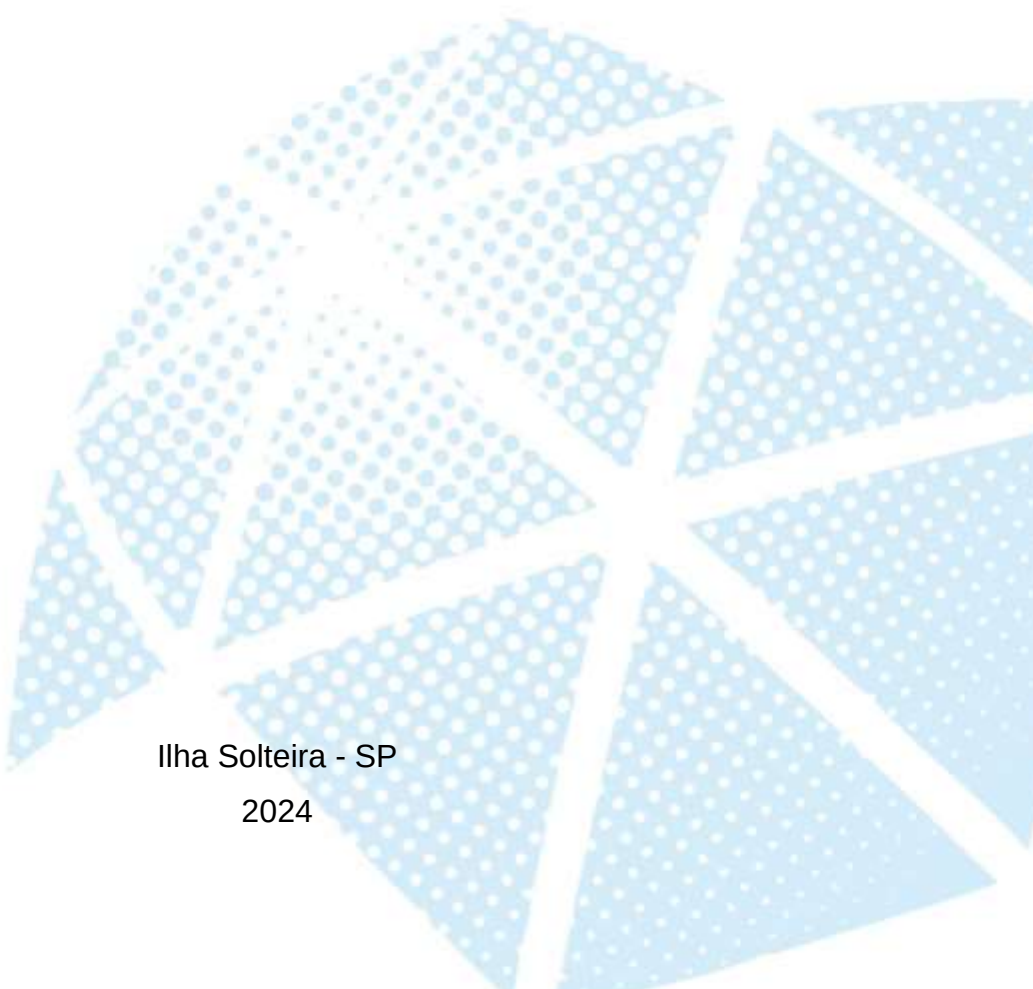


**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

**IGOR BUSINARO MASQUIO**

**SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO TRANSIENTE AO REDOR DE CORPOS DE  
AHMED EM SEQUÊNCIA UTILIZANDO OPENFOAM**

Ilha Solteira - SP  
2024



**IGOR BUSINARO MASQUIO**

**SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO TRANSIENTE AO REDOR DE CORPOS DE  
AHMED EM SEQUÊNCIA UTILIZANDO OPENFOAM**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado à Universidade Estadual  
Paulista (UNESP), Faculdade de  
Engenharia de Ilha Solteira, para obtenção  
do título de Bacharel em Engenharia  
Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Aluisio Viais  
Pantaleão

Coorientador: Prof. Me. Henrique Matos  
Campos

Ilha Solteira - SP

2024

#### FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

M413s Masquio, Igor Businaro.  
Simulação do escoamento transiente ao redor de corpos de Ahmed em  
sequência utilizando OpenFOAM / Igor Businaro Masquio. -- Ilha Solteira: [s.n.],  
2024  
71 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) -  
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira,  
2024

Orientador: Aluisio Viais Pantaleão  
Coorientador: Henrique Matos Campos  
Inclui bibliografia

1. Dinâmica dos fluidos computacional (CFD). 2. Escoamento transiente. 3.  
OpenFOAM. 4. Veiculos em comboio. 5. Corpo de Ahmed.

**ANEXO 02**  
**MODELO DE ATA DE DEFESA**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO**

TÍTULO: SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO TRANSIENTE AO REDOR DE CORPOS DE  
AHMED EM SEQUÊNCIA UTILIZANDO OPENFOAM

ALUNO: IGOR BUSINARO MASQUIO RA: 191052779

Orientador: Aluisio Viais Pantaleão

**Aprovado (x) – Reprovado ( ) pela Comissão Examinadora**

Nota obtida: 9,0

**Comissão Examinadora:**

Prof. \_\_\_\_\_  
*Presidente (Orientador)*

Prof. \_\_\_\_\_  
*DANILO ALBUQUERQUE RIBEIRO*  
Data: 11/12/2024 18:00:16-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. \_\_\_\_\_  
*LUCCAS DAVID ALVES GUASTAFERRO*  
Data: 12/12/2024 08:28:46-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. \_\_\_\_\_  
*IGOR BUSINARO MASQUIO*  
Data: 12/12/2024 09:48:18-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

\_\_\_\_\_  
*Assinatura do Aluno*

Ilha Solteira (SP) 11 de dezembro de 2024.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais Francisco Sergio Masquio e Maria Verginia Businaro Masquio por todo o incentivo, amor, exemplo de luta e superação, ao meu irmão Eloy Businaro Masquio pelo apoio e companheirismo, imensa gratidão a toda minha família.

Sinceros agradecimentos ao meu coorientador professor Henrique Matos Campos, pela oportunidade de realizar este trabalho, por toda ajuda, paciência e conhecimento compartilhado.

Agradecimentos ao meu orientador professor Aluisio Viais Pantaleão, pela oportunidade, ensinamentos e todo valioso apoio prestado ao longo deste trabalho.

Agradeço a todos meus amigos em especial Danilo Albuquerque Ribeiro, pela ajuda e encorajamento. Agradeço profundamente ao Núcleo de Permanência Estudantil (NPE) e à Moradia Estudantil, cujo apoio foi indispensável para que eu pudesse ter condições de concluir minha trajetória na faculdade.

Expresso minha gratidão a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

“Se pude enxergar mais longe, foi porque me apoiei em ombros de gigantes” Isaac Newton.

## RESUMO

A análise do escoamento ao redor de veículos é crucial para a indústria automotiva, como por exemplo para redução do consumo de combustível que está diretamente ligado ao arrasto aerodinâmico. Dado que a região de separação do escoamento ao redor do veículo é a principal causa do arrasto, é imperativo estudar os fenômenos que ocorrem nessa área e explorar maneiras de minimizar seu impacto. Uma abordagem envolve examinar geometrias de carros simplificadas, como o corpo de Ahmed, um modelo padrão usado para entender como a aerodinâmica influencia na topologia do escoamento. Um caso particularmente interessante é o de comboios de veículos, onde a geometria dos membros do comboio e a distância entre eles influenciam significativamente o comportamento do escoamento, refletindo no arrasto gerado pelo conjunto. Portanto, este trabalho teve como objetivo investigar o escoamento ao redor de corpos de Ahmed em comboio para entender a influência do espaçamento entre os modelos e o ângulo de inclinação traseira do líder na geração de arrasto. Esta investigação foi realizada usando simulações numéricas empregando um modelo de escoamento turbulento e transitório, para representar todos os fenômenos físicos envolvidos. As simulações foram realizadas usando o solver pimpleFoam do software de código aberto OpenFOAM v2206 e adotando o modelo de turbulência k-omega SST. Durante o estudo, foram analisados comboios de corpos de Ahmed com razões de lacunas variando entre 0.5, 1.0 e 1.5, e o modelo líder apresentando ângulos de inclinação traseira variando entre 10°, 20°, 30° e 35°. Os resultados obtidos foram comparados qualitativamente com os testes experimentais conduzidos em túnel hidrodinâmico horizontal e com resultados obtidos através de simulações numéricas que adotam modelos simplificados. Sendo obtido maior semelhança com os experimentais e concluindo que a menor distância considerada juntamente com o menor ângulo foi mais vantajosa na redução do arrasto.

**Palavras-chave:** Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD); Escoamento Transiente; OpenFOAM; Veículos em Comboio; Corpo de Ahmed.

## ABSTRACT

The analysis of the flow around vehicles is crucial for the automotive industry, as fuel consumption is directly linked to aerodynamic drag. Given that the flow separation region around the vehicle is the primary cause of drag, it is imperative to study the phenomena that occur there and explore ways to minimize its impact. One approach involves examining simplified car geometries like the Ahmed body, which serves as a standard model for understanding how flow topology influences aerodynamics. One particularly interesting case for such problems are vehicle convoys, where the geometry of the convoy members and the distance between them significantly influence the flow behavior, reflecting on the drag generated by the convoy. Therefore, this work aims to investigate the flow around Ahmed bodies in convoy to understand the influence of the spacing between models and the rear slant angle of the leader over the drag generation. This investigation was done using numerical simulations employing a turbulent and transient flow model, to represent all the physical phenomena involved. The simulations were performed using the solver pimpleFoam from the open-source software OpenFOAM v2206 and adopting the k- $\omega$  SST turbulence model. During the study, it was analyzed convoys of Ahmed bodies with gap ratios varying between 0.5, 1.0, and 1.5, and the leader model presenting rear slant angles varying between  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  and  $35^\circ$ . The obtained results were qualitatively compared with experimental tests conducted in a horizontal hydrodynamic tunnel and with numerical simulation results based on simplified models. The analysis revealed a closer agreement with the experimental data, leading to the conclusion that the smallest distance combined with the smallest angle was the most effective in reducing drag.

**Keywords:** Computacional Fluid Dynamics (CFD); Transient Flow; OpenFOAM; Vehicles Convoy; Ahmed Body.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Corpo de Ahmed e suas dimensões características seguindo os padrões propostos em Ahmed, Ramm e Faltin (1984).....         | 18 |
| Figura 2 – Representação do aparato experimental de Ahmed, Ramm e Faltin (1984).<br>.....                                            | 19 |
| Figura 3 – Representação esquemática do escoamento no corpo de Ahmed com inclinação de 30°. ....                                     | 20 |
| Figura 4 – Curva de coeficiente de arrasto em função da inclinação do corpo de Ahmed. ....                                           | 20 |
| Figura 5 – Modelo conceitual da estrutura do escoamento ao redor do modelo de Ahmed em um regime de baixo arrasto. ....              | 23 |
| Figura 6 – Resultados obtidos por Almeida(2022) para a simulação de corpos de Ahmed com inclinação traseira de 30°. ....             | 23 |
| Figura 7 – Dimensões dos corpos de Ahmed utilizado por Martins e Aranda (2022).<br>.....                                             | 24 |
| Figura 8 – Comparação entre escoamentos numérico estacionário e experimental para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de 10°. .... | 25 |
| Figura 9 – Representação do processo de discretização.....                                                                           | 32 |
| Figura 10 – Volume de controle em um elemento discreto. ....                                                                         | 40 |
| Figura 11 – Ilustração do esquema “Upwind”.....                                                                                      | 45 |
| Figura 12 – Ilustração do esquema “linearUpwind”. ....                                                                               | 46 |
| Figura 13 – Coordenada temporal, operadores transiente e espacial.....                                                               | 49 |
| Figura 14 – Refinamento da malha próximo a camada limite.....                                                                        | 54 |
| Figura 15 – Detalhamento da malha obtida para ângulo de 10° e razão de distância de 0,5. ....                                        | 58 |
| Figura 16 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de 10°. ....                                     | 59 |
| Figura 17 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 1,0 e ângulo traseiro de 10°. ....                                     | 60 |
| Figura 18 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 1,5 e ângulo traseiro de 10°. ....                                     | 61 |
| Figura 19 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de 20°. ....                                     | 62 |

|                                                                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 20 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de 30°.....                                          | 63 |
| Figura 21 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de 35°.....                                          | 64 |
| Figura 22 – Coeficiente de arrasto com ângulo fixo de 10° e razão de espaçamento variavel.....                                           | 65 |
| Figura 23 – Coeficiente de arrasto para razão de espaçamento fixa de 0,5 e variação dos ângulos de inclinação. ....                      | 66 |
| Figura 24 – Escoamento na região traseira do ultimo elemento do comboio para os casos de 20° e 30° com razão de espaçamento de 0,5. .... | 67 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Constantes empíricas empregadas no modelo de turbulência $k - \omega SST$ .<br>.....                                               | 37 |
| Tabela 2 – Número de elementos de malha para corpos Ahmed em comboio com<br>ângulo de $10^\circ$ com variação da razão de distância g/h. .... | 57 |
| Tabela 3 – Número de elementos de malha para corpos Ahmed em comboio com<br>razão de distância de 0,5 e variação dos ângulos de traseira..... | 57 |
| Tabela 4 – Coeficientes de arrasto para o comboio dos casos transientes.....                                                                  | 65 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                 |                                                              |
|-----------------|--------------------------------------------------------------|
| $x$             | Posição [ $m$ ]                                              |
| $v$             | Velocidade [ $m/s$ ]                                         |
| $a$             | Aceleração [ $m/s^2$ ]                                       |
| $t$             | Tempo [ $s$ ]                                                |
| $\phi$          | Propriedade intensiva qualquer [ ]                           |
| $m$             | Massa [ $kg$ ]                                               |
| $\dot{m}$       | Taxa mássica [ $kg/s$ ]                                      |
| $\rho$          | Massa específica [ $kg/m^3$ ]                                |
| $p$             | Pressão [ $Pa$ ]                                             |
| $V$             | Volume [ $m^3$ ]                                             |
| $V_c$           | Volume de controle [ ]                                       |
| $T$             | Temperatura [ $K$ ]                                          |
| $\tau$          | Tensor de tensão [ $Pa$ ]                                    |
| $f$             | Força total [ $N$ ]                                          |
| $f_s$           | Força externa de superfície [ $N$ ]                          |
| $f_b$           | Força de corpo [ $N$ ]                                       |
| $\lambda$       | Viscosidade cinemática [ $m^2/s$ ]                           |
| $\mu$           | Viscosidade dinâmica [ $N \cdot s/m^2$ ]                     |
| $g$             | Aceleração da gravidade [ $m/s^2$ ]                          |
| $Ma$            | Número de Mach [ ]                                           |
| $c$             | Velocidade local do som [ $m/s$ ]                            |
| $e$             | Energia [ $J$ ]                                              |
| $\dot{q}^R$     | Fluxo térmico turbulento [ $W$ ]                             |
| $Q$             | Termo fonte [ ]                                              |
| $J^{\phi,C}$    | Termo convectivo [ ]                                         |
| $J^{\phi,D}$    | Termo difusivo [ ]                                           |
| $J^{\phi}$      | Soma dos fluxos convectivos e difusivos [ ]                  |
| $\Gamma^{\phi}$ | Coeficiente de difusão [ ]                                   |
| $k$             | Energia cinética turbulenta [ $J/kg$ ]                       |
| $\epsilon$      | Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta [ $W/kg$ ] |

|          |                                               |
|----------|-----------------------------------------------|
| $\omega$ | Taxa específica de dissipação [ 1/s]          |
| $\mu_t$  | Viscosidade cinemática turbulenta [ $m^2/s$ ] |
| $S$      | Módulo de tensor médio de deformação [ ]      |
| $d$      | Distância mais próxima da parede [m]          |
| $S_c$    | Parcela constante do termo fonte [ ]          |
| $S_p$    | Parcela não-linear do termo fonte [ ]         |
| $N$      | Número de elementos [ ]                       |
| $h$      | Tamanho do elemento [ ]                       |
| $r$      | Razão de refinamento [ ]                      |
| $R_e$    | Número de Reynolds [ ]                        |
| $R_{ex}$ | Número de Reynolds na direção x [ ]           |
| $C_f$    | Coefficiente de fricção [ ]                   |
| $\tau_w$ | Tensão cisalhante na parede [Pa]              |
| $U_L$    | Velocidade do escoamento livre [m/s]          |
| $u^*$    | Velocidade de fricção [m/s]                   |
| $\delta$ | Espessura da camada limite [m]                |
| $R$      | Razão de crescimento [ ]                      |

## SUMÁRIO

|          |                                                         |           |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                 | <b>16</b> |
| 1.1      | MOTIVAÇÕES.....                                         | 16        |
| 1.2      | OBJETIVOS .....                                         | 17        |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>                      | <b>18</b> |
| 2.1      | REFERENCIAL TEÓRICO .....                               | 18        |
| 2.2      | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....                              | 26        |
| 2.2.1    | Equação da conservação de massa .....                   | 27        |
| 2.2.2    | Equação da conservação da quantidade de movimento ..... | 28        |
| 2.2.3    | Equação geral da conservação .....                      | 31        |
| 2.2.4    | O Processo de Discretização .....                       | 31        |
| 2.2.5    | A Modelagem da Turbulência.....                         | 33        |
| 2.2.6    | Modelo de Turbulência k-omega SST.....                  | 36        |
| 2.3      | MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS .....                        | 39        |
| 2.3.1    | Malha estruturada e não-estruturada .....               | 39        |
| 2.3.2    | Equação Semi Discretizada.....                          | 40        |
| 2.3.3    | O esquema de diferenças centrais .....                  | 43        |
| 2.3.4    | Esquema “Upwind” e “linearUpwind” .....                 | 44        |
| 2.3.5    | Discretização do termo fonte .....                      | 46        |
| 2.3.6    | Equação Transiente Semi-Discretizada.....               | 47        |
| 2.3.7    | Discretização temporal .....                            | 49        |
| 2.3.7.1  | Esquema Backward Euler de Segunda Ordem .....           | 50        |
| <b>3</b> | <b>METODOLOGIA .....</b>                                | <b>52</b> |
| 3.1      | DEFINIÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL.....                 | 52        |
| 3.2      | MODELAGEM E GERAÇÃO DA MALHA.....                       | 52        |
| 3.3      | CONFIGURAÇÃO DOS SOLVERS.....                           | 55        |
| <b>4</b> | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>                     | <b>57</b> |
| <b>5</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                       | <b>68</b> |
|          | REFERÊNCIAS.....                                        | 70        |
|          | APÊNDICE A – DICIONÁRIOS UTILIZADOS NA SIMULAÇÕES ..... | 72        |

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÕES

No passado, o formato externo dos carros evoluiu principalmente por razões de segurança, melhorias de conforto e também por considerações estéticas. As consequências dessas diretrizes na aerodinâmica dos automóveis não eram uma grande preocupação por muitos anos. No entanto, essa situação mudou na década de 1970 com o surgimento da crise do petróleo (Dumas, 2008). Para promover a redução do consumo energético, estudos foram realizados e descobriram que a quantidade de arrasto aerodinâmico no consumo de combustível varia entre 30% durante um ciclo urbano e 75% em uma velocidade de cruzeiro de 120 km/h. Desde então, reduzir a força de arrasto que atua sobre os veículos rodoviários e, assim, seu consumo de combustível, tornou-se uma preocupação para os fabricantes de automóveis (Dumas, 2008).

Segundo Dumas (2008), o processo de geração de arrasto e as maneiras de controlá-lo foram descobertos inicialmente por meios experimentais. Em particular, foi constatado que a maior parte do arrasto era causada pela separação do escoamento na superfície traseira dos carros. Infelizmente, diferentemente da aeronáutica, onde esse fenômeno pode ser amplamente minimizado na superfície do corpo, ele é um problema inerente aos veículos terrestres e não pode ser evitado. Além disso, o fluxo tridimensional associado a zona de esteira na região traseira de um carro apresenta um comportamento complexo, sendo muito difícil de controlar devido à sua instabilidade e à sensibilidade à geometria do veículo.

Dado essa complexidade, com o avanço dos métodos matemáticos aplicados a ferramentas computacionais tornou-se possível a engenharia modelar e resolver problemas cuja solução seria muito custosa por meio dos tradicionais métodos analíticos, servindo também como apoio aos métodos experimentais, como dito por Moukalled et al. (2016). De modo que a simulação computacional emergiu como uma das metodologias para a solução de problemas, tomando lugar próximo ao desenvolvimento experimental e as soluções analíticas como um caminho para novas descobertas na ciência e engenharia. Sendo aplicada para solucionar problemas complexos nos setores aeroespacial e aeronáutico, e posteriormente nos ramos automobilístico, industrial e energético.

