

# Quatro ou Mais Pontos de Vista sobre o Ensino de Análise Matemática

## Four or More Points of View about Mathematical Analysis Teaching

Danilo Olímpio Gomes\*

Sílvio César Otero-Garcia\*\*

Luciano Duarte da Silva\*\*\*

Rosa Lúcia Sverzut Baroni\*\*\*\*

### Resumo

Neste artigo apresentamos resultados de pesquisas focados na disciplina de análise, no âmbito de cursos de licenciatura em matemática, tendo como pano de fundo um panorama de como a disciplina vem se estruturando, no cenário brasileiro, no que diz respeito aos seus objetivos, conteúdos e bibliografia. Num primeiro momento vimos, de forma sucinta, como coordenadores de cursos e professores da disciplina compreendem o papel da análise na licenciatura. Num segundo momento, e constituindo o objetivo principal do trabalho, apresentamos o que pensam licenciandos e professores de matemática da educação básica a respeito dessa disciplina, por meio de uma pesquisa qualitativa inspirada em uma postura fenomenológica. Após os procedimentos metodológicos, chegou-se a três categorias abertas: “*A presença da análise na licenciatura em matemática*”, “*A análise como corpo de conhecimento*” e “*A análise e a abertura de horizonte de possibilidades do professor*”, que foram interpretadas com o intuito de transcender as manifestações de cada indivíduo, em um movimento de síntese compreensiva. Finalmente, num terceiro momento, apresentamos algumas propostas em andamento e perspectivas futuras para os trabalhos sobre ensino de análise.

**Palavras-chave:** Ensino de Análise Matemática. Educação Matemática no Ensino Superior. Formação Matemática do Professor.

### Abstract

This article presents results of research focused on the Analysis discipline, in Mathematics courses, with the background of a perspective of how the discipline has been structured in the Brazilian scenario, with respect to

---

\* Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro/SP. Docente do Ensino Fundamental - Anos Finais e Médio do Instituto Saber e do Colégio Jardins, ambos de Piracicaba/SP. Endereço para correspondência: Rua Professor José Galucci Filho, 295, Jardim Petrópolis, Piracicaba, CEP: 13420-699. E-mail: danilo.o.gomes@gmail.com.

\*\* Mestre e Doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro/SP. Docente do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), Campos do Jordão/SP. Endereço para correspondência: Rua Monsenhor José Vita, 280, Campos do Jordão/SP, CEP: 12460-000. E-mail: oterogarcia@ifsp.edu.br.

\*\*\* Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG), Goiânia/GO. Docente do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG), Goiânia/GO. Endereço para correspondência: Rua 75, 46, Centro, Goiânia/GO, CEP: 74055-110. E-mail: lucianooduarte@gmail.com.

\*\*\*\* Mestre e Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP), São Carlos/SP. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro/SP. Endereço para correspondência: Departamento de Matemática, Av. 24-A, 1515, Bela Vista, CEP:13506-700, Rio Claro/SP. E-mail: rbaroni@rc.unesp.br.

their goals, contents and bibliography. At first we saw, briefly, how course coordinators and teachers of the discipline understand the role of analysis in this major. Secondly, and constituting the main objective of this paper, we present what the undergraduates and mathematics teachers of basic education think about this discipline, through a qualitative research inspired by a phenomenological position. After the methodological procedures, three open categories were found: "The presence of the analysis in the Mathematics major", "The analysis as body of knowledge" and "The Analysis and the opening the horizon of possibilities as a teacher", which were interpreted in order to transcend the manifestations of each individual in a comprehensive synthesis movement. Finally, a third time, we present some proposals in progress and future prospects for studies about analysis education.

**Keywords:** Mathematics Teaching in Undergraduate Courses. Mathematics Analysis Teaching. Mathematics Teacher Education.

