

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Engenharia de Bauru

JOSÉ APARECIDO SILVA DE QUEIROZ

ANÁLISES DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS COM
APLICAÇÃO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Bauru
2008

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Engenharia de Bauru

JOSÉ APARECIDO SILVA DE QUEIROZ

**ANÁLISES DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS COM
APLICAÇÃO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS**

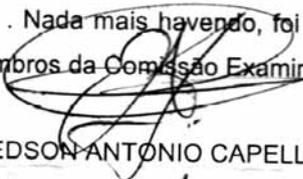
Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Estadual Paulista como requisito à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, sob a orientação do Prof. Dr. Edson Antonio Capello Sousa.

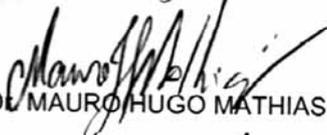
Bauru
2008

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE JOSÉ APARECIDO SILVA DE QUEIROZ, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 29 dias do mês de outubro do ano de 2008, às 09:00 horas, no(a) Anfiteatro do STI, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. MAURO HUGO MATHIAS do(a) Departamento de Mecânica / Faculdade de Engenharia de Guaratingueta, Prof. Dr. PAULO ROBERTO DE AGUIAR do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de JOSÉ APARECIDO SILVA DE QUEIROZ, intitulado "ANÁLISE DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS COM APLICAÇÃO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS". Após a exposição, o discente foi argüido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO

_____. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA


Prof. Dr. MAURO HUGO MATHIAS


Prof. Dr. PAULO ROBERTO DE AGUIAR

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, por estar sempre presente em minha vida, mostrando-me o quanto sou forte para vencer os obstáculos da vida, encorajando-me e dando-me forças para seguir em frente.

A minha esposa e filha respectivamente, **Célia Evangelista Bueno Queiroz** e **Ana Laura Bueno Queiroz**. Princesas, obrigado por me motivar nesta caminhada. Se aqui cheguei foi porque caminhamos juntos.

Aos meus pais, **Antonio Francisco de Queiroz** e **Maria Helena Silva de Queiroz**. Todo bom edifício precisa de uma boa base!

Ao **Professor Dr. Edson Antonio Capello Sousa** pela oportunidade e incentivo para a realização deste trabalho com sua dedicação, paciência e respeito. Agradeço-o muito pelo incentivo em todos os momentos, pelas palavras encorajadoras, fazendo com que, mesmo diante das dificuldades, o desânimo não prevalecesse.

Aos meus amigos **Adriano de Souza Marques**, **Adriano Bien de Abreu** e **Deraldo Ferreira Neto**. Vocês foram muito importantes na construção de mais este capítulo de minha vida.

Agradeço a confiança, apoio e incentivo de todos os **funcionários da Fundação Paulista de Tecnologia e Educação – FPTE e Centro Universitário de Lins – UNILINS**.

Meu agradecimento e reconhecimento à **Célia**, secretária da Pós-graduação em Engenharia Mecânica, pela sua dedicação e auxílio em todos os momentos.

A todos os amigos que de forma direta ou indireta contribuíram para mais uma etapa de minha vida; não citarei nomes, pois com certeza esqueceria alguém.

RESUMO

Os materiais viscoelásticos têm sido muito utilizados para atenuar vibração e ruído em estruturas, devido a sua capacidade inerente de absorver uma porcentagem de energia vibratória dos sistemas mecânicos e de dissipá-la sob a forma de calor. Esse tipo de amortecimento tem sido utilizado em muitas aplicações nas indústrias automotiva e aeroespacial, porém as propriedades dinâmicas das estruturas viscoelásticas não são fáceis de serem determinadas, pois suas respostas dependem de muitos fatores externos, tais como a geometria da estrutura, a frequência de excitação a qual a estrutura está submetida, entre outros. Neste trabalho foi implementado um aparato experimental composto por um motor de corrente contínua, controlado por Modulação por Largura de Pulso (PWM), ao qual se engastou uma estrutura flexível de aço inox (escalímetro), com e sem revestimento viscoelástico. O objetivo foi analisar tal estrutura quando excitada em movimento livre e forçado. Ao oscilar a estrutura, os extensômetros, devidamente acoplados em sua superfície, faziam a leitura dos dados (deformação) e os enviavam a um instrumento de aquisição de dados analógicos, os quais, após a conversão para digital, foram enviados a um PC para análises necessárias ao experimento. Para avaliar as características das estruturas e estimar as taxas de amortecimento, foram aplicadas técnicas de decremento logarítmico nas análises em movimento livre e o método da banda de meia potência nas análises em movimento forçado. Foram utilizados dois modelos de materiais viscoelásticos (fitas VHB da 3M). Os métodos de revestimentos foram: “Configuração de Camada Livre” e “Estrutura Sanduíche”. Este último permitiu aumentar as deformações cisalhantes na camada viscoelástica e, conseqüentemente, aumentou a dissipação de energia vibratória. Essas análises permitiram uma compreensão da influência dos materiais viscoelásticos na natureza de vibração dessas estruturas.

Palavras-chaves: Viscoelasticidade; Amortecimento; Viscoelasticidade dinâmica.

ABSTRACT

The viscoelastic materials have been widely used to reduce noise and vibration on structures, because of its inherent ability to absorb a percentage of vibrating energy in mechanical systems and dissipate it as heat. This type of damping has been used in many applications in the automotive and aerospace industries, but the dynamic properties of viscoelastic structures are not easy to be determined, because their answers depend on many external factors, such as the geometry of the structure, the frequency of excitation that the structure is exposed, among others. In this work a prototype composed of a DC engine, controlled by the Pulse Width Modulator by (PWM), which is setting up a flexible stainless steel (scale ruler), with and without coating viscoelastic has been implemented. The objective was analyze the structure when excited in free and forced movement. When the structure swings, the strain Gages properly attached to its surface, made the reading of data (deformation), and sent it to an analog data acquisition instrument, which after that converts analogical data to digital and they were sent to a PC for experiment analysis. To evaluate the structure characteristics, and estimate the damping rates were applied techniques of analysis in logarithmic decrement in free movement, and the method of half-band power in the forced movement analysis. We used two models of viscoelastic materials (tapes of 3M HBV). The methods of coating were: "Setting Free Layer" and " structure Sandwich." The last one enabled the increase the cut deformations in viscoelastic layer and consequently increased the dissipation of vibrating energy. These tests have allowed a better understanding of the influence of viscoelastic material in the vibration behavior of these structures.

Keywords: viscoelasticity; dynamical Behaviour; flexible structures

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 – ESTRUTURA DELGADA SUBMETIDA À FLEXÃO E ELEMENTO CARREGADO (ADAPTADO DE DOYLE, 1997).....	17
FIGURA 3.2 – CORTE TRANSVERSAL DA ESTRUTURA MOSTRANDO DISTRIBUIÇÃO DO STRESS E DIMENSÕES (ADAPTADO DE DOYLE, 1997).....	19
FIGURA 3.7 – LAÇO HISTERÉTICO NÃO-LINEAR TÍPICO. (ADAPTADO DE LAZAN, 1968)	25
FIGURA 3.8 – CADEIAS MOLECULARES EM MATERIAIS VISCOELÁSTICOS. (ADAPTADO DE FERRY, 1980)	26
FIGURA 3.9 – RELAÇÃO ENTRE TENSÃO E DEFORMAÇÃO PARA UM SÓLIDO ELÁSTICO SEM DISSIPACÃO. (ADAPTADO DE JONES, 2001)	27
FIGURA 3.10 – RELAÇÃO ENTRE TENSÃO E DEFORMAÇÃO PARA UM SÓLIDO VISCOELÁSTICO. (ADAPTADO DE JONES, 2001).....	27
FIGURA 3.11 – COMPORTAMENTO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS. (ADAPTADO DE JONES, 2001).....	30
FIGURA 3.12 – REVESTIMENTO DE MATERIAL VISCOELÁSTICO DE CAMADA LIVRE (ADAPTADO DE NASHIF, 1985).....	31
FIGURA 3.13 – PLACA SANDUÍCHE – ESQUEMA DE ESPESSURAS E PLANOS NEUTROS (ROSS ET AL, 1959).	32
FIGURA 3.14 – VARIAÇÃO DO FATOR DE AMORTECIMENTO COM A RAZÃO DE ESPESSURAS H2/H1, JONES (2001).	33
FIGURA 3.15 – EFEITO DO AUMENTO DO MÓDULO ELÁSTICO DO MATERIAL VISCOELÁSTICO NO FATOR DE AMORTECIMENTO DE UMA CHAPA SANDUÍCHE, OLIVEIRA (2006).....	36
FIGURA 3.16 – EFEITO DO AUMENTO DA ESPESSURA DO MATERIAL VISCOELÁSTICO NO FATOR DE AMORTECIMENTO DE UMA CHAPA SANDUÍCHE, OLIVEIRA (2006).	36
FIGURA 3.17 – EFEITO DO AUMENTO DO FATOR DE AMORTECIMENTO DO MATERIAL VISCOELÁSTICO NO FATOR DE AMORTECIMENTO DE UMA CHAPA SANDUÍCHE, OLIVEIRA (2006).....	37
FIGURA 3.18 RESPOSTA DO SISTEMA SUB-AMORTECIDO, GLOUGH E PENZIEN (1975).....	38
FIGURA 3.19. O MÉTODO DE BANDA DE MEIA POTÊNCIA (ADAPTADO DE BERT, 1973).....	39
FIGURA 4.1. APARATO EXPERIMENTAL.....	40
FIGURA 4.2. DIMENSÕES DAS ESTRUTURAS UTILIZADAS NOS ENSAIOS.....	41
FIGURA 4.3. FITAS VHB™ DA 3M™ UTILIZADAS COMO MATERIAL VISCOELÁSTICO	42
FIGURA 4.4. PONTE DE WHEATSTONE NA CONFIGURAÇÃO DE MEIA PONTE (ANDOLFATO ET AL, 2004).....	44
FIGURA 4.5. AMPLIFICADOR PARA INSTRUMENTAÇÃO (FLOYD, 1996).....	44
FIGURA 4.7. VISTA FRONTAL DO APARATO EXPERIMENTAL PARA MOVIMENTO FORÇADO.....	46
FIGURA 4.8. VISTA SUPERIOR DO APARATO EXPERIMENTAL PARA MOVIMENTO FORÇADO.....	46
FIGURA 4.9. REPRESENTAÇÃO DO MOVIMENTO DA ESTRUTURA ENGASTADA NO APARATO EXPERIMENTAL	47
FIGURA 4.10. CIRCUITO QUE CONTROLA POR PWM E INDICA A VELOCIDADE DO MOTOR	48
FIGURA 4.11. SISTEMA DE ALAVANCA UTILIZADO PARA DAR IMPULSO A ESTRUTURA FLEXÍVEL	49
FIGURA 4.12. DIAGRAMA DO SISTEMA DE AQUISIÇÃO E MONITORAÇÃO DOS DADOS.....	50
FIGURA 4.13. PLATAFORMA GRÁFICA DO SOFTWARE OPENCHOICE	50
FIGURA 4.14 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO ARRANJO UTILIZADO PARA ANÁLISE DE MOVIMENTO LIVRE ..	51
FIGURA 4.15. DISPOSIÇÃO DO ARRANJO UTILIZADO PARA ANÁLISE DE MOVIMENTO LIVRE.....	51
FIGURA 4.16. REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO ARRANJO UTILIZADO PARA ANÁLISE DE MOVIMENTO FORÇADO.....	52
FIGURA 4.17 – DISPOSIÇÃO DO ARRANJO UTILIZADO PARA ANÁLISE DE MOVIMENTO FORÇADO	52
FIGURA 4.12. ESTRUTURA 1 INSTRUMENTADA PARA ANALISAR A RESPOSTA DE DOIS PONTOS DIFERENTES.....	53

FIGURA 4.13. DISPOSIÇÃO DOS SENSORES: ESTRUTURA 2 (B) SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO, ESTRUTURA 3 (C) COM CAMADA DE ESPUMA ACRÍLICA E ESTRUTURA 4 (D) COM CAMADA DE MASSA ACRÍLICA	54
FIGURA 4.14. COMPARAÇÃO DA ESTRUTURA COM CAMADA DE RESTRIÇÃO-ESTRUTURA 5, A ESTRUTURA SEM CAMADA DE MATERIAL VISCOELÁSTICO.	55
FIGURA 5.1. RESPOSTA NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA ESTRUTURA 1 ANALISADA EM MOVIMENTO LIVRE	56
FIGURA 5.2. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA A ESTRUTURA 1 ENSAIADA EM MOVIMENTO LIVRE....	57
FIGURA 5.3. RESPOSTAS NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA ENSAIOS DA ESTRUTURA 1 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,83 Hz.....	58
FIGURA 5.4. RESPOSTAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA ESTRUTURA 1 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,83 Hz.....	58
FIGURA 5.5. RESPOSTAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA ESTRUTURA 1 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 4,16Hz	59
FIGURA 5.6. RESPOSTAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA ESTRUTURA 1 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 4,5 Hz.....	59
FIGURA 5.7. RESPOSTAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA ESTRUTURA 1 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 4,66 Hz.....	60
FIGURA 5.8. ANÁLISE DO TEMPO DE DECAIMENTO DAS VIBRAÇÕES DA ESTRUTURA 2.....	61
FIGURA 5.9. FREQUÊNCIA NATURAL DA ESTRUTURA 2.....	62
FIGURA 5.10. ANÁLISE DO TEMPO DE DECAIMENTO DA ESTRUTURA 3	62
FIGURA 5.11. FREQUÊNCIA NATURAL DA ESTRUTURA 3	63
FIGURA 5.12. ANÁLISE DO TEMPO DE DECAIMENTO DAS VIBRAÇÕES DA ESTRUTURA 4	63
FIGURA 5.13. FREQUÊNCIA NATURAL DA ESTRUTURA 4.....	64
FIGURA 5.14. COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DAS ESTRUTURAS 2, 3 E 4 EM MOVIMENTO LIVRE.....	65
FIGURA 5.15. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 2 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,2 Hz	66
FIGURA 5.16. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 3 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,2 Hz	66
FIGURA 5.17. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 4 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,2 Hz	67
FIGURA 5.18. COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS COMPREENDIDAS NO INTERVALO DE 6Hz A 10Hz, PARA AS ESTRUTURAS 2, 3 E 4 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO 2,2 Hz.	68
FIGURA 5.19. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 2, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,2 Hz.....	68
FIGURA 5.20. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 3, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,2 Hz.....	69
FIGURA 5.21. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 4, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,2 Hz.....	69
FIGURA 5.22. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 2 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,4 Hz	71
FIGURA 5.23. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 3, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,4 Hz	71
FIGURA 5.24. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 4, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,4 Hz	72
FIGURA 5.25. COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS COMPREENDIDAS NO INTERVALO DE 6Hz A 10Hz, PARA AS ESTRUTURAS 2, 3 E 4, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2.4 Hz	72

FIGURA 5.26. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 2 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,4 Hz	73
FIGURA 5.27. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 3, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,4 Hz.....	73
FIGURA 5.28. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 4, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,4 Hz.....	74
FIGURA 5.29. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 2 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,7 Hz	75
FIGURA 5.30. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 3 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,7 Hz	76
FIGURA 5.31. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 4 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,7 Hz	76
FIGURA 5.32. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS NO DOMÍNIO DAS FREQUÊNCIAS, PARA AS ESTRUTURAS 2, 3 E 4 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,7 Hz.....	77
FIGURA 5.33. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 2, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,7 Hz.....	78
FIGURA 5.34. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 3, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,7 Hz.....	78
FIGURA 5.35. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 4, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,7 Hz.....	79
FIGURA 5.36. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 2 QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 8 Hz	80
FIGURA 5.37. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 3, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 8 Hz	81
FIGURA 5.38. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DA ESTRUTURA 4, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 8 Hz	81
FIGURA 5.39. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS NO DOMÍNIO DAS FREQUÊNCIAS, PARA AS ESTRUTURAS 2, 3 E 4, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 8 Hz.....	82
FIGURA 5.40. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 2, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 8 Hz	83
FIGURA 5.41. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 3, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 8 Hz	83
FIGURA 5.42. LARGURA DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA DA ESTRUTURA 4, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 8 Hz	84
FIGURA 5.43. RESULTADO OBTIDO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA ESTRUTURA 5	85
FIGURA 5.44. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA ESTRUTURA 5	86
FIGURA 5.45. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS NO DOMÍNIO DAS FREQUÊNCIAS, PARA AS ESTRUTURAS 2 E 5, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,2 Hz.....	87
FIGURA 5.46. ESPECTRO DA ESTRUTURA 5 PARA EXCITAÇÃO DO MOTOR DE 2,2 VOLTS, COM AJUSTE NA ESCALA DAS AMPLITUDES.....	87
FIGURA 5.47. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS NO DOMÍNIO DAS FREQUÊNCIAS, DAS ESTRUTURAS ENSAIADAS SEM MATERIAL VISCOELÁSTICOS E COM CAMADA DE RESTRIÇÃO, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,83 Hz.....	88
FIGURA 5.48. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS NO DOMÍNIO DAS FREQUÊNCIAS, DAS ESTRUTURAS 5 E 2, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,33Hz	89
FIGURA 5.49. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS NO DOMÍNIO DAS FREQUÊNCIAS, DAS ESTRUTURAS ENSAIADAS SEM MATERIAL VISCOELÁSTICOS E COM CAMADA DE RESTRIÇÃO, QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 4 Hz ..	90

FIGURA 5.50. RESULTADO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O MODELO DA ESTRUTURA SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO	93
FIGURA 5.51. RESULTADO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O MODELO DA ESTRUTURA COM CAMADA DE ESPUMA ACRÍLICA	93
FIGURA 5.52. RESULTADO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O MODELO DA ESTRUTURA COM CAMADA DE MASSA ACRÍLICA	94
FIGURA 5.53. RESULTADO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O MODELO DA ESTRUTURA SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO	95
FIGURA 5.54. RESULTADO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O MODELO DA ESTRUTURA SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO	95
FIGURA 5.55. RESULTADO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O MODELO DA ESTRUTURA SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO	96
FIGURA 5.56. RESULTADO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O MODELO DA ESTRUTURA SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO	96
FIGURA 5.57. RESPOSTA OBTIDA DO MODELO DA ESTRUTURA 5, NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	97
FIGURA 5.58. RESPOSTA OBTIDA DO MODELO DA ESTRUTURA 5, NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA COM ESCALA AMPLIADA	98
FIGURA 5.59. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA APRESENTADA EXPERIMENTALMENTE PARA ESTRUTURA 5.....	98

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	13
2.	OBJETIVOS	16
2.1.	OBJETIVO GERAL	16
2.2.	OBJETIVO ESPECÍFICO	16
3.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	17
3.1.	TEORIAS DA ESTRUTURA EULER-BERNOULLI.....	17
3.1.1.	ESTRUTURA ENGASTADA.....	20
3.1.2.	VIBRAÇÕES TRANSVERSAIS LIVRES EM SISTEMAS CONTÍNUOS.....	21
3.2.	CONCEITOS DE AMORTECIMENTOS EM SISTEMAS DINÂMICOS	24
3.2.1.	MECANISMOS EXTERNOS DE AMORTECIMENTO	24
3.2.2.	MECANISMOS INTERNOS DE AMORTECIMENTO EM METAIS.....	25
3.2.3.	MECANISMOS DE AMORTECIMENTO EM MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	26
3.2.4.	ADIÇÃO DE AMORTECIMENTO POR CAMADA DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	31
3.3.	DETERMINAÇÕES DO FATOR DE AMORTECIMENTO	37
3.3.1.	DECAIMENTO DA VIBRAÇÃO LIVRE.....	37
3.3.2.	MÉTODO DA BANDA DE MEIA POTÊNCIA.....	38
4.	MATERIAIS E MÉTODOS	40
4.1.	MATERIAIS E EQUIPAMENTOS.....	40
4.1.1.	ESTRUTURAS FLEXÍVEIS	40
4.1.2.	MATERIAIS VISCOELÁSTICOS.....	41
4.1.3.	SENSORES.....	43
4.1.4.	CONDICIONADOR DE SINAIS	43
4.1.5.	OSCILOSCÓPIO UTILIZADO NA AQUISIÇÃO	44
4.1.6.	BALANÇA DE PRECISÃO	45
4.1.7.	APARATO EXPERIMENTAL PARA MOVIMENTOS FORÇADOS.....	45
4.1.8.	EXCITADOR PARA MOVIMENTO FORÇADO	47
4.1.9.	EXCITADOR PARA MOVIMENTO LIVRE (ALAVANCA ELÉTRICA).....	48
4.2.	METODOLOGIA	49
4.2.1.	INSTRUMENTAÇÃO E MONITORAÇÃO	49
4.2.2.	ARRANJOS PARA OS ENSAIOS.....	50
4.2.2.1.	ARRANJO PARA MOVIMENTO LIVRE	51
4.2.2.2.	ARRANJO PARA MOVIMENTO FORÇADO	51
4.2.3.	MÉTODO PARA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA PARA DIFERENTES POSIÇÕES.....	52
4.2.4.	MÉTODO PARA ANÁLISE DA ESTRUTURA CAMADA LIVRE COM E SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO	53
4.2.5.	MÉTODO PARA ANÁLISE DA ESTRUTURA CONFIGURAÇÃO SANDUÍCHE	54

4.2.6.	ANÁLISE COMPUTACIONAL	55
5.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	56
5.1.	ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA PARA DIFERENTES POSIÇÕES	56
5.1.1.	ANÁLISE DA ESTRUTURA EM MOVIMENTO LIVRE	56
5.1.2.	ANÁLISE DA ESTRUTURA EM MOVIMENTO FORÇADO	57
5.2.	ANÁLISE DA ESTRUTURA DA CONFIGURAÇÃO DE CAMADA LIVRE COM E SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO	60
5.2.1.	COMPORTAMENTO DA CONFIGURAÇÃO DE CAMADA LIVRE COM E SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO EM MOVIMENTO LIVRE	60
5.2.2.	COMPORTAMENTO DA CONFIGURAÇÃO DE CAMADA LIVRE COM E SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO EM MOVIMENTO FORÇADO	65
5.2.2.1.	COMPORTAMENTO QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,2 HZ	65
5.2.2.2.	COMPORTAMENTO QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 2,4 HZ	70
5.2.2.3.	COMPORTAMENTO QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 3,7 HZ	74
5.2.2.4.	COMPORTAMENTO QUANDO O MOTOR FOI EXCITADO COM 8 HZ	79
5.3.	ANÁLISE DA ESTRUTURA REVESTIDA COM MATERIAL VISCOELÁSTICO E CAMADA DE RESTRIÇÃO	85
5.3.1.	COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA COM CAMADA DE RESTRIÇÃO EM MOVIMENTO LIVRE	85
5.3.2.	COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA COM CAMADA DE RESTRIÇÃO EM MOVIMENTO FORÇADO	86
5.3.2.1.	ANÁLISE DA ESTRUTURA COM CAMADA DE RESTRIÇÃO COM MOTOR EXCITADO A 2,2 HZ	86
5.3.2.2.	ANÁLISE DA ESTRUTURA COM CAMADA DE RESTRIÇÃO COM MOTOR EXCITADO A 2,83 HZ	88
5.3.2.3.	ANÁLISE DA ESTRUTURA COM CAMADA DE RESTRIÇÃO COM MOTOR EXCITADO A 3,33 HZ	88
5.3.2.4.	ANÁLISE DA ESTRUTURA COM CAMADA DE RESTRIÇÃO COM MOTOR EXCITADO A 4 HZ	89
5.4.	RESPOSTAS OBTIDAS COM O PROGRAMA ANSYS®	90
5.4.1.	PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS DAS ESTRUTURAS UTILIZADAS PARA GERAÇÃO DOS MODELOS	90
5.4.2.	RESULTADOS E DISCUSSÕES DOS MODELOS GERADOS NO ANSYS®	92
5.4.3.	DISCUSSÕES DOS MODELOS GERADOS PARA AS ESTRUTURAS COM CAMADA LIVRE	92
5.4.4.	DISCUSSÕES DO MODELO GERADO PARA VIGA SANDUÍCHE	94
	CONCLUSÕES	99
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	100

1. INTRODUÇÃO

Os primeiros estudos sobre o fenômeno oscilatório estão datados entre 582 e 507 a.C. Nesses estudos, o filósofo e matemático grego Pitágoras analisou o som produzido pela oscilação de uma corda. Essa oscilação é decorrente de mecanismos que transformam energia cinética em potencial e vice-versa. Dessa experiência foi extraído o conhecimento de que se um sistema for retirado de sua posição de equilíbrio estático, ele irá oscilar em torno de seus pontos de equilíbrio.

O estudo das vibrações está dividido em duas classes: livre e forçada. Quando o sistema sofre um deslocamento inicial e é liberado sob ausência de forças externas, denomina-se vibração livre. Nesse movimento, a estrutura oscila sob influência de suas frequências naturais, decorrente da distribuição de sua massa e rigidez. Quando o sistema está submetido às excitações externas, é caracterizado como vibração forçada. Para esse tipo de vibração, a estrutura oscila com a mesma frequência de oscilação da fonte geradora. Um dos maiores problemas em estruturas de edifícios, pontes e asas de avião é causado quando a frequência de excitação externa coincide com a frequência natural do sistema. Esses efeitos dinâmicos são freqüentemente induzidos, tanto por causas naturais quanto pelas ações humanas, tais como terremotos, vento e tráfego, causando problemas de operação, desconforto aos usuários, fadiga, dano estrutural e até o colapso.

Quando a estrutura encontra-se em movimento livre ou forçado, dissipa energia por meio de tensões internas, geradas pelas ligações das cadeias moleculares, atrito entre a estrutura e o meio, deformações plásticas, etc. As amplitudes de vibração serão menores quanto maior for a capacidade da estrutura em dissipar energia. Alguns materiais utilizados em estruturas aeronáuticas, plantas industriais e construção de edifícios apresentam amortecimento muito baixo, o que resulta em amplitudes maiores de vibração.

Com a finalidade de amenizar a amplitude dos deslocamentos produzidos pelas ações dinâmicas sobre estruturas, muitos engenheiros e pesquisadores têm estudado mecanismos de amortecimentos para aumentar sua capacidade de dissipar energia. Uma forma para elevar as taxas de amortecimento, é a aplicação de materiais com propriedades amortecedoras, que, quando aplicados na superfície de estruturas com baixo fator de amortecimento, apresentam enorme capacidade de atenuar as vibrações e diminuir as amplitudes de deslocamentos. Essa solução que visa o incremento das taxas de amortecimento de estruturas refere-se à utilização de materiais viscoelásticos como elementos que têm grande capacidade de dissipar energia.

Os materiais viscoelásticos têm sido amplamente estudados como mecanismo de amortecimento de vibração de sistemas dinâmicos, devido a sua grande capacidade de absorver partes da energia de vibração das estruturas e dissipá-las em forma de calor. Esses materiais podem ser aplicados como juntas ou apoios viscoelásticos, ou sob a forma de tratamento superficial. Para este último, os materiais viscoelásticos podem ser aplicados de duas formas: Camada Livre ou Camada de Restrição.

A configuração camada livre é o nome dado para a estrutura que é submetida a uma simples camada de material viscoelástico sobre uma de suas superfícies, e seu amortecimento é gerado devido às forças de tração e compressão sobre o material viscoelástico.

A configuração chamada de camada restrita consiste em dispor uma camada de material viscoelástico entre a camada da estrutura base e uma fina camada metálica. Esse tipo de configuração permite aumentar enormemente as deformações cisalhantes na camada viscoelástica e, como consequência, um aumento na dissipação de energia vibratória. Essa configuração também é conhecida por viga sanduíche.

A importância dos estudos dos materiais viscoelásticos deve-se ao fato de esses estarem presentes nos diversos setores das indústrias. Esses estudos buscam aprofundar formulações e modelos numéricos para descrever o comportamento deste mecanismo de amortecimento. Como exemplo de estudos realizados na indústria automotiva, encontram-se pesquisas que tinham como objetivo realizar modelagens (não-linear e viscoelástica) e identificação de parâmetros viscoelásticos de um tipo de espuma flexível, a base de poliuretano, para aplicação em assentos automotivos.

A dificuldade de determinar as propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos por meio de modelagens computacionais deve-se ao fato de que elas dependem de vários fatores externos, tais como a frequência de excitação ao qual a estrutura está submetida, as variações de temperatura, a geometria da estrutura, entre outros.

Neste trabalho, busca-se analisar de forma prática o comportamento das estruturas flexíveis revestidas por materiais viscoelásticos, com uma de suas extremidades engastadas em um aparato experimental. Essas análises dinâmicas em uma estrutura revelam importantes características sobre seu comportamento em movimento livre ou sob ação de forças externas. A experiência consiste em comparar o comportamento das estruturas, obtido no domínio do tempo e no domínio da frequência, quando ensaiadas em movimento livre e forçado. Inicialmente foram realizados ensaios de uma estrutura com sensores acoplados em locais diferentes, em relação ao engaste para verificar se a resposta seria a mesma para diferentes

posições da estrutura. O segundo ensaio realizado tinha como objetivo comparar o comportamento das estruturas ensaiadas em configuração camada livre, sem e com material viscoelástico. E por fim a análise de uma estrutura na configuração viga sanduíche, composta por duas estruturas iguais de aço separadas por uma camada de espuma acrílica.

A partir dos ensaios experimentais com o emprego de amortecedores viscoelásticos em camada livre e na configuração viga sanduíche, foram estimadas as frequências naturais e as amplitudes de vibração dos espécimes ensaiados, avaliando-se a eficiência de cada configuração para a redução de vibrações e o conseqüente incremento das taxas de amortecimento. Esses resultados permitiram demonstrar quais das configurações foram mais eficientes no aumento de amortecimento estrutural e analisar o comportamento das estruturas em relação às diferentes frequências de excitação.

ESTRUTURA DO PRESENTE TRABALHO

- No primeiro capítulo é realizada uma introdução sobre mecanismos de dissipação de vibração, a importância da aplicação dos materiais viscoelásticos no setor industrial e a seqüência que será abordada experimentalmente neste trabalho;
- O segundo capítulo apresenta os objetivos desse trabalho;
- O terceiro capítulo aborda os seguintes conceitos teóricos:
 - Resumo da teoria de Euler-Bernoulli, com propriedades para determinar a deflexão de uma estrutura engastada e as equações para determinação das frequências naturais;
 - Descrição dos tipos de mecanismos amortecedores em estruturas, principais características dos materiais viscoelásticos, descrição dos revestimentos tipo sanduíche e a configuração de camada livre;
 - Determinação do fator de amortecimento pelo método do decremento logarítmico e o método da banda de meia potência.
- No quarto capítulo são mostradas as características dos materiais viscoelásticos aplicados, os equipamentos e materiais utilizados, com suas principais características. Na seqüência descreve-se o método aplicado;
- No quinto capítulo é apresentada a análise realizada para comprovar o comportamento da estrutura para diferentes pontos, discute-se o comportamento da estrutura de configuração camada livre para diferentes tipos de materiais viscoelásticos e diferentes frequências de excitação do motor. E, por fim, apresentam-se análises da estrutura em configuração viga sanduíche;

- O Capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GERAL

Estudo do comportamento de estruturas flexíveis, em movimento livre e forçado, com e sem revestimento viscoelástico.

2.2. OBJETIVO ESPECÍFICO

Construção de um aparato experimental para ensaios de movimento forçado.

Verificar se o comportamento apresentado por uma estrutura é o mesmo para diferentes posições.

Analisar o comportamento de uma estrutura com configuração camada livre, quando revestida por material viscoelástico.

Analisar o comportamento de uma estrutura com material viscoelástico e camada de restrição.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. Teorias da estrutura Euler-Bernoulli

A estrutura flexível a ser modelada é uma estrutura de aço inox com uma extremidade engastada. As dimensões da seção transversal da estrutura são pequenas quando comparadas ao comprimento, assim a deformação elástica é primariamente causada pela flexão, podendo-se, então, considerar a estrutura como uma estrutura de Euler-Bernoulli.

Segundo Gérardin (1997), ao considerar as cargas aplicadas na estrutura conforme Figura 3.1, a teoria de Euler-Bernoulli assume a presença de uma deflexão da linha elástica $v(x, t)$, pequena, com vibração limitada ao deslocamento do plano $0xy$ e seção transversal da estrutura indeformada e material isotrópico.

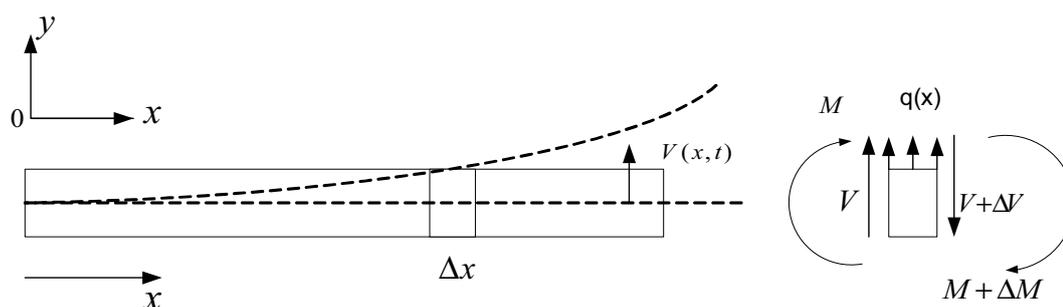


Figura 3.1 – Estrutura delgada submetida à flexão e elemento carregado (Adaptado de DOYLE, 1997)

De acordo com Vieira (2006), a teoria da estrutura de Euler-Bernoulli propõe que a deflexão vertical é aproximadamente constante ao longo do comprimento, ao passo que no deslocamento horizontal a área da seção permanece perpendicular à linha elástica e sem deformação na sua face, desprezando-se a presença de qualquer força cortante pertencente a ela. Assim, os deslocamentos são expandidos na série de Taylor para deslocamentos do meio do plano conforme Doyle (1997).

$$\bar{u}(x, y) \approx \bar{u}(x, 0) + y \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=0} + \dots = u(x) - y\phi(x) + \dots \quad (3.1)$$

$$\bar{v}(x, y) \approx \bar{v}(x, 0) + y \left. \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right|_{y=0} + \dots = v(x) - y\phi(x) + \dots \quad (3.2)$$

Onde:

$$u(x) = \bar{u}(x, 0) \quad (3.3)$$

$$v(x) = \bar{v}(x, 0) \quad (3.4)$$

$$\phi(x) = - \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (3.5)$$

$$\phi(x) = - \left. \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (3.6)$$

Como no modelo em análise, são desconsiderados esforços cortantes, e tendo a equação $\bar{u}(x, y) = 0$ como definição das deformações causadas pelas deflexões resulta:

$$u(x, y) \approx -y\phi(x) \quad (3.7)$$

$$v(x, y) \approx v(x) \quad (3.8)$$

Sendo as deformações axiais e cortantes, relativas a essas deformações, definidas nas equações 3.9 e 3.10.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = -\phi + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.10)$$

Assumindo para estrutura delgada a hipótese que não há força cortante, sabendo que ela existe, resulta:

$$\phi(x) = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.11)$$

Definindo assim a Equação 3.12, como sendo a única deformação diferente de zero.

$$\varepsilon_{xx} = -y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (3.12)$$

Supõe-se que, para uma estrutura delgada, pode-se esperar σ_{xx} como forças dominantes. A estrutura fica submetida a um estado uniaxial de tensão e, aplicando-se a Lei de Hooke, deduz-se:

$$\varepsilon_{xx} = -yE \frac{\partial \phi}{\partial x} = -yE \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (3.13)$$

Na Figura 3.2 observa-se a disposição das forças dominantes, no corte transversal da estrutura.

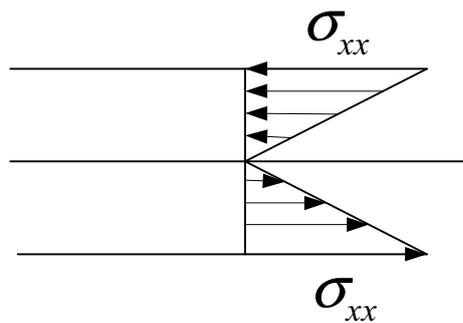


Figura 3.2 – Corte transversal da estrutura mostrando a distribuição das forças (adaptado de Doyle (1997)).

Sabe-se que o momento fletor total da estrutura é dado pela expressão:

$$M = \int \sigma_{xx} y dA \quad (3.14)$$

e o momento de segunda ordem:

$$I_y \equiv \int y^2 dA \quad (3.15)$$

sendo constante para toda a estrutura, resulta:

$$M = -EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (3.16)$$

como:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = q(x) \quad (3.17)$$

Então:

$$\frac{\partial^4 v(x)}{\partial x^4} = \frac{1}{EI} q(x) \quad (3.18)$$

Para a estrutura de seção retangular, representada na Figura 3.1, define-se:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (3.19)$$

3.1.1. Estrutura Engastada

A deflexão da estrutura engastada é determinada em cada ponto de seu comprimento, considerando a existência de uma força estática concentrada em sua extremidade livre. Sendo assim:

$$M = -Pl + Px \quad (3.20)$$

da Equação 3.16 e 3.20 resulta:

$$-Pl + Px = EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (3.21)$$

integrando-se a Equação 3.21 em todo o comprimento da estrutura, tem-se:

$$-Plx + \frac{Px^2}{2} + C_1 = EI \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.22)$$

integrando novamente em todo o comprimento da estrutura, obtém-se:

$$\frac{-Plx^2}{2} + \frac{Px^3}{6} + \frac{C_1 x}{2} + C_2 = EIv(x) \quad (3.23)$$

as Equações 3.24 e 3.25 são admitidas como condições de contorno da estrutura engastada:

$$\frac{dy(0)}{dx} = 0 \quad (3.24)$$

$$y(0) = 0 \quad (3.25)$$

substituindo-as em 3.23, obtém-se:

$$\frac{-Plx^2}{2} + \frac{Px^3}{6} = EIv(x) \quad (3.26)$$

para deflexão na extremidade da estrutura, tem-se a elongação máxima: $V_l = V_{\max} = \Delta_{\max}$

$$\Delta_{\max} = \frac{Pl^3}{EI} \quad (3.27)$$

3.1.2. Vibrações Transversais Livres em Sistemas Contínuos

De acordo com Ewins (1984), na análise modal analítica tem-se uma descrição do comportamento da estrutura como sendo um conjunto de modos de vibração que é conhecido por modelo modal. Este modelo é definido por um conjunto de frequências naturais com suas correspondentes formas de vibrar e fatores de amortecimento.

Por meio das análises modais são descritas as várias maneiras em que a estrutura vibra naturalmente, sem a influência de força externa, e também é descrito o comportamento de uma estrutura quando submetida às forças externas determinando o modo de vibração e a que amplitude isso ocorre.

Uma das aplicações mais simples e comum da análise modal é a medida dos modos de vibração a fim de compará-las com os dados produzidos por uma análise numérica ou experimental.

