

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

CRISTIAM VICTOR VILLAJUAN MONTES

**MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA RESOLVER  
PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO E DA OPERAÇÃO DE  
SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Ilha Solteira

2016

CRISTIAM VICTOR VILLAJUAN MONTES

**MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA RESOLVER  
PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO E DA OPERAÇÃO DE  
SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Automação.

**Prof. Dr. Marcos Julio Rider Flores**

Orientador

Ilha Solteira

2016



FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- V713m Villajuan Montes, Cristiam Victor.  
Modelo de programação linear mista para resolver problemas de planejamento de expansão e de operação de sistemas de transmissão de energia elétrica / Cristiam Victor Montes. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2016  
111 f.
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2016
- Orientador: Marcos Julio Rider Flores  
Inclui bibliografia
1. Fluxo de potência ótimo. 2. Modelo linearizado para fluxo de carga Ac.  
3. Planejamento da expansão de sistemas de transmissão. 4. Programação linear inteira mista.

**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Modelo de Programação Linear Mista para Resolver Problemas de Planejamento de Expansão e de Operação de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica.

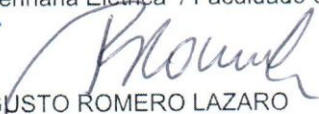
**AUTOR: CRISTIAM VICTOR VILLAJUAN MONTES**

**ORIENTADOR: MARCOS JULIO RIDER FLORES**

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. SÉRGIO LUÍS HAFFNER  
Departamento de Sistemas Elétricos de Automação e Energia / Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Ilha Solteira, 19 de fevereiro de 2016



## **DEDICO**

Aos meus pais Gladis e Mauricio, e ao meu tio Hubler que me educaram e me possibilitaram esta conquista.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pela força espiritual para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, Gladis e Mauricio, e a meu tio Hubler pelo apoio, compreensão, ajuda e, em especial, por todo carinho ao longo deste percurso.

Ao professor Marcos J. Rider, pela dedicação, paciência, confiança e amizade durante a orientação.

Aos companheiros do LaPSEE – Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica, pelo convívio e pelo apoio.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Aos funcionários da UNESP, pelos serviços prestados.

“Algo só é impossível até que alguém duvide e acabe provando o contrário.” Albert Einstein

## RESUMO

Os problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão e de fluxo de potência ótimo são de grande importância na área de sistemas de transmissão de energia elétrica. O primeiro consiste em determinar a expansão ótima do sistema, que deve ocorrer com o menor gasto monetário possível. No problema fluxo de potência ótimo deve-se encontrar o estado de operação do sistema de forma a minimizar um objetivo, no caso, os custos de geração. Ambos problemas possuem modelos de programação não-linear inteira mista. Além disso, o resultado ótimo de ambos deve cumprir com restrições operacionais, como o limite de tensão nas barras, os limites de fluxos nos ramos e os limites dos geradores. Para resolver os problemas citados, neste trabalho são apresentados modelos matemáticos de programação linear inteiro misto, aproximados, baseados em um modelo linearizado de fluxo de carga AC, que considera a presença da potência reativa, das perdas no sistema e magnitudes de tensões nas barras diferentes do valor nominal. Todos os modelos foram escritos na linguagem de modelagem matemática AMPL e resolvidos com o *solver* comercial CPLEX. Os modelos propostos foram testados com os sistemas IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras e com o sistema Garver para o planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Os resultados foram comparados utilizando-se um fluxo de carga não linear, para verificar-se a precisão dos modelos propostos.

**Palavras-chave** – Fluxo de potência ótimo. Modelo linearizado para fluxo de carga AC. Planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Programação linear inteira mista.

## ABSTRACT

The transmission network expansion planning and the optimal power flow problems are of great importance in the field of electricity transmission systems. The first consists in determining the optimal expansion of the system, which must be done with the least possible investment. In the optimal power flow problem it must find the operating status of the system in order to minimize an objective, in this case, generation costs. Both problems have mixed-integer nonlinear programming models. In addition, the optimal solution of both must comply with operating constraints, such as the voltage limit on buses, the limits flows in branches and the limits of the generators. To solve the problems cited, in this work are presented approximate mixed integer linear programming models based on a linearized AC load flow model, which considers the presence of reactive power, the losses in the system and off-nominal bus voltage magnitudes. All models were written in mathematical modeling language AMPL and solved with the commercial solver CPLEX. The proposed models were tested with the IEEE systems of 14, 30, 57, 118 and 300 buses and with the Garver system for transmission network expansion planning. Results were compared using a nonlinear load flow model, to verify the accuracy of the proposed models.

**Keywords** – Linear AC load flow model. Optimal power flow. Transmission expansion planning. Mixed integer linear programming.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Modelo de linhas de transmissão em equivalente $\pi$ .....	30
<b>Figura 2</b> – Modelo de transformador em fase .....	31
<b>Figura 3</b> – Modelo do transformador defasador .....	32
<b>Figura 4</b> – Regulação do tap do transformador em fase em número inteiro de passos $ntij$ ...	34
<b>Figura 5</b> – Ramo $ij$ genérico de uma rede de transmissão .....	36
<b>Figura 6</b> – Linearização de $P_{ij2}$ e $Q_{ij2}$ .....	40
<b>Figura 7</b> – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 14 barras.....	44
<b>Figura 8</b> – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 14 barras .....	45
<b>Figura 9</b> – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 14 barras .....	45
<b>Figura 10</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa $P_{ijde}$ no sistema de 14 barras .....	45
<b>Figura 11</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa $P_{ijpara}$ no sistema de 14 barras.....	46
<b>Figura 12</b> – Desvio nos fluxos de potência reativa $Q_{ijde}$ no sistema de 14 barras .....	46
<b>Figura 13</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa $Q_{ijpara}$ no sistema de 14 barras .....	46
<b>Figura 14</b> – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 30 barras.....	48
<b>Figura 15</b> – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 30 barras .....	48
<b>Figura 16</b> – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 30 barras .....	48
<b>Figura 17</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa $P_{ijde}$ no sistema de 30 barras .....	49
<b>Figura 18</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa $P_{ijpara}$ no sistema de 30 barras.....	49
<b>Figura 19</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa $Q_{ijde}$ no sistema de 30 barras.....	49
<b>Figura 20</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa $Q_{ijpara}$ no sistema de 30 barras .....	50
<b>Figura 21</b> – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 57 barras.....	51
<b>Figura 22</b> – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 57 barras .....	51
<b>Figura 23</b> – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 57 barras .....	52
<b>Figura 24</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa $P_{ijde}$ no sistema de 57 barras .....	52
<b>Figura 25</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa $P_{ijpara}$ no sistema de 57 barras.....	52
<b>Figura 26</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa $Q_{ijde}$ no sistema de 57 barras.....	53
<b>Figura 27</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa $Q_{ijpara}$ no sistema de 57 barras .....	53
<b>Figura 28</b> – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 118 barras.....	54
<b>Figura 29</b> – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 118 barras .....	55
<b>Figura 30</b> – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 118 barras .....	55
<b>Figura 31</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa $P_{ijde}$ no sistema de 118 barras.....	55

<b>Figura 32</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa <i>Pijpara</i> no sistema de 118 barras.....	56
<b>Figura 33</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa <i>Qijde</i> no sistema de 118 barras.....	56
<b>Figura 34</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa <i>Qijpara</i> no sistema de 118 barras .....	56
<b>Figura 35</b> – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 300 barras.....	58
<b>Figura 36</b> – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 300 barras .....	58
<b>Figura 37</b> – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 300 barras .....	58
<b>Figura 38</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa <i>Pijde</i> no sistema de 300 barras .....	59
<b>Figura 39</b> – Desvios nos fluxos de potência ativa <i>Pijpara</i> no sistema de 300 barras.....	59
<b>Figura 40</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa <i>Qijde</i> no sistema de 300 barras.....	59
<b>Figura 41</b> – Desvios nos fluxos de potência reativa <i>Qijpara</i> no sistema de 300 barras .....	60
<b>Figura 42</b> – Opções para instalação de linhas em caminhos .....	64
<b>Figura 43</b> – Opções para instalação de compensação reativa <i>shunt</i> .....	65
<b>Figura 44</b> – Linhas de tempo de (a) planejamento e (b) operação .....	68
<b>Figura 45</b> – Diagrama unifilar do sistema Garver no caso base.....	72
<b>Figura 46</b> – Solução do sistema Garver para cada estágio .....	74
<b>Figura 47</b> – Diagrama unifilar do sistema de 118 barras no caso base .....	76
<b>Figura 48</b> – Solução do sistema de 118 barras para cada estágio.....	77
<b>Figura 49</b> – Regulação do tap do transformador em fase.....	83

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b>	– Desvios do modelo linearizado em função do número de linearizações $L$ .....	61
<b>Tabela 2</b>	– Resultados do planejamento de linhas de transmissão do sistema de 6 barras....	73
<b>Tabela 3</b>	– Resultados do planejamento de fontes de potência reativa do sistema de 6 barras .....	73
<b>Tabela 4</b>	– Resultados do planejamento e operação do sistema de 6 barras.....	74
<b>Tabela 5</b>	– Resultados do fluxo de carga AC do sistema de 6 barras.....	75
<b>Tabela 6</b>	– Resultados do planejamento de linhas de transmissão do sistema de 118 barras	76
<b>Tabela 7</b>	– Resultados do planejamento de fontes de potência reativa do sistema de 118 barras .....	77
<b>Tabela 8</b>	– Resultados do planejamento e operação do sistema de 118 barras.....	78
<b>Tabela 9</b>	– Resultados do fluxo de carga AC do sistema de 118 barras.....	78
<b>Tabela 10</b>	– Resultado do modelo de PNLIM para FPO .....	88
<b>Tabela 11</b>	– Desvios máximos e médios do modelo linear proposto para FPO .....	89
<b>Tabela 12</b>	– Resultados de custos de geração e perdas de potência ativa do FPO .....	90
<b>Tabela 13</b>	– Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 14 barras .....	90
<b>Tabela 14</b>	– Elementos <i>shunt</i> do FC AC e modelo PLIM do sistema de 14 barras.....	91
<b>Tabela 15</b>	– Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 14 barras..	91
<b>Tabela 16</b>	– Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 30 barras .....	91
<b>Tabela 17</b>	– Elementos <i>shunt</i> do FC AC e modelo PLIM do sistema de 30 barras.....	92
<b>Tabela 18</b>	– Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 30 barras..	92
<b>Tabela 19</b>	– Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 57 barras .....	92
<b>Tabela 20</b>	– Elementos <i>shunt</i> do FC AC e modelo PLIM do sistema de 57 barras.....	93
<b>Tabela 21</b>	– Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 57 barras..	93
<b>Tabela 22</b>	– Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 118 barras .....	94
<b>Tabela 23</b>	– Elementos <i>shunt</i> do FC AC e modelo PLIM do sistema de 118 barras.....	95
<b>Tabela 24</b>	– Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 118 barras	96
<b>Tabela 25</b>	– Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 300 barras .....	96
<b>Tabela 26</b>	– Elementos <i>shunt</i> do FC AC e modelo PLIM do sistema de 300 barras.....	98
<b>Tabela 27</b>	– Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 300 barras	98

## LISTA DE ABREVIATURAS

AC	Alternating Current
DC	Direct Current
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
FC	Fluxo de Carga
FP	Fluxo de Potência
PEST	Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão
PR	Planejamento de Reativos
FO	Função Objetivo
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNL	Programação Não Linear
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
PSO	Particle Swarm Optimization
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
SA	Simulated Annealing
TS	Tabu Search
AG	Algoritmo Genético

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Conjuntos:

$Y$	Conjunto das linhas candidatas de equivalentes
$\Omega_b$	Conjunto de barras
$C$	Conjunto de contingências. Operação normal: $C^0$ , Contingência em linhas existentes ou candidatas: $C^1$
$T$	Conjunto de estágios
$R$	Conjunto de fontes de potência reativa candidatas
$\Omega_l$	Conjunto de ramos

### Funções:

$CO_t$	Custo de operação no estágio $t$
$CP_t$	Custo de planejamento no estágio $t$

### Constantes:

$\gamma_t^f$	Ano de operação final do estágio $t$
$S^b$	Base de potência aparente
$\bar{P}_i^g$	Capacidade máxima de geração de potência ativa do gerador instalado na barra $i$
$\bar{P}_{i,t}^g$	Capacidade máxima de geração de potência ativa do gerador instalado na barra $i$ no estágio $t$
$\bar{Q}_i^g$	Capacidade máxima de geração de potência reativa do gerador instalado na barra $i$
$\bar{Q}_{i,t}^g$	Capacidade máxima de geração de potência reativa do gerador instalado na barra $i$ no estágio $t$
$\bar{S}_{ij}$	Capacidade máxima de potência do ramo $ij$
$\underline{P}_i^g$	Capacidade mínima de geração de potência ativa do gerador instalado na barra $i$
$\underline{P}_{i,t}^g$	Capacidade mínima de geração de potência ativa do gerador instalado na barra $i$ no estágio $t$
$\underline{Q}_i^g$	Capacidade mínima de geração de potência reativa do gerador instalado na barra $i$
$\underline{Q}_{i,t}^g$	Capacidade mínima de geração de potência reativa do gerador instalado na barra $i$

no estágio  $t$

$c_i^{ger0}$	Coeficiente constante do custo de geração do gerador na barra $i$
$c_i^{ger1}$	Coeficiente linear do custo de geração do gerador na barra $i$
$G_{ij}$	Condutância série do ramo $ij$
$G_i^{sh}$	Condutância <i>shunt</i> conectada à barra $i$
$\bar{I}_{ij}$	Corrente máxima de uma linha no caminho $ij$ em condição normal
$\bar{\bar{I}}_{ij}$	Corrente máxima de uma linha no caminho $ij$ , e em condições de contingência
$\bar{I}_{ij,y,c}$	Corrente máxima equivalente de uma linha da opção $y$ , no caminho $ij$ e na contingência $c$
$c_i^g$	Custo de geração do gerador na barra $i$
$C_{ij}^l$	Custo de uma linha que pode ser instalada no caminho $ij$
$c_{ij,y}^l$	Custo de linha equivalente da opção $y$ no caminho $ij$
$c_i^{sh}$	Custo de uma fonte de potência reativa que pode ser instalado na barra $i$
$P_i^d$	Demanda de potência ativa na barra $i$
$P_{i,t}^d$	Demanda de potência ativa na barra $i$ no estágio $t$
$Q_i^d$	Demanda de potência reativa na barra $i$
$Q_{i,t}^d$	Demanda de potência reativa na barra $i$ no estágio $t$
$\bar{\theta}$	Diferença de ângulo de fase da tensão
$\Gamma_{ij,c}$	Estado de linhas existentes ou linhas candidatas no caminho $ij$ e na contingência $c$
$\psi_t$	Fator de carga no estágio $t$
$Z_{ij}$	Impedância do ramo $ij$
$m_{ij,y,l,c}^S$	Inclinação do $l$ -ésimo bloco utilizado na linearização do fluxo de potência no caminho $ij$ , opção $y$ e contingência $c$
$\bar{\Delta}_{ij,y,c}^S$	Limite superior de cada bloco da linearização do fluxo de potência no caminho $ij$ , opção $y$ e contingência $c$
$\bar{V}$	Magnitude da tensão máxima permitida no sistema
$\underline{V}$	Magnitude da tensão mínima permitida no sistema

$\bar{n}t_{ij}$	Metade do número máximo de passos de tap do transformador no ramo $ij$
$B_{ij}^{shl}$	Metade do valor total da susceptância do ramo $ij$
$Z_{ij,y,c}$	Módulo da impedância equivalente da linha da opção $y$ , no caminho $ij$ e na contingência $c$
$v_i^{sqr}$	Novo termo da tensão depois da primeira etapa de melhoria
$L$	Número de blocos da linearização por partes
$n_{ij,y,c}$	Número de linhas no caminho $ij$ , opção $y$ e contingência $c$
$\bar{m}_i$	Número máximo de módulos de compensação reativa que podem ser instalados na barra $i$
$\bar{n}_{ij}$	Número máximo de linhas que podem ser instaladas no caminho $ij$
$P_i^g$	Potência ativa gerada pelo gerador na barra $i$
$Q_i^g$	Potência reativa gerada pelo gerador na barra $i$
$reg_{ij}^{\%}$	Porcentagem de regulação do transformador no ramo $ij$
$X_{ij}$	Reatância do ramo $ij$
$x_{ij,y,c}$	Reatância equivalente da linha da opção $y$ , no caminho $ij$ e na contingência $c$
$R_{ij}$	Resistência do ramo $ij$
$r_{ij,y,c}$	Resistência equivalente da linha da opção $y$ , no caminho $ij$ e na contingência $c$
$B^{shc}$	Susceptância de uma fonte de potência reativa candidata
$B_{ij}$	Susceptância série do ramo $ij$
$B_i^{sh}$	Susceptância <i>shunt</i> conectada à barra $i$
$b_{ij,y,c}^{shl}$	Susceptância <i>shunt</i> equivalente da linha da opção $y$ , no caminho $ij$ e na contingência $c$
$a_{ij}$	Tap do transformador em fase no ramo $ij$
$\alpha$	Taxa de desconto anual
$\Delta_c$	Tempo anual de operação do sistema em contingência $c$
$V_{nom}$	Tensão nominal do sistema
$v_{i,t,c}^{sqr}$	Valor ao quadrado da tensão na barra $i$ , no estágio $t$ , na contingência $c$ , obtida a

partir do modelo de PL relaxado

### Variáveis Contínuas:

$\theta_i$	Ângulo da tensão na barra $i$
$\theta_{i,t,c}$	Ângulo de fase da tensão na barra $i$ , no estágio $t$ e contingência $c$
$\varphi_{ij}$	Ângulo introduzido pelo transformador defasador conectado entre as barras $i$ e $j$
$I_{ij}$	Corrente no ramo $ij$
$I_{ij,y,t,c}$	Fluxo de corrente equivalente no caminho $ij$ , opção $y$ , no estágio $t$ e contingência $c$
$P_{ij,y,t,c}$	Fluxo de potência ativa equivalente no caminho $ij$ , opção $y$ , no estágio $t$ e contingência $c$
$P_{ij}$	Fluxo de potência ativa no ramo $ij$
$P_{ij}^{para}$	Fluxo de potência ativa no ramo $ij$ , chegando à barra $i$
$P_{ij}^{de}$	Fluxo de potência ativa no ramo $ij$ , saindo da barra $i$
$Q_{ij,y,t,c}$	Fluxo de potência reativa equivalente no caminho $ij$ , opção $y$ , no estágio $t$ e contingência $c$
$Q_{ij}$	Fluxo de potência reativa no ramo $ij$
$Q_{ij}^{para}$	Fluxo de potência reativa no ramo $ij$ , chegando à barra $i$
$Q_{ij}^{de}$	Fluxo de potência reativa no ramo $ij$ , saindo da barra $i$
$V_{i,t,c}$	Magnitude da tensão na barra $i$ , no estágio $t$ e contingência $c$
$V_i$	Módulo da tensão na barra $i$
$nt_{ij}$	Número inteiro de passos do tap do transformador conectado entre as barras $i$ e $j$
$tap_{ij}$	Tap variável do transformador em fase conectado entre as barras $i$ e $j$
$P_i^{ger}$	Potência ativa gerada pelo gerador na barra $i$
$P_{i,t,c}^g$	Potência ativa gerada pelo gerador na barra $i$ , no estágio $t$ e contingência $c$
$Q_i^{ger}$	Potência reativa gerada pelo gerador na barra $i$
$Q_{i,t,c}^g$	Potência reativa gerada pelo gerador na barra $i$ , no estágio $t$ e contingência $c$
$Q_{i,ij,y,t,c}^{shl}$	Potência reativa injetada pelo elemento <i>shunt</i> das linhas equivalentes na barra $i$ , no caminho $ij$ , opção $y$ , no estágio $t$ e contingência $c$

$Q_{i,r,t,c}^{shc}$	Potência reativa injetada pela fonte de potência reativa $r$ candidata, na barra $i$ no estágio $t$ e contingência $c$
$Q_i^{sh}$	Potência reativa injetada pelo elemento <i>shunt</i> ligada à barra $i$
$I_{ij,y,t,c}^{sqr}$	Quadrado de $I_{ij,y,t,c}$
$V_{i,t,c}^{sqr}$	Quadrado de $V_{i,t,c}$
$\vec{V}_i$	Tensão complexa na barra $i$
$\Delta_{ij,y,l,t,c}^P$	Valor do $l$ -ésimo bloco da linearização associado ao fluxo de potência ativa no caminho $ij$ , opção $y$ , estágio $t$ e contingência $c$
$\Delta_{ij,y,l,t,c}^Q$	Valor do $l$ -ésimo bloco da linearização associado ao fluxo de potência reativa no caminho $ij$ , opção $y$ , estágio $t$ e contingência $c$
$P_{ij,y,t,c}^-$	Variável negativa para o cálculo de $ P_{ij,y,t,c} $
$Q_{ij,y,t,c}^-$	Variável negativa para o cálculo de $ Q_{ij,y,t,c} $
$P_{ij,y,t,c}^+$	Variável positiva para o cálculo de $ P_{ij,y,t,c} $
$Q_{ij,y,t,c}^+$	Variável positiva para o cálculo de $ Q_{ij,y,t,c} $
$I_{ij}^{sqr}$	Variável que representa o quadrado da corrente no ramo $ij$
$V_i^{sqr}$	Variável que representa o quadrado da tensão na barra $i$
$f_{ij,t,c}^\theta$	Variável slack para a equação de cálculo da abertura angular no caminho $ij$ , no estágio $t$ e contingência $c$
$f_{ij,t,c}^V$	Variável slack para a equação de queda de tensão no caminho $ij$ , no estágio $t$ e contingência $c$

### Variáveis Binárias:

$h_{i,r,t}$	Variável binária que representa a construção da fonte de potência reativa $r$ , na barra $i$ e no estágio $t$
$w_{ij,y,t}$	Variável binária que representa a construção de uma linha equivalente no caminho $ij$ , opção $y$ e estágio $t$
$t_{ij,k}$	Variável binária, onde $k \in 1..2\overline{n}t_{ij}$ , do tap do transformador conectado entre as barras $i$ e $j$

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>21</b>
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
1.1.1	<b>Planejamento da expansão de sistemas de transmissão.....</b>	<b>21</b>
1.1.2	<b>Fluxo de potência ótimo .....</b>	<b>24</b>
1.2	MOTIVAÇÃO DO TRABALHO .....	26
1.3	OBJETIVOS.....	26
1.4	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO .....	27
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	27
<b>2</b>	<b>O PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA AC .....</b>	<b>29</b>
2.1	INTRODUÇÃO.....	29
2.2	MODELO EXATO DE OTIMIZAÇÃO PARA O FC AC.....	30
2.2.1	<b>Modelo matemático de linhas de transmissão .....</b>	<b>30</b>
2.2.2	<b>Modelo matemático de transformadores em fase.....</b>	<b>31</b>
2.2.3	<b>Modelo matemático de transformadores defasadores .....</b>	<b>32</b>
2.2.4	<b>Equações gerais do FC .....</b>	<b>33</b>
2.2.5	<b>Cálculo do tap dos transformadores em fase .....</b>	<b>34</b>
2.2.6	<b>Modelo matemático de otimização para o cálculo do FC .....</b>	<b>34</b>
2.3	MODELO DE FLUXOS EM RAMOS PARA O FLUXO DE CARGA AC .....	36
2.3.1	<b>Linearização do modelo de fluxos em ramos para o cálculo do fluxo de carga..</b>	<b>38</b>
2.3.2	<b>Melhoria na precisão do modelo linearizado proposto.....</b>	<b>42</b>
2.4	TESTES E RESULTADOS .....	42
2.4.1	<b>Sistema IEEE de 14 barras.....</b>	<b>44</b>
2.4.2	<b>Sistema IEEE de 30 barras.....</b>	<b>47</b>
2.4.3	<b>Sistema IEEE de 57 barras.....</b>	<b>50</b>
2.4.4	<b>Sistema IEEE de 118 barras.....</b>	<b>54</b>
2.4.5	<b>Sistema IEEE de 300 barras.....</b>	<b>57</b>

2.5	CONCLUSÕES.....	62
<b>3</b>	<b>MODELO AC MULTIESTÁGIO E COM SEGURANÇA N-1 PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO COM PLANEJAMENTO SIMULTÂNEO DE REATIVOS</b>	<b>63</b>
3.1	INTRODUÇÃO.....	63
3.2	MODELO PARA O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO.....	63
<b>3.2.1</b>	<b>Melhorando a precisão do modelo linearizado proposto.....</b>	<b>70</b>
3.3	TESTES E RESULTADOS PARA O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO .....	71
<b>3.3.1</b>	<b>Sistema Garver de 6 barras.....</b>	<b>71</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Sistema de 118 barras modificado .....</b>	<b>75</b>
3.4	CONCLUSÕES.....	78
<b>4</b>	<b>MODELO DE PLIM PARA O PROBLEMA DE FPO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO COM VARIÁVEIS DE CONTROLE INTEIRAS USANDO MODELO AC.....</b>	<b>80</b>
4.1	INTRODUÇÃO.....	80
4.2	MODELO NÃO LINEAR PARA O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO .....	80
4.3	MODELO LINEAR PROPOSTO PARA O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO .....	82
<b>4.3.1</b>	<b>Linearização do produto da injeção de reativos pelos <i>shunts</i> nas barras .....</b>	<b>82</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Linearização dos taps de transformadores em fase .....</b>	<b>83</b>
<b>4.3.3</b>	<b>Modelo do FPO linearizado proposto.....</b>	<b>84</b>
<b>4.3.4</b>	<b>Melhoria da precisão do modelo linearizado proposto.....</b>	<b>86</b>
4.4	TESTES E RESULTADOS DO FLUXO POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO.....	87
<b>4.4.1</b>	<b>Resultados do modelo não linear para FPO .....</b>	<b>88</b>

4.4.2	<b>Resultados do modelo linear proposto para o FPO em sistemas de transmissão</b> .....	<b>89</b>
4.4.3	<b>Comparativo do desempenho do modelo de PLIM.....</b>	<b>90</b>
4.5	CONCLUSÕES.....	99
5	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>100</b>
5.1	CONCLUSÕES GERAIS .....	100
5.2	TRABALHOS FUTUROS.....	101
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>102</b>
	<b>ANEXO A – RESULTADOS DO FPO PARA O SISTEMA IEEE DE 14</b> <b>BARRAS.....</b>	<b>107</b>
A.1	RESULTADO DO MODELO NÃO LINEAR PARA O FPO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO.....	107
A.1	RESULTADO DO MODELO LINEAR PROPOSTO PARA O FPO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO .....	108

# 1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada uma visão geral dos principais conceitos e trabalhos existentes sobre os temas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão e sobre fluxo de potência ótimo. No final do capítulo são apresentados os objetivos do trabalho.

No item seguinte são apresentados e discutidos os trabalhos mais relevantes que tratam do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão e fluxo de potência ótimo.

## 1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 1.1.1 Planejamento da expansão de sistemas de transmissão

O problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão (PEST) é de grande importância na área de sistemas de transmissão de energia elétrica. Para que os consumidores tenham o aumento da demanda de energia elétrica atendida, é necessária a expansão das linhas de transmissão, que deve ocorrer ao menor custo monetário possível (à concessionária ou ao governo).

Neste trabalho, aborda-se o PEST a longo prazo, um problema considerado clássico no setor de energia elétrica e cuja modelagem matemática ideal corresponde a um problema de programação não-linear inteira mista (PNLIM), e que, além disso, apresenta o fenômeno de explosão combinatória. As principais dificuldades na resolução deste problema estão relacionadas com a natureza combinatória do processo de planejamento que normalmente leva a um número crescente de alternativas, inclusive no caso de sistemas de médio porte. Além disso, o problema de planejamento apresenta uma estrutura multimodal com um número muito elevado de ótimos locais, o que leva a maioria dos métodos aproximados a parar em uma solução ótima local e, às vezes, de qualidade pobre. Devido a estas e outras dificuldades, existem inúmeras propostas de solução para este problema, como aparece na literatura especializada.

Neste problema, dada uma configuração inicial, os dados de geração e de demanda futura, o horizonte de planejamento, e outros dados como limites de operação, custos e restrições de investimentos, procura-se determinar o plano de expansão com um custo mínimo, ou seja, deve-se determinar onde e quais tipos de equipamentos devem ser instalados para que o sistema opere adequadamente, atendendo às necessidades do mercado de energia elétrica.

Para resolver este problema, dispõe-se de modelos que simulam o funcionamento de

uma rede de transmissão real, como o modelo de transporte, o modelo linear híbrido, o DC e o modelo linear disjuntivo. O mais utilizado até agora é o modelo DC, que considera apenas a potência ativa no sistema, desconsiderando reativos e perdas, por isso é um modelo simplificado e impreciso.

Um modelo considerando a potência reativa, as perdas e tensões diferentes do valor nominal pode apresentar uma série de vantagens e aplicações para o planejamento da expansão. Uma vez que este modelo de otimização é dominado, pode-se desenvolver uma série de projetos em um futuro próximo, como realizar o planejamento da expansão e alocação ótima de fontes de potência reativa, simultaneamente, ou seja, em uma fase única.

Garver em 1970 (GARVER, 1970) foi o primeiro a abordar o tema, propondo o modelo de transportes. O modelo proposto é um problema de programação linear inteira mista, que considera a equação do balanço de potência e da capacidade de operação das linhas e geradores. Garver propõe um algoritmo heurístico construtivo para resolver o problema de transporte, através da relaxação da natureza inteira das variáveis de investimento e identifica a linha mais atraente que deve ser adicionada no sistema de energia, usando programação linear (PL) para a análise da rede, para determinar onde existem violações nas restrições de capacidade e, mais importante, onde adicionar novos circuitos para aliviar a escassez de presentes.

O modelo híbrido linear proposto por Villasana em 1985 (VILLASANA; GARVER; SALON, 1985) é um problema de programação linear inteira mista. Este baseia-se na aplicação da segunda lei da Kirchhoff a apenas um subconjunto de linhas e tem como objetivo encontrar soluções que estão mais próximas às encontradas no modelo DC. As linhas existentes devem satisfazer às duas leis de Kirchhoff e as candidatas devem cumprir somente com a primeira lei de Kirchhoff. Também mostra-se que a utilização deste modelo com o algoritmo heurístico construtivo Garver garante que a solução resultante seja factível para o modelo DC.

O modelo linear disjuntivo se mostra em Bahiense em 2001 (BAHIENSE; OLIVEIRA; PEREIRA; GRANVILLE, 2001) e converte o modelo DC em um problema de PL inteira mista equivalente, cuja solução ótima pode ser encontrada utilizando-se métodos clássicos de otimização. A formulação clássica de um problema de programação não-linear inteira mista (modelo DC) no planejamento da expansão da rede de transmissão não pode ser resolvida, com garantia de convergência para o ótimo global devido à sua natureza não-convexa. O problema inteiro misto é resolvido em (BAHIENSE; OLIVEIRA; PEREIRA; GRANVILLE, 2001) por um *solver* comercial. O limite superior é fornecido por um algoritmo GRASP e é utilizado para reduzir a árvore Branch and Bound.

Na década de 90, várias metaheurísticas foram propostas para resolver o problema de PEST (ROMERO; GALLEGO; MONTICELLI, 1996; BINATO; OLIVEIRA; ARAUJO, 2001). Em (ROMERO; GALLEGO; MONTICELLI, 1996) é apresentada uma meta-heurística Simulated Annealing (SA) e a referência (GALLEGO; ALVES; MONTICELLI; ROMERO, 1997) propõe um algoritmo Simulated Annealing paralelo para resolver o problema de PEST. Em (GALLEGO; MONTICELLI; ROMERO, 1998) é feita a comparação de três meta-heurísticas para resolver o problema de PEST: Simulated Annealing, Algoritmo Genético (AG) e Tabu Search (TS). Também é proposta uma meta-heurística híbrida, que apresenta melhor desempenho que as três meta-heurísticas citadas. Em (GALLEGO; ROMERO; MONTICELLI, 2000) é apresentada uma meta-heurística de Tabu Search para resolver o problema. A referência (SILVA; GIL; AREIZA, 2000) apresenta um Algoritmo Genético melhorado, (SILVA; AREIZA; OLIVEIRA; BINATO, 2001) apresenta outro Tabu Search e (BINATO; OLIVEIRA; ARAUJO, 2001) apresenta um algoritmo GRASP para resolver o problema PEST a longo prazo.

Todos os trabalhos citados até agora consideram um modelo aproximado para a operação da rede, desconsiderando as perdas e fluxos de potências reativas. O modelo AC seria o ideal para o problema de PEST curto prazo, pois esta mais próxima da operação do sistema de transmissão.

Mais recentemente surgiram trabalhos que consideram o modelo AC para o problema de PEST. A referência (RIDER; GARCIA; ROMERO, 2007) foi a primeira a resolver o problema de PEST usando o modelo AC. Foi proposto um algoritmo heurístico construtivo para resolver o problema PEST, trabalhando em conjunto com um algoritmo de pontos interiores para resolver os problemas de programação não linear (PNL) em cada iteração do algoritmo. A metodologia também propõe um critério para a alocação de reativos usando um índice baseado nas variáveis duais da solução do PNL.