## 1 Introdução

Em sua obra *O Analista*, publicada em 1734, George Berkeley (1685-1753) se empenha em criticar e denunciar a falta de precisão nos trabalhos de Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) com o então concebido cálculo diferencial e integral. Tal fato acarretou não apenas “uma tentativa de fornecer rigor e fundamento ao cálculo, mas [...] um conjunto de objetos histórico-matemáticos que criaram necessidades que não existiam” (BARONI; TEIXEIRA; NOBRE, 2009, p. 181). Estabelece-se assim um movimento, conhecido por aritmetização da análise, que, ao seu final, *libertou* a análise de seus argumentos geométricos e de sua compreensão intuitiva. Como consequência desse movimento, a disciplina de análise matemática, cujo “conteúdo trata primordialmente dos processos infinitos em cujo centro encontra-se o conjunto dos números reais” (BARONI; OTERO-GARCIA, 2015, p. 7), assume papel importante nos cursos de matemática.

Uma trajetória dessa disciplina no Brasil é traçada por Otero-Garcia (2011), a partir de duas instituições: USP/SP e UNESP/Rio Claro. Nessa pesquisa, baseada fundamentalmente na *análise de documentos*<sup>1</sup> (BOGDAN; BIKLEN, 1994, TUCKMAN, 2002, QUIVY E CAMPENHOUDT, 2008, MILES; HUBERMAN, 1994, FLORES, 1994), foram coletados os programas oficiais das disciplinas de análise de 1934 a 2009 (na USP) e de 1959 a 2009 (na UNESP). Segundo o autor,

[...] podemos dizer que no curso de matemática [...] UNESP não havia disciplinas específicas de análise ou de cálculo nas décadas de cinquenta e sessenta, tendo sido essa distinção efetivada após a década de setenta. De modo semelhante, os conteúdos de análise eram ensinados no curso de matemática da USP desde a sua criação em 1934, entretanto, o que entendemos por uma disciplina de análise hoje em dia só começa a ganhar forma na década de quarenta e efetivamente compõe a grade do curso na década de sessenta. Além disso, em ambos os cursos, os

---

<sup>1</sup> Ou seja, os documentos foram, por si só, alvo de estudo, constituindo-se como fontes de dados cuja análise objetiva atribuiu um significado relevante para a pesquisa em questão.

conteúdos trabalhados nos atuais cursos de análise, bem como a sua seqüência, foram herdados daqueles primeiros cursos que indistintamente tratavam do cálculo e da análise e não sofreram maiores transformações ao longo dos anos. Também, uma vez estabelecidas as disciplinas específicas de análise na década de setenta, sua estrutura geral pouco se alterou até os dias de hoje. (OTERO-GARCIA, 2011, p. 214-215).

Já em um trabalho posterior, conclui que “a disciplina de análise está cristalizada, i.e., sua estrutura geral pouco se alterou ao longo desses anos, apesar das modificações políticas e filosóficas por que passaram os cursos de formação de professores de matemática” (OTERO-GARCIA; BARONI; MARTINES, 2013, p. 704).

Ainda segundo Otero-Garcia (2011) – que, além do trabalho documental citado linhas acima, também fez uma pesquisa do tipo *estado do conhecimento* mapeando a produção brasileira sobre ensino de análise<sup>2</sup> –, até meados do ano de 2001, eram escassos os trabalhos brasileiros envolvendo a relação entre licenciatura e a disciplina de análise, mas trabalhos como os de Reis (2001), Pinto (2001, 2009), Ávila (2002), Bolognezi (2006), Souza (2003), Moreira, Cury e Vianna (2005), Batarce (2003), Lima (2006), Ciani, Ribeiro e Junior (2006), dentre outros, passam a trazer luz a uma problemática vivenciada por todos os sujeitos envolvidos na licenciatura e até então ainda não tocada de forma efetiva: a dificuldade dos licenciandos frente à sua relação com a disciplina, o alto índice de reprovação, dentre vários outros aspectos.

Sob essa perspectiva, visando contribuir para a expansão do horizonte compreensivo acerca desses questionamentos, por meio do projeto *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*<sup>3</sup> temos nos dedicado a estudar alguns aspectos relacionados à disciplina, por exemplo, como a análise se constituiu como disciplina no Brasil; que conteúdos podem ser caracterizados como componentes da estrutura da disciplina; a contribuição de matemáticos para o desenvolvimento da análise; como as licenciaturas têm trabalhado com essa disciplina; a análise nos cursos de licenciatura e nos de bacharelado etc.