O movimento lateral da estrutura ilustrada na Figura 3.1 é dado pela Equação:

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[T \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] = f(x, t) \quad (3.28)$$

onde:

m = massa da estrutura por unidade de comprimento

c = amortecimento da estrutura por unidade de comprimento

T = contribuição da rigidez à tensão plana

E = módulo de elasticidade do material

I = momento de inércia da seção transversal da estrutura

$f(x, t)$ = força de excitação

O balanço de força por unidade de comprimento que deve ocorrer em cada ponto da estrutura a cada instante de tempo é representado pela Equação 3.28. O termo de rigidez é constituído por dois elementos:

- rigidez à tensão plana;
- rigidez à flexão.

A Equação 3.28 é, às vezes, referenciada para estrutura espessa ou a estrutura de Euler-Bernoulli. Quando a deformação por cisalhamento e inércias de rotação é incluída, o modelo é chamado de estrutura de Timoshenko. Portanto, para o modelo da estrutura de Euler-Bernoulli, vibrando livremente sem amortecimento, a Equação 3.28 pode se reduzir a:

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (3.29)$$

Considerando o movimento harmônico, tem-se:

$$v(x, t) = V(x) \cos(\omega t - \alpha) \quad (3.30)$$

substituindo 3.29 em 3.30, obtém-se:

$$\frac{d^4 V}{dx^4} - \lambda^4 V = 0 \quad (3.31)$$

o autovalor da Equação 3.31 é calculada por:

$$\lambda^4 = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \quad (3.32)$$

Onde:

ρ = densidade do material da estrutura

A = área da seção transversal

A solução geral para 3.31 é dada por:

$$V(x) = A_1 e^{\lambda x} + A_2 e^{-\lambda x} + A_3 e^{\lambda x} + A_4 e^{-\lambda x} \quad (3.33)$$

A solução pode ser dividida em duas formas alternativas:

$$V(x) = B_1 e^{\lambda x} + B_2 e^{-\lambda x} + B_3 \text{sen}(\lambda x) + B_4 \text{cos}(\lambda x) \quad (3.34)$$

$$V(x) = C_1 \text{senh}(\lambda x) + C_2 \text{cosh}(\lambda x) + C_3 \text{sen}(\lambda x) + C_4 \text{cos}(\lambda x) \quad (3.35)$$

A determinação das constantes das equações 3.34 e 3.35 são calculadas através das condições de contorno aplicadas à Equação 3.31. Portanto, para condição de contorno engastada-livre tem-se:

a) Engastada: $V(0) = 0$ e $\left. \frac{dV}{dx} \right|_{x=0} = 0$;

b) Livre: $\left. \frac{d^2V}{dx^2} \right|_{x=L} = 0$ e $\left. \frac{d^3V}{dx^3} \right|_{x=L} = 0$.

A Equação característica da estrutura engastada-livre é determinada por:

$$\cos \lambda L \cosh \lambda L + 1 = 0 \quad (3.36)$$

Sendo válida para vários λL . Alguns desses valores estão referenciados em CRAIG (1981). Assim, para p-ésima frequência natural tem-se:

$$\omega_p = \frac{(\lambda_p L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3.37)$$

Para cada λ_p existe um valor correspondente de $V_p(x)$, que são as amplitudes ao longo da estrutura para os respectivos p-ésimos modos de vibrar, caracterizando dessa maneira as formas de vibrar da estrutura:

$$V_p(x) = C \{ \cosh(\lambda_p x) - \cos(\lambda_p x) - k_r [\sinh(\lambda_p x) - \sin(\lambda_p x)] \} \quad (3.38)$$

Onde:

$$k_r = \left[\frac{\cosh(\lambda_p 1) + \cos(\lambda_p 1)}{\sinh(\lambda_p 1) + \sin(\lambda_p 1)} \right] \quad (3.39)$$

C = constante arbitrária de amplitude

De acordo com Vinson e Sierakowski (1986), a estrutura de material composto vibra com a mesma função de deflexão de um material isotrópico, sendo assim, ambas possuem as mesmas formas de vibrar. Entretanto, as frequências naturais de uma estrutura de material composto são dadas por:

$$\omega_p = \frac{(\lambda_p L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{bD_{11}}{\rho A}} \quad (3.40)$$

Onde:

D_{11} = componente da matriz de rigidez da estrutura flexível

A importância das pesquisas sobre estruturas flexíveis e da determinação das frequências que as envolve deve-se à quantidade de equipamentos sujeitos a solicitações dinâmicas, como é o caso de estruturas aeronáuticas, que, embora sejam consideradas estruturas rígidas, quando submetidas a efeitos de grandes acelerações, passam a ter comportamento dinâmico, o que pode gerar efeitos negativos como: deterioração do equipamento, instabilidades dos sistemas, ruptura por fadiga, etc. Esse comportamento pode ser minimizado com a aplicação de mecanismos amortecedores, como os que serão vistos nas seções seguintes.

3.2. CONCEITOS DE AMORTECIMENTOS EM SISTEMAS DINÂMICOS

De acordo com Crandall (1970), amortecimento pode ser definido como a retirada de energia de um sistema vibrante, que pode ser transmitida para fora do sistema por meio de mecanismos de radiação ou pode ser dissipada internamente no sistema. Vibrações resultam da contínua e repetitiva conversão da energia cinética em potencial e vice-versa. Para um sistema vibrante livre, a perda de energia devida ao amortecimento provoca o decaimento de vibrações.

O amortecimento de sistemas mecânicos é quantificado pelo fator de amortecimento η expresso na Equação 3.41, definida como a razão entre a energia dissipada por radiano e a máxima quantidade de energia armazenada durante o ciclo.

$$\eta = \frac{W}{2\pi V} \quad (3.41)$$

Segundo Oliveira (2006), um grande número de mecanismos de dissipação ocorre internamente a um elemento de material quando este é deformado ciclicamente. Todos esses mecanismos estão associados com reconstituições ou reconstruções internas da microestrutura e/ou da macroestrutura, com efeitos em escala da ordem do retículo do cristal até efeitos em escala molecular.

3.2.1. Mecanismos Externos de Amortecimento

Conforme Nashif (1985), a resposta de uma estrutura sempre está relacionada com o meio em que se encontra. A relação da estrutura com o meio é conhecida como mecanismos externos de amortecimento. Esse tipo de amortecimento está diretamente ligado às

características da estrutura e do material utilizado como meio. Entre essas características estão a massa e a rigidez da estrutura, densidade e velocidade do som no meio. O acoplamento da estrutura com o meio é muito utilizado para atenuação de ruídos e alteração de frequências e modos naturais de vibração.

Segundo Jones (2001), quando duas superfícies deslizam uma sobre a outra, as forças de interação são extremamente complexas já que resultam em números extremamente grandes de picos e vales microscópicos. O atrito gerado pelo contato das superfícies é usado como amortecimento em sistemas mecânicos e são bastante significativos, especialmente em altas temperaturas, em que outros mecanismos não são efetivos ou desejáveis.

3.2.2. Mecanismos Internos de Amortecimento em Metais

Lazan (1968) afirma que a inelasticidade presente em todos os tipos de carregamento manifesta-se por uma grande variedade de mecanismos de dissipação de energia. Assim, em todos os casos, materiais ou sistemas mecânicos que dissipam energia sob carga cíclica, evidenciam um fenômeno em comum: a curva cíclica de tensão-deformação forma um laço de histerese. A Figura 3.3 mostra uma curva característica de histerese. A área hachurada entre os dois ramos da curva histerética representa a energia dissipada pelo amortecimento interno. Portanto, essa capacidade de dissipação de energia é definida como mecanismo interno de amortecimento.

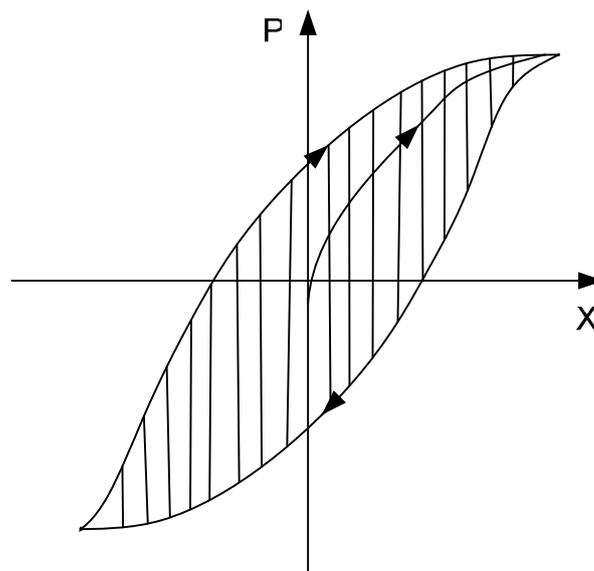


Figura 3.3 – Laço histerético não-linear típico. (Adaptado de Lazan, 1968)

Grande parte da energia absorvida internamente é dissipada sob a forma de calor. Em alguns casos, uma parcela dessa energia é absorvida internamente devido às mudanças estruturais que surgem do nível de energia do sistema. Essa energia de amortecimento é definida pela expressão:

$$D = \oint \sigma \cdot d\varepsilon \quad (3.42)$$

Onde:

D = energia por unidade de volume por ciclo de carregamento absorvida por um material macroscopicamente uniforme;

σ = tensão no interior do material;

ε = deformação no interior do material.

3.2.3. Mecanismos de Amortecimento em Materiais Viscoelásticos

Em Ferry (1980), os materiais viscoelásticos estão definidos como materiais poliméricos formados por longas cadeias moleculares e representado pela Figura 3.4. Nessa figura, os átomos de carbono são fortemente unidos e ramificados, de modo que o processo de composição e polimerização é que determina a força das ligações nas cadeias moleculares.

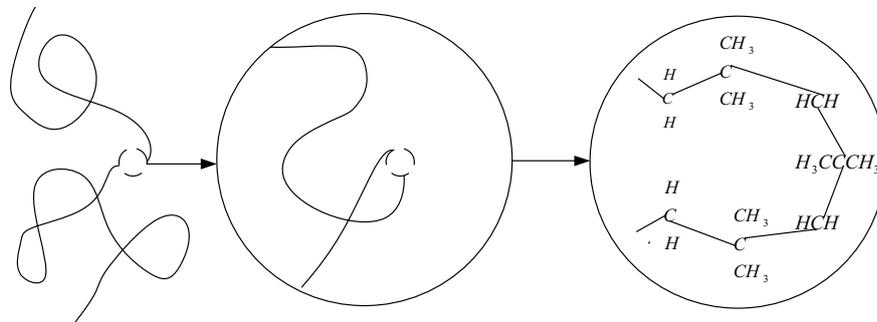


Figura 3.4 – Cadeias moleculares em materiais viscoelásticos (Adaptado de Ferry (1980)).

Estão definidas nas Equações 3.43 e 3.44 as relações entre tensão e deformação para um material de propriedade sólida ideal e linear. Analisando essas equações para um material submetido a um carregamento cíclico, nota-se, conforme Figura 3.5, que a deformação está em fase com a tensão.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.43)$$

$$\tau = G\varphi \quad (3.44)$$

Onde:

E = módulo de Elasticidade (ou de Young)

G = módulo de Cisalhamento

σ = tensão

τ = tensão cisalhante

ε = deformação linear

φ = deformação de cisalhamento

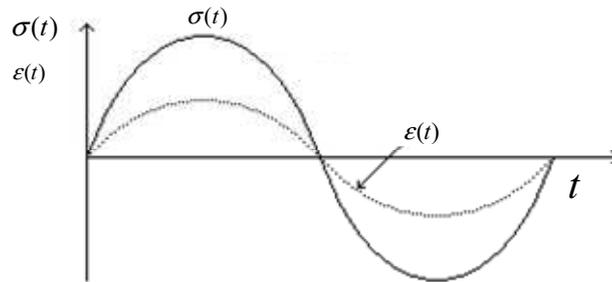


Figura 3.5 – Relação entre tensão e deformação para um sólido elástico sem dissipação (Adaptado de Jones (2001)).

O histórico temporal das deformações e das tensões dos materiais viscoelásticos são harmônicos, porém existe diferença de fase entre a deformação e a tensão, como mostra a Figura 3.6.

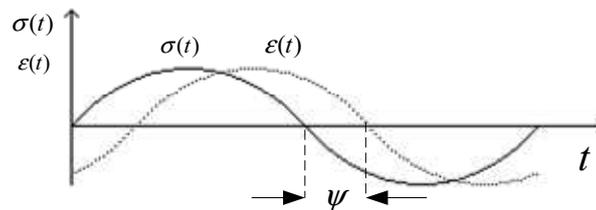


Figura 3.6 – Relação entre tensão e deformação para um sólido viscoelástico (Adaptado de Jones (2001)).

A diferença de fase ψ para o sólido viscoelástico implica um termo dependente da velocidade existente na relação tensão-deformação tal que:

$$\tau_t = \tau_0 \text{sen}(\omega t) \quad (3.45)$$

$$\phi = \phi_0 \text{sen}(\omega t - \psi) \quad (3.46)$$

$$\tau_t = \tau_0 \text{sen}(\omega t - \psi) \cos \psi + \tau_0 \cos(\omega t - \psi) \text{sen} \psi \quad (3.47)$$

$$\tau_t = \frac{\tau_0}{\phi_0} \cos \psi \phi(t) + \frac{\tau_0}{\phi_0 |\omega|} \text{sen} \psi \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (3.48)$$

Fazendo:

$$G = \frac{\tau_0}{\phi_0}$$

e

$\eta = \tan \psi$, resulta:

$$\tau = G\phi + \frac{G\eta}{|\omega|} \frac{d\phi}{dt} \quad (3.49)$$

Analogamente:

$$\sigma = E\varepsilon + \frac{E\eta}{|\omega|} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3.50)$$

As características de dissipação de energia do material sob excitações harmônicas estão representadas no segundo termo das Equações 3.49 e 3.50 e envolvem a taxa de variação da deformação com o tempo.

Quando a excitação ou as respostas do material não forem harmônicas, as Equações 3.49 e 3.50 serão reescritas em termos de funções exponenciais complexas, como segue:

$$\exp(i\omega t) = e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \text{sen}(i\omega t) \quad (3.51)$$

$$\cos(\omega t) = R_e[\exp(i\omega t)] \quad (3.52)$$

$$\text{sen}(\omega t) = lm[\exp(i\omega t)] \quad (3.53)$$

Na Equação 3.52, o termo R_e representa a parte real do número complexo, e, na Equação 3.53, lm representa a parte imaginária. Supondo que a deformação seja representada por $\phi = \phi_0 \exp(i\omega t)$ e a taxa de deformação definida como $i\omega t$, as Equações 3.49 e 3.50 tornam-se:

$$\tau = G \left(1 + i\eta \frac{\omega}{|\omega|} \right) \phi \quad (3.54)$$

$$\sigma = E \left(1 + i\eta \frac{\omega}{|\omega|} \right) \varepsilon \quad (3.55)$$

Assumindo ω positivo para qualquer tempo, as Equações 3.53 e 3.54 resumem-se a:

$$\tau = G(1 + i\eta)\phi \quad (3.56)$$

$$\sigma = E(1 + i\eta)\varepsilon \quad (3.57)$$

Dessa forma, o módulo de elasticidade complexo e o módulo de cisalhamento complexo ficam respectivamente:

$$E = E(1 + i\eta) = E + iE\eta = E_1 + E_2 \quad (3.58)$$

$$G = G(1 + i\eta) = G + iG\eta = G_1 + G_2 \quad (3.59)$$

Nas Equações 3.58 e 3.59, E_1 e G_1 são os chamados Módulos de Armazenamento e representam a energia armazenada e restituída por ciclo para deformações lineares e cisalhantes. E_2 e G_2 são os chamados módulos de perda e representam a energia dissipada ou perdida por ciclo de deformações linear e cisalhante. Finalmente η é o fator de amortecimento para materiais viscoelásticos.

Tendo em vista que os materiais viscoelásticos são compostos por polímeros, o amortecimento em materiais viscoelásticos pode ser definido como sendo a relaxação e recuperação da rede polimérica depois de deformada. Esse fator de amortecimento tem uma relação de dependência com a frequência e com a temperatura.

De acordo com Jones (2001), materiais viscoelásticos possuem propriedades diferentes e peculiares de acordo com a temperatura. Essas propriedades, como podem ser vistas na Figura 3.7, podem ser classificadas como: vítrea, quando o material encontra-se no estado mais rígido; transição, quando as propriedades do material encontram-se entre o estado vítreo e a região classificada como “estado de borracha”; e a própria região de borracha. Quando o material está sob altas temperaturas, possui mobilidade suficiente para que a deformação acompanhe a tensão aplicada sem grande diferença de fase, resultando em pequenas taxas de amortecimentos. Nesse instante, o material encontra-se no estado de borracha. Estando o material em baixas temperaturas, seu estado é rígido, com tendência a fragilidade e conseqüentemente sem ou com baixo amortecimento. O amortecimento máximo é obtido quando o material encontra-se na região de transição, em que o módulo de elasticidade toma um valor intermediário.

Na Figura 3.7 ainda pode ser vista a dependência do material com a frequência.

Mobilidade suficiente para a deformação acompanhar a tensão em baixas frequências, maior rigidez em altas frequências e o maior fator de amortecimento para frequências intermediárias localizadas na região de transição.

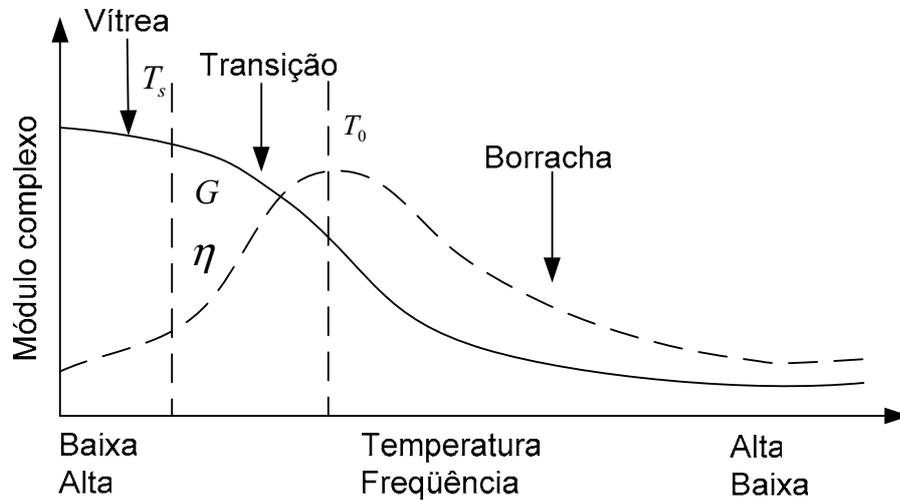


Figura 3.7 – Comportamento de materiais viscoelásticos (Adaptado de Jones (2001)).

O material tem esse comportamento devido à interação das cadeias moleculares. As moléculas do material estão inativas em baixas temperaturas, ficando próximas uma das outras e tornando o material mais rígido. Dessa forma, o movimento relativo entre as moléculas é reduzido, havendo pouco atrito intermolecular e, conseqüentemente, baixo amortecimento. Nas temperaturas mais altas, as moléculas se tornam ativas e se movem com maior facilidade resultando em baixa rigidez. Com a baixa interação entre as moléculas, a dissipação de energia é baixa devido ao atrito intermolecular. O máximo fator de amortecimento resulta da interação entre as moléculas que apresentam módulo de rigidez intermediária quando se encontra em temperaturas intermediárias.

Quanto às frequências, a inércia das moléculas resulta em pouco movimento relativo e baixa dissipação em altas frequências. Com baixas frequências, as moléculas têm mobilidade suficiente nas cadeias moleculares para que a deformação acompanhe a tensão com baixa interação entre as moléculas e pouca dissipação. Como aconteceu na temperatura, em frequências intermediárias tem-se inércia de moléculas intermediária, resultando valores máximos de amortecimento.

3.2.4. Adição de Amortecimento por Camada de Materiais Viscoelásticos

Os primeiros estudos sobre a aplicação dos materiais viscoelásticos como amortecedores de vibração estrutural se deram na década de 1950, quando podem ser referenciados os realizados por Ross et al (1959), os quais utilizaram materiais viscoelásticos em estruturas que vibravam a flexão.

Segundo Pitella (2006), o conceito de amortecimento de uma estrutura pode ser dado como sendo a energia dissipada durante o processo de movimentos oscilatórios. Uma forma de reduzir vibrações é através da elevação das taxas de amortecimento. O que explica o interesse científico na utilização de materiais com propriedades amortecedoras. Esses materiais com grande capacidade de dissipar energia, aplicados em materiais de baixa absorção de vibrações, apresentam enorme capacidade de atenuar e diminuir as amplitudes de deslocamentos até que o movimento vibratório cesse completamente, quando a estrutura é deixada em vibração livre.

A utilização de materiais viscoelásticos para atenuação de vibração em estruturas pode ser feita como demonstra a Figura 3.8, na qual Nashif (1985) propõe a aplicação de uma camada de material viscoelástico em um dos lados da estrutura. O amortecimento para essa configuração é predominado por deformação extensional, de modo que o material amortecedor sofre deformações por tração-compressão, alongando-se e deformando-se de forma extensional (longitudinal), gerando o amortecimento de vibração no sistema. Esse sistema de amortecimento é conhecido como “configuração de camada livre”.

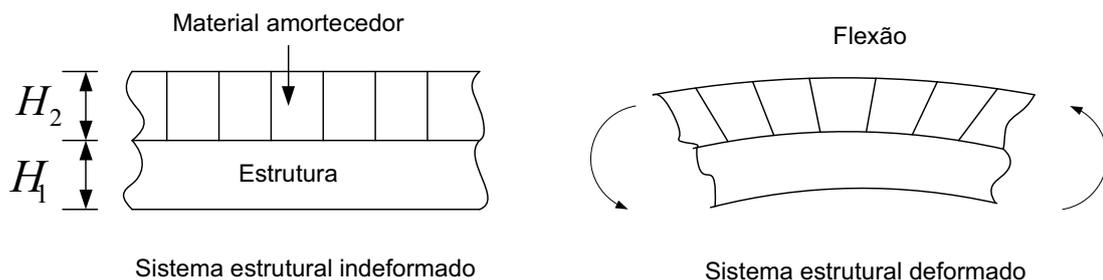


Figura 3.8 – Revestimento de material viscoelástico de camada livre (Adaptado de Nashif, 1985).

De acordo com Ross et al (1959), a configuração mais simples capaz de reproduzir tanto amortecimento devido à deformação extensional como amortecimento devido ao cisalhamento é o sistema conhecido como estrutura sanduíche, composto por três camadas (Figura 3.9). O amortecimento por cisalhamento ocorre no conjunto quando o material de

amortecimento é usado entre a placa a ser amortecida e uma camada de cobertura relativamente rígida, denominada camada de restrição.

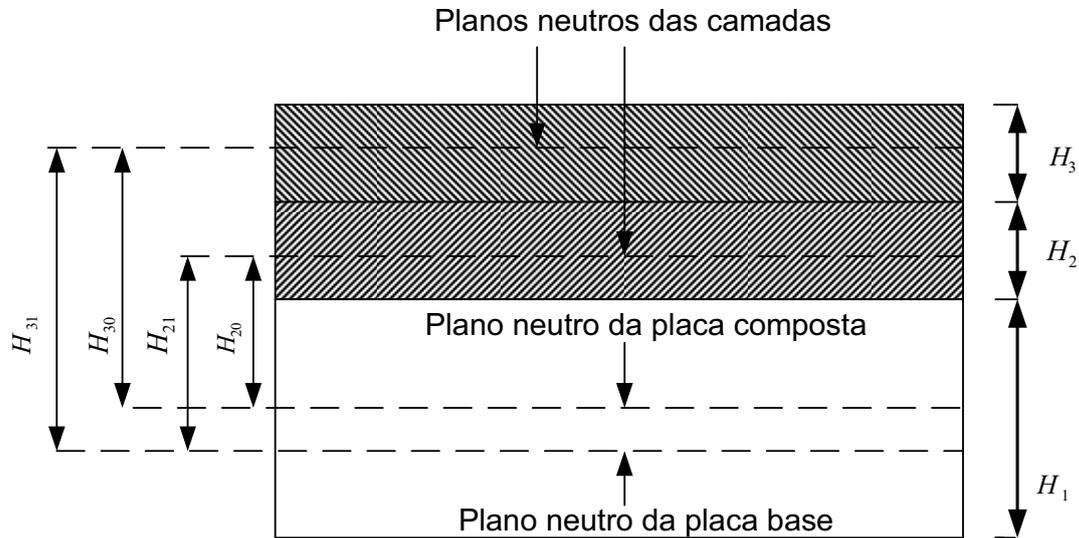


Figura 3.9 – Placa sanduíche – esquema de espessuras e planos neutros (Ross et al, 1959).

A Equação 3.60 determina o fator de perda para configuração em que o cisalhamento é inexistente ou desprezível.

$$\frac{\eta}{\eta_2} = \frac{k_2 [12h_{21}^2 + h_2^2(1+k_2)]}{[1+k_2] [12k_2h_{21}^2 + (1+k_2)(1+k_2)h_2^2]} \quad (3.60)$$

Onde:

$\frac{\eta}{\eta_2}$ = quociente entre o fator de perda da placa base pelo fator de perda da camada de material viscoelástico.

A Figura 3.10 mostra o gráfico desta função representado em função da espessura relativa da camada de amortecimento, $h_2 = \frac{H_2}{H_1}$, e da razão dos módulos de elasticidade das

mesmas camadas, $e_2 = \frac{E_2}{E_1}$.

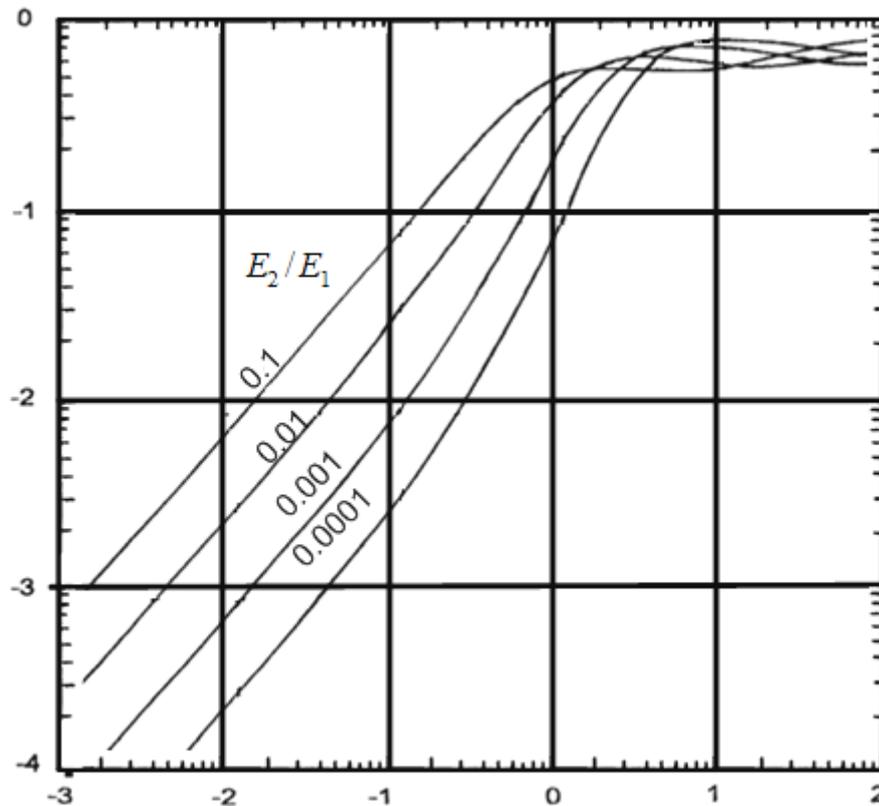


Figura 3.10 – Variação do fator de amortecimento com a razão de espessuras H2/H1 (Jones, 2001).

De acordo com a Figura 3.10, o fator de amortecimento depende da espessura do material viscoelástico, ficando, assim, condicionado à quantidade ou espessura do material aplicado. A dissipação de energia será maior quando a rigidez do material adicionado for menor, permitindo maior mobilidade das cadeias moleculares.

Os cálculos do fator de amortecimento da estrutura sanduíche podem ser facilitados com a determinação do fator geométrico descrito na Equação 3.61. Esse fator depende da rigidez e espessura do material.

$$Y = \frac{12k_3h_{31}^2}{(1+k_3)(1+k_2h_2^2+12k_2h_{21}^2+k_3h_3^2)} \quad (3.61)$$

Na Equação 3.62 está definida a relação geral do fator de amortecimento por cisalhamento quando a estrutura está configurada como estrutura sanduíche, em função do parâmetro geométrico e do parâmetro de cisalhamento definido na Equação 3.61, sendo η_2 o fator de perda para a camada de amortecimento cisalhante.

$$\eta \equiv \frac{\eta_2 Y (1-\epsilon) g (1+k_3)}{1[2+Y(1+\epsilon)](1+k_3)+[1+Y(1-\epsilon)](1+\eta_2^2)g^2(1+k_3)^2} \quad (3.62)$$

Considerando para fins práticos:

$$\epsilon \equiv \left(\frac{k_2}{gk_3} \right) \frac{h_{21}}{2h_{31}} \ll 1$$

Resulta:

$$\eta \equiv \frac{\eta_2 Y g (1 - k_3)}{1[2 + Y](1 + k_3) + [1 + Y](1 + \eta_2^2) g^2 (1 + k_3)^2} \quad (3.63)$$

A estrutura sanduíche deve ser constituída de forma que a camada de restrição e a camada de amortecimento sejam relativamente finas. Geralmente os materiais viscoelásticos aplicados como mecanismos de amortecimento são fitas adesivas compostas por polímeros. Neste caso, o parâmetro geométrico é expresso como:

$$Y \equiv \frac{3e_3 h_3 (1 + 4h_2 + 2h_3)}{(1 + e_3 h_3)} \quad (3.64)$$

Onde:

$e = \frac{E_3}{E_1}$ = razão dos módulos de Young da camada de restrição pelo módulo de Young da placa base, conhecido como módulo de elasticidade relativo ou normalizado.

Conforme Kerwin (1959), ao estudar ondas de flexão em estruturas, algumas hipóteses devem ser levadas em consideração:

- Os comprimentos das ondas longitudinais, das ondas de flexão e das ondas cisalhantes são grandes quando comparadas à espessura da placa, resultando em distorções de um elemento de estrutura assumida como rigidez controlada e é determinada por forças e momento atuante nesse elemento.
- No caso das estruturas sanduíche, apenas as camadas de materiais viscoelásticos são submetidas a cisalhamento. As camadas das extremidades (base e camada de restrição) são submetidas à flexão.
- A inclinação do plano neutro da placa composta é pequena, o que faz com que as distâncias medidas ao longo da superfície neutra da estrutura sejam iguais.

Substituindo as Equações 3.61 e 3.64 na Equação 3.63, e ainda utilizando as dimensões e características de rigidez, a relação equivalente para o amortecimento da camada sanduíche pode ser então representada por:

$$\frac{\eta}{\eta_2} = \frac{12(H_{31}^2/H_1^2)(K_3/K_1)[g/(1/g^2)]}{1 + \left\{ \frac{[12(H_{31}^2/H_1^2)(K_3/K_1)g/(1+g)]}{1 + (K_3/K_1)g/(1+g)} \right\} [(1 + K_3/K_1)g/(1+g)]^2} \quad (3.65)$$

sendo:

η = fator de amortecimento da placa sanduíche

η_2 = fator de amortecimento do material da camada intermediária (viscoelástico)

H_1 = distâncias mostradas na Figura 3.13

$k_i = (EH)_i$ é a rigidez extensional das camadas por unidade de comprimento

E = módulo de elasticidade das camadas

g = parâmetro de cisalhamento

Para valores de k_3/k_1 e E_3/E_1 relativamente pequenos, pode-se fazer a seguinte simplificação:

$$g = g_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{k_3}{k_1} \frac{1-2g}{1+g} \right) \quad (3.66)$$

Onde:

g_0 = parâmetro de cisalhamento baseado no número de onda de flexão para a placa sem revestimento.

De acordo com Kerwin (1959), para pequenos $\frac{k_3}{k_1}$, g_0 tende a 0,5, e o erro associado

à substituição de g por g_0 resulta em erro nulo.

A Equação 3.65 com as simplificações propostas acima pode ser utilizada para obter o efeito da variação de algumas propriedades do material viscoelástico. Em Oliveira (2006), as Figuras 3.11, 3.12 e 3.13 foram apresentadas como resultados da variação do módulo de elasticidade E_2 , da espessura do material viscoelástico H_2 e do fator de amortecimento η_2 , para uma estrutura sanduíche composta: por uma placa base de Alumínio $E = 70GPa$, $H_1 = 2,5 \cdot 10^3 m$, uma placa aço $E_3 = 210GPa$ de $H_1 = 2,5 \cdot 10^3 m$ como placa de restrição, e material viscoelástico ISD112 da 3M (Chantalakana, Stanway, 2001).

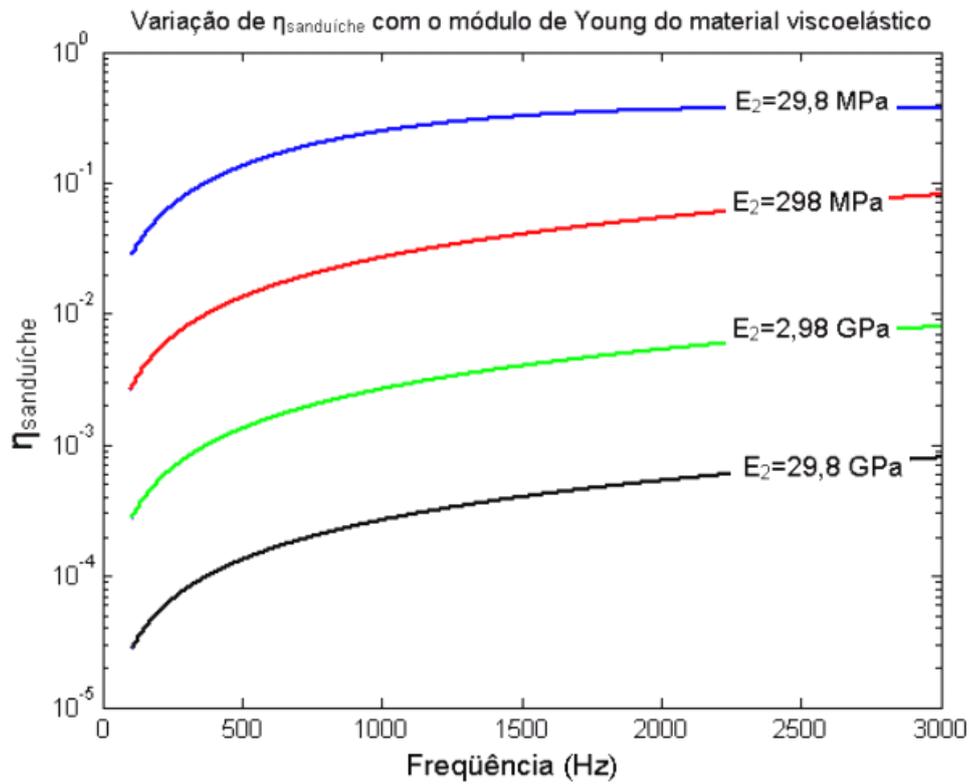


Figura 3.11 – Efeito do aumento do módulo elástico do material viscoelástico no fator de amortecimento de uma chapa sanduíche (Oliveira, 2006).

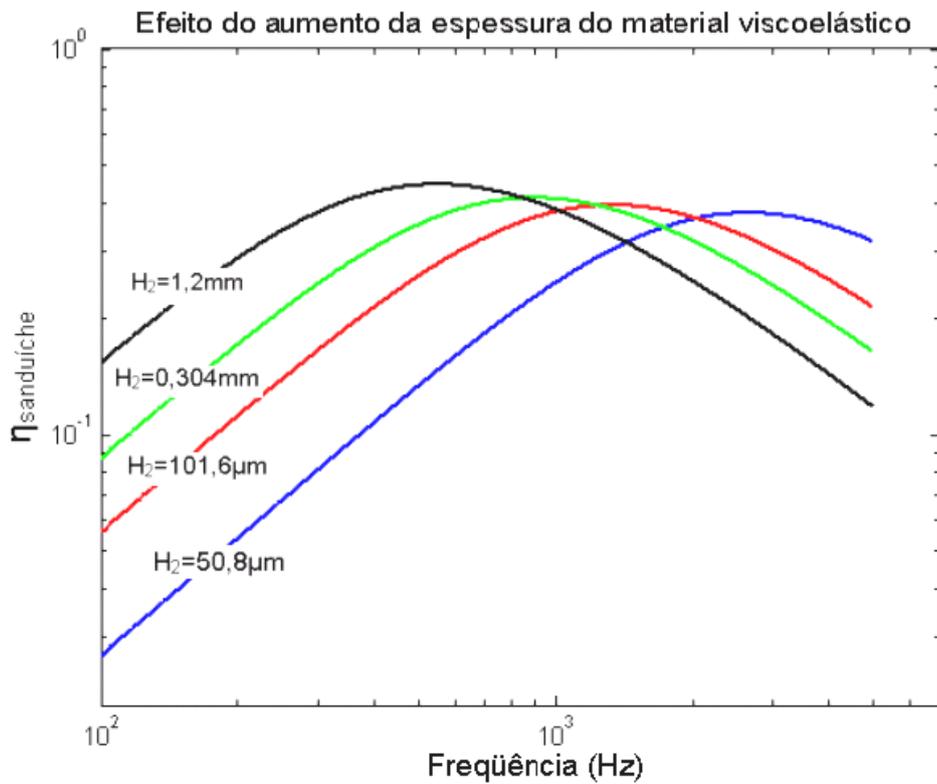


Figura 3.12 – Efeito do aumento da espessura do material viscoelástico no fator de amortecimento de uma chapa sanduíche (Oliveira, 2006).

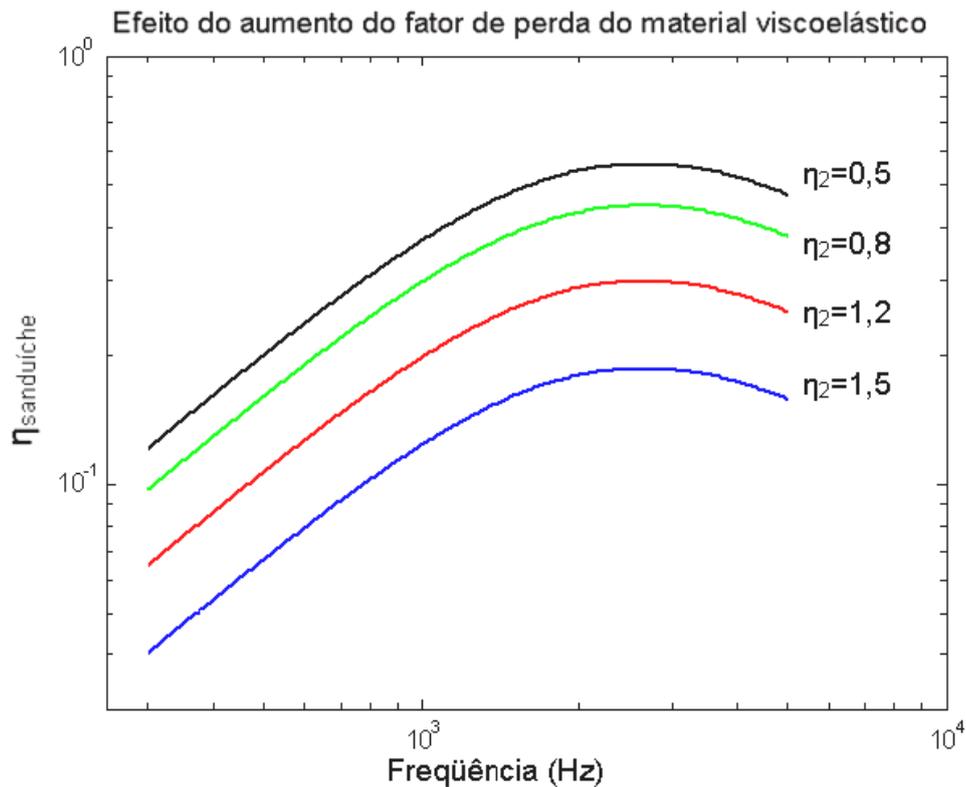


Figura 3.13 – Efeito do aumento do fator de amortecimento do material viscoelástico no fator de amortecimento de uma chapa sanduíche (Oliveira, 2006).

