



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



Pedro Rogério Cleto

**SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO EM
ROCHAS NATURALMENTE FRATURADAS USANDO A
TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DA MALHA COM
ACOPLAMENTO HIDROMECHANICO**

Bauru

2020

Pedro Rogério Cleto

SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO EM
ROCHAS NATURALMENTE FRATURADAS USANDO A
TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DA MALHA COM
ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
na Área de Projetos Mecânicos, como parte dos requi-
sitos necessários à obtenção de Título de Doutor em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli

Bauru

2020

C634s

Cleto, Pedro Rogério

Simulação de fraturamento hidráulico em rochas naturalmente fraturadas usando a técnica de fragmentação da malha com acoplamento hidromecânico / Pedro Rogério Cleto. -- Bauru, 2020
164 p. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Osvaldo Luís Manzoli

1. Fraturamento Hidráulico. 2. Elementos de Interface com Elevada Razão de Aspecto. 3. Técnica de Fragmentação da Malha. 4. Método dos Elementos Finitos. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE PEDRO ROGÉRIO CLETO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 03 dias do mês de agosto do ano de 2020, às 14:30 horas, no(a) Via Sistema de videoconferência e outras ferramentas de comunicação a distância, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. OSVALDO LUIS MANZOLI - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. LEONARDO JOSÉ DO NASCIMENTO GUIMARÃES do(a) Departamento de Engenharia Civil / Universidade Federal de Pernambuco, Prof. Dr. MARCELO JAVIER SANCHEZ CASTILLA do(a) Department of Civil and Environmental Engineering / TEXAS A&M UNIVERSITY, Prof. Dr. ALFREDO EDMUNDO HUESPE do(a) Department of Materials / National University of Litoral, Dr. LEONARDO CABRAL PEREIRA do(a) Centro de Pesquisas Leopoldo Américo Miguez de Mello / Petróleo Brasileiro S.A, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de PEDRO ROGÉRIO CLETO, intitulada **SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO EM ROCHAS NATURALMENTE FRATURADAS USANDO A TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DA MALHA COM ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO**

. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

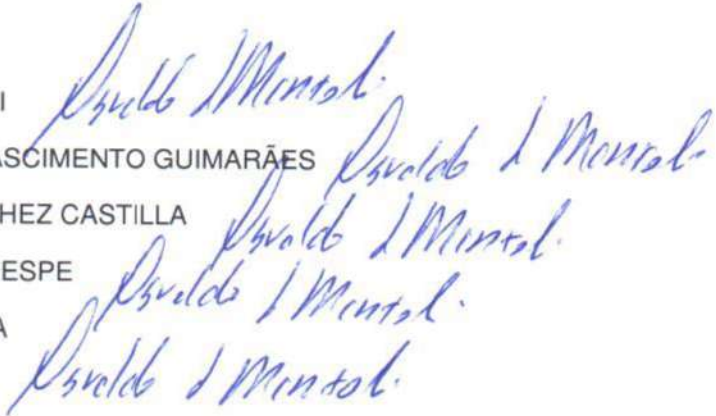
Prof. Dr. OSVALDO LUIS MANZOLI

P/ Prof. Dr. LEONARDO JOSÉ DO NASCIMENTO GUIMARÃES

P/ Prof. Dr. MARCELO JAVIER SANCHEZ CASTILLA

P/ Prof. Dr. ALFREDO EDMUNDO HUESPE

P/ Dr. LEONARDO CABRAL PEREIRA



*À minha amada esposa,
Alline Cristina Develis Cleto.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus pelo dom da vida, por todas as bênçãos derramadas sobre mim e minha família desde sempre e por estar ao meu lado me ajudando a superar todos os desafios que já encontrei. Agradeço também à Nossa Senhora da Conceição Aparecida, mãe amada, por todas as graças concedidas e por sempre acolher às minhas súplicas. Muito obrigado!

Agradeço à minha família, em especial meus pais, José Bento Cleto e Rosana Cristina Pinto Cleto, e irmãos, José Henrique Cleto e João Gabriel Cleto, por todo amor, carinho, companheirismo e compreensão; por estarem ao meu lado nos momentos bons e ruins; pelos ensinamentos que ainda hoje me surpreendem e me fazem amadurecer tanto como pessoa quanto profissional; e por toda a confiança e esperança depositadas sobre mim.

À Alline Cristina Develis Cleto, minha esposa, agradeço por todo amor e carinho; pelo apoio essencial nos momentos em que precisei de um abraço acolhedor e ouvir um “vai dar tudo certo”; pela enorme compreensão nas vezes em que me ausentei para estudar; e por estar ao meu lado por quase doze anos e nunca desistir de nós.

Sou imensamente grato ao professor Osvaldo Luís Manzoli, meu orientador e mentor, por ter acreditado e confiado a mim o desenvolvimento desse trabalho; pelas críticas e elogios, ambos indispensáveis ao meu aperfeiçoamento acadêmico; e, principalmente, pelo exemplo de caráter e retidão, tanto pessoal quanto profissional.

Agradeço muito aos professores Marcelo Javier Sánchez Castilla e Leonardo José do Nascimento Guimarães por todo suporte e pelo precioso conhecimento transmitido, ambos absolutamente fundamentais a esse trabalho. Agradeço ao professor Alfredo Edmundo Huespe e sua equipe por terem disponibilizado o código em elementos finitos que foi utilizado como base para as implementações desse trabalho.

Agradecimentos especiais vão aos meus amigos Eduardo Alexandre Rodrigues e Michael Andrade Maedo, por serem minhas referências de superação, dedicação e profissionalismo; pelas tão frutíferas conversas e discussões de valor inestimável, as quais muito contribuíram ao desenvolvimento e aperfeiçoamento desse trabalho; e por toda ajuda que recebi (e ainda recebo) de ambos, sem a qual eu jamais teria chegado até aqui.

Agradeço também a todos os membros da Rede GEOMEC da Petrobras, em especial a Leonardo Cabral, Renato Poli e Luís Fernando Neumann, pela oportunidade, parceria e, sobretudo, pela riquíssima troca de conhecimento.

Não poderia deixar de agradecer aos membros do grupo de pesquisa ao qual faço parte, GMCMS, pelo apoio e incentivo: Luís, Caio, Roger, José, Heber, Higor, Marcela, Murilo, Lívia, Nayra e Beatriz; e aos demais amigos que fiz ao longo desses quatro anos de doutorado: Júlio, Willian, Alfredo, Jhaber e tantos outros.

O presente trabalho foi realizado com apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e da Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras) por meio dos projetos 2016/00129 – 1 e 2018/00205 – 5.

‘‘Se eu vi mais longe, foi por estar
de pé sobre ombros de gigantes.’’

— Isaac Newton

Resumo

CLETO, P. R., SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO EM ROCHAS NATURALMENTE FRATURADAS USANDO A TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DA MALHA COM ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB), Bauru, 2020, 164 p., Tese (Doutorado).

O fraturamento hidráulico é uma técnica de estimulação de reservatórios principalmente utilizada na indústria de petróleo. A técnica consiste em injetar um fluido altamente pressurizado no poço com o objetivo de induzir fraturas no reservatório facilitando o escoamento do hidrocarboneto e, conseqüentemente, aprimorando a produção. Entretanto, esse é um processo complexo que pode ser influenciado por condições adversas, tais como: variações nas tensões *in situ*, perda de fluido da fratura para a matriz porosa e interações entre fraturas induzidas e preexistentes. Esse trabalho apresenta um novo método numérico para modelagem e simulação de fraturamento hidráulico em meios porosos deformáveis com base na Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes, onde elementos de interface com elevada razão de aspecto são utilizados para descrever o comportamento da fratura. O modelo constitutivo mecânico de tais elementos é baseado em um modelo de dano à tração escalar isotrópico e o escoamento de fluido na fratura é estabelecido pela lei cúbica. Dentre as vantagens do método proposto, destaca-se sua incorporação relativamente simples em códigos que já utilizam o Método dos Elementos Finitos. As análises realizadas foram validadas com soluções analíticas e demonstraram que os elementos de interface com elevada razão de aspecto podem ser aplicados a cenários 2D e 3D. Tal metodologia não necessita de um elevado grau de refinamento de malha para reproduzir a formação e propagação de fraturas induzidas hidraulicamente. Além disso, associando os elementos de interface com elevada razão de aspecto à Técnica de Fragmentação da Malha, é possível simular a evolução de múltiplas fraturas.

Palavras-chave: Fraturamento Hidráulico, Elementos de Interface com Elevada Razão de Aspecto, Técnica de Fragmentação da Malha, Método dos Elementos Finitos.

Abstract

CLETO, P. R., HYDRAULIC FRACTURING SIMULATION IN NATURALLY FRACTURED ROCKS USING THE MESH FRAGMENTATION TECHNIQUE WITH HYDROMECHANICAL COUPLING, São Paulo State University “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), College of Engineering Bauru (FEB), Bauru, 2020, 164 p., PhD Thesis (PhD’s degree).

Hydraulic fracturing is a reservoir stimulation technique mainly used in the oil industry. The technique consists of injecting a highly pressurized fluid into the well in order to induce fractures in the reservoir, facilitating the flow of the hydrocarbon and, consequently, improving production. However, this is a complex process that can be influenced by adverse conditions, such as: variations in *in situ* stresses, loss of fluid from the fracture to the porous matrix, and interactions between induced and pre-existing fractures. This work presents a new numerical method for modeling and simulating hydraulic fracturing in deformable porous media based on the Continuum Strong Discontinuity Approach, where interface elements with a high aspect ratio are used to describe the fracture behavior. The mechanical constitutive model of such elements is based on an isotropic scalar tensile damage model and fluid flow into the fracture is established by the cubic law. Among the advantages of the proposed method, it stands out its relatively simple incorporation in codes that already use the Finite Element Method. The analyzes performed were validated with analytical solutions and demonstrated that the interface elements with a high aspect ratio can be applied to scenarios 2D and 3D. Such a methodology does not need a high degree of mesh refinement to reproduce the formation and propagation of hydraulically induced fractures. In addition, by associating the interface elements with a high aspect ratio to the Mesh Fragmentation Technique, it is possible to simulate the evolution of multiple fractures.

Keywords: Hydraulic Fracturing, High Aspect Ratio Interface Elements, Mesh Fragmentation Technique, Finite Element Method.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Representação da (a) formação da fratura em uma seção horizontal de um poço sujeito a tensões <i>in situ</i> e pressão do fluido (adaptado de Yew e Weng (2014)). (b) Propagação da fratura segundo o estado de tensões (adaptado de Fjaer <i>et al.</i> (2008)).	5
1.2	Perfurações em poços: (a) distribuição das perfurações ao longo do poço e (b) evolução das fraturas segundo o campo de tensões <i>in situ</i> (adaptado de Yew e Weng (2014)).	6
1.3	Representação esquemática de um processo de fraturamento hidráulico em reservatório não-convencional (adaptado de The Fracking Process Explained (2020)).	7
1.4	Idealização da curva de pressão obtida em operações de fraturamento hidráulico considerando dois ciclos de injeção.	10
1.5	Resultado das possíveis interações entre fraturas induzidas hidráulicamente e fraturas naturais (adaptado de Weng (2015)).	13
1.6	Geometrias esquemáticas dos modelos analíticos: (a) KGD, (b) PKN e (c) <i>penny-shaped</i> (adaptado de Adachi <i>et al.</i> (2007)).	17
1.7	Representação das categorias de classificação do FEM, onde a fratura está representada na forma de uma linha vermelha (reproduzido de Lecampion, Bunger e Zhang (2018)). (a) Malhas adaptativas (adapta a topologia da malha segundo a posição da fratura; (b) elementos de interface (representam a fratura contornando os elementos originais da malha); (c) <i>XFEM</i> (enriquecimento das funções de forma dos elementos); e (d) <i>phase-field</i> (fratura representada como uma fase).	20

2.1	Exemplos de materiais porosos apresentados por Cheng (2016): (a) areia, (b) arenito, (c) rocha vulcânica, (d) rocha fraturada, (e) concreto permeável, (f) espuma de poliuretano, (g) espuma de metal, (h) osso com osteoporose, (i) cartilagem articular e (j) alumínio nanoporoso.	30
2.2	Conceito gráfico do volume elementar representativo (adaptado de Bear (1972)).	31
2.3	Volume elementar representativo apresentando os volumes da fase sólida e de poros.	32
2.4	Volume elementar representativo referente ao problema mecânico.	33
2.5	Volume elementar representativo referente ao problema hidráulico.	35
2.6	Espaço paramétrico com os regimes de propagação de fraturas (adaptado de Zielonka <i>et al.</i> (2014)).	39
2.7	Evolução entre os regimes de propagação de fraturas para os modelos KGD e <i>penny-shaped</i> (adaptado de Bungler, Detournay e Garagash (2005)).	41
2.8	Problema de fraturamento hidráulico com os (a) principais processos físicos envolvidos e as (b) respostas de interesse.	42
3.1	Meio poroso com uma descontinuidade.	44
3.2	Campos de deslocamento e poropressão considerando: (a) descontinuidade fraca ($h \neq 0$) e (b) descontinuidade forte ($h \rightarrow 0$).	45
3.3	Campos de deformação e gradiente de pressão.	46
4.1	Elemento finito triangular com elevada razão de aspecto (<i>HAR-IE 2D</i>).	60
4.2	Elementos finitos com elevada razão de aspecto situados em Ω^h para simular os efeitos da fratura.	61
4.3	Principais passos envolvidos na MFT: (a) malha original com elementos regulares, (b) redução no tamanho dos elementos regulares e (c) inserção dos elementos de interface com elevada razão de aspecto (malha fragmentada).	63
4.4	Simulação de fraturas evoluindo a partir da ativação dos elementos com elevada razão de aspecto posicionados entre os elementos regulares.	64
4.5	Elemento finito tetraédrico com elevada razão de aspecto (<i>HAR-IE 3D</i>).	65

4.6	Inserção dos <i>HAR-IEs</i> 3D malha tridimensional de elementos finitos: (a) trio de <i>HAR-IEs</i> 3D combinados e (b) posicionamento dos <i>HAR-IEs</i> 3D entre dois elementos regulares.	68
5.1	Integração dos programas GiD [®] e HAR_HyFrac (programado em MATLAB [®]).	70
5.2	Esquema de interação entre GiD [®] e HAR_HyFrac considerando os arquivos necessários a uma simulação completa.	71
5.3	Geometria de $1/4$ de cilindro construída no pré-processamento do GiD [®]	72
5.4	Pós-processo do GiD [®] mostrando a malha com deformações ampliadas em 100 vezes juntamente com o campo de pressão.	73
5.5	Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac mostrando as informações iniciais.	76
5.6	Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac mostrando as listas de elementos e nós da malha.	77
5.7	Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac destacando as informações referentes às propriedades dos materiais considerados	78
5.8	Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac apresentando as propriedades do fluido e informações referentes ao intervalo de carregamento.	79
5.9	Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac apresentando os tipos de carregamento que podem ser inseridos.	79
5.10	Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac destacando as condições de contorno, tolerância do método de Newton-Raphson e o intervalo de impressão dos resultados do pós-processo.	80
5.11	Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac destacando o trecho responsável pela impressão das curvas estruturais.	81
6.1	Geometria, condições de contorno e malha de elementos finitos adotados para os casos dessa Seção. Note que a região central da malha (com maior densidade de elementos) também é destacada.	83

6.2	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>storage-toughness</i> em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	86
6.3	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>storage-toughness</i> em termos de comprimento da fratura.	87
6.4	Comparação entre as curvas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>storage-toughness</i> considerando (a) perfil da fratura e (b) tensão normal ao longo do comprimento da fratura, ambos para o tempo de 10 s.	88
6.5	Comparação entre as curvas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>leak-off-toughness</i> em termos de (a) abertura e (b) comprimento da fratura.	89
6.6	Campo de pressão para o regime <i>leak-off-toughness</i> considerando $t = 100$ s para (a) difusão 1D e (b) difusão 2D.	90
6.7	Efeito da viscosidade do fluido sobre o (a) perfil e (b) pressão na fratura, ambos considerando o tempo de 20 s.	92
6.8	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>storage-viscosity</i> em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	93
6.9	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>storage-viscosity</i> em termos de comprimento da fratura.	94

6.10	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>leak-off-viscosity</i> em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	95
6.11	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>leak-off-viscosity</i> em termos do comprimento da fratura. .	96
6.12	Detalhe da região central das malhas escolhidas destacando-se a altura dos elementos para (a) $h_1^e = 0.0001$ m, (b) $h_2^e = 0.0010$ m e (c) $h_3^e = 0.0100$ m.	96
6.13	Efeito da influência da altura dos elementos com elevada razão de aspecto para o regime <i>storage-viscosity</i> sobre a (a) abertura e (b) pressão de injeção da fratura.	98
6.14	Detalhe da região central das malhas escolhidas destacando-se o comprimento da base dos elementos para (a) $b_1^e = 0.050$ m, (b) $b_2^e = 0.200$ m e (c) $b_3^e = 0.375$ m.	99
6.15	Efeito do comprimento da base dos elementos com elevada razão de aspecto sobre a (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	100
6.16	Efeito da variação do incremento de tempo sobre a (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	102
6.17	Problema proposto para verificação da <i>MFT</i> . (a) Geometria e condições de contorno, (b) malha geral de elementos finitos e detalhe da área central refinada com malha (c) estruturada e (d) não estruturada.	105
6.18	Evolução da propagação da fratura ao longo dos 6 primeiros segundos de simulação relacionados à malha (a) estruturada e (b) não estruturada.	106
6.19	Comparação entre as malhas estruturada e não estruturada aos 6 s de simulação considerando o (a) campo de deslocamento na direção <i>y</i> e (b) campo de pressão.	106
6.20	Propagação da fratura aos 30 s de simulação para as malhas (a) estruturada e (b) não estruturada.	107

6.21	Comparação entre as curvas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se uma malha não fragmentada (Seção 6.1) e com aplicação da <i>MFT</i> para as malhas estruturada e não estruturada em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	108
6.22	Comparação entre as curvas analítica e numérica apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se uma malha não fragmentada (Seção 6.1.3) e com aplicação da <i>MFT</i> para as malhas estruturada e não estruturada em termos de comprimento da fratura.	109
6.23	Detalhe das malhas adotadas para o estudo da influência da espessura dos elementos de elevada razão de aspecto considerando-se a <i>MFT</i> com os seguintes valores de h^e : (a) $h_1^e = 0.001$ m ($b^e/h_1^e = 50$), (b) $h_2^e = 0.0005$ m ($b^e/h_2^e = 100$) e (c) $h_3^e = 0.0001$ m ($b^e/h_3^e = 500$).	110
6.24	Comparação entre as respostas obtidas para as três diferentes espessuras de h^e ($h_1^e = 0.0010$ m, $h_2^e = 0.0005$ m e $h_3^e = 0.0001$ m) em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	112
6.25	Detalhes do problema proposto apresentando a (a) geometria e condições de contorno e (b) malhas de elementos finitos considerando diferentes graus de refinamento.	114
6.26	Caminho de propagação da fratura relacionado ao Caso 1 ($\sigma_y = -10.0$ MPa e $\sigma_x = -15.0$ MPa) considerando três diferentes tempos.	116
6.27	Caminho de propagação da fratura relacionado ao Caso 2 ($\sigma_y = -15.0$ MPa e $\sigma_x = -10.0$ MPa) considerando três diferentes tempos.	117
6.28	Curvas de pressão de ruptura obtidas pelas Malhas <i>A</i> e <i>B</i> para os Casos 1 e 2.	118
6.29	Resultados experimentais obtidos por Cook <i>et al.</i> (2004) mostrando (a) um estado de tensão <i>in situ</i> anisotrópico com uma fratura orientada horizontalmente e (b) um estado de tensão <i>in situ</i> isotrópico com fraturas distribuídas aleatoriamente.	119
6.30	Caminho de propagação da fratura relacionado ao Caso 3 ($\sigma_y = \sigma_x = -10.0$ MPa) considerando seis diferentes tempos.	120

6.31	Múltiplas zonas de fraturamento hidráulico: (a) geometria e condições de contorno, (b) malha de elementos finitos adotada e (c) detalhe da malha refinada ao redor da área de injeção.	122
6.32	Detalhe da zona de injeção para os Casos 1 e 2 (imagem fora de escala).	123
6.33	Caminhos de propagação das fraturas para seis diferentes tempos relacionados ao Caso 1.	124
6.34	Evolução ao longo do tempo para o Caso 1 referentes às curvas de (a) abertura e (b) pressão de injeção nas fraturas.	125
6.35	Caminhos de propagação das fraturas para seis diferentes tempos relacionados ao Caso 2.	126
6.36	Evolução ao longo do tempo para o Caso 2 referentes às curvas de (a) abertura e (b) pressão de injeção nas fraturas.	127
6.37	Geometria, condições de contorno e malha de elementos finitos considerada com destaque para a região central da malha, a qual possui maior quantidade de elementos.	128
6.38	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se <i>HAR-IEs</i> 2D e 3D para o regime <i>storage-toughness</i> em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	130
6.39	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se <i>HAR-IEs</i> 2D e 3D para o regime <i>storage-toughness</i> em termos de (a) comprimento da fratura ao longo do tempo e (b) perfil da fratura para o tempo $t = 10$ s.	131
6.40	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se <i>HAR-IEs</i> 2D e 3D para o regime <i>leak-off-viscosity</i> em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.	132
6.41	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se <i>HAR-IEs</i> 2D e 3D para o regime <i>leak-off-viscosity</i> em termos de comprimento da fratura.	133

6.42	Campo de pressão para o regime <i>leak-off-viscosity</i> considerando o tempo $t = 200$ s para as três simulações realizadas: (a) difusão 2D acoplado, (b) difusão 1D acoplado e (c) difusão 1D desacoplado.	134
6.43	Geometria, malha de elementos finitos e condições de contorno mecânicas e hidráulicas adotadas para os casos dessa seção com destaque para o plano de fratura.	136
6.44	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zie-lonka <i>et al.</i> (2014) com as obtidas utilizando-se <i>HAR-IEs</i> 3D para o regime <i>storage-toughness</i> em termos de (a) abertura ao longo do tempo e (b) abertura pela distância radial.	137
6.45	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zie-lonka <i>et al.</i> (2014) com as obtidas utilizando-se <i>HAR-IEs</i> 3D para o regime <i>storage-toughness</i> em termos de pressão de injeção na fratura.	138
6.46	Campo de deslocamento para o regime <i>storage-toughness</i> mostrando as (a) pro-ximidades da fratura com destaque para (b) o plano de fratura.	138
6.47	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zie-lonka <i>et al.</i> (2014) com as obtidas utilizando-se <i>HAR-IEs</i> 3D para o regime <i>storage-viscosity</i> em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura. .	140
6.48	Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zie-lonka <i>et al.</i> (2014) com as obtidas utilizando-se <i>HAR-IEs</i> 3D para o regime <i>storage-viscosity</i> em termos de pressão ao longo da distância radial para o tempo $t = 40.0$ s.	141

LISTA DE TABELAS

3.1	Algoritmo de integração IMPL-EX aplicado ao modelo constitutivo de dano contínuo.	53
6.1	Principais propriedades da rocha	84
6.2	Características das malhas e tempo de processamento	97
6.3	Comparação entre quantidade de passos de tempo e tempo de processamento .	103
6.4	Principais propriedades da rocha	104
6.5	Principais propriedades da rocha e do fluido	113
6.6	Características das malhas	114
A.1	Valores adotados para o parâmetro γ_i no regime <i>storage-toughness</i> (BUNGER; DETOURNAY; GARAGASH, 2005)	161
A.2	Valores adotados para o parâmetro γ_i no regime <i>leak-off-toughness</i> (BUNGER; DETOURNAY; GARAGASH, 2005).	162
B.1	Valores adotados para os parâmetros A_i e B_i no regime <i>storage-viscosity</i> (DETOURNAY, 2016)	164

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contextualização e motivação	1
1.1.1	Principais características do fraturamento hidráulico	3
1.1.1.1	Estimativa da menor tensão principal <i>in situ</i>	8
1.1.1.2	Interações entre fraturas induzidas e naturais	11
1.2	Objetivos	13
1.3	Estrutura da tese	14
1.4	Revisão bibliográfica	15
1.4.1	Modelos teóricos de fraturamento hidráulico	15
1.4.2	Modelagem e simulação numérica de fraturamento hidráulico	18
1.4.2.1	Método dos Elementos Finitos	19
1.4.2.2	Método dos Elementos de Contorno	24
1.4.2.3	Método dos Elementos Distintos	25
1.4.2.4	Métodos sem malha	25
1.4.3	Elementos de interface com elevada razão de aspecto	26
2	EQUAÇÕES GOVERNANTES	29
2.1	Volume elementar representativo	29
2.1.1	Porosidade	31
2.2	Equação de conservação da quantidade de movimento	32
2.3	Equação de conservação de massa para o fluido	34
2.3.1	Lei de Darcy	36

2.4	Condições de contorno e iniciais	37
2.5	Regimes de propagação de fraturas	38
2.5.1	Definição das soluções analíticas	41
3	MODELAGEM DA DESCONTINUIDADE	43
3.1	Aproximação contínua dos campos de deslocamento e pressão	43
3.2	Modelagem do efeito das superfícies de fratura	48
3.3	Modelo constitutivo contínuo de dano	49
3.3.1	Equações básicas	49
3.3.2	Dissipação de energia e energia de fratura	51
3.3.3	Método Implícito-Explícito aplicado ao modelo constitutivo contínuo de dano	51
4	MODELAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	54
4.1	Forma fraca das equações governantes	54
4.1.1	Equação de conservação de massa de fluido na fratura	55
4.2	Discretização via Método dos Elementos Finitos	56
4.2.1	Método de solução	58
4.3	Elemento finito triangular linear com elevada razão de aspecto	60
4.3.1	Técnica de Fragmentação da Malha	62
4.4	Elemento finito tetraédrico com elevada razão de aspecto	64
4.4.1	Inserção dos <i>HAR-IEs</i> 3D na malha de elementos finitos	67
5	DESENVOLVIMENTO E UTILIZAÇÃO DO SIMULADOR	69
5.1	Programas utilizados	69
5.1.1	Integração GiD [®] - HAR_HyFrac	70
5.2	Características gerais do GiD [®]	71
5.3	Características gerais do HAR_HyFrac	72
5.3.1	Organização interna	74
5.3.2	Arquivo de entrada	76

6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	82
6.1	Validação do método (<i>HAR-IE 2D</i>) a partir do modelo KGD	82
6.1.1	Regime 1: <i>storage-toughness</i>	84
6.1.2	Regime 2: <i>leak-off-toughness</i>	85
6.1.3	Regime 3: <i>storage-viscosity</i>	90
6.1.4	Regime 4: <i>leak-off-viscosity</i>	91
6.1.5	Influência da altura do elemento de interface	94
6.1.6	Influência do comprimento da base do elemento de interface	97
6.1.7	Influência do tamanho do passo de tempo	101
6.2	Aplicações via Técnica de Fragmentação da Malha	103
6.2.1	Influência do tipo de malha	103
6.2.2	Influência da altura do elemento de interface	109
6.2.3	Influência do estado de tensão <i>in situ</i>	111
6.2.4	Modelagem de múltiplas zonas de fraturamento hidráulico	121
6.3	Validação do método (<i>HAR-IE 3D</i>) a partir do modelo KGD	126
6.3.1	Regime 1: <i>storage-toughness</i>	128
6.3.2	Regime 4: <i>leak-off-viscosity</i>	129
6.4	Validação do método (<i>HAR-IE 3D</i>) a partir do modelo <i>Penny-shaped</i>	133
6.4.1	Regime 1: <i>storage-toughness</i>	135
6.4.2	Regime 3: <i>storage-viscosity</i>	139
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	142
7.1	Conclusões	142
7.2	Trabalhos futuros	144
7.3	Publicações	146
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	148
A	Soluções analíticas para os regimes de propagação: Modelo KGD	161
B	Soluções analíticas para os regimes de propagação: Modelo <i>penny-shaped</i>	163

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O capítulo de introdução desse trabalho apresenta o fraturamento hidráulico como uma técnica de estimulação de reservatórios e descreve suas principais características. Os objetivos do trabalho são descritos logo na sequência e, posteriormente, são apresentados métodos analíticos e numéricos voltados à modelagem e simulação da formação e propagação de fraturas hidráulicas. Esse capítulo também mostra os trabalhos que já utilizaram elementos de interface com elevada razão de aspecto (os quais são a base da pesquisa apresentada nessa tese) como método numérico para modelagem de descontinuidades, além de ressaltar suas principais vantagens com relação a outros métodos disponíveis na literatura.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO

O fraturamento hidráulico é amplamente conhecido como uma técnica de estimulação de reservatórios utilizada desde os anos 1950 na indústria de petróleo e que, a partir da década de 1990, ganhou destaque principalmente em função de sua aplicação em reservatórios não convencionais. O objetivo dessa técnica é aumentar a permeabilidade da rocha-reservatório formando fraturas ao redor do poço, as quais representam canais de alta permeabilidade capazes de conduzir mais facilmente o hidrocarboneto de interesse (MENDELSON, 1984; VALKO; ECONOMIDES, 1995).

Entretanto, a técnica de fraturamento hidráulico não está restrita apenas a aplicações na indústria de petróleo, podendo ser utilizada em outras áreas da engenharia, tais como: indústria

de mineração (BOARD *et al.*, 1992; FAN *et al.*, 2012; HE; SUORINENI; OH, 2016), produção de energia a partir de sistemas geotérmicos (*Enhanced Geothermal System - EGS*), medição de tensões *in-situ* (WOLFF *et al.*, 1975; ABOU-SAYED; BRECHTEL; CLIFTON, 1978; HAYASHI; HAIMSON, 1991), descarte de resíduos líquidos (MOSCHOVIDIS *et al.*, 2000) e contaminação de solos (FRANK; BARKLEY, 1995). Além disso, o fraturamento hidráulico é um fenômeno que também pode ocorrer de maneira natural, isto é, sem a interferência humana, tal como a formação de diques provenientes de magma (SPENCE; TURCOTTE, 1985; RUBIN, 1995) e a ocorrência de fraturas em geleiras (TSAI; RICE, 2010).

O problema acerca do fraturamento hidráulico pode ser categorizado como (WONG, 2018): (i) multi-físico, pois ao mesmo tempo em que ocorrem deformações na rocha, há também o escoamento do fluido (seja pela matriz e/ou fratura); (ii) multi-fase, uma vez que o processo considera o maciço rochoso e o fluido fraturante; e (iii) multi-escala, sendo que a abertura das fraturas possui poucos milímetros (ou são ainda menores), enquanto o reservatório apresenta centenas de metros. Além de tais aspectos, em situações reais de campo, diversas condições podem ser encontradas, tais como (ADACHI *et al.*, 2007; WONG, 2018): diferentes tipos de rochas sobrepostas em camadas (nem sempre paralelas); variações nas tensões *in-situ* ao longo do reservatório; heterogeneidades nas propriedades geomecânicas; existência de superfícies livres nas proximidades (importantes em problemas que envolvem diques de magma e mineração); escoamento do fluido fraturante para a matriz ou o fluido do reservatório invadindo a fratura; efeitos da temperatura sobre o fluido fraturante; reservatórios com fraturas preexistentes, bem como sua interação com as fraturas induzidas; transporte das partículas do agente de sustentação; fechamento da fratura após o término do bombeamento de fluido. Note que esse é um cenário amplo e desafiador, onde diferentes áreas do conhecimento estão envolvidas.

Tendo em vista a complexidade para descrever esse tipo de problema, entre o final da década de 1950 e início da década de 1970, artigos importantes sobre o tema foram publicados e se tornaram a base para a modelagem da propagação de fraturas hidráulicas, trazendo consigo soluções analíticas que ainda hoje são utilizadas na indústria do petróleo (ECONOMIDES; NOLTE, 2000). Embora tais soluções tenham recebido melhorias com o passar do tempo, suas hipóteses simplificadoras limitam a capacidade de análise de problemas.

Paralelamente ao constante desenvolvimento tecnológico em termos de processamento de dados, os métodos numéricos tem evoluído de forma significativa, tornando-se cada vez mais abrangentes e robustos. Dessa forma, tal relação estabelece uma ferramenta atrativa para solução de problemas complexos, como é o caso do fraturamento hidráulico. Sendo assim, essa tese apresenta em detalhes um método numérico inovador para modelagem e simulação de fraturamento hidráulico em meios porosos deformáveis, o qual pode ser aplicado tanto a cenários bidimensionais quanto tridimensionais. O método proposto utiliza elementos de interface com elevada razão de aspecto e, quando comparado a outros métodos numéricos existentes atualmente na literatura, se destaca pela simplicidade e versatilidade, podendo ser facilmente incorporado em programas comerciais baseados em elementos finitos. Além disso, estabilidade e robustez numérica e computacional são outros diferenciais do método, o qual demonstrou-se capaz de reproduzir os efeitos de diferentes regimes de propagação de fraturas hidráulicas e, inclusive, simular a propagação de forma livre e arbitrária de múltiplas fraturas.

1.1.1 PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO

O fraturamento hidráulico (principalmente utilizado como técnica de estimulação de reservatórios para melhorar a produtividade de poços) ocorre quando a alta pressão de um fluido exercida nas paredes de um poço provoca a ruptura por tração do meio poroso ao redor do poço. Para que a pressão no poço aumente, é necessário que a taxa de injeção de fluido no poço seja superior à quantidade de fluido que escoar para o meio poroso (ECONOMIDES; NOLTE, 2000). A injeção contínua do fluido aumenta a poropressão e diminui a tensão efetiva de compressão da rocha, logo, esforços de tração passam a atuar na rocha em regiões próximas ao poço. Quando um valor limite de pressão é atingido, o qual é principalmente controlado pelas tensões *in situ* e resistência à tração da rocha, inicia-se o processo de degradação do meio poroso e a fratura começa a se formar (Figura 1.1a). Após a formação da fratura e mantendo-se a injeção de fluido contínua, a fratura se propaga, principalmente, em função do estado de tensões *in situ*. Quando tais tensões seguem a relação $\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$ (onde σ_v é a tensão vertical e σ_H e σ_h são a maior e menor tensões principais horizontais, respectivamente), as fraturas induzidas são simétricas e ocorrem no plano vertical, o qual é perpendicular à direção da menor tensão principal

de compressão (Figura 1.1b) (HUBBERT; WILLIS, 1957). Já para situações mais complexas, como por exemplo, quando as tensões *in situ* exibem relações que variam ao longo do reservatório ou quando a formação da fratura ocorre em uma direção não preferencial por conta do posicionamento do poço em relação ao estado de tensões, a propagação da fratura tende a alterar sua trajetória de modo a ser perpendicular à direção da menor tensão principal. Logo, casos como esses resultam em fraturas curvas, as quais apresentam uma geometria não-plana (SOUSA; CARTER; INGRAFFEA, 1993; MORALES *et al.*, 1993; GUPTA; DUARTE, 2014).

Uma prática comum em operações de fraturamento hidráulico consiste em realizar perfurações na parede do poço e, conseqüentemente, no meio rochoso, com o objetivo de criar caminhos preferenciais para a formação da fratura. As perfurações são espaçadas ao longo do comprimento do poço e são distribuídas em ângulos diferentes (formando um padrão espiralado), assim como mostrado na Figura 1.2a. Com a injeção de fluido e conseqüente pressurização do poço, as perfurações também são pressurizadas. Assim, quando o meio poroso não resiste à alta pressão, se dá início à formação das fraturas, as quais se propagarão, sobretudo, em função do estado de tensões *in situ*. A Figura 1.2b apresenta dois poços horizontais alinhados de formas diferentes com relação ao estado de tensão *in situ*. Para o “Poço 1”, as fraturas se formaram e se propagaram longitudinalmente com relação ao poço, enquanto que para o “Poço 2”, as fraturas ocorreram transversalmente. Contudo, vale destacar que, em ambos os casos, a direção preferencial para a propagação das fraturas é perpendicular à direção da menor tensão principal (Figura 1.2b).

Segundo Yew e Weng (2014), à medida que as fraturas aumentam de tamanho em poços com perfurações, elas podem interagir entre si dependendo do campo de tensões e geometria do poço. Nesses casos, pode ocorrer de (i) fraturas se conectarem e formarem estruturas maiores ou (ii) aquelas em posições mais favoráveis crescem e fecham fraturas próximas. A interação entre as fraturas é conhecida como *stress shadow effect* e diversos trabalhos buscam compreender melhor seu comportamento via métodos numéricos (ZANGENEH; EBERHARDT; BUSTIN, 2015; HE *et al.*, 2017; ZHOU *et al.*, 2017b; WANG *et al.*, 2019; LI; ZHOU, 2019).

A Figura 1.3 apresenta uma típica operação de fraturamento hidráulico em um reservatório

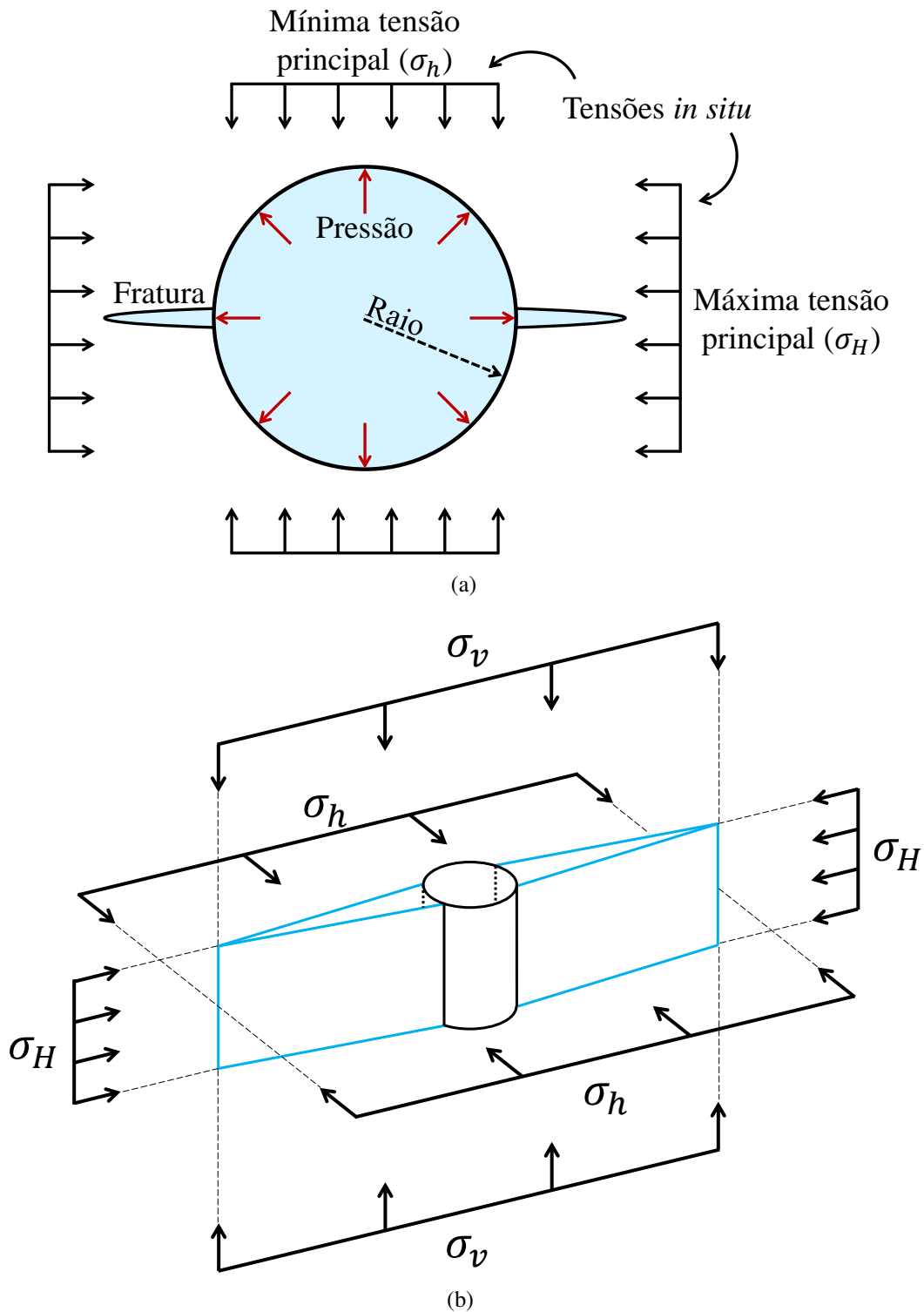


Figura 1.1: Representação da (a) formação da fratura em uma seção horizontal de um poço sujeito a tensões *in situ* e pressão do fluido (adaptado de Yew e Weng (2014)). (b) Propagação da fratura segundo o estado de tensões (adaptado de Fjaer *et al.* (2008)).

não-convencional, como é o caso dos reservatórios de gás de folhelho (*shale gas*). Primeiramente, perfura-se um poço vertical até que se encontre a camada de rocha-reservatório de interesse. Em seguida, altera-se a orientação de perfuração do poço de modo que ele possa avançar

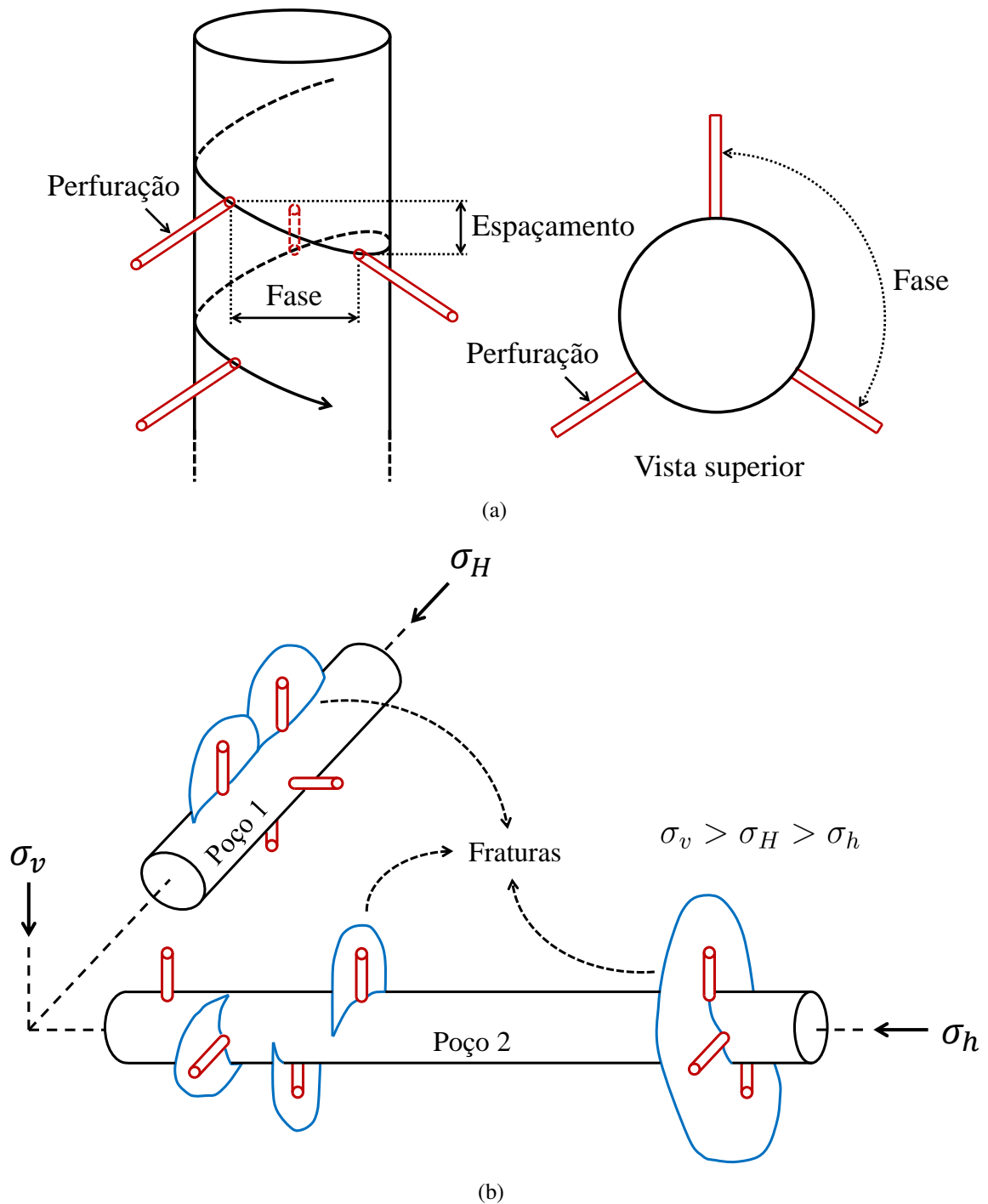


Figura 1.2: Perfurações em poços: (a) distribuição das perfurações ao longo do poço e (b) evolução das fraturas segundo o campo de tensões *in situ* (adaptado de Yew e Weng (2014)).

ao longo do reservatório, podendo, inclusive, ser horizontal. O poço recebe um revestimento de aço (próximo à superfície) e, ao longo de sua extensão, recebe um revestimento cimentício, com exceção dos trechos nos quais a rocha será fraturada. Ambas as proteções visam evitar a eventual contaminação do solo e/ou aquíferos próximos. Posiciona-se um canhoneio nos trechos de interesse de extração para que perfurações iniciais sejam realizadas na rocha, as quais direcio-

nam a entrada de fluido na rocha-reservatório. O trecho a ser fraturado é isolado com *packers*, restringindo o fluido apenas na região de interesse. Injeta-se o fluido fraturante no poço de modo que o aumento da pressão provoca a ruptura da rocha-reservatório, isto é, a formação de uma ou mais fraturas. Uma vez que as fraturas estão suficientemente abertas, o fluido injetado passa a transportar agentes de sustentação (*proppant*), os quais são pequenos grãos sólidos. Em seguida, a injeção é interrompida, sendo que uma parte do fluido injetado é recuperada e a outra parte escoar para a rocha. Com a diminuição da pressão de fluido, as fraturas tendem a se fechar, mas os agentes de sustentação que penetraram nas fraturas abertas impedem seu fechamento, mantendo assim um canal aberto altamente permeável no reservatório.

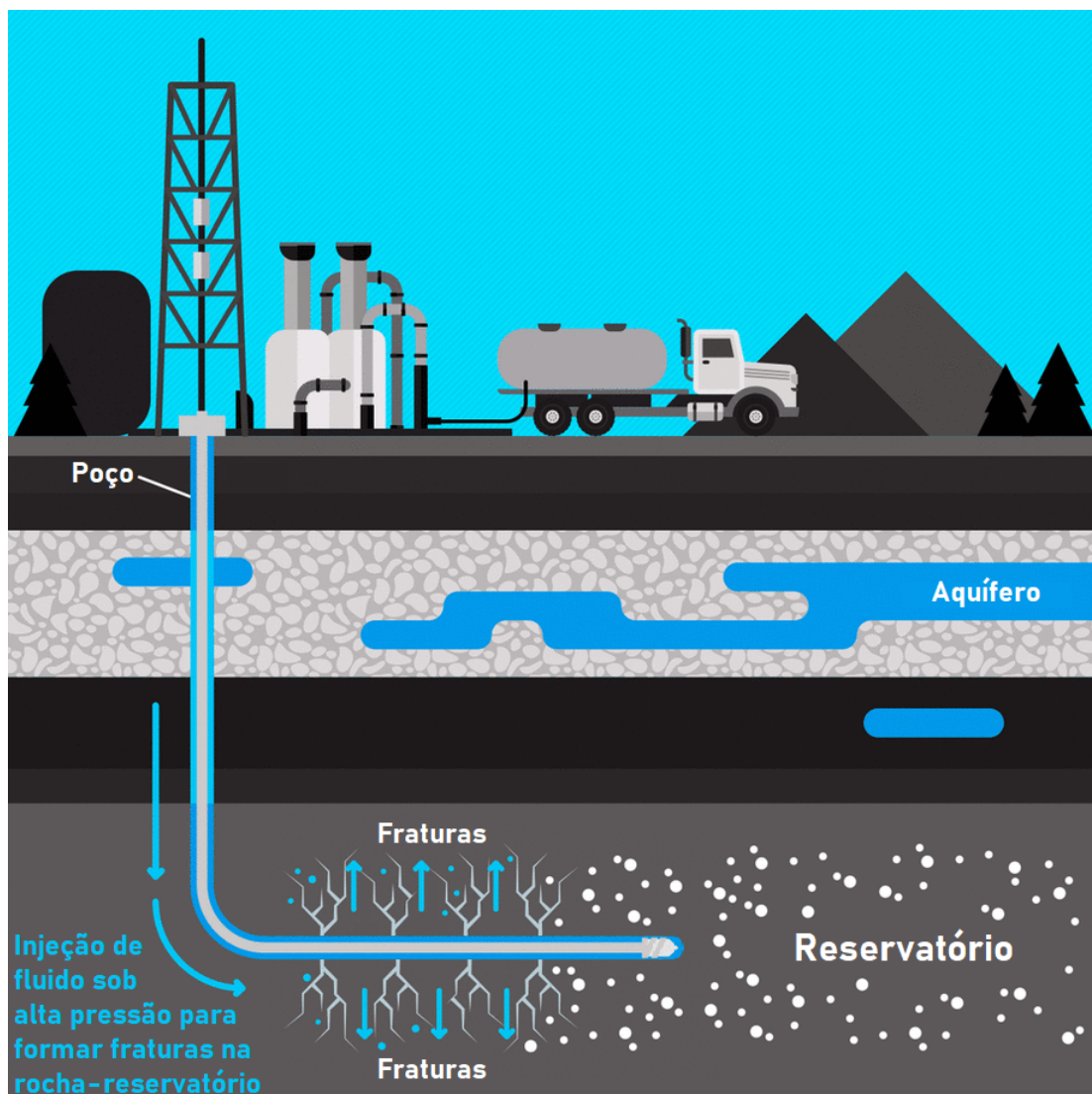


Figura 1.3: Representação esquemática de um processo de fraturamento hidráulico em reservatório não-convencional (adaptado de The Fracking Process Explained (2020)).

1.1.1.1 ESTIMATIVA DA MENOR TENSÃO PRINCIPAL *in situ*

Conhecer a magnitude das tensões *in situ* é fundamental para o estudo de alguns problemas em geomecânica como, por exemplo, a estabilidade de poços e falhas geológicas (ZOBACK, 2007). Assim, sabendo-se que as fraturas geradas hidraulicamente dependem, principalmente, do estado de tensões *in situ*, o fraturamento hidráulico pode ser utilizado como uma ferramenta para estimar a mínima tensão principal horizontal e, como consequência, a máxima tensão principal horizontal. Economides e Nolte (2000) afirmam que o teste mais confiável para a determinação de σ_h é o “micro-fraturamento hidráulico”, o qual se baseia na resposta de pressão ao longo do tempo para determinar as pressões de (i) ruptura da rocha, (ii) propagação da fratura e (iii) fechamento da fratura.

A Figura 1.4 apresenta a idealização da curva de pressão no tempo de um teste de micro-fraturamento considerando dois ciclos de injeção. O primeiro trecho da curva de pressão é linear e corresponde à deformação elástica linear sofrida pelo sistema, isto é, tanto pelo poço quanto pela rocha. Com o aumento da pressão, em determinados locais da rocha próximos ao poço, os esforços de compressão passam a ser de tração e, quando a resistência à tração da rocha é ultrapassada, esta degrada e a fratura se forma. O pico mais elevado na curva de pressão corresponde à pressão limite que provoca a ruptura do meio poroso, sendo conhecida como pressão de ruptura ou de quebra (*breakdown pressure*). A forma convencional para expressar a pressão de ruptura corresponde a (HUBBERT; WILLIS, 1957):

$$p_b = 3\sigma_h - \sigma_H + f_t - p_p, \quad (1.1)$$

onde f_t é a resistência à tração do meio poroso e p_p é poropressão do reservatório (ambas podem ser identificadas na Figura 1.4). A Equação (1.1) se aplica a casos particulares (como meios impermeáveis, por exemplo), mas modificações podem ser incorporadas a ela para atender a outras características dos meios porosos (HAIMSON; FAIRHURST, 1967; DETOURNAY; CHENG, 1988; DETOURNAY *et al.*, 1989; SCHMITT; ZOBACK, 1989).

Após o pico, a pressão reduz abruptamente indicando que a fratura se formou e, com a injeção contínua de fluido, a propagação da fratura no meio poroso é associada ao patamar

relativamente constante na curva (Figura 1.4). A pressão necessária para propagar a fratura (isto é, a pressão de propagação p_e) pode ser dividida em três partes (FJAER *et al.*, 2008):

$$p_e = p(\sigma_h) + p(flow) + p(tip) , \quad (1.2)$$

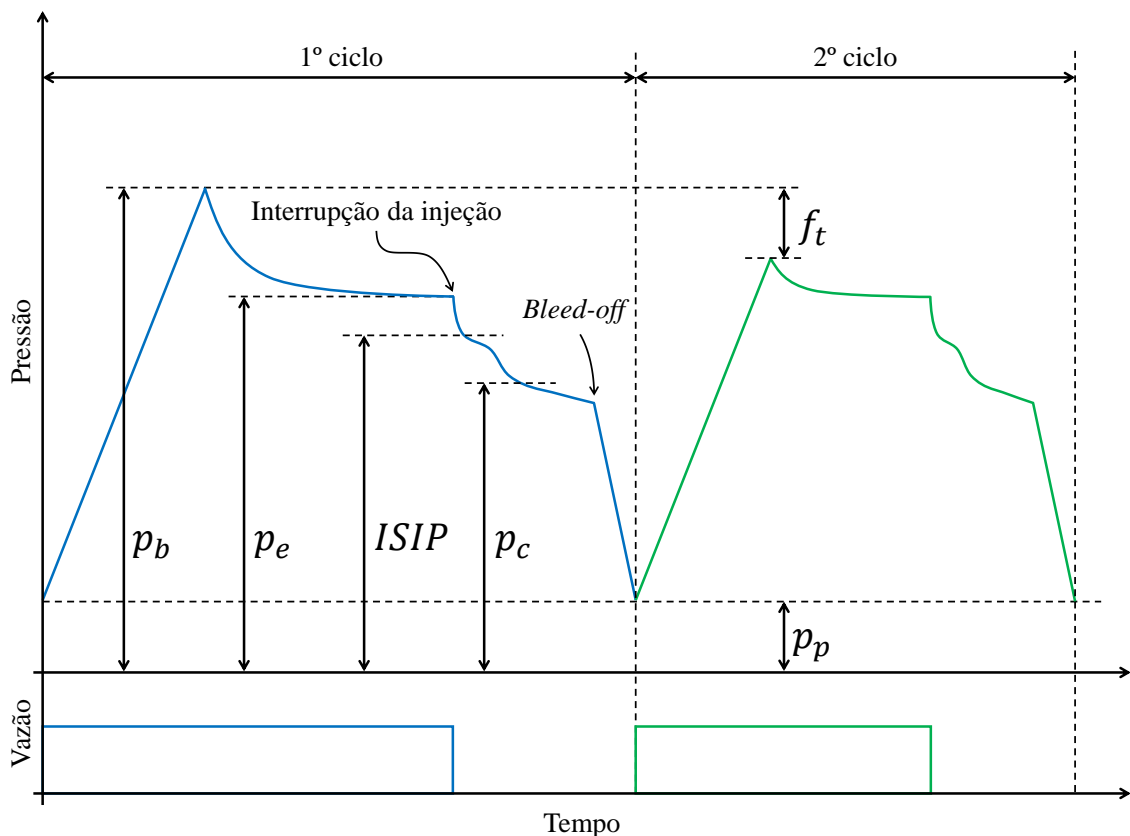
onde $p(\sigma_h)$ corresponde à parcela de pressão necessária para suportar a mínima tensão principal e garantir que a fratura permaneça aberta; $p(flow)$ é a pressão necessária para escoar o fluido no interior da fratura, a qual é relevante para fluidos altamente viscosos (ou com agentes de sustentação); e $p(tip)$ é dada pela pressão necessária para superar a resistência à tração da rocha criando novas superfícies de fratura.

Uma vez que a fratura está se propagando e ocorre a interrupção da injeção de fluido, a curva de pressão exibe uma queda quase instantânea seguida por uma transição. Tal comportamento indica que a fratura praticamente se fechou e que a pressão de fluido no interior da fratura é suficiente para se equilibrar com a mínima tensão principal de compressão. Sendo assim, a pressão correspondente a tal ponto de transição corresponde à pressão instantânea de fechamento (*Instantaneous Shut-In Pressure - ISIP*). Note que, nessas condições, a *ISIP* é uma boa estimativa para σ_h , uma vez que tal pressão é praticamente o menor valor necessário para que a fratura se mantenha aberta.

Embora a *ISIP* possa fornecer uma aproximação para a pressão de fechamento da fratura, o processo de fechamento da fratura ocorre de forma gradual e não instantânea, além de seu valor ser influenciado por outros fatores, tais como: viscosidade do fluido, escoamento do fluido da fratura para o meio poroso e taxa de injeção de fluido (FJAER *et al.*, 2008). O momento em que a fratura realmente se fecha pode ser identificado na curva de pressão também com uma transição característica, a qual corresponde à pressão de fechamento p_c . Em casos onde a pressão de fechamento pode ser identificada, essa se torna uma melhor estimativa para σ_h .

Determinadas as pressões mencionadas anteriormente, a pressão no poço pode ser aliviada ao longo do tempo (i) deixando-se que o fluido escoe para a formação rochosa (processo que pode levar um período de tempo considerável, sobretudo em meios com baixa permeabilidade) ou (ii) com a abertura de válvulas do sistema (*bleed-off*), permitindo assim que o fluido retorne aos tanques de origem.

Caso mais ciclos de injeção sejam realizados, um comportamento similar à segunda curva da Figura 1.4 é esperado. Tendo em vista que a fratura já está formada, a pressão de fluido deve apenas ser suficientemente maior que as tensões ao redor do poço. Nesse caso, torna-se equivalente considerar que a resistência à tração do meio poroso é nula (não é mais necessário formar a fratura). Portanto, a diferença entre a pressão de ruptura (obtida no primeiro ciclo) e o pico presente no segundo ciclo corresponde justamente à resistência à tração da rocha.



p_b	Pressão de ruptura	p_p	Pressão no reservatório ou poropressão
p_e	Pressão de propagação	$ISIP$	<i>Instantaneous Shut-In Pressure</i>
p_c	Pressão de fechamento	f_t	Resistência à tração

Figura 1.4: Idealização da curva de pressão obtida em operações de fraturamento hidráulico considerando dois ciclos de injeção.

Ressalta-se que a Figura 1.4 representa uma curva de pressão idealizada e, conseqüentemente, os pontos discutidos acima são facilmente identificados na curva. Entretanto, em operações reais de fraturamento hidráulico, tais aspectos, eventualmente, não são evidentes, uma vez

que vários fatores podem influenciar no comportamento da formação e propagação da fratura, como: estados de tensões *in situ* não uniformes ao longo do reservatório, heterogeneidades nas propriedades da formação, redes de fraturas naturais, barreiras geológicas, entre outros.

1.1.1.2 INTERAÇÕES ENTRE FRATURAS INDUZIDAS E NATURAIS

A técnica de fraturamento hidráulico (utilizada como estimulação de reservatórios) também pode ser aplicada em reservatórios com fraturas naturais com o objetivo de conectá-las e formar uma complexa rede de fraturas. Em casos como esse, diferentes fatores são relevantes, como por exemplo (WENG, 2015): produção do reservatório, deformação da rocha, propagação da fratura, fluxo de fluido na complexa rede de fraturas, transporte de agentes de sustentação na rede de fraturas, entre outros. Com relação à propagação de uma fratura hidráulica em formações rochosas que contenham fraturas naturais, a interação entre elas pode resultar em diferentes eventos, tais como (YEW; WENG, 2014; WENG, 2015): perda de fluido para a fratura natural, dilatação da fratura natural devido ao cisalhamento ou tração e ramificação ou alteração do caminho de propagação da fratura hidráulica. A Figura 1.5 apresenta uma ilustração dos possíveis eventos decorrentes das interações entre fraturas induzidas e naturais, os quais são descritos a seguir (WENG, 2015):

1. *Fratura hidráulica detida por fratura natural*: neste cenário, a condição de tensão é tal que a interface da fratura natural rompe por cisalhamento e desliza. Assim, a tensão de tração na ponta da fratura hidráulica não é suficientemente transmitida através da interface da fratura natural e, conseqüentemente, não causa a falha da matriz porosa por tração. Desse modo, a propagação da fratura hidráulica é impedida pela fratura natural. Caso a pressão do fluido na fratura hidráulica continue a crescer e exceda a tensão de fechamento atuando na fratura natural, esta pode abrir-se por tração e tornar-se parte da rede da fratura hidráulica;
2. *Cruzamento direto*: ocorre quando a tensão normal à face da fratura natural é relativamente elevada e/ou a fratura natural possui uma resistência mecânica significativa. Desse modo, a concentração de tensão de tração na ponta da fratura hidráulica é transmitida de uma face à outra da fratura natural causando a ruptura da matriz rochosa por tração e,

consequentemente, permitindo que a fratura hidráulica se propague diretamente através da fratura natural sem mudar de direção. Contudo, se a pressão de fluido exceder a tensão de fechamento da fratura natural, tanto a fratura hidráulica quanto a natural se abrirão por tração tornando-se uma fratura não-plana;

3. *Cruzamento com deslocamento:* este cenário é frequentemente observado em laboratório. O cruzamento de uma fratura hidráulica através de uma fratura natural pode causar um deslocamento relativamente pequeno da interface da fratura natural, o qual é gerado localmente no ponto em que a fratura hidráulica intersecta a fratura natural em função da mudança na concentração de tensão em tal ponto;
4. *Intersectando fraturas naturais:* quando a pressão de fluido é suficiente para superar a tensão de fechamento da fratura natural, esta abre por tração tornando-se parte da rede da fratura hidráulica. Caso a mesma fratura natural intersecte outra e a frente de fluido alcance tal interseção, o mesmo efeito pode ocorrer e, consequentemente, a fratura hidráulica se ramifica;
5. *Ramificação ou rotação da fratura no fim da fratura natural:* se a fratura hidráulica seguir o mesmo caminho da fratura natural e alcançar sua extremidade, a propagação pode continuar através da matriz com a fratura hidráulica se orientando conforme a direção preferencial em função do estado de tensões *in situ*. Em casos assim pode aparecer uma ramificação do “tipo-T”;
6. *Deslizamento de cisalhamento ao longo da fratura natural:* caso a pressão de fluido na fratura natural seja menor que a tensão de fechamento, sua interface pode falhar por cisalhamento e não por tração. Tal deslizamento interfacial resulta na dilatância da fratura natural e aumenta sua permeabilidade podendo, inclusive, melhorar a produção do sistema. A ocorrência de falha por cisalhamento depende dos seguintes fatores: (i) tensões normal e de cisalhamento aplicadas na fratura natural, as quais dependem das tensões principais *in situ*, (ii) ângulo de orientação da fratura natural com relação à direção das tensões *in situ*, (iii) pressão de fluido no interior da fratura natural (o qual está relacionado à difusão do fluido na fratura) e (iv) propriedades friccionais interfaciais.