Para o estudo da região onde ocorre a separação do escoamento, um modelo simplificado de geometria de um veículo terrestre, proposto por Ahmed, Ramm e Faltin (1984) e conhecido como Corpo de Ahmed, vem sendo extensivamente utilizado ao longo das últimas décadas, em análises experimentais, devido à complexidade de se avaliar um veículo real, como mostra Martins e Aranda (2022).

Outro ponto importante a ser analisado são as condições as quais os veículos terrestres se encontram, geralmente em comboio, a distância entre os veículos também se torna crucial para a caracterização da separação do escoamento (Zhang et al. 2020).

O uso de CFD (Dinâmica dos Fluidos Computacional) para avaliar o corpo de Ahmed é uma prática muito comum para o estudo do escoamento em veículos. Ajudando a entender fenômenos como a distribuição de pressão, efeitos de arrasto e sustentação, especialmente nas regiões de separação do escoamento na parte traseira. Sendo que precisão dos resultados do CFD é validada em muitos estudos experimentais que utilizam o corpo de Ahmed, servindo como referência para avaliar os métodos de simulação e ajuste de malha.

## 1.2 OBJETIVOS

O propósito deste trabalho é investigar, através de simulação numérica empregando o software livre OpenFoam, o escoamento em torno de corpos Ahmed em comboio e compreender a influência que o espaçamento entre modelos e o ângulo de inclinação traseira tem sobre o escoamento. Para tal, serão empregados comboios de dois corpos Ahmed com diferentes razões de espaçamento, com o ângulo de inclinação do líder do comboio variando entre  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $35^\circ$ .

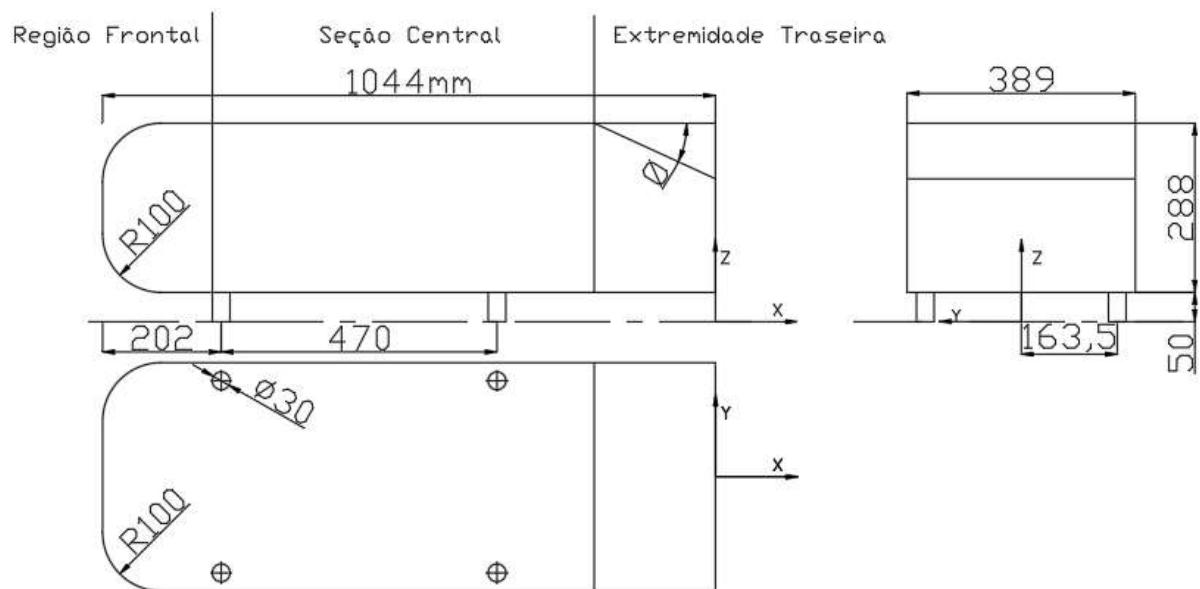
Entre os objetivos secundários da presente proposta tem-se a utilização de conceitos de Mecânica dos Fluidos para obtenção de modelos de simulação computacional, estabelecer uma metodologia de simulação de escoamento validada com dados da literatura e de ensaios experimentais, eliminar necessidade de utilização de software comercial proprietário para análise do problema proposto pelo uso de software livre, fomentar a formação de especialistas em aerodinâmica através do uso de CFD.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 REFERENCIAL TEÓRICO

Desenvolvido por Ahmed, Ramm e Faltin (1984) o corpo de Ahmed é um modelo simplificado de um veículo. Este modelo é dividido em três principais áreas: a região frontal, com bordas arredondadas; a seção central, com formato retangular; e a extremidade traseira, que é inclinada, como mostra a Figura 1.

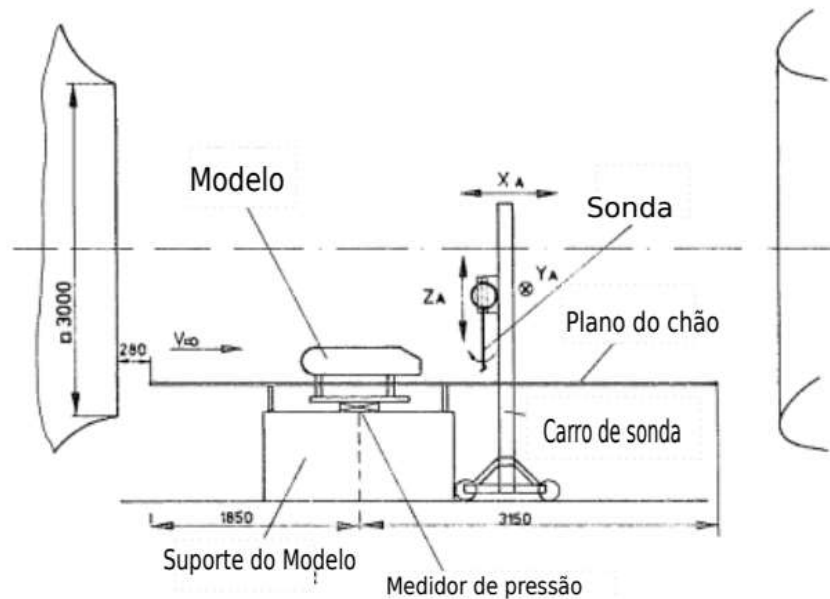
Figura 1 – Corpo de Ahmed e suas dimensões características seguindo os padrões propostos em Ahmed, Ramm e Faltin (1984).



Fonte: Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

Os experimentos desenvolvidos em Ahmed, Ramm e Faltin (1984) variavam a inclinação da região traseira de  $5^\circ$  em  $5^\circ$ , em um intervalo de  $0^\circ$  a  $40^\circ$ , sendo nestes, os corpos de Ahmed posicionados em um túnel de vento subsônico DFVRL, com 5 metros de comprimento e uma seção transversal quadrada, apresentando 3 metros de largura e 3 metros de altura. Nos experimentos, a velocidade do fluxo, alcançou  $60\text{m/s}$ , resultando em um número de Reynolds de  $4,29 \times 10^6$ . Para a coleta dos dados de pressão, foram instalados medidores barométricos em diversos pontos ao longo do veículo a Figura 2 representa o esquema experimental utilizado por Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

Figura 2 – Representação do aparato experimental de Ahmed, Ramm e Faltin (1984).



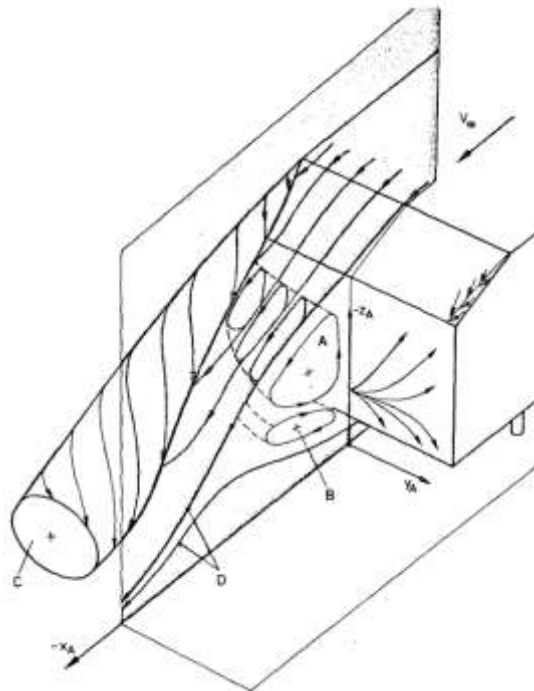
Fonte: Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

Para calcular o coeficiente de arrasto sobre o corpo, Ahmed, Ramm e Faltin (1984), focaram em analisar as regiões frontal e traseira do corpo de Ahmed. A expectativa era de que este modelo apresentasse um elevado fluxo de deslocamento na região frontal, um fluxo mais uniforme na região central e uma grande esteira de recirculação na parte traseira.

A Figura 3 ilustra o escoamento na região traseira do corpo de Ahmed com inclinação de  $30^\circ$ , apresentando a zona de recirculação e os vórtices transversais nas regiões A, logo abaixo da inclinação do corpo, influenciado pelo escoamento da superfície superior e B influenciado pelo escoamento na superfície inferior, além da formação de um vórtice longitudinal na região C, proveniente do escoamento nas bordas superiores do corpo.

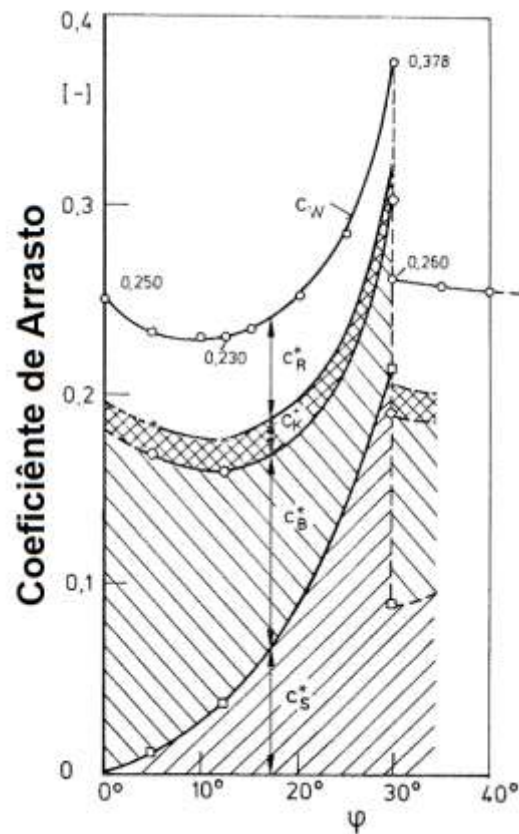
Os resultados dos coeficientes de arrasto medidos em Ahmed, Ramm e Faltin (1984) para todos os ângulos da região traseira são apresentados na Figura 4, na qual verifica-se coeficiente de arrasto de 0,184 para o ângulo de  $5^\circ$ , 0,175 para o ângulo de  $12,5^\circ$  e o para 0,321 para o ângulo de  $30^\circ$ .

Figura 3 – Representação esquemática do escoamento no corpo de Ahmed com inclinação de  $30^\circ$ .



Fonte: Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

Figura 4 – Curva de coeficiente de arrasto em função da inclinação do corpo de Ahmed.



Fonte: Ahmed, Ramm e Faltin (1984).

Ao longo do tempo, o corpo de Ahmed foi e ainda está sendo utilizado de base para extensivas pesquisas na área de mecânica dos fluidos, como a pesquisa de Gutierrez et al. (2020), cujos autores procuraram examinar numericamente a aerodinâmica externa do corpo de Ahmed focando nos principais aspectos relevantes, como a geração de vórtices, os campos de velocidade e pressão, a separação e regiões de recirculação, além das contribuições de arrasto e sustentação de cada superfície do corpo.

Em Gutierrez et al. (2020) foram realizados testes de independência de malha e domínio para garantir que as malhas geradas no estudo fossem independentes. No estudo empregou-se os modelos de turbulência “Realizable”  $k - \epsilon$ , RNG  $k - \epsilon$ , “Standard”  $k - \omega$  e RSM, em regime permanente, com o objetivo de esclarecer o impacto numérico desses modelos nos resultados.

Dados experimentais presentes na literatura foram utilizados para avaliar os procedimentos numéricos adotados e para identificar o modelo de turbulência que melhor se ajustou aos resultados experimentais. Os autores destacam que os resultados numéricos com o modelo de turbulência “Realizable”  $k - \epsilon$  apresentaram uma boa aproximação em relação ao arrasto, com uma diferença de 3,9% em relação aos dados experimentais, enquanto o Modelo das Tensões de Reynolds (Reynolds Stress Model) foi mais preciso em relação à sustentação, com uma diferença de 2,8% em relação aos experimentos, apesar de demandar um grande tempo computacional.

O estudo conduzido por Saha et al. (2020) adotou uma abordagem exclusivamente numérica utilizando o software Ansys Fluent ®. Neste estudo, foram empregadas três malhas hexaédricas com refinamento progressivo com a finalidade de analisar o impacto do refinamento da malha nas simulações. As simulações começaram em estado estacionário e, em seguida, foram realizadas em estado transitório, sendo em ambos os casos empregado o modelo de turbulência “Standard”  $k - \epsilon$ . O fluido considerado nas análises foi o ar, com uma velocidade de corrente livre de 25 m/s.

Saha et al. (2020) concluiu que o refinamento progressivo das malhas deixa a região de esteira mais visível, com maior precisão nos contornos. Observou-se também que, em uma malha mais fina, os valores se aproximam mais dos reais, embora ainda exista uma margem de erro, influenciada por fatores como os modelos

de solucionadores utilizados. Além disso, foi constatado que o aumento do refinamento da malha proporcionou um perfil de velocidade mais suave.

Em Liu et al. (2021) os autores realizaram a análise experimental do escoamento em torno do corpo de Ahmed, no qual os autores buscaram compreender as estruturas formadas no escoamento ao redor de um corpo de Ahmed com inclinação traseira de  $35^\circ$ , em um regime de baixo arrasto.

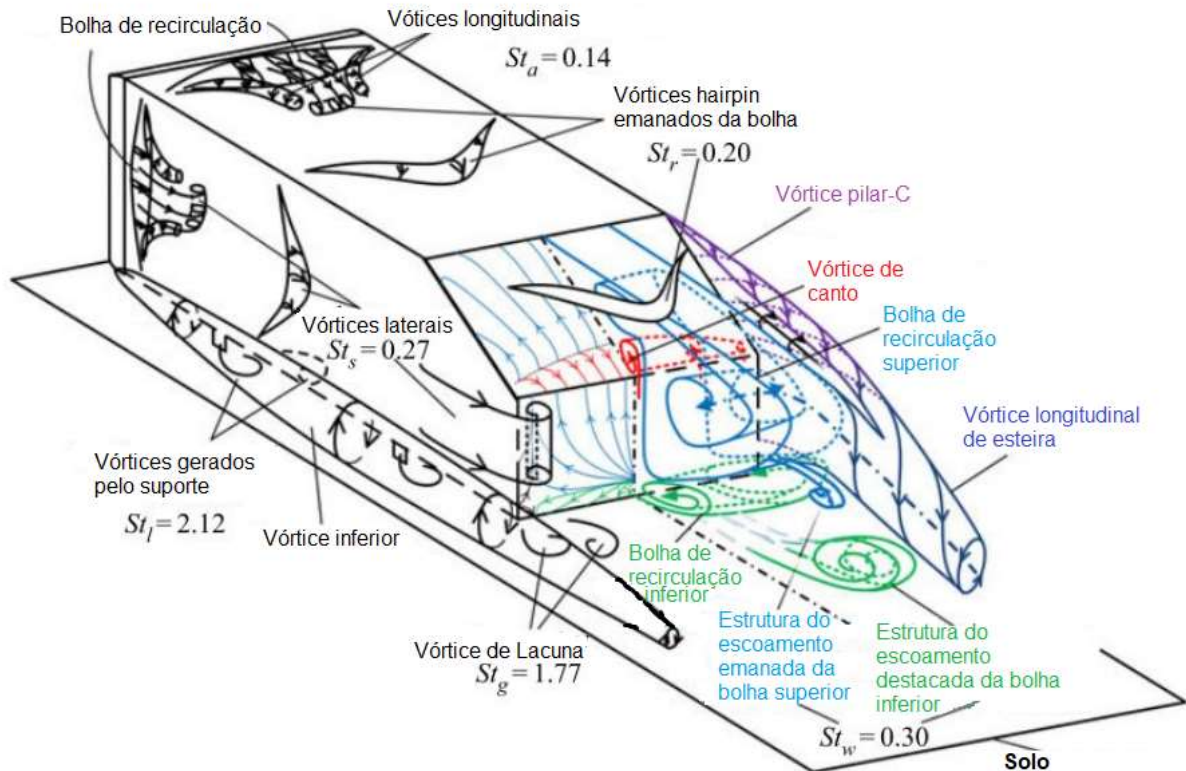
Foram realizados mapeamentos com o uso de medições de anemômetro de fio quente (*“hot-wire anemometer”*), medições de pressão na parede, visualização do escoamento e velocimetria por imagem de partículas (PIV), abrangendo uma faixa de números de Reynolds entre 0,3 e  $2,7 \times 10^5$ .

Com base nos dados obtidos, as principais observações se referem aos mecanismos de formação dos vórtices na esteira com um número de Strouhal em torno de 0,30, o processo de formação desses vórtices, o vórtice de canto e seu papel dinâmico, a interação entre o vórtice do pilar C e a perna da bolha de recirculação superior, bem como a formação e desenvolvimento do vórtice de fuga longitudinal. A Figura 5 ilustra um modelo conceitual da estrutura do escoamento ao redor do corpo de Ahmed com uma inclinação traseira de  $35^\circ$ .

O estudo de Liu et al. (2021) reforça a ideia de que novos estudos e dados complementares ainda podem ser explorados utilizando a geometria do corpo de Ahmed.

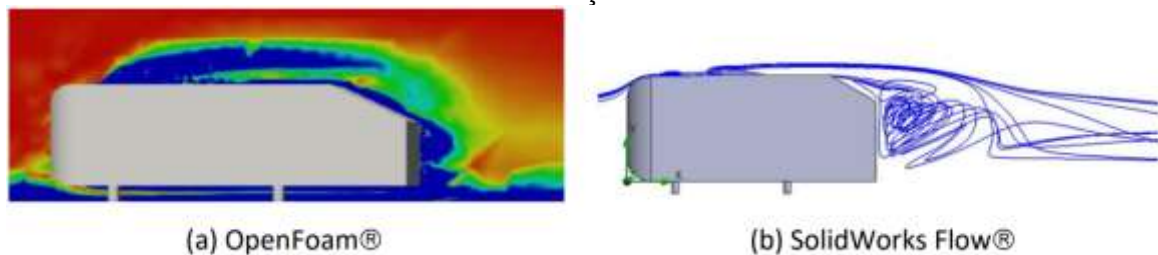
O estudo desenvolvido por Almeida (2022), baseado no corpo de Ahmed buscou analisar as simulações realizadas para as geometrias com inclinação de  $25^\circ$  e  $30^\circ$  utilizando os softwares OpenFOAM e SolidWorks Flow®, com os dados qualitativos obtidos a partir do túnel hidrodinâmico horizontal. As diferenças nos valores do coeficiente de arrasto, obtidos tanto no OpenFOAM quanto no Solidworks Flow®, variaram entre 5% e 8%, sendo que os maiores desvios foram observados nos resultados das simulações realizadas com o Solidworks Flow®. A Figura 6 apresenta os resultados para o corpo de Ahmed com uma angulação de  $30^\circ$  e uma razão de bloqueio de 6%, sendo esta razão definida como a proporção entre o comprimento característico do corpo e a seção de teste.

Figura 5 – Modelo conceitual da estrutura do escoamento ao redor do modelo de Ahmed em um regime de baixo arrasto.



Fonte: Liu et al. (2021).

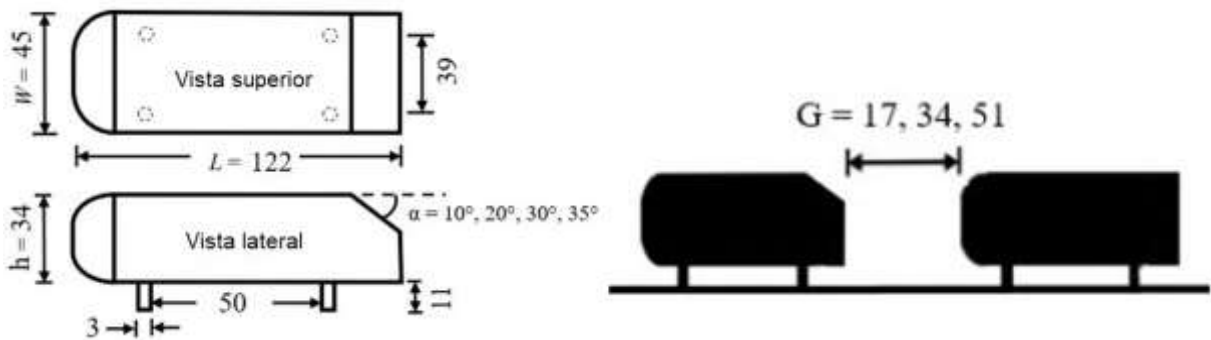
Figura 6 – Resultados obtidos por Almeida(2022) para a simulação de corpos de Ahmed com inclinação traseira de 30°.



