as integrais vetorial e tensorial de dois pontos ($N=2$) temos,

$$B_\mu; B_{\mu\nu}(k^2, m_1, m_2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{k_\mu; k_{\mu\nu}}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]}. \tag{A.8}$$

Se contraírmos ambos os lados destas equações com $k_\mu, g_{\mu\nu}, k_\mu k_\nu$ e usarmos as decomposições dadas na Eq. (A.5) obtemos o seguinte conjunto de equações,

$$\begin{aligned}
\int \frac{qk}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]} &= B_1 \\
\int \frac{q^2}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]} &= DB_{00} + q^2 B_{11} \\
\int \frac{(qk)^2}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]} &= q^2 B_{00} + q^4 B_{11}.
\end{aligned} \tag{A.9}$$

A dependência na dimensão, D , na segunda equação, tem origem no fato de que a contração de dois tensores métricos depende da dimensão do espaço,

$$g_\mu^\mu = g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = D \tag{A.10}$$

Resolvendo o sistema de equações, Eq. (A.9) e fazendo uso das decomposições,

$$\int \frac{q^2}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]} = \int \frac{1}{q^2 - m_2^2} + m_1^2 \int \frac{1}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]}$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{qk}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]} &= \frac{1}{2} \int \frac{1}{q^2 - m_1^2} - \frac{1}{2} \int \frac{1}{q^2 - m_2^2} + \\
&\quad \frac{m_2^2 - m_1^2 - q^2}{2} \int \frac{1}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]} \\
\int \frac{(qk)^2}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]} &= \frac{1}{2} \int \frac{qk}{q^2 - m_1^2} - \frac{1}{2} \int \frac{qk}{(q+k)^2 - m_2^2} + \\
&\quad \frac{m_2^2 - m_1^2 - q^2}{2} \int \frac{qk}{[q^2 - m_1^2][(q+k)^2 - m_2^2]} \quad (A.11)
\end{aligned}$$

obtemos, em termos das definições da Eq. (A.7),

$$\begin{aligned}
B_1(k^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{2q^2} [A_0(m_1) - A_0(m_2) + (m_1^2 - m_2^2 - q^2)B_0(k^2, m_1, m_2)] \\
B_{00}(k^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{6} [A(m_2) + 2m_1^2 B_0(k^2, m_1, m_2) + (m_1^2 - m_2^2 + q^2)B_1(k^2, m_1, m_2) \\
&\quad + m_1^2 + m_2^2 - \frac{q^2}{3}] \\
B_{11}(k^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{3q^2} [A(m_2) - m_1^2 B_0(k^2, m_1, m_2) - 2(m_1^2 - m_2^2 + q^2)B_1(k^2, m_1, m_2) \\
&\quad - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{q^2}{6}]
\end{aligned}$$

Conseguimos, portanto, expressar os coeficientes das decomposições de Lorentz em termos das funções de Passarino-Veltman. Para tratar o caso geral, a redução de integrais tensoriais de N pontos, começamos observando que o produto do momento de integração, q_μ , com um momento externo, pode ser expresso em termo dos denominadores,

$$qp_k = \frac{1}{2} [D_k - D_0 - f_k], \quad f_k = p_k^2 - m_k^2 + m_0^2. \quad (A.12)$$

De forma semelhante a qual aplicamos antes, multiplicamos a integral tensorial, Eq. (A.1), pelo momento externo, p_k , e usando a equação anterior obtemos,

$$\begin{aligned}
R_{\mu_1 \dots \mu_{p-1}}^{N,k} &= T_{\mu_1 \dots \mu_p}^N p_k^{\mu_p} \\
&= \frac{1}{2} \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \left[\frac{q_{\mu_1} \dots q_{\mu_{p-1}}}{D_0 \dots D_{k-1} D_{k+1} \dots D_{N-1}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{q_{\mu_1} \dots q_{\mu_{p-1}}}{D_1 \dots D_{N-1}} - f_k \frac{q_{\mu_1} \dots q_{\mu_{p-1}}}{D_1 \dots D_{N-1}} \right] \\
&= \frac{1}{2} [T_{\mu_1 \dots \mu_{p-1}}^{N-1}(k) - T_{\mu_1 \dots \mu_{p-1}}^{N-1}(0) - f_k T_{\mu_1 \dots \mu_{p-1}}^N], \quad (A.13)
\end{aligned}$$

onde o argumento k das integrais tensoriais na última linha indica que o propagador D_k foi cancelado. Notemos que $T_{\mu_1 \dots \mu_{p-1}}^{N-1}(0)$ tem um momento externo no seu primeiro propagador. Portanto, devemos fazer uma mudança de variável nesta integral para obter um resultado na forma da Eq. (A.1).

No caso em que $P \geq 2$, obtemos mais uma relação contraindo $g^{\mu\nu}$ e usando,

$$g^{\mu\nu} q_\mu q_\nu = q^2 = D_0 + m_0^2. \quad (\text{A.14})$$

Isto nos da,

$$\begin{aligned} R_{\mu_1 \dots \mu_{p-2}}^{N,00} &= T_{\mu_1 \dots \mu_p}^N g^{\mu_{p-1} \mu_p} \\ &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \left[\frac{q_{\mu_1} \dots q_{\mu_{p-2}}}{D_1 \dots D_N} + m_0^2 \frac{q_{\mu_1} \dots q_{\mu_{p-2}}}{D_0 \dots D_N} \right] \\ &= [T_{\mu_1 \dots \mu_{p-2}}^{N-1}(0) + m_0^2 T_{\mu_1 \dots \mu_{p-2}}^N]. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Considerando a existência de $M \leq N-1$ vetores de Lorentz linearmente independentes podemos escrever mais um conjunto de equações,

$$\begin{aligned} R_{\mu_1 \dots \mu_{p-1}}^{N,k} &= T_{\mu_1 \dots \mu_p}^N p_k^{\mu_p} = \sum_{i_1, \dots, i_{p-1}=0}^M R_{i_1 \dots i_{p-1}}^{N,k} p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_{p-1} \mu_{p-1}}, \\ R_{\mu_1 \dots \mu_{p-2}}^{N,00} &= T_{\mu_1 \dots \mu_p}^N g^{\mu_{p-1} \mu_p} = \sum_{i_1, \dots, i_{p-2}=0}^M R_{i_1 \dots i_{p-2}}^{N,00} p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_{p-2} \mu_{p-2}} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

ou, igualmente,

$$\begin{aligned} \sum_{i_1, \dots, i_p=0}^M T_{i_1 \dots i_p}^N p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_p \mu_p} p_k^{\mu_p} &= \sum_{i_1, \dots, i_{p-1}=0}^M T_{i_1 \dots i_{p-1}}^N p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_{p-1} \mu_{p-1}} (p_{ip} p_k) \\ &= \sum_{i_1, \dots, i_{p-1}=0}^M R_{i_1 \dots i_{p-1}}^{N,k} p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_{p-1} \mu_{p-1}} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\sum_{i_1, \dots, i_p=0}^M T_{i_1 \dots i_p}^N p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_p \mu_p} g^{\mu_{p-1} \mu_p} = \sum_{i_1, \dots, i_{p-2}=0}^M R_{i_1 \dots i_{p-2}}^{N,00} p_{i_1 \mu_1} \dots p_{i_{p-2} \mu_{p-2}}. \quad (\text{A.18})$$

A partir destas equações podemos obter as seguintes relações,

$$T_{00i_1 \dots i_{p-2}}^N = \frac{1}{D+P-2-M} \left[R_{i_1 \dots i_{p-2}}^{N,00} - \sum_{k=1}^M R_{ki_1 \dots i_{p-2}}^{N,k} \right] \quad (\text{A.19})$$

$$T_{ki_1 \dots i_{p-1}}^N = (X_M^{-1})_{kk'} \left[R_{i_1 \dots i_{p-1}}^{N,k'} - \sum_{r=1}^{P-1} \delta_{i_r}^{k'} T_{00i_1 \dots i_{r-1} i_{r+1} \dots i_{p-1}}^N \right]. \quad (\text{A.20})$$

Na expressão anterior, X_M , corresponde a uma matriz cujos elementos tem origem no produto $p_{ip}p_k$ da Eq. (A.18), portanto, esta matriz tem a forma,

$$X_M = \begin{pmatrix} p_1^2 & p_1 p_2 & \dots & p_1 p_M \\ p_2 p_1 & p_2^2 & \dots & p_2 p_M \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_M p_1 & p_M p_2 & \dots & p_M^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.21})$$

De fato, estas equações somente são úteis caso X_M^{-1} exista ou seja, quando X_M é não-singular. Quando isto não acontece, deve-se utilizar outro procedimento para a redução das integrais; não abordaremos este caso aqui, mas o mesmo pode ser encontrado na literatura [18]. No caso em que X_M é não-singular podemos continuar e obter novas relações. Se substituímos o resultado expresso na última linha das Eq. (A.13) e Eq. (A.15) nas Eq. (A.19) e Eq. (A.20) obteremos os R 's expressos em termos de $T_{i_1 \dots i_{p-1}}^N, T_{i_1 \dots i_{p-2}}^N, T_{i_1 \dots i_q}^{N-1}$, com $q < P$. Obtemos assim, uma relação de recorrência para os coeficientes que nos permite ao final expressar os coeficientes de qualquer ordem em termos das funções escalares de Passarino-Veltman.

Todos os aspectos da redução de integrais escalares já foram implementados em programas para computador, a exemplo do pacote para Mathematica, FeynCalc [10, 11]. Com o uso deste programa, amplitudes para processos a nível de um loop, podem ser simplificadas e expressas em termos das integrais escalares. Para obter um resultado numérico, é preciso saber a expressão analítica final destas integrais fundamentais para os diferentes valores de seus parâmetros, as massas e os quadrimomentos e é disto que trataremos na próxima seção.

A.1 As Integrais Escalares.

Os ingredientes básicos que utilizamos para a solução das integrais escalares são a parametrização de Feynman, o método de regularização dimensional e o cálculo complexo.

A.1.1 Parametrização de Feynman.

Através da parametrização de Feynman, busca-se expressar as complicadas integrais das amplitudes a um loop de uma forma mais tratável matematicamente. O objetivo deste método

é juntar os denominadores dos propagadores num único denominador, que seja um polinômio quadrático no momento de integração que será, obrigatoriamente, elevado à potência N , igual ao número de propagadores. Pode-se, então, fazer uma mudança de variável no momento de integração para completar o quadrado neste polinômio. Assim, separamos a integral numa parte dependente do momento e outra “esfericamente” simétrica, esta última podendo ser facilmente resolvida. O preço que pagamos por isto é a introdução de parâmetros auxiliares a serem integrados.

A parametrização de Feynman para um caso geral é dada por,

$$\frac{1}{D_1 D_2 \cdots D_N} = \int_0^1 dx_1 \cdots dx_N \delta(\sum x_i - 1) \frac{(n-1)!}{[x_1 D_1 + x_2 D_2 + \cdots x_N D_N]^N} \quad (\text{A.22})$$

Por exemplo,

$$\begin{aligned} \frac{1}{(q-p)^2(q^2-m^2)} &= \int_0^1 dx dy \delta(x+y-1) \frac{1}{[x(q-p)^2 + y(q^2-m^2)]^2} \\ &= \int_0^1 dx dy \delta(x+y-1) \frac{1}{[q^2 - 2xq \cdot p + xp^2 - ym^2]^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Se fizermos a mudança de variável, $l \equiv q - xp$, obtemos um denominador dependente apenas em l^2 , como esperado. As variáveis x e y são os parâmetros de Feynman neste caso.

A.1.2 Regularização Dimensional.

Quando “regularizamos” uma integral divergente, basicamente o que fazemos é manipulá-la de tal forma que possamos isolar a sua fonte de divergência ultravioleta, como exemplificado abaixo,

$$integral\ divergente = const. \times \infty + (termos\ finitos). \quad (\text{A.24})$$

A regularização dimensional consiste em computar os diagramas de Feynman como uma função analítica da dimensionalidade do espaço-tempo, D . Através da análise do grau de divergência superficial dos diagramas a nível de um loop, podemos ver que as integrais que são divergentes em 4 dimensões não o são em dimensões menores. Assim, podemos manipular as integrais como sendo finitas, trabalhando num espaço com $4 - \epsilon$ dimensões. Para obtermos

resultados válidos no espaço físico, ao final das contas, fazemos ϵ tender a zero e, ao fazê-lo, vemos que os infinitos surgem como funções da dimensionalidade do espaço-tempo, mais exatamente, como função de $\frac{1}{\epsilon}$.

Ao utilizarmos a regularização dimensional, introduzimos um parâmetro adicional para manter as integrais dimensionalmente corretas ao longo dos cálculos; esta é a origem do parâmetro μ , que possui dimensão de massa elevada a $4 - D$.