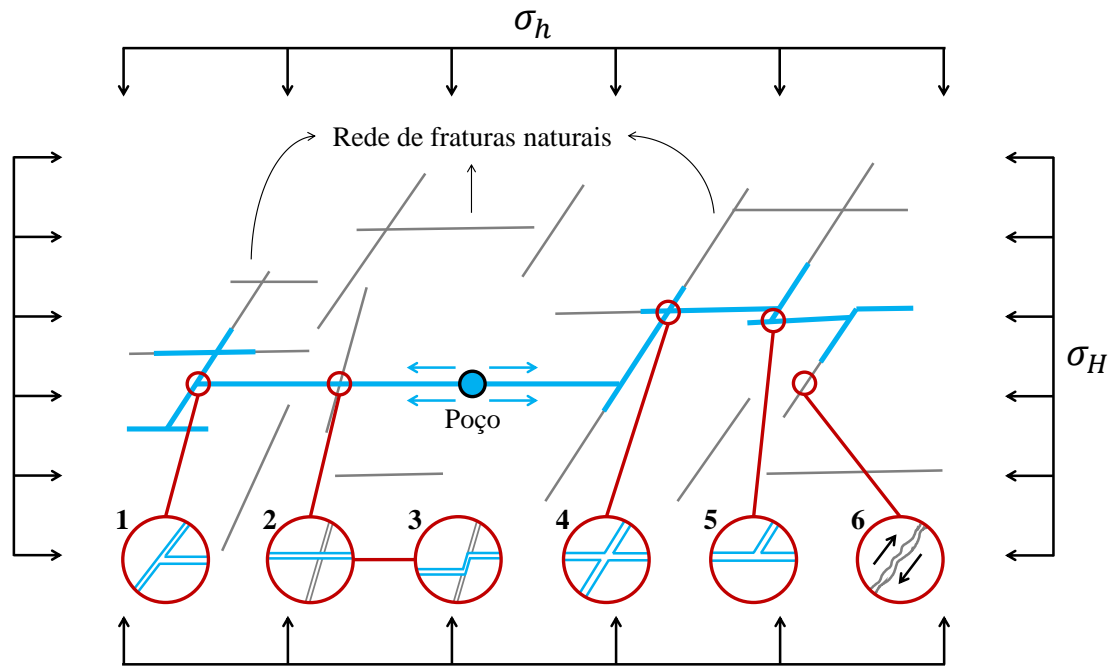


Figura 1.5: Resultado das possíveis interações entre fraturas induzidas hidraulicamente e fraturas naturais (adaptado de Weng (2015)).

Embora esse seja um problema desafiador, modelos de simulação vem sendo desenvolvidos para compreender os diferentes tipos de interações que podem ocorrer entre fraturas induzidas e naturais (ZHOU *et al.*, 2017a; CRUZ; ROEHL; VARGAS, 2018; CORDERO *et al.*, 2019; LI, 2020).

1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo principal apresentar uma nova metodologia para modelagem e simulação numérica de fraturas induzidas hidraulicamente em meios porosos deformáveis utilizando *HAR-IEs* para modelagem da descontinuidade. A validação do método proposto é realizada a partir de comparações com soluções analíticas considerando cenários bidimensionais e tridimensionais. Dentre as vantagens do método, destaca-se a representação da descontinuidade no contexto da mecânica do contínuo, tornando assim sua implementação relativamente simples em programas comerciais que utilizam o Método dos Elementos Finitos.

Esse trabalho também tem como objetivo utilizar os *HAR-IEs* de forma conjunta à Técnica de Fragmentação da Malha para ampliar as aplicações do método, de modo que a propagação de múltiplas fraturas possa ser simulada.

Além disso, esse trabalho avalia aspectos de dependência de malha do método. Para tal, diferentes cenários são propostos, nos quais as dimensões dos *HAR-IEs* são modificadas e suas influências sobre as respostas são analisadas.

Portanto, os objetivos podem ser organizados da seguinte maneira:

- Desenvolver um novo método numérico para modelagem da formação e propagação de descontinuidades em meios porosos deformáveis a partir de uma abordagem hidromecânica;
- Incluir os efeitos hidromecânicos à formulação dos elementos de interface com elevada razão de aspecto para representação de superfícies de fraturas em cenários 2D e 3D;
- Apresentar a Técnica de Fragmentação da Malha como ferramenta para modelagem da propagação de múltiplas fraturas;
- Validar o método proposto a partir de comparações com soluções analíticas;
- Avaliar os aspectos relativos à dependência de malha do método.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

A presente tese está dividida em 7 capítulos, os quais estão brevemente descritos a seguir.

O Capítulo 1, primeiramente, apresenta ao leitor a técnica de fraturamento hidráulico e seus principais aspectos. Em seguida são abordados alguns trabalhos que apresentam soluções para a modelagem de fraturamento hidráulico via métodos analíticos e/ou numéricos. Os objetivos dessa tese também estão inseridos nesse primeiro capítulo.

O Capítulo 2 apresenta, de modo geral, as equações que descrevem a física de problemas hidromecânicos em meios porosos e apresenta em detalhes os regimes de propagação de fraturas hidráulicas.

No Capítulo 3 é abordada a aproximação contínua para solução dos campos de deslocamento e pressão. Além disso, tal capítulo também descreve o modelo constitutivo contínuo de dano e o método de integração adotado.

No Capítulo 4 é apresentada a discretização das equações governantes via método dos elementos finitos. Os elementos finitos de interface com elevada razão de aspecto 2D e 3D, os quais simulam o comportamento das fraturas, são introduzidos nesse capítulo.

O simulador desenvolvido para análise dos problemas em elementos finitos, bem como o programa comercial para visualização dos resultados são apresentados no Capítulo 5.

Todos os resultados desse trabalho são descritos e analisados no Capítulo 6, os quais focam principalmente na validação do método proposto a partir de comparações com soluções analíticas e outros métodos numéricos disponíveis na literatura. Os resultados também buscam verificar a capacidade da metodologia utilizada em representar adequadamente a formação e propagação de múltiplas fraturas em meios porosos deformáveis. Além disso, os aspectos associados à dependência de malha também são avaliados nesse capítulo.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões desse trabalho, as propostas para o aprimoramento da metodologia (isto é, trabalhos futuros) e as publicações realizadas ao longo do período de doutorado.

Além dos capítulos descritos acima, essa tese conta com dois Apêndices, onde são apresentadas as soluções analíticas utilizadas para a validação do método proposto.

1.4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.4.1 MODELOS TEÓRICOS DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

A modelagem do fraturamento hidráulico exige uma formulação que considere, no mínimo, o acoplamento entre três processos (ADACHI *et al.*, 2007; MIKELIĆ; WHEELER; WICK, 2015): (i) a deformação mecânica induzida pela pressão de fluido provocada nas paredes da fratura; (ii) o escoamento do fluido no interior da fratura; e (iii) a propagação da fratura. De modo geral, as deformações no meio poroso são modeladas a partir das hipóteses da teoria da elasticidade linear, determinando a relação entre a abertura da fratura e a pressão do fluido. O escoamento do fluido no interior da fratura é modelado por meio da teoria da lubrificação, a qual relaciona a velocidade de escoamento com a abertura da fratura e o gradiente de pressão, enquanto que a lei de Darcy descreve o escoamento do fluido através do meio poroso. Por fim, o

critério geralmente assumido para a propagação da fratura é dado pela taxa de energia liberada segundo a mecânica da fratura linear elástica, isto é, a propagação da fratura ocorrerá quando a tensão ultrapassar um limite associado à tenacidade (ou resistência) do meio poroso. Além disso, a evolução da fratura ocorre em diferentes escalas de tempo (DETOURNAY, 2016).

Embora muitas pesquisas na área estejam em desenvolvimento, ainda não há uma solução analítica que contemple todas as características do fraturamento hidráulico. Logo, soluções analíticas assintóticas, as quais consideram simplificações nos processos físicos envolvidos, são utilizadas para o estudo da formação e propagação da fratura hidráulica de acordo com regimes limites. Dentre tais simplificações, encontram-se: (i) o meio poroso é tratado como homogêneo, linear elástico e com extensão infinita; (ii) o meio é impermeável ou assume-se que o *leak-off* é baseado no modelo unidimensional de Carter; (iii) o fluido de fraturamento é Newtoniano e incompressível; (iv) a tensão de compressão do domínio atua perpendicularmente ao plano da fratura e é uniforme. Apesar das simplificações, as soluções analíticas fornecem informações relevantes como abertura, comprimento e pressão na fratura, além de servirem como *benchmarks* para códigos computacionais.

A Figura 1.6 apresenta os modelos analíticos mais comuns que descrevem a evolução de fraturas hidráulicas, sendo eles (ADACHI, 2001):

- Modelo KGD (KRISTIANOVITCH; ZHELTOV, 1955; GEERTSMA; KLERK, 1969): assume que a formação e propagação da fratura ocorrem segundo um estado plano de deformação, sendo mais adequado para fraturas que resultem em uma razão “comprimento/altura” próxima a 1 (um) ou menor (Figura 1.6a);
- Modelo PKN (PERKINS; KERN, 1961; NORDGREN, 1972): considera que a seção transversal da fratura apresenta um formato elíptico com altura constante, de modo que o estado de deformação plana é adotado nas seções transversais verticais (Figura 1.6b). Tal modelo é mais apropriado para fraturas que resultem em valores elevados para a relação “comprimento/altura”.
- Modelo radial (*penny-shaped*) (SNEDDON, 1946; GREEN; SNEDDON, 1950): descreve a formação e propagação da fratura em um plano específico de forma simétrica a

um ponto do plano (Figura 1.6c).

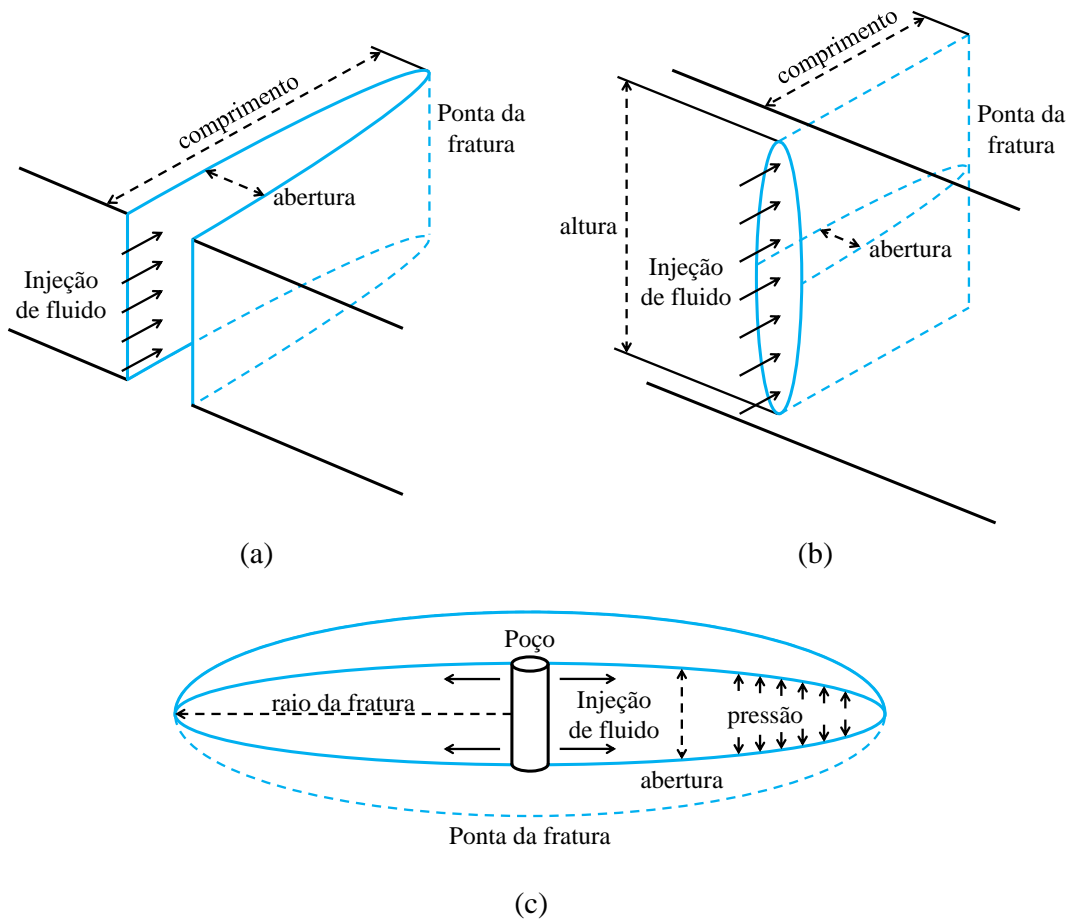


Figura 1.6: Geometrias esquemáticas dos modelos analíticos: (a) KGD, (b) PKN e (c) *penny-shaped* (adaptado de Adachi *et al.* (2007)).

Embora os modelos acima tenham sido utilizados por muitos anos pela indústria do petróleo, suas aplicabilidades não incluem a variação da altura da fratura. Sendo assim, a partir da década de 1980, surgem os modelos *pseudo-3D* (P3D) (SIMONSON *et al.*, 1978; FUNG; VILAYAKUMAR; CORMACK, 1987), os quais são semi-analíticos. Segundo Adachi *et al.* (2007), tais modelos conseguem capturar de forma relativamente eficaz e com baixo custo computacional, o comportamento físico de uma fratura hidráulica 3D plana. Os modelos P3D podem ser divididos em duas categorias (ADACHI *et al.*, 2007): (i) *cell-based*, onde a fratura é dividida em diversas células com alturas próprias e cada célula é solucionada via modelo PKN; e (ii) *lumped*, o qual considera que a geometria da fratura a cada passo de tempo é formada por duas meia elipses unidas em seus centros na direção do comprimento da fratura.

A partir da necessidade de simular cenários de fraturamento hidráulico mais específicos,

como é o caso de reservatórios formados por diferentes camadas de rocha (*layered reservoirs*), foram desenvolvidos os modelos *planar* 3D (PL3D), os quais modelam a propagação da fratura de forma numérica. Tais modelos são mais precisos que os modelos P3D, contudo, exigem maior esforço computacional. Os modelos PL3D permitem a modelagem de situações em que, por exemplo, cada camada do reservatório possui uma rigidez diferente ou a tensão de confinamento varia ao longo da altura do reservatório.

1.4.2 MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

Devido às simplificações adotadas pelos modelos analíticos, uma ampla variedade de métodos numéricos surgiram ao longo das últimas décadas, os quais podem ser utilizados para modelagem e simulação de fraturamento hidráulico. Tomando-se como referência o modo como as fraturas e sua propagação são modeladas, os métodos numéricos podem ser divididos em dois grupos mais gerais (BORST *et al.*, 2004). No primeiro grupo, a representação das fraturas é realizada de maneira explícita a cada passo de tempo, ou seja, a fratura é introduzida como uma entidade geométrica. Assim, uma vez que a força nodal na ponta da fratura alcança um determinado critério, o nó se divide e considera-se, então, que houve a propagação da fratura. Esse tipo de abordagem é conhecida como *discrete crack approach*. Já o segundo grupo parte da premissa de que microfaturas são criadas no material e estas se unem para representarem uma fratura dominante. Tal processo pode ser entendido como a deterioração da rigidez do material, onde a relação entre tensão e deformação deixa de ser linear elástica e é substituída por outra lei constitutiva. Métodos que utilizam esse tipo de aproximação são conhecidos como *smearred crack approach*.

Seguindo a classificação apresentada por Lecampion, Bungler e Zhang (2018), nesse trabalho são abordados alguns métodos numéricos relativamente comuns na literatura que podem ser utilizados para descrever o comportamento de descontinuidades considerando suas aplicações no contexto do fraturamento hidráulico. Sendo assim, os métodos escolhidos foram: Método dos Elementos Finitos; Método dos Elementos de Contorno; Método dos Elementos Distintos; e Métodos sem malha.

1.4.2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (*Finite Element Method - FEM*) é amplamente utilizado em várias áreas da engenharia, principalmente devido a sua versatilidade. Suas aplicações permitem a modelagem de domínios com geometrias e condições de contorno relativamente complexas, materiais heterogêneos e anisotrópicos, problemas estáticos e dinâmicos, além de problemas multifísicos. Os principais passos que envolvem uma análise utilizando o *FEM* podem ser divididos em (JING, 2003): discretização do domínio, aproximação local das incógnitas do problema e montagem e solução das equações globais.

Lecampion, Bungler e Zhang (2018), no contexto de fraturamento hidráulico, sugerem quatro categorias para classificar o *FEM*, as quais estão representadas na Figura 1.7: (i) malhas adaptativas (Figura 1.7a); (ii) elementos de interface (Figura 1.7b); (iii) *XFEM* (Figura 1.7c); e (iv) *phase-field* (Figura 1.7d). Tais métodos serão brevemente comentados a seguir.

MALHAS ADAPTATIVAS

Métodos de malhas adaptativas conseguem se ajustar topologicamente com exatidão à superfície de descontinuidade introduzindo a posição da ponta da fratura como uma variável do problema (Figura 1.7a). Contudo, esse tipo de método exige maior esforço computacional, sobretudo para simulações tridimensionais (LECAMPION; BUNGER; ZHANG, 2018).

Simoni e Secchi (2003) simularam a formação e propagação de fraturas em meios porosos segundo um modelo de fratura coesiva em um cenário bidimensional. A malha do meio foi continuamente modificada de acordo com a evolução das fraturas, as quais podiam se formar em qualquer local, dependendo apenas dos campos de pressão e tensão. Os autores aplicaram a técnica em *benchmarks* de barragens. A evolução de fraturas hidráulicas também foi modelada por Lecampion e Detournay (2007), onde os autores consideraram o atraso do fluido na ponta da fratura. Seus resultados foram comparados com soluções analíticas para problemas em estado plano de deformação.

Fraturamento hidráulico tridimensional em meios porosos totalmente saturados foi simulado por Secchi e Schrefler (2012). Os autores utilizaram um gerador de malha baseado na triangulação de Delaunay para atualizar a malha de acordo com a propagação da fratura, a qual foi

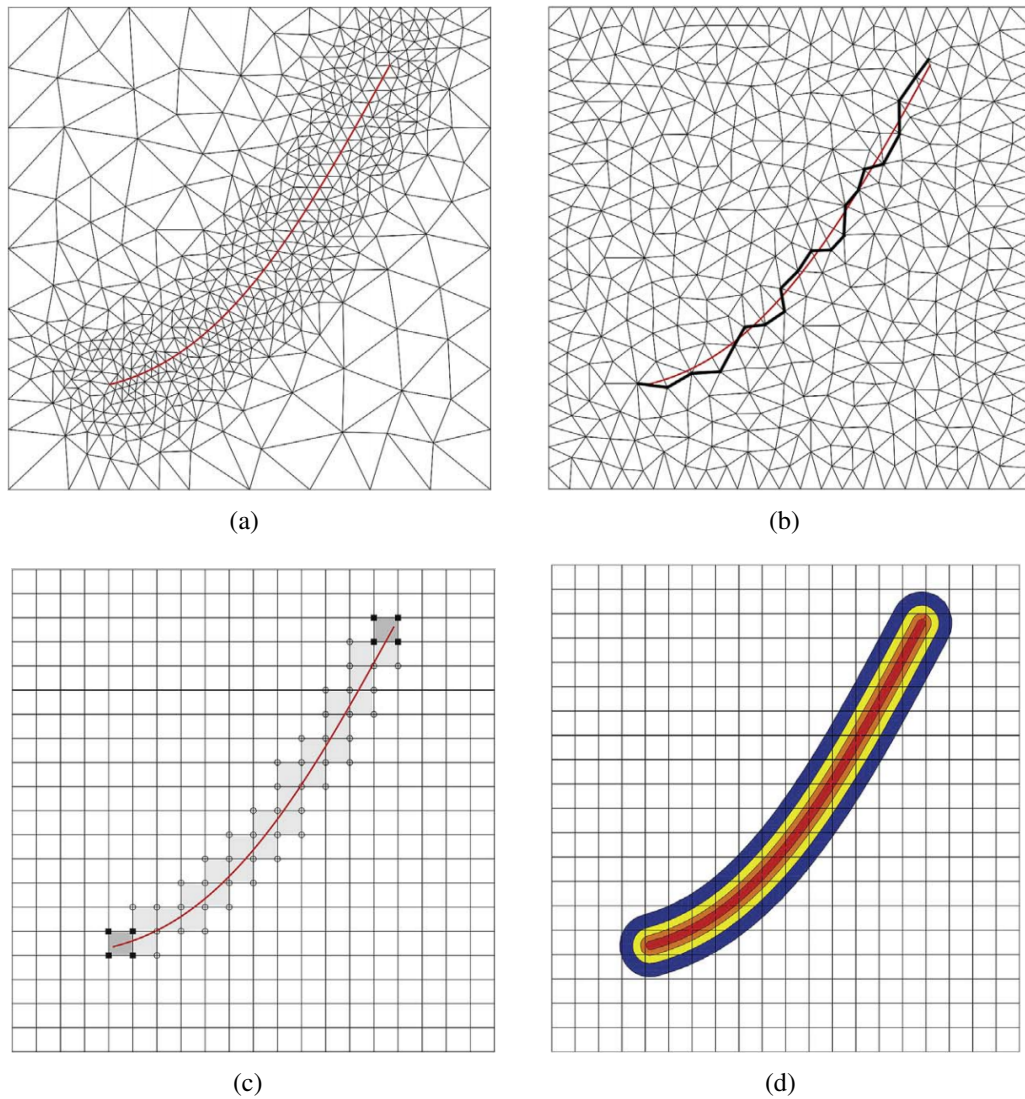


Figura 1.7: Representação das categorias de classificação do FEM, onde a fratura está representada na forma de uma linha vermelha (reproduzido de Lecampion, Bungler e Zhang (2018)). (a) Malhas adaptativas (adapta a topologia da malha segundo a posição da fratura); (b) elementos de interface (representam a fratura contornando os elementos originais da malha); (c) *XFEM* (enriquecimento das funções de forma dos elementos); e (d) *phase-field* (fratura representada como uma fase).

representada por meio de um modelo de fratura coesiva. Salimzadeh, Paluszny e Zimmerman (2017) discutiram sobre a relevância dos efeitos poroelásticos sobre as fraturas hidráulicas, onde os autores utilizaram malhas adaptativas para problemas de fraturamento hidráulico tridimensionais em rochas permeáveis. Em tal trabalho, os autores investigaram os diferentes regimes de propagação de fraturas e os resultados numéricos foram comparados às soluções analíticas do modelo *penny-shaped* em termos de abertura, comprimento e pressão de injeção na fratura.

ELEMENTOS DE INTERFACE COM ESPESSURA NULA

Elementos coesivos de interface com espessura nula podem ser utilizados para descrever o comportamento da fratura como uma alternativa à adaptação contínua da malha. Sua inserção na malha pode acontecer de duas maneiras diferentes: (i) antes da análise (aproximação intrínseca) e (ii) ao longo da análise (aproximação extrínseca) (NEEDLEMAN, 2014; LECAMPION; BUNGER; ZHANG, 2018). Nesse tipo de abordagem, a fratura é representada contornando os elementos da malha original (Figura 1.7b). Entretanto, elementos coesivos de espessura nula podem apresentar problemas numéricos em função da elevada rigidez necessária ao modelo.

Segura e Carol (2004), Segura e Carol (2008a) e Segura e Carol (2008b) desenvolveram elementos finitos de interface com espessura nula e nós duplos para simularem os efeitos de descontinuidades em meios porosos saturados. Embora o método proposto não descreva a propagação de fraturas, os autores estudaram a importância da consideração dos efeitos geomecânicos em análises de escoamento em reservatórios fraturados. Já Sarris e Papanastasiou (2011) utilizaram elementos coesivos de interface para simular fraturamento hidráulico em duas dimensões, onde foi estudada a influência das características da zona coesiva sobre o processo de fraturamento hidráulico (isto é, sobre as respostas de abertura, comprimento e pressão na fratura).

Carrier e Granet (2012) desenvolveram elementos de interface com espessura nula para modelar a propagação de fraturas hidráulicas utilizando o modelo de zona coesiva e adotaram multiplicadores de Lagrange para garantirem a continuidade no campo de pressão. As respostas do método em termos de abertura, comprimento e pressão da fratura foram analisadas em diferentes regimes de propagação e comparadas a soluções analíticas. Os autores deram maior atenção ao regime *viscosity-dominated*, uma vez que tal regime é mais comum em operações de fraturamento hidráulico (ECONOMIDES; NOLTE, 2000; SAVITSKI; DETOURNAY, 2002; ADACHI; DETOURNAY, 2008). Nguyen *et al.* (2017) também empregaram elementos de interface com espessura nula para simular fraturamento hidráulico e propuseram um modelo mestre-escravo para impor a continuidade do campo de pressão. Tais autores comentam que o método apresentado por eles permite a propagação de fraturas hidráulicas de forma arbitrária.

Fraturamento hidráulico em cenários tridimensionais também são modelados com elemen-

tos de espessura nula. Considerando uma rocha-reservatório dividida em camadas, as quais apresentam diferentes propriedades mecânicas, Gao e Ghassemi (2020) avaliaram a influência de tensões *in situ* distintas sobre a propagação da fratura. Entretanto, a rocha simulada foi considerada impermeável, logo, os efeitos poroelásticos e de *leak-off* foram desprezados.

Diferentemente dos trabalhos anteriores, De-Pouplana e Oñate (2018) apresentaram elementos de interface com espessura quase nula para representarem as descontinuidades. Os elementos de interface são inseridos na malha a partir de uma técnica de malha adaptativa, sendo que o critério de propagação da fratura é baseado em um modelo de dano contínuo. Tal metodologia foi aplicada a casos 2D e 3D para descreverem a propagação de fraturas hidráulicas em meios porosos saturados.

XFEM

O Método dos Elementos Finitos Estendido (*Extended Finite Element Method - XFEM*) foi desenvolvido, principalmente, como uma alternativa aos inconvenientes relacionados à dependência da propagação da fratura em função da malha (dependência de malha) e à adaptação topológica da malha com a posição da fratura (malha adaptativa) (WONG, 2018). O método consiste no enriquecimento das funções de forma clássicas de elementos finitos, o qual é realizado localmente nos elementos intersectados pela descontinuidade (Figura 1.7c) (LECAM- PION; BUNGER; ZHANG, 2018).

Lecampion (2009) utilizou o *XFEM* para investigar problemas bidimensionais de fraturamento hidráulico em meios impermeáveis considerando a propagação das fraturas nos regimes *toughness* e *viscosity*. O autor apontou algumas dificuldades na simulação de casos em que a fratura é provocada por um pequeno gradiente de pressão. Já Mohammadnejad e Khoei (2013) consideraram em seu modelo a propagação de fraturas hidráulicas em meios porosos deformáveis e permeáveis. Utilizando o *XFEM* aliado a um modelo de zona coesiva para descrever a propagação da fratura, os autores comentaram sobre a influência de parâmetros poroelásticos sobre a propagação da fratura. Mohammadnejad e Andrade (2016) utilizaram a mesma metodologia, estendendo as aplicações para casos de fraturamento hidráulico com vários ciclos de injeção, ou seja, os autores consideraram o fechamento e reabertura da fratura.

Meschke e Leonhart (2015) propuseram um novo Método dos Elementos Finitos Generalizados (*Generalized Finite Element Method - GFEM*) para aproximar as funções de poropressão a partir de soluções analíticas 1D, enquanto que o campo de deslocamento foi aproximado via *XFEM*. O método foi utilizado para análise de problemas bidimensionais de fraturas hidráulicas em problemas hidromecânicos acoplados.

Liu, Gordon e Valiveti (2017) utilizaram o *XFEM* para simular a evolução simultânea de múltiplas fraturas em meios porosos deformáveis e, mais recentemente, Vahab e Khalili (2018) exploraram o mesmo problema. Em ambos os trabalhos, os autores demonstraram possíveis cenários que descrevem o comportamento das fraturas.

O *G/XFEM* também foi utilizado por Gupta e Duarte (2014) para o estudo da propagação de fraturas hidráulicas não-planas com complexas formas tridimensionais, as quais ocorrem nos estágios iniciais de operações de fraturamento hidráulico (WARPINSKI *et al.*, 1994; ALEKSEENKO *et al.*, 2012).

Phase-field

O Método *Phase-field* permite descrever, de forma suave, a transição entre um material (ou fase) intacto e outro completamente degradado. Sendo assim, a descontinuidade do campo de deslocamento associada à fratura pode ser entendida como uma aproximação via regularização (LECAMPION; BUNGER; ZHANG, 2018). Embora o método permita simular fraturas 3D, múltiplas fraturas e outras situações, o grau de refinamento de malha exigido para uma descrição precisa da fratura pode dificultar sua aplicação (LECAMPION; BUNGER; ZHANG, 2018).

Problemas bidimensionais de fraturamento hidráulico utilizando o método *phase-field* foram modelados por Mikelić, Wheeler e Wick (2015), onde os autores consideraram um meio poroelástico e hidromecanicamente acoplado. Os resultados apresentados em tal trabalho mostraram baixas pressões (negativas) surgindo nas pontas das fraturas. O método *phase-field* também foi utilizado para simulação de múltiplas zonas de fraturamento hidráulico em cenários bidimensionais, assim como mostrado por Li e Zhou (2019). Os autores simularam a evolução e interação simultânea das fraturas hidráulicas mostrando diferentes padrões de propagação em função das perfurações iniciais.

Casos bi e tridimensionais de fraturamento hidráulico foram simulados por Wheeler, Wick e Wollner (2014). A partir de uma formulação baseada no método do Lagrangiano aumentado, os autores simularam a propagação de uma fratura hidráulica e sua interação com uma fratura preexistente. Efeitos poroelásticos foram estudados por Yoshioka e Bourdin (2016), os quais propuseram um método numérico iterativo para acoplar seu modelo de fratura (baseado no método *phase-field*) a um simulador de reservatórios já existente. Os autores demonstraram as capacidades do método simulando fraturamento hidráulico em domínios 2D e 3D. Xia, Yvonnet e Ghabezloo (2017) incluíram heterogeneidades na matriz porosa e estudaram seus efeitos sobre a propagação das fraturas hidráulicas.

1.4.2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Considerando-se meios infinitos completa ou parcialmente uniformes, o Método dos Elementos de Contorno (*Boundary Element Method - BEM*) permite discretizar o problema elástico de modo que as incógnitas estejam apenas na superfície da fratura, diminuindo significativamente o tamanho do problema. Utilizando-se o Método de Descontinuidade de Deslocamento (*Displacement Discontinuity Method - DDM*), o qual é considerado como um método especial do *BEM*, tem-se que as tensões ao longo da fratura correspondem à superposição das contribuições das descontinuidades de cada segmento da fratura (LECAMPION; BUNGER; ZHANG, 2018).

Zhang, Jeffrey e Thiercelin (2007) utilizaram o *BEM* para simular a propagação de fraturas hidráulicas em rochas compostas por diferentes camadas considerando uma geometria bidimensional. Os autores estudaram a mudança na direção de propagação das fraturas devido à interface entre as camadas da rocha e apontaram que tal efeito está associado, principalmente, ao coeficiente de atrito entre as camadas, às propriedades elásticas dessas camadas, às condições de tensão *in situ* e à viscosidade do fluido. A interação entre fraturas induzidas e preexistentes em reservatórios de baixa permeabilidade foi simulada por Zhang e Jeffrey (2014). Baseado no *BEM*, o modelo hidromecanicamente acoplado desenvolvido pelos autores foi utilizado para estudar a influência de fraturas preexistentes na direção de propagação de fraturas geradas hidráulicamente.

Casos tridimensionais envolvendo a propagação de múltiplas fraturas hidráulicas foram estudados por Kumar, Ghassemi *et al.* (2016). Utilizando o *DDM* para simular a deformação da fratura, os autores mostraram que além das propriedades da rocha e do estado de tensão *in-situ*, a proximidade entre as múltiplas fraturas influencia significativamente suas evoluções.

1.4.2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISTINTOS

O Método dos Elementos Distintos (*Distinct Element Method - DEM*) representa o sólido a partir de partículas com diferentes tamanhos e formatos. Nesse método, o comportamento mecânico é obtido a partir do deslocamento das partículas, enquanto as fraturas são representadas nos contatos entre as partículas (LECAMPION; BUNGER; ZHANG, 2018).

Damjanac, Detournay e Cundall (2016) propuseram um modelo hidromecânico acoplado baseado no *DEM* para simular a propagação de fraturas hidráulicas em problemas bidimensionais de reservatórios não-convencionais. Os resultados do modelo foram comparados a soluções analíticas e os autores também estudaram, de forma inicial, a interação de fraturas induzidas e preexistentes. Utilizando um modelo similar, Damjanac e Cundall (2016) exploraram cenários tridimensionais e avaliaram a interação entre fraturas induzidas e complexas redes de fraturas preexistentes com mais detalhes.

Farkas *et al.* (2019) modelaram o fraturamento hidráulico utilizando o *DEM* considerando cenários bidimensionais. Os autores simularam situações com vários ciclos de injeção para investigar casos de campo onde a pressão de reabertura da fratura era maior que a pressão de ruptura.

1.4.2.4 MÉTODOS SEM MALHA

Métodos sem malha não necessitam de uma malha para discretização do domínio, de modo que a solução aproximada é construída inteiramente com base em um conjunto de nós dispersos, sem a necessidade de elementos. Tais métodos são vantajosos no tratamento de problemas com descontinuidades, onde estas não coincidem com os contornos dos elementos da malha original. Embora as aplicações em problemas de fraturamento hidráulico sejam relativamente escassas na literatura, métodos sem malhas já foram utilizados com tal finalidade.

Samimi e Pak (2016) propuseram um modelo baseado no método dos Elementos Livres de Galerkin (*Element Free Galerkin - EFG*) para simular o fraturamento hidráulico em meios porosos deformáveis tridimensionais com acoplamento hidromecânico. Os autores compararam seus resultados com soluções analíticas e soluções numéricas obtidas por outros métodos para validarem seu modelo.

O método Hidrodinâmica de Partículas Suavizadas (*Smoothed Particle Hydrodynamics - SPH*) foi utilizado por Douillet-Grellier *et al.* (2016) para simular a propagação de fraturas pressurizadas em cenários 2D e 3D. Os autores verificaram a eficácia do método comparando seus resultados a soluções analíticas.

1.4.3 ELEMENTOS DE INTERFACE COM ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO

Inserido no contexto do *FEM*, o elemento de interface com elevada razão de aspecto (*high aspect ratio interface element - HAR-IE*) é um elemento finito sólido que apresenta uma de suas dimensões muito menor que as demais. Tipicamente, a altura do *HAR-IE* corresponde a cerca de um centésimo da magnitude do comprimento de sua base. Os *HAR-IEs* foram introduzidos por Manzoli *et al.* (2012) e, com base na teoria da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (*Continuum Strong Discontinuity Approach - CSDA*) (OLIVER; CERVERA; MANZOLI, 1999; OLIVER; HUESPE, 2004), permitem a representação das descontinuidades segundo relações constitutivas contínuas. Com relação à modelagem de descontinuidades, os *HAR-IEs* apresentam algumas vantagens, tais como (SÁNCHEZ; MANZOLI; GUIMARÃES, 2014; MANZOLI *et al.*, 2016; ZHAN; MESCHKE, 2017; CLETO *et al.*, 2020):

- Por serem elementos finitos sólidos, a incorporação dos *HAR-IEs* em programas comerciais que utilizam o *FEM* é relativamente simples, permitindo assim que tais programas possam lidar com problemas que envolvam descontinuidades;
- O comportamento mecânico dos *HAR-IEs* é baseado em leis constitutivas convencionais, de modo que não são necessários, por exemplo, algoritmos especiais de integração para se obter as forças internas;
- A análise em elementos finitos é realizada completamente no contexto contínuo;

- Elementos de espessura nula ou zona coesiva, por exemplo, necessitam de elevados valores de rigidez (logo, não realistas) para manterem uma conexão artificialmente rígida entre os elementos regulares da malha durante o regime elástico, o que pode causar instabilidades numéricas. Tal rigidez elevada não é necessária aos *HAR-IEs*;
- A formação e propagação da descontinuidade depende, basicamente, do campo de tensões e das propriedades do material, logo, não é necessário nenhum tipo de algoritmo para controle da trajetória da fratura.

A utilização dos *HAR-IEs* contempla trabalhos em diferentes problemas de engenharia, sobretudo problemas envolvendo estruturas de concreto. Manzoli *et al.* (2012) propuseram a utilização dos *HAR-IEs* para simulação do comportamento de interfaces em estruturas compostas. Associando a Técnica de Fragmentação da Malha (*Mesh Fragmentation Technique - MFT*) e os *HAR-IEs*, Manzoli *et al.* (2014), Maedo (2015) e Manzoli *et al.* (2016) descreveram o comportamento de múltiplas fraturas em estruturas de concreto e, a partir de análises com diferentes graus de refinamento de malha, os autores concluíram que a técnica não apresenta efeitos de dependência de malha. Rodrigues *et al.* (2016) também utilizaram a *MFT* aliada aos *HAR-IEs* para apresentarem um modelo que considera a influência de agregados na propagação de fraturas em estruturas de concreto. Zhan e Meschke (2017) propuseram um algoritmo de malha adaptativa para inserção dos *HAR-IEs* durante a análise e, conseqüentemente, reduzir o custo computacional relacionado à utilização da *MFT*. Rodrigues *et al.* (2018) e Rodrigues, Manzoli e Bitencourt (2020) apresentaram um método de malha adaptativa utilizando Elementos Finitos de Acoplamento (*Coupling Finite Element - CFE*), onde uma malha grosseira é substituída por outra mais refinada contendo *HAR-IEs* apenas em regiões com potencial de falha. Os autores simularam a formação e propagação de fraturas em cenários 2D e 3D e verificaram a eficiência do método frente a *MFT* e considerando a influência de agregados.

Além de estruturas de concreto, *HAR-IEs* já foram utilizados para o estudo da formação de fraturas em problemas de ressecamento de solos argilosos e mistos considerando cenários 2D e 3D, assim como apresentado por Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014) e Maedo *et al.* (2020). Na área de bioengenharia, Fedotova *et al.* (2019) analisaram a formação e propagação de fraturas em dentes.

Os *HAR-IEs* também foram aplicados a problemas bidimensionais de fraturamento hidráulico, assim como apresentado inicialmente nos trabalhos de Seixas (2015) e Cleto (2016). Posteriormente, Manzoli *et al.* (2019) descreveram em detalhes a aplicação de tais elementos para simular fraturas hidráulicas em meios porosos deformáveis, onde os autores aplicaram o método a problemas envolvendo os quatro regimes de propagação de fraturas (*storage-toughness*, *leak-off-toughness*, *storage-viscosity* e *leak-off-viscosity*). Cleto *et al.* (2020) utilizaram os *HAR-IEs* juntamente com a *MFT* para simularem a formação e propagação de múltiplas fraturas em rochas.

CAPÍTULO 2

EQUAÇÕES GOVERNANTES

Nesse capítulo são apresentadas as principais equações que regem o problema hidromecânico em meios porosos, bem como as propriedades materiais utilizadas para caracterizar tal problema. Em seguida são descritos os regimes de propagação de fraturas no contexto do fraturamento hidráulico e a forma geral das soluções analíticas para abertura, comprimento e pressão na fratura.

2.1 VOLUME ELEMENTAR REPRESENTATIVO

Meios porosos são materiais formados por uma matriz sólida e por espaços vazios (poros), os quais estão distribuídos ao longo de todo o meio. Cavidades, fraturas, canais capilares e outros tipos de espaços são exemplos de poros, sendo que suas respectivas dimensões e formas são adversas. Materiais gerados por processos naturais e presentes em estruturas inanimadas, como o solo e as rochas, ou produzidos por processos criados pelo homem, como o concreto ou poliuretano, são exemplos de meios porosos. Tais materiais também podem fazer parte de estruturas vivas, como é o caso dos ossos. Os poros, por sua vez, podem estar totalmente preenchidos (saturados) ou parcialmente preenchidos (não saturados) por um ou mais fluidos. A Figura 2.1 apresenta alguns exemplos de materiais porosos presentes na natureza.

Modelar numericamente meios porosos é uma tarefa complexa, uma vez que a geometria dos poros é adversa, de modo que manter a fidelidade dos contornos, por exemplo, pode inviabilizar a modelagem. Portanto, representar um meio poroso de forma aproximada torna-se uma

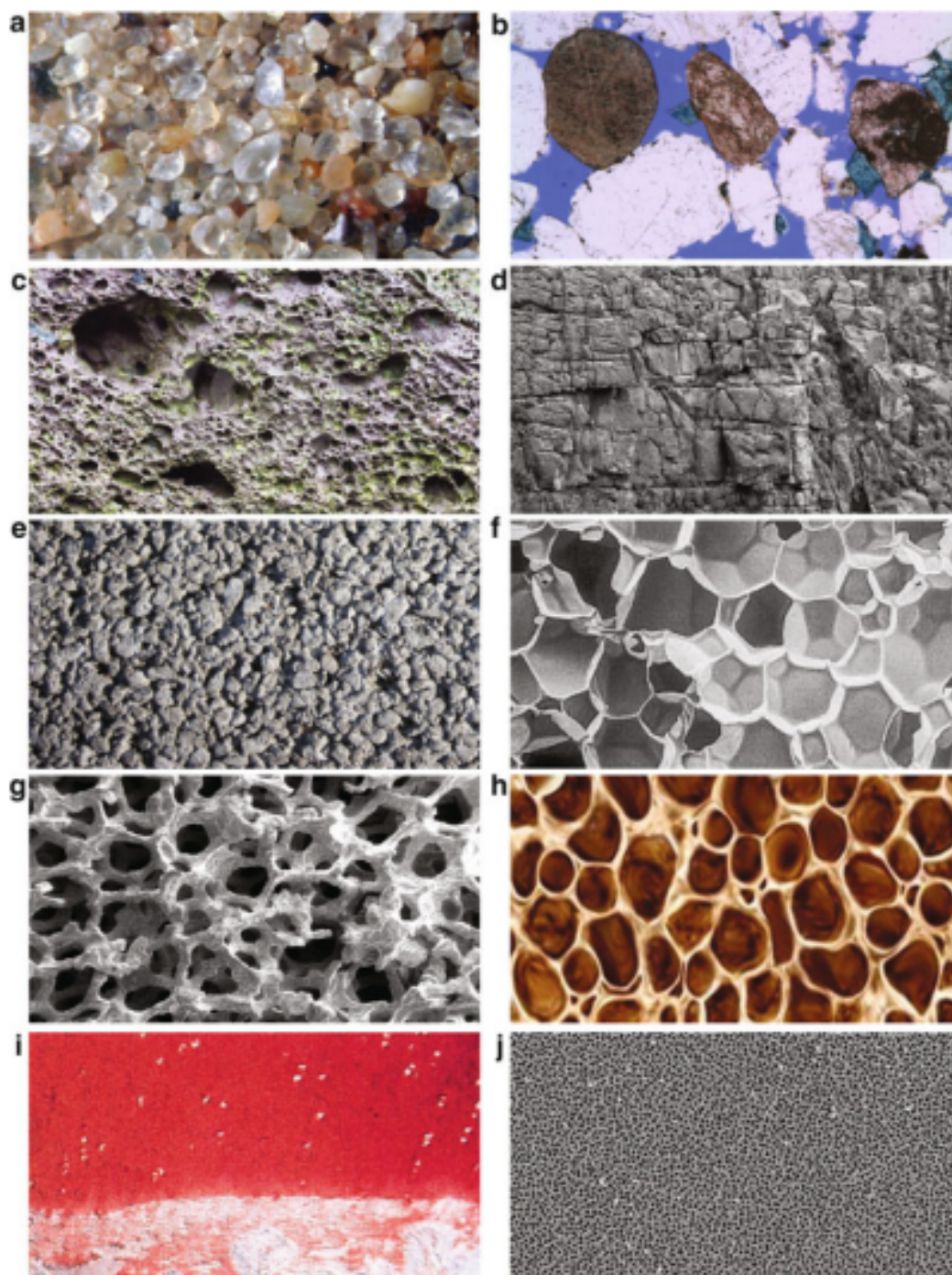


Figura 2.1: Exemplos de materiais porosos apresentados por Cheng (2016): (a) areia, (b) arenito, (c) rocha vulcânica, (d) rocha fraturada, (e) concreto permeável, (f) espuma de poliuretano, (g) espuma de metal, (h) osso com osteoporose, (i) cartilagem articular e (j) alumínio nanoporoso.

alternativa viável, desde que sua representação seja baseada em uma porção estatisticamente selecionada, onde a constituição interna da matéria a nível microscópico possa ser ignorada, mas os fenômenos físicos macroscópicos sejam suficientemente representados. Sendo assim, surge a hipótese de um volume elementar representativo (*representative elementary volume* -

REV), o qual possui dimensões relevantes na escala macroscópica que permita o estudo de todos os fenômenos físicos relacionados à aplicação de interesse (COUSSY, 2004). Portanto, estudar fenômenos físicos atrelados a meios descontínuos, heterogêneos, anisotrópicos e inelásticos está intimamente relacionado à hipótese do volume elementar representativo, o qual permite idealizar e modelar um meio contínuo, homogêneo, isotrópico e elástico (HARRISON; HUDSON, 2000). A Figura 2.2 apresenta graficamente o conceito do REV.

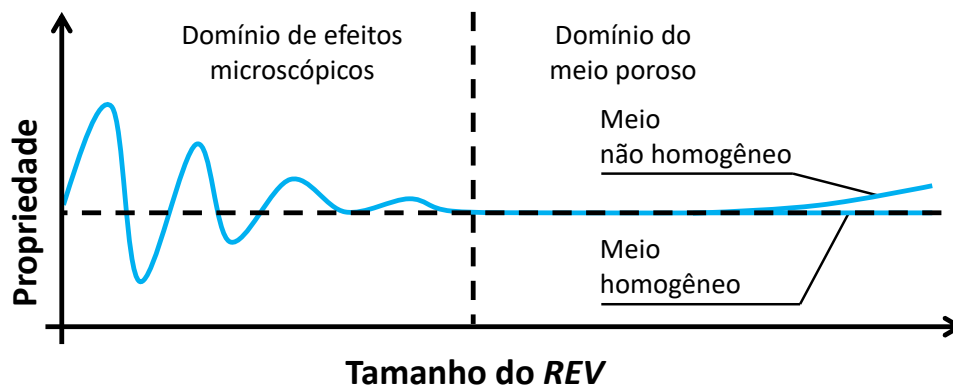


Figura 2.2: Conceito gráfico do volume elementar representativo (adaptado de Bear (1972)).

2.1.1 POROSIDADE

Pela hipótese do REV, embora existam discontinuidades no meio poroso, este pode ser tratado como contínuo, uma vez que tais discontinuidades são desprezíveis e não influenciam os fenômenos macroscópicos. Dessa forma, para que a porosidade seja definida, primeiramente considere o REV de um meio poroso, tal como mostrado na Figura 2.3, de modo que o volume total V seja escrito da seguinte maneira:

$$V = V_s + V_p, \quad (2.1)$$

onde V_s é o volume da fase sólida da amostra e V_p é o volume de poros.

Uma vez que os poros estejam completamente preenchidos por fluido (saturado), o volume de fluido corresponde ao volume de poros. Considere também que o escoamento do fluido ocorre apenas pelos poros que estão interconectados (BEAR, 1972). Portanto, define-se como porosidade (ou porosidade efetiva) do meio a razão entre o volume de vazios proveniente dos

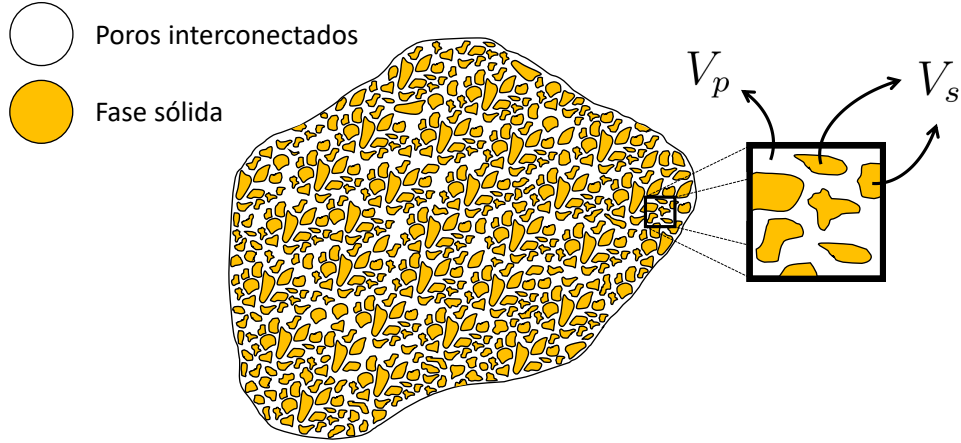


Figura 2.3: Volume elementar representativo apresentando os volumes da fase sólida e de poros.

poros interconectados e o volume total, isto é:

$$\phi = \frac{\text{Volume de poros conectados}}{\text{Volume total}} = \frac{V_p}{V}. \quad (2.2)$$

2.2 EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Considere um meio poroso representado por um domínio contínuo Ω e pelo domínio de uma descontinuidade Ω_h (Figura 2.4). Considere também que o contorno Γ apresenta deslocamentos e tensões prescritos (Γ_u e Γ_t , respectivamente) e ν é um vetor unitário normal apontando para o sentido externo de Γ . Assim, a equação de conservação da quantidade de movimento é dada por:

$$\nabla \cdot \sigma + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (2.3)$$

onde σ é o tensor de tensões totais, ρ é a densidade conjunta da matriz sólida e do fluido e \mathbf{g} é o vetor de aceleração da gravidade.

Pelo princípio das tensões efetivas de Biot (BIOT, 1941), as tensões totais se relacionam com a poropressão da seguinte maneira:

$$\sigma = \sigma' - bp\mathbf{1}, \quad (2.4)$$

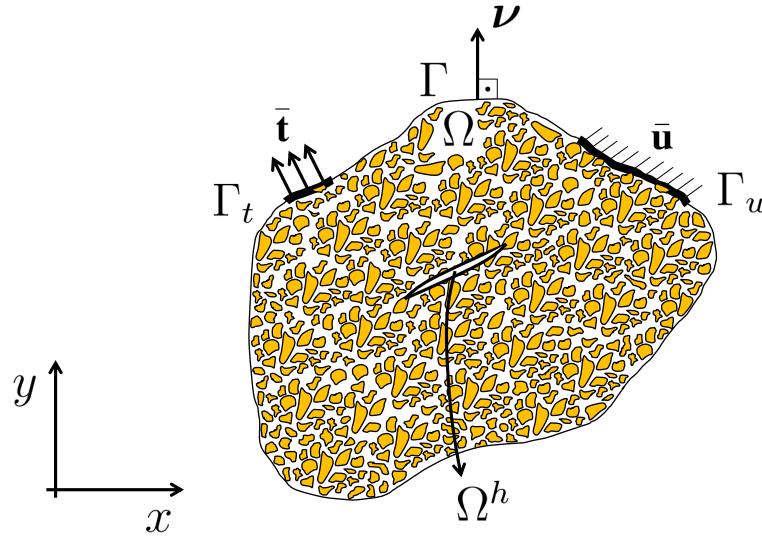


Figura 2.4: Volume elementar representativo referente ao problema mecânico.

onde σ' é o tensor de tensões efetivas (sendo que as tensões de compressão são adotadas como negativas ao longo de todo o trabalho), as quais dependem do modelo constitutivo, b é o coeficiente de Biot, p é a poropressão e $\mathbf{1}$ é o tensor identidade de segunda ordem. Note que b reflete a magnitude da influência da poropressão sobre as tensões totais. Quando $b = 1$, retoma-se o conceito da tensão efetiva de Terzaghi (TERZAGHI, 1943), contudo, para que essa ideia seja expandida para matrizes deformáveis, b pode ser escrito como (COUSSY, 2004):

$$b = 1 - \frac{K}{K_s}, \quad (2.5)$$

onde K e K_s correspondem aos módulos de rigidez volumétrica do meio poroso e dos grãos da rocha, respectivamente.

As tensões efetivas são escritas de acordo com o modelo constitutivo adotado, o qual, para o meio poroso, é descrito por um modelo elástico linear, enquanto que a descontinuidade é representada por um modelo de dano à tração. Portanto, nesse momento, as tensões efetivas ficam escritas em função das deformações da seguinte maneira:

$$\sigma' = \begin{cases} \Sigma_{\Omega}(\epsilon) & = \bar{\sigma} \\ \Sigma_{\Omega^h}(\epsilon) & \end{cases}, \quad (2.6)$$

onde $\Sigma_{\Omega^h}(\epsilon)$ faz referência ao modelo constitutivo da descontinuidade (o qual está adequada-

mente detalhado na Seção 3.3), $\bar{\sigma}$ é o tensor de tensões elásticas e corresponde a:

$$\bar{\sigma} = \mathbb{C} : \epsilon, \quad (2.7)$$

sendo \mathbb{C} o tensor elástico de quarta ordem e ϵ o tensor de deformações infinitesimais, escrito como:

$$\epsilon = \nabla^{sym}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T), \quad (2.8)$$

onde $\nabla^{sym}(\cdot)$ corresponde à parte simétrica do vetor de deslocamentos \mathbf{u} do meio poroso.

Uma vez que o domínio Ω pode ser tratado como um meio contínuo, homogêneo, isotrópico e elástico, o tensor \mathbb{C} é escrito como:

$$\mathbb{C} = 2G\mathbf{I} + \left(K + \frac{2}{3}G\right)\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}, \quad (2.9)$$

onde \mathbf{I} é o tensor simétrico unitário de quarta ordem e G é o módulo de elasticidade transversal.

2.3 EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MASSA PARA O FLUIDO

Suponha que Γ também apresente contornos com pressões e vazões prescritas (Γ_p e Γ_q , respectivamente) e que não haja nenhum termo de fonte ou sumidouro de fluido (Figura 2.5). Nesse caso, a equação que descreve a conservação de massa de fluido ao longo do tempo pode ser escrita como:

$$\frac{\partial(\phi\rho_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l\mathbf{q}) = 0, \quad (2.10)$$

onde ρ_l é a massa específica do fluido e \mathbf{q} é o fluxo de fluido no meio, sendo que para o domínio da matriz porosa (isto é, Ω), tal fluxo é obtido por meio da lei de Darcy.

Considerando-se fluidos levemente compressíveis, sob condições isotérmicas e pequenas variações de pressão, assume-se que a massa específica é governada pela seguinte equação de estado (BEAR, 1972):

$$\frac{\partial\rho_l}{\partial t} = \frac{\rho_l}{K_w} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.11)$$

onde K_w é o módulo volumétrico do fluido, de modo que a razão $1/K_w$ corresponde à com-

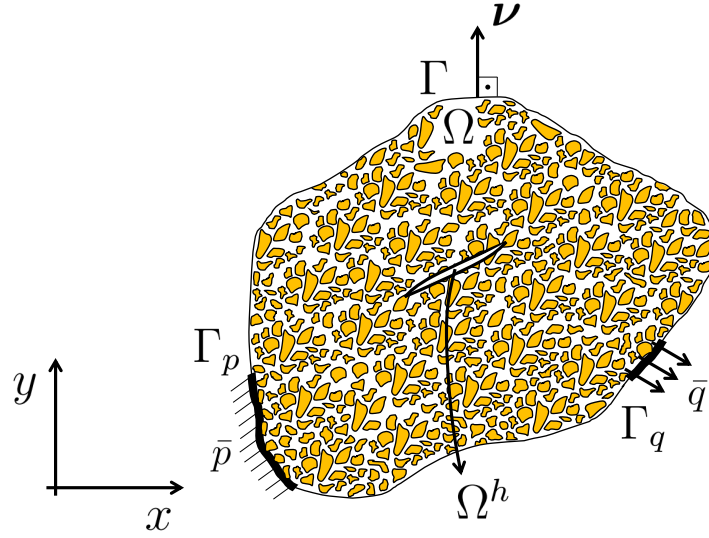


Figura 2.5: Volume elementar representativo referente ao problema hidráulico.

pressibilidade do fluido.

Uma vez que o meio poroso considerado é deformável, sendo que a pressão do fluido contido nos poros afeta o estado de tensão do meio, bem como as deformações influenciam a quantidade de fluido armazenada, pode-se escrever que a porosidade e a deformação volumétrica se relacionam como (COUSSY, 2004; CHENG, 2016):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{N} \frac{\partial p}{\partial t} + b \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t}, \quad (2.12)$$

onde $\epsilon_v = \nabla \cdot \mathbf{u}$ corresponde à deformação volumétrica do meio e N é um parâmetro poroelástico, sendo escrito como

$$N = \left(\frac{b - \phi}{K_s} \right)^{-1}. \quad (2.13)$$

Desenvolvendo-se o primeiro termo da Equação (2.10) e utilizando um pouco de álgebra para incorporar as Equações (2.11) e (2.12), pode-se reescrever a Equação (2.10) da seguinte maneira:

$$\rho_l \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_l b \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \mathbf{q}) = 0, \quad (2.14)$$

onde M é o módulo de Biot, o qual corresponde a

$$M = \left[\frac{\phi}{K_w} + \frac{(b - \phi)}{K_s} \right]^{-1}. \quad (2.15)$$

Segundo Zimmerman (2018), ao desenvolver-se o terceiro termo da Equação (2.14), a não linearidade associada à parcela $\nabla \rho_l$ é muito pequena quando comparada à parcela $\nabla \cdot \mathbf{q}$. Tal aproximação também é consistente com as hipóteses da lei de Darcy, onde o termo quadrático é desprezado em função de sua baixa velocidade (CHENG, 2016). Portanto, a Equação (2.14) pode ser reescrita como:

$$\rho_l \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_l b \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} + \rho_l \nabla \cdot \mathbf{q} = 0, \quad (2.16)$$

Na Equação (2.16), todos os termos podem ser divididos pela massa específica e , além disso, por questões de conveniência, podemos reescrevê-la da seguinte maneira:

$$\frac{1}{M} \dot{p} + b \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0. \quad (2.17)$$

2.3.1 LEI DE DARCY

A equação básica que descreve o escoamento de fluido em um meio poroso foi inicialmente proposta por Henry Darcy em 1856. Posteriormente, tal equação foi estendida para uma forma mais geral relacionando a vazão de fluido que atravessa um meio poroso com o gradiente de pressão. Dentre suas principais hipóteses simplificadoras, considera-se que o fluido seja Newtoniano e que o escoamento seja laminar e uniforme.

Contudo, no contexto desse trabalho, a descontinuidade exige uma relação própria, a qual é descrita com base na lei cúbica. Sendo assim, nesse momento, o fluxo de fluido é escrito da seguinte maneira:

$$\mathbf{q} = \begin{cases} \mathbf{q}_\Omega = -\frac{\mathbf{k}}{\mu_l} (\nabla p - \rho_l \mathbf{g}) \\ \mathbf{q}_{\Omega^h} \end{cases}, \quad (2.18)$$

onde \mathbf{q}_{Ω^h} faz referência ao modelo de escoamento na descontinuidade (o qual está adequadamente detalhado na Seção 3.2), \mathbf{k} é o tensor de permeabilidade intrínseca, μ_l é a viscosidade dinâmica do fluido, ∇p é o gradiente de pressão e \mathbf{g} é a aceleração da gravidade.

A permeabilidade intrínseca é uma propriedade apenas do meio poroso (diferentemente da condutividade hidráulica) e mede a capacidade que o meio possui de deixar-se atravessar por

um determinado fluido. Para cenários bidimensionais, uma vez que o meio esteja alinhado com as direções principais, o tensor \mathbf{k} pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

onde $k_{11} = k_x$ e $k_{22} = k_y$ são as permeabilidades intrínsecas nas respectivas direções principais, isto é, x e y (Figura 2.5). Caso o meio poroso apresente isotropia de permeabilidade ($k_x = k_y = k$), a Equação (2.19) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{k} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

2.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO E INICIAIS

Por fim, as equações governantes contínuas (isto é, Equações (2.3) e (2.17)) são finalizadas com as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) &= \bar{\mathbf{u}}(t) & \mathbf{X} \in \Gamma_u \\ p(\mathbf{X}, t) &= \bar{p}(t) & \mathbf{X} \in \Gamma_p \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}, t) \cdot \boldsymbol{\nu} &= \bar{\mathbf{t}}(t) & \mathbf{X} \in \Gamma_t \\ \mathbf{q}(\mathbf{X}, t) \cdot \boldsymbol{\nu} &= \bar{q}(t) & \mathbf{X} \in \Gamma_q \\ \mathbf{u}(\mathbf{X}, 0) &= \mathbf{u}_0(\mathbf{X}) \\ p(\mathbf{X}, 0) &= p_0(\mathbf{X}) \end{aligned}, \quad (2.21)$$

onde $\bar{\mathbf{u}}$, \bar{p} , $\bar{\mathbf{t}}$ e \bar{q} correspondem ao deslocamento, poropressão, tensões e vazões normais à superfície do contorno, respectivamente, as quais são prescritas no contorno Γ_u , Γ_p , Γ_t e Γ_q , respectivamente. Note que \mathbf{X} corresponde ao ponto material e t ao tempo.

2.5 REGIMES DE PROPAGAÇÃO DE FRATURAS

Os regimes de propagação de fraturas são baseados na competição entre dois principais mecanismos dominantes (BUNGER; DETOURNAY; GARAGASH, 2005): dissipação de energia e armazenamento de fluido. A dissipação de energia pode ser dominada pelo escoamento do fluido viscoso na fratura (regime *viscosity-dominated*) ou pela criação de novas superfícies de fratura (regime *toughness-dominated*). Como exemplo, o regime *toughness-dominated* pode ocorrer quando a resistência à tração da rocha é elevada, de modo que a energia gasta para fraturar e propagar a fratura no meio poroso é muito maior que a energia necessária para escoar o fluido viscoso no interior da fratura (ZHOU; BURBEY, 2014). Por outro lado, o armazenamento de fluido pode ser dominado ou pela massa de fluido que, prioritariamente, permanece contida no interior da fratura (regime *storage-dominated*) ou pelo seu escoamento para a rocha através das paredes da fratura (regime *leak-off-dominated*) (BUNGER; DETOURNAY; GARAGASH, 2005). Como exemplo, o regime *storage-dominated* pode ocorrer quando a permeabilidade intrínseca da rocha é significativamente baixa, dificultando assim o escoamento do fluido para o meio poroso. Garagash (2006a) comenta que o regime *viscosity-dominated* é frequentemente considerado no cenário de estimulação de reservatórios de petróleo, uma vez que os fluidos de fraturamento apresentam viscosidades elevadas. Entretanto, em escala de laboratório, o regime *toughness-dominated* é mais comum (BUNGER; DETOURNAY; JEFFREY, 2005).

