



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Instituto de Ciência e Tecnologia
Câmpus de Sorocaba

JOAQUIM DELGADO DE CARVALHO DA COSTA BRAGA

ANÁLISE DE FILTROS DIGITAIS PARA ESTUDO DE VIBRAÇÕES EM
MÁQUINAS ROTATIVAS

SOROCABA

2022

JOAQUIM DELGADO DE CARVALHO DA COSTA BRAGA

ANÁLISE DE FILTROS DIGITAIS PARA ESTUDO DE VIBRAÇÕES EM
MÁQUINAS ROTATIVAS

Trabalho de Conclusão de Curso de
Graduação apresentado como parte
dos pré-requisitos para a obtenção do
título de Engenheiro de Controle e
Automação, à Universidade Estadual
Paulista, “Júlio de Mesquita Filho”

Orientador: Prof. Dr. Everson Martins

SOROCABA

2022

B813a Braga, Joaquim Delgado de Carvalho da Costa
Análise de filtros digitais para estudo de vibrações em máquinas rotativas / Joaquim Delgado de Carvalho da Costa Braga. -- Sorocaba, 2022
51 p. : tabs., fotos

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia de Controle e Automação) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba
Orientador: Everson Martins

1. Vibração. 2. Filtros digitais (Matemática). 3. Processamento de sinais. 4. Conversores analógicos-digitais. 5. Fourier, Análise de. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp, Biblioteca do Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

Nome do Aluno:	Joaquim Delgado de Carvalho da Costa Braga
Título do Trabalho:	ANÁLISE DE FILTROS DIGITAIS PARA ESTUDO DE VIBRAÇÕES EM MÁQUINAS ROTATIVAS.
Banca	
Orientador (O)	Prof. Dr. Everson Martins
Avaliador (A1):	Prof. Dr. Ivando Severino Diniz
Avaliador (A2):	Prof. Dr. Márcio Alexandre Marques

AVALIAÇÃO

1. Avaliação do Orientador quanto ao Desenvolvimento do Trabalho (Orientador) (N1) - Peso 25% da Nota Final (Notas de 0 a 10).

Item	Nota
Avaliação do(s) Relatório(s) Parcial(is) (60%)	9,5
Gerenciamento do TG (20%)	9,5
Grau de iniciativa do estudante (20%)	9,5
Média (N1)	9,5

2. Avaliação da Apresentação do Trabalho de Graduação (N2) – PESO 15% da Nota Final (Notas de 0 a 10).

Item	O	A1	A2	Média
Apresentação oral (40%)	9,0	8,5	9,0	8,8
Organização do material (40%)	9,0	8,5	9,0	8,8
Postura do Aluno (20%)	9,0	8,5	9,0	8,8
			Média	8,8

3. Avaliação do **Relatório Final** e **Artigo** (N3) – PESO 60% da Nota Final (Notas de 0 a 10).

Item	O	A1	A2	Média
Relatório Final: estrutura do relatório, pesquisa bibliográfica, metodologia, qualidade técnico-científica, redação, etc. (60%)	8,0	8,0	8,0	8,0
Artigo: definição do problema, pesquisa bibliográfica, originalidade da proposta, redação. (40%)	8,0	8,0	8,0	8,0
			Média	8,0

4. Parecer : Aprovado sem alterações Aprovado com alterações

Reprovado

5. Alterações Exigidas:

6. Nota **8,5**

Sorocaba, 21 de Setembro de 2022 .



Orientador

Avaliador 1

Avaliador 2

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Mario e Maria Célia por todo apoio, amor e incentivo, por sempre acreditarem em minha capacidade de conquistar meus objetivos e por sempre colocarem os nossos sonhos como prioridade.

À minha namorada, Sabrina, por estar ao meu lado em todos os melhores e piores momentos dos últimos 7 anos e por todo apoio, ajuda e incentivo. Sem você nem o começo, nem o fim da minha jornada universitária seriam possíveis.

Aos meus irmãos, Pati, Kiti e Gui por serem a minha rede de apoio, meus conselheiros e sempre estarem unidos independente da distância.

À Tia Gislene, por me dar inspiração e sabedoria para enfrentar os desafios que a universidade apresentou.

Ao Tio Paulo, por ter sido um impecável exemplo de bondade e esforço e por ter me inspirado e motivado a seguir a carreira de engenheiro.

À minha família inteira por me fornecerem a base, segurança e apoio para me tornar quem eu sou.

Aos meus amigos e irmãos de vida universitária Twolapa, Guita, Bonatti, Yudi, Tiago, Catu, Judeira e muitos outros e outras por estarem sempre juntos em todos os obstáculos da faculdade e da vida profissional.

Aos meus amigos e mentores, Fernando Cléber, Lucas Klink, Leonardo Affonso, Diego Mariano, Raphael Costa, Roberto Eyama e Rafael Mendes por me fornecerem as oportunidades, ferramentas e sabedorias para enfrentar a vida profissional e por me ajudarem a enxergar meu próprio potencial.

Ao Professor Dr. Everson Martins pelo conhecimento transmitido e pela oportunidade de desenvolver este projeto

RESUMO

A manutenção preditiva é o ramo que visa detectar possíveis problemas em equipamentos industriais antes que os mesmos aconteçam, assim possibilitando que as atitudes relevantes sejam tomadas. Um dos sintomas mais comuns que pode ajudar a prever falhas em máquinas rotativas é a vibração. Um sistema de análise de vibração para manutenção preditiva consiste em um sensor para captar os dados de vibração, que por sua vez envia-os para um *gateway* onde são realizadas operações de tratamento de dados como a remoção de bandas de frequência desnecessárias, que podem ofuscar as características mais relevantes dos dados. Para realizar esta remoção de bandas de frequência específicas, são utilizados filtros de frequência digitais. Existem diversos tipos e implementações de filtros de frequência digitais, cada um com vantagens e desvantagens. O presente trabalho tem como objetivo comparar as características de diversos filtros de frequência digitais, visando definir qual desses filtros melhor atende as duas principais necessidades de filtragem na análise de vibração: a remoção de componente de corrente contínua, também conhecida como *offset*, e a remoção de ruídos de alta frequência. Para isso foram geradas diversas ondas de entrada se baseando em características-chave das ondas de vibração geradas por máquinas rotativas com defeitos e os diferentes tipos de filtro aplicados às mesmas. Na aplicação de cada filtro, foram variados os parâmetros de frequência de aquisição, ordem do filtro e tipo do filtro. A eficácia destes filtros foi então avaliada com base nos principais requisitos de cada aplicação como o *ripple* na banda de passagem, atenuação na banda de bloqueio, largura de transição entre bandas e tempo de execução do filtro. Os resultados das análises foram avaliados com base nas diferenças entre os sinais de entrada e saída (pré e pós filtragem) nos domínios do tempo e frequência e a resposta em frequência dos filtros utilizados. Por fim, concluiu-se que os filtros do tipo *Butterworth* e *Cauer* são os mais vantajosos para a aplicação de remoção de componente de corrente contínua do sinal enquanto o filtro obtido pela convolução da função de janelamento de *Chebyshev* foi o mais vantajoso para a aplicação de remoção de ruídos de alta frequência e *anti-aliasing*. Com essas seleções de filtros, os componentes essenciais para detecção de falhas através de vibração são melhor mantidos, facilitando o processo de análise do sinal de vibração das máquinas rotativas.

Palavras-chave: Manutenção preditiva, vibração, filtros de frequência, digital, analógico.

ABSTRACT

Predictive maintenance is the field of study that aims to detect possible failures in industrial machinery before they occur, thus making it possible for the relevant actions to be taken. One of the most common symptoms that can help predict failures in rotating machinery is vibration. A vibration analysis system for predictive maintenance consists of a sensor for data collection which sends data to a gateway where data processing methods such as the removal of unnecessary frequency bands which can obscure relevant data characteristics are applied. To remove these frequency bands, digital frequency filters are used. There are several different implementations of digital frequency filters, each having its own advantages and disadvantages. The following study has the objective of comparing the characteristics of each of the main types of frequency filters in order to choose which of these best suits the two main applications of filters in vibration analysis: the removal of the DC component of the waveform, also known as offset and the removal of high frequency noise. For this, several waveforms were generated based on key characteristics of vibration waveforms generated by faulty rotating machines and the different types of filters were applied. In each instance, the values of sampling frequency, filter order and type were varied. The performance of each filter was then evaluated based on the main requisites of each application such as ripple in the passband, attenuation in the stopband, transition width and execution time. The results of the analyses were then evaluated based on the differences between the input and output signals both in the frequency and time domain and the filter's frequency response. Lastly, it was concluded that the Butterworth and Cauer filters had the best performance when it came to DC removal while the Chebyshev window sinc filter had the best performance for high frequency noise reduction and anti-aliasing. With these filter choices the essential components for fault detection are better preserved, thereby facilitating the process of vibration signal analysis for rotating machinery.

Keywords: Predictive maintenance, vibration, frequency filters, digital, analog.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Desalinhamento Angular	8
FIGURA 2: Desalinhamento Paralelo	8
FIGURA 3: Combinação de desalinhamento paralelo e angular	9
FIGURA 4: Exemplo de modulação por amplitude no domínio do tempo e frequência	10
FIGURA 5: Exemplo de modulação por frequência no domínio do tempo e frequência	11
FIGURA 6: Exemplo de representação de dados utilizando a função plot_dados.....	21
FIGURA 7: Teste com frequência de aquisição de 50000 Hz	24
FIGURA 8: Teste com frequência de aquisição de 150000 Hz	25
FIGURA 9: Teste com frequência de aquisição de 1000 Hz	25
FIGURA 10: Teste com frequência de aquisição de 150000 Hz	26
FIGURA 11: Teste de ordem 5	27
FIGURA 12: Teste de ordem 10	27
FIGURA 13: Teste de ordem 40	28
FIGURA 14: Teste de ordem 100	28
FIGURA 15: Teste de ordem 5	29
FIGURA 16: Teste de ordem 10	30
FIGURA 17: Teste Butterworth	31
FIGURA 18: Teste Chebyshev Tipo 1	32
FIGURA 19: Teste Chebyshev Tipo 2	33
FIGURA 20: Teste Elliptic.....	34
FIGURA 21: Teste Kaiser Window	35
FIGURA 22: Teste Slepian	35
FIGURA 23: Teste Chebyshev Window	36
FIGURA 24: Teste Hamming	37
FIGURA 25: Teste Hann.....	37

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: Tabela mostrando tempos de execução dos testes realizados com o filtro do tipo Hann com entrada FM.....	29
TABELA 2: Tabela de comparação de tempos de execução	31
TABELA 3: Comparativo do tempo médio de execução de cada filtro.....	38
TABELA 4: Comparativo das principais características dos filtros IIR testados	39
TABELA 5: Comparativo das principais características dos filtros FIR testados	39

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA	4
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3.1	<i>DIGITAL SIGNAL PROCESSING</i> (DSP).....	5
3.1.1	<i>ALIASING</i>	5
3.1.2	TEOREMA DE FOURIER	6
3.1.3	TEOREMA DE NYQUIST-SHANNON	6
3.2	MÁQUINAS ROTATIVAS	7
3.2.1	DEFEITOS EM MÁQUINAS ROTATIVAS E ANÁLISE DE VIBRAÇÃO.....	7
3.2.2	MODULAÇÕES	9
3.3	FILTROS DE FREQUÊNCIA.....	11
3.3.1	FILTROS FIR.....	12
3.3.2	FILTROS IIR.....	13
3.3.3	FILTROS APLICADOS À ANÁLISE DE VIBRAÇÃO	14
3.3.4	RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.....	14
3.4	TÉCNICAS COMPUTACIONAIS	15
3.4.1	PROGRAMAÇÃO PYTHON.....	15
4	METODOLOGIA	16
4.1	SIMULAÇÃO DE ONDAS.....	16
4.1.1	SINAL DE CONTROLE.....	16
4.1.2	SIMULAÇÃO DE DEFEITO MODULADO POR AMPLITUDE	17
4.1.3	SIMULAÇÃO DE DEFEITO MODULADO POR FREQUÊNCIA	18
4.2	PROJETO DE FILTROS	18
4.2.1	FILTROS IIR.....	19
4.2.2	FILTROS FIR.....	19
4.2.3	FUNÇÕES COMPLEMENTARES	20
4.3	REPRESENTAÇÃO DE DADOS.....	21
4.3.1	REPRESENTAÇÃO DA TRANSFORMADA DE FOURIER	22
4.4	AVALIAÇÃO DE FILTROS	23
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	24
5.1	FREQUÊNCIA DE AQUISIÇÃO.....	24
5.2	ORDEM DO FILTRO	26
5.3	TIPO DO FILTRO (FIR vs IIR)	30
5.4	FILTROS IIR.....	31
5.4.1	BUTTERWORTH.....	31

5.4.2	FILTRO CHEBYSHEV TIPO 1	32
5.4.3	FILTRO CHEBYSHEV TIPO 2	32
5.4.4	BESSEL.....	33
5.4.5	ELLIPTIC (CAUER).....	33
5.5	FILTROS FIR	34
5.5.1	FILTRO KAISER WINDOW	34
5.5.2	SLEPIAN WINDOW	35
5.5.3	CHEBYSHEV WINDOW.....	36
5.5.4	HAMMING E HANN WINDOW.....	36
5.6	TEMPO DE EXECUÇÃO.....	37
6	CONCLUSÃO	40
	REFERÊNCIAS	41

1 INTRODUÇÃO

Desde a revolução industrial, a utilização de maquinários se tornou predominante em todos os setores industriais. A maioria dos equipamentos industriais possui componentes rotativos, dadas as inúmeras funções que estes podem exercer (BLOCH, 1997). Estes componentes podem apresentar falhas mecânicas devido a fatores como desgaste, impactos e má lubrificação, entre outros (BLOCH, 1997). Diversos destes fatores manifestam-se através de indicadores ou sintomas que podem ajudar a prever os mesmos (BERRY, 1997).

