UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia
Campus de Bauru

ESTUDO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM PELÍCULA DESCENDENTE COM MUDANÇA DE FASE UTILIZANDO AS TRANSFORMADAS DE LANDAU

RUBENS GALLO

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da UNESP – Campus de Bauru, para obtenção do Título de mestre em Engenharia Industrial.

BAURU – SP
Junho - 2002

Número de chamada
Clas. T/UNESP
PHA G 162e
Tombo n.º 1012

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia
Campus de Bauru

ESTUDO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM PELÍCULA DESCENDENTE COM MUDANÇA DE FASE UTILIZANDO AS TRANSFORMADAS DE LANDAU

RUBENS GALLO

BIBLIOTECA UNESP CÂMPUS BAURU

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da UNESP – Campus de Bauru, para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Industrial.

BAURU - SP
junho – 2002

CAPES 3.00.00.00-9 - Engenharias
Filme descendente
Transferência de massa
Evaporação de película

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia
Campus de Bauru

ESTUDO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM PELÍCULA DESCENDENTE COM MUDANÇA DE FASE UTILIZANDO AS TRANSFORMADAS DE LANDAU

RUBENS GALLO

Orientador: Prof. Dr. Alcides Padilha

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da UNESP – Campus de Bauru, para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Industrial.

BAURU – SP
junho – 2002

Ficha catalográfica elaborada por
DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO
UNESP - Bauru

Gallo, Rubens
Estudo da transferência de calor e massa em película descendente com mudança de fase utilizando as transformadas de Lanbau. / Rubens Gallo. -- Bauru, 2002.
101f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia e Tecnologia.

1.Filme descendente 2. Transferência de massa 3. Evaporação de película

ATA Nº 028/2002.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE *RUBENS GALLO*, ALUNO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA INDUSTRIAL, DA FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNESP – CAMPUS DE BAURU.

No dia sete de junho de dois mil e dois, às dez horas, no anfiteatro do prédio da Pós-graduação da Faculdade de Engenharia da UNESP, Campus de Bauru, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos Professores Doutores: Alcides Padilha do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Bauru, Presidente da Banca, Luiz Felipe Mendes de Moura do Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos da Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP – Campinas e Edson Antonio Capello Sousa do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia – UNESP – Campus de Bauru, a fim de proceder a argüição pública da Dissertação de Mestrado do candidato ***Rubens Gallo***, intitulada "ESTUDO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM PELÍCULA DESCENDENTE COM MUDANÇA DE FASE UTILIZANDO AS TRANSFORMADAS DE LANDAU". O Professor Doutor Alcides Padilha, Presidente da Banca, apresentou o candidato, que dissertou sobre seu trabalho, em trinta minutos, após, a candidato foi argüido oralmente pelos membros componentes da Comissão Examinadora no tempo regulamentar exigido. Logo após, reuniu-se a Comissão Examinadora, tendo apresentado o conceito final: **APROVADO**, atribuindo a menção ***com louvor***. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após, lida e aprovada, será assinada pelos Senhores Membros da Comissão Examinadora. Bauru, sete de junho de dois mil e dois. / . /

Prof. Dr. Alcides Padilha - Presidente _____

Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura - Membro _____

Prof. Dr. Edson Antonio Capello Sousa - Membro _____

unesp
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia - Bauru
Av.Engº Luiz Edmundo Carrijo Coube s/nº • Caixa Postal 473 • CEP 17 033-360 • Bauru • SP • Fone: 14 221 6000 e 14 221 6108 • Fax: 14 221 6104
E-mail: spg-fe@bauru.unesp.br • home page: www.bauru.unesp.br/pos/fe.htm

A Deus, a minha esposa Jussara e aos meus filhos Ivan e Vinícius, pela compreensão da minha ausência.

Ao meu pai Renato Santo Gallo (in memoriam) e a minha mãe Adelaide Carrozza Gallo, que mostraram através de suas vidas a importância da formação na vida de uma pessoa.

unesp

Agradecimentos

Agradeço a todos aqueles que de alguma maneira colaboraram para a realização deste trabalho e em particular:

Ao meu orientador Prof. Dr. Alcides Padilha e ao Prof. Dr. Vicente Luiz Scalon pela dedicação, atenção e sabedoria dispensada na orientação, que me guiaram nas muitas dificuldades do trabalho.

Aos professores do curso de Pós-Graduação pelo idealismo e dedicação.

Ao colega Marcus José Witzler pelo apoio nos momentos de dificuldades com a linguagem de programação FORTRAN.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

SUMÁRIO

Lista de figuras	v
Lista de tabelas	vii
Simbologia	viii
Resumo	01
Abstract	02
1. Introdução	03
2. Pesquisa Bibliográfica	11
3. Objetivos	18
4. Descrição do Trocador de Calor	20
4.1 Dispositivo de Formação da Película Líquida	20
5. Modelo Matemático	24
5.1 Modelo Matemático Aplicado ao Problema Hidrodinâmico	24
5.2 Modelo Matemático do Problema Térmico	26
5.2.1 Equações Gerais que Regem o Problema	27
5.2.2 Equações Finais do Processo	29
5.2.3 Condições de Contorno	30
5.3 Transformadas de Landau	31
5.4 Propriedades Físicas da Água e do Ar	34
5.5 Taxa de Evaporação	35

unesp

5.6 Espessura da Película 38

6. Método de Solução 41

6.1 Sistema Geral de Malha 41

6.2 Método de Solução 42

6.2.1 Discretização das Equações 42

6.2.2 Técnica de Solução 44

6.2.3 Algoritmo 45

7. Resultados e Discussões 47

8. Conclusões 59

Bibliografia 62

Apêndice A 66

Apêndice B 83

Apêndice C 94

unesp

Lista de figuras

Fig. 1.1. – Esquema do Trocador – Escoamento Interno 04

Fig. 1.2. – Esquema do Trocador – Escoamento Externo 05

Fig. 1.3. – Detalhes das Seções Principais do Evaporador por Filme Líquido 07

Fig. 4.1. – Distribuidor de Película Líquida 21

Fig. 4.2. – Esquema do Trocador de Calor 22

Fig. 5.1. – Detalhes de um Trocador de Calor por Película Líquida 24

Fig. 5.2. – Domínio Físico e Domínio de Integração 32

Fig. 5.3. – Balanço de Massa na Película Líquida 39

Fig. 6.1. – Sistema Geral de Mallha no Domínio do Filme Líquido 41

Fig. 6.2. – Algoritmo do Procedimento de Cálculo 45

Fig. 7.1. – Taxa de Evaporação em Função da Espessura da Película 48

Fig. 7.2. - Taxa de evaporação em função da temperatura externa do tubo 49

Fig. 7.3. - Taxa de evaporação em função da umidade relativa do ar 50

Fig. 7.4. - Taxa de evaporação em função do raio externo do tubo 51

Fig. 7.5. - Taxa de evaporação em função do comprimento do tubo – Espessura da película 10E-5 m 52

Fig. 7.6. - Taxa de evaporação em função do comprimento do tubo – Espessura da película 20E-5 m 52

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Fig. 7.7. - Taxa de evaporação em função do comprimento do tubo – Espessura da película 29E-5 m 53

Fig. 7.8. - Taxa de evaporação em função do comprimento do tubo Espessura da película 38E-5 m 53

Fig. 7.9. - Taxa de evaporação em função do comprimento do tubo – Espessura da película 48E-5 m 54

Fig. 7.10.- Temperatura radial da película 55

Fig. 7.11. – Velocidade axial da película 56

Fig. 7.12. – Espessura da película 57

Fig. 7.13. – Número de Reynolds 58

Fig. A.1. – Volume de Controle Infinetisimal 68

Fig. A.2. – Volume Elementar $\Delta x\ \Delta y\ \Delta z$ 72

Fig. C.1. – Esquema de Forças Atuantes sobre a Película de Líquido 95

Fig. C.2. – Perfil da Tensão de Cisalhamento em Função da Espessura da Película 98

Fig. C.3. – Perfil da Velocidade em Função da Espessura da Película 100

unesp

Lista de tabelas

Tabela 7.1. – Propriedade da mistura ar-vapor 47

Tabela 7.2. – Parâmetros de projeto 48

Tabela 7.3. – Parâmetros de projeto 51

Tabela 7.4. – Parâmetros de projeto 55

Tabela 7.5. – Parâmetro de projeto 56

unesp

Simbologia

$\hat{c}$	Calor específico a pressão constante	J/kg K
$\dot{m}$	Taxa de evaporação d'água	kg/s
A	Área	m²
C	Concentração em massa de vapor d'água	kg/m³
D	Difusividade	m²/s
F	Força	N
g	Aceleração da gravidade	m/s²
h	Coeficiente de transferência de calor por convecção	W/m² K
h_{lv}	Entalpia de vaporização	J/kg
hm	Coeficiente de transferência de massa	m/s
k	Condutibilidade térmica	W/m K
Le	Número de Lewis	
L_{TUBO}	Comprimento do evaporador	m
L_x	Comprimento na posição x	m
M	Peso molecular	Mol
Nux	Número de Nusselt local	
p	Pressão estática	Pa
p_L	Pressão estática – saída do evaporador	Pa

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

p_o	Pressão estática – entrada do evaporador.	Pa
Pr	Número de Prandtl	
p_{SAT}	Pressão de saturação	Pa
$p_{v,\infty}$	Pressão de vapor do ar úmido ambiente	Pa
r	Posição radial	m
r,θ,x	Eixos do sistema de coordenadas	
Re	Número de Reynolds local	
Rint	Raio interno da película	m
T	Temperatura	°C
t	Tempo	s
Tw	Temperatura da parede externa do tubo	°C
U	Velocidade na direção radial r	m/s
V	Velocidade na direção axial x	m/s
v	Velocidade.	m/s
V_θ	Velocidade na direção θ	m/s
Vm	Velocidade média	m/s
x	Fração molar	
x,y,z	Coordenadas cartesianas.	

Letras Gregas

τ	Tensão de cisalhamento	Mpa

unesp

ρ	Massa específica	kg/m^3
ϕ	Umidade relativa do ar	%
δ_x	Espessura da película	m
α	Difusividade térmica.	
η	Variável adimensional – posição radial	

Indíces

∞	Ambiente
e	Entrada
int	Interface
L	Líquido
g	Mistura ar+vapor
s	Saída
V	Vapor de água
w	Posição próximo e acima da interface

unesp

GALLO R., Estudo da Transferência de Calor e Massa em Película Líquida Descendente com Mudança de Fase, Utilizando as Transformadas de Landau., Bauru, 2002, 101 p., Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial) – Faculdade de Engenharia, Campus de Bauru, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho".

RESUMO

Dentro das aplicações industriais, o escoamento de filme de líquido em superfície livre encontra sua principal utilização em trocadores com transferência de calor e massa, como por exemplo, em geração e distribuição de vapor, cozimento de caldo de cana, entre outros. A principal vantagem desse tipo de dispositivo é a grande superfície de contato da fina camada de líquido, que possibilita altas taxas de transferência de calor e massa, necessitando de um pequeno fluxo de líquido em circulação. Por conseguinte, é de fundamental importância o conhecimento da quantidade de massa evaporada em um determinado comprimento de tubo. Neste trabalho foi considerada a evaporação de uma substância pura e que a transferência de massa ocorre na interface líquido-vapor da película líquida. A irregularidade geométrica no domínio de solução do problema, é contornado pelo emprego das técnicas das Transformadas de Landau na solução numérica do modelo matemático. O custo dessa transformação é o aumento da não-linearidade das equações que governam o processo. O objetivo principal deste trabalho consiste no desenvolvimento de um método de solução capaz de estimar, através de métodos numéricos, a taxa de evaporação de um filme líquido de uma substância pura, em função dos parâmetros de projeto, ou seja, as condições para concepção de um trocador de calor compacto.

Palavras-chave: filme descendente, transferência de massa, evaporação de película, trocador de calor compacto.

unesp

GALLO R., Study of Heat and Mass Transfer in Falling Liquid Film with Change Phase using Landau Transformation Techinique, Bauru, 2002, 101 p., Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial) – Faculdade de Engenharia, Campus de Bauru, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho".

ABSTRACT

Within the industrial field, the falling liquid film, in a free surface, is of high importance when heat and mass transfer, inside a heat exchanger, is the matter in sight. The generation and distribution of steam, and the evaporation of sugar-cane broth, are good examples. The main advantage of this type of device is the large faying surface of the fine layer of liquid, which makes possible high rates of heat and mass transfer, in such a way that only a small flow of liquid in circulation is needed. Therefore, it is of basic importance the knowledge of the amount of mass that is evaporated within a pre-established pipe length. In this study, the evaporation of a pure substance is considered, and it is taken for granted that the mass transfer occurs in the interface liquid-steam) of the liquid film. The geometric irregularity in the domain of the solution of the problem is dealt with by the use of the Landau Transformation technique into the numerical solution of the mathematical model. The cost of this transformation is the increase of the non-linearity of the equations that govern the process. The main objective of this study is to develop mathematical models for the assessment of the evaporation rate of a liquid film of a pure substance, in function of the parameters of the project. In other words, we aim at defining the appropriate guideline for the conception of a compact heat exchanger.

Key-words: falling film, mass transfer, film evaporation, compact heat exchanger.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas, resumidamente, as principais aplicações industriais do escoamento de uma película de líquido.

O filme de líquido descendente se tornou um dos meios mais usuais para transferir calor e massa em processos de evaporação e de condensação, cujas aplicações incluem sistemas de bomba de calor, dessalinização e sistemas de contato liquido-gás. A principal vantagem desse tipo de dispositivo é a grande superfície de contato da fina camada de líquido, que possibilita altas taxas de transferência de calor e massa, necessitando de um pequeno fluxo de líquido em circulação.

Um dos problemas ecológicos da atualidade é a destruição da camada de ozônio da atmosfera terrestre. O agente causador dessa destruição é o CFC (cloro – flúor – carbono) que é lançado na atmosfera, principalmente durante a manutenção de máquinas térmicas, onde esse gás atua como fluido refrigerante. Esse fato está gerando um grande desafio, neste final de século, para a comunidade científica e tecnológica, como por exemplo, a substituição de CFC, por um gás não ofensivo ao meio ambiente.

A crescente atenção com a camada de ozônio motivou discussões sobre as aplicações da mistura água-amônia dos sistemas de absorção, poucos anos após a substituição dos sistemas de absorção por sistemas de compressão que utilizam o CFC. Entretanto, ainda hoje os refrigeradores a absorção e bombas de calor por absorção-compressão são aplicados, embora em faixas de temperaturas maiores. Assim, independente da investigação dos novos compostos sintéticos, a utilização do sistema de líquido binária água-amônia, segundo Pátek et. al. (1995), continua em pauta, principalmente em busca de equipamentos mais compactos.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Dentro das aplicações industriais, o escoamento de um líquido em superfície livre encontra sua principal utilização em trocadores com transferência de calor e massa, como por exemplo, em geração e distribuição de vapor, cozimento de caldo de cana, entre outros.

Existem duas configurações básicas que apresentam aplicações específicas. Na primeira, o líquido de trabalho pressurizado circula pelo lado envolvente e o líquido de processo na forma de película à pressão atmosférica pelo interior do tubo como mostra a Fig. 1.1:

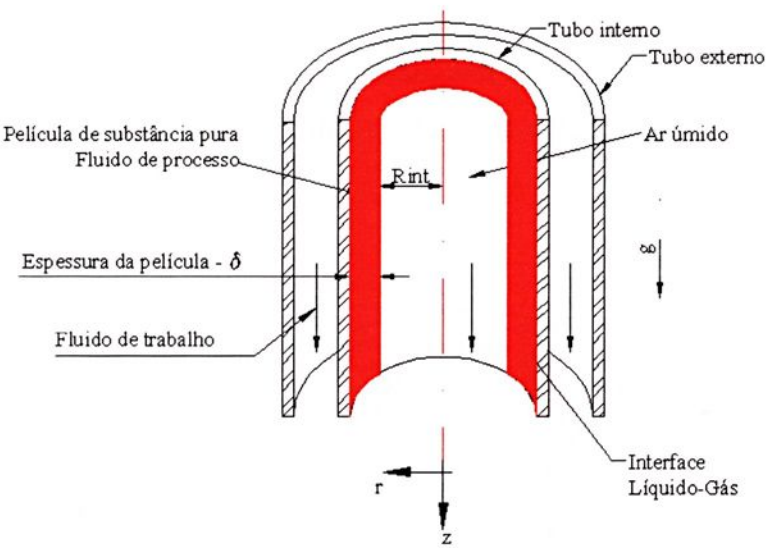


Figura 1.1. – Esquema do Trocador – Escoamento Interno.

Principais aplicações:

a) Condensadores de vapor, de vapores orgânicos e de refrigerantes;

- Resfriadores de líquido mediante camisas;

- Resfriadores de película com água do mar, que permitem resfriar grandes quantidades de água ou líquido de processo e

- Evaporadores, geralmente de misturas. A vantagem desta aplicação é a vaporização a baixas temperaturas.

Devido ao curto tempo de residência do líquido a evaporar sobre a superfície de transferência, esta configuração é indicada especialmente para evaporação de líquidos de baixo calor sensível.

Na segunda configuração, correspondente ao presente trabalho, o líquido de processo, como película, circula pelo exterior do tubo e o líquido de trabalho pelo interior do mesmo.

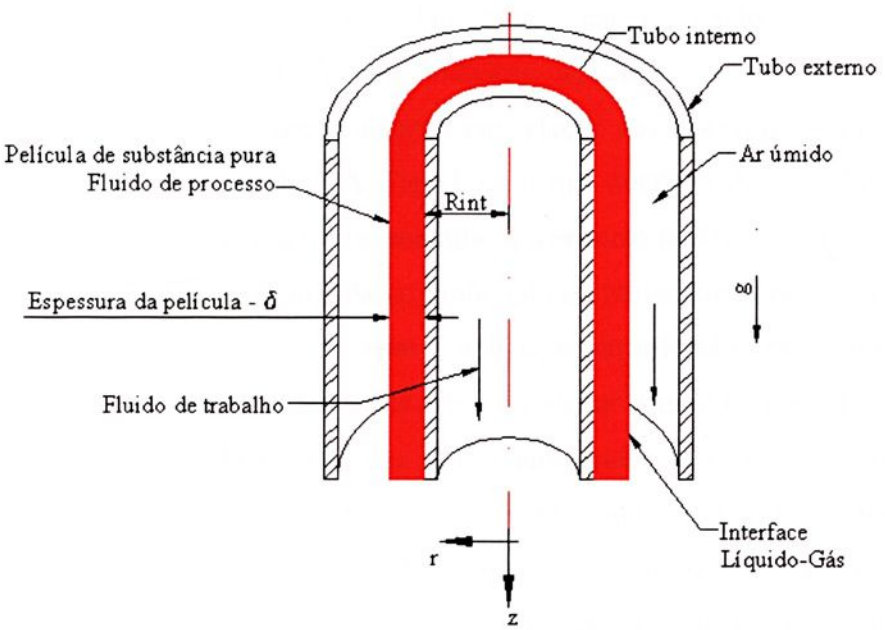


Figura 1.2. – Esquema do Trocador – Escoamento Externo.

Principais aplicações:

a) Congeladores para a produção contínua de gelo;

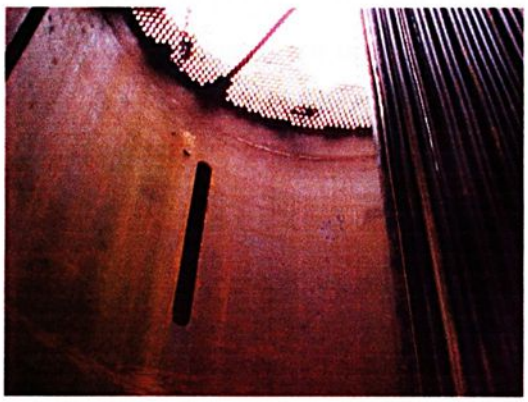
- Resfriadores de absorção, normalmente absorção de gases pela película de líquido em circulação, e o calor de reação da absorção extraído pelo líquido resfriador que circula pelo exterior do tubo e

- Colunas de umidificação, destinadas a destilação, medidas de difusividades térmicas, solubilidade de gases, entre outros.

b) Evaporadores de película descendente:

- Esses dispositivos, após aplicações na indústria de suco de laranja, fabricação de açúcar a partir da beterraba e na indústria de laticínios, estão sendo recentemente introduzidos na indústria açucareira brasileira, pelo seu rendimento superior em relação aos dispositivos atualmente utilizados. A Fig. 1.3 mostra detalhes de um dispositivo evaporador de película descendente utilizado na Usina Santa Isabel, situada no município de Novo Horizonte – S.P. onde, pode-se constatar a aplicação do referido evaporador ainda em fase de testes. Neste trocador o líquido a evaporar escoa pelo interior dos tubos sem aletas e o vapor superaquecido pelo exterior dos mesmos. O evaporado no interior dos tubos é arrastado por diferenças de pressão para a parte inferior do trocador. A aplicação deste tipo de evaporador na produção de açúcar de cana tem apresentado sérios problemas de incrustação na parede do tubo, diminuindo assim sua eficiência.

unesp



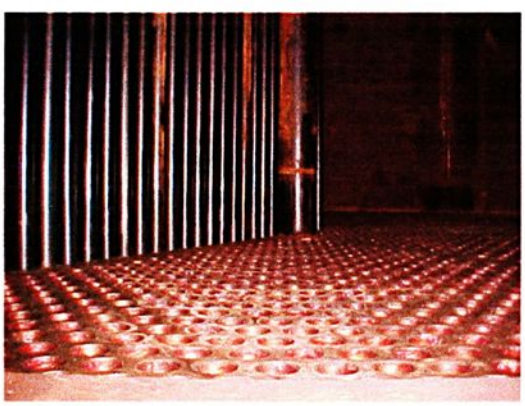
a.) Vista interna do evaporador – feixe de tubos.



b.) Vista superior do distribuidor de caldo.



c.) Incrustação provocada pelo caldo de cana no interior dos tubos.



d.) Espelho inferior: saída do caldo concentrado e do vapor vegetal.