Podemos utilizar o método de parametrização da seção anterior para expressar uma integral escalar geral em D dimensões como,

$$\begin{aligned} \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{D_0 D_1 \cdots D_{N-1}} &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \int_0^1 dx_1 \cdots dx_N \delta\left(\sum x_i - 1\right) \\ &\quad \times \frac{(n-1)!}{[x_1 D_1 + x_2 D_2 + \cdots x_N D_N]^N} \\ &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D l \int_0^1 dx_1 \cdots dx_N \delta\left(\sum x_i - 1\right) \frac{(n-1)!}{[l^2 - Q]^N}, \end{aligned}$$

onde l é o novo momento de integração e Q uma função dos momentos externos e das massas das partículas virtuais que se propagam. A integral no quadrimomento l pode ser resolvida facilmente após a aplicação de uma rotação de Wick [8], através da qual passamos a integrar sobre variáveis de um espaço euclidiano,

$$\int d^D l \frac{1}{[l^2 - Q]^N} = \frac{i}{(-1)^N} \int d^D l_E \frac{1}{[l_E^2 + Q]^N}. \quad (\text{A.25})$$

Podemos, agora, resolver a integral do lado direito desta equação usando coordenadas polares em D dimensões,

$$\begin{aligned} \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D l \frac{1}{[l^2 - Q]^N} &= \left(\frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \right) \frac{i}{(-1)^N} \\ &\quad \times \int d\Omega_D \int_0^\infty dr \frac{r^{D-1}}{[r^2 + Q]^N}. \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

O resultado para a integral angular é,

$$\int d\Omega_D = \frac{2\pi^{\frac{D}{2}}}{\Gamma(\frac{D}{2})}, \quad (\text{A.27})$$

enquanto que, para a parte radial temos,

$$\begin{aligned} \int_0^\infty dr \frac{r^{D-1}}{[r^2 + \Delta]^N} &= \frac{1}{2} \int_0^\infty dr^2 \frac{(r^2)^{\frac{D}{2}-1}}{[r^2 + \Delta]^N} = \frac{1}{2} \int_1^0 dx \left(\frac{-Q}{x^2} \right) \left(\frac{Q(1-x)}{x} \right)^{\frac{D}{2}-1} \frac{x^N}{Q^N} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Q} \right)^{N-\frac{D}{2}} \int_0^1 dx x^{N-1-\frac{D}{2}} (1-x)^{\frac{D}{2}-1}. \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Para chegarmos a este resultado nós substituímos $x = Q/(r^2 + Q)$. Utilizando a definição da função beta,

$$\int_0^1 dx x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \quad (\text{A.29})$$

concluimos que,

$$\begin{aligned} \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D l \frac{1}{[l^2 - Q]^N} &= \frac{i}{(-1)^N} \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \frac{\pi^{\frac{D}{2}}}{\Gamma(\frac{D}{2})} \left(\frac{1}{Q} \right)^{N-\frac{D}{2}} \frac{\Gamma(N-\frac{D}{2})\Gamma(\frac{D}{2})}{\Gamma(N)} \\ &= (-1)^N (2\pi\mu)^{4-D} \pi^{\frac{D}{2}-2} \left(\frac{1}{Q} \right)^{N-\frac{D}{2}} \frac{\Gamma(N-\frac{D}{2})}{\Gamma(N)} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Este resultado é extremamente importante e foi obtido mediante o emprego da parametrização de Feynman e da regularização dimensional. Os termos divergentes nesta expressão tem origem na função gama presente no numerador, $\Gamma(N - \frac{D}{2})$. Esta função diverge quando N é igual a 1 ou 2, os únicos valores possíveis, uma vez que $N > 0$. Neste dois casos, temos os seguintes resultados para a função gama no limite em que ϵ tende a zero,

$$N = 1, \quad \Gamma\left(1 - \frac{4-\epsilon}{2}\right) = \Gamma\left(-1 + \frac{\epsilon}{2}\right) = -\frac{2}{\epsilon} + \gamma - 1 + O(\epsilon) \quad (\text{A.31})$$

$$N = 2, \quad \Gamma\left(2 - \frac{4-\epsilon}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{2}{\epsilon} - \gamma + O(\epsilon) \quad (\text{A.32})$$

onde γ corresponde à constante de Euler-Mascheroni. Devemos observar que as integrações sobre os parâmetros de Feynman não acrescentam novas divergências ultravioletas, entretanto, podem acrescentar divergências que não se comportam com a dependência $1/\epsilon$, as divergências infravermelhas. Enquanto que as divergências ultravioletas são tratadas através do procedimento de renormalização [8, 63], as infravermelhas são tratadas de forma diferente [8, 18].

Vejamos agora, quais são os resultados para as integrais escalares que nos interessam, começando por A_0 . Empregando o resultado da Eq. (A.30),

$$A_0(m^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{q^2 - m^2}$$

$$\begin{aligned}
&= (-1)^1 (2\pi\mu)^\epsilon \pi^{-\frac{\epsilon}{2}} \left(\frac{1}{m^2}\right)^{-1+\frac{\epsilon}{2}} \frac{\Gamma(-1+\frac{\epsilon}{2})}{\Gamma(1)} \\
&= (-1)\mu^\epsilon (4\pi)^{\frac{\epsilon}{2}} \left(\frac{1}{m^2}\right)^{-1+\frac{\epsilon}{2}} \Gamma(-1+\frac{\epsilon}{2}) \\
&= (-1)[1+\epsilon \log \mu + O(\epsilon^2)][1+\frac{\epsilon}{2} \log 4\pi + O(\epsilon^2)]m^2[1-\frac{\epsilon}{2} \log m^2 + O(\epsilon^2)] \\
&\quad \times [-\frac{2}{\epsilon} + \gamma - 1 + O(\epsilon)] \\
&= (-1)[1+\epsilon \log \mu + O(\epsilon^2)][1+\frac{\epsilon}{2} \log 4\pi + O(\epsilon^2)]m^2[-\frac{1}{\epsilon} + \gamma - 1 + \log m^2 + O(\epsilon)] \\
&= (-1)m^2[1+\frac{\epsilon}{2} \log \mu^2 + O(\epsilon^2)][-\frac{1}{\epsilon} + \gamma - 1 + \log m^2 - \log 4\pi + O(\epsilon)] \\
&= (-1)m^2[-\frac{1}{\epsilon} + \gamma - 1 + \log m^2 - \log 4\pi - \log \mu^2] \\
&= m^2(\Delta - \log \frac{m^2}{\mu^2} + 1) + O(\epsilon)
\end{aligned} \tag{A.33}$$

com a divergência ultravioleta contida em,

$$\Delta = -\frac{1}{\epsilon} - \gamma + \log 4\pi. \tag{A.34}$$

Para B_0 temos,

$$\begin{aligned}
B_0(p_1^2, m_1^2, m_2^2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_1^2][(q+p_1)^2 - m_2^2]} \\
&= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int_0^1 dx \int d^D l \frac{1}{[l^2 - Q]^2}
\end{aligned} \tag{A.35}$$

onde $l = q + (1-x)p_1$ e $Q = x^2 p_1^2 - x(p_1^2 - m_1^2 + m_2^2) + m_2^2$. Utilizando a Eq. (A.30) chegamos ao seguinte resultado,

$$B_0(p_1^2, m_1^2, m_2^2) = \Delta - \int_0^1 dx \log \frac{Q - i\epsilon}{\mu^2}. \tag{A.36}$$

Nesta expressão retomamos o termo $i\epsilon$, uma vez que este contém a informação da prescrição de Feynman para o caminho de integração ou, equivalentemente, dos pólos a serem incluídos ou ignorados na solução desta integral. A solução da integral presente na equação anterior pode ser encontrada em diversas referências [1, 2, 18, 63]. Apresentamos a seguir, a solução escrita na forma mais prática de ser utilizada, com expressões válidas para diferentes valores dos parâmetros físicos dos quais B_0 é uma função [18],

$$B_0(p_1^2, m_1, m_2) = \Delta + 2 - \log\left(\frac{m_1 m_2}{\mu^2}\right) + \frac{(m_1^2 - m_2^2)}{p_1^2} \log\left(\frac{m_2}{m_1}\right) - \frac{(m_1^2 + m_2^2)}{(m_1^2 - m_2^2)} + B(p_1^2, m_1, m_2) \tag{A.37}$$

onde,

$$\begin{aligned}
B(p_1^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{p_1^2} [((m_1 + m_2)^2 - p_1^2)((m_1 - m_2)^2 - p_1^2)]^{\frac{1}{2}} \\
&\times \log \left[\frac{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 - p_1^2} + \sqrt{(m_1 - m_2)^2 - p_1^2}}{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 - p_1^2} - \sqrt{(m_1 - m_2)^2 - p_1^2}} \right], \quad p_1^2 < (m_1 - m_2)^2 \\
&= \frac{-2}{p_1^2} [(m_1 + m_2)^2 - p_1^2]^{\frac{1}{2}} [p_1^2 - (m_1 - m_2)^2]^{\frac{1}{2}} \\
&\times \arctan \frac{\sqrt{p_1^2 - (m_1 - m_2)^2}}{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 - p_1^2}}, \quad (m_1 - m_2)^2 < p_1^2 < (m_1 + m_2)^2 \\
&= \frac{1}{p_1^2} [p_1^2 - (m_1 + m_2)^2]^{\frac{1}{2}} [p_1^2 - (m_1 - m_2)^2]^{\frac{1}{2}} \\
&\times \left[\log \frac{\sqrt{p_1^2 - (m_1 + m_2)^2} + \sqrt{p_1^2 - (m_1 - m_2)^2}}{\sqrt{p_1^2 - (m_1 - m_2)^2} - \sqrt{p_1^2 - (m_1 + m_2)^2}} - i\pi \right], \quad p_1^2 > (m_1 + m_2)^2
\end{aligned} \tag{A.38}$$

O processo de solução de C_0 [63], é muito mais complexo do que os empregados para calcular A_0 e B_0 , apesar de esta integral não apresentar divergências ultravioletas. Após a parametrização de Feynman e do uso da Eq. (A.30), obtém-se a seguinte expressão,

$$\begin{aligned}
C_0(p_1^2, p_{12}^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) &= - \int_0^1 dx \int_0^x dy [p_{12}^2 x^2 + p_1^2 y^2 + (p_2^2 - p_1^2 - p_{12}^2)xy \\
&\quad + (m_1^2 - m_2^2 - p_{12}^2)x + (m_0^2 + m_1^2 + p_{12}^2 - p_2^2)y + m_2^2 - i\varepsilon]^{-1}
\end{aligned} \tag{A.39}$$

Resolver esta integral dupla não pode ser considerada uma tarefa fácil. A referência [63] trata da solução desta integral para diversas combinações dos valores dos seus parâmetros. Apresentamos aqui um resultado final, válido quando todos os momentos e massas são reais [18].

$$\begin{aligned}
C_0(p_1^2, p_{12}^2, p_2^2, m_0^2, m_1^2, m_2^2) &= \frac{1}{\alpha} \sum_{i=0}^2 \left\{ \sum_{\sigma=\pm} \left[Li_2\left(\frac{y_{0i} - 1}{y_{i\sigma}}\right) - Li_2\left(\frac{y_{0i}}{y_{i\sigma}}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \eta\left(1 - x_{i\sigma}, \frac{1}{y_{i\sigma}}\right) \log \frac{y_{0i} - 1}{y_{i\sigma}} - \eta\left(-x_{i\sigma}, \frac{1}{y_{i\sigma}}\right) \log \frac{y_{0i}}{y_{i\sigma}} \right] \right. \\
&\quad \left. - [\eta(-x_{i+}, -x_{i-}) - \eta(y_{i+}, y_{i-}) - 2\pi i \theta(-p_{jk}^2) \theta(-Im(y_{i+}, y_{i-}))] \log \frac{1 - y_{0i}}{-y_{0i}} \right\}, \tag{A.40}
\end{aligned}$$

com $(i, j, k = 0, 1, 2)$ permutados ciclicamente),

$$\begin{aligned}
 y_{0i} &= \frac{1}{2\alpha p_{jk}^2} [p_{jk}^2(p_{jk}^2 - p_{ki}^2 - p_{ij}^2 + 2m_i^2 - m_j^2 - m_k^2) \\
 &\quad - (p_{ki}^2 - p_{ij}^2)(m_j^2 - m_k^2) + \alpha(p_{jk}^2 - m_j^2 + m_k^2)], \\
 x_{i\pm} &= \frac{1}{2p_{jk}^2} [p_{jk}^2 - m_j^2 + m_k^2 \pm \alpha_i], \\
 y_{i\pm} &= y_{0i} - x_{i\pm}, \\
 \alpha &= \kappa(p_1^2, p_{12}^2, p_2^2) \\
 \alpha_i &= \kappa(p_{jk}^2, m_j^2, m_k^2)(1 + i\varepsilon p_{jk}^2).
 \end{aligned} \tag{A.41}$$

Nestas últimas expressões κ é a função de Källén,

$$\kappa(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + yz + zx)}, \tag{A.42}$$

e a função dilogaritmica ou de Spence, $Li_2(x)$, é definida como,

$$Li_2(x) = - \int_0^1 \frac{dt}{t} \log(1 - xt), \quad |\arg(1 - x)| < \pi. \tag{A.43}$$

As funções η , compensam as passagens pela linha de corte na folha de Riemann dos logarítimos e dilogarítimos. Todas as funções η se anulam α e todas as massas forem reais. α é real em particular para todos os processos de decaimento na camada de massa e processos de espalhamento.