3.3. DETERMINAÇÕES DO FATOR DE AMORTECIMENTO

Segundo Varoto (1991), entre os métodos para determinação do fator de amortecimento, os mais usados são os modelos viscoso e hysterético, também conhecido como amortecimento estrutural. O modelo viscoso tem as forças de amortecimento proporcionais à velocidade relativa dos pontos das estruturas. O modelo hysterético tem as forças proporcionais aos deslocamentos.

3.3.1. Decaimento da Vibração Livre

O método de decaimento da vibração livre é uma técnica que pode ser aplicada para determinação do fator de amortecimento de uma estrutura engastada, quando excitada por impulso. Em Glough e Penzien (1975), a Figura 3.14 é apresentada como sendo o movimento característico desse tipo de vibração. Como pode ser visto nessa figura, as amplitudes de oscilação decaem exponencialmente. Quanto maior o amortecimento, mais rápido é o

decaimento das vibrações.

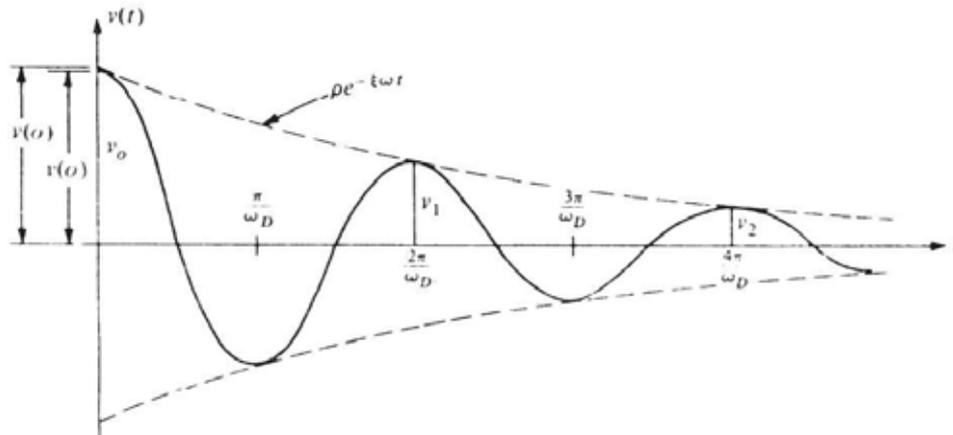


Figura 3.14 – Resposta do sistema subamortecido (Glough e Penzien, 1975).

O decaimento das amplitudes pode ser definido por meio do decremento logarítmico apresentado na Equação 3.67, onde U_p é a amplitude de vibração em um instante qualquer; e U_{p+N} a amplitude mediada em um intervalo N ciclos depois. O fator de amortecimento (ξ) é determinado pela Equação 3.68, onde N é o número de ciclos entre as amplitudes.

$$\delta_N = \ln \frac{V_p}{V_{p+N}} \quad (3.67)$$

$$\xi = \frac{\delta_N}{2\pi N} \quad (3.68)$$

De acordo com Penner (2001), este método é classificado como um ensaio não destrutivo e é caracterizado pela rapidez e facilidade de ser executado, além de fornecer informações correspondentes ao meio material contínuo que constitui o sistema.

3.3.2. Método da Banda de Meia Potência

Conforme Bert (1973) e Cremer (1988), o método da banda de meia potência consiste em medir a largura de banda dos picos de ressonância no espectro da resposta a 3dB abaixo da amplitude. A Figura 3.15 estabelece essa relação entre o fator de amortecimento e a largura de banda, onde a 3dB abaixo do pico tem-se a metade da energia do sistema. A frequência f_n é a frequência de um modo do sistema. O método de banda de meia potência associa o aumento da largura de banda com o aumento do amortecimento modal (OLIVEIRA, 2006).

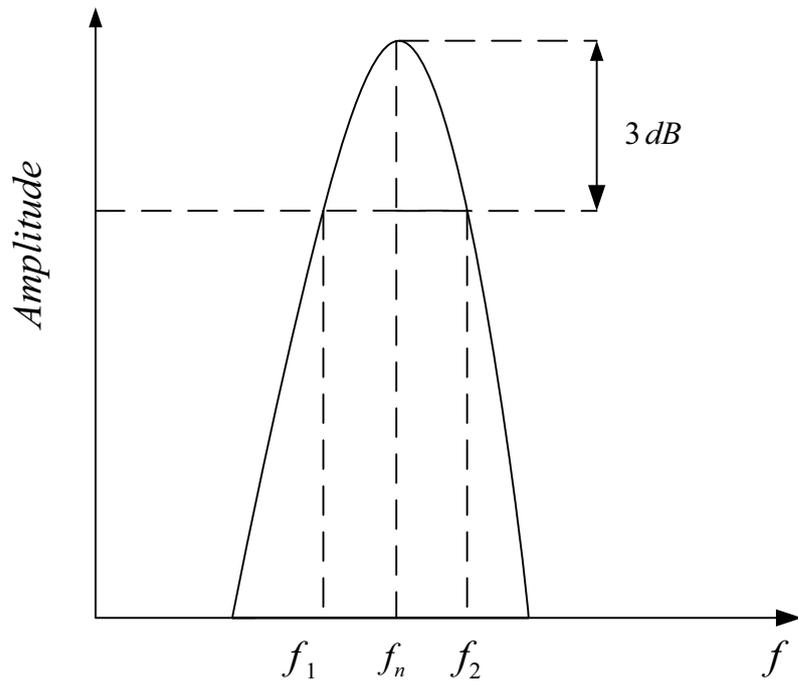


Figura 3.15 – O método de banda de meia potência (Adaptado de Bert, 1973).

O fator de amortecimento ξ é determinado pela seguinte equação:

$$\xi = \frac{2(f_2 - f_1)}{f_n} \quad (3.69)$$

4. MATERIAIS E MÉTODOS

Para a realização das análises que serão apresentadas no Capítulo 5, foi elaborado um aparato experimental conforme Figura 4.1, o qual possibilitou realizar os ensaios em movimento livre e forçado. As respostas das estruturas foram captadas por extensômetros e, por meio de um sistema de aquisição de dados, eram enviadas para um computador no qual eram analisadas. Neste capítulo serão discutidos os materiais e os métodos utilizados ao longo desse processo.

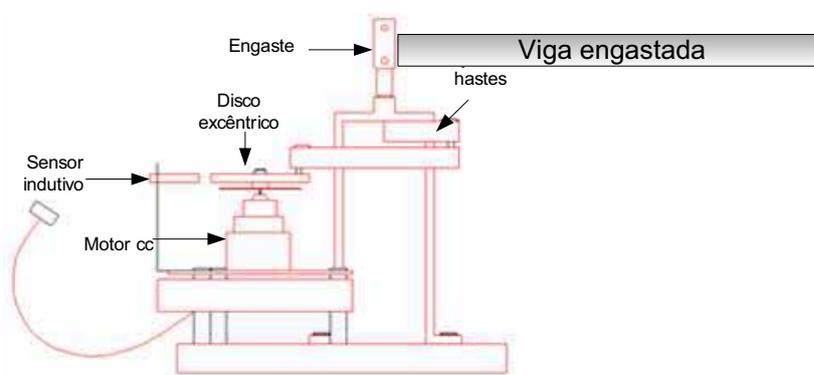


Figura 4.1 – Aparato Experimental

4.1. Materiais e Equipamentos

A aquisição de dados foi desenvolvida no laboratório de eletrônica do Centro Universitário de Lins, UNILINS – Lins – SP, contando com os materiais e equipamentos descritos a seguir.

4.1.1. Estruturas Flexíveis

As análises descritas neste trabalho foram realizadas utilizando-se seis estruturas de aço inox, com dimensões descritas na Figura 4.2. Essas estruturas foram instrumentadas e classificadas da seguinte maneira:

- Estrutura 1 – Estrutura com dimensões ilustrada na Figura 4.2 (a). Utilizada sem aplicação de materiais viscoelásticos e instrumentada de forma a obter respostas da estrutura a 80 mm e 190 mm do engaste. O



Figura 4.3 – Fitas VHB™ da 3M™ utilizadas como material viscoelástico

Tabela 4.1 – Características dos materiais viscoelásticos utilizados nos ensaios

	Fita VHB™ Massa Acrílica 4910	Fita VHB™ Espuma Acrílica 4930
Espessura	1 mm	0,6 mm
Largura	10 mm	12 mm
Tração	7,00 Kgf/cm ²	11,20 Kgf/cm ²
Adesão ao Aço	3,4 Kgf/12 mm	4 Kgf/12 mm
Tensão perpendicular	34 Kgf/in ²	54 Kgf/in ²
Cisalhamento dinâmico	4,9 Kgf/cm ²	7 Kgf/cm ²
Tempo de adesão	72 horas	72 horas

É importante destacar que as fitas VHB™ da 3M™ têm sido referenciadas em estudos sobre amortecimento com material viscoelástico. Entre esses, destacam-se os de trabalhos de Pitella (2006) e de Faisca (1998).

Para que houvesse boa aderência entre os materiais viscoelásticos e as estruturas ensaiadas, foram obedecidas as seguintes recomendações propostas pelos fabricantes:

- tempo de cura de 72 horas;

- limpeza com álcool isopropílico das estruturas em que será fixado o adesivo viscoelástico para que sejam eliminadas impurezas que possam influenciar na boa aderência do material às estruturas;
- após a colagem, deve ser realizada uma leve pressão, podendo utilizar uma espátula ou um rolete, para que os esforços sejam distribuídos igualmente, ajudando na fixação e evitando que se criem bolhas de ar entre as estruturas e o adesivo.

4.1.3. Sensores

Os sensores utilizados nas análises foram os extensômetros elétricos, conhecidos por extensômetros. Esses sensores transformam pequenas variações nas dimensões em variações equivalentes de resistência elétrica. O modelo utilizado foi KGF-5-120C1-11 (Kyowa) com as seguintes características:

- Comprimento da grade 5 mm
- Resistência da grade 119,8 +/- 0.2 Ω
- Fator de Gage (K) 2,10 +/- 1,0%

Para a fixação dos extensômetros foram utilizados:

- Lima de aço
- Álcool isopropílico
- Algodão
- Cola da marca Super Bonder®
- Pinça
- Resina de silicone

4.1.4. Condicionador de sinais

Foi construído um circuito condicionador de sinais composto por uma ponte de Wheatstone (Figura 4.4), com configuração de meia ponte (ANDOLFATO et al, 2004), com tensão de saída determinada pela Equação 4.1, e um amplificador de sinais ilustrado na Figura 4.5, com tensão de saída obtida pela Equação 4.2, sendo o ganho determinado pela Equação 4.3. Nas pontes não foram utilizados compensadores de temperaturas para os extensômetros, sendo que a aquisição de dados foi realizada com a temperatura ambiente na faixa de 24 a 26°C.

$$V_0 = \left[\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] E \quad (4.1)$$

$$v_0 = A_v(v_2 - v_1) \quad (4.2)$$

$$A_v = 1 + \frac{2R}{R_G} \quad (4.3)$$

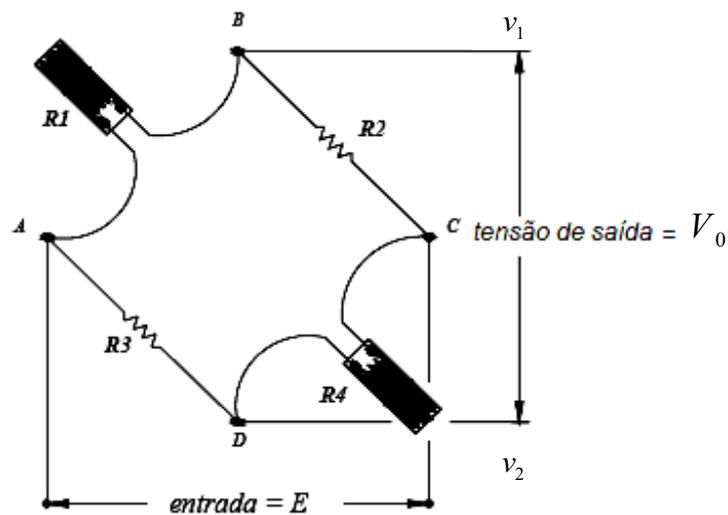


Figura 4.4 – Ponte de Wheatstone na configuração de meia ponte (ANDOLFATO et al, 2004)

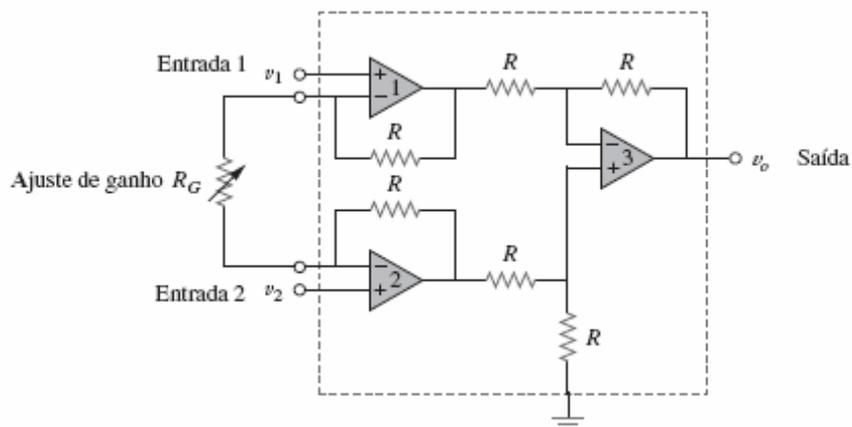


Figura 4.5 – Amplificador para instrumentação (FLOYD, 1996)

4.1.5. Osciloscópio Utilizado na Aquisição

Foi utilizado um osciloscópio digital Tektronix® – modelo TDS 210, com as

seguintes características:

- dois canais;
- 60 MHz com limite de largura de banda selecionável de 20 MHz.

Para converter os sinais do domínio do tempo para o domínio das frequências, a frequência de amostragem foi determinada pela Equação 4.4.

$$f_a = \frac{N_p}{\Delta_t} \quad (4.4)$$

Sendo,

f_a = frequência de amostragem

N_p = o número de pontos amostrados

Δ_t = intervalo de amostragem

4.1.6. Balança de precisão

Para determinar as massas das estruturas ensaiadas com e sem revestimento, foi utilizada uma balança de precisão com as seguintes características:

- Marca Marte®
- Modelo AS 2000C
- Certificação INMETRO n° 81867
- Carga máxima 2000g
- Carga mínima 0,5g
- Calibrada em 12/12/2006

4.1.7. Aparato Experimental para Movimentos Forçados

A Figura 4.6 representa a vista frontal do aparato experimental construído para realizar os ensaios em movimento forçado, ilustrando a disposição das peças que a constitui.

A Figura 4.7 ilustra a vista superior do aparato experimental. Quando o motor encontra-se em funcionamento, o disco excêntrico acoplado ao eixo do motor faz, por meio do conjunto de hastes, que o engaste exerça sobre a estrutura movimentos oscilatórios conforme Figura 4.8.

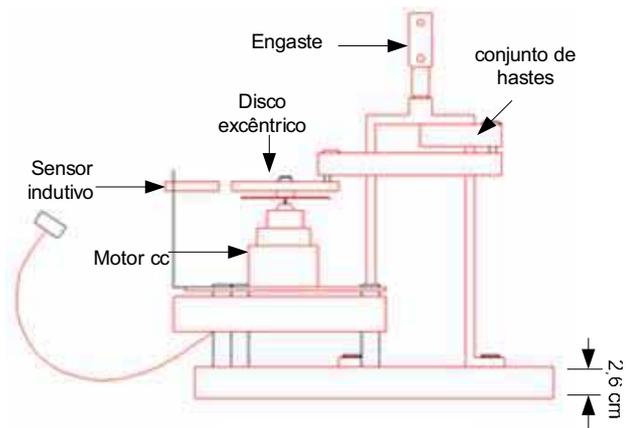


Figura 4.6 – Vista frontal do aparato experimental para movimento forçado

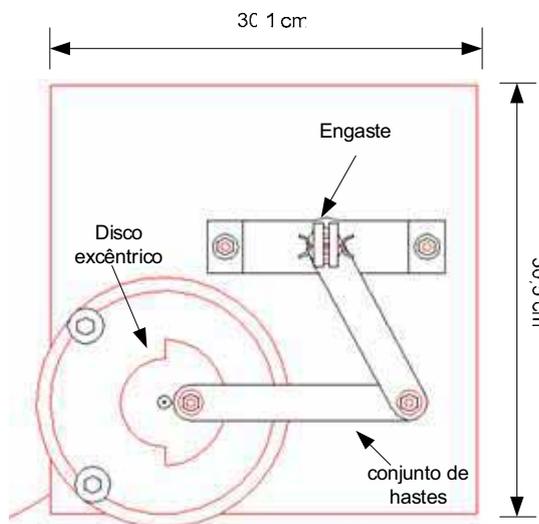


Figura 4.7 – Vista superior do aparato experimental para movimento forçado

A Figura 4.8 ilustra a vista superior do conjunto aparato experimental e estrutura, com ângulo θ representando as amplitudes de oscilações das estruturas.

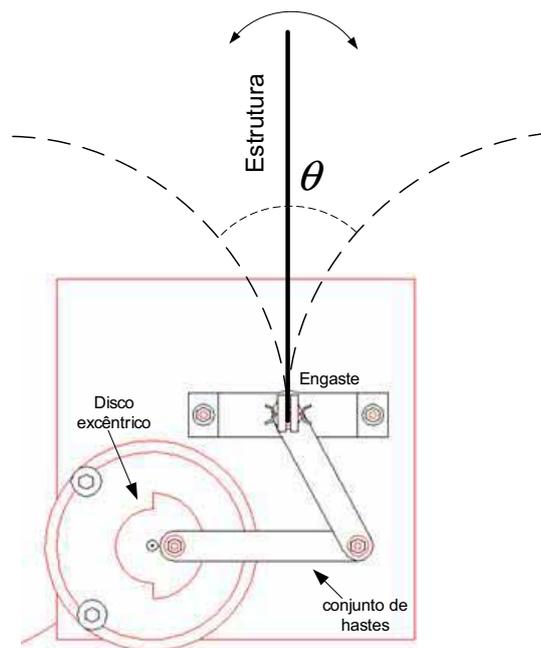


Figura 4.8 – Representação do movimento da estrutura engastada no aparato experimental

4.1.8. Excitador para Movimento Forçado

A velocidade do motor do aparato experimental foi controlada por modulação em largura de pulsos (PWM), que ajusta a largura do pulso por meio de informações recebidas do sensor indutivo próximo ao disco excêntrico. Como pode ser observado na Figura 4.7 vista superior, o disco tem recuo de 1 cm em meia circunferência. Quando a região completa da circunferência passa pelo sensor indutivo, o circuito eletrônico sinaliza internamente nível 1, o contrário, nível 0. O circuito identifica a quantidade de ciclos realizados por um contador que soma os níveis 1. Se em 1 segundo ocorrer um ciclo, o visor na placa controladora de PWM (Figura 4.9) indica que o motor gira a uma frequência de 60 rpm. Pode-se dizer por meio da Figura 4.7, vista superior, que uma volta completa do disco é igual ao movimento completo do engaste. Sendo assim, a estrutura flexível em movimento forçado é excitada com a mesma frequência de rotação do motor.

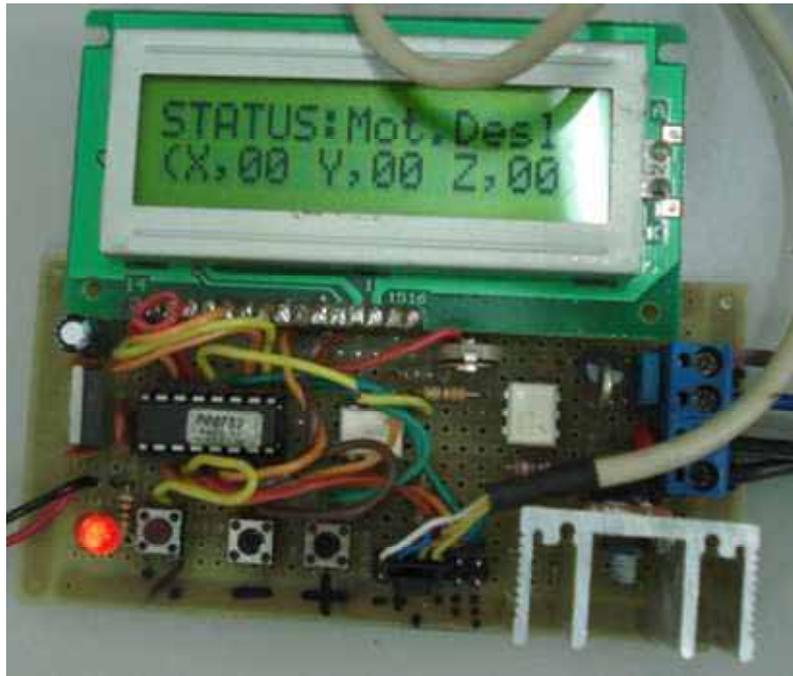


Figura 4.9 – Circuito que controla por PWM e indica a velocidade do motor

4.1.9. Excitador para Movimento Livre (Alavanca Elétrica)

Para que as estruturas ensaiadas fossem deslocadas com a mesma intensidade, foi utilizado o dispositivo da Figura 4.10, composto por uma alavanca interligada a um eletroímã, que ao ser acionado deslocava a estrutura em 9 mm. Quando interrompido o fornecimento de corrente elétrica, a estrutura era liberada descrevendo o comportamento oscilatório característico do movimento livre (GLOUGH e PENZIEN, 1975).

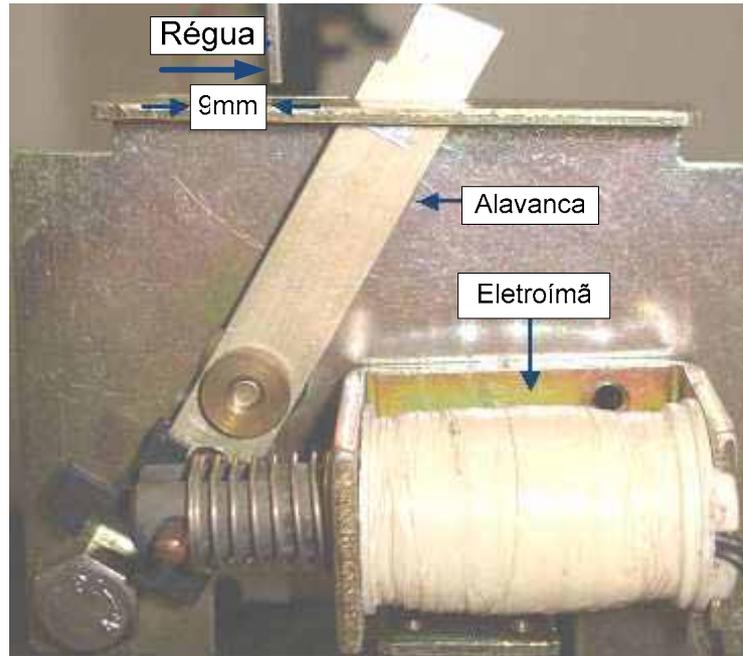


Figura 4.10 – Sistema de alavanca utilizado para dar impulso à estrutura flexível

4.2. METODOLOGIA

4.2.1. Instrumentação e Monitoração

O diagrama da Figura 4.11 descreve a seqüência utilizada na aquisição e monitoração de dados. O transdutor transformava o fenômeno de deformação em baixos níveis de sinais elétricos, que eram percebidos e amplificados pelo condicionador de sinal. Um osciloscópio foi utilizado na aquisição de dados, de modo a capturar o sinal analógico na saída do condicionador, convertê-lo para digital e, por meio de comunicação serial (RS 232), enviá-lo para o computador. Para recepção dos dados no computador utilizou-se o software OpenChoice, fornecido pela Tektronix, fabricante do osciloscópio. Com esse software, foi possível, além da visualização, Figura 4.12, salvar os dados amostrados em formato Microsoft Excel, em que foram gerados os gráficos apresentados no Capítulo 5.

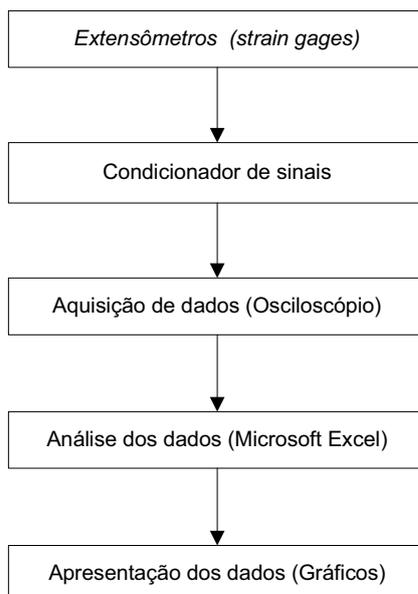


Figura 4.11 – Diagrama do sistema de aquisição e monitoração dos dados

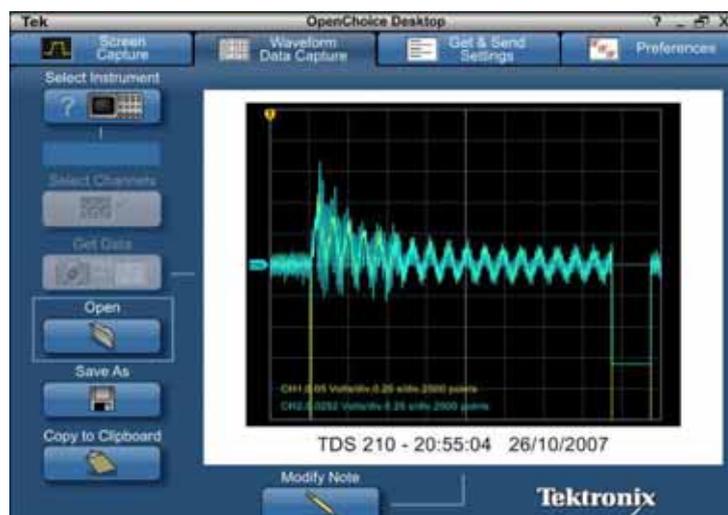


Figura 4.12 – Plataforma gráfica do software OpenChoice

4.2.2. Arranjos para os Ensaios

Para analisar o comportamento das estruturas flexíveis submetidas a materiais viscoelásticos, foram necessários dois tipos de arranjos experimentais, de forma a promover o engaste de uma das extremidades da estrutura. Esses arranjos possibilitaram a análise em movimento livre e em movimento forçado.

4.2.2.1. Arranjo para movimento livre

Para engastar a estrutura foi utilizado o aparato experimental ilustrado na Figura 4.6. O sistema de alavanca foi fixado em frente à estrutura de forma a deslocá-la para realizar deslocamento na horizontal. A configuração final do arranjo está representada na Figura 4.13 e as disposições dos equipamentos utilizados podem ser vistas na Figura 4.14.

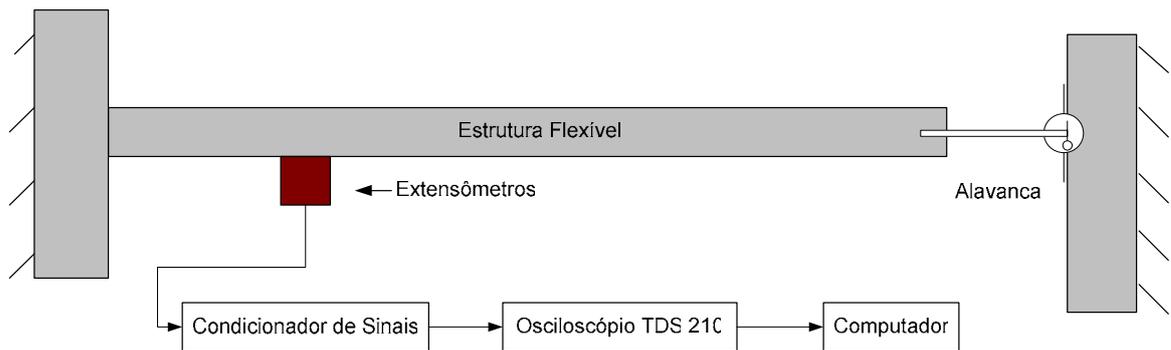


Figura 4.13 – Representação esquemática do arranjo utilizado para análise de movimento livre

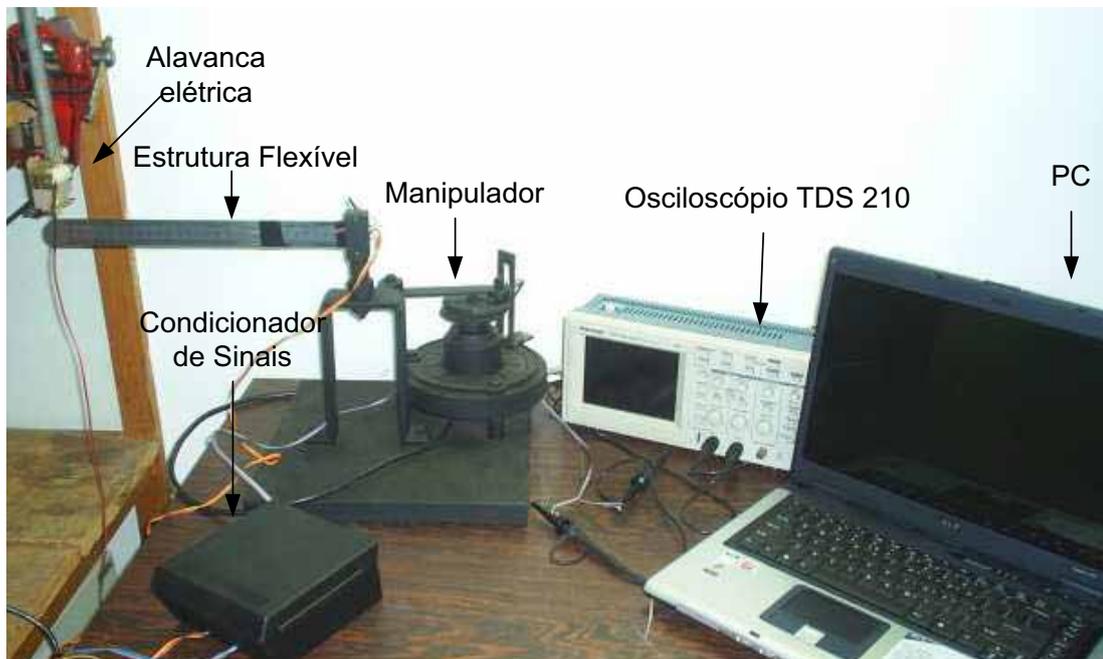


Figura 4.14 – Disposição do Arranjo Utilizado para Análise de Movimento Livre

4.2.2.2. Arranjo para movimento forçado

A configuração final para o movimento forçado encontra-se na Figura 4.15, e a disposição dos equipamentos na Figura 4.16.

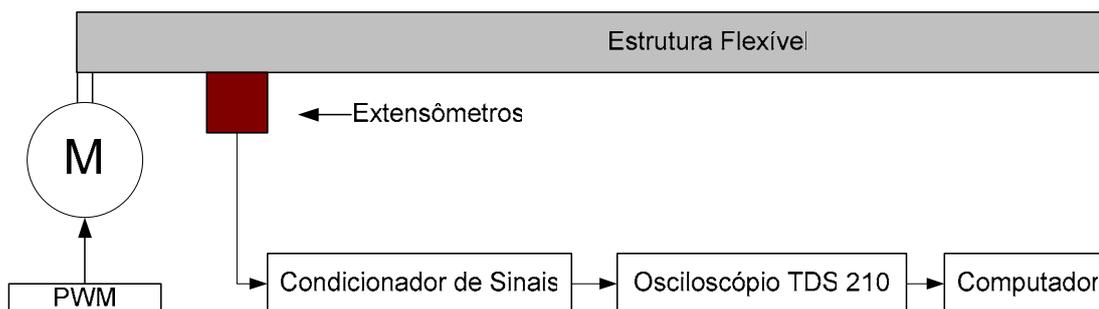


Figura 4.15 – Representação esquemática do arranjo utilizado para análise de movimento forçado

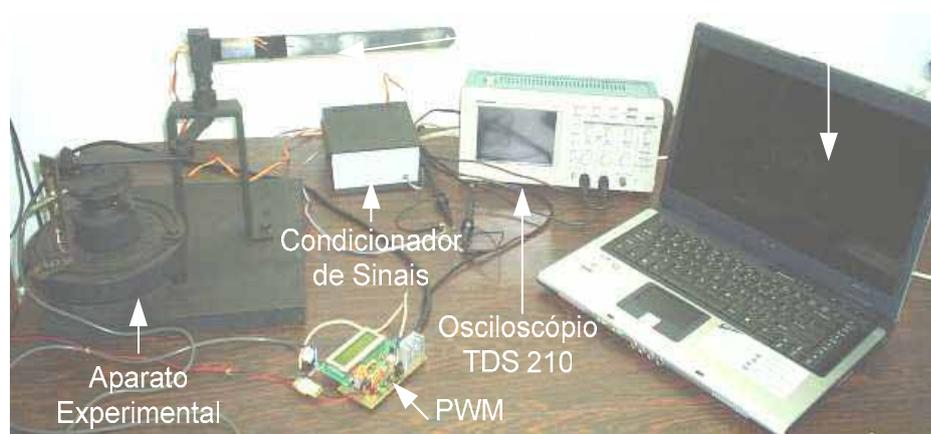


Figura 4.16 – Disposição do arranjo utilizado para análise de movimento forçado

4.2.3. Método para Análise do Comportamento da Estrutura para Diferentes Posições

A Figura 4.17 ilustra a instrumentação da estrutura 1 descrita na Seção 4.1.1. Nessa configuração, os Extensômetros foram acoplados de forma a configurar duas pontes de Wheatstone, para obter o comportamento da estrutura a 80 mm e 190 mm do engaste. Após a instrumentação, a estrutura 1 foi pesada e submetida aos seguintes ensaios:

Movimento livre – A estrutura foi submetida a um impulso gerado pela alavanca da Figura 4.10 e as respostas dos dois pontos obtidos simultaneamente foram registradas no computador.

Movimento Forçado – O aparato experimental da Figura 4.6 foi excitado pelo circuito de PWM, com frequências de 2,2 a 4,66 Hz, e as respostas das duas pontes, registradas.

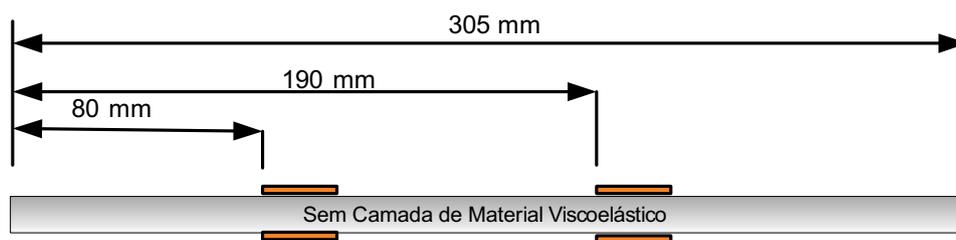


Figura 4.17 – Estrutura 1 instrumentada para analisar a resposta de dois pontos diferentes

4.2.4. Método para Análise da Estrutura Camada Livre com e sem Material Viscoelástico

A Figura 4.18 ilustra as disposições dos extensômetros nas estruturas 2, 3 e 4 preparadas para análise na configuração camada livre (sem camada de restrição), com e sem revestimentos viscoelásticos. Essas estruturas tinham como objetivo analisar o comportamento das frequências em relação à aplicação de materiais viscoelásticos.

Para determinar as características dinâmicas experimentalmente, foram realizados ensaios de vibração livre com todas as estruturas e, em seguida, os seus parâmetros modais foram obtidos utilizando o método de decaimento da vibração livre definido por Glough e Penzien (1975).

Nas análises em movimento forçado, o motor do aparato experimental foi excitado pelo circuito de modulação por largura de pulso (PWM). A menor frequência de rotação do motor capaz de excitar os modelos utilizados foi de 2,2 Hz, e a maior sem que a estrutura mudasse seu modo de vibração foi de 8Hz.

Utilizou-se para analisar a estrutura em movimento forçado o método da banda de meia potência descrito na Seção 3.3.1. De acordo com Inman (1996), essa técnica também é conhecida por fator de qualidade. Rao (1995) descreve o fator de qualidade como o grau de amortecimento dos sistemas estruturais.

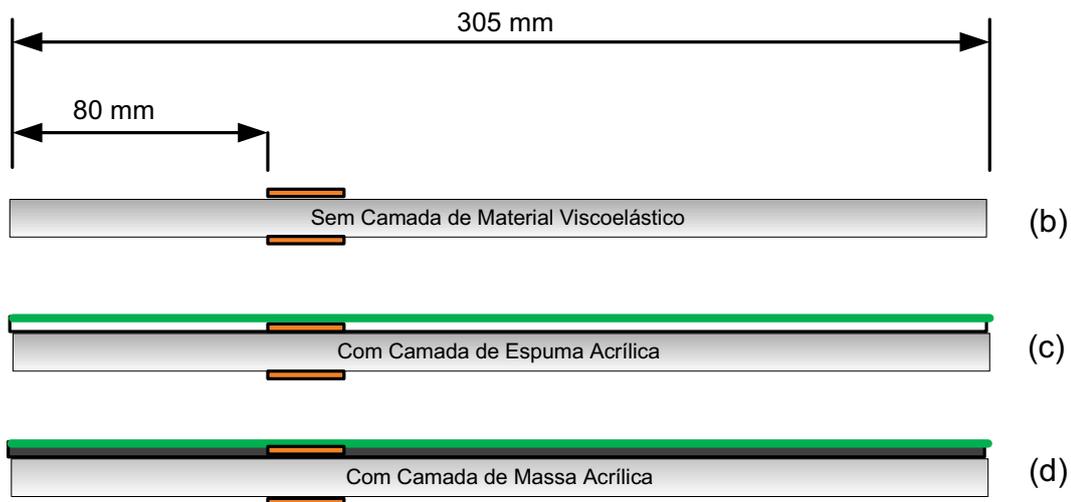


Figura 4.18 – Disposição dos sensores: Estrutura 2 (b) sem material viscoelástico, Estrutura 3 (c) com camada de espuma acrílica e Estrutura 4 (d) com camada de massa acrílica

4.2.5. Método para Análise da Estrutura Configuração Sanduíche

A Figura 4.19 ilustra o modelo de viga sanduíche utilizada neste trabalho, composta por duas estruturas de aço com as mesmas dimensões e propriedades dinâmicas e uma camada de espuma acrílica como material viscoelástico. Esse ensaio teve como objetivo analisar a importância da camada de restrição como mecanismo de amortecimento estrutural. No capítulo de resultados está citado como estrutura 5.

