

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**“Avaliação do Comportamento de Pilares de Concreto de Alta Resistência: Simulação Numérica Utilizando o Código de Cálculo CASTEM-2000”**

**Luciana Marques da Costa Jacomassi**

**Orientador:** Profa. Dra. Mônica Pinto Barbosa

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Conhecimento: Mecânica dos Sólidos

---

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, por me fazer enxergar além das dificuldades.

À minha família, sem a qual esse trabalho não seria possível.

Aos amigos, de onde consegui apoio (e ajuda, por vezes, inesperada).

Em especial, à Professora Mônica pela confiança.

---

---

---

---

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>8</b>
1.1. GENERALIDADES	8
1.2. OBJETIVOS	10
1.3. APRESENTAÇÃO	11
<b>2. CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA (CAR)</b>	<b>12</b>
2.1. CARACTERÍSTICAS	12
2.2. PARÂMETROS DE COMPORTAMENTO MECÂNICO PARA O CAR	16
2.2.1. Model Code – MC90 CEB (1991)	16
2.2.2. Norma Norueguesa NS 3473 (1992)	18
2.2.3. ACI Committe 363 e 318	19
2.3. DUCTILIDADE DAS ESTRUTURAS EM CAR	19
<b>3. PILARES DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA</b>	<b>24</b>
3.1. CAPACIDADE RESISTENTE DOS PILARES	25
3.2. CONFINAMENTO DOS PILARES DE CONCRETO ARMADO	27
<b>4. CÓDIGO CASTEM</b>	<b>31</b>
4.1. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	33
4.2. MODELAGEM GEOMÉTRICA	37
4.2.1. MODELO BIDIMENSIONAL	38
4.3. MODELOS REOLÓGICOS	40
4.4. MÉTODOS INCREMENTAIS ITERATIVOS	43
<b>5. ANÁLISE NUMÉRICA DOS PILARES DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA</b>	<b>47</b>
5.1. MODELO DE CÁLCULO	48
5.2. PARÂMETROS DE ANÁLISE NUMÉRICA	51

---

---

<b>6. ESTUDOS DE CASOS</b>	<b>55</b>
6.1 AGOSTINI (1992)	55
6.2 PAIVA (1994)	64
6.3 LIMA (1997)	67
6.4 LIMA JR (2003)	72
<b>7. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>76</b>
7.1 GEOMETRIA	76
7.2 CONCRETO	77
7.3 TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL	77
7.4 TAXA DE ARMADURA TRANSVERSAL	78
7.5 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS	78
7.6 DUCTILIDADE	79
7.7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	79
<b>8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>81</b>

---

---

## RESUMO

**JACOMASSI, L. M. C. (2007).** *Avaliação do Comportamento de Pilares de Concreto Armado de Alta Resistência: Simulação Numérica Utilizando o Código de Cálculo CASTEM 2000.* Ilha Solteira, 2007. 85 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista.

A demanda crescente pela utilização de Concreto de Alta Resistência (CAR) torna necessária a definição de critérios e procedimentos de análise do comportamento estrutural desse material. Nesse sentido, este trabalho apresenta a discussão de resultados experimentais publicados e as simulações numéricas de pilares armados de CAR submetidos à compressão axial simples. Utilizando o Código CASTEM 2000, é feita uma modelagem numérica bidimensional e análise via Método dos Elementos Finitos (MEF) para a reprodução dos diagramas força-deformação obtidos experimentalmente. Após um estudo comparativo dos parâmetros recomendados por normas internacionais de análise do comportamento estrutural do CAR, nota-se que os resultados numéricos obtidos utilizando as especificações da Norma Norueguesa NS 3473 são mais próximos dos experimentais. A modelagem numérica desenvolvida é capaz de reproduzir, com certa precisão, a capacidade de carga de pilares de diversas geometrias, taxas de armadura transversal e longitudinal, tipos de aço e resistência do concreto variando entre 50 MPa e 90 MPa. As taxas mínimas de armadura capazes de promoverem a ductilização dos pilares por desagregação do cobrimento são superiores a 2,5% de armadura longitudinal e 2,0% de armadura transversal, segundo os resultados experimentais. Comparando a esses resultados os obtidos pelas simulações, observa-se como de comportamento dúctil os pilares com capacidade de carga obtida numericamente pelo menos 25% maior que a força máxima teórica obtida de acordo com as recomendações da NS 3743.

**Palavras-chave:** Pilares, Concreto de Alta Resistência, Ductilidade, Análise Numérica, CASTEM-2000.

---

---

## ABSTRACT

**JACOMASSI, L. M. C. (2007).** *Reinforced High-Strength Concrete Columns Behavior: Numerical Analysis Using CASTEM 2000 Code.* Ilha Solteira, 2007. 85 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista.

The increasing demand of the use of High-Strength Concrete (HSC) makes it necessary to define criteria and procedures analysis to the structural behavior of this material. This work presents the discussion on published experimental results and numerical simulations of HSC reinforced columns submitted to simple axial compression. Bidimensional numerical modeling with Finite Elements Method (FEM) analysis were made to reproduce experimentally force-strain diagrams by using the Code CASTEM 2000. After a comparative study on the internationally recommended HSC structural behavior analysis standards, it may be inferred that the numerical results obtained using specifications of the Standard Norge NS 3473 are the closest to the experimental ones. The adopted numerical modeling could reproduce the force capacity of columns of different shapes, transversal and longitudinal reinforcement rates, types of steel and concrete resistance from 50 MPa to 90 MPa with some precision. The minimal reinforcement rate able to provide columns ductility by confinement effect is higher than 2.5% longitudinal reinforcement and 2.0% transversal reinforcement, according the experimental results. Comparing these results with the simulations, it could be considered the ductility behavior of the columns with the numerical charge capacity at least 25% higher than the maximum teorical force obtained according to recomendations of NS 3743.

**Palavras-chave:** Columns, High-Strength Concrete, Ductility, Numerical Analysis, CASTEM-2000.

---

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. GENERALIDADES

O Brasil vem vivenciando uma crescente demanda pela utilização de Concreto de Alta Resistência (CAR) na construção civil. Edifícios mais altos, vãos livres maiores, aumento da área útil dos pavimentos, redução do peso próprio das estruturas, utilização de menor quantidade total de material, maior durabilidade, são exemplos de vantagens obtidas com a utilização do CAR. Pilares dos pavimentos inferiores de edifícios altos são os elementos estruturais que mais apresentam ganho na sua utilização, não só do ponto de vista da área útil disponível, mas também do ponto de vista econômico pela redução do volume de concreto e aço empregados e área de formas.

O edifício e-Tower em São Paulo detém o recorde nacional de resistência do concreto utilizado em estruturas: 128 MPa aos 28 dias. Outros edifícios, como o Suarez Trade Center em Salvador e o complexo Evolution Towers em Curitiba, utilizaram em suas estruturas concreto com resistência na faixa dos 60 MPa, mesmo enquanto a Norma Brasileira NBR

---

---

6118:2003 – Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento – aplica-se apenas a concretos convencionais com resistência mecânica de até 50 MPa.

A produção dos concretos de alta resistência não requer o emprego de materiais exóticos nem de processos especiais. Sua fabricação está ao alcance de qualquer produtor de concreto pré-misturado. Entretanto, conhecer mais profundamente suas propriedades mecânicas e o comportamento de elementos estruturais fabricados com CAR permite, não somente expandir a sua utilização como material de construção, mas também, empregá-lo com maior confiança, resultando em projetos mais seguro e econômico. (FERRARI et al., 1996).

Concreto de Alta Resistência é uma referência particular, quando consideradas apenas as características relativas ao comportamento mecânico, do Concreto de Alto Desempenho (CAD). Alterado por aditivos químicos e/ou minerais, o CAD apresenta maior fluidez, maior resistência à flexão, módulo de elasticidade mais alto, maior durabilidade, menor permeabilidade e, principalmente, maior resistência à compressão. O alto desempenho do concreto também pode ser relativo à características específicas, como menor porosidade, maior durabilidade, maior resistência ao fogo, maior resistência a ataques químicos, entre outras.

Mehta (1996) propõe que qualquer definição de Concreto de Alto Desempenho deva incluir o termo durabilidade sob condições de serviço. Contudo, não é a resistência do concreto, mas a estabilidade dimensional e a não fissuração sob serviço que são os ingredientes chave para o seu comportamento de alto desempenho.

Segundo Mehta e Monteiro (1994), as altas resistências são efeito da redução da porosidade, da heterogeneidade e da micro-fissuração na pasta e na zona de transição, o que leva o CAR a apresentar comportamento diferente do concreto convencional sob vários aspectos.

Dentre as propriedades mecânicas do CAR, o comportamento frágil na ruptura é a característica de maior relevância no estudo e dimensionamento das estruturas, sendo necessário o embasamento em normas e publicações internacionais como o Código Modelo CEB-FIP, Publicações dos Comitês do ACI e a Norma Norueguesa NS 3743.

O problema da baixa ductilidade em pilares de concreto de alta resistência é tão significativo que muitas técnicas têm sido pesquisadas, como, por exemplo, a da adição de fibras metálicas ao concreto (LIMA JÚNIOR, 2003 e OLIVEIRA, 2004) ou do confinamento por estribos ou encamisamento da peça. Além disso, o uso do CAR também tem sido aplicado

---

não só como material constituinte do pilar, mas também como uma alternativa para o seu reforço (TAKEUTI, 2003). Pode-se observar que a maioria dos trabalhos investiga as situações de compressão centrada e flexo-compressão reta. No entanto, em termos práticos, a situação mais usual à qual o pilar estará submetido será a da flexo-compressão oblíqua.

Dentro desse contexto o CAR, apesar de apresentar diversas vantagens de ordem técnica, tem sua aplicação limitada pela falta de conhecimento científico na área de ductilização de estruturas, sobretudo de ductilização de pilares.

## **1.2. OBJETIVOS**

As técnicas de análise empíricas fornecem indicativos do comportamento estrutural de um determinado elemento, mas são restritas às condições de contorno do ensaio. Já a análise numérica é um procedimento para a interpretação do comportamento estrutural, sem, no entanto, ter a sua comprovação prática. Entende-se que a união desses dois procedimentos pode ser de grande valia para a geração de novos conhecimentos e a sua generalização, também dentro de certas condições de contorno. Neste ponto, a análise numérica pode ajudar a definir quais seriam essas condições.

O presente trabalho tem por finalidade investigar, utilizando a análise numérica, os efeitos da junção dos materiais aço e concreto na deformação de pilares de CAR submetidos a força centrada, com o objetivo de definir quais taxas de armadura conduzem à adequada ductilização desses elementos estruturais.

Dentro desta lógica, são estudadas as influências sobre a ductilidade de pilares de concreto armado: as taxas das armaduras transversais e longitudinais, o espaçamento entre as armaduras transversais (estribos) e da relação base/altura da peça estrutural (efeito escala), através da visualização e análise de curvas força-deformação obtidas pelos códigos CASTEM 2000.

Essas atividades numéricas são desenvolvidas para concretos com diferentes valores de resistência à compressão, tendo como base experimental (comparativa), resultados de pilares ensaiados em laboratórios de pesquisa brasileiros produzidos por Agostini (1992), Paiva (1994), Lima (1997) e Lima Junior (2003).

---

### **1.3. APRESENTAÇÃO**

No segundo capítulo desse trabalho é apresentado o Concreto de Alta Resistência desde a alteração da microestrutura do material provocada pela adição de sílica ativa e superplastificante até considerações de norma a respeito de seu comportamento mecânico. Apresenta-se também os conceitos de ductilização de elementos estruturais de CAR publicados na literatura internacional.

No terceiro capítulo são apresentadas as particularidades do estudo dos pilares de CAR considerando as recomendações sobre armadura de confinamento e capacidade resistente desses elementos estruturais e os resultados obtidos por alguns pesquisadores.

No quarto capítulo é apresentado o Código CASTEM 2000 e os modelos utilizados para a análise dos pilares neste trabalho.

No quinto capítulo é apresentada a estrutura da análise numérica realizada, bem como uma discussão a respeito dos resultados experimentais extraídos da literatura utilizados para a análise.

No sexto capítulo são apresentados os resultados numéricos e as respectivas discussões.

No sétimo capítulo são apresentadas as conclusões e discussões sobre possíveis trabalhos futuros.

---

## **2. CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA**

### **(CAR)**

#### **2.1. CARACTERÍSTICAS**

O Concreto de Alta Resistência (CAR) se desenvolveu na década de 70 pela inclusão de sílica ativa e superplastificantes na massa básica de concreto, ambos com a capacidade de aumentar sua resistência à compressão pela alteração da micro-estrutura do material.

Os superplastificantes conferem fluidez à pasta, o que possibilita uma menor quantidade de água de amassamento para uma mesma trabalhabilidade do concreto fresco. A quantidade de água utilizada dessa forma se aproxima daquela apenas necessária para a hidratação do cimento, eliminando grande parte dos vazios deixados pela água não utilizada nas reações de hidratação. Essa menor porosidade final eleva a resistência à compressão do concreto endurecido.

A sílica ativa tem o efeito de ocupar os espaços intersticiais dos cristais de cimento hidratado, devido à sua elevada finura, dando maior compacidade e menor deformabilidade ao concreto endurecido. Em menor escala, a sílica ativa também tem efeito cimentício quando

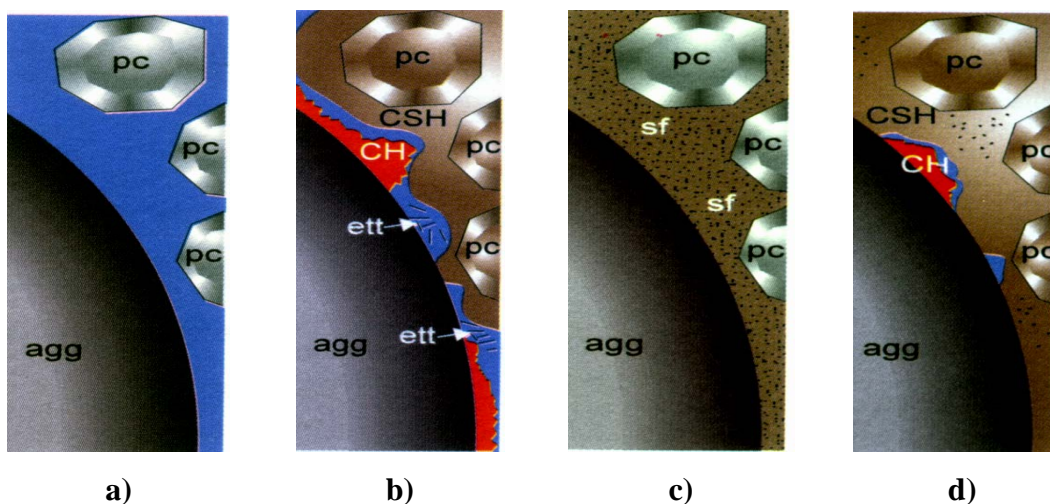
---

hidratada, tornando-se parte sólida incorporada aos cristais que conferem resistência ao concreto.

A alta reatividade da sílica ativa com o hidróxido de cálcio produzido na hidratação do cimento Portland, juntamente com as baixas relações água/aglomerante, propiciadas pelos aditivos superplastificantes, contribuem diretamente para se produzir um concreto com elevada resistência à compressão.

O maior ganho de resistência do CAR, porém, está na influência da sílica ativa sobre a interface pasta-agregado. Esta superfície é a região de maior fragilidade do concreto, onde ocorrem as primeiras fissuras e por onde passam os planos de ruptura do material pela pequena aderência entre a pasta de cimento e o agregado graúdo. Durante o processo de mistura do concreto usual, parte da água de amassamento tem a função de dar trabalhabilidade à massa, que se faz pela lubrificação da areia e da pedra, diminuindo o atrito entre esses elementos. A água adsorvida na superfície dos agregados impede a perfeita aderência da pasta criando uma zona frágil no interior do concreto.

A Figura 2.1 apresenta o efeito da sílica ativa na vizinhança do agregado. O efeito é potencializado pela redução de água livre com a utilização de superplastificante.



**Figura 2.1 – Representação da atuação da sílica ativa na interface agregado-pasta**

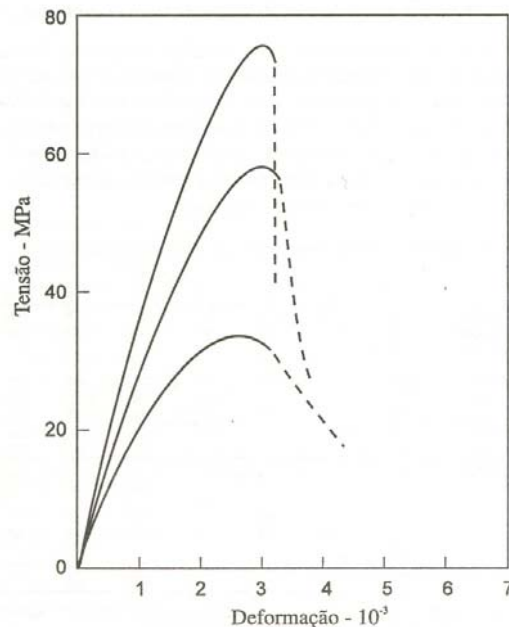
**Fonte: Modificado de ALMEIDA (1996)**

- a) Concreto fresco sem sílica ativa, com grande espaço preenchido pela água em torno do agregado (agg), devido à exudação e ao empacotamento (*packing*) deficiente dos grãos de cimento (*pc*) na fronteira.

- b) Zona de transição do sistema (a), em estágio de maior maturidade, mostrando o preenchimento com hidróxido de cálcio (*CH*) e silicato de cálcio hidratado (*CSH*), mas ainda com espaços vazios, alguns dos quais preenchidos com materiais aciculares, provavelmente etringita.
- c) Concreto fresco com microsilica (*sf*), cujas partículas preenchem o espaço em torno dos agregados, ilustrados no item (a) pela água.
- d) Zona de transição menos porosa, obtida com o sistema ilustrado no item (c), em estágio de maior maturidade.

A alteração da microestrutura do CAR provocada pela introdução da sílica ativa e utilização de superplastificante confere ao concreto muitas mudanças no seu comportamento mecânico que não apenas ganho de resistência. A maior homogeneidade da massa também leva a menores deformações (maior módulo de elasticidade), menor coeficiente de Poisson para altas tensões, melhor distribuição interna das tensões, maior linearidade no diagrama tensão-deformação, ruptura mais frágil (menor ductilidade), menor fissuração e maior resistência à tração (ACI, 1984).

Enquanto o concreto convencional é um material altamente poroso, heterogêneo, com regiões de clara fragilidade (interface pasta-agregado), o CAR apresenta um comportamento mais monolítico e estável perante tensões próximas à sua resistência.



**Figura 2.2 – Diagrama tensão-deformação para concreto com resistências à compressão distintas**

A Figura 2.2 apresenta um diagrama comparativo de tensão-deformação do concreto submetido à compressão para três faixas de resistência. A curva inferior, com  $f_{ck}$  por volta de

30 MPa, é de um concreto elaborado apenas com os materiais usuais, as duas superiores são de um concreto com adição de microssílica e plastificante. Embora a evolução do comportamento da curva pareça gradual com o aumento da resistência à compressão, trata-se de dois materiais distintos, com algumas diferenças no comportamento mecânico.

Pode-se notar pela Figura 2.2 que materiais mais resistentes à compressão apresentam:

- a) maior módulo de elasticidade ( $E$ ) indicado pela parte ascendente mais íngreme;
- b) maior linearidade da relação tensão-deformação subcrítica;
- c) maior deformação específica para tensão máxima ( $\epsilon_c$ ), cerca de 2‰ a 2,5 ‰ para o concreto convencional e 3‰ para o CAR;
- d) ruína mais frágil indicada pela parte descendente do gráfico.

Para o concreto convencional, Mehta e Monteiro (1994) estabelecem quatro estágios do comportamento do concreto, em termos de micro-estrutura, enquanto submetido a um comportamento monotônico até a ruína. Analisando o diagrama tensão x deformação esses estágios são limitados, aproximadamente, em 30%, 50% e 75% da resistência ( $f'_c$ ). Durante o primeiro estágio as microfissuras na interface pasta-agregado são estáveis e as deformações são essencialmente elásticas. No segundo estágio as fissuras aumentam em tamanho e quantidade até que no terceiro estágio surgem fissuras na matriz e a interface está desestabilizada, levando a maior deformação a cada incremento de força. No quarto estágio surge um processo espontâneo de interligação das fissuras pelo acúmulo de tensões ao seu redor pela liberação da energia de deformação elástica.

No CAR as fissuras não ocorrem preferencialmente na interface pasta-agregado. Quanto mais monolítico tende a ser o comportamento do material, mais linear, mais elástica e de maior módulo ( $E$ ) é a deformação do concreto. A ruína do CAR, então, se dá pelo surgimento de fissuras de maneira endêmica pela matriz e pelos agregados, que se manifestam e se propagam rapidamente. Dessa forma, é comum notar-se a ruptura dos corpos-de-prova apresentando-se de maneira bastante abrupta e com superfícies de ruptura atravessando os agregados.

---

## 2.2. PARÂMETROS DE COMPORTAMENTO MECÂNICO PARA O CAR

As pesquisas realizadas sobre o CAR no mundo inteiro permitiram uma rápida evolução na técnica de produção e da tecnologia dos materiais, quando comparada às normas de cálculo de estruturas destes concretos. Algumas instituições organizaram comitês para a reunião de informações já consolidadas e promover a atualização das normas de dimensionamento de estruturas de concreto. Destacam-se, nesse sentido, o CEB – Comitê Euro-Internationale du Betón (atualmente FIB – Fédération Internationale du Betón), o ACI – American Concrete Institute e a Standard Norge, responsável pela normatização norueguesa.

A Norma Norueguesa regulamenta o cálculo e construção de estruturas de concreto com até 94 MPa de resistência à compressão, o Código Modelo CEB-FIP (1991) contempla concretos com resistências até 80 MPa e o O ACI não apresenta limite de resistência para o concreto.

No Brasil a norma NBR 6118:2003 aplica-se a concreto com resistência à compressão até 50 MPa. Apresentamos a seguir uma compilação das propriedades mecânicas do CAR apresentadas pelo ACI, CEB-FIP e NS.

### 2.2.1. Model Code – MC90 CEB (1991)

Aplicável para concreto com resistência entre 12 MPa e 80 MPa, aferida em corpos-de-prova cilíndricos padrão com 15 cm x 30 cm.

- Resistência à tração

$$f_{ctk} = 0,30 f_{ck}^{2/3} \text{ [MPa]} \quad (2.1)$$

- Módulo de Elasticidade

$$E_c = 10^4 \alpha_e (f_{ck} + 8)^{1/3} \text{ [MPa]} \quad (2.2)$$

Sendo  $\alpha_e$  função do agregado utilizado, conforme a tabela 1.

Tabela 2.1 – Valores de  $\alpha_e$  (MC 90 CEB)

$\alpha_e$	Agregado
1,2	Basalto
1,0	Quartzo
0,9	Calcáreo
0,7	Arenito

- Relação tensão-deformação

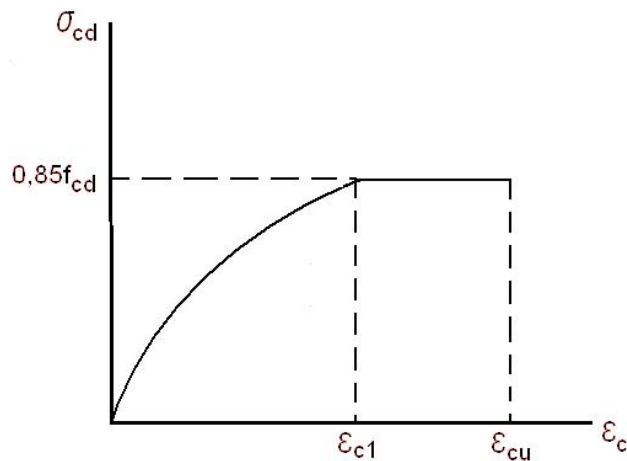


Figura 2.3 – Diagrama tensão-deformação aproximado para concreto segundo CEB

Aproximação do comportamento para um diagrama do tipo parábola-retângulo, onde para o trecho parabólico ( $\varepsilon_c < \varepsilon_{c1}$ ) vale a equação 2.3.

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] \text{ [MPa]} \quad (2.3)$$

Sendo que para  $f_{ck}$  menor que 50 MPa utilizam-se os valores limites usuais de deformação 2‰ e 3,5 ‰ para  $\varepsilon_{c1}$  e  $\varepsilon_{cu}$ , respectivamente. Para  $50 < f_{ck} \leq 80$  MPa a deformação é minorada, como mostrado na equação 2.4.

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035 \left( \frac{50}{f_{ck}} \right) \text{ [com } f_{ck} \text{ MPa]} \quad (2.4)$$

### 2.2.2. Norma Norueguesa NS 3473 (1992)

Utiliza corpos-de-prova cúbicos com 10 cm de aresta para a obtenção da resistência à compressão. Aplica-se a concreto com resistência entre 20 e 94 MPa.