Apêndice B

Propriedades das Lagrangeanas de quatro férmions sob as Transformações de Paridade, Conjugação de Carga e Inversão Temporal

Neste apêndice vamos analisar as propriedades das lagrangeanas de quatro férmions Eq. (4.29), (4.30) e (4.31) sob as transformações de paridade, conjugação de carga e inversão temporal. Para fazer esta análise consideramos as propriedades de transformação dos bilineares espinoriais,

$$\bar{\Psi}_1 \Psi_2, \bar{\Psi}_1 \gamma^5 \Psi_2, \bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \Psi_2, \bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \gamma^5 \Psi_2, \bar{\Psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \Psi_2 \text{ e } \bar{\Psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_2. \quad (\text{B.1})$$

Devemos ressaltar que a matriz $\sigma^{\mu\nu} \gamma^5$ não faz parte da base que gera as matrizes 4×4 , podendo ser decomposta em termos da matriz tensorial $\sigma^{\mu\nu}$ como,

$$\sigma^{\mu\nu} \gamma^5 = \frac{i}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \sigma_{\rho\sigma}. \quad (\text{B.2})$$

Entretanto, achamos conveniente manter esta matriz expressa como um pseudotensor, devido ao seu significado físico.

Na próxima página listamos as propriedades de transformação dos bilineares espinoriais sob a ação das transformações de paridade (**P**) conjugação de carga (**C**), as duas últimas combinadas (**CP**) e inversão temporal (**T**)¹.

¹Para maiores detalhes a respeito da ação destas operações sobre os bilineares espinoriais sugerimos a referência [44].

No caso da operação de inversão temporal, devemos adicionar uma regra para a transformação de números complexos,

$$c \rightarrow c^*. \quad (\text{B.3})$$

Como nossas lagrangeanas nada mais são do que a soma dos produtos de dois bilineares espinoriais, podemos facilmente derivar suas propriedades sob a ação de **P**, **C**, **T**, **CP** e **CPT**. Vamos nos restringir a tabelar as propriedades das lagrangeanas sob ação de **P** e **CP** pois, são

	P		C	
	$(\mathbf{x}, t)$	$\rightarrow (-\mathbf{x}, t)$	$(\mathbf{x}, t)$	$\rightarrow (\mathbf{x}, t)$
escalar	$\bar{\Psi}_1 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_1 \Psi_2$	$\bar{\Psi}_1 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_2 \Psi_1$
pseudo-escalar	$\bar{\Psi}_1 \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_1 \gamma^5 \Psi_2$	$\bar{\Psi}_1 \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_2 \gamma^5 \Psi_1$
vetorial	$\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \Psi_2$	$\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_2 \gamma_\mu \Psi_1$
axial	$\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \gamma^5 \Psi_2$	$\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_2 \gamma_\mu \gamma^5 \Psi_1$
tensorial	$\bar{\Psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \Psi_2$	$\bar{\Psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_2 \sigma_{\mu\nu} \Psi_1$
pseudo-tensorial	$\bar{\Psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_2$	$\bar{\Psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_2 \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_1$

	CP		T	
	$(\mathbf{x}, t)$	$\rightarrow (-\mathbf{x}, t)$	$(\mathbf{x}, t)$	$\rightarrow (\mathbf{x}, -t)$
escalar	$\bar{\Psi}_1 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_2 \Psi_1$	$\bar{\Psi}_1 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_1 \Psi_2$
pseudo-escalar	$\bar{\Psi}_1 \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_2 \gamma^5 \Psi_1$	$\bar{\Psi}_1 \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_1 \gamma^5 \Psi_2$
vetorial	$\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_2 \gamma^\mu \Psi_1$	$\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \Psi_2$
axial	$\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_2 \gamma^\mu \gamma^5 \Psi_1$	$\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \gamma^5 \Psi_2$
tensorial	$\bar{\Psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \Psi_1$	$\bar{\Psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \Psi_2$	$\rightarrow -\bar{\Psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \Psi_2$
pseudo-tensorial	$\bar{\Psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_1$	$\bar{\Psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_2$	$\rightarrow \bar{\Psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi_2$

destas simetrias que tratamos em nosso trabalho. Como as lagrangeanas $\mathcal{L}_{\text{escalar}}$, $\mathcal{L}_{\text{vetor}}$ e $\mathcal{L}_{\text{tensor}}$ podem ser divididas como a soma de 4 partes, cada uma contendo um produto de dois bilineares

Tabela B.1: Propriedades de transformação sob P e CP.

Lagrangeana	P	CP
$\bar{\Psi}^m \Psi^m \bar{\Psi}^n \Psi^n$	não viola	não viola
$\bar{\Psi}^m \gamma^5 \Psi^m \bar{\Psi}^n \Psi^n$	viola	viola
$\bar{\Psi}^m \Psi^m \bar{\Psi}^n \gamma^5 \Psi^n$	viola	viola
$\bar{\Psi}^m \gamma^5 \Psi^m \bar{\Psi}^n \gamma^5 \Psi^n$	não viola	não viola
$\bar{\Psi}^m \gamma_\mu \Psi^m \bar{\Psi}^n \gamma^\mu \Psi^n$	não viola	não viola
$\bar{\Psi}^m \gamma_\mu \gamma^5 \Psi^m \bar{\Psi}^n \gamma^\mu \Psi^n$	viola	não viola
$\bar{\Psi}^m \gamma_\mu \Psi^m \bar{\Psi}^n \gamma^\mu \gamma^5 \Psi^n$	viola	não viola
$\bar{\Psi}^m \gamma_\mu \gamma^5 \Psi^m \bar{\Psi}^n \gamma^\mu \gamma^5 \Psi^n$	não viola	não viola
$\bar{\Psi}^m \sigma_{\mu\nu} \Psi^m \bar{\Psi}^n \sigma^{\mu\nu} \Psi^n$	não viola	não viola
$\bar{\Psi}^m \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \Psi^m \bar{\Psi}^n \sigma^{\mu\nu} \Psi^n$	viola	viola
$\bar{\Psi}^m \sigma_{\mu\nu} \Psi^m \bar{\Psi}^n \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi^n$	viola	viola
$\bar{\Psi}^m \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \Psi^m \bar{\Psi}^n \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi^n$	não viola	não viola

espinoriais, necessitamos das propriedade destes produtos para daí inferir as propriedades das lagrangeanas gerais e também de certos casos particulares. Estas propriedades são apresentadas na tabela B.1. No que segue, dissemos que as lagrangeanas *violam* a simetria quando a condição,

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, t) \xrightarrow{\mathbf{C}, \mathbf{CP}} \mathcal{L}(-\mathbf{x}, t) \quad (\text{B.4})$$

não é satisfeita.

Vemos que mantidas todas as constantes $V_{S,V,T}$ e $A_{S,V,T}$, as lagrangeanas escalar e tensorial violam **P** e **CP**, enquanto que a vetorial apenas **P**². Em nosso trabalho não fizemos distinção entre as contribuições provenientes de diferentes modelos para interações escalares e tensoriais, de modo que sempre temos **P** e **CP** sendo por elas violadas. Como o caso das interações vetoriais é diferente, apresentamos na tabela B.2, as propriedades sobre **P** e **CP** para

²Algumas consequências físicas das propriedades sob **P** e **CP** são discutidas no capítulo 4.

Tabela B.2: Interações vetoriais.

Estrutura Quiral	P	CP
LL, RR, LR, RL	viola	não viola
VV	não viola	não viola
AA	não viola	não viola
$LR + RL$	não viola	não viola
$RR + LL$	não viola	não viola

os diferentes modelos que analisamos em nosso trabalho. Podemos observar que as interações vetoriais não violam **CP** em nenhuma circunstância e que podem ou não violar **P**.

Podemos observar que as interações vetoriais não violam **CP** em nenhuma circunstância e que podem ou não violar **P**.

Apêndice C

O FeynCalc e os Cálculos em um Loop

Durante o transcurso dos estudos a respeito dos cálculos das correções radiativas a nível de um loop ao Modelo Padrão, dedicamo-nos ao cálculo das contribuições para as auto-energias dos férmions e bósons vetoriais e ao vértice do processo de decaimento $W \rightarrow f_i \bar{f}'_j$. Realizamos estes cálculos considerando os diagramas existentes no gauge de 't Hooft–Feynman. Nossos resultados finais foram expressos em termos das funções de Passarino–Veltman definidas no Apêndice A. Para realizar estes cálculos desenvolvemos programas empregando o pacote FeynCalc [10] para Mathematica [11].

Quanto utilizado dentro do Mathematica o FeynCalc acrescenta àquele uma série de novos comandos e funções que facilitam grandemente o cálculo de amplitudes a nível de um loop, quaisquer que sejam estas. Suas funções, dentre outras coisas, auxiliam na simplificação de amplitudes envolvendo matrizes de Dirac e espinores, permitem agrupar e simplificar sobremaneira quaisquer resultados que obtivermos e, o mais importante, realizam a decomposição de qualquer integral tensorial em termos das funções de Passarino–Veltman.

Todos os programas listados a seguir, os que calculam as auto-energias dos férmions e bósons vetoriais e a amplitude de decaimento do W num par férmion–antiférmion, baseiam-se na seguinte sistemática: primeiro são calculadas as amplitudes para diagramas de Feynman gerais [18]. Nestes diagramas os vértices, as massas e outros números quânticos são tomados na forma mais geral possível, dependendo apenas do tipo de partículas envolvidas; se são escalares, vetorias ou fermiônicas. Exemplos do cálculo destes diagramas são as amplitudes `resAmpS`, `AmpFF` e `resVfffVf`, nos programas que calculam a auto-energia do elétron, a auto-

energia dos bósons vetoriais e o decaimento do W , respectivamente. Numa segunda etapa, substituímos os parâmetros dos vértices, as massas e os números quânticos de acordo com as diferentes partículas envolvidas, especificando exatamente de quais partículas estamos tratando no cálculo daquela amplitude. Este método permite reduzir em muito o tempo necessário para calcular a amplitude de um determinado processo.

O programa `principal.m` (o primeiro da listagem a seguir), é utilizado por todos os outros programas. Ele contém as definições dos vértices do Modelo Padrão (§VERTEX DEFINITIONS). As definições de vértices gerais, como `verVVV[rotulo, k1, k2, k3, mu, nu, rho]` etc, são utilizadas na implementação das amplitudes gerais calculadas nos outros programas. O rótulo serve para diferenciar os vértices gerais que podem aparecer de forma repetida numa dada amplitude geral, mas que podem corresponder a diferentes tipos de partículas numa amplitude específica. A especificação exata de um dado vértice é feita substituindo as constantes gerais, diferenciadas apenas pelos seus rótulos, por constantes específicas como, por exemplo, `Const[AWW]` ou `Const[HHH]`. As letras que diferenciam estas constantes tem um caráter mnemônico, de forma que `Const[AWW]` significa que esta constante esta associada ao vértice envolvendo um fóton (A) e dois bósons carregados (WW). Esta relação entre letras e partículas esta esclarecida no próprio programa (§DEFINITION OF PARAMETERS).

No programa para o cálculo da auto-energia de um férmion (o segundo da listagem) primeiramente carregamos o pacote `FeynCalc` e o programa `principal`. Em seguida, são calculadas as amplitudes gerais para processos envolvendo no loop um férmion e uma partícula vetorial (§AmpV) ou escalar (§AmpS). Nestes cálculos seguimos as definições de momentos e índices de Lorentz indicadas na seção “AMPLITUDES FOR THE FERMION SELF ENERGY”. Para calcular a auto-energia, as contribuições dos diferentes diagramas são obtidas a partir das amplitudes gerais, fazendo as substituições necessárias das constantes dos vértices e das massas, sendo as contribuições somadas ao final. Para podermos comparar nosso resultado com o apresentado na literatura [1], separamos as contribuições vetoriais, axiais e escalares. Estas tem origem no

fato de que a auto-energia de um férmion pode ser escrita como,

$$\Sigma^f(k) = \not{k}\Sigma_V^f(k^2) + \not{k}\gamma_5\Sigma_A^f(k^2) + m_f\Sigma_S^f(k^2). \quad (\text{C.1})$$

Os resultados são armazenados nas variáveis **Avector**, **Aaxial** e **Ascalar**.

