UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
Câmpus de Ilha Solteira

Silvio Cesar Garcia Granja

INSPEÇÃO DE MATERIAIS COMPÓSITOS UTILIZANDO ONDAS ACÚSTICAS GUIADAS

Ilha Solteira

2015

Silvio Cesar Garcia Granja

INSPEÇÃO DE MATERIAIS COMPÓSITOS UTILIZANDO ONDAS ACÚSTICAS GUIADAS

Trabalho apresentado como requisito para a obtenção do título de doutor no Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Ilha Solteira.
Especialidade: Automação.

Ricardo Tokio Higuti
Orientador

Luis Elvira Segura
Coorientador

Ilha Solteira

2015

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Granja, Silvio Cesar Garcia .
G759i Inspeção de materiais compósitos utilizando ondas acústicas guiadas / Silvio Cesar Garcia Granja. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2015
230 f. : il.

Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2015

Orientador: Ricardo Tokio Higuti
Coorientador: Luis Elvira Segura
Inclui bibliografia

1. Anisotropia material. 2. Ondas guiadas em placa de compósito têxtil. 3. Focalização elástica.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: INSPEÇÃO DE MATERIAIS COMPÓSITOS UTILIZANDO ONDAS ACÚSTICAS GUIADAS

AUTOR: SILVIO CESAR GARCIA GRANJA
ORIENTADOR: Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI
CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. LUIS ELVIRA SEGURA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA , Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. CLAUDIO KITANO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. VICENTE LOPES JUNIOR
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JULIO CEZAR ADAMOWSKI
Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos / Escola Politécnica Da Usp

Prof. Dr. JOÃO MARCOS SALVI SAKAMOTO
Divisão de Fotônica / Instituto de Estudos Avançados - IEAv

Data da realização: 27 de março de 2015.

Este trabalho é dedicado a meus pais, Arlinda e Silvio

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos ao Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti, meu orientador neste trabalho de tese, e ao Dr. Luis Elvira Segura, meu orientador no estágio sanduíche no ITEFI-CSIC-Espanha, pela orientação e encorajamento durante o curso de meus estudos de doutoramento.

Meus agradecimentos aos membros da banca examinadora Prof. Dr. Cláudio Kitano, Prof. Dr. João Marcos Salvi Sakamoto, Prof. Dr. Julio Cezar Adamowski e Prof. Dr. Vicente Lopes Júnior por comporem a banca de minha defesa.

Aos amigos, Aline Emy Takiy, Paula Lalucci Berton, Vander Teixeira Prado, Edson Akira da Silva, João Ricardo Lhullier Lugão, José Henrique Galeti, Fernando Cruz Pereira, Filipe Angeli Caniati e Andryos da Silva Lemes, eu gostaria de agradecer pelas aventuras e desventuras dos trabalhos no Laboratório de UIltrassom (LUS) da Unesp de Ilha Solteira.

Aos amigos, Prof. Dr. Marco Aurélio Brizzotti Andrade e Dan Yamashita, agradeço por compartilharem seu trabalho e conhecimento em São Paulo, e principalmente pela amizade.

Aos amigos de *España*, Dr. Luis Elvira Segura, Dr. Francisco 'Paco' Montero de Espinosa Freijo, Dr. Oscar Martínez-Graullera, Dr. Antonio Ibañez Rodriguez, Dr. Luis Goméz-Ullate, Dra. Montserrat Parrilla, Maria Antonia Garcia-Olias, Candelas Redondo, Dra. Dalmay Lluveras Nunez, Dr. Pedro Castro, Dr. Shiva Kant Shukla, Dr. Javier Villazon Terrazas, Dr. Javier Ranz García, Dr David Romero Laorden, Dr. Domingo Guinea, Dr. Santiago Ortiz e Dr. Cristobal Gonzalez Diaz, do CSIC-ITEFI-Espanha, agradeço pela recepção, por compartilharem seus dias durante meu estágio sanduíche na Espanha e por sua amizade.

Agradecimentos à ALLTEC por nos fornecer as amostras de compósito têxtil para os estudos e análises; e por sempre serem atenciosos e prestativos.

Agradecimentos à CAPES pelo suporte com a bolsa sanduíche no exterior e à Universidade do Estado de Mato Grosso (Unemat) pelo suporte, na forma de concessão de afastamento para qualificação, no desenvolvimento deste trabalho de tese.

Finalmente, à minha esposa, Luana, declaro minha completa e mais sincera admiração e agradecimento pelo seu apoio e compreensão por todo o percurso, percalços e viagens para meus estudos nesta fase de minha educação, por compartilharmos nossas alegrias e por ter nos dado muitas felicidades.

“A persistência é o caminho do êxito.
(Charles Chaplin)

“O insucesso é apenas
uma oportunidade para recomeçar de novo
com mais inteligência.
(Henry Ford)

RESUMO

Neste trabalho de tese, faz-se um estudo sobre inspeção não destrutiva por ultrassom de placas planas de compósito têxtil de trama simples. Para isso foram realizadas análises para obter os parâmetros elásticos que caracterizam cada lâmina do compósito têxtil. Foi feita uma revisão de métodos analíticos para a determinação das equações características dos modos de propagação e dos métodos numéricos para obtenção de soluções das curvas de dispersão em placas de material anisotrópico. São apresentadas algumas descrições de compósitos têxteis, mais especificamente os de trama simples 2D ortogonal de fibra de carbono-epóxi. Curvas de dispersão de velocidade de fase, velocidade de grupo, ângulo de desvio e fator de focalização foram obtidas por meio de simulação numérica para os modos simétricos e antissimétricos de propagação das ondas, no modelo de um laminado multidirecional constituído de nove camadas com empilhamento [0/+90/+45/+90/0/+90/-45/+90/0]. Cada camada é feita de fibras carbono no formato de tecido de trama simples ortogonal 2D (T300) em uma matriz de epóxi (F155). Usa-se o modelo de camadas múltiplas para descrevê-lo considerando condições de continuidade nas interfaces entre as camadas, usando o método de matriz de transferência para determinar os modos de propagação em forma de velocidades de fase como função da frequência e direção de propagação da onda no laminado. Abordagens experimentais foram realizadas para a validação das previsões teóricas. Foram utilizados dois transdutores de banda larga de 5 MHz acoplados a prismas com ângulos diferentes para seleção de velocidades, operando em sistema de transmissão-recepção, assim como varreduras das placas com dois tipos de vibrômetros laser. Os resultados foram analisados comparando-se as velocidades de fase, as curvas de onda e os padrões de focalização elástica dos modos A0 e S0, apresentando concordância com a previsão do modelo analítico multicamada. A inspeção de duas placas com defeitos artificiais foi realizada com *arrays* lineares de transdutores piezelétricos e a formação de imagens usando técnicas de abertura sintética e a fase instantânea dos sinais. As imagens ultrassônicas das placas de compósito têxtil levaram em conta o modo de propagação, a compensação da dispersão do pacote de onda e o efeito de focalização elástica na seleção dos traços temporais. Foram utilizados os modos A0 e S0 para a inspeção, o que levou a uma análise sobre a sensibilidade do modo de propagação com o tipo de defeito artificial detectado. Os resultados mostraram que defeitos do tipo furo passante, furo não passante, reforços de compósito, peças de aço e delaminações superficiais podem ser detectados com relativa nitidez nas imagens geradas. As imagens formadas incluem variadas formas de informação como, por exemplo, a fase instantânea dos sinais, sendo importante para a detecção dos defeitos e exclusão dos artefatos, além da seleção de sinais através de um critério baseado nos padrões de focalização elástica.

Palavras chave: Anisotropia material. Ondas guiadas em placa de compósito têxtil. Focalização elástica.

ABSTRACT

In this thesis, a detailed study of ultrasonic non-destructive evaluation in plain woven fabric composite plates is performed. A review of analytical and experimental methods for the determination of the characteristic equations of the propagation modes and methods for obtaining numerical solutions of the elastic constants of the composite and dispersion curves of anisotropic material plates were performed. Some descriptions of textile composites are presented, specifically the 2D orthogonal plain woven fabric carbon-fiber epoxy. Phase and group velocity dispersion curves, skew angle and focusing factor were obtained by numerical simulation for the symmetric and antisimetric modes of wave propagation using a multi-layer model with [0/90/45/90/0/90/-45/90/0]. Each layer is made of carbon fibers in the 2D orthogonal plain weave fabric format (T300) in an epoxy matrix (F155). The transfer matrix method was used to model the multilayer composite, resulting in the determination of the propagation modes from their phase/group velocities as a function of frequency and propagation direction in the laminate. Experimental approaches were made to validate the theoretical predictions. Two broadband transducers coupled to acrylic wedges were used with different angles for speed selection, operating in transmission-reception system; scans of the plates with two types of laser vibrometers were also used to measure wave propagation. The results were analyzed by comparing the phase velocities, the wave curves and elastic focusing patterns of the A0 and S0 modes, showing agreement with the prediction of the multilayer analytical model. The inspection of two plates was conducted with linear arrays of piezoelectric transducers and synthetic aperture imaging techniques. The ultrasonic images of textile composite plates take into account the propagation mode, the dispersion compensation of the wave packet and the effect of elastic focusing in the selection of temporal traces. The A0 and S0 modes were used for the inspection, which led to an analysis of the sensitivity of the propagation mode to the type of artificial defect. The results showed that defects such as through holes, local thickness reduction, surface perturbations and light delaminations can be detected with relative sharpness in the images. The instantaneous phase of the signals is an important tool for the detection of defects and artifacts reduction, and the elastic focusing patterns can be used to select the signals that are significative in the inspection.

Keywords: Material anisotropy. Guided waves in woven fabric composite plate. Elastic focusing.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2R-SAFT	*Sinthetic aperture focusing technic with 2 receptor*
CSIC	*Consejo Superior de Investigaciones Científicas*
CRP	*Carbon reinforced polimer*
CTTSO2D	Compósito têxtil de trama simples ortogonal bidimensional
CTPRFC	Compósito têxtil plano reforçado com fibra de carbono
DAS	*Delay-and-sum*
ENDUS	Ensaios não destrutivos por ultrassom
EPUSP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
FCM	*Full capture matriz*
FEIS	Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
FFT	Transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*)
ITEFI	*Intituto de Tecnologías Físicas y de la Información*
LUS	Laboratório de Ultrassom
SAFE	*Semi Analitycal Finite Element*
SAR	*Synthetic aperture radar*
SAFT	*Synthetic aperture focusing technique*
TDF, DFT	Transformada discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform*)
TF	Transformada de Fourier
TFM	*Total focusing method*
USBTMC	*Univesal Serial Bus Test and Measurement Class*
UNESP	Universidade Estadual Paulista
VTFM	*Vector total focusing method*

LISTA DE SÍMBOLOS

A	fator de Maris
A_k	modo antissimétrico de orde k
c, c_p, c_g	velocidade, velocidade de fase da onda, e velocidade de grupo, em m/s
c'_{ijkl}, c_{ijkl}	tensor rigidez em um eixo cristalino paralelo a x_1, e genérico
$C'_{\alpha\beta}$, $C_{\alpha\beta}$	tensor rigidez com índices reduzidos (notação de Voigt) em um eixo cristalino paralelo a x'_1 e genérico, respectivamente
d, $d^{(k)}$	espessuras do laminado e da k-ésima camada do laminado, respectivamente
$\mathcal{D} = d/\lambda$	relação espessura-comprimento de onda, em m/m ou mm/mm
ε_{ik}, e_{ik}	deformação (*strain*) infinitesimal e deformação finita nas direções x_i e x_k, respectivamente
E_{ij}	módulo de Young ou módulo de elasticidade longitudinal
f	frequência da onda elástica, em Hz
$\mathcal{F} = fd$	produto frequência-espessura, em Hz·m ou kHz·mm
$\mathscr{F}$	generalização das funções $\mathscr{S}$, $\mathscr{A}$ e $\mathscr{G}$
$\mathscr{F}\{\cdot\}$	operador transformada de Fourier da quantidade $\cdot$
$\mathscr{S}$, $\mathscr{A}$, $\mathscr{G}$	funções características dos modos de propagação simétricos, antissimétricos, e genérico sem simetria específica, respectivamente
G_{ij}	módulo de elasticidade de cisalhamento
$I(x,y)$	imagem de amplitude no ponto (x,y)
$I_\varphi(x,y)$	imagem de fase instantânea no ponto (x,y)
$I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$	imagem de amplitude e fase no ponto (x,y)
$I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$	imagem de amplitude e limiar de fase no ponto (x,y)
$\Im(a)$	parte imaginária de a
$\vec{k}$, k	vetor de onda e sua magnitude, respectivamente, em rad/m
K_{ij}	módulo volumétrico
$\Re(a)$	parte real de a

S_k	modo simétrico de ordem k
SH_k	modo de cizalhamento horizontal de ordem k
$T_{1\to n}$	matriz transferência da camada 1 para a camada n
u_i	i-ésima componente do deslocamento $\vec{u}$ do ponto em x_j no instante t, ou vetor deslocamento na notação tensorial
$\dot{u}_i$	i-ésima componente da velocidade $\dot{\vec{u}}$ em $\vec{x}$ no instante t, ou vetor velocidade na notação tensorial
x_i	i-ésima componente da posição $\vec{x}$ do elemento de puntiforme no sólido, ou vetor posição em notação tensorial
x'_i, $x'^{(k)}_i$	i-ésima componente do sistema local cristalográfico de uma camada do laminando
χ'_i	i-ésima componente dos eixos principais do laminado
ω_{ik}	rotação infinitesimal no plano x_i e x_k
σ_{ik}	tensão (*stress*) na direção x_i sobre a face que tem normal em x_k
ρ	densidade volumétrica de massa do meio material
λ, μ	constantes de Lamé e tem relação com as coeficintes de Poisson, Young e módulo volumétrico
ν_{ij}	coeficiente de Poisson
ω	frequência angular ou circular, em rad/s
λ	comprimento de onda elástica, em metros
θ	ângulo de propagação do vetor de onda $\vec{k}$, da velocidade de fase $\vec{c}_p$ e da lentidão $\vec{s}$, em rad ou graus
θ_g, θ_d	ângulo de propagação da velocidade de grupo e ângulo de desvio de grupo, em rad ou graus
$\psi^{(k)}$	ângulos de orientação do eixo cristalográfico $x'^{(k)}_1$ da camada k em relação do eixo principal do laminado χ_1, em rad ou graus
$\phi^{(k)}$	ângulos de orientação da direção de propagação da onda, x_1 em relação ao sistema local cristalográfico $x'^{(k)}_1$ de cada camada k, em rad ou graus

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

1.1 MOTIVAÇÃO

Os compósitos podem ser definidos como uma combinação selecionada de materiais diferentes de reforço e matriz com uma estrutura interna específica e forma externa definida (KAW, 2005). A combinação única de dois componentes de materiais leva a propriedades mecânicas e características de desempenho superiores que não seriam possíveis com qualquer dos componentes isolados. Como exemplos simples de compósitos tem-se o concreto, ossos humanos ou de animais e o bambu. Os materiais compósitos são muitas vezes superiores a outros materiais (por exemplo, metais) quando se leva em conta a resistência específica, que é a razão entre a resistência de uma peça e sua massa.

Os compósitos avançados são uma classe de materiais compósitos tradicionalmente empregados na indústria aeroespacial. Esses compósitos têm reforço estrutural de alto desempenho — resistência a grandes tensões, variações de temperatura, limite elástico ampliado e alta resistência a intempéries — com fibras de diâmetro muito pequeno, aproximadamente 7 μm (TORAYCA, 2002), combinadas com uma matriz tal como epóxi e alumínio. Exemplos de compósitos avançados são compósitos de grafite-epóxi, Kevlar-epóxi e boro-alumínio, todos tendo aplicações na indústria comercial também (KAW, 2005). O uso de meios anisotrópicos em múltiplas camadas, desde estruturas no formato de placa até às formas arbitrariamente curvas, ganhou atenção em áreas que requerem alto desempenho, como por exemplo nas indústrias aeroespacial (STASZEWSKI; MAHZAN; TRAYNOR, 2009) e de energia (KAW, 2005).

A forma como o reforço se distribui na matriz de um compósito é de fundamental importância para a modelagem do seu comportamento mecânico, térmico e elétrico. Os reforços podem ser distribuídos de forma aleatória ou ordenada, sendo este reforço granular ou fibroso. Os compósitos têxteis apresentam uma distribuição de reforço com a intenção de se obter as propriedades mecânicas, térmicas e elétricas adequadas em uma determinada aplicação. Estes compósitos têxteis podem ser uni, bi ou tridimensionais e podem ser definidos como a combinação de uma matriz, em geral uma resina, com um reforço estrutural, um sistema de fibras, conjunto de fios ou tecidos e um trançamento, a trama, que os diferenciam um dos outros. O compósito já curado e pronto para uso pode ser flexível ou bastante rígido, dependendo do seu projeto de uso. Compósitos têxteis flexíveis são aplicados, por exemplo, como correias transportadoras ou botes salva-vidas infláveis, assim como trenas de fibra de vidro. Os compósitos têxteis rígidos são encontrados numa variedade de produtos denominados sistemas de fibra-plástico reforçado. Esses compósitos têxteis são usados em painéis e em peças nas indústrias automotiva e aeronáutica, substituindo de forma crescente peças feitas outrora de metal e madeira. Uma introdução e revisão das classificações e tipos de compósitos podem ser encontrada no livro texto de (KAW, 2005).

Em muitos casos, o uso de compósitos é mais eficiente do que o uso de materiais monolíticos, como aço ou alumínio. No mercado das companhias aéreas, tem-se continuamente procurado maneiras de baixar a massa total dos aviões, sem diminuir a rigidez e resistência mecânica dos seus componentes. Isto é possível através da substituição de ligas metálicas convencionais por materiais compósitos. Embora os custos envolvidos na utilização de material compósito ainda sejam mais elevados, seu uso pode se tornar mais rentável a longo prazo, considerando-se a redução do número de partes de uma montagem e a economia no custo de combustível. Reduzir um quilograma de massa em uma aeronave comercial pode economizar até 3000 litros de combustível por ano (KAW, 2005). Os compósitos oferecem várias outras vantagens sobre os materiais convencionais monolíticos, incluindo aumento de resistência, rigidez, tempo de fadiga e maior resistência a impacto, melhora na condutividade térmica, resistência à corrosão, entre outras (KAW, 2005). Além disso, estas quantidades podem ser projetadas em um componente estrutural de forma que uma determinada resposta elástica ou resistência mecânica seja melhorada nas direções desejadas.

Uma consequência do crescente uso de materiais compósitos, como fibra de carbono, nas indústrias aeronáutica e de geração de energia, é a necessidade de inspeção. Uma aeronave comercial já pode ter de 25% a 50% de materiais compósitos nos componentes de sua estrutura (MARKS, 2005), e devido a sua suscetibilidade a impactos, a inspeção eficaz e completa das peças é fundamental para a segurança, previsão de falhas e manutenção (SU; YE; LU, 2006; STASZEWSKI; MAHZAN; TRAYNOR, 2009). Basicamente existem as técnicas para avaliação de uma estrutura sem prévio conhecimento de sua história e técnicas de monitoramento estrutural, que acompanham a evolução da saúde estrutural da peça.

A técnica de monitoramento da saúde estrutural, ou SHM (*Structural Health Monitoring*), consiste na integração de sensores, utilização de técnicas e de análise para averiguar a integridade de estruturas. Utilizando-se técnicas cada vez mais sofisticadas e eficazes, tem-se como objetivo aumentar a confiabilidade, melhorar a segurança e reduzir os custos de manutenção (VAN DER AUWERAER; PEETERS, 2003; FARRAR; WORDEN, 2007; STOLZ; NEUMAIR, 2010; OU; LI, 2010).

As técnicas de ensaios não-destrutivos por ultrassom (ENDUS) são bastante utilizadas para avaliação de estruturas e apresenta vantagens, como: facilidade e rapidez na execução do ensaio, alta sensibilidade, não produzem alterações nos materiais inspecionados, propagam-se em meios sólidos, líquidos e gasosos, e também opacos. Tais técnicas envolvem a utilização de ondas volumétricas (*bulk waves*) (SMITH, 2009; BÜYÜKÖZTÜRK et al., 2012), do tipo longitudinal ou de cisalhamento (SU et al., 2007), e/ou ondas guiadas (por exemplo ondas de *Lamb*, ondas SH) (RAMADAS et al., 2011). Podem ser utilizadas tanto para detecção de defeitos internos, como trincas, corrosão, delaminações, pontos ou linhas de impacto, assim como caracterização, como por exemplo para a obtenção das constantes elásticas do material.

Quando uma das dimensões da peça é bem menor que as demais, em estruturas delga-

das como em uma placa ou uma tubulação, por exemplo, podem se propagar ondas guiadas, que se tornam possíveis devido a interferências e/ou superposições de ondas longitudinais e de cisalhamento, considerando também as condições de contorno nas superfícies (CAWLEY; ALLEYNE, 1996; CHIMENTI, 1997; LOWE; ALLEYNE; CAWLEY, 1998).

Ao contrário dos materiais isotrópicos, materiais anisotrópicos apresentam dependência da velocidade de ultrassom com a direção de propagação da onda. Além disso, existe o fenômeno de dispersão que surge para ondas guiadas tanto para meios isotrópicos quanto para anisotrópicos. Em especial o fenômeno de dispersão para meios em camadas, como placas de compósitos, a dispersão depende da sequência de empilhamento e do número de camadas, além de características de cada camada, como por exemplo fração volumétrica de fibra e de matriz, tipo de trançamento de fibras ou ordem de dispersão do reforço.

O conhecimento da dependência das velocidades com a frequência e a direção de propagação, para cada modo de propagação, é fundamental para implementar qualquer técnica de ultrassom, em especial na formação de imagens. É de fundamental importância a modelagem matemática do compósito para o estudo da propagação de ondas acústicas, sejam eles aproximativos, exatos ou numéricos.

Conhecendo-se os modos de propagação de onda acústica que uma estrutura comporta, necessita-se conhecer quais modos podem ser excitados com sistemas de transdutores e acopladores de ultrassom e as limitações do modelo utilizado. Além disso, no que é relativo a inspeção, uma dificuldade no estudo das estruturas passa por duas etapas: (i) detecção correta de todos os defeitos - detectar todos, não ter falsas indicações e todos em lugares reais; (ii) caracterização dos defeitos: tipo, forma e tamanho. O estudo da interação dos modos de propagação em estruturas com cada tipo de defeito que possa aparecer é uma área promissora e recente, principalmente em estruturas de materiais compósitos em camadas.

1.2 REVISÃO DA LITERATURA

A propagação de ondas elásticas em meios multicamadas com camadas isotrópicas tem sido alvo de estudo desde a década de 1950 (DATTA; SHAH, 2009). Estudos em meios compósitos, nos quais os comprimentos de onda eram muito maiores do que as espessuras dos meios foram desenvolvidos por Postma (1955), White e Angona (1955) e por Rytov (1956). Expressões para as constantes elásticas estáticas efetivas dos meios anisotrópicos estudados foram deduzidas nesses trabalhos. Carcione, Kosloff e Behle (1991) fizeram simulações numéricas uni e bidimensionais de propagação de ondas longitudinais em meios periódicos com dois tipos de camadas e mostrou-se que, para grandes comprimentos de onda comparados à espessura de uma camada, a dispersão era desprezível e que a aproximação de homogeneização transversal era válida, contudo, para comprimentos de onda comparáveis à espessura de uma camada, a dispersão ocorria de forma intensa. Várias teorias aproximadas para estudo de dispersão em meios

multicamadas periódicos foram propostas, como a de Sun, Achenbach e Herrmann (1968a) e Achenbach, Sun e Herrmann (1968), a teoria da mistura vista por Bedford e Stern (1971) e a teoria do contínuo interagente sugerida por (HEGEMIER, 1972).

As soluções exatas para propagação de ondas harmônicas em meios multicamadas foram estudadas por Sun, Achenbach e Herrmann (1968b), Lee e Yang (1973) e Sve (1971). Delph, Herrmann e Kaul (1978), Delph, Herrmann e Kaul (1979) estudaram de forma exata o fenômeno de propagação ondulatória através da teoria de ondas de Floquet.

Além das investigações usando métodos analíticos para a modelagem de propagação de ondas acústicas e das constantes elásticas em meios compósitos, há também a abordagem via elementos finitos (EF) (WHITCOMB; TANG, 2001; VEIDT; NG, 2011; XU et al., 2012) e abordagens de elementos finitos semi-analíticas (SAFE - *Semi Analytical Finite Element*) que são adequados a geometrias complexas, diferentes de planos, cilindros e esferas. Estes métodos se valem da modelagem das pequenas estruturas que constituem o compósito, chegando a modelar além dos fios, as fibras destes e as regiões ocupadas pela matriz e locais vazios. São métodos poderosos devido à capacidade de modelar geometricamente estruturas não periódicas e com formas complexas.

As abordagens experimentais valem-se de varreduras no tempo e na posição dos sinais nas peças de interesse. Alleyne e Cawley (1991) estudam a propagação multimodal de ondas de Lamb através do uso de excitação com transdutores de banda langa e análise através da transformada de Fourier bidimensional (FFT-2D), reconstruindo parte das curvas de frequência e velocidades de fase em amostras de material isotrópico. Wang e Yuan (2007) investigam compósitos unidirecionais multicamadas, obtendo as curvas de dispersão de velocidade de grupo e curvas de frente de onda para várias frequências e direções de propagação usando a transformada de Gabour na separação dos pacotes de onda. De outro lado há os métodos baseados em interferometria uni, bi e tridimensional (vibrometria) analisando os deslocamentos quasi-puntiformes sobre as estruturas de interesse, com a vantagem de reconstruir as curvas de dispersão dos modos de propagação e também medir diretamente os deslocamentos das partículas da superfície (PIERCE; CULSHAW; PHILP, 1996; MORVAN; TINEL; DUCLOS, 1999; GAO; GLORIEUX; THOEN, 2003; CULSHAW; PIERCE; JUN, 2003; DUFLO; MORVAN; IZBICKI, 2007; MATEO et al., 2008; AYERS et al., 2011).

Inerente ao estudo da propagação de ondas, foram feitos estudos dos efeitos que a anisotropia do meio material induz na física da propagação de ondas, como a dependência da velocidade de grupo com o ângulo de propagação da onda no meio, o ângulo de desvio entre a velocidade de fase e a velocidade de grupo, e a focalização elástica que leva à concentração de energia em algumas direções de propagação. Este fenômeno de focalização elástica foi largamente estudado por Taylor, Maris e Elbaum (1969) com fônons em sólidos, por Maris (1971) em ondas acústicas térmicas em cristais, por Philip e Viswanathan (1977) e Kolomenskii e Maznev (1993) na focalização de fônons em cristais, por Maznev e Every (1995) em placas

anisotrópicas. Em meios com simetria plana o fenômeno de focalização elástica foi tratado com mais cuidado por Chapuis, Terrien e Royer (2010), cujo estudo leva em consideração as ondas de Lamb em placa com múltiplas camadas. Recentemente o tema foi abordado por Fu et al. (2013) na focalização de fônons propagados em cristais de NiAl.

Concomitantemente, foram feitos trabalhos para se modelar compósitos estruturais. Os componentes e peças feitas de compósitos estruturais são comumente construídos através de empilhamento de camadas, estas camadas sendo constituídas por compósitos têxteis, fitas ou lâminas. Um peça ou componente estrutural feito por várias camadas, ou lâminas, é denominado laminado. A modelagem da propagação de ondas harmônicas em laminados necessita das propriedades elásticas de cada lâmina feita de material de reforço em meio a uma matriz. A propagação de ondas em meios homogêneos elásticos com reforço unidirecional uniformemente distribuído foi estudada por Achenbach (1976) e Hlaváček (1975). Outros estudos em meios com reforço periódico foram feitos por Hegemier, Gurtman e Nayfeh (1973), Nayfeh (1995), dentre outros. Quando o diâmetro das fibras era muito menor do que o comprimento de onda plana propagante pôde-se calcular os parâmetros elásticos efetivos estáticos do compósito. Há uma quantidade expressiva de teorias para se modelar a previsão dos parâmetros elásticos efetivos estáticos de compósitos unidirecionais anisotrópicos, sendo esta uma área de estudo bem investigada.

Compósitos com reforço estrutural têxtil, ou seja, tecidos com fios alinhados em um eixo principal (urdidura) e sua trama ortogonal (trama ou preenchimento) a essa direção principal em meio a uma matriz fazem parte de uma categoria maior, os compósitos estruturais. A modelagem destes compósitos estruturais têxteis depende do tipo de trançamento que os fios executam entre a urdidura e o preenchimento. A modelagem dos parâmetros elásticos efetivos em compósitos têxteis foram feitos usando a abordagem de mosaico por Ishikawa e Chou (1982), em que a lâmina tinha seu modelo de forma fatiada e cada fatia era homogeneizada. Chen e Chou (1998), Chen, Chou e Hsiao (1999) estudaram a propagação de ondas elásticas em compósitos têxteis. Naik e Ganesh (1995) e Chretien (2002) usaram métodos análogos para determinar as constantes elásticas efetivas de compósitos têxteis de trama simples ortogonal 2D, porém com considerações diferentes em relação às ondulações nas regiões de cruzamento entre urdidura e a trama, levando a resultados parecidos. Vários outros estudos foram feitos quanto à previsão das constantes elásticas de compósitos têxteis (LIU; XI, 2001; LOMOV et al., 2001; WHITCOMB; TANG, 2001; KHAN, 2009; XU et al., 2012), indo de tramas bidimensionais à tramas tridimensionais, considerando aproximações estáticas, regra de misturas que levam em consideração as frações volumétricas de reforço e matriz, até modelos mais complexos da estrutura do reforço têxtil.

Alternativamente, desenvolveram-se métodos e técnicas para a caracterização de meios anisotrópicos sem a necessidade de se supor qual é sua estrutura, e apenas considerando uma simetria material do meio. Existem os métodos estáticos desenvolvidos naturalmente a partir

das definições de tensão e deformação (VESTRUM, 1994) e os métodos dinâmicos nos quais a propagação de ondas é empregada para a determinação das constantes elásticas do meio. No método dinâmico, podem ser citados as técnicas de contato e as técnicas de goniometria de imersão, que foram vastamente aplicadas e estudadas (CASTAGNEDE; ROUX; HOSTEN, 1989; KARIM; MAL; BAR-COHEN, 1990; HOSTEN, 1992; ARISTEGUI; BASTE, 1997; CASTAINGS; HOSTEN, 2000; KUNDU, 2004; REDDY et al., 2005; VISHNUVARDHAN; KRISHNAMURTHY; BALASUBRAMANIAM, 2009; PUTHILLATH; KRISHNAMURTHY; BALASUBRAMANIAM, 2010), além das técnicas utilizando ondas guiadas (KARIM; MAL; BAR-COHEN, 1990; CHIMENTI, 1997). Todas as técnicas abordam meios eficientes de se determinar os elementos da matriz de rigidez de um meio elástico ou viscoelástico. Em ondas guiadas existem faixas de frequências que devem ser utilizadas para maximizar a eficiência dos algoritmos de inversão, dependendo da sensibilidade dos elementos da matriz de rigidez com a variação da velocidade de fase. Há estudos relativos à inversão de dados adquiridos em direções de simetria material (VESTRUM, 1994; VISHNUVARDHAN; KRISHNAMURTHY; BALASUBRAMANIAM, 2008; VISHNUVARDHAN; KRISHNAMURTHY; BALASUBRAMANIAM, 2009) e em direções de não simetria do meio (HOSTEN, 1991).

O conhecimento do comportamento dispersivo de materiais compósitos laminados permite a verificação e a identificação de defeitos de construção ou falhas ocorridas durante a vida útil como delaminações (SU et al., 2007; SU et al., 2009; SU; YE, 2004) e pontos de impacto na estrutura (HAJZARGERBASHI; KUNDU; BLAND, 2011; CASTAINGS; SINGH; VIOT, 2012).

Uma revisão sobre a aplicação de ondas de Lamb em estruturas de compósito é apresentada por (SU; YE; LU, 2006). Liu, Veidt e Kitipornchai (2002) investigaram a geração de ondas com um único modo de Lamb em placas usando transdutores piezelétricos com estrutura de compósito. Grondel et al. (2002) projetaram um configuração otimizada usando transdutores piezelétricos para gerar o modo A_0 em placas de compósitos. Wilcox (2003a) investigou *arrays* de transdutores para inspeção rápida de grandes regiões de placas com ondas guiadas. Diamanti, Soutis e Hodgkinson (2007) desenvolveram inspeções de estruturas de compósito com *arrays* de transdutores piezelétricos. Outros trabalhos concentraram esforços no estudo de tipos de transdutores para selecionar um modo de propagação (CLARKE et al., 2009) e arranjos variados para detecção de defeitos em estruturas tipo placa (GÓMEZ-ULLATE, 2007; CLARKE et al., 2009; SOHN; KIM, 2010; VISHNUVARDHAN et al., 2009).

Várias técnicas de inspeção em compósitos foram investigadas, algumas usando transdutores interdigitais (IDT) em (LIU; VEIDT; KITIPORNCHAI, 2002), algumas estudando placas com espessura variável (HAN; KIM; KIM, 2006), sempre com o intuito de detectar defeitos, trincas, delaminações e falhas na estrutura do compósito. As interações com defeitos sempre foram o problema central. A discriminação de tipo, tamanho e geometria ainda são investigadas, como por exemplo nos trabalhos de (DUFLO; MORVAN; IZBICKI, 2007; VEIDT; NG,

2011).

Estudos mais recentes abordam métodos de formação de imagens a partir de sinais de ultrassom propagados pelas estruturas de meios isotrópicos e anisotrópicos, sempre com o objetivo de melhorar ou inovar com método ou técnicas para a inspeção de estruturas. Nos trabalhos de Su et al. (2009) e Ramadas et al. (2011) são feitas investigações quanto à previsão de delaminações com a abordagem de formação de imagem. Li et al. (2013) apresentam um estudo de formação de imagens em materiais compósitos utilizando ondas ultrassônicas. Dentre os métodos de formação de imagens a partir de sinais ultrassônicos há os métodos baseados nos estudos com sinais de radar (*synthetic aperture radar* – SAR) como a SAFT, 2R-SAFT, o TFM (*total focusing method*) (HOLMES; DRINKWATER; WILCOX, 2005), e as versões melhoradas do TFM como a VTFM (*vector total focusing method*), o DTFM (*Diffraction Total Focusing Method*) (WILCOX; HOLMES; DRINKWATER, 2006). Há na literatura uma revisão que leva em conta as compensações de difração e atenuação (HOLMES; DRINKWATER; WILCOX, 2008) nestes trabalhos anterioes de TFM. Além disso foram explorados alguns métodos para compensar a dispersão inerente a ondas guiadas (WILCOX, 2003b) de forma a recompactar o pacote de onda que se torna alargado espacial e temporalmente, sendo que os sinais compensados são então usados nos métodos TFM de formação de imagens.

Diversas investigações foram feitas em relação à formação de imagens: existem mérodos baseados em comparação com meios de referência, métodos usando cálculos de probabilidades ou coeficientes de reflexão que são dependentes do modo de propagação e a interação com os defeitos, assim como métodos para o aumento da resolução lateral nas imagens. Li et al. (2013) implementam uma modificação no TFM levando em consideração a velocidade dependente de ângulo e a correção de atenuação no meio anisotrópico, sendo que a limitação angular é feita empiricamente considerando a relação sinal ruído, mas não são utilizadas ondas guiadas e sim volumétricas para a inspeção de peça. A determinação de velocidades é feita com dois *arrays* móveis de 64 elementos dispostos em cada lado da amostra e acoplamento com gel. O estudo feito por Quaegebeur e Masson (2012) usa correlação entre os sinais medidos e os sinais propagados teoricamente sobre uma malha predeterminada. Os ensaios são feitos com ondas volumétricas com *array* móvel de 64 elementos e acoplamento com gel. Michaels e Michaels (2012) apresentam um algoritmo adaptativo (*minimum variance distortionless response*–MVDR) também do tipo atraso-e-soma (*delay-and-sum*–DAS) que pode levar à redução significativa dos artefatos sem a necessidade do conhecimento das características de espalhamento. O trabalho executado por Yan et al. (2012) usa C-*scan* para formação de imagem e mostra que os modos SH são insensíveis ao carregamento com água, sendo que as velocidades de fase são iguais tanto com a amostra seca como imersa. No estudo de Castaings, Singh e Viot (2012) é apresentada uma técnica de inversão baseada no modelo de elementos finitos como modelo de referência. No ensaio experimental usa-se um material absorvedor para o modo A0, que não é desejado, deixando o modo S0 para a inspeção. A imagem resultante é baseada na previsão do coeficiente de reflexão dos refletores que é dependente do modo de propaga-

ção. É apresentada uma comparação entre TFM e processamento adaptativo por Li e Hayward (2011), usando ondas volumétricas. Esta abordagem aumenta em 30 dB a resolução lateral e é aplicada a um bloco de aço. Burrows, Dutton e Dixon (2012) apresentam a investigação de geração de ondas de Lamb com pulsos de laser em uma folha de alumínio. A geração de ondas pelo efeito termomecânico é investigado e a interação com defeitos na placa é estudada. A presença ou não de defeitos é feita com a interpretação dos diagramas tempo-frequência de B-*scans* com 3 EMATs. Clarke, Simonetti e Cawley (2010) fazem um estudo de SHM de estruturas complexas e sobre a influência do método de compensação de temperatura que pode reduzir o número de sinais que são necessários na base de dados de linhas base para o acompanhamento da vida da peça. Potter, Croxford e Wilcox (2014) conduzem um estudo relativo à técnica para formação de imagem baseada na não linearidade acústica. São comparadas as imagens dos métodos TFM, que é linear, e usando a métrica não linear para detecção de defeitos com ondas volumétricas. A técnica de formação de imagens topológicas de defeitos, baseada no *meio de referência* é estudada por Rodriguez et al. (2014). A investigação de propagação de ondas acústicas é feita em placas de compósito considerando um meio anisotrópico de compósito monocamada de carbono-epóxi; esse trabalho estuda como dois impactos são detectados usando somente o modo S0 e separa os modos por frequência. Na investigação de Zhang, Qiu e Ji (2014) é feita uma varredura da placa com laser e apresenta-se um método de formação de imagem melhorado baseado na energia de onda incidente anômala. O método é aplicado a uma placa laminada de fibra de carbono-polímero no estudo de danos por impacto. Um estudo de seleção de modos de ondas de Lamb para avaliar placas sólidas com carregamento líquido é feito por Gao et al. (2014), no qual se selecionam os modos que têm deslocamento normal nulo à placa e, assim, evitam o efeito de vazamento de ondas.; o modo simétrico S2 é escolhido para o estudo de placas com carregamento em líquido. Park et al. (2014) mostram como pode ser feita a localização aproximada de defeitos por um processo de triangulação de sinais e posteriormente uma varredura laser mais detalhada no entorno da localidade. O método não requer instalação de sensores e localiza as delaminações com alta precisão em um lâmina de turbina de vento. O estudo de Humeida et al. (2014) utiliza um sensor móvel em 4 placas de alumínio para verificar trincas de $0°$ e $45°$. O método de formação de imagem por reconstrução de blocos esparsos é apresentado por Levine e Michaels (2014) como uma alternativa ao TFM, no qual é investigada a detecção de bastões de aço colados sobre uma placa. Um método de formação de imagem baseado em probabilidades é feito por Wu et al. (2014). Um estudo implementando um algoritmo de atraso-e-soma modificado para detectar dano de impacto em placas de compósito com e sem enrijecedor é feito por Sharif-Khodaei e Aliabadi (2014), no qual usam-se somente 4 transdutores piezelétricos para captura dos sinais e as imagens são feitas via C-*scan*.

Os trabalhos feitos sobre detecção de defeitos, como discutido no parágrafo anterior, não fazem referência ao efeito de focalização elástica e também não o usam para justificar qualquer limitação angular que foi empregada nas análises ou formação de imagens. Nos trabalhos sobre meios anisotrópicos, as inspeções são efetuadas com considerando ondas volumétricas ou, no

caso de ondas de guiadas, não apresentam explicitamente a compensação de dispersão como dependente da velocidade de grupo, da velocidade de fase, do ângulo de dispersão e de sua variação com a frequência. Neste trabalho de tese a compensação de dispersão é explicitada de forma que se saibam destas dependências. As inspeções apresentadas na literatura são feitas ou com o modo A0 ou o S0 isoladamente, enquanto que, neste trabalho é mostrada a dependência dos dois modos em relação ao tipo de defeito incluído, além de não ser necessário aplicar nenhum filtro em frequência para a separação dos modos presentes na propagação de ondas no laminado em estudo. Outro ponto que difere este trabalho dos anteriores é que as imagens de fase instantânea são utilizadas de forma fundamental para detectar os defeitos nos laminados, diferente do que é feito nos trabalhos citados. O uso da informação contida na fase instantânea foi estudado no trabalho de Prado et al. (2014) para meios isotrópicos enquanto aqui é estendido para meios anisotrópicos do tipo placa multicamada.

Em princípio, sabendo-se em quais frequências deve-se e pode-se excitar o laminado e quais modos de propagação de onda são promissores para os ensaios por ultrassom, podem ser selecionadas as condições para estudo das técnicas de detecção dos defeitos. Conhecendo estas condições é possível escolher qual modo de propagação é mais adequado a cada tipo de defeito e aplicar os resultados nos métodos de formação de imagem.

As investigações presentes na literatura até o momento não relacionam o efeito de focalização elástica com qualquer necessidade de limitação angular nas inspeções de materiais anisotrópicos. Além disso não apresentam nenhum estudo que usa a fase instantânea dos sinais para melhorar as imagens ultrassônicas em meios anisotrópicos. Portanto, estes dois tópicos juntos ou separados não foram abordados na literatura.

As principais contribuições deste trabalho de tese são: o processo de caracterização e validação dos parâmetros do compósito e análise de defeitos em estruturas do tipo placa feitas de laminado, utilizando métodos de propagação e detecção de ondas ultrassônicas; a aplicação dos métodos e técnicas de processamento de sinais para a formação de imagens, como por exemplo, a compensação da dispersão de sinais de modos fortemente dispersivos e a seleção de sinais para a construção das imagens ultrassônicas. Além do mais, este trabalho tem como contribuição principal trazer à luz a importância do efeito de focalização elástica inerente à propagação em meios anisotrópicos. Tal efeito limita o ângulo de visada do *array* no entorno dos eixos de simetria que produzem uma amplificação da energia da onda propagada, degradando a relação sinal-ruído em faixas angulares que se encontram nas direções em que a focalização trabalha como atenuação da amplitude da onda.

Além das contribuições presentes neste trabalho de tese, é digno de nota que houve um esforço conjunto de várias instituições de pesquisa e ensino para o alcance da meta da pesquisa. Este esforço conjunto está diretamente representado pelas atividades desenvolvidas em colaboração com a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP, São Paulo, Brasil) e com o *Consejo Superior de Investigaciones Científicas* (CSIC, Madri, Espanha).

1.3 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivo geral a inspeção de estruturas que empreguem materiais compósitos utilizando *arrays* de transdutores piezelétricos. Esta inspeção tem como finalidade a geração de imagens ultrassônicas a partir dos sinais excitados e adquiridos por *arrays* de transdutores e tratados com as previsões teóricas determinadas via teoria de propagação de ondas. Além disso, acrescenta-se a importância do efeito de focalização elástica que limita o ângulo de visada dos *arrays* ultrassônicos.

Os objetivos específicos deste trabalho de tese são:

- estudo da caracterização de um compósito têxtil de trama simples ortogonal bidimensional e a crítica quanto a simetria material a ser utilizada;
- obtenção de curvas de dispersão de velocidade de fase, curvas de lentidão, ângulos de desvio, velocidade de grupo e fatores de focalização elástica em meios anisotrópicos, especificamente aplicados a placas planas de compósito têxtil estrutural;
- o pós-tratamento dos sinais propagados em dois espécimes de placa de fibra de carbono têxtil estrutural multicamadas, para geração de imagens ultrassônicas e sua devida interpretação utilizando os parâmetros elásticos característicos da lâmina de compósito têxtil, obtidos na caracterização prévia e solução numérica das equações que descrevem a propagação de ondas no laminado.
- estudar a sensibilidade dos modos de propagação permitidos pela estrutura em relação ao tipo de defeito artificial incluído;
- aplicação de um critério de limitação angular na formação de imagens ultrassônicas baseado no fenômeno de focalização elástica dependente do modo de propagação;

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 são apresentados os desenvolvimentos que levam às equações características dos modos simétricos e antissimétricos de propagação de ondas guiadas em estruturas do tipo placa plana. São definidas, seguindo o livro texto de Nayfeh (1995), as equações de movimento dos deslocamentos tridimensionais da lâmina e do laminado, assim como as condições para que cada modo de propagação ocorra. Com base no trabalho de Nayfeh (1995) e na suposição de simetria de empilhamento do laminado, são apresentadas também expressões para os modos simétricos e antissimétricos. São apresentadas também as definições de velocidade de grupo, ângulo de desvio, fator de focalização elástica e a representação tempo-frequência de um sinal.

No Capítulo 3 faz-se referência a compósitos têxteis estruturais e ao método de determinação dos elementos da matriz de rigidez e densidade do compósito que são usados na modelagem posterior da propagação de ondas guiadas em laminados. A partir das constantes elásticas do compósito têxtil são obtidas as soluções numéricas das equações características para alguns modos de propagação na forma de velocidades de fase, de grupo e fatores de focalização, que são posteriormente validadas experimentalmente usando três grupos de ensaios experimentais. Nesse capítulo, são mostrados os resultados numéricos das equações características apresentadas no Capítulo 2. As soluções são obtidas através de um conjunto de métodos que automatizam a procura pelas curvas. São apresentadas as curvas de frequência, curvas de dispersão para velocidade de fase e de grupo e as curvas de onda.

Os resultados experimentais relativos à inspeção de duas placas planas de compósito têxtil e a formação de imagens ultrassônicas são mostrados no Capítulo 4. São apresentados os conceitos e definições de abertura sintética, *arrays* ultrassônicos, assim como o método de formação de imagens TFM, e as técnicas de compensação de atenuação, dispersão de ondas guiadas para meios anisotrópicos e seleção de sinais dependentes da direção de propagação. A formação e interpretação de imagens ultrassônicas da placa de fibra de carbono têxtil é balizada pelos conceitos e resultados apresentados nos Capítulos 2 e 3, dos quais são utilizados os resultados de velocidade de fase, velocidade de grupo, ângulo de desvio e fator de focalização, este último como fator que influencia na validade do ângulo de visada do *array*.

No Capítulo final são destacadas as contribuições, os resultados, a avaliação dos métodos analítico/numéricos e implementação de métodos alternativos para o estudo de defeitos nos laminados, e também, discutida a validade das conclusões obtidas neste trabalho de pesquisa.

2 TEORIA DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELÁSTICAS

Pedras no caminho? Guardo todas,
um dia vou construir um castelo...
(Nemo Nox)

2.1 INTRODUÇÃO

O estudo da propagação de ondas elásticas em meios anisotrópicos deve levar em consideração algumas características que podem simplificar a abordagem a ser utilizada, como: a geometria do material, sua classificação quanto à simetria material e consequentemente a anisotropia do meio; se o meio possui uma única camada de material e se este material é homogêneo ou se sua inomogeneidade pode ser descrita de alguma forma simples ou se é constituído de múltiplas camadas e como estas são dispostas relativamente umas às outras. Há de se considerar ainda se há a propagação em eixos de simetria ou fora deles, pois pode ocorrer desacoplamento de modos de polarização-deslocamento, o que acarreta soluções distintas para cada modo de propagação. Além destas considerações deve-se levar em conta se o meio tem comportamento piezelétrico, dissipação térmica e se está acoplado a outros meios dissipativos como líquidos ou gases em suas superfícies externas.

Neste capítulo é apresentado um tratamento para meios elásticos, não viscosos, não piezelétricos e à temperatura constante. A abordagem será baseada nas equações de movimento fundamentais da mecânica newtoniana não relativística, utilizando variáveis que descrevem o deslocamento das partículas em uma posição específica do meio, as tensões (*stress*) e as deformações infinitesimais (*infinitesimal strai*n) como determinado pela mecânica dos meios contínuos.

O objetivo final é mostrar que as equações características para os modos simétricos e antissimétricos podem ser obtidas usando consideração de simetria vertical aplicada às condições de contorno nas superfícies livres de um laminado com ordem simétrica de empilhamento de uma ou várias lâminas/camadas. Para laminados sem simetria de empilhamento são mostradas expressões de modos genéricos, sem simetria definida.

Ao final do capítulo há um estudo de cálculo de velocidade de grupo $\vec{c}_g$, o cálculo de sua magnitude, c_g, e o ângulo de desvio, θ_d, em relação à direção da propagação da velocidade de fase $\vec{c}_p$ e a apresentação sucinta da representação tempo-frequência, que é uma das ferramentas mais úteis para se analisar sinais multimodais.

2.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Considera-se a notação matemática tensorial, na qual um vetor $\vec{v}$ é representado como v_i, assim como um tensor de segunda ordem é representado como T_{ij} em que i e j assumem os valores i,j = 1,2,3 para os eixos cartesianos x_1, x_2 e x_3. Adota-se também a notação de índices contraídos de Einstein, na qual índices repetidos indicam uma soma implícita, por exemplo, $a_i b_{ij} \equiv \sum_i a_i b_{ij}$.

Considerando um elemento de volume infinitesimal no qual uma densidade de força volumétrica f_i esteja agindo e as tensões entre os volumes adjacentes são dadas por σ_{ij}, pode-se obter as equações de movimento para os deslocamentos de partícula u_i e velocidades de deslocamento v_i utilizando a segunda lei da mecânica clássica (GRAFF, 1975)

$$\mathcal{F}_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \tag{1}$$

em que ρ é a densidade volumétrica de massa no ponto e $\mathcal{F}_i$ é a densidade de forças resultantes no elemento de volume δV que o translada e deforma na direção i

$$\mathcal{F}_i = \lim_{\delta V \to 0} \frac{\delta F_i}{\delta V} = \frac{\partial F_i}{\partial V}.$$

Esta força é a resultante das forças aplicadas em cada uma das faces A_j[1] de um elemento infinitesimal de volume, ou seja, $F_i = \sum_j F_{ij}$, na qual F_{ij} é a força resultante aplicada na direção i sobre a face j.

A densidade de força resultante na direção x_i é a soma das tensões na direção i aplicadas nas faces j, σ_{ij}. A densidade de força na direção i pode ser expressa como

$$\mathcal{F}_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i, \tag{2}$$

já que

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{F_i}{A_j} \approx \frac{\delta F_i}{\delta V}. \tag{3}$$

O que leva às equações de movimento tridimensionais acopladas para o deslocamento u_i e as tensões σ_{ij}

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \tag{4}$$

na qual a densidade de força externa f_i é um termo de fonte, se forem considerados carregamentos externos em regiões específicas da estrutura a ser estudada.

[1] Deve-se lembrar que a representação de uma superfície orientada com área A e que tem versor normal $\hat{n}$, com componentes n_i, é dada por $\vec{A} = A\hat{n}$. Portanto, na notação vetorial a área $\vec{A}$ é expressa como $A_i = An_i$.

2.3 REFERENCIAIS LOCAL E GLOBAL DO PROBLEMA

Para a descrição dos parâmetros do meio material, sejam eles a matriz de rigidez, a orientação relativa da estrutura do meio e as fontes de energia, e a direção em que a propagação de uma onda acústica ocorre, há a necessidade de se definir sistemas de referência adequados. Para isso considera-se o caso geral de uma placa homogênea tendo espessura d finita e uniforme. O caso em questão pode ser descrito através do uso de uma matriz de rigidez para um meio triclínico. A onda propaga-se na direção x_1 e tem independência com a variável x_2, descrevendo assim uma onda plana com vetor de onda $\vec{k}$ na direção x_1.

A Figura 1 ilustra a placa de material homogêneo e os sistemas de referência local e global necessários para a descrição do problema de propagação de ondas em meios anisotrópicos. Consideram-se dois sistemas de referência por questão de clareza. Um sistema local, que é denominado por sistema linha (x'_1,x'_2,x'_3) ou simplesmente x'_i, que descreve a direção paralela a um dos eixos cristalográficos do material; um sistema global (x_1,x_2,x_3) ou simplesmente x_i, que descreve a direção de propagação da onda no meio material. Assim podem-se descrever todas as propriedades físicas do material em relação ao sistema linha e transformá-las para o sistema global através de uma rotação de eixos. O sistema linha tem o plano x'_1-x'_2 paralelo ao plano da placa ou lâmina, sendo x_3 ortogonal ao plano da lâmina. O sistema global é obtido a partir do sistema local através de uma rotação ϕ ao redor do eixo x'_3.

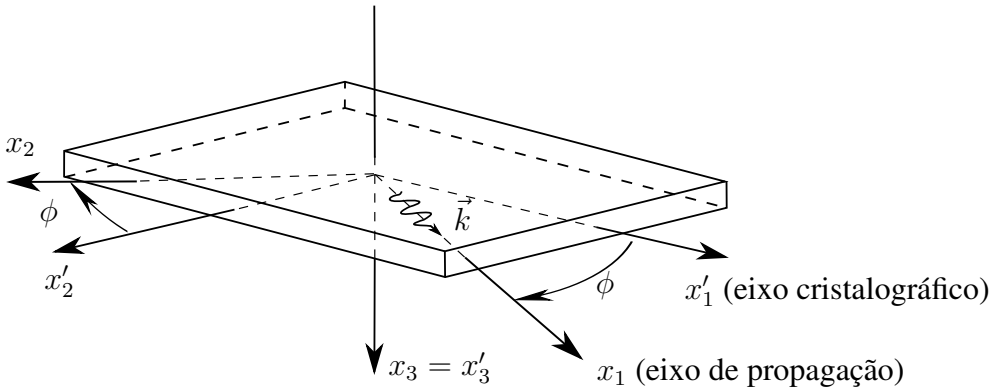
As equações de movimento com relação ao sistema de referência linha são

$$\frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x'_j} + \rho' f'_i = \rho' \frac{\partial^2 u'_i}{\partial t^2}, \quad i = 1,2,3, \tag{5}$$

em que ρ' é a densidade volumétrica de massa da lâmina. As relações *stress-strain* e *strain-stress* são:

$$\sigma'_{ij} = c'_{ijkl}\varepsilon'_{kl}, \quad \varepsilon'_{ij} = s'_{ijkl}\sigma'_{kl}, \tag{6}$$

Figura 1 – Descrição esquemática dos sistemas de referência local-cristalográfico, (x'_1,x'_2,x'_3), e do global, (x_1,x_2,x_3).



Fonte: Elaborada pelo autor.

sendo $[s'_{ijkl}] = [c'_{ijkl}]^{-1}$ a matriz flexibilidade do material descrita no sistema linha, e, a relação entre deformação infinitesimal (*infinitesimal strain*) (GRAFF, 1975) e deslocamentos sendo

$$\varepsilon'_{kl} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u'_k}{\partial x'_l} + \frac{\partial u'_l}{\partial x'_k}\right), i,j,k,l = 1,2,3. \tag{7}$$

Usando uma transformação ortogonal β entre o sistema local e o global tal que uma rotação ϕ em torno do eixo x'_3 leva $(x'_1,x'_2,x'_3) \Longrightarrow (x_1,x_2,x_3)$, tal que

$$O_{x'_3\phi} \equiv \beta = \begin{bmatrix} \cos\phi & \operatorname{sen}\phi & 0 \\ -\operatorname{sen}\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{8}$$

pode-se descrever uma rotação O ao redor de x'_3 no sentido anti-horário de um ângulo ϕ. Assim, as quantidades anteriores tornam-se

$$\begin{aligned} \rho = \rho', \quad & u_i = \beta_{ij}u'_j, \quad & x_i = \beta_{ij}x'_j, \\ \sigma_{mn} = \beta_{mi}\beta_{nj}\sigma'_{ij}, \quad & \varepsilon_{op} = \beta_{oi}\beta_{pj}\varepsilon'_{ij}, \quad & c_{mnop} = \beta_{mi}\beta_{nj}\beta_{ok}\beta_{pl}c'_{ijkl} \end{aligned} \tag{9}$$

com $i,j,k,l,m,n = 1,2,3$.

As equações de movimento no sistema sem linha são

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i = \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad i = 1,2,3, \tag{10}$$

com

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad \varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl}, \tag{11}$$

sendo $[s_{ijkl}] = [c_{ijkl}]^{-1}$ a matriz flexibilidade do material descrita no sistema sem linha e a relação entre deformação (strain) e deslocamento sendo dadas pela deformação

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k}\right), \quad i,j,k,l = 1,2,3. \tag{12}$$

2.4 SIMETRIA MATERIAL

Considerando que a matriz de rigidez $C_{\alpha\beta}$ descreve o comportamento elástico do meio material em estudo, sua forma mais geral apresenta simetria triclínica e o meio é dito ter simetria material anisotrópica genérica. Assim para um sólido triclínico (caso anisotrópico genérico) $C_{\alpha\beta}$ apresenta 21 coeficientes independentes:

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & \text{simét.} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Considerando um plano de simetria material paralelo ao plano x_1-x_2, o sólido é dito com simetria material monoclínica e $C_{\alpha\beta}$ apresenta 13 coeficientes independentes:

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & \text{simét.} & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Adicionando um plano de simetria a mais, ou seja, x_1-x_2 e x_1-x_3 como planos de simetria, $C_{\alpha\beta}$ apresenta 9 coeficientes independentes e o meio é dito ortotrópico:

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{simét.} & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Um meio material com simetria tetragonal necessita de 6 coeficientes para descrever a matriz de rigidez:

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{simét.} & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}. \tag{16}$$

Caso um plano de simetria possa apresentar característica de isotropia transversal, $C_{\alpha\beta}$ descreve um material transversalmente isotrópico no plano x_1-x_2, e tem 5 coeficientes independentes.

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{simét.} & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix}. \tag{17}$$

O caso mais particular é o qual $C_{\alpha\beta}$ descreve um meio no qual todas as direções são equivalentes em relação às propriedades materiais. Este é o caso de um sólido isotrópico, com

simetria esférica completa, e $C_{\alpha\beta}$ apresenta 2 coeficientes independentes.

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Aplicando as relações de simetria espacial e rotacional, um sólido isotrópico e homogêneo terá, em função das contantes de Lamé, λ e μ, a seguinte matriz de rigidez (LANDAU et al., 1986)

$$c_{ikjl} = \lambda\delta_{ik}\delta_{jl} + \mu\left(\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{il}\delta_{kj}\right) \tag{19}$$

na qual δ_{ij} é a função delta de Kronecker (ARFKEN; WEBER, 2007) que satisfaz a relação

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j. \end{cases}$$

Além disso,

$$\sigma_{ik} = c_{ikjl}\varepsilon_{jl} = \lambda\varepsilon_{ll}\delta_{ik} + 2\mu\varepsilon_{ik}. \tag{20}$$

Nos demais casos de simetria triclínica, monoclínica, ortotrópica e superiores, é conveniente manter a notação de Voigt c_{ijkl}.

2.5 TRANSFORMAÇÕES ORTOGONAIS DA MATRIZ DE RIGIDEZ

É conveniente detalhar qual é a forma da matriz transformação ortogonal quando se usa a notação reduzida de Voigt (SLAWINSKI, 2010). As deformações ε_{ij}, as tensões σ_{ij} e as matrizes de rigidez e de flexibilidade são obtidas através das equações (9) e pode-se ter uma forma simplificada quando estas são descritas em função das variáveis ε_i e σ_i, $i = 1,2,3,4,5,6$.

Qualquer transformação ortogonal dada por O é expressa por

$$O = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} & O_{13} \\ O_{21} & O_{22} & O_{23} \\ O_{31} & O_{32} & O_{33} \end{bmatrix} \tag{21}$$

com os tensores ε_{ij}, σ_{ij} sendo

$$\sigma_{mn} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_{mn} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

e, considerando a simetria dos tensores, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ e $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$, as transformações levam às relações

$$\begin{aligned}
\sigma_{mn} &= O_{mi}O_{nj}\sigma'_{ij} \\
&= O_{m1}O_{n1}\sigma'_{11} + O_{m2}O_{n2}\sigma'_{22} + O_{m3}O_{n3}\sigma'_{33} + \left(O_{m2}O_{n3} + O_{m3}O_{n2}\right)\sigma'_{32} \\
&+ \left(O_{m1}O_{n3} + O_{m3}O_{n1}\right)\sigma'_{31} + \left(O_{m1}O_{n2} + O_{m2}O_{n1}\right)\sigma'_{21} \\
&= O_{m1}O_{n1}\sigma'_{1} + O_{m2}O_{n2}\sigma'_{2} + O_{m3}O_{n3}\sigma'_{3} + \left(O_{m2}O_{n3} + O_{m3}O_{n2}\right)\sigma'_{4} \\
&+ \left(O_{m1}O_{n3} + O_{m3}O_{n1}\right)\sigma'_{5} + \left(O_{m1}O_{n2} + O_{m2}O_{n1}\right)\sigma'_{6}
\end{aligned} \tag{22}$$

e

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{mn} &= O_{mi}O_{nj}\varepsilon'_{ij} \\
&= O_{m1}O_{n1}\varepsilon'_{11} + O_{m2}O_{n2}\varepsilon'_{22} + O_{m3}O_{n3}\varepsilon'_{33} + \frac{1}{2}\left(O_{m2}O_{n3} + O_{m3}O_{n2}\right)2\varepsilon'_{32} \\
&+ \frac{1}{2}\left(O_{m1}O_{n3} + O_{m3}O_{n1}\right)2\varepsilon'_{31} + \frac{1}{2}\left(O_{m1}O_{n2} + O_{m2}O_{n1}\right)2\varepsilon'_{21} \\
&= O_{m1}O_{n1}\varepsilon'_{1} + O_{m2}O_{n2}\varepsilon'_{2} + O_{m3}O_{n3}\varepsilon'_{3} + \frac{1}{2}\left(O_{m2}O_{n3} + O_{m3}O_{n2}\right)\varepsilon'_{4} \\
&+ \frac{1}{2}\left(O_{m1}O_{n3} + O_{m3}O_{n1}\right)\varepsilon'_{5} + \frac{1}{2}\left(O_{m1}O_{n2} + O_{m2}O_{n1}\right)\varepsilon'_{6}.
\end{aligned} \tag{23}$$

Dessa forma pode-se escrever as transformações com índices reduzidos de $\sigma \equiv [\sigma_i]$ e $\varepsilon \equiv [\varepsilon_i]$ como

$$\sigma = O_\sigma \sigma', \quad \varepsilon = O_\varepsilon \varepsilon', \tag{24}$$

sendo as matrizes de transformação dadas por(SLAWINSKI, 2010)

$$O_\sigma = \begin{bmatrix}
O_{11}^2 & O_{12}^2 & O_{13}^2 & 2O_{12}O_{13} & 2O_{11}O_{13} & 2O_{11}O_{12} \\
O_{21}^2 & O_{22}^2 & O_{23}^2 & 2O_{22}O_{23} & 2O_{21}O_{23} & 2O_{21}O_{22} \\
O_{31}^2 & O_{32}^2 & O_{33}^2 & 2O_{32}O_{33} & 2O_{31}O_{33} & 2O_{31}O_{32} \\
O_{31}O_{21} & O_{32}O_{22} & O_{33}O_{23} & (O_{32}O_{23} + O_{33}O_{22}) & (O_{31}O_{23} + O_{33}O_{21}) & (O_{31}O_{22} + O_{32}O_{21}) \\
O_{31}O_{11} & O_{32}O_{12} & O_{33}O_{13} & (O_{32}O_{13} + O_{33}O_{12}) & (O_{31}O_{13} + O_{33}O_{11}) & (O_{31}O_{12} + O_{32}O_{11}) \\
O_{21}O_{11} & O_{22}O_{12} & O_{23}O_{13} & (O_{22}O_{13} + O_{23}O_{12}) & (O_{21}O_{13} + O_{23}O_{11}) & (O_{21}O_{12} + O_{22}O_{11})
\end{bmatrix} \tag{25}$$

e

$$O_\varepsilon^T = O_\sigma^{-1}. \tag{26}$$

A transformação da matriz de rigidez do referencial sem linha para o linha fica então na seguinte forma

$$C' = O_\varepsilon^T C O_\varepsilon \tag{27}$$

e sua transformação inversa como

$$C = \left(O_\varepsilon^T\right)^{-1} C' O_\varepsilon^{-1} = O_\sigma C' O_\sigma^T. \tag{28}$$

A equação (28) é útil para se obter a matriz de rigidez no sistema global a partir de uma matriz de rigidez dada em qualquer sistema de referência linha, que neste caso descreve

o sistema de referência original. Para uma rotação em torno do eixo x_3' a matriz O é dada por β da expressão (8) e assim a matriz (25) pode ser montada explicitamente. Para um caso mais genérico, em que são necessárias várias rotações sequenciais em eixos distintos, basta apresentar a matriz de rotação adequada e montar finalmente O_σ.

2.5.1 Matriz de rigidez rotacionada: caso monoclínico

Considera-se o caso de simetria monoclínica da matriz de rigidez C'. Para isso, reescreve-se a forma da matriz original no eixo cristalográfico e a forma da matriz quando representada no sistema de referência rotacionado, ou seja, as representações no sistema linha e no sistema sem linha.

A matriz C' para o caso monoclínico tem a forma (SLAWINSKI, 2010; NAYFEH, 1995)

$$C'_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & C'_{16} \\ & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & C'_{26} \\ & & C'_{33} & 0 & 0 & C'_{36} \\ & & & C'_{44} & C'_{45} & 0 \\ & \text{simét.} & & & C'_{55} & 0 \\ & & & & & C'_{66} \end{bmatrix}. \tag{29}$$

que ao ser rotacionada através da transformação (28) transforma-se na matriz C, que apresenta a seguinte forma análoga à C'

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & \text{simét.} & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \tag{30}$$

em que os coeficientes nulos permanecem nulos e os não nulos permanecem não nulos.

O que se deve evidenciar aqui é que a rotação de eixos não muda o formato da matriz, mas apenas os valores dos coeficientes não nulos.

2.5.2 Matriz de rigidez rotacionada: caso ortotrópico

A matriz C' para o caso ortotrópico tem a forma (SLAWINSKI, 2010; NAYFEH, 1995)

$$C'_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C'_{44} & 0 & 0 \\ & \text{simét.} & & & C'_{55} & 0 \\ & & & & & C'_{66} \end{bmatrix}, \tag{31}$$

que apresenta os coeficientes C'_{16}, C'_{26}, C'_{36} e C'_{45} nulos, quando comparada com o formato da matriz de um meio monoclínico. Ao rotacionar a matriz C' através da transformação (28) obtém-se a matriz rotacionada C com a seguinte forma

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & \text{simét.} & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}. \tag{32}$$

Considerando a rotação ϕ, em torno do eixo x'_3, os coeficientes de C são dados explicitamente por (SLAWINSKI, 2010; NAYFEH, 1995)

$$\begin{aligned}
C_{11} =& C'_{11}\cos^4\phi + C'_{22}\mathcal{S}^4 + 2\left(C'_{12} + 2C'_{66}\right)\operatorname{sen}^2\phi\cos^2\phi \\
C_{12} =& C'_{12} + \left(C'_{11} + C'_{22} - 2C'_{12} + 4C'_{66}\right)\operatorname{sen}^2\phi\cos^2\phi \\
C_{13} =& C'_{13}\cos^2\phi + C'_{23}\operatorname{sen}^2\phi \\
C_{16} =& \left(C'_{12} + 2C'_{66} - C'_{11}\right)\operatorname{sen}\phi\cos^3\phi + \left(C'_{22} - C'_{12} - 2C'_{66}\right)\operatorname{sen}^3\phi\cos\phi \\
C_{22} =& C'_{22}\cos^4\phi + C'_{11}\operatorname{sen}^4\phi + 2\left(C'_{12} + 2C'_{66}\right)\operatorname{sen}^2\phi\cos^2\phi \\
C_{23} =& C'_{23}\cos^2\phi + C'_{13}\operatorname{sen}^2\phi \\
C_{26} =& \left(C'_{12} + 2C'_{66} - C'_{11}\right)\operatorname{sen}^3\phi\cos\phi + \left(C'_{22} - C'_{12} - 2C'_{66}\right)\operatorname{sen}\phi\cos^3\phi \\
C_{33} =& C'_{33} \\
C_{36} =& \left(C'_{23} - C'_{13}\right)\operatorname{sen}\phi\cos\phi \\
C_{44} =& C'_{44}\cos^2\phi + C'_{55}\operatorname{sen}^2\phi \\
C_{45} =& \left(C'_{44} - C'_{55}\right)\operatorname{sen}\phi\cos\phi \\
C_{55} =& C'_{55}\cos^2\phi + C'_{44}\operatorname{sen}^2\phi \\
C_{66} =& C'_{66} + \left(C'_{11} + C'_{22} - 2C'_{12} - 4C'_{66}\right)\operatorname{sen}^2\phi\cos^2\phi.
\end{aligned} \tag{33}$$

O formato da matriz ortotrópica rotacionada tem coeficientes C'_{16}, C'_{26}, C'_{36} e C'_{45} não nulos para as direções distintas dos eixos cristalográficos ou de simetria. Assim uma matriz de

rigidez de material ortotrópico representada em uma direção distinta de um eixo cristalográfico, como na expressão (32), tem forma similar à de uma matriz de material monoclínico da expressão (30). Esse fato apresentado em Nayfeh (1995) permite que se estude um material ortotrópico genericamente usando uma matriz com formato de uma matriz de rigidez monoclínica.

A apresentação do método neste Capítulo leva em consideração que o meio possa ser representado por uma matriz de rigidez ortotrópica nas direções de simetria material e por uma matriz de rigidez com formato similar ao de meios com simetria monoclínica, para direções fora dos eixos de simetria. Os casos particulares de meios com simetria tetragonal são contemplados fazendo-se a igualdade entre alguns elementos da matriz ortotrópica.

2.6 PROPAGAÇÃO DE ONDAS VOLUMÉTRICAS: EQUAÇÃO DE CHRISTOFFEL

Considera-se aqui a propagação em um meio material anisotrópico e homogêneo sem fronteiras descrita no referencial local pela matriz de rigidez efetiva c. Toda a abordagem e desenvolvimento mostrados nesta seção é oriunda dos trabalhos de Rose (2004) e Nayfeh (1995) com correções e adaptações da sequência de abordagem.

2.6.1 A equação de onda e soluções formais comuns

Combinando as equações (10) e (11) tem-se

$$\frac{\partial c_{ijkl}\varepsilon_{kl}}{\partial x_j} + \rho f_i = \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad i = 1,2,3 \tag{34}$$

que no caso particular de ausência de fontes, $f_i = 0$, e com c_{ijkl} descrevendo um material homogêneo obtém-se

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl}\frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_l}u_k, \quad i = 1,2,3, \tag{35}$$

na qual a equação (12) foi empregada.

Expandindo-se as equações de movimento

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \tag{36}$$

tem-se

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} = \rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \tag{37}$$

$$\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} = \rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \tag{38}$$

$$\frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} = \rho\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \tag{39}$$

que serão posteriormente usadas nas seção 2.7.

Considerando-se que os deslocamentos u_i na posição $\vec{x}$ podem ser representados como ondas planas, com frequência angular ω e vetor de onda $\vec{k}$, que se propagam com velocidade de fase c_p,

$$(u_1,u_2,u_3) = (U_1,U_2,U_3)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t\right)} \tag{40}$$

e, utilizando-se a notação tensorial para o produto $k_j x_j \equiv \vec{k}\cdot\vec{x}$, são obtidas as derivadas temporais e espaciais representadas em função dos deslocamentos u_i

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = -\omega^2 u_i, \qquad \frac{\partial u_k}{\partial x_l} = jk_l u_k, \qquad \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_l} = -k_j k_l u_k \tag{41}$$

Reescrevendo convenientemente os deslocamentos em função da função delta de Kronecker $u_i = \delta_{ik} u_k$ e as derivadas, obtém-se a seguinte equação de autovalor a partir da equação de onda (35)

$$\left(c_{ijkl}k_j k_l - \rho\omega^2\delta_{ik}\right) u_k = 0, \quad i = 1,2,3. \tag{42}$$

A equação de Christoffel é uma equação de autovalor descrevendo os modos de propagação volumétricos em um meio anisotrópico genérico e pode ter a solução trivial $u_k = 0$, ou soluções não triviais que satisfaçam $\det\left(c_{ijkl}k_j k_l - \rho\omega^2\delta_{ik}\right) = 0$. Considerando o tensor acústico de Christoffel

$$\Gamma_{ik} = c_{ijkl} n_j n_l \tag{43}$$

em que n_j são os cossenos diretores do vetor de onda $\vec{k}$, ou seja, são tais que $\vec{k} = (kn_x,kn_y,kn_z)$ com $k = \omega/c_p$ e $\omega = kc_p$ obtém-se a forma compacta da equação de Christoffel

$$\left(\Gamma_{ik} - \rho c^2\delta_{ik}\right) u_k = 0, \qquad \Gamma_{ik}u_k = \rho c^2 \delta_{ik} u_k, \qquad i = 1,2,3, \tag{44}$$

cuja forma expandida pode ser expressa como

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11} - \rho c^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \rho c^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \rho c^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = 0 \tag{45}$$

em que α_i são os cossenos diretores de $\vec{u} = (u\alpha_1,u\alpha_2,u\alpha_3)$ que têm a restrição $\alpha_1^2+\alpha_2^2+\alpha_3^2 = 1$.

Pode-se ter ainda a equação de autovalor $\hat{\Gamma}\hat{\alpha} = \gamma\hat{\alpha}$, que é representada pela forma expandida

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \rho c^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \tag{46}$$

com autovalores $\gamma_i = \rho c_i^2$ e autovetores $\hat{\alpha} = (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)^{\mathrm{T}}$.

A determinação das velocidades e modos de propagação para ondas volumétricas leva em conta a existência de modos puros e modos não puros de polarização. Os modos puros

apresentam apenas um tipo de polarização de onda. Assim podem ocorrem três tipos de modos puros: um longitudinal e dois de cisalhamento; e estes modos só ocorrem na direções de propagação nas quais a equação de autovalor apresenta o operador $\hat{\Gamma}$ diagonal, ou seja, os deslocamentos u_i estão desacoplados. Os testes com produtos $\hat{n} \cdot \hat{\alpha}_i$ e $\hat{n} \times \hat{\alpha}_i$ definem quais são as ondas (quasi-)longitudinais e de (quasi-)cisalhamento, respectivamente. A solução da equação de autovalor para modos não puros só é possível através de métodos numéricos enquanto que para os modos puros podem ser usados métodos analíticos.

2.6.2 Procedimento para cálculo da velocidade e determinação do tipo de polarização

Método numérico

Dado que a propagação ocorre em uma direção de não simetria, ou seja, pelo menos dois dos três deslocamentos u_i estão acoplados pelas equações de movimento, deve-se seguir os passos simples descritos a seguir:

1. Especificar uma direção de propagação $\hat{n} = (n_1,n_2,n_3)$;
2. Especificar o tensor acústico de Christoffel $\Gamma_{ik} = c_{ijkl} n_j n_l$;
3. Resolver $\Gamma\hat{\alpha} = \gamma\hat{\alpha}$, com autovalores $\gamma_i = \rho c_i^2$ e autovetores $\vec{\alpha}_i$;
4. Calcular as velocidade de fase $c_i = \sqrt{\gamma_i/\rho}$;
5. Verificar cada modo $\hat{\alpha}_i$ através dos produtos $\hat{n} \cdot \hat{\alpha}_i$ e $\hat{n} \times \hat{\alpha}_i$ quasi-longitudinal ou quasi-cisalhamento:
   - se $\|\hat{n} \times \hat{\alpha}_i\| = 0$, o modo é longitudinal, modo puro;
   - se $\hat{n} \cdot \hat{\alpha}_i = 0$, o modo é de cisalhamento, modo puro;
   - se $\hat{n} \cdot \hat{\alpha}_i > \|\hat{n} \times \hat{\alpha}_i\|$, o modo é quasi-longitudinal;
   - se $\hat{n} \cdot \hat{\alpha}_i < \|\hat{n} \times \hat{\alpha}_i\|$, o modo é quasi-cisalhamento;
6. Escolher uma nova direção de propagação $\hat{n}$ e repetir os procedimentos.

Método analítico

O método analítico é útil na determinação direta de velocidades em direções de simetria do meio anisotrópico nas quais ocorrem os modos puros de propagação. Estes modos puros podem ser excitados separadamente para a determinação de cada velocidade de fase da onda.

Em direções nas quais os três modos de polarização estão desacoplados, as velocidades das ondas longitudinal, cisalhamento rápida e cisalhamento lenta são obtidas de forma analítica. Lembrando que é considerado um meio ortotrópico e que a matriz de rigidez C' está

representada no referencial não rotacionado, o tensor acústico de Christoffel é

$$\Gamma = \begin{bmatrix} C'_{11}n_1^2 + C'_{66}n_2^2 + C'_{55}n_3^2 & (C'_{12} + C'_{66})\, n_1 n_2 & (C'_{13} + C'_{55})\, n_1 n_3 \\ (C'_{12} + C'_{66})\, n_1 n_2 & C'_{66}n_1^2 + C'_{22}n_2^2 + C'_{44}n_3^2 & (C'_{23} + C'_{44})\, n_2 n_3 \\ (C'_{13} + C'_{55})\, n_1 n_3 & (C'_{23} + C'_{44})\, n_2 n_3 & C'_{55}n_1^2 + C'_{44}n_2^2 + C'_{33}n_3^2 \end{bmatrix}. \tag{47}$$

Considerando o sistema de referência (x_1,x_2,x_3) coincidindo com o sistema cristalográfico (x'_1,x'_2,x'_3) como descrito na Figura 1, pode-se ter as propagações diretas nas direções $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ e $(0,0,1)$. Na direção $\hat{k} = \hat{n}_3 = 1$, $n_1 = n_2 = 0$ o tensor acústico é diagonal:

$$\Gamma_{0,0,1} = \begin{bmatrix} C'_{55} & 0 & 0 \\ 0 & C'_{44} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{33} \end{bmatrix}$$

e portanto as velocidades de onda longitudinal (onda de pressão), c_L, e ondas de cisalhamento, c_s, determinadas diretamente pelas constantes C'_{33}, C'_{44} e C'_{55}:

$$c_{L,33} = \sqrt{\frac{C'_{33}}{\rho}}, \qquad c_{s,31} = \sqrt{\frac{C'_{55}}{\rho}}, \qquad c_{s,32} = \sqrt{\frac{C'_{44}}{\rho}}. \tag{48}$$

Na direção de propagação $\hat{k} = \hat{n}_1 = 1$, $n_2 = n_3 = 0$, o tensor acústico

$$\Gamma_{1,0,0} = \begin{bmatrix} C'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C'_{66} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{55} \end{bmatrix}$$

leva às velocidades

$$c_{L,11} = \sqrt{\frac{C'_{11}}{\rho}}, \qquad c_{s,12} = \sqrt{\frac{C'_{66}}{\rho}}, \qquad c_{s,13} = \sqrt{\frac{C'_{55}}{\rho}}. \tag{49}$$

Enquanto que, tendo a propagação na direção $\hat{k} = \hat{n}_2 = 1$, $n_1 = n_3 = 0$, o tensor acústico

$$\Gamma_{0,1,0} = \begin{bmatrix} C'_{66} & 0 & 0 \\ 0 & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{44} \end{bmatrix}$$

gera as velocidades de fase

$$c_{L,22} = \sqrt{\frac{C'_{22}}{\rho}}, \qquad c_{s,21} = \sqrt{\frac{C'_{66}}{\rho}}, \qquad c_{s,23} = \sqrt{\frac{C'_{44}}{\rho}}. \tag{50}$$

Todas as velocidades de fase determinadas com as ondas propagando-se nestas direções são calculadas através de apenas uma constante elástica da matriz de rigidez e com a densidades do meio. A rigor podem-se determinar somente os elementos diagonais de C', enquanto que os

elementos fora da diagonal podem ser determinados através das velocidades em outras direções de propagação.

Estas relações entre as velocidades das ondas longitudinais (e de cisalhamento) e apenas uma constante elástica da matriz de rigidez é de profunda utilidade quando deseja-se determinar tais elementos através de métodos/técnicas mais diretos e rápidos, como a técnica de medição de velocidades por contato de transdutor ultrassônico, seja no modo de transmissão direta ou pulso-eco.

2.7 PROPAGAÇÃO EM PLACAS COM ÚNICA CAMADA EFETIVA

Considera-se aqui a propagação em um meio material anisotrópico consistindo de apenas uma única camada. Esta camada é considerada homogênea e descrita no referencial local pela matriz de rigidez efetiva C'. Toda a abordagem e desenvolvimento mostrados nesta seção é oriunda de Nayfeh (1995) com correções e adaptações da sequência de abordagem e apresentação.

Para propagação de uma onda no plano x_1-x_3 e independência do movimento com a variável x_2 tem-se a proposta de solução formal para o deslocamento tridimensional

$$(u_1,u_2,u_3) = (U_1,U_2,U_3)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1+\alpha x_3-ct)} \tag{51}$$

sendo k a componente do vetor de onda na direção x_1 e αk a componente na direção x_3, $c = \omega/k$ a velocidade de fase nas direções x_1 e α a razão entre as componentes do vetor de onda na direção x_1 e x_3. Esta solução contém implicitamente o método das ondas parciais, já que as soluções que surgirão podem ser interpretadas como um conjunto de seis ondas contendo três pares de ondas propagantes ou estacionárias, cada par contendo a propagação na mesma direção mas em sentidos contrários.

Estas equações serão avaliadas com mais detalhes em dois tipos de propagação de onda em uma lâmina:

1. propagação da onda em uma direção que não contenha nenhum eixo de simetria material ou cristalográfico: os três modos de polarização, o longitudinal e os dois transversais estarão acoplados e não há como distinguir modos de Lamb de modos de cisalhamento horizontal. As três equações de movimento nas variáveis deslocamento u_1, u_2 e u_3 estão acopladas e para casos particulares de simetria vertical há modos simétricos e modos antissimétricos.

2. propagação ao longo de um eixo de simetria material ou cristalográfico: os modos de polarização longitudinal e cisalhamento vertical estão acoplados e o modo de cisalhamento horizontal está desacoplado destes últimos. Isto dá origem a modos de propagação inde-

pendentes, os modos tipo Lamb e o modos SH, respectivamente. Também podem ocorrer modos simétricos e antissimétricos se houver simetria material na direção vertical.