Em (ZHANG; HEYDT; VITTAL; QUINTERO, 2013) é apresentado um modelo linearizado para o problema de PEST. Variáveis binárias adicionais são utilizadas na linearização da operação do sistema, o que complica o modelo resultante para problemas de grande porte. A referência (AKBARI; BINA, 2014) apresenta uma formulação AC multi-etapa linearizada para o problema de PEST.

As referências (ROMERO; MONTICELLI, 1994; RAHMANI; ROMERO; RIDER, 2013) apresentam outras técnicas para resolver o problema de PEST com o modelo DC. Em (ROMERO; MONTICELLI, 1994) é apresentada uma técnica baseada na decomposição de

Benders, (ROMERO; MONTICELLI, 1994) apresenta um algoritmo de enumeração implícita 0–1 para resolver o subproblema de investimento resultante da aplicação da decomposição de Benders ao problema de PEST. A referência (BINATO; PEREIRA; GRANVILLE, 2001) apresenta uma outra técnica baseada em decomposição de Benders e (RAHMANI; ROMERO; RIDER, 2013) apresenta técnicas para reduzir o número de variáveis e o espaço de busca no problema de PEST.

Cabe salientar que o problema de PEST, mesmo utilizando o modelo DC é muito complexo para sistemas de grande porte. Técnicas baseadas em métodos clássicos apresentam um tempo computacional muito elevado para resolver o problema. Técnicas baseadas em meta-heurísticas são capazes de encontrar soluções de excelente qualidade, entretanto não garantem convergência para o ótimo global do problema (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003).

Finalmente, são apresentados outros artigos na área (FANG; HILL, 2003; GARCÉS; CONEJO; GARCIA-BERTRAND; ROMERO, 2009). A referência (FANG; HILL, 2003) considera o problema PEST em um mercado competitivo e desregulamentado. Em (ESCOBAR; GALLEGO; ROMERO, 2004) é apresentado um Algoritmo Genético para resolver o problema de PEST multiestágio. O planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando vários estágios tem como principal característica se adaptar ao crescimento contínuo na demanda e geração, em contraste com a programação estática, que considera apenas a demanda inicial e demanda e da geração do último ano. Além disso, os vários estágios de planejamento ajudam nas economias de escala, uma vez que favorecem os elementos caros incorporando grande capacidade necessária a longo prazo. Em (CHOI; TRAN; EL-KEIB; THOMAS; OH; BILLINTON, 2005) considera-se índices de confiabilidade, (SILVA; RIDER; ROMERO; MURARI, 2006) considera incertezas na demanda e (JAESEOK; MOUNT; THOMAS, 2007) considera critérios de contingência no problema de PEST. Em (GARCÉS; CONEJO; GARCIA-BERTRAND; ROMERO, 2009) é apresentado um modelo bi-nível para o problema de PEST, também considerando um mercado competitivo.

### **1.1.2 Fluxo de potência ótimo**

O problema de fluxo de potência ótimo (FPO) é outro problema clássico e muito estudado na área de sistemas de energia elétrica. O problema pode ser classificado em FPO reativo e ativo-reativo. O objetivo no FPO reativo é minimizar as perdas no sistema e no FPO ativo-reativo minimizar os custos de geração de energia. As variáveis de decisão no FPO reativo são: tensão dos geradores (variáveis contínuas), posição do tap dos transformadores em fase e

defasadores (variáveis inteiras); estados de operação dos shunts (variáveis binárias ou inteiras). No FPO ativo-reactivo além das variáveis do FPO reativo existem as variáveis contínuas correspondentes à geração de potência ativa nos geradores.

Um dos primeiros trabalhos a abordar o assunto foi (DOMMEL; TINNEY, 1968), onde é proposto o método do gradiente reduzido generalizado para o problema de FPO. Apesar de ser simples de implementar, necessitando apenas algumas modificações em um fluxo de carga baseado no método de Newton, o método proposto não é capaz de garantir convergência para o ótimo global e também não leva em conta a natureza discreta das variáveis correspondentes aos taps dos transformadores e dos *shunts*.

Em (SUN; ASHLEY; BREWER; HUGHES; TINNEY, 1984) é proposto o método de Newton para resolver o FPO. O método apresenta melhores características de convergência que o proposto por (DOMMEL; TINNEY, 1968), mas também não considera a natureza discreta das variáveis já citadas.

As referências (ALSAC; BRIGHT; PRAIS; STOTT, 1990; PHAN; KALAGNANAM, 2014) apresentam outras técnicas baseadas em otimização clássica para resolver o problema de FPO. Em (ALSAC; BRIGHT; PRAIS; STOTT, 1990) é apresentado um método baseado em PL, (GRANVILLE, 1994) apresenta um método de pontos interiores para o despacho ótimo de reativos, (WU; DEBS; MARSTEN, 1994) apresenta um método de pontos interiores preditor corretor não linear para o problema de FPO, (GRANVILLE; MELLO; MELO, 1996) apresenta métodos para contornar problemas que aparecem na solução do FPO utilizando métodos de pontos interiores, (WEI; SASAKI; KUBOKAWA; YOKOYAMA, 1998) também apresenta um método de pontos interiores não linear para o problema de FPO. Em (LIN; HO; LIN, 2004) é apresentado um algoritmo baseado em otimização ordinal para resolver o problema de FPO. Por último, em (PHAN; KALAGNANAM, 2014) são apresentados métodos para resolver o problema de FPO com restrições de segurança.

Em (MIRANDA; SARAIVA, 1992) é apresentado um FPO baseado em conjuntos Fuzzy considerando um modelo DC. Já (IBA, 1994; YUMBLA; RAMIREZ; COELLO, 2008) apresentam meta-heurísticas para resolver o problema de FPO. Em (IBA, 1994) é apresentado um Algoritmo Genético, (YURYEVICH; WONG, 1999) apresenta um algoritmo evolutivo, (YOSHIDA; KAWATA; FUKUYAMA; TAKAYAMA; NAKANISHI, 2000) apresenta um algoritmo Particle Swarm (PSO), (BAKIRTZIS; BISKAS; ZOUMAS; PETRIDIS, 2002) apresenta um Algoritmo Genético melhorado, (ESMIN; LAMBERT-TORRES; SOUZA, 2005) apresenta um PSO híbrido e (YUMBLA; RAMIREZ; COELLO, 2008) apresenta um

PSO para o FPO considerando restrições de segurança.

Ao contrário do que ocorre nos métodos exatos propostos em (DOMMEL; TINNEY, 1968; PHAN; KALAGNANAM, 2014) é trivial considerar a natureza inteira/binária das variáveis correspondentes à posição do tap nos transformadores e estado dos *shunts* quando se utiliza meta-heurísticas. Entretanto, esses métodos (IBA, 1994; YUMBLA; RAMIREZ; COELLO, 2008) não garantem convergência para o ótimo global do problema (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003).

As referências (HUNEAULT; GALIANA, 1991; KIM; BALDICK, 2000) apresentam análises teóricas sobre aspectos do problema de FPO já resolvidos e o que ainda deve ser melhorado.

## 1.2 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

A proposta deste trabalho é utilizar um modelo AC linearizado para a operação da rede considerando a presença de potência reativa, as perdas no sistema e magnitudes de tensões nas barras diferentes da nominal para desenvolver modelos de PLIM para os problemas de PEST e FPO.

O modelo proposto linearizado permite realizar o planejamento de novas instalações de compensação reativa *shunt* no problema de PEST e a operação do elemento *shunt* para o FPO.

Existem muitos trabalhos que tratam do problema de PEST, propondo várias modelos de solução, como o modelo de transporte, o modelo linear híbrido, o DC, o modelo linear disjuntivo. O mais utilizado até agora é o modelo DC, que considera apenas o ângulo de fase das tensões nodais e a potência ativa no sistema, isso faz que o modelo proposto linearizado AC seja uma modelagem mais realista do problema, contanto, o modelo torna-se mais complexo.

Quanto ao problema de FPO é outro problema clássico e muito estudado na área de sistemas de energia elétrica, foram apresentados muitos métodos de solução para o problema de FPO, mas os métodos não são capazes de garantir a convergência para o ótimo global considerando variáveis inteiras. O modelo proposto linearizado garante a convergência do problema.

## 1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho é:

- Desenvolver modelos linearizados para resolver os problemas de sistemas de trans-

missão de energia elétrica.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Apresentar um modelo linearizado para o cálculo do FC AC;
- Mostrar que o FC AC linearizado proposto fornece uma melhor aproximação para o estado de operação da rede;
- Apresentar um modelo de PLIM para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica que considera a presença da potência reativa, perdas no sistema e magnitudes de tensões nas barras fora do valor nominal, de forma a fazer um planejamento de reativos integrado. Também no modelo proposto consideram-se restrições de segurança e planejamento multiestágio;
- Apresentar um modelo de PLIM para o cálculo de fluxo de potência ótimo ativo-reativo considerando a operação dos elementos *shunt* e os taps dos transformadores em fase como variáveis inteiras.

#### 1.4 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

As principais contribuições do trabalho são as seguintes:

- Modelo linearizado para o FC AC com resultados muito próximos do modelo de FC AC não linear, com baixo tempo de processamento;
- Modelo matemático de PLIM para resolver o problema de PEST, eficiente e de boa qualidade, com o objetivo de reduzir o custo de investimento no sistema;
- Modelo matemático de PLIM para o FPO considerando variáveis inteiras, para resolver sistemas de grande porte.

#### 1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

No Capítulo 2 é apresentada a modelagem de linhas de transmissão, transformadores em fase e transformadores defasadores, para o cálculo do fluxo de potência, o modelo exato do FC AC como um problema de otimização, de programação não linear (PNL), e também é apresentado um modelo linearizado de PL para o cálculo do ponto de operação de sistemas de transmissão em regime permanente, finalmente são mostrados os testes e resultados dos modelos apresentados e as conclusões do capítulo.

No Capítulo 3 é apresentado o modelo para o PEST baseado no modelo de FC AC li-

nearizado do Capítulo 2. Depois são mostrados os testes e resultados dos modelos apresentados e as conclusões do capítulo.

No Capítulo 4 é apresentada um modelo de PNLIM exato para o FPO de sistemas de transmissão e um modelo de PLIM proposto para o FPO, baseado no modelo do Capítulo 2. Considera a linearização da operação dos *shunts* nas barras e a linearização dos taps do transformador em fase. Por último são mostrados os testes e resultados comparando os modelos apresentados e as conclusões do capítulo.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho e os trabalhos futuros.

## 2 O PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA AC

### 2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados modelos matemáticos do problema de Fluxo de Carga (FC), também conhecido como fluxo de potência, que é uma ferramenta indispensável para a análise de operação do sistema de potência. Para o desenvolvimento desta dissertação, a obtenção de uma modelagem matemática para o FC é essencial. O cálculo do FC para redes de transmissão foi um problema intensamente estudado durante o tempo, sendo que foram desenvolvidos diversos procedimentos para sua abordagem, como os seguintes exemplos: o método de Newton Raphson, Desacoplado, Desacoplado Rápido etc. O cálculo do FC consiste essencialmente na determinação do estado da rede, da distribuição dos fluxos nos ramos e de algumas outras grandezas de interesse. Para este problema, a modelagem do sistema é considerada estática, representada por um conjunto de equações e inequações algébricas não lineares, ou seja, as variações com o tempo são lentas para que se ignorem os efeitos transitórios (MONTICELLI, 1983). Com o cálculo do FC obtêm-se as magnitudes e os ângulos das tensões nas barras, os fluxos de potências nos ramos, e outras grandezas derivadas do cálculo, como as perdas de potência ativa e reativa e dentre outras.

Para o cálculo do ponto de operação de um sistema de transmissão de energia elétrica operando em regime permanente são feitas as seguintes considerações:

- As cargas são representadas por demandas de potência ativa e reativa constantes;
- O sistema é equilibrado e, portanto, pode ser representado por um equivalente monofásico.
- As linhas de transmissão e de transformadores em fase são representados pelo modelo  $\pi$ .

Este capítulo apresenta, inicialmente, o desenvolvimento da modelagem de linhas de transmissão e de transformadores em fase e defasadores, e o modelo exato do FC AC como um problema de otimização, de programação não linear (PNL). Em seguida é desenvolvido um modelo matemático do FC AC para o cálculo do ponto de operação de sistemas de transmissão em regime permanente, baseado em fluxos nos ramos, como um problema de PNL. Este modelo é o ponto de partida para nosso modelo proposto. É apresentado também o procedimento para a linearização do modelo matemático para o cálculo do FC AC em sistemas de transmissão. Finalmente são mostrados os testes e resultados dos modelos de otimização de FC AC apresentados e as conclusões.

Na seção seguinte são apresentados os modelos para o cálculo do ponto de operação

em regime permanente de sistemas de transmissão de energia elétrica. O primeiro é um modelo exato para o FC AC e o segundo um modelo aproximado de PL.

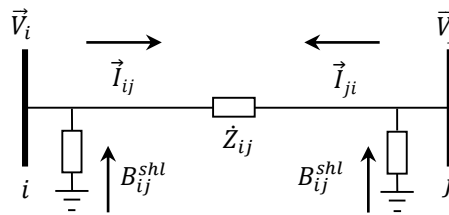
## 2.2 MODELO EXATO DE OTIMIZAÇÃO PARA O FC AC

Para a obtenção do modelo exato de FC em sistemas de transmissão, inicialmente parte-se da modelagem de linhas e transformadores, que são mostrados a seguir.

### 2.2.1 Modelo matemático de linhas de transmissão

Para a modelagem de linhas de transmissão utiliza-se o modelo equivalente  $\pi$ , que é apresentado de maneira geral na Figura 1. Consideram-se basicamente três parâmetros: a resistência série  $R_{ij}$ , a reatância série  $X_{ij}$ , a susceptância *shunt*  $B_{ij}^{shl}$  da linha e duas barras reais  $i$  e  $j$ . A impedância do elemento série é  $\dot{Z}_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}$ , enquanto a admitância série é  $\dot{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$  (MONTICELLI, 1983).

**Figura 1** – Modelo de linhas de transmissão em equivalente  $\pi$



Fonte: Elaboração do autor.

A corrente  $\vec{I}_{ij}$  e o fluxo de potência complexa podem ser calculados da seguinte forma:

$$\vec{I}_{ij} = \dot{Y}_{ij}(\vec{V}_i - \vec{V}_j) + jB_{ij}^{shl}\vec{V}_j = \dot{Y}_{ij}\vec{V}_i - \dot{Y}_{ij}\vec{V}_j + jB_{ij}^{shl}\vec{V}_j \quad (1)$$

$$\dot{S}_{ij}^* = P_{ij} - jQ_{ij} = \vec{V}_i^* \vec{I}_{ij} \quad (2)$$

Das equações (1) e (2) são obtidos os fluxos de potência ativa e reativa:

$$P_{ij}^{de} = V_i^2 G_{ij} - V_i V_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (3)$$

$$Q_{ij}^{de} = -V_i^2 (B_{ij} + B_{ij}^{shl}) + V_i V_j (B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (4)$$

Analogamente são obtidos os fluxos de potência ativa e reativa  $P_{ji}$  e  $Q_{ji}$ :

$$P_{ji}^{para} = V_j^2 G_{ij} - V_i V_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (5)$$

$$Q_{ji}^{para} = -V_j^2 (B_{ij} + B_{ij}^{shl}) + V_i V_j (B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (6)$$

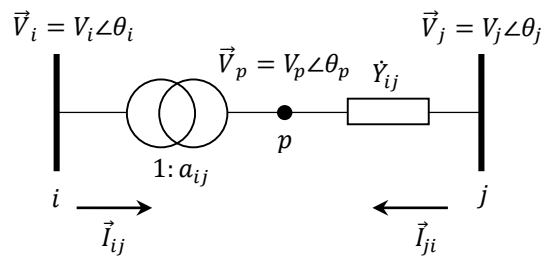
As equações (3) e (4) descrevem, respectivamente, o fluxo de potência ativa  $P_{ij}$  e o fluxo potência reativa  $Q_{ij}$ , entre as barras  $i$  e  $j$  (o fluxo “sai” da barra  $i$  em direção à barra  $j$ ),

as equações (5) e (6) descrevem o fluxo de potência ativa  $P_{ji}$  e o fluxo potência reativa  $Q_{ji}$ , entre as barras  $j$  e  $i$  (o fluxo “sai” da barra  $j$  em direção à barra  $i$ ), respectivamente, onde  $G_{ij}$  e  $B_{ij}$  são, respectivamente, a condutância e a susceptância série do ramo  $ij$ ,  $B_{ij}^{shl}$  é a susceptância *shunt*,  $V_i$  é o módulo da tensão na barra  $i$ ,  $\theta_i$  é o ângulo da tensão na barra  $i$ .

## 2.2.2 Modelo matemático de transformadores em fase

Para a modelagem de transformadores em fase, é apresentado de maneira geral na Figura 2, consideram-se basicamente duas barras reais,  $i$  e  $j$ , e um nó fictício intermediário  $p$ , uma admitância série  $\dot{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ , um autotransformador ideal  $1:a_{ij}$  e a relação entre as tensões complexas  $\vec{V}_i$  e  $\vec{V}_p$  (1) (MONTICELLI, 1983).

**Figura 2** – Modelo de transformador em fase



Fonte: Elaboração do autor.

$$\frac{\vec{V}_p}{\vec{V}_i} = \frac{V_p \angle \theta_p}{V_i \angle \theta_i} = a_{ij} \quad (7)$$

Na Figura 2 apresenta-se um autotransformador ideal, e este fato implica também que as potências complexas na entrada e na saída são iguais, ou seja, não existem perdas de potências ativa e reativa, como se mostra na seguinte expressão:

$$\vec{V}_i \vec{I}_{ij}^* + \vec{V}_p \vec{I}_{ji}^* = 0 \quad (8)$$

Considerando-se que  $\theta_i = \theta_p$  e a partir das relações (7) e (8) se obtém:

$$\frac{\vec{I}_{ij}}{\vec{I}_{ji}} = -\frac{|\vec{I}_{ij}|}{|\vec{I}_{ji}|} = -a_{ij} \quad (9)$$

A corrente  $\vec{I}_{ij}$  e o fluxo de potência complexa podem ser calculados da seguinte forma:

$$\vec{I}_{ij} = -a_{ij} \dot{Y}_{ij} (\vec{V}_j - \vec{V}_p) = a_{ij}^2 \dot{Y}_{ij} \vec{V}_i - a_{ij} \dot{Y}_{ij} \vec{V}_j \quad (10)$$

$$\dot{S}_{ij}^* = P_{ij} - jQ_{ij} = \vec{V}_i^* \vec{I}_{ij} \quad (11)$$

Das equações (7), (10) e (11) são obtidos os fluxos de potência ativa e reativa:

$$P_{ij}^{de} = (a_{ij}V_i)^2 G_{ij} - a_{ij}V_iV_j(G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (12)$$

$$Q_{ij}^{de} = -(a_{ij}V_i)^2 B_{ij} + a_{ij}V_iV_j(B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (13)$$

Analogamente são obtidos os fluxos de potência ativa e reativa  $P_{ji}$  e  $Q_{ji}$ :

$$P_{ji}^{para} = V_j^2 G_{ij} - a_{ij}V_iV_j(G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (14)$$

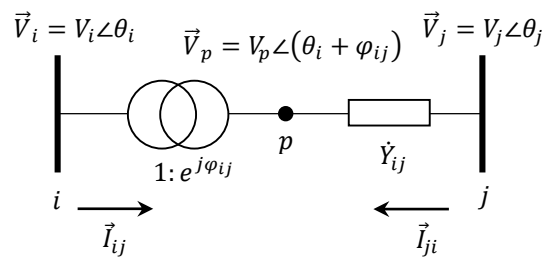
$$Q_{ji}^{para} = -V_j^2 B_{ij} + a_{ij}V_iV_j(B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (15)$$

As equações (12) e (13) descrevem, respectivamente, o fluxo de potência ativa  $P_{ij}$  e o fluxo potência reativa  $Q_{ij}$ , entre as barras  $i$  e  $j$  (o fluxo “sai” da barra  $i$  em direção à barra  $j$ ), as equações (14) e (15) descrevem o fluxo de potência ativa  $P_{ji}$  e o fluxo potência reativa  $Q_{ji}$ , entre as barras  $j$  e  $i$  (o fluxo “sai” da barra  $j$  em direção à barra  $i$ ), respectivamente, onde  $G_{ij}$  e  $B_{ij}$  são, respectivamente, a condutância e a susceptância série do ramo  $ij$ ,  $V_i$  é o módulo da tensão na barra  $i$ ,  $\theta_i$  é o ângulo da tensão na barra  $i$  e  $a_{ij}$  é o tap do transformador em fase no ramo  $ij$ . Sabe-se que o tap do transformador  $a_{ij}$  vale um quando a relação de transformação é a nominal, ou um valor diferente de um, e discreto, quando a posição do comutador de taps está fora da nominal.

### 2.2.3 Modelo matemático de transformadores defasadores

Para a modelagem de transformadores defasadores é apresentado, de maneira geral, na Figura 3, o modelo de transformador em fase. Consideram-se duas barras reais,  $i$  e  $j$ , e um nó fictício intermediário  $p$ , uma admitância série  $\dot{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ , um autotransformador defasador  $1:e^{j\varphi_{ij}}$  e a relação entre as tensões complexas  $\vec{V}_i$  e  $\vec{V}_p$  (16) (MONTICELLI, 1983).

**Figura 3** – Modelo do transformador defasador



Fonte: Elaboração do autor.

$$\frac{\vec{V}_p}{\vec{V}_i} = \frac{V_p \angle \theta_p}{V_i \angle \theta_i} = e^{j\varphi_{ij}} \quad (16)$$

É equivalente dizer que:

$$\theta_p = \theta_i + \varphi_{ij} \quad (17)$$

Sabe-se que as magnitudes das tensões complexas  $\vec{V}_i$  e  $\vec{V}_p$  são iguais, Substituindo-se (16) e (8) se obtém:

$$\frac{\vec{I}_{ij}}{\vec{I}_{ji}} = -\frac{|\vec{I}_{ij}|}{|\vec{I}_{ji}|} = -e^{j\varphi_{ij}} \quad (18)$$

A corrente  $\vec{I}_{ij}$  e o fluxo de potência complexa podem ser calculados da mesma forma que foi feito para o transformador em fase, da seguinte forma:

$$\vec{I}_{ij} = -e^{j\varphi_{ij}} \dot{Y}_{ij} (\vec{V}_j - \vec{V}_p) = \dot{Y}_{ij} \vec{V}_i - e^{j\varphi_{ij}} \dot{Y}_{ij} \vec{V}_j \quad (19)$$

$$\dot{S}_{ij}^* = P_{ij} - jQ_{ij} = \vec{V}_i^* \vec{I}_{ij} \quad (20)$$

Das equações (19) e (20) são obtidos os fluxos de potência ativa e reativa:

$$P_{ij}^{de} = V_i^2 G_{ij} - V_i V_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (21)$$

$$Q_{ij}^{de} = -V_i^2 (B_{ij} + B_{ij}^{shl}) + V_i V_j (B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) - G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (22)$$

Analogamente são obtidos os fluxos de potência ativa e reativa  $P_{ji}$  e  $Q_{ji}$ :

$$P_{ji}^{para} = V_j^2 G_{ij} - V_i V_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) - B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (23)$$

$$Q_{ji}^{para} = -V_j^2 (B_{ij} + B_{ij}^{shl}) + V_i V_j (B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) + G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (24)$$

Da mesma forma que as equações do modelo de transformador em fase, as equações (21) e (22) descrevem, respectivamente, o fluxo de potência ativa  $P_{ij}$  e o fluxo potência reativa  $Q_{ij}$ , entre as barras  $i$  e  $j$ , as equações (23) e (24) descrevem o fluxo de potência ativa  $P_{ji}$  e o fluxo potência reativa  $Q_{ji}$ , entre as barras  $j$  e  $i$ , respectivamente, onde  $G_{ij}$  e  $B_{ij}$  são, respectivamente, a condutância e a susceptância série do ramo  $ij$ ,  $B_{ij}^{shl}$  é a susceptância *shunt*,  $V_i$  é o módulo da tensão na barra  $i$ ,  $\theta_i$  é o ângulo da tensão na barra  $i$ , e  $\varphi_{ij}$  é o ângulo introduzido pelo transformador defasador no ramo  $ij$ .

#### 2.2.4 Equações gerais do FC

Das equações apresentadas acima se obtêm as expressões gerais para os fluxos de potência ativa e reativa em linhas de transmissão, transformadores em fase e transformadores defasadores.

$$P_{ij}^{de} = (a_{ij}V_i)^2 G_{ij} - a_{ij}V_iV_j(G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (25)$$

$$Q_{ij}^{de} = -(a_{ij}V_i)^2 B_{ij} + a_{ij}V_iV_j(B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) - G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (26)$$

Analogamente são obtidos os fluxos de potência ativa e reativa  $P_{ji}$  e  $Q_{ji}$ :

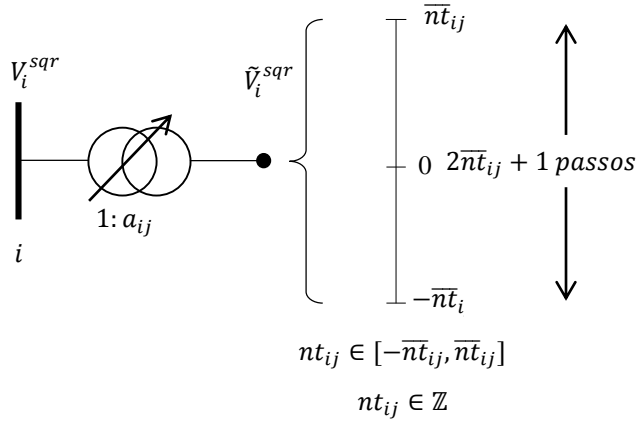
$$P_{ji}^{para} = V_j^2 G_{ij} - a_{ij}V_iV_j(G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) - B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (27)$$

$$Q_{ji}^{para} = -V_j^2 B_{ij} + a_{ij}V_iV_j(B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) + G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (28)$$

### 2.2.5 Cálculo do tap dos transformadores em fase

Na Figura 4 mostra-se a regulação do tap do transformador em função do número inteiro de passos  $nt_{ij}$ .

**Figura 4** – Regulação do tap do transformador em fase em número inteiro de passos  $nt_{ij}$



Fonte: Elaboração do autor.

O valor do tap do transformador pode ser obtido, em função da posição escolhida, da seguinte forma:

$$a_{ij} = 1 + \frac{reg_{ij}^{\%}}{\bar{n}t_{ij}} nt_{ij} \quad (29)$$

Onde  $reg_{ij}^{\%}$  é a regulação total (máxima) do transformador no ramo  $ij$ ,  $\bar{n}t_{ij}$  é a metade do número máximo de passos de tap do transformador no ramo  $ij$  e  $nt_{ij}$  é um número inteiro de passos que define a posição do tap, e deve cumprir com (30):

$$-\bar{n}t_{ij} \leq nt_{ij} \leq \bar{n}t_{ij} \quad (30)$$

### 2.2.6 Modelo matemático de otimização para o cálculo do FC

Neste trabalho, para obter o ponto de operação de um sistema de transmissão são con-

sideradas as equações do FC gerais propostas em Monticelli (1983). Para obter um problema de otimização precisam ser incorporadas estas equações como restrições de um modelo de otimização. As equações (31)–(37) apresentam um problema de PNL, cuja solução fornece o estado de operação de um sistema de transmissão.

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} G_{ij} (a_{ij}^2 V_i^2 + V_j^2 - 2a_{ij} V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad (31)$$

Sujeito a:

$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji}^{para} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{de} - V_i^2 G_i^{sh} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (32)$$

$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji}^{para} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{de} + V_i^2 B_i^{sh} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (33)$$

$$P_{ij}^{para} = G_{ij} V_j^2 - a_{ij} V_i V_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) - B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (34)$$

$$P_{ij}^{de} = G_{ij} a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (35)$$

$$Q_{ij}^{para} = -(B_{ij} + B_{ij}^{shl}) V_j^2 + a_{ij} V_i V_j (B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) + G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (36)$$

$$Q_{ij}^{de} = -(B_{ij} + B_{ij}^{shl}) a_{ij}^2 V_i^2 + a_{ij} V_i V_j (B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) - G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (37)$$

No modelo,  $\varphi_{ij}$  é o ângulo introduzido pelo transformador defasador no ramo  $ij$ ,  $P_i^g$  e  $Q_i^g$  são as potências ativa e reativa geradas pelo gerador na barra  $i$ ,  $P_i^d$  e  $Q_i^d$  são as demandas de potência ativa e reativa na barra  $i$ ,  $P_{ij}^{para}$  (fluxo que “sai” do ramo  $j$  e “entra” ramo  $i$ ) e  $P_{ij}^{de}$  (fluxo que “sai” do ramo  $i$  e “entra” no ramo  $j$ ) são os fluxos de potência ativa no ramo  $ij$ ,  $Q_{ij}^{para}$  e  $Q_{ij}^{de}$  são os fluxos de potência reativa no ramo  $ij$ ,  $G_i^{sh}$  e  $B_i^{sh}$  são a condutância e a susceptância *shunt* ligadas à barra  $i$ , respectivamente, e  $B_{ij}^{shl}$  é metade do valor total da susceptância *shunt* do ramo  $ij$ . O conjunto  $\Omega_b$  é o conjunto de barras e  $\Omega_l$  é o conjunto de ramos do sistema.

A função objetivo (31) encontra as perdas de potência ativa no sistema. As restrições (32) e (33) são as equações do balanço de potência ativa e reativa, respectivamente. As equações (34)–(37) são os cálculos dos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos.

Adicionalmente, deve-se fixar o ângulo de referência e o módulo da tensão na barra *slack* e as potências ativas geradas e os módulos das tensões nas barras PVs.

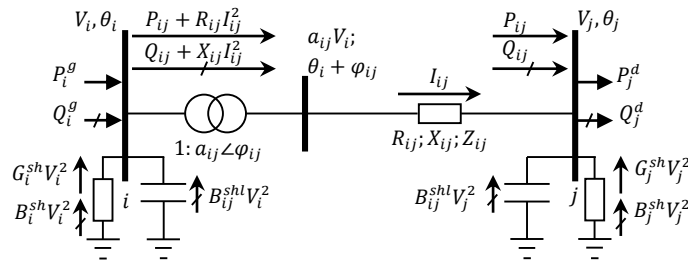
Devido à presença de termos como senos e cossenos, variáveis elevadas ao quadrado e produtos de variáveis, o modelo é claramente de programação não linear e adicionalmente é

não convexo. Os *solvers* IPOPT (WÄCHTER; BIEGLER, 2006) e KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006) são adequados para tentar resolver problemas deste tipo.

### 2.3 MODELO DE FLUXOS EM RAMOS PARA O FLUXO DE CARGA AC

Nesta seção apresenta-se o modelo de fluxos em ramos para o cálculo do FC AC em sistemas de transmissão. Inicialmente, são obtidas equações equivalentes da operação AC de sistemas de transmissão, sem aproximações. Em seguida, o modelo exato, de PNL, é linearizado. Mostra-se na Figura 5 um ramo de uma rede de transmissão com as considerações descritas acima.

**Figura 5** – Ramo  $ij$  genérico de uma rede de transmissão



Fonte: Elaboração do autor.

Pode-se calcular a queda de tensão no ramo  $ij$  como (38):

$$a_{ij}\vec{V}_i - \vec{V}_j = \vec{I}_{ij}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (38)$$

Na Figura 5 é considerada uma linha de transmissão, mas no caso de um transformador em fase, a tensão antes da regulação seria igual a  $\vec{V}_i$  e a tensão depois da regulação seria igual a  $a_{ij}\vec{V}_i$  (ver Figura 2).

Também, da Figura 5, a corrente que chega á barra  $j$  pode ser calculada de seguinte forma:

$$\vec{I}_{ij} = \left( \frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{\vec{V}_j} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (39)$$

Com as equações (38) e (39) obtém-se a equação (40).

$$(a_{ij}\vec{V}_i - \vec{V}_j)\vec{V}_j^* = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (40)$$

Considere-se que  $\vec{V}_i = V_i \angle \theta_i$ ,  $\vec{V}_j = V_j \angle \theta_j$  e  $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ , em que  $V_i$  e a magnitude da tensão e  $\theta_i$  o ângulo de fase da barra  $i$ , então (40) pode ser escrita como se mostra em (41).

$$a_{ij}V_iV_j(\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}) - V_j^2 = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (41)$$

Identificando as partes reais e imaginárias na equação (41), obtém-se:

$$a_{ij}V_iV_j \cos \theta_{ij} = V_j^2 + R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (42)$$

$$a_{ij}V_iV_j \sen \theta_{ij} = X_{ij}P_{ij} - R_{ij}Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (43)$$

Somando-se os quadrados das equações (42) e (43), e utilizando a formula fundamental da trigonometria  $\sin^2 \theta_{ij} + \cos^2 \theta_{ij} = 1$  e  $Z_{ij}^2 = R_{ij}^2 + X_{ij}^2$ , obtém-se:

$$a_{ij}^2V_i^2 - V_j^2 = 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) + Z_{ij}^2I_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (44)$$

Onde a magnitude do fluxo de corrente nos ramos é calculada por:

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^2} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (45)$$

As equações de balanço de potência são dadas por (46) e (47), considerando as condutâncias e susceptâncias *shunts* das barras.

$$P_i^g - P_i^d + G_i^{sh}V_i^2 + \sum_{ji \in \Omega} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega} (P_{ij} + R_{ij}I_{ij}^2) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (46)$$

$$Q_i^g - Q_i^d + B_i^{sh}V_i^2 + \sum_{ji \in \Omega} (Q_{ji} + B_{ji}^{shl}V_i^2) - \sum_{ij \in \Omega} (Q_{ij} - B_{ij}^{shl}V_i^2 + X_{ij}I_{ij}^2) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (47)$$

O modelo matemático exato de FC, considerando fluxos em ramos, é dado pelas equações (42) ou (43) em conjunto com (44)–(47):

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij}I_{ij}^2 \quad (48)$$

Sujeito a:

$$P_i^g - P_i^d - G_i^{sh}V_i^2 + \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij}I_{ij}^2) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (49)$$

$$Q_i^g - Q_i^d + B_i^{sh}V_i^2 + \sum_{ji \in \Omega_l} (Q_{ji} + B_{ji}^{shl}V_i^2) - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} - B_{ij}^{shl}V_i^2 + X_{ij}I_{ij}^2) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (50)$$

$$V_i^2 a_{ij}^2 - V_j^2 = 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) + Z_{ij}^2I_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (51)$$

$$V_i a_{ij} V_j \sen(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) = X_{ij}P_{ij} - R_{ij}Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (52)$$

$$V_j^2 I_{ij}^2 = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (53)$$

No modelo (48)–(53),  $R_{ij}$ ,  $X_{ij}$ ,  $Z_{ij}$  e  $I_{ij}$  são, respectivamente, a resistência, a reatância, o módulo da impedância e a corrente que flui no ramo  $ij$ . Adicionalmente, deve-se fixar o ângulo de referência na barra *slack* e as tensões e as potências ativas geradas nas barras PVs.