Fonte: Almeida (2022).

No estudo experimental realizado em túnel hidrodinâmico horizontal por Martins e Aranda (2022), foram posicionados corpos de Ahmed com inclinações traseiras de 10°, 20°, 30° e 35° em configuração de comboio, com o objetivo de analisar as estruturas de fluxo na região da esteira. Neste estudo os corpos foram organizados sequencialmente, desde o ângulo de 10° até 35°, considerando três valores da razão de lacuna: 0.5, 1.0 e 1.5, onde essa razão é definida como  $g/h$ , sendo  $g$  a distância entre os corpos e  $h$  a altura do modelo. A Figura 7 mostra as dimensões da geometria, milímetros, e ilustra a distância ( $g$ ) entre os modelos.

Figura 7 – Dimensões dos corpos de Ahmed utilizado por Martins e Aranda (2022).



Fonte: Martins e Aranda (2022).

As seções entre os corpos foram capturadas por uma câmera que documentou o escoamento na área. Para todos os casos, o número de Reynolds foi  $2,06 \times 10^3$ , a temperatura foi de  $25^\circ\text{C}$  e a vazão foi de  $2,18 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Com uma lacuna de 0,5, observou-se que para as geometrias com inclinação de  $20^\circ$  e  $35^\circ$  houve a formação de um vórtice transversal entre os corpos, enquanto que para a geometria de  $30^\circ$  esse vórtice não foi visível.

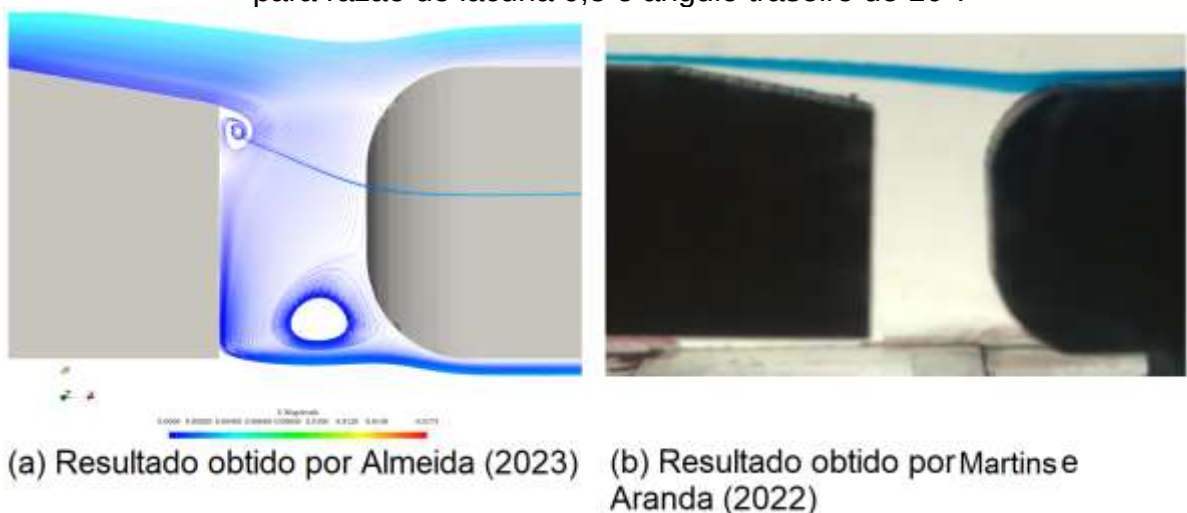
Para a inclinação de  $10^\circ$ , não foi identificada uma zona de esteira visível. Com uma lacuna  $g/h = 1$ , notou-se que a zona de recirculação era maior para a geometria com inclinação de  $35^\circ$  em comparação com a de  $20^\circ$ . A geometria com  $30^\circ$  foi a única que apresentou uma formação significativa de vórtice. No último caso estudado, com uma lacuna  $g/h = 1,5$ , foi possível observar a formação de um vórtice próximo ao corpo seguidor na geometria de  $10^\circ$ . Os corpos com inclinações de  $20^\circ$  e  $35^\circ$  mostraram um comportamento semelhante, enquanto a geometria de  $30^\circ$  exibiu um vórtice entre os corpos.

Assim, Martins e Aranda (2022) concluiu que a geometria com inclinação de  $30^\circ$  apresenta uma zona de esteira significativamente maior, corroborando os achados de Ahmed, Ramm e Faltinn (1984). Em geral, o comportamento dos corpos foi semelhante ao observado no estudo de Ahmed, Ramm e Faltinn (1984), com a zona de recirculação aumentando gradativamente até a inclinação de  $30^\circ$  e diminuindo para a inclinação de  $35^\circ$ . Portanto, a configuração ideal definida por Martins e Aranda (2022) é a inclinação de  $10^\circ$  com uma distância entre os corpos de  $g/h = 0,5$ , onde foi observada uma menor dissipação de energia e um gradiente de pressão mais favorável, resultando em um coeficiente de arrasto reduzido.

No trabalho realizado por Almeida (2023), foi desenvolvida uma metodologia de simulação numérica em regime permanente, empregando o software OpenFOAM, para avaliar o escoamento ao redor de corpos de Ahmed em configuração de comboio, seguindo os padrões definidos em Martins e Aranda (2022), considerando o efeito do ângulo de inclinação e da razão de lacuna sobre o escoamento, sendo também realizada uma análise qualitativa dos resultados obtidos com os apresentados em Martins e Aranda (2022).

Almeida (2023) verificou que os vórtices diminuíram em intensidade à medida que a inclinação da saída do primeiro corpo aumentava. Além disso, tanto nos resultados experimentais apresentados por Martins e Aranda (2022), quanto nos resultados numéricos obtidos por Almeida (2023), constatou-se que o descolamento ocorreu de forma antecipada conforme o ângulo da geometria aumentava. Ao analisar os efeitos da razão de lacuna sobre o arrasto exercido no corpo, observou-se que a relação  $g/h = 0,5$  se mostrou a mais vantajosa para a formação de comboio dos corpos do ponto de vista aerodinâmico, uma vez que apresentou o menor coeficiente de arrasto. A Figura 8 mostra a comparação de escoamentos obtidos por Martins e Aranda (2022) e Almeida (2023) para a razão  $g/h$  de 0,5 e ângulo de  $10^\circ$ .

Figura 8 – Comparação entre escoamentos numérico estacionário e experimental para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de  $10^\circ$ .



Fonte: Almeida (2023) e Martins e Aranda (2022).

Os resultados obtidos para escoamentos laminares foram relativamente semelhantes aos alcançados com a aplicação do modelo de turbulência  $k - \omega$  SST em todas as situações. Além disso, Almeida (2023) também constatou que o escoamento foi bem representado na região superior em todos os casos, de acordo com os resultados mencionados no estudo de Martins e Aranda (2022). Isso se deve ao adequado desenvolvimento da camada limite na geometria, o que permite capturar com precisão o comportamento do escoamento.

## 2.2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De acordo com Fox, McDonald e Pritchard (2010) define-se fluido como uma substância que se deforma continuamente sob aplicação de uma tensão de cisalhamento. Como o movimento do fluido continua sobre a aplicação dessa tensão, definimos um fluido, também, como uma substância que não pode sustentar uma tensão de cisalhamento quando em repouso.

Para Fox, McDonald e Pritchard (2010), os fluidos podem ser classificados como newtonianos e não-newtonianos. Os fluidos newtonianos são caracterizados por uma relação de proporcionalidade entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação, com a viscosidade molecular, que é uma medida da capacidade de um fluido submetido a uma tensão para resistir à deformação, representando a inclinação da função linear. Por outro lado, para fluidos não-newtonianos, essa relação é não linear.

Da mesma forma, o escoamento de fluidos pode ser classificado em várias categorias, como unidimensional ou multidimensional, monofásico ou multifásico, estacionário ou não estacionário, compressível (com variações na massa específica  $\rho$ ) ou incompressível (quando as variações de  $\rho$  são desprezíveis), turbulento ou laminar, e rotacional ou irrotacional, entre outros.

Para o caso de escoamento laminar, este apresenta um comportamento ordenado no movimento de suas partículas, em camadas lisas e laminares, Fox, McDonald e Pritchard (2010). Quanto maior a velocidade do escoamento, maior a tendência das partículas moverem-se de forma desordenada, dessa forma, o regime entra na fase de transição. Por fim, quando o nível de desordem no movimento das partículas é elevado, este encontra-se em regime turbulento, podendo gerar até o aparecimento de vórtices.

Pode-se empregar o número de Reynolds ( $Re$ ), apresentado na Equação 1 para identificar se o regime de escoamento é laminar, turbulento ou transicional.

$$Re = \frac{\rho |\vec{v}| L}{\mu} \quad (1)$$

O número de Reynolds representa a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas. Nesse contexto,  $\rho$  é a massa específica,  $v$  é a velocidade do escoamento,  $L$  é o comprimento característico e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica.

O número de Mach ( $M$ ) é definido como a relação entre a velocidade de um objeto se movendo através de um fluido e a velocidade do som local, como mostra Moukalled (2016), essa definição é expressa matematicamente pela Equação 2.

$$M = \frac{|\vec{v}|}{a} \quad (2)$$

Onde  $|\vec{v}|$  é a magnitude local da velocidade do fluido relativa ao meio em que fluido está, e  $a$  sendo a velocidade do som. Escoamentos em que o número de Mach é menor que 0,3 podem ser tratados como incompressíveis. Para  $M < 1$ , o escoamento é denominado subsônico; para  $M = 1$ , é chamado de sônico; para  $1 < M < 5$ , é classificado como supersônico; e para  $M > 5$ , é considerado hipersônico.

### 2.2.1 Equação da conservação de massa

O princípio da conservação de massa afirma que, na ausência de fontes e sumidouros de massa, uma região manterá sua massa localmente (Moukalled et al., 2016). Para um volume de controle, massa específica ( $\rho$ ) e velocidade ( $v$ ), a equação diferencial que descreve a conservação de massa é expressa pela Equação 3.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3)$$

Reescrevendo a Equação 3 em forma de fluxo, obtêm-se a Equação 4.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla [\rho \cdot \vec{v}] = 0 \quad (4)$$

Considerando um escoamento incompressível, no qual  $\rho$  não se altera, portanto  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , assim a equação da conservação da massa para um escoamento incompressível é expressa na Equação 5.

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (5)$$

### 2.2.2 Equação da conservação da quantidade de movimento

Segundo Moukalled et al. (2016), o princípio da conservação de quantidade de movimento indica que na ausência de uma força externa agindo sobre o corpo, este retém sua quantidade de movimento linear. Como se trata de um vetor, suas componentes em todas as direções são mantidas. A forma não-conservativa da equação da conservação da quantidade de movimento na qual  $\vec{f}$  é a força externa por unidade de volume que age sobre o volume do material é expressa pela Equação 6.

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = \vec{f} \quad (6)$$

Por sua vez, a forma conservativa da conservação da quantidade de movimento é apresentada na Equação 7.

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho \cdot \vec{v}] + \nabla \cdot \rho \vec{v} \vec{v} = \vec{f} \quad (7)$$

A forma completa da equação da quantidade de movimento é derivada das forças externas de superfície ( $\vec{f}_s$ ) e de corpo ( $\vec{f}_b$ ) que atuam sobre o volume de controle, conforme mostrado na Equação 8.

$$\vec{f} = \vec{f}_s + \vec{f}_b \quad (8)$$

As forças de corpo são apresentadas por unidade de volume e podem surgir de diversas fontes. A força gravitacional é a força de corpo mais relevante para o

escoamento estudado e é definida como uma força de corpo que representa o peso de um volume, de material quando está na presença de um campo gravitacional, matematicamente expressa através da Equação 9.

$$\vec{f}_b = \rho \vec{g} \quad (9)$$

Dentro de um volume de controle, as forças que atuam na superfície resultam da pressão e das tensões viscosas e podem ser descritas pelo tensor de tensões  $\Sigma$ . Como mostrado na Equação 10.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} & \Sigma_{xz} \\ \Sigma_{yx} & \Sigma_{yy} & \Sigma_{yz} \\ \Sigma_{zx} & \Sigma_{zy} & \Sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Os componentes da diagonal principal desse tensor representam as tensões normais, enquanto os elementos fora da diagonal principal correspondem às tensões de cisalhamento. De modo que o tensor pode ser dividido em dois termos, constituindo a Equação 11.

$$\Sigma = -\begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = -[pI] + [\tau] \quad (11)$$

Sendo,  $p$  a pressão,  $I$  a matriz identidade e  $\tau$  o tensor da tensão viscosa, com  $\tau_{ij} = \Sigma_{ij} + p$  para  $i = j$ . A pressão é o negativo da média das tensões normais, como indicado na Equação 12.

$$p = -\frac{1}{3} (\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} + \Sigma_{zz}) \quad (12)$$

Podendo assim, com a Equação 13 representar as forças de superfície.

$$\vec{f}_s = [\nabla \cdot \Sigma] = -\nabla p + [\nabla \cdot \tau] \quad (13)$$

Considerando um escoamento de fluido newtoniano, a deformação é linear com a quantidade de tensão aplicada, portanto o tensor das tensões acaba por ser função linear da taxa de deformação como apresentado na Equação 14.

$$\tau = \mu\{\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T\} + \lambda(\nabla \cdot \vec{v})\mathbf{I} \quad (14)$$

No qual  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade dinâmica,  $\lambda$  é o coeficiente da viscosidade volumétrica que usualmente é definido como  $\lambda = -(2/3)\mu$ . O tensor expandido no sistema tridimensional está apresentado na Equação 15.

$$\tau = \begin{bmatrix} 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda\nabla \cdot \vec{v} & \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) & \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) & 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} + \lambda\nabla \cdot \vec{v} & \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) \\ \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) & 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} + \lambda\nabla \cdot \vec{v} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Sendo o divergente do tensor das tensões expresso na Equação 16.

$$[\nabla \cdot \tau] = \nabla \cdot [\mu(\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T)] + \nabla(\lambda\nabla \cdot \vec{v}) \quad (16)$$

Adicionando na Equação 7 os termos das forças de superfície e forças de corpo obtém-se a Equação 17.

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho\vec{v}] + \nabla \cdot \{\rho\vec{v}\vec{v}\} = -\nabla p + \nabla \cdot \{\mu[\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T]\} + \nabla(\lambda\nabla \cdot \vec{v}) + \rho\vec{g} \quad (17)$$

Considerando escoamento incompressível a Equação 17 se reduz a Equação 18.

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho\vec{v}] + \nabla \cdot \{\rho\vec{v}\vec{v}\} = -\nabla p + \nabla \cdot \{\mu[\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T]\} + \rho\vec{g} \quad (18)$$

### 2.2.3 Equação geral da conservação

Supondo uma propriedade intensiva qualquer  $\phi$ , tal como, a massa específica ( $\rho$ ) ou a velocidade ( $\vec{v}$ ), é possível chegar a uma equação geral de conservação, como descrita na Equação 19.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot \{\rho\vec{v}\phi\} = \nabla \cdot (\Gamma\phi\nabla\phi) + Q\phi \quad (19)$$

O primeiro termo da Equação 19 é o termo não estacionário representa a variação da propriedade intensiva  $\phi$  no tempo. O segundo termo é o termo convectivo, esse expressa a variação na superfície do volume controle. A seguir, o termo difusivo apresenta o fluxo de entrada e saída da propriedade intensiva  $\phi$ . O último termo mais à direita, é o termo fonte, apresentando a geração e o sumidouro de  $\phi$  dentro do volume de controle.

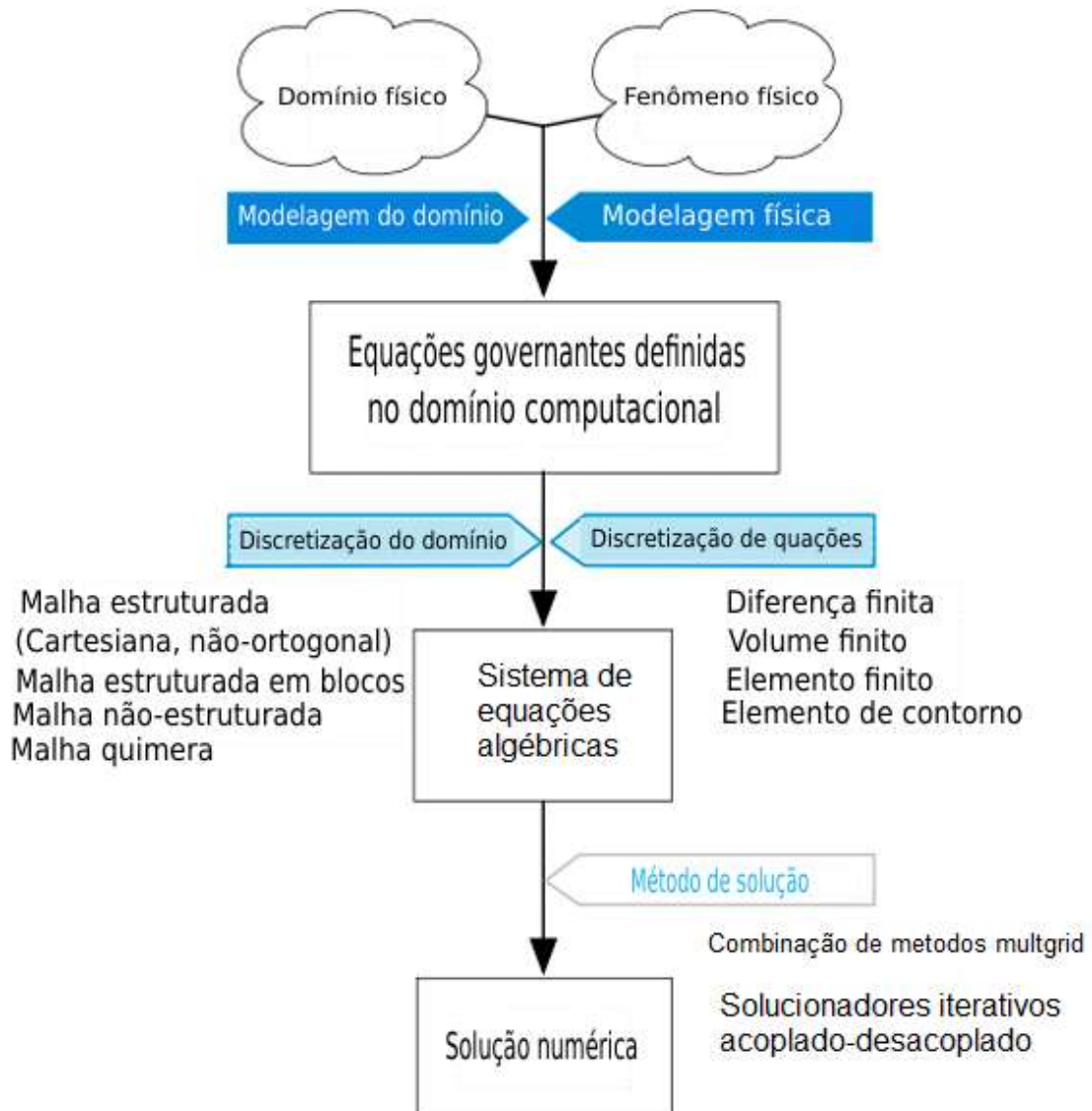
### 2.2.4 O Processo de Discretização

Para resolver numericamente as equações diferenciais, é necessário determinar o valor da variável  $\phi$  em cada ponto do domínio em questão. Moukalled et al. (2016) apresenta de forma esquemática o processo de discretização no Figura 9.

Segundo Moukalled et al. (2016) os pontos do domínio em questão são chamados de elementos de malha (ou nós) e resultam da discretização da geometria original em um conjunto de elementos discretos não sobrepostos. Os nós ou variáveis resultantes são geralmente posicionados nos centroides das células ou nos vértices, dependendo do procedimento de discretização adotado. Em todos os métodos, o foco está em substituir a solução exata contínua da equação diferencial parcial por valores discretos. Estas equações algébricas são organizadas em sistemas de equações com índices correspondentes aos seus elementos, como demonstrado na Equação 20.

$$\vec{A}[\phi] = \vec{b} \quad (20)$$

Figura 9 – Representação do processo de discretização.



Fonte: Moukalled et al. (2016).