Os quatro regimes de propagação descritos anteriormente podem ser representados de forma conjunta por meio do espaço paramétrico (\mathcal{K}, \mathcal{C}) ilustrado na Figura 2.6, onde cada lado corresponde a um dos regimes. Note que os vértices de tal espaço correspondem a combinações entre as situações limites, isto é, dois regimes são levados ao extremo, enquanto outros dois são desprezados. Portanto, os vértices são identificados como:

- Vértice K : *storage-toughness dominated regime*;
- Vértice \tilde{K} : *leak-off-toughness dominated regime*;
- Vértice M : *storage-viscosity dominated regime*;
- Vértice \tilde{M} : *leak-off-viscosity dominated regime*.

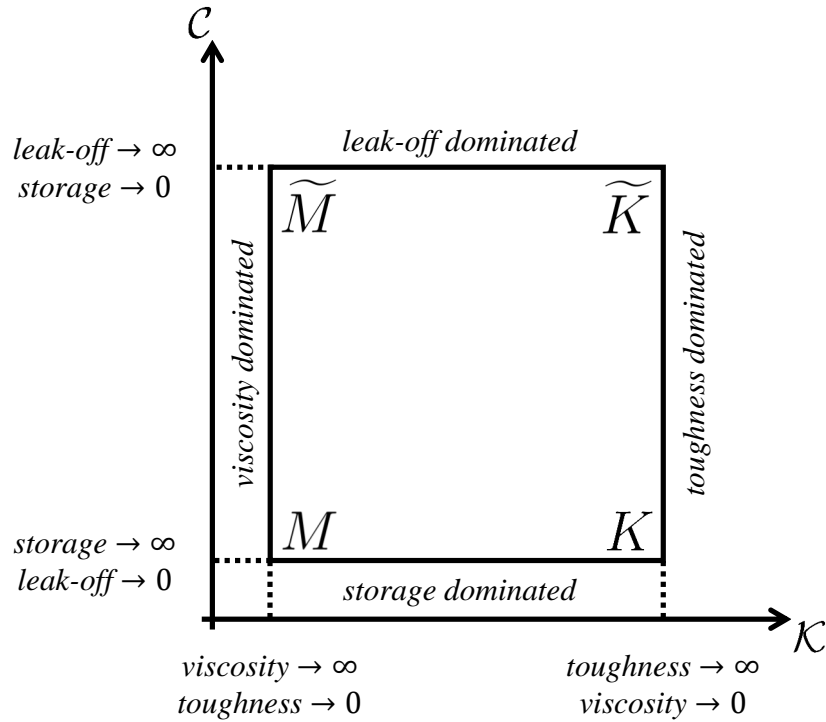


Figura 2.6: Espaço paramétrico com os regimes de propagação de fraturas (adaptado de Zielonka *et al.* (2014)).

O espaço paramétrico da Figura 2.6 pode ser ampliado para incluir nas soluções assintóticas o efeito do *fluid lag*, o qual é definido fisicamente como uma cavidade sem fluido (seca) que separa a ponta da fratura da frente de fluido contido em seu interior (GARAGASH; DETOURNAY, 1999). Entretanto, considerar tal efeito configura uma incógnita a mais para o problema. Em situações práticas, o *fluid lag* tende a desaparecer gradualmente com a evolução da fratura, logo, sua importância se dá apenas nos primeiros instantes do fraturamento hidráulico (GARAGASH, 2006b).

Os eixos de tal espaço estão associados a processos físicos distintos (ADACHI; DETOURNAY, 2008): K é a tenacidade adimensional, o qual reflete a proporção entre a taxa de energia liberada ao fraturar a rocha e a dissipação de fluido viscoso nas condições de *leak-off* e *fluid lag* nulos; e C é o coeficiente de *leak-off* adimensional, o qual expressa a transição do regime sem *leak-off* para o regime dominado pelo *leak-off* considerando o *fluid lag* nulo. Esses processos físicos podem ser matematicamente expressos de acordo com o modelo teórico de interesse. Para o modelo KGD, por exemplo, tais expressões correspondem a (ADACHI; DETOURNAY,

2008; CARRIER; GRANET, 2012):

$$\mathcal{K} = K' \left(\frac{1}{Q_0 E'^3 \mu'} \right)^{(1/4)} ; \quad \mathcal{C} = C' \left(\frac{E' t}{\mu' Q_0^3} \right)^{(1/6)} ; \quad (2.22)$$

onde Q_0 é a taxa de injeção de fluido, t é o tempo e os demais parâmetros são convenientemente escritos da seguinte maneira (ADACHI, 2001):

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} ; \quad \mu'_l = 12\mu_l ; \quad K' = 4K_{Ic} \sqrt{\frac{2}{\pi}} ; \quad C' = 2C_l ; \quad (2.23)$$

onde E é o módulo de Young, ν é o coeficiente de Poisson, C_l é o coeficiente de *leak-off* (dado pelo modelo de escoamento unidimensional de Carter (CARTER, 1957)) e K_{Ic} é a tenacidade à fratura, a qual se relaciona com a energia de fratura G_f com $K_{Ic} = (G_f E')^{1/2}$.

Diversos trabalhos estão disponíveis na literatura e apresentam soluções analíticas (ou semi-analíticas) para os regimes de propagação de fraturas de acordo com os modelos teóricos KGD (ADACHI; DETOURNAY, 2002; BUNGER; DETOURNAY; GARAGASH, 2005; GARAGASH, 2006a; HU; GARAGASH, 2010), PKN (KEMP *et al.*, 1990; KOVALYSHEN; DETOURNAY, 2010; DONTSOV; PEIRCE, 2016) e *penny-shaped* (ABE; MURA; KEER, 1976; SAVITSKI; DETOURNAY, 2002; BUNGER; DETOURNAY; GARAGASH, 2005).

Segundo Bunger, Detournay e Garagash (2005), para um fluido Newtoniano com injeção a taxa constante, a propagação da fratura evolui no tempo segundo uma trajetória partindo do regime *storage-dominated* e indo em direção ao *leak-off-dominated*. Para o modelo KGD, tal trajetória é paralela aos lados M - \widetilde{M} (regime *viscosity-dominated*) e K - \widetilde{K} (regime *toughness-dominated*), assim como pode ser observado na Figura 2.7. Já para o modelo *penny-shaped*, a fratura evolui do vértice *storage-viscosity-dominated* (M) para o *leak-off-toughness-dominated* (\widetilde{K}) (SAVITSKI; DETOURNAY, 2002), de modo que a trajetória ao longo do tempo entre tais vértices está relacionada a diferentes tempos de transição entre os regimes ($t_{m\widetilde{m}}$ e t_{mk}), assim como ilustrado na Figura 2.7. O parâmetro adimensional de viscosidade \mathcal{M} pode se relacionar diretamente com a tenacidade adimensional (Equação (2.22)), contudo, tal relação depende do modelo teórico. Para o modelo KGD, por exemplo, temos que $\mathcal{M} = \mathcal{K}^{-4}$ (DETOURNAY, 2004).

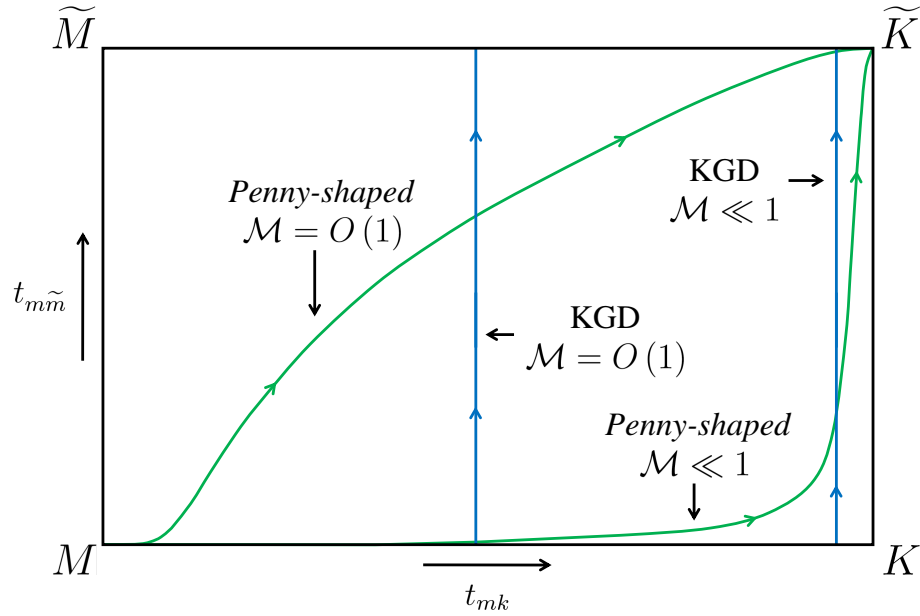


Figura 2.7: Evolução entre os regimes de propagação de fraturas para os modelos KGD e *penny-shaped* (adaptado de Bungler, Detournay e Garagash (2005)).

2.5.1 DEFINIÇÃO DAS SOLUÇÕES ANALÍTICAS

Para que as soluções assintóticas sejam definidas é necessário estabelecer o problema a ser solucionado. Sendo assim, primeiramente, considere um meio poroso com comportamento elástico e frágil definido pelo módulo de Young (E), coeficiente de Poisson (ν) e tenacidade à fratura (K_{Ic}), sujeito a um estado de tensão σ_0 , o qual é perpendicular a um determinado plano de fratura. Considere também que o meio está sujeito à injeção a taxa constante (Q_0) de um fluido incompressível e Newtoniano de viscosidade dinâmica μ_l , de modo que o fluido possa escoar para o meio poroso segundo um parâmetro de *leak-off* (representado por C_l).

Para o caso descrito acima, assumo que a fratura gerada apresenta um comprimento muito maior que o raio do poço, logo, a injeção de fluido pode ser tratada como um simples ponto de injeção. Além disso, o fluido injetado deve preencher completamente a fratura, de modo que o *fluid lag* seja desprezado. Portanto, baseado em tais hipóteses, a solução para o problema consiste na determinação de três respostas principais: (i) abertura da fratura $w(x, t)$, (ii) comprimento da fratura $l(t)$ e (iii) pressão líquida na fratura (*net pressure*) $p(x, t)$, a qual corresponde à diferença entre a pressão de fluido p_f e a tensão de confinamento σ_0 . Note que todas as respostas dependem do tempo t e que x corresponde à coordenada espacial. A Figura 2.8 ilustra o problema proposto, onde são apresentados os principais processos físicos envolvidos (Figura 2.8a)

e as respostas a serem obtidas (Figura 2.8b).

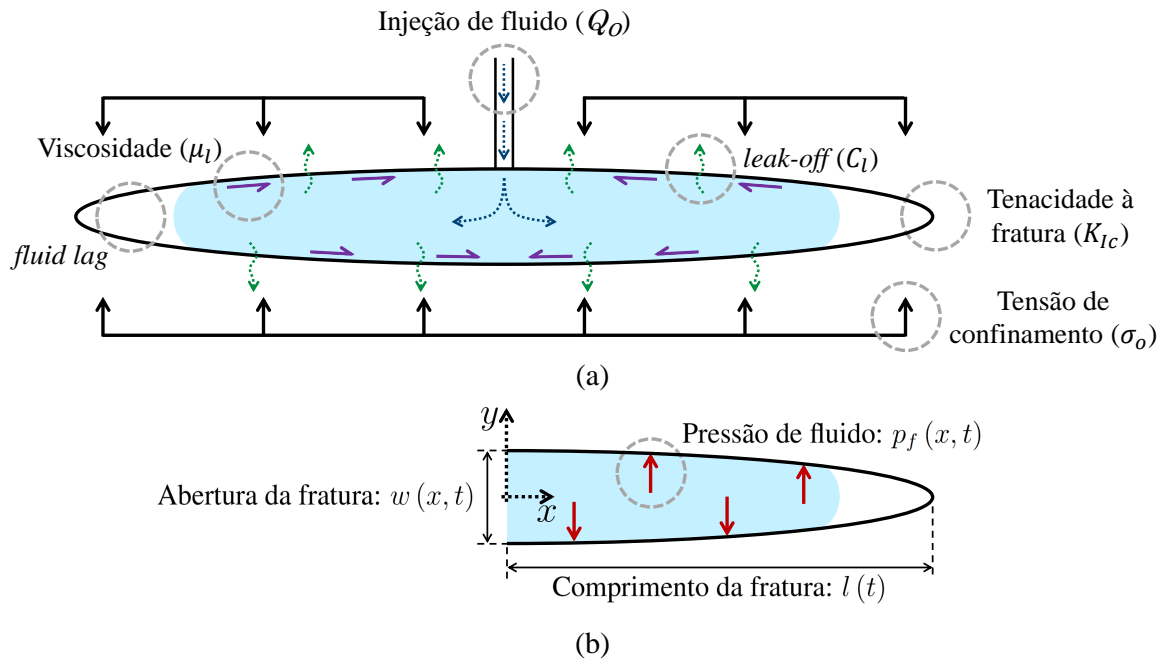


Figura 2.8: Problema de fraturamento hidráulico com os (a) principais processos físicos envolvidos e as (b) respostas de interesse.

Sendo assim, as respostas de interesse (abertura, comprimento e pressão na fratura) podem ser escritas segundo uma forma geral (ADACHI, 2001):

$$w = \varepsilon(t)L(t)\Theta(\psi, t) \quad ; \quad l = \gamma(t)L(t) \quad ; \quad p = \varepsilon(t)E'\Pi(\psi, t) \quad ; \quad (2.24)$$

onde $\Theta(\psi, t)$, $\Pi(\psi, t)$ e $\gamma(t)$ são as variáveis adimensionais de abertura, comprimento e pressão de fluido na fratura, respectivamente, $\varepsilon(t)$ é um número pequeno, $L(t)$ é um fator de escala da mesma ordem de magnitude do comprimento da fratura e $\psi = x/l$ (com $0 \leq \psi \leq 1$ definindo um sistema móvel de coordenadas com relação a x). Ressalta-se que as notações Θ e ψ foram adotadas em substituição a Ω e ξ , respectivamente, as quais são mais usuais na literatura. Tal alteração se fez necessária no contexto desse trabalho para evitar que eventuais confusões pudessem ocorrer, uma vez que Ω e ξ são amplamente utilizadas em outras situações.

As soluções analíticas utilizadas nesse trabalho estão detalhadas no Apêndice A (referente ao Modelo KGD) e Apêndice B (referente ao Modelo *penny-shaped*). Assim como dito anteriormente, há disponível na literatura outros trabalhos que contemplam soluções tanto para os outros regimes quanto para os demais modelos teóricos.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM DA DESCONTINUIDADE

Esse capítulo descreve em detalhes como é realizada a modelagem da descontinuidade no contexto da aproximação contínua de descontinuidades fortes. Além disso, as equações do modelo constitutivo contínuo de dano também são apresentadas nesse capítulo juntamente com o algoritmo utilizado para integração de tal modelo (*IMPL-EX*).

3.1 APROXIMAÇÃO CONTÍNUA DOS CAMPOS DE DESLOCA- MENTO E PRESSÃO

Considere uma superfície material de descontinuidade de deslocamento S , a qual representa uma fratura, dividindo um meio poroso em duas partes Ω^+ e Ω^- (Figura 3.1). Considere também que Ω^h é um subdomínio de Ω , de modo que Ω^h corresponde a uma estreita banda de material com largura h contendo a superfície de descontinuidade S e delimitada pelas superfícies materiais S^+ e S^- (Figura 3.1). Portanto, quando h tende a zero, esse subdomínio colapsa para a superfície de descontinuidade ($h \rightarrow 0 \Rightarrow \Omega^h \rightarrow S$). O campo de deslocamento descontínuo do meio poroso pode ser escrito como a soma de uma parte regular (contínua), $\tilde{\mathbf{u}}$, e uma parte descontínua, a qual é expressa em termos do campo de descontinuidade de deslocamento $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ ao longo de S :

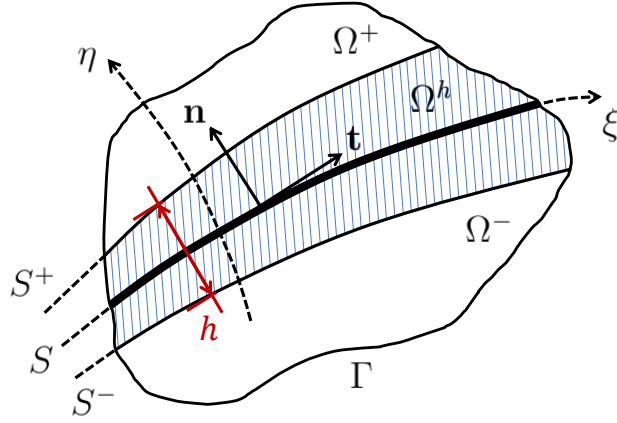


Figura 3.1: Meio poroso com uma descontinuidade.

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} + H_S \llbracket \mathbf{u} \rrbracket, \quad (3.1)$$

onde H_S é a função de Heaviside posicionada sobre S , tal que $H_S(\mathbf{X}) = 1$ se $\mathbf{X} \in \Omega^+$; e $H_S(\mathbf{X}) = 0$ se $\mathbf{X} \in \Omega^-$. O campo descontínuo pode ser interpretado como a situação limite de um campo contínuo (descontinuidade fraca) dado por:

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} + Z_S(\eta) \llbracket \mathbf{u} \rrbracket, \quad (3.2)$$

onde η é a coordenada do ponto material \mathbf{X} segundo o sistema de coordenadas curvilíneas (ξ, η) ao longo de S , tal que $\mathbf{X}(\xi, \eta = 0) = S$, $\mathbf{X}(\xi, \eta = -h/2) = S^-$ e $\mathbf{X}(\xi, \eta = h/2) = S^+$ (Figura 3.1), e $Z_S(\eta)$ é a função de rampa linear unitária definida como:

$$Z_S(\eta) = \begin{cases} 0 & \text{se } \eta < -h/2 \\ 1 & \text{se } \eta > h/2 \\ 1/2 + \eta/h & \text{se } -h/2 \leq \eta \leq h/2 \end{cases}. \quad (3.3)$$

Assim como o campo de deslocamento, o campo de poropressão também pode ser expresso segundo uma forma geral dada por:

$$p = \tilde{p} + Z_S(\eta) \llbracket p \rrbracket, \quad (3.4)$$

onde $\llbracket p \rrbracket$ é o campo de descontinuidade de poropressão e \tilde{p} é a parte contínua de p .

A Figura 3.2 mostra os campos contínuos de deslocamento e poropressão (Figura 3.2a)

juntamente com os campos descontínuos, os quais são obtidos quando $h \rightarrow 0$ (Figura 3.2b).

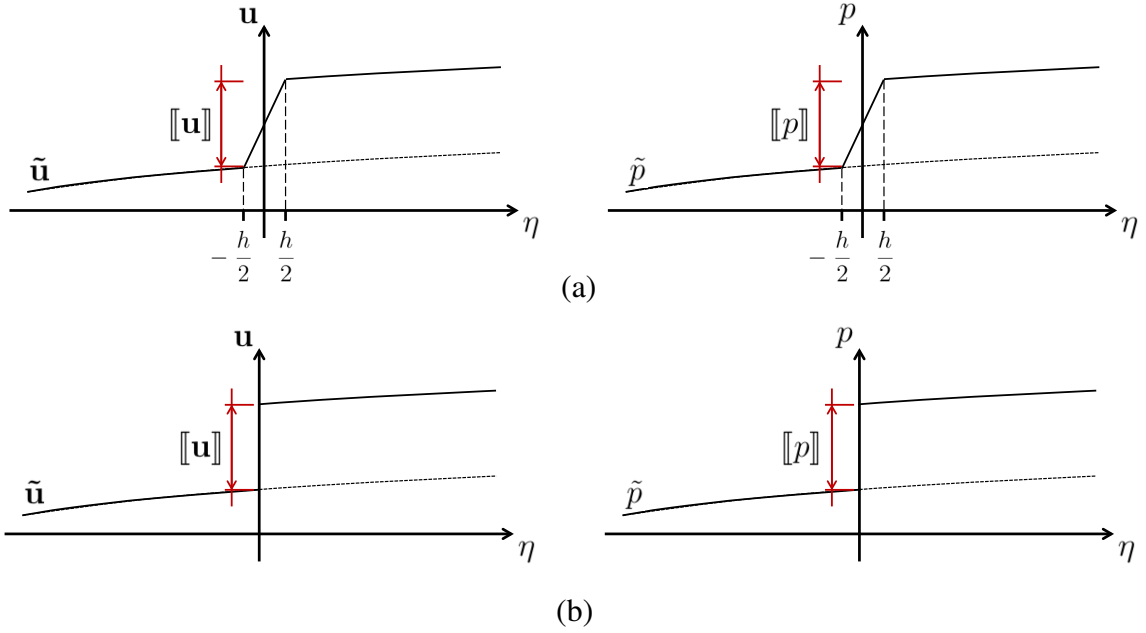


Figura 3.2: Campos de deslocamento e poropressão considerando: (a) descontinuidade fraca ($h \neq 0$) e (b) descontinuidade forte ($h \rightarrow 0$).

Os campos de deformação e gradiente de pressão podem ser obtidos a partir das Equações (3.2) e (3.4), levando a:

$$\epsilon = \nabla^{sym} \mathbf{u} = \tilde{\epsilon} + \zeta_S(\eta) \hat{\epsilon} = \tilde{\epsilon} + \zeta_S(\eta) \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^{sym}; \quad (3.5)$$

$$\nabla p = \nabla \tilde{p} + \zeta_S(\eta) \nabla \hat{p} = \nabla \tilde{p} + \zeta_S(\eta) \frac{1}{h} [[p]] \mathbf{n}; \quad (3.6)$$

onde $\zeta_S(\eta)$ é a função de colocação sobre Ω^h ($\zeta_S(\eta) = 1$, se $-h/2 \leq \eta \leq h/2$ e, por outro lado, $\zeta_S(\eta) = 0$), \mathbf{n} é o vetor unitário normal à superfície S apontando para Ω^+ , ∇^{sym} denota a parte simétrica do operador gradiente e $\tilde{\epsilon}$ e $\nabla \tilde{p}$ correspondem à parte contínua dos campos de deformação e gradiente de pressão, respectivamente. Segundo o sistema de coordenadas local, a parte descontínua pode ser expressa como:

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \hat{\epsilon}_{nn} & \hat{\epsilon}_{nt} \\ \hat{\epsilon}_{tn} & \hat{\epsilon}_{tt} \end{bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \frac{[[u]]_n}{2} & \frac{[[u]]_t}{2} \\ \frac{[[u]]_t}{2} & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.7)$$

$$\nabla \hat{p} = \begin{Bmatrix} \nabla \hat{p}_n \\ \nabla \hat{p}_t \end{Bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} \llbracket p \rrbracket \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (3.8)$$

onde $\llbracket u \rrbracket_n$ e $\llbracket u \rrbracket_t$ são as componentes normal (abertura) e tangencial (deslizamento) do salto de deslocamento ao longo da superfície de descontinuidade S , respectivamente (Figura 3.3). A partir das Equações (3.2) e (3.7), a deformação volumétrica pode ser escrita como:

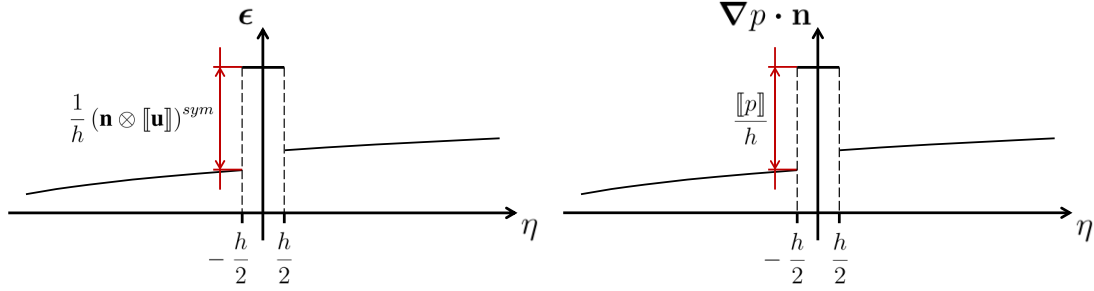


Figura 3.3: Campos de deformação e gradiente de pressão.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = tr(\boldsymbol{\epsilon}) = \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} + \zeta_S(\eta) \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} \quad (3.9)$$

com

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} = \frac{1}{h} \llbracket u \rrbracket_n. \quad (3.10)$$

Note que os campos de deslocamento e poropressão dados pelas Equações (3.2) e (3.4), respectivamente, são campos contínuos. Contudo, suas correspondentes derivadas espaciais, isto é, os campos de deformação e gradiente de pressão, respectivamente, podem ser descontínuos, caracterizando assim o regime de descontinuidade fraca (Figura 3.3).

Note que, quando h tende a zero, tais campos podem corresponder ao regime de descontinuidade forte, onde os deslocamentos e/ou poropressões são descontínuos em S e suas respectivas derivadas espaciais se tornam ilimitadas, a menos que o salto de deslocamento e/ou poropressão também tendam a zero.

Nessa situação, as tensões em S devem ser limitadas para garantir o equilíbrio com o material ao redor. Portanto, uma vez que as tensões sejam obtidas a partir das deformações do modelo constitutivo (Equação (2.6)), há duas situações possíveis nas quais as tensões se mantêm limitadas: (i) o salto de deslocamento também tende a zero, fazendo com que o campo

de deformações fique limitado; (ii) a equação constitutiva deve estar relacionada a uma lei de abrandamento, a qual reduzirá as tensões durante o aumento das deformações. Portanto, o comportamento linearmente elástico de um material é obtido quando o salto de deslocamento é nulo, o qual pode estar associado a um meio material completamente elástico ou ao trecho elástico linear de um modelo constitutivo de dano ou elastoplástico. Assim, nesse caso, $1/h$ desempenha o papel de um parâmetro de penalização impondo a continuidade do campo de deslocamento ao longo de S . Por outro lado, durante o trecho de abrandamento das tensões (ou descarregamento) de um modelo constitutivo não linear, o salto de deslocamento pode evoluir ao longo de S , correspondendo assim aos comportamentos de abertura e/ou fechamento e/ou deslizamento da fratura. Logo, a formação das fraturas está intimamente associada à transição do regime linearmente elástico para o de abrandamento durante o processo de carregamento.

Similarmente, a velocidade de Darcy (Equação (2.18)) em Ω^h deve ser limitada por conta da troca de massa com as vizinhanças do material. Consequentemente, para obter uma velocidade de fluido limitada a partir da lei de Darcy, o gradiente de pressão precisa ser limitado, contanto que a permeabilidade intrínseca não seja nula. Assim como será mostrado na Seção 3.2, a permeabilidade em Ω^h aumenta com a formação da fratura. Portanto, com base na Equação (3.6), isso implica que o salto de pressão $[[p]]$ deve tender a zero quando h também tende a zero, impondo a continuidade no campo de poropressão ao longo de S , ou seja:

$$h \rightarrow 0 \Rightarrow [[p]] \rightarrow 0 . \quad (3.11)$$

Assumindo valores muito pequenos para a largura h , o regime de descontinuidade fraca pode ser considerado como uma aproximação contínua (regularização) do regime de descontinuidade forte. Nessa situação, os saltos de deslocamento e pressão são aproximados pela diferença entre seus valores em S^+ e S^- dos correspondentes campos contínuos:

$$\begin{aligned} [[\mathbf{u}]] &= \mathbf{u}_{S^+} - \mathbf{u}_{S^-} \\ [[p]] &= p_{S^+} - p_{S^-} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Esse tipo de aproximação é a ideia básica por trás do uso dos elementos finitos de elevada

razão de aspecto para descreverem o comportamento hidromecânico de fraturas.

3.2 MODELAGEM DO EFEITO DAS SUPERFÍCIES DE FRATURA

Assumindo uma aproximação contínua para descrever a evolução de descontinuidades em meios porosos, é necessário que o comportamento do material em uma banda estreita Ω^h incorpore os efeitos da fratura e suas superfícies. Portanto, o processo dissipativo nesse domínio precisa incluir os efeitos associados com a formação da fratura. Sendo assim, para o caso de abertura da fratura deve haver uma relação entre a energia dissipada pelo modelo constitutivo contínuo em Ω^h e a energia de fratura do material (G_f) no modo I, a qual é estabelecida da seguinte maneira:

$$\int_0^\infty \sigma'_{nn} d[[u]]_n = \int_0^\infty \mathbf{n} \cdot \Sigma_{\Omega^h}(\boldsymbol{\epsilon}) \cdot \mathbf{n} h d\epsilon_{nn} = G_f. \quad (3.13)$$

A Equação (3.13) assume que para valores muito pequenos de h , o campo de deformações em Ω^h é expresso exclusivamente em termos de sua parcela descontínua ($\boldsymbol{\epsilon} \approx \hat{\boldsymbol{\epsilon}}$), dada pela Equação (3.7), onde $d[[u]]_n = h d\hat{\epsilon}_{nn} \approx h d\epsilon_{nn}$, de forma que a dissipação de energia da porção contínua de Ω^h seja desprezível. A Equação (3.13) estabelece que a lei de abrandamento da equação constitutiva em Ω^h , Σ_{Ω^h} , precisa depender da largura h para garantir uma dissipação de energia compatível com a formação da fratura.

Por trás desse processo mecânico, a componente tangencial do escoamento de fluido em Ω^h (\mathbf{q}_{Ω^h}), deve incluir os efeitos da transmissibilidade do fluido na fratura, isto é:

$$\int_{-h/2}^{h/2} \mathbf{q}_{\Omega^h} \cdot \mathbf{t} d\eta = \int_{-h/2}^{h/2} \left(-\frac{\mathbf{k}}{\mu_l} \nabla p \right) \cdot \mathbf{t} d\eta - \frac{[[u]]_n^3}{f 12 \mu_l} \frac{\partial p}{\partial \xi}, \quad (3.14)$$

onde o parâmetro $f \geq 1$ (apresentado e discutido em trabalhos como Lomize (1951) e Witherspoon *et al.* (1980)) é um coeficiente associado às divergências das condições ideais do modelo de placas paralelas, como por exemplo, quando a rugosidade da fratura influencia consideravelmente o escoamento. O primeiro termo do lado direito da Equação (3.14) corresponde à velocidade de Darcy do fluido na parte contínua de Ω^h , dada pela Equação (2.18), desprezando-

se a gravidade, e o segundo termo é a transmissibilidade do fluido na fratura descrito pela lei cúbica (SNOW, 1965). De acordo com a Equação (3.14), os efeitos da fratura podem ser levados em conta aumentando-se a permeabilidade intrínseca do domínio Ω^h na direção \mathbf{t} da seguinte maneira:

$$\mathbf{k}_{\Omega^h} = \mathbf{k} + \frac{[[u]]_n^3}{f12h} \mathbf{t} \otimes \mathbf{t}. \quad (3.15)$$

Portanto, o escoamento de fluido relacionado à transmissibilidade de fluido na fratura em Ω^h continua sendo dado pela lei de Darcy, isto é, $\mathbf{q}_{\Omega^h} = -\mathbf{k}_{\Omega^h}/\mu_i \nabla p$, mas agora a lei de escoamento sugerida considera uma regularização (aprimoramento) (segundo termo da Equação (3.15)) devido ao processo de fraturamento hidráulico.

A porosidade em Ω^h também deve considerar a presença da abertura da fratura, sendo escrita da seguinte maneira:

$$\phi_{\Omega^h} = \phi + \frac{[[u]]_n}{h}. \quad (3.16)$$

Da mesma forma da Equação (3.15), o segundo termo do lado direito da Equação (3.16) representa a regularização no campo de porosidade associado com os vazios gerados durante o fraturamento. Desprezando-se a compressibilidade da fase sólida em Ω^h , as Equações (2.5) e (2.15) passam a expressar parâmetros análogos ao coeficiente de Biot e módulo de Biot em Ω^h , respectivamente, os quais podem ser escritos como:

$$b_{\Omega^h} = 1 \quad ; \quad M_{\Omega^h} = \left(\frac{\phi_{\Omega^h}}{K_w} \right)^{-1} = \left[\frac{(\phi + [[u]]_n/h)}{K_w} \right]^{-1}. \quad (3.17)$$

3.3 MODELO CONSTITUTIVO CONTÍNUO DE DANO

3.3.1 EQUAÇÕES BÁSICAS

O processo de dissipação associado à formação da fratura é representado por meio de um modelo contínuo de dano à tração, anteriormente referenciado como $\Sigma_{\Omega^h}(\epsilon)$ (Equação 2.6), o qual é descrito pelo seguinte conjunto de equações (SÁNCHEZ; MANZOLI; GUIMARÃES, 2014; MANZOLI *et al.*, 2016):

- **(a) Relação constitutiva**

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\Sigma}_{\Omega^h}(\boldsymbol{\epsilon}) = \begin{cases} \bar{\boldsymbol{\sigma}} & \text{se } \bar{\sigma}_{nn} \leq 0 \\ (1-d)\bar{\boldsymbol{\sigma}} & \text{se } \bar{\sigma}_{nn} > 0 \end{cases}, \quad (3.18)$$

onde $d \in [0, 1]$ é a variável de dano escalar.

- **(b) Critério de dano**

$$\bar{\sigma}_{nn} - \lambda \leq 0, \quad (3.19)$$

onde $\bar{\sigma}_{nn}$ é a componente da tensão elástica normal à base do elemento ($\bar{\sigma}_{nn} = \mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}$) e λ é uma variável interna, a qual controla o tamanho do domínio elástico no espaço das tensões efetivas (MANZOLI *et al.*, 2016).

- **(c) Lei de evolução do dano**

$$d = 1 - \frac{f_t}{\lambda} \exp \left[\mathcal{A} \left(1 - \frac{\lambda}{f_t} \right) \right]; \quad (3.20)$$

$$\lambda = \max_{\tau \in [0, t]} [f_t, \bar{\sigma}_{nn}(\tau)]; \quad (3.21)$$

onde f_t é a resistência à tração do meio poroso e \mathcal{A} é o parâmetro de abrandamento. Durante o processo de carregamento, λ assume o valor máximo que a tensão de tração elástica alcança partindo da resistência à tração (Equação (3.21)).

O modelo proposto considera um critério de dano baseado na tensão de tração normal à interface, mas a variável de dano afeta todas as componentes do tensor de tensões elásticas. Portanto, de um modo geral, o início da fratura ocorre em modo I, mas ela pode evoluir em modo misto, combinando os deslocamentos relativos normal e tangencial.

3.3.2 DISSIPACÃO DE ENERGIA E ENERGIA DE FRATURA

No caso de um carregamento uniaxial monotônico e crescente ($\epsilon_{nt} = \epsilon_{tt} = 0, \dot{\epsilon}_{nn} > 0$), o modelo constitutivo resulta:

$$\sigma'_{nn} = \begin{cases} E\epsilon_{nn} & \text{se } \epsilon_{nn} \leq f_t/E \\ f_t \exp \left[\mathcal{A} \left(1 - \frac{E\epsilon_{nn}}{f_t} \right) \right] & \text{se } \epsilon_{nn} > f_t/E \end{cases}, \quad (3.22)$$

onde E é o módulo de Young do meio poroso.

Uma vez que o modelo constitutivo deve respeitar a condição de dissipação de energia (Equação (3.13)), a qual é dada por

$$\int_0^\infty \sigma'_{nn} h d\epsilon_{nn} = \left(\frac{f_t^2}{2E} + \frac{f_t^2}{\mathcal{A}E} \right) h = G_f, \quad (3.23)$$

o parâmetro de abrandamento deve corresponder a

$$\mathcal{A} = \frac{2f_t^2}{hf_t^2 + 2EG_f} h \simeq \frac{f_t^2}{EG_f} h. \quad (3.24)$$

A integração desse modelo de dano foi realizada por meio do método “*IMPL-EX*” (OLIVER *et al.*, 2006), o qual corresponde a uma simplificação do algoritmo implícito com uma projeção explícita da variável de dano.

3.3.3 MÉTODO IMPLÍCITO-EXPLÍCITO APLICADO AO MODELO CONSTITUTIVO CONTÍNUO DE DANO

A integração da relação tensão-deformação associada ao modelo constitutivo de dano foi realizada utilizando-se um algoritmo de integração explícito-implícito denominado *IMPL-EX*, proposto por Oliver *et al.* (2006). Outros autores, como Prazeres *et al.* (2016), Manzoli *et al.* (2016), Rodrigues *et al.* (2018), adotaram o mesmo algoritmo em seus respectivos trabalhos. O *IMPL-EX* é um método robusto e eficiente que garante a convergência do modelo de dano adotado, evitando possíveis problemas numéricos eventualmente ocasionados pela formação e propagação das fraturas, os quais são tipicamente relacionados ao regime de abrandamento de

deformações. O método exige apenas uma iteração a cada passo de carregamento para obter o equilíbrio entre as forças interna e externa. Entretanto, os passos de integração necessitam ser suficientemente pequenos de modo a evitar resultados numericamente imprecisos.

A Tabela 3.1 descreve o passo a passo do método *IMPL-EX*. Primeiramente, uma vez que as deformações do passo atual $\epsilon_{(n+1)}$ são definidas, calcula-se o tensor de tensões efetivas elásticas $\bar{\sigma}_{(n+1)}$ e atualiza-se a variável interna do tipo deformação de acordo com um critério, o qual, nesse trabalho, está relacionado à tensão normal à base do elemento de elevada razão de aspecto (veja o item (ii) da Tabela 3.1). A atualização da variável interna é realizada por meio de uma extrapolação linear ($\tilde{\lambda}_{(n+1)}$), sendo então utilizada para calcular a variável de dano atual $\tilde{d}_{(n+1)}$. Finalmente, atualiza-se o tensor de tensões efetivas $\tilde{\sigma}'_{(n+1)}$ e o operador tangente.

Tabela 3.1: Algoritmo de integração IMPL-EX aplicado ao modelo constitutivo de dano contínuo.

Entradas:	$\epsilon_{(n+1)}, \bar{\sigma}_{nn(n)}, \lambda_{(n)}, \Delta\lambda_{(n)}$
(i)	Cálculo do tensor de tensões elásticas $\bar{\sigma}_{(n+1)} = \mathbb{C} : \epsilon_{(n+1)}$
(ii)	Verificação das condições de carregamento Se $\bar{\sigma}_{nn(n+1)} \leq \lambda_{(n)}$, então $\lambda_{(n+1)} = \lambda_{(n)}$ Senão $\lambda_{(n+1)} = \bar{\sigma}_{nn(n+1)}$
(iii)	Cálculo do incremento da variável interna do tipo deformação $\Delta\lambda_{(n+1)} = \lambda_{(n+1)} - \lambda_{(n)}$
(iv)	Cálculo da extrapolação linear explícita de λ $\tilde{\lambda}_{(n+1)} = \lambda_{(n)} + \Delta\lambda_{(n)} \frac{\Delta t_{(n+1)}}{\Delta t_{(n)}}$ onde $\Delta t_{(n+1)} = t_{(n+1)} - t_{(n)}$ e $\Delta t_{(n)} = t_{(n)} - t_{(n-1)}$
(v)	Atualização da variável de dano $\tilde{d}_{(n+1)} = 1 - \frac{f_t}{\tilde{\lambda}_{(n+1)}} \exp \left[\mathcal{A} \left(1 - \frac{\tilde{\lambda}_{(n+1)}}{f_t} \right) \right]$
(vi)	Cálculo do tensor de tensões efetivas $\tilde{\sigma}'_{(n+1)} = \begin{cases} (1 - \tilde{d}_{(n+1)}) \bar{\sigma}_{(n+1)} & \text{se } \bar{\sigma}_{nn(n)} > 0 \\ \bar{\sigma}_{(n+1)} & \text{se } \bar{\sigma}_{nn(n)} \leq 0 \end{cases}$
(vii)	Cálculo do operador tangente $\tilde{\mathbb{C}}_{(n+1)}^{tan} = \frac{\partial \tilde{\sigma}'_{(n+1)}}{\partial \epsilon_{(n+1)}} = \begin{cases} (1 - \tilde{d}_{(n+1)}) \mathbb{C} & \text{se } \bar{\sigma}_{nn(n)} > 0 \\ \mathbb{C} & \text{se } \bar{\sigma}_{nn(n)} \leq 0 \end{cases}$
Saídas:	$\tilde{\mathbb{C}}_{(n+1)}^{tan}, \tilde{\sigma}'_{(n+1)}, \bar{\sigma}_{nn(n+1)}, \lambda_{(n+1)}, \Delta\lambda_{(n+1)}$

CAPÍTULO 4

MODELAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O quarto capítulo dessa tese apresenta a modelagem das equações governantes via Método dos Elementos Finitos e introduz o elemento de interface com elevada razão de aspecto para representar a descontinuidade, tanto em cenários bidimensionais quanto tridimensionais. A Técnica de Fragmentação da Malha, a qual insere os elementos de elevada razão de aspecto ao longo de toda a malha, também é apresentada nesse capítulo.

4.1 FORMA FRACA DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

Uma vez que as descontinuidades em um meio poroso podem ser descritas segundo a mecânica de meios contínuos, a formulação variacional convencional pode ser utilizada para se obter a forma fraca das equações diferenciais correspondentes ao equilíbrio de momento (Equação (2.6)) e conservação de massa de fluido (Equação (2.17)), levando a:

$$\int_{\Omega} \nabla \delta \mathbf{u} : (\boldsymbol{\Sigma}_*(\boldsymbol{\epsilon}) - bp\mathbf{1}) d\Omega = \int_{\Gamma_t} \delta \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{t}} d\Gamma + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} d\Omega \quad \forall \delta \mathbf{u} \in \mathbf{U}_0 \quad (4.1)$$

e

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta p \frac{1}{M_*} \dot{p} d\Omega + \int_{\Omega} \delta p b_* \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \frac{\mathbf{k}_*}{\mu_l} \cdot \nabla p d\Omega \\ = - \int_{\Gamma_q} \delta p \bar{q} d\Gamma + \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \frac{\mathbf{k}_*}{\mu_l} \cdot \rho_l \mathbf{g} d\Omega \quad \forall \delta p \in \mathbf{P}_0, \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde $\mathbf{U}_0 = \{\delta \mathbf{u} | \delta \mathbf{u} \in H^1, \delta \mathbf{u} = 0 \text{ on } \Gamma_u\}$ e $\mathbf{P}_0 = \{\delta p | \delta p \in H^1, \delta p = 0 \text{ on } \Gamma_p\}$ são o conjunto de campos de deslocamento e poropressão admissíveis, respectivamente, sendo H^1 o espaço de funções com derivadas quadrado-integráveis. De acordo com a Seção 3.2, o modelo constitutivo e o conjunto de parâmetros do material levam a:

$$[\Sigma_*(\bullet), M_*, b_*, \mathbf{k}_*] = \left\{ \begin{array}{ll} [\Sigma_{\Omega^h}(\bullet), M_{\Omega^h}, b_{\Omega^h}, \mathbf{k}_{\Omega^h}] & \text{em } \Omega^h \\ [\Sigma_{\Omega}(\bullet), M, b, \mathbf{k}] & \text{em } \Omega \setminus \Omega^h \end{array} \right\}. \quad (4.3)$$

Note que o modelo constitutivo mecânico (Equação (2.6)) e a lei de Darcy (Equação (2.18)) foram incluídas na forma fraca (Equações (4.1) e (4.2), respectivamente).

4.1.1 EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MASSA DE FLUIDO NA FRATURA

A forma fraca apresentada pela Equação (4.2) pode ser escrita para o domínio Ω^h da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^h} \delta p \frac{1}{M_{\Omega^h}} \dot{p} d\Omega + \int_{\Omega^h} \delta p \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\Omega^h} \nabla \delta p \cdot \frac{\mathbf{k}_{\Omega^h}}{\mu_l} \cdot \nabla p d\Omega \\ = - \int_{S^+} \delta p q_{S^+} dS - \int_{S^-} \delta p q_{S^-} dS. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Na Equação (4.4), onde os efeitos gravitacionais foram desconsiderados, temos que $q_{S^+} = \mathbf{q}_{S^+} \cdot \mathbf{n}$ e $q_{S^-} = \mathbf{q}_{S^-} \cdot (-\mathbf{n})$ representam o escoamento de fluido de Ω^h em direção às suas vizinhanças através das superfícies S^+ e S^- (isto é, o contorno de Ω^h), respectivamente.

Levando-se em conta as Equações (3.9), (3.10), (3.15) e (3.17), podemos reescrever a Equação

ção (4.4) como:

$$\begin{aligned} \int_S \int_{-h/2}^{h/2} \delta p \frac{1}{K_w} \left(\phi + \frac{[[u]]_n}{h} \right) \dot{p} d\eta d\xi + \int_S \int_{-h/2}^{h/2} \delta p \left(\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + \frac{1}{h} [[\dot{u}]]_n \right) d\eta d\xi \\ + \int_S \int_{-h/2}^{h/2} \nabla \delta p \cdot \frac{1}{\mu_l} \left(\mathbf{k} + \frac{[[u]]_n^3}{f12h} \mathbf{t} \otimes \mathbf{t} \right) \cdot \nabla p d\eta d\xi \\ = - \int_{S^+} \delta p q_{S^+} dS - \int_{S^-} \delta p q_{S^-} dS . \end{aligned} \quad (4.5)$$

Assim, quando h tende a zero, a Equação (4.5) se torna:

$$\int_S \delta p \frac{[[u]]_n}{K_w} \dot{p} d\xi + \int_S \delta p [[\dot{u}]]_n d\xi + \int_S \frac{\partial \delta p}{\partial \xi} \frac{[[u]]_n^3}{f12\mu_l} \frac{\partial p}{\partial \xi} d\xi = - \int_S \delta p [[q]] d\xi , \quad (4.6)$$

onde $[[q]] = q_{S^+} + q_{S^-} = (\mathbf{q}_{S^+} - \mathbf{q}_{S^-}) \cdot \mathbf{n}$ é o fluido que escoo através das paredes da fratura em direção ao meio poroso, ou seja, $[[q]]$ corresponde ao *leak-off*. Note que a Equação (4.6) é a forma fraca da equação de conservação de massa na fratura:

$$\frac{[[u]]_n}{K_w} \dot{p} + [[\dot{u}]]_n + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(- \frac{[[u]]_n^3}{f12\mu_l} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) + [[q]] = 0 . \quad (4.7)$$

Portanto, a forma fraca (Equação (4.2)) intrinsecamente inclui a equação de conservação de massa na fratura, bem como a interação da fratura com o meio poroso ao redor via o termo de *leak-off*.

4.2 DISCRETIZAÇÃO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Considerando as aproximações convencionais de elementos finitos, os campos de deslocamento e poropressão são escritos como:

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) \approx \mathbf{N}_u(\mathbf{X}) \mathbf{U}(t) ; \quad (4.8)$$

$$p(\mathbf{X}, t) \approx \mathbf{N}_p(\mathbf{X}) \mathbf{P}(t) ; \quad (4.9)$$

onde \mathbf{N}_u e \mathbf{N}_p são as matrizes que contêm as funções de forma e \mathbf{U} e \mathbf{P} são os vetores de deslocamento nodal e poropressão nodal, respectivamente. De acordo com a aproximação contínua de descontinuidade dada pelas Equações (3.2) e (3.4), as funções de forma devem corresponder a uma interpolação linear das variáveis básicas \mathbf{u} e p para representarem apropriadamente os efeitos da fratura.

A deformação e gradiente de pressão associados aos correspondentes campos de deslocamento e poropressão correspondem a:

$$\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}, t) \approx \mathbf{B}_u(\mathbf{X}) \mathbf{U}(t) ; \quad (4.10)$$

$$\nabla p(\mathbf{X}, t) \approx \mathbf{B}_p(\mathbf{X}) \mathbf{P}(t) ; \quad (4.11)$$

onde \mathbf{B}_u e \mathbf{B}_p são as matrizes convencionais que agrupam as derivadas espaciais das funções de forma.

A forma discretizada das equações governantes (Equações (4.1) e (4.2)) pode ser obtida por meio do método de Galerkin, resultando assim no seguinte conjunto de equações:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \boldsymbol{\Sigma}_* (\boldsymbol{\epsilon}) d\Omega + \mathbf{Q}\mathbf{P} = \mathbf{F}_u^{ext} ; \quad (4.12)$$

$$\mathbf{G}\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{H}^T \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{E}\mathbf{P} = \mathbf{F}_p^{ext} ; \quad (4.13)$$

com:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= - \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T b_* \mathbf{I} \mathbf{N}_p d\Omega \\ \mathbf{F}_u^{ext} &= \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}_u^T \mathbf{t} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T \rho \mathbf{g} d\Omega \\ \mathbf{G} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \frac{1}{M_*} \mathbf{N}_p d\Omega \\ \mathbf{H} &= \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \mathbf{v} b_* \mathbf{N}_p d\Omega \\ \mathbf{E} &= \int_{\Omega} \mathbf{B}_p^T \frac{\mathbf{k}_*}{\mu_l} \mathbf{B}_p d\Omega \\ \mathbf{F}_p^{ext} &= - \int_{\Gamma_q} \mathbf{N}_p^T \bar{q} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{B}_p^T \cdot \frac{\mathbf{k}_*}{\mu_l} \cdot \rho_l \mathbf{g} d\Omega \end{aligned} , \quad (4.14)$$

onde \mathbf{v} é um vetor tal que $\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} \approx \mathbf{v}^T \mathbf{B}_a \dot{\mathbf{U}}$. Note que M e \mathbf{k} em Ω^h são funções do salto de deslocamento, as quais, segundo as Equações (3.9) e (3.10), podem ser calculadas com $[[u]]_n \approx h \nabla \cdot \mathbf{u} \approx h \mathbf{v}^T \mathbf{B}_a \mathbf{U}$.

A aproximação apresentada por Olivella *et al.* (1996) pode ser adotada para a integração de \mathbf{G} . Utilizando-se um algoritmo explícito de diferenças finitas para a discretização do tempo, as derivadas temporais para as variáveis básicas podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}} &= \frac{(\mathbf{U} - \mathbf{U}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \\ \dot{\mathbf{P}} &= \frac{(\mathbf{P} - \mathbf{P}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Note que \mathbf{U} e \mathbf{P} são as incógnitas nodais básicas obtidas no passo de tempo t , enquanto que $\mathbf{U}_{t-\Delta t}$ e $\mathbf{P}_{t-\Delta t}$ correspondem aos seus respectivos valores de deslocamento e poropressão nodais obtidos no passo de tempo anterior $t-\Delta t$, onde Δt é o incremento de tempo. Portanto, o sistema não-linear totalmente acoplado formado pelas Equações (4.12) e (4.13) pode ser solucionado para as incógnitas básicas \mathbf{U} e \mathbf{P} a cada passo de tempo utilizando-se o método de Newton-Raphson.

4.2.1 MÉTODO DE SOLUÇÃO

As Equações (4.12) e (4.13) constituem um problema hidromecânico acoplado, isto é, um problema caracterizado por dois ou mais sistemas físicos que interagem entre si, de modo que a solução individual de cada sistema é impossível sem a solução simultânea dos demais (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000). A solução de problemas acoplados pode ser realizada segundo diferentes métodos, os quais dependem, principalmente, do grau de interação entre os sistema. Settari e Walters (2001) propõem quatro diferentes métodos baseados no grau de acoplamento do problema, sendo eles: totalmente acoplado (*fully coupled*), iterativamente acoplado (*iteratively coupled*), explicitamente acoplado (*explicitly coupled*) e desacoplado (*decoupled*).

Para problemas de fraturamento hidráulico, Borst (2017) comenta que o método *fully coupled* é o mais utilizado na literatura, uma vez que o problema apresenta um forte acoplamento entre os sistemas e os demais métodos não apresentam resultados precisos. Portanto, devido à vantagem de sua precisão numérica, optou-se pelo método totalmente acoplado para solução

acoplada das Equações (4.12) e (4.13). Neste método, a discretização é realizada em um mesmo domínio e o sistema de equações é solucionado simultaneamente, isto é, deslocamentos e pressões são calculados ao mesmo tempo. Contudo, o método exige um custo computacional mais elevado quando comparado aos demais, uma vez que todas as incógnitas são solucionadas de uma só vez.

Desse modo, para que as Equações (4.12) e (4.13) sejam solucionadas de acordo com o método de Newton-Raphson, ambas podem ser reescritas na seguinte forma residual, respectivamente:

$$\mathbf{R}_u = \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \Sigma_*(\epsilon) d\Omega + \mathbf{Q}\mathbf{P} - \mathbf{F}_u^{ext}; \quad (4.16)$$

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{G} \left[\frac{(\mathbf{P} - \mathbf{P}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \right] + \mathbf{H}^T \left[\frac{(\mathbf{U} - \mathbf{U}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \right] + \mathbf{E}\mathbf{P} - \mathbf{F}_p^{ext}; \quad (4.17)$$

onde as incógnitas de deslocamento (\mathbf{U}) e pressão (\mathbf{P}) devem assumir valores que satisfaçam as relações $\mathbf{R}_u = \mathbf{0}$ e $\mathbf{R}_p = \mathbf{0}$. Portanto, a solução para as incógnitas é obtida via processo iterativo até que os resíduos sejam suficientemente desprezíveis, isto é, respeitem um valor limite de tolerância, podendo ser escrita da seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}^{(i+1)} \\ \mathbf{P}^{(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}^{(i)} \\ \mathbf{P}^{(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta \mathbf{U}^{(i+1)} \\ \delta \mathbf{P}^{(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}^{(i)} \\ \mathbf{P}^{(i)} \end{pmatrix} - \mathbf{J}^{-1 (i+1)} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_u^{(i+1)} \\ \mathbf{R}_p^{(i+1)} \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

onde o índice “ i ” faz referência à iteração e \mathbf{J} é a matriz Jacobiana, dada por:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{Q} \\ 1/\Delta t \mathbf{H}^T & 1/\Delta t \mathbf{G} + \mathbf{E} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

com

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \frac{\partial \Sigma_*(\epsilon)}{\partial \epsilon} d\Omega. \quad (4.20)$$

4.3 ELEMENTO FINITO TRIANGULAR LINEAR COM ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO

Uma vez que a aproximação contínua de campos descontínuos necessita apenas de variações lineares das variáveis associadas à estreita banda Ω^h , o elemento triangular de três nós padrão com elevada razão de aspecto (o qual será chamado como “*HAR-IE 2D*”), ilustrado na Figura 4.1, pode ser utilizado na região da banda, de modo a aproximar adequadamente a cinemática relacionada à presença da descontinuidade. Essa abordagem se confirma ao mostrar-se que a aproximação dos campos de deformação e gradiente de pressão via as funções de forma convencionais do elemento triangular com altura h^e e base b^e (ver a Figura 4.1) pode ser convenientemente escrita como:

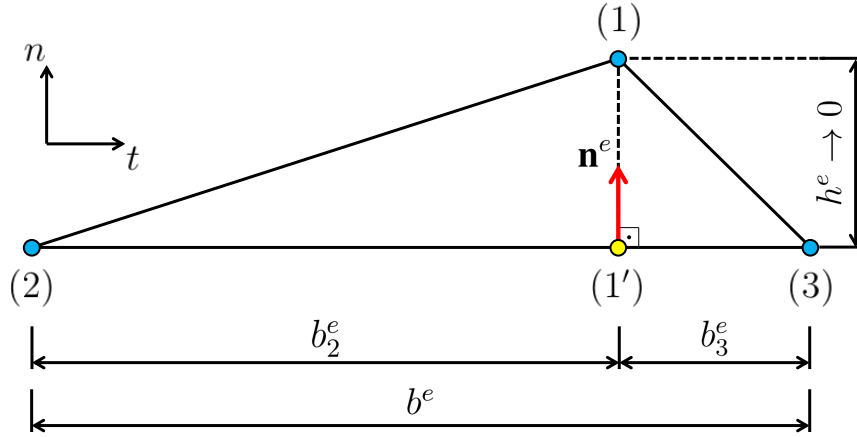


Figura 4.1: Elemento finito triangular com elevada razão de aspecto (*HAR-IE 2D*).

$$\boldsymbol{\epsilon}^e = \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^e + \underbrace{\frac{1}{h^e} (\mathbf{n}^e \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket^e)^{sym}}_{\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^e} ; \quad (4.21)$$

$$\nabla p^e = \nabla \tilde{p}^e + \underbrace{\frac{1}{h^e} \llbracket p \rrbracket^e \mathbf{n}^e}_{\nabla \hat{p}^e} ; \quad (4.22)$$

as quais são equivalentes às Equações (3.5) e (3.6) correspondendo à aproximação contínua (regularizada) de descontinuidades. Nas Equações (4.21) e (4.22), \mathbf{n}^e é o vetor unitário normal à base do elemento (Figura 4.1), $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket^e$ e $\llbracket p \rrbracket^e$ são o deslocamento e pressão relativos, respectivamente, entre o nó 1 e sua projeção na base (1'), $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^e$ e $\nabla \tilde{p}^e$ são as parcelas da aproximação

convencional que não dependem de h^e , as quais, de acordo com o sistema de coordenadas local (n, t) , são dadas por:

$$[[\mathbf{u}]]^e = \begin{Bmatrix} [[u]]_n^e \\ [[u]]_t^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_n^{e(1)} - u_n^{e(1')} \\ u_t^{e(1)} - u_t^{e(1')} \end{Bmatrix}; \quad [[p]]^e = p^{e(1)} - p^{e(1')}; \quad (4.23)$$

$$\tilde{\epsilon}^e = \frac{1}{b^e} \begin{bmatrix} 0 & (u_n^{e(3)} - u_n^{e(2)})/2 \\ (u_n^{e(3)} - u_n^{e(2)})/2 & u_t^{e(3)} - u_t^{e(2)} \end{bmatrix}; \quad \nabla \tilde{p}^e = \frac{1}{b^e} \begin{Bmatrix} 0 \\ p^{e(3)} - p^{e(2)} \end{Bmatrix}; \quad (4.24)$$

onde $u_n^{e(i)}$, $u_t^{e(i)}$ e $p^{e(i)}$ são as componentes de deslocamento e poropressão do nó i , $u_n^{e(1')} = u_n^{e(3)} b_2^e / b^e + u_n^{e(2)} (1 - b_2^e / b^e)$ e $p^{e(1')} = p^{e(3)} b_2^e / b^e + p^{e(2)} (1 - b_2^e / b^e)$ são os deslocamentos e poropressões calculados no ponto de projeção $1'$ por meio da interpolação dos valores nodais correspondentes.

Quando h^e tende a zero, o nó 1 e sua projeção tendem ao mesmo ponto material e, conseqüentemente, o deslocamento relativo $[[\mathbf{u}]]^e$ e a pressão relativa $[[p]]^e$ se tornam medidas de descontinuidades dos campos correspondentes. Portanto, elementos finitos com elevada razão de aspecto b^e/h^e são capazes de reproduzir os efeitos hidromecânicos em fraturas. Tais elementos situados no domínio Ω^h (Figura 4.2), devem ser equipados com uma equação constitutiva e parâmetros materiais compatíveis com os efeitos da fratura, tal como mostrado na Seção 3.2.

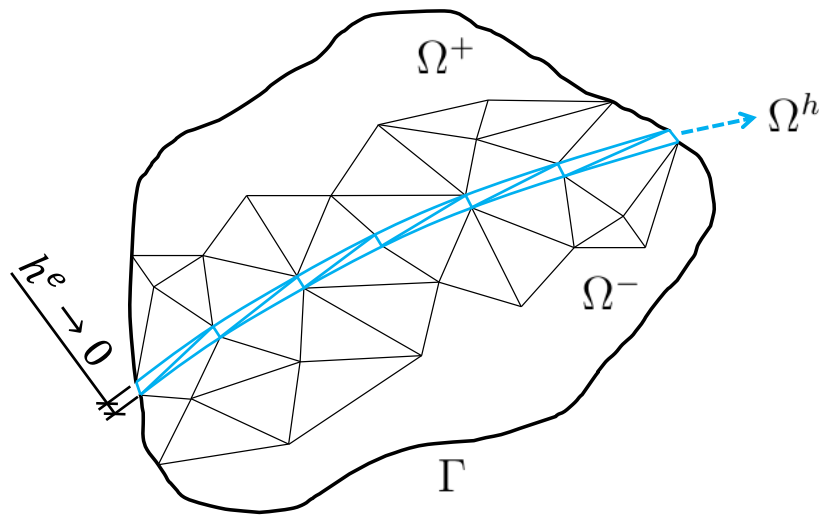


Figura 4.2: Elementos finitos com elevada razão de aspecto situados em Ω^h para simular os efeitos da fratura.

4.3.1 TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DA MALHA

A Técnica de Fragmentação da Malha (*Mesh Fragmentation Technique - MFT*) consiste na inserção de *HAR-IEs* 2D entre os elementos regulares de uma típica malha convencional. Os principais estágios associados a essa técnica estão ilustrados na Figura 4.3, os quais se aplicam a malhas bidimensionais. Uma vez que a malha original foi gerada (Figura 4.3a), é necessário que o tamanho dos elementos regulares seja levemente reduzido, de modo que um pequeno espaço entre os elementos adjacentes seja criado (Figura 4.3b). Manzoli *et al.* (2016) recomendam que tal espaço seja, aproximadamente, 100 vezes menor que o tamanho do lado do elemento regular. Cada um dos espaços é preenchido com um par de *HAR-IEs* 2D (Figura 4.3c). Dessa forma, a malha resultante do processo de fragmentação (Figura 4.3c) passa a ser tratada como “malha fragmentada”. Note que o espaço corresponde exatamente à espessura h^e do *HAR-IE* 2D, a qual está diretamente relacionada com o comprimento característico do problema. Logo, assim como dito anteriormente, a lei constitutiva mecânica deve levar em conta tal espessura para garantir a correta dissipação de energia do processo de formação de fratura. Além disso, as alterações na permeabilidade e porosidade devem ser escritas como funções de h^e . Portanto, considerando tais aspectos, a análise se torna independente da espessura adotada, isto é, os efeitos de dependência de malha são evitados (MANZOLI *et al.*, 2014; SÁNCHEZ; MANZOLI; GUIMARÃES, 2014; MANZOLI *et al.*, 2016).

Os elementos regulares apresentam comportamento elástico linear quando submetidos a carregamentos, enquanto os *HAR-IEs* 2D são responsáveis pelo comportamento não linear associado ao modelo de dano à tração baseado em uma variável de dano escalar (tal como discutido na Seção 3.3). Entretanto, os *HAR-IEs* 2D apresentam comportamento linear enquanto o critério de dano não for atingido, ou seja, nenhuma degradação ocorre, sendo que sua rigidez é determinada apenas pelas propriedades do material (tal como ocorre com os elementos regulares). Uma vez que o critério de dano é alcançado, a degradação dos *HAR-IEs* 2D induz a localização de deformações resultando na abertura de fraturas.

