



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MILIAM JULIANA ALVES FERREIRA

**A CONSTITUIÇÃO E A PRODUÇÃO DO
CONHECIMENTO MATEMÁTICO AO SER-
COM O COMPUTADOR**

Rio Claro

2019

MILIAM JULIANA ALVES FERREIRA

**A CONSTITUIÇÃO E A PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO
MATEMÁTICO AO SER-COM O COMPUTADOR**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo

Rio Claro

2019

F383c Ferreira, Miliam Juliana Alves
A constituição e a produção do conhecimento
matemático ao ser-com o computador / Miliam Juliana
Alves Ferreira. -- Rio Claro, 2019
204 f.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista
(Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio
Claro
Orientadora: Rosa Monteiro Paulo

1. Educação Matemática. 2. Fenomenologia. 3.
Percepção. 4. Expressão. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do
Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo
autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

MILIAM JULIANA ALVES FERREIRA

**A CONSTITUIÇÃO E A PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO
AO SER-COM O COMPUTADOR**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

. Comissão Examinadora

Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo – (orientadora)
UNESP/Guaratinguetá (SP)

Profa. Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo
UNESP/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi
UNESP/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Maurício Rosa
UFRGS/Porto Alegre (RS)

Profa. Dra. Virgínia Cardia Cardoso
UFABC (SP)

Resultado: APROVADA

Rio Claro, 22 de março de 2019.

Pelo apoio, compreensão e amor, dedico esta tese à minha mãe, **Beatriz**, e ao meu
noivo, **Thomas**.

A presença de vocês, mesmo estando quilômetros de distância, me dava forças para
continuar.

AGRADECIMENTOS

Já no título desta tese trago o *ser-com* de Heidegger que diz do ser-no-mundo que é sempre *com*. Não estive só durante esta caminhada, muitas são as pessoas que estiveram comigo e contribuíram de alguma forma, seja diretamente para a escrita deste trabalho ou para que tivesse forças para escrevê-lo. Neste momento, relembro de inúmeros momentos vivenciados e agradecer é reconhecer e demonstrar gratidão à cada uma dessas pessoas.

Primeiramente, sou grata a Deus por tudo! Pela vida, por ter me guiado, me dado luz, sabedoria, sanidade, ter estado comigo em todos os momentos, ouvir minhas orações e permitir que cada uma de suas palavras se cumprissem em minha vida. Deus é maravilhoso!

No âmbito acadêmico...

Agradeço a Profa. Dra. Rosa Monteiro, minha querida orientadora, a quem sou imensamente grata pela confiança, pelo apoio, pela dedicação, pelo cuidado com o trabalho e por me dar a oportunidade de compartilhar momentos que têm contribuído grandemente com a pesquisadora que venho me tornando. Rosa, você, mais que orientadora, é fonte de inspiração. Obrigada pela parceria!

Aos professores, membros da banca de qualificação e que permaneceram na banca de defesa, Profa. Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempí, Prof. Dr. Maurício Rosa e Profa. Dra. Virgínia Cardia Cardoso, por terem aceitado estar-com nesses momentos e pelas contribuições. Foram momentos de reflexão e aprendizado! Muito obrigada pela leitura atenta, pelos apontamentos e por terem contribuído para que este trabalho caminhasse da melhor forma possível.

Ao grupo de pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática (FEM), pelas ricas discussões acerca do trabalho durante os encontros.

À Profa. Dra. Rosana Giaretta S. Miskulin, pelos dois semestres em que fui estagiária na disciplina Filosofia da Educação – questões da Educação Matemática. Obrigada, pelo carinho.

Ao Prof. Dr. Antônio Carlos e sua família, por me receberem em seu lar e pela carona ao Rio de Janeiro. Gratidão!

Ao Prof. Dr. Carlos Tomei e sua irmã Profa. Dra. Patrícia Tomei, por me receberem no Rio de Janeiro, me hospedarem e pelos momentos na PUC/Rio.

Aos professores-pesquisadores Prof. Dr. João Sampaio, Prof. Dr. Joni Meyer, Prof. Dr. Márcio Silva, Prof. Dr. Nicolau Saldanha, Prof. Dr. Sinesio Pesco. Prof. Dr. Ricardo Alonso e Prof. Dr. Ralph Teixeira, que se dispuseram a conversar conosco e contribuíram para a constituição dos valiosos dados dessa pesquisa.

Aos amigos que permaneceram desde o mestrado e os que fiz durante o doutorado (dentro e fora do PPGEM), pelo apoio, conversas, parceria nos eventos e viagens, cafés (quase sempre filosóficos), almoços e descontrações. Em especial, às amigas e vizinhas de kit, Mari e Carla; os amigos da “velha guarda”: Maitê e Kleyton; e os ursinhos: Juliana, Bruno Leite, Alex, Luiz, José Milton e Carol.

Aos professores e funcionários do PPGEM e IGCE.

No âmbito familiar e pessoal...

À minha mãe, Beatriz, pelas orações que me alcançavam mesmo longe. Você é meu porto seguro.

Ao meu noivo, Thomas, pelo apoio, parceria, compreensão e confiança. Te amo!

Aos meus irmãos, Moacir, Marco, Maellim e Daniel, por torcerem e vibrarem a cada conquista minha.

Aos familiares, aos que se sentem parte da família (vai além dos laços sanguíneos) e aos amigos, pelos votos, torcida e orações.

A todos aqueles que me deram coragem, acreditaram, torceram e oraram por mim.

GRATIDÃO!!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Pelo fomento da pesquisa, obrigada!

“Se a educação sozinha não pode transformar a sociedade, sem ela, tampouco, a sociedade muda”

(Paulo Freire)

RESUMO

As Tecnologias Digitais (TD) e as suas potencialidades na produção do conhecimento tem sido tema de pesquisas em distintas áreas do conhecimento, desperta o nosso interesse e possibilita a pesquisa de doutorado explícita neste texto, cujo objetivo é a constituição e a produção do conhecimento matemático do sujeito, o matemático, quando ele está junto ao computador. Para dar conta desse desejo de querer saber interrogamos “*como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*”. O interrogar, em uma postura fenomenológica, possibilitou compreender a constituição e a produção do conhecimento matemático com o computador, como ela é vista pelo matemático da área pura ou aplicada. Para expor o compreendido apresentamos, neste texto, a região de inquérito da pesquisa dizendo do significado das Tecnologias Digitais, do ser-com-as-Tecnologias-Digitais, da produção do conhecimento, do ser-com-o-computador e da produção do conhecimento quando se está com o computador. Partindo de autores como Borba e Villareal, que criaram o constructo teórico seres-humanos-com-mídias, pudemos, em uma perspectiva fenomenológica, destacar a vivência da pessoa que produz conhecimento com o computador. Esse destaque é feito ouvindo o matemático da área pura ou aplicada que, no diálogo, expõe o modo pelo qual vê sua produção com o computador. Orientados pela postura fenomenológica interpretamos a fala dos sujeitos e apresentamos três categorias abertas que nos possibilitam falar do fenômeno investigado. Essas categorias são: *O pensar matemático ao ser-com o computador* em que se discute a importância do pensar matemático e do conhecimento do conteúdo matemático pelo matemático; os *Modos de investigação na produção com o computador*, abrindo as possibilidades de o matemático, ao constituir conhecimento com tecnologias, levantar hipóteses, validar conjecturas, fazer simulações, comparar resultados, sugerir encaminhamento de ação que favorece o avanço na pesquisa e dá abertura à novos conhecimentos; e a categoria *O computador como potência para a produção matemática e expressão* explicitando características dos *software* com os quais a produção se torna possível, contribuindo para que o matemático comunique dados abstratos e os resultados obtidos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Fenomenologia. Percepção. Expressão.

ABSTRACT

The potential of Digital Technologies (TD) for the production of knowledge has been the subject of research in different areas of knowledge; make us interested and makes possible the research of doctorate explicit in this text, whose objective is the constitution and the production of the mathematical knowledge of the subject when he is with the computer. To advance the research we ask: "how does the mathematician who produces mathematics with the TD express the way in which he understands the presence of these technologies in his production?". The interrogation, in a phenomenological posture, made it possible to understand the constitution and production of mathematical knowledge with the computer as it is understood by the pure or applied area mathematician. In this text we present, to say of the investigated the meaning of Digital Technologies, of being-with-Digital Technologies, of the production of knowledge, of being-with-the-computer and of the production of when you have the computer. Starting with authors such as Borba and Villareal, who created the theoretical human-media construct, we emphasize, in a phenomenological perspective, to highlight the experience of the person who produces knowledge with the computer. This distinction is made by listening to the mathematician, from the pure or applied area, who in the dialogue exposes the way in which he sees his production with the Digital Technologies. Guided by the phenomenological posture we interpret the subjects' speech and present three open categories that allow us to speak about the phenomenon investigated. These categories are: *The mathematical thinking of being-with the computer* in which the importance of mathematical thinking and the knowledge of mathematical content by the mathematician is discussed; *ways to investigate yourself when you are with the computer*, opening up the possibilities of the mathematician, by building knowledge with technologies, raising hypotheses, validating conjectures, simulating, comparing results, suggesting a path of action that favors the advancement of research and opens new ones knowledge and the category *The potential of the computer to produce and express mathematical knowledge* explaining characteristics of the software with which production becomes possible, contributing to the mathematician's results.

Keywords: Mathematics Education. Phenomenology. Perception. Expression.

Sumário

<i>Prólogo</i>	11
<i>Iniciando...</i>	11
APRESENTAÇÃO	17
PRIMEIRA SEÇÃO	19
<i>1 Do desejo de querer saber À interrogação da pesquisa</i>	19
SEGUNDA SEÇÃO	25
<i>2 Aspectos metodológicos</i>	25
2.1 Husserl e a Fenomenologia husserliana – breve biografia	27
2.2 A Fenomenologia e a postura fenomenológica	29
TERCEIRA SEÇÃO	34
<i>3 Buscando o modo pelo qual se compreende Tecnologias Digitais</i>	34
QUARTA SEÇÃO	38
<i>4 Computador e Internet: um pouco de história</i>	38
4.1 Compreensões acerca do fazer com o computador	40
4.2 Ser-com	46
4.3 Ser-com-o-computador	47
QUINTA SEÇÃO	50
<i>5 A produção do conhecimento matemático</i>	50
5.1 Conhecimento	50

5.2	A produção de conhecimento _____	56
5.3	A questão da técnica e a produção em Heidegger _____	57
5.4	Produção do conhecimento matemático _____	60
 <i>SEXTA SEÇÃO</i> _____		 63
6	<i>Constituição dos dados da pesquisa e análise</i> _____	63
6.1	Os sujeitos participantes da pesquisa _____	64
6.2	<i>Os procedimentos de análise na fenomenologia</i> _____	65
6.3	Um olhar para o que se mostra nos dados da pesquisa: a análise ideográfica 67	
6.3.1	Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio– Apresentação e Análise dos dados _____	69
6.3.2	Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer – Apresentação e Análise dos dados _____	77
6.3.3	Prof. Dr. Nicolau Corção Saldanha – Apresentação e Análise dos Dados _____	87
6.3.4	Prof. Dr. Ralph Costa Teixeira – Apresentação e Análise dos Dados _____	100
6.3.5	Prof. Dr. Márcio Fabiano da Silva – Apresentação e Análise da entrevista _____	121
6.3.6	Prof. Dr. Sinésio Pesco – Apresentação e Análise da entrevista _____	127
6.3.7	Prof. Dr. Ricardo José Alonso Plata – Apresentação e Análise da entrevista _____	134
6.4	Análise Nomotética: a busca pela explicitação do compreendido _____	140
 <i>SÉTIMA SEÇÃO</i> _____		 155
7	<i>Interpretação das categorias abertas: caminhando à compreensão da pesquisa</i> 155	
7.1	O pensar matemático ao ser-com o computador _____	156
7.2	Modos de investigação na produção com o computador _____	168
7.3	O computador como potência para a produção matemática e expressão 174	
 <i>OITAVA SEÇÃO</i> _____		 180
8	<i>dando conta da interrogação: caminhando à síntese compreensiva</i> _____	180
 <i>REFERÊNCIAS</i> _____		 189

APÊNDICES _____ *1977*

APÊNDICE A _____ *1977*

PRÓLOGO

INICIANDO...

Quando se trata de buscar saber um pouco mais sobre alguém do meio acadêmico, é normal abrirmos nosso computador pessoal, carregarmos um navegador de Internet e procurarmos na plataforma Lattes o currículo dessa pessoa. No currículo podemos encontrar a sua formação, as experiências profissionais, os trabalhos publicados, os eventos dos quais participou, dentre outras informações profissionais. Enfim, são muitas as informações que se pode encontrar ao recorrer ao currículo Lattes da pessoa. Porém, há muitas coisas que não se pode saber a partir do Lattes como, por exemplo, os caminhos percorridos pela pessoa até assumir uma determinada área de pesquisa ou as experiências vividas. Portanto, faz sentido, para mim, a frase “viver não cabe no Lattes”.

Isso me¹ faz optar por começar este trabalho contando um pouco da minha trajetória, da minha vivência, das minhas motivações e das minhas inquietações, uma vez que tudo isso é o que me permitiu esta pesquisa, principalmente as inquietações, pois elas me fizeram caminhar buscando compreensões, me impulsionaram a querer saber mais.

Não sei se essa é uma boa história, mas se trata da minha história, vivida até este momento do tempo e espaço que me foi permitido. Logo, para mim é. Cada dia uma página é escrita, cada página uma surpresa, mas isso você já deve saber, somos todos assim, não é verdade?

Como não começarei com o “Era uma vez ...” dos contos de fadas, começo dizendo que toda história tem um começo, e o começo de uma vida se dá a partir do nascimento, com a chegada a este mundo. Nesse sentido...

Posso dizer que essa história começa no verão de janeiro de 1989, mais precisamente no dia 16 de janeiro de 1989, na cidade de Pindamonhangaba/SP. É difícil nos lembrarmos dos primeiros anos de vida e talvez, aqui, nem seja muito interessante. Vou direto para o ano de 1994, que foi quando ingressei na pré-escola. Confesso que nos primeiros dias de aula

¹ Escrevemos esse Prólogo na primeira pessoa do singular, pois expressa uma constituição da pesquisadora.

aquela ideia de estar longe de casa não me agradou muito, mas quando fui conhecendo me encantei. A ideia de estar aprendendo, conhecendo novas pessoas e novas coisas foram me fascinando... Acho que o encanto maior é quando aprendemos a ler, parece que o mundo das palavras estava oculto até aquele momento e de repente vai se abrindo. Lembro como se fosse hoje um coleguinha de sala falando “você tem essa sílaba aqui e essa, aí você junta e vira uma palavra”. Puxa, que sacada! Comecei a juntar todas as sílabas e via no que é que dava, e foi assim que esse “mundo novo” se mostrou para mim. Haja placas!

Os anos foram se passando e lá se foi o ensino fundamental, primeiro ano do ensino médio, segundo ano do ensino médio e chegou o último ano do ensino médio. Meu Deus! O que é que eu vou fazer da minha vida?

Muitas coisas passaram pela minha cabeça em termos de curso, mas naquela época não tinha as “facilidades” que vemos hoje para se ingressar em uma universidade. Minha ideia era trabalhar para que pudesse pagar uma universidade futuramente, mas... A escola pública onde eu estudava recebia algumas isenções no vestibular da UNESP para os melhores alunos de cada sala e eu acabei sendo contemplada com uma dessas isenções. Então comecei a olhar quais eram os cursos mais próximos da minha cidade. Odontologia? Não! Engenharias? Legal, mas acho que não é muito a minha cara. Física? Não, acho que não. Matemática? É, Matemática! E lá fui eu fazer o vestibular.

E assim comecei a cursar Licenciatura em Matemática na UNESP de Guaratinguetá.

Ao mesmo tempo em que estava empolgada, também estava com medo. Era tudo novo. O que havia aprendido na educação básica era apenas uma base mínima para o que estava vendo e ainda tinha o fato de ter ingressado muito depois do início do ano letivo, meus colegas de sala já estavam em período de prova quando ingressei. Nesse primeiro ano não tive 100% de aproveitamento do curso, o que foi frustrante para mim que sempre fui uma boa aluna. Em alguns momentos chegava a pensar “O que é que eu tô fazendo aqui?”. Nem todo caminho é fácil, mas acho que aí que está a graça, pois você acaba dando mais valor.

Durante a graduação tive a oportunidade de ser bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), éramos um subgrupo composto por alunos da Licenciatura em Matemática da UNESP de Guaratinguetá e também de Rio Claro (o que nos oportunizou alguns intercâmbios). A participação no PIBID permitiu que eu conhecesse o ambiente da sala de aula da educação básica e o ambiente escolar, uma vez que além de assistirmos aulas e elaborarmos atividades para a sala de aula participávamos das ATPC (Atividade de Trabalho Pedagógico Coletivo), das reuniões do Conselho de Classe, do Planejamento e outras atividades que ocorriam na escola parceira do nosso subprojeto. Foi

por intermédio da participação nesse programa, também, que eu acabei conhecendo a pesquisa, pois começamos a escrever trabalhos/artigos para eventos divulgando aquilo que estávamos desenvolvendo, que estávamos discutindo. Vejo que ser bolsista desse programa agregou muito à minha vida acadêmica pelas experiências que foram possibilitadas através dele. Não sei o que eu estaria fazendo hoje se não tivesse tido essa experiência...

No último ano da graduação tínhamos que elaborar o nosso Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), mais um ciclo estava se encerrando e mais uma vez aquela perguntinha retornava “o que é que eu vou fazer da minha vida?”. Acho que eu sofro, antecipadamente, com cada final de ciclo. É tudo tão incerto.

Sempre gostei de Redes Sociais e naquela época o Orkut² era o rei e o Facebook³ estava bem no início. No Orkut eu participava de inúmeras comunidades dentre elas as que discutiam Matemática. Conversando com a docente que ministrava Metodologia da Pesquisa Científica, que por sinal era a minha atual orientadora, Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo, perguntei sobre a possibilidade de, no TCC, olhar para os discursos dos sujeitos que participavam das comunidades Eu Amo Matemática e Eu Odeio Matemática procurando compreender o que os havia levado a gostar ou não gostar de Matemática. Ela aceitou a ideia e iniciamos a pesquisa. Naquele mesmo ano, que foi em 2011, a professora Rosa Monteiro nos apresentou a página do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) de Rio Claro e acabei gostando da ideia. Ainda não tinha muita certeza de como escrever meu projeto nem qual professor poderia me orientar, confesso que nem sabia, ainda, que ela havia se credenciado nesse programa.

Com o TCC em andamento e buscando por professores que pudessem me orientar no mestrado acabei descobrindo que a professora Rosa Monteiro havia se credenciado no PPGEM de Rio Claro e conversamos sobre a possibilidade de estender a pesquisa do TCC com outros olhares, mas ainda utilizando grupos de Redes Sociais. Ela gostou da ideia e tentei o processo seletivo para o mestrado. Enfim, deu certo!

Em 2012 ingressei no mestrado, com a orientação da Professora Rosa Monteiro e, a pesquisa que me propunha a desenvolver se iniciou com a pergunta “Como se dá e é possível o diálogo acerca de conteúdos matemáticos nas Redes Sociais Orkut e Facebook?”. Depois de olhar para o gostar e não gostar de matemática, durante o TCC, via, nesses grupos e em comunidades que tem por tema a Matemática, a possibilidade de compreender como era

² O Orkut foi uma rede social, filiada ao Google, criada em 2004. Foi descontinuada em 2014.

³ Rede Social lançada em 2004. Foi fundada por Mark Zuckerberg e colegas da Universidade de Harvard. Inicialmente era limitada aos estudantes e Harvard e posteriormente foi popularizada.

possível falar de matemática nesses espaços, já que não havia a disponibilidade de estruturas e simbologias para uma escrita “mais formal” da matemática.

A pesquisa de mestrado me possibilitou compreender a interrogação e suscitou outras. Dentre elas, estava a intenção de compreender como seria possível usar esses grupos como um ambiente externo a sala de aula para curiosidades, dúvidas dos alunos, um espaço de comunicação entre professor e alunos e também entre os próprios alunos. Outra questão que me despertava o desejo de compreender era ver como se dava a produção do conhecimento matemático com as Tecnologias Digitais.

Ao terminar o mestrado, em 2014, consegui uma bolsa como professora de um curso de especialização em matemática pela Universidade Federal de São João Del Rei (UFSJ) vinculada a Universidade Aberta do Brasil (UAB), onde orientei o Trabalho de Conclusão de Curso de 6 alunos e, nessa mesma época, ingressei como professora efetiva no ensino fundamental no município de Pindamonhangaba, estado de São Paulo. Foram dois grandes desafios! Orientar pesquisas e ser professora. O novo sempre causa estranheza e dá certo medo, principalmente de falhar.

Nas orientações eu tive contato com os meus alunos num primeiro encontro em São Joao Del Rei/MG e em Franca/SP, depois a orientação aconteceu a distância, mediada pela plataforma Moodle⁴ e por outras possibilidades como email, Skype⁵, Dropbox⁶ e até Facebook e WhatsApp⁷. Só voltamos a nos ver pessoalmente na defesa. Foi um desafio muito grande, já que era minha primeira experiência “do outro lado”, como orientadora, eu, que até então só havia sido orientada, e ainda era a distância (decisão do tema, elaboração, etc). Sem dúvida aprendi muito.

Na escola estadual comecei lecionando para duas turmas de sexto ano, uma turma de sétimo e uma turma de oitavo ano. Outra experiência desafiadora, mas muito gratificante. Sem dúvida ter participado do PIBID me ajudou muito nessa fase em que começava o meu modo de ser professora. Com essas turmas consegui criar grupos no Facebook e aquela inquietação sobre como era possível utilizar esses grupos como um espaço externo a sala de aula para dialogar acerca de matemática, foi sendo compreendida.

⁴ Ambiente Virtual de apoio à aprendizagem. Permite a criação de cursos online, disciplinas, grupos de trabalho.

⁵ O Skype foi lançado em 2003. É um software que possibilita a comunicação pela Internet. Faz chamadas de voz e vídeo (individual e em grupo), e permite compartilhamento de arquivos e telas.

⁶ O Dropbox é um espaço de armazenamento e partilha de arquivos.

⁷ Aplicativo para celular que permite envio de mensagens instantâneas, chamada de voz e vídeo, e compartilhamento de mídias (fotos, vídeos, arquivos).

Ainda me inquietava a questão da produção do conhecimento matemático ao se estar com as Tecnologias Digitais (TD) e foi esse o tema que me levou à escrita do projeto para o doutorado e que desenvolvemos nesta tese.

Ao escrever este prólogo volto-me para a minha constituição e produção de conhecimento matemático e percebo que as Tecnologias Digitais estiveram presentes, embora de modo bem tímido. Giz, lousa, caderno, lápis, caneta, régua e poucas vezes a calculadora, foram tecnologias presentes na sala de aula, durante o período em que fui aluna. Na educação básica, principalmente no ensino fundamental, ainda não havia grandes investimentos na escola para ter disponível sala com computadores. Programas como o ACESSA Escola, por exemplo, vieram depois. Lembro-me que na época em que era aluna do ensino fundamental tinha muitas editoras que vendiam coleções de livros e enciclopédias para auxiliar os alunos nas pesquisas escolares. Era prática comprar tais recursos para ter condições de realizar pesquisa em casa.

Já no ensino médio, mais precisamente quando eu frequentava o segundo ano, iniciei um curso de informática e compramos nosso primeiro computador, que passou a ser um recurso para as tarefas escolares. Durante a graduação conheci alguns software, como o Excel (fiz uma disciplina optativa de introdução à Programação com Excel e o software também foi um recurso na disciplina de estatística) e o Winplot, que davam possibilidades de construir gráficos, tabelas e analisar alguns dados mediante orientação do professor. Porém, considerando a carga horária do curso de graduação, foram poucas horas destinadas ao trabalho com tecnologias, ou ao conhecimento de software. Tivemos, também, a disciplina obrigatória de programação em C++. O computador, até então, era um recurso, ele auxiliava a fazer pesquisas, montar PowerPoint para apresentação de trabalhos e redigir textos de trabalhos de disciplina. Porém, as discussões sobre tecnologias já estavam presentes em nossas reuniões do PIBID e isso me fez interessada no tema para a pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso.

No mestrado, tendo em vista a pesquisa que eu estava desenvolvendo, o contato com outros colegas do programa, disciplinas, participação em seminários e jornadas é que, efetivamente, pude compreender o sentido das Tecnologias Digitais para o ensino e a aprendizagem. Conheci software como o GeoGebra e suas potencialidades para realizar investigações matemáticas. Com a popularização dos smartphones a tecnologia ganhou novo status, agora ela “estava na palma da mão”, e, cada vez mais, aplicativos potencializavam o diálogo acerca de conteúdos matemáticos.

No trabalho do mestrado fui me encaminhando para a questão da produção do conhecimento matemático ao ser-com as Tecnologias Digitais, conforme destaquei, e o envolvimento nos projetos do grupo Fenomenologia em Educação Matemática, foi me dando confiança para adentrar discussões mais potentes. Hoje, embora não possa olhar para trás e dizer que minha produção de conhecimento com as TD seja efetiva ou consolidada, caminho para uma compreensão da constituição e produção do conhecimento matemático, pelo matemático, ao ser-com o computador.

Aprendi que as respostas não solucionam problemas, elas indicam um caminho, mas, por outro lado, são sempre as perguntas que nos movem. Como entendo, se uma pergunta é respondida, outras tantas nascem com sua resposta. Tenho certeza que, no caminho de tentar compreender a pergunta desta pesquisa, muitas perguntas vão surgindo e vão me motivando/instigando a caminhar, abrindo possibilidades de ser, sempre em movimento de busca, de compreensão.

De modo resumido, digo que este prólogo é um pouco da minha história, até este momento da vida acadêmica que sempre se inicia, (re)começando com as respostas que dão outras perguntas.

Toda pesquisa tem “por trás” – ou subjacente a ela - um pesquisador, e todo pesquisador, sendo uma pessoa, um sujeito que é no-mundo-com-os-outros, tem uma experiência vivida, e, essa experiência, é que o motiva a pesquisar aquilo e não outra coisa. Esse foi um modo que encontrei de dar a conhecer a pesquisadora desta pesquisa e contar coisas que transcendem o que “conta” o Lattes. Mais do que aspectos quantitativos (Quantas publicações? Quantos eventos? Quantos trabalhos? Quantas formações?), queria expor aspectos qualitativos do meu ser-sendo-pesquisadora. É uma breve história que narra fatos da experiência vivida, outros aspectos certamente serão trazidos, talvez de modo subjacente, no decorrer da escrita desta tese.

APRESENTAÇÃO

Procurando tornar explícito ao leitor o caminho trilhado na pesquisa, construímos esta apresentação expondo o modo de organização do texto.

O título deste trabalho, “*A constituição e a produção do conhecimento matemático ao ser-com o computador*”, já dá indícios do que será discutido. A começar pela constituição e produção do conhecimento, mais especificamente o conhecimento matemático. Além disso, a produção que nos interessa é aquela em que o sujeito, ao produzir matemática, está junto ao computador. E ainda, a compreensão do que nos faz querer pesquisar é possibilitada pela postura fenomenológica assumida, logo, dizer dessa postura será relevante.

A interrogação que orienta a busca - “*como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*” – também mostra que outros aspectos são relevantes à compreensão do que interrogamos como, por exemplo, as tecnologias.

Para expor o percurso que fomos traçando ao buscar clareza para o que interrogávamos, estruturamos esta tese em oito seções que detalharemos a seguir.

Na Primeira Seção “Do desejo de querer saber à interrogação da pesquisa”, trazemos as inquietações que motivaram a busca e explicitamos a interrogação.

Os aspectos metodológicos da pesquisa são explícitos na Segunda Seção. Sendo uma pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica, apresentamos alguns aspectos da fenomenologia husserliana e da postura assumida.

O sentido de Tecnologias Digitais (TD) é tratado na Terceira Seção.

Na Quarta Seção, apresentamos um histórico dos computadores e da Internet e expomos o compreendido acerca do sentido do “homem e o computador” ou o “homem-computador” a partir de autores lidos. A visão heideggeriana de *ser-com* e compreensões sobre *ser-com-o-computador* também é tema desta seção.

A produção do conhecimento matemático, a questão da técnica e o sentido de produção em Heidegger, vão compor a Quinta Seção.

Na Sexta Seção, apresentamos os sujeitos da pesquisa e o modo pelo qual os dados foram produzidos, descrevemos os procedimentos da análise fenomenológica e o que, no movimento compreensivo, foi possível destacar como categorias abertas à compreensão.

As três categorias abertas: *O computador como potência para a produção matemática e expressão*, *o Pensar matemático ao ser-com o computador* e *Modos de investigação na produção com o computador*, são discutidas e articuladas na Sétima Seção.

Finalizando o texto escrito, trazemos uma síntese compreensiva na Oitava Seção.

PRIMEIRA SEÇÃO

*Quando o mistério é impressionante demais, a gente não ousa desobedecer. Por mais absurdo que aquilo me parecesse a milhas e milhas de todos os lugares habitados e em perigo de vida, tirei do bolso uma folha de papel e uma caneta.
(SAINT-EXUPÉRY, 2014, p. 10)*

1 DO DESEJO DE QUERER SABER À INTERROGAÇÃO DA PESQUISA

Os primeiros passos em uma pesquisa são sempre os mais difíceis. Às vezes o tema é tão amplo que abre possibilidades para mil e uma perguntas, e num primeiro momento chegamos a querer responder cada uma delas sem nos atentarmos para a profundidade que cada uma delas carrega.

As primeiras linhas são sempre as mais sofridas. Às vezes sabemos o que queremos expressar, mas é tão difícil construir um texto explicitando o pretendido. Escrevem-se algumas palavras, apaga-se. Escrevem-se outras mais e parece não estar bom novamente. Apaga-se tudo de novo. Chego a brincar sobre como seria incrível se existisse um cabo USB que conectássemos ao cérebro e passasse aquilo que pensamos para um arquivo de computador. Talvez, fosse tão mais fácil...

Como mencionado no Prólogo, o intuito do que pretendemos na pesquisa de doutorado vem como uma inquietação ao término da dissertação de mestrado, na qual se buscou compreender como se dava o diálogo acerca de conteúdos matemáticos em comunidades do já desativado Orkut e em grupos do Facebook. Tendo participado dessas comunidades e grupos nosso olhar voltou-se para *como os diálogos sobre matemática se constituíam e eram possíveis nesses espaços*. A análise dos dados da pesquisa de mestrado revelou-nos o ouvir o outro como o solo para que o diálogo seja possível. O voltar-se dos sujeitos para uma determinada postagem os dispunham a dialogar e a expressão se dava: por meio da fala, pela linguagem matemática e por meio de imagens. A questão da produção de conhecimento matemático ao ser-com as Tecnologias Digitais não foi um tema investigado na dissertação,

mas nos provocou, despertando o desejo de querer compreender mais sobre o que subsidiava o diálogo. No entanto, nosso olhar volta-se para outra direção que não aquela dos sujeitos que pertencem às comunidades ou grupos das redes sociais.

A inquietação inicial foi ganhando forma e pôde ser expressa no projeto apresentado para o ingresso no doutorado no qual expusemos o desejo de compreender “*Como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*”. Essa é a nossa pergunta orientadora da pesquisa.

No entanto, entendemos que é preciso que a interrogação, além de fazer sentido para o pesquisador, seja clara a quem a lê. Logo, dizer quem é “o matemático que produz matemática com o computador” significa apontar possibilidade. Esse matemático que, na pesquisa, interrogamos é o profissional que pesquisa (produz) no âmbito da matemática pura ou da matemática aplicada e que, para produzir o que produz, está-com o computador. São esses matemáticos que consideramos como sujeitos da pesquisa. Mas, por que eles?

A opção por tais sujeitos se deu no envolvimento com o projeto do grupo de pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática (FEM), coordenado pelas professoras doutoras Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Rosa Monteiro Paulo, do qual fazemos parte. Ou seja, tendo o FEM um projeto aprovado pelo CNPq que se iniciou em 2015 e tem término previsto para 2019, cujo intuito é investigar “A compreensão e a produção da matemática ao se estar no ciberespaço e junto ao computador e outras mídias”, abriram-se possibilidades de focar os modos pelos quais as vivências ocorrem quando se está junto ao computador e as Tecnologias Digitais considerando a constituição e a produção do conhecimento em vários contextos e com diversos sujeitos: alunos (de todos os níveis da escolaridade), professores, matemáticos, dentre outros.

Ao buscarmos por “produção do conhecimento” no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES⁸, aplicando alguns filtros, tivemos o retorno de 14958 resultados. Já a busca por Tecnologias Digitais e produção do conhecimento retornou 163 resultados, entre teses e dissertações.

Além dessa busca no banco de dados da CAPES, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Unesp de Rio Claro, também vimos diversas dissertações e teses cujo foco seja a construção do conhecimento, constituição do conhecimento e a

⁸ Endereço eletrônico do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES: <http://catalogodeteses.capes.gov.br/>

produção do conhecimento. Alguns trabalhos disponíveis no repositório da instituição⁹ são, o de Kluth (2005), tratando as *Estruturas da álgebra: investigação fenomenológica sobre a construção do seu conhecimento*, o de Santos (2006), focando *A Produção Matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial*, o de Paulo (2006), tratando *O significado epistemológico dos diagramas na construção do conhecimento matemático e no ensino da matemática*, o de Malheiros (2008), visando a *Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem*, o trabalho de Barbosa (2009), *Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia*, o de Mocrosky (2010), discutindo *A presença da ciência, da técnica, da tecnologia e da produção no curso superior de Tecnologia em Fabricação Mecânica*, o de Silva (2017), com *A produção do conhecimento em educação matemática em grupos de pesquisa*, o de Pinheiro (2018), que se volta para *O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica*, dentre vários outros que têm em seu título ou no resumo uma das palavras-chave usadas na busca. Dentre esses alguns deles focam a produção do conhecimento com Tecnologias Digitais.

As discussões são feitas em distintas abordagens e com objetivos variados. Alguns expõem o sentido de conhecimento assumido e de sua produção, outros não. Para o que neste trabalho objetivamos, destacar a vivência do matemático com as Tecnologias Digitais, entendemos que essa busca por trabalhos é relevante para a formação do pesquisador, mas não merecem destaque no texto, já que a vivência, tal qual é considerada pela fenomenologia, traz um fenômeno singular.

Também, focamos nessa busca por trabalhos que discutam o tema do qual nos ocupamos, os grupos de pesquisa do PPGEM. Em nosso próprio grupo de pesquisa, Fenomenologia em Educação Matemática (FEM) há diversos trabalhos que focam a produção do conhecimento com tecnologias. Esses trabalhos têm contribuído para o avanço do grupo e, atualmente, o projeto em vigor, cadastrado no CNPq e do qual nossa tese é integrante, visa a explicitar o sentido que para nós tem a constituição e a produção do conhecimento quando se está junto as Tecnologias Digitais e no ciberespaço.

O Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), também do PPGEM, focam igualmente em seus trabalhos o significado da produção de conhecimento com tecnologias, embora não em uma postura fenomenológica.

⁹ Endereço eletrônico do Repositório Institucional UNESP: <https://repositorio.unesp.br>

Há, dentre os trabalhos do grupo, o constructo teórico seres-humanos-com-mídias de Borba e Villareal (2005) que dá início a toda discussão dessa produção com o computador.

Do que pudemos ver nos trabalhos visitados pode-se dizer que a temática tem sido considerada em diferentes Programas de Pós-Graduação e com objetivos variados. No entanto, para o que nos interessa nesta pesquisa, a constituição e a produção de conhecimento do matemático, mais especificamente do profissional que produz matemática com o computador, analisada em uma perspectiva fenomenológica, põe destaque na vivência do sujeito, em seu modo de perceber e expressar o que faz quando produz com o computador e isso expõe a relevância e originalidade da pesquisa em relação aos trabalhos visitados.

Caminhamos então na busca que visa explicitar o sentido do que em nossa pesquisa é interrogado, agora, nos voltamos para o *como* os matemáticos, que viriam a se constituir sujeitos da pesquisa, se percebem produzindo matemática com o computador e explicitam a presença das tecnologias em sua produção. O *como* de nossa pergunta indica que, ao entrevistar os sujeitos, pretende-se compreender *os modos pelos quais* eles percebem as características da matemática por eles produzida com o computador. Reafirmamos, com isso, que nossa busca volta-se para a vivência da pessoa que com o computador produz conhecimento.

A relevância dessa interrogação para a pesquisa em Educação Matemática se mostra para nós a partir, por exemplo, de leituras como as de Borba (2005), quando o autor afirma que a matemática trabalhada em diferentes contextos e com diferentes mídias é transformada e que a mídia e o contexto interferem na maneira pela qual a matemática é produzida. O autor defende essa ideia expondo que o pensamento é reorganizado pela presença das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e compreender o sentido dessa reorganização e da produção para o sujeito que produz nos instigou e nos moveu fazendo-nos considerar a relevância desta pesquisa para a área de Educação Matemática.

Vale destacar que o constructo seres-humanos-com-media, criado por Borba e Villareal (2005), vem sendo trabalhado nas pesquisas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp, Rio Claro, em diferentes vertentes filosóficas e científicas, tanto no GPIMEM, grupo coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, como no FEM e em outros grupos. Consideramos que essa abertura do constructo fortalece a ideia a ele subjacente, uma vez que permite expor perspectivas com as quais se compreende o modo de o sujeito estar junto às mídias pensando, agindo, produzindo em seu modo de existir no mundo.

Nesta pesquisa a postura assumida é a fenomenológica e, portanto, se considera a percepção do sujeito como o solo para toda produção do conhecimento e nos voltamos para ela procurando evidenciar o modo pelo qual o matemático, ouvido em entrevista, a explicita.

Segundo Merleau-Ponty (1999, p. 6), a “percepção não é uma ciência do mundo, não é nem mesmo um ato, uma tomada de posição deliberada; ela é o fundo sobre o qual todos os atos se destacam e ela é pressuposta por eles”. Para o autor, a percepção é um ato e é ela que nos dá as coisas do mundo, não de modo imediato, mas por perspectivas, e o corpo-próprio é o veículo do ser no mundo (MERLEAU-PONTY, 1999), pois é por ele, com todas as suas possibilidades (táteis, olfativas, etc), que percebemos o mundo. Assim, ao investigar os modos pelos quais o matemático *percebe* a matemática por ele produzida tem-se a intenção de destacar características originais ou primárias (no sentido de primeiras) dessa matemática que é produzida *com o computador* segundo a sua perspectiva (ou a perspectiva do seu produtor).

“Com o computador” é, também, um destaque de nossa interrogação. Isso porque, o computador, tal qual o tratam Kalinke e Almouloud (2013), é uma mídia que possui particularidades. Por exemplo, ao considerarmos um texto na tela do computador: ele pode ser escrito de forma multilinear e multissequencial, mas, ao leitor, é possível dar a dimensão que ele queira. Isso porque, segundo esses autores, “enquanto a página é uma unidade estrutural, a tela é uma unidade temporal” (KALINKE; ALMOULOU, 2013, p. 203). A tela do computador, como um espaço de escrita e de leitura, traz consigo novas maneiras de ler e de escrever e um novo estado ou condição para aqueles que praticam nela (na tela) a escrita e a leitura. Isso nos faz considerar que, se nos voltamos para o contexto da produção matemática com o computador, pode-se questionar que estado ou condição seria essa?

Afirmações como as de Borba (2005) e Kalinke e Almouloud (2013), dentre outros autores, nos tornam confiantes da relevância do interrogado para a pesquisa em Educação Matemática e nos fazem atentos às características dessa produção matemática na perspectiva do seu produtor. Essa atenção nos leva a indagar o modo pelo qual as características do que é produzido são percebidas e explicitadas pelo matemático. Ou seja, ao darmos conta do que interrogamos será possível expor se o matemático que produz matemática com o computador percebe-se produzindo uma matemática distinta daquela da cultura ocidental ou mesmo quais são as características dessa matemática que é assim produzida ou como as tecnologias interferem no modo pelo qual a matemática é, por ele, produzida.

É nesse emaranhado de intenções que fomos dialogar com os matemáticos visando explicitar o compreendido acerca das características da matemática por ele produzida. Para tanto a explicitação do percebido é importante para a nossa pesquisa. Ou seja, focamos a

percepção do matemático no diálogo mantido com eles. Isso já aponta que, além de definir os sujeitos com os quais se pretende dialogar tem-se também o modo pelo qual os dados da pesquisa serão produzidos: por meio do diálogo ou de entrevistas. Mas, neste texto que é um modo de expor o vivido, antes de trazer o diálogo vamos destacar outros aspectos que consideramos significativos à compreensão do cenário no qual a pesquisa foi desenvolvida como, por exemplo, explicitar a própria postura assumida e as compreensões do sentido que o trabalho com tecnologias fez para nós.

SEGUNDA SEÇÃO

/.../ Quando a gente lhes fala de um novo amigo, as pessoas grandes jamais se interessam em saber como ele realmente é. Não perguntam nunca: “Qual é o som da sua voz? Quais os brinquedos que prefere? Será que ele coleciona borboletas?” Mas perguntam: “Qual é sua idade? Quantos irmãos ele tem? Quanto pesa? Quanto ganha seu pai?” Somente assim é que elas julgam conhecê-lo. Se dizemos às pessoas grandes: “Vi uma bela casa de tijolo cor-de-rosa, gerânios na janela, pombas no telhado...”, elas não conseguem, de modo algum, fazer uma ideia da casa. É preciso dizer-lhes: “Vi uma casa de seiscentos mil reais.” Então elas exclamam: “Que beleza!”
(SAINT-EXUPÉRY, 2014, p. 17-8)

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Em sua obra O pequeno príncipe, um clássico da literatura, Saint-Exupéry destaca inúmeras vezes que as pessoas grandes adoram os números e não se importam com as características. Em nossa pesquisa, somente números, ou seja, uma pesquisa quantitativa, não seria suficiente para dizer daquilo que pretendemos. Por isso, optamos por uma pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica.

Meu primeiro contato com a Fenomenologia, enquanto metodologia de pesquisa, foi em 2010 quando cursava a disciplina Metodologia da Pesquisa Científica na graduação. Nesse primeiro momento conheci a Fenomenologia por meio de uma breve apresentação. No ano posterior, 2011, para o TCC, desenvolvido com abordagem fenomenológica, iniciei minha participação em um grupo de estudos para alunos da graduação que se interessavam em estudar fenomenologia, coordenado pelas professoras Rosa Monteiro Paulo e Tania Lacaz.

Em 2012, ao ingressar no PPGEM como aluna do mestrado, comecei a participar do grupo FEM e a frequentar as reuniões que aconteciam semanalmente com parte dos membros do grupo, aqueles que estavam vinculados ao PPGEM como discentes, orientandos da professora Maria Bicudo e também da professora Rosa Monteiro. Em algumas reuniões tínhamos a presença das professoras citadas.

O FEM possui subgrupos cujos membros se reúnem para estudar determinados textos escolhidos a partir do interesse desse subgrupo, com a intenção de discutir e aprofundar algumas ideias. Como mencionado por Zilles (2002), as obras de Husserl são densas, tem uma base filosófica que carece de compreensão, principalmente por parte de quem se propõe a trabalhar nessa perspectiva. Em 2015 orientandos da professora Rosa Monteiro e alguns alunos do PPGEM começaram a se reunir, presencialmente e por Skype, para ler e discutir textos de fenomenologia. Esse subgrupo foi crescendo e nos reuníamos a cada 15 dias para estudo das obras husserlianas.

Além das reuniões do subgrupo há os encontros do grupo FEM nos quais se apresentam e discutem as pesquisas que estão sendo desenvolvidas pelos subgrupos visando à compreensão da interrogação do projeto maior, cadastrado no CNPQ. Esse é, portanto, o solo no qual vai se constituindo minha experiência vivida com fenomenologia.

Entendemos que, para o que nos propomos a investigar nesta tese de doutorado, a pesquisa qualitativa é a que melhor poderia nos auxiliar a compreender o que nos desafia, a saber: “*Como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*”. Entendemos que nossa busca caminha na direção de explicitar as qualidades do que nos dados irão se mostrar ao olhar atento do pesquisador. Logo, opta-se pela pesquisa qualitativa.

O termo *qualitativa* que acompanha a palavra *pesquisa* indica que buscamos por qualidades dos dados que iremos analisar. Bicudo (2011) esclarece o sentido desse termo ao dizer que o qualitativo da pesquisa informa que se está buscando trabalhar com qualidades dos dados à espera de análise. A busca pela qualidade, porém, pode se dar na observação de um objeto ou de sua percepção. Segundo a autora, o par objeto/observado indica certo modo de fazer pesquisa e de compreender o pesquisar indicando uma separação entre o sujeito e o objeto observado. O par fenômeno/percebido indica que o *objeto percebido* mostra-se ao sujeito, ou seja, não há percepção se não houver o sujeito que percebe e o objeto que é percebido. Na postura que assume na pesquisa o par fenômeno/percebido, Bicudo (2011) afirma que o fenômeno¹⁰ é sempre situado, ou seja, exploram-se as nuances do percebido a fim de que as qualidades disso que na percepção é percebido se mostrem, possibilitando ao pesquisador compreensões e interpretações acerca do investigado.

¹⁰ Fenômeno, aqui, está sendo considerado como o que é interrogado na pesquisa e, ao longo do trabalho, será melhor explicitado.

Essa breve distinção que fizemos recorrendo a Bicudo (2011) permite ver que mesmo fazendo uma pesquisa qualitativa, há modos distintos de conduzi-la e esses modos precisam ser explicitados. Nesse sentido, salientamos que, além de nossa pesquisa ser qualitativa, a intenção é que ela seja conduzida segundo a atitude imperante na abordagem fenomenológica, que será assumida durante todo o seu caminhar.

Cabe, agora, explicitar esse modo de pesquisar fenomenologicamente.

2.1 Husserl e a Fenomenologia husserliana – breve biografia

A fenomenologia que assumimos neste trabalho é a inaugurada no início do século XX pelo filósofo e matemático alemão Edmund Husserl (1859 -1938).

Esse anúncio é importante, pois, segundo Zilles (2002), o termo fenomenologia foi usado em contextos diversos e nem sempre com a mesma concepção. Ernest Mach (1838-1916), filósofo e positivista, postulou uma “fenomenologia física geral”. Pierre Teilhard de Chardin (1881-1955), no século XX, se vale da fenomenologia para o estudo de uma dialética da natureza centrada no homem. Lambert, no século XVIII, utilizou a palavra fenomenologia no *Neues Organon* (1764), intitulado “fenomenologia ou teoria da aparência ilusória e suas variedades”, para fundamentar o saber empírico. Emmanuel Kant em uma carta a Marcus Hertz, datada de 1772, anunciou seu propósito de escrever uma “fenomenologia geral” como propedêutica à metafísica, propósito que, de acordo com Zilles (2002), realizou na “estética transcendental” da *Crítica da razão pura* (1781). Hegel (1770-1831), na obra *Fenomenologia do espírito* (1807), assume a fenomenologia como “o saber da experiência que faz a consciência”. Isso mostra, segundo Zilles (2002), um pouco da distinção do termo fenomenologia na fenomenologia de Edmund Husserl desde as *Logische Untersuchungen* (1900-1901).

Embora não seja nosso intuito explorar a distinção entre concepções fenomenológicas, consideramos importante destacar que a assumida neste trabalho tem a perspectiva husserliana. E, para que seja possível compreendê-la, vamos trazer um pouco do percurso de seu criador.

Edmund Gustav Albrecht Husserl nasceu em Prossnitz, Morávia, em 8 de abril de 1859. Estudou Matemática, Física e Astronomia na universidade de Leipzig. Doutorou-se em Viena em 1883 com a tese *Sobre o cálculo das variações*. Logo após, foi nomeado, em Berlim, professor auxiliar de Weierstrass, seu ex-professor, mas teve que suspender suas

atividades por motivos de saúde. Após o serviço militar, dedicou-se à leitura de Aristóteles e à Fenomenologia do Espírito de Hegel. Frequentou cursos de Brentano, psicólogo e filósofo, em Viena, de 1884 a 1886. Seguindo as recomendações de Franz Brentano, cujas concepções muito lhe influenciaram, preparou sua livre-docência em Halle com Stumpf. Foi professor na universidade de Halle de 1887 a 1901, período em que desenvolveu seu trabalho *Investigações lógicas*. Em 1901 foi nomeado professor na universidade de Göttingen e nesse período amadureceu a elaboração de sua fenomenologia. Em 1935 fez sua palestra sobre “a filosofia na crise da humanidade europeia” em Viena e em novembro daquele mesmo ano falou na universidade de Praga sobre “a crise das ciências europeias e a fenomenologia”. Faleceu em 27 de abril de 1938.