Figura 1.3 – Detalhes das Seções Principais do Evaporador por Filme de Líquido.

Uma outra aplicação para o escoamento de película em superfície livre está no resfriamento de reatores nucleares.

Os reatores nucleares a água leve se configuram como a tecnologia internacionalmente dominante para a geração elétrica a partir da energia nuclear hoje e nas próximas décadas. Ao final de 1994, a geração de

unesp

energia elétrica por fonte nuclear no mundo estava em 340,3 GWe, sendo que, das 432 usinas nucleares em operação, 339 eram com reatores à água leve e mais de 70% desta potência nuclear eram produzidos por reatores à água pressurizada. Galetti (1995).

Todas as atividades humanas estão associadas a algum nível de risco. A geração de energia através de reatores nucleares apresenta comprovadamente riscos da mesma ordem que os das opções de geração de energia intuitivamente consideradas de baixo risco. O objetivo da segurança nuclear é proteger o meio ambiente, através do estabelecimento de manutenção e de mecanismos efetivos de proteção contra os riscos da radioatividade em uma usina nuclear. Para atingir este objetivo é necessário o cumprimento de princípios básicos de segurança.

Entre esses princípios básicos de segurança, existe um que estabelece o denominado Princípio da Defesa em Profundidade, sobre o qual o projeto de uma usina nuclear deve ser desenvolvido. Este conceito tem como base à existência de barreiras sucessivas cuja integridade é garantida através de um conjunto de medidas e sistemas que evitam a liberação de radioatividade, consistindo de 5 níveis sucessivos, incorporando tais barreiras, ações e sistemas de defesa.

Dentre as linhas de desenvolvimento desta tecnologia, destaca-se a linha de reatores que utiliza o conceito de sistema passivo para refrigeração do envoltório de contenção de aço que envolve o reator e os componentes do sistema primário de refrigeração. Esse conceito é a base para o projeto do Sistema Passivo de Refrigeração da Contenção destes reatores.

O sistema Passivo de Refrigeração da Contenção é projetado para executar, com alto grau de segurança, a transferência de calor da parte interna da contenção para o ambiente, removendo o calor liberado dentro da contenção

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

após qualquer evento postulado base de projeto, que resulte em uma grande liberação de energia.

Esse sistema utiliza a refrigeração passiva do vaso de aço da contenção para esta função. O calor é transferido para a superfície interna do vaso da contenção por convecção e condensação de vapor e, através da parede de aço, por condução. Este sistema remove calor diretamente do vaso da contenção, utilizando sua superfície de aço como uma área de troca de calor, onde escoa por gravidade uma película de água, vinda de tanques situados no topo da contenção. O prédio de concreto que envolve todo o sistema é utilizado, junto com uma placa defletora, para direcionar o ar que vem do topo do edifício até o fundo da contenção. O calor é então transferido da parte externa da contenção por convecção natural induzida pelo escoamento de ar que entra no espaço anular existente em torno do vaso de contenção. Forma-se, então, um escoamento em contra-corrente, dos fluidos água e ar, com água evaporando e trocando calor com o ar. O ar aquecido e o vapor d'água são extraídos como resultado do empuxo natural desenvolvido e são liberados para o ambiente por uma chaminé localizada acima da contenção. O objetivo principal desse sistema é manter a pressão interna no vaso da contenção abaixo da pressão estabelecida de projeto, mesmo nas condições dos acidentes postulados.

O processo de transferência conjunta de calor e massa, em um filme líquido binário ou não, escoando, aquecendo e evaporando, juntamente com um escoamento de uma mistura gasosa, mistura essa que pode ser composta de um ou mais componentes, é considerado como sendo um mecanismo eficiente de refrigeração ou condensação por transferência de calor e massa.

Um aumento na transferência de calor ocorrerá devido à presença simultânea de dois tipos de forças de empuxo surgidas por causa da interação da força de gravidade com diferenças na densidade. Uma, a força de empuxo de difusão térmica, resultante das diferenças na densidade devido ao gradiente de temperatura e, a outra força, o empuxo devido à difusão mássica,

unesp

surge por causa dos gradientes de concentração das espécies que, juntamente com a evaporação do filme líquido, causam a transferência de calor latente.

Para a utilização deste tipo de processo, no projeto de trocadores de calor compacto, torna-se necessária a compreensão deste mecanismo, a fim de se desenvolver uma ferramenta capaz de modelar adequadamente os fenômenos físicos envolvidos e, só então, poder avaliar a eficiência desta troca de calor e massa.

unesp

2 Pesquisa Bibliográfica

Processos envolvendo a transferência de calor e massa em escoamento de películas liquidas, com distintas geometrias e regime de escoamento tem sido alvo de estudos nos últimos anos. A seguir é apresentado um resumo das informações obtidas na literatura e que serão utilizadas ao longo deste trabalho.

Chen e Yuh (1980), realizaram um estudo analítico para verificar as características da transferência de calor e massa por convecção natural ao longo de um cilindro vertical, levando em conta o efeito combinado das forças de flutuação térmica e de difusão. Nesse estudo foram desprezados os efeitos da difusão térmica bem como o aparecimento das velocidades interfaciais das espécies.

Um estudo analítico da transferência de calor e massa no processo de absorção de uma película laminar, com liberação de calor na interface, para uma substância gasosa simples e uma mistura contento impurezas não absorventes foram apresentadas por Nakoryakov , Grigor'Yeva (1980), nesse trabalho mostrou-se que em sistemas formados por soluções binárias de água-brometo de lítio e ar contaminados por vapor, sujeito as condições de operação de refrigeradores, o coeficiente de absorção tem uma queda significativa mesmo que tenha uma pequena contaminação por vapor.

Grossman G. (1983) apresentou um modelo para a análise combinada da transferência de calor e massa no processo de evaporação de uma película liquida escoando em regime laminar. As equações de difusão e energia são resolvidas para a condição de equilíbrio na interface líquido-vapor. Nesse estudo dois casos importantes foram considerados: temperatura da parede constante e parede adiabática. Foram utilizados dois métodos de solução: um analítico e um numérico, obtendo uma boa concordância entre os resultados.

unesp

Suzuki et. al. (1983), propôs em seu estudo um modelo teórico simples para analisar o efeito das ondas, na superfície do filme líquido, nas equações da quantidade de movimento e da transferência de calor e massa, a teoria é proposta para o cálculo do coeficiente de transferência de calor e das características do fluxo escoando sobre um tubo circular na vertical. Os resultados teóricos concordaram razoavelmente com os dados experimentais, obtidos para uma película laminar com formação de ondas aquecidas para um baixo fluxo de calor.

Um modelo teórico para a análise do efeito combinado da transferência de calor e massa no processo de absorção de vapor ou gás em películas líquidas em escoamento turbulento foi proposto por Grossman e Heat. (1984). Correlações de difusividade, para regime turbulento, foram utilizadas em seu trabalho para analisar o transporte de calor e massa próximo da parede, da interface e do líquido. As equações da energia e da difusão de massa foram resolvidas simultaneamente para uma determinada temperatura e variação da concentração da película. Dois casos foram considerados: temperatura da parede constante e parede adiabática.

Chang et. al. (1986), analisaram teoricamente a função da transferência de calor latente, na vaporização de uma película fina escoando sobre a superfície interna de um tubo, sujeita a um processo de convecção natural, induzido por um fluxo pela presença simultânea dos efeitos combinados das forças de flutuação térmica e difusão mássica. Os resultados foram obtidos para um sistema formado por água-ar, sujeito a várias condições de operação. A influência do comprimento do tubo e da temperatura do sistema, sobre as equações do momentum e transferência de calor e massa para o fluxo a analisadas em detalhes chegando as seguintes conclusões:

- Calor latente, em associação com a vaporização da película líquida, exerce uma forte influência na transferência de calor. As forças de flutuação favorecem grandemente o

unesp

processo de vaporização e auxiliam no efeito resfriamento, enquanto servem como uma barreira de calor para proteger a parede do tubo, quando as forças de flutuação estão em direções opostas.

- Uma elevação da pressão ambiente para uma diminuição na fração de massa de vapor d'água e do número de Grashof, provoca uma redução no efeito da difusão de massa.

- A influência do transporte de calor latente nas características da transferência de calor no fluxo depende fortemente da intensidade do gradiente de temperatura entre a interface líquido-gás e o ambiente.

Em 1988 Lin et. al., realizaram um estudo onde pode ser verificado o efeito da vaporização de uma película líquida delgada, escoando na parede de um tubo, sob a ação combinada dos efeitos das forças de flutuação devido ao transporte de energia térmica e difusão de massa. São apresentados resultados para a mistura ar-vapor sob varias condições. Nesse trabalho o efeito da temperatura da película líquida, o número de Reynolds, a umidade relativa do ar ambiente nas equações da quantidade de movimento, de energia e transferência de massa é analisado com detalhes. A umidade relativa do ar influencia o número de Nusselt latente, um aumento no valor da umidade provoca um pequeno aumento no número de Nusselt, e esse acréscimo torna-se mais significativo quando o gradiente de temperatura entre a interface e o ar for pequeno.

Conlisk (1992), apresentou estudo de um modelo matemático para estimar a taxa de absorção em função do comprimento do tubo e dos parâmetros geométricos e físicos que governam o processo. Nesse trabalho considerou-se a absorção de vapor d'água em uma mistura binária, composta por água e brometo de lítio. As equações foram resolvidas analiticamente e por meio de técnicas numéricas e os resultados apresentaram boa concordância entre si.

unesp

Yan Wei-Mon (1992), realizou um estudo numérico detalhado sobre o processo de evaporação de uma película binária escoando descendentemente sobre a superfície interna de um tubo. Os resultados são apresentados para dois tipos de misturas: ar-água e ar-etanol. Nesse estudo chegou-se as seguintes conclusões:

- A transferência de calor entre a interface e o fluxo de gás, é dominada pelo transporte de calor latente em conjunto com a vaporização do fluido.

- Pequenos números de Nusselt foram experimentados para sistemas com elevadas temperaturas na parede ou fluxo de calor. Isto é devido ao efeito de evaporação ao longo da interface gás-líquido, para elevada temperatura da parede ou elevado fluxo de calor.

- Elevados números de Nusselt e Sherwood resultaram de um elevado número de Reynolds da película líquida imposto pelos efeitos de cisalhamento criado pela película descendente.

- A hipótese de uma espessura da película extremamente delgada é uma condição limitante e somente valida para sistemas com uma razão de fluxo de massa baixa. Em películas líquidas com um alto número de Reynolds esta hipótese pode conduzir a sérios erros.

Patnaik et al. (1993) modelaram para um absorvedor vertical formado por um tubo, o processo de absorção de vapor d'água em soluções aquosas de lítio-brometo. O modelo foi feito sobre uma película de solução que escoa descendente e é baseado na solução de três equações diferenciais ordinárias

unesp

para calcular a concentração e a distribuição de temperatura axial e a distribuição de temperatura no refrigerante.

Palen et. al. (1994) estudaram o efeito interativo da transferência de calor e massa em evaporação de misturas binárias que fluem como filmes descendentes em superfícies verticais. Coeficientes de transferência de calor evaporativos foram medidos para misturas aquosas de etileno e propileno glicol, como pontos de ebulição até 55° C. Foram realizados testes acima da pressão atmosférica com fluxos de calor variando entre 3.000 a 25.000 w/m² e número de Reynolds entre 300 e 3.000. Os resultados indicaram que o coeficiente de transferência de calor para misturas depende fracamente de um superaquecimento da parede e do número de Reynolds, mas dependem fortemente da composição da mistura. Um modelo semi-empírico para a correlação do fenômeno de transferência de calor e massa foi proposto.

Em Conlisk, (1995), desenvolveu-se a solução analítica para a fração de massa e temperatura que é obtida por um absorvedor de película descendente em uma bomba de absorção de calor. A solução analítica conduziu a uma expressão analítica para a absorção total de massa. A situação foi devido ao fato que a grande maioria das transferências de massa ocorre dentro de uma fina camada, próximo a interface líquido-vapor e que a distribuição de temperatura predominante é por condução. O procedimento do projeto baseado em soluções analíticas foi desenvolvido e os resultados para a solução lítio brometo-água foi comparado com dados experimentais recentes e soluções numéricas anteriores para a temperatura e a aproximação dos dados foi satisfatória. Calor e o coeficiente de transferência de massa foram os resultados de saída e foi mostrado que o coeficiente de transferência de calor aumenta com o decréscimo da espessura da película, enquanto que a transferência de massa diminui. Essa situação criou dificuldades para avaliar o procedimento de projeto baseado somente no aumento do coeficiente de transferência de calor colhendo informações de experimentos em literaturas. Foi mostrado que para uma

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

determinada temperatura de entrada, soluções podem ser obtidas somente para uma faixa limitada de fração de massa.

Nos estudos de Abdulmalik A. et. al. (1997), os coeficientes de transferência para a evaporação de líquidos binários na forma de película descendente, foram medidos experimentalmente para uma gama muito extensa de parâmetros. Usando dois fluidos diferentes, o propileno glicol e a água, para uma determinada faixa de pressão, foi possível estender o banco de dados existente, tomando como base o número de Prandtl. Esses novos dados indicaram que aqueles modelos existentes eram inadequado para fluidos com número de Prandtl superior a cinco. Foram desenvolvidos novos modelos para os regimes laminar ondulado e turbulento. Uma interpolação exponencial, entre os regimes, permitiu predizer o coeficiente de transferência de calor sobre uma faixa dos números de Reynolds e Prandtl, com uma verificação de desvio inferior a 10% para os dados experimentais.

Hughes et al (1998) desenvolveram um modelo que permitiu determinar a geometria de fluidos com escoamento interno ou externo em tubos verticais. Uma vez conhecida a geometria do escoamento, o calor ou a transferência de massa associados ao escoamento puderam ser calculados.

Yigit, (1999) descreveu o processo de absorção de uma solução binária de brometo de lítio e água. Nesse estudo foi levada em conta a absorção do gás na película laminar descendente sobre a superfície vertical de um tubo. As equações diferenciais que governam o processo foram resolvidas utilizando-se o método de Crank-Nichelson e obtidas soluções para a distribuição de temperatura e concentração. Os coeficientes de transferência de calor do lado do refrigerante puderam ser calculados através de correlações comuns. Nesse trabalho também foi levado em conta na análise os efeitos da variação da razão de fluxo de refrigerante e da solução e a temperatura do refrigerante. Pode-se obter resultados importantes neste estudo, tais como:

unesp

A temperatura de saída do refrigerante influencia na massa absorvida e pode ser observado que o tamanho do absorvedor depende de maneira não muito acentuada da temperatura do refrigerante.

No trabalho de Cherif et. al. (1999), foi desenvolvido um estudo numérico da transferência de calor e massa entre duas placas paralelas planas, onde uma delas esta sujeita a um fluxo de calor constante e a outra é adiabática, na presença de uma película de uma mistura binária. Foram utilizadas duas substâncias: etanol-água e etileno glicol-água. Foi mostrada a importância da espessura da película e da composição da mistura na transferência térmica e de massa. Nesse trabalho foram aplicadas as Transformadas de Landau.

unesp

3 Objetivos

O objetivo do presente estudo é a análise da transferência de calor e massa em película líquida descendente sobre a superfície externa aquecida de um tubo cilíndrico, utilizando as Transformadas de Landau.

O dispositivo, cujo processo evaporativo pretende-se modelar, consiste de dois tubos cilíndricos, concêntricos, verticais e lisos. O tubo interno é acoplado a um distribuidor, cujas finalidades são as de formar e manter uma determinada espessura de película, escoando e molhando, descendentemente toda sua superfície externa. A troca de calor ocorrerá da superfície interna para a externa do tubo interno e da interface do filme de líquido para o gás. Para atingir esse objetivo é necessário o desenvolvimento dos seguintes tópicos:

- Teoria de fluxo pelicular em uma superfície cilíndrica livre.
- Teoria da transferência de calor e massa em um filme escoando descendente em uma superfície cilíndrica externa lisa.
- Rearranjo das equações da continuidade, quantidade de movimento, da energia e da interface em uma forma mais conveniente.
- Discretização do problema e resolução por métodos numéricos de derivação.
- Aplicação de métodos numéricos para a resolução de problemas não lineares.

unesp

- Aplicação das Transformadas de Landau para linearização do perfil da película.

Este estudo constitui a parte fundamental da modelagem matemática de trocadores de calor compactos para obtenção de parâmetros de projetos, uma vez que, engloba os fenômenos da transferência de calor e massa em filmes descendentes.

unesp

4 Descrição do Trocador de Calor

Dentre os aspectos importantes já citados nas aplicações destacam-se os trocadores de calor compactos, os quais são as linhas de estudo do presente trabalho.

Para aumentar a eficiência de um trocador de calor podem ser utilizados dois procedimentos: o primeiro consiste no rearranjo das estruturas internas do trocador para provocar turbulência no escoamento, e o segundo através da alteração da geometria da superfície com o objetivo de aumentar a superfície de troca de calor.

4.1 Dispositivo de Formação da Película Líquida

As condições de entrada do líquido no tubo são essenciais para se atingir uma boa distribuição do filme líquido em torno da superfície externa do tubo cilíndrico vertical, o qual constitui o trocador proposto. A suposição básica adotada é a distribuição uniforme da película líquida em todo perímetro do cilindro e uma espessura de película adequada ao tipo de escoamento desejado, em torno de toda a superfície externa do tubo vertical. Um fator crítico, para a formação da película é a escolha de um distribuidor de líquido adequado.

Palen et al. (1994) em seus estudos sobre a evaporação de uma película de uma solução binária escoando na superfície interna de um tubo propôs o alimentador mostrado na Figura 4.1, que em seu trabalho utilizou uma espessura de película de aproximadamente 2,4 mm.

unesp

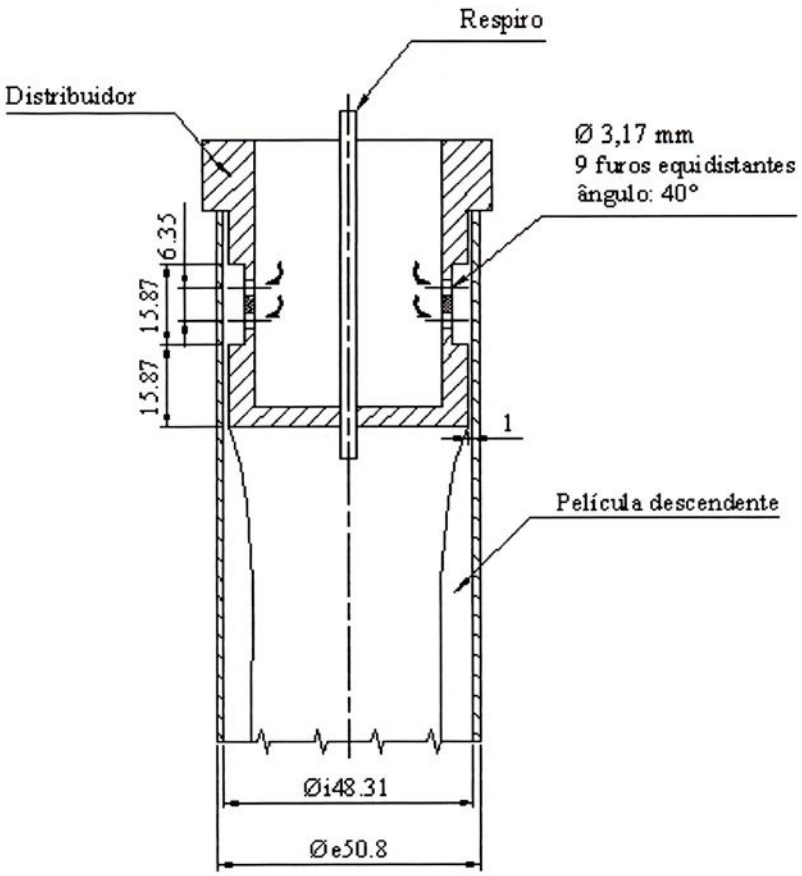


Figura 4.1 - Distribuidor de Película Líquida.