A função objetivo (48) minimiza as perdas de potência ativa no sistema, calculadas como o produto da resistência pelo quadrado da corrente em cada ramo. As restrições (49) e (50) são o balanço de potência ativa e reativa no sistema, para todas as barras. A restrição (51) é o cálculo de queda de tensão no ramo  $ij$ , (52) e o cálculo da abertura angular no ramo  $ij$  e (53) é a expressão do cálculo da corrente no ramo  $ij$ . A solução do modelo (48)–(53) representa o ponto de operação exato de um sistema de transmissão de energia elétrica.

### 2.3.1 Linearização do modelo de fluxos em ramos para o cálculo do fluxo de carga

O modelo matemático (48)–(53) é um problema de PNL, pois apresenta variáveis elevadas ao quadrado, produtos e senos de variáveis. Entretanto, é possível obter um modelo linearizado, com poucas aproximações, a partir deste modelo.

Como o modelo apresenta correntes e tensões ao quadrado, é feita uma troca de variáveis, como se mostra em (54) e (55) para as equações (48)–(51) e (53):

$$V_i^{sqr} = V_i^2, V_i^{sqr} \geq 0 \quad (54)$$

$$I_{ij}^{sqr} = I_{ij}^2, I_{ij}^{sqr} \geq 0 \quad (55)$$

Assumindo-se que a diferença angular entre barras consecutivas é pequena, a seguinte aproximação pode ser feita, quando os ângulos são expressos em radianos:

$$\text{sen}(\theta_i - \theta_j) \cong \theta_i - \theta_j \quad (56)$$

As magnitudes das tensões ao valor de 1 pu, e podem ser aproximadas pela tensão nominal ao quadrado,  $V_{nom}^2$ , como se mostra em (57).

$$V_i V_j \cong V_j^2 \cong V_{nom}^2 \quad (57)$$

Onde o valor de  $V_{nom}$  é a magnitude da tensão nominal do sistema. Obtém-se, desta forma o modelo matemático do ponto de operação em regime permanente de um sistema de transmissão de energia elétrica (58)–(65).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{sqr} \quad (58)$$

Sujeito a:

$$P_i^g - P_i^d - G_i^{sh} V_i^{sqr} + \sum_{ji \in \Omega} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{sqr}) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (59)$$

$$Q_i^g - Q_i^d + B_i^{sh} V_i^{sqr} + \sum_{ji \in \Omega} (Q_{ji} + B_{ji}^{shl} V_i^{sqr}) - \sum_{ij \in \Omega} (Q_{ij} - B_{ij}^{shl} V_i^{sqr} + X_{ij} I_{ij}^{sqr}) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (60)$$

$$V_i^{sqr} a_{ij}^2 - V_j^{sqr} = 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) + Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (61)$$

$$V_{nom}^2 (\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) = (X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (62)$$

$$V_{nom}^2 I_{ij}^{sqr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (63)$$

$$I_{ij}^{sqr} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (64)$$

$$V_i^{sqr} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (65)$$

A função objetivo (58), as restrições (59) e (60), de balanço de potências ativa e reativa, respectivamente, e a restrição do cálculo da queda de tensão (61) são lineares devido à troca de variáveis, também a equação cálculo da diferença angular, (62) é linear, mas (63) é não linear devido à soma de quadrados das potências ativa e reativa. As equações (64) e (65) designam o valor positivo da corrente e da tensão.

A restrição (63) pode ser substituída pelas equações (66)–(76).

$$V_{nom}^2 I_{ij}^{sqr} = \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^S \Delta_{ij,l}^P + \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^Q \Delta_{ij,l}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (66)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (67)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{l=1}^L \Delta_{ij,l}^P \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (68)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (69)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{l=1}^L \Delta_{ij,l}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (70)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,l}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, l = 1 \dots L \quad (71)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,l}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, l = 1 \dots L \quad (72)$$

$$P_{ij}^+ \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (73)$$

$$P_{ij}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (74)$$

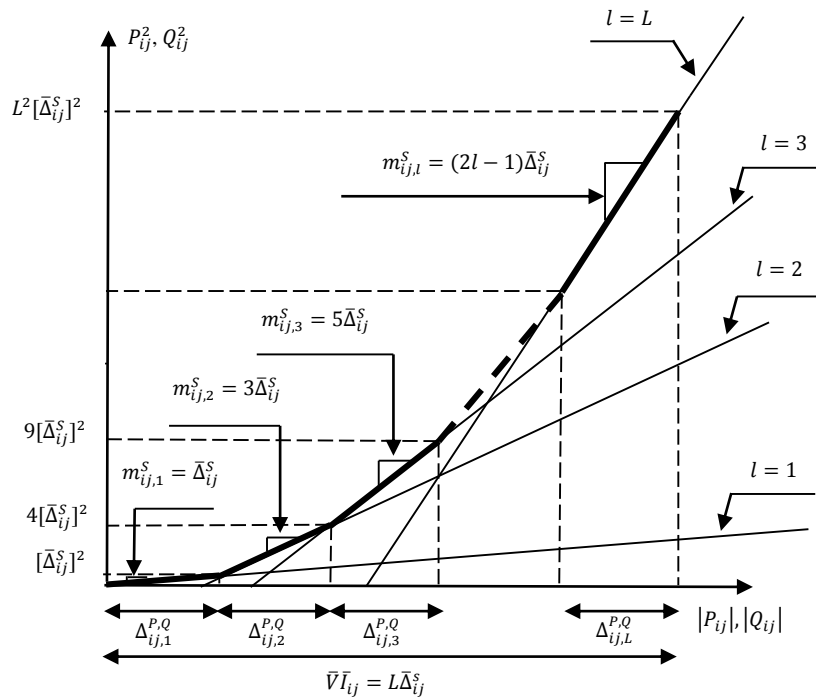
$$Q_{ij}^+ \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (75)$$

$$Q_{ij}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (76)$$

As restrições (66)–(76) são lineares, sendo que o lado direito de (66) é a aproximação

de  $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ . A Figura 6 mostra a linearização de  $P_{ij}^2$  e  $Q_{ij}^2$ , onde  $L$  é a quantidade de blocos de linearização,  $\bar{\Delta}_{ij}^S$  é o limite superior do bloco de linearização, que é calculado como  $\bar{\Delta}_{ij}^S = \bar{V}\bar{I}_{ij}/L$ , onde  $\bar{V}$  é a magnitude da tensão máxima permitida no sistema e  $\bar{I}_{ij}$  é a corrente máxima no ramo  $ij$ ,  $m_{ij,l}^S$  é a inclinação do  $l$ -ésimo bloco, que é calculada como  $m_{ij,l}^S = (2l - 1)\bar{\Delta}_{ij}^S$ ,  $\Delta_{ij,l}^P$  é o valor do  $l$ -ésimo bloco de  $P_{ij}$ ,  $\Delta_{ij,l}^Q$  é o valor do  $l$ -ésimo bloco de  $Q_{ij}$ .  $P_{ij}^+$  e  $P_{ij}^-$  são as variáveis auxiliares, não negativas, para representar  $|P_{ij}|$  e  $Q_{ij}^+$  e  $Q_{ij}^-$  são as variáveis auxiliares, não negativas, para representar  $|Q_{ij}|$  como se apresentam em (67) e (69). Para garantir que  $|P_{ij}|$  e  $|Q_{ij}|$  tenham o mesmo valor que a soma de valores de cada bloco, utilizam-se as restrições (68) e (70). As restrições (71) e (72) fixam os limites superiores e inferiores de  $|P_{ij}|$  e  $|Q_{ij}|$ . As restrições (73)–(76) garantem a condição de não negatividade das variáveis auxiliares  $P_{ij}^+$ ,  $P_{ij}^-$ ,  $Q_{ij}^+$  e  $Q_{ij}^-$ .

**Figura 6** – Linearização de  $P_{ij}^2$  e  $Q_{ij}^2$



Fonte: Borges et al. (2013).

O modelo mostrado a seguir é o resultado da linearização do modelo fluxo de carga AC representado por equações de fluxos em ramos (48)–(53).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{sqr} \quad (77)$$

Sujeito a:

$$P_i^g - P_i^d - G_i^{sh} V_i^{sqr} + \sum_{ji \in \Omega} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{sqr}) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (78)$$

$$Q_i^g - Q_i^d + B_i^{sh} V_i^{sqr} + \sum_{ji \in \Omega} (Q_{ji} + B_{ji}^{shl} V_i^{sqr}) - \sum_{ij \in \Omega} (Q_{ij} - B_{ij}^{shl} V_i^{sqr} + X_{ij} I_{ij}^{sqr}) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (79)$$

$$V_i^{sqr} a_{ij}^2 - V_j^{sqr} = 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) + Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (80)$$

$$V_{nom}^2 (\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) = (X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (81)$$

$$V_{nom}^2 I_{ij}^{sqr} = \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^S \Delta_{ij,l}^P + \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^Q \Delta_{ij,l}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (82)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (83)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{l=1}^L \Delta_{ij,l}^P \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (84)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (85)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{l=1}^L \Delta_{ij,l}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (86)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,l}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, l = 1 \dots L \quad (87)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,l}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, l = 1 \dots L \quad (88)$$

$$P_{ij}^+ \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (89)$$

$$P_{ij}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (90)$$

$$Q_{ij}^+ \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (91)$$

$$Q_{ij}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (92)$$

$$I_{ij}^{sqr} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (93)$$

$$V_j^{sqr} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (94)$$

O modelo (77)–(94) é um problema de programação linear (PL) aproximado para o cálculo do fluxo de carga. A função objetivo (77) representa as perdas de potência ativa. As restrições (78) e (79) são o balanço de potência ativa e reativa em todas as barras. As restrições (80) e (81) são o cálculo da queda de tensão e cálculo da abertura angular no ramo  $ij$ , respectivamente. As restrições (82)–(92) são as restrições da linearização de  $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$  e as restrições (93) e (94) garantem que as magnitudes do quadrado da corrente e da tensão sejam positivas.

Além disto, deve-se fixar o módulo da tensão e o ângulo de referência na barra *slack* e o módulo da tensão e a potência ativa gerada nas barras PVs.

### 2.3.2 Melhoria na precisão do modelo linearizado proposto

Para melhorar a precisão do modelo linearizado propõe-se uma estratégia de dois passos. No primeiro passo, resolve-se o modelo (77)–(94). Em seguida, utilizando-se os valores obtidos da tensão  $V_i^{sqr}$ , define-se um novo parâmetro para ser utilizado no segundo passo  $v_i^{sqr} = V_i^{sqr}$ . O segundo passo consiste em resolver o modelo (95)–(97), ou seja, (81) é substituída por (96) e (82) é substituída por (97), estas novas restrições contém melhores aproximações das magnitudes de tensão em todas as barras.

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{sqr} \quad (95)$$

Sujeito a: (78)–(80), (83)–(94),

$$\sqrt{v_i^{sqr}} a_{ij} \sqrt{v_j^{sqr}} (\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) = (X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (96)$$

$$v_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} = \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^S \Delta_{ij,l}^P + \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^Q \Delta_{ij,l}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (97)$$

As outras restrições permanecem inalteradas. Como será mostrada na próxima seção, de testes e resultados, esta estratégia melhora a precisão do modelo proposto. A solução obtida é avaliada com um método de FC AC exato.

## 2.4 TESTES E RESULTADOS

Neste item, serão testados os sistemas IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras (UNIVERSITY OF WASHINGTON) com o modelo exato de FC AC e o modelo linearizado de fluxos em ramos proposto. Consideram-se os passos de linearizações  $L = 40$ . São apresentados aqui somente os gráficos com comparações entre os desvios percentuais para a magnitude de tensão, ângulo da tensão nas barras e fluxos de potência ativa e reativa. Os resultados completos para todos os sistemas testes se encontram em LAPSEE (2015). Todos os modelos foram implementados na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). Os modelos de PL foram resolvidos usando o *solver* comercial para problemas de otimização CPLEX (ILOG, 2008), enquanto que os modelos de PNL (modelo exato de FC AC) foi resolvido usando o *solver* comercial IPOPT (WÄCHTER; BIEGLER, 2006). Um computador com um processador de 3,40 GHz Intel Core i7-4770 com 16 GB de

RAM foi utilizado nos testes. Os desvios são calculados entre o modelo exato de FC AC e o modelo proposto dividido entre a capacidade de potência nas linhas, foram adotadas as equações (98)–(104).

$$\varepsilon_P^{perda} = \left| \frac{P_{ij}^{de} + P_{ij}^{para} - (R_{ij}I_{ij}^{sqr\approx})}{\bar{S}_{ij}} \right| \times 100 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (98)$$

$$\varepsilon_Q^{perda} = \left| \frac{Q_{ij}^{de} + Q_{ij}^{para} - (X_{ij}I_{ij}^{sqr\approx} - B_{ij}^{shl}V_i^{sqr\approx} - B_{ij}^{shl}V_j^{sqr\approx})}{\bar{S}_{ij}} \right| \times 100 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (99)$$

$$\varepsilon_V^{\%} = \left| \frac{V_i^{AC} - V_i^{\approx}}{V^{AC}} \right| \times 100 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (100)$$

$$\varepsilon_P^{de} = \left| \frac{P_{ij}^{de} - (P_{ij}^{\approx} + R_{ij}I_{ij}^{sqr\approx})}{\bar{S}_{ij}} \right| \times 100 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (101)$$

$$\varepsilon_P^{para} = \left| \frac{P_{ij}^{para} - (-P_{ij}^{\approx})}{\bar{S}_{ij}} \right| \times 100 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (102)$$

$$\varepsilon_Q^{de} = \left| \frac{Q_{ij}^{de} - (Q_{ij}^{\approx} - B_{ij}^{shl}V_i^{sqr\approx} + X_{ij}I_{ij}^{sqr\approx})}{\bar{S}_{ij}} \right| \times 100 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (103)$$

$$\varepsilon_Q^{para} = \left| \frac{Q_{ij}^{para} - (-(Q_{ij}^{\approx} + B_{ij}^{shl}V_j^{sqr\approx}))}{\bar{S}_{ij}} \right| \times 100 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (104)$$

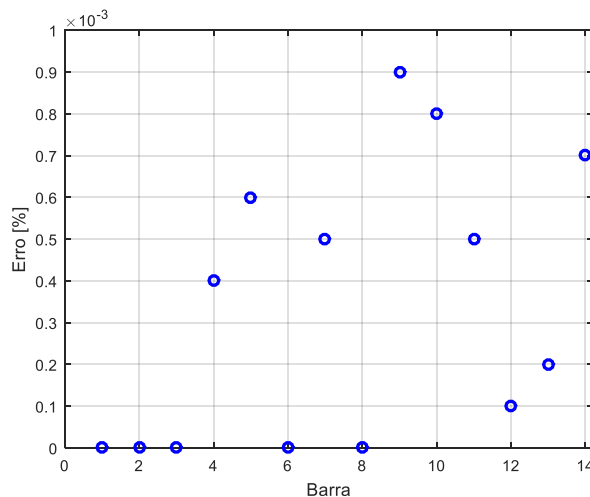
Onde  $\varepsilon_P^{perda}$  é o desvio percentual entre a perda de potência ativa obtida no modelo exato para o FC AC,  $P_{ij}^{de} + P_{ij}^{para}$ , e a perda de potência ativa do modelo linearizado proposto,  $R_{ij}I_{ij}^{sqr\approx}$ , em cada ramo  $ij$ ;  $\varepsilon_Q^{perda}$  é o desvio percentual entre a perda de potência reativa obtida no modelo exato para o FC AC,  $Q_{ij}^{de} + Q_{ij}^{para}$ , e a perda de potência reativa do modelo linearizado proposto,  $X_{ij}I_{ij}^{sqr\approx} - B_{ij}^{shl}V_i^{sqr\approx} - B_{ij}^{shl}V_j^{sqr\approx}$ , em cada ramo  $ij$ ;  $\varepsilon_V^{\%}$  é o desvio percentual entre módulo da tensão obtido no modelo exato para o FC AC,  $V^{AC}$ , e o módulo da tensão obtido no modelo de FC linearizado proposto  $V^{\approx}$ ;  $\varepsilon_P^{de}$  é o desvio percentual entre o fluxo de potência ativa obtido no modelo exato para o FC AC,  $P_{ij}^{de}$ , é o fluxo de potência ativa do modelo linearizado proposto,  $P_{ij}^{\approx} + R_{ij}I_{ij}^{sqr\approx}$ , (fluxos que “saem” do ramo  $i$  e “entram” no ramo  $j$ );  $\varepsilon_P^{para}$  é o desvio percentual entre o fluxo de potência ativa obtido no modelo exato para o FC AC,  $P_{ij}^{para}$ , e o fluxo de potência ativa do modelo linearizado proposto,  $-P_{ij}^{\approx}$ , (fluxos que “saem” do ramo  $j$  e “entram” no ramo  $i$ );  $\varepsilon_Q^{de}$  é o desvio entre o fluxo de potência reativa obtido no modelo exato para o FC AC,  $Q_{ij}^{de}$ , e o fluxo de potência reativa do modelo

linearizado,  $Q_{ij}^{\approx} - B_{ij}^{shl}V_i^{sqr\approx} + X_{ij}I_{ij}^{sqr\approx}$ , (fluxos que “saem” do ramo  $i$  e “entram” no ramo  $j$ ); e  $\varepsilon_Q^{para}$  é o desvio entre o fluxo de potência reativa obtido no modelo exato para o FC AC,  $Q_{ij}^{para}$ , e o fluxo de potência reativa  $ij$  do modelo linearizado,  $-(Q_{ij}^{\approx} + B_{ij}^{shl}V_j^{sqr\approx})$ , (fluxos que “saem” do ramo  $j$  e “entram” no ramo  $i$ ). Os desvios percentuais dos fluxos de potência ativa e reativa foram divididos por  $\bar{S}_{ij}$ , que é a capacidade máxima de uma linha no ramo  $ij$ .

#### 2.4.1 Sistema IEEE de 14 barras

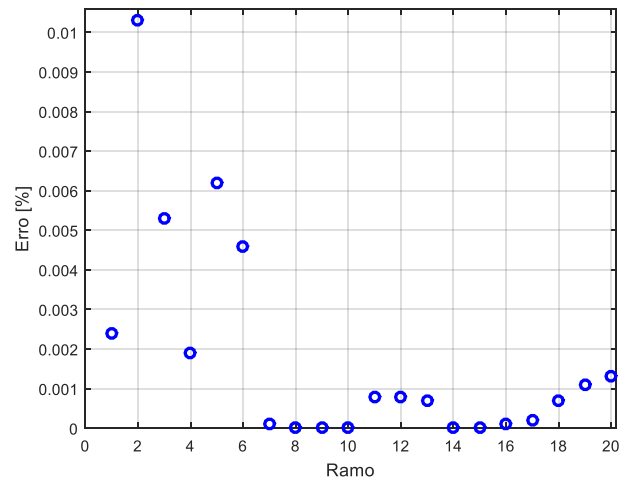
São apresentados a seguir os resultados para o sistema IEEE de 14 barras. Este sistema possui 20 ramos. A Figura 7 mostra os desvios percentuais dos módulos das tensões nas barras do sistema de 14 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado proposto. As Figuras 8 e 9 mostram os desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa do sistema de 14 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 10 e 11 mostram os desvios dos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , nos ramos do sistema de 14 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 12 e 13 mostram os desvios dos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$  nos ramos do sistema de 14 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente.

**Figura 7** – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 14 barras



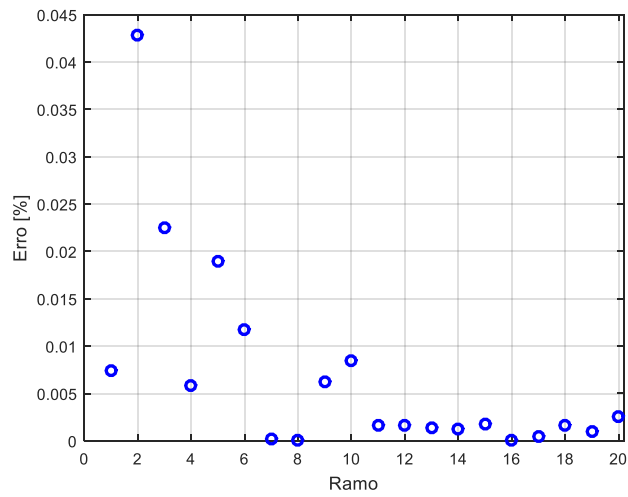
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 8** – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 14 barras



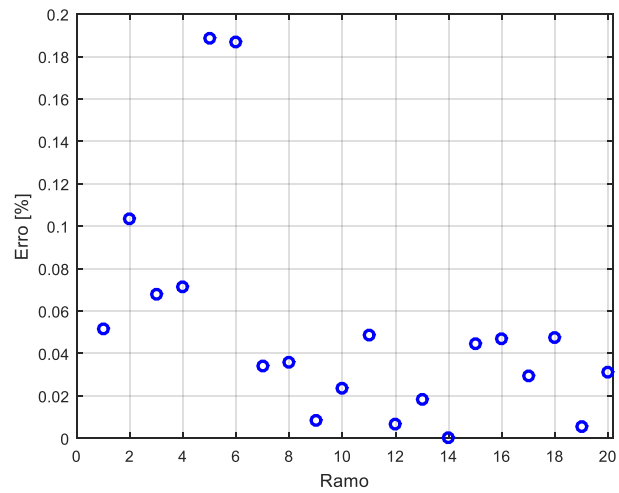
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 9** – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 14 barras



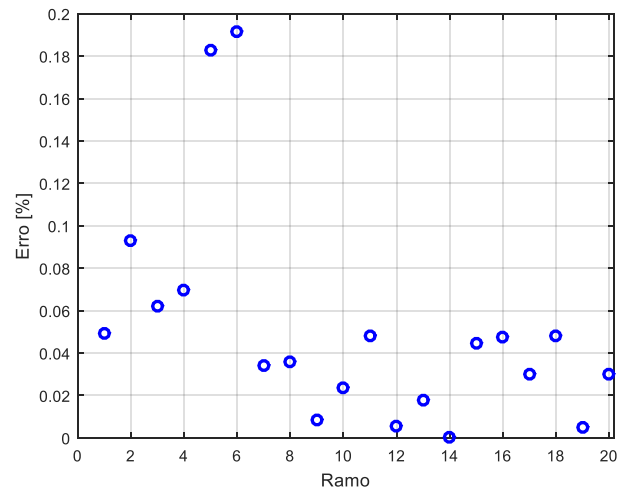
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 10** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{de}$  no sistema de 14 barras



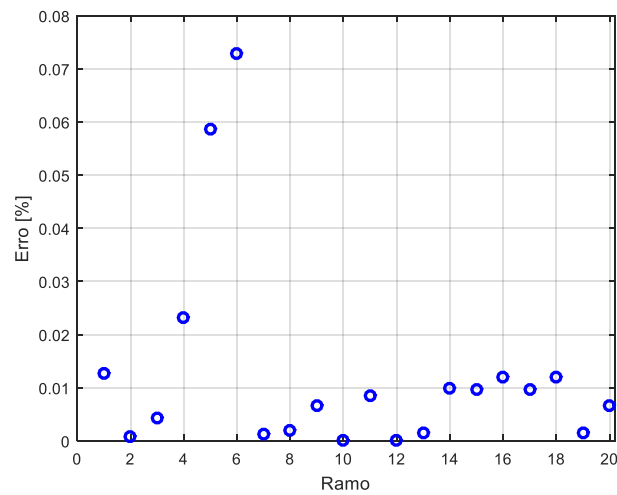
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 11** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{para}$  no sistema de 14 barras



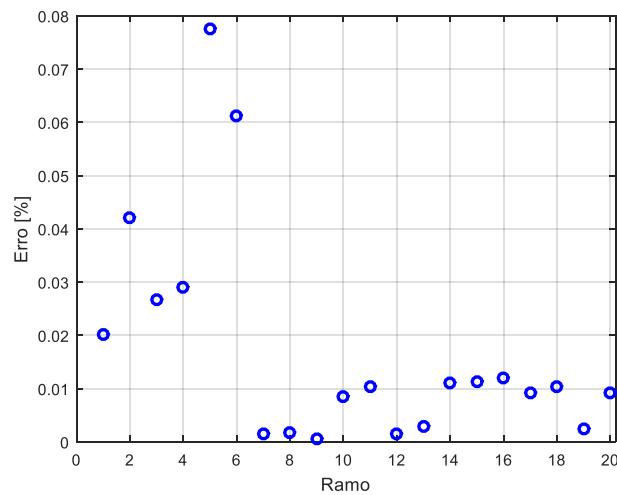
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 12** – Desvio nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  no sistema de 14 barras



Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 13** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{para}$  no sistema de 14 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Os resultados obtidos apresentam uma excelente aproximação com relação aos resultados do modelo exato de FC AC, com desvios muito pequenos. Nas Figuras 7, 8 e 9 pode-se mostrar que o modelo linearizado proposto fornece um resultado com desvios percentuais dos módulos das tensões menores que 0,0009% e desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa menores que 0,045%. Mostra-se também, em relação aos desvios nos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , das Figuras 10 e 11, que os desvios são menores que 0,2%, e a partir das Figuras 12 e 13 observa-se também pequenos valores de desvios nos fluxos de potências reativa,  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$ , menores que 0,08%.

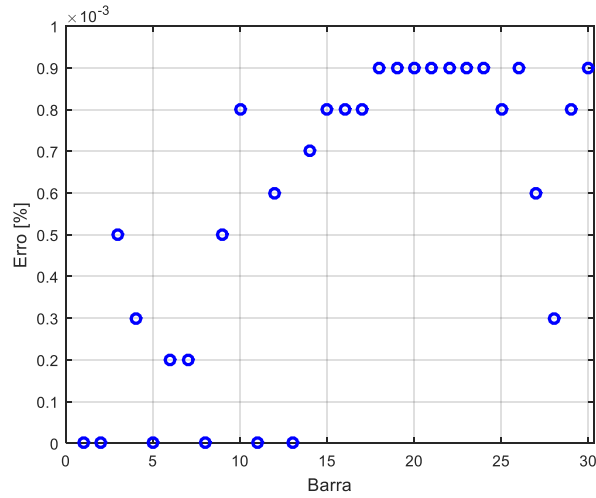
O valor da função objetivo para o caso do modelo exato para o FC AC é 13,4345 MW e para o modelo linearizado proposto é 13,4399 MW.

O tempo computacional para resolver o modelo linearizado proposto, para o sistema de 14 barras, foi de 0,12 s, enquanto que para resolver o modelo exato do FC AC, o tempo total foi de 0,22 s.

#### 2.4.2 Sistema IEEE de 30 barras

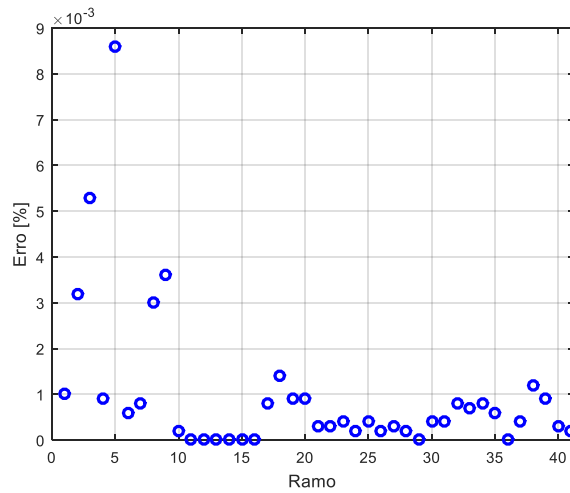
São apresentados a seguir os resultados para o sistema IEEE de 30 barras. A Figura 14 mostra os desvios percentuais dos módulos das tensões nas barras do sistema de 30 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado proposto. As Figuras 15 e 16 mostram os desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa do sistema de 14 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 17 e 18 mostram os desvios dos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , nos ramos do sistema de 30 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 19 e 20 mostram os desvios dos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$  nos ramos do sistema de 30 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente.

**Figura 14** – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 30 barras



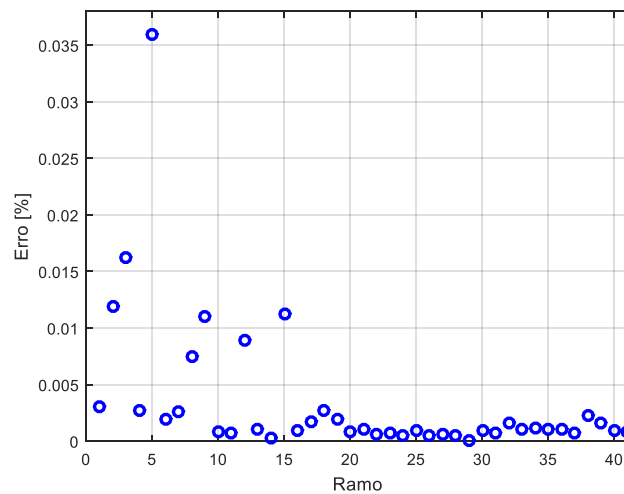
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 15** – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 30 barras



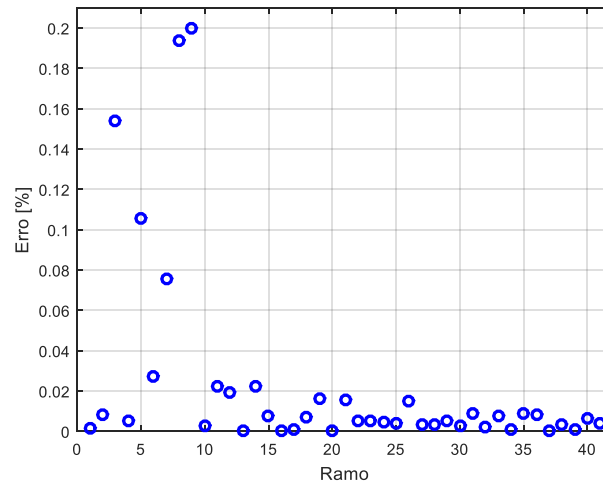
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 16** – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 30 barras



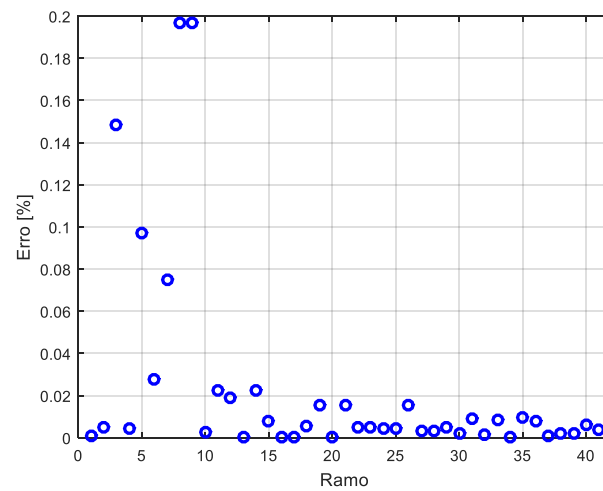
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 17** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{de}$  no sistema de 30 barras



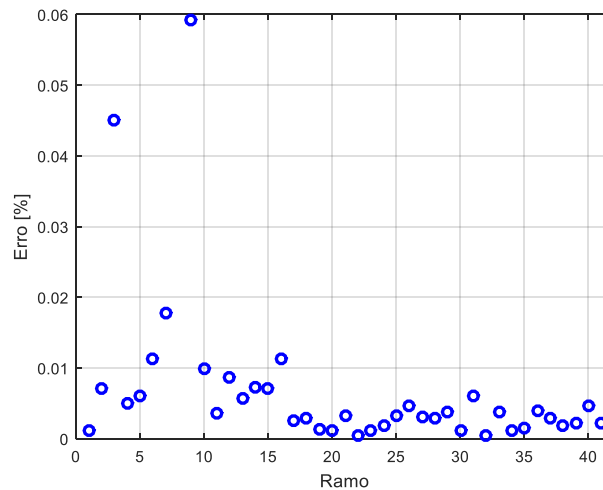
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 18** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{para}$  no sistema de 30 barras



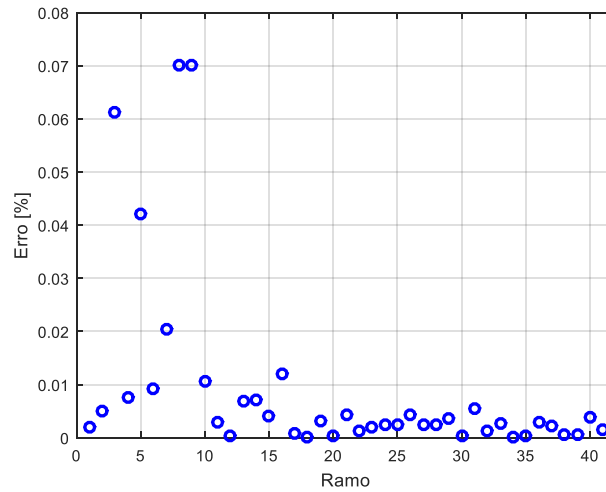
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 19** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  no sistema de 30 barras



Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 20** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{para}$  no sistema de 30 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Os resultados obtidos apresentam uma excelente precisão, com desvios muito pequenos. Nas Figuras 14, 15 e 16 pode-se mostrar que o modelo linearizado proposto fornece um resultado com desvios percentuais dos módulos das tensões menores que 0,001% e desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa menores que 0,04%, respectivamente. Mostra-se também, em relação aos desvios nos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , das Figuras 17 e 18, que os desvios são menores que 0,22%, e a partir das Figuras 19 e 20 observa-se também pequenos valores de desvios nos fluxos de potências reativa,  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$ , menores que 0,08%.