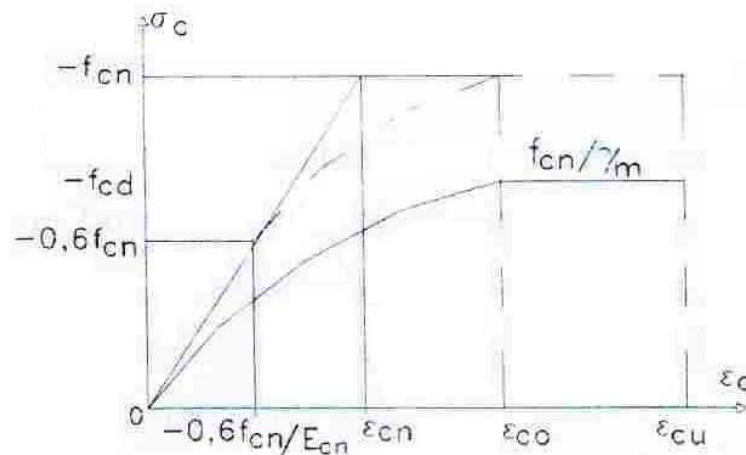
- Resistência à tração

$$f_{ctk} = 0,30 f_{ck}^{0,6} \text{ [MPa]}, \text{ limitado em 4 MPa.} \quad (2.5)$$

- Módulo de Elasticidade

$$E_c = 9500 f_{ck}^{0,3} \text{ [MPa]} \quad (2.6)$$

- Relação tensão-deformação



**Figura 2.4 – Diagrama tensão-deformação aproximado para concreto segundo CEB**

Recomenda-se a utilização desse modelo para concreto com resistência à compressão entre 55 MPa e 85 MPa. O comportamento da curva possui o mesmo aspecto geral do diagrama parábola-retângulo, porém com um trecho inicial de evolução linear. A rigor, os sinais são mantidos e a deformação por encurtamento é considerada negativa.

$$\sigma_{cn} = E_{cn} \varepsilon_c \text{ [MPa]} \quad \text{para } -0,6 f_{cn} / E_{cn} \leq \varepsilon_c < 0$$

$$\sigma_{cn} = E_{cn} \varepsilon_c + (m-1) f_{cn} \left[ \frac{E_{cn} \varepsilon_c + 0,6 f_{cn}}{(0,6-m) f_{cn}} \right]^{m-0,6} \text{ [MPa]} \quad \text{para } \varepsilon_{c0} < \varepsilon_c \leq -0,6 f_{cn} / E_{cn} \quad (2.7)$$

$$\sigma_{cn} = -f_{cn} \text{ [MPa]} \quad \text{para } \varepsilon_{cu} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0}$$

Sendo considerados:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{cu} &= (2,5m - 1,5)\varepsilon_{cn} \\ \varepsilon_{cn} &= -f_{cn}/E_{cn} \\ m &= \varepsilon_{c0}/\varepsilon_{cu}\end{aligned}\tag{2.8}$$

Para a Norma Norueguesa a resistência de cálculo  $f_{cd}$  é ponderada por um coeficiente  $\gamma_m$  em função da resistência do concreto, da velocidade do carregamento e da idade do material. Esse conceito deve ser mais discutido no Capítulo 3, quando tratar da capacidade resistente dos pilares.

### 2.2.3. ACI Committe 363 e 318

O ACI considera Concreto de Alta Resistência aquele com  $f_{ck}$  superior a 70 MPa, obtido a partir de corpos-de-prova do tipo cilíndricos reduzidos de 10 cm x 20 cm.

- Resistência à tração

$$f_{ctk} = 0,54\sqrt{f_{ck}} \quad [\text{MPa}]\tag{2.9}$$

-Módulo de Elasticidade

$$E_c = 0,43w_c^{1,5} f_{ck}^{0,5} \quad [\text{MPa}]\tag{2.10}$$

Sendo  $w_c$  o peso específico do concreto dado em kg/m<sup>3</sup>.

## 2.3. DUCTILIDADE DAS ESTRUTURAS EM CAR

Embora o CAR apresente grandes vantagens na sua utilização, tanto no que se refere ao seu comportamento mecânico mais estável quanto à diminuição do tamanho das peças e redução no peso próprio das estruturas, alguns aspectos relacionados à sua resistência e

ductilidade têm sido alvos de preocupações no que concerne à segurança dos elementos estruturais.

A ductilidade de uma estrutura pode ser entendida como a capacidade de se deformar sem perda de suas propriedades resistentes, garantindo segurança à edificação. Deformações de origem de recalques de fundações e variações de temperatura, por exemplo, são muito freqüentes e nesses casos a estrutura deve apresentar tolerância a esses fenômenos sem que entre em colapso.

Em ensaios de corpos-de-prova submetidos à compressão uniaxial com controle de deformação, os concretos convencionais, ou seja, de resistência à compressão até 30 MPa, segundo Amaral Filho (1990), podem sustentar sua capacidade resistente máxima para um amplo intervalo de deformações enquanto que para os corpos-de-prova de CAR a diminuição da capacidade resistente ocorre rapidamente com o aumento das deformações.

No caso dos concretos convencionais o problema da fragilidade do material é contornado pelo uso adequado de armadura. No caso das vigas, por exemplo, a armadura longitudinal é prescrita de tal maneira que a falha seja governada pelo aço, resultando daí uma falha dúctil (FRANÇA e DINIZ, 2001). No caso dos pilares curtos sujeitos a forças com pequena excentricidade, que falham em compressão, a ductilidade do pilar pode ser aumentada a partir do detalhamento adequado das armaduras transversais de confinamento na forma de estribos ou espirais (AGOSTINI, 1992).

Uma das principais aplicações estruturais do concreto de alta resistência é em pilares de edifícios altos, cujo comportamento estrutural é governado pelas propriedades mecânicas do concreto. Esse fato torna a ductilidade desses elementos estruturais bem mais sensível ao tipo de concreto utilizado e ao seu respectivo diagrama tensão vs. deformação. Observa-se, assim, que, quando o concreto de alta resistência é aplicado a pilares, a ductilidade desses elementos estruturais é reduzida e sua ruptura fica caracterizada por pequenas deformações.

Deste modo, a redistribuição de esforços capazes de evitar o colapso de uma edificação, quando da ruína de um pilar, é comprometida. Em países onde existe o risco de abalos sísmicos, esse comportamento torna-se ainda mais preocupante, pois variações bruscas de ações podem levar uma edificação ao colapso sem nenhum aviso prévio.

Segundo Lima Jr (2003) para solucionar este problema, diversos pesquisadores, no Brasil e no mundo, vêm estudando o comportamento dos pilares de Concreto de Alta Resistência, visando ao melhoramento da capacidade de absorção de energia dessas estruturas. Entre esses estudos, destacam-se os trabalhos internacionais de Bjerkeli et alii

---

---

(1990), Cusson e Paultre (1994), Ibrahim e MacGregor (1996), Samaan, Mirmiran e Shahawy (1998), Diniz e Frangopol (1998) e Razvi e Saatcioglu (1999-b). Além desses, merecem destaque trabalhos experimentais nacionais, como, por exemplo, o de Agostini (1992), Paiva (1994), Perdão Júnior (1994) e Fernandes (1997), todos estes desenvolvidos na Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, e Lima (1997), Queiroga (1999), Vanderlei (1999), Guimarães (1999), Lima Júnior (2003), etc., realizados na Escola de Engenharia de São Carlos – USP.

Para estruturas de concreto armado de alta resistência, a ductilidade final dos elementos estruturais depende não só da ductilidade de seus materiais constituintes – concreto e aço – mas também do dimensionamento e do detalhamento da armadura. Vários estudos apontam uma deficiência da armadura de confinamento no caso dos pilares elaborados com CAR quando dimensionado conforme as técnicas usuais. Dentre eles pode-se apontar os estudos de Ahmad e Shah (1982), Martinez, Nilson e Slate (1984), ACI (1997), Diniz e Frangopol (1997a), França e Diniz (2001).

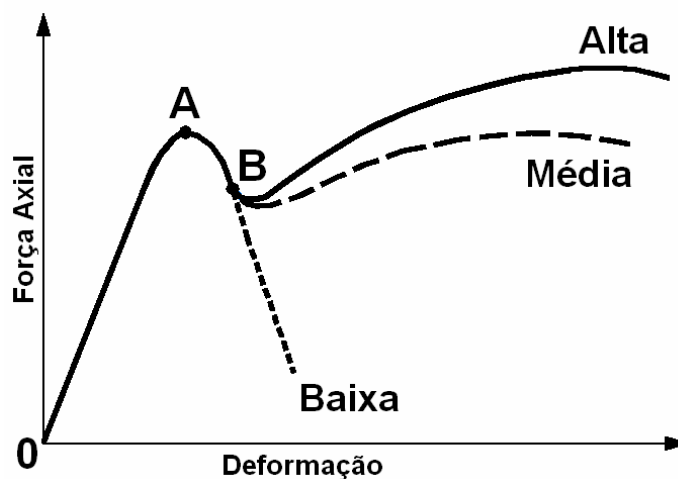
Os conceitos de ductilidade de pilares submetidos a carregamentos centrados e excêntricos são essencialmente distintos: pilares submetidos à foga axial excêntrica têm sua ductilidade medida de forma análoga às vigas com uma relação entre as curvaturas ou flechas, enquanto pilares com força centrada não possuem curvaturas, mas apenas deslocamentos ao longo do seu eixo longitudinal, na direção do carregamento.

Cusson e Paultre (1994) relacionaram um comportamento mais ou menos dúctil à taxa de armadura do pilar capaz de provocar um confinamento no concreto evitando o surgimento de tensões de tração no interior do elemento, pois o efeito de Poisson ocorre no sentido de aumentar a seção transversal do elemento submetido à compressão uniaxial. Dessa forma, a armadura longitudinal e, sobretudo, a armadura transversal, assumem a função de conter o concreto interior às armaduras confinado em um núcleo submetido a um estado triaxial de tensões.

Muitos trabalhos experimentais, como os de Agostini (1992), Paiva (1994), Lima (1997), Saatcioglu e Razvi (1998) e Queiroga, Giongo e Takeya (1999), têm buscado encontrar taxas de armadura de confinamento do concreto para diferentes configurações físicas e geométricas de pilares de CAR. Esta técnica de confinamento traduz-se, basicamente, em se adotar altas taxas de armadura transversal (seja por estribos ou encamisamento por chapas de aço ou materiais compósitos), de modo a gerar um confinamento passivo capaz de

---

controlar o processo de fissuração e a expansão lateral do concreto e, desse modo, aumentar a ductilidade desses elementos estruturais.



**Figura 2.5 – Diagrama Força – Deformação para pilares de concreto de CAR submetidos à compressão centrada**

**Fonte: CUSSON e PAULTRE (1994)**

Agostini (1992) e Paiva (1994), com trabalhos pioneiros no Brasil, ensaiaram pilares sob força centrada com taxa de armadura transversal entre 1,5% e 3,0%. O primeiro analisou o comportamento dessas taxas de armadura para pilares de seção quadrada de dimensões 8 cm x 8 cm x 48 cm e resistência média à compressão do concreto de 73,8 MPa, onde concluiu que taxas de armadura iguais e superiores a 1,75% apresentaram fissurações bastante visíveis no cobrimento antes da ruína do pilar, mas o confinamento só pode ser garantido com 3,2% de taxa de armadura longitudinal e 2,2% de armadura transversal. Paiva (1994) sugeriu alterações na seção transversal e ensaiou pilares de dimensões 8 cm x 10 cm x 48 cm, com resistência média do concreto de 64,7 MPa sendo que para tais pilares concluiu que taxas de 2,0% de armadura transversal ou superiores são capazes de evitar a ruptura frágil.

Lima (1997), em seus pilares ensaiados à compressão centrada, introduziu os conceitos de taxas de armadura em relação ao núcleo confinado de concreto e de taxa mais densa de armadura nas extremidades para evitar rupturas por tensões localizadas. Esses pilares foram divididos em 4 séries distintas: as duas primeiras com seções quadradas de dimensões 20 cm x 20 cm x 124 cm, com taxas de armadura transversais de 1,57% e 0,51% e outras duas séries, de dimensões 15cm x 30cm x 94 cm, com taxas de armadura transversal de 1,01% e 2,02% . Os pilares utilizaram concreto de resistência média à compressão de 86,7 MPa. Sua

conclusão foi a de que taxas de armadura transversal de 1,03% seriam capazes de levar os pilares à ruptura dúctil.

Saatcioglu e Razvi (1998) estudaram pilares de dimensões 25 cm x 25 cm x 90 cm submetidos a força centrada, com taxas de armadura transversal variando entre 0,99% e 4,59% e resistência do concreto variando entre 60 MPa e 124 MPa. Conclui que a relação entre a taxa de armadura transversal e a resistência do concreto deve ser de no mínimo 5,0 % para que o pilar apresente ruptura dúctil.

Alguns autores que realizaram experimentos com pilares de CAR submetidos a força excêntrica não objetivaram avaliar taxas de armadura de confinamento eficiente. Agostini (1992) e Lima (1997), por exemplo, discutem deformações atingidas no concreto comprimido de seus pilares. Ibrahim e MacGregor (1996) discutem parâmetros geométricos dos pilares para a determinação de sua força de ruína.

Outra técnica de comprovada eficiência, que também vem sendo estudada, é a adição de fibras de aço à massa do concreto (Taerwe, 1992; Hsu e Hsu, 1994; Nataraja et alii, 1999; e Guimarães, 1999) A utilização de fibras em materiais frágeis, buscando ganho de ductilidade, data de tempos remotos. Contudo, aplicada ao concreto, essa técnica é bastante recente, apresentando ainda vários problemas a serem solucionados, tais como: problemas com a trabalhabilidade do concreto fresco e desconhecimento das taxas ideais de adição de fibras. Quando adicionadas ao concreto, as fibras geram um tipo de “confinamento” que mantém o concreto íntegro, mesmo para elevadas deformações, aumentando de forma considerável a ductilidade deste material. A grande vantagem do tipo de “confinamento” gerado por essa metodologia é que ele é imune aos efeitos da flexo-compressão. Destaca-se, no uso desta técnica o trabalho de Lima Junior (2003) desenvolvido no Brasil.

---

### **3. PILARES DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA**

Os pilares são peças alongadas submetidas, essencialmente, a esforços de compressão em seu sentido longitudinal. De maneira geral, os pilares recebem esforços diretamente das lajes e/ou vigas nele apoiadas. Dependendo de sua posição na estrutura, ou melhor, da disposição das vigas ao seu redor, o carregamento pode apresentar pequena ou grande excentricidades, estando menos ou mais sujeito a esforços de flexão.

A armadura longitudinal se presta a compor a resistência à compressão do pilar e a atender as solicitações excêntricas. As barras são dispostas nas extremidades da seção transversal para aumentar a eficiência dos esforços resistentes. A armadura transversal tem a função de conter a flambagem da armadura longitudinal e a conseqüente perda de estabilidade da peça. Com pequenos espaçamentos, a armadura transversal é capaz de promover o confinamento do núcleo de concreto pela resistência às deformações transversais causadas pelo efeito de Poisson.

A natureza dos esforços aos quais os pilares estão submetidos leva este elemento estrutural a ter seu comportamento mecânico mais fortemente influenciado pelas

---

---

características do concreto. A fragilidade do CAR em vigas é contornada pelo dimensionamento apropriado da armadura longitudinal de modo a ter a sua ruína governada pelo aço responsável por absorver as forças de tração. Pelo fato de os pilares não estarem, via de regra, submetidos à tração longitudinalmente, a organização da armadura de modo a ductilizar as deformações representa um desafio para pesquisa atual na área.

### 3.1. CAPACIDADE RESISTENTE DOS PILARES

A capacidade resistente teórica de um pilar usual é dada pela soma da resistência à compressão do concreto e da resistência da armadura longitudinal, apresentada pela Equação 3.1. Essa expressão considera a distribuição uniforme de tensões na seção transversal, a não flambagem da armadura e a solidariedade perfeita dos materiais.

$$F_{teo} = f_{c,pilar}(A_c - A_s) + \sigma_s A_s \quad (3.1)$$

sendo,  $F_{teo}$  é a máxima força teoricamente suportada pelo pilar;

$f_{c,pilar}$  é a resistência à compressão do concreto no pilar;

$A_c$  é a área de seção transversal do pilar;

$A_s$  é a área de seção transversal da armadura longitudinal e

$\sigma_s$  é a tensão da armadura longitudinal para uma deformação de 2‰.

A resistência do concreto no pilar ( $f_{c,pilar}$ ) difere da resistência à compressão do corpo-de-prova por uma constante  $k_{mod}$ . Essa constante é o produto das constantes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  que representam, respectivamente, o acréscimo da resistência em longo prazo (efeito das reações lentas de hidratação do cimento), a diferença de resistência entre o cilindro padrão e a estrutura (efeito geométrico) e a diminuição da resistência do material sob ações de longa duração (efeito Rüsçh). Fusco (1989) resume os valores clássicos adotados para essas três constantes:  $k_1 = 1,2$ ,  $k_2 = 0,95$  e  $k_3 = 0,75$ , cujo produto é  $k_{mod} = 0,85$  que costumeiramente acompanha  $f_{cd}$  (resistência de cálculo do concreto à compressão) nas equações de dimensionamento de estruturas de concreto armado.

Os primeiros trabalhos com pilares de CAR notaram que a capacidade resistente teórica dos pilares era sempre superior à capacidade resistente dos pilares experimentais (AGOSTINI, 1992, LIMA, 1997 e QUEIROGA, 1999). Associado a esse comportamento os

---

pilares, via de regra, apresentam o destacamento prematuro do cobrimento, levando os pesquisadores a crerem que apenas o núcleo de concreto, interior às armaduras e confinado por estas, tinha função resistente. Dessa forma a Equação 3.1 foi modificada para a forma apresentada na Equação 3.2, com os mesmos termos, a menos por  $A_{nc}$  que representa a área de seção transversal do pilar interior às armaduras, ou seja, a área do núcleo de concreto.

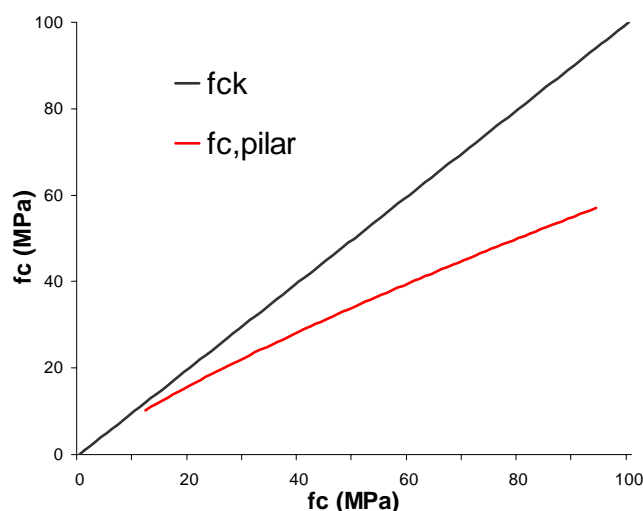
$$F_{teo} = f_{c,pilar} A_{nc} + \sigma_s A_s \quad (3.2)$$

Pesquisas posteriores discutiram outros parâmetros de resistência associados ao CAR. Lima Jr (2003) e Oliveira (2004) ensaiaram para cada modelo de pilar, segundo seus programas experimentais, um prisma de mesma geometria sem qualquer armadura. Dessa forma conseguiram estabelecer uma relação entre a resistência dos cilindros de controle (cilindro reduzido 10 cm x 20 cm) e a resistência dos prismas. O valor de  $k_2$  obtido pelos autores são, respectivamente, de 0,84 para  $f_{ck}$  de 80 MPa e 0,91 para  $f_{ck}$  por volta de 40 MPa.

A norma norueguesa NS 3473 E (1992) admite que  $k_2$  pode ser aproximado pela Equação 3.3 para  $12 < f_{cj} < 94$  MPa.

$$k_2 = -0,1358 \ln(f_{cj}) + 1,2908 \quad , \text{ com } f_{cj} \text{ em MPa} \quad (3.3)$$

Considerando o efeito da hidratação lenta e do carregamento de longo prazo os mesmos para o CAR e o concreto convencional, a variação de  $k_2$  afeta diretamente o comportamento das estruturas em CAR. Segundo a Equação 3.3,  $k_2$  varia com o oposto do logaritmo neperiano de  $f_{cj}$ . A Figura 3.1 apresenta a relação entre  $f_{ck}$  e  $f_{c,pilar}$  considerando  $k_1$  e  $k_3$  segundo Fusco (1989) e  $k_2$  segundo a norma norueguesa.



**Figura 3.1 – Relação entre a resistência do concreto ( $f_{ck}$ ) e a resistência do pilar ( $f_{c,pilar}$ )**

Lima Jr (2003) e Oliveira (2004) apresentam uma nova perspectiva para a compreensão da resistência à compressão dos pilares armados de CAR mostrando a não-linearidade entre  $f_{ck}$  e  $f_{c,pilar}$ . Observando a Figura 3.1 podemos notar que  $f_{c,pilar}$  chega a ser quase 40% menor que  $f_{ck}$  para resistências da ordem de 80 MPa.

Essa relação entre  $f_{ck}$  e  $f_{c,pilar}$  não é absoluta para qualquer arranjo de armaduras. Um estado triaxial de tensões é gerado pelo confinamento do concreto no núcleo e pode ocasionar um acréscimo de tensões resistentes da ordem de 20 %, segundo PROENÇA (1988).

### **3.2. CONFINAMENTO DOS PILARES DE CONCRETO ARMADO**

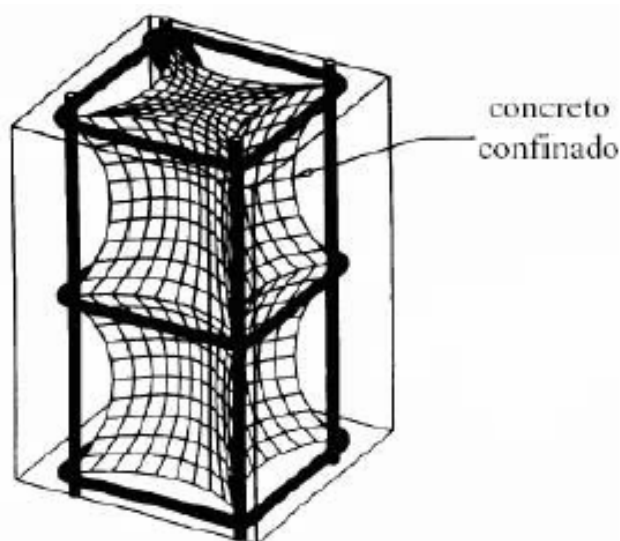
Nos pilares, o concreto pode ser submetido a um estado tri-axial de tensões, por meio do confinamento por armaduras transversais. Essas armaduras podem ser formadas por estribos com pequeno espaçamento, por tubos metálicos, ou ainda por tubos de materiais compósitos. Em todos esses casos, as armaduras transversais geram um confinamento passivo. A elevada capacidade resistente dos pilares de CAR leva ao surgimento de tensões transversais significativas pelo efeito de Poisson.

Para pequenas intensidades de forças, a expansão lateral do concreto é desprezível, conseqüentemente a armadura transversal praticamente não é solicitada e o comportamento do concreto é semelhante ao do não-confinado. Com a elevação da força para intensidades da resistência uniaxial do material, o processo de microfissuração se intensifica, a expansão

lateral do material atinge o valor máximo e, então, a armadura transversal é solicitada intensamente, confinando o concreto do elemento estrutural.

O efeito do confinamento do concreto em pilares submetidos à compressão axial traz vários benefícios ao seu comportamento estrutural, entre os quais destaca-se a melhoria da ductilidade do elemento estrutural, sobretudo no caso de pilares de CAR, o aumento na resistência à compressão axial do concreto em virtude da ação das pressões laterais. Entretanto, dependendo da forma da seção transversal, a eficiência pode ficar comprometida em função da distribuição a pressão de confinamento.

A armadura de confinamento é, portanto, muito utilizada em pilares de concreto armado com o objetivo de aumentar a capacidade resistente e melhorar o seu comportamento no tocante à ductilidade. Cusson e Paultre (1992) explicam que isso acontece pelo fato de a distribuição de tensões de confinamento longitudinalmente, entre os estribos serem em forma de arco. Desse modo o espaçamento entre os estribos deixa um volume de concreto sem confinamento, que pode se desprender da peça durante a aplicação da força na estrutura por causa do gradiente interno de tensões, conforme mostra a Figura 3.2.



**Figura 3.2 – Regiões de confinamento do concreto interior à armadura**

**Fonte: Cusson & Paultre (1994)**

Pela figura anterior pode-se notar que quando o espaçamento entre os estribos for grande, forma-se um volume de concreto sem efeito do confinamento e mais susceptível à ruína.

Claeson e Gyltoft (2000) observaram por meio de ensaios de pilares de seção quadrada que quanto menor for o espaçamento entre os estribos mais eficiente será o efeito do confinamento, melhorando a ductilidade do pilar. Dessa forma, pode-se diminuir o diâmetro da barra do estribo quando reduzido o espaçamento entre os mesmos.

O ACI 441 (1997), baseado nos trabalhos de Cusson e Paultre (1994) apresenta um diagrama do comportamento de pilares de concreto de alta resistência submetidos à compressão centrada (Figura 2.5). Neste diagrama pode-se observar que o comportamento pós-pico dos pilares é diretamente influenciado pelo confinamento.