De acordo com Zilles (2002), Husserl nunca foi e nem será um filósofo popular pelo fato de suas obras serem de difícil interpretação. Porém, a atitude e o método fenomenológico de Husserl exerceram influência não somente sobre as filosofias de Heidegger e Sartre, mas “sobre o neotomismo e sobre a filosofia em geral, sobre o direito, as ciências da linguagem, como sobre a estética, a sociologia e a psicologia” (ZILLES, 2002, p. 11). Zilles (2002) afirma que a contribuição mais importante de Husserl está na elaboração rigorosa e sistemática do *método fenomenológico* e na descrição rigorosa da *atitude fenomenológica*.

Segundo Zilles (2002, p. 6), Husserl “desenvolve a fenomenologia como ciência fundamentadora, baseando-se na análise reflexa do conteúdo do ato de pensar enquanto manifesta a realidade (fenômeno)”. Para Husserl, encontrar o fundamento do que se busca compreender exige “colocar-se acima da mera experiência prática e despir-se de todos os preconceitos, orientando-se apenas por uma evidência apodítica, ou seja, destituída de toda a possibilidade do seu contraditório. Para isso distingue a atitude transcendental da atitude natural” (ZILLES, 2002, p. 6).

É com esse desejo de “despir-se de todos os preconceitos” que, na pesquisa fenomenológica, nos voltamos à compreensão do que se mostra na evidência, orientados pelo rigor da postura fenomenológica para expor *como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*.

2.2 A Fenomenologia e a postura fenomenológica

A palavra fenomenologia, segundo Bicudo (1999), é constituída por duas palavras gregas: *Phainomenon* (fenômeno) e *logos*. *Phainomenon* deriva do verbo *Phainestai*, e significa ‘o que aparece’, ‘o que se mostra’ e *logos* significa ‘o que reúne’, ‘o que unifica’. A principal característica da fenomenologia é ser uma “filosofia da consciência /.../ no sentido de ser um pensar radical” (BICUDO, 1999, p. 14) do que aparece na percepção do *fenômeno*. Se fenômeno, “diz do que se mostra na intuição ou percepção /.../ *logos* diz do articulado nos atos da consciência em cujo processo organizador a linguagem está presente” (BICUDO, 2011, p. 29).

Porém, dizer que fenômeno é aquilo que se mostra suscita a pergunta: se mostra para quem? Para o sujeito da percepção, ou seja, para quem percebe. Nisso, vai fazendo sentido na pesquisa o par fenômeno/percebido como um modo de compreender o que se mostra, pois ele (esse modo) “indica que a qualidade é percebida, mostrando-se na percepção do sujeito” (BICUDO, 2011, p. 19) que se volta de modo atento ao fenômeno. Ales Bello (2006) diz que as coisas se mostram para nós, e somos nós que buscamos o sentido e o significado do que está se mostrando. Por isso, diz-se que sujeito e fenômeno são correlatos. Isso indica que não há sujeito “em si” e nem objeto “em si”. Mas *fenômeno*, objeto da percepção, é sempre com sentido no horizonte de compreensão do sujeito. Ou seja, na perspectiva fenomenológica, não há separação entre o sujeito e o objeto, pois o percebido é para o sujeito da percepção. O objeto, então, é sempre objeto intencional. Ele é sempre para a *consciência*, entendida como *intencionalidade* ou como o *movimento de voltar-se para* o que se mostra, abarcando o que nesse *voltar-se para* se dá a conhecer.

Pode-se dizer, com Bicudo e Garnica (2011, p. 35) que a “fenomenologia não assume a realidade separada daquele que conhece, entendendo que homem-mundo se constitui como uma totalidade” o que nos permite compreender que só existirá um *fenômeno* se existir um *sujeito* para o qual ele (o fenômeno) se mostre. Esse modo de compreender o fenômeno/percebido diz da vivência no mundo da experiência, ou *Lebenswelt* (mundo-vida), como o denomina Husserl. Mundo no qual sempre já estamos como sujeitos capazes de perceber o que nos vem ao encontro. Ou, como diz Merleau-Ponty (1999, p. 42), como horizonte de toda percepção possível, “mundo percebido /.../ mundo sempre pressuposto por toda racionalidade, todo valor e toda existência”.

Quando nos voltamos para o contexto da pesquisa, essa percepção, ao ser explícita, traz o modo de o sujeito compreender o que a ele se mostra, pois, segundo Bicudo (2011, p.

38), “as vivências são dadas pelas expressões daquele que as experiencia e por isso a descrição torna-se chave da pesquisa qualitativa fenomenologicamente conduzida”. No caso de nossa pesquisa, o modo pelo qual o sujeito que vivencia a produção do conhecimento matemático com o computador explicita as características percebidas de sua produção é o fenômeno interrogado. O modo de o sujeito vivenciar, perceber a sua produção é o ‘objeto’ para o qual nos voltamos buscando compreensão. Ou, como diz Bicudo (2011, p. 42-3) “a experiência vivida é o ponto de partida e o ponto de chegada da pesquisa fenomenológica” cabendo ao pesquisador estar atento para compreendê-la.

Ainda, se entendermos com Husserl (2008, p. 17) que a fenomenologia visa “ir ao encontro das coisas em si mesmas”, o intuito na pesquisa fenomenológica é explicitar o sentido que as coisas do mundo faz para o sujeito. Para isso, Husserl propõe a “análise compreensiva” da consciência, entendendo que todas as vivências do mundo se dão na e pela consciência. Conforme mencionamos acima, consciência é intencionalidade. Ou, de acordo com Ales Bello (2006, p. 45) “é como um ponto de convergência das operações humanas que nos permite dizer o que estamos dizendo ou fazer o que estamos fazendo como seres humanos”. É o movimento intencional de voltar-se para o que se mostra abrangendo atos de intuição e percepção que possibilitam, ao sujeito, conhecer, compreender e expressar o compreendido.

Com isso, pode-se afirmar que a fenomenologia husserliana propõe uma análise compreensiva da consciência, enfatizando que não se trata de aproximar a fenomenologia de um fenomenismo, em que tudo o que existe é apenas um fenômeno da consciência. Mas, de acordo com Zilles (2002, p. 12), para Husserl, “a tarefa da fenomenologia é /.../ estudar a significação das vivências da consciência”.

Uma pesquisa que assume a postura fenomenológica, portanto, exige que o pesquisador se volte para o que se mostra, deixando isso que se mostra, se fazer ver. Para isso, é preciso que o pesquisador tenha um rigor metodológico e um foco – ou uma interrogação – que lhe dirija o olhar, sem que ele se deixe satisfazer por explicações causais ou teóricas. O pesquisador deverá descrever os fenômenos, deverá estar atento ao que se mostra, descrever o que se mostra, livre, tanto quanto possível, de conceitos prévios ou preconceções que sejam considerados para explicar ou justificar o que se mostra. Esse abandono de conceitos prévios é, na pesquisa, o movimento da *époché* que Husserl dizia ser uma suspensão ou um modo de colocar entre parênteses o conhecido de modo que a evidência do percebido seja possível. É um movimento no qual o pesquisador considera a força do que é

dito pelos seus sujeitos acerca de sua experiência vivida (no caso de a pesquisa envolver diálogos, entrevistas, registro de falas), deixando que o dito se sobressaia, ganhe voz.

A descrição torna-se, portanto, importante na pesquisa fenomenológica já que, por meio dela, o modo pelo qual o fenômeno se mostra torna-se possível de ser compreendido. No entanto, a pesquisa fenomenológica não se limita ou se esgota na descrição. É preciso ir além, explicitando o sentido que o que se mostra para o pesquisador à luz do que interroga, interpretando e expondo o compreendido. O que ilumina toda a trajetória é a interrogação que se mantém viva ao longo da pesquisa e sustenta o movimento da compreensão.

Então, podemos dizer que tudo se inicia com o desejo do pesquisador de compreender algo. Esse desejo de compreender o faz perquirir o que, muitas vezes, ainda não está bem delineado. Ele tem inquietações que o impulsiona à busca e na trajetória elas vão dando forma a interrogação que orienta o seu olhar. Desse modo, pesquisar em uma postura fenomenológica é seguir um caminho que vai se fazendo na própria caminhada rumo à compreensão do que é interrogado, sendo essa interrogação o que dirige o olhar e exige que a ela nos voltemos inúmeras vezes, sempre perguntando pelo sentido que ela tem para o pesquisador.

A interrogação, conforme Bicudo (2011, p. 38-9), é necessária à pesquisa fenomenológica inclusive para a definição do caminho a ser trilhado uma vez que ela,

*/.../ expressa a perplexidade do pesquisador, orienta os passos a serem dados em busca da compreensão e explicitação do compreendido e interpretado. Se a interrogação pergunta pelo *o que é is so que...*, o olhar recai sobre os aspectos ontológicos, solicitando a investigação de estruturantes do fenômeno. Se pergunta pelo *como essas vivências ocorrem ou como se dá o tempo vivido em tal e tal contexto a respeito de tal e tal vivência*, solicita que se investigue modos pelos quais sujeitos contextualizados vivenciam suas experiências /.../ Se pergunta pelo dito em textos que expressam discursos já articulados sobre temas específicos, a busca recai na interpretação hermenêutica, com foco nos aspectos culturais e históricos. Se a interrogação se dirige ao modo pelo qual ideias específicas tidas como historicamente significativas e afetas a uma região de inquérito foram geneticamente constituídas, então a investigação solicita um trabalho de cunho histórico. Se recai sobre contextos socialmente estruturados e respectivos modos de funcionamento, a análise solicita um trabalho de fundo sociológico. E assim se constitui o pensamento, tendo-se como indicador, do caminho a ser trilhado, a interrogação. (grifos do autor).*

Entende-se, portanto, que a interrogação na pesquisa fenomenológica “indica a trajetória a ser percorrida pela investigação, [possibilitando que o pesquisador defina]

procedimentos e sujeitos e apontando a direção da análise e respectiva interpretação” (BICUDO, 2000, p. 81).

Nesta pesquisa assumimos a postura fenomenológica, o que significa dizer que consideramos o objeto sempre como intencional e, portanto, correlato ao sujeito. Significa, também, ter uma inquietação e procurar explicitar o que dela se compreende destacando, de um emaranhado de vivências que envolvem as leituras que o pesquisador realiza, os sujeitos com os quais se envolve na pesquisa, as articulações que é capaz de fazer no caminhar, o sentido que o interrogado faz para ele.

Em linhas gerais, a postura fenomenológica nos leva a assumir um modo de fazer pesquisa que busca deixar que o discurso dos sujeitos seja revelador do sentido do interrogado, destacando que a interrogação está situada. Ou seja, os sujeitos da pesquisa são em um determinado “contexto” que é aquele da experiência vivida o que torna o fenômeno situado. Dito de outro modo, pode-se entender que o fenômeno da fenomenologia dá-se no mundo-vida da experiência vivida, situado num tempo e espaço vividos considerado *Região de Inquérito*.

Os dados são produzidos pelas descrições dos sujeitos que vivenciam o fenômeno em uma dada situação. Logo, se constituem na descrição da experiência vivida por esses sujeitos. A descrição é relato ou depoimento de sujeitos distintos e, portanto, são distintas e dizem de uma experiência vivida distinta. Caberá ao pesquisador buscar na diversidade dos relatos das experiências vividas o sentido que o relatado tem para a compreensão do que interroga. Ou seja, é pelas descrições que o pesquisador busca a estrutura do fenômeno ou aquilo que, na descrição, se mantém característico no movimento da compreensão do que nos dados se mostram (o movimento de ir a coisa ela mesma). Essa compreensão que pela postura fenomenológica é possibilitada não é, portanto, um modo de comprovar ou de confirmar hipóteses, trata-se de uma postura crítica frente ao tema que está sendo interpretado, esclarecido à luz da interrogação que orienta a pesquisa. Crítica porque vai às raízes da constituição do conhecimento.

Visando a transcendência das descrições, o pesquisador busca pelos invariantes que, segundo Bicudo (1991, p. 65), “permite, ao mesmo tempo, que o intérprete compreenda o mundo (realidade onde vive, da qual partilha) e se compreenda (enquanto pessoa individual, como ser humano)”. A transcendência vai se dando no movimento de redução, indo em direção às generalidades dos individuais (descrição de cada sujeito e análise de cada unidade de significado).

Em nossa pesquisa, interrogando *como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*, situamos o fenômeno “explicitação do percebido acerca das características do conhecimento produzido com o computador” no contexto das experiências vividas dos matemáticos com os quais dialogamos. Antes, porém, de nos voltarmos para a interpretação do que nos diálogos se mostra relevante à compreensão do interrogado, optamos, na próxima seção, por apresentar o sentido que as tecnologias têm para nós, à luz dos autores lidos. É importante destacar que isso é relevante à compreensão do interrogado uma vez que ilumina o solo no qual a produção do conhecimento se dá tornando-o claro para nós, de modo que seja possível dialogar com os sujeitos.

TERCEIRA SEÇÃO

- *Por favor... cativa-me!* – disse ela.
 - *Eu até gostaria – disse o príncipezinho -, mas não tenho tempo. Tenho amigos a descobrir e muitas coisas a conhecer.*
 - *A gente só conhece bem as coisas que cativou – disse a raposa. – Os homens não têm mais tempo de conhecer coisa alguma. Compram tudo já pronto nas lojas. Mas, como não existem lojas de amigos, os homens não têm mais amigos. Se tu queres um amigo, cativa-me!*
 - *Que é preciso fazer?* – perguntou o pequeno príncipe.
 - *É preciso ser paciente – respondeu a raposa. – Tu te sentarás primeiro um pouco longe de mim, assim, na relva. Eu te olharei com o canto do olho e tu não dirás nada. A linguagem é fonte de mal-entendidos. Mas, cada dia, te sentarás mais perto...*
 (SAINT-EXUPÉRY, 2014, p. 67)

3 BUSCANDO O MODO PELO QUAL SE COMPREENDE TECNOLOGIAS DIGITAIS

Para que se possa compreender daquilo que se fala é preciso tempo e paciência. Cada assunto precisa ser “cativado”, pois tal como nos diz Saint-Exupéry “a gente só conhece bem as coisas que cativou”. É preciso ler uma obra, e outra, e outra, e ainda outra. Temos muitas coisas “prontas”, mas o simples fato de ser “muitas” não dá conta daquilo que você quer compreender, é preciso que faça sentido. O sentido, no caminhar da pesquisa, se faz a partir do que é lido, estudado, dialogado e te dispõe a dizer daquilo que “cativou”.

Muito se tem discutido acerca das Tecnologias Digitais (TD). As discussões envolvem tanto a utilização das TD nas salas de aula dos variados níveis de ensino quanto às potencialidades dos *software* para o ensino e para a aprendizagem de matemática, o ciberespaço como possibilidade de trabalho, ambientes virtuais, a Educação a Distância, entre outras possibilidades abertas pelas tecnologias.

Para que possamos compreender a constituição e a produção do conhecimento matemático ao ser-com as TD é preciso antes entender o entorno da pesquisa como, por

exemplo, o que são as TD. Encontrar obras que tragam uma definição sobre o que é TD não é tão fácil, a maioria discute a inserção delas nos mais variados âmbitos, suas potencialidades e dificuldades, tal como mencionamos acima. Porém, é fato que elas são parte do nosso dia a dia.

Mas, quando nos perguntam “o que são TD?” algo nos surpreende. É, praticamente, algo que “sabemos o que é, sabemos do que se trata, mas não sabemos explicar”. Ou, talvez, seja algo para o qual nunca tenha havido a necessidade ou o interesse de explicar uma vez que “achamos” que seja suficiente conhecê-las no uso cotidiano.

Nos dias de hoje, quando nos falamos de tecnologia, associamos diretamente a palavra aos aparelhos modernos como *smartphone*, computadores, tecnologia de ponta que envolve máquinas altamente “inteligentes” capazes de realizar inúmeras tarefas em diferentes áreas da engenharia à medicina. Cada área é capaz de lhe dar um exemplo de algo que esteja relacionado a tecnologia. Mas será que tecnologia é só isso?

Para nós o sentido de TD carece de explicitação. Para compreender o que diz o termo, primeiramente, fomos ao dicionário – onde, na maioria das vezes, buscamos o significado de termos desconhecidos.

O dicionário da língua portuguesa Aurélio¹¹, diz que tecnologia é: (1) *ciência cujo objeto é a aplicação do conhecimento técnico e científico para fins industriais e comerciais;* (2) *conjunto dos termos técnicos de uma arte ou de uma ciência;* (3) *tratado das artes em geral;* (4) *alta tecnologia: o mesmo que tecnologia de ponta;* (5) *tecnologia de ponta: a de última geração, a mais avançada.* Os significados expressos nos itens (4) e (5), de certo modo, nos remete àquela ideia inicial de aparelhos modernos e inteligentes. Fomos, também, ao dicionário de filosofia Abbagnano (2007, p. 942) e o termo tecnologia aparece como: (1) *Estudo dos processos técnicos;* (2) *o mesmo que técnica;* (3) *O mesmo que tecnocracia.*

Outra opção que temos para buscar o significado do termo é a análise etimológica. A etimologia da palavra tecnologia permite dizer que ela é constituída de duas palavras gregas: *Techné* (técnica) e *logos*. De acordo com Lima (2012), tecnologia é um termo que vem do grego “*techné*” que significa “técnica, arte, ofício” juntamente com o sufixo “*logia*” que significa “estudo”. Desse modo, embora seja um termo abrangente, “podemos definir [tecnologia] como um conjunto de técnicas, processos, métodos, meios e instrumentos de um ou mais domínios das atividades humana” (LIMA, 2012, s/p). Porém, define-se tecnologia

¹¹ Disponível em: <<https://dicionarioaurelio.com/tecnologia>>. Acesso em: 18 Jun. 2017.

como um conjunto de técnicas¹². O que isso significa? Continuamos a caminhada rumo à compreensão do termo.

Garcia et al. (2011), considerando o trabalho de Veraszto et al. (2008), afirmam que há uma complexidade que não permite definir, com concordância, o termo tecnologia, pois, o seu conceito variou muito ao longo da história. No entanto, afirmam os autores, é um grande equívoco tomar tecnologia como sinônimo de ferramenta ou artefato tecnológico, especialmente no contexto educacional em que se corre o risco de tomar a tecnologia como ferramenta, mantendo-se uma prática de ensino tradicional baseada na transmissão de informações e adornada por artefatos tecnológicos. Assim, esses autores assumem a tecnologia como sendo algo a mais que ferramenta, ligada ao modo de conhecer que subjaz ao artefato (GARCIA et al., 2011, p. 81).

Para Kenski (2007), as tecnologias também não dizem respeito somente às máquinas, mas vai além, abarcando a “totalidade de coisas que a engenhosidade do cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas” (KENSKI, 2007, p. 23). A autora entende tecnologia como “o conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade” (KENSKI, 2007, p. 24).

O modo como esses autores consideram a tecnologia vem ao encontro do que estamos pensando nesta pesquisa e que será melhor explicitado, *a posteriori*, quando formos falar do ser-com-as-TD ou ser-com-o-computador.

Por ora, voltamo-nos para o significado de *digital*. Indo novamente ao dicionário da língua portuguesa, Dicionário Caldas Aulete¹³ online, são explícitos significados como: (1) *inerente ou pertencente aos dedos (impressão digital)*; (2) *a dígito, que se apresenta em dígitos (mostrador digital)*; (3) *que é processado na forma de dígitos (algarismos) por microcomputador (biblioteca digital)*; entre outros.

Garcia et al. (2011, p. 82) dizem que “o *digital* é responsável por uma grande revolução não apenas tecnológica, mas também cultural” (grifos dos autores). Tal afirmação está relacionada com a transição do analógico para o digital que “permitiu a criação e organização de elementos de informação, o estabelecimento de novas formas de comunicação, assim como as simulações e as estruturações evolutivas nos ambientes online de aprendizagem” (GARCIA et al., 2011, p. 82).

¹² Ainda retornaremos ao sentido da técnica neste texto buscando compreendê-la a luz das ideias de Martin Heidegger. Porém, neste momento, iremos avançar com a compreensão das TD nos autores lidos.

¹³ <http://www.aulete.com.br/digital>.

Assim, a expressão Tecnologia Digital pode ser entendida, como afirmam Ribeiro (2014) e Lima (2012), como um conjunto de tecnologias que permite transformar qualquer dado ou linguagem em números, composição em 0 e 1. Ou seja, permite que um texto, uma imagem, um vídeo, um áudio expresso em uma linguagem que conhecemos seja “traduzido” para uma linguagem de programação que possa ser lida por dispositivos variados como computadores, *tablets*, *smartphones*. Garcia et al. (2011, p. 82) dizem, ainda, que TD “significa /.../ uma nova materialidade das imagens, textos e sons que, na memória do computador, estão definidos matematicamente e processados por algoritmos, em combinações numéricas de 0 ou 1”. Ribeiro (2014, s/p) afirma que “a estrutura que está dando suporte a esta linguagem está no interior dos aparelhos e é resultado de programações que não vemos. Nesse sentido, *tablets* e celulares são microcomputadores”.

Com isso se pode compreender que as TD são baseadas em uma lógica binária em que os dados são processados e armazenados a partir de valores lógicos 0 e 1.

As TD emergiram no século XX, fruto do desenvolvimento tecnológico e trouxeram consigo grandes mudanças, revolucionando áreas industriais, econômicas e transformações na sociedade. Dentre essas tecnologias digitais que provocaram mudanças, está o computador, para o qual nos voltamos em nossa pesquisa. Procuraremos, no texto, expor aspectos de seu desenvolvimento e explicitar como, a partir dos autores lidos, compreendemos a “relação homem-computador” e o “ser-com-o-computador” na constituição e produção do conhecimento.

QUARTA SEÇÃO

- *É possível. Pois bem, quando a moral do explorador parece boa, faz-se uma investigação sobre a sua descoberta.*
 - *Vai-se vê-la?*
 - *Não. Seria muito complicado. Mas exige-se do explorador que ele forneça provas. Tratando-se, por exemplo, da descoberta de uma grande montanha, é essencial que ele traga grandes pedras.*
O geógrafo, de repente, se entusiasmou:
 - *Mas tu... tu vens de longe. Certamente és explorador!*
Portanto, vais descrever-me o teu planeta!
E o geógrafo, tendo aberto o seu caderno, apontou o lápis. Anotam-se primeiro a lápis as narrações dos exploradores. Espera-se, para anotar a caneta, que o explorador tenha trazido as provas.
 - *Então? – interrogou o geógrafo.*
 (SAINT-EXUPÉRY, 2014, p. 53)

4 COMPUTADOR E INTERNET: UM POUCO DE HISTÓRIA

Se fizermos uma comparação entre os primeiros computadores e os que temos nos dias de hoje vê-se que houve uma grande transformação, e também evolução, que vai desde os *hardware*, que é a parte física do computador, até os *software*.

Lévy (1999), ao falar da *emergência do ciberespaço*, traz alguns aspectos históricos do surgimento dos computadores e seu desenvolvimento. Diz que os primeiros computadores surgiram nos anos 1945 nos Estados Unidos e Inglaterra. Eram, àquela época, calculadoras programáveis capazes de armazenar programas.

O famoso ENIAC (*Electronic Numerical Integrator And Computer*), foi o primeiro computador eletrônico e digital automático. Foi desenvolvido a pedido do exército dos Estados Unidos para seu laboratório de pesquisa balística. Começou a ser construído em 1943, período da segunda guerra mundial, no departamento de engenharia elétrica da Universidade da Pensilvânia por Presper Eckert e John W. Mauchly. Pesava cerca de 30 toneladas, ocupando uma área aproximada de 180m² e continha a arquitetura básica de um computador que é empregada até os dias de hoje (memória principal, memória auxiliar, unidade central de processamento e dispositivos de entrada e saída de dados). O usuário

precisava saber uma linguagem de programação, no caso FORTRAM, para que pudesse manuseá-lo. A principal função do ENIAC era a sua rapidez de cálculo.

Cabe salientar que antes do ENIAC computadores mecânicos e eletromecânicos haviam sido construídos.

A partir da década de 50 o tamanho e o preço dos computadores começaram a diminuir. De acordo com Gadelha (s/a), foi neste período que se iniciou a pesquisa de circuitos integrados, os chips, que possibilitaram a ‘miniaturização’ dos equipamentos eletrônicos.

Na década de 70, Lévy (1999) afirma que teve uma “virada fundamental”, pois o computador pessoal começou a se desenvolver. Até então era exclusivo para empresas e órgãos governamentais. No ano de 1974, a Intel projetou o microprocessador, o que permitiu a criação do computador pessoal ou microcomputador. Em 1976 surgiu o primeiro computador pessoal Apple I, cujos inventores foram Steve Jobs e Stephan Wozniak. Em 1981, a IBM lançou o PC (*Personal Computer*), que se tornou um sucesso comercial. Desde então os computadores só foram sendo aprimorados dando origem aos processadores mais potentes e avançados, interfaces gráficas, armazenamento e versões portáteis (*laptops* e *palmtops*). De 1981 até os dias atuais muitas mudanças ocorreram.

Ao falar de computador e de seu surgimento somos remetidos a falar, também, da rede mundial de computadores, a Internet.

O surgimento da Internet ocorreu nos Estados Unidos nos 60. Era utilizada como uma rede de informações militares que interligava os centros de comando e de pesquisa bélica. Nos anos 70, a Internet passou a ser utilizada pela comunidade acadêmica, mas foi nos anos 90, com o surgimento da *World Wide Web* (WWW) que aconteceu a expansão da Internet. Antes da WWW, que possibilitou o envio de imagens, vídeos e som, só era possível enviar textos, através do *software* Gopher. Com a Internet origina-se também o Ciberespaço que, de acordo com Lévy (1999), é um espaço de comunicação aberto pela interconexão mundial de computadores e das memórias dos computadores.

Esse breve histórico do surgimento do computador, primeiros computadores pessoais e a Internet nos levam a considerar o impacto das tecnologias na sociedade. Não vamos nos prender ao computador, mas nos abrimos à outras tecnologias digitais como, por exemplo, o *smartphone* e o *tablet*. A chegada das TD proporcionou novos modos de comunicação e cada vez mais nos vemos enlaçados por elas. Como exemplo desse enlace podemos citar o modo como nos relacionamos com nossos *smartphones*, onde o acesso às informações via Internet está na palma das mãos (literalmente).

É fato que as tecnologias digitais estão aí, cada vez mais presentes no dia a dia. A Internet possibilitada via banda larga, *wifi*, 3G ou 4G está nos diversos aparelhos móveis tornando o ciberespaço mais acessível. Somos a sociedade em rede da qual nos fala Castells (2005). Daí compreender as TD é relevante; discutir suas potencialidades, suas vantagens e desvantagens ou entender o que elas podem oferecer é uma exigência para o profissional da Educação. O profissional da Educação se envolve com as questões atuais da tecnologia e um dos seus objetivos, enquanto profissional dessa área, é a formação cidadã, seja de alunos da educação básica ou de futuros professores. Então, formar para o mundo em que as TD estão aí, deve ser uma de suas preocupações (ou um dos focos de seu trabalho). Uma perspectiva ou possibilidade que se abre quando se discute a presença das tecnologias na Educação, principalmente as digitais que envolvem o computador, é a produção do conhecimento, ou o que nos interessa especificamente, a produção do conhecimento matemático.

Para que seja possível discutir essa possibilidade, procuramos, primeiramente, expor o sentido que para nós se faz quando pensamos no humano, no computador e o meio constituído para a produção do conhecimento matemático quando se está junto ao computador ou TD.

4.1 Compreensões acerca do fazer com o computador

Compreender a relação¹⁴ ser humano e computador é importante no contexto desta pesquisa uma vez que estamos intencionados em compreender a constituição e produção do conhecimento matemático ao se ser-com o computador e as TD. Buscando por obras que nos possibilitassem tal entendimento fomos remetidos a *The Psychological Consequences of Computerization* de Tikhomirov (1981). Esse trabalho nos foi significativo por ser citado em inúmeros textos em Educação Matemática que discutem as TD e *humanos com o computador*.

Tikhomirov (1981) inicia o texto indagando “o computador afeta o desenvolvimento da atividade mental humana? Se assim é, como?”¹⁵ (TIKHOMIROV, 1981, p. 2, tradução nossa). Para responder essa indagação, Tikhomirov (1981) diz que é necessário fazer uma comparação de como seres humanos e computadores resolvem um mesmo problema. Segundo o autor, a análise dessa comparação nos permitirá estabelecer se a atividade humana é ou não

¹⁴ Manteremos o termo relação, tal qual ele é trazido pelos autores, para sermos fiéis a sua concepção. Porém, ao longo do trabalho discutiremos o sentido que isso tem para nós.

¹⁵ “Does the computer affect the development of human mental activity? If so, how?”

reproduzida no computador. O autor apresenta três teorias para expor o sentido da relação entre seres humanos e computador.

A primeira teoria apresentada por Tikhomirov (1981) é a *teoria da substituição*. Nela o computador substitui o homem no âmbito do trabalho intelectual, ou seja, o computador assume seu lugar em algumas atividades intelectuais. Através de dados coletados em investigações psicológicas, Tikhomirov (1981) afirma que a teoria da substituição não expressa a real relação entre o pensamento do ser humano e o trabalho do computador. De acordo com o autor, os processos de realização de uma mesma tarefa entre o ser humano e o computador não são os mesmos. Diz o autor, “a reprodução de alguns resultados externamente observados da atividade humana pelo computador tem sido executada sem reproduzir a heurística humana¹⁶” (TIKHOMIROV, 1981, p. 2, tradução nossa). Ou seja, os processos utilizados pelo ser humano ao resolver um determinado problema são distintos daquele que o computador usa ao realizar uma tarefa idêntica.

A segunda teoria trazida por Tikhomirov (1981) é a *teoria da suplementação*. Esta teoria está diretamente ligada com a teoria informacional do pensamento, tratada pelo autor acerca da não consideração dos processos neurológicos. A teoria informacional do pensamento está fundada em processos informacionais elementares ou processos elementares de manipulação simbólica, são operações elementares no modo operante de um calculador. Esses processos podem ser compreendidos a partir de comandos como: “leia o símbolo, escreva o símbolo, copie o símbolo, apague o símbolo e compare dois símbolos¹⁷” (TIKHOMIROV, 1981, p. 3, tradução nossa).

Nesta teoria, da suplementação, o computador suplementa o pensamento humano no que diz respeito ao processamento de informações, aumentando o volume e a velocidade deste processo. Na teoria da suplementação, “as relações entre o funcionamento dos seres humanos e do computador, se combinados dentro de um sistema, são relações das duas partes de um todo – o ‘processamento da informação¹⁸’” (TIKHOMIROV, 1981, p. 3, tradução nossa).

Assim como a teoria da substituição, a teoria da suplementação, segundo Tikhomirov (1981), não expressa a real estrutura da atividade mental humana, pois há uma distinção qualitativa da atividade mental em comparação com o processamento da informação. Para o humano, no processo da resolução de um problema, as formas funcionais reais e os valores

¹⁶ “Computer reproduction of some externally observed results of human activity has been carried out without reproducing human heuristics”.

¹⁷ “Read the symbol, write the symbol, copy the symbol, erase the symbol, and compare two symbols”.

¹⁸ “the relations between the functioning of humans and the computer, if combined into one system, are the relations of two parts of one whole – the ‘processing of information’”.

dos objetos tornam-se parte importante desse processo para que o problema seja solucionado. E a teoria informacional do pensamento defende a ideia de que qualquer comportamento, incluindo o pensamento, pode e deve ser estudado independente do estudo de seus fundamentos neurofisiológicos. Nisso, a teoria da suplementação deixa de ser viável, pois não considera tais processos do pensamento humano.

Tikhomirov (1981), ainda buscando explicitar a relação entre o ser humano e o computador, pautado na psicologia tradicional, diz que uma ferramenta não é simplesmente inserida na atividade humana, pois essa atividade a transforma. Para Tikhomirov (1981) a ação com uma determinada ferramenta implica uma combinação de ativação e adaptação criativa humana. Argumenta que uma das teses centrais de Vygotsky diz que os processos mentais dos seres humanos mudam à medida que os seus processos de atividade prática mudam, ou seja, os processos mentais tornam-se mediados. Voltando para o uso de computadores, Tikhomirov (1981) afirma que, como resultado dessa utilização, ocorre uma transformação da atividade humana e, portanto, uma nova forma de atividade emerge. Essa é a terceira teoria descrita pelo autor, a *teoria da reorganização*. Nessa teoria o computador é visto como mediador da atividade humana. E é a teoria que, segundo Tikhomirov (1981), melhor reflete os fatos reais.

O uso de computador reorganiza a atividade humana no sentido de possibilitar a criatividade para a resolução de problemas. O surgimento do computador possibilitou novas formas de se armazenar a ‘experiência da sociedade’ e Tikhomirov (1981) salienta que até mesmo o processo de aquisição de conhecimento mudou quando as relações professor-aluno começaram a ser mediadas pelo computador. Tais fatores levam o autor a afirmar que com a computerização revela-se um novo estágio no desenvolvimento do pensamento. A estrutura da atividade intelectual humana quando o sujeito está com o computador, bem como sua memória, o modo de armazenamento da informação, as buscas ou as reproduções produzidas, são reorganizadas. Tikhomirov (1981) nos aclara que até mesmo a comunicação é mudada, surgem novas formas de comunicação. Relativamente à comunicação no ciberespaço, os trabalhos de Ferreira (2011; 2014), discutem os modos de expressão, o que pode vir a complementar ou esclarecer essa fala de Tikhomirov (1981).

A ideia de reorganização do pensamento trazida por Tikhomirov (1981) tem sido bastante disseminada em trabalhos na Educação Matemática que tem por tema as TD. Dentre esses trabalhos podemos citar o de Borba (1999), *Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento*. Nele, Borba (1999) traz uma síntese das três teorias apresentadas por Tikhomirov (1981) e, ao falar da teoria da reorganização, afirma que

ela se aproxima da “moldagem recíproca” proposta por ele. Na moldagem recíproca, o computador é visto como algo que molda o ser humano, mas que ao mesmo tempo é moldado por ele.

Em Borba (2005) pode-se compreender outro aspecto no qual o autor defende que a matemática trabalhada em diferentes contextos e com diferentes mídias é transformada e que a mídia e o contexto interferem na maneira pela qual a matemática é produzida. Tal afirmação está baseada na ideia de reorganização do pensamento. Novamente o autor enfatiza que o pensamento é reorganizado pela presença das TD.

Gracias (2003), em sua tese de doutoramento, procura compreender a natureza dessa reorganização do pensamento e, para tanto, volta-se para um curso a distância. Ao discutir as três teorias de Tikhomirov (1981) a autora procura aproximar a teoria da reorganização do pensamento com a teoria de Lévy (1993) que explicita as dimensões técnicas e coletivas da cognição. Segundo Gracias (2003), Lévy (1993) transcende o sistema ser-humano-computador proposto por Tikhomirov (1981) ao apresentar a noção de coletivo pensante. A autora traz uma síntese da obra de Lévy (1993), *As Tecnologias da Inteligência – O Futuro do Pensamento na Era da Informática*, fazendo uma discussão entre a reorganização do pensamento e o coletivo pensante.

De acordo com Gracias (2003), Lévy (1993) discute o papel das tecnologias da informação visando à constituição cultural e também a inteligência dos grupos. A autora diz que as tecnologias da inteligência condicionam o pensamento, mas não o determinam. Lévy (1993) toma a ecologia cognitiva na qual reconhece que o pensamento é influenciado, ou exercido, por um coletivo pensante homens-coisas, sendo este coletivo dinâmico. De modo a sustentar tal afirmação, Lévy (1993) realizou um estudo das tecnologias da inteligência (oralidade, escrita e informática) apontando quais as influências delas nas formas de pensamento. Gracias (2003) diz que o estudo realizado por Lévy (1993) enfatizava que o emergir de novas tecnologias da inteligência é acompanhado de mudanças nas normas do saber. A autora traz um histórico do que é discutido por Lévy (1993) acerca das tecnologias da inteligência e formas culturais, que se inicia com a oralidade. Distingue a oralidade primária, sem o advento da escrita, da oralidade secundária, quando a escrita passou a ser utilizada e as mudanças na sociedade e no próprio modo de comunicação se iniciaram até chegar às Tecnologias Digitais.

Ao considerar as Tecnologias Digitais, Gracias (2003) afirma que estas trazem consigo outras formas de comunicação possibilitadas pelo computador e pelas telecomunicações, fazendo com que as pessoas possam se comunicar instantaneamente estando em lugares

diferentes. Lévy (1993), segundo a autora, destaca que “a disponibilidade da tecnologia digital, assim como a oralidade e a escrita, abre novas possibilidades de modo a exercer um papel fundamental no estabelecimento dos referenciais intelectuais e espaço-temporais das sociedades humanas” (GRACIAS, 2003, p. 61). Com base nessa afirmação e também no “passeio pela história da humanidade”, que mostra o surgimento das tecnologias intelectuais como aquelas que modificam as normas do saber, a autora diz que “nenhum tipo de conhecimento é independente do uso de tecnologias e, portanto, embora a história das tecnologias intelectuais não determine a do pensamento, ela a condiciona” (GRACIAS, 2003, p. 61).

Ao retomar a discussão sobre a teoria da reorganização do pensamento de Tikhomirov (1981) e a de coletivo pensante de Lévy (1993), Gracias (2003) afirma que a noção de coletivo pensante homem-coisas vai além do sistema ser-humano-computador, apresentado por Tikhomirov (1981), pois ele inclui um sistema pensante homem-coisas que engloba as tecnologias intelectuais e que, segundo a autora, condiciona o pensamento, embora não o determine. Condiciona, pois as tecnologias não são neutras no processo de produção do conhecimento. A autora afirma que embora Lévy (1993) esteja numa abordagem distinta de Tikhomirov (1981), ambos se preocupam com a atividade cognitiva humana. Gracias (2003) toma a ideia dos dois autores entendendo que a tecnologia digital, e também a oralidade e a escrita, faz parte do desenvolvimento da humanidade e, nesse sentido, pode fazer parte dos contextos educacionais.

Borba (1999) também considera as ideias apresentadas em Lévy (1993) e afirma que o pensamento é algo coletivo. Borba (1999) defende, como Gracias (2003), que as interfaces do computador não são meras molduras, mas parte do pensamento e que nosso pensamento é condicionado pelas distintas técnicas desenvolvidas ao longo da história.

Em outro trabalho, Borba e Villareal (2005) apresentam o constructo teórico ‘humans-with-media’, traduzido para o português como seres-humanos-com-mídias. A obra é muito citada em trabalhos desenvolvidos por integrantes do GPIMEM, grupo de pesquisa coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba. Tais trabalhos investigam as tecnologias na sala de aula, a utilização de *software* e outros temas relativos à produção do conhecimento com tecnologias. Borba e Villareal (2005) não trazem para o livro uma nova teoria, como os próprios autores afirmam, mas ideias para se pensar computadores e Educação a partir desse constructo teórico. Um dos objetivos dos autores ao propor o constructo seres-humanos-com-mídias é superar a dicotomia entre homem e a tecnologia. Para atingi-lo trabalham com a reorganização do pensamento. Mais uma vez nos deparamos com os

trabalhos de Tikhomirov (1981) e Lévy (1993), obras que foram de importância para inúmeros estudos sobre Tecnologias Digitais e Educação, como o de Gracias (2003) que expusemos.

Para explicitarem o compreendido por reorganização do pensamento, Borba e Villareal (2005) fazem uma apresentação das teorias discutidas por Tikhomirov (1981), tal como foram trazidas neste texto e destacam a diferença entre os computadores da época da pesquisa de Tikhomirov (1981) e suas interfaces em relação aos atuais. A noção de coletivo pensante proposta por Lévy (1993) e o ponto de vista dele acerca das tecnologias é uma das principais referências utilizadas por Borba e Villareal (2005), embora também mencionem outros autores, como Kerckhove e Castells.

O constructo teórico seres-humanos-com-mídias, segundo o que pudemos compreender dos trabalhos de Borba e Villareal (2005) é impregnado pela ideia de coletivo pensante e inteligência coletiva desenvolvida por Lévy (1993). Para os autores, o conhecimento é produzido na interação do coletivo humanos-computador, onde seres humanos e computadores interagem e são atores do conhecimento.

Outro trabalho significativo para entender aquilo que foi se anunciando em termos do homem e da tecnologia é o de Rosa (2008). O autor, além de trazer em sua tese de doutorado os trabalhos de Tikhomirov, Borba e Villareal e Lévy, traz a concepção de McLuhan acerca das mídias.

Fazendo um comparativo entre os trabalhos de Borba e Villareal, que é uma obra de grande relevância quando se pensa o homem e o computador, e o trabalho de McLuhan (1996), Rosa (2008) afirma que a diferença entre esses trabalhos está no modo como entendem a mídia. Enquanto para Borba e Villareal (2005) a mídia não é uma extensão do ser humano, mas está com ele no pensar, McLuhan diz que a mídia interfere em qualquer atividade e afirma que muitas vezes pode ser entendida como extensão do ser humano. Segundo Rosa (2008, p. 107), para McLuhan “a mídia está impregnada de humanidade enquanto o ser humano está impregnado de técnica”.

Rosa (2008) traz três modos de explicitar o significado das Tecnologias Digitais. Segundo esse autor as mídias informáticas, especialmente o computador, não são *próteses*, pois não substituirão o ser humano ou parte dele. As próteses buscam substituir ou repor o que falta, são vistas como complementares e não como parte do processo de pensar. Porém, para o autor, “à medida que o conhecimento é produzido em um coletivo de atores humanos e não-humanos, não há conhecimento com mídias sozinhas, nem com seres humanos

deslocados de uma coletividade que entende ambos (seres humanos e mídias) como atores” (ROSA, 2008, p. 107).

Afirma que as mídias também não são *ferramentas*, não ocupam um papel de suplementação para o ser humano. A mídia não é mera extensão do homem, “ela está envolvida no próprio pensar e se torna fundamental no processo de produção do conhecimento, tanto quanto o próprio ser humano” (ROSA, 2008, p. 108). Para esse autor, o processo de produção de conhecimento deve envolver o *pensar-com* que favorece a constituição de conhecimento permitindo a transformação das ideias, o *saber-fazer-com* que se explicita nas ações, na atividade do sujeito, em sua prática e o *ser-com* no ciberespaço indicando que, ao ser no mundo, somos com os outros, plugados, conectados, dispostos.

Para Rosa (2008), o sujeito, ao ser-com no ciberespaço, pensa-com ele e esse pensar-com-TD potencializa a construção do conhecimento matemático. O saber-fazer-com-TIC, conforme expõe Rosa (2008, p. 136) “/.../ é manifestado pelas ações intencionais efetuadas com o mundo, comigo mesmo e com os outros”.

Em trabalhos posteriores (ROSA, 2015a; 2015b), o autor avança na direção da cyberformação de professores de matemática, aprofundando estudos em Heidegger e Merleau-Ponty, para expor a dimensão matemática, filosófica e tecnológica do ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-TD, entendendo que “o ser humano está no mundo-com-a-tecnologia, ele é com ela, não se desvinculando da mesma. Assim, precisa pensar-com essa, de forma que o recurso tecnológico não seja mais somente um utensílio, mas, ‘meio’, parte do processo cognitivo” (ROSA, 2015a, p. 4).

Tal qual entendemos, essa é uma concepção relevante para quem assume a postura fenomenológica de compreensão das tecnologias, pois o ser-com diz do ser-no-mundo, do sujeito que sempre é com algo. Na fenomenologia husserliana, homem e objeto são correlatos, ou seja, não há separação homem e objeto. Daí o ser-com-o-computador e outras mídias tem outra conotação que pretendemos discutir a seguir em uma perspectiva heideggeriana.

4.2 Ser-com

Martin Heidegger, filósofo alemão e aluno de Edmund Husserl, seguiu, inicialmente, a tradição fenomenológica husserliana. Ao lermos sua obra *Ser e Tempo* vê-se que ela é dedicada à Husserl “em testemunho de admiração e amizade”. No entanto, ele se afasta de

Husserl assumindo uma perspectiva diversa da de seu mestre e, em outras versões da obra, retira a dedicatória.

Ser e Tempo é uma das obras mais conhecidas de Heidegger. De acordo com Leão (2005, p.11)¹⁹, Ser e Tempo “é um marco na caminhada do pensamento pela história do Ocidente. /.../ o caráter provocador do questionamento fez da questão de Ser e Tempo o maior desafio para o pensar do século XX”. Leão (2005) diz que Ser e Tempo se coloca à altura da Fenomenologia do Espírito, de Hegel, e Zaratustra, de Nietzsche.

Em Ser e Tempo, Heidegger (2005) faz uma exposição acerca do sentido do ser, trazendo modos de o ser humano ser no mundo²⁰. Para o autor, sendo no mundo o ser é sempre com os outros podendo, esse “outro” ser pessoas ou não. Daí o ser-com.

Dito de outro modo, o ser-com, na concepção heideggeriana, diz de um modo de ser ontológico do ser do ser humano. Heidegger (2005, p. 85) diz que o “com” é “uma determinação da pre-sença²¹”. Nesse sentido, “na base desse ser-no-mundo determinado pelo com, o mundo é sempre o mundo compartilhado com os outros. O mundo da pre-sença é mundo compartilhado. O ser-em é ser-com os outros” (HEIDEGGER, 2005, p. 85).

Assumindo a postura fenomenológica faz sentido o ser-com trazido por Heidegger, uma vez que para a fenomenologia o ser humano é sempre *no mundo com* o que justifica a afirmação de que não há a separação sujeito-objeto. Bicudo (2014, p. 45) afirma que “não há ser humano sem mundo e que dele nunca está separado, o que inviabiliza a concepção dicotômica sujeito-objeto”. Compreendendo o ser-com como o modo de o ser humano estar com os outros, nos voltamos para as possibilidades que se abrem nesse ser-com. No caso desta pesquisa, o olhar atento está voltado para o ser-com-o-computador uma vez que buscamos compreender a produção do conhecimento matemático ao ser-com-o-computador ou as TD.

4.3 Ser-com-o-computador

O ser-com implica em ser-aí com algo (pessoas ou objetos). No caso desta pesquisa o nosso “algo” é o computador. Estamos considerando “computador” não apenas o objeto físico

¹⁹ Leão (2005) faz a apresentação da 15ª edição da obra Ser e Tempo, traduzida por Schuback.

²⁰ A ideia de ser no mundo já foi tratado no capítulo em que tecemos considerações sobre a fenomenologia e a postura fenomenológica.

²¹ Segundo Bicudo (2009, p. 148), “a pré-sença não se compõe de elementos, mas ela é um feixe de possibilidades que se tornam ou atualizam ao ser lançada no mundo”.

ou a máquina, mas ele e tudo que o compõe (*hardware, software, ciberespaço, Internet,...*). O computador é, então, o objeto intencional que nos abre para a possibilidade de compreender a produção do conhecimento ao ser-com ele.

Bicudo (2014), num exercício de explicitar o que diz ser-com, quando o que está junto é o computador, ou seja, ao focar o modo de o sujeito ser-com-o-computador, afirma que “o *com* é uma determinação de acordo com aquilo, ou com quem, se está e de que modo se está. Daí fazer sentido perguntar *o que é isso, o computador?*” (BICUDO, 2014, p. 47). Essa é uma pergunta necessária, pois a resposta é dada considerando *aquilo com o que se está* ou *com quem se está* (BICUDO, 2014) e o modo de ser-com se desvela na ocupação (ação de fazer algo). No caso do ser-com-o-computador, ele pode mostrar-se como utensílio, se tomado como com o que nos ocupamos ou como um dispositivo que permite interatividade²². Como utensílio o computador se mostra como um instrumento para redigir textos, aprender idiomas por meio de exercícios programados, efetuar exercícios matemáticos, por exemplo, dentre outras possibilidades similares. Como dispositivo que permite interatividade, ele é tomado de outra forma. Para esclarecer essa “outra forma”, a autora considera o exemplo de redigir um texto, em que “já estamos operando com um programa que permite que a escrita seja produzida segundo padrões comuns a formas de editoração” (BICUDO, 2014, p. 48). Ou seja, o programa permite ao sujeito a escrita de um texto com menos erros gramaticais com menos rasuras e, inclusive, possibilita uma revisão do que foi escrito. São possibilidades que, para Bicudo (2014), vão se mostrando como uma “troca entre sujeito e máquina”, na medida em que a ação do sujeito é intencional e o computador lhe emite uma resposta.

Visando esclarecer o significado de interatividade nessa “troca entre sujeito e máquina” a autora continua sua exposição.

O computador, ao emitir a resposta, age? Sabemos que executa operações lógicas. Isso é ação? É um operar efetuado segundo uma estrutura lógica pré-estabelecida em um programa disponível. Nessa dimensão de operações lógicas, pode o ser humano interagir-com-o-computador? Pode. Em que horizontes de modos de agir?. (BICUDO, 2014, p. 48).