O programa para o cálculo da auto-energia dos bósons vetoriais apresenta, basicamente, a mesma estrutura do programa anterior para férmions. Na seção “**AMPLITUDES FOR THE BOSONS SELF ENERGY**”, são calculadas as amplitudes gerais para loops de férmions (§**Fermion-Fermion**), bósons (§**Boson-Boson**), um bóson e um escalar (§**Boson-Scalar**) etc. Estes resultados são então utilizados, recebendo substituições específicas para gerar as contribuições que quando somadas dão origem à auto-energia do fóton (§**FOTON**), da mistura entre fóton e o Z (§**FOTON-Z**), do bóson Z (§**Z BOSON**) e dos W's (§**W BOSON**).

Finalmente, temos o programa para o cálculo das contribuições ao processo de decaimento do W em um par férmion-anti-férmion. Como nos outros programas, primeiro são calculadas as amplitudes gerais (§**AMPLITUDES FOR THE PROCESS V -> FF**). Cada amplitude é rotulada em função do tipo de partículas envolvidas nos vértices tríplices corrigidos (utilizamos uma regra mnemônica que é definida no diagrama desenhado nesta seção do programa). Os resultados obtidos são utilizadas no cálculo das amplitudes específicas (§**ESPECIFIC AMPLITUDES ...**) que são somadas para resultar na amplitude final. Para analisarmos o resultado final, comparando-o com o apresentado no artigo do Denner [18], separamos os coeficientes das matrizes padrão [18], δF_a^σ . Isto pode ser feito porque o resultado final tem a forma,

$$\Sigma_{a=1}^2 \Sigma_{\sigma=\pm} M_a^\sigma \delta F_a^\sigma(M_W, m_{f,i}, m_{f',j}) \quad (\text{C.2})$$

onde as matrizes padrão são dadas por (§**DEFINITION OF SUBSTITUTIONS, sub0**),

$$\begin{aligned} M_1^\sigma &= \bar{u}(k_2) \not{\omega}_\sigma v(k_3) \\ M_2^\sigma &= \bar{u}(k_2) \omega_\sigma v(k_3) \epsilon.k_2 \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

com $\sigma = \pm$ e $\omega_\pm = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}$.

Por mais que tenhamos buscado colocar os resultados finais dos programas numa forma que os tornasse mais fácil de comparar com os resultados apresentados nos artigos, muitas dificuldades para averiguar a igualdade foram encontradas. Fomos obrigados a gastar bastante

tempo manipulando os resultados obtidos de forma a termos certeza da correção dos mesmos. Felizmente, conseguimos reproduzir os resultados da literatura baseando-nos em princípios gerais, nas regras de Feynman, enfim, na física do Modelo Padrão.

A seguir, temos a listagem do programa principal.m:

```
(* ##### PRINCIPAL ##### *)
(* ##### USEFUL DEFINITIONS ##### *)
vector[momentum_,mu_] := FourVector[momentum, mu];
g[mu_, nu_] := MetricTensor[mu, nu];
product[momentum1_, momentum2_] :=
    ScalarProduct[momentum1, momentum2];
gamma[mu_] := DiracMatrix[mu];
de[x_] := DiracSlash[x];
pol[momentum_] := Polarization[momentum];
ep[momentum_, mu_] := PolarizationVector[momentum, mu];
propagator[momentum_, maee_] :=
    PropagatorDenominator[momentum, maee];
R = gamma[6];          (* Projectore *)
L = gamma[7];
u[p_,m_] := Spinor[p, m];  (* Spinore *)
v[p_,m_] := Spinor[-p,m];
(* ##### DEFINITION OF PARAMETERS ##### *)
(*
    VERTEX MOMENTA (FEYNMAN RULES):

```

k1, k2 and k3 incoming.

```

    PHYSICAL PARAMETERS:
    e = Sen[teta_weinberg];
    c = Coe[teta_weinberg];
    mf[i] maee of a fermion "f" of the "i" family
    ml[i] maee of a lepton "l" of the "i" family
    mu[i] mass of quark type "u" of the "i" family
    md[i] maee of quark type "d" of the "i" family
    Mv[i] maes of a generic vector boson
    Me[i] mass of a generic ecalar
    Q[P] charge of particle P
    FIELDS:
    f,fi -> fermion
    A -> foton
    Z -> neutral massive boeon
    W -> charged maesive boeon
    H -> higge field
    X -> chi field ( neutral goldetone field )
    O -> fi field ( charged goldetone field )
    ui, dj -> u and d quarks
    u"+", u"- and z -> ghoet fields
*)
(* ##### VERTEX DEFINITIONS ##### *)
(* Here we follow A. Denner, Fortech. der Phye., 41(1993) 4,
    307 - 420. The quadrimomenta signale are defined by the
    Feynman-Stuckelberg preescription. See for example,
    chapter 3 of Aitchineon & Hey. *)

```

```

(* ### VVV-coupling ### *)
verVVV[ number_,k1_,k2_,k3_,mu_,nu_,ro_] :=
    -I*e*Conet[number]*
    ( (g[mu, nu] * vector[k2 - k1, ro]) +
      (g[nu, ro] * vector[k3 - k2, mu])
      (g[ro, mu] * vector[k1 - k3, nu]) );
Conet[AWW] = 1 ;
Const[ZWW] = -c/e ; (* Firet particle with momentum k1,
                      second with k2, and the third with k3
                      and indexee mu, nu and ro in
                      the same order (see above figure) *)
(* ### SSS-coupling ### *)
verSSS[ number_] := I e Const[number] ;
Conet[HHH] = (-3/(2*e))*(Mh^2/Mw) ;
Conet[HXX] = (-1/(2*s))*(Mh^2/Mw) ;
Conet[HOO] = (-1/(2*e))*(Mh^2/Mw) ;
(* ### VSS-coupling ### *)
verVSS[ number_, k2_, k3_, mu_] :=
    I*e*Conet[number]*vector[k2-k3, mu] ;
Conet[AXH] = 0 ;      (* Doesen't exiet at tree level *)
Conet[ZXH] = -I/( 2*c*e ) ;
Conet[A00] = -1 ;
Const[Z00] = -(e^2 - c^2)/( 2*c*e ) ;
Conet[W"+OH] = -1/( 2 e ) ;
Const[W"-OH] = +1/( 2 e ) ;
Conet[WOX] = -I/( 2 e ) ;
(* ### SVV-coupling ### *)
verSVV[ number_, nu_, ro_] := I*e*Conet[number] * g[ nu, ro];
Conet[HWW] = Mw/e ;
Const[HZZ] = Mw/( e*c^2 ) ;
Const[HZA] = 0 ;      (* Doesn't exist at tree level *)
Conet[OWZ] = -Mw (e/c) ;
Conet[OWA] = -Mw ;
(* ### VFF-coupling ### *)
verVFF[ number_, mu_] := I*e*gamma[mu].(Cr[number]*R +
                                           Cl[number]*L) ;
Cr[Aff,Q_] = -Q ;
Cl[Aff,Q_] = -Q ;
Cr[Zff,Q_,i3_] = gr[Q,i3] ;
Cl[Zff,Q_,i3_] = gl[Q,i3] ;
Cr[W"+uidj,i_,j_] = 0 ;
Cl[W"+uidj,i_,j_] = V[i,j]/(Sqrt[2] e) ;
Cr[W"-djuj,i_,j_] = 0 ;
Cl[W"-djuj,i_,j_] = Conjugate[V[i, j]]/(Sqrt[2] e) ;
Cr[W"+v1] = 0 ; Cl[W"+v1] = 1/(Sqrt[2] e) ;
Cr[W"-lv] = 0 ; Cl[W"-lv] = 1/(Sqrt[2] e) ;
(* with the definitions :
    gr[Q_,i3_] = -Q(e/c) ;      These definitions aren't usefull
    gl[Q_,i3_] = (i3 - e^2 Q)/(s c) to the proceee W -> fi fj.
*)
(* Kobayaehi-Maskawa matrix elemente *)
V[1,1] = 0.975; V[1,2] = 0.220; V[1,3] = 0.007;
V[2,1] = -0.220; V[2,2] = 0.974; V[2,3] = 0.046;
V[3,1] = 0.003; V[3,2] = -0.046; V[3,3] = 0.999;
(* ### SFF-coupling ### *)
verSFF[ number_] := I*e*( Cr[number]*R + Cl[number]*L ) ;
Cr[Hfifi,i_] = (-1/(2 e))*(mf[i]/Mw) ;
Cl[Hfifi,i_] = (-1/(2 e))*(mf[i]/Mw) ;

```

```

Cr[Xfifi,i_,i3_] = (I/(2 e))*2*i3(mf[i]/Mw) ;
Cl[Xfifi,i_,i3_] = -(I/(2 s))*2*i3(mf[i]/Mw) ;

Cr[0+"uidj,i_,j_] = (-md[j]*V[i,j])/(Sqrt[2]*s*Mw) ;
Cl[0+"uidj,i_,j_] = (mu[i]*V[i,j])/(Sqrt[2]*s*Mw) ;

Cr[0+"djuj,i_,j_] =(mu[i]*Conjugate[V[i,j]])/(Sqrt[2]*s*Mw);
Cl[0+"djuj,i_,j_] =(-md[j]*Conjugate[V[i,j]])/(Sqrt[2]*s*Mw);

Cr[0+"vilj,i_,j_] = (-1/(Sqrt[2] s))*(mf[j]/Mw) ;
Cl[0+"vilj,i_,j_] = 0 ;

Cr[0+"ljvi,i_,j_] = 0 ;
Cl[0+"ljvi,i_,j_] = (-1/(Sqrt[2] s))*(mf[j]/Mw) ;

(* ### VGG-coupling ### *)

vsvGG[ numbr_, k1_, mu_] :=

      I*s*Const[numbr]*vvector[k1, mu] ;

Const[Au"+"u"+""] = +1 ;
Const[Au"+"u"+""] = -1 ;
Const[Zu"+"u"+""] = -c/s ;
Const[Zu"+"u"+""] = +c/s ;
Const[W"+"u"+"u"+""] = +c/s ;
Const[W"+"u"+"u"+""] = -c/s ;
Const[W"+"u"+""] = -c/s ;
Const[W"+"u"+""] = +c/s ;
Const[W"+"u"+"u"+"A"] = -1 ;
Const[W"+"u"+"u"+"A"] = +1 ;
Const[W"+"u"+"A"] = +1 ;
Const[W"+"u"+"A"] = -1 ;

(* ### SGG-coupling ### *)

vsvGG[ numbr_] := I*s*Const[numbr] ;

Const[Hu"z"u"z"] = -Mw/(2 e c^2) ;
Const[Huu] = -Mw/(2 s) ;
Const[Xu"+"u"+""] = -I Mw/(2 s) ;
Const[Xu"+"u"+""] = +I Mw/(2 s) ;
Const[Ou"z"u"] = Mw/(2 e c) ;
Const[Ouu"z"] = Mw (s^2 - c^2)/(2 s c) ;
Const[Ouu"A"] = Mw ;

(* ### VVVV-coupling ### *)

vsvVVV[ numbr_,mu_,nu_,ro_,sig_] := I*s^2*Const[numbr]*
      (2*g[mu,nu]*g[sig,ro] -
      g[nu,ro]*g[mu,sig] -
      g[ro,mu]*g[nu,sig]) ;

Const[WWW] = 1/(s^2) ;
Const[WWZZ] = -c^2/(s^2) ;
Const[WWAZ] = c/e ;
Const[WWAA] = -1 ;

(* We must remmber that there is a significant dependens on
the order of the lorentz indxs and the particles
associated with wich one. Fortunately, the contraction of
mu,nu or ro,sig gives the same result, 6*g[ro,eig] or
6*g[mu,nu], respectively.
*)

(* ### VVSS-coupling ### *)

vsvVSS[ number_,mu_,nu_] = I*s^2*Const[numbr]*g[mu,nu] ;

Const[WWW] = 1/(2*s^2) ;
Const[WWXX] = 1/(2*s^2) ;
Const[WWOO] = 1/(2*s^2) ;
Const[ZZOO] = (s^2-c^2)^2/(2*s^2*c^2) ;
Const[ZAOO] = (s^2-c^2)/(s*c) ;
Const[AAOO] = 2 ;
Const[ZZHH] = 1/(2*s^2*c^2) ;
Const[ZZXX] = 1/(2*s^2*c^2) ;
Const[ZAHH] = 0 ;
Const[ZAXX] = 0 ;
Const[WZOH] = -1/(2*c) ;
Const[WAOH] = -1/(2*s) ;
Const[WZOX,signal_] = signal*I/(2*c) ;