Visto que falhas e defeitos em maquinários estão associados a acidentes, atrasos na produção e conseqüentemente prejuízos para as indústrias, muitas empresas têm investido na manutenção preditiva de seus equipamentos (MOBLEY, 2002). A manutenção preditiva é o ramo que visa detectar possíveis problemas em equipamentos industriais antes que os mesmos aconteçam, assim possibilitando que as atitudes relevantes sejam tomadas de forma planejada e calculada sem que sejam necessários os gastos adicionais e muitas vezes desnecessários associados à manutenção preventiva que troca componentes periodicamente independente de seu estado atual (MOBLEY, 2002).

Um dos sintomas mais comuns que pode ajudar a prever falhas em máquinas rotativas é a vibração (BERRY, 1997). A vibração é um dos dados mais descritivos em termos de predição de defeitos pois é muito sensível a mudanças microscópicas e as formas nas quais ela se altera geram uma visão detalhada das possíveis causas e gravidades de diversos problemas em componentes rotativos. Apesar desta eficácia, a vibração é um dado difícil de se analisar devido à precisão necessária e a complexidade das estratégias de seu estudo (BERRY, 1997).

Existem diversas ferramentas que podem ser utilizadas para simplificar o processo de análise de vibração. A transformada de Fourier é um artifício matemático que permite analisar um sinal temporal no domínio da frequência (BLACKLEDGE, 2000). Isso faz com que os componentes periódicos contidos na vibração de uma máquina sejam mais facilmente observados e estudados. Diversas outras técnicas podem ser utilizadas como a integração cumulativa da onda, que ajuda a enfatizar os componentes de baixa frequência contidos no sinal (BERRY, 1997).

Outra ferramenta importante na análise de vibração são os filtros de frequência. Na área de processamento de sinais, um filtro é um dispositivo ou processo que remove

componentes indesejados de um sinal, deixando apenas as partes relevantes à análise sendo realizada. No caso de filtros de frequência, o conteúdo sendo removido se trata de bandas específicas de frequência (PUN, 2002).

Na análise de vibração, filtros são utilizados principalmente visando isolar as informações críticas contidas na onda de vibração amostrada (SCHEFFER, 2004). Uma informação que é comum ser retirada na análise de vibração é o *offset*, que aparece no domínio da frequência como uma componente em 0 Hz. Além disso, é interessante remover os ruídos de baixa e alta frequência da onda (ORHAN, 2006).

Para isso, os filtros de frequência digitais são uma boa alternativa pois possuem menor custo quando comparados aos filtros analógicos e são de fácil implementação utilizando ferramentas digitais (ANSARI, 1987). Filtros analógicos são circuitos eletrônicos que utilizam componentes como resistores, capacitores, indutores e amplificadores operacionais enquanto filtros digitais são implementações puramente baseadas em software. Filtros analógicos possuem um potencial de desempenho maior visto que não sofrem da perda de dados que ocorre durante a conversão do analógico para discreto (AD) porém para que este aperfeiçoamento seja obtido é necessário aumentar a complexidade do circuito, conseqüentemente aumentando o custo (LITWIN, 2000).

Para a aplicação de um filtro digital, é necessário primeiro que o sinal de entrada analógico seja amostrado. O processo de discretização de sinais analógicos acarreta numa perda de informações mesmo quando bem executado. Isso significa que apesar dos filtros de frequência digitais possuírem um bom desempenho em relação ao sinal amostrado, muitas vezes o filtro analógico vai possuir resultados mais condizentes com a realidade do sinal. Além disso, existem perdas de informação inerentes aos algoritmos de filtragem digital como *roll-off*, zonas de transição e ripple nas bandas de passagem e bloqueio (LITWIN, 2000).

Visando atenuar os efeitos negativos listados acima, diversos algoritmos de filtragem digital foram desenvolvidos. Estes podem ser classificados de diversas formas. A divisão mais comum dos filtros digitais se baseia na resposta ao impulso dos algoritmos de filtragem utilizados. Nesta categorização, os filtros são divididos em filtros de resposta finita (FIR - *Finite Impulse Response*) e infinita (IIR - *Infinite Impulse Response*) (ANSARI, 1987).

Dentro de cada uma dessas categorias existem diversos modelos de filtro que visam melhorar algum aspecto da filtragem de sinais, muitas vezes em detrimento de outros fatores. É por causa disso que dentre essa multiplicidade de opções não existe uma objetivamente “melhor” e sim aquela que mais cabe à aplicação específica sendo desenvolvida (ANSARI, 1987).

Ferramentas computacionais também facilitam significativamente os processos de análise de vibração pois proporcionam a capacidade de observar as formas de onda e seus espectros e os manipulam de forma simples e eficaz. Para o processamento de sinais digitais em geral, uma das ferramentas mais utilizadas no mercado é a linguagem Python, que permite a realização de cálculos e lógicas complexas de forma simples (EASTWOOD, 2020).

2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA

Este trabalho foi desenvolvido durante estágio na empresa Prognosys, que fornecia soluções “ponta a ponta” de manutenção preditiva para o mercado industrial brasileiro. As soluções se tratavam de sistemas que englobavam desde o sensor (de fabricação própria), *gateways* que funcionavam como analisadores (dispositivos de borda, embarcados) e soluções online de visualização, monitoramento e representação dos dados. Devido às características embarcadas de grande parte do sistema e esforços de diminuir o custo das soluções considerando custos computacionais, de hardware e de requisitos em geral, grande cuidado era exercitado na escolha de estratégias, algoritmos e abordagens empregados pela equipe de desenvolvimento da qual o autor do presente trabalho fazia parte.

Com base nas problemáticas apresentadas acerca das falhas em maquinários rotativos e ferramentas utilizadas de modo preditivo com base na análise de vibração, esse trabalho tem como objetivo comparar as características de diversos filtros de frequência digitais, visando definir qual desses filtros melhor atende as duas principais necessidades de filtragem na análise de vibração: a remoção de componente de corrente contínua, também conhecida como *offset*, e a remoção de ruídos de alta frequência. Desta forma, espera-se otimizar as aplicações de manutenção preditiva aplicadas na empresa, conseguindo obter sinais filtrados de influências que atrapalham as análises e mantendo as componentes essenciais para o estudo de vibração.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 *DIGITAL SIGNAL PROCESSING* (DSP)

Processamento de sinais digitais é o uso de métodos computacionais para a realização de diversas operações de análise de sinais. O sinal digital é uma série de valores que representam a amostragem periódica de uma variável contínua em um domínio como o tempo, espaço ou frequência (AHMED, 2012). Possíveis aplicações para este campo incluem processamento de áudio, imagens e vibrações (BLACKLEDGE, 2000).

Um sinal analógico se trata de uma grandeza mensurável que varia com o tempo, possuindo um número infinito de valores em um determinado intervalo de tempo. Quando mapeados em um gráfico, sinais analógicos produzem uma curva contínua, por isso podem também ser chamados de sinais contínuos (ROBERTS, 1987).

Um sinal discreto normalmente é o produto de uma amostragem de um sinal analógico. Amostragem se refere à medição periódica de um valor instantâneo de uma grandeza, junto com o instante de tempo no qual cada medição foi feita, visando criar uma lista de valores e horários que pode ser interpretada computacionalmente para representar um sinal analógico de forma próxima ao real. O uso desta técnica se faz necessário devido à limitação de sistemas computacionais de lidarem com variações infinitas em um determinado sistema (SALIVAHANAN, 2001).

3.1.1 *ALIASING*

O período de tempo entre medições em um sinal digital é conhecido como frequência de aquisição ou taxa de amostragem. Quanto maior este tempo, mais informação é perdida em relação ao sinal original, diminuindo a confiabilidade de qualquer análise realizada com o mesmo. Este fenômeno é conhecido como *aliasing* (JIMENEZ, 2011).

Por outro lado, quanto menor o tempo entre amostras, maior a quantidade de dados a serem analisados consequentemente aumentando a demanda de processamento computacional para realizar qualquer operação com o mesmo. Para entender o tipo de informação que pode ser perdida em um processo de amostragem, pode-se observar o teorema de Fourier. Visando atingir um equilíbrio entre o processamento necessário e a confiabilidade do sinal, podem-se aplicar conceitos do teorema de Nyquist-Shannon de amostragem de dados (BLOCK, 2015).

3.1.2 TEOREMA DE FOURIER

Este teorema evidencia que uma função periódica $f(x)$ que é contínua pode ser expressa como uma soma de senos e cossenos (chamado de série de Fourier) cada uma contendo coeficientes de amplitude e fase específicos conhecidos como os coeficientes de Fourier (BOASHASH, 2015).

Já a transformada de Fourier é a operação matemática que decompõe uma função em suas componentes de frequência. Basicamente, essas componentes são as senoides puras que somadas resultam na função original que foi transformada (BOASHASH, 2015). Este método matemático é aplicável a sinais contínuos (analógicos) porém algoritmos foram desenvolvidos para que isso possa ser aplicado a sinais amostrados (digitais), esses algoritmos são denominados de transformada discreta de Fourier ou DFT, do inglês - *Discrete Fourier Transform* (OPPENHEIM, 1999). O algoritmo mais utilizado para realizar esta tarefa é o FFT (*Fast Fourier Transform*), que realiza o cálculo de forma econômica e rápida de um ponto de vista computacional (HEIDEMAN, 1985).

3.1.3 TEOREMA DE NYQUIST-SHANNON

Este teorema estabelece uma condição mínima suficiente para que uma sequência discreta de amostras consiga capturar toda a informação necessária de um sinal contínuo com largura de banda limitada. Isso significa que para o teorema ser aplicado na sua forma ideal, o sinal em questão deve possuir valor zero em sua transformada de Fourier fora de um gama definida de frequências. Satisfeitos estes requisitos, o teorema define a Frequência de Nyquist como a frequência de amostragem abaixo da qual o fenômeno de *aliasing* ocorre em um processo de discretização (BLOCK, 2015).

3.1.3.1 Frequência de Nyquist

A frequência de Nyquist é uma propriedade de um conversor analógico – digital que possui o valor de metade da taxa de amostragem utilizada. Quando a maior frequência contida em um sinal está abaixo da frequência de Nyquist, pode-se dizer que um sinal não contém perdas de informação por *aliasing*.

Apesar desta definição, na realidade sinais vão sempre conter diversas componentes de frequência fora do intervalo de interesse para uma devida análise. Sendo assim, para aplicar o teorema de Nyquist-Shannon em uma situação real, é necessário saber a frequência máxima de interesse, em outras palavras, a frequência acima da qual o

conteúdo pode ser considerado ruído. Com esta definição, a frequência de Nyquist não vai garantir que toda a informação do sinal contínuo seja preservada no sinal amostrado entretanto, pode-se afirmar que a informação relevante será preservada (POR, 2019).

3.2 MÁQUINAS ROTATIVAS

Máquinas rotativas são máquinas que convertem energia elétrica em energia cinética na forma rotacional. Estes equipamentos possuem componentes estáticos (estatores) e rotacionais (rotores) (GHOSH, 2012).

3.2.1 DEFEITOS EM MÁQUINAS ROTATIVAS E ANÁLISE DE VIBRAÇÃO

Existem diversos tipos de defeitos que ocorrem em máquinas rotativas. Entre estes, os mais comuns são falhas de rolamento, engrenamento, lubrificação, alinhamento, desbalanceamento (MARINS, 2016). A maioria destes podem ser detectados através da análise de vibração utilizando diversas estratégias.

A forma mais comum de se medir a vibração de um equipamento é com um acelerômetro. O acelerômetro é um equipamento que mede a aceleração linear em um ponto em um ou mais eixos. No caso de vibração, é interessante observar a aceleração nos 3 principais eixos de movimento da máquina (x, y e z) (LACEY, 2011).

Além da aceleração, as ondas de velocidade e posição podem ajudar a obter mais informações sobre o estado da máquina em questão. Para obter estas ondas, o sinal de aceleração medido pelo acelerômetro é submetido ao processo de integração cumulativa. Isto pode ser realizado de forma analógica (com circuitos integradores) ou discreta (algoritmos de integração digital). A onda de velocidade ajuda a melhor observar componentes de baixa frequência em detrimento dos dados de alta frequência (OHRAN, 2006).

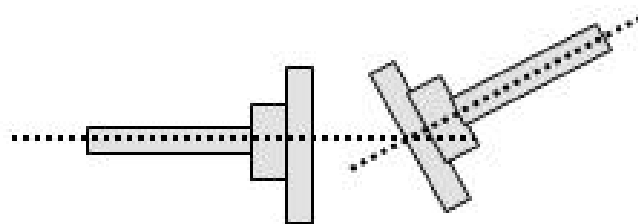
3.2.1.1 *Desbalanceamento*

Desbalanceamento em um componente rotacional é a distribuição não uniforme da massa em volta do eixo de rotação. Isso causa com que o centro de massa inercial se torne desalinhado com o centro do eixo de rotação. O efeito deste efeito na vibração, medida por um acelerômetro pode ser modelado como uma onda senoidal pura com frequência igual à velocidade de rotação da máquina (BERRY, 1997).

3.2.1.2 Desalinhamento

Desalinhamento em uma máquina rotativa significa que existe uma diferença na posição do centro de rotação de dois eixos que rotacionam juntos. Existem dois tipos principais de desalinhamento: O desalinhamento linear e axial. O desalinhamento axial (ou angular) é caracterizado por uma diferença nos ângulos nos quais os dois eixos estão posicionados, fazendo com que os mesmos se encontrem de forma não linear (NORTON, 1990). A Figura 1 demonstra este fenômeno.

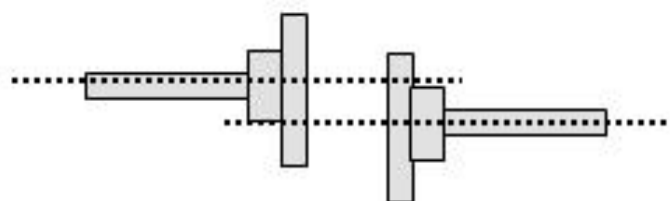
Figura 1 - Desalinhamento angular



Fonte: <https://romutech.com.br/alinhamento-a-laser-de-eixos/>

O desalinhamento linear (ou paralelo) ocorre quando os eixos estão paralelos um ao outro porém seus centros de rotação se encontram desalinhados (NORTON, 1990). Este fenômeno é ilustrado na Figura 2.