Além da trajetória histórica e do mapeamento envolvendo a disciplina de análise (OTERO-GARCIA, 2011), nosso grupo também empreendeu esforços na direção de compreender qual a visão de coordenadores de cursos e de professores que lecionam a

---

<sup>2</sup> Nesse mapeamento, foram consideradas todas as dissertações e teses defendidas cujos resumos constassem no banco de dissertações e teses da CAPES; oito periódicos: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), Boletim GEPEN, Revista Ciência e Educação, Zetetiké, Educação Matemática Pesquisa, Educação Matemática em Revista, Revista do Professor de Matemática, e Revista Matemática Universitária; além de trabalhos completos publicados nos anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM.

<sup>3</sup> Projeto coordenado pela Profa. Dra. Rosa Lúcia Sverzut Baroni e desenvolvido junto ao Grupo de Pesquisa em História da Matemática (GPHM/UNESP) e ao Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática (GPHEM/IFSP).

disciplina de análise acerca da importância dessa disciplina no contexto de um curso que forma professores de matemática, isso porque

os professores e coordenadores que trabalham diretamente com os licenciandos possuem uma compreensão do papel da disciplina mais próxima da realidade dos cursos de licenciatura, e por essas razões, podem contribuir para as discussões e reflexões sobre o papel da análise na formação do professor (OTERO-GARCIA; BARONI; MARTINES, 2013, p. 704).

Entrevistando e analisando os discursos de quatro professores de análise e quatro coordenadores atuantes em universidades diferentes, Martines (2012)<sup>4</sup> constrói três categorias abrangentes que trazem em seu escopo ideias centrais acerca do papel dessa disciplina. A primeira delas mostra que *o papel da disciplina é fundamentar o conhecimento matemático do futuro professor, a análise não é uma disciplina de aplicação direta na prática docente*. Sobre essa categoria, é interessante notar que, por mais que os entrevistados entendam que a disciplina de análise e todo o seu conteúdo sejam importantes para a atuação na educação básica, essa relação seria sutil, cabendo ao professor transformar seus conhecimentos, em geral formais e rigorosos, em um conhecimento acessível a seus alunos – pois fica claro que, segundo os sujeitos, o futuro professor não aplicará diretamente em sua prática docente o que aprendeu na disciplina. Segundo Martines (2012), não é apresentada de forma considerável na licenciatura tal adequação da linguagem.

A segunda categoria aponta que *o papel da disciplina é consolidar e formalizar conteúdos, bem como propiciar cultura e bagagem matemática* envolvendo “ideias centrais da matemática – como número real, infinito, continuidade, limite e funções” (OTERO-GARCIA; BARONI; MARTINES, 2013, p. 704). Segundo Martines (2012) e Otero-Garcia, Baroni e Martines (2013), a questão que se coloca nessa categoria, não é a de desmerecer o conhecimento a respeito da cultura matemática, porém, no processo de formação do professor parece haver dificuldades em reconhecer e identificar como legítimas e importantes formas de conhecimento que, embora se distanciem das formas consideradas válidas pela matemática científica, são essenciais na educação escolar básica, por estarem vinculadas aos processos de construção do saber matemático.

Por fim, a terceira categoria: *o papel da disciplina de análise no curso de licenciatura é fundamentar o conhecimento sobre o conjunto dos números reais*, que “foi um assunto de destaque nas entrevistas, sendo usado frequentemente como um exemplo da relação entre a

---

<sup>4</sup> Essa pesquisa fundamenta-se na metodologia qualitativa; os dados da pesquisa com os professores e coordenadores foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas. O procedimento de análise dos dados da pesquisa baseou-se na análise textual discursiva descrita por Moraes (2003), cujo ciclo proposto é composto por três elementos: a unitarização, categorização e comunicação.

disciplina de análise e a prática docente” (OTERO-GARCIA; BARONI; MARTINES, 2013). Esse fato promove indagações com relação ao conteúdo remanescente da disciplina, visto que alguns depoentes, por exemplo, enfatizam a importância de existir na licenciatura em matemática uma disciplina que trate de números reais, mas não necessariamente uma disciplina de análise como nos moldes atuais.