Fulford (1964), em seu estudo sobre película de água descendente na superfície externa e lisa de um tubo vertical, apresenta uma velocidade limite entre 0,8 a 1,4 m/s, com 0,5 mm de espessura, em um espaço de tempo muito pequeno.

Portanto, a escolha de um distribuidor é de fundamental importância no processo de formação da película na entrada do tubo. No presente estudo não será analisado esse aspecto. Mais adiante, como condições de entrada

do líquido na superfície do tubo, considera-se uma película de líquido, plenamente desenvolvida, com velocidade constante em torno de todo o perímetro do tubo.

O escoamento no trocador de calor proposto bem como o seu modelo é mostrado na Figura 4.2.

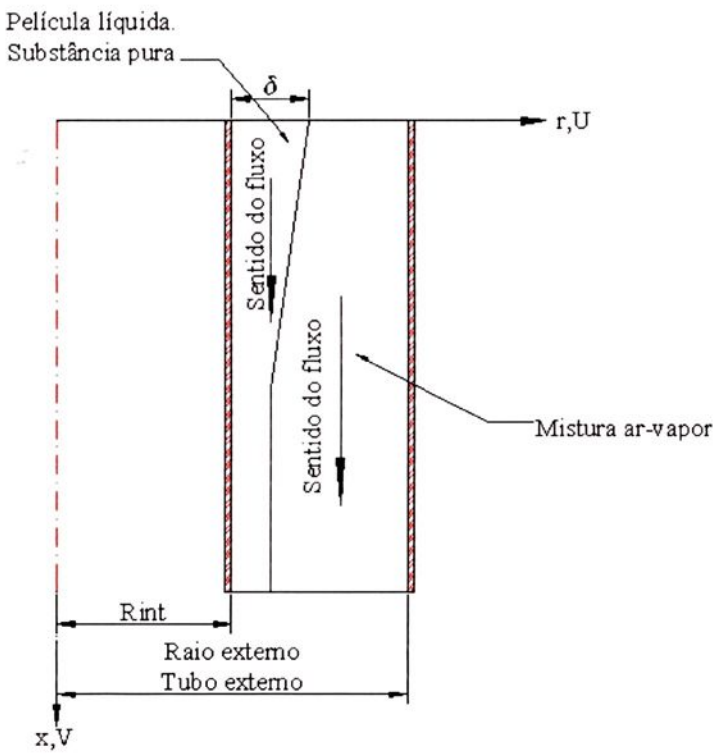


Figura 4.2 – Esquema do Trocador de Calor.

O domínio matemático do modelo em estudo e todas as equações formuladas serão em coordenadas cilíndricas, ou seja, em relação aos eixos ortogonais ***(r, θ, x).***

Dependendo do sistema a ser estudado (evaporador ou condensador) esse tubo pode ser aquecido ou resfriado, por meio de um fluido quente ou frio que circula pelo interior do tubo. Este estudo analisa o caso de um

evaporador e suas respectivas equações, as quais podem ser aplicadas para ambas situações, trocando-se apenas suas condições de contorno.

5 Modelo Matemático

5.1. Modelo Matemático Aplicado ao Problema Hidrodinâmico

O evaporador proposto é apresentado em corte axial na Fig. (5.1), a qual mostra o sistema de eixo adotado assim como seus detalhes constitutivos.

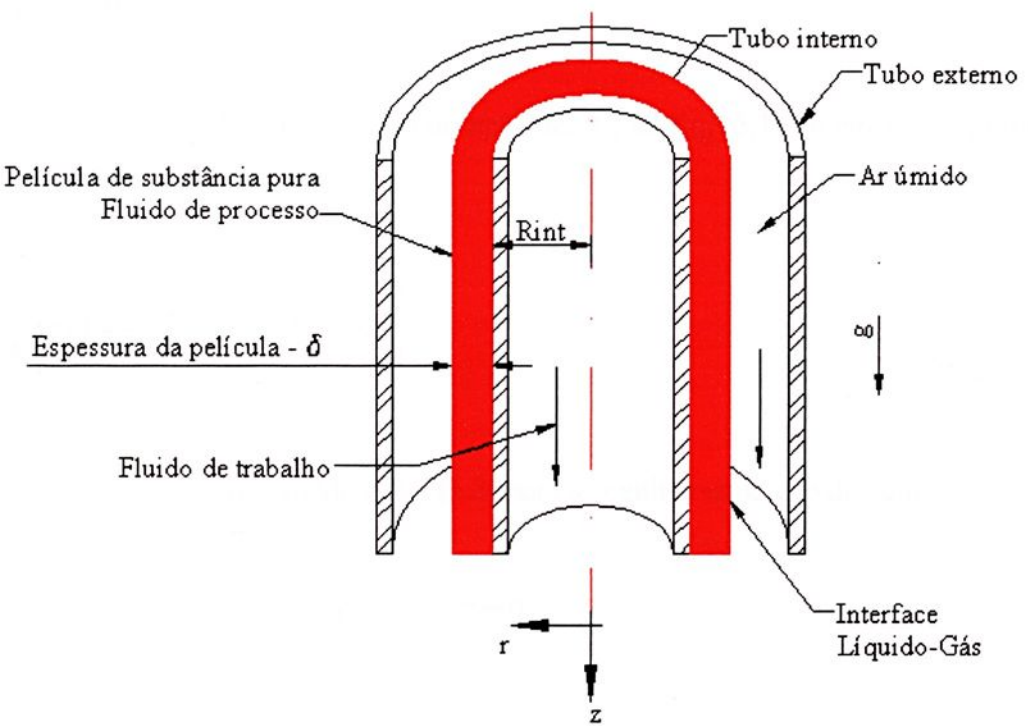


Figura 5.1 – Detalhes de um Trocador de Calor por Película Líquida.

O equilíbrio de forças é obtido pela somatória da quantidade de movimento global com as forças externas que atuam no sistema. É importante lembrar que esta afirmação só será válida para linhas de fluxo que se movimentam retilineamente. Assim sendo, tem-se:

$$Qm_{entra} - Qm_{sai} + \sum F_{ext} = 0 \tag{5.1}$$

Entende-se como quantidade de movimento global a diferença entre a quantidade de movimento que entra e a que sai do volume de controle e, como forças externas que atuam no sistema, as forças de superfície (pressão), de campo (gravitacional) e de atrito.

De acordo com ao apêndice C, da Eq. (5.1) obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{d}{dr}(r\tau) = r\left[\frac{(p_{x=0} - p_{x=L})}{L_{tubo}} + \rho\vec{g}\right] \tag{5.2}$$

Integrando a Eq. (5.2) para a seguinte condição de contorno:

r = Rint+δ, tem-se τ = 0.

Obtém-se:

$$\tau = \frac{p_0 - p_L}{2L_{tubo}}\left[r - \frac{(R\text{int} + \delta)^2}{r}\right] \tag{5.3}$$

Da Lei de Newton da Viscosidade, tem-se:

$$\tau_{rz} = -\mu \frac{dV_r}{dr} \tag{5.4}$$

Substituindo-se a Eq. (5.3) na Eq. (5.4) e integrando para a condição de contorno r = Rint, com V = 0, tem-se:

$$V(r) = \frac{\rho g}{2\mu}\left[-\frac{R\,\mathrm{int}^2 + r^2}{2} + (R\,\mathrm{int} + \delta)^2 \ln\left(\frac{r}{R\,\mathrm{int}}\right)\right] \tag{5.5}$$

A Eq. (5.5) fornece o perfil de velocidades na direção axial ao tubo da película de fluido.

5.2. Modelo Matemático do Problema Térmico

O problema a se resolver consiste na determinação da transferência de calor e massa que ocorre no processo de evaporação, de uma substância pura escoando, em um trocador de calor compacto, formado por dois tubos concêntricos. A superfície externa do tubo interno é aquecida e sobre ela escoa laminarmente uma película de uma substância pura. A evaporação ocorre na presença de uma substância gasosa escoando por convecção laminar e em co-corrente a película líquida. A superfície interna do cilindro externo está sujeita a um fluxo de calor, tal que, a temperatura externa da parede do tubo seja constante.

A discretização matemática do fenômeno de transferência de calor e massa é feita através das equações gerais que governam o problema, estabelecidas para um sistema composto por dois fluidos em escoamento monofásico separados por uma interface. Esse escoamento é caracterizado por um sistema de equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia.

unesp

O tratamento para a interface líquido-ar é feito considerando-se as condições, nessa superfície, para a velocidade, a temperatura, a tensão cisalhante e considerando-se o vapor gerado na interface por evaporação.

5.2.1. Equações Gerais que Regem o Problema

As principais hipóteses consideradas na solução do problema são:

- Escoamento bi-dimensional
- Regime permanente e laminar
- Fluidos newtonianos
- Propriedades físicas dos fluidos constantes
- Escoamento plenamente desenvolvido
- Escoamento monofásico
- Pressão estática desprezível
- Dissipação viscosa desprezível
- O ar não foi considerado

Por se tratar de um escoamento bidimensional, ao longo da superfície de um cilindro, todas as equações que governam o processo foram escritas no sistema de coordenadas cilíndricas (r, z), mas, por questão de simplicidade, adotou-se as coordenadas x e r respectivamente, a direção axial e radial para o escoamento.

unesp

As equações gerais de conservação que governam o movimento de um fluido, como descritas no Apêndice A desse trabalho, são as seguintes:

Equação da Conservação da Massa,

$$\frac{\partial \rho_L}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho_L \cdot r \cdot V_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho_L \cdot V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_L \cdot V_z) = 0 \tag{5.6}$$

Equação da Quantidade de Movimento,

$$\rho_L\left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_L\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right] + \rho_L \vec{g} \tag{5.7}$$

Equação da Conservação da Energia – 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\begin{aligned}
&\rho_L \hat{c}_L\left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} + V_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \\
&k_L\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right] + \\
&+ 2\mu_L\left\{\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)^2 + \left[\frac{1}{r}\left(\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_r\right)\right]^2 + \left(\frac{\partial V_r}{\partial z}\right)^2\right\} + \\
&+ \mu_L\left\{\left(\frac{\partial V_\theta}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial x}\right) + \left[\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta} + r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\theta}{r}\right)\right]^2\right\}
\end{aligned} \tag{5.8}$$

A seguir, são deduzidas as formas finais das equações de conservação, que serão resolvidas para o sistema composto pelos dois fluidos, ou seja, para a película líquida formada pela substância pura (água) e para a solução binária (ar-vapor).

unesp

5.2.2. Equações finais do processo

Equação da conservação da massa:

Considerando-se as hipóteses simplificadoras na equação (5.6), equação da conservação da massa, tem-se:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r \cdot V_r) + \frac{\partial}{\partial z}(V_z) = 0 \tag{5.9}$$

Equação da quantidade de movimento:

A equação da conservação da quantidade de movimento será aplicada apenas na direção axial do escoamento, uma vez que, neste sentido é que ocorre o escoamento preferencial e conseqüentemente a maior quantidade de movimento.

Portanto, aplicando-se as hipóteses simplificadoras na equação (5.7), tem-se:

$$\rho_L\left(V_r\frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right) = \mu_L\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV_r)\right)\right] + \rho_L g \tag{5.10}$$

Equação da conservação da energia:

De maneira semelhante a equação da quantidade de movimento, a equação da conservação de energia resulta em:

$$\rho_L\hat{c}_L\left(V_r\frac{\partial T}{\partial r} + V_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) = k_L\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right] \tag{5.11}$$

unesp

Dividindo-se a equação (5.11) por $\rho_L \hat{c}_L$, tem-se:

$$\left(V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \alpha\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right)\right] \tag{5.12}$$

onde:

$$\alpha = \frac{k_L}{\rho_L \hat{c}_L} \tag{5.13}$$

Onde:

α = Difussividade térmica na película.

5.2.3. Condições de Contorno

As seguintes condições de contorno foram adotadas na solução do sistema de equações resultantes:

$$r = Rint \rightarrow V_r = 0,\ V_z = 0,\ T = Tw. \tag{5.14}$$

$$r = Rint + \delta_{(z)} \rightarrow {}^{\partial V_r}\!/_{\partial r} = 0. \tag{5.15}$$

$$r = Rint + \delta_{(z)} \qquad Ak_L \frac{\partial T}{\partial r} = Ah(T_\infty - T_{\text{int}}) + \dot{m} \cdot h_{lv} \tag{5.16}$$

$$A = 2\pi(R\,\text{int} + \delta_{(z)})\Delta x \tag{5.17}$$

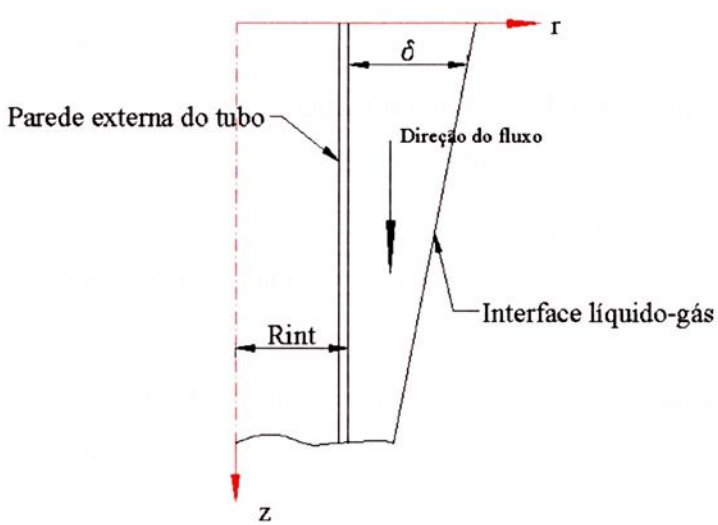
cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Para x = 0 o perfil de velocidades (V) na direção radial, foi considerado plenamente desenvolvido, ou seja:

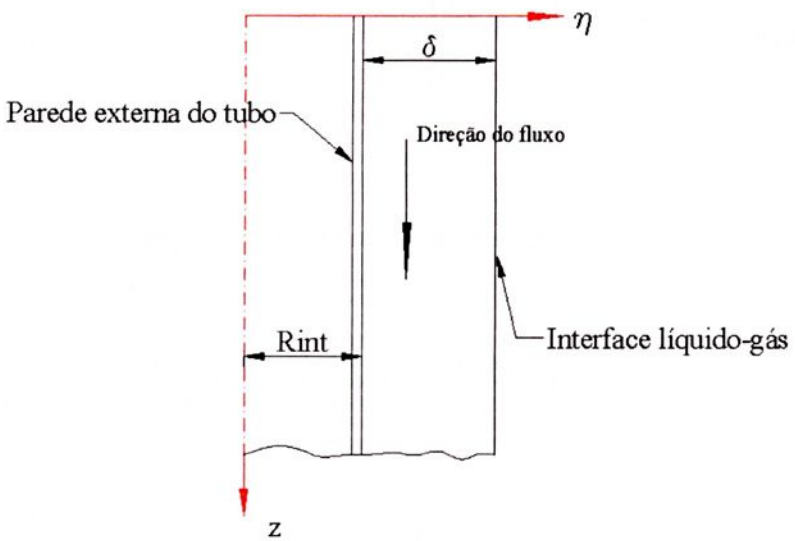
$$V = \frac{\rho_L g}{2\mu_L}\left[\frac{R\,\mathrm{int}^2 - r^2}{2} + \left(R\,\mathrm{int} + \delta_{(z)}\right)^2 \ln\left(\frac{r}{R\,\mathrm{int}}\right)\right] \tag{5.18}$$

5.3. Transformadas de Landau

Os dois fluidos são separados entre si, através da interface líquido-ar e que, devido ao processo da evaporação, a espessura da película de líquido não possui um perfil constante, ou seja, o domínio de solução do problema é geometricamente irregular. A solução numérica desse tipo de problema fornece uma localização imprecisa da interface, a custa de muito refinamento de malha. Este problema foi contornado aplicando-se técnica das Transformadas de Landau (Padilha, 1990) nas equações resultantes, o que aumenta a não linearidade das equações, mas fornece a posição precisa da interfase. Resumindo, esta técnica transforma um domínio irregular em regular, através de mudança de variável. A Fig. (5.2) mostra os domínios de integração e físico.



Domínio físico



Domínio de integração

Figura 5.2. – Domínio Físico e Domínio de Integração.

As Transformadas de Landau foram aplicadas somente na direção radial e, assim, substitui-se a variável r pela variável η, ou seja:

$$\eta = \frac{r - R_{int}}{\delta_{(z)}} \tag{5.19}$$

Aplicando-se as Transformadas de Landau, Apêndice B, nas Eqs. (5.9) a (5.12), tem-se as seguintes equações finais do processo:

Velocidade inicial

Equação do perfil de velocidades na direção axial na região de entrada do evaporador:

$$V(\eta) = \frac{\rho_L \cdot g}{2 \cdot \mu_L}\left[- \frac{\eta \cdot \delta_{(z)}\left(\eta \cdot \delta_{(z)} + 2 \cdot R\,\text{int}\right)}{2} + \left(\delta_{(z)} + R\,\text{int}\right)^2 \cdot Ln\left(\frac{\eta \cdot \delta_{(z)} + R\,\text{int}}{R\,\text{int}}\right)\right] \tag{5.20}$$

Equação da conservação da massa:

$$\frac{V_r}{\eta \cdot \delta_{z)} + R\,\text{int}} + \frac{1}{\delta_{(z)}}\frac{\partial V_r}{\partial \eta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\eta}{\delta_{(z)}}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}\frac{\partial \delta_{(z)}}{\partial z} = 0 \tag{5.21}$$

Equação da quantidade de movimento na direção axial – *"x"*:

$$\frac{V_r}{\delta_{(z)}}\frac{\partial V_r}{\partial \eta} + V_z\left(\frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\eta}{\delta_{(z)}}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}\frac{\partial \delta_{z)}}{\partial z}\right) = \nu\left[\frac{1}{\eta \cdot \delta_{(z)} + R\,\text{int}}\frac{1}{\delta_{(z)}}\frac{\partial V_r}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta_{(z)}^{\,2}}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \eta^2}\right] + \vec{g} \tag{5.22}$$

Equação da conservação da energia:

$$\frac{V_r}{\delta_{(z)}}\frac{\partial T}{\partial \eta} + V_z\left(\frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\eta}{\delta_{(z)}}\frac{\partial T}{\partial \eta}\frac{\partial \delta_{(z)}}{\partial z}\right) = \alpha\left(\frac{1}{(\eta \cdot \delta_{(z)} + R\,\text{int}) \cdot \delta_{(z)}}\frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta_{(z)}^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}\right) \tag{5.23}$$

Sugeitas as seguintes condições de contorno:

$$\eta = 0 \rightarrow T = Tw,\ V_z = 0,\ V_r = 0 \tag{5.24}$$

$$\eta = 1 \rightarrow \partial V_z / \partial \eta = 0,\ A\frac{k_L}{\delta_{(x)}}\frac{\partial T}{\partial \eta} = Ah\left(T_\infty - T_{\text{int}}\right) + \dot{m}h_{lv} \tag{5.25}$$

$$x = 0 \rightarrow T = Tini,\ V = V(r) \tag{5.26}$$

unesp

5.4. Propriedades Físicas da Água e do Ar

As propriedades físicas da água, tais como, densidade, viscosidade, calor específico e condutividade térmica, em função da temperatura, foram admitidas segundo as seguintes equações:

Densidade, segundo Perry (1973):

$$\rho_L(T) = \left(1{,}0907 \cdot 10^{-3} + 1{,}4635 \cdot 10^{-7} T\right)^{-1} \tag{5.27}$$

Calor específico, segundo Weast e Astle (1982):

$$\hat{c}_L(T) = 2116{,}5607 + 7{,}2845T \tag{5.28}$$

Condutibilidade térmica, segundo Powell (1958):

$$k_L(T) = 2{,}09 - 0{,}003553T \tag{5.29}$$

Utilizando-se a tabela, segundo Van Wylen (1999), a pressão de saturação do ar seco, pode ser interpolada pela seguinte equação:

$$h_{lv} = -1.9996E - 03T^2 - 2.2578E + 00T + 2.5008E + 03 \tag{5.30}$$

Onde:

T: Temperatura – [°C]

unesp

h_{lv}: Entalpia de vaporização – [kJ/kg]

5.5. Taxa de Evaporação

A taxa de transferência de massa na interface líquido-ar, é definida por:

$$\dot{m}_g = hm \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left(R\,\mathrm{int} + \delta_{(z)}\right) \cdot L \cdot \left(C_{\mathrm{int}} - C_{\infty}\right) \tag{5.31}$$

Quando a transferência de calor e massa ocorrem simultaneamente, seus coeficientes podem estar relacionados por:

$$\frac{h}{hm} = \rho_L \cdot \hat{c}_L \cdot (Le)^{2/3} \tag{5.32}$$

O coeficiente de transmissão de calor por convecção (h), pode ser calculado em função do número de Nusselt, pela relação:

$$h = Nu_z \frac{L_z}{k_L} \tag{5.33}$$

O número de Nusselt foi adotado pela relação empírica:

$$Nu_z = 0{,}332 \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \cdot \mathrm{Re}_z^{1/2} \tag{5.34}$$

Sendo o número de Reynolds definido pela relação:

unesp

$$\mathrm{Re}_z = \frac{V_{\mathrm{int}} \cdot L_z}{\nu} \tag{5.35}$$

O número de Prandtl calculado pela relação:

$$\mathrm{Pr} = \frac{c_L \cdot \mu_L}{k_L} \tag{5.36}$$

E o número de Lewis dado por:

$$Le = \frac{\alpha}{D_L} \tag{5.37}$$

Segundo ASHARE [1989], a equação empírica da difussibilidade do vapor d'água no ar para temperaturas até 1366 K pode ser obtida por:

$$D_L = \frac{0{,}926}{p_g} \frac{T_{\mathrm{int}}^{2,5}}{T_{\mathrm{int}} + 245} \tag{5.38}$$

Na equação (5.38), a pressão foi substituída em kPa e a temperatura em K.