Devido à camada de restrição, esse modelo apresenta maior perda por ciclo do que as estruturas apresentadas na Figura 4.18, decorrente do cisalhamento entre as camadas. Para estimar o amortecimento dessa estrutura em movimento livre, utiliza-se o método de meia largura de banda, já que a resposta apresentada para esse tipo de estrutura no domínio do tempo não permite aplicar o método de decaimento da vibração livre.

Nas análises em movimento forçado, a estrutura foi ensaiada para uma faixa de frequência de excitação de 2.2Hz a 4 Hz. Essa faixa foi escolhida porque em frequências maiores os extensômetros rompiam devido ao cisalhamento gerado pela camada de restrição.



Figura 4.19 – Comparação da estrutura com camada de restrição-estrutura 5, a estrutura sem camada de material viscoelástico

4.2.6. Análise Computacional

Para fornecer uma representação de como os sistemas se comportam, foram gerados modelos de elementos finitos das estruturas ensaiadas em movimento livre utilizando o software ANSYS®. Esses não tinham como objetivo confrontar valores numéricos, mas estimar comportamentos das estruturas com e sem material viscoelástico.

Para construção desses modelos no ANSYS®, foi preciso definir o tipo de elemento (viga ou placa), suas constantes reais, propriedades dos materiais (módulo de elasticidade, densidade, fator de amortecimento e coeficiente de Poisson), a geometria do modelo (área, modelo de inércia, altura, largura, espessura, etc.) e disposição dos elementos estruturais (coordenadas nodais).

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA PARA DIFERENTES POSIÇÕES

A seguir serão apresentados os resultados quando a estrutura 1 (estrutura sem revestimento viscoelástico com sensores acoplados em duas posições diferentes) foram ensaiadas em movimento livre e forçado.

5.1.1. Análise da Estrutura em Movimento Livre

Ao sofrer o impulso causado pela alavanca, a energia adquirida pela estrutura 1 foi dissipada, descrevendo o movimento da Figura 5.1. De acordo com essa figura, os dois pontos analisados apresentaram o mesmo comportamento, oscilando com a mesma frequência. Quanto às amplitudes, os sensores localizados a 80 mm do engaste apresentaram valores maiores por sofrer maior deflexão.

Para cada análise apresentada, foram realizados cinco ensaios com as mesmas condições, e todas apresentaram o mesmo comportamento.

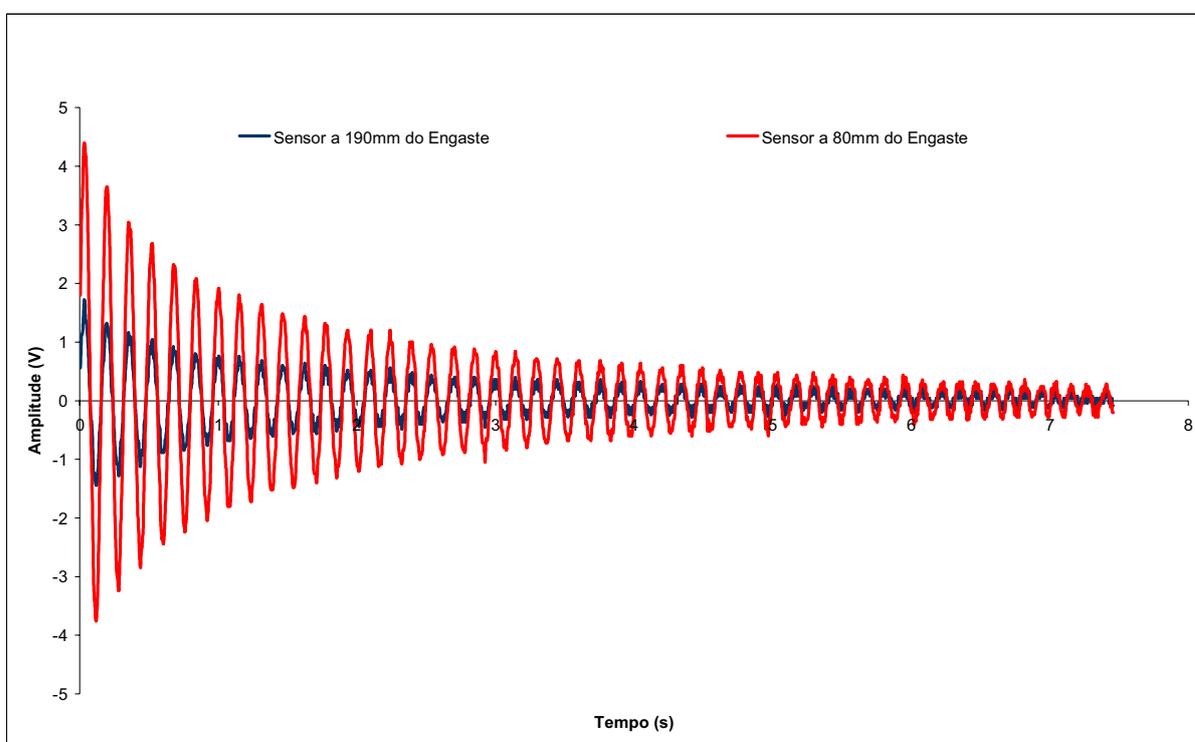


Figura 5.1 – Resposta no domínio do tempo para estrutura 1 analisada em movimento livre

A Figura 5.2 ilustra o comportamento da frequência natural da estrutura 1. Como foi visto na Figura 5.1, os sensores obtiveram o mesmo comportamento, porém amplitudes maiores para o ponto mais próximo do engaste, em razão de sofrer maior deflexão.

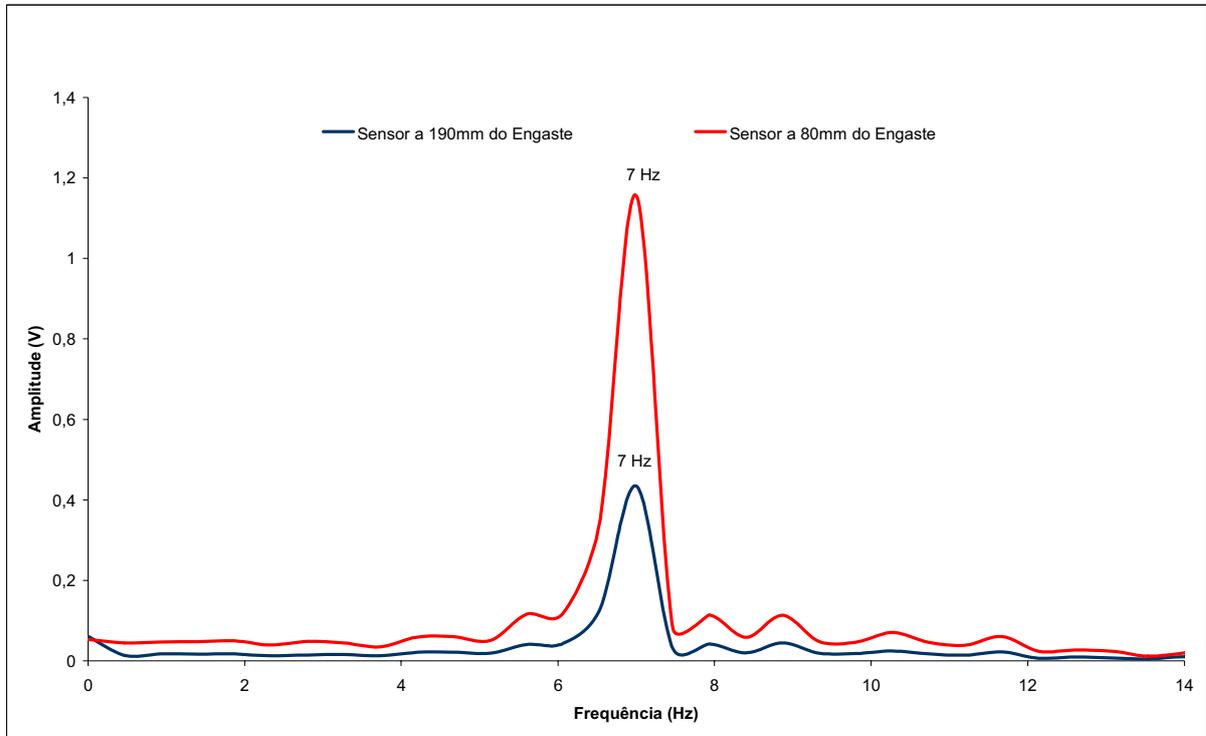


Figura 5.2 – Resposta no domínio da frequência para a estrutura 1 ensaiada em movimento livre

5.1.2. Análise da Estrutura em Movimento Forçado

A Figura 5.3 representa a série temporal da estrutura 1, quando o motor foi excitado em 3,83 Hz. Nesse ensaio ficou evidente, conforme Figura 5.4, que as frequências envolvidas no sistema são as mesmas para pontos diferentes da estrutura. As diferenças apresentadas foram as amplitudes, que estão relacionadas com a distância do sensor ao engaste. Quanto mais próximo do engaste, maior será a deflexão exercida sobre os extensômetros.

As Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 ilustram respostas em frequências da estrutura 1 para valores diferentes de frequências de rotação do motor. Nota-se, na Figura 5.5, que a frequência de 16,9 Hz apresentou comportamento diferente entre os extensômetros a 80 mm do engaste e o a 190 mm. A mesma análise pode ser feita com a frequência de 18,1 Hz ilustrada no gráfico da Figura 5.6.

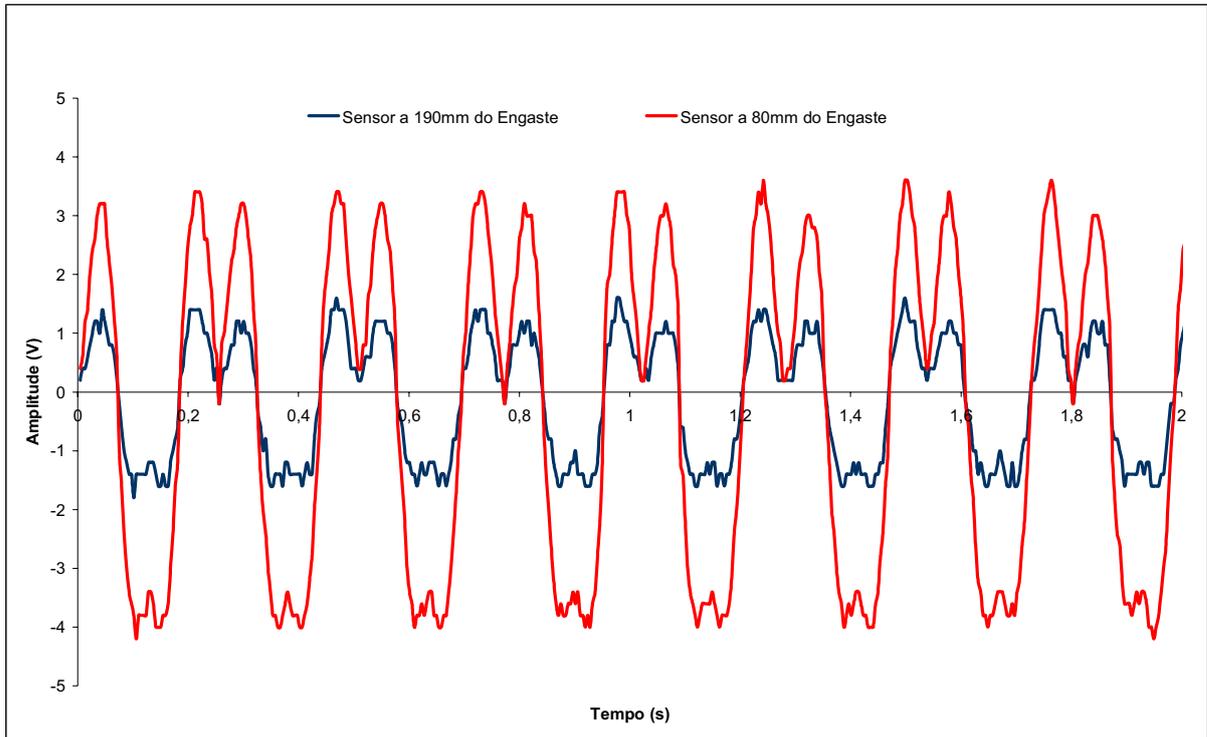


Figura 5.3 – Respostas no domínio do tempo para ensaios da estrutura 1 quando o motor foi excitado com 3,83 Hz

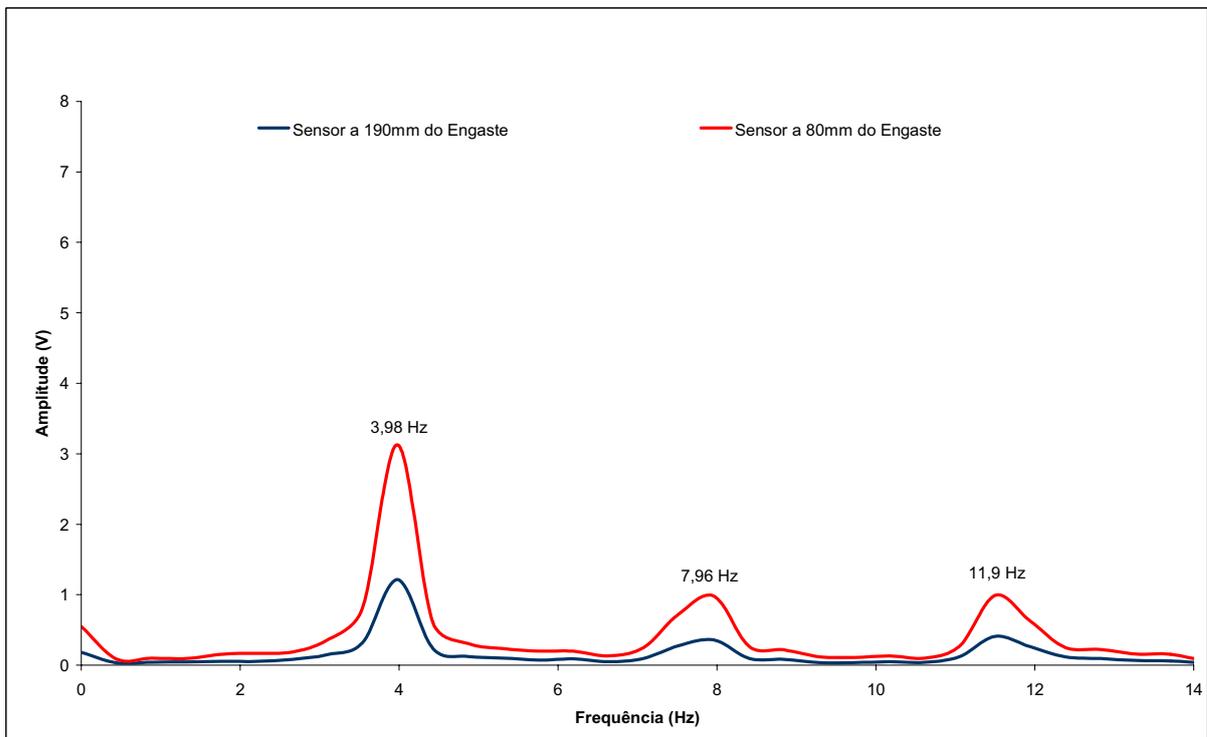


Figura 5.4 – Respostas no domínio da frequência para estrutura 1 quando o motor foi excitado com 3,83 Hz

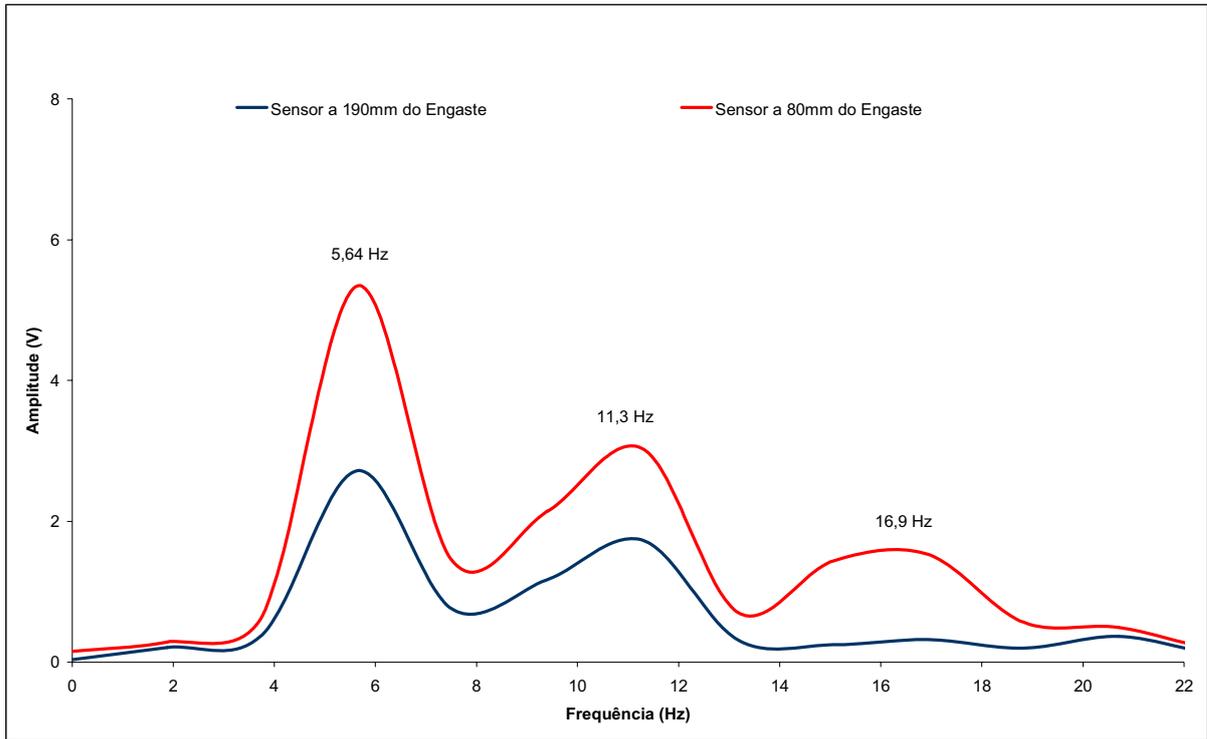


Figura 5.5 – Respostas no domínio da frequência para estrutura 1 quando o motor foi excitado com 4,16Hz

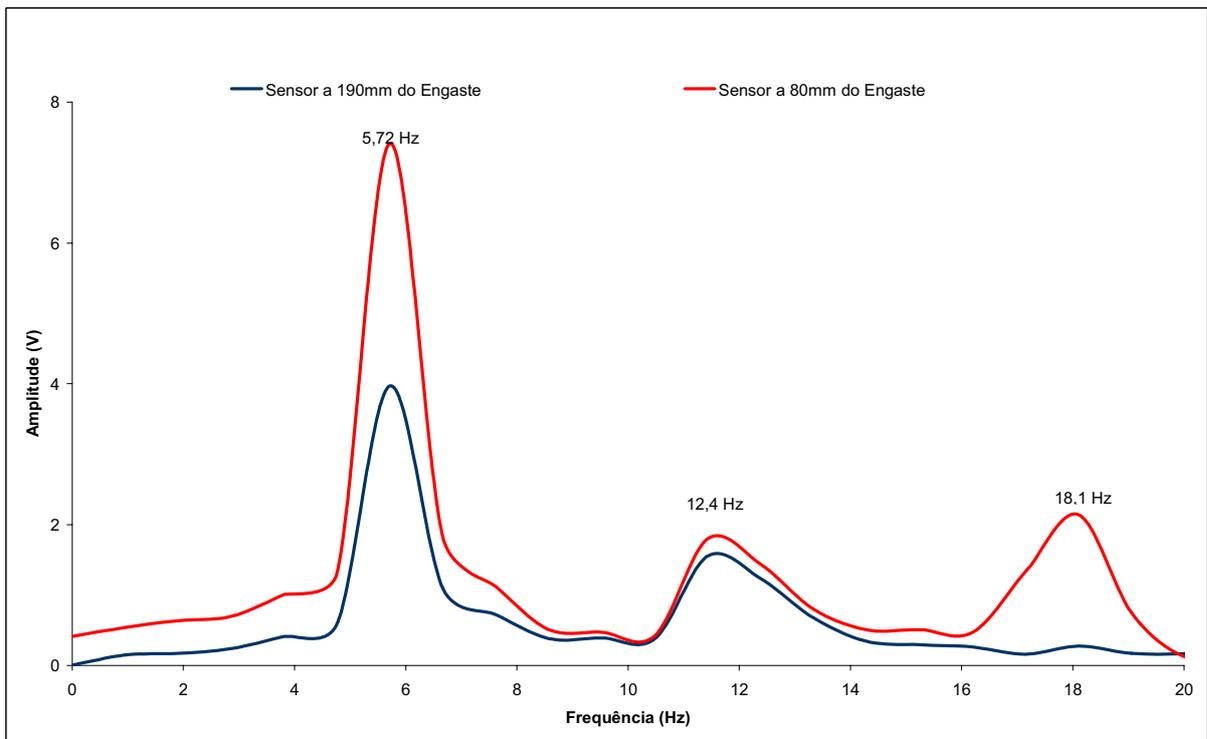


Figura 5.6 – Respostas no domínio da frequência para estrutura 1 quando o motor foi excitado com 4,5 Hz

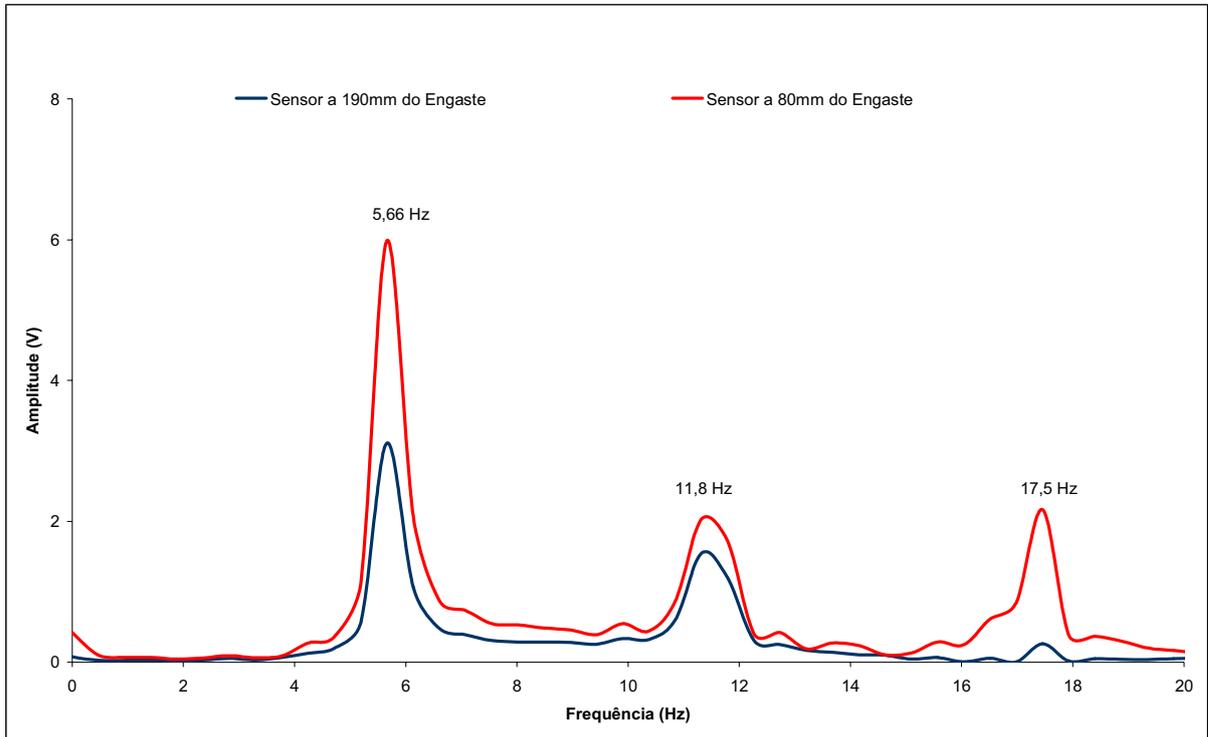


Figura 5.7 – Respostas no domínio da frequência para estrutura 1 quando o motor foi excitado com 4,66 Hz

5.2. ANÁLISE DA ESTRUTURA DA CONFIGURAÇÃO DE CAMADA LIVRE COM E SEM MATERIAL VISCOELÁSTICO

5.2.1. Comportamento da Configuração de Camada Livre com e sem Material Viscoelástico em Movimento Livre

As Figuras 5.8, 5.10 e 5.12 ilustram as respostas características (ver Figura 3.14) da estrutura engastada e livre, da estrutura 2 (sem camada de material viscoelástico), estrutura 3 (com uma camada de espuma acrílica) e estrutura 4 (com uma camada de massa acrílica) respectivamente, sujeitadas a ensaios de vibrações livre, de onde pode se observar que:

- o decaimento da estrutura 2 levou mais tempo para estabilizar comparado aos ensaios realizados com camadas de material viscoelástico;
- as amplitudes iniciais da estrutura 2 atingiram 1,5 Volts, com tendência a cessar seus movimentos em um intervalo de tempo de 19,2 segundos;
- com aplicação de materiais viscoelástico houve o acréscimo da massa no sistema, o que provocou o aumento das amplitudes iniciais;
- a estrutura 3 (estrutura com uma camada de espuma acrílica) apresentou amplitude inicial com valor de 1,72 Volts, o qual decaiu com o intervalo de 10 segundos;

- a estrutura 4 (estrutura com massa acrílica) apresentou amplitude inicial de 2Volts, e seu movimento cessou com um intervalo de 10,16 segundos aproximadamente.

As frequências naturais para as três estruturas ensaiadas foram obtidas pelos espectros em frequências ilustrados nas Figuras 5.9, 5.11 e 5.13.

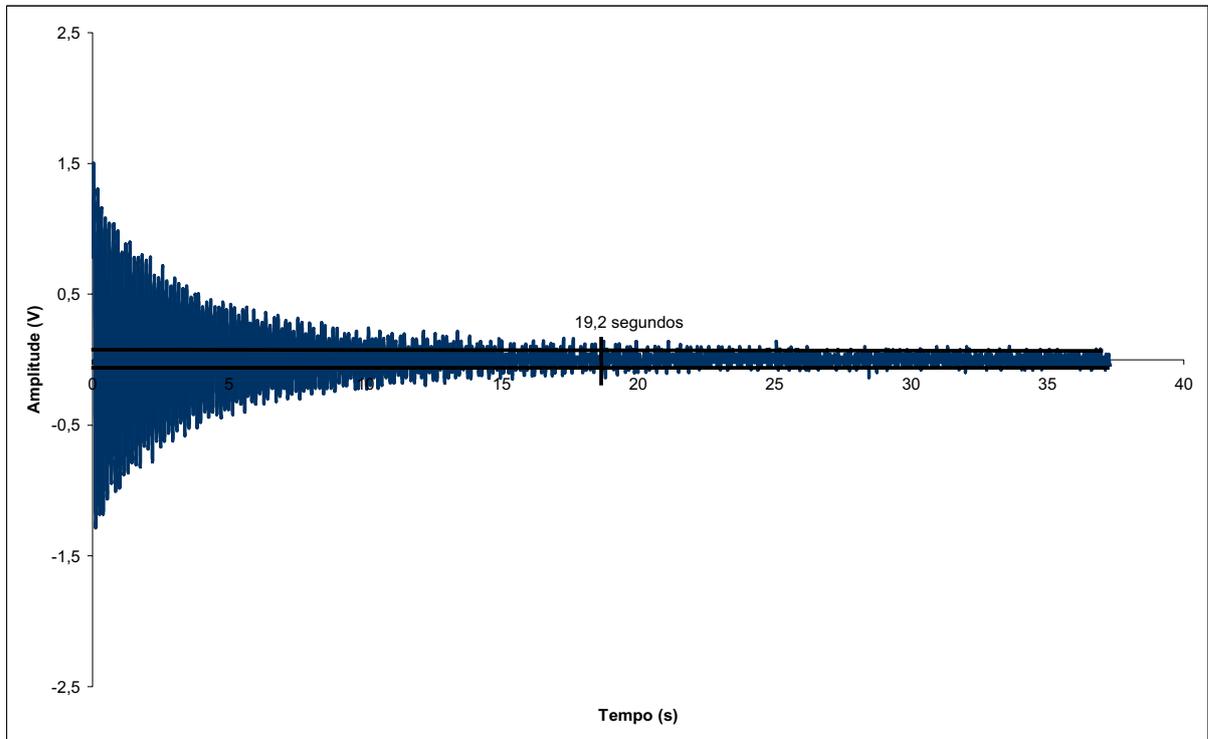


Figura 5.8 – Análise do tempo de decaimento das vibrações da estrutura 2

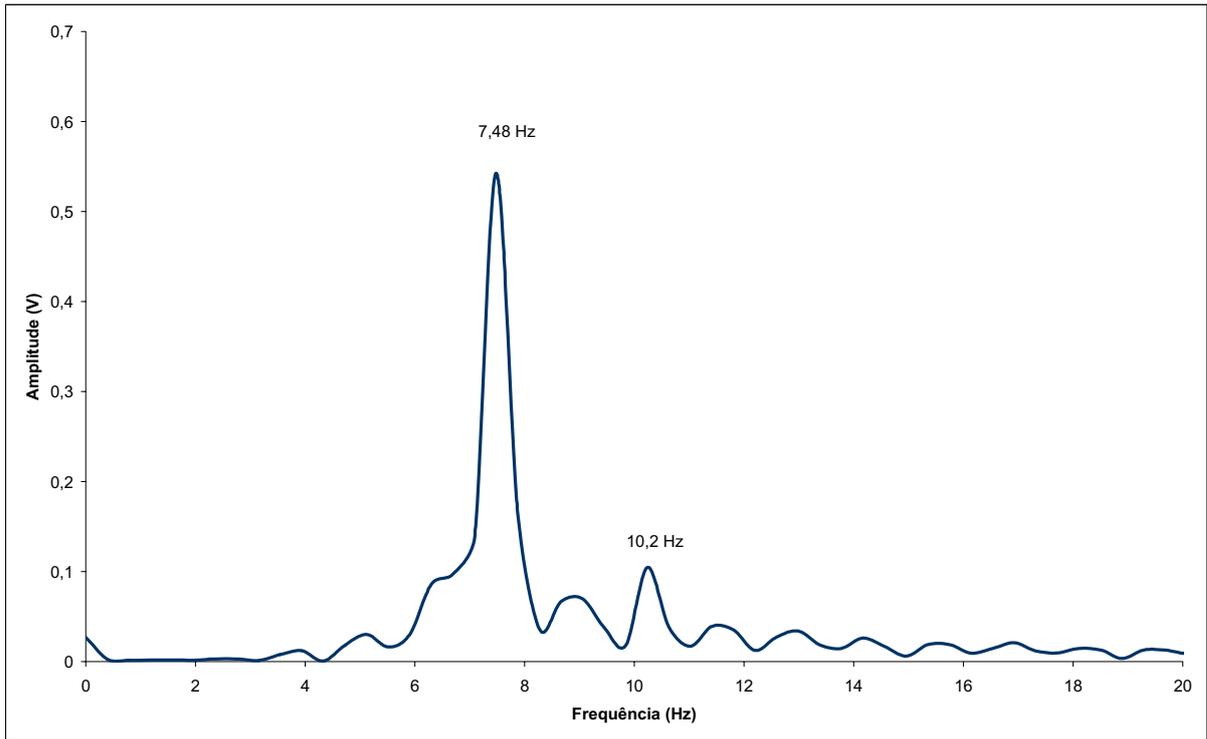


Figura 5.9 – Freqüência natural da estrutura 2

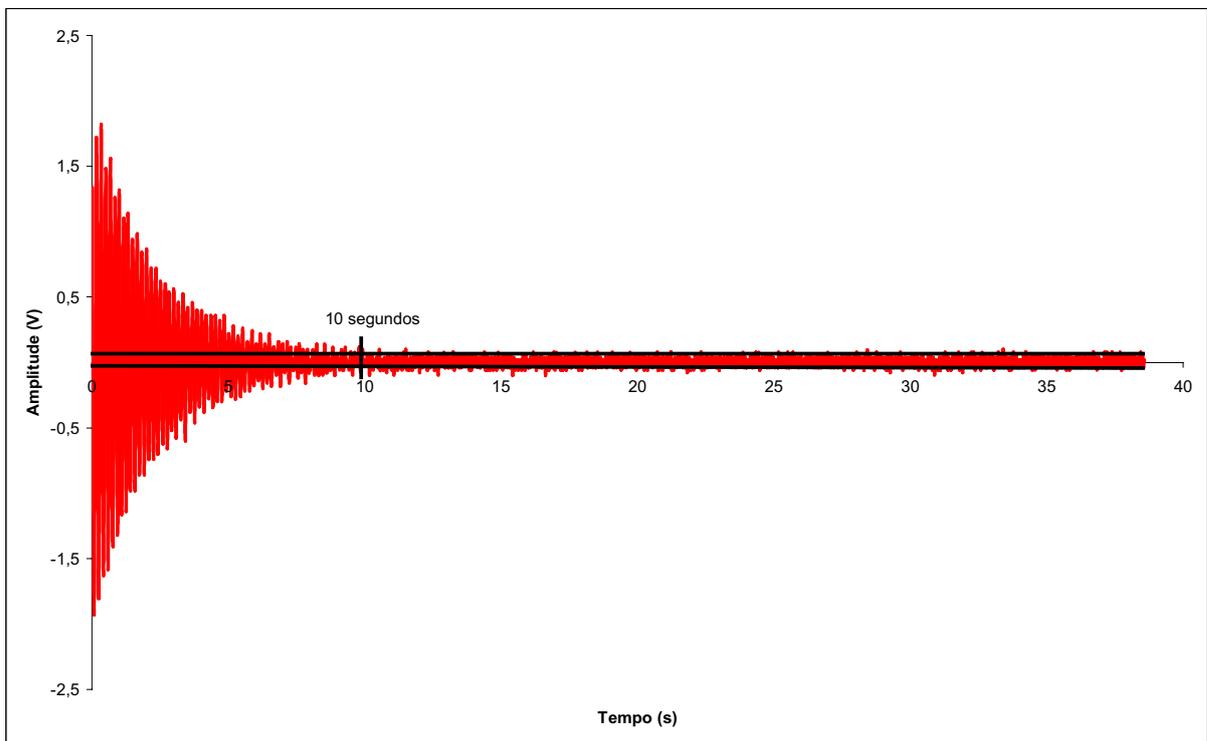


Figura 5.10 – Análise do tempo de decaimento da estrutura 3

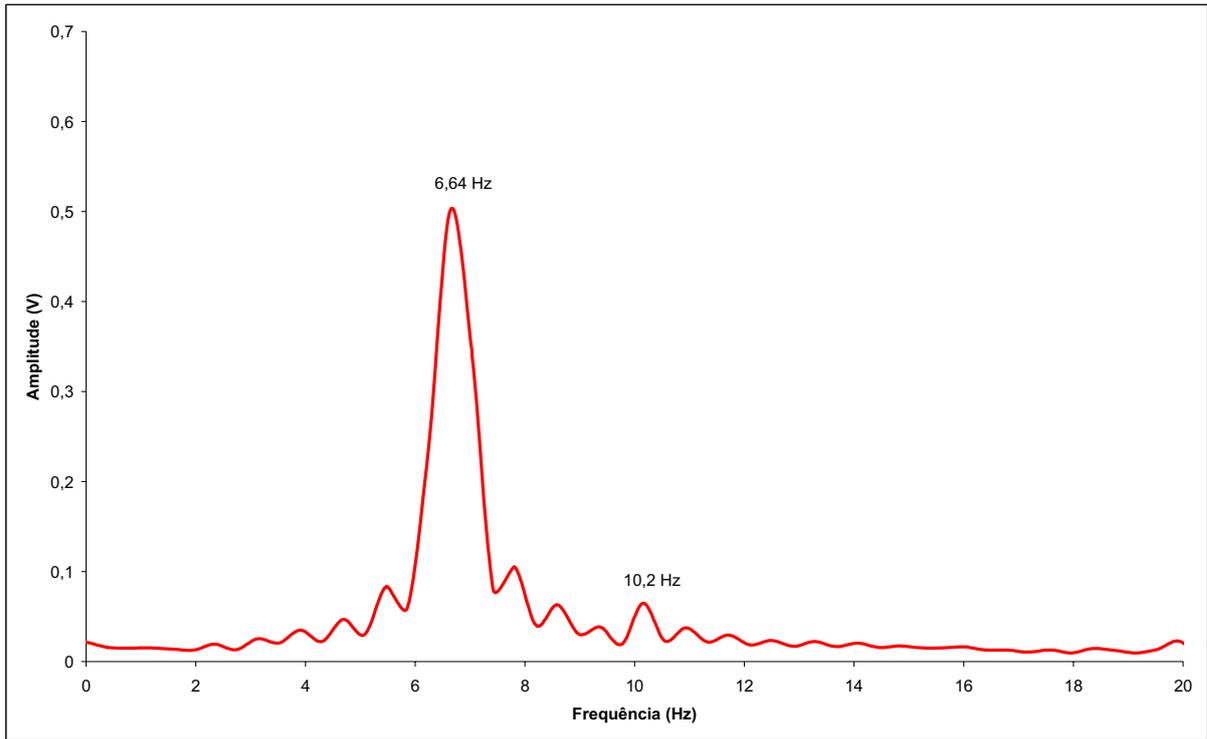


Figura 5.11 – Frequência natural da estrutura 3

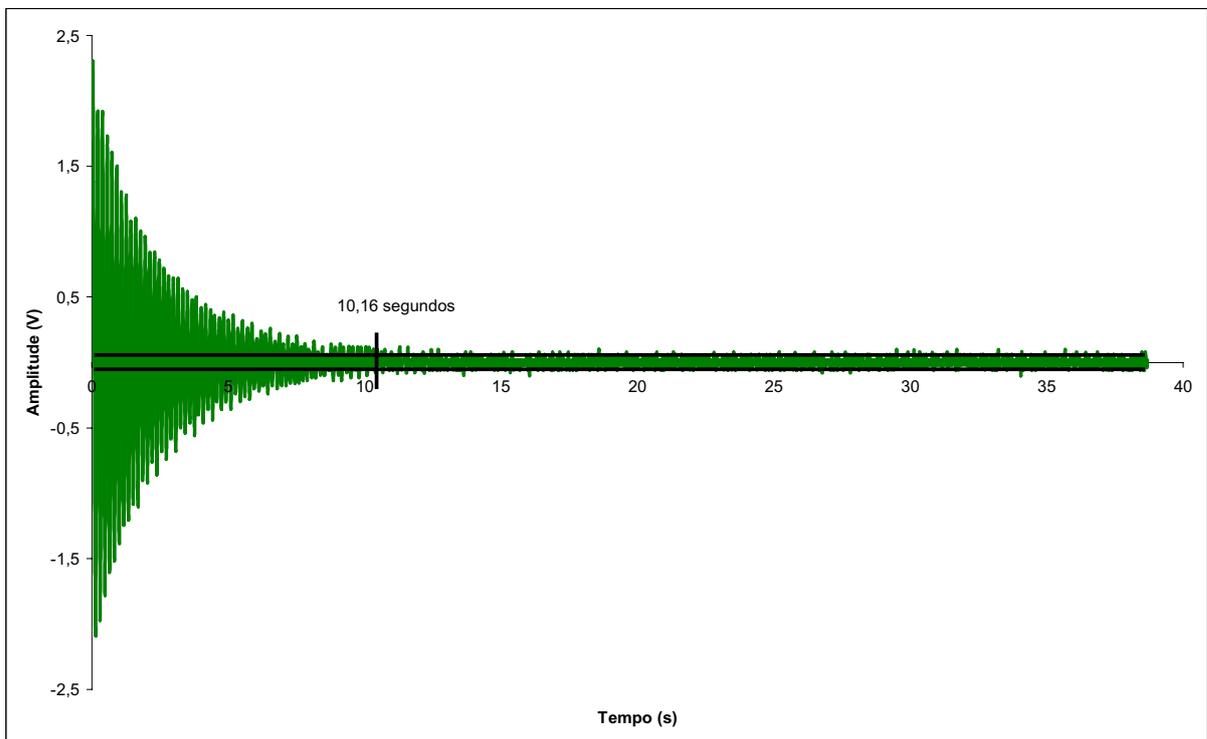


Figura 5.12 – Análise do tempo de decaimento das vibrações da estrutura 4

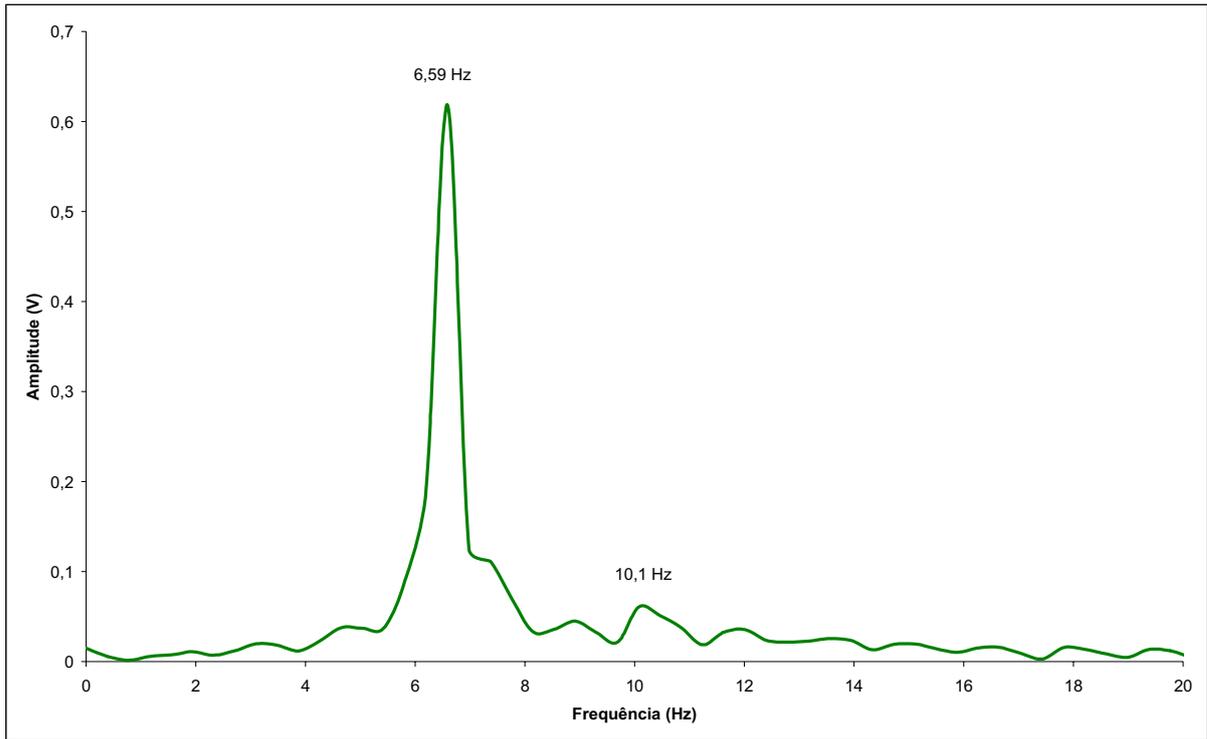


Figura 5.13 – Frequência natural da estrutura 4

De acordo com a Figura 5.14, ficou evidente que, com o acréscimo de materiais viscoelásticos, ocorreu a mudança na rigidez da estrutura, e as frequências foram deslocadas para a esquerda do gráfico.