O valor da função objetivo para o caso do modelo exato para o FC AC é 17,5986 MW e para o modelo linearizado proposto é 17,6104 MW.

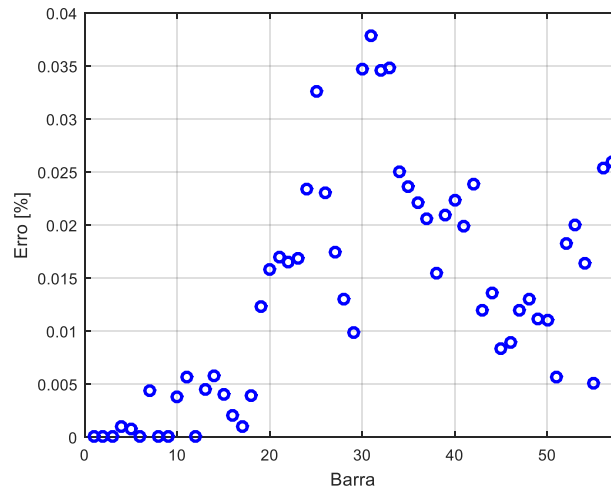
O tempo computacional para resolver o modelo linearizado proposto, para o sistema de 30 barras, foi de 0,33 s, enquanto que para resolver o modelo exato do FC AC, o tempo total foi de 0,48 s.

### 2.4.3 Sistema IEEE de 57 barras

São apresentados a seguir os resultados para o sistema IEEE de 57 barras. A Figura 21 mostra os desvios percentuais dos módulos das tensões nas barras do sistema de 57 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado proposto. As Figuras 22 e 23 mostram os desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa do sistema de 57 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 24 e 25 mostram os desvios dos fluxos de

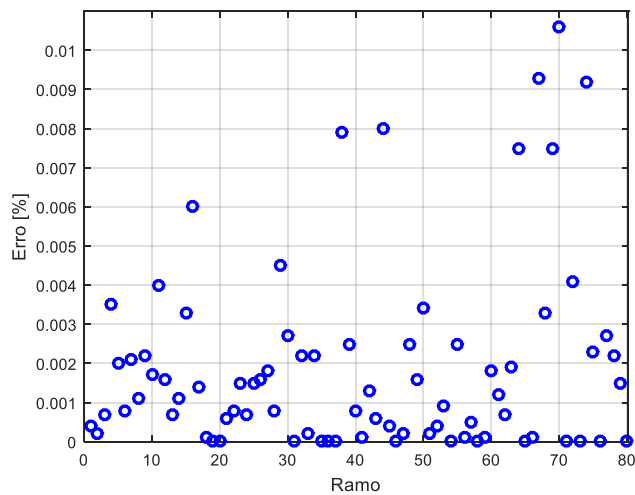
potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , nos ramos do sistema de 57 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 26 e 27 mostram os desvios dos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$  nos ramos do sistema de 57 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente.

**Figura 21** – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 57 barras



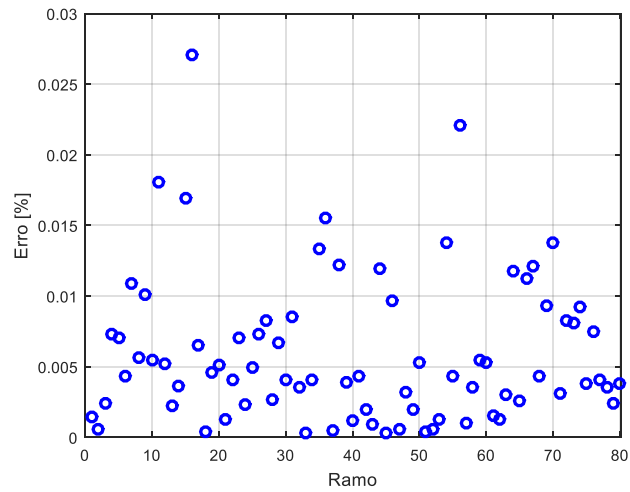
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 22** – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 57 barras



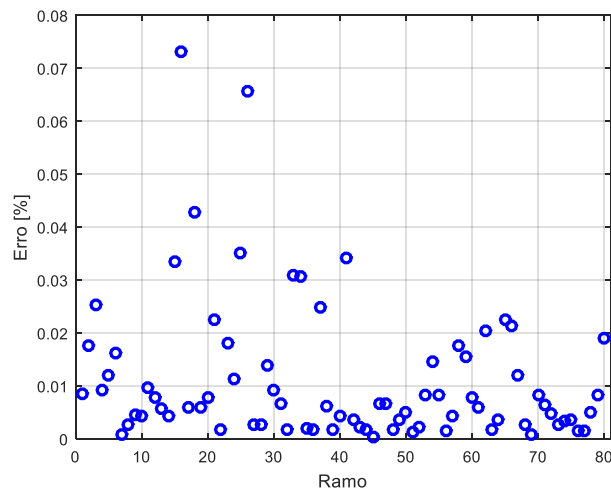
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 23** – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 57 barras



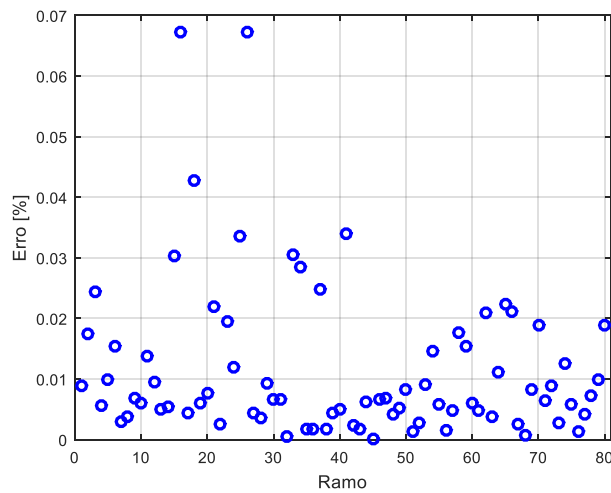
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 24** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{de}$  no sistema de 57 barras



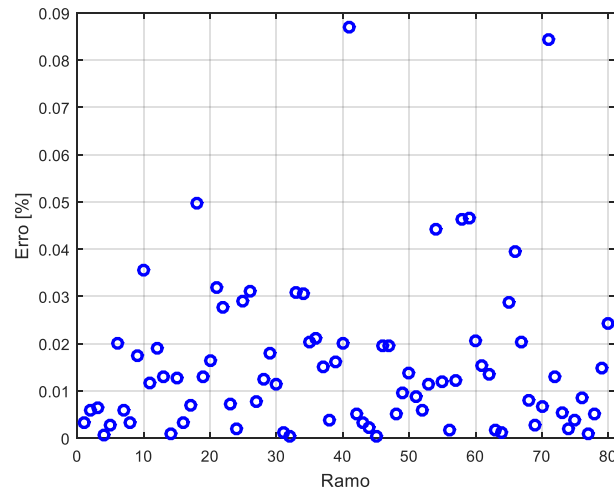
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 25** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{para}$  no sistema de 57 barras



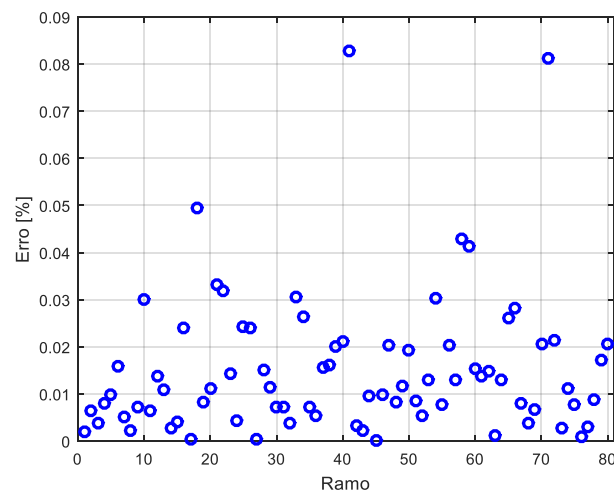
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 26** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  no sistema de 57 barras



Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 27** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{para}$  no sistema de 57 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Os resultados obtidos apresentam uma excelente precisão, com desvios muito pequenos. Nas Figuras 21, 22 e 23 pode-se mostrar que o modelo linearizado proposto fornece um resultado com desvios percentuais dos módulos das tensões menores que 0,04% e desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa menores que 0,03%, respectivamente. Mostra-se também, em relação aos desvios nos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , das Figuras 24 e 25, que os desvios são menores que 0,08%, e a partir das Figuras 26 e 27 observa-se também pequenos valores de desvios nos fluxos de potências reativa,  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$ , menores que 0,09%.

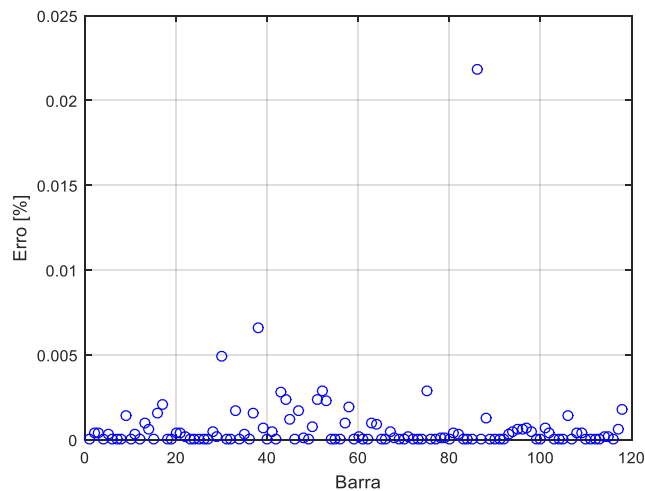
O valor da função objetivo para o caso do modelo exato para o FC AC é 27,9984 MW e para o modelo linearizado proposto é 28,2568 MW.

O tempo computacional para resolver o modelo linearizado proposto, para o sistema de 57 barras, foi de 0,69 s, enquanto que para resolver o modelo exato do FC AC, o tempo total foi de 1,20 s.

#### 2.4.4 Sistema IEEE de 118 barras

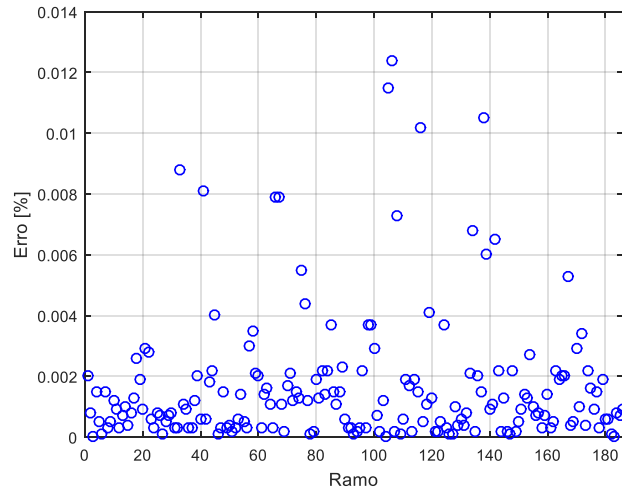
São apresentados a seguir os resultados para o sistema IEEE de 118 barras. A Figura 28 mostra os desvios percentuais dos módulos das tensões nas barras do sistema de 118 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado proposto. As Figuras 29 e 30 mostram os desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa do sistema de 118 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 31 e 32 mostram os desvios dos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , nos ramos do sistema de 118 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 33 e 34 mostram os desvios dos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$  nos ramos do sistema de 118 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente.

**Figura 28** – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 118 barras



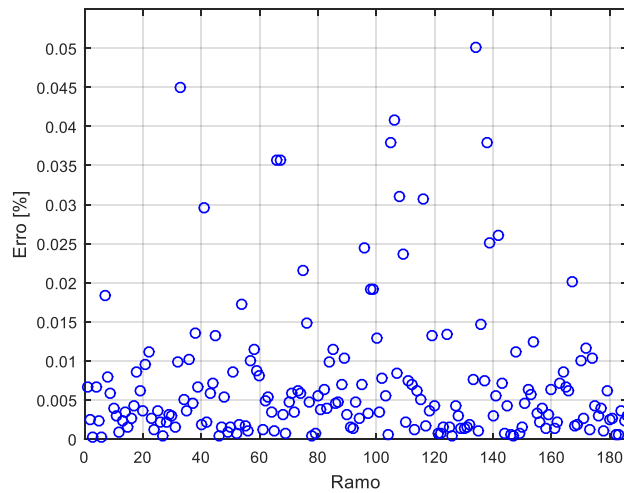
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 29** – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 118 barras



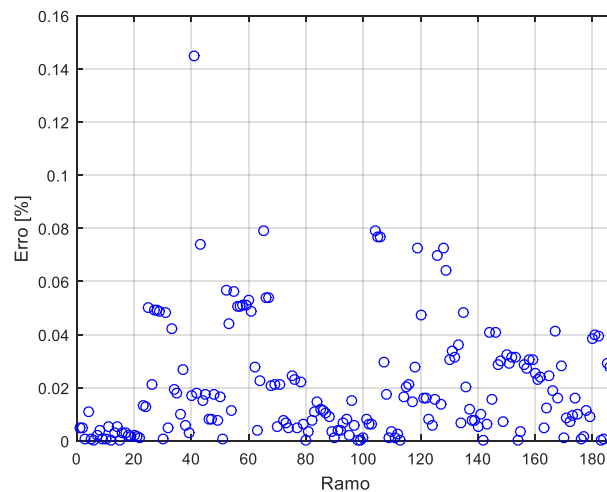
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 30** – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 118 barras



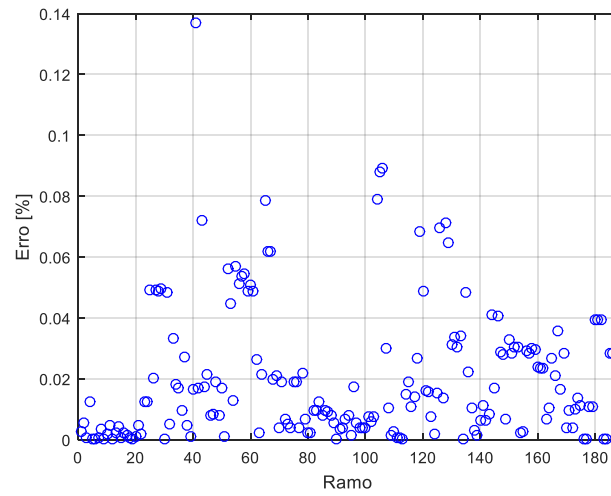
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 31** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{de}$  no sistema de 118 barras



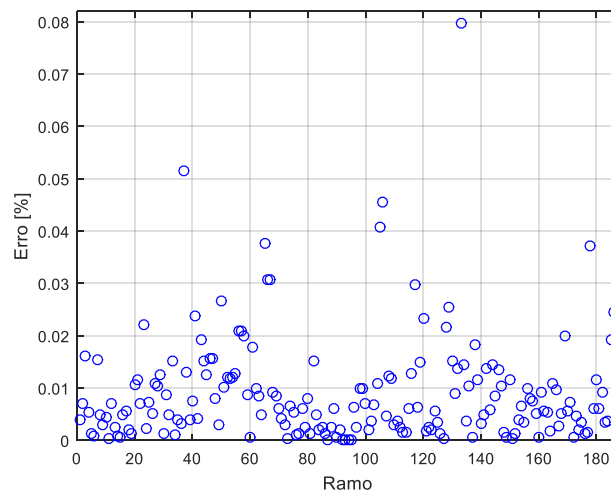
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 32** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{para}$  no sistema de 118 barras



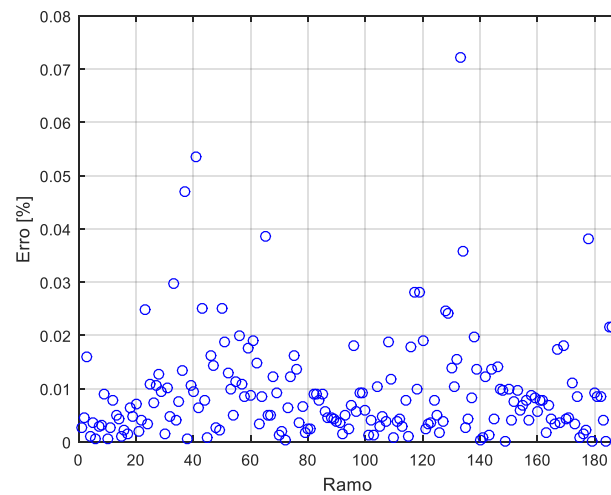
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 33** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  no sistema de 118 barras



Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 34** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{para}$  no sistema de 118 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Os resultados obtidos apresentam uma excelente precisão, com desvios muito pequenos. Nas Figuras 28, 29 e 30 pode-se mostrar que o modelo linearizado proposto fornece um resultado com desvios percentuais dos módulos das tensões menores que 0,025% e desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa menores que 0,05%, respectivamente. Mostra-se também, em relação aos desvios nos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , das Figuras 31 e 32, que os desvios são menores que 0,16%, e a partir das Figuras 33 e 34 observa-se também pequenos valores de desvios nos fluxos de potências reativa,  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$ , menores que 0,08%.

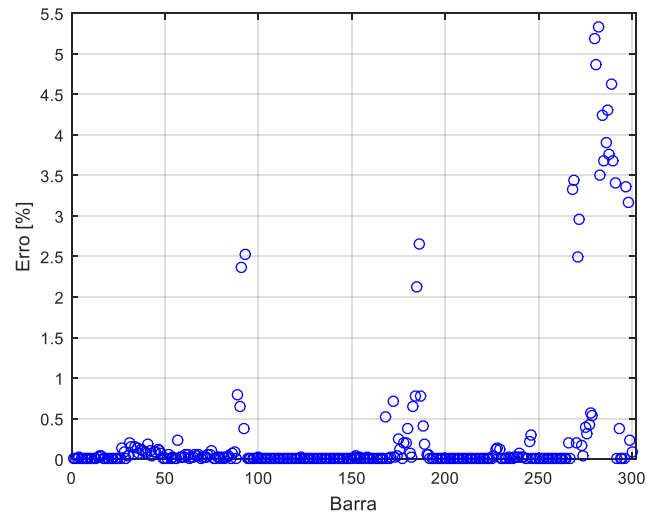
O valor da função objetivo para o caso do modelo exato para o FC AC é 135,7926 MW e para o modelo linearizado proposto é 136,9026 MW.

O tempo computacional para resolver o modelo linearizado proposto, para o sistema de 118 barras, foi de 1,25 s, enquanto que para resolver o modelo exato do FC AC, o tempo total foi de 2,84 s.

#### 2.4.5 Sistema IEEE de 300 barras

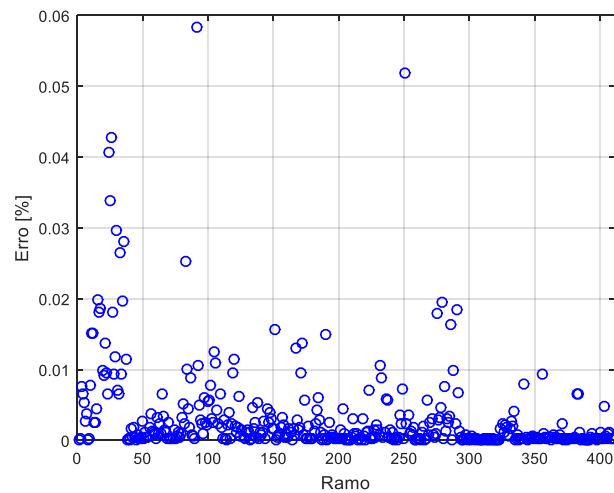
São apresentados a seguir os resultados para o sistema IEEE de 300 barras. A Figura 35 mostra os desvios percentuais dos módulos das tensões nas barras do sistema de 300 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado proposto. As Figuras 36 e 37 mostram os desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa do sistema de 300 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 38 e 39 mostram os desvios dos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , nos ramos do sistema de 300 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente. As Figuras 40 e 41 mostram os desvios dos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$  nos ramos do sistema de 300 barras, entre o resultado do modelo exato para o FC AC e o resultado do modelo linearizado, respectivamente.

**Figura 35** – Desvios percentuais nos módulos das tensões do sistema de 300 barras



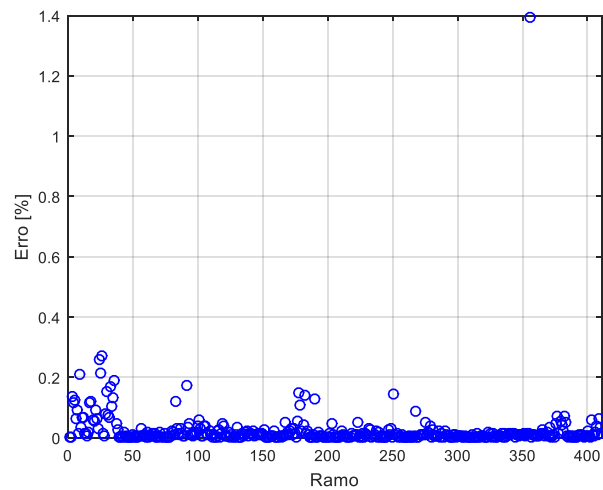
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 36** – Desvios percentuais da perda de potência ativa do sistema de 300 barras



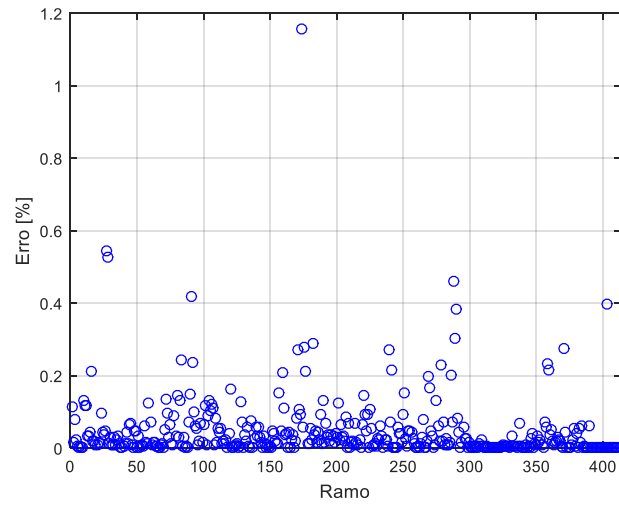
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 37** – Desvios percentuais da perda de potência reativa do sistema de 300 barras



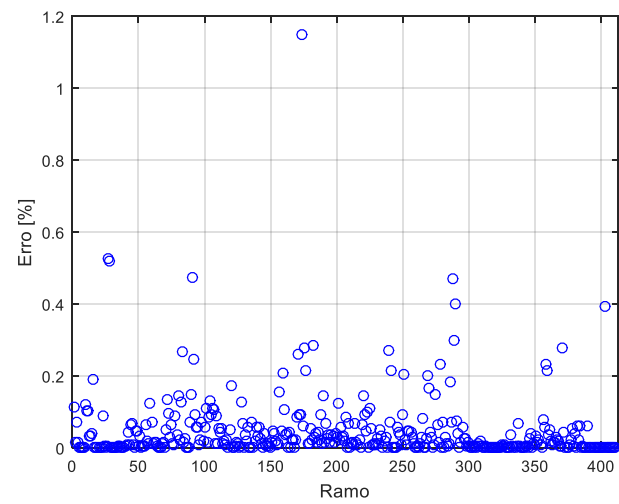
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 38** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{de}$  no sistema de 300 barras



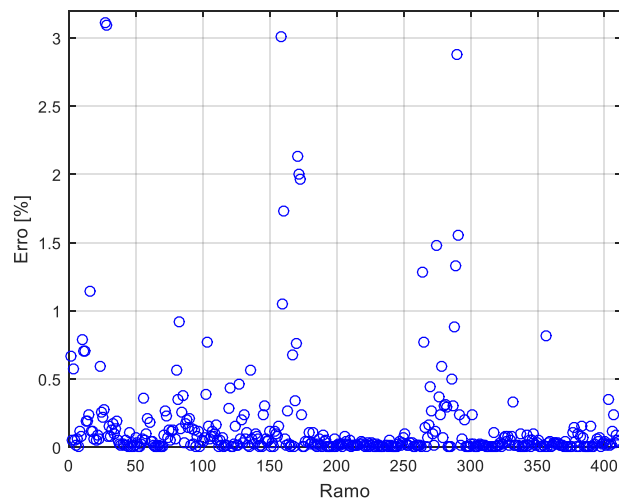
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 39** – Desvios nos fluxos de potência ativa  $P_{ij}^{para}$  no sistema de 300 barras



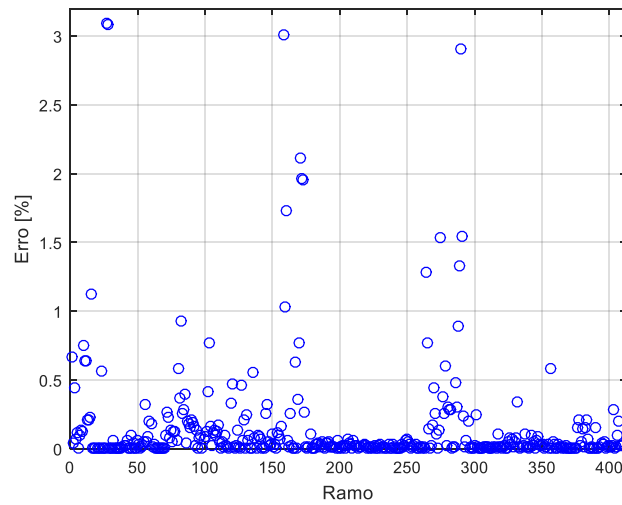
Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 40** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{de}$  no sistema de 300 barras



Fonte: Elaboração do autor.

**Figura 41** – Desvios nos fluxos de potência reativa  $Q_{ij}^{para}$  no sistema de 300 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Os testes obtidos apresentam uns bons resultados, com desvios muito pequenos. Nas Figuras 35, 36 e 37 pode-se mostrar que o modelo linearizado proposto fornece um resultado com desvios percentuais dos módulos das tensões menores que 5,5% e desvios percentuais das perdas de potência ativa e reativa menor que 1,4%, respectivamente. Mostra-se também, em relação aos desvios nos fluxos de potência ativa,  $P_{ij}^{de}$  e  $P_{ij}^{para}$ , das Figuras 38 e 39, que os desvios são menores que 1,2%, e a partir das Figuras 40 e 41 observa-se também pequenos valores de desvios nos fluxos de potências reativa,  $Q_{ij}^{de}$  e  $Q_{ij}^{para}$ , menores que 3,2%. Os resultados podem ser melhorados aumento o numero de linearização por partes  $L$ .

O valor da função objetivo para o caso do modelo exato para o FC AC é 505,9259 MW e para o modelo linearizado proposto é 509,8240 MW.

O tempo computacional para resolver o modelo linearizado proposto, para o sistema de 300 barras, foi de 3,84 s, enquanto que para resolver o modelo exato do FC AC, o tempo total foi de 8,60 s.

Como se pode observar, os resultados obtidos são de boa qualidade, mas no caso do sistema de 300 barras verifica-se que os desvios percentuais dos módulos das tensões têm um valor máximo de 5,5%. Entretanto, este resultado pode ser melhorado aumentando-se o número de linearizações. Sabe-se que o modelo linearizado proposto depende da quantidade de linearizações  $L$  e para uma melhor interpretação da dependência da precisão do modelo em relação ao número de linearizações  $L$ , apresenta-se a Tabela 1.

**Tabela 1** – Desvios do modelo linearizado em função do número de linearizações  $L$ 

$L$	Desvios		Sistema de 14 Barras	Sistema de 30 Barras	Sistema de 57 Barras	Sistema de 118 Barras	Sistema de 300 Barras
L=5	Desvio em $V_i$	Máximo [%]	0,0164	0,0893	2,6962	0,4236	NC
		Médio [%]	0,0076	0,0336	0,9030	0,0446	
	Desvio em $\theta_i$	Máximo [graus]	0,0177	0,0127	0,7496	1,7616	
		Médio [graus]	0,0124	0,0064	0,4639	1,0054	
	Desvio em $P_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,2268	0,2738	2,3439	6,6986	
		Médio [%]	0,0698	0,0884	0,5763	0,5330	
	Desvio em $P_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,2097	0,2372	2,3383	6,7004	
		Médio [%]	0,0583	0,0656	0,5927	0,5298	
	Desvio em $Q_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,2618	0,7423	5,2035	2,7971	
		Médio [%]	0,1261	0,1814	1,0378	0,3815	
	Desvio em $Q_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,2847	0,7636	4,8406	2,4949	
		Médio [%]	0,1096	0,1301	0,9906	0,3880	
L=10	Desvio em $V_i$	Máximo [%]	0,0047	0,0226	0,7229	0,1599	NC
		Médio [%]	0,0022	0,0085	0,2402	0,0126	
	Desvio em $\theta_i$	Máximo [graus]	0,0238	0,0264	0,1792	0,4839	
		Médio [graus]	0,0183	0,0134	0,1116	0,2713	
	Desvio em $P_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,1955	0,2152	0,5870	2,0986	
		Médio [%]	0,0550	0,0353	0,1542	0,1526	
	Desvio em $P_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,1936	0,2120	0,5857	2,0994	
		Médio [%]	0,0519	0,0301	0,1573	0,1518	
	Desvio em $Q_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,1036	0,2056	1,3927	0,8357	
		Médio [%]	0,0322	0,0476	0,2805	0,1085	
	Desvio em $Q_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,1099	0,2141	1,3485	0,7448	
		Médio [%]	0,0317	0,0359	0,2674	0,1111	
L=20	Desvio em $V_i$	Máximo [%]	0,0016	0,0057	0,1525	0,0641	18,2403
		Médio [%]	0,0007	0,0022	0,0550	0,0032	0,9640
	Desvio em $\theta_i$	Máximo [graus]	0,0256	0,0301	0,0293	0,1426	2,7487
		Médio [graus]	0,0199	0,0181	0,0149	0,0486	0,6671
	Desvio em $P_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,1895	0,2025	0,1412	0,4913	1,5428
		Médio [%]	0,0530	0,0251	0,0367	0,0477	0,0929
	Desvio em $P_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,1929	0,1995	0,1409	0,4913	1,7477
		Médio [%]	0,0513	0,0239	0,0377	0,0465	0,0891
	Desvio em $Q_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,0682	0,0694	0,3259	0,2388	7,9444
		Médio [%]	0,0140	0,0160	0,0641	0,0291	0,3563
	Desvio em $Q_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,0833	0,0696	0,3109	0,2088	7,8919
		Médio [%]	0,0173	0,0145	0,0615	0,0296	0,3425
L=40	Desvio em $V_i$	Máximo [%]	0,0009	0,0009	0,0379	0,0218	5,3396
		Médio [%]	0,0003	0,0006	0,0136	0,0007	0,3178
	Desvio em $\theta_i$	Máximo [graus]	0,0261	0,0309	0,0195	0,0795	0,9371
		Médio [graus]	0,0204	0,0193	0,0085	0,0252	0,1625
	Desvio em $P_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,1888	0,2002	0,0731	0,1449	1,1555
		Médio [%]	0,0526	0,0241	0,0112	0,0203	0,0475
	Desvio em $P_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,1916	0,1966	0,0672	0,1368	1,1498
		Médio [%]	0,0513	0,0235	0,0116	0,0201	0,0466
	Desvio em $Q_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,0730	0,0776	0,0871	0,0797	3,1073
		Médio [%]	0,0127	0,0085	0,0158	0,0091	0,1568
	Desvio em $Q_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,0776	0,0701	0,0828	0,0722	3,0917
		Médio [%]	0,0175	0,0093	0,0152	0,0092	0,1511
L=100	Desvio em $V_i$	Máximo [%]	0,0007	0,0005	0,0051	0,0042	2,5956
		Médio [%]	0,0002	0,0002	0,0022	0,0002	0,1065
	Desvio em $\theta_i$	Máximo [graus]	0,0262	0,0312	0,0237	0,0944	0,7929
		Médio [graus]	0,0205	0,0196	0,0156	0,0310	0,0453
	Desvio em $P_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,1899	0,1999	0,0548	0,1557	1,1530
		Médio [%]	0,0525	0,0240	0,0065	0,0154	0,0362
	Desvio em $P_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,1917	0,1961	0,0511	0,1468	1,1475
		Médio [%]	0,0513	0,0235	0,0065	0,0154	0,0363
	Desvio em $Q_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,0781	0,0802	0,0206	0,0318	2,9505
		Médio [%]	0,0132	0,0072	0,0032	0,0046	0,1002
	Desvio em $Q_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,0761	0,0719	0,0214	0,0643	2,9799
		Médio [%]	0,0178	0,0085	0,0032	0,0045	0,0983

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 1 foram testados os cinco sistemas IEEE, de 14, 30, 57, 118 e 300 barras, para vários valores do número de linearizações  $L = \{5, 10, 20, 40, 100\}$ , observa-se que para o número de linearizações  $L = 5$  os sistemas de 14 e 30 barras tem bons resultados, mas para

os demais sistemas os desvios percentuais pioram e no caso do sistema de 300 barras, o problema não converge (NC), este efeito também acontece com o número de linearizações  $L = 10$ . Os resultados vão melhorando conforme aumenta-se o número de linearizações  $L = \{20, 40, 100\}$ , os desvios percentuais diminuem e o tempo computacional aumenta.