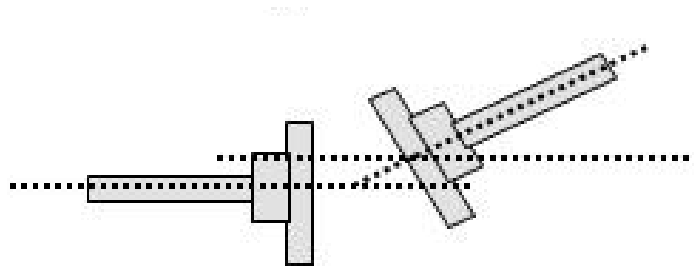
Figura 2 - Desalinhamento paralelo



Fonte: <https://romutech.com.br/alinhamento-a-laser-de-eixos/>

Apesar desses dois fenômenos ocorrerem por razões distintas e terem efeitos distintos sobre o equipamento, o cenário mais comum é que o sistema possua uma combinação destas duas problemáticas (NORTON, 1990). A Figura 3 demonstra uma situação na qual ambos os tipos de desalinhamento estão presentes.

Figura 3 - Combinação de desalinhamento paralelo e angular



Fonte: <https://romutech.com.br/alinhamento-a-laser-de-eixos/>

3.2.1.3 *Folga*

Folga mecânica é um fenômeno no qual um componente se move em direções e orientações que não deviam ser possíveis. Isso ocorre devido à má fixação de um componente. Isso pode ocorrer em um nível estrutural do equipamento como um todo, fazendo com que o equipamento vibre de forma indesejada (BLOCH, 1997).

3.2.1.4 *Engrenamento*

Engrenamento é um defeito que ocorre em equipamentos que possuem engrenagens. Existem diversos jeitos nos quais estes componentes podem apresentar falha como desgaste nos dentes, trinca ou quebra no dente, excentricidade ou folga na engrenagem, desalinhamento na engrenagem e sobrecarga nos dentes (BLOCH, 1997).

O tipo de falha de engrenamento mais comum é o desgaste nos dentes. Este faz com que ocorram pequenos impactos toda a vez que o dente desgastado é engrenado. Este é o tipo mais comum de defeito relacionado a engrenamento (BLOCH, 1997).

3.2.1.5 *Lubrificação*

A má lubrificação de um componente causa atritos indesejados e apesar de não ser uma falha por si só é um dos fenômenos que mais causa falhas em equipamentos industriais (BLOCH, 1997).

3.2.2 MODULAÇÕES

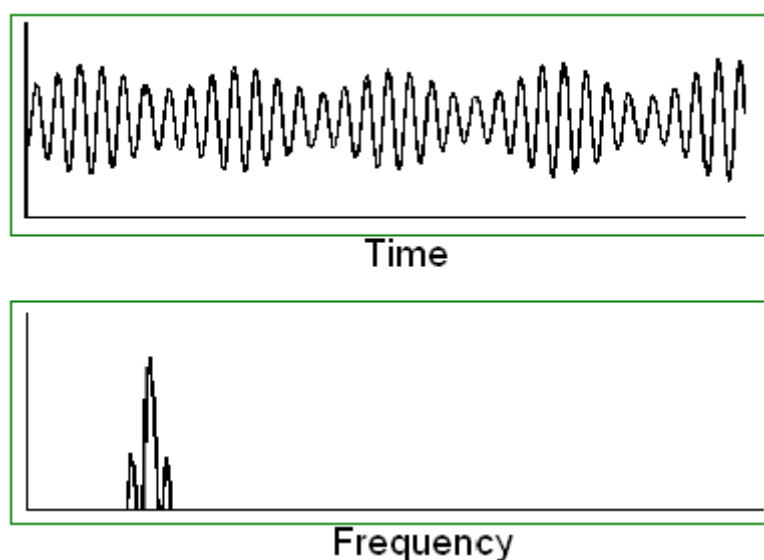
3.2.2.1 *Modulação por amplitude (AM)*

Modulação por amplitude se refere à variação da amplitude de um sinal devido à influência de outro componente do sinal, conhecido como a frequência de modulação. A frequência de modulação normalmente é muito menor que a frequência da onda modulada. A modulação por amplitude é um processo não linear que introduz novos

componentes de frequência ao espectro. Estes componentes são conhecidos como bandas laterais (RODER, 1931).

Na análise de vibração, a presença destas bandas laterais no espectro da aceleração pode ser utilizada como indicação de que houve uma modulação por amplitude no sistema, ajudando a identificar defeitos específicos. A frequência de modulação mais comum na análise de vibração é a velocidade de rotação da máquina e frequências moduladas podem ser frequências de engrenamento ou de rolamentos. A Figura 4 mostra um exemplo de uma onda modulada por amplitude e seu espectro correspondente (LOUGHLIN, 1996).

Figura 4 - Exemplo de modulação por amplitude no domínio do tempo e frequência



Fonte: Autoria própria

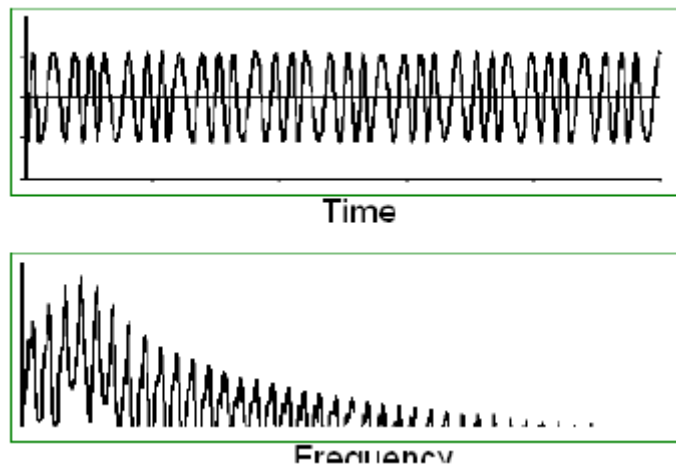
3.2.2.2 Modulação por frequência (FM)

Modulação por frequência se refere à variação da frequência de um sinal por influência de outro componente de sinal, normalmente de menor frequência. A modulação por frequência é mais rara na análise de vibração de máquinas rotativas, mas também pode ser observada até um certo ponto no caso de engrenamento (LOUGHLIN, 1996).

No espectro de um sinal modulado por frequência, diversas bandas laterais podem ser observadas em intervalos constantes de frequência. A amplitude destas bandas diminui conforme se distanciam da frequência sendo modulada, que possui a maior

amplitude. A Figura 5 mostra um exemplo de uma onda sendo modulada por frequência (LOUGHLIN, 1996).

Figura 5 - Exemplo de modulação por frequência no domínio do tempo e frequência



Fonte: Autoria própria

3.3 FILTROS DE FREQUÊNCIA

Na área de processamento de sinais, um filtro é um dispositivo ou processo que remove componentes indesejados de um sinal, deixando apenas as partes relevantes à análise sendo realizada. No caso de filtros de frequência, o conteúdo sendo removido se trata de bandas específicas de frequência. As bandas de frequência a serem removidas são conhecidas como bandas de rejeição enquanto as bandas a serem preservadas são denominadas bandas de passagem. As frequências que delimitam as bandas de passagem e rejeição são conhecidas como frequências de corte (LITWIN, 2000).

Filtros que liberam as frequências acima de uma determinada frequência de corte, bloqueando as componentes abaixo são conhecidos como filtros “passa-alta”. Inversamente, filtros que liberam frequências inferiores à frequência de corte, bloqueando as superiores são denominados de filtros “passa-baixa”. Já filtros que contém duas frequências de corte e liberam os valores entre estes limites são chamados de filtros “passa banda”. O inverso deste filtro – filtros que bloqueiam as frequências contidas no intervalo entre frequências de corte – são conhecidos como filtros “rejeita-banda” (LITWIN, 2000).

O desempenho de um filtro digital pode ser avaliado considerando seu funcionamento ideal. Um filtro de frequência seria considerado ideal se o resultado da transformada de Fourier do sinal após filtragem fosse 0 para todas as frequências nas bandas de rejeição e idênticos aos valores da onda original para todas as frequências dentro da banda de passagem (JIMENEZ, 2011).

Entretanto, na realidade, filtros de frequência digitais, apesar de muito eficazes, têm efeitos externos sobre a onda sendo filtrada. Entre estes efeitos, pode-se observar o “*Ripple*”, uma oscilação introduzida nas bandas de corte (rejeição) e passagem perto da frequência de corte. Além disso, filtros reais possuem zonas de transição entre a banda de passagem e a banda de bloqueio, onde ocorre uma atenuação gradual dos valores originais da onda (JIMENEZ, 2011).

Devido aos critérios de avaliação da eficácia de filtros, foram desenvolvidos diversos algoritmos diferentes para a filtragem de sinais discretos. A principal classificação dos diferentes tipos de filtro se baseia nas equações matemáticas utilizadas para a filtragem do sinal. Os tipos de filtro divididos baseando-se neste critério são os filtros de resposta impulsiva finita (FIR) e filtros de resposta impulsiva infinita (IIR) (JIMENEZ, 2011). O cálculo de saída dos filtros tipo IIR utilizam a saída anterior para calcular a saída, desta forma se tornando uma função recursiva enquanto o filtro FIR independe do estado anterior.

3.3.1 FILTROS FIR

Um filtro do tipo FIR se refere a um filtro que possua uma resposta de duração finita. Em outras palavras, a resposta do filtro para qualquer entrada de tamanho finito será finita porque a mesma decai a 0 em tempo determinado. Este tempo é definido pela ordem (N) do filtro e é sempre $N+1$ (LITWIN, 2000).

A equação de um filtro FIR de ordem N é dada pela equação 1.

$$y(n) = \sum_{i=0}^N b_i x(n - i) \quad (1)$$

Onde $x(n)$ é o sinal de entrada, $y(n)$ é o sinal de saída, N é a ordem do filtro e b_i são os coeficientes do filtro.

As principais características de filtros do tipo FIR são que os mesmos são lentos em relação aos filtros IIR, com um alto custo computacional. Filtros FIR também são sempre estáveis e possuem atraso/fase constante (JIMENEZ, 2011).

Filtros digitais do tipo FIR são projetados utilizando o método da convolução. Este método utiliza um intervalo finito de pontos da resposta ao impulso do filtro e não depende do estado de saída anterior do filtro. O método mais comum de projeto de filtros do tipo FIR é o método do *window sinc*. Este método utiliza ‘janelas’ que, quando são combinadas com o sinal por meio de convolução geram uma resposta de filtro (JIMENEZ, 2011). Existem diversas janelas, cada uma com suas particularidades, vantagens e desvantagens. As principais janelas utilizadas no processamento de sinais que serão analisadas neste estudo são:

- Hamming
- Hann
- Kaiser
- Slepian
- Chebyshev

3.3.2 FILTROS IIR

Os filtros do tipo IIR são projetados pelo método recursivo, em outras palavras, a função que descreve o funcionamento do filtro é obtida levando em consideração o estado de saída anterior do sistema. Existem diversos tipos de filtros projetados desta forma (JIMENEZ, 2011).

A equação deste tipo de filtro é dada pela equação 2.

$$y(n) = \sum_{i=0}^N b_i x(n-i) + \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) \quad (2)$$

Filtros do tipo IIR são mais leves em termos de custo computacional e possuem *delay* não constante. Além disso este tipo de filtro pode apresentar instabilidades (LITWIN, 2000).

Os principais filtros IIR utilizados no processamento de sinais digitais e que serão analisados neste estudo são:

- Butterworth
- Chebyshev tipo 1
- Chebyshev tipo 2 (Chebyshev inverso)
- Cauer (Elliptic)
- Bessel

3.3.3 FILTROS APLICADOS À ANÁLISE DE VIBRAÇÃO

Na análise de vibração, existem duas situações principais nas quais a filtragem de sinais é utilizada: a remoção do componente de corrente contínua das ondas pois o mesmo ofusca informações importantes de baixa frequência do sinal e a remoção de efeitos do *aliasing* e ruídos de alta frequência (JUNG, 2017).

No caso da remoção do componente CC a demanda de filtragem é rigorosa pois a região próxima ao offset contém informações críticas à análise, como a rotação principal da máquina e as bandas laterais inferiores. O filtro projetado para esta aplicação é um filtro do tipo “passa-alta” com a frequência de corte mais próxima possível do 0 Hz. Para isso, é necessário achar um filtro com uma zona de transição pequena, pouca atenuação na banda de passagem e pouco *ripple* (LACEY, 2011).

Na aplicação de anti-aliasing, a filtragem é normalmente realizada em uma frequência maior do que a frequência proposta por Nyquist, visando mitigar os efeitos introduzidos pelo filtro. Neste caso, é adotado um filtro passa-baixa com uma frequência de corte de 2,56 vezes a maior frequência relevante à análise (OHRAN, 2006).

3.3.4 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

A resposta em frequência de um sistema se refere à medida de fase e magnitude da saída de um sistema em função de sua frequência de entrada. A resposta em frequência caracteriza sistemas no domínio da frequência da mesma forma que a resposta ao impulso faz no domínio do tempo. A resposta em frequência é, portanto, a transformada de Fourier da resposta ao impulso (RAKE, 1979).

Em sua forma padrão, a resposta em frequência é uma grandeza tridimensional, contendo amplitude, fase e frequência. Uma forma de representar isso em uma forma bidimensional pode ser através do diagrama de Bode. Este diagrama contém duas curvas, uma de amplitude versus frequência e uma de fase versus frequência (RAKE, 1979).

Outra forma pela qual a resposta em frequência de um sistema pode ser representada é separando a fase em dois componentes ortogonais: um em fase e um com 90 graus de defasagem. A componente em fase é conhecida como a parte real enquanto a defasada é denominada de imaginária. Quando estas divisões são plotadas uma em função da outra, o resultado é conhecido como diagrama de Nyquist (RAKE, 1979).