O ACI 441 (1997) indica que, ao contrário do que ocorre nos pilares de concreto convencional, o cobrimento dos pilares de CAR se destacam prematuramente. Segundo Foster et al (1998) e Foster (2001) isso se dá pelo grande volume de armadura transversal, que interrompe a continuidade do concreto do núcleo e do cobrimento, gerando um plano preferencial de falha, que é agravado quando o espaçamento dos estribos é pequeno.

Por outro lado, Sargin et al. (1971) sugerem que a presença de altas taxas de armadura transversal prejudica a compactação do concreto do cobrimento e, assim, uma maior concentração de ar e água localiza-se nesta região. Esses fatores fazem com que a resistência do cobrimento seja inferior à do núcleo, colaborando para sua ruptura prematura.

Foster et al. (1998), por meio de análise com Elementos Finitos, mostraram que as deformações laterais do núcleo são inferiores às do cobrimento, uma vez que a armadura transversal impede a expansão lateral do núcleo. Esse gradiente de deformações gera tensões de tração entre o núcleo e o cobrimento que, quando atinge a resistência à tração do concreto ocasiona o surgimento de fissuras na interface núcleo-cobrimento, as quais ocasionam a separação entre as duas partes. Para acontecer o destacamento do cobrimento é preciso, não só o surgimento de fissuras, mas também outros mecanismos, como a flexão da armadura longitudinal e a instabilidade lateral a que fica sujeito o cobrimento devido à sua alta esbeltez.

Diversos pesquisadores relatam que a tensão lateral de confinamento está diretamente relacionada com a taxa de armadura transversal. O comportamento frágil do concreto pode ser contornado com altas taxas de armadura de alta resistência, ductilizando o comportamento pós-pico.

Cusson e Paultre (1992) observaram melhora tanto na ductilidade como também na capacidade resistente dos pilares quando o espaçamento dos estribos era reduzido. O fato é explicado uma vez que a distribuição de tensões de confinamento longitudinal, entre estribos,

---

se dá em forma de arco. Dessa maneira grande quantidade de concreto permanece não-confinado quando o espaçamento aumenta, e o estado triaxial de tensões não se estabelece.

Carrazedo (2005) avaliou em sua tese de doutorado a influencia da forma da seção transversal e da excentricidade da força de carregamento sobre o efeito de confinamento em pilares de concreto encamisados com polímeros reforçados com fibras. O autor observou em seus experimentos a ocorrência de reduções significativas dos efeitos de confinamento em certos tipos de pilares de seção quadrada e retangular. A vertente numérica de seu trabalho mostrou que os efeitos de segunda ordem no concreto confinado podem ser muito importantes.

A dissertação de mestrado de Sudano (2005), também sobre confinamento de pilares de concreto armado com fibras, mostra que a forma da seção transversal dos pilares, quadrada, retangular e circular, com bordas arredondados ou elípticas é fundamental para o bom desempenho do pilar reforçado.

---

## 4. CÓDIGO CASTEM

A avaliação da ductilidade dos pilares armados de CAR é feita neste trabalho por meio da análise numérica utilizando o código de cálculo CASTEM 2000. O programa foi desenvolvido pela “Commissariat a l’Energie Atomic” (CEA), França, para o desenvolvimento de pesquisas na área de mecânica das estruturas. Utiliza o Método dos Elementos Finitos para a análise de muitos tipos de problemas, como mecânica dos sólidos/fluidos, problemas térmicos ou eletromagnéticos. Para fins de pesquisa, o programa é disponibilizado pela CEA no site [www-cast3m.cea.fr](http://www-cast3m.cea.fr).

O código apresenta um sistema completo que integra não somente as funções de cálculo propriamente ditas, mas igualmente as funções de construção do modelo e do tratamento de resultados. Ele permite trabalhar ou tratar os problemas de mecânica das estruturas dentro do domínio estático e dinâmico, além de permitir resolver os problemas envolvendo não linearidade física e geométrica.

O código foi estruturado segundo uma técnica de programação orientada a objetos, sendo possível criar objetos de diferentes tipos para definição de um único problema (VARUM, 2003). Utiliza a linguagem de alto nível GIBIANI com uma grande quantidade de comandos e operadores para definir e controlar o programa pela manipulação de objetos. Essa macrolinguagem permite definir as características dos operadores usuais de análise por

---

---

elementos finitos pela simples instrução envolvendo comandos e operadores atuando na entrada dos objetos para a criação de novos objetos, como se associasse “adjetivos” aos operadores.

A característica de orientação a objetos do CASTEM o torna um código versátil e flexível, no sentido de que pode se ajustar às especificidades de cada problema a ser solucionado. Diferente de códigos clássicos de análise estrutural aplicável a problemas bem definidos de estruturas, o CASTEM permite que o usuário construa seu próprio algoritmo, acompanhe tarefa por tarefa, modifique sua seqüência, altere ou verifique as saídas após cada passo. Ou seja, o CASTEM permite adequação às necessidades dos problemas de acordo com as escolhas do usuário.

Os objetos são descritos por partes de informações agrupadas de acordo com características de cada tipo de objeto. Comandos e operadores são utilizados inicialmente para criar operações de entrada dos objetos e depois podem ser utilizados para unir objetos, dividi-los, altera-los ou manipula-los de outras formas. A partir de então, são atribuídas características aos objetos e definidas as condições de contorno do problema como qualidades dos objetos, ou mesmo de partes deles.

Arêde (1997)<sup>1</sup> citado por Varum (2003) ilustram que para problemas complexos o uso do CASTEM pode ser vantajoso: as seqüências de operações montadas em diferentes segmentos de programa, utilizando a linguagem GIBIANI, podem ser associadas posteriormente por meio de operadores, dessa forma o problema se torna a soma de pequenos problemas bem caracterizados. O CASTEM possui alguns procedimentos usuais da análise de estruturas pré-construídos, podendo ser utilizados pela associação de operadores à esses objetos de biblioteca.

Uma outra particularidade do código CASTEM 2000 é possibilitar o desenvolvimento de novos operadores de cálculo permitindo a resolução de outros tipos de problemas, definindo, em certos casos, operadores diferentes daqueles já existentes. Esses novos operadores podem ser desenvolvidos, testados e verificados independentes daqueles já existentes no programa. Para isto, é necessário conhecer a estrutura dos dados contidos nos objetos a serem tratados pelos novos operadores, assim como nos objetos comuns a todo o programa.

---

<sup>1</sup> AREDE, A. **Seismic assessment of reinforced concrete frame structures with a new flexibility based element** – 1997. PhD thesis, FEUP, University of Porto, Portugal. 1997.

---

As operações são executadas pelos operadores que agem diretamente sobre um objeto formando um argumento. As operações são feitas sobre objetos já disponíveis, contendo informações características da análise efetuada ou de objetos específicos definidos somente a fim de permitir a execução de uma operação requerida.

Assim, o simples fato de atribuir um nome a um número inteiro ou real permite a geração do objeto correspondente, do tipo ENTIER (inteiro) e FLOTTANT (flutuante), nesse caso são utilizados para efetuar operações algébricas com outros objetos.

As operações executadas sobre objetos conduzem à criação de novos objetos, sendo de mesmo tipo ou tipo diferente do objeto operado. Assim os operadores do tipo algébrico ou o operador ET (e) que une dois ou mais objetos são geralmente utilizados para a criação de novos objetos do mesmo tipo que os objetos de origem.

Por outro lado, operadores mais sofisticados criam objetos de tipo diferentes. Por exemplo o operador MODL (de modele, modelo) utiliza um objeto do tipo MAILLAGE (malha) e de objetos do tipo MOT (palavra) podem criar um novo objeto do tipo MMODEL contendo as referências geométricas, de formulação dos elementos finitos e comportamento do material da estrutura analisada.

O código CASTEM 2000 utiliza os critérios de plasticidade de Drucker-Prager para o concreto, o modelo elastoplástico perfeito para o aço e o método incremental iterativo de Newton-Raphson. Entre os trabalhos científicos desenvolvidos com o auxílio do código de cálculo CASTEM pode-se citar as teses de doutorado de Barbosa (1992), Varum (2003) e a dissertação de Gamino (2003).

## **4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

O Método dos Elementos Finitos tem origem da adaptação de outros métodos analíticos de cálculo: de Galerkin e de Rayleigh-Ritz.

O método de Rayleigh-Ritz consiste na elaboração de um funcional que descreva o problema em todo o seu domínio e o aproxime para uma soma de equações aproximadoras, sendo que todas elas devem satisfazer as condições de contorno reais. O novo funcional é, então, minimizado de forma a se estabelecer o equilíbrio do sistema (um ponto de máximo, mínimo ou inflexão). O desvio em relação a solução exata é fixado em um determinado valor  $\lambda$ .

---

---

O método de Galerkin não necessita de um funcional, sendo as equações diferenciais que descrevem o problema a partida para a solução. Substituindo-as por uma soma de equações aproximadoras e sendo definidas funções ponderadoras (que fazem o resultado convergir) e funções residuais (que representam o desvio da solução exata), garante-se que as equações aproximadoras e as funções ponderadoras são ortogonais em seu domínio, fazendo com que a função residual seja minimizada.

O método dos Elementos Finitos surgiu da dificuldade de se obter funções que atendam as condições de contorno de forma consistente. O princípio de cálculo é geralmente baseado no método de Rayleigh-Ritz, sendo o domínio da integração subdividido em  $n$  subdomínios chamados elementos finitos. Para cada elemento é montado um funcional  $\Pi_i$ , tal que o funcional que descreve o problema seja  $\Pi = \sum \Pi_i$ . O ponto de estabilização do funcional  $\Pi$  ocorre onde a sua variação tende a zero, ou melhor:  $\partial \Pi = 0$ .

Quando  $\Pi$  é um funcional de deslocamento, deseja-se saber qual é a situação de estabilidade estática da estrutura, e essa aplicação tem o nome de Método dos Elementos Finitos, Método dos Deslocamentos, ou Método da Rigidez. Quando são estabelecidos funcionais das tensões o princípio aplicado é o da mínima energia complementar e este é o Método dos Elementos Finitos, Modelo das Forças ou Modelo da Flexibilidade.

A forma geral da solução do funcional é análogo à lei de Hooke, sendo  $F = K.U$ , onde  $F$  é o parâmetro em análise,  $K$  representa as condições de contorno e propriedades do material e  $U$  os parâmetros conhecidos sobre o sistema. Caso esteja-se estudando as tensões ( $F$ ),  $K$  é a rigidez do elemento e  $U$  são as deformações sofridas. Por outro lado, sendo  $F$  as deformações a serem conhecidas,  $K$  é o inverso da rigidez (flexibilidade) e  $U$  são as tensões às quais o elemento está submetido.

Quando a estrutura está discretizada em forma de malha a equação  $F = K.U$  vale para cada um dos elementos em seu subdomínio, com um sistema próprio de coordenadas chamado sistema local. A Figura 4.1 mostra como está definido o sistema de coordenadas para cada elemento.

A partir dessas considerações a solução do sistema se dá como uma soma de soluções particulares, e os sistemas de coordenadas locais transpostos para uma sistema global de coordenadas.

---

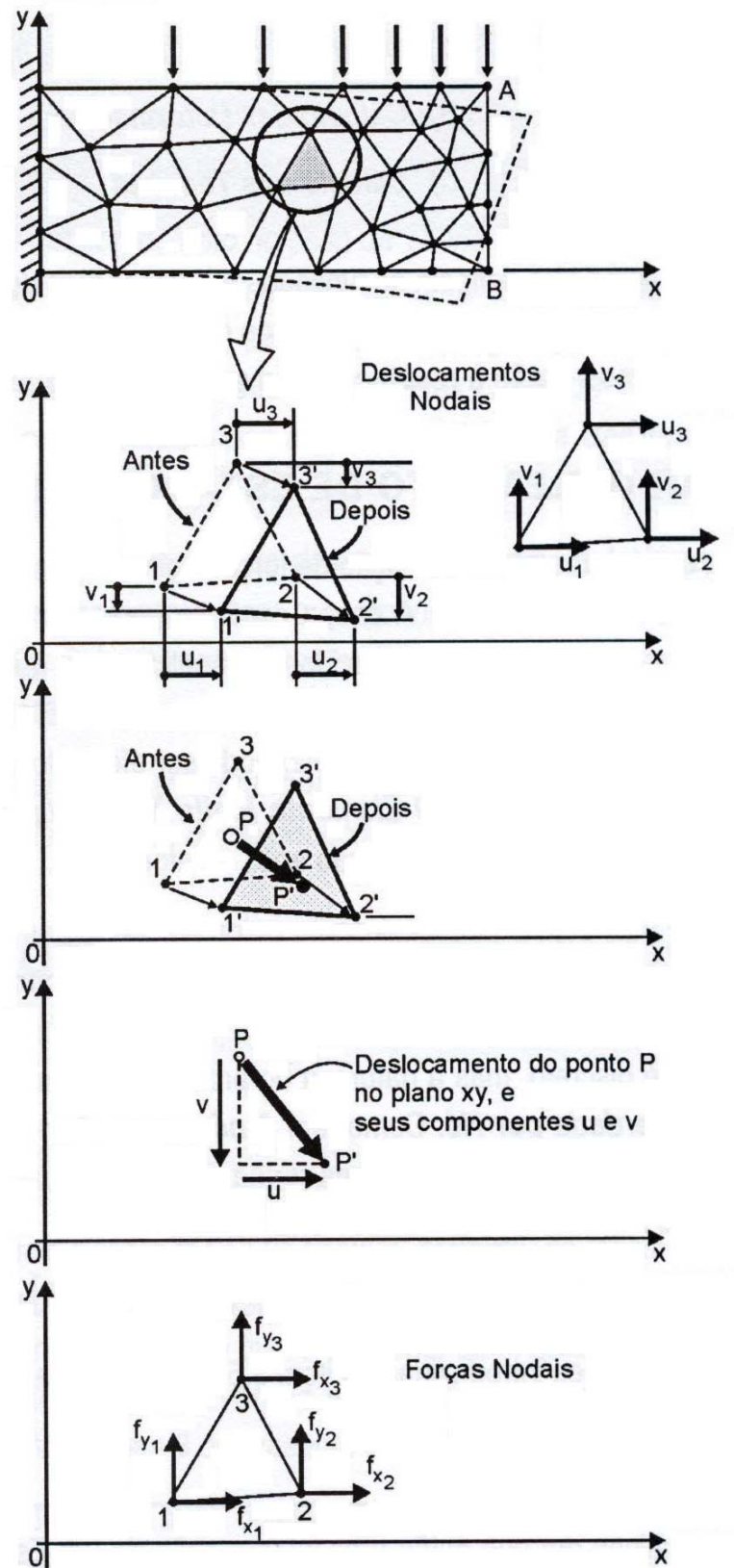


Figura 4.1 – Transposição da análise de um sistema global (estrutura) para o sistema local (elemento finito)

Assim  $F = K.U$  tem agora a forma  $\{F\} = [K].\{U\}$ , onde  $\{F\}$  e  $\{U\}$  são matrizes colunas dos parâmetros nodais de tensões e deformações e  $[K]$  é a matriz rigidez (ou flexibilidade) do sistema.

O processo computacional de análise da estrutura possui simplificações muito importantes, pois o processo matemático de criação dos funcionais do sistema é intrínseco no programa utilizado. Sendo assim, podemos resumir os processos de cálculo via computador em:

- Divisão dos domínio em elementos discretos;
- Cálculo das matrizes de rigidez e força equivalente;
- Montagem das matrizes globais de rigidez e força;
- Introdução das condições de contorno;
- Solução do sistema de equações;
- Cálculo das tensões/deformações nos elementos.

Outros métodos numéricos de solução aproximada, como o Método dos Elementos de Contorno (MEC) ou do tipo *mesh-less* se desenvolveram a partir do MEF buscando eliminar a dificuldade em se criar uma malha consistente e representativa do problema em análise. Neste trabalho a geração da malha de elementos finitos é feita pela discretização bidimensional de uma seção longitudinal dos pilares, sendo o concreto representado por elementos de placa de quatro nós e a armadura por elementos de barra de dois nós.

O Método dos Elementos Finitos possibilita a solução de problemas relacionados à elasticidade linear ou mesmo ligados à não linearidade física, sendo que possível retratar o espectro de deformações e tensões em materiais com comportamentos reológicos distintos. A não-linearidade geométrica do elemento estrutural é tratada pela evolução incremental da força aplicada e a verificação do deslocamento correspondente. Dessa forma realiza-se a linearização da resposta tensão-deslocamento e determina-se o valor residual de força em cada passo, reduzindo-o a zero incrementalmente.

Segundo Proença (1988) a solução de problemas não lineares solucionados via método dos elementos finitos deve sempre seguir alguns procedimentos, descritos a seguir.

---

Uma vez adotada uma lei de plasticidade que retrata a não linearidade física do material concreto, uma correção sobre a força incremental é introduzida utilizando procedimentos iterativos.

Assim, para um estado de carregamento, calcula-se via Método dos Elementos Finitos os deslocamentos e, aplicando equações de compatibilidade, as deformações e as tensões.

Utilizando a lei de plasticidade adotada corrigem-se as tensões calculadas, provocando um estado de tensão não compatível ao ocasionado pelo carregamento. Desta forma, irá existir uma diferença entre a força aplicada e aquela necessária para restabelecer o equilíbrio, devendo esta diferença ser correspondente ao grau de precisão desejado.

## **4.2 MODELAGEM GEOMÉTRICA**

As estruturas utilizadas na construção civil são elementos tridimensionais. Porém, algumas particularidades geométricas de cada um dos elementos permitem a associação destes a modelos geométricos biaxiais ou até mesmo uniaxiais, simplificando a compreensão e o tratamento do seu comportamento mecânico.

As dificuldades ligadas ao equacionamento da mecânica do contínuo para se resolver um problema de estruturas podem ser sanadas pela utilização de métodos numéricos, sendo o método dos elementos finitos um dos mais confiáveis e um dos mais utilizados métodos de cálculo estrutural.

A consideração, dessa forma, de um problema realmente tridimensional para um problema bidimensional ou até mesmo unidimensional, faz necessário explorar as particularidades geométricas da estrutura para a utilização de um modelo matemático simplificado, resultando em modelos aproximados como a teoria geral de vigas ou de placas. Dessa forma, pode-se utilizar elementos simples com custo operacional mínimo e que são facilmente implantados e utilizados.

Entretanto, a vantagem econômica obtida por esse modelo aproximado deve estar condicionada à validade da escolha e não pode ser obtida em detrimento da qualidade dos resultados obtidos. Não é evidente prever se esta simplificação é ou não válida. Certos problemas apresentam uma ambigüidade neste aspecto e se faz necessário passar da experimental para a numérica a fim de quantificar a influencia da simplificação do modelo sobre a qualidade dos resultados obtidos.

---

O problema da análise de pilares exige a princípio uma modelagem tridimensional para se poder levar em consideração os fenômenos que podem intervir no comportamento do elemento estrutural (terceira dimensão, cobrimento, geometria dos estribos, etc). Entretanto, esses modelos embora apresentem uma aproximação física razoável e limite às hipóteses simplificadoras exige um grande número de elementos para se obter resultados com credibilidade. Além disso, conduz à uma super-estimação do tamanho do problema e faz abstração de dois fatores importantes: o econômico e o mecânico. Os demais modelos, bidimensional e unidimensional, permitem reduzir o tamanho do problema, mas apresentam o inconveniente de ignorar, a princípio, a natureza do comportamento e a importância de certos parâmetros que intervêm na estrutura.

No caso dos pilares estudados neste trabalho, a análise numérica considerou um modelo bidimensional pelo fato deste se mostrar capaz de fornecer resultados próximos daqueles obtidos experimentalmente por alguns dos autores avaliados e, sobretudo pela limitação imposta pelo tempo de processamento de modelos tridimensionais, já que a matriz de rigidez da estrutura cresce com o aumento dos graus de liberdade dos nós.

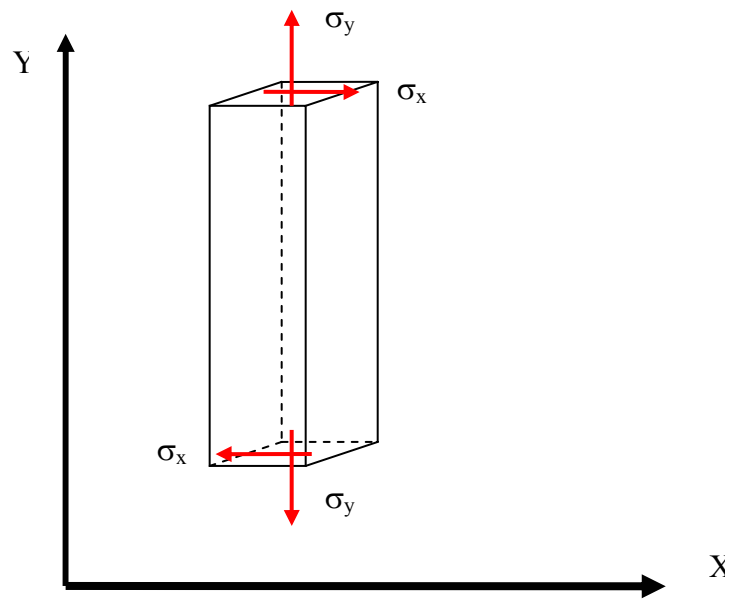
A seguir descreve-se de maneira simplificada o modelo bidimensional utilizado, assim como os tipos dos elementos finitos escolhidos.

#### **4.2.1 MODELO BIDIMENSIONAL**

O modelo bidimensional supõe que o problema se reduz ao de uma estrutura plana submetida à uma força aplicada em seu plano, conforme Figura 4.2. A malha é discretizada no plano médio da estrutura e utiliza elementos de placa para representar o concreto e elementos lineares para representar as barras de aço.

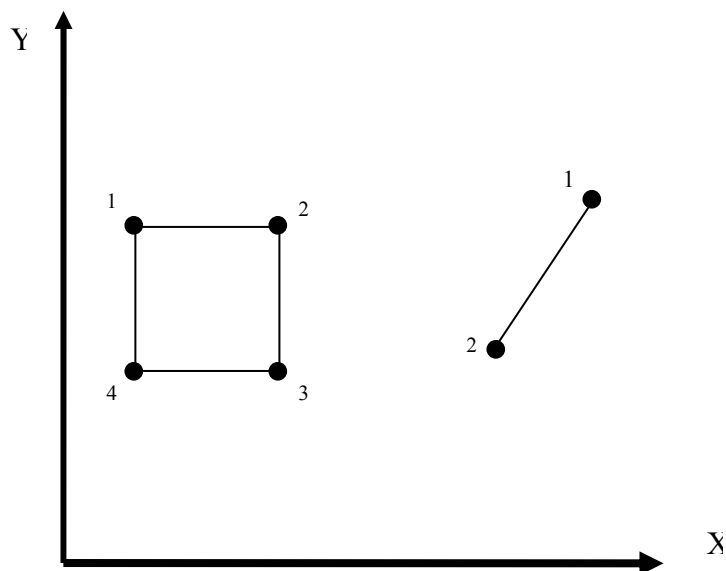
Este modelo oferece a vantagem de considerar as deformações transversais, embora limitas a um único plano que é o do modelo da estrutura. Definiu-se trabalhar com elementos de campo de deslocamento quadrático, com os campos de deformação e de tensões lineares. Este tipo de elemento representa uma boa relação qualidade/custo para os cálculos elásticos, cujas qualidades não se perdem para os cálculos lineares.

---



**Figura 4.2 – Tensões planas em um elemento estrutural**

A modelagem do concreto foi feita utilizando elementos isoparamétricos de placa de quatro nós e um elemento linear a dois nós para o aço. Esses dois elementos são clássicos e usualmente utilizados por outros autores, Figura 4.3.



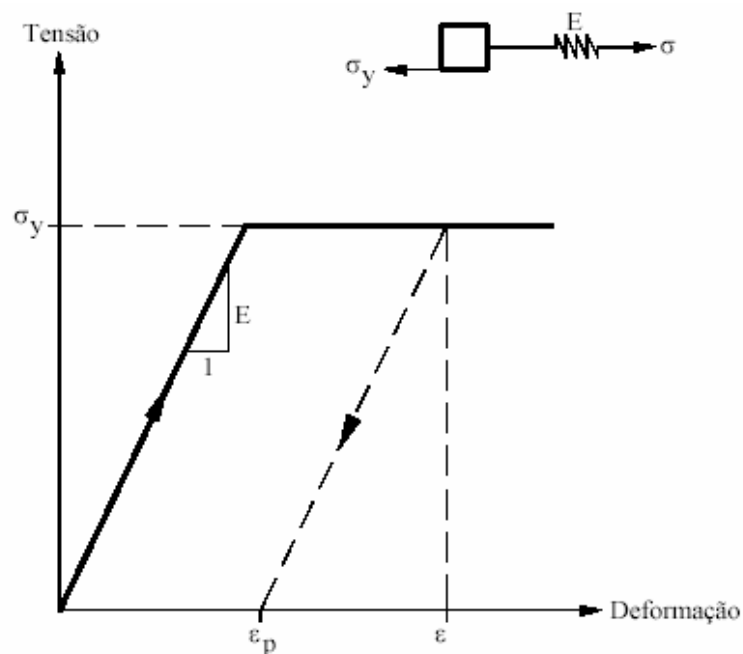
**Figura 4.3 – Elementos finitos de placa quadrangular de quatro nós e linear de barra de dois nós.**

### 4.3 MODELOS REOLÓGICOS

O modelo reológico utilizado para o concreto é o de Drucker-Prager e para o aço é o elasto-plástico perfeito.