Através dos conceitos da psicrometria da Termodinâmica das Misturas determina-se a concentração de vapor d'água na mistura ar-vapor, na fase vapor próximo a interface.

A concentração em massa de vapor d'água que corresponde a uma determinada fração molar pode ser calculada pela seguinte relação:

unesp

$$C_w = M_L \cdot \frac{\rho_g}{M_{ar}} x_w \tag{5.39}$$

A fração molar do vapor d'água próximo a interface dada por:

$$x_w = \frac{P_{sat}(T_{\text{int}})}{p_g} \tag{5.40}$$

Segundo ASHARE (1989), a pressão de saturação em Pa (P_{sat}) em função da temperatura (K) para a água líquida na faixa de temperatura entre 0 a 200 °C, pode ser calculada por:

$$\ln(Psat_L) = \frac{C8}{T_{\text{int}}} + C9 + C10 \cdot T_{\text{int}} + C11 \cdot T_{\text{int}}^2 + C12 \cdot T_{\text{int}}^3 + C13 \cdot \ln(T_{\text{int}}) \tag{5.41}$$

Onde:

- C8 = -5800,2206 (5.42)
- C9 = 1,3914993 (5.43)
- C10 = -0,04860239 (5.44)
- C11 = 0,41764768E-4 (5.45)
- C12 = -0,14452093E-7 (5.46)
- C13 = 6,5459673 (5.47)

unesp

Para o cálculo da pressão de vapor da mistura ar-vapor usa-se o conceito de umidade relativa, definida pela razão:

$$\phi = \frac{p_{v,\infty}}{p_{sat}(T_g)} \tag{5.48}$$

A fração molar da vapor d'água na mistura ar-vapor d'água é dada por:

$$x_\infty = \frac{p_{v,\infty}}{p_g} \tag{5.49}$$

Portanto a concentração em massa de vapor d'água na mistura é dada pela seguinte relação:

$$C_\infty = M_L \frac{\rho_{ar}}{M_{ar}} x_\infty \tag{5.50}$$

5.6. Espessura da Película

No cálculo da nova espessura da película aplica-se o princípio da conservação de massa em um elemento,

unesp

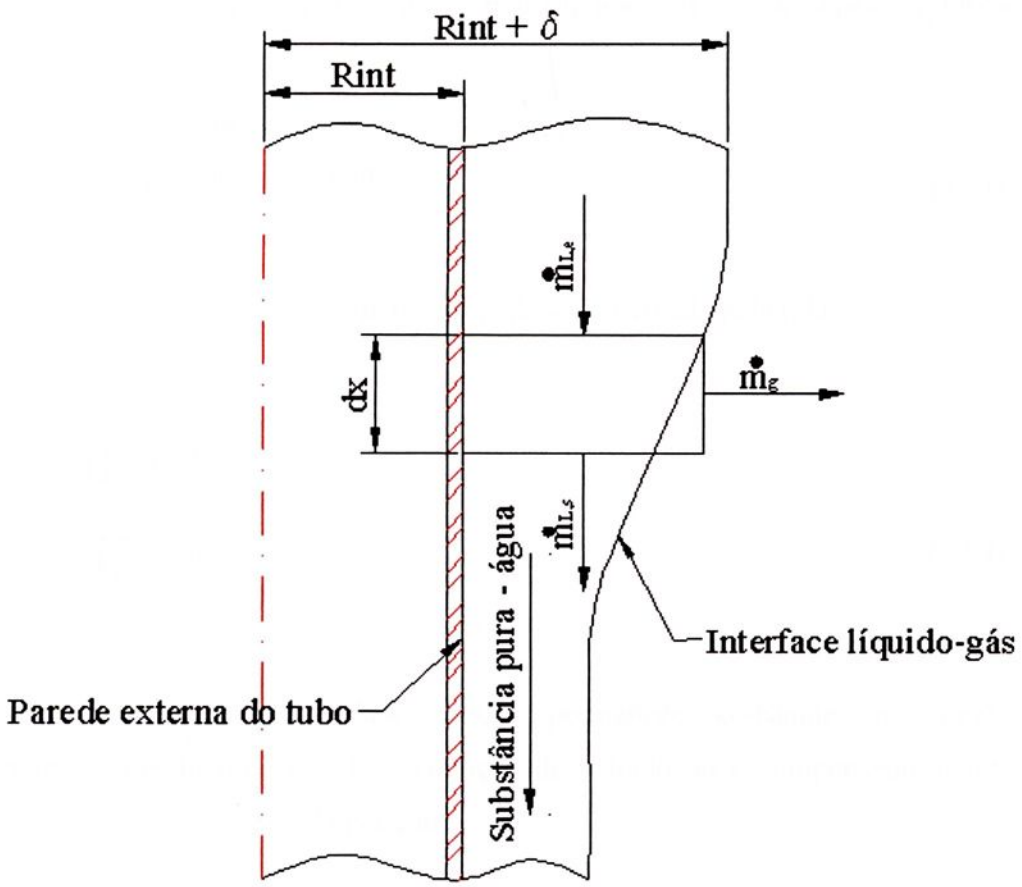


Figura 5.3. – Balanço de Massa na Película Líquida.

como mostrado na Fig. (5.3) e da conservação da massa:

$$\dot{m}_{L,e} = \dot{m}_{L,s} + \dot{m}_g \tag{5.51}$$

A taxa de líquido entrando no volume de controle é calculado pela seguinte expressão:

$$\dot{m}_{L,e} = \rho_{L,\text{int}} \cdot Vm \cdot 2 \cdot \pi \cdot R\,\text{int} \cdot \delta_{(z)} \tag{5.52}$$

A taxa de vapor através da interface líquido-ar, calculada através da Eq. (5.31).

A nova espessura da película pode ser calculada pela expressão:

$$\delta_{(z=s)} = \frac{\dot{m}_{L,s}}{\rho_{L,\text{int}} \cdot Vm \cdot 2 \cdot \pi \cdot R\text{int}} \tag{5.53}$$

A velocidade média pode ser calculada pela relação:

$$Vm = \frac{\int_0^{2\pi R}\int_0^{} V_r r dr d\theta}{\int_0^{2\pi R}\int_0^{} r dr d\theta} \tag{5.54}$$

A velocidade média permanece constante em todo o comprimento do tubo e toda a variação de velocidade é compensada devido a diminuição da espessura da película.

unesp

6. Método de Solução

6.1. Sistema Geral de Malha

O domínio de integração foi dividido em um sistema de malhas, como mostra a Fig. (6.1).

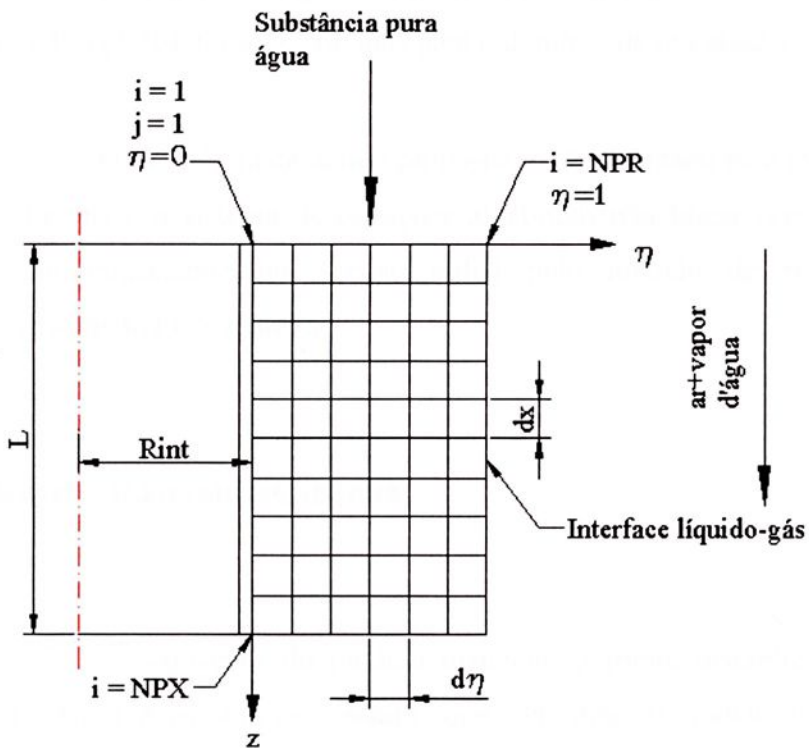


Figura 6.1. – Sistema Geral de Malha no Domínio do Filme Líquido.

Na solução do modelo matemático é utilizado o método de marcha, de tal maneira que, os problemas hidrodinâmico e térmico resolvidos repetidamente, fez com que se buscasse rotinas mais rápidas. Neste sentido, o método de solução do problema hidrodinâmico, de Newton-Raphson até então usado, foi substituído pelo método de Broyden, que segundo o autor converge mais rapidamente para a solução e é mais estável.

Para identificação de cada um dos nós da malha foi utilizada a notação matricial (i, j), sendo i para as linhas e j para as colunas.

6.2. Método de Solução

A Eq. (5.20) foi utilizada no cálculo do perfil de velocidades da película do líquido na entrada do evaporador.

O sistema de equações (5.21) a (5.23), sujeitas as condições de contorno (5.24) a (5.26), foram resolvidas para o domínio de integração.

O modelo matemático proposto foi discretizado pela técnica das Diferenças Finitas e o sistema de equações algébricas não linear resultante foi resolvido simultaneamente na direção radial pelo método de Broyden e axialmente pelo método de marcha.

6.2.1. Discretização das Equações

As equações do modelo matemático foram discretizadas pela técnica das Diferenças Finitas, sendo que na direção radial usou-se o procedimento de diferenças centradas, com exceção feita, a equação da interface que foi discretizada por diferenças atrasada, enquanto que na direção axial o de diferenças atrasadas, resultando em:

Equação da conservação da massa:

unesp

$$\frac{U[i,j]}{\eta[i,j]\delta[i]+R\,\mathrm{int}}+\frac{1}{\delta[i]}\frac{U[i,j+1]-U[i,j-1]}{2*d\eta}+\frac{V[i,j]-V[i-1,j]}{dx}-$$
$$-\frac{\eta[i,j]}{\delta[i]}\frac{V[i,j+1]-V[i,j-1]}{d\eta}\frac{\delta[i]-\delta[i-1]}{dx}=0 \qquad (6.1)$$

Equação da quantidade de movimento na direção axial *"x"*:

$$\frac{U[i,j]}{\delta[i]}\frac{U[i,j+1]-U[i,j-1]}{2d\eta}+$$
$$+V[i,j]\left(\frac{V[i,j]-V[i-1,j]}{dx}-\frac{V[i,j+1]-V[i,j-1]}{2d\eta}\frac{\delta[i]-\delta[i-1]}{dx}\right)=$$
$$=\nu_L\left[\frac{1}{(\eta[i,j]\delta[i]+R\,\mathrm{int})\delta[i]}\frac{U[i,j+1]-U[i,j-1]}{2d\eta}\right]+ \qquad (6.2)$$
$$+\nu_L\left(\frac{1}{\delta[i]^2}\frac{V[i,j-1]-2V[i,j]+V[i,j+1]}{d\eta^2}\right)+g_x$$

Equação da conservação de energia:

$$\frac{U[i,j]}{\delta[i]}\frac{T[i,j+1]-T[i,j-1]}{2d\eta}+$$
$$+V\left(\frac{T[i,j]-T[i-1,j]}{dx}-\frac{\eta[i,j]}{\delta[i]}\frac{T[i,j+1]-T[i,j-1]}{2d\eta}\frac{\delta[i]-\delta[i-1]}{dx}\right)=$$
$$=\alpha[i,j]\left[\frac{1}{(\eta[i,j]\delta[i]+R\,\mathrm{int})\delta[i]}\frac{T[i,j+1]-T[i,j-1]}{2d\eta}\right]+ \qquad (6.3)$$
$$+\alpha[i,j]\left(\frac{1}{\delta[i]^2}\frac{T[i,j-1]-2T[i,j]+T[i,j+1]}{d\eta^2}\right)$$

Equação da interface:

$$\frac{k_L}{\delta[i]}\frac{T[i,j]-T[i,j-1]}{d\eta}=h(T_\infty-T_{\mathrm{int}})+\dot{m}_L h_{LV} \qquad (6.4)$$

unesp

6.2.2. Técnica de solução

Na solução do problema foi utilizada a seguinte técnica:

- a) As propriedades iniciais do fluido e sua temperatura são conhecidas e o perfil de velocidade axial em *"x=1"*, calculado através da Eq. (5.20).

- b) Para cada novo nó axial, são conhecidos todos os parâmetros do nó axial anterior.

- c) Para um determinado nó axial, é aplicado o sistema de equações (5.21) a (5.23).

- d) O sistema de equações não lineares resultante é resolvido pelo método de Broyden.

- e) Em seguida calcula-se a nova espessura da película.

- f) Repete-se, os procedimentos de c) a e), para cada novo nó axial, até completar o comprimento do tubo definido em projeto.

unesp

6.2.3. Algorítimo

O sistema de equações resultante, na direção radial, foi resolvido simultaneamente através do método de Broyden, enquanto que, na direção axial usou-se um método de marcha. Para o procedimento dos cálculos, utilizou-se um programa fonte em linguagem Fortran.

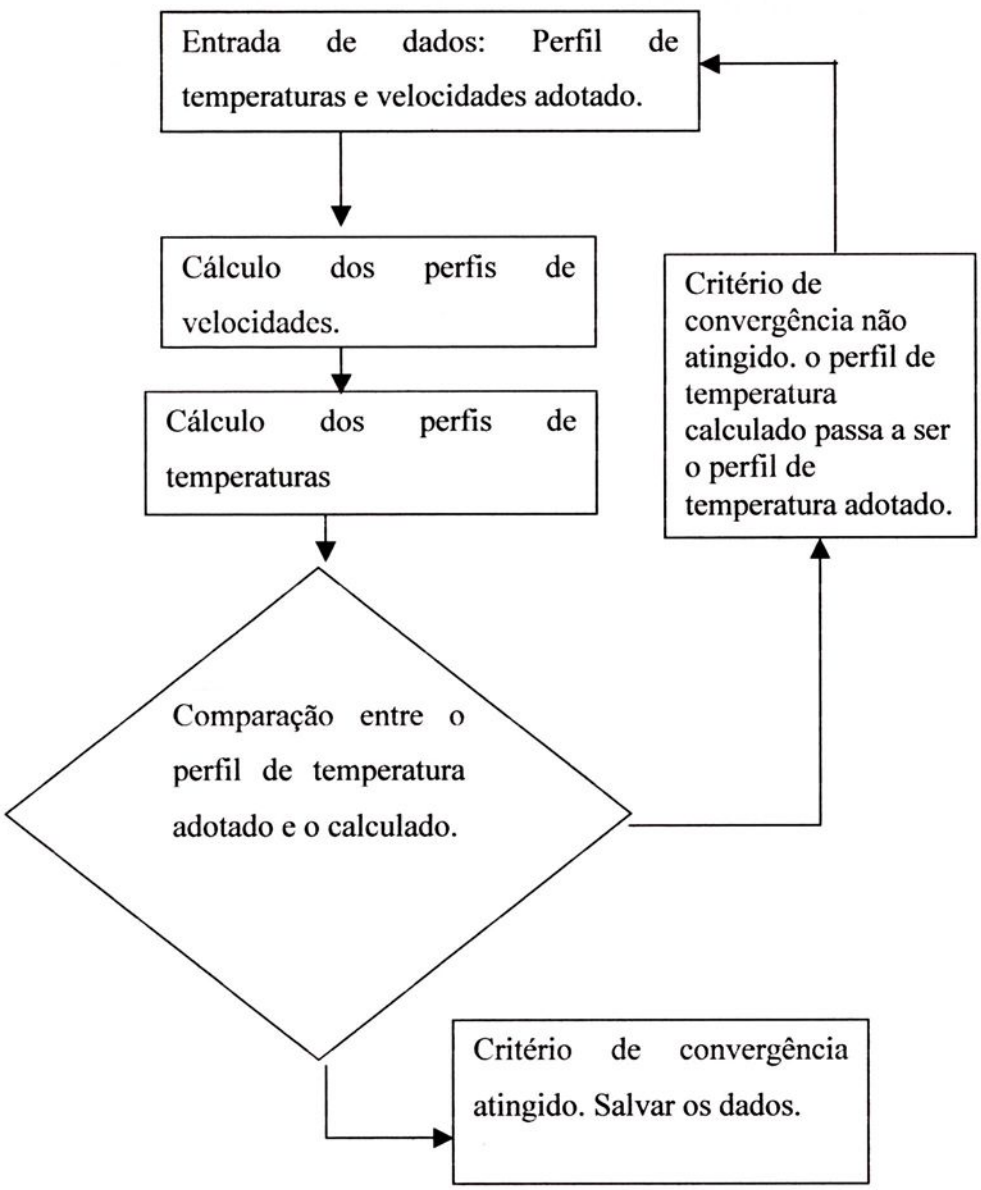


Figura 6.2. – Algoritmo do Procedimento de Cálculo.

Para cada nó axial, foi adotado como chute inicial os dados correspondentes ao nó axial anterior e, com esses parâmetros de partida, calculou-se a velocidade axial e radial, a temperatura, a taxa de evaporação e a espessura da película. A cada novo dado calculado é comparado com o anterior, verificando-se a convergência da precisão pré-estabelecida. Esse processo é repetido para cada novo nó axial, até o comprimento final do tubo.

Após vários testes obteve-se a convergência do sistema de equações para número de nós igual a 10 na direção radial e de 200 para número de nós na direção axial.

unesp

7 – Resultados e Discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pela simulação do modelo matemático e suas respectivas análises.

A cada resultado estudado mantêm-se constantes os dados apresentados nas Tabs. 7.1 e 7.2, enquanto os demais variam.

Tabela 7.1. – Propriedades da Mistura Ar

Propriedades do ar úmido	
Pressão	101,33 kPa
Temperatura	20 °C
Densidade	1,165 kg/m³
Viscosidade	1,186E-3 Ns/m²
Calor específico	1,006 kJ/kgK
Condutibilidade térmica	0,026 W/mK
Viscosidade cinemática	0,160E-4 m²/s

Um dos principais objetivos deste capítulo é, por meio de gráficos, apresentar uma idéia do comportamento da taxa de evaporação d'água em relação a alguns parâmetros geométricos do evaporador.

unesp

Tabela 7.2. – Parâmetro de Projeto

Significado Físico	Nomenclatura	Valor
Número de pontos na direção radial	NPR	10
Número de pontos na direção axial	NPX	200

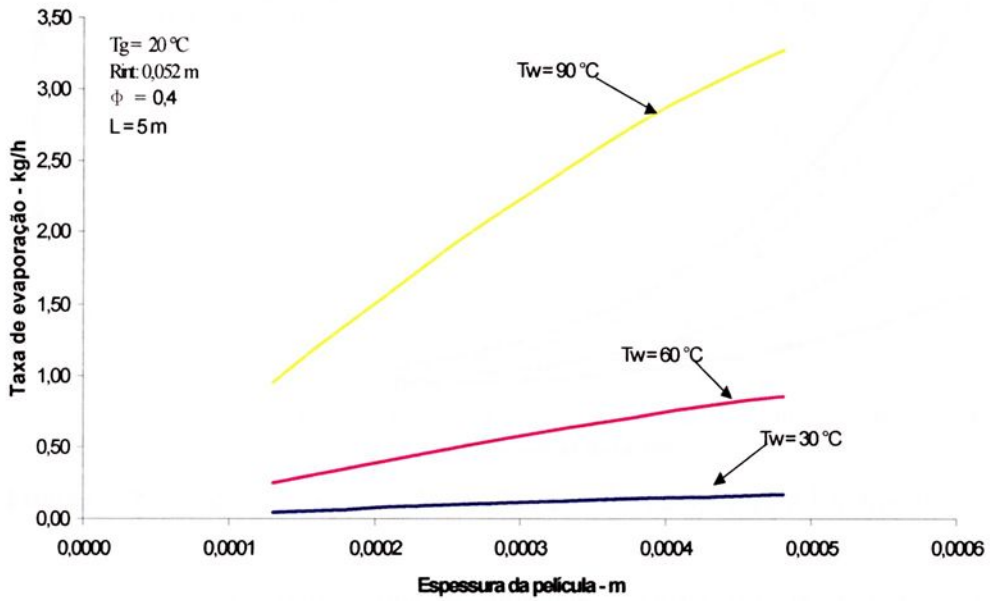


Figura 7.1 – Taxa de Evaporação em Função da Espessura da Película.