2.7.1 Propagação fora de um eixo cristalográfico

Para um material homogêneo anisotrópico com simetria monoclínica, ou ortotrópica fora de um eixo cristalográfico, substituindo as equações (11) e (12) nas equações (37), (38) e (39), considerando a notação reduzida de Voigt, obtém-se

$$\begin{aligned}\rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} =& C_{11}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + C_{66}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + C_{55}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} + 2C_{16}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} \\ &+ C_{16}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + C_{26}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + C_{45}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} + (C_{12}+C_{66})\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} \\ &+ (C_{13}+C_{55})\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} + (C_{36}+C_{45})\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2 \partial x_3}\end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned}\rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} =& C_{16}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + C_{26}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + C_{45}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} + (C_{12}+C_{66})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} \\ &+ C_{66}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + C_{22}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + C_{44}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} + 2C_{26}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} \\ &+ (C_{36}+C_{45})\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} + (C_{23}+C_{44})\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2 \partial x_3}\end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned}\rho\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} =& (C_{13}+C_{55})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + (C_{36}+C_{45})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2 \partial x_3} \\ &+ (C_{36}+C_{45})\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_3} + (C_{23}+C_{44})\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2 \partial u x_3} \\ &+ C_{55}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + C_{44}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + C_{33}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + 2C_{45}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2}.\end{aligned} \tag{54}$$

As derivadas $\partial/\partial x_2$ anulam-se com a proposta de solução independente de x_2 e com os três deslocamentos acoplados. As equações anteriores podem ser representadas na forma compacta em função das amplitudes U_j

$$K_{ij}(\alpha)\, U_j = 0, \tag{55}$$

como K é uma função de α, ou na forma matricial expandida $KU = 0$, isto é:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = 0, \tag{56}$$

sendo

$$\begin{aligned}
K_{11} =& C_{11} - \rho c^2 + C_{55}\alpha^2 \\
K_{12} =& C_{16} + C_{45}\alpha^2 = K_{21} \\
K_{13} =& \left(C_{13} + C_{55}\right)\alpha = K_{31} \\
K_{22} =& C_{66} - \rho c^2 + C_{44}\alpha^2 \\
K_{23} =& \left(C_{36} + C_{45}\right)\alpha = K_{32} \\
K_{33} =& C_{55} - \rho c^2 + C_{33}\alpha^2.
\end{aligned} \tag{57}$$

A equação (55) é uma variação da equação de Christoffel que determina as velocidades de propagação das ondas quasi-longitudinal (qL) e das quasi-transversais (qT_1, qT_2) em uma dada direção em um meio material anisotrópico.

A existência de soluções não triviais para U_1, U_2 e U_3 necessita da condição $\det K = 0$ para esta lâmina, e como K é uma função do parâmetro α, a expansão do determinante produz uma equação de grau seis em α ou grau três em α^2, tal que

$$a_0\alpha^6 + a_1\alpha^4 + a_2\alpha^2 + a_3 = 0, \tag{58}$$

com os coeficientes a_j dados por

$$\begin{aligned}
a_0 =& C_{33}C_{44}C_{55} - C_{33}{C_{45}}^2 \\
a_1 =& C_{11}C_{33}C_{44} - {C_{13}}^2C_{44} + 2C_{13}C_{36}C_{45} - 2C_{13}C_{44}C_{55} + 2C_{13}{C_{45}}^2 \\
& - 2C_{16}C_{33}C_{45} + C_{33}C_{55}C_{66} - {C_{36}}^2C_{55} - \left(C_{33}C_{44} + C_{33}C_{55} + C_{44}C_{55} - {C_{45}}^2\right)\rho c^2 \\
a_2 =& C_{11}C_{33}C_{66} - C_{11}{C_{36}}^2 - 2C_{11}C_{36}C_{45} + C_{11}C_{44}C_{55} - C_{11}{C_{45}}^2 - {C_{13}}^2C_{66} \\
& + 2C_{13}C_{16}C_{36} + 2C_{13}C_{16}C_{45} - 2C_{13}C_{55}C_{66} - {C_{16}}^2C_{33} + 2C_{16}C_{36}C_{55} \\
& - \big(C_{11}C_{33} + C_{11}C_{44} - {C_{13}}^2 - 2C_{13}C_{55} - 2C_{16}C_{45} + C_{33}C_{66} \\
& - {C_{36}}^2 - 2C_{36}C_{45} + C_{44}C_{55} - {C_{45}}^2 + C_{55}C_{66}\big)\rho c^2 + \left(C_{33} + C_{44} + C_{55}\right)\rho^2c^4 \\
a_3 =& C_{11}C_{55}C_{66} - {C_{16}}^2C_{55} - \left(C_{11}C_{55} + C_{11}C_{66} - {C_{16}}^2 + C_{55}C_{66}\right)\rho c^2 \\
& + \left(C_{11} + C_{55} + C_{66}\right)\rho^2c^4 - \rho^3c^6.
\end{aligned} \tag{59}$$

A equação polinomial em α admite seis soluções enumeradas aqui como α_q, $q = 1,2,3,4,5,6$ que satisfazem as igualdades

$$\alpha_2 = -\alpha_1, \quad \alpha_4 = -\alpha_3, \quad \alpha_6 = -\alpha_5. \tag{60}$$

Os deslocamentos U_j são dependentes de α_q tal que $(U_1,U_2,U_3) \rightarrow (U_{1q},U_{2q},U_{3q})$ e como o sistema está acoplado pode-se escrever

$$(U_{1q},U_{2q},U_{3q}) = (1,V_q,W_q)\,U_{1q} \tag{61}$$

sendo umas das possibilidades de solução para V_q e W_q

$$V_q = \frac{U_{2q}}{U_{1q}} = \frac{K_{13}(\alpha_q)K_{12}(\alpha_q) - K_{11}(\alpha_q)K_{23}(\alpha_q)}{K_{12}(\alpha_q)K_{23}(\alpha_q) - K_{13}(\alpha_q)K_{22}(\alpha_q)}, \tag{62a}$$

$$W_q = \frac{U_{3q}}{U_{1q}} = \frac{K_{13}(\alpha_q)K_{12}(\alpha_q) - K_{11}(\alpha_q)K_{23}(\alpha_q)}{K_{13}(\alpha_q)K_{23}(\alpha_q) - K_{12}(\alpha_q)K_{33}(\alpha_q)}. \tag{62b}$$

Por superposição linear das soluções individuais para cada α_q constrói-se a solução completa

$$(u_1,u_2,u_3) = \sum_{q=1}^{6} (1,V_q,W_q)\, U_{1q} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1+\alpha_q x_3 - ct)}, \tag{63}$$

e, associada a ela, as tensões na superfícies da placa, σ_{33}, σ_{13} e σ_{23}:

$$(\sigma_{33},\sigma_{13},\sigma_{23}) = \sum_{q=1}^{6} \mathrm{i}k\,(D_{1q},D_{2q},D_{3q})\, U_{1q} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1+\alpha_q x_3 - ct)} \tag{64}$$

com

$$\begin{aligned} D_{1q} &= C_{13} + C_{36}V_q + C_{33}\alpha_q W_q \\ D_{2q} &= C_{55}(\alpha_q + W_q) + C_{45}\alpha_q V_q \\ D_{3q} &= C_{45}(\alpha_q + W_q) + C_{44}\alpha_q V_q. \end{aligned} \tag{65}$$

Considerando as soluções $\alpha_2 = -\alpha_1$, $\alpha_4 = -\alpha_3$ e $\alpha_6 = -\alpha_5$ tem-se as propriedades de V_q e W_q, e D_{pq}

$$\begin{aligned} V_2 = V_1, \quad & V_4 = V_3, \quad & V_6 = V_5, \\ W_2 = -W_1, \quad & W_4 = -W_3, \quad & W_6 = -W_5, \end{aligned} \tag{66}$$

$$\begin{aligned} D_{12} &= D_{11}, & D_{14} &= D_{13}, & D_{16} &= D_{15}, \\ D_{22} &= -D_{21}, & D_{24} &= -D_{23}, & D_{26} &= -D_{25}, \\ D_{32} &= -D_{31}, & D_{34} &= -D_{33}, & D_{36} &= -D_{35}. \end{aligned} \tag{67}$$

Caso de uma única lâmina de espessura finita d

Considera-se um caso particular de um meio material tipo placa ou lâmina com espessura finita d. Esta placa está livre de esforços externos e é constituída de apenas um material homogêneo e com simetria ortotrópica descrita pela matriz C'. Uma onda elástica acústica propaga-se no plano x_1-x_3 com velocidade c. As equações da seção 2.7.1 necessitam de condições de contorno para que o problema possa ser solucionado adequadamente.

Para uma placa livre cujo material está confinado entre $x_3 = -d/2$ e $x_3 = +d/2$, há a necessidade de se impor condições nestas faces. Dessa forma as condições de faces livres impõem que as tensões sejam nulas, ou seja,

$$(\sigma_{33},\sigma_{13},\sigma_{23}) = (0,0,0)\,, \text{ em } x_3 = -d/2 \tag{68}$$

$$(\sigma_{33},\sigma_{13},\sigma_{23}) = (0,0,0)\,, \text{ em } x_3 = +d/2, \tag{69}$$

os quais, através de (64) leva a

$$\sum_{q=1}^{6}\left[\mathrm{i}k\left(D_{1q},D_{2q},D_{3q}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\alpha_q d/2}\right]U_{1q}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)} = 0 \tag{70}$$

$$\sum_{q=1}^{6}\left[\mathrm{i}k\left(D_{1q},D_{2q},D_{3q}\right)\mathrm{e}^{+\mathrm{i}k\alpha_q d/2}\right]U_{1q}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)} = 0 \tag{71}$$

Fazendo-se $E_q \equiv \mathrm{e}^{+\mathrm{i}k\alpha_q d/2}$, sendo $\hat{E}_q \equiv E_q^{-1} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\alpha_q d/2}$ tem-se o seguinte sistema matricial, já desconsiderando o fator comum a todos os termos $\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)}$,

$$\begin{bmatrix} D_{11}E_1 & D_{12}E_2 & D_{13}E_3 & D_{14}E_4 & D_{15}E_5 & D_{16}E_6 \\ D_{21}E_1 & D_{22}E_2 & D_{23}E_3 & D_{24}E & D_{25}E_5 & D_{26}E_6 \\ D_{31}E_1 & D_{32}E_2 & D_{33}E_3 & D_{34}E_4 & D_{35}E_5 & D_{36}E_6 \\ D_{11}\hat{E}_1 & D_{12}\hat{E}_2 & D_{13}\hat{E}_3 & D_{14}\hat{E}_4 & D_{15}\hat{E}_5 & D_{16}\hat{E}_6 \\ D_{21}\hat{E}_1 & D_{22}\hat{E}_2 & D_{23}\hat{E}_3 & D_{24}\hat{E}_4 & D_{25}\hat{E}_5 & D_{26}\hat{E}_6 \\ D_{31}\hat{E}_1 & D_{32}\hat{E}_2 & D_{33}\hat{E}_3 & D_{34}\hat{E}_4 & D_{35}\hat{E}_5 & D_{36}\hat{E}_6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{12} \\ U_{13} \\ U_{14} \\ U_{15} \\ U_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cujo determinante da matriz dos coeficientes deve se anular para terem-se soluções não triviais. O determinante pode ser simplificado através de combinações de colunas e com a aplicação das propriedades de E_q e D_{pq}. Isso leva ao determinante final (NAYFEH, 1995)

$$\begin{vmatrix} D_{11}C_1 & D_{13}C_3 & D_{15}C_5 & 0 & 0 & 0 \\ D_{21}S_1 & D_{23}S_3 & D_{25}S_5 & 0 & 0 & 0 \\ D_{31}S_1 & D_{23}S_3 & D_{35}S_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11}S_1 & D_{13}S_3 & D_{15}S_5 \\ 0 & 0 & 0 & D_{21}C_1 & D_{23}C_3 & D_{25}C_5 \\ 0 & 0 & 0 & D_{31}C_1 & D_{23}C_3 & D_{35}C_5 \end{vmatrix} = 0$$

que é equivalente ao produto de determinantes

$$\begin{vmatrix} D_{11}C_1 & D_{13}C_3 & D_{15}C_5 \\ D_{21}S_1 & D_{23}S_3 & D_{25}S_5 \\ D_{31}S_1 & D_{23}S_3 & D_{35}S_5 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} D_{11}S_1 & D_{13}S_3 & D_{15}S_5 \\ D_{21}C_1 & D_{23}C_3 & D_{25}C_5 \\ D_{31}C_1 & D_{23}C_3 & D_{35}C_5 \end{vmatrix} = 0$$

levando a duas equações características desacopladas

$$\begin{aligned}\mathscr{S} = {} & D_{11}\left(D_{23}D_{35} - D_{25}D_{33}\right)C_1S_3S_5 + D_{13}\left(D_{25}D_{31} - D_{21}D_{35}\right)S_1C_3S_5 \\ & + D_{15}\left(D_{21}D_{33} - D_{23}D_{31}\right)S_1S_3C_5 = 0\end{aligned} \tag{72}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{A} = {} & D_{11}\left(D_{23}D_{35} - D_{25}D_{33}\right)S_1C_3C_5 + D_{13}\left(D_{25}D_{31} - D_{21}D_{35}\right)C_1S_3C_5 \\ & + D_{15}\left(D_{21}D_{33} - D_{23}D_{31}\right)C_1C_3S_5 = 0\end{aligned} \tag{73}$$

em que

$$C_q \equiv \cos\left(k\alpha_q d/2\right) = \cos\left(\gamma\alpha_q\right) = \cos\left(\omega\alpha_q d/2c\right), \tag{74}$$

$$S_q \equiv \operatorname{sen}\left(k\alpha_q d/2\right) = \operatorname{sen}\left(\gamma\alpha_q\right) = \operatorname{sen}\left(\omega\alpha_q d/2c\right). \tag{75}$$

2.7.2 Propagação em um eixo cristalográfico

Considerando-se um material com simetria ortotrópica a matriz de rigidez C tem seus coeficientes determinados pelas transformações explícitas dadas em (33). Se a propagação da onda dá-se em um eixo cristalográfico ou de simetria, os coeficientes C_{16}, C_{26}, C_{36} e C_{45} anular-se-ão e os modo de polarização de cisalhamento horizontal fica desacoplado dos modos longitudinal e de cisalhamento vertical, que continuam acoplados.

Tomando como partida as equações de onda (52), (53) e (54) e aplicando a condição de independência com a variável x_2, obtêm-se as seguintes equações para os deslocamentos u_1, u_2 e u_3

$$\rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = C_{11}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + C_{66}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + C_{55}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} + \left(C_{13} + C_{55}\right)\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} \tag{76}$$

$$\rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = C_{66}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + C_{44}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} \tag{77}$$

$$\rho\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \left(C_{13} + C_{55}\right)\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + C_{55}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + C_{33}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2}. \tag{78}$$

As polarizações (ou deslocamentos) u_1 e u_3 estão acopladas pelas equações (76) e (78) enquanto a polarização u_2 tem a equação independente (77). Assim pode-se procurar por soluções independentes para os modos de propagação do tipo Lamb descritos por (76) e (78) e os modo do tipo SH descritos por (77).

2.7.2.1 Soluções para modos SH

Da equação (77), desacoplada das equações (76) e (78), o modo SH tem a solução proposta

$$u_2 = U_2 \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1 + \alpha x_3 - ct)}, \quad u_1 = u_3 = 0 \tag{79}$$

e as tensões na superfície livre são dadas por (64):

$$\begin{aligned}
\sigma_{33} &= C_{13}\varepsilon_{11} + C_{23}\varepsilon_{22} + C_{33}\varepsilon_{33} = C_{13}\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{33}\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \\
\sigma_{23} &= 2C_{44}\varepsilon_{32} = C_{44}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3}\right) = C_{44}\frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\
\sigma_{13} &= 2C_{55}\varepsilon_{31} = C_{55}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right).
\end{aligned} \tag{80}$$

Assim σ_{33} e σ_{13} independem de u_2, sendo somente σ_{23} de interesse, com

$$\sigma_{23} = C_{44}\mathrm{i}k\alpha U_2 \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1 + \alpha x_3 - ct)}. \tag{81}$$

Substituindo a solução (79) na equação (77) tem-se a equação de segundo grau em α

$$-\rho k^2 c^2 \quad = \quad -C_{66}k^2 - C_{44}k^2\alpha^2 \tag{82}$$

que tem soluções

$$\alpha_1 = -\alpha_2 = \sqrt{\frac{\rho c^2 - C_{66}}{C_{44}}}. \tag{83}$$

Dessa forma as soluções gerais para u_2 e σ_{23}, formadas por superposição linear das soluções para cada α_q, $q = 1{,}2$, é

$$u_2 = \sum_{q=1}^{2} U_{2q} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1+\alpha_q x_3 - ct)} \tag{84}$$

$$\sigma_{23} = \sum_{q=1}^{2} \mathrm{i}k D_{3q} U_{2q} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1+\alpha_q x_3 - ct)} \tag{85}$$

sendo

$$D_{3q} = C_{44}\alpha_q,\, q = 1{,}2 \tag{86}$$

com a propriedade

$$D_{31} = -D_{32}. \tag{87}$$

Seguindo os passos anteriores, agora que já estão explicitados o deslocamento e as tensões em x_3, é necessário impor as condições de contorno nas superfícies livres em $x_3 = \pm d/2$, sendo elas

$$\sigma_{23}\left(-d/2\right) = \sigma_{23}\left(+d/2\right) = 0. \tag{88}$$

Aplicando as condições de contorno juntamente com as propriedades de D_{2q} tem-se a equação matricial

$$\begin{bmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_1 d/2} & -\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\alpha_1 d/2} \\ -\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_1 d/2} & -\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_1 d/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{31}U_{21} \\ D_{31}U_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{89}$$

cuja condição para soluções não triviais é

$$\begin{vmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_1 d/2} & -\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\alpha_1 d/2} \\ -\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_1 d/2} & -\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_1 d/2} \end{vmatrix} = 0$$

que leva a equação

$$2\,\mathrm{sen}\left(k\alpha_1 d/2\right)\cos\left(k\alpha_1 d/2\right) = 0$$

cujas soluções, simétricas e antissimétricas, são:

- modos simétricos:

$$\mathrm{sen}\left(k\alpha_1 d/2\right) = \mathrm{sen}\left(\gamma\alpha_1\right) = \mathrm{sen}\left(\frac{\pi d}{\lambda}\alpha_1\right) = 0, \tag{90}$$

- modos antissimétricos:

$$\cos\left(k\alpha_1 d/2\right) = \cos\left(\gamma\alpha_1\right) = \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\alpha_1\right) = 0. \tag{91}$$

Ou seja, soluções dadas pelas relações simples

$$\mathscr{S} : \frac{2d}{\lambda}\alpha_1 = n, n = 0,2,4,\ldots \text{ modos SH simétricos} \tag{92}$$

$$\mathscr{A} : \frac{2d}{\lambda}\alpha_1 = n, n = 1,3,5,\ldots \text{ modos SH antissimétricos} \tag{93}$$

Considerando que a velocidade de fase, o comprimento de onda e a frequência são relacionadas por $f/c_p = 1/\lambda$, tem-se das relações anteriores

$$|fd| = \sqrt{\frac{C_{44}\left(n^2/4\right) + C_{66}\left(d/\lambda\right)^2}{\rho}} \tag{94}$$

e a velocidade de fase

$$c_p = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}}\frac{(fd)}{\sqrt{(fd)^2 - n^2 C_{44}/(4\rho)}}, \tag{95}$$

sendo $n = 0,2,4,\ldots$ para os modos simétricos e $n = 1,3,5,\ldots$ para antissimétricos.

Isso completa a procura por modos do tipo SH em meios ortotrópicos, com a dependência de fd com d/λ e a velocidade de fase em função de fd.

2.7.2.2 Soluções para modos de Lamb

Os modos do tipo Lamb são obtidos das equações (76) e (78) com o auxílio das definições das tensões (64) independentes de u_2

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= C_{13}\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{33}\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \\ \sigma_{13} &= C_{55}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right). \end{aligned} \tag{96}$$

Propondo soluções análogas à equação (51) para u_1 e u_3, e já calculando as tensões σ_{33} e σ_{13}, tem-se

$$\left(u_1, u_3\right) = \sum_{q=1}^{6}\left(1, W_q\right) U_{1q} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1 + \alpha_q x_3 - ct)},\ u_2 = 0 \tag{97}$$

estando associadas a ela as tensões na superfícies da placa, σ_{33}, σ_{13} e σ_{23}

$$\left(\sigma_{33}, \sigma_{13}\right) = \sum_{q=1}^{6} \mathrm{i}k\left(D_{1q}, D_{2q}\right) U_{1q} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1 + \alpha_q x_3 - ct)} \tag{98}$$

na qual

$$\begin{aligned} D_{1q} &= C_{13} + C_{33}\alpha_q W_q, \\ D_{2q} &= C_{55}\left(\alpha_q + W_q\right). \end{aligned} \tag{99}$$

As equações anteriores podem ser representadas na forma compacta em função das amplitudes U_j

$$K_{ij}\left(\alpha\right)U_j = 0 \tag{100}$$

ou na forma matricial expandida $KU = 0$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{13} \\ K_{13} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_3 \end{bmatrix} = 0, \tag{101}$$

sendo

$$\begin{aligned} K_{11} =& C_{11} - \rho c^2 + C_{55}\alpha^2, \\ K_{13} =& \left(C_{13} + C_{55}\right)\alpha = K_{31}, \\ K_{33} =& C_{55} - \rho c^2 + C_{33}\alpha^2. \end{aligned} \tag{102}$$

A existência de soluções não triviais para U_1 e U_3 necessita da condição $\det K = 0$ para esta lâmina, e como K é uma função do parâmetro α, a expansão do determinante produz uma equação de grau quatro em α ou grau dois em α^2, tal que

$$a_0\alpha^4 + a_1\alpha^2 + a_2 = 0 \tag{103}$$

com os coeficientes a_k dados por

$$\begin{aligned} a_0 &= C_{33}C_{55} \\ a_1 &= \left(C_{11} - \rho c^2\right)C_{33} + \left(C_{55} - \rho c^2\right)C_{55} - \left(C_{13} + C_{55}\right)^2 \\ a_2 &= \left(C_{11} - \rho c^2\right)\left(C_{55} - \rho c^2\right). \end{aligned} \tag{104}$$

A equação polinomial em α admite quatro soluções enumeradas aqui como α_q, $q = 1,2,3,4$ que satisfazem as igualdades

$$\alpha_2 = -\alpha_1, \quad \alpha_4 = -\alpha_3 \tag{105}$$

e

$$\alpha_1 = \alpha_3 = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2}}{2a_0} \tag{106}$$

Considerando as soluções $\alpha_2 = -\alpha_1$ e $\alpha_4 = -\alpha_3$, têm-se as propriedades de W_q e D_{pq}

$$W_q = \frac{\rho c^2 - C_{11} - C_{55}\alpha_q^2}{\left(C_{13} + C_{55}\right)\alpha_q} = \frac{\left(C_{13} + C_{55}\right)\alpha_q}{\rho c^2 - C_{55} - C_{33}\alpha_q^2} \tag{107}$$

tendo

$$W_2 = -W_1, \quad W_4 = -W_3, \tag{108}$$

e

$$\begin{aligned} D_{12} &= D_{11}, \qquad D_{14} = D_{13}, \\ D_{22} &= -D_{21}, \quad D_{24} = -D_{23}. \end{aligned} \tag{109}$$

Agora finalmente aplicando as condições de contorno às superfícies livres da placa, $\sigma_{33} = 0$ e $\sigma_{13} = 0$ em $x_3 = \pm d/2$, tem-se o determinante final simplificado

$$\begin{vmatrix} D_{11}C_1 & D_{13}C_3 & 0 & 0 \\ D_{21}S_1 & D_{23}S_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{11}S_1 & D_{13}S_3 \\ 0 & 0 & D_{21}C_1 & D_{23}C_3 \end{vmatrix} = 0$$

que é equivalente ao produto de determinantes

$$\begin{vmatrix} D_{11}C_1 & D_{13}C_3 \\ D_{21}S_1 & D_{23}S_3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} D_{11}S_1 & D_{13}S_3 \\ D_{21}C_1 & D_{23}C_3 \end{vmatrix} = 0,$$

que leva a duas equações características desacopladas para os modos de Lamb simétricos $\mathscr{S}$ e antissimétricos $\mathscr{A}$

$$\mathscr{S} = D_{11}D_{23}C_1S_3 - D_{13}D_{21}S_1C_3 = 0 \tag{110}$$

e

$$\mathscr{A} = D_{11}D_{23}S_1C_3 - D_{13}D_{21}C_1S_3 = 0 \tag{111}$$

em que C_q e S_q são dadas pelas expressões (74) e (75) para seno e cosseno.

As equações (110) e (111) são o objeto de implementação numérica para procura dos modos de propagação em uma camada de material ortotrópico na direção de um eixo cristalográfico. A implementação leva em conta a matriz original no sistema linha, C', sua rotação, para um eixo cristalográfico de simetria, a especificação de uma velocidade de fase $c_p = \lambda f = (fd)/(d/\lambda)$, a procura por raízes α_q da equação polinomial, e o cálculo de $\mathscr{S}$ e $\mathscr{A}$.

2.8 PROPAGAÇÃO EM PLACAS MULTICAMADAS

Nesta seção é apresentada a abordagem da propagação de ondas elásticas em meios multicamadas do tipo placa plana com múltiplas camadas. Segue-se o desenvolvimento de Nayfeh (1995) com algumas adaptações ao texto. Os resultados relativos à propagação em um meio multicamada genérico (sem especificar se a ordem de empilhamento é simétrica ou não) está apresentado detalhadamente no livro texto de Nayfeh (1995) e é aqui sucintamente reproduzido. O caso particular de um laminado com simetria na direção de sua espessura não está explicitamente apresentado no livro de Nayfeh (1995) e está aqui mostrado pois é usado na busca das curvas de dispersão do caso de estudo desta tese. Não obstante, a literatura especializada já tem apresentado o caso particular de laminados simétricos, como por exemplo em (WANG; YUAN, 2007).

Considera-se uma placa plana com espessura finita na direção x_3 e infinitamente larga e longa no plano x_1-x_2, contendo n camadas tipo placa com espessuras arbitrárias. Cada camada tem espessura finita e matriz de rigidez descrevendo um meio anisotrópico homogêneo em toda sua espessura. O conjunto de n lâminas é denominado laminado plano ou sistema multicamadas plano.

Cada lâmina-camada, de acordo com sua simetria material, apresenta eixos cristalográficos próprios ou locais. O laminado pode apresentar globalmente eixos cristalográficos se pelo menos um eixo cristalográfico de cada lâmina estiver paralelo à uma direção em comum. Devem-se definir assim eixos cristalográficos globais do laminado, se esses existirem. Se não existir nenhuma direção em que todas as lâminas tenham eixos cristalográficos em comum, não pode-se definir nenhum eixo cristalográfico global.

Podem-se considerar três situações de propagação neste laminado de acordo com a direção de propagação da onda elástica relativamente à ordem de empilhamento das lâminas:

1. propagação na direção distinta de eixos cristalográficos global em todas as camadas;
2. propagação na direção de um eixo cristalográfico global, que é o eixo cristalográfico em comum a todas as camadas;
3. propagação na direção na qual pelo menos uma camada contém eixo cristalográfico e outra camada não contém.

Essas três situações de propagação conduzem, respectivamente, às seguintes conclusões:

1. os três modos de polarização estão acoplados para todas as camadas;
2. para todas as camadas, dois modos de polarização estão acoplados: o longitudinal e de cisalhamento vertical; e um modo de polarização desacoplado: o cisalhamento horizontal;
3. em algumas camadas ocorrem modos acoplados e em outras camadas ocorrem modos desacoplados.

2.8.1 Métodos de solução de sistemas multicamadas

Na literatura há métodos de tratamento de problemas de muitas camadas acopladas rigidamente. Datta e Shah (2009) fazem uma revisão dos métodos de solução em seus capítulos introdutórios. Dentre eles estão:

- Método da matriz efetiva (ISHIKAWA; CHOU, 1982; NAIK; GANESH, 1995; WHITCOMB; TANG, 2001);

- Método da matriz de transferência (LOWE, 1995; WANG; ROKHLIN, 2001);
- Método da matriz delta;
- Método da matriz de rigidez (ROKHLIN; WANG, 2002; TAN, 2005);
- Método da matriz global (LOWE, 1995; ROSE, 1999).

Usou-se neste estudo o método da matriz de transferência por motivo de facilidade de implementação e para comparação de resultados. Porém, existem problemas de instabilidade numérica que podem ocorrer quando são utilizados elevados valores do produto de frequência f pela espessura da placa d, contudo o método da matriz de transferência considera todas as camadas dinamicamente.

2.8.2 Descrição geométrica: eixos locais, global e eixos principais

O laminado é composto por n camadas arbitrárias de simetria monoclínica ou ortotrópica fora de um eixo cristalino. O sistema de coordenadas cartesiano global $x_i = (x_1,x_2,x_3)$ é o sistema com relação ao qual se estuda a propagação da onda. A propagação dar-se-á no plano x_1-x_3. O empilhamento das lâminas é feito normalmente ao eixo x_3, portanto o plano de cada camada é paralelo a x_1-x_2.

O laminado tem um conjunto de eixos principais (χ_1,χ_2,χ_3) com relação ao qual o empilhamento das camadas é feito segundo os ângulos de empilhamento $\psi^{(\xi)}$.

Cada lâmina é identificada por um índice ξ, $\xi = 1,2,\ldots,n$ e associa-se um sistema local $x_i'^{(\xi)} = \left(x_i'^{(\xi)},x_2'^{(\xi)},x_3'^{(\xi)}\right)$ tal que sua origem está no plano superior da camada com $x_3'^{(\xi)}$ normal a ela. A camada ξ ocupa a região vertical $0 \leq x_3'^{(\xi)} \leq d^{(\xi)}$, de forma que a espessura de cada camada é $d^{(\xi)}$ e do laminado é d, tal que $d = \sum_{\xi=1}^{n} d^{(\xi)}$, estando o laminado restrito a $-d/2 \leq x_3 \leq d/2$.

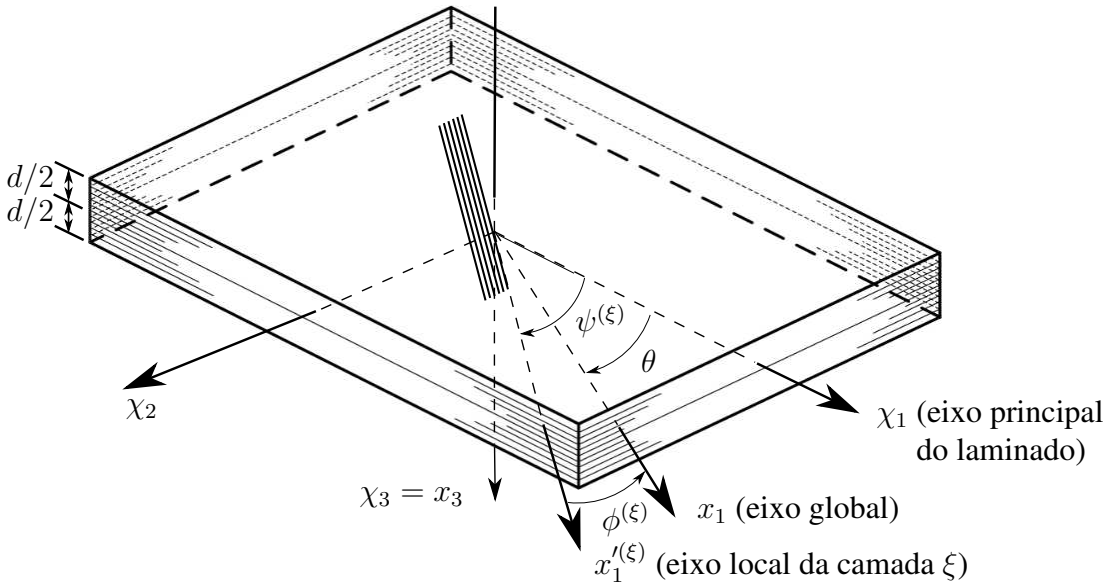
A disposição geométrica de cada camada em relação ao eixo global é mostrada na Figura 2. Cada camada tem seu eixo cristalográfico (pelo menos um deles) paralelo a $x_1'^{(\xi)}$ e sua rotação no sistema global é dada pelo ângulo $\phi^{(\xi)}$ entre x_1' e x_1. Tem-se a relação entre o ângulo de empilhamento, $\psi^{(\xi)}$, o ângulo de propagação em relação ao eixo principal χ_1, θ, e o ângulo entre o eixo local x_1' e o eixo global x_1, $\phi^{(\xi)}$

$$\theta = \psi^{(\xi)} + \phi^{(\xi)}. \tag{112}$$

Se a matriz de rigidez da camada ξ no referencial linha é C_ξ' , em relação ao eixo χ_1 será $\tilde{C}_\xi$, e com relação ao eixo de propagação x_1 será C_ξ, sendo o resultados das rotações aplicando (28) dadas por

$$\tilde{C}_\xi \equiv C_\xi\left(-\psi^{(\xi)}\right) = O_\sigma\left(-\psi^{(\xi)}\right) C_\xi' O_\sigma^T\left(-\psi^{(\xi)}\right);$$

Figura 2 – Esquema de compósito laminado propagando onda com vetor de onda $\vec{\xi}$ a um ângulo θ com relação a x_1. O eixo cristalográfico da i-ésima lâmina está a $\phi^{(k)}$ de x_1.



Fonte: (WANG; YUAN, 2007).

e em relação ao eixo global x_1 sendo

$$C_\xi \equiv C_\xi\left(\phi^{(\xi)}\right) = O_\sigma\left(\phi^{(\xi)}\right) C'_\xi O_\sigma^T\left(\phi^{(\xi)}\right) = O_\xi\left(\theta - \psi^{(\xi)}\right).$$

Assim, de forma direta o que interessa é aplicar uma rotação de $\theta - \phi^{(\xi)}$ na matriz C'_ξ para obter sua representação C_ξ na direção x_1, ou seja,

$$C_\xi = O_\sigma\left(\theta - \psi^{(\xi)}\right) C'_\xi O_\sigma^T\left(\theta - \psi^{(\xi)}\right). \tag{113}$$

2.8.3 Propagação fora de um eixo cristalográfico

As considerações do estudo nesta seção levam em conta que (NAYFEH, 1995):

- todas as camadas devem ser compostas de materiais com simetria ortotrópica ou superior;
- as ondas devem estar restritas à propagação ao longo de um plano x_1-x_3 sem eixo de simetria material em qualquer camada existente.

2.8.3.1 Soluções formais para camada ξ

A solução formal para propagação fora do eixo de simetria material é dada pelas equações (51) e as soluções completas (63) e (64) são válidas para cada camada ξ do problema de n camadas. Aqui estas soluções são reescritas como

$$(u_1,u_2,u_2)_\xi = \sum_{q=1}^{6} (U_{1q},U_{2q},U_{3q})_\xi \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\left(x_1+\alpha_q^{(\xi)}x_3-ct\right)}, \tag{114}$$

$$(u_1^*,u_2^*,u_3^*)_\xi = \sum_{q=1}^{6} (1,V_q,W_q)_\xi \, U_{1q}^{(\xi)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q^{(\xi)}x_3}, \tag{115}$$

e

$$(\sigma_{33}^*,\sigma_{13}^*,\sigma_{23}^*)_\xi = \sum_{q=1}^{6} (D_{1q},D_{2q},D_{3q})_\xi \, U_{1q}^{(\xi)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q x_3}, \tag{116}$$

sendo

$$u_i^* = \frac{u_i}{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)}}, \quad \sigma_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}}{\mathrm{i}k\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)}} \tag{117}$$

e α_q as soluções da equação polinomial (58) para a camada ξ, na direção de propagação do vetor $\vec{k}$.

Estas soluções valem para a propagação no plano x_1-x_3 global para a ξ-ésima camada do laminado. Desta forma os deslocamentos u_i^* e as tensões σ_{ij}^* são dados pela equação matricial

$$\begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \\ u_3^* \\ \sigma_{33}^* \\ \sigma_{13}^* \\ \sigma_{23}^* \end{bmatrix}_\xi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ V_1 & V_1 & V_3 & V_3 & V_5 & V_5 \\ W_1 & -W_1 & W_3 & -W_3 & W_5 & -W_5 \\ D_{11} & D_{11} & D_{13} & D_{13} & D_{15} & D_{15} \\ D_{21} & -D_{21} & D_{23} & -D_{23} & D_{25} & -D_{25} \\ D_{31} & -D_{21} & D_{33} & -D_{33} & D_{35} & -D_{35} \end{bmatrix}_\xi \begin{bmatrix} U_{11}E_1 \\ U_{12}E_2 \\ U_{13}E_3 \\ U_{14}E_4 \\ U_{15}E_5 \\ U_{16}E_6 \end{bmatrix}_\xi \tag{118}$$

com $E_q^{(\xi)} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q^{(\xi)}x_3}$, e $D_{iq}^{(\xi)}$ é dado equivalentemente por (65).

Esta equação matricial será usada na construção da matriz de transferência local e global do laminado, relacionando os deslocamentos e tensões entre as faces da mesma camada *localmente*, em $x_3'^{(\xi)} = 0$ com aqueles em $x_3'^{(\xi)} = d^{(\xi)}$, e *globalmente* entre a superfícies livres inferior em $x_3 = -d/2$ e superior em $x_3 = d/2$.

2.8.3.2 A matriz de transferência local

Para cada camada ξ pode-se relacionar os deslocamentos e tensões (118) em $x_3'^{(\xi)} = 0$ com aqueles em $x_3'^{(\xi)} = d^{(\xi)}$. Para isso a equação matricial (118) pode ser reescrita compactamente como (LOWE, 1995)

$$P_\xi = X_\xi D_\xi U_\xi \tag{119}$$

sendo

$$P_\xi = [\ u_1^* \quad u_2^* \quad u_3^* \quad \sigma_{33}^* \quad \sigma_{13}^* \quad \sigma_{23}^*\ ]^T, \tag{120}$$

$$X_\xi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ V_1 & V_1 & V_3 & V_3 & V_5 & V_5 \\ W_1 & -W_1 & W_3 & -W_3 & W_5 & -W_5 \\ D_{11} & D_{11} & D_{13} & D_{13} & D_{15} & D_{15} \\ D_{21} & -D_{21} & D_{23} & -D_{23} & D_{25} & -D_{25} \\ D_{31} & -D_{31} & D_{33} & -D_{33} & D_{35} & -D_{35} \end{bmatrix}, \tag{121}$$

$$D_\xi = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_3^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_5^{-1} \end{bmatrix} \tag{122}$$

e

$$U_\xi = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} & U_{15} & U_{16} \end{bmatrix}^T \tag{123}$$

nas quais somente D_ξ é uma função de $x_3^{\prime(\xi)}$.

Em $x_3^{\prime(\xi)} = 0$, a face inferior da camada ξ, denota-se P_ξ e D_ξ por P_ξ^- e D_ξ^-, assim como em $x_3^{\prime(\xi)} = d^{(\xi)}$, a face superior da camada ξ, denota-se P_ξ e D_ξ por P_ξ^+ e D_ξ^+. Com esta notação tem-se

$$P_\xi^- = X_\xi D_\xi^- U_\xi, \quad P_\xi^+ = X_\xi D_\xi^+ U_\xi \tag{124}$$

e a representação de U_ξ em (119) pode ser escrita como

$$U_\xi = \left(D_\xi^-\right)^{-1} X_\xi^{-1} P_\xi^-. \tag{125}$$

Assim, substituindo as expressões (125) em (124) tem-se que as amplitudes P_ξ^- são propagadas até P_ξ^+ através da relação

$$P_\xi^+ = T_\xi P_\xi^- \tag{126}$$

com a matriz de transferência local da camada ξ sendo T_ξ e dada por

$$T_\xi = X_\xi \mathcal{D}_\xi^+ X_\xi^{-1} \tag{127}$$

em que

$$\mathcal{D}_\xi^+ \equiv D_\xi^+ \left(D_\xi^-\right)^{-1} \tag{128}$$

que é uma função apenas da variável local $x_3^{\prime(\xi)}$ e tem o mesmo padrão de D_ξ apenas trocando a variável global $x_3^{(\xi)}$ pela variável $x_3^{\prime(\xi)}$ que localiza cada camada ξ. No sistema local $x_3^{\prime(\xi)}$

$$\mathcal{D}_\xi^+ \equiv \mathcal{D}_\xi(x_3^{\prime(\xi)} = d^{(\xi)}) \tag{129}$$

uma função da espessura da camada ξ, das raízes $\alpha_q^{(\xi)}$ e do número de onda $k = \omega/c$; na face inferior,

$$\mathcal{D}_\xi^- \equiv \mathcal{D}_\xi(x_3'^{(\xi)} = 0) = I, \tag{130}$$

sendo I a matriz identidade de ordem 6.

2.8.3.3 A matriz de transferência global

Considerando condições de continuidade nos deslocamentos e tensões nas interfaces das camadas ξ e $(\xi + 1)$, o que é válido para interfaces entre dois meios sólidos, tem-se a igualdade entre P_ξ^+ e $P_{\xi+1}^-$

$$P_{\xi+1}^- = P_\xi^+ \tag{131}$$

ou equivalentemente entre as camadas $(\xi - 1)$ e ξ

$$P_\xi^- = P_{\xi-1}^+, \tag{132}$$

o que leva a propagação das amplitudes da camada $\xi = 1$ até a camada $\xi = n$ da seguinte maneira

$$P_n^+ = T_n P_n^- = T_n \underbrace{P_{n-1}^+}_{P_n^-} = T_n \underbrace{T_{n-1} P_{\xi-1}^-}_{P_n^-} = T_n T_{n-1} \cdots T_1 P_1^-. \tag{133}$$

Ou seja,

$$P_n^+ = T_{1\to n} P_1^- \tag{134}$$

com

$$T_{1\to n} = \prod_{\xi=1}^{n} T_{n-\xi+1} \equiv T_n T_{n-1} \cdots T_1, \tag{135}$$

sendo $T_{1\to n}$ a matriz de transferência global da camada $\xi = 1$ para a camada $\xi = n$.

2.8.3.4 Equação característica para laminado genérico

Aplicando as condições de contorno nas superfícies superior e inferior do laminado à equação (134), ou seja, fazendo

$$(\sigma_{33}^*,\sigma_{13}^*,\sigma_{23}^*)_{\xi=n}^+ = (0,0,0)\,, \text{ em } x_3 = +d/2 \tag{136}$$

$$(\sigma_{33}^*,\sigma_{13}^*,\sigma_{23}^*)_{\xi=1}^- = (0,0,0)\,, \text{ em } x_3 = -d/2. \tag{137}$$

produz-se a equação característica que leva às curvas de dispersão e curvas de frequência

$$\mathscr{G} = \begin{vmatrix} T_{41} & T_{42} & T_{43} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} \\ T_{61} & T_{62} & T_{63} \end{vmatrix} = 0 \tag{138}$$

em que, por questão de simplicidade, $T \equiv T_{1\to n}$.

A equação característica (138) é aplicável a qualquer ordem de empilhamento das camadas do laminado, e assim contempla empilhamentos com ou sem simetria em relação ao plano médio do laminado.

2.8.3.5 Equação característica para laminado simétrico

Para casos em que há simetria no empilhamento do laminado, ou seja, se for considerado $x_3 = 0$ localizado no seu plano médio tem-se $x_3^+ = d/2$ e $x_3^- = -d/2$ e simetria material de empilhamento

$$C\left(x_1,x_2,-x_3\right) = C\left(x_1,x_2,x_3\right), \forall x_3 \in \left[-\frac{d}{2};\frac{d}{2}\right]. \tag{139}$$

A homogeneidade no plano x_1-x_2 para um determinado x_3 fixo produz independência de C com x_1 e x_2, ou seja,

$$C\left(-x_3\right) = C\left(x_3\right), \forall x_3 \in \left[-\frac{d}{2};\frac{d}{2}\right]. \tag{140}$$

Dessa forma, os modos simétricos e antissimétricos podem ser determinados separadamente aplicando as condições em $x_3 = 0$ e $x_3 = \pm d/2$. Isso implica a imposição de condições no plano médio do laminado (em $x_3 = 0$) e condições de contorno em uma das superfícies livres, ou superior ou inferior. Essa abordagem, considerando camadas simetricamente dispostas em relação ao plano médio do laminado, tem como objetivo a determinação de modos de propagação com simetria vertical separadamente, tal que

- modos simétricos são determinados impondo:

$$\left(u_3^*,\sigma_{13}^*,\sigma_{23}^*\right)_{x_3=0} = (0,0,0) \quad \text{e} \quad \left(\sigma_{33}^*,\sigma_{13}^*,\sigma_{23}^*\right)_{x_3=d/2} = (0,0,0), \tag{141}$$

- modos antissimétricos são determinados impondo:

$$\left(u_1^*,u_2^*,\sigma_{33}^*\right)_{x_3=0} = (0,0,0) \quad \text{e} \quad \left(\sigma_{33}^*,\sigma_{13}^*,\sigma_{23}^*\right)_{x_3=d/2} = (0,0,0); \tag{142}$$

e aplicando a modelagem apenas para metade do laminado, ou seja, usando uma matriz de transferência global das amplitudes P_ξ propagadas do plano médio do laminado até a superfície superior (ou inferior) dele.

Se o laminado tem n camadas no total e considerando m camadas entre o plano médio do laminado e sua superfície livre superior, tal que $m = n/2$ ou $m = \lfloor n/2 \rfloor + 1$, na qual $\lfloor x \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z}, m \leq x\}$, a camada $\xi = 1$ é a camada com interface inferior em $x_3 = 0$ e a camada $\xi = m$ é camada com plano superior coincidindo com a superfície livre do laminado, tem-se a relação

$$P_m^+ = T_{1\to m} P_1^- \tag{143}$$

em que

$$P_m^+ = [\ u_1^* \quad u_2^* \quad u_3^* \quad \sigma_{33}^* \quad \sigma_{13}^* \quad \sigma_{23}^*\ ]_m^{+T}, \text{ em } x_3 = \frac{d}{2}, \tag{144}$$

$$P_1^- = [\ u_1^* \quad u_2^* \quad u_3^* \quad \sigma_{33}^* \quad \sigma_{13}^* \quad \sigma_{23}^*\ ]_1^{-T}, \text{ em } x_3 = 0. \tag{145}$$

Assim, para o caso simétrico a equação característica, baseada nas imposições da expressão (141), é

$$\mathscr{S} = \begin{vmatrix} T_{41} & T_{42} & T_{44} \\ T_{51} & T_{52} & T_{54} \\ T_{61} & T_{62} & T_{64} \end{vmatrix} = 0 \tag{146}$$

e para o caso antissimétrico a equação característica, baseada nas imposições da expressão (142), é

$$\mathscr{A} = \begin{vmatrix} T_{43} & T_{45} & T_{46} \\ T_{53} & T_{55} & T_{56} \\ T_{63} & T_{65} & T_{66} \end{vmatrix} = 0, \tag{147}$$

em que $T \equiv T_{1\to m}$, $m = n/2$ ou $m = \lfloor n/2 \rfloor + 1$.

As equações (146) para os modos simétricos e (147) para os modos antissimétricos valem somente para propagação fora de direções de eixos de simetria do laminado. Esta direção em cada lâmina também não é um eixo de simetria material.

2.8.4 Propagação em um eixo cristalográfico

Considerações do estudo nesta seção levam em conta que:

- todas as camadas devem ser compostas de materiais com simetria ortotrópica ou superior;
- as ondas devem estar restritas à propagação ao longo de um plano x_1-x_3 com eixos de simetria material em todas as camadas do laminado.

2.8.4.1 Soluções para modos SH para camada ξ

Considerando-se os modos desacoplados de polarização u_2 na ξ-ésima camada do laminado, as equações iniciais (79), (81), as raízes α_q em (83), e as soluções gerais (84) e (85) ainda são válidas. Por questão de praticidade são reescritas aqui como

$$u_2^{*(\xi)} = \sum_{q=1}^{2} U_{2q}^{(\xi)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q^{(\xi)} x_3}, \tag{148}$$

$$\sigma_{23}^{*(\xi)} = \sum_{q=1}^{2} D_{3q} U_{2q}^{(\xi)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q^{(\xi)} x_3}, \tag{149}$$

sendo

$$u_i^{*(\xi)} = \frac{u_i^{(\xi)}}{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)}}, \quad \sigma_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}^{(\xi)}}{\mathrm{i}k\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)}} \tag{150}$$

e

$$D_{31} = C_{44}\alpha_1 = -D_{32}. \tag{151}$$

Dessa forma as amplitudes podem ser expressas como

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_2^* \\ \sigma_{23}^* \end{bmatrix}_\xi &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ D_{31} & -D_{31} \end{bmatrix}_\xi \begin{bmatrix} U_{21}E_1 \\ U_{22}E_1^{-1} \end{bmatrix}_\xi \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ D_{31} & -D_{31} \end{bmatrix}_\xi \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_1^{-1} \end{bmatrix}_\xi \begin{bmatrix} U_{21} \\ U_{22} \end{bmatrix}_\xi \end{aligned} \tag{152}$$

em que $E_q^{(\xi)} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q^{(\xi)}x_3}$, e $D_{iq}^{(\xi)}$ é dado equivalentemente por (86). O sistema (152) pode ainda ser representada como

$$P_\xi = X_\xi D_\xi U_\xi, \tag{153}$$

sendo

$$P_\xi = [\ u_2^* \quad \sigma_{23}^*\ ]^T, \tag{154}$$

$$X_\xi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ D_{31} & -D_{31} \end{bmatrix}_\xi, \quad D_\xi = \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_1^{-1} \end{bmatrix}_\xi, \quad U_\xi = \begin{bmatrix} U_{21} \\ U_{22} \end{bmatrix}_\xi, \tag{155}$$

nas quais somente D_ξ é uma função de $x_3^{(\xi)}$. Para a análise da propagação, seguem-se os cálculos:

1. Método da matriz de transferência local e global:

   As amplitudes P_ξ^+ e P_ξ^- estão relacionadas pela expressão (126), $P_\xi^+ = T_\xi P_\xi^-$, com a matriz de transferência local da camada ξ sendo $T_\xi = X_\xi \mathcal{D}_\xi^+ X_\xi^{-1}$, enquanto a propagação entre a camada $\xi = 1$ e $\xi = n$ será dada pela matriz de transferência global $T_{1\to n}$, conforme (134) $P_n^+ = T_{1\to n}P_1^-$, com

$$T_{1\to n} = \prod_{\xi=1}^{n} T_{n-\xi+1} \equiv T_n T_{n-1} \cdots T_1 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}. \tag{156}$$

2. Equação característica para laminado genérico:

   Aplicando as condições de contorno nas superfícies superior e inferior do laminado à equação (134), ou seja, fazendo

$$(\sigma_{23}^*)_{\xi=n}^+ = 0, \text{ em } x_3 = +d/2 \tag{157}$$

$$(\sigma_{23}^*)_{\xi=n}^- = 0, \text{ em } x_3 = -d/2 \tag{158}$$

produz-se a equação característica que leva às curvas de dispersão e curvas de frequência

$$\mathscr{G} = T_{21} = 0 \tag{159}$$

em que, por questão de simplicidade, $T \equiv T_{1\to n}$ é a matriz de transferência global usando todas as n lâminas do laminado.

A equação característica (159) é aplicável a qualquer ordem de empilhamento das camadas do laminado, e assim, contempla empilhamentos com ou sem simetria em relação ao plano médio do laminado.

3. Equação característica para laminado simétrico:

   Para casos em que há simetria no empilhamento do laminado em relação ao plano médio do laminado os modos de propagação com simetria vertical separadamente:

   - modos simétricos são determinados impondo:

$$(\sigma_{23}^*)_{x_3=0} = 0 \text{ e } (\sigma_{23}^*)_{x_3=d/2} = 0, \tag{160}$$

   - modos antissimétricos são determinados impondo:

$$(u_2^*)_{x_3=0} = 0 \text{ e } (\sigma_{23}^*)_{x_3=d/2} = 0; \tag{161}$$

   e aplicando a modelagem apenas para metade do laminado, ou seja, usando uma matriz de transferência global das amplitudes P_ξ propagadas do plano médio do laminado até a superfície superior (ou inferior) dele.

   Considerando m camadas entre o plano médio do laminado e sua superfície livre superior, tal que $m = n/2$ ou $m = \lfloor n/2 \rfloor + 1$, na qual $\lfloor x \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z}, m \leq x\}$, na qual a camada $\xi = 1$ é a camada com interface inferior em $x_3 = 0$ e a camada $\xi = m$ é camada com plano superior coincidindo com a superfície livre do laminado, tem-se a relação

$$P_m^+ = T_{1\to m} P_1^- \tag{162}$$

   em que

$$P_m^+ = [\ u_2^* \quad \sigma_{23}^*\ ]_m^{+T}, \text{ em } x_3 = \frac{d}{2}, \tag{163}$$

$$P_1^- = [\ u_2^* \quad \sigma_{23}^*\ ]_1^{-T}, \text{ em } x_3 = 0. \tag{164}$$

   Assim, para o caso simétrico a equação característica, baseada nas imposições da expressão (160), é

$$\mathscr{S} = T_{21} = 0 \tag{165}$$

   e para o caso antissimétrico a equação característica, baseada nas imposições da expressão (161), é

$$\mathscr{A} = T_{22} = 0, \tag{166}$$

em que $T \equiv T_{1\to m}$.

As equações (165) para os modos simétricos e (166) para os modos antissimétricos valem somente para propagação em direções de eixos de simetria do laminado que também são eixos de simetria de cada lâmina-camada ξ.

2.8.4.2 Soluções para os modos de Lamb para camada ξ

Considerando os modos acoplados de polarização u_1 e u_3 na ξ-ésima camada do laminado, as soluções gerais (97) e (98), com raízes α_q dadas por (103) ainda são válidas. Por questão de praticidade são reescritas aqui como

$$(u_1^*,u_3^*)_{(\xi)} = \sum_{q=1}^{6} (1,W_q)\, U_{1q}^{(\xi)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q^{(\xi)}x_3}, \tag{167}$$

e associada a ela as tensões na superfícies da placa, σ_{33} e σ_{13}

$$(\sigma_{33}^*,\sigma_{13}^*)_{(\xi)} = \sum_{q=1}^{6} (D_{1q},D_{2q})\, U_{1q}^{(\xi)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q^{(\xi)}x_3} \tag{168}$$

sendo

$$u_i^{*(\xi)} = \frac{u_i^{(\xi)}}{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)}}, \quad \sigma_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}^{(\xi)}}{\mathrm{i}k\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x_1-ct)}} \quad .$$

Seguindo os procedimentos já detalhados para os modos SH, tem-se para os modos de Lamb na camada ξ que as amplitudes P_ξ podem ser expressas como

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_1^* \\ u_3^* \\ \sigma_{33}^* \\ \sigma_{13}^* \end{bmatrix}_\xi &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ W_1 & -W_1 & W_3 & -W_3 \\ D_{11} & D_{11} & D_{13} & D_{13} \\ D_{21} & -D_{21} & D_{23} & -D_{23} \end{bmatrix}_\xi \begin{bmatrix} U_{11}E_1 \\ U_{12}E_2 \\ U_{13}E_3 \\ U_{14}E_4 \end{bmatrix}_\xi \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ W_1 & -W_1 & W_3 & -W_3 \\ D_{11} & D_{11} & D_{13} & D_{13} \\ D_{21} & -D_{21} & D_{23} & -D_{23} \end{bmatrix}_\xi \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_3^{-1} \end{bmatrix}_\xi \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{12} \\ U_{13} \\ U_{14} \end{bmatrix}_\xi
\end{aligned} \tag{169}$$

com $E_q^{(\xi)} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\alpha_q^{(\xi)}x_3}$, e $D_{iq}^{(\xi)}$ dados equivalentemente por (99). Este sistema pode ainda ser representado como

$$P_\xi = X_\xi D_\xi U_\xi \tag{170}$$

sendo

$$P_\xi = [\ u_1^* \quad u_3^* \quad \sigma_{33}^* \quad \sigma_{13}^*\ ]^T, \tag{171}$$

$$X_\xi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ W_1 & -W_1 & W_3 & -W_3 \\ D_{11} & D_{11} & D_{13} & D_{13} \\ D_{21} & -D_{21} & D_{23} & -D_{23} \end{bmatrix}_\xi , \quad D_\xi = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_3^{-1} \end{bmatrix}_\xi , \tag{172}$$

$$U_\xi = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} \end{bmatrix}_\xi^T \tag{173}$$

nas quais somente D_ξ é uma função de $x_3^{\prime(\xi)}$. Para a análise de propagação, seguem-se os seguintes cálculos:

1. Método da matriz de transferência local e global:

   Com as amplitudes P_ξ^+ e P_ξ^- relacionadas pela expressão (126), $P_\xi^+ = T_\xi P_\xi^-$, com a matriz de transferência local da camada ξ sendo $T_\xi = X_\xi \mathcal{D}_\xi^+ X_\xi^{-1}$, enquanto a propagação entre a camada $\xi = 1$ e $\xi = n$ será dada pela matriz de transferência global $T_{1\to n}$, conforme (134), $P_n^+ = T_{1\to n} P_1^-$, com

$$T_{1\to n} = \prod_{\xi=1}^{n} T_{n-\xi+1} \equiv T_n T_{n-1} \cdots T_1 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} . \tag{174}$$

2. Equação característica para laminado genérico:

   Aplicando as condições de contorno nas superfícies superior e inferior do laminado à equação (134), ou seja, fazendo

$$(\sigma_{33}^*,\sigma_{13}^*)_{\xi=n}^+ = (0,0)\,, \text{ em } x_3 = +d/2 \tag{175}$$

$$(\sigma_{23}^*,\sigma_{13}^*)_{\xi=n}^- = (0,0)\,, \text{ em } x_3 = -d/2 \tag{176}$$

   produzem a equação característica que leva às curvas de dispersão e curvas de frequência

$$\mathscr{G} = \begin{vmatrix} T_{31} & T_{32} \\ T_{41} & T_{42} \end{vmatrix} = 0 \tag{177}$$

   em que, por questão de simplicidade, $T \equiv T_{1\to n}$ é a matriz de transferência global usando todas as n lâminas do laminado.

   A equação característica (177) é aplicável a qualquer ordem de empilhamento das camadas do laminado, assim contempla empilhamentos com ou sem simetria em relação ao plano médio do laminado.

3. Equação característica para laminado simétrico:

   Para casos em que há simetria no empilhamento do laminado em relação ao plano médio do laminado os modos de propagação com simetria vertical separadamente:

- modos simétricos são determinados impondo:

$$(u_3^*,\sigma_{13}^*)_{x_3=0} = (0,0) \quad \text{e} \quad (\sigma_{33}^*,\sigma_{13}^*)_{x_3=d/2} = (0,0)\,, \tag{178}$$

- modos antissimétricos são determinados impondo:

$$(u_1^*,\sigma_{33}^*)_{x_3=0} = (0,0) \quad \text{e} \quad (\sigma_{23}^*,\sigma_{13}^*)_{x_3=d/2} = (0,0)\,; \tag{179}$$

e aplicando a modelagem apenas para metade do laminado, ou seja, usando uma matriz de transferência global das amplitudes P_ξ propagadas do plano médio do laminado até a superfície superior (ou inferior) dele.

Considerando m camadas entre o plano médio do laminado e sua superfície livre superior, tal que $m = n/2$ ou $m = \lfloor n/2 \rfloor + 1$, na qual $\lfloor x \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z}, m \leq x\}$, na qual a camada $\xi = 1$ é a camada em com interface inferior em $x_3 = 0$ e a camada $\xi = m$ é camada com plano superior coincidindo com a superfície livre do laminado, tem-se a relação

$$P_m^+ = T_{1\to m} P_1^- \tag{180}$$

em que

$$P_m^+ = [\ u_1^* \quad u_3^* \quad \sigma_{33}^* \quad \sigma_{13}^*\ ]_m^{+T}, \text{ em } x_3 = \frac{d}{2}, \tag{181}$$

$$P_1^- = [\ u_1^* \quad u_3^* \quad \sigma_{33}^* \quad \sigma_{13}^*\ ]_1^{-T}, \text{ em } x_3 = 0. \tag{182}$$

Assim, para o caso simétrico a equação característica, baseada nas imposições da expressão (178), é

$$\mathscr{S} = \begin{vmatrix} T_{31} & T_{33} \\ T_{41} & T_{43} \end{vmatrix} = 0 \tag{183}$$

e para o caso antissimétrico a equação característica, baseada nas imposições da expressão (179), é

$$\mathscr{A} = \begin{vmatrix} T_{32} & T_{34} \\ T_{42} & T_{44} \end{vmatrix} = 0, \tag{184}$$

em que $T \equiv T_{1\to m}$.

As equações (183) para os modos simétricos e (184) para os modos antissimétricos valem somente para propagação em direções de eixos de simetria do laminado que também são eixos de simetria de cada lâmina-camada ξ.

2.9 VELOCIDADES DE FASE, GRUPO E ÂNGULO DE DESVIO

A relação de dispersão entre a frequência angular ω e o vetor de onda $\vec{k}$ foi representada até aqui pelas equações $\mathscr{F}(\omega,k;\theta) = 0$, em que $\mathscr{F}$ denota $\mathscr{S}$, $\mathscr{A}$ ou $\mathscr{G}$. Tal equação é, em

poucos casos, solúvel explicitamente, como é o caso dos modos de propagação SH para camada única. Em geral $\mathscr{F}(\omega,k;\theta) = 0$ é solúvel através de métodos numéricos e o conjunto contínuo de soluções define um tipo e modo de propagação da onda guiada (WANG; YUAN, 2007).

Considerando que tenha-se ondas planas e a representação gráfica das soluções na qual ω desempenhe o papel de variável dependente de k, para uma determinada direção de propagação θ, esta representação é dita curva de frequência, pois $f = f(k)$. Se houver a representação gráfica na qual a velocidade de fase c_p da onda plana é a variável dependente da frequência $f = \omega/2\pi$, esta representação é denominada curva de dispersão de velocidade de fase, pois $c_p = c_p(f)$. Uma curva construída com uma frequência fixa e com a escolha de k e θ, cujo raio vetor a partir da origem tem magnitude c_p é denominada curva de velocidade. Nesta representação o raio vetor é a velocidade de fase. Na representação de curvas de dispersão fixa-se uma direção e coleta-se os valores de magnitude do raio vetor das curvas de velocidade.

A Figura 3 ilustra as diferentes formas de representar a relação entre a frequência f, o número de onda k e a velocidade de fase c_p para o caso de uma placa plana feita de aço isotrópico[2]. Os gráficos estão parametrizados em relação à espessura da placa $d/\lambda = 2\pi kd$ e fd.

Analogamente às curvas de velocidade, as curvas de lentidão são úteis para se caracterizar tanto a direção de propagação da onda plana como a propagação do grupo de ondas. Uma curva de lentidão é obtida por inversão geométrica da curva de velocidade, ou seja, via cálculo do inverso da magnitude do raio vetor c_p desta curva de velocidade.

2.9.1 Velocidade de fase $\vec{c}_p$

Considerando que a amplitude da velocidade angular, ω, possa ser expressa como uma função explícita de $\vec{k}$, ou seja, $\omega = \omega(k,\theta)$ a velocidade de fase será dada por $\vec{c}_p$, tal que

$$\vec{c}_p = \frac{\omega}{k}\hat{k} = \frac{\omega}{k}\frac{\vec{k}}{k} = \frac{\omega}{k^2}\vec{k} \tag{185}$$

em que k é a magnitude do vetor de onda $\vec{k}$ e $\hat{k}$ é o versor na direção e sentido de $\vec{k}$. Desta forma definem-se:

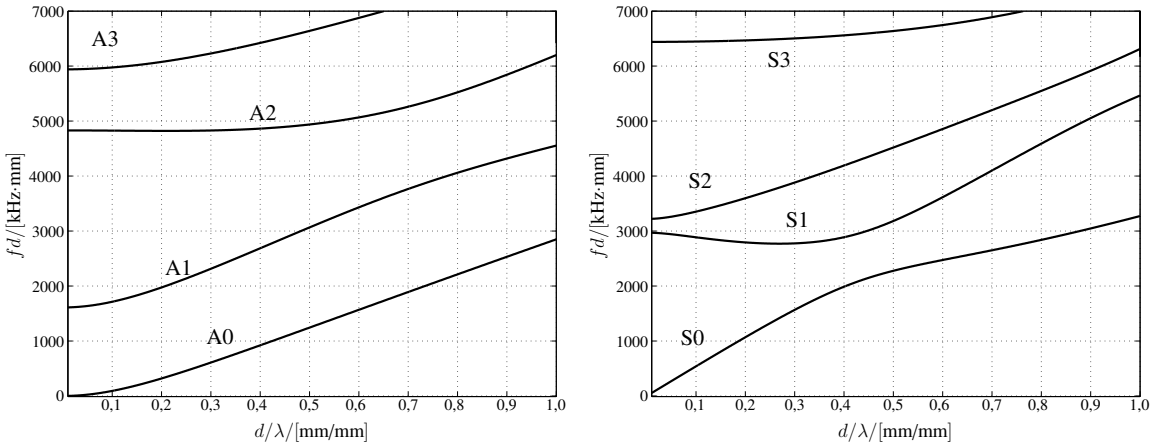
- Curva de velocidade ou superfície de velocidade: é uma superfície gerada por todos os pontos que distam c_p da origem.
- Curva de lentidão ou superfície de lentidão: pode ser definida através do vetor lentidão

$$\vec{s} = (s_x,s_y,s_z) = \frac{\vec{k}}{\omega} = \frac{1}{c_p}\hat{k} \tag{186}$$

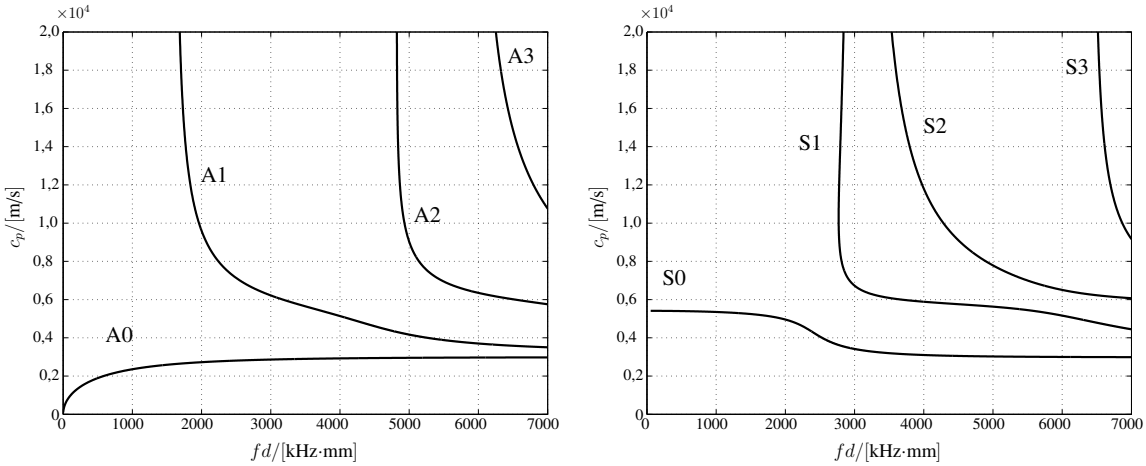
[2] Deve-se notar que o aço pode apresentar uma fraca anisotropia material se submetido a um processo de sucessivas laminações para a diminuição da sua espessura. Assim, a denominação aço isotrópico só pode ser aplicada ao meio que apresenta esta simetria perfeitamente.

Figura 3 – Representações da relação entre a frequência f, o número de onda k e a velocidade de fase. Em (a) as curvas de frequência, em (b) as curvas de dispersão da velocidade de fase c_p de ondas de Lamb, para uma placa plana uniforme com espessura d de aço.

(a) Curvas de frequências para o aço isotrópico para os modos antissimétricos (esquerda) e modos simétricos (direita).



(b) Curvas de dispersão de velocidade de fase para o aço isotrópico para os modos antissimétricos (esquerda) e modos simétricos (direita).



Fonte: Elaborada pelo autor.

sendo $\hat{k} \equiv \vec{k}/k$ um versor na direção e sentido do vetor de onda $\vec{k}$. A superfície de lentidão é o local geométrico dos pontos que distam $s = 1/c_p$ da origem. A superfície de lentidão é uma definição útil para se determinar a velocidade de grupo. Dado o plano tangente em um ponto da superfície de lentidão, a direção perpendicular a este plano tangente é paralela à direção de propagação do grupo de ondas.

2.9.2 Velocidade de grupo $\vec{c}_g$

A definição da velocidade de grupo é dada por

$$\vec{c}_g = \nabla_k \omega \tag{187}$$

na qual ∇_k é o operador gradiente em relação às variáveis k_x, k_y e k_z. Em coordenadas retangulares, cilíndricas e esféricas, o operador gradiente assume as formas:

- coordenadas retangulares:

$$\nabla_k = \hat{e}_x \frac{\partial}{\partial k_x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial k_y} + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial k_z} \tag{188}$$

- coordenadas cilíndricas:

$$\nabla_k = \hat{e}_r \frac{\partial}{\partial k} + \hat{e}_\theta \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial z}, \tag{189}$$

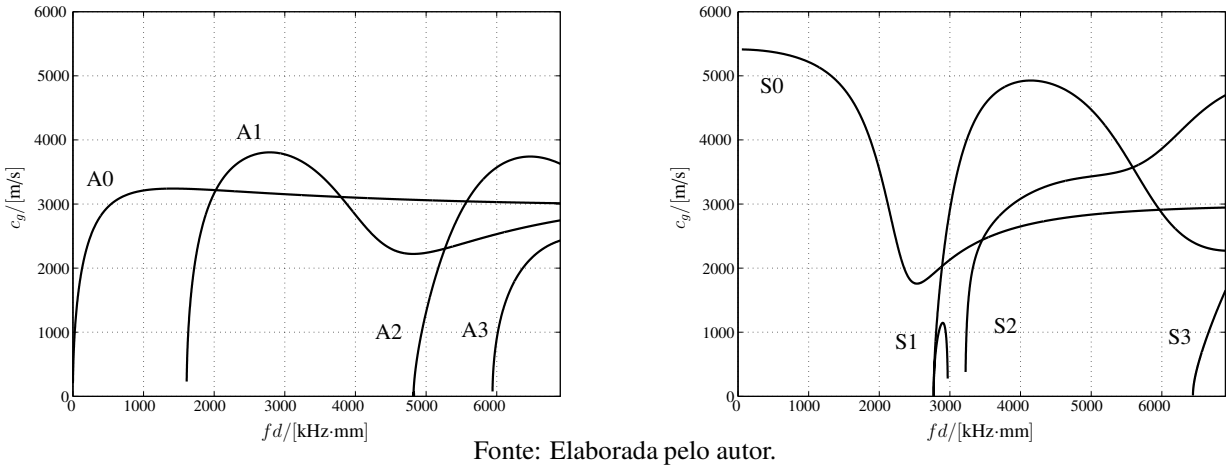
- coordenadas esféricas:

$$\nabla_k = \hat{e}_r \frac{\partial}{\partial k} + \hat{e}_\phi \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial \phi} + \hat{e}_\theta \frac{1}{k \operatorname{sen} \phi} \frac{\partial}{\partial \theta}, \tag{190}$$

  em que $(\pi/2 - \phi)$ é o ângulo de elevação em relação ao plano x-y e θ é o ângulo polar em relação ao eixo x.

A Figura 4 mostra a curvas de velocidade de grupo das ondas de Lamb em uma placa de aço com espessura d.

Figura 4 – As curvas de dispersão da velocidade de grupo c_g de ondas de Lamb, para uma placa plana uniforme com espessura d de aço. Modos antissimétricos (a esquerda) e modos simétricos (a direita).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em coordenadas retangulares a velocidade de grupo é expressa como

$$\vec{c}_g = \nabla_k \omega = \hat{e}_x \frac{\partial \omega}{\partial k_x} + \hat{e}_y \frac{\partial \omega}{\partial k_y} + \hat{e}_z \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \tag{191}$$

na qual $\vec{c}_g$ está representada na base de versores $\{\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z\}$ e, portanto, possui magnitude

$$c_g = \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial k_x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial k_y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial k_z} \right)^2 \right]^{1/2}. \tag{192}$$

Em coordenadas cilíndricas e na base $\{\hat{e}_r,\hat{e}_\theta,\hat{e}_z\}$ o operador nabla é expresso como (189), e assim, considerando que uma onda que propaga-se no plano x-y, k_x e k_y são paralelos ao plano x-y, com $k_z = 0$ e $\phi = \pi/2$ rad, a velocidade de grupo torna-se

$$\vec{c}_g = c_{gx}\hat{e}_x + c_{gy}\hat{e}_y + c_{gz}\hat{e}_z, \tag{193}$$

de forma que as componentes c_{gx}, c_{gy} e c_{gz} são

$$\begin{bmatrix} c_{gx} \\ c_{gy} \\ c_{gz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial\omega}{\partial k} \\ \frac{1}{k}\frac{\partial\omega}{\partial\theta} \\ \frac{\partial\omega}{\partial k_z} \end{bmatrix}, \tag{194}$$

cujo módulo é

$$c_g = \sqrt{c_{gx}^2 + c_{gy}^2 + c_{gz}^2}. \tag{195}$$

Se for levado em conta que as variáveis de interesse no problema de propagação de ondas elásticas em placas, tarugos e tubos são fd e d/λ em que $f = \omega/2\pi$ é a frequência da onda em hertz, λ seu comprimento de onda, e d a espessura da placa, ou diâmetros do tarugo ou tubo, a velocidade de grupo é determinada a partir das seguintes expressões

$$\begin{bmatrix} c_{gx} \\ c_{gy} \\ c_{gz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial(fd)}{\partial(d/\lambda)} \\ \frac{1}{(d/\lambda)}\frac{\partial(fd)}{\partial\theta} \\ \frac{\partial(fd)}{\partial z} \end{bmatrix}. \tag{196}$$

Geometricamente pode-se determinar a direção da velocidade de grupo a partir da superfície de lentidão: a velocidade de grupo é normal ao plano tangente à superfície de lentidão no ponto (s_x,s_y,s_z).

Considerando ondas guiadas no plano x-y, ou seja, em x_1-x_2, a variação de ω com $z \equiv x_3$ é nula e as expressões para a velocidade de grupo ficam simplificadas fazendo-se $\partial\,(fd)\,/\partial z = 0$ o que leva a $c_{gz} = 0$.

2.9.3 Ângulo de desvio θ_d

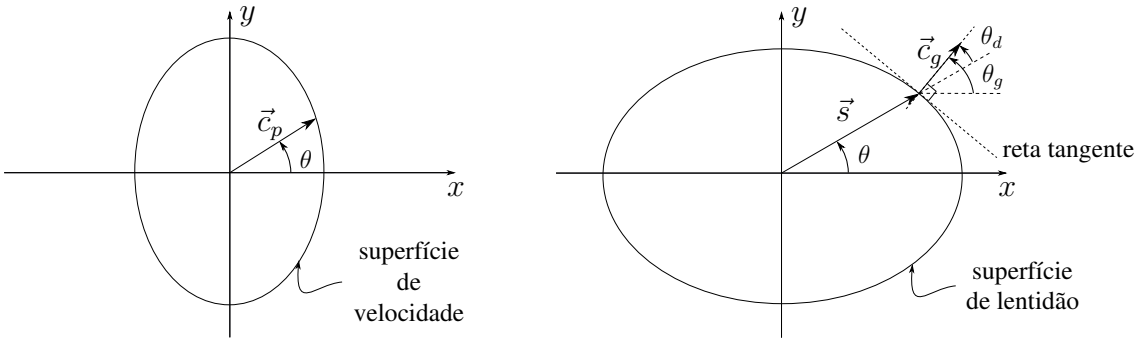
A direção de propagação de cada onda (direção x_1) com velocidade de fase $\vec{c}_p$ no plano x-y é dada pela direção θ em relação à direção positiva do eixo $x \equiv \chi_1$. Devido à possibilidade de anisotropia do meio material deve-se levar em consideração a possibilidade de desvio do grupo de ondas em relação à direção de propagação de ondas individuais planas.

A Figura 5 ilustra a relação entre a velocidade de fase c_p e sua direção de propagação θ, e, a superfície de velocidade; a superfície de lentidão s, a velocidade de grupo c_g e os ângulos θ, o ângulo de desvio θ_d e a direção de propagação da velocidade de grupo θ_g.

A direção de propagação da velocidade de grupo, θ_g, é determinada a partir das componentes de $\vec{c}_g$, tal que

$$\theta_g = \arctan\left(\frac{c_{gy}}{c_{gx}}\right) \tag{197}$$

Figura 5 – Velocidade de fase, curva de velocidade, curva de lentidão



Fonte: Elaborada pelo autor.

e o ângulo de desvio θ_d é calculado pela subtração

$$\theta_d = \theta_g - \theta. \tag{198}$$

Vale lembrar que a origem do raio vetor, tanto da velocidade de fase quanto da velocidade de grupo, trata-se da origem dos sinais ou da fonte puntiforme que as gera.

Se um grupo de ondas estiver propagando-se sem desvio, ou seja, na mesma direção θ da velocidade de fase, então $\theta_g = \theta$.

Outra representação útil é o local geométrico dos pontos que tem como raio vetor a velocidade de grupo $\vec{c}_g$, fixada uma frequência e variando a direção θ_d. Esta curva é denominada curva da onda ou curva de frente de onda (WANG; YUAN, 2007), pois descreve o formato da frente de onda e também dá a distância que a frente de onda percorre em um tempo unitário.

Para ensaios não destrutivos por ultrassom (ENDUS) e monitoramento de estruturas, as curvas de frente de onda são uma ferramenta para detecção de falhas, fraturas e inspeção de estruturas.

2.9.4 Diagrama de tempo-frequência

A representação dos sinais na forma temporal pode levar a uma pobre interpretação de seu conteúdo quando se trata de sinais multimodais que se dispersam juntos e com curvas de dispersão diferentes. A representação dos traços temporais de uma onda guiada na forma de diagrama tempo-frequência resolve de forma clara quais modos estão sendo propagados e se há a repetição de uma parte dos modos na forma de um eco detectado e superposto em uma região que se supõe monomodal.

As curvas de tempo-frequência são diretamente obtidas a partir das curvas de dispersão de velocidade de grupo. Se $c_g^m\,(f,\theta)$ é a velocidade de grupo do modo m na frequência f que se propaga na direção θ por uma distância Δl pelo intervalo de tempo Δt, então pode-se escrever a velocidade de grupo como

$$c_g^m\,(f,\theta) = \frac{\Delta l}{\Delta t}. \tag{199}$$

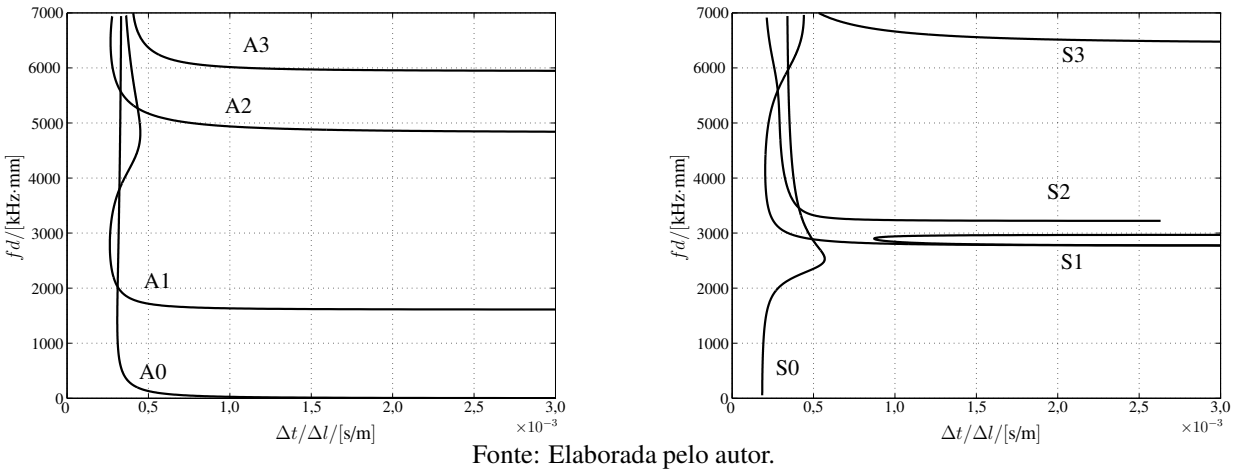
O intervalo de tempo, relativo à distância Δt, é então uma função de f e θ, tal que

$$\Delta t^m\left(f,\theta\right) = \frac{\Delta l}{c_g^m\left(f,\theta\right)} \tag{200}$$

que produz a representação tempo-frequência do modo m. A superposição dos diagramas tempo-frequência para vários modos de propagação em um meio, na mesma distância Δl, é uma representação alternativa à representação tempo-amplitude de um traço temporal.

A Figura 6 ilustra como se pode representar o diagrama tempo-frequência para os modos antissimétricos e simétricos de uma placa de espessura uniforme d feita de aço isotrópico, a partir das curvas de velocidade de grupo apresentadas na Figura 4.

Figura 6 – Diagrama tempo-frequência para os modos antissimétricos (esquerda) e simétricos (direita) das ondas de Lamb em uma placa de aço isotrópico com espessura d. O diagrama está parametrizado em função da espessura d e da distância percorrida pela onda Δl.



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.10 FOCALIZAÇÃO ELÁSTICA E O FATOR DE MARIS

A anisotropia material de um sólido leva a efeitos interessantes na propagação de ondas elásticas. Dois desses efeitos são o desvio da velocidade de grupo em relação à direção de propagação da onda, definida pelo vetor de onda $\vec{k}$, e a focalização elástica da energia propagada em direções bem específicas. Além disso estes efeitos são dependentes do tipo de modo de propagação quando as ondas são guiadas, o que é o caso de ondas em placas, bastões e tubos. A focalização elástica também recebe na literatura a denominação de focalização anisotrópica, focalização de fônons, ampliação de amplitude (MARIS, 1971; CHERNOZATONSKII; NOVIKOV, 1984; FU et al., 2013; KOLOMENSKII; MAZNEV, 1993; MAZNEV; EVERY, 1995; MAZNEV; EVERY, 1996).