O modo como o computador opera em uma dimensão de operações lógicas, permite que haja a interação ser humano e computador. Acerca dos horizontes de modos de agir,

²² Ao procurarmos o significado de interatividade no dicionário Aulete digital (<http://www.aulete.com.br/interatividade>) vê-se que é a *capacidade de um sistema de comunicação ou equipamento de possibilitar interação*. Figueiredo (2014, p. 125) diz que “a interação é um tipo de ação que ocorre entre duas ou mais entidades quando a ação de uma delas provoca uma reação da outra ou das restantes. No caso, é uma ação que ocorre entre um humano e um computador, em específico, com um programa de computador”.

Bicudo (2014) diz que muitos campos ou temas são abertos, possibilitando respostas distintas o que caracteriza que este é um tema que exige aprofundamento. Entretanto, esclarece,

O computador não é uma consciência intencional que se lança ao que busca conhecer ou qualquer outro modo de estar-com /.../ dispõe de uma estrutura lógica que permite haver interação que ocorre em termos de compreensões de linguagem, logicamente estruturada e com sua respectiva semântica e, ainda, que essa troca é dialética e que é enlaçado pela consciência na dialética do ver-visto. (BICUDO, 2014, p. 48-9).

Isso possibilita compreender que, ao estar-com o computador, agindo com ele, o sujeito utiliza alguns comandos que são intencionais, uma vez que o sujeito tem um objetivo específico. Bicudo (2014) diz que é através desses comandos que o sujeito interage com o computador, pois “tudo o que o computador pode fazer e pode saber é responder algo, transformando-o, modificando-o, movendo-se” (FIGUEIREDO, 2013, apud BICUDO, 2014, p. 62-63).

O computador é, desse modo, um objeto intencional para o sujeito ou não é uma mera ferramenta (ou instrumento), já que potencializa modos de fazer-com. Mas, compreender o computador como ferramenta ou como objeto intencional carece de uma explicitação do sentido da técnica e da tecnologia, para que a produção do conhecimento ao ser-com o computador seja compreendida.

QUINTA SEÇÃO

- *É preciso que eu suporte duas ou três larvas se quiser conhecer as borboletas. Dizem que são tão belas! Do contrário, quem virá visitar-me? Tu estarás longe...*
(SAINT-EXUPÉRY, 2014, p. 34)

5 A PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

A produção do conhecimento matemático tem ênfase em nossa pesquisa tanto que aparece desde a interrogação quando questionamos como o matemático compreende a presença do computador na sua produção ao ser-com essa tecnologia. Então, entendemos ser necessário dizer o que estamos compreendendo por produção do conhecimento.

Iniciamos nossa busca por modos de explicitação procurando em dicionários, online e de filosofia, o significado das palavras conhecimento e produção. Começamos por conhecimento.

5.1 Conhecimento

Ao buscarmos o significado da palavra conhecimento no dicionário da língua portuguesa vê-se que o termo está relacionado ao ato de conhecer, ter a ideia ou a noção de alguma coisa. Conhecimento²³, do latim *cognitio*, para a enciclopédia e dicionário *online Infopédia*, designa a ação de aprender. Ainda, segundo o *Infopédia*, conhecimento é o ato pelo qual o indivíduo toma consciência dos dados da experiência e procura compreendê-los ou explicá-los. Para Zagzebski (1999), o conhecimento é proporcionado pelo contato cognitivo do sujeito com a realidade, tratando-se de uma relação em que de um lado está o sujeito consciente e do outro uma ‘porção da realidade’. De acordo com o *Infopédia* podem ser

²³ Infopédia: dicionários Porto Editora, Disponível em [http://www.infopedia.pt/\\$conhecimento](http://www.infopedia.pt/$conhecimento). Acesso em 12 de janeiro de 2019.

considerados três níveis de conhecimento: (1) Senso comum: saber superficial, o conhecimento aparente e sem rigor; (2) Ciência: é o estudo e a investigação, por meio da observação e experimentação chegam-se as leis científicas; e (3) Filosofia: saber que complementa a ciência.

Segundo o que íamos encontrando acerca do significado de conhecimento explícito nos variados dicionários, vimos que esse movimento, mesmo que inicial, não daria conta do que pretendíamos. No entanto, ele abriu horizontes para novas ideias e uma delas é que se pretendemos compreender e falar de conhecimento, produção e produção do conhecimento, precisamos adentrar os caminhos da filosofia, e também da Filosofia da Matemática, dada a postura que estamos assumindo na pesquisa, que visa compreender criticamente.

A filosofia abre a possibilidade de um pensar sobre, um pensar reflexivo. A Filosofia da Matemática, por sua vez, envolve um pensar filosófico reflexivo cuja região de inquérito é a Matemática.

Quando olhamos para os significados de conhecimento veiculados pelos dicionários percebemos que são concebidos sob diferentes crenças, em que cada um dos modos de conhecimento tem subjacente um modo de pensar; diferentes concepções e linhas de pensamento; posturas filosóficas que assumem modos distintos de se conhecer e de interpretar o conhecimento. Seguir a Filosofia da Matemática se mostrou uma possibilidade pertinente para podermos compreender “o que é conhecimento?”, focando os objetos matemáticos.

Olhar para o conhecimento na perspectiva da Filosofia da Matemática permite dizer das diferentes correntes filosóficas e de como se dá o conhecimento nas distintas visões: platônica, aristotélica, intuicionismo, logicismo, entre outras. No entanto, explicitamos que a fenomenologia é a postura assumida por nós na pesquisa e é a partir dessa perspectiva que vamos discutir a concepção de conhecimento.

Muitos são os autores e trabalhos que focam o conhecimento na postura fenomenológica. Trazemos para a pesquisa alguns que consideramos ser relevante e suficiente para dizer dessa postura.

Merleau-Ponty (1999), na obra *Fenomenologia da Percepção*, toma a percepção como o primado do conhecimento. Para o autor, a percepção é o que funda ou inaugura o conhecimento (MERLEAU-PONTY, 1999). Esse autor, afirma que “tudo aquilo que sei do mundo, mesmo por ciência, eu o sei a partir de uma visão minha ou de uma experiência do mundo sem a qual os símbolos da ciência não poderiam dizer nada”. Para ele,

[...] todo o universo da ciência é constituído sobre o mundo vivido e, se queremos pensar a própria ciência com rigor, apreciar exatamente o seu sentido e o seu alcance, precisamos primeiramente despertar essa experiência do mundo da qual ela é a expressão segunda. A ciência não tem e não terá jamais o mesmo sentido de ser que o mundo percebido, pela simples razão de que é uma determinação ou uma explicação dele. (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 3).

Com Merleau-Ponty entende-se que todo o conhecimento nasce (ou se constitui) no mundo humano da experiência vivida. Como a ciência é do humano, então ela também tem seu fundamento no mundo vivido.

Heidegger (2005), em *Ser e Tempo*, também aborda a questão do conhecimento, dizendo que, “conhecer é um modo de ser da pre-sença enquanto ser-no-mundo, isto é, que o conhecer tem seu fundamento ôntico nesta constituição ontológica” (HEIDEGGER, 2005, p. 100). Conhecer, para o autor, se funda previamente num ‘já-ser-junto-ao-mundo’, no qual ele diz que o ser da pre-sença se constitui de modo essencial. No entanto, atenta-nos que esse já-ser-junto-a não diz apenas de uma postura em que se observa algo que é dado em algum lugar chamado mundo.

É necessário que ocorra previamente uma *deficiência* do afazer que se ocupa do mundo para se tornar possível o conhecimento, no sentido de determinação observadora de algo simplesmente dado. Abstendo-se de todo produzir, manusear etc., a ocupação se concentra no único modo ainda restante de ser-em, ou seja, no simples fato de demorar-se junto a... Com base nesse modo de ser para o mundo, que só permite um encontro com o ente intramundano em sua pura *configuração* e *como* modo dessa maneira de ser, é que se torna possível uma visualização explícita do que assim vem ao encontro. Essa visualização é sempre um direcionamento para..., em encarar o ente simplesmente dado. Retira antecipadamente do ente que vem ao encontro um “ponto de vista”. Essa visualização se dá em si mesma, detendo-se, de modo autônomo, junto ao ente intramundano. Nesse “*deter-se*” – enquanto abstenção de todo manuseio e utilização – cumpre-se a *percepção* de um ente simplesmente dado. Esse perceber-se se realiza no modo de *interpelar* e *discutir* algo como algo. A percepção se toma *determinação* com base nesta *interpretação*, entendida em sentido amplo. O que se percebe e determina pode ser pronunciado em sentenças e manter-se e preservar-se nessa qualidade de *proposto*. A manutenção perceptiva de uma proposição sobre... já é, em si mesma, um modo de ser-no-mundo e não pode ser interpretada como um “processo”, através do qual um sujeito cria para si representações de alguma coisa, de tal maneira que estas representações, assim apropriadas, se conservem “dentro” para, somente então, ser possível, por vezes, a pergunta de como elas haverão de concordar com a realidade. (HEIDEGGER, 2005, p. 100-1, grifos do autor).

O autor chama atenção para a questão de a percepção, ou manutenção perceptiva, não ser interpretada como um processo do “dentro” para depois ser expresso, pois a pre-sença,

para Heidegger (2005), não sai de uma esfera interna em que estava encapsulada. Afirma que a pre-sença, em seu modo de ser originário, “já está sempre “fora”, junto a um ente que lhe vem ao encontro num mundo já descoberto” (HEIDEGGER, 2005, p. 101). Por isso, o autor nos atenta para que não tomemos a percepção como um “processo”, ela é um modo de ser-no-mundo, de estar junto a e demorar-se nisso que se percebe, não é uma representação, ela é. Heidegger (2005) demora na explicitação do deter-se, “estar fora” e “dentro” de modo que seja possível tornar claro como ele compreende essas questões. Continua,

Deter-se determinante junto ao ente a ser conhecido não é uma espécie de abandono da esfera interna. De forma alguma. Nesse “estar fora”, junto ao objeto, a pre-sença está “dentro”, num sentido que deve ser entendido corretamente, ou seja, é ela mesma que, como ser-no-mundo, conhece. E, mais uma vez, a percepção do que é conhecido não é um retorno para a “cápsula” da consciência com uma presa na mão, após se ter saído em busca de apreender alguma coisa. De forma alguma. Quando, em sua atividade de conhecer, a pre-sença percebe, conserva e mantém, ela, como pre-sença, permanece fora. Tanto num mero saber acerca do contexto ontológico de um ente, num “mero” representar a si mesmo, num “puro” pensar” em alguma coisa, como numa pura apreensão originária, eu estou fora no mundo, junto ao ente.

/.../ Conhecer, /.../ é um modo da pre-sença fundado no ser-no-mundo. (HEIDEGGER, 2005, p. 101-2).

Entendemos que as ideias de Merleau-Ponty e Heidegger são bem próximas quando dizem do conhecimento. Para Merleau-Ponty (1999) o conhecimento – como ato de conhecer - é possível pela percepção e para Heidegger (2005) é um modo de pre-sença do ser-no-mundo. Podemos dizer que, para Merleau-Ponty, a percepção é o início ou, para usar suas palavras, é o primado do conhecimento. No entanto, o conhecimento não se esgota na percepção e nem mesmo nela se sustenta. Tal afirmação faz sentido quando nos voltamos para o que diz Heidegger quando afirma que é preciso *demorar-se junto a e deter-se*. É preciso ir além do perceber como ato que ilumina, que faz aparecer algo como algo para se adentar a questão do conhecimento. Esse *demorar-se junto a* é o que dá possibilidade de retomar a ideia de consciência, questionando-a.

Acerca da consciência, Bicudo e Rosa (2010, p. 128), nos permitem compreender que o “percebido é trazido para a consciência que, com seus atos, efetua o movimento *noesis-noema* e avança organizando e articulando o percebido, de modo que o pensamento vai se processando e comunicando, expressando-se pela linguagem”. Mas o “trazer para a consciência” ainda não expõe o seu significado. Bicudo e Garnica (2011, p. 35), ao tratarem a consciência dizem que “consciência /.../ significa /.../ o ato de ‘estender-se a...’, abarcando o

percebido pela percepção²⁴. Ou seja, a percepção é abertura à compreensão. No entanto, ela pode ser uma clareza momentânea que se perde no fluxo de tempo vivido, caso não seja articulada e expressa (BICUDO; GARNICA, 2011).

Edmund Husserl em seus trabalhos se dedicou a questão do conhecimento e da consciência. Em sua obra, *A Crise da Ciência Europeia e a Filosofia*, o autor foca o conhecimento ocidental. Embora faça uma crítica à ciência e a outros pensamentos filosóficos, Husserl não rejeita a sua importância na estruturação da ciência e sua presença na técnica e na tecnologia.

Para Husserl, o conhecimento matemático, mesmo que objetivo e duradouro, está enraizado no mundo-vida (BICUDO; GARNICA, 2011). Em seus trabalhos, busca compreender e explicitar o modo pelo qual o conhecimento matemático se constitui. Uma de suas preocupações, por ser matemático e ter estudado com grandes matemáticos da sua época, como Weierstrass, era compreender como uma ideia matemática se mantinha e estendia para diferentes culturas e épocas.

De acordo com Bicudo e Garnica (2011), Husserl concebe os objetos matemáticos como *idealidades*. Essas idealidades são distintas daquelas entendidas na filosofia platônica. Enquanto as idealidades platônicas são tomadas como existente de modo perfeito, perene, que estão no mundo das ideias ou em um supramundo, as idealidades husserlianas são constituídas na intencionalidade da subjetividade, e o solo que as sustenta é o mundo da experiência, o mundo vivido.

As idealidades, na concepção husserliana, /.../ são constituídas historicamente, têm origem no ato da evidência original e subjetiva, pois esse é um ato que ocorre na esfera psicológica do sujeito, ao visualizar a reunião de aspectos individuais de certo tipo de experiência da realidade. (BICUDO; GARNICA, 2011, p. 46-7).

Considerando essa afirmação, podemos compreender que, para Husserl, a constituição de um objeto matemático se dá na experiência vivida. Ela ocorre na subjetividade do sujeito, entendido como ser no mundo. Porém, não é na subjetividade que o constituído se objetiva e se mantém (ou permanece). A objetividade é constituída e se mantém na dialética subjetividade-intersubjetividade. Bicudo (2013) esclarece que as idealidades fenomenológicas são constituídas na subjetividade transcendental cujo solo é o *Lebenswelt*, mundo-vida, entendido como o *onde* as experiências ocorrem e fazem sentido para o sujeito e para os

²⁴ A percepção, segundo Bicudo e Garnica (2011), é o encontro que se dá entre o percebido e o sujeito que percebe.

cossujeitos, com quem se está junto no mundo, com quem se dialoga e se compartilha (entropatia) o compreendido. A subjetividade transcendental, segundo Bicudo (2013),

transcende as próprias experiências perceptivas desdobradas nos atos da consciência quando o sujeito se dá conta do que está processando e pelo movimento de reflexão e de atos de abstração, reúne de forma articulada compreensões e interpretações já efetuadas sobre o objeto focado, dando origem a outros objetos. Estes, ao serem expressos e comunicados a cossujeitos, ganham vida na dimensão histórico-cultural, porém com características agora diversas, daquelas concernentes às vivências de individuais. /.../ As idealidades fenomenológicas são livres, pois independem do ato original que as constituíram pela primeira vez. Transcendem a subjetividade, mantêm-se na temporalidade sustentada pela linguagem, e abrem possibilidades de complementaridade, aplicabilidade e de mobilidade na cadeia de suas articulações. (BICUDO, 2013, p. 9).

Bicudo (2013) expõe, nesse texto, ideias importantes do pensamento husserliano acerca das idealidades matemáticas dando-nos abertura para compreender como o conhecimento se constitui para o sujeito e se objetiva, permanecendo e sendo transmitido via cultura. Anastácio (1999, p. 134), também expõe seu modo de compreender essa produção de conhecimento matemático, afirmando que,

o conhecimento matemático constitui-se como um objeto cultural. Nessa ótica, tendo visto a Matemática como fruto de um trajeto histórico, é possível vê-la, ainda, como um pro-jeto. Isto significa o lançar-se em direção a possibilidades que nem sempre podem ser percebidas a priori. (ANASTACIO, 1999, p. 134).

Tal qual podemos ver, Anastácio (1999) diz de um conhecimento configurado como produção e ainda de um lançar-se em direção às possibilidades.

Segundo esses autores pode-se compreender que o conhecimento é produzido no estar-no-mundo, mundo em que estamos sempre intencionados. No encontro homem-mundo se dão as percepções e as experiências vividas e, retornando a Merleau-Ponty (1999), compreende-se o significado do *onde*, o mundo-vida: que não é aquilo que eu penso, mas aquilo que eu vivo, é o que percebemos e, mesmo estando aberto ao mundo e me comunicando com ele, não o possuo, pois ele é inesgotável. O autor diz, ainda, que o mundo se mostra para mim, sujeito que a ele se volta de modo atento, na percepção.

Logo, é uma característica do ser-no-mundo conhecer na experiência vivida, pois é na experiência vivida que se dá a percepção. O conhecer inicia-se, portanto, na percepção do sujeito e o percebido é articulado e comunicado (ou expresso). Não tem um dentro e um fora que tome o sujeito como referência, porque o ser já é no mundo e é nesse mundo da

experiência vivida que ele conhece. Bicudo (2010) diz que o nascimento de um objeto se dá na dimensão dos atos reflexivos, uma vez que ao perceber o sujeito se volta para ... e desdobra o percebido em atos de reflexão, dando-se conta do que está fazendo. Esse *dar-se conta* implica atos de decisão e também avaliação. Assim, para constituir conhecimento nos envolvemos em um movimento, em um fluxo de perceber, compreender, expressar, constituir, produzir, que é constante, que faz parte da experiência vivida.

5.2 A produção de conhecimento

Para compreender o significado de produção procedemos do mesmo modo que para entender o significado de conhecimento, ou seja, buscando primeiro em dicionários online. Neles vimos que *produção* é um termo ligado ao ato de produzir²⁵ que, por sua vez, significa dar origem a, fazer existir, criar. Aparece, também, como fazer produtos de consumo e fabricar, o que nos leva a pensar na ‘produção’ em indústrias, toda sua operacionalização, linhas de produção que originam produtos diversos. Uma produção dita mecânica na qual, muitas vezes, o homem apenas opera uma máquina, sem precisar entender o que está por trás de todo o fazer. Essa é uma das ideias de produção, não é a única e nem é a que estamos visando na pesquisa, mas cabe compreendê-la para que se possa refletir acerca dos diferentes modos que a produção pode ser considerada.

Mocrosky et al. (2016, p. 180), ao interrogar “o que é isto, a produção?”, toma os dizeres de Heidegger para expor que “a produção passa pela realização técnica” e esclarece o sentido desse termo – técnica.

O termo <<técnica>> deriva do grego *technikon*. Isto designa o que pertence à *techné*. Este termo tem, desde o começo da língua grega, a mesma significação que *epistemè* quer dizer: velar sobre uma coisa, compreendê-la. *Techné* quer dizer: conhecer-se em qualquer coisa, mais precisamente no facto de produzir qualquer coisa. (HEIDEGGER, 1995 apud MOCROSKY et al., 2016, p. 180. Grifos das autoras).

Pode-se dizer que a produção ou o produzir tem um significado distinto daquele trazido pelo dicionário no início de nossa discussão. Isto porque Heidegger, como afirma Mocrosky (2010), buscou pelo sentido da técnica transcendendo aquele fazer que é descolado da historicidade, aquele modo técnico ou tecnológico que tem guiado o ser-no-mundo que

²⁵ <http://www.infopedia.pt/pesquisa-global/produzir>.

está intimamente ligado ao conhecimento operatório, fruto do pensamento calculador (MOCROSKY, 2010).

Heidegger, para além dessa técnica compreendida no sentido da era moderna²⁶, nos diz de uma produção que está ligada à técnica no sentido grego ou a *techné*, que remete a um modo de compreender e conhecer que está enraizado no ato de produzir. Esse modo de significar a produção é pertinente para o que interrogamos na pesquisa, pois não estamos buscando o sentido de produção que é descolado da historicidade do ser. Interessa-nos a produção que “significa trazer à frente, levar ao aparecer tendo em si o movimento inicial do que é efetivado de modo a habitar o que vem por esse movimento” (MOCROSKY, 2010, p. 36). Interessa-nos, então, uma produção que é dinâmica, entendida no sentido da *techné*, na qual está sendo envolvido o sujeito que produz.

Para que possamos compreender esse sentido de produzir nos voltamos para as obras de Heidegger, buscando esclarecimento e procurando expor o modo pelo qual a técnica e a produção são discutidas por ele.

5.3 A questão da técnica e a produção em Heidegger

A *questão da técnica* foi uma das obras de Heidegger que nos impulsionou nessa caminhada para compreender a técnica e a produção. Nela, Heidegger (2007) abre possibilidades de se compreender a produção. Segundo esse autor, *produzir* num sentido amplo, pode ser compreendido como modo de produção da existência humana. Ou seja, a produção não é descolada do ser do humano. Segundo Werle (2011, p. 96), “Heidegger pensa a ‘produção’, tanto na dimensão especificamente humana, quanto na que ultrapassa o homem e o determina como história, destino e proveniência ontológica”.

De acordo com a nota 1, do tradutor Marco Aurélio Werle, *A questão da técnica* trata-se de uma conferência proferida por Heidegger em 1953 na Escola Superior Técnica de Munique, como parte de um ciclo de conferências que tinha por tema *As artes na época da técnica*.

²⁶ Assumimos a era moderna como um período de tempo que se caracteriza por certa realidade social, cultural e economia no mundo. Importa-nos a trajetória do pensamento humano e seu processo de constituição.

Para Heidegger (2007), questionar abre um caminho de pensamento e estes passam pela linguagem. De acordo com o autor, para que se possa questionar a técnica, deve-se ter uma familiaridade com ela para que seja possível experimentar o técnico em nossa existência.

O autor faz uma crítica ao que se tem tomado por técnica na modernidade, considerando-a algo neutro, o que nos torna cegos diante da essência da técnica que, segundo ele, não é algo técnico.

Heidegger (2007, p. 376) diz que a “essência de algo vale, segundo antiga doutrina, pelo que algo é”. Assim, questionamos a técnica quando questionamos o que ela é e, esse questionar, abre dois sentidos: o primeiro que a revela como um meio para um fim e o segundo a toma como um fazer do homem. Ambos os sentidos estão correlacionados, pois “a concepção de técnica, segundo a qual ela é um meio e um fazer humano, pode, por isso, ser chamada de determinação instrumental e antropológica da técnica” (HEIDEGGER, 2007, p. 376). A determinação é o que define a técnica moderna, embora outrora fosse tomada como algo distinto.

A determinação instrumental da técnica, segundo Heidegger (2007), é correta, mas o correto ainda não é o verdadeiro, uma vez que não nos mostra sua essência. Para que possamos dizer da essência, devemos buscar por aquilo que é verdadeiro. O autor afirma que onde os meios são perseguidos e empregados, e onde domina o instrumental, ali impera a causalidade. Há, segundo esse autor, quatro causas que são ensinadas há séculos pela filosofia: causa *materialis* (o material), causa *formalis* (a forma), causa *finalis* (o fim) e causa *efficiens* (que efetua a ação).

Essas quatro causas, segundo Heidegger (2007), são modos de comprometimento que estão relacionados entre si. Para ilustrar esse comprometimento o autor utiliza como exemplo a fabricação de um libatório (taça de prata).

Os quatro modos de comprometimento fazem com que algo surja. Heidegger (2007, p. 379) diz que “eles deixam algo surgir na pre-sença, liberam algo e com isso situam num completo surgir /.../ o comprometimento [que] é um ocasionamento no sentido de um tal deixar situar”. Considerando a perspectiva grega experimentada no comprometimento, o autor usa a palavra “ocasionar” como essência da causalidade. Citando uma frase de Platão, Heidegger (2007, p. 379) diz que “todo ocasionar para algo que, a partir de uma não-presença sempre transborda e se antecipa numa presença, é ποιησις, produzir”.

Produzir, segundo Heidegger (2007), leva do ocultamento ao desocultamento. “Os modos de ocasionar, as quatro causas, atuam, desse modo, no seio do produzir. Por meio dele

surge, cada vez, em seu aparecer, tanto o que cresce na natureza quanto o que é feito pelo artesão e pela arte” (HEIDEGGER, 2007, p. 379).

O desocultamento é, para Heidegger (2007), o desabrigar, algo que chamamos também de “verdade”. A essência da técnica tem tudo a ver com o desabrigar, pois é no desabrigar que se fundamenta todo produzir. O autor toma a técnica não apenas como um meio, mas como um modo de desabrigar. Afirma que, se nos atentarmos para a técnica como um desabrigar, abre-se para nós um âmbito diferente para o sentido da essência da técnica. Âmbito este que é do desabrigamento da verdade que diz da possibilidade do vir a ser.

O argumento central de Heidegger em *A questão da técnica* está em diferenciar a técnica antiga e a técnica moderna. Há uma grande preocupação em que se compreenda a distinção entre a técnica que é tomada no sentido grego e a técnica dita moderna.

O autor chega a citar que a técnica entendida no âmbito do desabrigamento pode parecer uma perspectiva estranha e que isso deve realmente acontecer para que levemos a sério o que diz o nome técnica. Buscando clarear ainda mais o sentido de técnica, o autor diz que a palavra provém da língua grega *techné*. A *techné* não diz de um fazer e um poder manual, mas de um saber. Pertence, de acordo com Heidegger (2007), ao produzir. Ao falar da *techné*, Heidegger (2007) faz menção às artes superiores e às belas artes. Indo mais além, ele diz que a *techné* significa “ter um bom conhecimento de algo, ter uma boa compreensão de algo. O conhecer dá explicação e, enquanto tal, é um desabrigar” (HEIDEGGER, 2007, p. 381). A técnica é um modo de desabrigar, afirma Heidegger (2007). Desse modo, entende-se que a *techné* vai além de um fazer, ela é um fazer pelo saber, um modo de produzir que está intimamente ligado ao conhecimento. O autor toma o artesão como exemplo, bem como sua produção como um modo de desvelamento. Expõe o sentido de técnica no pensar grego para discutir a técnica como produção e volta-se para a técnica moderna como uma exploração.

Embora faça essa distinção, Heidegger (2007) diz que a técnica moderna também é um desabrigar, que não diz do levar à frente ou do produzir. “O desabrigar imperante na técnica moderna é um desafiar que estabelece, para a natureza, a exigência de fornecer energia suscetível de ser extraída e armazenada enquanto tal” (HEIDEGGER, 2007, p. 381). Isto porque, enquanto a técnica no sentido grego, a produção, está ligada à arte e não a um pensar mecânico, a técnica moderna “acompanha o movimento regido pela exploração funcional do mundo e que conduz ao abandono do ser” (MOCROSKY, 2010, p. 36-7).

Werle (2011, p. 101) afirma que, na técnica moderna, “as imposições são exteriores à coisa. A técnica transforma todas as coisas em instrumentos, mas ela mesma em sua essência não é um meio, e sim uma atitude humana decidida na época moderna”.

Mocrosky et al. (2016) enfatizam que Heidegger, ao discutir a técnica moderna e aquela tomada no sentido grego, tece um fio condutor que é a produção, dizendo que o que diferencia o produzir nesses dois sentidos de técnica é o modo pelo qual se traz as coisas à razão. A técnica é um modo de se conhecer. Portanto, tanto a técnica moderna como aquela que diz da *techné* são modos de conhecimento.

No entanto, enquanto a *techné* está fundado em um

‘ver, contemplar o que se manifesta’, conduzindo o vir a ser, a racionalidade da ciência moderna se destaca pela representação dada pelo fazer que materializa, que tira do ocultamento as coisas com o intuito de colocá-las em posição dominável de uso, forçando um ir além das possibilidades, realizando o *fazer ser*. (MOCROSKY; BICUDO, 2013, p. 411. Grifos das autoras).

Comprendemos que a técnica, tal qual é compreendida na era moderna, diz de como os homens devem se pôr no mundo, traz uma imposição. Já a técnica considerada no sentido grego, abre uma possibilidade diferente de o homem estar no mundo com os outros, sem imposição ou exploração, mas em comunidade.

Para o que intencionamos na pesquisa, nos interessa a técnica tomada no sentido grego, permitindo compreender o *produzir* como o que leva o que está oculto ao desocultamento (des-cobrir), potencializando o *vir a ser*.

Enquanto a técnica moderna se revela como um fazer determinado, um meio para um determinado fim, a técnica, em seu sentido mais amplo, isto é, como *techné*, mostra-se como um saber, como possibilidade de o homem *ser-com* no mundo. Esse sentido da técnica é o que assumimos para falar das tecnologias. Se considerarmos a técnica no sentido a ela atribuído na era moderna, a tecnologia pode ser entendida como uma ferramenta, uma vez que é utensílio ou recurso, algo que “serve para fazer”. Se entendida como *techné* a tecnologia possibilita a produção do conhecimento, pois o ser, que é sempre *com*, se abre ao saber buscando o desocultamento.

5.4 Produção do conhecimento matemático

Tendo trazido alguns aspectos do sentido de conhecimento na postura fenomenológica e também o modo pelo qual é possível se compreender a produção, falta expor como estamos entendendo a produção do conhecimento matemático em uma postura fenomenológica.

Para tanto, vamos iniciar expondo o significado da constituição do conhecimento, já anteriormente anunciado, uma vez que o processo de produção do conhecimento o abarca.

Vimos, com Rosa e Bicudo (2018), que a constituição do conhecimento, tal qual é assumida na fenomenologia, se dá na dimensão da experiência vivida ou no mundo-vida. Tem como primado a percepção, e abrange atos intencionais da consciência e

modos dos sentidos que fazem ao sujeito vivente serem entrelaçados e irem, aos poucos, constituindo uma forma que vai se presentificando à consciência, de maneira que o sujeito pode *se dar conta disso* que está compreendendo do mundo-vida. (ROSA; BICUDO, 2018, p. 12-13. Grifos dos autores).

No movimento perceber-percebido o objeto, que é intencional, já se mostra como fenômeno. Para que o conhecimento se constitua é necessário ser articulado e expresso pela linguagem.

Barbariz (2017, p. 143), afirma que a constituição do conhecimento é um movimento complexo que abarca “a presentificação do ato do sujeito (do fazer) que se dá no agora, passível de ser revivido intencionalmente na lembrança, fazer esse que é enlaçado por desafios percebidos ao se estar-com-o-outro, em uma espacialidade materializada de modos específicos”.

A constituição de conhecimento é algo subjetivo; o sujeito constitui conhecimento. Ela “ocorre no corpo-próprio, organismo vivo que vivencia experiências” (ROSA; BICUDO, 2018, p. 17). Porém, de acordo com esses autores, nessa constituição há mais que simplesmente o sujeito, tomado em sua subjetividade. Há, também, a presença do outro, cossujeito, com quem se está no mundo-vida. Cossujeito que “também compreende e pode compreender o dito em uma linguagem articulada e expressa em sua materialidade” (ROSA; BICUDO, 2018, p. 17). Assim entendida a constituição de conhecimento se dá em um movimento que enlaça a subjetividade do outro, abrindo-se à intersubjetividade e

[...] se consuma em ações materializadas e que, pela concordância entre sujeitos intencionais (pessoas) que vivem em uma comunidade e pela repetição disso sobre o que houve concordância, se torna objetivo, passível de ser retomado, repetido, compreendido, vivificado e atos sensoriais, psíquicos e espirituais. (ROSA; BIDUCO, 2018, p. 17).

Se nos voltamos para a constituição de conhecimento pelo sujeito e questionamos o modo pelo qual o conhecimento é produzido, vê-se que a produção do conhecimento se dá no estar-com-os-outros, na dialética subjetividade- intersubjetividade-objetividade.

A produção do conhecimento matemático pode ser entendida como um movimento no qual o conhecimento constituído pelo sujeito é expresso pela linguagem e compartilhado com

os outros, cossujeitos. Esse compartilhar é um expor o pensado, mas é também, uma abertura ao diálogo, à discussão. Na discussão que ocorre em determinada comunidade, por exemplo de matemáticos, a intenção é que o exposto seja validado. Sendo validado o constituído na subjetividade do sujeito que o pensou originalmente é expresso por meio de uma linguagem, é comunicado, sendo passível de permanecer como conhecimento objetivo, cujo significado pode sempre ser reativado. No contexto da produção do conhecimento matemático, o objeto de conhecimento é objeto matemático.

Bicudo (2013), ao tratar da realidade da matemática, diz que a pesquisa em Matemática

Superpõe-se à produção do conhecimento matemático, uma vez que investigar matematicamente um problema, demonstrar um resultado, construir de uma forma mais geral, modos de aplicação de uma teoria ou de um resultado, etc. é um processo de produção de conhecimento. Esse processo caminha por trajetos específicos em maior ou menor consonância com a visão de realidade matemática assumida, explicitamente ou não. A questão é que o produto desse processo investigativo fica à disposição, na região de inquérito da Matemática, para ser aplicado, ensinado, desenvolvido, estudado, às vezes é tomado como próprio à Matemática, vista como objetividade natural e na exatidão que lhe é característica. (BICUDO, 2013, p. 9).

Esse movimento de produção do qual nos fala Bicudo (2013), que envolve o processo subjetivo, intersubjetivo e objetivo, é o que nos interessa em nossa pesquisa. Fomos, então, conversar com matemáticos para buscar compreender como o matemático, que produz matemática *com* as TD (seja essa tecnologia o computador, um *software* específico, ciberespaço, Internet, dentre outras possibilidades tecnológicas) se dá conta de sua produção, considerando a tecnologia não como uma ferramenta de uso, mas com potencialidade para o saber.

SEXTA SEÇÃO

Ele se achava na região dos asteroides 325, 326, 327, 328, 329 e 330. Começou, então, a visitá-los, para desta forma ter uma atividade e se instruir. O primeiro era habitado por um /.../".
(SAINT-EXUPÉRY, 2014, p. 34)

6 CONSTITUIÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA E ANÁLISE

Tal como o pequeno príncipe, “visitei 7 planetas”. Em cada um deles conversei com seus habitantes para que pudesse conhecê-los e eles me dissessem daquilo que eu ainda não compreendia...

Nosso caminhar na pesquisa esteve sempre voltado para a interrogação “*Como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*”. As leituras relativas às TD, ao ser-com-o-computador e à produção do conhecimento matemático nos permitiram familiarização com o tema e compreensão de aspectos relevantes à definição de um caminho, mas ainda não era suficiente para esclarecer o que interrogávamos.

Com o objetivo de compreender o fenômeno interrogado, buscamos professores que atuam no ensino superior e fazem pesquisa em Matemática Pura ou Aplicada e que, para produzir o que produzem, recorrem às Tecnologias Digitais. Além disso, era importante que tais professores se dispusessem a conversar conosco. Como já mencionado, esta pesquisa é parte de um projeto maior que tem por tema central a produção do conhecimento matemático com as TD. Portanto, muitos são os olhares para essa produção, e o nosso está voltado para o matemático que desenvolve sua pesquisa na área da Matemática Pura ou Aplicada.

Para definir os sujeitos da pesquisa fizemos um levantamento de pesquisadores dessa área através de páginas institucionais, do currículo Lattes e também seguindo algumas indicações. Algumas vezes achamos que certo professor tinha uma produção matemática com TD, considerando suas publicações descritas no Lattes, porém ao entrarmos em contato com

ele, por *email*, a resposta era negativa ou as tecnologias presentes em sua pesquisa era um editor de texto específico para matemática ou para fazer buscas na Internet. Porém, nesses contatos, alguns indicavam um colega da mesma instituição ou até de outra cuja pesquisa envolvia tecnologias.

Agendamos algumas entrevistas presenciais ou via Skype, dependendo da disponibilidade do entrevistado. Optamos registrar os dados via gravação de áudio usando um gravador comum ou o smartphone e, quando a entrevista era por Skype, o *software aTube Catcher*, que captura a tela do computador e grava o áudio.

Entrevistamos sete pesquisadores, cinco presencialmente e dois por Skype.

As entrevistas foram semiestruturadas e feitas em forma de diálogo, para que fosse possível dar abertura e que a conversa pudesse fluir de modo espontâneo.

Iniciávamos a entrevista pedindo que o professor nos falasse um pouco da sua formação o que, de certo modo, já dava abertura para que ele falasse também sobre o que estava pesquisando atualmente. Embora as perguntas não tenham sido sempre as mesmas, de modo geral, perguntamos aos entrevistados o que estavam *desenvolvendo atualmente em sua pesquisa; se as TD estavam presentes em sua pesquisa, quando e como; se a pesquisa que desenvolvia tinha as TD como relevante ou se poderia ser desenvolvida sem ela; se entendia que a matemática é transformada com o uso das TD e como ele via a matemática que estava produzindo com as TD*. Na entrevista algumas perguntas e comentários iam surgindo.

Como todas as entrevistas foram gravadas, ao término elas foram transcritas tornando-se texto aberto à interpretação. Solicitamos aos professores entrevistados permissão para divulgação de sua identidade, o que foi dada. Os professores assinaram a carta de cessão (disponíveis no apêndice) dando-nos direito de uso de suas falas para a pesquisa e de revelar seus nomes. Sendo assim, optamos por apresentar nossos sujeitos de pesquisa considerando que as pesquisas que fazem são importantes em sua área e a divulgação dos seus nomes é um modo de dar-lhes crédito e o leitor poder saber o que fazem.

6.1 Os sujeitos participantes da pesquisa

Conforme dissemos foram sete os professores entrevistados, pertencentes a cinco universidades diferentes.

A primeira entrevista foi com o Prof. João Carlos Vieira Sampaio e ocorreu no segundo semestre de 2016 nas dependências da UNESP de Rio Claro. Para o registro da

entrevista foi utilizado um gravador comum. O prof. João Sampaio é docente do Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR).

A segunda entrevista foi com o Prof. Márcio Fabiano da Silva e também ocorreu no segundo semestre de 2016. Foi uma entrevista a distância, via *Skype*, registrada por meio de um gravador comum. O prof. Márcio Silva é docente do Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC (UFABC).

O Prof. João Frederico da Costa Azevedo Meyer foi o terceiro docente com quem conversamos. A entrevista também ocorreu via *Skype* no final de 2016. Para gravação da entrevista usamos o *software Atube Catcher* que, além de gravar o som, captura a imagem da tela do computador. O prof. João Frederico Meyer é docente do Departamento de Matemática Aplicada do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

No primeiro semestre de 2017 contatamos um professor da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC/RIO) que sugeriu que fôssemos até lá para nos apresentar alguns professores que ele conhecia e que poderiam contribuir com a pesquisa.

Estando lá, além das entrevistas com quatro professores, três da PUC/RIO e um da Universidade Federal Fluminense (UFF), tivemos a oportunidade de assistir dois seminários: “Como discretizar uma chaleira: resolução numérica de EDPs em superfícies” e “A Matemática das Transições de Fase e o Método Mágico de Erdős”, cujos palestrantes foram os professores Alexandre Madureira (LNCC) e Rodrigo Bissacot (USP), respectivamente. A participação no seminário foi importante para conhecermos o grupo de professores que iríamos conversar. Conversamos com o Prof. Nicolau Corção Saldanha, Prof. Sinésio Pesco e Prof. Ricardo José Alonso Plata, do Departamento de Matemática da PUC/RIO e com o Prof. Ralph Costa Teixeira, do Instituto de Matemática da UFF.

As entrevistas realizadas com esses professores foram todas presenciais e gravadas em áudio (via gravador comum ou no smartphone), transcritas para se tornarem texto aberto à interpretação, conforme dissemos anteriormente. A seguir apresentamos os procedimentos de análise dos dados da pesquisa e os participantes (de modo mais detalhado).

6.2. Os procedimentos de análise na fenomenologia

No caminhar da pesquisa buscamos sempre pelo “*como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa*”

tecnologia em sua produção?”. As entrevistas com os sete professores que se disponibilizaram a estar conosco dialogando, constituíram os dados da pesquisa para os quais nos voltamos em busca de compreensões.

A análise dos dados foi realizada seguindo o rigor da fenomenologia que, de acordo com Machado (1994), é importante, pois, por meio dela, o pesquisador pode explicitar o sentido articulado nos discursos que subsidia a compreensão do interrogado.

Essa análise, segundo Fini (1994), pode ser estruturada em quatro momentos distintos. O primeiro momento é aquele em que o pesquisador realiza uma leitura das descrições sem fazer destaques já que o objetivo é compreender o sentido do todo das descrições. No segundo momento, volta-se a uma nova leitura procurando identificar unidades de significado ou trechos do discurso do sujeito que revele, ao pesquisador, aspectos relevantes à compreensão do investigado. A partir desses trechos destacados, ou das unidades de significado, o pesquisador expressa, por meio de asserções articuladas, o sentido que elas têm para si. Novo momento se anuncia, buscando agora pela convergência do expresso pelas unidades de significado. Trata-se de um momento bastante significativo à análise dos dados, pois, pelas convergências de sentido, pode-se expor a estrutura do fenômeno, à luz da interrogação que orienta o caminhar do pesquisador. Essa estrutura é explícita em categorias abertas a interpretação. Ao discuti-las, o pesquisador volta-se para o que dizem os sujeitos, iluminado por sua interrogação, fazendo uma articulação interpretativa com os autores lidos.

Pode-se dizer que esse movimento da análise fenomenológica abrange dois aspectos bastante significativos: um que é dado pela análise ideográfica e outro pela análise nomotética.

A análise ideográfica pode ser entendida como um olhar individual para os dados, no qual o pesquisador busca “acesso ao mundo-vida e ao pensar do sujeito” (MACHADO, 1994, p. 41). Isso quer dizer que o pesquisador lê os discursos de cada um dos seus sujeitos da pesquisa com a intenção de compreender o que ali está expresso. A organização e explicitação dessa análise é opção do pesquisador e, nesta pesquisa, optamos pela construção de quadros, conforme apresentaremos na sequência do texto.

Mas, assim como a análise fenomenológica não se finda na descrição, também não se finda na análise individual. Para expor o sentido do que, de modo geral, pôde ser compreendido nos distintos discursos dos sujeitos ou na fala dos diferentes pesquisadores que tivemos a oportunidade de entrevistar, iniciamos a busca por convergências de sentido, adentrando a análise nomotética que caracteriza a “passagem” do nível individual para o geral.

Essa “passagem” é possibilitada pelas convergências e divergências do exposto nas unidades de significado de acordo com a interpretação do pesquisador (que sempre é orientada por sua interrogação). Dizemos que a análise nomotética é uma reflexão acerca da estrutura do fenômeno e expressa aspectos gerais do percebido – generalidades – permitindo a explicitação do compreendido que se materializa na discussão das categorias de análise.

No entanto, cabe salientar que as generalidades iluminam uma perspectiva do fenômeno, mas que não são universalidades. Ou seja, se consideramos que o fenômeno mostra-se de diferentes perspectivas e para diferentes olhares, as generalidades são articuladas e expressas no movimento interpretativo que é orientado pela interrogação da pesquisa e procura dar visibilidade ao que está sendo interpretado pelo sujeito que vivencia a pesquisa (o pesquisador) junto com os sujeitos (professores com os quais conversamos).

6.3. Um olhar para o que se mostra nos dados da pesquisa: a análise ideográfica

Com o intuito de expor, neste texto, o que pôde ser feito no movimento de análise ideográfica construímos o quadro a seguir. Destacamos que, após a transcrição do diálogo com os sujeitos participantes da pesquisa, lemos cada uma delas visando o sentido do que se mostrava nesse diálogo. O objetivo nesse momento, conforme destacado acima, foi a familiarização com o dito. Em seguida, à luz da interrogação “*como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*”, destacamos trechos de falas ou excerto da fala do sujeito que à nós se mostravam relevantes. Ou seja, destacamos trechos dos discursos que expunham os modos pelos quais os matemáticos com os quais conversamos expressavam características de sua produção com o computador.

O quadro foi organizado em 5 colunas. Na primeira coluna trouxemos um código que identifica o sujeito e o número do excerto da fala dele; na segunda coluna trazemos o recorte da fala do sujeito que nomeamos Excerto da fala do sujeito. A terceira coluna contém as asserções articuladas. Terminado o quadro com essas três colunas, ampliamos as colunas 4 e 5 nas quais trazemos as unidades de significado e o código de identificação dessas U.S. Essa numeração irá nos auxiliar no movimento posterior. Exemplificamos, a seguir, com um recorte do quadro de análise da entrevista com o Prof. Nicolau Saldanha. Construímos um quadro para cada um dos sujeitos. Observamos que no Apêndice A, encontra-se o termo de

Cessão de Direitos com a concordância dos entrevistados para, nesta pesquisa, podermos divulgar sua identidade.

Quadro 6.1 – Recorte da entrevista com o Prof. Nicolau Saldanha.

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
NS.1	eu tenho trabalhos em combinatória, então nessa área de combinatória muitas vezes é interessante se ter exemplos, testar exemplos, muitas vezes você quer fazer um monte de casos pra ver o que que acontece e aí uma experiência feita no computador é muito útil.	Diz ter trabalhos na área de combinatória e que muitas vezes é interessante ter exemplos e testá-los para vários casos, então um experimento no computador é muito útil	NS.1.1-1: Testar exemplos NS.1.2-2: Verificar casos	2 6

Fonte: Produção da própria autora.

No exemplo acima temos ‘NS.1’ indicando a abreviação do nome do professor (NS) e o primeiro excerto de fala que nos foi significativo (1). A *Asserção Articulada* é uma reescrita interpretativa do pesquisador. Embora se fique atento ao que foi dito, procura-se escrever em uma linguagem mais direta, sem os vícios de linguagem e apropriada ao campo de investigação. Na quarta coluna temos as U.S. e a sua codificação que nos permite localizá-la. Assim, “NS.1.1-1: *Testar exemplos*” indica que a U.S. “Testar exemplos” está no excerto de fala 1 do professor NS e é a primeira U.S desse excerto e também a primeira U.S da fala dele; e “NS.1.2-2: *Verificar casos*” indica que a U.S. “Verificar casos” está no excerto de fala 1, é a segunda U.S. do excerto de fala e também é a segunda U.S. de um total de 70 U.S. destacadas. Na quinta coluna, *Organização das U.S.*, temos a numeração 1, 2, ... indica a organização/localização daquela U.S. no quadro síntese das U.S. (Quadro 6.9).

É importante esclarecer, também, que iniciamos a análise ideográfica com uma apresentação do professor, sujeito da pesquisa referente aquele quadro construído. Essa apresentação é feita considerando informações do currículo Lattes do professor e, em alguns

casos, uma síntese da entrevista que expressa ideias relevantes de sua vivência, carreira e atuação profissional, mesmo que não seja o foco de nossa investigação.

6.3.1 Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio²⁷ – Apresentação e Análise dos dados

O Prof. João Sampaio, como o denominaremos nesta pesquisa, é graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual - (1976), mestre em Matemática [ICMSC-São Carlos] pela Universidade de São Paulo (1979) e doutor em Matemática pela Rutgers - The State University of New Jersey (1987). Atualmente é professor associado da Universidade Federal de São Carlos. A partir de sua pesquisa de doutorado em Matemática, com ênfase em Topologia Algébrica, realizou pesquisas em cirurgia equivariante em variedades, topologia das superfícies compactas, ensino de topologia pelo método heurístico, construções geométricas e extensões de corpos, história da matemática e ensino de matemática na escola média. É docente dos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática da UFSCar nas disciplinas de álgebra, geometria, análise e história da matemática. Atua, também, em disciplinas básicas dos cursos de engenharia da UFSCar e nos cursos (de ensino a distância) de Tecnologia Sucroalcooleira e Engenharia Ambiental, da UAB-UFSCar. É cadastrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas e no Programa PROFMAT, ambos da UFSCar.

Para contextualizar a entrevista com o prof. João Sampaio, destacamos um trecho de sua fala inicial que, embora não diga respeito diretamente à produção do conhecimento com tecnologias, foco desta pesquisa, traz relato de uma vivência sua no decorrer de sua trajetória acadêmico-profissional que situa a sua fala.