O que expusemos até aqui, bem como o que ainda está por vir, mostra-nos que há muitas divergências e incoerências envolvendo a questão do papel da disciplina de análise nos cursos de formação de professores. Enxergamos com isso que essa problemática ainda carece de fundamentação e nosso grupo tem empreendido esforços na direção de dar prosseguimento tanto aos trabalhos que já foram realizados em seu seio, como outros que já abordaram ou têm abordado essa questão que nos parece ser de grande interesse para a educação matemática. Nessa direção, tomando por base o trabalho de Gomes (2013), e por entendermos que os seguintes sujeitos podem ser considerados como o objetivo final de um curso de licenciatura em matemática, construímos um segundo momento compreensivo: como alunos da licenciatura em matemática e professores de matemática da educação básica veem a disciplina de análise.

## **2 A disciplina de análise segundo licenciandos e professores de matemática**

De posse de um pano de fundo constituído pela trajetória da disciplina de análise em dois cursos de licenciatura, bem como das opiniões e questionamentos acerca de como professores e coordenadores visualizam o papel da disciplina, houve a necessidade de acrescentar mais fios a essa trama, para que se tornasse cada vez mais entrelaçada e aperfeiçoada – mas de maneira alguma arrematada.

Sendo assim, norteado pela questão “como licenciandos e professores de matemática da educação básica veem a disciplina de análise?”, Gomes (2013) lança-se em uma busca pelos modos por meio dos quais esses sujeitos vivenciam suas experiências junto à disciplina de análise. Tal busca insere-se no âmbito da pesquisa qualitativa e foi inspirada em uma postura fenomenológica, buscando mostrar os passos que conduzem às explicitações do que se pretende compreender e interpretar, através de uma análise crítica e reflexiva (BICUDO, 2010).

Desse modo, foram selecionados três professores de matemática da educação básica e três licenciandos. Vale frisar que as denominações *licenciando* e *professor* serviram apenas

para distinguir duas classes de sujeitos: uma formada por aqueles que estivessem cursando a licenciatura e outra por sujeitos atuantes na educação básica.

Estabelecidos os sujeitos, contactou-se cada um deles por intermédio de correio eletrônico, sendo marcados data e horário para que as entrevistas pudessem ocorrer. Tal procedimento foi escolhido por acreditar-se que “as vivências nos são dadas pelas expressões daquele que as experiência e por isso a descrição torna-se ponto chave da pesquisa qualitativa fenomenologicamente conduzida [inspirada]” (BICUDO, 2010, p. 38).

Cada uma das entrevistas ocorreu em dois momentos: no primeiro levou-se em conta a vivência de cada um dos sujeitos junto com a licenciatura em matemática e com a profissão docente. Optamos por esse caminho para estabelecer um contato inicial com cada um dos sujeitos, de maneira a conduzir a entrevista na forma de uma conversa. Já o segundo momento visou especificamente a vivência junto à disciplina de análise.

Iniciando com a indagação “quando mencionado o nome *disciplina de análise*, do que você se lembra?”, cada um dos sujeitos foi convidado a expor o que pensava acerca da disciplina e da sua relação com ela. A essa questão somaram-se várias outras, as quais foram surgindo na medida em que foi sentida a necessidade de se interagir dialogicamente. De posse de todas as gravações de áudio referentes à segunda etapa, realizou-se a transcrição literal de cada uma delas, de maneira que esses arquivos foram lidos repetidas vezes, na tentativa de adentrar a perspectiva daquele que falava e, nesse movimento, imbuir significado ao descrito (BICUDO, 2010).