A Figura 7 mostra a diferença entre as direções dos vetores de onda $\vec{k}$ e as velocidades de grupo $\vec{c}_g$ para o caso de simetria tetragonal. Enquanto os vetores de onda estão uniformemente

distribuídos, as velocidades de grupo estão mais concentradas nas direções x e y. É evidente que a energia das ondas seja desviada para algumas direções fazendo com que a amplitude das ondas aumente, enquanto em outras direções ocorra atenuação devido ao mesmo efeito de focalização elástica.

O efeito da focalização elástica pode ser estudado através do fator de Maris, A (MARIS, 1971; CHERNOZATONSKII; NOVIKOV, 1984), quando se têm ondas volumétricas, ou da composição deste com o número de onda k e o ângulo de desvio da velocidade de grupo θ_d (CHAPUIS; TERRIEN; ROYER, 2010) na expressão

$$\mathcal{A} = Ak\cos\left(\theta_d\right) \tag{201}$$

para ondas guiadas em placas. O fator de Maris A ou seu equivalente $\mathcal{A}$ indicam quanto a energia enviada na direção θ é amplificada quando comparada com uma onda que se propaga em um meio isotrópico, sendo amplificada proporcionalmente a este fator. Equivalentemente, se a amplificação da energia da onda é proporcional a A (ou $\mathcal{A}$) sua amplitude será proporcionalmente amplificada pelo fator $\sqrt{A}$ (ou $\sqrt{\mathcal{A}}$).

O fator de Maris é calculado diretamente a partir das superfícies de lentidão $s = c_p^{-1}$, em uma frequência especificada, através da expressão

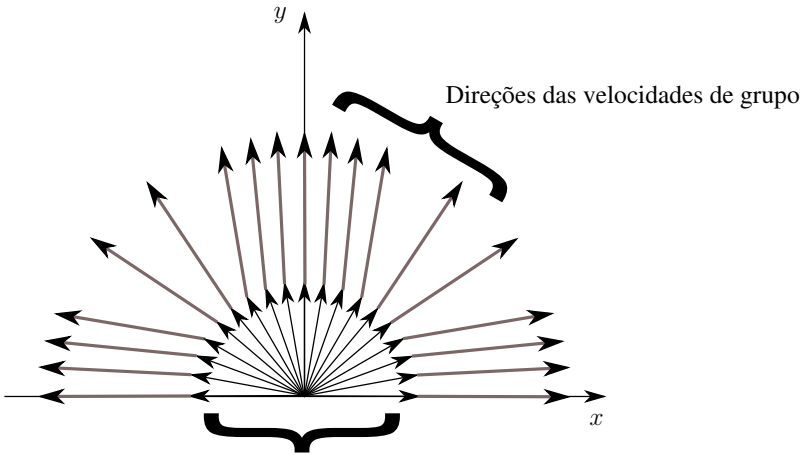
$$A = \left|\frac{d\theta_g}{d\theta}\right|^{-1} = \left[s^2 + \left(ds/d\theta\right)^2\right]^{-1/2} \left|K_s\right|^{-1}, \tag{202}$$

em que

$$K_s = \frac{\left|s^2 + 2\left(ds/d\theta\right)^2 - s\left(d^2s/d\theta^2\right)\right|}{\left[s^2 + \left(ds/d\theta\right)^2\right]^{3/2}} \tag{203}$$

é a curvatura da curva de lentidão. Por questão de clareza, tanto as curvas (superfícies) de lentidão s, o fator de Maris A e o número de onda k, quanto o ângulo de desvio θ_d da velocidade

Figura 7 – Diagrama entre velocidade de fase e velocidades de grupo considerando ângulo de desvio e focalização elástica, para uma fonte puntiforme localizada na origem do sistema xy.



Fonte: (MARIS, 1971).

de grupo são funções da direção de propagação θ, da frequência f e do modo de propagação m da onda guiada. Assim, $s = s_m(f,\theta)$ e $A = A_m(f,\theta)$ e, portanto, como $k = 2\pi f/c_p = 2\pi f s$, $\mathcal{A} = \mathcal{A}_m(f,\theta)$ sendo explicitamente

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_m(f,\theta) &= A_m(f,\theta)\, k_m(f,\theta) \cos(\theta_{d,m}(f,\theta)) \\ &= 2\pi f A_m(f,\theta)\, s_m(f,\theta) \cos(\theta_{d,m}(f,\theta)). \end{aligned} \tag{204}$$

Chapuis, Terrien e Royer (2010) mostram em seu estudo que, para ondas de Lamb em meios anisotrópicos, não há uma diferença substancial entre os fatores A e $\mathcal{A}$, assim pode-se utilizar o fator de Maris A para uma boa caracterização do efeito de focalização elástica de ondas guiadas em placa.

O efeito de focalização elástica deve ser levado em conta nos estudos de inspeção não destrutiva devido a dois fatores: a possibilidade de compensação de atenuação e amplificação que ocorre de forma desigual com a variação angular; e a consideração de sinais que são oriundos somente de direções de propagação em que a relação sinal-ruído não tornou-se degradada devido à focalização. Este último fator de seleção de sinal é fundamental pois domina o processo de compensação de amplitudes, levando à compensação somente dos sinais que não estão fortemente contaminados com ruído ambiente.

2.11 COMENTÁRIOS

A teoria de propagação de ondas elásticas planas harmônicas guiadas em estruturas do tipo placa foi apresentada neste capítulo. Os resultados centrais são simbolicamente representados pelas equações características dos modos de propagação simétricos, antissimétricos e genéricos, respectivamente denotadas por $\mathscr{S} = 0$, $\mathscr{A} = 0$ e $\mathscr{G} = 0$.

Não obstante existam os deslocamentos, u_i, e as tensões, σ_{ij}, para cada tipo de modo, estes não serão usados na solução das curvas de dispersão e curvas de onda. Porém, se alguma aplicação que contemple especificação ou prospecção de grandes ou pequenos deslocamentos, assim como tensões, deve-se voltar a estas quantidades para a investigação especializada.

Em geral as soluções destas equações características só são possíveis através de métodos numéricos. Em casos muito particulares, como foi o dos modos SH de placa com uma única camada, as soluções são explícitas. As soluções serão tratadas e verificadas no Capítulo 3 para alguns intervalos de fd e d/λ, sempre lembrando que as soluções encontradas serão para valores típicos de constantes elásticas da lâmina do compósito que serão também determinadas em tal Capítulo.

Além da possibilidade de determinação das curvas de onda a partir das curvas de dispersão de velocidade de grupo, foi apresentado como se determinar e caracterizar a dependência modal do fenômeno de focalização elástica através do fator de ampliação/atenuação elástica de Maris A ou através do fator $\mathcal{A}$. A dependência angular e em frequência das velocidades de fase,

grupo, ângulo de desvio e fator de focalização elástica devem ser levados em conta na inspeção de meios anisotrópicos, seja para a correta análise dos resultados, seja para a seleção dos sinais mais adequados à formação de imagens, por exemplo.

3 CARACTERIZAÇÃO DO COMPÓSITO

Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota.
(Madre Teresa de Calcutá)

3.1 COMPÓSITOS TÊXTEIS

Os compósitos têxteis estruturais fazem parte de uma categoria mais abrangente de materiais compósitos, os compósitos têxteis, e são parte de uma classe de materiais avançados, que tem como reforço determinadas formas de tecidos pré-impregnados (*fabric prepregs*) para aplicações estruturais. Estes tecidos podem ser feitos de filamentos de fibra de grafite, fibra de carbono, fibra de aramida ou fibra de vidro.

A grande maioria dos compósitos têxteis estruturais são plásticos reforçados com fibras (*fiber reinforced polimer*–FRP), que são feitas de um compósito têxtil pré-impregnado e incorporado em uma matriz de metal, resina ou cerâmica. O sistema de matriz proporciona rigidez e mantém o material de reforço têxtil em posição e orientação previstas no projeto no compósito após a cura. O compósito pré-impregnado é obtido a partir do conjunto de material fibroso (fibras, fios ou tecidos) não curado e a sua arquitetura pode variar desde uma lâmina plana até um tecido com trama 3D complexa.

3.1.1 Fitas: compósitos unidirecionais

As fibras monofilamentares são o ponto de partida para estes compósitos unidirecionais. Um tecido unidirecional (UD) é aquele no qual a maioria das fibras estão dispostas em apenas uma direção (NETCOMPOSITES, 2013), enquanto uma pequena quantidade de material de fibras ou de outro material pode estar disposto em outras direções, com o intuito principal de manter as fibras de reforço na posição.

Verdadeiros tecidos unidirecionais oferecem a possibilidade de se dispor o componente de fibra unidirecional exatamente em posições nas quais se faz necessário melhorar alguma característica da peça e com a aplicação da quantidade ótima, sem desperdício de material (não mais ou menos do que o necessário) (NETCOMPOSITES, 2013). Fibras UD são retas e sem frisos. Em relação às propriedades mecânicas, os compósitos têxteis unidirecionais podem ser produzidos com pré-impregnação de matriz (*prepreg*) e assumem a forma de uma fita unidirecional (*unidirecional–UD Tape*), no qual não existe material secundário mantendo as fibras

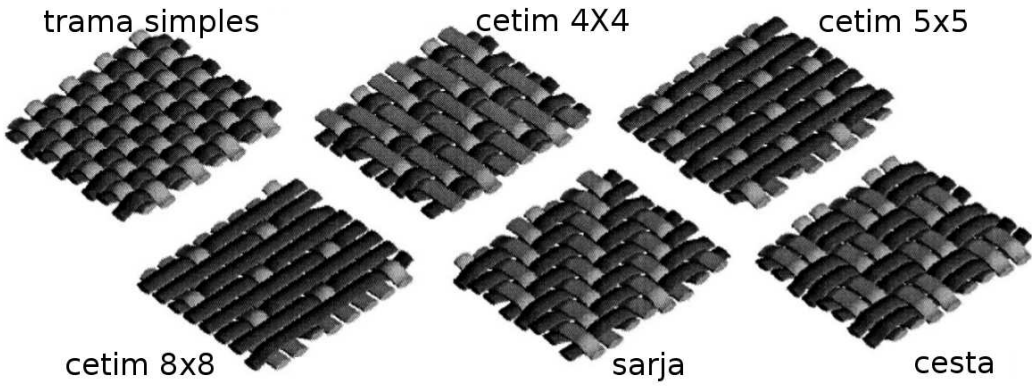
unidirecionais no lugar. Apenas o sistema de resina mantém as fibras no lugar nestas montagens unidirecionais.

3.1.2 Tecidos trançados: compósitos têxteis bidimensionais

O ponto de partida para a construção de compósitos têxteis são as fibras de material de reforço estrutural. Estas fibras ou filamentos podem ser fibras de vidro, fibras de carbono, grafite ou aramida (KAW, 2005), em geral devido a suas características elásticas e principalmente resistência e módulos elásticos específicos. As fibras quando agrupadas paralelamente através de procedimento têxtil produzem os fios e estes são armazenados na forma de novelos para comercialização.

Um tecido, seja de algodão ou de reforço estrutural feito de fibra de aramida ou grafite, é descrito através de como os fios são trançados. Os fios que ficam na direção de rolagem do processo de tecelagem são chamados de fios de urdidura e os fios que fazem o trançamento transversal à urdidura são denominados de trama ou preenchimento. Estes tecidos são produzidos pelo entrelaçamento de fios de urdidura (NETCOMPOSITES, 2013) e fios de trama ou preenchimento num padrão regular. A regularidade e integridade do tecido são mantidas pelo inter-bloqueamento mecânico dos fios, que é inerente ao trançamento entre os fios. A capacidade de um tecido para se conformar a uma superfície complexa, a suavidade de sua superfície e a sua estabilidade são controladas pela forma de tecelagem.

Figura 8 – Tipos de tecidos com trama 2D.



Fonte: (WHITCOMB; TANG, 2001).

Algumas formas de tecidos estruturais são mostradas na Figura 8, com a sua descrição a seguir:

- Trama simples ortogonal 2D (*plain*):

  Um tecido de trama simples consiste de entrelaçamento ortogonal entre urdidura e o preenchimento (CHRETIEN, 2002). Cada fibra de urdidura passa alternadamente por cima e debaixo de cada fibra de trama. O tecido de trama simples ortogonal 2D é a forma

mais simples da estrutura de um tecido. O tecido é simétrico, com uma boa estabilidade e porosidade razoável. No entanto, é o tecido mais difícil de se adequar a uma superfície.

Para aplicações em que mais que uma orientação da fibra é necessária, é útil uma combinação de orientações de fibra de tecido de $0°$ e $90°$.

- Sarja (*twill*):

  Uma ou mais fibras de urdidura ondulam alternadamente por cima e em duas ou mais fibras de trama de forma regular repetidamente. Com friso reduzido, o tecido também tem uma superfície mais lisa e propriedades mecânicas levemente mais altas do que o de trama simples ortogonal.

- Cetim (*satin*):

  Tecidos tipo cetim são fundamentalmente tecidos de sarja modificada para produzir interseções menores entre urdidura e preenchimento.

- Cesta (*basket*):

  Tecido tipo cesta é fundamentalmente a mesma trama simples ortogonal, exceto que duas ou mais fibras de urdidura são entrelaçadas alternadamente com duas ou mais fibras trama. Um arranjo de duas urdiduras atravessando duas de preenchimento é designado cesta 2×2, mas o arranjo de fibras não necessita ser simétrico: é possível ter 8×2, 5×4, etc. Tecido tipo cesta é mais plano, tem menos friso e é mais resistente se comparado à trama simples, porém é menos estável.

Há também os tipos Leno e Mock Leno que são uma variação do tipo de trançamento de trama simples ortogonal (NETCOMPOSITES, 2013). Há também tecidos de trama tridimensional que tem a intenção de aumentar a rigidez e resistência na direção ortogonal ao plano do tecido (*off-plane*) .

3.1.3 Matriz de rigidez efetiva e célula unitária repetitiva (RUC)

A modelagem de um estrutura complexa como um compósito têxtil 2D tem sido feita em muitos trabalhos. Em geral o resultado é apresentado na forma de uma matriz de rigidez efetiva para a lâmina ou um conjunto de constantes elásticas que são usadas para construir a matriz de flexibilidade e a matriz de rigidez.

As constantes elásticas efetivas da lâmina são, em geral, obtidas através de alguma consideração estática ou dinâmica. A suposição de iso-deformação é usada nos trabalhos de (ISHIKAWA; CHOU, 1982; NAIK; GANESH, 1995; CHRETIEN, 2002; KHAN, 2009). O modelo de mosaico, no qual as partes do compósito têxtil são sistematicamente aproximadas por uma montagem de partes, cujos formatos das partes lembram paralelepípedos e fatias idealizadas, é usado por Ishikawa e Chou (1982) e Naik e Ganesh (1995), enquanto Chretien (2002) e Khan

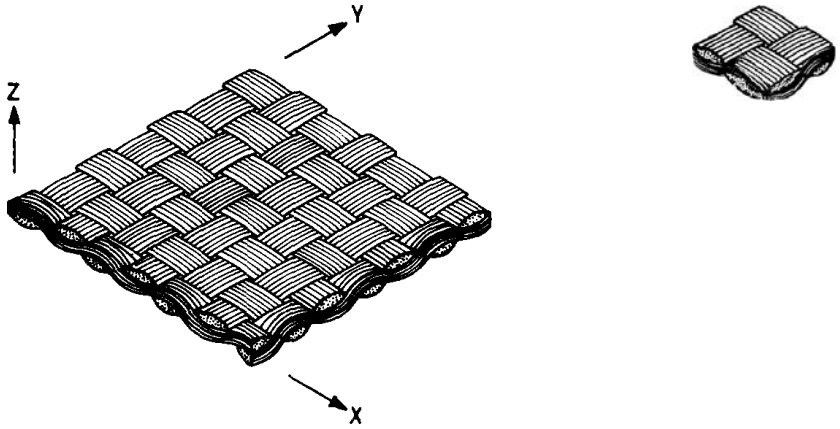
(2009) apresentam mais detalhes quanto às regiões de curvatura entre os fios da urdidura e do preenchimento.

Ao final ambas as técnicas usam a expressão que é fundamentalmente o teorema do valor médio resultante da suposição de iso-deformação para a determinação da matriz de rigidez efetiva média. As constantes elásticas da lâmina de compósito têxtil são computadas levando-se em conta um elemento representante de todo o compósito, a célula unitária repetitiva (*Repeting Unit Cell*–RUC) (CHRETIEN, 2002). A célula unitária repetitiva de um compósito têxtil de trama simples ortogonal 2D pode ser visualizada na Figura 9 juntamente com uma parte da representação do compósito. A diferença entre as abordagens é o nível de especialização na modelagem das regiões de curvatura.

Figura 9 – Esquema do compósito têxtil estrutural de trama simples 2D e sua célula unitária repetitiva RUC.

(a) Compósito têxtil estrutural

(b) Célula unitária repetitiva (RUC)



Fonte: (KHAN, 2009).

Neste trabalho cada lâmina de compósito é constituído de matriz epóxi (F155, Hexcel Corporation) e reforço de tecido de trama simples ortogonal 2D com fios de fibra de carbono (T300, Toray Carbon Fibers America, Inc.). A matriz de rigidez que descreve o comportamento elastodinâmico de cada camada foi obtido pelo método de goniometria de imersão e por teste de contato, que serão mostrados nas próximas seções.

3.2 OBTENÇÃO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS

3.2.1 Métodos de medição

Esta seção descreve sucintamente duas técnicas de caracterização parcial ou total das constantes elásticas presentes na matriz de rigidez C' da equação (31) que descreve a simetria ortotrópica, para um caso particular em que as direções da urdidura e da trama são equivalentes,

levando à simetria tetragonal, mostrada em (16), utilizando a propagação de ondas ultrassônicas no meio em estudo. Para tanto, considera-se que o meio é homogêneo, elástico com simetria material bem definida. Com relação à homogeneidade do meio, deve-se ter em conta que um material não é realmente homogêneo devido às suas estruturas macro, meso e microscópica. No caso de um compósito estrutural, sua estrutura macroscópica é formada basicamente pela matriz e pelo reforço estrutural, levando-se em conta a disposição do reforço na matriz; sua estrutura mesoscópica composta pelos filamentos nos fios do reforço, por exemplo, e por granulações que possam ocorrem na interface entre matriz-reforço; e a sua estrutura microscópica (ou molecular) descrita pela distribuição de moléculas que compõem cada material do compósito. Tendo isso em mente, um meio pode ser considerado homogêneo em relação à propagação de ondas quando o comprimento da onda propagante é muito maior que a separação entre elementos da estrutura. Neste caso, elementos da macroestrutura.

Os métodos de caracterização são classificados em métodos estáticos e dinâmicos. No método estático os elementos da matriz de rigidez são inferidos a partir de ensaios nos quais a amostra é tracionada ou comprimida e cisalhada, com uma tensão estática conhecida, e são medidos os deslocamentos. No método dinâmico, a matriz de rigidez é inferida a partir de propagação de ondas na amostra de forma que possam ser medidas as velocidades e sua densidade. Dentro do método dinâmico podem ser utilizadas várias técnicas para determinar as velocidades: aqui são citadas as técnicas de contato e a técnica de imersão.

3.2.1.1 Técnica de contato

O método de contato baseia-se na utilização de uma amostra do material que tenha faces paralelas: um paralelepípedo (ou cubo) ou um duodecaedro regular de forma que, com o conhecimento das dimensões da amostra, as ondas possam ser excitadas em uma face e detectadas na face paralela oposta; ou excitadas em uma face, propagadas na direção perpendicular a esta face, refletidas na face oposta paralela, retro-propagada e detectada na face em que foi inicialmente excitada. O método é dito de contato por utilizar transdutores que ficam em contato com as faces da amostra acoplados por algum material muito fino (acoplante) que permita um ótima transferência de energia entre o transdutor e o meio em estudo. Em geral este acoplante é composto por um gel ou alguma mistura coloidal que permita o adequado acoplamento dos deslocamentos longitudinais e transversais do transdutor.

Um cuidado na confecção da amostra, ou restrição de uso dela, é que as dimensões da amostra (p.e. se for um cubo, sua aresta) devem ser suficientemente grandes para que ocorra somente geração de ondas volumétricas. Deve-se ter o cuidado de não serem detectadas as reflexões nas faces laterais consecutivas às faces em que está-se excitando e adquirindo os sinais; muito menos devem ser geradas ondas guiadas, pois o método se baseia na determinação das velocidades das ondas volumétricas, cuja previsão teórica é a não dependência com a frequência,

visto que a matriz de rigidez é independente de frequência. [1]

Com esta disposição de transdutores em contato com a amostra, podem-se adquirir sinais de ondas ultrassônicas e medir os tempos de chegada, e/ou os tempos de primeira, segunda e terceira reflexão, ou tempos reflexões de ordem maiores. Os tempos entre as reflexões podem ser determinados utilizando-se o método de correlação cruzada do sinal detectado e assim obter valores muito claros dos intervalos de tempo.

A correlação cruzada das funções f e g é definida pela integral

$$(f * g)(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t)\, g(t+\tau)\, \mathrm{d}t, \tag{205}$$

e tem as mesmas propriedades do cálculo de convoluções. Esta ferramenta é útil ao se determinar o tempo de atraso entre os sinais f e g de propagação de ondas mecânicas que são capturados em posições que estão separadas por uma distância l. O tempo de atraso τ_{atraso} é calculado determinando-se o instante em que o valor absoluto da correlação cruzada assume seu maior valor, o que indica que os sinais estão sobrepostos na melhor forma, produzindo o máximo no valor absoluto da correlação. Portanto, o tempo de atraso τ_{atraso} entre os sinais pode ser determinado analisando a correlação cruzada $(f * g)$, tal que

$$\tau_{\text{atraso}} = \arg\max_{\tau} |(f * g)(\tau)|. \tag{206}$$

Se um sinal s contém as reflexões nas faces paralelas de um sólido, então as funções f e g descrevem os trechos em s em que ocorrem estas reflexões. Assim, podem-se determinar os tempos de atraso entre duas reflexões de ordem j e $j+1$, que ocorrem entre os instantes t_j e t_{j+1}, a partir da correlação cruzada $(s * s)$. A correlação cruzada de um sinal s com ele próprio é denominada autocorrelação (DUNN, 2005) e os tempos de atraso $\tau_{\text{atraso},j}$ entre as repetições de um pacote são determinados por

$$\tau_{\text{atraso},j} = \arg\max_{t_j<\tau<t_{j+1}} |(s * s)(\tau)|. \tag{207}$$

Com os tempos de atraso entre as reflexões $\tau_{\text{atraso},j}$ e a distância percorrida na amostra determina-se a velocidade c_i de grupo na direção de propagação. Na propagação de ondas volumétricas em eixos de simetria, a velocidade de grupo é igual à velocidade de fase, assim c_i descreve a velocidade de fase da onda. Por exemplo, se a amostra com simetria material ortotrópica é cortada na forma de um paralelepípedo tal que os vetores normais a cada uma de suas faces está paralelo aos eixos de simetria do meio, então as propagações das ondas mecânica de face a face dar-se-ão nas direções cristalográficas do meio, tendo velocidade de

[1] O fenômeno de dispersão em ondas acústicas para meios linearmente elásticos ocorre devido à superposição das ondas parciais (quasi-)longitudinal com as duas outras ondas de (quasi-)cisalhamento. Este é um ponto sensível da teoria, pois, como na física de propagações de ondas eletromagnéticas não guiadas em meios translúcidos, as ondas acústicas podem ter sua matriz de rigidez dependente da frequência e assim pode ocorrer o fenômeno de dispersão em ondas volumétricas, denominado de dispersão cromática.

fase e velocidade de grupo paralelas e sem dispersão. Além disso, se apenas ondas longitudinais (ondas longitudinais ou de pressão) são excitadas na amostra e se a densidade média ρ do meio é conhecida, então os elementos C'_{11}, C'_{22} e C'_{33} podem ser inferidos das expressões dadas em (48), (49) e (50) tal que

$$C'_{11} = \rho c^2_{L,11}, \quad C'_{22} = \rho c^2_{L,22}, \quad C'_{33} = \rho c^2_{L,33}; \tag{208}$$

assim como os elementos C'_{44}, C'_{55} e C'_{66} podem ser inferidos a partir das velocidades de propagação de ondas de cisalhamento, tal que

$$C'_{44} = \rho c^2_{s,32} = \rho c^2_{s,23}, \quad C'_{55} = \rho c^2_{s,31} = \rho c^2_{s,13}, \quad C'_{66} = \rho c^2_{s,12} = \rho c^2_{s,21}. \tag{209}$$

Os outros elementos não diagonais de C' podem ser analogamente determinados via propagação de ondas nas direções diagonais de uma amostra no formato de duodecaedro regular, mas não são aqui mostradas. O que deve-se ter em conta é que estes elementos não diagonais só podem ser determinados após os elementos diagonais terem sido calculados previamente.

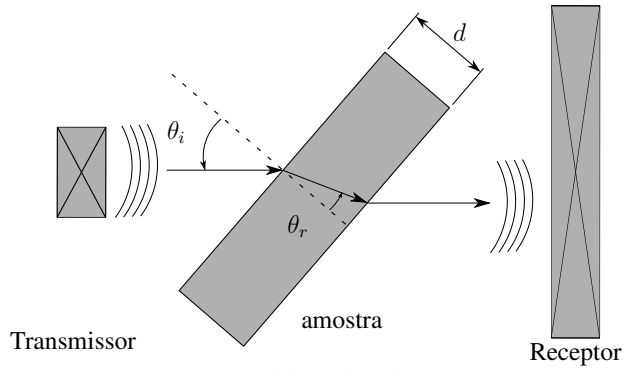
3.2.1.2 Técnica de goniometria de imersão

O método de goniometria de imersão (CHU; ROKHLIN, 1994; ARISTEGUI; BASTE, 1997; REDDY et al., 2005; VISHNUVARDHAN; KRISHNAMURTHY; BALASUBRAMANIAM, 2008) é muito semelhante ao método de contato se for considerado que a espessura do acoplante agora pode ser maior e que a amostra varia sua orientação em relação à direção incidente da onda. Além disso a intenção ainda é medir as velocidades de propagação no meio com o acréscimo de sua dependência com o ângulo de propagação na amostra.

O método baseia-se em utilizar um sistema de transdutores de excitação-recepção ultrassônico imersos em água juntamente com um sistema de rotacionamento da amostra do material que deseja-se inferir as constantes elásticas.

A Figura 10 ilustra a disposição dos transdutores de emissão, de recepção e a amostra, na técnica de imersão: o ângulo de incidência θ_i e a espessura da amostra d; o que é inferido a a partir da velocidade da água e do ângulo de incidência: o ângulo de refração θ_r. Com todo o sistema imerso em água, o transdutor de excitação gera um pulso de pressão volumétrica na água que atinge a interface água-amostra e excita os modos longitudinal e/ou de cisalhamento na amosta que se propaga e, novamente, surge na outra interface da amostra que agora excita uma onda longitudinal na água. Esta onda é agora detectada por um sensor e os traços temporais são armazenados. O procedimento repete-se para diversos ângulos de incidência da onda sobre a amostra, e assim, os traços temporais são relativos ao ângulo de incidência da onda. Tendo feito isso, retira-se a amostra da água e repete-se novamente o procedimento, porém agora o traço temporal é relativo à propagação da onda apenas na água. Como apenas a amostra é rotacionada relativamente aos transdutores, a distância entre eles mantém-se constante.

Figura 10 – Relação entre os ângulos de incidência refração e a espessura da amostra.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com os traços temporais determinam-se as diferenças de tempos, Δt, entre os pulsos na água com e sem amostra, em função do ângulo de incidência. Como mostra Reddy et al. (2005), a velocidade de fase na amostra é diretamente determinada a partir da diferença de tempo Δt, da espessura da amostra d do ângulo de incidência θ_i e da velocidade do som na água c_w, sendo que para transmissão direta a velocidade de fase é

$$c_p = \left[\left(\frac{\Delta t}{d} \right)^2 - \frac{2\Delta t}{c_w d} \cos\theta_i + \left(\frac{1}{c_w} \right)^2 \right]^{-1/2} . \tag{210}$$

Dado que a velocidade do som na água, c_w, é conhecida (GROSSO; MADER, 1972), pode-se determinar o ângulo de refração na amostra através da lei de Snell-Descartes

$$\theta_r = \operatorname{arcsen} \left(\frac{c_p}{c_w} \operatorname{sen} \theta_i \right) \tag{211}$$

e assim proceder com a inversão de velocidades para determinar os elementos da matriz de rigidez.

3.2.2 Métodos e resultados experimentais

Os ensaios usando a técnica de contato foram realizados no Laboratório de Ultrassom do Departamento de Engenharia Elétrica de Ilha Solteira, sob a supervisão do Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti e os ensaios de imersão usando o goniômetro foram executados no Laboratório de Ultrassom da Escola Politécnica da USP, sob supervisão do Prof. Dr. Julio Cesar Adamowski.

As amostras utilizadas para caracterização do compósito têxtil foram fornecidas pela empresa ALLTEC na forma de três peças planas de espessuras distintas com aproximadamente $15\,\text{cm} \times 15\,\text{cm}$ de largura e comprimento com ordem de empilhamento$[0]_n$, em que n é o número de camadas necessário para se ter a peça na espessura desejada. A Figura 11 apresenta as amostras 1, 3 e 5, que são semelhantes às amostras 2, 4 e 6, usadas no teste de contato. Cada uma das três peças foi então cortada em quatro quadrados menores e separadas em pares; planificadas de forma a se obter paralelepípedos. Formou-se assim dois grupos com seis peças constituídas

Figura 11 – Amostras 1, 3 e 5 de compósito têxtil de trama simples carbono-epóxi (T300-F155) com empilhamento $[0]_n$, respectivamente da esquerda para a direita.

Fonte: Elaborada pelo autor.

por três pares de amostras. Para efeitos práticos os pares de amostras mais delgadas (amostras 5 e 6) não foram utilizadas, restando então dois pares de amostras por grupo. Um dos grupos de amostras foi usado na técnica de goniometria de imersão e o outro na técnica de contato.

Para a caracterização do compósito foi necessário estimar sua densidade e conhecer as dimensões para uso no método de contato e no de goniometria. As dimensões foram medidas com um micrômetro de precisão $0{,}002$ mm (TESA, Digimaster 0–25 mm) e as massas foram medidas em uma balança (P.A.C.I.S.A, Sartorius 1216MP) com precisão de $0{,}01$ g. O grupo utilizado na técnica de contato e para a determinação da densidade média do compósito tem suas dimensões apresentadas na Tabela 1, na qual $\overline{\Delta x_i}$, $\overline{\Delta y_i}$ e $\overline{\Delta z_i}$ são as dimensões médias de cada amostra que gera o volume médio $\overline{\Delta V_i}$; $\overline{\Delta m_i}$ é massa média e $\overline{\rho_i}$ é a densidade volumétrica de massa média.

A densidade de massa do compósito, por fim, é representada usando o valor médio e calculando o erro experimental, obtendo-se como resultado $\rho = (1{,}564 \pm 0{,}002) \times 10^3$ kg/m^3.

Para o estudo de propagação de ondas linearmente elásticas no compósito têxtil fez-se necessária a análise de suas propriedades elásticas assim como o conhecimento da densidade do material. Devido à disposição das fibras na forma de tecido de trama simples, considerou-se que a urdidura e a trama possuem propriedades elásticas iguais, o que leva à hipótese de que cada lâmina do material tenha simetria tetragonal. Com simetria tetragonal, a matriz de rigidez C' apresenta seis parâmetros independentes que caracterizam completamente as propriedades elásticas do meio: C'_{11}, C'_{12}, C'_{13}, C'_{33}, C'_{44} e C'_{66}. O compósito têxtil foi caracterizado utilizando as duas técnicas: a propagação de ultrassom por contato no modo pulso-eco e a técnica de de

Tabela 1 – Dimensões e densidades das amostras de CRP com sequência de empilhamento $[0]_n$.

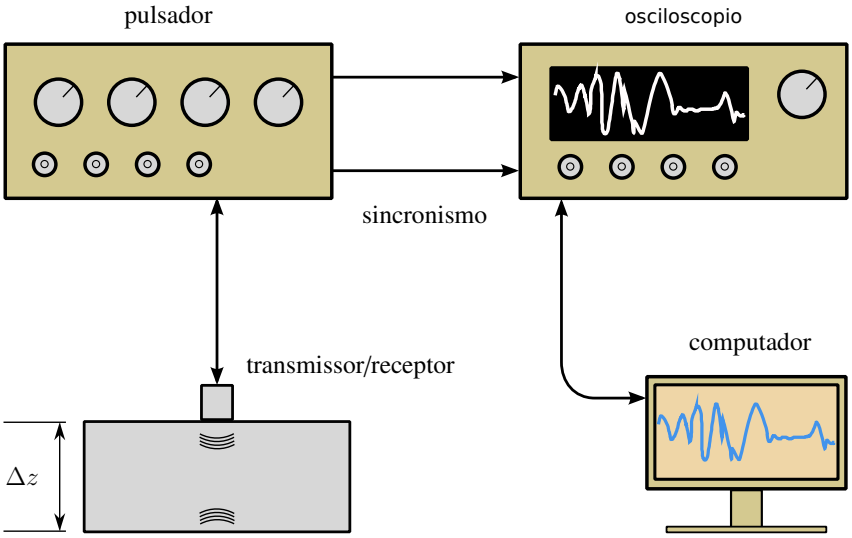
amostra i	$\overline{\Delta x_i}/[\mathrm{mm}]$	$\overline{\Delta y_i}/[\mathrm{mm}]$	$\overline{\Delta z_i}/[\mathrm{mm}]$	$\overline{\Delta m_i}/[\mathrm{g}]$	$\overline{\Delta V_i}/\left[10^{-6}\mathrm{m}^3\right]$	$\overline{\rho_i}/\left[10^3\mathrm{kg/m}^3\right]$
1	70,03	70,00	7,199	55,18	35,29	1,564
2	70,02	70,07	7,034	53,98	34,51	1,564
3	74,92	74,90	4,398	38,54	24,68	1,562
4	74,98	75,02	4,382	38,60	24,65	1,566

Fonte: Elaborada pelo autor.

goniometria de imersão em água.

Para a aplicação da técnica de contato, foram utilizados dois transdutores de $3{,}5\,\text{MHz}$ e $1{,}0\,\text{MHz}$ (Olympus) que aplicaram ondas longitudinais pulsadas geradas por um pulsador (Panametrics, 5077PR). A Figura 12 ilustra o procedimento usado para medir os tempos de atraso com a técnica de contato. Os sinais foram aplicados nas faces paralelas nas direções z, com espessuras $\overline{\Delta z_i}$. Não foi possível efetuar o ensaio usando as outras faces devido à espessura muito pequena das amostras na direção z, o que limitou à inferência de apenas C'_{33}, considerando a densidade $\rho = 1{,}56 \times 10^3\,\text{kg/m}^3$. A Figura 13 mostra os resultados do teste de contato aplicado às amostras 1 e 2, os sinais $v\,(t)$, a correlação cruzada $(v * v)$ e os tempos de atraso τ_{atraso}.

Figura 12 – Técnica de contato usando um transdutor trabalhando no sistema pulso-eco.



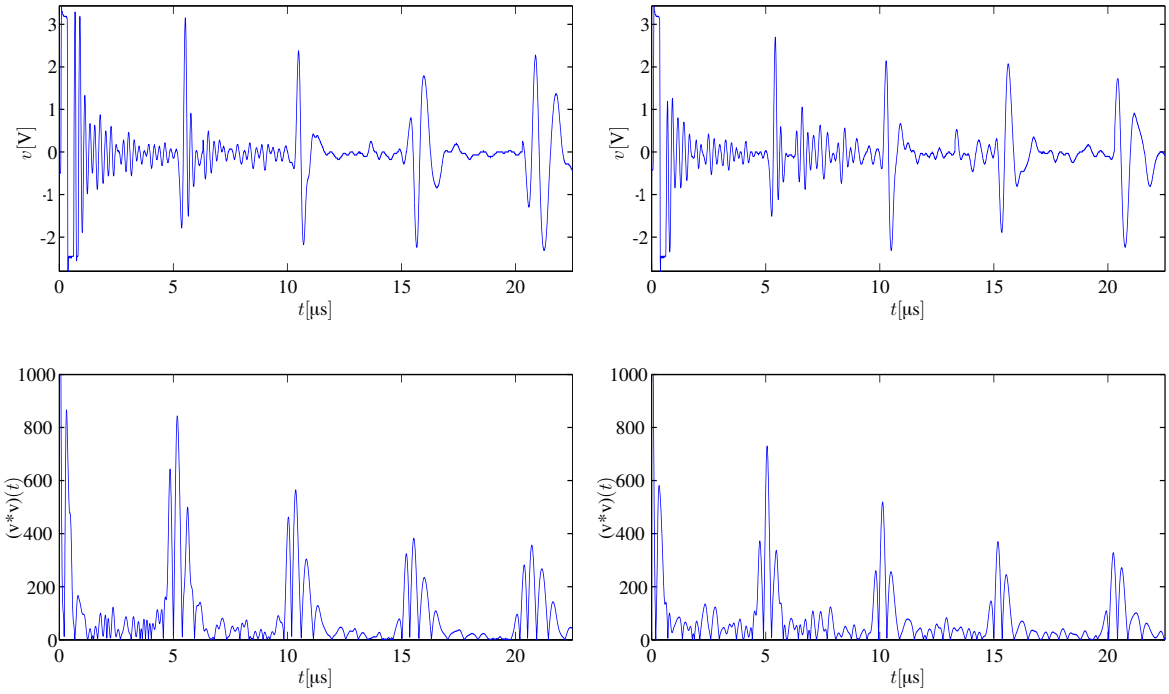
Fonte: Elaborada pelo autor.

De todas as amostras usadas nesta técnica, somente as amostras 1 e 2 mostraram-se eficientes para a detecção dos sinais oriundos dos ecos entre as faces paralelas. Os tempos entre estes ecos foram estimados através do método de correlação cruzada dos sinais, associado ao ganho variável na captura dos vários ecos. O tempo médio $\overline{\Delta t_i}$ para cada amostra foi estimado e as velocidades foram determinadas diretamente pela relação $v_i = \overline{\Delta z_i}/\overline{\Delta t_i}$, com $i = 1, 2$, tendo o coeficiente $C'_{33} = \sqrt{v_i/\rho}$ calculado. A Tabela 2 mostra os resultados da estimativa do coeficiente C'_{33} pela técnica de contato usando das amostras 1 e 2. Esta estimativa pode ser usada para validar parcialmente os resultados obtidos pelo algoritmo de procura usado com o método de goniometria de imersão.

A técnica de goniometria de imersão foi utilizada para a determinação dos seis coeficientes da matriz de rigidez C'_{11}, C'_{12}, C'_{13}, C'_{33}, C'_{44} e C'_{66}. Os ensaios de imersão foram realizados no Laboratório de Ultrassom da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. A Figura 14 mostra o sistema goniométrico utilizado para a aquisição dos sinais. Foram utilizados um pulsador (Panametrics, 5077PR), um transdutor de emissão e um transdutor de recepção

Figura 13 – Sinais dos testes de contato com as amostras 1 (esquerda) e 2 (direita) empregando ganhos diferentes temporamente. Os sinais capturados (em cima), a correlação cruzada (ao meio) e o resultado do tempo de atraso τ_{atraso} entre os máximos de cada região (embaixo).

(a) Amostra 1. (b) Amostra 2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 2 – C'_{33}, técnica de contato.

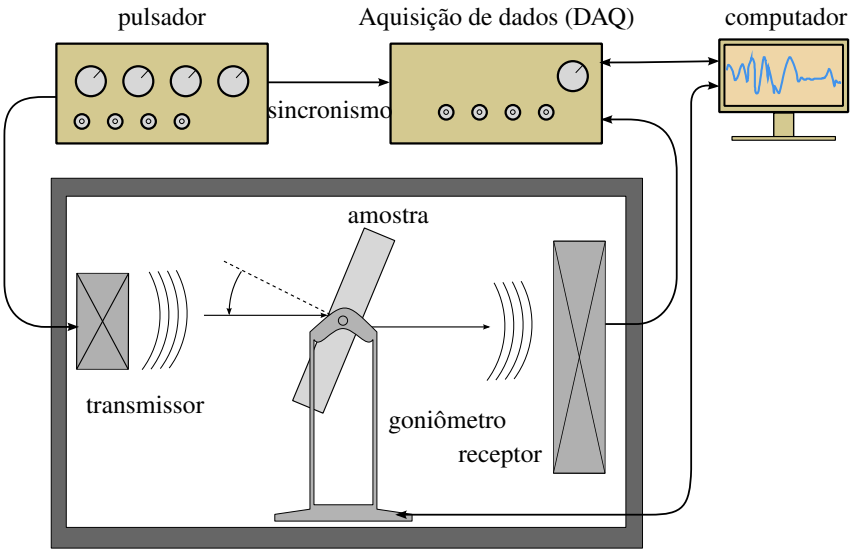
amostra i	1	2
C'_{33}(GPa)	$12{,}06 \pm 0{,}05$	$12{,}06 \pm 0{,}02$

Fonte: Elaborada pelo autor.

de PVDF acoplados a um sistema computadorizado de controle e aquisição (DAQ) ultrassônico. Foi utilizada uma amostra com espessura de $(7{,}448 \pm 0{,}002)$ mm e densidade estimada de $\rho = (1{,}568 \pm 0{,}001) \times 10^3$ kg/m^3 via método de Arquimedes, executado no Laboratório de Ultrassom da EPUSP. Há de se notar aqui que os métodos de estimativa da densidade de massa produziram valores concordantes com três algarismos significativos, ou seja, a densidade de massa é $1{,}56 \times 10^3$ kg/m^3, mesmo levando-se em consideração que, no método da divisão da massa pelo volume, há uma incerteza na estimativa do volume devido aos erros inerentes à construção: a planicidade de cada uma das faces das amostras, paralelismo entre faces opostas e perpendicularidade entre faces adjacentes.

Foram feitos vários testes de inversão para obter as constantes elásticas a partir das velocidades ultrassônicas medidas. O algoritmo de inversão baseou-se no método dos mínimos

Figura 14 – Imagem ilustrativa do sistema goniométrico de controle e captura de sinais e amostra.



Fonte: Elaborada pelo autor.

quadrados, ou seja, a busca pela minimização da função que é a soma dos quadrados das diferenças entre as velocidades experimental e teórica. O ponto chave neste método, levando-se em conta que a busca ocorre num espaço de seis incógnitas, é tentar vários valores iniciais para o algoritmo de procura de forma que ele escolha uma solução que seja um mínimo global ou, pelo menos, um mínimo local aceitável. Isso foi feito de forma aleatória nos valores iniciais do algoritmo: foi feito um sorteio aleatório de seis valores para as incógnitas e executou-se o algoritmo de busca; repetiu-se o processo de sorteio e de busca até exaurir-se o número de tentativas estipuladas. A solução que apresentasse menor valor da função objetivo seria a escolhida como solução do problema.

Em todas as inversões foi considerada a matriz de rigidez com simetria material tetragonal. A Tabela 3 apresenta os resultados das inversões das velocidades ultrassônicas quando são usados somente os sinais propagados nas direções $0°$ ou $90°$. Nestas direções, e com simetria tetragonal, somente os parâmetros C'_{11}, C'_{13}, C'_{33} e C'_{44} são determinados, enquanto os dois parâmetros restantes, C'_{12} e C'_{66} são insensíveis à inversão nestas direções. A Tabela 4 apresenta os resultados das inversões de velocidades usando os sinais propagados na direção $45°$ e usando os sinais de propagação nas direções $0°$ e $45°$ conjuntamente. Os parâmetros C'_{11}, C'_{13}, C'_{33} e C'_{44} são obtidos rapidamente pelo algoritmo de busca e otimização via métodos dos mínimos quadrados, porém os parâmetros C'_{12} e C'_{66} são muito sensíveis com relação aos valores iniciais de busca e muito instáveis, produzindo valores muito distintos dos mostrados nas Tabelas 4 e com valores da função objetivo muito altos, ou seja, os valores ótimos são locais e não globais. Isso se deve principalmente ao fato que na modelagem, via equação de Christoffel, os parâmetros C'_{12}e C'_{66} aparecem somados em dois dos elementos do tensor acústico e de forma separada em outros elementos, além do fato que somente os dados a $45°$ são dependentes deles.

Tabela 3 – Parâmetros do CTPRFC T300-F155 (Hexcel Composites) obtidos via inversão de velocidades de ondas a $0°$ e $90°$.

	$C'_{11} = C'_{22}$ (GPa)	C'_{12} (GPa)	$C'_{13} = C'_{23}$ (GPa)	C'_{33} (GPa)	$C'_{44} = C'_{55}$ (GPa)	C'_{66} (GPa)
$\theta = 0°$	65,10	—	8,927	12,27	2,686	—
$\theta = 90°$	60,91	—	8,448	12,03	2,773	—
diferença percentual	7,38	—	5,37	1,92	3,25	—

Fonte: Elaborada pelo autor.

Pode-se verificar que a maioria das constantes elásticas não têm uma diferença importante quando são usados os dados nas direções $0°$ e $90°$, a não ser C_{11} que tem uma variação de 7,38% entre as direções. Como este parâmetro está diretamente associado à velocidade da onda volumétrica longitudinal nestas direções, espera-se que os resultados experimentais mostrem esta diferença de comportamento.

Os valores obtidos pelo algoritmo de busca e otimização levaram em conta somente os sinais a $45°$, ou ambos sinais a $0°$ e $45°$. A comparação entre os resultados das inversões, usando somente os sinais a $45°$, ou ambos a $0°$ e $45°$, mostraram-se concordantes, sendo que a diferença relativa entre eles é mostrado ao final da Tabela 4. Os parâmetros obtidos com os dados a $0°$ e $45°$ foram considerados como representantes da lâmina de compósito têxtil e foram utilizados para a obtenção das curvas de dispersão, superfícies de onda, superfícies de lentidão e padrões de focalização no laminado multicamada.

3.3 OBTENÇÃO DAS CURVAS DE DISPERSÃO

Com os parâmetros elásticos e densidade média de cada lâmina estimados procede-se com os experimentos de propagação de onda guiada nas placas de teste em que serão verificados posteriormente a viabilidade de detecção de defeitos. Nesta seção mostra-se a adequação do modelo de propagação de ondas em placas multicamadas, mostrado no Capítulo 2, para a previsão das velocidades em função do ângulo e da frequência, para o caso de placas planas

Tabela 4 – Parâmetros do CTPRFC T300-F155 (Hexcel Composites) obtidos via inversão de velocidades de ondas a $0°$ e/ou $45°$.

	$C'_{11} = C'_{22}$ (GPa)	C'_{12} (GPa)	$C'_{13} = C'_{23}$ (GPa)	C'_{33} (GPa)	$C'_{44} = C'_{55}$ (GPa)	C'_{66} (GPa)
$\theta = 45°$	61,09	7,192	8,423	12,45	2,933	10,33
$\theta = \{0°; 45°\}$	61,69	6,963	8,621	12,36	2,768	12,01
diferença (%)	0,967	3,30	2,30	0,68	5,94	14,02

Fonte: Elaborada pelo autor.

multicamadas. São comparados os resultados experimentais com os resultados teóricos das velocidades de fase, das curvas de onda e dos fatores de focalização elástica especificamente para os modos fundamentais antissimétrico A0 e simétrico S0. Como será visto no próximo Capítulo, os modos A0 e S0 são os únicos modos preponderantemente excitados nos espécimes de placas que foram utilizados.

3.3.1 Métodos e resultados numéricos

3.3.1.1 Equações características e suas raízes

Pode-se representar quaisquer das equações características como

$$\mathscr{F}\left(\omega,k;\theta\right) = 0$$

sendo uma função da frequência angular $\omega = 2\pi f$, da magnitude $k = 2\pi/\lambda$ do vetor de onda, e parametrizada pela direção de propagação θ, especificada em relação ao eixo principal χ_1 do laminado.

3.3.1.1.1 Métodos de solução das equações características

Tipicamente usaram-se dois métodos de procura por zeros de $\mathscr{F}\left(\omega,k;\theta\right)$:

- mudança de sinal de $\mathscr{F}$: a procura por valores nulos ou cruzamentos com zero (LOWE, 1995), o que implica mudanças de sinal na função $\mathscr{F}$ quando especificado θ e um valor para k e variando ω;

- valor absoluto de $\mathscr{F}$ abaixo de um limiar: quando especificado θ e um valor para k e variando ω, procura-se por valores que minimizem $\mathscr{F}$ abaixo de um limiar (LOWE, 1995) e em um pequeno intervalo $\omega_j - \epsilon < \omega < \omega_j + \epsilon$.

Para qualquer que seja o método de procura, é adequado definir as variáveis que são usadas para o procedimento. Considerando as variáveis $\mathcal{D} = d/\lambda$ e $\mathcal{F} = f \cdot d$, que aparecem nas equações características, procede-se escolhendo uma região R no plano $\mathcal{D}$-$\mathcal{F}$ para a procura e discretiza-se a abscissa $\mathcal{D}$ com valores $\mathcal{D}_m$ e da ordenada $\mathcal{F}$ com valores $\mathcal{F}_n$. Para cada $\mathcal{D}_m$, procura-se no intervalo $[\mathcal{F}_n,\mathcal{F}_{n+1}]$ por valores que satisfaçam ou a troca de sinal $\mathscr{F}$ ou a minimização de $|\mathscr{F}|$.

O procedimento deve ser antecedido por uma avaliação gráfica para poder-se contabilizar o número de zeros que $\mathscr{F}$ apresenta e, assim, verificar a eficácia do algoritmo. Variações pequenas entre $\mathcal{D}_m$ e $\mathcal{D}_{m+1}$ devem ter o mesmo número de soluções em $\mathcal{F}$.

3.3.1.1.2 Procura por cruzamento com zero: mudança de sinal

A função $\mathscr{F}$ pode apresentar em sua imagem valores somente reais, somente imaginários ou complexos, dependendo de quais são os tipos de modos procurados e se a propagação se dá em um eixo cristalográfico ou fora dele.

Para o método de mudança de sinais de $\mathscr{F}$, deve-se levar em conta que a função deve ser contínua no intervalo de busca pelo zero ou que o candidato a zero da função passe por testes para que não seja um falso zero. Por exemplo, a função tangente apresenta mudança de sinal e é descontínua em $(n + 1/2)\,\pi$, para n inteiro.

- Caso de funções reais (ou imaginárias): $\mathscr{F}$ tem somente valores reais (imaginários) em sua imagem, e assim, é suficiente procurar por trocas de sinais entre a discretização de uma das variáveis escolhidas, tendo a outra fixa, o parâmetro direção especificado e também verificar se alguma escolha de ponto já é por si só um zero da função;

- Caso de funções complexas: $\mathscr{F}$ pode apresentar mudança de sinal na componente real, mantendo a componente imaginária nula; pode apresentar mudança de sinal na componente imaginária, mantendo a componente real nula, ou pode apresentar mudança de sinal em ambas as componentes real e imaginária; e também, verificar se alguma escolha de ponto já é por si só um zero da função.

Há alguns problemas numéricos, pois em cada um dos casos pode-se não ter exatamente valores nulos em uma das componentes devido a erros inerentemente numéricos. Nestes casos foi necessário incluir uma tolerância para valores muito pequenos no teste de zero de uma das componentes de $\mathscr{F}$.

Em alguns casos de saída complexa os algoritmos implementados não foram capazes de determinar zero de função, mesmo que este existisse no intervalo testado.

3.3.1.1.3 Procura por valores absolutos nulos

Para contornar o problema da procura por zeros via mudança de sinal nas componentes da função, implementou-se a procura recorrente por valores abaixo de um determinado limiar de valor absoluto de $\mathscr{F}$.

Este método quando utilizado isoladamente apresenta algumas peculiaridades não desejadas: é semi-automático e precisa de verificação gráfica. Para cada conjunto de parâmetros iniciais θ e k, dado um intervalo de procura em ω, o método mostrou-se eficiente se fosse verificado graficamente. Esta verificação serviu para descartar falsos zeros e para incluir zeros não obtidos se o limiar fosse muito baixo ou o passo em ω muito grande. Assim o método mostrou-se semi-automático, devido a necessidade de intervenção do operador.

Esse método de procura mostrou-se mais eficiente em alguns casos. Um método híbrido de procura por mudança de sinal apoiado pela minimização da função $|\mathscr{F}|$, aplicado ao método de seguimento de caminho, proporcionou resultados automatizados.

As funções de minimização usadas foram `fminsearch` e `fminunc` implementadas nativamente no ambiente Matlab.

3.3.1.1.4 Técnica de seguimento de caminho

Esta técnica necessita de soluções preliminares em todo o intervalo da ordenada $\mathcal{F}$ em um determinado valor fixo $\mathcal{D}_m$: as soluções podem ser denotadas por $\left(\mathcal{D}_m,\tilde{\mathcal{F}}_{m,n}\right)$. Para cada solução em m faz-se a propagação tentando uma proposta de solução em $m+1$, $\left(\mathcal{D}_{m+1},\bar{\mathcal{F}}_{m+1,n}\right)$, que é minimizada via procura em seu entorno através de um algoritmo de minimização. Esta abordagem funciona desde que a solução proposta $\bar{\mathcal{F}}_n$ tenha uma boa previsão.

A previsão de solução é feita através de diferenças finitas usando um, dois ou três pontos anteriores, tal que

$$\bar{\mathcal{F}}_{m,n} \approx \tilde{\mathcal{F}}_{m-1,n} + \frac{\Delta\tilde{\mathcal{F}}_n}{\Delta\mathcal{D}}\Delta\mathcal{D}, \tag{212}$$

em que $\Delta\tilde{\mathcal{F}}_n$ é a diferença finita retroativa de ordem zero, ordem um ou ordem dois, dependendo de quantos pontos anteriores são usados.

1. dado um ponto anterior, $\left(\mathcal{D}_{m-1},\tilde{\mathcal{F}}_{m-1,n}\right)$, a proposta de solução a ser minimizada é $\left(\mathcal{D}_m,\tilde{\mathcal{F}}_{m-1,n}\right)$ levando a uma solução melhor $\left(\mathcal{D}_m,\tilde{\mathcal{F}}_{m,n}\right)$;

2. dados dois pontos anteriores, $\left(\mathcal{D}_{m-2},\tilde{\mathcal{F}}_{m-2,n}\right)$ e $\left(\mathcal{D}_{m-1},\tilde{\mathcal{F}}_{m-1,n}\right)$, a proposta de solução a ser minimizada é $\left(\mathcal{D}_m,2\tilde{\mathcal{F}}_{m-1,n} - \tilde{\mathcal{F}}_{m-2,n}\right)$ levando a uma solução melhor $\left(\mathcal{D}_m,\tilde{\mathcal{F}}_{m,n}\right)$;

3. dados três pontos anteriores, $\left(\mathcal{D}_{m-3},\tilde{\mathcal{F}}_{m-3,n}\right)$, $\left(\mathcal{D}_{m-2},\tilde{\mathcal{F}}_{m-2,n}\right)$ e $\left(\mathcal{D}_{m-1},\tilde{\mathcal{F}}_{m-1,n}\right)$, a proposta de solução a ser minimizada é $\left(\mathcal{D}_m, (5/2)\,\tilde{\mathcal{F}}_{m-1,n} - 2\tilde{\mathcal{F}}_{m-2,n} + (1/2)\,\tilde{\mathcal{F}}_{m-3,n}\right)$ levando a uma solução melhor $\left(\mathcal{D}_m,\tilde{\mathcal{F}}_{m,n}\right)$;

Esta abordagem forneceu bons resultados devido ao fato que, a partir de dois pontos anteriores, a propagação prevê bom comportamento e separação entre os modos que, como será visto, apresentam curvas muito próximas em algumas regiões de procura de solução.

Deve-se notar também que o processo torna-se completamente automatizado se as soluções iniciais são dadas para procura de zeros em propagação no eixo de simetria, explicitamente na direção $\theta = 0$ e propagadas para ângulos maiores.

Na direção $\theta = 0$ e com $\mathcal{D}_m$ fixo, os modos de Lamb e o modos SH estão desacoplados, e assim, pode-se procurar por soluções na variável $\mathcal{F}$ de cada um separadamente, juntá-las,

ordená-las e considerar que as soluções para propagação em uma direção muito próxima em $\theta + \Delta\theta$ têm soluções não muito distintas. A propagação de soluções entre ângulos próximos é feita usando também o método das diferenças finitas, o que também acelera o processo.

3.3.1.1.5 Erros numéricos

A rotação da matriz ortotrópica leva a uma matriz com determinados elementos não nulos que deveriam, por definição, ser nulos. Estes elementos tem erro relativo da ordem de 10^{-10} ou menor. Este erro numérico devido à rotação foi corrigido, ou seja, os elementos errados foram automaticamente tornados nulos, pois deve-se testar a matriz rigidez para se saber se a propagação dá-se em um eixo de simetria ou fora dele e usar a função correta para solução.

Em regiões nas quais duas curvas de frequência estão muito próximas, o algoritmo de seguimento de caminho erra o caminho, saindo de uma curva e tomando outra. Esse comportamento é resolvido diminuindo o passo $\Delta\mathcal{D}$ na variável $\mathcal{D}$. Porém, como essa instabilidade ocorre muito raramente, optou-se por fazer-se a correção dos caminhos trocados em um pós-processamento semi-automatizado. Observaram-se quatro erros de caminhos em todo o processamento final.

O método da matriz de transferência tem problemas de instabilidade numérica para valores elevados de $f \cdot d$. As instabilidades são inerentes ao método e deve-se usar outro método para que isso não aconteça, se a faixa de frequência-espessura desejada apresentar os erros.

3.3.1.2 Resultados numéricos

Os resultados numéricos foram obtidos através da modelagem do laminado considerando como sendo composto de nove camadas homogêneas. Sua densidade de massa é igual a $1{,}56 \times 10^3$ kg/m^3 e matriz de rigidez C', como na tabela 5, foram rotacionadas de acordo com a sequência de empilhamento [0/90/+45/90/0/90/-45/90/0]. Foi considerada a continuidade nas deformações e tensões mecânicas nas interfaces das camadas e utilizou-se o método da matriz de transferência que leva à função característica do laminado em relação à propagação de ondas elásticas. O laminado foi modelado seguindo suas propriedades elásticas, densidade de massa e espessura real e utilizando o modelo de placa multicamadas desenvolvido no Capítulo 2. As soluções da equação característica descrevem os modos de propagação das ondas guiadas no laminado. Para os modos simétricos há a equação característica denotada por $\mathscr{S} = 0$, enquanto que para os modos antissimétricos a equação é denotada por $\mathscr{A} = 0$. Além disso se for considerada a simetria material tetragonal, os eixos de simetria principal equivalentes e paralelos à urdidura e à trama do compósito são $0°$ e $90°$; ocorrendo também eixos de simetria intermediários a $\pm 45°$. Nestas direções as equações para os modos simétricos e antissimétricos são

ainda mais desacopladas e ocorrem as ondas de Lamb desacopladas dos modos de cisalhamento horizontal, análogos nos meios com simetria material isotrópica.

Nas próximas seções são apresentados os resultados na forma de curvas de dispersão de velocidade de fase e de grupo, ambas para várias direções de propagação indo de $0°$ até $45°$; superfícies de onda para frequências específicas, assim como as curvas de lentidão e os padrões de focalização calculados através do fator de Maris A.

3.3.1.2.1 Curvas de dispersão

A dependência da velocidade de fase com a frequência-espessura para os três primeiros modos de propagação antissimétricos e simétricos é mostrada na Figura 15. As curvas são mostradas no intervalo $fd \in [0; 1900]$ kHz·mm e, considerando a espessura da placa como $d = 1{,}97$ mm, sendo que o intervalo de frequências é $f \in [0; 964{,}46]$ kHz. Este intervalo é suficiente para estudar a propagação de ondas guiadas na placa com esta espessura, pois os modos que foram gerados experimentalmente são os modos A0 no entorno de 50 kHz e S0 no entorno de 300 kHz. Na Figura 15 são apresentadas três curvas de dispersão para cada modo de propagação, cada uma delas descrevendo as propagações dos modos nas direções $0{,}5°$, $22{,}5°$ e $44{,}5°$. As curvas a $0{,}5°$ e $44{,}5°$ são muito próximas dos comportamentos descritos quando a propagação ocorre nas direções dos eixos cristalográficos (eixos de simetria em que os modos de Lamb e SH estão desacoplados em $0°$ e $45°$), respectivamente. O modo A0 tem pouca variação de velocidade de fase com o ângulo de propagação quando comparada com os modos antissimétricos A1, SH1 e com os modos simétricos SH0, S0 e S1. Os modos SH0 e S0 tem variação angular considerável enquanto mantêm uma dependência quase não dispersiva, ou seja, a velocidade de fase é quase uma constante para um intervalo grande em baixas frequências.

Considerando os modos A0 em 50 kHz e S0 em 300 kHz, tem-se $fd = 98{,}5$ kHz·mm e $fd = 591$ kHz·mm para o modo A0 e S0, respectivamente. No entorno destas frequências-espessuras, o modo A0 é fortemente dispersivo enquanto o modo S0 é pouco dispersivo. Isso, aliado à dependência angular das velocidades de fase dos modos, faz com que o modo A0 tenha uma grande variação de velocidade de grupo no entorno de $fd = 98{,}5$ kHz·mm, enquanto que

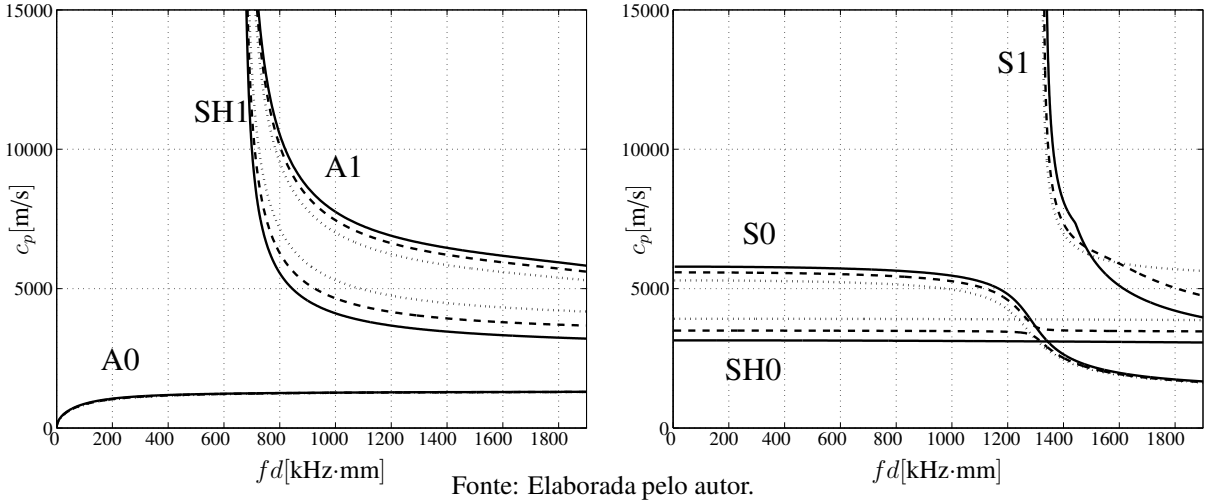
Tabela 5 – Parâmetros do compósito têxtil (Hexcel Composites) contendo os seis elementos da matriz de rigidez, a densidade de massa e a espessura de cada camada.

$C'_{11} = C'_{22}$ (GPa)	C'_{12} (GPa)	$C'_{13} = C'_{23}$ (GPa)	C'_{33} (GPa)	$C'_{44} = C'_{55}$ (GPa)	C'_{66} (GPa)	Densidade (10^3kg/m^3)	Espessura* (mm)
61,69	6,962	8,621	12,36	2,767	12,01	1,56	0,22

Fonte: Dados experimentais obtidos pelo autor.

Nota: * a espessura de cada camada foi obtida a partir da ficha técnica da lâmina de compósito, fornecida pelo fabricante.

Figura 15 – Curvas de dispersão de velocidade de fase. Propagação a $0{,}5°$ (curvas sólidas), $22{,}5°$ (curvas tracejadas), $44{,}5°$ (curvas ponto-tracejadas).



Fonte: Elaborada pelo autor.

o modo S0 tenha variação mais suave, porém não nula, no entorno de $fd = 591$ kHz·mm. Este comportamento pode ser observado nas curvas de velocidade de grupo que estão mostradas na Figura 16.

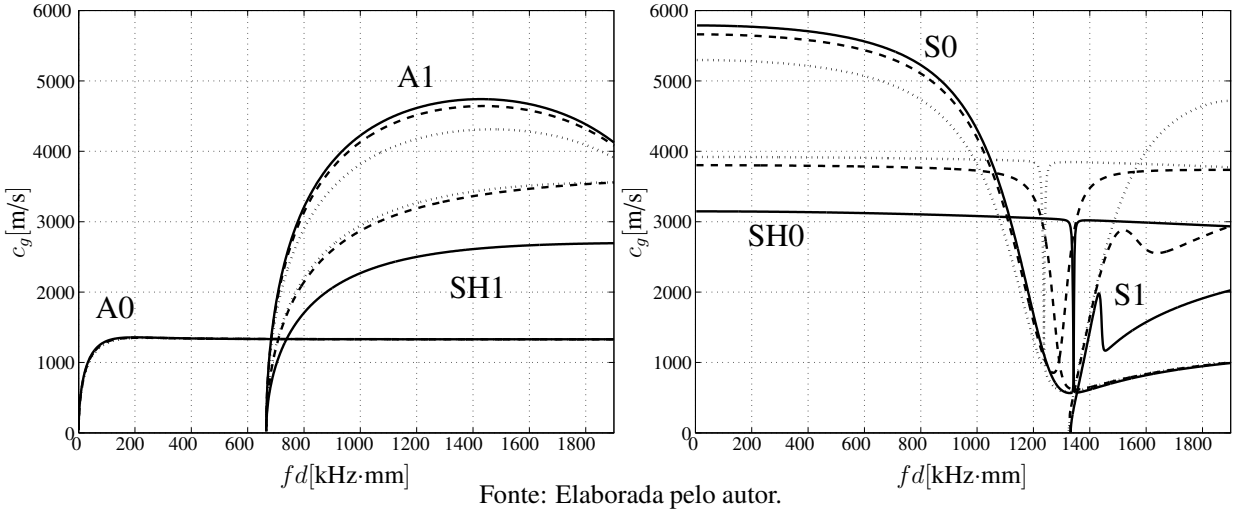
3.3.1.2.2 Velocidades de grupo e ângulo de desvio

As velocidades de grupo para os três primeiros modos antissimétricos e simétricos são mostradas na Figura 16, para os ângulos de $1°$, $22{,}5°$ e $44°$. O intervalo de frequência-espessura é $fd \in [0; 1900]$ kHz·mm, que corresponde ao intervalo de frequências $f =\in [0; 964{,}46]$ kHz, se $d = 1{,}97$ mm. As curvas de velocidade de grupo são calculadas a partir das curvas de velocidade de fase, levando-se em conta as suas variações em frequência e suas variações angulares. Dessa forma se um modo, em um intervalo de frequências, tem pouca ou nenhuma variação de velocidade de fase com a frequência, mas apresenta considerável variação de velocidade de fase com o ângulo, apresentará uma curva de velocidade de grupo não horizontal. O mesmo vale para modos que são fortemente dispersivos e que apresentam variação angular quase desprezível.

Novamente o modo A0 apresenta uma variação angular baixa quando comparado com os outros modos apresentados, mas isso não conota uma variação angular nula das velocidades de grupo. O modo A0 apresenta velocidades de grupo próximas de 1290 m/s em 50 kHz enquanto que o modo S0 varia sua velocidade de grupo de 5080 m/s a 5570 m/s em 300 kHz entre os ângulos de $1°$ e $44°$. Esta variação pode ser observada na ampliação mostrada na Figura 17.

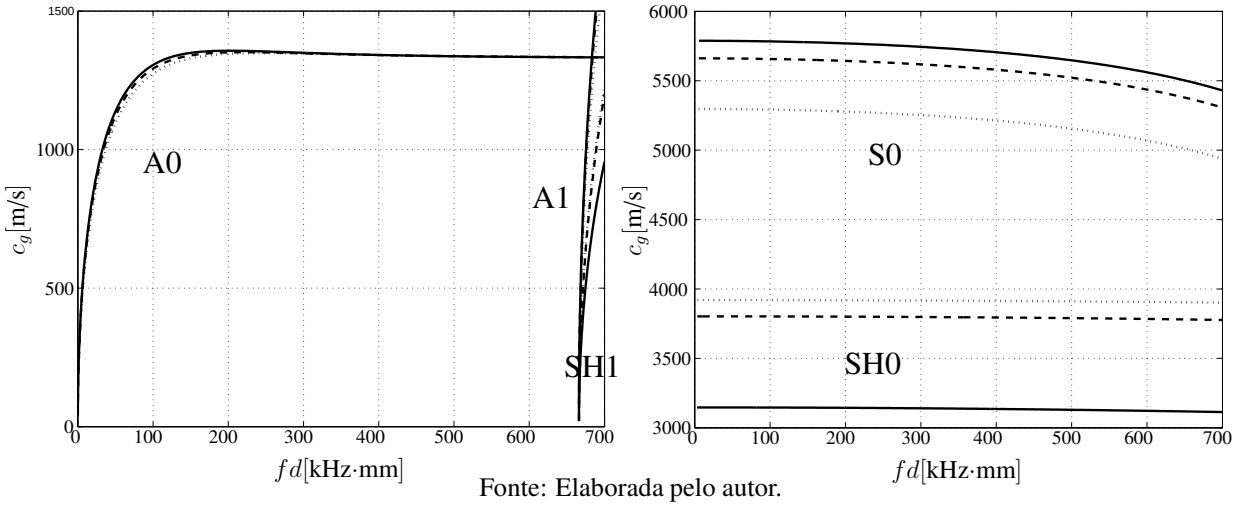
A Figura 18 mostra os resultados do ângulo de desvio de grupo θ_d em função da frequência-espessura fd para os três primeiros modos antissimétricos e simétricos para os ângulos de propagação de velocidade de fase a $0{,}5°$ (curvas sólidas), $22{,}5°$ (curvas tracejadas), $44{,}5°$ (curvas ponto-tracejadas). Nota-se que para os ângulos $0{,}5°$ e $44{,}5°$ os desvios de grupo

Figura 16 – Curvas de dispersão de velocidade de grupo para os modos antissimétricos (esquerda) e simétricos (direita). Propagação a $1{,}0°$ (curvas sólidas), $22{,}5°$ (curvas tracejadas), $44{,}0°$ (curvas ponto-tracejadas).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 17 – Ampliação das curvas de dispersão de velocidade de grupo. Propagação a $1{,}0°$ (curvas sólidas), $22{,}5°$ (curvas tracejadas), $44{,}0°$ (curvas ponto-tracejadas).



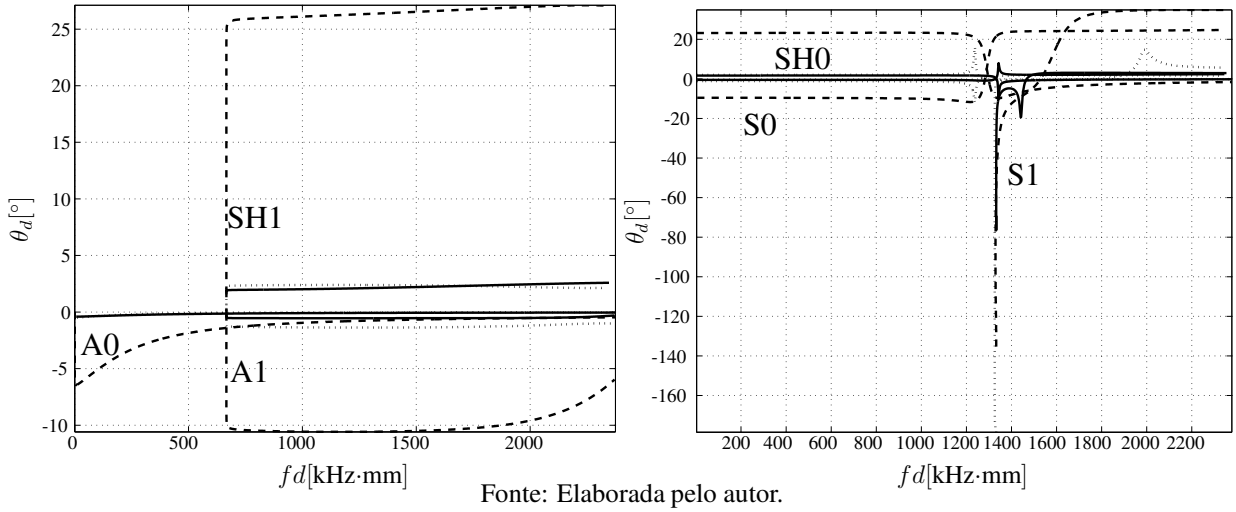
Fonte: Elaborada pelo autor.

são muito próximos de zero devido ao fato que estes ângulos estão próximos dos eixos cristalográficos presentes em $0°$ e $45°$.

3.3.1.2.3 Curvas de onda

As curvas de onda descrevem o comportamento efetivo das frentes de ondas quando se tem um emissor puntiforme, e mostram a dependência angular da velocidade de grupo para uma determinada frequência. A Figura 19 apresenta as curvas de onda para os modos A0, S0 e SH0 em $44\,$kHz, $95\,$kHz e $310\,$kHz. Para um meio isotrópico, as curvas de onda para propagação de ondas volumétricas são descritas por cascas esféricas, enquanto que para ondas guiadas em placas elas são circunferências cujo raio é numericamente igual à velocidade de grupo do modo que se propaga. Em meios anisotrópicos as curvas de onda descrevem padrões periódicos que

Figura 18 – Ângulo de desvio de grupo para os modos antissimétricos (esquerda) e simétricos (direita). Propagação a $0{,}5°$ (curvas sólidas), $22{,}5°$ (curvas tracejadas), $44{,}5°$ (curvas ponto-tracejadas).



Fonte: Elaborada pelo autor.

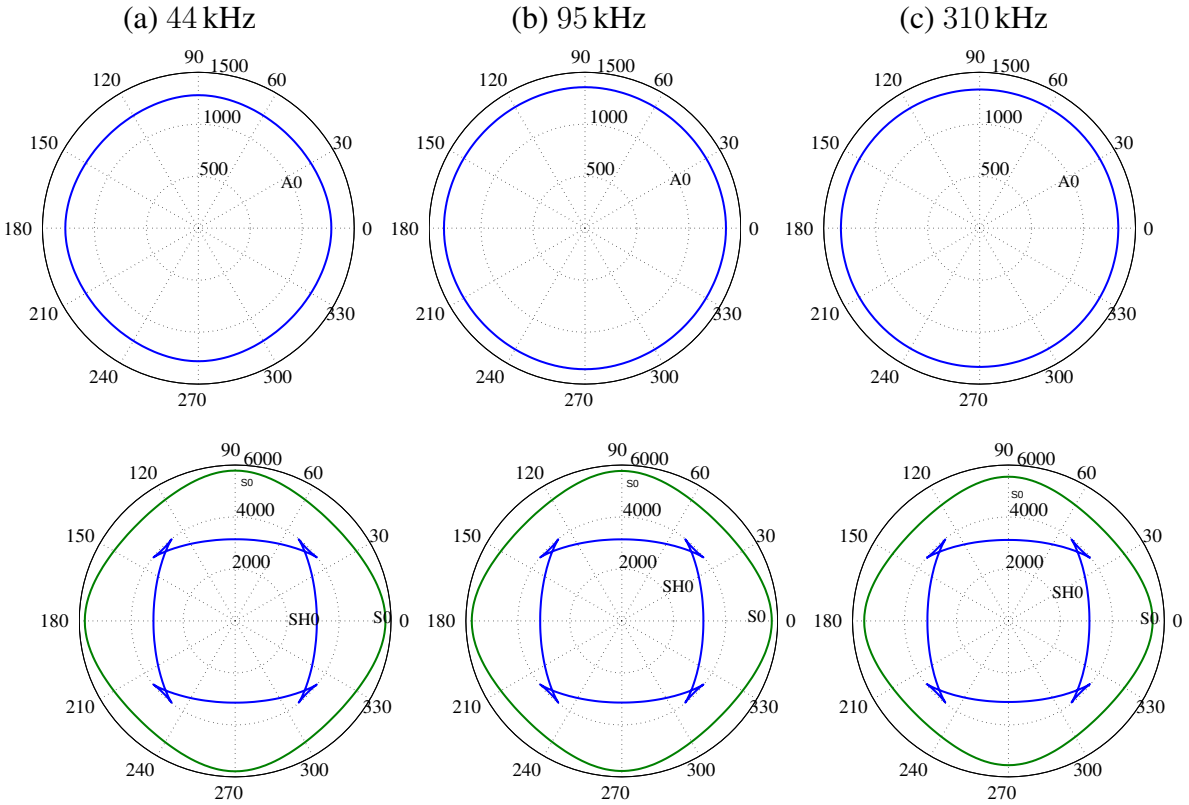
estão relacionados como número de eixos de simetria material equivalentes em que a onda se propaga. No caso específico da placa plana com simetria material tetragonal, os eixos de simetria são as direções equivalentes $0°$ e $90°$, assim como as direções equivalentes $\pm 45°$.

Pode-se observar na Figura 19 que o modo A0 apresenta curvas de onda que tendem a circunferências à medida que a frequência se eleva de 44 kHz até 310 kHz com velocidades aproximadas indo de 1260 m/s a 1335 m/s. O modo S0 mostra-se mais sensível quanto à variação angular. Sua curva de onda é bem distinta de uma circunferência, apresentando curvatura variável com o ângulo. O modo SH0 mostra-se com velocidades de grupo mais baixas comparadas com as do modo S0, porém sua curvatura sofre variações abruptas nas proximidades de $45°$.

Pode-se verificar que, para ao modo SH0, em uma faixa de ângulos em torno de $\pm 45°$, $\pm 135°$ ocorrem duas velocidades de grupo para o mesmo ângulo. Este comportamento do modo SH0 pode ser verificado através da Figura 20 em 310 kHz, na qual mostra-se apenas o intervalo $\theta \in [0°; 45°]$.

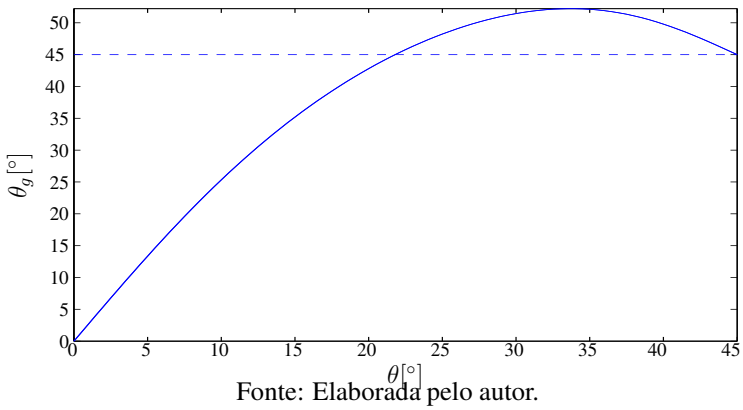
Este é um fenômeno que pode ser esclarecido se for lembrado que cada direção de velocidade de grupo é oriunda de um grupo de velocidades de fase com faixa muito estreita em ângulo e em frequência. Estes grupos de onda viajam em uma direção distinta das direções do grupo resultante, devido ao efeito de desvio angular descrito pelo ângulo de desvio θ_d. Assim, por exemplo, na direção $45°$ que é de simetria, a maior velocidade de grupo que ocorre é oriunda somente da direção de velocidade de fase em $45°$; enquanto que as velocidades de grupo mais baixas são oriundas das velocidades de fase em ângulos que estão em $45° \pm \epsilon$, com $\epsilon \approx 22°$, oi seja, existem três direções θ=$45°$,$45° - 22°$,$45° + 22°$ que produzem o mesmo ângulo de grupo $\theta_g = 45°$.

Figura 19 – Superfícies de onda (velocidades de grupo) dadas em m/s para os modos A0, S0 e SH0 em (a) 44 kHz, (b) 95 kHz e (c) 310 kHz.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 20 – Dependência da direção da velocidade de grupo θ_g com direção de propagação da velocidade de fase θ para o modo SH0 em 310 kHz.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.3.2 Métodos e resultados experimentais

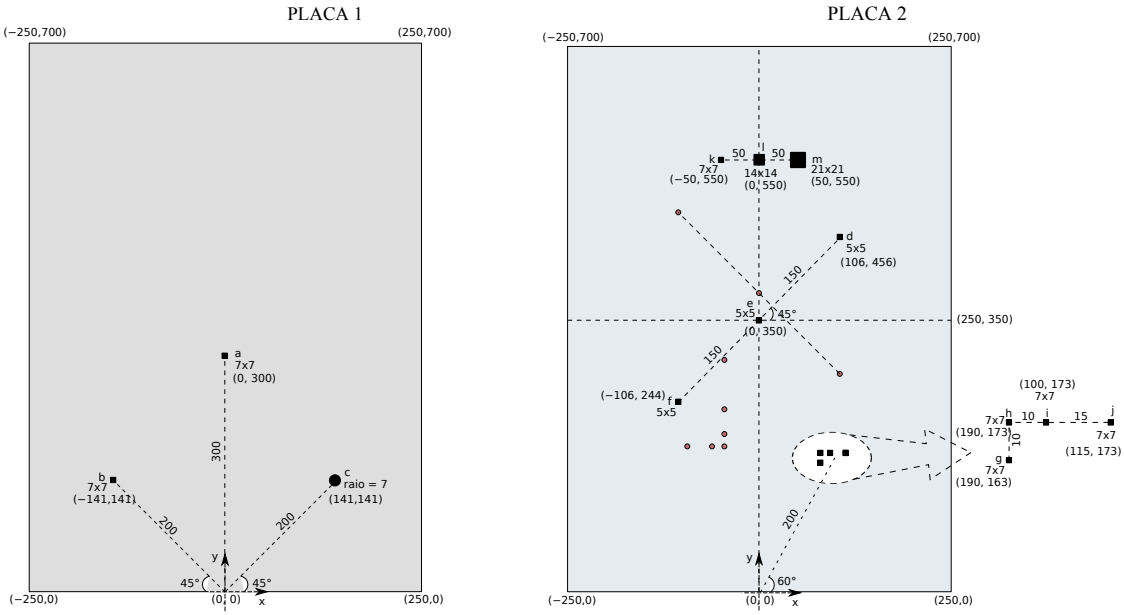
Foi utilizada uma das duas placas planas de compósito têxtil de fibra de carbono de trama simples bidimensional (T300) em matriz epóxi (F155), com nove camadas de mesma espessura e com ordem de empilhamento [0/90/+45/90/0/90/-45/90/0]. As placas possuem dimensões de aproximadamente $490\,\text{mm} \times 690\,\text{mm}$ com espessura média de $1{,}97\,\text{mm}$ e foram identificadas como placa 1 e placa 2. Por serem idênticas e feitas com a mesma sequência de empilhamento, espessura e material, optou-se por executar os ensaios na placa 1.