```

```
Const[WAOX,signal_] = signal*I/(2*e) ;
```

```
(* ##### END ##### *)
```

A seguir temos a listagem do programa para o cálculo da auto-energia de férmions:

```

(* ##### FERMION SELF ENERGY ##### *)

<< FsynCalc.m
<< principl.m

(* ##### DEFINITION OF SUBSTITUTIONS ##### *)

eub0 := {product[k,k] -> k^2, gr[Qf,i3] -> (vf - af)/(2 s c),
      gl[Qf,i3] -> (vf + af)/(2 s c), V[j,i] -> 1} ;

(* ##### AMPLITUDES FOR THE FERMION SELF ENERGY ##### *)
(*
      p-k
      mu / <- \ nu
      ---- / ---- \ ----
      ->      ->
      k        p
*)
      ( The Lorentz index are
      useful in the case of
      bosons in this loop )

SstOptions[{B1,B00,B11}, BReducs -> False] ;
SstOptions[ OnsLoop, RducsToScalars -> False,
      RducsGamma -> True,
      DenominatorOrder -> False ] ;

(* ##### AmpV ##### *)

Print["### AmpV ###"];
Print["Numrator:"];
numrator = (vsvVFF[1, mu].(I*(ds[p] + mf[j])).vsvVFF[2, nu])*
      (-I)*g[mu,nu] ;

Print["Denominator:"];
denominator = FsynAmpDenominator[ propagator[ p, mf[j]],
      propagator[ p-k, Mw ] ] ;

rssAmpV = OnsLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numrator*denominator] ;

(* ##### AmpS ##### *)

Print["### AmpS ###"];
Print["Numrator:"];
numrator = (vsvSFF[ 1].(I*(de[p] + mf[j])).vsvSFF[ 2])*I ;

Print["Denominator:"];
denominator = FsynAmpDenominator[ propagator[p, mf[j]],
      propagator[ p-k, Me ] ] ;

reeAmpS = OneLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numrator*denominator] ;

(* ##### SPECIFIC AMPLITUDES ##### *)
(* ##### FOR THE FERMION SELF-ENERGY ##### *)

Print["AEfermion"] ;

AEfermion = (
(* A boson *) ( resAmpV //. {Cl[2] -> Cl[1],
      Cr[2] -> Cr[1],
      Cl[1] -> Cl[Aff,Qf],
      Cr[1] -> Cr[Aff,Qf],
      mf[j] -> mf,
      Mw -> lambda }) +

(* Z boson *) ( resAmpV //. {Cl[2] -> Cl[1],

```

```

Write[outR, Aecalar] ;
WriteString[outR, ";\n"] ; Close[outR] ;
Aecalar2 = Aecalar /. {de[k] -> ge[k], gamma[5] -> g[5]} ;
outR = OpenWrite["Aecalar.res", FormatType -> TextForm] ;
Write[outR, Aecalar2] ; Close[outR] ;

(* ##### *)

res = result1 - Axial - Aecalar ;
Avsctor = Collect2[ res, {B0, B1}] ;
Print["Salvando Avector:"] ;
outR = OpenAppend["AE-VAS.res", FormatType -> InputForm] ;
WriteString[outR, "(*****)\n",
"(** Avector **) \n",
"*****)\n",
"Avsctor = " ] ;
Write[outR, Avector] ;
WriteString[outR, ";\n"] ; Close[outR] ;
Avector2 = Avsctor /. {ds[k] -> gs[k], gamma[5] -> g[5]} ;
outR = OpenWrite["Avector.res", FormatType -> TextForm] ;
Write[outR, Avsctor2] ; Close[outR] ;

(* ##### *)

Ttotal = FromDate[Date[]] - Tinicial ;

Print["Time Used:", Ttotal/60] ;
Print["CPU Time: ", TimeUsed[]/60] ;
Print[" ### END ### "] ;

(* ##### END ##### *)

```

A próxima listagem corresponde ao programa para o cálculo da auto-energia dos bósons vetoriais do Modelo Padrão:

```
(* ##### BOSONS SELF ENERGY ##### *)

<< FsynCalc.m
<< principal.m ;

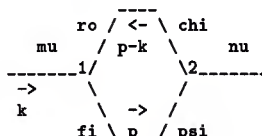
(* ##### DEFINITION OF SUBSTITUTIONS ##### *)

eub0 := {product[k,k] -> k^2, gr[Qf,i3] -> (vf - af)/(2 e c),
          gl[Qf,i3] -> (vf + af)/(2 s c), V[j,i] -> 1} ;

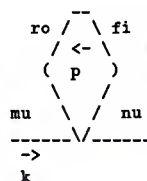
eub1 := {product[k,k] -> k^2, V[j,i] -> 1,
          gl[Qf,i3]*gr[Qf,i3]->1/2*(gl[Qf,i3]^2+
          gr[Qf,i3]^2-1/(2 s c^2))};

eub2 := {product[k,k] -> k^2, V[j,i]*Conjugate[V[j,i]] ->
          V[j,i]^2} ;

(* ##### AMPLITUDES FOR THE BOSONS SELF ENERGY ##### *)
(*
```



The Lorentz indexes
are useful only in
the case of boeone.




```

S corresponde to the eymmetry factor of each diagram.

*)

SetOptions[AO, AOTOB0 -> True] ;
SetOptions[{B1,B00,B11}, BReduce -> True] ;
SetOptions[ OneLoop, ReduceToScalars -> False,
            ReduceGamma -> True,
            DenominatorOrder -> False ] ;

(*
(* ##### Fermion-Fermion ##### *)

Print["### AmpFF ###"];

numerator = (-1)*Tr[verVFF[1, mu].(I*(de[p] + mf[i])).
               verVFF[2, nu].(I*(ds[p-k] + mf[j]))] ;

denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[ p, mf[i]],
                                   propagator[ p-k, mf[j]] ] ;

AmpFF = OneLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numerator*denominator] ;

(* ##### Boeon-Boeon ##### *)

Print["### AmpBB ###"];

numerator=S*(verVVV[1,k,p-k,-p,mu,ro,fi].
              verVVV[2,-k,p,-(p-k),nu,pei,chil])*
              (-I*g[ro,chil]*(-I*g[fi,pei]) ) ;

denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[ p, Mv1],
                                   propagator[ p-k, Mv2 ] ] ;

AmpBB = OneLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numerator*denominator] ;

(* ##### Boeon-Scalar ##### *)

Print["### AmpBS ###"];

numerator = (verSVV[1,mu,fi].verSVV[2,nu,psi])*
              (-I*g[fi,psi])*(I) ;

denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[ p, Mv],
                                   propagator[ p-k, Me ] ] ;

AmpBS = OneLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numerator*denominator] ;

(* ##### Scalar-Scalar ##### *)

Print["### AmpSS ###"];

numerator = S(verVSS[1,p-k,-p,mu].verVSS[2,p,-(p-k),nu])*(I^2);

denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[ p, Me1],
                                   propagator[ p-k, Me2 ] ] ;

AmpSS = OneLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numerator*denominator] ;

(* ##### Ghost-Ghost ##### *)

Print["### AmpGG ###"];

numerator = (-1)*(verVGG[1,(p-k),mu].verVGG[2,p,nu])*(I^2) ;

denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[ p, Mg1],
                                   propagator[ p-k, Mg2 ] ] ;

AmpGG = OneLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numerator*denominator] ;

(* ##### Boson ##### *)

Print["### AmpB ###"];

numerator = S*verVVVV[1,ro,fi,mu,nu]*(-I*g[ro,fi]);

denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[ p, Mb]],

AmpB = OneLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numerator*denominator] ;

```

```

(* ##### Scalar ##### *)

Print["### AmpS ###"];

numerator = S*verVVSS[1,mu,nu]*I;

denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[ p, Me]];

AmpS = OneLoop[p, 1/((2 Pi)^4)*numerator*denominator] ;

(* ##### *)

outW = OpenWrite["AE_boson.ree", FormatType -> InputForm] ;
WriteString[outW, "AmpFF = " ] ;
Write[outW, AmpFF] ;
Close[outW] ;

outA = OpenAppend["AE_boson.ree", FormatType -> InputForm] ;
WriteString[outA, "AmpBB = " ] ;
Write[outA, AmpBB] ;
WriteString[outA, "AmpBS = " ] ;
Write[outA, AmpBS] ;
WriteString[outA, "AmpSS = " ] ;
Write[outA, AmpSS] ;
WriteString[outA, "AmpGG = " ] ;
Write[outA, AmpGG] ;
WriteString[outA, "AmpB = " ] ;
Write[outA, AmpB] ;
WriteString[outA, "AmpS = " ] ;
Write[outA, AmpS] ;
Close[outA] ;

(* ##### FOTON ##### *)

Print["AEfoton:"] ;
(* << AE_boson.ree ; *)

AEfoton0 = ( (AmpFF //. {Cr[2] -> Cr[1],
                       Cl[2] -> Cl[1],
                       Cr[1] -> Cr[Aff,Qf],
                       Cl[1] -> Cl[Aff,Qf],
                       mf[i] -> mf,
                       mf[j] -> mf}) +

              (AmpBB //. {Conet[1] -> Conet[AWW],
                          Conet[2] -> Conet[AWW],
                          Mv1 -> Mw,
                          Mv2 -> Mw,
                          S -> 1 }) +

              (AmpB //. {Conet[1] -> Conet[WAAA],
                          Mb -> Mw, S -> 1 }) +

              2*(AmpBS //. {Conet[2] -> Conet[1],
                           Const[1] -> Conet[OWA],
                           Mv -> Mw,
                           Me -> Mw }) +

              (AmpSS //. {Conet[2] -> Conet[1],
                           Conet[1] -> Conet[A00],
                           Me1 -> Mw,
                           Me2 -> Mw,
                           S -> 1 }) +

              (AmpS //. {Conet[2] -> Conet[1],
                           Conet[1] -> Conet[AA00],
                           Me -> Mw,
                           S -> 1 }) +

              2*(AmpGG //. {Conet[2] -> Conet[1],
                           Conet[1] -> Const[Au+"u"+"],
                           Mg1 -> Mw, Mg2 -> Mw}) ) ;

```

```

AEfoton = Simplify[ AEfoton0 /. eub0] ;

outW = OpenWrite["AE_foton.txt", FormatType -> TextForm] ;
Write[outW, AEfoton] ; Close[outW] ;
outW = OpenWrite["AE_foton.ree", FormatType -> InputForm] ;
WriteString[outW, "AEfoton = " ] ;
Write[outW, AEfoton] ; Close[outW] ;