Após as leituras, colocou-se em evidência todos os sentidos considerados importantes para a compreensão da indagação e, com esse movimento, foi possível destacar unidades de sentido a partir das quais, em um movimento hermenêutico, estabeleceu-se unidades de significado. De posse de todas as unidades de significado, efetuaram-se dois movimentos de redução, na tentativa de transcender o aspecto individual que tal análise proporciona. A essas convergências deu-se o nome de núcleos de significado. A partir deles, chegou-se a três categorias abertas: “*A presença da análise na licenciatura em matemática*”, “*A análise como corpo de conhecimento*” e “*A análise e a abertura de horizonte de possibilidades do professor*”, que foram interpretadas com o intuito de transcender as manifestações de cada indivíduo, em um movimento de síntese compreensiva, no qual se articulou os discursos dos sujeitos, leituras anteriores e as próprias concepções do pesquisador, chegando não a uma conclusão, mas a uma abertura de horizonte compreensivo, que não se esgota em si mesmo e expande-se a cada leitura.

## 2.1 A presença da análise na licenciatura em matemática

Presente em um curso de licenciatura, a análise coexiste com vários outros atores. Nesse sentido, ficou claro que, como diz Otero-Garcia (2011), a disciplina estabelece uma relação estreita com o cálculo diferencial e integral. Segundo os sujeitos, a compreensão de assuntos abordados nesta disciplina mostra-se como fator determinante para o bom rendimento de um aluno que cursa análise – disciplina que, para eles, também proporciona uma revisão dos conteúdos do cálculo.

Acerca disso, um dos depoentes levantou a questão: se alguns conteúdos do cálculo são aprofundados e tratados de forma mais cuidadosa na disciplina de análise, e outros são abordados somente nessa disciplina, o que a impede de ser apresentada em um momento anterior? A questão é pertinente, pois, conforme já apontamos, voltando-se os olhares aos primórdios desse campo conhecido por análise, vê-se que foi a partir das críticas de Berkeley<sup>5</sup> às próprias bases do cálculo que os conceitos relacionados à análise começam a tomar forma; além disso, nos cursos de licenciatura em matemática não havia distinção entre as duas disciplinas. Desse modo, imaginando o cálculo como uma ferramenta construída historicamente, e a análise como um estudo acerca da validade dessa ferramenta, o que impede que tal estudo seja apresentado anteriormente à ferramenta? Não é isso o que ocorre com o estudo das matrizes e determinantes, que na maioria dos livros didáticos antecedem o estudo de sistemas lineares?

Entrando mais a fundo nas relações existentes entre a análise e o cálculo, os discursos dos sujeitos mostraram que um dos elos são os conteúdos trabalhados na disciplina, que, inclusive, guardam estreitas relações com as disciplinas de análise oferecidas aos cursos de bacharelado em matemática. Sobre isso, nos foi mostrado que para a maioria dos participantes, somente o ato de cursar a disciplina é insuficiente para que ocorra a plena compreensão de seus conteúdos – é necessário se empenhar de forma a ir além do ato de cursá-la. Dessa forma, o aluno da licenciatura ou apresenta facilidade em relação ao conteúdo apresentado ou deve esforçar-se de maneira a ultrapassar os limites espaços-temporais da própria disciplina de análise que, de certo modo, é um recorte de suas homônimas do

---

<sup>5</sup> "Um dos matemáticos que integrou o grupo daqueles que questionaram as bases do Cálculo, e talvez o que mais se destacou na posição de crítico dos trabalhos de Newton e Leibniz foi George Berkeley (1665-1753), cuja obra *O Analista* se mostra como uma crítica brilhante e devastadora ao método infinitesimal utilizado pelos dois" (DAVIS; HERSH, 1986, p. 277).

bacharelado. Para eles, somente as aulas oferecidas na licenciatura são insuficientes para que o aluno vislumbre um vasto horizonte compreensivo.

Desse modo, vemos que no movimento de compreensão da disciplina de análise estão envolvidos diversos atos, além da questão do contato com outros tipos de fontes que não sejam as aulas de análise: os sujeitos também apontaram algumas técnicas que julgam essenciais para o bom rendimento na disciplina, sendo que a *reprodução* e a *memorização* foram as mais relevantes.