As placas de compósito têxtil com 9 camadas foram obtidas originalmente seguindo o projeto descrito na Figura 21; seguiram ao corte de aproximadamente $0{,}5\,\text{cm}$ das bordas para uniformizar a espessura da borda. As placas apresentavam-se sem furos ou trincas, com apenas um dos lados muito liso e o outro mais rugoso devido ao processo de construção.

Após a regularização das bordas, as placas ficaram com dimensões aproximadas de $490\,\text{mm} \times 690\,\text{mm} \times 1{,}97\,\text{mm}$ ou seja, pode-se localizar os defeitos incluídos em um sistema de coordenadas xy se forem identificados os vértices da placa como estando nos pontos $P_{EB} = (-245; 0)$, $P_{DB} = (+245; 0)$, $P_{ET} = (-245; 690)$ e $P_{DT} = (-245; 690)$ dados em milímetros, nos quais $E \equiv$ Esquesda, $D \equiv$ Direita, $B \equiv$ Baixo e $T \equiv$ Topo.

As placas foram construídas inicialmente com pequenos pedaços de plástico (teflon) inseridos entre algumas camadas do laminado, para que pudesse ser verificada a possibilidade de sua detecção com os métodos de construção de imagens ultrassônicas. Estes defeitos estão

Figura 21 – Projetos iniciais das placas placa 1 e placa 2 e seus defeitos artificiais incluídos entre algumas camadas. Os círculos e quadrados representam os defeitos artificiais inseridos durante a construção das placas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

ilustrados na Figura 21. Contudo, os defeitos artificiais inicialmente incluídos na construção não puderam ser detectados pelo método de formação de imagem, o que levou à inserção de outros defeitos artificiais que estão descritos a seguir. Dessa forma, as análises e considerações que seguem no Capítulo de inspeção das placas não discutirão os defeitos de construção e sim os defeitos incluídos após a construção das placas.

Para comparação dos resultados teóricos foram feitas varreduras sobre uma placa de fibra de carbono-epóxi com a sequência de empilhamento igual à da modelagem de propagação de ondas elásticas. Os resultados teóricos foram obtidos através do modelo de camadas do laminado, utilizando a matriz de rigidez determinada através da inversão dos dados de velocidade e densidade, com o método de goniometria de imersão. Foram feitos dois grupos de ensaios:

- uma varredura linear por contato utilizando um par de transdutores acoplados a prismas em ângulo, feita nas direções $0°$, $\pm 45°$ e $90°$ do laminado;

- uma varredura óptica nas direções $0°$, $\pm 45°$ e $90°$ com um vibrômetro laser (Polytec, OFV-50x *Vibrometer Sensor Head*; OFV-5000 *Vibrometer Controler*) acoplado à um manipulador de três eixos e excitação com cerâmicas piezelétricas coladas à placa;

Os dois ensaios foram feitos com o objetivo de se determinar as velocidades de fase dos modos A0 e S0 nas direções de simetria material consideradas.

O ensaio de varredura linear por contato com os prismas foi executado no Laboratório de Ultrassom do Departamento de Engenharia Elétrica da Unesp de Ilha Solteira, sob supervisão do Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti, e, o de varredura óptica foi realizado no Laboratório de Ultrassom do ITEFI-CSIC na Espanha, sob a supervisão do Dr. Francisco Montero de Espinosa Freijo e do Dr. Luis Elvira Segura.

O modo S0 tem como características deslocamentos na direção de propagação maiores do que seus deslocamentos perpendiculares; inversamente, o modo A0 apresenta deslocamentos fora do plano maiores do que seus deslocamentos no plano. Assim, o modo S0 é preponderantemente um modo de pressão, enquanto o A0 é um modo de flexão. O ensaio com os prismas é inerentemente por contato via gel acoplante, acoplando de forma mais fácil as ondas longitudinais que surgem da superfície do laminado e refratando para o prisma em ângulo; enquanto que as varreduras ópticas medem os deslocamentos verticais da superfície do laminado (deslocamentos fora do plano). Esta diferença entre quais tipos de deslocamentos são mais fáceis de serem detectados faz com que o ensaio de contato com os prismas detecte amplitudes maiores para o modo S0 do que para o A0; e, em contrapartida, o ensaio por acoplamento óptico mede com mais clareza amplitudes do modo A0 do que do modo S0.

3.3.2.1 Varredura com prismas

Este ensaio foi realizado no Laboratório de Ultrassom do Campus III da Unesp de Ilha Solteira e teve com objetivo analisar as velocidades de fase nas direções de simetria do laminado.

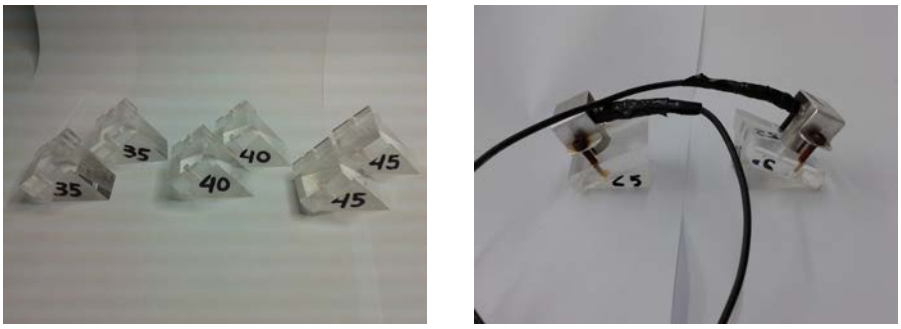
As medições foram feitas em regiões livres de defeitos, de forma que os dados contivessem apenas informações do laminado. Foi utilizada a placa identificada como placa 1 e o método de medição foi o de transmissão-recepção utilizando 2 (dois) transdutores de $5\,\text{MHz}$ acoplados via gel acoplante a prismas de acrílico que foram guiados por um sistema de trilhos com escala milimétrica associada. Um dos transdutores trabalhou como transmissor enquanto o outro como receptor. Foram usados dois pares de prismas para incidência oblíqua de ultrassom sobre a superfície do laminado. A incidência oblíqua é feita com o objetivo de se selecionar velocidades usando a lei de Snell-Descartes para a refração das ondas acústicas. O fundamento usado nesta aplicação é selecionar ângulos de incidência no prisma, θ_{inc}, que levem ao ângulo crítico de reflação no laminado, $\theta_{\text{refr}} = 90°$.

Foram construídos 4 (quatro) pares de prismas para os testes de seleção de velocidades de fase, a qual leva à seleção de números de onda, com ângulos de $25°$, $35°$, $40°$ e $45°$. Cada par de prismas foi construído de forma que o ângulo de incidência da onda com relação à direção normal ao laminado fosse considerado e sua influência nos resultados verificada.

Os pares de prismas foram projetados devido a um ensaio preliminar de propagação com incidência usando um par de prismas com ângulo variável. Neste ensaio verificou-se que os sinais, no método de transmissão-recepção, eram mais expressivos para ângulos de incidência a partir de $35°$. O par de prismas a $25°$ já existia devido a ensaios em outros experimentos do laboratório e foi utilizado para verificar se o sistema poderia ser excitado com este ângulo de incidência, e também, para que pudessem ser comparados com os outros pares de prismas com ângulos maiores. O par de prismas a $45°$ foi projetado para testes complementares, porém não foi efetivamente utilizado.

Imagens de vários pares de prismas e dos transdutores acoplados podem ser vistas na Figura 22. O sinal de excitação foi gerado em um gerador de funções (Tektronix, AFG3101), sendo formado de um pulso senoidal de quatro ciclos com envoltória gaussiana em três frequências centrais de teste: $96\,\text{kHz}$, $840\,\text{kHz}$ e $1{,}5\,\text{MHz}$; amplificado por um amplificador (Electronics and Innovation, modelo 240L) e aplicado no transdutor de 5 MHz (transmissor) acoplado ao prisma selecionado de 25° ou 35°. A Figura 23 ilustra o montagem experimental para a varredura com os prismas. O prisma é acoplado obliquamente ao laminado via gel acoplante e o sinal é recebido por um segundo transdutor (receptor) acoplado a um prisma de mesmo ângulo que o primeiro, para selecionar velocidades iguais às injetadas. O sinal não amplificado é diretamente adquirido por um osciloscópio (Agilent, MSO7014B) e armazenado em computador através de cabo USB. O controle do sistema gerador de funções e osciloscópio é feito

Figura 22 – Prismas de acrílico para incidência oblíqua na superfície do laminado e transdutores acoplados.

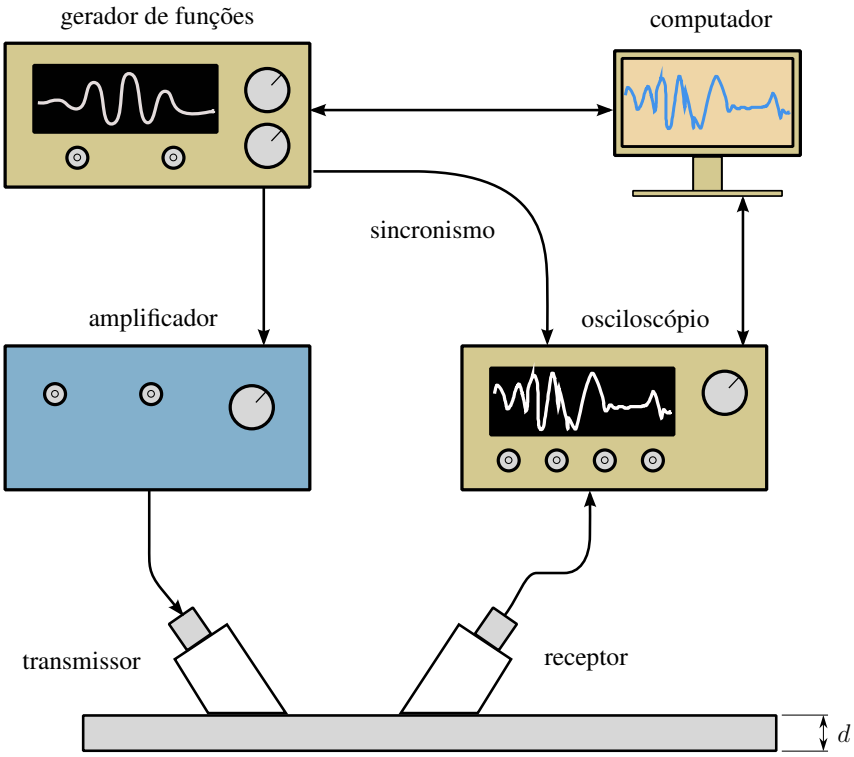


Fonte: Elaborada pelo autor.

via protocolo USBTMC (*Univesal Serial Bus Test and Measurement Class*) gerenciado por um programa de Matlab.

Foram aplicadas forças verticais constantes sobre os suportes do transdutores com a intenção de estabilizar a estrutura e garantir que a pressão feita pelo prisma sobre a placa se mantivesse constante durante a leitura dos sinais e não houvesse influência do operador, já que há a necessidade de impor-se uma pressão maior do que aquela do próprio peso do aparato sem os tarugos. Os transdutores são deslocados a passo de 1 mm e são adquiridos sinais em 64 posições. O papel do trilho com escala é guiar os prismas de acrílico de forma que o transmissor fique alinhado frontalmente com o receptor, facilitando assim o trabalho do operador.

Figura 23 – Esquema de varredura usando os transdutores acoplados aos prismas em ângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Além disso, a escala milimétrica acoplada ao trilho dá ao operador a possibilidade de variações controladas de distância entre um prisma e outro. Essa facilidade dá ainda a possibilidade de aquisição e repetição do ensaio com o controle desejado, a menos do erro experimental na posição inerente à graduação da escala.

3.3.2.2 Varreduras com vibrômetro e manipulador de três eixos

Este ensaio foi realizado no ITEFI-CSIC-Espanha e teve com objetivo comparar seus resultados com os dados obtidos através do ensaio com os prismas.

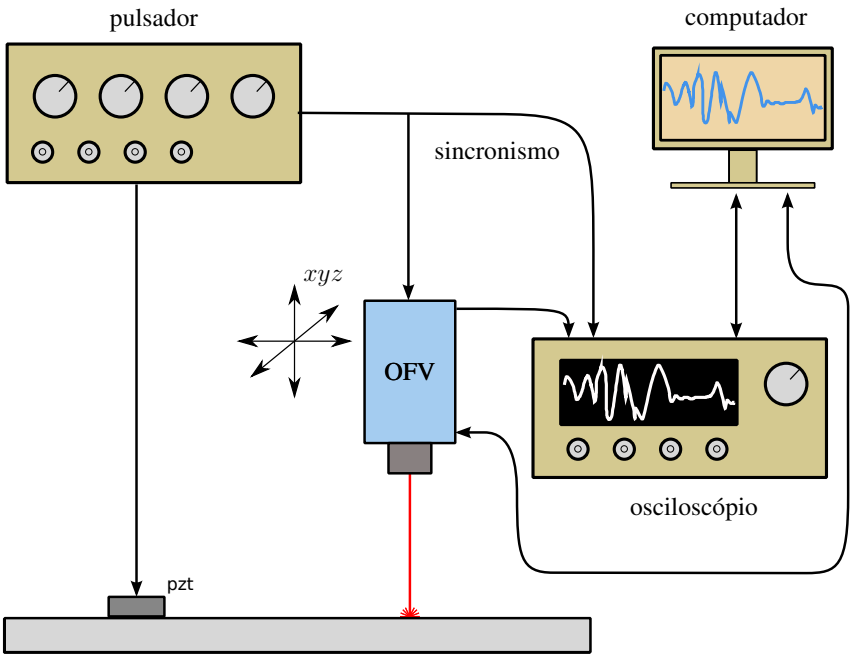
A Figura 24 ilustra a montagem experimental usada para a varredura com o vibrômetro e controlador xyz. Foi utilizada a placa 1 para o ensaio colando uma cerâmica piezelétrica próxima de seu centro. Foram utilizadas cerâmicas PZ26 com duas geometrias: (1) $7\,\text{mm} \times 7\,\text{mm} \times 0{,}5\,\text{mm}$ e $4\,\text{mm} \times 4\,\text{mm} \times 0{,}5\,\text{mm}$ para verificar a mudança na resposta em frequência das excitações dos modos de propagação na placa. Ambas as cerâmicas de $4\,\text{mm}$ e de $7\,\text{mm}$ de lado geraram os modos A0 e o modo S0. A diferença entre as cerâmicas mostrou-se na relação dos sinais gerados entre elas. A cerâmica de $7\,\text{mm}$ de lado excitou ondas guiadas com praticamente 10 vezes a amplitude das ondas geradas com a cerâmica de $4\,\text{mm}$. Utilizando a cerâmica de $7\,\text{mm}$, o modo S0 teve uma resposta em frequência centralizada em $300\,\text{kHz}$, e, utilizando a cerâmica de $4\,\text{mm}$, sua resposta vai para $500\,\text{kHz}$. A reposta em frequência do modo A0 não variou sensivelmente, permanecendo no entorno de $90\,\text{kHz}$,.

Ponderando o aumento da frequência para o modo S0 (e diminuição associada ao comprimento de onda) com a desprezível alteração da resposta para o modo A0, assim como a diminuição da amplitude das ondas excitadas usando os transdutores de $4\,\text{mm}$, optou-se por conduzir os experimentos posteriores com *array* utilizando apenas cerâmicas piezelétricas de $7\,\text{mm}$ de lado.

A excitação da cerâmica foi feita com um pulsador (Panametrics, 5052UA), que aplicou um sinal pulsado com taxa de repetição de $100\,\text{kHz}$, enquanto que a aquisição dos traços temporais foram feitas por um vibrômetro laser (Polytec, OFV-50x *Vibrometer Sensor Head*; OFV-5000 *Vibrometer Controler*) controlado mecanicamente por um sistema xyz e acoplado ao um osciloscópio digital (Tektronix, TDS520). Os traços temporais foram registrados em um intervalo de $200\,\mu\text{s}$ com 200 pontos de aquisição de um sinal com 32 médias.

A posição do vibrômetro foi variada em passos de $1\,\text{mm}$ a partir de $10\,\text{cm}$ de distância da cerâmica excitadora das ondas, perfazendo um conjunto de 100 pontos de aquisição espacial para cada uma das direções $0°$ e $\pm 45°$.

Figura 24 – Esquema de varredura usando o vibrômetro laser Polytec, OFV-50x e OFV-5000 e sistema xyz.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.3.2.3 Verificação das velocidades de fase a $0°$ *e* $45°$

Para verificar se a matriz de rigidez, junto com a densidade, produziam previsões adequadas para os modos de propagação, foram feitos ensaios de propagação de onda nas direções $0°$ e $45°$ com os prismas em ângulo sobre a placa e, posteriormente com uma cerâmica colada à placa 1 e alimentada por pulsador, e, varredura com o vibrômetro. As direções $0°$ e $90°$ (assim como $\pm 45°$) são direções de simetria, e assim, a modelagem prevê que as velocidades de fase e de grupo são paralelas e pode-se fazer a comparação entre o modelo teórico e o resultado experimental. Os resultados experimentais para o modo S0 são oriundos dos ensaios com os prismas em ângulo e utilizando excitação nas frequência centrais de 96 kHz , 840 kHz e $1{,}5$ MHz. Já o modo A0 é bem detectado no ensaio utilizando a cerâmica piezelétrica e detecção com o vibrômetro laser.

Uma das formas de se mostrar que realmente são os modos A0 e S0 que estão sendo excitados, e que os traços temporais adquiridos contêm ou não reflexões destes modos devido às fronteiras do meio em que se propagam, é utilizar a representação tempo-frequência dos traços temporais. Isso é feito empregando-se a transformada de Fourier de tempo curto (TFTC, ou *short time Fourier transform,* STFT em inglês) dos traços temporais, aliada à comparação das curvas tempo-frequência da previsão teórica. As curvas de tempo-frequência podem ser diretamente obtidas das curvas de velocidade de grupo em função da frequência, considerando uma direção de propagação.

As Figuras 25 e 26 mostram sinais nas direções $0°$ e $45°$ medidos a 90 mm, 140 mm,

160 mm e 190 mm da cerâmica piezelétrica, assim como seus respectivos espectrogramas. As curvas sólidas são os diagramas tempo-frequência para os modos A0, A1, A2, S0, S1, e S2. Os diagramas tempo-frequência para os modos SH não são mostrados para evitar excesso de informação visual nas Figuras. Observa-se que os espectrogramas coincidem com os diagramas de tempo-frequência dos modos A0, A1 e S0, estando mais evidente para o modo A0. Ocorrem algumas reflexões do modo S0 nas extremidades da placa 1, que aparecem na Figura 25, e que são mais aparentes nas distâncias de 160 mm e 190 mm da cerâmica.

Ocorre ainda alguma excitação do modo A1 neste ensaio, que se superpõe com o modo S0, principalmente na Figura 25 que contém reflexões do sinal principal a partir das fronteiras da placa. Esses ecos não aparecem na Figura 26 devido à direção da propagação da onda na placa que não geram ecos contra-propagantes.

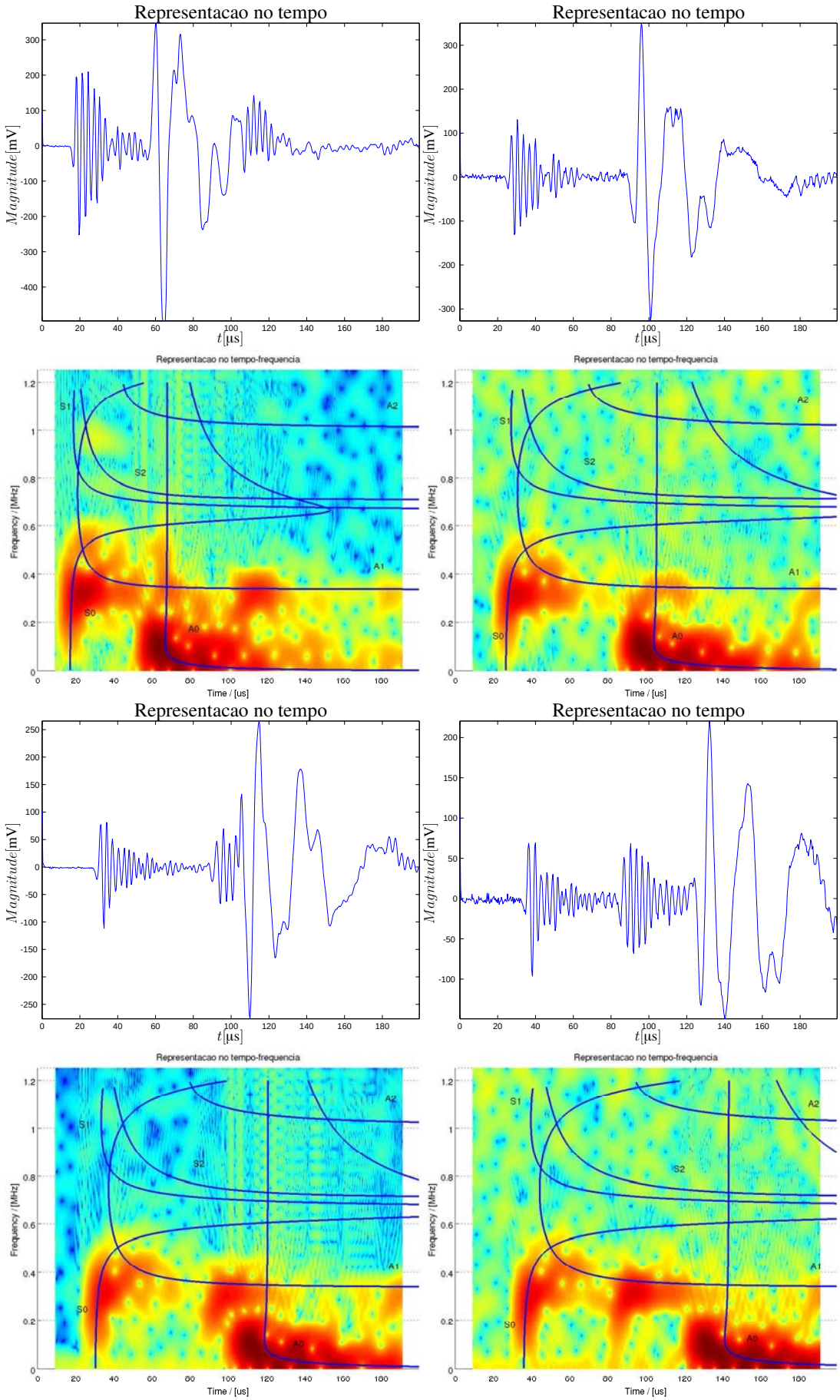
A Figura 27 mostra a comparação entre os resultados experimentais usando os dados obtidos com os prismas para o modo S0 e os dados com o vibrômetro para o modo A0 (círculos), e a previsão teórica para os modos A0 e S0 (curvas sólidas e tracejadas), nas direções $0°$ (curvas sólidas) e $45°$ (curvas tracejadas). Para o modo S0 a faixa de frequências em que este modo é excitado com o transdutor de 5 MHz no ensaio com os prismas vai de 370 kHz a 570 kHz, enquanto que para o modo A0 a faixa de frequências excitadas com a cerâmica e detectadas com o laser é 25 kHz a 95 kHz, aproximadamente. A imagem da direita na Figura 27 mostra uma ampliação da região de validade dos dados experimentais para o modo A0.

A concordância entre os valores experimentais e teóricos, e a tendência das curvas nas suas respectivas faixas de frequências é boa: para o modo A0 a $0°$ o erro relativo médio foi de $1{,}34\%$, com desvio padrão de $1{,}57\%$, enquanto para $45°$ foram 1,37% e 1,62%, respectivamente. Para o modo S0 a $0°$, o erro relativo médio foi de $1{,}15\%$, com desvio padrão de $1{,}22\%$, enquanto para $45°$, foram 2,45% e 2,73%, respectivamente. Isso mostra que os dados experimentais, obtidos para as parâmetros elásticos e densidade, são adequados para previsões do comportamento ondulatório dos modos excitados no laminado, nas bandas de frequência dos modos A0 e S0.

3.4 FATOR DE FOCALIZAÇÃO

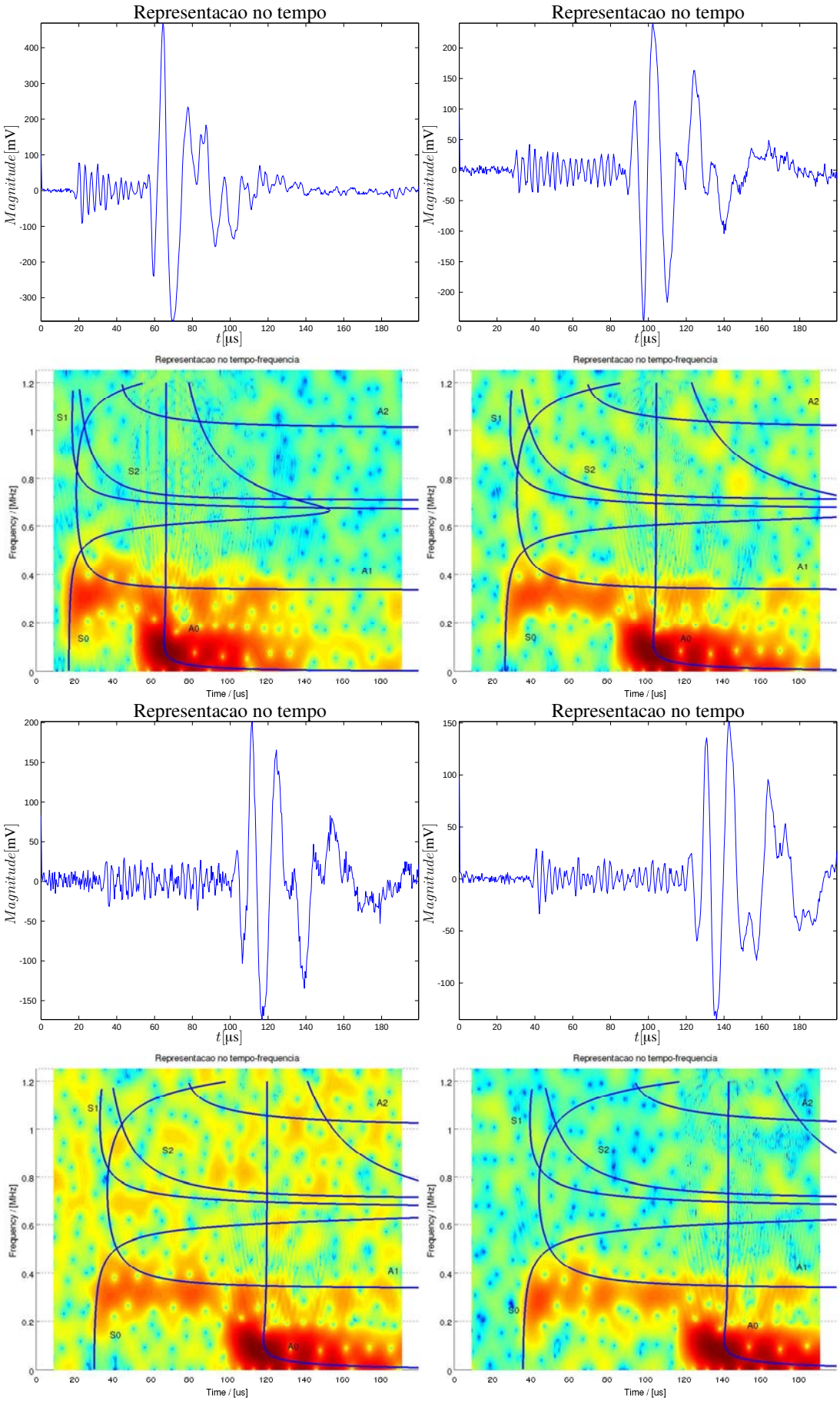
O efeito da focalização elástica estudado através do fator de Maris A indica em quanto a energia enviada na direção θ é amplificada quando comparada com uma onda que se propaga em um meio isotrópico, sendo amplificada ou atenuada proporcionalmente a este fator. Equivalentemente, se a amplificação da energia da onda é proporcional a A sua amplitude será proporcionalmente amplificada pelo fator $\sqrt{A}$ (ou $\sqrt{\mathscr{A}}$).

Figura 25 – Sinal a 90 mm, 140 mm, 160 mm e 190 mm da cerâmica. Direção $\theta = 0°$.



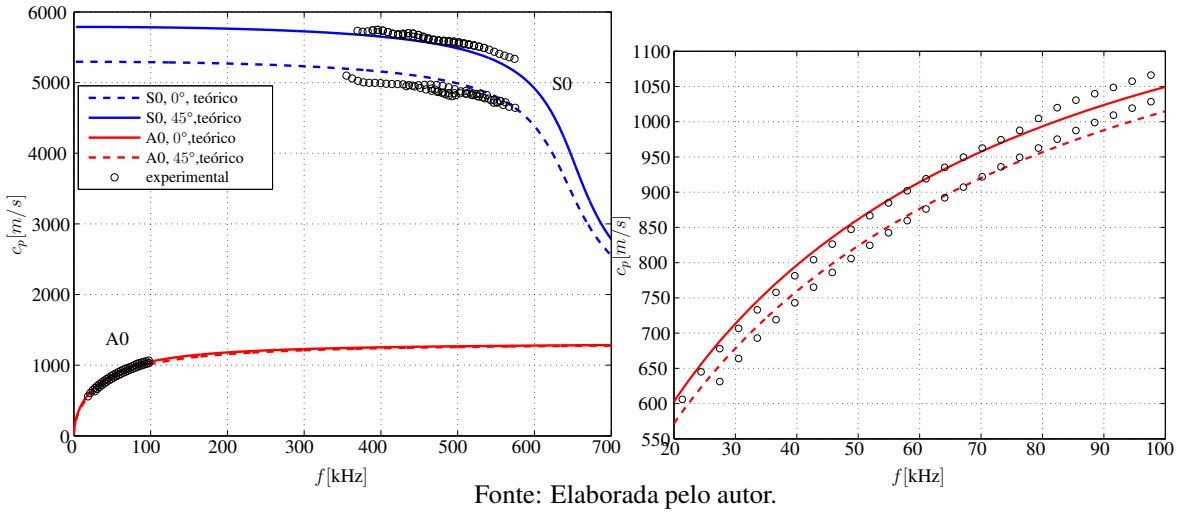
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 26 – Sinal a 90 mm, 140 mm, 160 mm e 190 mm da cerâmica. Direção $\theta = 45°$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 27 – Velocidades de fase dos modos (esquerda) A0 e S0 propagados nas direções $0°$ e $45°$ e em (direita) uma ampliação da região com os dados dados do modo A0.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.4.1 Métodos e resultados numéricos

As curvas de lentidão e os padrões de focalização foram diretamente obtidos das curvas de dispersão de velocidade de fase determinadas na Seção 3.3.1, seguindo a definição de lentidão e usando diferenças finitas de segunda ordem para o cálculo das derivadas presentes na definição do fator de Maris.

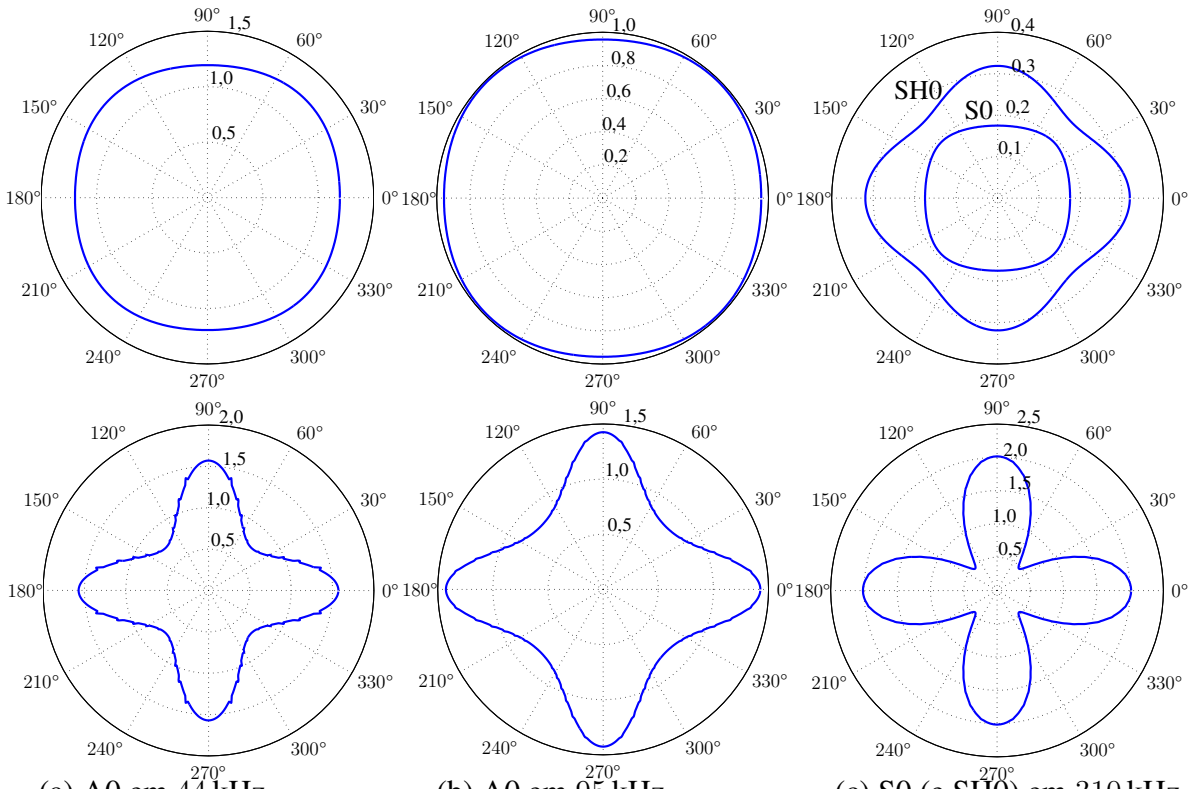
A Figura 28 mostra as curvas de lentidão s e os respectivos padrões de focalização A, com sua dependência angular, respectivamente para os modos A0 em 44 kHz e 95 kHz; e S0 em 310 kHz. Fisicamente não se observam as curvas de lentidão a menos que se decomponha uma onda em suas componentes de frequência ou, aproximadamente, consiga-se excitar uma onda senoidal com uma quantidade muito grande de ciclos. As curvas de lentidão são úteis aqui para se poder gerar as curvas de focalização através do fator de Maris.

As curvas de lentidão e de focalização, na Figura 28, foram geradas a partir das curvas de dispersão de velocidade de fase selecionando-se apenas frequências específicas. Verifica-se que a curva de lentidão para o modo A0 é angularmente mais suave do que para o modo S0. O fator de amplificação A associado ao modo A0 em 44 kHz, A0 em 95 kHz, e S0 em 310 kHz mostra a grande diferença entre os modos em relação às irradiações que ocorrem entre as direções $0°$ e $45°$, levando a crer que ondas do modo S0 quando propagadas no entorno da direção $45°$ tenham uma relação sinal-ruído muito pequena.

3.4.2 Métodos e resultados experimentais

Novamente foi utilizada a placa plana 1 de compósito têxtil de fibra de carbono de trama simples bidimensional (T300) em matriz epóxi (F155), com nove camadas de mesma espessura

Figura 28 – Curvas de lentidão (em cima) e padrões de focalização A (embaixo) para os modos (a) A0 em $44\,$kHz, (b) A0 em $95\,$kHz, e (c) S0 e SH0 $310\,$kHz. Em (c) estão as curvas de lentidão para os modos S0 e SH0 e o padrão de focalização somente do modo S0. As curvas de lentidão estão em unidades de s·km^{-1} enquanto os padrões de focalização/amplificação são adimensionais.



(a) A0 em $44\,$kHz (b) A0 em $95\,$kHz (c) S0 (e SH0) em $310\,$kHz

Fonte: Elaborada pelo autor.

e com ordem de empilhamento [0/90/+45/90/0/90/-45/90/0] e as mesmas especificações citadas na Seção 3.3.

Para comparação dos resultados teóricos obtidos através do modelo de camadas do laminado utilizando a matriz de rigidez determinada através da inversão dos dados de velocidade e densidade com o método de goniometria de imersão, foi feito um ensaio: uma varredura óptica com um vibrômetro laser (Polytec, PSV400), com deflexão de feixe por espelhos, em toda a placa, com excitação através de uma cerâmica piezelétrica colada ao centro da placa 1.

Este ensaio foi realizado no Laboratório de Imagens Ultrassônicas do ITEFI-CSIC na Espanha, sob a supervisão do Dr. Alberto Ibañez Rodriguez e sua equipe, do Dr. Luis Gómez-Ullate, do Dr. Óscar Martinez-Graullera e do Dr. Luis Elvira Segura.

Este ensaio foi feito para verificar a dependência do perfil das velocidades de grupo, assim como estimar o fator de amplificação elástica, como funções do ângulo de propagação da onda.

3.4.2.1 Varredura com o vibrômetro PSV400

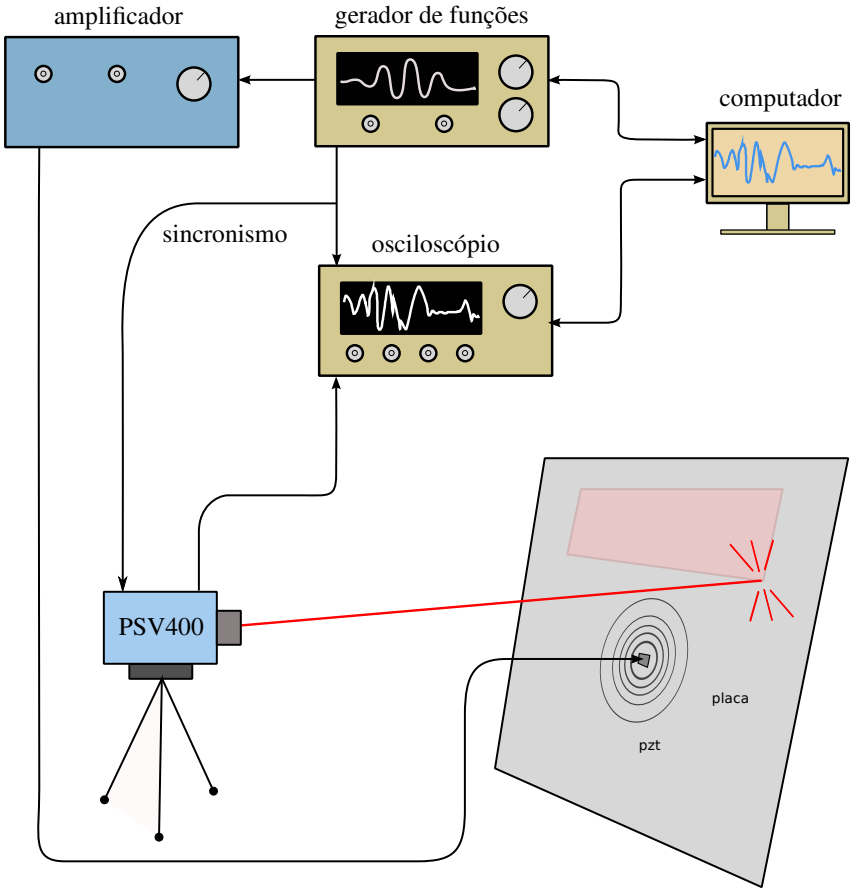
Este ensaio foi realizado no ITEFI-CSIC-Espanha e teve com objetivo fazer uma varredura automatizada de uma grande área da placa 1 de compósito, e assim, obter os padrões de curvas de onda (velocidade de grupo em função do ângulo de grupo, em uma única frequência) de cada modo, assim como os padrões de focalização elástica. As curvas de onda são as os valores de velocidade de grupo $c_g\left(\theta_g\right)$ para uma frequência fixa. A Figura 29 ilustra o processo de varredura que foi utilizado para capturar os deslocamentos fora do plano da placa de compósito têxtil.

A placa 1 de fibra de carbono-epóxi, composta de nove camadas, teve no centro de uma de suas faces a colagem de uma cerâmica quadrada de material piezelétrico PZ-27 com dimensões $7\,\text{mm} \times 7\,\text{mm} \times 0{,}5\,\text{mm}$. Esta cerâmica foi colada de forma que as diagonais das faces de $7\,\text{mm} \times 7\,\text{mm}$ estivessem alinhadas com as direções principais $0°$ e $90°$ do laminado. Isso foi feito para verificar o comportamento de emissor puntiforme ou circular no regime de campo distante, ao serem propagadas ondas com meio comprimento de onda, $\lambda/2$, menor do que os lados com $7\,\text{mm}$.

A cerâmica foi excitada com pulsos de tom (*tone bursts*, ou simplesmente *burst*) com quatro ciclos nas frequências de $44\,\text{kHz}$ e $280\,\text{kHz}$, que excitam principalmente os modos A0 e S0, respectivamente, e também, em $600\,\text{kHz}$ para verificar a geração dos modos. Nas excitações em $280\,\text{kHz}$ e $600\,\text{kHz}$, foi colada à placa uma película retrorreflexiva aproximadamente quadrada, com lados paralelos aos lados da cerâmica e cujo centro da película coincidiu com a posição central da cerâmica piezelétrica. Foram feitas varreduras nesta área, utilizando um vibrômetro laser de varredura (Polytec, PSV-400) acoplado ao sistema computadorizado. Este sistema fez o controle da varredura enquanto fazia a captura dos sinais de deslocamento normal à superfície do laminado. Na excitação em $44\,\text{kHz}$, fez-se uma varredura em uma área mais ampla comparada com as varreduras com $280\,\text{kHz}$ e $600\,\text{kHz}$.

Estes sinais foram gerados em um gerador de funções (Agilent, 33120A) com amplitude máxima de $2{,}0$ V e amplificados por um amplificador de banda larga (Krohn-Hite, modelo 7602) com um ganho de $28\,\text{dB}$. Este valor de amplitude de saída do gerador de funções foi limitado para não haver saturação e distorção nos sinais de saída do amplificador. Para tentar separar os modos de propagação A0 e S0 durante a aquisição, foram empregados filtros em frequência presentes no programa de aquisição do vibrômetro. Ao ser feita a excitação em $44\,\text{kHz}$, no qual o modo A0 é o modo predominante, utilizou-se um filtro passa baixa de $100\,\text{kHz}$, enquanto que na excitação em $280\,\text{kHz}$, utilizou-se um filtro passa banda entre $100\,\text{kHz}$ e $500\,\text{kHz}$. Apesar da aplicação destes filtros, não foi possível fazer a excitação de somente um modo de propagação em cada frequência. Contudo, como os modos A0 e S0 têm velocidades de grupo muito distintas neste intervalo de frequências, os modos podem ser separados temporalmente e seu estudo na condição de campo distante levado a cabo.

Figura 29 – Esquema de varredura usando o vibrômetro laser PSV400.



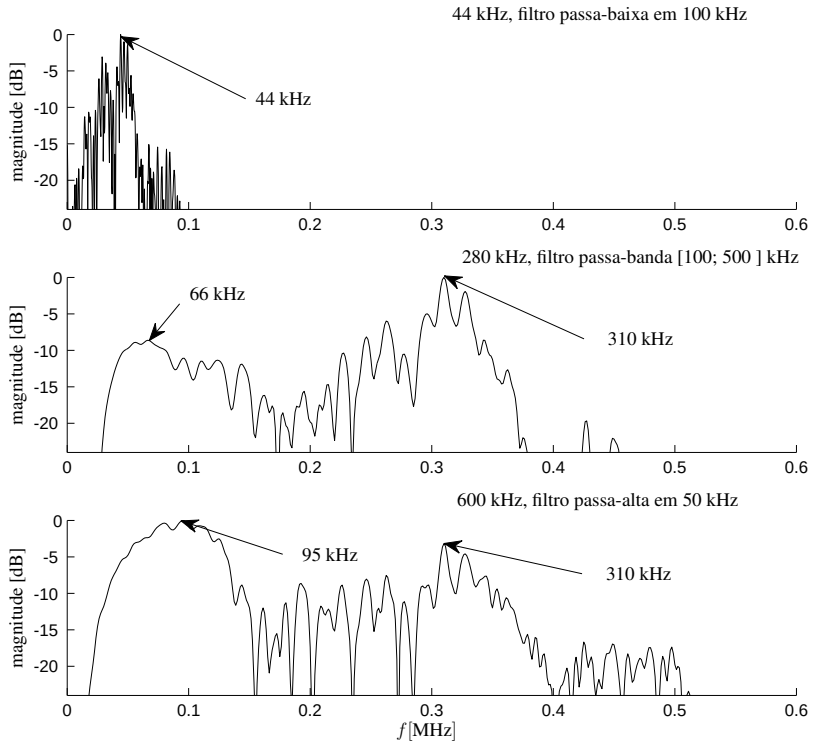
Fonte: Elaborada pelo autor.

3.4.2.2 Verificação da suposição de simetria material

Para verificação do perfil da curva de onda e do fator de amplificação elástica apresenta-se aqui os resultados obtidos com o vibrômetro laser PSV400. Como amostra de espectro de frequência dos sinais que se propagam na placa, foi analisado um sinal a aproximadamente $12{,}7$ cm distante do centro do emissor piezelétrico para cada uma das excitações no laminado de compósito têxtil. Na Figura 30, apresenta-se o espectro de frequências para as excitações em 44 kHz, 280 kHz e 600 kHz, respectivamente.

Os espectros mostram que os modos A0 e S0 são excitados predominantemente nas frequências de 44 kHz e 310 kHz, respectivamente, neste laminado. Os sinais adquiridos descrevem os deslocamentos verticais da placa, e pode-se observar que o modo A0, que é predominantemente um modo de cisalhamento vertical (quasi-SV), é mais aparente do que o S0, que é um modo predominantemente longitudinal (quasi-P). Em outras análises utilizando transdutores piezelétricos de onda longitudinal acoplados a prismas de polimetil-metacrilato no sistema pulso-recepção, os sinais do modo S0 se mostram mais intensos do que os modo A0, pois as ondas longitudinais são propagadas e detectadas com mais clareza. Esta é uma diferença sensível entre a medição dos modos antissimétrico A0 e simétrico S0.

Figura 30 – Espectros de frequências de um sinal a aproximadamente 12,7 cm do emissor ultrassônico capturadas com o vibrômetro PSV400.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como será visto na próximas seções, para análise dos modos de propagação separadamente, foram aplicados filtros gaussianos para atenuar as frequências não desejadas de forma a se ter somente as frequências mais destacadas para cada modo e em cada situação de excitação.

A suposição inicial do estudo de propagação de ondas guiadas em placas foi a de que cada lâmina tivesse duas direções equivalentes: a direção da urdidura e a direção da trama do tecido de fibra de carbono. Esta suposição leva à simetria material tetragonal que necessita de seis elementos independentes na matriz de rigidez. No caso de simetria menor, por exemplo, ortotrópica ou monoclínica, haveria a necessidade de se ter nove e treze elementos independentes, respectivamente, na modelagem da matriz de rigidez que descreve o material. Utilizaram-se os resultados teóricos para as curvas de onda, que descrevem a velocidade de grupo em função do ângulo, com frequência fixa, para verificar a adequação da suposição de simetria tetragonal.

Para verificação, fez-se a superposição da curva de onda teórica com as curvas de onda obtidas através da varredura com o vibrômetro, respectivamente, para o modo A0 e S0. As Figuras 31, 32 e 33 mostram os resultados das excitações das cerâmicas em 44 kHz, 280 kHz e 600 kHz, respectivamente. Os sinais experimentais estão em escala de cinza e a área central preta de cada imagem é uma região que foi desconsiderada devido à amplitude elevada das vibrações. A previsão teórica está superposta em azul nas figuras.

Com a excitação em 44 kHz, a Figura 31 mostra esta superposição dos resultados teóri-

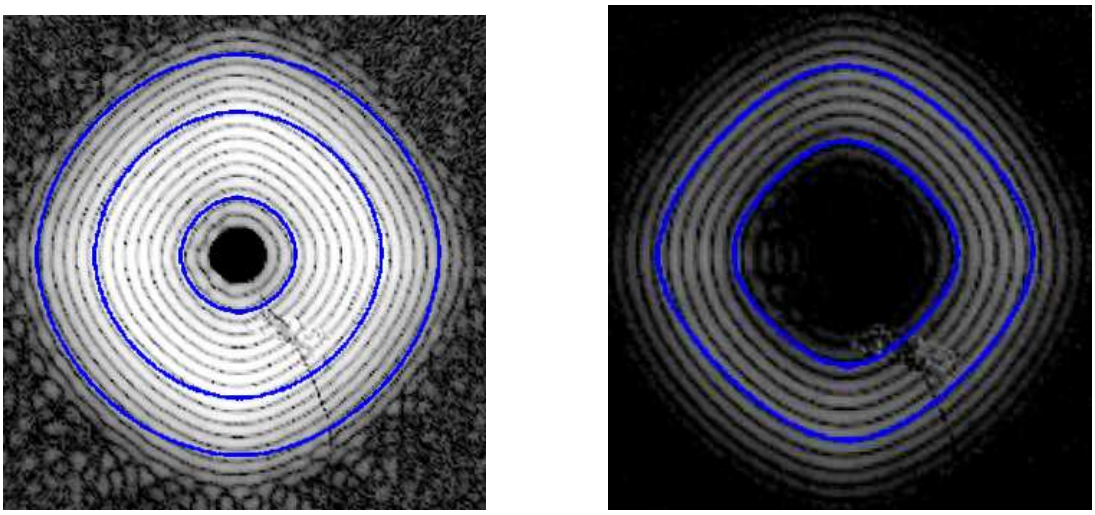
cos e experimentais para o modo A0 com a resposta em 44 kHz e para o modo S0 em 280 kHz. Os sinais adquiridos na varredura foram filtrados com filtros gaussianos, nas frequências de 44 kHz e 280 kHz com largura de banda estreita de 50%, para ter-se somente as propagações nestas bandas de frequência. Os perfis de curva de onda teórico concordam bem com o comportamento experimental. Contudo verifica-se que as velocidades na direção vertical ($90°$) são ligeiramente maiores do que na direção horizontal ($0°$), tanto para o modo A0 quanto para o modo S0.

Com excitação em 280 kHz, a Figura 32 mostra os modos A0 e S0 em 66 kHz e 310 kHz, respectivamente. Os sinais foram obtidos usando também filtros gaussianos nas devidas frequências com 20% de largura de banda. As curvas teóricas concordam bem com o comportamento experimental e a ligeira diferença entre as velocidades de grupo nas direções $0°$ e $90°$ também pode ser percebida.

A Figura 33 é resultado da excitação feita na cerâmica na frequência de 600 kHz, assim gerando os dois modos A0 e S0. Filtros gaussianos com 20% de largura de banda foram utilizados nas frequências de 95 kHz e 310 kHz, respectivamente, para obter o modo A0 e o modo S0.

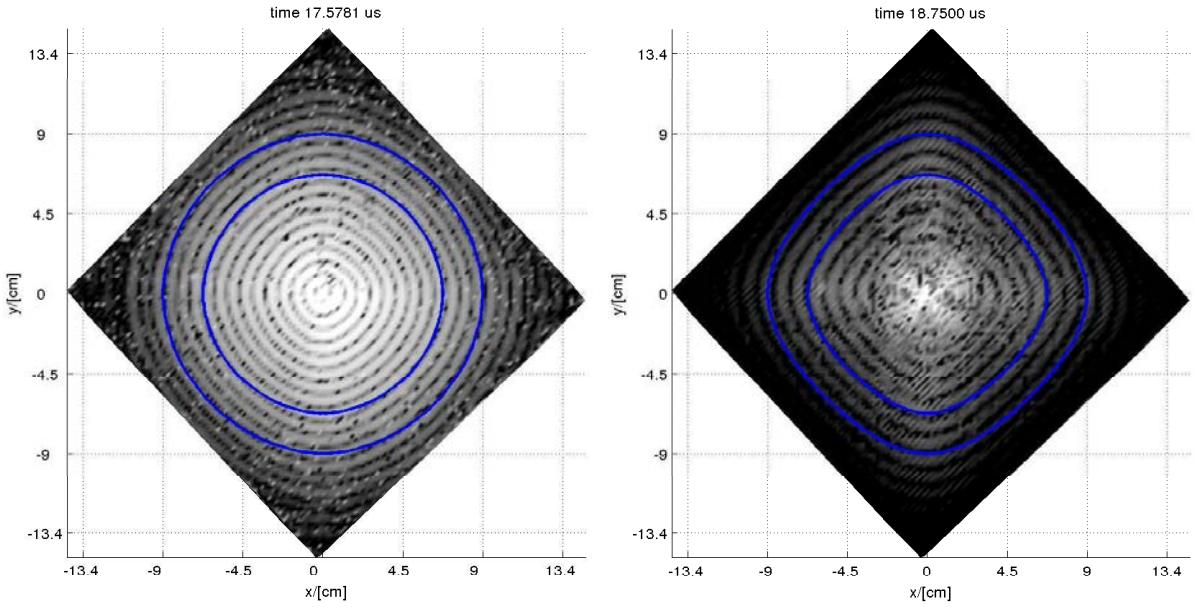
As curvas de onda mostradas aqui evidenciam o caráter anisotrópico efetivo do laminado. As previsões das velocidades de grupo nas frequências de 44 kHz, 66 kHz, 95 kHz e 310 kHz são bem adequadas ao que se observa nos resultados experimentais com este compósito. Contudo, evidencia que a suposição de que as direções da urdidura e da trama não são, a rigor, perfeitamente equivalentes a ponto de se considerar a simetria material como perfeitamente tetragonal. A rigor, o meio pode ser caracterizado como tendo simetria material

Figura 31 – Curvas de onda teórica e experimental obtida com a placa 1 de compósito têxtil de $1{,}97$ mm com excitação em 44 kHz. À esquerda o modo A0 em 44 kHz e à direita o modo S0 em 310 kHz.



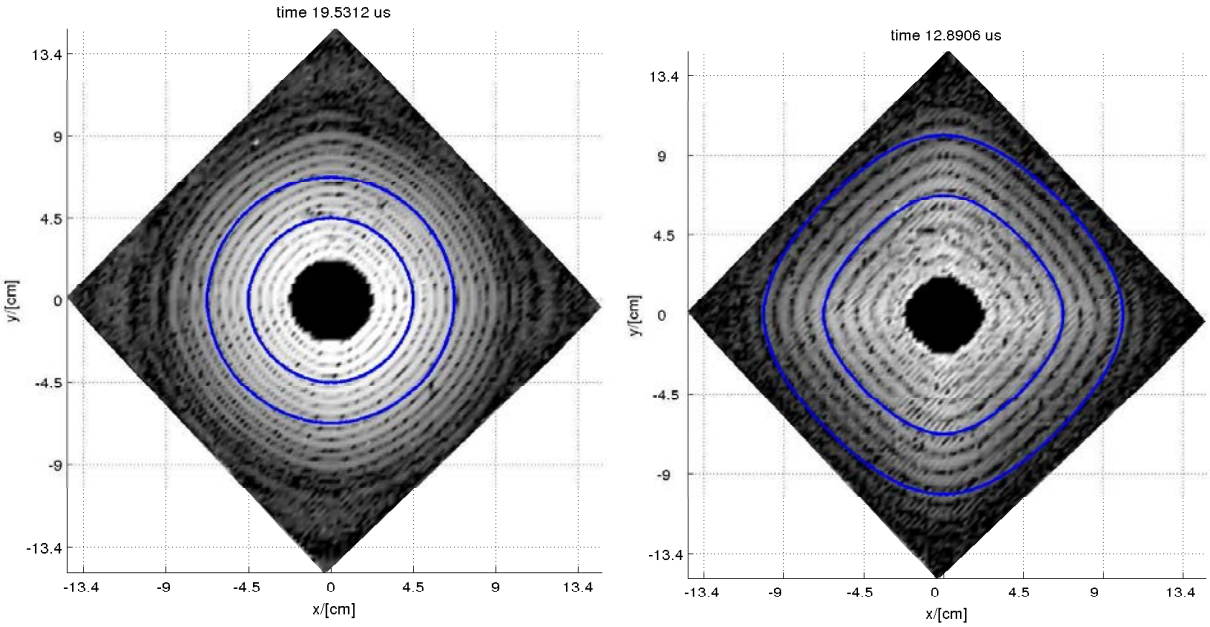
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 32 – Curvas de onda teórica e experimental obtida com a placa 1 de compósito têxtil de 1,97 mm com excitação em 280 kHz. À esquerda o modo A0 em 66 kHz e à direita o modo S0 em 310 kHz.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 33 – Curvas de onda teórica e experimental obtida com a placa 1 de compósito têxtil de 1,97 mm com excitação em 600 kHz. À esquerda o modo A0 em 95 kHz e à direita o modo S0 em 310 kHz.



Fonte: Elaborada pelo autor.

ortotrópica, porém isso leva ao aumento de seis elementos para nove elementos independentes na matriz de rigidez da lâmina, o que é um aumento na complexidade da modelagem deste laminado. Contudo, as curvas de onda, tanto para o modo A0 quanto para o S0, não se mostram discrepantes da previsão teórica e pode-se considerar a simetria de cada lâmina com sendo aproximadamente tetragonal.

Uma forma de verificar isso é observar que as constantes elásticas da Tabela 3, que usam os dados da direção $0°$ e $90°$, apresentam valores ligeiramente diferentes para estas direções: os coeficientes $C_{11} = C_{22}$ na simetria tetragonal, nestas duas direções e que determinam predominantemente as velocidades das ondas volumétricas longitudinais nestas direções, têm uma variação de $7{,}38\,\%$. A orientação das cerâmicas quadradas não influenciou o comportamento do efeito de focalização elástica. Isso foi verificado comparando-se as imagens para campo próximo da cerâmica com o campo distante. Como a cerâmica foi colada com suas diagonais paralelas aos eixos da placa, o campo próximo se mostrava dependente do formato da cerâmica, sendo que a energia emitida estava concentrada nas direções $\pm 45°$ (não mostrado aqui). No entanto este comportamento mudava para campo distante, de forma que o efeito da focalização elástica assumia seu domínio, concentrando a energia nas direções $0°$ e $90°$.

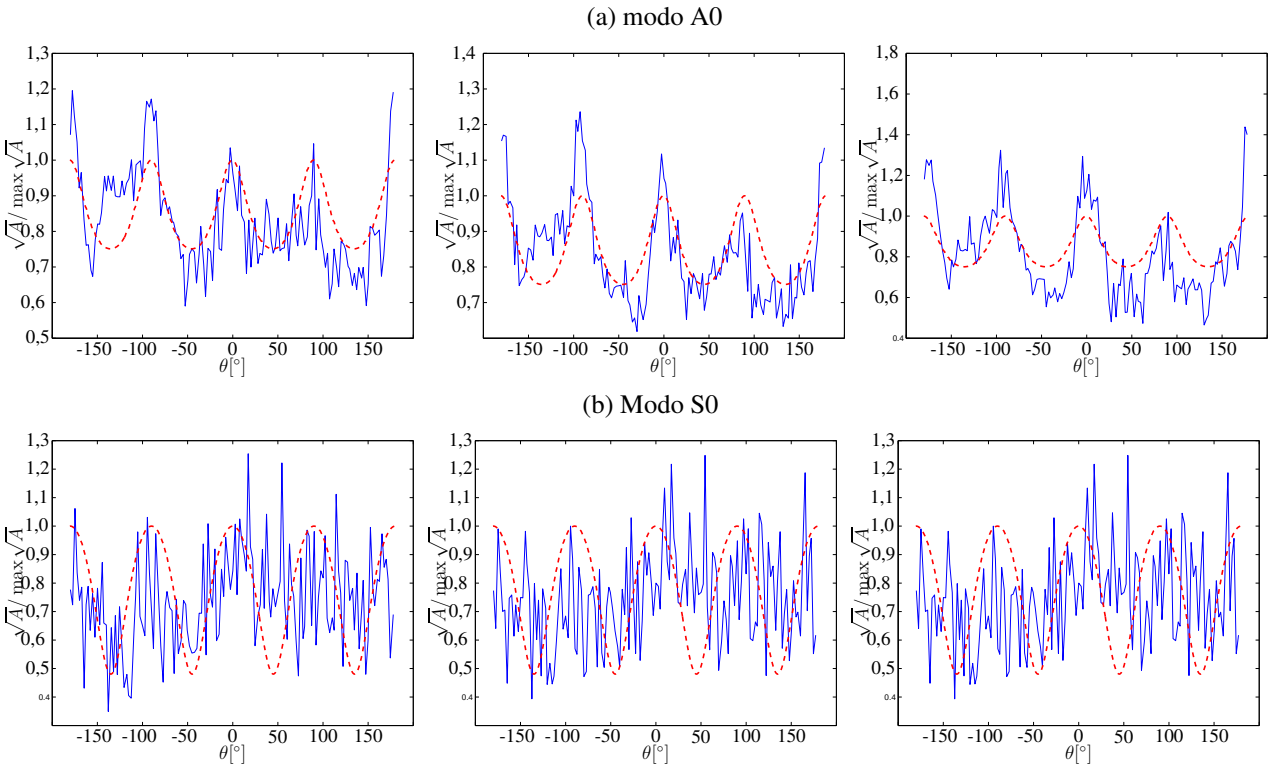
3.4.3 Verificação do padrão de focalização elástica

De forma a verificar se o efeito de focalização elástica é bem previsto pela modelagem matemática foram utilizados os sinais de varredura descritos anteriormente. Os modos A0 e S0 foram separados temporalmente, pois têm velocidades muitos diferentes. Uma vez separados temporalmente, foram feitas janelas temporais em cada modo para que houvesse somente alguns poucos ciclos do sinal da onda. Neste ponto foram medidas as amplitudes máximas da onda e sua dependência angular, e confrontadas com as previstas com $\sqrt{A}$, que é o quanto a amplitude da onda é amplificada no efeito de focalização elástica.

Os resultados a seguir mostram as relações angulares entre as amplitudes máximas das ondas nas frequências de $44\,$kHz e $310\,$kHz, respectivamente, às frequências em que os modos A0 e S0 são mais evidentes.

As Figuras 34, 35 e 36 mostram a amplificação $\sqrt{A}$ como função do ângulo para os modos A0 e S0, quando a placa 1 é excitada nas frequências centrais de $44\,$kHz, $280\,$kHz e $600\,$kHz, respectivamente. As curvas contínuas em azul representam os resultados experimentais e as curvas tracejadas em vermelho são a previsão teórica. As várias sub-figuras foram obtidas em instantes distintos para análise, de forma a comparar os perfis de amplificação das ondas. Pode-se verificar que os padrões de amplificação são mais claros quando a excitação está mais próxima da frequência em que cada modo é predominante. Nas excitações em $44\,$kHz observa-se que a padrão de focalização é mais claro para o modo A0 enquanto o modo S0 mostra-se mais ruidoso angularmente. Esse mesmo comportamento se repete com a excitação

Figura 34 – Fator de amplificação da amplitude de onda, $\sqrt{A}$, como função do ângulo de propagação com excitação em $44\,\text{kHz}$. Em azul os resultados experimentais e em vermelho tracejado os teóricos. Em (a) o modo A0 e em (b) o modo S0. Da esquerda para a direita são mostrados resultados obtidos em instantes diferentes em que a onda passa pelos pontos de medição.

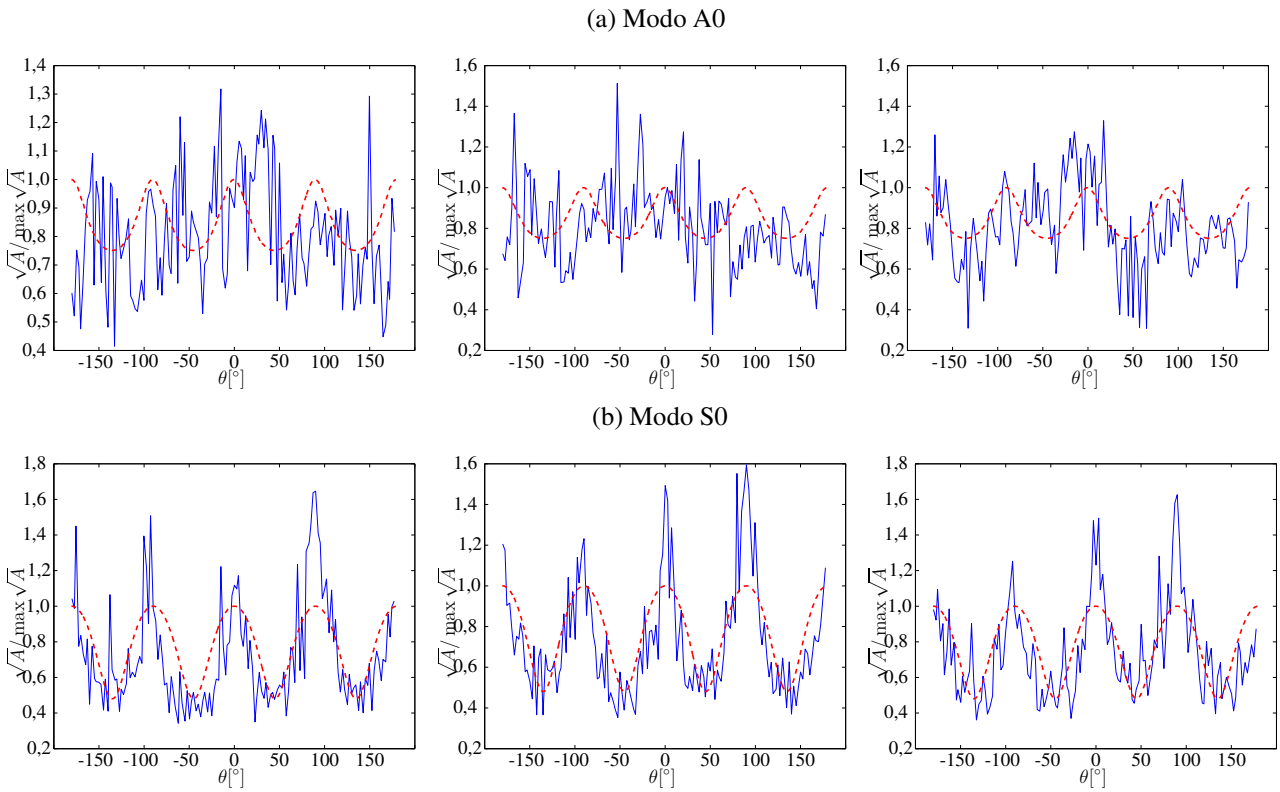


Fonte: Elaborada pelo autor.

em $280\,\text{kHz}$ e $600\,\text{kHz}$, nas quais as frequências máximas de excitação para o modo A0 são $66\,\text{kHz}$ e $95\,\text{kHz}$, respectivamente, enquanto que, para o modo S0, a frequência de $310\,\text{kHz}$ sempre é a mais excitada. O padrão nesta frequência é mais suave para o S0 do que para o A0. Deve-se notar que os dados aqui mostrados foram obtidos via interferometria (que mede os deslocamentos verticais – fora do plano – da placa 1) e que estes deslocamentos são maiores para o modo A0 do que para o modo S0. Não obstante, em frequências em torno de $310\,\text{kHz}$, o modo S0 se mostra muito mais proeminente.

A comparação entre os resultados experimentais e a previsão teórica da focalização elástica foi feita normalizando-se a curva teórica em relação ao seu valor máximo angular, enquanto se ajusta um valor de proporcionalidade entre os dados experimentais e os teóricos normalizados de forma que o erro quadrático entre eles seja mínimo. Isso foi feito devido ao fato que o fator de Maris é uma grandeza que mede o quanto a energia de uma onda é amplificada em uma direção relativamente à uma onda que se propaga em um meio isotrópico. Como não se tem um nível de amplitude para comparação, poder-se-iam comparar os resultados teóricos e experimentais normalizados, porém, como há uma variação muito ruidosa angularmente nos dados experimentais, optou-se por se fazer a comparação entre os dados teóricos normalizados

Figura 35 – Fator de amplificação da amplitude de onda, $\sqrt{A}$, como função do ângulo de propagação com excitação em $280\,\text{kHz}$. Em azul os resultados experimentais e em vermelho tracejado os teóricos. Em (a) o modo A0 e em (b) o modo S0. Da esquerda para a direita são mostrados resultados obtidos em instantes diferentes em que a onda passa pelos pontos de medição.



Fonte: Elaborada pelo autor.

e os resultados experimentais ajustados por um fator de proporcionalidade global.

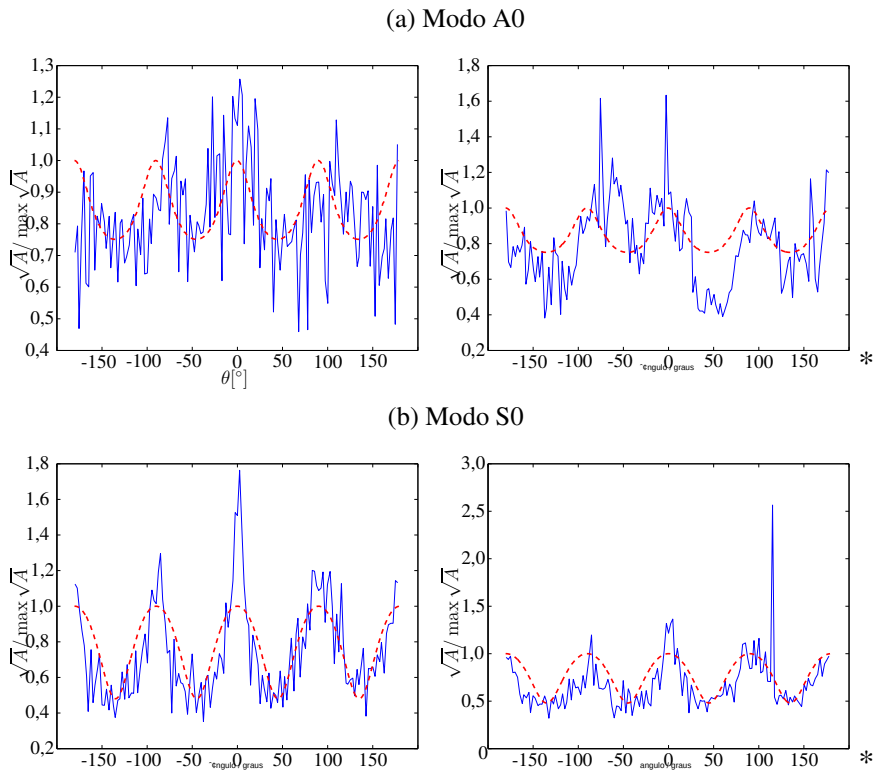
O fator de focalização para o modo S0 pode ser então comparado nas excitações de $280\,\text{kHz}$, Figura 35, e $600\,\text{kHz}$, Figura 36, em que os máximos e mínimos ocorrem nos ângulos previstos. Para o modo A0 o comportamento é mais claro quando da excitação em $44\,\text{kHz}$, Figura 34. Os mesmos resultados podem ser visualizados na forma polar nas Figuras 37, 38 e 39. Nesta representação polar pode-se verificar que os modos A0 e S0 concordam com os resultados experimentais, assim como eles têm perfis bem distintos, tanto teoricamente como experimentalmente.

As Figuras 37, 38 e 39 mostram os gráficos na forma polar o comportamento do fator de focalização $\sqrt{A}$ dos resultados experimental e teórico, como discutido anteriormente.

3.5 COMENTÁRIOS

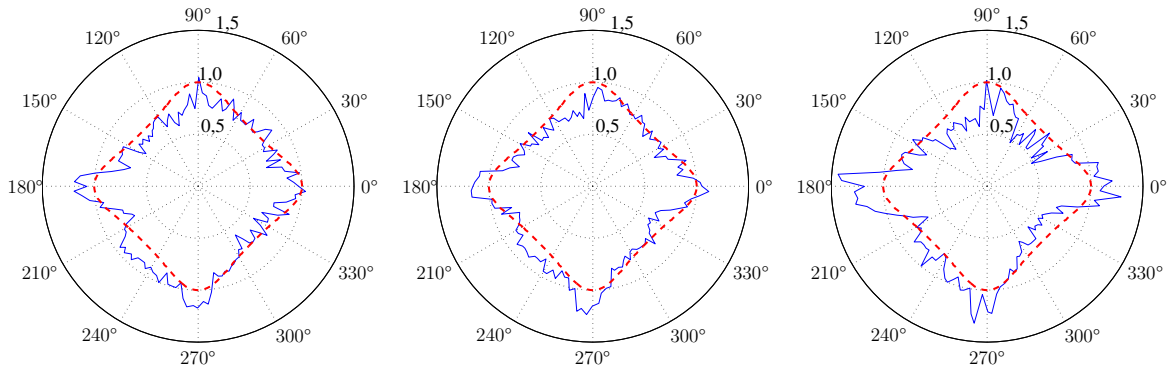
Foram apresentados neste capítulo a descrição de compósitos têxteis estruturais e citadas algumas investigações quanto à previsão das constantes elásticas efetivas de uma lâmina. A

Figura 36 – Fator de amplificação da amplitude de onda, $\sqrt{A}$, como função do ângulo de propagação com excitação em $600\,\text{kHz}$. Em azul os resultados experimentais e em vermelho tracejado os teóricos. Em (a) o modo A0 e em (b) o modo S0. Da esquerda para a direita são mostrados resultados obtidos em instantes diferentes em que a onda passa pelos pontos de medição.



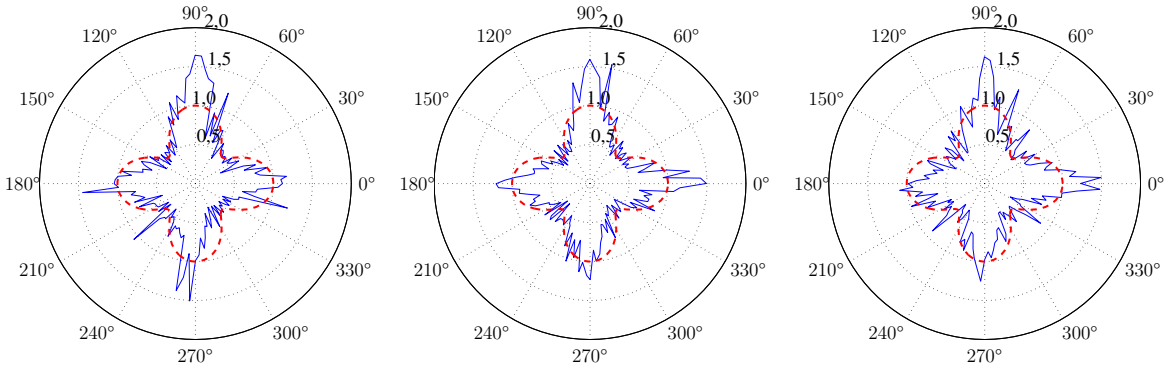
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 37 – Fator de amplificação da amplitude de onda, $\sqrt{A}$, como função do ângulo de propagação com excitação em $44\,\text{kHz}$ para o modo A0.



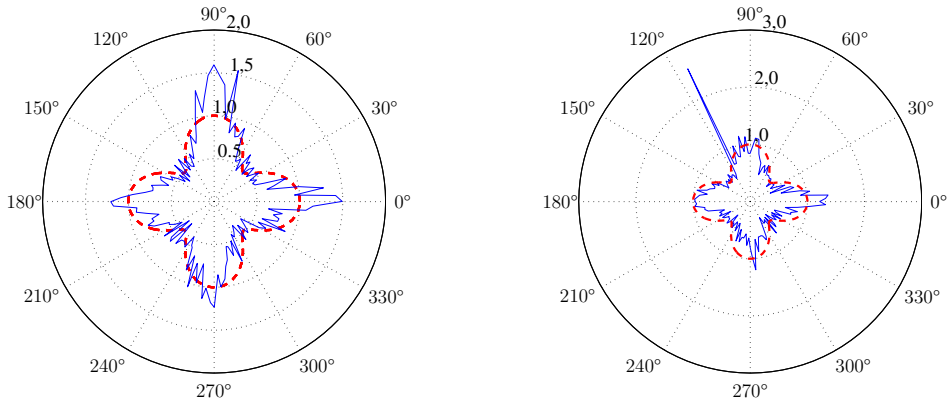
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 38 – Fator de amplificação da amplitude de onda, $\sqrt{A}$, como função do ângulo de propagação com excitação em $280\,\text{kHz}$ para o modo S0.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 39 – Fator de amplificação da amplitude de onda, $\sqrt{A}$, como função do ângulo de propagação com excitação em $600\,\text{kHz}$ para o modo S0.



Fonte: Elaborada pelo autor.

matriz de rigidez e densidade de massa, que caracterizam o compósito têxtil de trama simples (T300-F155), foram determinadas utilizando quatro amostras de laminado com sequência de empilhamento idênticas $[0]_n$. Seguiu-se à determinação das curvas de dispersão em velocidade de fase, de grupo e fatores de focalização elástica, que foram validados, posteriormente, através de ensaios em uma das placas de laminado. Para o estudo da propagação de ondas no laminado de nove camadas, cada lâmina foi considerada homogênea. Detalhes da modelagem e métodos de homogeneização podem ser consultados nos trabalhos de (ISHIKAWA; CHOU, 1982; NAIK; GANESH, 1995; CHRETIEN, 2002) e suas referências..

Aqui cabe uma nota importante sobre a consideração de simetria tetragonal de cada camada do laminado. O laminado foi considerado como tendo simetria material tetragonal que induz à equivalência entre as direções $0°$ e $90°$, o que leva a velocidades de fase e grupo iguais nestas duas direções nas mesmas frequências. Os ensaios de varredura utilizando os vibrômetros mostraram que estas direções não são perfeitamente equivalentes, o que leva a diferenças entre as velocidades de grupo nas mesmas frequências de análise. Observando as

Figuras relativas ao perfil das curvas de onda (velocidades de grupo) percebe-se que esta não equivalência entre as velocidades nas duas direções não levam a fortes discrepâncias no perfil. Poderia-se aqui então trocar a simetria material tetragonal, que prevê a necessidade de seis elementos na matriz de rigidez, pela simetria material ortotrópica, que prevê a necessidade de nove elementos da matriz de rigidez, e, assim tratar o problema com um pouco mais de precisão.

O problema em se considerar nove elementos em C' está agora na inversão das velocidades de fase e obtenção de seus elementos, que eleva muito as necessidades computacionais da inversão. Analisando os dados a $0°$ e a $90°$ observa-se que o elemento C'_{11} varia de $65{,}1$ GPa para $60{,}9$ GPa, com uma diferença de um pouco mais de 7%. Considerando que as ondas no ensaio de goniometria de imersão geraram ondas volumétricas e que as velocidades das ondas quasi-longitudinais (quasi-P) nas direções $0°$ e $90°$ são $c_{L,11} = \sqrt{C'_{11}/\rho}$ e $c_{L,22} = \sqrt{C'_{22}/\rho}$, e, que os elementos seriam dados por $C'_{11} = 65{,}1$ GPa e $C'_{22} = 60{,}9$ GPa, a diferença entre as velocidades é

$$\text{diferença}_{\text{velocidade}} = \frac{c_{L,11} - c_{L,22}}{c_{L,11}} = \frac{\sqrt{C'_{11}} - \sqrt{C'_{22}}}{\sqrt{C'_{11}}} \approx 3{,}28\%.$$

Assim o erro em se usar a simetria tetragonal pode levar a erros de aproximadamente 3,28% nas velocidades das ondas quasi-P. Nas inspeções com sinais ultrassônicos nas placas de compósitos, se as direções válidas para a construção das imagens estiverem restritas a ângulos em torno de apenas um dos eixos de simetria, então a influência desta pequena diferença entre as velocidades será ainda menor na localização dos defeitos e artefatos. Assim, podem-se conduzir os próximos experimentos e análises considerando simetria tetragonal e equivalência entre as supracitadas direções, cometendo erros menores que 3% nas considerações de localização dos artefatos e defeitos, já que o maior desvio padrão obtido entre os valores previstos de velocidades de fase e os valores experimentais foi de 2,73%.

4 INSPEÇÃO DAS PLACAS DE COMPÓSITO TÊXTIL DE TRAMA SIMPLES POR IMAGENS ULTRASSÔNICAS

Quanto mais um homem se aproxima de suas metas, tanto mais crescem as dificuldades. (Goethe)

Neste capítulo serão apresentados os métodos e técnicas de formação de imagem utilizados para a inspeção de duas placas de compósito têxtil de trama simples (T300-F155), assim como os resultados baseados na aplicação destes métodos associados às previsões teóricas das velocidades em função da frequência e direção de propagação das ondas de ultrassom. Para a inspeção da placa foram utilizados *arrays* de cerâmicas piezelétricas PZ-26 com 16 elementos cada. Os traços temporais foram capturados no sistema no qual uma cerâmica é excitada e todas as cerâmicas recebem, gerando um sistema de captura de matriz completa (*full matriz capture*–FMC). Os sinais adquiridos foram manipulados para a formação das imagens ultrassônicas através do método de focalização total (*total focusing method*–TFM) que, segundo a literatura (WILCOX; HOLMES; DRINKWATER, 2006), mostra a melhor resolução e qualidade na imagem final, com o objetivo de verificar se os modos propagados eram sensíveis aos defeitos que foram propositalmente incluídos nas placas. Objetivou-se também verificar a existência algum outro defeito não conhecido ou artefato que era gerado com os dados experimentais e com os dados teóricos. Foram utilizados dois modos de propagação predominantes nas placas de fibra de carbono: o modo A0, predominante de $50\,\text{kHz}$ a $100\,\text{kHz}$, e o modo S0, predominante na frequência central de $300\,\text{kHz}$. Além disso, foram considerados casos em que a dispersão pode ou não ser desprezada e assim se obter um melhoramento na imagem gerada.