3.4 TÉCNICAS COMPUTACIONAIS

3.4.1 PROGRAMAÇÃO PYTHON

Python é uma linguagem de programação de alto nível que foi desenvolvida com o objetivo de ser facilmente legível. A linguagem é orientada a objetos e interpretada ao invés de compilada, isso faz com que seja utilizada para diversas aplicações diferentes (KUHLMAN, 2012). Esta tecnologia também possui diversas bibliotecas (algumas open source e desenvolvidas pela comunidade) voltadas para diversas áreas e funcionalidades, principalmente no campo de matemática e análise de dados. Essas características fazem da linguagem Python a mais utilizada no campo de *data science* e processamento de sinais (EASTWOOD, 2020).

4 METODOLOGIA

4.1 SIMULAÇÃO DE ONDAS

Para simular as ondas, foi utilizada a linguagem Python com a biblioteca de funcionalidades matemáticas Numpy. O código escrito para a criação dos sinais foi desenvolvido de forma funcional. Para cada sinal gerado, foi criada uma função com os parâmetros básicos de entrada sendo a frequência de aquisição simulada para o sinal criado e o número de amostras desejado na onda.

Todos os sinais de saída foram estruturados na forma de listas de valores no formato “*array*” da biblioteca Numpy com um *array* de valores para o eixo x sendo uma sequência numerada com cada um de seus valores dividido pela taxa de aquisição definida e um vetor com os valores do eixo y correspondentes para cada valor do eixo x. O vetor do eixo x foi denominado de “t” enquanto aos vetores de eixo y de cada sinal foram dados nomes descritivos dos sinais específicos sendo gerados.

Para demonstrar a estrutura criada, considere uma reta com a equação $y = 2x$ de 5 amostras com taxa de aquisição de 1 segundo. Neste caso o vetor t teria a forma demonstrada na equação 3.

$$t = [1,2,3,4,5] \quad (3)$$

Já o vetor do eixo y, poderia ser denominado “*reta_constante*” e conteria os valores mostrados na equação 4.

$$reta_constante = [2,4,6,8,10] \quad (4)$$

Além dos parâmetros de entrada básicos acima citados foram adicionados a cada função os parâmetros adicionais necessários para a geração de cada onda. Entre estes parâmetros foram incluídos dados como frequências de cada componente contido no sinal.

4.1.1 SINAL DE CONTROLE

O primeiro sinal gerado foi composto por 3 componentes senoidais puros com frequências distintas e amplitude constante. Este sinal foi criado para validar os funcionamentos básicos de cada filtro projetado pois este facilita a observação da remoção de componentes de frequência específicos do sinal, facilitando a visualização da região de corte e de passagem do filtro em todas as suas possíveis funções (passa-baixa,

passa-alta, passa-banda e rejeita-banda). As frequências das harmônicas contidas no sinal foram selecionadas visando manter uma distância grande entre as mesmas para, por enquanto, negligenciar os efeitos adversos dos filtros e avaliar somente se os mesmos estavam funcionando, basicamente. As frequências escolhidas foram de 5 Hz, 50 Hz e 250 Hz visando ter uma distância considerável entre as componentes de frequência.

4.1.2 SIMULAÇÃO DE DEFEITO MODULADO POR AMPLITUDE

A primeira simulação de defeito realizada para o teste dos filtros foi a de um sinal modulado por amplitude. A seleção deste sinal teve como objetivo simular uma situação semelhante a um defeito de engrenamento e verificar a eficácia de um filtro de frequência em isolar a componente fundamental do sinal de suas bandas laterais.

Para a geração deste sinal foi utilizada uma onda portadora senoidal com a frequência de 200 Hz. Esta onda representa a frequência de engrenamento da máquina simulada.

A onda moduladora do sistema foi gerada com uma frequência de 10 Hz. Isso representa a velocidade de rotação da engrenagem. As frequências moduladora e portadora foram selecionadas experimentalmente para que o espectro possuísse uma distância adequada entre a harmônica principal e suas bandas laterais. A frequência de aquisição foi variada para os testes dos filtros e será discutida em mais detalhes na seção “AVALIAÇÃO DE FILTROS”.

Para a geração do sinal final, as ondas moduladora e portadora foram multiplicadas uma pela outra e, em seguida, a portadora foi adicionada. A equação da onda pura de modulada por amplitude, portanto, teve a forma apresentada na equação 5 e foi denominada de “sig_am”.

$$sig_am = y_mod * y_port + y_port \quad (5)$$

Onde y_mod representa a onda moduladora e y_port representa a onda portadora.

Além disso, foi adicionado o efeito de ruído branco visando melhor observar os efeitos dos filtros e aumentando a semelhança com uma situação real da onda gerada.

O ruído branco utilizado foi gerado com uma componente DC nula e desvio padrão de amplitudes proporcional ao sinal sendo gerado. Para isso foi utilizada a função “*random.normal*” da biblioteca Numpy. Essa função gera valores aleatórios de uma

distribuição Gaussiana. Para assegurar-se de que o ruído utilizado fosse constante em todos os testes realizados, foi fixado o parâmetro “*seed*” do módulo “*random*” da biblioteca Numpy. Isso faz com que o valor randômico gerado seja sempre o mesmo. Isso foi feito para evitar fatores externos que influenciam na comparação de diferentes filtros.

4.1.3 SIMULAÇÃO DE DEFEITO MODULADO POR FREQUÊNCIA

O segundo defeito gerado foi o de uma onda modulada por frequência. Esta seleção foi feita para observar uma situação com mais componentes de frequência distintos presentes no sinal e avaliar a influência dos filtros nestes componentes.

Para o sinal modulado por frequência foi utilizada uma portadora com frequência de 50 Hz e uma moduladora com frequência de 5 Hz. Essas frequências foram selecionadas experimentalmente visando manter as bandas laterais próximas. A frequência de aquisição também foi variada para cada teste.

Para controlar o efeito da onda moduladora sobre a onda de saída, foi inserido um parâmetro chamado índice de modulação (*modulation_index*) que foi multiplicado à forma de onda. Desta forma, com o índice de modulação sendo 1, a onda moduladora tomaria a forma de uma senoidal de amplitude 1.

Considerando a onda de saída como $f(x)$ e a moduladora como $h(x)$, a onda modulada por frequência possui a forma demonstrada na equação 6.

$$f(x) = \sin(2\pi * (freq_portadora * x + h(x))) \quad (6)$$

Para a implementação desta equação em linguagem Python, foi utilizada a função “*enumerate*” para iterar o vetor de valores de x usando seu índice e valor para calcular cada ponto da curva.

4.2 PROJETO DE FILTROS

A implementação dos filtros de frequência foi feita utilizando a biblioteca Scipy do Python. Os filtros foram criados como funções parametrizadas com os parâmetros adequados de cada filtro e a saída como um *array* contendo o sinal filtrado assim como os coeficientes da resposta em frequência do sinal gerados utilizando a função *freqz* do módulo *signal* da biblioteca Scipy.

4.2.1 FILTROS IIR

Para os filtros do tipo IIR, foram utilizadas as funções dos diversos tipos de filtro contidas no módulo *signal* da biblioteca *scipy*. Foi criada uma camada de abstração acima destas funções visando padronizar ao máximo a forma de entrada e saída de dados.

Os filtros IIR selecionados para teste foram:

- Butterworth
- Chebyshev tipo 1
- Chebyshev tipo 2 (Chebyshev inverso)
- Cauer (Elliptic)
- Bessel

Estes foram selecionados devido ao fato de serem os filtros mais utilizados para aplicações de análise de sinais.

As funções criadas para os filtros do tipo IIR foram parametrizadas para receber um *array* de dados, a frequência de aquisição em Hertz, o tipo de filtragem desejada ('passa-banda', 'rejeita-banda', 'passa-baixa' ou 'passa-alta'), a ordem do filtro e as frequências de corte desejadas (será apenas uma frequência de corte no caso de filtros do tipo 'passa-baixa' e 'passa-alta').

Também foi importante padronizar a forma pela qual as funções de filtragem retornavam os valores desejados. Os valores retornados pela função foram os coeficientes da resposta em frequência e o sinal filtrado, ambos em formato de *array*.

4.2.2 FILTROS FIR

Para o projeto dos filtros FIR, foi utilizado o método *window sinc*, que se baseia na convolução do sinal de entrada com uma função de janelamento. Para isso, foi utilizada a função *firwin* do módulo *signal* da biblioteca *Scipy*. Como esta função já possui a maioria das funções de janelamento embutidas, a função padrão criada possibilita a utilização de qualquer uma das seguintes janelas (também conhecidos como os filtros do tipo FIR):

- Boxcar/Rectangular
- Triangular

- Blackman
- Hamming
- Hanning
- Bartlett
- Flattop
- Parzen
- Bohman
- Blackman-Harris
- Nuttall
- Bartlett-Hann
- Cosine

Estas janelas possuem uma forma padrão e não são parametrizáveis. Para as janelas que necessitam de parâmetros adicionais, foram criadas funções separadas. Estas se tratam das seguintes janelas:

- Chebyshev (Necessita de um parâmetro de atenuação da janela)
- Kaiser (Necessita de valores de *ripple* e largura de transição)
- Gauss (Necessita do desvio padrão desejado)
- Slepian (Necessita da largura)

Apesar destas diversas possibilidades de janelamento, as janelas selecionadas para comparação foram as de Hamming, Hann, Kaiser, Slepian e Chebyshev por serem as mais utilizadas e com potencial mais promissor para as aplicações de análise de vibração.

Os parâmetros de entrada dos filtros do tipo FIR foram definidos como o array de dados a ser filtrado, a frequência de aquisição em Hertz, o tipo da janela a ser aplicada, a função de filtragem desejada ('passa-banda', 'rejeita-banda', 'passa-baixa' ou 'passa-alta'), as frequências de corte do filtro.

Os valores retornados pelas funções criadas foram os mesmos das funções de filtros IIR, visando manter a padronização das análises.

4.2.3 FUNÇÕES COMPLEMENTARES

Além dessas funções, foi implementada a funcionalidade de medição de tempo de execução de cada filtro afim de avaliar o custo computacional de cada tipo de filtro. Para

isso, foi marcado o instante de tempo no formato “*timestamp*” do início e do fim da execução das funções de filtragem.

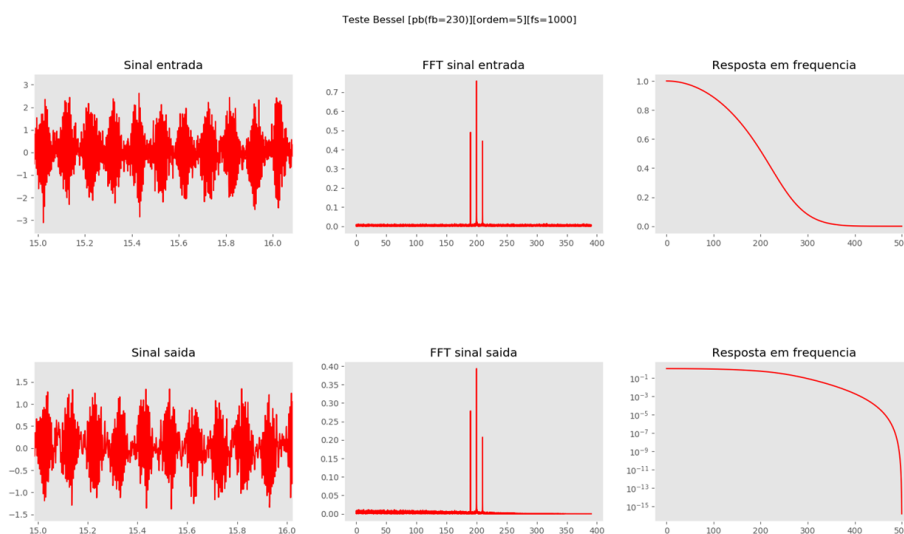
4.3 REPRESENTAÇÃO DE DADOS

Para a demonstração dos dados foi criada uma função que gera seis gráficos relevantes à análise do filtro. Os gráficos são organizados em uma matriz 2x3. Os parâmetros de entrada da função que gera os gráficos são: o título principal (padronizado para conter o tipo de filtro sendo analisado, a função do filtro, a(s) frequência(s) de corte, a ordem do filtro e a frequência de aquisição utilizada; a frequência de aquisição, o vetor com os intervalos de tempo utilizados, o sinal de entrada, o sinal de saída, o vetor com as linhas de frequência presentes no sinal, a FFT da entrada, a FFT da saída e os coeficientes da resposta em frequência de cada filtro, gerados pela função *freqz*, da biblioteca “*scipy.signal*” do Python. Os gráficos são gerados utilizando o módulo *pyplot* da biblioteca Matplotlib do Python.

Os primeiros dois gráficos mostram o sinal de entrada e saída no domínio do tempo. Os dois gráficos seguintes mostram o sinal de entrada e saída no domínio da frequência (resultados das FFTs dos sinais) e os dois últimos mostram a resposta em frequência do filtro em escala de magnitude e logarítmica respectivamente.

A Figura 6 mostra um exemplo de dados mostrados pela função *plot_dados()*.

Figura 6 - Exemplo de representação de dados utilizando a função *plot_dados*.



Fonte: Autoria própria

4.3.1 REPRESENTAÇÃO DA TRANSFORMADA DE FOURIER

Para a realização da transformada de Fourier dos dados foi utilizada a função “fft”, do módulo “*fftpack*” do Scipy. Essa função retorna o valor complexo da FFT calculada. Devido a este fato, foi criada uma função chamada FFT_, para abstrair os tratamentos necessários para a representação dos resultados da FFT do sistema. Estes tratamentos têm o intuito de representar o dado no domínio da frequência de forma que o eixo x mostre a amplitude de cada componente senoidal contida no sinal enquanto o eixo y demonstre as linhas de frequência do sinal em Hertz.

Para isso, a função foi projetada para receber o sinal de entrada no domínio do tempo, o vetor de valores do eixo x no domínio do tempo e a frequência de amostragem em Hertz. A saída da função foram dois vetores unidimensionais, um contendo os valores do eixo y do dado no domínio da frequência e o outro contendo as linhas de frequência referentes aos valores do eixo x.