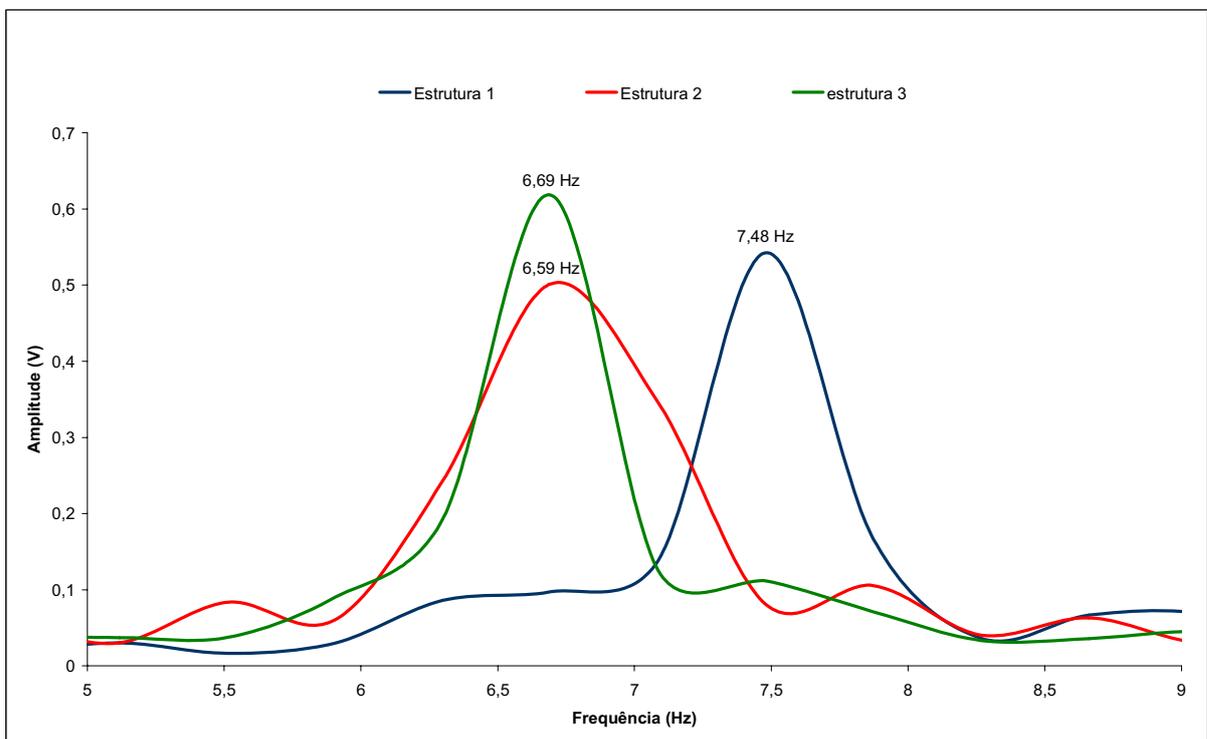


Figura 5.14 – Comparação das frequências naturais das estruturas 2, 3 e 4 em movimento livre

5.2.2. Comportamento da Configuração de Camada Livre com e sem Material Viscoelástico em Movimento Forçado

No movimento forçado, analisou-se o comportamento das frequências naturais com relação à frequência de excitação do motor. Nessas análises, observou-se que, em função da frequência de excitação do motor, os valores de algumas frequências diminuíram e outras aumentaram de acordo com o tipo de material viscoelástico aplicado.

5.2.2.1. Comportamento quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

A frequência mais baixa capaz de movimentar o motor com as estruturas acopladas foi de 2,2 Hz. Nessa frequência, observou-se que houve o enrijecimento da estrutura 4 (Figura 5.17), o que fez com que sua frequência se deslocasse para a direita da frequência da estrutura 2 (Figura 5.15).

Comparando as Figuras 5.15 e 5.16, identifica-se na estrutura 3 o surgimento e o aumento de amplitudes, de frequências que não eram excitadas na estrutura 2. Esse fenômeno também acontece, mas, com menor incidência, na estrutura 4 (Figura 5.17).

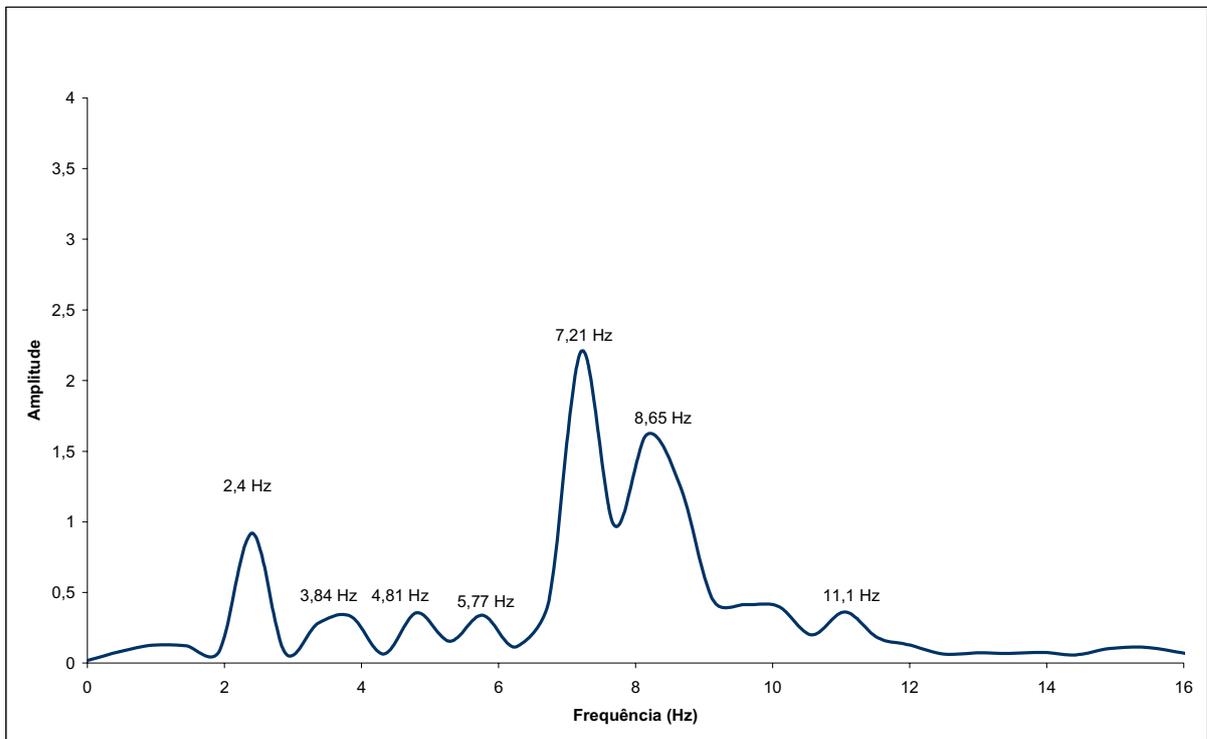


Figura 5.15 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 2 quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

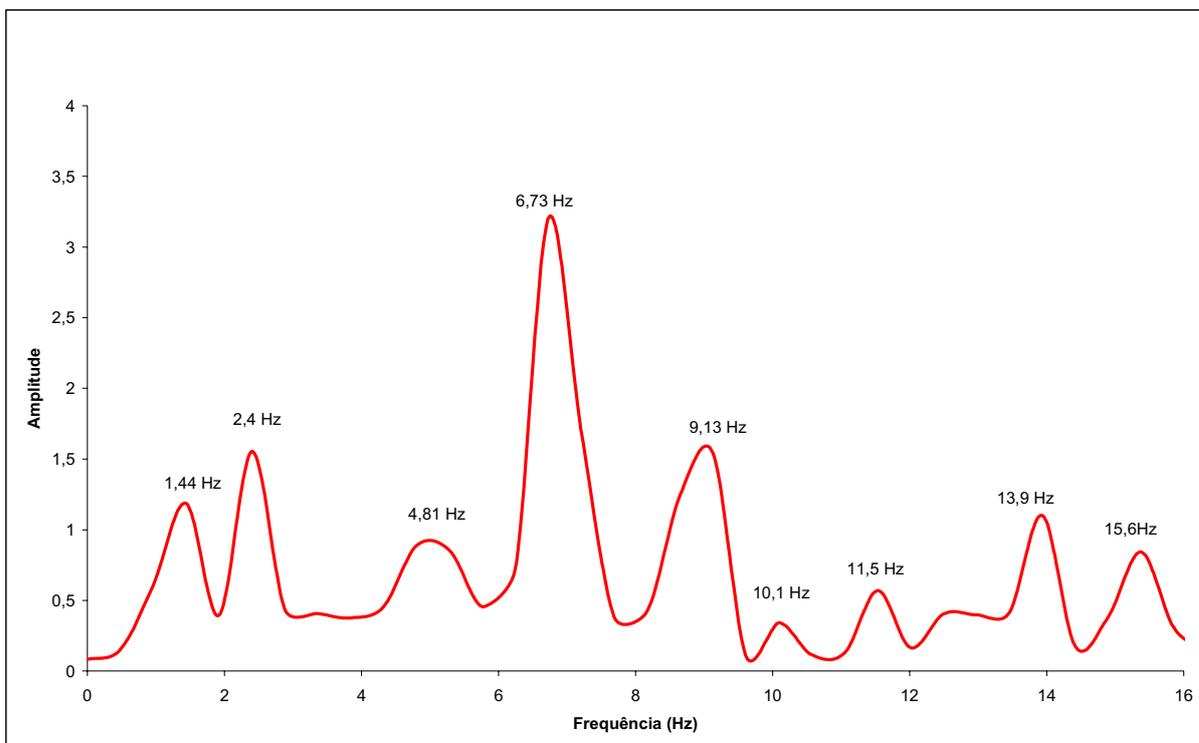


Figura 5.16 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 3 quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

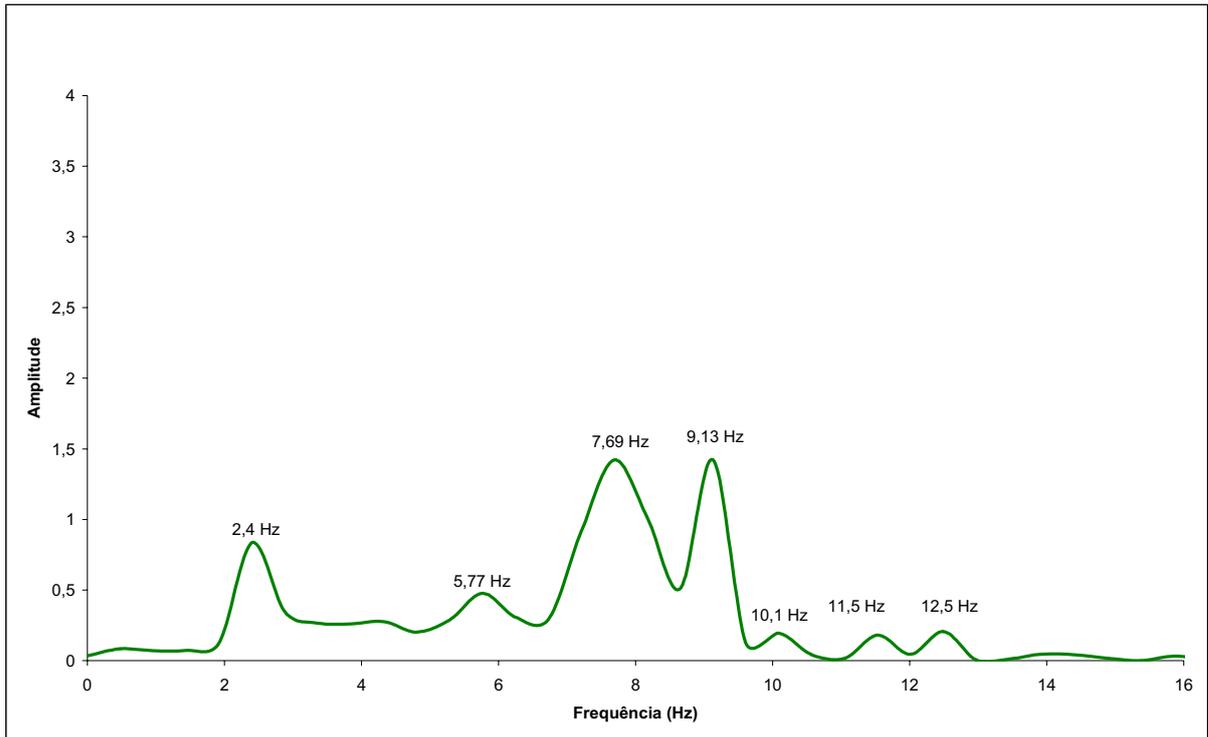


Figura 5.17 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 4 quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

O gráfico da Figura 5.18 apresenta o intervalo de 6 a 10 Hz das respostas no domínio das frequências apresentadas nas Figuras 5.15, 5.16 e 5.17. Esse intervalo foi escolhido para representar o comportamento das frequências naturais das estruturas em movimento forçado, e, por meio de um comparativo com os valores obtidos em movimento livre, observa-se que:

- A frequência da estrutura 2 diminuiu de 7,48 Hz para 7,21 Hz;
- Nessa frequência de excitação houve o enrijecimento da estrutura 4, deslocando a frequência natural de 6,69Hz para 7,69Hz;
- A frequência da estrutura 3 subiu de 6,59 para 6,73Hz e apresentou maior amplitude em relação às estruturas 2 e 4;
- A frequência da estrutura 4 apresentou a menor amplitude e maior largura de banda conforme Figura 5.21.
- A estrutura 3 apresentou maior amplitude que a estrutura 2, como pode ser visto nas Figuras 5.19 e 5.20, e menor largura de banda.

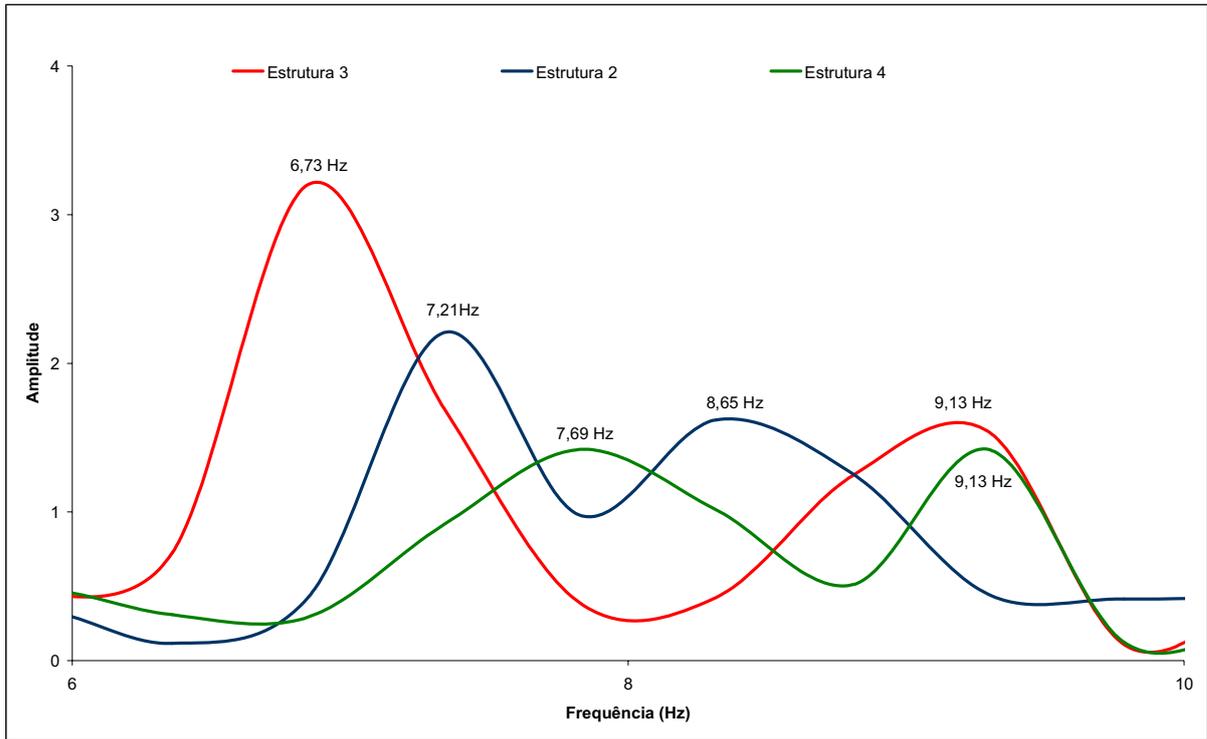


Figura 5.18 – Comparação das frequências compreendidas no intervalo de 6Hz a 10Hz, para as estruturas 2, 3 e 4 quando o motor foi excitado com 2,2 Hz.

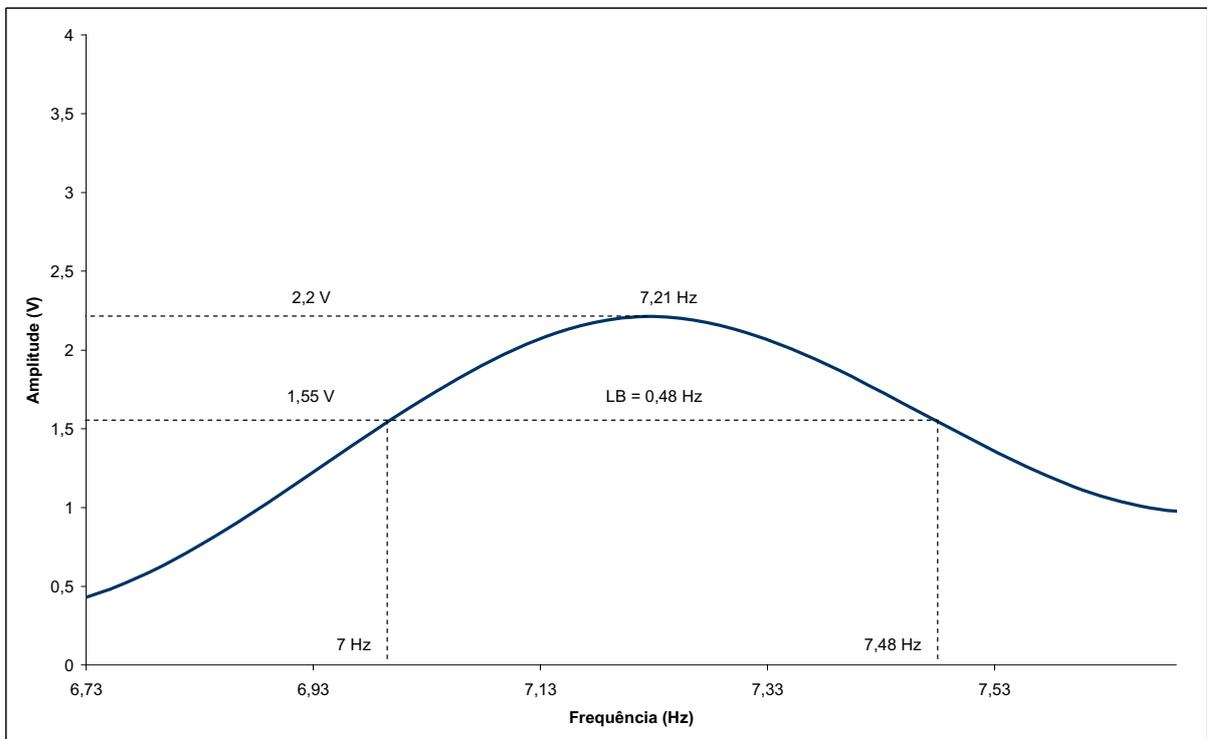


Figura 5.19 – Largura da banda de meia potência da estrutura 2, quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

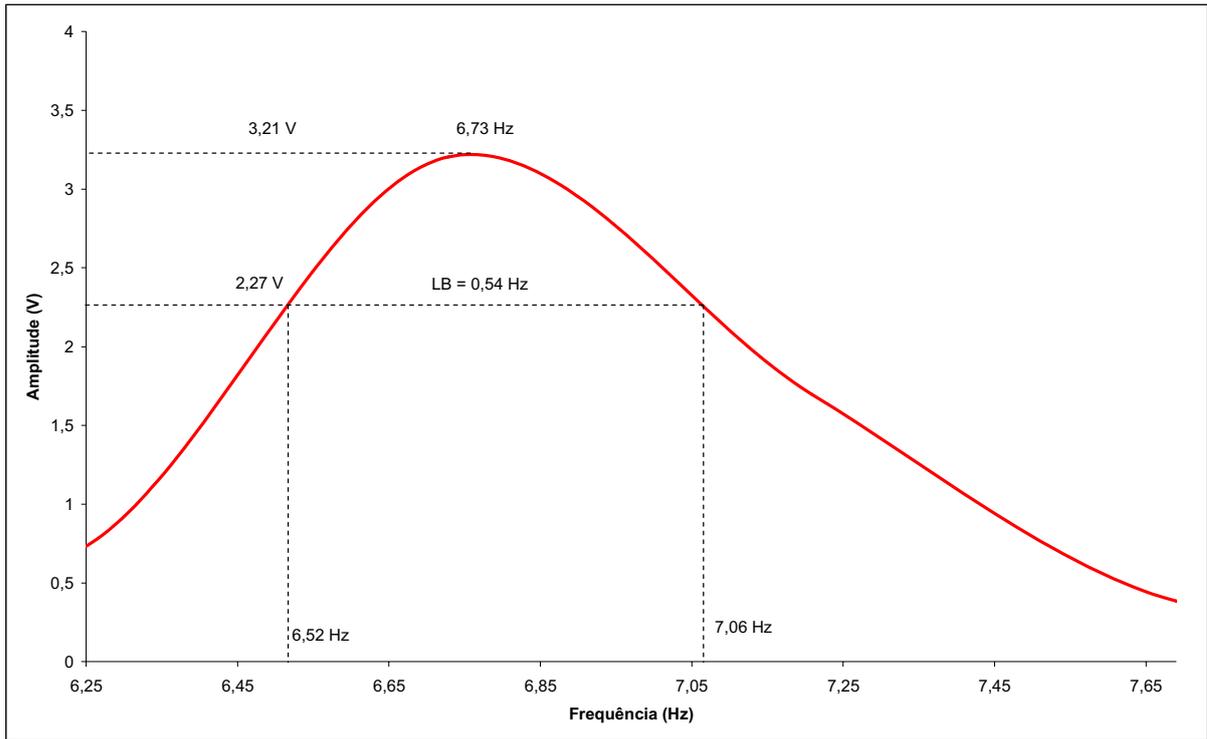


Figura 5.20 – Largura da banda de meia potência da estrutura 3, quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

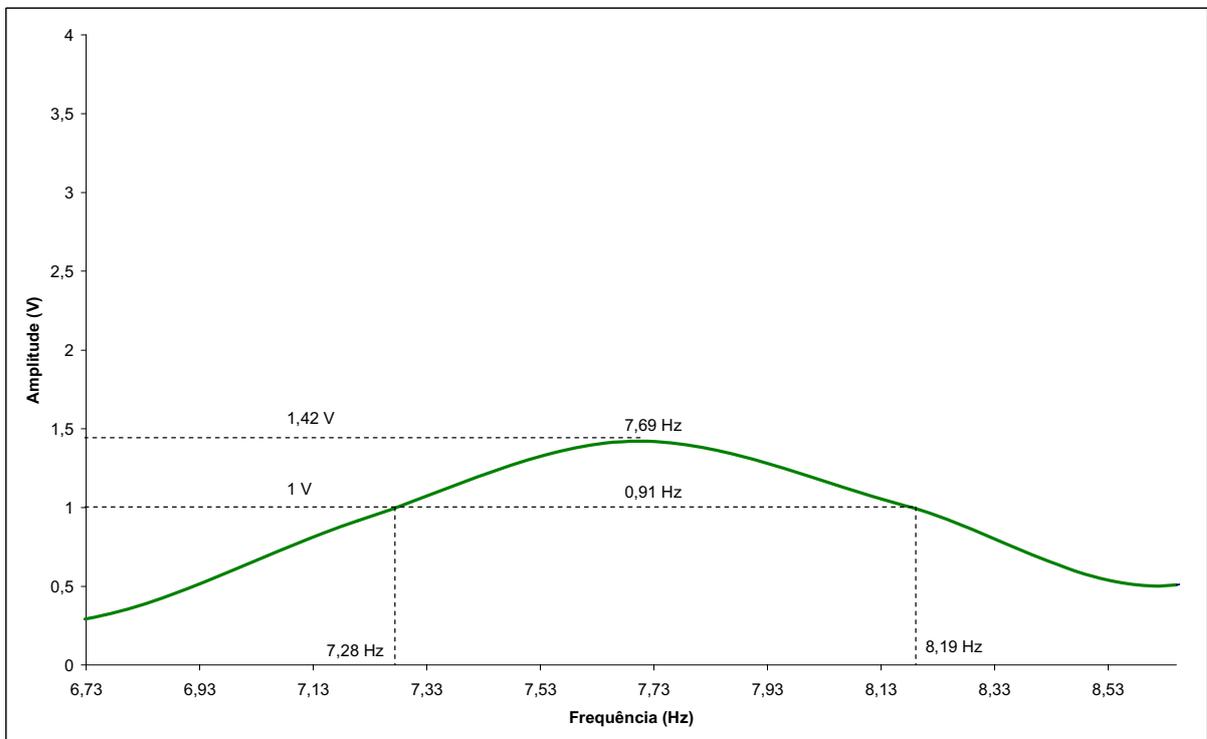


Figura 5.21 – Largura da banda de meia potência da estrutura 4, quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

A Tabela 5.2 representa os valores das amplitudes, frequências naturais e largura de

banda das estruturas quando o motor foi excitado com 2,2 Hz.

Tabela 5.3 – Características das frequências naturais quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

Tipo	f_n (Hz)	Amplitude (V)	Largura de Banda (LB)	$\xi = \frac{2LB}{f_n}$
Estrutura 2	7,21	2,20	0,48	133×10^{-3}
Estrutura 3	6,73	3,21	0,54	160×10^{-3}
Estrutura 4	7,69	1,42	0,91	237×10^{-3}

5.2.2.2. Comportamento quando o motor foi excitado com 2,4 Hz

As Figuras 5.22, 5.23 e 5.24 ilustram os dados obtidos quando o motor foi excitado com 2,4 Hz. Nessas análises, os gráficos apresentaram o mesmo comportamento para os três modos ensaiados.

Comparando o comportamento das frequências naturais, compreendidas no intervalo de 6 a 10 Hz e ilustradas na Figura 5.25, nota-se que as frequências das estruturas com revestimentos viscoelásticos (estrutura 3 e estrutura 4) deslocaram-se para a esquerda da estrutura 2, apresentando o mesmo comportamento das estruturas ensaiadas em movimento livre, como mostra a Figura 5.14.

Segundo Inman (1996), a largura de banda é considerada como a perda de energia por ciclo de carregamento. De acordo com essa definição, observa-se, comparando as Figuras 5.27 e 5.28, que as estruturas revestidas por material viscoelástico dissiparam a mesma quantidade de energia.

Nota-se na Figura 5.26 que a estrutura 2 (sem revestimento viscoelástico) apresentou menor largura de banda e maior amplitude em relação às estruturas 3 e 4.

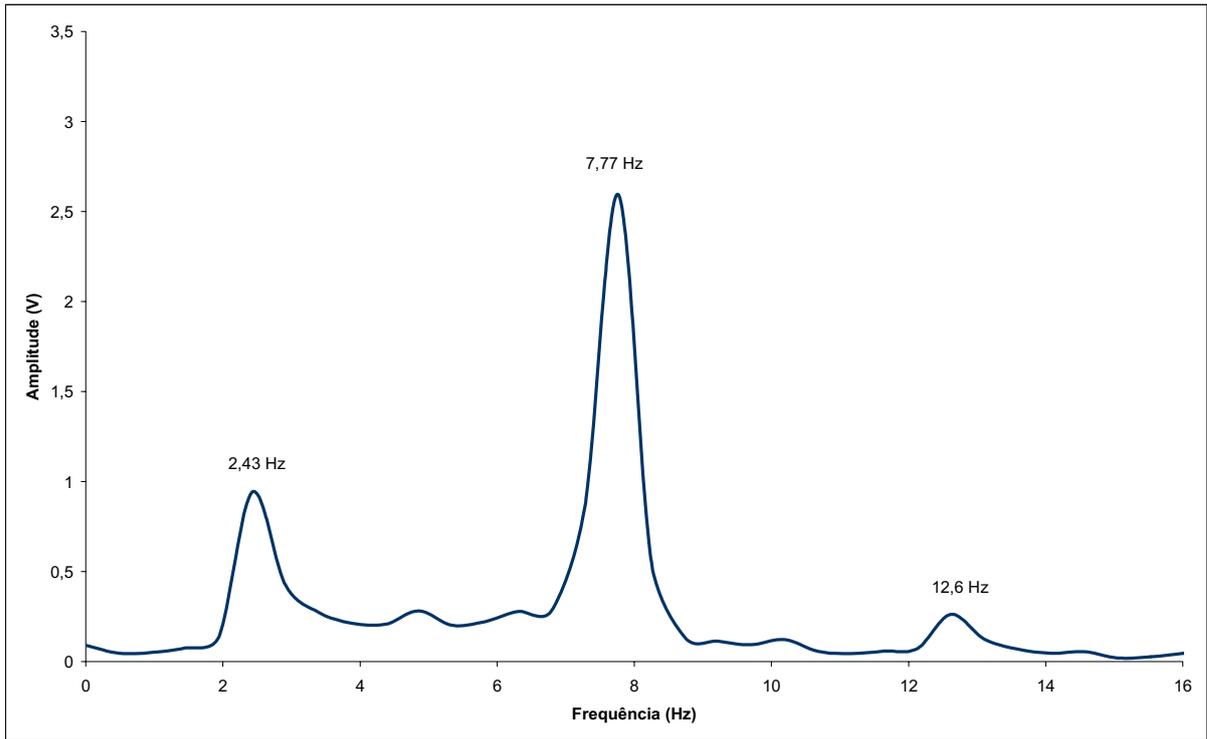


Figura 5.22 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 2 quando o motor foi excitado com 2,4 Hz

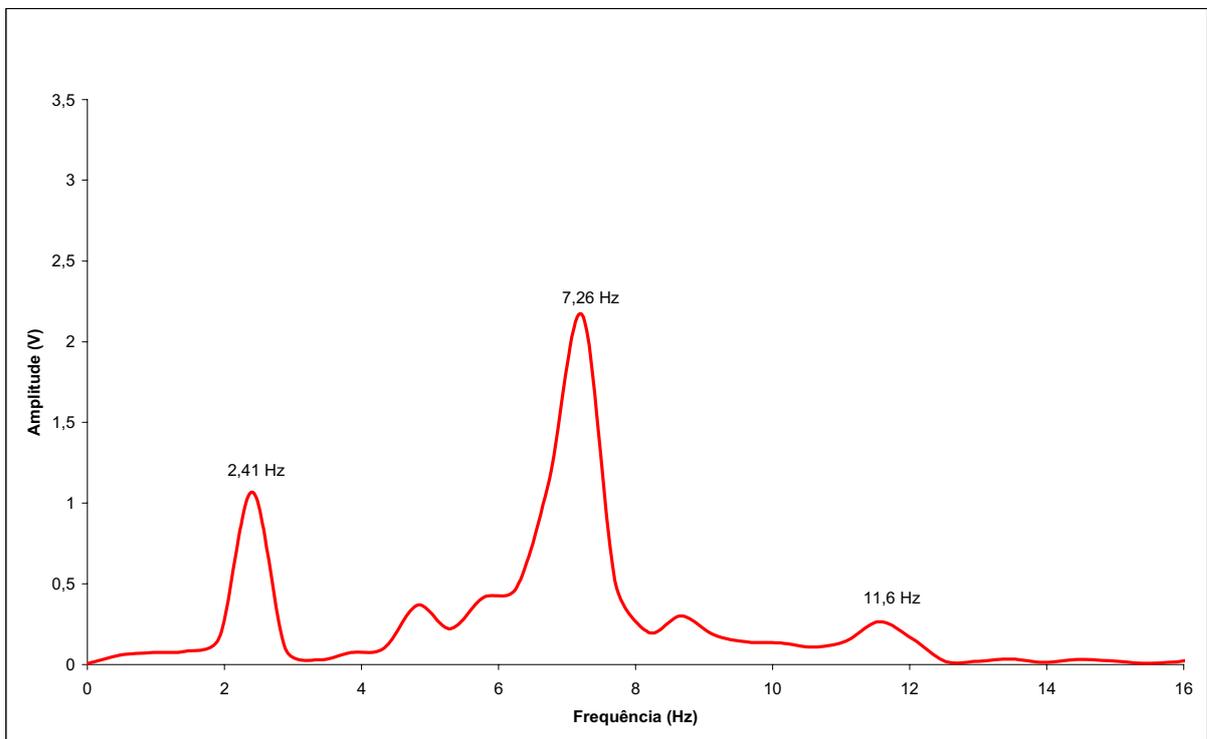


Figura 5.23 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 3, quando o motor foi excitado com 2,4 Hz