Os traços temporais capturados são relativos à excitação dos transdutores piezelétricos, pelas ondas que foram geradas pelo emissor, propagadas pela placa de laminado e chegaram ao receptor. Estas ondas guiadas no laminado são, em princípio, compostas pela superposição dos modos de propagação que são permitidos pela estrutura laminada de compósito. Por *permitidos* quer-se dizer que são os modos gerados nas frequências de excitação dos transdutores (que dependem da geometria dos PZTs e de sua composição) e que sobrevivem aos fenômenos de irradiação, conversão de energia ondulatória para térmica e focalização elástica. Não foi feito nenhum estudo relativo à atenuação ou faixas de mínima atenuação que o laminado poderia apresentar: este estudo levaria em conta a previsão da componente imaginária de cada elemento da matriz de rigidez que caracteriza cada camada do laminado. No entanto, os resultados anteriores utilizando a detecção de ondas com vibrômetro laser e os transdutores acopladas a prismas leva a resultados claros quando se analisam os diagramas de tempo-frequência: somente os modos A0 e S0 estão predominantemente presentes no laminado com estes ensaios e têm faixas

de frequência muito diferentes de preponderância. Com isso em mente, os ensaios que foram feitos para inspeção das placas de laminado levaram em conta somente a propagação dos modos A0 e S0 nas supracitadas frequências.

Há três fatores a serem levados em consideração com a utilização de cada modo ondulatório para a formação da imagem com a utilização de propagação de ondas em meios anisotrópicos que são independentes das características do grupo de transdutores utilizados:

- a característica dispersiva do pacote de onda na frequência em que os sinais são gerados e estão permitidos na placa, que leva ao alargamento espacial e temporal do pacote de onda;
- a dependência angular da velocidade de grupo e ângulo de desvio em relação à velocidade de fase, que, se não for levado em consideração, leva ao erro na localização dos defeitos e a geração de artefatos em locais em que não há nada a ser detectado;
- a dependência angular do fator de focalização elástica, que pode gerar questões quanto à interpretação das imagens, além de degradar a relação sinal-ruído em faixas de ângulos em que ocorre atenuação devido à focalização elástica com concomitante amplificação em outras direções, já que este não é um efeito dissipativo e sim um efeito de concentração de energia em algumas direções determinadas pela curva de lentidão;

Enquanto o modo A0 é fortemente dispersivo em $50\,\text{kHz}$ comparado ao modo S0 em $300\,\text{kHz}$, o modo S0 é fortemente focalizado nas direções $0°$ e $90°$. O modo A0 apresenta focalização menos intensa comparada ao S0, porém seu fator de focalização não é uniforme angularmente. As considerações em relação à focalização elástica, especificamente na seleção de sinais que tenham uma relação sinal-ruído não degradada, levam à melhoria das imagens. Os artefatos que são gerados quando se usam todos os sinais adquiridos são eliminados melhorando a legibilidade e confiança na interpretação das imagens.

4.1 MÉTODOS DE FORMAÇÃO DE IMAGEM E TÉCNICAS DE MELHORAMENTO

Os métodos de formação de imagens têm sua origem baseada nos estudos de formação de imagens via método de abertura sintética para ondas de radar (*synthetic aperture radar*–SAR), para a criação de mapas topográficos utilizando apenas um transmissor e um receptor. A técnica de formação de imagens inicial utilizando apenas um transdutor na emissão e o mesmo transdutor na recepção deu origem à técnica de focalização de abertura sintética (SAFT). Uma melhora na resolução das imagens e solução de algumas questões referentes aos lóbulos laterais de emissão da abertura sintética gerada foram resolvidas com a expansão para dois transdutores na recepção (SAFT-2R). A inclusão de mais transdutores na recepção levou a melhorias na

resolução e qualidade da imagem. O método mais completo é baseado em um sistema que possa ter o máximo de transdutores trabalhando na recepção.

4.1.1 Método de focalização total–TFM

O método de focalização total (*total focusing method*–TFM) maximiza o uso do conjunto de dados que um grupo de sensores (array) pode fornecer. O conjunto completo de dados é descrito pelo sistema de traços temporais oriundos de todas as combinações possíveis de pares emissor-receptor em um *array* de transdutores. Considera-se um emissor na posição $P_e = (x_e,y_e)$ e um receptor em $P_r = (x_r,y_r)$, uma onda monomodal, sem dispersão ou um sinal de banda estreita (contendo predominantemente uma frequência), as distâncias $d_{e,P}$ e $d_{r,P}$ são as distâncias entre o emissor e o refletor, e entre o refletor e o receptor. A onda se propaga a partir do emissor até um refletor em potencial na posição $P = (x,y)$ e vai ao receptor, demora um tempo $t_{e,P,r} = d_{e,P}/c_{ge} + d_{r,P}/c_{gr}$, na qual $c_{g,e}$ e $c_{g,r}$ são as velocidades de grupo associadas à cada direção de propagação.

O traço temporal adquirido entre um emissor e e um receptor r é descrito pela função $u_{e,r}(t)$. Esta função se refere à superposição das ondas que vem de todas as partes da placa e que estão temporalmente separadas de t entre a emissão de P_e e a recepção em P_r. Se a propagação ocorresse em uma placa isotrópica, um único sinal conteria a informação dos possíveis refletores em diversas posições P. Contudo, uma reflexão identificada no traço temporal poderia, no máximo, inferir em que elipse estaria presente o refletor. A soma de sinais que têm emissor e/ou receptor diferentes produzem uma interferência construtiva nos pontos P em que há um refletor e interferência destrutiva devido a ruído. Esta é a base do método de soma de sinais do TFM, assim como da SAFT e SAFT-2R. Para meios anisotrópicos, se um sinal é emitido e recebido pelo mesmo transdutor, então a curva que localiza o refletor é a curva de onda, que não é necessariamente uma circunferência, e a superposição de sinais leva a interferência construtiva em locais que contêm um refletor. Se existem N transdutores, todos trabalhando um por vez como emissor, e todos como receptores, o TFM gerará uma função escalar I do ponto (x,y) que, para a propagação de ondas em uma placa de material anisotrópico, pode ser escrita (HOLMES; DRINKWATER; WILCOX, 2005) como

$$I(x,y) = \left| \sum_{\substack{e=1 \\ r=1}}^{N} u_{e,r} \left(\frac{\sqrt{(x_e - x)^2 + (y_e - y)^2}}{c_{ge}(\theta_{ge})} + \frac{\sqrt{(x_r - x)^2 + (y_r - y)^2}}{c_{gr}(\theta_{gr})} \right) \right| \tag{213}$$

na qual θ_{ge} e θ_{gr} são as direções definidas pela onda de ida ao refletor e de volta ao receptor, explicitamente dadas por

$$\theta_{gj} = \arctan\left(\frac{y_j - y}{x_j - x}\right), \; j = e,r. \tag{214}$$

Imagem de amplitude

A imagem de amplitude é obtida quando se identificam os sinais $u_{e,r}$ como sendo as amplitudes das ondas propagadas e captadas no receptor.

Esta definição de soma de sinais leva em consideração apenas a dependência angular das velocidades de grupo dos sinais transmitidos e recebidos, mas não considera as perdas por difração, atenuação viscoelástica e focalização elástica. Uma forma de compensar estas diminuições da amplitude com a distância e com o ângulo é incluir o inverso do fator de atenuação. Se o fator β, que contém os efeitos de difração, atenuação, focalização elástica e qualquer outro efeito que modifique a amplitude da onda com a distância e ângulo, for denotado por $\beta\left(\vec{r}_{e,P},\vec{r}_{P,r}\right)$ em que $\vec{r}_{j,P}$ é o vetor deslocamento de $j = e,r$ a P, então a imagem de amplitude melhorada com as compensações de atenuação-amplificação é

$$I\left(x,y\right) = \left|\sum_{\substack{e=1\\r=1}}^{N} \frac{1}{\beta\left(\vec{r}_{e,P},\vec{r}_{P,r}\right)} u_{e,r} \left(\frac{\sqrt{\left(x_e - x\right)^2 + \left(y_e - y\right)^2}}{c_{ge}\left(\theta_{ge}\right)} + \frac{\sqrt{\left(x_r - x\right)^2 + \left(y_r - y\right)^2}}{c_{gr}\left(\theta_{gr}\right)}\right)\right|. \tag{215}$$

Explicitamente, o efeito de difração em um meio isotrópico faz com que uma onda circular tenha sua amplitude alterada pelo inverso do quadrado da distância de propagação em relação ao seu centro de origem. Assim, se um pulso é gerado em um ponto de uma placa plana isotrópica com amplitude u_0, a uma distância r da origem, a onda circular terá amplitude

$$u_{\text{iso}}\left(r\right) = \frac{u_0}{\sqrt{r}}. \tag{216}$$

Para uma placa plana de material anisotrópico, há o efeito de focalização elástica. Este efeito é quantificado através do fator de Maris (1971) A ou de Chapuis, Terrien e Royer (2010) $\mathcal{A}$, que é o quanto a energia de uma onda é amplificada (ou atenuada) quando se propaga em uma direção, em relação ao que teria uma onda em um meio isotrópico. Isso relaciona a amplitude u_{iso} com a amplitude da onda no meio anisotrópico $u\left(\vec{r}\right)$ através de $u\left(\vec{r}\right)/u_{\text{iso}}\left(\vec{r}\right) = \sqrt{A\left(\vec{r}\right)}$. Ou seja, a amplitude da onda no meio anisotrópico, devido a uma excitação puntiforme em uma estrutura do tipo placa plana evoluirá espacialmente como

$$u\left(\vec{r}\right) = u_0 \beta\left(\vec{r}\right)\sqrt{A\left(\vec{r}\right)}, \tag{217}$$

em que $r \equiv \|\vec{r}\|$ e $\beta\left(\vec{r}\right)$ inclui os efeitos de difração e atenuação com a distância, e que depende implicitamente da frequência de oscilação, do modo e da direção de propagação da onda.

Imagem de Fase Instantânea

A imagem de fase é obtida ao se substituir as amplitudes $u_{e,r}$ na soma (213) pela fase $\varphi_{e,r}$ do traço temporal, calculada na posição P. A fase $\varphi_{e,r}$ é aqui identificada como a fase

instantânea do sinal e pode ser obtida rapidamente através da transformada de Hilbert de $u_{e,r}$, $\hat{u}_{e,r}$, pois a representação analítica de um sinal $u\,(t)$ é diretamente dada por

$$u_a(t) = u\,(t) + \mathrm{i}\hat{u}\,(t)\,, \tag{218}$$

na qual $\hat{u}(t)$ tem cada uma de suas componentes de frequência atrasadas de $90°$ em relação às componentes do sinal original $u\,(t)$, e a fase φ pode ser determinada diretamente através de

$$\varphi\,(t) = \arctan\left(\frac{\hat{u}(t)}{u\,(t)}\right). \tag{219}$$

Portando a imagem de fase instantânea, $I_\varphi\,(x,y)$, é calculada analogamente à imagem de amplitude, sendo

$$I_\varphi\,(x,y) = \left|\sum_{\substack{e=1\\r=1}}^{N} \varphi_{e,r}\left(\frac{\sqrt{(x_e-x)^2+(y_e-y)^2}}{c_{ge}\,(\theta_{ge})} + \frac{\sqrt{(x_r-x)^2+(y_r-y)^2}}{c_{gr}\,(\theta_{gr})}\right)\right|. \tag{220}$$

4.1.2 Fator de ponderação usando a fase

A informação na imagem de fase instantânea pode ser combinada com a informação da imagem de amplitude de forma direta, quando se sabe que fase instantânea é produzida por soma de ruídos ou por somas de sinais que têm algum grau de coerência de fase. Uma soma de ruídos ideal produzirá uma imagem de amplitude com valores nulos enquanto que uma soma de sinais coerentes produzem um máximo em $I\,(x,y)$. Porém, como os traços $u_{e,r}\,(t)$ contém ruídos, reflexões e sinais diretos vindos dos refletores de vários pontos, a imagem de amplitude não terá máximos nem zeros ideais. A imagem de fase contém a informação relativa à mudança, ou até inversão, de fase em um refletor, o que gera valores baixos para soma de ruídos e valores altos nas somas coerentes. Utilizar a informação da fase como um fator de ponderação associado ponto-a-ponto à imagem de amplitude pode melhorar a resolução e qualidade da imagem final, pois combinam-se as informações de fase e amplitude dos sinais capturados.

Uma forma de combinar diretamente as imagens $I\,(x,y)$ e $I_\varphi\,(x,y)$ é utilizar a multiplicação de imagens ponto-a-ponto

$$I_{\text{amp},\varphi}\,(x,y) = I\,(x,y)\cdot I_\varphi\,(x,y)\,. \tag{221}$$

Uma alternativa seria também usar um limiar para detecção de defeitos via imagem de fase e usá-lo como máscara para selecionar regiões confiáveis na imagem de amplitude. Estas regiões confiáveis são regiões em que a relação sinal-ruído está acima de um determina do limiar que indica que há um defeito na região. Considerando que o limiar de detecção na fase seja dado por $\mathcal{I}$, então

$$I_{\text{amp,limiar}}\,(x,y) = \begin{cases} 0, & |I_\varphi\,(x,y)| < \mathcal{I} \\ I_{\text{amp},\varphi}\,(x,y)\,, & |I_\varphi\,(x,y)| \geq \mathcal{I}. \end{cases} \tag{222}$$

O problema é definir o limiar homogeneamente ou pontualmente, analiticamente ou empiricamente. Limiar homogeneamente ou pontualmente definido diz respeito a fazer com que $\mathcal{I}$ seja ou não uma função de ponto. Definir o limiar analiticamente ou empiricamente é proceder à determinação de $\mathcal{I}$ por meios determinísticos ou estatísticos que levam em conta o nível de ruído nos sinais e a quantidade de sinais envolvidos na cálculo da imagem, ou proceder com a escolha de um valor que é determinado pelo operador que visualiza a imagem, através de sua perícia, habilidade e experiência.

4.1.3 Limitação angular de sinais via focalização elástica e relação sinal-ruído

O efeito de focalização elástica faz com que algumas direções sejam preferenciais para a concentração da energia de uma onda, enquanto que outras direções no meio apresentarão uma diminuição na intensidade da onda propagada. Isso é visto nos diagramas de focalização apresentados na Seção 3.4, tanto para o modo A0 quanto para o modo S0. O processo de focalização dinâmica, implícito no TFM, indica que os sinais são focalizados na emissão e na recepção. Contudo, uma onda acústica que se propaga em um meio anisotrópico terá sua amplitude diminuída nas direções em que a focalização elástica for fortemente atenuante, de forma que os sinais destas direções podem ficar degradados e a imagem formada pode não conter informação confiável. Esta degradação da amplitude da onda pode ocorrer na emissão até o refletor e/ou na propagação desde o refletor até o receptor.

Uma alternativa a isso é limitar o processo de soma somente a sinais que são oriundos de direções em que o diagrama de focalização elástica estiver acima de um limiar, seja este limiar empírico ou analítico. No caso dos modos A0 e S0 que se propagam na placa de compósito têxtil de trama simples que foi estudada, as direções de máxima atenuação devido à focalização elástica encontram-se entorno de $45°$.

4.2 COMPENSAÇÃO DA DISPERSÃO

Ao contrário do que poderia ser esperado como ideal, as ondas que se propagam em um meio de forma guiada podem apresentar em sua banda de frequência o fenômeno de dispersão do pacote de onda. A dispersão é um fenômeno que causa um alargamento do pacote de energia ao longo do espaço e do tempo a medida que este pacote se propaga. Este alargamento do pacote é causado pela diferença entre as velocidades de propagação de cada onda monocromática, fazendo com que algumas frequências propaguem-se mais lentamente e outras mais rapidamente que a média, e assim, causando o alargamento do sinal original. Este fenômeno é indesejado e gera questões de resolução espacial e temporal, e pode ser compensado através da inserção de meios que têm um efeito de dispersão oposta ao meio predominante, como é o caso das ondas luminosas guiadas em fibra óptica com dispersão deslocada. Outro método para a compensação da dispersão é o método computacional que trata o sinal propagado e o reconstrói

através da compensação das velocidades de cada onda.

Na definição do TFM (método de focalização total) os sinais foram considerados como sendo originários de um meio cuja propagação de ondas não é dispersiva e, portanto, o pacote de onda não tem sua largura temporal e espacial alterada a medida que este se propaga no meio. Ondas guiadas, por poderem ser fortemente dispersivas em algumas faixas de frequência, quando são usadas na formação de imagens via soma de sinais geram imagens inconclusivas, de forma que algum método de compensação ou remoção da dispersão deve ser usado para que os sinais possam ser usados no TFM original. O trabalho de Wilcox (2003b) apresenta uma alternativa na forma de pós-tratamento de sinais que recupera o sinal original a partir do sinal detectado que se propagou por uma distância conhecida. Este método utiliza a informação das curvas de dispersão para a compensação das velocidades das componentes em cada frequência como uma técnica de retropropagação espacial. Originalmente a compensação da dispersão leva em conta um meio isotrópico, no qual não há dependência da velocidade de grupo com a direção de propagação, e o ângulo de desvio sempre é nulo. O texto que segue nesta seção é baseado em (WILCOX, 2003b) e expande sua abordagem para os meios anisotrópicos incluindo as informações de velocidade de grupo, velocidade de fase e ângulo de desvio da velocidade de grupo.

Considerando uma estrutura na qual podem ser geradas ondas acústicas guiadas e que a excitação ocorra localmente em uma posição na qual o sinal original seja dado pela função $f\left(t\right)$, os deslocamentos de partícula da estrutura após a propagação na direção $\vec{r}$ e no instante t podem ser descritos pela função $u\left(\vec{r},t\right)$. No caso de ondas em placas, pode-se medir o deslocamento fora do plano da placa ou no plano da placa. O sinal em uma posição $\vec{r}$ e com dependência temporal t pode ser descrito pela função

$$u\left(\vec{r},t\right) = \int_{-\infty}^{\infty} F\left(\omega\right) e^{\mathrm{i}\left[\vec{k}(\omega)\cdot\vec{r}-\omega t\right]}\,\mathrm{d}\omega, \tag{223}$$

em que a velocidade de propagação de cada onda na frequência angular ω é determinada pela relação de dispersão

$$\vec{c}_p\left(\omega\right) = \frac{\omega}{k\left(\omega\right)}\hat{k}\left(\omega\right), \tag{224}$$

$F\left(\omega\right)$ é a transformada de Fourier do sinal $f\left(t\right)$, e assim, o fenômeno de dispersão pode ser compreendido matematicamente.

4.2.1 Compensação de dispersão em emissão e na recepção na mesma direção

Em um meio anisotrópico os vetores de onda $\vec{k}$ são função da direção de propagação e da frequência, além de serem paralelos à velocidade de fase $\vec{c}_p$. Considerando que o sinal se propaga na direção $\vec{r}$ e esta é a direção da velocidade de grupo $\vec{c}_g$, o produto $\vec{k}\cdot\vec{r} = kr\cos\theta_d$ tem de levar em consideração o ângulo de desvio θ_d entre a velocidade de fase e a velocidade de grupo.

O sinal detectado na posição $\vec{r}$, $s(t) = u(\vec{r},t)$, que foi disperso espacialmente pode ser reagrupado usando a retro-propagação de forma que se compensem as fases espaciais em cada frequência. Isso pode ser feito através do mapeamento entre $s(t)$ e a função da distância propagada

$$h(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\, e^{-\mathrm{i}\vec{k}\cdot\vec{r}}\, \mathrm{d}\omega, \tag{225}$$

em que

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = kr\cos\theta_d. \tag{226}$$

Pode-se notar que o produto escalar que determina a fase espacial da onda para meios isotrópicos resume-se a apenas $\vec{k}\cdot\vec{r} = kr$, pois $\theta_d = 0$. Contudo para meios anisotrópicos, $\theta_d \neq 0$ em geral, e a integral que define $h(\vec{r})$ deverá levar em conta a dependência de k e de θ_d com a frequência.

O cálculo da integral na expressão (225) pode ser numericamente lento, de forma que pode-se buscar uma alternativa mais eficiente se tal integral for representada na forma de uma transformada de Fourier e, assim, utlilizar o algoritmo da FFT para seu cálculo de forma eficiente.

Para isso, ao se reescrever a integral, a relação entre as diferenciais $\mathrm{d}\omega$ e $\mathrm{d}k$ torna-se

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\omega &= \frac{\partial\omega}{\partial k_x}\mathrm{d}k_x + \frac{\partial\omega}{\partial k_y}\mathrm{d}k_y + \frac{\partial\omega}{\partial k_z}\mathrm{d}k_z = c_{gx}\mathrm{d}k_x + c_{gy}\mathrm{d}k_y + c_{gz}\mathrm{d}k_z \\ &= \vec{c}_g\cdot\mathrm{d}\vec{k} = c_g\cos\theta_d\,\mathrm{d}k\end{aligned} \tag{227}$$

que leva $h(\vec{r})$ a ser expressa como

$$h(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(k)\, c_g(k)\cos\theta_d(k)\, e^{-\mathrm{i}kr\cos\theta_d(k)}\,\mathrm{d}k. \tag{228}$$

com $\tilde{S}(k) = S(\omega(k))$. Pode-se reescrever esta última expressão na forma de uma transformada de Fourier se for considerada a nova variável

$$k' = k\cos\theta_d, \tag{229}$$

com a relação entre as diferenciais

$$\mathrm{d}k' = \left[\cos\theta_d - k\,\mathrm{sen}\,\theta_d\frac{\mathrm{d}\theta_d}{\mathrm{d}k}\right]\mathrm{d}k. \tag{230}$$

Portanto, a compensação da dispersão pode ser representada pela transformada de Fourier na variável k'

$$h(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(k')\, c_g^{ef}(k')\, e^{-\mathrm{i}k'r}\,\mathrm{d}k' = \mathscr{F}\left\{\tilde{S}(k')\, c_g^{\mathrm{ef}}(k')\right\}, \tag{231}$$

na qual a velocidade de grupo efetiva, $c_g^{\mathrm{ef}}(k')$, é determinada através de

$$c_g^{\mathrm{ef}}(k') = \left(\frac{c_g(k)\cos\theta_d(k)}{\cos\theta_d(k) - k\,\mathrm{sen}\,\theta_d(k)\,\frac{\mathrm{d}\theta_d}{\mathrm{d}k}}\right)_{k=k'/\cos\theta_d}. \tag{232}$$

Simplificando-se, a velocidade de grupo efetiva torna-se:

$$c_g^{\text{ef}}\left(k'\right) = \left(\frac{c_g\left(k\right)}{1 - k\tan\theta_d\left(k\right)\frac{\mathrm{d}\theta_d}{\mathrm{d}k}}\right)_{k=k'/\cos\theta_d}, \tag{233}$$

que pode ser reescrita em função da frequência f como

$$c_g^{\text{ef}}\left(f\right) = \left(\frac{1}{c_g\left(f\right)} - \frac{f}{c_p\left(f\right)}\operatorname{sen}\theta_d\left(f\right)\frac{\mathrm{d}\theta_d}{\mathrm{d}f}\right)^{-1} \tag{234}$$

e

$$k'\left(f\right) = 2\pi f\frac{\cos\theta_d\left(f\right)}{c_p\left(f\right)}. \tag{235}$$

Assim a compensação de dispersão de um sinal que se propaga em uma única direção $\vec{r}$ pode ser feita numericamente usando a compensação da variação da fase espacial apresentada na expressão (231) usando o algoritmo da FFT.

4.2.2 Compensação de dispersão com direções distintas na emissão e na recepção

Em alguns casos, nos quais o sinal é gerado em um ponto E, se propaga até um refletor no ponto P e retorna ao receptor em um ponto R, as direções de propagação $\vec{EP}$ e $\vec{PR}$ podem ser distintas, diante do fato que o emissor e o receptor podem não ser o mesmo transdutor e, portanto, não estão na mesma posição. Além disso, pode-se ter uma conversão de modos no sinal que retorna do refletor em P. Nesta condição de ter-se duas direções de propagação do sinal e também a possibilidade de conversão de modos na reflexão em P, deve-se levar em conta os delocamentos na propagação $\vec{r}_e$ e $\vec{r}_r$ das velocidades de grupo, e os vetores de onda $\vec{k}_e$, $\vec{k}_r$ associados a estas direções, no procedimento de compensação da dispersão. Entre o emissor e o refletor, o sinal sofre variação de fase espacial dada por $\vec{k}_e \cdot \vec{r}_e$, enquanto que na propagação a partir do refletor em P até o receptor a variação de fase será $\vec{k}_r \cdot \vec{r}_r$. Considerando que em um meio anisotrópico genérico existem os ângulos de desvio entre a velocidade de fase e a velocidade de grupo, os produtos escalares ficam também em função dos ângulos de desvio θ_e e θ_r. O sinal mapeado na distância de propagação d é

$$h\left(d\right) = \int_{-\infty}^{\infty} S\left(\omega\right) e^{-\mathrm{i}\left[\vec{k}_e\cdot\vec{r}_e + \vec{k}_r\cdot\vec{r}_r\right]}\,\mathrm{d}\omega, \tag{236}$$

em que $d = r_e + r_r$.

Para reescrever esta integral na forma de uma transformada de Fourier, pode-se utilizar a mudança de variável

$$k = \vec{k}_e \cdot \vec{\alpha}_e + \vec{k}_r \cdot \vec{\alpha}_r, \tag{237}$$

com os novos vetores

$$\vec{\alpha}_e = \frac{\vec{r}_e}{d}, \quad \vec{\alpha}_r = \frac{\vec{r}_r}{d} \tag{238}$$

na qual tem-se a relação $\alpha_e + \alpha_r = 1$, sendo α_e e α_r os módulos de seus respectivos vetores. Assim, pode-se escrever a mudança de fase da onda, na frequência angular ω, como

$$kd = \vec{k}_e \cdot \vec{r}_e + \vec{k}_r \cdot \vec{r}_r \tag{239}$$

e a relação entre as diferenciais $\mathrm{d}\omega$ e $\mathrm{d}k$, tal que

$$\mathrm{d}\omega = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}\mathrm{d}k = \left(\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\omega}\right)^{-1}\mathrm{d}k, \tag{240}$$

e a nova derivada

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\omega} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}\left(\vec{k}_e \cdot \vec{\alpha}_e + \vec{k}_r \cdot \vec{\alpha}_r\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}\left(k_e \cos\theta_e \alpha_e + k_r \cos\theta_r \alpha_r\right) \\ &= \alpha_e\left(\frac{\mathrm{d}k_e}{\mathrm{d}\omega}\cos\theta_e - k_e \operatorname{sen}\theta_e \frac{\mathrm{d}\theta_e}{\mathrm{d}k_e}\frac{\mathrm{d}k_e}{\mathrm{d}\omega}\right) + \alpha_r\left(\frac{\mathrm{d}k_r}{\mathrm{d}\omega}\cos\theta_r - k_r \operatorname{sen}\theta_r \frac{\mathrm{d}\theta_r}{\mathrm{d}k_r}\frac{\mathrm{d}k_r}{\mathrm{d}\omega}\right).\end{aligned} \tag{241}$$

A derivada $\mathrm{d}k_e/\mathrm{d}\omega$ ($\mathrm{d}k_r/\mathrm{d}\omega$) deve ser expressa em função da velocidade de grupo c_{ge} e do ângulo de desvio θ_e (c_{gr} e θ_r):

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}k_j}{\mathrm{d}\omega} &= \left(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k_j}\right)^{-1} = \left(\frac{\partial\omega}{\partial k_{jx}}\frac{\mathrm{d}k_{jx}}{\mathrm{d}k_j} + \frac{\partial\omega}{\partial k_{jy}}\frac{\mathrm{d}k_{jy}}{\mathrm{d}k_j} + \frac{\partial\omega}{\partial k_{jz}}\frac{\mathrm{d}k_{jz}}{\mathrm{d}k_j}\right)^{-1} \\ &= \left(c_{gx}\frac{k_{jx}}{k_j} + c_{gy}\frac{k_{jy}}{k_j} + c_{gz}\frac{k_{jz}}{k_j}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{k_j}\left(c_{gx}k_{jx} + c_{gy}k_{jy} + c_{gz}k_{jz}\right)\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{k_j}\vec{c}_{gj} \cdot \vec{k}_j\right)^{-1} = \left(\frac{1}{k_j}c_{gj}k_j\cos\theta_j\right)^{-1} = \left(c_{gj}\cos\theta_j\right)^{-1}, j \in \{e,r\}\end{aligned} \tag{242}$$

e, portanto, o mapeamento da compensação da dispersão torna-se uma função das direções de propagação de ida ao refletor e volta ao receptor,

$$h_{e,r}\left(\vec{r}_e,\vec{r}_r\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}\left(k\right) c_g^{\mathrm{ef}}\left(k\right) e^{-\mathrm{i}kd}\,\mathrm{d}k = \mathscr{F}\left\{\tilde{S}\left(k\right) c_g^{\mathrm{ef}}\left(k\right)\right\}, \tag{243}$$

sendo que a velocidade de grupo efetiva

$$c_g^{\mathrm{ef}} = \left[\frac{\alpha_e}{c_{ge}}\left(1 - k_e \tan\theta_e \frac{\mathrm{d}\theta_e}{\mathrm{d}k_e}\right) + \frac{\alpha_r}{c_{gr}}\left(1 - k_r \tan\theta_r \frac{\mathrm{d}\theta_r}{\mathrm{d}k_r}\right)\right]^{-1} \tag{244}$$

deve ser função da nova variável k. Considerando que os números de onda podem ser reescritos em função da frequência f e das velocidades de fase c_{pe} e c_{pr}, tanto a nova variável k quanto c_g^{ef} ficam na forma mais adequada quando se têm os dados de curvas de dispersão de velocidade de fase, de grupo e ângulo de desvio:

$$c_g^{\mathrm{ef}}\left(f\right) = \left[\alpha_e\left(\frac{1}{c_{ge}} - \frac{f}{c_{pe}}\operatorname{sen}\theta_e \frac{\mathrm{d}\theta_e}{\mathrm{d}f}\right) + \alpha_r\left(\frac{1}{c_{gr}} - \frac{f}{c_{pr}}\operatorname{sen}\theta_r \frac{\mathrm{d}\theta_r}{\mathrm{d}f}\right)\right]^{-1} \tag{245}$$

e

$$k\left(f\right) = \alpha_e\left(2\pi f \frac{\cos\theta_e\left(f\right)}{c_{pe}\left(f\right)}\right) + \alpha_r\left(2\pi f \frac{\cos\theta_r\left(f\right)}{c_{pr}\left(f\right)}\right). \tag{246}$$

Estas últimas expressões podem ser expandidas para a situação em que a onda se propaga no meio e sofre $n-1$ reflexões ou interações com $n-1$ refletores, e assim, ocorrem n caminhos percorridos entre o emissor e o receptor.

Além disso as expressões (245) e (246) podem ser empregadas no estudo de conversão de modos devido à interação da onda com um refletor. Portanto, é possível a análise de imagens ultrassônicas, empregando ondas que viajam do emissor ao refletor com um modo de propagação, que sofrem conversão de modo e o novo modo gerado propaga-se do refletor ao receptor.

4.2.2.1 Compensação de dispersão em meios isotrópicos

Caso 1: Com conversão de modos

As expressões para a compensação do fenômeno de dispersão mostradas em (243) e (244) são gerais e podem ser utilizadas nos casos em que o emissor e o receptor estão em posições distintas e a propagação ocorre em um meio anisotrópico. Além disso, podem ser aplicadas ao estudo da ocorrência de conversão de modos entre o sinal de ida ao refletor e volta ao receptor. Caso a propagação ocorra em um meio isotrópico e ocorra conversão de modos, os ângulos de desvio são naturalmente nulos e a velocidade de grupo efetiva será dada por

$$c_g^{\text{ef}} = \frac{c_{ge}c_{gr}}{\alpha_r c_{ge} + \alpha_e c_{gr}}. \tag{247}$$

Caso 2: Sem conversão de modos

Nas condições em que se deseja analisar sinais em que não haja conversão de modos da emissão para a recepção, as velocidades de grupo são iguais ($c_{ge} = c_{gr} = c_g$) e portanto

$$c_g^{\text{ef}} = c_g \tag{248}$$

que é o caso ordinário apresentado na literatura para compensação de dispersão em meios isotrópicos.

4.2.2.2 Compensação de dispersão com emissor e receptor sendo o mesmo transdutor

No caso em que os sinais são emitidos e detectados pelo mesmo transdutor, as direções de propagação a partir do emissor e de volta ao receptor são as mesmas. Com este arranjo as velocidades de grupo $c_{ge} = c_{gr}$, assim como os ângulos de desvio $\theta_e = \theta_r$, as velocidades de fase $c_{pe} = c_{pr}$ e também o número de onda $k_r = k_r$ são os mesmos. Além disso, se $\alpha_e + \alpha_r = 1$, então a velocidade de grupo efetiva c_g^{ef} torna-se equivalente a

$$c_g^{\text{ef}}(f) = \left[\left(\frac{1}{c_{ge}} - \frac{f}{c_{pe}} \operatorname{sen}\theta_e \frac{\mathrm{d}\theta_e}{\mathrm{d}f}\right)\right]^{-1}. \tag{249}$$

4.2.3 Implementação da compensação da dispersão para dados com amostragem discreta

Com os sinais temporais $u_{e,r}(t)$ e as previsões teóricas de velocidade de fase $c_p(f,\theta_g)$, velocidade de grupo $c_g(f,\theta_g)$ e ângulos de desvio $\theta_d(f,\theta_g)$ como funções da frequência f e direção de propagação θ_g, e lembrando que θ_g é na verdade a direção de propagação da velocidade de grupo, pois o que o que se propaga são os grupos de onda:

1. Calculam-se as transformadas de Fourier $S(f) \equiv \mathscr{F}\{u_{e,r}(t)\}$ com n pontos;

2. Definem-se os pontos em que se localizam os emissores $P_e = (x_e,y_e)$, receptores $P_r = (x_r,y_r)$ e refletores em potencial $P = (x,y)$ e calculam-se as variações

$$\Delta x_e = x - x_e, \qquad r_e = \sqrt{\Delta x_e^2 + \Delta y_e^2}$$
$$\Delta y_e = y - y_e, \qquad \theta_{ge} = \arctan\left(\frac{\Delta y_e}{\Delta x_e}\right)$$

$$\Delta x_r = x - x_r, \qquad r_r = \sqrt{\Delta x_r^2 + \Delta y_r^2}$$
$$\Delta y_r = y - y_r, \qquad \theta_{gr} = \arctan\left(\frac{\Delta y_r}{\Delta x_r}\right)$$

e também

$$d = r_e + r_r, \qquad \alpha_e = \frac{r_e}{d}, \qquad \alpha_e = \frac{r_e}{d}.$$

Segue-se determinando as velocidades de grupo efetivas de ida e volta

$$c_{g;e,r}^{\text{ef}}(f) = \left[\frac{\alpha_e}{c_{ge}^{\text{ef}}} + \frac{\alpha_r}{c_{gr}^{\text{ef}}}\right]^{-1}, \tag{250}$$

com os valores calculados previamente

$$c_{gj}^{\text{ef}}(f) = \left[\left(\frac{1}{c_{gj}(f)} - \frac{f}{c_{pj}(f)}\operatorname{sen}\theta_j(f)\frac{\mathrm{d}\theta_j(f)}{\mathrm{d}f}\right)\right]^{-1}, \quad j = e,r. \tag{251}$$

3. Interpolam-se $S_{e,r}(f)$ e $c_{g;e,r}^{\text{ef}}(f)$ para que sejam amostrados novamente com a mesma taxa de F_s na banda de frequência de interesse e, se necessário, impondo-se zeros em $S_{e,r}(f)$ fora da banda de interesse;

4. Reamostra-se o produto $SC_{g;e,r}(f) \equiv S_{e,r}(f) \cdot c_{g;e,r}^{\text{ef}}(f)$ do espaço de frequência f para o espaço de número de onda k, gerando a função $\widetilde{SC}_{g;e,r}(k)$:

   a) a partir do vetor de frequências uniformemente espaçados f_i gerar o vetor de números de onda k_i, que não é uniformemente distribuído, tal que

$$k_i = \alpha_e\left(2\pi f_i\frac{\cos\theta_e(f_i)}{c_{pe}(f_i)}\right) + \alpha_r\left(2\pi f_i\frac{\cos\theta_r(f_i)}{c_{pr}(f_i)}\right);$$

b) interpolar $\widetilde{SC}_{g;e,r}\left(k_i\right)$ nos novos valores $\tilde{k}_i$ uniformemente distribuídos com passo $\Delta\tilde{k}$;

5. Calcula-se a transformada de Fourier inversa de $\widetilde{SC}_{g;e,r}\left(\tilde{k}_i\right)$, com m pontos gerando os traços espaciais $h_{e,r}\left(\vec{r}_e,\vec{r}_r\right)$, nos quais d está espaçado com a taxa de amostragem espacial Δd.

Os valores de $\Delta\tilde{k}$ e m que regulam como o processo se desenvolve são determinados pelas expressões

$$\Delta\tilde{k} < \frac{2\pi F_s}{n v_{\text{máx}}}$$

e

$$m \geq \frac{2\tilde{k}_{F_s/2}}{\Delta\tilde{k}},$$

nas quais $\tilde{k}_{F_s/2} = \tilde{k}\left(F_s/2\right)$ é calculado na metade da frequência de amostragem F_s. $v_{\text{máx}}$ é a velocidade de grupo máxima que deve ser levada em consideração para cada modo de propagação.

4.2.4 Compensação de dispersão e o TFM

Os sinais agora gerados através da compensação de dispersão devem apresentar, nas posições determinadas, a amplitude e fase corrigida, porém, não são mais sinais relativos a traços temporais e sim traços espaciais $h_{e,r}\left(\vec{r}_e,\vec{r}_r\right)$ expressos em (243), que são utilizados na soma de sinais definida no método de focalização total (TFM) como

$$I\left(x,y\right) = \left|\sum_{\substack{e=1\\r=1}}^{N} \frac{1}{\beta\left(\vec{r}_e,\vec{r}_P\right)} h_{e,r}\left(\vec{r}_e,\vec{r}_r\right)\right|, \tag{252}$$

na qual a posição do refletor em relação ao emissor é dada por $\vec{r}_e = \left(x - x_e\right)\hat{\imath} + \left(y - y_e\right)\hat{\jmath}$, enquanto a posição do receptor em relação ao refletor é $\vec{r}_r = \left(x_r - x\right)\hat{\imath} + \left(y_r - y\right)\hat{\jmath}$.

A imagem de fase e as imagens ponderadas com análise da fase são calculadas analogamente ao que foi exposto na Seção 4.1, agora utilizando o sinal compensado $h_{e,r}\left(\vec{r}_e,\vec{r}_r\right)$.

4.3 MATERIAL E MONTAGEM EXPERIMENTAL

Os objetos de estudo são placas de compósito têxtil de trama simples (fibra de carbono T300 em matriz epóxi F155) com dimensões aproximadas de $490\,\text{mm} \times 690\,\text{mm} \times 1{,}97\,\text{mm}$. Nestas placas foram inseridos gradualmente defeitos com o objetivo de serem detectados nas imagens, verificando a sensibilidade dos modos de propagação A0 e/ou S0 em relação ao tipo de defeito. Os defeitos inseridos variam de furos passantes, parafusos de aço e cubos de fibra de

carbono colados à superfície, furos não passantes de $2{,}00$ mm e até delaminações localizadas. Para a formação de imagens foi utilizado o método de focalização total (TFM) e a compensação da dispersão quando necessário, com os sinais obtidos de um *array* de transdutores. Foram geradas ondas propagantes nas placas através da excitação de cada um dos elementos do *array* e capturados sinais temporais com todos os elementos, gerando assim uma matriz de captura completa com 16×16 traços temporais. A excitação foi feita com ondas do tipo chirp ou ondas quadradas e será detalhada na Seção 4.3.3.

A inspeção da placa 1 foi realizada no Laboratório de Ultrassom do Departamento de Engenharia Elétrica da Unesp de Ilha Solteira, sob a supervisão do Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti; enquanto que a inspeção da placa 2 foi realizada no Laboratório de Imagens Ultrassônicas do ITEFI-CSIC na Espanha, sob a supervisão do Dr. Óscar Martinez-Graullera, do Dr. Luis Gómez-Ullate, do Dr. Alberto Ibañez Rodriguez e do Dr. Luis Elvira Segura.

4.3.1 As placas de fibra de carbono e disposição de defeitos

As placas de compósito têxtil com 9 camadas foram obtidas originalmente seguindo o projeto na Figura 21 da Seção 3.3.2 que apresenta a descrição das dimensões e preparação das placas para os ensaios experimentais.

Placa 1: A placa 1 teve basicamente 3 defeitos artificiais incluídos que estão descritos na Tabela 6 e ilustrados na Figura 40.

Placa 2: Os grupos de defeitos foram gradativamente inseridos e a cada inserção as excitações e aquisições foram feitas. A Tabela 7 descreve os defeitos e os localiza na placa 2. As imagens nas Figura 41 e 42 ilustram como a placa 2 e os *arrays* estão localizados, a medida que os defeitos são incluídos.

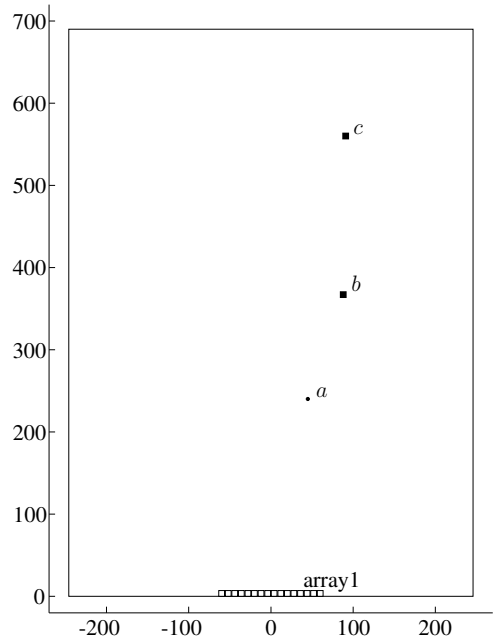
Os defeitos b e c foram incluídos para verificar a sensibilidade dos modos de propagação e do processo de formação de imagem em relação ao tamanho do defeito e sua localização. Os

Tabela 6 – Descrição e posicionamento dos defeitos artificiais na placa 1.

Defeito	Descrição	Posição	Formato
a	furo passante	$(45; 240)$	circular, diâmetro = 2 mm
b	cerâmica de PZT quadrada	$(88; 367)$	quadrado, $7 \times 6 \times 0.5$ mm^3
c	cerâmica de PZT quadrada	$(91; 560)$	quadrado, $7 \times 6 \times 0.5$ mm^3

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 40 – Os defeitos na placa 1 assim como o *array 1* com as dimensões em milímetros. Os defeitos são incluídos conjuntamente: um furo e duas cerâmicas como no array1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

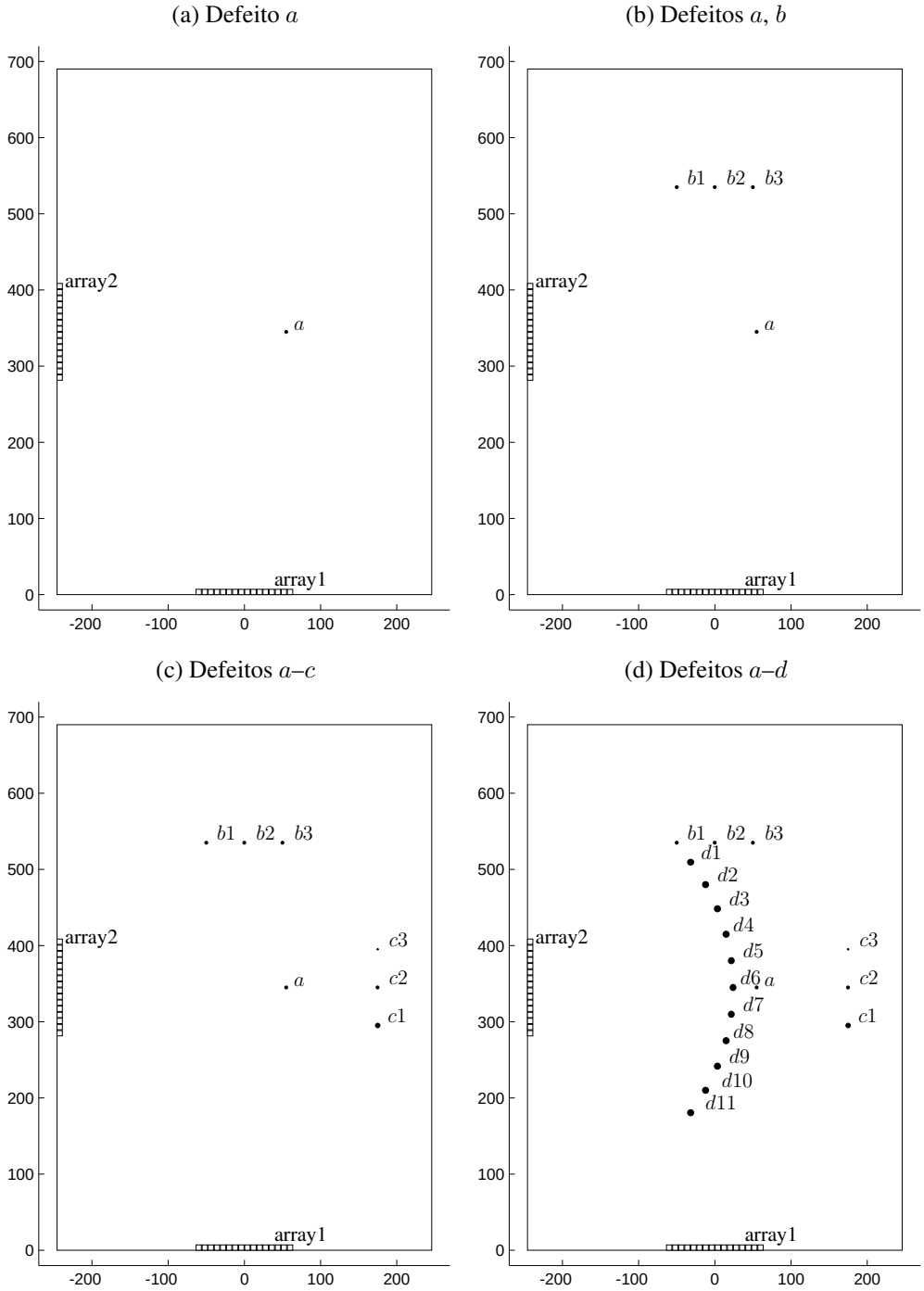
defeitos d, f e g foram feitos para verificar a sensibilidade angular a objetos colados sobre a placa e quanto a desgaste (furos não passantes), sendo que os dois últimos furos não passantes estão muito próximos para testar se é possível resolver suas posições na imagem. Por último, foram feitas duas delaminações através de pancadas com martelo de aço com ponta redonda.

4.3.2 Os *arrays* de transdutores de ultrassom

Os *arrays* de transdutores foram compostos por 16 (dezesseis) elementos, cada um trabalhando na excitação e na recepção, com cada elemento sendo uma cerâmica piezelétrica (PZ-26, Ferroperm Piezoceramics A/S, Kvistgaard, Denmark) polarizada na direção de sua espessura e tendo dimensões $7{,}0$ mm $\times$ $7{,}0$ mm $\times$ $0{,}50$ mm com *pitch* de $7{,}5$ cm e, portanto, separação de $0{,}5$ mm entre cerâmicas.

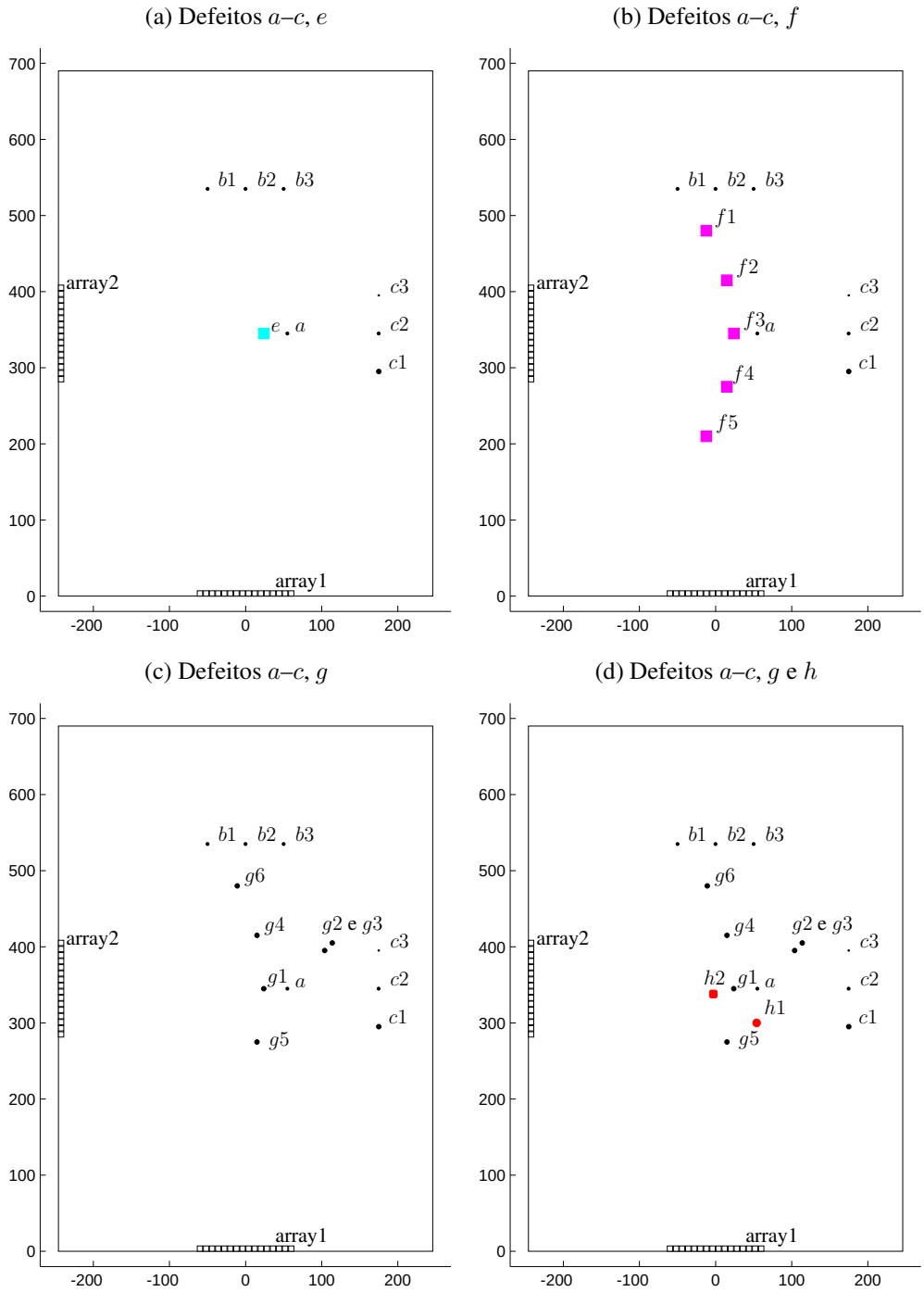
A placa 1 teve somente um *array* (*array* 1) acoplado na posição média de sua borda de comprimento menor (borda de 490 mm), enquanto a placa 2 teve dois *arrays* acoplados (*array 1* na borda menor e *array* 2 na borda maior) que podem ser localizados no sistema de coordenadas em $P_{array1} = (0; 0)$ e $P_{array2} = (-245; 345)$. Os elementos do *array 1* na placa 1 foram colados com Araldite (epóxi como base), enquanto os elementos de ambos os *arrays* na placa 2 foram colados com cianoacrilato. A colagem utilizando Araldite foi facilitada pelo grande tempo de secagem da cola que permite o ajuste dos elementos do *array* com mais cuidado. A colagem com cianoacrilato não permite um tempo muito longo para ajustes na colagem. A adesão finalizada dos *arrays* em ambos os casos de adesivo foi efetiva, de forma que as ondas

Figura 41 – Os defeitos a–d na placa 2 assim como os *arrays* 1 e 2 com as dimensões em milímetros. Os defeitos são sequencialmente incluídos. Os parafusos e os pedaços de compósito colados são retirados após o respectivo teste.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 42 – Os defeitos a–c, $f-h$ na placa 2 assim como os *arrays* 1 e 2 com as dimensões em milímetros. Os defeitos são sequencialmente incluídos. Os parafusos e os pedaços de compósito colados são retirados após o respectivo teste.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 7 – Descrição e posicionamento dos defeitos artificiais na placa 2.

Defeito	Descrição	Posição	Formato
a	furo passante	$(55; 345)$	circular, diâmetro = 2 mm
b_1	furo passante	$(-50; 535)$	circular, diâmetro = 2 mm
b_2	furo passante	$(0; 535)$	circular, diâmetro = 2 mm
b_3	furo passante	$(50; 535)$	circular, diâmetro = 2 mm
c_1	furo passante	$(175; 295)$	circular, diâmetro = 3 mm
c_2	furo passante	$(175; 345)$	circular, diâmetro = 2 mm
c_3	furo passante	$(175; 395)$	circular, diâmetro = 1 mm
d_1 a d_{11}	11 parafusos de aço colados	a 27 cm de distância do array2, angularmente espaçados de 7,5°	base circular, diâmetro = 4 mm
e	pedaço de compósito colado	$(24; 345)$	paralelepípedo, $13 \times 15 \times 6\text{mm}^3$
f_1 a f_5	5 pedaços de compósito colados	a 27 cm de distância do array2, angularmente espaçados de 15°	paralelepípedos, $13 \times 15 \times 6\text{mm}^3$
g_1 a g_6	6 furos não passantes	$(24; 345)$, $(104; 395)$, $(114; 405)$, $(15; 415)$, $(15; 275)$, $(-11; 480)$	circulares, diâmetro=3 mm, profundidade $\approx$ 1 mm
h_1	delaminação	$(54; 300)$	aproximadamente elipsoide, 1 cm $\times$ 0,5 cm
h_2	delaminação	$(-3; 338)$	circular, diâmetro = 0,5 cm

Fonte: Elaborada pelo autor.

excitadas e capturadas tiveram suas amplitudes com a mesma ordem de grandeza garantindo um trabalho equivalente na excitação e na recepção entre todos os transdutores de cada *array*.

4.3.3 Excitação e aquisição

Foram utilizados basicamente sinais de excitação de onda quadrada com n ciclos e um chirp linear, iniciando em 10 kHz a 1,0 MHz, com janelamento retangular. Um chirp linear com janelamento retangular pode ser descrito pela função

$$s_r(t) = A \operatorname{sen}(2\pi f(t)\, t + \phi)\, [H(t) - H(t - \tau)]\,, \tag{253}$$

no qual a frequência instantânea é dada por

$$f(t) = f_0 + \frac{f_1 - f_0}{\tau}, \tag{254}$$

em que f_0 é a frequência inicial e f_1 é a frequência final do chirp linear, enquanto τ é o tempo que o chirp leva para sair de f_0 até f_1, e $H(t)$ e a função degrau de Heaviside. Este tipo de sinal de entrada contém um conteúdo de frequência que vai desde a frequência mais baixa até a mais

alta, permitindo que outros sinais, com conteúdo de frequência que estejam dentro da banda do chirp, possam ser extraídos dele e dos sinais que são capturados de sua excitação. Uma ilustração do chirp linear gerado, de $10\,\text{kHz}$a $1{,}0\,\text{MHz}$ com período de $200\,\mu\text{s}$ está apresentada na Figura

Um pós tratamento foi aplicado aos sinais capturados com a excitação de chirp de forma a se obter a resposta em frequência de excitações com pulsos de tom gaussiano (sinal de RF com modulação gaussiana, ou simplesmente *burst*). Um *burst* pode ser representado como a multiplicação de um cosseno por uma gaussiana moduladora, tendo a seguinte forma

$$s_g(t) = B\,\text{sen}\,(2\pi f + \phi)\, e^{-\left(\frac{t-T}{2\sigma}\right)^2} \tag{255}$$

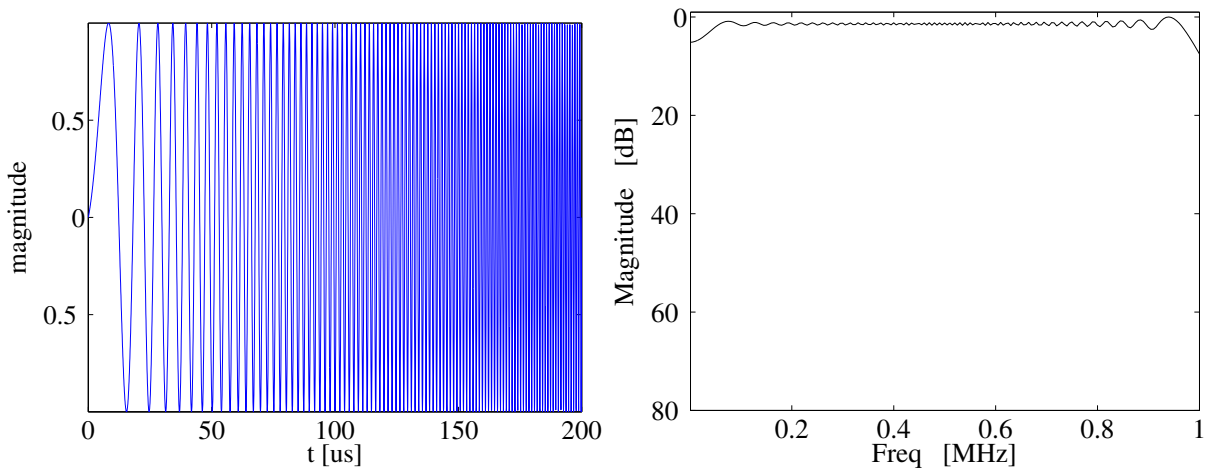
em que f é a frequência central do sinal, $T = n/2f$ é a metade do tempo do pulso com n ciclos, $\sigma = (n/6f)^2$ é a variância e B é a amplitude do *burst*. A Figura 44 ilustra um *burst* em $50\,\text{kHz}$ e seu espectro de frequência.

Considera-se que o par de transmissor e receptor, cujo sinal de resposta impulsiva seja $H(\omega) = \mathscr{F}\{h(t)\}$, e o sistema completo compreendendo instrumentação, transdutores e estrutura de propagação possa ser modelado como um sistema linear. A função $H(\omega)$ inclui, portanto, as funções de transferência do transmissor ($T(\omega)$) e do receptor ($R(\omega)$) e de toda a instrumentação ($I_T(\omega)$, $I_R(\omega)$) e as funções de Green ($G(\omega)$) necessárias para descrever a propagação ondulatória na estrutura. Assim, para qualquer sinal $S(\omega)$ que tenha associada uma saída $R(\omega)$ tem-se a relação de transferência

$$R(\omega) = H(\omega)\, S(\omega)\,, \tag{256}$$

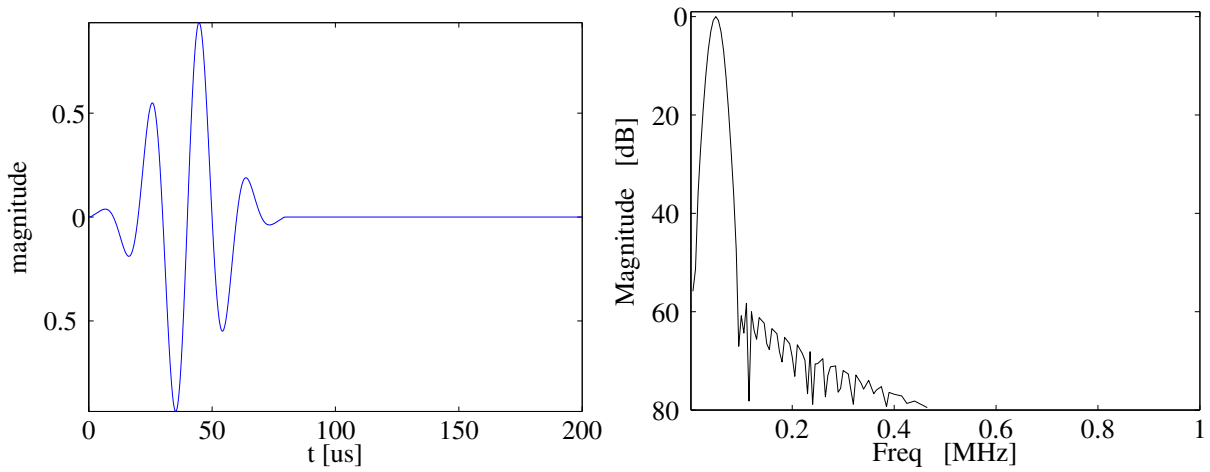
ou seja, $H(\omega) = R(\omega)/S(\omega)$.

Figura 43 – Chirp linear com janelamento retangular, gerado com período de $200\,\mu\text{s}$, com frequência inicial de $10\,\text{kHz}$ e final de $1{,}0\,\text{MHz}$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 44 – Sinal de *burst* com 4 ciclos e frequência central de $50\,\text{kHz}$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Usando um chirp $s(t) = s_r(t)$ janelado retangularmente e um *burst* $s(t) = s_g(t)$ tem-se a resposta impulsiva escrita como

$$H(\omega) = \frac{R_r(\omega)}{S_r(\omega)} = \frac{R_g(\omega)}{S_g(\omega)} \tag{257}$$

e pode-se relacionar a saída de um *burst* $R_g(\omega)$ com as entradas $S_r(\omega)$ e $S_g(\omega)$ e a saída $R_r(\omega)$ via expressão

$$R_g(\omega) = \frac{S_g(\omega)}{S_r(\omega)} R_r(\omega) \tag{258}$$

observando que $S_r(\omega)$ e $S_g(\omega)$ são entradas teóricas, respectivamente, e $R_r(\omega)$ é a saída experimental. Desde que $S_g(\omega)$ tenha banda de frequência interior à banda de frequência de $S_r(\omega)$ não haverá nenhum valor nulo em $S_r(\omega)$ e a divisão $S_g(\omega)/S_r(\omega)$ é bem definida na banda de frequência do *burst* gaussiano.

A expressão (258) foi utilizada para se obter a resposta de um *burst* a partir da entrada de sinal chirp nas inspeções das placas e sintetizar os sinais $s_g(t) = \mathscr{F}^{-1}\{S_g(\omega)\}$.

Para a inspeção da placa 1 e placa 2 o sistema de excitação e aquisição de dados foi controlado por um computador pessoal executando Windows XP através de interface USB. O programa de manipulação e controle foi escrito em MatLab tanto para controle quanto para a aquisição.

4.3.3.1 Placa 1: Gerador de funções, amplificador e osciloscópio

Os elementos do *array* foram excitados por um gerador de onda (resolução de 14 bits; AFG3101, Tektronix Inc., Beaverton, OR) e um amplificador de potência (40 W; 240L, Electronics and Innovation Ltd., Rochester, NY) com $100\,\text{Vpp}$ de um sinal chirp de $10\,\text{kHz}$ a $1{,}0\,\text{MHz}$. A aquisição dos dados foi executada usando um osciloscópio digital (resolução de 10 bits em

modo de médias; MSO7014B, Agilent Technologies Inc., Santa Clara, CA), com média de 16 sinais para cada traço temporal adquirido. Um multiplexador de 32 canais foi utilizado para obter todas as combinações empregadas na captura de matriz completa. A Figura 45 ilustra o esquema da montagem experimental para a inspeção da placa 1 utilizando sinal chirp com envoltória retangular.

A inspeção da placa 1 teve chirp com envoltória retangular como sinal usado para a excitação dos transdutores. A partir dos sinais adquiridos com a excitação do chirp de 10 kHz a 1,0 MHz foram gerados os sinais cujas repostas seriam equivalentes às excitações de sinais de RF com 4 ciclos modulados por gaussiana (*burst*). A Figura 46 mostra a resposta em frequência dos *burst* que são utilizados na análise da placa 1 nas frequências centrais 50 kHz e 300 kHz respectivamente.

4.3.3.2 Placa 2: SITAU e gerador de funções, amplificador

Na placa 2 a inspeção ocorreu utilizando a geração de dois tipos de sinais para a verificação da viabilidade de uso:

- chirp linear com janela retangular de 10 kHz a 1,0 MHz gerado por um gerador de funções (resolução de 12 bits, 33120A, Agilent) com amplitude de 2 Vpp, amplificado por um amplificador de banda larga (modelo 7602, Krohn-Hite Corporation) com máximo de 28 dB para não haver distorção do sinal, aplicado diretamente a cada transdutor piezoelétrico;
- onda quadrada com 1, 2, 3 e 4 ciclos, com amplitude de 100 V, 200 V e 300 V, gerada nas duas frequências principais 50 kHz e 300 kHz e aplicada com o instrumento de ultrassom multiplexado de 32 canais (SITAU STM 132, DASEL Sistemas);

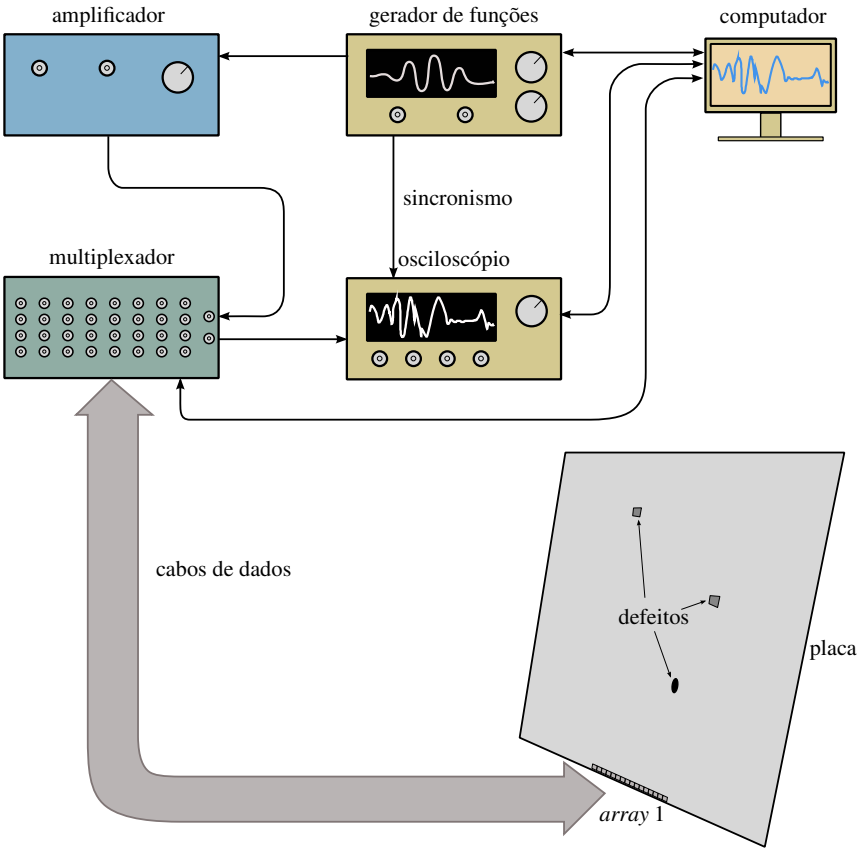
A Figura 47 ilustra o esquema da montagem experimental para a inspeção da placa 2 utilizando sinal chirp com envoltória retangular enquanto que na Figura 48 está o o esquema da montagem experimental para a inspeção da placa 2 utilizando o sinal de onda quadrada de 3 ciclos.

A aquisição dos sinais foi feita de forma paralela dos 16 elementos de cada array, através do mesmo equipamento SITAU STM 132. Foram empregados ganhos de 6 dB, 12 dB e 18 dB e usando 64 médias para diminuir o nível de ruído.

A intenção de ter-se feito a excitação com basicamente dois tipos de sinal, o chirp e a onda quadrada, foi verificar qual era mais viável e mais adequado à caracterização dos defeitos, já que ambos os sinais são adequados a se ter as excitações nas frequências desejadas:

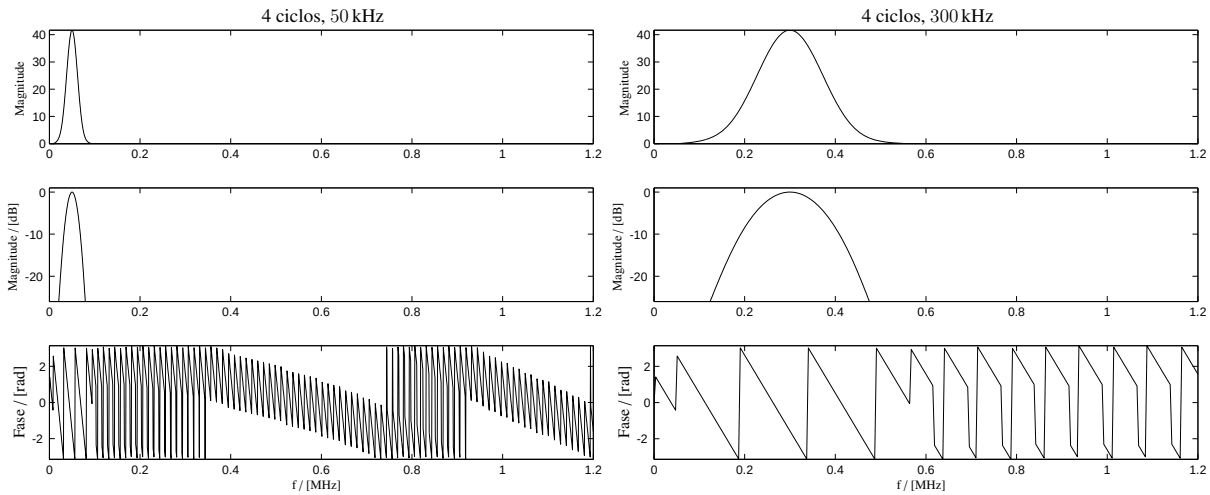
1. Com chirp com envoltória retangular pode-se recuperar qualquer sinal cuja banda de frequência pertença à banda de frequência do chirp. Assim pode-se obter, com apenas um disparo de chirp linear de 10 kHz a 1,0 MHz, por exemplo, um *burst* nas frequências de interesse e estudar apenas suas propagações e formação de imagem;

Figura 45 – Esquema de montagem experimental para inspeção da placa 1.



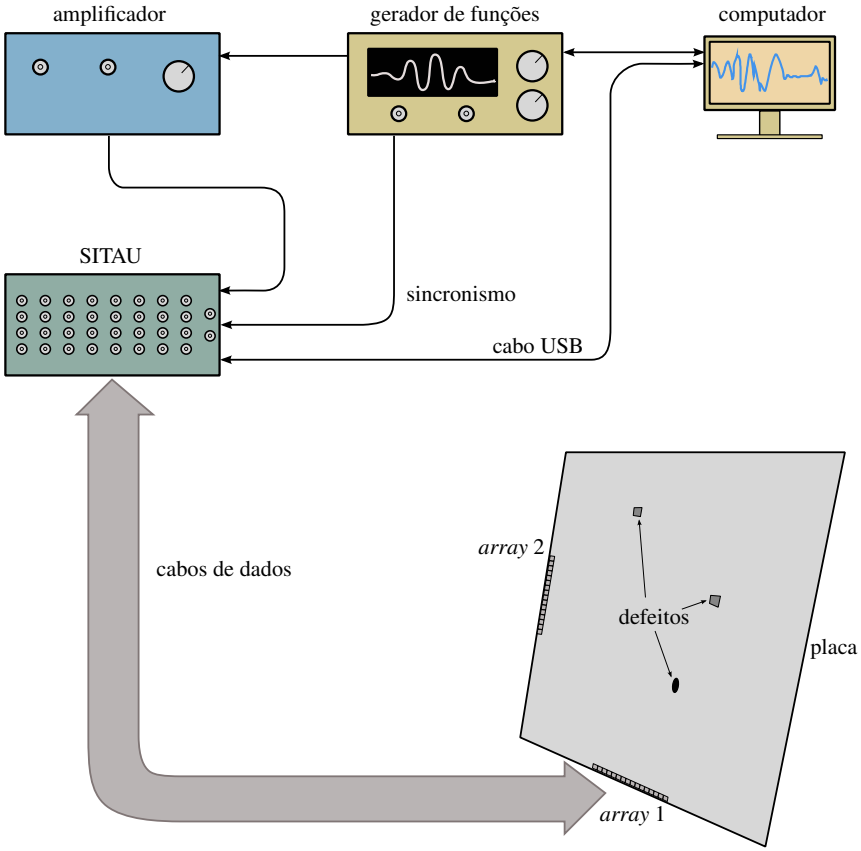
Fonte: fonteautores

Figura 46 – Espectros de frequência para sinal de *burst* (sinal de RF modulado por gaussiana) com 4 ciclos, com frequência principal em 50 kHz e 300 kHz. Representação de magnitude, nível de sinal dB e fase do sinal.



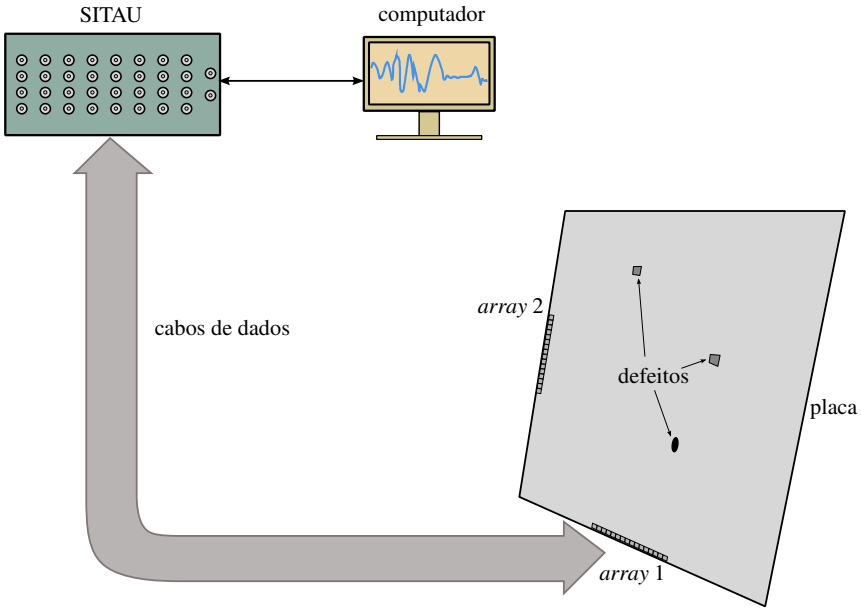
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 47 – Esquema de montagem experimental para inspeção da placa 2 com gerador de funções, amplificador e o sistema SITAU.



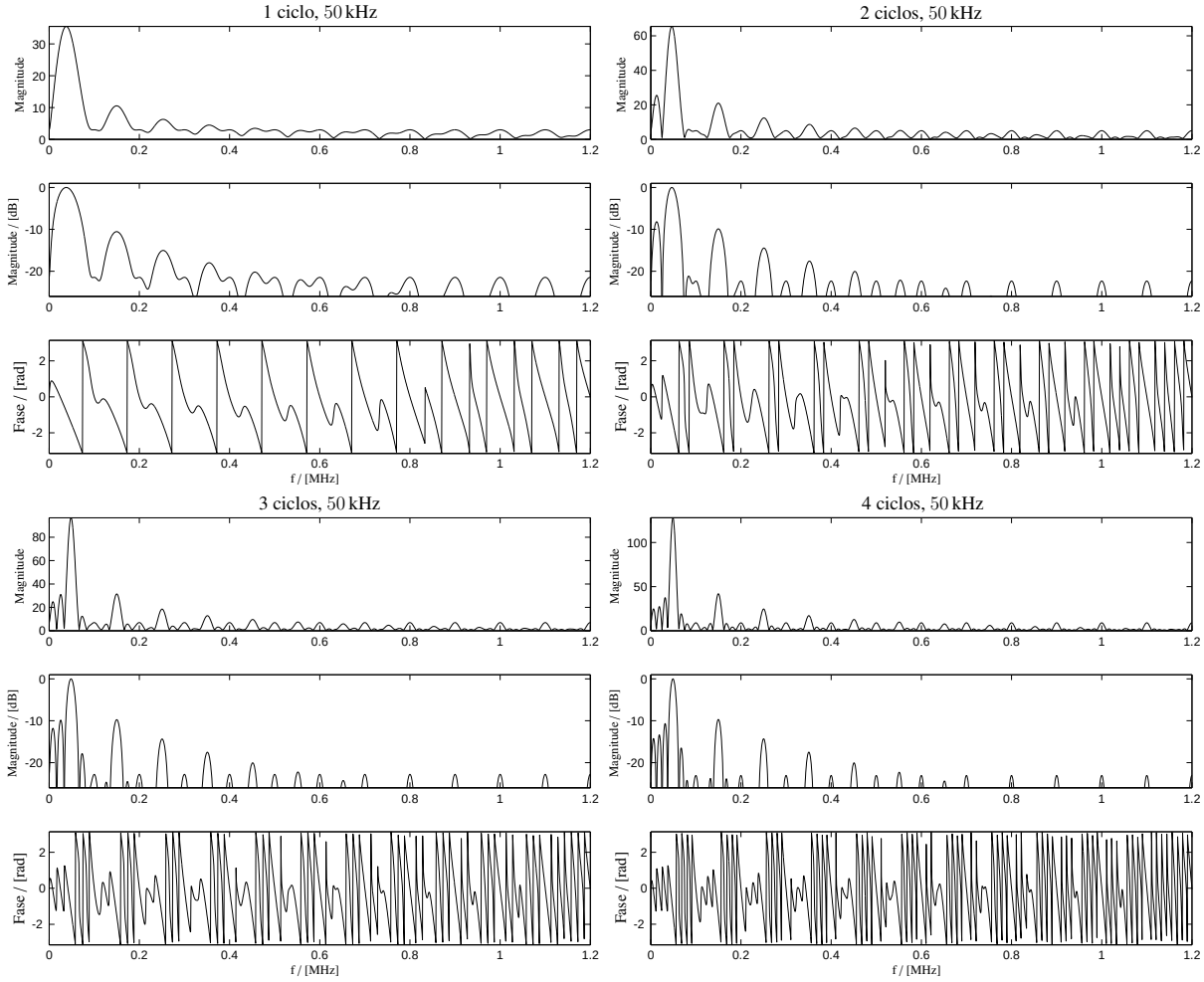
Fonte: fonteautores

Figura 48 – Esquema de montagem experimental para inspeção da placa 2 usando o sistema SITAU.



Fonte: fonteautores

Figura 49 – Espectros de frequência para sinal de onda quadrada com 1, 2, 3 e 4 ciclos, com frequência principal em 50 kHz. Representação de magnitude, nível de sinal dB e fase do sinal.

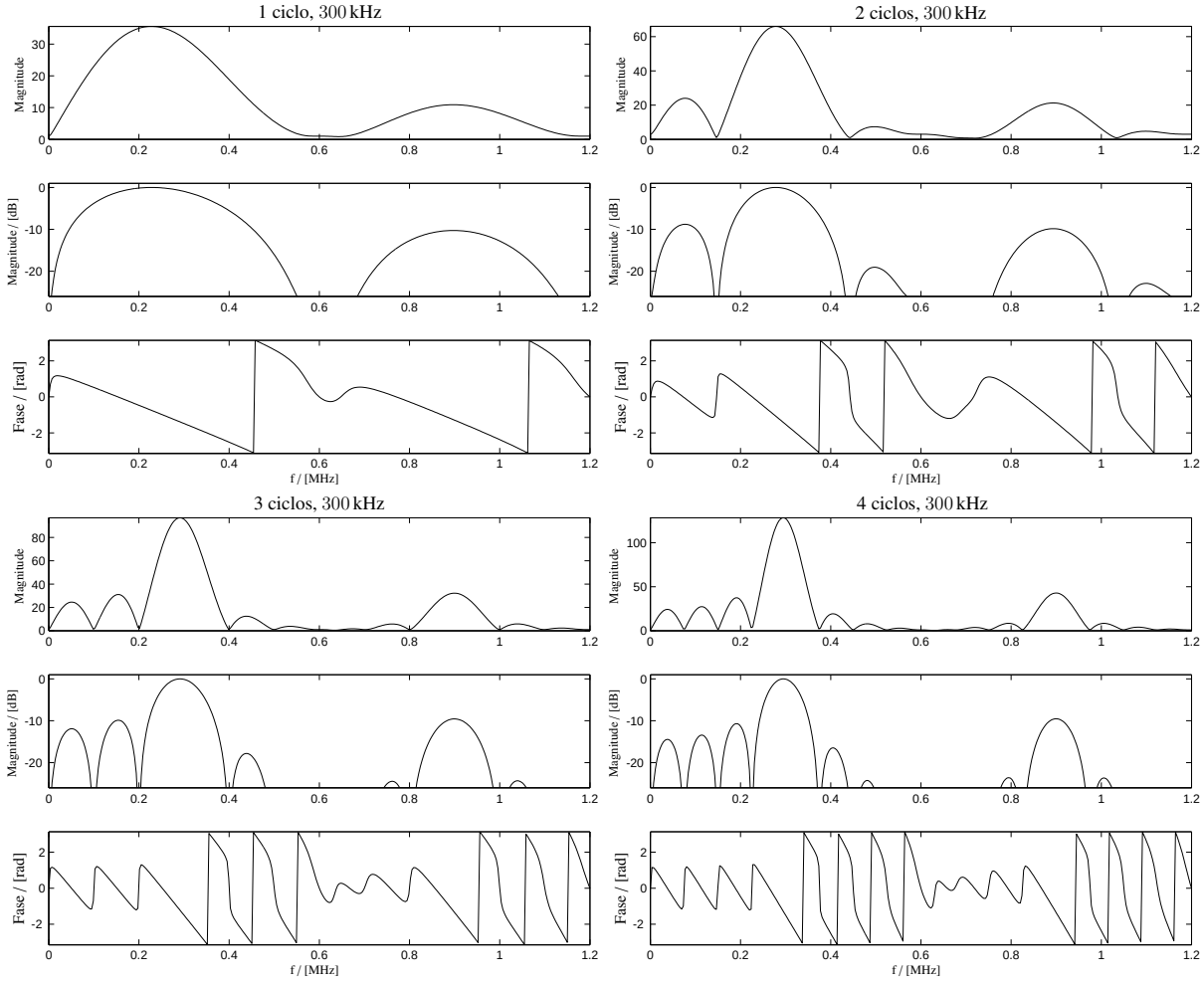


Fonte: Elaborada pelo autor.