Considerando  $A$  como a matriz de coeficientes,  $\phi$  como o vetor de incógnitas e  $\vec{b}$  como o vetor contendo os valores numéricos. Dessa forma, utiliza-se um método de resolução de sistemas algébricos para encontrar a solução do problema.

A distribuição de  $\phi$  é, portanto, discretizada, e é apropriado se referir a esse processo de conversão da equação governante em um conjunto de equações algébricas para os valores discretos de  $\phi$  como o processo de discretização e aos métodos específicos empregados para realizar essa conversão como métodos de discretização. Os valores discretos de  $\phi$  são tipicamente calculados resolvendo um conjunto de equações algébricas que relacionam os valores nos elementos de malha

vizinhos entre si; essas equações discretizadas ou equações algébricas são derivadas da equação de conservação que governa  $\phi$ . Após os valores de  $\phi$  serem calculados, os dados são processados para extrair qualquer informação necessária.

### 2.2.5 A Modelagem da Turbulência

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), o escoamento turbulento é um tipo de escoamento caótico e de natureza aleatória, cujo as propriedades do escoamento tornam-se funções do tempo. Existindo três principais categorias de métodos numéricos usados para capturar os importantes efeitos da turbulência podendo ser agrupados nas seguintes categorias:

Metodologia LES (Large Eddy Simulation), trata-se de uma forma de cálculo que rastreia o comportamento dos maiores vórtices. O método envolve a filtragem espacial das equações de Navier-Stokes não estacionárias antes dos cálculos, permitindo a passagem dos vórtices maiores e rejeitando os menores. Os efeitos sobre o escoamento solucionado (escoamento médio mais os grandes vórtices) devido aos menores vórtices não resolvidos são incluídos por meio de um modelo de subgrade (sub-grid scale model). Como é necessário resolver equações de escoamento não estacionário, as demandas por recursos computacionais, tanto em termos de armazenamento quanto de volume de cálculos, são altas (Versteeg e Malalasekera, 2007).

A metodologia DNS (Direct Numerical Simulation), calcula o escoamento médio e todas as flutuações de velocidade turbulentas. As equações de Navier-Stokes não estacionárias são resolvidas em malhas espaciais suficientemente finas para capturar as escalas de comprimento de Kolmogorov, onde ocorre a dissipação de energia, e com passos de tempo suficientemente pequenos para resolver o período das flutuações mais rápidas. Esses cálculos são extremamente custosos em termos de recursos computacionais, razão pela qual o método não é utilizado para cálculos de escoamentos industriais (Versteeg e Malalasekera, 2007).

Por fim, a metodologia RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes), cujo a atenção é focada no escoamento médio e nos efeitos da turbulência nas propriedades médias do escoamento. De modo que a metodologia RANS foi escolhida para descrever os efeitos da turbulência, devido ao seu menor custo computacional,

embora não seja a mais precisa para representar esses efeitos (Versteeg e Malalasekera, 2007).

Considerando uma variável  $\phi$  em um tempo  $t$  e em uma posição  $\vec{x}$ , o valor instantâneo da variável é expressa em função do componente médio ( $\bar{\phi}$ ) e o componente de flutuação ( $\phi'$ ) conforme a Equação 21.

$$\phi(x, t) = \bar{\phi}(x, t) + \phi'(x, t) \quad (21)$$

A velocidade, a pressão e a temperatura podem ser expressas em termos de suas médias e respectivas flutuações, conforme mostrado na Equação 22.

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \bar{\vec{v}} + \vec{v}' \\ p &= \bar{p} + p' \end{aligned} \quad (22)$$

Determinando  $\bar{v}$  e  $v'$  na Equação 23.

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \bar{u}\mathbf{i} + \bar{v}\mathbf{j} + \bar{w}\mathbf{k} \\ \vec{v}' &= u'\mathbf{i} + v'\mathbf{j} + w'\mathbf{k} \end{aligned} \quad (23)$$

Como o escoamento em torno do corpo de Ahmed é incompressível, não há variação da densidade ( $\rho$ ), razão pela qual ela não está incluída nas variáveis da Equação 22. Ao substituir e fazer as médias das equações incompressíveis de continuidade e quantidade de movimento na Equação 22, obtém-se a Equação 24 e Equação 25:

$$\overline{\nabla \cdot [\rho (\vec{v} + \vec{v}')] = 0} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial}{\partial t} [\rho (\vec{v} + \vec{v}')] + \nabla \cdot \{\rho (\vec{v} + \vec{v}') (\vec{v} + \vec{v}')\}} &= -\nabla(\bar{p} + p') \\ &+ \nabla \cdot \{\mu[\nabla(\vec{v} + \vec{v}') + (\nabla(\vec{v} + \vec{v}'))^T]\} + \vec{f}_b \end{aligned} \quad (25)$$

Sendo respectivamente representada pelas equações 26 e 27.

$$\nabla \cdot [\rho \vec{v}] = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho \vec{v}] + \nabla \cdot \{\rho \overline{\vec{v}\vec{v}}\} = -\nabla p + \left[ \nabla \cdot \left( \vec{\tau} - \rho \overline{\vec{v}'\vec{v}'} \right) \right] + \vec{f}_b \quad (27)$$

Devido às flutuações, surgem termos não-lineares adicionais nas equações médias, resultando no aparecimento de seis incógnitas na equação de momento, associadas às componentes do tensor  $-\rho \overline{\vec{v}'\vec{v}'}$ . O tensor de tensões de Reynolds é definido de acordo com a Equação 28:

$$\tau^R = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{pmatrix} \quad (28)$$

Para solucionar as equações do RANS, é preciso lidar com as incógnitas associadas ao tensor de tensões, sendo este originado dos termos não-lineares da convecção. Ao modelar diretamente o tensor de tensões de Reynolds, considerando válida a hipótese de Boussinesq, que assume as tensões de Reynolds como uma função linear dos gradientes de velocidade média, permitindo assim, que os efeitos das flutuações sejam incluídos nos modelos de turbulência (Moukalled, 2016).

O tensor é então representado como uma função linear dos gradientes de velocidade média conforme Equação 29.

$$\tau^R = -\rho \overline{\vec{v}\vec{v}} = \mu_t \{ \nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T \} - \frac{2}{3} [\rho k + \mu_t (\nabla \cdot \vec{v})] [\mathbf{I}] \quad (29)$$

Considerando escoamento incompressível tem-se a Equação 30.

$$\tau^R = -\rho \overline{\vec{v}\vec{v}} = \mu_t \{ \nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T \} - \frac{2}{3} \rho k [\mathbf{I}] \quad (30)$$

Com  $k$  sendo a energia cinética turbulenta, representada na Equação 31.

$$k = \frac{1}{2} \overline{\vec{v}' \cdot \vec{v}'} \quad (31)$$

### 2.2.6 Modelo de Turbulência k-omega SST

Segundo Menter (1994) modelo de turbulência  $k - \omega$  SST, combina as características dos modelos de turbulência “Standard”  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$ , normalmente utilizado para modelar escoamentos com separação de camada limite e grandes gradientes adversos de pressão. Com base nessa combinação, pode-se utilizar um modelo similar ao  $k - \omega$  para regiões próximas a parede e um modelo similar ao “Standard”  $k - \epsilon$  para regiões distantes da camada. Portanto o modelo  $k - \omega$  SST consegue evitar o problema de sensibilidade das entradas de propriedades turbulentas na corrente livre dos modelos  $k - \omega$  e contornar o problema dos modelos  $k - \epsilon$  de operar com grandes gradientes de pressão.

Para desenvolvimento do equacionamento, o modelo “Standard”  $k - \epsilon$  é modificado em termos da taxa específica de dissipação  $\omega$ . O transporte da energia cinética turbulenta está apresentado na Equação 32.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v} k) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \rho \epsilon \quad (32)$$

E o transporte da dissipação de turbulência  $\epsilon$  na Equação 33.

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v} \epsilon) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \epsilon \right) + C_{1\epsilon} P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (33)$$

Substituindo  $\epsilon = C_\mu k \omega$ , na Equação 33, obtém-se a Equação 34.

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v} \omega) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right) + \frac{\gamma}{v_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + 2 \frac{\rho \sigma \omega^2}{\omega} \nabla k : \nabla \omega \quad (34)$$

A Equação 35 expressa o modelo padrão  $k - \omega$ .

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v} \omega) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right) + \frac{\gamma}{v_t} P_k - \beta \rho \omega^2 \quad (35)$$

Efetuada a junção entre os modelos multiplicando o termo adicional por  $(1 - F_1)$  chega se na Equação 36.

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla(\rho\vec{v}\omega) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla\omega \right) + \frac{\gamma}{v_t} P_k - \beta\rho\omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\rho\sigma\omega^2}{\omega} \nabla k : \nabla\omega \quad (36)$$

Para quando o  $F_1 = 0$  o termo adicional permanece e o modelo aplicado será similar ao "Standard"  $k - \epsilon$ , sendo o que ocorre em regiões distantes da parede. Quando  $F_1 = 1$ , o termo adicional será nulo, assim, o modelo aplicado é análogo ao  $k - \omega$ , o que ocorre em regiões próximas a parede. A função  $F_1$  está representada na Equação 37.

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (37)$$

A função  $F_1$  realiza a combinação das constantes empíricas dadas pela Equação 38.

$$\phi = F_1\phi_\omega + (1 - F_1)\phi_\epsilon \quad (38)$$

Na qual  $\phi_\omega$  é a constante do modelo  $k - \omega$  e  $\phi_\epsilon$  é a constante do modelo  $k - \epsilon$ . As constantes empíricas utilizadas pelo modelo  $k - \omega SST$  são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Constantes empíricas empregadas no modelo de turbulência  $k - \omega SST$ .

| Constante       | $\phi_\omega$ | $\phi_\epsilon$ |
|-----------------|---------------|-----------------|
| $\beta$         | 0,0750        | 0,0828          |
| $\beta^*$       | 0,09          | 0,09            |
| $\sigma_k$      | 0,5           | 1,0             |
| $\sigma_\omega$ | 0,5           | 0,856           |
| $\sigma_D$      | 0,0856        | 0,856           |
| $\alpha$        | 5/9           | 0,44            |

Fonte: Menter (1994).

A tangente hiperbólica presente na Equação 37 fornece uma transição suave entre os métodos  $k - \epsilon$  e o  $k - \omega$ . Sendo o termo  $\arg_1$ , apresentado na Equação 37, determinado através da Equação 39.

$$arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta \star \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}d^2} \right] \quad (39)$$

A partir dessa equação, nota-se que o argumento mencionado é afetado pela distância da parede, representada por  $d$ . Essa distância varia em cada elemento da malha, sendo que quanto maior o valor de  $d$ , maior será o valor do argumento, o que resulta em uma limitação da viscosidade. O termo  $CD_{k\omega}$  refere-se a parte positiva da difusão cruzada, como mostrado pela Equação 40.

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_D \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-10} \right) \quad (40)$$

Considerando  $S$  como o módulo do tensor médio de deformação. Para elevados valores de  $S$  e  $F_2$ , (expressa na Equação 40) a viscosidade será limitada, ou seja, seria reduzida próximo à parede, pois nesta região encontra-se uma tensão de cisalhamento muito alta, porém, com a viscosidade reduzida, a tensão cisalhante decresce rapidamente, obtendo assim a separação do escoamento. Para pequenos valores de  $S$  e  $F_2$ , a Equação 40 retorna à equação de viscosidade original, o que indica que o fluxo analisado se encontra distante da parede. A função  $F_2$  também utiliza a tangente hiperbólica para uma transição suave entre a viscosidade original e a viscosidade limitada. Novamente, o argumento depende da distância  $d$  em relação à parede como mostrado na Equação 41.

$$F_2 = \tanh (arg_2^2) \quad (41)$$

$$arg_2 = \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta \star \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right) \quad (42)$$

Quanto menor for o valor de  $d$ , maior será o valor do argumento, o que provoca um aumento em  $F_2$  o que também restringe a viscosidade.

O modelo de turbulência  $k - \omega SST$ , apesar de sua ampla aplicação e precisão em diversas situações, apresenta algumas limitações importantes. Sendo sensível às condições de contorno, especialmente para  $\omega$ , o que pode levar a resultados inconsistentes ou não físicos se essas condições não forem bem definidas. Além

disso, em regiões de alta turbulência longe das paredes, o modelo pode superestimar a dissipação, comprometendo a precisão em escoamentos completamente desenvolvidos ou altamente isotrópicos. Outra limitação é o custo computacional mais elevado em comparação com modelos mais simples, como “Standard”  $k - \epsilon$ , embora seja mais acessível que simulações LES ou DNS. Em relação as geometrias muito complexas ou com fenômenos turbulentos extremamente não lineares, o  $k - \omega SST$  pode não capturar completamente os detalhes do escoamento, exigindo validação com dados experimentais ou métodos mais avançados (Versteeg e Malalasekera, 2007).

## 2.3 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

### 2.3.1 Malha estruturada e não-estruturada

De acordo com Moukalled et all. (2016), um domínio geométrico pode ser discretizado usando um sistema de malha estruturada ou não estruturada. Em uma malha estruturada, os elementos tridimensionais são definidos por seus índices locais  $(i, j, k)$ , estas indicações permitem reduzir o uso de memória, pois é possível identificar a célula a partir de uma expressão matemática. Um sistema de malha estruturada oferece muitas vantagens em termos de codificação e desempenho, mas apresenta uma flexibilidade geométrica limitada. Maior flexibilidade na geração de malhas estruturadas pode ser alcançada utilizando múltiplos blocos para definir a geometria, com uma malha estruturada gerada para cada bloco, e de forma independente dos outros blocos.

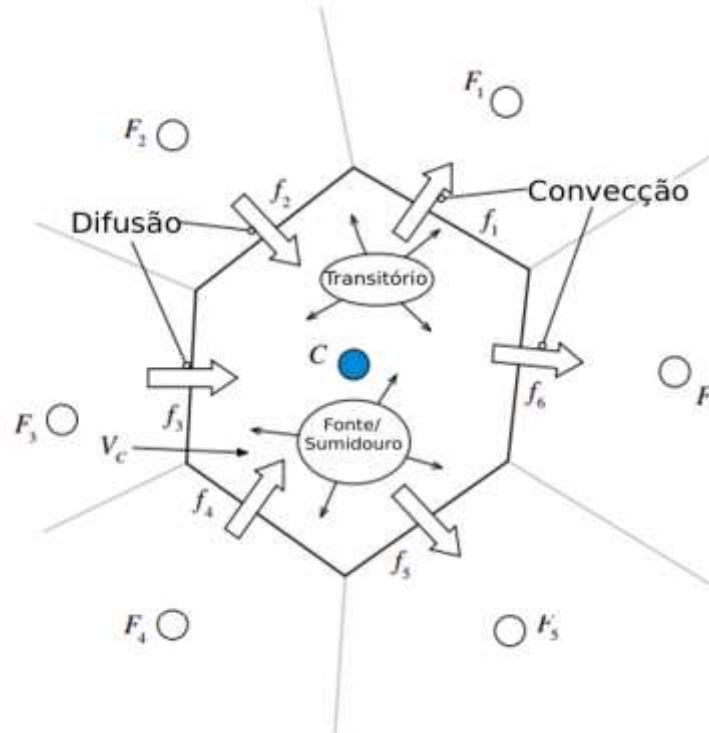
Em uma malha não estruturada, os elementos são numerados de forma sequencial com base nas entidades geométricas utilizadas, como faces ou nós. Diferente das malhas estruturadas, que seguem uma regra específica para conectar essas entidades em um conjunto com índices, as malhas não estruturadas não possuem um padrão fixo para essa conexão. Sendo constituída a partir seleção da entidade geométrica para um elemento específico. Esse tipo de malha proporciona maior flexibilidade devido à escolha e localização dos elementos, mas tende a ser mais complexo e ter um custo computacional maior em comparação com malhas estruturadas de mesma dimensão.

### 2.3.2 Equação Semi Discretizada

Integrando a equação geral da conservação (Equação 19) sobre o volume de controle no domínio subdividido que neste caso é o centro de um elemento representado na Figura 10, pode-se chegar à Equação 43.

$$\int_{V_c} \nabla \cdot (\rho v \phi) dV = \int_{V_c} \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV + \int_{V_c} Q^\phi dV \quad (43)$$

Figura 10 – Volume de controle em um elemento discreto.



Fonte: Moukalled et al. (2016).

Transformando as integrais de volume em integrais de superfície por meio do teorema de Gauss obtém-se a Equação 44.

$$\oint_{\partial V_c} (\rho v \phi) dS = \oint_{\partial V_c} (\Gamma \nabla \phi) dS + \int_{V_c} Q^\phi dV \quad (44)$$

Denominando os termos convectivos e difusivos como  $J^{\phi,C}$  (Equação 45) e  $J^{\phi,D}$  (Equação 46) respectivamente para simplificação e determinando o fluxo total como soma de ambos termos se obtém a Equação 47.

$$J^{\phi,C} = \rho v \phi \quad (45)$$

$$J^{\phi,D} = -\Gamma \phi \nabla \phi \quad (46)$$

$$J^{\phi} = J^{\phi,C} + J^{\phi,D} \quad (47)$$

Assim, ao substituir as integrais de superfície sobre o volume de controle pela soma dos termos de fluxo nas faces do elemento, segue as obtém-se as Equações 48, 49 e 50.

$$\oint_{\partial V_C} J^{\phi,C} \cdot dS = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left( \int_f (\rho v \phi) \cdot dS \right) \quad (48)$$

$$\oint_{\partial V_C} J^{\phi,D} \cdot dS = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left( \int_f (\Gamma \phi \nabla \phi) \cdot dS \right) \quad (49)$$

$$\oint_{\partial V_C} J^{\phi} \cdot dS = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left( \int_f J_f^{\phi} \cdot dS \right) \quad (50)$$

Considerando apenas um ponto de integração na face, obtém-se a Equação 51.

$$\sum_{f \sim \text{nb}(C)} (\rho v \phi - \Gamma \phi \nabla \phi)_f \cdot S_f = Q_V^{\phi} V_C \quad (51)$$

Portando o fluxo de  $\phi$  pode ser representado por uma parte não-linear e por outra linear, como na Equação 52.

$$J_f^{\phi} \cdot S_f = \text{Flux} T_f = \text{Flux} C_f \phi_C + \text{Flux} F_f \phi_F + \text{Flux} V_f \quad (52)$$

Na qual o segundo termo refere-se ao fluxo total para face  $f$ , o terceiro termo ao coeficiente de linearização do fluxo para  $C$ , o penúltimo termo ao coeficiente de linearização do fluxo para  $F$  e o ultimo termo sendo a parte não linearizada. Substituindo a Equação 52 na Equação 51 se obtém o fluxo linearizado na Equação 53.

$$\begin{aligned} \sum_{f \sim nb(C)} (J_f^\phi \cdot S_f) &= \sum_{f \sim nb(C)} (Flux T_f) \\ &= \sum_{f \sim nb(C)} (Flux C_f \phi_C + Flux F_f \phi_F + Flux V_f) \end{aligned} \quad (53)$$

Para a linearização do termo fonte segue a Equação 54.

$$Q_C^\phi V_C = Flux T = Flux C \phi_C + Flux V \quad (54)$$

Com base nas Equações 52, 53 e 54, se obtém a Equação 55.

$$a_C \phi_C + \sum_{f \sim nb(C)} (a_F \phi_F) = b_C \quad (55)$$

Sendo  $a_C$ ,  $a_F$  e  $b_C$  dados na Equação 56.

$$\begin{aligned} a_C &= \sum_{f \sim nb(C)} Flux C_f + Flux C \\ a_F &= Flux F_f \\ b_C &= - \sum_{f \sim nb(C)} Flux V_f + Flux V \end{aligned} \quad (56)$$

Para discretização do termo difusivo, se considera apenas a parte difusiva da Equação 44, e convertendo a integral de volume para integral de superfície pelo teorema de Gauss obtém-se a Equação 57.

$$\oint_{\partial V_C} (\Gamma^\phi \nabla \phi) \cdot dS = \sum_{f \sim nb(C)} \int_f (-\Gamma^\phi \nabla \phi)_f \cdot dS \quad (57)$$

Por meio da regra do ponto médio se pode aproximar a integral da Equação 57, chegando a equação discretizada do termo difusivo, como mostrado na Equação 58.

$$\sum_{f \sim nb(C)} S_f \cdot (\overline{\Gamma_\phi \nabla \phi})_f = \sum_{f \sim nb(C)} S_f \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi)_f \quad (58)$$

Agora para a discretização do termo convectivo se considera apenas a parte convectiva da Equação 44 e convertendo a integral de volume para integral de superfície pelo teorema de Gauss, se chega a Equação 59.

$$\oint_{\partial V_C} (\rho v \phi) \cdot dS = \sum_{f \sim nb(C)} \int_{V_C} (\rho v \phi)_f \cdot dS \quad (59)$$

Novamente por meio da regra do ponto médio pode-se aproximar a integral da Equação 59, chegando a equação discretizada do termo convectivo, como mostrado na Equação 60.

$$\sum_{f \sim nb(C)} S_f \cdot (\overline{\rho v \phi})_f = \sum_{f \sim nb(C)} S_f \cdot (\rho v \phi)_f \quad (60)$$

Portanto para chegar o termo fonte, considerando  $Q^\phi$  como constante ou com variação linear dentro do volume de controle, se obtém a Equação 61. Na qual  $S_c$  corresponde a parte constante do termo fonte e  $S_p$  representa a parte não linear.

$$\int_{V_C} Q^\phi dV = S_c Q_c + S_p Q_c \phi_c \quad (61)$$

### 2.3.3 O esquema de diferenças centrais

Para o esquema das diferenças centrais, assume-se  $\phi$  varie linearmente e considerando  $f$  como um ponto no centroide da face do elemento, obtém-se a Equação 62.

$$\phi_f = f_x \phi_c + (1 - f_x) \phi_N \quad (62)$$

Na qual  $f_x$  é determinado pela Equação 63.

$$f_x = \frac{|\vec{x}_f| |\vec{x}_N|}{|d|} \quad (63)$$

Sendo  $\vec{x}_f$  o vetor posição no centroide da face do elemento e  $\vec{x}_N$  o vetor posição do elemento vizinho. Segundo Moukalled et al. (2016) o processo de difusão é influenciado tanto pelas condições a montante quanto a jusante, enquanto a convecção é um fenômeno direcional que transporta a propriedade exclusivamente na direção do fluxo. Dado que a relação linear trata a contribuição a montante e a jusante como equivalentes, o método de diferenças centrais é mais adequado para a difusão. Para se obter o limite do esquema de diferenças centrais pode ser utilizado o número de Peclet, na Equação 64.