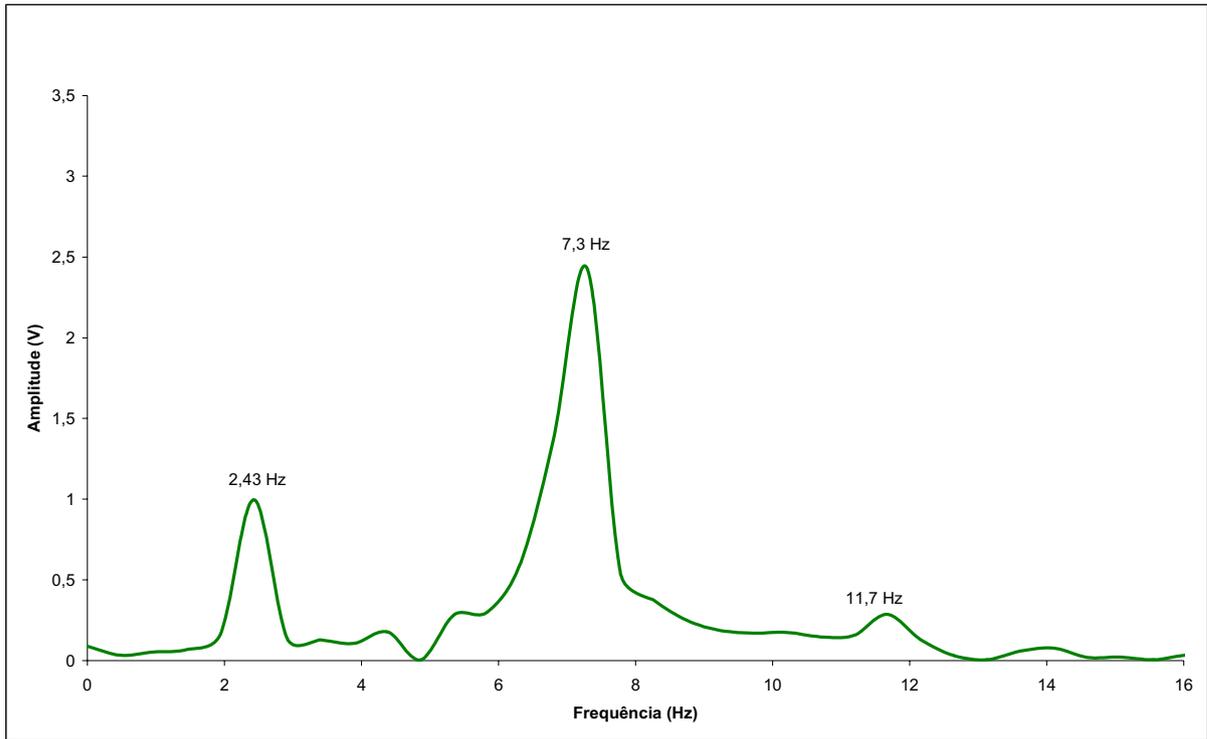


Figura 5.24 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 4, quando o motor foi excitado com 2,4 Hz

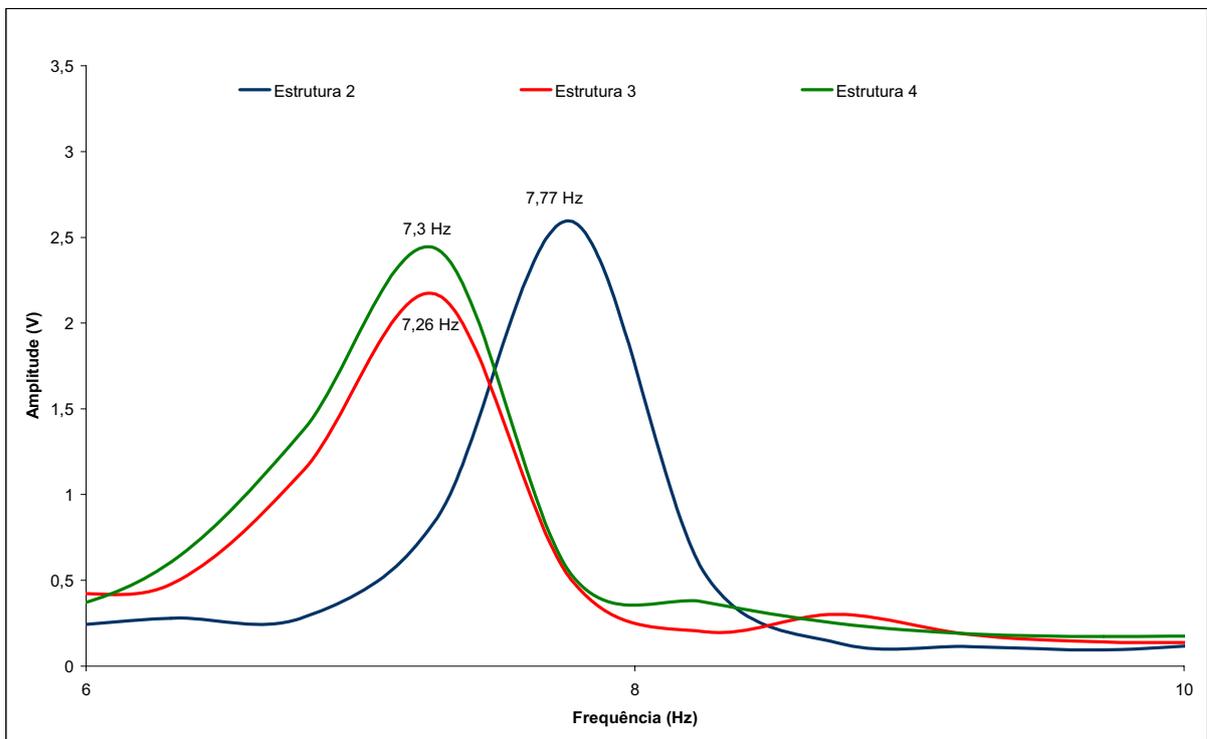


Figura 5.25 – Comparação das frequências compreendidas no intervalo de 6Hz a 10Hz, para as estruturas 2, 3 e 4, quando o motor foi excitado com 2.4 Hz

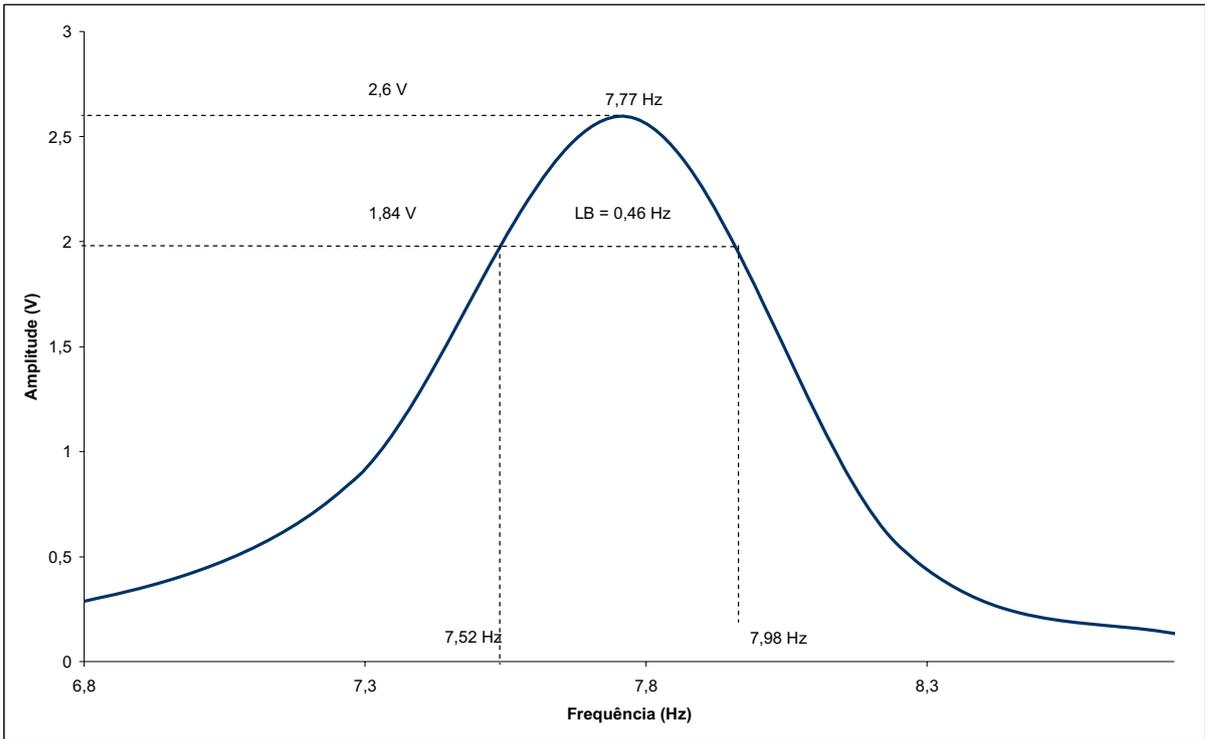


Figura 5.26 – Largura da banda de meia potência da estrutura 2 quando o motor foi excitado com 2,4 Hz

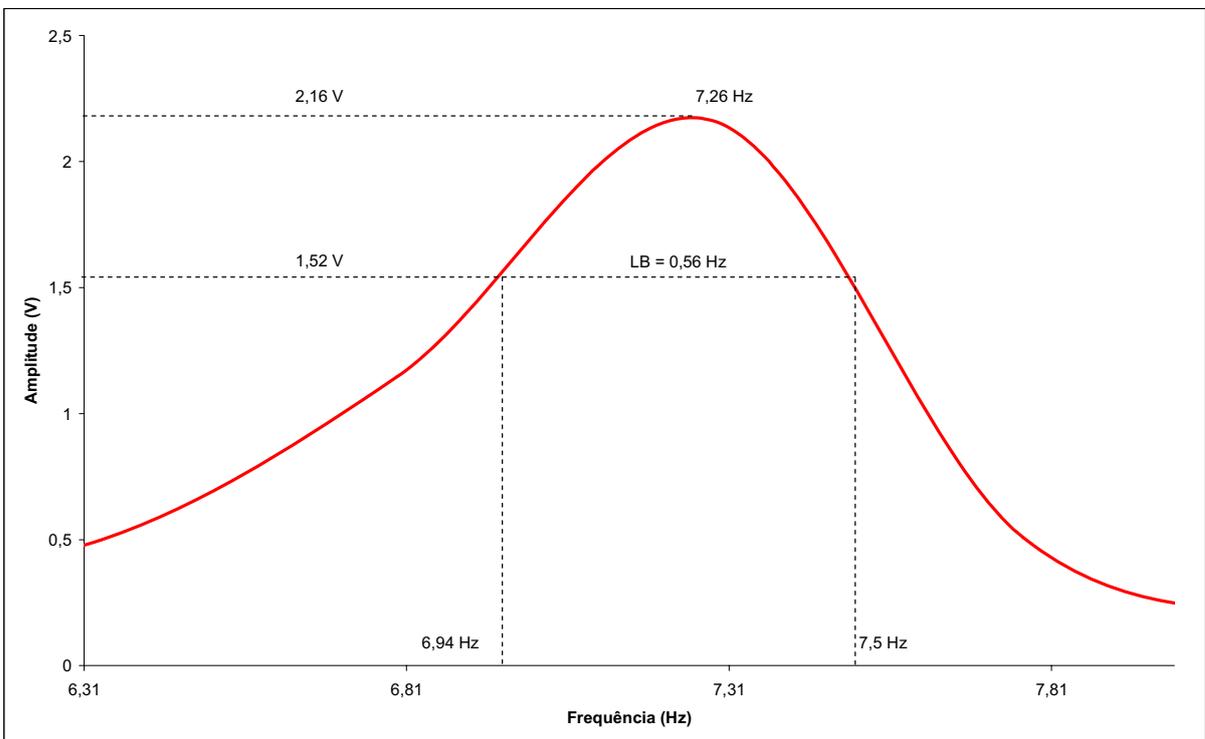


Figura 5.27 – Largura da banda de meia potência da estrutura 3, quando o motor foi excitado com 2,4 Hz

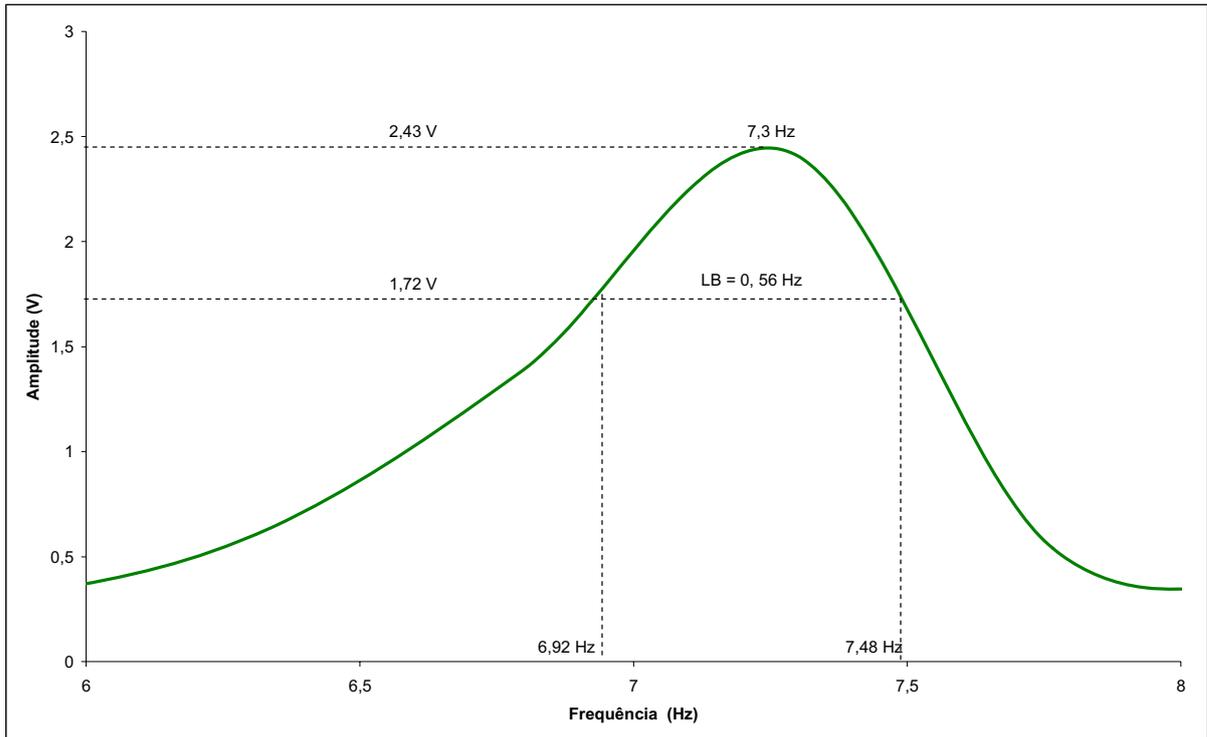


Figura 5.28 – Largura da banda de meia potência da estrutura 4, quando o motor foi excitado com 2,4 Hz

A Tabela 5.4 apresenta os valores das amplitudes, freqüências naturais, largura de banda e perda da estrutura, das estruturas com e sem material viscoelástico, quando o motor foi excitado com 2,4 Hz.

Tabela 5.4 – Características das freqüências naturais quando o motor foi excitado com 2,4 Hz

Tipo	f_n (Hz)	Amplitude (V)	Largura de Banda (LB)	$\xi = \frac{2LB}{f_n}$
Estrutura 2	7,77	2,60	0,46	$118,4 \times 10^{-3}$
Estrutura 3	7,26	2,16	0,56	$154,2 \times 10^{-3}$
Estrutura 4	7,30	2,43	0,56	$153,4 \times 10^{-3}$

5.2.2.3. Comportamento quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

De acordo com as Figuras 5.29, 5.30 e 5.31, a estrutura com motor excitado com 3,7 Hz apresentou os mesmos valores de freqüências para os três modos ensaiados, tendo como particularidades:

- a estrutura 3 resultou em amplitudes mais altas para as frequências de 3,84 Hz e 7,69 Hz;
- a estrutura 4 apresentou amplitudes mais baixas para as frequências de 3,84 Hz e 7,69 e valores mais altos para as frequências de 11,5 Hz e 15,4 Hz;
- para as frequências de 11,5 Hz e 15,4 Hz, a estrutura 2 apresentou menores amplitudes.

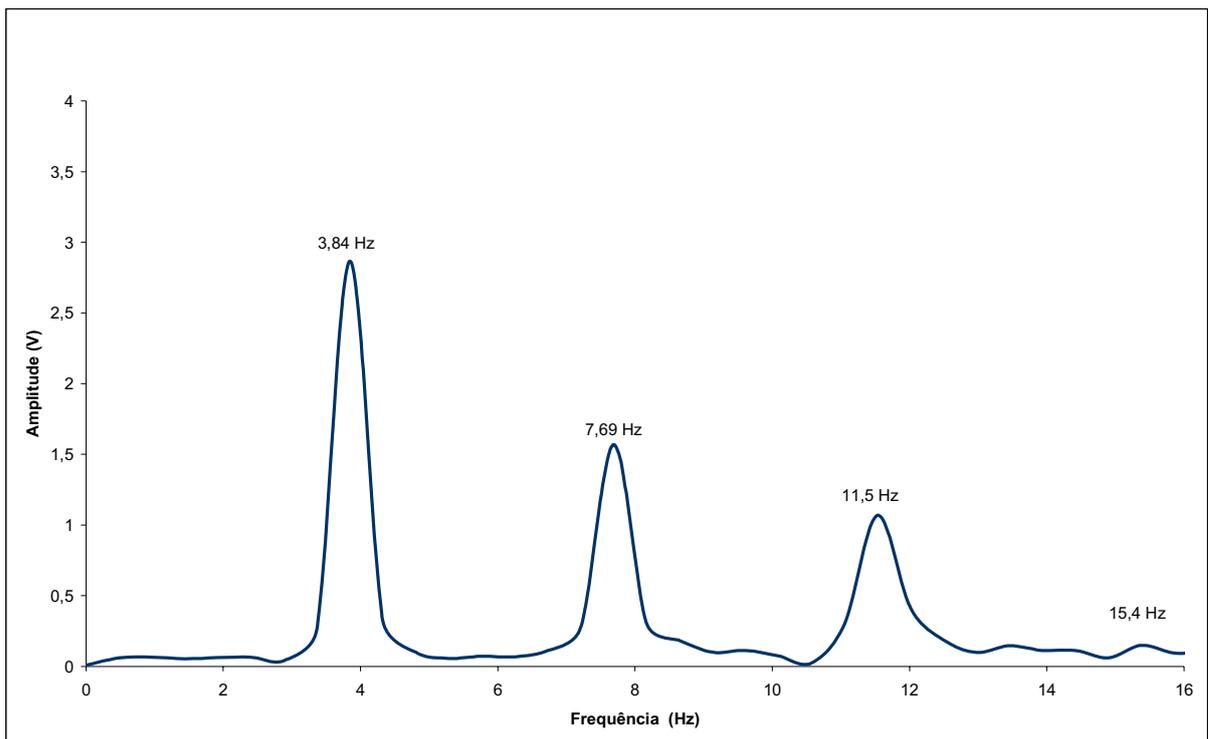


Figura 5.29 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 2 quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

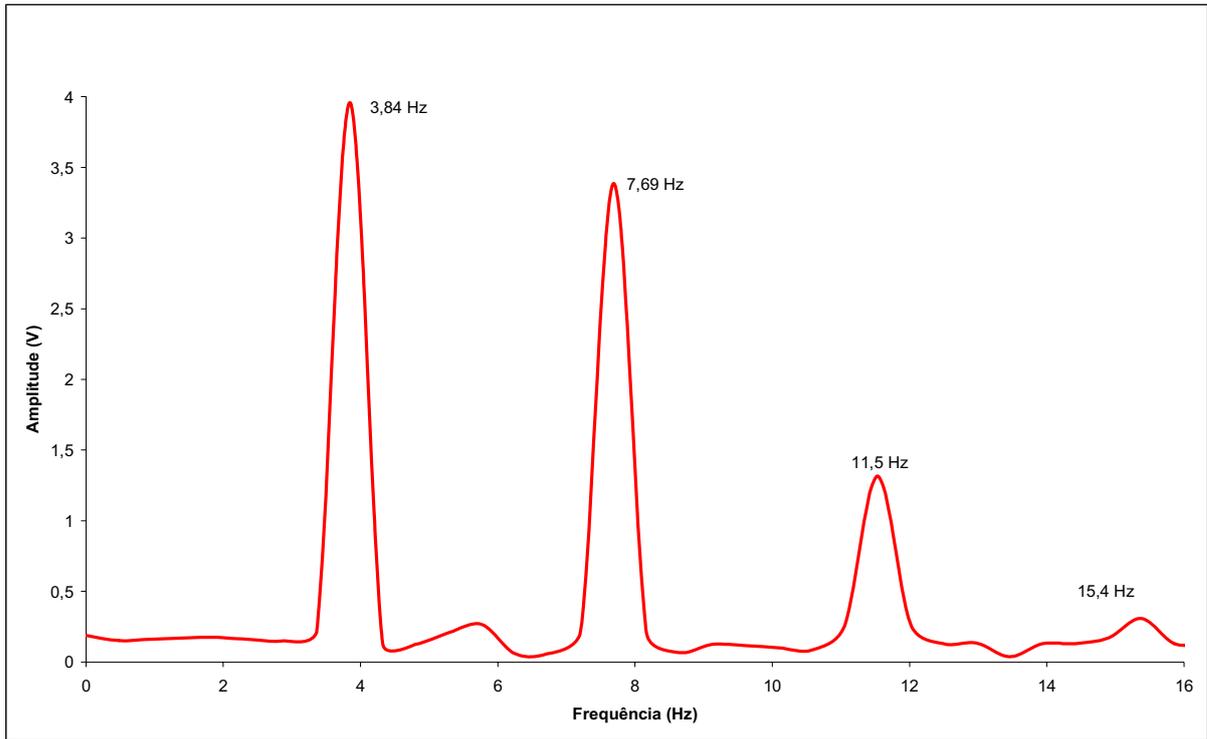


Figura 5.30 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 3 quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

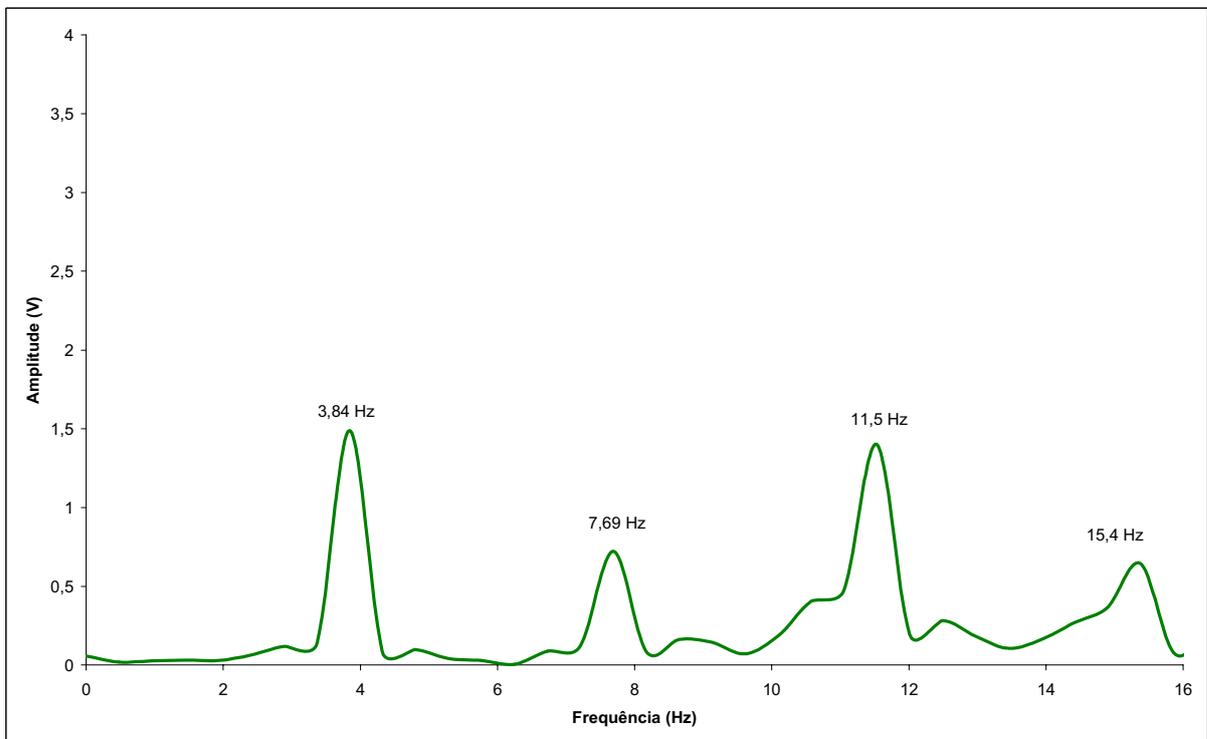


Figura 5.31 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 4 quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

Para melhor visualização do comportamento das estruturas com e sem revestimento viscoelástico, quando o motor foi excitado com frequência de 3,7 Hz, a Figura 5.32 ilustra a comparação das respostas no domínio das frequências para as três estruturas ensaiadas.

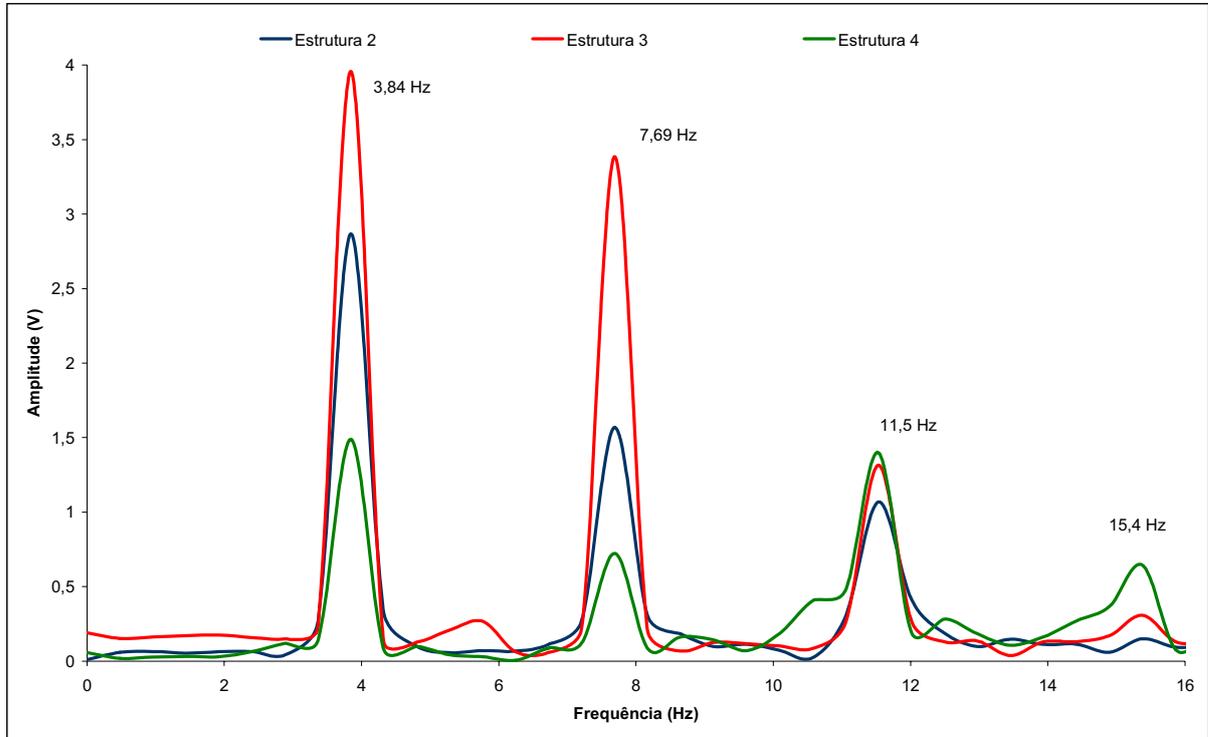


Figura 5.32 – Comparação das respostas no domínio das frequências, para as estruturas 2, 3 e 4 quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

Observa-se pelas Figuras 5.33 a 5.35 que as análises de largura de banda apresentaram a maior perda por ciclo para a estrutura sem revestimento viscoelástico, e a estrutura 3 (revestida por espuma acrílica) apresentou menor perda por ciclo e maior amplitude.

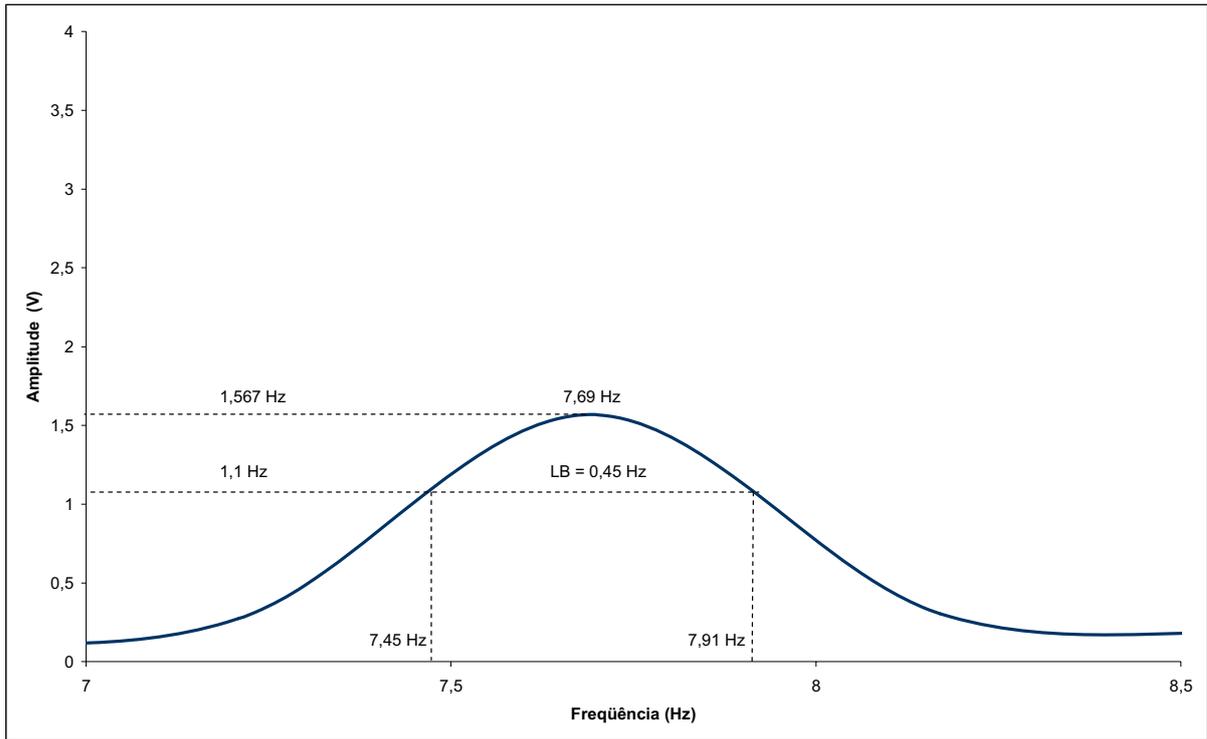


Figura 5.33 – Largura da banda de meia potência da estrutura 2, quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

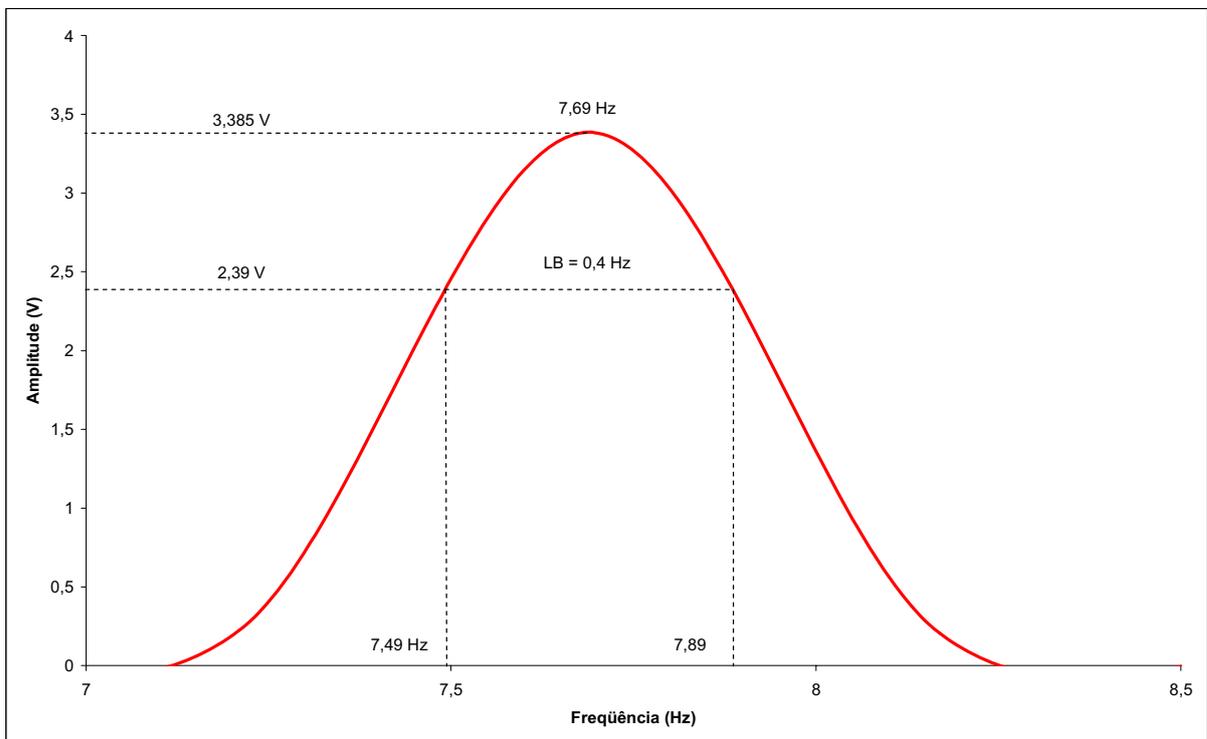


Figura 5.34 – Largura da banda de meia potência da estrutura 3, quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

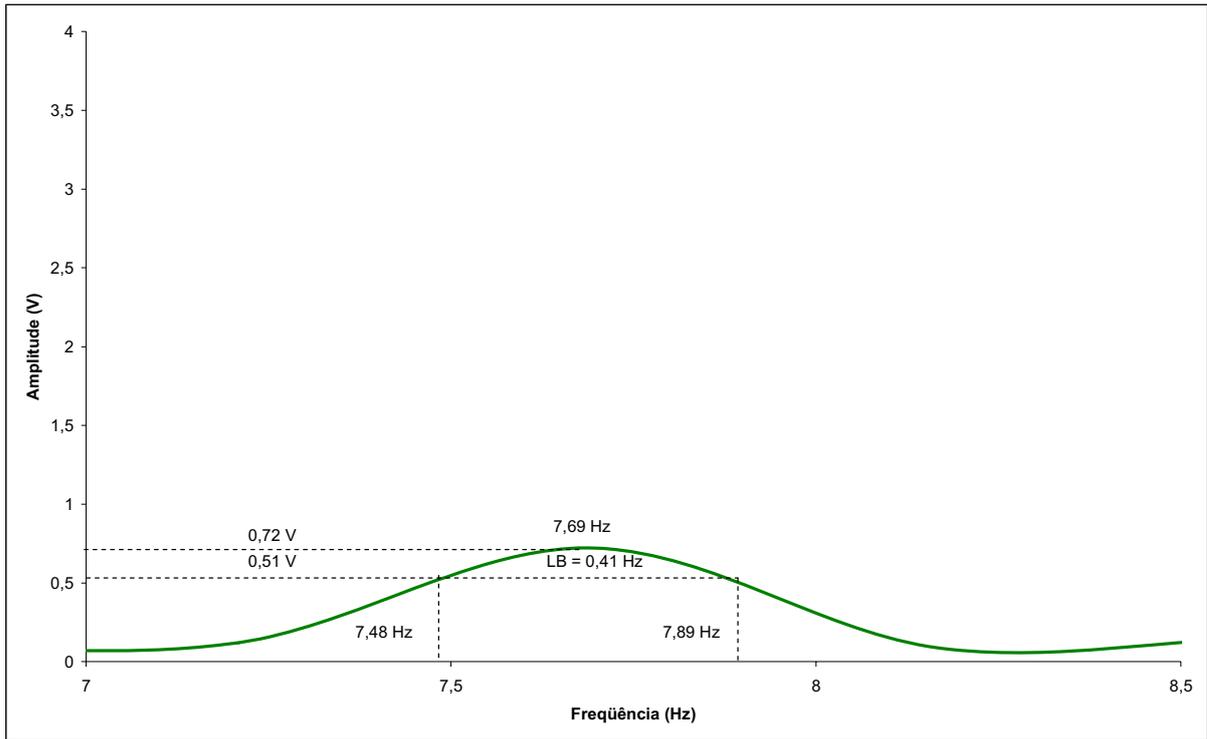


Figura 5.35 – Largura da banda de meia potência da estrutura 4, quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

A Tabela 5.5 apresenta os valores das amplitudes, freqüências naturais, largura de banda e perda da estrutura, com e sem material viscoelástico, quando o motor foi excitado com 3,7 Hz.

Tabela 5.5 – Características das freqüências naturais quando o motor foi excitado com 3,7 Hz

Tipo	f_n (Hz)	Amplitude (V)	Largura de Banda (LB)	$\xi = \frac{2LB}{f_n}$
Estrutura 2	7,69	1, 567	0,45	$117,0 \times 10^{-3}$
Estrutura 3	7,69	3, 385	0,40	$104,0 \times 10^{-3}$
Estrutura 4	7,69	0,720	0,41	$106,6 \times 10^{-3}$

5.2.2.4. Comportamento quando o motor foi excitado com 8 Hz

As Figuras 5.36, 5.37 e 5.38 ilustram o comportamento da estrutura para os três modos ensaiados quando a freqüência de excitação do motor foi de 8 Hz. Nessa freqüência, a

extremidade livre da estrutura oscilava com amplitudes elevadas, o que fez com que as frequências de excitação registradas pelos extensômetros (frequências de 5,27 Hz da Figura 5.39) apresentassem altos valores de amplitudes. Nessa situação, houve a elevação das frequências naturais, que atingiu o valor de 11 Hz para estrutura 2. As estruturas ensaiadas com revestimento viscoelástico apresentaram frequência natural de 10,1 Hz, com maior valor de amplitude, registrada para a estrutura com camada de massa acrílica (estrutura 4).