A Figura 4.4 mostra a porção do domínio Ω delimitado pelo contorno Γ discretizado com elementos finitos regulares, onde os *HAR-IEs* 2D estão posicionados entre os lados adjacentes (assim como mostrado na Figura 4.3). Quando o processo de fraturamento é iniciado em al-

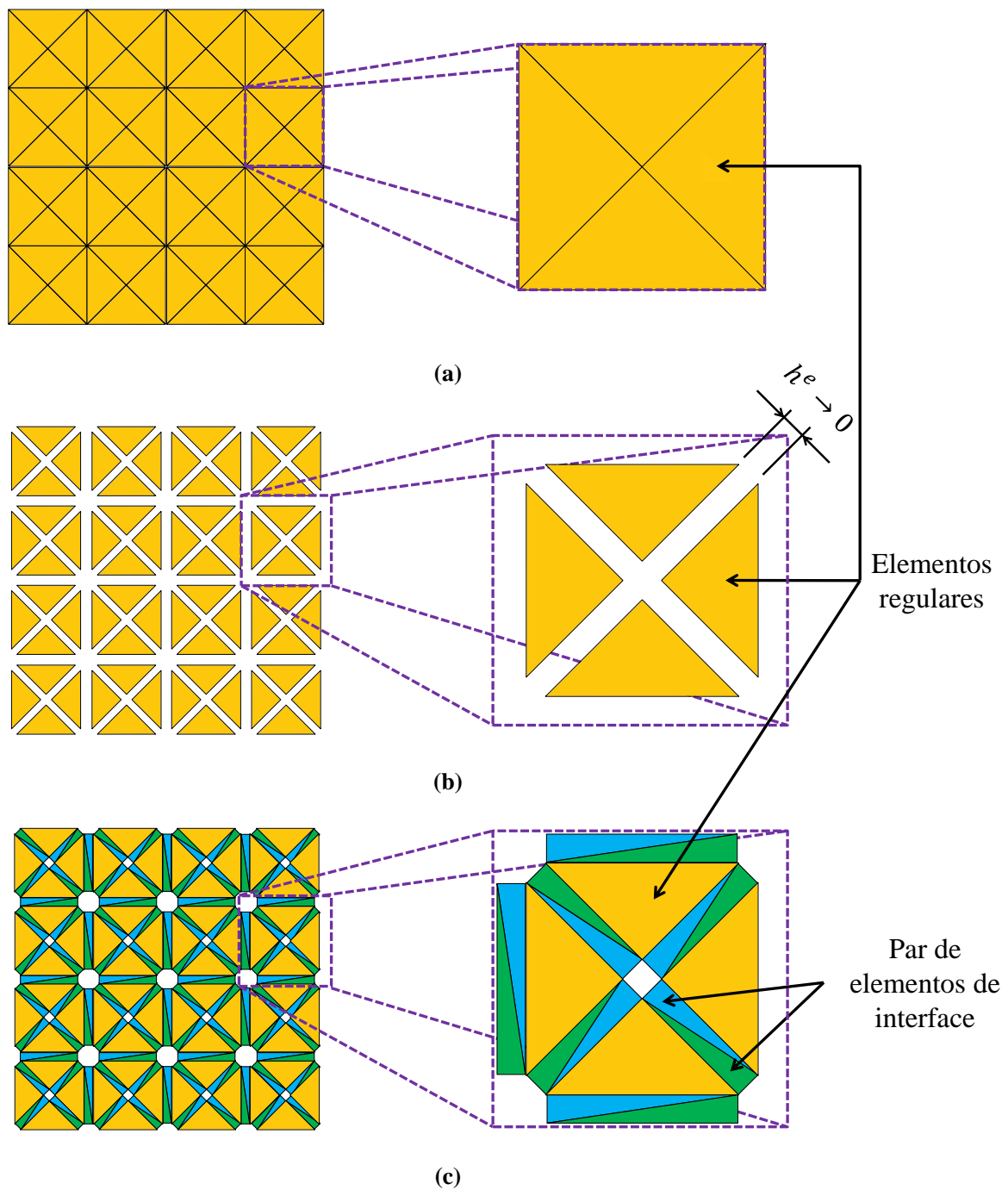


Figura 4.3: Principais passos envolvidos na MFT: (a) malha original com elementos regulares, (b) redução no tamanho dos elementos regulares e (c) inserção dos elementos de interface com elevada razão de aspecto (malha fragmentada).

Em um ponto do domínio, as fraturas podem se desenvolver apenas onde estão posicionados os *HAR-IEs* 2D, isto é, contornando os elementos regulares da malha. Portanto, ao redor de cada descontinuidade criada, o domínio do meio poroso é dividido em duas partes, Ω^+ e Ω^- (Figura 4.4), onde Ω^h passa a ser um subdomínio de Ω , o qual corresponde à estreita banda de material

contendo os elementos de interface que foram “ativados” durante o processo de carregamento formando a superfície de descontinuidade. Assim como dito anteriormente, quando a largura da banda h^e tende a zero, o subdomínio Ω^h colapsa na superfície de descontinuidade.

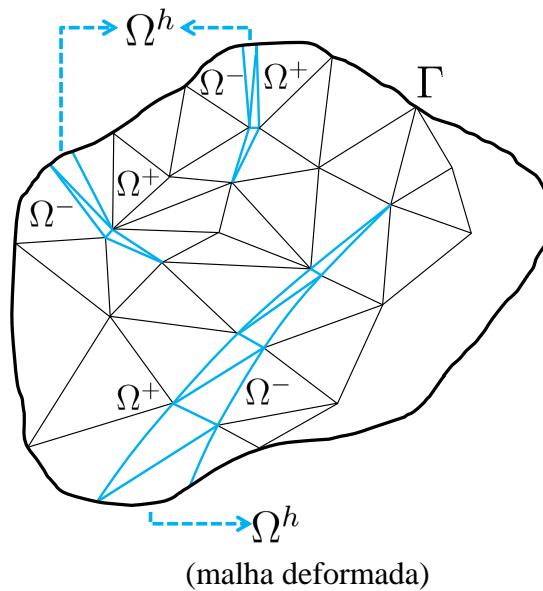


Figura 4.4: Simulação de fraturas evoluindo a partir da ativação dos elementos com elevada razão de aspecto posicionados entre os elementos regulares.

Note que, aplicando-se a *MFT*, todo local do domínio que contenha *HAR-IEs* 2D se torna uma superfície de fratura em potencial. Assim, uma vez que o critério de dano é alcançado em qualquer *HAR-IE* 2D ao longo da malha, ocorrerá a formação da fratura. Dessa forma é possível simular a formação e propagação de múltiplas fraturas (Figura 4.4).

4.4 ELEMENTO FINITO TETRAÉDRICO COM ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO

Analogamente ao *HAR-IE* 2D, uma superfície de descontinuidade tridimensional pode ser representada pelo elemento tetraédrico de quatro nós padrão com elevada razão de aspecto (*HAR-IE* 3D) ilustrado na Figura 4.5, sendo que a altura h^e continua correspondendo à distância entre o nó 1 e sua projeção na base (1') e A^e é a área da base do elemento associada aos nós 2, 3 e 4. Dessa forma, considere que, segundo o sistema de coordenadas local (n, t, l) (Figura 4.5), as coordenadas cartesianas locais do *HAR-IE* 3D sejam dadas por:

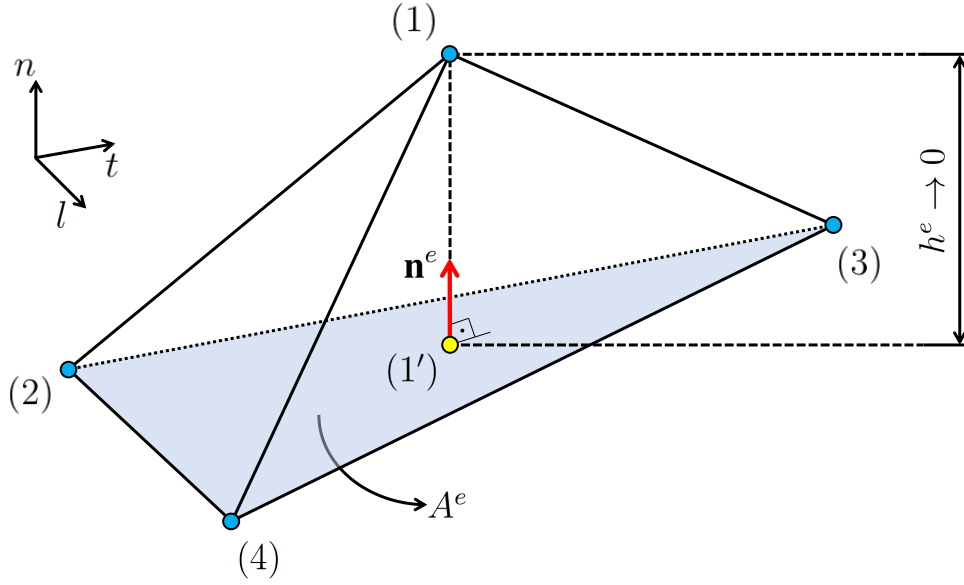


Figura 4.5: Elemento finito tetraédrico com elevada razão de aspecto (*HAR-IE 3D*).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X}^{(1)} &= (h, x_t^{(1)}, x_l^{(1)}) \\
 \mathbf{X}^{(2)} &= (0, x_t^{(2)}, x_l^{(2)}) \\
 \mathbf{X}^{(3)} &= (0, x_t^{(3)}, x_l^{(3)}) \\
 \mathbf{X}^{(4)} &= (0, x_t^{(4)}, x_l^{(4)})
 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Assim, a parcela descontínua para os campos de deformação e gradiente de pressão no elemento, Equações (4.21) e (4.22), respectivamente, podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^e = \begin{bmatrix} \hat{\epsilon}_{nn}^e & \hat{\epsilon}_{nt}^e & \hat{\epsilon}_{nl}^e \\ \hat{\epsilon}_{tn}^e & \hat{\epsilon}_{tt}^e & \hat{\epsilon}_{tl}^e \\ \hat{\epsilon}_{ln}^e & \hat{\epsilon}_{lt}^e & \hat{\epsilon}_{ll}^e \end{bmatrix} = \frac{1}{h^e} \begin{bmatrix} \frac{[[u]]_n^e}{2} & \frac{[[u]]_t^e}{2} & \frac{[[u]]_l^e}{2} \\ \frac{[[u]]_t^e}{2} & 0 & 0 \\ \frac{[[u]]_l^e}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (4.26)$$

$$\nabla \hat{p}^e = \begin{Bmatrix} \nabla \hat{p}_n^e \\ \nabla \hat{p}_t^e \\ \nabla \hat{p}_l^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{h^e} \begin{Bmatrix} [[p]]^e \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (4.27)$$

onde $[[u]]_l^e$ é a componente tangencial (deslizamento) na direção l . Ainda nas Equações (4.21) e (4.22), o deslocamento e pressão relativos entre o nó 1 e sua projeção na base (1'), isto é, $[[\mathbf{u}]]^e$ e

$\llbracket p \rrbracket^e$, respectivamente, são escritos como:

$$\llbracket \mathbf{u} \rrbracket^e = \begin{Bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n^e \\ \llbracket u \rrbracket_t^e \\ \llbracket u \rrbracket_l^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_n^{e(1)} - u_n^{e(1')} \\ u_t^{e(1)} - u_t^{e(1')} \\ u_l^{e(1)} - u_l^{e(1')} \end{Bmatrix}; \quad \llbracket p \rrbracket^e = p^{e(1)} - p^{e(1')}; \quad (4.28)$$

sendo $u_l^{e(i)}$ a componente de deslocamento do nó i na direção l .

Por fim, a parte contínua dos campos de deformação e gradiente de pressão das Equações (4.21) e (4.22), $\tilde{\epsilon}^e$ e $\nabla \tilde{p}^e$, respectivamente, são dadas por:

$$\tilde{\epsilon}^e = \frac{1}{A^e} \begin{bmatrix} \tilde{\epsilon}_{nn}^e & \tilde{\epsilon}_{nt}^e & \tilde{\epsilon}_{nl}^e \\ \tilde{\epsilon}_{nt}^e & \tilde{\epsilon}_{tt}^e & \tilde{\epsilon}_{tl}^e \\ \tilde{\epsilon}_{nl}^e & \tilde{\epsilon}_{tl}^e & \tilde{\epsilon}_{ll}^e \end{bmatrix}; \quad \nabla \tilde{p}^e = \frac{1}{A^e} \begin{Bmatrix} \nabla \tilde{p}_n^e \\ \nabla \tilde{p}_t^e \\ \nabla \tilde{p}_l^e \end{Bmatrix}; \quad (4.29)$$

com

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_{nn}^e &= 0; \\ \tilde{\epsilon}_{tt}^e &= \frac{1}{2} \left[(x_l^{e(2)} - x_l^{e(3)}) u_t^{e(4)} + (x_l^{e(3)} - x_l^{e(4)}) u_t^{e(2)} + (x_l^{e(4)} - x_l^{e(2)}) u_t^{e(3)} \right]; \\ \tilde{\epsilon}_{ll}^e &= -\frac{1}{2} \left[(x_t^{e(2)} - x_t^{e(3)}) u_l^{e(4)} + (x_t^{e(3)} - x_t^{e(4)}) u_l^{e(2)} + (x_t^{e(4)} - x_t^{e(2)}) u_l^{e(3)} \right]; \\ \tilde{\epsilon}_{nt}^e &= \frac{1}{4} \left[(x_l^{e(2)} - x_l^{e(3)}) u_n^{e(4)} + (x_l^{e(3)} - x_l^{e(4)}) u_n^{e(2)} + (x_l^{e(4)} - x_l^{e(2)}) u_n^{e(3)} \right]; \\ \tilde{\epsilon}_{nl}^e &= -\frac{1}{4} \left[(x_t^{e(2)} - x_t^{e(3)}) u_n^{e(4)} + (x_t^{e(3)} - x_t^{e(4)}) u_n^{e(2)} + (x_t^{e(4)} - x_t^{e(2)}) u_n^{e(3)} \right]; \\ \tilde{\epsilon}_{tl}^e &= \frac{1}{4} \left[(x_l^{e(2)} - x_l^{e(3)}) u_l^{e(4)} + (x_l^{e(3)} - x_l^{e(4)}) u_l^{e(2)} + (x_l^{e(4)} - x_l^{e(2)}) u_l^{e(3)} \right. \\ &\quad \left. - (x_t^{e(2)} - x_t^{e(3)}) u_t^{e(4)} - (x_t^{e(3)} - x_t^{e(4)}) u_t^{e(2)} - (x_t^{e(4)} - x_t^{e(2)}) u_t^{e(3)} \right]; \end{aligned} \quad (4.30)$$

e

$$\begin{aligned} \nabla \tilde{p}_n^e &= 0; \\ \nabla \tilde{p}_t^e &= \frac{1}{2} \left[(x_l^{e(2)} - x_l^{e(3)}) p^{e(4)} + (x_l^{e(3)} - x_l^{e(4)}) p^{e(2)} + (x_l^{e(4)} - x_l^{e(2)}) p^{e(3)} \right]; \\ \nabla \tilde{p}_l^e &= -\frac{1}{2} \left[(x_t^{e(2)} - x_t^{e(3)}) p^{e(4)} + (x_t^{e(3)} - x_t^{e(4)}) p^{e(2)} + (x_t^{e(4)} - x_t^{e(2)}) p^{e(3)} \right]. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Note que, quando h^e tende a zero, tanto o deslocamento relativo $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket^e$ quanto a pressão relativa $\llbracket p \rrbracket^e$, passam a representar as medidas de descontinuidades dos campos correspondentes,

uma vez que o nó 1 e sua projeção tendem ao mesmo ponto material. Logo, as relações constitutivas relacionadas aos *HAR-IEs* 3D devem levar em conta a espessura h^e para reproduzirem adequadamente os efeitos hidromecânicos das fraturas.

Assim como sugerido pela Equação (3.15), os efeitos da fratura podem ser levados em conta regularizando-se a permeabilidade intrínseca do domínio Ω_h na direção tangencial. Contudo, tal relação deve ser adaptada, uma vez que para os casos tridimensionais há duas componentes tangenciais. Portanto, tomando como referência o sistema de coordenadas (n, t, l) do *HAR-IE* 3D (Figura 4.5), a Equação (3.15) passa a ser escrita como:

$$\mathbf{k}_{\Omega^h} = \mathbf{k} + \frac{[[u]]_n^3}{f_{12}h} \mathbf{t} \otimes \mathbf{t} + \frac{[[u]]_n^3}{f_{12}h} \mathbf{l} \otimes \mathbf{l}, \quad (4.32)$$

sendo que, para casos tridimensionais (e de forma análoga ao apresentado pela Equação (2.19)), o tensor \mathbf{k} deve ser corrigido para contemplar mais uma componente de permeabilidade intrínseca (k_{33}):

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

4.4.1 INSERÇÃO DOS *HAR-IEs* 3D NA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Os *HAR-IEs* 3D podem ser inseridos na malha de elementos finitos regulares de forma similar ao processo descrito na Seção 4.3.1. Para tal, os *HAR-IEs* 3D devem ser combinados de modo que formem um prisma triangular “achatado” (isto é, com elevada razão de aspecto), onde sua altura corresponde à espessura h , tal como ilustrado pela Figura 4.6a. Cada trio de *HAR-IEs* 3D é posicionado entre as faces de dois elementos tetraédricos regulares adjacentes da malha (Figura 4.6b), constituindo assim uma potencial superfície de descontinuidade.

Nesse trabalho, embora a *MFT* (Seção 4.3.1) tenha sido aplicada apenas a cenários 2D, essa técnica também pode ser utilizada em malhas tridimensionais, assim como apresentado, por exemplo, nos trabalhos de Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014), Manzoli *et al.* (2016) e Maedo *et al.* (2020).

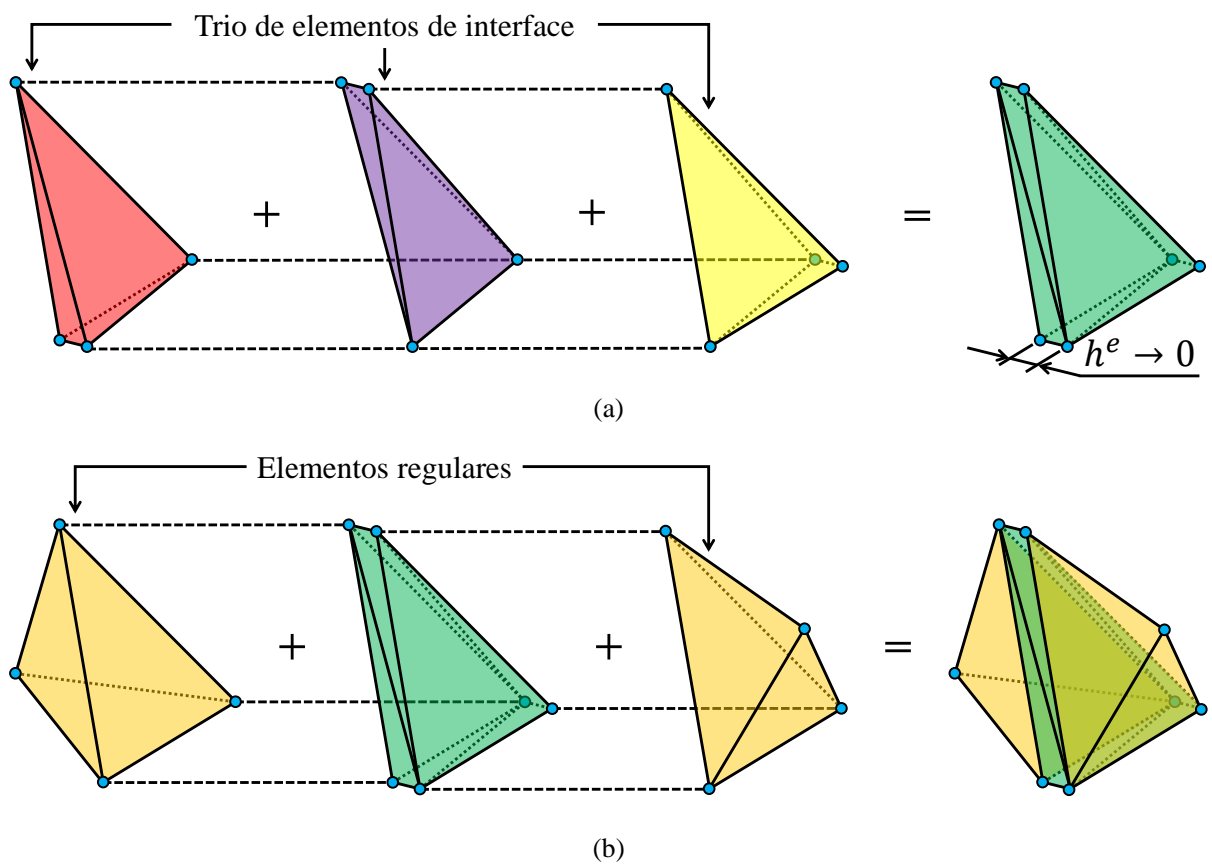


Figura 4.6: Inserção dos *HAR-IEs* 3D malha tridimensional de elementos finitos: (a) trio de *HAR-IEs* 3D combinados e (b) posicionamento dos *HAR-IEs* 3D entre dois elementos regulares.

CAPÍTULO 5

DESENVOLVIMENTO E UTILIZAÇÃO DO SIMULADOR

Nesse capítulo é apresentado o processo pelo qual as simulações desse trabalho foram realizadas e também os programas comerciais utilizados. A estrutura geral do código construído para as análises também é apresentada, sendo que o arquivo de entrada (o qual contém todas as informações da simulação) é descrito em detalhes.

5.1 PROGRAMAS UTILIZADOS

Para solucionar os problemas de fraturamento hidráulico foram utilizados dois programas principais. O primeiro deles é responsável pelas fases de pré e pós-processamento e é chamado “GiD[®]”; o segundo consiste no código programado em MATLAB[®] para análise em elementos finitos e, daqui em diante, será tratado como “HAR_HyFrac”.

A Figura 5.1 ilustra um fluxograma do processo de interação entre os programas GiD[®] e HAR_HyFrac. A fase de pré-processamento consiste na criação da geometria do problema, atribuição de materiais com suas respectivas propriedades e prescrição das condições de contorno. Em seguida, são inseridas algumas informações referentes ao tipo de malha de interesse (por exemplo, o tamanho do elemento regular) para que o GiD[®] possa gerar automaticamente a malha de elementos finitos. O GiD[®] também exporta um arquivo de texto específico (que será descrito em detalhes na Seção 5.3.2), onde estão organizadas todas as informações necessárias.

O HAR_HyFrac é iniciado, realiza a análise do problema e grava as respostas em outro arquivo específico. Finalmente, na fase de pós-processo, as respostas da análise, tais como o campo de poropressão, são lidas pelo GiD®.

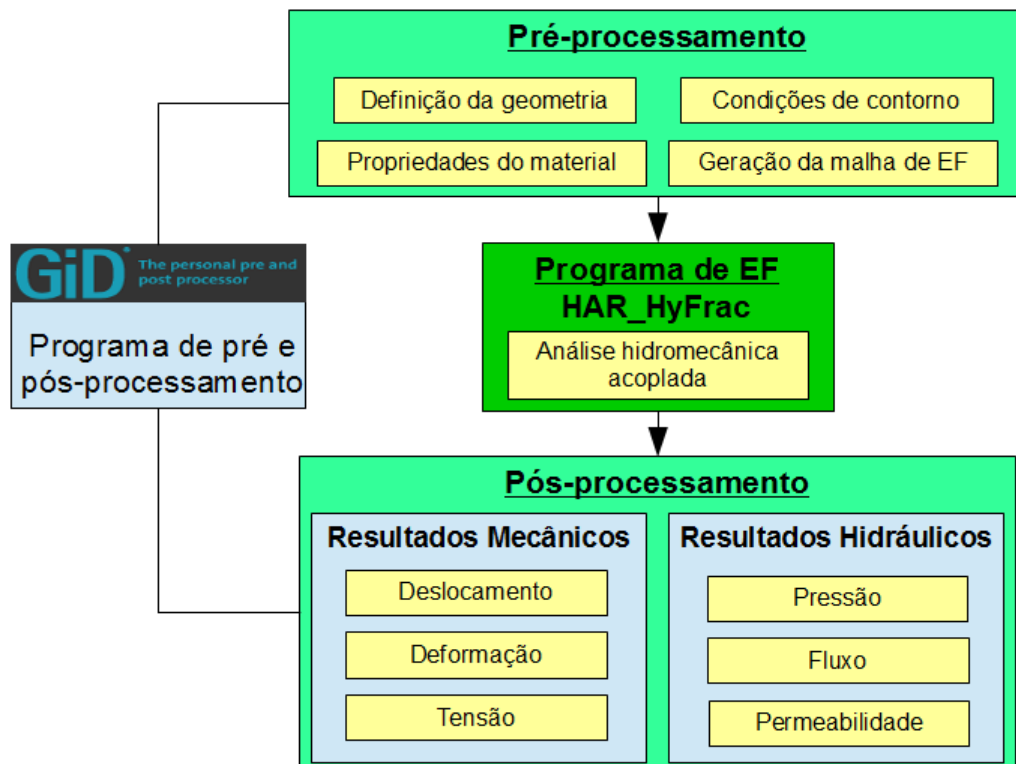


Figura 5.1: Integração dos programas GiD® e HAR_HyFrac (programado em MATLAB®).

5.1.1 INTEGRAÇÃO GiD® - HAR_HYFRAC

As interfaces gráficas dos programas (GiD® e HAR_HyFrac) são utilizadas separadamente, isto é, gera-se o arquivo de entrada no pré-processador do GiD®, executa-se a análise pelo HAR_HyFrac e, na sequência, retorna-se ao GiD®, mas agora como pós-processador, para visualização e interpretação dos resultados. Uma vez que o arquivo gerado na etapa de pré-processamento é compatível com a estrutura lida pelo HAR_HyFrac, pouca ou nenhuma intervenção do usuário é necessária.

A Figura 5.2 apresenta o esquema de junção entre GiD® e HAR_HyFrac. Note que, durante as etapas de modelagem e análise, três arquivos são necessários. O primeiro corresponde ao arquivo de entrada “nome_do_projeto.mfl”, o qual será lido pelo HAR_HyFrac e contém todas as informações referentes a geometria, materiais, condições de contorno e iniciais. Os outros

dois, “nome_do_projeto.flavia.msh” e “nome_do_projeto.flavia.res”, correspondem a arquivos de saída, os quais contêm as informações da malha de elementos finitos e os resultados da análise, respectivamente.

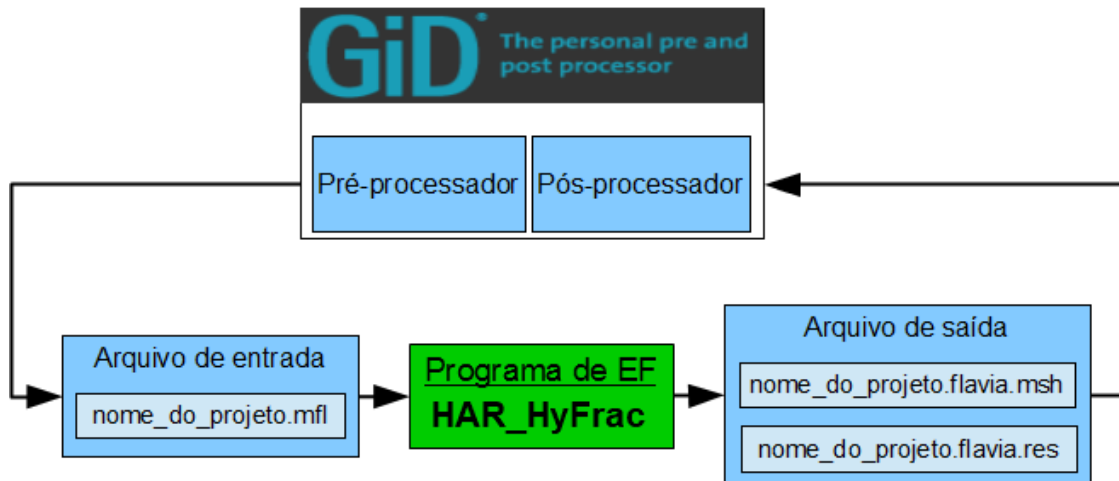


Figura 5.2: Esquema de interação entre GiD® e HAR_HyFrac considerando os arquivos necessários a uma simulação completa.

5.2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO GiD®

O GiD® é um programa computacional de pré e pós-processamento desenvolvido pelo CIMNE (*International Center for Numerical Methods in Engineering*) e que pode ser integrado de maneira relativamente simples ao HAR_HyFrac. Para isso, ambos os programas (GiD® e HAR_HyFrac) devem ser customizados de maneira apropriada ao tipo de análise. O GiD® foi escolhido por conta dos recursos oferecidos nas etapas de pré e pós-processamento, além de contar com uma interface gráfica intuitiva com ferramentas que facilitam os procedimentos de pré e pós-análise.

Na etapa de pré-processamento, a geometria do objeto de análise pode ser criada ou importada de outros formatos, como por exemplo “.dxf” ou “.IGES”. Utilizando apenas os recursos oferecidos pelo GiD®, a geometria do problema pode ser gerada mediante a definição de pontos coordenados, segmentos de reta, superfícies e sólidos. Na fase de pós-processamento, este programa é utilizado para visualizar as respostas oriundas das análises desenvolvidas, tais como a malha deformada e campos de deslocamento, tensão, pressão nodal e fluxo. As Figuras 5.3 e

5.4 apresentam as fases de pré e pós-processamento, respectivamente, da modelagem de $1/4$ de cilindro utilizada para simular o modelo teórico *penny-shaped*.

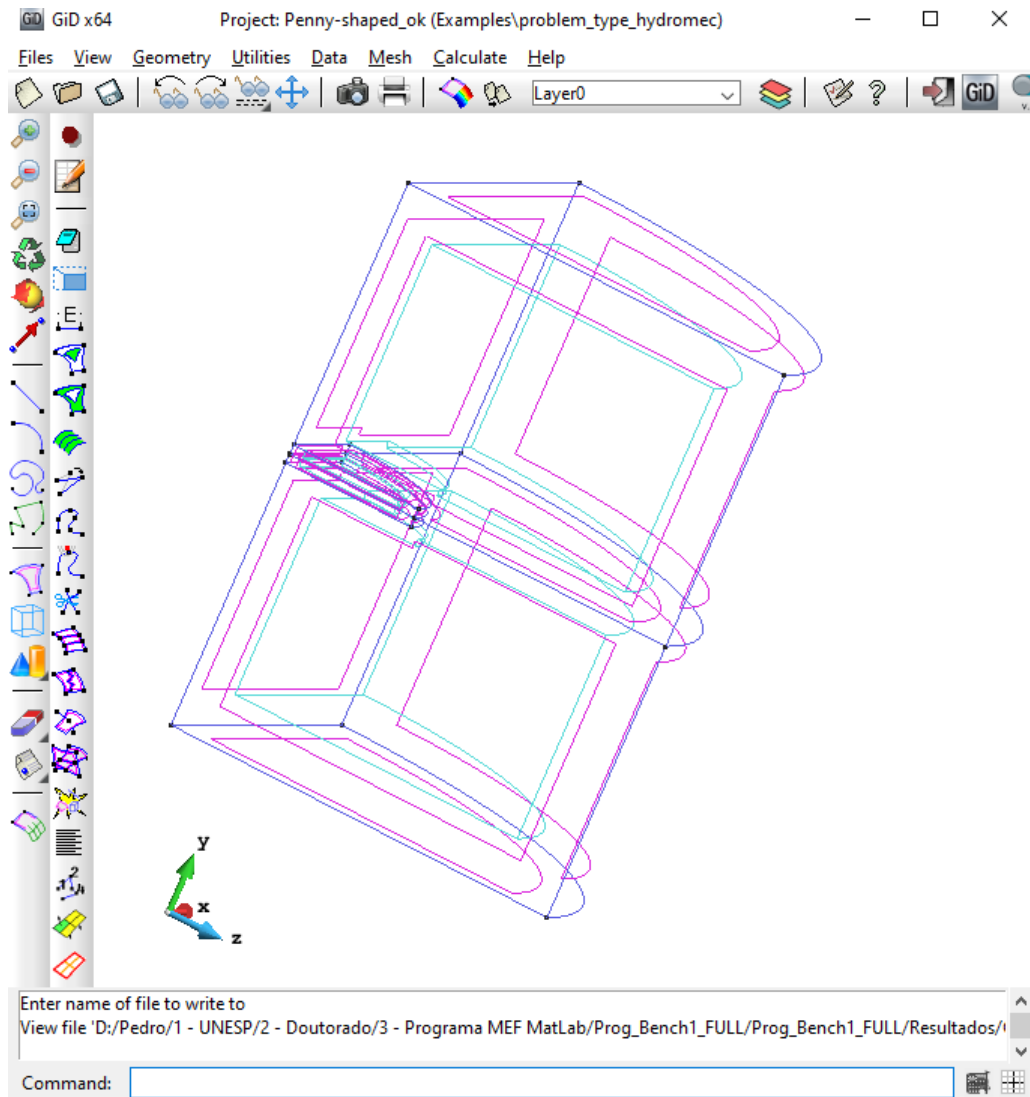


Figura 5.3: Geometria de $1/4$ de cilindro construída no pré-processamento do GiD®.

5.3 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO HAR_HYFRAC

O MATLAB® (*MATrix LABoratory*) é uma plataforma usualmente utilizada para o desenvolvimento de cálculos numéricos com o suporte de uma interface gráfica sofisticada. Essa ferramenta possui uma linguagem de programação de alto nível, facilitando tanto a programação em si quanto sua interpretação. Além disso, amplas bibliotecas de funções pré-definidas e otimizadas estão disponíveis gratuitamente na rede.

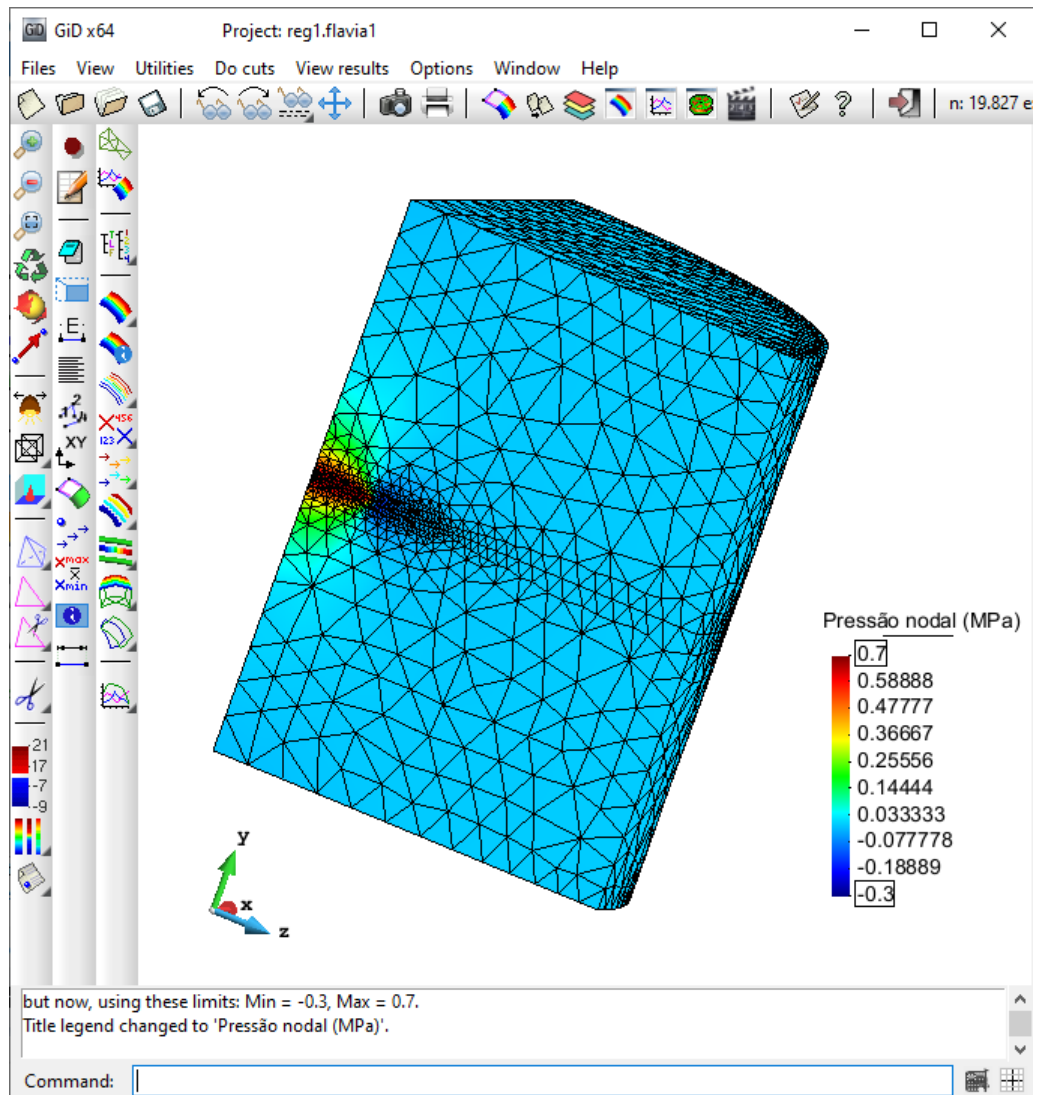


Figura 5.4: Pós-processo do GiD[®] mostrando a malha com deformações ampliadas em 100 vezes juntamente com o campo de pressão.

Embora o MATLAB[®] proporcione maior facilidade de programação quando comparado a outras linguagens, como o Fortran, Basic ou C/C++, escrever códigos utilizando seus *scripts* e algoritmos de maneira inadequada pode produzir um simulador ineficiente, levando a um custo computacional inapropriado. Porém, quando utilizado com critério, algumas das características dessa ferramenta podem trazer vantagens importantes no desenvolvimento de projetos de engenharia. Entre as principais vantagens do MATLAB[®] podem-se destacar:

- Linguagem de alto nível, a qual facilita tanto a escrita quanto interpretação do código;
- Interface gráfica amigável contendo diferentes ferramentas, tais como: *workspace* (local onde as variáveis do código podem ser acessadas) e o *command window* (espaço onde é

possível inserir comandos e verificar valores atribuídos a variáveis);

- Bibliotecas contendo funções pré-definidas;
- Utilizado em universidades e empresas, exigindo, dessa forma, melhorias constantes e, conseqüentemente, disponibilização de materiais de apoio.

Tais vantagens juntamente com as atualizações contínuas fazem do MATLAB® uma promissora ferramenta computacional para o desenvolvimento de simuladores numéricos.

5.3.1 ORGANIZAÇÃO INTERNA

A estrutura básica do código foi desenvolvida pelo grupo de pesquisa e vem sofrendo modificações significativas necessárias à aplicação da estratégia de modelagem do comportamento mecânico de materiais, tais como o concreto, rochas e dentes. O programa também possui alguns recursos de paralelismo, permitindo a análise numérica de problemas que envolvam um número elevado de graus de liberdade, como é o caso de simulações numéricas de problemas tipicamente tridimensionais. Os modelos constitutivos são desenvolvidos em rotinas separadas, as quais são introduzidas ao programa computacional principal de análise não linear.

O código utiliza uma estrutura de dados capaz de armazenar campos com dados heterogêneos, isto é, tanto variáveis de texto quanto numéricas. As principais rotinas foram programadas utilizando-se os recursos de programação vetorizada e de matriz esparsa do MATLAB®. O emprego desses recursos proporciona um programa de análise não linear robusto, capaz de lidar com problemas de modo relativamente eficiente, sobretudo do ponto de vista computacional.

A lista abaixo apresenta as principais funções e pastas que compõem a estrutura do HAR_HyFrac.

- **Analysis.m**: função principal responsável por acionar as funções internas do próprio MATLAB®, como aquelas relacionadas ao processamento em paralelo e funções necessárias à leitura do arquivo de entrada, o qual contém as informações da malha e materiais;
- **Pasta elements**: armazena os códigos dos elementos finitos disponíveis no programa. Além disso, contém também as funções encarregadas de realizar a montagem da matriz geométrica e aplicar os critérios de análise para cada elemento (estado plano de deformação e tridimensional);

- **Pasta *material***: agrupa todos os modelos constitutivos desenvolvidos e suas matrizes tangentes. É nessa pasta que se encontra o modelo de dano contínuo;
- **Pasta *routines***: agrupa funções relacionadas à montagem da matriz de rigidez e vetor de forças internas globais. Também contém a função que estabelece o processo iterativo de Newton-Raphson;
- **Pasta *postprocess***: contém as funções encarregadas pela impressão dos resultados obtidos na análise, bem como as funções responsáveis pelas curvas estruturais. Nessa pasta também estão as funções que geram o arquivo customizado para visualização dos resultados pelo GiD® (por exemplo, os campos de deslocamento e pressão).

Portanto, uma vez iniciada a simulação, o HAR_HyFrac realiza uma série de passos de forma incremental, onde seus principais estágios são apresentados a seguir:

1. A análise inicia-se com a leitura do arquivo de entrada, cujas informações relacionadas à modelagem são armazenadas em estruturas contendo campos sistematicamente definidos de acordo com os atributos e propriedades dos dados;
2. A matriz de rigidez e o vetor de força interna globais são montados, sendo que essa etapa pode ser realizada de forma paralela. Contudo, esse recurso mostrou-se vantajoso apenas para problemas com muitos graus de liberdade, como é o caso de malhas fragmentadas e problemas tridimensionais;
3. Na sequência realiza-se a solução do sistema linear de equações. Esta etapa é feita por uma função interna do MATLAB®, sendo que o método a ser selecionado depende da propriedade da matriz de rigidez (diagonal, triangular superior ou inferior);
4. O processo iterativo de Newton-Raphson é repetido até que o critério de convergência seja alcançado. Em seguida, todos os resultados são impressos, e a análise continua para o próximo passo do processo incremental. Esse processo é repetido até que todos os passos sejam realizados.

5.3.2 ARQUIVO DE ENTRADA

O arquivo de entrada do HAR_HyFrac, o qual é gerado no formato “.mfl”, contém todas as informações necessárias para a resolução do problema. O primeiro dado de entrada corresponde ao módulo de análise, identificado por HYDROMECHANICAL ANALYSIS (Figura 5.5). Em seguida encontram-se os dados de controle do problema, onde estão as informações relacionadas à hipótese estrutural (GEOMETRY), quantidade de nós (NPOIN) e elementos da malha (NELEM), número de nós e de pontos de Gauss por elemento (NDPEL e NGAUS, respectivamente) e quantidade de materiais que compõem o problema (NSETS) (Figura 5.5). Ainda nessa etapa, a hipótese estrutural pode corresponder a dois valores: 1 para o estado plano de deformação e 3 para casos tridimensionais.

```
1 $-----
2 CSDA: HYDROMECHANICAL ANALYSIS --- Módulo de análise
3 $-----
4 START: NEW_RUN
5 $-----
6 CONTROL_DATA
7 GEOMETRY: 1
8 DIMENSIONS: NPOIN= 8 NELEM= 6 NDPEL= 3 NGAUS=1 NSETS= 2
9 END_CONTROL_DATA
10 $-----
11 GENERAL_DATA
12 GEOMETRY:
13 1 1 1 7 8
14 2 1 1 2 7
15 3 1 3 4 5
16 4 1 3 5 6
17 5 2 2 6 7
```

Figura 5.5: Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac mostrando as informações iniciais.

As listas de elementos e nós da malha aparece logo na sequência. A lista de elementos pode ser composta por cinco ou seis colunas, dependendo do tipo de elemento a ser utilizado (isto é, cinco para elementos triangulares e seis para elementos tetraédricos). Para elementos triangulares de três nós, as colunas correspondem à numeração, tipo de material e conectividade de cada elemento, assim como pode ser visto na Figura 5.6. A lista de nós (Figura 5.6) também depende do tipo de elemento, podendo conter três ou quatro colunas, sendo que a primeira é referente à numeração de cada nó e as demais correspondem às coordenadas dos nós nas direções x , y e z (esta última é necessária apenas em casos tridimensionais).

As informações referentes aos tipos de elementos e modelos constitutivos utilizados, bem

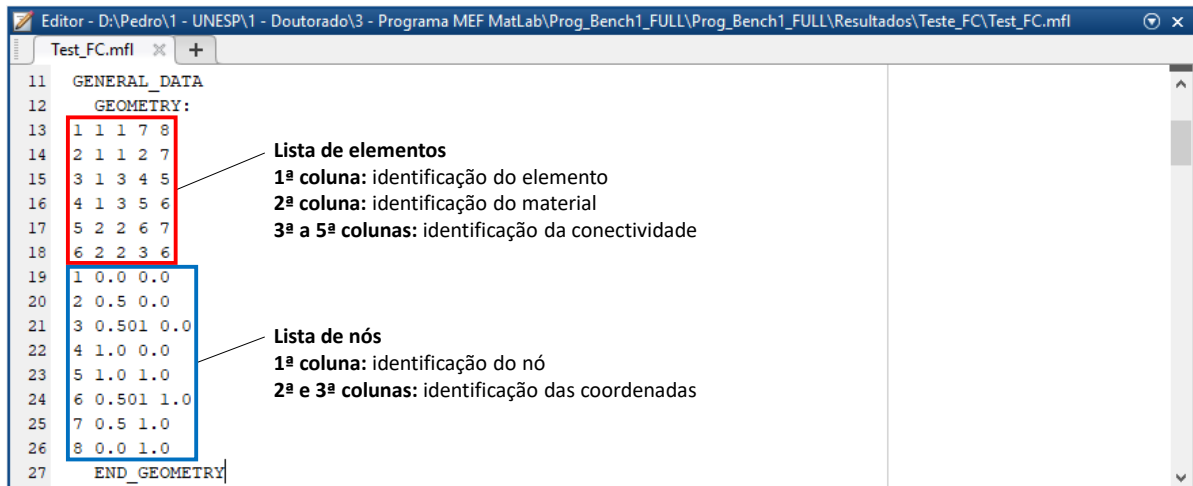


Figura 5.6: Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac mostrando as listas de elementos e nós da malha.

como as propriedades dos materiais, são inseridas logo após a lista de nós (Figura 5.7). Em ELEMENT_DATA estão os dados referentes aos elementos:

- TYPE: tipo de elemento, sendo 2 o elemento triangular linear com três nós e 6 para o elemento tetraédrico linear com quatro nós;
- MODEL: modelo constitutivo mecânico, sendo 1 para o modelo linear elástico e 25 para o modelo de dano isotrópico;
- THICKNESS: espessura do elemento fora do plano (é necessário apenas para casos bidimensionais);
- NGAUS: número de pontos de Gauss do elemento;
- HYDR_MODEL: modelo constitutivo hidráulico, sendo 1 o modelo linear e 25 para o modelo de placas paralelas;

As propriedades de cada material são inseridas em MATERIAL_DATA, sendo elas:

- YOUNG: módulo de Young do material (MPa);
- POISS: coeficiente de Poisson (adimensional);
- CBIOT: coeficiente de Biot (adimensional);
- MBIOT: módulo de Biot (MPa);

- FTULT: resistência à tração do material (MPa);
- HBA: módulo de abrandamento (adimensional)
- PERMx: permeabilidade intrínseca na direção x (m^2);
- PERMy: permeabilidade intrínseca na direção y (m^2);
- POROS: porosidade (adimensional);
- AB_INIC: abertura inicial de fraturas pre-existentes (m).

```

29  SETS
30  Set= 1
31  ELEMENT_DATA: TYPE=2 MODEL=1 THICKNESS=1.0 NGAUS=1
32  MATERIAL_DATA: YOUNG=17.0E+3 POISS=0.2 CBIOT=0.75 MBIOT=68.7E+3 /
33  FTULT=0.0 HBA=0.0 /
34  HYDR_MODEL=1 PERMx=1.0E-15 PERMy=1.0E-15 /
35  POROS=0.2 AB_INIC=0.0
36  END_SET
37
38  Set= 2
39  ELEMENT_DATA: TYPE=2 MODEL=25 THICKNESS=1.0 NGAUS=1
40  MATERIAL_DATA: YOUNG=17.0E+3 POISS=0.0 CBIOT=1.0 MBIOT=68.7E+3 /
41  FTULT=1.25 HBA=0.7659 /
42  HYDR_MODEL=25 PERMx=1.0E-15 PERMy=1.0E-15 /
43  POROS=0.2 AB_INIC=0.0
44  END_SET
45  END_SETS

```

Figura 5.7: Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac destacando as informações referentes às propriedades dos materiais considerados

A Figura 5.8 apresenta o trecho no qual são inseridas as propriedades do fluido, onde DENSITY é a massa específica do fluido (kg/m^3), VISCOSITY é a viscosidade dinâmica (MPa s) e COMPFACTOR é o fator de compressibilidade do fluido (MPa^{-1}). Na mesma figura está apresentada a quantidade total de intervalos de carregamento (NINTER), seguida pela identificação do intervalo a ser lido (INTERVAL_DATA). O número de passos em que o carregamento será realizado e o tamanho do passo de tempo, dado em segundos, aparecem como NSTEP e DTIME, respectivamente. Além disso, também é mostrada a função de carga, a qual permite aplicar as cargas segundo uma função linear crescente (NPFUN) (Figura 5.8).

Os tipos de carregamentos possíveis de serem aplicados são apresentados na Figura 5.9. Primeiramente, pode-se inserir o valor de aceleração da gravidade (Mm/s^2) nas direções x , y ou z . O trecho POINT_LOAD contém as forças (MN) pontuais aplicadas sobre os nós, sendo

```

45 END_SETS
46 END_GENERAL_DATA
47 $
48 FLUID_PROPERTIES: DENSITY=1000.0 VISCOSITY=1.0E-7 COMPFACTOR=0.0E-0
49 $
50 INTERVAL_DATA: NINTER=2
51 $
52 INTERVAL_DATA= 1
53 NSTEP=4 DTIME=0.25
54 $
55 FUNCTION: NPFUN=1
56 0.0 0.0
57 1.0 1.0
58 END_FUNCTION
59 $
60 LOAD: NEW_LOAD
61 GRAVITY_LOAD: Gx=0.0, Gy=0.0, Gz=0.0

```

Figura 5.8: Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac apresentando as propriedades do fluido e informações referentes ao intervalo de carregamento.

FX e FY suas componentes nas direções x e y , respectivamente. Para casos tridimensionais, a força na direção z é identificada como FZ. A vazão de injeção (dada em kg/m^2 para casos bidimensionais e kg/m^3 para os tridimensionais) corresponde a Q. Também é possível aplicar cargas distribuídas nas faces dos elementos a partir do trecho FACE_LOAD. A identificação do elemento e os nós de sua face aparecem como IEL, N1 e N2, respectivamente. As componentes da força nas direções x e y e a vazão de injeção correspondem a Fx, Fy e Q, respectivamente (Figura 5.9). Para casos tridimensionais é necessário identificar o terceiro nó da face como N3 e também a componente da força na direção z como Fz.

```

59 $
60 LOAD: NEW_LOAD
61 GRAVITY_LOAD: Gx=0.0, Gy=0.0, Gz=0.0
62 $
63 POINT_LOAD
64 NODE=5 FX=0.0 FY=-5.00 Q=0.0
65 NODE=6 FX=0.0 FY=-5.01 Q=0.0
66 NODE=7 FX=0.0 FY=-5.00 Q=0.0
67 NODE=8 FX=0.0 FY=-4.99 Q=0.0
68 END_POINT_LOAD
69 $
70 FACE_LOAD
71 iel= 1 N1=1 N2=7 Fx=1.0 Fy=0.0 Q=0.0
72 END_FACE_LOAD
73 END_LOAD
74 $
75 BOUNDARY: NEW_BOUNDARY

```

Figura 5.9: Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac apresentando os tipos de carregamento que podem ser inseridos.

As condições de contorno essenciais, onde aplicam-se os deslocamentos e pressões pres-

critas nos nós, aparecem na lista BOUNDARY (Figura 5.10). Tal lista é composta por cinco colunas, sendo que a primeira corresponde à numeração de cada nó com condição prescrita; a segunda coluna informa o grau de liberdade restrito, como por exemplo: 100 indica movimento prescrito na direção x , 010 indica movimento prescrito na direção y e 001 indica pressão prescrita. As colunas seguintes correspondem à magnitude dos valores prescritos. Em casos tridimensionais, a segunda coluna é composta por quatro valores, onde o terceiro corresponde à prescrição de deslocamento na direção z . Nesses casos, também é necessário acrescentar mais uma coluna contendo o valor prescrito. Após as condições de contorno, outras duas informações relevantes devem ser consideradas (Figura 5.10): (i) tolerância de convergência associada ao método de Newton-Raphson (TOL_NEWTON) e (ii) o intervalo adotado para impressão de resultados que serão visualizados no pós-processamento (STEP).

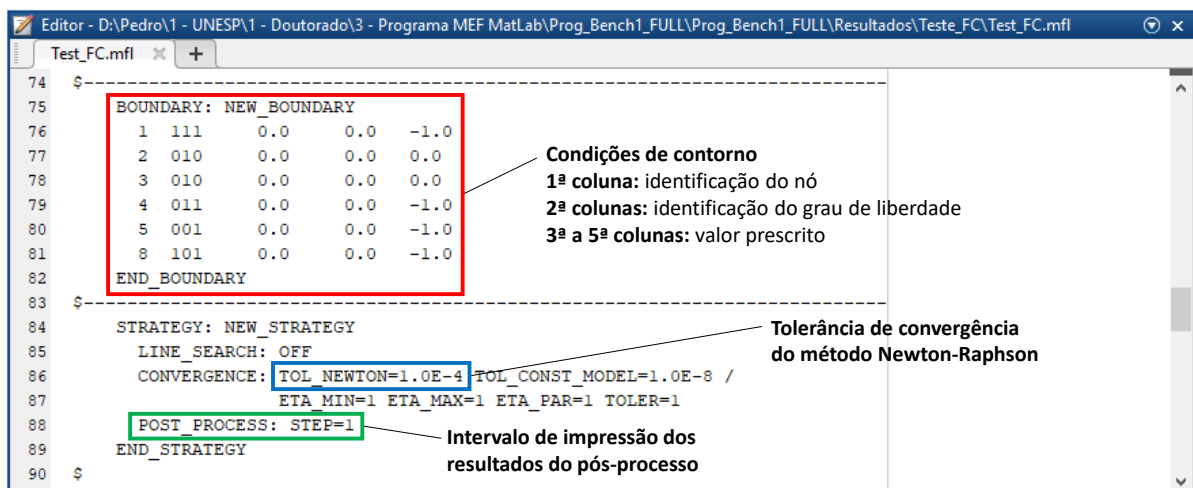


Figura 5.10: Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac destacando as condições de contorno, tolerância do método de Newton-Raphson e o intervalo de impressão dos resultados do pós-processo.

Por fim, os últimos parâmetros relevantes correspondem às curvas estruturais, as quais podem ser geradas a partir da evolução da variável de interesse ao longo do tempo de simulação. Primeiramente, em NGRAF é inserida a quantidade de total de curvas de interesse (Figura 5.11). Os campos N_x e N_y identificam o número do nó e, na sequência, X e Y recebem a variável desejada, como por exemplo: D_x corresponde ao deslocamento na direção x , T corresponde ao tempo e P corresponde à pressão.

```
Editor - D:\Pedro\1 - UNESP\1 - Doutorado\3 - Programa MEF MatLab\Prog_Bench1_FULL\Prog_Bench1_FULL\Resultados\Teste_FC\Test_FC.mfl
Test_FC.mfl x +
128     POST_PROCESS: STEP=1
129     END_STRATEGY
130     $
131     END_INTERVAL_DATA
132     $
133     END_INTERVAL_DATAS
134     $-----
135     PLOT: NGRAF=3
136     Nx=2 Ny=2 X=T Y=Dx
137     Nx=3 Ny=3 X=T Y=Dx
138     Nx=2 Ny=2 X=T Y=P
139     $-----
140     PRINT:
141     IRES=1
142     $-----
143     STOP
144
```

Curvas estruturais
1ª e 2ª colunas: identificação dos nós
3ª e 4ª colunas: variável de interesse

Figura 5.11: Arquivo de entrada compatível com o HAR_HyFrac destacando o trecho responsável pela impressão das curvas estruturais.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse capítulo são apresentados todos os resultados do trabalho, os quais estão divididos em quatro seções principais, sendo que a maioria deles tem como objetivo validar o método proposto a partir de comparações com soluções analíticas associadas aos modelos KGD e *penny-shaped*. Nesse capítulo também são estudados os aspectos referentes à dependência de malha do método, onde avalia-se a influência das dimensões dos elementos *HAR-IEs* sobre as respostas. Além disso, com base na aplicação da *MFT*, parte das análises realizadas contempla simulações que descrevem a formação e propagação de múltiplas fraturas.

6.1 VALIDAÇÃO DO MÉTODO (*HAR-IE* 2D) A PARTIR DO MODELO KGD

Os resultados apresentados nessa seção tem como principal objetivo a validação do método proposto. Para tal, os primeiros casos avaliados consistem em induzir uma fratura hidráulica em um meio poroso deformável considerando os quatro diferentes regimes de propagação de fratura, os quais foram apresentados na Seção 2.5. Neste caso, os *HAR-IEs* 2D (todos com as dimensões $h^e = 0.0001$ m e $b^e = 0.05$ m) foram inseridos horizontalmente formando uma linha ao logo do centro do domínio. Portanto, a fratura pode se formar e propagar apenas na direção x . Similarmente à estratégia adotada por Carrier e Granet (2012), o fluido é injetado no primeiro par de *HAR-IEs* posicionados logo no início da linha de fratura, os quais apresentam elevada

permeabilidade e baixa resistência. As principais respostas obtidas são dadas em termos de abertura, pressão na fratura (ambas medidas no primeiro par de *HAR-IEs*) e comprimento da fratura, sendo que as soluções analíticas para o modelo KGD consideradas nesse trabalho estão disponíveis no Apêndice A.

O problema proposto consiste na injeção de um fluido newtoniano incompressível com massa específica $\rho_l = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ a uma taxa constante $Q_0 = 5.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ em um meio poroso deformável com dimensões de $60.0 \times 45.0 \text{ m}$ (Figura 6.1). A pressão inicial $P_0 = 0.0$ é imposta em todo o domínio e tensões *in situ* de compressão σ_0 são aplicadas apenas na direção y , sendo perpendiculares ao plano de formação e propagação da fratura. A Figura 6.1 mostra a geometria, condições de contorno mecânicas e hidráulicas e malha de elementos finitos. A malha utilizada é composta por 31076 elementos no total, sendo que a região refinada que aparece em destaque (Figura 6.1) contém cerca de 29600, dos quais 598 são *HAR-IEs* 2D.

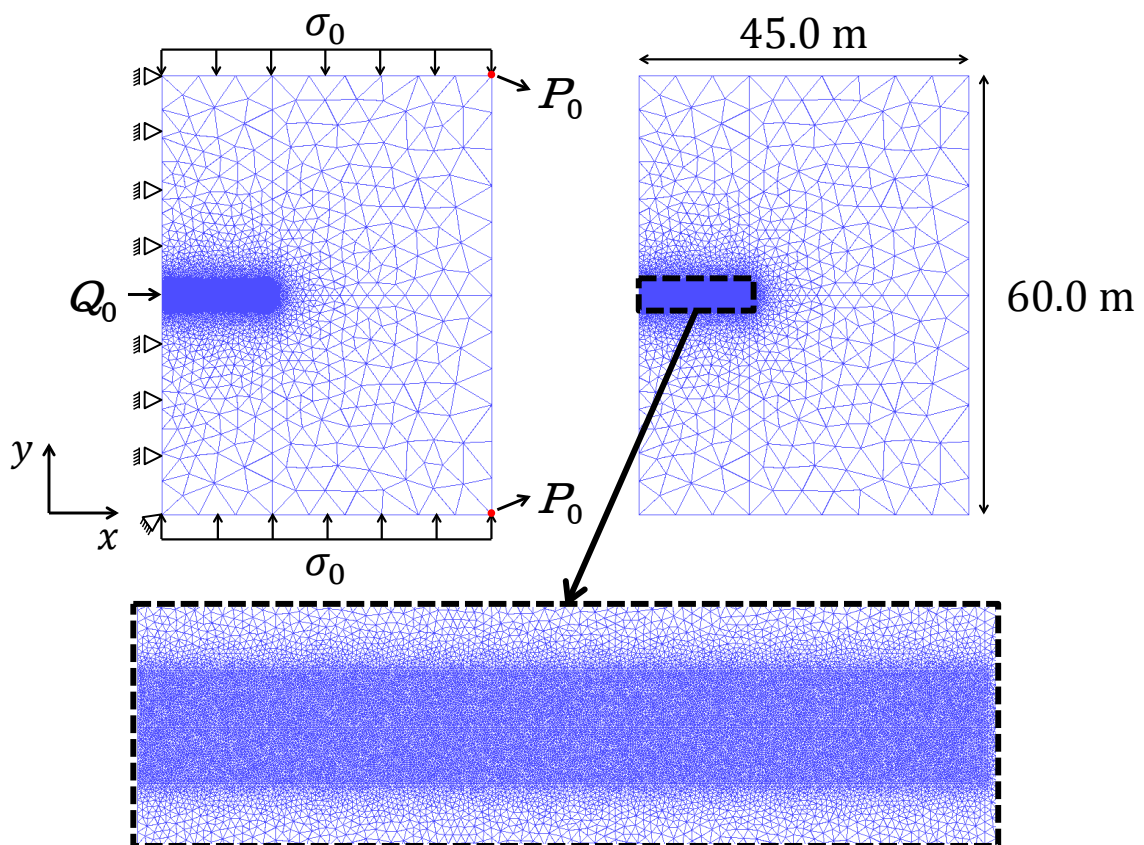


Figura 6.1: Geometria, condições de contorno e malha de elementos finitos adotados para os casos dessa Seção. Note que a região central da malha (com maior densidade de elementos) também é destacada.

As propriedades do meio poroso que são comuns aos quatro regimes estão apresentadas na

Tabela 6.1. Outros parâmetros, tais como permeabilidade intrínseca, viscosidade dinâmica e tensão *in situ* serão apresentados especificamente para cada regime.