Para este tratamento primeiramente foi calculada a maior frequência a ser observada de acordo com o princípio de amostrar até 2,56 vezes a maior frequência de interesse no sinal. Sendo assim, a frequência máxima a ser observada foi definida de acordo com a equação 7.

$$f_{max} = f_s/2,56 \quad (7)$$

Em seguida foi calculada a FFT do sinal utilizando a função FFT do módulo *fftpack* do Scipy.

Posteriormente, foi calculada a magnitude do sinal afim de remover a parte negativa. Para isso, foi utilizada a função *abs* do Numpy que retorna o valor absoluto do parâmetro de entrada fornecido. Este valor foi dividido pelo número de pontos e multiplicado por 2 para obter o resultado desejado.

Em seguida, as formas de onda resultantes foram limitadas à frequência máxima calculada, removendo os valores restantes.

Finalmente, o vetor de linhas de frequência do sistema foi gerado utilizando a função *linspace* do Numpy com o comprimento do vetor de y e a frequência máxima como parâmetros. Esta função simplesmente gera uma distribuição igualmente espaçada com o número de amostras passado e o valor máximo definido.

4.4 AVALIAÇÃO DE FILTROS

Os testes foram realizados para cada tipo de filtro selecionado variando os seguintes parâmetros: frequência de aquisição, ordem, função do filtro e sinal de entrada. Os resultados de cada teste foram plotados utilizando a função `plot_dados` discutida acima.

Para o parâmetro de frequência de aquisição, os valores utilizados foram de 1000 Hz, 10000 Hz, 50000 Hz e 150000 Hz. Esta definição teve o intuito de estressar a execução dos filtros assim como observá-las em seu funcionamento básico. Os valores de 1000 e 10000 Hz foram definidos para representar limites operacionais próximos à vida real enquanto o valor de 50000 Hz foi definido para fazer um teste do limite do filtro, porém, após observação do funcionamento a 50000 Hz, foi decidido incluir o valor de 150000 Hz pois os resultados ainda estavam relativamente estáveis em 50000 Hz.

Para a definição de ordem do filtro foi necessário escolher valores diferentes para os filtros do tipo IIR e FIR. Isso é consequência do fato de que os conceitos de ordem destes tipos de filtro diferem. Além disso os filtros do tipo IIR precisam utilizar ordens mais baixas devido à sua possível instabilidade. Com isso em mente, os filtros do tipo IIR foram executados com ordens 5 e 10 e os do tipo FIR com ordens 40 e 100.

Todos os filtros foram testados com a função de passa baixa e passa alta e com os sinais de entrada AM (com ruído) e FM (com ruído). Essas definições tiveram como objetivo observar o funcionamento dos filtros para remoção de bandas de frequência próximas.

Um programa Python foi desenvolvido para orquestrar a chamada, parametrização e output de todas as funções necessárias. Este programa foi denominado “testes.py”.

Os resultados obtidos foram analisados em termos de sua resposta em frequência e coerência do sinal filtrado tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Para avaliar o funcionamento dos filtros, foi levado em consideração o *ripple* nas bandas de passagem de bloqueio, a largura da zona de transição e o atraso de frequência. Além destes parâmetros, foi analisado o tempo de execução de cada filtro, o que foi tabelado.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

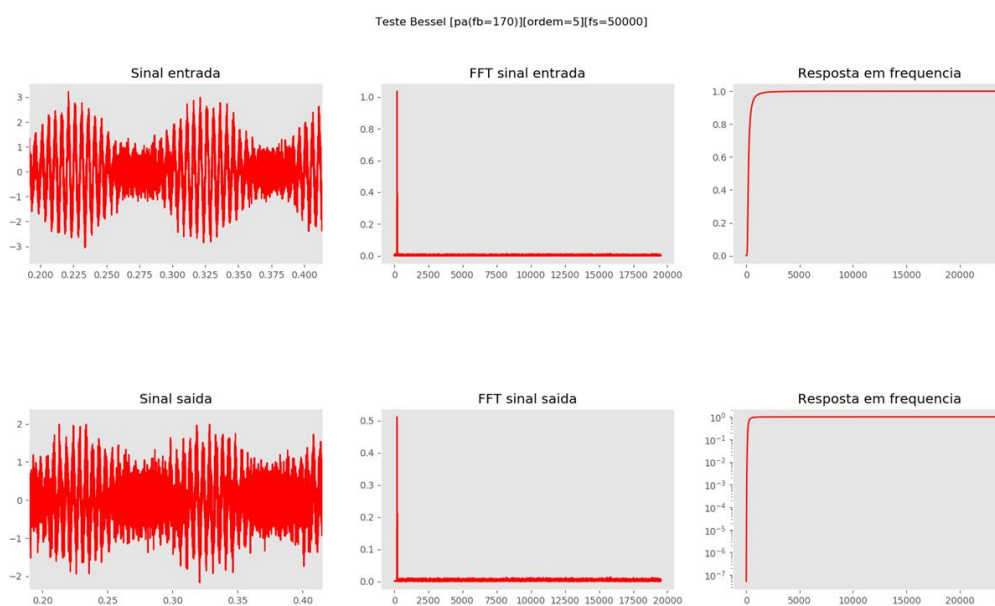
Os resultados de todos os testes realizados se encontram no arquivo de anexos enviado separadamente (devido ao seu tamanho). Estes resultados incluem todas as formas de onda coletadas, para cada tipo de filtro e situação de teste. Os resultados serão analisados em termos de cada parâmetro alterado de forma independente, visando isolar o efeito de cada alteração no design de filtros digitais.

5.1 FREQUÊNCIA DE AQUISIÇÃO

Os testes foram planejados de forma que os sinais a serem analisados não continham componentes fundamentais com frequências acima da frequência de Nyquist do sistema. Isso é o primeiro ponto importante a se levar em consideração em relação à frequência de aquisição do sistema. Caso o sistema contenha frequências de interesse acima da frequência de Nyquist do sistema, ocorrerá o problema de *aliasing*, perdendo dados importantes do sistema.

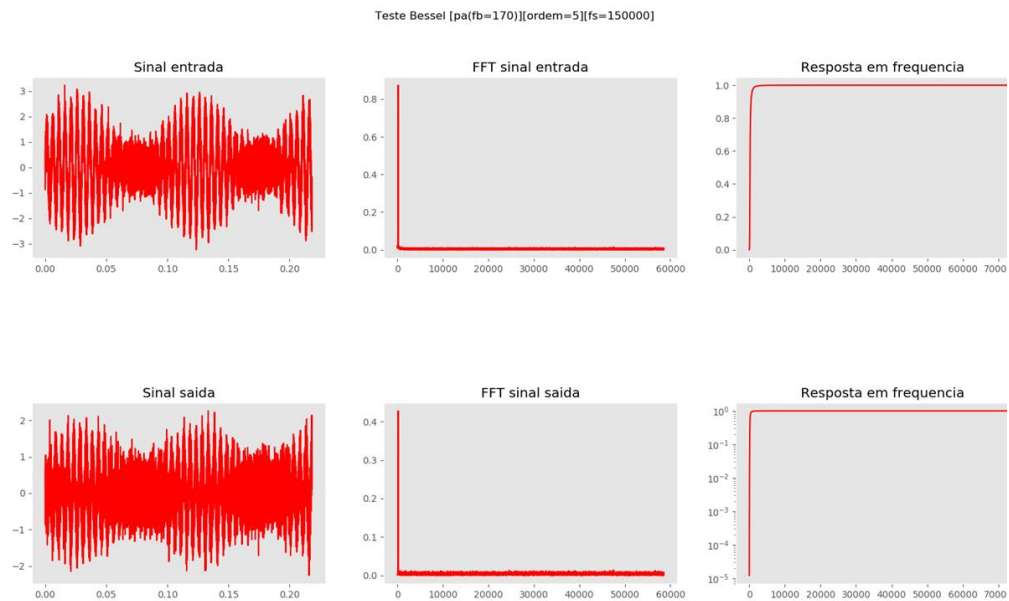
Tendo isso em mente, o efeito de aumentar a frequência de aquisição do sistema pode ser observado nas figuras 7 e 8, utilizando um filtro do tipo Bessel passa alta com frequência de corte de 170 Hz e ordem 5.

Figura 7 – Teste com frequência de aquisição de 50000 Hz.



Fonte: Autoria própria

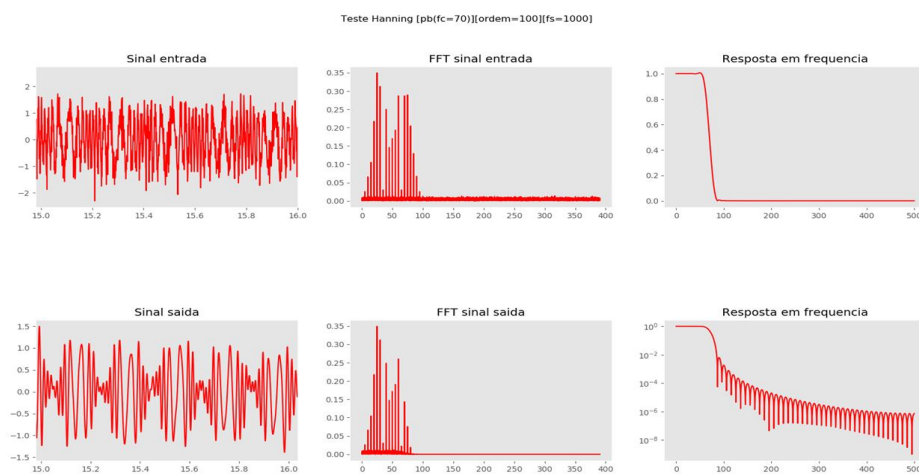
Figura 8 – Teste com frequência de aquisição de 150000 Hz



Fonte: Autoria própria

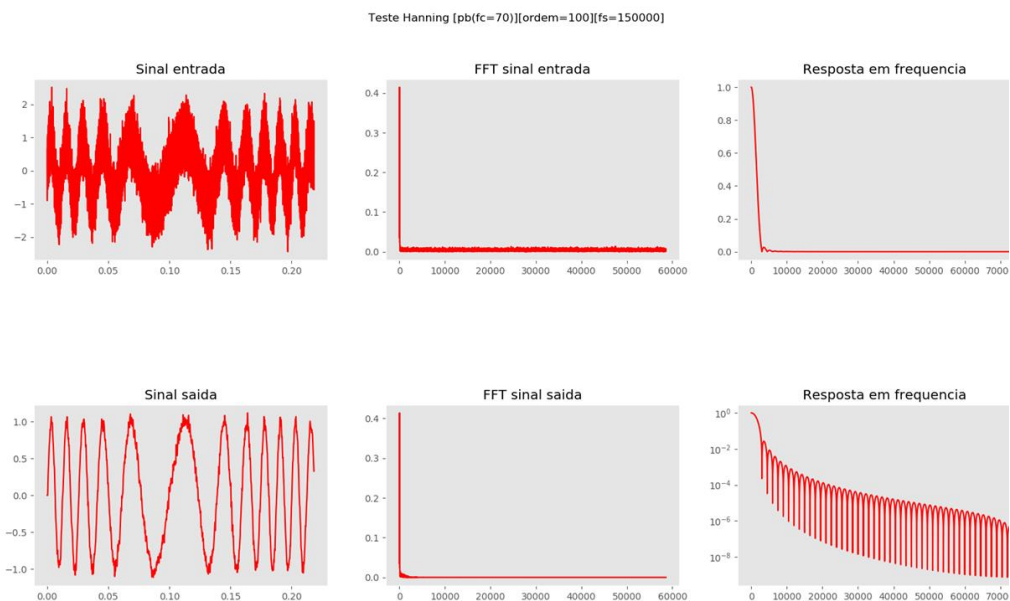
Pode-se observar que aumentar a frequência de aquisição nos permite analisar componentes de frequência mais altos. Também se pode observar que o detalhe com o qual as ondas de entrada e saída podem ser analisadas é muito maior. Isso fica mais evidente nas figuras 9 e 10, onde é utilizado um filtro FIR do tipo Hann como passa baixa com frequência de corte de 100 Hz.

Figura 9 – Teste com frequência de aquisição de 1000 Hz



Fonte: Autoria própria

Figura 10 – Teste com frequência de aquisição de 150000 Hz



Fonte: Autoria própria

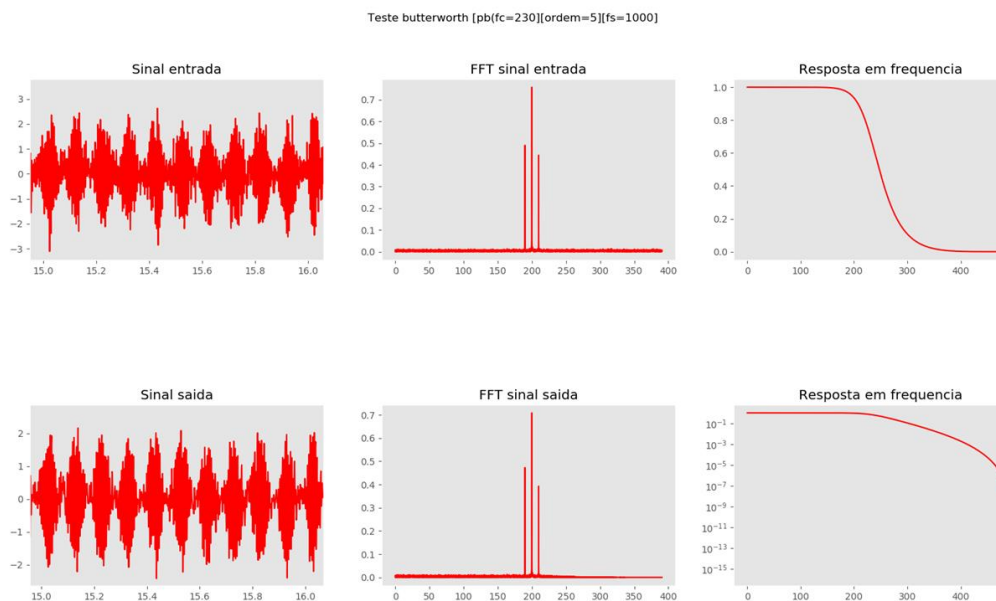
Pode-se observar também que no caso da frequência de aquisição menor algumas das fundamentais tem sua magnitude diminuída, causando em uma distorção na onda de saída em relação ao esperado. Já no caso da frequência de aquisição maior, a onda mantém suas fundamentais de forma quase perfeita em relação à onda original.