2. com a onda quadrada geram-se harmônicos ímpares da frequência principal: com 50 kHz, geram-se principalmente 50 kHz, 150 kHz, 250 kHz e 350 kHz nos 4 primeiros harmônicos ímpares; e com 300 kHz gerando 300 kHz, 900 kHz e 1500 kHz nos 3 primeiros harmônicos ímpares. Lembra-se que existem os lóbulos laterais no espectro de frequência devido ao janelamento de 1, 2, ou 4 ciclos da onda quadrada. O espectro das ondas quadradas com frequência principal 50 kHz é apresentado na Figura 49, enquanto que os espectros para ondas quadradas em 300 kHz estão apresentados na Figura 50

Na excitação com chirp com envoltória retangular os sinais mostraram-se muito pobres nas aplicações com a placa 2 e não puderam ser reconstruídas imagens que mostrassem defeitos próximos às posições em que se localizavam. Isso se deve a baixa amplificação que leva os 2 Vpp do gerador somente até aproximadamente 10 Vpp (usando amplificação de 14 dB, para 28 dB seriam 50 Vpp com distorção do sinal) aplicados nas cerâmicas, enquanto que com o sistema SITAU STM 132 as amplitudes de excitação máximas estão programadas em 300 V.

Figura 50 – Espectros de frequência para sinal de onda quadrada com 1, 2, 3 e 4 ciclos, com frequência principal em 300 kHz. Representação de magnitude, nível de sinal dB e fase do sinal.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Devido a esse fator baixo de excitação com o amplificador Krohn-Hite não foram geradas imagens através da excitação com sinal chirp.

Portanto, para a placa 1 foram geradas imagens com sinais relativos à excitação de *burst* de 4 ciclos (sintetizado a partir do sinal chirp) amplificado na excitação e sem ganho na aquisição. Para a placa 2 foram geradas imagens com a excitação de sinal de onda quadrada de 3 ciclos e amplitude de 300 V e ganho na aquisição de 12 dB, sem muita distinção nas imagens com ganhos diferentes na aquisição. Estes dois sinais se distinguem no número de ciclos, mas têm as mesmas frequências principais, levando a um comprimento de onda predominante similar. Contudo, a síntese dos sinais para a excitação com *burst* a partir do sinal chirp resulta em uma resposta mais nítida e com atenuação de ruído na banda de frequência do sinal sintetizado, enquanto que os sinais relativos à excitação com onda quadrada contém muito ruído.

4.4 RESULTADOS

São apresentados nesta Seção os resultados referentes à formação de imagens com os sinais de captura de matriz completa (FMC) utilizando o método de focalização total (TFM). São comparados os resultados das implementações do TFM com e sem compensação de dispersão, para verificar se os modos A0 e S0 são excitados e mantidos nas placas em frequências com dispersão considerável ou desprezível, e, também, com e sem limitação angular na formação de imagem, de forma a comparar a influência da focalização elástica na presença ou não de artefatos falsos e na detecção de defeitos artificiais.

As imagens geradas com o método da focalização total (TFM) teve como dados uma matriz com tamanho 16×16 de captura completa dos traços temporais dos sinais excitados e adquiridos por cada *array*. Foram necessárias as curvas previstas de velocidade de fase, velocidade de grupo, ângulo de desvio em função do ângulo da velocidade de grupo e frequência. Tais dados teóricos, obtidos através da teoria de propagação de ondas em meios anisotrópicos, levaram em conta a suposição de simetria material tetragonal que necessita das referidas curvas calculadas no intervalo $[0°; 45°]$. No citado intervalo angular foi utilizado um passo angular de $1°$, que foi posteriormente diminuído para $0{,}1°$ via interpolação. Estes valores repetem-se angularmente até perfazer $360°$. O passo espacial utilizado foi de $1\,$mm para a varredura dos sinais e construção de imagens com 483×681 pixeis[1].

Não foram utilizados filtros para a seleção dos modos de propagação, já que a as velocidades dos modos A0 e S0 são muito diferentes. O modo S0 apresenta velocidades da ordem de $5000\,$m/s enquanto o modo A0 propaga-se com velocidades da ordem de $1500\,$m/s. Foram apenas retirados dos sinais as componentes DC.

As imagens de amplitude com limiar definido pela fase foram feitas utilizando um limiar estatístico já implementado para formação de imagem de meios isotrópicos (PRADO et al., 2014). Este limiar leva em conta o número de elementos N no *array* e é definido como

$$\mathcal{I} = \frac{1}{\sqrt{\log_{10} N^2}}, \tag{259}$$

sendo N^2 o número de sinais na matriz de captura completa (FCM). Este critério foi determinado para meios isotrópicos, e neste trabalho será visto que ele não funciona perfeitamente para o meio anisotrópico usado. Assim, propõe-se uma alteração da forma

$$\mathcal{I}_\gamma = \frac{\gamma}{\sqrt{\log_{10} N^2}}, \tag{260}$$

em que γ é um fator empírico a ser usado. Nas imagens de amplitude e fase com limiar, foi usado $\gamma = 0{,}5$.

No entanto, se for usado o critério de seleção de sinais que estão dentro de uma faixa angular, tal que a direção do emissor ao refletor, ou, a direção do refletor ao receptor, esteja

[1] Um píxel é a unidade básica ou menor componente de uma imagem discretizada, ou digital.

limitada, o número de sinais usados para a formação do limiar será dependente do ponto. Assim, se for definido que o número de sinais válidos para a construção da imagem de fase no ponto (x,y) é $n\,(x,y)$, então o limiar torna-se uma função do ponto

$$\mathcal{I}\,(x,y) = \frac{1}{\sqrt{\log_{10} n^2\,(x,y)}}. \tag{261}$$

Por questão de simplicidade, nenhuma das inspeções feitas detectou os defeitos que foram incluídos nas placas durante sua fabricação. Os pedaços de plásticos inseridos entre as camadas não foram detectados e, portanto, qualquer análise a partir daqui será relativa aos defeitos incluídos após a cura das placas.

Analisa-se separadamente a placa 1 da placa 2, nas quais foram feitas as inclusões em instantes distintos.

4.4.1 Placa 1

A placa 1 está representada na Figura 40 com os três defeitos incluídos: um furo passante em a, e duas cerâmicas quadradas em b e c, enquanto o *array 1*está disposto na parte inferior da figura. Os sinais capturados são devidos à excitação com um chirp com envoltória retangular. Estes sinais são então convertidos para sinais cuja excitação seria a de um *burst*. O modos S0 com *burst* em $300\,$kHz e o modo A0 em $50\,$kHz.

A seguir estão os resultados relativos à formação de imagens com o modo S0 e o modo A0 utilizando ou não a compensação de dispersão e a limitação angular. Não foram consideradas conversões de modos entre a ida e volta aos transdutores.

As imagens de multiplicação de amplitude e fase com limiar utilizaram $\gamma = 0{,}5$.

4.4.1.1 Modo simétrico S0

O modo S0 é excitado predominantemente na frequência central de $300\,$kHz, cuja banda apresenta pequena dispersão na velocidade de grupo.

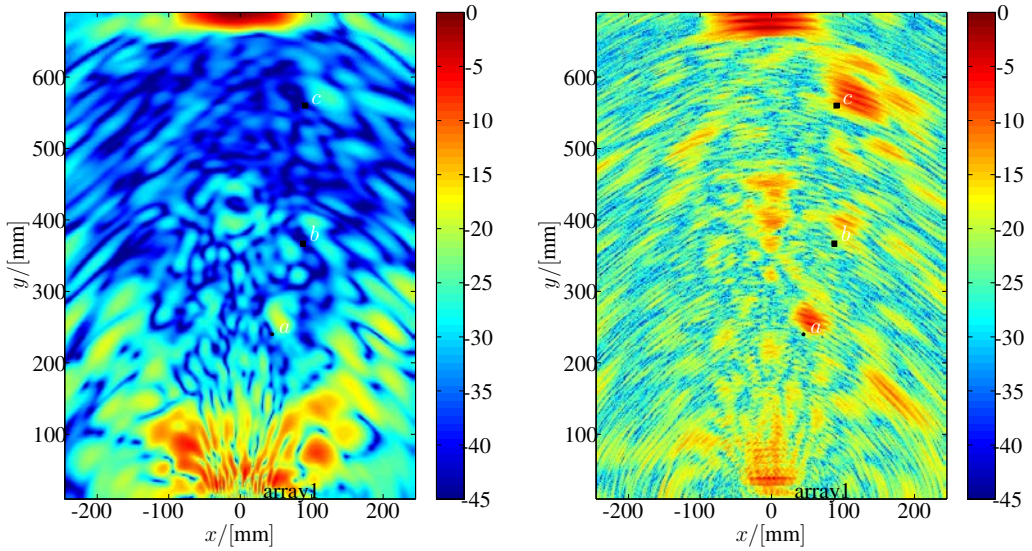
As Figuras 51, 52 e 53 mostram as imagens construídas via TFM considerando que o sinal se propaga com a velocidade independente de frequência, sem limitação angular para a formação da imagem, com limitação angular de $30°$, com compensação de dispersão e limitação angular de $30°$, respectivamente. Da esquerda para a direita tem-se: imagem de amplitude, imagem de fase instantânea, imagem de amplitude e fase, e imagem de amplitude com limiar.

Pode-se observar das Figuras 51, 52 e 53, nas imagens de fase e de amplitude com limiar principalmente, que o modo realmente é pouco dispersivo, pois as imagens mostram os defeitos aproximadamente nos mesmos locais. Analisando as ponderações de fase na amplitude, os defeitos a, b e c podem ser identificados, porém dentre os plásticos inseridos entre as camadas

Figura 51 – Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar da placa 1 usando o modo S0, comparando compensação de dispersão e limitação angular. Imagem sem compensação de dispersão e sem limitação angular, mostrada em nível dB.

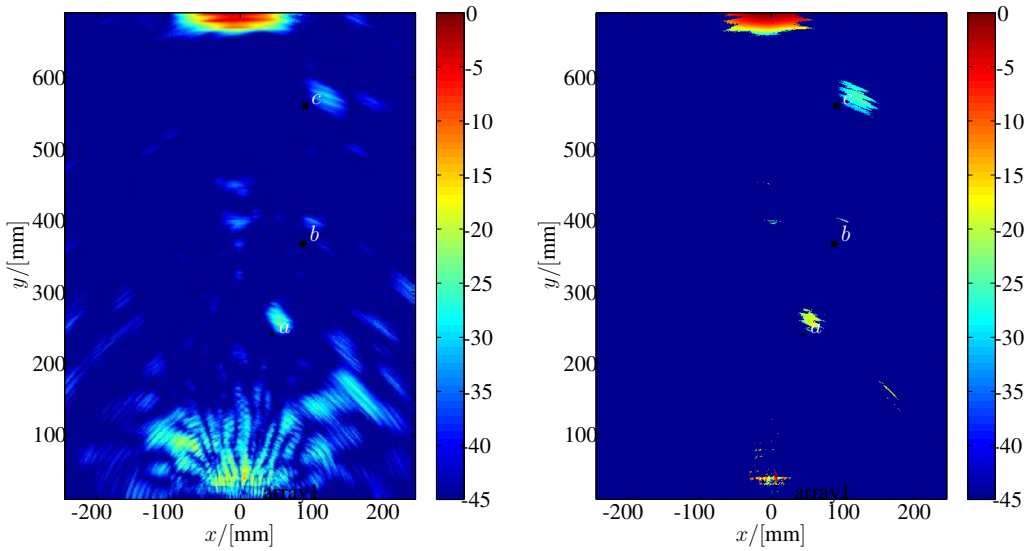
(a) S0: imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0: imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) S0: imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0: imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



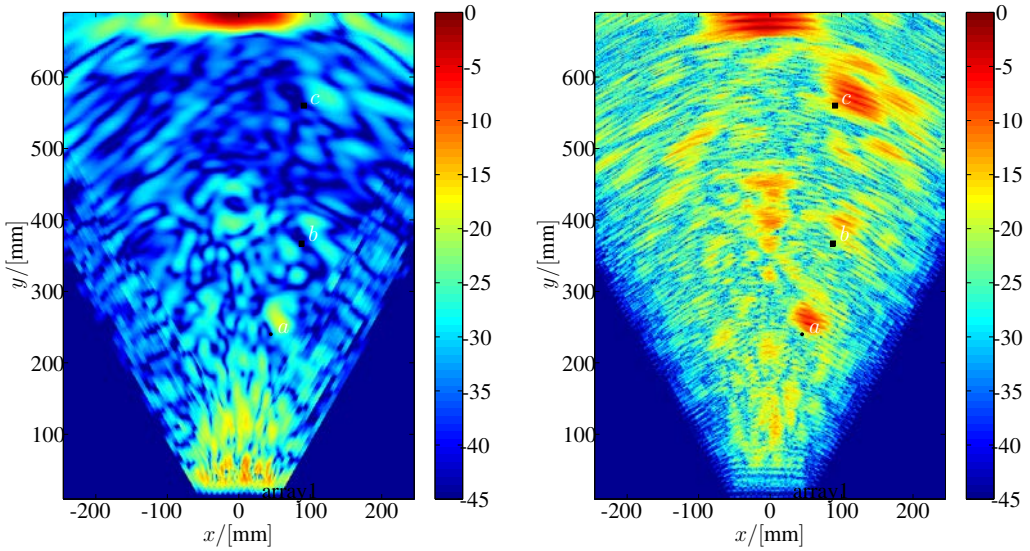
Fonte: Elaborada pelo autor.

da placa 1 somente o que deve estar na posição (141;141) parece ter sido detectado, mas não é um resultado confiável. Isso porque tal plástico inserido está exatamente a $45°$ que é a direção em que as ondas têm velocidade de grupo menor e apresentam efeito de focalização elástica que diminui as amplitudes de onda nesta direção, portanto pode ser um artefato gerado por soma de ruídos e não realmente o plástico inserido que se está mostrando nesta posição. Em suma, nesta região não se pode afirmar nada e a mancha aparente na imagem é um artefato. Há ainda um

Figura 52 – Da esquerda para a direita: Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar da placa 1 usando o modo S0, comparando compensação de dispersão e limitação angular. Imagem sem compensação de dispersão e com limitação angular, mostrada em nível dB.

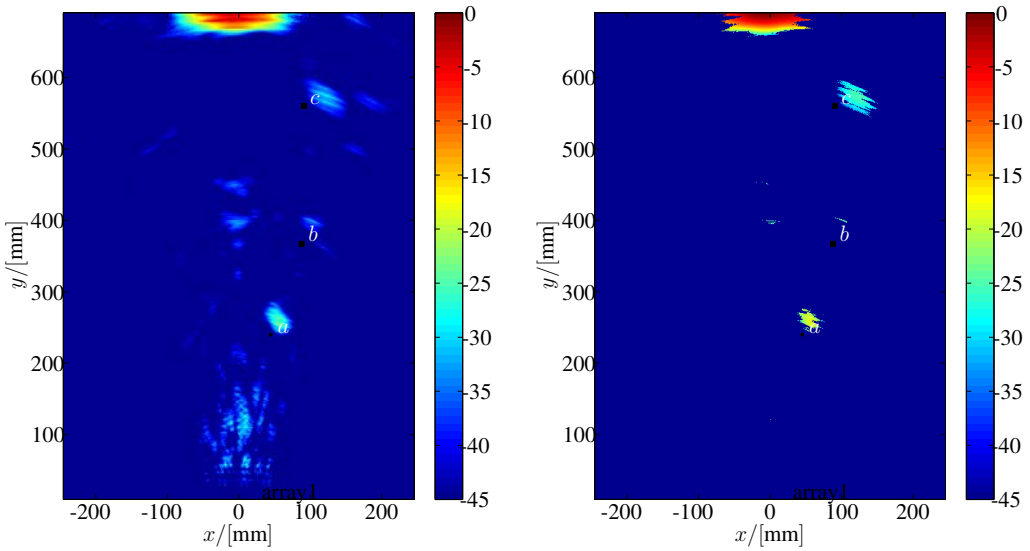
(a) S0: imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0: imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) S0: imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0: imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp.limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

artefato mostrado no centro da placa, em (0;400) aproximadamente.

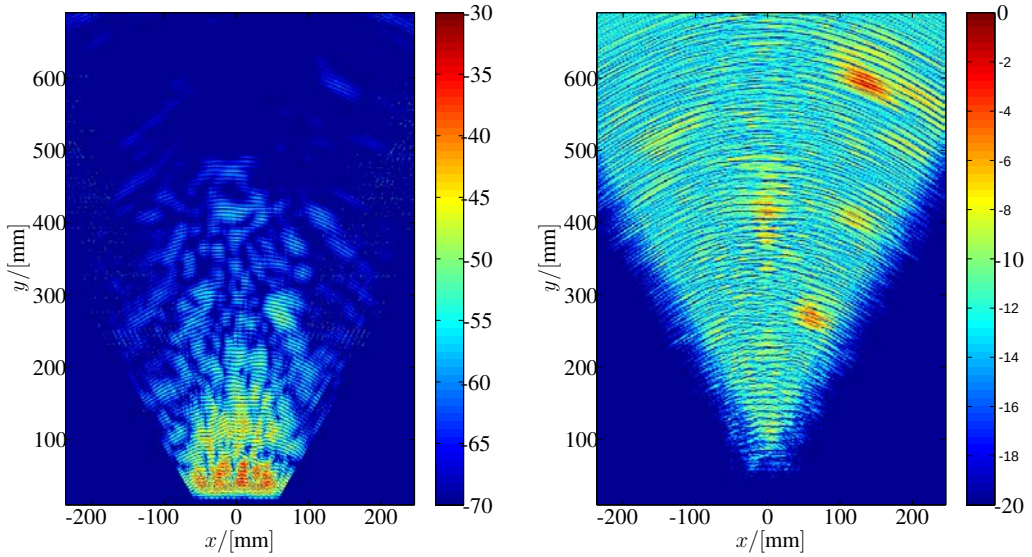
4.4.1.2 Modo antissimétrico A0

Os resultados para o uso do modo antissimétrico A0 estão representados nas Figuras 54, 55 e 56, em que apresenta-se a imagem sem compensação de dispersão e sem limitação angular,

Figura 53 – Da esquerda para a direita: Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar da placa 1 usando o modo S0, comparando compensação de dispersão e limitação angular. Imagem com compensação de dispersão e com limitação angular, mostrada em nível dB.

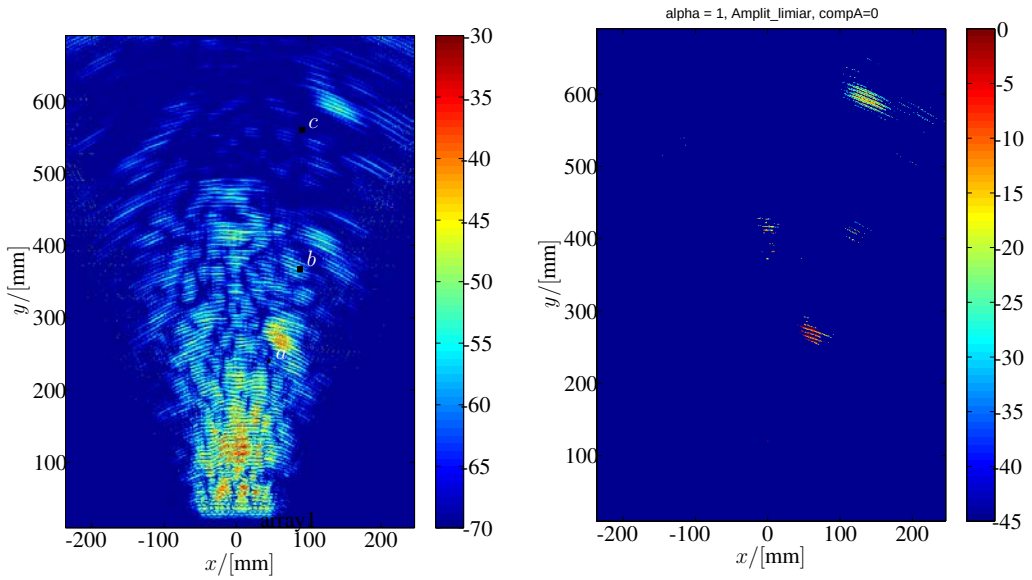
(a) S0: imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0: imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) S0: imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0: imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

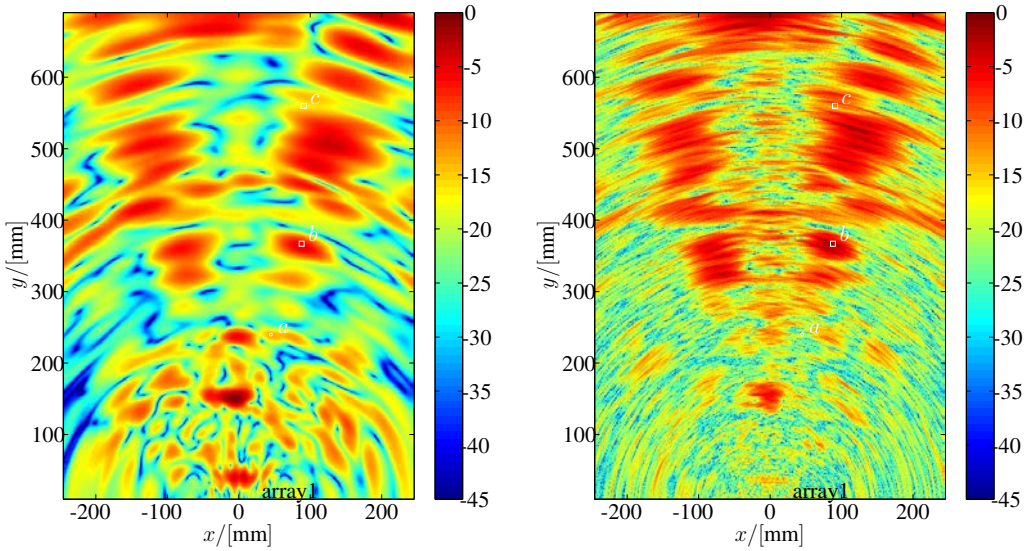
sem compensação de dispersão e com limitação angular de 30°, e, com a mesma limitação angular e compensação de dispersão, respectivamente. Em todas as Figuras, da esquerda para a direita e de cima a baixo tem-se: imagem de amplitude, de fase, amplitude e fase e amplitude com limiar.

O modo A0 é fortemente dispersivo havendo muita distinção entre as imagens tratadas sem e com a compensação de dispersão. O modo A0 não é conclusivo na detecção dos defeitos

Figura 54 – Da esquerda para a direita: Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar da placa 1 usando o modo A0, sem compensação de dispersão e sem limitação angular.

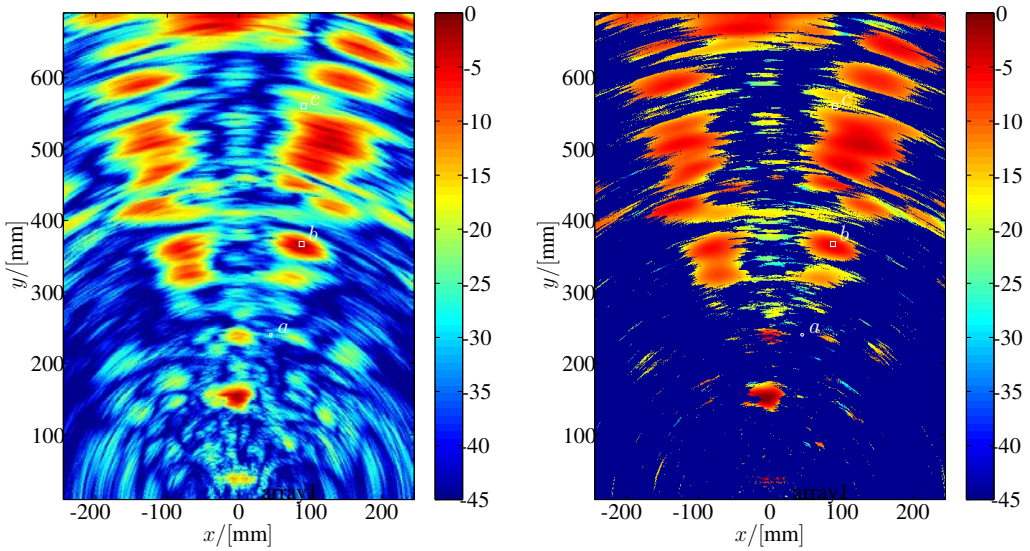
(a) A0: imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0: imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) A0: imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0: imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

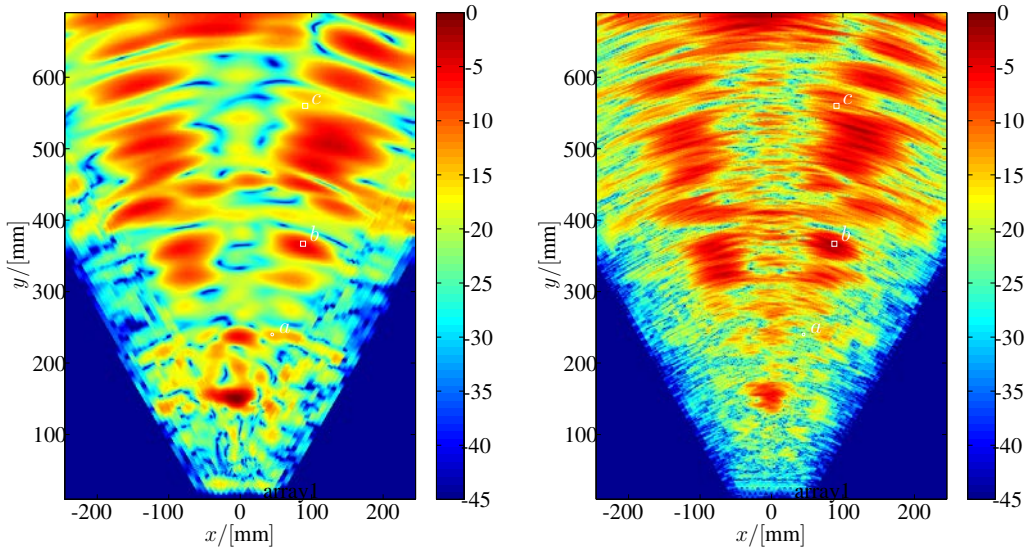
incluídos, a, b e c, nem nos inseridos entre as camadas. A única conclusão que pode-se tirar desta análise é que o modo A0 não foi sensível o suficiente para a detecção dos defeitos.

A distinção entre os defeitos incluídos na placa 1 e os incluídos na placa 2 está na espessura dos elementos colados sobre a placa. Os furos passantes são bem detectados pelo modo S0 em ambas as placas, e as duas cerâmicas de $0{,}5$ mm na placa 1 também são detectados pelo modo S0, mas não pelo modo A0. Como será visto nos resultados com a placa 2, o modo A0 é mais sensível ao aumento de espessura na placa, como os defeitos colados. Porém, já analisando os resultados desta seção e os que vêm nas seções em que são colados parafusos de

Figura 55 – Da esquerda para a direita: Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar da placa 1 usando o modo A0, sem compensação de dispersão e com limitação angular.

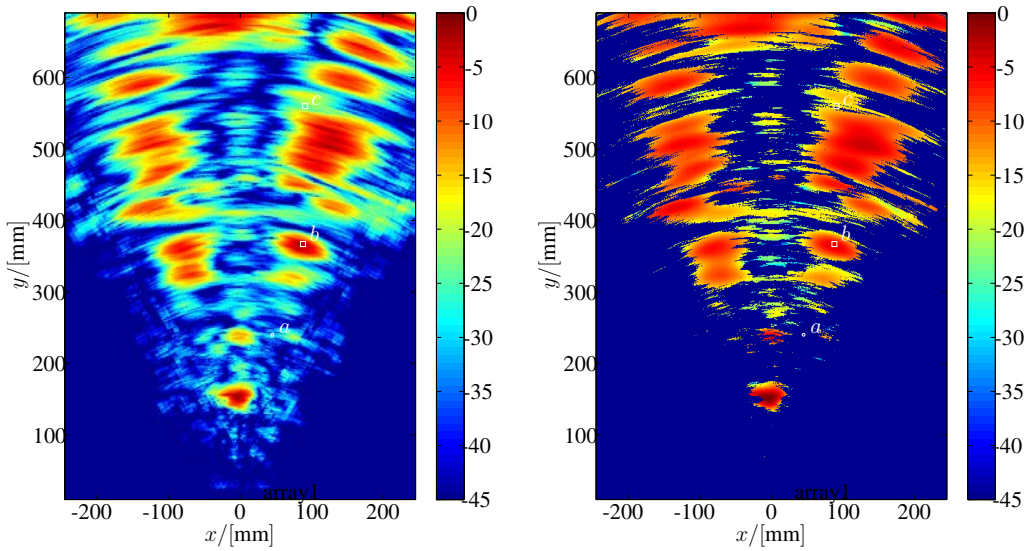
(a) A0: imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0: imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) A0: imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0: imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

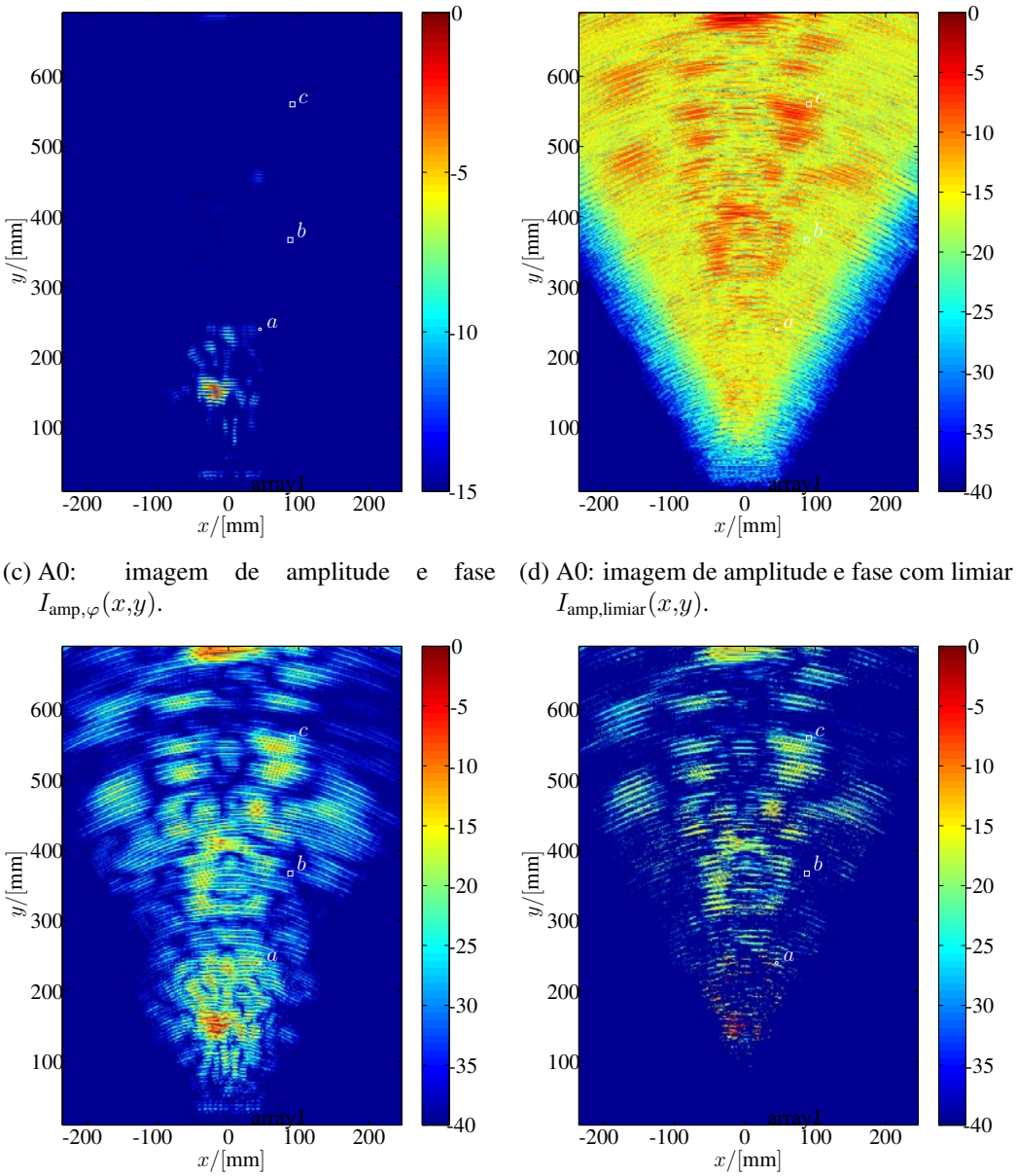
aço ou peças de compósito sobre a placa 2, pode-se sugerir que a espessura das cerâmicas não constitui um aumento considerável para que o modo A0 as detecte na placa 1, enquanto que o aumento de 6 mm com cada pedaço de compósito seja detectável na placa 2, como será visto.

A questão da sensibilidade dos modo A0 e S0 com relação aos defeitos incluídos será abordada ao final do capítulo.

Figura 56 – Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar da placa 1 usando o modo A0, cem compensação de dispersão e com limitação angular.

(a) A0: imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0: imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) A0: imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0: imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.

Fonte: Elaborada pelo autor.

4.4.2 Placa 2

Os resultados das imagens da inspeção da placa 2 são mostrados sequencialmente com a inserção dos defeitos. Foi utilizado um trem de pulsos quadrados de 3 ciclos nas frequências de 300 kHz para o modo S0 e 50 kHz para o modo A0. Não foram utilizados filtros de frequência para a separação dos modos, já que a separação ocorre em velocidade, ou seja, os modos automaticamente não se superpõem no tempo-frequência devido à diferença entre as velocida-

des presentes nas curvas de dispersão de velocidade de grupo. Esta estratégia permite analisar todo o conteúdo de frequência de cada modo de propagação no processo de compensação de dispersão e formação de imagem.

Não foram consideradas conversões entre modos, de forma que cada imagem é resultante da propagação de apenas um modo a partir do emissor até o refletor e de volta ao receptor.

As análises desta Seção sobre a inspeção da placa 2, inicia-se com a avaliação da compensação da dispersão nos sinais dos modos S0 e A0, mostrando que no modo A0, que é mais dispersivo, a compensação de dispersão é necessária. Na sequência faz-se uma extensa avaliação com os defeitos inseridos: furos passantes, parafuso de aço ou blocos de 6 mm de altura de compósito colados sobre a placa, furos não passantes e delaminações. Após isso, são feitas considerações sobre a limitação angular nos sinais e sua relação com o fator de focalização elástica.

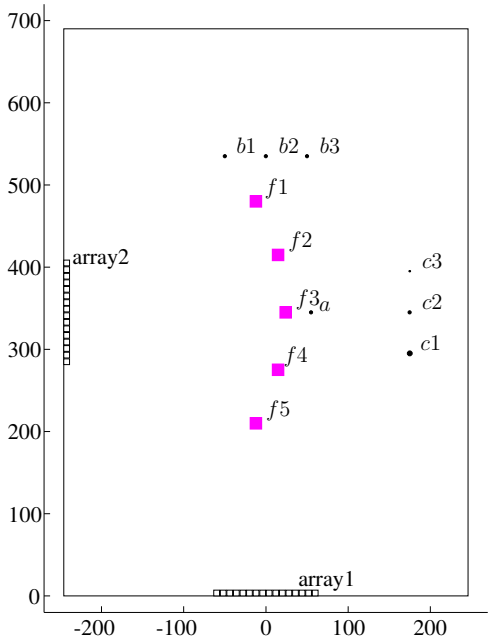
4.4.2.1 Compensação da dispersão

A dispersão nas ondas acústicas fazem com que o pacote de onda seja alargado espacialmente e temporalmente. Usando o procedimento de compensação de dispersão, o pacote é recompactado à sua forma original e a interpretação das imagens ultrassônicas pode ser mais confiável. Nesta seção são mostrados os resultados relativos à compensação da dispersão nos sinais adquiridos na placa 2. Serão mostradas imagens comparando imagens na ausência e na presença do processo de compensação.

As imagens a seguir, que comprovam a eficácia da compensação da dispersão presente nos modos S0 e A0, são formadas quando a placa 2 têm os sete furos passantes e cinco pedaços de compósito colados em sua superfície, como apresentado na Figura 57. Esta imagem foi escolhida por conter provas de que o processo de compensação de dispersão é indispensável. A análise baseia-se na comparação entre o posicionamento dos defeitos nas imagens sem e com compensação de dispersão para ambos os modos A0 e S0. Além disso, analisou-se se há ou não espalhamento relativo entre as imagens formadas com o mesmo modo de propagação.

A Figura 58 apresenta a comparação entre imagens de amplitude que foram geradas, utilizando ou não a compensação de dispersão. As imagens na esquerda da Figura 58 não têm em seus sinais a compensação de dispersão, enquanto as da direita têm. A primeira linha de imagens é feita com os sinais do modo A0 e a segunda linha com o modo S0. Os sinais do modo A0 estão em uma faixa de frequências (entorno de 50 kHz) que têm mais dispersão do que a faixa de frequências do modo S0 (no entorno de 300 kHz), o que sugere que qualquer imagem formada com o modo A0 apresente mais deformidades ou artefatos. Além disso, a faixa de frequências do modo S0 é relativamente plana, o que indica que as imagens com ou sem compensação de dispersão são aproximadamente semelhantes no que se refere à localização dos defeitos. Estas considerações podem ser verificadas na comparação entre as imagens

Figura 57 – Defeitos a–c, f na placa 2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

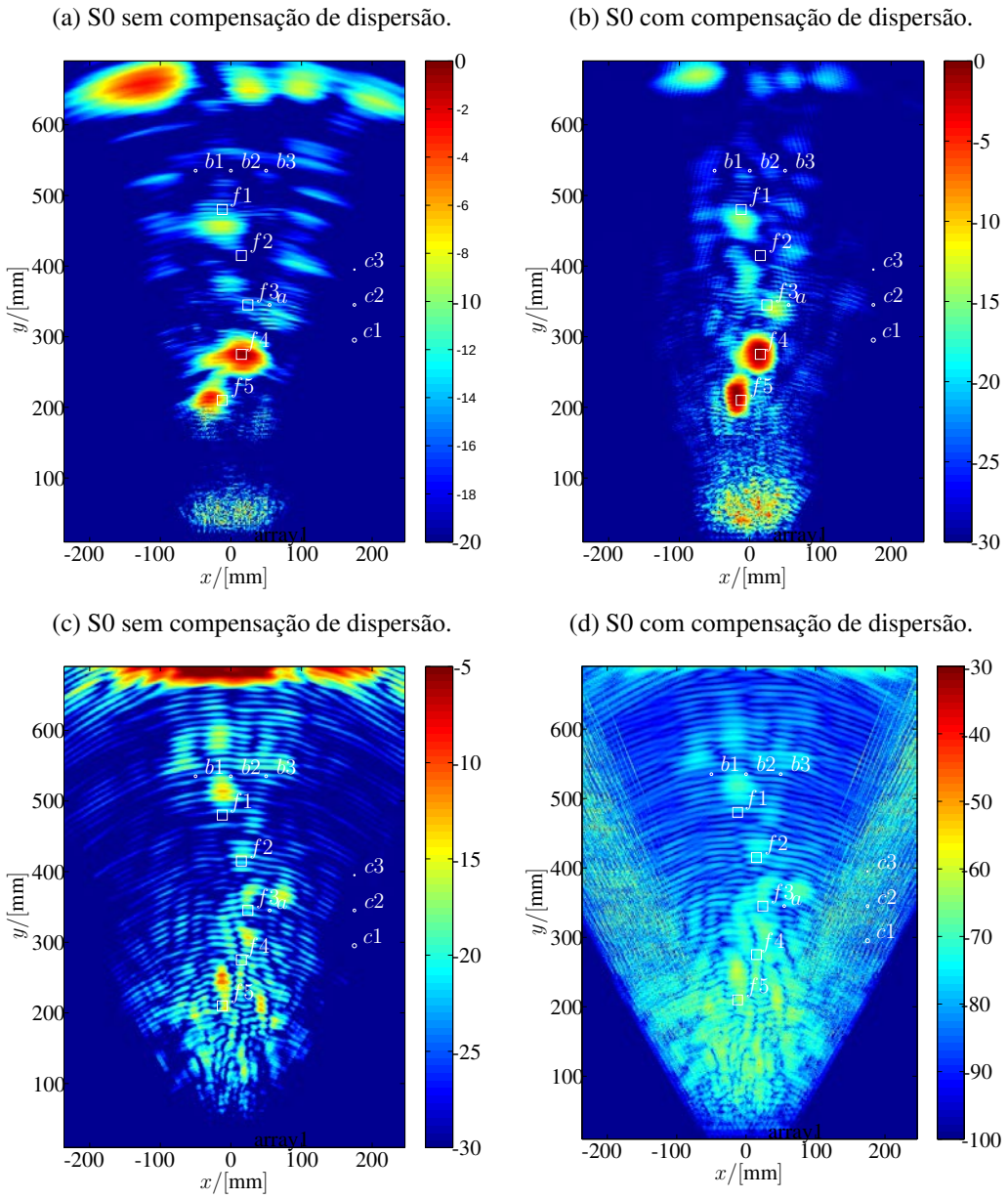
apresentadas na Figura 58: com o modo A0, os defeitos à esquerda e em cima (sem compensação) têm seu centro geométrico deslocados em relação ao que se vê na imagem à direita e em cima (com compensação); além disso, a largura dos defeitos na imagem da esquerda é maior do que na direita, visto que a faixa dinâmica é a mesma para ambas as imagens.

Com o modo S0 (embaixo na Figura 58), não há perceptível deslocamento do centro geométrico entre o mesmo defeito formado na imagem da esquerda em relação à imagem da direita, nem alargamento dos defeitos.

Outra comparação entre imagens que pode mostrar que a compensação é útil na melhora na localização dos defeitos e está apresentada na Figura 59. Nesta Figura são mostradas as imagens de fase como nas Figura 58, porém, usando os sinais adquiridos com o *array* 2 . Pode-se notar que os três defeitos centrais na imagem em cima e à direita (com compensação do modo A0) na Figura 59 não são claramente resolvidos na imagem que está em cima e à esquerda (sem compensação do modo A0), assim como a mancha de fundo fica muito espalhada nesta imagem. As duas imagens embaixo da Figura 59 são formadas com os sinais do modo S0 e mostram que o defeito perto do fundo da placa é detectado em ambas sem distinção perceptível.

Com esta análise visual feita, verifica-se que a compensação de dispersão é indispensável para o modo A0 e não tão imprescindível para o modo S0. Diante disso, deste ponto todas a imagens serão feitas com compensação de dispersão dos modos A0 e S0. Quando necessário, far-se-á qualquer comentário se a imagem formada com o modo S0 não necessitar de compensação da dispersão.

Figura 58 – Imagens de amplitude, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e f, usando o modo A0 (em cima) e o modo S0 (embaixo), sem compensação de dispersão (esquerda) e com compensação de dispersão (direita); com limitação angular com o *array* 1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

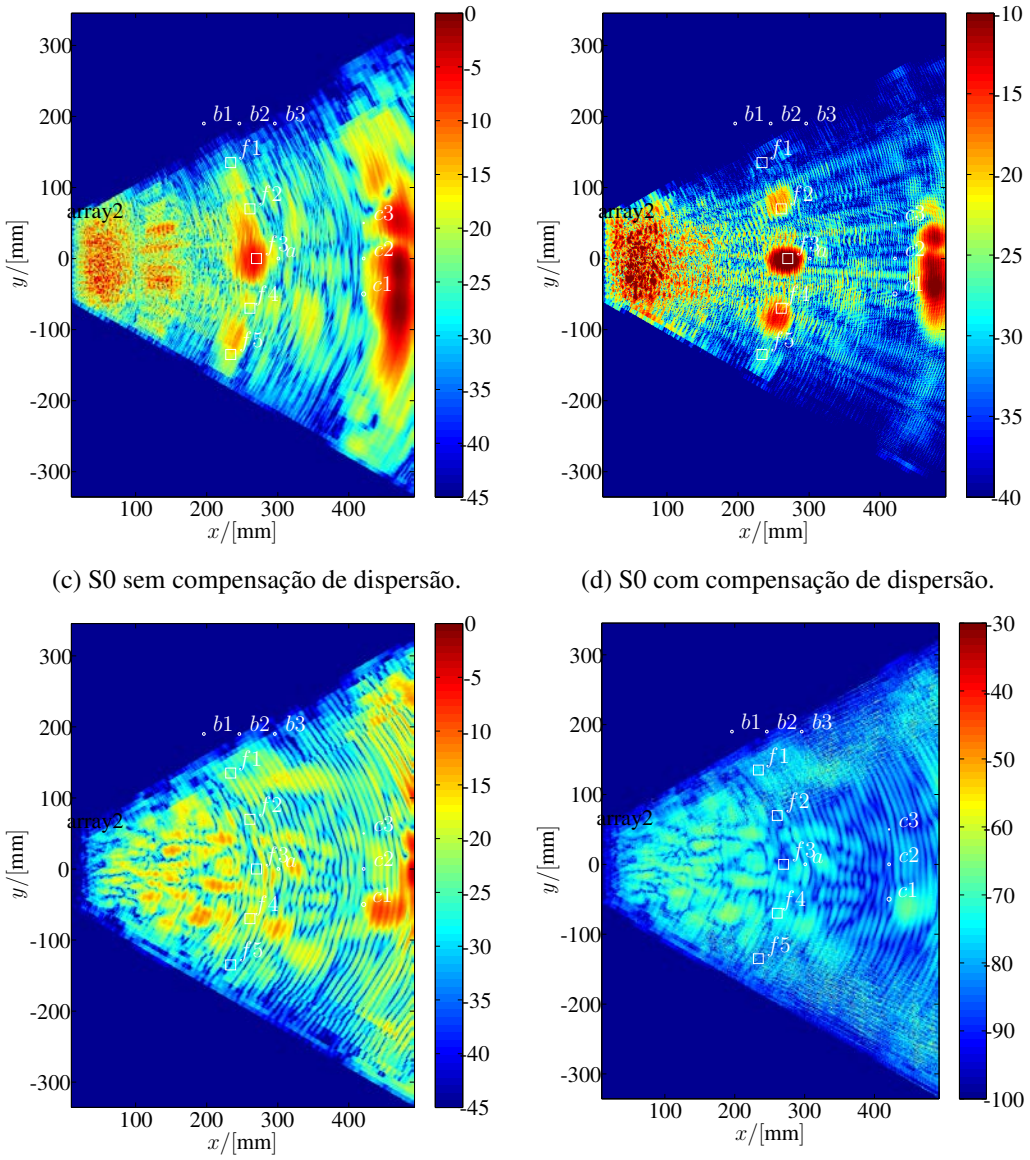
4.4.2.2 Sensibilidade dos modos ao tipo de defeito

Para cada grupo de defeitos, para cada modo de propagação e para cada *array*, estão apresentadas quatro imagens formadas com o TFM: imagem de amplitude, imagem de fase instantânea, a imagem de multiplicação de amplitude com a fase instantânea e a imagem de multiplicação de amplitude e a fase instantânea com limiar $\mathcal{I}_\gamma$, usando $\gamma = 0{,}5$, e, acrescidas das imagens de fase instantânea com limiar variável $\mathcal{I}\,(x,y)$.

Figura 59 – Imagens de amplitude, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e f, usando o modo A0 (em cima) e o modo S0 (embaixo), sem compensação de dispersão (esquerda) e com compensação de dispersão (direita); com limitação angular com o *array* 2 .

(a) A0 sem compensação de dispersão. (b) A0 com compensação de dispersão.

(c) S0 sem compensação de dispersão. (d) S0 com compensação de dispersão.



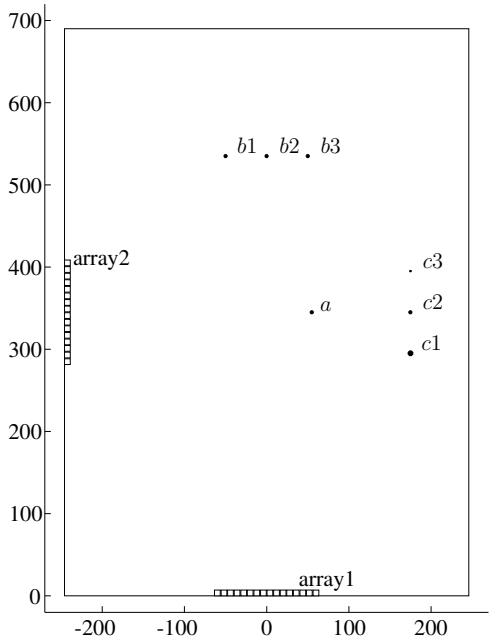
Fonte: Elaborada pelo autor.

Nos grupos com quatro imagens a intenção é mostrar as imagens de origem (amplitude e fase), e depois, as imagens melhoradas (amplitude-fase, amplitude-fase com limiar). As figuras de fase instantânea com limiar variável mostra como é o resultado entre os *arrays* e se os defeitos podem ser detectados somente com esta imagem e critério de limiar variável.

Defeitos a–c: 7 furos passantes

A Figura 60 mostra a disposição dos defeitos a–c, todos sendo furos passantes com 2 mm de diâmetro, exceto os furos $c1$ e $c3$, com 3 mm e 1 mm, respectivamente, e, dos *arrays* 1 e 2 na placa 2.

Figura 60 – Defeitos a–c na placa 2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As Figuras 61, 62, 63, 64, 65 e 66 apresentam as imagens geradas através do método TFM usando separadamente o modo S0 e o modo A0 . Faz-se também a comparação entre as imagens geradas com o *array 1* e o *array* 2, para cada modo de propagação. Em relação ao tipo de imagem: da esquerda para a direita estão as imagens de amplitude, de fase, de amplitude e fase, e amplitude com limiar ponderado pela fase. Todas a imagens formadas com o TFM foram obtidas com compensação de dispersão para ondas em meios anisotrópicos e com limitação angular a 30°.

Com o *array 1* e o modo S0, Figura 61, os furos c não são mostrados na imagem devido à limitação angular dos sinais. No entanto, os furos a e b são bem detectados por este *array*. A imagem de amplitude necessitou ter uma faixa dinâmica ajustada de forma que os defeitos pudessem ser visualizados, ao contrário da imagem de fase que apresenta faixa dinâmica de -30 dB a 0 dB. Comparando a imagem de amplitude com a imagem de amplitude e fase (duas imagens embaixo da figura) pode-se verificar que a resolução dos defeitos é melhorada.

Com o *array* 2 e o modo S0, Figura 62, os furos b não são mostrados devido à limitação angular, sendo que apenas o furo $c3$ de 1 mm não foi detectado pelo *array* 2, enquanto os outros furos a (de 2 mm), $c1$ (de 3 mm) e $c2$ (de 3 mm) foram detectados. A imagem de amplitude apresentou uma resolução menor quando comparada com a imagem de amplitude feita com

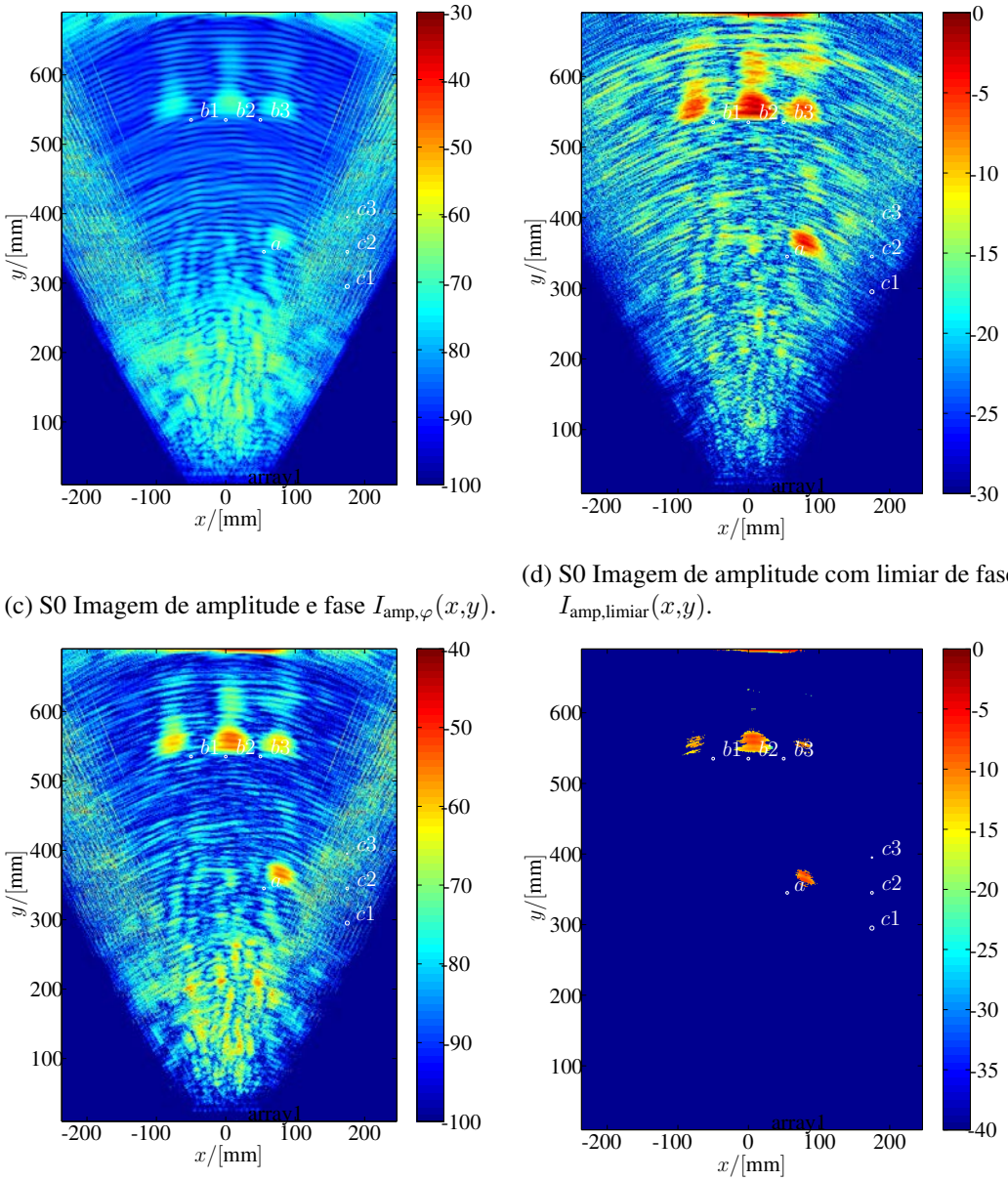
Figura 61 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, usando o modo S0 com o *array* 1.

(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0 Imagem de amplitude com limiar de fase $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.

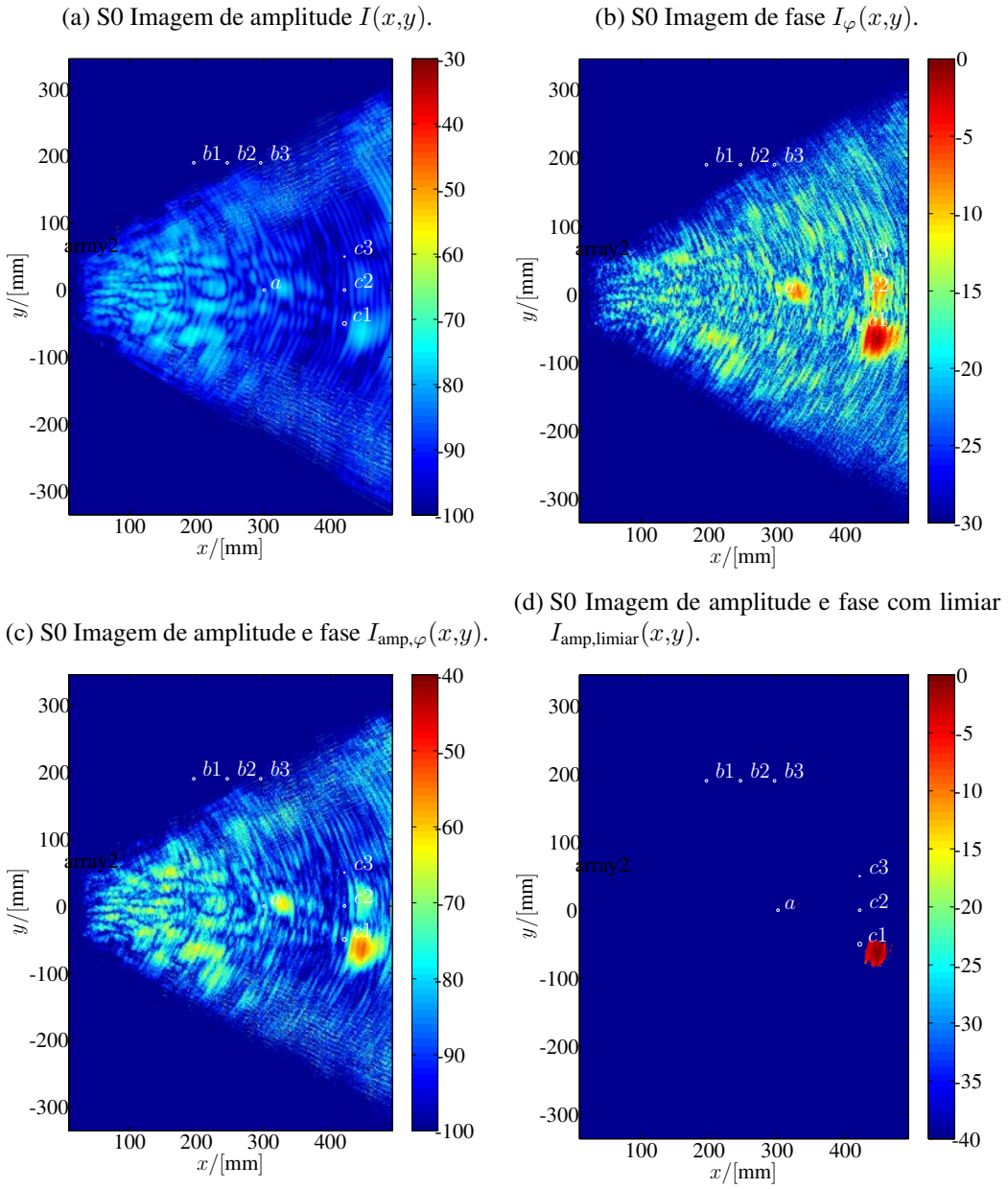


Fonte: Elaborada pelo autor.

o *array* 1. Contudo, a imagem de fase instantânea mostra que os furos a, $c1$ e $c2$ são bem detectados. Embaixo desta figura, a multiplicação das imagens de amplitude e fase mostra uma melhora na resolução, e pode-se ver a imagem dos furos. A imagem de amplitude e fase, e limiar usando $\gamma = 0{,}5$, detecta apenas os furos a e $c1$.

Usando o limiar de fase como especificado da expressão (261), tal que $n\,(x,y) \leq 16$, pois o número máximo de elementos emissores e/ou receptores é 16, pode-se analisar o comportamento do critério de seleção de defeitos presentes em uma imagem de fase instantânea

Figura 62 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, usando o modo S0 com o *array* 2 .



Fonte: Elaborada pelo autor.

gerando uma imagem de fase instantânea com limiar variável: zero ou um ($-\infty$ ou 0 em dB). Além disso, pode-se comparar o resultado da imagem de multiplicação de amplitude por fase instantânea com limiar $\mathcal{I}_{\gamma}$ usando $\gamma = 0{,}5$ com a imagem de fase com limiar variável $\mathcal{I}\,(x,y)$.

A Figura 63 mostra o resultado da imagem de fase instantânea com limiar variável para os defeitos a-c inspecionados com o modo S0 e o *array 1* e 2, respectivamente, da esquerda para a direita. A escala de cinza à direita é apenas ilustrativa, pois os valores na imagem são 0 dB e $-\infty$ dB. Claramente, com o *array 1* são detectados os furos a, $b2$, e, fracamente, os furos $b1$ e $b3$. Com o *array* 2, o único defeito que pode ser conclusivo é o defeito $c1$ (furo passante

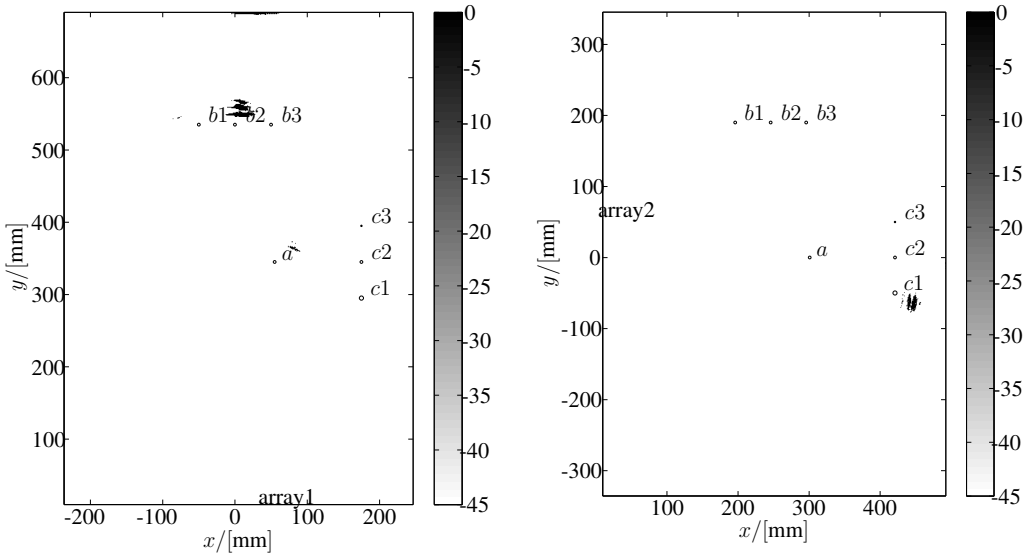
de 3 mm). Os outros defeitos ficam *submersos* no limiar estipulado.

Comparando a imagem de multiplicação de amplitude e fase com limiar com a imagem de fase com limiar variável, percebe-se que a última encontra menos defeitos que a primeira. Isso pode ser explicado devido ao fato que $\mathcal{I}_\gamma = 0{,}5\,\mathcal{I}\,(x{,}y)$ nos pontos em que $n\,(x{,}y) = N = 16$.

Figura 63 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, usando o modo S0 e *array 1* e 2.

(a) S0 e *array* 1: imagem com limiar de fase variável.

(b) S0 e *array* 2: imagem com limiar de fase variável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As Figuras 64 e 65 mostram os resultados para a inspeção dos defeitos a–c usando o modo A0 e os *arrays* 1 e 2, respectivamente. Nestas figuras, os furos passantes não são bem detectados pelas imagens de amplitude. Contudo, com o *array 1* a imagem de fase instantânea mostra que tais defeitos podem ser detectados fracamente.

Com o *array 1* e o modo A0, na Figura 64, pode-se verificar que somente a imagem de fase instantânea permite identificar alguns defeitos, porém muito fracamente.

Com o *array* 2, na Figura 65, nenhuma das imagens provê informação clara sobre os defeitos, nem mesmo os defeitos c que estão mais distantes e que contém o furo de 3 mm.

A partir das Figuras 61, 62, 64 e 65 pode-se notar que o modo S0 é mais sensível aos furos passantes que o modo A0. A única imagem que deixa evidências da existência de defeitos dentro de seu campo de visibilidade são as imagens que usam a informação de fase instantânea feitas com o *array* 1.

Assim como na Figura 63 para o modo S0, a Figura 66 mostra o resultado da imagem de fase instantânea com limiar variável para os defeitos a-c inspecionados com o modo A0 e o *array 1* e 2, da esquerda para a direita. Com o *array* 1, detecta-se fracamente os defeitos

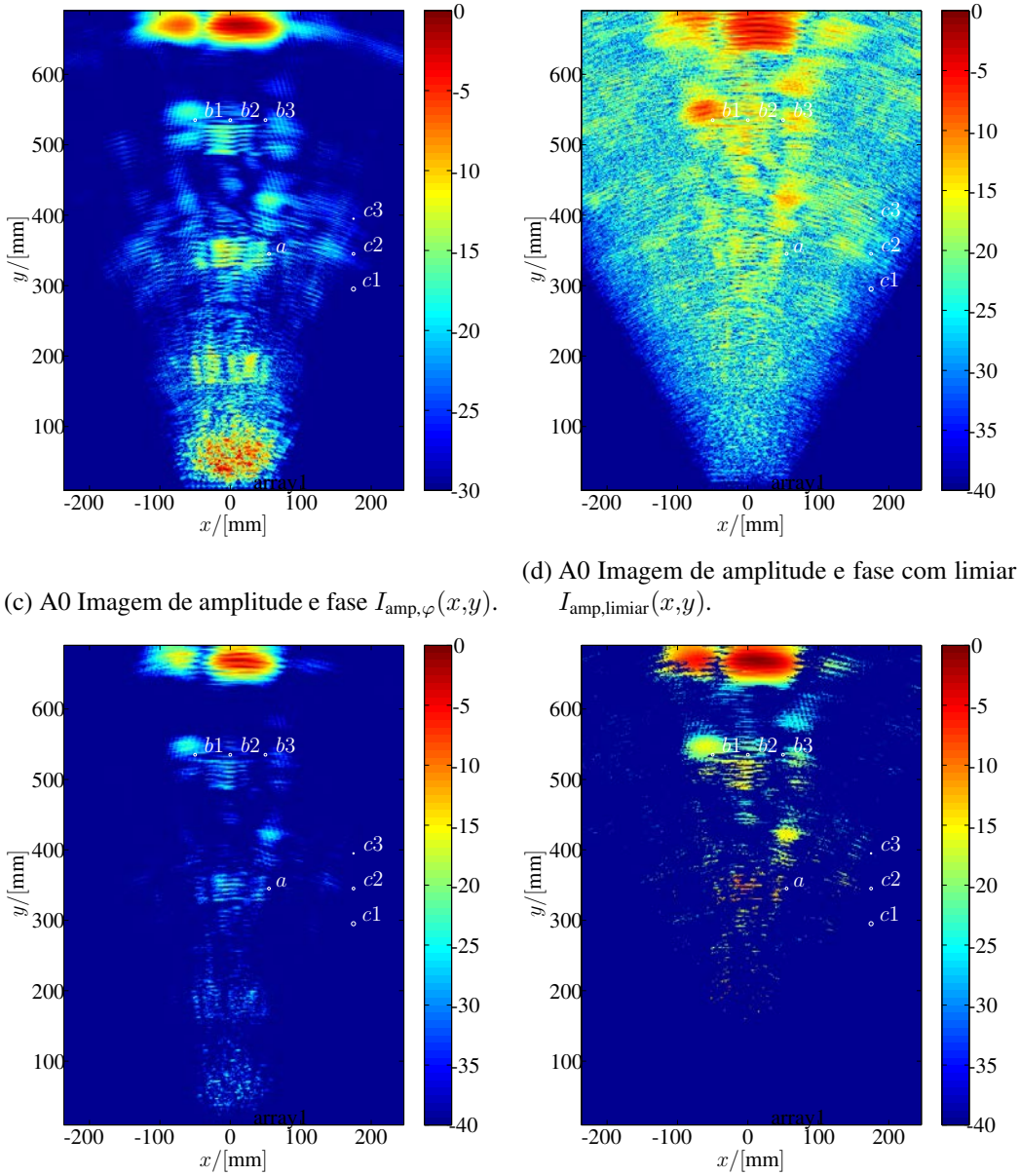
Figura 64 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, usando o modo A0 com o *array* 1.

(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

$b1$ e $b2$ e alguns artefatos esparsos na placa. Com o *array* 2, nenhum defeito pode ser ser detectado com esta imagem de fase instantânea com limiar variável, apenas o reflexo da lateral direita da placa 2; alguns pontos ficam marcados próximos ao defeito a, mas não se pode concluir categoricamente que são defeitos, utilizando apenas esta imagem. Os sinais de reflexo do fundos de placa estão bem detectados.

A imagem de fase instantânea com limiar variável $\mathcal{I}(x,y)$ não se mostra eficaz em detectar os furos com o modo A0 usando o *array* 2, mas detecta alguns furos com o *array* 1.

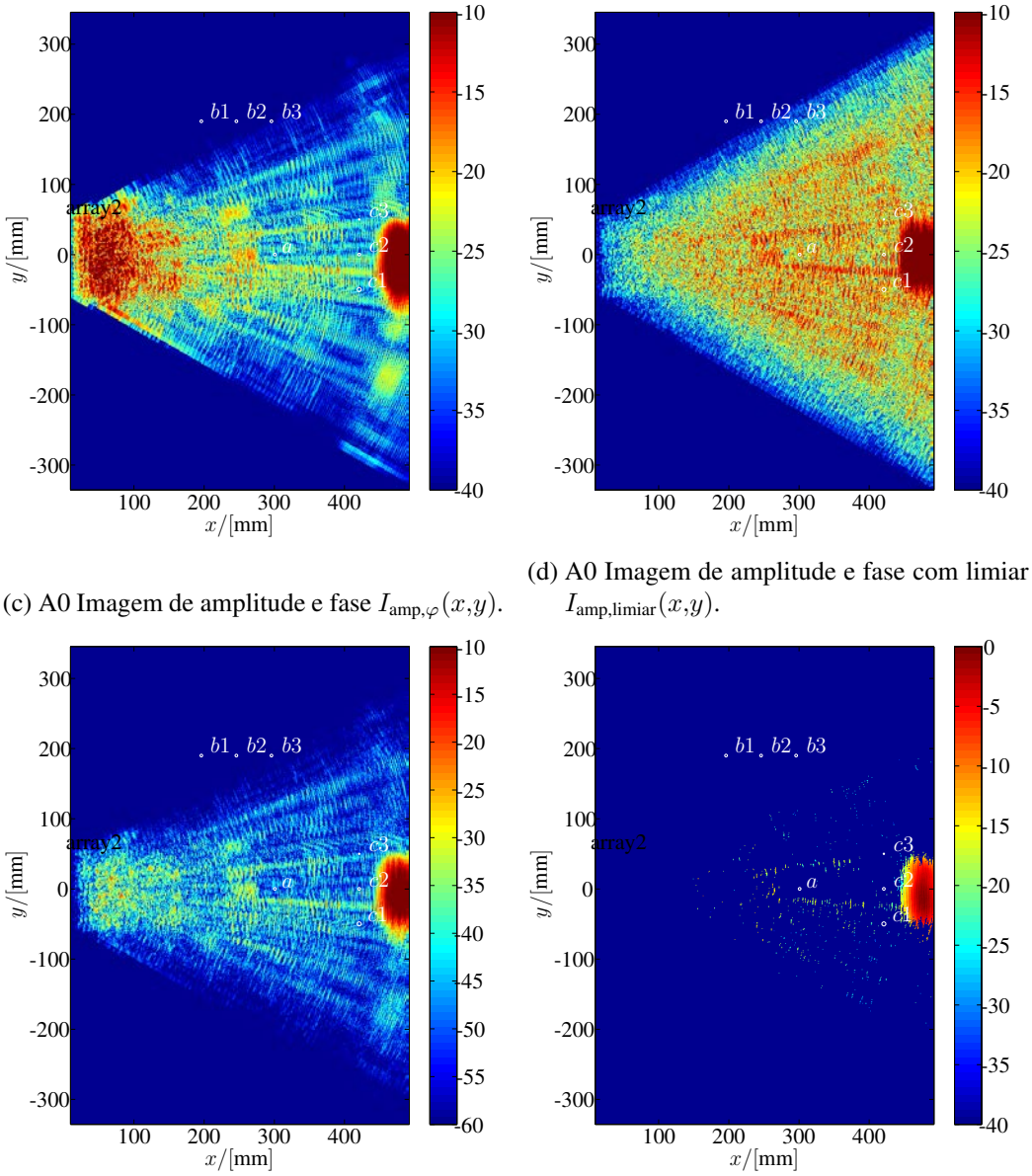
Figura 65 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, usando os modos A0 com o *array* 2 .

(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

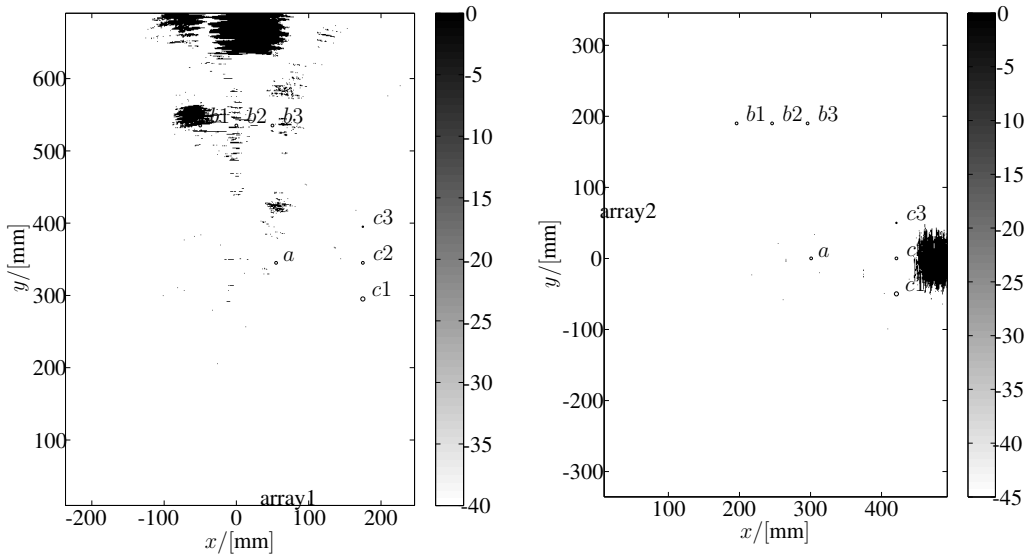
Resultado melhor ocorre com o modo S0 e o *array* 1. Isso sugere que o limiar variável, como definido na expressão (261), não se mostra adequado quando empregado a esta estrutura feita de material anisotrópico.

A única conclusão certa na comparação entre os modos de propagação empregados, a partir da Figura 61, é que o modo S0 é mais sensível a defeitos do tipo furo passante do que o modo A0. Nas análises seguintes serão feitas considerações de forma que esta afirmação seja corroborada.

Figura 66 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, usando o modo A0 e *array 1* e 2.

(a) A0 e *array* 1: imagem de limiar de fase variável.

(b) A0 e *array* 2: imagem de limiar de fase variável.

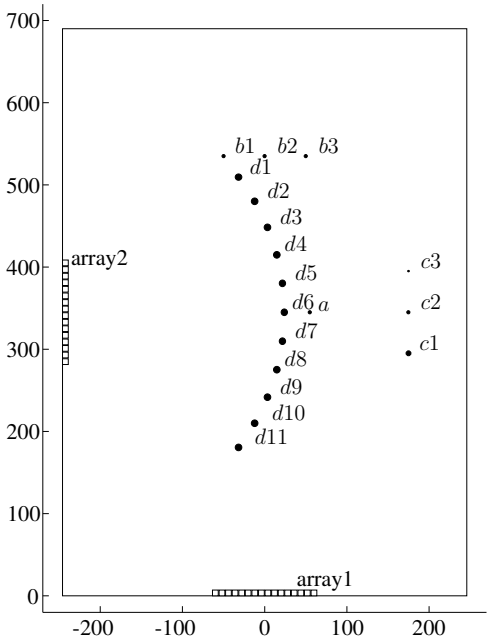


Fonte: Elaborada pelo autor.

Defeitos a–d: acrescentados parafusos de aço colados à placa 2

A Figura 67 mostra a disposição dos defeitos do tipo furo passante a–c, dos onze parafusos de aço colados com cianoacrilato à placa 2, e dos *arrays* 1 e 2 na placa 2.

Figura 67 – Defeitos a–d na placa 2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As Figuras 68, 69, 70, 71, 72 e 73 apresentam as imagens com TFM dos modos S0 com

o *array 1* e com *array* 2, bem como, do modo A0 com o *array 1* e o *array* 2, respectivamente. Da esquerda para a direita estão as imagens de amplitude, de fase, de amplitude e fase, e amplitude com limiar ponderado pela fase. Todas a imagens formadas com o TFM foram obtidas com compensação de dispersão e com limitação angular a 30°.

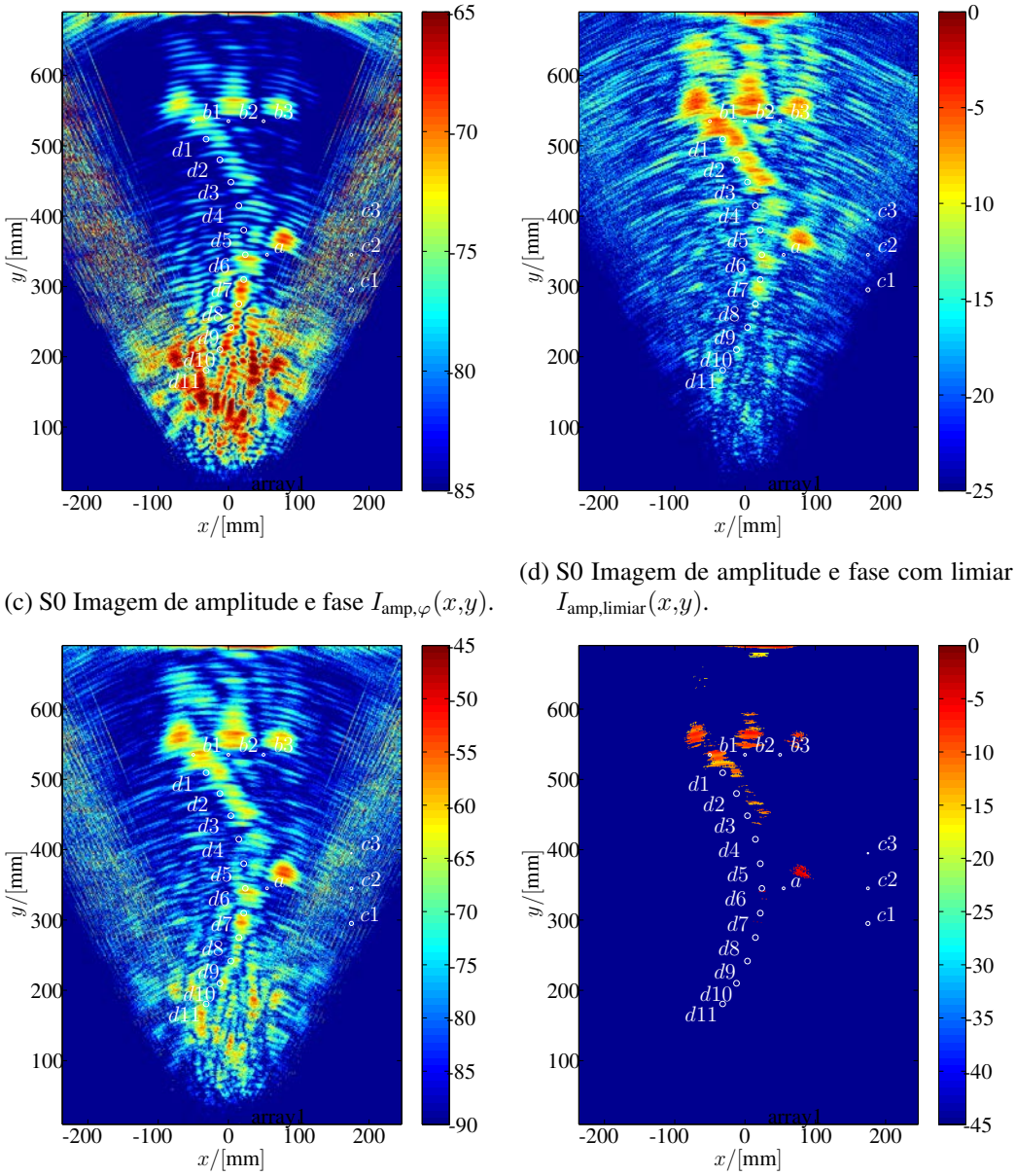
Figura 68 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–d, usando o modo S0 e o *array* 1.

(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



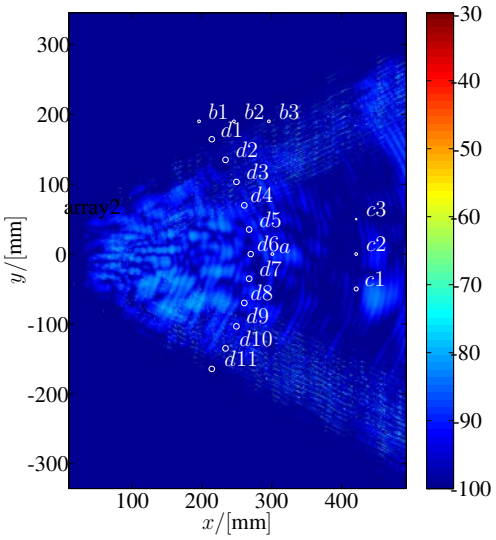
Fonte: Elaborada pelo autor.

Com o *array 1* e o modo S0 na Figura 68, pode-se verificar que os parafusos colados d não são tão bem detectados como o furo a. Isso pode ser mais sensivelmente comparado na imagem de fase (em cima e à direita) e na imagem de multiplicação de amplitude com a fase instantânea com limiar (embaixo e à direita), pois o furo a aparece mais destacado que o primei-

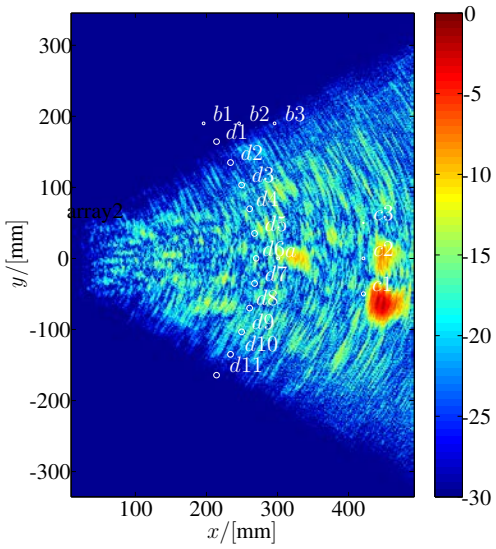
ros parafusos detectados $d7$ e $d8$. Com o *array* 2 e o modo S0 na Figura 69, nenhum parafuso é detectado, contudo, os furos a, $c1$ e $c2$ aparecem nas imagens de fase; nas multiplicações de fase e amplitude somente o furo $c1$ é bem aparente. Isso pode ser devido à baixa sensibilidade do modo S0 a defeitos superficiais como os parafusos e/ou à proximidade destes defeitos ao *array* 2 ; ou à combinação de ambos os fatores.

Figura 69 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–d, usando o modo S0 e *array* 2 .