A familiarização com o computador foi uma coisa que veio muito devagar. Até o final do meu mestrado, que foi em 79, eu encomendava as datilografias das coisas que eu precisava. A informática ainda era uma coisa muito incipiente. Computador de tela verde, só para quem arregaçava as mangas para tentar aprender um pouco de programação. Eu não achava aquilo atraente para mim. Nos Estados Unidos, quando fui escrever a dissertação, apareceu um editor matemático que era uma linguagem chamada TEX, de um programador famoso, Donald Knuth que foi o criador. Ele desenvolveu uma linguagem, um programa que compilava e criava textos de matemática muito bonitos, com a simbologia matemática bem desenhada e bem organizada. Você digitava um texto como um TXT mesmo, com sintaxes apropriadas e compila e vira matemática, vira símbolos matemáticos. Eu aprendi isso lá /.../ e comecei a digitar minha tese de

²⁷ O link para o currículo Lattes do prof. João Sampaio está disponível em <<http://Lattes.cnpq.br/8286887389013685>>. Acesso em Agosto de 2017.

doutorado nessa linguagem. Não havia PC, não havia computador pessoal, era tudo terminais e sistema em rede e eu até compilava. Às vezes não tinha condições de saber qual era o output daquilo, só ia ver na impressora que era uma impressora em rede que enviava uma ordem de impressão e depois ia buscar num certo lugar no centro de matemática. Buscava aquilo e via se estava 'ok' e o que tinha que refazer, voltava a compilar de novo e assim por diante. Nessa época começaram a surgir os primeiros Mackintosh, eu só via aquilo no subsolo do departamento de matemática, que era um prédio de sete andares e tinha um centro de computação. Eu via o pessoal com as telas até coloridas, com os ícones que eu não entendia direito, eram os primeiros Mackintosh. O pessoal comentava que era uma coisa que estava deixando todos muito entusiasmados, que era usar o computador. Então eu só fiquei sabendo que aquilo existia, até tinha professores que usavam, teve até um professor que se tornou colega meu e de vez em quando eu levava para ele compilar antes de mandar para a impressora do centro. Ele tinha um Mackintosh e via diretamente na tela qual era o output certinho. Mas, eu com medo de perder todos esses dados e tudo, mesmo assim, naquela época, eu encomendei uma datilografia da dissertação. Era uma dissertação de poucas páginas, tinha vinte e seis páginas: o teorema principal, o desenvolvimento da demonstração, alguns preliminares, era bem enxuto, preliminares, uma conclusão, bibliografia. Apesar de ter tido toda essa introdução ao computador eu não cheguei no Brasil assim animado 'eu quero ter um computador e tal', acho que isso deve ter me custado um pouco a falta de publicação do material, sabe? Começou a surgir o Windows nos anos 90 e aí no departamento de matemática começou a ter o Word Stencils, na Federal, os computadores começaram a chegar nas coordenações e nas secretarias, nas chefias e alguns docentes compravam seus computadores com projetos. E ... bom, acho que foi só em 90, perto de sair o Windows 95 - para você ver, olha, demorou hein - que eu comprei um 486 porque já estava mostrando uma necessidade e com greves de funcionários lá, eu estava na coordenação do curso de Matemática e tive que me familiarizar com o Windows e aplicativos tipo o Microsoft Office, essas coisas que eu não conhecia. Surgiu um programa de um compilador LATEX, que é uma versão do TEX que eu usei lá nos Estados Unidos, só que mais amigável. O LATEX é, digamos assim, um programa aberto é um software livre, então ele roda em LINUX e no Windows [...] Então eu vi a oportunidade de começar a organizar meu repertório de trabalho docente, principalmente textos. (SAMPAIO, 2016, relato oral).

A seguir apresentamos o quadro 6.2 com a análise da entrevista realizada com o professor João Sampaio.

Quadro 6.2 – Análise da entrevista com o Prof. Dr. João Sampaio.

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
JS.1	também, minicursos [...] O primeiro desses acho que foi em 96 [...] eu escrevi um curso desses de Topologia para criancinhas, que eu falei, todo em linguagem LATEX. Ainda cheguei a usar o TEX que era um programa mais primitivo, mas depois mais LATEX. Hoje eu uso bastante, mas eu uso todos os <i>office</i> e o LATEX para matemática porque eu acho, mais esteticamente ... arruma melhor as coisas	Afirma que utilizava o computador para escrever minicursos, dentre eles um de Topologia para crianças. Utilizou o TEX e também o LATEX. Afirma usar o LATEX porque para a linguagem matemática ele é melhor esteticamente. Utiliza o office também.	JS.1.1-1: Estrutura do software para linguagem matemática	1
JS.2	À regra geral o pessoal pega um e pronto, compila para ver o que acontece, aí começa a modificar alguma coisa e compila pra ver o que acontece. Atualmente, o TeXMaker de um lado tem a janela de digitação que é TXT puro e na janela do lado direito do computador tem o <i>output</i> , qual a imagem visual daquilo que você está fazendo, então você compila e já vê. Então ficou bem moderno	Diz ter um programa chamado TeXMaker que divide a tela em duas, de um lado fica o texto e do outro a imagem visual daquilo que você está fazendo. Afirma que o programa ficou mais moderno.	JS.2.1-2: Testar (verificação) JS.2.2-3: TeXMaker permite ver o resultado do que está programando	2 3
JS.3	no LATEX também tem um recurso para produção de <i>slides</i> que é mais fino porque vai a notação matemática muito bem construída, e ... também tem alguns aplicativos que são os que a gente chama recursos gráficos de matemática que em	O LATEX apresenta um recurso para slides que possui notação matemática e que tem alguns aplicativos de recursos gráficos que permitem mostrar algo que seria visualmente difícil de se esboçar	JS.3.1-4: Latex permite uma notação matemática bem construída	1

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	geral a gente usa pra mostrar aos alunos alguma coisa que é visualmente difícil de ser esboçada		JS.3.2-5: Recursos gráficos para a visualização	4
JS.4	O <i>Maple</i> é bom [...] pra gente fazer testes, porque [...] quando a gente vai trabalhar com aritmética dos números inteiros, o <i>Maple</i> tem capacidade de memória muito grande, então ele pode produzir número de milhares de dígitos se você precisar, entende? Enquanto que, em geral, o Windows não tem nada que faça isso ... uma planilha de <i>Excel</i> , por exemplo, é limitada, a memória numérica dela. E o <i>Maple</i> você consegue executar tudo isso e é muito poderoso, a linguagem simbólica [...] Então, ele é muito útil pra gente fazer essas aferições aritméticas.	Afirma que o <i>Maple</i> é um <i>software</i> bom, principalmente quando se trabalha com aritmética dos números, pois possui uma capacidade de memória grande, o que possibilita um número com milhares de dígitos. Diz que no Windows os programas têm uma memória numérica limitada e usa como exemplo uma planilha de Excel. Salienta que o <i>Maple</i> é muito útil para se fazer aferições aritméticas.	JS.4.1-6: O <i>Maple</i> permite fazer testes JS.4.2-7: o <i>Maple</i> tem capacidade de memória para números grandes JS.4.3-8: A Linguagem simbólica do <i>Maple</i> é poderosa JS.4.4-9: Faz Verificações numéricas com o <i>Maple</i>	2 5 1 6
JS.5	um experimento computacional é útil, porque ele dá evidências de como as coisas funcionam. Tem muito disso, gente que faz ... gente da ... até em Álgebra faz experimento computacional porque tem a linguagem simbólica, como o <i>Maple</i> por exemplo, pode fazer experimento computacional para, digamos assim, corroborar uma desconfiança, uma suspeita, uma conjectura, mas a construção do conhecimento matemático, a	Diz que um experimento computacional é útil, pois permite que você veja o que está acontecendo. Um experimento computacional corrobora uma desconfiança, uma suspeita, uma conjectura. No entanto, a construção do conhecimento matemático e a consolidação dele, se dá no campo das ideias, afirma.	JS.5.1-10: Evidencia JS.5.2-11: Corrobora uma desconfiança JS.5.3-12: Permite fazer conjecturas JS.5.4-13: Construção e consolidação do conhecimento se dá no	7 8 9 10

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	consolidação dele, é no campo das ideias mesmo.		campo das ideias (do pensar)	
JS.6	Teve aquela polêmica do teorema das quatro cores, que teve demonstração por computadores, nos anos 70, e que nunca se conseguiu uma demonstração formalizada. Isso também pode acontecer, é claro. O pessoal teve que gastar horas para fazer a programação das verificações. Mas a área de programação não é meu forte	Comenta sobre o teorema das quatro cores que teve sua demonstração utilizando o computador e que nunca se conseguiu uma demonstração formalizada. Diz que foram gastas horas pra fazer o programa das verificações.	JS.6.1-14: Há demonstrações feitas com computador JS.6.2-15: Há programações para se fazer Verificações JS.6.3-16: Não tem demonstração formalizada	11 6 12
JS.7	Criou um paradigma novo. O pessoal teve que repensar a questão de as verdades matemáticas não serem construídas apenas pelo pensamento humano, pode ter o uso de uma tecnologia. Que é o caso do teorema das quatro cores [...] Então, esse é um problema que surgiu em meados do século XIX, assim, meio que de maneira lúdica até e aí suscitou um problema de matemática de pesquisa, deu origem a teoria dos grafos, é ... um dos, muita pesquisa em teoria dos grafos e acabou tendo uma resposta positiva. Muito embora ninguém tenha conseguido demonstrar isso formalmente, como os matemáticos fazem, mas com o uso de computadores,	Diz que foi necessário repensar a questão de as verdades matemáticas não serem construídas apenas pelo pensamento humano, mas também com o uso de uma tecnologia, como o que ocorreu no caso do teorema das quatro cores. Comenta que o caso do teorema das quatro cores deu origem a teoria dos grafos. Novamente comenta que, embora não tenham conseguido demonstrar formalmente o teorema, como os matemáticos fazem, com o uso dos computadores foi possível verificar uma grande sequência de casos particulares que não seria possível manualmente.	JS.7.1-17: A tecnologia faz repensar as verdades matemáticas JS.7.2-18: Permite fazer verificações JS.7.3-19: O computador possibilita a demonstração JS.7.4-20: Há uma busca pela demonstração formal JS.7.5-21: Os testes de	13 6 14 12 15

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	verificando uma grande sequência de casos particulares. Mas uma sequência de casos particulares que não é abordável manualmente, olha só, você entende? E criou até uma discussão filosófica, “isso é uma demonstração matemática?”, mas hoje parece que isso é um pouco superado, já houve até simplificações do algoritmo, programa, mas nada além disso. O computador ainda está lá como o elemento da demonstração, o programa.	Diz que o caso suscitou discussões pelo fato de o computador ter feito as verificações, poderia ser tomado como uma demonstração matemática. Afirma que o computador, no caso do teorema das quatro cores, estava ali como o elemento da demonstração.	computador originam problemas de pesquisa em matemática JS.7.5-22: O computador, por meio do programa, estava presente como elemento da demonstração	
JS.8	Tem um negócio lá de álgebra, classificação dos grupos simples, são grupos que não tem muitos subgrupos normais, coisas da álgebra ... então isso requereu um time de pesquisas muito grande e ao final conseguiram concluir um trabalho arredondado sem usar computador nenhum. Milhares de páginas. Então, é diferente milhares de páginas e uma compilação, um programa. É diferente. O que nas quatro cores justamente não se consegue é fazer isso, é deixar o computador de lado e abraçar a causa, parece que não conseguiram.	Comenta sobre um conteúdo de álgebra relacionado à classificação dos grupos em que foi feito um trabalho de arredondamento sem o auxílio do computador, contendo milhares de páginas. Diz que há uma diferença entre um trabalho de milhares de páginas e uma compilação, e que no caso do teorema das quatro cores não foi possível abandonar o computador.	JS.8.1-23: Diferença entre uma resolução à mão e uma compilação/programa de computador JS.8.2-24: Há teoremas cuja demonstração sem o computador é impossível.	16 17
JS.9	o computador é um auxiliar. O que o computador faz? Você já tem uma concepção do que você quer perguntar, aí	Entende o computador como um auxiliar. Argumenta que já se tem uma ideia do que precisa e o computador, por ter uma	JS.9.1-25: O computador é um auxiliar	18

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	<p>you vai num computador que tem uma capacidade de processamento muito grande, muito rápida, memória grande também ... you vai colocar lá e ele vai rodar o seu programa, e vai te dar uma resposta. Mas, veja, you que é o perguntador, não é o computador que está perguntando. É sempre assim, o computador vai produzir uma matemática do nada? Não vai. A gente que tem que... Aquelas pessoas que fizeram o <i>Maple</i>, são matemáticos, são os programadores e matemáticos que se reuniram e criaram todo aquele programa lindo, maravilhoso.</p>	<p>capacidade grande e rápida de processamento, permite que you coloque o que quer saber em um programa e ele vai lhe dar uma resposta.</p> <p>Salienta que ao utilizar o computador you é o perguntador e não o contrário. O computador não produz uma matemática do nada.</p>	<p>JS.9.3-26: O computador não produz uma matemática</p> <p>JS.9.3-27: É necessário a investigação do sujeito</p>	<p>19</p> <p>20</p>
JS.10	<p>É claro que pra contas arrojadas, cálculos simbólicos, ele é bom, vai te ajudar ... vai te ajudar, pode trazer um conhecimento novo que a máquina fez rápido para you e you começou a desconfiar de um certo padrão e you vai investigar, aí you vai continuar investigando, com seu pensamento, com sua própria capacidade de pensar.</p>	<p>Comenta que o computador é bom para te ajudar com cálculos, pode trazer algum conhecimento novo pelo fato de fazer algo rápido e you começa a desconfiar de certo padrão e vai investigar. No entanto, diz que you vai continuar investigando com seu pensamento, com sua capacidade de pensar.</p>	<p>JS.10.1-28: Auxilia nos cálculos</p> <p>JS.10.2-29: Abre possibilidade de conhecimento novo</p> <p>JS.10.3-30: permite fazer investigação</p> <p>JS.10.4-31: Solicita o pensar</p>	<p>21</p> <p>22</p> <p>23</p> <p>24</p>
JS.11	<p>Eu acho que é assim, a informática ajuda a pensar melhor, nos dá um recurso de</p>	<p>Diz que a informática nos ajuda a pensar melhor e nos dá um recurso de</p>	<p>JS.11.1-32: A informática possibilita o pensar melhor</p>	<p>24</p>

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	investigação, né? ... antigamente os matemáticos faziam coisas assombrosas e não tinham computador nenhum, não é verdade? Faziam coisas assombrosas.	investigação. Afirma que antigamente os matemáticos faziam muita matemática, "coisas assombrosas", sem auxílio de um computador.	JS.11.2-33: A informática é recurso de investigação	23

Fonte: Produção da própria autora.

6.3.2 Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer²⁸ – Apresentação e Análise dos dados

O Prof. Joni Meyer, como denominaremos na pesquisa, é graduado em Bacharelado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1970), mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1974) e doutor em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1988). Atualmente é professor associado ao Departamento de Matemática Aplicada do IMECC da Universidade Estadual de Campinas e associado à Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, do qual é membro da Diretoria, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática e da Sociedade Latinoamericana de Biomatemática. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Biomatemática, atuando principalmente nos temas referente à modelagem matemática, ecologia matemática, impacto ambiental e educação matemática.

Visando contextualizar a entrevista com o Prof. Joni Meyer, destacamos um recorte de sua fala inicial que, embora não seja o foco desta pesquisa, traz um relato de sua vivência com tecnologias no ensino.

nós fizemos um curso de Cálculo integrado ao computador. Algumas aulas de cálculo eram dadas por eles e algumas aulas de computação eram dadas por mim. Então a gente fez um curso completamente integrado de maneira a fazer com que uma coisa como a soma de Riemann, por exemplo, não fosse imaginada, fosse feita de fato pelos alunos. A gente colocava o método numérico como sendo fundamental, por exemplo, “qual a combinação ideal de produtos fertilizantes conforme a necessidade do solo?”, “qual o melhor momento que a gente pode ter pra aplicar um agrotóxico para combater uma praga?”. Coisas assim que tinham que ser formuladas matematicamente para depois serem resolvidas no computador. Não dava para resolver no lápis e papel porque os dados que a gente pegava era pra vida real e na vida real todos os números são quebrados. Se você pegar a turma que você dá aula de matemática e tirar a média de altura não vai dar 1, não vai dar 1,5, não vai dar 2. Vai dar alguma coisa com 8 casas decimais ou 9 se a calculadora tiver 10 dígitos. Então, a vida da gente é com números quebrados, e para isso a gente usa calculadora, calculadora do telefone, e o computador, laptop, notebook, desktop, etc. [...] o telefone afeta muito porque quando eu quero dar um exemplo. Eu vou citar o exemplo! “Qual... quantas pessoas o Brasil consegue sustentar na sua atual situação?”, aí eu pego alguém que está com o telefone e peço pra entrar na página do IBGE e peço pra entrar na outra página da Secretaria de Assuntos Estratégicos da Presidência e comparo todas

²⁸ O link para o currículo Lattes do Prof. Joni Meyer está disponível em <<http://Lattes.cnpq.br/9611168473482242>>. Acesso em Agosto de 2017.

as informações que os alunos pegam usando o telefone. É um jeito de colocar o telefone na sala de aula, sem medo de que ele entre no whatsapp. [...]já eu preparei um programa para todos eles, expliquei a matemática por detrás do programa e dei uma doença para cada um deles pra eles testarem o modelo com as doenças. Com vacina, com tratamento, etc. E eles ficaram surpresos. Eles falavam assim “Gente, eu vacinei 20% da população e a doença foi embora”. E o outro falava assim “Gente, eu matei todo mundo”. E todo mundo corria para o computador apra ver o que é que o cara tinha feito. Então eles aprendiam. Eu vou me arriscar aqui porque eu não tenho formação, minha formação é deficiente, eu só fiz bacharelado, então eu não tenho a parte humana que completaria uma formação integral minha. Mas eu me arrisco a falar do Paulo Freire dizendo que eles estavam construindo o conhecimento dialogicamente quando todo mundo levantava do seu computador pra ir ver o cara que salvou a população vacinando só 20% e o cara que sem aplicar a vacina, sem colocar aqueles paninhos no nariz todo mundo, matava todo mundo. [...] Então, quando eu dava problemas de transporte de carga pro trem, de estacionamento de supermercado, de vacinação, de diminuir o contágio, de andar no ônibus de janela fechada no inverno e aumentando a presença do vírus, você tá fazendo uma leitura do mundo. E isso é claro que me marca, porque os alunos corrigem porque eu só sei matemática e os alunos falam “não professor, não Joni, não é assim! É assim e assim e assado”, e eu tenho que mudar o modelo e eles tem que criticar o modelo que eu faço para depois virar programa de computador. Então, eu aprendo muito. É bom para mim. (MEYER, 2016, relato oral).

A seguir trazemos o quadro 6.3 da análise da entrevista feita com o professor João Frederico Meyer.

Quadro 6.3 – Análise da entrevista com Prof. Dr. Joni Meyer.

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
JM.1	Esquema para mostrar o que é modelagem matemática, cada um de nós tem um [...] e eu faço um que é muito mais simples que é formular o problema, colocar hipótese que simplifica, cai no problema matemático, resolve o problema, aqui sempre usando tecnologia, critica a resposta matemática, depois critica a resposta que a matemática deu à luz da necessidade social e o processo decisório.	Afirma que cada pesquisador que trabalha com modelagem matemática tem um esquema para mostrar o que ela é. Diz que o que ele faz em modelagem matemática é formular o problema, colocar uma hipótese que simplifica o problema matemático e resolver esse problema sempre utilizando tecnologia. Após resolver afirma que há uma crítica à resposta matemática dada e por fim o processo decisório	JM.1.1-1: Criar hipóteses JM.1.2-2: Resolver problemas JM.1.3-3: Criticar respostas JM.1.4-4: Analisar a resposta	25 26 27 28
JM.2	A professora Marta M. está fazendo o doutorado dela e estudando o espalhamento geográfico da malária na província chamada Sofala, e o objetivo desse programa é testar políticas públicas no programa, antes de testar na população. Vou dar um exemplo: o governo diminuiu os fundos de pesquisa e deu 960 mil redes mosquiteiras para a população pobre. E o que as pessoas fizeram? Venderam as redes mosquiteiras para pescadores.	Traz como exemplo o estudo que uma aluna tem realizado acerca da malária na província chamada Sofala cujo objetivo do programa é testar políticas públicas.	JM.2.1-5: Permite fazer simulações	29
JM.3	Quando você modela um problema desses não tem solução analítica, não cai na integral da tangente, cai na integral de	Diz que quando se modela um problema não há uma solução analítica, pois trabalha com um	JM.3.1-6: Resolve problemas que não tem solução analítica	26

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	um conjunto de números sob os quais você não tem controle, cai em derivadas de funções que não são contínuas, vou repetir: a gente trabalha com derivada segunda de funções que dão pulo e eu preciso usar essa ferramenta (computador). Então o ser humano inventou esse novo espaço onde essas funções têm derivadas. São chamadas de derivadas no sentido de distribuições e uso a integral que não é a integral de Riemann, é a integral de Leberg, e a gente então vai fazendo isso porque no fundo os problemas de solução analítica, com uma resposta só, verdadeira, /.../ só existe na sala de aula.	conjunto de números sob os quais você não tem controle, então precisa usar o computador como ferramenta.	<p>JM.3.2-7: Amplia a possibilidade de solucionar problemas matemáticos não triviais</p> <p>JM.3.4-8: Computador contribui na solução dos problemas matemáticos</p> <p>JM.3.5-9: Permite investigar processos matemáticos que não são simples</p>	<p>30</p> <p>18</p> <p>23</p>
JM.4	/.../ em matemática aplicada, usando o computador, existe uma verdade, Teorema de Existência e Unicidade que diz que existe uma única solução daquele problema. Um sistema de equações diferenciais, por exemplo, modelar uma doença na sociedade, quanto mais você trabalha mais perto você chega dessa verdade, mas você nunca vai chegar nela. Eu tenho uma matemática que não é exata, a matemática que é subjetiva. Se você usar C++ você tem um resultado, se	Comenta que, usando o computador em matemática aplicada, existe uma verdade, Teorema de Existência e Unicidade em que existe uma única solução daquele problema. Utiliza como exemplo, um sistema de equações diferenciais para modelar uma doença. Afirma que quanto mais você trabalha naquele modelo mais perto chega da verdade, no entanto, nunca vai chegar nela, pois se tem uma matemática que não é exata e sim	<p>JM.4.1-10: Importância de diferentes resultados em matemática aplicada</p> <p>JM.4.2-11: Permite comparar resultados</p> <p>JM.4.3-12: Diversidade de respostas em função do software</p>	<p>31</p> <p>32</p> <p>33</p>

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	<p> você usar Pascal você tem outro resultado, se você usar Java, obtém outro resultado, se você usar equações diferenciais, tem outro resultado, se usar equações diferenciais ordinárias, tem outro resultado, se usar equações diferenciais parciais, você obtém outro resultado. Mas, o fato de você, pegando problema da vida real, precisar do computador, você encontrar diferentes resultados é bom, porque você usa um resultado para comparar com outro. Então, no uso da tecnologia em modelagem matemática não é que o diverso é pouco ou aceitável, a diversidade é necessária. A gente não trabalha bem com quem pensa igualzinho a gente, a gente trabalha bem com aquela pessoa que discute, quebra o pau, vai para casa bravo e, no outro dia, volta, compara os resultados, vê e analisa. Nisso, a tecnologia mudou muito o tipo de matemática. E a matemática é contextual, depende do contexto. </p>	<p> subjetiva. Assim, para cada programa e tipo de equação você terá um resultado. </p> <p> Salienta que o fato de encontrar diferentes resultados, usando o computador, é bom por permitir que você compare os resultados. </p> <p> Diz que no uso de tecnologia em modelagem matemática a diversidade nos resultados não é pouco ou aceitável, ela é necessária. </p> <p> Afirma, que não trabalhamos bem com quem pensa igual a nós, mas com pessoas com as quais discute, compara resultados, vê e analisa. </p> <p> Entende que nisso a tecnologia mudou o tipo de matemática. A matemática é contextual, ou seja, depende do contexto </p>	<p> JM.4.4-13: Há uma obrigatoriedade de analisar a diversidade </p> <p> JM.4.5-14: A tecnologia mudou o tipo de matemática </p> <p> JM.4.6-15: Parceria com o computador para questionar e analisar </p>	<p>34</p> <p>35</p> <p>36</p>
JM.5	<p> A Matemática que é abstrata, que é puramente mental, é uma matemática que é perfeita, que é bela, que é objetiva, que é universal, que é exata, tudo. Quando </p>	<p> Afirma que a matemática que é abstrata é uma matemática que é perfeita e exata, mas quando você traz essa matemática para resolver um </p>	<p> JM.5.1-16: Na matemática aplicada a resposta nunca é verdadeira </p>	<p>37</p>

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	<p> você traz essa matemática linda e maravilhosa, para resolver problema da sociedade, você começa a ter que sujar a mão. Então, você não pode usar a raiz quadrada de dois como aquele símbolo $\sqrt{2}$ [faz o símbolo com a mão desenhando no ar], você é obrigado a usar o valor, quer dizer, soma a raiz quadrada de 2 com três dezessete avos... você vai para a calculadora, que usa binário. Então sua resposta nunca é verdadeira. Então, a matemática que foi a matemática pura é necessária, matemática pura que é aplicada a própria matemática. A matemática aplicada que eu faço é a matemática aplicada fora da matemática. Mas tudo que se desenvolve na matemática dita pura acaba sendo muito importante para quem trabalha na matemática aplicada. </p>	<p> problema da sociedade você começa a ter que trabalhar mais ou buscar alternativas a essa matemática perfeita (sujar as mãos). Diz que a matemática pura é necessária, é a matemática que é aplicada a própria matemática. A matemática aplicada que ele faz é a matemática aplicada fora da matemática, mas tudo que se desenvolve na matemática pura é muito importante para quem trabalha com a matemática aplicada </p>	<p> JM.5.2-17: A matemática pura é necessária à matemática aplicada </p>	<p>38</p>
JM.6	<p> /.../ eu me apaixonei por essa matemática e tem mais, essa matemática que a gente chama de pura é tão potente, é tão poderosa, que ela consegue fazer com que os nossos métodos numéricos, no computador, na calculadora, cheguem perto da verdadeira resposta. Se você pensar bem, a gente sabe fazer quatro </p>	<p> Afirma que a matemática que chamamos de pura é tão poderosa que consegue fazer com que os métodos numéricos no computador e na calculadora cheguem perto da verdadeira resposta. Diz que sabemos fazer quatro coisas em matemática (somar, subtrair, </p>	<p> JM.6.1-18: O computador permite que se chegue perto da verdadeira resposta </p>	<p>39</p>

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	coisas em matemática: somar, subtrair, multiplicar e quase sempre dividir e a matemática pura mostrou que com essas quatro operações a gente consegue construir respostas de problemas que não tem solução analítica.	multiplicar e dividir) e que a matemática pura mostrou que com essas quatro operações conseguimos construir respostas de problemas que não tem solução analítica.		
JM.7	/.../ eu vejo que a tecnologia vai fazer com que a gente chegue mais longe com métodos que hoje funcionam abstratamente, mas não funcionam na prática.	Afirma que a tecnologia permitirá chegar mais longe com métodos que, nos dias de hoje, funcionam abstratamente e não na prática.	JM.7.1-19: A tecnologia permitirá ir mais longe com métodos que hoje funcionam abstratamente	40
JM.8	/.../ alguns teoremas importantes foram demonstrados recorrendo ao computador, como o célebre problema do mapa das quatro cores que se não fosse o computador não teria sido resolvido.	Diz que alguns teoremas importantes foram demonstrados com o auxílio de um computador. Cita o exemplo do teorema das quatro cores. Afirma que se não fosse o computador não teria sido possível resolver o teorema das quatro cores.	JM.8.1-20: Demonstração com computador JM.8.2-21: Não pode resolver o teorema das quatro cores sem o computador	11 17
JM.9	/.../ verificações matemáticas. Por exemplo, quando a gente está procurando um equilíbrio entre populações que interagem entre si, presa x predador, competição, comensalismo, mutualismo, às vezes a gente não consegue demonstrar porque as equações são complicadas, claro que são complicadas, elas não foram inventadas para a conta, elas foram tiradas da natureza ou da	Afirma que o computador é utilizado para verificações matemáticas. Diz que muitas vezes quando se está procurando um equilíbrio entre populações que interagem entre si, como no caso presa x predador, não se consegue fazer uma demonstração pelo fato de as equações serem muito complicadas. Menciona que quando se coloca o	JM.9.1-22: Permite fazer Verificações JM.9.2-23: Ter convicção	6 41

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	sociedade, quando você põe para funcionar aquilo, você acha trajetórias e a matemática dita pura já provou que uma trajetória não corta a outra. Se todas as suas trajetórias, as 17 trajetórias que você fez, estão convergindo para um determinado número, a chance é de 99,999999...% de que aquele é um ponto atrator. Você não demonstrou ... não tem prova, mas tem convicção.	modelo para funcionar em um programa se encontram trajetórias que a matemática dita pura já provou que uma não corta a outra. Então, se as suas trajetórias estão convergindo para um determinado número, a probabilidade de ele ser um ponto atrator é muito alta. Afirma que, embora não tenha sido feita uma demonstração, há uma convicção.		
JM.10	Eu trabalho com matemática aplicada, especificamente na área de ecologia matemática. Os nossos domínios de estudo são mapas, um lago, um pedaço de mapa [...] sempre quando a gente trabalha com sociedade a nossa matemática não se encaixa nas hipóteses básicas dos resultados que são lindos e importantes. Por que a gente continua a estudá-los? Para poder ter um padrão de crítica dos nossos resultados.	Explica que seu trabalho com matemática aplicada está voltado para área de ecologia matemática e que os domínios de seus estudos são mapas. Diz que sempre quando se trabalha com questões que envolvem a sociedade a matemática não se adequa às hipóteses básicas dos resultados. Mesmo assim continua a estudá-los para que se tenha um padrão de crítica desses resultados.	JM.10.1-24: A matemática aplicada possibilita a análise crítica dos resultados	42
JM.11	/.../ procurando mancha de óleo no canal de São Sebastião, perto de Ilhabela /.../ a gente usa o mapa, mas a gente também faz a Pluma de Gauss, que é um disco perfeito onde a poluição se espalha de maneira ideal e /.../ se a gente achar que tá muito diferente /.../ vamos criticar o	Cita um exemplo de uma mancha de óleo em um determinado local em que se utiliza um mapa para entender o problema e, caso haja um resultado muito diferente, será necessário criticar o resultado e iniciar novamente a investigação para tentar melhorar	JM.11.1-25: Criticar os resultados JM.11.2-26: Realizar testes	27 2

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	nosso resultado e começar de novo a trabalhar para tentar melhorar. Então, toda matemática que eu faço hoje é com tecnologia.	aquilo que se tem. Considera que toda matemática que faz hoje é com tecnologia.	JM.11.3-27: Refinar os resultados	43
JM.12	Eu uso sim a tecnologia que você chamou tão adequadamente de Tecnologia Digital. Eu uso programas. E os gráficos? E ... quem é o meu interlocutor? É alguém da saúde pública. Como é que eu vou dar para ele 4 milhões de números como sendo a resposta perfeita da matemática? Eu tenho que dar a ele um gráfico colorido, um mapa com cores no mapa.	Afirma que utiliza tecnologias digitais, programas. Menciona que seus interlocutores são pessoas da saúde pública e que não é possível dar como resposta de um problema um resultado com grande quantidade de números tendo que apresentar um gráfico ou um mapa coloridos.	JM.12.1-28: A tecnologia possibilita um modo 'amigável' de comunicar os resultados JM.12.2-29: Visualização do resultado pelos interlocutores	44 45
JM.13	A minha resposta tem que ser dada de maneira qualitativa. Como é que eu transformo um resultado matemático perfeito, puro e exato, numa informação? Uma coisa é o dado, a outra coisa é informação. Eu preciso dessa informação. Então, a mancha de petróleo eu não dou como número, eu dou como mapa que vai se mexendo, esparramando e estragando as praias. Então, eu não faço hoje matemática sem o recurso digital. E olha que eu tenho estudado matemática. Estou com 69 anos e sentado na cadeira para estudar matemática, abrir o livro e	Diz que a resposta que ele dá ao problema que estuda é qualitativa e explica como torna um resultado matemático em uma informação. Afirma que hoje não faz matemática sem o recurso digital, enfatizando que estuda matemática para aprender novas ferramentas e para poder usá-las nas tecnologias digitais.	JM.13.1-30: Possibilidade de converter dados abstratos em informações visuais. JM.13.2-31: À matemática aplicada o computador é indispensável.	45 46

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	estudar matemática para aprender novas ferramentas e poder usar, poder usar nas Tecnologias Digitais.			

Fonte: Produção da própria autora.

6.3.3 Prof. Dr. Nicolau Corção Saldanha²⁹ – Apresentação e Análise dos Dados

O Prof. Nicolau Saldanha é graduado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (1983), mestre em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (1984) e doutor em Matemática pela Princeton University (1989). Atualmente é professor associado do Departamento de Matemática da PUC-Rio. Tem experiência em Topologia, Combinatória e Análise. Uma área de trabalho recente, em que tem desenvolvido sua pesquisa, é o estudo de espaços de curvas. Determinou o tipo homotópico do espaço das curvas fechadas localmente convexas na esfera S^2 , e dos espaços de curvas localmente convexas com jatos inicial e final prescritos. Tem trabalhos que incluem a demonstração de que certos operadores diferenciais não lineares são dobras ou cúspides globais. Outra área de trabalho recente é o estudo de coberturas de dominós em dimensão 3, usando ideias de topologia.

O Prof. Nicolau Saldanha comentou sobre dois trabalhos em que as tecnologias estiveram presentes de modos distintos, um sobre espaços de curvas e outro em que estudou a cobertura de dominós em dimensão 3. O nosso diálogo girou em torno desses dois trabalhos. Durante a fala o Prof. Nicolau usou o computador para mostrar alguns artigos publicados que ilustrassem o que fazia em termos de pesquisa. Mostrou um material impresso sobre as famílias de curvas que estava estudando, com anotações feitas à mão, utilizando canetas coloridas e uma caixinha com bloquinhos de madeira que usava na pesquisa de coberturas para determinar o *twist* que seriam os movimentos possíveis.

A seguir trazemos o quadro 6.4 da análise da entrevista com o professor Nicolau Saldanha.

²⁹ O link para o currículo Lattes do prof. Nicolau Saldanha está disponível em <<http://Lattes.cnpq.br/2529569752203830>>. Acesso em agosto de 2017

Quadro 6.4 – Análise da entrevista com Prof. Dr. Nicolau Saldanha.

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
NS.1	/.../ eu tenho trabalhos em combinatória, então nessa área de combinatória muitas vezes é interessante se ter exemplos, testar exemplos, muitas vezes você quer fazer um monte de casos para ver o que acontece e uma experiência feita no computador é muito útil.	Diz ter trabalhos na área de combinatória e que muitas vezes é necessário ter exemplos e testá-los para vários casos, então um experimento no computador é muito útil.	NS.1.1-1: Permite testar exemplos NS.1.2-2: NS.1.3-3: Possibilita verificar casos	2 6
NS.2	Muitas vezes ela é uma experiência para ver uma coisa que você acha que é verdade, testar e ver se ela, pelo menos, vale nos exemplos menores ou talvez refutar. Às vezes ver que aquela era uma ideia errada. Às vezes uma experiência serve para sugerir uma conjectura.	Afirma que em alguns casos as experiências realizadas servem para ver se uma coisa é verdadeira, testá-la, ver se vale para os exemplos e até mesmo refutar uma ideia errada. Diz que às vezes uma experiência serve para uma nova conjectura	NS.2.1-4: Testar a validade NS.2.2-5: Refutar NS.2.3-6: Sugerir conjecturas	47 48 9
NS.3	Muitas vezes para programar você é levado a formular as ideias mais claramente.	Afirma que ao programar você também é levado a formular as ideias com clareza.	NS.3.1-7: Formular as ideias mais claramente	49
NS.4	Aqui tem algumas coisas que eu posso fazer, mas tem muito pouca liberdade. Então, será que a partir daqui eu consigo “botar” tudo em pé? [usa blocos de madeira para exemplificar]. Todos eles em pé como estava no início, fazendo um monte de <i>flips</i> ? Se a gente testar, temos a impressão de que não, porque eles estão	Ao mostrar um exemplo utilizando uma caixinha e blocos de madeira, afirma que pode fazer alguns movimentos, mas que tem pouca “liberdade”/opções para realizar os empilhamentos. Diz que, nesse exemplo de testar os movimentos pode-se utilizar o computador para listar todos os casos.	NS.4.1-8: Testar as hipóteses	50

Código	Excerto da fala do sujeito	Assertão Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	tão engarrafados aqui, tem tão pouco movimento /.../ mas esse aqui é um exemplo de testar se de fato ficou engarrafado. É uma coisa que você vai abrir no computador, você vai lá e lista no computador, lista todos os casos ... esse aqui você ainda faria na mão, mas no caso de uma caixa um pouquinho maior seria impossível fazer na mão e no computador às vezes você consegue.	Salienta que quando utiliza uma caixa pequena é possível fazer à mão, mas que para caixas maiores seria impossível simular à mão, mas com o computador, às vezes, é possível.		
NS.5	Agora uma coisa que amadureceu aí, nesse processo de programar, foi o entendimento do <i>twist</i> . A gente já entendia o que era o <i>twist</i> , mas era essa coisa ... vamos programar, o computador tem que saber olhar para isso daqui e calcular o <i>twist</i> . Isso levou a gente a entender melhor o que era o <i>twist</i> , chegando em fórmulas mais simples.	Diz que, no processo de programar, houve entendimento do que era o <i>twist</i> que, embora compreendesse (programando) foi possível entender melhor e chegar em fórmulas mais simples.	NS.5.1-9: No processo de programar é possível entender melhor NS.5.2-10: Sistematizar	51 52
NS.6	/.../ o fato de você programar leva você a entender melhor um conceito. Ou, talvez, te sugira perguntas que, sem aqueles exemplos, não te ocorressem ou sequer você iria pensar “será que isso é verdade?”. Mas, quando você vê os exemplos fica claro.	Afirma que ao programar é possível entender melhor um conceito e até mesmo faz surgir perguntas que sem os exemplos da programação, talvez não lhe ocorresse. Diz que quando se vê exemplos fica mais claro.	NS.6.1-11: Abre possibilidade de investigar NS.6.2-12: Sugere perguntas NS.6.3-13: Traz clareza	23 53 54
NS.7	Na mão é totalmente inviável, você vê	Diz da inviabilidade de se fazer os testes	NS.7.1-14: Impossibilidade de	55

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	nesse exemplo minúsculo.	do exemplo da caixa e blocos de madeira à mão.	se resolver sem computador	
NS.8	Então, esse que está aí [mostra um artigo na tela do computador], essa família de curvas eu desenhei usando o <i>Maple</i> , que é um programa para matemática que tem tanto uma parte gráfica como uma parte simbólica. Então, eu queria ter certeza que eu estava visualizando essa família de curvas que está desenhada aí.	A partir de um artigo sobre famílias de curvas, afirma ter utilizado o software <i>Maple</i> para ter certeza se estava visualizando aquela família de curvas que aparece desenhada.	NS.8.1-15: Fazer simulação NS.8.2-16: Testar hipóteses NS.8.3-17: O <i>Maple</i> permite a visualização gráfica que lhe traz certeza	29 50 4
NS.9	Essa figura seria impossível fazer ou seria um trabalho insano fazer isso sem o computador, então o computador entrou para desenhar esse pôster, para que eu pensasse melhor como é a combinatória dessa família de curvas usando esse desenho.	Afirma que a figura que desenhou seria impossível fazer sem o computador. O computador foi utilizado para desenhar o pôster e permitir analisar como é a combinatória da família de curvas desenhada.	NS.9.1-18: O computador permite fazer figuras impossíveis à mão NS.9.2-19: Pensar com a imagem na tela NS.9.3-20: Investigar a matemática a partir do visual (gráfico)	56 24 23
NS.10	Eu programei o computador para fazer esse desenho, fui lá embaixo na gráfica e pedi para imprimir esse pôster aí. Depois peguei as canetas coloridas, fui pensando e desenhando até entender melhor essa família de curvas. Então isso é um uso de computador ... seria possível fazer isso	Diz que programou o computador para fazer o desenho e imprimiu, depois utilizou canetas coloridas para pensar e desenhar até entender a família de curvas. Afirma que seria possível fazer sem o auxílio do computador se pensasse com mais cuidado e poderia entender a	NS.10.1-21: compreender o feito no computador NS.10.2-22: Tornar menos abstrato	57 58

Código	Excerto da fala do sujeito	Assertão Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	sem o computador? Seria, com menos desenhos, né? Se eu pensasse com mais cuidado, eu poderia entender a combinatória da coisa aqui, sem computador nenhum, mas eu acho que assim fica mais sólido ... você está testando o que está pensando de várias maneiras, porque tem essa espécie de linha oficial da matemática que é: ou a coisa está provada ou ela não está provada. Se ela está provada não tem dúvida nenhuma, é absolutamente certo.	combinatória, mas que com o computador ficou mais sólido. Diz que com o computador você testa o que está pensando de várias maneiras. Salienta que tem uma linha da matemática que exige que algo seja provado para que seja aceito como absolutamente certo.	NS.10.3-23: Testar de várias maneiras NS.10.4-24: Tirar conclusões válidas	2 59
NS.11	Ele [o computador] traz confiança através de experimentos, muitas vezes traz maior confiança numa demonstração ... De certa forma já tem, mas quando você testa, você ganha mais confiança. A confiança na demonstração não é essa coisa zero ou um. Ou você não tem demonstração, ou você tem demonstração. Esse é um modelo, assim, muito simplificado de como a matemática funciona. Às vezes você tem a demonstração, às vezes você tem a demonstração e está inseguro e aí uma coisa experimental como essa traz confiança, aumenta a confiança.	Diz que o computador traz mais confiança por permitir realizar vários experimentos. Afirma que às vezes já tem a demonstração, mas há insegurança, então as verificações (experimentações) permitem aumentar a confiança.	NS.11.1-25: Traz confiança NS.11.2-26: Investigar realizando testes NS.11.3-27: Fazer experimentos NS.11.4-28: Analisar a demonstração NS.11.5-29: Compreender a demonstração	41 60 61 62 63

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
			NS.11.6-30: Aumentar a confiança na demonstração	64
NS.12	/.../ esse artigo aí, que a gente está olhando pra ele, é um artigo Geometria-Topologia pura, e é uma pergunta bastante abstrata [...] que é “como é um certo espaço de dimensão infinita?”. No entanto, acho que ter essa figura aí traz muito mais clareza e compreensão ao que está acontecendo do que só ter a demonstração.	Diz que o artigo que estávamos olhando era de Geometria-Topologia Pura e tinha uma pergunta bastante abstrata e que a figura trouxe mais clareza do que estava acontecendo do que somente ter a demonstração.	NS.12.1-31: O aspecto visual traz clareza à investigação NS.12.2-32: Possibilita a clareza NS.12.3-33: Permite a compreensão	65 54 66
NS.13	Sabe como eu compararia o computador? Eu compararia como trabalhar com um colega que pensa de um jeito muito diferente de você. Ele sabe bem as coisas que você sabe mal, sabe mal as coisas que você sabe bem. Isso é legal, porque às vezes vocês, cada um, fazem bem uma coisa juntos e andam juntos. Então o computador é muito isso, ele é um parceiro, digamos assim, que faz super bem umas coisas, tipo olhar um bilhão de exemplos que te dão esses bloquinhos aqui, o que faz isso aqui, o que que faz aquilo e faz super bem. Mas, outras coisas, a cabeça humana faz melhor, então é uma parceria entre dois ...	Diz que compara o computador a um colega com quem se trabalha e que pensa de um jeito diferente, que sabe bem as coisas que você sabe mal e sabe mal as coisas que você sabe bem. Afirma que isso é legal porque podem fazer bem juntos. Vê o computador como um parceiro que faz muito bem, por exemplo, olhar um bilhão de exemplos, mas salienta que outras coisas a cabeça humana faz melhor. Diz da parceria entre dois que têm habilidades diferentes e que funciona de modos variados.	NS.13.1-34: Parceiro na interlocução NS.13.2-35: Exigência de análise das respostas obtidas NS.13.3-36: Abertura aos modos variados de fazer	67 68 69

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	habilidades diferentes. Então funciona dos jeitos mais variados.			
NS.14	/.../ o computador foi esse parceiro que fez essa coisa que eu não seria capaz de fazer, para me ajudar a fazer uma coisa que ele sozinho não ia também fazer, porque essa parte, dessas canetas coloridas aí [aponta para o material impresso], eu fiz à mão. Seria possível um computador fazer? Seria. A princípio, seria. Mas você vê que às vezes tem umas coisas que é melhor fazer à mão do que fazer no computador.	Afirma que o computador foi um parceiro para fazer algo que ele não seria capaz de fazer, para ajudá-lo, mas, também, é algo que o computador não faria sozinho. Há, segundo o professor, algumas coisas que às vezes é melhor fazer à mão do que no computador.	NS.14.1-37: Parceria para a produção NS.14.2-38: A análise do pesquisador é necessária	70 71
NS.15	O que a gente está tentando nesses trabalhos de olhar coberturas aqui, é... bom, para coisas em geral, não só pra uma caixa específica. Aquela caixa 4x4x4 é um exemplo específico, mas a ideia é provar ... tipo, esse invariante do <i>twist</i> , a ideia era provar que isso valia, geralmente, para qualquer caixa.	Diz que, na pesquisa que envolve uma análise das coberturas, a ideia era provar a validade não só para um exemplo específico, mas para qualquer caixa.	NS.15.1-39: A busca por invariantes NS.15.2-40: Ideias para a prova NS.15.3-41: Busca da sistematização	72 73 74
NS.16	/.../ a pessoa pode preferir uma demonstração, não você junto com o computador, mas entender do início ao fim. Agora, em alguns casos, essa demonstração não é conhecida. A matemática está cheia de exemplos que	Diz que a pessoa pode preferir fazer uma demonstração sem utilizar o computador para entender do início ao fim. Porém, em alguns casos, a demonstração não é conhecida. Afirma que, na matemática, existem vários exemplos para os quais se	NS.16.1-42: Necessidade de o sujeito fazer a demonstração para entender NS.16.2-43: investigação	75 76

Código	Excerto da fala do sujeito	Assertão Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	se gostaria de ter uma demonstração do tipo “A”, mas só é conhecida uma demonstração do tipo “B”. Então, acho que isso é só mais um exemplo. O teorema das quatro cores é outro exemplo disso.	conhece uma determinada demonstração, mas se gostaria de ter outra. Cita o exemplo do teorema das quatro cores.	buscando alternativas	
NS.17	Se eu sou um “purista” que acha que aquilo não é uma demonstração de verdade, não sou. Eu acho que isso é um ... a pessoa está expressando uma preocupação válida de uma maneira muito exagerada, eu diria. A diferença não é, para mim, uma diferença entre branco e preto. Não é uma diferença de grau. Entende melhor de uma forma, assim, meio autocontida, outra não entende direito. Então não acho ... não vejo como tendo dois tipos de matemática. Talvez eu diria que tem infinitos tipos de matemática, infinitos ou milhões, bilhões, de tipos de matemática.	Diz não ser um “purista” que não aceita a demonstração do teorema das quatro cores como verdadeira. Afirma que a pessoa está expressando uma preocupação válida, mas exagerada. Não vê a demonstração utilizando o computador como uma diferença de grau. Diz não ver dois tipos de matemática, mas talvez infinitos tipos.	NS.17.1-44: O computador abre possibilidade de “tipos” de matemática NS.17.2-45: A característica da demonstração com o computador é outra	77 78
NS.18	/.../ se existe um teorema que alguns matemáticos entendem a parte “A”, outros entendem a parte “B”, outros entendem a parte “C”, se juntamos as partes “A”, “B” e “C”, temos o teorema todo, porém ninguém entende direito as partes “A” e “B” e “C”, tá? Então,	Afirma que existem teoremas para os quais um matemático entende a parte “A”, outro a “B” e outro a “C” e, juntos, têm a demonstração do teorema. E, apesar de todos não entenderem todas as partes, aquilo não deixa de ser um teorema. Diz que, às vezes, pode se querer uma	NS.18.1-46: Diversidade da investigação NS.18.2-47: Modos de investigar para obter resultados	79 80

Código	Excerto da fala do sujeito	Assertão Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	<p>ninguém entende a demonstração toda. Aquilo deixou de ser um teorema por causa disso? Acho que não. Você pode querer uma demonstração mais simples ou você pode dizer que aquelas pessoas ali deviam tentar entender os trabalhos uns dos outros. Deviam. Mas às vezes não é viável, às vezes estava muito complicado, ele não é prático nem produtivo. Isso virou outro tipo de matemática por causa disso? Acho que não, acho que o teorema é difícil, só isso. Ou, deixa eu inverter a coisa ... A matemática mais clássica, assim, que é provado por um ser humano com lápis e papel, que ele escreve a demonstração e publica, e todo mundo lê e fica satisfeito. Essa daí ela é intocável? Não, não é. Tem um monte de exemplos de teoremas que alguém escreveu com muito cuidado, publicou, um monte de gente leu, depois de um tempo significativo, alguém, muitas vezes o próprio autor, descobriu que tinha uma lacuna na demonstração, uma lacuna séria na demonstração que, às vezes, demorou anos para que fosse produzida uma demonstração correta.</p>	<p>demonstração mais simples ou, às vezes, não é viável tentar entender o trabalho dos outros ou é muito complicado, mas isso não faz com que haja outro tipo de matemática.</p> <p>Diz que a matemática clássica, em que uma demonstração é provada com lápis e papel, não é intocável (imutável). Afirma ter vários exemplos para os quais foi feita uma demonstração e depois o próprio autor encontrou uma lacuna ou outros exemplos para os quais levaram-se anos para se ter uma demonstração correta.</p>	<p>NS.18.3-48: Há ‘falibilidade’ da demonstração com o computador ou sem ele.</p> <p>NS.18.4-49: Há a necessidade de analisar as demonstrações</p> <p>NS.18.4-50: Há permanência da ideia matemática na diversidade</p>	<p>81</p> <p>82</p>
NS.19	/.../ a matemática no sentido humano, dos	Diz que a matemática com demonstrações		

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	artigos que, de fato, são publicados pelos seres humanos, com demonstrações escritas de um ser humano para outro ser humano, ela não é essa coisa absolutamente perfeita. Ela não é a matemática divina, que seria de demonstrações perfeitas e absolutamente definitivas por serem perfeitas.	escritas de um ser humano para outro não é absolutamente perfeita, divina e definitiva.	NS.19.1-51: A demonstração matemática não é perfeita e definitiva NS.19.2-52: As demonstrações formais também são passíveis de alteração	83 84
NS.20	Colocar um computador no meio da história cria mais um elemento aí. Pode ser que um <i>software</i> que o cara usou lá estava com um <i>bug</i> ? Pode. Agora, essa é a única fonte de incerteza que você tem? Não, pode ser simplesmente que as pessoas não leram com cuidado e não entenderam, e acharam que estava certo ou que alguma coisa estava errada. Então isso dá um elemento de incerteza, mas incerteza já tinha, acho que certamente não é único e eu nem estou convencido de que ele seja a maior fonte de preocupação. Mas é óbvio que é mais uma coisa com a qual se quer ter cuidado.	Diz que usar o computador em uma demonstração cria mais um elemento de incerteza, pois pode ser que o software utilizado tenha um <i>bug</i> . Porém, essa não é a única fonte de incerteza, já que as pessoas podem não ter lido com cuidado ou não terem entendido, considerado que algo errado estava certo, enfim, são elementos de incerteza, que já existem. Salienta que é uma coisa que se deve ter cuidado.	NS.20.1-53: A inserção do computador pode gerar incerteza (mais uma) NS.20.2-54: O computador não é a maior fonte de incerteza matemática NS.20.3-55: Importância de análise dos resultados para validação	85 86 87
NS.21	Mas aquilo que eu estava te falando da verificação, no sentido de fazer exemplos para se convencer, acho que é isso ... é pensar que, dada a falibilidade da cabeça humana, se deveria ter esses cuidados	Diz que, dada a falibilidade da cabeça humana, sempre se deve ter cuidado. Lamenta não ter nenhum trabalho como o do teorema das quatro cores, que considera um trabalho “super bacana”.	NS.21.1-56: Exige-se um cuidado na produção com ou sem computador	88

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	sempre. Eu não tenho nenhum trabalho tipo esse do teorema das quatro cores, até gostaria muito de ter, é um trabalho super bacana. Agora o que eu tenho mais é a coisa ao contrário, de usar o computador, como nesse desenho aí, para ajudar a fortalecer minha convicção, ajudar a ver que o que estou pensando está correto, de que eu não estou completamente errado.	Afirma que, em seu trabalho, o computador ajuda-o a ter convicção, a ver que o seu pensar está correto.	NS.21.2-57: O computador como modo de fortalecer a convicção NS.21.3-58: O computador possibilita a investigação para produzir certezas (validar hipóteses).	89 90
NS.22	Nesse trabalho eu acho que o computador entrou para ajudar, fez umas figuras lá que me ajudaram a entender, ajudaram a me convencer de que eu estava entendendo as coisas de modo certo, mas eu acho que daria sim para fazer sem o computador.	Diz que o computador o ajudou, pois, por meio das figuras, pôde entender e se convencer de que estava certo. No entanto, considera que daria para fazer sem o computador.	NS.22.1-59: O computador permite a convicção do obtido pela análise NS.18.4-60: O computador permite a visualização NS.18.4-61: A visualização permite investigar NS.18.4-62: A investigação valida hipóteses	41 4
NS.23	Esse aqui [referindo-se ao outro artigo] eu tenho dúvidas bem maiores. Por exemplo, essa conjectura, isso não é um teorema ... eu acho que nem essa pergunta “será que é verdade que se eu sortear duas coberturas, e elas tiverem o	Afirma que nesse outro artigo tem dúvidas se conseguiria elaborar a conjectura se não utilizasse o computador. Afirma que a pergunta não seria possível sem o computador e que se a conjectura vier a ser demonstrada,	NS.23.1-63: O computador inspira a pergunta NS.23.2-64: A conjectura nasce da investigação com o	53 9

Código	Excerto da fala do sujeito	Assertão Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	mesmo <i>twist</i> , então é quase certo que daria de uma para outra fazendo <i>flips</i> ". Essa conjectura eu acho que sem o computador não existiria porque como que eu vou fazer? Ia ser um chute, um completo chute isso. E eu acho que, se essa conjectura vier a ser demonstrada, talvez a demonstração não use computador, mas a pergunta foi inspirada.	talvez, não se utilize o computador, mas a pergunta foi inspirada.	computador NS.23.3-65: Permite o levantamento de hipóteses	25
NS.24	Tem alguns resultados novos que já têm teoremas novos na literatura. A gente já sabe provar o que não era conhecido nem naquele meu artigo, nem pelo resto da literatura, mas a gente está pensando ... está pensando e tentando entender mais coisas.	Diz ter alguns resultados novos na literatura e que já sabe provar coisas que não eram anteriormente conhecidas, mas que ainda estão pensando e tentando entender mais coisas.	NS.24.1-66: Retomar um trabalho e tentar entender mais coisas	91
NS.25	Eu mostrei aqui para você as duas coisas, duas áreas nas quais eu mais tenho trabalhado recentemente, que são essas coisas de curvas e essa coisa das coberturas. E eu, para ambas, te contei que fiz uso de computador, usos que foram bem diferentes. No das coberturas teve muito mais uso de computador do que no das curvas, embora em ambas as situações ele tenha sido usado. Eu acho que teve usos diferentes. Às vezes era	Diz ter mostrado dois temas com os quais tem trabalhado recentemente e que fez uso diferente do computador. Num caso usou o computador para fazer os desenhos (que à mão seriam difíceis) e poder investigar. No outro caso usou para testar ideias e investigar outras possibilidades (novas conjecturas).	NS.25.1-67: Vários tipos de uso do computador NS.25.2-68: Fazer figuras que comunicam ideias NS.25.3-69: Testar (investigar) ideias NS.25.4-70: Validar hipóteses	92 93 94 90

Código	Excerto da fala do sujeito	Assertão Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	coisa de fazer uma figura mais caprichada, mais caprichada do que seria possível ou pelo menos possível para minha capacidade em um tempo viável, pois não consigo nem estimar quanto tempo seria necessário. Ou, às vezes, como nesse caso aí dos dominós, é uma coisa de testar ideias e sugerir conjecturas.		NS.25.5-71: conjecturas Sugerir	9

Fonte: Produção da própria autora.