Uma possível desvantagem da maior frequência de aquisição em filtros é que, mantendo o número de pontos utilizados, uma maior frequência de aquisição significa menos períodos completos de onda o que pode resultar em uma dificuldade do sistema de identificar componentes de baixa frequência.

5.2 ORDEM DO FILTRO

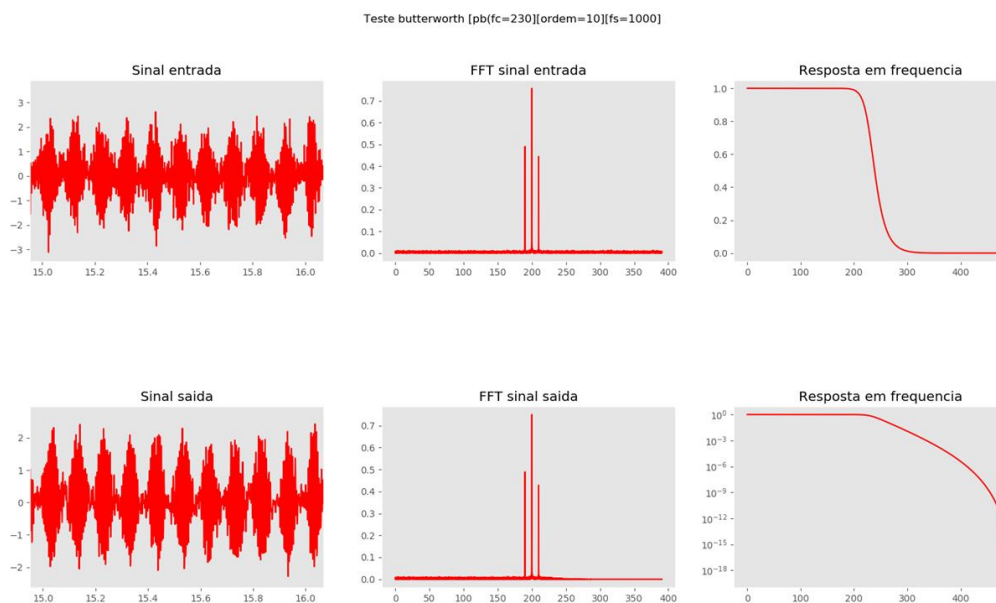
O primeiro efeito que pode ser observado em relação ao aumento da ordem do filtro é a diminuição da banda de transição do sistema. Isso pode ser observado nas figuras 11 e 12, onde foi utilizado um filtro IIR do tipo Butterworth com sinal de entrada AM e frequência de aquisição de 1000 Hz.

Figura 11 – Teste de ordem 5



Fonte: Autoria própria

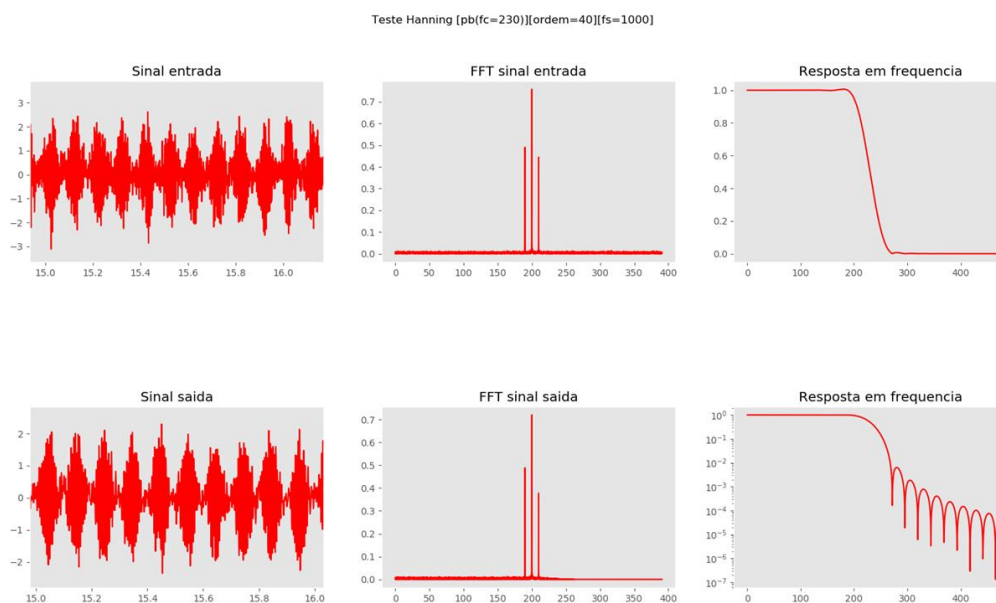
Figura 12 – Teste de ordem 10



Fonte: Autoria própria

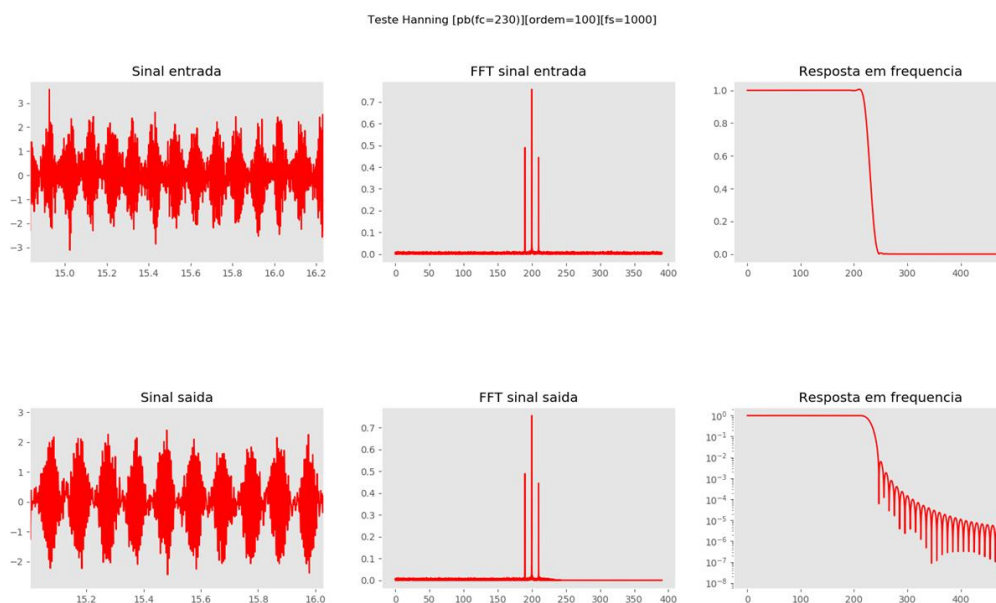
Isso é evidente tanto em filtros do tipo IIR quanto FIR, como pode ser observado nas figuras 13 e 14, que utilizam os mesmos parâmetros que os testes acima porém agora em um filtro FIR do tipo Hann variando a ordem entre 40 e 100.

Figura 13 – Teste de ordem 40



Fonte: Autoria própria

Figura 14 – Teste de ordem 100



Fonte: Autoria própria

As maiores desvantagens de aumentar a ordem do filtro são o tempo de execução, como pode ser observado na seguinte tabela 1, que mostra os tempos de execução dos testes realizados com o filtro FIR do tipo Hann com entrada FM.

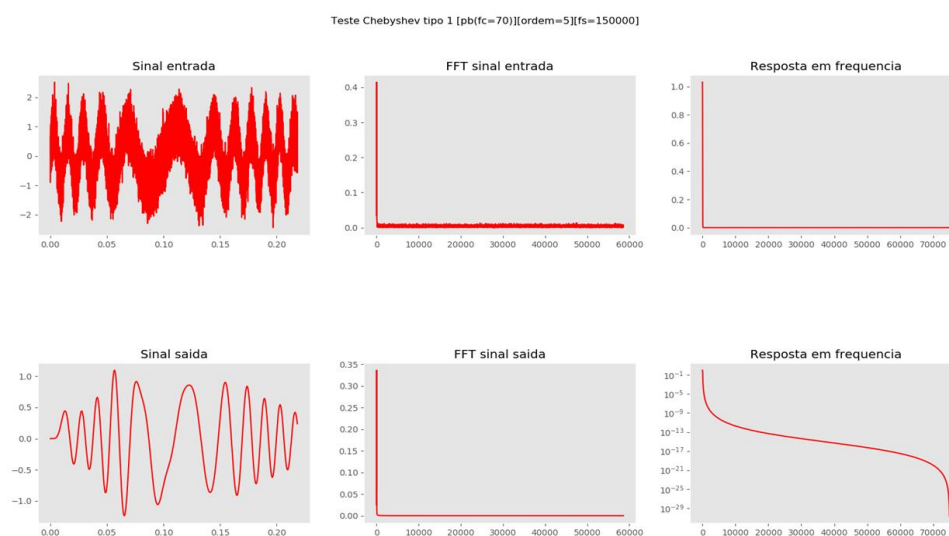
Tabela 1- Tabela mostrando tempos de execução dos testes realizados com o filtro do tipo Hann com entrada FM

fs (Hz)	tipo	ordem	tempo (s)
1000	pb	40	0.0038691480076522566
1000	pb	100	0.004212091997032985
1000	pa	40	0.0054904110002098605
1000	pa	100	0.006816235996666364
10000	pb	40	0.0033740410071914084
10000	pb	100	0.0066473519982537255
10000	pa	40	0.005228331996477209
10000	pa	100	0.007073541004501749
50000	pb	40	0.005818012003146578
50000	pb	100	0.006776914997317363
50000	pa	40	0.0035041470036958344
50000	pa	100	0.006884558999445289
150000	pb	40	0.0032731430037529208
150000	pb	100	0.006734083995979745
150000	pa	40	0.0034963670041179284
150000	pa	100	0.00439678700058721
		Avg	0,005224697939

Fonte: Autoria própria

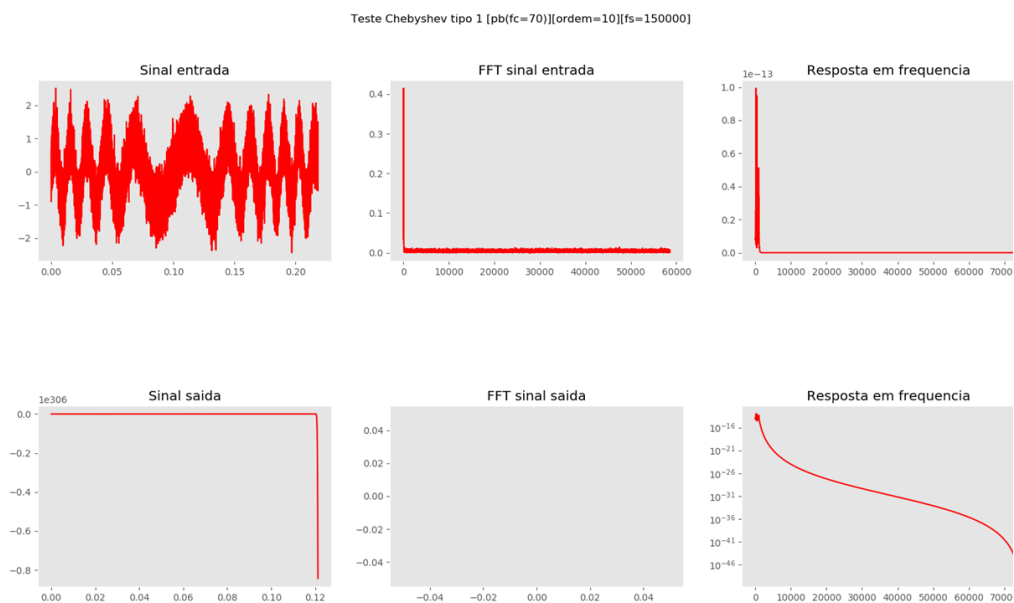
A outra grande desvantagem do aumento da ordem de um filtro é que, no caso de filtros do tipo IIR, isso pode resultar na instabilidade do filtro. Este efeito pode ser observado nas figuras 15 e 16, onde foi utilizado um filtro do tipo Chebyshev como passa baixa com frequência de corte de 70 Hz, entrada FM e frequência de aquisição de 150000 Hz.

Figura 15 – Teste de ordem 5



Fonte: Autoria própria

Figura 16 – Teste de ordem 10



Fonte: Autoria própria

Como se pode observar, o teste com ordem 10 foi instável e por isso o sinal não pode ser filtrado de forma correta. Isso não é um problema com filtros do tipo FIR pois os mesmos não sofrem de instabilidade.

5.3 TIPO DO FILTRO (FIR vs IIR)

As principais diferenças observadas entre os filtros do tipo IIR e FIR são o tempo de execução e a performance dos filtros.

Os filtros do tipo FIR em geral tiveram resultados mais precisos e confiáveis nos aspectos de largura da banda de transição, *ripple* na banda de passagem, atenuação na banda de bloqueio. Estes parâmetros possuem a possibilidade de serem projetados para alcançar resultados ainda mais precisos.

Já os filtros IIR tiveram a vantagem de terem tempos de execução muito menores do que os filtros do tipo FIR. Isso pode ser observado na Tabela 2, que mostra os tempos de execução médio dos testes de cada tipo de filtro separados em IIR e FIR e com a média total dos testes de cada tipo.