## 2.5 CONCLUSÕES

No presente capítulo, foram apresentados dois modelos para o cálculo do FC AC, o modelo exato e o modelo linearizado de fluxos em ramos proposto. Os modelos foram implementados usando a linguagem de modelagem algébrica AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvidos através de *solvers* comerciais. Foi apresentada uma estratégia de solução de dois passos para melhorar a precisão do método proposto.

A partir dos resultados obtidos para os cinco sistemas testes (IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras) conclui-se que o modelo linearizado proposto (77)–(94) mostrou um excelente desempenho, encontrando soluções muito próximas às soluções obtidas pelo modelo exato de FC AC (31)–(37), considerando-se o número de linearizações  $L = 40$ , com desvios percentuais menores que 1%. Somente no sistema de 300 barras que os desvios percentuais chegam a um valor máximo 5% (para os módulos das tensões nas barras), mas se for considerado um número de linearizações maior, como  $L = 100$ , o desvio percentual máximo dos módulos das tensões diminui para menos de 3%, fornecendo um resultado mais preciso, como se mostra na Tabela 1. Verifica-se que aumento do número de linearizações melhora a precisão do modelo proposto e o tempo computacional aumenta.

Todos estes fatores fazem com que a proposta do modelo linearizado seja eficiente para resolver problemas de FC, até mesmo para sistemas de grande porte, com esforços computacionais relativamente baixos, sendo uma proposta interessante para resolver problemas de planejamento da expansão de sistema de transmissão e problemas de fluxo de potência ótimo.

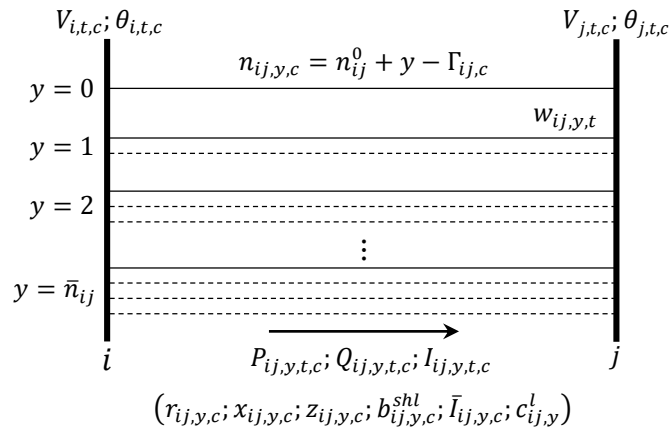
### **3 MODELO AC MULTIESTÁGIO E COM SEGURANÇA N-1 PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO COM PLANEJAMENTO SIMULTÂNEO DE REATIVOS**

#### **3.1 INTRODUÇÃO**

O modelo linearizado de fluxos em ramos apresentado no capítulo anterior, para o cálculo do ponto de operação em regime permanente de sistemas de transmissão de energia elétrica, servirá de base, neste capítulo, para a formulação de um modelo matemático de PLIM para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica (PEST). O problema de PEST tem como objetivo determinar a localização, número e tempo de investimento em novas linhas de transmissão, transformadores e outros dispositivos, para serem adicionados à rede de transmissão, a fim de atender adequadamente a demanda de energia futura com custo mínimo (LATORRE; CRUZ; AREIZA; VILLEGAS, 2003). Vários métodos foram utilizados para resolver o problema de PEST. A abordagem mais utilizada considera um modelo simplificado do sistema numa primeira fase do planejamento. Modelos relaxados, com vários graus de aproximações, tais como o modelo de transporte, modelos híbridos, o modelo DC, o modelo linear disjuntivo, e outros, têm sido utilizados nesta primeira fase. As técnicas de solução para esta primeira fase incluem métodos clássicos de otimização e meta-heurísticas, como o *Simulated Annealing*, *Tabu Search*, *Ant Colony Optimization*, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*, *Particle Swarm Optimization*, e Algoritmos Genéticos (AG). O plano de expansão obtidos na primeira fase é então reforçado numa segunda fase através do planejamento de reativos (PR), e análises de estabilidade transitória e de tensão (LEE; NG; ZHONG; WU, 2006).

#### **3.2 MODELO PARA O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO**

Neste item é apresentado um modelo completo de PLIM para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica AC baseado no modelo de FC AC do capítulo anterior. O modelo apresentado considera a operação AC do sistema elétrico, planejamento multiestágio, restrições de segurança N-1 e planejamento simultâneo de reativos. Inicialmente define-se como será considerado no modelo a instalação de linhas de transmissão.

**Figura 42** – Opções para instalação de linhas em caminhos

Fonte: Elaboração do autor.

Na Figura 42 são mostradas as alternativas de instalação,  $y$ , de linhas de transmissão no caminho  $ij$ . A variável binária  $w_{ij,y,t}$  indica a opção escolhida em cada estágio  $t$ , o valor de  $y$  indica o número de linhas novas para cada caminho  $ij$ . Define-se o parâmetro  $n_{ij,y,c} = n_{ij}^0 + y - \Gamma_{ij,c}$  como o número de linhas no caminho  $ij$ , opção  $y$  e contingência  $c$ , onde  $n_{ij}^0$  é o número de linhas existentes no caminho  $ij$  e  $\Gamma_{ij,c}$  indica em qual caminho  $ij$  ocorre a contingência  $c$ .  $\Gamma$  é uma matriz de dimensão  $|\Omega_l| \times |C|$  em que cada linha indica um caminho e cada coluna indica uma contingência. Se  $n_{ij,y,c} = -1$ , isto ocorre quando  $n_{ij}^0 = 0$ ,  $y = 0$  e  $\Gamma_{ij,c} = 1$  (não existe linha no caminho  $ij$  e há um cenário de contingência para novas linhas), define-se  $n_{ij,y,c}$  igual a zero:  $n_{ij,y,c} = 0$ .

Os parâmetros das linhas de transmissão em cada caminho devem ser redefinidos em termos equivalentes para cada opção  $y$  e cenário de contingência  $c$ . Estes termos serão usados para o planejamento da expansão, parâmetros tais como a resistência de uma linha no ramo  $ij$ ,  $R_{ij}$ , a reatância de uma linha no ramo  $ij$ ,  $X_{ij}$ , a susceptância *shunt* de uma linha no ramo  $ij$ ,  $B_{ij}^{shl}$ , a corrente máxima em condição normal de operação e a corrente máxima em contingências,  $\bar{I}_{ij}$  e  $\bar{I}_{ij}$ , respectivamente, e o custo de uma linha,  $C_{ij}^l$ . Também devem-se redefinir as variáveis que representam os termos dos fluxos de potência ativa e reativa e de corrente em cada caminho  $ij$  para cada opção  $y$ , estágio  $t$  e contingência  $c$ .

Como o custo de escolher uma opção  $y$  não depende do cenário de contingência, pode-se defini-lo como se mostra em (104). A máxima corrente na condição normal de operação, máxima corrente em contingências e a susceptância *shunt* do equivalente para cada opção  $y$ , no caminho  $ij$  e contingência  $c$  são mostrados em (104)–(107).

$$c_{ij,y}^l = y \cdot C_{ij}^l \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (104)$$

$$\bar{I}_{ij,y,c} = n_{ij,y,c} \cdot \bar{I}_{ij} \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall c \in C^0 \quad (105)$$

$$\bar{I}_{ij,y,c} = n_{ij,y,c} \cdot \bar{\bar{I}}_{ij} \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall c \in C^1 \quad (106)$$

$$b_{ij,y,c}^{shl} = n_{ij,y,c} \cdot B_{ij}^{shl} \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall c \in C \quad (107)$$

Para  $n_{ij,y,c} > 0$  podem-se definir as resistências e reatâncias equivalentes para cada caminho  $ij$ , opção  $y$  e contingência  $c$ , como se mostra em (108) e (109).

$$r_{ij,y,c} = R_{ij}/n_{ij,y,c} \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall c \in C | n_{ij,y,c} > 0 \quad (108)$$

$$x_{ij,y,c} = X_{ij}/n_{ij,y,c} \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall c \in C | n_{ij,y,c} > 0 \quad (109)$$

Para  $n_{ij,y,c} = 0$  pode-se definir as resistências e reatâncias equivalentes como em (110) e (114). Neste caso devem-se fixar as variáveis de magnitude de corrente ao quadrado,  $I_{ij,y,t,c}^{sqr}$ , e fluxos de potências ativa e reativa,  $P_{ij,y,t,c}$  e  $Q_{ij,y,t,c}$ , em zero no caminho  $ij$ , opção  $y$ , estágio  $t$ , e contingência  $c$ , como se mostra em (111)–(113).

$$r_{ij,y,c} = 0 \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall c \in C | n_{ij,y,c} = 0 \quad (110)$$

$$x_{ij,y,c} = 0 \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall c \in C | n_{ij,y,c} = 0 \quad (111)$$

$$P_{ij,y,t,c} = 0 \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C | n_{ij,y,c} = 0 \quad (112)$$

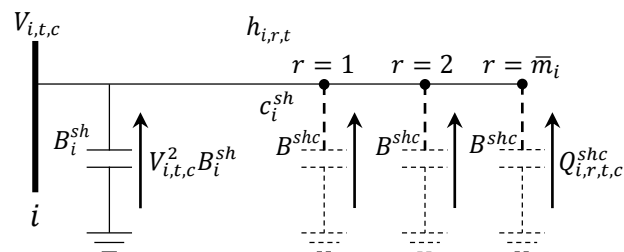
$$Q_{ij,y,t,c} = 0 \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C | n_{ij,y,c} = 0 \quad (113)$$

$$I_{ij,y,t,c}^{sqr} = 0 \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C | n_{ij,y,c} = 0 \quad (114)$$

O cálculo da magnitude da impedância equivalente da linha no caminho  $ij$ , opção  $y$  e contingência  $c$  é mostrado em (115).

$$z_{ij,y,c} = \sqrt{r_{ij,y,c}^2 + x_{ij,y,c}^2} \quad ij \in \Omega_l, y \in Y, \forall c \in C \quad (115)$$

**Figura 43** – Opções para instalação de compensação reativa *shunt*



Fonte: Elaboração do autor.

Na Figura 43 apresentam-se as alternativas de instalação de elementos de compensação reativa *shunt*,  $B_i^{sh}$ , na barra  $i$ . A instalação de cada fonte de potência reativa,  $r$ , com susceptância  $B_i^{shc}$  e injeção de potência reativa  $Q_{i,r,t,c}^{shc}$  na barra  $i$  e estágio  $t$  é representada pela

variável binária  $h_{i,r,t}$ . Note que esta variável de investimento binária não depende da contingência  $c$ .

No modelo é considerado um horizonte de planejamento dividido em estágios e a construção de novas linhas e fontes de reativos, e também contingências em linhas candidatas e em linhas existentes. O modelo proposto é mostrado em (116)–(151):

$$\min \sum_{t \in T} \frac{1}{(1 + \alpha)^{Y_t}} (CP_t + CO_t) \quad (116)$$

Sujeito a:

$$P_{i,t,c}^g + \sum_{j \in \Omega} \sum_{y \in Y} P_{ji,y,t,c} - \sum_{ij \in \Omega} \sum_{y \in Y} (P_{ij,y,t,c} + r_{ij,y,c} I_{ij,y,t,c}^{sqr}) - G_i^{sh} V_{i,t,c}^{sqr} = P_{i,t}^d \quad (117)$$

$$Q_{i,t,c}^g + \sum_{j \in \Omega} \sum_{y \in Y} (Q_{ji,y,t,c} + Q_{i,j,y,t,c}^{shl}) - \sum_{ij \in \Omega} \sum_{y \in Y} (Q_{ij,y,t,c} - Q_{i,ij,y,t,c}^{shl} + x_{ij,y,c} I_{ij,y,t,c}^{sqr}) + B_i^{sh} V_{i,t,c}^{sqr} + \sum_{r \in R} Q_{i,r,t,c}^{shc} = Q_{i,t}^d \quad (118)$$

$$\forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall c \in C$$

$$V_{i,t,c}^{sqr} - V_{j,t,c}^{sqr} - f_{ij,t,c}^V = \sum_{y \in Y} [2(r_{ij,y,c} P_{ij,y,t,c} + x_{ij,y,c} Q_{ij,y,t,c}) + z_{ij,y,c}^2 I_{ij,y,t,c}^{sqr}] \quad (119)$$

$$V_{nom}^2 (\theta_{i,t,c} - \theta_{j,t,c}) - f_{ij,t,c}^\theta = \sum_{y \in Y} (x_{ij,y,c} P_{ij,y,t,c} - r_{ij,y,c} Q_{ij,y,t,c}) \quad (120)$$

$$\forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall c \in C$$

$$|f_{ij,t,c}^V| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2) \sum_{y \in Y | n_{ij,y,c} = 0} w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (121)$$

$$|f_{ij,t,c}^\theta| \leq 2\bar{\theta}\bar{V}^2 \sum_{y \in Y | n_{ij,y,c} = 0} w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (122)$$

$$V_{nom}^2 I_{ij,y,t,c}^{sqr} = \sum_{l=1}^L m_{ij,y,l,c}^S \Delta_{ij,y,l,t,c}^P + \sum_{l=1}^L m_{ij,y,l,c}^Q \Delta_{ij,y,l,t,c}^Q \quad (123)$$

$$\forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C$$

$$P_{ij,y,t,c}^+ - P_{ij,y,t,c}^- = P_{ij,y,t,c} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (124)$$

$$P_{ij,y,t,c}^+ + P_{ij,y,t,c}^- = \sum_{l=1}^L \Delta_{ij,y,l,t,c}^P \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (125)$$

$$Q_{ij,y,t,c}^+ - Q_{ij,y,t,c}^- = Q_{ij,y,t,c} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (126)$$

$$Q_{ij,y,t,c}^+ + Q_{ij,y,t,c}^- = \sum_{l=1}^L \Delta_{ij,y,l,t,c}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (127)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,y,l,t,c}^P \leq \bar{\Delta}_{ij,y,c}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, l = 1 \dots L, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (128)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,y,l,t,c}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij,y,c}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, l = 1 \dots L, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (129)$$

$$P_{ij,y,t,c}^+, P_{ij,y,t,c}^-, Q_{ij,y,t,c}^+, Q_{ij,y,t,c}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (130)$$

$$0 \leq I_{ij,y,t,c}^{sqr} \leq w_{ij,y,t} \bar{I}_{ij,y,c}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (131)$$

$$-\bar{V}^2(1 - w_{ij,y,t})b_{ij,y,c}^{shl} \leq Q_{u,ij,y,t,c}^{shl} - V_{i,t,c}^{sqr}b_{ij,y,c}^{shl} \leq -\underline{V}^2(1 - w_{ij,t,y})b_{ij,y,c}^{shl} \quad (132)$$

$$\forall u \in \Omega_b, \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C | u = i \text{ ou } u = j$$

$$w_{ij,t,y} \underline{V}^2 b_{ij,y,c}^{shl} \leq Q_{u,ij,y,t,c}^{shl} \leq w_{ij,y,t} \bar{V}^2 b_{ij,y,c}^{shl} \quad (133)$$

$$\forall u \in \Omega_b, \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C | u = i \text{ ou } u = j$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} = 1 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (134)$$

$$\sum_{y \in Y} y \cdot w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (135)$$

$$\sum_{y \in Y} y \cdot w_{ij,y,t-1} \leq \sum_{y \in Y} y \cdot w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T | t > 1 \quad (136)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,t,c}^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (137)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t,c} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (138)$$

$$\underline{P}_{i,t}^g \leq P_{i,t,c}^g \leq \bar{P}_{i,t}^g \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (139)$$

$$\underline{Q}_{i,t}^g \leq Q_{i,t,c}^g \leq \bar{Q}_{i,t}^g \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (140)$$

$$-\bar{V}^2(1 - h_{i,r,t})B^{shc} \leq Q_{i,r,t,c}^{shc} - V_{i,t,c}^{sqr}B^{shc} \leq -\underline{V}^2(1 - h_{i,r,t})B^{shc} \quad (141)$$

$$\forall i \in \Omega_b, \forall r \in R, \forall t \in T, \forall c \in C$$

$$h_{i,r,t} \underline{V}^2 B^{shc} \leq Q_{i,r,t,c}^{shc} \leq h_{i,r,t} \bar{V}^2 B^{shc} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall r \in R, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (142)$$

$$\sum_{r \in R} h_{i,r,t} \leq \bar{m}_i \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (143)$$

$$h_{i,r,t} \leq h_{i,r-1,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall r \in R, \forall t \in T | r > 1 \quad (144)$$

$$h_{i,r,t-1} \leq h_{i,r,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall r \in R, \forall t \in T | t > 1 \quad (145)$$

$$\theta_{i,t,c} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b | i = slack, \forall t \in T, \forall c \in C \quad (146)$$

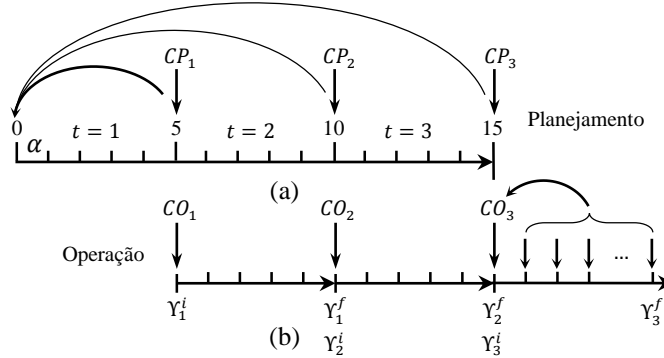
$$w_{ij,y,t} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T \quad (147)$$

$$h_{ij,r,t} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall r \in R, \forall t \in T \quad (148)$$

No modelo (116)–(148), a função objetivo (116) minimiza o custo do valor atual do

planejamento  $CP_t$  e operação  $CO_t$  em cada estágio  $t$ . Supõe-se uma taxa de desconto anual de  $\alpha$ .

**Figura 44** – Linhas de tempo de (a) planejamento e (b) operação



Fonte: Elaboração do autor.

Na Figura 44 mostram-se as linhas de tempo de planejamento e operação do sistema. No custo do planejamento  $CP_t$  se considera a instalação de novas linhas de transmissão e de fontes de reativos, em todos os estágios. Para o primeiro estágio utiliza-se a equação (149) e para estágios posteriores,  $t > 1$ , a equação (150). A Figura 44(a) ilustra uma linha do tempo de planejamento que se divide em três estágios, cada um de cinco anos.

$$CP_{t|t=1} = \sum_{ij \in \Omega} \sum_{y \in Y} c_{ij,y}^l w_{ij,y,1} + \sum_{i \in N} \sum_{r \in R} c_i^{sh} h_{i,r,1} \quad (149)$$

$$CP_{t|t>1} = \sum_{ij \in \Omega} \sum_{y \in Y} c_{ij,y}^l (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) + \sum_{i \in N} \sum_{r \in R} c_i^{sh} (h_{i,r,t} - h_{i,r,t-1}) \quad (150)$$

O cálculo do custo do planejamento,  $CP_t$ , para cada estágio  $t$ , é mostrado em (149) e (150), onde  $c_{ij,y}^l$  é o custo da instalação da opção  $y$  de linhas de transmissão no caminho  $ij$ ,  $w_{ij,y,t}$  é a variável binária que representa a construção de linhas no caminho  $ij$ , opção  $y$  e estágio  $t$ ,  $h_{i,r,t}$  é a variável binária que representa a construção da fonte de potência reativa,  $r$ , na barra  $i$  e estágio  $t$ .

O custo de operação  $CO_t$  é anualizado e considera a topologia de cada estágio de planejamento anterior para a operação no intervalo  $Y_t^i$  a  $Y_t^f$ , como mostra a Figura 44(b). Em (151) calcula-se o custo da operação para cada estágio, onde  $S^b$  é a potência base do sistema,  $\psi_t$  é o fator de carga no estágio  $t$ ,  $\Delta_c$  é o tempo anual de operação do sistema em cada cenário de operação normal e contingência  $c$ ,  $c_i^g$  é o custo de geração de gerador na barra  $i$  e  $P_{i,t,c}^g$  é a potência ativa gerada pelo gerador na barra  $i$ , estágio  $t$  e contingência  $c$ .

$$CO_t = \left( \frac{\psi_t \cdot S^b}{10^6} \right) \left( \frac{(1 + \alpha)^{Y_t^f - Y_t^i} - 1}{\alpha(1 + \alpha)^{Y_t^f - Y_t^i}} \right) \sum_{c \in C} \Delta_c \sum_{i \in N} c_i^g P_{i,t,c}^g \quad (151)$$

As equações (117) e (118) representam os balanços de potências ativa e reativa em todas as barras  $i$ , estágios  $t$  e contingências  $c$ , respectivamente. A restrição (119) é o cálculo da magnitude da queda de tensão, e (120) é cálculo da diferença de ângulo de fase da tensão, em todos os caminhos  $ij$ , estágios  $t$  e contingências  $c$ .

As variáveis de folga  $f_{ij,t,c}^V$  e  $f_{ij,t,c}^\theta$  mostradas em (121) e (122) são iguais a zero quando existem linhas instaladas no caminho  $ij$ , estágio  $t$  e contingência  $c$ ; caso contrário são iguais ao valor máximo da variação da amplitude da tensão e do ângulo de fase da tensão no sistema, respectivamente. Estas variáveis são utilizadas para permitir que as magnitudes de tensão e os ângulos de fase da tensão possam variar livremente, como se mostra em (119) e (120), quando não existem linhas de no caminho  $ij$ , estágio  $t$  e contingência  $c$ , e também para permitir o cálculo (das quedas de tensão e das aberturas angulares) quando há linhas existentes.

As restrições (123)–(130) representam a linearização da restrição não linear que estabelece a relação entre os quadrados dos fluxos de potência ativa e reativa da opção  $y$  no caminho  $ij$  e o quadrado da magnitude da tensão no extremo no caminho e o quadrado da magnitude do fluxo de corrente, para todos os equivalentes da opção  $y$ , no caminho  $ij$ , estágio  $t$  e contingência  $c$ . Esta linearização já foi apresentada no Capítulo 2, neste caso, o limite superior de cada bloco da linearização é  $\bar{\Delta}_{ij,y,c}^S = \bar{V}_{ij,y,c} / L$  e a inclinação em cada bloco da linearização é  $m_{ij,y,l,c}^S = (2l - 1) \bar{\Delta}_{ij,y,c}^S$ .

A restrição (131) limita a magnitude do fluxo de corrente das linhas equivalentes da opção  $y$  no caminho  $ij$  e o estado de funcionamento, para todos os estágios, estado normal de operação e cenários de contingência. A injeção de potência reativa pelo elemento *shunt* para todas as linhas equivalentes da opção  $y$ , no caminho  $ij$ , estágio  $t$ , estado de operação  $c$  e na barra  $u$  (o cálculo será utilizado somente para  $u = i$  ou  $u = j$ ) é calculada por (132) e (133).

Para definir a ordem, a quantidade máxima e o sequenciamento temporal das novas linhas que podem ser instaladas nos caminhos, utiliza-se uma variável binária  $w_{ij,y,t}$  para definir estes requisitos, em conjunto com as restrições (134), (135) e (136). A equação (134) determina que só uma das opções  $y$  seja escolhida no caminho  $ij$  para cada estágio  $t$ . A restrição (135) limita o número de linhas que podem ser adicionadas ao caminho  $ij$ , e a restrição (136)

impõe que o número de linhas no caminho  $ij$  e estágio  $t$  tem que ser maior ou igual que o número de linhas no mesmo caminho  $ij$  no estágio  $t - 1$ , ou seja, as linhas não podem ser removidas de um estágio para o seguinte.

Os limites para a magnitude da tensão e o limite do ângulo de fase de tensão são estabelecidos por (137) e (138), respectivamente, enquanto que as restrições (139) e (140) são os limites da capacidade de geração de potência ativa e reativa dos geradores, respectivamente, em cada barra  $i$ , estágio  $t$  e contingência  $c$ .

Da mesma forma que as equações (132) e (133), as equações (141) e (142) fornecem o valor da injeção de potência reativa pela fonte de potência reativa  $r$  ligada à barra  $i$ , no estágio  $t$  e na contingência  $c$ . Utiliza-se a variável binária  $h_{i,r,t}$  para definir os requisitos das fontes de potência reativa, como mostrado nas restrições (143), (144) e (145), onde a restrição (143) limita o número de fontes de potência reativa que podem ser ligadas à barra  $i$  em  $\bar{m}_i$ , a restrição de cerca (144) impõe que as fontes de potência reativa devem ser instaladas em ordem específica em uma barra, ou seja, a fonte  $r > 1$  só pode ser instalada se a fonte  $r - 1$  já foi instalada e a restrição (145) impõe que se uma fonte de potência reativa foi instalada em um estágio  $t - 1$ , não deve ser removida no estágio  $t$ .

A equação (146) fornece a referência angular para o sistema, para cada estágio  $t$  e contingência  $c$ . As restrições (147) e (148) representam a natureza binária das variáveis de investimento.

A função objetivo (116) com todas as restrições (117)–(150) formam um modelo linear, e a inclusão das variáveis binárias (147) e (148) resulta em um modelo PLIM.

### 3.2.1 Melhorando a precisão do modelo linearizado proposto

Para melhorar a precisão do modelo de PEST proposto, propõe-se uma estratégia de dois passos. No primeiro passo resolve-se o modelo (116)–(150) relaxando a integralidade das variáveis binárias  $w_{ij,y,t}$  e  $h_{ij,r,t}$ . Desta forma, o modelo torna-se um problema PL. Em seguida, utilizando os valores obtidos da tensão  $V_{i,t,c}^{sqr}$ , define-se um novo parâmetro que será utilizado no segundo passo,  $v_{i,t,c}^{sqr} = V_{i,t,c}^{sqr}$ . O segundo passo consiste-se em resolver o modelo de PLIM (151)–(153), ou seja, (120) é substituído por (152) e (123) é substituído por (153). Estas novas restrições contêm melhores aproximações das magnitudes de tensão em todas as barras.

$$\min \sum_{t \in T} \frac{1}{(1 + \alpha)^{Y_t}} (CP_t + CO_t) \quad (151)$$

Sujeito a: (116)–(118), (120), (121), (123)–(149)

$$\sqrt{v_{i,t,c}^{sqr} v_{j,t,c}^{sqr}} (\theta_{i,t,c} - \theta_{j,t,c}) - f_{ij,t,c}^\theta = \sum_{y \in Y} (x_{ij,y,c} P_{ij,y,t,c} - r_{ij,y,c} Q_{ij,y,t,c}) \quad (152)$$

$$\forall ij \in \Omega, \forall t \in T, \forall c \in C$$

$$v_{j,t,c}^{sqr} I_{ij,y,t,c}^{sqr} = \sum_{l=1}^L m_{ij,y,l,c}^S \Delta_{ij,y,l,t,c}^P + \sum_{l=1}^L m_{ij,y,l,c}^Q \Delta_{ij,y,l,t,c}^Q \quad (153)$$

$$\forall ij \in \Omega, \forall y \in Y, \forall t \in T, \forall c \in C$$

As outras restrições permanecem inalteradas. Esta estratégia melhora a precisão do modelo proposto. A solução obtida é avaliada com um método de FC exato AC, como será mostrado na seção seguinte.

### 3.3 TESTES E RESULTADOS PARA O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Para testar o modelo de PEST com PR simultâneo foram utilizados os sistemas Garver de 6 barras (GARVER, 1970) e o sistema modificado IEEE de 118 barras (ILLINOIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2015). Os dados completos destes sistemas estão disponíveis em LAPSEE (2015). A estratégia proposta de dois passos, dada por (116)–(150) com as variáveis de investimento relaxadas e (151)–(153), foi implementada na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). Os modelos foram resolvidos usando o *solver* comercial para problemas de otimização CPLEX (ILOG, 2008), em um computador com um processador de 3.40 GHz Intel Core i7-4770 e 16 GB de RAM.

Para ambos os testes, os números de blocos das linearizações por partes foram  $L = 10$ , a taxa de desconto anual foi  $\alpha = 10\%$ , e o fator de carga  $\psi_t = 0,6$  para todos os estágios. Além disto, assumiu-se  $\bar{\theta} = 90^\circ$  e o tempo de duração anual de 8760 h. As fontes de potência reativa consistem-se de módulos de  $B^{shc} = 0,2$  pu, com um custo,  $c_i^{sh}$ , de MUS\$ 0,05 dólares cada VA.

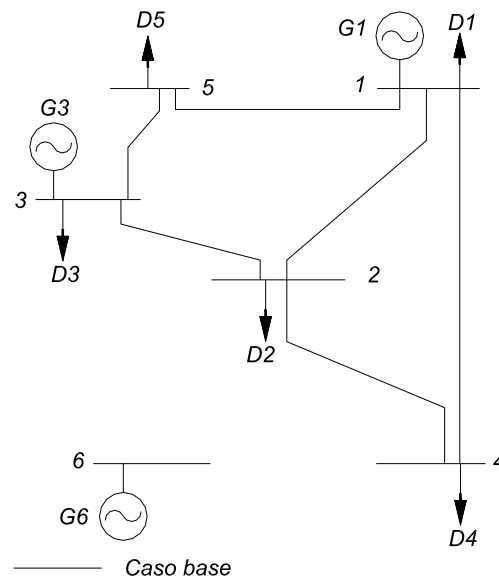
#### 3.3.1 Sistema Garver de 6 barras

Os dados originais para este sistema são apresentados em (GARVER, 1970). Mostra-se na Figura 45 o dígrama unifilar do sistema para o caso base, que é representado pela cor preta, o sistema originalmente é formado por 6 barras, 6 ramos, 3 geradores e 5 cargas. Neste

trabalho considera-se um horizonte de planejamento de 15 anos dividido em 3 estágios, compreendidos de 0-5, 5-10 e 10-15. O horizonte de operação de 20 anos dividido em 3 estágios, para o primeiro estágio inicia-se no ano 5 e dura até o ano 10 ( $Y_1^i = 5$  e  $Y_1^f = 10$ ), para o segundo estágio a partir do ano 10 até o ano 15 ( $Y_1^i = 10$  e  $Y_1^f = 15$ ), e desde ano 15 até ano 25 ( $Y_1^i = 15$  e  $Y_1^f = 25$ ) para terceiro estágio. O sistema possui 15 caminhos de transmissão. Assume-se que cada caminho pode admitir um máximo de três linhas, e um máximo de três fontes de potência reativa podem ser instaladas em cada barra de carga ( $\bar{m}_i = 3$ ). Os limites de magnitude de tensão foram  $\underline{V} = 0,95$  pu e  $\bar{V} = 1,05$  pu.

Consideram-se nove cenários de operação, um para a operação normal e os oito restantes considerando a interrupção de uma linha de transmissão em um dos seguintes caminhos: 1-2, 1-4, 1-5, 2-3, 2-4, 2-6, 3-5 e 4-6, uma saída por cenário de contingência.

**Figura 45** – Diagrama unifilar do sistema Garver no caso base



Fonte: Elaboração do autor.

A Tabela 2 mostra os resultados de planejamento de linhas de transmissão para os três estágios considerados, juntamente com os custos das novas linhas. No estágio 1 são adicionadas três linhas novas, nos caminhos 2-3, 3-5 e 4-6 com um custo de MUS\$ 43,46, para o estágio 2, uma linha nova no caminho 4-6 com um custo de MUS\$ 11,56 e no último estágio têm-se três linhas novas, nos caminhos 2-6, 3-5, e 4-6, com um custo de MUS\$ 19,15.