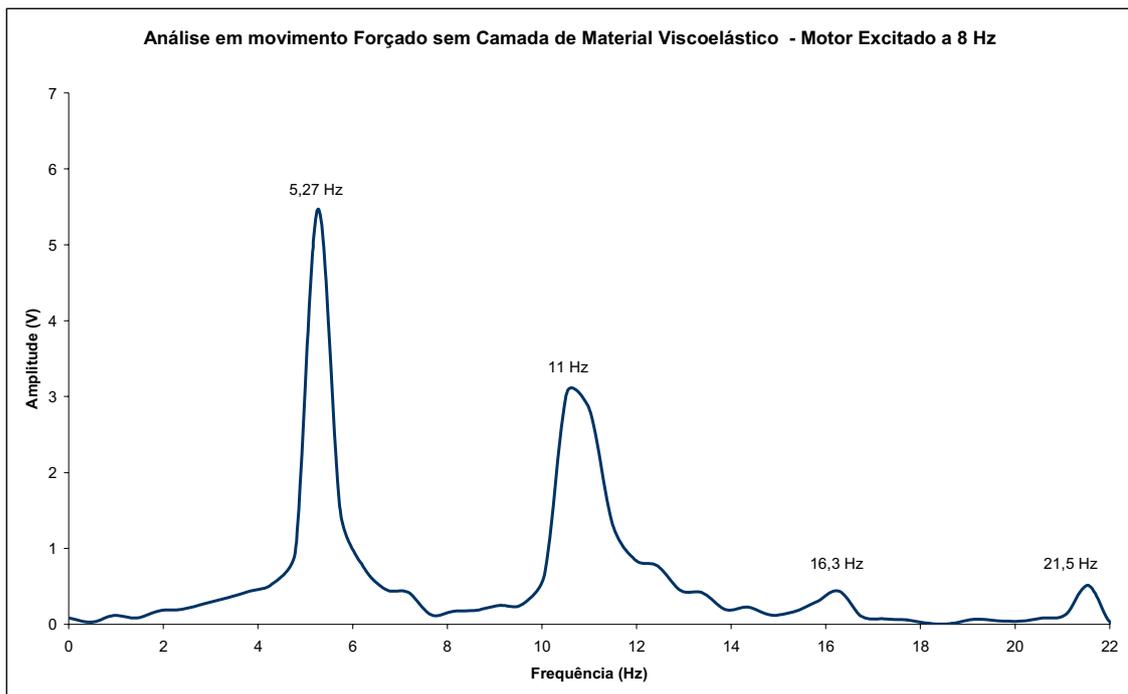


Figura 5.36 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 2 quando o motor foi excitado com 8 Hz

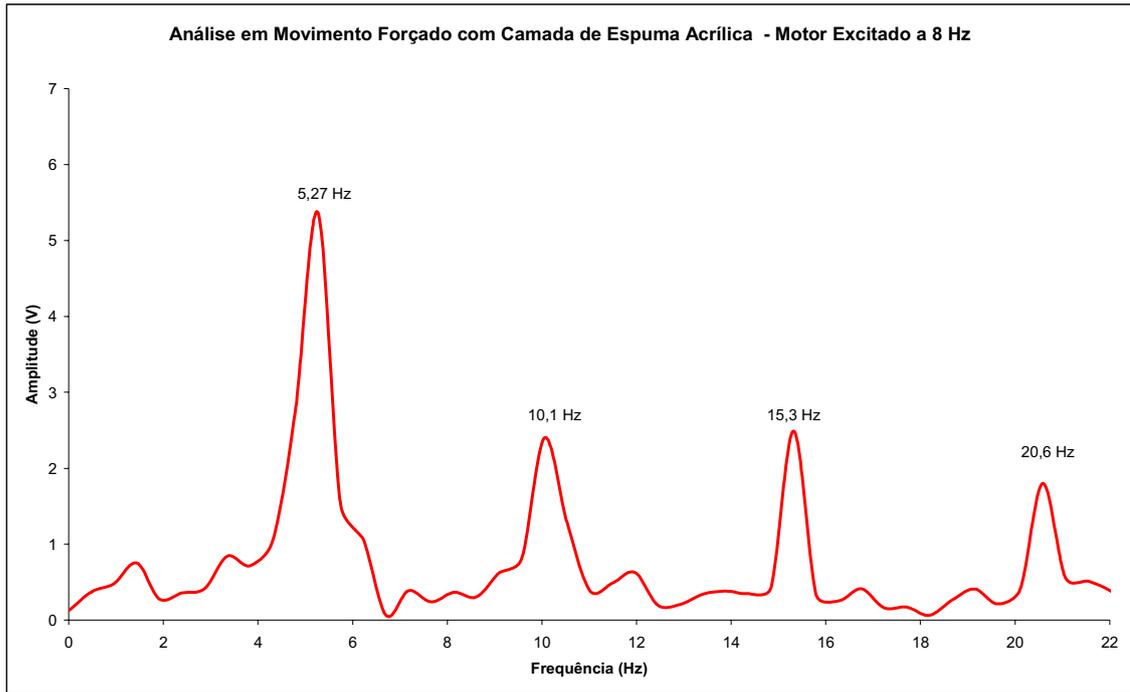


Figura 5.37 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 3, quando o motor foi excitado com 8 Hz

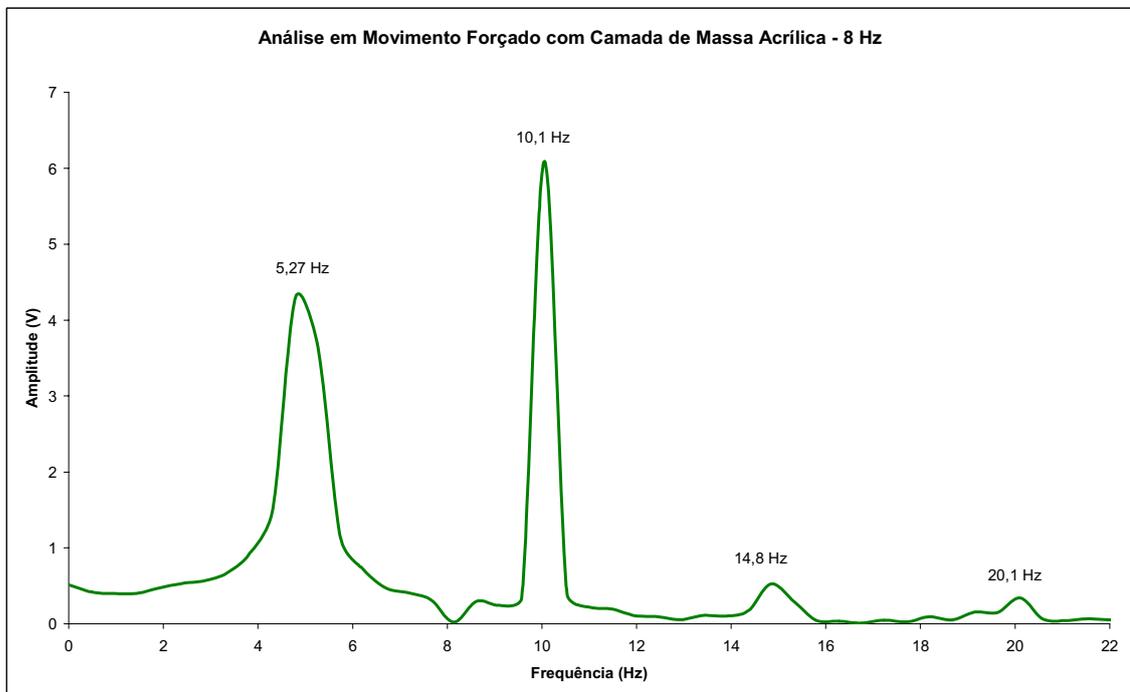


Figura 5.38 – Resposta no domínio da frequência da estrutura 4, quando o motor foi excitado com 8 Hz

O comportamento das estruturas mostradas nas Figuras 5.36 a 5.38 foi comparado na

Figura 5.39, de onde foi possível observar:

- as estruturas 2 e 3 apresentaram a mesma amplitude para a frequência de 5,27 Hz;
- a estrutura 3 (revestida por espuma acrílica) apresentou valor de amplitude mais baixo para a frequência de 10,1 Hz e maiores para de 15,3 Hz e 20,6 Hz.

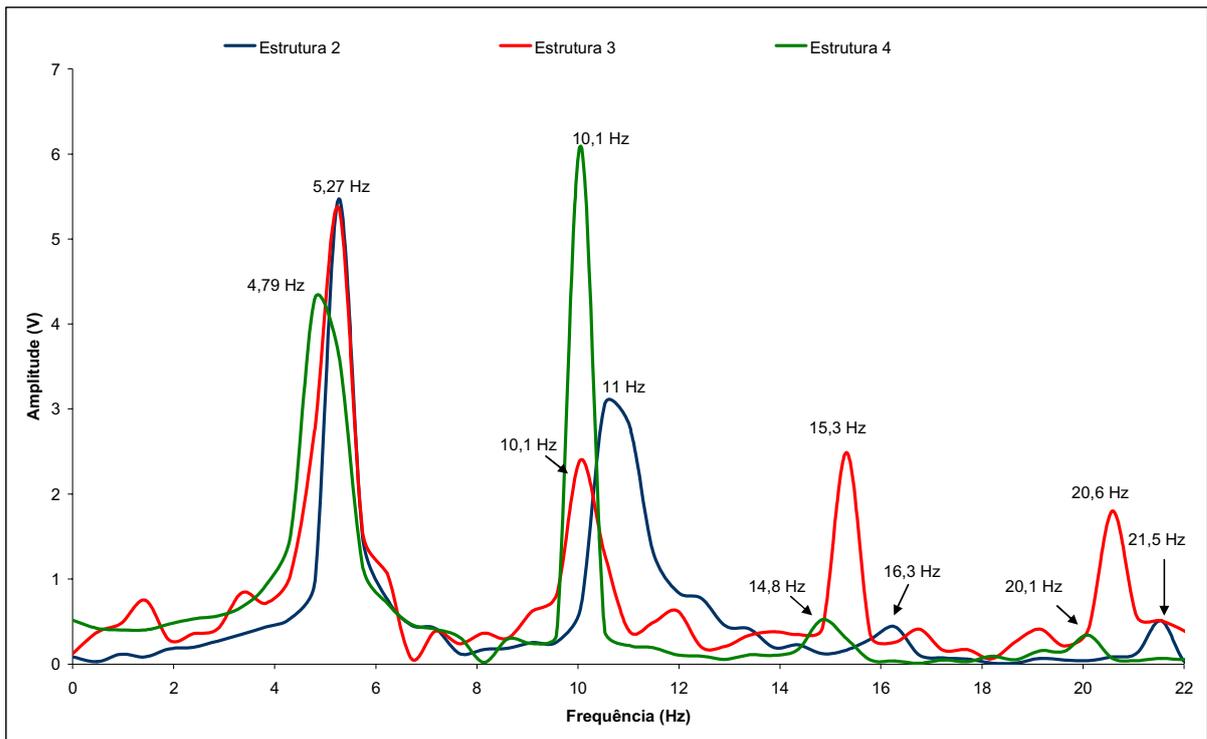


Figura 5.39 – Comparação das respostas no domínio das frequências, para as estruturas 2, 3 e 4, quando o motor foi excitado com 8 Hz

Analisando as frequências de 11 Hz e 10,1 Hz com o método da largura de banda de meia potência (Figuras 5.40 a 5.42), observa-se que a estrutura 4 (revestida por massa acrílica) apresentou a menor perda por ciclo e maior amplitude. Para essa frequência de rotação do motor, a estrutura 2 (sem revestimento viscoelástico) indicou a maior largura de banda.

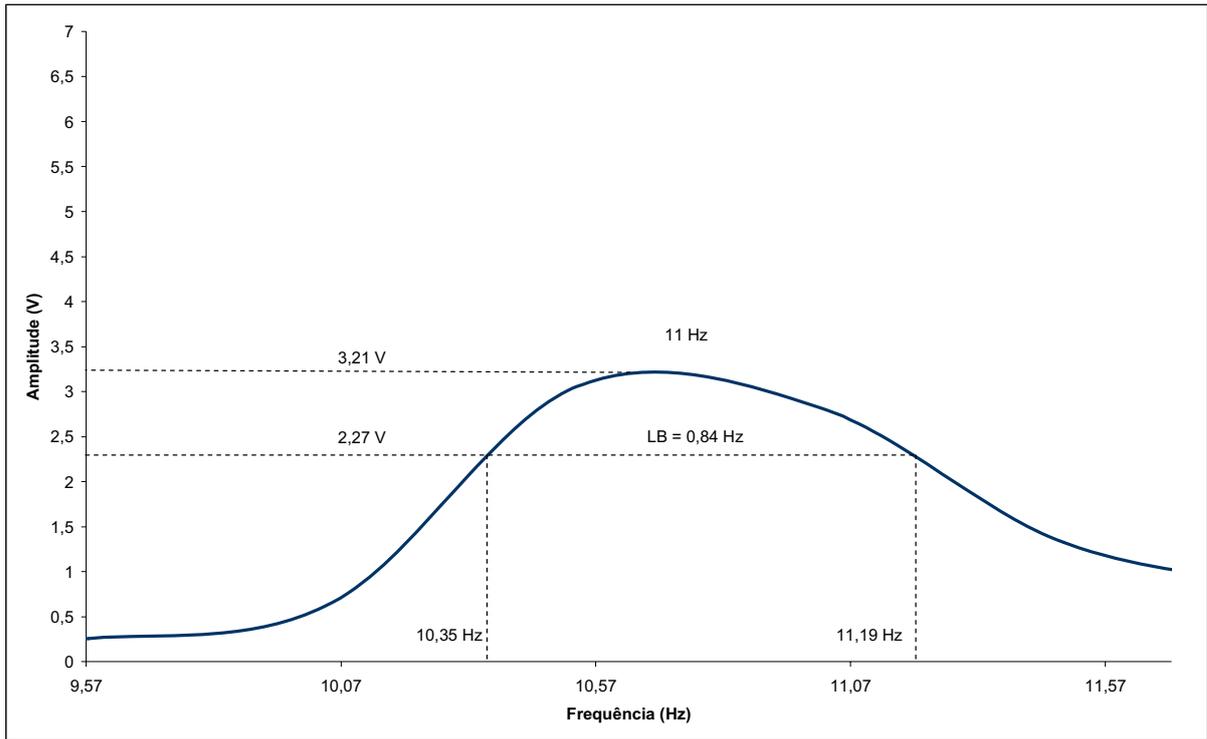


Figura 5.40 – Largura da banda de meia potência da estrutura 2, quando o motor foi excitado com 8 Hz

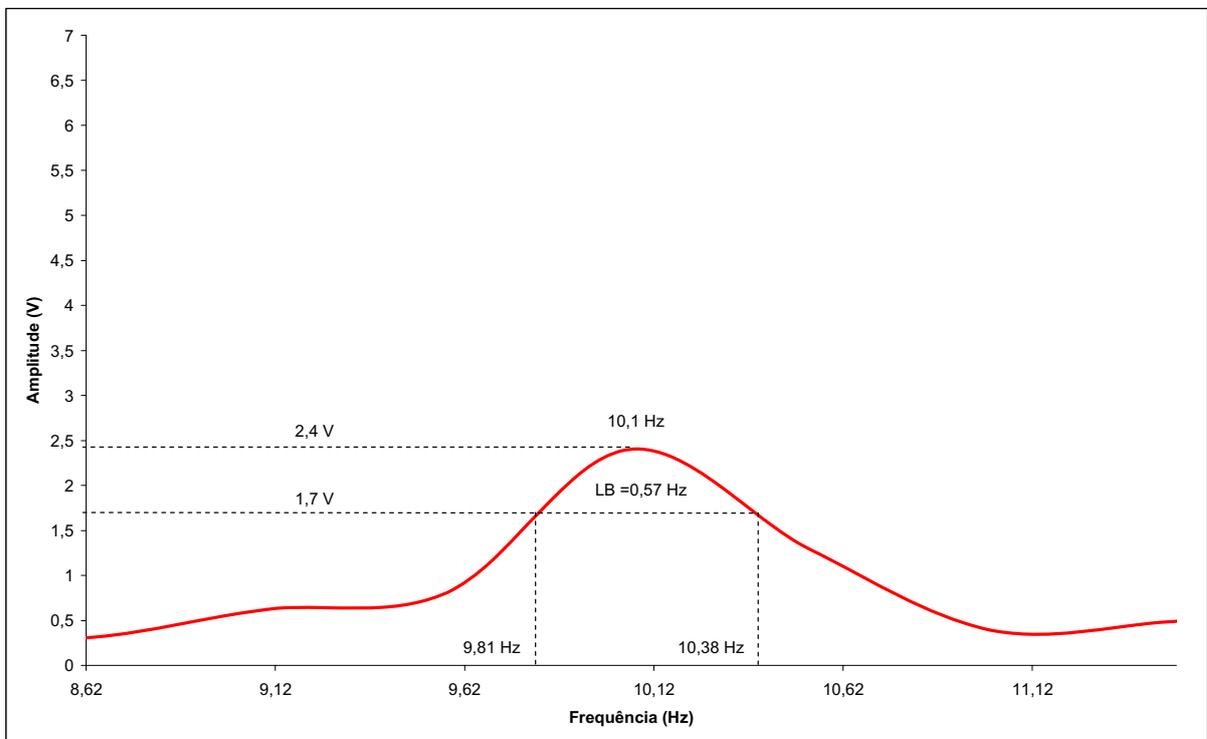


Figura 5.41 – Largura da banda de meia potência da estrutura 3, quando o motor foi excitado com 8 Hz

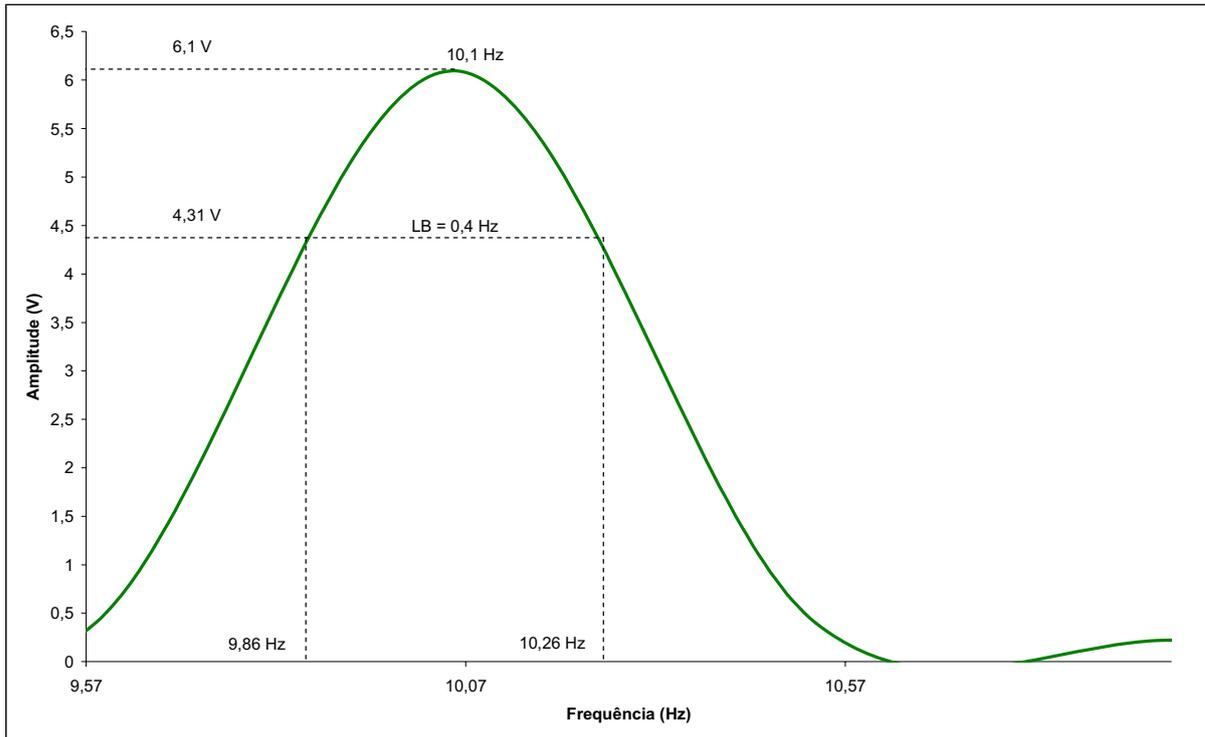


Figura 5.42 – Largura da banda de meia potência da estrutura 4, quando o motor foi excitado com 8 Hz

A Tabela 5.6 apresenta os valores das amplitudes, frequências naturais, largura de banda e perda da estrutura, com e sem material viscoelástico, quando o motor foi excitado com 8 Hz.

Tabela 5.6 – Características das frequências naturais quando o motor foi excitado com 8 Hz

Tipo	f_n (Hz)	Amplitude (V)	Largura de Banda (LB)	$\xi = \frac{2LB}{f_n}$
Estrutura 2	11,0	3,21	0,84	$152,7 \times 10^{-3}$
Estrutura 3	10,1	2,40	0,57	$112,8 \times 10^{-3}$
Estrutura 4	10,1	6,10	0,40	$79,2 \times 10^{-3}$

5.3. ANÁLISE DA ESTRUTURA REVESTIDA COM MATERIAL VISCOELÁSTICO E CAMADA DE RESTRIÇÃO

5.3.1. Comportamento da Estrutura com Camada de Restrição em Movimento Livre

A Figura 5.43 refere-se à análise temporal da estrutura 5 (estrutura com camada de espuma acrílica com camada de restrição) que, depois de deslocada, cessou os movimentos em um intervalo de tempo de 2 segundos. Nesse sistema, a estrutura ficou mais rígida, o que pode ser comprovado com resposta no domínio da frequência mostrada na Figura 5.44. Quando a estrutura foi ensaiada sem camada de material viscoelástico, a frequência natural foi de 7,48 Hz; nesse ensaio passou para 9,93 Hz, e a largura de banda (LB) teve elevação de 0,39 Hz para 4,15 Hz.

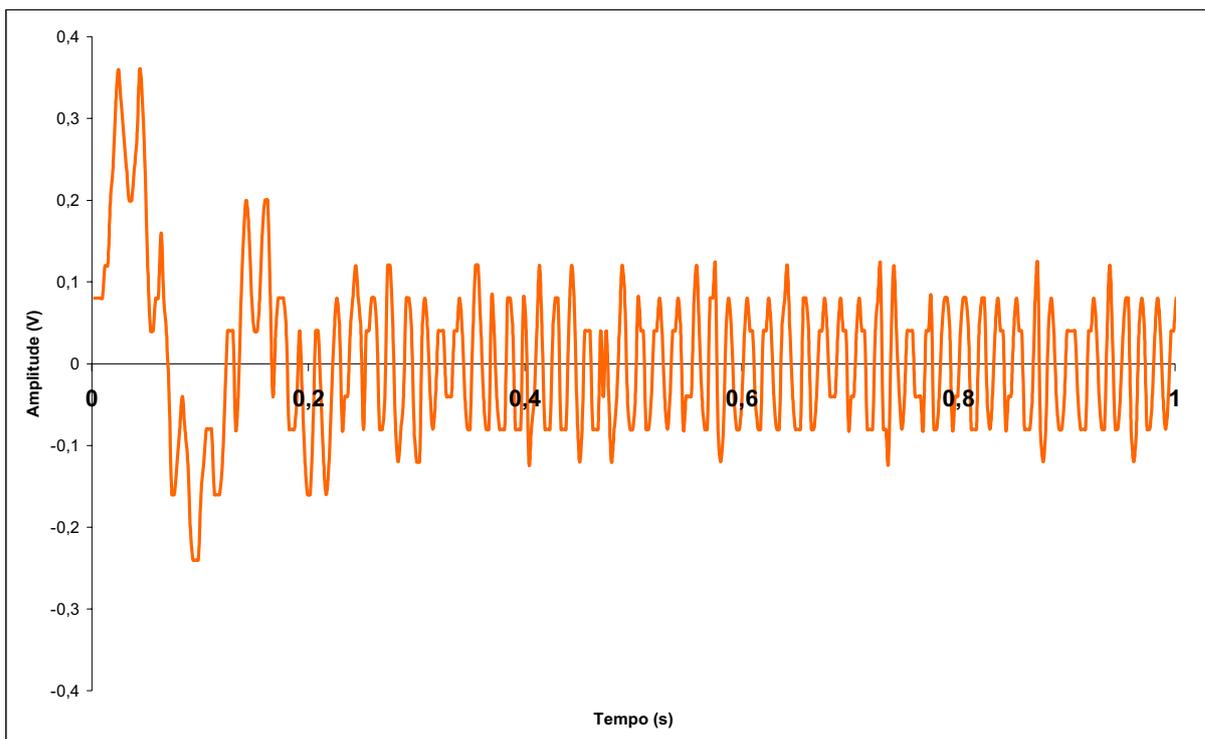


Figura 5.43 – Resultado obtido no domínio do tempo para estrutura 5

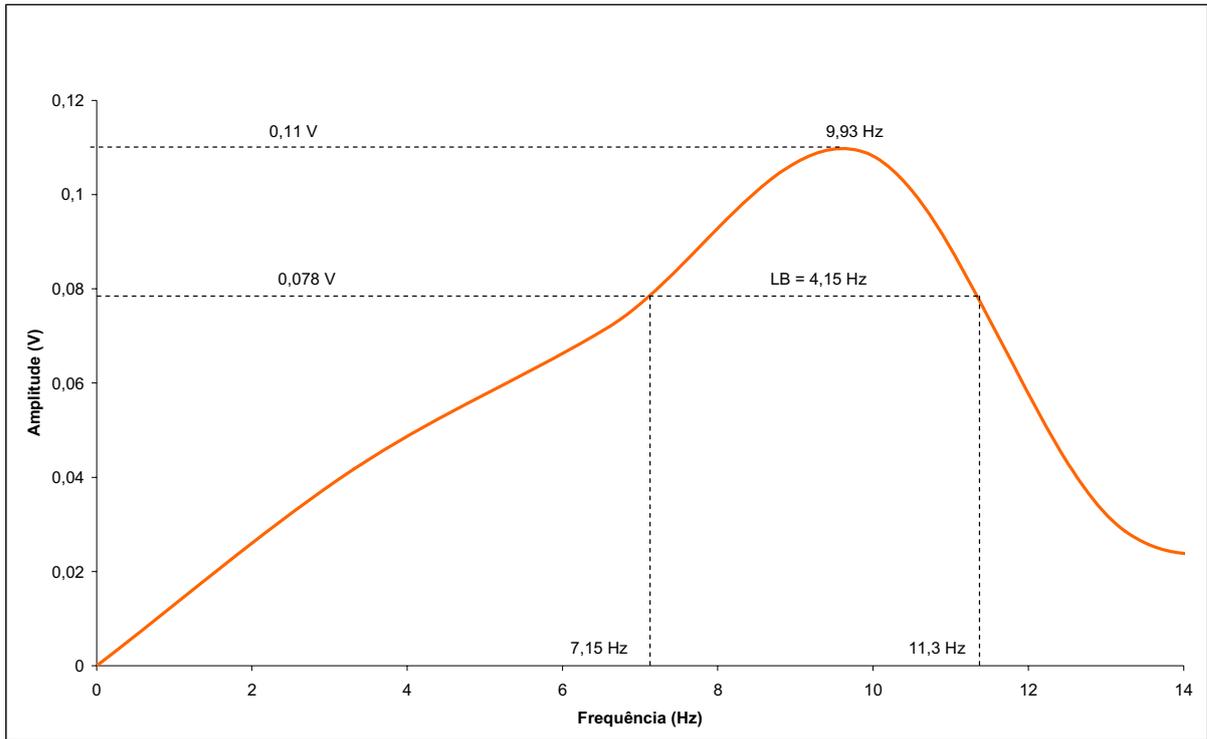


Figura 5.44 – Resposta no domínio da frequência para estrutura 5

5.3.2. Comportamento da Estrutura com Camada de Restrição em Movimento Forçado

5.3.2.1. Análise da estrutura com camada de restrição com motor excitado a 2,2 Hz

A Figura 5.45 ilustra um comparativo entre a estrutura 2 e a estrutura 5, quando o motor foi excitado com 2,2 Hz. Observa-se, de acordo com essa figura, que:

As primeiras frequências apresentaram os valores de 2,4 Hz para as duas estruturas ensaiadas, com amplitude de 0,92 Volts para estrutura 2 e 0,32 Volts para a estrutura 5;

A estrutura 2 apresentou a maior amplitude no valor de 2,2 Volts para a frequência de 7,21 Hz;

A frequência de 6,76 Hz no espectro da estrutura 5 apresentou amplitude de 0,13 Volts;

Quando a escala das amplitudes da estrutura 5 foi reduzida, o espectro de frequência da Figura 5.46 possibilitou visualizar que algumas características da estrutura sem camada de material viscoelástico foi mantida, como o intervalo de 6 a 10 Hz.

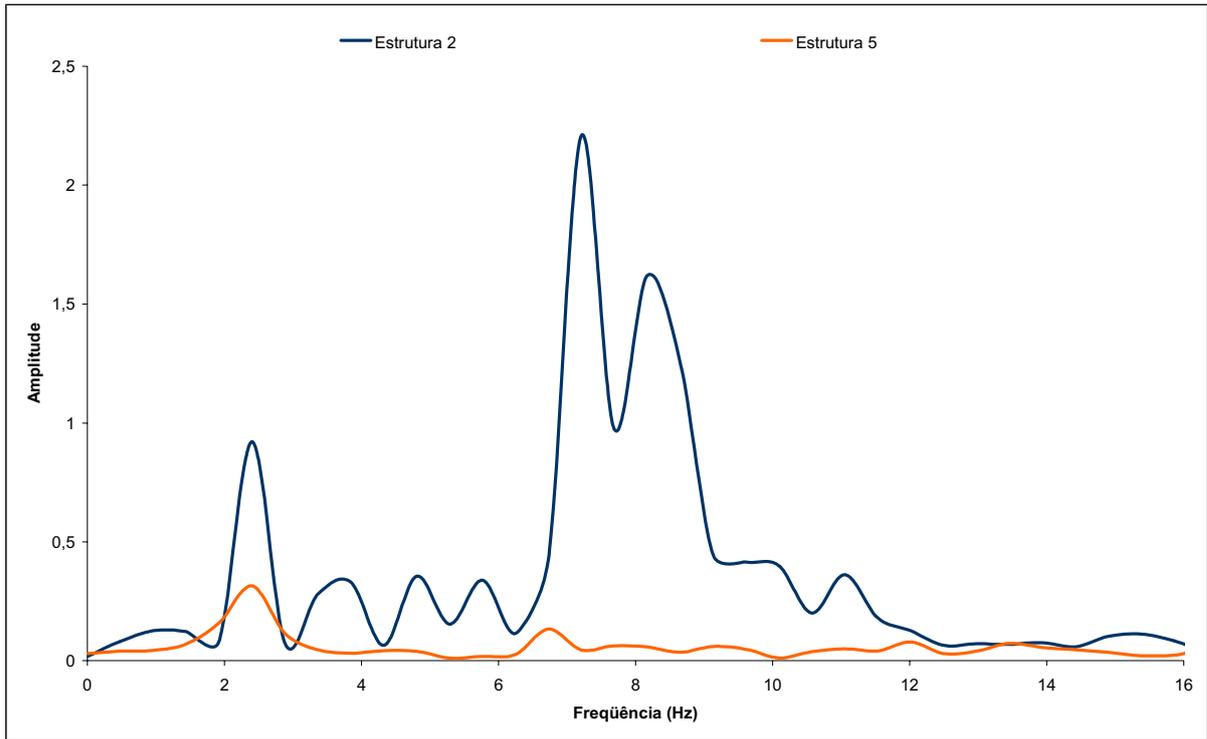


Figura 5.45 – Comparação das respostas no domínio das frequências, para as estruturas 2 e 5, quando o motor foi excitado com 2,2 Hz

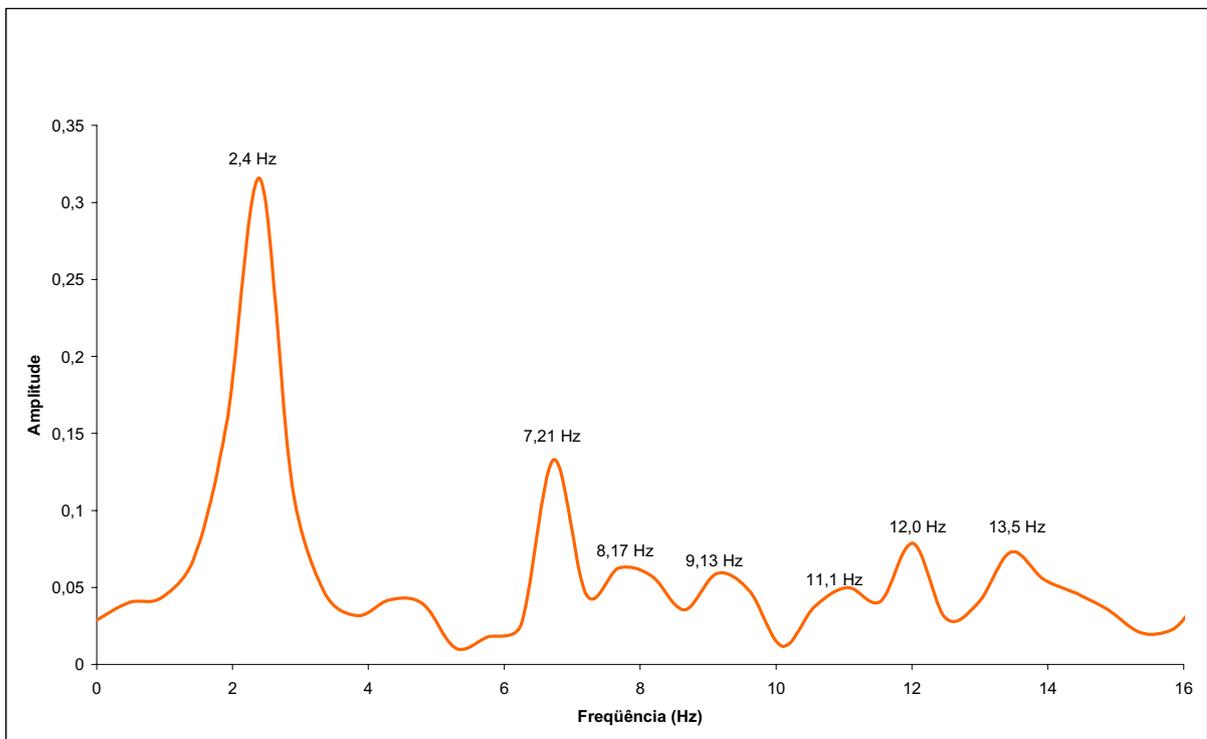


Figura 5.46 – Espectro da estrutura 5 para excitação do motor de 2,2 Volts, com ajuste na escala das amplitudes

5.3.2.2. Análise da estrutura com camada de restrição com motor excitado a 2,83 Hz

A Figura 5.47 ilustra um comparativo entre a estrutura 2 e a estrutura 5, quando o motor foi excitado com 2,83 Hz. De acordo com essa figura, as amplitudes da estrutura 5 atenuaram consideravelmente em relação à estrutura 2.

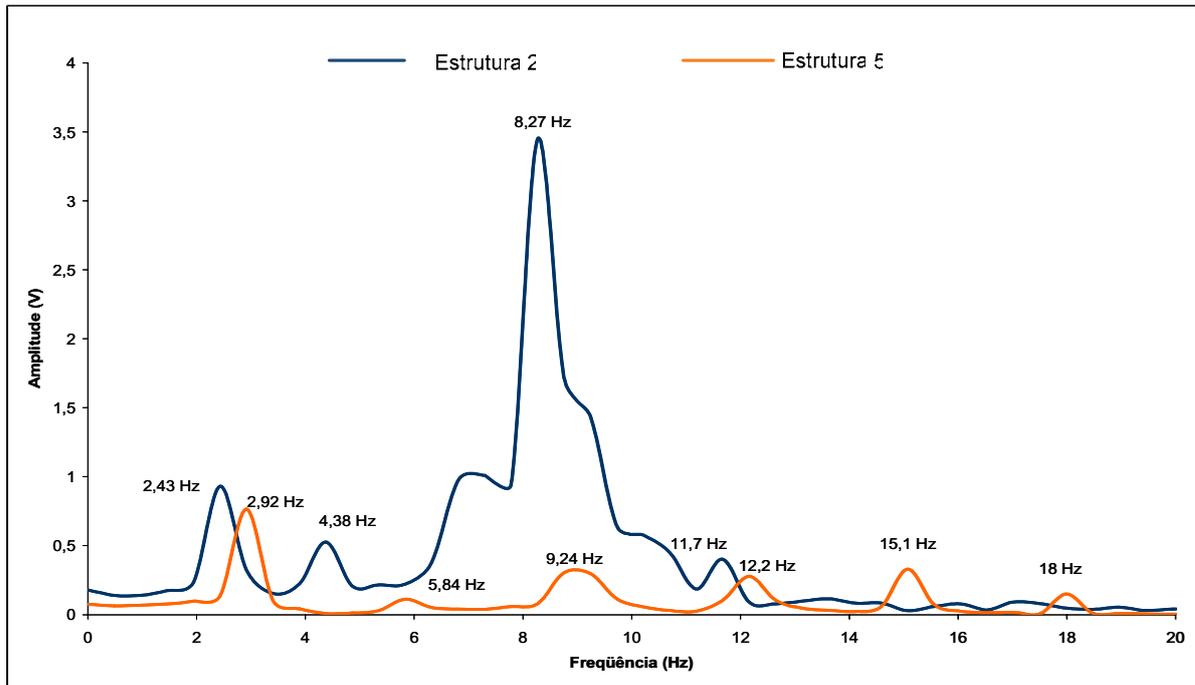


Figura 5.47 – Comparação das respostas no domínio das frequências, das estruturas ensaiadas sem material viscoelástico e com camada de restrição, quando o motor foi excitado com 2,83 Hz

5.3.2.3. Análise da estrutura com camada de restrição com motor excitado a 3,33 Hz

A Figura 5.48 ilustra a resposta no domínio da frequência da estrutura 2 e da estrutura 5, quando o motor foi excitado com 3,33 Hz, de onde se observou que:

- As estruturas apresentaram valores aproximados de frequência;
- Para as frequências de 3,82 Hz e 7,64 Hz, a estrutura 2 resultou em amplitudes de 2,89 Volts e 1,65 Volts respectivamente;
- Para as frequências de 3,82 Hz e 7,17 Hz, a estrutura 5 resultou em amplitudes de 1,16 Volts e 0,56 Volts respectivamente;
- A estrutura 5 apresentou uma frequência de 11 Hz com amplitude de 1,15 Volts, e a estrutura 2, 11,5 Hz e 1,13 Volts de amplitude;

- Na frequência de 14,8 Hz, a estrutura 5 indicou maior amplitude em relação à estrutura 2.