Tabela 2- Tabela de comparação de tempos de execução

IIR			FIR		
Filtro	Entrada	Tempo médio (s)	Filtro	Entrada	Tempo médio (s)
Butterworth	AM	0.002371612625	Hamming	AM	0.004798190563
	FM	0.002790716062		FM	0.0052484745
Chebyshev1	AM	0.002673975062	Hanning	AM	0.00529748225
	FM	0.003949438563		FM	0.005224697939
Chebyshev2	AM	0.002656226125	Kaiser	AM	0.04022949244
	FM	0.003147767625		FM	0.04043806225
Bessel	AM	0.01412009044	Slepian	AM	0.02078582656
	FM	0.01381361956		FM	0.005993596375
Elliptical	AM	0.0104602085	Chebwin	AM	0.0063663635
	FM	0.01087596088		FM	0.005802608812
Média		0.006685961544	Média		0.01401847952

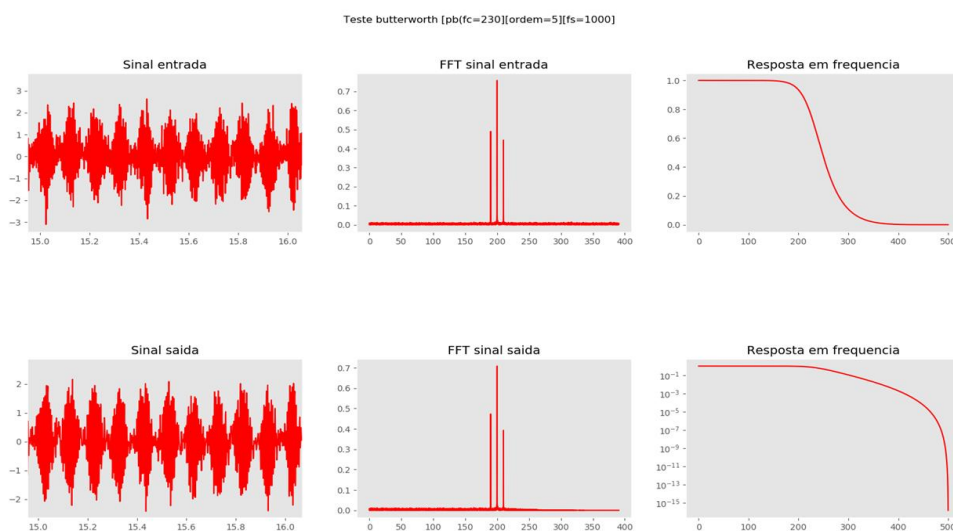
Fonte: Autoria própria

5.4 FILTROS IIR

5.4.1 BUTTERWORTH

O filtro Butterworth foi o que apresentou menos *ripple* nos testes realizados. Isso faz com que a magnitude das fundamentais possa ser mantida. A maior desvantagem deste tipo de filtro foi a largura da banda de transição. Isso pode ser observado na figura 17, onde foi utilizado um filtro Butterworth como passa baixa com frequência de corte de 230 Hz, ordem 5 e frequência de aquisição de 1000 Hz.

Figura 17 – Teste Butterworth

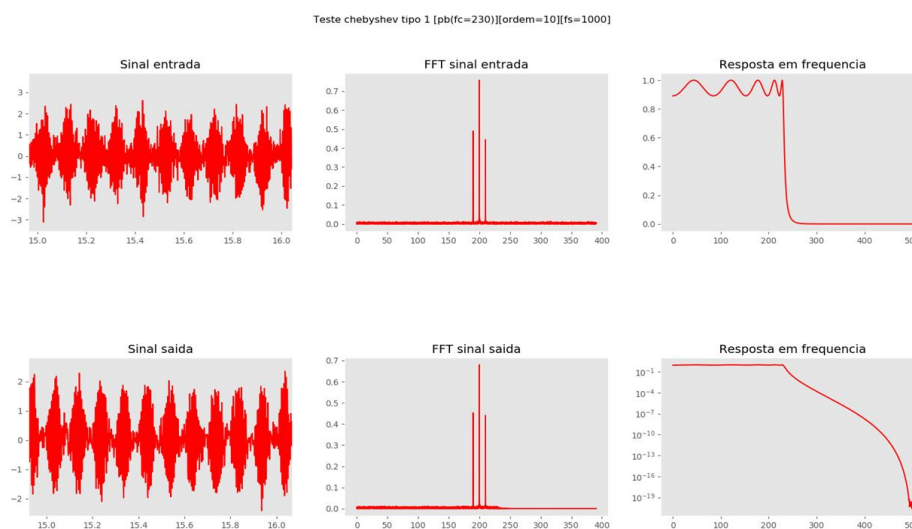


Fonte: Autoria própria

5.4.2 FILTRO CHEBYSHEV TIPO 1

A principal vantagem deste filtro é que seu *ripple* na banda de passagem pode ser escolhido de acordo com a necessidade da aplicação. Além disso, este filtro apresenta uma boa atenuação na banda de bloqueio. Isso pode ser observado na figura 18, na qual foi utilizado um filtro Chebyshev Tipo 1 como passa baixa com frequência de corte de 230 Hz, ordem 10 e frequência de aquisição de 1000 Hz.

Figura 18 – Teste Chebyshev Tipo 1



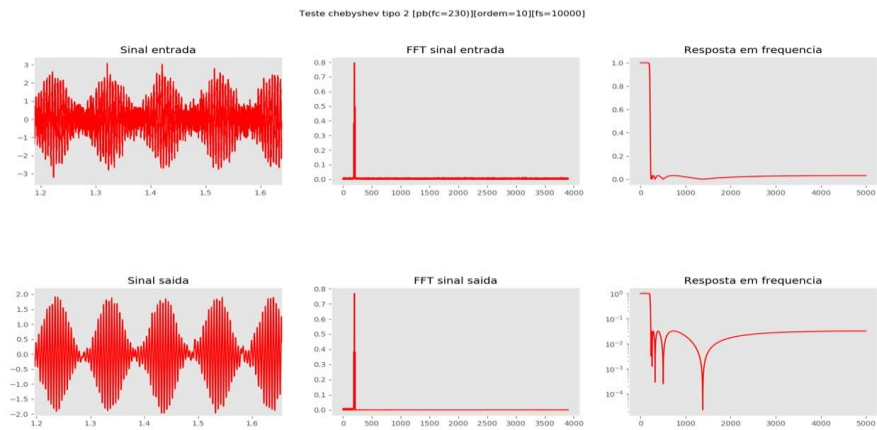
Fonte: Autoria própria

Neste caso o *ripple* definido para a banda de passagem foi de 1 dB.

5.4.3 FILTRO CHEBYSHEV TIPO 2

Este filtro, também conhecido como Chebyshev Inverso, permite que o usuário defina a atenuação na banda de bloqueio necessária para a aplicação. Isso pode ser observado na figura 19, onde foi utilizado um filtro Chebyshev Tipo 2 como passa baixa com frequência de corte de 230 Hz, ordem 10 e frequência de aquisição de 10000 Hz.

Figura 19 – Teste Chebyshev Tipo 2



Fonte: Autoria própria

Neste caso, a atenuação definida para a banda de bloqueio foi de 30 dB.

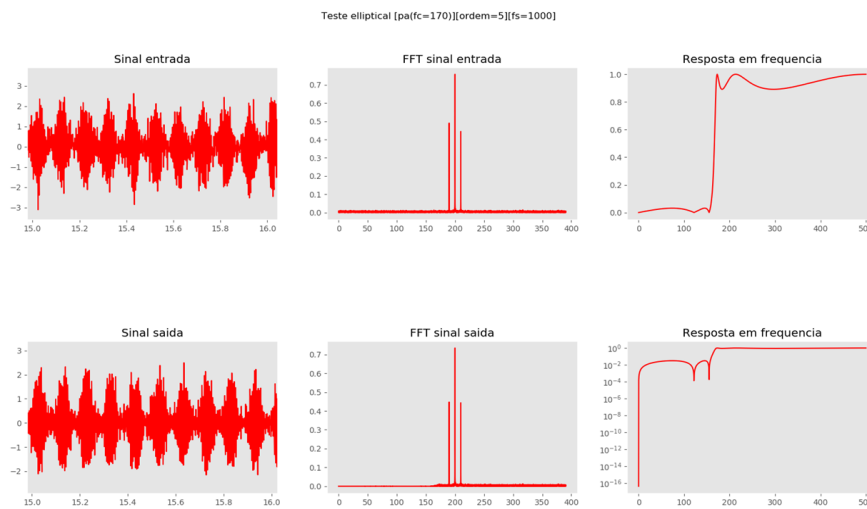
5.4.4 BESSEL

Este filtro possui uma banda de transição maior que a do Butterworth, porém, é o melhor filtro em termos de linearidade de fase, ou seja, é o que gera menos atraso da saída em relação à entrada.

5.4.5 ELLIPTIC (CAUER)

Este filtro permite a escolha do *ripple* na banda de passagem e da atenuação na banda de bloqueio. Além disso, possui a menor largura da banda de transição para um filtro com valores de *ripple* iguais ao mesmo. Esta modulação pode ser observada na figura 20, onde o filtro Elliptic foi utilizado como passa alta com frequência de corte de 170 Hz, ordem 5 e frequência de aquisição de 1000 Hz.

Figura 20 – Teste Elíptico



Fonte: Autoria própria

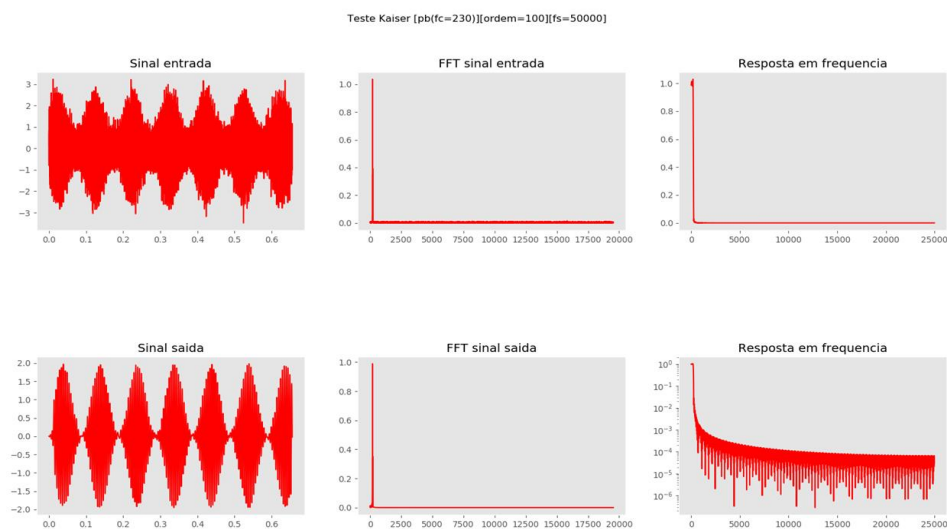
Neste caso, o *ripple* utilizado foi de 1 dB e a atenuação de 30 dB.

5.5 FILTROS FIR

5.5.1 FILTRO KAISER WINDOW

Este filtro possui um gigante potencial de performance, porém, apresenta um tempo de execução muito longo. O *ripple* na banda de passagem e a largura de transição podem ser modulados de acordo com a necessidade da aplicação. Porém, a definição de parâmetros muito exigentes nestes sentidos faz com que o tempo de execução seja maior, causando um atraso entre a entrada e a saída. Isso pode ser observado na figura 21, onde foi utilizado um filtro do tipo Kaiser Window como passa baixa com frequência de corte de 230 Hz, ordem 100 e frequência de aquisição de 50000 Hz.

Figura 21 – Teste Kaiser Window



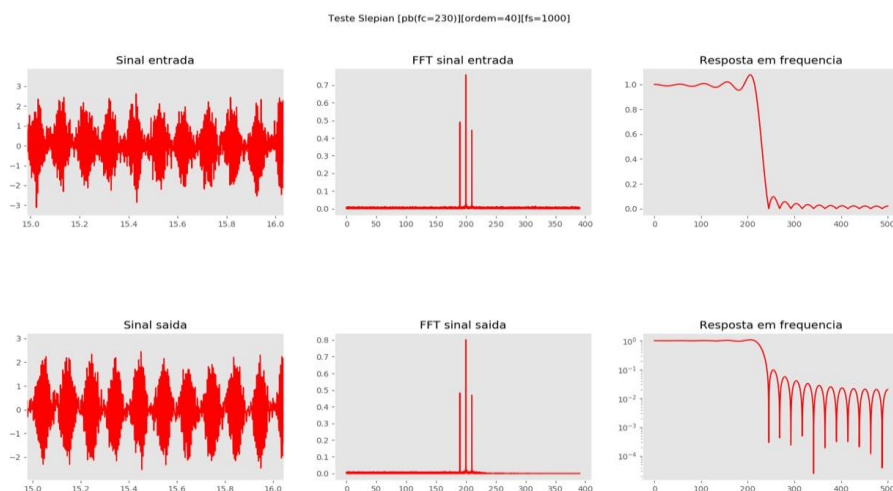
Fonte: Autoria Propria

Neste caso a largura de transição definida foi 60 Hz e o *ripple* 30 Hz.

5.5.2 SLEPIAN WINDOW

Este filtro permite a modulação da largura de transição do sistema. O *ripple* é baixo e a atenuação é relativamente alta. A figura 22 demonstra o funcionamento de um filtro do tipo Slepian Window, funcionando como passa baixa com frequência de corte de 230 Hz, ordem 40 e frequência de aquisição de 1000 Hz.

Figura 22 – Teste Slepian



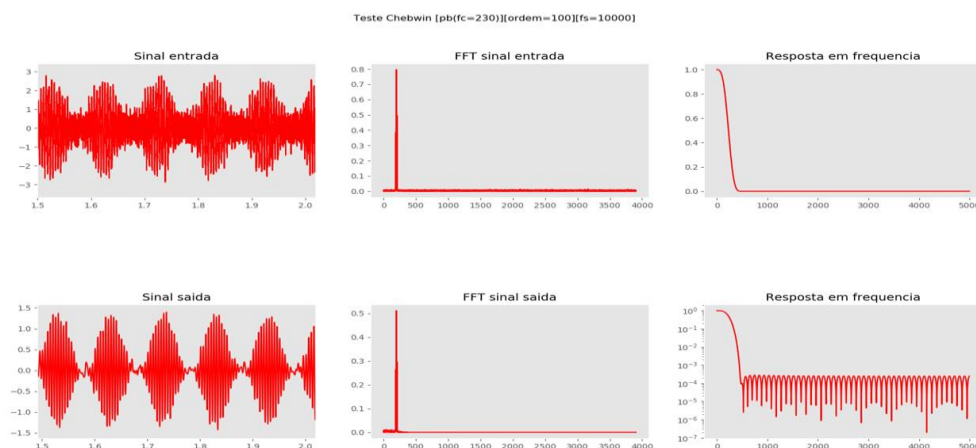
Fonte: Autoria própria

A largura da banda de transição escolhida para este teste foi de 60 Hz.