**Tabela 2** – Resultados do planejamento de linhas de transmissão do sistema de 6 barras

Estágio	Caminho		Linhas Novas	Custo das novas linhas [MUS\$]
	<i>i</i>	<i>j</i>		
1	2	3	1	43,46
	3	5	1	
	4	6	1	
2	4	6	1	11,56
3	2	6	1	19,15
	3	5	1	
	4	6	1	

Fonte: Elaboração do autor.

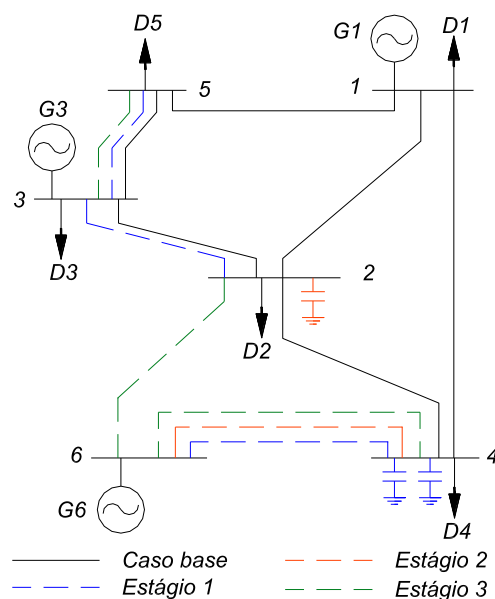
Na Tabela 3 são apresentados os resultados do planejamento de reativos e os custos de fontes de potência reativa para os três estágios considerados. No estágio 1 são adicionadas duas fontes de potência reativa novas na barra 4 com um custo de MUS\$ 0,07, para o estágio 2 tem-se um custo de MUS\$ 0,02 de uma fonte de potência reativa na barra 2, e não se adicionam fontes de potência reativa para o último estágio.

**Tabela 3** – Resultados do planejamento de fontes de potência reativa do sistema de 6 barras

Estágio	Barra	Fontes de Potência Reativa Novas	Custo Fontes de Potência Reativa Nova [MUS\$]
	<i>i</i>		
1	4	2	0,07
2	2	1	0,02
3	-	0	0

Fonte: Elaboração do autor.

Na Figura 46 mostra-se o diagrama unifilar do resultado do planejamento para o sistema Garver para cada estágio, o caso base é representado pela cor preta, o estágio 1 é representado pela cor azul, o estágio 2 é representado pela cor laranja e o estágio 3 é representado pela cor verde.

**Figura 46** – Solução do sistema Garver para cada estágio

Fonte: Elaboração do autor.

Os resultados da geração de energia nos estágios, os custos de operação de todos os geradores e os custos de planejamento, para os três estágios estão apresentados na Tabela 4. O estágio 1 apresenta um total de energia gerada de 12442,87 GWh, o estágio 2 com 16478,51 GWh e o estágio 3 com 41263,50 GWh de energia gerada, e um total de energia gerada em todo o período de 70184,88 GWh. Também se mostra o custo de operação total de MUS\$ 311,29 e o custo de planejamento total MUS\$ 74,26. O custo total é de MUS\$ 385,55.

**Tabela 4** – Resultados do planejamento e operação do sistema de 6 barras

Estágio	Energia Total Gerada [GWh]	Custo de Operação [MUS\$]	Custo de Planejamento [MUS\$]
1	12442,87	87,47	43,53
2	16478,51	90,24	11,58
3	41263,50	133,58	19,15
Total	70184,88	311,29	74,26

Fonte: Elaboração do autor.

O tempo de processamento necessário para resolver o problema foi de 6,6 minutos. Foi resolvido em seguida um fluxo de carga AC para cada estágio  $t$  e contingência  $c$ , usando a solução do modelo proposto, para verificar a precisão dos resultados. Para os cálculos do fluxo de carga AC as soluções do planejamento para cada etapa foram fixadas, juntamente com as gerações de potência ativa e a magnitude tensão em todas as barras de geração, com exceção da barra 1, em que só a magnitude da tensão foi fixada.

A Tabela 5 mostra os resultados dos desvios máximos e médios para as magnitudes de tensão e ângulos de fase de tensão nas barras e dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas, considerando todos os estágios e cenários de contingência. Os resultados mostram que a metodologia de planejamento proposto fornece uma boa solução para o PEST AC com simultâneo PR, com desvios pequenos.

**Tabela 5** – Resultados do fluxo de carga AC do sistema de 6 barras

Variável	$V_{i,t,c}$	$\theta_{i,t,c}$	$P_{ij,y,t,c}$	$Q_{ij,y,t,c}$
Desvio Máximo	0,524%	2,369°	1,142%	2,205%
Desvio Médio	0,033%	0,287°	0,258%	0,212%

Fonte: Elaboração do autor.

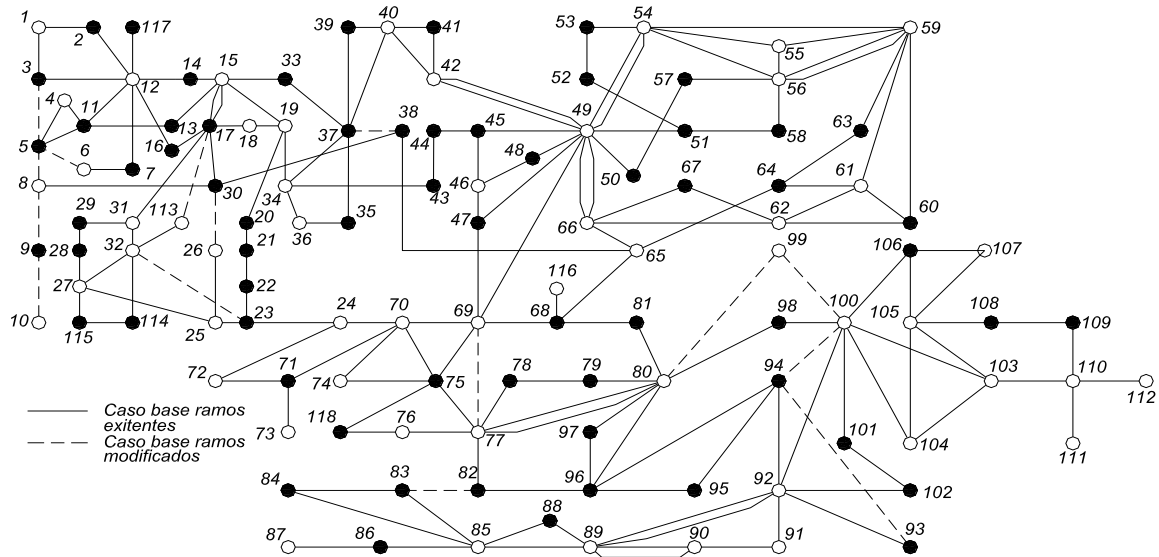
Foi analisado um segundo caso sem o PR no PEST, ou seja, considerando apenas a expansão das linhas de transmissão. A solução obtida teve um custo total de MUS\$ 401,35 (custo total de planejamento: MUS\$ 90,42, e custo total da operação: MUS\$ 310,93). Para este sistema, o custo de planejamento quando se considera o PEST com simultâneo PR foi reduzido (custo total MUS\$ 385,55 com PR) devido ao adiamento da instalação de uma linha no caminho 4-6 do estágio  $t = 1$  para o estágio  $t = 3$  e a não instalação de uma linha no caminho 2-3 no estágio 3. Isto mostra a importância de se considerar o PR simultaneamente com o PEST.

### 3.3.2 Sistema de 118 barras modificado

O segundo caso analisado foi à versão modificada do sistema de IEEE 118 barras (ILLINOIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2015). Mostra-se na Figura 47 o digrama unifilar do sistema de IEEE de 118 barras para o caso base, onde os pontos pretos são as barras de carga e os pontos brancos são as barras de geração. O sistema originalmente está formado por 118 barras, 186 ramos e 54 barras de geração. A fim de criar congestionamentos, foram reduzidas as capacidades das linhas e o custo da adição de uma linha no caminho  $ij$  também foi estimado como se mostra em (ZHANG; HEYDT; VITTAL; QUINTERO, 2013), e algumas das linhas foram removidos a partir dos caminhos. Considera-se um horizonte de planejamento de 15 anos dividido em 3 estágios, compreendidos de 0-5, 5-10 e 10-15. O horizonte de operação de 20 anos dividido em 3 estágios, para o primeiro estágio inicia-se no ano 5 e dura até o ano 10 ( $Y_1^i = 5$  e  $Y_1^f = 10$ ), para o segundo estágio a partir do ano 10 até o ano 15 ( $Y_1^i = 10$  e  $Y_1^f = 15$ ) e desde ano 15 até ano 25 ( $Y_1^i = 15$  e  $Y_1^f = 25$ ) para terceiro estágio. Neste sistema existem 179 caminhos e os dados considerados são apresentados em LAPSEE (2015). Assume-se que cada caminho pode admitir um máximo de duas linhas, e um máximo de duas

fontes de potência reativa podem ser instaladas em cada barra de carga ( $\bar{m}_i = 2$ ). Os limites de magnitude de tensão foram  $\underline{V} = 0.95$  pu e  $\bar{V} = 1.05$  pu. Consideram-se onze cenários de operação, um para a operação normal e os outros dez considerando a interrupção de uma linha de transmissão nos caminhos: 1-3, 15-17, 25-27, 60-61, 38-65, 64-65, 77-78, 86-87, 80-99 e 12-117, uma saída por cenário de contingência.

**Figura 47** – Diagrama unifilar do sistema de 118 barras no caso base



Fonte: Elaboração do autor.

A Tabela 6 mostra os resultados do planejamento de linhas de transmissão para os três estágios com os custos das novas linhas. No estágio 1 são adicionadas quatro novas linhas nos caminhos 8-9, 9-10, 99-100 e 12-117, com um custo de MUS\$ 29,12, para o estágio 2 são adicionadas duas novas linhas nos caminhos 38-37 e 77-78, com um custo de MUS\$ 3,67 e para o estágio 3 são adicionadas duas novas linhas no caminho 26-30 e 93-94, com um custo de MUS\$ 6,85.

**Tabela 6** – Resultados do planejamento de linhas de transmissão do sistema de 118 barras

Estágio	Caminho		Linhas Novas	Custo das novas linhas [MUS\$]
	<i>i</i>	<i>j</i>		
1	8	9	1	29,12
	9	10	1	
	99	100	1	
	12	117	1	
2	38	37	1	3,67
	77	78	1	
3	26	30	1	6,85
	93	94	1	

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 7 são apresentados os resultados do PR e o custo das fontes de potência reativa para os três estágios. No estágio 1 são adicionadas três fontes de potência reativa nas barras 45, 93 e 95, com um custo de MUS\$ 0,10, no estágio 2 se tem um custo de MUS\$ 0,07 com três fontes de potência reativa nas barras 1, 93 e 95 e no estágio 3 com cinco fontes de potência reativa nas barras 1, 11, 13, 44 e 94 com um custo de MUS\$ 0,07.

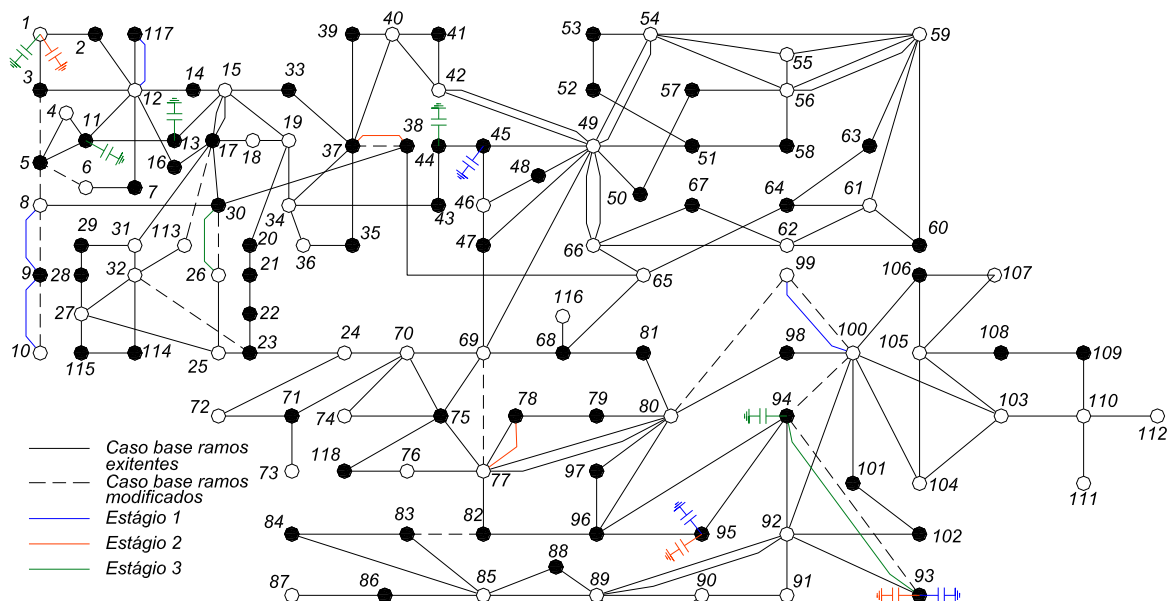
**Tabela 7** – Resultados do planejamento de fontes de potência reativa do sistema de 118 barras

Estágio	Barra	Fontes de Potência Reativa Novas	Custo Fontes de Potência Reativa Nova [MUS\$]
	<i>i</i>		
1	45, 93, 95	3	0,10
2	1, 93, 95	3	0,07
3	1, 11, 13, 44, 94	5	0,07

Fonte: Elaboração do autor.

Na Figura 48 mostra-se o resultado do planejamento para o sistema IEEE de 118 barras para cada estágio. O caso base é representado pela cor preta, o estágio 1 é representado pela cor azul, o estágio 2 é representado pela cor laranja e o estágio 3 é representado pela cor verde.

**Figura 48** – Solução do sistema de 118 barras para cada estágio



Fonte: Elaboração do autor.

Os resultados da geração de energia nos estágios, os custos de operação de todos os geradores e os custos de planejamento, para os três estágios estão apresentados na Tabela 8. No estágio 1 a energia gerada é 71805,66 GWh, no estágio 2 é de 103577 GWh e no estágio 3 é 250493,73 GWh, com um total de energia gerada de 425876,55 GWh. Também se mostra o custo de operação total de MUS\$ 1.009,26 e o custo de planejamento total de MUS\$ 39,88. O custo total é de MUS\$ 1.049,14.

**Tabela 8** – Resultados do planejamento e operação do sistema de 118 barras

Estágio	Energia Total Gerada [GWh]	Custo de Operação [MUS\$]	Custo de Planejamento [MUS\$]
1	71805,66	338,03	29,22
2	103577,16	302,76	3,74
3	250493,73	368,47	6,92
Total	425876,55	1009,26	39,88

Fonte: Elaboração do autor.

O tempo de processamento necessário para resolver o problema foi de 55 minutos. Como no sistema de Garver de 6 barras, foi resolvido um fluxo de carga AC para verificar a precisão dos resultados para cada estágio  $t$  e contingência  $c$ , usando a solução do modelo proposto.

A Tabela 9 mostra os resultados dos desvios máximos e médios para as magnitudes de tensão e ângulos de fase de tensão nas barras, e dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas, considerando todos os estágios e cenários de contingência.

**Tabela 9** – Resultados do fluxo de carga AC do sistema de 118 barras

Variável	$V_{i,t,c}$	$\theta_{i,t,c}$	$P_{ij,y,t,c}$	$Q_{ij,y,t,c}$
Desvio Máximo	0,140%	1,340°	1,340%	1,452%
Desvio Médio	0,003%	0,192°	0,097%	0,055%

Fonte: Elaboração do autor.

Em seguida, um segundo caso foi analisado sem o PR no PEST. A solução obtida apresentou um custo total de MUS\$ 1.051,56 (custo total de planejamento: MUS\$ 42,39 e custo total da operação: MUS\$ 1.009,17). Mais uma vez, os resultados para o PEST com simultâneo PR foram melhores do que aqueles para o caso sem PR. Neste segundo caso, quando se considera o PEST simultaneamente com PR, o custo de planejamento foi reduzido devido à instalação de uma linha no corredor 93-94 no estágio 3 em vez de instalar uma linha no corredor 92-93 no estágio 2. Este investimento (que é mais caro do que a compensação de potência reativa no primeiro sistema Garver de 6 barras) não foi necessário quando o PR foi considerado simultaneamente com o PEST.

### 3.4 CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) para resolver o problema de expansão de sistemas de transmissão com o planejamento de reativos (PR) simultâneo, baseando-se no modelo proposto no Capítulo 2. O apresentado considera vários estágios e restrições de segurança N-1. A função objetivo minimiza simultaneamente o

custo total de planejamento e operação. A operação AC da rede foi considerada utilizando uma linearização que leva em conta a presença da potência reativa, magnitudes de tensão fora da nominal, e as perdas de potência.

O uso de um modelo de PLIM garante a convergência para o ótimo global, usando técnicas de otimização clássica. Foi apresentada uma estratégia de solução de dois passos para melhorar a precisão do método. A fim de avaliar a precisão do modelo, os pontos de operação de regime permanente foram comparados com os obtidos usando o método de fluxo de carga AC. Os sistemas Garver de 6 barras e IEEE modificado de 118 barras foram usados para demonstrar a precisão do modelo matemático proposto, assim como a eficiência da técnica de solução proposta.

Os resultados demonstraram que o modelo é preciso e, portanto, pode proporcionar soluções realistas de planejamento. Além disto, melhores planos de expansão e geração são encontrados considerando o PR simultaneamente com o PEST. A instalação de fontes de potência reativa adiou e/ou eliminou a necessidade de investimento em novas linhas de transmissão e reduziu os custos de geração.

## 4 MODELO DE PLIM PARA O PROBLEMA DE FPO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO COM VARIÁVEIS DE CONTROLE INTEIRAS USANDO MODELO AC

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se um modelo matemático de PLIM para o problema de FPO ativo-reativo em sistemas de transmissão, com variáveis de controle inteiras para a operação dos *shunts* (ligado ou desligado) nas barras e os taps (posição e regulação) dos transformadores em fase.

O problema de FPO foi proposto por Carpentier em 1962, o qual utilizou uma função Lagrangeana clássica para resolvê-lo, a partir do problema de despacho econômico. O objetivo do FPO é orientar o operador ou planejador do sistema elétrico sobre como determinados controles devem ser ajustados de forma que minimize um objetivo.

A seguir serão apresentados dois modelos para o FPO de sistemas de transmissão. O primeiro modelo é exato, de PNLIM, enquanto que o segundo é um modelo de PLIM, baseado nas equações linearizadas para o FC AC apresentadas no Capítulo 2. Também são apresentados métodos para a linearização da operação dos *shunts* das barras e dos taps dos transformadores em fase.

### 4.2 MODELO NÃO LINEAR PARA O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Neste item, é apresentado o modelo de PNLIM, de difícil solução, para resolver o problema de FPO considerando variáveis inteiras. O modelo considera como variáveis de controle os módulos das tensões nas barras e as injeções de potência ativa nos geradores, a posição do tap dos transformadores em fase e o estado de operação dos *shunts* nas barras, ligado ou desligado.

A função objetivo considerada neste trabalho é a minimização do custo de geração, para minimizar o custo de geração e necessário conhecer as curvas de custo de combustível de cada usina geradora, uma representação para as curvas pode ser de forma polinomial, mas também pode ser representadas em aproximações lineal por partes, quadráticas, cúbicas ou quadráticas por partes, neste trabalho se utilizara uma aproximação lineal do custo de geração. O modelo resultante de PNLIM minimiza os custos de geração, como se mostra em (154)–(166).

$$\min v = \sum_{i \in \Omega_b | tipo(i) \neq 0} (c_i^{ger1} P_i^{ger} + c_i^{ger0}) \quad (154)$$

Sujeito a:

$$P_i^{ger} - P_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{sqr}) - G_i^{sh} V_i^{sqr} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (155)$$

$$Q_i^{ger} - Q_i^d + \sum_{ji \in \Omega} (Q_{ji} + B_{ji}^{shl} V_i^{sqr}) - \sum_{ij \in \Omega} (Q_{ij} - B_{ij}^{shl} V_i^{sqr} + X_{ij} I_{ij}^{sqr}) + B_i^{sh} V_i^{sqr} h_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (156)$$

$$V_i^{sqr} \left[ 1 + reg_{ij}^{\%} \left( \frac{nt_{ij}}{\bar{nt}_{ij}} \right) \right]^2 - V_j^{sqr} = 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) + Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (157)$$

$$\sqrt{V_i^{sqr}} \sqrt{V_j^{sqr}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) = X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (158)$$

$$V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (159)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (160)$$

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (161)$$

$$\underline{P}_i^g \leq P_i^{ger} \leq \bar{P}_i^g \quad \forall i \in \Omega_b \quad (162)$$

$$\underline{Q}_i^g \leq Q_i^{ger} \leq \bar{Q}_i^g \quad \forall i \in \Omega_b \quad (163)$$

$$-\bar{nt}_{ij} \leq nt_{ij} \leq \bar{nt}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (164)$$

$$\theta_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_b | i = slack \quad (165)$$

$$h_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (166)$$

$$nt_{ij} \in \mathbb{Z} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (167)$$

No modelo (154)–(166), a função objetivo  $v$  minimiza os custos de geração, onde  $c_i^{ger1}$  é o custo linear de geração do gerador na barra  $i$ ,  $c_i^{ger0}$  é o coeficiente constante de geração de gerador na barra  $i$ ,  $P_i^{ger}$  é a potência ativa gerada pelo gerador na barra  $i$ ,  $Q_i^{ger}$  é a potência reativa gerada pelo gerador na barra  $i$ ,  $\underline{P}_i^g$  é a capacidade mínima de geração de potência ativa do gerador instalado na barra  $i$ ,  $\bar{P}_i^g$  é a capacidade máxima de geração de potência ativa do gerador instalado na barra  $i$ ,  $\underline{Q}_i^g$  é a capacidade mínima de geração de potência reativa do gerador instalado na barra  $i$ ,  $\bar{Q}_i^g$  é a capacidade máxima de geração de potência reativa do gerador instalado na barra  $i$ ,  $reg_{ij}^{\%}$  é a porcentagem de regulação máxima do transformador em fase conectado entre as barras  $i$  e  $j$ ,  $\bar{nt}_{ij}$  é a metade do número máximo de passos do tap do transformador em fase conectado entre as barras  $i$  e  $j$ ,  $nt_{ij}$  é o número inteiro de passos do

tap do transformador em fase conectado entre as barras  $i$  e  $j$ , e  $h_i$  é a variável binária que indica se o *shunt* está ligado ( $h_i = 1$ ) ou desligado ( $h_i = 0$ ) na barra  $i$ . Adicionalmente, deve-se fixar o ângulo de referência na barra *slack*. Na função objetivo  $tipo(i)$  indica o tipo da barra  $i$ , onde tipo 0 representa as barras de demanda (que não possuem geradores).

A função objetivo (154) minimiza os custos de geração. As restrições (155) e (156) são o balanço de potência ativa e reativa no sistema de transmissão, a restrição (157) é o cálculo de queda da magnitude de tensão nos ramos do sistema, a restrição (158) é cálculo da abertura angular no ramo  $ij$  e a restrição (159) é a expressão do cálculo da corrente no ramo  $ij$ .

Os limites para a magnitude da tensão e magnitudes dos fluxos de corrente nas linhas são estabelecidos por (160) e (161), respectivamente, enquanto que as restrições (162) e (163) são os limites de geração de potência ativa e reativa dos geradores, respectivamente. A restrição (164) é o limite do número de passos do tap dos transformadores em fase, a restrição (165) fixa o ângulo de referência na barra *slack* e as restrições (166) e (167) representam a natureza discreta das variáveis que indicam se os *shunts* estão ligados ou desligados e as variáveis que indicam a posição do tap nos transformadores em fase.

Devido à presença de termos como senos, variáveis elevadas ao quadrado e variáveis discretas, o modelo é claramente de PNLIM, que adicionalmente é não convexo. O *solver* KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006) é adequado para tentar resolver problemas deste tipo.

#### 4.3 MODELO LINEAR PROPOSTO PARA O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Nesta seção, é apresentado o modelo de PLIM, baseado no modelo para o FC AC proposto no Capítulo 2. Inicialmente apresenta-se a linearização da operação dos *shunts* nas barras e a linearização dos taps dos transformadores em fase.

##### 4.3.1 Linearização do produto da injeção de reativos pelos *shunts* nas barras

O modelo matemático apresentado acima apresenta o produto de variáveis  $B_i^{sh} V_i^{sqr} h_i$ . Para linearizar esta expressão utiliza-se uma variável  $Q_i^{sh}$ , que substitui a expressão na equação de balanço de potência reativa. As restrições adicionais são (168)–(171).

$$-\bar{V}^2(1 - h_i) \leq \frac{Q_i^{sh}}{B_i^{sh}} - V_i^{sqr} \leq -\underline{V}^2(1 - h_i) \quad \forall i \in \Omega_b, B_i^{sh} \neq 0 \quad (168)$$

$$h_i \underline{V}^2 B_i^{sh} \leq Q_i^{sh} \leq h_i \bar{V}^2 B_i^{sh} \quad \forall i \in \Omega_b, B_i^{sh} > 0 \quad (169)$$

$$h_i \underline{V}^2 B_i^{sh} \geq Q_i^{sh} \geq h_i \bar{V}^2 B_i^{sh} \quad \forall i \in \Omega_b, B_i^{sh} < 0 \quad (170)$$

$$Q_i^{sh} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, B_i^{sh} = 0 \quad (171)$$

As restrições disjuntivas (168)–(171) representam, sem aproximações, o produto  $B_i^{sh} V_i^{sqr} h_i$ . Essas restrições calculam a injeção de potência reativa pelos elementos *shunt* em todas as barras. Quando o elemento *shunt* é capacitivo,  $B_i^{sh} > 0$ , utiliza-se a restrição (169), quando  $B_i^{sh}$  é indutivo,  $B_i^{sh} < 0$ , utiliza-se a restrição (170) e para o caso que não se tem elemento *shunt* na barra,  $B_i^{sh} = 0$ , utiliza-se a restrição (171).

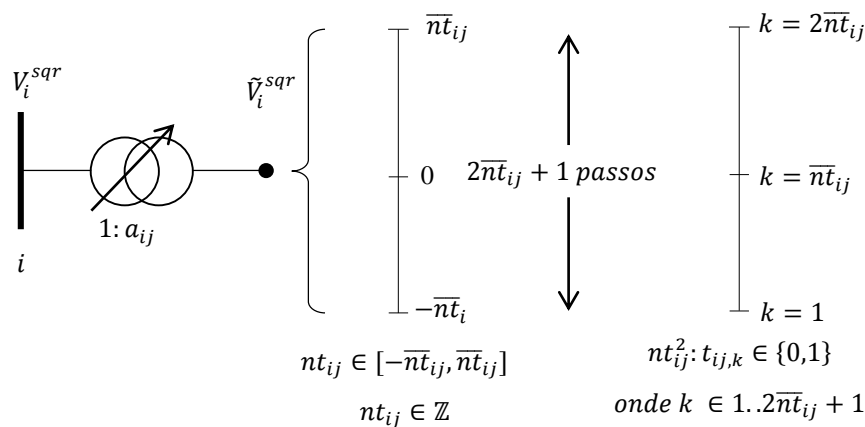
### 4.3.2 Linearização dos taps de transformadores em fase

No modelo (154)–(167), tem-se a regulação do transformador em fase em (157), no primeiro termo da parte esquerda. Esse termo pode ser substituído por uma tensão  $\tilde{V}_i^{sqr}$ , que será a tensão regulada do transformador em fase, como se mostra em (172).

$$\tilde{V}_i^{sqr} = V_i^{sqr} \left[ 1 + \text{reg}_{ij}^{\%} \left( \frac{nt_{ij}}{\bar{nt}_{ij}} \right) \right]^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (172)$$

A restrição (172) indica que a tensão regulada depende da porcentagem de regulação total, da posição do tap do transformador em fase e do número máximo de passos do tap. A restrição (172) é não linear e para linearizá-la é feita uma mudança de variável do termo  $nt_{ij}^2$  para um conjunto de variáveis binárias  $t_{ij,k}$ , onde  $k \in 1..2\bar{nt}_{ij} + 1$ , do tap do transformador em fase conectado entre as barras  $i$  e  $j$ , e do termo  $nt_{ij}^2 V_i^{sqr}$  com a variável auxiliar  $V_{ij,k}^c$ . Estas novas variáveis serão utilizadas para obter novas restrições para o cálculo da tensão regulada.

**Figura 49** – Regulação do tap do transformador em fase



Fonte: Elaboração do autor.

Como se mostra na Figura 49, a tensão regulada  $\tilde{V}_i^{sqr}$  do transformador depende inicialmente do número inteiro de passos  $nt_{ij}$ . Após a mudança de variáveis, a tensão regulada  $\tilde{V}_i^{sqr}$  passa a depender da variável binária  $t_{ij,k}$ , onde  $k \in 1..2\bar{n}t_{ij} + 1$ , como mostrado nas restrições (173)–(177).

$$\tilde{V}_i^{sqr} = V_i^{sqr} (1 - reg_{ij}^{\%})^2 + \sum_{k=0}^{2\bar{n}t_{ij}} \left[ \frac{reg_{ij}^{\%}}{nt_{ij}} \left( \frac{reg_{ij}^{\%}}{nt_{ij}} (2k - 1) + 2(1 - reg_{ij}^{\%}) \right) V_{ij,k}^c \right] \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (173)$$

$$\underline{V}^2(1 - t_{ij,k}) \leq V_i^{sqr} - V_{ij,k}^c \leq \bar{V}^2(1 - t_{ij,k}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k = 0 \dots 2\bar{n}t_{ij} + 1 \quad (174)$$

$$\underline{V}^2 t_{ij,k} \leq V_{ij,k}^c \leq \bar{V}^2 t_{ij,k} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k = 0 \dots 2\bar{n}t_{ij} + 1 \quad (175)$$

$$t_{ij,k} \leq t_{ij,k-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k = 1 \dots 2\bar{n}t_{ij} + 1 \quad (176)$$

$$t_{ij,k} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k = 1 \dots 2\bar{n}t_{ij} + 1 \quad (177)$$

As restrições (173)–(177) representam a linearização da tensão regulada do transformador em fase conectado entre as barras  $i$  e  $j$ , a restrição (173) é o cálculo da magnitude da tensão regulada, a restrição (174) mostra a definição da variável auxiliar  $V_{ij,k}^c$ , a restrição (175) representa os limites da variável auxiliar  $V_{ij,k}^c$ , a restrição (176) mostra a sequência e ordem da variável binária  $t_{ij,k}$ , no conjunto  $k \in 1..2\bar{n}t_{ij} + 1$  e (177) é a restrição binária da posição do tap do transformador em fase conectado entre as barras  $i$  e  $j$ .

### 4.3.3 Modelo do FPO linearizado proposto

Neste item, é apresentado o modelo de PLIM para resolver o problema de FPO considerando a linearização da operação dos *shunts* nas barras e a linearização dos taps dos transformadores em fase. O modelo para o FPO, que é baseado no modelo linearizado proposto para o FC AC apresentado no Capítulo 2, em (77)–(94), é mostrado em (178)–(205).

$$\min v = \sum_{i \in \Omega_b | tipo(i) \neq 0} (c_i^{ger1} P_i^{ger} + c_i^{ger0}) \quad (178)$$

Sujeito a:

$$P_i^{ger} - P_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{sqr}) - G_i^{sh} V_i^{sqr} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (179)$$

$$Q_i^{ger} - Q_i^d + \sum_{ji \in \Omega} (Q_{ji} + B_{ji}^{shl} V_i^{sqr}) - \sum_{ij \in \Omega} (Q_{ij} - B_{ij}^{shl} V_i^{sqr} + X_{ij} I_{ij}^{sqr}) + Q_i^{sh} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (180)$$

$$\tilde{V}_i^{sqr} - V_j^{sqr} = 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) + Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (181)$$

$$V_{nom}^2(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) = X_{ij}P_{ij} - R_{ij}Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (182)$$

$$V_{nom}^2 I_{ij}^{sqr} = \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^S \Delta_{ij,l}^P + \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^Q \Delta_{ij,l}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (183)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (184)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{l=1}^L \Delta_{ij,l}^P \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (185)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (186)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{l=1}^L \Delta_{ij,l}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (187)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,l}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, l = 1 \dots L \quad (188)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,l}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, l = 1 \dots L \quad (189)$$

$$P_{ij}^+, P_{ij}^-, Q_{ij}^+, Q_{ij}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (190)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_i^{sqr} = V_i^{sqr} (1 - reg_{ij}^{\%})^2 \\ + \sum_{k=0}^{2\bar{n}_{ij}} \left[ \frac{reg_{ij}^{\%}}{\bar{n}_{ij}} \left( \frac{reg_{ij}^{\%}}{\bar{n}_{ij}} (2k-1) + 2(1 - reg_{ij}^{\%}) \right) V_{ij,k}^c \right] \end{aligned} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (191)$$

$$\underline{V}^2(1 - t_{ij,k}) \leq V_i^{sqr} - V_{ij,k}^c \leq \bar{V}^2(1 - t_{ij,k}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k = 0 \dots 2\bar{n}_{ij} \quad (192)$$

$$\underline{V}^2 t_{ij,k} \leq V_{ij,k}^c \leq \bar{V}^2 t_{ij,k} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k = 0 \dots 2\bar{n}_{ij} \quad (193)$$

$$t_{ij,k} \leq t_{ij,k-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k = 1 \dots 2\bar{n}_{ij} \quad (194)$$

$$-\bar{V}^2(1 - h_i) \leq \frac{Q_i^{sh}}{B_i^{sh}} - V_i^{sqr} \leq -\underline{V}^2(1 - h_i) \quad \forall i \in \Omega_b, B_i^{sh} \neq 0 \quad (195)$$

$$h_i \underline{V}^2 B_i^{sh} \leq Q_i^{sh} \leq h_i \bar{V}^2 B_i^{sh} \quad \forall i \in \Omega_b, B_i^{sh} > 0 \quad (196)$$

$$h_i \underline{V}^2 B_i^{sh} \geq Q_i^{sh} \geq h_i \bar{V}^2 B_i^{sh} \quad \forall i \in \Omega_b, B_i^{sh} < 0 \quad (197)$$

$$Q_i^{sh} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, B_i^{sh} = 0 \quad (198)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (199)$$

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (200)$$

$$\underline{P}_i^g \leq P_i^{ger} \leq \bar{P}_i^g \quad \forall i \in \Omega_b \quad (201)$$

$$\underline{Q}_i^g \leq Q_i^{ger} \leq \bar{Q}_i^g \quad \forall i \in \Omega_b \quad (202)$$

$$\theta_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_b | i = slack \quad (203)$$

$$h_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (204)$$

$$t_{ij,k} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k = 1 \dots 2\bar{n}t_{ij} \quad (205)$$

No modelo (178)–(205), a função objetivo  $v$  (178) minimiza os custos de geração, as restrições (179) e (180) são o balanço de potência ativa e reativa no sistema, a restrição (181) é o cálculo de queda de tensão no ramo  $ij$ , a restrição (182) é cálculo da abertura angular no ramo  $ij$  e (183) é a expressão do cálculo da corrente no ramo  $ij$ .