Tabela 6.1: Principais propriedades da rocha

Módulo de Young	E	17.0×10^3 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.2
Energia de fratura	G_f	120.0 N/m
Resistência à tração	f_t	1.25 MPa
Coefficiente de Biot	b	0.75
Módulo de Biot	M	68.7×10^3 MPa
Porosidade	ϕ	0.2

6.1.1 REGIME 1: *storage-toughness*

Nesse primeiro regime foram estabelecidos dois casos a partir das permeabilidades intrínsecas: $k_1 = 1.0 \times 10^{-15}$ m² (1.013 mD) e $k_2 = 1.0 \times 10^{-16}$ m² (1.013×10^{-1} mD). A viscosidade dinâmica ($\mu_l = 0.0001$ Pa s) e tensão *in situ* ($\sigma_0 = -3.7$ MPa) foram iguais para ambos os casos. Note que os parâmetros adotados resultam em $\mathcal{K} = 2.89$ e $\mathcal{C} = 0.21$ (para k_2), garantindo que a fratura se propague no regime *storage-toughness* (CARRIER; GRANET, 2012). As Figuras 6.2a e 6.2b apresentam os gráficos referentes a abertura da fratura e pressão líquida (*net pressure*) de injeção de fluido (a qual é obtida pela relação $p_f + \sigma_0$), respectivamente, onde as respostas numéricas e analíticas são comparadas. Como pode ser observado, há uma boa concordância entre as curvas. As curvas de abertura (Figura 6.2a) e pressão na fratura (Figura 6.2b) correspondem ao deslocamento vertical relativo entre os nós do primeiro par de *HAR-IEs* e à pressão em tais elementos, respectivamente, ambos medidos a cada passo de simulação. Note que quando a rocha apresenta menor permeabilidade, a abertura é consideravelmente maior. A diferença entre as curvas numéricas e analítica da Figura 6.2b (curva de pressão considerando apenas k_2) se deve ao efeito conhecido como *back-stress effect* (CLEARY, 1980a; CLEARY, 1980b). Essa terminologia é utilizada no contexto de operações de fraturamento hidráulico para se referir à pressão de bombeamento extra necessária para formar a fratura esperada (CHENG, 2016). Tal fenômeno é um efeito poroelástico que surge quando o *leak-off* da fratura para a rocha causa o aumento da poropressão na matriz. Consequentemente, a região inundada se expande e causa uma tensão de confinamento excedente que comprime as paredes da fratura.

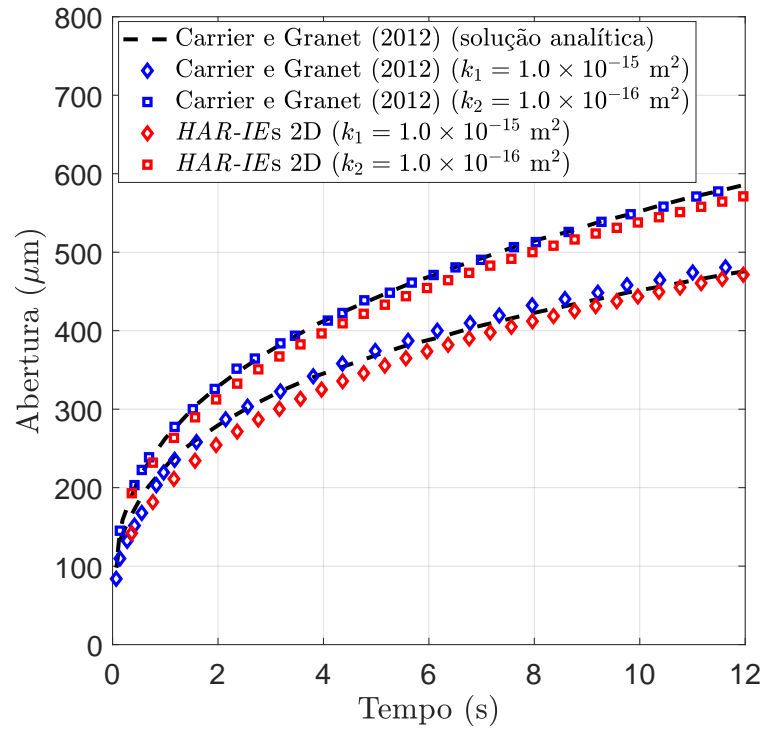
Portanto, além de causar um aumento de pressão na fratura (Figura 6.2b), o *back-stress effect* também pode dificultar a abertura da fratura. Sendo assim, devido às hipóteses simplificadoras do modelo teórico, a pressão líquida é subestimada. Para que o modelo numérico desconsidere o *back-stress effect*, Carrier e Granet (2012) sugerem “desacoplar” artificialmente a influência da pressão na equação de equilíbrio (Equação (2.3)) fazendo o coeficiente de Biot $b = 0$. Nesse trabalho, tal sugestão foi considerada apenas nas Seções 6.1.4 e 6.3.2.

O comprimento da fratura ao longo do tempo é mostrado na Figura 6.3, na qual também são comparadas as respostas analíticas e numéricas. Note que, assim como observado anteriormente, as curvas apresentam uma boa concordância.

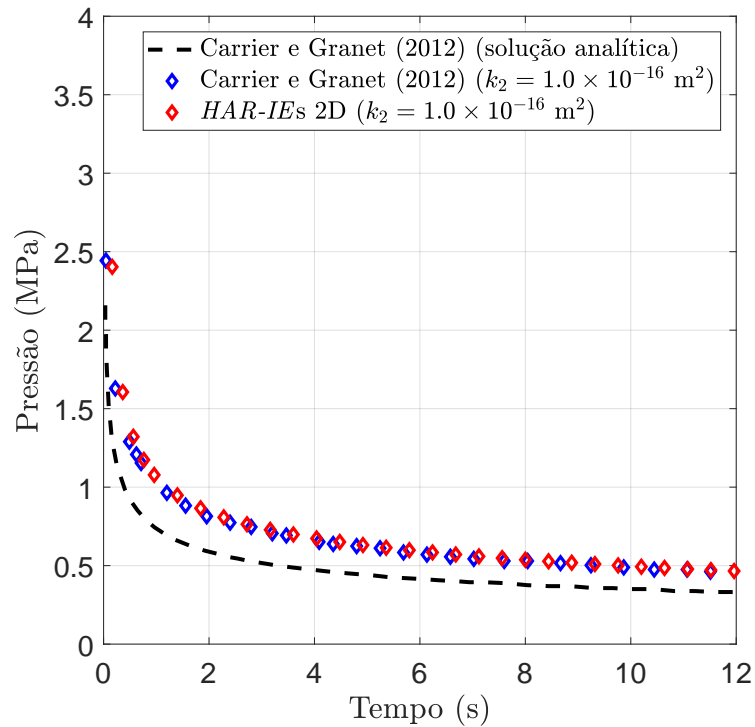
O perfil das fraturas para o tempo $t = 10$ s está apresentado na Figura 6.4a. As duas soluções numéricas em termos de abertura da fratura com relação ao comprimento concordam relativamente bem com as soluções analíticas, mas pode-se notar uma leve diferença para o caso em que a permeabilidade da rocha é maior. Considerando o mesmo tempo ($t = 10$ s), a Figura 6.4b mostra a distribuição da tensão efetiva normal ao longo da fratura, a qual é nula para o trecho em que a fratura encontra-se aberta, sendo que o pico próximo à ponta da fratura corresponde à resistência à tração. Após o pico, a tensão normal decresce até o valor da tensão de compressão *in situ* ($\sigma_0 = -3.7$ MPa). Embora os métodos numéricos utilizados sejam diferentes, as curvas de tensão efetiva normal são relativamente similares. A diferença presente nos picos está associada ao modelo de abrandamento de tensões: neste trabalho utilizou-se uma lei exponencial (Equação (3.22)), enquanto Carrier e Granet (2012) utilizaram uma lei linear.

6.1.2 REGIME 2: *leak-off-toughness*

Nesta seção as análises realizadas consideraram dois casos diferentes: o primeiro assume que a permeabilidade da rocha é isotrópica com $k_x = k_y = 5.0 \times 10^{-15}$ m² (5.066 mD) (chamado de “difusão 2D”); o segundo considera a ortotropia de permeabilidade na rocha, onde $k_x = 1.0 \times 10^{-16}$ m² (1.013×10^{-1} mD) e $k_y = 5.0 \times 10^{-15}$ m² (5.066 mD) (chamado de “difusão 1D”). A tensão de compressão adotada em ambos os casos foi $\sigma_0 = -5.0$ MPa e as demais propriedades foram apresentadas anteriormente (Tabela 6.1). Nesse caso, $\mathcal{K} = 2.89$ e $\mathcal{C} = 2.83$ refletem o regime *leak-off-toughness* (CARRIER; GRANET, 2012). A solução



(a)



(b)

Figura 6.2: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime *storage-toughness* em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

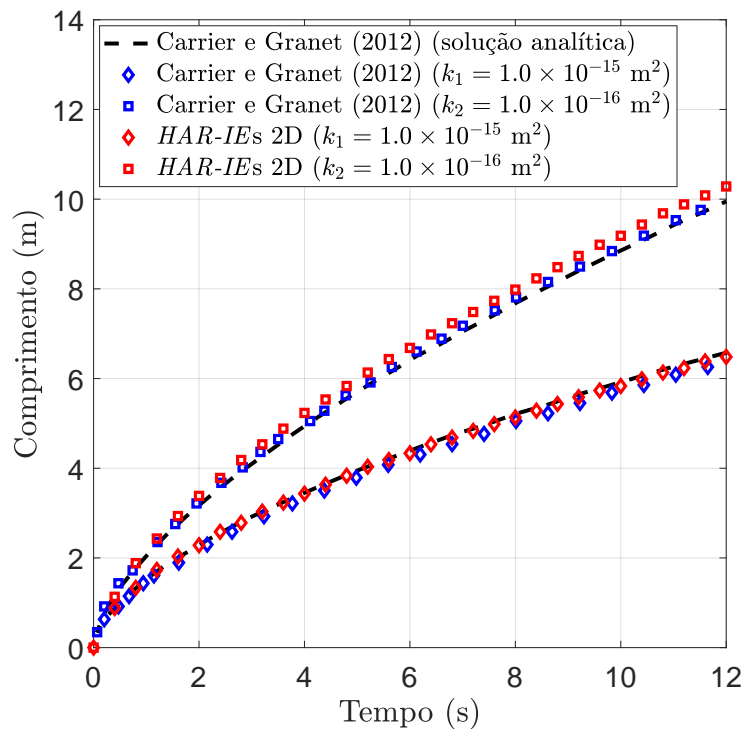
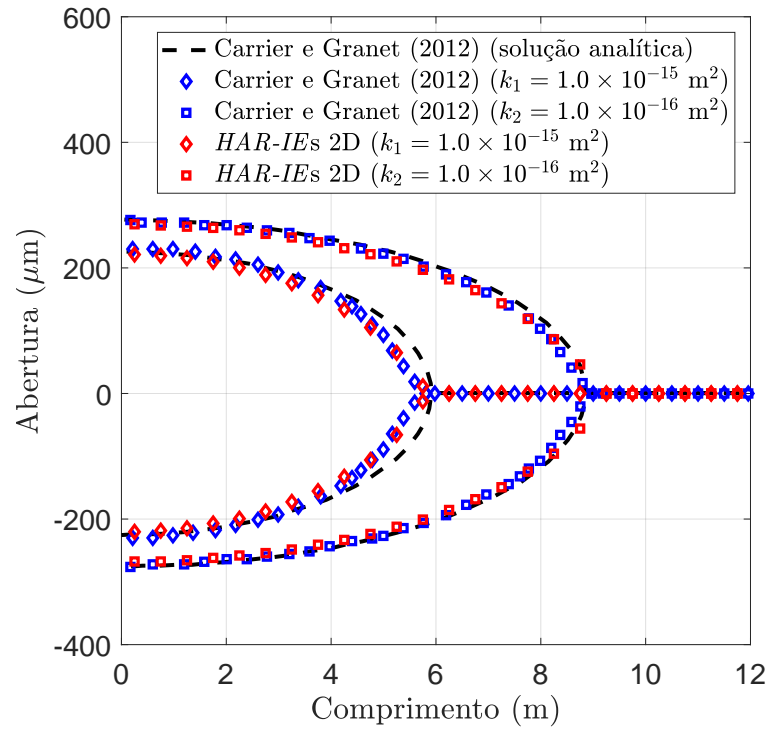


Figura 6.3: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime *storage-toughness* em termos de comprimento da fratura.

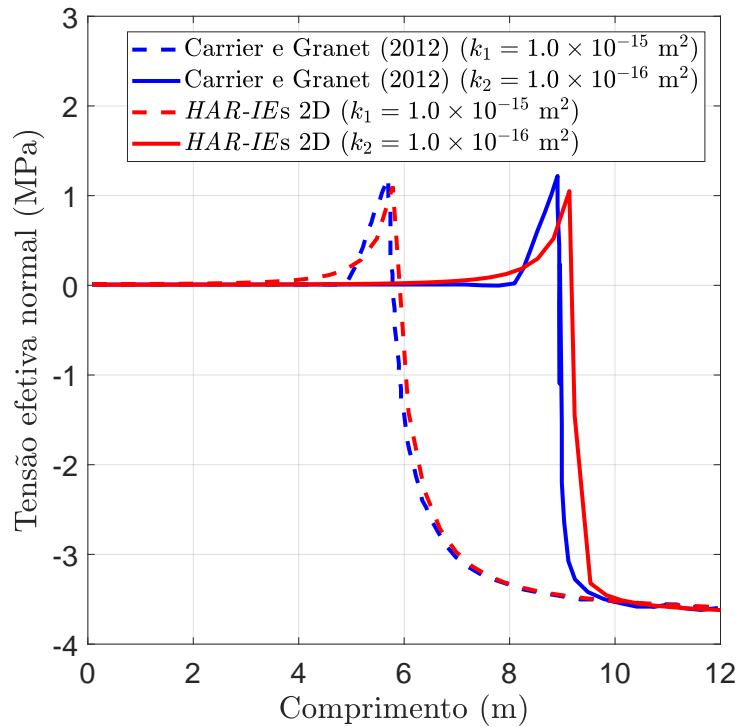
analítica correspondente ao caso de difusão 1D é utilizado para efeito de comparação.

As curvas referentes à abertura e comprimento das fraturas ao longo do tempo são apresentadas nas Figuras 6.5a e 6.5b, respectivamente. Para o caso de difusão 1D, uma leve diferença entre as curvas numéricas com relação à analítica em termos de abertura da fratura pode ser observada, contudo, ao longo do tempo, seus comportamentos são relativamente similares, sobretudo no início da análise, onde a curva analítica apresenta abertura maior que as numéricas. Ainda para o caso de difusão 1D, as curvas de comprimento não apresentam diferenças significativas. As mesmas tendências podem ser observadas para o caso de difusão 2D, isto é, uma pequena diferença entre as curvas numéricas em termos de abertura, mas uma boa concordância em termos de comprimento da fratura.

A Figura 6.6 apresenta o campo de pressão ao redor das fraturas formadas nos dois casos (difusão 1D e difusão 2D) para o tempo de 100 s. Segundo Carrier e Granet (2012), a hipótese de escoamento unidimensional é válida para o caso em que a permeabilidade da rocha é ortotrópica (difusão 1D), pois quase todo o escoamento ocorre através das paredes da fratura, de modo

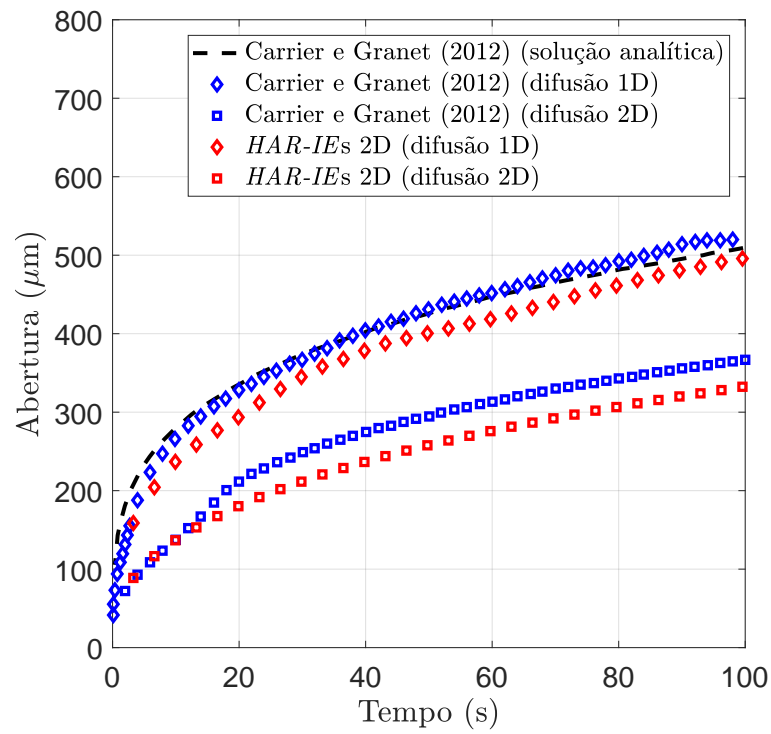


(a)

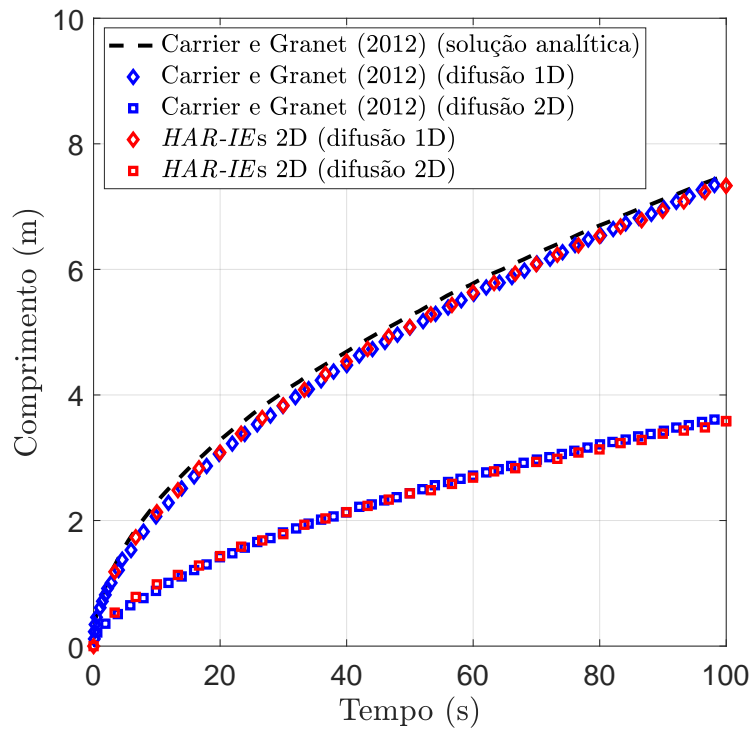


(b)

Figura 6.4: Comparação entre as curvas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime *storage-toughness* considerando (a) perfil da fratura e (b) tensão normal ao longo do comprimento da fratura, ambos para o tempo de 10 s.



(a)



(b)

Figura 6.5: Comparação entre as curvas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime *leak-off-toughness* em termos de (a) abertura e (b) comprimento da fratura.

que o fluido não escoo para além da ponta da fratura (Figura 6.6a). Por outro lado, quando a permeabilidade do meio poroso é isotrópica (difusão 2D), o escoamento é bidimensional, isto é, ocorre tanto pelas paredes da fratura quanto para além da ponta da fratura (Figura 6.6b). Note que, uma vez que a poropressão inicial da rocha é nula (nada mais é que uma referência), a poropressão próxima à ponta da fratura pode ser negativa. Entretanto, o método proposto nesse trabalho também pode lidar com outros valores de poropressão inicial, tal como será apresentado na Seção 6.2.4.

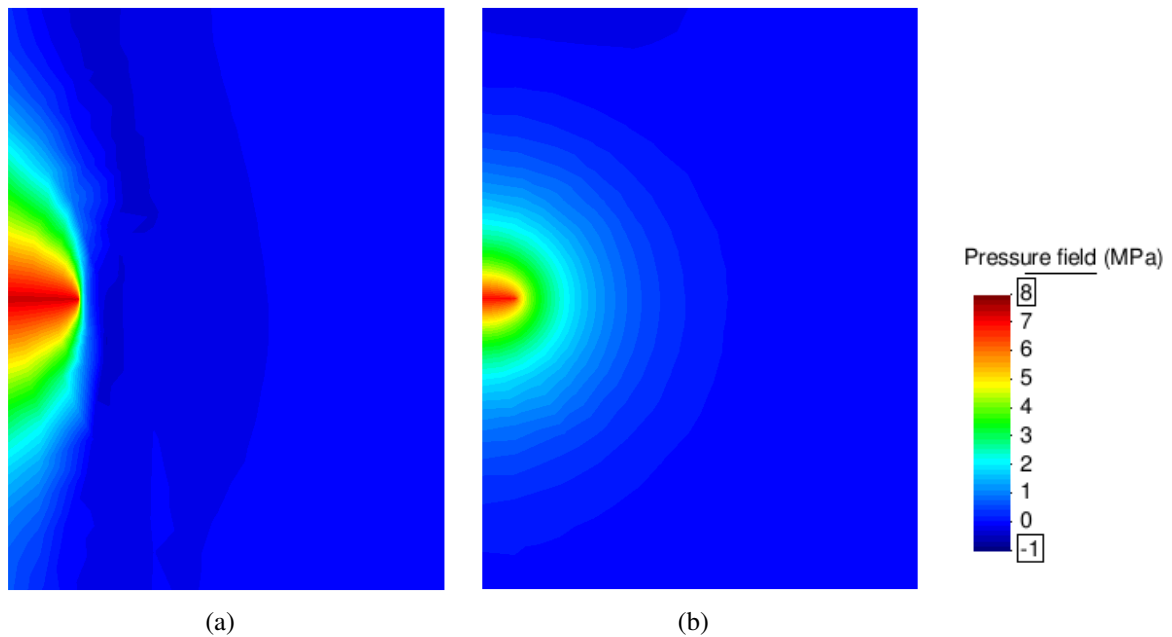


Figura 6.6: Campo de pressão para o regime *leak-off-toughness* considerando $t = 100$ s para (a) difusão 1D e (b) difusão 2D.

6.1.3 REGIME 3: *storage-viscosity*

No primeiro caso desse regime foi adotada uma condutividade hidráulica constante (dada por $k\mu_l^{-1}\rho_l g = 1.0 \times 10^{-7}$ m/s), de modo que a permeabilidade e viscosidade foram variadas proporcionalmente, para se investigar a influência da viscosidade do fluido sobre a abertura, comprimento e pressão na fratura. Adotou-se para todas as análises $\sigma_0 = -3.7$ MPa. As Figuras 6.7a e 6.7b mostram a geometria e pressão ao longo do comprimento da fratura para o tempo de 20 s, respectivamente. Note que fluidos mais viscosos geram fraturas mais abertas, porém menos extensas. Por outro lado, viscosidades menores formam fraturas de maior comprimento

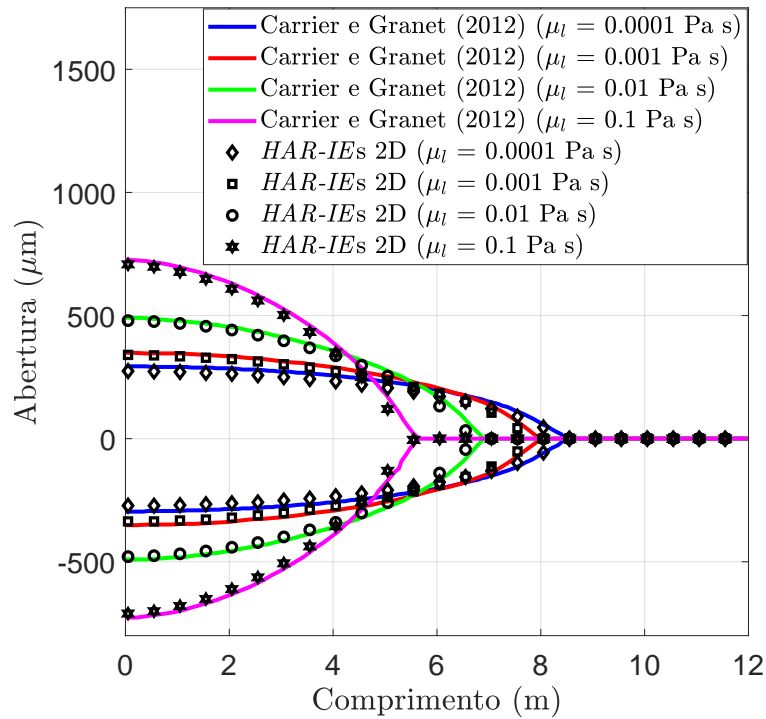
e menor abertura. Em termos de pressão ao longo da fratura, os fluidos menos viscosos tendem a manter a pressão mais uniforme ao longo da fratura. Tais resultados são comparados com aqueles encontrados por Carrier e Granet (2012) e pode-se notar que há uma boa concordância entre eles, embora os métodos numéricos utilizados sejam diferentes.

Na sequência, as análises realizadas consideraram $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$ MPa s e $k = 1.0 \times 10^{-15}$ m² (1.013 mD), valores que garantem o regime *storage-viscosity-dominated* resultando em $\mathcal{M} = \mathcal{K}^{-4} = 14.22$ e $\mathcal{C} = 7.67 \times 10^{-3}$ (CARRIER; GRANET, 2012). As Figuras 6.8 e 6.9 mostram as curvas em termos de abertura (Figura 6.8a), pressão de injeção (Figura 6.8b) e comprimento (Figura 6.9) da fratura comparando-as com as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012). A diferença entre as respostas numéricas e analíticas se deve ao *back-stress effect*, o qual já foi explicado anteriormente.

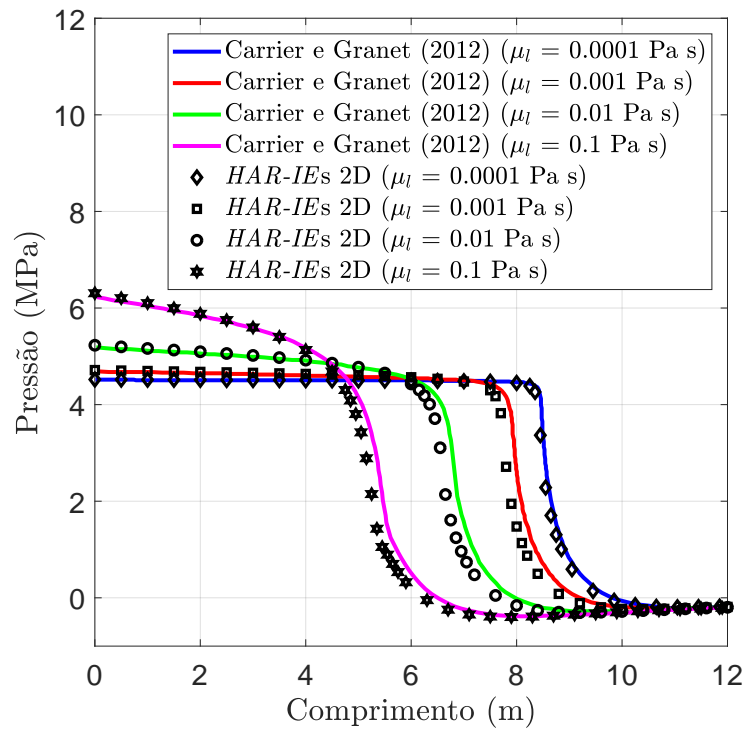
6.1.4 REGIME 4: *leak-off-viscosity*

Assim como proposto por Carrier e Granet (2012), três tipos de simulações foram realizadas nesse regime. A primeira simulação, chamada “difusão 2D acoplada”, considera a rocha com permeabilidade isotrópica, sendo $k_x = k_y = 5.0 \times 10^{-12}$ m² (5.066×10^3 mD); a segunda simulação, “difusão 1D acoplada”, assume que a permeabilidade da rocha é fortemente ortotrópica, onde $k_x = 1.0 \times 10^{-16}$ m² (1.013×10^{-1} mD) e $k_y = 5.0 \times 10^{-12}$ m² (5.066×10^3 mD); e a terceira simulação, “difusão 1D desacoplada”, adota exatamente a mesma permeabilidade da difusão 1D acoplada, contudo, nesse caso, Carrier e Granet (2012) sugerem que o coeficiente de Biot seja artificialmente alterado para zero na equação de equilíbrio (Equação (2.4)). O objetivo dessa alteração é retirar a influência do campo de pressão sobre as tensões. Em todas as análises foi considerado $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$ MPa s e $\sigma_0 = -7.2$ MPa. Note que os parâmetros adotados resultam em $\mathcal{M} = 14.22$ e $\mathcal{C} = 1.45$, os quais garantem que a propagação ocorra segundo o regime *leak-off-viscosity* (CARRIER; GRANET, 2012).

As Figuras 6.10 e 6.11 mostram a comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) e aquelas obtidas utilizando *HAR-IEs* 2D em termos de abertura (Figura 6.10a), pressão de injeção (Figura 6.10b) e comprimento (Figura 6.11) da fratura ao longo do tempo. Note que a curva numérica que melhor se aproxima da analítica



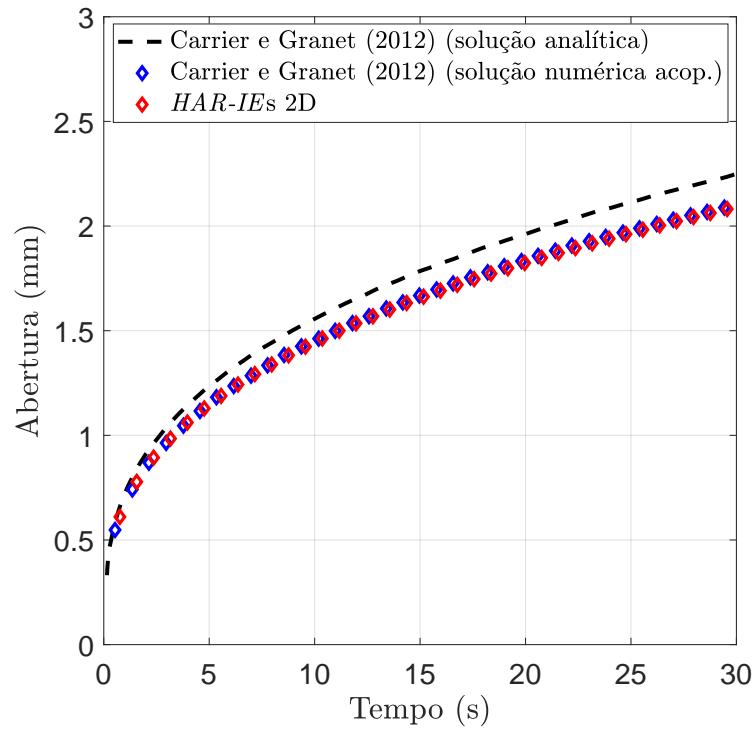
(a)



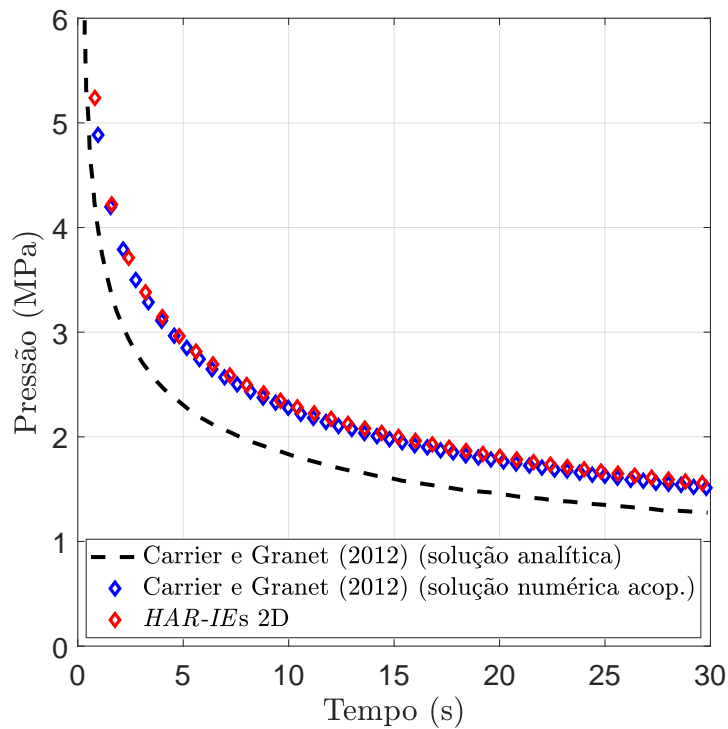
(b)

Figura 6.7: Efeito da viscosidade do fluido sobre o (a) perfil e (b) pressão na fratura, ambos considerando o tempo de 20 s.

corresponde à difusão 1D desacoplada. Em quase todas as curvas numéricas há uma boa concordância entre elas, sendo que a diferença mais significativa ocorre apenas para a curva de



(a)



(b)

Figura 6.8: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime *storage-viscosity* em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

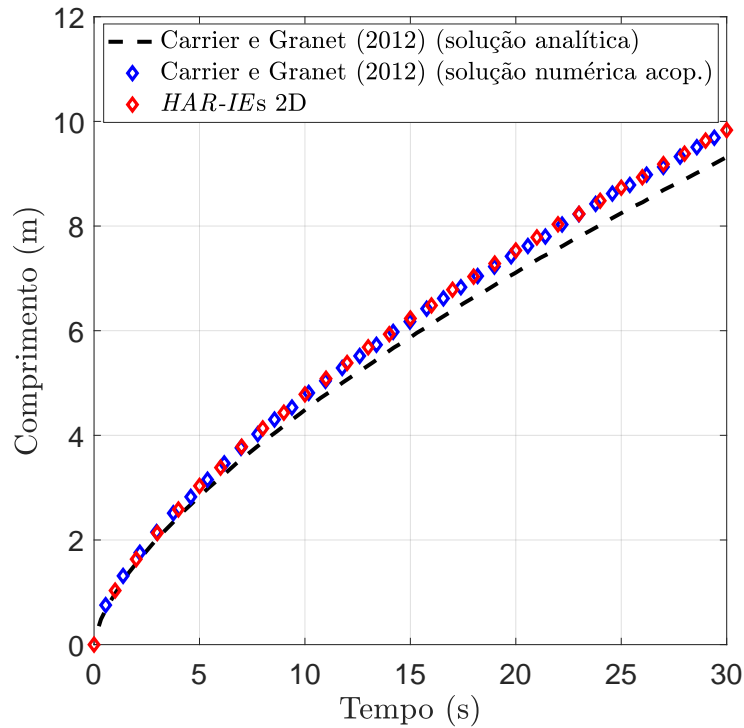


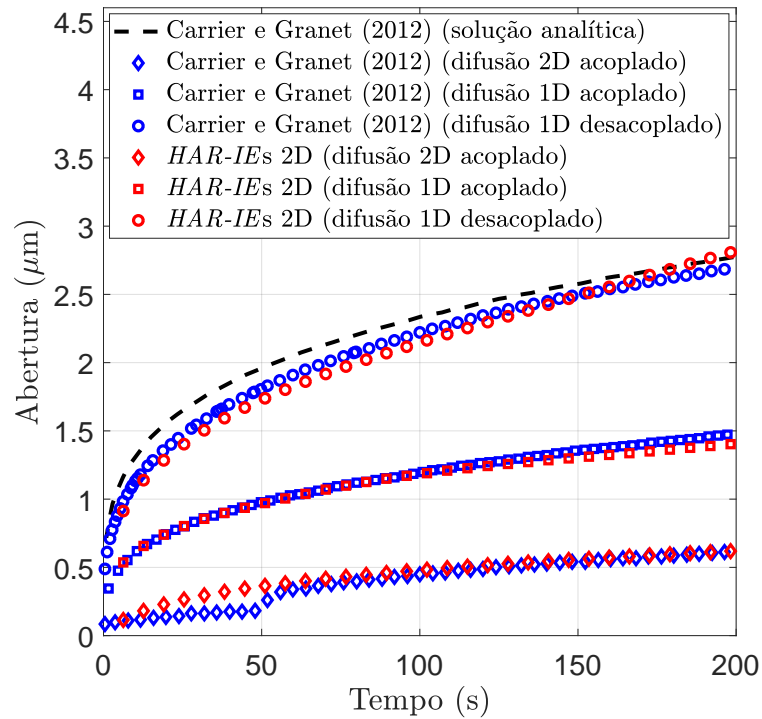
Figura 6.9: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime *storage-viscosity* em termos de comprimento da fratura.

pressão referente ao caso de difusão 2D acoplada durante os primeiros instantes de tempo. Contudo, tais curvas tendem à mesma resposta para tempos mais longos.

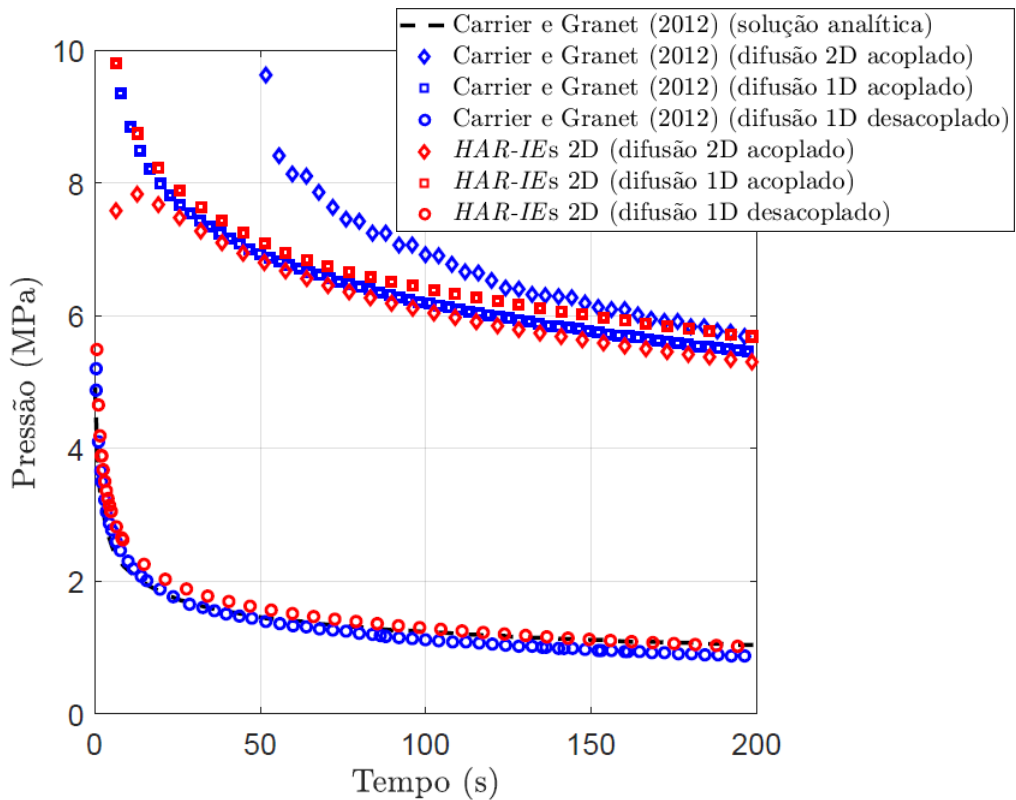
6.1.5 INFLUÊNCIA DA ALTURA DO ELEMENTO DE INTERFACE

Para verificar a influência da altura dos *HAR-IEs 2D*, o comprimento da base b^e foi mantido constante ($b^e = 0.05$ m) e foram adotadas três diferentes alturas: $h_1^e = 0.0001$ m, $h_2^e = 0.0010$ m e $h_3^e = 0.0100$ m. Desse modo, a razão de aspecto do elemento variou da seguinte forma: $b^e/h_1^e = 500$, $b^e/h_2^e = 50$ e $b^e/h_3^e = 5$. A Figura 6.12 apresenta um detalhe das malhas utilizadas considerando as três diferentes alturas. Note que para h_1^e a presença dos *HAR-IEs 2D* é imperceptível; para h_2^e é possível perceber que há uma linha discreta de elementos alinhados ao centro, mas ainda é difícil distingui-los; já para h_3^e fica evidente a geometria dos elementos de interface. Note que, nesse caso, alterar a altura dos *HAR-IEs* não interfere na quantidade de graus de liberdade do problema, portanto, o tempo de simulação não é afetado.

Assumindo-se as mesmas propriedades consideradas na Seção 6.1.3, isto é, $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$



(a)



(b)

Figura 6.10: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime *leak-off-viscosity* em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

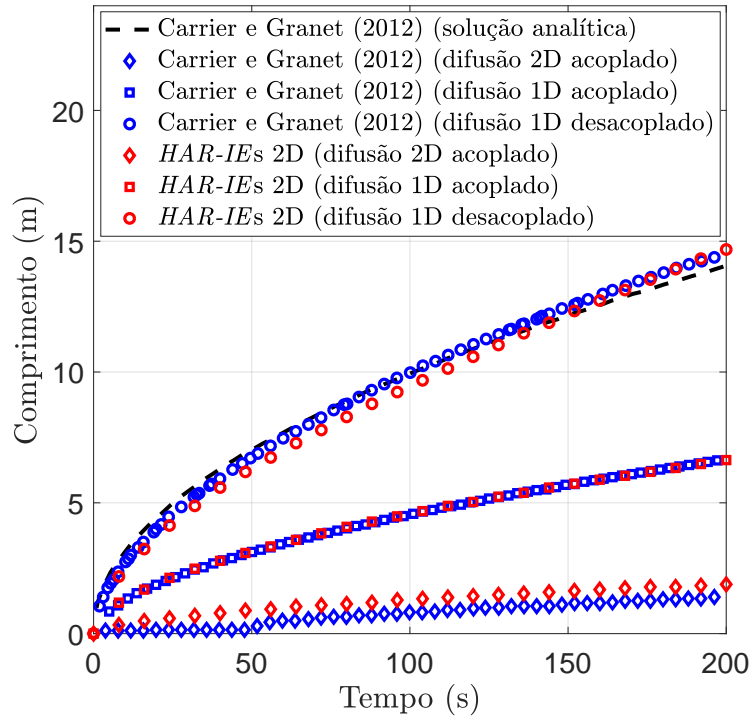


Figura 6.11: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se elementos com elevada razão de aspecto para o regime *leak-off-viscosity* em termos do comprimento da fratura.

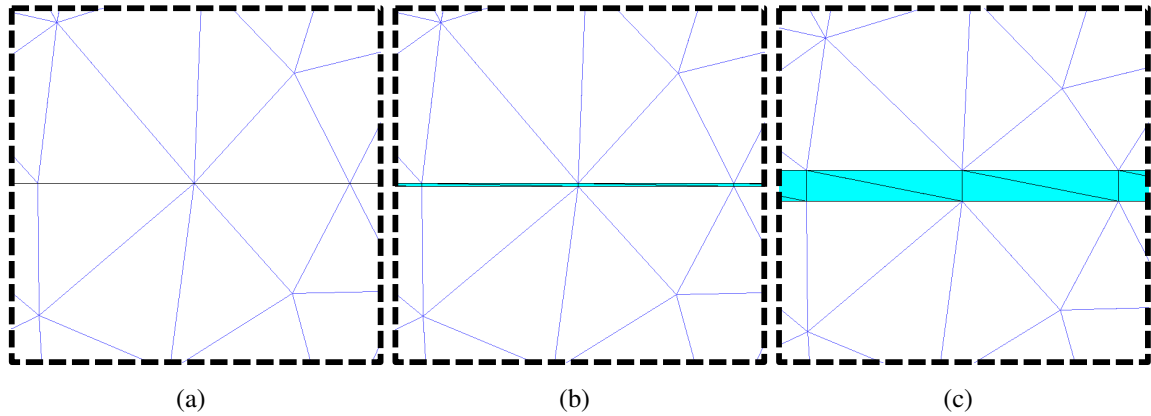


Figura 6.12: Detalhe da região central das malhas escolhidas destacando-se a altura dos elementos para (a) $h_1^e = 0.0001$ m, (b) $h_2^e = 0.0010$ m e (c) $h_3^e = 0.0100$ m.

MPa s e $k = 1.0 \times 10^{-15} \text{ m}^2$ (1.013 mD), foram realizadas simulações para as três alturas (h_1^e , h_2^e e h_3^e). A Figura 6.13 mostra os resultados de tais simulações em termos de abertura (Figura 6.13a) e pressão (Figura 6.13b) comparando-os com as curvas numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012). Apesar de não haver influência significativa da altura dos elementos nas respostas, pode-se notar (principalmente pela curva de pressão) que a curva numérica que mais se distancia das demais corresponde a h_3^e , a qual apresenta maior altura e, consequente-

mente, menor razão de aspecto dentre os casos analisados. Portanto, assim como sugerido por Manzoli *et al.* (2016), recomenda-se que a altura dos *HAR-IEs* (h^e) seja equivalente a 1% do comprimento da base do elemento (b^e).

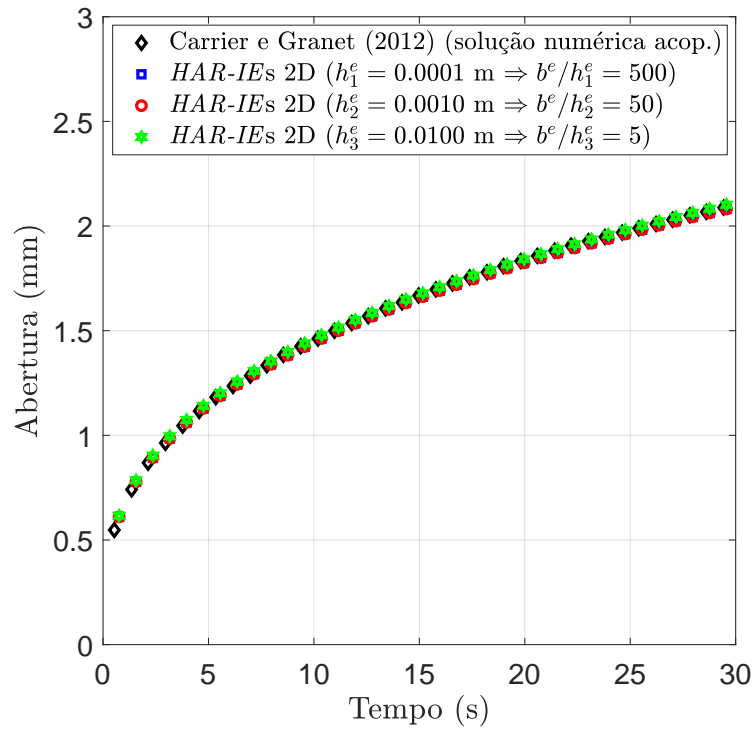
6.1.6 INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DA BASE DO ELEMENTO DE INTERFACE

Nesse caso, a altura dos elementos de interface foi $h^e = 0.0001$ m, a qual permaneceu constante, enquanto três comprimentos diferentes para a base foram adotados: $b_1^e = 0.050$ m, $b_2^e = 0.200$ e $b_3^e = 0.375$. Portanto, as respectivas razões de aspecto ficaram: $b_1^e/h^e = 500$, $b_2^e/h^e = 2000$ e $b_3^e/h^e = 3750$. Tal como sugerido por Carrier e Granet (2012), para as três análises apenas o primeiro par de elementos, o qual está sujeito à injeção de fluido, foi mantido com tamanho $b^e = 0.05$ m, evitando assim qualquer influência numérica aos resultados. A Figura 6.14 apresenta um detalhe da região refinada das malhas adotadas para as três simulações. Note que a discretização da malha está diretamente relacionada ao comprimento da base do elemento, logo, esse tipo de análise também permite avaliar o efeito de dependência de malha. A Tabela 6.2 mostra as principais características de cada malha, onde N_n , $N_{e(t)}$ e $N_{e(i)}$ correspondem à quantidade total de nós, elementos da malha e elementos de elevada razão de aspecto, respectivamente, e T_t é o tempo total de processamento em um computador *desktop* equipado com processador Intel[®] Core[™] i7 – 6800K@3.40 GHz \times 6. Ressalta-se que o objetivo dessa comparação se baseia apenas na discretização das malhas e não leva em conta a otimização do tempo de CPU.

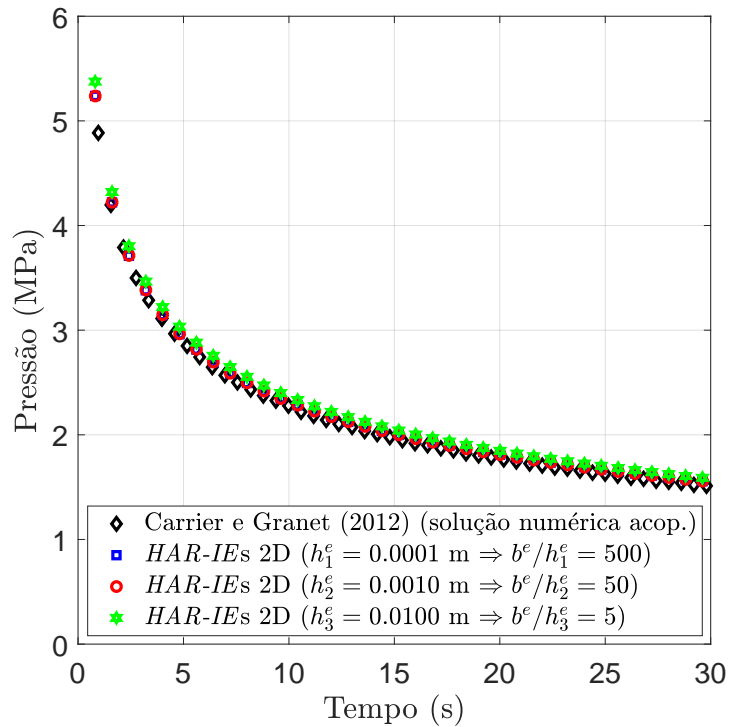
Tabela 6.2: Características das malhas e tempo de processamento

Comprimento da base dos elementos (m)	N_n	$N_{e(t)}$	$N_{e(i)}$	T_t (s)
$b_1^e = 0.050$	15602	31076	598	33057
$b_2^e = 0.200$	1660	3234	152	928
$b_3^e = 0.375$	853	1622	82	410

As simulações realizadas consideraram as mesmas propriedades utilizadas na Seção 6.1.3 ($\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$ MPa s e $k = 1.0 \times 10^{-15}$ m² (1.013 mD)). A Figura 6.15 apresenta os resultados das simulações em termos de abertura (Figura 6.15a) e pressão (Figura 6.15b) ao longo do tempo, respectivamente. Tais resultados são comparados com aqueles apresentados por Carrier



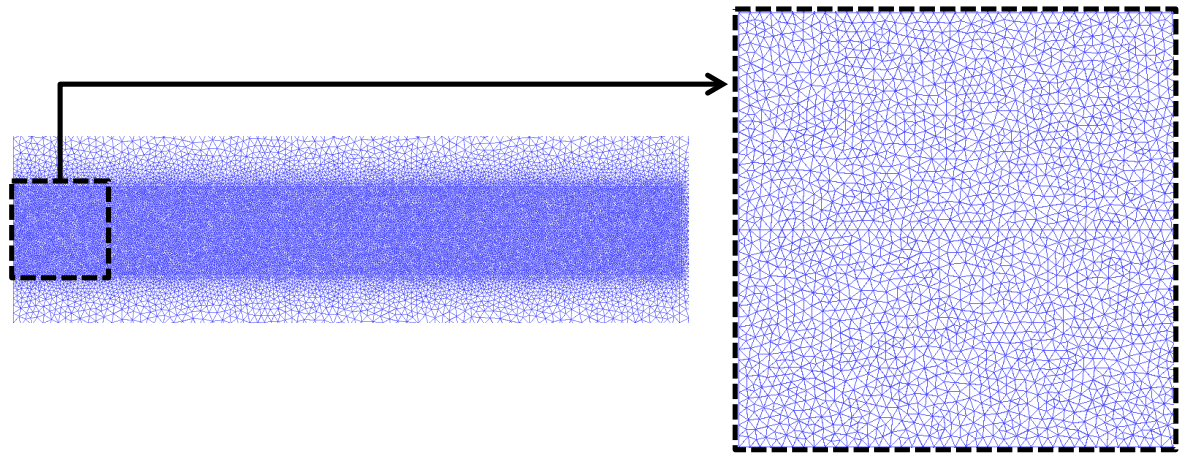
(a)



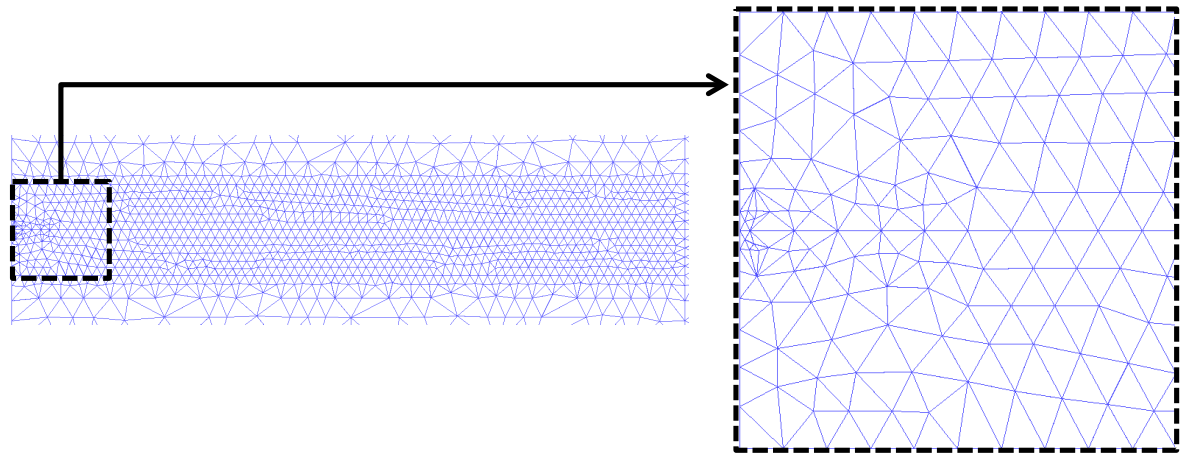
(b)

Figura 6.13: Efeito da influência da altura dos elementos com elevada razão de aspecto para o regime *storage-viscosity* sobre a (a) abertura e (b) pressão de injeção da fratura.

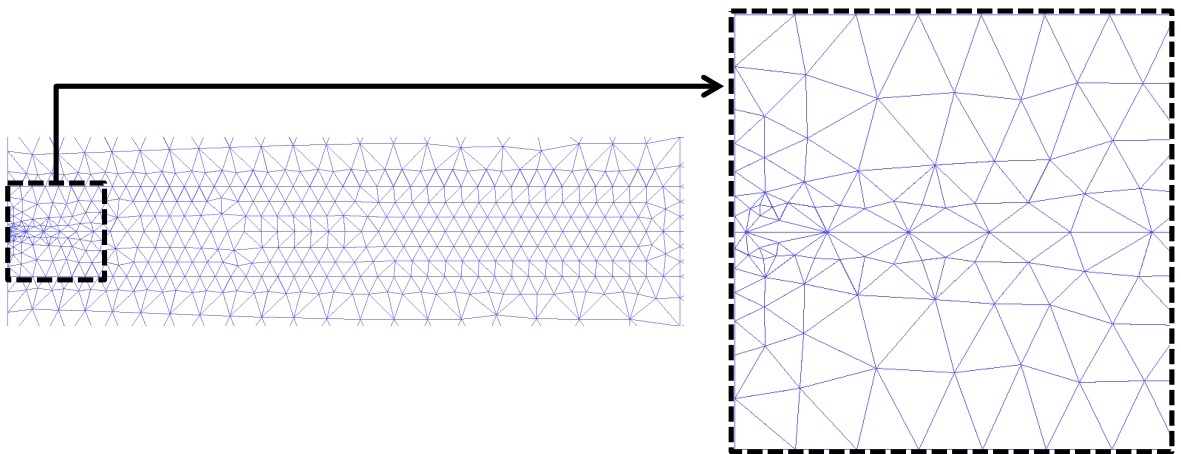
e Granet (2012), onde pode-se notar uma boa concordância entre as curvas, mesmo para o caso em que a malha é mais grosseira. Esse tipo de resultado sugere que problemas com dimensões



(a)



(b)

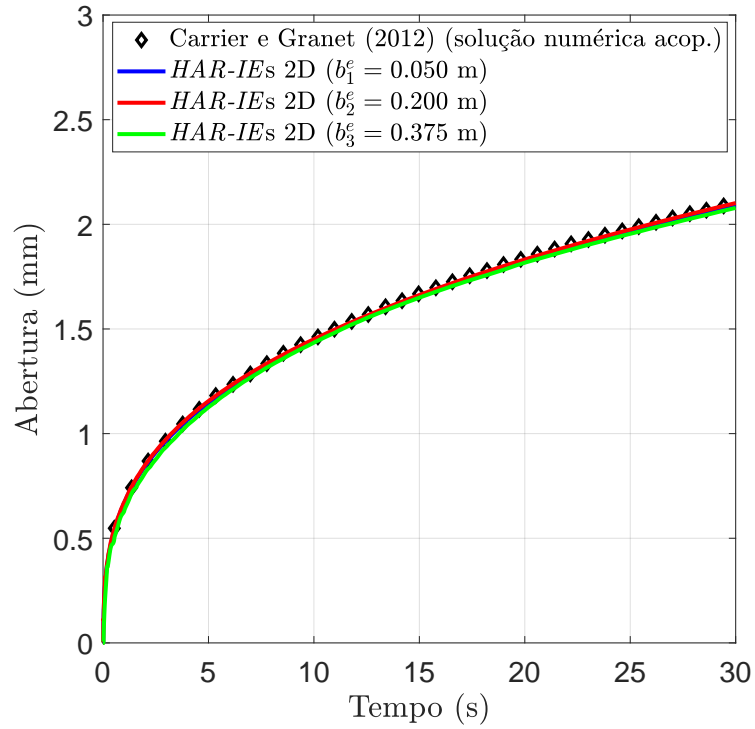


(c)

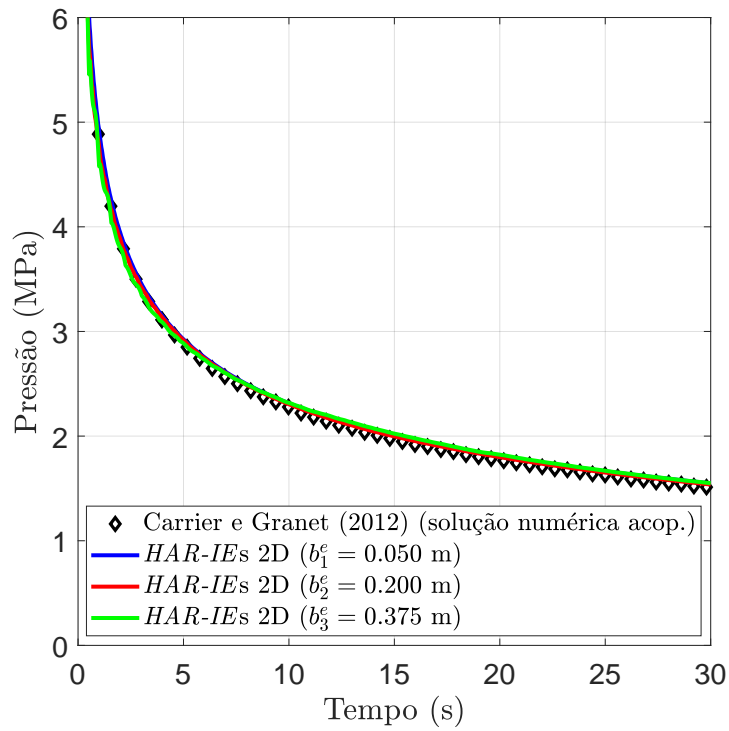
Figura 6.14: Detalhe da região central das malhas escolhidas destacando-se o comprimento da base dos elementos para (a) $b_1^e = 0.050$ m, (b) $b_2^e = 0.200$ m e (c) $b_3^e = 0.375$ m.

maiores possam também ser analisados, uma vez que não é necessário uma quantidade elevada de *HAR-IEs* para que o fenômeno físico associado à formação e propagação de uma fratura

induzida hidraulicamente seja capturado, reforçando assim o potencial de aplicabilidade do método e tornando-o mais atrativo.



(a)



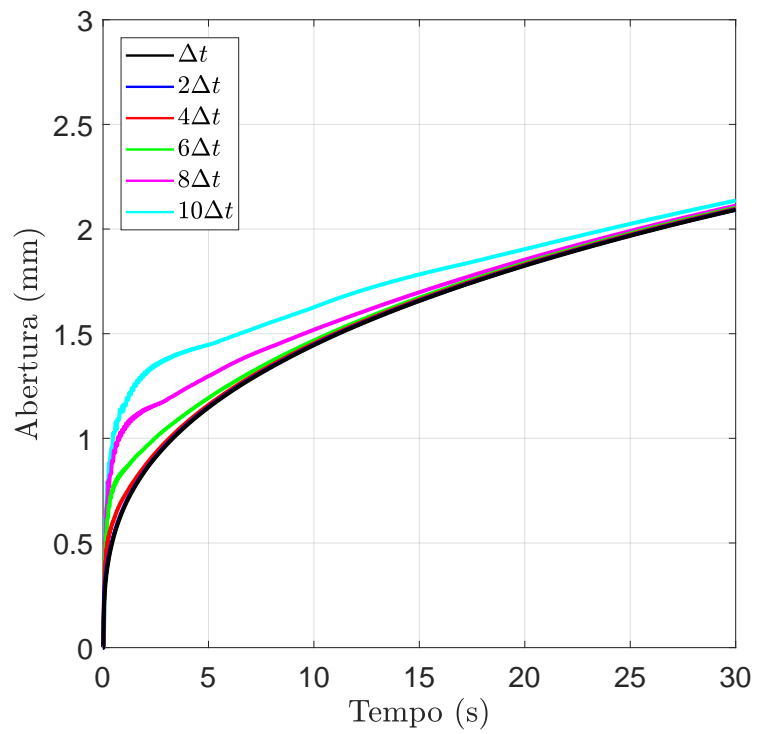
(b)

Figura 6.15: Efeito do comprimento da base dos elementos com elevada razão de aspecto sobre a (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

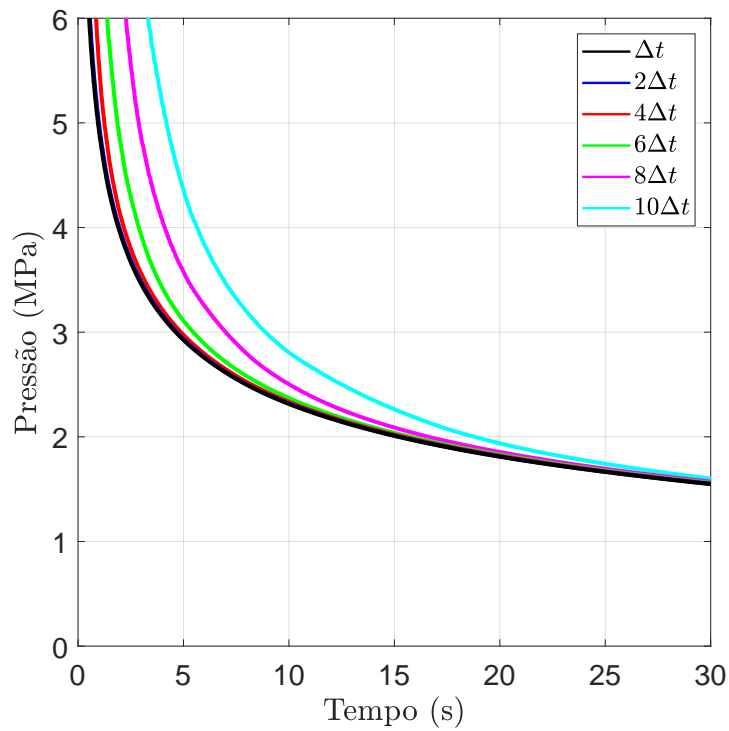
6.1.7 INFLUÊNCIA DO TAMANHO DO PASSO DE TEMPO

Assim como apresentado anteriormente, o método *IMPL-EX* foi utilizado para integração do modelo constitutivo de dano (Seção 3.3.3). Embora tal algoritmo exija apenas uma iteração para obter convergência, o incremento de tempo (Δt) utilizado deve ser suficientemente pequeno para que a resposta seja precisa. Nesse caso, adotou-se como referência $\Delta t = 4.0 \times 10^{-3}$ s e múltiplos desse valor foram considerados para avaliar a influência do incremento de tempo nas curvas de abertura e pressão ao longo do tempo. As simulações realizadas assumem as mesmas condições e propriedades utilizadas na Seção 6.1.3: $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$ MPa s e $k = 1.0 \times 10^{-15}$ m² (1.013 mD). A Figura 6.16 mostra as respostas obtidas em termos de abertura (Figura 6.16a) e pressão (Figura 6.16b), ambas ao longo do tempo, para os diferentes incrementos de tempo. Assim como esperado, tanto as curvas de abertura quanto as de pressão apresentam uma clara convergência em direção ao menor valor de incremento de tempo.