5.5.3 CHEBYSHEV WINDOW

Este filtro permite a modulação apenas da atenuação na banda de bloqueio. Este funcionamento pode ser observado na Figura 23, que mostra um teste com o filtro Chebyshev Window como passa baixa com frequência de corte de 230 Hz, ordem 100 e frequência de aquisição de 10000 Hz.

Figura 23 – Teste Chebyshev Window



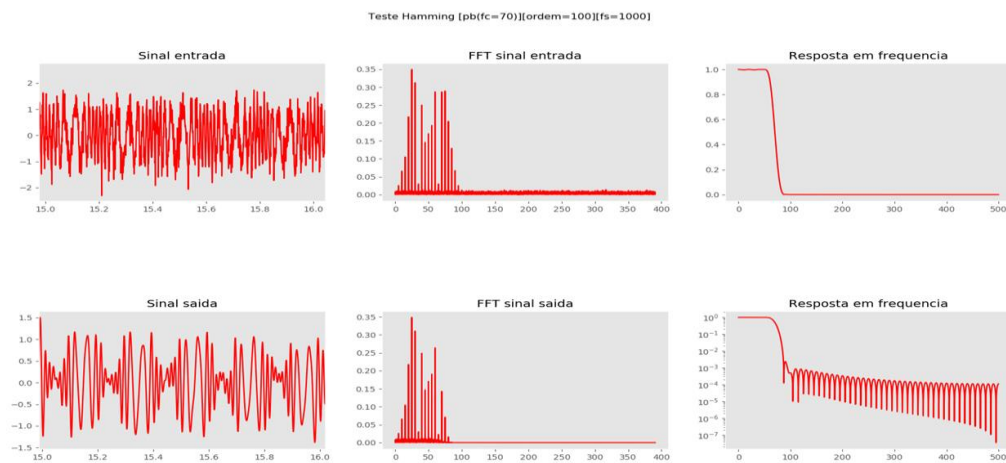
Fonte: Autoria Própria

Neste caso a atenuação escolhida foi de 60 dB.

5.5.4 HAMMING E HANN WINDOW

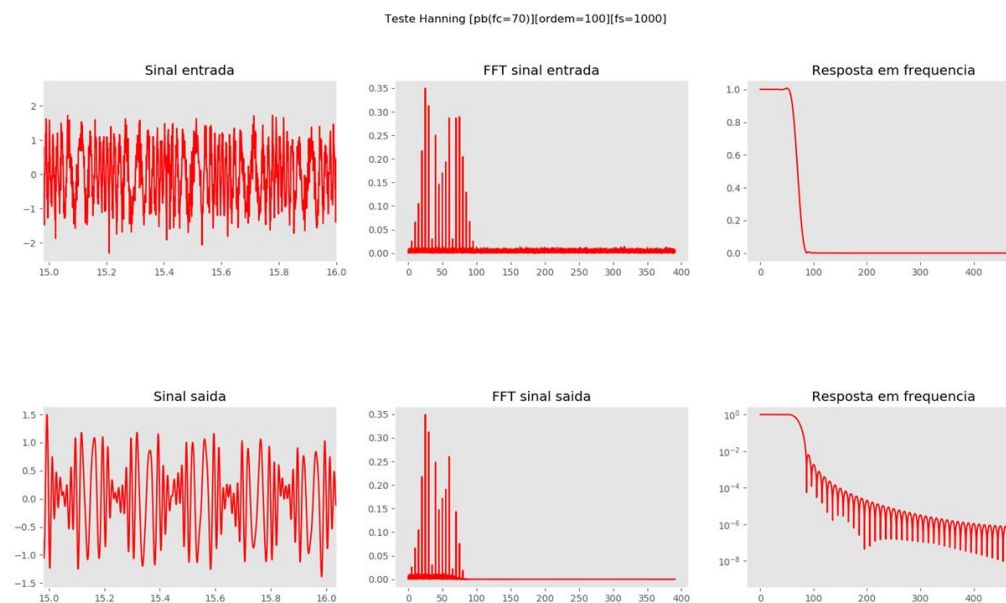
Estas janelas não possuem parâmetros adicionais ajustáveis, porém ambas possuem um desempenho muito satisfatório no domínio da frequência. A janela Hann é a mais utilizada para aplicações de DSP, nas quais filtros FIR são vantajosos devido a sua alta performance. A performance destes métodos pode ser observada nas figuras 24 e 25.

Figura 24 – Teste Hamming



Fonte: Autoria própria

Figura 25 – Teste Hann



Fonte: Autoria própria

5.6 TEMPO DE EXECUÇÃO

Cada método de filtragem de dados possui um tempo de execução diferente. Este tempo se relaciona inversamente com a performance do filtro. Em outras palavras, filtros mais rápidos possuem menor exatidão em seus resultados enquanto filtros que possuem características de *ripple*, atenuação e banda de transição mais próximos do ideal possuem

tempos de execução elevados. A média de tempo de execução de cada filtro escolhido para análise foi medida e comparada.

O filtro com maior tempo de execução foi o filtro FIR com o método Kaiser Window, tendo uma média de aproximadamente 0.04 segundos. É importante ressaltar que este tempo ainda pode subir muito dependendo da ordem utilizada, dos parâmetros escolhidos etc.

O filtro que obteve a menor média de tempo de execução foi o filtro IIR do tipo Butterworth que obteve uma média de aproximadamente 0.002 segundos.

O comparativo dos tempos médios pode ser observada na Tabela 3 seguir e as informações referentes a cada filtro com cada tipo de entrada pode ser observada em anexo.

Tabela 3- Comparativo do tempo médio de execução de cada filtro

IIR			FIR		
Filtro	Entrada	Tempo médio (s)	Filtro	Entrada	Tempo médio (s)
Butterworth	AM	0.002371612625	Hamming	AM	0.004798190563
	FM	0.002790716062		FM	0.0052484745
Chebyshev1	AM	0.002673975062	Hanning	AM	0.00529748225
	FM	0.003949438563		FM	0.005224697939
Chebyshev2	AM	0.002656226125	Kaiser	AM	0.04022949244
	FM	0.003147767625		FM	0.04043806225
Bessel	AM	0.01412009044	Slepian	AM	0.02078582656
	FM	0.01381361956		FM	0.005993596375
Elliptical	AM	0.0104602085	Chebwin	AM	0.0063663635
	FM	0.01087596088		FM	0.005802608812
Média		0.006685961544	Média		0.01401847952

Fonte: Autoria própria

É importante ressaltar que, devido aos métodos utilizados para a definição dos parâmetros adicionais utilizados em cada filtro, certos valores de tempo podem não representar de forma fiel a performance do filtro tanto em relação ao tempo quanto fatores como *ripple* etc. Isso pode ser observado no fato de que o filtro FIR do tipo Chebyshev Window obteve resultados de tempo muito baixos, porém, sua performance pode ser projetada para ser muito maior a custo do tempo de execução.

Um resumo das diferenças entre os filtros do tipo IIR e FIR testados podem ser observados respectivamente nas tabelas 4 e 5 a seguir:

Tabela 4 - Comparativo das principais características dos filtros IIR testados

Tipo de filtro	Vantagens	Desvantagens
Butterworth	-Banda de bloqueio e passagem sem ripple	-Zona de transição larga
Inverse Chebyshev	-Sem ripple na pass band -Transição menor que Butterworth	-Ripple na stop band
Chebyshev	-Roll off mais rápido que Chebyshev inverso	-Pode ter ripple na pass band
Cauer (Elliptic)	-Menor zona de transição	-Ripple em ambas as bandas stop e pass
Bessel	-Menor atraso em relação a frequência	-Amplitude degrada gradualmente nas bandas stop e pass -Transição muito larga

Fonte: Autoria própria

Tabela 5 - Comparativo das principais características dos filtros FIR testados

Tipo de filtro	Vantagens	Desvantagens
Chebyshev	-Menor ripple na banda de bloqueio	-Maior banda de transição
Hamming	-Zona de transição pequena -Menos ripple que hanning	
Kaiser	-Pouco ripple na banda de bloqueio (Só é maior que o Chebyshev)	
Hanning	-Menor zona de transição	-Muito ripple na banda de bloqueio

Fonte: Autoria própria

6 CONCLUSÃO

Através do estudo realizado pode-se concluir que filtros do tipo FIR possuem uma vantagem operacional em aplicações que possuem menores requisitos de velocidade e transição, como por exemplo o filtro de *anti-aliasing* aplicado com fator de Nyquist em 2,56. Entre estes o filtro que utiliza a janela de Chebyshev se destaca por ser o que possui menos *ripple*.

Pode-se concluir também que em aplicações que possuem requisitos mais rigorosos em termos de zona de transição, como a remoção de componente DC realizada na análise de vibração os filtros do tipo IIR, possuem um melhor desempenho. Estes filtros também se destacam em aplicações com requisitos rigorosos em termos de custos computacionais. Dentre estes filtros o filtro de Cauer (Elliptic) apresentou um bom desempenho em termos de zona de transição e o de Butterworth apresentou um funcionamento equilibrado.

Com essas seleções de filtros, os componentes essenciais para detecção de falhas através de vibração são melhor mantidos, facilitando o processo de análise do sinal de vibração das máquinas rotativas.

REFERÊNCIAS

AHMED, Nasir; RAO, Kamisetty Ramamohan. Orthogonal transforms for digital signal processing. Springer Science & Business Media, 2012.

ANSARI, Rashid. Efficient IIR and FIR fan filters. IEEE Transactions on circuits and systems, v. 34, n. 8, p. 941-945, 1987.

BERRY, James E. Analysis I: How to Implement An Effective Condition Monitoring Program using Vibration Analysis. Technical Associates of Charlotte, PC, p. 6-15, 1997.

BLACKLEDGE, Jonathan M.; TURNER, Martin J. Image Processing II: Mathematical Methods, Algorithms and Applications. Horwood Publishing, Limited, 2000.

BLOCH, Heinz P.; GEITNER, Fred K. Practical Machinery Management for Process Plants: Volume 2: Machinery Failure Analysis and Troubleshooting. Elsevier, 1997.

BLOCK, Brit-Maren; MERCORELLI, Paolo. Conceptual understanding of complex components and Nyquist-Shannon sampling theorem: A design based research in Engineering. In: 2015 IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON). IEEE, 2015. p. 462-470.

BOASHASH, Boualem. Time-frequency signal analysis and processing: a comprehensive reference. Academic Press, 2015.

EASTWOOD, Brian. THE 10 MOST POPULAR PROGRAMMING LANGUAGES TO LEARN IN 2020. In: www.northeastern.edu. [S. l.], 18 jun. 2020. Disponível em: <https://www.northeastern.edu/graduate/blog/most-popular-programming-languages/>. Acesso em: 15 nov. 2020.

GHOSH, Smarajit. Electrical Machines. 2. ed. India: Pearson, 2012.

HEIDEMAN, Michael T.; JOHNSON, Don H.; BURRUS, C. Sidney. Gauss and the history of the fast Fourier transform. Archive for history of exact sciences, v. 34, n. 3, p. 265-277, 1985.

JIMENEZ, Jorge et al. Filtering approaches for real-time anti-aliasing. SIGGRAPH Courses, v. 2, n. 3, p. 4, 2011.

JUNG, Deokwoo; ZHANG, Zhenjie; WINSLETT, Marianne. Vibration analysis for iot enabled predictive maintenance. In: 2017 IEEE 33rd International Conference on Data Engineering (ICDE). IEEE, 2017. p. 1271-1282.

KUHLMAN, Dave. A Python Book: Beginning Python. Advanced Python, and Python Exercises, 2012.

LACEY, Steve. The role of vibration monitoring in predictive maintenance. *Asset Management & Maintenance Journal*, v. 24, n. 1, p. 42-51, 2011.

LITWIN, Louis. FIR and IIR digital filters. *IEEE potentials*, v. 19, n. 4, p. 28-31, 2000.

LOUGHLIN, Patrick J.; TACER, Berkant. On the amplitude-and frequency-modulation decomposition of signals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 100, n. 3, p. 1594-1601, 1996.

MARINS, Matheus Araújo. Classificação de Falhas em Máquinas Rotativas Utilizando Métodos de Similaridade e Random Forest. Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, 2016.

MOBLEY, R. Keith. An introduction to predictive maintenance. Elsevier, 2002.

NORTON, Michael Peter; NELSON, Frederick C. Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers. 1990.

OPPENHEIM, Alan V. Discrete-time signal processing. Pearson Education India, 1999.

ORHAN, Sadettin; AKTÜRK, Nizami; CELIK, Veli. Vibration monitoring for defect diagnosis of rolling element bearings as a predictive maintenance tool: Comprehensive case studies. *Ndt & E International*, v. 39, n. 4, p. 293-298, 2006.

POR, Emiel; VAN KOOTEN, Maaïke; SARKOVIC, Vanja. Nyquist–Shannon sampling theorem. *Leiden University*, v. 1, p. 1, 2019.

PUN, Carson KS et al. On the design and implementation of FIR and IIR digital filters with variable frequency characteristics. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, v. 49, n. 11, p. 689-703, 2002.

RAKE, H. Step response and frequency response methods. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 12, n. 8, p. 519-526, 1979.

ROBERTS, Richard A.; MULLIS, Clifford T. Digital signal processing. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1987.

RODER, Hans. Amplitude, phase, and frequency modulation. Proceedings of the Institute of Radio Engineers, v. 19, n. 12, p. 2145-2176, 1931.

SALIVAHANAN, S.; VALLAVARAJ, A. Digital signal processing. Tata McGraw-Hill Education, 2001.

SCHEFFER, Cornelius; GIRDHAR, Paresh. Practical machinery vibration analysis and predictive maintenance. Elsevier, 2004.