As restrições (184)–(190) são as restrições da linearização de  $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ . As restrições (191)–(194) são as restrições da linearização da tensão regulara do transformador em fase conectado entre as barras  $i$  e  $j$ . As restrições (195)–(198) são a linearização da operação dos *shunts* nas barras. Os limites para a magnitude da tensão e os limites das magnitudes dos fluxos de corrente das linhas são estabelecidos por (199) e (200), respectivamente.

Finalmente, as restrições (201) e (202) são os limites da potência ativa e reativa dos geradores, respectivamente, a restrição (203) fixa o ângulo de referência na barra *slack*, a restrição (204) representa a natureza da variável binária que indica se o *shunt* está ligado ou desligado e (205) é a restrição binária da posição tap do transformador em fase conectado entre as barras  $i$  e  $j$ .

#### 4.3.4 Melhoria da precisão do modelo linearizado proposto

Para melhorar a precisão do modelo de FPO em sistemas de transmissão proposto, propõe-se uma estratégia de dois passos, similar aquelas apresentadas nos capítulos anteriores. No primeiro passo resolve-se o modelo (178)–(205) relaxando a integralidade das variáveis binárias  $h_i$  e  $t_{ij,k}$ , isto é, desconsiderando as restrições (204) e (205). Desta forma, o modelo torna-se um problema PL.

Em seguida, utilizando os valores obtidos da tensão  $V_i^{sqr}$ , define-se um novo parâmetro para ser utilizado no segundo passo,  $v_i^{sqr} = V_i^{sqr}$ . O segundo passo consiste em resolver o modelo de PLIM (206)–(208), ou seja, (182) é substituído por (207) e (183) é substituído por (208). Estas novas restrições contêm melhores aproximações das magnitudes de tensão em todas as barras.

$$\min v = \sum_{i \in \Omega_b | tipo(i) \neq 0} (c_i^{ger1} P_i^{ger} + c_i^{ger0}) \quad (206)$$

Sujeito a: (178)–(180), (183)–(204)

$$\sqrt{v_i^{sqr} v_j^{sqr}} (\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) = (X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (207)$$

$$v_i^{sqr} I_{ij}^{sqr} = \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^S \Delta_{ij,l}^P + \sum_{l=1}^L m_{ij,l}^S \Delta_{ij,l}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (208)$$

As outras restrições permanecem inalteradas. Esta estratégia melhora a precisão do modelo proposto. A solução obtida é avaliada com um método de FC exato AC como mostrado na próxima seção de testes e resultados.

#### 4.4 TESTES E RESULTADOS DO FLUXO POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Neste item, serão testados os sistemas IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras com cada um dos modelos apresentados anteriormente.

O sistema de 14 barras possui 20 linhas de transmissão, um *shunt* controlável, 3 transformadores em fase com tap variável, 5 barras de geração e 11 barras de carga. Os limites de magnitude da tensão máxima e mínima no sistema são 1,05 p.u. e 0,95 p.u., respectivamente.

O sistema de 30 barras possui 41 linhas de transmissão, 2 *shunts* controláveis, 7 transformadores em fase com tap variável, 6 barras de geração e 21 barras de carga. Os limites de magnitude da tensão máxima e mínima no sistema são 1,05 p.u. e 0,95 p.u., respectivamente.

O sistema de 57 barras possui 80 linhas de transmissão, 3 *shunts* controláveis, 17 transformadores em fase com tap variável, 7 barras de geração e 42 barras de carga. Os limites de magnitude da tensão máxima e mínima no sistema são 1,1 p.u. e 0,9 p.u., respectivamente.

O sistema de 118 barras possui 186 linhas de transmissão, 14 *shunts* controláveis, 9 transformadores em fase com tap variável, 53 barras de geração e 91 barras de carga. Os limites de magnitude da tensão máxima e mínima no sistema são 1,05 p.u. e 0,95 p.u., respectivamente.

O sistema de 300 barras possui 411 linhas de transmissão, 14 *shunts* controláveis, 62 transformadores em fase com tap variável, 68 barras de geração e 104 barras de carga. Os limites de magnitude da tensão máxima e mínima no sistema são 1,1 p.u. e 0,9 p.u., respectivamente.

Os dados completos para ambos os sistemas estão disponíveis em LAPSEE (2015). Os limites das capacidades dos geradores, limites de fluxos de potência nas linhas, dados dos transformadores e os custos de geração foram adaptados de (UNIVERSITÄT DUISBURG-ESSEN, 2015).

Para todos os testes considera-se a quantidade de linearizações  $L = 40$ . Os modelos foram escritos em linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003).

#### 4.4.1 Resultados do modelo não linear para FPO

Inicialmente, foi testado o modelo de PNLIM, minimizando o custo de geração, com os sistemas IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras, resolvidos usando o *solver* comercial para problemas de otimização KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006) em um computador com um processador de 3.40 GHz Intel Core i7-4770 e 16 GB de RAM. Também foi implementado um FC AC para analisar os resultados. Os cálculos para os desvios foram feitos de acordo com as equações (98)–(104), do Capítulo 2.

Na Tabela 10 mostram-se os resultados do custo de geração e as perdas de potência ativa dos cinco sistemas testados, IEEE 14, 30, 57, 118 e 300 barras. O custo de geração e as perdas de potência ativa do sistema de 14 barras são de US\$ 62,4521 e 8,2605 MW, respectivamente, para o sistema de 30 barras o custo de geração é US\$ 65,8093 com perdas de potência ativa de 6,6466 MW, para o sistema de 57 barras o custo de geração é de US\$ 270,5358 e perdas de potência ativa de 11,8789 MW e para o sistema de 118 barras tem-se um custo de geração de US\$ 948,9186 e perdas de potência ativa de 26,5931 MW.

No caso do sistema de 300 barras, o *solver* comercial utilizado, KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006), termina antes de obter convergência, porque não há memória suficiente disponível para resolver o problema.

**Tabela 10** – Resultado do modelo de PNLIM para FPO

Sistemas IEEE		Custo de geração [US\$]	Perdas de potência ativa [MW]
14 Barras	Modelo FPO PNLIM	62,4521	8,2605
30 Barras	Modelo FPO PNLIM	65,8093	6,6466
57 Barras	Modelo FPO PNLIM	270,5358	11,8789
118 Barras	Modelo FPO PNLIM	948,9186	26,5931
300 Barras	Modelo FPO PNLIM	NC	

Fonte: Elaboração do autor.

O modelo de PNLIM para o FPO em sistemas de transmissão obtêm os resultados com tempo computacional para o sistema de 14 barras em 0,33 s, sistema de 30 barras em 8,41 s, de 57 barras em 472,079 s e para o sistema de 118 barras em 199,65 s, mas para o sistema de 300 barras o *solver* comercial não consegue resolver o problema de otimização.

#### 4.4.2 Resultados do modelo linear proposto para o FPO em sistemas de transmissão

Para o modelo de PLIM também foram testados os cinco sistemas IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras. A estratégia em duas fases proposta, usando os modelos (178)–(205) com a integralidade das variáveis inteiras relaxadas e (206)–(208), foi implementada na linguagem de programação matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). As soluções foram obtidas usando o *solver* comercial para problemas de otimização CPLEX (ILOG, 2008). Foi utilizado nos testes um computador com um processador de 3.40 GHz Intel Core i7-4770 e 16 GB de RAM.

Na Tabela 11 são apresentados os resultados para os testes com os cinco sistemas IEEE (14, 30, 57, 118 e 300 barras). Mostram-se os desvios percentuais máximos e médios da magnitude de tensão nas barras (desvio em  $V_i$ ), os desvios ângulo de fase de tensão máxima e médio nas barras (desvio em  $\theta_i$ ), os desvios percentuais máximos e médios dos fluxos de potência ativa (desvio em  $P_{ij}^{de}$  e desvio em  $P_{ij}^{para}$ ) e reativa (desvio em  $Q_{ij}^{de}$  e desvio em  $Q_{ij}^{para}$ ) entre os resultados do modelo de PLIM e os resultados de um FC AC em que as variáveis de controle são fixadas.

Os desvios máximos e médios obtidos para os sistemas de 14, 57 e 118 barras são menores que 1%, enquanto para o sistema de 57 barras não passam do 1,2%. Entretanto, no sistema de 300 barras quase todos os desvios são menores que 1%, menos o desvio da tensão máxima que está próximo dos 5%. Os tempos computacionais para resolver o FPO usando o modelo de PLIM com os sistemas IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras foram de 0,39, 0,89, 1,51, 2,82 e 20,48 segundos, respectivamente.

**Tabela 11** – Desvios máximos e médios do modelo linear proposto para FPO

Desvios		Sistema de 14 Barras	Sistema de 30 Barras	Sistema de 57 Barras	Sistema de 118 Barras	Sistema de 300 Barras
Desvio em $V_i$	Máximo [%]	0,0062	0,0510	0,0452	0,0067	4,9594
	Médio [%]	0,0022	0,0141	0,0108	0,0007	0,2789
Desvio em $\theta_i$	Máximo [graus]	0,2729	0,2403	0,1244	0,3104	2,662
	Médio [graus]	0,1711	0,0946	0,0194	0,0641	0,1671
Desvio em $P_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,9414	0,4555	0,5090	0,2886	0,9840
	Médio [%]	0,9414	0,0879	0,0710	0,0212	0,0622
Desvio em $P_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,9342	0,4578	0,5089	0,2848	0,9757
	Médio [%]	0,3432	0,0839	0,0712	0,0206	0,0609
Desvio em $Q_{ij}^{de}$	Máximo [%]	0,3601	0,3847	0,1587	0,0479	3,0644
	Médio [%]	0,1112	0,0638	0,0293	0,0068	0,1339
Desvio em $Q_{ij}^{para}$	Máximo [%]	0,3601	0,2408	0,1575	0,0800	3,0473
	Médio [%]	0,1247	0,0561	0,0290	0,0081	0,1254

Fonte: Elaboração do autor.

A Tabela 12 apresenta os resultados de custo de geração e perdas de potência ativa dos cinco sistemas testados (IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras), para o modelo de PNLIM, para o modelo de PLIM proposto e o resultado do FC exato considerando a solução do modelo de PLIM, com as variáveis de controle fixadas. O modelo PNLIM para FPO mostra resultados ligeiramente melhores que o PLIM proposto para os sistemas de pequeno porte, entretanto não é capaz de encontrar uma solução para o sistema de 300 barras.

**Tabela 12** – Resultados de custos de geração e perdas de potência ativa do FPO

Sistemas IEEE		Custo de Geração [US\$]	Perda de potência ativa [MW]
14 Barras	Modelo FPO PNLIM	62,4521	8,2605
	Modelo FPO PLIM	62,4958	8,4789
	FC do modelo PLIM	62,5135	8,5676
30 Barras	Modelo FPO PNLIM	65,8093	6,6466
	Modelo FPO PLIM	65,8295	6,7473
	FC do modelo PLIM	65,8407	6,8037
57 Barras	Modelo FPO PNLIM	270,5358	11,8789
	Modelo FPO PLIM	270,7037	12,7184
	FC do modelo PLIM	270,6684	12,5418
118 Barras	Modelo FPO PNLIM	948,9186	26,5931
	Modelo FPO PLIM	949,4556	29,2780
	FC do modelo PLIM	949,5197	29,5984
300 Barras	Modelo FPO PNLIM		NC
	Modelo FPO PLIM	4.778,3253	285,9763
	FC do modelo PLIM	4.776,2821	280,9440

Fonte: Elaboração do autor.

A partir dos resultados da Tabela 12, verifica-se que os custos de geração e as perdas de potência ativa para os sistemas de 14, 30, 57 e 118 barras, considerando o modelo de PLIM são bem próximos dos resultados do modelo de PNLIM e do FC AC exato. Além disto, para o sistema de 300 barras o modelo de PLIM foi capaz de encontrar uma solução para o problema, o que não foi possível com o modelo de PLIM.

#### 4.4.3 Comparativo do desempenho do modelo de PLIM

Neste item serão apresentados o desempenho dos modelos testados: modelo de PLIM e seu respectivo modelo de FC AC. Na Tabela 13 apresenta-se o valor em p.u. das tensões no sistema IEEE de 14 barras. Verifica-se que as tensões do modelo de PLIM se encontram entre os limites superior e inferior.

**Tabela 13** – Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 14 barras

Barra	FC AC	PLIM
1	1,0600	1,0449
2	1,0450	1,0201
3	1,0100	0,9913

4	1,0177	0,9930
5	1,0196	1,0008
6	1,0700	0,9812
7	1,0615	0,9846
8	1,0900	0,9933
9	1,0557	0,9761
10	1,0508	0,9690
11	1,0568	0,9714
12	1,0552	0,9657
13	1,0504	0,9613
14	1,0354	0,9500

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 14 apresenta-se a operação do elemento *shunt* para o FC AC e modelo de PLIM considerando o sistema IEEE de 14 barras.

**Tabela 14** – Elementos *shunt* do FC AC e modelo PLIM do sistema de 14 barras

Barra	FC AC	PLIM
9	1	1

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 15 apresentam-se os taps dos transformadores para o FC AC e modelo de PLIM considerando o sistema IEEE de 14 barras.

**Tabela 15** – Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 14 barras

Ramo		FC AC	PLIM
<i>i</i>	<i>j</i>		
4	7	0,978	1,000
4	9	0,969	1,000
5	6	0,932	0,975

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 16 apresenta-se o valor em p.u. das tensões no sistema IEEE de 30 barras.

**Tabela 16** – Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 30 barras

Barra	FC AC	PLIM			
			13	1,0710	1,0497
1	1,0600	1,0500	14	1,0421	1,0069
2	1,0430	1,0308	15	1,0375	1,0039
3	1,0207	1,0224	16	1,0442	1,0119
4	1,0118	1,0154	17	1,0396	1,0106
5	1,0100	1,0064	18	1,0279	0,9962
6	1,0103	1,0109	19	1,0254	0,9949
7	1,0024	1,0010	20	1,0295	0,9998
8	1,0100	1,0134	21	1,0324	1,0054
9	1,0508	1,0142	22	1,0330	1,0062
10	1,0448	1,0176	23	1,0270	0,9970
11	1,0820	1,0500	24	1,0213	0,9965
12	1,0569	1,0208	25	1,0171	1,0037

26	0,9994	0,9858	29	1,0032	0,9969
27	1,0230	1,0168	30	0,9917	0,9853
28	1,0068	1,0064			

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 17 apresenta-se o estado de operação do elemento *shunt* para o FC AC e modelo de PLIM considerando o sistema IEEE de 30 barras.

Na Tabela 18 apresentam-se os taps dos transformadores para o FC AC e modelo de PLIM considerando o sistema IEEE de 30 barras.

**Tabela 17** – Elementos *shunt* do FC AC e modelo PLIM do sistema de 30 barras

Barra	FC AC	PNLIM	PLIM
10	1	1	1
24	1	1	1

Fonte: Elaboração do autor.

**Tabela 18** – Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 30 barras

Ramo		FC AC	PLIM
<i>i</i>	<i>j</i>		
6	9	0,978	1,000
6	10	0,969	1,000
4	12	0,932	1,000
28	27	0,968	1,000

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 19 apresenta-se o valor em p.u. das tensões no sistema IEEE de 57 barras. Verifica-se que as tensões do modelo de PLIM se encontram entre os limites superior e inferior.

**Tabela 19** – Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 57 barras

Barra	FC AC	PLIM	17	1,0175	1,0840
1	1,0400	1,0999	18	1,0005	1,0875
2	1,0100	1,0962	19	0,9699	1,0407
3	0,9850	1,0975	20	0,9635	1,0233
4	0,9808	1,0932	21	1,0081	1,0122
5	0,9765	1,0882	22	1,0093	1,0104
6	0,9800	1,0905	23	1,0079	1,0086
7	0,9842	1,0863	24	0,9987	0,9943
8	1,0050	1,1000	25	0,9819	1,0101
9	0,9800	1,0736	26	0,9584	1,0318
10	0,9862	1,0640	27	0,9810	1,0517
11	0,9739	1,0618	28	0,9962	1,0654
12	1,0150	1,0807	29	1,0097	1,0778
13	0,9789	1,0663	30	0,9620	0,9873
14	0,9702	1,0625	31	0,9353	0,9529
15	0,9880	1,0792	32	0,9493	0,9541
16	1,0134	1,0811	33	0,9470	0,9518

34	0,9588	0,9767	46	1,0594	1,0481
35	0,9658	0,9822	47	1,0328	1,0262
36	0,9754	0,9906	48	1,0269	1,0224
37	0,9845	0,9957	49	1,0359	1,0278
38	1,0124	1,0132	50	1,0230	1,0188
39	0,9824	0,9937	51	1,0520	1,0548
40	0,9724	0,9913	52	0,9799	1,0429
41	0,9960	1,0194	53	0,9705	1,0303
42	0,9662	0,9767	54	0,9960	1,0437
43	1,0094	1,0487	55	1,0306	1,0663
44	1,0164	1,0206	56	0,9680	0,9650
45	1,0356	1,0462	57	0,9645	0,9612

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 20 apresenta-se a operação dos elementos *shunt* para o FC AC e modelo de PLIM do sistema IEEE de 57 barras.

**Tabela 20** – Elementos *shunt* do FC AC e modelo PLIM do sistema de 57 barras

Barra	FC AC	PLIM
18	1	1
25	1	1
53	1	1

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 21 apresentam-se os taps dos transformadores para o FC AC e modelo de PLIM no sistema IEEE de 57 barras.

**Tabela 21** – Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 57 barras

Ramo		FC AC	PLIM
<i>i</i>	<i>j</i>		
4	18	0,970	1,000
4	18	0,978	1,000
21	20	1,043	1,000
24	25	1,000	1,038
24	25	1,000	1,038
24	26	1,043	1,038
7	29	0,967	1,000
34	32	0,975	1,000
11	41	0,955	1,000
15	45	0,955	0,975
14	46	0,900	1,000
10	51	0,930	1,000
13	49	0,895	1,000
11	43	0,958	1,000
40	56	0,958	0,938
39	57	0,980	1,013
9	55	0,940	1,000

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 22 apresenta-se o valor em p.u. das tensões do sistema IEEE de 118 barras, mostra-se e que as tensões do modelo de PLIM se encontram entre os limites superior e inferior.

**Tabela 22** – Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 118 barras

Barra	FC AC	PLIM			
			41	0,9668	0,9810
1	0,9550	0,9775	42	0,9850	0,9919
2	0,9714	0,9839	43	0,9786	0,9801
3	0,9675	0,9820	44	0,9850	0,9826
4	0,9980	1,0013	45	0,9866	0,9822
5	1,0014	1,0011	46	1,0050	1,0059
6	0,9900	0,9967	47	1,0170	1,0015
7	0,9893	0,9958	48	1,0206	0,9978
8	1,0150	1,0040	49	1,0250	1,0032
9	1,0429	1,0234	50	1,0011	0,9944
10	1,0500	1,0071	51	0,9669	0,9792
11	0,9850	0,9904	52	0,9568	0,9741
12	0,9900	0,9963	53	0,9460	0,9749
13	0,9682	0,9769	54	0,9550	0,9915
14	0,9836	0,9932	55	0,9520	0,9901
15	0,9700	0,9889	56	0,9540	0,9902
16	0,9838	0,9904	57	0,9706	0,9894
17	0,9949	1,0018	58	0,9590	0,9817
18	0,9730	0,9904	59	0,9850	1,0001
19	0,9630	0,9884	60	0,9932	1,0032
20	0,9577	0,9801	61	0,9950	1,0056
21	0,9584	0,9780	62	0,9980	1,0028
22	0,9695	0,9848	63	0,9695	1,0109
23	0,9997	1,0045	64	0,9842	1,0149
24	0,9920	1,0058	65	1,0050	1,0227
25	1,0500	1,0132	66	1,0500	1,0082
26	1,0150	1,0135	67	1,0197	0,9999
27	0,9680	0,9914	68	1,0031	1,0254
28	0,9616	0,9894	69	1,0350	0,9968
29	0,9632	0,9956	70	0,9840	0,9902
30	0,9866	1,0191	71	0,9868	0,9956
31	0,9670	1,0015	72	0,9800	1,0068
32	0,9640	0,9927	73	0,9910	0,9981
33	0,9715	0,9825	74	0,9580	0,9666
34	0,9860	0,9899	75	0,9673	0,9665
35	0,9807	0,9882	76	0,9430	0,9500
36	0,9800	0,9886	77	1,0060	0,9793
37	0,9919	0,9936	78	1,0034	0,9736
38	0,9635	1,0190	79	1,0092	0,9736
39	0,9704	0,9824	80	1,0400	0,9893
40	0,9700	0,9866	81	0,9966	1,0451

82	0,9888	0,9683	101	0,9928	0,9778
83	0,9846	0,9719	102	0,9916	0,9851
84	0,9798	0,9779	103	1,0010	0,9932
85	0,9850	0,9879	104	0,9710	0,9887
86	0,9867	0,9804	105	0,9650	0,9869
87	1,0150	0,9870	106	0,9611	0,9798
88	0,9875	0,9872	107	0,9520	0,9871
89	1,0050	0,9999	108	0,9662	0,9895
90	0,9850	0,9935	109	0,9670	0,9907
91	0,9800	0,9967	110	0,9730	0,9976
92	0,9930	0,9899	111	0,9800	1,0061
93	0,9874	0,9758	112	0,9750	0,9989
94	0,9908	0,9705	113	0,9930	1,0002
95	0,9811	0,9575	114	0,9607	0,9874
96	0,9928	0,9656	115	0,9605	0,9869
97	1,0114	0,9724	116	1,0050	1,0221
98	1,0235	0,9817	117	0,9738	0,9802
99	1,0100	0,9947	118	0,9494	0,9523
100	1,0170	0,9915			

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 23 apresenta-se a operação dos elementos *shunt* para o FC AC e modelo de PLIM considerando o sistema IEEE de 118 barras.

**Tabela 23** – Elementos *shunt* do FC AC e modelo PLIM do sistema de 118 barras

Barra	FC AC	PLIM
5	1	0
34	1	0
37	1	1
44	1	1
45	1	1
46	1	0
48	1	0
74	1	1
79	1	1
82	1	1
83	1	1
105	1	0
107	1	0
110	1	1

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 24 apresentam-se os taps dos transformadores para o FC AC e modelo de PLIM no sistema IEEE de 118 barras.

**Tabela 24** – Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 118 barras

Ramo		FC AC	PLIM
<i>i</i>	<i>j</i>		
8	5	0,985	1,000
26	25	0,960	1,000
30	17	0,960	1,000
38	37	0,935	1,000
63	59	0,960	1,000
64	61	0,985	1,000
65	66	0,935	1,000
68	69	0,935	1,000
81	80	0,935	0,925

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 25 apresenta-se o valor em p.u. das tensões do sistema IEEE de 300 barras, mostra-se e que as tensões do modelo de PLIM se encontram entre os limites superior e inferior.

**Tabela 25** – Tensões do FC AC e modelo PLIM do sistema de 300 barras

Barra	FC AC	PLIM							
			41	0,9735	1,0414		82	1,0060	1,0784
1	1,0239	1,0612	42	0,9987	1,0535		83	1,0007	1,0730
2	1,0341	1,0756	43	1,0425	1,0490		84	1,0284	1,0788
3	0,9933	1,0738	44	1,0180	1,0558		85	0,9957	1,0680
4	1,0215	1,0786	45	0,9919	1,0374		86	1,0215	1,0739
5	1,0146	1,0524	46	0,9905	1,0510		87	1,0075	1,0634
6	1,0292	1,0710	47	0,9999	1,0592		88	0,9900	1,0575
7	0,9881	1,0698	48	1,0109	1,0586		89	0,9729	1,0522
8	1,0153	1,0610	49	1,0311	1,0550		90	0,9715	1,0497
9	1,0002	1,0467	50	0,9881	1,0322		91	0,9717	1,0684
10	1,0205	1,0694	51	0,9749	1,0266		92	0,9663	1,0382
11	1,0038	1,0574	52	1,0221	1,0960		93	0,9740	1,0722
12	0,9946	1,0697	53	0,9867	1,0418		94	0,9554	1,0676
13	0,9968	1,0388	54	1,0136	1,0893		95	1,0239	1,0485
14	0,9978	1,0391	55	0,9583	1,0312		96	0,9323	1,0120
15	1,0311	1,0597	56	0,9488	1,0393		97	0,9270	1,0055
16	1,0264	1,0889	57	0,9563	1,0052		98	1,0435	1,0982
17	1,0615	1,0337	58	0,9494	1,0154		99	0,9526	1,0113
18	0,9819	1,0629	59	0,9776	1,0403		100	0,9825	0,9825
19	1,0010	1,0312	60	0,9683	1,0299		101	0,9681	1,0564
20	0,9758	1,0542	61	0,9749	1,0349		102	0,9997	1,0435
21	0,9959	1,0225	62	0,9950	1,0587		103	1,0233	1,0526
22	1,0484	1,0580	63	0,9632	1,0241		104	1,0103	1,0478
23	1,0040	1,0737	64	0,9822	1,0426		105	0,9954	1,0450
24	1,0218	1,0350	65	0,9881	1,0484		106	0,9980	1,0374
25	0,9973	1,0161	66	0,9795	1,0384		107	0,9999	1,0344
26	0,9742	0,9984	67	0,9857	1,0382		108	1,0003	1,0357
27	1,0184	1,0709	68	1,0335	1,0830		109	1,0132	1,0574
28	1,0378	1,0913	69	1,0250	1,0850		110	0,9808	1,0661
29	0,9749	1,0354	70	0,9880	1,0633		111	1,0002	1,0430
30	1,0001	1,0558	71	0,9916	1,0710		112	1,0005	1,0274
31	1,0147	1,0626	72	0,9927	1,0755		113	1,0208	1,0537
32	1,0141	1,0665	73	1,0135	1,0691		114	1,0183	1,0547
33	1,0498	1,0977	74	1,0297	1,0654		115	1,0471	1,0814
34	1,0158	1,0680	75	1,0237	1,0654		116	1,0465	1,0548
35	1,0223	1,0746	76	1,0520	1,0850		117	1,0550	1,0624
36	1,0413	1,0951	77	1,0520	1,0911		118	1,0073	1,0613
37	0,9951	1,0557	78	0,9927	1,0529		119	1,0413	1,0481
38	1,0034	1,0683	79	1,0182	1,0773		120	1,0510	1,0648
39	1,0184	1,0825	80	1,0000	1,0873		121	1,0148	1,0425
40	1,0323	1,0933	81	0,9892	1,0567		122	1,0435	1,0820

123	1,0138	1,0890	185	1,0007	0,9795	247	1,0507	1,0904
124	1,0080	1,0298	186	1,0171	0,9809	248	1,0507	1,0905
125	1,0528	1,0711	187	0,9981	1,0091	249	1,0323	1,0858
126	1,0528	1,0748	188	1,0054	1,0285	250	1,0145	1,0767
127	1,0577	1,0557	189	0,9790	1,0229	251	1,0507	1,1000
128	1,0735	1,0811	190	1,0005	1,0398	252	1,0507	1,0487
129	0,9827	1,0680	191	1,0122	1,0491	253	1,0507	1,0585
130	1,0005	1,0493	192	1,0100	1,0616	254	1,0290	1,0903
131	1,0535	1,0839	193	0,9918	1,0498	255	1,0500	1,0819
132	1,0435	1,0664	194	0,9864	1,0378	256	1,0145	1,0277
133	0,9664	1,0052	195	0,9749	1,0218	257	1,0507	1,0500
134	1,0170	1,0561	196	1,0215	1,0526	258	0,9967	1,0543
135	0,9630	1,0473	197	1,0074	1,0524	259	1,0212	1,0596
136	0,9794	1,0501	198	1,0553	1,0727	260	1,0145	1,0752
137	0,9949	1,0598	199	1,0080	1,0439	261	1,0017	1,0910
138	0,9809	1,0468	200	1,0000	1,0468	262	0,9893	1,0920
139	0,9980	1,0737	201	1,0500	1,0325	263	1,0507	1,0928
140	1,0358	1,0642	202	0,9966	1,0433	264	1,0507	1,0945
141	0,9888	1,0716	203	1,0002	1,0474	265	1,0145	1,0506
142	1,0402	1,1000	204	0,9453	1,0299	266	1,0064	1,0625
143	0,9825	1,0602	205	1,0180	1,0578	267	0,9945	1,0328
144	0,9960	1,0646	206	1,0000	1,0252	268	0,9815	1,0067
145	0,9925	1,0497	207	1,0424	1,0382	269	0,9751	1,0006
146	0,9682	1,0075	208	1,0496	1,0429	270	1,0066	1,0631
147	1,0000	1,0344	209	1,0400	1,0344	271	1,0000	1,0243
148	0,9854	1,0200	210	1,0535	1,0688	272	0,9891	1,0139
149	0,9290	1,1000	211	1,0414	1,0602	273	1,0009	1,0314
150	0,9829	1,0091	212	1,0000	1,0386	274	0,9889	1,0274
151	1,0223	1,0451	213	1,0387	1,0335	275	0,9659	1,0055
152	0,9825	1,0037	214	1,0095	1,0459	276	0,9757	1,0148
153	1,0617	1,0591	215	1,0165	1,0399	277	0,9714	1,0107
154	0,9724	0,9998	216	1,0558	1,0706	278	0,9661	1,0056
155	1,0522	1,0531	217	1,0100	1,0473	279	0,9669	1,0064
156	1,0077	1,0267	218	1,0000	1,0282	280	0,9320	0,9589
157	0,9396	0,9591	219	1,0241	1,0763	281	0,9436	0,9701
158	0,9695	0,9882	220	1,0500	1,0459	282	0,9292	0,9562
159	0,9792	1,0004	221	0,9930	1,0558	283	0,9956	1,0217
160	1,0515	1,0576	222	1,0100	1,0564	284	0,9498	0,9760
161	1,0418	1,0432	223	0,9922	1,0425	285	0,9578	0,9837
162	0,9716	1,0569	224	0,9711	1,0294	286	0,9561	0,9821
163	1,0381	1,0579	225	0,9652	1,0214	287	0,9391	0,9656
164	1,0522	1,0655	226	0,9690	1,0300	288	0,9623	0,9880
165	1,0650	1,0641	227	0,9767	1,0374	289	0,9496	0,9757
166	1,0650	1,0634	228	0,9759	1,0368	290	0,9630	0,9887
167	1,0530	1,0577	229	1,0202	1,0788	291	0,9773	1,0026
168	1,0024	1,0197	230	1,0254	1,0776	292	1,0000	1,0676
169	1,0551	1,0683	231	1,0135	1,0836	293	0,9724	0,9019
170	1,0435	1,1000	232	1,0133	1,0319	294	1,0000	1,0506
171	0,9375	1,0232	233	1,0004	1,0726	295	1,0000	1,0427
172	0,9960	1,0063	234	0,9817	1,0622	296	1,0000	0,9000
173	1,0487	1,0815	235	0,9749	1,0440	297	0,9736	0,9988
174	1,0354	1,0739	236	0,9429	1,0228	298	0,9785	1,0036
175	0,9724	1,0148	237	0,9705	1,0355	299	0,9785	1,0097
176	0,9913	1,0320	238	0,9592	1,0213	300	1,0405	1,0872
177	1,0150	1,0543	239	0,9994	1,0593			
178	0,9528	1,0000	240	0,9761	1,0468			
179	0,9547	1,0043	241	0,9567	1,0192			
180	0,9689	0,9878	242	1,0307	1,0646			
181	0,9893	1,0908	243	1,0129	1,0909			
182	1,0027	1,0424	244	1,0190	1,0424			
183	0,9472	0,9561	245	1,0038	1,0267			
184	0,9747	0,9822	246	0,9659	1,0094			

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 26 apresenta-se a operação dos elementos *shunt* para o FC AC e modelo de PLIM do sistema IEEE de 300 barras.