```

```
(* ##### FOTON-Z ##### *)
Print["AEfotonZ:"];
(* << AE_boson.res ; *)

AEfotonZ0 = ( (AmpFF //. {Cr[2] -> Cr[Zff,Qf,i3],
  Cl[2] -> Cl[Zff,Qf,i3],
  Cr[i] -> Cr[Aff,Qf],
  Cl[i] -> Cl[Aff,Qf],
  mf[i] -> mf,
  mf[j] -> mf}) +

  (AmpBB //. {Const[1] -> Const[AWW],
  Const[2] -> Const[ZWW],
  Mv1 -> Mw,
  Mv2 -> Mw,
  S -> 1 }) +

  (AmpB //. {Const[1] -> Const[WWAZ],
  Mb -> Mw, S -> 1 }) +

  2*(AmpBS //. {Const[2] -> Const[OWZ],
  Const[1] -> Const[OWA],
  Mv -> Mw,
  Ms -> Mw }) +

  (AmpSS //. {Const[2] -> Const[Z00],
  Const[1] -> Const[A00],
  Ms1 -> Mw,
  Ms2 -> Mw,
  S -> 1 }) +

  (AmpS //. {Const[1] -> Const[ZA00],
  Ms -> Mw,
  S -> 1 }) +

  2*(AmpGG //. {Const[2] -> Const[Zu+"u+"],
  Const[1] -> Const[Au+"u+"],
  Mg1 -> Mw, Mg2 -> Mw}) );

AEfotonZ = Simplify[ AEfotonZ0 /. sub1];

outW = OpsnWrite["AE_fotonZ.txt", FormatTypes -> TstxtForm];
Writs[outW, AEfotonZ]; Closs[outW];
outW = OpenWrite["AE_fotonZ.res", FormatType -> InputForm];
WriteString[outW, "AEfotonZ = "];
Write[outW, AEfotonZ]; Close[outW];

(* ##### Z BOSON ##### *)
Print["AEZ:"];
(* << AE_boson.res ; *)

AEZO = ( (AmpFF //. {Cr[2] -> Cr[Zff,Qf,i3],
  Cl[2] -> Cl[Zff,Qf,i3],
  Cr[i] -> Cr[Zff,Qf,i3],
  Cl[i] -> Cl[Zff,Qf,i3],
  mf[i] -> mf,
  mf[j] -> mf}) +

  (AmpBB //. {Const[1] -> Const[ZWW],
  Const[2] -> Const[ZWW],
  Mv1 -> Mw,
  Mv2 -> Mw,
  S -> 1 }) +

  (AmpB //. {Const[1] -> Const[WWZZ],
  Mb -> Mw, S -> 1 }) +

  2*(AmpBS //. {Const[2] -> Const[OWZ],
  Const[1] -> Const[OWZ],
  Mv -> Mw,
  Ms -> Mw }) +

  (AmpBS //. {Const[2] -> Const[HZZ],
  Const[1] -> Const[HZZ],
  Mv -> Mz,
  Ms -> Mh }) +

  (AmpSS //. {Const[2] -> Const[Z00],
  Const[1] -> Const[Z00],
  Ms1 -> Mw,
  Ms2 -> Mw,

  S -> 1 }) -

  (AmpSS //. {Const[2] -> Const[ZXH],
  Const[1] -> Const[ZXH],
  Ms1 -> Mh,
  Ms2 -> Mz,
  S -> 1 }) +

  (AmpS //. {Const[1] -> Const[ZZHH],
  Ms -> Mh,
  S -> 1/2 }) +

  (AmpS //. {Const[1] -> Const[ZZXX],
  Ms -> Mz,
  S -> 1/2 }) +

  (AmpS //. {Const[1] -> Const[ZZ00],
  Ms -> Mw,
  S -> 1 }) +

  2*(AmpGG //. {Const[2] -> Const[Zu+"u+"],
  Const[1] -> Const[Zu+"u+"],
  Mg1 -> Mw, Mg2 -> Mw}) );

Print["Simplificando"];
AEZ = Simplify[ AEZO /. sub2];
Print["Salvando"];
outW = OpsnWrits["AE_Z.res", FormatTypes -> InputForm];
WritsString[outW, "AEZ = "];
Write[outW, AEZ]; Close[outW];
*)
(* ##### W BOSON ##### *)
Print["AEW:"];
(* << AE_boson.res ; *)

AEWO = ( (AmpFF //. {Cr[2] -> Cr[W-"djuj,i,j],
  Cl[2] -> Cl[W-"djuj,i,j],
  Cr[i] -> Cr[W+"uidj,i,j],
  Cl[i] -> Cl[W+"uidj,i,j],
  mf[i] -> md[j],
  mf[j] -> mu[i]} +

  (AmpBB //. {Const[1] -> Const[ZWW],
  Const[2] -> Const[ZWW],
  Mv1 -> Mw,
  Mv2 -> Mz,
  S -> 1 }) +

  (AmpBB //. {Const[1] -> Const[AWW],
  Const[2] -> Const[AWW],
  Mv1 -> Mw,
  Mv2 -> Small[M],
  S -> 1 }) +

  (AmpB //. {Const[1] -> Const[WWZZ],
  Mb -> Mz, S -> 1/2 }) -

  (AmpB //. {Const[1] -> Const[WWWW],
  Mb -> Mw, S -> 1/2 }) +

  (AmpBS //. {Const[2] -> Const[OWZ],
  Const[1] -> Const[OWZ],
  Mv -> Mz,
  Ms -> Mw }) +

  (AmpBS //. {Const[2] -> Const[OWA],
  Const[1] -> Const[OWA],
  Mv -> Small[M],
  Ms -> Mw }) + *)

  (AmpBS //. {Const[2] -> Const[HWW],
  Const[1] -> Const[HWW],
  Mv -> Mw,
  Ms -> Mh }) -

  (AmpSS //. {Const[2] -> Const[W-"OH"],
  Const[1] -> Const[W+"OH"],
  Ms1 -> Mh,
  Ms2 -> Mw,
  S -> 1 }) + (*-

```

```

(AmpSS //. {Const[2] -> Const[WDX],
            Const[1] -> Const[WDX],
            Ms1 -> Mz,
            Ms2 -> Mw,
            S -> 1 } ) + *)

(AmpS //. {Const[1] -> Const[WVH],
           Ms -> Mh,
           S -> 1/2 } ) + *)

(AmpS //. {Const[1] -> Const[WV0],
           Ms -> Mz,
           S -> 1 } ) + *)

(AmpS //. {Const[1] -> Const[WVX],
           Ms -> Mw,
           S -> 1/2 } ) + *)

2*(AmpGG //. {Const[2] -> Const[W+"u"+"u"z"],
             Const[1] -> Const[W+"u"z"u"+"u"],
             Mg1 -> Mz, Mg2 -> Mw} ) + *)

2*(AmpGG //. {Const[2] -> Const[W+"u"+"u"A"],
             Const[1] -> Const[W+"u"A"u"+"u"],
             Mg1 -> Small[M], Mg2 -> Mw} ) + *)

Print["Simplificando"];
AEW = Simplify[ AEW /. sub2 ];
(*Print["Salvando"] ;
outW = OpsnWrites["AEW.rss", FormatTypes -> InputForm] ;
WriteString[outW, "AEW = " ] ;
Write[outW, AEW] ; Close[outW] ;

Ttotal = FromDate[Data[]] - Tinicial ;
Tfinal = (Ttotal/60) ;
Print["Tims Used:", Tfinal] ;
Print["CPU Tims: ", TimsUsed[]/60] ;
Print[" ### END ### " ] ;

(* ##### END ##### *)

```

```

Ttotal = FromDate[Data[]] - Tinicial ;
Tfinal = (Ttotal/60) ;
Print["Tims Used:", Tfinal] ;
Print["CPU Tims: ", TimsUsed[]/60] ;
Print[" ### END ### " ] ;

```

```

(* ##### END ##### *)

```

Esta última listagem corresponde ao programa que desenvolvemos para o cálculo da amplitude de decaimento do W em um par férmion-antiférmion:

```

(*
ONE LOOP LEVEL CALCULATION OF THE AMPLITUDE FOR THE PROCESS W -> ff

```

This program was developed by Andrs Gusso under the advice of Sergio F. Novaes. It uses the definitions and commands of FsynCalc package. The program, principal.m, contains the general definitions of vertices. After that the general amplitudes for several possible processes are calculated. The last step consists in the substitutions of general parameters by the ones for each specific process with the cards detached at the beginning of that section. The amplitudes of general processes are saved in the file "resultado.rss". The format of this archive is so that only a small modification is required for posterior use and manipulation with the help of FsynCalc, it is necessary to bring the semicolons to the upper lines. The coefficients of M[1,"+"] etc are saved in files with names that can be easily identified at the end of this program.

```

*)

```

```

Print["Data {yyyy,mm,dd,hh,mm,ss}"];

```

```

Print[" ", Data[]];

```

```

<< sxs.m ;
<< principal.m ;

```

```

$RecursionLimit = 512 ;

```

```

(* ##### DEFINITION OF SUBSTITUTIONS ##### *)

```

```

sub0 := { product[k2,k2] -> mf[i]^2, product[k3,k3] -> mf[j]^2,
          product[k2,k3] -> (-Mw^2 + mf[i]^2 + mf[j]^2)/2,
          StandardMatrixElement[u[k2, mf[i]].ds[pol[k2-k3]].gamma[6].v[k3, mf[j]]]
          -> M[1,"+"],
          StandardMatrixElement[u[k2, mf[i]].ds[pol[k2-k3]].gamma[7].v[k3, mf[j]]]
          -> M[1,"-"],
          StandardMatrixElement[(u[k2, mf[i]] . gamma[6] . v[k3, mf[j]]) *
          product[ pol[k2-k3],k2 ] -> M[2,"+"],
          StandardMatrixElement[(u[k2, mf[i]] . gamma[7] . v[k3, mf[j]]) *
          product[ pol[k2-k3],k2 ] -> M[2,"-"] ] ;

```

```

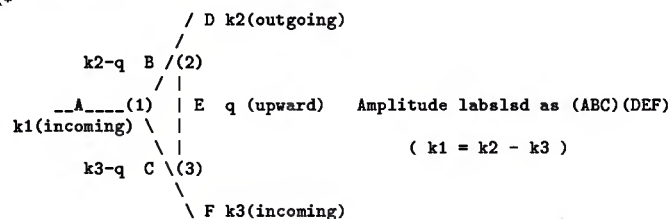
sub1 := { C0[m1^2, m2^2, Mw2_, ma_, M_, mb_] -> C0[M,ma,mb],
          PaVe[1, {m1^2, Mw2_, m2^2}, {M_, ma_, mb_}] -> C1[M,ma,mb],
          PaVs[2, {m1^2, Mw2_, m2^2}, {M_, ma_, mb_}] -> C2[M,ma,mb],
          PaVs[0, 0, {m1^2, Mw2_, m2^2}, {M_, ma_, mb_}] -> C00[M,ma,mb],
          PaVs[1, 1, {m1^2, Mw2_, m2^2}, {M_, ma_, mb_}] -> C11[M,ma,mb],
          PaVs[1, 2, {m1^2, Mw2_, m2^2}, {M_, ma_, mb_}] -> C12[M,ma,mb],
          PaVs[2, 2, {m1^2, Mw2_, m2^2}, {M_, ma_, mb_}] -> C22[M,ma,mb] } ;

```

```

(* ##### AMPLITUDES FOR THE PROCESS V -> ff ##### *)
(*

```



```

*)

```

```

(* ##### (Vff)(fVf) ##### *)

```

```

Print["### (Vff)(fVf) ###"];
Print["Numerador:"];
numerator = (u[k2, mf[i]].vsrVFF[2, nu].(I*(ds[k2-q]+mf[i])).
             (verVFF[1, mu] ep[k2-k3, mu]).(I*(ds[k3-q]+mf[j])).
             verVFF[3, nu].v[k3, mf[j]])*(-I) ;

```

```

Print["Denominador:"];
denominator = FsynAmpDenominator[ propagator[q, Mw],
                                   propagator[k2-q, mf[i]],
                                   propagator[k3-q, mf[j]]];

```

```

SstOptions[ OnsLoop, ReducesToScalars -> False ] ;

```

```

rssVffVf = OnsLoop[q, 1/((2Pi)^4)*numerator*denominator]
/. sub0;

```

```

out3 = OpsnWrite["resultado.rss", FormatTypes -> InputForm];
WriteString[out3, "(#####)\n",
              "(* resVffVf *)\n",
              "(#####)\n",
              "resVffVf = " ] ;
Write[out3, rssVffVf] ;
WriteString[out3, "\n"] ; Close[out3] ;

```

```

(* ##### (VVV)(fff) ##### *)

```

```

Print["### (VVV)(fff) ###"];
Print["Numerador:"];
numerator = u[k2, mf[i]].verVFF[2, nu].(I*(ds[q] + mf[k])).
             (verVVV[1, k2-k3, -(k2-q), (k3-q), mu, nu, ro]
             sp[k2-k3, mu]).vsrVFF[3, ro].(v[k3, mf[j]]) *

```



```

      (-I)^2);
Print["Denominador:"];
dsdenominator = FeynAmpDenominator[ propagator[q, mf[k]],
                                     propagator[(k2-q), Mv[2]],
                                     propagator[(k3-q), Mv[3]]];

SetOptions[ OneLoop, ReduceToScalars -> False ];

resVVVfff = OneLoop[q, 1/((2Pi)^4)*numerator*dsdenominator]
/. sub0;
out3 = OpenAppend["resultado.rss", FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
                "(* ** resVVVfff **)\n",
                "(*****\n",
                "resVVVfff = "
                ] ;
Write[out3, resVVVfff];
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3];

(* ***** (Vff)(fSf) ***** *)

Print["### (Vff)(fSf) ###"];
Print["Numerador:"];
numerator = u[k2, mf[i]].verSFF[ 2].(I*(ds[k2-q] + mf[i])).
            (verVFF[1, mu] ep[k2-k3, mu]).(I*(ds[k3-q] +
            mf[j])).vsvSFF[ 3].(v[k3, mf[j]] * (I));
Print["Denominador:"];
denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[q, Me],
                                   propagator[(k2-q), mf[i]],
                                   propagator[(k3-q), mf[j]]];

SetOptions[ OneLoop, ReduceToScalars -> False ];

resVfffSf = OneLoop[q, 1/((2Pi)^4)*numerator*dsdenominator]
/. sub0;

out3 = OpenAppend["resultado.res", FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
                "(* ** resVfffSf **)\n",
                "(*****\n",
                "resVfffSf = "
                ] ;
Write[out3, resVfffSf];
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3];

(* ***** (VSV)(fff) ***** *)

Print["### (VSV)(fff) ###"];
Print["Numerador:"];
numerator = u[k2, mf[i]].verSFF[ 2].(I*(ds[q] + mf[k])).
            (verSVV[1, ro, mu] ep[k2-k3, mu]).
            verVFF[ 3, ro].(v[k3, mf[j]] * (I) * (-I));
Print["Denominador:"];
dsdenominator = FeynAmpDenominator[ propagator[q, mf[k]],
                                     propagator[(k2-q), Ms],
                                     propagator[(k3-q), Mv] ];

SetOptions[ OneLoop, ReduceToScalars -> False ];

resVSVfff = OneLoop[q, 1/((2Pi)^4)*numerator*dsdenominator]
/. sub0;

out3 = OpenAppend["resultado.res", FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
                "(* ** resVSVfff **)\n",
                "(*****\n",
                "resVSVfff = "
                ] ;
Write[out3, resVSVfff];
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3];

(* ***** (VVS)(fff) ***** *)

Print["### (VVS)(fff) ###"];
Print["Numerador:"];
numerator = u[k2, mf[i]].verVFF[ 2, nu].(I*(ds[q] + mf[k])).
            (verSVV[1, nu, mu] sp[k2-k3, mu]).
            verSFF[ 3].(v[k3, mf[j]] * (I) * (-I));
Print["Denominador:"];
denominator = FeynAmpDenominator[ propagator[q, mf[k]],
                                   propagator[(k2-q), Mv],
                                   propagator[(k3-q), Ms] ];

SetOptions[ OneLoop, ReduceToScalars -> False ];