Sobre a primeira técnica, observemos o que nos fala um dos sujeitos: “[*Para ter uma boa compreensão era necessário*] entender cada vírgula, porque ele [o professor] fez aquilo, porque ele não fez, porque que ali entrou aquela constante, porque não entrou; e nós íamos refazendo, era um processo repetitivo mesmo” (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 210, grifo do autor). Sob esse ponto de vista, o ato de *reproduzir* implica em repetir a demonstração de um teorema tantas vezes quantas forem necessárias de modo que, por meio da observação e construções de padrões oriundos desse processo, o aluno possa reproduzir, no momento da avaliação, aquilo que foi amplamente repetido no momento da preparação. Seria uma espécie de treinamento embasado em repetições que tem por finalidade preparar para a avaliação.

Já a memorização mostrou-se ainda mais relevante que a primeira para a maioria dos sujeitos, tanto que na fala de um deles, essa técnica aparece espontaneamente: “porque análise é só demonstração em prova, só demonstração, o que eu lembro era só isso. Eu não tenho facilidade nenhuma, nada, eu não sei decorar. Você imagina como foi meu curso” (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 211, grifos nossos). Já outro participante nos diz que “*era um processo repetitivo mesmo. Ah, era quase um processo de decorar o teorema; muitos conseguiam, muitos alunos tinham essa habilidade, de decorar, é igual letra de música, o cara decorava [...]*” (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 211). Sob essa perspectiva, entende-se que a busca por ações que possam auxiliar no vislumbre de um horizonte compreensivo e, mais especificamente, que possam conduzir a um bom rendimento na disciplina de análise, leva os participantes a apontarem a técnica de decorar como sendo uma estratégia relevante no processo, tão relevante que a incapacidade de empregá-la mostrasse como um entrave considerável. Mais que isso, para um dos participantes, “*sinônimo de análise era decorar*” (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 212). No entanto, é interessante pensar que a memorização não é concebida exclusivamente no interior da disciplina de análise: decorar é uma ação presente em várias outras disciplinas matemáticas, muito antes, aliás, da vida universitária: na educação básica, o aluno muitas vezes precisa

decorar a tabuada. Nesse sentido, pode-se dizer que o ato de decorar é um fato fortemente histórico-cultural da escola como um todo e que acaba emergindo naturalmente na prática quer de professores, quer de alunos, haja vista que todos eles passaram boa parte de suas vidas na escola.

Pode-se, e talvez deva-se, questionar se o fato de decorar a tabuada ou decorar a demonstração de um teorema é, realmente, algo natural. Parece-nos que não, uma vez que é algo aprendido, tendo sido ensinado por todos nós. Mas, com que intuito se aprende a decorar? Ao comentar o que ocorre em aulas de cálculo, Baldino (1995), aponta que

o ensino tradicional prefere evitar cuidadosamente as dificuldades e armar o curso sobre uns tantos malabarismos algébricos como o cálculo de derivadas, a integração de frações racionais, a regra de L'Hospital etc. Com essa tática, os alunos que passam são os que conseguiram aprender muito mais que isso, *além dos sobreviventes do sistema, que não se vexam em decorar rotinas para conseguir o diploma*. Os demais ficam intrigados com o sentido desta farsa, antes de serem centrifugados como reprovados (p. 3, grifo nosso).

O termo *sobreviventes do sistema* é citado pelo autor ao referir-se aqueles alunos que, sem se envergonhar, utilizam a técnica de decorar para alcançar o diploma; aqueles que, ao seguir determinada *ordem*<sup>6</sup> estabelecida no interior dos muros da universidade, conseguem concretizar o objetivo da aprovação. Desse modo, na experiência vivenciada junto com a disciplina de análise se fixa uma ordem, uma *lei interior* que rege a trajetória de todos aqueles que experienciam o estar com ela: *é preciso ser aprovado*. Essa é uma *ordem empírica* com a qual o aluno terá que lidar, ou seja, o aluno, com receio, desenvolve estratégias para não sofrer a sanção da reprovação.

Nesse caminho, ao mesmo tempo em que o aluno luta para ser aprovado, é necessário lembrar que é o professor que ministra a disciplina de análise que de fato atribui tal conceito. Nesse ponto, evidenciamos uma segunda ordem estabelecida no estar com a disciplina de análise: *é preciso atingir o nível esperado pelo professor*. Na vivência com a disciplina, o professor dita o ritmo e o aluno esforça-se para segui-lo. Quando não consegue ocorrem as frustrações e palavras como trauma e tortura são mencionadas para descrever a relação com a disciplina.