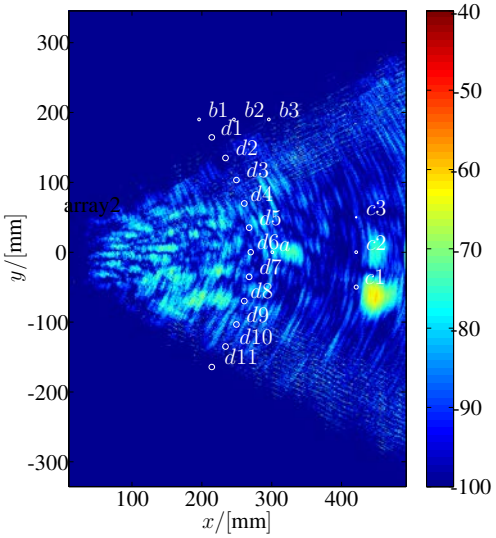
(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.



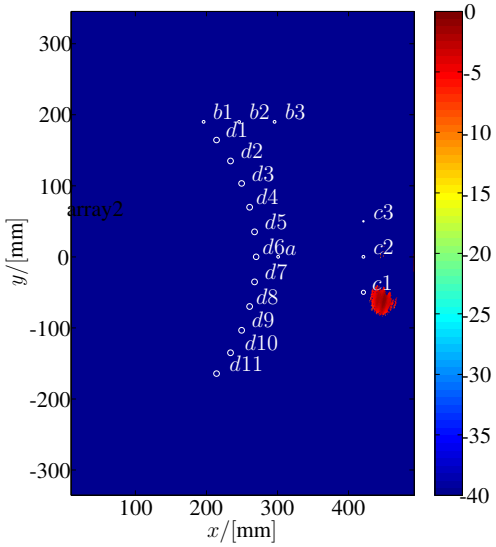
(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.



(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



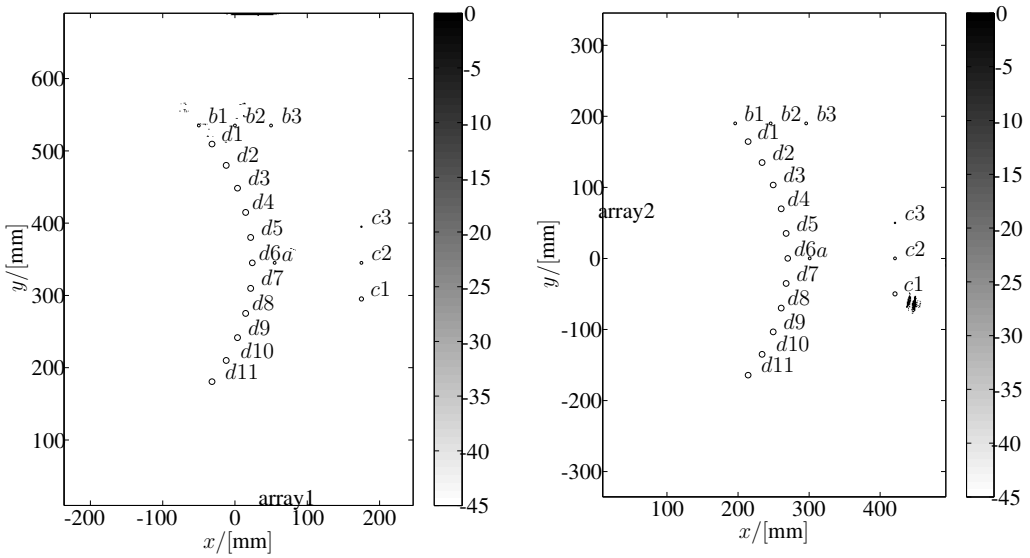
Fonte: Elaborada pelo autor.

O modo S0 detecta a presença dos parafusos, mas não resolve bem aqueles que estão mais próximos do *array* 1. Há a presença de uma zona morta próxima ao *array 1* e *array* 2 que degrada a formação de imagens.

Figura 70 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–d, usando o modo S0 e *array 1* e 2.

(a) S0 e *array* 1: imagem de fase com limiar variável.

(b) S0 e *array* 2: imagem de fase com limiar variável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A imagem de fase instantânea com limiar variável é mostrada na Figura 70 para os defeitos a-d inspecionados com o modo S0 e o *array 1* e 2, da esquerda para a direita. Com o *array* 1, detecta-se fracamente os defeitos a, $b1$ e $b2$ e alguns parafusos como os $d1$, $d2$ e $d3$. Com o *array* 2, apenas o furo $c1$ foi detectado com esta imagem de fase instantânea com limiar variável. Os defeitos d são parafusos e não parecem ser bem detectados pelo modo S0.

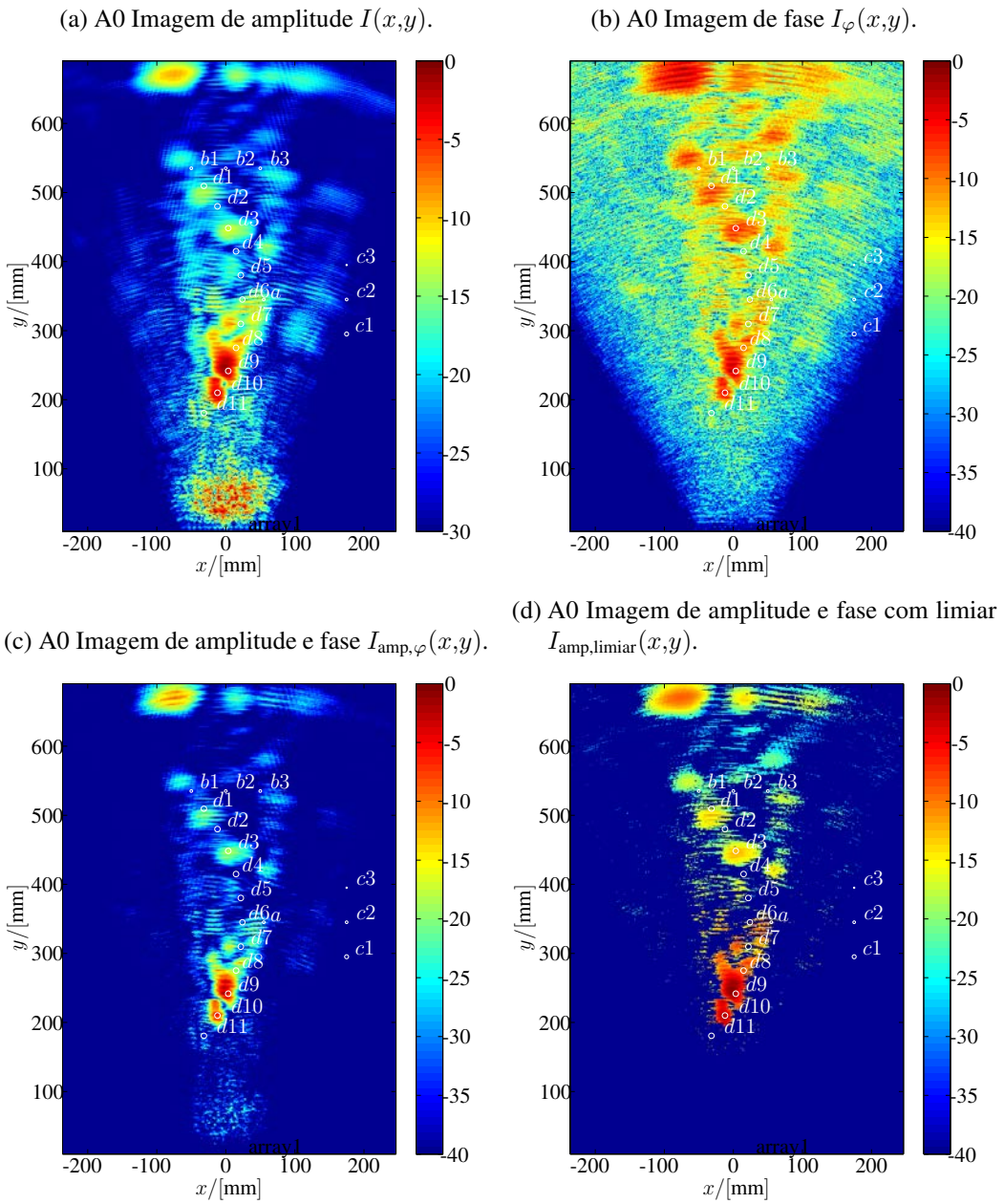
Novamente a imagem de fase instantânea com limiar variável $\mathcal{I}\,(x,y)$ usando o modo S0 não consegue detectar os parafusos como nas imagens de amplitude e fase anteriores, $\mathcal{I}_\gamma$, pois alguns defeitos desaparecem. Isso também pode ser explicado analisando a imagem à esquerda na Figura 70 com a imagem à direita embaixo na Figura 68 e justificar que os limiares $\mathcal{I}_\gamma = 0{,}5\,\mathcal{I}\,(x,y)$ nos pontos (x,y) em que o número de sinais para a soma no método TFM são iguais.

As Figuras 71 e 72 mostram os resultados das imagens construídas a partir do modo A0, respectivamente para com o *array 1* e o *array* 2 .

Com o *array 1* e o modo A0, na Figura 71, pode-se notar como a imagem dos parafusos $d9$ e $d10$ são mais intensas do que quando se utilizou o modo S0. O parafuso $d9$ é o que está bem à frente do *array* 1, estando menos próximo do que o parafuso $d10$ deste *array*. Se o modo A0 é muito sensível a defeito do tipo que aumentam a espessura da placa, então tais defeitos absorverão e reemitirão a energia acústica que incidiram neles, e assim haverá uma sombra, encobrindo a detecção dos defeitos do mesmo tipo, nas posições após estes defeitos. Este comportamento é o que aparece nas imagens de amplitude e de fase. Mesmo assim alguns

parafusos são detectados nas imagens com o *array* 1.

Figura 71 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–d, usando o modo A0 e *array* 1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com o *array* 2 e o modo A0, pode verificar na Figura 72 que dois (ou três) parafusos d são detectados à frente do *array*, com a imagem de amplitude. Contudo, a imagem de fase instantânea não parece mostrar esta detecção. Ao contrário do que se esperaria, a imagem de fase não foi mais elucidativa do que a imagem de amplitude na identificação dos defeitos. Isto será ainda mais aparente na imagem de fase instantânea com limiar variável que segue.

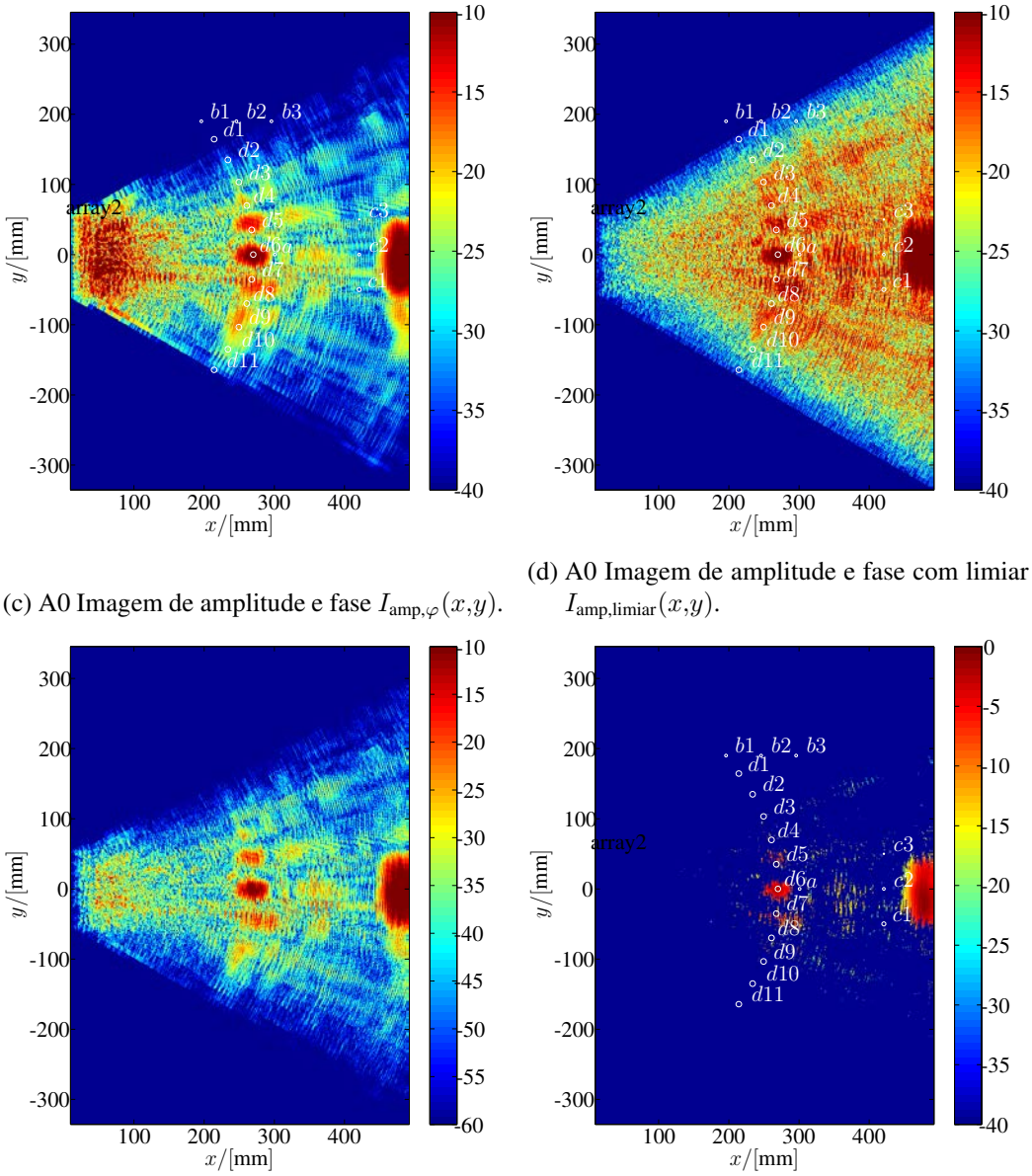
Figura 72 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–d, usando o modo A0 e *array* 2 .

(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



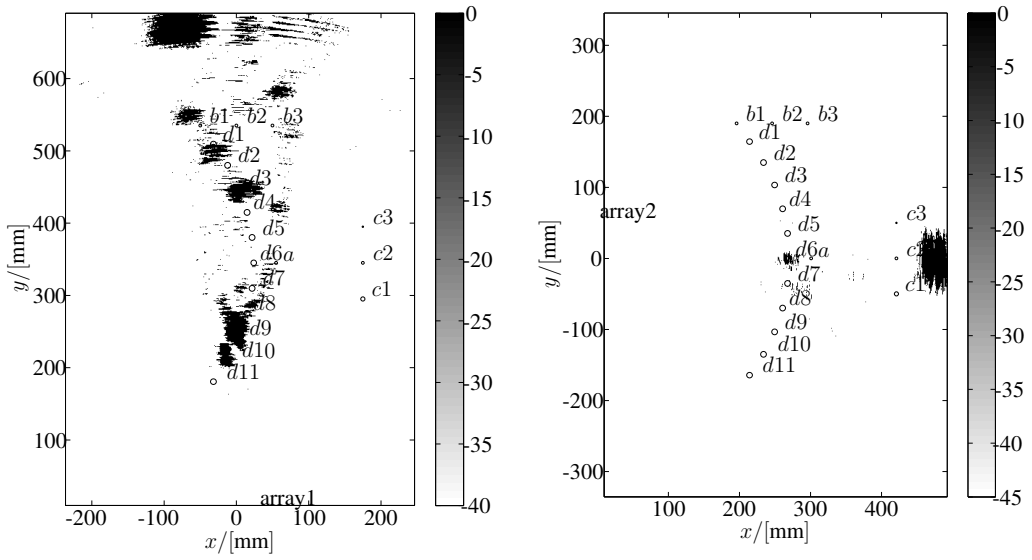
Fonte: Elaborada pelo autor.

A análise da inspeção da placa 2 com o modo A0 parece ser mais promissora para detecção dos parafusos. O modo A0 mostra-se mais sensível aos parafusos colados mais próximos ao *array 1* que o modo S0, absorvendo e reemitindo mais energia da onda incidente. Além disso, o modo A0 detecta melhor, com o *array* 2, os parafusos que estão bem em frente a este array. O modo A0 novamente não é muito sensível ao furos, contudo é sensível aos parafusos colados.

Figura 73 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–d, usando o modo A0 e *array 1* e 2.

(a) A0 e *array* 1: imagem de fase com limiar variável.

(b) A0 e *array* 2: imagem de fase com limiar variável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As imagens de fase instantânea com limiar variável estão mostradas na Figura 73 para os defeitos a-d inspecionados com o modo A0 e o *array 1* e 2, da esquerda para a direita. Pode-se notar que os parafusos são parcialmente detectados na imagem de fase com limiar variável com o *array* 1, principalmente o parafuso $d9$. Os parafusos $d10$ e $d11$ parecem estar em uma região desfavorável à detecção destes defeitos pelo modo A0, qual seja, a zona morta do *array 1* para o modo A0. A mesma imagem de fase com limiar variável $\mathcal{I}\,(x,y)$ não informa a presença dos defeitos com o *array* 2 .

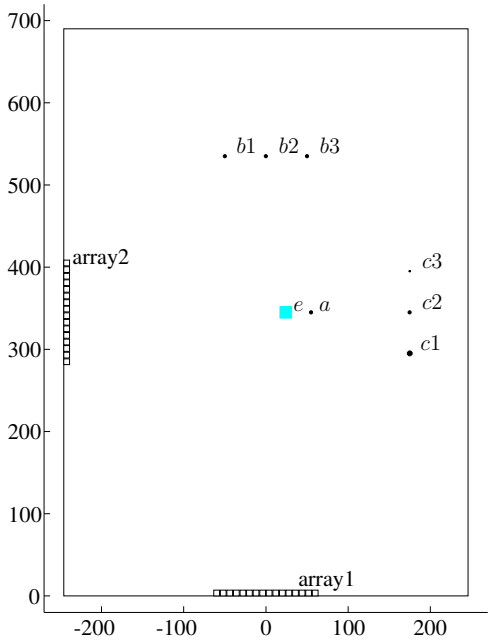
Ao contrário do modo S0, o modo A0 gera imagens com alguns parafusos bem aparentes, o que faz com que o parafuso $d9$, que está bem a frente do *array 1* absorva e espalhe grande parte da energia incidente sobre ele e faça uma sombra sobre os defeitos que estão após sua posição. Com o *array* 2, não se detecta nenhum defeito com o modo A0.

A inspeção visual das imagens, com estes parafusos de aço colados sobre a placa, sugere que tanto a imagem de amplitude, quanto a de fase instantânea detectam os defeitos que estão bem a frente dos *arrays*. Porém, a visibilidade lateral de cada *array* está limitada, sugerindo que o efeito de focalização elástica diminuiu a relação sinal-ruido para ângulos acima $\pm 22{,}4°$, para o modo A0 e $\pm 28{,}4°$, para o modo S0, como será discutido na Seção 4.4.3.

Defeitos a–c, e: acrescentado um pedaço de compósito

A Figura 74 mostra a disposição dos defeitos do tipo furo passantes a–c e o defeito e, tipo peça de compósito têxtil colado com cianoacrilato à placa 2, e dos *arrays* 1 e 2 na placa 2.

Figura 74 – Defeitos a–c, e na placa 2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As Figuras 75, 76, 77, 78, 79 e 80 apresentam as imagens com TFM dos modos S0 com o *array* 1, com o *array* 2, e, A0 com o *array 1* e com o *array* 2, respectivamente. Todas a imagens formadas com o TFM foram obtidas com compensação de dispersão e com limitação angular a $30°$.

Este defeito de aumento de espessura da placa colado à sua superfície pretendia resolver os problemas de resolução e sombra que os parafusos colados geraram, assim como pretendia verificar se as conclusões a partir das imagens com os parafusos se repetiam com apenas este defeito de superfície incluído.

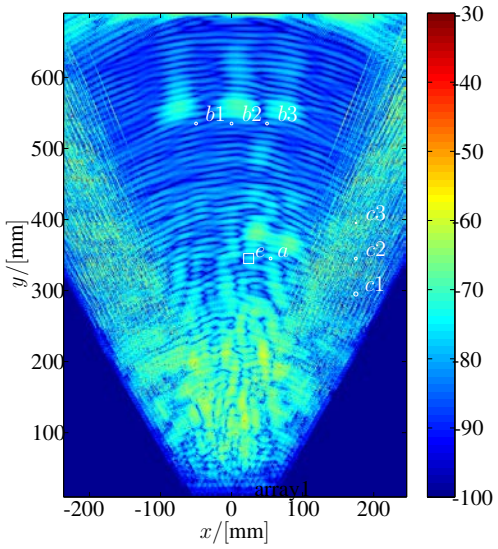
Com o *array 1* e o modo S0, pode-se observar na Figura 75 que os defeitos tipo furo a, b e o compósito colado e são detectados. O furo a e o defeito e aparecem com aproximadamente o mesmo nível nas imagens de amplitude e fase, e suas multiplicações. Não obstante, deve-se ressaltar que o furo a tem 2 mm de diâmetro, enquanto o compósito tem no mínimo 13 mm de lado, como mostrado na Tabela 7, ou seja, o refletor e é quase 7 vezes mais largo que o parafuso a e aparecem com o mesmo nível nas imagens.

A imagem de multiplicação de amplitude e fase com limiar $\mathcal{I}_\gamma$ não detecta com clareza o defeito $b3$. Isso pode ser devido ao efeito sombra que o defeito e causa sobre ele. Os defeitos c também não são detectados, pois estão fora de sua área de visibilidade do *array* 1.

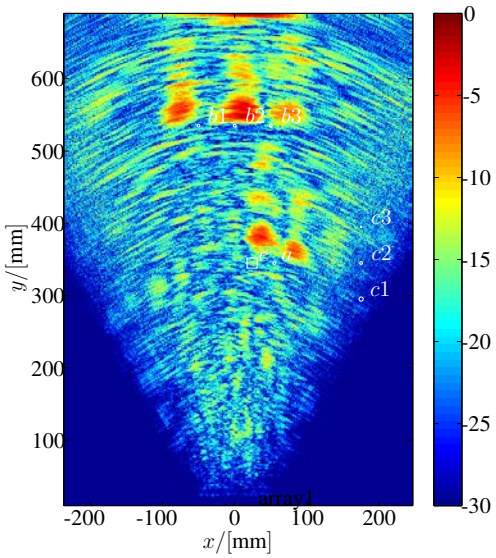
Com o *array* 2 e o modo S0 o defeito e não pode ser detectado nas imagens formadas. Isso pode ser verificado na Figura 76. Comparado com os resultados sem o defeito e, Figura 62, as imagens não trazem nenhum indício claro da existência de tal defeito com este *array*.

Figura 75 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e e, usando o modo S0 e *array* 1. Da esquerda para direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

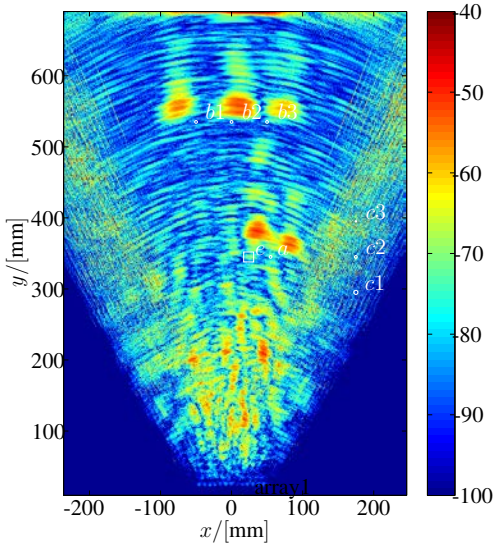
(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.



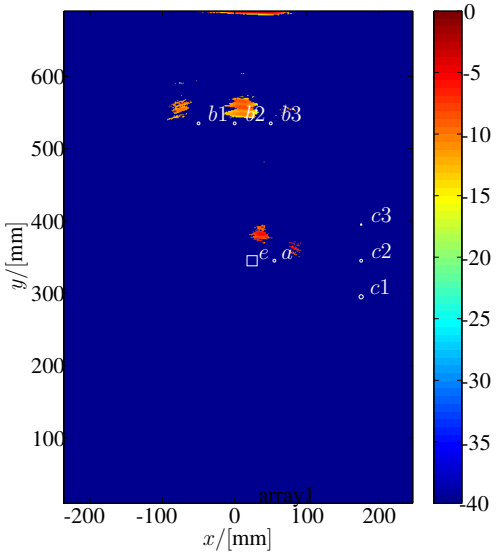
(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.



(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

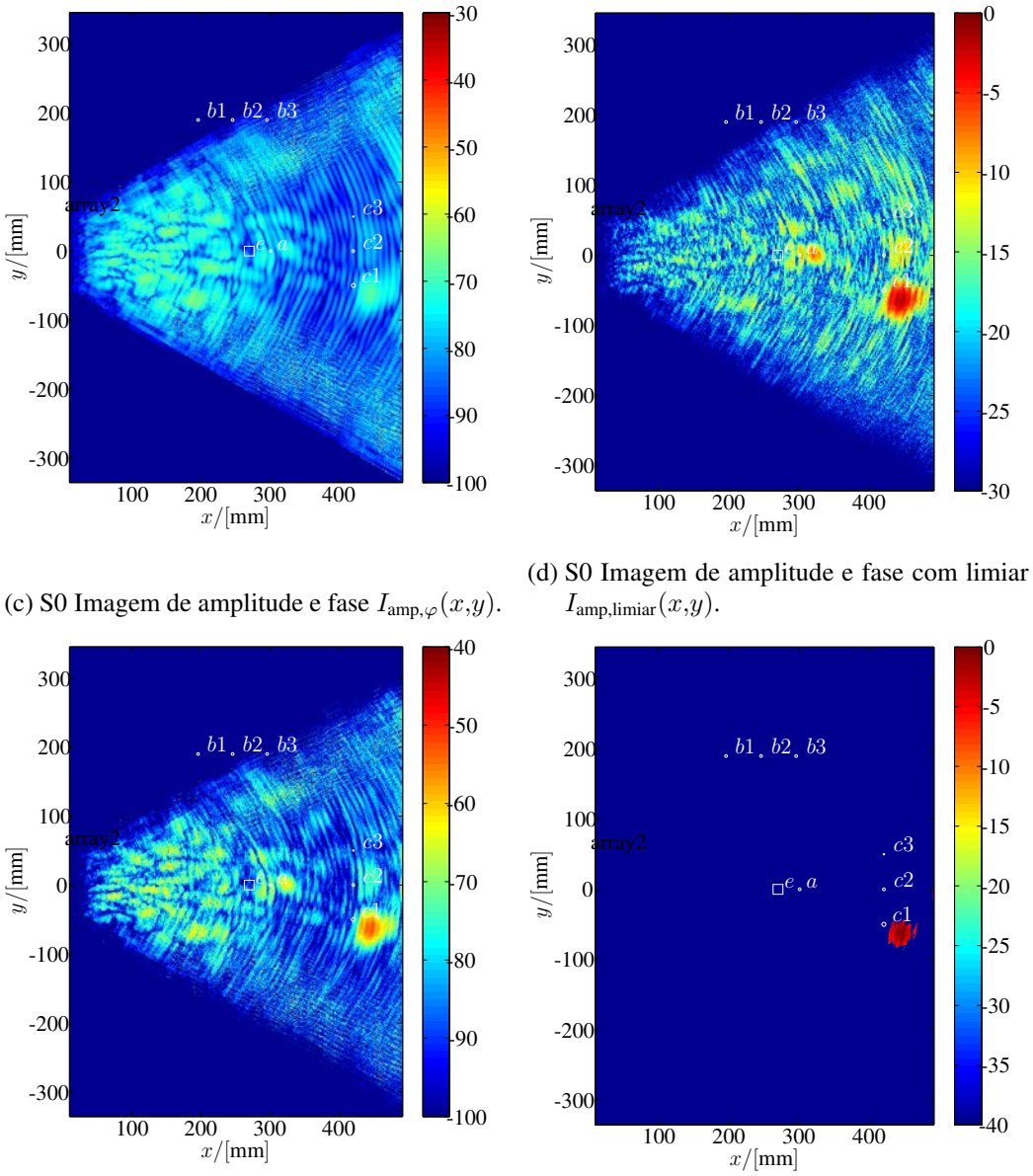
Figura 76 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e e, usando o modo S0 e *array* 2 . Da esquerda pra a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.

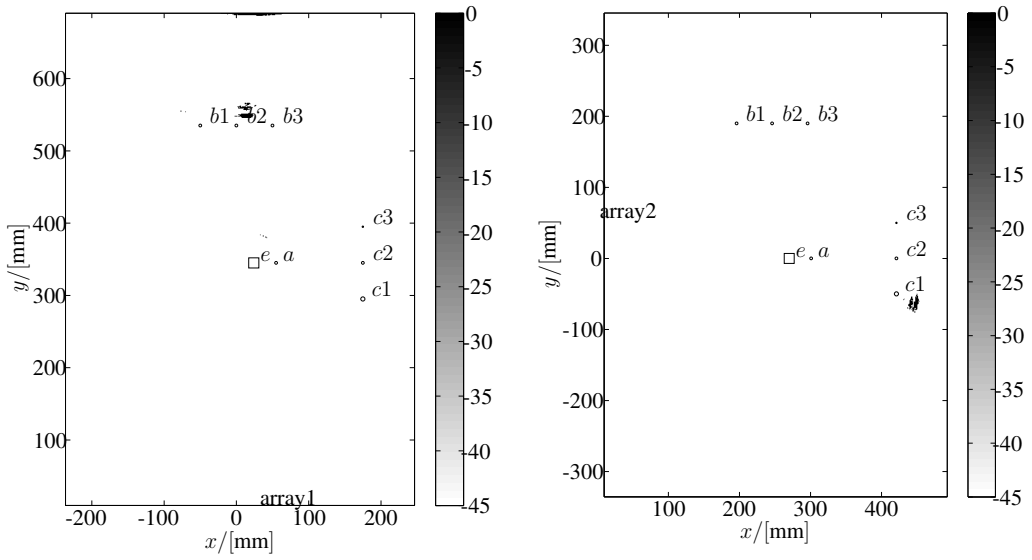


Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 77 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, e, usando o modo S0 e *array 1* e 2,.

(a) S0 e *array* 1: imagem de fase com limiar variável.

(b) S0 e *array* 2: imagem de fase com limiar variável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As imagens de fase instantânea com limiar variável são mostradas na Figura 77 para os defeitos a-c, e inspecionados com o modo S0 e o *array 1* e 2, da esquerda para a direita. O defeito e é um defeito que aumenta a massa e espessura local da placa. Ele é fracamente detectado pelo modo S0 e com o *array 1* e 2, aparecendo deslocado em relação à sua localização real. Novamente, os *arrays 1* e 2 detectam os furos passantes $b1$ e $b2$, e $c1$, respectivamente.

Os resultados do uso do modo A0 na inspeção da placa 2 são mostrados nas Figuras 78 e 79, com os *arrays* 1 e 2, respectivamente.

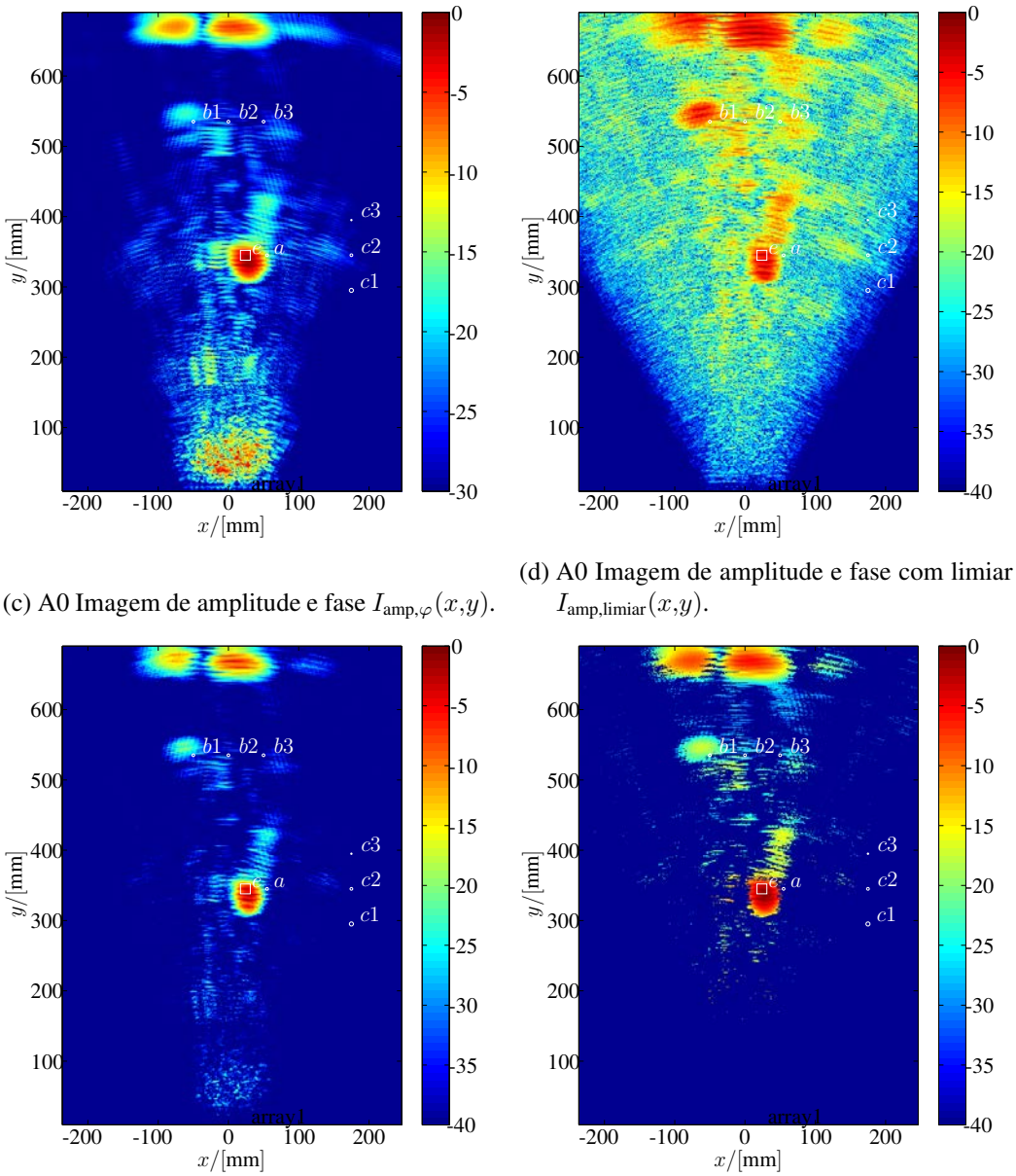
Figura 78 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e e, usando o modo A0 e *array* 1. Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



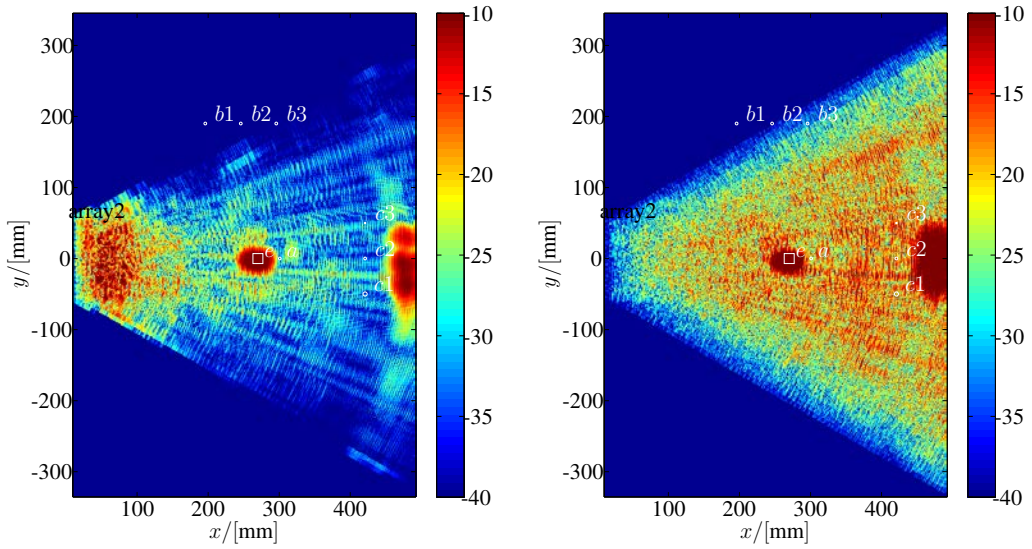
Fonte: Elaborada pelo autor.

Indiscutivelmente, o defeito e é fortemente detectado pelo modo A0 com o *array* 1. Baseado na análise prévia dos defeitos incluídos, o modo A0 é mais sensível a defeitos que aumentam a espessura da placa que o modo S0. Esta afirmação suporta-se nas análises anteriores e no fato que o furo a não aparece nas imagens da Figura 78.

Figura 79 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e e, usando o modo A0 e *array* 2 . Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

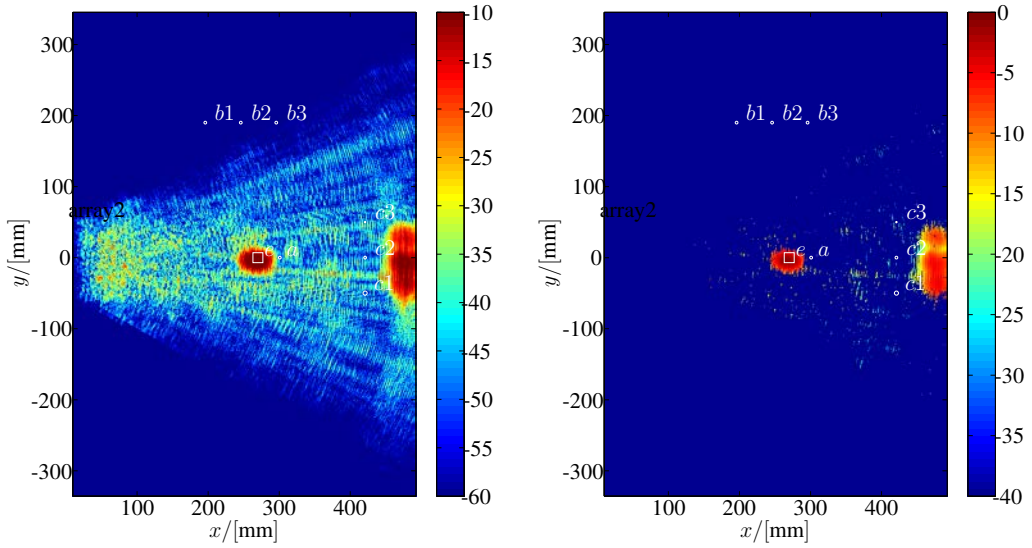
(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



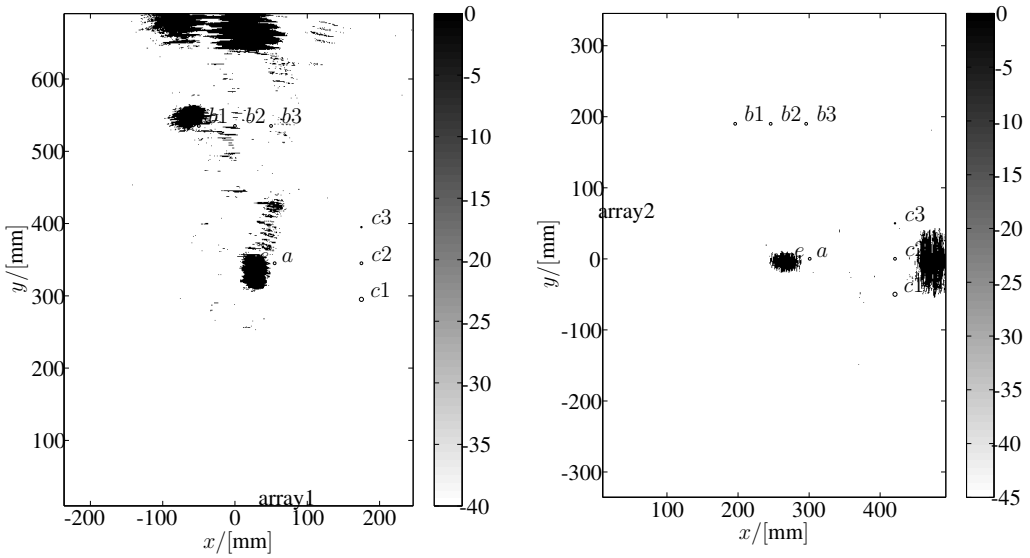
Fonte: Elaborada pelo autor.

Com o *array* 2 e o modo A0, na Figura 79 pode-se verificar novamente que o defeito de superfície e é detectado na imagem de amplitude e de fase, assim como nas imagens de multiplicação amplitude e fase com e sem limiar.

Figura 80 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, e, usando o modo A0 e *array 1* e 2, com compensação de dispersão e com limitação angular.

(a) A0 e *array* 1: imagem de fase com limiar variável.

(b) A0 e *array* 2: imagem de fase com limiar variável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

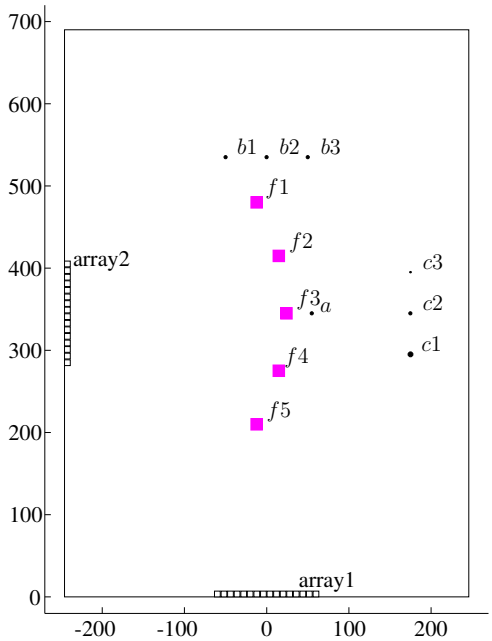
A Figura 80 apresenta as imagens de fase instantânea com limiar variável mostrando os defeitos a-c, e inspecionados com o modo A0 e o *array 1* e 2, da esquerda para a direita. O defeito e é bem detectado tanto com o *array 1* quanto pelo 2, com o modo A0, ao contrário do que ocorreu com a inspeção feita usando o modo S0.

O defeito e é detectado pelo *array* 1, usando o modo S0, e, mais fortemente, pelo modo A0. O *array* 2 não consegue resolver o defeito e quando se usa o modo S0, mas é bem resolvido pelo modo A0. Isso pode ter alguma relação entre a proximidade do defeito, a velocidade de grupo e a região que se estende à frente do *array*, assim como, se o defeito é ou não um defeito de aumento de espessura da placa, como são os defeitos d, e, já apresentados e os defeitos f, a seguir.

Defeitos a–c, f: acrescentando 4 pedaços de compósitos

A Figura 81 mostra a disposição dos defeitos do tipo furo passantes a–c, dos 5 defeitos f tipo peça de compósito têxtil colados com cianoacrilato à placa, e dos *arrays* 1 e 2 na placa 2. Os defeitos f são na verdade o defeito $e = f3$ acrescido de quatro defeitos idênticos separados angularmente e simetricamente ao eixo do *array* 2 .

Figura 81 – Defeitos a–c, f na placa 2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Este ensaio testa o efeito sombra que foi visto com os parafusos: o defeito e ainda existe e foram acrescidos mais quatro em ângulo à frente do *array* 2, sendo que dois deles, $f4$ e $f5$ ficam entre o *array 1* e o defeito $e = f3$.

As Figuras 82, 83, 84, 85, 86 e 87 apresentam as imagens com TFM dos modos S0 com o *array* 1, com o *array* 2, e, A0 com o *array 1* e com o *array* 2, respectivamente. Todas a imagens formadas com o TFM foram obtidas com compensação de dispersão e com limitação angular a $30°$.

As 5 peças de compósito têxtil são detectadas pelo *array 1* usando o modo S0. Isso pode ser visto na imagem de fase e na imagem de amplitude e fase multiplicadas na Figura 82. As considerações são as mesmas que foram feitas nas inspeções com os parafusos d e com o compósito e. Porém, o defeito $f1$ é o que mais se destaca nesta análise com o modo S0, aparecendo nas imagens com um nível comparável ou maior que o furo a e os compósitos $f2$ a $f5$. Na imagem de multiplicação de amplitude e fase com limiar $\mathcal{I}_\gamma$, quase todos os defeitos que estão dentro do limite angular aparecem, mesmo que o defeito $b2$ apareça, porém, deslocado.

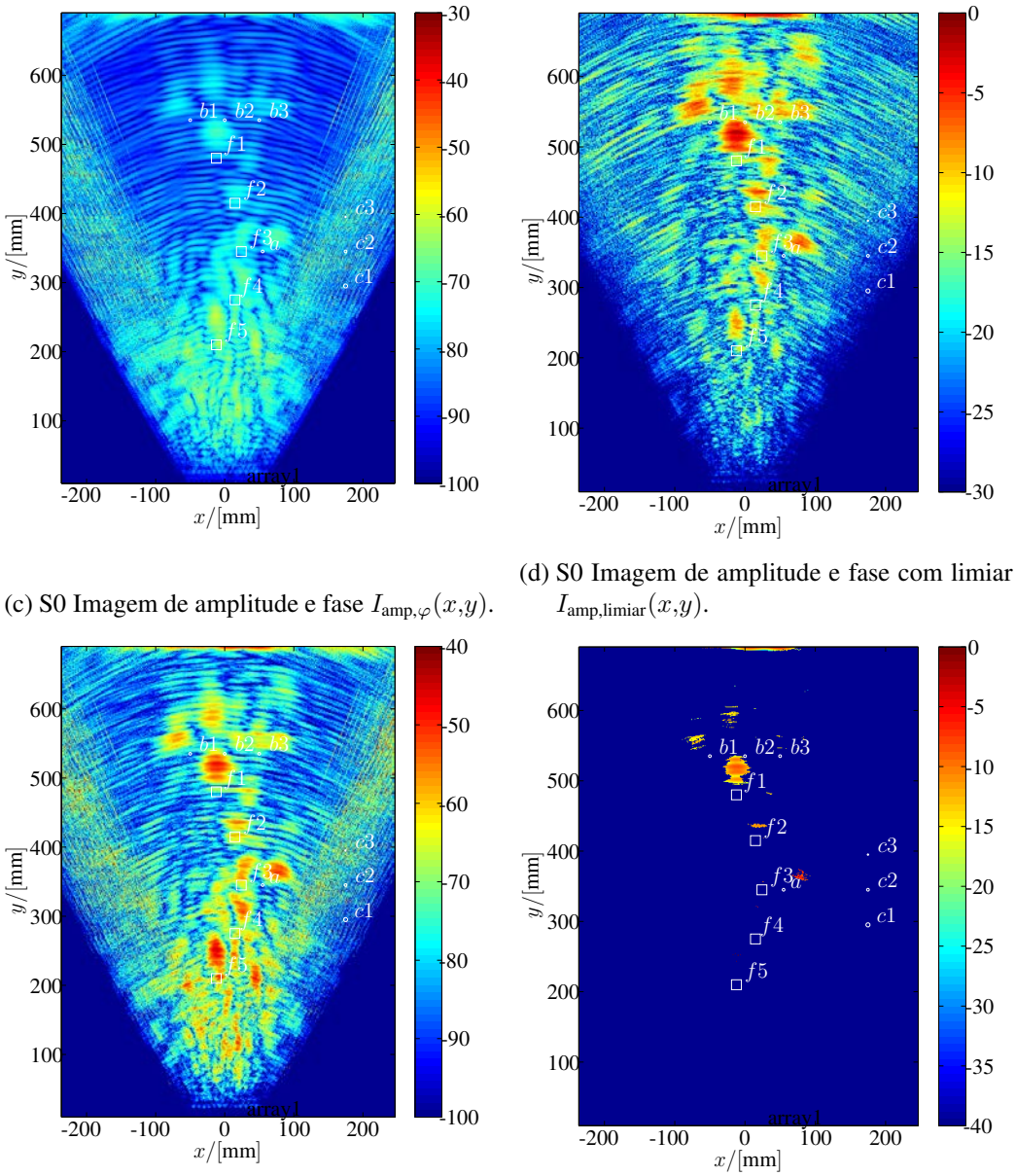
Figura 82 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e f, usando o modo S0 e *array* 1. Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.

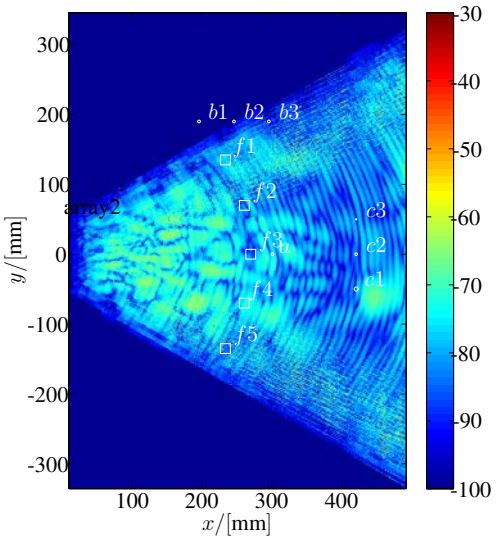


Fonte: Elaborada pelo autor.

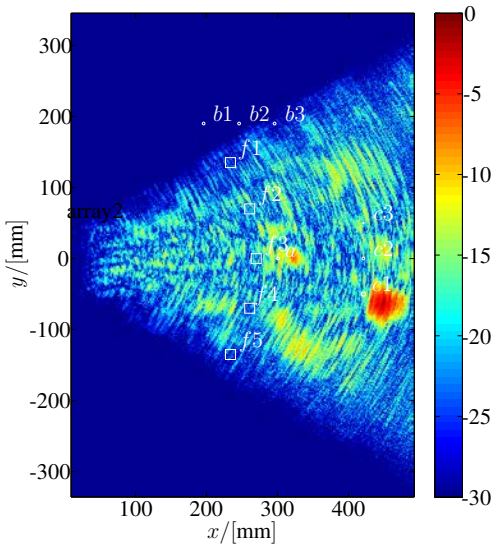
Este conjunto de imagens, feitas com o *array 1* e o modo S0, são semelhante àquelas feitas para os parafusos de aço na Figura 68. Entretanto, a separação angular entre estes pedaços de compósito é o dobro da separação entre os parafusos, o que permite a melhor resolução entre os defeitos.

Figura 83 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e f, usando o modo S0 e *array* 2 . Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

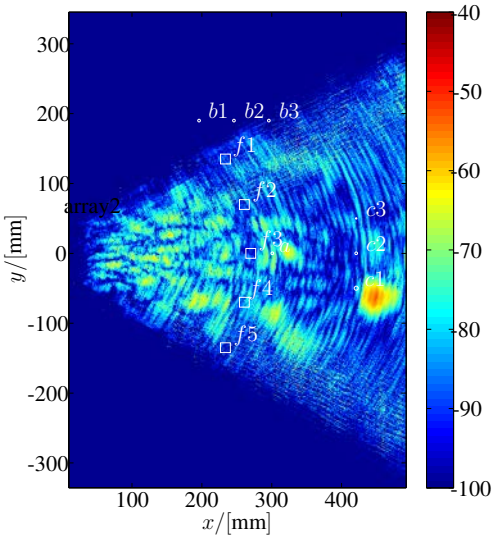
(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.



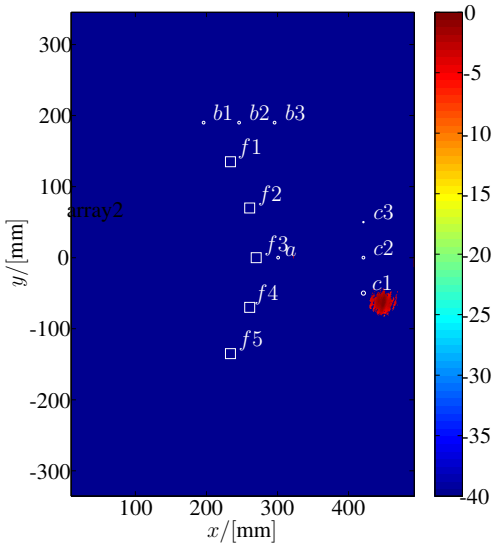
(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.



(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



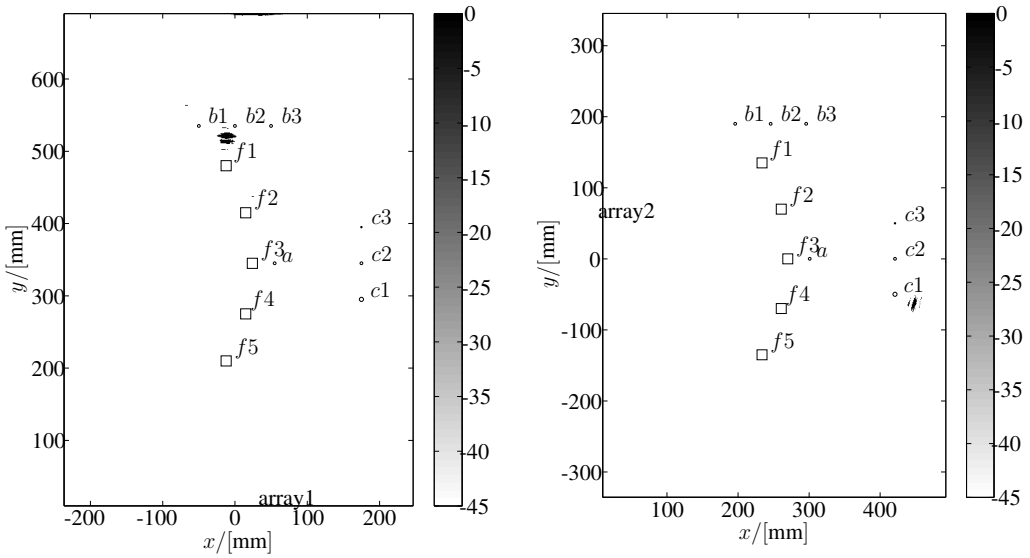
Fonte: Elaborada pelo autor.

Com o *array* 2, o modo S0 não reconstrói os defeitos f, que estão perto deste *array*, e cujos resultados estão mostrados na Figura 83. Apenas os mesmos furos a e $c1$, e, parcialmente, o $c2$ são detectados. Este conjunto de imagens também se assemelha ao que foi obtido com os defeitos a–d, com o *array* 2 e o modo S0.

Figura 84 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, f, usando o modo S0 e *array 1* e 2, com compensação de dispersão e com limitação angular.

(a) S0 e *array* 1: imagem de fase com limiar variável.

(b) S0 e *array* 2: imagem de fase com limiar variável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 84 apresenta as imagens de fase instantânea com limiar variável mostrando os defeitos a-c, f inspecionados com o modo S0 e o *array 1* e 2, da esquerda para a direita. O defeito $f1$ é bem detectado com o *array 1* enquanto os outros defeitos ficam sem serem detectados. Com o *array* 2, os pedaços de compósito colados não são detectados, mas somente o furo passante $c1$. Os limiares $\mathcal{I}_\gamma$ e $\mathcal{I}\,(x,y)$ aqui também fazem com que a maioria dos defeitos sejam perdidos quando comparam-se as imagens de fase instantânea com limiares variável e fixo com a imagem de fase instantânea das Figuras 68 e 69.

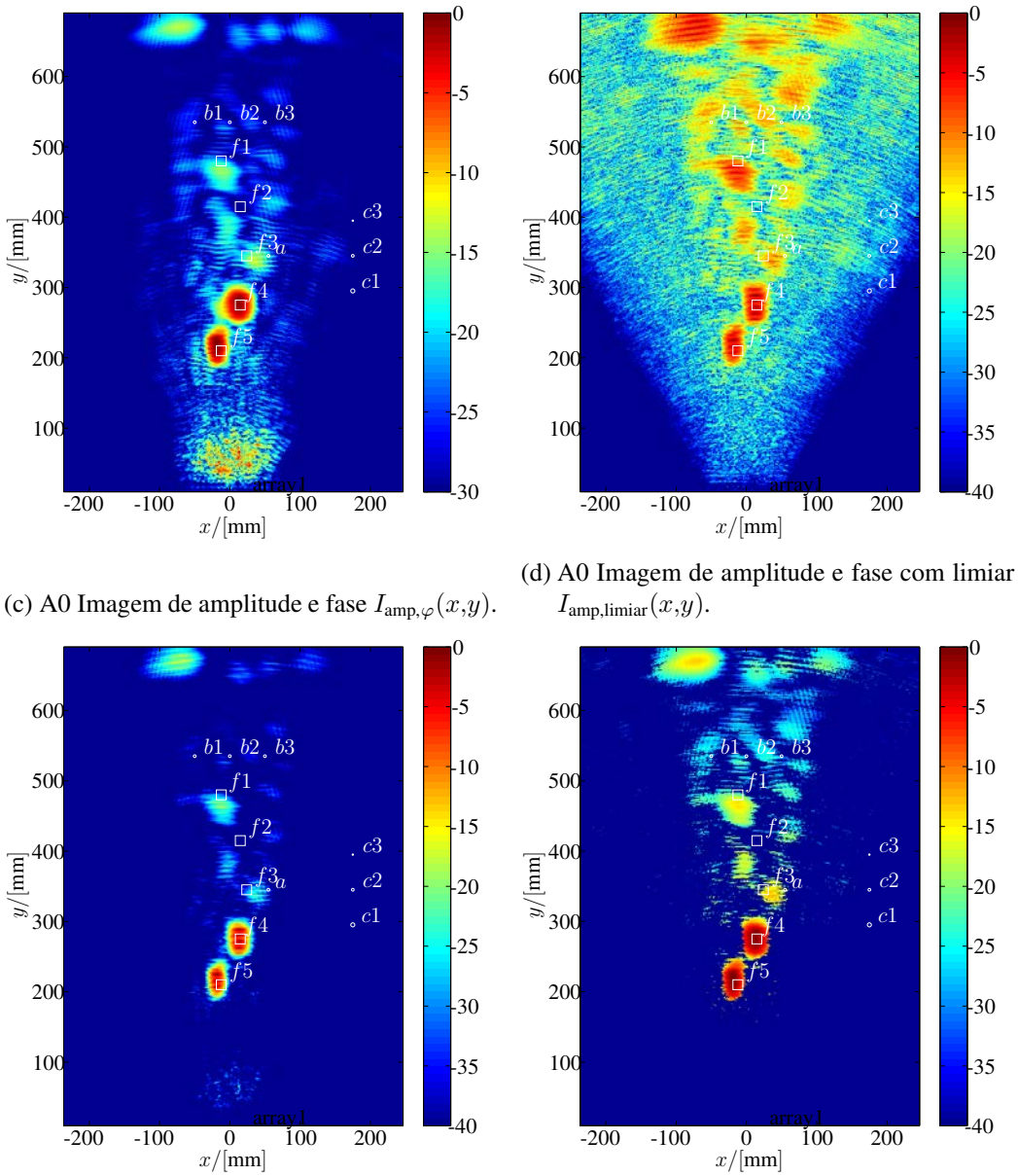
Figura 85 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e f, usando o modo A0 e *array* 1. Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As imagens construídas com o modo A0 são apresentadas nas Figuras 85 e 86, com os *arrays* 1 e 2, respectivamente. As imagens desta inspeção permitem reafirmar que há o efeito sombra sobre os defeitos que estão logo após os primeiros compósitos $f4$ e $f5$, que são muito bem detectados pelo *array 1* com o modo A0. Este efeito sombra tem influência sobre a amplitude e sobre a fase, que pode ser vista nas imagens. Os níveis na imagem de amplitude dos defeitos que estão após os compósitos $f4$ e $f5$ são aproximadamente 17 dB menores do que os destes compósitos, contudo, na imagem de fase o defeito $f1$ é aproximadamente 6 dB

menor que nos defeitos $f4$ e $f5$. A multiplicação das imagens de amplitude e de fase geram uma resolução melhor dos defeitos $f1$, $f4$ e $f5$, que na imagem de amplitude isolada.

Com o *array* 2 e o modo A0, pode-se notar de forma mais clara a detecção dos defeitos $f2$, $e = f3$ e $f4$ com a imagem de amplitude. A imagem de fase detecta somente o defeito $e = f3$ e, portanto, a resolução dos defeitos na imagem de multiplicação de amplitude e fase com limiar fixo $\mathcal{I}_\gamma$ permite a visualização somente do defeito $e = f3$.

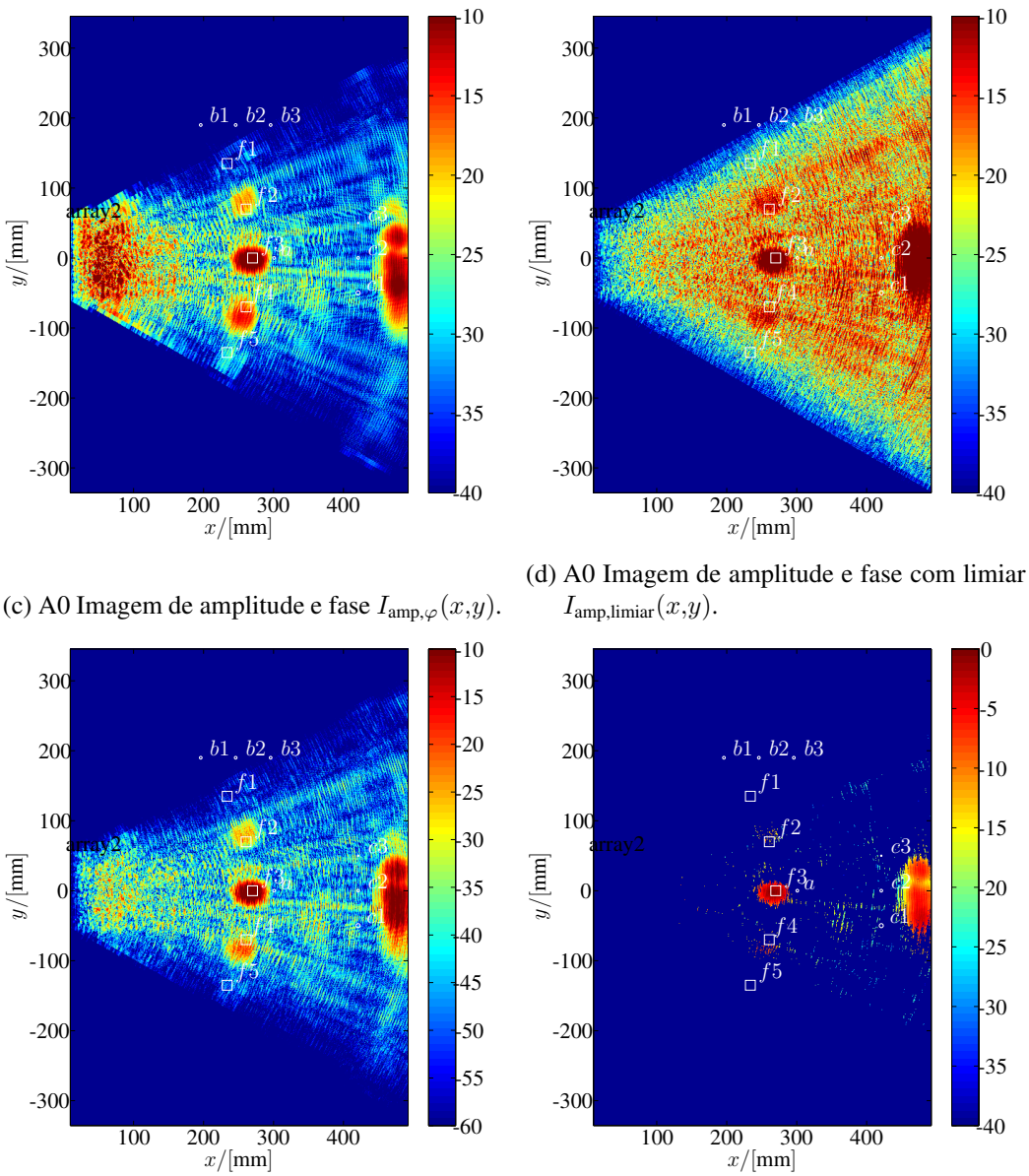
Figura 86 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e f, usando o modo A0 e *array* 2 . Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0 Imagem de fase $I_\varphi(x,y)$.

(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

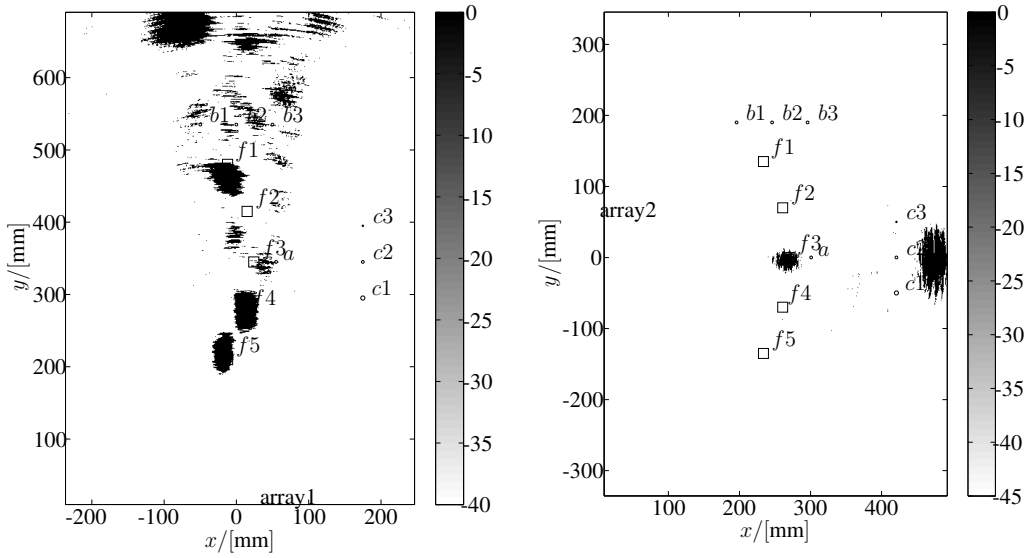
O modo A0 detecta os defeitos f parcialmente, tanto com o *array 1* quanto com o *array*

2 . Por parecer ser mais sensível à defeitos superficiais, o modo A0 detecta os defeitos mais próximos, fazendo surgir sombras nas imagens e impedindo a visualização dos defeitos que estão mais ao fundo (defeitos $f2$ e $f3$).

Figura 87 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, f, usando o modo A0 e *array 1* e 2, com compensação de dispersão e com limitação angular.

(a) Ao e *array* 1: imagem de fase com limiar variável.

(b) Ao e *array* 2: imagem de fase com limiar variável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 87 mostra as imagens de fase instantânea com limiar variável mostrando os defeitos a-c, f inspecionados com o modo A0 e o *array 1* e 2, da esquerda para a direita. Os defeitos $f1$, $f4$ e $f5$ são bem detectados com o *array 1* enquanto os outros defeitos ficam sem serem detectados. O defeito $f4$ gera sombra sobre sobre os outros defeitos que estão após ele, de forma que não são mostrados na imagem, como os defeitos $f2$ e $f3$. Com o *array* 2, os pedaços de compósito colados não são detectados de forma tão expressiva como como *array* 1. Em realidade, somente o defeito $f3$ é muito pouco percebido.

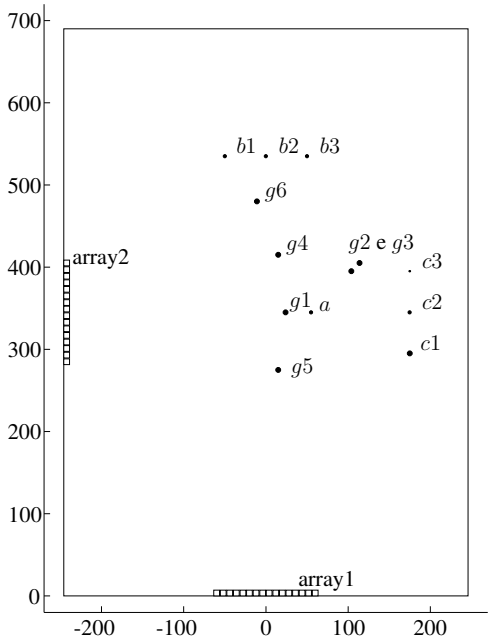
Comparativamente, a imagem de fase instantânea com limiar $\mathcal{I}(x,y)$ não se mostra boa devido ao limiar na fase. Há também o fato que o *array* 2 parece não se comportar bem para as imagens de fase com o modo A0. Este comportamento não foi investigado com mais profundidade.

Defeitos a–c, g: acrescentados furos não passantes

A Figura 88 mostra a disposição dos defeitos do tipo furo passantes a–c, dos 6 defeitos g tipo furos não passantes, e dos *arrays* 1 e 2 na placa 2.

Ao contrário dos defeitos do tipo furo passante, a–c, e dos defeitos de superfície que

Figura 88 – Defeitos a–c, g na placa 2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

aumentam a espessura da placa, d, e e f, analisa-se aqui a sensibilidade dos modos A0 e S0 com a diminuição da espessura com furos não passantes e não simétricos em relação ao plano médio da placa, ou seja, que são feitos somente em um dos lados da placa. Os defeitos g foram incluídos para verificar qual modo é mais sensível à perda parcial na espessura da placa de compósito.

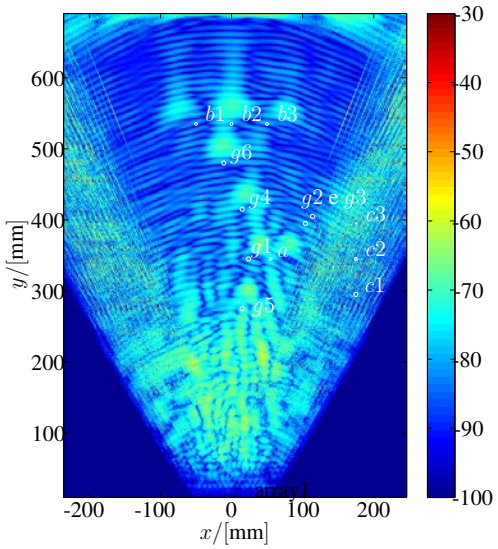
As Figuras 89 e 90 apresentam as imagens com TFM dos modos S0 com o *array* 1 e com o *array* 2, respectivamente. Todas a imagens formadas com o TFM foram obtidas com compensação de dispersão e com limitação angular a $30°$.

A Figura 89 mostra os resultados do uso do *array 1* e do modo S0. Como antes, os furos a e b são detectados com certa facilidade. Os defeitos $g1$, $g4$, $g5$ e $g6$ podem ser identificados na imagem de amplitude, enquanto o $g2$ e o $g3$ não estão definidos. Na imagem de fase, os defeitos $g2$e $g3$ parecem ser detectados como um só e estão fora de seus sítios, mas há uma mancha à direita na imagem de fase que indica uma suspeita da existência dos defeitos. A imagem de multiplicação de amplitude e fase com limiar $\mathcal{I}_\gamma = 0{,}5$ mostra que os defeitos $g1$, $g4$, $g5$ e $g6$ estão detectados, mas os defeitos $g2$ e $g3$ não são claros.

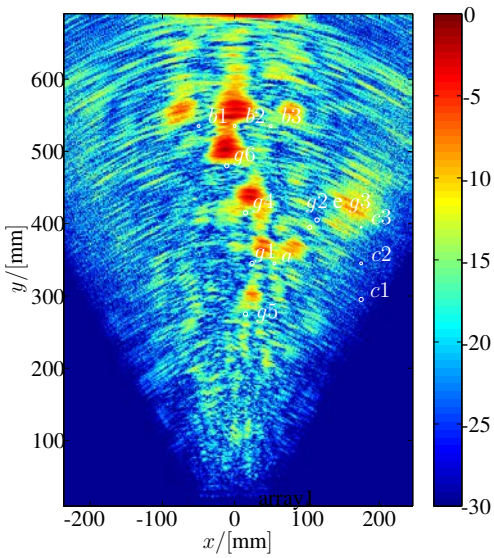
Com o *array* 2 e o modo S0, na Figura 90, podem ser vistos os defeitos a, $c1$, $c3$ e os defeitos $g2$ e $g3$ como se fossem um só. Como antes, os defeitos $g1$, $g4$, $g5$ e $g6$ estão em ângulo e nas posições em que estavam os pedaços de compósitos $f1$ a $f4$. A imagem de amplitude mostra muitos artefatos próximos ao *array* 2, enquanto que com a imagem de fase instantânea estes artefatos não existem. A imagem de multiplicação de amplitude e fase instantânea apresenta uma resolução melhor dos defeitos que as imagens de amplitude e fase

Figura 89 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e g, usando o modo S0 e *array* 1, com compensação de dispersão e com limitação angular. Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase, mostrada em nível dB.

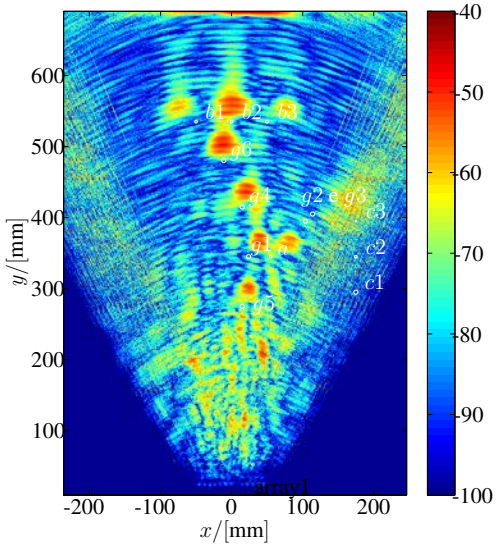
(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.



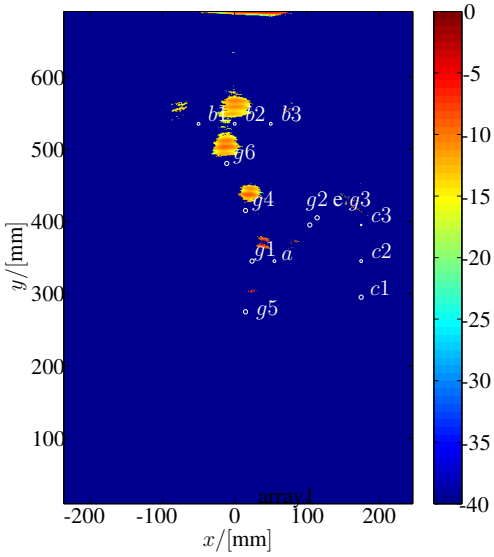
(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.



(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

separadas. A imagem de multiplicação de amplitude e fase com limiar $\mathcal{I}_{\gamma}$ detecta os defeitos a, $c1$, $c2$ e $g2$-$g3$, com mais intensidade para o defeito $c1$.

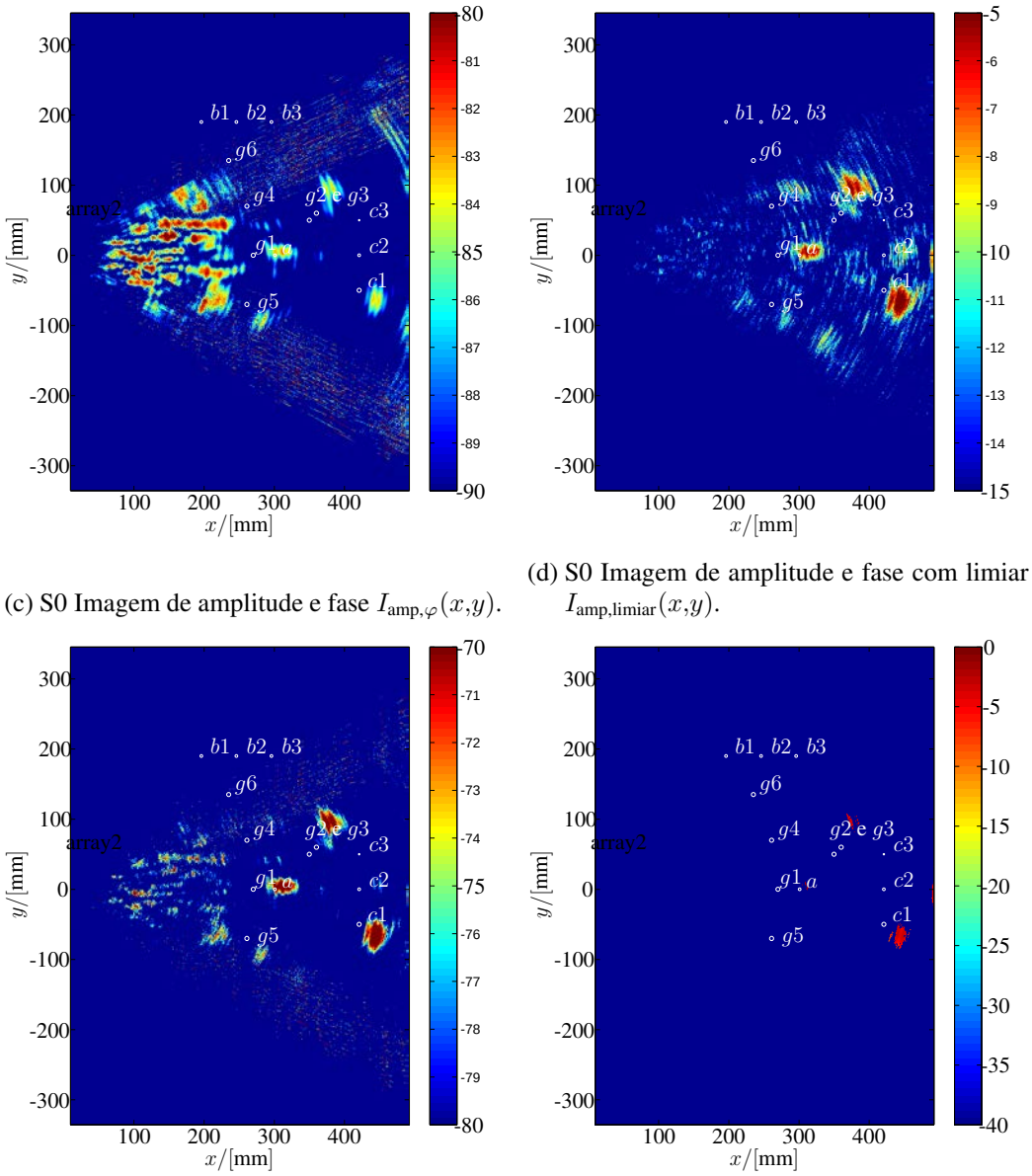
Figura 90 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c e g, usando o modo S0 e *array* 2 . Da esquerda para a direita e de cima a baixo: Imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase.

(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.

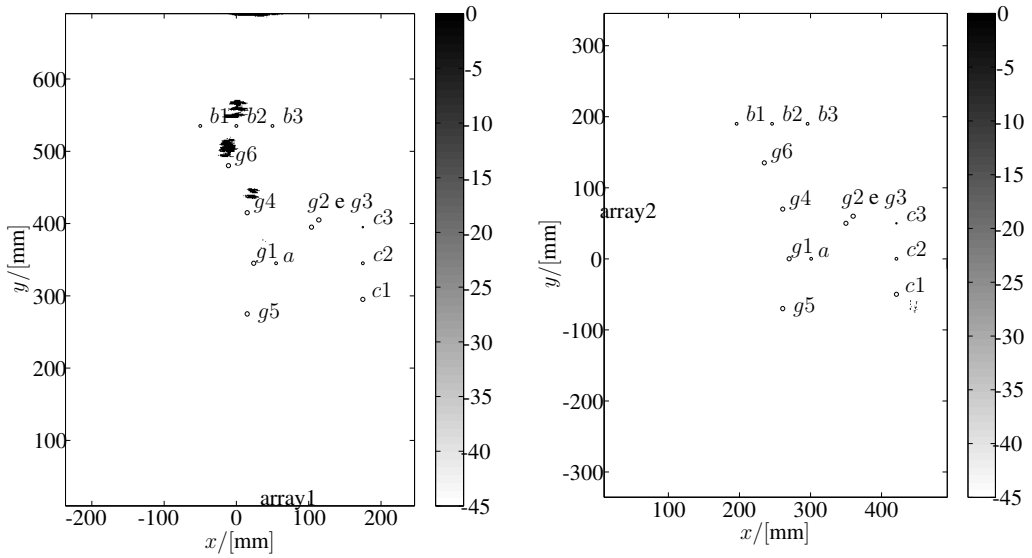


Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 91 – Imagens de fase instantânea com limiar variável, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, g, usando o modo S0 e *array 1* e 2, com compensação de dispersão e com limitação angular.

(a) S0 e *array* 1: imagem de fase com limiar variável.

(b) S0 e *array* 2: imagem de fase com limiar variável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 91 mostra as imagens de fase instantânea com limiar variável mostrando os defeitos a-c, g inspecionados com o modo S0 e o *array 1* e 2, da esquerda para a direita. Os defeitos $g4$, $g6$ e $b2$ são bem detectados com o *array* 1, enquanto os outros defeitos ficam sem serem detectados. O *array* 2 não mostra nenhum defeito presente nesta imagem de fase instantânea com limiar variável.

O comportamento é semelhante ao que ocorreu com as imagens feitas com os defeitos a–c. Os furos não passantes são tão bem detectados quanto os furos passantes. Os limiares de fase usados não são adequados para a detecção automática somente com a imagem de fase instantânea com limiar variável como especificado para meios isotrópicos.

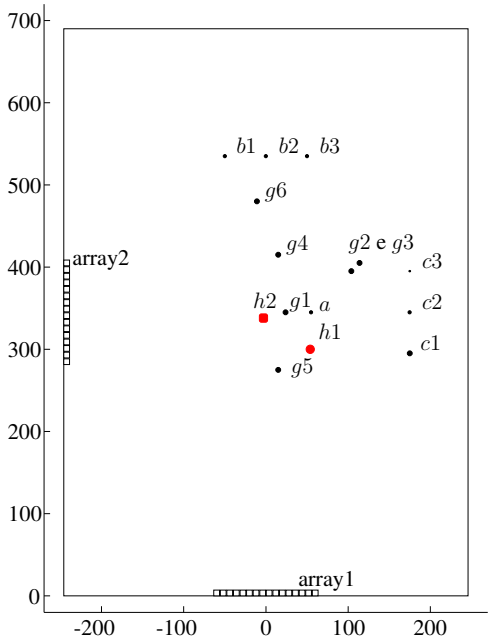
A inspeção com o modo A0 e os *arrays* 1 e 2 para os furos não passantes comportaram-se como a inspeção para os furos passantes a–c sem nenhuma novidade ou distinção relevante e, portanto, as imagens não são mostradas aqui.