O modelo elasto-plástico perfeito considera a relação tensão-deformação linear, conforme a Lei de Hooke apresentada na Equação 4.1, com módulo de elasticidade finito e diferente de zero até um determinado valor de tensão, a partir da qual o módulo de elasticidade é nulo e o material entra em regime de escoamento. A Figura 4.4 representa o modelo reológico para o aço, onde a tensão limite entre os regimes de deformação é  $\sigma_y$ , conhecida resistência de escoamento para determinadas ligas aço-carbono usuais na construção civil.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (4.1)$$



**Figura 4.4 – Relação tensão-deformação de materiais com comportamento elasto-plástico perfeito**

O modelo de Drucker-Prager é uma espécie de modelo elastoplástico que possui a peculiaridade de não possuir uma tensão única de mudança de comportamento entre o regime elástico e o plástico, mas sim uma combinação de tensões multiaxiais que levam a este limite. A Equação 4.2 apresenta a equação que define a tensão limite entre os regimes elástico e plástico, sendo  $I_1$  e  $J_2$  invariantes função da tensões atuantes, definidas pelas relações 4.3, e  $k_{dp}$  e  $\alpha$  são constantes do material.

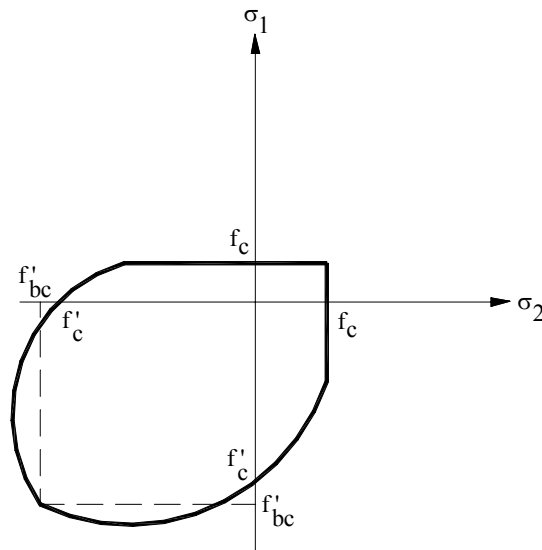
$$f(\sigma) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k_{dp} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3J_2} + \alpha I_1 &\leq f'_c \\ I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ J_2 &= 1/6 [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \end{aligned} \quad (4.3)$$

Segundo LEPRETRE (1988), os modelos de deformação plástica para o concreto devem considerar por hipótese:

- a) distinção da deformação elástica e plástica,  $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$ ;
- b) comportamento isotrópico do material;
- c) princípio de ortogonalidade entre as deformações;
- d) utilização de diversos critérios de plasticidade para descrição da superfície limite elasto-plástica, a fim de descrever o comportamento do concreto submetido à qualquer estado de tensões (compressão, tração, torção, cisalhamento).

A Figura 4.5 apresenta o limite elástico e plástico para o concreto, segundo o modelo reológico de Drucker-Prager, num caso bidimensional de tensões, sendo  $\sigma_i$  tensões em direções ortogonais,  $f_c$  a resistência à tração uniaxial do material,  $f'_c$  a resistência à compressão uniaxial e  $f'_{bc}$  a resistência à bicompressão do material.



**Figura 4.5 – Limite de plastificação segundo modelo reológico de Drucker-Prager**  
**Fonte: LEPRETRE (1988)**

A resistência à bicompressão do concreto ( $f_{bic}$ ), ou seja, a resistência mecânica uniaxial do concreto ( $f_{ck}$ ) alterada pela presença de uma tensão confinante, é considerada neste trabalho como sendo 125% da resistência à compressão, pelo fato de as tensões confinantes nos pilares serem bastante inferiores à tensão principal. PROENÇA (1988) apresenta as relações entre a tensão principal ( $\sigma_1$ ) e a tensão confinante ( $\sigma_2$ ) conforme apresentado na Figura 4.6. As Equações 4.4 definem  $f_{bic}$  para três diferentes valores de relação entre a tensão principal e a tensão confinante.

$$\begin{aligned}
 \text{Para } \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 0, & \quad f_{bic} = f_c \\
 \text{Para } \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 0,5, & \quad f_{bic} = 1,25.f_c \\
 \text{Para } \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1, & \quad f_{bic} = 1,16.f_c
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

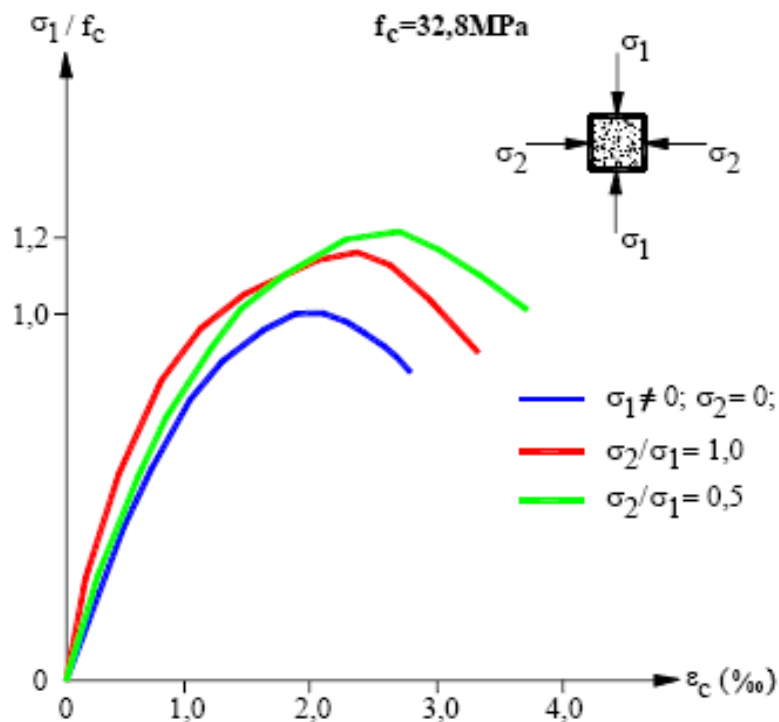
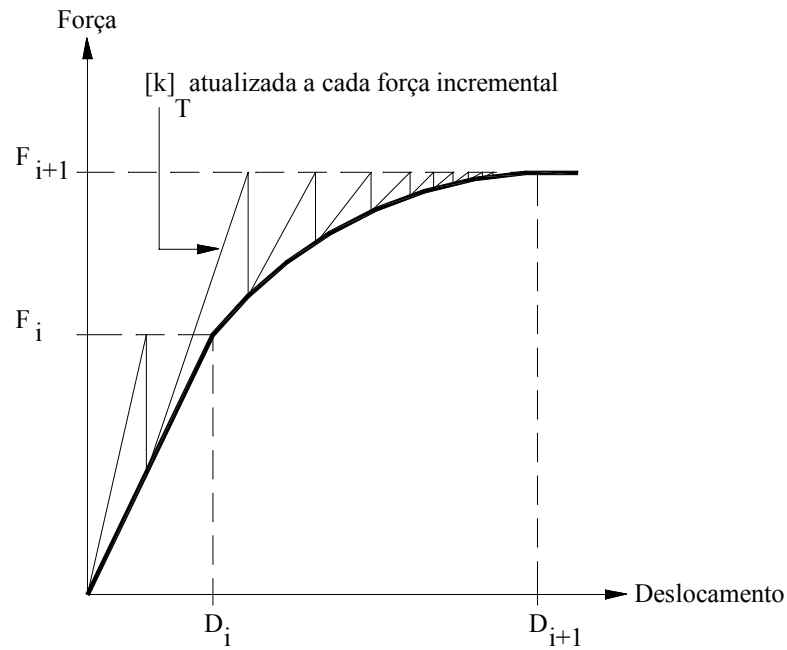


Figura 4.6 – Resistência à bicompressão do concreto segundo PROENÇA (1988)

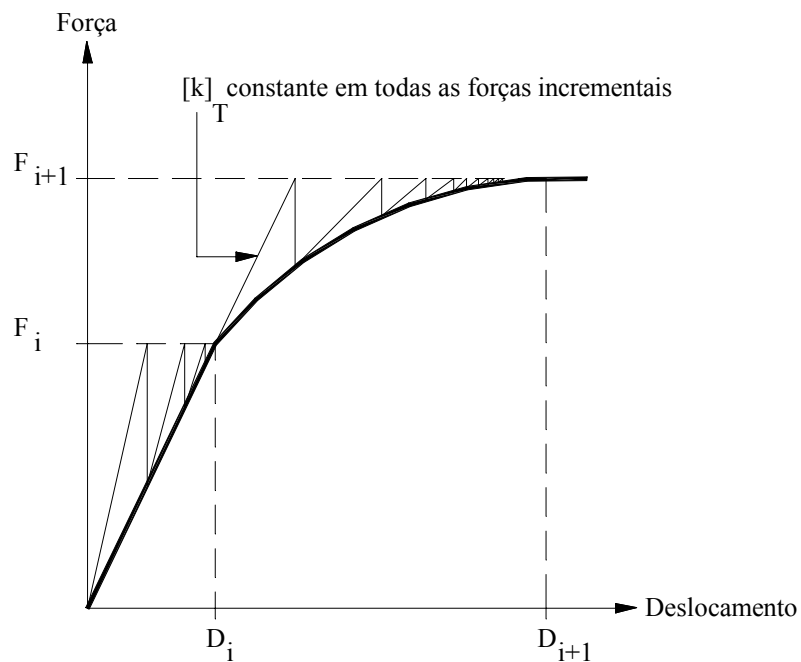
#### 4.4 MÉTODOS INCREMENTAIS ITERATIVOS

Nos métodos incrementais iterativos, uma correção de equilíbrio é introduzida sobre a força incremental utilizando procedimentos iterativos, onde a correção é feita por uma matriz de rigidez. O método de Newton-Raphson ilustrado na Figura 4.7, um dos métodos iterativos mais difundidos, utiliza para a correção do equilíbrio uma matriz de rigidez tangente  $[k]_T$  calculada para cada força incremental podendo assim ocasionar tempos computacionais longos.



**Figura 4.7 – Método de Newton-Raphson**

O método de Newton-Raphson modificado utiliza uma matriz de rigidez tangente constante para todas as iterações, conforme a Figura 4.8.



**Figura 4.8 – Método de Newton-Raphson modificado**

Este método possui uma convergência mais rápida em relação ao método precedente pois apresenta a vantagem de dispensar o cálculo de  $[k]_T$  para cada iteração, reduzindo sensivelmente o tempo de cálculo.

Segundo Cabral<sup>2</sup> (1992) citado por Gamino (2003) a estratégia de solução de sistemas de equações não lineares via método incremental iterativo do tipo Newton-Raphson pode ser resumida da forma apresentada a seguir.

Considerando:

$$H(D) = F - S(D) \quad (4.5)$$

sendo  $F$  é o vetor de forças nodais externas,  $S$  é o vetor de forças nodais internas,  $D$  é o vetor de deslocamentos nodais e  $H$  é o vetor resultante da diferença entre esforços externos e internos.

O primeiro passo consiste em dividir o carregamento total atuante em  $n$  partes calculando-se desta forma a força incremental  $\Delta F_i$  de tal forma que se possa obter o campo de tensões e de deformações em qualquer ponto da estrutura analisada, segundo a força incremental atuante.

O segundo passo consiste em realizar uma iteração com a força incremental calculada por:

$$F_i = F_{i+1} + \Delta F_i \quad (4.6)$$

O terceiro passo consiste em aplicar o processo de Newton-Raphson em  $H(D)$  resultando:

$$D^{j+1} = D^j - \left[ \frac{\partial H}{\partial D} \right]_{D=D^j}^{-1} H(D^j) \quad (4.7)$$

Aplicando-se a derivada parcial ao vetor de esforços residuais  $H$ :

---

<sup>2</sup> CABRAL, J. P. **Sobre a integração de tensões na análise de sólidos elastoplásticos perfeitos em estado plano de deformações**. 1992. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade São Paulo. São Paulo, 1992.

---

---


$$\frac{\partial H}{\partial D} = \frac{\partial F}{\partial D} - \frac{\partial S}{\partial D} = \frac{\partial S}{\partial D} = k_T \quad (4.8)$$

Uma vez que os esforços externos  $F$  não são dependentes dos deslocamentos  $D$  e  $k_T$  é a matriz de rigidez tangente.

Assim:

$$D^{j+1} = D^j - \left[ \frac{\partial S}{\partial D} \right]_{D=D^j}^{-1} \cdot H(D^j) \quad (4.9)$$

O quarto passo consiste em recalculer a matriz de rigidez tangente para cada iteração.

O quinto passo consiste em verificar a convergência de  $D_j$ : caso ocorra a convergência retorna-se ao segundo passo com novo incremento de força; caso não ocorra convergência segundo um número de iterações pré-determinado retorna-se ao segundo passo recalculando  $F_i$  com  $\Delta F_i$  modificado.

O método pode finalizar pelo uso do carregamento total atuante sobre a estrutura, comparando a diminuição de  $\Delta F_i$  até um limite pré-estabelecido ou por meio da comparação entre  $H$  e o nível de precisão desejado, significando que a estrutura entrou em colapso.

---

## **5. ANÁLISE NUMÉRICA DOS PILARES DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA**

A análise numérica consiste no processamento computacional das informações de um determinado problema por meio de um programa construído, com base em um modelo adotado, e calibrado segundo resultados experimentais já obtidos. Seguindo essa idéia, o código CASTEM 2000, apresentado no Capítulo 4, foi utilizado por ser capaz de simular o comportamento mecânico dos pilares submetidos a forças axiais monotônicas de compressão apresentando como resultado a curva força-deformação do elemento a partir da entrada das características geométricas da estrutura e mecânicas dos materiais – concreto e aço.

A partir da validação do programa pela comparação de seus resultados com outros obtidos experimentalmente, é possível utiliza-lo para a representação de pilares com quaisquer características e prever o seu comportamento respeitadas as hipóteses e as condições de contorno utilizadas para a criação do modelo de cálculo, sendo observado o nível de precisão do método.

Para a calibração do modelo foram selecionados resultados experimentais obtidos por autores brasileiros, conforme apresentados e discutidos no Capítulo 6: Agostini (1992), Paiva (1994), Lima (1997) e Lima Junior (2003).

---

## 5.1 MODELO DE CÁLCULO

Considerando as propriedades geométricas de um pilar de seção transversal retangular, adotou-se um modelo de análise bidimensional com a descrição das características geométricas dos pilares segundo um corte longitudinal, como mostrado na Figura 5.1. A análise bidimensional foi adotada inicialmente pela facilidade em se descrever o problema e pela agilidade no processamento computacional quando comparados a modelos tridimensionais. Na Figura 5.1 é apresentada a geometria de um pilar analisado. Em (a) as características geométricas da estrutura descritas para o pilar experimental e em (b) a discretização numérica obtida com o código CASTEM. O concreto é descrito por elementos finitos quadrangulares de quatro nós e as barras de aço da armadura por elementos lineares de dois nós, conforme apresentados no Capítulo 4.

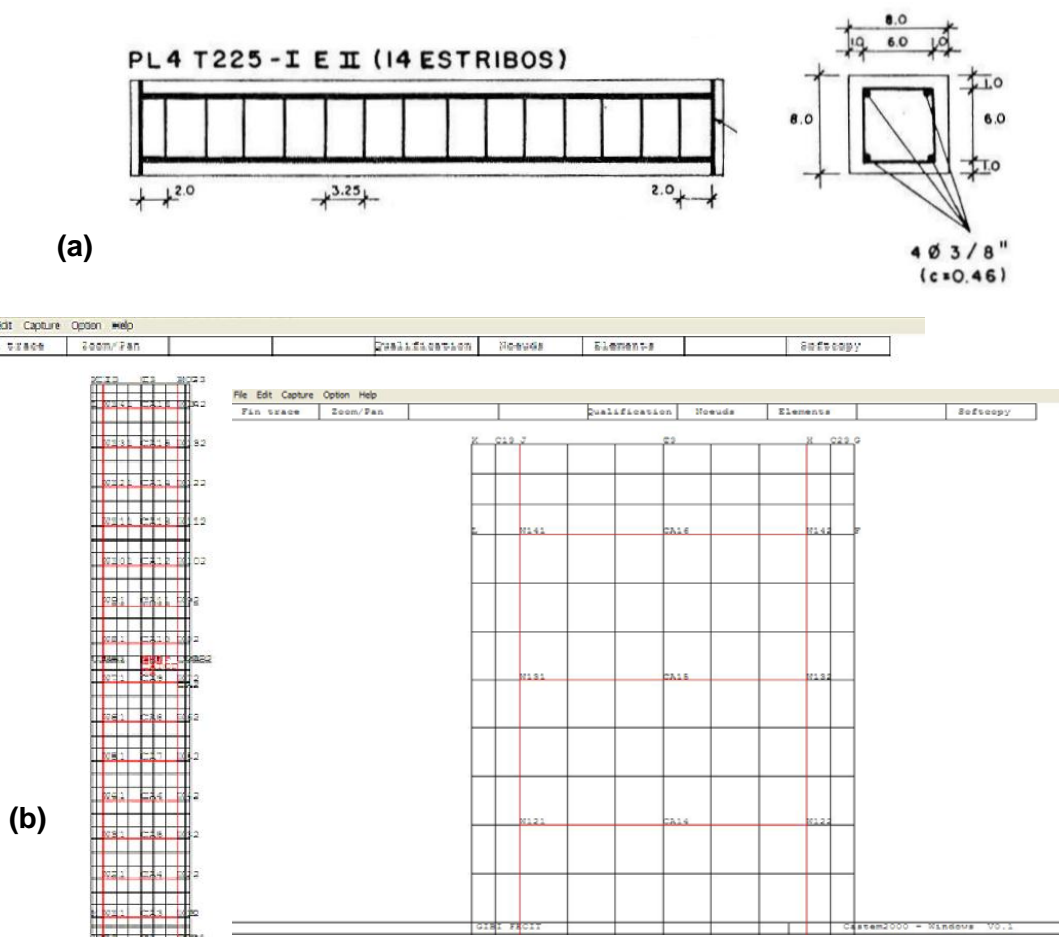


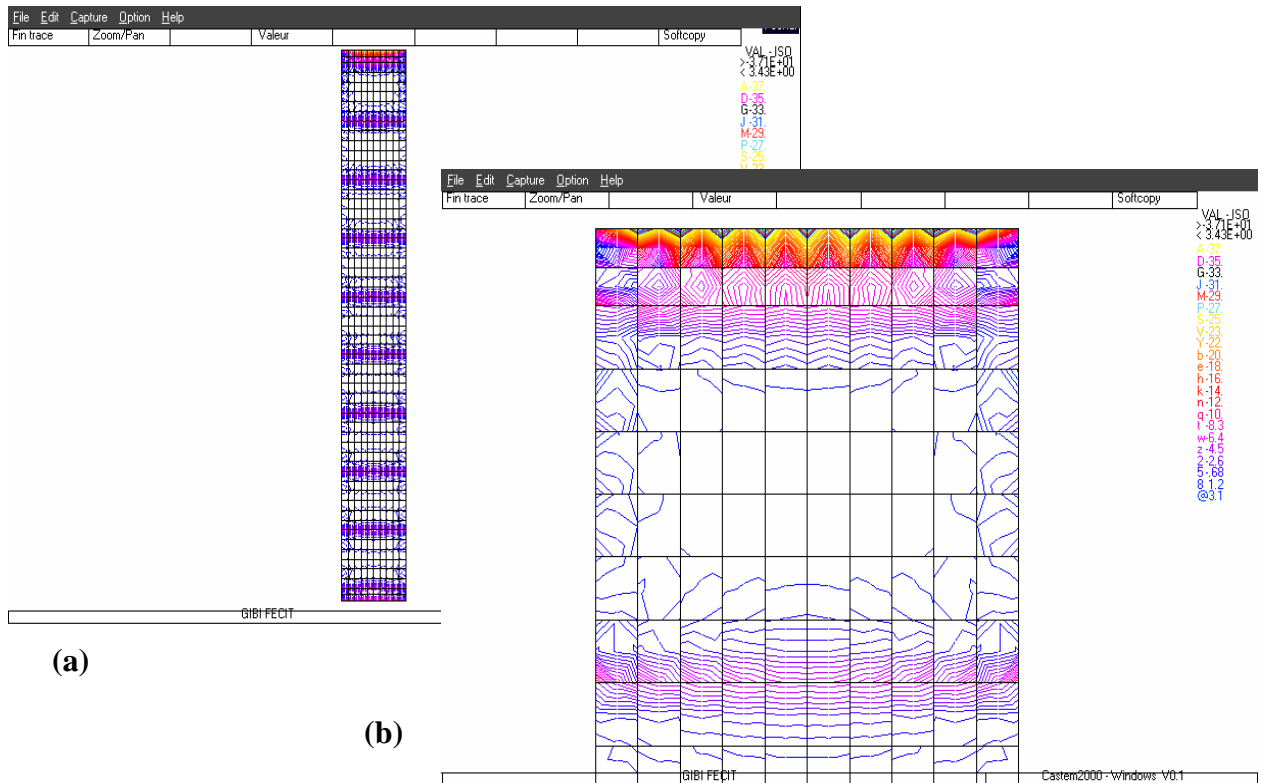
Figura 5.1 – (a) Geometria do pilar experimental PL4T225 de Agostini (1992). (b) Modelo geométrico e detalhe do pilar PL4T225 no programa CASTEM 2000.

A malha utilizada no modelo, de forma geral, foi definida em aproximadamente uma centena de elementos finitos no sentido longitudinal do pilar. Foram feitas simulações com malhas maiores e menores que esta, sem, no entanto, que os resultados se alterassem significativamente, sendo esta definida como malha padrão. A Figura 5.1 apresenta uma malha menos refinada a fim de se tornar mais visível a discretização.

Embora o modelo de cálculo seja bidimensional, a terceira dimensão da peça é declarada de acordo com aquela do modelo experimental. A armadura tem a seção transversal somada quando de planos coincidentes, por exemplo, em um modelo com estribos retangulares, a seção transversal da linha do modelo numérico possui o dobro daquela da barra do estribo.

O modelo considera o acoplamento do concreto e do aço em todos os nós coincidentes entre os materiais. Dessa forma, os nós dos elementos de barra e quadrangulares coincidentes, não se faz necessário descrever ponto a ponto de malha (nós) que os materiais devem compartilhar.

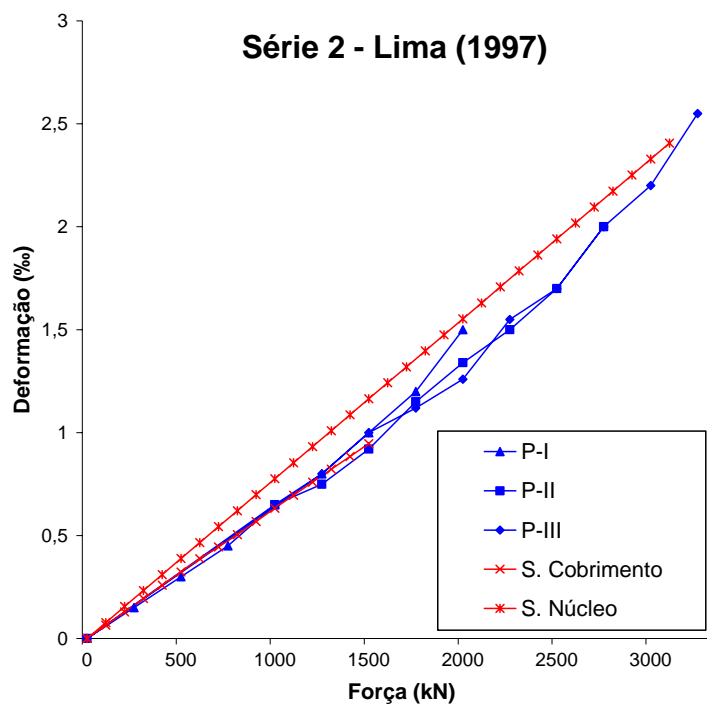
A vinculação do pilar é descrita como sendo de apoio fixo na base, que garante estabilidade ao modelo já que a força aplicada é uniaxial no sentido longitudinal da peça.