Segundo Oliver, Huespe e Cante (2008), as principais fontes de erros do *IMPL-EX* estão associadas à extrapolação linear da variável interna λ (veja item (iv) da Tabela 3.1) ao longo de sua trajetória de evolução. Para superar esse inconveniente, os autores sugerem um esquema de passo de tempo adaptativo para manter o erro do método limitado a uma certa tolerância. Nesse trabalho, porém, é importante destacar que o *IMPL-EX* não é o único responsável pela variação nas respostas da Figura 6.16, uma vez que as derivadas temporais das incógnitas básicas do problema, isto é, deslocamento e pressão, dependem diretamente de Δt (Equação (4.14)). Por outro lado, para uma mesma simulação, incrementos de tempo maiores requerem menos passos, logo, o tempo total de processamento da análise é menor. A Tabela 6.3 apresenta a comparação entre a quantidade de passos (N_p) e tempo total de processamento (T_t) (considerando um computador *desktop* equipado com processador Intel[®] Core[™] i7 – 6800K@3.40 GHz \times 6) para os diferentes incrementos de tempo adotados.



(a)



(b)

Figura 6.16: Efeito da variação do incremento de tempo sobre a (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

Tabela 6.3: Comparação entre quantidade de passos de tempo e tempo de processamento

Incremento de tempo	N_p	T_t (s)
Δt	7500	30849
$2\Delta t$	3750	15715
$4\Delta t$	1875	7966
$6\Delta t$	1250	5366
$8\Delta t$	938	4058
$10\Delta t$	750	3180

6.2 APLICAÇÕES VIA TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DA MALHA

Nesta seção são apresentadas algumas análises que visam avaliar a capacidade da Técnica de Fragmentação da Malha (*Mesh Fragmentation Technique - MFT*) em representar a formação e propagação de fraturas em meios porosos. Para tal, primeiramente reproduziu-se o cenário da Seção 6.1.3 com diferentes malhas fragmentadas. Na sequência analisou-se um caso relacionado à pressão de ruptura (ou pressão de quebra) (*breakdown pressure*) e a influência do estado de tensão *in situ* na direção de propagação da fratura. Por fim, um terceiro caso foi estudado considerando-se a propagação simultânea de múltiplas fraturas concorrentes.

6.2.1 INFLUÊNCIA DO TIPO DE MALHA

A mesma solução analítica apresentada por Carrier e Granet (2012), utilizada na Seção 6.1.3, foi adotada nesse caso para verificação da *MFT*, ou seja, a simulação foi conduzida considerando-se o regime *storage-viscosity*. A curva numérica apresentada por Carrier e Granet (2012) também é utilizada para comparação dos resultados. Para garantir que a propagação da fratura ocorresse no regime citado, adotou-se como propriedades do meio poroso aquelas apresentadas na Tabela 6.4. Além disso, considerou-se um fluido incompressível com as seguintes propriedades: $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$ MPa s e $\rho_l = 1.0 \times 10^3$ kg/m³.

Nos casos apresentados na Seção 6.1, a geometria adotada permitia a propagação da fratura exclusivamente na direção horizontal. Contudo, utilizando-se uma malha fragmentada com *HAR-IEs* 2D, a fratura pode se formar e desenvolver livremente, sendo que seu caminho é determinado segundo o campo de tensões. Para se verificar o potencial efeito que o tipo de

Tabela 6.4: Principais propriedades da rocha

Módulo de Young	E	17.0×10^3 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.2
Energia de fratura	G_f	120.0 N/m
Resistência à tração	f_t	1.25 MPa
Coefficiente de Biot	b	0.75
Módulo de Biot	M	68.7×10^3 MPa
Porosidade	ϕ	0.2
Permeabilidade intrínseca	k	1.0×10^{-15} m ²

malha possa causar sobre o caminho de propagação, foram analisadas duas malhas, sendo uma estruturada e outra não estruturada. A geometria do problema, bem como suas condições de contorno estão apresentadas na Figura 6.17a. A malha de elementos finitos utilizada (Figura 6.17b) foi refinada na região central ao redor da potencial fratura, sendo que as malhas adotadas estão apresentadas nas Figuras 6.17c (estruturada) e 6.17d (não estruturada). O domínio foi confinado pelas seguintes tensões *in situ*: $\sigma_y = -3.7$ MPa e $\sigma_x = 2\sigma_y$. Finalmente, adotou-se uma taxa de injeção de fluido constante $Q_0 = 5.0 \times 10^{-4}$ m²/s. Assim como considerado nos casos anteriores, o fluido foi injetado diretamente em um par de *HAR-IEs* 2D com baixa resistência, alta permeabilidade e medindo 0.05 m de comprimento, posicionados horizontalmente nas malhas (estruturada e não estruturada) para servir como início da fratura.

A Figura 6.18 apresenta a evolução da fratura ao longo dos seis primeiros segundos e compara os padrões de fratura para malha estruturada (Figura 6.18a) e não estruturada (Figura 6.18b). Note que a fratura formada na malha estruturada segue o alinhamento dos elementos, enquanto que na malha não estruturada, a fratura contorna os elementos regulares com um padrão levemente tortuoso (tal como um efeito de “zig-zag” na malha). Mesmo assim, ambas as malhas apresentam fraturas orientadas horizontalmente, isto é, perpendiculares à menor tensão principal de compressão. Além disso, note que, para o mesmo tempo, o comprimento da fratura é relativamente similar entre os dois tipos de malha. Ressalta-se que as deformações estão ampliadas em 20 vezes.

O campo de deslocamento e pressão para as malhas estruturada (esquerda) e não estruturada (direita) são apresentados na Figura 6.19 e correspondem ao tempo $t = 6$ s da Figura 6.18. O salto de deslocamento em ambas as malhas é consideravelmente perceptível (Figura 6.19a). O campo de pressão no interior da fratura é praticamente uniforme e com valor em torno de 6.5

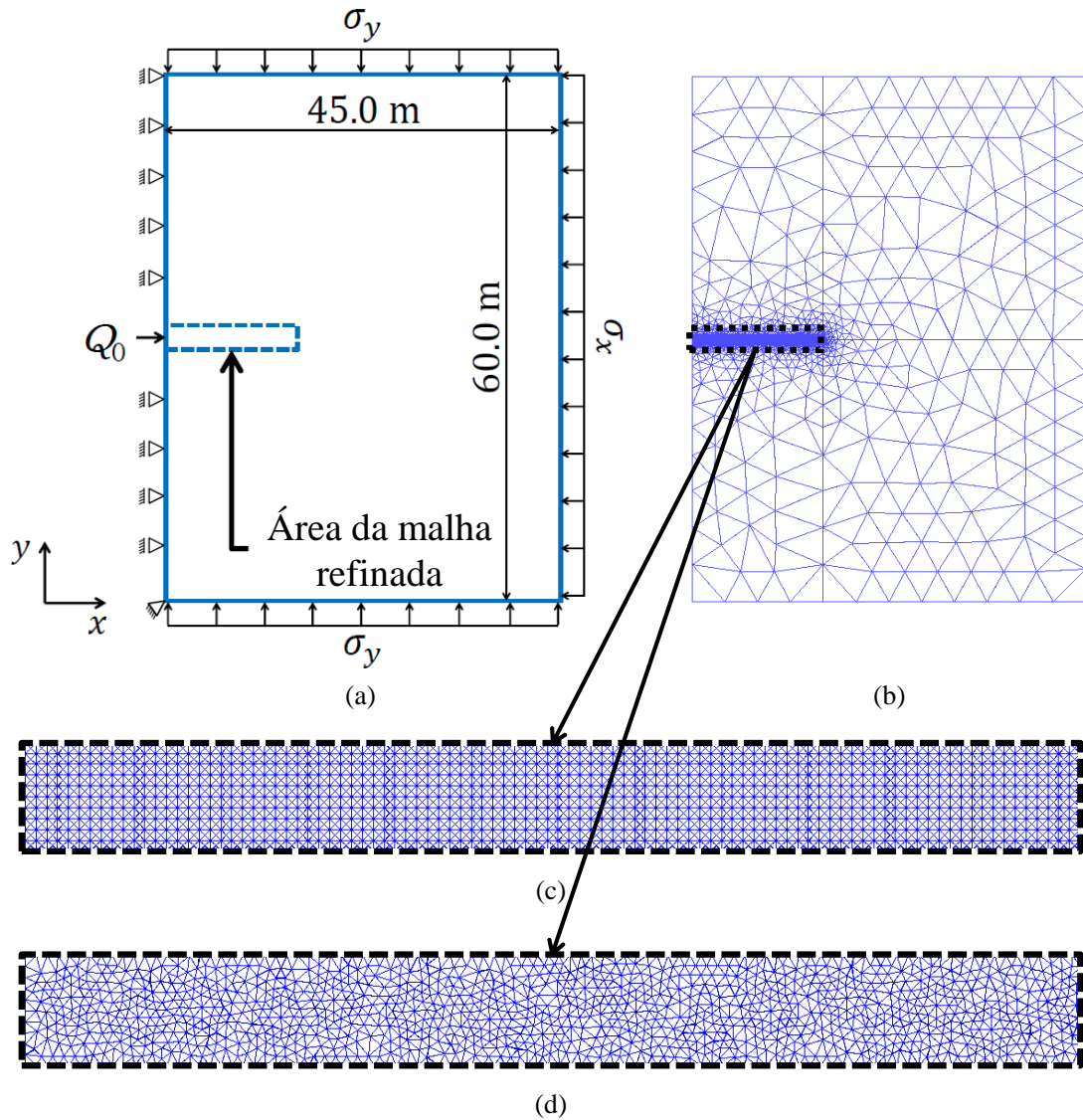


Figura 6.17: Problema proposto para verificação da *MFT*. (a) Geometria e condições de contorno, (b) malha geral de elementos finitos e detalhe da área central refinada com malha (c) estruturada e (d) não estruturada.

MPa (Figura 6.19b). Já na rocha, o campo de pressão se dissipa progressivamente a partir da descontinuidade tendendo à pressão inicial ($P_0 = 0$). Com relação à malha estruturada (Figura 6.19b), há pelo menos um ramo fora da fratura principal, pois, localmente, mais de um *HAR-IE* 2D atinge o critério de dano simultaneamente. Entretanto, o método *IMPL-EX* permite a determinação do caminho de fratura mais apropriado.

Os resultados apresentados nas Figuras 6.18 e 6.19 foram obtidos em uma área reduzida próxima à fratura e durante os seis primeiros segundos de simulação. Contudo, observando-se uma área mais extensa e para o tempo $t = 30$ s (Figura 6.20), o caminho de propagação das duas

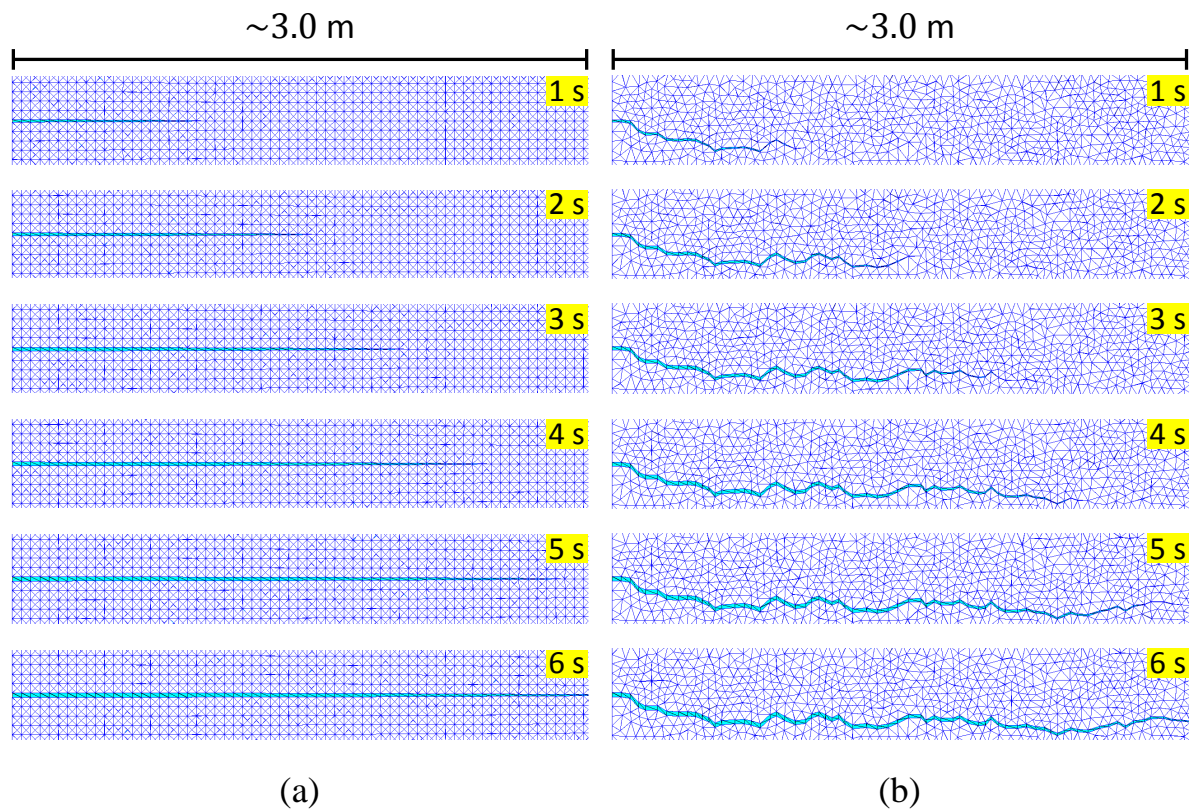


Figura 6.18: Evolução da propagação da fratura ao longo dos 6 primeiros segundos de simulação relacionados à malha (a) estruturada e (b) não estruturada.

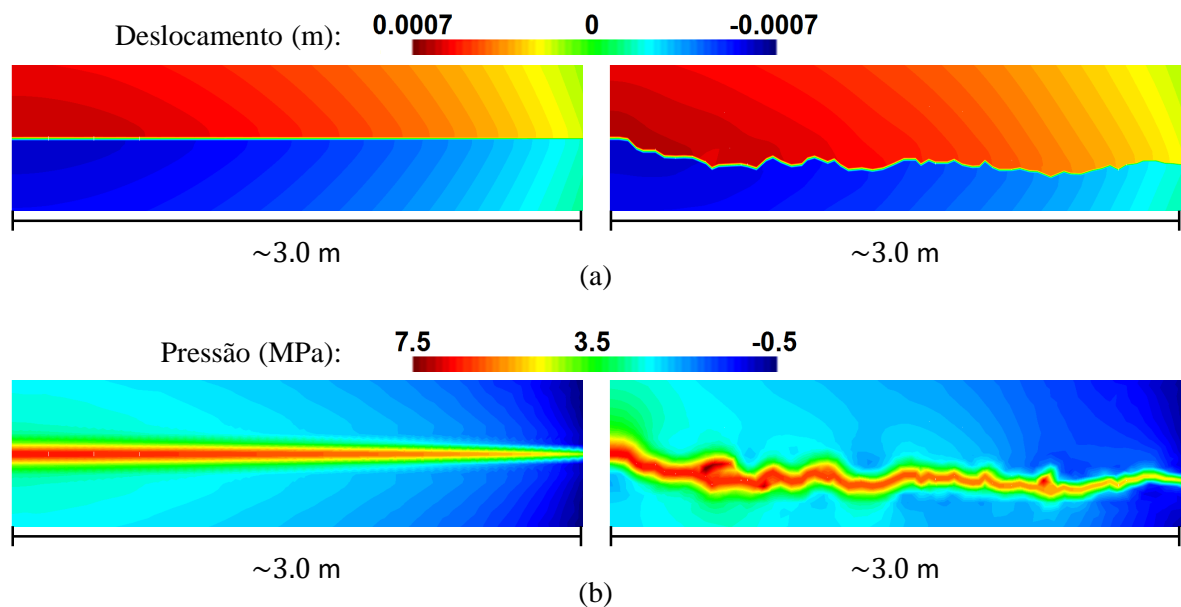


Figura 6.19: Comparação entre as malhas estruturada e não estruturada aos 6 s de simulação considerando o (a) campo de deslocamento na direção y e (b) campo de pressão.

malhas é similar, de modo que a tortuosidade anteriormente observada na malha não estruturada passa a ser quase imperceptível. Ambas as malhas apresentam fraturas com comprimentos

equivalentes, isto é, cerca de 10 m, sendo que a fratura gerada na malha estruturada é perfeitamente horizontal (Figura 6.20a), enquanto aquela gerada na malha não estruturada é levemente irregular (Figura 6.20b). Note que nos dois casos foram formadas fraturas perpendiculares à menor tensão de compressão *in situ*. Assim como apontado anteriormente, as deformações foram ampliadas em 20 vezes.

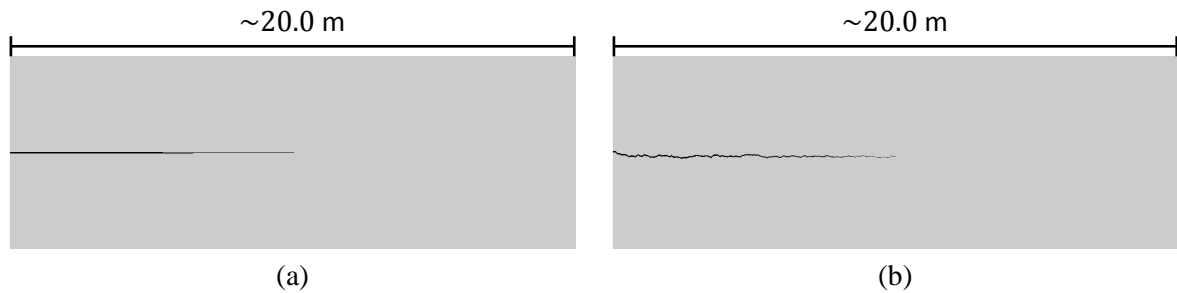
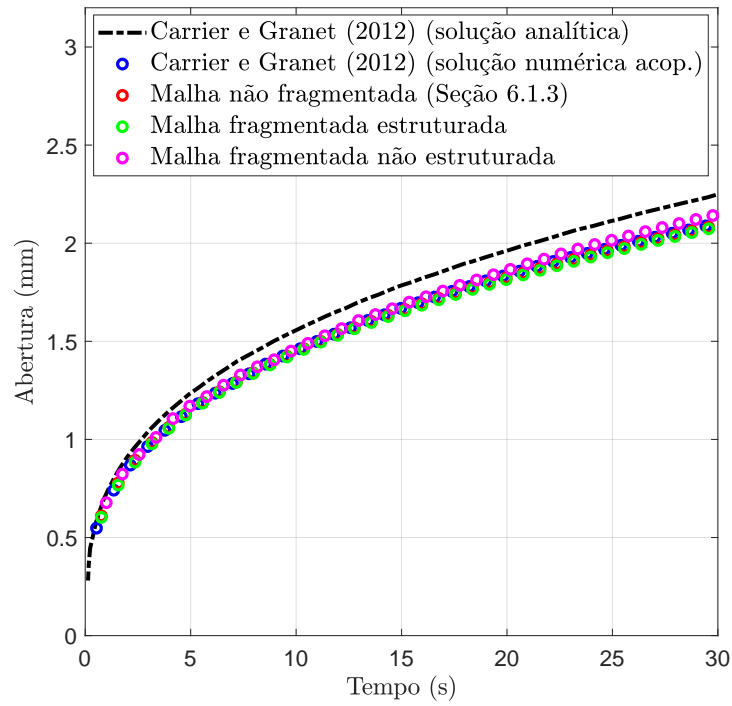
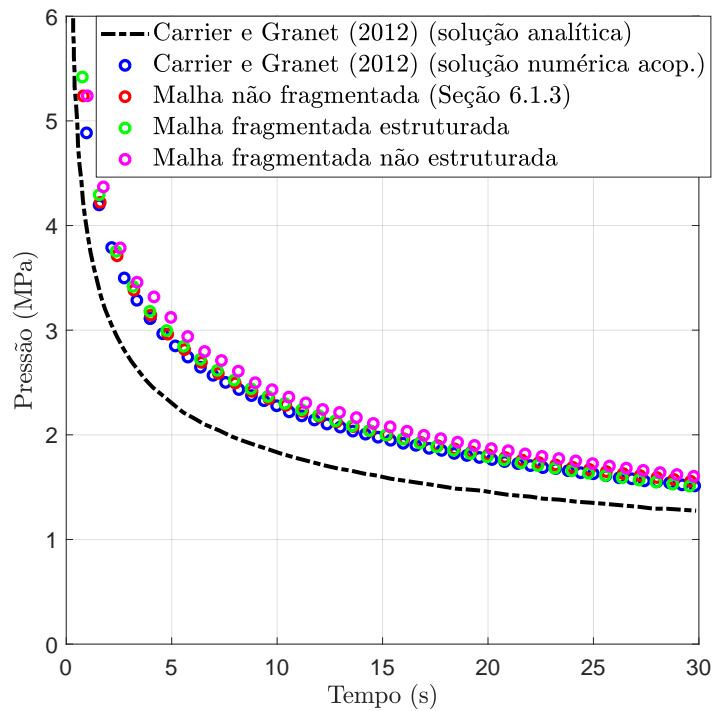


Figura 6.20: Propagação da fratura aos 30 s de simulação para as malhas (a) estruturada e (b) não estruturada.

A Figura 6.21 apresenta as curvas de abertura (Figura 6.21a) e pressão na fratura (Figura 6.21b) e a Figura 6.22 mostra a curva de comprimento da fratura. Ambas as figuras comparam as respostas a partir das malhas fragmentadas (estruturada e não estruturada) com as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) (as quais também foram utilizadas na Seção 6.1.3). As curvas numéricas de abertura ao longo do tempo apresentam uma boa concordância entre si e ficam abaixo da solução analítica, sendo que ao final da simulação, a diferença está em torno de 10% (Figura 6.21a). As curvas de pressão exibem o mesmo efeito da abertura, isto é, boa concordância entre as respostas numéricas e uma pequena diferença (algo em torno de 10%) com relação à resposta analítica (Figura 6.21b). A resposta para o comprimento da fratura ao longo do tempo também apresenta boa similaridade entre as curvas numéricas, contudo, todas ficam acima da resposta analítica (Figura 6.22b). Note que, embora a malha não estruturada tenha gerado um padrão de fratura relativamente irregular, suas curvas ficaram próximas às demais respostas numéricas. As diferenças entre as curvas numéricas e analíticas são justificadas pelo *back-stress effect*, o qual já foi descrito anteriormente.



(a)



(b)

Figura 6.21: Comparação entre as curvas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se uma malha não fragmentada (Seção 6.1) e com aplicação da *MFT* para as malhas estruturada e não estruturada em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

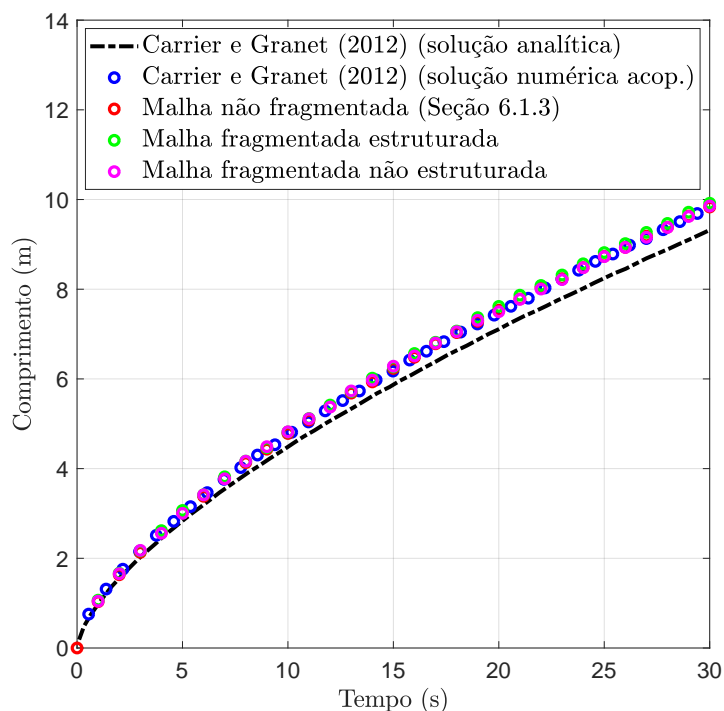
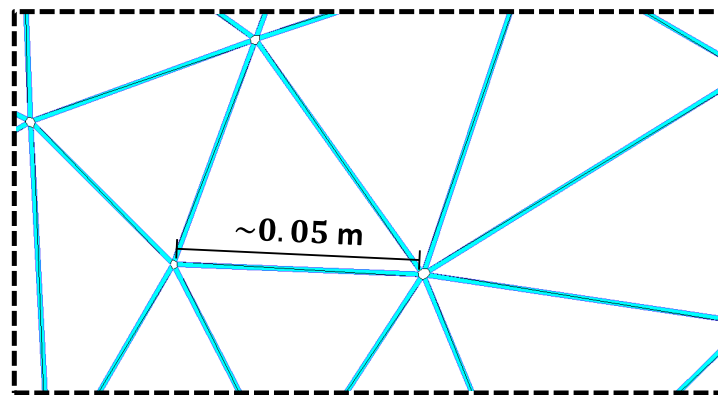


Figura 6.22: Comparação entre as curvas analítica e numérica apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se uma malha não fragmentada (Seção 6.1.3) e com aplicação da *MFT* para as malhas estruturada e não estruturada em termos de comprimento da fratura.

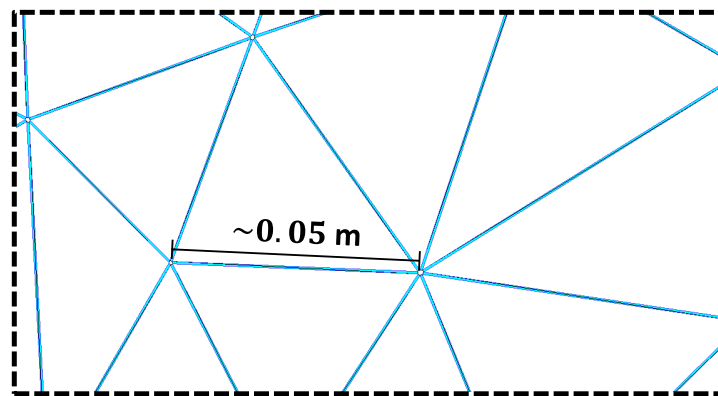
6.2.2 INFLUÊNCIA DA ALTURA DO ELEMENTO DE INTERFACE

Para verificar a influência da espessura h^e (a qual deve ser pequena) nas respostas de malhas fragmentadas, a malha apresentada na Figura 6.17d foi fragmentada com 3 valores distintos de h^e , sendo eles: $h_1^e = 0.0010$, $h_2^e = 0.0005$ e $h_3^e = 0.0001$ (onde h_3^e foi a espessura utilizada na malha não estruturada do caso da Seção 6.2.1). Uma vez que o comprimento da base dos elementos foi mantida constante ($b^e = 0.05$ m), a razão de aspecto associada a cada espessura corresponde a: $b^e/h_1^e = 50$, $b^e/h_2^e = 100$ e $b^e/h_3^e = 500$. A geometria e condições de contorno correspondem exatamente àquelas apresentadas nas Figuras 6.17a e 6.17b, respectivamente, e as propriedades da rocha são apresentadas na Tabela 6.1. Para garantir que a propagação da fratura ocorra no regime *storage-viscosity*, adotou-se os seguintes valores: $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$ MPa s, $Q_0 = 5.0 \times 10^{-4}$ m²/s, $\sigma_y = -3.7$ MPa e $\sigma_x = 2\sigma_y$. A Figura 6.23 mostra um detalhe das malhas fragmentadas comparando as diferentes espessuras utilizadas. Note que, quanto maior a espessura h^e , mais evidente são os *HAR-IEs* 2D, assim como pode ser visto na Figura

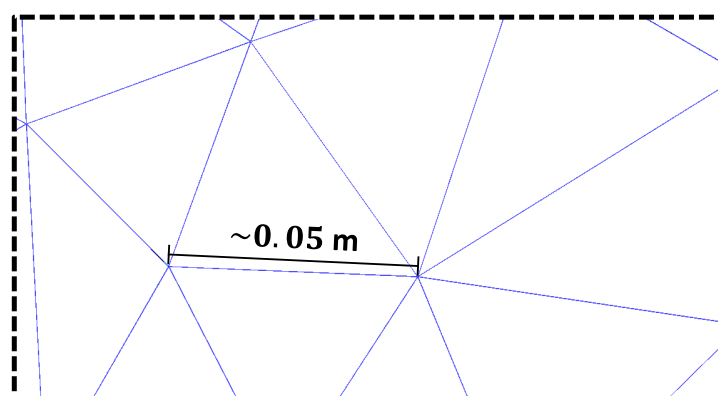
6.23a. Porém, quando a espessura é suficientemente pequena (Figura 6.23c), os *HAR-IEs* 2D se tornam muito delgados e praticamente imperceptíveis.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.23: Detalhe das malhas adotadas para o estudo da influência da espessura dos elementos de elevada razão de aspecto considerando-se a *MFT* com os seguintes valores de h^e : (a) $h_1^e = 0.001$ m ($b^e/h_1^e = 50$), (b) $h_2^e = 0.0005$ m ($b^e/h_2^e = 100$) e (c) $h_3^e = 0.0001$ m ($b^e/h_3^e = 500$).

A Figura 6.24 apresenta as respostas em termos de abertura (Figura 6.24a) e pressão (Figura

6.24b) na fratura comparando as malhas fragmentadas com diferentes espessuras. Assim como pode ser observado, todas as curvas apresentam um comportamento similar, logo, uma vez que a espessura h^e seja suficientemente pequena (isto é, corresponda a cerca de 1% do comprimento da base do elemento), sua influência sobre as respostas é mínima.

6.2.3 INFLUÊNCIA DO ESTADO DE TENSÃO *in situ*

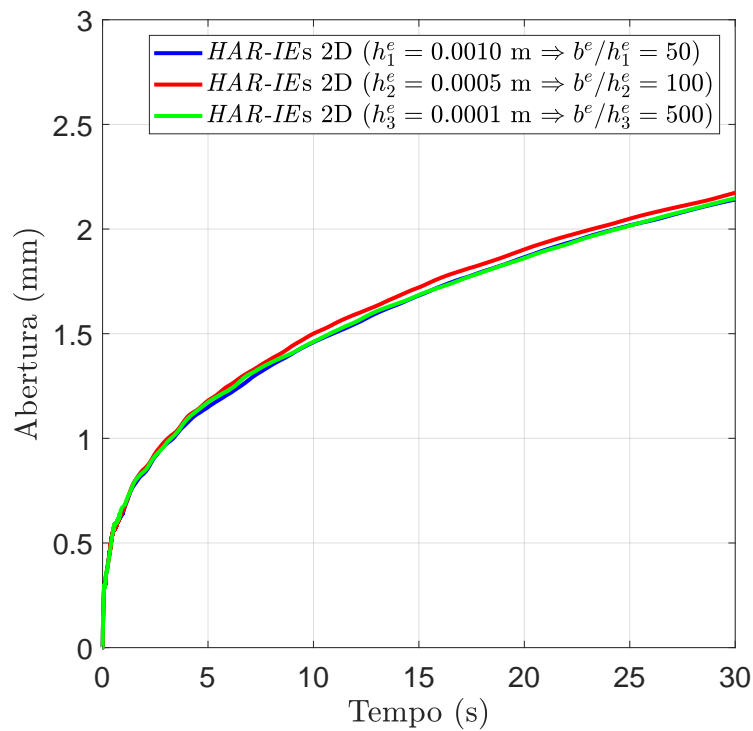
A análise apresentada a seguir é baseada em um caso bidimensional com um poço circular posicionado ao centro de um meio poroso de baixa permeabilidade, onde o poço está sujeito a uma taxa de injeção constante de fluido. A *MFT* foi utilizada para permitir a formação e propagação da fratura a partir do poço e segundo o estado de tensão *in situ* imposto. A partir da curva de pressão obtida pode-se determinar a pressão de ruptura (*breakdown pressure*) e compará-la com o valor analítico esperado.

Assim como descrito em detalhes na Seção 1.1.1.1, a injeção contínua de fluido em um poço aumenta a poropressão e diminui a tensão efetiva de compressão da rocha ao redor do poço levando à degradação do meio poroso e, conseqüentemente, à formação de uma ou mais fraturas. A propagação das fraturas ocorre perpendicularmente à direção de menor tensão compressiva. Tal processo pode ser analisado a partir da curva de variação da pressão no poço ao longo do tempo de injeção e, para meios com baixa permeabilidade (ou seja, sem penetração de fluido da fratura na rocha), o pico característico da curva corresponde à pressão de ruptura (ou pressão de quebra), podendo ser expresso de acordo com a seguinte expressão (HUBBERT; WILLIS, 1957):

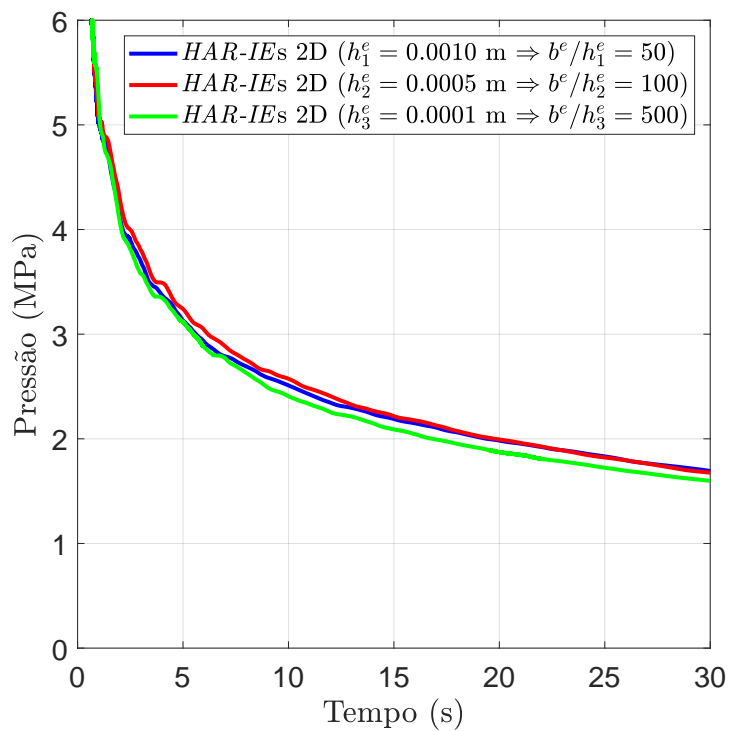
$$p_b = -3\sigma_h + \sigma_H + f_t, \quad (6.1)$$

onde σ_h é a menor tensão de compressão (equivalente à maior tensão principal, uma vez que as tensões de tração são consideradas positivas), σ_H é a maior tensão de compressão (equivalente à menor tensão principal) e f_t é a resistência à tração da rocha. No contexto desse trabalho, quando $\sigma_y < \sigma_x$, temos que $\sigma_H = \sigma_y$ e $\sigma_h = \sigma_x$; por outro lado, quando $\sigma_H = \sigma_x$, temos que $\sigma_h = \sigma_y$. Note que, considerando-se nula a pressão inicial do reservatório, as Equações (1.1) e (6.1) são equivalentes, sendo que a única diferença se deve à convenção de sinais.

Outra importante resposta associada ao processo de fraturamento hidráulico é a pressão



(a)



(b)

Figura 6.24: Comparação entre as respostas obtidas para as três diferentes espessuras de h^e ($h_1^e = 0.0010$ m, $h_2^e = 0.0005$ m e $h_3^e = 0.0001$ m) em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

de propagação (*propagation pressure*). Uma vez que a pressão de ruptura é alcançada e a fratura se inicia, há uma queda abrupta na curva de pressão em função da entrada do fluido na fratura causando, portanto, o alívio da pressão no poço. A injeção contínua de fluido resulta na propagação da fratura, a qual é principalmente controlada pelo campo de tensões relativamente distante do poço. Assim, a pressão necessária para propagar a fratura pode ser estimada como (KONING, 1988; FJAER *et al.*, 2008):

$$p_e \approx -\sigma_h + f_t . \quad (6.2)$$

A Figura 6.25a mostra a geometria do problema estudado juntamente com as condições de contorno adotadas, onde o carregamento externo atua para comprimir o domínio. Um fluido newtoniano foi injetado a taxa constante $Q_0 = 2.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ no centro do poço. A Tabela 6.5 apresenta a lista das principais propriedades da rocha e do fluido consideradas nesse caso. As análises consideraram duas malhas não estruturadas e com diferentes graus de refinamento (Figura 6.25b), sendo identificadas como “Malha A” e “Malha B”. Note que ambas as malhas apresentam uma pequena região ao redor do poço onde há maior concentração de elementos. Tal região segue a mesma proporção de refinamento adotada para o restante do domínio. A Tabela 6.6 apresenta os principais dados a respeito das malhas utilizadas, onde N_n , $N_{e(r)}$, $N_{e(i)}$ correspondem à quantidade total de nós, elementos regulares e elementos de interface, respectivamente.

Tabela 6.5: Principais propriedades da rocha e do fluido

Propriedades da rocha		
Módulo de Young	E	$32.00 \times 10^3 \text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson	ν	0.20
Energia de fratura	G_f	98.00 N/m
Resistência à tração	f_t	2.80 MPa
Coefficiente de Biot	b	1.00
Módulo de Biot	M	$11.11 \times 10^3 \text{ MPa}$
Porosidade	ϕ	0.20
Permeabilidade intrínseca	k	$1.00 \times 10^{-19} \text{ m}^2$
Propriedades do fluido		
Viscosidade dinâmica	μ_l	$1.00 \times 10^{-9} \text{ MPa s}$
Módulo volumétrico	K_w	$2.22 \times 10^3 \text{ MPa}$
Massa específica	ρ_l	$1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

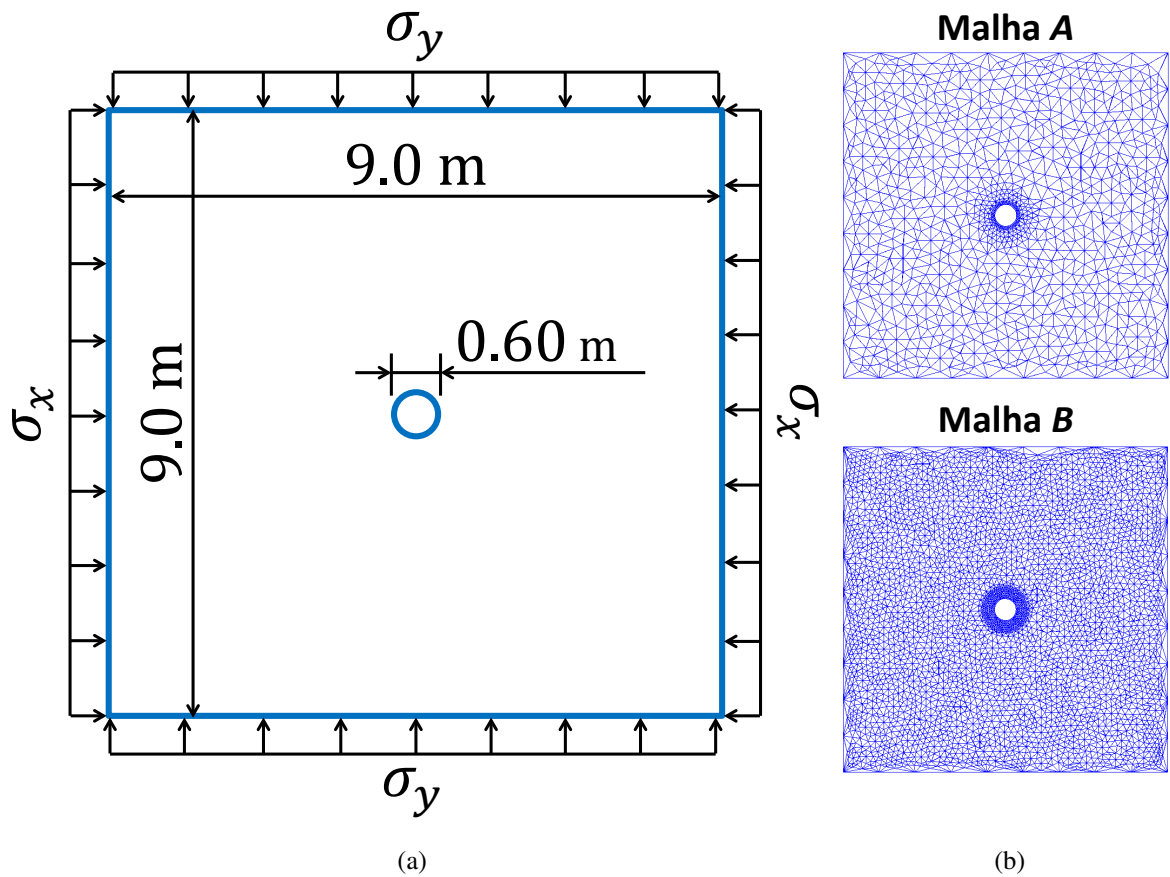


Figura 6.25: Detalhes do problema proposto apresentando a (a) geometria e condições de contorno e (b) malhas de elementos finitos considerando diferentes graus de refinamento.

Tabela 6.6: Características das malhas

Malha de elementos finitos	N_n	$N_{e(r)}$	$N_{e(i)}$
Malha A	6279	2093	6196
Malha B	22779	7593	22696

Ambas as malhas (Malha A e Malha B) estão completamente fragmentadas, logo, a fratura pode se formar em qualquer ponto do domínio e sua propagação pode ocorrer livremente em qualquer direção. Nos casos simulados, tanto a formação quanto a propagação da fratura dependem apenas das mudanças no estado de tensão local. Assim, para se verificar os efeitos das tensões iniciais sobre a formação e caminho de propagação da fratura, duas combinações de tensões de compressão foram consideradas:

- Caso 1: $\sigma_y = -10.0$ MPa e $\sigma_x = -15.0$ MPa;
- Caso 2: $\sigma_y = -15.0$ MPa e $\sigma_x = -10.0$ MPa;

As Figuras 6.26 e 6.27 mostram os padrões de fratura relacionados aos Casos 1 e 2, res-

pectivamente, considerando deformações ampliadas em 100 vezes. Em ambos os Casos, as fraturas se propagaram em uma direção preferencial, isto é, perpendicularmente à menor tensão de compressão *in situ* (σ_h). Apesar da diferença significativa em termos de discretização entre as Malhas *A* e *B*, quase nenhuma diferença quanto ao caminho de propagação e extensão de fratura foram observados. Além disso, o campo de pressão também ficou similarmente distribuído. Esse tipo de resultado indica que não há dependência significativa de malha, ou seja, a *MFT* pode ser utilizada em malhas com diferentes discretizações sem prejudicar a resposta.

As curvas de evolução da pressão no poço com o tempo para os Casos 1 e 2 relacionados às Malhas *A* e *B* são apresentadas na Figura 6.28. A mesma figura também apresenta a pressão de ruptura calculada a partir da Equação (6.1) e resulta em $p_b = 17.8$ MPa. As curvas numéricas de pressão são formadas por uma parte linear, a qual está associada ao comportamento elástico da rocha ao redor do poço. Uma vez que a fratura é formada e rapidamente penetra na rocha, a pressão decai abruptamente em função do fluido pressurizado que escoar para dentro do espaço formado pela fratura. Portanto, o pico das curvas correspondem à pressão de ruptura e está relacionado à criação da fratura. A fratura se propaga mantendo-se a injeção constante de fluido no poço, de modo que um patamar de pressão relativamente mais estável é atingido. Na Figura 6.28, a pressão de propagação da fratura corresponde à $p_e = 12.8$ MPa. Embora as curvas apresentem diferentes oscilações durante o trecho de propagação da fratura, pode-se observar claramente o mesmo comportamento entre elas, isto é, trecho linear, pressão de ruptura, queda abrupta e pressão de propagação. Além da semelhança entre o padrão de fratura destacado anteriormente, o comportamento entre as curvas também é similar, reforçando a não dependência de malha da técnica.

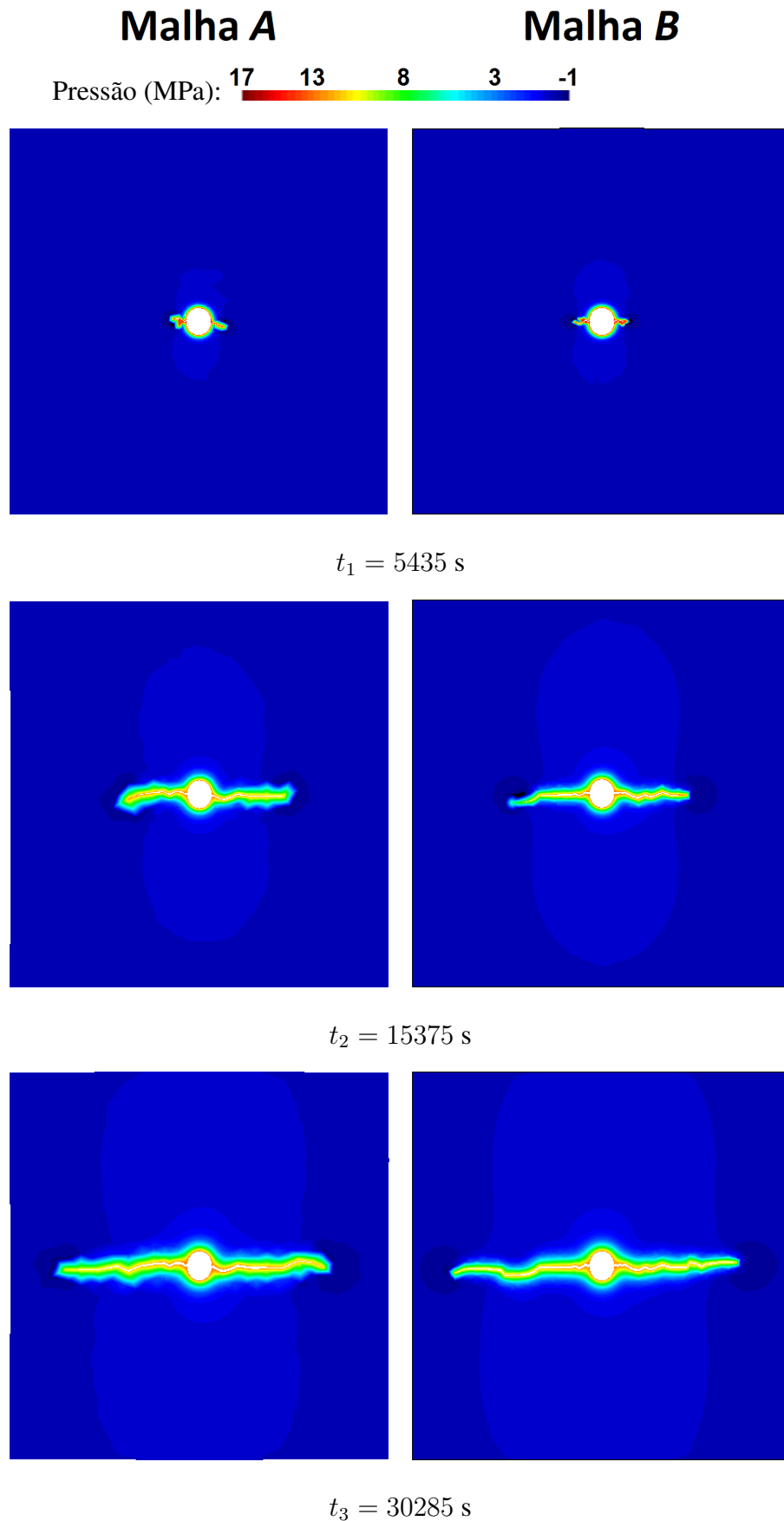


Figura 6.26: Caminho de propagação da fratura relacionado ao Caso 1 ($\sigma_y = -10.0$ MPa e $\sigma_x = -15.0$ MPa) considerando três diferentes tempos.

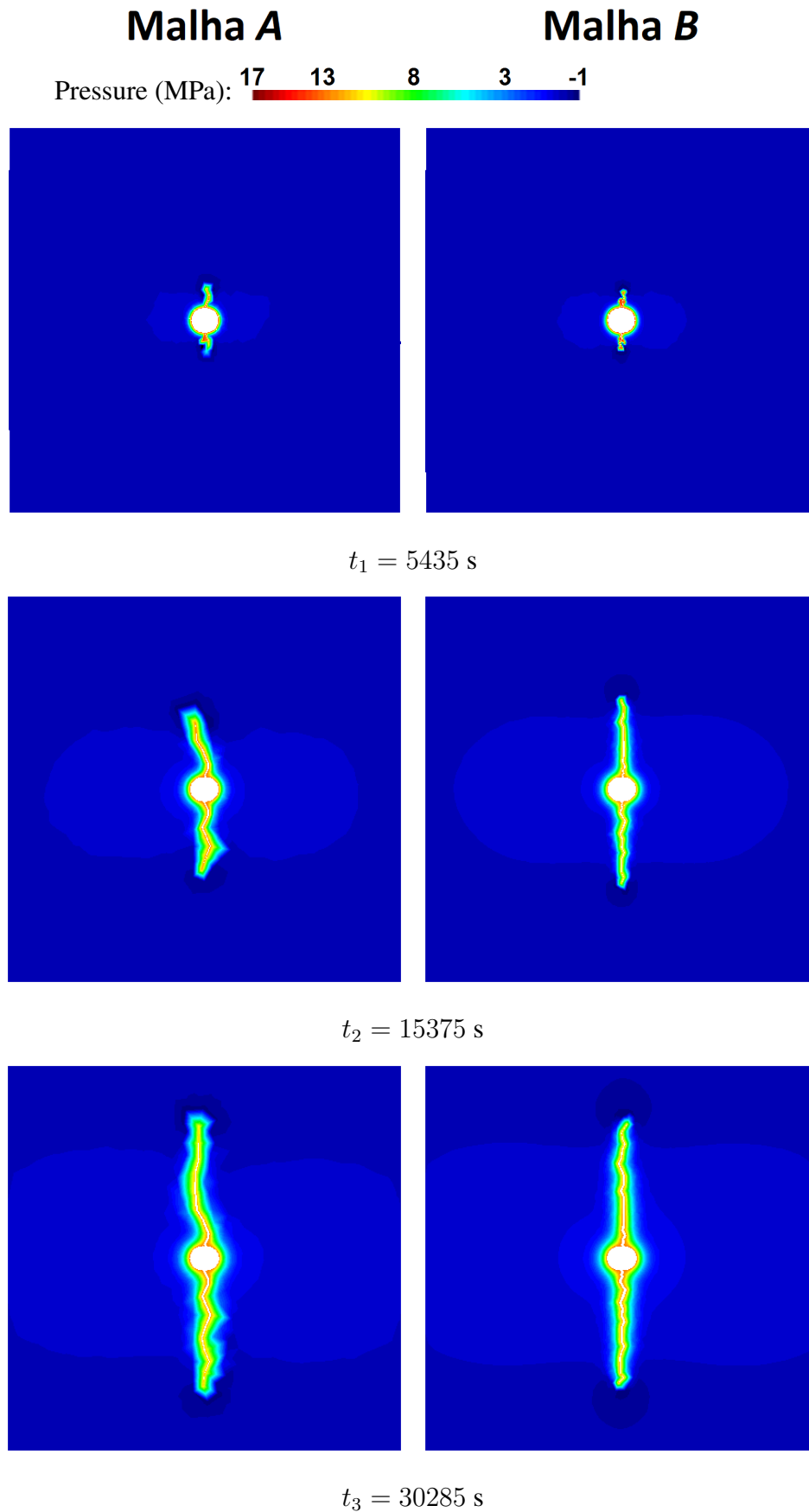


Figura 6.27: Caminho de propagação da fratura relacionado ao Caso 2 ($\sigma_y = -15.0$ MPa e $\sigma_x = -10.0$ MPa) considerando três diferentes tempos.

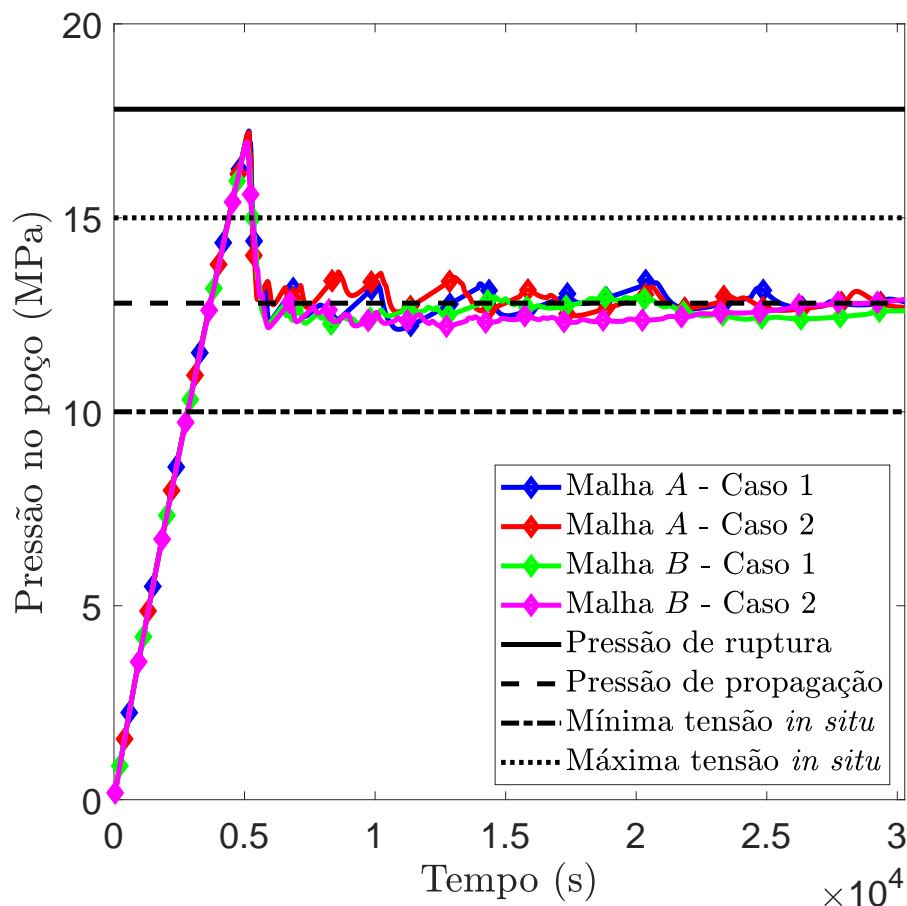


Figura 6.28: Curvas de pressão de ruptura obtidas pelas Malhas *A* e *B* para os Casos 1 e 2.

O estudo realizado comprovou que o modelo foi capaz de demonstrar que a orientação da fratura em um meio poroso homogêneo sujeito a um estado de tensão ortotrópico tende a ser perpendicular à direção da menor tensão de compressão, sendo que esse mesmo comportamento já foi observado experimentalmente. A Figura 6.29 corresponde a um dos testes de fraturamento hidráulico realizado por Cook *et al.* (2004), onde pode-se observar o comportamento da fratura para dois diferentes estados de tensão. Na Figura 6.29a (estado ortotrópico), a fratura se forma praticamente na direção horizontal (direção de aplicação da maior tensão de compressão) a partir do poço. Por outro lado, na Figura 6.29b (estado isotrópico), não há uma direção preferencial clara de propagação da fratura, de modo que o padrão gerado ao redor do poço é aparentemente aleatório.

Similarmente aos Casos 1 e 2 descritos acima, foi realizada uma terceira análise considerando-se um estado de tensão isotrópico com o intuito de investigar a resposta do modelo sob condições semelhantes àsquelas apresentadas na Figura 6.29b. O caso foi analisado apenas na Malha

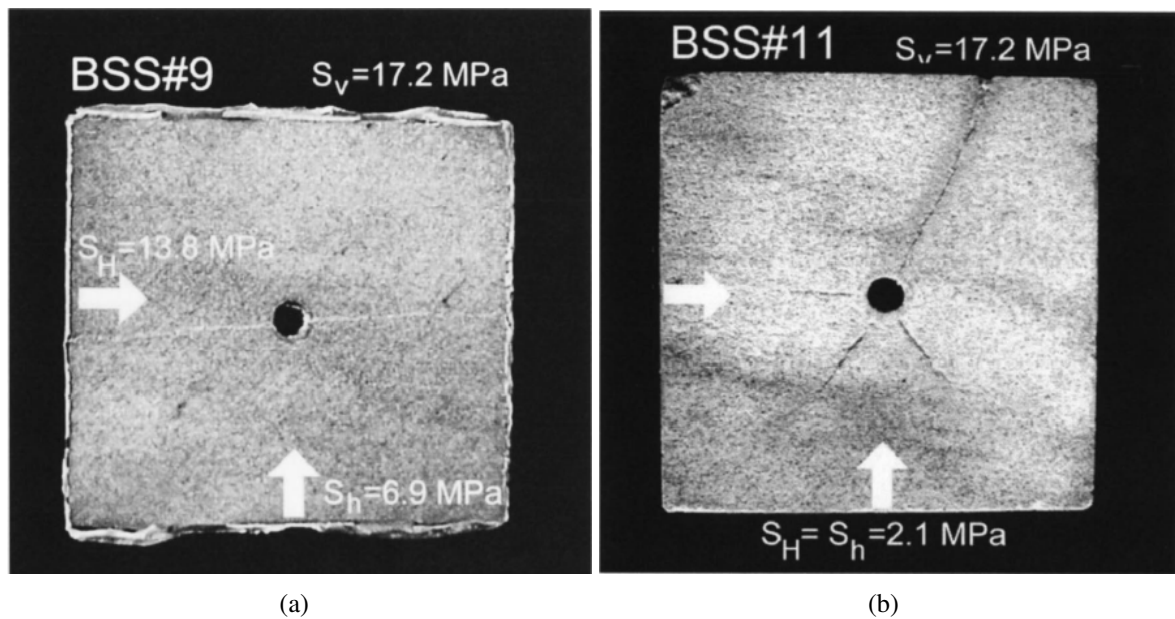


Figura 6.29: Resultados experimentais obtidos por Cook *et al.* (2004) mostrando (a) um estado de tensão *in situ* anisotrópico com uma fratura orientada horizontalmente e (b) um estado de tensão *in situ* isotrópico com fraturas distribuídas aleatoriamente.

A (uma vez que essa malha apresenta menos graus de liberdade e, portanto, demanda menor custo computacional) e o estado de tensão adotado foi $\sigma_y = \sigma_x = -10.0 \text{ MPa}$. A Figura 6.30 mostra a resposta da simulação para seis diferentes tempos considerando as deformações ampliadas em 100 vezes. Note que o padrão de fratura obtido pelo modelo apresenta ramos que se assemelham ao exibido por Cook *et al.* (2004) na Figura 6.29b. Rochas homogêneas sujeitas às condições de um estado de tensão isotrópico não apresentam nenhuma direção preferencial de propagação. Nessas condições, as tensões continuam isotrópicas ao redor do poço durante a pressurização, sendo que a fratura se forma eventualmente a partir de pequenas irregularidades e/ou heterogeneidades no material, típicas em rochas naturais. Já na modelagem numérica, as causas estão associadas a pequenas variações na solução do problema, tal como precisão numérica, desencadeando assim a formação e propagação da fratura. Seja no caso experimental ou numérico, o processo que determina a formação e propagação da fratura não é controlado por um fator dominante, isto é, o estado de tensões, mas sim por pequenas anomalias que resultam em um padrão que não é bem definido. Embora esse seja um problema complexo, a *MFT* mostrou-se robusta o suficiente para capturar apropriadamente o comportamento experimental de um meio poroso sujeito ao processo de fraturamento hidráulico.

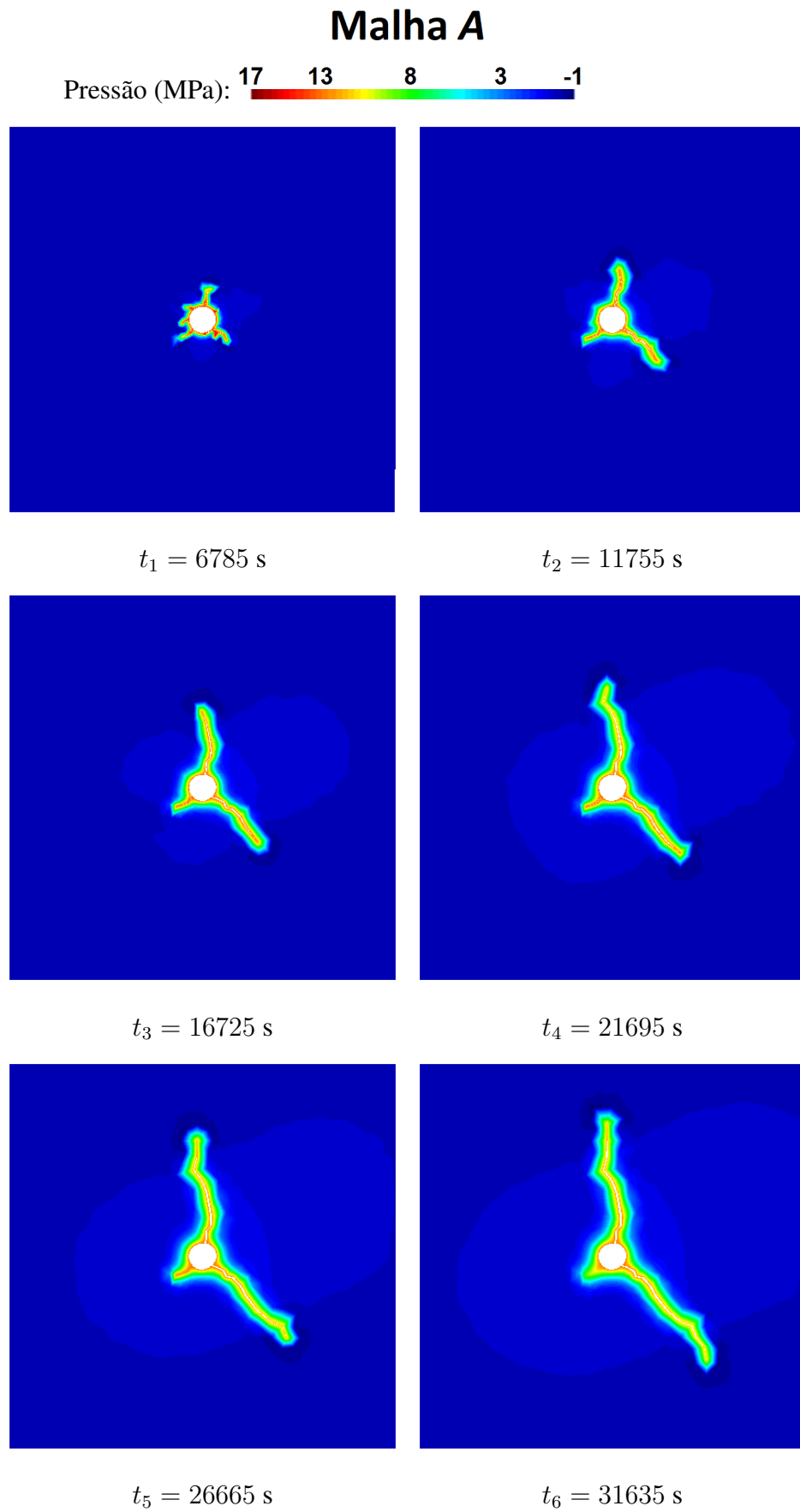


Figura 6.30: Caminho de propagação da fratura relacionado ao Caso 3 ($\sigma_y = \sigma_x = -10.0$ MPa) considerando seis diferentes tempos.