```

```

resVVSfff = OneLoop[q, 1/((2Pi)^4)*numerator*denominator]
/. sub0;

out3 = OpenAppend["resultado.res", FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
                "(* ** resVVSfff **)\n",
                "(*****\n",
                "resVVSfff = "
                ] ;
Write[out3, resVVSfff];
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3];

(* ***** (VSS)(fff) ***** *)

Print["### (VSS)(fff) ###"];
Print["Numerador:"];
numerator = u[k2, mf[i]].verSFF[ 2].(I*(ds[q] + mf[k])).
            (verVSS[1, -(k2 - q), (k3 - q), mu] sp[k2-k3, mu]).
            verSFF[ 3].(v[k3, mf[j]] * (I)^2);
Print["Denominador:"];
dsdenominator = FeynAmpDenominator[ propagator[q, mf[k]],
                                     propagator[(k2-q), Ms[2]],
                                     propagator[(k3-q), Ms[3]]];

SetOptions[ OneLoop, ReduceToScalars -> False ];

resVSSfff = OneLoop[q, 1/((2Pi)^4)*numerator*dsdenominator]
/. sub0;

out3 = OpenAppend["resultado.rss", FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
                "(* ** resVSSfff **)\n",
                "(*****\n",
                "resVSSfff = "
                ] ;
Write[out3, resVSSfff];
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3];

(* ***** SPECIFIC AMPLITUDES ***** *)
(* ***** FOR THE PROCESS W -> fi fj' ***** *)

(* The substitutions that must to be done are:
- The vertices, accordingly to the involved
  particles.
- The following masses initially arbitrarries in
  the general processes: M that corresponds to the mass of
  the virtual vectorial boson in processes as VfffVf, Mv[2]
  and Mv[3] that corresponds to the masses of the virtual
  vectorial bosons in the processes VVVfff, mf[k] that
  corresponds to the mass of the virtual fermion present at
  the processes of the kind VVVfff, VSVfff, VVSfff s VSSfff.
  We can't forget the quark masses mu[j] and md[i]. We must
  remember that in the t'Hooft-Feynman gauge the masses that
  corresponds to the Goldstone bosons are, Mw to the 0 field
  and Mz to the X field (Hollik, pg 178).
Some changes of signals are necessary by virtue of the
structure of the momentum dependent amplitudes verVVV and
verVSS.

*)
(* << resultado.rss ; *)
Print["resultado"];

result0 = (
(* verVfffAf *) (resVfffVf /. { Cl[1] -> Cl[W+"uidj,i,j],
                              Cr[1] -> Cr[W+"uidj,i,j],
                              Cl[2] -> Cl[Aff,Q[ui]],
                              Cr[2] -> Cr[Aff,Q[ui]],
                              Cl[3] -> Cl[Aff,Q[dj]],
                              Cr[3] -> Cr[Aff,Q[dj]],
                              Mv -> lambda, mf[i] -> m1,
                              mf[j] -> m2 }) +

(* vsvVfffZf *) (resVfffVf /. { Cl[1] -> Cl[W+"uidj,i,j],
                              Cr[1] -> Cr[W+"uidj,i,j],
                              Cl[2] -> Cl[Zff,Q[ui],i3],
                              Cr[2] -> Cr[Zff,Q[ui],i3],
                              Cl[3] -> Cl[Zff,Q[dj],i3],
                              Cr[3] -> Cr[Zff,Q[dj],i3],
                              Mv -> Mz, mf[i] -> m1,
                              mf[j] -> m2 }) -

```

```

(* verWAWfff *) (rssVVVfff //. { Const[1] -> Const[AWW],
  Cl[2] -> Cl[Aff,Q[ui]],
  Cr[2] -> Cr[Aff,Q[ui]],
  Cl[3] -> Cl[W"+"uidj,i,j],
  Cr[3] -> Cr[W"+"uidj,i,j],
  mf[k] -> m1, mf[i] -> m1,
  mf[j] -> m2, Mv[2] -> lambda,
  Mv[3] -> Mw }) -

(* verWZWfff *) (resVVVfff //. { Const[1] -> Const[ZWW],
  Cl[2] -> Cl[Zff,Q[ui],i3],
  Cr[2] -> Cr[Zff,Q[ui],i3],
  Cl[3] -> Cl[W"+"uidj,i,j],
  Cr[3] -> Cr[W"+"uidj,i,j],
  mf[k] -> m1, mf[i] -> m1,
  mf[j] -> m2, Mv[2] -> Mz,
  Mv[3] -> Mw }) +

(* verWWAfff *) (resVVVfff //. { Const[1] -> Const[AWW],
  Cl[2] -> Cl[W"+"uidj,i,j],
  Cr[2] -> Cr[W"+"uidj,i,j],
  Cl[3] -> Cl[Aff,Q[dj]],
  Cr[3] -> Cr[Aff,Q[dj]],
  mf[k] -> m2, mf[i] -> m1,
  mf[j] -> m2, Mv[3] -> lambda,
  Mv[2] -> Mw }) +

(* verWWZfff *) (rssVVVfff //. { Const[1] -> Const[ZWW],
  Cl[2] -> Cl[W"+"uidj,i,j],
  Cr[2] -> Cr[W"+"uidj,i,j],
  Cl[3] -> Cl[Zff,Q[dj],i3],
  Cr[3] -> Cr[Zff,Q[dj],i3],
  mf[k] -> m2, mf[i] -> m1,
  mf[j] -> m2, Mv[3] -> Mz,
  Mv[2] -> Mw }) +

(* vsrWfffHf *) (rssVfffSf //. { Cl[1] -> Cl[W"+"uidj,i,j],
  Cr[1] -> Cr[W"+"uidj,i,j],
  Cl[2] -> Cl[Hfifi,i],
  Cr[2] -> Cr[Hfifi,i],
  Cl[3] -> Cl[Hfifi,j],
  Cr[3] -> Cr[Hfifi,j],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  Ms -> Mh }) +

(* verWfffXf *) (resVfffSf //. { Cl[1] -> Cl[W"+"uidj,i,j],
  Cr[1] -> Cr[W"+"uidj,i,j],
  Cl[2] -> Cl[Xfifi,i, 1/2],
  Cr[2] -> Cr[Xfifi,i, 1/2],
  Cl[3] -> Cl[Xfifi,j,-1/2],
  Cr[3] -> Cr[Xfifi,j,-1/2],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  Ms -> Mz }) +

(* vsrWHWfff *) (rssVSVfff //. { Const[1] -> Const[HWW],
  Cl[2] -> Cl[Hfifi,i],
  Cr[2] -> Cr[Hfifi,i],
  Cl[3] -> Cl[W"+"uidj,i,j],
  Cr[3] -> Cr[W"+"uidj,i,j],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  Ms -> Mh, Mv -> Mw,
  mf[k] -> m1 }) +

(* verWWHfff *) (resVVSfff //. { Const[1] -> Const[HWW],
  Cl[2] -> Cl[W"+"uidj,i,j],
  Cr[2] -> Cr[W"+"uidj,i,j],
  Cl[3] -> Cl[Hfifi,j],
  Cr[3] -> Cr[Hfifi,j],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  Ms -> Mh, Mv -> Mw,
  mf[k] -> m2 }) -

(* verWOfff *) (rssVSSfff //. { Const[1] -> Const[W"+"OH],
  Cl[2] -> Cl[Hfifi,i],
  Cr[2] -> Cr[Hfifi,i],
  Cl[3] -> Cl[0"+"uidj,i,j],
  Cr[3] -> Cr[0"+"uidj,i,j],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  mf[k] -> m1, Ms[2] -> Mh,
  Ms[3] -> Mw }) -

(* verWOfff *) (rssVSSfff //. { Const[1] -> Const[WOX],
  Cl[2] -> Cl[Xfifi,i, 1/2],
  Cr[2] -> Cr[Xfifi,i, 1/2],
  Cl[3] -> Cl[0"+"uidj,i,j],
  Cr[3] -> Cr[0"+"uidj,i,j],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  mf[k] -> m1, Ms[2] -> Mz,
  Ms[3] -> Mw }) +

(* vsrWOHfff *) (rssVSSfff //. { Const[1] -> Const[W"+"OH],
  Cl[2] -> Cl[0"+"uidj,i,j],
  Cr[2] -> Cr[0"+"uidj,i,j],
  Cl[3] -> Cl[Hfifi,j],
  Cr[3] -> Cr[Hfifi,j],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  mf[k] -> m2, Ms[2] -> Mw,
  Ms[3] -> Mh }) +

(* vsrWOXfff *) (rssVSSfff //. { Const[1] -> Const[WOX],
  Cl[2] -> Cl[0"+"uidj,i,j],
  Cr[2] -> Cr[0"+"uidj,i,j],
  Cl[3] -> Cl[Xfifi,j,-1/2],
  Cr[3] -> Cr[Xfifi,j,-1/2],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  mf[k] -> m2, Ms[2] -> Mw,
  Ms[3] -> Mz }) +

(* vsrWAOfff *) (rssVVSfff //. { Const[1] -> Const[OWA],
  Cl[2] -> Cl[Aff,Q[ui]],
  Cr[2] -> Cr[Aff,Q[ui]],
  Cl[3] -> Cl[0"+"uidj,i,j],
  Cr[3] -> Cr[0"+"uidj,i,j],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  mf[k] -> m1, Mv -> lambda,
  Ms -> Mw }) +

(* verWZOfff *) (resVVSfff //. { Const[1] -> Const[OWZ],
  Cl[2] -> Cl[Zff,Q[ui],i3],
  Cr[2] -> Cr[Zff,Q[ui],i3],
  Cl[3] -> Cl[0"+"uidj,i,j],
  Cr[3] -> Cr[0"+"uidj,i,j],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  mf[k] -> m1, Mv -> Mz,
  Ms -> Mw }) +

(* vsrWZOfff *) (resVVSfff //. { Const[1] -> Const[OWA],
  Cl[2] -> Cl[0"+"uidj,i,j],
  Cr[2] -> Cr[0"+"uidj,i,j],
  Cl[3] -> Cl[Aff,Q[dj]],
  Cr[3] -> Cr[Aff,Q[dj]],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  mf[k] -> m2, Mv -> lambda,
  Ms -> Mw }) +

(* vsrWZOfff *) (resVVSfff //. { Const[1] -> Const[OWZ],
  Cl[2] -> Cl[0"+"uidj,i,j],
  Cr[2] -> Cr[0"+"uidj,i,j],
  Cl[3] -> Cl[Zff,Q[dj],i3],
  Cr[3] -> Cr[Zff,Q[dj],i3],
  mf[i] -> m1, mf[j] -> m2,
  mf[k] -> m2, Mv -> Mz,
  Ms -> Mw }) ;

mu[i] = m1 ;
md[j] = m2 ;

Print["result1"] ;
rsslut1 = (-s Sqrt[2]/s)*(I*16*Pi^2/s^2)*(result0 /. sub1) ;

out3 = OpenWrite["result_final.res",FormatTypes -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
  "(* result1 *)\n",
  "(*****\n",
  "result1 = " ] ;
WriteString[out3, rsslut1] ;
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3] ;

(* ***** *)