**Figura 5.2 – (a) Diagrama de linhas de tensões transversais. (b) detalhe superior do pilar.**

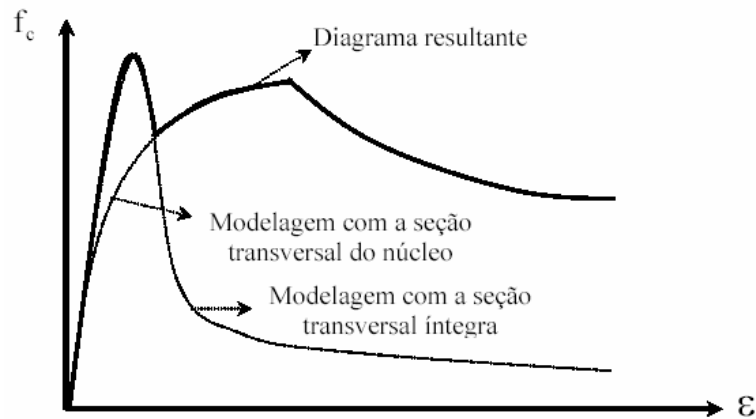
As simulações realizadas com a discretização da seção íntegra do pilar, ou seja, núcleo e cobrimento, apresentam ruína precoce da malha dadas as tensões de tração surgidas na interface núcleo-cobrimento. A Figura 5.2 apresenta um diagrama de isolinhas de tensão na direção horizontal. Esse diagrama é de um modelo já sem cobrimento, mostrando as tensões de confinamento no concreto causadas pelas armaduras e uma concentração de tensões na região de aplicação da força.

A ruína precoce do modelo pode ser visualizada pela Figura 5.3, onde são apresentadas as curvas força-deformação obtidas experimentalmente por LIMA (1997) na sua série de três ensaios, em azul, e as curvas obtidas numericamente para os modelos com cobrimento (S. cobrimento) e considerando apenas o núcleo (S. núcleo), em vermelho.



**Figura 5.3 – Curvas força-deformação para um pilar de LIMA (1997). Resultados experimentais em azul e numéricos em vermelho com (S. Cobrimento) e sem cobrimento (S. Núcleo)**

Segundo OLIVEIRA (2003), as simulações numéricas podem ser realizadas separadamente, com e sem cobrimento, e o resultado final do comportamento do pilar ser considerado como a união do comportamento das duas curvas, como apresentado na Figura 5.4. Os modelos adotados por OLIVEIRA (2003) e LIMA JR (2004) são capazes de representar o comportamento pós-pico do material, sendo neste trabalho reproduzido apenas o comportamento pré-pico dos pilares.



**Figura 5.4 – Diagrama tensão-deformação do pilar criado a partir do comportamento dos modelos com e sem cobrimento.**

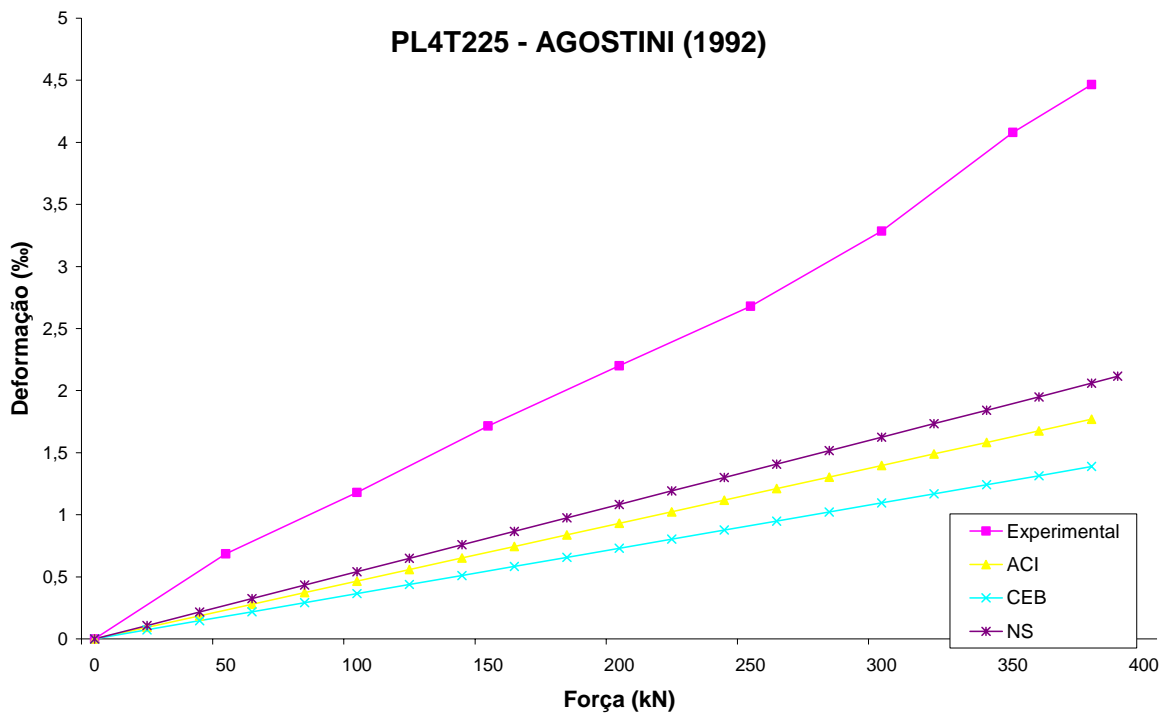
**Fonte: OLIVEIRA (2003)**

A simulação com o cobrimento busca reproduzir o comportamento do pilar até a ruptura do cobrimento quando o concreto desta região perde efeito estrutural. A partir deste ponto o concreto do núcleo assume toda a capacidade resistente e as tensões de confinamento são mais significativas, então o modelo sem cobrimento se presta a simular o comportamento do pilar até a sua força última.

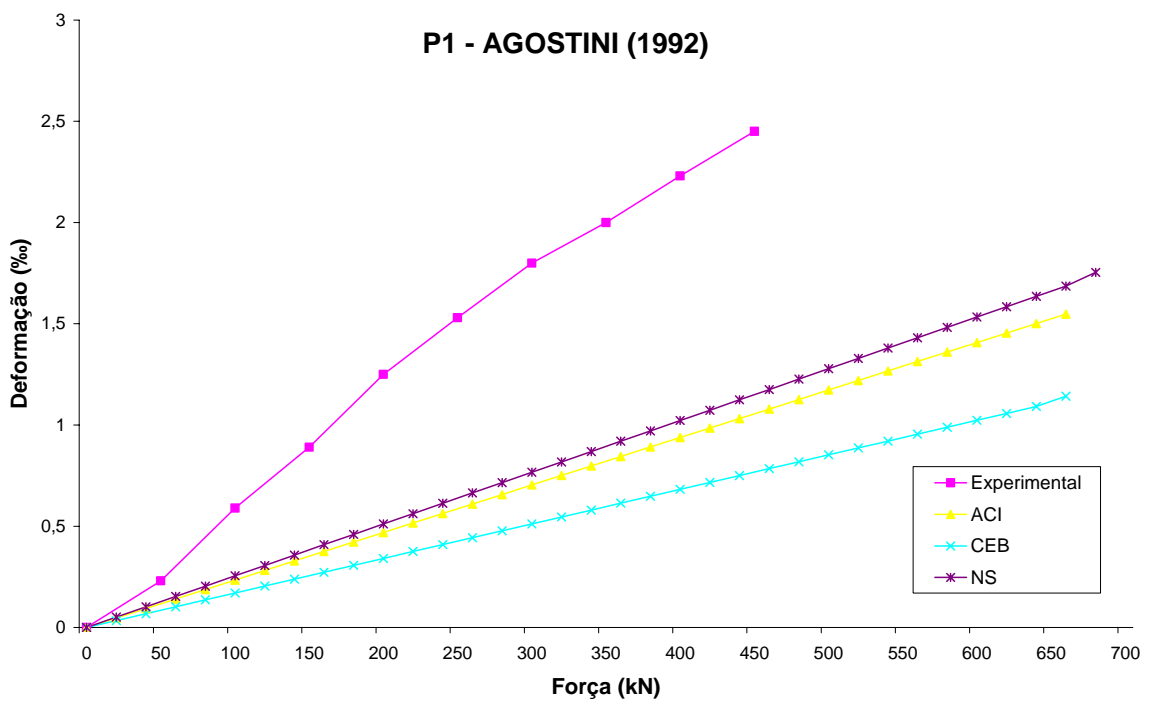
## **5.2 PARÂMETROS DE ANÁLISE NUMÉRICA**

Conforme apresentado no Capítulo 2 deste trabalho, diferentes normas apresentam considerações distintas a respeito do comportamento mecânico do Concreto de Alta Resistência. A fim de se definir os parâmetros para análise numérica, foram realizadas simulações com pilares aleatórios de cada autor selecionado utilizando os valores de módulo de elasticidade e resistência à tração definidos pelo ACI (1998), CEB (1992) e Norma Norueguesa (1992).

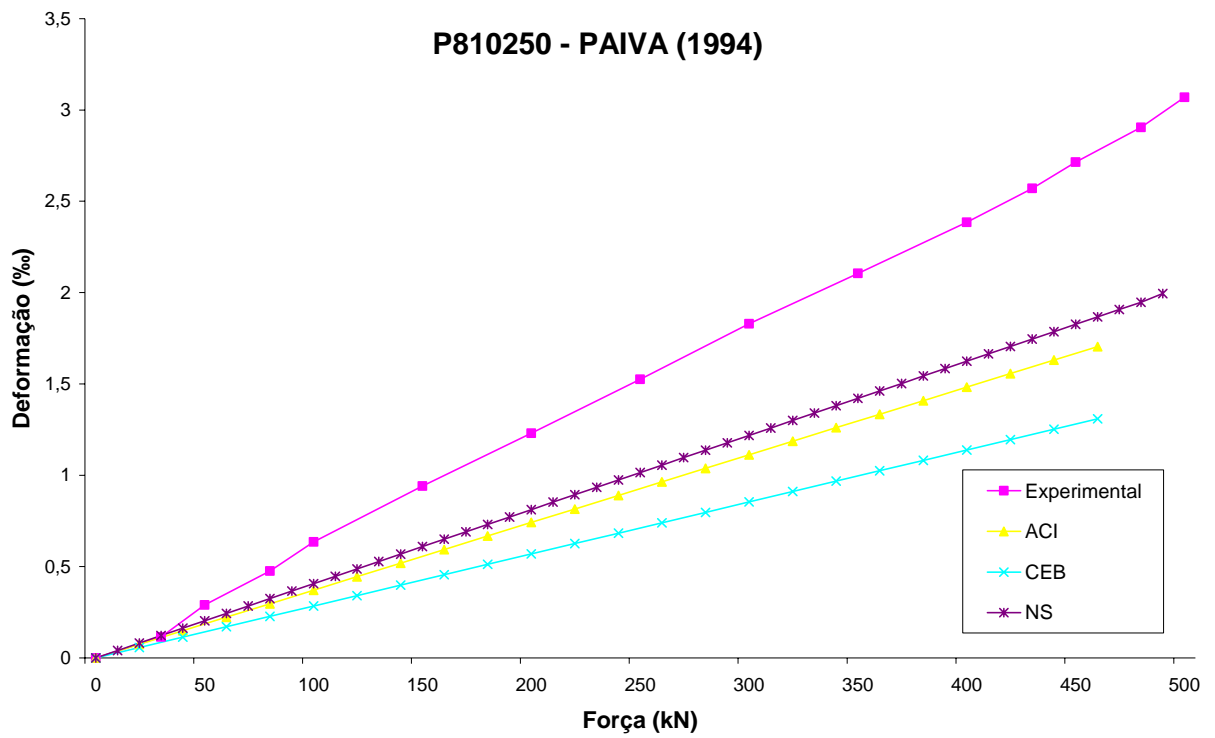
As Figuras 5.5 a 5.9 apresentam as curvas experimentais médias dos pilares e as curvas obtidas numericamente segundo os parâmetros de cada uma das normas.



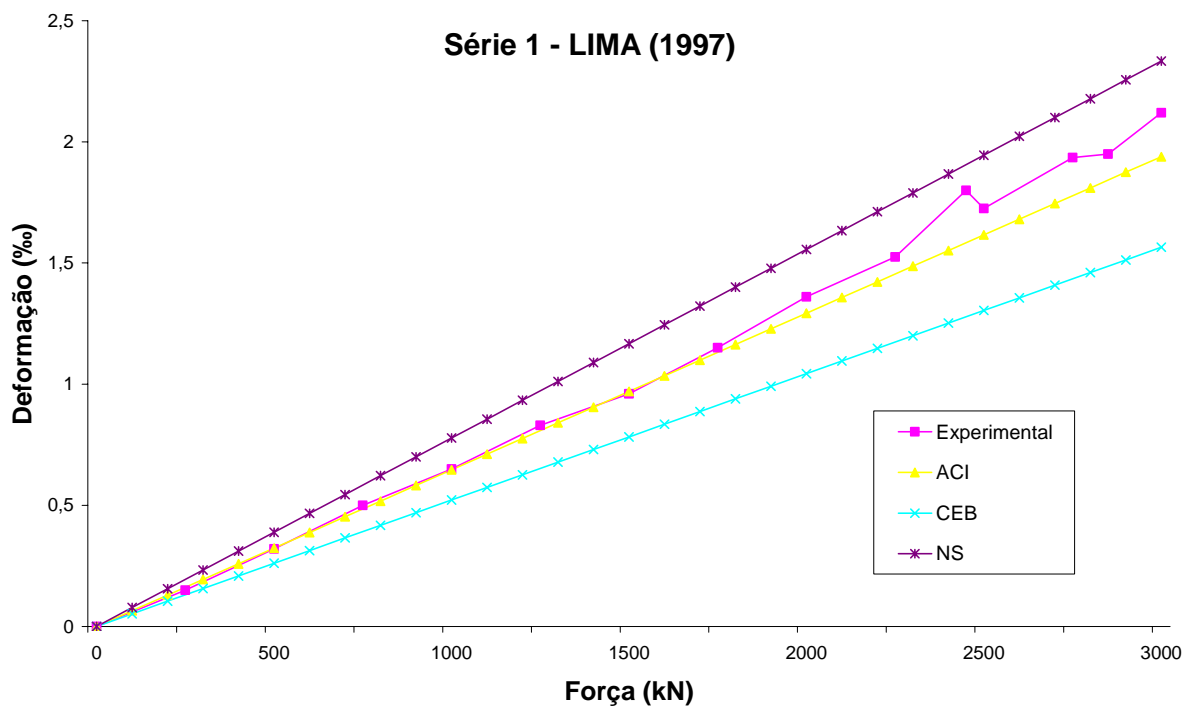
**Figura 5.5 – Resultados experimentais e numéricos para o pilar PL4T225 de AGOSTINI (1992)**



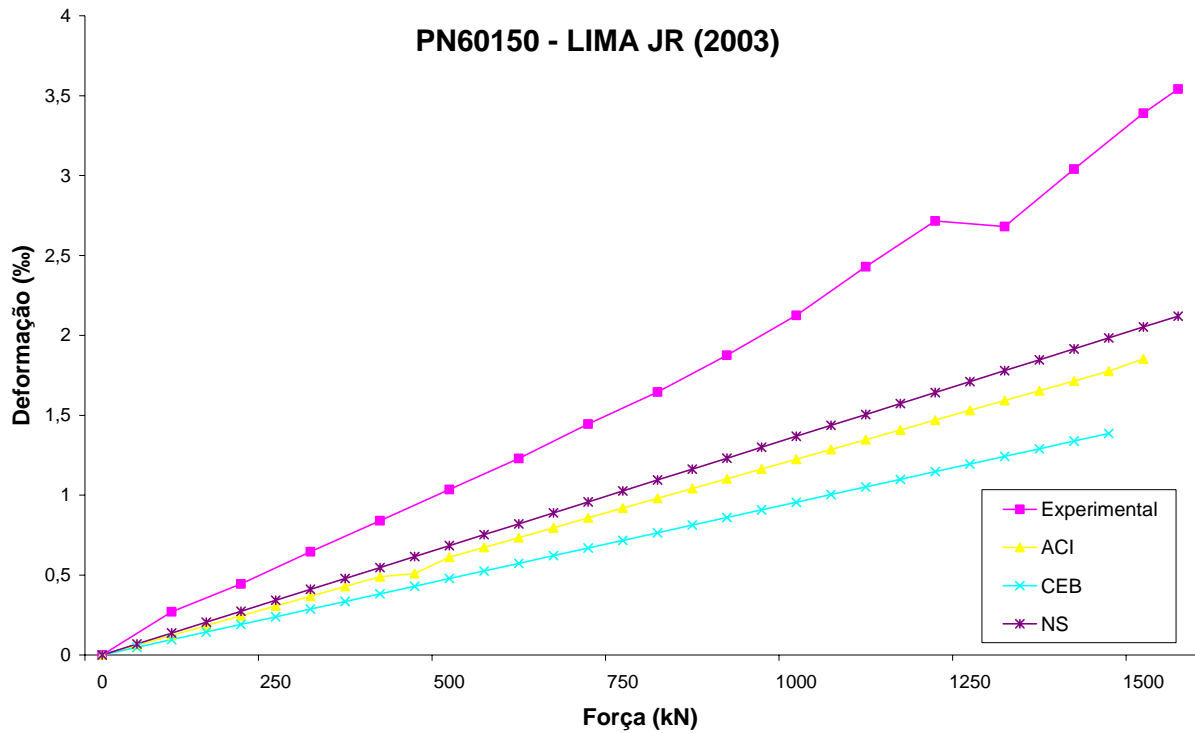
**Figura 5.6 – Resultados experimentais e numéricos para o pilar P1 de AGOSTINI (1992)**



**Figura 5.7 – Resultados experimentais e numéricos para o pilar P810250 de PAIVA (1994)**



**Figura 5.8 – Resultados experimentais e numéricos para o pilar Série 1 de LIMA (1997)**



**Figura 5.9 – Resultados experimentais e numéricos para o pilar Série 1 de LIMA (1997)**

A partir desses resultados notamos que, via de regra, as deformações numéricas são inferiores àquelas obtidas experimentalmente, com exceção da simulação dos ensaios de LIMA (1997) em que as modelagens segundo os parâmetros do ACI e Norma Norueguesa definem, respectivamente, limites inferiores e superiores de deformação do resultado experimental. Dessa forma optou-se por utilizar os parâmetros definidos pela Norma Norueguesa por apresentar os menores valores de módulo de elasticidade.

É ainda adotado neste trabalho coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) igual a 0,2 para o concreto e 0,3 para o aço e módulo de elasticidade do aço igual a 205 GPa quando o material não é ensaiado pelo autor do trabalho experimental.

## **6. ESTUDOS DE CASOS**

Foram selecionados na literatura os modelos de pilares experimentais analisados por Agostini (1992), Paiva (1994), Lima (1997) e Lima Junior (2003) para a realização das simulações numéricas. Todos os trabalhos escolhidos foram desenvolvidos no Brasil pela facilidade em se adquirir os textos completos das teses e dissertações. Os modelos analisados abrangem uma faixa de resistência entre 40 MPa e 80 MPa e características geométricas bastante amplas, com taxa de armadura transversal entre 0,32% e 3,0% e índice de esbeltez entre 11,55 e 21,71. A maior parte dos trabalhos internacionais publicados tem foco na ação de forças cíclicas com a preocupação de verificar o comportamento dos pilares de CAR submetido a efeitos sísmicos.

### **6.1 AGOSTINI (1992)**

Agostini (1992) desenvolveu em sua tese de doutorado um dos trabalhos pioneiros no Brasil na pesquisa de pilares de Concreto de Alta Resistência. Analisou traços para a produção de CAR e discutiu a ductilidade dos pilares alcançada por meio de tensões confinantes do núcleo de concreto interior às armaduras. Obteve excelentes resultados com armaduras helicoidais e tentou encontrar uma taxa de armadura transversal em forma de

---

estribos que pudesse reproduzir uma grande capacidade de deformação plástica. Os modelos de pilares foram divididos em dois grandes grupos: pilares com armadura usual e pilares com altas taxas de armadura, os primeiros com dimensões 12 cm x 12 cm x 72 cm, resistência do concreto de 51,0 MPa a 82,6 MPa, taxa de armadura longitudinal de 0,87% e 1,73% e taxa de armadura transversal de 0,51% e 0,88%, os últimos com dimensões de 8 cm x 8 cm x 48 cm, resistência do concreto entre 70,4 MPa e 77,6 MPa, taxa de armadura longitudinal 4,44% e taxa de armadura transversal entre 1,5% e 3,0%.

Observou que em todos os casos a força última resistida pelos pilares era inferior àquela calculada usualmente pela soma das capacidades resistentes do concreto e das barras de aço da armadura longitudinal que compunham a seção transversal do pilar. Concluiu que a armadura utilizada segundo as recomendações normativas de então (pilares com armadura usual) era insuficiente para evitar flambagem ou ductilizar a ruína dos pilares de CAR. A capacidade resistente inferior à esperada se repetiu para os pilares com elevadas taxas de armadura, agora acompanhada da observação do destacamento de parte do cobrimento pouco antes do pilar atingir sua força última. Agostini, então, propôs que apenas o concreto interior à armadura (núcleo) teria função estrutural nos pilares de CAR, desde que as taxas de armadura empregadas fossem altas o suficiente para garantir o confinamento do núcleo.

Em seus modelos, mesmo com elevadas taxas de armadura transversal, não foram observados efeitos de ductilização dos pilares tão evidentes quanto àqueles produzidos pela armadura helicoidal. A maior deformação observada relativa à força máxima foi de 5%, sendo na maior parte dos resultados concentrada entre 3% e 4%. O autor utilizou um procedimento particular em seu trabalho que pode ter aumentado os valores finais de deformações dos pilares: dois ciclos de aplicação e retirada de força de 5 tf era aplicado imediatamente antes de se realizar o procedimento de carga até a ruína. Mesmo estando as forças iniciais teoricamente dentro do limite elástico de deformações do concreto, nota-se uma curvatura no trecho inicial de deformações para os resultados de Agostini, seguida de uma evolução linear até muito próximo da ruína, o que indica um acréscimo de deformações nos seus resultados.

O comportamento tensão-deformação de todos os seus ensaios é bastante linear, não caracterizando efeito de ductilização por confinamento do concreto, porém o pesquisador conclui serem necessárias taxas de armadura longitudinal e transversal não inferiores à, respectivamente, 3,2% e 2,2%.