6.3.4 Prof. Dr. Ralph Costa Teixeira³⁰ – Apresentação e Análise dos Dados

O Prof. Ralph Teixeira é graduado em Engenharia de Computação pelo Instituto Militar de Engenharia (1991), mestre em Matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (1992), mestre em Matemática pela Harvard University (1994) e doutor em Matemática pela Harvard University (1998). É Professor Adjunto do Departamento de Matemática Aplicada da Universidade Federal Fluminense, Niterói/ RJ. Sua experiência varia de Matemática Aplicada à Visão Computacional (especialmente Movimento por Curvatura, Funções Distância e Eixos Mediais em Processamento de Imagens, assim como suas conexões com a EDP de Monge-Ampère) e Geometria Diferencial Discreta (incluindo versões discretas dos conceitos acima e de Geometria Diferencial Afim).

“Então, assim, apesar de eu ter feito mestrado e doutorado em matemática, eu tenho um certo pé em computação, engenharia de computação, que foi a minha graduação e uso muito as duas coisas. Eu não diria que ... se você me perguntar, quando eu estou no meio dos matemáticos puros eu digo que eu sou de computação e quando eu estou no meio de computação eu digo que sou matemático mais puro, assim eu escapo de todo mundo”. (TEIXEIRA, 2017, relato oral)

A fala do prof. Ralph Teixeira focou a pesquisa que desenvolve com o auxílio de *software* matemático para o trabalho com Geometria Diferencial Discreta. Durante a entrevista, com a intenção de tornar clara a sua fala, o professor mostrava seus artigos publicados (na tela de seu computador). Utilizou, ainda, o *software* Geogebra para mostrar figuras que possibilitavam sua pesquisa. Citou vários exemplos em que utilizava alguma tecnologia. Destacamos, a seguir, as unidades de significado que consideramos em sua fala.

³⁰ O link para o currículo Lattes do prof. Ralph Teixeira está disponível em <<http://Lattes.cnpq.br/1344518864144443>>. Acesso em agosto de 2017.

Quadro 6.5 – Análise da entrevista com o Prof. Dr. Ralph Teixeira.

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
RT.1	<p>/.../ eu uso muito o computador para fazer pesquisa, além das coisas naturais que todo mundo usa /.../ eu tenho o Geogebra, que é um <i>software</i> muito conhecido, as pessoas pensam muito no Geogebra como um <i>software</i> para ensino, para geometria dinâmica, mostrar a geometria. Mas, curiosamente, como nas minhas áreas de pesquisa, uma área de pesquisa para a qual a gente virou, eu e mais alguns colegas nos últimos anos, é a área que a gente chama de Geometria Diferencial Discreta /.../ será que a gente consegue definir um conceito de curvatura genuinamente discreto, sei lá, fazer alguma outra coisa que tenha a ver com o tamanho dos lados do polígono, que seja parecido com a curvatura no caso contínuo, mas que você não precise pensar que essa curva tá possuindo o contínuo, seja passível de pegar o polígono e, baseado nas informações do polígono, calcular essa curvatura? Sim, tem uma maneira de fazer isso. Tem mais de uma maneira de fazer isso. E aí é o que eu estava dizendo do</p>	<p>Diz usar muito o computador para fazer pesquisa. Utiliza o Geogebra, que é um <i>software</i> muito conhecido para o ensino de geometria dinâmica e na área de Geometria Diferencial Discreta que ele e alguns colegas têm pesquisado.</p>	<p>RT.1.1-1: Usa o Geogebra para a pesquisa em Geometria Diferencial Discreta</p> <p>RT.1.2-2: A diversidade na pesquisa (modos de fazer)</p> <p>RT.1.3-3: Analisa propriedades</p> <p>RT.1.4-4: Investiga hipóteses</p>	<p>95</p> <p>79</p> <p>28</p> <p>96</p>

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	Geogebra.			
RT.2	/.../ a gente está trabalhando com geometria diferencial discreta, a gente está basicamente trabalhando com polígonos, polígonos complicados. Muito complicados! Muitos e muitos e muitos lados. Então, a gente acaba usando o Geogebra para fazer as figuras e testar as propriedades dessa geometria que a gente está desenvolvendo. E fazer hipóteses.	Diz estar trabalhando com geometria diferencial discreta e tem trabalhado com polígonos muito complicados, com muitos lados. O Geogebra é usado para fazer as figuras (polígonos) e testar propriedades dessa geometria que estão desenvolvendo. Usa o GeoGebra para levantar hipóteses.	RT.2.1-5: Geogebra para testar propriedades e levantar hipóteses	97
RT.3	/.../ quando você começa a teoria não é óbvio nem qual é a definição correta. Uma coisa que você percebe quando discretiza, é que existem várias maneiras de definir curvaturas e todas elas parecidas com a original contínua, mas nem todas elas dão boas propriedades. A gente utiliza o Geogebra para descobrir teoremas novos de pesquisa	Afirma que quando começa uma teoria não é óbvia a definição correta. Ao discretizar, percebe que existem várias maneiras de definir curvaturas, mas nem todas dão boas propriedades. O Geogebra é utilizado para descobrir teoremas novos de pesquisa.	RT.3.1-6: O Geogebra possibilita a descoberta de novos teoremas	98
RT.4	/.../ quando a gente faz uma figura, enxerga mais ou menos o que está acontecendo, a gente ganha muito tempo, é isso ...	Diz que quando faz a figura enxerga mais ou menos o que está acontecendo e ganha tempo.	RT.4.1-7: Investigação por meio da figura	99
RT.5	/.../ o nosso artigo, se você pega um dos últimos artigos que a gente tem publicado, eles são artigos de	Explica que os artigos que tem publicado são de matemática discreta e que utiliza o Geogebra para fazer	RT.5.1-8: O Geogebra permite fazer figuras	

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	matemática discreta. A gente utiliza o Geogebra para fazer figuras, para mostrar e citamos que usou-se o Geogebra ... mas de fato, de fato, a teoria que fica escrita no artigo, ela não precisa do Geogebra para ser construída, a gente usou o Geogebra para descobrir os teoremas, mas depois a gente vai provar da maneira clássica que todo mundo faz.	figuras. Diz que, embora cite que usou o Geogebra, a teoria exposta no artigo não precisa do Geogebra para ser construída. Salaria que, embora usem o Geogebra para investigar os teoremas, a prova, no artigo, é feita de modo clássico.	RT.5.2-9: Investigação de teoremas RT.5.3-10: A prova é feita de modo clássico	98 12
RT.6	/.../ muita gente pensa no Geogebra para verificar um teorema que provou de outro jeito. Não! Dá para usar o Geogebra também para descobrir coisas novas que você não conhecia e provar ... não só para uma coisa conhecida. A gente tem publicado artigos originais, novos, com isso. Então isso é uma coisa que a gente tem usado.	Diz que muita gente pensa no Geogebra para verificar um teorema que provou de outro jeito (conferir demonstrações). Porém, considera que seja possível descobrir coisas novas que não se conhecia e provar usando o GeoGebra. Afirma ter publicado artigos originais, novos a partir das descobertas feitas.	RT.6.11: O GeoGebra permite descobrir coisas novas, desconhecidas	22
RT.7	/.../ eu tenho um programa chamado <i>Scientific Workplace</i> , que faz contas algébricas [...] o Geogebra é muito bom para coisa de geometria, mas esse <i>Scientific Workplace</i> faz álgebra, resolve equações diferenciáveis, faz contas simbólicas, desde coisas simples como fatorar polinômios até coisas	Diz utilizar um programa chamado <i>Scientific Workplace</i> que faz contas algébricas, resolve equações diferenciáveis, entre outras possibilidades. Nesse programa não é necessário saber programar. O programa funciona como uma interface para TEX e possibilita ver,	RT.7.1-12: A interface do software <i>Scientific Workplace</i> é mais visual (amigável) RT.7.2-13: O <i>Scientific Workplace</i> não requer que o usuário saiba programação	3

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	complicadas como resolver uma EDO, resolver EDP, fazer uma transformada de Laplace. Então, ele faz muitas coisas bacana de matemática [...] você usa TEX, LATEX? É o que todo mundo usa, quem escreve pesquisa em matemática e vai publicar, usa esse programa. Então, serve de uma interface para esses programas, porque ele faz essa coisa que eu acho muito chata, que é você ter que decodificar. Essa é uma opinião única, viu. A maioria dos matemáticos não concorda comigo e acha que todo mundo tem que aprender TEX. [...] Esse programa [<i>Scientific Workplace</i>] também funciona como uma interface para TEX, de maneira que eu posso, na tela, ver a matemática de um jeito usual e as integrais, as derivadas, de maneira que você não tenha que ler os comandos, mas ele, no final, de fato gera TEX, então o artigo fica igual aos artigos que as outras pessoas usam.	na tela do computador, a matemática de um jeito usual sem que você tenha que ler os comandos, mas, ao final, o programa gera TEX de modo que o artigo fica igual aos artigos que outros produzem.	RT.7.3-14: O <i>Scientific Workplace</i> gera documento na linguagem TEX para a publicação	1
RT.8	/.../ tinha um algebrista aqui, que ele tinha uma coisa bem complicada, que eu nem entendo direito o que ele estava fazendo de álgebra, álgebra abstrata,	Diz que tinha um algebrista, seu colega, que estava trabalhando com algo muito complicado em álgebra abstrata e precisava fazer várias	RT.8.1-15: Resolver questões simples envolvidas em sentenças	26

Código	Excerto da fala do sujeito	Assertão Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	mas uma coisa que ele tinha eram vários grupos gerados por polinômios e ele precisava fazer várias contas com os polinômios. Contas até assim, aspas, simples, só que os polinômios eram imensos. Então ele falou “poxa, será que a gente tem como, sei lá, fatorar, ver se isso aqui é fatorável de algum jeito, escrever isso de uma maneira melhor?”. É engraçado, eu falo desse jeito, mas, sabe, ele tinha vários polinômios para fatorar ou às vezes não era nem fatorar, era só arrumar; então a gente usou muito esse programa para fatorar os polinômios. E aconteceu uma coisa interessante que eu acho que ele percebeu isso, o computador não resolve tudo.	contas com polinômios. Utilizaram um programa para fatorar polinômios, mas uma coisa que percebeu é que o computador não resolve tudo.	complexas RT.8.2-16: O computador não resolve tudo RT.8.3-17: O computador não sabe tudo	100 100
RT.9	/.../ muitas vezes esse trabalho que você faz de álgebra, de conta, de pesquisa no computador, é um trabalho iterativo, no sentido que você põe no computador, pede para arrumar uma expressão, ele arruma de um certo jeito, aí você olha e fala: “Não, ‘perai’, isso aqui eu posso mexer um pouquinho melhor” e, desse jeito, eu, como humano, sei mexer nisso. “Não, vou separar isso aqui	Explica que muitas vezes quando se faz um trabalho de álgebra utilizando o computador tem-se um trabalho iterativo e quando colocamos, por exemplo, uma expressão e pedimos para o computador arrumar, ele organiza de certo modo, mas o ser humano entende que aquilo pode ser organizado de outro modo melhor porque analisamos o que se está	RT.9.1-18: Há a necessidade do conhecimento matemático para utilizar um programa (trabalho iterativo) RT.9.2-19: Análise do resultado expresso no computador RT.9.3-20: Refinar hipóteses e organizar o produzido pelo	68 101 102

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	como uma soma de dois pedaços e vamos ver se você consegue fatorar esse”. Porque ele do meu lado tinha a ideia do significado daquela conta que eu estava fazendo, então ele era capaz de falar “não, isso aqui deve significar alguma coisa. Você pode separar esse pedaço da conta e tentar fatorar só esse pedaço?”. Coisa que o computador não vai saber.	vendo. Afirma que o ser humano pode reconhecer coisas que o computador não vai saber fazer.	computador. RT.9.4-21: Organização do expresso com base no conhecimento do conteúdo RT.9.5-22: Há coisas que o computador não sabe fazer	71 100
RT.10	Você faz junto com o computador, não é botar a conta no computador e ir para casa, deixando ele terminar a conta para chegar e pegar o resultado.	Diz que considera relevante fazer junto com o computador e não somente pegar o resultado.	RT.10.1-23: Você faz junto com o computador	103
RT.11	/.../ uma área que eu trabalhei um pouquinho foi processamento de imagens, aí tem muita matemática nisso e eu até tenho orientado iniciação científica nisso ultimamente, aí é claro, você vai fazer a matemática do seu problema, tentar entender qual o problema, depois fazer uma discretização e implementar, ver o resultado do que está acontecendo. Então, nota a diferença do que eu falei do Geogebra ser usado primeiro para des-co-brir (fala pausadamente) as	Explica que trabalhou com processamento de imagens e tem orientado iniciação científica nessa área. Salienta a diferença em utilizar o Geogebra para descobrir propriedades e quando o objetivo é gerar um algoritmo após ter feito as coisas “no braço”, implementar para ver o resultado do algoritmo e conferir se era o que esperava ou não.	RT.11.1-24: Usa o Geogebra para descobrir propriedades RT.11.2-25: Analisar os resultados obtidos RT.11.3-26: Validar conjecturas RT.11.4-27: Investigação e descoberta	104 28 89 76

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	propriedades. Agora não, agora o objetivo é gerar um algoritmo. Então, no final do seu trabalho, depois que você fez as coisas, pode-se dizer “no braço”, você vai implementar para ver o resultado do seu algoritmo e, claro, conferir se era o que você esperava ou não.		RT.11.5-28: Diferentes modos de investigação com o Geogebra	
RT.12	/.../ também já usei um “bocado” de Excel para fazer um pouco de matemática, testar algumas hipóteses ou para fazer contas rápidas, esses são alguns exemplos.	Afirma ter utilizado o Excel para fazer matemática, testando hipóteses ou para fazer contas rápidas.	RT.12.1-29: O Excel contribui para testar hipóteses RT.12.2-30: O Excel é usado para fazer contas	94 21
RT.13	/.../ a gente tem feito pesquisa em geometria diferencial discreta com polígonos e a gente está usando muito o Geogebra. Geogebra 2D. Então a gente só tem trabalhado com ele no plano, mas algum dia a gente tem a intenção de generalizar esses conceitos para superfícies 3D. Vamos dizer, malhas, esse tipo de coisa. E aí a gente deve partir para o Geogebra 3D para entender essas estruturas que tem ... são muito complicadas. Tem muitos pontos, fica difícil fazer só uma figura “no braço”.	Diz ter feito pesquisa em geometria diferencial discreta com polígonos usando o Geogebra 2D e que pretende, um dia, generalizar esses conceitos para superfícies 3D procurando entender essas estruturas que são muito complicadas e difíceis de fazer à mão.	RT.13.1-31: Compreender estruturas pela investigação no computador	105
RT.14	Há problemas que ele pode até ser	Diz que o computador pode ser usado		

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	usado para fazer a conta e acabar tudo. Mas, acho que uma coisa que muita gente não percebe é que ele pode ser um parceiro.	para fazer a conta e acabar tudo, mas considera que muita gente não percebe que ele pode ser um parceiro.	RT.14.1-32: A parceria com o computador	70
RT.15	/.../ a gente é capaz de descobrir os teoremas sem auxílio computacional? Acho que a gente seria capaz. Oficialmente você pode ler o artigo que a gente escreveu sem saber absolutamente nada de computação, sem nunca ter colocado a mão no mouse /.../ porque aí são artigos de matemática pura. Mas, ele acelerou demais quando a gente conseguiu enxergar as coisas mais rápido, especialmente em geometria, que você faz hipóteses olhando figuras, ele é muito essencial. As figuras que a gente tem são complicadas, então precisa.	Acha possível descobrir teoremas sem auxílio computacional e que, para ler os artigos que escreveu não é necessário saber computação, pois são artigos de matemática pura. Porém, considera que o uso do computador acelerou o trabalho possibilitando ver as coisas 'mais rápido', em especial na geometria em que as hipóteses consideram as figuras ele é essencial. Diz que as figuras são complicadas, então é necessário utilizar o computador.	RT.15.1-33: Essencial à investigação em geometria RT.15.2-34: Permite levantar hipóteses sobre figuras complicadas RT.15.3-35: O computador permite ver as coisas mais rápido (Visualização)	106 25 65
RT.16	Quando as pessoas pensam em matemática, pesquisa feita com auxílio de computador, elas pensam muito em outro tipo de matemática que também existe e que eu acho muito legal ... um exemplo clássico que aparece, que o pessoal fala, é o teorema das quatro cores [...] e aí tinha uma parte final que era uma busca exaustiva para vários	Diz que quando as pessoas pensam em matemática e pesquisa feita com o auxílio de computador, elas pensam em outro tipo de matemática que também existe. Cita o exemplo do teorema das quatro cores que tinha uma parte que era uma busca exaustiva para vários casos e colocaram um algoritmo para rodar e	RT.16.1-36: Analisar vários casos RT.16.2-37: Investigar casos particulares para generalizar RT.16.3-38: Dúvida e não confiabilidade nos resultados do	107 108 109

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	<p>casos, eles fizeram a demonstração na mão, mas no final tinha que fazer um cálculo com muitos e muitos casos e o que eles fizeram foi colocar um algoritmo para rodar isso e analisar todos esses casos. Então, o computador no final “cuspiu” a resposta, sim, ele analisou para todos os casos e deu certo. Aí, tem gente que fica um pouco receoso com esse tipo de demonstração, porque ela tem o risco de alguém poder ter programado errado, poder ter um <i>bug</i> no computador, isso não é impossível, no computador mesmo, não estou nem falando do <i>software</i>. Há possibilidade de se ter colocado no computador um pedaço grande da demonstração, isso pode levar a erros. De repente, um teorema que a gente acha que está provado é falso porque ele foi provado com auxílio do computador.</p>	<p>analisar esses casos e deu certo. Diz que há pessoas que ficam receosas com esse tipo de demonstração por ter o risco de alguém ter programado errado ou o computador ter um bug, coisa que não é impossível. Há, também, a possibilidade de terem colocado uma parte grande da demonstração no computador e haver erros levando a consideração de que se tem teorema provado, mas a demonstração ser falsa, pois sendo provada com o auxílio do computador pode ter ocorrido essas falhas.</p>	<p>computador.</p>	
RT.17	<p>/.../ a gente tem que ser um pouco cético com a demonstração feita no computador, mas é o mesmo ceticismo que a gente reserva com uma demonstração muito complicada feita por um ser-humano.</p>	<p>Diz que devemos ser céticos com a demonstração feita no computador, mas é o mesmo ceticismo com uma demonstração complicada feita por um ser humano.</p>	<p>RT.17.1-39: Importância da análise dos resultados (ceticismo da demonstração)</p>	<p>68</p>

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
RT.18	Há inúmeros exemplos de uns teoremas que eram muito complicados, que foram provados da maneira clássica por matemáticos com demonstrações tão complicadas que as pessoas levaram anos para entender o que o cara escreveu. E, às vezes, no processo de entender o que o cara escreveu, você achava erros da pessoa. Então, eu acho que é válido você ser cético na demonstração feita no computador e acho que é o mesmo ceticismo que se aplica a qualquer outra forma de demonstração.	Afirma haver vários exemplos de teoremas que eram muito complicados e foram provados de maneira clássica e que se levou anos para entender. No processo de entendimento foi possível encontrar erros. Assim, considera que se deve ser cético em relação a uma demonstração feita com o computador do mesmo modo que se deve ser cético com uma demonstração qualquer.	RT.18.1-40: Duvidar da demonstração com o computador tanto quanto da demonstração feita pelo homem	110
RT.19	/.../ eu aceito muito bem uma demonstração que é feita com o auxílio de um computador.	Diz aceitar uma demonstração feita com o auxílio de um computador.	RT.19.1-41: Aceita a demonstração com computador	111
RT.20	Da mesma maneira que a pessoa que escreve um artigo clássico tem que explicar todas as coisas que ele fez para a gente ler, criticar e procurar achar os erros, as pessoas que produzem demonstrações feitas com o auxílio do computador, de algoritmos, imagino que vão publicar o algoritmo para você poder ler, verificar, contestar, ver se uma coisa pode dar errado. Então, elas são suscetíveis a erro? Sim. Tanto	Diz que do mesmo modo que a pessoa que escreve um artigo clássico tem que explicar o que fez, as pessoas que produzem demonstrações feitas com o auxílio do computador vão publicar o algoritmo para lerem, verificarem, contestarem, ver se algo está errado. São suscetíveis a erros tanto as demonstrações clássicas quanto as feitas com auxílio de computador.	RT.20.1-42: Necessidade da divulgação do processo de demonstração para análise. RT.20.2-43: Suscetibilidade ao erro RT.20.3-44: Exigência da análise	112 129 34

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	quanto as clássicas, por exemplo.			
RT.21	É só um frio na barriga porque não fui eu que analisei todos os casos na mão, mas se o algoritmo é bom e você tem uma confiança razoável no seu computador, eu acho que é válido.	Diz que há uma insegurança relativamente aos resultados porque não foi a pessoa que analisou todos os casos, mas se o algoritmo é bom e se tem confiança no computador, acredita ser válido.	RT.21.1-45: Confiança no algoritmo e no computador	113
RT.22	/.../ eu não tenho nenhuma crítica, muito pelo contrário, ele motivou, ele fez a gente enxergar coisas que demoraria muito mais tempo para a gente enxergar e eu acho que se faz sim matemática com o auxílio do computador, como a gente faz com o auxílio da calculadora, como se fazia com o auxílio de tabela de logaritmo e da régua de cálculo quando era isso o que se tinha. Eu acho que é natural que a gente utilize a tecnologia que a gente tem para ajudar a fazer matemática.	Diz não ter crítica a matemática produzida com o computador. Afirma que ele o motivou e o fez enxergar coisas que demoraria muito mais tempo e acha que se faz matemática com o auxílio do computador, assim como se faz com calculadora ou se fazia com tabela de logaritmo, régua de cálculos e outros recursos. Salienta que é natural utilizar a tecnologia que se tem para ajudar a fazer matemática.	RT.22.1-46: É possível fazer matemática com o computador	114
			RT.22.2-47: Usa-se a tecnologia que se tem à época para fazer matemática	115
			RT.22.3-48: O computador motiva a investigação	
			RT.22.4-49: O computador faz enxergar coisas mais rapidamente	116
RT.23	/.../ a gente não tem nenhum artigo que a gente fala assim “isso a gente demonstrou olhando no Geogebra”, não. Por mais que a gente veja, motiva, por mais que a gente enxergue o teorema no Geogebra, a gente sente ainda a necessidade de demonstrar formalmente.	Diz não ter nenhum artigo em que afirme ter demonstrado com o Geogebra. Afirma que, por mais que o GeoGebra motive e permita enxergar o teorema, sente a necessidade de demonstrar formalmente.	RT.23.1-50: O visto no computador motiva e faz ver	116
			RT.23.2-51: Contribui para a prova	117
			RT.23.3-52: Há a necessidade da demonstração formal	12

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
RT.24	/.../ o Geogebra é um pouco mais perigoso, porque o Geogebra, realmente, é visual ... isso é um grande perigo até na Educação Matemática ... Ele é tão visual que, sei lá, mostra que uma mediatriz se encontra no ponto, aí você mexe o triângulo e as mediatrizes continuam se encontrando no ponto. Aí eu sou crítico. Por mais que você tenha feito mil triângulos no Geogebra e todas as mediatrizes se encontraram no ponto, isso não é uma demonstração. Eu acho necessário você fazer uma demonstração ainda, que valha para todos os triângulos. Agora, eu estou dizendo isso porque o número de triângulos no Universo é infinito, então não tem como eu olhar para o Geogebra e fazer isso.	Considera que há um perigo no uso do Geogebra por ele ser visual. Diz que é crítico a isso, pois por mais que se tenha, por exemplo, mil triângulos no Geogebra nos quais todas as mediatrizes se encontram num ponto, isso não é uma demonstração e, portanto, considera que ainda é necessário fazer a demonstração formal.	<p>RT.24.1-53: Demonstrar não é ver</p> <p>RT.24.2-54: Necessidade de demonstrar formalmente</p> <p>RT.24.3-55: O computador permite a investigação de casos particulares (mesmo que inúmeros).</p> <p>RT.24.4-56: O sujeito faz a generalização.</p>	<p>118</p> <p>119</p> <p>108</p> <p>120</p>
RT.25	/.../ situações onde você tem um número finito de casos, que o computador possa realmente gerar todos eles, eu considero isso uma demonstração válida. Se o algoritmo estiver correto, todos os casos finitos foram verificados pelo algoritmo e todos eles satisfazem a uma determinada propriedade discreta. Aí	Afirma que em situações que se tem um número finito de casos que o computador possa gerar todos, considera a demonstração válida se o algoritmo estiver correto e se satisfizer uma determinada propriedade.	RT.25.1-57: Para casos finitos o computador pode provar (Casos finitos em que as propriedades são satisfeitas)	121

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	eu acho válido			
RT.26	/.../ a gente escreve <i>papers</i> clássicos e nós humanos também erramos. Às vezes é bom ter uma confirmação por outro caminho. Seja um colega, seja o computador, seja um algoritmo, sejam figuras, para ajudar.	Diz que escreve <i>papers</i> e que os humanos também erram. Portanto, considerar que é bom, ter uma confirmação por outro caminho, seja ele um colega, o computador, um algoritmo, figuras que possam ajudar a analisar.	RT.26.1-58: O computador, como o colega, contribui para a análise	122
RT.27	/.../ quando a gente faz a figura no Geogebra e faz várias configurações, parece que o teorema, o enunciado do teorema, continua valendo. Bom, eu devo dizer conjectura, porque nesse momento é uma conjectura, várias figuras fazem uma conjectura e a gente mexe muito numa figura e a conjectura parece continuar valendo. A nossa discussão interna, eu e meus coautores estamos convencidos de que isso seja, uma verdade. Engraçado, isso é o suficiente para convencer a gente de que é verdade, então vamos demonstrar. Falta a demonstração. É suficiente para a gente acreditar plenamente que é verdadeiro, mas não é suficiente para a gente escrever o artigo e publicar. A gente quer ter uma demonstração que não deixe nenhuma	Diz que, quando faz figuras no Geogebra, parece que o teorema (ou a conjectura que está investigando) continua valendo. O que é visto é suficiente para convencer ele e os colegas (coautores) que é verdade, mas, então é preciso demonstrar. O que é visto não é suficiente para escrever o artigo e publicar. A demonstração é necessária, para que não haja dúvida.	RT.27.1-59: Investigação de conjecturas com o Geogebra RT.27.2-60: A investigação no computador convence, mas não prova. RT.27.3-61: O Geogebra favorece a investigação RT.27.4-62: A demonstração é necessária RT.27.5-63: O Geogebra permite ver que a conjectura é verdadeira RT.27.6-64: O visto não é suficiente para publicar	123 23 12

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	dúvida.			
RT.28	As figuras que a gente está fazendo seriam horrorosas de se fazer à mão, e não só seriam horrorosas, a gente precisa de uma precisão, “que frase horrível” [risos], precisa de uma precisão e se eu fizer no braço minha figura não vai ter a precisão necessária. Até com o computador a gente fica preocupado com a precisão, porque aí é o outro lado da moeda, as pessoas têm que lembrar que se você está usando o computador para simular processos contínuos, há problema de arredondamento, de precisão numérica.	Diz que as figuras que fazem utilizando o computador seriam horrorosas se feitas à mão e que é necessária a precisão. Afirma que até com o computador fica preocupado com a precisão, pois ao utilizar o computador para simular processos contínuos, há problemas de arredondamento e precisão numérica.	RT.28.1-65: Permite a precisão no traçado de figuras. RT.28.2-66: Favorece a simulação RT.28.3-67: Para processos contínuos tem problema de arredondamento. RT.28.4-68: O computador apresenta problemas com a precisão numérica	124 29 125
RT.29	E a gente tem que estar ciente de que, quando a gente vai para a vida real fazer medidas, as medidas já vêm com erro.	Salienta que deve se estar ciente que as medidas da vida real já vêm com erro.	RT.29.1-69: Na vida real as medidas também não são precisas	126
RT.30	/.../ a crítica à precisão do computador existe, especialmente quando se faz num espaço sucessíveis, mas ela também existe quando você faz outras medições mais concretas no caso da matemática aplicada.	Diz que a crítica à precisão do computador existe principalmente quando faz num espaço sucessíveis, mas também quando faz medições mais concretas como na matemática aplicada.	RT.30.1-70: A precisão também é crítica em casos de matemática aplicada	127
RT.31	/.../ o computador faz pequenos arredondamentos /.../ por causa da natureza digital do computador, que,	Diz que o computador, por sua natureza digital, faz pequenos arredondamentos que podem se tornar	RT.31.1-71: O computador faz arredondamentos	128

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	<p>porque não consegue guardar todas as casas decimais desse número. Vai dar 1, então quando ele fizer um elevado a qualquer coisa vai dar um, aí vai dar errado.</p> <p>Pessoas que trabalham seriamente com o computador tem que estar cientes que esses erros numéricos podem existir.</p>			
RT.33	<p>/.../ tenho quinze métodos numéricos que, teoricamente, todos resolvem essa equação, mas qual deles gera a menor quantidade de erros numéricos quando eu for discretizar? Então, essa é uma preocupação constante para todo mundo que faz métodos numéricos, aproximações numéricas, todo mundo tem que ter isso na cabeça.</p>	<p>Afirma que pode se ter quinze métodos numéricos que resolvem uma equação, mas deve ser uma preocupação constante para quem faz métodos numéricos qual deles gera a menor quantidade de erros quando for discretizar.</p>	<p>RT.33.1-76: Escolha do melhor método</p> <p>RT.33.2-77: Exigência da análise de resultados</p>	<p>130</p> <p>34</p>
RT.34	<p>O computador não sabe tudo /.../ se você tiver preocupação e tomar cuidado, o computador vai produzir respostas que pelo menos estão muito próximas da resposta que você quer.</p>	<p>Afirma que o computador não sabe tudo, mas se tiver preocupação e cuidado, ele irá produzir respostas que estão próximas da desejada.</p>	<p>RT.34.1-78: O computador não sabe tudo</p> <p>RT.34.2-79: O computador produz respostas próximas da que se quer</p>	<p>100</p> <p>39</p>
RT.35	<p>O que a gente faz, em certo sentido, é muito simples em matemática. [...] Eles não são profundos no sentido que você precisa de muito conhecimento de matemática para entender o que a gente</p>	<p>Afirma que o que faz é simples em termos de matemática, não precisa de muito conhecimento para entender o que está escrito. No entanto, as ideias envolvidas não são óbvias se não</p>	<p>RT.35.1-80: Possibilita dedução que sem o computador seria muito difícil</p> <p>RT.35.2-81: O computador</p>	<p>131</p>

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	tem escrito. Mas, as ideias que aparecem não são óbvias se você não tivesse pensando com muito carinho nas coisas antes. Então é assim, eu tenho certeza que eu vou te mostrar a figura e você vai dizer “Ah, isso não é tão complicado assim”. Olha, talvez não seja, mas eu repito, é complicado demais para a gente fazer no braço e tentar deduzir o que a gente queria deduzir.	tivesse pensado com carinho antes. Considerando o que se pode ver na figura não é complicado, mas é complicado construí-la á mão e tentar deduzir o que queria.	possibilita construir figuras RT.35.3-82: A figura favorece a interpretação matemática	
RT.36	/.../ o logotipo do nosso instituto aqui [...] ele tem uma superfície, que é uma Superfície de Costa, que era o diretor do instituto, Celso Costa. Ele tinha demonstrado que essa superfície existia, era um problema de duzentos anos. O professor Celso fez a demonstração de que a superfície existia do jeito totalmente abstrato, só usando papel, conta [...] era uma superfície tridimensional que ele sabia que existia, ele sabia a conta que gerava a superfície, mas a gente não tinha como enxergar essa superfície, o que era muito frustrante. E, lá nos anos 70, os programas de computador estavam começando e alguém	Explica que o logotipo do Instituto é a superfície de Costa. Ele demonstrou a existência dessa superfície, mas as pessoas não a conseguiam enxergar. No início dos anos 70, com o computador, alguém fez a figura facilitando a visualização da superfície. Afirma que o computador não prova a existência da superfície, mas faz enxergar.	RT.36.1-83: O computador possibilita ver RT.36.2-84: O computador não prova RT.36.3-85: A construção da figura no computador permite enxergar (visualizar a superfície e compreendê-la).	116 123 116

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	finalmente fez a figura da superfície de Costa e o engraçado é que você faz a figura e enxerga coisas que são provadas no teorema, de modo muito mais rápido. Não prova, mas enxerga.			
RT.37	O Geogebra é excelente para ajudar a gente com isso. Não que o Geogebra saiba a geometria de Minkowski, mas a gente sabe geometria de Minkowski e a gente adapta sabendo o que o Geogebra sabe. A gente “engana” o Geogebra para fazer o que a gente quer fazer. A gente mede lá, o Geogebra fala que vale 10 e a gente “não, não é 10”, para a gente é 10 dividido por 2 e o segmento é 5, porque a gente sabe como mede o comprimento, e não é no jeito euclidiano que a geometria faz	Afirma que, embora o Geogebra não saiba a geometria de Minkowski com a qual trabalha, eles adaptam sabendo o que o Geogebra sabe. “Enganam” o Geogebra para fazer o que querem.	RT.37.1-86: Há conhecimento do conteúdo para utilização do software RT.37.2-87: Interpretação dos dados obtidos a partir do conhecimento do conteúdo RT.37.3-88: adaptação do <i>software</i> para o que precisa explorar	71 132
RT.38	A gente tem feito muito isso, a gente acha uma coisa no caso contínuo e se pergunta “será que a discretização disso é fácil? É difícil?”. Às vezes é fácil, é até meio sem graça para falar a verdade, só copiar tudo e sair discretizando. Às vezes tem um trabalho adicional e às vezes você descobre coisas novas, isso é bem bacana.	Diz que tem considerado algo no modelo contínuo e interrogado a possibilidade de discretização, se é fácil ou difícil. Afirma que às vezes tem um trabalho adicional e às vezes descobre coisas novas, o que considera “bacana”.	RT.38.1-89: Possibilidade de investigação RT.38.2-90: Ampliação do investigado (para outros casos) RT.38.3-91: Possibilidade de descobrir coisas novas	23 133 22

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
RT.39	Ou maneiras novas de fazer as coisas	Afirma que às vezes encontra maneiras novas de fazer as coisas.	RT.39.1-92: Maneiras novas de fazer as coisas	69
RT.40	/.../ a gente consegue usar as coisas que a gente criou para provar coisas mais antigas que já são conhecidas, mas de uma maneira mais rápida. A última proposição da gente é o teorema dos seis vértices, para falar a verdade quatro ou seis vértices, depende do caso, tem os dois casos. Então, era um teorema já conhecido, mas com essa demonstração, usando esses conceitos, ficou mais meia página.	Diz que consegue usar as coisas que criou para provar coisas mais antigas que já são conhecidas de um modo mais rápido.	RT.40.1-93: Investigar e ampliar o conhecido	134
RT.41	/.../ as pessoas usam caneta e papel porque é uma ferramenta que auxilia você a desenvolver matemática. Nesse sentido não há como criticar o uso do computador.	Diz que as pessoas usam papel e caneta porque é uma ferramenta que auxilia a desenvolver matemática e que nesse sentido não há como criticar o uso do computador.	RT.41.1-94: O computador é uma ferramenta para desenvolver matemática	135
RT.42	Uma das coisas que faz as pessoas terem uma preocupação adicional, e essa eu até entendo, é que como você está rodando um algoritmo, não é só o algoritmo, também tem a parte física, você está contando com a CPU do computador para fazer a coisa certa e, mesmo sendo muito raro um computador errar, isso já aconteceu	Diz que uma das coisas que fez com que as pessoas tivessem uma preocupação adicional, e que ele até entende, é que não é só o algoritmo rodando, você conta com a confiabilidade na CPU do computador e, mesmo sendo difícil o computador errar, isso já aconteceu, por exemplo, no <i>bug</i> nos anos 90.	RT.42.1-95: Confiança no computador RT.42.2-96: Possibilidade de erro/bug no computador	113 129

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	mais de uma vez [...] Nos anos 90, os chips da Intel, uma das maiores produtoras de computador do mundo, tinha um <i>bug</i> raríssimo. Basicamente era assim, tinha uma conta, uma conta de todas as contas que você podia fazer, que aquela conta ele errava.			
RT.43	Provar o teorema das quatro cores com o auxílio do computador, isso não impede a gente de continuar tentando outras formas para confirmar, isso acontece em matemática de qualquer jeito, tem gente que gosta de outras formas para confirmar, tentar entender melhor o problema.	Afirma que provar um teorema com o auxílio do computador não impede que outras formas de demonstração sejam feitas para confirmar. Diz que tem isso é comum, ou seja, há pessoas que gostam de buscar outras formas para confirmar e tentar entender melhor o problema que investigam.	RT.43.1-97: O computador não impede a busca por outras formas de validação de hipóteses	136

Fonte: Produção da própria autora.

6.3.5 Prof. Dr. Márcio Fabiano da Silva ³¹– Apresentação e Análise da entrevista

O Prof. Márcio Silva é graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo (1999), mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (2002) e doutor em Matemática pela Universidade de São Paulo (2006). Atualmente é professor na Universidade Federal do ABC, onde tem atuado na formação continuada de professores de Matemática, curso de Licenciatura em Matemática e no PROFMAT. Possui experiência na área de Matemática com ênfase em Geometria Diferencial, atuando principalmente nos seguintes temas: problema isoperimétrico e espaço hiperbólico.

Destacamos, nesta introdução, alguns trechos de sua fala que, embora não sejam considerados nas Unidades de Significado na pesquisa, são importantes para conhecermos o professor Márcio Silva.

“Eu sempre tive o desejo de ser professor de matemática e isso começou, assim, ainda na adolescência, aos 13 anos eu já havia me decidido pela carreira que eu ainda não conhecia. Eu queria ser professor de matemática, mas não conhecia as possibilidades de pesquisa, vamos dizer assim. [...] Fazendo curso na licenciatura acabei sendo atraído pela geometria, em particular a geometria diferencial, com a professora que primeiro me chamou pra ser monitor dela e depois pra começar a fazer o meu projeto de iniciação científica em geometria. Depois eu fui me encaminhando, na verdade aquele projeto já deu origem ao meu projeto de mestrado, a geometria na matemática, depois do mestrado já surgiu um projeto para o doutorado, fiz também o doutorado. Aqui na UFABC, em 2010, eu participei de um edital de tecnologias educacionais, a gente chama de TIC, Tecnologia de Informação e Comunicação. Esse projeto foi contemplado e financiado pela CAPES e com esse projeto nós desenvolvemos um aplicativo, uma ferramenta para o ensino de cálculo e geometria. Então, por exemplo, quando você fala em cálculo de limites eles não conseguem entender o que são aqueles épsilons, deltas, tem umas interpretações geométricas que são muito importantes para você compreender o conceito de limite, derivada e integral. Esse software faz isso, além de você fazer a conta, fazer o cálculo ... esse software também te dá a possibilidade de interpretar alguns conceitos geométricos que estão relacionados com o cálculo diferencial e integral [...] A UFABC preza muito pela interdisciplinaridade, então ela tem trabalhado com pessoas da computação, de outras áreas, para desenvolver essas ferramentas, não só como usuários, mas também como desenvolvedor. É o grupo

³¹ O link para o currículo Lattes do professor está em < <http://Lattes.cnpq.br/7618767393745018>>. Acesso em agosto de 2017.

todo que se envolve. [...] Eu tenho orientado vários alunos no mestrado profissional em matemática e, como eu sou geômetra, em todos eles, em todos os trabalhos, a gente faz uso do Geogebra e não somente como gerador de imagens, mas, também para interpretação dos resultados, para compreensão dos conceitos, para fixação dos conceitos, então uso bastante o Geogebra”. (SILVA, 2016, relato oral).

No quadro 6.6, a seguir, trazemos a análise da entrevista com o professor Márcio Silva.

Quadro 6.6 – Análise da entrevista com o Prof. Dr. Márcio Silva.