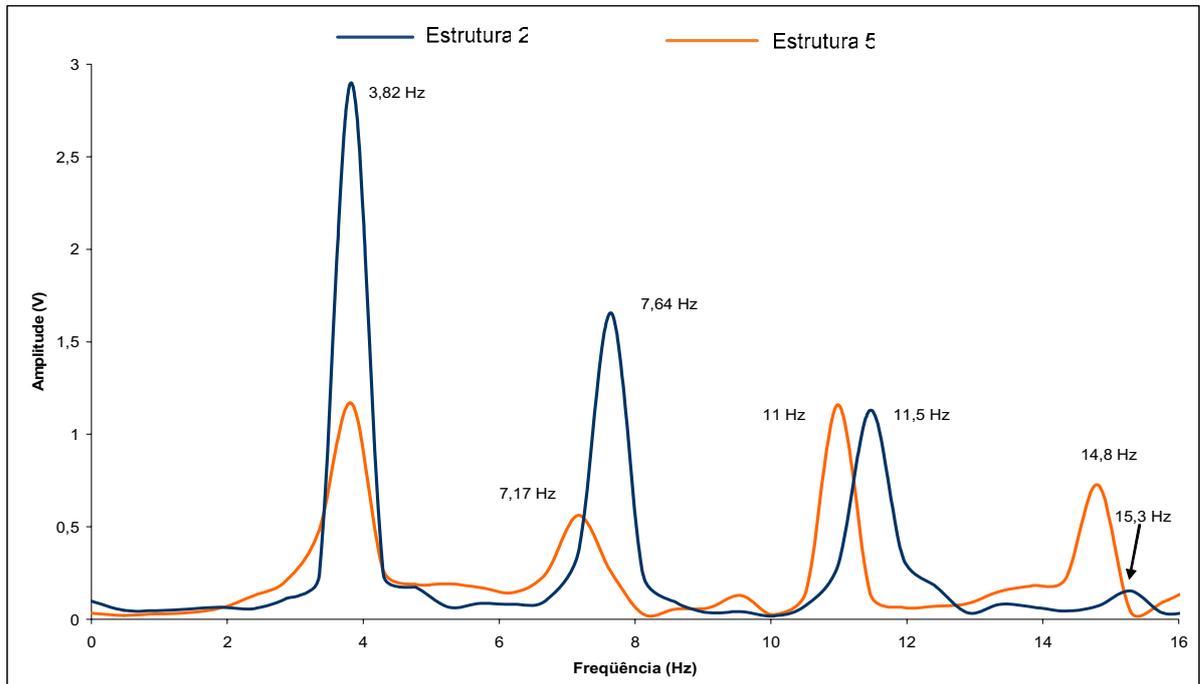


Figura 5.48 – Comparação das respostas no domínio das frequências, das estruturas 5 e 2, quando o motor foi excitado com 3,33Hz

5.3.2.4. Análise da Estrutura com Camada de Restrição com Motor Excitado a 4 Hz

Encontra-se na Figura 5.49 a resposta no domínio da frequência da estrutura 2 e da estrutura 5, quando o motor foi excitado com 4 Hz. De onde se observou que:

- Para as frequências de 4,34 Hz e 8,20 Hz, a estrutura 5 apresentou amplitudes atenuadas em relação à estrutura 2;
- A estrutura 5 apresentou amplitudes elevadas para as frequências de 12,1Hz e 16,4 Hz.

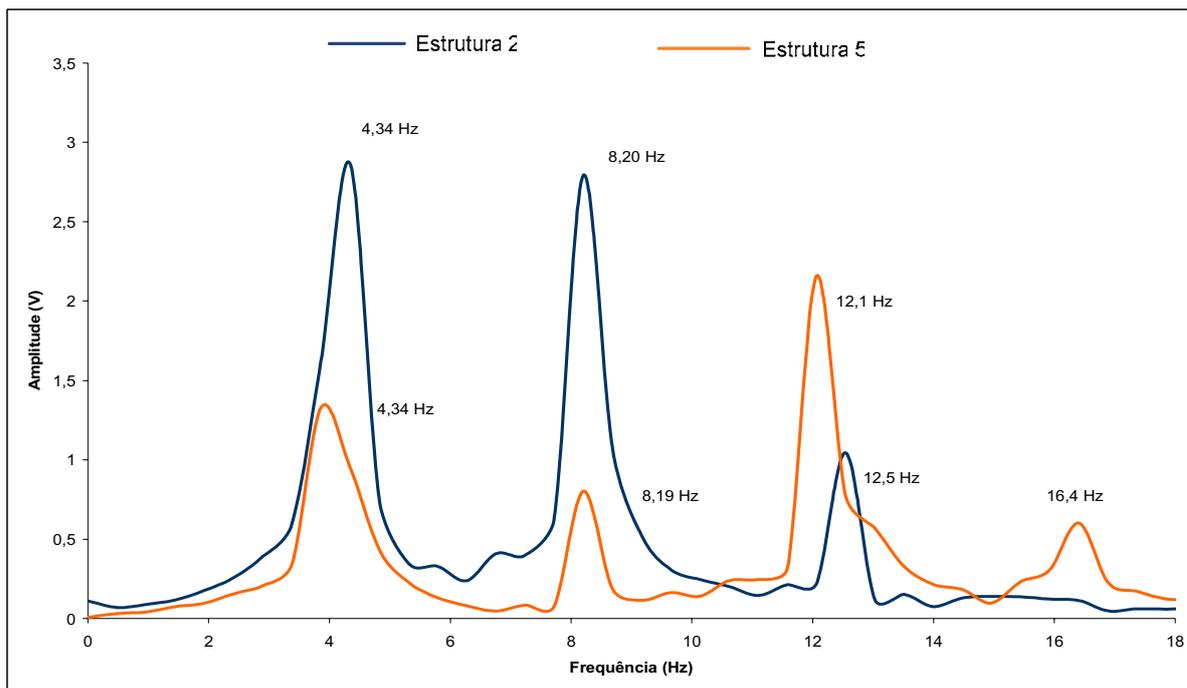


Figura 5.49 – Comparação das respostas no domínio das frequências, das estruturas ensaiadas sem material viscoelástico e com camada de restrição, quando o motor foi excitado com 4 Hz

5.4. RESPOSTAS OBTIDAS COM O PROGRAMA ANSYS®

Os gráficos a seguir ilustram as análises realizadas no Ansys com objetivo de comparar comportamentos dos resultados experimentais. Os valores numéricos das respostas obtidas com o ANSYS® se diferenciaram das respostas experimentais, devido ao fato de que as propriedades características dos materiais viscoelásticos não foram reproduzidas com precisão numérica. Isso nos dá a condição de uma análise comparativa comportamental, sendo que tais análises nos levam a tirar conclusões satisfatórias dos resultados experimentais.

5.4.1. Propriedades Características das Estruturas Utilizadas para Geração dos Modelos

Os valores dos fatores de amortecimento descritos a seguir foram determinados experimentalmente utilizando o método de decaimento nas respostas obtidas no domínio do tempo, para as estruturas ensaiadas em movimento livre. As outras propriedades foram estimadas dos catálogos de fornecedores e literaturas da área de mecânica.

Os dados utilizados para gerar o modelo da estrutura 2 (aço sem camada de material viscoelástico) foram:

Módulo de Elasticidade = 207e09

Coefficiente de Poisson = 0.30

Densidade de Massa = 7.3430e03

Para gerar o modelo composto (camadas de aço e uma camada de material viscoelástico), foi preciso no ANSYS[®] entrar com valores característicos de cada camada utilizada para representar o modelo.

Os dados utilizados para gerar o modelo da estrutura 3 (revestida por espuma acrílica) foram:

Camada de aço

Módulo de Elasticidade = 207e09

Coefficiente de Poisson = 0.30

Densidade de Massa = 7.3430e03

Camada de espuma

Módulo de Elasticidade = 291.9e03

Coefficiente de Poisson = 0.49

Densidade de Massa = 1.115e06

Fator de amortecimento = 0.012

Os dados utilizados para gerar o modelo da estrutura 4 (revestida por massa acrílica) foram:

Camada de aço

Módulo de Elasticidade = 207e09

Coefficiente de Poisson = 0.30

Densidade de Massa = 7.3430e03

Camada de massa

Módulo de Elasticidade = 291.9e03

Coefficiente de Poisson = 0.49

Densidade de Massa = 1.373e06

Fator de amortecimento = 0.01

Os dados utilizados para gerar o modelo da estrutura 5 (composta por duas estruturas de aço e espuma acrílica como revestimento viscoelástico) foram:

Duas camadas de aço

Módulo de Elasticidade = 207e09

Coefficiente de Poisson = 0.30

Camada de espuma

Módulo de Elasticidade = 291.9e03

Coefficiente de Poisson = 0.49

Densidade de Massa = 7.3430e03

Densidade de Massa = 1.115e06

Fator de amortecimento = 0.012

5.4.2. **Resultados e Discussões dos Modelos Gerados no ANSYS®**

As Figuras de 5.50 a 5.53 ilustram o comportamento das estruturas no domínio do tempo determinadas pelos modelos gerados no programa ANSYS®. Essas análises reproduziram comportamentos semelhantes aos gerados experimentalmente e serão discutidas a seguir.

5.4.3. **Discussões dos Modelos Gerados para as Estruturas com Camada Livre**

As Figuras 5.51 e 5.52 mostram as respostas dos modelos gerados para as estruturas revestidas por espuma acrílica e massa acrílica respectivamente. Observa-se, nessas figuras, que a estrutura com camada de espuma acrílica apresentou maior atenuação de amplitudes que a estrutura com camada de massa acrílica.

As influências dos materiais viscoelásticos podem ser observadas quando comparadas as respostas dos modelos das estruturas com revestimento viscoelástico (Figuras 5.51 e 5.52) com a resposta do modelo da estrutura sem revestimento ilustrado na Figura 5.50. Os modelos com revestimentos viscoelásticos apresentaram menores frequências e suas amplitudes atenuavam em um intervalo de tempo menor do que a estrutura sem material viscoelástico. Essa característica também foi evidenciada quando analisada a resposta no domínio do tempo obtida experimentalmente.

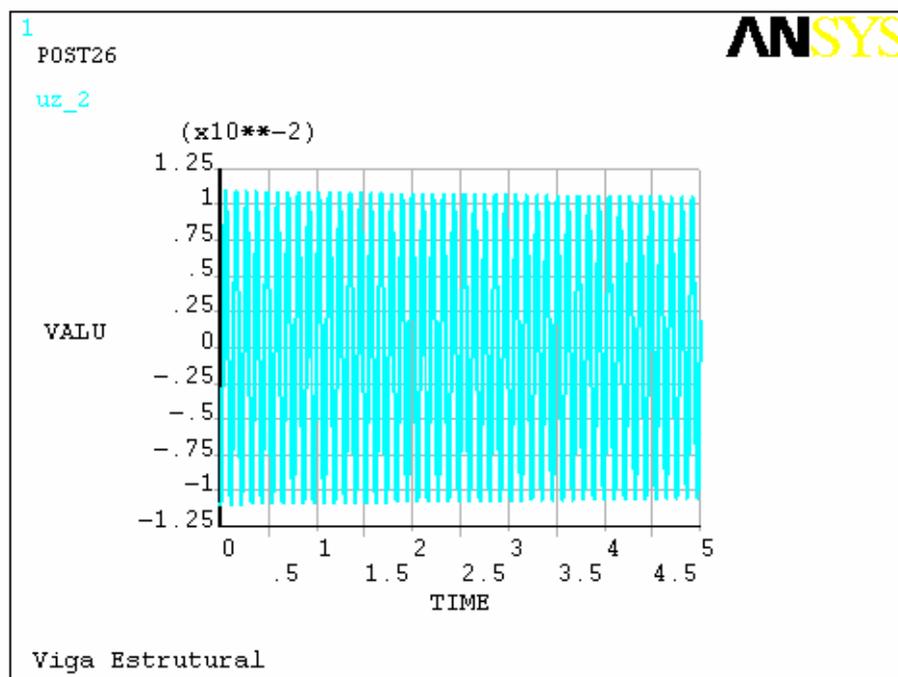


Figura 5.50 – Resultado no domínio do tempo para o modelo da estrutura sem material viscoelástico

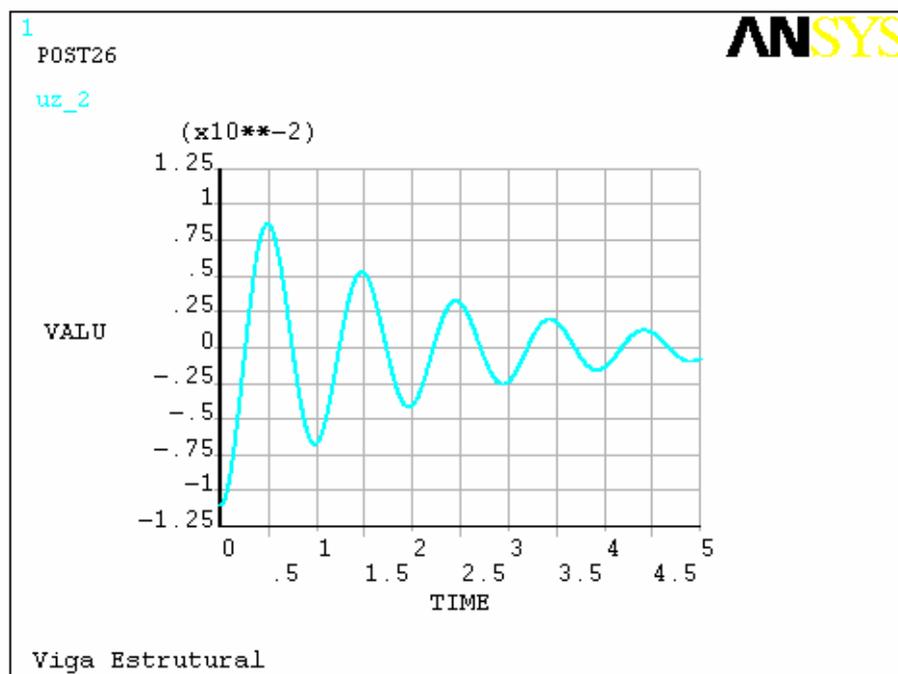


Figura 5.51 – Resultado no domínio do tempo para o modelo da estrutura com camada de espuma acrílica

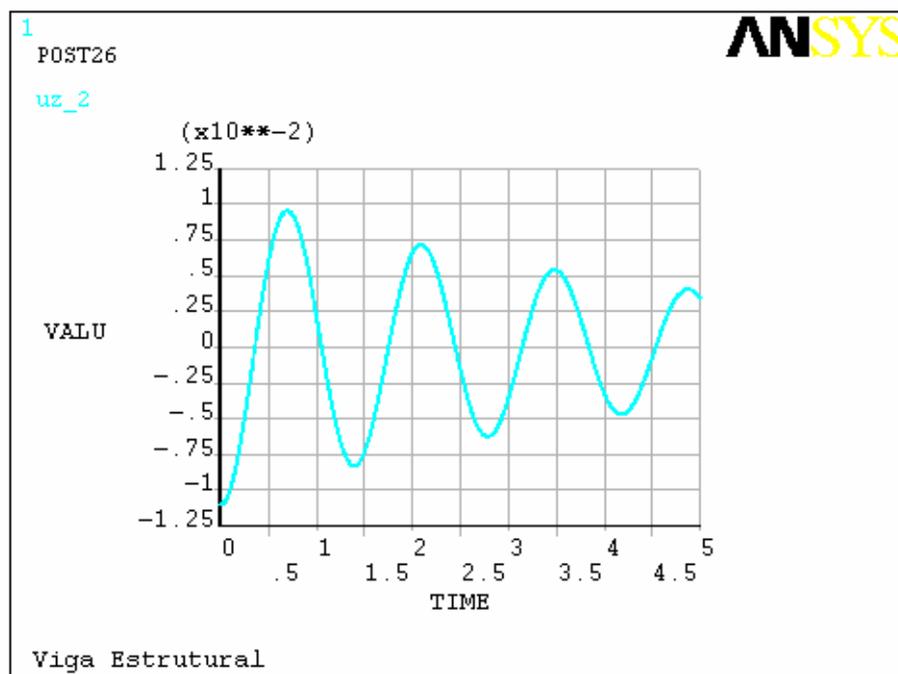


Figura 5.52 – Resultado no domínio do tempo para o modelo da estrutura com camada de massa acrílica

5.4.4. Discussões do Modelo Gerado para Viga Sanduíche

Observa-se que a resposta apresentada na Figura 5.53, obtida pelo modelo gerado para estrutura 5 (estrutura revestida com espuma acrílica e camada de restrição), apresentou comportamento semelhante ao resultado experimental apresentado na Figura 5.43.

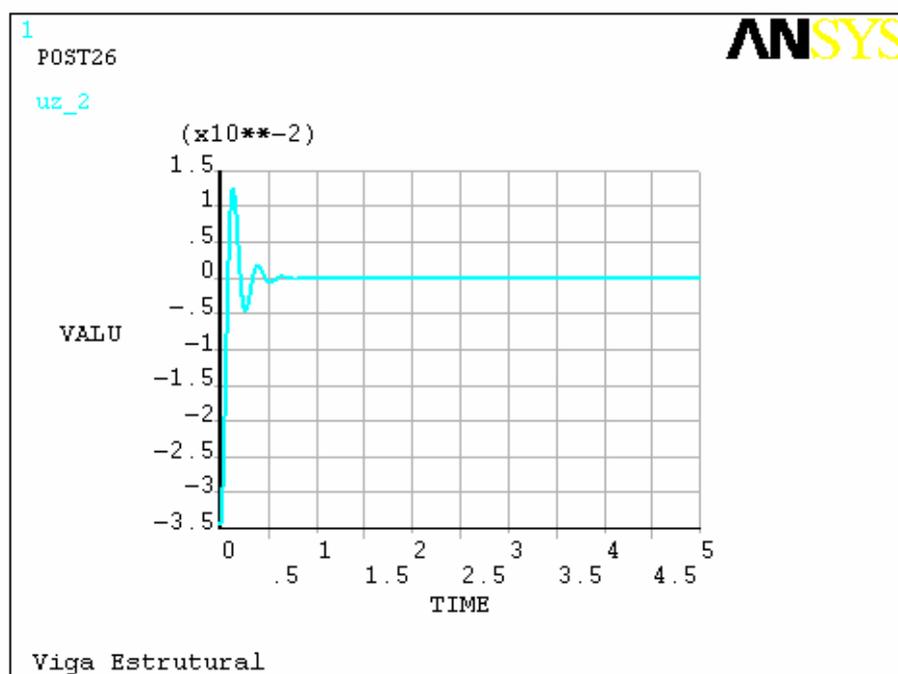


Figura 5.53 – Resultado no domínio do tempo para o modelo da estrutura sem material viscoelástico

As Figuras de 5.54 a 5.58 ilustram o comportamento das estruturas no domínio da frequência. Observa-se que a frequência da estrutura sem material viscoelástico apresentou os maiores valores de amplitude e frequência. Quanto à comparação das estruturas com camada de materiais viscoelástico, nota-se que a espuma acrílica (estrutura 3) apresentou maior valor de frequência do que a estrutura com massa acrílica (estrutura 4), o que difere da resposta apresentada na Figura 5.14, na qual as frequências resultaram em valores aproximados. Essa diferença pode estar relacionada com valores característicos dos materiais viscoelásticos utilizados na parametrização do modelo. Quanto às amplitudes, a estrutura 3 (espuma acrílica) apresentou a maior atenuação.

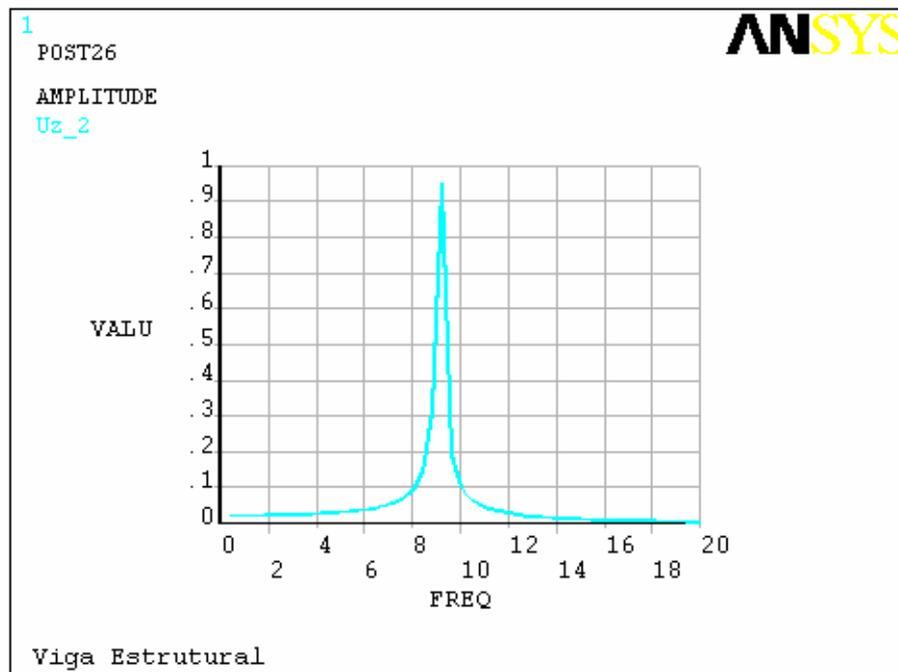


Figura 5.54 – Resultado no domínio do tempo para o modelo da estrutura sem material viscoelástico

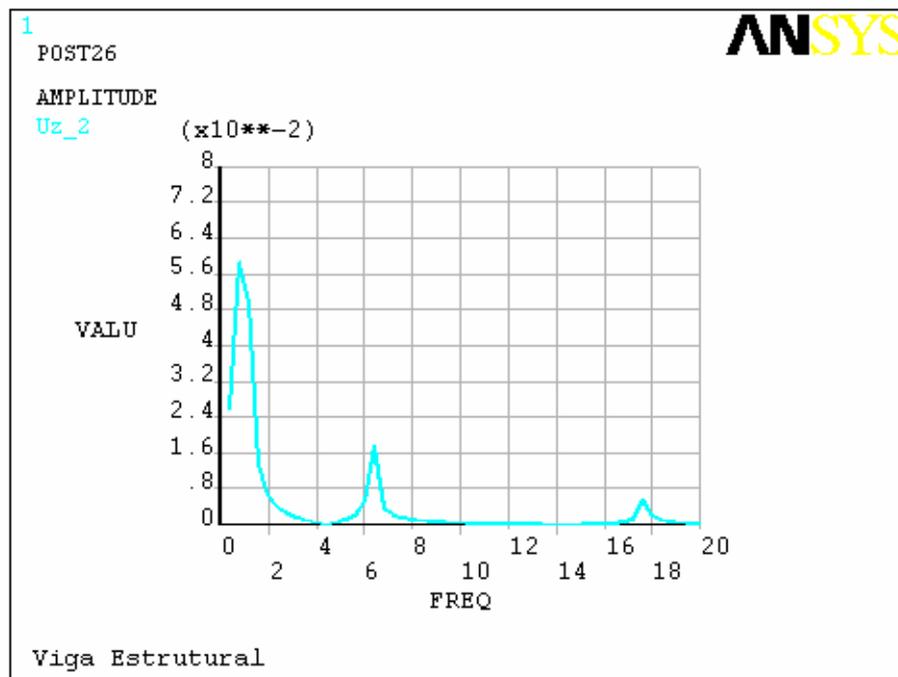


Figura 5.55 – Resultado no domínio do tempo para o modelo da estrutura sem material viscoelástico

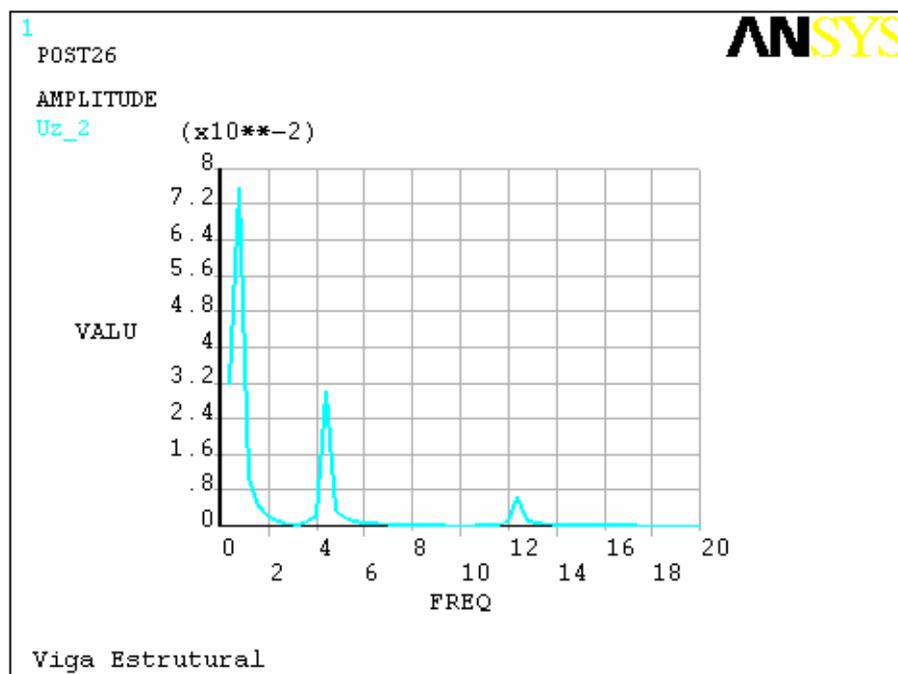


Figura 5.56 – Resultado no domínio do tempo para o modelo da estrutura sem material viscoelástico

A Figura 5.57 ilustra a resposta no domínio da frequência para o modelo gerado no ANSYS®, que representa a estrutura 5 (viga sanduíche). Conforme essa figura, o valor da amplitude foi na ordem de 0,12 Volts, coincidindo com o valor experimental da estrutura 5 ensaiada em movimento livre conforme Figura 5.59.

Ao ampliar a escala da Figura 5.57, observa-se o aparecimento de uma frequência de

baixa amplitude conforme a Figura 5.58, que também apareceu na análise experimental. Pelas análises apresentadas, pode-se apontar a estrutura composta por espuma acrílica e camada de restrição como a melhor opção para amortecimento de vibração entre os meios ensaiados.

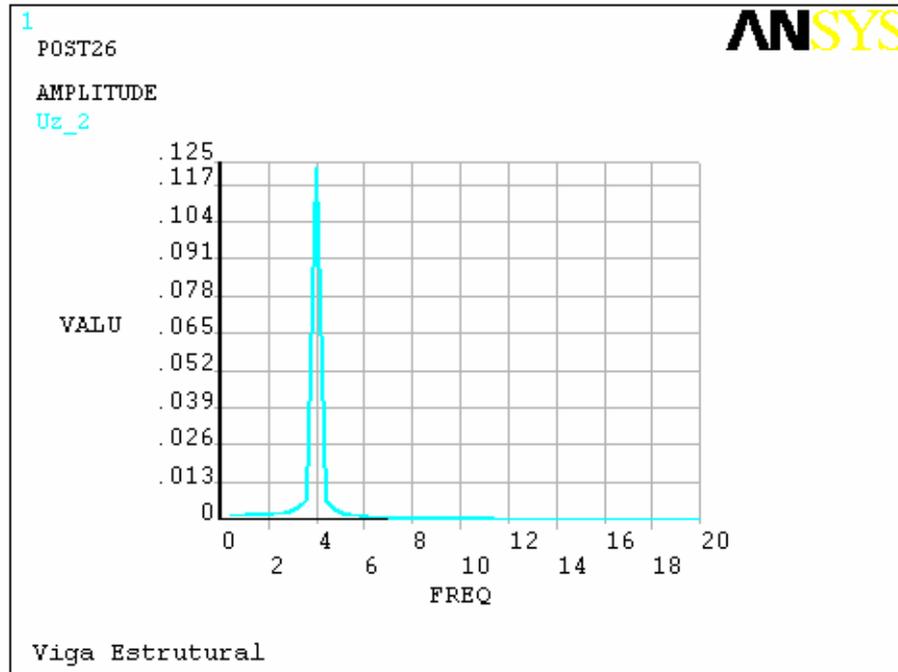


Figura 5.57 – Resposta obtida do modelo da estrutura 5, no domínio da frequência

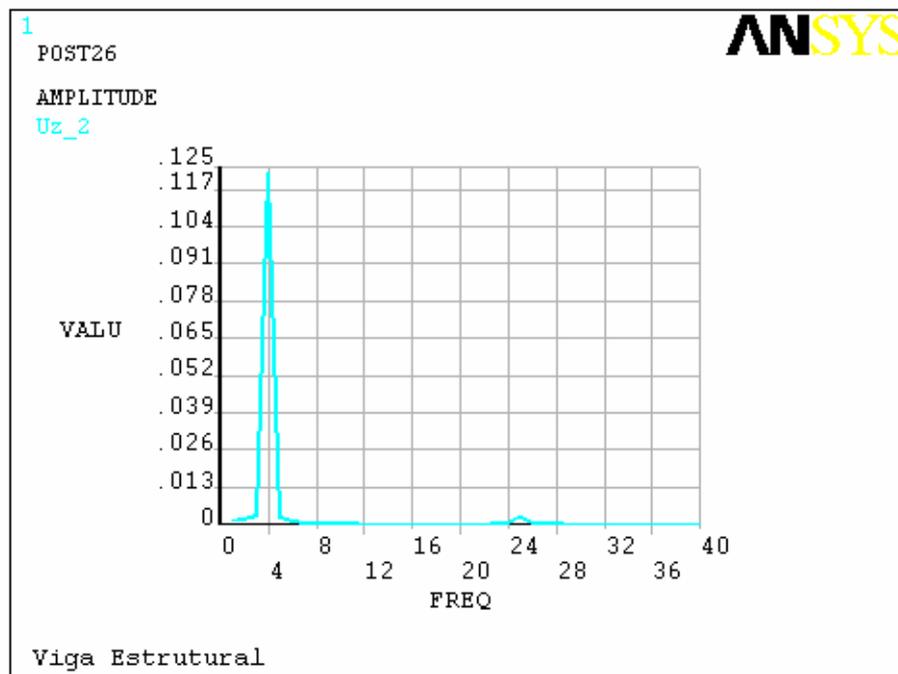


Figura 5.58 – Resposta obtida do modelo da estrutura 5, no domínio da frequência com escala ampliada

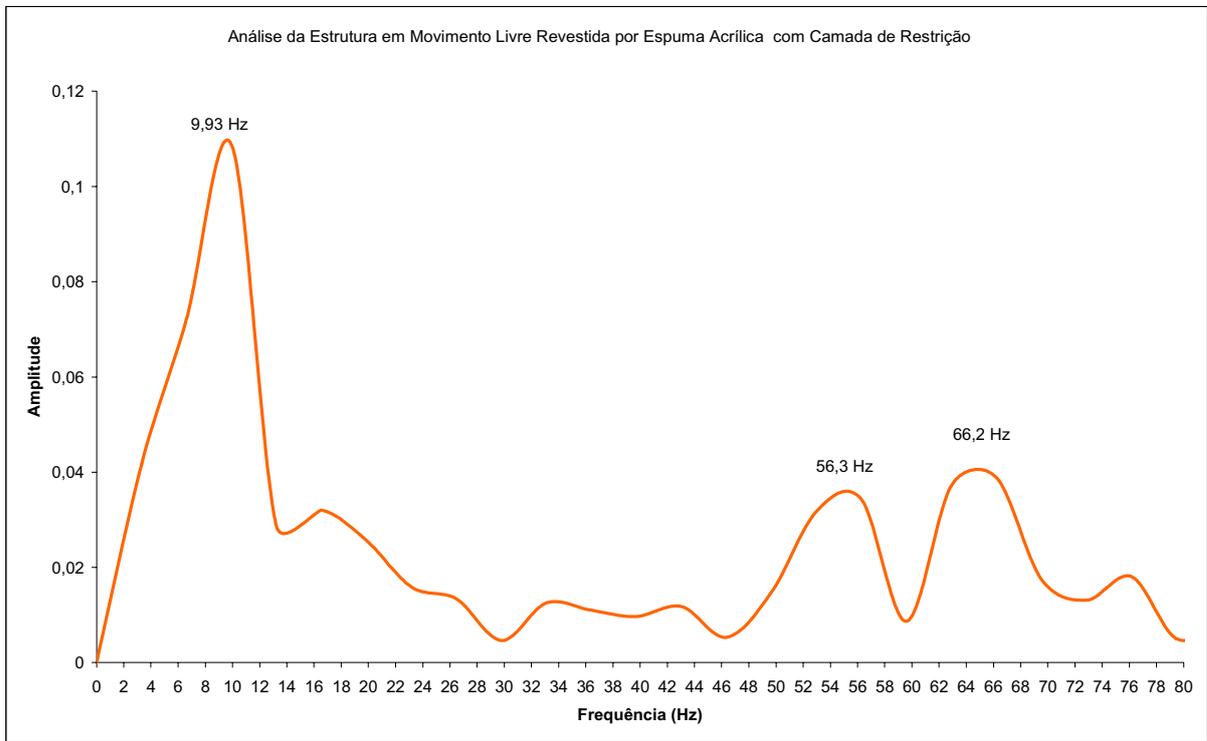


Figura 5.59 – Resposta no domínio da frequência apresentada experimentalmente para estrutura 5

CONCLUSÕES

Com os resultados apresentados, comprovou-se que a estrutura flexível utilizada nas análises apresentou o mesmo comportamento para pontos diferentes da estrutura. Com as respostas no domínio do tempo e no domínio da frequência, foi possível analisar que a única diferença nesse tipo de ensaio foi a amplitude, indicando valores maiores ou menores, tendo como relação a distância entre o elemento sensor (extensômetros) e o engaste.

As análises realizadas para a estrutura ensaiada na configuração camada livre apontou a espuma acrílica como sendo o melhor absorvedor de vibração nos ensaios realizados em movimento livre. Em movimento forçado, o comportamento dinâmico das estruturas com diferentes revestimentos viscoelásticos resultou em diferentes funções de resposta em frequência resultando, portanto, em diferentes frequências naturais e diferentes fatores de amortecimento. Dessas análises, observou-se que a escolha do material viscoelástico a ser utilizado como mecanismo de amortecimento dependerá da frequência a qual se deseja atenuar as amplitudes, pois os fatores de amortecimento dos materiais viscoelásticos variavam de acordo com a frequência de excitação do motor.

Nos ensaios realizados com a configuração viga sanduíche, comprovou-se a importância da camada de restrição com as atenuações das amplitudes, observadas nos gráficos no domínio da frequência.

Essas análises permitiram uma compreensão da influência dos materiais viscoelásticos na natureza de vibração dessas estruturas.

PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Utilizar outros tipos de materiais viscoelásticos, entre eles outras fitas VHB da 3M de diferentes propriedades mecânicas;

Analisar o comportamento da estruturas com material viscoelástico em diferentes temperaturas;

Colocar um acelerômetro próximo ao engaste para comparar a frequência de excitação com a interpretada pelo extensômetro;

Realizar análise com extensômetros distribuídos ao longo da estrutura para estudar o comportamento para outros modos de vibração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDERSON, T. J.; BALACHANDRAN, B.; NAYFEH, A. H. Nonlinear Resonance in a flexible cantilever beam. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 116, p. 480-484, 1994.
- ANDOLFATO, R.P., CAMACHO, J.S., BRITO, G.A. *Extensometria Básica*, UNESP, Ilha Solteira, SP, 2004.
- BARBOSA, F.S., *Modelagem Computacional com Camadas Viscoelásticas Amortecedoras*. Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.
- BERT, C. W. Material Damping: An Introductory Review of Mathematical Models, Measures and Experimental Techniques. *Journal of Sound and Vibration*, v. 29, Number 2, pp. 129-153, 1973.
- CHANTALAKANA, C., STANWAY, R., Active Constrained Layer Damping of Clamped-Clamped Plate Vibration. *Journal of Sound and Vibration*, v. 241, Number 5, pp.755-777, 2001.
- CARTMELL, M. P.; The equations of motion for a parametrically excited cantilever beam. *Journal of Sound and Vibration*, v.143, n3, p. 395-406, 1999.
- CRAIG, R., R.. *Structural Dynamics – An Introduction to Computer Methods*. 1ª ed. Singapore. John Wilçey & Sons, 1981.
- CRANDALL, S. H. The Role of Damping in Vibration Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 11 (1), pp. 3-18, 1970.
- CREMER, L., HECKL, M., UNGAR, E. E. *Structure-Borne Sound*. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1988,.
- DOYLE, J. F. *Wave Propagation in Structures – Spectral Analysis using Fast Fourier Transforms*, 2ed., Berlin, Springer Verlag, 1997.
- EWINS, D. J. *Modal Testing: Theory and Praticce*, Engineering Dynamics Series. Research Studies Press LTD., England, 1984.
- FAISCA, R.G. *Caracterização de Materiais Viscoelásticos como Amortecedores Estruturais*. Tese de M.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.
- FENILI, A. *Modelagem Matemática e Análise dos Comportamentos Ideais e Não Ideais de Estruturas Flexíveis de Rastreamento*. Campinas, 2000. 310p Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica de Campinas, Unicamp, São Paulo, 2000.
- FERRY, J. D. *Viscoelastic properties of polymers*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1980.
- FLOYD, T.L. *Electronic Devices*, 2nd ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996, p. 795.
- FOREHAND, D. I. M.; CARTMELL, M. P. On the derivation of the equations of motion for a parametrically excited cantilever beam. *Journal of Sound and Vibrations*, 245, n.1, p.165-177, 2001.

- GÉRADIN, M.; RIXEN, D. *Mechanical Vibration – Theory and Application to Structural Dynamics*. New York: John Wiley and Sons Ltd, 1997.
- CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. *Dynamics of structures*. New York: McGraw-Hill, 1975.
- INMAN, D. J., *Engineering Vibration*. Prentice Hall, 1996.
- JONES, D. I. G., *Handbook of Viscoelastic Vibration Damping*. John Wiley & Sons Ltd., Baffins Lane, Chichester, England, 2001.
- KERWIN, E. M. Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 31, Number 7, 1959.
- LAZAN, B. J. *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics*. 1st ed. New York, Pergamon Press, 1968.
- LEE, H. P. Stability of a cantilever beam with tip mass subject to axial sinusoidal excitations. *Journal of Sound and Vibration*, v.183, n. 1, p. 91-98, 1995.
- MEAD, D.J.; MARKUS, S. The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions, *Journal of Sound and Vibration*, 10(2):163–175.
- NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J P., *Vibration Damping*, A Wiley-Interscience Publication – John Wiley & Sons Inc., 1985.
- OLIVEIRA, A. *Adição de Amortecimento Estrutural Usando Materiais Viscoelásticos*, Florianópolis. 157p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2006. p51.
- PENNER, E. *Avaliação de Desempenho de Sistemas Estruturais de Pontes de Concreto*. (2001) Tese de Doutorado, EPUSP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- PITELA, B.D.A. *Investigação da Eficiência de Materiais Viscoelásticos para Redução de Vibrações em Risers*. Tese de M. Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.
- ROSS, D.; UNGAR, E.; KERWIN, E. *Damping of Plate Flexural Vibrations by Means of Viscoelastic Laminate, Structural Damping*, ASME, New York, USA, pp. 49-88, 1959.
- SANTOS, E.F. *Atenuadores Viscoelásticos para Redução de Oscilações Aeroelásticas de Edifícios Altos*. Tese de M. Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.
- SILVA, D. G. *Vibrações Ressonantes Não-Lineares em Estruturas Tipo Estrutura Sob Excitação Paramétrica e Combinada*. 2006. 341p Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.
- THOMSON, W. T. *Theory of vibration with Applications*. Prentice Hall, 1973.
- VINSON, J. R.; SIERAKOWSKI, R. L. *The behavior of structures composed of composite materials*. Boston: Martinus Nijhoff publishers, 1986.
- ZAVODNEY, L.D.; NAYFEH, A. H. The non-linear response of a slender beam carrying a lumped mass to a principal parametric excitation: theory and experiment. *International journal of Non-linear Mechanics*. v. 24, n. 2, p. 105-125, 1989.