---

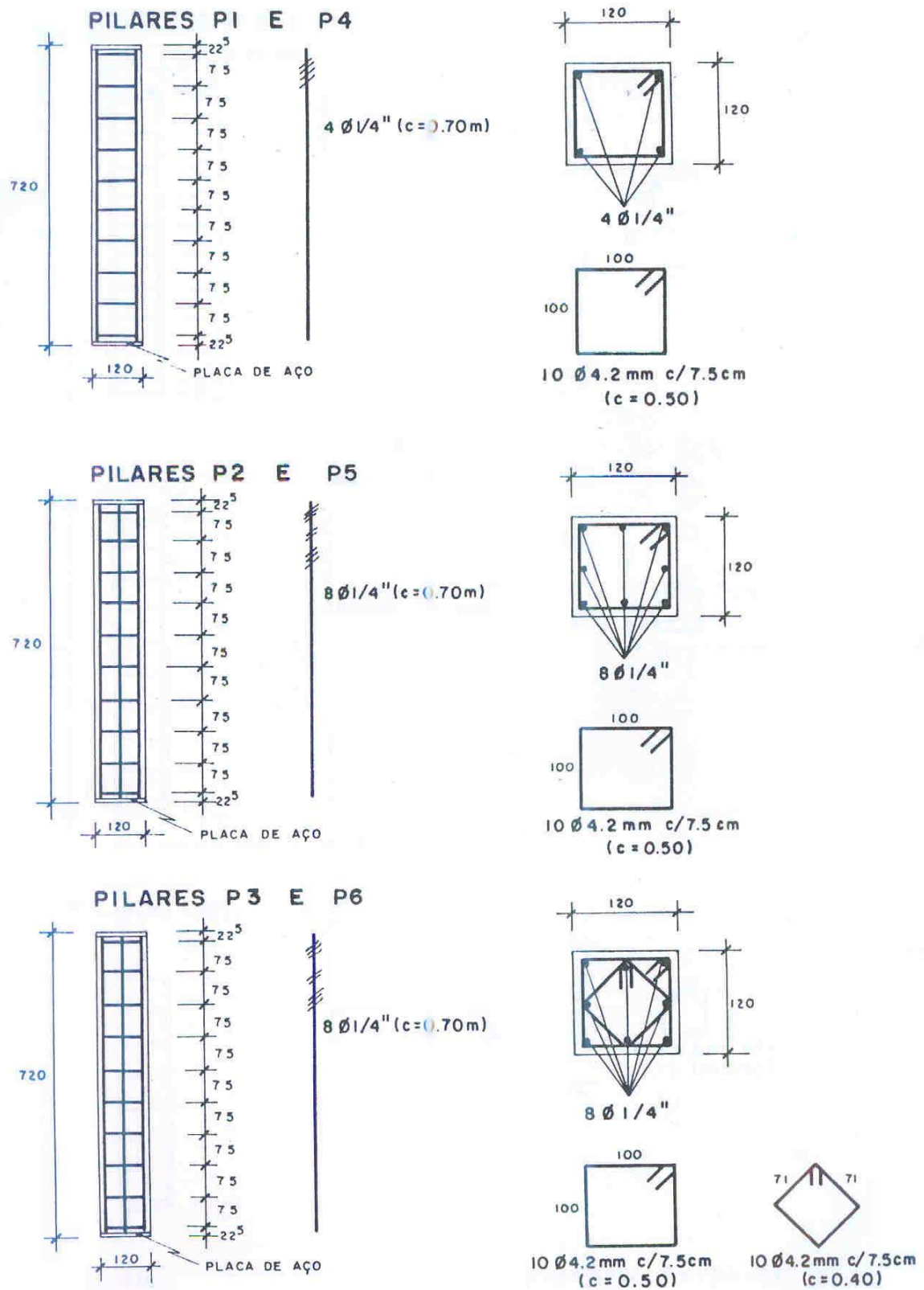


Figura 6.1 – Geometria dos pilares com armadura usual de Agostini (1992)

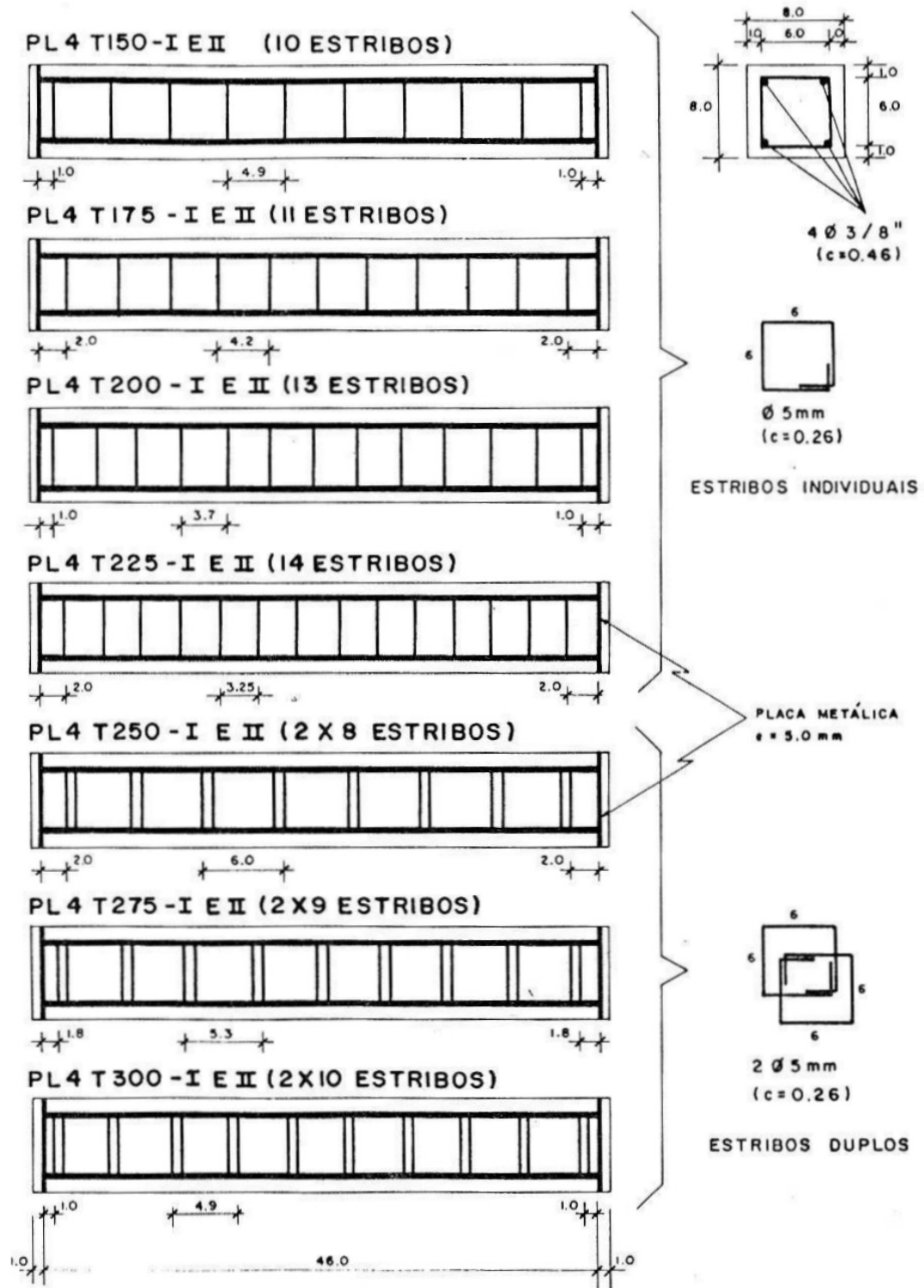


Figura 6.2 – Geometria dos pilares com armadura de confinamento de Agostini (1992)

A Figura 6.3 a seguir apresenta os diagramas força-deformação para os resultados experimentais e numéricos obtidos para os pilares de Agostini (1992).

Nesses diagramas os resultados experimentais são apresentados em azul e os resultados das simulações numéricas em vermelho. “S. Cobimento” representa a simulação realizada com a seção longitudinal completa da peça e “S. Núcleo” a simulação considerando apenas o núcleo.

Em todos os diagramas os resultados experimentais apresentam um salto inicial de deformações e um comportamento bastante linear até a ruína. As simulações apresentam ruína muito precoce do cobrimento.

As deformações obtidas com o modelo de simulação se mostraram sempre inferiores às experimentais. Mesmo desconsiderando o salto inicial de deformações dos resultados de Agostini, a inclinação das curvas experimentais são superiores às numéricas.

A força última numérica se apresentou superior à experimental dos três primeiros ensaios e inferior nos ensaios de quatro a seis. Esses dois grupos diferenciam-se pela faixa de resistência à compressão do concreto, na faixa dos 50 MPa e 70 MPa respectivamente, como se pode ver pela Tabela 6.1. A baixa capacidade resistente dos modelos de pilares de um a três pode ser explicada pela pequena taxa de armadura longitudinal e sua perda de estabilidade lateral, como observado pelo próprio autor.

Os pilares P3 e P6 possuem um arranjo diferenciado da armadura transversal, como se pode ver na Figura 6.1. O modelo bidimensional empregado neste trabalho não representa a forma dos estribos na seção transversal dos pilares, mas apenas a quantidade de armadura nesta seção. Mesmo assim, o comportamento geral das simulações para esses dois pilares não se mostrou discrepante dos demais. Dessa forma, para estas taxas de armadura, a geometria dos estribos não causou influência no comportamento mecânico do pilar.

Num segundo programa experimental, Agostini (1992) ensaiou pilares com elevadas taxas de armadura para verificar o surgimento de tensões de confinamento no concreto e seu efeito sobre o comportamento mecânico dos pilares. A nomenclatura utilizada pelo autor para descrever os pilares experimentais seguia o seguinte critério: “P” para pilar, “L” para armadura longitudinal seguido da quantidade de barras, “T” para armadura transversal seguido da taxa utilizada. Dessa forma, PL4T200 representa um pilar com 4 barras compondo a armadura longitudinal e taxa de armadura transversal de 2,00%. As características geométricas desses pilares foram apresentadas na Figura 6.2.

---

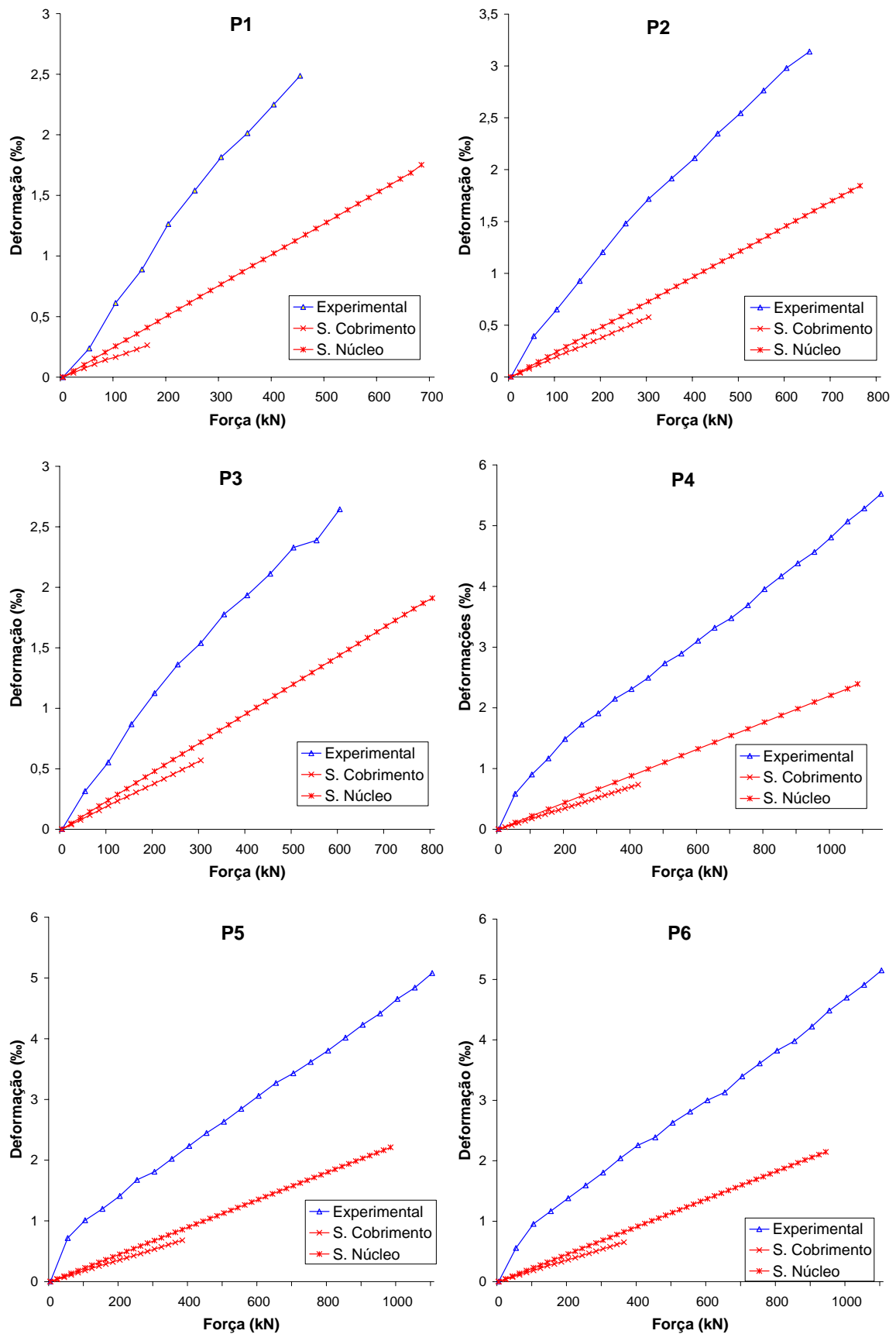
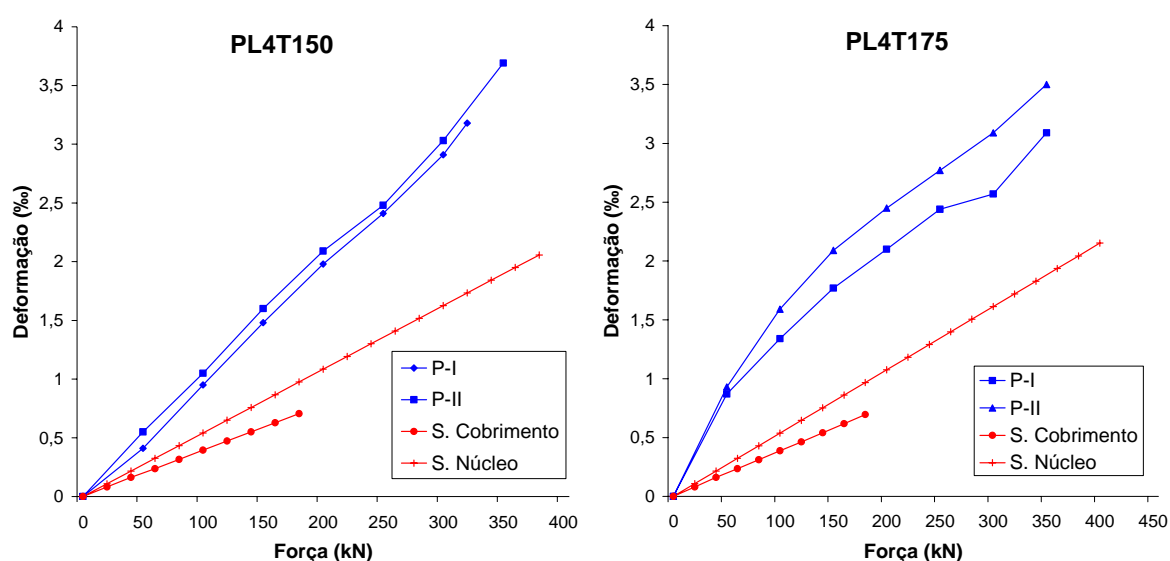


Figura 6.3 – Diagramas força-deformação para os pilares de Agostini (1992) com pequenas taxas de armadura.

A Figura 6.4 apresenta os resultados experimentais e numéricos para os pilares com altas taxas de armadura de Agostini (1992). Da mesma forma que na Figura 6.2, os resultados experimentais são apresentados em azul e os numéricos em vermelho, sendo “S. Cobrimento” a simulação do pilar composta pelo núcleo e cobrimento e “S. Núcleo” a simulação considerando apenas o núcleo de concreto.

O comportamento geral dos diagramas força-deformação para os pilares com altas taxas de armadura também apresenta um salto inicial de deformações e evolução linear. Para alguns ensaios pode-se notar uma tendência de crescimento de deformações com o mesmo incremento de força para as etapas próximas da força última. AGOSTINI (1992) relata a clara desagregação do cobrimento anterior à perda de capacidade resistente dos pilares.

As simulações apresentaram perda de estabilidade precoce do cobrimento, porém com um comportamento diferente do esperado. Para taxas de armadura transversal maiores, a relação entre a força máxima do pilar e a força que provoca a perda do cobrimento se torna maior, como pode ser notado na Tabela 6.1. Esse comportamento pode ser compreendido como o aumento da rigidez do núcleo causado pelo confinamento promovido pela armadura transversal e uma conseqüente diminuição das deformações do cobrimento. Dessa forma, o cobrimento e o núcleo agem de maneira mais monolítica para altas taxas de armadura transversal e a desagregação do cobrimento ocorre de maneira mais repentina, enquanto que para pilares com taxas de armadura transversal inferiores o cobrimento se mostra mais deformável sem apresentar, no entanto, um gradiente significativo de tensões na interface núcleo-cobrimento.



**Figura 6.4 – Diagramas força-deformação para os pilares com altas taxas de armadura de AGOSTINI (1992). Resultados experimentais e numéricos.**

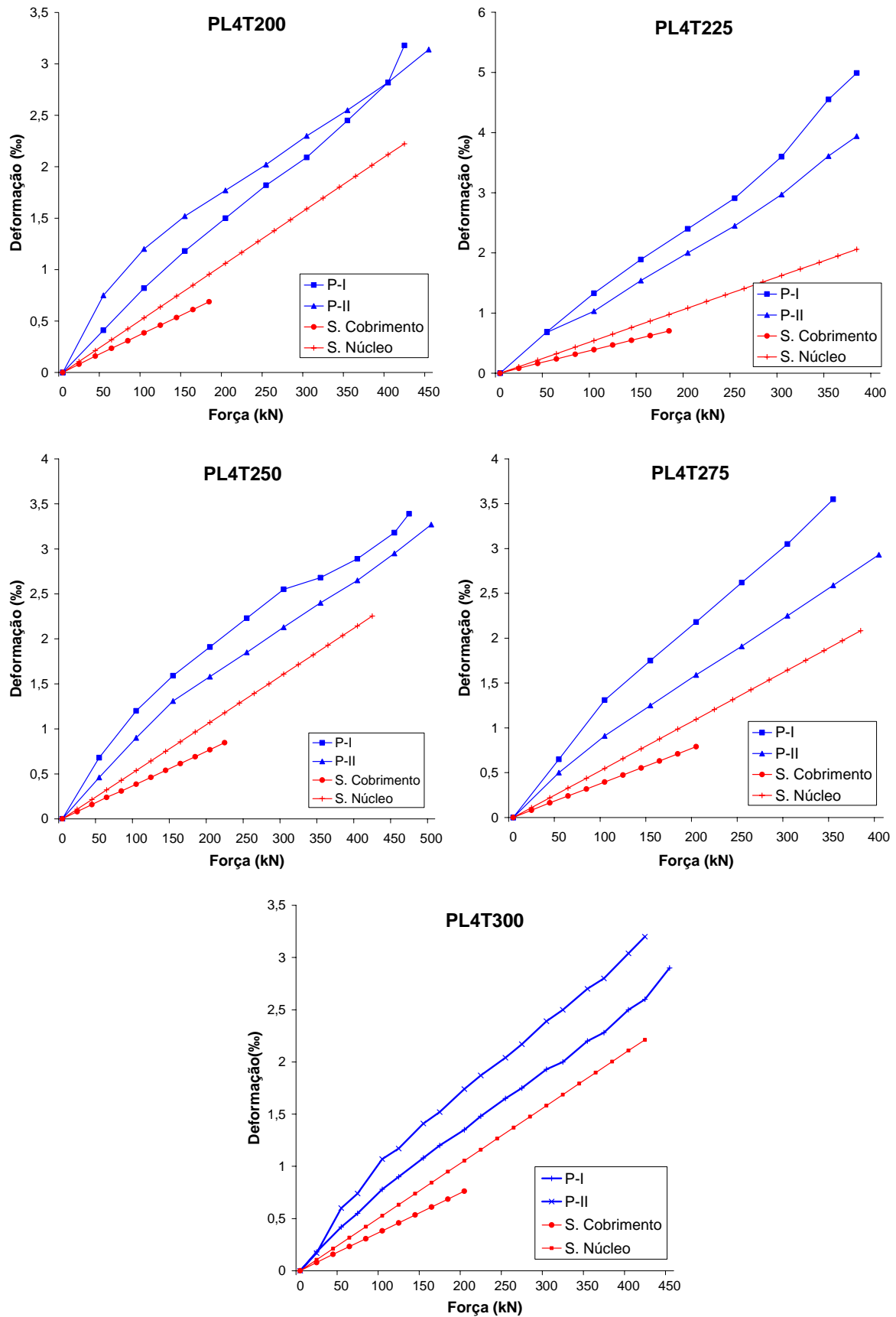


Figura 6.4 cont. – Diagramas força-deformação para os pilares com altas taxas de armadura de AGOSTINI (1992). Resultados experimentais e numéricos.

Para taxas de armadura maiores, pode-se notar que o comportamento força-deformação das simulações se aproximou bastante da experimental, a menos do salto inicial de deformações. As máximas deformações dos pilares se mantiveram em torno de 3,5‰ e das simulações em torno de 2‰. As forças de ruína dos modelos numéricos se mostraram bastante próximas daquelas obtidas experimentalmente.

**Tabela 6.1 – Características resistentes dos pilares de Agostini (1992), forças de ruptura e correlações.**

PILAR	$A_l$ (cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (MPa)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	$f_c$ (MPa)	$F_{exp}$ (kN)	$k_{mod}$	$F_{teo}$ (kN)	$F_{num\ pilar}$ (kN)	$F_{num\ cob}$ (kN)	$\frac{F_{exp}}{F_{teo}}$	$\frac{F_{num}}{F_{teo}}$	$\frac{F_{num}}{F_{exp}}$	$\frac{F_{num\ cob}}{F_{num\ pilar}}$
<b>P1</b>	1,27	728	144	51,0	659	0,6836	594	680	160	1,11	1,14	1,03	0,24
<b>P2</b>	2,54	728	144	57,4	718	0,6667	736	760	300	0,98	1,03	1,06	0,39
<b>P3</b>	2,54	728	144	59,8	817	0,6617	755	800	300	1,08	1,06	0,98	0,38
<b>P4</b>	1,27	728	144	82,6	1303	0,6222	833	1080	420	1,57	1,30	0,83	0,39
<b>P5</b>	2,54	728	144	74,0	1265	0,6357	862	980	380	1,47	1,14	0,77	0,39
<b>P6</b>	2,54	728	144	70,4	1173	0,6417	835	940	360	1,40	1,13	0,80	0,38
<b>PL4T150</b>	3,14	499	36	70,4	366	0,6418	319	380	180	1,15	1,19	1,04	0,47
<b>PL4T175</b>	3,14	499	36	74,0	417	0,6357	326	400	180	1,28	1,23	0,96	0,45
<b>PL4T200</b>	3,14	499	36	76,0	447	0,6324	330	420	180	1,36	1,27	0,94	0,43
<b>PL4T225</b>	3,14	499	36	71,0	404	0,6407	320	380	180	1,26	1,19	0,94	0,47
<b>PL4T250</b>	3,14	499	36	77,0	511	0,6308	332	420	220	1,54	1,27	0,82	0,52
<b>PL4T275</b>	3,14	499	36	70,8	419	0,6411	320	380	200	1,31	1,19	0,91	0,53
<b>PL4T300</b>	3,14	499	36	77,6	468	0,6299	333	420	200	1,41	1,26	0,90	0,48

A Tabela 6.1 apresenta algumas características resistentes dos pilares, as forças de ruína e sua correlações, na seguinte seqüência: área de armadura longitudinal da seção transversal ( $A_l$ ), tensão de escoamento do aço da armadura longitudinal ( $f_y$ ), área de concreto da seção transversal do pilar ( $A_c$ ), resistência do concreto ( $f_c$ ), força máxima experimental ( $F_{exp}$ ),  $k_{mod}$  calculado segundo a recomendação de  $k_2$  da norma norueguesa NS 3473 (discutido no Capítulo 3), força teórica calculada de acordo com as Equações 10 e 11 ( $F_{teo}$ ), força máxima do pilar obtida de acordo com o modelo numérico ( $F_{num\ pilar}$ ), força de fissuração do cobrimento de acordo com o modelo numérico ( $F_{num\ cob}$ ) e correlação entre as forças.

A partir desta tabela, nota-se que as forças experimentais se apresentaram bastante superiores às teóricas, quando feitas as considerações de geometria da Norma Norueguesa NS 3473. Agostini (1992) havia obtido conclusão distinta ao considerar  $k_{mod}$  igual a 0,85, como recomenda a norma brasileira NBR 6118:1978. Embora os pilares do tipo “P”, com taxas

---

usuais de armadura, fossem de dimensões maiores que os do tipo “PL4T”, com altas taxas de armadura, não houve variação notória de comportamento na relação entre  $F_{exp}/F_{teo}$  e  $F_{num}/F_{teo}$  comprovando a validade dos resultados para ambas as geometrias. Nota-se também que as forças previstas de ruína dos pilares, de acordo com os modelos numéricos são tanto menores que as experimentais quanto maiores as taxas de armadura transversal utilizadas.

## 6.2 PAIVA (1994)

Como prosseguimento de seu trabalho, o prof. Agostini orientou a dissertação de Paiva (1994) na avaliação do comportamento dos pilares de CAR, com as mesmas características dos pilares com altas taxas de armadura de Agostini (1992), porém com seção transversal retangular. Os ensaios foram organizados em duas séries distintas pela relação entre os lados da seção transversal dos pilares: 1,25 e 1,50, ou seja, de dimensões 8 cm x 10 cm x 48 cm e 8 cm x 12 cm x 48 cm. Para a primeira série foram adotadas taxas de armadura transversal de 1,75% a 2,75% partindo das conclusões de Agostini (1992) de que as menores taxas de armadura a promover ductilização dos pilares foi a de 2,00%. Para a segunda série as taxas utilizadas foram de 2,00%, 2,25% e 2,50%, buscando concentrar o conhecimento do comportamento mecânico desses pilares em torno das taxas consideradas ótimas.

Os modelos ensaiados por Paiva (1994) seguiam a seguinte regra de nomenclatura: “P” para pilar seguido das dimensões da seção transversal e da taxa de armadura transversal utilizada. Dessa forma, P8-12-225 se refere ao pilar de dimensões 8 cm x 12 cm x 48 cm com 2,25% de taxa de armadura transversal. As taxas de armadura longitudinais empregadas foram 3,55% para os pilares da primeira série e 4,44% para os da segunda.