A Fig. (7.1) apresenta o comportamento da quantidade de massa evaporada em relação à variação da espessura. Como era esperado o aumento da espessura da película provoca um aumento na área superficial de evaporação, mas também o aumento da resistência térmica da película. Pode-se perceber também a influência da temperatura externa da parede do tubo (Tw = 30°C, Tw = 60 °C e Tw = 90 °C) nos resultados, e que, para temperaturas maiores a variação na taxa de evaporação com a espessura da película torna-se mais sensível, ou seja, para temperaturas menores, a espessura da película não exerce muita influência.

Na Fig. (7.2), pode-se observar a variação da taxa de evaporação de água em relação a temperatura externa da parede do tubo, a medida que a

temperatura externa da parede do tubo aumenta, cresce o gradiente de temperatura, entre a película líquida e a mistura ar-vapor d'água, aumentando assim o fluxo de calor e, este, provoca um aumento na taxa de evaporação.

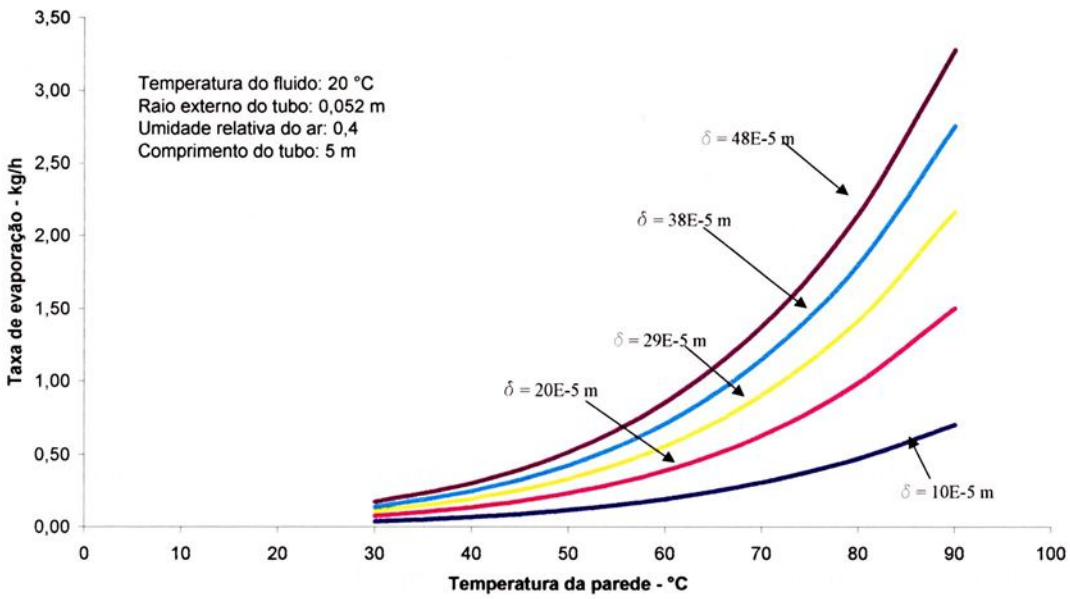


Figura 7.2. – Taxa de Evaporação em Função da Temperatura Externa do Tubo.

A medida que a umidade relativa do ar aumenta, a sua capacidade de absorver vapor d'água diminui, com isso a taxa de evaporação também diminui, como mostra a Fig. (7.3), neste caso a espessura da película não influencia no comportamento da taxa de evaporação. A quantidade de água evaporada diminui a medida que a umidade relativa cresce.

Pode-se perceber através da Fig. (7.3) que todas as curvas tendem a taxa de evaporação é igual a zero, quando a umidade relativa tende a 100%, assim , isto mostra a credibilidade do modelo matemático e dos resultados obtidos nas simulações.

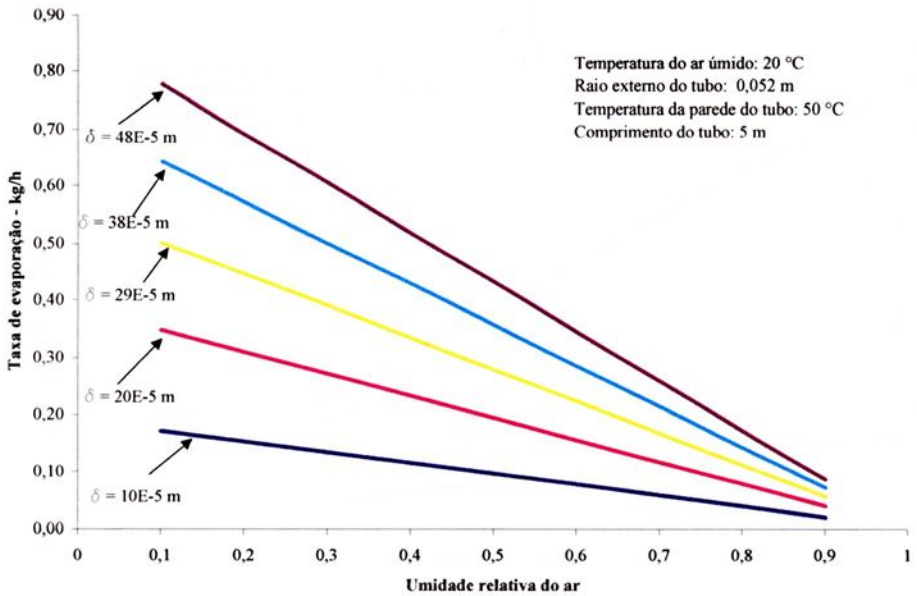


Figura 7.3. – Taxa de Evaporação em Função da Umidade Relativa.

Na Fig. (7.4), pode-se observar o comportamento da taxa de evaporação de água em relação ao raio externo do tubo. A medida que aumenta o raio externo, aumenta a área de evaporação e conseqüentemente aumenta a taxa de evaporação, este aumento é mais sensível a medida que se aumenta a espessura da película.

Para o escoamento de uma película sobre a superfície externa de um tubo, aumentando-se o raio externo do tubo e a espessura da película a taxa de evaporação aumenta, o mesmo já não ocorre para o caso de escoamento interno, onde para um mesmo diâmetro de tubo um aumento na espessura da película causará uma diminuição na área de evaporação da película e consequentemente a diminuição da taxa de evaporação.

unesp

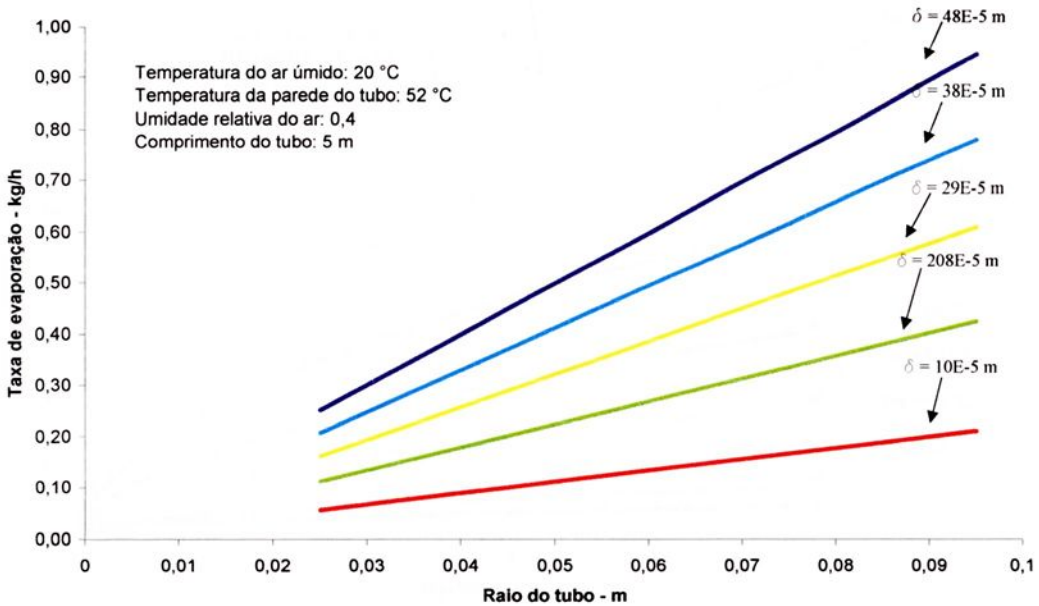


Figura 7.4 – Taxa de Evaporação em Função do Raio Externo do Tubo.

Em todos os gráficos anteriores procurou-se mostrar a variação da taxa de evaporação com os parâmetros geométricos do evaporador. Nos próximos gráficos mostrar-se-á o comportamento da taxa de evaporação ao longo do tubo, para as condições de projeto apresentadas na Tab. 7.3.

Tabela 7.3. – Parâmetro de Projeto.

Significado Físico	Nomenclatura	Valor
Temperatura do ar úmido	T_g [°C]	20
Raio externo do tubo	Rint [m]	0,052
Umidade relativa do ar úmido	ϕ	0,4
Comprimento do tubo	L [m]	5

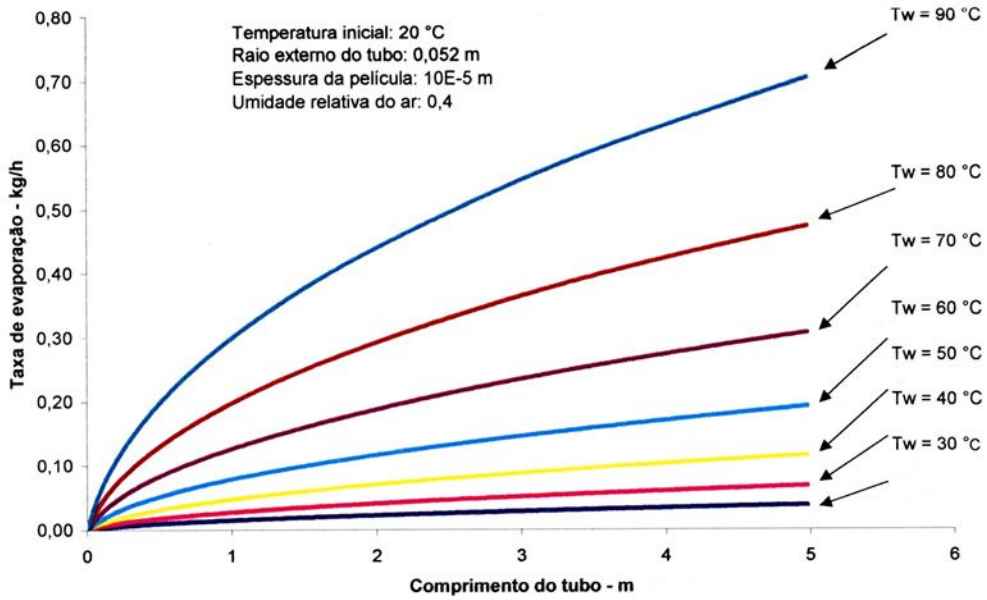


Figura 7.5. – Taxa de Evaporação em Função do Comprimento do Tubo – Espessura da Película 10E-5 m.

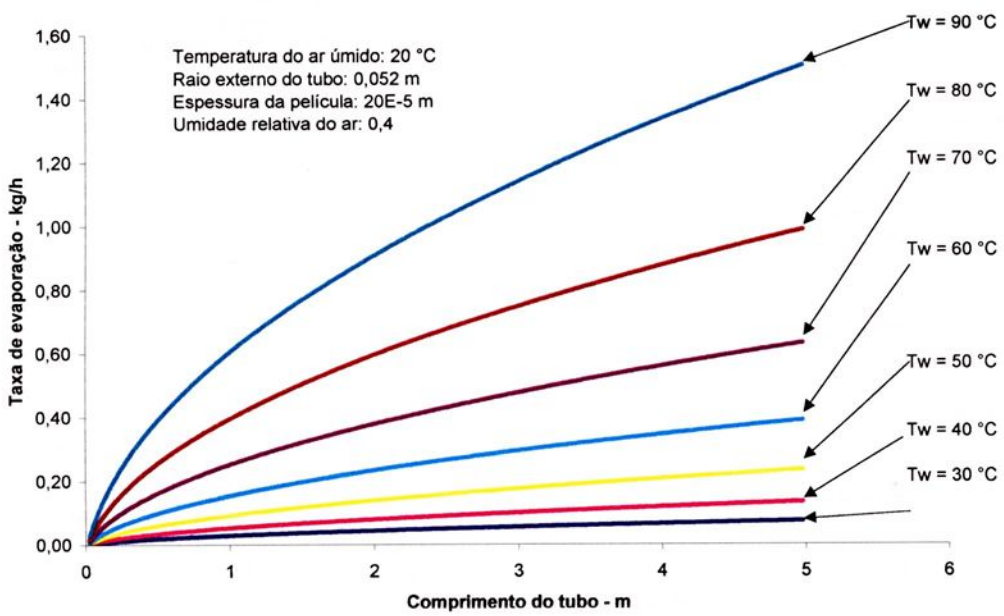


Figura 7.6. – Taxa de Evaporação em Função do Comprimento do Tubo – Espessura da Película 20E-5 m.

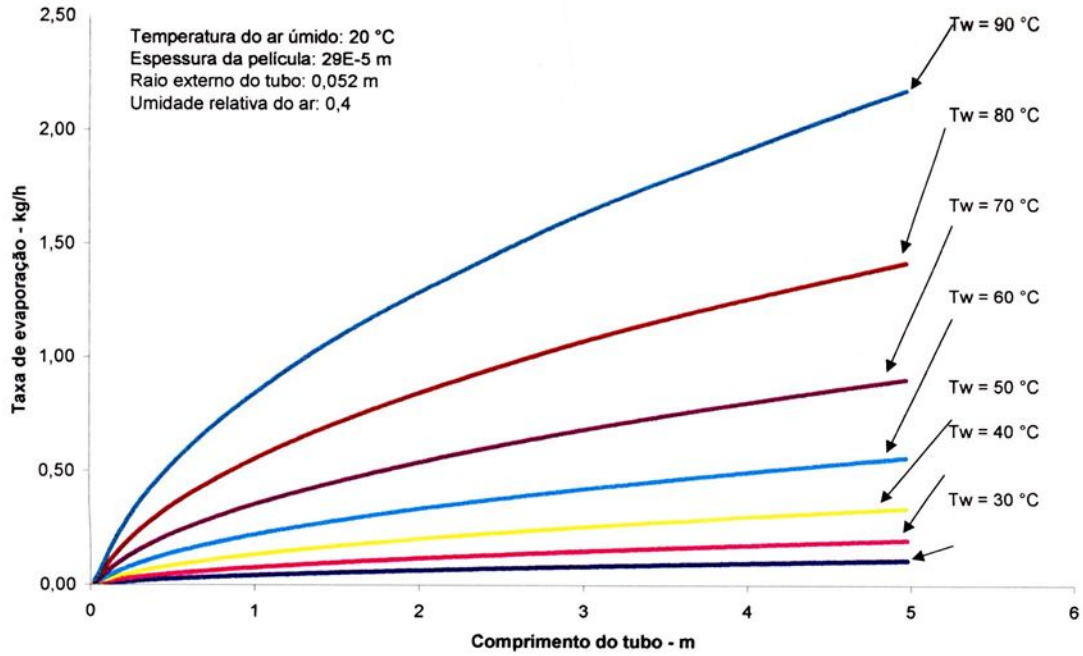


Figura 7.7. – Taxa de Evaporação em Função do Comprimento do Tubo – Espessura da Película 29E-5 m.

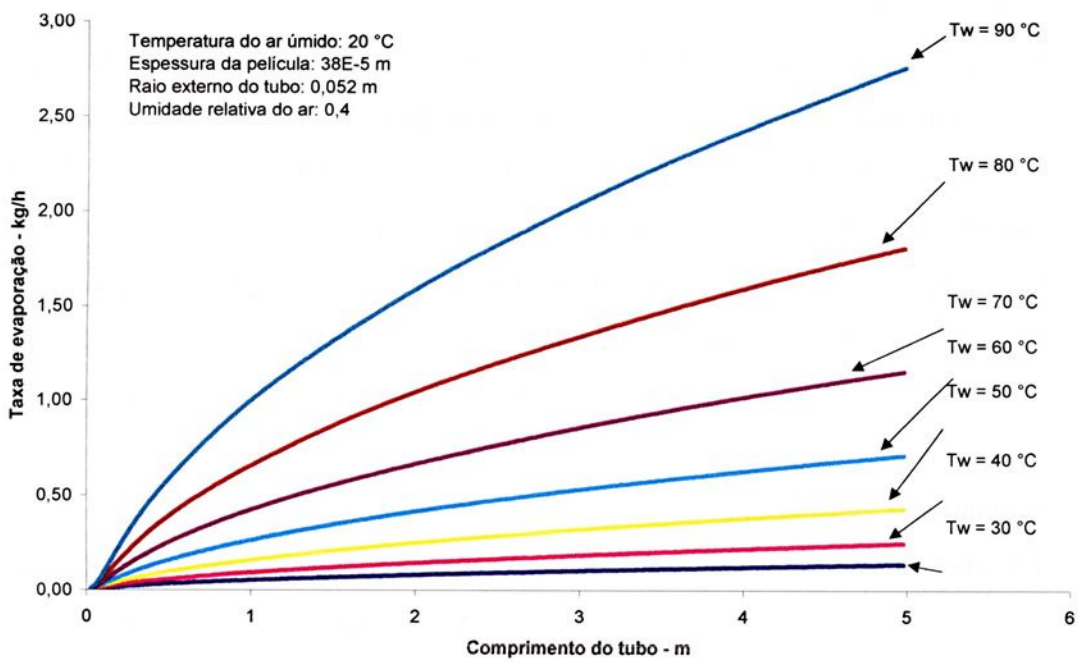


Figura 7.8. – Taxa de Evaporação em Função do Comprimento do Tubo – Espessura da Película 38E-5 m.

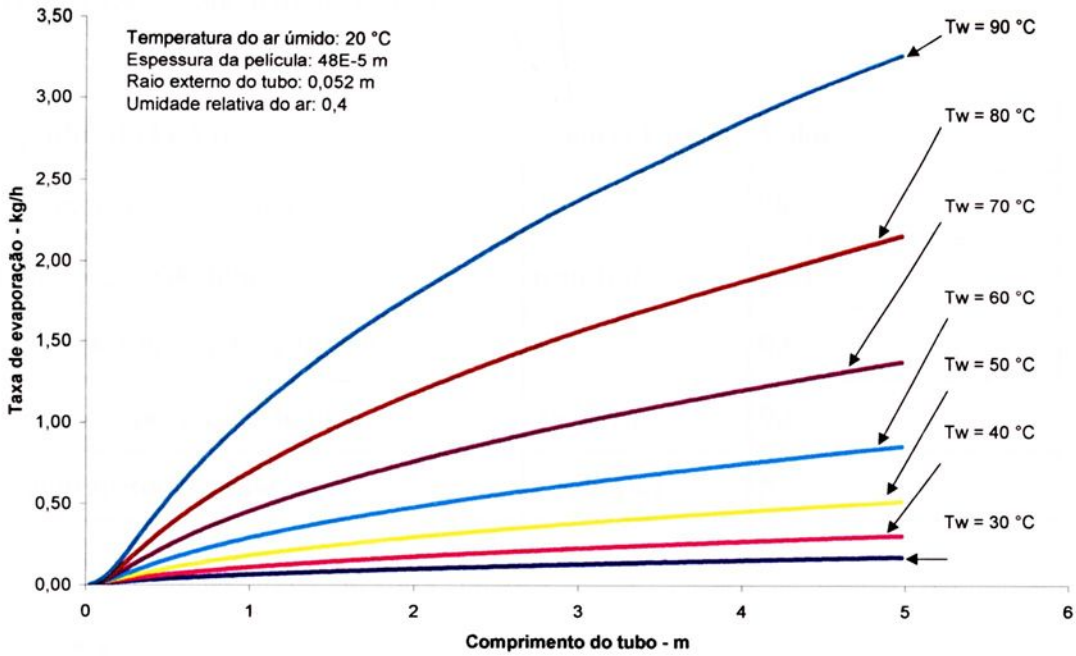


Figura 7.9. – Taxa de Evaporação em Função do Comprimento do Tubo – Espessura da Película 48E-5 m.