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
MS.1	/.../ a geometria, pelo menos com a qual eu trabalho, ela estuda superfícies, curvas, então, para mim é sempre muito útil ter um <i>software</i> , ter alguns recursos computacionais que me ajudem a, pelo menos, interpretar algumas coisas e confirmar outras.	Diz que a geometria com a qual trabalha estuda superfícies, então é sempre útil ter <i>software</i> e recursos computacionais que ajudem a interpretar algumas coisas e confirmar outras.	MS.1.1-1: O <i>software</i> possibilita a interpretação MS.1.2-2: Permite a confirmação de hipóteses	89 137
MS.2	/.../ utilizo principalmente o Mathematica, que é um <i>software</i> bem potente. Desde a minha graduação eu já trabalho com ele, já há muito tempo, mais como usuário. Mas, a parte dele não é simplesmente plotar um gráfico para ser colocado no meu trabalho é, também, como uma ferramenta para interpretação de resultados mesmo [...] Desde o comportamento de uma superfície até partir para as possibilidades.	Afirma utilizar, principalmente, o <i>software</i> Mathematica não somente para plotar um gráfico, mas como ferramenta para interpretação de resultados. Afirma que o utiliza para o estudo do comportamento de uma superfície e mesmo para gerar algumas possibilidades.	MS.2.1-3: Contribui para a interpretação de resultados MS.2.2-4: Análise de comportamento da superfície MS.2.3-5: Possibilita a investigação	137 138 23
MS.3	A tecnologia é uma ferramenta que tem muito potencial para o meu trabalho como pesquisador e também como professor, mas, ao mesmo tempo, eu sou cuidadoso em não torná-la somente ... não tornar o meu trabalho somente pela tecnologia.	Diz que a tecnologia é uma ferramenta com muito potencial para o seu trabalho como pesquisador e professor, mas que há um cuidado para não tornar seu trabalho somente pelas tecnologias.	MS.3.1-6: As tecnologias são ferramentas	135
MS.4	Em particular, na minha pesquisa tem cálculos. Então, para cálculos talvez de simetrias ou cálculos que envolvem	Diz que, ao fazer cálculos que envolvem superfícies se dá ao trabalho de fazer no papel, interpretar e depois		

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	superfícies que se eu jogar no computador rapidamente ele vai me dar a resposta, alguns cálculos eu me dou o trabalho de fazer isso no papel, de interpretá-los e, depois, eu vou no computador e peço que ele faça aquela operação.	considera o computador para verificar a operação.	MS.4.1-7: Ferramenta para confirmar dados	135
MS.5	Então não é assim, eu já tenho a tecnologia, vou usar o computador e ganho tempo com isso. Eu, particularmente, perco, sinto que estou perdendo nesse processo. Eu uso sim a tecnologia, algumas vezes como verificação, outras, inclusive, como sendo o ponto de partida, mas o meu trabalho não se reduz a tecnologia.	Diz que não é porque tem a tecnologia que vai usá-la para ganhar tempo. Sente que está perdendo. Afirma utilizar a tecnologia algumas vezes como verificação e outras como sendo o ponto de partida.	MS.5.1-8: As tecnologias contribuem para a confirmação de dados MS.5.2-9: As tecnologias possibilitam o levantamento de hipóteses (ou investigar)	143 25
MS.6	Eu acho que o papel é o de enriquecer, enriquecimento da pesquisa principalmente. Enriquecimento em que sentido? Primeiro, para produzir resultados que dificilmente você conseguiria sem essas tecnologias.	Diz que a tecnologia tem o papel de enriquecer a pesquisa, de produzir resultados que dificilmente se conseguiria sem a tecnologia.	MS.6.1-10: Auxilia a produzir resultados que seriam difíceis sem tecnologias.	131
MS.7	A tecnologia pensada para a matemática como sendo algo que vem para acrescentar e talvez tornar possível aquilo que dificilmente seria possível sem o uso da tecnologia. O papel da tecnologia é que ela tem que ser facilitadora do processo, além de ser enriquecedora, ela tem que ser	Diz que a tecnologia deve ser pensada para a matemática como algo que vem acrescentar, tornar possível algo que seria dificilmente possível sem o uso da tecnologia. A tecnologia tem que ser facilitadora do processo.	MS.7.1-11: As tecnologias são facilitadoras do trabalho	139

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	facilitadora, facilitar o meu trabalho como professor de matemática ou pesquisador em matemática, e não dificultar o meu trabalho.			
MS.8	Não tem nada que eu tenha feito, assim, que seria impossível sem a tecnologia /.../ mas levaria muito mais tempo, muito mais tempo e seria muito mais difícil. Então é possível, mas é muito mais difícil.	Diz não ter feito nada que seria impossível de ser feito sem a tecnologia, mas que demandaria muito tempo e teria grande dificuldade.	MS.8.1-12: As tecnologias permitem um ganho de tempo e facilitam	140
MS.9	O processo de validação matemática é diferente, ele vem via demonstração, via uma linguagem formal, demonstração formal, então eu não diria uma validação, mas uma verificação.	Diz que o processo de validação matemática vem via demonstração, via uma linguagem formal. Não vê o computador para demonstração ou validação, mas como o que auxilia a verificação.	MS.9.1-13: A validação matemática se dá pela demonstração (linguagem formal) MS.9.2-14: As tecnologias não permitem validação (demonstração) MS.9.3-15: As tecnologias permitem verificações	141 6
MS.10	/.../ me ajuda nesse processo de verificação dos resultados, não de validação. Porque a validação não adianta, pode até se tornar uma conjectura, mas não deixa de ser uma conjectura se você não apresenta uma demonstração formal daquilo. Aquilo ainda continua a ser uma conjectura.	Diz que as tecnologias o auxiliam no processo de verificação dos resultados, não de validação. Afirma que algo pode até se tornar uma conjectura, mas não deixa de ser conjectura se não é apresentada uma demonstração formal.	MS.10.1-16: As tecnologias auxiliam o processo de verificação de resultados. MS.10.2-17: As tecnologias não permitem validação.	6 141

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
			MS.10.3-18: As tecnologias favorecem as conjecturas	142
MS.11	A tecnologia é fantástica para lançar conjecturas, mas não passa disso. Para demonstrar você precisa recorrer ao sistema axiomático formal da matemática e, a partir daquilo, escrever uma demonstração. Você não tem como fugir disso.	Diz que a tecnologia é fantástica para lançar conjecturas, mas não passa disso. Afirma que, para demonstrar, é preciso recorrer ao sistema axiomático formal e escrever uma demonstração. Salienta que não tem como fugir disso.	MS.11.1-19: As tecnologias permitem a construção de conjecturas.	9
			MS.11.2-20: A demonstração requer o sistema axiomático formal	12
MS.12	Ela [a tecnologia] se torna uma ferramenta muito potente para algumas áreas [...] Mas aquilo só se torna, realmente, resultado em matemática não por causa da tecnologia, mas por causa da matemática em si, por causa do sistema matemático.	Diz que a tecnologia se torna uma ferramenta muito potente para algumas áreas, mas as conjecturas só se tornam resultados em matemática por causa da própria matemática e não da tecnologia.	MS.12.1-21: As conjecturas se tornam resultados se demonstradas formalmente	12

Fonte: Produção da própria autora.

6.3.6 Prof. Dr. Sinésio Pesco³² – Apresentação e Análise da entrevista

O Prof. Sinésio Pesco possui graduação em Processamento de Dados (1987) pela Universidade Estadual de Maringá e Licenciatura em Matemática (1990) pela Universidade Estadual de Maringá, é mestre em Matemática Aplicada (1992) pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro e doutor em Matemática Aplicada (1997) pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, possui pós-doutorado pela University of Utah (SCI Institute - 2004). Atualmente é professor do quadro principal no Departamento de Matemática na PUC-Rio. Atua na área de Matemática, com ênfase em Matemática Aplicada principalmente nos seguintes temas: Visualização, Modelagem Geométrica, Computação Gráfica, Caracterização de Reservatórios de Petróleo e Estrutura de Dados.

Para contextualizar a entrevista com o Prof. Pesco trazemos um trecho de sua fala inicial que sintetiza o objetivo da computação gráfica, área em que tem pesquisado.

eu fui numa direção bem da computação gráfica. Computação gráfica é uma palavra, uma generalização, um conjunto de áreas que envolve um pouco de processamento de imagem, um pouco de modelagem geométrica. Bom, em si, o objetivo da computação gráfica, se fosse resumir, é transformar em imagens um conjunto de informações que você não conseguiria traduzir numericamente, então através de uma imagem você consegue interpretar. O objetivo, vamos dizer assim, num contexto geral, é que numa imagem eu posso te dar uma informação, traduzir; pegar um dado e te dar uma informação que você consiga interpretar rapidamente. (PESCO, 2017, relato oral).

A seguir trazemos o quadro 6.7 com a análise da entrevista com o professor Sinésio Pesco.

³² O link para o currículo Lattes do Prof. Sinésio Pesco está disponível em <<http://Lattes.cnpq.br/5669901747051787>>. Acesso em agosto de 2017.

Quadro 6.7 – Análise da entrevista com o Prof. Dr. Sinésio Pesco.

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
SP.1	Esse é um problema de discretização. A gente precisa discretizar o domínio e tentar trabalhar com isso, para visualizar. É um problema que, do ponto de vista computacional, deveria ser muito simples, pois é preciso discretizar o dado e linearizar ele. A gente acaba linearizando tudo, para tentar visualizar e aí esse problema se transforma num problema de um nível um pouco mais elevado, talvez, depois (prosseguindo) se transforma em um problema de nível elevado, já que nem a coisa linear a gente sabia fazer direito. [...] o computador é uma maneira de você executar, por exemplo, verificações.	Afirma que nos problemas de discretização com o qual trabalha precisa discretizar o domínio e tentar trabalhar com aquilo para visualizar. Diz que, ao linearizar o problema ele acaba se transformando num problema de nível mais elevado e o computador é uma maneira de você executar verificações.	SP.1.1-1: O computador é uma ferramenta para verificações.	6
SP.2	Uma das coisas que o computador pode fazer para nós é a verificação, e olha que essa seria a tarefa mais pobre que ele poderia fazer. Mas, ele pode verificar, inclusive, o que você está pensando.	Diz que uma das tarefas mais “pobres” que o computador pode fazer para nós é a verificação. Afirma que ele pode, inclusive, verificar o que se está pensando.	SP.2.1-2: O computador é instrumento de verificação. SP.2.2-3: O computador pode verificar suas hipóteses	6 94
SP.3	/.../ pega um exemplo, vê se está funcionando. A primeira coisa que ele tem que fazer é pegar muitos exemplos e rodar. Isso não demonstra que o que ele fez está certo, mas se ele achar um erro ele, na hora, demonstrou que está errado. Verificou imediatamente. /.../ Nesse	Diz que ao pegar muitos exemplos e colocar para rodar em um programa de computador ele não irá mostrar se você está certo, mas se estiver errado imediatamente ele irá anunciar.	SP.3.1-4: O computador tem potencialidade para mostrar erros. SP.3.2-5: O computador aponta o erro com rapidez	144 145

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	primeiro momento do verificador, que é isso que todo aluno faz em algum momento, o computador tem um papel, ele não mostra para você que o que você fez está certo, mas mostra que o que você fez está errado.		SP.3.3-6: O computador não mostra o verdadeiro, pois não demonstra	146
SP.4	/.../ testa muita coisa para você, coisas que você não consegue testar, então vale a pena você ver, minimamente, se o seu produto passa pelo crivo de erro inicial [...] Se der certo, não significa que o seu modelo está certo, mas você já passou por um primeiro momento. Mas, em geral, você descobre vários erros ali e é ali que você realmente faz o seu trabalho acontecer.	Diz que o computador testa muita coisa que você não consegue testar. Afirma que se der certo não significa que o modelo seja válido. Salienta que você descobre vários erros e, com isso, faz seu trabalho acontecer.	SP.4.1-7: O computador permite fazer testes que não se consegue sem ele SP.4.2-8: O computador aponta erros com precisão e rapidez. SP.4.3-9: O computador permite avaliar os seus modelos.	147 148
SP.5	No momento que você está achando os erros você está aprendendo, é nessa hora que você vai, inclusive, verificar se a concepção do modelo está correta.	Diz que no momento em que se está achando os erros se está aprendendo e, nessa hora, pode-se verificar se a concepção do modelo está correta.	SP.5.1-11: Possibilita a análise do modelo (pelo apontamento de erros)	150
SP.6	/.../ na matemática a gente tem uma coisa assim: ou nós estamos certos ou errados. Tudo está errado se tiver um	Diz que em matemática há duas possibilidades: de estarmos certos ou errados. Se estivermos errados, basta um	SP.6.1-12: O computador permite buscar	151

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	contraexemplo, basta um contraexemplo que já se sabe se está errado. Então, mas quando que está certo? O certo do modelo matemático, do modelo computacional, seria esgotar todos os casos e é bem mais difícil você verificar isso. Então, é muito mais fácil você ficar atrás de contraexemplos e, quando começa a diminuir o caso de contraexemplos, você começa a acreditar que a coisa está funcionando.	contraexemplo. Assim, é muito mais fácil buscar, com o computador, contraexemplos. A medida que começa a diminuir os contraexemplos pode-se começar a acreditar que a coisa está funcionando.	contraexemplos SP.6.2-13: O computador permite a análise do modelo para avanço SP.6.3-14: A validade entendida a partir do computador é dada pelos contraexemplos	152 153
SP.7	Meu trabalho todo é com computador, minha vida é com o computador. Sem o computador a minha pesquisa não seria possível. A minha pesquisa foi feita para ser feita no computador, a computação gráfica nasceu com o computador, junto.	Afirma que o trabalho dele é com o computador e sem ele a sua pesquisa não seria possível. Diz também que a sua pesquisa, que é em computação gráfica, foi feita para ser feita no computador, nasceu junto com o computador.	SP.7.1-15: O computador abriu a possibilidade da pesquisa em computação gráfica	154
SP.8	/.../ o problema é que o geólogo, de campo, desenhava um monte desses negócios que estava na cabeça e juntava tudo para ver quais as superfícies que ele achava que estavam razoáveis. O computador faz um monte para ele. Ele vai lá e diz “isso aqui”, ele seleciona entre esses objetos que o computador gerou, quais estão mais próximos do que ele imagina com todas as informações que ele já captou, então ele começa a fazer. Não é	Explica sobre sua pesquisa com a Petrobrás dizendo que, enquanto o geólogo desenhava um monte de superfícies para ver quais estavam razoáveis, o computador faz várias e ele pode selecionar quais estão mais próximas do que o geógrafo imagina de acordo com as informações fornecidas.	SP.8.1-16: O computador permite a criação de vários cenários. SP.8.2-17: O sujeito faz a escolha do modelo apropriado	155 156

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	uma coisa única, é um monte de possíveis cenários que ele vai juntando para tentar chegar num cenário que seja o que ele acredita, está certo? em algum sentido.			
SP.9	/.../ você fura um poço de petróleo aqui e o óleo é para sair por aqui, então você estabelece uma pressão inicial aqui, fixa em todo esse corpo, e o simulador de fluxo faz o que? Ele usa essa EDP aí e fala “olha, se for desse jeito que você está pensando o óleo vai sair dessa maneira, nessa variação de pressão”, aí você vai variando. A partir disso, o engenheiro olha e fala “é mais ou menos isso que está acontecendo, porque eu sei que se você furasse outro poço aqui, nesse outro poço a pressão estaria caindo”, você começa a estimar as diferenças de pressão, está mais ou menos funcionando ou não, para ver se o que você está simulando está se aproximando minimamente de alguma coisa. Esse é um exemplo que serviria para o petróleo. Essa é uma ideia bem aplicada, milhões de dólares são investidos em simuladores.	Explica sobre os simuladores de fluxo a partir dos quais se começa a estimar as diferenças de pressão, analisando se está mais ou menos funcionando, para ver se o que está sendo simulado se aproxima de alguma coisa.	SP.9.1-18: O computador permite fazer investigações por meio de simulações	157
SP.10	/.../ bom, isso dá uma ideia para você de uma coisa mais aplicada que a gente pode usar na computação gráfica, no caso a	Diz que uma coisa mais aplicada em que se pode usar a computação gráfica é para a visualização, expressar resultados ou	SP.10.1-19: A computação gráfica permite a	158

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	visualização, para dar algum resultado, gerar algum resultado.	gerar resultados.	transformação de dados em imagens (comunicação) (Visualização)	
SP.11	Para mim, o computador não é nenhuma surpresa, ele é o meu objeto de trabalho. Minha pesquisa é toda computacional, toda ela.	Diz que o computador para ele não é uma surpresa, pois seu trabalho é com a pesquisa computacional.	SP.11.1-20: O computador é o objeto de trabalho	159
SP.12	Toda pesquisa da minha área exige, assim, você pensa num modelo matemático que você quer passar para o computador, aí você tem que implementar esse modelo e mostrar os resultados computacionais. A teoria, a implementação e a análise, todo trabalho de computação gráfica tem esses três aspectos. O modelo que você criou, a implementação desse modelo, como ou qual técnica você usou para implementar aquilo, testar, em geral usando dados que já servem de referência, todo mundo usa os mesmos dados como dados comparativos para mostrar o que seu modelo trouxe de novidade.	Diz que toda pesquisa da sua área exige que se pense num modelo matemático que se quer passar para o computador e, a partir daí, é preciso implementá-lo e mostrar os resultados. Afirma que todo trabalho de computação gráfica tem a teoria, a implementação e a análise. Diz que todos usam os mesmos dados comparativos para mostrar o que seu modelo trouxe de novo.	SP.12.1-21: O computador permite expor resultados a partir da investigação de modelos.	160
SP.13	É bom você usar os modelos que são conhecidos para que eles sirvam de parâmetro, é importante ter esses referenciais. Nossos trabalhos vão sempre nessa direção, eles têm que ter experimentação. [...] Eu acho que a	Diz ser bom utilizar modelos conhecidos para servir de parâmetro e que seus trabalhos têm que ter experimentação. Afirma que a contribuição do computador é irrefutável.	SP.13.1-22: São importantes parâmetros de comparação para os resultados obtidos. SP.13.2-23: Pelo computador	161 61

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	contribuição do computador é uma contribuição irrefutável.		é possível fazer experimentações. SP.13.3-24: A contribuição do computador é irrefutável	
SP.14	Eu acho que quando a gente começa a trabalhar com computação, computação gráfica ou qualquer coisa, a gente é [como] leigo, tem uma visão muito fantasiosa no seguinte sentido: de que o computador faz tudo, de que tudo é muito bem feito lá dentro, nas visualizações, nas coisas. Porém, é tudo mal feito, muito precário. O <i>hardware</i> sempre avançou muito rápido e o <i>software</i> muito devagar	Afirma que quando se começa a trabalhar com computação, seja computação gráfica ou qualquer outra, se tem a postura de um leigo com uma visão fantasiosa de que o computador faz tudo e de modo muito bem feito. Porém, a verdade é que tudo é mal feito e precário, pois, enquanto o <i>hardware</i> avança rápido, o <i>software</i> avança muito lentamente.	SP.14.1-25: O computador não faz tudo com perfeição e nem faz tudo. SP.14.2-26: O avanço do <i>hardware</i> é mais rápido que o do <i>software</i>	162 168

Fonte: Produção da própria autora.

6.3.7 Prof. Dr. Ricardo José Alonso Plata³³ – Apresentação e Análise da entrevista

O Prof. Ricardo Alonso é graduado em Eletrônica pela Universidad Javeriana, Bogotá, Colômbia (1996), é mestre em Teoria de Controle pela Universidad de los Andes, Colombia (1999) e doutor em Matemática pela The University of Texas at Austin (2008). Atualmente é professor associado da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio. Tem experiência em Matemática com foco em Física Matemática. Sua área de pesquisa inclui equações diferenciais parciais, equações integrais-diferenciais e teoria cinética com aplicações para diluir gases, materiais granulares, matéria, comportamento animal, meios de espalhamento e de tráfego. Sua pesquisa adicional compreende a propagação de ondas em meio aleatório com aplicações para problemas inversos e análise de operador.

Durante a entrevista, o prof. Ricardo Alonso explicou que tem trabalhos com a Petrobrás e utiliza *software* como o *MatLab* para fazer simulações. Ao falar sobre os trabalhos desenvolvidos, mostrava no computador artigos que havia publicado na intenção de situar em quais momentos utiliza o computador e com que objetivo.

O quadro 6.8, a seguir, traz o nosso movimento de análise da entrevista com o professor Ricardo Alonso.

³³ O link para o currículo Lattes do Prof. Ricardo Alonso está disponível em <<http://Lattes.cnpq.br/0244547255924948>>. Acesso em agosto de 2017.

Quadro 6.8 – Análise da entrevista com o Prof. Dr. Ricardo Plata.

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
RA.1	Estamos com um projeto para a Petrobrás e por isso eu tenho que fazer código e para fazer código eu uso o MatLab. Se precisa de uma simulação, estamos usando um modelo e queremos fazer uma simulação do modelo, então aí você implementa o modelo no computador. Implementa e faz simulações [...] tenta olhar se o que você fez concorda com o que a simulação mostra.	Diz estar trabalhando em um projeto com a Petrobrás para o qual precisa fazer códigos e utiliza o MatLab para a simulação. Afirma que se quando se deseja fazer uma simulação do modelo, é preciso implementar o modelo no computador e tenta olhar se o que fez concorda com o que a simulação mostra.	RA.1.1-1: O computador é usado para fazer simulações. RA.1.2-2: Confronta a simulação com as hipóteses iniciais	29 163
RA.2	/.../ é uma ferramenta que serve para uma prova visual do que você fez teoricamente. Alguma coisa que você está provando e vê que teoricamente algo teria que funcionar, mas você vai fazendo a simulação para olhar um pouco mais claro o que está acontecendo.	Diz que o computador é uma ferramenta que serve como uma prova visual do que você fez teoricamente. Afirma que vai fazendo a simulação para olhar mais claramente o que está acontecendo.	RA.2.1-3: O computador permite compreender o que foi feito analiticamente. RA.2.2-4: O computador possibilita compreender o que está sendo investigado	164 165
RA.3	/.../ no final as pessoas gostariam de ver simulações, graficamente, imagens do que você está falando, como que isso está sendo representado no problema. Então, você tem que desenhar ou criar esses experimentos numéricos que mostram à pessoa que está lendo o artigo e tentando entender o que você fez. E, quando você falou e falou que fez tal e tal aproximação, o que significa essa aproximação? Então,	Diz que no final as pessoas gostariam de ver imagens do que está sendo representado no problema, então é necessário desenhar ou criar esses experimentos numéricos que mostram ao leitor, que está tentando entender, o que foi feito. Afirma que é preciso desenhar e fazer a simulação e, para isso, necessita de um programa e de uma linguagem.	RA.3.1-5: O computador permite comunicar o que é feito. RA.3.2-6: O modo pelo qual o computador mostra os dados possibilita a compreensão. RA.3.3-7: Importância do desenho e simulação para	166 167

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	<p>you have to design this and make the simulation and you need a program, of a language.</p>		<p>communicate the fact</p>	
RA.4	<p>Depending on the complexity of what you have to program, you will use something simple like MatLab. As you know, the language is of a high level, but probably the efficiency of the computers is not the best, but you could implement [...] these simulations are important, so you have to be a specialist in what you do, you can't put anything there.</p>	<p>Asserts that, depending on the complexity of what you have to program, you will use something simple like MatLab. Emphasizes that the efficiency of the computers is not the best, but it could be implemented. Simulations are important, so you need to be a specialist in what you do, as you cannot put anything there.</p>	<p>RA.4.1-8: The efficiency of computers is precarious.</p> <p>RA.4.2-9: It is necessary to have knowledge to implement significant data.</p>	<p>168</p> <p>169</p>
RA.5	<p>.../ we made a small section about simulations, so we took a model and we implemented a numerical code to make a simulation, to see what we were talking about [...] for me it is more like a visual aid of what is happening.</p>	<p>Says he made a small section about simulations. For that, they took a model and implemented a numerical code to make the simulation in a way that it would be possible to see what they were talking about. Asserts that it is like a visual proof of what is happening.</p>	<p>RA.5.1-10: Simulations allow you to see what is happening.</p> <p>RA.5.2-11: Simulations as visual proof</p>	<p>170</p>
RA.6	<p>.../ to make these simulations here is a complex model, for each of these simulations you wait a week for the computer to do them, but I don't do it, we have a person who is very good at implementing numerical data. She has a code and</p>	<p>Says that making simulations is something complex that, sometimes, takes a week for the computer to do and, for that, there is a person who is very good at implementing numerical data and does it. Considers that, for some people, the calculations are</p>	<p>RA.6.1-12: The computer simulates the data and generates results.</p> <p>RA.6.2-13: The computer</p>	<p>171</p> <p>172</p>

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	implementa o código preciso. [...] Tem pessoas que fazem os cálculos e é o <i>paper</i> mesmo, criam o algoritmo que faça a simulação, é o objetivo do <i>paper</i> . Para mim, esse não é o objetivo, para mim é o contrário, eu gostaria de analisar o modelo de tal forma que se eu preciso do computador é de forma básica, eu já tenho a teoria.	<i>paper</i> , elas criam o algoritmo que faz a simulação e isso se torna o objetivo do <i>paper</i> . Para ele esse não deve ser o objetivo. Gosta de analisar o modelo de tal forma que, o computador é usado de forma básica, pois já tem a teoria.	possibilita o modelo para a análise. RA.6.3-14: Conhecimento do conteúdo para análise do modelo	132
RA.7	Essas simulações são muito complicadas porque essas simulações você tem dois quilômetros, três quilômetros, sua onda tem que propagar a três quilômetros, mas a resolução que você precisa fazer é muito, muito, muito pequena, mas uma simulação dessas pode durar uma semana, duas semanas no computador. Uma ideia para gente entender um modelo qualquer para o qual o algoritmo dura quinze segundos, a ideia é introduzir análise, para depender muito menos do computador. Muitas coisas você gostaria de implementar em tempo real, você não vai esperar duas semanas para o computador ... você precisa criar um algoritmo que indique para essa pessoa ... esse é um exemplo numérico que eu tenho, em geral todos os <i>papers</i> , ao final, para sustentar, para dar uma ideia gráfica do que	Diz que as simulações são muito complicadas, mas a resolução é muito pequena. Afirma que a simulação pode dura uma ou duas semanas no computador, então uma ideia que tiveram para se depender menos do computador foi introduzir análise. Diz que em geral todos os <i>papers</i> , ao final, para sustentar, para dar uma ideia gráfica do que está acontecendo, faz alguma simulação para mostrar o que está falando.	RA.7.1-15: Complexidade dos programas para simulação x resolução pequena RA.7.2-16: O computador permite a construção de um modelo que apresente a ideia do que está sendo investigado.	173

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	está acontecendo, você faz alguma simulação para mostrar o que você está falando			
RA.8	O MatLab entra como uma validação, uma prova mais visual do que você está falando.	Diz que o MatLab entra como uma validação, uma prova visual do que está falando.	RA.8.1-17: O software permite apresentar o modelo de forma visual.	174
RA.9	Se eu preciso de uma coisa que está muito difícil, muito puxado, eu tenho meus colaboradores que fazem esse trabalho e são especialistas em fazer simulações e tem outros caras que fazem imagem. Com simulações precisa de muitas pessoas com diferentes habilidades.	Diz que se precisa de algo que está muito difícil tem seus colaboradores que fazem esse trabalho e são especialistas em fazer simulações e outros fazem imagens. Afirma que o trabalho com simulações exige muitas pessoas com diferentes habilidades.	RA.9.1-18: O trabalho com simulações exige colaboradores.	175
RA.10	As pessoas que usam computador, acho que são pessoas, primeiro, que estão tentando resolver um problema prático, você tem um problema e tenta resolver. Você não precisa só da teoria, mas você tem que saber que tem uma teoria que ajuda muito, mas que ela não é completa, os problemas são complexos e você não tem uma resposta. Então é um complemento bom [...] Você pode com simulação falar “o que está acontecendo?”, mas muitas vezes você não sabe se o erro é na simulação ou o erro é na teoria. De fato, em muitas ocasiões a teoria é o que verifica a simulação. Se você tem certeza sobre	Diz que as pessoas que usam o computador estão tentando resolver problemas práticos. Afirma que não se precisa saber só da teoria, mas que tem que saber que tem uma teoria que ajuda muito e não é completa, os problemas são complexos e você não tem uma resposta. Vê o computador como um complemento bom, pois com a simulação você pode ver o que está acontecendo, mas muitas vezes você não sabe se o erro é na simulação ou teoria. Afirma que em muitas ocasiões a teoria é o que verifica a simulação e se você tem certeza sobre uma teoria a	RA.10.1-19: O computador permite analisar o que está acontecendo. RA.10.2-20: As simulações são resultados de computador validados pela teoria. RA.10.3-21: O computador é um complemento para a análise do modelo. RA.10.4-22: Importância da análise do erro (na simulação e na teoria)	176 177 178

Código	Excerto da fala do sujeito	Asserção Articulada - reescrita do pesquisador	Unidade de Significado – U.S.	Organização das U.S.
	uma teoria, a simulação deveria fazer isso e não o contrário, em muitos casos. Então é um complemento a mais.	simulação deveria fazer isso e não o contrário.		

Fonte: Produção da própria autora.

6.4 Análise Nomotética: a busca pela explicitação do compreendido

Construído o quadro de análise ideográfica iniciamos um novo movimento cujo intuito é compreender o que, de modo geral, se mostra relevante para a compreensão do que é interrogado na pesquisa. Para tanto, tomamos cada um dos quadros construídos anteriormente e nos atentamos para as unidades de significado (U.S.) buscando convergências de sentido.

Iniciamos com o quadro 6.9, que é um quadro síntese das ideias que se mantêm nas U.S. Esse quadro nos auxilia, pois nos excertos de fala dos sujeitos destacamos 301 U.S. No entanto, algumas dessas U.S. são repetidas, seja pelo próprio sujeito ou na fala de outro sujeito. Então, o quadro 6.9 permite sintetizar as U.S. e organizá-las em 178 ideias que se mantêm.

Na primeira coluna temos a organização das U.S. (que foram numeradas e já trazidas no quadro anterior). A segunda coluna traz as U.S. que se mantêm e na ordem em que são expostas, sem repetição. Na terceira coluna trazemos as codificações que possibilitam localizar aquelas U.S. nos quadros de análises individuais. Assim, os códigos *JS.1.1-1*, *JS.3.1-4*, *JS.4.3-8* são referentes a análise de fala do professor João Sampaio e U.S. 1, 4, 8, etc. que, segundo interpretação construída, diz da “*estrutura do software para a linguagem matemática*” e convergem para uma ideia mais abrangente que diz das “*Características do computador ou software*”, que chamamos de Invariantes. Igualmente NS refere-se à entrevista do professor Nicolau Saldanha e assim por diante, conforme anteriormente explicitado.

Quadro 6.9 – Síntese das Unidades de Significado e Convergências interpretadas (Primeira Redução).

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
1	Estrutura do software para a linguagem matemática	JS.1.1-1, JS.3.1-4, JS.4.3-8, RT.7.3-14	Características do computador ou <i>software</i>
2	Testar (exemplos ou várias maneiras)	JS.2.1-2, JS.4.1-6, JM.11.2-26, NS.1.1-1, NS.10.3-22	Possibilidade de investigação
3	A interface do software permite ver o feito	JS.2.2-3, RT.7.1-12	Características do computador ou <i>software</i>
4	Recursos gráficos para a visualização	JS.3.2-5, NS.8.3-16, NS.22.2-59	Características do computador ou <i>software</i>
5	Capacidade da memória	JS.4.2-7,	Características do

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
			computador ou <i>software</i>
6	Fazer Verificações	JS.4.4-9, JS.6.2-15, JS.7.2-18, JM.9.1-22, NS.1.2-2, MS.9.3-15, MS.10.1-16, SP.1.1-1, SP.2.1-2	Possibilidade de investigação
7	Evidencia	JS.5.1-10	Possibilidade de investigação
8	Corroborar uma desconfiança	JS.5.2-11	Possibilidade de investigação
9	O computador permite fazer ou sugerir conjecturas	JS.5.3-12, NS.2.3-5, NS.23.2-63, NS.25.5-70, MS.11.1-19	Possibilidade de investigação
10	A construção e consolidação do conhecimento se dá no campo das ideias (do pensar)	JS.5.4-13	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
11	Demonstração com o computador	JS.6.1-14, JM.8.1-20	A validação e a demonstração x verificação
12	Demonstração formalizada	JS.6.3-16, JS.7.4-20, RT.5.3-10, RT.23.3-52, RT.27.3-61, MS.11.2-20, MS.12.1-212	A validação e a demonstração x verificação
13	Repensar as verdades matemáticas	JS.7.1-17	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
14	O computador como possibilitador/elemento da demonstração	JS.7.3-19, JS.7.5-22	A validação e a demonstração x verificação
15	Origem de problemas de pesquisa em matemática	JS.7.5-21,	Abertura ao novo
16	Diferença entre uma resolução à mão e uma compilação/programa de computador	JS.8.1-23,	A diversidade manifesta
17	Não pode resolver o teorema das quatro cores sem o computador	JS.8.2-24, JM.8.2-21	Impossibilidade ou dificuldade de se fazer sem o computador
18	Computador é um auxiliar	JS.9.1-25, JM.3.4-8	Características do computador ou <i>software</i>
19	O humano como perguntador	JS.9.3-26,	O pensar amparado/subsidiado pela matemática

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
20	O computador não produz matemática sozinho	JS.9.3-27,	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
21	O computador auxilia nos cálculos	JS.10.1-28, RT.12.2-30	Características do computador ou <i>software</i>
22	Possibilidade de (descobrir) um conhecimento novo	JS.10.2-29, RT.6.1-11, RT.38.3-91	Abertura ao novo
23	O computador (software) para a Investigação	JS.10.3-30, JS.11.2-33, JM.3.5-9, NS.6.1-10, NS.9.3-19, RT.1, RT.27.2-60, RT.38.1-89, MS.2.3-5	Possibilidade de investigação
24	Solicita o pensar	JS.10.4-31, JS.11.1-32, NS.9.2-18	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
25	O computador permite criar hipóteses	JM.1.1-1, NS.23.3-64, RT.15.2-34, MS.5.2-9	Possibilidade de investigação
26	O computador permite resolver problemas (alguns que não tem solução analítica)	JM.1.2-2, JM.3.1-6, RT.8.1-15	Possibilidade de investigação
27	O computador possibilita criticar respostas ou resultados	JM.1.3-3, JM.11.1-25	Possibilidade de investigação
28	Analisar a resposta ou propriedades	JM.1.4-4, RT.1.3-3, RT.11.2-25	Possibilidade de investigação
29	O computador permite fazer simulações	JM.2.1-5, NS.8.1-14, RT.28.2-66, RA.1.1-1	Possibilidade de investigação
30	Amplia a possibilidade de solucionar problemas matemáticos não triviais	JM.3.2-7	Possibilidade de investigação
31	Importância de diferentes resultados	JM.4.1-10	A diversidade manifesta
32	Comparação de resultados	JM.4.2-11	A diversidade manifesta
33	Diversidade de respostas em função do software	JM.4.3-12	A diversidade manifesta
34	Obrigatoriedade de analisar os resultados, examinar o diverso	JM.4.4-13, RT.20.3-4, RT.32.3-75, RT.33.2-77,	A preocupação, o cuidado e a precisão
35	A tecnologia mudou o tipo de produção matemática	JM.4.5-14	Abertura ao novo
36	Parceria com o	JM.4.6-15	Produzir com

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
	computador para questionar e analisar		
37	Na matemática aplicada a resposta nunca é verdadeira	JM.5.1-16	Características da matemática
38	A matemática pura é necessária à matemática aplicada	JM.5.2-17	Características da matemática
39	O computador permite que se chegue perto da verdadeira resposta ou a que se quer	JM.6.1-18, RT.34.2-79,	Possibilidade de investigação
40	A tecnologia permitirá ir mais longe com métodos que hoje funcionam abstratamente	JM.7.1-19	Abertura ao novo
41	O computador possibilita ter convicção	JM.9.2-23, NS.11.1-24, NS. 22.1-58	A validação e a demonstração x verificação
42	A matemática possibilita a análise crítica dos resultados	JM.10.1-24	Características da matemática
43	Refinar resultados	JM.11.3-27	Possibilidade de investigação
44	Possibilita um modo 'amigável' de comunicação dos resultados	JM.12.1-28	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
45	O computador possibilita converter dados abstratos em informações visuais	JM.12.2-29, JM.13.1-30	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
46	O computador é indispensável à matemática aplicada	JM.13.2-31	Características do computador ou <i>software</i> Características da matemática
47	Testar a validade	NS.2.1-3	Possibilidade de investigação
48	Refutar	NS.2.2-4A	Possibilidade de investigação
49	O computador permite formular as ideias mais claramente	NS.3.1-6	Possibilidade de investigação
50	O computador	NS.4.1-7, NS.8.2-15	Possibilidade de

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
	possibilita testar as hipóteses a priori		investigação
51	O computador [ao programar] permite entender melhor	NS.5.1.-8	Possibilidade de investigação
52	Permite sistematizar	NS.5.2-9	Possibilidade de investigação
53	Sugere/Inspira perguntas	NS.6.2-11, NS.23.1-62	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
54	Traz clareza	NS.6.3-12, NS.12.2-31	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
55	Impossibilidade de se resolver 'na mão'	NS.7.1-13	Impossibilidade ou dificuldade de se fazer sem o computador
56	O computador faz figuras difíceis de serem feitas à mão	NS.9.1-17	Impossibilidade ou dificuldade de se fazer sem o computador
57	Compreender o feito no computador	NS.10.1-20	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
58	Tornar menos abstrato	NS.10.2-21	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
59	O computador permite tirar conclusões válidas	NS.10.4-23	Possibilidade de investigação
60	O computador permite investigar realizando testes	NS.11.2-25	Possibilidade de investigação
61	O computador permite fazer experimentos	NS.11.3-26, SP.13.2-23	Possibilidade de investigação
62	O computador possibilita analisar a demonstração	NS.11.4-27	A validação e a demonstração x verificação
63	O computador possibilita compreender a demonstração	NS.11.5-28	A validação e a demonstração x verificação
64	O computador aumenta a confiança na demonstração	NS.11.6-29	A validação e a demonstração x verificação
65	O aspecto visual traz clareza ao processo de investigação	NS.12.1-30, RT.15.3-35	Possibilidade de investigação Comunicação/expressão visual ou por meio da

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
			visualização
66	Permite a compreensão	NS.12.3-32	Possibilidade de investigação
67	O computador como parceiro na interlocução	NS.13.1-33	Produzir com
68	Exigência/Importância de análise das respostas obtidas	NS.13.2-34, RT.9.1-18, RT.17.1-39	A preocupação, o cuidado e a precisão
69	Abertura à variados modos de fazer	NS.13.3-35, RT.39.1-92	A diversidade manifesta
70	O computador como parceiro para a produção	NS.14.1-36, RT 14.1-32	Produzir com
71	O fator humano na análise é necessário	NS.14.2-37, RT.9.4-21, RT.37.1-86	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
72	Busca de invariantes	NS.15.1-38	Possibilidade de investigação
73	Ideias para a prova	NS.15.2-39	A validação e a demonstração x verificação
74	Busca da sistematização	NS.15.3-40	Possibilidade de investigação
75	Há situações em que o sujeito quer fazer a demonstração (sem o computador)	NS.16.1-41	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
76	Investigação em busca do novo	NS.16.2-42, RT.11.4-27	Possibilidade de investigação
77	O computador abre possibilidades de 'tipos' de matemática	NS.17.1-43	A diversidade manifesta
78	A característica da demonstração com o computador é outra	NS.17.2-44	A validação e a demonstração x verificação
79	Diversidade da investigação	NS.18.1-45, RT.1.2-2	A diversidade manifesta
80	Modos de investigar para obter resultados	NS.18.2-46	A diversidade manifesta
81	A 'falibilidade' da demonstração tanto com o computador quanto sem ele	NS.18.3-47	A preocupação, o cuidado e a precisão
82	Necessidade de analisar as demonstrações	NS.18.4-48	A validação e a demonstração x

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
			verificação
83	A matemática perfeita não existe	NS.19.1-50	Características da matemática
84	As demonstrações formais também são passíveis de alteração	NS.19.2-51	A validação e a demonstração x verificação
85	A inserção do computador pode gerar incerteza (mais uma)	NS.20.1-52	A preocupação, o cuidado e a precisão
86	O computador não é a maior fonte de incerteza matemática	NS.20.2-53	A preocupação, o cuidado e a precisão
87	Importância de análise dos resultados para a validação	NS.20.3-54	A preocupação, o cuidado e a precisão
88	O cuidado na produção com ou sem o computador para validar resultados	NS.21.1-55	A preocupação, o cuidado e a precisão
89	O computador como modo de validar o pensado	NS.21.2-56, RT.11.3-26, MS.1.1-1	Possibilidade de investigação
90	O computador possibilitando investigação e os testes para produzir certeza (validar hipóteses)	NS.21.3-57, NS.22.4-61, NS.25.4-69	Possibilidade de investigação
91	Retomar um trabalho e tentar entender mais coisas	NS.24.1-65	Possibilidade de investigação
92	Vários tipos de uso do computador na pesquisa	NS.25.1-66	A diversidade manifesta
93	O computador faz figuras que comunicam ideias	NS.25.2-67	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
94	O computador testa/investiga ideias, hipóteses	NS.25.3-68, RT.12.1-29, SP.2.2-3	Possibilidade de investigação
95	O Geogebra na pesquisa em Geometria Diferencial Discreta	RT.1.1-1	Possibilidade de investigação
96	O computador para investigação de hipóteses	RT.1.4-4	Possibilidade de investigação
97	O Geogebra para testar propriedades e fazer	RT.2.1-5	Possibilidade de investigação

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
	hipóteses		
98	O computador (software) para a descoberta de novos teoremas	RT.3.1-6, RT.5.1-8	Abertura ao novo
99	Investigação por meio de figura	RT.4.1-7	Possibilidade de investigação
100	O computador não sabe/resolve tudo	RT.8.3-17, RT.5-22, RT.34.1-78	Características do computador ou <i>software</i>
101	Refinar hipóteses e organizar o produzido pelo computador	RT.9.2-19	Possibilidade de investigação
102	Analisar o resultado considerando hipóteses prévias	RT.9.3-20	Possibilidade de investigação
103	Produzir junto ao computador	RT.10.1-23	Produzir com
104	O computador para conferir resultados	RT.11.1-24	Possibilidade de investigação
105	Compreender estruturas pela investigação no computador	RT.13.1-31	Possibilidade de investigação
106	O computador é essencial à investigação em geometria	RT.15.1-33	Possibilidade de investigação
107	O computador permite analisar vários casos	RT.16.1-36	Possibilidade de investigação
108	O computador permite investigar casos particulares para generalizar	RT.16.2-37, RT.24.3-55	Possibilidade de investigação
109	Risco na confiabilidade dos resultados do computador	RT.16.3-38	A preocupação, o cuidado e a precisão
110	Duvidar da demonstração com o computador e igualmente da que é feita só pelo homem	RT.18.1-40	A preocupação, o cuidado e a precisão
111	Aceita a demonstração com computador	RT.19.1-41	A validação e a demonstração x verificação
112	Necessidade da divulgação do processo de demonstração para análise	RT.20.1-42	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
113	Importância da confiança no algoritmo e no computador	RT.21.1-45, RT.42.1-95	A preocupação, o cuidado e a precisão
114	Faz-se matemática com o computador	RT.22.1-46	Produzir com
115	É natural usar a tecnologia que se tem para fazer matemática	RT.22.2-47	Produzir com
116	O visto no computador motiva e faz ver	RT.22.4-49, RT.23.1-50, RT.36.1-83, RT. 36.3-85	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
117	O computador contribui para a prova	RT.23.2-51	A validação e a demonstração x verificação
118	Demonstrar não é ver	RT.24.1-53	A validação e a demonstração x verificação
119	Necessidade de generalização	RT.24.2-54	A validação e a demonstração x verificação
120	O sujeito quem faz a generalização	RT.24.4-56	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
121	Para casos finitos que as propriedades são satisfeitas o computador pode provar	RT.25.1-57	A validação e a demonstração x verificação
122	O computador é como um colega que contribui	RT.26.1-58	Produzir com
123	A investigação no computador convence, mas não prova	RT.27.1-59, RT.36.2-84	A validação e a demonstração x verificação
124	O computador permite a precisão no traçado de figuras	RT.28.1-65	A preocupação, o cuidado e a precisão
125	Para processos contínuos o computador tem problemas de arredondamento	RT.28.3-67	A preocupação, o cuidado e a precisão
126	Na vida real as medidas não são precisas	RT.29.1-69	A preocupação, o cuidado e a precisão
127	A precisão também é crítica em casos de matemática aplicada	RT.30.1-70	A preocupação, o cuidado e a precisão
128	O computador faz pequenos	RT.31.1-71, RT. 31.2-72	A preocupação, o cuidado e a precisão

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
	arredondamentos - que podem tornar erros grandes (problemas da vida real)		
129	Ter ciência dos erros do computador (arredondamentos, bug) para análise da resposta	RT.20.2-43, RT.32.1-73, RT.42.2-96	A preocupação, o cuidado e a precisão
130	Escolha do melhor método	RT.33.1-76	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
131	O computador possibilita dedução que sem ele seria muito difícil	RT.35.1-80, MS.6.1-10	Impossibilidade ou dificuldade de se fazer sem o computador
132	Interpretação dos dados obtidos a partir do conhecimento do conteúdo	RT.37.2-87, RA.6.3-14	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
133	Ampliação do investigado (para outros casos)	RT.38.2-90	Possibilidade de investigação
134	Investigar e ampliar o conhecido	RT.40.1-93	Possibilidade de investigação
135	O computador é uma ferramenta (para desenvolver matemática/confirmar dados)	RT.41.1-94, MS.3.1-6, MS.4.1-7	Características do computador ou <i>software</i>
136	O computador não impede outras formas de validação de hipóteses	RT.43.1-97	A validação e a demonstração x verificação
137	O software possibilita a interpretação de resultados	MS.1.2-2, MS.2.1-3	Possibilidade de investigação
138	O computador permite a análise de comportamento da superfície	MS.2.2-4	Possibilidade de investigação
139	As tecnologias são facilitadoras do trabalho	MS.7.1-11	Características do computador ou <i>software</i>
140	As tecnologias permitem um ganho de tempo	MS.8.1-12	Características do computador ou <i>software</i>
141	As tecnologias não	MS.9.1-13, MS.10.2-17	A validação e a

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
	permitem validação (demonstração)		demonstração e verificação x
142	As descobertas com tecnologias são conjecturas	MS.10.3-18	Possibilidade de investigação
143	As tecnologias contribuem para confirmação de dados	MS.5.1-8	Possibilidade de investigação
144	O computador tem potencialidade para mostrar erros	SP.3.1-4	Possibilidade de investigação
145	O computador aponta o erro com rapidez	SP.3.2-5	Possibilidade de investigação
146	O computador não pode mostrar a validade, mas aponta o erro, se houver.	SP.3.3-6	A validação e demonstração e verificação x
147	O computador aponta erros com exatidão	SP.4.2-8	Possibilidade de investigação
148	O computador permite avaliar modelos	SP.4.3-9	Possibilidade de investigação
149	A partir do apontamento dos erros você reorganiza o trabalho	SP.4.4-10	Possibilidade de investigação
150	Possibilita a análise do modelo (pelo apontamento de erros)	SP.5.1-11	Possibilidade de investigação
151	O computador permite a busca de contraexemplos	SP.6.1-12	Possibilidade de investigação
152	O computador permite a análise do modelo para avanço	SP.6.2-13	Possibilidade de investigação
153	A validade a partir do computador é dada pelos contraexemplos	SP.6.3-14	A validação e a demonstração e verificação x
154	O computador abriu a possibilidade da pesquisa em computação gráfica	SP.7.1-15	Abertura ao novo
155	O computador permite a criação de variedade de cenários	SP.8.1-16	Possibilidade de investigação
156	O sujeito faz a escolha do modelo apropriado	SP.8.2-17	O pensar amparado/subsidiado pela matemática

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
157	O computador permite fazer investigações por meio de simulações	SP.9.1-18	Possibilidade de investigação
158	A computação gráfica permite a transformação de dados em imagens (comunicação)	SP.10.1-19	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
159	O computador é o objeto de trabalho	SP.11.1-20	Características do computador ou <i>software</i>
160	O computador permite expor resultados a partir da investigação de modelos	SP.12.1-21	Possibilidade de investigação
161	São importantes parâmetros de comparação para os resultados obtidos	SP.13.1-22	A diversidade manifesta
162	O computador não faz tudo com perfeição e nem faz tudo	SP.14.1-25	Características do computador ou <i>software</i>
163	Confronta a simulação com as hipóteses iniciais	RA.1.2-2	Possibilidade de investigação
164	O computador permite compreender o que foi feito analiticamente	RA.2.1-3	Possibilidade de investigação
165	O computador possibilita compreender o que está sendo investigado	RA.2.2-4	Possibilidade de investigação
166	O computador permite comunicar o que é feito	RA.3.1-5	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
167	O modo pelo qual o computador mostra os dados possibilita a compreensão	RA.3.2-6	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
168	A eficiência dos computadores é precária	SP.14.2-26, RA.4.1-8	Características do computador ou <i>software</i>
169	É preciso conhecimento para implementar dados significativos	RA.4.2-9	O pensar amparado/subsidiado pela matemática
170	As simulações permitem ver o que está acontecendo	RA.5.1-10	Possibilidade de investigação
171	O computador simula os	RA.6.1-12	Possibilidade de

Organização das U.S.	Ideias que se mantêm nas U. S.	Identificação/Localização das U.S.	Invariantes (Convergências interpretadas)
	dados e gera resultados		investigação
172	O computador possibilita o modelo para a análise	RA.6.2-13	Possibilidade de investigação
173	O computador permite a construção de um modelo que apresente a ideia do que está sendo investigado	RA.7.2-16	Possibilidade de investigação
174	O software permite apresentar o modelo de forma visual	RA.8.1-17	Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
175	O trabalho com simulações exige colaboradores	RA.9.1-18	Produzir com
176	O computador permite analisar o que está acontecendo	RA.10.1-19	Possibilidade de investigação
177	As simulações são resultados de computador validados pela teoria	RA.10.2-20	A validação e a demonstração x verificação
178	O computador é um complemento para a análise do modelo	RA.10.3-21	Características do computador ou <i>software</i> Possibilidade de investigação

Fonte: Produção da própria autora.

No primeiro movimento de redução vê-se 178 U.S., conforme exposto, convergindo para 11 invariantes. Esses invariantes são as ideias abrangentes interpretadas nas falas dos sujeitos. A seguir, no quadro 6.10, explicitamos esses invariantes e as U.S.

Quadro 6.10 – Invariantes.