**Tabela 26** – Elementos *shunt* do FC AC e modelo PLIM do sistema de 300 barras

Barra	FC AC	PLIM
96	1	1
99	1	1
133	1	0
143	1	1
145	1	1
152	1	1
158	1	1
169	1	1
210	1	1
217	1	0
219	1	0
227	1	1
268	1	1
283	1	1

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 27 apresentam-se os taps dos transformadores para o FC AC e modelo de PLIM no sistema IEEE de 300 barras.

**Tabela 27** – Taps dos transformadores do FC AC e modelo PLIM do sistema de 300 barras

Ramo		FC AC	PLIM	36	35	1,010	1,000
<i>i</i>	<i>j</i>						
37	9001	1,008	1,000	45	44	1,008	1,000
9001	9006	0,967	1,000	62	61	0,975	1,000
9001	9012	0,980	1,000	63	64	1,017	1,000
9005	9051	1,044	0,950	87	94	1,015	0,975
9005	9052	0,939	0,950	114	207	0,967	0,900
9005	9053	1,044	0,950	116	124	1,010	1,000
9005	9054	1,044	0,950	121	115	1,050	1,100
9005	9055	1,044	0,950	130	131	1,052	1,000
9053	9533	0,958	1,038	130	150	1,052	1,000
3	1	0,947	1,000	132	170	1,050	1,088
3	2	0,956	1,000	141	174	0,975	1,000
3	4	0,971	1,000	143	144	1,035	1,000
7	5	0,948	1,000	143	148	0,957	1,000
7	6	0,959	1,000	151	170	1,050	1,063
10	11	1,046	0,975	153	183	1,073	1,000
12	10	0,985	1,000	155	156	1,050	1,000
15	17	0,956	1,000	159	117	1,051	0,975
16	15	0,971	1,000	160	124	0,975	0,975
21	20	0,952	1,000	163	137	0,980	1,000
24	23	0,943	1,000	164	155	0,956	1,013
				182	139	1,050	1,013

189	210	1,030	1,000	238	239	1,020	0,975
193	196	1,030	1,000	119	1190	1,022	1,000
195	212	0,985	1,000	120	1200	0,928	1,038
201	69	1,030	1,000	7062	62	0,950	1,025
202	211	1,010	0,925	7017	17	0,942	1,025
204	2040	1,050	1,000	7039	39	0,965	1,025
209	198	1,030	0,975	7057	57	0,950	1,013
218	219	0,970	0,988	7044	44	0,942	1,038
229	230	1,020	1,000	7055	55	0,942	1,025
234	236	1,070	1,000	7071	71	0,957	0,988

Fonte: Elaboração do autor.

#### 4.5 CONCLUSÕES

No presente capítulo foram apresentados dois modelos para o problema de FPO em sistemas de transmissão, considerando variáveis inteiras. O primeiro foi um modelo de PNLIM, exato, e o segundo modelo foi baseado na proposta de FC AC linearizado, do Capítulo 2, utilizando linearizações para a operação dos *shunts* e taps dos transformadores em fase. Os modelos foram implementados usando a linguagem de modelagem algébrica AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvidos através de *solvers* comerciais.

Foi apresentada uma estratégia de solução de dois passos para melhorar a precisão do método. A fim de avaliar a precisão do modelo, os pontos de operação de regime permanente foram comparados com os obtidos usando o método de fluxo de carga AC.

A partir dos resultados obtidos para os cinco sistemas testes (IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras) conclui-se que o modelo linearizado proposto para FPO de PLIM (178)–(205) mostrou um excelente aproximação com relação ao modelo exato de FC AC e, portanto, pode proporcionar soluções válidas para o problema em questão.

## 5 CONCLUSÕES

### 5.1 CONCLUSÕES GERAIS

Neste trabalho foram apresentados novos modelos para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão (PEST) e para o problema de fluxo de potência ótimo (FPO). Também foi feita uma análise comparativa entre os modelos de cálculo de fluxo de carga exato e o modelo linearizado proposto. Todos os modelos apresentados foram implementados em linguagem de programação matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003).

O modelo de FC AC exato e modelo linearizado proposto foram testados com os sistemas IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras. Verificou-se que o modelo linearizado proposto para o cálculo do FC apresenta resultados muito próximos ao modelo exato AC. A aproximação (56) é válida no problema, pois as diferenças angulares entre duas barras conectadas por uma linha são pequenas. Entretanto, a aproximação (57) é a que mais causa desvios, mas com a estratégia de solução em dois passos o modelo apresenta resultados mais precisos.

O modelo de PLIM apresentado para o problema de PEST considera a presença da potência reativa, perdas de potência e magnitudes de tensão diferentes da nominal, portanto é um modelo mais fiel à realidade que os modelos existentes. Além disso é feito o planejamento de reativos simultaneamente ao planejamento da expansão. O modelo foi testado para os sistemas Garver de 6 barras e para o sistema IEEE de 118 barras modificado. Os pontos de operação das soluções do modelo aproximado foram comparados com os resultados de FC exatos, mostrando que o modelo linearizado proposto apresenta resultados precisos.

O modelo linearizado proposto de PLIM para o cálculo do FPO considera a natureza inteira das variáveis correspondentes ao estado de operação dos *shunts* e da posição do tap dos transformadores em fase com ajuste de tap. O modelo foi testado nos sistemas IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras. Para comparação também foi considerado um modelo exato de PNLIM, para qual o *solver* conseguiu resolver até o sistema de 118 barras. Para sistemas maiores o *solver* de PNLIM não foi capaz de encontrar solução. Para avaliar a qualidade dos resultados do modelo aproximado de PLIM, estes foram comparados com os resultados de FC exatos, demonstrando que o modelo linearizado proposto é de excelente qualidade.

## 5.2 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros, serão realizados testes com os modelos apresentados para os problemas de PEST e de FPO em sistemas mais complexos.

A proposta deste trabalho pode ser estendida para considerar outros aspectos reais dos problemas de PEST e FPO, ou ainda podem ser considerados mais dispositivos no sistema.

Sugestões para trabalhos futuros incluem:

- Considerar incertezas, o que leva a um problema de otimização estocástica;
- Modelamento de dispositivos FACTS;
- Considerar linhas de transmissão HVDC.

## REFERÊNCIAS

- ALSAC, O.; BRIGHT, J.; PRAIS, M.; STOTT, B. Further developments in LP-based optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 5, n. 3, p. 697-711, aug. 1990.
- AKBARI, T.; BINA, M. T. A linearized formulation of AC multi-year transmission expansion planning: A mixed-integer linear programming approach. *Electric Power Systems Research*, Amsterdam, v. 114, p. 93-100, Sep. 2014.
- BAHIENSE, L.; OLIVEIRA, G. C.; PEREIRA, M.; GRANVILLE, S. A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 3, p. 560–565, Aug. 2001.
- BAKIRTZIS, A. G.; BISKAS, P. N.; ZOUMAS, C. E.; PETRIDIS V. Optimal power flow by enhanced genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 17, n. 2, p. 229-236, may 2002.
- BINATO, S.; OLIVEIRA, G. C. de; ARAUJO de J. L. A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 247–253, May 2001.
- BINATO, S.; PEREIRA, M. V. F.; GRANVILLE, S. A new benders decomposition approach to solve power transmission network design problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 235-240, May. 2001.
- BORGES, M. C. O; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Heidelberg, v. 1, n. 2, p. 1-9, 2013.
- BYRD, R. H.; NOCEDAL, J.; WALTZ, R. A. Knitro: an integrad package for nonlinear optimization. In: DI PILLO, G.; ROMA, M. *Large-scale nonlinear optimization*. New York: Springer, 2006. v.8 Nonconvex optimization and its applications, p. 35-59.
- CARPENTIER, J. L. Contribution a l'étude du dispatching économique. *Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens*, Paris, Ser. B3, p. 431-447, aug. 1962.
- CHOI, J.; TRAN, T.; EL-KEIB, A. A.; THOMAS, R.; OH, H. S.; BILLINTON, R. A method for transmission system expansion planning considering probabilistic reliability criteria. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 1606–1615, Aug. 2005.
- DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F. Optimal power flow solutions *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-87, n. 10, p. 1866-1876, oct. 1968.
- ESCOBAR, A.; GALLEGO, R. A.; ROMERO, R. Multi-stage and coordinated planning of the expansion of transmission systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 19, n. 2, p. 735–744, May 2004.

- ESMIN, A. A. A.; LAMBERT-TORRES, G.; SOUZA A. C. Z. D. A hybrid particle swarm optimization applied to loss power minimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 859-866, may 2005.
- FANG, R.; HILL, D. J. A new strategy for transmission expansion in competitive electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 18, n. 1, p. 374-380, Feb. 2003.
- FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. **AMPL**: a modeling language for mathematical programming. 2. ed. Pacific Grove: Thomson/Brooks/Cole, 2003.
- GALLEGO, R. A.; ALVES, A. B.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Parallel simulated annealing applied to long term transmission network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 12, n. 1, p. 181-188, Feb. 1997.
- GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 13, n. 3, p. 822-828, Aug. 1998.
- GALLEGO, R. A.; ROMERO, R.; MONTICELLI, A. Tabu search algorithm for network synthesis. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 15, n. 2, p. 490-495, May 2000.
- GARCÉS, L. P.; CONEJO, A. J.; GARCIA-BERTRAND, R.; ROMERO, R. A bi-level approach to transmission expansion planning within a market environment. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 24, n. 3, p. 1523-1522, Aug. 2009.
- GARVER, L. L. Transmission network estimation using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-89, n. 7, p. 1688-1697, Sep. 1970.
- GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G.A. (Ed). *Handbook of metaheuristics*. New York: Springer, 2003.
- GRANVILLE, S.; MELLO, J. C. O.; MELO, A. C. G. Application of interior point methods to power flow unsolvability. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 11, n. 2, p. 1096-1103, May 1996.
- GRANVILLE, S. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 1, p. 136-146, Feb. 1994.
- HUNEAULT, M.; GALIANA, F. D. A survey of the optimal power flow literature. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 6, n. 2, p. 762-770, May 1991.
- IBA, K. Reactive power optimization by genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 2, p. 685-692, May 1994.
- ILLINOIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY. *IEEE 118-bus system data*. Chicago: Electrical and Computer Engineering Department, 2003. Disponível em: <[http://motor.ece.iit.edu/Data/Gastranssmion\\_118\\_14test.xls](http://motor.ece.iit.edu/Data/Gastranssmion_118_14test.xls)>. Acesso em: 27 jul. 2015.

ILOG. *CPLEX Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0*. Incline Village: ILOG, 2008.

JAESEOK, C.; MOUNT, T. D.; THOMAS, R. J. Transmission expansion planning using contingency criteria. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 22, n. 4, p. 2249-2261, nov. 2007.

KIM, B. H.; BALDICK, R. A comparison of distributed optimal power flow algorithms *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 15, n. 2, p. 599-604, May 2000.

LATORRE, G.; CRUZ R, D.; AREIZA, J. M.; VILLEGAS A. classification of publications and models on transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 18, n. 2, p. 938-946, may 2003.

LEE, C. W.; NG S.; ZHONG J.; WU F. Transmission expansion planning from past to future. in POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION- PES, 9462835, 2006, Atlanta. **Proceeding...**, New York: Georgia, 2006, p. 257-265

LIN, S.; HO, Y.; LIN, C. An ordinal optimization theory-based algorithm for solving the optimal power flow problem with discrete control variables. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, New Jersey, v. 19, n. 1, p. 276-286, Feb. 2004.

MIRANDA, V.; SARAIVA, J. T. Fuzzy modelling of power system optimal load flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 7, n. 2, p. 843-849, May 1992.

MONTICELLI, A. J. *Fluxos de carga em redes de energia elétrica*. New York: Edgard Blücher, 1983.

PHAN, D.; KALAGNANAM, J. Some efficient optimization methods for solving the security-constrained optimal power flow problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 29, n. 2, p. 863-872, Mar. 2014.

RAHMANI, M.; ROMERO, R.; RIDER, M. J. Strategies to reduce the number of variables and the combinatorial search space of the multistage transmission expansion planning problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 2164-2173, aug. 2013.

RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. Power system transmission network expansion planning using ac model. *IET Generation, Transmission Distribution*, Stevenage, v. 1, n. 5, p. 731-742, Sep. 2007. ISSN 1751-8687.

ROMERO, R.; GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A. Transmission system expansion planning by simulated annealing. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 364-369, feb. 1996.

ROMERO, R.; MONTICELLI, A. A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, New Jersey, v. 9, n. 1, p. 373-380, feb. 1994.

ROMERO, R.; MONTICELLI, A. A zero-one implicit enumeration method for optimizing investments in transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 3, p. 1385–1391, aug. 1994.

SILVA, E. L. D.; AREIZA, J. M.; OLIVEIRA, G. C. D.; BINATO, S. Transmission network expansion planning under a tabu search approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 1, p. 62–68, feb. 2001.

SILVA, E. L. D.; GIL, H. A.; AREIZA, J. M. Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 15, n. 4, p. 1168–1175, aug. 2000.

SILVA, I. J.; RIDER, M. J.; ROMERO, R.; MURARI, C. A. F. Transmission network expansion planning considering uncertainty in demand. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 21, n. 4, p. 1565–1573, nov. 2006.

SUN, D. I.; ASHLEY, B.; BREWER, B.; HUGHES, A.; TINNEY, W. F. Optimal power flow by newton approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-103, n. 10, p. 2864–2880, Oct. 1984.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP. **Transmission expansion planning test systems**. Ilha solteira: Lapsee, 2015. Disponível em: <[http://www.dee.feis.unesp.br/lapsee/interna/underline\\_downloads/underline\\_sistemastestes.php](http://www.dee.feis.unesp.br/lapsee/interna/underline_downloads/underline_sistemastestes.php)>. Acesso em: 3 aug. 2015.

UNIVERSITY OF WASHINGTON. *Power system test cases*. Seattle: University of Washington, IEEE, 1999. Disponível em: <<http://www.ee.washington.edu/research/pstca>>. Acesso em: 29 jun. 2015.

UNIVERSITÄT DUISBURG-E-ESSEN. Test cases repository: OPF test bed and guidelines. In: IEEE POWER & ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING- PES, 2014. **Meeting...** [S.l.: s.n], 2014. Disponível em: <<https://www.uni-due.de/ieee-wgmho/competition2014>>. Acesso em: 15 jun. 2015.

VILLASANA, R.; GARVER, L. L.; SALON, S. J. Transmission network planning using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-104, n. 2, p. 349–356, feb. 1985.

WEI, H.; SASAKI, H.; KUBOKAWA, J.; YOKOYAMA, R. An interior point nonlinear programming for optimal power flow problems with a novel data structure. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 13, n. 3, p. 870–877, Aug. 1998.

WU, Y.; DEBS, A. S.; MARSTEN, R. E. A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 2, p. 876–883, May 1994.

WÄCHTER, A.; BIEGLER, L. T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*, Atlanta, v. 106, n. 1, p. 25–57, 2005.

YOSHIDA, H.; KAWATA, K.; FUKUYAMA, Y.; TAKAYAMA, S.; NAKANISHI, Y. A particle swarm optimization for reactive power and voltage control considering voltage security assessment. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, New Jersey, v. 15, n. 4, p. 1232-1239, nov. 2000.

YUMBLA, P. E. O.; RAMIREZ, J. M.; COELLO, C. A. C. Optimal power flow subject to security constraints solved with a particle swarm optimizer. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 23, n. 1, p. 33-40, Feb. 2008.

YURYEVICH, J.; WONG, K. Evolutionary programming based optimal power flow algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 14, n. 4, p. 1245-1250, nov. 1999.

ZHANG, H.; HEYDT, G. T.; VITTAL, V.; QUINTERO, J. An improved network model for transmission expansion planning considering reactive power and network losses. . *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 3471-3479, aug. 2013.

## ANEXO A – RESULTADOS DO FPO PARA O SISTEMA IEEE DE 14 BARRAS

Neste anexo são apresentados os resultados obtidos para o sistema IEEE de 14 barras.

### A.1 RESULTADO DO MODELO NÃO LINEAR PARA O FPO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Custo de Geração (US\$): 62,4521

Perdas de Potência Ativa (MW): 8,2605

#### Tensão e ângulo na barra

Barra	V[pu]	theta[grau]	Pg[MW]	Qg[MW]	w
1	1,0500	0,0000	182,2605	-15,8807	0
2	1,0368	-3,8835	35,0000	21,5356	0
3	1,0159	-9,1212	40,0000	21,3189	0
4	1,0160	-8,4331	0,0000	0,0000	0
5	1,0231	-7,2945	0,0000	0,0000	0
6	1,0500	-12,3231	5,0000	31,7495	0
7	1,0412	-11,2122	0,0000	0,0000	0
8	1,0500	-10,7534	5,0000	5,2115	0
9	1,0434	-12,9425	0,0000	0,0000	1
10	1,0370	-13,1308	0,0000	0,0000	0
11	1,0400	-12,8666	0,0000	0,0000	0
12	1,0354	-13,1965	0,0000	0,0000	0
13	1,0312	-13,2781	0,0000	0,0000	0
14	1,0198	-14,1203	0,0000	0,0000	0

#### Fluxo de potência ativa e reativa, perdas.

i	j	Pij[MW]	Pji[MW]	Qij[MVA]	Qji[MVA]	Pls[MW]	Qls[MVA]	Tap	Pos_tap
1	2	120,7044	-118,1183	-14,8405	16,9876	2,5861	2,1471	1,0000	0
1	5	61,5561	-59,6978	-1,0401	3,4245	1,8583	2,3844	1,0000	0
2	3	48,9453	-47,8970	-0,7654	0,5676	1,0483	-0,1978	1,0000	0
2	4	46,9446	-45,7524	-3,1831	3,2183	1,1923	0,0352	1,0000	0
2	5	35,5284	-34,8567	-4,2036	2,5837	0,6716	-1,6199	1,0000	0
3	4	-6,3030	6,3325	1,7513	-2,9969	0,0296	-1,2456	1,0000	0
4	5	-49,3164	49,6310	-0,8455	1,8379	0,3146	0,9924	1,0000	0
4	7	24,8084	-24,8022	-5,6760	6,9558	0,0061	1,2798	1,0125	1
4	9	16,1278	-16,1248	10,2002	-8,5024	0,0031	1,6978	1,0750	6
5	6	37,3235	-37,3094	-9,4462	13,0153	0,0142	3,5692	1,0000	0
6	11	6,3056	-6,2668	2,2983	-2,2171	0,0388	0,0813	1,0000	0
6	12	7,6155	-7,5446	2,3665	-2,2189	0,0709	0,1476	1,0000	0
6	13	17,1882	-16,9851	6,5693	-6,1693	0,2032	0,4001	1,0000	0
7	8	-4,9995	5,0000	-5,1281	5,2115	0,0005	0,0833	1,0000	0
7	9	29,8018	-29,7935	-1,8277	2,7322	0,0082	0,9046	1,0000	0
9	10	6,2592	-6,2391	5,4503	-5,3968	0,0201	0,0535	1,0000	0
9	14	10,1591	-10,0159	4,4034	-4,0989	0,1431	0,3045	1,0000	0
10	11	-2,7609	2,7668	-0,4032	0,4171	0,0059	0,0139	1,0000	0
12	13	1,4446	-1,4395	0,6189	-0,6143	0,0051	0,0046	1,0000	0
13	14	4,9246	-4,8841	0,9836	-0,9011	0,0405	0,0825	1,0000	0

## A.1 RESULTADO DO MODELO LINEAR PROPOSTO PARA O FPO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

### RESULTADO DO MODELO PROPOSTO

Custo de Geração (US\$): 62,4958

Perdas de Potência Ativa (MW): 8,4789

#### Tensão e ângulo na barra

Barra	V[pu]	theta[grau]	Pg[MW]	Qg[MW]	w
1	1,0449	0,0000	182,4789	11,8052	0
2	1,0201	-3,7307	35,0000	12,2289	0
3	0,9913	-9,0145	40,0000	16,9283	0
4	0,9930	-8,3234	0,0000	0,0000	0
5	1,0008	-7,1584	0,0000	0,0000	0
6	0,9812	-12,5885	5,0000	22,2298	0
7	0,9847	-11,3936	0,0000	0,0000	0
8	0,9933	-10,8888	5,0000	4,8765	0
9	0,9761	-13,3515	0,0000	0,0000	1
10	0,9690	-13,5531	0,0000	0,0000	0
11	0,9713	-13,2294	0,0000	0,0000	0
12	0,9657	-13,5760	0,0000	0,0000	0
13	0,9613	-13,6746	0,0000	0,0000	0
14	0,9500	-14,6578	0,0000	0,0000	0

#### Fluxo de potência ativa e reativa, perdas.

i	j	Pij[MW]	Pji[MW]	Qij[MVA]	Qji[MVA]	Pls[MW]	Qls[MVA]	Tap	Pos_tap
1	2	121,0522	-118,4644	5,0188	-2,7473	2,5878	2,2715	1,0000	0
1	5	61,4267	-59,5298	6,7864	-4,1052	1,8969	2,6812	1,0000	0
2	3	48,8836	-47,8012	3,1468	-3,0177	1,0824	0,1290	1,0000	0
2	4	47,1863	-45,9529	0,2235	0,0737	1,2334	0,2971	1,0000	0
2	5	35,6945	-35,0030	-1,0941	-0,3276	0,6915	-1,4217	1,0000	0
3	4	-6,3988	6,4282	0,9461	-2,1311	0,0294	-1,1850	1,0000	0
4	5	-49,1798	49,5051	-2,2532	3,2790	0,3252	1,0259	1,0000	0
4	7	25,4003	-25,3937	4,5313	-3,1389	0,0067	1,3924	1,0000	0
4	9	15,5042	-15,5017	3,6793	-2,2683	0,0025	1,4110	1,0000	0
5	6	37,4277	-37,4132	-0,4462	4,0922	0,0145	3,6459	0,9750	-2
6	11	6,3579	-6,3151	1,8896	-1,8000	0,0428	0,0896	1,0000	0
6	12	7,6221	-7,5423	2,3339	-2,1678	0,0798	0,1661	1,0000	0
6	13	17,2333	-17,0049	6,4141	-5,9644	0,2284	0,4497	1,0000	0
7	8	-4,9995	5,0000	-4,7904	4,8765	0,0005	0,0860	1,0000	0
7	9	30,3932	-30,3832	7,9293	-6,8269	0,0100	1,1025	1,0000	0
9	10	6,2158	-6,1917	5,8800	-5,8160	0,0241	0,0640	1,0000	0
9	14	10,1690	-10,0041	4,7164	-4,3656	0,1649	0,3508	1,0000	0
10	11	-2,8083	2,8151	0,0160	0,0000	0,0068	0,0160	1,0000	0
12	13	1,4423	-1,4365	0,5678	-0,5627	0,0057	0,0052	1,0000	0
13	14	4,9414	-4,8959	0,7270	-0,6344	0,0455	0,0927	1,0000	0

## RESULTADO DO FLUXO DE CARGA DO MODELO PROPOSTO

Custo de Geração (US\$): 62,5135

Perdas de Potência Ativa (MW): 8,5676

### Tensão e ângulo na barra

Barra	V[pu]	theta[grau]	Pg[MW]	Qg[MW]	wc
1	1,0449	0,0000	182,5676	11,8627	0
2	1,0201	-3,7746	35,0000	12,3858	0
3	0,9913	-9,1224	40,0000	16,9827	0
4	0,9930	-8,4235	0,0000	0,0000	0
5	1,0008	-7,2399	0,0000	0,0000	0
6	0,9812	-12,8479	5,0000	22,3626	0
7	0,9846	-11,5598	0,0000	0,0000	0
8	0,9933	-11,0467	5,0000	4,8795	0
9	0,9761	-13,5618	0,0000	0,0000	1
10	0,9690	-13,7776	0,0000	0,0000	0
11	0,9714	-13,4738	0,0000	0,0000	0
12	0,9657	-13,8489	0,0000	0,0000	0
13	0,9613	-13,9447	0,0000	0,0000	0
14	0,9500	-14,9142	0,0000	0,0000	0

### Fluxo de potência ativa e reativa, perdas.

I	j	Pij[MW]	Pji[MW]	Qij[MVA]	Qji[MVA]	Pls[MW]	Qls[MVA]	Pos_tap
1	2	121,1780	-118,5602	5,0283	-2,6653	2,6178	2,3630	0
1	5	61,3897	-59,4797	6,8345	-4,0993	1,9100	2,7351	0
2	3	48,9019	-47,8087	3,1665	-2,9919	1,0932	0,1746	0
2	4	47,2326	-45,9846	0,2631	0,0786	1,2481	0,3417	0
2	5	35,7256	-35,0269	-1,0785	-0,3210	0,6988	-1,3995	0
3	4	-6,3913	6,4209	0,9746	-2,1591	0,0296	-1,1844	0
4	5	-49,4517	49,7835	-2,2264	3,2730	0,3318	1,0465	0
4	7	25,6011	-25,5943	4,5275	-3,0939	0,0069	1,4336	0
4	9	15,6142	-15,6116	3,6794	-2,2278	0,0026	1,4516	0
5	6	37,1231	-37,1086	-0,4527	4,1011	0,0145	3,6484	-2
6	11	6,1696	-6,1283	1,9567	-1,8701	0,0413	0,0865	0
6	12	7,6004	-7,5196	2,3496	-2,1814	0,0808	0,1681	0
6	13	17,1386	-16,9081	6,4553	-6,0015	0,2304	0,4538	0
7	8	-4,9995	5,0000	-4,7923	4,8795	0,0005	0,0871	0
7	9	30,5938	-30,5835	7,8862	-6,7536	0,0103	1,1326	0
9	10	6,4027	-6,3777	5,8103	-5,7440	0,0250	0,0663	0
9	14	10,2924	-10,1219	4,6746	-4,3120	0,1705	0,3626	0
10	11	-2,6223	2,6283	-0,0560	0,0701	0,0060	0,0141	0
12	13	1,4196	-1,4141	0,5814	-0,5764	0,0056	0,0050	0
13	14	4,8222	-4,7781	0,7778	-0,6880	0,0441	0,0899	0

## DESVIOS DO MODELO PROPOSTO

## Desvio de tensão e ângulo na barra

Barra	Vrelax[pu]	Vfc[pu]	Vaprox[pu]	EV[%]	thfc[grau]	thaprx[grau]	Eth[grau]	Pgfc[MW]	Pgaprox[MW]	Qgfc[MW]	Qgaprox[MW]
1	1,0500	1,0449	1,0449	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	182,4789	-120,0000	11,8052
2	1,0252	1,0201	1,0201	0,0000	-3,7746	-3,7307	0,0439	35,0000	35,0000	-10,0000	12,2289
3	0,9966	0,9913	0,9913	0,0000	-9,1224	-9,0145	0,1079	5,0000	40,0000	-50,0000	16,9283
4	0,9983	0,9930	0,9930	0,0054	-8,4235	-8,3234	0,1001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	1,0054	1,0008	1,0008	0,0024	-7,2399	-7,1584	0,0816	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,9900	0,9812	0,9812	0,0000	-12,8479	-12,5885	0,2594	5,0000	5,0000	-100,0000	22,2298
7	0,9921	0,9846	0,9847	0,0004	-11,5598	-11,3936	0,1662	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	1,0020	0,9933	0,9933	0,0000	-11,0467	-10,8888	0,1579	5,0000	5,0000	-100,0000	4,8765
9	0,9839	0,9761	0,9761	0,0060	-13,5618	-13,3515	0,2103	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,9770	0,9690	0,9690	0,0062	-13,7776	-13,5531	0,2245	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
11	0,9798	0,9714	0,9713	0,0044	-13,4738	-13,2294	0,2444	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12	0,9746	0,9657	0,9657	0,0011	-13,8489	-13,5760	0,2729	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13	0,9701	0,9613	0,9613	0,0013	-13,9447	-13,6746	0,2701	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
14	0,9585	0,9500	0,9500	0,0037	-14,9142	-14,6578	0,2565	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

## Desvio do fluxo de potência ativa e reativa, perdas.

N°	i	j	Pijfc[MW]	Pijm[MW]	EPIj[%]	Pjifc[MW]	Pjim[MW]	EPji[%]	Qijfc[MVA]	Qijm[MVA]	EQij[%]	Qjifc[MVA]	Qjim[MVA]	EQji[%]	Plsfc[MW]	Plsm[MW]	EPis[%]	Qlsfc[MVA]	Qlsm[MVA]	EQis[%]
1	1	2	121,1780	121,0522	0,0740	118,5602	118,4644	0,0563	5,0283	5,0188	0,0056	-2,6653	-2,7473	0,0483	2,6178	2,5878	0,0176	2,3630	2,2715	0,0538
2	1	5	61,3897	61,4267	0,0412	-59,4797	-59,5298	0,0557	6,8345	6,7864	0,0534	-4,0993	-4,1052	0,0066	1,9100	1,8969	0,0145	2,7351	2,6812	0,0599
3	2	3	48,9019	48,8836	0,0204	-47,8087	-47,8012	0,0084	3,1665	3,1468	0,0219	-2,9919	-3,0177	0,0287	1,0932	1,0824	0,0120	0,1746	0,1290	0,0506
4	2	4	47,2326	47,1863	0,0662	-45,9846	-45,9529	0,0453	0,2631	0,2235	0,0566	0,0786	0,0737	0,0071	1,2481	1,2334	0,0209	0,3417	0,2971	0,0637
5	2	5	35,7256	35,6945	0,0623	-35,0269	-35,0030	0,0478	-1,0785	-1,0941	0,0312	-0,3210	-0,3276	0,0132	0,6988	0,6915	0,0145	-1,3995	-1,4217	0,0443
6	3	4	-6,3913	-6,3988	0,0251	6,4209	6,4282	0,0244	0,9746	0,9461	0,0953	-2,1591	-2,1311	0,0932	0,0296	0,0294	0,0007	-1,1844	-1,1850	0,0021
7	4	5	-49,4517	-49,1798	0,3884	49,7835	49,5051	0,3977	-2,2264	-2,2532	0,0382	3,2730	3,2790	0,0087	0,3318	0,3252	0,0094	1,0465	1,0259	0,0295
8	4	7	25,6011	25,4003	0,4016	-25,5943	-25,3937	0,4012	4,5275	4,5313	0,0077	-3,0939	-3,1389	0,0900	0,0069	0,0067	0,0004	1,4336	1,3924	0,0823
9	4	9	15,6142	15,5042	0,3668	-15,6116	-15,5017	0,3666	3,6794	3,6793	0,0006	-2,2278	-2,2683	0,1350	0,0026	0,0025	0,0002	1,4516	1,4110	0,1355
10	5	6	37,1231	37,4277	0,4351	-37,1086	-37,4132	0,4352	-0,4527	-0,4462	0,0092	4,1011	4,0922	0,0128	0,0145	0,0145	0,0000	3,6484	3,6459	0,0036
11	6	11	6,1696	6,3579	0,9414	-6,1283	-6,3151	0,9342	1,9567	1,8896	0,3353	-1,8701	-1,8000	0,3506	0,0413	0,0428	0,0073	0,0865	0,0896	0,0153
12	6	12	7,6004	7,6221	0,1082	-7,5196	-7,5423	0,1132	2,3496	2,3339	0,0783	-2,1814	-2,1678	0,0679	0,0808	0,0798	0,0050	0,1681	0,1661	0,0104
13	6	13	17,1386	17,2333	0,3156	-16,9081	-17,0049	0,3225	6,4553	6,4141	0,1372	-6,0015	-5,9644	0,1236	0,2304	0,2284	0,0069	0,4538	0,4497	0,0136
14	7	8	-4,9995	-4,9995	0,0000	5,0000	5,0000	0,0000	-4,7923	-4,7904	0,0064	4,8795	4,8765	0,0100	0,0005	0,0005	0,0000	0,0871	0,0860	0,0036
15	7	9	30,5938	30,3932	0,5015	-30,5835	-30,3832	0,5008	7,8862	7,9293	0,1077	-6,7536	-6,8269	0,1830	0,0103	0,0100	0,0007	1,1326	1,1025	0,0753
16	9	10	6,4027	6,2158	0,9344	-6,3777	-6,1917	0,9301	5,8103	5,8800	0,3485	-5,7440	-5,8160	0,3601	0,0250	0,0241	0,0043	0,0663	0,0640	0,0116
17	9	14	10,2924	10,1690	0,6171	-10,1219	-10,0041	0,5893	4,6746	4,7164	0,2090	-4,3120	-4,3656	0,2681	0,1705	0,1649	0,0278	0,3626	0,3508	0,0591
18	10	11	-2,6223	-2,8083	0,9301	2,6283	2,8151	0,9342	-0,0560	0,0160	0,3601	0,0701	0,0000	0,3506	0,0060	0,0068	0,0041	0,0141	0,0160	0,0095
19	12	13	1,4196	1,4423	0,1132	-1,4141	-1,4365	0,1124	0,5814	0,5678	0,0679	-0,5764	-0,5627	0,0686	0,0056	0,0057	0,0007	0,0050	0,0052	0,0006
20	13	14	4,8222	4,9414	0,5962	-4,7781	-4,8959	0,5893	0,7778	0,7270	0,2540	-0,6880	-0,6344	0,2681	0,0441	0,0455	0,0069	0,0899	0,0927	0,0141