Destaca-se que os casos de aplicação não tiveram por objetivo reproduzir numericamente os resultados experimentais apresentados por Cook *et al.* (2004). Portanto, a comparação aqui foi meramente qualitativa e seu objetivo consistiu em mostrar que a *MFT* é capaz de simular a propagação de múltiplas fraturas em meios porosos de baixa permeabilidade e sujeitos a diferentes estados de tensão *in situ*. Além disso, a curva de pressão obtida dessas análises fornece aspectos relevantes associadas ao processo de fraturamento hidráulico, sendo consistentes com estudos apresentados na literatura.

6.2.4 MODELAGEM DE MÚLTIPLAS ZONAS DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

A formação e propagação simultânea de múltiplas fraturas consiste em outra importante cenário do fraturamento hidráulico. Simulações desse tipo consideram mais de uma perfuração separadas por certas distâncias, de modo que a presença de cada fratura altera localmente o estado de tensões e, conseqüentemente, a propagação individual de cada fratura pode influenciar e/ou ser influenciada pelas demais fraturas.

Um caso similar ao proposto por Vahab e Khalili (2018) foi estudado nessa seção, sendo que a geometria e condições de contorno mecânicas estão apresentadas na Figura 6.31a. Foi considerado que a rocha está sujeita às tensões *in situ* de compressão $\sigma_y = -23.7$ MPa e $\sigma_x = -31.1$ MPa. Também foi adotada uma pressão inicial em todo o domínio $P_0 = 20.0$ MPa. A malha de elementos finitos utilizada está apresentada na Figura 6.31b e um detalhe da região refinada é mostrado na Figura 6.31c. As propriedades utilizadas para o meio poroso estão apresentadas na Tabela 6.4 e considerou-se um fluido newtoniano incompressível com $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$ MPa s e $\rho_l = 1000$ kg/m³.

As três perfurações foram modeladas com um par de elementos de elevada razão de aspecto com baixa resistência à tração e elevada permeabilidade (similarmente à estratégia considerada por Carrier e Granet (2012) e Manzoli *et al.* (2019)). O comprimento adotado para cada perfuração foi de 0.05 m e a distância de separação entre cada uma foi de 0.25 m, assim como mostrado na Figura 6.32. A mesma figura também apresenta a geometria da região refinada, onde o valor total de injeção corresponde a $Q_0 = 1.5 \times 10^{-3}$ m²/s. A partir dessa geometria,

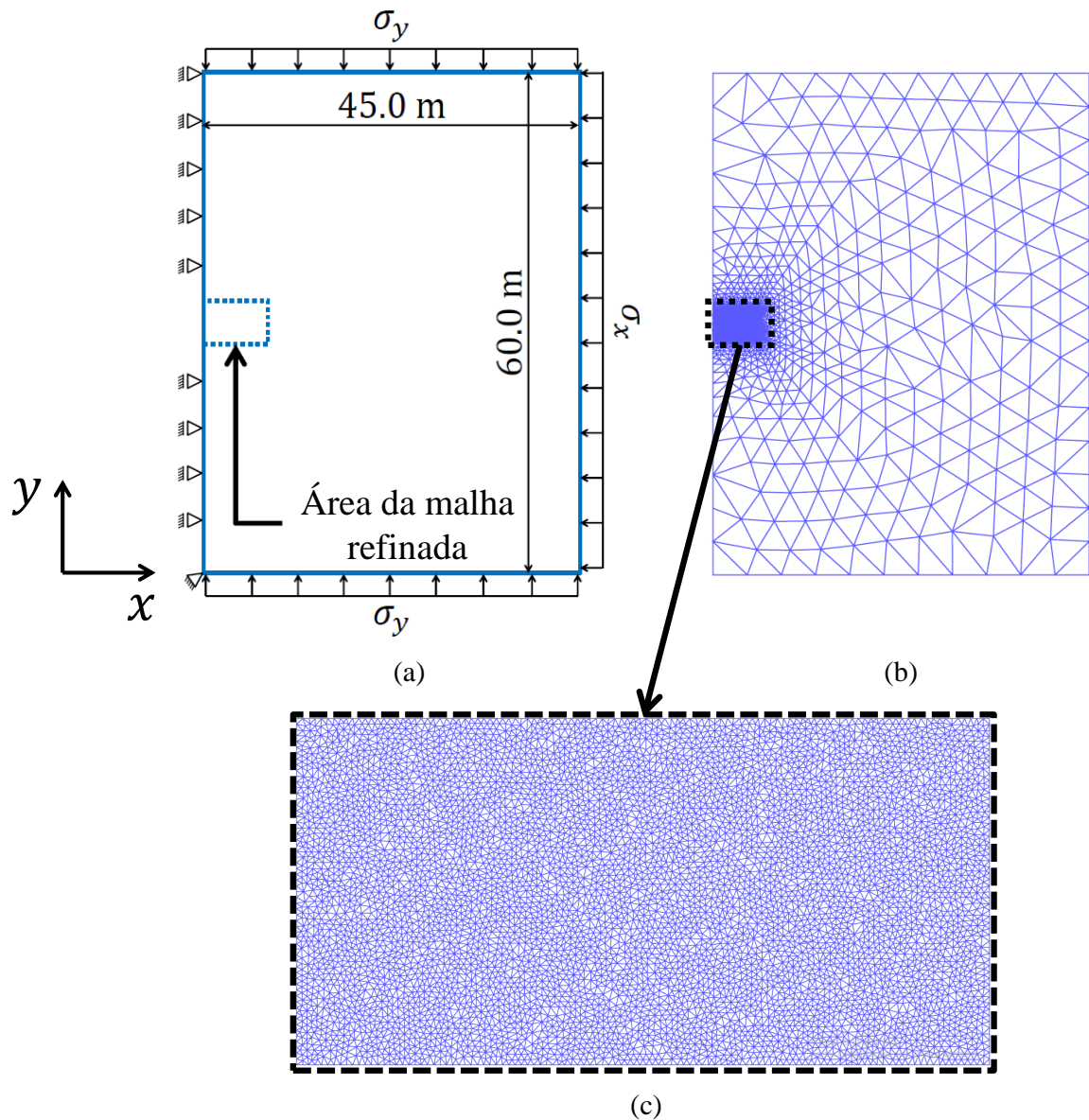


Figura 6.31: Múltiplas zonas de fraturamento hidráulico: (a) geometria e condições de contorno, (b) malha de elementos finitos adotada e (c) detalhe da malha refinada ao redor da área de injeção.

dois casos foram analisados:

- Caso 1: aplicando um terço do valor total de injeção em cada perfuração;
- Caso 2: mantendo a mesma pressão nos três pontos de injeção.

A Figura 6.33 mostra o campo de pressão relacionado ao Caso 1 juntamente com a evolução das fraturas para seis diferentes tempos e considerando as deformações ampliadas em 20 vezes. O padrão de fraturas é relativamente similar àquele apresentado por Vahab e Khalili (2018), onde a fratura central se propaga horizontalmente e as fraturas superior e inferior divergem

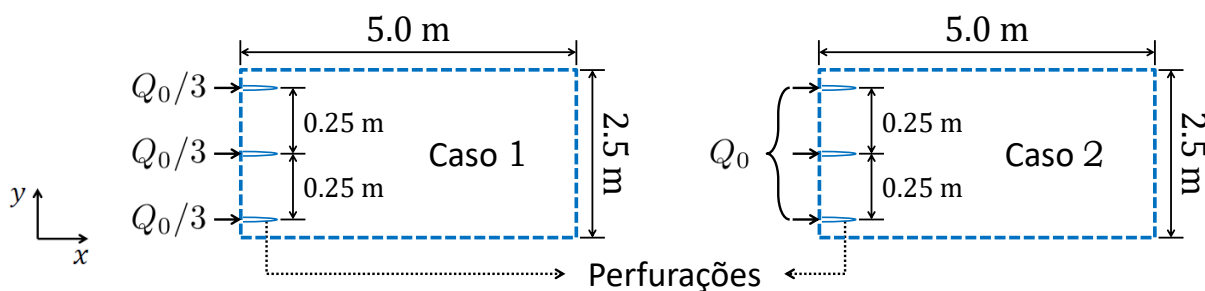


Figura 6.32: Detalhe da zona de injeção para os Casos 1 e 2 (imagem fora de escala).

para cima e para baixo, respectivamente. Além disso, a fratura central avança mais que as outras duas. As Figuras 6.34a e 6.34b mostram a evolução das curvas de abertura e pressão das fraturas ao longo do tempo, respectivamente, para o Caso 1. Note que a deformação vertical associada às fraturas superior e inferior aumenta a compressão da fratura central ocasionando a diminuição da sua abertura (Figura 6.34a). Consequentemente, uma pressão maior na fratura central é exigida para que a mesma possa propagar (Figura 6.34b).

Considerando que apenas um único poço conecta os três pontos de injeção, a pressão deve ser a mesma nas três perfurações. Sendo assim, tal situação é representada pelo Caso 2 (Figura 6.32), onde uma penalização foi imposta nos três pontos de injeção garantindo que cada perfuração tenha a mesma pressão. A Figura 6.35 apresenta o campo de pressão relacionado ao Caso 2, onde apenas a fratura central evoluiu. O mesmo comportamento foi identificado por Vahab e Khalili (2018) e os autores verificaram que uma elevada quantidade de fluido penetra na fratura central causando o aumento na abertura.

As curvas de abertura e pressão relacionadas ao Caso 2 estão apresentadas na Figura 6.36. Note que as aberturas (Figura 6.36a) associadas às fraturas superior e inferior são praticamente nulas. Por outro lado, pode-se observar uma elevada abertura na fratura central. Tal como esperado, note que a pressão nas três perfurações é igual (Figura 6.36b).

O fraturamento hidráulico de múltiplas zonas consiste em um problema relativamente complexo e desafiador. Além da evolução simultânea de múltiplas fraturas em direções distintas, o modelo utilizado deve levar em conta que as fraturas interagem entre si modificando o estado de tensão local, o qual influencia diretamente a direção preferencial de propagação das fraturas. Logo, a *MFT* mostrou-se robusta o suficiente ao ser capaz de capturar os principais aspectos desse problema físico. As respostas obtidas nesse trabalho são similares àquelas apresentadas

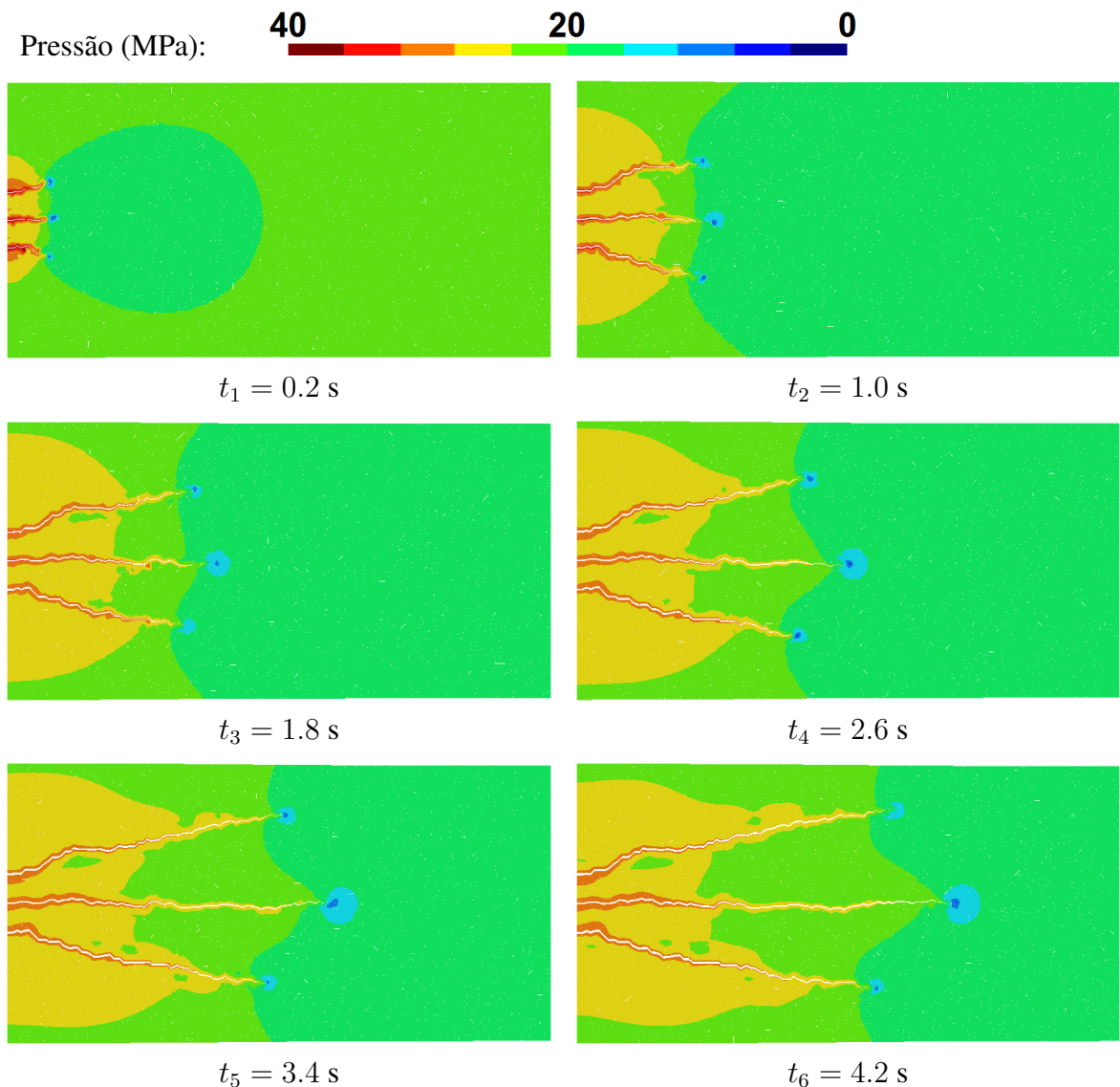
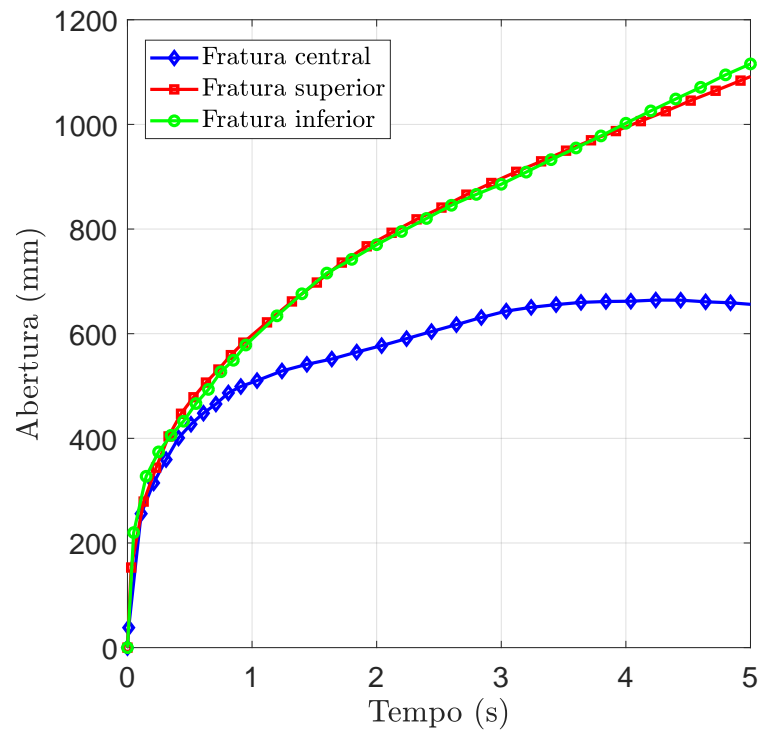
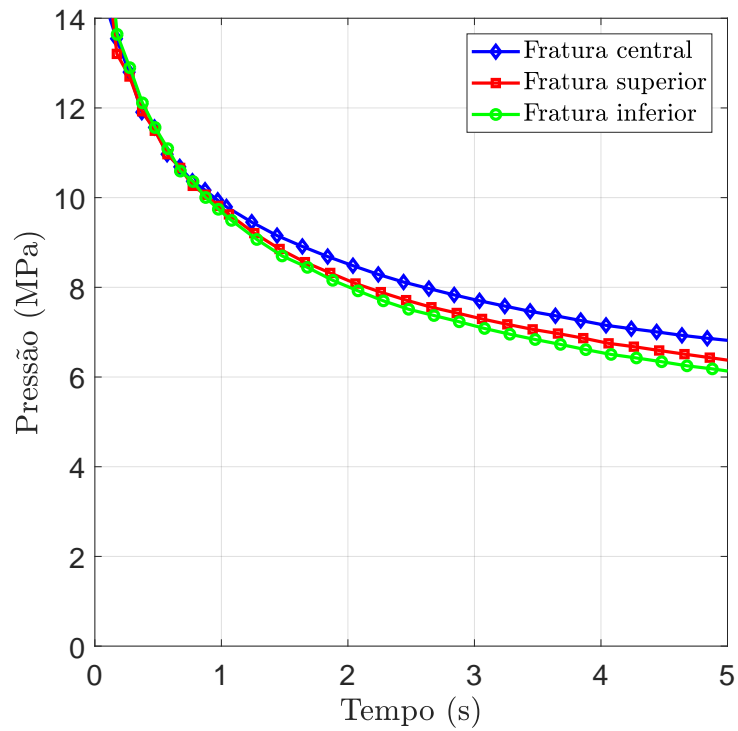


Figura 6.33: Caminhos de propagação das fraturas para seis diferentes tempos relacionados ao Caso 1.

por Vahab e Khalili (2018) e Li e Zhou (2019), os quais utilizam diferentes abordagens numéricas: *XFEM* e *phase-field*, respectivamente. Assim como discutido anteriormente, a *MFT* associada aos *HAR-IEs* 2D constituem uma ferramenta que apresenta como uma de suas principais vantagens a facilidade de incorporação em programas de análise em elementos finitos para meios contínuos, permitindo assim que eles lidem com a formação e propagação de uma ou mais descontinuidades em meios porosos.



(a)



(b)

Figura 6.34: Evolução ao longo do tempo para o Caso 1 referentes às curvas de (a) abertura e (b) pressão de injeção nas fraturas.

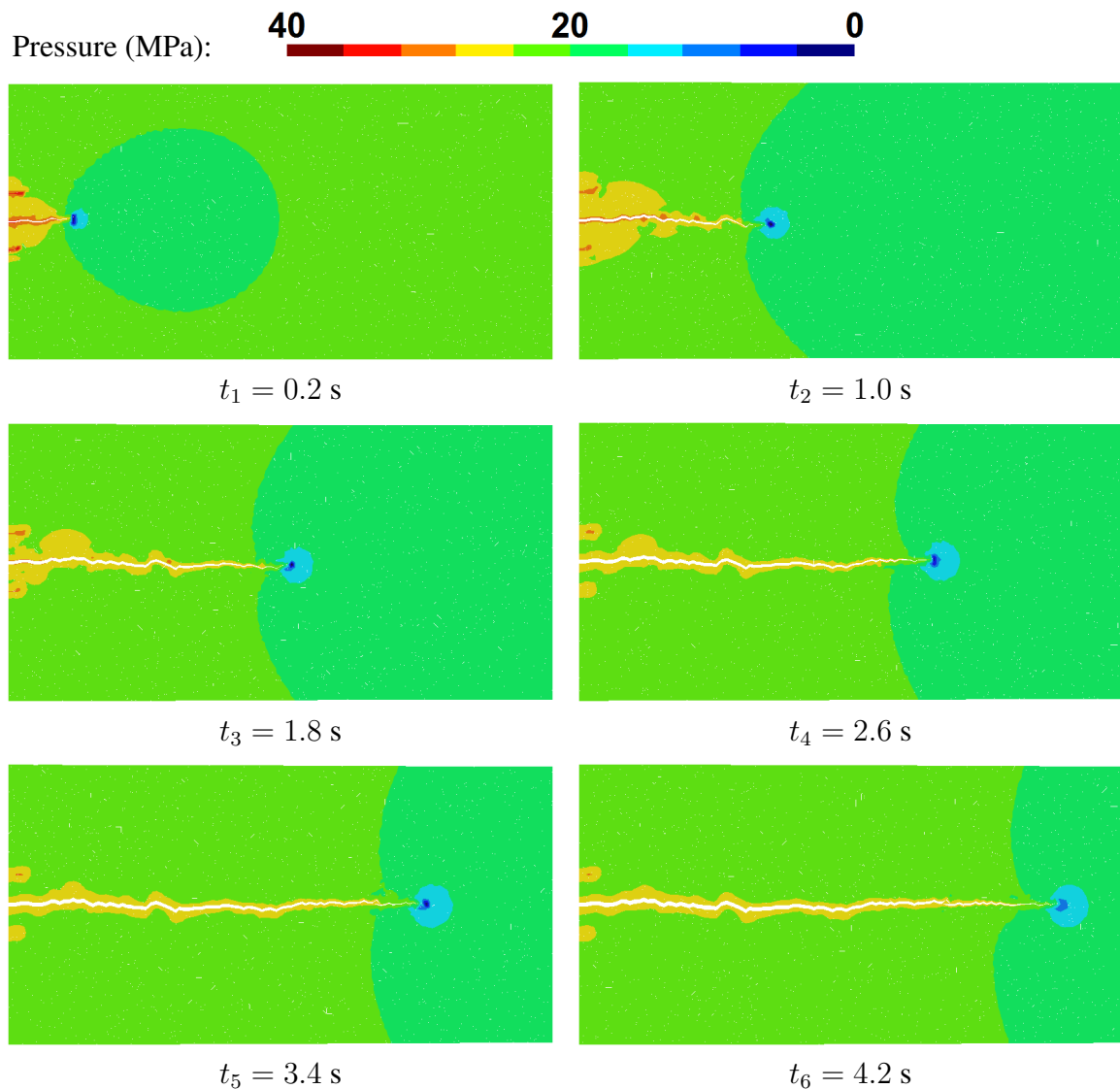


Figura 6.35: Caminhos de propagação das fraturas para seis diferentes tempos relacionados ao Caso 2.

6.3 VALIDAÇÃO DO MÉTODO (*HAR-IE* 3D) A PARTIR DO MODELO KGD

O problema proposto a seguir é análogo àquele descrito na Seção 6.1, isto é, simular a propagação de uma fratura plana a partir da injeção de um fluido newtoniano incompressível. Nesse caso, porém, o domínio é tridimensional com espessura de 1.0 m e são utilizados elementos de interface tetraédricos. Para que o modelo numérico possa ser adequadamente comparado ao modelo KGD, todos os nós da malha utilizada tiveram seu deslocamento restringido na direção z (veja Figura 6.37). As dimensões dos elementos *HAR-IEs* 3D adotadas correspondem a

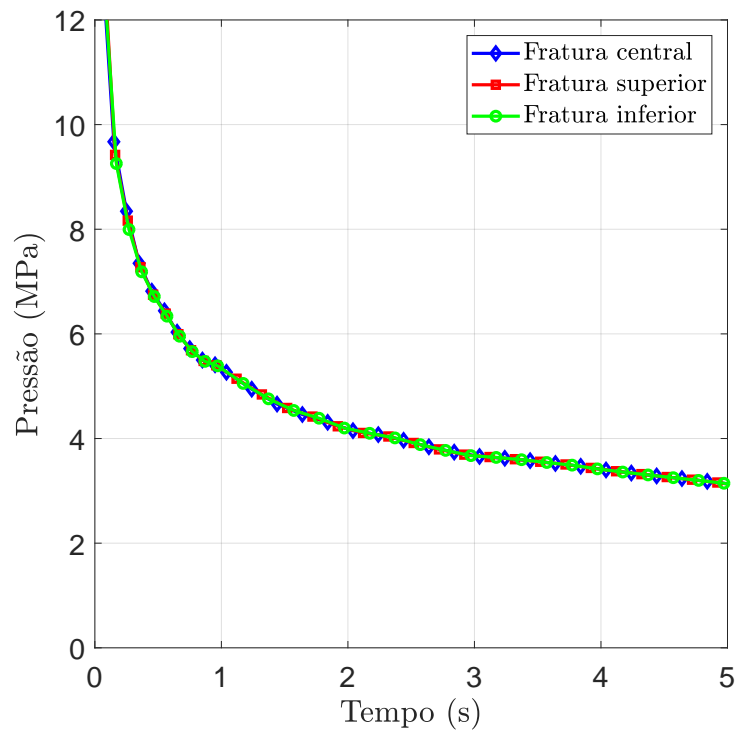
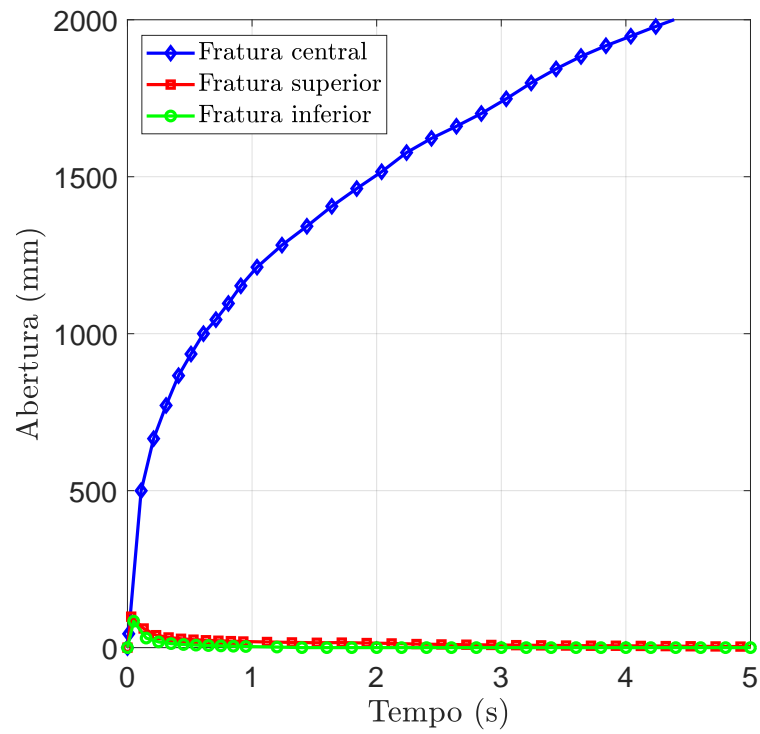


Figura 6.36: Evolução ao longo do tempo para o Caso 2 referentes às curvas de (a) abertura e (b) pressão de injeção nas fraturas.

$h^e = 0.001$ m e $b^e = 0.375$ m (com exceção do primeiro conjunto de elementos, onde $b^e = 0.05$ m). A Figura 6.37 apresenta geometria, condições de contorno e a malha de elementos finitos utilizada.

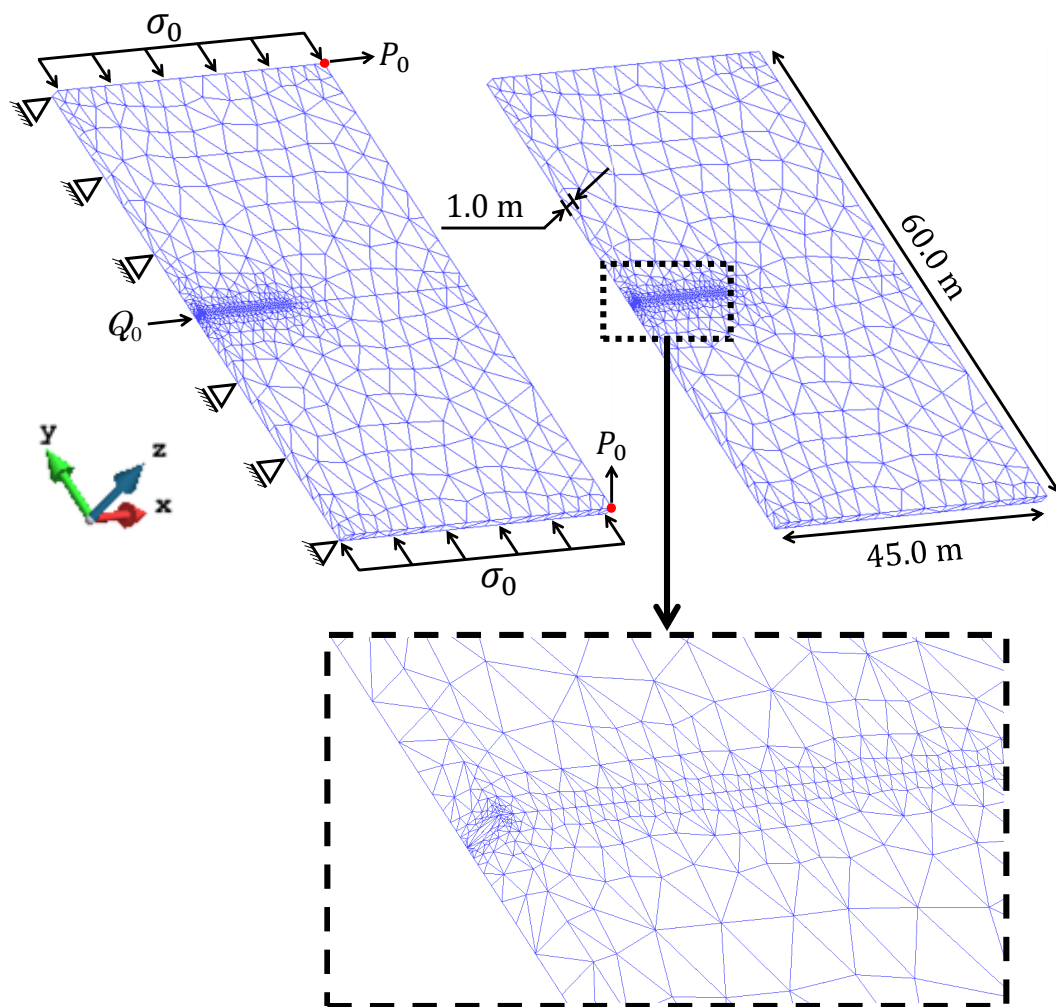


Figura 6.37: Geometria, condições de contorno e malha de elementos finitos considerada com destaque para a região central da malha, a qual possui maior quantidade de elementos.

Nesse caso foram considerados dois regimes: (i) *storage-toughness* e (ii) *leak-off-viscosity*, sendo que as principais propriedades adotadas para o meio poroso estão apresentadas na Tabela 6.1 e a pressão imposta inicial imposta em todo o domínio é $P_0 = 0.0$. Já a permeabilidade intrínseca, viscosidade dinâmica e tensão *in situ* são apresentadas de acordo com cada regime. Por fim, a massa específica adotada para o fluido foi $\rho_l = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ e manteve-se a taxa de injeção de fluido $Q_0 = 5.0 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ constante ao longo de todas as simulações.

6.3.1 REGIME 1: *storage-toughness*

Assim como apresentado na Seção 6.2.1, também foram consideradas duas permeabilidades intrínsecas, sendo $k_1 = 1.0 \times 10^{-15} \text{ m}^2$ (1.013 mD) e $k_2 = 1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^2$ (1.013×10^{-1} mD) e, para garantir que a propagação ocorresse no regime *storage-toughness*, adotou-se $\mu_l =$

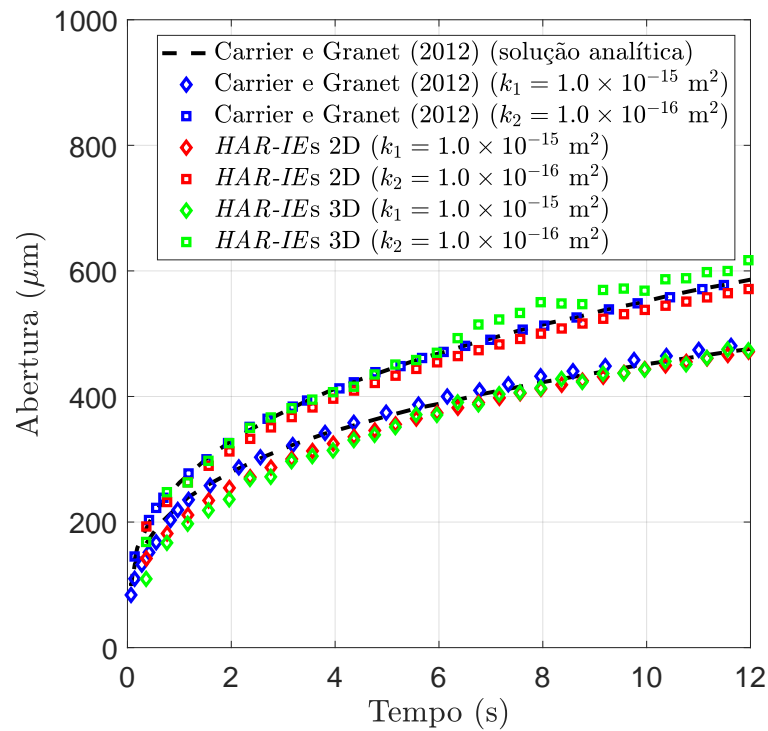
1.0×10^{-10} MPa s e $\sigma_0 = -3.7$ MPa para ambos os casos. A Figura 6.38 apresenta as curvas de abertura (Figura 6.38a) e pressão de injeção (Figura 6.38b) ao longo do tempo obtidas para os casos tridimensionais, além de compará-las com as respostas analíticas e numéricas bidimensionais. Já a Figura 6.39 apresenta tais comparações em termos de comprimento ao longo do tempo (Figura 6.39a) e perfil da fratura (abertura por comprimento) (Figura 6.39b) para o tempo de 10 s.

Embora a malha utilizada para o caso 3D seja mais grosseira que a malha 2D, tanto na Figura 6.38 quanto na Figura 6.39, as curvas demonstraram o mesmo comportamento e apresentaram uma boa concordância. Inclusive, o efeito *back-stress* também pôde ser capturado nas curvas de pressão (Figura 6.38b), evidenciado pela curva numérica acima da curva analítica.

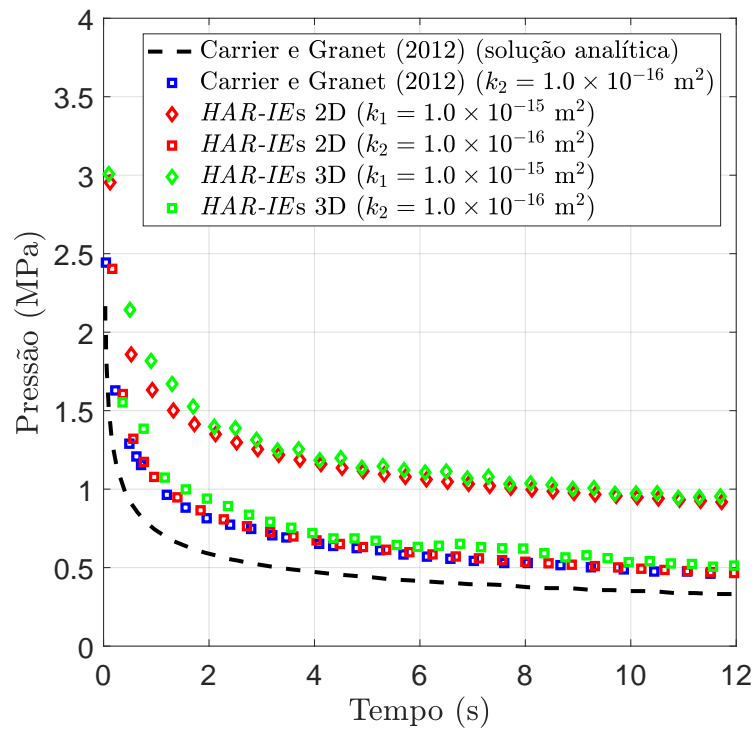
6.3.2 REGIME 4: *leak-off-viscosity*

Seguindo as mesmas condições apresentadas na Seção 6.1.4, três simulações foram realizadas: (i) permeabilidade isotrópica da rocha (“difusão 2D acoplado”) com $k_x = k_y = k_z = 5.0 \times 10^{-12}$ m² (5.066×10^3 mD); (ii) permeabilidade fortemente ortotrópica da rocha (“difusão 1D acoplado”) com $k_x = k_z = 1.0 \times 10^{-16}$ m² (1.013×10^{-1} mD) e $k_y = 5.0 \times 10^{-12}$ m² (5.066×10^3 mD); e (iii) a mesma permeabilidade da situação (ii), porém, adotando como nulo o coeficiente de Biot na equação de equilíbrio (Equação 2.4) (“difusão 1D desacoplado”). Além de tais considerações, adotou-se $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7}$ MPa s e $\sigma_0 = -7.2$ MPa nas três simulações.

As comparações entre as respostas analíticas e numéricas obtidas por Carrier e Granet (2012) e utilizando *HAR-IEs* 2D e 3D estão apresentadas na Figuras 6.40 e 6.41 em termos de abertura (Figura 6.40a), pressão de injeção (Figura 6.40b) e comprimento da fratura (Figura 6.41), todas ao longo do tempo. Note que, mesmo para as simulações tridimensionais, as curvas numéricas que melhor se aproximam das analíticas correspondem à difusão 1D desacoplada. Já para as respostas numéricas há uma boa concordância entre as curvas, porém, a curva de pressão referente à simulação de difusão 2D acoplada do caso tridimensional apresenta o mesmo comportamento do caso bidimensional, isto é, difere da curva numérica apresentada por Carrier e Granet (2012) nos primeiros instantes de tempo, mas tende à mesma resposta para tempos mais longos.

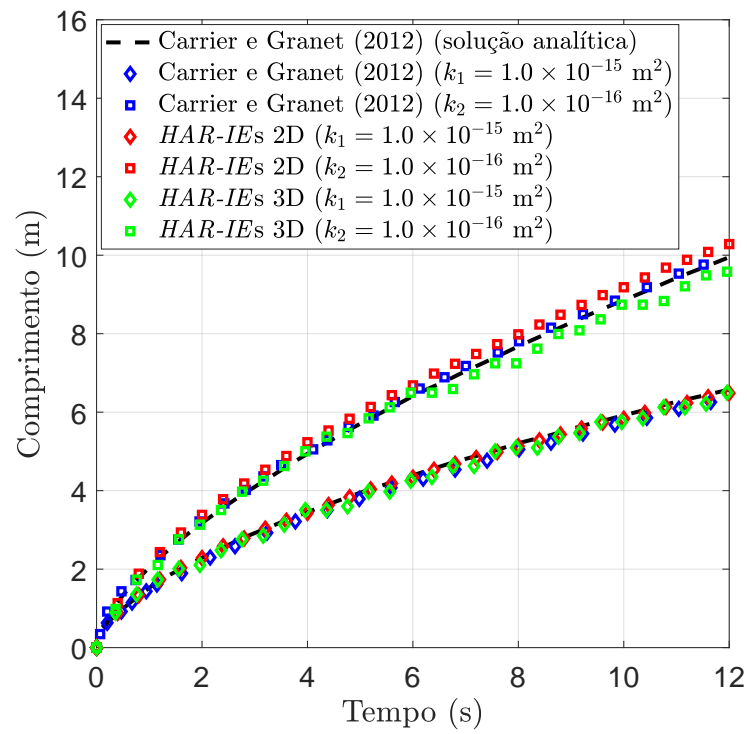


(a)

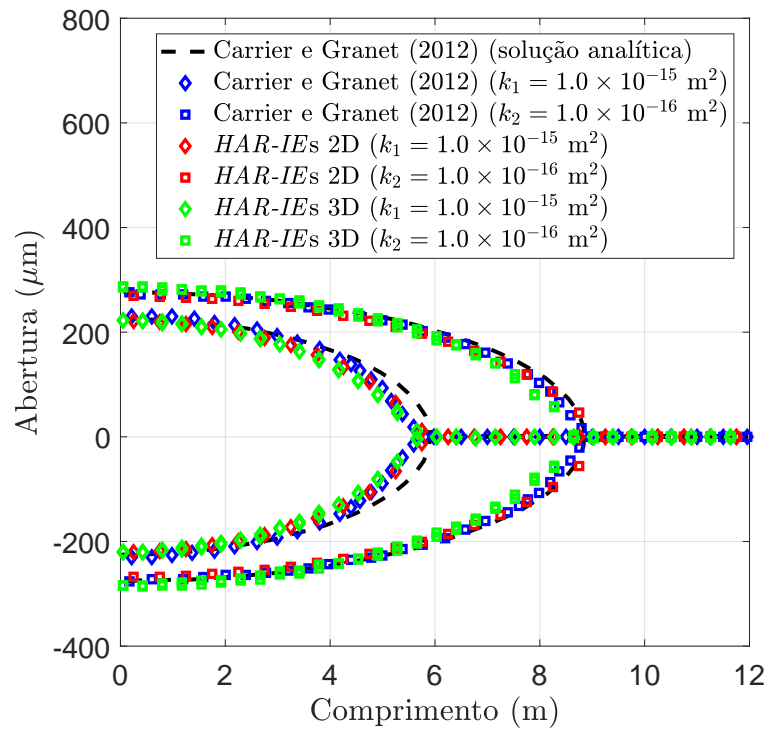


(b)

Figura 6.38: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se *HAR-IEs* 2D e 3D para o regime *storage-toughness* em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

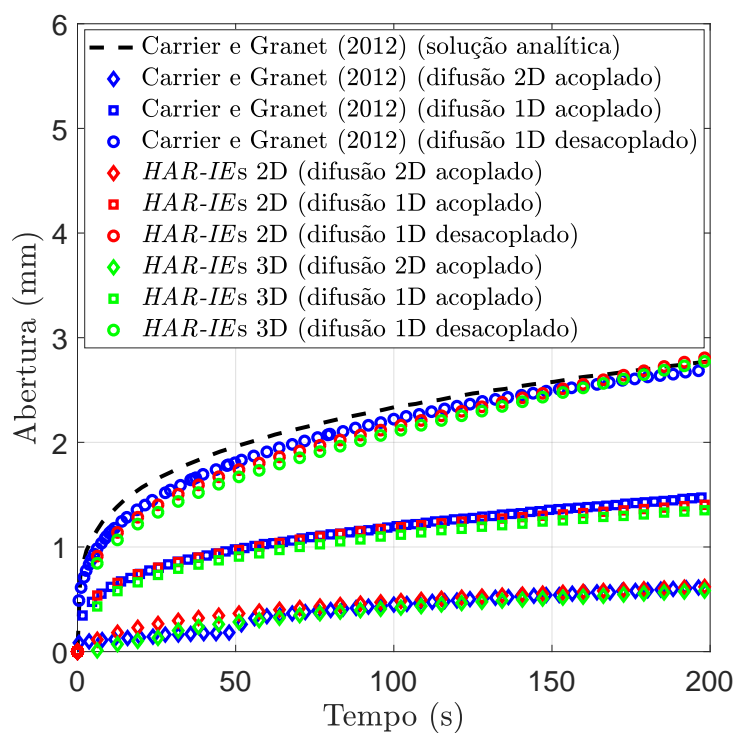


(a)

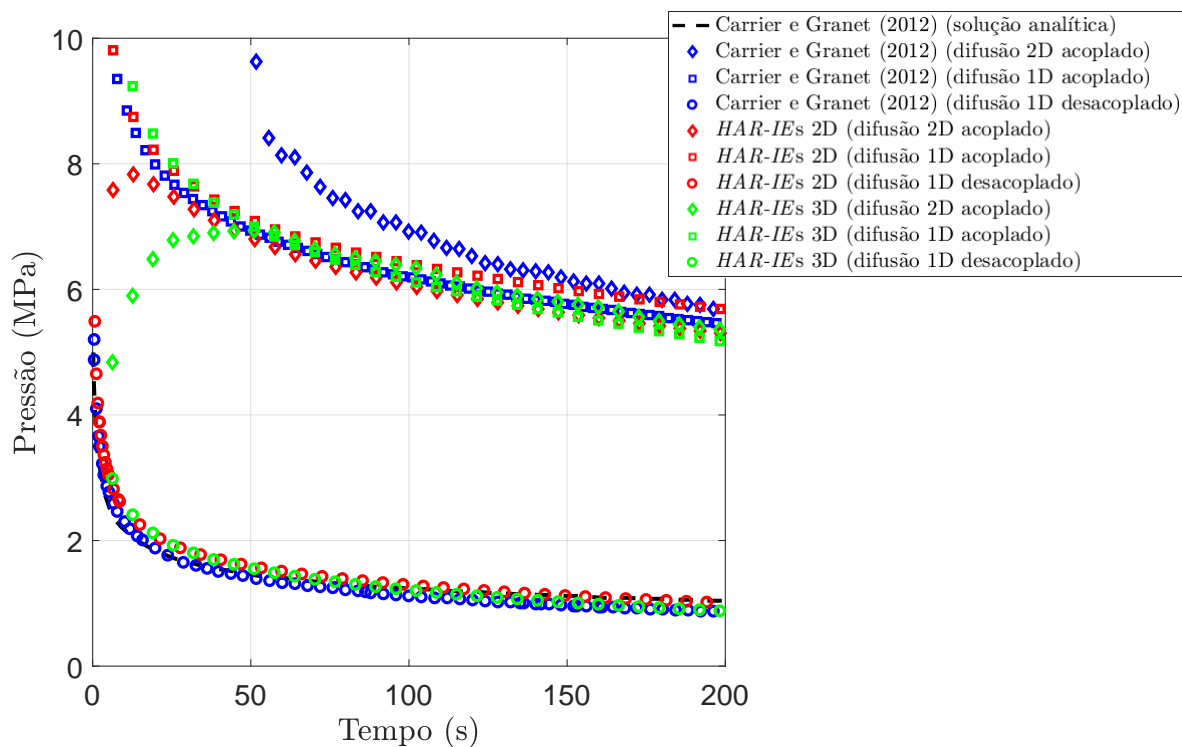


(b)

Figura 6.39: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se *HAR-IEs* 2D e 3D para o regime *storage-toughness* em termos de (a) comprimento da fratura ao longo do tempo e (b) perfil da fratura para o tempo $t = 10$ s.



(a)



(b)

Figura 6.40: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se *HAR-IEs* 2D e 3D para o regime *leak-off-viscosity* em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

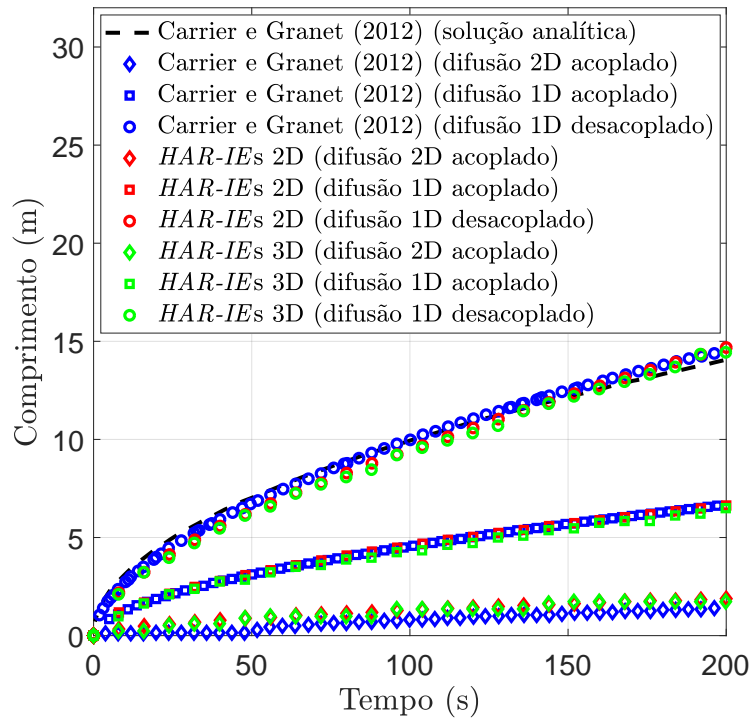


Figura 6.41: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Carrier e Granet (2012) com as obtidas utilizando-se *HAR-IEs* 2D e 3D para o regime *leak-off-viscosity* em termos de comprimento da fratura.

A Figura 6.42 apresenta o campo de pressão ao redor das fraturas para as três simulações realizadas: difusão 2D acoplado (Figura 6.42a), difusão 1D acoplado (Figura 6.42b) e difusão 1D desacoplado (Figura 6.42c). Para as três simulações, o tempo considerado foi $t = 200$ s e as deformações foram ampliadas em 500 vezes para facilitar a visualização da fratura. Devido à significativa ortotropia de permeabilidade dos casos de difusão 1D, note que o fluido escoava predominantemente na direção perpendicular ao plano de fratura, enquanto um padrão relativamente mais uniforme ocorre na difusão 2D acoplado (Figura 6.42a).

6.4 VALIDAÇÃO DO MÉTODO (*HAR-IE* 3D) A PARTIR DO MODELO *Penny-shaped*

A análise proposta nessa seção estuda a evolução de uma fratura de forma radial, assim como descrito pelo modelo teórico *penny-shaped*. Para tal, em função da simetria axial, adotou-se o domínio formado por $1/4$ de cilindro. A Figura 6.43 apresenta a geometria analisada destacando

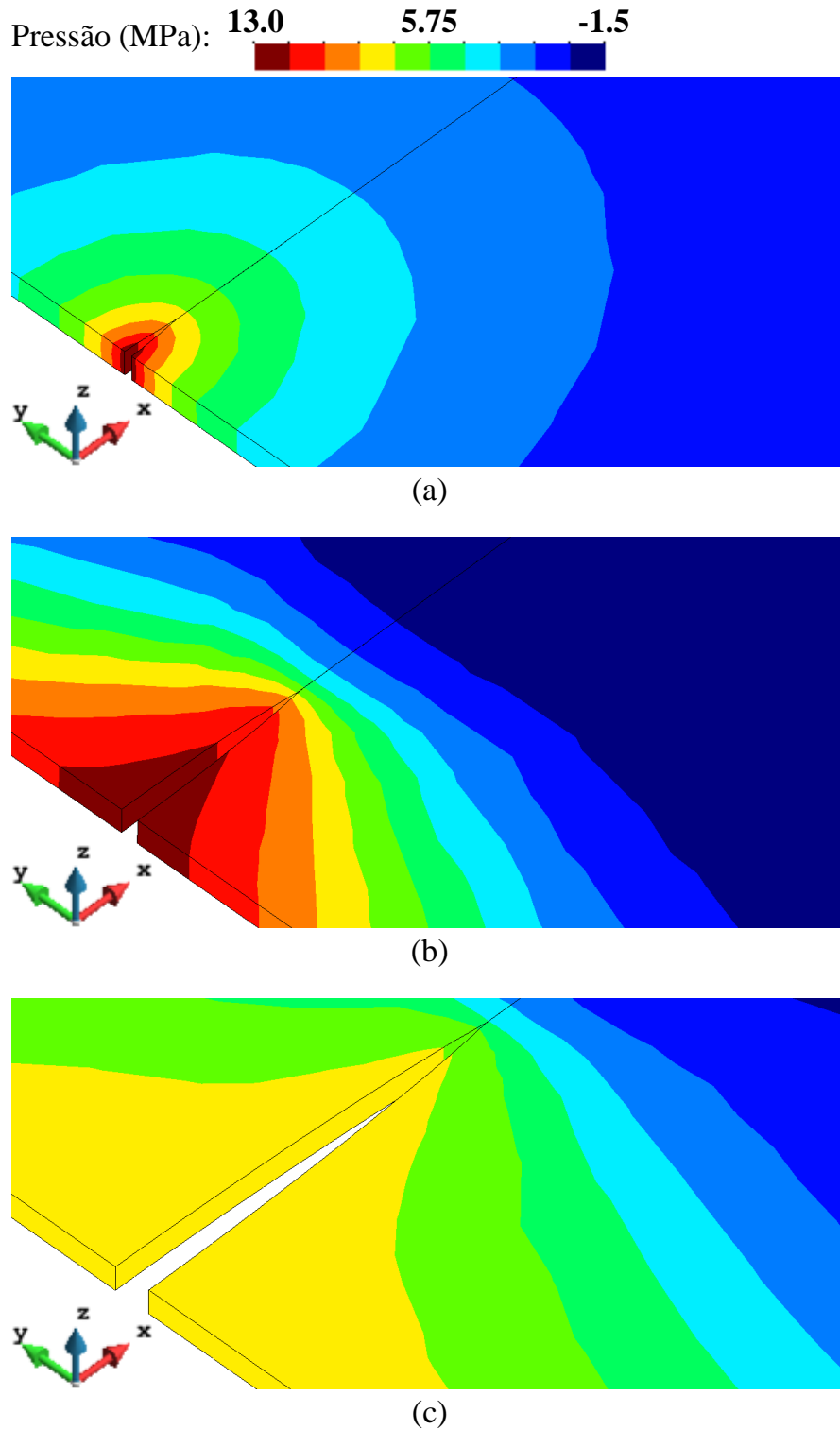


Figura 6.42: Campo de pressão para o regime *leak-off-viscosity* considerando o tempo $t = 200$ s para as três simulações realizadas: (a) difusão 2D acoplado, (b) difusão 1D acoplado e (c) difusão 1D desacoplado.

a malha de elementos finitos com as condições de contorno mecânicas e hidráulicas. Nesse caso, impôs-se $P_0 = 0.0$ e nenhuma tensão de compressão *in situ* foi aplicada. O plano de fra-

tura adotado é paralelo ao plano xz (Figura 6.43), o qual é inteiramente composto por *HAR-IEs* 3D com espessura $h^e = 0.0001$ m. O fluido, considerado newtoniano, incompressível e com massa específica $\rho_l = 1.0 \times 10^3$ kg/m³, foi injetado a uma taxa constante $Q_0 = 2.5 \times 10^{-4}$ m³/s na extremidade central do domínio, tal como indicado na Figura 6.43. As principais propriedades do meio poroso estão apresentadas na Tabela 6.1, enquanto a permeabilidade intrínseca e viscosidade dinâmica serão apresentadas de acordo com o regime de propagação em questão. Para todos os casos simulados nessa seção, os resultados obtidos utilizando-se *HAR-IEs* 3D são comparados às soluções numéricas (considerando apenas aquelas obtidas a partir da malha mais refinada para o *XFEM* 3D) apresentadas por Zielonka *et al.* (2014). Além disso, as soluções analíticas para o modelo *penny-shaped* consideradas nesse trabalho estão disponíveis no Apêndice B.

6.4.1 REGIME 1: *storage-toughness*

Nessa seção, o regime *storage-toughness* foi analisado adotando-se como permeabilidade intrínseca $k = 1.0 \times 10^{-16}$ m² (1.013×10^{-1} mD) e viscosidade dinâmica $\mu_l = 1.0 \times 10^{-10}$ MPa s. A Figura 6.44 compara as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zielonka *et al.* (2014) com as obtidas via *HAR-IEs* 3D em termos de abertura ao longo do tempo (Figura 6.44a) e abertura ao longo da distância radial (Figura 6.44b). Note que as curvas utilizando-se *HAR-IEs* se mantêm abaixo das respostas analíticas em ambos os gráficos. Contudo, assim como descrito anteriormente, tal diferença se deve ao efeito *back-stress*, o qual é um fenômeno poroelástico que causa um aumento da tensão de confinamento da fratura em função do *leak-off*. O *back-stress* também pode ser identificado por meio do aumento da pressão de injeção na fratura ao longo do tempo. Carrier e Granet (2012) sugerem que o coeficiente de Biot seja zero ($b = 0.0$) na Equação (2.4) para que tal efeito seja anulado. A Figura 6.45 apresenta as curvas de pressão de injeção ao longo do tempo comparando as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zielonka *et al.* (2014), onde “*HAR-IEs* 3D (acoplado)” considera $b = 0.75$, enquanto “*HAR-IEs* 3D (desacoplado)” adota $b = 0.0$. Note que a curva que melhor se aproxima à resposta analítica corresponde à *HAR-IEs* 3D (desacoplado).

A Figura 6.46 (com deformações ampliadas em 1000 vezes para facilitar a visualização da

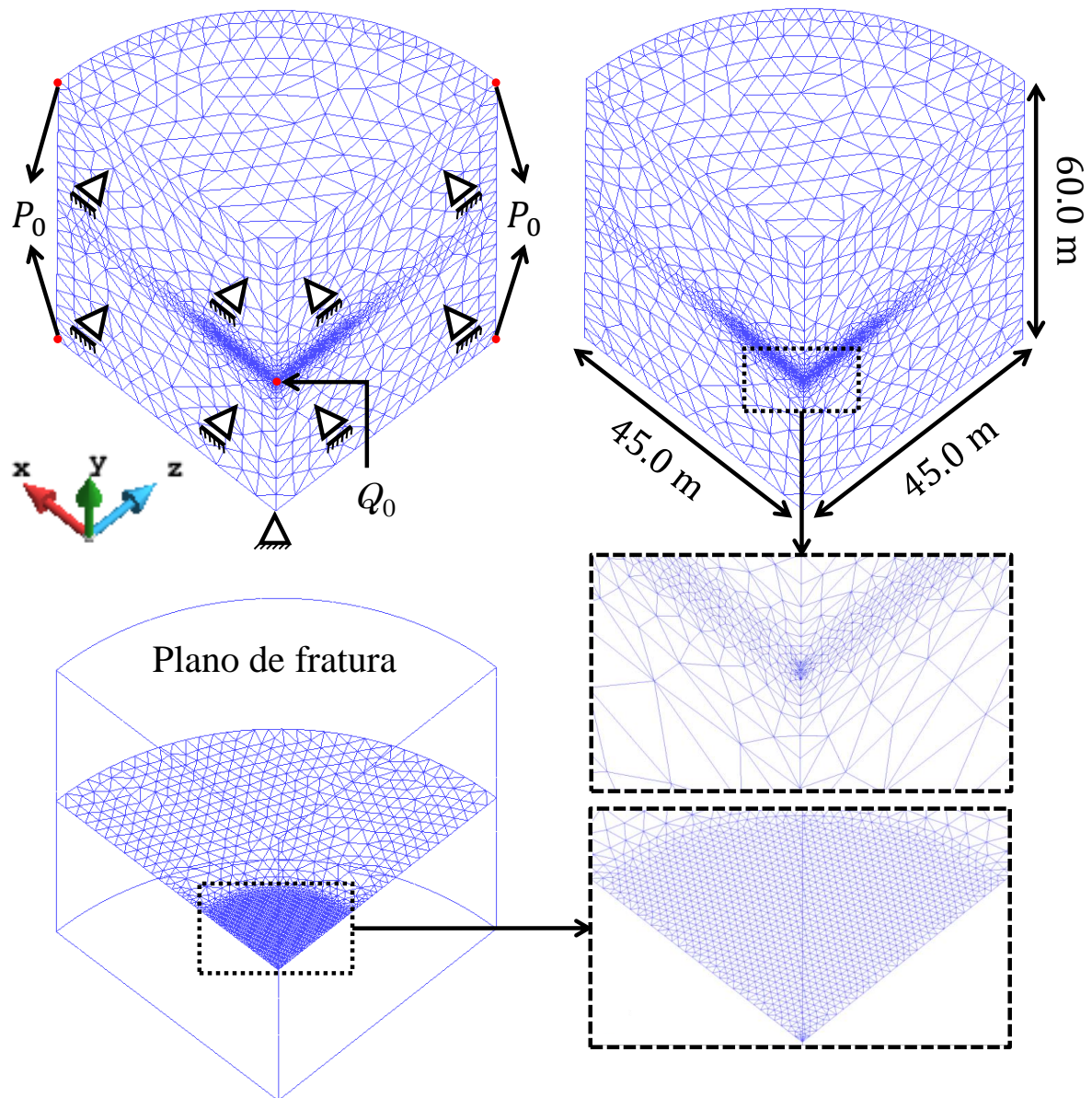
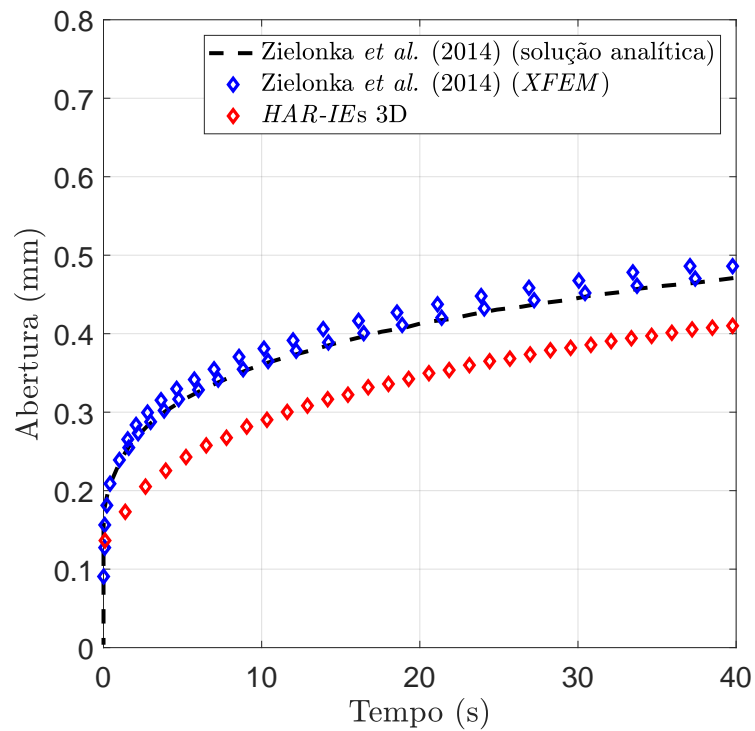
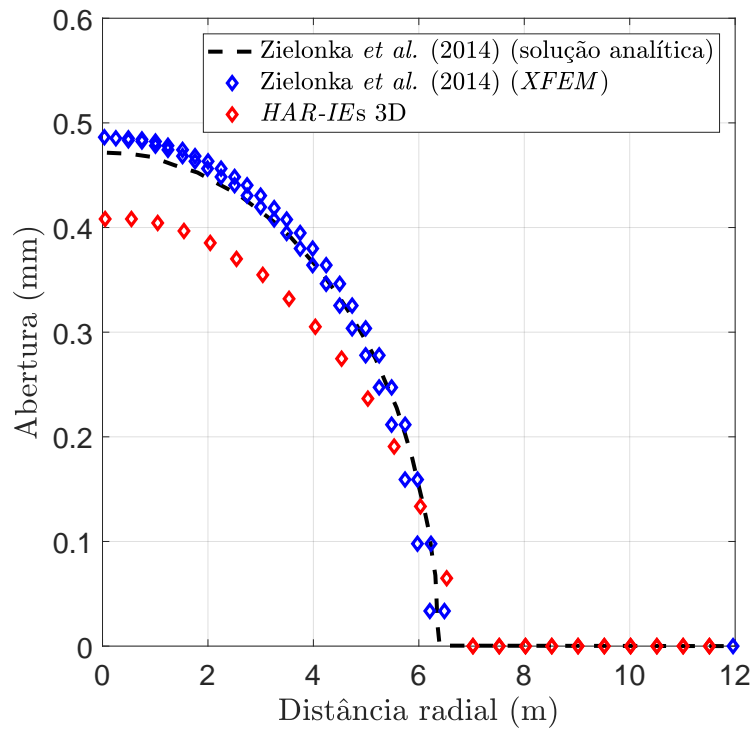


Figura 6.43: Geometria, malha de elementos finitos e condições de contorno mecânicas e hidráulicas adotadas para os casos dessa seção com destaque para o plano de fratura.

fratura) mostra o campo de deslocamento na direção y destacando a região próxima ao ponto de injeção de fluido, sendo que os *HAR-IEs* 3D que representam a fratura formada podem ser identificados a partir da descontinuidade no campo. Já a Figura 6.46b mostra o plano de fratura, onde nota-se que fratura formada apresenta uma geometria circular, assim como considerado pelo modelo *penny-shaped*.