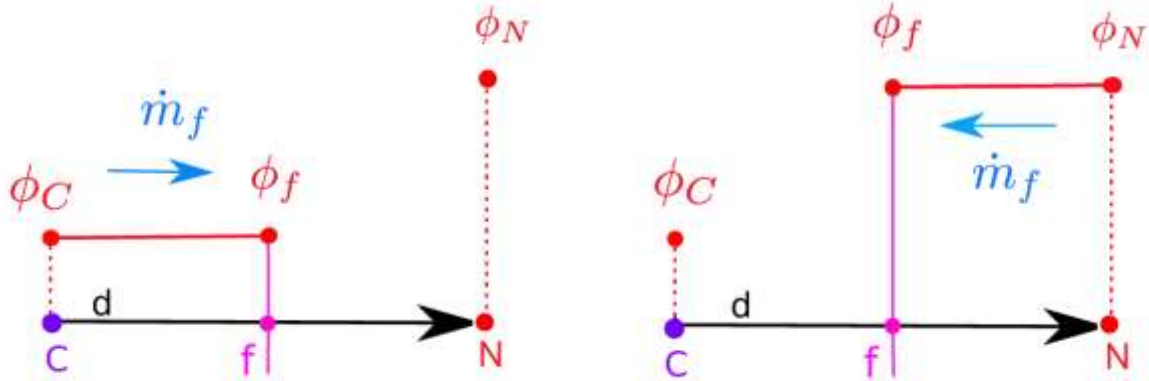
$$Pe = \frac{\rho u \delta x}{\Gamma \phi} \quad (64)$$

Para baixos valores de  $Pe$ , este esquema, principalmente por ser de segunda ordem apresenta boa acurácia. Porém, para valores de  $Pe$  maiores que 2, o método de discretização por diferenças centrais torna-se inconsistente com alta instabilidade. Portanto, em escoamentos de alta velocidade, é necessário usar elementos de malha menores, o que resulta em um aumento do custo computacional devido à aplicação do esquema de diferenças centrais em problemas dominados por convecção (MOUKALLED et al. 2016).

#### 2.3.4 Esquema “Upwind” e “linearUpwind”

O esquema "Upwind" tem formulação que considera apenas a discretização do termo convectivo pois ele torna o valor da célula dependente do valor nodal a montante, ou seja, depende da direção do escoamento, para um ponto  $f$  no centroide da face do elemento, como ilustrado na Figura 11, chegando a Equação 65.

Figura 11 – Ilustração do esquema “Upwind”.



Fonte: Guerrero e Bargiacchi, (2014).

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_C & \text{se } \dot{m}_f > 0 \\ \phi_N & \text{se } \dot{m}_f < 0 \end{cases} \quad (65)$$

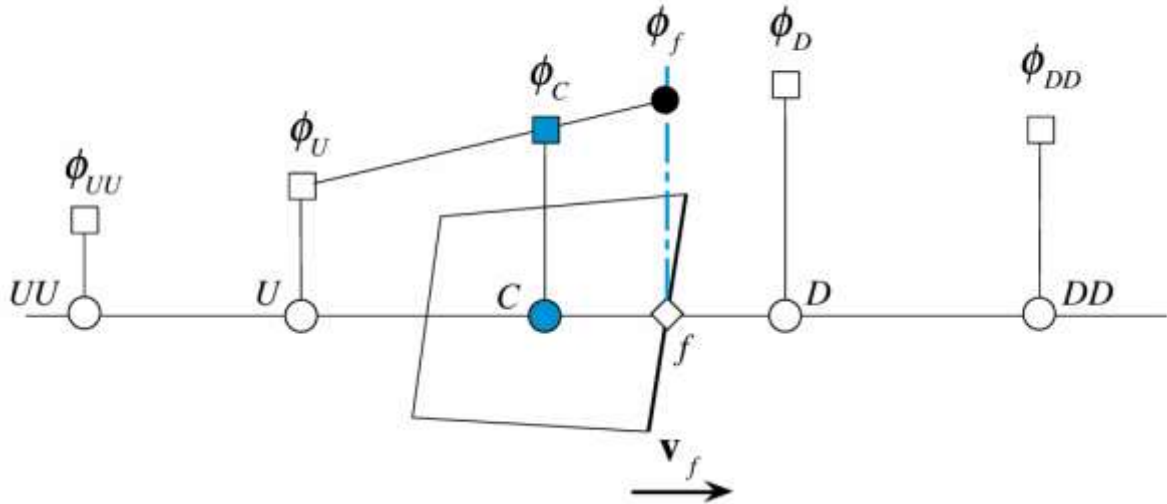
Determinando  $\dot{m}_f$  pela Equação 66, na qual  $S_f$  corresponde ao vetor normal da superfície da face  $f$ .

$$\dot{m}_f = (\rho \vec{v} \cdot \vec{S})_f = (\rho u S)_f \quad (66)$$

Nos casos em que se tem baixos valores de  $Pe$  o esquema “Upwind” pode não ser tão preciso quanto o esquema de diferenças centrais, por ter precisão de primeira ordem, sendo que o esquema de diferenças centrais tem precisão de segunda ordem. Logo, para valores de  $Pe$  relativamente altos o esquema “Upwind” se torna mais viável mesmo com acurácia de primeira ordem (MOUKALLED et al. 2016).

O esquema “linearUpwind”, é um esquema de segunda ordem que exige o uso de um perfil linear, assim como no caso do esquema de diferenças centrais. No entanto, em vez de um perfil simétrico, é utilizado um stencil com viés a favor do escoamento. Conforme ilustrado na Figura 12, o perfil linear é construído utilizando os valores de  $\phi$  nos nós  $C$  e  $U$ . Assim, o valor na face é calculado por extrapolação, em vez de interpolação (MOUKALLED et al. 2016).

Figura 12 – Ilustração do esquema “linearUpwind”.



Fonte: Moukalled et al. (2016).

Em altos números de  $Pe$ , as únicas soluções estáveis são aquelas obtidas pelos esquemas a favor do escoamento “Upwind” e “linearUpwind”, cujos perfis são quase idênticos, de modo que o “linearUpwind” tem um equilíbrio superior entre acurácia e estabilidade (MOUKALLED et al. 2016). Devido a estas considerações neste trabalho foi utilizado o esquema “linearUpwind”.

### 2.3.5 Discretização do termo fonte

De acordo com Moukalled et al. (2016), o termo fonte está presente nas equações governantes e nas equações de transporte de propriedades turbulentas, influenciando também na estabilidade computacional. Normalmente os valores negativos do sumidouro são tratados de forma implícita, enquanto os valores positivos de fonte são tratados de forma explícita. Tal termo fonte pode ser representado sendo uma função da variável dependente  $\phi$  para um elemento  $C$ , como na Equação 67.

$$Q_C^\phi = Q(\phi_C) \quad (67)$$

Assim, o termo fonte pode ser calculado de forma explícita com base nos valores de  $\phi$  das iterações anteriores. Sendo que quanto mais significativa for a influência do termo fonte nas equações governantes, maior será o impacto negativo

sobre a taxa de convergência. Aplicando a expansão da série de Taylor se obtém a Equação 68.

$$\begin{aligned} Q(\phi_c) &= Q(\phi_c^{t-\Delta t}) + \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_c}\right)^{t-\Delta t} (\phi_c - \phi_c^{t-\Delta t}) \\ &= \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_c}\right)^{t-\Delta t} \phi_c + Q(\phi_c^{t-\Delta t}) - \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_c}\right)^{t-\Delta t} \phi_c^{t-\Delta t} \end{aligned} \quad (68)$$

Sendo o primeiro termo da equação referente a parte implícita e os demais termos a parte explícita. Partindo da forma discreta da equação de conservação geral, o termo fonte pode ser expresso como na Equação 69.

$$a_c \phi_c + \sum_{f \sim nb(C)} (a_f \phi_f) = Q_c^\phi V_c \quad (69)$$

Substituindo a Equação 68 na Equação 69, pode-se chegar a Equação 70.

$$\begin{aligned} Q_c^\phi V_c &= \iint_{V_c} Q_c^\phi dV = \iint_{V_c} \left(\frac{\partial Q_c}{\partial \phi_c}\right)^{t-\Delta t} \phi_c dV \\ &\quad + \iint_{V_c} \left(Q_c^{t-\Delta t} - \frac{\partial Q_c}{\partial \phi_c} \phi_c^{t-\Delta t}\right) dV \\ &= \left(\frac{\partial Q_c}{\partial \phi_c} V_c\right)^{t-\Delta t} \phi_c + \left(Q_c^{t-\Delta t} - \frac{\partial Q_c}{\partial \phi_c} \phi_c^{t-\Delta t}\right) V_c = F_c C_c \phi_c + Flux_c \end{aligned} \quad (70)$$

Assim, chegando a Equação 71.

$$[a_c - Flux C_c] \phi_c + \sum_{f \sim nb(C)} a_f \phi_f = Flux V_c \quad (71)$$

### 2.3.6 Equação Transiente Semi-Discretizada

De acordo com Moukalled (2016), para o estado não-estacionário, o termo temporal na Equação 19 é mantido e, além de integrar sobre o volume do elemento, também é necessária a integração ao longo do tempo. Nesse caso, a equação integrada torna-se a Equação 72.

$$\begin{aligned}
& \int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[ \sum_{f \sim nb(C)} \left( \int_f (\rho \vec{v}\phi)_f \cdot dS \right) \right] dt \\
& - \int_t^{t+\Delta t} \left[ \sum_{f \sim nb(C)} \left( \int_f (\Gamma \nabla \phi)_f \cdot dS \right) \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{V_c} Q^\phi dV \right] dt
\end{aligned} \tag{72}$$

Para malhas fixas, onde o volume e a superfície de cada elemento são constantes no tempo, o primeiro termo pode ser integrado como na Equação 73.

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV dt = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{V_c} \rho\phi dV \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\overline{\rho\phi})}{\partial t} V_c dt \tag{73}$$

Onde  $\overline{\rho\phi}$  é dado pela Equação 74.

$$\overline{\rho\phi}_c = \frac{1}{V_c} \int_{V_c} \rho\phi dV = (\rho\phi)_c + O(\Delta^2) \tag{74}$$

Substituindo de volta, a Equação 72 reduz-se a Equação 75.

$$\begin{aligned}
& \int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} V_c dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[ \sum_{f \sim nb(C)} \left( \int_f (\rho \vec{v}\phi)_f \cdot dS \right) \right] dt \\
& - \int_t^{t+\Delta t} \left[ \sum_{f \sim nb(C)} \left( \int_f (\Gamma \nabla \phi)_f \cdot dS \right) \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{V_c} Q^\phi dV \right] dt
\end{aligned} \tag{75}$$

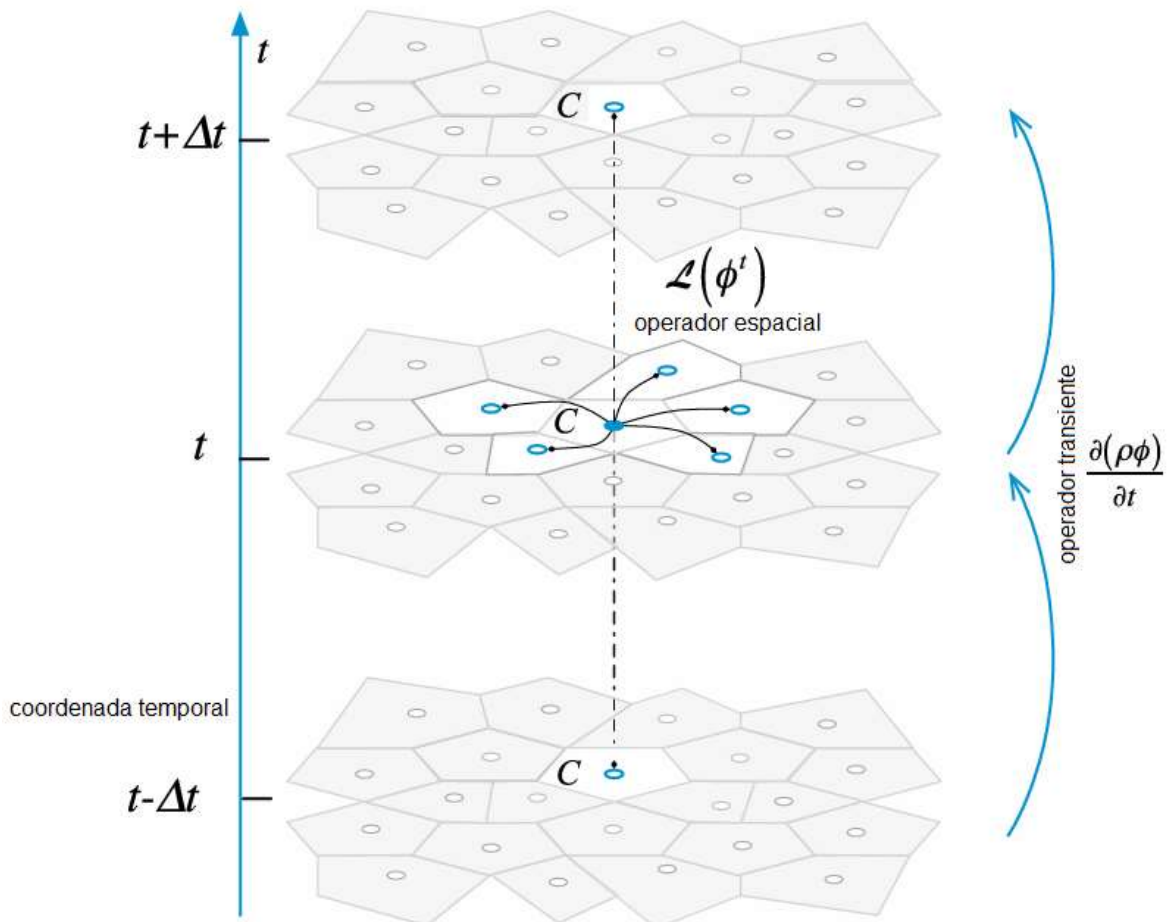
Assim, usando a regra do ponto médio, se chega a Equação 76.

$$\begin{aligned}
& \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} V_c dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[ \sum_{f \sim nb(C)} (\rho \vec{v}\phi)_f S_f \right] dt - \int_t^{t+\Delta t} \left[ \sum_{f \sim nb(C)} ((\Gamma \nabla \phi)_f S_f) \right] dt \\
& = \int_t^{t+\Delta t} Q_c^\phi V_c dt
\end{aligned} \tag{76}$$

### 2.3.7 Discretização temporal

Segundo Moukalled (2016), para simulações transitórias, as equações governantes são discretizadas tanto no espaço quanto no tempo. Enquanto a discretização espacial é realizada no domínio espacial, como feito em estado estacionário, a discretização temporal envolve definir uma coordenada de tempo ao longo da qual a derivada (para o método de diferenças finitas) ou a integral (para o método de volumes finitos) do termo transitório é avaliada. A Figura 13 ilustra este processo.

Figura 13 – Coordenada temporal, operadores transiente e espacial.



Fonte: Moukalled et al. (2016).

Em geral, a expressão para o comportamento transiente, ou evolução temporal, de uma variável é governada pela Equação 77.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \mathcal{L}(\phi) = 0 \quad (77)$$

Onde a função  $\mathcal{L}(\phi)$  é um operador espacial que inclui todos os termos não transitórios (convecção, advecção, termos fontes, etc) e  $\partial(\rho\phi)/\partial t$  é o operador transiente. Ambos mostrados na Figura 13.

Integrando a Equação 77 sobre um elemento  $C$ , obtém-se a Equação 78.

$$\int_{V_C} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{V_C} \mathcal{L}(\phi) dV = 0 \quad (78)$$

Que, após uma discretização espacial sobre o centroide do volume, se torna a Equação 79.

$$\frac{\partial(\rho_C \phi_C)}{\partial t} V_C + \mathcal{L}(\phi_C^t) = 0 \quad (79)$$

Onde  $V_C$  é o volume do elemento de discretização e  $\mathcal{L}(\phi_C^t)$  é o operador de discretização espacial expresso em um tempo de referência  $t$ , que pode ser escrito na forma algébrica como a Equação 80.

$$\mathcal{L}(\phi_C^t) = a_C \phi_C^t + \sum_{F \sim NB(C)} a_F \phi_F^t - b_C \quad (80)$$

Na Equação 80, a condição estacionária é recuperada quando  $t \rightarrow \infty$ . Isso também é verdadeiro quando o estado estacionário é alcançado por meio de integração no tempo, ou seja, quando  $\phi_C^{t+\Delta t} = \phi_C^t$ . Isso garante que a solução obtida quando o estado estacionário é alcançado seja a mesma que teria sido obtida se o problema tivesse sido resolvido diretamente como um problema de estado estacionário.

#### 2.3.7.1 Esquema Backward Euler de Segunda Ordem

Utilizando o perfil de interpolação “Upwind” de segunda ordem, os valores de  $\rho\phi$  na interface são aproximados como na Equação 81 e Equação 82.

$$(\rho_C \phi_C)^{t+\Delta t/2} = \frac{3}{2} (\rho_C \phi_C)^t - \frac{1}{2} (\rho_C \phi_C)^{t-\Delta t} \quad (81)$$

$$(\rho_C \phi_C)^{t-\Delta t/2} = \frac{3}{2} (\rho_C \phi_C)^{t-\Delta t} - \frac{1}{2} (\rho_C \phi_C)^{t-2\Delta t} \quad (82)$$

A equação transiente semidiscretizada, com todos os termos divididos pelo volume do elemento temporal,  $\Delta t$ , é apresentado na Equação 83.

$$\frac{(\rho_C \phi_C)^{t+\Delta t/2} - (\rho_C \phi_C)^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} V_C + L(\phi_C^t) = 0 \quad (83)$$

Substituindo as Equações 81 e 82 na Equação 83, é obtida a Equação 84 do campo  $\rho\phi$  discretizado.

$$\frac{3(\rho_C \phi_C)^t - 4(\rho_C \phi_C)^{t-\Delta t} (\rho_C \phi_C)^{t-2\Delta t}}{2\Delta t} V_C + L(\phi_C^t) = 0 \quad (84)$$

Nesse esquema, os valores de  $\rho\phi$  precisam ser armazenados para dois passos de tempo anteriores, com seus coeficientes de linearização dados pela Equação 85.

$$\begin{aligned} FluxC &= \frac{3\rho_C V_C}{2\Delta t} \\ FluxC^\circ &= \frac{2\rho_C^\circ V_C}{\Delta t} \\ FluxV &= \frac{\rho_C^{\circ\circ} V_C \phi_C^{\circ\circ}}{2\Delta t} \end{aligned} \quad (85)$$

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 DEFINIÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL

O software utilizado neste trabalho para a geração de malhas e simulações foi o OpenFOAM 2206<sup>1</sup>. O OpenFOAM é um software de código aberto, licenciado sob a GNU General Public License. Desenvolvido em C++, este software é amplamente utilizado para análise de pré-processamento e pós-processamento em Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD).