Em resumo, na inspeção da placa 2 referente aos furos não passantes, o modo S0 foi mais sensível que o modo A0. Tanto com o *array 1* quanto com o *array* 2 os modos S0 e A0 apresentaram sensibilidades distintas. Usando o *array* 2 e o modo S0 percebe-se que os defeitos g, excetuando-se $g2$-$g3$, não são detectados, enquanto o furo a é mostrado. Isso pode ser entendido se for considerado que os defeitos $g1$, $g4$, $g5$ e $g6$ estão na zona morta do *array* 2, para o modo S0.

Defeitos a–c, g, h: acrescentadas 2 delaminações

A Figura 92 mostra a disposição dos defeitos do tipo furo passantes a–c, dos defeitos g, de dois defeitos h do tipo delaminação e dos *arrays* 1 e 2 na placa 2. A Figura 93 apresenta as imagens com TFM dos modos S0 com o *array* 1 e com o *array* 2, respectivamente. Todas a imagens formadas com o TFM foram obtidas com compensação de dispersão e com limitação angular a $30°$.

Figura 92 – Defeitos a–c, g e h na placa 2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir da Figura 93 pode-se verificar se as delaminações $h1$ e $h2$ estão presentes nas imagens usando o *array 1* e o modo S0. A delaminação $h2$ é detectada dentre os defeitos que estão na região, no entanto $h1$ não é vista.

Com o uso do *array* 2 e o modo S0 não pode ser afirmado que alguma delaminação tenha sido mostrada nas imagens. As imagens de fase instantânea com limiar variável $\mathcal{I}\,(x,y)$ também não apresentam a presença das delaminações. Assim como o modo A0 com ambos *arrays* não foi sensível a este defeito e, portanto as imagens não são mostradas.

Uma questão neste ponto é a quantidade de defeitos incluídos que levam a uma concentração na região de inspeção. Contudo, uma das delaminações foi mostrada pelo *array 1* com o modo S0.

Ao final das inspeções, pode-se com certeza sugerir que o modo A0 é fortemente sensível à defeitos que aumentem a espessura da placa de forma considerável. Na placa 1 as cerâmicas de $0{,}5$ mm não puderam ser detectadas pelo modo A0 enquanto que os pedaços de compósito e parafusos de aço foram bem detectados quando colados à placa 2. Isso pode ser

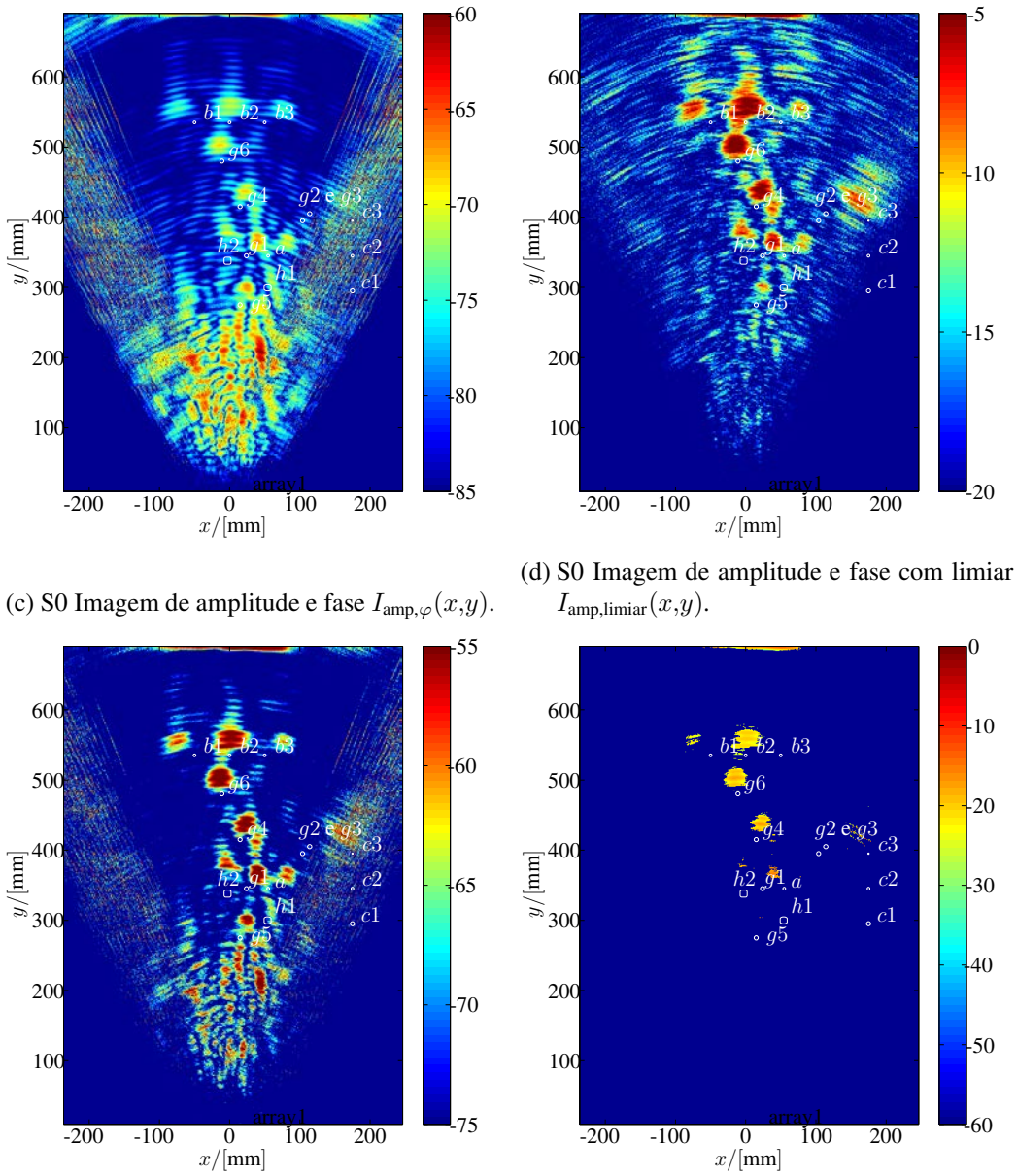
Figura 93 – Imagens de amplitude, fase, amplitude-fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB, da placa 2 com os defeitos a–c, g e h, usando o modo S0 e o *array* 1, com compensação de dispersão e com limitação angular. Da esquerda para a direita e de cima a baixo: imagem de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase, mostrada em nível dB.

(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

explicado devido ao comportamento flexural do modo A0 e seus deslocamentos normais à placa serem maiores que os deslocamentos normais que o modo S0 gera. O modo S0 é muito mais sensível aos defeitos que diminuem a espessura da placa, como os furos passantes e não passantes. Com relação às delaminações é necessário mais investigação para que se possa inferir algo.

4.4.3 Limitação angular

A questão da limitação angular na formação de imagens passa pela determinação da faixa angular em que se pode ter confiança dos resultados qualitativos, representados pela imagem, a partir dos dados quantitativos, que são representados pelos traços temporais adquiridos. Se nos dados qualitativos estiver embutida uma grande parcela de ruído que degrade a informação de onde está ou não um defeito, então, tal traço temporal não é confiável para ser usado na soma de amplitudes ou de fases implícita no método TFM.

Uma medida de quais sinais podem estar contaminados com ruído ou degradados em informação pode ser o fator de amplificação elástica. Em um meio isotrópico linearmente elástico e não piezelétrico, o fator de focalização elástica é unitário e independente da direção de propagação da onda. Isso implica que uma fonte puntiforme emite a mesma densidade angular de energia em todas a direções, o que leva a mesma amplificação/atenuação de amplitude da onda angularmente, havendo apenas os efeitos de atenuação e difração. A densidade de energia está diretamente associada ao fator A, e, sua amplitude, à sua raiz quadrada.

Em meios anisotrópicos, há direções em que uma onda é amplificada ($A > 1$) e direções em que a onda é atenuada ($A < 1$) devido à focalização elástica. Considera-se o processo de emissão a partir de uma fonte puntiforme, propagação até um refletor ideal puntiforme, absorção da energia pelo refletor e reemissão e propagação da onda reemitida até um sensor. Isto caracteriza processo de excitação e aquisição dos traços temporais pelo *arrays* de transdutores, nos casos descritos anteriormente. Considerando, por razões de simplicidade, que o emissor e o receptor sejam o mesmo transdutor, conclui-se que a direção de propagação a um refletor é a mesma direção de reemissão a partir do refletor até o receptor. Se a direção de propagação da onda apresenta focalização $A > 1$, então ocorre uma amplificação da onda quando comparada à uma propagação em um meio isotrópico. A reemissão a partir do refletor também gerará uma onda que, na direção até o receptor, será amplificada com o mesmo fator $A > 1$. O caso extremo a este é aquele em que uma onda se propaga entre o emissor e o refletor em uma direção na qual o fator de focalização é mínimo, $A < 1$ e $A = A_{\text{min}}$, fazendo com que a amplitude da onda que chega ao refletor seja atenuada por um fator $\sqrt{A_{\text{min}}}$, e esta novamente será reemitida em todas as direções. Porém, a energia emitida pelo refletor será partilhada angularmente de forma não uniforme. Na direção até o receptor, tal onda reemitida será atenuada, enquanto que nas direções em que A é máximo, $A > 1$ e $A = A_{\text{max}}$, será amplificada.

A Tabela 8 apresenta, para os modos A0 e S0, os valores do fator focalização elástica A mínimo, máximo e unitário, para o caso do laminado com nove camadas em estudo, associados às direções em que estes ocorrem. Pode-de verificar que a direção em que a amplificação é unitária ocorre em ângulos $22{,}5°$ para o modo A0, e $28{,}4°$ para o modo S0, menores do que $30°$. Há de se considerar ainda que a razão entre as amplificações máxima e mínima são praticamente o dobro no modo S0 em relação ao A0, ou seja, o modo S0 amplifica mais nos ângulos próximos

Tabela 8 – Fatores de ampliação/atenuação elástica máximo, mínimo e unitário em função do ângulo.

Modo	$f/[\text{kHz}]$	$\theta_{A=1}/[°]$	A_{min}	$\theta_{A_{\text{min}}}/[°]$	A_{max}	$\theta_{A_{\text{max}}}/[°]$	$\frac{A_{\text{max}}}{A_{\text{min}}}$
A0	50	22,5	$0{,}738 = -2{,}6377\,\text{dB}$	± 45	$1{,}56 = 3{,}8367\,\text{dB}$	0	2,11
S0	300	28,4	$0{,}466 = -6{,}6339\,\text{dB}$	± 45	$2{,}01 = 6{,}0843\,\text{dB}$	0	4,32

Fonte: Elaborada pelo autor.

a $0°$ e atenua mais nas direções próximas a $\pm 45°$, quando comparado ao modo A0. Se for levado em conta a comparação da formação de imagens entre meios isotrópicos e anisotrópicos, seria aceitável utilizar traços temporais que estão em direções nas quais o fator de ampliação seja maior ou igual a 1, e descartar os traços temporais que são atenuados ($A < 1$). Dessa forma, se for seguido este critério, as imagens formadas neste capítulo devem ser somente consideradas em uma faixa angular dependente de modo de propagação, ou seja, para o modo A0, imagens com uma faixa angular de $2 \times 22{,}5°$, e, para o modo S0, $2 \times 28{,}4°$, ou, mais precisamente, somente utilizar os traços temporais que se encontram nestes intervalos angulares no algoritmo do TFM.

As Figuras 94, 95, 96 e 97 mostram os resultados da formação de imagens sem a limitação angular usando o *array* 2 e os modos S0 e A0 com ângulo limite de $30°$. A Figura 94 mostra que os furos de $2\,\text{mm}$ não são detectados, e, na Figura 96, mostra-se que as peças de compósito têxtil coladas fora da faixa angular não estão presentes, nas imagens sem limitação angular. As mesmas imagens foram geradas com limitação angular de $30°$ nas figuras 95 e 97.

Nas imagens formadas a partir dos sinais com o *array* 2, é possível ver que os defeitos dispostos angularmente e com a mesma distância do centro do *array* 2 são detectados em uma faixa angular restrita. As imagens na Figura 95 para o modo S0 e com a limitação de $\pm 30°$ está quase no limite de $\pm 28{,}4°$ e a imagem da Figura 97 contém mais área considerada que a limitação de $\pm 22{,}5°$.

As imagens de limitação angular, 95 e 97, mostram que os defeitos além das faixas, como os defeitos $f1$ e $f5$, não são detectados com o A0, assim como o furo $b3$ que não pode ser detectado com o S0.

Esta comparação entre as imagens formadas com limitação angular ou sem limitação angular, mostra que o efeito de focalização elástica deve ser levado em consideração para a interpretação das imagens. Pode-se, com este critério, determinar em quais regiões os defeitos serão detectados em relação à posição do *array* e em relação às direções em que a focalização elástica comporta-se como amplificação de energia.

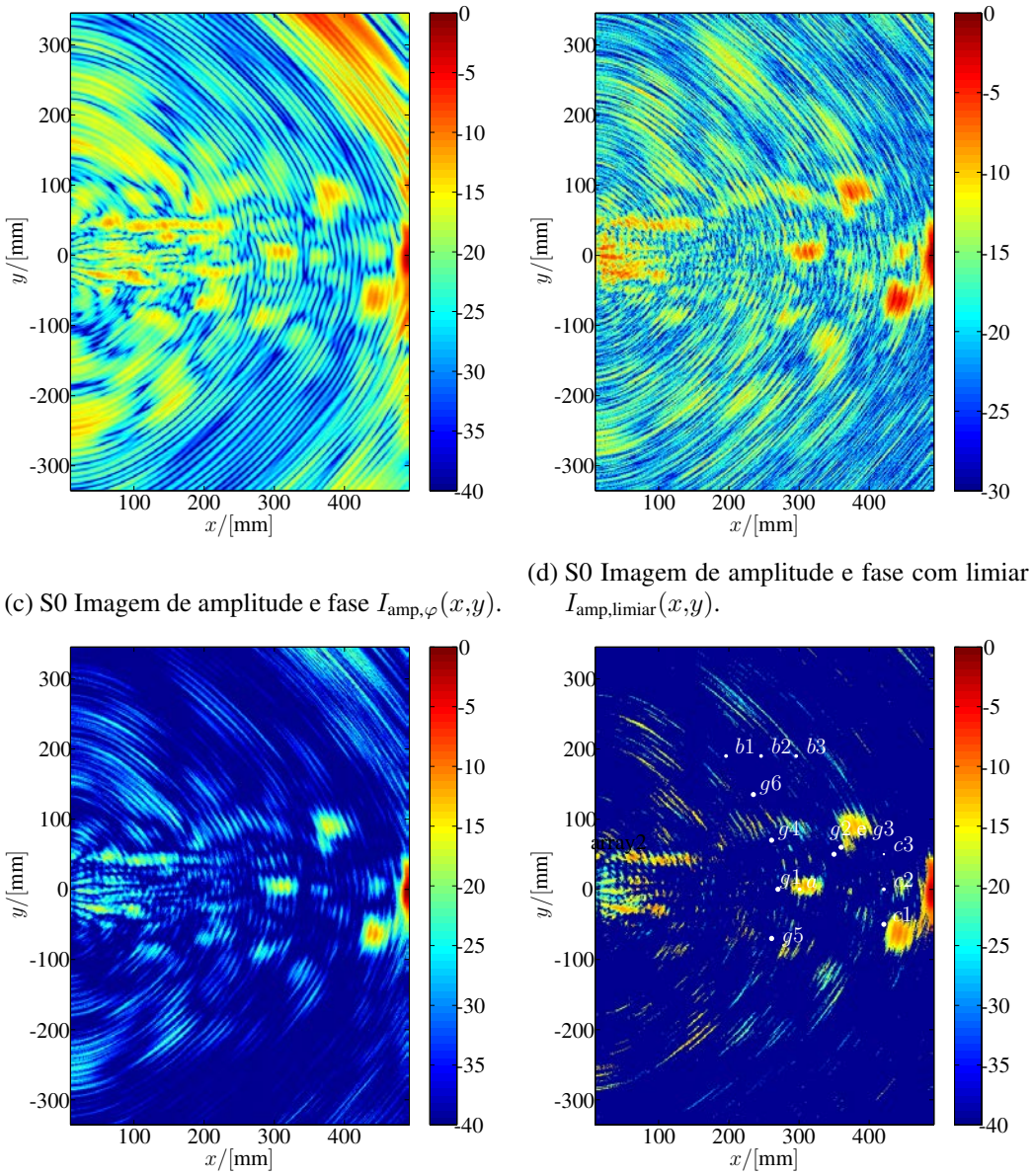
Figura 94 – Imagens de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB da placa 2 com os defeitos a–c, g, usando o modo S0, com compensação de dispersão. Os defeitos a serem identificados são furos passantes e não passante a frente do *array* 2 e utilizando todos os traços temporais disponíveis.

(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.

(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

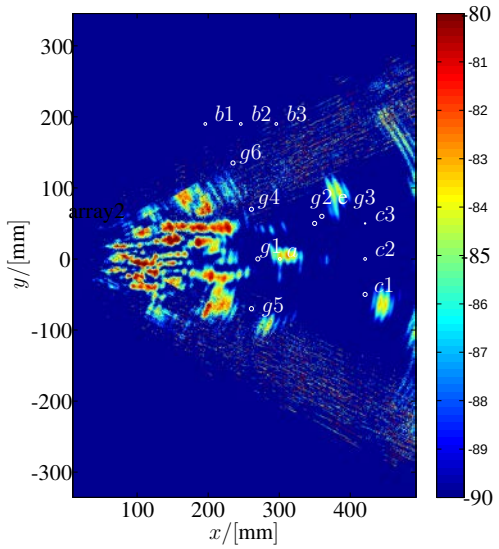
(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



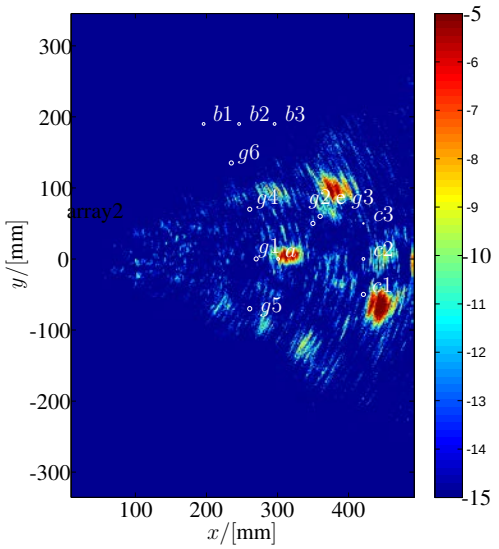
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 95 – Imagens de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB da placa 2 com os defeitos a–c, g, usando o modo S0, com compensação de dispersão. Os defeitos a serem identificados são furos passantes e não passantes a frente do *array* 2 e utilizando somente os traços temporais disponíveis dentro da faixa angular limitada.

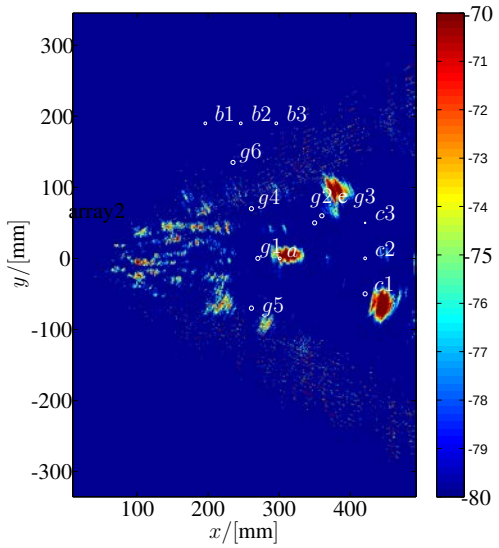
(a) S0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.



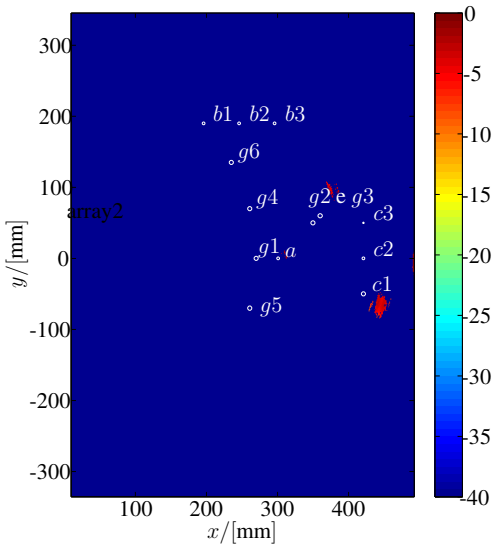
(b) S0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) S0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.



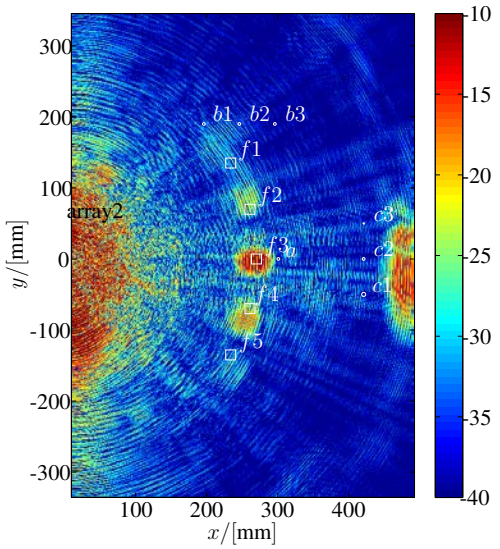
(d) S0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



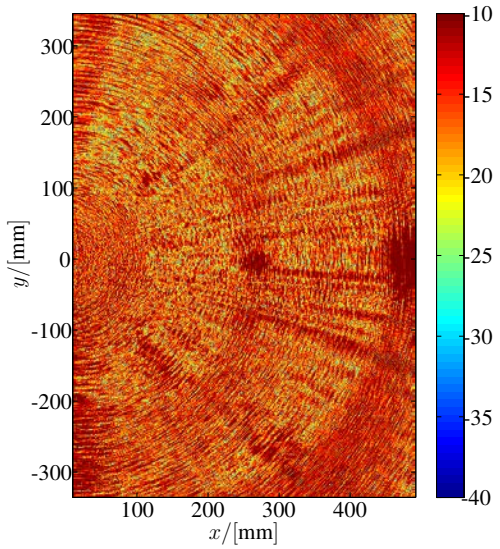
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 96 – Imagens de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB da placa 2 com os defeitos a–c e f, usando o modo A0, com compensação de dispersão. Os defeitos que podem ser identificados são peças de compósito têxtil colados sobre a placa 2, com o *array* 2 e utilizando todos os traços temporais disponíveis.

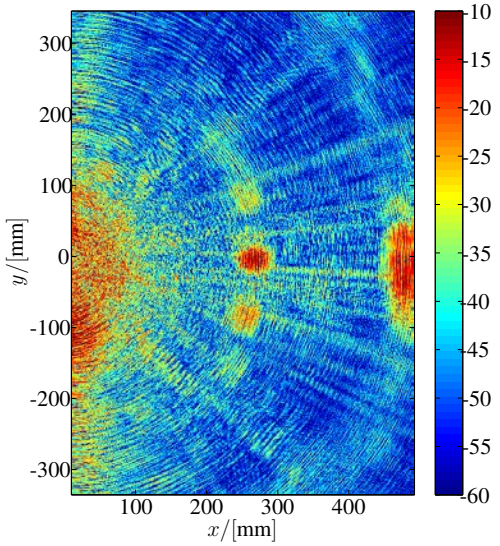
(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.



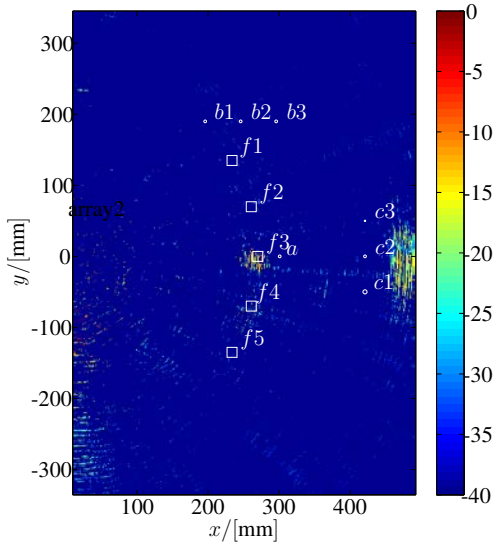
(b) A0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.



(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.

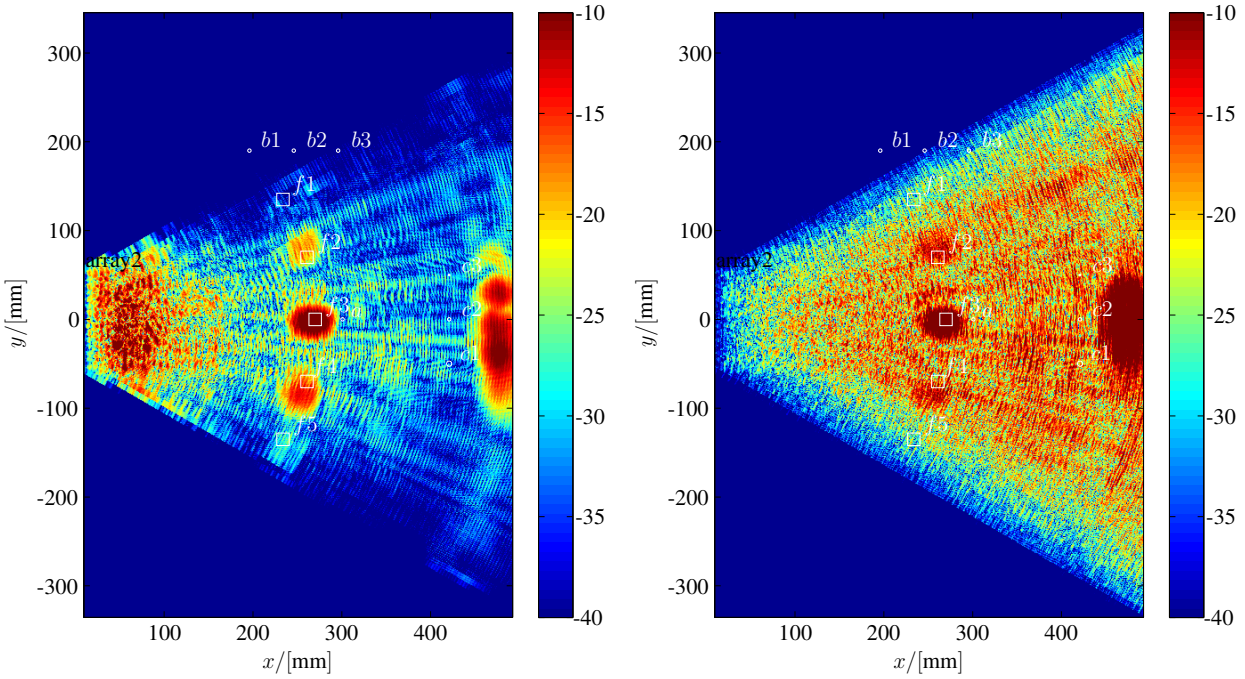


Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 97 – Imagens de amplitude, fase, amplitude e fase e amplitude com limiar de fase, mostradas em nível dB da placa 2 com os defeitos a–c e f, usando o modo A0, com compensação de dispersão. Os defeitos que podem ser identificados são peças de compósito têxtil colados sobre a placa 2, com o *array* 2 e utilizando somente os traços temporais disponíveis dentro da faixa angular limitada.

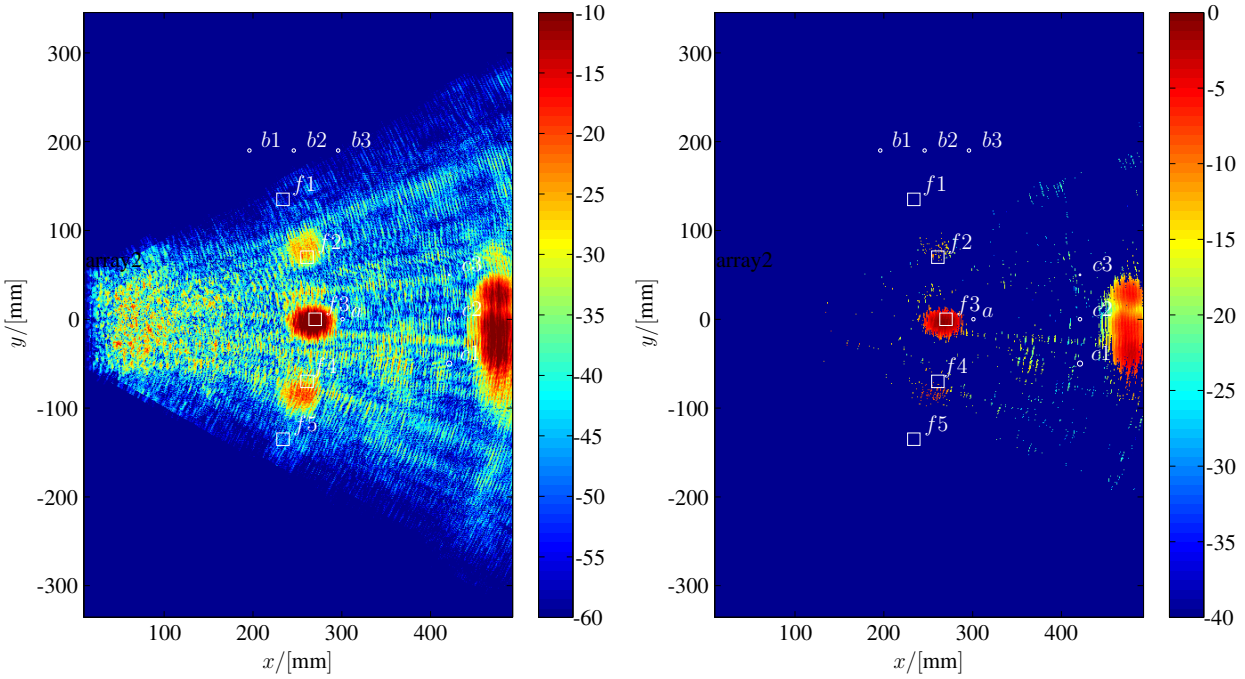
(a) A0 Imagem de amplitude $I(x,y)$.

(b) A0 Imagem de fase $I_{\varphi}(x,y)$.



(c) A0 Imagem de amplitude e fase $I_{\text{amp},\varphi}(x,y)$.

(d) A0 Imagem de amplitude e fase com limiar $I_{\text{amp,limiar}}(x,y)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.5 COMENTÁRIOS

Neste capítulo foram feitas as aplicações dos resultados previamente obtidos para as velocidades de fase, velocidades de grupo, ângulo de desvio e fator de focalização elástica à formação de imagens através do método de focalização total (TFM). Duas placas com nove camadas de compósito têxtil de trama simples foram utilizadas com o objetivo de verificar se, com as previsões teóricas e com o TFM, os defeitos incluídos poderiam ou não ser detectados. Foi utilizada a compensação de dispersão para que se pudesse mapear os traços temporais com dispersão forte, assim como foi considerada a limitação angular para que a interpretação das imagens pudesse ser mais confiável. Foi considerado um modelo de meio anisotrópico linearmente elástico, desprezando o comportamento viscoelástico que se adequaria à busca de frequências em que a atenuação é minimizada para cada modo de propagação. Esta escolha em se ter um modelo não viscoelástico foi devido às dificuldades em se obter as partes imaginárias dos elementos da matriz de rigidez.

As placas de compósito empregadas neste trabalho de tese têm dimensões reduzidas se comparadas à estruturas com material isotrópico utilizado na literatura para ENDUS ou com as peças empregadas na indústria aeroespacial. Portanto, seria fortemente indicado aplicar os métodos e técnicas aqui descritos para a inspeção de estruturas maiores.

Os defeitos artificiais incluídos nas placas 1 e 2 foram detectados parcialmente como função dos modos de propagação e tipo de defeito:

- defeitos superficiais que aumentam a espessura local do laminado são mais bem detectados pelo modo A0;
- defeitos que diminuem a espessura local da placa são mais bem detectados pelo modo S0;

Quase todos os defeitos dentro da faixa angular no qual $A \geq 1$ foram detectados, e na faixa angular $A < 1$, não foram. Não foi levada em conta a diretividade do array, nem foi feita nenhuma análise mais detalhada quanto a apodização e tratamento relativo a lóbulos laterais que podem melhorar a qualidade da imagem.

A localização dos defeitos não foi precisa. A posição dos defeitos quando usado o modo S0 diferiu da posição gerada com o modo A0. Isso se deve a uma determinação incorreta das curvas de dispersão que são geradas a partir da matriz de rigidez e da densidade de cada lâmina. Se for considerado que a densidade está bem determinada, a imprecisão nas velocidades é devida aos valores da matriz de rigidez ou à suposição de simetria material tetragonal de cada lâmina. Há que se verificar se curvas de dispersão são mais adequadas quando se supõe simetria material ortotrópica, que necessita de nove elementos a serem determinados. Se as imagens fossem feitas com sinais capturados de uma propagação em um meio isotrópico, bastaria testar se um fator de escala usado para modificar as velocidades dos modos A0 e S0 pode melhorar o

posicionamento dos defeitos, já que tais velocidades dependem apenas da frequência e não do ângulo de propagação. Em meios anisotrópicos um fator de escala não resolveria tão simplesmente, já que a relação angular entre as velocidades também deve ser levada em consideração.

Qualitativamente os defeitos foram bem detectados e o algoritmo de compensação de dispersão foi muito eficaz tanto quando aplicado ao modo S0, que não se apresenta dispersivo, quanto quando aplicado ao modo A0, que é fortemente dispersivo.

Em relação às imagens de amplitude, fase, amplitude e fase, e amplitude com limiar de fase pode-se afirmar que a informação embutida na imagem de fase é fundamental para a melhoria da qualidade das imagens de amplitude e que o uso de limiar também.

Os algoritmos de formação de imagens implementados foram computacionalmente eficientes quando não se compensava a dispersão, levando aproximadamente $38\,\mathrm{s}$ para o cálculo das imagens de amplitude e de fase instantânea no ambiente MATLAB. Com a inclusão de compensação de dispersão, o tempo de cálculo aumentou para aproximadamente $1\,\mathrm{dia}$, o que pode ser melhorado com a implementação do código interpretado em MATLAB para C, C++, FORTRAN ou alguma linguagem compilada mais eficientemente, assim como a paralelização dos processos de cálculo.

Finalmente, este trabalho de tese propõe um critério de limitação angular para a seleção dos sinais que são usados no algoritmo de atraso-e-soma do TFM, critério este que se baseia no fator de focalização elástica sendo maior ou igual à unidade. Ou seja, somente são aceitos sinais oriundos das direções θ que satisfazem o critério $A\left(f,\theta\right) \geq 1$ para o modo de propagação de onda (guiada ou não) usado na formação das imagens. Este critério pode ser relaxado de forma que se possa ter $A\left(f,\theta\right) \geq A_{\mathrm{min}}$, em que A_{min} possa ser determinado empiricamente ou analiticamente, o que não foi estudado neste trabalho. Além disso, este trabalho apresentou a aplicação de dois *arrays* instalados ortogonalmente nos laminados para que se pudesse avaliar a visibilidade lateral de cada *array* com os modos de propagação usados. As proposições e avaliações feitas neste trabalho de tese são originais em relação ao que se encontra na literatura atual no que se refere aos itens citados anteriormente.

5 COMENTÁRIOS FINAIS E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

5.1 OBSERVAÇÕES FINAIS E CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Este trabalho abordou a inspeção de placas multicamada de compósito têxtil de trama simples bidimensional com matriz epóxi (F155) reforçado com fibras de carbono (T300) com defeitos artificiais. Foi executada a determinação dos parâmetros que caracterizam cada lâmina do laminado através da propagação de ultrassom por contato e goniometria de imersão, e da densidade média de cada lâmina. Foi suposta a simetria tetragonal para cada lâmina, de forma a se obterem as direções de simetria e não-simetria do laminado, seguida da obtenção das curvas de dispersão de velocidade de fase, velocidade de grupo, ângulo de desvio, curva de lentidão e curva de onda, assim como o fator de focalização elástica, através da teoria de propagação de ondas linearmente elásticas em um meio não viscoso e não piezelétrico, com múltiplas camadas. Ensaios experimentais foram efetuados para verificar e validar as previsões teóricas relativas às curvas de onda, velocidade de fase e fator de focalização elástica, havendo uma boa concordância entre a previsão teórica e os resultados experimentais.

Foram feitas imagens de duas placas utilizando técnicas de abertura sintética, levando em conta a compensação da dispersão presente nos traços temporais e a limitação angular, necessária para aumentar a qualidade das imagens e sua relação sinal/ruído. Houve uma certa imprecisão na localização dos defeitos oriunda ou da imprecisão na determinação dos parâmetros que caracterizam a lâmina de compósito ou na simetria escolhida para a obtenção de tais parâmetros. Contudo, os valores de velocidades obtidos para a formação de imagens foram considerados satisfatórios diante dos resultados: as imagens obtidas e o mapeamento via compensação de dispersão foram eficazes e não levaram à geração de artefatos não condizentes com os defeitos esperados. Grande parte dos defeitos foi identificada nas imagens, ora com sinais do *array* 1 (com o modo S0 ou o A0) ora com os sinais do *array* 2 (com o modo S0 ou o A0), a menos da limitação angular imposta pelo efeito de focalização elástica, pela sensibilidade de cada modo ao tipo de defeito ou pelo seu tamanho.

A necessidade de limitação angular dos traços temporais no algoritmo do TFM, imposta pelo efeito de focalização elástica do meio anisotrópico $A \geq 1$, é uma informação fundamental para a confiabilidade na interpretação das imagens ou sua formação. Tal fato não foi citado na literatura referente aos ensaios não-destrutivos por ultrassom, mesmo que alguns poucos trabalhos implementem alguma forma de limitação angular empiricamente analisada, assim como a explicitação do processo de compensação de dispersão para meios anisotrópicos, principalmente no que tange ao uso do ângulo de desvio θ_g e de sua dependência com a frequência.

As atividades, desde a determinação dos parâmetros elásticos do compósito até a formação de imagens para a inspeção da placa, contemplaram a revisão e desenvolvimento teórico,

análise numérica das equações características do laminado e as verificações experimentais das velocidades de fase, curva de onda, e padrões de focalização. Além disso, tratou-se das implementações dos algoritmos de formação de imagem, com e sem compensação da dispersão dependente de modo de propagação, regulados por critérios de avaliação e seleção como:

- o fator de Maris $A\left(f,\theta\right) \geq 1$: que foi usado como seleção de sinais que podem ser usados nas técnicas de abertura sintética para a formação de imagens;
- a imagem de fase instantânea com limiar variável $\mathcal{I}\left(x,y\right)$: que foi usada como uma ampliação do limiar uniforme já existente na literatura para a distinção automática entre defeitos e ruído.

Julga-se que são as contribuições mais expressivas deste trabalho frente ao estado da arte em Ensaios Não Destrutivos por Ultrassom. Além disso, cita como contribuição da tese:

- as inspeções foram executadas em placas de compósito têxtil de trama simples, ao contrário de compósito têxtil tipo fita unidirecional, que é o caso da grande maioria de trabalhos existentes na literatura.

Deve-se notar também que neste trabalho:

- não foram empregados filtros em frequência para a separação dos modos ou para a seleção de bandas em que a propagação de ondas acústicas é não dispersiva, o que, se a separação em velocidade de propagação dos modos está implícita, torna o conteúdo em frequência mais rico que somente selecionar uma banda estreita;
- apresenta-se explicitamente o processo de compensação de dispersão como dependente da velocidade de fase, de grupo e ângulo de desvio, o que na literatura não está claro quando se pretende usar o algoritmo da FFT em sinais oriundos de propagação em meios anisotrópicos;
- abordou-se a inspeção de diferentes tipos de defeitos (furos, delaminações, redução de espessura, defeitos superficiais) e a sensibilidade da detecção destes com o modo de propagação simétrico S0 e antissimétrico A0.

Todos este itens enumerados são as contribuições deste trabalho e se completam para torná-lo original em relação a outros encontrados na literatura.

No desenvolvimento desta tese houve os seguintes trabalhos publicados e apresentados:

- GRANJA, S. C. G.; TAKIY, A. E.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SEGURA, L. E. Guided waves on a quasi-isotropic plain woven carbon epoxy fabric: theoretical analysis and experimental validation. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ULTRASONICS–ICU, 2013, Cingapura. *Proceedings...* Cingapura: [s.n.], 2013. p. 784–789.

- TAKIY, A. E.; GRANJA, S. C. G.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SEGURA, L. E.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O. Low attenuation frequency bands for lamb waves immersed in viscous fluids: theoretical analysis and experimental validation. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ULTRASONICS–ICU, 2013, Cingapura. *Proceedings...* Cingapura: [s.n.], 2013. p. 233–238.

- PRADO, V. T.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; GRANJA, S. C. G.; MARTINEZ-GRAULLERA, O. Low attenuation frequency bands for lamb waves immersed in viscous fluids: theoretical analysis and experimental validation. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ULTRASONICS–ICU, 2013, Cingapura. *Proceedings...* Cingapura: [s.n.], 2013. p. 458– 463.

- TAKIY, A. E.; GRANJA, S. C. G.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SEGURA, L. E.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O.; MONTERO DE ESPINOSA, F. Theoretical analysis and experimental validation of the scholte wave propagation in immersed plates for the characterization of viscous fluids. In: IEEE INTERNATIONAL ULTRASONICS SYMPOSIUM – IUS, 2013, Praghe. *Symposium...* Praghe: [s.n.], 2013. p. 1–4.

- GRANJA, S. C. G.; HIGUTI, R. T.; ELVIRA, L. E.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O.; IBANEZ, A. The effect of anisotropic focusing of lamb modes on a carbon epoxy plain woven fabric composite plate. In: SYMPOSIUM FOR NDT IN AEROSPACE, 6., 2014, Madri. *Symposium...* Madri: [s.n.], 2014. p. 1–10.

- TAKIY, A. E.; GRANJA, S. C. G.;PRADO, V. T.; Segura, L.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C. *Lamb waves low attenuation frequency bands for imaging of immersed plates*. NDT & E International, 2014 (submetido).

- PRADO, V. T.; GRANJA, S. C. G.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O.; SEGURA, L. *Defects detection in anisotropic plates based on the instantaneous phase of signals*. IEEE Trans. UFFC, 2014 (submetido).

5.2 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE DO TRABALHO

A propagação de ondas elásticas em meios anisotrópicos do tipo placa foi estudada neste trabalho, especificamente, para estruturas com múltiplas camadas no laminado. O objetivo central foi aplicar os resultados na inspeção de estruturas que empreguem materiais compósitos com o mesmo tipo de geometria e estrutura.

Como trabalho intermediário, implementou-se um conjunto de métodos numéricos e testes bem comportados para a solução das equações características que descrevem os modos de propagação no laminado, oriundas da modelagem aproximada e multicamada. As técnicas

empregadas mostraram-se automatizadas, mas ainda são passíveis de intervenção do operador, tonando-se semi-automáticas, visto que foram estudados poucos casos.

Diante dos resultados obtidos nas curvas de dispersão de velocidade de fase e nas curvas de onda, e, dos resultados experimentais e das imagens formadas, têm-se as seguintes propostas para continuidade do trabalho:

- Curvas de dispersão:
  - soluções numéricas: o método da matriz de transferência é eficaz em frequências baixas ($1{,}5$ MHz para o modo A0), mas apresenta problemas de instabilidade numérica no outro extremo, das frequências altas (>$1{,}5$ MHz, para o modo A0). Algumas alternativas já existem, como o método da matriz global (ROSE, 1999), o método da matriz de rigidez (ROKHLIN; WANG, 2002; TAN, 2005) e um método que contorna as instabilidades da matriz de transferência (WANG; ROKHLIN, 2001). Pode-se, alternativamente ao que já se está implementado, investir na implementação dos outros métodos para ter-se um ferramental robusto e confiável como o método da matriz de rigidez;
  - comparação entre abordagens/matrizes: a matriz de rigidez utilizada foi construída com constantes elásticas supondo simetria material tetragonal. Pode-se verificar se a simetria ortotrópica resolve a questão de imprecisão na localização dos defeitos ou se uma busca mais intensa de valores melhora os resultados com a simetria tetragonal. Associado a isso, pode-se investir em um processo de otimização dos elementos da matriz de rigidez via algoritmo genético já estudado na literatura referente à obtenção dos parâmetros da lâmina;
- Estudo de atenuação/difração/dissipação: os ensaios em laboratório mostraram que há diminuição da amplitude da onda à medida que é aumentada a distância entre os prismas no trilho e na varredura com os vibrômetros (esta diminuição de amplitudes não foi citada anteriormente devido à falta de subsídios para estudá-la). Isso pode ser devido a características viscoelásticas do laminado, difração na região em frente ao prisma transmissor, ondas de vazamento para o ar ou algum outro fenômeno ou mecanismo de transferência de energia ainda não estudado pelo grupo. Pode-se estudar a modelagem de laminado com matriz de rigidez viscoelástica e também anexar duas camadas de meio semi-infinito ao modelo do laminado, simulando ar ou gel acoplante, ou mesmo água. A comparação com o modelo elástico do laminado e a verificação experimental seriam de grande relevância, já que podem existir modos com atenuação e dissipação muito pequenos. Em princípio, e, se efetivamente houver modos com atenuação baixa, estes serão de interesse para ensaios não-destrutivos e SHM nos laminados para grandes distâncias.
- Inspeção:

- a melhoria na caracterização de defeitos (em materiais anisotrópicos) pode ser iniciada com a adaptação do algoritmo de formação de imagens existente, ampliando-o para métodos mais avançados como o método vetorial VTFM (WILCOX; HOLMES; DRINKWATER, 2006), por exemplo;
- aprofundamento na investigação do limiar de fase instantânea $\mathcal{I}\,(x,y)$ para o caso anisotrópico, pois alguns defeitos não são detectados e o critério parece não funcionar de forma igual ao do caso isotrópico;
- o estudo de *arrays* esparsos é uma proposta de aplicação no trabalho, visto que na literatura especializada o tópico ainda é alvo de investigação. O arranjo e geometria de transdutores pode, em princípio, selecionar modos de propagação. O estudo de seleção de modos em frequência pode ser estendido para seleção em velocidade. Isso foi feito neste trabalho com a ajuda dos prismas, cujos ângulos desempenharam papel importante neste ponto.
- pode-se explorar a possibilidade de usar transdutores compósitos para a seleção de modos de propagação. Além disso, a natureza plástica de algumas matrizes pode facilitar o acoplamento entre amostra de material compósito e transdutor compósito, melhorando o casamento de impedâncias mecânicas.
- a inclusão do estudo de apodizações e técnicas de composição de imagens é um próximo passo natural na aplicação com os dados obtidos neste trabalho.

REFERÊNCIAS

ACHENBACH, J. D. Generalized continuum theories for directionally reinforced solids. *Archives of Mechanics*, Warsaw, v. 28, n. 3, p. 257–278, 1976.

ACHENBACH, J. D.; SUN, C. T.; HERRMANN, G. On the vibrations of a laminated body. *Journal of Applied Mechanics*, Nova York, v. 35, n. 4, p. 689–696, 1968.

ALLEYNE, D.; CAWLEY, P. A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 89, n. 3, p. 1159–1168, 1991. ISSN 00014966. Disponível em: <http://link.aip.org/link/?JAS/89/1159/1>. Acesso em: 11 out. 2013.

ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J. *Física matemática*: métodos matemáticos para engenharia e física. 6. ed. Rio de Janeiro: CAMPUS, 2007. ISBN 9788535220506. Disponível em: <http://books.google.com/books?id=l8dyPgAACAAJ>. Acesso em: 11 out. 2013.

ARISTEGUI, C.; BASTE, S. Optimal recovery of the elasticity tensor of general anisotropic materials from ultrasonic velocity data. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 101, n. 2, p. 813–833, 1997. Disponível em: <http://link.aip.org/link/?JAS/101/813/1>. Acesso em: 11 out. 2013.

AYERS, J.; APETRE, N.; RUZZENE, M.; SABRA, K. Measurement of lamb wave polarization using a one-dimensional scanning laser vibrometer (l). *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 129, n. 2, p. 585–588, 2011. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/asa/journal/jasa/129/2/10.1121/1.3523429>. Acesso em: 10 jan. 2013.

BEDFORD, A.; STERN, M. Toward a diffusing continuum theory of composite. *Journal of Applied Mechanics*, Nova York, v. 38, n. 1, p. 8–14, 1971.

BURROWS, S.; DUTTON, B.; DIXON, S. Laser generation of lamb waves for defect detection: Experimental methods and finite element modeling. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Piscataway, v. 59, n. 1, p. 82–89, January 2012. ISSN 0885-3010.

BÜYÜKÖZTÜRK, O.; SDEMIR, M. T.; S, O. G.; AKKAYA, Y. *Nondestructive testing of materials and structures*. Springer: [s.n.], 2012. (RILEM Bookseries). ISBN 9789400707238. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=hwYObrHGMj4C>. Acesso em: 11 out. 2013.

CARCIONE, J. M.; KOSLOFF, D.; BEHLE, A. Long-wave anisotropy in stratified media; a numerical test. *Geophysics*, Tulsa, v. 56, n. 2, p. 245–254, 1991. Disponível em: <http://geophysics.geoscienceworld.org/content/56/2/245.abstract>. Acesso em: 11 out. 2013.

CASTAGNEDE, B.; ROUX, J.; HOSTEN, B. Correlation method for normal mode tracking in anisotropic media using an ultrasonic immersion system. *Ultrasonics*, Toronto, v. 27, n. 5, p. 280–287, 1989. ISSN 0041-624X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0041624X89900693>. Acesso em: 3 nov. 2013.

CASTAINGS, M.; HOSTEN, B. Air-coupled measurement of plane wave, ultrasonic plate transmission for characterising anisotropic, viscoelastic materials. *Ultrasonics*, Toronto, v. 38, n. 18, p. 781–786, 2000. ISSN 0041-624X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0041624X99000360>. Acesso em: 11 out. 2013.

CASTAINGS, M.; SINGH, D.; VIOT, P. Sizing of impact damages in composite materials using ultrasonic guided waves. *NDT & E International*, Londres, v. 46, p. 22–31, 2012. ISSN 0963-8695. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0963869511001460>. Acesso em: 11 out. 2013.

CAWLEY, P.; ALLEYNE, D. The use of Lamb waves for the long range inspection of large structures. *Ultrasonics*, Toronto, v. 34, n. 2, p. 287–290, 1996.

CHAPUIS, B.; TERRIEN, N.; ROYER, D. Excitation and focusing of lamb waves in a multilayered anisotropic plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 127, n. 1, p. 198–203, 2010. Disponível em: <http://link.aip.org/link/?JAS/127/198/1>. Acesso em: 11 out. 2013.

CHEN, B.; CHOU, T.-W. The propagation of one-dimensional transient elastic waves in woven-fabric composites. *Composites Science and Technology*, Kidlington, v. 58, n. 9, p. 1385–1396, 1998. ISSN 0266-3538. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353898000232>. Acesso em: 11 out. 2013.

CHEN, B.; CHOU, T.-W.; HSIAO, G. C. Theoretical analysis of wave propagation in woven fabric composites. *Journal of Composite Materials*, London, v. 33, n. 12, p. 1119–1140, 1999. Disponível em: <http://jcm.sagepub.com/content/33/12/1119.abstract>. Acesso em: 11 out. 2013.

CHERNOZATONSKII, L.; NOVIKOV, V. Maximum focusing of surface phonons. *Solid State Communications*, Kidlington, v. 51, n. 8, p. 643–645, 1984. ISSN 0038-1098. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0038109884910792>. Acesso em: 11 out. 2013.

CHIMENTI, D. E. Guided wave in plates and their use in materials characterization. *Applied Mechanics Reviews*, New York, v. 50, n. 5, p. 247–284, 1997.

CHRETIEN, N. *Numerical constitutive models of woven and braided textile structural composites*. 2002. 163 f. Dissertação (Mestrado) — Virginia Polytechnic Institute, State University, 2002. Disponível em: <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-04252002-230652/unrestricted/Thesis_NC.pdf>. Acesso em: 11 out. 2013.

CHU, Y. C.; ROKHLIN, S. I. Stability of determination of composite moduli from velocity data in planes of symmetry for weak and strong anisotropies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 95, n. 1, p. 213–225, 1994. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/asa/journal/jasa/95/1/10.1121/1.408378>. Acesso em: 11 out. 2013.

CLARKE, T.; CAWLEY, P.; WILCOX, P.; CROXFORD, A. Evaluation of the damage detection capability of a sparse-array guided-wave shm system applied to a complex structure under varying thermal conditions. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, [S.l.], v. 56, n. 12, p. 2666–2678, December 2009. ISSN 0885-3010.

CLARKE, T.; SIMONETTI, F.; CAWLEY, P. Guided wave health monitoring of complex structures by sparse array systems: Influence of temperature changes on performance. *Journal of Sound and Vibration*, Londres, v. 329, n. 12, p. 2306–2322, 2010. ISSN 0022-460X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X09001229>. Acesso em: 11 out. 2013.

CLARKE, T.; SIMONETTI, F.; ROKHLIN, S.; CAWLEY, P. Development of a lowfrequency high purity A0 mode transducer for SHM applications. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Piscataway, v. 56, n. 7, p. 1457–1468, 2009.

CULSHAW, B.; PIERCE, G.; JUN, P. Non-contact measurement of the mechanical properties of materials using an all-optical technique. *IEEE Sensors Journal*, Piscataway, v. 3, n. 1, p. 62–70, Feb 2003. ISSN 1530-437X.

DATTA, S.; SHAH, A. *Elastic waves in composite media and structures: with applications to ultrasonic nondestructive evaluation*. New York: CRC, 2009. (Mechanical Engineering Series). ISBN 9781420053388. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=SVZ-AAAACAAJ>. Acesso em: 11 out. 2013.

DELPH, T. J.; HERRMANN, G.; KAUL, R. K. Harmonic wave propagation in a periodically layered, infinite elastic body: Antiplane strain. *Journal of Applied Mechanics*, Nova York, v. 45, n. 2, p. 343–349, 1978.

DELPH, T. J.; HERRMANN, G.; KAUL, R. K. Harmonic wave propagation in a periodically layered, infinite body: Plane strain, analytical results. *Journal of Applied Mechanics*, Nova York, v. 46, n. 1, p. 113–119, 1979.

DIAMANTI, K.; SOUTIS, C.; HODGKINSON, J. M. Piezoelectric transducer arrangement for the inspection of large composite structures. *Composites Part A*, Kidlington, v. 38, n. 4, p. 1121–1130, 2007.

DUFLO, H.; MORVAN, B.; IZBICKI, J.-L. Interaction of Lamb waves on bonded composite plates with defects. *Composite Structures*, Londres, v. 79, n. 2, p. 229–233, 2007. ISSN 0263-8223. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822306000146>. Acesso em: 11 out. 2013.

DUNN, P. F. *Measurement and data analysis for engineering and science*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2005.

FARRAR, C. R.; WORDEN, K. An introduction to structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, London, v. 365, n. 1851, p. 303–315, 2007. ISSN 1364-503X.

FU, H.; HOU, Z.; FU, J.; MA, Y. Elastic anisotropy and phonon focusing in nial: Atomic study. *Intermetallics*, Camden, v. 42, n. 0, p. 156–164, 2013. ISSN 0966-9795. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0966979513001787>. Acesso em: 11 out. 2013.

GAO, G.; DENG, M.; LI, M.; PEI, J. Mode selection of lamb waves for the evaluation of solid plates with liquid loading. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, Science China Press, Beijing, v. 57, n. 10, p. 1840–1847, 2014. ISSN 1674-7348. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s11433-013-5269-0>. Acesso em: 11 out. 2013.

GAO, W.; GLORIEUX, C.; THOEN, J. Laser ultrasonic study of lamb waves: determination of the thickness and velocities of a thin plate. *International Journal of Engineering Science*, Philadelphia, v. 41, n. 2, p. 219–228, 2003. ISSN 0020-7225. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020722502001507>. Acesso em: 11 out. 2013.

GÓMEZ-ULLATE, Y. *Estudio de sistemas ultrasónicos basados en multitransductores para la detección de defectos en estruturas tipo placa*. 2007. 181 f. Tese (Doutorado) — Esc. Sup. Ing. Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, [S.l.], 2007.

GRAFF, K. F. *Wave motion in elastic solids*. [S.l.]: Dover Publications, 1975. (Dover Books on Engineering). ISBN 9780486667454. Disponível em: <http://books.google.com/books?id=5cZFRwLuhdQC>. Acesso em: 11 out. 2013.

GRANJA, S. C. G.; HIGUTI, R. T.; ELVIRA, L. E.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O.; IBANEZ, A. The effect of anisotropic focusing of lamb modes on a carbon epoxy plain woven fabric composite plate. In: SYMPOSIUM FOR NDT IN AEROSPACE, 6., 2014, Madri. *Symposium...* Madri: [s.n.], 2014. p. 1–10.

GRANJA, S. C. G.; TAKIY, A. E.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SEGURA, L. E. Guided waves on a quasi-isotropic plain woven carbon epoxy fabric: theoretical analysis and experimental validation. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ULTRASONICS–ICU, 2013, Cingapura. *Proceedings...* Cingapura: [s.n.], 2013. p. 784–789.

GRONDEL, S.; PAGET, C.; DELEBARRE, C.; ASSAD, J.; LEVIN, K. Design of optimal configuration for generating A0 Lamb mode in a composite plate using piezoceramic transducers. *Acoustical Society of America Jornal*, College Park, v. 112, n. 1, p. 84–90, 2002.

GROSSO, V. A. D.; MADER, C. W. Speed of sound in pure water. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 52, n. 5b, p. 1442–1446, 1972. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/asa/journal/jasa/52/5B/10.1121/1.1913258>. Acesso em: 11 out. 2013.

HAJZARGERBASHI, T.; KUNDU, T.; BLAND, S. An improved algorithm for detecting point of impact in anisotropic inhomogeneous plates. *Ultrasonics*, Toronto, v. 51, n. 3, p. 317–324, 2011. ISSN 0041-624X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0041624X10001526>. Acesso em: 11 out. 2013.

HAN, J.; KIM, C.-G.; KIM, J.-Y. The propagation of Lamb waves in a laminated composite plate with a variable stepped thickness. *Composite Structures*, Londres, v. 76, n. 4, p. 388–396, 2006. ISSN 0263-8223. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026382230500036X>. Acesso em: 11 out. 2013.

HEGEMIER, G.; GURTMAN, G.; NAYFEH, A. H. A continuum mixture theory of wave propagation in laminated and fiber reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures*, Kidlington, v. 9, n. 3, p. 395–414, 1973. ISSN 0020-7683. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020768373900887>. Acesso em: 11 out. 2013.

HEGEMIER, G. A. On a theory of interacting continua for wave propagation in composites. In: DYNAMICS OF COMPOSITE MATERIALS, 12., 1972, New York. *Proceedings...* New York: American Society of Mechanical Engineers, 1972. p. 70–121.

HLAVÁČEK, M. A continuum theory for fibre-reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures*, Kidlington, v. 11, n. 2, p. 199–211, 1975. ISSN 0020-7683. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020768375900530>. Acesso em: 11 out. 2013.

HOLMES, C.; DRINKWATER, B. W.; WILCOX, P. D. Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit–receive array data for non-destructive evaluation. *NDT & E International*, Londres, v. 38, n. 8, p. 701–711, 2005. ISSN 0963-8695. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0963869505000721>. Acesso em: 14 out. 2013.

HOLMES, C.; DRINKWATER, B. W.; WILCOX, P. D. Advanced post-processing for scanned ultrasonic arrays: Application to defect detection and classification in non-destructive evaluation. *Ultrasonics*, Amsterdam, v. 48, n. 6–7, p. 636–642, 2008. ISSN 0041-624X. <ce:title>Selected Papers from {ICU} 2007</ce:title>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0041624X08001455>. Acesso em: 14 out. 2013.

HOSTEN, B. Elastic characterization of orthotropic composite materials from ultrasonic inspection through non-principal planes. In: THOMPSON, D.; CHIMENTI, D. (Ed.). *Review of progress in quantitative nondestructive evaluation*. [S.l.]: Springer US, 1991. p. 1437–1444. ISBN 978-1-4613-6666-9. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4615-3742-7_39>. Acesso em: 11 out. 2013.

HOSTEN, B. Stiffness matrix invariants to validate the characterization of composite materials with ultrasonic methods. *Ultrasonics*, Amsterdam, v. 30, n. 6, p. 365–370, 1992. ISSN 0041-624X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0041624X9290092Z>. Acesso em: 11 out. 2013.

HUMEIDA, Y.; WILCOX, P. D.; TODD, M. D.; DRINKWATER, B. W. A probabilistic approach for the optimisation of ultrasonic array inspection techniques. *NDT & E International*, London, v. 68, p. 43–52, 2014. ISSN 0963-8695. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0963869514000954>. Acesso em: 11 out. 2013.

ISHIKAWA, T.; CHOU, T.-W. Stiffness and strength behaviour of woven fabric composites. *Journal of Materials Science*, New York, v. 17, n. 11, p. 3211–3220, 1982. ISSN 0022-2461. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01203485>. Acesso em: 11 out. 2013.

KARIM, M. R.; MAL, A. K.; BAR-COHEN, Y. Inversion of leaky lamb wave data by simplex algorithm. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 88, n. 1, p. 482–491, 1990. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/asa/journal/jasa/88/1/10.1121/1.399927>. Acesso em: 11 out. 2013.

KAW, A. K. *Mechanics of Composite Materials*. 2. ed. [S.l.]: Taylor & Francis, 2005. (Mechanical Engineering Series). ISBN 9780849313431. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=wzUn3OWFPJkC>. Acesso em: 11 out. 2013.

KHAN, I. A. *Prediction of elastic properties of 2D orthogonal plain weave fabric composite*. 2009. 41 f. Dissertação (Mestrado) — National Intitute of Technology, Department of Mechanical Engineering, 2009. Disponível em: <http://ethesis.nitrkl.ac.in/1448/>. Acesso em: 11 out. 2013.

KOLOMENSKII, A. A.; MAZNEV, A. A. Phonon-focusing effect with laser-generated ultrasonic surface waves. *Physisical Review B*, College Park, v. 48, n. 19, p. 14502–14508, nov. 1993. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.48.14502>. Acesso em: 11 out. 2013.

KUNDU, T. *Ultrasonic nondestructive evaluation*: engineering and biological material characterization. [S.l.]: CRC, 2004. ISBN 9780849314629. Disponível em: <http://books.google.com/books?id=-aL4Li-j2mkC>. Acesso em: 11 out. 2013.

LANDAU, L.; LIFSHITZ, E.; KOSEVICH, A.; PITAEVSKIĬ, L. *Theory of elasticity*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 1986. (Theoretical Physics). ISBN 9780750626330. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=tpY-VkwCkAIC>. Acesso em: 11 out. 2013.

LEE, E. H.; YANG, W. H. On waves in composite materials with periodic structure. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Philadelphia, v. 25, n. 3, p. 492–49, 1973.

LEVINE, R.; MICHAELS, J. Block-sparse reconstruction and imaging for lamb wave structural health monitoring. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Piscataway, v. 61, n. 6, p. 1006–1015, June 2014. ISSN 0885-3010.

LI, C.; PAIN, D.; WILCOX, P. D.; DRINKWATER, B. W. Imaging composite material using ultrasonic arrays. *NDT & E International*, Londres, v. 53, p. 8–17, 2013. ISSN 0963-8695. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0963869512000977>. Acesso em: 11 out. 2013.

LI, M.; HAYWARD, G. Ultrasound nondestructive evaluation (nde) imaging with transducer arrays and adaptive processing. *Sensors*, Molecular Diversity Preservation International, v. 12, n. 1, p. 42–54, 2011.

LIU, G.-R. Z.; XI, Z. *Elastic waves in anisotropic laminates*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2001. ISBN 9780849310706. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=TYbLM8ivCx8C>. Acesso em: 11 out. 2013.

LIU, T.; VEIDT, M.; KITIPORNCHAI, S. Single mode Lamb waves in composite laminated plates generated by piezoelectric transducers. *Composite Structures*, Londres, v. 58, n. 3, p. 381–396, 2002. ISSN 0263-8223. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822302001915>. Acesso em: 11 out. 2013.

LOMOV, S.; HUYSMANS, G.; LUO, Y.; PARNAS, R.; PRODROMOU, A.; VERPOEST, I.; PHELAN, F. Textile composites: modelling strategies. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Kidlington, v. 32, n. 10, p. 1379–1394, 2001. ISSN 1359-835X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X01000380>. Acesso em: 11 out. 2013.

LOWE, M. J. S. Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Piscataway, v. 42, n. 4, p. 525–542, 1995. ISSN 0885-3010.

LOWE, M. J. S.; ALLEYNE, D. N.; CAWLEY, P. Defect detection in pipes using guided waves. *Ultrasonics*, Amsterdam, v. 36, n. 1, p. 147–154, 1998.

MARIS, H. J. Enhancement of heat pulses in crystals due to elastic anisotropy. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 50, n. 3B, p. 812–818, 1971. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/asa/journal/jasa/50/3B/10.1121/1.1912705>. Acesso em: 11 out. 2013.

MARKS, P. *Aviation*: the shape of wings to come. [S.l.: s.n.]:, 2005. Disponível em: <http://www.newscientist.com/article/dn7552-aviation--the-shape-of-wings-to-come.html?full=true#.VOjfpTXdKeI>. Acesso em: 21 fev. 2015.

MATEO, C.; ESPINOSA, F. Montero de; GOMEZ-ULLATE, Y.; TALAVERA, J. Experimental validation of ultrasonic guided modes in electrical cables by optical interferometry. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Piscataway, v. 55, n. 3, p. 629–636, March 2008. ISSN 0885-3010.

MAZNEV, A.; EVERY, A. Formation of surface phonon focusing caustics in crystals. *Solid State Communications*, Kidlington, v. 97, n. 8, p. 679–687, 1996. ISSN 0038-1098. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0038109895006443>. Acesso em: 11 out. 2013.

MAZNEV, A. A.; EVERY, A. G. Focusing of acoustic modes in thin anisotropic plates. *Acta Acustica*, Stuttgart, v. 3, n. 1, p. 387–391, 1995.

MICHAELS, J. E.; MICHAELS, T. E. Signal processing and imaging with ultrasonic guided waves: goals, challenges and recent progress. In: WORLD CONFERENCE ON NONDESTRUCTIVE TESTING–WCNDT, 2012, Durban. *Proceedings...* Durba: [s.n.], 2012.

MORVAN, B.; TINEL, A.; DUCLOS, J. Coupling of Lamb waves at a tee junction. In: ULTRASONICS SYMPOSIUM, 38., 1999, Nevada. *Proceedings...* Nevada: IEEE, 1999. v. 1, p. 565–568. ISSN 1051-0117.

NAIK, N.; GANESH, V. An analytical method for plain weave fabric composites. *Composites*, Kidlington, v. 26, n. 4, p. 281–289, 1995. ISSN 0010-4361. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0010436195936716>. Acesso em: 11 out. 2013.

NAYFEH, A. H. *Wave propagation in layered anisotropic media*: with application to composites. [S.l.]: Elsevier Science, 1995. (North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics). ISBN 9780080543734. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=iHfQjWR3QzAC>. Acesso em: 11 out. 2013.

NETCOMPOSITES. *Guide to composites*. Bridge Way: 4a Broom Business Park, 2013. Disponível em: <http://www.netcomposites.com/>. Acesso em: 11 mar. 2013.

OU, J.; LI, H. Structural health monitoring in mainland china: Review and future trends. *Structural Health Monitoring*, London, v. 9, n. 3, p. 219–231, 2010. Disponível em: <http://shm.sagepub.com/content/9/3/219.abstract>. Acesso em: 11 out. 2013.

PARK, B.; SOHN, H.; MALINOWSKI, P. H.; OSTACHOWICZ, W. Damage detection in composites by noncontact laser ultrasonic. In: EUROPEAN WORKSHOP ON STRUCTURAL HEALTH MONITORING–EWSHM, 7., 2014, Nantes, France. *Workshop...* Nantes: [s.n.], 2014. Disponível em: <https://hal.inria.fr/hal-01020364>. Acesso em: 11 out. 2014.

PHILIP, J.; VISWANATHAN, K. Phonon focussing in crystals. *Physics Letters A*, Amsterdam, v. 61, n. 1, p. 61–62, 1977. ISSN 0375-9601. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375960177902651>. Acesso em: 11 out. 2013.

PIERCE, S. G.; CULSHAW, B.; PHILP, W. R. Synchronized triggering for ultrasonic transient detection using optical fibre interferometers and application to the measurement of broadband lamb wave dispersion characteristics. *Measurement Science and Technology*, Bristol, v. 7, n. 11, p. 1665, 1996. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0957-0233/7/i=11/a=016>. Acesso em: 11 out. 2013.

POSTMA, G. Wave propagation in a stratified medium. *Geophysics*, Tulsa, v. 20, n. 4, p. 780–806, 1955. Disponível em: <http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1438187>. Acesso em: 11 out. 2013.

POTTER, J. N.; CROXFORD, A. J.; WILCOX, P. D. Nonlinear ultrasonic phased array imaging. *Physical Review Letter*, College Park, v. 113, n. 114, p. 144301, t 2014. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.113.144301>. Acesso em: 11 out. 2013.

PRADO, V.; HIGUTI, R.; KITANO, C.; MARTINEZ-GRAULLERA, O. Instantaneous phase threshold for reflector detection in ultrasonic images. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Piscataway, v. 61, n. 7, p. 1204–1215, jul. 2014. ISSN 0885-3010.

PRADO, V. T.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; GRANJA, S. C. G.; MARTINEZ-GRAULLERA, O. Low attenuation frequency bands for lamb waves immersed in viscous fluids: theoretical analysis and experimental validation. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ULTRASONICS–ICU, 2013, Cingapura. *Proceedings...* Cingapura: [s.n.], 2013. p. 458– 463.

PUTHILLATH, P.; KRISHNAMURTHY, C.; BALASUBRAMANIAM, K. Hybrid inversion of elastic moduli of composite plates from ultrasonic transmission spectra using pvdf plane wave sensor. *Composites Part B: Engineering*, Kidlington, v. 41, n. 1, p. 8–16, 2010. ISSN 1359-8368. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S135983680900184X>. Acesso em: 11 out. 2013.

QUAEGEBEUR, N.; MASSON, P. Correlation-based imaging technique using ultrasonic transmit–receive array for non-destructive evaluation. *Ultrasonics*, Amsterdam, v. 52, n. 8, p. 1056–1064, 2012.

RAMADAS, C.; PADIYAR, J.; BALASUBRAMANIAM, K.; JOSHI, M.; KRISHNAMURTHY, C. Lamb wave based ultrasonic imaging of interface delamination in a composite t-joint. *NDT & E International*, Londres, v. 44, n. 6, p. 523–530, 2011. ISSN 0963-8695. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0963869511000703>. Acesso em: 11 out. 2013.

REDDY, S. S. S.; BALASUBRAMANIAM, K.; KRISHNAMURTHY, C.; SHANKAR, M. Ultrasonic goniometry immersion techniques for the measurement of elastic moduli. *Composite Structures*, Londres, v. 67, n. 1, p. 3–17, 2005. ISSN 0263-8223. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822304000030>. Acesso em: 11 out. 2013.

RODRIGUEZ, S.; CASTAINGS, M.; DESCHAMPS, M.; DUCASSE, E. Topological imaging of defects in anisotropic plates. In: EUROPEAN WORKSHOP ON STRUCTURAL HEALTH MONITORING—EWSHM, 7., 2014, Nantes. *Proceedings...* Nantes: [s.n.], 2014. Disponível em: <https://hal.inria.fr/hal-01021220>. Acesso em: 11 out. 2014.

ROKHLIN, S. I.; WANG, L. Stable recursive algorithm for elastic wave propagation in layered anisotropic media: Stiffness matrix method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Amsterdam, v. 112, n. 3, p. 822–834, 2002. Disponível em: <http://link.aip.org/link/?JAS/112/822/1>. Acesso em: 11 out. 2013.

ROSE, J. L. *Ultrasonic waves in solid media*. New York, NY: Cambridge University Press, 1999.

ROSE, J. L. *Ultrasonic waves in solid media*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004. 476 p. ISBN 9780521548892. Disponível em: <http://books.google.com/books?id=DEtHDJJ-RS4C>. Acesso em: 11 out. 2013.

RYTOV, S. M. Acoustical properties of thinly laminated media. *Phys. Acoust.*, [S.l.], v. 2, n. 1, p. 68–80, 1956.

SHARIF-KHODAEI, Z.; ALIABADI, M. H. Assessment of delay-and-sum algorithms for damage detection in aluminium and composite plates. *Smart Materials and Structures*, Bristol, v. 23, n. 7, p. 075007, 2014. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0964-1726/23/i=7/a=075007>. Acesso em: 11 out. 2013.

SLAWINSKI, M. *Waves and rays in elastic continua*. [S.l.]: World Scientific, 2010. ISBN 9789814289009. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=gb7XQBaU9hUC>. Acesso em: 11 out. 2013.

SMITH, R. Composite defects and their detection. *Materials Science and Engineering*, Amsterdam, v. 3, p. 103–143, 2009.

SOHN, H.; KIM, B. Development of dual PZT transducers for reference-free crack detection in thin plate structures. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Piscataway, v. 57, n. 1, p. 229–240, 2010.

STASZEWSKI, W. J.; MAHZAN, S.; TRAYNOR, R. Health monitoring of aerospace composite structures. active and passive approach. *Composite Science and Technology*, Doetinchem, v. 69, n. 11-12, p. 1678–1685, 2009.

STOLZ, C.; NEUMAIR, M. Structural health monitoring, in-service experience, benefit and way ahead. *Structural Health Monitoring*, London, v. 9, n. 3, p. 209–217, 2010. Disponível em: <http://shm.sagepub.com/content/9/3/209.abstract>. Acesso em: 11 out. 2013.

SU, Z.; CHENG, L.; WANG, X.; YU, L.; ZHOU, C. Predicting delamination of composite laminates using an imaging approach. *Smart Materials and Structures*, Bristol, v. 18, n. 7, p. 1–8, 2009.

SU, Z.; YANG, C.; PAN, N.; YE, L.; ZHOU, L.-M. Assessment of delamination in composite beams using shear horizontal (sh) wave mode. *Composites Science and Technology*, Doetinchem, v. 67, n. 2, p. 244–251, 2007. ISSN 0266-3538. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353806002892>. Acesso em: 11 out. 2013.

SU, Z.; YE, L. Lamb wave based quantitative identification of delamination in CF/EP composite structures using artificial neural algorithm. *Composite Structures*, Londres, v. 66, n. 1-4, p. 627–637, 2004.

SU, Z.; YE, L.; LU, Y. Guided Lamb waves for identification of damage in composite structures: A review. *Journal of Sound and Vibration*, Camden, v. 295, n. 3-5, p. 753–780, 2006.

SUN, C. T.; ACHENBACH, J. D.; HERRMANN, G. Continuum theory for a laminated medium. *Journal of Applied Mechanics*, Nova York, v. 35, n. 3, p. 467–475, 1968.

SUN, C. T.; ACHENBACH, J. D.; HERRMANN, G. Time-harmonic waves in a stratified medium propagating in the direction of the layering. *Journal of Applied Mechanics*, Nova York, v. 35, n. 2, p. 408–411, 1968.

SVE, C. Time-harmonic waves traveling obliquely in a periodically laminated medium. *Journal of Applied Mechanics*, Nova York, v. 38, n. 2, p. 477–482, 1971.

TAKIY, A. E.; GRANJA, S. C. G.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SEGURA, L. E.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O. Low attenuation frequency bands for lamb waves immersed in viscous fluids: theoretical analysis and experimental validation. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ULTRASONICS–ICU, 2013, Cingapura. *Proceedings...* Cingapura: [s.n.], 2013. p. 233–238.

TAKIY, A. E.; GRANJA, S. C. G.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SEGURA, L. E.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O.; MONTERO DE ESPINOSA, F. Theoretical analysis and experimental validation of the scholte wave propagation in immersed plates for the characterization of viscous fluids. In: IEEE INTERNATIONAL ULTRASONICS SYMPOSIUM – IUS, 2013, Praghe. *Symposium...* Praghe: [s.n.], 2013. p. 1–4.

TAN, E. L. Stiffness matrix method with improved efficiency for elastic wave propagation in layered anisotropic media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 118, n. 6, p. 3400–3403, 2005. Disponível em: <http://link.aip.org/link/?JAS/118/3400/1>. Acesso em: 11 out. 2013.

TAYLOR, B.; MARIS, H. J.; ELBAUM, C. Phonon focusing in solids. *Physical Review Letter*, College Park, v. 23, n. 8, p. 416–419, ago. 1969. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.23.416>. Acesso em: 11 out. 2013.

TORAYCA. *T300 Data sheet technical data sheet no. CFA-001*. [S.l.: s.n.], 2002.

VAN DER AUWERAER, H.; PEETERS, B. International research projects on structural health monitoring: An overview. *Structural Health Monitoring*, London, v. 2, n. 4, p. 341–358, 2003. Disponível em: <http://shm.sagepub.com/content/2/4/341.abstract>. Acesso em: 11 out. 2013.

VEIDT, M.; NG, C. T. Influence of stacking sequence on scattering characteristics of the fundamental anti-symmetric Lamb wave at through holes in composite laminates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 129, n. 3, p. 1280–1287, 2011. Disponível em: <http://link.aip.org/link/?JAS/129/1280/1>. Acesso em: 11 out. 2013.

VESTRUM, R. *Group and phase-velocity inversions for the general anisotropic stiffness tensor*. [S.l.]: University of Calgary, 1994. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=PG7SSgAACAAJ>. Acesso em: 11 out. 2013.

VISHNUVARDHAN, J.; KRISHNAMURTHY, C.; BALASUBRAMANIAM, K. Determination of material symmetries from ultrasonic velocity measurements: A genetic algorithm based blind inversion method. *Composites Science and Technology*, Kidlington, v. 68, n. 3–4, p. 862–871, 2008. ISSN 0266-3538. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353807003338>. Acesso em: 11 out. 2013.

VISHNUVARDHAN, J.; KRISHNAMURTHY, C. V.; BALASUBRAMANIAM, K. Blind inversion method using lamb waves for the complete elastic property characterization of anisotropic plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 125, n. 2, p. 761–771, 2009. Disponível em: <http://link.aip.org/link/?JAS/125/761/1>. Acesso em: 11 out. 2013.

VISHNUVARDHAN, J.; MURALIDHARAN, A.; KRISHNAMURTHY, C.; BALASUBRAMANIAM, K. Structural health monitoring of anisotropic plates using ultrasonic guided wave stmr array patches. *NDT & E International*, Londres, v. 42, n. 3, p. 193–198, 2009. ISSN 0963-8695. 2nd International Conference on Advanced Nondestructive Evaluation. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0963869508001060>. Acesso em: 11 out. 2013.

WANG, L.; ROKHLIN, S. Stable reformulation of transfer matrix method for wave propagation in layered anisotropic media. *Ultrasonics*, Toronto, v. 39, n. 6, p. 413–424, 2001. ISSN 0041-624X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0041624X01000828>. Acesso em: 11 out. 2013.

WANG, L.; YUAN, F. Group velocity and characteristic wave curves of Lamb waves in composites: modeling and experiments. *Composites Science and Technology*, Kidlington, v. 67, n. 7-8, p. 1370–1384, 2007. ISSN 0266-3538. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353806003630>. Acesso em: 11 out. 2013.

WHITCOMB, J.; TANG, X. Effective moduli of woven composites. *Journal of Composite Materials*, London, v. 35, n. 23, p. 2127–2144, 2001. Disponível em: <http://jcm.sagepub.com/content/35/23/2127.abstract>. Acesso em: 11 out. 2013.

WHITE, J. E.; ANGONA, F. A. Elastic wave velocities in laminated media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Melville, v. 27, n. 2, p. 310–317, 1955. Disponível em: <http://link.aip.org/link/?JAS/27/310/1>. Acesso em: 11 out. 2013.

WILCOX, P. Omnidirectional guided wave transducer arrays for the rapid inspection of large areas of plate structures. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Piscataway, v. 50, n. 6, p. 699–709, 2003.

WILCOX, P. D. A rapid signal processing technique to remove the effect of dispersion from guided wave signals. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, IEEE, Piscataway, v. 50, n. 4, p. 419–427, 2003.

WILCOX, P. D.; HOLMES, C.; DRINKWATER, B. W. Enhanced defect detection and characterisation by signal processing of ultrasonic array data. In: EUROPEAN NDT CONFERENCE, 9., 2006, [S.l.]. *Proceedings...* [S.l.]: Citeseer, 2006. p. 1–9.

WU, Z.; LIU, K.; WANG, Y.; ZHENG, Y. Validation and evaluation of damage identification using probability-based diagnostic imaging on a stiffened composite panel. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, London, v. 9, n. 9, p. 1–15, 2014. Disponível em: <http://jim.sagepub.com/content/early/2014/09/09/1045389X14549873.abstract>. Acesso em: 11 out. 2013.

XU, L.; KIM, S. J.; ONG, C.-H.; HA, S. K. Prediction of material properties of biaxial and triaxial braided textile composites. *Journal of Composite Materials*, London, v. 46, n. 18, p. 2255–2270, 2012. Disponível em: <http://jcm.sagepub.com/content/46/18/2255.abstract>. Acesso em: 11 out. 2013.

YAN, F.; MALINOWSKI, O. M.; ZHAO, X.; ROSE, J. L. Damage detection in underwater composite structures using ultrasonic guided waves. In: SPIE SMART STRUCTURES AND MATERIALS+ NONDESTRUCTIVE EVALUATION AND HEALTH MONITORING, 2012. *Proceedings...* [S.l.]: International Society for Optics and Photonics, 2012. p. 83482P–83482P.

ZHANG, C.; QIU, J.; JI, H. Laser ultrasonic imaging for impact damage visualization in composite structure. In: EUROPEAN WORKSHOP ON STRUCTURAL HEALTH MONITORING—EWSHM, 7., 2014, Nantes. *Proceedings...* Nantes: [s.n.], 2014. Disponível em: <https://hal.inria.fr/hal-01022980>. Acesso em: 11 nov. 2014.