Invariantes	U.S. que permitiram a construção do invariante
Características do computador ou <i>software</i>	1 – 3 – 4 – 5 – 18 – 21 – 46 – 100 – 135 – 139 – 140 – 159 – 162 – 168 – 178
Possibilidade de investigação	2 – 6 – 7 – 8 – 9 – 23 – 25 – 26 – 27 – 28 – 29 – 30 – 39 –

Invariantes	U.S. que permitiram a construção do invariante
	43 – 47 – 48 – 49 – 50 – 51 – 52 – 59 – 60 – 61- 65 – 66 – 72 – 74 – 76 – 89 – 90 – 91 – 94 – 95 – 96 – 97 – 99 – 101 – 102 – 104 – 105 – 106 – 107 – 108 – 133 – 134 – 137 – 138 – 142 – 143 – 144 – 145 – 147 – 148 – 149 – 150 – 151 – 152 – 155 – 157 – 160 – 163 – 164 – 165 – 170 -171 – 172 – 173 – 176 – 178
O pensar amparado/subsidiado pela matemática	10 – 13- 19 – 20 – 24 – 53 – 54 – 71 – 75 – 120 – 130 – 132 – 156 – 169
A validação e a demonstração x verificação	11 – 12 – 14 – 41 – 62 – 63 – 64 – 73 – 78 – 82 – 84 – 111 – 117 – 118 – 119 – 121 – 123 – 136 – 141 – 153 – 177
Impossibilidade ou dificuldade de se fazer sem o computador	17 – 55 – 56 – 131
A diversidade manifesta	16 – 31 – 32 – 33 – 69 – 77 – 79 – 80 – 92 – 161
Produzir com	36 – 67 – 70 – 103 – 114 – 115 – 122
Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização	44 – 45 – 57 – 58 – 65 – 93 – 112 – 116 – 158 – 166 – 167 – 174
A preocupação, o cuidado e a precisão	34 – 68 – 81 – 85 – 86 – 87 – 88 – 109 – 110 – 113 – 124 – 125 – 126 – 127 – 128 – 129 – 146
Características da matemática	37 – 38 – 42 – 46
Abertura ao novo	15 – 22 – 35 – 40 – 98 – 154

Fonte: Produção da própria autora.

Ainda buscando o que nessas ideias se mostra relevante à compreensão do interrogado demos continuidade ao movimento de interpretação. Destacamos que esse movimento, segundo Husserl, é o próprio movimento da *époché* ou redução fenomenológica, no qual o pesquisador procura colocar em “suspensão” ou “entre parênteses” seus conhecimentos ou opiniões sobre o que interroga de modo que seja possível que os dados lhe sejam reveladores do indagado. Considerando os invariantes à luz de nossa pergunta orientadora da pesquisa - *como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção* - vimos que, para eles, mostra-se *O Computador como potência para a produção matemática e expressão*, há um *Pensar*

Matemático ao ser-com o computador e há *Modos de investigação na produção com o computador*. São essas as grandes regiões de generalidade ou as Categorias Abertas que passaremos a discutir na próxima seção expondo o modo pelo qual a pesquisa foi compreendida. Antes, porém, trazemos o quadro 6.11 com as convergências para as Categorias Abertas, procurando elucidar o movimento de análise efetuado.

Quadro 6.11 – Categorias Abertas (Segunda Redução).

Invariantes	Categorias Abertas
Características do computador ou <i>software</i> Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização	O COMPUTADOR COMO POTÊNCIA PARA A PRODUÇÃO MATEMÁTICA E EXPRESSÃO
O pensar amparado/subsidiado pela matemática O produzir com A validação e a demonstração \times verificação A preocupação, o cuidado e a precisão Características da matemática	O PENSAR MATEMÁTICO AO SER-COM O COMPUTADOR
Possibilidade de investigação Impossibilidade ou dificuldade de se fazer sem o computador A diversidade manifesta Abertura ao novo	MODOS DE INVESTIGAÇÃO NA PRODUÇÃO COM O COMPUTADOR

Fonte: Produção da própria autora

SÉTIMA SEÇÃO

Mas as sementes são invisíveis. Elas dormem nas entranhas da terra até que uma cisme de despertar. Então ela se espreguiça e lança, timidamente, para o sol, um inofensivo galhinho. Se for de roseira ou rabanete, podemos deixar que cresça à vontade. Mas quando percebemos que se trata de uma planta ruim, é preciso que a arranquemos imediatamente. (SAINT-EXUPÉRY, 2014, p. 20-1)

7 INTERPRETAÇÃO DAS CATEGORIAS ABERTAS: CAMINHANDO À COMPREENSÃO DA PESQUISA

Para que se possa compreender o interrogado na pesquisa é preciso que o pesquisador esteja sempre atento ao que a interrogação interroga.

Num primeiro momento os dados são como as sementes invisíveis de que nos diz Saint-Exupéry. O fenômeno “dorme”, até que o pesquisador se volte para seus dados e, pela análise, faça com que ele desperte.

A interrogação orienta o pesquisador para que ele consiga separar as sementes de “roseira” e “rabanetes” das sementes de “baobás” que, por mais que façam parte do discurso, não lhe traz compreensões acerca do investigado.

Pela análise se vai compreendendo a estrutura do fenômeno. No entanto, é preciso ir além...

O movimento de análise ideográfica e nomotética nos permitiu a construção de três categorias abertas: *O computador como potência para a produção matemática e expressão, O pensar matemático ao ser-com o computador e Modos de investigação na produção com o computador.* Elas indicam a estrutura do fenômeno e, embora essas categorias nos permitam expor uma ideia acerca de como estamos compreendendo a interrogação “*como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*”, a nossa pesquisa não se esgota em sua enunciação.

Ou seja, para além da organização em categorias abertas nos voltamos à elas buscando compreendê-las e articular o que é dito pelos sujeitos no momento de análise. É uma articulação e interpretação que possibilita expor compreensões do fenômeno interrogado e explicitar o sentido que a pesquisa faz para o pesquisador.

7.1 O pensar matemático ao ser-com o computador

Esta categoria revela, pela fala dos sujeitos, a importância do pensar matemático na produção do conhecimento com o computador. O quadro 7.1 expõe os invariantes que convergiram para esta categoria.

Quadro 7.1: A categoria aberta *O pensar matemático ao ser-com o computador*.

Invariantes que permitiram a construção da categoria aberta: O pensar matemático ao ser-com o computador
O pensar amparado/subsidiado pela matemática
Produzir com
A validação e a demonstração \times verificação
A preocupação, o cuidado e a precisão
Características da matemática

Concorrem para essa Categoria cinco invariantes que indicam que o pensar matemático ao ser-com o computador se mostra na produção matemática quando o que está junto é o computador. Revelam aspectos ou características da Matemática produzida com o computador. Nesse sentido, podemos questionar: o que é Matemática?

Conforme Silva (2002, p. 6), pode-se dizer que a Matemática é uma ciência em que “uma das características fundamentais /.../ é sua universalidade”.

Por outro lado, Davis e Hersh (1986, p. 31), dizem que “Uma definição pouco sofisticada /.../ é que a *matemática é a ciência da quantidade e do espaço*” (grifos dos

autores) e que, não sendo sofisticada, poderia ser ampliada por algo que diga que “a matemática também trata do simbolismo relacionado com as quantidades e o espaço” (DAVIS; HERSH, 1986, p. 31).

Em Abbagnano (2007, p. 642), vê-se que “podem ser distinguidas quatro definições fundamentais” para a Matemática. A primeira trata a Matemática como *Ciência da quantidade* e é entendida como a primeira definição filosófica da Matemática. O autor diz que essa definição foi formulada por Aristóteles, embora estivesse de modo implícito nas considerações de Platão acerca da aritmética e também da geometria. Esse conceito de Matemática persistiu por muito tempo, mas “começou a parecer insuficiente para exprimir todos os aspectos desse campo de estudos” (ABBAGNANO, 2007, p. 643). A segunda definição considera a Matemática a *ciência das relações*, ou seja, coloca-a estreitamente ligada à lógica ou como parte desta. Os antecedentes dessa concepção, de acordo com Abbagnano (2007), podem ser encontrados em Descartes.

Na terceira concepção a Matemática é a *ciência do possível*, onde o possível é tomado como aquilo que não implica contradição. Esta terceira definição é pertencente à corrente filosófica *formalista*. Já a quarta definição toma a Matemática como a *ciência da construção possível*, ou seja, a Matemática é a ciência que tem por objeto a *possibilidade de construção*. Abbagnano (2007, p. 645) diz que esta quarta definição “trata-se da noção kantiana da Matemática como ‘construção de conceitos’”, defendida pelo *intuicionismo*.

O que diz Abbagnano (2007) corrobora Davis e Hersh (1986, p. 33) quando afirmam que “a definição de matemática muda. Cada geração e cada matemático sério, em uma dada geração, formulam uma definição de acordo com seu entendimento”. Para esclarecer tal afirmação, os autores sugerem que consideremos Arquimedes, Newton e Gauss, que trouxeram contribuições para a Matemática que foram sendo construídas e se consolidando ao longo do tempo. Tanto Arquimedes quanto Newton e Gauss, sabiam que em um triângulo a soma dos ângulos internos equivale a 180° . No entanto, afirmam Davis e Hersh (1986), o que diferenciava o saber de cada um deles era o modo de pensar.

O que estava na mente de Arquimedes era diferente do que estava na mente de Newton e isso, por sua vez, diferia do que estava na mente de Gauss. Não é somente um problema de “mais”, que Gauss sabia mais matemática do que Newton, o qual, por sua vez, sabia mais do que Arquimedes. É também um problema de “diferente”. O estado atual do conhecimento está entrelaçado em uma rede de motivações e aspirações diferentes, interpretações e potencialidades diferentes. (DAVIS; HERSH, 1986, p. 59-60).

Ainda, de acordo com Davis e Hersh (1986, p. 60), “para entender a matemática de uma época anterior, é exigido que penetremos na consciência individual e coletiva

contemporâneas”, o que, segundo os autores, é uma difícil missão, uma vez que os escritos não dão conta de expressar tudo aquilo que se passava na “cabeça” do matemático naquele momento. Os escritos não “descrevem a rede da consciência em detalhes. É improvável que se possa reconstruir a significação da matemática baseando-se somente nos registros escritos” (DAVIS; HERSH, 1986, p. 60).

Esse modo de os autores falarem do significado da Matemática anuncia que entender *O que é a Matemática*, nos faz olhar na perspectiva do seu produtor, o que nos remete, também, à ideia de produção e produção do conhecimento. Diz do pensar matemático, das motivações e potencialidades diferentes dos matemáticos, tal qual foi possível ouvir de cada um dos matemáticos que se dispuseram a conversar conosco.

Trazer compreensões acerca da ciência Matemática é relevante para falar do pensar matemático, que é um pensar que está imerso nos aspectos ou nas características dessa área do conhecimento e o produzido é assentado, subsidiado e validado pelo modo específico de pensamento de sua comunidade. Um pensar que, para os sujeitos de nossa pesquisa exige o conhecimento do conteúdo e é validado segundo determinadas regras, que são aceitas pela comunidade; é expresso por certo tipo de linguagem.

Essa linguagem, que expressa a produção em Matemática, faz sentido para quem participa dessa comunidade. Segundo Lorenzatti (2009, p. 90), “a linguagem matemática pode ser definida como um sistema simbólico, com símbolos próprios que se relacionam segundo determinadas regras” cuja “apropriação desse conhecimento é indissociável do processo de construção do conhecimento matemático”.

Bicudo (1991, p. 93), ao voltar-se para a linguagem matemática, também afirma que “os textos matemáticos são escritos em uma simbologia específica, e expressam compreensão/interpretações matemáticas via símbolos, metáforas, analogias. Veicula ideologias, concepções específicas de matemática aceitas socialmente”. Algumas características da Matemática são destacadas por pessoas que pertencem à comunidade matemática e são consideradas produtores. Essas características devem ser observadas ao se produzir matemática e, algumas delas, são explícitas na fala dos matemáticos com os quais conversamos durante as entrevistas.

A partir dos excertos das falas dos sujeitos da pesquisa, vê-se que o rigor matemático é uma preocupação presente e manifesta em sua produção com o computador. Esse rigor é exigido, também, pelas características da Matemática que a revelam como uma ciência com linguagem própria, com simbologias e regras. Mostra-se relevante, nos discursos, o cuidado que o matemático deve ter, seja para a análise das respostas obtidas em uma simulação com o

computador, seja em relação à escolha de um modelo ou de um *software*. Há uma preocupação com a precisão do resultado, que deve levar em consideração as casas decimais ou os arredondamentos que o programa pode fazer. A precisão exige, também, que se tenha ciência dos erros que o computador pode cometer, quando se analisa uma resposta. *O computador é um parceiro*, afirmam nossos sujeitos, mas, como qualquer outro que está comigo, deve ter suas respostas verificadas, analisadas, consideradas como passíveis de terem falhas.

Sobre isso, afirma RT.32 “*Pessoas que trabalham seriamente com o computador tem que estar cientes que esses erros numéricos podem existir*”.

Vê-se, em sua fala, uma preocupação e um cuidado que são justificados em decorrência da natureza do computador, ou seja, além da capacidade numérica de cada *software*, há possibilidade de existir um *bug* que comprometa seu funcionamento, o que precisa ser identificado pelo sujeito para que ele não assuma dados indevidos e comprometa os resultados que serão divulgados.

A validação do que é produzido em Matemática é outra característica presente nas falas de nossos entrevistados, quando eles dizem que há necessidade de haver uma demonstração e a verificação. Segundo o que afirmam, podemos interpretar que há momentos em que o feito com o computador mostra algo que ele, o matemático, estava querendo compreender. Esse “mostrar” elucida alguma ideia que ele já tinha ou sugere outras que não havia se pensado. Há outros momentos em que, pelo computador, é possível validar uma conjectura. Porém, os matemáticos, sujeitos de nossa pesquisa, afirmam que, embora o computador auxilie na demonstração, o que é feito por ele ainda não pode ser considerado uma demonstração. Então, segundo alguns sujeitos argumentam, o que no computador se pode investigar, “faz ver” ou “dá convicção”, mas não prova (RT.27, RT.32, NS.6, MS.9).

É preciso demonstrar, dizem os sujeitos. Mas, o que significa demonstrar?

De acordo com Davis e Hersh (1986), a primeira demonstração, na história da matemática, foi dada por Thales de Mileto (600 a.C.). Ele demonstrou que o diâmetro de um círculo o divide em duas partes iguais. Isso, embora seja uma afirmativa simples, revela uma genialidade, que foi perceber que uma demonstração é possível e necessária (DAVIS; HERSH, 1986). De modo geral, segundo afirmam esses autores, tradicionalmente, as demonstrações foram encontradas, primeiramente, em Euclides.

Procurar compreender “o que é demonstração?”, levou-nos a leitura de Bicudo (2002). Nele, entende-se que a demonstração matemática é o que satisfaz a comunidade dos especialistas, não interessando o quanto possam estar distantes do ideal lógico. Garnica

(2002) mostra-nos que, essa comunidade de profissionais, é responsável pela produção em Matemática e é quem define o tipo de discurso que veicula o produzido, bem como quando ele deve ser aceito como válido (ou não). A prova rigorosa é o fio condutor do regime de verdade ou seu estilo. A abstração, formalização, axiomatização e a dedução são os ingredientes de uma demonstração, conforme Davis e Hersh (1986).

Silva (2002), diz que uma demonstração ou prova, como alguns preferem chamar, tem várias finalidades. Dentre elas, está a de estabelecer a veracidade relativa de um enunciado (a tese da demonstração), por meio de uma linguagem rigorosa que siga determinados padrões.

Bicudo (2002) enfatiza que, quando um matemático vai expor uma teoria a seus pares, preocupa-se com duas operações fundamentais: *definir* seus conceitos e *demonstrar* as propriedades desses conceitos. Definir um conceito significa explicá-lo em termos de outros conceitos, e demonstrar uma proposição, significa argumentar pela aceitação de sua validade, a partir da validade de outras proposições já demonstradas (BICUDO, 2002). Salienta a impossibilidade de se definir todas as noções matemáticas e demonstrar todas as proposições necessárias exigidas por uma demonstração. Assim,

lança-se mão de alguns conceitos, tomados sem definição e de algumas proposições, aceitas sem demonstração e estabelece-se, por assim dizer, a arquitetura das teorias matemáticas: conceitos primitivos e conceitos derivados; axiomas e teoremas. (BICUDO, 2002, p. 80).

O autor salienta que “falar em matemática é falar de demonstração” (BICUDO, 2002, p.80).

Tomando como exemplo o livro “Mathematical Logic” de Shoenfield, Bicudo (2002, p. 80) diz que,

O aspecto conspícuo da matemática, em oposição às outras ciências, é o uso da DEMONSTRAÇÃO, em vez da observação. /.../ Um matemático pode, ocasionalmente, usar a observação; pode, por exemplo, medir os ângulos de muitos triângulos e concluir que a soma dos ângulos é sempre 180° . Entretanto, aceitará isso, como uma lei da matemática, somente quando tiver sido demonstrado.

Isso nos faz entender a afirmação de alguns dos sujeitos de nossa pesquisa quando dizem que, ao final do seu trabalho, sentem a necessidade de ter uma demonstração para o produzido de modo que se explicita a força da matemática, como quando, ao investigar com o computador, o sujeito afirma:

quando você põe para funcionar aquilo, você acha trajetórias e a matemática dita pura já provou que uma trajetória não corta a outra. (JM.9, Sujeito da pesquisa).

De acordo com Silva (2002, p. 70), essa demonstração a que se referem os sujeitos de nossa pesquisa, “é um objeto que alguém oferece a alguém a fim de convencê-lo da verdade de uma asserção”, bem como de validar uma investigação ou desprezá-la. Os sujeitos (RT.23, JS.6, MS.12), em vários momentos, quando falam da validação do que investigam com o computador, manifestam o desejo de que o “descoberto” seja válido, seja verdadeiro e possa ser compartilhado com a comunidade.

Ela [a Tecnologia] se torna uma ferramenta muito potente para algumas áreas [...], mas aquilo só se torna, realmente, resultado em matemática, não por causa da tecnologia, mas por causa da matemática em si, por causa do sistema matemático. (MS.12, Sujeito da pesquisa).

O que o sujeito expressa em seu modo de entender, revela a questão da pertinência, generalidade e veracidade do que, por meio das tecnologias, pode vir a ser identificado. Bicudo (2002), ao considerar observações de Hermann Weyl, em “Das Continuum”, nos diz que

A matemática ocupa-se com julgamentos PERTINENTES, GERAIS, VERDADEIROS. Entre esses estão uns poucos que são imediatamente reconhecidos como verdadeiros, os AXIOMAS /.../ Como nossa recente discussão das leis da lógica sugere, um sistema de inferências “elementares” que, em geral, toma a forma de um organismo de muitos membros, é necessário, a fim de demonstrar que um julgamento U é uma consequência dos axiomas. Para ser comunicado, esse sistema deve, então, ser transformado, de um modo artificial, em uma cadeia de elos interligados. É dessa maneira que uma DEMONSTRAÇÃO matemática tem lugar. Aqui, todo discernimento, que deve ser efetivado, é concentrado nas inferências lógicas, e não mais dirigidos aos objetos e estados de coisas sobre o que as determinações foram feitas.

Ian Stewart e David Tall, no livro “The Foundations of Mathematics”, também citado por Bicudo (2002), após analisarem uma demonstração de um teorema e a reelaborarem segundo os padrões exigidos pela lógica, afirmam que

Essa análise de uma demonstração relativamente simples mostra que os matemáticos não escrevem demonstrações, precisamente, do modo descrito pela lógica. Passos são omitidos, tanto quando hipóteses são introduzidas como quando deduções são feitas; novas definições são produzidas; e o pacote todo é embrulhado em um estilo de prosa fluente, em total contraste com uma sequência formal de proposições. (STEWART; TALL, 1977 apud BICUDO, 2002, p. 83).

Os autores explicitam que esse modo de demonstrar se deve ao fato de que os matemáticos já escreviam demonstrações muito antes de elas serem analisadas logicamente. O estilo em prosa era o utilizado e ainda é.

A principal razão é que a omissão de pormenores triviais e o uso de novos símbolos para construções complicadas são parte do processo de tentar tornar as deduções mais compreensíveis. A mente humana constrói teorias pelo reconhecimento de padrões e encobrindo pormenores, que são bem entendidos, de modo a poder concentrar-se no material novo. /.../ Em uma demonstração escrita, a dedução lógica passo a passo é, portanto, reduzida, onde seja já uma parte da técnica básica do leitor; assim, ele pode compreender a estrutura geral.

Quando desenvolve uma nova teoria, o matemático praticamente tende a distinguir entre fatos bem estabelecidos, que fazem parte de sua técnica, e aqueles que estão no novo material, sendo forjado. Ele, então, toma as ideias estabelecidas, em boa parte, como sabidas, encurtando vários passos em uma única linha, em que sua técnica é fluente, frequentemente, sem dar referências explícitas sobre onde encontrar as demonstrações desses fatos. Faz isso, confiante em que, se for desafiado, possa preencher as lacunas de sua demonstração (embora sua memória deva pagar o preço de recordar todos os fatos).

Resultados recentemente estabelecidos constituem o núcleo da teoria que está sendo desenvolvida, e são, portanto, tratados com grande cuidado. Serão enunciados, claramente, como hipóteses, quando necessários, e serão dadas referências quanto a suas demonstrações.

Quando omitir passos lógicos ou referências, em uma demonstração, e quando dá-los todos, é parte da indefinível qualidade: estilo matemático. Diferentes matemáticos diferirão em sua opinião. (STEWART; TALL, 1977 apud BICUDO, 2002, p. 83).

Bicudo (2002) considera que essa descrição de Stewart e Tall, é bastante razoável quando se diz do modo de o matemático proceder para construir uma demonstração, embora ainda possa haver espaço para dúvidas e questionamentos. Bicudo (2002), ao longo de sua descrição, conclui que o problema epistemológico “o que é uma demonstração matemática?” é difícil de ser respondido, pois, quando se trata de demonstração matemática, o matemático parece estar na mesma posição de Santo Agostinho, isto é, “se não me perguntam o que é, eu sei; se me perguntam, e eu queira explicar, não sei” (BICUDO, 2002, p. 85).

A complexidade que envolve a tentativa de dizer “*o que é uma demonstração matemática*” pode ser compreendida em decorrência dos vários modos de pensá-la e fazê-la que são aceitos pela comunidade de matemáticos em certa época e em certa região (ou área dessa ciência). No entanto, para discutirmos as características da produção matemática com o computador, que são expressas pelos sujeitos da nossa pesquisa, a demonstração matemática mostra-se como importante à compreensão da categoria *O pensar matemático ao ser-com o computador*. Ou seja, não temos a pretensão de esgotar o tema ou definir “o que é a demonstração em matemática”. Nosso interesse é dialogar sobre o tema expondo aspectos do que compreendem e expressam os matemáticos com os quais dialogamos e que produzem matemática com o computador.

Destacamos que não se pode negar que há diversas concepções, conforme acima tentamos expor e há, também, críticas a um ou outro modo específico de validar um conhecimento matemático: considerando o que se assume como sendo uma demonstração. Tais concepções ou críticas não são objeto de discussão nesta tese, pois consideramos que os matemáticos entrevistados entendem a validade de sua produção no sentido exposto por Bicudo (2002) e Silva (2002). Porém, caso haja interesse, Bicudo e Garnica (2011), por exemplo, discutem o sentido da etnoargumentação, em um rumo distinto do que estamos expondo ou do que os nossos entrevistados declaram.

Outro ponto que gera críticas e discussão na comunidade matemática é a questão da prova e demonstração por computador.

Ou seja, se perguntamos *O computador prova?* ou *O computador faz a demonstração?*, alguns dirão que sim e outros dirão que não. O Teorema das Quatro Cores, que teve sua demonstração possibilitada pelo computador, aparece nas falas dos nossos sujeitos, diversas vezes. Talvez por ter sido um problema que ficou em aberto por muito tempo, ou porque vários matemáticos trabalharam nele, ou ainda porque as demonstrações possíveis, até o momento, são as que utilizam o computador, esse tema é recorrente na fala dos entrevistados.

O “Problema das Quatro Cores”, como nos diz Sousa (2001), trata da determinação do número mínimo de cores para se colorir um mapa, seja de países reais ou imaginários, de modo que países com fronteira comum tenham cores diferentes. Francis Guthrie, em 1852, conjecturou que o número mínimo de cores era 4. Somente em 1976, mais de cem anos depois, é que se conseguiu provar que a conjectura estava certa, obtendo-se, então, o famoso Teorema das Quatro Cores. Sousa (2001) diz que o Problema das Quatro Cores tem a característica de um problema matemático de formulação simples, mas de uma complexidade de resolução que o fez permanecer por mais de cem anos sem resolução. Para estabelecer uma comparação, cita o Último Teorema de Fermat, que ficou famoso e, também, foi demonstrado após muitos anos.

Muitos dos melhores matemáticos do século XX se debruçaram sobre o problema e, de acordo com Sousa (2001), este estudo teve um papel significativo no desenvolvimento da Teoria dos Grafos. Segundo esse autor, os matemáticos, na busca pela demonstração, “pelo caminho, muitas questões foram postas e vários problemas relacionados foram resolvidos” (SOUSA, 2001, p. 126).

No ano de 1879, Alfred Bray Kempe, publicou uma demonstração completa do Teorema das Quatro Cores que foi estudada por diversos matemáticos que o consideraram estabelecido, isto é, demonstrado. Porém, em 1890, Percy John Heawood, provou que a

demonstração tinha um erro. Embora não tenha conseguido obter uma demonstração alternativa, Heawood provou o Teorema das Cinco Cores, em que não seriam necessárias mais de cinco cores para colorir o mapa.

Em 1976, Kenneth Appel e Wolfgang Haken, com ajuda de um IBM 360, apresentaram uma demonstração do Teorema das Quatro Cores. Sousa (2001) comenta que a notícia entusiasmou muitos professores pelos departamentos de matemática, mas, quando souberam que a demonstração incluía mais de mil horas de uso de computadores de alta velocidade, essa euforia se esfriou. A autora afirma que a prova era longa para ser feita à mão e o motivo desse “esfriamento” por parte dos matemáticos era a possibilidade de os computadores terem cometido algum erro de difícil detecção.

Por mais que a validade da demonstração seja aceita pela maioria dos membros da comunidade matemática, Sousa (2001) salienta que “está em causa o reconhecer uma argumentação baseada numa enorme quantidade de cálculos por computador, impossíveis de serem verificados detalhadamente por um ser humano durante toda sua vida” (SOUSA, 2001, p. 134).

Em 1994, Paul D. Seymour, em um trabalho conjunto com Neil Robertson, Daniel P. Sanders e Robin Thomas, apresentaram uma prova simplificada do Teorema das Quatro Cores, mas não conseguiram dispensar o uso do computador. Com isso, a questão de construir uma demonstração do Teorema das Quatro Cores que não necessite de um computador continua em aberto (SOUSA, 2001, p. 134).

Isso, segundo o que interpretamos, ao ouvir sujeitos de pesquisa, parece que ainda não é algo totalmente resolvido (ou aceito) pela comunidade.

teve aquela polêmica lá do teorema das quatro cores, que teve demonstração por computadores, nos anos 70 e que nunca se conseguiu uma demonstração formalizada. Isso também pode acontecer, é claro. Mas, o pessoal teve que gastar horas para fazer a programação das verificações (JS.6, Sujeito da pesquisa).

Criou um paradigma novo. O pessoal teve que repensar a questão das verdades matemáticas não serem construídas apenas pelo pensamento humano, pode ter o uso de uma tecnologia /.../ esse é um problema que surgiu meio que de maneira lúdica e até suscitou um problema de matemática de pesquisa, deu origem a teoria dos grafos /.../ e acabou tendo uma resposta positiva /.../ é verdadeira essa afirmação, muito embora ninguém tenha conseguido demonstrar isso formalmente como os matemáticos fazem, mas com o uso de computadores verificando uma grande sequência de casos particulares. [...] hoje parece que isso é um pouco superado, já houve até simplificações do algoritmo, programa, mas nada além disso. O computador ainda está

lá como o elemento da demonstração, o programa (JS.7, sujeito da pesquisa).

Como podemos perceber pela fala do professor JS, a demonstração do teorema das quatro cores, tendo o computador como elemento importante na demonstração, mobilizou os matemáticos quanto à aceitação ou não da demonstração. Criou um paradigma, como diz, uma vez que o feito pelo computador mostra ou faz ver, porém não pode ser validado como entendem ser necessário, via linguagem formal. Mas, por outro lado, sua investigação no computador possibilitou novos problemas de pesquisa, fez surgir novas teorias, como a dos grafos.

O que na fala dos sujeitos se mostra é que houve uma grande discussão sobre a aceitação desse tipo de demonstração, pois foi o computador que analisou para diversos casos, o que implica que não se tem o domínio ou conhecimento do todo da demonstração. Segundo eles, uma demonstração requer aquele passo a passo passível de uma conferência em busca de lacunas ou possíveis erros para que seja aceita pela comunidade dos matemáticos, que eles chamam de “puristas”.

A resposta à pergunta se *o computador demonstra ou não?*, não é consensual, como dizem nossos sujeitos de pesquisa. Para o professor MS, o processo de validação matemática se dá via demonstração, pois o

processo de validação matemática é diferente, ele vem via demonstração, via uma linguagem formal, demonstração formal, então eu não diria uma validação, mas uma verificação. (MS.9, sujeito da pesquisa).

Ele admite que o computador o auxilia em sua investigação e na verificação de resultados, mas enfatiza que

não é validação. Porque a validação não adianta, pode até se tornar uma conjectura, mas não deixa de ser uma conjectura. Se você não apresenta uma demonstração formal daquilo, ainda continua a ser uma conjectura. (MS.10, sujeito da pesquisa).

Continua expondo seu ponto de vista sobre o tema

A tecnologia é fantástica para lançar conjecturas, mas não passa disso, para lançar conjecturas. Para demonstrar você precisa recorrer ao sistema axiomático formal da matemática e, a partir daquilo, escrever uma demonstração. Você não tem como fugir disso. (MS.11, sujeito da pesquisa).

O depoimento do professor MS mostra que a tecnologia, para ele, potencializa o seu trabalho, permite que ele faça verificações e levante conjecturas, mas não que valide o produzido, o que cabe à demonstração formal.

Contrariamente a ele, o professor RT, mostra-se favorável à demonstração feita com auxílio de um computador. Para ele,

Da mesma maneira que a pessoa que escreve um artigo clássico tem que explicar todas as coisas que ele fez para a gente ler, criticar e procurar achar os erros, as pessoas que produzem demonstrações feitas com o auxílio do computador, algoritmos, imagino que elas vão publicar o algoritmo para você poder ler, verificar, contestar, ver se uma coisa pode dar errado. Então, elas são suscetíveis a erro? Sim. Tanto quanto as clássicas, por exemplo. (RT.20, sujeito da pesquisa).

Embora sua fala nos permita compreender que ele considera possível uma demonstração com o computador, inclusive destacando que o cuidado na produção com o computador deve ser o mesmo que se tem com a demonstração formal, ele diz que não possui nenhum artigo explicitando uma demonstração com o uso do Geogebra, *software* que afirma utilizar em suas pesquisas. Isso porque, segundo diz,

Por mais que a gente veja, motiva, por mais que a gente enxergue o teorema no Geogebra, a gente sente ainda a necessidade de demonstrar formalmente. (RT. 23, sujeito da pesquisa).

Ou seja, embora se mostre favorável à demonstração com computador, tal qual o professor MS, RT também segue o sistema axiomático formal para validar suas pesquisas com o computador.

Ele diz,

se você pega um dos últimos artigos que a gente tem publicado, eles são artigos de matemática discreta que a gente utiliza o Geogebra para fazer figuras /.../ a gente cita que usou o Geogebra /.../ mas, de fato, de fato, a teoria que fica escrita no artigo, ela não precisa do Geogebra para ser construída. A gente usou o Geogebra para descobrir os teoremas, mas depois a gente vai provar da maneira clássica que todo mundo faz. (RT.5, sujeito da pesquisa).

Interpretamos que o computador dá muitas aberturas para a investigação matemática, porém, para expressar o produzido, os sujeitos recorrem à demonstração formal. Isso pode ser justificado pelo que argumenta o professor NS, quando diz que

tem essa espécie de linha oficial da matemática que é: ou a coisa está provada ou ela não está provada. Se ela está provada não tem dúvida nenhuma, é absolutamente certo. (NS.11, sujeito da pesquisa).

A prova é considerada por eles a partir de uma demonstração formal.

Igualmente ouvi-se JS.5, quando afirma que, ao usar um *software*, pode-se fazer experimentos para

corroborar uma desconfiança, uma suspeita, uma conjectura, mas a construção do conhecimento matemático, a consolidação dele, é no campo das ideias mesmo. (JS.5, sujeito da pesquisa).

Na fala desse sujeito, interpreta-se que a característica da produção matemática é a demonstração, ou seja, ele entende que o conhecimento matemático se consolida quando provado, formalmente.

No entanto, outro aspecto ou característica relevante à produção do conhecimento matemático que compreendemos na fala dos sujeitos, é relativa ao modo pelo qual esse matemático vê o computador, *como um parceiro na produção*. O professor NS compara o computador com

aquele colega de trabalho que pensa muito diferente de você e ele sabe bem as coisas que você sabe mal, sabe mal as coisas que você sabe bem. Isso é legal /.../ porque cada um faz bem uma coisa e andam juntos. Então o computador é muito isso, ele é um parceiro, digamos assim, que ele faz super bem umas coisas, tipo olhar um bilhão de exemplos. Mas, outras coisas, a cabeça humana faz melhor, então é uma parceria entre dois ... habilidades diferentes. Então funciona dos jeitos mais variados. (NS.13, sujeito da pesquisa).

O computador é, para NS, aquele parceiro que vai potencializando o trabalho, dialogando, fazendo ver, permitindo avançar.

Igualmente, outros sujeitos, embora não usem a palavra “parceiro”, mostram que o computador “faz ver”, “traz clareza”, “sugere novas conjecturas”, “dá convicção”. Ou seja, os sujeitos argumentam que, ao ser-com o computador, ele lhes mostra algo, possibilita a investigação.

A investigação, se nos voltamos para Ponte (2003), pode ser vista diretamente atrelada na produção e divulgação do conhecimento,

requer uma racionalidade muito diferente da simples opinião. Pressupõe, da parte de quem a realiza, um esforço de clareza nos conceitos, nos raciocínios e nos procedimentos. Pressupõe reflexão, debate e crítica aprofundada pela comunidade dos pares. Isso requer, naturalmente, que as ideias sejam apresentadas de forma suficientemente detalhada e rigorosa para poderem ser compreendidas e debatidas. Exige uma racionalidade argumentativa mais sólida do que a simples justificação *ad hoc* e exige que se saiba qual o paradigma ou enquadramento teórico geral por onde essa racionalidade pode ser aferida. (PONTE, 2003, p. 21).

Essa forma detalhada e rigorosa da qual o autor fala, na produção do conhecimento matemático dos sujeitos que entrevistamos em nossa pesquisa, pode ser vista como sendo a demonstração formal. Mas, em que sentido o computador contribui para a investigação? Isso nos encaminha para outra característica da constituição e produção do conhecimento que se interpreta na pesquisa.

7.2 Modos de investigação na produção com o computador

Em nossa análise, interpretamos que a investigação é o caminho que possibilita ao matemático a constituição e a produção do conhecimento com o computador. Como fizemos com a categoria anterior, trazemos, no quadro 7.2, os invariantes que convergiram para esta categoria.

Quadro 7.2: *Categoria Modos de investigação na produção com o computador.*

Invariantes que permitiram a construção da categoria aberta: Modos de investigação na produção com o computador
Possibilidade de investigação
Impossibilidade ou dificuldade de se fazer sem o computador
A diversidade manifesta
Abertura ao novo

Ao entrevistarmos os matemáticos, que produzem conhecimento matemático com o computador, podemos ver explícito em sua fala, que a investigação vai conduzindo o seu trabalho e dando abertura à constituição e a produção do conhecimento matemático.

Ponte (2003) afirma que investigar, em um sentido amplo, é procurar conhecer, compreender e buscar soluções para os problemas com o qual nos deparamos. As diversas fases de um processo de investigação, segundo o autor, vão, desde a formulação de uma

questão, até a produção matemática, destacando, nesse caminhar, os testes e o refinamento de conjecturas, as tentativas de prova e o processo de divulgação de resultados. Nas entrevistas que fizemos com os matemáticos vimos, no modo de eles dizerem do seu trabalho, algo semelhante a essas “fases” enfatizadas por Ponte (2003). Os professores nos dizem que há, em sua pesquisa, algo que querem compreender, algo que, às vezes, já conhecem, mas que há, ainda, algo mais a ser analisado, pois, cada vez que lançamos um novo olhar para algo, outros elementos vão aparecendo, coisas que ainda não estavam claras vão sendo evidenciadas e até coisas novas podem ser vislumbradas. A investigação, tal qual destaca Ponte (2003), pode contribuir tanto para o desenvolvimento profissional dos envolvidos, isto é, da pessoa, quanto para o desenvolvimento do conhecimento e da cultura profissional de um campo ou área de atuação. Considerando a possibilidade de descobertas, o autor considera que, “em certos casos, tal investigação pode mesmo trazer novos elementos para o conhecimento e a cultura da sociedade” (PONTE, 2003, p. 17).

Algumas investigações, em decorrência de suas características, podem demorar pouco tempo, outras mais tempo e há aquelas que demoram anos, décadas ou séculos para serem concluídas, enfatiza Ponte (2003). Essa demora depende da complexidade do problema. Um exemplo é o Último Teorema de Fermat, conjecturado em 1637 pelo matemático Pierre de Fermat e demonstrado em 1995.

No entanto, mais relevante do que o tempo que se demora a realizar uma investigação, é a sua natureza ou característica. Ou seja, se consideramos que “a Matemática tem muitas faces e pode ser ‘praticada’ de muitas maneiras” (PONTE, 2001, p. 20) ou que existe “uma grande variedade de estilos potencialmente legítimos de fazer Matemática” (PONTE, 2001, p. 20), vê-se, na fala dos sujeitos de nossa pesquisa, aspectos bastante significativos ao modo como eles realizam uma investigação matemática.

Nos diferentes modos de investigação e produção matemática com o computador, que os sujeitos destacam, aparece o que Ponte (2001, p. 20) diz que todos os matemáticos fazem em sua investigação: “relacionar-se com a Matemática de modo interrogativo, colocando questões, formulando conjecturas, testando casos, encontrando analogias, estabelecendo relações lógicas”.

Na fala do professor NS, por exemplo, vê-se essa diversidade do modo de investigação.

Eu mostrei aqui para você as duas coisas, duas áreas nas quais eu mais tenho trabalhado recentemente, que são essas coisas de curvas e essa coisa das coberturas. E eu, em ambas, te contei que fiz uso do computador que foram bem diferentes. No das coberturas, teve muito mais uso de computador do que no das curvas, mas em ambas teve. E

eu acho que teve vários tipos de usos diferentes. Às vezes era coisa de fazer uma figura mais caprichada, mais caprichada do que seria possível, ou pelo menos possível para minha capacidade, em um tempo viável. Se é que eu ia conseguir fazer alguma coisa assim. Ou, às vezes, como nesse caso aí dos dominós, é uma coisa de testar ideias e sugerir conjecturas. (NS.25, sujeito da pesquisa).

O professor NS destaca que o computador teve uso distinto em cada uma das suas produções. Em uma, ele contribui para fazer ver, para a visualização, pois permite ao matemático construir curvas que não teriam precisão se desenhadas à mão, e, em outro trabalho, o computador lhe possibilitou testar hipóteses e elaborar conjecturas.

Outros entrevistados também afirmam que, talvez, conseguissem fazer o seu trabalho sem estar-com o computador, mas, provavelmente, levaria muito mais tempo e, muitas vezes, não teriam pensado do mesmo modo, pois o computador permite que eles vejam outras coisas, coisa que não haviam pensado e, até mesmo, lhes inspira perguntas e sugere conjecturas.

Alguns professores entrevistados afirmam que não seria possível fazer o que fazem sem o computador, como é o caso de SP.

*Meu trabalho todo é com o computador, minha vida é com o computador. Sem o computador a minha pesquisa não seria possível. A minha pesquisa foi feita para ser feita no computador, a computação gráfica nasceu com o computador, junto.
/.../ Para mim o computador não é nenhuma surpresa, ele é o meu objeto de trabalho. Minha pesquisa é toda computacional, toda ela. (SP. 7 e SP. 11, sujeito da pesquisa).*

Pelo fato de sua área ser a computação gráfica, área de pesquisa possibilitada pelo surgimento dos computadores, é impossível, para ele e para profissionais dessa área, trabalhar sem o computador.

Mas, mesmo para os professores que entrevistamos e que não são da computação gráfica, o computador pode ser aquele que possibilita o início da pesquisa, sugerindo conjecturas, elucidando algo que ele, matemático, já estava pensando, corroborando uma desconfiança. Ou seja, há momentos em que o computador possibilita o *insight*, permitindo que vejam outras coisas, que se escolha um caminho de investigação e se pense melhor sobre algo. Em outros momentos, o computador possibilita a validação de uma conjectura, verificar casos e dá abertura ao novo, permitindo ao matemático descobrir coisas novas, enunciar novos teoremas.

A realização de testes é outro modo de uso do computador destacado pelos sujeitos da pesquisa. Esses testes podem ser para exemplificar, para verificar hipóteses, para validar argumentações ou para analisar um modo variado (diferente) de fazer. No processo de testar,

ou fazer verificações, o computador vai evidenciando características que o matemático já pensava (intuía) sobre um determinado assunto, vai corroborando uma desconfiança ou mesmo vai abrindo o caminho para novas conjecturas. O professor NS enfatiza isso quando diz que,

o fato de você programar, leva você a entender melhor um conceito. Ou, talvez, te sugere perguntas que, sem aqueles exemplos, não te ocorresse fazer essa pergunta, não ocorresse nem sequer você pensar: 'será que isso é verdade?', mas, quando você vê exemplos, fica claro. (NS. 6, sujeito da pesquisa).

Evidencia-se, nessa fala do professor NS, que o modo de investigar com o computador permite ampliar o que é conhecido, mas, também, para outros sujeitos, investigar com o computador permite revisitar trabalhos antigos, considerando-os em outra perspectiva.

Diferentes *software* são mencionados pelos professores como o que lhes torna a investigação possível; o *Maple*, *Geogebra*, *Excel*, *Scientific Workplace*, *Mathematica*, *MatLab*, *Latex*, *Tex* e *TexMaker*. Programas em linguagens C++, Java ou Pascal, também são considerados para a construção de modelos matemáticos. Cada um desses *software* dão abertura à modos diferentes de investigação, em decorrência de sua natureza ou de suas especificidades.

A análise dos dados, nessa categoria, aponta para a impossibilidade ou dificuldade da investigação e produção do conhecimento sem o computador. O professor JM, por exemplo, fala disso lembrando teoremas que considera relevante à produção matemática. Afirma:

alguns teoremas importantes foram demonstrados recorrendo ao computador, como o célebre problema do mapa das quatro cores que se não fosse o computador não teria sido resolvido. (JM.8, sujeito da pesquisa).

O professor JS, exemplifica teoremas que, em contraposição ao Teorema das Quatro Cores, pôde ser feito sem o computador.

tem um negócio lá de álgebra, classificação dos grupos simples /.../ que requereu um time de pesquisas muito grande e, ao final, conseguiram concluir um trabalho arredondado, sem usar computador /.../ é diferente, milhares de páginas e uma compilação, um programa. É diferente! O que, nas quatro cores justamente não se consegue é fazer isso, é deixar o computador de lado e abraçar a causa, parece que não conseguiram. (JS.8, sujeito da pesquisa).

Embora os professores JM e JS digam da impossibilidade de demonstrar o teorema das quatro cores sem o computador, outros professores falaram sobre a impossibilidade ou

inviabilidade de conseguir fazer o que fazem sem o computador, como o professor NS que, considerando o empilhamento dos bloquinhos de madeira que analisa em sua pesquisa, diz:

Na mão é totalmente inviável, você vê nesse exemplo minúsculo.
(NS.7, sujeito da pesquisa).

ou, quando fala da família de curvas que investiga,

Essa figura seria impossível de fazer ou seria um trabalho insano fazer isso sem o computador. Então o computador entrou para desenhar esse pôster aí, para que eu pensasse melhor como é a combinatória dessa família de curvas. (NS.9, sujeito da pesquisa).

O professor RT também comenta que, embora fosse possível em sua pesquisa fazer a dedução sem o computador, não seria algo simples.

O que a gente faz, em certo sentido, é muito simples em matemática /.../ Mas, as ideias que aparecem não são óbvias se você não tivesse pensando com muito carinho nas coisas antes /.../ eu tenho certeza que eu vou te mostrar a figura e você vai dizer “Ah, isso não é tão complicado assim”. Olha, talvez não seja, mas eu repito, complicado demais para a gente fazer no braço e tentar deduzir o que a gente queria deduzir. (RT. 35, sujeito da pesquisa).

Destaca-se, dentre as falas dos sujeitos de pesquisa, a abertura à diversidade favorecida pelo computador. Essa diversidade envolve diferentes resultados para análise, a escolha de métodos, modelos e *software* para cálculos numéricos, algébricos, computação simbólica ou gráfica. Trata-se de uma variedade de possibilidades que vai permitindo, ao matemático, a análise dos resultados e a comparação necessária para que ele avance em termos de pesquisa. O professor JM salienta a importância da diversidade de resultados na sua área, modelagem matemática, afirmando que,

Eu tenho uma matemática que é subjetiva. Se você usar C++ você tem um resultado, se você usar Pascal você tem outro resultado, se você usar Java obtém outro resultado, se você usar equações diferenciais tem outro resultado /.../ mas o fato de você, pegando um problema da vida real, precisando do computador, encontrar diferentes resultados é bom, porque você usa um resultado para comparar com outro. Então, no uso da tecnologia em modelagem matemática, não é que o diverso é pouco ou aceitável, a diversidade é necessária. (JM.4, sujeito da pesquisa).

A diversidade mostra-se como algo presente na investigação com o computador e requer do matemático uma atenção para estudar e analisar qual resposta ou *software* se adéqua melhor àquele problema. Muitas vezes existem vários modos de fazer algo, ou de definir um conceito, mas, nem todos eles, dão boas propriedades, segundo o que diz o professor RT,

quando você começa a teoria não é óbvio nem qual é a definição correta. Uma das coisas que você percebe, quando você discretiza, é que existem várias maneiras de definir curvaturas e todas elas parecidas com a original contínua, mas, nem todas elas, dão boas propriedades. A gente utiliza o Geogebra para descobrir teoremas novos de pesquisa. (RT.3, sujeito da pesquisa).

Essa abertura ao novo, possibilitada pela investigação com o computador, também é mencionada por outros professores como, por exemplo, o professor JS, afirmando que

pode trazer um conhecimento novo que a máquina fez rápido para você e você começa a desconfiar de um certo padrão e você vai investigar, aí você vai continuar investigando. (JS.10, sujeito da pesquisa).

Em outras falas vê-se que há casos em que a investigação com o computador não suscita novos problemas, mas dá origem a novas áreas de pesquisa, como é o caso da teoria dos grafos, desencadeada pelo estudo do teorema das quatro cores, conforme salienta o professor JS, ou a computação gráfica, mencionado pelo professor SP.

A potencialidade do *software* é outro aspecto importante à produção do conhecimento, como diz o professor RT, pois

muita gente pensa no Geogebra para verificar um teorema que provou de outro jeito. Não! Dá para usar o Geogebra também para descobrir coisas novas que você não conhecia e provar ... A gente tem publicado artigos originais, novos, com isso. (RT.6, sujeito da pesquisa).

Ele (RT), enfatiza que o Geogebra é um *software* que dá abertura para a descoberta de um conhecimento novo e afirma que tem feito isso em suas pesquisas.

Essa forma de compreender os modos de investigação que são destacados pelos sujeitos de nossa pesquisa, quando falam da produção do conhecimento com o computador, nos leva, novamente, ao que diz Ponte (2003, p. 21), ao afirmar que,

investigar não resulta de se conhecer e aplicar tantas técnicas /.../ investigar pressupõe sobretudo uma atitude, uma vontade de perceber, uma capacidade para interrogar, uma disponibilidade para ver coisas de outro modo e para pôr em causa aquilo que parecia certo. Investigar envolve, sobretudo, três atividades: estudar, entrevistar e escrever.

São aspectos ou características da atitude investigativa que vimos explícitas na fala dos sujeitos de nossa pesquisa, matemáticos por nós ouvidos em entrevista. Ao discutir essa categoria, *Modos de investigação na produção com o computador*, a investigação com o computador, ao ser tematizada, expõe características da constituição e da produção do conhecimento matemático pelo matemático. A investigação mostra-se como o solo para a

constituição e produção, estando presente no processo de o matemático testar, fazer verificações, escolher modelos matemáticos e *software*, mais adequados para aquele caso, analisar o visto, ponderar os resultados obtidos comparando-os, diferenciar o que se mostra à luz do que conhece e expressar compreensões para que o diálogo com os sujeitos da comunidade tenha início. Em alguns momentos, no processo de investigação, o computador e o modo de o matemático ser-com o computador, permite que ele compreenda melhor conceitos que já conhecia, faz ver outras coisas que ele ainda não havia pensando e, também, propicia descobertas, novos conhecimentos.