Como o objetivo do estudo consiste em comparar os resultados com os de Martins e Aranda (2022) e Almeida (2023), os mesmos parâmetros serão utilizados, assim, assumiu-se a velocidade do escoamento na corrente livre  $v_l$  de  $0,0151\text{m/s}$ . Sendo o fluido considerado no escoamento água a  $25^\circ\text{C}$ , que apresenta a uma massa específica ( $\rho$ ) de  $997\text{kg/m}^3$  e viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) de  $8,90 \cdot 10^{-4}\text{N} \cdot \text{s/m}^2$  de acordo com o Fox, McDonald e Pritchard (2010). O número de Reynolds utilizado foi de  $2,06 \cdot 10^{-3}$ , de acordo com os trabalhos citados anteriormente.

Quanto ao domínio computacional, este foi baseado no túnel hidrodinâmico utilizado por Martins e Aranda (2022), tendo as seguintes dimensões: 200 mm de largura, 300 mm de altura e 1200 mm de comprimento. As geometrias utilizadas também seguiram os mesmos padrões como os três valores da razão de lacuna: 0.5, 1.0 e 1.5, onde essa razão é definida como  $g/h$ , sendo  $g$  a distância entre os corpos e  $h$  a altura do modelo. E os ângulos de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $35^\circ$ .

#### 3.2 MODELAGEM E GERAÇÃO DA MALHA

A geração de malha foi realizada no OpenFOAM sendo que este oferece diversas ferramentas para criar e manipular malhas. Neste trabalho foram utilizados os geradores de malha blockMesh e o snappyHexMesh.

O blockMesh gera malhas estruturadas de blocos hexaédricos sendo útil para geometrias simples (como cubos e domínios prismáticos) e permite especificar a resolução da malha em cada direção. No entanto, tem limitações para domínios mais

---

<sup>1</sup> <https://www.openfoam.com/news/main-news/openfoam-v2206>

complexos. Sendo utilizado neste trabalho como gerador da malha de fundo para posterior refinamento com o snappyHexMesh.

O snappyHexMesh, por sua vez, um gerador de malhas não-estruturadas que pode trabalhar com geometrias complexas utilizando uma malha de fundo gerada pelo blockMesh e depois adaptando essa malha iterativamente ao redor de uma superfície importada.

Para melhor controle da geração de malha, foi utilizado dois dicionários para o snappyHexMesh. No primeiro dicionário constava a etapa do castellatedMesh controls e snap controls que configuram o primeiro estágio de refinamento, onde a malha é ajustada para coincidir com a geometria e alinham as células da malha com a superfície da geometria. O segundo dicionário continha o addLayers controls que permite configurar a adição de camadas ao longo das superfícies, essencial para capturar o comportamento da camada-limite, detalhada nas equações logo a seguir.

Para o cálculo da quantidade de camadas necessárias para o refinamento da malha na região da camada limite parte-se do coeficiente de fricção ( $C_f$ ) para número de Reynolds abaixo de  $10^9$  dado pela Equação 86 obtida em (FÖRSTE, 1980).

$$C_f = [2 \log_{10}(R_{ex} - 0,65)]^{-2,3} \quad (86)$$

A partir do coeficiente de fricção, a tensão de cisalhamento na parede ( $\tau_w$ ) pode ser obtida como indicado na Equação 87.

$$\tau_w = C_f \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (87)$$

Assim, se determinar a velocidade de fricção ( $u_*$ ) conforme na Equação 88.

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (88)$$

O valor de  $y^+$ , que representa a distância adimensional a partir da parede, é definido pelo modelo de turbulência. Sendo para  $k - \omega$  SST, o valor é igual a 1. Portanto, a altura do primeiro elemento em relação à parede é dada pela Equação 89.

$$y = \frac{y^+ \mu}{\rho u_*} \quad (89)$$

Nesse caso, a espessura da camada limite pode ser determinada usando a Equação 90.

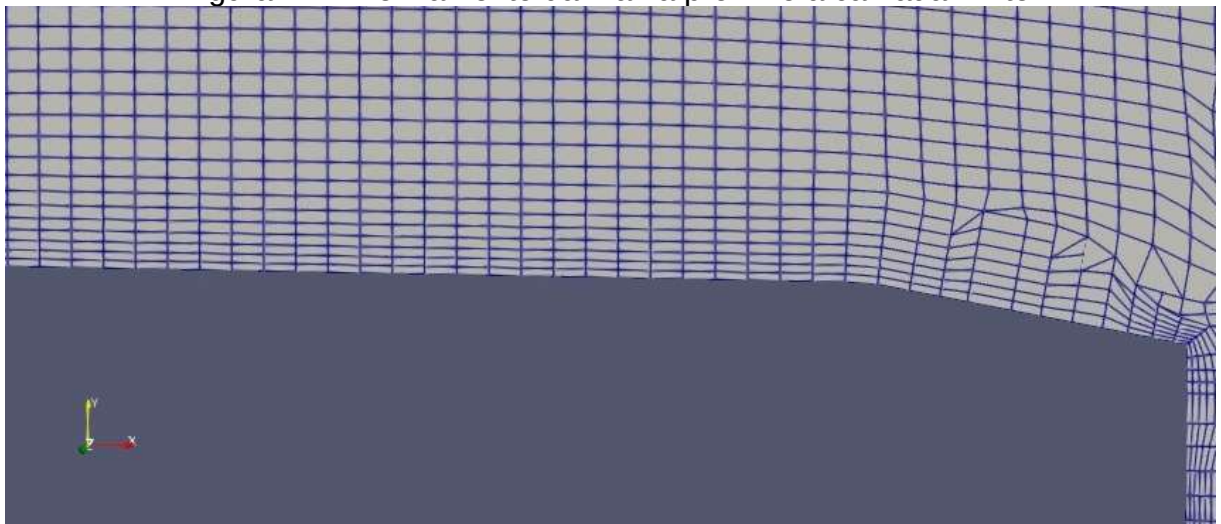
$$\frac{\delta}{x} = \frac{0,382}{R_{ex}^{1/5}} \quad (90)$$

Permitindo assim calcular o número de camadas da camada limite conforme estabelecido na Equação 91, onde (R) é a razão de crescimento.

$$n \geq \log_R \left( \frac{\delta(R-1)}{x} + 1 \right) \quad (91)$$

Com base nos parâmetros mencionados e aplicando as Equações de 86 a 91, o número necessário de camadas para formar a camada limite é 8. A Figura 14 mostra o refinamento obtido próximo a parede do corpo.

Figura 14 – Refinamento da malha próximo a camada limite.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para validação da malha foi realizado uma análise do Índice de Convergência de Malha (GCI), sua metodologia baseia-se em simulações com diferentes refinamentos de malha, calculando a taxa de convergência e a incerteza associada. O GCI garante a confiabilidade dos resultados e avalia se a malha é suficientemente

refinada para capturar os fenômenos físicos com precisão, otimizando o custo computacional. Neste trabalho foi realizada para o caso do comboio de 35° e razão de espaçamento de 1,5, após obtido uma malha convergente, as mesmas configurações para geração de malha foram utilizadas para os demais casos.

### 3.3 CONFIGURAÇÃO DOS SOLVERS

Dado o objetivo deste trabalho o solucionador utilizado foi o `pimpleFoam`, projetado para simulações transientes, solucionando o domínio ao longo do tempo. Este solucionador consiste em uma combinação dos métodos PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators), usado em simulações transientes e do método SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) normalmente utilizado para simulações em regime permanente. Combinando iterações PISO e SIMPLE possibilitam resolver problemas complexos e transientes com ajustes mais precisos de convergência.

O `fvSchemes` é um dicionário que especifica os métodos de discretização dos termos diferenciais das equações. Este arquivo disponibiliza uma variedade de esquemas para ajustar os parâmetros conforme as necessidades de cada problema, permitindo que o usuário realize as modificações necessárias. O dicionário `fvSchemes` está apresentado no Apêndice A.

A seção `ddtSchemes` define o método de discretização para a derivada temporal, responsável por representar as mudanças ao longo do tempo. Aqui, o método escolhido foi o `backward`. Na seção `gradSchemes` o método utilizado foi o `Gauss linear`, que interpola valores linearmente

A discretização para operadores de divergência, usados para fluxos convectivos e termos de transporte turbulento é definida na seção `divSchemes`. A configuração `div(phi,U) bounded Gauss linearUpwindV grad(U)` aplica um esquema de interpolação "linearUpwind" limitado. Na discretização do Laplaciano (`laplacianSchemes`) o método empregado foi `Gauss linear corrected`. Foi aplicado o esquema de interpolação linear para o `interpolationSchemes`.

Para o gradiente normal de superfície `snGradSchemes` o esquema empregado foi o "corrected". O campo `wallDist` especifica o método para calcular a distância até a parede em cada célula, uma medida essencial em simulações que utilizam modelos

de turbulência próximos às paredes, que neste caso trata-se do meshWave, um método topológico que é aplicado a todas as células.

O fvSolution é um dicionário que fornece diretrizes para resolver o sistema de equações discretizadas, incluindo informações sobre os métodos utilizados na solução e critérios de convergência, como tolerâncias e o número máximo de iterações.

Para resolver a pressão  $p$ , o método utilizado foi o GAMG (Generalized Geometric Algebraic Multigrid) com suavizador DICGaussSeidel, tolerância absoluta de  $1.10^{-8}$  e tolerância relativa de 0,001. O tamanho aproximado da malha com pior nível em termos de elementos nCellsInCoarsestLevel é de 1000.

Tanto para a resolução da velocidade ( $U$ ), quanto para a energia cinética turbulenta ( $k$ ) e sua taxa de dissipação ( $\omega$ ), o método aplicado é o smoothSolver symGaussSeidel com tolerância absoluta de  $1.10^{-8}$  e tolerância relativa igual a 0,001.

No fvSolutions há dois subdicionários adicionais, sendo eles o pimpleFoam e relaxationFactors. O subdicionário PIMPLE configura o comportamento do método de solução iterativa usado no OpenFOAM para resolver sistemas de equações e o relaxationFactors é usado para controlar o relaxamento das variáveis durante o processo iterativo. Definindo o quanto as variáveis, como pressão ( $p$ ), velocidade ( $U$ ) e turbulência ( $k$  e  $\omega$ ), são suavizadas a cada iteração. O dicionário fvSolution é apresentado no Apêndice A.

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As tabelas 2 e 3 a seguir apresentam os números de elementos de malha obtidos para cada geometria. A Tabela 2, para o ângulo de traseira de  $10^\circ$  e variação da razão de distância  $g/h$  entre os corpos do comboio e a Tabela 3 com a razão de 0,5 e variação dos ângulos de traseira.

Tabela 2 – Número de elementos de malha para corpos Ahmed em comboio com ângulo de  $10^\circ$  com variação da razão de distância  $g/h$ .

| $g/h$ | $10^\circ$ |
|-------|------------|
| 0,5   | 1691906    |
| 1,0   | 1749391    |
| 1,5   | 1820281    |

Fonte: Elaborado pelo Autor.

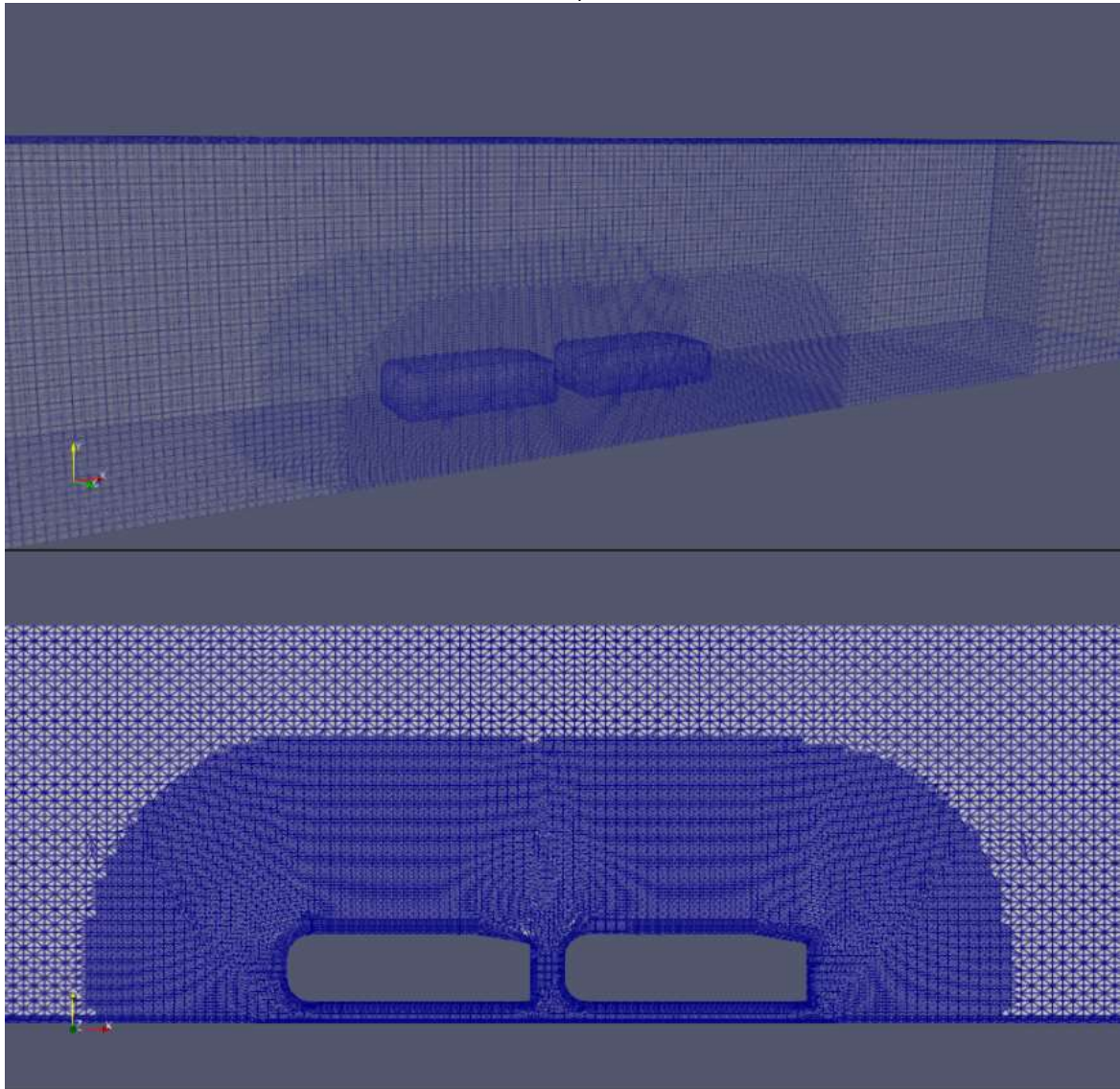
Tabela 3 – Número de elementos de malha para corpos Ahmed em comboio com razão de distância de 0,5 e variação dos ângulos de traseira.

| $g/h$ | $10^\circ$ | $20^\circ$ | $30^\circ$ | $35^\circ$ |
|-------|------------|------------|------------|------------|
| 0,5   | 1691906    | 1644769    | 1696572    | 1641440    |

Fonte: Elaborado pelo Autor.

A Figura 15 apresenta a malha obtida para o ângulo de traseira de  $10^\circ$  e razão de distância de 0,5, na qual pode ser observado o maior grau de refinamento obtido nas superfícies e o aumento gradual dos elementos conforme se afastam do corpo.

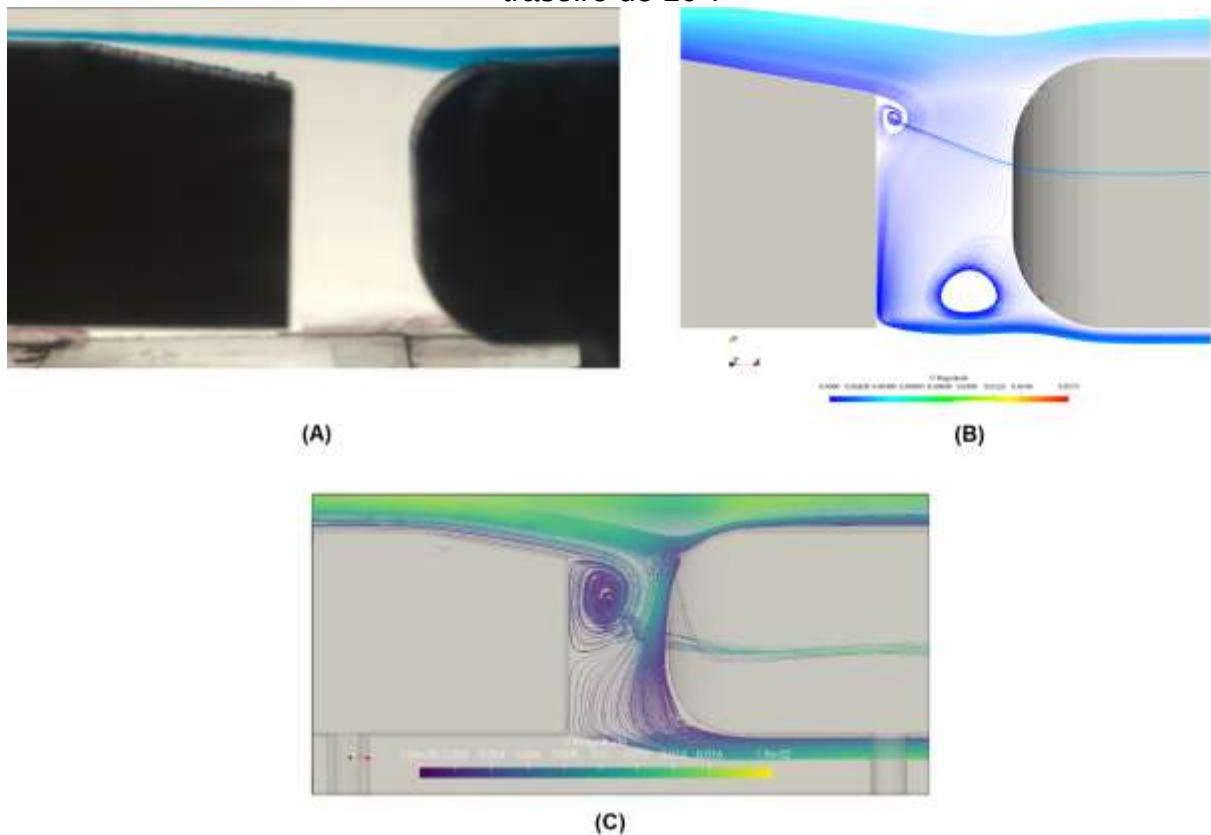
Figura 15 – Detalhamento da malha obtida para ângulo de  $10^\circ$  e razão de distância de 0,5.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

A Figura 16(A) apresenta o resultado experimental obtido por Martins e Aranda (2022), em seguida a Figura 16(B) mostra o resultado número feito com solucionador estacionário simpleFoam com modelo de turbulência  $k - \omega SST$ , obtido por Almeida (2023) e logo abaixo a Figura 16(C) apresenta o resultado numérico obtido pelo solucionador transiente pimpleFoam.

Figura 16 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de  $10^\circ$ .



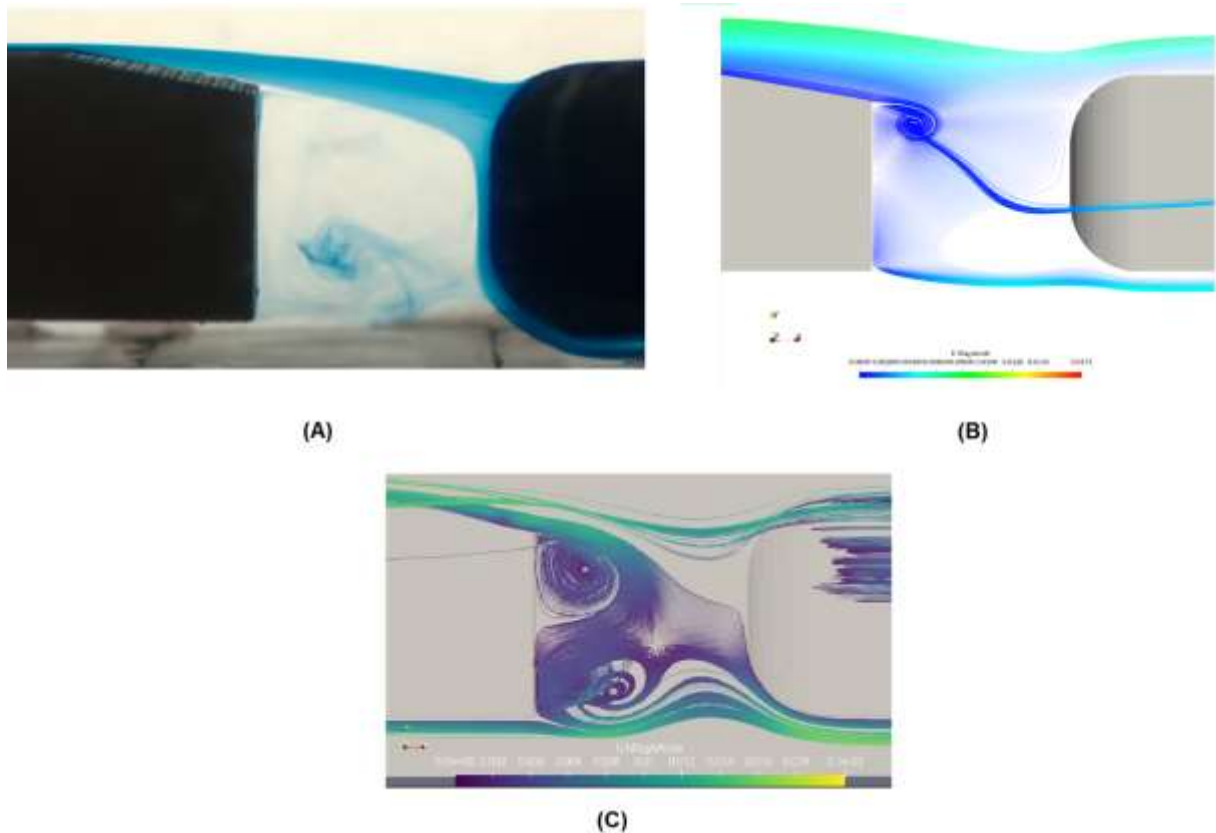
Fonte:Elaborado pelo Autor .