```

```

M1plus = Collect2[(result1/. {M[1,"-"] -> 0, M[2,"+"] -> 0,
    M[2,"-"] -> 0, M[1,"+"] -> 1,
    COO[M0_,M1_,M2_] ->
    1/4*(BO[Mw^2,M2,M1] + (M0-M1+m1^2)*
    C1[M0,M1,M2] +
    (M0 - M2 + m2^2)*C2[M0,M1,M2] + 1 +
    2*M0*CO[M0,M1,M2]) }],
    {Q[dj], Q[ui], Q[dj]*Q[ui],
    1/(s^2), gl[Q[dj],i3], gr[Q[dj],i3],
    gl[Q[ui],i3], gr[Q[ui],i3]}];

```

```

out3 = OpenAppend["result_final.res",FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
    "(** M1plus **)\n",
    "(*****\n",
    "M1plus = "
    ] ;
Write[out3, M1plus] ;
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3] ;
outM = OpenWrite["M1plus.res", FormatType -> TextForm ] ;
Write[outM, M1plus] ; Close[outM] ;

```

```
(* ***** *)
```

```

M1minus = Collect2[(result1/. {M[1,"+"] -> 0, M[2,"+"] -> 0,
    M[2,"-"] -> 0, M[1,"-"] -> 1,
    COO[M0_,M1_,M2_] ->
    1/4*(BO[Mw^2,M2,M1] + (M0-M1+m1^2)*
    C1[M0,M1,M2] +
    (M0 - M2 + m2^2)*C2[M0,M1,M2] + 1 +
    2*M0*CO[M0,M1,M2]) }],
    {Q[dj], Q[ui], Q[dj]*Q[ui],
    1/(s^2), gl[Q[dj],i3], gr[Q[dj],i3],
    gl[Q[ui],i3], gr[Q[ui],i3]}];

```

```

out3 = OpenAppend["result_final.rss",FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
    "(** M1minus **)\n",
    "(*****\n",
    "M1minus = "
    ] ;
Write[out3, M1minus] ;
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3] ;
outM = OpenWrite["M1minus.res", FormatType -> TextForm ] ;
Write[outM, M1minus] ; Close[outM] ;

```

```
(* ***** *)
```

```

M2plus = Collect2[(result1/. {M[1,"-"] -> 0, M[1,"+"] -> 0,
    M[2,"-"] -> 0, M[2,"+"] -> 1,
    COO[M0_,M1_,M2_] ->
    1/4*(BO[Mw^2,M2,M1] + (M0-M1+m1^2)*
    C1[M0,M1,M2] +
    (M0 - M2 + m2^2)*C2[M0,M1,M2] + 1 +
    2*M0*CO[M0,M1,M2]) }],
    {Q[dj], Q[ui], Q[dj]*Q[ui],
    1/(s^2), gl[Q[dj],i3], gr[Q[dj],i3],
    gl[Q[ui],i3], gr[Q[ui],i3]}];

```

```

out3 = OpenAppend["result_final.rss",FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
    "(** M2plus **)\n",
    "(*****\n",
    "M2plus = "
    ] ;
Write[out3, M2plus] ;
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3] ;
outM = OpenWrite["M2plus.rss", FormatType -> TextForm ] ;
Write[outM, M2plus] ; Close[outM] ;

```

```
(* ***** *)
```

```

M2minus = Collect2[(result1 /. { M[1,"+"] -> 0, M[1,"-"] -> 0,
    M[2,"+"] -> 0, M[2,"-"] -> 1,
    COO[M0_,M1_,M2_] ->
    1/4*(BO[Mw^2,M2,M1] + (M0-M1+m1^2)*
    C1[M0,M1,M2] +
    (M0 - M2 + m2^2)*C2[M0,M1,M2] + 1 +
    2*M0*CO[M0,M1,M2]) }],
    {Q[dj], Q[ui], Q[dj]*Q[ui],
    1/(s^2), gl[Q[dj],i3], gr[Q[dj],i3],
    gl[Q[ui],i3], gr[Q[ui],i3]}];

```

```

out3 = OpenAppend["result_final.res",FormatType -> InputForm];
WriteString[out3, "(*****\n",
    "(** M2minus **)\n",
    "(*****\n",
    "M2minus = "
    ] ;

```

```

Write[out3, M2minus] ;
WriteString[out3, ";\n"] ; Close[out3] ;
outM = OpenWrite["M2minus.res", FormatType -> TextForm ] ;
Write[outM, M2minus] ; Close[outM] ;

```

```
Print[" ### END ## " ] ;
```

```
(* ***** END ***** *)
```

Bibliografia

- [1] Ver, por exemplo, “Precision Tests of the Standard Model” in Advanced Series on Directions in High-Energy Physics, editado por P. Langacker, (World Scientific, 1995).
- [2] M. Böhm, H. Spiesberger e W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986);
W. Hollik, Fortschr. Phys. **38**, 165 (1990);
W. Hollik, Proceedings of the “VII J. A. Swieca Summer School — Particles and Fields”, editado por O. J. P. Éboli e V. O. Rivelles (World Scientific, 1994);
W. Hollik na Ref. [1].
- [3] G. Passarino and M. Veltman, Nucl. Phys. **B160**, 208 (1979).
- [4] D. C. Kennedy e P. Langacker, Phys. Rev. Lett. **65**, 2967 (1990);
W. J. Marciano e J. L. Rosner, Phys. Rev. Lett. **65**, 2963 (1990);
M. E. Peskin e T. Takeuchi, Phys. Rev. **D46**, 381 (1992);
G. Altarelli e R. Barbieri, Phys. Lett. **253B**, 161 (1991);
G. Altarelli, R. Barbieri e S. Jadach, Nucl. Phys. **369**, 3 (1992);
G. Altarelli, R. Barbieri, e F. Caravaglios, Nucl. Phys. **B405**, 3 (1993).
- [5] G. Altarelli, preprints CERN-TH-96-150 e CERN-TH-97-278.
- [6] C. Adloff *et al.* (H1 Collaboration), Z. Phys. **C74**, 191 (1997); J. Breitweg *et al.* (ZEUS Collaboration), Z. Phys. **C74**, 207 (1997).
- [7] G. Altarelli, J. Ellis, G. F. Giudice, S. Lola e M. L. Mangano, Nucl. Phys. **B506**, 3 (1997).

- [8] M. E. Peskin e D. V. Schroeder, “An Introduction to Quantum Field Theory” (Addison–Wesley, 1995).
- [9] M. C. Gonzalez-Garcia e S. F. Novaes, Phys.Lett. **B407**, 255 (1997).
- [10] R. Mertig, “Guide to Feyncalc”.
- [11] S. Wolfram, “Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer” (Addison–Wesley, 1991).
- [12] Ver o artigo de L. Baulieu no livro “Workshop on Radiative Corrections in $SU(2)_L \times U(1)$ ”, editado por B. W. Lynn e J. F. Wheeler, (World Scientific, 1984).
- [13] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961);
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967);
A. Salam, Em “Elementary Particle Physics (Nobel Symp No. 8)”, editado por N. Svartholm (Almqvist e Wilsell, 1968).
- [14] T.P. Cheng e L.F. Li, “Gauge Theory of Elementary Particle Physics” (Oxford University Press, 1984).
- [15] C. Quigg, “Gauge Theories of Strong, Weak and Electromagnetic Interactions” (Benjamin/Cummins, 1983).
- [16] P. W. Higgs, Phys. Lett. **12**, 132 (1964).
- [17] L. D. Faddeev e V. N. Popov, Phys. Lett. **25B**, 29 (1967).
- [18] A. Denner, Fortschr. Phys. **41**, 307 (1993).
- [19] M. Kaku, “Quantum Field Theory — A Modern Introduction” (Oxford Univ. Press, 1993).
- [20] L. Baulieu e R. Coquereaux, Ann. Phys. **140**, 163 (1982).

- [21] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, the LEP Electroweak Working Group and the SLD Heavy Flavour Group, from the Contributions of the LEP and SLD experiments to the 1997 summer conferences, LEPEWWG/97-02 (1997).
- [22] R. Rückl e H. Spiesberger, hep-ph/9710327.
- [23] M. David, palestra dada na “International Conference (VIIth Blois Workshop) on Elastic and Diffractive Scattering”, Seul(Coréia), 10-14 junho de 1997.
- [24] A. D. Martin e F. Halzen, “Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics”, Wiley, New York, 1984.
- [25] F. Abe *et al.*, CDF collaboration, Phys. Lett. **B478**, 273 (1996).
- [26] S. Davidson, D. Bailey e B. A. Campbell, Z. Phys. **C61**, 613 (1993).
- [27] V. Barger *et. al*, Phys. Rev. **D57**, 391 (1998).
- [28] A. Deandrea, Phys. Lett. **B409**, 277 (1997).
- [29] E. Fermi, Nuov. Cim. **11**, 1934.
- [30] D. H. Perkins, “Introduction to High Energy Physics” (Addison-Wesley, 1987).
- [31] P. Renton, “Electroweak Interactions: An Introduction to the Physics of Quarks & Leptons” (Cambridge University Press, 1990).
- [32] J. F. Donoghue, E. Golowich e B. R. Holstein, “Dynamics of the Standard Model” (Cambridge University Press, 1994).
- [33] T. Kinoshita, Phys. Rev. Lett. **75**, 4728 (1995).
- [34] J. Collins, “Renormalization” (Cambridge University Press, 1984).
- [35] Veja o artigo W. Buckmuller and D. Willer, Nucl. Phys. **B268**, 621 (1986) e as referências nele contidas.

- [36] D. Griffiths, "Introduction to Elementary Particles" (Wiley, 1987).
- [37] E. J. Eichten, K. D. Lane e M. E. Peskin, Phys. Rev. Lett. **50**, 811 (1983).
- [38] K. Ackerstaff *et al.* (Opal Collaboration), CERN-PPE/97-101.
- [39] M. C. Gonzalez-Garcia, A. Gusso e S. F. Novaes, preprint IFT-P.011/98 e hep-ph/980225 – submetido à Physical Review D.
- [40] F. Mandl e G. Shaw "Quantum Field Theory" (Wiley, 1984).
- [41] R. Escribano and E. Masso, hep-ph/9607218.
- [42] R. M. Barnett *et al.*, Phys. Rev. D **54**, 1 (1996) and 1997 off-year partial update for the 1998 edition available on the PDG WWW pages (URL: <http://pdg.lbl.gov/>).
- [43] W. Bernreuther e M. Suzuki, Rev. Mod. Phys. **63** 313 (1991), Erratum-ibid. **64** 633 (1992).
- [44] C. Jarlskog, "CP Violation" (World Scientific, 1989).
- [45] R. Akers *et al.* (Opal Collaboration), Z. Phys. **C66**, 31 (1995).
- [46] Comunicação privada de M. C. Gonzalez-Garcia.
- [47] A. DeRújula, M. B. Gavela, P. Hernandez and E. Massó, Nucl. Phys. **B384**, 3 (1992).
- [48] C. P. Burgess and D. London, Phys. Rev. **D48**, 4337 (1993).
- [49] P. Méry, S. E. Moubarik, M. Perrottet, F. M. Renard, Z. Phys. **C46**, 229 (1993).
- [50] D. Bardin *et al.*, Z. Phys. **C44**, 493 (1989) ; Comput. Phys. Commun. **59**, 303 (1990); Nucl. Phys. **B351**, 1 (1991) ; Phys. Lett. **B255**, 290 (1991) ; CERN-TH 6443/92 (May 1992).
- [51] C. Itzykson e J. Zuber "Quantum Field Theory" (McGraw-Hill, New York, 1980).
- [52] J. Bernabeu, G. A. Gonzalez-Sprinberg, M. Tung and J. Vidal, Nucl. Phys. **B436**, 474 (1995).

- [53] R. S. Van Dyck, Jr. , P. B. Schwinberg and H. G. Dehmelt, Phys. Rev. Lett. **59**, 26 (1987).
- [54] J. Bailey *et al.*, Nucl. Phys. **B150**, 1 (1979); E. R. Cohen and B. N. Taylor, Rev. Mod. Phys. **59**, 1121 (1987).
- [55] T. Kinoshita e W. J. Marciano em “Quantum Electrodynamics”, editado por T. Kinoshita (World Scientific, 1990).
- [56] B. L. Roberts, Z. Phys. **C56**, S101 (1992).
- [57] L. D. Landau, Nucl. Phys. **3**, 127 (1957)
- [58] S. M. Barr e W. J. Marciano, página 455 da Ref. [44].
- [59] M. J. Booth, hep-ph/9301293.
- [60] E. D. Commins, S. B. Ross, D. DeMille and B. C. Regan, Phys. Rev. **A50**, 2960 (1994).
- [61] J. Bailey *et al.* (CERN Muon Storage Ring Collaboration), J. Phys. **G4**, 345 (1978).
- [62] K. Ackerstaff *et al.* (Opal Collaboration), Z. Phys. **C74**, 403 (1997).
- [63] G. 't Hooft and M. Veltman, Nucl. Phys. **B153**, 365 (1979).