Nas Figs. (7.5) a (7.9), mostrou-se o comportamento da taxa de evaporação em função do comprimento do tubo, pode-se perceber que a taxa de evaporação apresenta dois comportamentos distintos, até aproximadamente a metade do tubo o comportamento da taxa de evaporação não é linear, a partir a metade até o fim do tubo o comportamento passa a ser linear, estes gráficos são úteis pois para uma determinada taxa de evaporação pode-se obter o comprimento de tubo necessário, a espessura da película e a temperatura da parede mais convenientes para um evaporador desejado.

As figuras a seguir mostram o comportamento de algumas variáveis do processo, para os parâmetro de projeto apresentados na Tab. 7.4 utilizados na obtenção dos referidos resultados.

Tabela 7.4. – Parâmetro de Projeto.

Significado Físico	Nomenclatura	Valor
Temperatura do ar úmido	T_g [°C]	20
Raio externo do tubo	Rint [m]	0,052
Umidade relativa do ar úmido	ϕ	0,4
Temperatura externa do tubo	Tw [°C]	90
Comprimento do tubo	Ltubo [m]	5

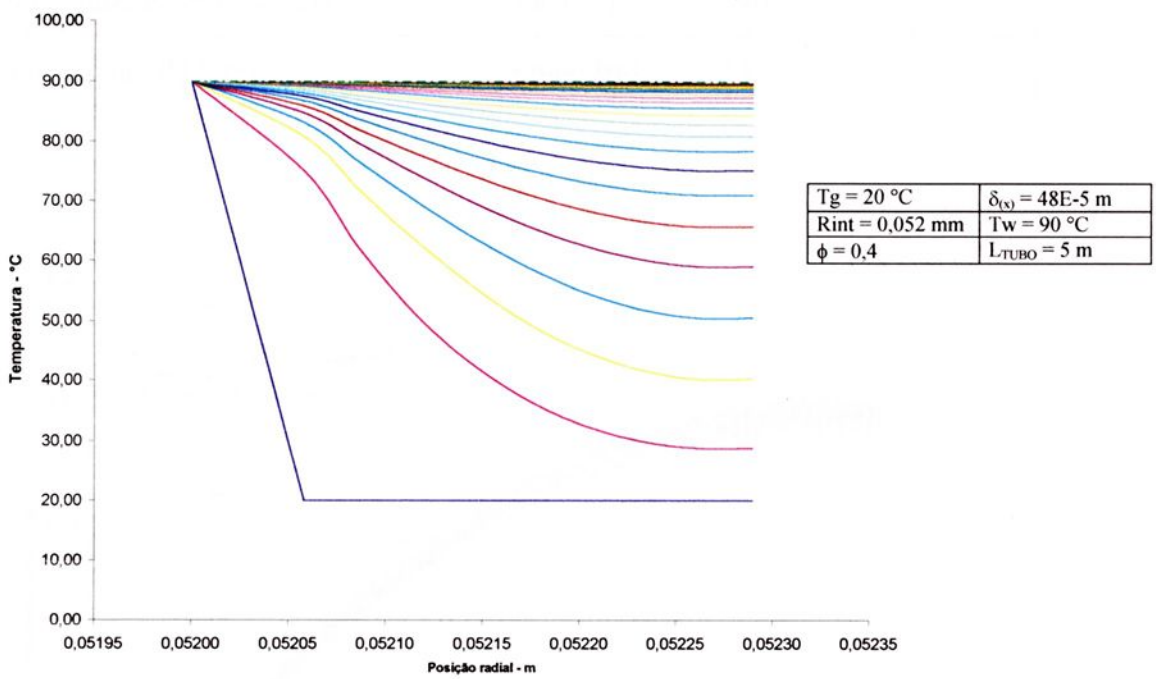


Figura 7.10. – Temperatura Radial da Película.

A Fig. (7.10) mostra o comportamento da temperatura radial da película, com uma temperatura inicial de 20 °C e a medida que escoa sobre a parede do tubo a sua temperatura tende para a temperatura da parede externa do tubo, até que o equilíbrio térmico seja atingido.

Tabela 7.5. – Parâmetro de Projeto para a Fig. (7.11).

Significado Físico	Nomenclatura	Valor
Número de pontos na direção radial	NPR	10
Número de pontos na direção axial	NPX	200
Temperatura do ar úmido	T_g [°C]	20
Raio externo do tubo	Rint [m]	0,052
Umidade relativa do ar úmido	ϕ	0,4
Espessura da película	δ [m]	20E-5
Temperatura externa do tubo	Tw [°C]	90
Comprimento do tubo	Ltubo [m]	5

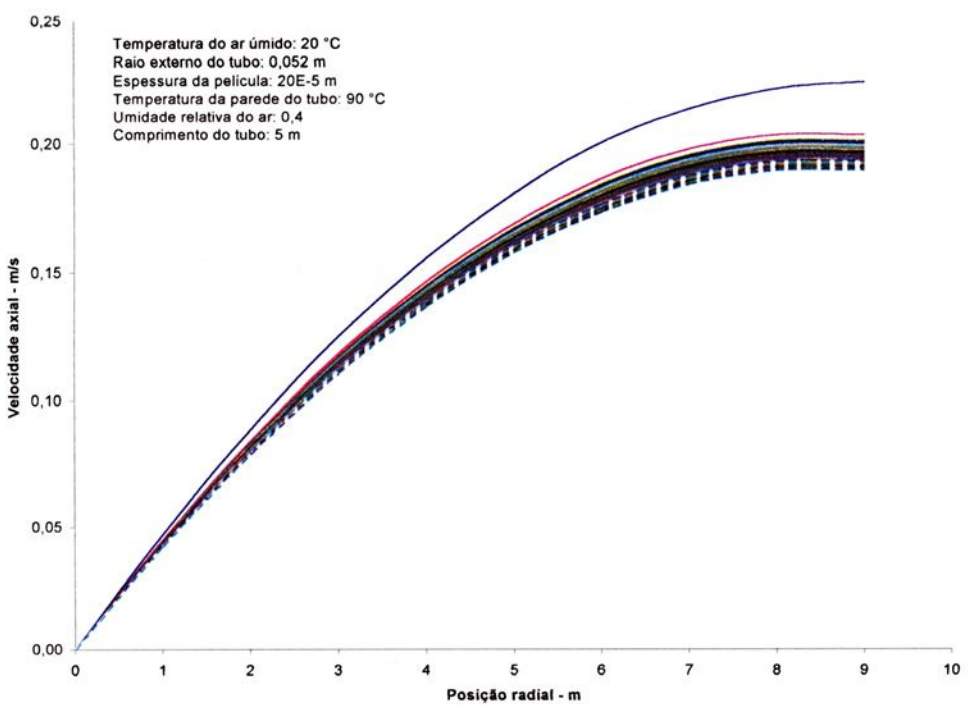


Figura 7.11 – Velocidade Axial da Película.

Na Fig. (7.11) pode-se perceber o comportamento dos perfis de velocidades ao longo do tubo. A medida que a massa de água evapora, a velocidade da película diminui.

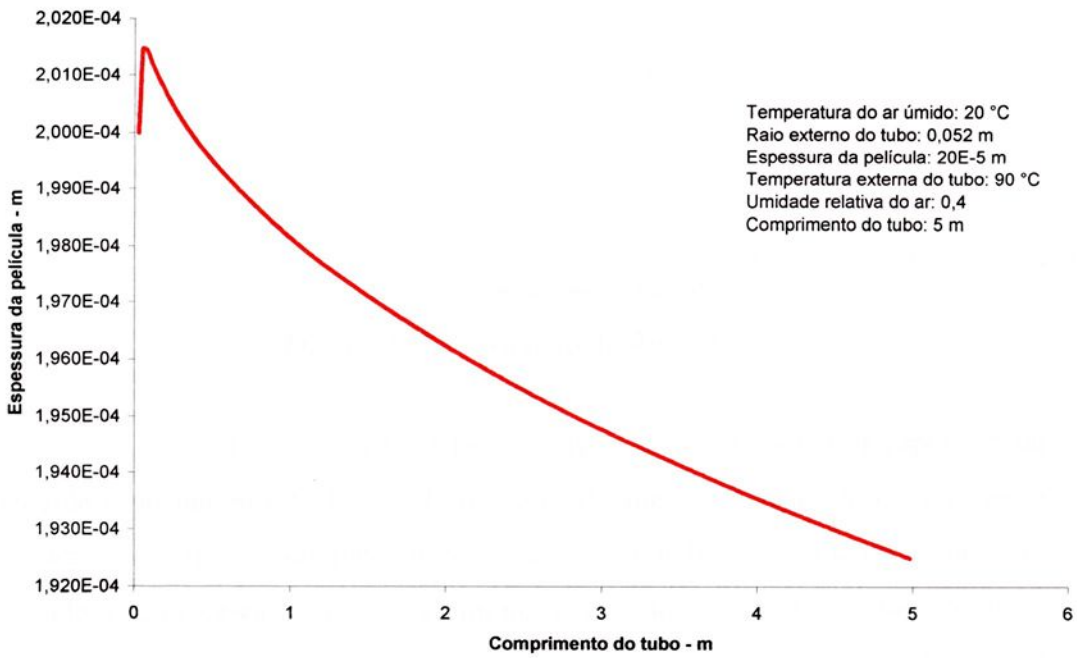


Figura 7.12. – Espessura da Película.

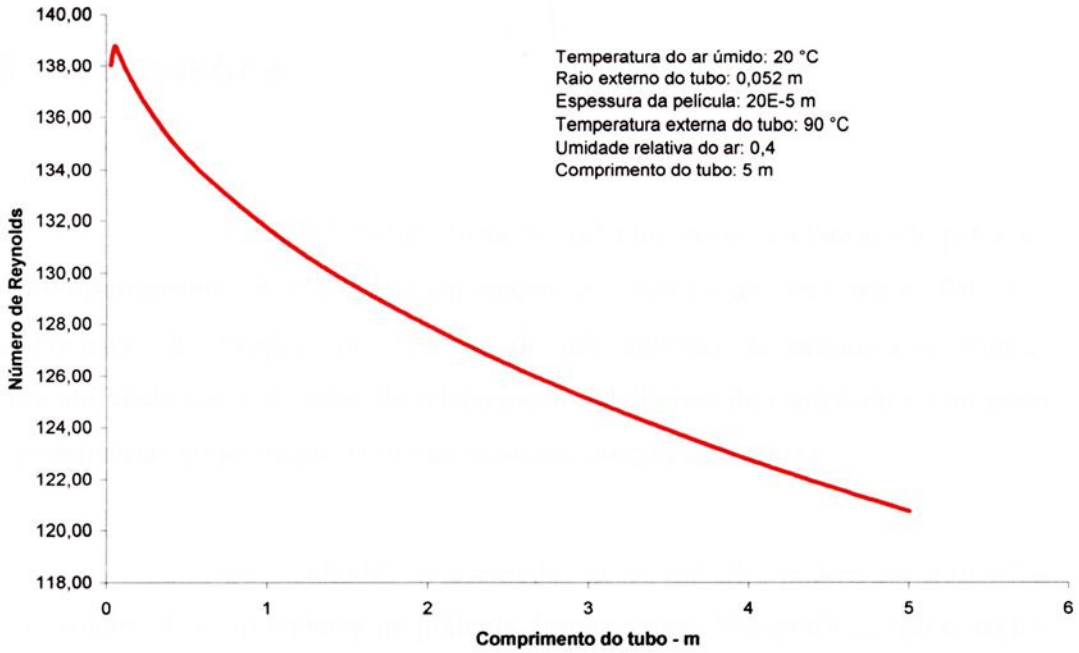


Figura 7.13. – Número de Reynolds.

As Figs. 7.12 e 7.13 mostram o comportamento da espessura da película e do número de Reynolds respectivamente, em função do comprimento do tubo. No começo do tubo, a película sofre um ligeiro aumento e logo em seguida a sua espessura começa a diminuir, isto não é o que realmente acontece, como existe evaporação de massa, a película sempre tende a diminuir a sua espessura, esse comportamento deve-se ao fato de problema de partida (start) do método numérico.

8. Conclusões

Do que foi exposto neste trabalho, pode-se claramente perceber o comportamento da taxa de evaporação em função de parâmetros físicos e geométricos do evaporador. Trata-se de um trabalho de pesquisa de grande aplicabilidade nas indústrias de refrigeração, destilarias de cana e de modo geral nas indústrias alimentícias, como as de sucos, laticínios, e outras.

Os resultados apresentados neste trabalho podem ser utilizados em projetos de evaporadores de película descendentes. Nos gráficos apresentados pode-se encontrar soluções otimizadas para cada parâmetro de projeto como, por exemplo, os gráficos que apresentam o comportamento da taxa de evaporação em função do comprimento do tubo, para várias condições de projeto. Assim, pode-se escolher o comprimento de tubo necessário para evaporar uma determinada quantidade de água, ou talvez, seja mais interessante aumentar a temperatura da parede do tubo. Aumentar o comprimento do tubo, com isso tubos maiores o que implica em peso maior ou, aumentar o fluxo de calor no interior dos tubos, ambos envolvem investimentos financeiros, assim, qual seria a melhor opção? Resumindo, pode-se inclusive realizar um estudo de viabilidade econômica para se decidir pela melhor solução.

Na Fig. (7.2) observa-se que, com o aumento da espessura do filme de líquido ocorre um aumento proporcional no fluxo de massa evaporada, pois há um aumento na área da interface de evaporação do líquido mas, para as mesmas condições, e aumentando a área de evaporação pelo aumento do diâmetro do tubo, ou seja, mantendo constante a espessura da película, obter-se-á um aumento ainda maior do fluxo de massa, o que pode ser observado na Fig. (7.4).

Analisando, por exemplo a Fig. (7.3), observa-se que o aumento da temperatura da parede externa do tubo, assim como, o aumento da espessura da

unesp

película e o aumento do raio do tubo aumentam proporcionalmente o fluxo de massa evaporada. Portanto, seria interessante otimizar o aumento da temperatura da parede do tubo, a espessura da película e o raio do tubo e, avaliar o custo benefício do investimento no projeto, embora não seja o objetivo do presente estudo, mas, este fornece parâmetros necessários para a referida análise.

Na Fig. (7.3), pode-se comprovar a credibilidade nos resultados fornecidos pelo modelo proposto, quando a umidade relativa do ar tende a 100%, ou seja, através da convergência para um único ponto de todos os segmentos de retas que representam as espessuras dos filmes do líquido.

Embora o presente estudo não apresenta tais soluções econômicas, por não ser este o seu objetivo, mas fornece subsídios para que isto possa ser realizado e que pode ser proposto para trabalhos futuros.

Extensões futuras

De uma maneira geral este tópico de pesquisa ainda é um assunto aberto necessitando, para o seu completo entendimento um grande esforço teórico-experimental. Sugere-se em continuidade a este trabalho alguns tópicos para desenvolvimentos, tais como:.

- Acrescentar o estudo da viabilidade econômica nos parâmetros de projeto para se atingir uma solução otimizada completa.

- Estudo da evaporação de uma película de uma solução binária em contato com o gás.

- Estudo dos efeitos das forças de flutuação térmica e de difusão de massa.

unesp

- O desenvolvimento de um estudo experimental capaz de gerar dados que possam validar o modelo matemático proposto.

BIBLIOGRÁFIA

ALHUSSEINI A.A., TUZLA K. and CHEN C.J., 1998, "Falling Film Evaporation of Single Component Liquids",Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 41, nº 12, pp. 1623-1632.

ASHRAE, A., 1989, "Handbook of Fundamental", Atlanta.

BEJAN, A., 1996, "Transferência de Calor", Edgard Blücher Ltda.

CHANG C. J., LIN T. F., YAN W. M., 1986, "Natural Convection Flows in a Vertical, Open Tube Resulting form Combined Buoyancy Effects of Thermal and Mass Diffusion", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol 29, nº 10, pp. 1543-1552.

CHEN T.S., YUH C. F., 1980, "Combined Heat and Mass Transfer in Natural Convection Along a Vertical Cylinder", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 23, pp. 451-461.

CHERIF A. A., DAÏF A., 1999, "Etude Numérique du Transfert de Chaleur et de Masse Entre Deux Plaques Planes Verticales em Présence d'um Film de Liquide Binaire Ruisselant Sur L'une des Plaques Chauffée", International Journal of Heat Mass Transfer, Vol. 42, pp. 2399-2418.

CONLISK A. T., 1992, "Falling Film Absorption on a Cylinder Tube", AIChe Journal, Vol. 38, nº 11, pp. 1716-1728.

CONLISK A. T., 1995, "Analytical Solutions for the Heat and Mass Transfer in a Falling Film Absorber", Chemical Engineering Science, Vol 50, nº 4, pp. 651-660.

unesp

FULFORD, G., D., "Handbook of Heat and Mass Transfer", Vol. 2, Mass Transfer and Reactor Design, Editora: Nicholas P. Cheremisinoff.

GALETTI M. R. S., 1995 "Transferência de Calor e Massa no Resfriamento de uma Superfície Vertical através de um Filme Líquido com Escoamento de Ar",Tese de doutorado Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

GROSSMAN G., 1983, "simultaneous Heat and Mass Transfer in Film Absorption Under Laminar Flow", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 26, nº 3, pp. 357-371.

GROSSMAN G., HEATH M. T,. 1984, "Simultaneous Heat and Mass Transfer in Absorption of Gases in Turbulent Liquids Films", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, nº 12, pp. 2365,2376.

HUGHES D. T, BOTT T. R., 1998, "Minimum Thickness of a Liquid Film Flowing Down a Vertical Tube", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 41, nº 2, pp. 253-260.

LIN T. F., CHANG C.J., YAN W. M., 1988, "Analysis of Combined Buoyancy Effects of Thermal and Mass Diffusion on Laminar Forced Convection Heat Transfer in a Vertical Tube", Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 337-344.

NAKORYAKOV V. YE., GRIGOR'YEVA N. I., 1980, "Combined Heat and Mass Transfer in Film Absorption", Heat Transfer – Soviet Research, Vol. 12, nº 3, pp. 111-117.

PADILHA, A., 1990, Estudo Teórico e Experimental Do Movimento de Frente de Solidificação por Super-Resfriamento de um Líquido no Interior de um Duto,

unesp

Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas – S.P..

PALEN J. W., WANG Qi., CHEN J. C., 1994, "Falling Film Evaporation of Binary Mixtures", AIChE Journal, Vol. 40. nº 2, pp. 207-214.

PÁTEK, J., and KLOMFAR, J., 1995, Simple Functions for Fast Calculations of Selected Thermodynamic Properties of the Ammonia-Water System, International Journal of Refrigeration, vol.18, Nº 4, pp.228-234.

PATNAIK V., BLANCO H. P., RYAN W. A., 1993, "A Simple Analytical Model for the Design of Vertical Tube Absorbers", ASHRAE Transactions Research, pp. 69-80.

PERRY, J.M., 1973, "Chemical Engineering Handbook", McGraw-Hill, Kogakosha.

POWELL, R. W., 1958, "Thermo Conductivites, and Expansion Coefficients of Water and Ice.", Advanceds in Physics, 25:276-297.

SELIN, A. M., 1999 "Interfacial Mass Transfer Coefficient in a Aqua Ammonia Packed Absorber", Int. Journal of Refrgeration, nº 22, pp 263-274.

SUZUKI K., HAGIWARA Y. and SATO T., 1983, "Heat Transfer and Flow Characteristics of Two-Phase Two-Component Annular Flow", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 26, nº 4, pp. 597-605.

YAN WEI-MON, 1993, "Binary Diffusion and Transfer in Mixed Convection Pipe Flows With Film Evaporation", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, nº 8, pp. 2115-2123.

unesp

YIGIT A., 1999, "A Numerical Study of Heat and Mass Transfer in Falling Film Absorber", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 26, nº 2, pp. 269-278.

WEAST, R.C., AND ASPLE, M.J., 1982, "handbook of Chemistry and Physics.", CRC Press INC, Florida.

unesp

APÊNDICE A

EQUAÇÕES GERAIS DE CONSERVAÇÃO

As equações de conservação que governam o movimento de um fluido com velocidade $\vec{v}$, pressão p e densidade ρ são derivadas para um escoamento tridimensional e em regime permanente para um sistema de coordenadas cilíndricas θ, r e z. A consideração da hipótese leva as propriedades do fluido, sua velocidade e pressão, a possuírem uma representação de campo, isto é, serem funções da posição θ, r e z.

Na determinação dos parâmetros que caracterizam o escoamento são consideradas as leis de conservação que geram um conjunto de cinco equações: equação da continuidade (conservação de massa), três equações do movimento (conservação de momento) e equação da conservação de energia (equação da Primeira Lei da Termodinâmica).

Define-se volume de controle como um volume arbitrário no espaço no qual há escoamento de massa.

As equações acima citadas são deduzidas na forma diferencial e sendo assim, a análise será realizada em termos de volumes de controle diferenciais.