Legenda: (A) Resultado experimental obtido por Martins e Aranda (2022); (B) Resultado numérico obtido com solucionador estacionário por Almeida (2023). (C) Resultado numérico obtido por solucionador transiente.

Na Figura 16(A) considerando um ângulo de inclinação traseira de  $10^\circ$  não apresenta uma região de esteira visível, indicando que este caso possui baixo arrasto para uma razão de espaçamento fixa de 0,5, além de não haver caracterização de vórtices entre os corpos, possivelmente devido ao corante não ter atingido essa região. Para a Figura 16(B) o resultado numérico estacionário já permite identificar a formação de dois vórtices transversais ao escoamento, um logo abaixo da inclinação traseira do primeiro corpo do comboio e outro logo abaixo da frente do segundo corpo do comboio. Para a Figura 16(C) é possível identificar apenas um vórtice transversal, localizado também abaixo da inclinação traseira do primeiro corpo do comboio, sendo mais protuberante se comparado com Figura 16(B) e mais semelhante ao Figura 16(A). Em todas estas situações não se identificou significativas separações de escoamento.

A Figura 17 apresenta o escoamento para a geometria de  $10^\circ$  e com razão de espaçamento  $g/h$  de 1,0.

Figura 17 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 1,0 e ângulo traseiro de  $10^\circ$ .



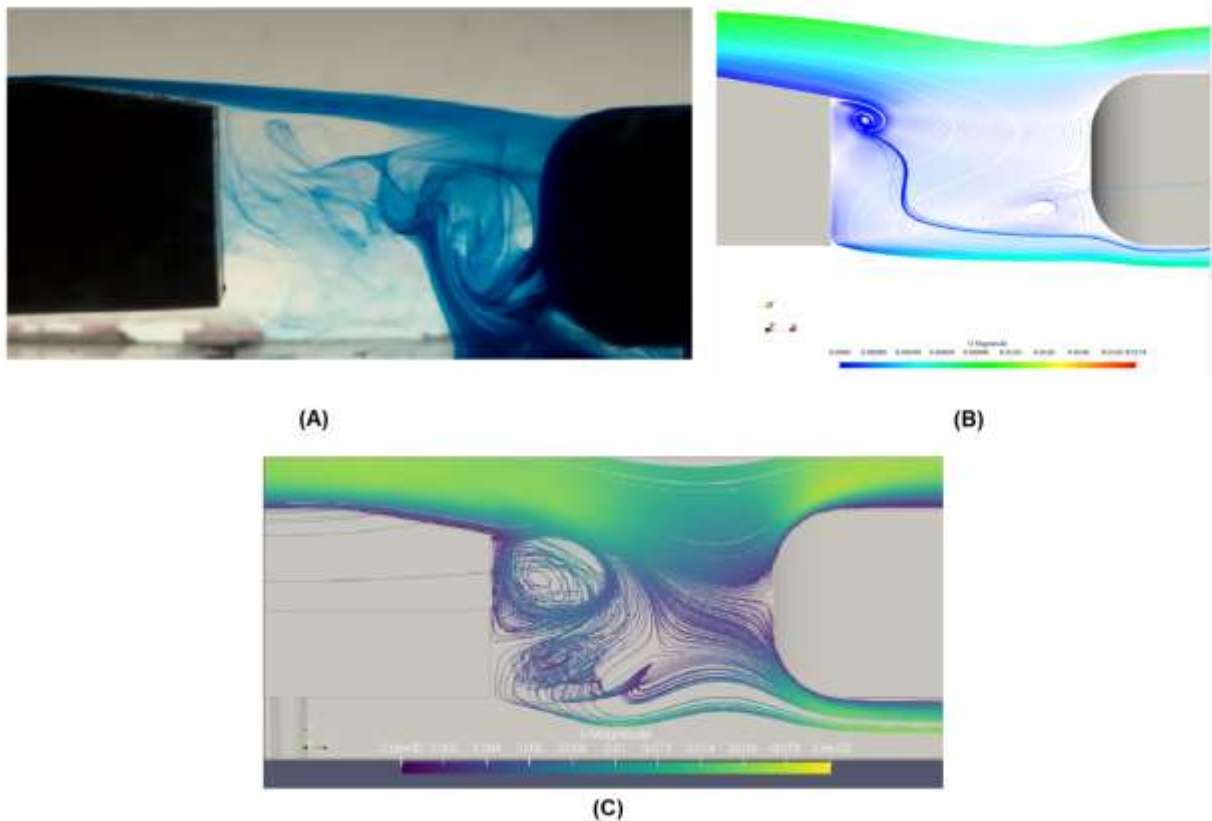
Fonte:Elaborado pelo Autor .

Legenda: (A) Resultado experimental obtido por Martins e Aranda (2022); (B) Resultado numérico obtido com solucionador estacionário por Almeida (2023). (C) Resultado numérico obtido por solucionador transiente.

Analisando a Figura 17(B) observa-se a formação de um vórtice na saída do ângulo de inclinação, enquanto que na Figura 17(C) ocorre formação de dois vórtices, sendo um também na saída do ângulo de inclinação e outro localizado mais abaixo, um pouco mais para o centro do espaçamento entre os corpos, além de ser visível a influência do escoamento abaixo dos corpos. Apesar do escoamento acompanhar a superfície superior nas situações numéricas, assim como no resultado experimental da Figura 17(A), o escoamento se desprende da superfície logo após a inclinação, o que não foi visível no experimental. Nota-se também algumas perturbações entre os corpos no experimental, possivelmente a formação de algum vórtice na região inferior, como pode ser mais visível na Figura 17(C).

O escoamento para a geometria de  $10^\circ$  e com razão de espaçamento  $g/h$  de 1,5 são apresentados na Figura 18.

Figura 18 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 1,5 e ângulo traseiro de  $10^\circ$ .



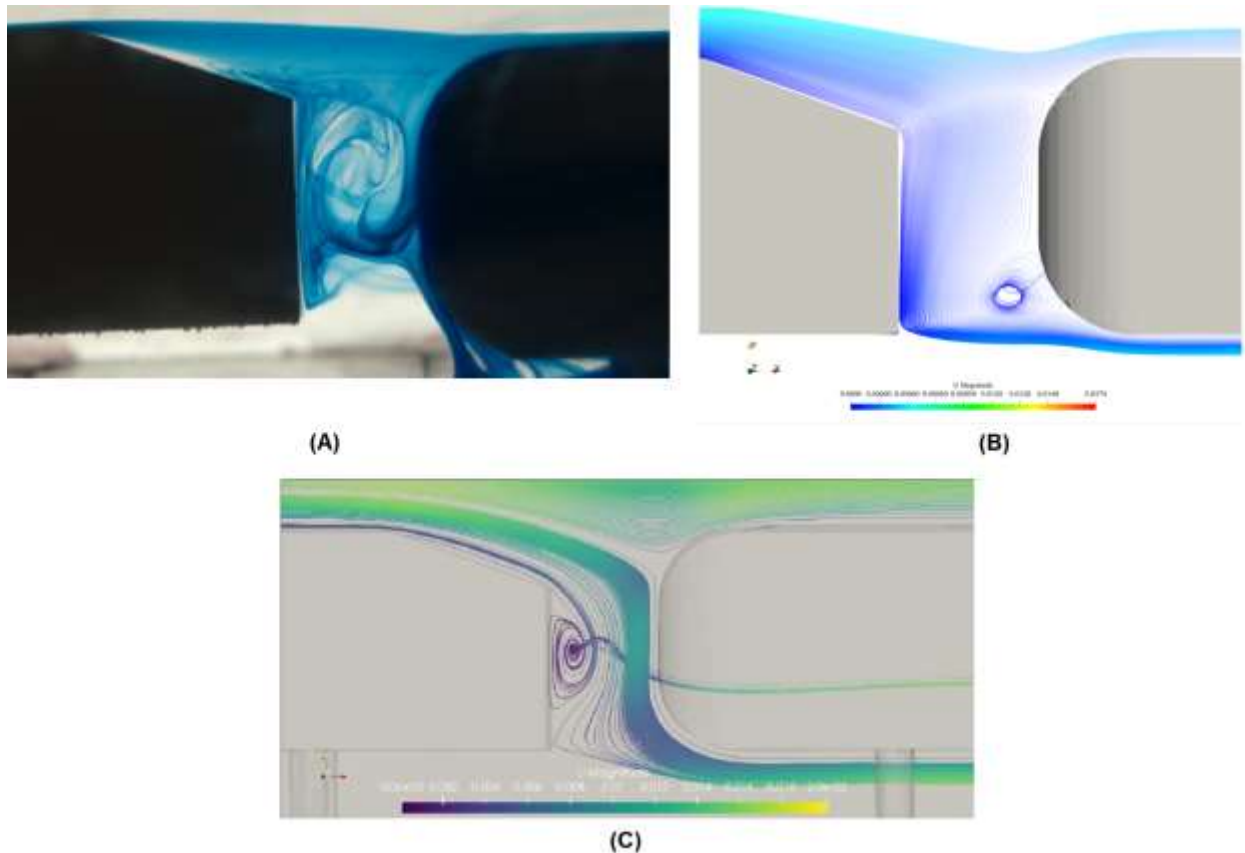
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Legenda: (A) Resultado experimental obtido por Martins e Aranda (2022); (B) Resultado numérico obtido com solucionador estacionário por Almeida (2023). (C) Resultado numérico obtido por solucionador transiente.

A partir da visualização do escoamento nas Figura 18(B) nota-se a formação de dois vórtices, um logo após a inclinação e outro próximo ao segundo corpo, enquanto que na Figura 18(C) também há ocorrência de dois vórtices, porém mais próximos do primeiro corpo do comboio formando uma grande perturbação no escoamento. O resultado experimental da Figura 18(C) mostra uma separação mais acentuada do escoamento entre os corpos e uma grande zona de recirculação próxima ao segundo corpo do comboio, se comparado aos casos numéricos. As linhas de correntes acompanharam bem a região inclinada em ambos os casos.

Agora, o escoamento considerando a geometria de  $10^\circ$  e com razão de espaçamento  $g/h$  de 0,5, estão na Figura 19.

Figura 19 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de 20°.



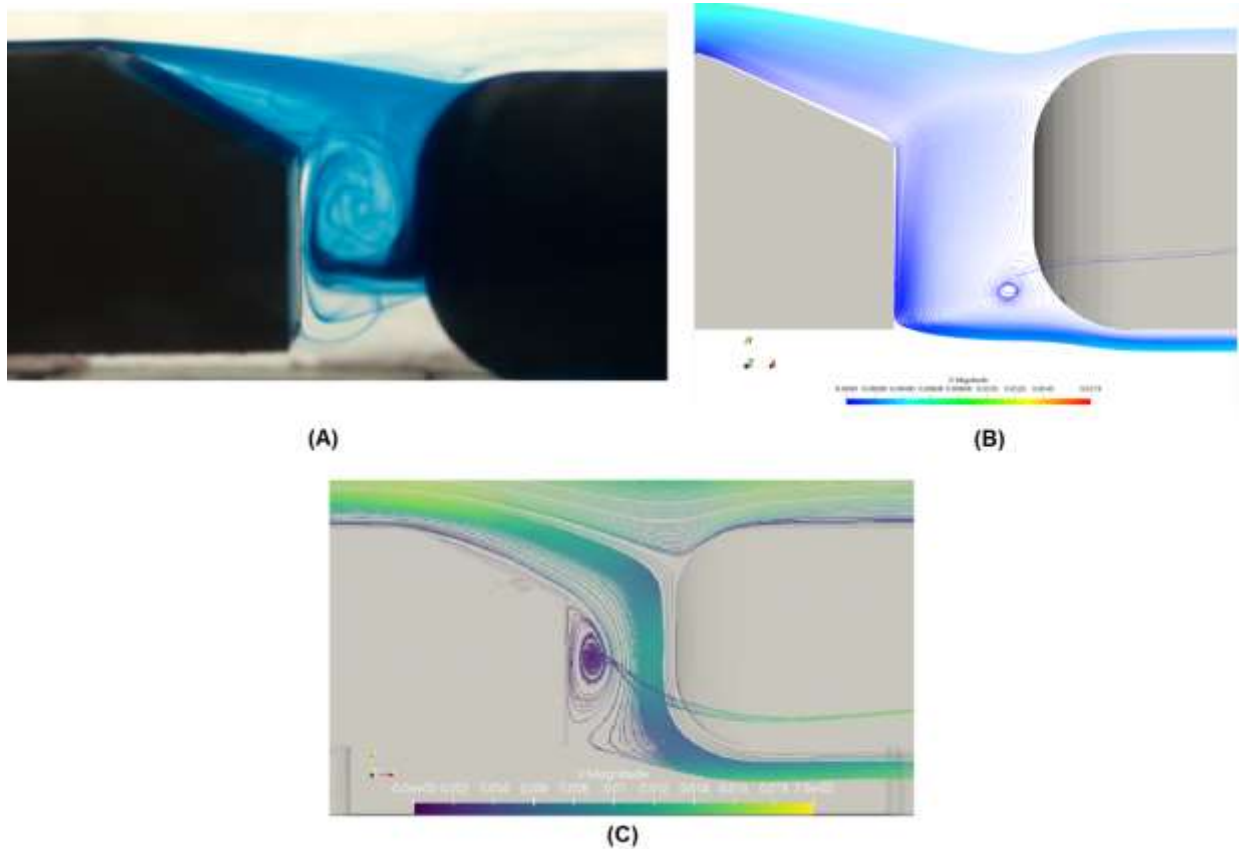
Fonte:Elaborado pelo Autor .

Legenda: (A) Resultado experimental obtido por Martins e Aranda (2022); (B) Resultado numérico obtido com solucionador estacionário por Almeida (2023). (C) Resultado numérico obtido por solucionador transiente.

Por meio da visualização do escoamento na Figura 19, pode-se observar a formação de um vórtice em todos os casos, porém na Figura 19(A), o vórtice se encontra centralizado entre os corpos do comboio, já na Figura 19(B) o vórtice se está deslocado para a região inferior e mais próximo do segundo. E na Figura 19(C), o vórtice está mais próximo do primeiro corpo, porém, um pouco mais para centro, sendo mais semelhante ao caso experimental se comparado como o numérico estacionário. Também se observa na Figura 19(A) a ocorrência de um o descolamento logo no início da inclinação, já em ambos os casos numéricos, o escoamento acompanhou a geometria.

Os resultados obtidos para o caso com inclinação de 30° ainda com  $g/h = 0,5$  estão apresentados nas Figura 20(A), Figura 20(B) e Figura 20(C).

Figura 20 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de 30°.



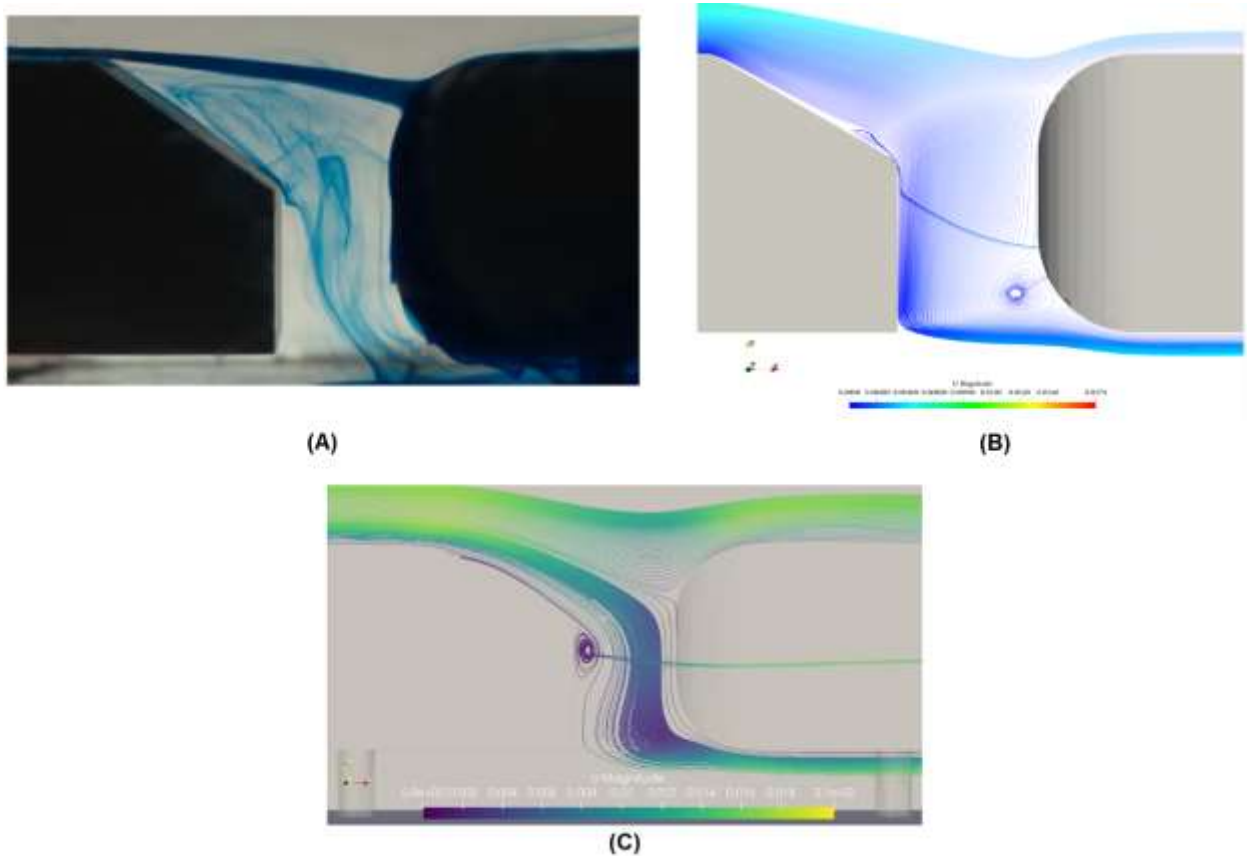
Fonte:Elaborado pelo Autor.

Legenda: (A) Resultado experimental obtido por Martins e Aranda (2022); (B) Resultado numérico obtido com solucionador estacionário por Almeida (2023). (C) Resultado numérico obtido por solucionador transiente.

Assim como na Figura 19, na Figura 20, nota-se a formação de apenas um vórtice em todos os casos, além os casos transitórios se aproximaram mais dos casos experimentais. Comparando com os resultados obtidos para o caso de inclinação de 20°, no caso de 30° observa se que os vórtices perderam intensidade, fato também observado por Almeida (2023).

O escoamento para a geometria de 35° e com razão de espaçamento  $g/h$  de 0,5 são apresentados na Figura 21 abaixo.

Figura 21 – Comparação entre escoamentos para razão de lacuna 0,5 e ângulo traseiro de 35°.



Fonte:Elaborado pelo Autor .

Legenda: (A) Resultado experimental obtido por Martins e Aranda (2022); (B) Resultado numérico obtido com solucionador estacionário por Almeida (2023). (C) Resultado numérico obtido por solucionador transiente.

A partir da análise da Figura 21 observa-se que na região superior o corante é encaminhado diretamente para o segundo corpo, sendo possível observar o mesmo comportamento para os resultados numéricos, onde as linhas de corrente seguem a região superior sem perturbações para a geometria posterior. No caso numérico estacionário (Figura 21(B)) é possível identificar a formação de um vórtice acima da inclinação do primeiro corpo diferente do caso na Figura 21(C) onde isso ocorre mais abaixo, após a inclinação. Já no caso experimental não é possível identificar com muita clareza a formação de possíveis vórtices, ao contrário dos casos de 20° e 30°. Assim como nos casos anteriores a simulação transiente se mostrou mais próxima do caso experimental se comparado a simulação estacionária.