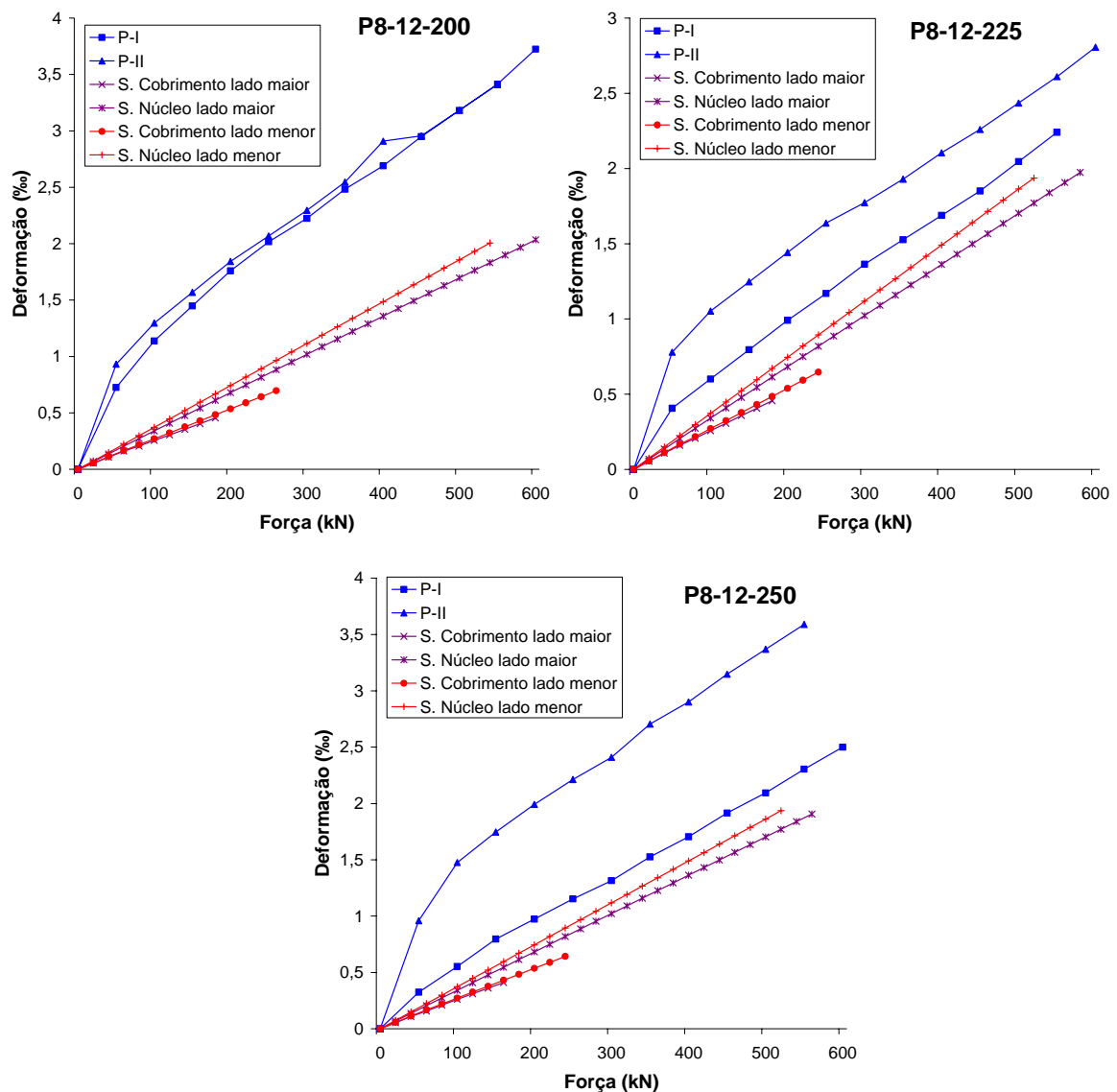
Foram selecionados apenas os pilares da segunda série para a modelagem numérica, a fim de se verificar o comportamento das simulações segundo duas perspectivas distintas: considerando a seção longitudinal de lado maior e lado menor com relação à seção transversal. A Figura 6.5 apresenta as características geométricas dos pilares e a Figura 6.6 as duas modelagens numéricas de um mesmo pilar visualizada pelo CASTEM.

---



armadura longitudinal foram supostas com o dobro da área de cada barra do modelo experimental em razão de nesta mesma seção longitudinal existir duas barras. Da mesma forma, para as simulações considerando o lado menor, as barras de armadura longitudinal foram consideradas com o triplo da área de seção da barra do modelo experimental.

A Figura 6.7 apresenta os diagramas força-deformação experimentais e numéricos para os pilares descritos.



**Figura 6.7 – Resultados experimentais e numéricos para os pilares de Paiva (1994) com relação 1,5 entre lados da seção transversal**

As simulações apresentaram o mesmo comportamento geral daquelas obtidas para os pilares de Agostini (1992), ou seja, fissuração precoce do cobrimento com cerca de 40% da força de ruína do pilar e deformação máxima para o pilar em torno de 2%.

Com exceção dos saltos iniciais de deformação observados em alguns ensaios experimentais, a evolução das deformações em função do incremento de força se mostrou próximo entre os resultados experimentais e numéricos, quando observadas as inclinações das curvas.

A modelagem segundo o lado maior dos pilares resultou na fissuração mais precoce do cobrimento e numa capacidade resistente um pouco maior para o pilar, mais próxima da experimental, bem como a evolução das deformações é mais paralela às curvas experimentais, embora mais distantes.

A dispersão dos resultados experimentais, principalmente observada para o ensaio P8-12-250, não permite concluir qual o valor das deformações finais dos pilares experimentais, nem, portanto, qual a precisão dos resultados numéricos obtidos.

A Tabela 2 apresenta algumas características dos pilares, os resultados experimentais e numéricos com relação à capacidade de carga observada.

**Tabela 6.2 – Características resistentes dos pilares de PAIVA (1994), forças de ruína e correlações.**

PILAR	$A_l$ (cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (MPa)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	$f_c$ (MPa)	$F_{exp}$ (kN)	$k_{mod}$	$F_{teo}$ (kN)	$F_{num\ pilar}$ (kN)	$F_{num\ cob}$ (kN)	$\frac{F_{exp}}{F_{teo}}$	$\frac{F_{num}}{F_{teo}}$	$\frac{F_{num}}{F_{exp}}$	$\frac{F_{num\ cob}}{F_{num\ pilar}}$
<b>P8-12-200</b>	0,77	493	96	66,7	675	0,648	453	600	180	1,49	1,32	0,89	0,30
<b>P8-12-225</b>	0,77	493	96	64,9	837	0,652	444	580	180	1,89	1,31	0,69	0,31
<b>p8-12-250</b>	0,77	493	96	63,8	712	0,654	438	560	160	1,63	1,28	0,79	0,29

A partir da Tabela 6.2, pode-se notar um aumento significativo das forças experimentais e numéricas com relação às previstas segundo as recomendações da Norma Norueguesa NS 3743. Esse comportamento pode indicar o surgimento de tensões confinantes tanto nos modelos experimentais quanto nos numéricos, gerando um estado de tensões no concreto capaz de elevar a resistência do modelo de pilar.

### 6.3 LIMA (1997)

Lima (1997) trabalhou na sua tese de doutorado a respeito do comportamento mecânico de pilares de Concreto de Alta Resistência submetido à compressão centrada e excêntrica. Seu estudo teve embasamento numa grande quantidade de resultados experimentais já publicados na literatura internacional sobre o tema: Bjerkeli, Tomaszewicz e

Jensen (1990), Cusson e Paultre (1994), Agostini (1992), Al-Hussaini et al. (1993), Laurent (1989), Paiva (1994), König e Simsch (1996), Claesson et al. (1996), Attard e Foster (1996), Azzinamini e Kebraei (1996), Ibrahim e Mac Gregor (1996) e Collins et al. (1993), todos referenciados por Lima (1997) e que discutiam taxas de armadura de confinamento para a promoção ductilização de pilares de CAR.

O autor inicia os trabalhos experimentais com a definição de um traço que resulte em um concreto com resistência à compressão em torno de 90 MPa. Os modelos de pilares foram organizados em nove ensaios distintos com três repetições cada. Apenas os quatro primeiros foram tratados no presente trabalho por serem referentes à compressão centrada.

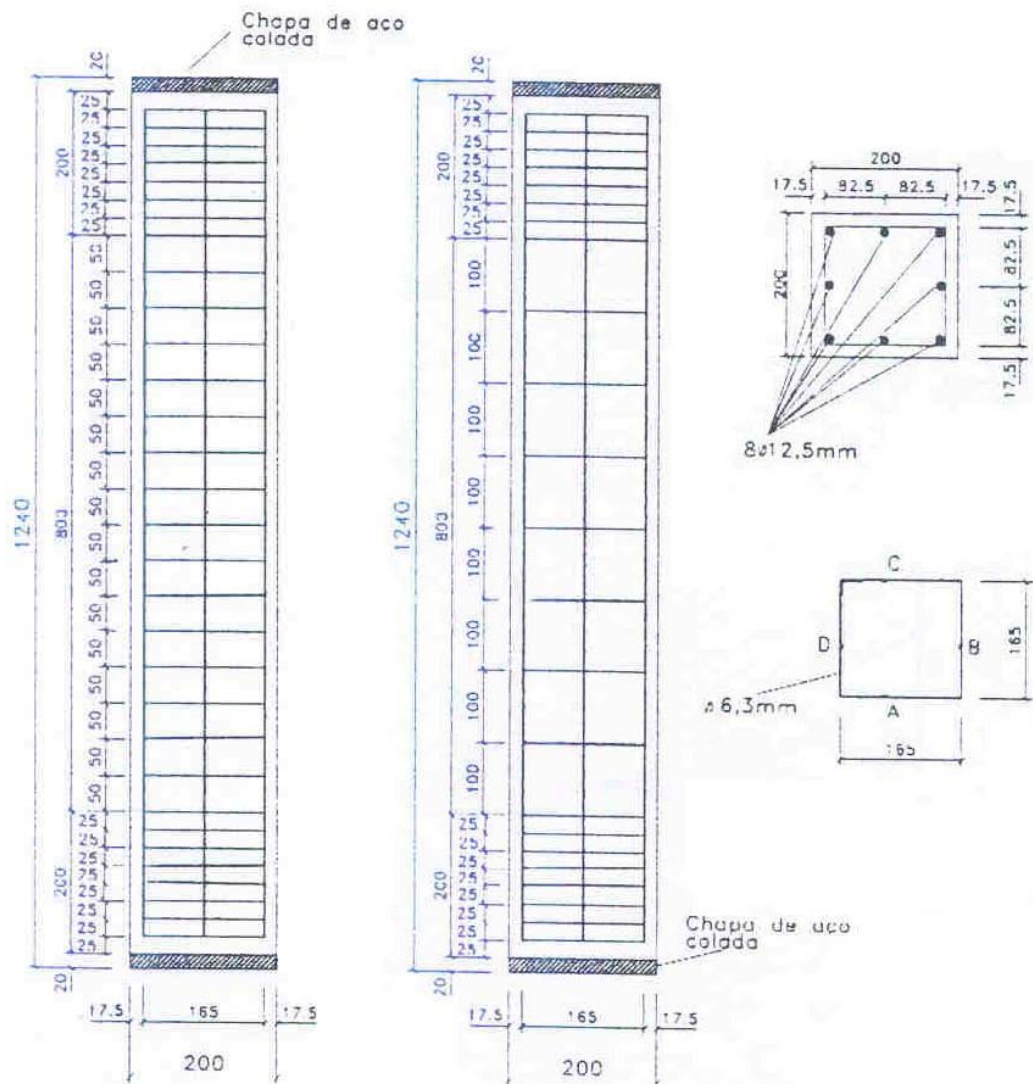
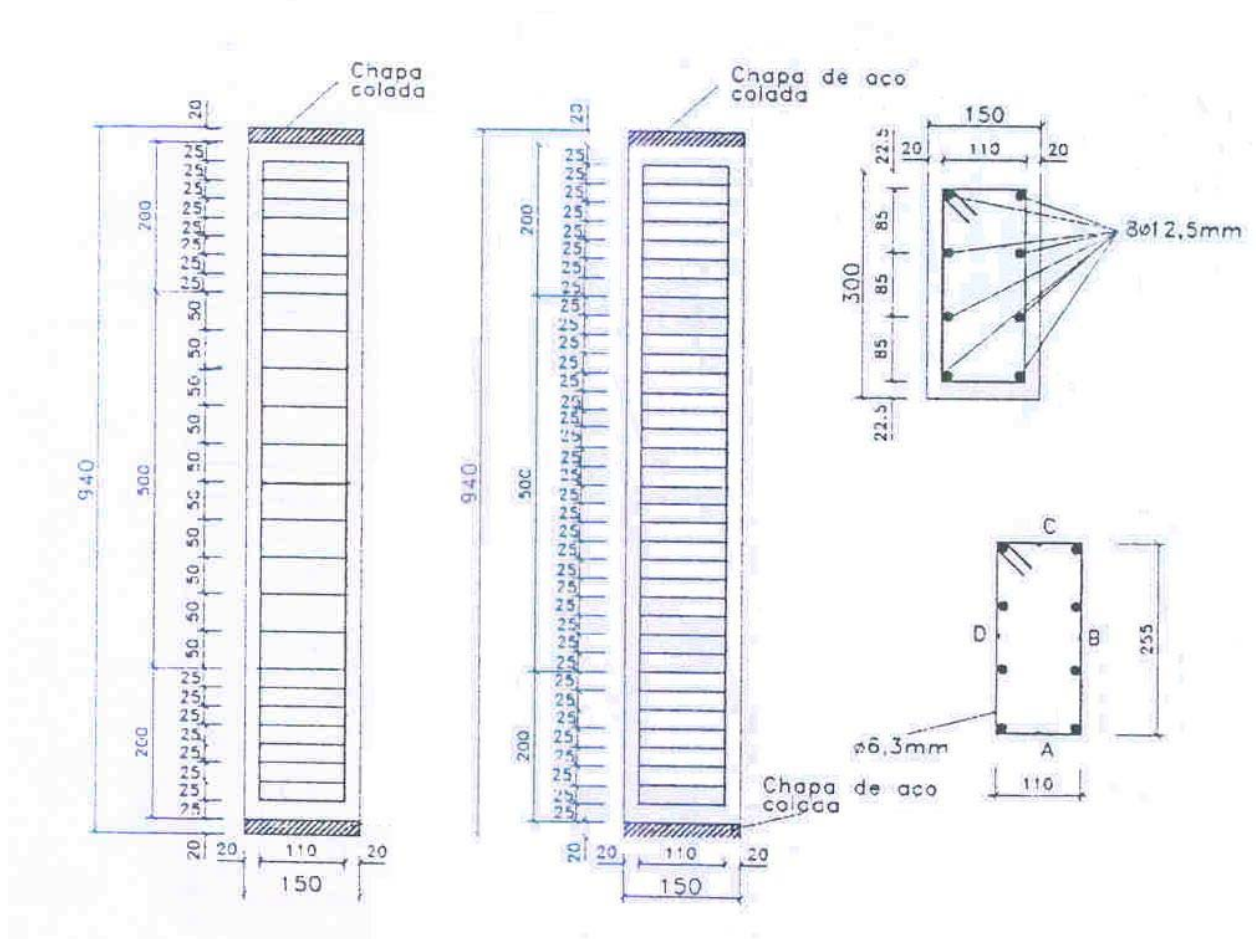


Figura 6.8 – Geometria dos pilares série 1 e série 2 de Lima (1997)

Os pilares chamados série 1 e 2 apresentavam as dimensões 20 cm x 20 cm x 120 cm com taxa de armadura longitudinal 2,46% e taxa de armadura transversal 1,03% para o primeiro e 0,51% para o segundo. Os pilares das séries 3 e 4 eram mais curtos e possuíam seção transversal regular, com as dimensões 15 cm x 30 cm x 90 cm. A taxa de armadura longitudinal utilizada foi de 2,26% e taxa de armadura transversal de 1,01% para a série 3 e 2,2% para a série 4. As Figuras 6.8 e 6.9 apresentam as características geométricas desses pilares.

As taxas de armadura utilizadas por Lima (1997) eram inferiores àquelas sugeridas por trabalhos experimentais anteriores para a ductilização dos pilares. Al-Hussaini et al (1993), por exemplo, sugeria a utilização de taxas superiores a 2,5% para a armadura longitudinal e 1,8 % para a transversal para pilares de CAR com resistência à compressão por volta de 120 MPa.



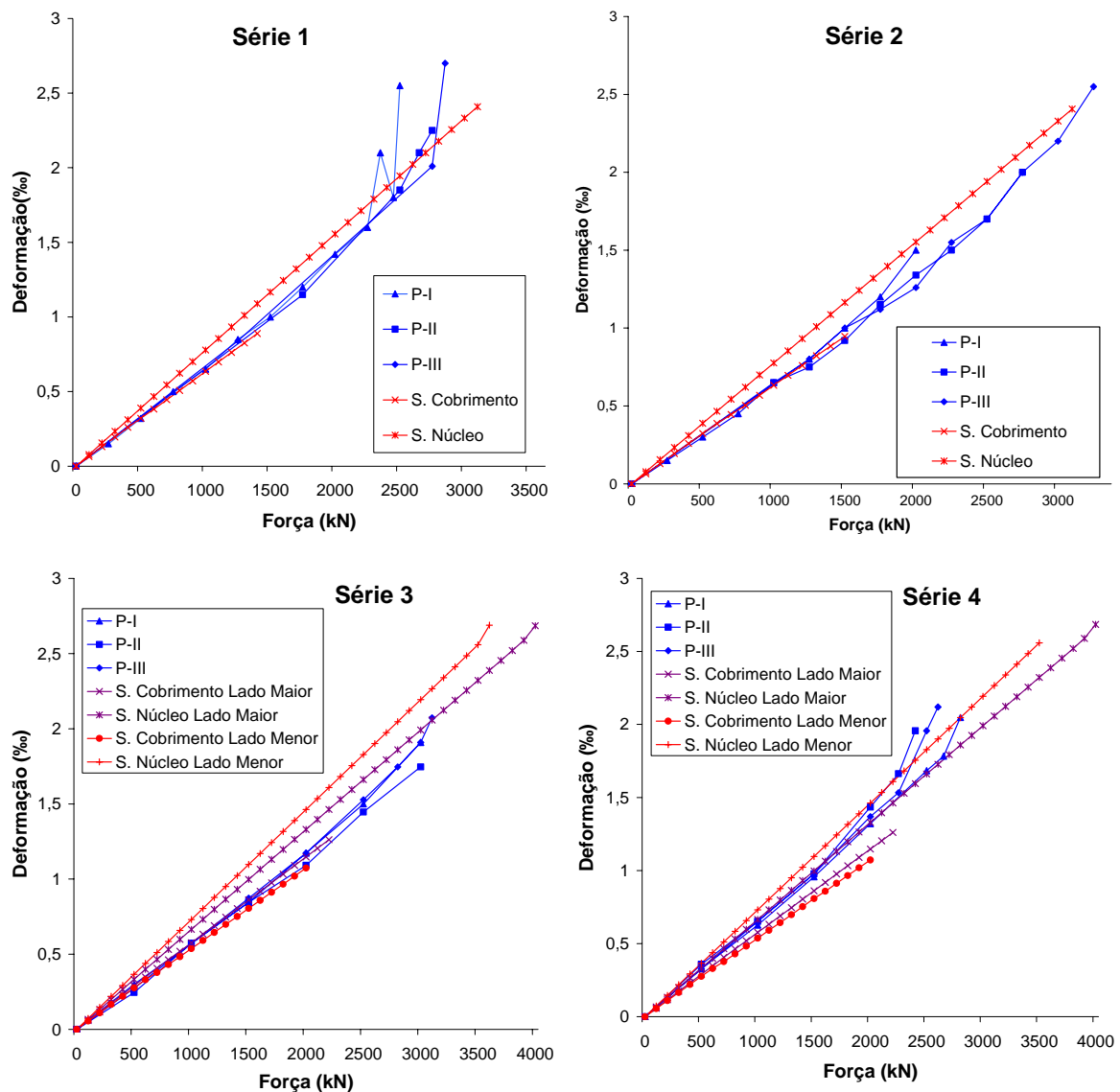
**Figura 6.9 – Geometria dos pilares série 3 e série 4 de Lima (1997)**

O procedimento experimental utilizado pelo pesquisador era iniciado por um ciclo de aplicação e retirada de força de intensidade de 10% da força última prevista para então serem

realizadas as leituras de força-deformação. Diferente dos resultados obtidos por Agostini (1992) e Paiva (1994), esse procedimento não resultou num salto inicial de deformações.

Os pilares ensaiados por Lima (1997) foram construídos com armadura transversal adicional nas extremidades, chamada “armadura de fretagem”, com a função de impedir a ruína precoce dos elementos por concentração de tensões na região de aplicação de força e apoio. Com o mesmo intuito, também foi utilizado um “encamisamento” dessas regiões com chapas de aço.

A Figura 6.10 apresenta os resultados experimentais e numéricos obtidos para os pilares de Lima (1997).



**Figura 6.10 – Resultados experimentais e numéricos para os pilares de LIMA (1997) submetidos à compressão centrada**

As simulações para os pilares das Séries 3 e 4 seguiram os procedimentos adotados na análise numérica dos pilares de seção retangular de Paiva (1994) com a modelagem segundo os lados maior e menor da peça com relação à seção transversal.

As simulações para os pilares de Lima (1997) apresentaram deformação muito próxima da obtida experimentalmente, inclusive para qualquer das direções de simulação dos pilares com seção retangular. A força última das simulações se apresentou sempre maior que dos resultados experimentais, com exceção de P-II da série 2.

A Tabela 6.3 apresenta algumas características resistentes e as forças de ruína experimental, numérica e teórica para os pilares das Séries 1 a 4 de Lima (1997).

**Tabela 6.3 – Propriedades resistentes dos pilares de Lima (1997), forças de ruína e correlações.**

<b>PILAR</b>	<b>A<sub>l</sub></b> (cm <sup>2</sup> )	<b>f<sub>y</sub></b> (MPa)	<b>A<sub>c</sub></b> (cm <sup>2</sup> )	<b>f<sub>c</sub></b> (MPa)	<b>F<sub>exp</sub></b> (kN)	<b>k<sub>mod</sub></b>	<b>F<sub>teo</sub></b> (kN)	<b>F<sub>num pilar</sub></b> (kN)	<b>F<sub>num cob</sub></b> (kN)	<b>F<sub>exp</sub></b> <b>F<sub>teo</sub></b>	<b>F<sub>num</sub></b> <b>F<sub>teo</sub></b>	<b>F<sub>num</sub></b> <b>F<sub>exp</sub></b>	<b>F<sub>num cob</sub></b> <b>F<sub>num pilar</sub></b>
<b>Série 1</b>	10,2	543,3	400	838	2722	0,6200	2630	3100	1400	1,03	1,18	1,14	0,45
<b>Série 2</b>	10,2	543,3	400	897	3080	0,6177	2768	3100	1500	1,11	1,12	1,01	0,48
<b>Série 3</b>	10,2	543,3	450	949	3465	0,6053	3137	4000	2200	1,10	1,28	1,15	0,55
<b>Série 4</b>	10,2	543,3	450	805	2753	0,6254	2818	4000	2200	0,98	1,42	1,45	0,55

As forças últimas dos pilares experimentais se mostraram muito próximas das teóricas e as forças determinadas pelo procedimento numérico ficaram um pouco maiores. As simulações apresentaram força de ruína tanto maior que a experimental ou teórica, quanto menor o espaçamento entre estribos, mostrando uma tendência do modelo em ser mais susceptível às alterações geométricas no plano da seção longitudinal em virtude da análise bidimensional empregada.

Não foi percebida diferença no comportamento das simulações entre os pilares das Séries 1 e 2 ou entre as Séries 3 e 4. A variação da taxa de armadura de 1,03% para 0,51% no primeiro caso e de 1,01% para 2,2% no segundo não resultou em variação significativa da força de ruína ou da deformação máxima dos pilares.

As simulações apresentaram força de ruína do cobrimento de cerca de 50% da capacidade resistente do pilar. Esse fato pode ser explicado pelo pequeno espaçamento da armadura nas extremidades dos pilares, o que levou à contenção da deformação do concreto nessas regiões de concentração de tensões.

Lima (1997) notou certo nível de desagregação do cobrimento apenas em forças muito próximas da ruptura dos pilares.

## 6.4 LIMA JR (2003)

Lima Jr (2003) apresenta uma análise experimental e numérica para pilares com concreto de resistência de 60 MPa e 80 MPa com e sem adição de fibras metálicas. Seu programa experimental era dividido em duas partes segundo a solicitação do pilar: compressão centrada e excêntrica. Utilizando como parâmetro comparativo, foram ensaiados pilares com concreto de resistência à compressão de 40 MPa e as taxas de armadura utilizadas foram as recomendadas pela NBR 6118:2003. Foram utilizados para análise, neste trabalho, os pilares submetidos à compressão centrada sem adição de fibras metálicas.