Elas serão primeiramente desenvolvidas no sistema de coordenadas cartesianas e em seguida ser apresentada a equação correspondente no sistema de coordenadas cilíndricas.

Será também descrita a equação da continuidade para os componentes de uma mistura.

unesp

A.1 – Equação da continuidade – conservação da massa

O balanço de massa sobre um volume infinitesimal estacionário xyz, mostrado na figura A.1, no qual escoa um fluido, pode ser escrito como:

Razão de massa acumulada	=	Razão de massa entrando	-	Razão de massa Saindo

(A.1)

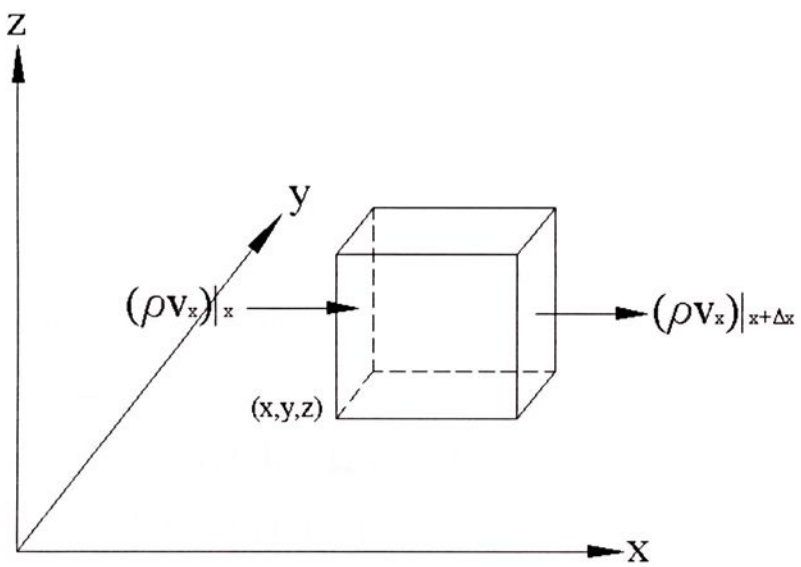


Figura A.1 – Volume de controle infinitesimal

Considerando-se o escoamento na direção x, pode-se escrever que a razão de massa entrando através da face x é dada por:

$$(\rho V_x)|_x \, \Delta y \Delta z \tag{A.2}$$

e a razão de massa saindo através da face x + Δx é dada por:

$$(\rho V_x)|_{x+\Delta x} \, \Delta y \Delta z \tag{A.3}$$

Expressões similares podem ser obtidas escrevendo-se o balanço de massa nas demais faces.

A razão de acúmulo de massa no volume de controle pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)(\Delta x \Delta y \Delta z) \tag{A.4}$$

e o balanço de massa torna-se então:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)(\Delta x \Delta y \Delta z) = [(\rho V_x)|_x - (\rho V_x)|_{x+\Delta x}]\Delta y \Delta z + \\ + [(\rho V_y)|_y - (\rho V_y)|_{y+\Delta y}]\Delta x \Delta z + [(\rho V_z)|_z - (\rho V_z)|_{z+\Delta z}]\Delta x \Delta y \tag{A.5}$$

Dividindo a expressão acima por (ΔxΔyΔz) e aplicando a definição de limite para a dimensão tendendo a zero, tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\rho V_x + \frac{\partial}{\partial y}\rho V_y + \frac{\partial}{\partial z}\rho V_z\right) \tag{A.6}$$

unesp

Esta é a equação da continuidade, a qual descreve a razão de mudança de densidade para um ponto fixo resultante das mudanças no vetor velocidade mássica ρv.

A expressão (A6) pode ser escrita usando a notação vetorial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho V) \tag{A.7}$$

Onde $(\nabla \cdot \rho v)$ é chamado de divergente de ρv, note que o vetor ρv é o fluxo de massa e o divergente tem simplesmente o significado da razão líquida de fluxo por unidade de volume.

A equação (A.5) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + V_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + V_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \tag{A.8}$$

Onde o termo da esquerda é definido como sendo a derivada substancial da densidade, escrita da seguinte maneira:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + V_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + V_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + V_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \tag{A.9}$$

Portanto, a equação da continuidade torna-se:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -(\nabla \cdot \rho V) \tag{A.10}$$

unesp

A equação (A10) acima pode ser escrita para outros sistemas de coordenadas, tais como o sistema de coordenadas cilíndricas e o sistema de coordenadas esféricas.

No presente estudo, por se tratar de um escoamento sobre uma superfície cilíndrica, adotaremos o sistema de coordenadas cilíndricas, no qual o operador nabla possui a seguinte forma:

$$\nabla = \delta_r \frac{\partial}{\partial r} + \delta_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \delta_z \frac{\partial}{\partial z} \tag{A.11}$$

Portanto, a equação da continuidade escrita neste sistema torna-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r V_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V_z) = 0 \tag{A.12}$$

unesp

A.2 – EQUAÇÕES DO MOVIMENTO (2ª LEI DE NEWTON) – CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DO MOVIMENTO

Para um volume elementar $\Delta x\ \Delta y\ \Delta z$, mostrado na figura A.2, pode-se escrever o balanço de momento na seguinte forma:

Razão de acumulo de momento	=	Razão de momento entrando	-	Razão de momento saindo	+	Somatório de todas as forças atuando no sistema

(A.13)

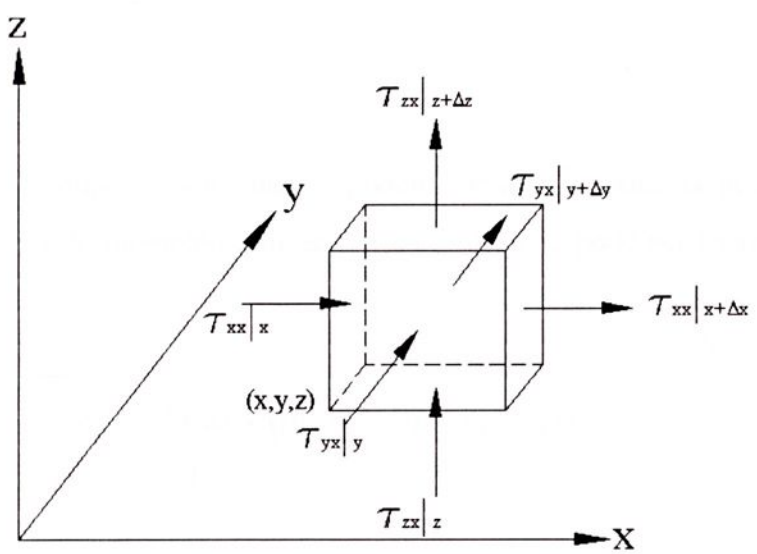


Figura A.2 – Volume Elementar $\Delta x\ \Delta y\ \Delta z$.

A equação (A.13) é uma equação vetorial em cada uma das três direções x, y e z.

O fluxo de movimento entra e sai do volume elementar através de dois mecanismos: por convecção (em virtude do fluxo de fluido) e transferência molecular (devido ao gradiente de velocidade).

A razão com que a componente x do momento entra na face x por convecção é dada por:

$$\rho V_x V_x |_x \, \Delta y \Delta z \tag{A.14}$$

A razão com que sai pela face x + Δx é:

$$\rho V_x V_x |_{x+\Delta x} \, \Delta y \Delta z \tag{A.15}$$

Equações semelhantes podem ser obtidas para as outras três faces, portanto, o fluxo de momento convectivo na direção x, pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\Delta y \Delta z \left(\rho V_x V_x |_x - \rho V_x V_x |_{x+\Delta x}\right) + \Delta x \Delta z \left(\rho V_y V_x |_y - \rho V_y V_x |_{y+\Delta y}\right) + \\ + \Delta x \Delta y \left(\rho V_z V_x |_z - \rho V_z V_x |_{z+\Delta z}\right) \tag{A.16}$$

De maneira semelhante, a razão com que a componente x do momento entra através da face x por transporte molecular é:

$$\tau_{xx} |_x \, \Delta y \Delta z \tag{A.17}$$

unesp

A razão com a qual deixa o volume elementar através da face x + Δx é:

$$\tau_{xx}|_{x+\Delta x}\ \Delta y \Delta z \tag{A.18}$$

Lembrando que τ_{yx} é o fluxo de momento na direção x através da face perpendicular ao eixo y, as seis contribuições são resumidas a seguir como:

$$\Delta y\Delta z\left(\tau_{xx}|_{x}-\tau_{xx}|_{x+\Delta x}\right)+\Delta x\Delta z\left(\tau_{yx}|_{y}-\tau_{yx}|_{y+\Delta y}\right)+$$
$$+\Delta x\Delta y\left(\tau_{zx}|_{z}-\tau_{zx}|_{z+\Delta z}\right) \tag{A.19}$$

Onde, τ_{xx} é a tensão normal a face x e τ_{yx} é a tensão de cisalhamento na face y, tangencial a direção x, resultante das forças de cisalhamento.

As forças resultantes da pressão do fluido e da gravidade na direção x são:

$$\Delta y\Delta z\left(p|_{x}-p|_{x+\Delta x}\right)+\rho g_{x}\Delta x\Delta y\Delta z \tag{A.20}$$

A pressão do fluido é definida pela equação de estado p = p(ρ,T) e é uma unidade escalar.

A razão de acúmulo do momento na direção x é:

$$\Delta x\Delta y\Delta z\left(\frac{\partial \rho V_{x}}{\partial t}\right) \tag{A.21}$$

unesp

Substituindo as expressões (A.12) a (A.21), na equação (A.13), dividindo por $\Delta x\ \Delta y\ \Delta z$ e aplicando a definição de limite com $\Delta x \to 0$, $\Delta y \to 0$ e $\Delta z \to 0$, obtém-se a componente na direção x da equação do momento:

$$\rho\left(\frac{\partial V_x}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_y}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}-$$
$$-\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right)+\rho g_x \qquad \text{(A.22)}$$

As componentes na direção y e z da equação do momento podem ser obtidas de maneira semelhante.

Componente na direção y:

$$\rho\left(\frac{\partial V_y}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_y}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_y}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_y}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}-$$
$$-\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\right)+\rho g_y \qquad \text{(A.23)}$$

Componente na direção z:

$$\rho\left(\frac{\partial V_z}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_z}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_z}{\partial y}+V_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}-$$
$$-\left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right)+\rho g_z \qquad \text{(A.24)}$$

As equações (A.22), (A.23) e (A.24) podem ser escritas no sistema de coordenadas cilíndricas, ou seja,

unesp

Componente na direção r:

$$\rho\left(\frac{\partial V_r}{\partial t}+V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta}-\frac{V_\theta^2}{r}+V_z\frac{\partial V_r}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial r}+$$
$$+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rV_r\right)\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2}\right]+\rho g_r \qquad \text{(A.25)}$$

Componente na direção θ:

$$\rho\left(\frac{\partial V_\theta}{\partial t}+V_r\frac{\partial V_\theta}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}-\frac{V_r V_\theta}{r}+V_z\frac{\partial V_\theta}{\partial z}\right)=-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}+$$
$$+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rV_\theta\right)\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2}\right]+\rho g_\theta \qquad \text{(A.26)}$$

Componente na direção z:

$$\rho\left(\frac{\partial V_z}{\partial t}+V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \theta}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+$$
$$+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{V_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right]+\rho g_z \qquad \text{(A.27)}$$

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

A-3 – PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA – EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

Considere um fluido puro escoando através de um volume elementar Δx, Δy e Δz estacionário, a equação da conservação da energia para o fluido contido dentro deste volume elementar para um determinado tempo, pode ser escrita da seguinte maneira:

razão de acumulo de energia cinética e interna	=	Razão de energia interna e cinética entrando por convecção	-	razão de energia interna e cinética saindo por convecção	+	taxa liquida de calor adicionado por condução	-	taxa liquida de trabalho feito pelo sistema na vizinhança

(A.28)

Esta é a primeira lei da termodinâmica escrita para um sistema não fixo. Na equação acima a energia cinética esta associada ao movimento do fluido. A energia interna entendemos como sendo a energia associada ao movimento interno das moléculas, esta forma de energia depende da temperatura e da densidade do fluido. A energia pode ser desprezada devido a sua pequena contribuição em comparação com as outras formas de energia em questão.

Pode-se então escrever a equação (A.28), explicitando-se cada termo para um volume elementar Δx, Δy e Δz.

A taxa de acumulo de energia cinética e interna dentro do volume elementar Δx, Δy e Δz é:

unesp

$$\nabla x \nabla y \nabla z \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho \hat{U} + \frac{1}{2}\rho V^2\right) \tag{A.29}$$

A taxa de energia interna e cinética dentro do elemento é dada por:

$$\begin{aligned}
&\nabla y \nabla z\left[V_x\left(\rho \hat{U} + \frac{1}{2}\right)|_x - V_x\left(\rho \hat{U} + \frac{1}{2}\right)|_{x+\nabla x}\right] + \\
&\nabla x \nabla z\left[V_y\left(\rho \hat{U} + \frac{1}{2}\right)|_y - V_y\left(\rho \hat{U} + \frac{1}{2}\right)|_{y+\nabla y}\right] + \\
&\nabla x \nabla y\left[V_z\left(\rho \hat{U} + \frac{1}{2}\right)|_z - V_z\left(\rho \hat{U} + \frac{1}{2}\right)|_{z+\nabla z}\right]
\end{aligned} \tag{A.30}$$

A taxa de energia entrando por condução é:

$$\nabla y \nabla z\left[q_x|_x - q_x|_{x+\nabla x}\right] + \nabla x \nabla z\left[q_y|_y - q_y|_{y+\nabla y}\right] + \nabla x \nabla y\left[q_z|_x - q_z|_{z+\nabla z}\right] \tag{A.31}$$

O trabalho realizado pelo elemento fluido contra sua vizinhança consiste em duas partes: o trabalho contra as forças de volume (gravidade) e o trabalho realizado contra as forças de superfícies (forças de pressão e forças viscosas). Lembrando que (trabalho) = (força) x (distância na direção da força) e que (taxa de trabalho = (força) x (velocidade na direção da força). A taxa de trabalho contra os três componentes da força gravitacional por unidade massa g é:

$$-\rho \nabla x \nabla y \nabla z\left(V_x g_x + V_y g_y + V_z g_z\right) \tag{A.32}$$

A taxa de trabalho feita contra a pressão estática *"p"*, nas seis faces do volume elementar Δx, Δy e Δz é:

$$\nabla y\nabla z\left[\left(\rho V_x\right)|_{x+\nabla x}-\left(\rho V_x\right)|_x\right]+\nabla x\nabla z\left[\left(\rho V_y\right)|_{y+\nabla y}-\left(\rho V_y\right)|_y\right]+$$
$$+\nabla x\nabla y\left[\left(\rho V_z\right)|_{z+\nabla z}-\left(\rho V_z\right)|_z\right] \qquad \text{(A.33)}$$

A taxa de trabalho feita contra as forças viscosas é:

$$\nabla y\nabla z\left[\left(\tau_{xx}V_x+\tau_{xy}V_y+\tau_{xz}V_z\right)|_{x+\nabla x}-\left(\tau_{xx}V_x+\tau_{xy}V_y+\tau_{xz}V_z\right)|_x\right]+$$
$$+\nabla x\nabla z\left[\left(\tau_{yx}V_x+\tau_{yy}V_y+\tau_{yz}V_z\right)|_{y+\nabla y}-\left(\tau_{yx}V_x+\tau_{yy}V_y+\tau_{yz}V_z\right)|_y\right]+$$
$$\nabla x\nabla y\left[\left(\tau_{zx}V_x+\tau_{zy}V_y+\tau_{zz}V_z\right)|_{z+\nabla z}-\left(\tau_{zx}V_x+\tau_{zy}V_y+\tau_{zz}V_z\right)|_z\right] \qquad \text{(A.34)}$$

Substituindo todas estas expressões na equação (A.28) e dividindo tudo por $\Delta x\Delta y\Delta z$ e aplicando a definição de limite, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\hat{U}+\frac{1}{2}\rho V^2\right)=-\left[\begin{array}{l}\frac{\partial}{\partial x}V_x\left(\rho\hat{U}+\frac{1}{2}\rho V^2\right)+\frac{\partial}{\partial y}V_y\left(\rho\hat{U}+\frac{1}{2}\rho V^2\right)+\\+\frac{\partial}{\partial z}v_z\left(\rho\hat{U}+\frac{1}{2}\rho v^2\right)\end{array}\right]-$$
$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}+\frac{\partial q_z}{\partial z}\right)+\rho\left(V_x g_x+V_y g_y+V_z g_z\right)-$$
$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}pV_x+\frac{\partial}{\partial y}pV_y+\frac{\partial}{\partial z}pV_z\right)- \qquad \text{(A.35)}$$
$$-\left[\begin{array}{l}\frac{\partial}{\partial x}\left(\tau_{xx}V_x+\tau_{xy}V_y+\tau_{xz}V_z\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\tau_{yx}V_x+\tau_{yy}V_y+\tau_{yz}V_z\right)+\\+\frac{\partial}{\partial z}\left(\tau_{zx}V_x+\tau_{zy}V_y+\tau_{zz}V_z\right)\end{array}\right]$$

A equação (A.35) pode ser escrita usando a notação vetor-tensor, tais como:

$\frac{\partial}{\partial t}\rho\left(\hat{U}+\frac{1}{2}V^2\right)$ taxa de ganho de energia	=	$-\left[\nabla\cdot\rho\vec{V}\left(\hat{U}+\frac{1}{2}V^2\right)\right]$	-	$(\nabla\cdot\vec{q})$ taxa de energia

por unidade de volume		taxa de energia entrando por unidade de volume por convecção		entrando por unidade de volume por condução
$+\rho(\vec{V}\cdot\vec{g})$ taxa de trabalho feito no fluido por unidade de volume pelas forças gravitacionais	-	$(\nabla\cdot p\vec{V})$ taxa de trabalho feita no fluido por unidade de volume pelas forças de pressão	-	$[\nabla\cdot[\vec{\tau}\cdot\vec{V}]]$ taxa de trabalho feita no fluido por unidade de volume pelas forças viscosas

(A.36)

A equação (A.36) pode ser reescrita com o auxílio das equações da continuidade e da conservação do momento da seguinte maneira:

$$\rho\left\{\frac{\partial}{\partial t}\left(\hat{U}+\frac{1}{2}V^2\right)+\left[\vec{V}\cdot\nabla\left(\hat{U}+\frac{1}{2}V^2\right)\right]\right\}+\left(\hat{U}+\frac{1}{2}V^2\right)\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}+(\nabla\cdot\rho\vec{V})\right]=$$
$$=-(\nabla\cdot\vec{q})+\rho(\vec{V}\cdot\vec{g})-(\nabla\cdot p\vec{V})-[\nabla\cdot[\vec{\tau}\cdot\vec{V}]] \qquad \text{(A.37)}$$

O primeiro termo do lado esquerdo da equação (A.37) é a densidade do fluido em um determinado tempo e ele pode ser em função da derivada substancial de $\left(\hat{U}+{}^1\!/_2 V^2\right)$. O segundo termo é a equação da continuidade e se no caso for igual a zero, a equação (A.37), pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\rho\frac{D}{Dt}\left(\hat{U}+\frac{1}{2}V^2\right)=-(\nabla\cdot\vec{q})+\rho(\vec{V}\cdot\vec{g})-(\nabla\cdot p\vec{V})-[\nabla\cdot[\vec{\tau}\cdot\vec{V}]] \qquad \text{(A.38)}$$

unesp

$$\rho\frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{2}V^2\right)=p\left(\nabla\cdot\vec{V}\right)+\rho\left(\vec{V}\cdot\vec{g}\right)-\left(\nabla\cdot p\vec{V}\right)-\left[\nabla\cdot\left[\vec{\tau}\cdot\vec{V}\right]\right]+\left(\vec{\tau}:\nabla\vec{V}\right) \tag{A.39}$$

Substituindo a equação (A.36) na equação (A.35), tem-se a equação da energia escrita em função da energia interna Û.

$\rho\frac{D\hat{U}}{Dt}=$	$-\left(\nabla\cdot\vec{q}\right)$	$-p\left(\nabla\cdot\vec{V}\right)$	$-\left(\vec{\tau}:\nabla\vec{V}\right)$
taxa de ganho de energia interna por unidade de volume	taxa de energia interna entrando por condução no volume	taxa reversível de energia interna acrescida por unidade de volume por compressão	taxa irreversível de energia interna acrescida por unidade de volume por dissipação viscosa

(A.40)

A equação acima, também conhecida como equação da energia térmica, pode ser reescrita de outras maneiras e em vários outros sistemas de coordenadas.