A fim de melhorar a compreensão dos efeitos dos vórtices, a Tabela 4 apresenta os coeficientes de arrasto obtidos considerando todo o comboio dos casos.

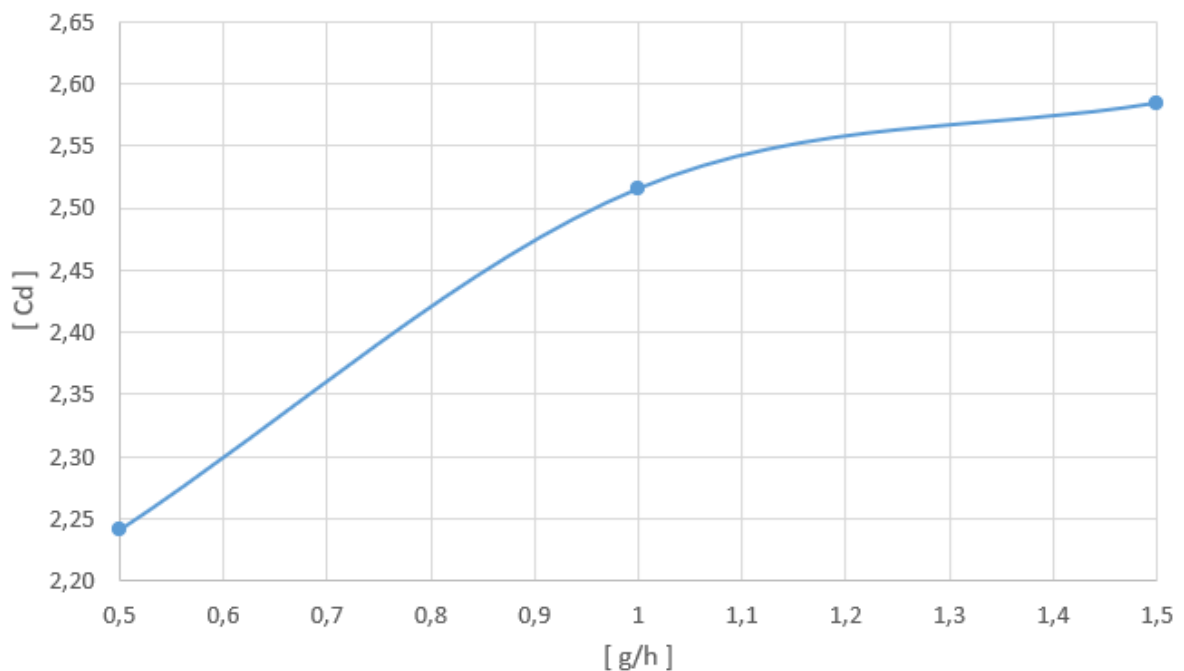
Tabela 4 – Coeficientes de arrasto para o comboio dos casos transientes.

| g/h | 10°   | 20°   | 30°   | 35°   |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0,5 | 2.241 | 2.298 | 2.278 | 2.315 |
| 1,0 | 2.515 | -     | -     | -     |
| 1,5 | 2.584 | -     | -     | -     |

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Analisando a Tabela 4 fica notório que o comboio com menor razão de distância e o menor ângulo resultam em menor arrasto, como pode ser relacionado as análises anteriores onde não foram identificadas significativas separações para o caso de espaçamento de 0,5 e ângulo de 10°. A Figura 22 mostra os coeficientes de arrasto para o ângulo fixo de 10° em função das razões de espaçamento.

Figura 22 – Coeficiente de arrasto com ângulo fixo de 10° e razão de espaçamento variável.

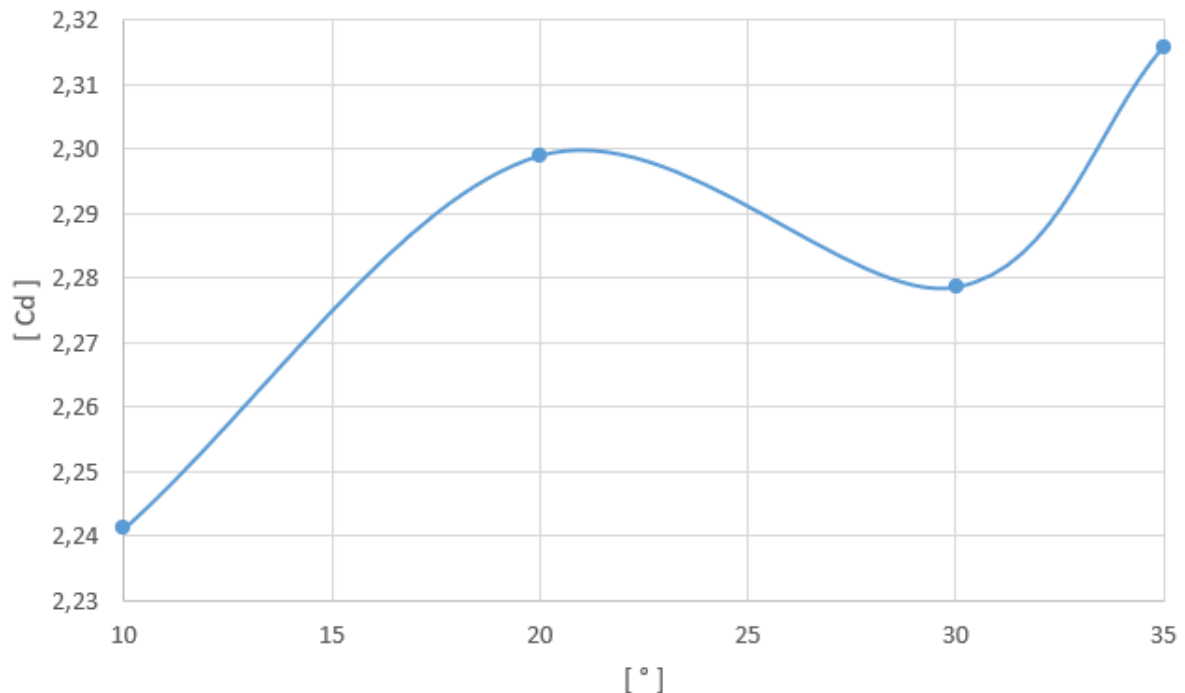


Fonte: Elaborado pelo Autor.

Evidenciando que quanto maior a distância maior o arrasto, com tendencia a se estabilizar, fazendo sentido pois a partir de uma distância muito grande no comboio o arrasto do primeiro corpo tende a influenciar cada vez menos no segundo elemento do comboio.

A Figura 23 plota os coeficientes de arrasto em função dos ângulos de inclinação para a razão de distância de 0,5.

Figura 23 – Coeficiente de arrasto para razão de espaçamento fixa de 0,5 e variação dos ângulos de inclinação.

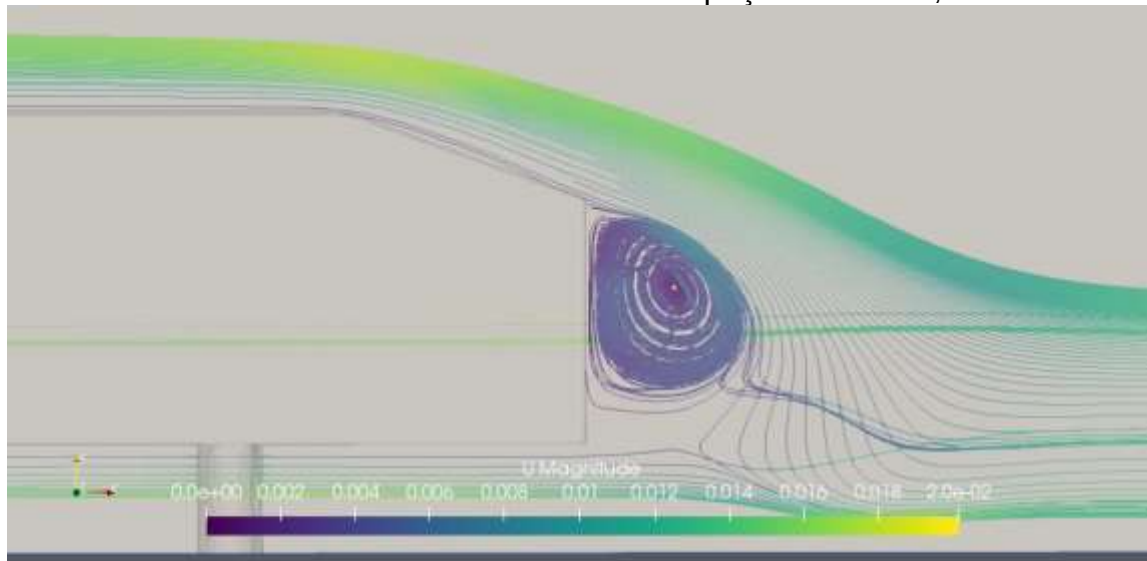


Fonte: Elaborado pelo Autor.

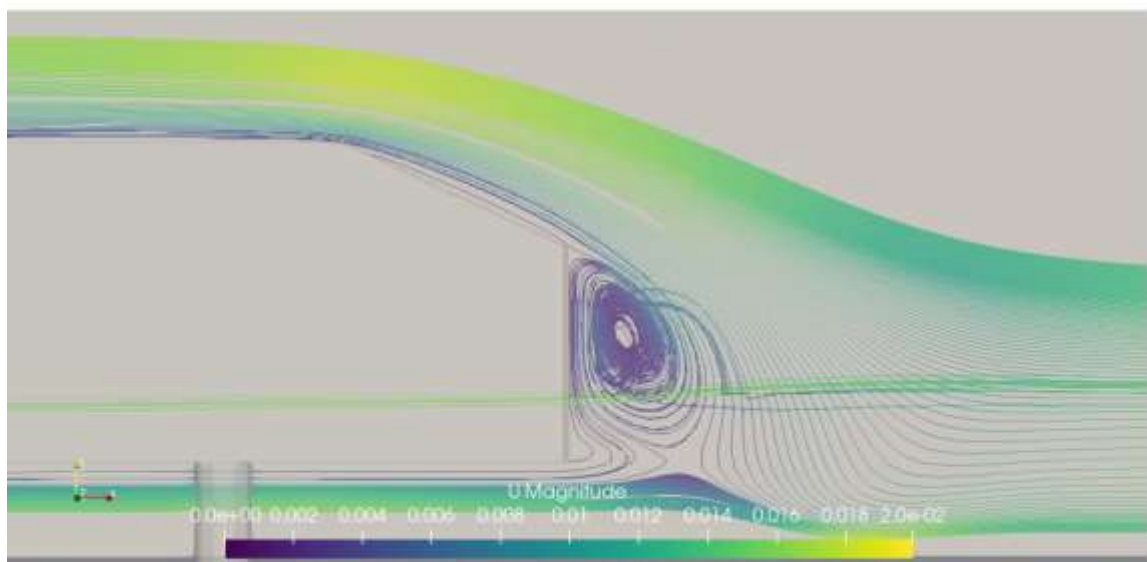
Um ponto interessante a ser observado na Figura 23 é o caso de 30° que diferente da tendência dos primeiros pontos do gráfico, apresentou um arrasto menor que o caso de 20°, e nos casos experimentais o vórtice de 30° é mais uniforme e suave do que em 20°, a Figura 24 mostra a zona de arrasto do segundo corpo do comboio para estes respectivos casos obtidos numericamente com solucionador transiente. Na qual pode-se observar um vórtice maior no caso de 20° e menor para o caso de 30°.

Analisando individualmente os coeficientes de arrasto para cada elemento do comboio, considerando o primeiro elemento, foram obtidos coeficientes de 1,013 para o caso de 20° e 1,009 para o caso de 30°. Para o segundo elemento do comboio no caso de 20° o coeficiente de arrasto foi de 1,257 e para 30° foi de 1,217. Assim, no primeiro elemento do comboio, o ângulo de 20° apresentou 0,39% mais arrasto de que o caso de 30°, e para o segundo elemento do comboio o ângulo de 20° apresentou 3,29% mais arrasto que o de 30°. Portanto observa-se também uma maior influência do segundo elemento do comboio no coeficiente de arrasto.

Figura 24 – Escoamento na região traseira do ultimo elemento do comboio para os casos de 20° e 30° com razão de espaçamento de 0,5.



(a)



(b)

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Legenda: (A) Caso com inclinação de 20° e razão de 0,5; (B) Caso com inclinação de 30° e razão de 0,5.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram realizadas simulações numéricas empregando o software livre OpenFoam com solucionador transiente, de corpos Ahmed em comboio, onde se relacionou a influência que o espaçamento entre modelos e os ângulos de inclinação traseira tem sobre a topologia do escoamento. Para tal, foram empregados comboios de dois corpos Ahmed com razões de espaçamento de 0,5, 1,0 e 1,5 para ângulo de saída fixo de  $10^\circ$  e ângulos variando de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $35^\circ$  para razão de espaçamento fixa de 0,5. Os resultados obtidos também foram comparados com demais estudos experimentais e numéricos.

Com base nas análises dos escoamentos dos casos, quanto maior a razão de distância entre os corpos maior a zona de esteira e recirculações, bem como aumento do arrasto, assim como nos trabalhos de Martins e Aranda (2022) e Almeida (2023). Portanto espaçamento entre os elementos do comboio de menor coeficiente de arrasto é o de razão  $g/h = 0,5$ , sendo a mais vantajosa do ponto de vista fluidodinâmico.

Em relação a camada limite e a região superior do escoamento, em todos os casos houve uma boa representação devido principalmente ao bom desenvolvimento da camada limite, o mesmo pode ser observado nos trabalhos comparados.

Os resultados obtidos nas simulações transientes foram consideravelmente mais similares aos experimentais, representando melhor a separação do escoamento e maior acurácia da turbulência se comparado as simulações estacionárias. Em contrapartida, o custo computacional e tempo também são de 3 a 4 vezes mais elevados com os solucionadores transientes. Neste trabalho como se buscou capturar os fenômenos temporais e as interações dinâmicas no escoamento, a abordagem transiente se mostrou mais viável.

Analisando os ângulos dentro da melhor razão de distância, o mais vantajoso do ponto de vista fluidodinâmico foi o ângulo de  $10^\circ$  dados a ausência de significativas separações de escoamento.

A proposta para trabalhos futuros seria a análise numérica mais aprofundada dos casos de menor razão de espaçamento, incluindo mais valores de ângulos. Além de investigar a transição entre os ângulos de  $20^\circ$  e  $30^\circ$  de modo experimental considerando também a zona de esteira do último elemento do comboio e adquirir os coeficientes de arrasto e pressão para aprimorar a validação dos resultados.

A realização de simulações complementares com validações mais robustas dos resultados numéricos, de modo a extrapolar a análise do Índice de Convergência de Malha (GCI) para todos os casos estudados. Além da possibilidade de explorar a utilização de outros esquemas de discretização da variável temporal nos solucionadores transientes como o Crank-Nicolson para comparação com este e outros trabalhos, bem como em casos com diferentes ângulos.

## REFERÊNCIAS

- AHMED, S. R.; RAMM, G.; FALTINN, G. **Some salient features of the time average ground vehicle wake**. SAE Technical paper 840300, 1984.
- ALMEIDA, E. N. A. d. **Simulações de escoamento ao redor do corpo de ahmed via cfd código aberto e comercial**. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2022.
- ALMEIDA, G. C. **Simulação do escoamento ao redor dos corpos de ahmed em sequência utilizando openfoam v2106**. Universidade Estadual Paulista(Unesp), 2023.
- DUMAS, L. CFD-based Optmization for Automotive Aerodynamics. *In*: Thévenin, D; Janiga, G. **Optimization and Computational Fluid Dynamics**. 1. ed. Heidelberg: Springer, 2008. cap. 7, p. 191-192.
- FÖRSTE, J.; SCHLICHTING, H. **Boundary-layer theory. Tradução de J. Kestin. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering**. New York: McGraw-Hill Book Company, 1979. XXII, 817 p. ISBN 0-07-055334-3. [S.l.]: Wiley Online Library, 1980.
- FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 8ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2010.
- GUERRERO, J.; BARGIACCHI, M. **Introductory openfoam course**. Università degli Studi di Genova, 2014.
- GUTIERREZ, J. E. C. et al. **Enc-2020-0060 the ahmed body's external aerodynamics at 25° slant angle rear surface: A numerical analysis using cfd**, 2020.
- LIU, K., ZHANG, B. F., ZHANG, Y. C., & ZHOU, Y. (2021). **Flow structure around a low-drag Ahmed body**. Journal of Fluid Mechanics, 913.
- MALALASEKERA, W. VERSTEEG, H.K. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics**. 2 ed. Pearson, 2007.
- MARTINS, G.X.; ARANDA, G.S; CAMPOS, H.M.; PANTALEAO, ALUISIO. **Experimental analysis of the flow around ahmed bodies in tandem position**. *In*: 19th Brazilian Congress of termal Sciences and Engineering, Bento Gonçalves,2022.
- MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applica tions. **AIAA journal**, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994.
- MOUKALLED, F. et al. **The finite volume method in computational fluid dynamics**. [S.l.]: Springer, 2016. v. 113.
- SAHA, I. et al. **Aerodynamic study of an ahmed body with the help of cfd simulation**. Preprints, 2020.

WHITE, F. M. **Mecânica dos fluidos**. 8. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2016.

ZHANG, L., CHEN, F., MA, X. and PAN, X., 2020. **Fuel economy in truck platooning: a literature overview and directions for future research**. Journal of Advanced Transportation, Vol. 2020.

## APÊNDICE A – DICIONÁRIOS UTILIZADOS NA SIMULAÇÕES

```

1 /*-----*- C++ -*-----*\
2 | ===== |
3 | \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4 | \\      / O peration  | Version: v2206 |
5 | \\      / A nd        | Website: www.openfoam.com |
6 |  \\     M anipulation |
7 \*-----*\
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        fvSchemes;
14 }
15 // ***** //
16
17 ddtSchemes
18 {
19     default        backward;
20 }
21
22 gradSchemes
23 {
24     default        Gauss linear;
25     grad(U)        cellLimited Gauss linear 1;
26 }
27
28 divSchemes
29 {
30     default        none;
31
32     div(phi,U)      bounded Gauss linearUpwindV grad(U); //bounded Gauss upwind;
33
34     turbulence       bounded Gauss upwind;
35     div(phi,k)       $turbulence;
36     div(phi,omega)   $turbulence;
37
38     div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
39 }
40
41 laplacianSchemes
42 {
43     default        Gauss linear corrected;
44 }
45
46 interpolationSchemes
47 {
48     default        linear;
49 }
50
51 snGradSchemes
52 {
53     default        corrected;
54 }
55

```

```

56 wallDist
57 {
58     method          meshWave; //meshWave;
59 }
60
61
62 // *****

1 /*-----*- C++ -*-----*\
2 | =====|
3 | \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4 | \\      / O peration  | Version: v2212                        |
5 | \\      / A nd        | Website: www.openfoam.com              |
6 |  \\\\    M anipulation |                                     |
7 \*-----*\
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     object       fvSolution;
14 }
15 // *****
16
17 solvers
18 {
19     "(p|pcorr)"
20     {
21         solver          GAMG;
22         smoother        DICGaussSeidel;
23         minIter          3;
24         maxIter          100;
25         nCellsInCoarsestLevel 1000;
26         tolerance        1e-08;
27         relTol           1e-03;
28     }
29     "(p|pcorr)Final"
30     {
31         $p;
32         relTol          0;
33     }
34
35     "(U|k|omega)"
36     {
37         solver          smoothSolver;
38         smoother        symGaussSeidel;
39         minIter          3;
40         maxIter          50;
41         tolerance        1e-08;
42         relTol           1e-03;
43     }
44     "(U|k|omega)Final"
45     {
46         $U;
47         relTol          0;
48     }
49 }

```

```

50
51 PIMPLE
52 {
53     nCorrectors                2;
54     nOuterCorrectors           30;
55     nNonOrthogonalCorrectors   2;
56
57     consistent                  yes;
58     simpleRho                   yes;
59     turbOnFinalIterOnly        no;
60     correctPhi                  no;
61
62     residualControl
63     {
64         "(p|U)"
65         {
66             tolerance  5e-05;
67             relTol      1e-03;
68         }
69
70         "(k|omega)"
71         {
72             tolerance  5e-05;
73             relTol      1e-03;
74         }
75     }
76 }
77
78 relaxationFactors
79 {
80     fields
81     {
82         default 0;
83
84         p        0.9;
85         pFinal    1;
86     }
87
88     equations
89     {
90         default 0;
91
92         U        0.5;
93         UFinal    1.0;
94
95         "(k|omega)"        0.5;
96         "(k|omega)Final"  1.0;
97     }
98 }
99
100 cache
101 {
102     grad(U);
103 }
104
105
106 // *****

```