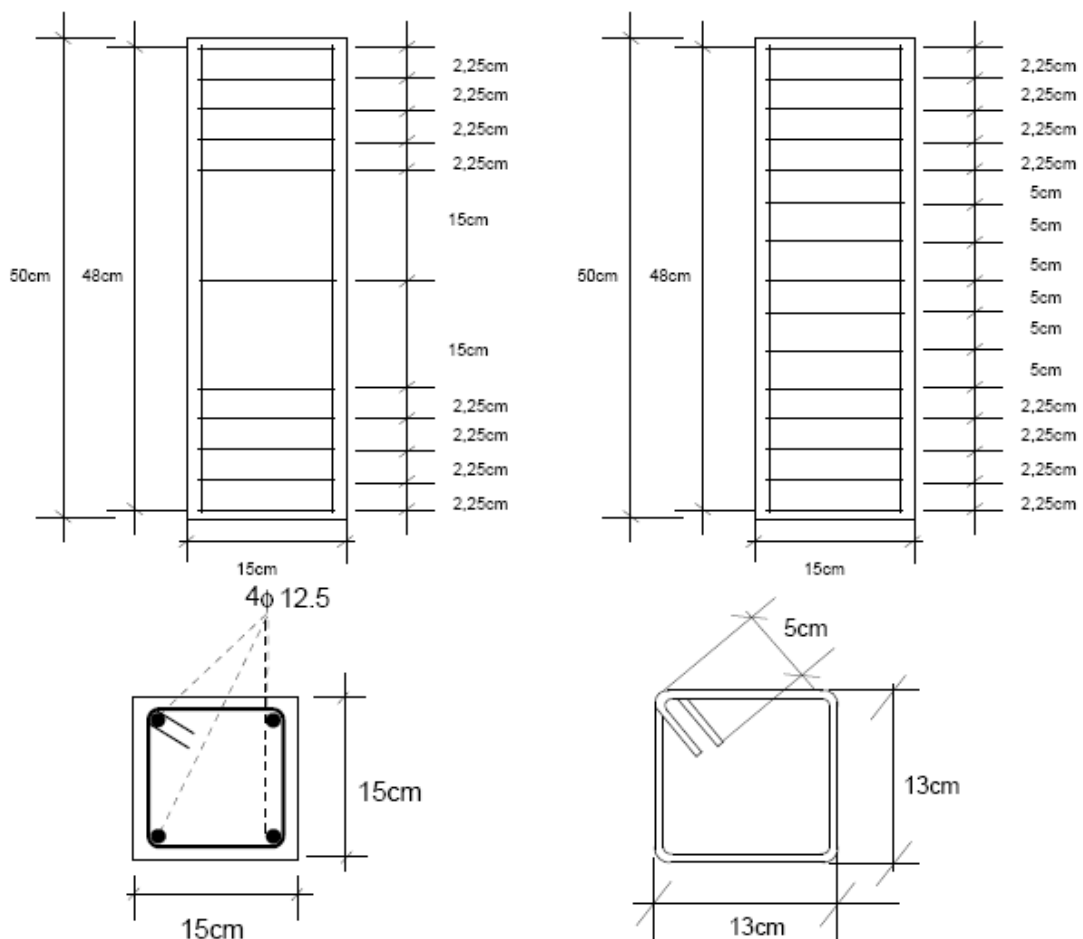


Figura 6.11 – Geometria dos pilares ensaiados em compressão simples por Lima Jr (2003)

A nomenclatura utilizada pelo autor para os modelos experimentais seguia a seguinte seqüência: “P” para pilar seguido do número da repetição do ensaio, da faixa de resistência à compressão do concreto, do espaçamento entre estribos e a taxa de adição de fibras metálicas. Dessa forma, o pilar P160150 representa o primeiro pilar do ensaio com concreto de resistência em torno de 60 MPa, 15 cm de espaçamento entre estribos e sem adição de fibras metálicas.

Os pilares tinham dimensões 15 cm x 15 cm x 50 cm e taxa de armadura longitudinal de 2,12%. Os elementos com espaçamento de 15 cm entre estribos apresentavam taxa de armadura transversal de 0,32% enquanto aqueles com espaçamento de 5 cm, taxa de 0,96%. As pequenas taxas de armadura utilizadas pelo autor se justificam pelo fato de o seu estudo pretender discutir a ductilização causada aos pilares pelo efeito da adição de fibras metálicas. A Figura 6.11 apresenta a geometria e arranjo de armadura dos pilares ensaiados por Lima Jr (2003).

Os pilares eram curtos, com índice de esbeltez 11,6, e possuíam armadura de fretagem na região do apoio e da aplicação da força. Dessa forma, a região de análise, onde preferencialmente ocorreria a ruína, se apresentava sujeita à interferências das maiores taxas de armadura das extremidades.

A Figura 6.12 apresenta os resultados experimentais e numéricos para os pilares de Lima Jr (2003).

O procedimento de aplicação de força utilizado por Lima Jr (2003) apresentava pequena velocidade com controle de deformações. Este método permitiu acompanhar a evolução das deformações próximas e posteriores à força máxima suportada pelo pilar. Embora os resultados experimentais apresentassem as deformações pós-pico dos pilares, utilizaram-se apenas o primeiro trecho da curva força-deformação para a compatibilização com os resultados numéricos.

Os resultados experimentais de Lima Jr (2003) se diferenciaram dos demais notadamente pela evolução menos linear das deformações em função da força aplicada. A deformação correspondente à força máxima se aproximou dos 3,5‰ nos resultados experimentais, enquanto para os resultados numéricos esse valor variou com a resistência à compressão do concreto do pilar, obtendo-se cerca de 1,5‰ para o pilar com concreto de 40 MPa, 2,0‰ para 60 MPa e 2,5 ‰ para 80 MPa.

---

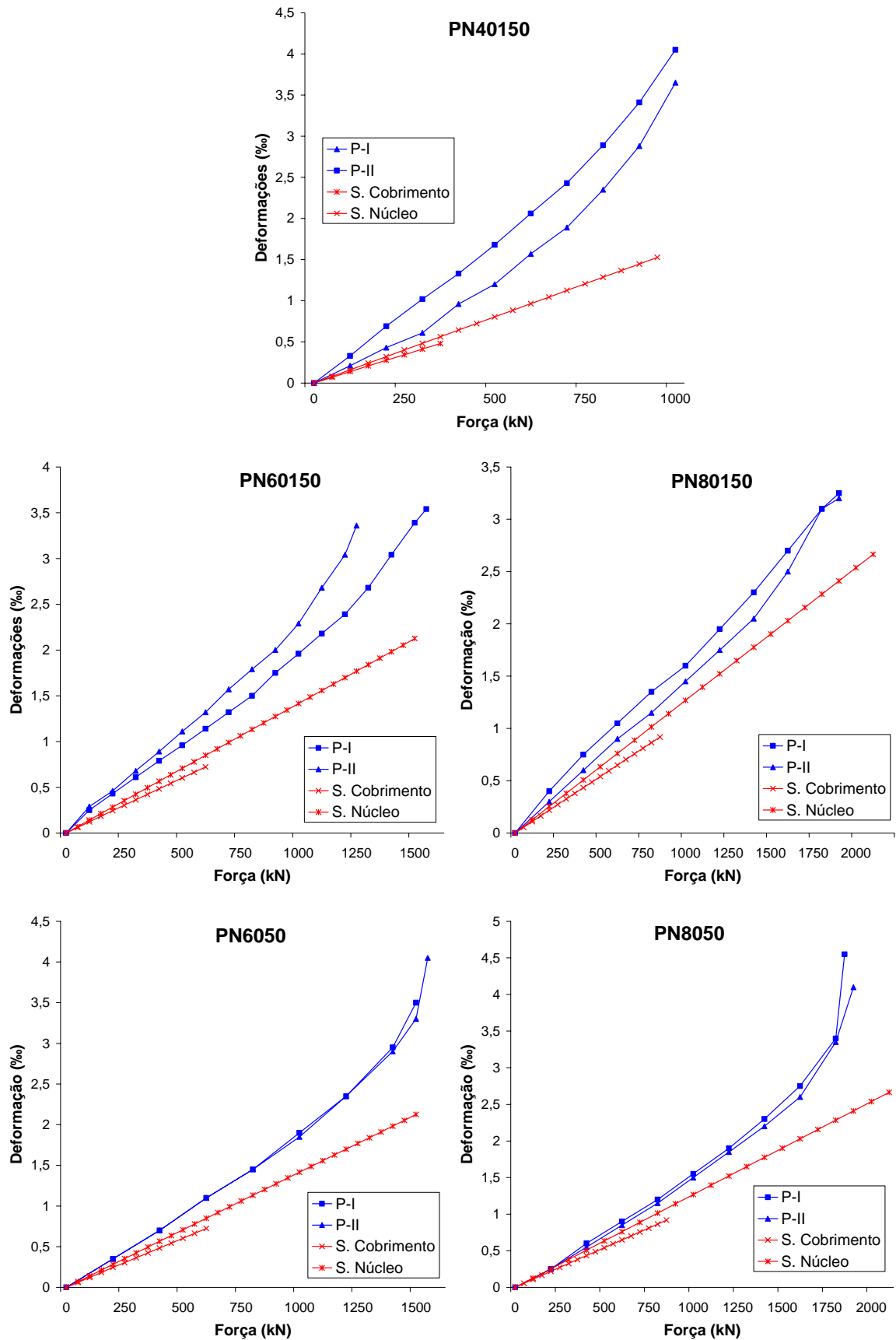


Figura 6.12 – Resultados experimentais e numéricos para os pilares de Lima Jr (2003) submetidos à compressão centrada sem adição de fibras

A Tabela 6.4 apresenta informações a respeito das propriedades e forças resistentes para os pilares.

**Tabela 6.4 – Propriedades resistentes dos pilares de Lima Jr (2003), forças de ruptura e correlações.**

<b>PILAR</b>	$A_l$ (cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (MPa)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	$f_c$ (MPa)	$F_{exp}$ (kN)	$k_{mod}$	$F_{teo}$ (kN)	$F_{num\ pilar}$ (kN)	$F_{num\ cob}$ (kN)	$\frac{F_{exp}}{F_{teo}}$	$\frac{F_{num}}{F_{teo}}$	$\frac{F_{num}}{F_{exp}}$	$\frac{F_{num\ cob}}{F_{num\ pilar}}$
<b>PN40150</b>	4,77	598	225	43,0	995	0,702	965	950	350	1,03	0,98	0,95	0,37
<b>PN60150</b>	4,77	598	225	66,9	1459	0,648	1260	1500	600	1,16	1,19	1,03	0,40
<b>PN80150</b>	4,77	598	225	97,5	1903	0,602	1606	2100	850	1,19	1,31	1,10	0,40
<b>PN6050</b>	4,77	598	225	66,9	1541	0,648	1261	1500	600	1,22	1,19	0,97	0,40
<b>PN8050</b>	4,77	598	225	97,5	1872	0,602	1606	2100	850	1,17	1,31	1,12	0,40

De maneira similar aos resultados obtidos numericamente para os pilares de Lima (1997), mesmo com pequenas taxas de armadura, a força de ruína do cobrimento nas simulações foi de 40% da força máxima em função da existência da armadura de fretagem.

A relação entre as forças últimas numéricas e experimentais se aproximou bastante da unidade. Se observados os valores das forças máximas dos ensaios nota-se que, praticamente, não há variação dos resultados quando alterado o espaçamento entre estribos para essas taxas de armadura transversal. Dessa forma, os valores de força teórica e numérica são os mesmo para as duplas PN60150 – PN6050 e PN80150 – PN8050, indicando a ineficiência do confinamento.

## **7. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A análise numérica realizada neste trabalho por meio da simulação do comportamento mecânico de pilares de Concreto de Alta Resistência, utilizando o código CASTEM-2000, se mostrou capaz de reproduzir o efeito da junção entre os materiais concreto e aço para representar de maneira qualitativa e quantitativa a resposta experimental dentro de certas condições de aplicabilidade do código de cálculo utilizado.

Os resultados obtidos se mostraram sempre de comportamento geral próximo ao observado experimentalmente, embora tenha resultado em deformações menores para os modelos que as reais.

### **7.1 GEOMETRIA**

Foram simulados pilares com geometria variando entre 15 cm x 15 cm x 50 cm, o mais curto, até 20 cm x 20 cm x 120 cm o mais esbelto. Os diagramas força-deformação se mostraram mais próximos dos experimentais para os pilares de Lima (1997), que apresentavam as maiores dimensões. Os pilares de dimensões 12 x 12 x 72 cm ensaiados por Agostini (1992) com pequenas taxas de armadura apresentaram altas deformações

---

experimentais em função da instabilidade da armadura longitudinal, conforme descrito pelo próprio autor.

Os pilares com seção transversal retangular foram simulados segundo as duas direções distintas de seção longitudinal da peça. Os resultados não apresentaram diferenças significativas entre si, mas é possível observar que a simulação com relação ao menor lado se apresentou mais deformável.

## **7.2 CONCRETO**

Conforme apresentado no Capítulo 5, os critérios de definição de resistência do concreto à tração e módulo de elasticidade definidos pela Norma Norueguesa NS 3743 conduziram à resultados numéricos mais próximos dos experimentais. Os critérios definidos pelo ACI devem ser utilizados para resistência à compressão do concreto superiores à 94 MPa, pela limitação de aplicação da norma proposto pela própria Standard Norge.

Os resultados numéricos se apresentaram tão mais próximos dos experimentais quanto maior a resistência do concreto, como se pode observar pelos resultados para os pilares de Lima Jr (2003). Esse comportamento pode ser compreendido pelo comportamento mais rígido – menor fissuração e menor coeficiente de Poisson para altas tensões – do CAR com o aumento da resistência à compressão.

## **7.3 TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL**

As taxas de armadura longitudinais utilizadas nas simulações variaram entre 0,87 % e 4,44%. Para as taxas menores do que 2,3% (entre as taxas de 2,26% e 2,46% utilizadas por Lima (1997)) a capacidade resistente dos modelos experimentais dos pilares se mostrou geralmente menor que a teórica e/ou numérica pela ocorrência da instabilidade dessa armadura. Esta tendência foi menor nos pilares curtos e naqueles com a distribuição da armadura transversal com menor espaçamento, como se pode observar para os resultados de Lima (1997) e Lima Jr (2003), que apresentavam taxas de armadura longitudinal 2,12%, 2,26% e 2,46%.

---

Também foi possível notar pelos resultados, que a deformação máxima (relativa à máxima força) cresceu com o aumento da quantidade de armadura longitudinal, tanto no modelo experimental quanto no modelo numérico.

#### **7.4 TAXA DE ARMADURA TRANSVERSAL**

As taxas de armadura transversal dos modelos estiveram compreendidas entre 0,51% e 3,0%. O modelo numérico foi capaz de simular o efeito do confinamento provocado pelos estribos retangulares simples utilizados nos ensaios experimentais. Não foi possível concluir sobre o comportamento das simulações com arranjos geométricos distintos, pois os únicos resultados experimentais utilizados com essas propriedades (P3 e P6 de Agostini (1992)) apresentavam taxas de armadura muito baixas, incapazes de promover o confinamento efetivo do núcleo de concreto.

A variação da taxa de armadura transversal influencia significativamente a capacidade resistente dos pilares de CAR quando comparada com as forças teóricas. O efeito confinante das armaduras foi mais fortemente notado para taxas iguais ou superiores a 2,25%.

A fissuração do cobrimento pelo modelo numérico se dá tão mais tardiamente quanto mais bem distribuída a armadura transversal. Esse comportamento pode ser compreendido pela limitação da deformação do concreto, sobretudo nas regiões de aplicação de força e apoio onde ocorrem concentrações de tensões, nos estágios iniciais de aplicação de força até o surgimento de um gradiente de tensões suficientemente grande e distribuído para causar um efeito de destacamento. Entende-se que para o primeiro caso o cobrimento é rompido por um processo localizado de fissuração e para o segundo pela perda de resistência do pilar, ou pelo menos, de parcela significativa do cobrimento. Essas observações foram possíveis, sobretudo, para os pilares com armadura de fretagem.

#### **7.5 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS**

Pode ser notado a partir dos resultados experimentais, que os diagramas força-deformação são fortemente influenciados pelos procedimentos de ensaio utilizados pelos autores, por exemplo, pelos procedimentos iniciais de aplicação e retirada de força no pilar que causaram um acréscimo de deformações para os pilares de Agostini (1992) e Paiva

---

(1994); também a aplicação de força por controle de deformações e a baixa velocidade de aplicação da força, levaram à obtenção de resultados experimentais de comportamento mais dúctil pelo acréscimo de deformações para tensões próximas à máxima.

## 7.6 DUCTILIDADE

Os critérios clássicos de ductilidade a partir da avaliação da deformação plástica da estrutura (deformação não-linear, no caso das estruturas de concreto) não são aplicáveis aos resultados numéricos obtidos, dada a forte linearidade do diagrama tensão-deformação.

O critério de Cusson & Paultre (1994) para a quantificação da ductilidade de pilares sujeitos à compressão centrada – evolução de tensões além da perda de estabilidade do cobrimento – também não são aplicáveis ao conjunto de resultados obtidos neste trabalho, dado que foi notada a fissuração do cobrimento muito mais associada à distribuição geométrica da armadura que das taxas propriamente.

A partir da comparação entre os resultados experimentais e numéricos e das considerações feitas pelos autores pesquisados, verifica-se que a ductilidade alcançada com as taxas de armadura longitudinal e transversal superiores à, respectivamente, 2,5% e 2,0%, são altas o suficiente para causar o destacamento do cobrimento. Os resultados numéricos obtidos para esses pilares apresentavam como característica  $F_{num}/F_{teo}$  maior ou igual a 1,25. Dessa forma, considera-se o ganho de resistência do pilar associado à um estado de tensões que permite superar a resistência prevista pela soma da resistência dos materiais isoladamente, um critério válido de definição de quantidade de ductilidade para pilares de CAR submetidos à compressão centrada.

## 7.7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como possibilidade de continuidade do trabalho, apresentam-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- O Código de cálculo CASTEM-2000, embora seja um excelente programa de análise do comportamento numérico de estruturas é um código de difícil acesso informativo. No Brasil, sua utilização é pouco explorada, o que leva a um público restrito de usuários. Sugere-se a utilização de outros códigos de cálculo
-

para a análise do problema de ductilidade de pilares, não somente para confrontar os resultados numéricos obtidos, como também para explorar mais detalhadamente os parâmetros que influenciam na ductilidade dos pilares;

- Algumas sugestões para a continuidade da pesquisa na área da análise numérica de pilares podem ser feitas em função das observações dos resultados da análise efetuada, como por Friaça et al. (2007), adotando-se diferentes distribuições de armaduras, adotando diferentes tipos de seções transversais, entre outros.
  - Investigar mais detalhadamente o comportamento numérico e a influência do cobrimento na análise dos pilares.
  - Analisar o comportamento dos pilares submetidos a força excêntrica.
-

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI COMMITTEE 363 State-of-the-Art Report on High-Strength Concrete. **American Concrete Institute Journal**, v. 81, p. 364-411, 1984.

ACI COMMITTEE 441 High-Strength Concrete Columns: State of The Art. **American Concrete Institute Journal**, v. 80, p. 323-34, 1997.

AGOSTINI, L. R. S. **Pilares de Concreto de Alta Resistência**. 1992. 202 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1992.

AHMAD, S. H.; SHAH, S. P. Stress-Strain Curves of Confined Concrete by Spiral Reinforcement. **American Concrete Institute Journal**, v. 79, 484-90, 1982.

ALMEIDA, I. R. Superplastificantes, sílica ativa e durabilidade dos concretos. **Téchne - Revista de Tecnologia da Construção**, v. 24, p.30-3, 1996.

AMARAL FILHO, E. M. Recuperações e aplicações em estruturas de Concreto de Alto Desempenho. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 2, 1990,

---

São Paulo. **Anais do 2º Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto** v.1. São Paulo: TecArt, 1990. p.133-172.

BARZEGAR, F.; MADDIPUDI, S. Three-Dimensional Modeling of Concrete Structures – I: Plain Concrete. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, p. 1339-46, 1997.

BERTERO, R. D.; BERTERO, V. V. Performance-based seismic engineering: the need for a reliable conceptual comprehensive approach. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 31, p. 627-52, 2002.

CARRAZEDO, R. **Mecanismos de confinamento em pilares de concreto encamisados com polímeros reforçados com fibras submetidos à flexo-compressão**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo. São Carlos, 2005.

CUSSON, D.; PAULTRE, P. High-Strength Concrete Columns Confined by Rectangular Ties. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, p. 783-804, 1994.

DINIZ, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Strength and Ductility Simulation of High-Strength Concrete Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, p. 1365-74, 1997a.

DINIZ, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Reability Bases for High-Strength Concrete Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, p. 1375-81, 1997b.

DINIZ, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Análise do Comportamento Estrutural de Pilares em Concreto de Alta Resistência. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO – IBRACON, 43, 2001, Foz do Iguaçu. **Anais do 43º Congresso Brasileiro do Concreto**. Foz do Iguaçu: 2001, CD-ROM.

FERRARI, A. A.; FLOR, J. M.; CALIXTO, J. M. Propriedades Mecânicas do Concreto de Alto Desempenho fabricado com diversos materiais. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, AND PERFORMANCE AND QUALITY OF CONCRETE STRUCTURES, Florianópolis, 1996. **Proceedings**. Florianópolis, 1996.

FOSTER, S. J.; ATTARD, M. M. Experimental Tests on Eccentrically Loaded High-Strength Concrete Columns. **American Concrete Institute Journal**, v. 94, p. 295-303, 1997.

FOSTER, S. J.; LIU, J.; SHEIKH, S. A. Cover Spalling in HSC Columns loaded in Concentric Compression. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, p. 1431-7, 1998.

---

---

FRANÇA, C. M.; DINIZ, S. M. C. Análise do Comportamento Estrutural de Pilares em Concreto de Alta Resistência. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO – IBRACON, 43, 2001, Foz do Iguaçu. **Anais do 43º Congresso Brasileiro do Concreto**. Foz do Iguaçu: 2001, CD-ROM.

GAMINO, A. L.; BARBOSA, M. P. Análise Numérica da Ductilidade de Prismas de Concreto Armado por meio de Modelos Constitutivos Elastoplásticos. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 5, 2002, São Paulo. **Anais do 5º Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto**. São Paulo: EPUSP, 2002. CD-ROM.

GAMINO, A. L. **Análise Numérica da Ductilidade de Vigas de Concreto Armado Convencional e de Alto Desempenho**. 2003. 122 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, 2003.

IBRAHIM, H. H. H.; MACGREGOR, J. G., Flexural Behavior of Laterally Reinforced High-Strength Concrete Sections. **American Concrete Institute Journal**, v. 93, p. 674-84, 1996.

JACOMASSI, L. M. C.; BARBOSA, M. P.; GAMINO, A. L. Simulação Numérica de Pilares de CAR Armados Submetidos à Compressão Simples através do Código CASTEM-2000. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO – IBRACON, 45, 2003, Vitória. **Anais do 45º Congresso Brasileiro do Concreto**. Vitória: 2003, CD-ROM.

LEPRETRE, C. **Calcul a la Ruine des Structures en Béton Arme – Mise au Point d’un Modele Béton en Contraintes Planes**. RAPPORT D’EMT 88/330. 1988. Laboratoire d’Analyse Mécanique des Structures, Département des Etudes Mécaniques et Thermiques, Commissariat a l’Energie Atomique.

LIMA, F. B. **Pilares de Concreto de Alto Desempenho: Fundamentos e Experimentação**. 1997. 110 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo. São Carlos, 1997.

LIMA JÚNIOR, H. C. **Avaliação da ductilidade de pilares de concreto armado, submetidos a flexo-compressão reta com e sem adição de fibras metálicas**. 2003. 222 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo. São Carlos, 2003.

LLOYD, N. A.; RANGAN, B. V. Studies on High-Strength Concrete Columns under Eccentric Compression. **American Concrete Institute Journal**, v. 93, p. 631-8, 1996.

---

---

MARQUES, S. P. C.; MARQUES, D. C. S. C. Análise Numérica Não-Linear de Pilares de Concreto Armado sob Carga Excêntrica. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO – IBRACON, 41, 1999, Salvador. **Anais do 41º Congresso Brasileiro do Concreto**. Salvador: 1999, CD-ROM.

MARTINEZ, S.; NILSON, A. H.; SLATE, F. O. Spirally Reinforced High-Strength Concrete Columns, **American Concrete Institute Journal**, v. 81, p. 431-42, 1984.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais**. 1ª ed. São Paulo: Ed. Pini, 1994.

MEHTA, P. K. High performance concrete technology for the future. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, AND PERFORMANCE AND QUALITY OF CONCRETE STRUCTURES, Florianópolis, 1996. **Proceedings**. Florianópolis, 1996.

OLIVEIRA, W. L. A. **Análise teórica e experimental de pilares de concreto armado sob ação de Força Centrada com Resistência Média à Compressão do Concreto de 40 MPa**. 2004. 213p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2004.

PAIVA, N. M. B. **Pilares de Concreto de Alta Resistência com Seção Transversal Retangular Solicitados à Compressão Simples**. 1994. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1994.

PROENÇA, S. P. B. **Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: análise crítica e contribuições**. 1988. 259 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo. São Carlos, 1988.

QUEIROGA, M. V. M.; GIONGO, J. S.; TAKEYA, T. Pilares de Concreto com Resistência Média de 60 MPa Submetidos à Compressão Simples. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO – IBRACON, 41, 1999, Salvador. **Anais do 41º Congresso Brasileiro do Concreto**. Salvador: 1999, CD-ROM.

SAATCIOGLU, M.; RAZVI, S. R. High-Strength Concrete Columns with Square Sections under Concentric Compression. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, p. 1438-47, 1998.

---

SAMRA, R. M., Ductility Analysis of Confined Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, p. 3148-61, 1990.

SUDANO, A. L. **Influencia da forma da seção transversal no confinamento de pilares de concreto armado encamisados com PRFC (Polímero Reforçado com Fibras de Carbono)**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo. São Carlos, 2005.

TAKEUTI, A. D. **Comportamento resistente imediato e ao longo do tempo de pilares reforçados por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho**. 2003. 202 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo. São Carlos, 2003.

VARUM, A. S. A. **Avaliação, reparação e reforço sísmico de edifícios existentes**. 2003. 476 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Secção Autónoma de Engenharia Civil, Universidade de Aveiro. Aveiro, Portugal, 2003.

---