No presente estudo é mais conveniente escrever a equação acima em função da temperatura e no sistema de coordenadas cilíndricas, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
&\rho\hat{C}_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}+V_r\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial\theta}+V_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)=\\
&k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\\
&2\mu\left\{\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2+\left[\frac{1}{r}\left(\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}+V_r\right)\right]^2+\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)^2\right\}+\\
&+\mu\left\{\left(\frac{\partial V_\theta}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial\theta}\right)^2+\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial V_r}{\partial z}\right)^2+\left[\frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial\theta}+r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\theta}{r}\right)\right]^2\right\}
\end{aligned} \tag{A.41}$$

unesp

A equação (A.41) é a equação da energia em termos do transporte de propriedades para um fluido Newtoriano com densidade e condutibilidade térmica constantes.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

APÊNDICE B

B. – Adimensionalização das Equações

B.1 - Transformadas de Landau

Seja φ e ϕ duas funções quaisquer definidas da seguinte maneira:

$$\phi = f(z,r) \tag{B.1}$$

$$\varphi = f(\delta_z,r) \tag{B.2}$$

Derivadas totais.

$$d\phi(z,r) = \frac{\partial \phi}{\partial x} dz + \frac{\partial \phi}{\partial r} dr \tag{B.3}$$

$$d\varphi(\delta_z,r) = \frac{\partial \varphi}{\partial \delta}\left(\frac{\partial \delta_z}{\partial z}\right) dz + \frac{\partial \varphi}{\partial r} dr \tag{B.4}$$

Aplicando a definição de derivada total na função $\phi = f(z,\varphi)$, tem-se:

unesp

$$d\varphi = \frac{\partial \phi}{\partial z} dz + \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} d\varphi \tag{B.5}$$

Substituindo a equação (B.5) em (B.4), tem-se:

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial z} dz + \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} dr + \frac{\partial \varphi}{\partial \delta_z} \left(\frac{\partial \delta_z}{\partial z} \right) dz \right] \tag{B.6}$$

Comparando-se as equações (B.3) e (B.6), encontra-se:

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \delta_z} \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \tag{B.7}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \tag{B.8}$$

Derivando a equação (B.8), tem-se:

$$d\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} d\left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial \varphi}{\partial r} d\left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right) \tag{B.9}$$

$$d\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right) d\varphi + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right) dz \tag{B.10}$$

unesp

$$d\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)\left(\frac{\partial\delta_z}{\partial z}\right)dz+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)dr \tag{B.11}$$

Substituindo as equações (B.11) e (B.10) em (B.9), obtém-se:

$$d\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)=\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\left[\frac{\partial}{\partial\delta_z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)\left(\frac{\partial\delta_z}{\partial z}\right)dz+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)dr\right]+$$
$$+\frac{\partial\varphi}{\partial r}\left[\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)d\varphi+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)dz\right] \tag{B.12}$$

Substituindo a equação (B.4) em (B.12), tem-se:

$$d\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)=\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\left[\frac{\partial}{\partial\delta_z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)\left(\frac{\partial\delta_z}{\partial z}\right)dz+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)dr\right]+$$
$$\frac{\partial\varphi}{\partial r}\left\{\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)\left[\frac{\partial}{\partial\delta_z}\left(\frac{\partial\delta_z}{\partial z}\right)dz+\frac{\partial\varphi}{\partial r}dr\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)dz\right\} \tag{B.13}$$

Reagrupando os termos semelhantes (dr e dx), encontra-se a expressão:

$$d\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)=\left[\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+\frac{\partial\varphi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right]dr+$$
$$\left[\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\frac{\partial}{\partial\delta_z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)\left(\frac{\partial\delta_z}{\partial z}\right)+\frac{\partial\varphi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial\delta_z}\frac{\delta_z}{\partial z}+\frac{\partial\varphi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)\right]dz \tag{B.14}$$

Comparando a equação (B.14) com a equação (B.3), obtém-se as equações:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)=\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\frac{\partial}{\partial \delta_z}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right)\left(\frac{\partial \delta_z}{\partial z}\right)+\frac{\partial \varphi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial \delta_z}\frac{\delta_z}{\partial z}+$$
$$+\frac{\partial \varphi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\right) \qquad \text{(B.15)}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}=\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right)+\frac{\partial \varphi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial r} \qquad \text{(B.16)}$$

Resumindo:

$$\frac{d\phi}{dz}=\frac{\partial \phi}{\partial z}+\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\frac{\partial \varphi}{\partial \delta_z}\frac{\partial \delta_z}{\partial z} \qquad \text{(B17)}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r}=\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\frac{\partial \varphi}{\partial r} \qquad \text{(B18)}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}=\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right)+\frac{\partial \varphi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial r} \qquad \text{(B19)}$$

B.2 – Equações para a Fase Líquida

$$\eta=\frac{r-R\text{int}}{\delta_z} \qquad \text{(B.20)}$$

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial\delta_z}\frac{\partial\delta_z}{\partial z} \tag{B.21}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial r} \tag{B.22}$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} = \frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{\partial\varphi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial r} \tag{B.23}$$

Admitindo a variável $\varphi = \eta$ e substituindo nas Eqs. (B21) a (B23), obtém-se:

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\partial\phi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial\delta_z}\frac{\partial\delta_z}{\partial z} \tag{B24}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{\partial\phi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial r} \tag{B25}$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} = \frac{\partial\phi}{\partial\eta}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\eta}{\partial r}\right) + \frac{\partial\eta}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)\frac{\partial\eta}{\partial r} \tag{B26}$$

Derivando a expressão (B.20) em relação a δ_x:

unesp

$$\frac{\partial \eta}{\partial \delta_z} = \frac{r - R\text{int}}{\delta_z^2} \tag{B.27}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{1}{\delta_z} \tag{B.28}$$

Substituindo a equação (B.27) em (B.24), tem-se:

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{(r - R\text{int})}{\delta_z^2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \tag{B.29}$$

Substituindo a equação (B.28) em (B.25), obtém-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{\delta_z} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \tag{B.30}$$

B.3. – Equações do Processo

Equação da Continuidade

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_L r V_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_L V_z) = 0 \tag{B.31}$$

Admitindo-se a densidade como constante, pode-se escrever:

unesp

$$\frac{\rho_L}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV_r)+\rho_L\frac{\partial}{\partial z}(V_z)=0 \tag{B.32}$$

Das Transformadas de Landau, tem-se:

$$\frac{dV_z}{dz}=\frac{\partial V_z}{\partial z}+\frac{(r-R\text{int})}{\delta_z^2}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}\frac{\partial \delta_z}{\partial z} \tag{B.33}$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r}=\frac{1}{\delta_z}\frac{\partial V_r}{\partial \eta} \tag{B.34}$$

Substituindo as equações (B.33) e (B.34) em (B.32), tem-se:

$$\frac{V_r}{r}+\frac{1}{\delta_z}\frac{\partial V_r}{\partial \eta}+\frac{\partial V_z}{\partial z}-\frac{\eta}{\delta_z}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}\frac{\partial \delta_z}{\partial z} \tag{B.35}$$

Da Eq. (B.20), pode-se escrever:

$$r=\eta\delta_x+R\text{int} \tag{B.36}$$

Substituindo a Eq. (B.36) na Eq.(B.35):

$$\frac{V_r}{\eta\delta_z+R\text{int}}+\frac{1}{\delta_z}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}+\frac{\partial V_z}{\partial z}-\frac{\eta}{\delta_z}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}\frac{\partial \delta_z}{\partial z} \tag{B.37}$$

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Equação da conservação da quantidade de movimento na direção axial – x

$$\rho_L\left(V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=\mu_L\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)\right]+\rho_L g \tag{B.38}$$

A Eq. (B.38) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\rho_L\left(V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=\mu_L\left[\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2}\right]+\rho_L g \tag{B.39}$$

Dividindo a Eq. (B.39) por ρ_L, obtém-se:

$$V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}=\upsilon_L\left[\frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2}\right]+g \tag{B.40}$$

Fazendo a troca de variáveis, através das Transformadas de .Landau.

$$\frac{\partial V_z}{\partial r}=\frac{1}{\delta_z}\frac{\partial V_z}{\partial \eta} \tag{B.41}$$

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial {V_z}^2}=\frac{1}{\delta_z^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \eta^2} \tag{B.42}$$

unesp

Substituindo as Eqs. (B.33), (B.41) e (B.42) na Eq. (B.40), tem-se:

$$\frac{V_r}{\delta_z}\frac{\partial V_r}{\partial \eta}+V_z\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}-\frac{\eta}{\delta_z}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}\frac{\partial \delta_z}{\partial z}\right)=\upsilon_L\left(\frac{1}{r\delta_z}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}+\frac{1}{\delta_z^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \eta^2}\right)+g \tag{B.43}$$

Substituindo a Eq.(B.36) na Eq.(B.43):

$$\frac{V_r}{\delta_z}\frac{\partial V_r}{\partial \eta}+V\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}-\frac{\eta}{\delta_z}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}\frac{\partial \delta_z}{\partial z}\right)=\upsilon_L\left(\frac{1}{(\eta\delta_z+R\text{int})\delta_z}\frac{\partial V_z}{\partial \eta}+\frac{1}{\delta_z^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \eta^2}\right)+g \tag{B.44}$$

Equação da conservação da energia

$$\rho_L\hat{c}_L\left(V_r\frac{\partial T}{\partial r}+V_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)=k_L\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right] \tag{B.45}$$

A Eq. (B.45) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\rho_L\hat{c}_L\left(V_r\frac{\partial T}{\partial r}+V_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)=k_L\left[\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right] \tag{B.46}$$

Dividindo por $\rho_L\hat{c}_L$ a Eq. (B.46), tem-se:

unesp

$$V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k_L}{\rho_L \hat{c}_L} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] \tag{B.47}$$

Aplicando as Transformadas de Landau.

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\eta}{\delta_z} \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \tag{B.48}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\delta_x} \frac{\partial T}{\partial \eta} \tag{B.49}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{1}{\delta_z^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \tag{B.50}$$

Substituindo as Eq. (B.48), (B.49) e (B.50) na Eq. (B.47):

$$\frac{V_r}{\delta_z} \frac{\partial T}{\partial \eta} + V_z \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\eta}{\delta_z} \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \right) = \frac{k_L}{\rho_L \hat{c}_p} \left(\frac{1}{r \delta_z} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta_z^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right) \tag{B.51}$$

Substituindo a Eq. (36) na Eq. (B.45), tem-se:

$$\frac{V_r}{\delta_z} \frac{\partial T}{\partial \eta} + V_z \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\eta}{\delta_z} \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \right) = \frac{k_L}{\rho_L \hat{c}_p} \left(\frac{1}{(\eta \delta_z + R\text{int}) \delta_z} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta_z^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right) \tag{B.52}$$

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

APÊNDICE C

unesp

Desenvolvimento do Modelo Matemático Aplicado ao Problema Hidrodinâmico

O diagrama esquemático da película de líquido que escoa sobre o cilindro, é apresentado na Fig. 1:

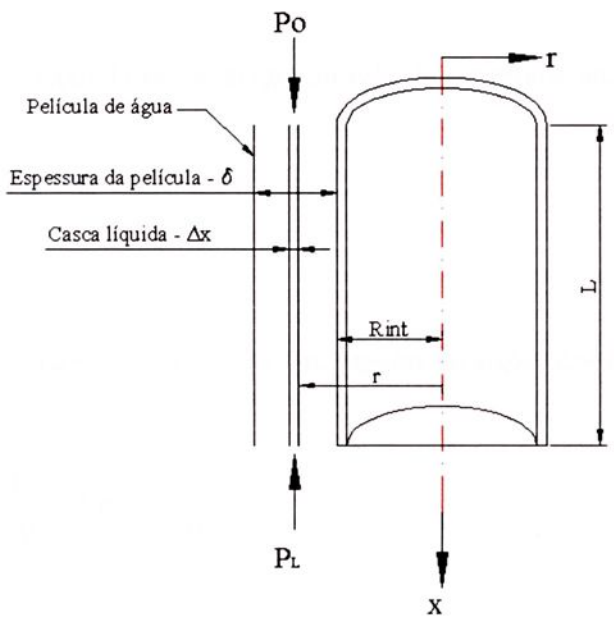


Figura C.1. – Esquema das Forças Atuantes sobre a Película de Líquido.

O equilíbrio de forças é obtido igualando-se a quantidade de momento (Qm) global com as forças externas que atuam no sistema. É importante lembrar que esta afirmação só será válida para linhas de fluxo que se movimentam retilineamente. Assim sendo, tem-se:

$$\sum Qm + \sum F_{ext} = 0 \qquad \text{(C1)}$$

Entende-se como quantidade de movimento global a diferença entre a quantidade de movimento que entra com a que sai do volume de controle,

e como forças externas que atuam no sistema as forças de superfície (pressão), de campo (gravitacional) e a de atrito, ou seja:

Taxa de entrada da Qm através da superfície em r:

$$(2\pi rL\tau_{rz})|_r \tag{C2}$$

Taxa de saída da Qm através da superfície em $r+\Delta r$:

$$(2\pi rL\tau_{rz})|_{r+\Delta r} \tag{C3}$$

Taxa de entrada da Qm através da superfície anular x = 0:

$$F = ma = \rho Vol\frac{V_z}{\Delta t} = 2\pi r\Delta r\rho\frac{L}{\Delta t}V_z \tag{C4}$$

$$(2\pi r\Delta rV_z)(\rho V_z)|_{z=0} \tag{C5}$$

Taxa de saída da Qm através da superfície anular em x = L:

$$(2\pi r\Delta rV_z)(\rho V_z)|_{z=L} \tag{C6}$$

Força da gravidade que atua sobre a casca:

$$Peso = mg = \rho Vo\,\mathrm{lg} \tag{C7}$$

ou,

$$(2\pi r\Delta rL)\rho g \tag{C8}$$

Força de pressão que atua sobre a superfície em x = 0:

$$(2\pi r\Delta r)p_0 \tag{C9}$$

Força de pressão que atua sobre a superfície em x = L:

$$-(2\pi r\Delta r)p_L \tag{C10}$$

Fazendo o balanço de energia, tem-se:

$$Qm_{entra} - Qm_{sai} + \sum F = 0 \tag{C11}$$

ou,

$$\begin{aligned}&(2\pi rL_{tubo}\tau_{rx})|_r - (2\pi r_{tubo}L\tau_{rx})|_{r+\Delta r} + (2\pi r\Delta rV_z)(\rho V_z)|_{z=0} - \\ &-(2\pi r\Delta rV_z)(\rho V_z)|_{z=L} + 2\pi r\Delta rL_{tubo}\rho g + 2\pi r\Delta rp_0 - 2\pi r\Delta rp_L = 0\end{aligned} \tag{C12}$$

Simplificando a Eq. (C12), tem-se:

$$L_{tubo}(r\tau_{rz}|_{r+\Delta r} - r\tau_{rz}|_r) = r\Delta r[(p_0 - p_L) + L_{tubo}\rho g] \tag{C13}$$

Reagrupando a Eq. (C13):

unesp

$$\frac{r\tau_{rz}|_{r+\Delta r} - r\tau_{rz}|_r}{\Delta r} = r\left[\frac{(p_0 - p_L)}{L_{tubo}} + \rho g\right] \tag{C14}$$

Aplicando a definição de limite e fazendo Δr tender a zero, tem-se:

$$\frac{d}{dr}(r\tau) = r\left[\frac{(p_0 - p_L)}{L_{tubo}} + \rho g\right] \tag{C15}$$

Integrando a Eq. (C15) e reagrupando os termos:

$$\tau = \frac{p_0 - p_L}{2L} r + \frac{C1}{r} \tag{C16}$$

O perfil da tensão de cisalhamento está demonstrada na Fig. (2).

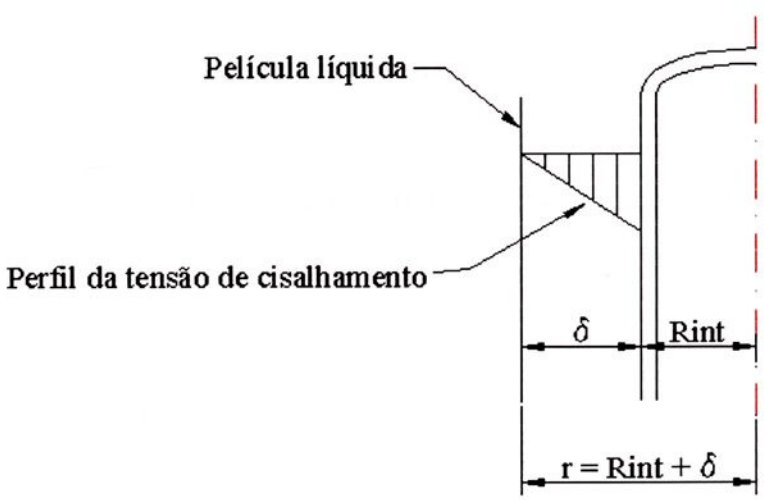


Figura C.2. – Perfil da Tensão de Cisalhamento em Função da Espessura da Película.

Aplicando a condição de contorno:

$r = R + \delta$, tem –se $\tau = 0$ (C17)

tem-se,

$$C1 = \frac{p_0 - p_L}{2L_{tubo}}(R\text{int} + \delta)^2 \quad \text{(C18)}$$

Substituindo-se a Eq. (C18) em (C16), tem-se:

$$\tau = \frac{p_0 - p_l}{2L_{tubo}}\left[r - \frac{(R\text{int} + \delta)^2}{r}\right] \quad \text{(C19)}$$

Baseando-se na Lei de Newton da viscosidade:

$$\tau = -\mu\frac{dV_r}{dr} \quad \text{(C20)}$$

Substituindo-se a tensão de cisalhamento dada pela Eq. (C19) na Eq. (C20), obtém-se:

$$dV_r = -\frac{1}{\mu}\left[\frac{p_0 - p_L}{2L_{tubo}}\left(r - \frac{(R\text{int} + \delta)^2}{r}\right)\right]dr \quad \text{(C21)}$$

Integrando:

$$\int dV_{(x)} = -\frac{1}{\mu}\frac{p_0 - p_L}{2L_{TUBO}}\int\left(r - \frac{(R\text{int} + \delta)^2}{r}\right)dr \quad \text{(C22)}$$

unesp

$$V_r = -\frac{p_0 - p_L}{2L_{tubo}\mu}\left[\frac{r^2}{2} - (R\text{int} + \delta)^2 \ln(r)\right] + C2 \qquad \text{(C23)}$$

A Fig. (3) mostra o perfil parabólico da velocidade da película.

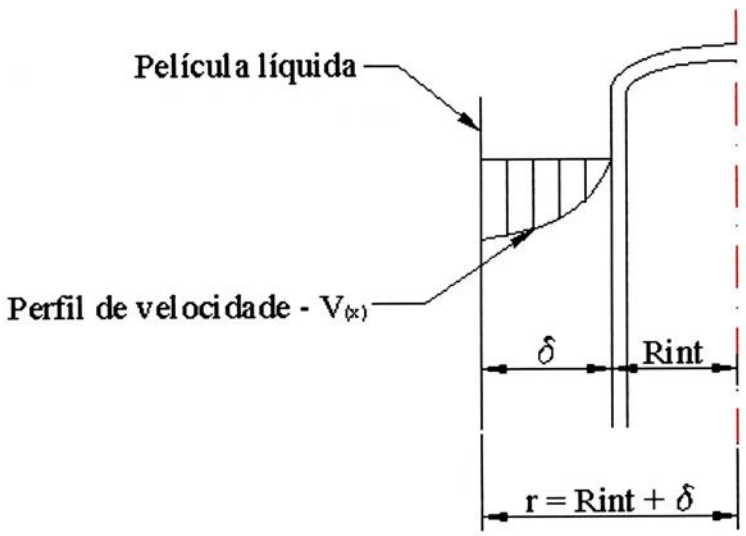


Figura C.3. – Perfil da Velocidade em Função da Espessura da Película.

Utilizando a condição de contorno:

r = Rint, tem-se $V_r = 0$ (C24)

na Eq (C23), obtém-se:

$$C2 = \frac{p_0 - p_L}{2L_{tubo}\mu}\left[\frac{R\text{int}^2}{2} - (R\text{int} + \delta)^2 \ln(R\text{int})\right] \qquad \text{(C25)}$$

Substituindo a Eq. (C25) na Eq. (C23), obtém-se:

Biblioteca – UNESP – Bauru –02/08/2002
Aquisição: D Proc. 094/44/01/02
Depto. : FE R$ 10,00
Procedência: Seção Pós-Graduação/FE
Incorporado em: 15/9/2002

$$V_r = \frac{p_0 - p_L}{2L\mu}\left[\frac{R\text{int}^2 - r^2}{2} + (R\text{int} + \delta)^2 \ln\left(\frac{r}{R\text{int}}\right)\right] \qquad \text{(C26)}$$

Após algumas simplificações, a equação (26) pode ser escrita por:

$$V_r = \frac{\rho g}{2\mu}\left[\frac{R\text{int}^2 - r^2}{2} + (R\text{int} + \delta)^2 \ln\left(\frac{r}{R\text{int}}\right)\right] \qquad \text{(C27)}$$

unesp

0810001012