Com isso, para nós, a interpretação desta categoria, permite dizer que *os modos de investigação* expressam a forma de o matemático *ser-com* o computador, uma forma que não põe o computador para produzir, sozinho, mas o faz *estar-junto* considerando que, ao analisar algo novo, mesmo que seja possível fazer sem o computador, ele permite a materialidade, pois

eu acho que assim fica mais sólido /.../ você tá testando o que tá pensando de várias maneiras. (NS.10, sujeito da pesquisa).

Com isso outra característica do modo de o matemático ser-com o computador, produzindo conhecimento, pode ser compreendido, com a clareza que eles expressam ao dizer que

às vezes tem umas coisas que é melhor fazer à mão do que fazer no computador. (NS. 14, sujeito da pesquisa).

7.3 O computador como potência para a produção matemática e expressão

As convergências, nesta categoria, articulam características do computador, ou de um *software*, que está presente na produção e favorecem à visualização e à expressão do produzido. O quadro 7.3 traz os invariantes que convergiram para a construção desta categoria aberta.

Quadro 7.3: A categoria aberta *O computador como potência para a produção matemática e expressão.*

Invariantes que permitiram a construção da categoria aberta: O computador como potência para a produção matemática e expressão
Características do computador ou <i>software</i>

Comunicação/expressão visual ou por meio da visualização
--

Nesta categoria estão falas dos sujeitos de nossa pesquisa que expõe as características do computador ou *software*, dando destaque para aspectos como a interface do *software*, no que diz respeito ao que ele potencializa fazer e expor. Há destaque, ainda, para os recursos gráficos que contribuem para a visualização e para a capacidade de memória do computador. Nas falas é possível interpretar que, algumas vezes, o computador é um equipamento que auxilia a produção matemática, que contribui para a execução dos cálculos, tornando-se uma ferramenta para desenvolver matemática e confirmar dados, e há outras ocasiões em que o computador é imprescindível para a área de pesquisa, sendo impossível avançar sem ele. Várias vezes, porém, quer em um ou outro ponto de vista, os professores salientam que o computador não faz tudo com perfeição, ele não sabe tudo e não resolve tudo, devendo haver uma parceria homem-computador para que o pensar matemático ao ser-com o computador permita a constituição do conhecimento e produção do conhecimento.

As TD e o computador são, segundo alguns professores entrevistados, facilitadoras do seu trabalho e, também, contribuem para um ganho de tempo, pois na investigação com o computador vão aparecendo coisas que, à mão, não seria possível ou não possibilitasse outro olhar. Porém, nesse fazer, o computador vai dando abertura a modos diferentes de olhar para um mesmo problema, vai permitindo que o matemático tenha mais clareza sobre algo que está tentando compreender e enxergue coisas que, até então, não tinha sido possível. Quando os matemáticos falam do “ganho de tempo”, entendemos que não é apenas um ganho de tempo pelo fato de o computador fazer cálculos mais rapidamente que um humano conseguiria fazer, como é o caso dos testes e simulações mencionados, mas o “ganho de tempo” refere-se à possibilidade que o computador dá ao matemático para que ele veja coisas e as investigue, isto é, o computador “o libera” ou “lhe dá tempo” para investigar.

Nesse sentido, o computador mostra-se não mais como ferramenta, mas como potência para a produção matemática ao ser-com o computador. Essa potência que assumimos é entendida como tratada em Bicudo e Rosa (2010, p. 24).

Potência, característica do que é potente, do que tem força para ser, que traz em si as potencialidades para tornar-se. Em muitos aspectos está relacionada à possibilidade e é tratada como sinônimo desta em algumas passagens da obra aristotélica. Potência apresenta várias significações, e Mora (1994) indica duas, sobretudo: a) poder que uma coisa tem de produzir mudança; b) é a potencialidade residente em uma coisa de passar de um estado a outro. Essa última significação é a mais importante para o filósofo, uma vez que

permite compreender a *physis*, ou seja, aquilo que brota e tem força de manter-se sendo.

O computador é, nesse sentido, potencializador da produção, abrindo diferentes caminhos para a investigação. O que, de fato, resulta em uma produção é o ato de ser-com o computador e investigar o que, nesse ser-com, vai se mostrando. Bicudo e Rosa (2010, p. 24) dizem que o ato é “o que atualiza a potência, abrangendo movimento para avançar, o acontecer”. Nesse movimento, os autores afirmam que, “o ser passa da potência de ser ao ato de sê-lo. É um processo de atualização” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 24).

O computador potencializa também a expressão. Há o que *chamamos de comunicação/expressão visual ou por meio da visualização* que aparece no dito pelos sujeitos quando os matemáticos falam, por exemplo, da visualização, que permite um “modo amigável” de comunicação dos resultados. Alguns matemáticos disseram trabalhar com empresas, ou possuírem colaboradores de outras áreas de pesquisa, para os quais devem apresentar um resultado sem que ele traga, por exemplo, um excessivo número de contas ou apenas números, o que pode inviabilizar a compreensão. Assim, o matemático considera que é importante apresentar os resultados de diferentes modos e, para isso, o computador permite que dados abstratos sejam convertidos em informações visuais mais fáceis de expor o feito. Esse modo de comunicar visualmente os resultados pode ser por gráficos, mapas, imagens, dentre outras possibilidades mencionadas.

A afirmação do professor JM, por exemplo, expõe essa potência do computador para expressar resultados. Ele diz,

eu uso programas. E os gráficos? /.../ quem é o meu interlocutor? É alguém da saúde pública. Como é que eu vou dar para ele 4 milhões de números como sendo a resposta perfeita da matemática? Eu tenho que dar a ele um gráfico colorido, um mapa com cores. (JM.12, sujeito da pesquisa).

Trata-se de uma forma de visualização que comunica, não apenas para o outro, ela pode contribuir para o próprio matemático, dando-lhe abertura à compreensão daquilo que ele está investigando.

No contexto do ensino e da aprendizagem matemática, há pesquisas, como as de Bortolossi (2018), que enfatizam a importância da visualização e a potencialidade de determinados *software*. Ao discutir, *Por que um professor de Matemática deveria aprender a usar o Geogebra*, Bortolossi (2018), expõe aspectos importantes da investigação com esse *software* de Geometria Dinâmica, destacando cinco exemplos, nos quais se deve ter uma

atenção especial aos aspectos visuais: produção de material didático, geometria espacial, geometria dinâmica, poder computacional e representações múltiplas.

Relativamente à produção de material didático o autor faz um alerta para os desenhos com erros matemáticos que estão presentes em textos didáticos, e para as imagens matemáticas inconsistentes. Argumenta que o uso do GeoGebra é relevante, pois ao “aprender a usar o Geogebra /.../ o professor [terá] autonomia na produção do seu próprio material” (BORTOLOSSI, 2018, p. 29). Para o caso da Geometria espacial, o autor considera ser uma tarefa difícil ver, por meio das representações bidimensionais, propriedades e características de figuras tridimensionais, o que, com o Geogebra, tornam-se potencialmente claras, ressaltando que, “as peculiaridades de Geometria Espacial podem enganar até mesmo matemáticos profissionais” (BORTOLOSSI, 2018, p. 31). Exemplifica tal afirmação com o caso da logomarca da *Mathematical Association of America*, um icosaedro regular, que foi desenhado errado e assim permaneceu por vários anos.

Segundo afirma, com o Geogebra 3D, os objetos tridimensionais podem ser construídos respeitando-se as propriedades matemáticas com relativa facilidade, uma vez que esse *software* de Geometria Dinâmica possibilita “desenhos em movimento” evitando “que características de representação sejam confundidas com as propriedades matemáticas dos objetos geométricos” (BORTOLOSSI, 2018, p. 33). O autor destaca ainda que uma das fortes características do Geogebra, e que o tem tornado tão popular, é a sua capacidade de representações múltiplas. No Geogebra “um mesmo objeto pode, em geral, ser representado e acessado algebricamente, geometricamente, numericamente (por exemplo, via dados em uma planilha eletrônica) e, mais recentemente, de forma sonora” (BORTOLOSSI, 2018, p. 36).

Encerrando seu texto, o autor ressalta que um *software*, como, por exemplo, o Geogebra, é mais um dos muitos instrumentos que o professor tem à sua disposição, cabendo a eles conhecê-lo e saber de suas potencialidades.

Esses exemplos explorados por Bortolossi (2018), nos faz pensar no Geogebra e outros *software* que são citados pelos professores que entrevistamos, no modo pelo qual eles contribuem para a pesquisa desses matemáticos. O aspecto visual é destacado em vários momentos da conversa com eles, salientando-se a potencialidade do *software* para a comunicação. Vê-se que a escolha do *software* é feita, pelo matemático, considerando o aspecto da comunicação do produzido e a potencialidade para a investigação uma vez que pesquisas em áreas diferentes exigem recursos diferentes.

A fala do professor NS, por exemplo, expressa uma compreensão da potencialidade comunicativa do software. Ele diz,

esse artigo que a gente está olhando para ele, é um artigo de Geometria-Topologia Pura, e é uma pergunta bastante abstrata [...] que é “como é certo espaço de dimensão infinita”. No entanto, acho que ter essa figura traz muito mais clareza e compreensão ao que está acontecendo do que só ter a demonstração. (NS.12, sujeito da pesquisa).

Ele considera que o aspecto visual traz clareza ao processo de investigação, lhe permite fazer figuras para comunicar ideias que, antes, eram só abstratas. Esse modo de comunicar, segundo ele diz, permite avançar com a sua produção, pois dá-lhe abertura para ver algo que estava velado.

Segundo Paulo (2006, p. 117), na produção matemática, “o matemático busca ver o que está sendo elaborado em seu processo criativo. Nesse ver, as figuras são cruciais. Elas são recursos que possibilitam uma ampliação da teoria, uma generalização dos aspectos particulares”. Para NS a figura abre possibilidades ou, como afirma Paulo (2006), “propiciam o entendimento matemático na medida em que nos põem para refletir sobre o que é visto, na medida em que nos fazem investigar o visível” (PAULO, 2006, p. 119).

Os professores RT e SP também salientam a importância da visualização. O professor RT foca o Geogebra e suas potencialidades. Já o professor SP, que tem projetos com a Petrobras, utiliza simuladores para construir possíveis cenários e ver o que está acontecendo, comenta que utiliza “*a computação gráfica /.../ para dar algum resultado, gerar algum resultado*” (SP.10, sujeito da pesquisa).

RA também expressa sua preocupação com a comunicação das ideias que investiga.

no final as pessoas gostariam de ver simulações graficamente, de imagens do que você está falando, como que isso está sendo representado já no problema. Então você tem que desenhar ou criar esses experimentos numéricos que mostram à pessoa que está lendo o artigo e tentando entender o que você fez. E quando você falou que fez tal e tal aproximação, o que significa essa aproximação? Então, você tem que desenhar isso e fazer a simulação, você precisa de um programa, de uma linguagem. (RA.3, sujeito da pesquisa).

Para tanto, considera que o MatLab é um *software* que lhe dá essa possibilidade de conseguir algo mais visual.

A interpretação dessa categoria nos permite dizer que, o modo pelo qual o computador abre possibilidades de o matemático expressar os dados da sua pesquisa, ao ser-com o computador e os *software*, favorece a compreensão do outro. O que antes era muito abstrato, seja em decorrência da complexidade da demonstração ou da infinidade de cálculos, pode ser expresso de forma visual, seja por uma imagem, um gráfico ou um mapa. Mas, expor para o

outro é uma das potencialidades. A visualização também é potência para a produção do conhecimento, ela faz ver o que foi feito sendo imprescindível à análise, conforme enfatiza o professor RT.

Então, nota a diferença do que eu falei do GeoGebra ser usado primeiro para des-co-brir (fala pausadamente) as propriedades. Agora não, agora o objetivo é gerar um algoritmo. Então, no final do seu trabalho, depois que você fez as coisas, pode-se dizer “no braço”, você vai implementar para ver o resultado do seu algoritmo e, claro, conferir se era o que você esperava ou não. (RT.11, sujeito da pesquisa).

OITAVA SEÇÃO

[...] – Adeus... – disse ele...

- Adeus – disse a raposa. – Eis o meu segredo. É muito simples: só se vê bem com o coração. O essencial é invisível aos olhos.

- O essencial é invisível aos olhos – repetiu o príncipezinho, para não se esquecer.

- Foi o tempo que perdeste com a tua rosa que a fez tão importante.

- Foi o tempo que perdi com a minha rosa... – repetiu ele, para não se esquecer.

- Os homens esqueceram essa verdade – disse ainda a raposa. – Mas tu não a deves esquecer. Tu te tornas eternamente responsável por aquilo que cativas. Tu és responsável pela tua rosa...

- Eu sou responsável pela minha rosa... – repetiu o príncipezinho, para não esquecer. (SAINT-EXUPÉRY, 2014, p. 70-2)

8 DANDO CONTA DA INTERROGAÇÃO: CAMINHANDO À SÍNTESE COMPREENSIVA

Nesta seção, caminhando para uma síntese compreensiva da pesquisa, buscamos explicitar e articular o sentido do que, na pesquisa, foi se fazendo tendo o olhar direcionado pela interrogação. Dizemos síntese compreensiva, e não conclusiva, por entendermos que o fenômeno não se esgota; cada pessoa que se dispuser a pesquisar o tema, trará as suas compreensões sobre o que se mostra significativo ao olhar lançado. Mesmo que se debruce sobre os mesmos dados, o que lhe irá saltar aos olhos pode ter outra interpretação, pois, para cada sujeito, o fenômeno se mostra de um modo distinto uma vez que é, na percepção que o olhar intencional abarca a experiência vivida e o sentido vai se fazendo. Por isso, dizemos que ele, o fenômeno, é perspectival. Logo, o intencionado por nós, aqui, nesta seção, é apresentar nossa visão acerca do investigado, visando expor uma síntese dos aspectos que foram se mostrando no movimento da interpretação do que se vivenciou na pesquisa. Esse é um momento importante para o pesquisador fenomenólogo, pois revela um voltar-se para o que foi feito, de modo reflexivo.

O início desta pesquisa é marcado pela inquietação da pesquisadora, pelo desejo de compreender algo que, *a priori*, não está bem delineado. A interrogação vai, então, se constituindo e se tornando clara na caminhada investigativa, luz que orienta o percurso rumo à compreensão desse “algo” que se deseja conhecer.

A fenomenologia mostra-se como opção, não simplesmente metodológica, mas de postura, indicando os passos a serem percorridos, os procedimentos a serem seguidos, o modo de fazer e a certeza do porquê esse modo e não outro. Essa postura é assumida como um modo de *ser* e *estar* no mundo, e nos faz enveredar por caminhos da filosofia, querendo entender aquilo que à nós se mostra. É uma postura assumida no caminhar no qual o movimento de interrogar foca “*o que a interrogação interroga?*” e exige um olhar compreensivo, voltado para os dados que se mostram com significado.

Preocupamo-nos em explicitar a interrogação e como ela foi se constituindo. Nascendo da inquietação de saber como se dava a produção do conhecimento com as TD, vai se tornando clara à medida que as leituras são realizadas, até que se pôde ser expressa pela interrogação “*como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*”.

O movimento do pesquisador para compreender o que interroga, aponta aspectos relevantes da pergunta que exigem clareza. Expor o que se compreende, relativamente às TD, ao ser-com e ser-com-o-computador e a produção do conhecimento matemático, é necessário para explicitar a intenção investigativa. Com isso, caminha-se constituindo um referencial teórico, buscando tornar clara a região de inquérito na qual a pesquisa se constitui e isso abre possibilidades de compreender aspectos da própria interrogação.

Nesse caminhar, primeiramente teórico, compreendemos que as Tecnologias Digitais não são simplesmente artefatos tecnológicos ou ferramentas, elas estão ligadas ao conhecimento e a estrutura que dá suporte para ela considera a lógica binária.

O significado de *ser-com* o computador vai sendo anunciado ao dialogarmos com trabalhos como de Tikhomirov (1981), que mostrou-se relevante. Tikhomirov (1981), apresenta três teorias relativamente ao homem e o computador: a *teoria da substituição* na qual o computador substitui o homem em determinadas tarefas intelectuais, a *teoria da suplementação* em que o computador suplementa o homem e a *teoria da reorganização*, em que o computador reorganiza a atividade humana. Esta última foi a mais disseminada entre autores visitados em nossas leituras e também a que foi se aproximando do que intencionávamos, o ser-com-o-computador.

Nos trabalhos de Borba (2005; 1999), a teoria da reorganização apresentada por Tikhomirov (1981), aparece como sendo próxima da moldagem recíproca proposta pelo autor. Nela, o computador é considerado como algo que molda o pensamento humano e, ao mesmo tempo é moldado por ele. Borba (2005) afirma que o pensamento é reorganizado pela presença das TD. Gracias (2003), ao discutir as teorias apresentadas por Tikhomirov (1981), faz uma aproximação entre a teoria da reorganização e a noção de coletivo pensante de Lévy (1993), afirmando que a noção de coletivo pensante supera o sistema ser-humano-computador, apresentada por Tikhomirov (1981), pois inclui um sistema pensante homens-coisas que abarca as tecnologias da inteligência e condiciona o pensamento. Borba (1999) e Gracias (2003), tomam as ideias de Lévy (1993) e ressaltam que o pensamento é algo coletivo.

O trabalho de Borba e Villareal (2005) avança na compreensão homem-computador e nos é significativo. Nele os autores apresentam o constructo seres-humanos-com-mídias superando a dicotomia entre homem e tecnologia e trabalhando com a ideia de reorganização do pensamento. Vimos que essa ideia explorada pelos autores se aproximava do que, em nossa pesquisa, intencionávamos, uma vez que não havia uma separação sujeito-objeto. Isso, segundo o que interpretamos, permitia ver o computador como esse “algo” a que se deve estar junto para que no modo de o humano ser-com a potencialidade fosse compreendida, já que o coletivo seres-humanos-computador, como afirmam Borba e Villarreal (2005), são atores do conhecimento. Porém, entender o significado do *ser-com* ainda era, para nós, desafiador.

Com Rosa (2008), entendemos haver uma analogia entre o expresso pelo autor e as três teorias de Tikhomirov (1981), para expor o significado das TD. Segundo Rosa (2008), as TD não são próteses, pois não substituirão o ser humano ou parte dele. Não são ferramentas, pois não tem o papel de suplementação para o ser humano. Propõe ser-com, pensar-com e saber-fazer-com, aproximando-se de uma visão heideggeriana que inspira o significado de ser-com o computador buscado e explicitado em nossa pesquisa.

O ser-com, tal qual é tratado em Heidegger (2005), explicita a ideia de que o ser humano é sempre com, pois está no mundo, que é sempre mundo compartilhado com os outros – humanos (*Daseins*) ou não. Essa afirmação justifica a não separação sujeito-objeto e inviabiliza a concepção dicotômica sujeito-objeto como nos diz Bicudo (2014). Fomos então caminhando para a compreensão do ser-com-o-computador.

O ser-com-o-computador mostra o computador como algo com o que se está junto a. Ele é o *objeto intencional* que vai abrindo possibilidades para a produção do conhecimento ao ser-com. Assim, o computador é tomado, não como um utensílio ou uma ferramenta, mas

como o que pode potencializar a produção do conhecimento. Dizemos “pode potencializar”, pois não se pode garantir que será sempre, ou a todo momento, um potencializador, conforme irão dizer os sujeitos de nossa pesquisa. Focando o *ser-com* o computador abrem-se potencialidades para a constituição e produção do conhecimento, porém, como os matemáticos entrevistados nos dizem: nem sempre essa abertura é dada pelo computador. Ele potencializa a abertura, mas o *ser-com* exige o *fazer vir ao encontro*, a ação humana, o conhecimento do matemático que, inclusive, o faz ver o que se abre.

Tendo compreendido o *ser-com* e *ser-com-o-computador*, prosseguimos, então, no intuito de compreendermos o que é a produção do conhecimento matemático. Focamos os trabalhos de autores que, na linha da fenomenologia, discutem o tema e apresentam uma possibilidade de se ver que o conhecimento é algo constituído na experiência vivida, não é imposto. A produção levou-nos a considerar a questão da técnica em Heidegger, permitindo-nos ver que, no sentido grego, está ligada a *techné* ou a um saber pertencente ao produzir que abre possibilidades diferentes de o homem ser e estar no mundo. Então, a produção do conhecimento matemático, pôde ser compreendida como aquela que abarca a constituição do conhecimento e se dá na experiência vivida do sujeito, no mundo vida. Nessa constituição, a percepção é o primado e abrange atos intencionais da consciência.

A constituição, embora seja algo subjetivo, envolve mais do que simplesmente o sujeito; exige a presença do outro com quem se está no mundo compartilhando, no mundo-vida. Heidegger (2007) diz *Dasein*, o ser-aí que é o único ser com a possibilidade de preocupar-se com o seu modo de ser e, portanto, capaz de compreender e relacionar-se com o mundo que o circunda. Portanto, capaz de reconhecer a possibilidade de existência de outros entes dotados das mesmas capacidades desse ente que eu mesmo sou – o outro. O outro é aquele com capacidade de compreender o que é dito em uma linguagem articulada e, nesse movimento que enlaça a subjetividade do outro, nesse estar-com-os-outros, na dialética subjetividade-intersubjetividade-objetividade se dá a produção do conhecimento. Ou seja, a produção do conhecimento matemático é um movimento que abarca o conhecimento que é constituído pelo ser, a sua expressão pela linguagem que permite que o constituído seja compartilhado com os cossujeitos, favorecendo a discussão, abrindo à intersubjetividade. Nesse movimento intersubjetivo o constituído é validado, objetivado.

Após o caminhar compreensivo, que se deu nesse voltar-se para o que diziam os autores acerca do que se pretendia compreender, retornamos para a nossa perplexidade inicial. Interrogar “*como o matemático que produz matemática com o computador expressa o modo pelo qual compreende a presença dessa tecnologia em sua produção?*”, exigia-nos ir além da

compreensão possibilitada pela teoria. Isso nos leva a entrevistar matemáticos da área pura ou aplicada, para que fosse possível, no diálogo com eles, expor como, para eles, se mostra o ser-com o computador quando produzem matemática.

Entrevistamos sete professores-pesquisadores de cinco instituições diferentes. Todas as entrevistas, presencial ou a distância, foram gravadas e transcritas, constituindo-se dados da pesquisa. A análise dos dados, seguindo o rigor fenomenológico, permitiu a constituição de três categorias abertas que foram discutidas na sétima seção.

A análise dos dados mostra que ao ser-com o computador o matemático, com o qual conversamos, vê possibilidades de fazer investigações, de realizar verificações ou corroborar uma desconfiança, num processo que lhes permite pensar coisas, aspectos da teoria, propriedades que não haviam pensado. A discussão das categorias de análise, evidencia aspectos da constituição do conhecimento do matemático que, em alguns momentos, oportuniza a intersubjetividade, pois o computador passa a ser seu parceiro de diálogo.

O pensar matemático ao ser-com o computador é uma categoria de análise que nos dá possibilidade de discutir o que é a Matemática, expor suas características, falar do rigor matemático na produção, seja essa produção com o computador ou sem ele.

Na produção com o computador os matemáticos destacam a preocupação e o cuidado que se deve ter dada a natureza de cada *software*, a sua capacidade numérica, a possibilidade de *bug*, entre outras. Evidencia-se a importância do pensar e o conhecimento matemático na produção com o computador. Isto porque os entrevistados salientam que o computador não sabe tudo e nem faz tudo; ele - o computador - é aquele parceiro na produção, comparado mesmo com um colega de trabalho, que faz bem umas coisas que você não faz, mas outras coisas você faz melhor, então não deve haver aceitação, mas discussão. Então, produzir com o computador não é simplesmente colocar cálculos para ele fazer e ir para casa esperar as respostas. É construir uma parceria na produção matemática, é produzir-com, atento ao processo, ao resultado, as falhas. Esse modo de o matemático ser-com revela uma atitude, uma postura entre parceiros que trabalham juntos, buscando clareza para o que estão pesquisando, para o que estão desejando conhecer.

Nessa parceria revelada no ser-com, a demonstração por computador abre-se como tema do diálogo. Embora os matemáticos entrevistados digam entendê-la como possível, ela não é costumeira em seus trabalhos. Eles recorrem à matemática formal para demonstrar o que, por meio da investigação com o computador, foi visto. Ou seja, a demonstração é feita de modo clássico.

Os *Modos de investigação na produção com o computador* é outra categoria de análise na qual se mostra um caminho para a produção matemática. O computador é o que potencializa a investigação matemática dada à complexidade do conteúdo ou impossibilidade de se fazer sem ele. Na investigação com o computador ele é o norte propulsor que permite ao matemático conferir se algo que ele estava pensando está certo e, em alguns momentos lhe permite avançar em sua pesquisa, pois sugere novas conjecturas e até mesmo abre possibilidades para um conhecimento novo ou uma nova área de pesquisa.

O ser-com, novamente, mostra-se nesta categoria como um modo de o matemático, junto ao computador, ter abertura para diferentes possibilidades, para a diversidade na pesquisa. Diferentes *software* permitem diferentes resultados e modos de análise e, cada um dos resultados obtidos, vai possibilitando ao matemático se aproximar de uma resposta que satisfaça seus objetivos na pesquisa. Ou seja, o modo de ser-com põe ênfase na potencialidade da investigação buscando *software*, fazendo simulações, procurando caminhos que permitam avançar na pesquisa.

A categoria *O computador como potência para a produção matemática e expressão*, põe em destaque o computador como aquele que potencializa, além da investigação, os diferentes modos de expressão do produzido. Esses modos de expressão favorecem a compreensão do próprio matemático que vê com clareza conceitos subjacentes à uma ideia em exploração dando-lhe possibilidade de, por exemplo, converter algo abstrato em uma imagem e, nessa imagem, ver outras coisas que até então não havia sido pensado. Esses modos de expressão dão condições ao matemático de expor os dados complexos da sua produção, que passam a ser apresentados em forma de gráficos, mapas, etc, para seus colaboradores, que podem ser de outras áreas de pesquisa. Na interpretação dessa categoria mostra-se um fazer matemática do matemático que não é somente abstrato, pois investigando com o computador é possível ver, ter clareza, estabelecer relações. A demonstração, requerida para validar o visto, o compreendido, não está vazia, há um preenchimento de sentido motivado pelo ser-com que passa a ser comunicada para o outro de diferentes formas.

Afirmamos que, tal qual o compreendemos, o computador é um objeto intencional com o qual o matemático está junto, estabelece uma parceria para a produção matemática. Ser-com o computador na produção do conhecimento matemático é um modo de o sujeito, matemático que produz com o computador, comunicar o constituído abrindo-se ao diálogo. O pensar matemático está presente em todo o processo de constituição do conhecimento e é o que possibilita analisar aquilo que vai se mostrando na investigação com o computador.

Nós olhamos, em nossa pesquisa, para a constituição e a produção do conhecimento matemático, pelo matemático, ao ser-com o computador. Porém, é possível olhar para esses modos de investigação e fazer analogias para o ensino de matemática. Ponte (2001, p. 20), diz que

Relacionar-se com a Matemática de modo interrogativo, colocando questões, formulando conjecturas, testando casos, encontrando analogias, estabelecendo lógicas – como fazem todos os matemáticos na sua investigação –, é uma atividade suscetível de despertar o interesse dos alunos e de os mobilizar para uma compreensão aprofundada das ideias matemáticas e para as suas potencialidades na descrição da realidade extra-matemática. Por isso mesmo é interessante olhar para a prática dos matemáticos. Não se trata de endeusar acriticamente tudo o que eles fazem (ou dizem que fazem), mas sim de compreender os processos pelos quais a Matemática, em qualquer dos mundos, pode ser uma atividade apaixonante e extremamente gratificante.

O autor ressalta essa ideia de olhar para o trabalho do matemático em suas investigações e mobilizar os alunos e instigá-los a caminhar pela investigação. Olhar para a produção do matemático pode permitir que se compreenda que a Matemática não é algo que está acima da racionalidade humana, uma idealidade *a moda de Platão*, que está em um supramundo. Ela é constituída historicamente na experiência vivida, permanecendo por estar sustentada na linguagem.

A Matemática não está pronta e acabada, mas está sempre aberta à investigação. Nesse sentido, podemos tomar como exemplo os problemas/conjecturas que ficaram abertos por muito tempo e só depois foram demonstrados, e mesmo os que se tinha uma certeza acerca da sua validade e ao retomar o problema encontrou uma lacuna na sua demonstração. Os exemplos citados pelos matemáticos durante a entrevista nos diz da importância da investigação, seja a investigação de coisas para as quais já se tem um entendimento e se deseja ampliar, seja para novas ideias. A investigação permeia a constituição do conhecimento e, no modo de ser-com evidencia a produção.

Na fala dos sujeitos desta pesquisa, vê-se que esses matemáticos assumem que o computador faz o pensamento (e conseqüentemente a sua pesquisa) deslanchar. No entanto, afirmam que uma demonstração formal ainda é requerida para atender as exigências de uma comunidade que, historicamente, é reconhecida como Matemática. Ou seja, a matemática produzida com o computador avança em termos de possibilidades de investigação, mas ainda mantém as exigências das características da matemática formal que prova ou valida o descoberto via um determinado tipo de linguagem. Os matemáticos conhecem a teoria

matemática e nela se baseiam para criar modelos, constituir e produzir conhecimento. Afirmam, como JS.5, que a consolidação do conhecimento matemático se dá “no campo das ideias” (JS.5, sujeito da pesquisa) enfatizando que, no modo de ser-com o parceiro que pensa é o matemático, ele é quem deve “ser o perguntador” (JS.9, sujeito da pesquisa).

Diante disso pode-se perguntar se há a possibilidade, e seria relevante, avançar em termos de compreender aqueles que dizem que a matemática produzida com o computador é outra. O que se mostra, na interpretação das entrevistas, é que, para esses matemáticos, em algumas situações a matemática parece ser outra e em outras situações não. Os matemáticos entrevistados dizem de diferentes modos de investigar e comunicar o produzido; dizem que há diversidade e inúmeras possibilidades de investigação. Mas ressaltam, em diversos momentos, a necessidade da prova rigorosa ou formal, da validação das descobertas, da prova requerida pela matemática pura.

um experimento computacional é útil, porque ele dá evidências de como as coisas funcionam. Tem muito disso, gente que faz em Álgebra um experimento computacional porque ele tem a linguagem simbólica, como o Maple por exemplo, pode fazer experimento computacional para, digamos assim, corroborar uma desconfiança, uma suspeita, uma conjectura, mas a construção do conhecimento matemático, a consolidação dele, é no campo das ideias. (JS.5, sujeito da pesquisa).

De modo semelhante temos a fala do professor RT.5, quando afirma que,

a gente utiliza o Geogebra para fazer figuras, /.../ para mostrar /.../ mas de fato /.../ a teoria que fica escrita no artigo, ela não precisa do Geogebra /.../ a gente vai provar da maneira clássica como todo mundo faz. (RT.5, sujeito da pesquisa).

Novamente o modo de ser-com o computador mostra que o matemático constitui conhecimento com o computador, pois investiga com ele, dialoga, faz descobertas. Porém, busca a teoria para objetivar o que foi feito, para divulgar os resultados que serão transmitidos via cultura e irão se perpetuar.

Assim, esse modo de ser-com expresso na fala dos matemáticos entrevistados, diz da relevância da tecnologia para a sua produção, mas também diz que o conhecimento matemático é imprescindível.

Ela [a tecnologia] se torna uma ferramenta muito potente para algumas áreas [...] Mas aquilo só se torna, realmente, resultado em matemática, não por causa da tecnologia, mas por causa da matemática em si, por causa do sistema matemático. (MS.12, sujeito da pesquisa).

Essas falas deixam clara a importância do computador na investigação, mas dizem que esse conhecimento constituído só se torna um conhecimento válido em matemática após sua prova recorrendo ao conhecimento matemático formal.

No entanto, se consideramos o modo de ser-com exposto pelo JM.4, vê-se que “a tecnologia mudou o tipo de matemática”, segundo o que ele compreende. Igualmente, NS.17, diz que não entende que haja “/.../ dois tipos de matemática. Talvez, eu diria que tem infinitos tipos de matemática, infinitos ou milhões, bilhões, de tipos de matemática”. O que isso significa? Segundo interpretamos, o surgimento das tecnologias e o conhecimento produzido com elas, suscita um repensar as verdades matemáticas, como afirma o professor JS.7. Isso, porque, entra em cena outro elemento que não apenas o pensamento humano. Na fala dos matemáticos entrevistados fica claro que, no caso do teorema das quatro cores, esse modo de ser-com o computador ou as TD, possibilitou novas formas de pensar, deu origem à conhecimento que não seria possível sem a tecnologia. Há, portanto, novos modos de se constituir e produzir conhecimento se considerarmos o ser-com o computador. Devemos, portanto, considerar que, com ele, foram surgindo novas áreas de pesquisa, como a computação gráfica, conforme salienta o professor SP.

Assim, se nos voltamos para a pergunta que nos dispusemos a compreender em nossa pesquisa, e colocamos a questão: é a mesma matemática? É outra matemática? Vê-se, na interpretação construída, no modo de o matemático ser-com o computador e produzir conhecimento, que a matemática é a mesma e é outra, dependendo do que se considera. Ou seja, tal qual vimos em nossa revisão teórica, responder a questão “o que é matemática?”, é algo bastante complexo, pois depende das relações que se estabelecem com certa área de conhecimento denominada Matemática. Assim, também, dizer se ela é outra ou a mesma, é igualmente complexo, e nossos sujeitos da pesquisa, matemáticos que produzem matemática com o computador, nos dizem que essa é uma questão que pode ser respondida de duas formas, devendo-se esclarecer o que se está considerando quando se diz da matemática produzida com o computador.

Ao caminharmos para a finalização da escrita deste texto, que compõe a tese, entendemos que a investigação nos permitiu compreender o interrogado e esclarecer a constituição e a produção do conhecimento matemático ao ser-com-o-computador. Ao mesmo tempo, ela vai abrindo outras possibilidades, como, por exemplo, a relevância de se compreender a natureza dessa matemática que é produzida pelos matemáticos com o computador.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia** . São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ALES-BELLO, A. **Introdução à fenomenologia** . Bauru: EDUSC, 2006.

ANASTACIO, M. Q. A. **Três ensaios numa articulação sobre a racionalidade, o corpo e a educação na matemática**. Campinas, 1999, 153f. Tese de Doutorado em Educação – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 1999.

AULETE. **Digital**. Disponível em: < <http://www.aulete.com.br/digital> >. Acesso em: 18 jun. 2017.

AURÉLIO. **Tecnologia**. Disponível em:
< <https://dicionariodoaurelio.com/tecnologia> >. Acesso em: 18 jun. 2017.

BARBARIZ, T. A. M. **A constituição do conhecimento matemático em um curso de matemática à distância**. Rio Claro, 2017, 451f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2017.

BARBOSA, S. M. **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra de cadeia**. 2009. 199 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2009. Disponível em:
<<http://hdl.handle.net/11449/102124>>.

BICUDO, I. Demonstração em Matemática. **BOLEMA**. Rio Claro: v. 15, n. 18, pp. 79-90, set 2002.

BICUDO, M. A. V. A hermenêutica e o trabalho do professor de matemática. **Cadernos da Sociedade de Estudo & Pesquisa Qualitativos**, São Paulo, v. 3, n.3, 1991, p. 63-96

BICUDO, M. A. V. A contribuição da fenomenologia à educação. In: BICUDO, M. A. V.; CAPPELLETTI, I. F. (orgs.). **Fenomenologia: uma visão abrangente da educação**. São Paulo: Olho d'água, 1999, p. 11-52.

BICUDO, M. A. V. **Fenomenologia confrontos e avanços**. São Paulo: Cortez, 2000.

BICUDO, M. A. V. O estar-com o outro no ciberespaço. **ETD – Educação Temática Digital**, Campinas, v.10, n.2, p.140-156, jun. 2009.

BICUDO, M. A.V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: BICUDO, M.A.V. (Org.). **Filosofia da Matemática - Fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Editora da Unesp, 2010, p. 23-47.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa Qualitativa**: Segundo a visão fenomenológica. São Paulo: Cortez, 2011. 150 p.

BICUDO, M. A. V. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. In: FLORES, R. F.; CASSIANI, S. (Eds). **Tendências Contemporâneas nas Pesquisas em Educação Matemática e Científica**: sobre linguagens e práticas culturais. Campinas: Mercado das Letras, 2013. Disponível em: <http://www.mariabicudo.com.br/resources/CAPITULOS_DE_LIVROS/Um%20ensaio%20sobre%20concep%C3%A7%C3%B5es%20a%20sustentarem%20sua%20pr%C3%A1tica%20pedag%C3%B3gica%20e%20produ%C3%A7%C3%A3o%20de%20conhecimento.pdf>. Acesso em: 24 jan. 2019.

BICUDO, M. A. V. A perplexidade: ser-com-o-computador e outras mídias. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Ciberespaço**: Possibilidades que abre ao mundo da educação. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. p. 33-62.

BICUDO, M. A. V; GARNICA, AVM. **Filosofia da Educação Matemática**. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. 111 p.

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. **Realidade e Cibernundo**: horizontes filosóficos e educacionais antevistos. Canoas: ED. ULBRA, 2010.

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M.A.V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 285-95.

BORBA, M. C. **Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática**. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 2005, p.135-146.

BORBA, M. C., e VILLARREAL, M. V. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, 2005.

BORTOLOSSI, H. J. Por que um professor de matemática deveria aprender a usar o Geogebra?. In: Gómez, F. J. C.; López, L. A. C.; GARCIA, J. C. M. (Orgs.). **Avances em la integración de tecnologías para la innovación en educación: memorias del congreso latinoamericano de Geogebra 2016**. 1 ed. Bogotá: Universidad La Gran Colombia, 2018, pp. 27-39. Disponível em: <
https://www.ugc.edu.co/sede/bogota/documentos/investigaciones/panel/geogebra_2016.pdf?fclid=IwAR1aO4r52aQuDWLDagD56faIM_kdKj9O5SylQeDjeFNocu8rhXontKsWF14>.
 Acesso em: 24 jan. 2019.

CASTELLS, M. **A sociedade em rede**. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: Editora Francisco Alves, 1986.

FERREIRA, M. J. A. **A matemática no ciberespaço: um olhar fenomenológico para a expressão dos sujeitos**. Guaratinguetá, 2011. 78 f. Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.

FERREIRA, M. J. A. **A expressão no ciberespaço: voltar-se fenomenologicamente para o diálogo acerca de conteúdos matemáticos**. Rio Claro, 2014, 204 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014.

FIGUEIREDO, O. A. **Interface desmascarada**. Rio Claro. 2013. (Apresentado em reunião do grupo de pesquisa FEM em julho de 2013, Curitiba).

FIGUEIREDO, O. A. A questão do sentido em computação. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Ciberespaço: Possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014, p. 109-149.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que Tem a Fenomenologia como Suporte. In: BICUDO, M. A. V. e ESPOSITO, V. H. C. (Orgs) **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 23-33.

GADELHA, J. **A evolução dos computadores**. Disponível em:
 <<http://www2.ic.uff.br/~aconci/evolucao.html>>. Acesso em: 11 set. 2018.

GARCIA, M. F.; RABELO, D. F.; SILVA, D; AMARAL, S. F. Novas competências docentes frente às tecnologias digitais. **Rev. Teoria e Prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 79-87, 2011.

GARNICA, A. V. M. As demonstrações em Educação Matemática: um ensaio. **BOLEMA**. Rio Claro: v. 15, n. 18, pp. 91-99, set. 2002.

GRACIAS, T. A. **A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática**. Rio Claro, 2003. Tese de doutorado – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2003.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**. Petrópolis: Vozes, 2005.

HEIDEGGER, M. A questão da técnica. **Scientiae Studia**, São Paulo, v.5,n.3, 2007, p. 375-98.

HUSSERL, E. **A crise da humanidade europeia e a filosofia**. Porto Alegre; EDIPUCRS, 2008.

INFOPÉDIA. **Conhecimento**. Disponível em:
< [http://www.infopedia.pt/\\$conhecimento](http://www.infopedia.pt/$conhecimento) >. Acesso em: 24 fev. 2016.

INFOPÉDIA. **Produzir**. Disponível em: < <http://www.infopedia.pt/pesquisa-global/produzir> >. Acesso em: 24 fev. 2016.

KALINKE, M. A.; ALMOULOU, S. A. A mudança da linguagem matemática para a linguagem web e as suas implicações na interpretação de problemas matemáticos. **ETD – Educação Temática Digital**, Campinas-São Paulo, v. 15, n.1, p. 201-219, jan./abr. 2013.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas: Papirus, 2007.

KLUTH, V. S. **Estruturas da álgebra: investigação fenomenológica sobre a construção do seu conhecimento**. 2005, 192 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2005. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102165>>.

LEÃO, E. C. Apresentação. In: HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**. Petrópolis: Vozes, 2005, p. 11-22.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

LIMA, E. H. M. **As tecnologias digitais de informação e comunicação (TDICs) na prática docente**. 2012. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2544158/mod_resource/content/1/ARQUIVO%20202.pdf>. Acesso em: 4 mai. 2017.

LORENZATTI, E. J. C. Linguagem Matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Revista Conjectura**. Caxias do Sul, v. 14, n. 2, mai./ago. 2009, pp. 89-99. Disponível em: <<https://www.ucs.br/site/midia/arquivos/linguagem.pdf>>. Acesso em: 24 jan. 2019.

MACHADO, O. V. M. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que Tem a Fenomenologia como Suporte. In: BICUDO, M. A. V. e ESPOSITO, V. H. C. (Orgs). **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 35-46.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem**. Rio Claro, 2008, 187 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática- Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102084>>.

MCLUHAN, M. **Understanding Media: the extensions of man**. Introduction by Lewis H. Lapham. Cambridge: MIT Press, 1996.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da percepção**. 2ª. Edição. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1999

MOCROSKY, L. F. **A presença da ciência, da técnica, da tecnologia e da produção no curso superior de Tecnologia em Fabricação Mecânica**. Rio Claro, 2010, 364f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2010. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102126>>. MOCROSKY, L. F.; BICUDO, M. A. V. Um estudo filosófico-histórico da ciência e da tecnologia sustentando a compreensão de educação científico-tecnológica. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 15, n. 3, pp. 406-419, set./dez. 2013. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/494/741>>. Último Acesso em: 24 jan. 2019.

MOCROSKY, L. F.; PAULO, R. M.; MODINI, F.; ORLOVSKI, N. Sobre precisão e necessidade: um pensar acerca da tecnologia e Educação Matemática. In: Kalinke, M. A.; MOCROSKY, L. F. (Org.). **A lousa digital e outras tecnologias na Educação Matemática**. 1ed. Curitiba: CRV, 2016, v.1, pp. 171-187.

PAULO, R. M. **O significado epistemológico dos diagramas na construção do conhecimento matemático e no ensino de matemática**. Rio Claro, 2006, 192f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2006. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102144>>.

PINHEIRO, J. M. L. **O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica**. Rio Claro, 2018 285 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2018. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/180314>>.

PONTE, J. P. M. **Investigar, ensinar e aprender**. 2003. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)>. Último acesso em: 24 jan. 2019.

PONTE, J. P. **A comunidade matemática e as suas práticas de investigação**. 2001. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/ponte01.pdf>>. Último acesso em: 24 jan. 2019.

RIBEIRO, A. E. **Tecnologia Digital**. 2014. Disponível em: <<http://ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/verbetes/tecnologia-digital>>. Acesso em: 5 mai. 2017.

ROSA, M. **A construção de identidades online por meio do Role Playing Game: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso a distância**. Rio Claro, 2008, 267p. Tese de Doutorado – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2008.

ROSA, M. Cyberformação com professores de matemática: a formação docente para o trabalho-com-TecnologiasDigitais. In: III Fórum de discussão: parâmetros balizadores da pesquisa em Educação Matemática no Brasil. São Paulo, 2015a. Disponível em: <<https://www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD6-Resumo-Cyberformacao.pdf>>. Acesso em: 27 mar. 2019.

ROSA, M. Cyberformação com Professores de Matemática: interconexões com experiências estéticas na cultura digital. In.: ROSA, M. BAIRRAL, M. A. AMARAL, R. B. **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância: pesquisas contemporâneas**. Natal (RN): Editora da Física, 2015b.

ROSA, M.; BICUDO, M. A. V. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs.). **Ser professor com Tecnologias: sentidos e significados**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, p. 13-44. Disponível em: <http://www.culturaacademica.com.br/catalogo/ser-professor-com-tecnologias/?fbclid=IwAR26zpLdx0wJ1e3u-JCSGQcyElGIRPyGvsyFQvXyiM1Y7b_iOf_Ztwf-ZJc>. Acesso em: 24 jan. 2019.

SAINT-EXUPÉRY, A. **O pequeno príncipe**. 50 ed. Rio de Janeiro: Agir, 2014. 91 p.

SANTOS, Silvana Claudia. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial**. Rio Claro, 2006. 144 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2006. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/91097>>.

SILVA, A. A. **A produção do conhecimento em educação matemática em grupos de pesquisa**. Rio Claro, 2017 374 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2018. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/148801>>

SILVA, J. J. A demonstração matemática da perspectiva da lógica matemática. **BOLEMA**. Rio Claro: v.15, n. 18, pp. 68-78, set. 2002.

SOUSA, L. O Teorema das Quatro Cores. **Millenium**. Viseu: n. 24, pp. 125-151, 2001. Disponível em: <<http://www.ipv.pt/millenium/Millenium24/12.pdf>>. Último Acesso em: 24 jan. 2019.

TIKHOMIROV, O. K. (1981). The psychological consequences of the computerization. In J. Werstch (Ed.), **The concept of activity in soviet psychology**. New York: Sharp, 1981.

VERASZTO, E. V.; SILVA, D. D.; MIRANDA, N. A. D.; SIMON, F. O. Tecnologia: Buscando uma definição para o conceito. **PRISMA.COM**, Porto, n. 8, p. 60-85, 2008.

WERLE, M. A. Heidegger e a produção técnica e artística da natureza. **Trans/Form/Ação**, Marília, v. 34, n. spe 2, p. 95-108, 2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-31732011000400007&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 06 mar. 2017.

ZAGZEBSKI, L. **O que é conhecimento**. Disponível em: <<http://jornaldefilosofia-diriodeaula.blogspot.com.br/2014/01/o-que-eo-conhecimento.html>>. Acesso em: 24 set. 2015.

ZILLES, U. A Fenomenologia husserliana como método radical. In: HUSSERL, E. **A crise da humanidade europeia e a filosofia**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002, p. 08-42.

APÊNDICES

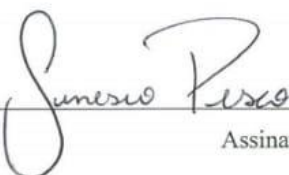
APÊNDICE A: Carta de Cessão de Direitos

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Rio _____, 08 de dezembro de 2018

Eu, SINESIO PESCO, carteira de identidade número 3737969-7, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Miliam Juliana Alves Ferreira, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.

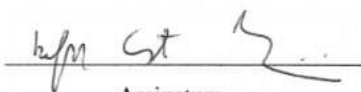
Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.


Assinatura

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Niterói, 7 de Janeiro de 2019

Eu, Ralph Costa Teixeira, carteira de identidade número 08.777.060-8 (IFP-RJ), declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Miliam Juliana Alves Ferreira, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.



Assinatura

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Rio de Janeiro, 08 de janeiro de 2019

Eu, _____ Nicolau Corção Saldanha _____, carteira de identidade número ____ 04920571-9 _____, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Miliam Juliana Alves Ferreira, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.

Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.

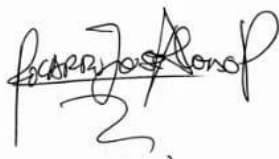


Assinatura

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Rio de Janeiro, 08 de Janeiro de 2019

Eu, **Ricardo José Alonso Plata**, carteira de identidade número V9983552, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Miliam Juliana Alves Ferreira, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática nível de doutorado - PPGEM, UNESP/RC, no dia 04 de abril de 2017, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.



Assinatura

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

São Carlos, 9 de janeiro de 2019

Eu, **João Carlos Vieira Sampaio**, carteira de identidade número 6.085.636-1, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Miliam Juliana Alves Ferreira, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.

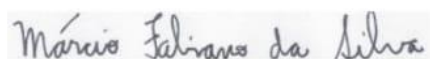


Assinatura

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Santo André, 17 de janeiro de 2019

Eu, Márcio Fabiano da Silva, carteira de identidade número 25098180-4, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Miliam Juliana Alves Ferreira, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.



Assinatura

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Campinas, 29 de Abril de 2019

Eu, **João Frederico da Costa Azevedo Meyer**, carteira de identidade número **3.594.538-2**, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Miliam Juliana Alves Ferreira, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.



Assinatura