(a)



(b)

Figura 6.44: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zielonka *et al.* (2014) com as obtidas utilizando-se *HAR-IEs* 3D para o regime *storage-toughness* em termos de (a) abertura ao longo do tempo e (b) abertura pela distância radial.

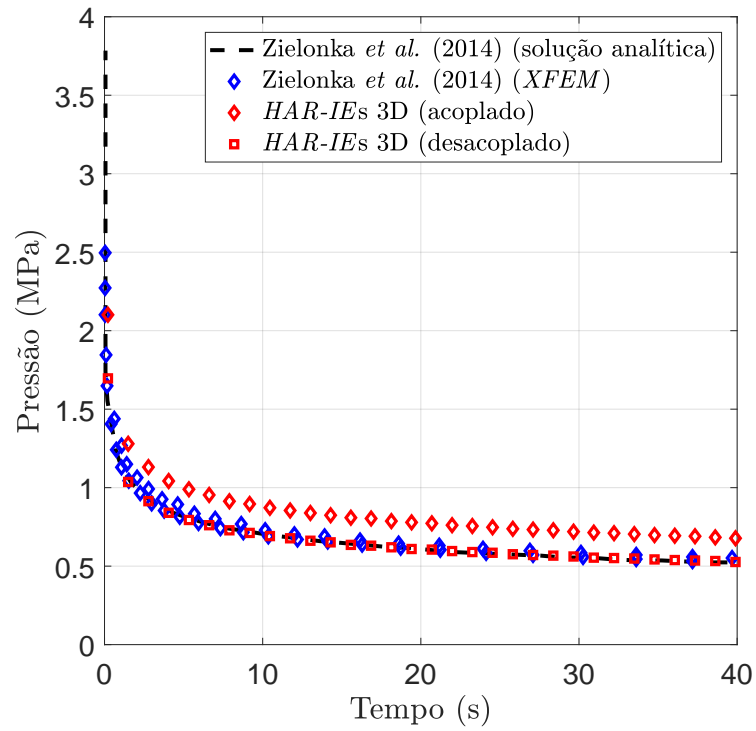


Figura 6.45: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zielonka *et al.* (2014) com as obtidas utilizando-se *HAR-IEs* 3D para o regime *storage-toughness* em termos de pressão de injeção na fratura.

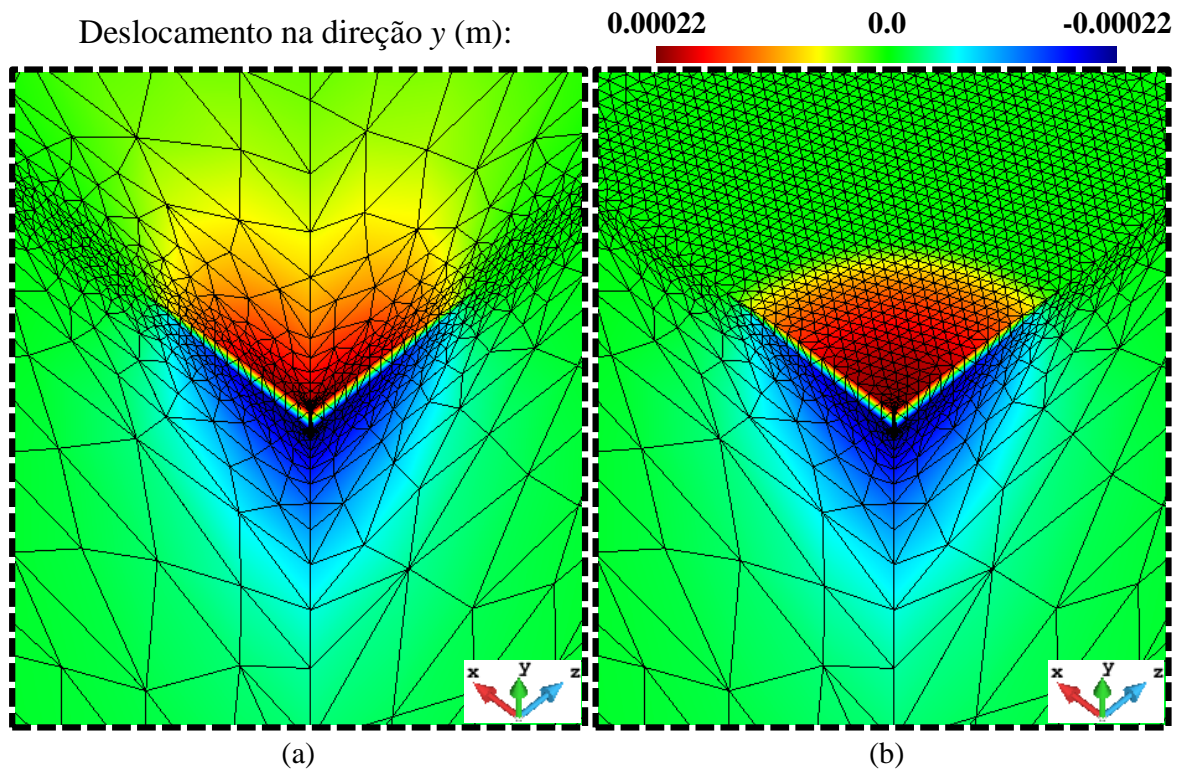
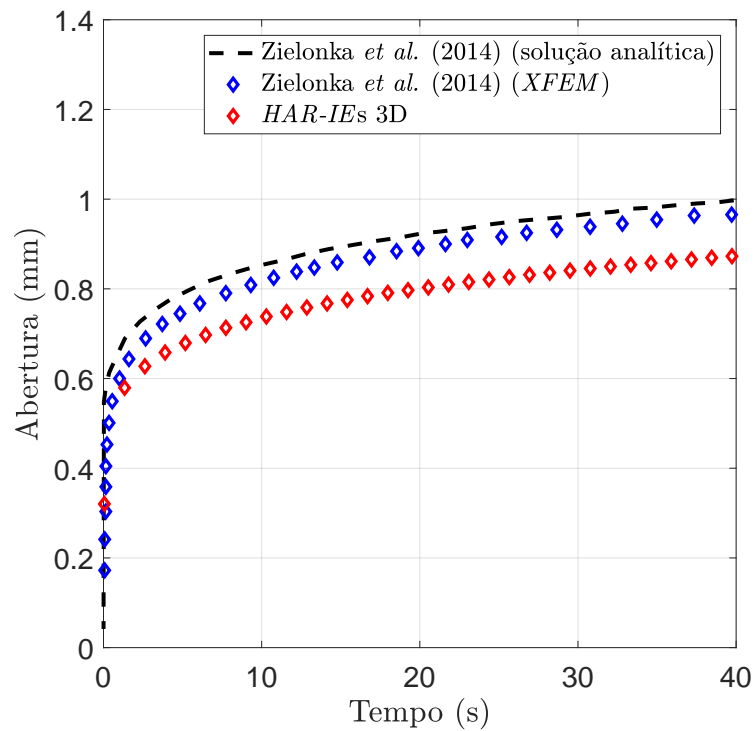


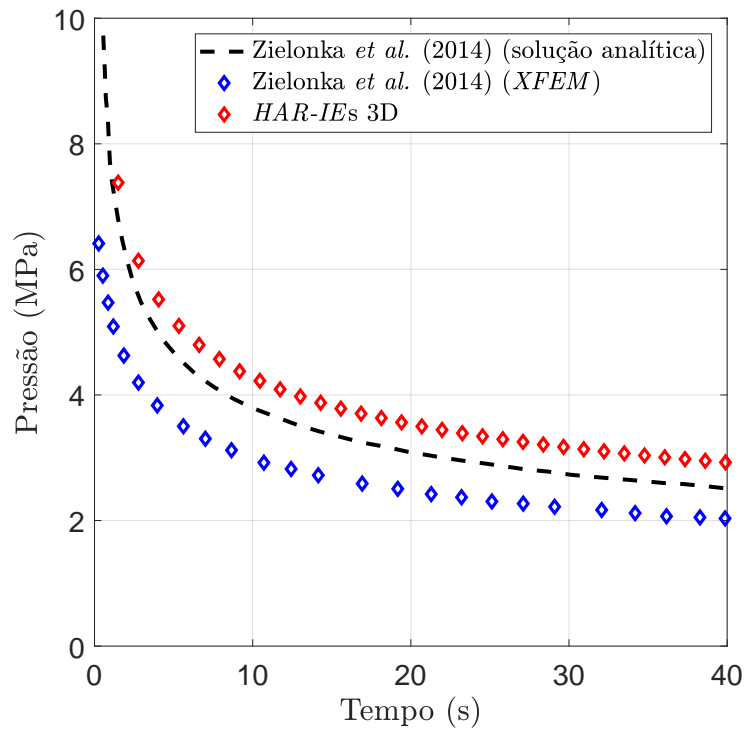
Figura 6.46: Campo de deslocamento para o regime *storage-toughness* mostrando as (a) proximidades da fratura com destaque para (b) o plano de fratura.

6.4.2 REGIME 3: *storage-viscosity*

O regime *storage-viscosity* também foi considerado para análise, onde adotou-se $k = 1.0 \times 10^{-13} \text{ m}^2$ ($1.013 \times 10^2 \text{ mD}$) e $\mu_l = 1.0 \times 10^{-7} \text{ MPa s}$, tal como utilizado por Zielonka *et al.* (2014). A Figura 6.47 apresenta as respostas analíticas e numéricas de Zielonka *et al.* (2014) em termos de abertura (Figura 6.47a) e pressão (Figura 6.47b) na fratura ao longo do tempo juntamente com as curvas obtidas via *HAR-IEs* 3D. Assim como nos casos simulados anteriormente, a diferença entre as curvas analíticas e numéricas utilizando *HAR-IEs* 3D é atribuída ao efeito *back-stress*. Contudo, tal efeito pode ser anulado ao se desprezar a contribuição da pressão nas tensões totais de forma artificial, como por exemplo atribuindo o valor zero ao coeficiente de Biot na equação de equilíbrio mecânico do meio poroso. A Figura 6.48 apresenta a evolução da pressão segundo a distância radial no plano de fratura a partir do ponto de injeção para o tempo $t = 40.0 \text{ s}$. O resultado que melhor se ajusta à curva analítica corresponde àquele em que o *back-stress effect* foi desconsiderado, isto é, a *HAR-IEs* 3D (desacoplado). Por outro lado, ao se considerar tal efeito, a pressão na fratura apresenta valores mais elevados se compara a curva analítica (*HAR-IEs* 3D (acoplado)).



(a)



(b)

Figura 6.47: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zielonka *et al.* (2014) com as obtidas utilizando-se *HAR-IEs* 3D para o regime *storage-viscosity* em termos de (a) abertura e (b) pressão de injeção na fratura.

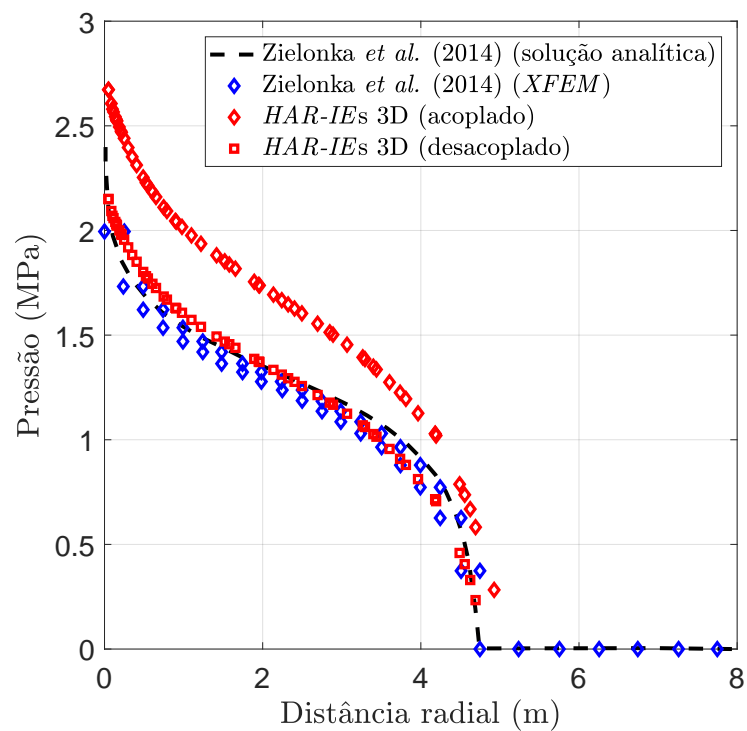


Figura 6.48: Comparação entre as respostas analíticas e numéricas apresentadas por Zielonka *et al.* (2014) com as obtidas utilizando-se *HAR-IEs* 3D para o regime *storage-viscosity* em termos de pressão ao longo da distância radial para o tempo $t = 40.0$ s.

CAPÍTULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O sétimo e último capítulo dessa tese apresenta as conclusões do trabalho destacando os pontos mais relevantes da metodologia proposta. Os trabalhos/estudos que podem ser desenvolvidos a partir dessa pesquisa, segundo a visão do autor da tese, são descritos logo em seguida. Por fim, a última seção do capítulo mostra a lista de artigos publicados e submetidos a periódicos da área e que estão relacionados a essa pesquisa.

7.1 CONCLUSÕES

Nesse trabalho foi apresentada uma nova metodologia para modelagem e simulação numérica de fraturamento hidráulico em meios porosos deformáveis utilizando elementos finitos de interface com elevada razão de aspecto (*HAR-IEs*). A formulação matemática proposta para descrever a formação e propagação da descontinuidade considerando a regularização dos campos de porosidade e permeabilidade também foi apresentada em detalhes. A lei constitutiva adotada para descrever a degradação do material é dada por um modelo de dano à tração escalar isotrópico associado a uma lei de abrandamento exponencial, a qual incorpora explicitamente o comprimento característico do problema. O escoamento do fluido no meio poroso é descrito pela lei de Darcy, enquanto a lei cúbica é aplicada aos *HAR-IEs*.

Os *HAR-IEs* atuam como interfaces pelas quais a fratura se propaga, sendo que a direção de propagação é principalmente controlada pelo estado de tensões e propriedades do material. Com relação à modelagem de descontinuidades, os *HAR-IEs* apresentam algumas vantagens

com relação a outros métodos numéricos, tais como: (i) a incorporação dos *HAR-IEs* em códigos comerciais é relativamente simples, uma vez que eles são baseados em elementos finitos padrões; (ii) o comportamento mecânico dos *HAR-IEs* pode ser estabelecido por leis constitutivas convencionais, tal como dano ou plasticidade; (iii) a representação das descontinuidades é dada por uma formulação totalmente contínua, logo, a análise também é realizada completamente no contexto contínuo; (iv) parâmetros elásticos realistas (e típicos) são utilizados para descrever o comportamento mecânico do material, diferentemente de outras técnicas que utilizam rigidezes muito elevadas e podem sofrer com problemas numéricos (como é o caso de elementos de espessura nula); (v) nenhum tipo de algoritmo para controle da trajetória da fratura é necessário, pois a formação e propagação da descontinuidade depende, basicamente, do campo de tensões e das propriedades do material.

A Técnica de Fragmentação da Malha (*MFT*), a qual consiste em inserir *HAR-IEs* nas interfaces entre os elementos regulares adjacentes ao longo da malha, permite simular o processo de evolução de múltiplas fraturas. A partir da utilização da *MFT*, as superfícies de fratura podem se desenvolver livremente pelo domínio do material, logo, a propagação das fraturas continua sendo controlada pelas propriedades do material e pelo estado de tensões. Enquanto um modelo de dano escalar isotrópico associado a uma lei de abrandamento exponencial descreve o comportamento mecânico dos *HAR-IEs*, os elementos regulares da malha exibem comportamento elástico linear.

O método proposto foi verificado e validado a partir da comparação com soluções analíticas e numéricas considerando diferentes regimes de propagação de fratura. As soluções analíticas utilizadas para os modelos teóricos *KGD* e *Penny-shaped* foram detalhadas e constam nos apêndices do trabalho. As curvas de abertura, comprimento e pressão de fluido na fratura demonstraram uma concordância satisfatória em todos os cenários avaliados, evidenciando assim que os *HAR-IEs* são capazes de representar adequadamente a formação e propagação de fraturas hidráulicas.

Os resultados mostram que a metodologia proposta permite reproduzir a curva de pressão de um típico processo de fraturamento hidráulico, sendo possível identificar a pressão de ruptura da rocha e pressão de propagação da fratura. Em tais casos, a utilização da *MFT* possibilitou

verificar a propagação de múltiplas fraturas em função do estado de tensões *in situ*. Além disso, a evolução simultânea de múltiplas fraturas concorrentes também foi simulada, onde foi identificado que fraturas que se propagam próximas umas às outras tem sua direção de propagação afetada, uma vez que o estado de tensões local é alterado pela presença das próprias fraturas.

Estudos sobre a dependência de malha foram realizados, primeiramente, levando em conta a influência da altura e comprimento dos *HAR-IEs* sobre as curvas de respostas (abertura, comprimento e pressão de fluido na fratura). Na sequência, considerou-se a quantidade de *HAR-IEs* na malha, ou seja, o grau de refinamento da malha. Em ambos os casos, nenhuma alteração significativa no comportamento ou na qualidade das repostas foi observada.

Portanto, conclui-se que o método numérico apresentado (elementos de interface com elevada razão de aspecto) permite a simulação de fraturas induzidas hidraulicamente em cenários 2D e 3D considerando diversas situações distintas. A Técnica de Fragmentação da Malha destacou-se como uma ferramenta com potencial considerável para ampliar os cenários de aplicações dos *HAR-IEs*. Sendo assim, a metodologia desenvolvida nesse trabalho, de modo geral, é inovadora, robusta, estável e atrativa (sobretudo para aplicações em programas comerciais de fraturamento hidráulico), pois permite modelar um problema relativamente complexo (formação e propagação de fraturas hidráulicas em meios porosos deformáveis) de forma relativamente simples, isto é, a partir de uma formulação contínua e utilizando elementos finitos triangulares sólidos lineares.

7.2 TRABALHOS FUTUROS

Os resultados apresentados nesse trabalho demonstram que os elementos de interface com elevada razão de aspecto são capazes de solucionar problemas que envolvam o fraturamento hidráulico. Dessa forma, a metodologia apresentada pode ser aprimorada segundo diferentes perspectivas.

Do ponto de vista computacional, as seguintes alterações poderiam ser adaptadas:

- Devido ao método de integração utilizado (*IMPL-EX*), o tamanho do passo de tempo pode

influenciar na resposta. Entretanto, esquemas de passo de tempo adaptativo, assim como o utilizado por Oliver, Huespe e Cante (2008), podem ser adotados para otimizar o tempo de simulação.

- A Técnica de Fragmentação da Malha aumenta consideravelmente a quantidade de graus de liberdade do problema. Métodos de malha adaptativa com *HAR-IEs* similares aos utilizados por Zhan e Meschke (2017) e Rodrigues *et al.* (2018) podem ser uma alternativa viável para reduzir a quantidade de graus de liberdade e, conseqüentemente, simplificar o problema.

Já em termos de aplicações do método, esse trabalho poderia contribuir, por exemplo, nos seguintes problemas:

- Muitos reservatórios apresentam fraturas naturais e estas influenciam a propagação de fraturas induzidas de diferentes maneiras. Diferentes métodos numéricos vem sendo utilizados para o estudo desse tipo de interação, logo, os *HAR-IEs* também podem contribuir. Inclusive, esse tipo de simulação também abre espaço para o estudo de fraturamento hidráulico considerando redes complexas de fraturas naturais.
- O termo de *leak-off* que surge naturalmente da discretização da equação de conservação de massa de fluido pode ser associado a uma lei de filtração, de modo que seja possível controlar o escoamento de fluido para o meio poroso através das paredes da fratura. Tal efeito pode ser alcançado, por exemplo, estendendo a metodologia por trás dos elementos finitos de acoplamento (*Coupling Finite Elements - CFEs*), propostos por Bitencourt *et al.* (2015), para problemas hidromecânicos.
- Reservatórios podem ser representados de forma mais realista se suas propriedades forem consideradas heterogêneas. Entretanto, a formação e propagação de fraturas induzidas hidráulicamente são afetadas por tais heterogeneidades, assim como demonstrado por Pakzad, Wang e Sloan (2018).

Outros tipos de problemas físicos, eventualmente mais complexos, também poderiam ser estudados a partir do trabalho atual:

- Processos termo-hidro-mecânicos e fraturas induzidas por efeito térmico podem aprimorar as estimulações via fraturamento hidráulico. Em casos como esse, fluidos com temperatura muito inferior à do reservatório são injetados e provocam fraturas devido à contração da matriz rochosa (CHA *et al.*, 2016).

Além das vantagens associadas aos *HAR-IEs*, o programa desenvolvido ao longo dessa pesquisa (batizado como “HAR-HyFrac” e apresentado no Capítulo 5) pode ser utilizado de forma direta em aplicações da indústria, como por exemplo:

- As curvas de pressão e injeção de fluido obtidas em operações reais de campo podem ser utilizadas como “referência” para o ajuste dos parâmetros de entrada das simulações. Assim, as principais propriedades do meio poroso (tais como módulo de Young e permeabilidade intrínseca, entre outras) podem ser estimadas.

7.3 PUBLICAÇÕES

Durante o período de doutorado, os seguintes artigos foram publicados em periódicos (os quais estão ordenados a partir da publicação mais recente):

- CLETO, P. R.; MANZOLI, O. L.; SÁNCHEZ, M.; MAEDO, M. A.; BESERRA, L. B.; GUIMARÃES, L. J. Hydro-mechanical coupled modeling of hydraulic fracturing using the mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, v. 124, 2020.
- MAEDO, M.; SÁNCHEZ, M.; ALJEZNAWI, D.; MANZOLI, O.; GUIMARÃES, L. J.; CLETO, P. R. Analysis of soil drying incorporating a constitutive model for curling. *Acta Geotechnica*, Springer, v. 15, p. 2619–2635, 2020.
- MANZOLI, O. L.; CLETO, P. R.; SÁNCHEZ, M.; GUIMARÃES, L. J.; MAEDO, M. A. On the use of high aspect ratio finite elements to model hydraulic fracturing in deformable porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 350, p. 57 – 80, 2019.

Além disso, até a presente data (setembro de 2020), um artigo está em processo de revisão pelo periódico e outros dois foram aceitos para publicação, sendo eles:

- FABBRI, H.; CLETO, P.; AMBIEL, J.; SÁNCHEZ, M.; MANZOLI, O. Modeling fractures and barriers in porous media using finite elements with high aspect ratio. *Acta Geotechnica*, 2020. **(Em processo de revisão)**.
- FABBRI, H.; CLETO, P.; GAIOTTO JR, A.; RODRIGUES, E.; MAEDO, M.; MANZOLI, O. Modeling the closure behavior of natural fractures in porous media using high aspect ratio interface elements. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2020. **(Aceito para publicação)**.
- MAEDO, M.; SÁNCHEZ, M.; FABBRI, H.; CLETO, P.; GUIMARÃES, L.; MANZOLI, O. Coupled Thermo-Hydro-Mechanical Numerical Modeling of Evolving Fractures in Rocks. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2020. **(Aceito para publicação)**.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABE, H.; MURA, T.; KEER, L. M. Growth rate of a penny-shaped crack in hydraulic fracturing of rocks. *Journal of Geophysical Research*, v. 81-29, 10 1976. Disponível em: <<https://doi.org/10.1029/JB081i029p05335>>.

ABOU-SAYED, A. S.; BRECHTEL, C. E.; CLIFTON, R. J. In situ stress determination by hydrofracturing: A fracture mechanics approach. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Wiley Online Library, v. 83, n. B6, p. 2851–2862, 1978. Disponível em: <<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JB083iB06p02851>>.

ADACHI, J.; SIEBRITS, E.; PEIRCE, A.; DESROCHES, J. Computer simulation of hydraulic fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 44, n. 5, p. 739 – 757, 2007. ISSN 1365-1609. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160906001870>>.

ADACHI, J. I. *Fluid-driven fracture in permeable rock*. Tese (Doutorado) — University of Minnesota, 2001.

ADACHI, J. I.; DETOURNAY, E. Self-similar solution of a plane-strain fracture driven by a power-law fluid. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 26, n. 6, p. 579–604, 2002. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.213>>.

ADACHI, J. I.; DETOURNAY, E. Plane strain propagation of a hydraulic fracture in a permeable rock. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 75, n. 16, p. 4666 – 4694, 2008. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794408000994>>.

ALEKSEENKO, O.; POTAPENKO, D.; CHERNY, S.; ESIPOV, D.; KURANAKOV, D.; LAPIN, V. 3d modeling of fracture initiation from perforated noncemented wellbore. *SPE Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 18, n. 03, p. 589–600, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/151585-PA>>.

BEAR, J. *Dynamics of fluids in porous media*. [S.l.]: American Elsevier Publishing Company, 1972.

BIOT, M. A. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of applied physics*, AIP, v. 12, n. 2, p. 155–164, 1941. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1712886>>.

BITENCOURT, L. A.; MANZOLI, O. L.; PRAZERES, P. G.; RODRIGUES, E. A.; BITENCOURT, T. N. A coupling technique for non-matching finite element meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 290, p. 19 – 44, 2015. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782515000870>>.

BOARD, M.; RORKE, T.; WILLIAMS, G.; GAY, N. *et al.* Fluid injection for rockburst control in deep mining. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. *The 33th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*. [S.l.], 1992.

BORST, R. d.; REMMERS, J. J. C.; NEEDLEMAN, A.; ABELLAN, M.-A. Discrete vs smeared crack models for concrete fracture: bridging the gap. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 28, n. 7-8, p. 583–607, 2004. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.374>>.

BORST, R. de. *Computational Methods for Fracture in Porous Media: Isogeometric and Extended Finite Element Methods*. [S.l.]: Elsevier, 2017.

BUNGER, A. P.; DETOURNAY, E.; GARAGASH, D. I. Toughness-dominated hydraulic fracture with leak-off. *International journal of fracture*, Springer, v. 134, n. 2, p. 175–190, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10704-005-0154-0>>.

BUNGER, A. P.; DETOURNAY, E.; JEFFREY, R. G. Crack tip behavior in near-surface fluid-driven fracture experiments. *Comptes Rendus Mecanique*, v. 333, n. 4, p. 299 – 304, 2005. ISSN 1631-0721. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S163107210500032X>>.

CARRIER, B.; GRANET, S. Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 79, p. 312 – 328, 2012. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794411004206>>.

CARTER, E. Optimum fluid characteristics for fracture extension. In: HOWARD, G.; FAST, C. (Ed.). *Drilling and production practice*. 1957. Disponível em: <<https://www.onepetro.org/conference-paper/API-57-261>>.

CHA, M.; ALQAHTANI, N.; YAO, B.; WANG, L.; YIN, X.; WU, Y.; KNEAFSEY, T. Studying cryogenic fracturing process using transparent specimens. In: *Energy Geotechnics: Proceedings of the 1st International Conference on Energy Geotechnics*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 211–216.

CHENG, A. H.-D. *Poroelasticity*. Springer, 2016. Disponível em: <<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-25202-5>>.

CLEARY, M. P. Analysis of mechanisms and procedures for producing favourable shapes of hydraulic fractures. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. 1980. Disponível em: <<https://www.onepetro.org/conference-paper/SPE-9260-MS>>.

CLEARY, M. P. Comprehensive design formulae for hydraulic fracturing. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. 1980. Disponível em: <<https://www.onepetro.org/conference-paper/SPE-9259-MS>>.

CLETO, P. R. *Simulação de Fraturamento Hidráulico Usando Elementos Finitos de Elevada Razão de Aspecto com Acoplamento Hidromecânico*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista, 2016.

- CLETO, P. R.; MANZOLI, O. L.; SÁNCHEZ, M.; MAEDO, M. A.; BESERRA, L. B.; GUIMARÃES, L. J. Hydro-mechanical coupled modeling of hydraulic fracturing using the mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, v. 124, 2020. ISSN 0266-352X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X20301543>>.
- COOK, B.; LEE, M.; DIGIOVANNI, A.; BRONOWSKI, D.; PERKINS, E.; WILLIAMS, J. Discrete element modeling applied to laboratory simulation of near-wellbore mechanics. *International Journal of Geomechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 4, n. 1, p. 19–27, 2004.
- CORDERO, J. A. R.; SANCHEZ, E. C. M.; ROEHL, D.; PEREIRA, L. C. Hydro-mechanical modeling of hydraulic fracture propagation and its interactions with frictional natural fractures. *Computers and Geotechnics*, v. 111, p. 290 – 300, 2019. ISSN 0266-352X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X19300953>>.
- COUSSY, O. *Poromechanics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.
- CRUZ, F.; ROEHL, D.; VARGAS, E. do A. An x fem element to model intersections between hydraulic and natural fractures in porous rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 112, p. 385 – 397, 2018. ISSN 1365-1609. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160918300820>>.
- DAMJANAC, B.; CUNDALL, P. Application of distinct element methods to simulation of hydraulic fracturing in naturally fractured reservoirs. *Computers and Geotechnics*, v. 71, p. 283 – 294, 2016. ISSN 0266-352X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X15001354>>.
- DAMJANAC, B.; DETOURNAY, C.; CUNDALL, P. A. Application of particle and lattice codes to simulation of hydraulic fracturing. *Computational Particle Mechanics*, v. 3, p. 249 – 261, 2016. ISSN 2196-4386. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40571-015-0085-0>>.
- DE-POUPLANA, I.; OÑATE, E. Finite element modelling of fracture propagation in saturated media using quasi-zero-thickness interface elements. *Computers and Geotechnics*, v. 96, p. 103 – 117, 2018. ISSN 0266-352X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X17302896>>.
- DETOURNAY, E. Propagation regimes of fluid-driven fractures in impermeable rocks. *International Journal of Geomechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 4, n. 1, p. 35–45, 2004. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1532-3641\(2004\)4:1\(35\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2004)4:1(35))>.
- DETOURNAY, E. Mechanics of hydraulic fractures. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 48, n. 1, p. 311–339, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010814-014736>>.
- DETOURNAY, E.; CHENG, A.-D. Poroelastic response of a borehole in a non-hydrostatic stress field. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, v. 25, n. 3, p. 171 – 182, 1988. ISSN 0148-9062. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0148906288922991>>.
- DETOURNAY, E.; CHENG, A.-D.; ROEGIERS, J.-C.; MCLENNAN, J. Poroelasticity considerations in in situ stress determination by hydraulic fracturing. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, v. 26, n. 6, p. 507 – 513,

1989. ISSN 0148-9062. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0148906289914289>>.

DONTSOV, E.; PEIRCE, A. Comparison of toughness propagation criteria for blade-like and pseudo-3d hydraulic fractures. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 160, p. 238 – 247, 2016. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794416301886>>.

DOUILLET-GRELLIER, T.; PRAMANIK, R.; PAN, K.; ALBAIZ, A.; JONES, B. D.; POURPAK, H.; WILLIAMS, J. R. *et al.* Mesh-free numerical simulation of pressure-driven fractures in brittle rocks. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Hydraulic Fracturing Technology Conference*. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/179138-MS>>.

ECONOMIDES, M. J.; NOLTE, K. G. *Reservoir stimulation*. 3. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Ltd, 2000.

FAN, J.; DOU, L.; HE, H.; DU, T.; ZHANG, S.; GUI, B.; SUN, X. Directional hydraulic fracturing to control hard-roof rockburst in coal mines. *International Journal of Mining Science and Technology*, v. 22, n. 2, p. 177 – 181, 2012. ISSN 2095-2686. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2095268612000420>>.

FARKAS, M. P.; YOON, J. S.; ZANG, A.; ZIMMERMANN, G.; STEPHANSSON, O.; LEMON, M.; DANKÓ, G. Effect of foliation and fluid viscosity on hydraulic fracturing tests in mica schists investigated using distinct element modeling and field data. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, v. 52, n. 2, p. 555–574, Feb 2019. ISSN 1434-453X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00603-018-1598-7>>.

FEDOTOVA, V.; CASAS, E. L.; MANZOLI, O.; MATTOS, C.; RODRIGUES, E. Crack initiation and propagation in a post-and-core restored maxillary first premolar: A two-dimensional analysis. *Journal of Mechanical Engineering and Biomechanics*, v. 4, p. 39–44, 11 2019.

FJAER, E.; HOLT, R. M.; HORSRUD, P.; RAAEN, A.; RISNES, R. *Petroleum related rock mechanics*. 2nd. ed. [S.l.]: Elsevier, 2008. v. 53.

FRANK, U.; BARKLEY, N. Remediation of low permeability subsurface formations by fracturing enhancement of soil vapor extraction. *Journal of Hazardous Materials*, v. 40, n. 2, p. 191 – 201, 1995. ISSN 0304-3894. Soil Remediation: Application of Innovative and Standard Technologies. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030438949400069S>>.

FUNG, R.; VILAYAKUMAR, S.; CORMACK, D. E. Calculation of vertical fracture containment in layered formations. *SPE formation evaluation*, Society of Petroleum Engineers, v. 2, n. 04, p. 518–522, 1987. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/14707-PA>>.

GAO, Q.; GHASSEMI, A. Three dimensional finite element simulations of hydraulic fracture height growth in layered formations using a coupled hydro-mechanical model. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 125, p. 104137, 2020. ISSN 1365-1609. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160919301856>>.

GARAGASH, D.; DETOURNAY, E. The Tip Region of a Fluid-Driven Fracture in an Elastic Medium. *Journal of Applied Mechanics*, v. 67, n. 1, p. 183–192, 06 1999. ISSN 0021-8936. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.321162>>.

GARAGASH, D. I. Plane-strain propagation of a fluid-driven fracture during injection and shut-in: Asymptotics of large toughness. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 73, n. 4, p. 456 – 481, 2006. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794405002237>>.

GARAGASH, D. I. Propagation of a plane-strain hydraulic fracture with a fluid lag: Early-time solution. *International Journal of Solids and Structures*, v. 43, n. 18, p. 5811 – 5835, 2006. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768305005846>>.

GEERTSMA, J.; KLERK, F. D. Rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures. *Journal of Petroleum Technology;(United States)*, Society of Petroleum Engineers, v. 21, 1969. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/2458-PA>>.

GREEN, A. E.; SNEDDON, I. N. The distribution of stress in the neighbourhood of a flat elliptical crack in an elastic solid. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Cambridge University Press, v. 46, n. 1, p. 159–163, 1950. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/S0305004100025585>>.

GUPTA, P.; DUARTE, C. Simulation of non-planar three-dimensional hydraulic fracture propagation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Wiley Online Library, v. 38, n. 13, p. 1397–1430, 2014. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.2305>>.

HAIMSON, B.; FAIRHURST, C. Initiation and extension of hydraulic fractures in rocks. *Society of Petroleum Engineers Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 7, n. 03, p. 310–318, 1967. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/1710-PA>>.

HARRISON, J. P.; HUDSON, J. A. *Engineering rock mechanics. Part II: Illustrative worked examples*. [S.l.]: Pergamon, 2000. 530 p.

HAYASHI, K.; HAIMSON, B. C. Characteristics of shut-in curves in hydraulic fracturing stress measurements and determination of in situ minimum compressive stress. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Wiley Online Library, v. 96, n. B11, p. 18311–18321, 1991. Disponível em: <<https://doi.org/10.1029/91JB01867>>.

HE, Q.; SUORINENI, F. T.; MA, T.; OH, J. Effect of discontinuity stress shadows on hydraulic fracture re-orientation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 91, p. 179 – 194, 2017. ISSN 1365-1609. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160916304531>>.

HE, Q.; SUORINENI, F. T.; OH, J. Review of hydraulic fracturing for preconditioning in cave mining. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, v. 49, n. 12, p. 4893–4910, Dec 2016. ISSN 1434-453X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00603-016-1075-0>>.

HU, J.; GARAGASH, D. Plane-strain propagation of a fluid-driven crack in a permeable rock with fracture toughness. *Journal of Engineering Mechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 136, n. 9, p. 1152–1166, 2010. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000169](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000169)>.

HUBBERT, M.; WILLIS, D. Mechanics of hydraulic fracturing. *Petroleum Transactions AIME*, v. 210, p. 153–168, 1957.

JING, L. A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 40, n. 3, p. 283 – 353, 2003. ISSN 1365-1609. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160903000133>>.

KEMP, L. F. *et al.* Study of nordgren's equation of hydraulic fracturing. *SPE Production Engineering*, Society of Petroleum Engineers, v. 5, n. 03, p. 311–314, 1990. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/18959-PA>>.

KONING, E. J. L. *Waterflooding under fracturing conditions*. Tese (Doutorado) — Delft University of Technology, 1988.

KOVALYSHEN, Y.; DETOURNAY, E. A reexamination of the classical pkn model of hydraulic fracture. *Transport in porous media*, Springer, v. 81, n. 2, p. 317–339, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11242-009-9403-4>>.

KRISTIANOVITCH, S.; ZHELTOV, Y. Formation of vertical fractures by means of highly viscous fluids. In: *Proceedings of the 4th World Petroleum Congress*. [S.l.: s.n.], 1955. v. 2, p. 579.

KUMAR, D.; GHASSEMI, A. *et al.* 3d poroelastic simulation and analysis of multiple fracture propagation and refracturing of closely-spaced horizontal wells. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. *50th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium*. 2016. Disponível em: <<https://www.onepetro.org/conference-paper/ARMA-2016-136>>.

LECAMPION, B. An extended finite element method for hydraulic fracture problems. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, John Wiley & Sons, Ltd., v. 25, n. 2, p. 121–133, 2009. ISSN 1099-0887. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/cnm.1111>>.

LECAMPION, B.; BUNGER, A.; ZHANG, X. Numerical methods for hydraulic fracture propagation: A review of recent trends. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v. 49, p. 66 – 83, 2018. ISSN 1875-5100. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875510017304006>>.

LECAMPION, B.; DETOURNAY, E. An implicit algorithm for the propagation of a hydraulic fracture with a fluid lag. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 196, n. 49, p. 4863 – 4880, 2007. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782507002708>>.

LI, K.; ZHOU, S. Numerical investigation of multizone hydraulic fracture propagation in porous media: New insights from a phase field method. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v. 66, p. 42 – 59, 2019. ISSN 1875-5100. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875510019300721>>.

LI, Y. Simulation of the interactions between multiple hydraulic fractures and natural fracture network based on discrete element method numerical modeling. *Energy Science & Engineering*, Wiley Online Library, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/ese3.712>>.

LIU, F.; GORDON, P. A.; VALIVETI, D. M. Modeling competing hydraulic fracture propagation with the extended finite element method. *Acta Geotechnica*, Sep 2017. ISSN 1861-1133. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11440-017-0569-6>>.

LOMIZE, G. Flow in fractured rocks. *Gosenergoizdat, Moscow*, v. 127, p. 197, 1951.

MAEDO, M.; SÁNCHEZ, M.; ALJEZNAWI, D.; MANZOLI, O.; GUIMARÃES, L. J.; CLETO, P. R. Analysis of soil drying incorporating a constitutive model for curling. *Acta Geotechnica*, Springer, v. 15, p. 2619–2635, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11440-020-00920-0>>.

MAEDO, M. A. *Simulação computacional por elementos finitos de múltiplas fissuras em sólidos usando técnica de fragmentação da malha*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista, 2015.

MANZOLI, O.; GAMINO, A.; RODRIGUES, E.; CLARO, G. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. *Computers & Structures*, v. 94-95, p. 70 – 82, 2012. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794911002938>>.

MANZOLI, O.; MAEDO, M.; RODRIGUES, E.; BITTENCOURT, T. Modeling of multiple cracks in reinforced concrete members using solid finite elements with high aspect ratio. *Computational Modelling of Concrete Structures*, CRC Press, p. 383, 2014.

MANZOLI, O. L.; CLETO, P. R.; SÁNCHEZ, M.; GUIMARÃES, L. J.; MAEDO, M. A. On the use of high aspect ratio finite elements to model hydraulic fracturing in deformable porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 350, p. 57 – 80, 2019. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782519301355>>.

MANZOLI, O. L.; MAEDO, M. A.; JR., L. A. B.; RODRIGUES, E. A. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 153, p. 151 – 170, 2016. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001379441500702X>>.

MENDELSON, D. A review of hydraulic fracture modeling - part i: general concepts, 2d models, motivation for 3d modeling. *Journal of Energy Resources Technology*, American Society of Mechanical Engineers, v. 106, n. 3, p. 369–376, 1984. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3231067>>.

MESCHKE, G.; LEONHART, D. A generalized finite element method for hydro-mechanically coupled analysis of hydraulic fracturing problems using space-time variant enrichment functions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 290, p. 438 – 465, 2015. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782515000961>>.

MIKELIĆ, A.; WHEELER, M. F.; WICK, T. Phase-field modeling of a fluid-driven fracture in a poroelastic medium. *Computational Geosciences*, v. 19, n. 6, p. 1171 – 1195, Dec 2015. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-015-9532-5>>.

MOHAMMADNEJAD, T.; ANDRADE, J. Numerical modeling of hydraulic fracture propagation, closure and reopening using xfem with application to in-situ stress estimation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 40, n. 15, p. 2033–2060, 2016. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.2512>>.

MOHAMMADNEJAD, T.; KHOEI, A. An extended finite element method for hydraulic fracture propagation in deformable porous media with the cohesive crack model. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 73, p. 77 – 95, 2013. ISSN 0168-874X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X13000772>>.

MORALES, R.; BRADY, B.; INGRAFFEA, A. *et al.* Three-dimensional analysis and visualization of the wellbore and the fracturing process in inclined wells. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *Low Permeability Reservoirs Symposium*. 1993. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/25889-MS>>.

MOSCHOVIDIS, Z.; STEIGER, R.; PETERSON, R.; WARPINSKI, N.; WRIGHT, C.; CHESNEY, E.; HAGAN, J.; ABOU-SAYED, A.; KECK, R.; FRANKL, M. *et al.* The mounds drill-cuttings injection field experiment: Final results and conclusions. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *IADC/SPE Drilling Conference*. 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/59115-MS>>.

NEEDLEMAN, A. Some issues in cohesive surface modeling. *Procedia IUTAM*, v. 10, p. 221 – 246, 2014. ISSN 2210-9838. Mechanics for the World: Proceedings of the 23rd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, ICTAM2012. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210983814000212>>.

NGUYEN, V. P.; LIAN, H.; RABCZUK, T.; BORDAS, S. Modelling hydraulic fractures in porous media using flow cohesive interface elements. *Engineering Geology*, v. 225, p. 68 – 82, 2017. ISSN 0013-7952. Special Issue: Characterisation of Fractures in Rock: from Theory to Practice (ROCKFRAC). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013795217306014>>.

NORDGREN, R. Propagation of a vertical hydraulic fracture. *Society of Petroleum Engineers Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 12, n. 04, p. 306–314, 1972. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/3009-PA>>.

OLIVELLA, S.; GENS, A.; CARRERA, J.; ALONSO, E. Numerical formulation for a simulator (code_bright) for the coupled analysis of saline media. *Engineering computations*, MCB UP Ltd, v. 13, n. 7, p. 87–112, 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1108/02644409610151575>>.

OLIVER, J.; CERVERA, M.; MANZOLI, O. Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach. *International Journal of Plasticity*, v. 15, n. 3, p. 319 – 351, 1999. ISSN 0749-6419. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749641998000734>>.

OLIVER, J.; HUESPE, A. Continuum approach to material failure in strong discontinuity settings. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 193, n. 30, p. 3195 – 3220, 2004. ISSN 0045-7825. Computational Failure Mechanics. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004578250400132X>>.

OLIVER, J.; HUESPE, A.; BLANCO, S.; LINERO, D. Stability and robustness issues in numerical modeling of material failure with the strong discontinuity approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 195, n. 52, p. 7093 – 7114, 2006. ISSN 0045-7825. Computational Modelling of Concrete. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782505003920>>.

OLIVER, J.; HUESPE, A.; CANTE, J. An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 197, n. 21-24, p. 1865 – 1889, 2008. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782507004756>>.

PAKZAD, R.; WANG, S. Y.; SLOAN, S. W. Numerical simulation of hydraulic fracturing in low-/high-permeability, quasi-brittle and heterogeneous rocks. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, v. 51, n. 4, p. 1153–1171, Apr 2018. ISSN 1434-453X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00603-017-1386-9>>.

PERKINS, T.; KERN, L. Widths of hydraulic fractures. *Journal of Petroleum Technology*, Society of Petroleum Engineers, v. 13, n. 09, p. 937–949, 1961. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/89-PA>>.

PRAZERES, P. G. C.; BITENCOURT, L. A. G.; BITTENCOURT, T. N.; MANZOLI, O. L. A modified implicit-explicit integration scheme: an application to elastoplasticity problems. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 38, n. 1, p. 151–161, Jan 2016. ISSN 1806-3691. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40430-015-0343-3>>.

RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L.; BITENCOURT, L. A. 3d concurrent multiscale model for crack propagation in concrete. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 361, p. 112813, 2020. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782519307054>>.

RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L.; BITENCOURT, L. A.; BITTENCOURT, T. N.; SÁNCHEZ, M. An adaptive concurrent multiscale model for concrete based on coupling finite elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 328, n. Supplement C, p. 26 – 46, 2018. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782517306369>>.

RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L.; JR.], L. A. B.; BITTENCOURT, T. N. 2d mesoscale model for concrete based on the use of interface element with a high aspect ratio. *International Journal of Solids and Structures*, v. 94-95, p. 112 – 124, 2016. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768316300749>>.

RUBIN, A. M. Propagation of magma-filled cracks. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, v. 23, n. 1, p. 287–336, 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1146/annurev.earth.23.050195.001443>>.

SALIMZADEH, S.; PALUSZNY, A.; ZIMMERMAN, R. W. Three-dimensional poroelastic effects during hydraulic fracturing in permeable rocks. *International Journal of Solids and Structures*, v. 108, p. 153 – 163, 2017. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768316303754>>.

- SAMIMI, S.; PAK, A. A fully coupled element-free galerkin model for hydro-mechanical analysis of advancement of fluid-driven fractures in porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Wiley Online Library, v. 40, n. 16, p. 2178–2206, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/nag.2525>>.
- SÁNCHEZ, M.; MANZOLI, O. L.; GUIMARÃES, L. J. Modeling 3-d desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, v. 62, p. 27 – 39, 2014. ISSN 0266-352X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X14001177>>.
- SARRIS, E.; PAPANASTASIOU, P. Modeling of hydraulic fracturing in a poroelastic cohesive formation. *International Journal of Geomechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 12, n. 2, p. 160–167, 2011. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000121](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000121)>.
- SAVITSKI, A.; DETOURNAY, E. Propagation of a penny-shaped fluid-driven fracture in an impermeable rock: asymptotic solutions. *International Journal of Solids and Structures*, v. 39, n. 26, p. 6311 – 6337, 2002. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768302004924>>.
- SCHMITT, D.; ZOBACK, M. Poroelastic effects in the determination of the maximum horizontal principal stress in hydraulic fracturing tests - a proposed breakdown equation employing a modified effective stress relation for tensile failure. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, v. 26, n. 6, p. 499–506, 1989. ISSN 0148-9062. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0148906289914277>>.
- SECCHI, S.; SCHREFLER, B. A. A method for 3-d hydraulic fracturing simulation. *International Journal of Fracture*, v. 178, n. 1, p. 245–258, Nov 2012. ISSN 1573-2673. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10704-012-9742-y>>.
- SEGURA, J. M.; CAROL, I. On zero-thickness interface elements for diffusion problems. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 28, n. 9, p. 947–962, 2004. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.358>>.
- SEGURA, J. M.; CAROL, I. Coupled hm analysis using zero-thickness interface elements with double nodes. part i: Theoretical model. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, John Wiley & Sons, Ltd., v. 32, n. 18, p. 2083–2101, 2008. ISSN 1096-9853. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/nag.735>>.
- SEGURA, J. M.; CAROL, I. Coupled hm analysis using zero-thickness interface elements with double nodes. part ii: Verification and application. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 32, n. 18, p. 2103–2123, 2008. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.730>>.
- SEIXAS, M. G. *Modelagem Hidromecânica do Fraturamento Hidráulico de Rochas via Elementos Finitos com Elementos Especiais de Interface*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2015.
- SETTARI, A.; WALTERS, D. A. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. *SPE Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 6, n. 03, p. 334–342, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/74142-PA>>.

SIMONI, L.; SECCHI, S. Cohesive fracture mechanics for a multi-phase porous medium. *Engineering Computations*, v. 20, n. 5/6, p. 675–698, 2003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1108/02644400310488817>>.

SIMONSON, E.; ABOU-SAYED, A.; CLIFTON, R. *et al.* Containment of massive hydraulic fractures. *Society of Petroleum Engineers Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 18, n. 01, p. 27–32, 1978. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/6089-PA>>.

SNEDDON, I. The distribution of stress in the neighbourhood of a crack in an elastic solid. In: THE ROYAL SOCIETY. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1946. v. 187, n. 1009, p. 229–260. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rspa.1946.0077>>.

SNOW, D. T. *A parallel plate model of fractured permeable media*. Tese (Doutorado) — University of California, 1965. Disponível em: <<https://ci.nii.ac.jp/naid/10011929254/en/>>.

SOUSA, J.; CARTER, B.; INGRAFFEA, A. Numerical simulation of 3d hydraulic fracture using newtonian and power-law fluids. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, v. 30, n. 7, p. 1265 – 1271, 1993. ISSN 0148-9062. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/014890629390106N>>.

SPENCE, D.; TURCOTTE, D. Magma-driven propagation of cracks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Wiley Online Library, v. 90, n. B1, p. 575–580, 1985. Disponível em: <<https://doi.org/10.1029/JB090iB01p00575>>.

TERZAGHI, K. *Theoretical Soil Mechanics*. [S.l.]: John Wiley and Sons, Inc., 1943.

THE FRACKING PROCESS EXPLAINED. 2020. Northern Oilfield Services. Acesso em: 14 jan. 2020. Disponível em: <<https://www.nos-llc.com/what-is-fracking/>>.

TSAI, V. C.; RICE, J. R. A model for turbulent hydraulic fracture and application to crack propagation at glacier beds. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, v. 115, n. F3, 2010. Disponível em: <<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2009JF001474>>.

VAHAB, M.; KHALILI, N. X-fem modeling of multizone hydraulic fracturing treatments within saturated porous media. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, v. 51, n. 10, p. 3219–3239, Oct 2018. ISSN 1434-453X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00603-018-1419-z>>.

VALKO, P.; ECONOMIDES, M. J. *Hydraulic fracture mechanics*. [S.l.]: Wiley Chichester, 1995. v. 28.

WANG, S.; DONG, K.; SONG, W.; LI, J.; XING, C. Influence of stress shadow on multi-fractures initiation mechanism under volume fracturing in offshore oil drilling. *Journal of Coastal Research*, v. 83, n. sp1, p. 172 – 178 – 7, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.2112/SI83-026.1>>.

WARPINSKI, N. R.; MOSCHOVIDIS, Z.; PARKER, C.; ABOU-SAYED, I. *et al.* Comparison study of hydraulic fracturing models-test case: Gri staged field experiment no. 3 (includes associated paper 28158). *SPE Production & Facilities*, Society of Petroleum Engineers, v. 9, n. 01, p. 7–16, 1994. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/25890-PA>>.

- WENG, X. Modeling of complex hydraulic fractures in naturally fractured formation. *Journal of Unconventional Oil and Gas Resources*, v. 9, p. 114 – 135, 2015. ISSN 2213-3976. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2213397614000354>>.
- WHEELER, M.; WICK, T.; WOLLNER, W. An augmented-lagrangian method for the phase-field approach for pressurized fractures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 271, p. 69 – 85, 2014. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782513003459>>.
- WITHERSPOON, P.; WANG, J.; IWAI, K.; GALE, J. Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Water resources research*, Wiley Online Library, v. 16, n. 6, p. 1016–1024, 1980. Disponível em: <<https://doi.org/10.1029/WR016i006p01016>>.
- WOLFF, R.; BREDEHOEFT, J.; KEYS, W.; SHUTER, E. Stress determination by hydraulic fracturing in subsurface waste injection. *Journal (American Water Works Association)*, JSTOR, p. 519–523, 1975. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/41268014>>.
- WONG, J. K.-w. *Three-dimensional multi-scale hydraulic fracturing simulation in heterogeneous material using Dual Lattice Model*. Tese (Doutorado) — University of Cambridge, 2018.
- XIA, L.; YVONNET, J.; GHABEZLOO, S. Phase field modeling of hydraulic fracturing with interfacial damage in highly heterogeneous fluid-saturated porous media. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 186, p. 158 – 180, 2017. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794417305301>>.
- YEW, C. H.; WENG, X. *Mechanics of hydraulic fracturing*. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 2014.
- YOSHIOKA, K.; BOURDIN, B. A variational hydraulic fracturing model coupled to a reservoir simulator. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 88, p. 137 – 150, 2016. ISSN 1365-1609. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160916301484>>.
- ZANGENEH, N.; EBERHARDT, E.; BUSTIN, R. Investigation of the influence of stress shadows on horizontal hydraulic fractures from adjacent lateral wells. *Journal of Unconventional Oil and Gas Resources*, v. 9, p. 54 – 64, 2015. ISSN 2213-3976. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2213397614000469>>.
- ZHAN, Y.; MESCHKE, G. Adaptive crack modeling with interface solid elements for plain and fiber reinforced concrete structures. *Materials*, v. 10, n. 7, 2017. ISSN 1996-1944. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1944/10/7/771>>.
- ZHANG, X.; JEFFREY, R. G. Role of overpressurized fluid and fluid-driven fractures in forming fracture networks. *Journal of Geochemical Exploration*, v. 144, p. 194 – 207, 2014. ISSN 0375-6742. Computational modeling of fluid flow and geochemical processes in ore-forming and geoenvironmental systems. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375674214001150>>.
- ZHANG, X.; JEFFREY, R. G.; THIERCELIN, M. Deflection and propagation of fluid-driven fractures at frictional bedding interfaces: A numerical investigation. *Journal of Structural Geology*, v. 29, n. 3, p. 396 – 410, 2007. ISSN 0191-8141. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191814106002185>>.

ZHOU, J.; ZHANG, L.; PAN, Z.; HAN, Z. Numerical studies of interactions between hydraulic and natural fractures by smooth joint model. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v. 46, p. 592 – 602, 2017. ISSN 1875-5100. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875510017303359>>.

ZHOU, L.; CHEN, J.; GOU, Y.; FENG, W. Numerical investigation of the time-dependent and the proppant dominated stress shadow effects in a transverse multiple fracture system and optimization. *Energies*, v. 10, n. 1, 2017. ISSN 1996-1073. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/10/1/83>>.

ZHOU, X.; BURBEY, T. J. Fluid effect on hydraulic fracture propagation behavior: a comparison between water and supercritical co₂-like fluid. *Geofluids*, v. 14, n. 2, p. 174–188, 2014. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/gfl.12061>>.

ZIELONKA, M. G.; SEARLES, K. H.; NING, J.; BUECHLER, S. R. Development and validation of fully-coupled hydraulic fracturing simulation capabilities. In: *Proceedings of the SIMULIA community conference, SCC2014*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 19–21.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. *The finite element method: The basis*. [S.l.]: Butterworth-heinemann, 2000. v. 2.

ZIMMERMAN, R. W. *The Imperial College lectures in petroleum engineering*. [S.l.]: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2018. 205 p. (The Imperial College Lectures In Petroleum Engineering, 5). QC 20181121.

ZOBACK, M. D. *Reservoir geomechanics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.

APÊNDICE A

SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA OS REGIMES DE PROPAGAÇÃO: MODELO KGD

Storage-toughness dominated regime

Segundo Bungler, Detournay e Garagash (2005), o conjunto de equações que solucionam os parâmetros da Equação (2.24) para o regime *storage-toughness* são dados por:

$$\varepsilon = \frac{C'^2}{Q_0} \quad ; \quad L = \left(\frac{K'Q_0}{E'C'^2} \right)^2 \quad ; \quad \Theta = \left[\frac{\gamma}{2} (1 - \psi^2) \right]^{1/2} \quad ; \quad \Pi = 2^{-5/2} \gamma^{-1/2} \quad ;$$
$$\gamma = \left(\frac{t}{t_*} \right)^{2/3} \sum_{i=0}^n \gamma_i \left(\frac{t}{t_*} \right)^{i/6} \quad ; \quad t_* = \frac{K'^4 Q_0^2}{E'^4 C'^6} \quad ;$$
(A.1)

onde as constantes relacionadas a γ_i estão apresentados na Tabela A.1.

Tabela A.1: Valores adotados para o parâmetro γ_i no regime *storage-toughness* (BUNGER; DETOURNAY; GARAGASH, 2005)

i	1	2	3	4	5
γ_i	0.9324	-1.714	2.196	-1.863	0.7093

Leak-off-toughness dominated regime

Bunger, Detournay e Garagash (2005) também apresentam a solução para o regime *leak-off-toughness*, a qual é constituída pelo mesmo conjunto de expressões anteriores (Equações

(A.1)), porém com constantes γ_i diferentes. Tais constantes estão apresentadas na Tabela A.2.

Tabela A.2: Valores adotados para o parâmetro γ_i no regime *leak-off-toughness* (BUNGER; DETOURNAY; GARAGASH, 2005).

i	1	2	3	4	5
γ_i	0.3183	-5.706×10^{-2}	1.341×10^{-2}	-3.131×10^{-3}	6.368×10^{-4}

Storage-viscosity dominated regime

O regime *storage-viscosity* foi estudado por Adachi e Detournay (2002), os quais apresentam as seguintes soluções para os parâmetros da Equação (2.24):

$$\varepsilon = \left(\frac{\mu'}{E't} \right)^{1/3} ; L = Q_0^{1/2} \left(\frac{E'}{\mu'} \right)^{1/6} t^{2/3} ; \Theta = 1.8302 ; \Pi = 0.54495 ; \quad (\text{A.2})$$

$$\gamma = 0.61524 .$$

Leak-off-viscosity dominated regime

Já Adachi e Detournay (2008) apresentam as soluções referentes ao regime *leak-off-viscosity*, onde os parâmetros da Equação (2.24) são dados por:

$$\varepsilon = \left(\frac{\mu' C'^2}{E' Q_0 t} \right)^{1/4} ; L = \left(\frac{Q_0^2 t}{C'^2} \right) ; \Theta = 1.93054 \gamma^{3/4} ; \Pi = 0.56501 \gamma^{-1/4} ; \quad (\text{A.3})$$

$$\gamma = 0.3183 .$$

APÊNDICE B

SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA OS REGIMES DE PROPAGAÇÃO: MODELO *penny-shaped*

Storage-toughness dominated regime

O sistema de coordenadas do modelo *penny-shaped* é radial, logo, o comprimento da fratura (dado por l na Equação (2.24)) deve ser interpretado como um comprimento radial. Dessa forma, tem-se que $\psi = r/l$ ($\leq \psi \leq 1$), onde r corresponde à coordenada radial.

Segundo Savitski e Detournay (2002), o conjunto de equações que solucionam os parâmetros da Equação (2.24) para o regime *storage-toughness* são dados por:

$$\varepsilon = \left(\frac{K'^6}{E'^6 Q_0 t} \right)^{1/5} ; \quad L = \left(\frac{Q_0^2 E'^2 t^2}{K'^2} \right)^{1/5} ; \quad \Theta = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/5} (1 - \psi^2)^{1/2} ; \quad \Pi = 0.3004 ;$$
$$\gamma = 0.8546 .$$

(B.1)

Storage-viscosity dominated regime

Para esse caso continua válida a interpretação de comprimento radial apresentada na seção anterior.

Detournay (2016), baseando-se em Savitski e Detournay (2002), apresenta o conjunto de

equações que solucionam os parâmetros da Equação (2.24) para o regime *storage-viscosity*, os quais correspondem a:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \left(\frac{\mu'}{E't}\right)^{1/3} ; \quad L = \left(\frac{E'Q_0^3 t^4}{\mu'}\right)^{1/9} ; \\ \Theta &= (B_1 + B_2\psi)(1 - xi)^{2/3} + B_3 \left[(1 - \psi^2)^{1/2} - \psi \arccos(\psi) \right] ; \\ \Pi &= -A_1 (1 - \psi)^{-1/3} + A_2 - A_3 \ln(\psi) ; \\ \gamma &= 0.6955 ;\end{aligned}\tag{B.2}$$

onde as constantes relacionadas a A_i e B_i estão apresentadas na Tabela B.1.

Tabela B.1: Valores adotados para os parâmetros A_i e B_i no regime *storage-viscosity* (DE-TOURNAY, 2016)

i	1	2	3
A_i	0.2387	0.8593	0.09269
B_i	1.034	0.6378	0.1642