*Mas a disciplina é complicada, a gente tem que separar a matemática para os matemáticos e a matemática para os não matemáticos [...]. Então nós chegamos à essa conclusão, [...] [o professor] era muito aberto ao diálogo, ele não mudava o padrão da aula dele, ele falava*

---

<sup>6</sup> Em consonância com Foucault (2000), entende-se que “a ordem é ao mesmo tempo aquilo que se oferece nas coisas como sua lei interior, a rede secreta segundo a qual elas se olham de algum modo umas às outras e aquilo que só existe através do crivo de um olhar, de uma atenção, de uma linguagem; [...] Os códigos fundamentais de uma cultura – aqueles que regem sua linguagem, seus esquemas perceptivos, suas trocas, suas técnicas, seus valores, a hierarquia de suas práticas – fixam, logo de entrada, para cada homem, as ordens empíricas com as quais terá de lidar e nas quais se há de se encontrar (p. xv).

*assim: “Olha, eu sou contratado para dar o melhor, então eu vou dar o melhor. Eu sou contratado para manter o nível de universidade; eu vou dar o nível de universidade. Então, eu não tenho que descer, vocês que têm que subir”. Então por isso não brigávamos com ele [...], não tinha birra do professor, não tinha ódio do professor, falava: “Ah, ele tá certo, nós estamos vacilando. A gente precisa chegar no nível dele.”* (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 217).

Sobre a fala “*é necessário separar a matemática para os matemáticos e para os não matemáticos*”, se levarmos em conta o que diz Baldino (2001, p. 2), que “Matemática é a matemática, e quem entende dela são os matemáticos, porque matemática é aquilo que os matemáticos fazem”, de imediato questionamos: a matemática é aquilo que os matemáticos fazem sob a perspectiva de quem, do matemático ou do não matemático? Entendemos que um matemático é uma pessoa que se dedica à pesquisa com a matemática, e segundo o parecer CNE/CES 1302/2001 (BRASIL, 2001), é o curso de bacharelado que deve proporcionar sua formação inicial. Além de apresentar as diretrizes para a formação do futuro bacharel, o parecer supracitado é o mesmo que norteia a licenciatura em matemática. Trouxemos esse ponto de vista, pois nesta primeira categoria, que prima pela relação entre a disciplina de análise e a licenciatura, a relação entre a análise oferecida no curso de bacharelado e aquela oferecida na licenciatura se mostrou de forma abrangente.

Segundo os participantes de nossa pesquisa, a relação mencionada linhas acima se dá de duas formas: em alguns cursos a disciplina de análise é a mesma para os dois segmentos, sendo cursada simultaneamente por alunos da licenciatura e do bacharelado. Em outros casos, a disciplina é oferecida separadamente nos dois segmentos, existindo uma disciplina específica para a licenciatura. Acerca disso, ficou evidente que existe uma crença de que em cursos em que há uma disciplina de análise exclusiva para a licenciatura ocorrem trabalhos elucidativos acerca de possíveis aplicações da análise na educação básica. Isso fica claro na fala de um dos participantes: “*outros exemplos são disciplinas que cursamos junto com o bacharelado, como a análise, por exemplo, que em outros lugares é específico para a licenciatura; é análise para licenciatura, é álgebra para licenciatura, onde as relações com a educação básica são estabelecidas*” (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 220, grifo nosso). Por outro lado, temos a seguinte fala de um aluno de um curso de licenciatura em que a disciplina de análise é oferecida separadamente: [...] *da maneira como foi abordado, ficou um ponto fora da reta assim, sabe? Porque pra licenciandos eu não vi ali o que seria mesmo para licenciandos...* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 221).

Nessa mesma direção, os depoentes destacaram que o professor que leciona a disciplina de análise para a licenciatura geralmente é o mesmo que leciona a disciplina em cursos de bacharelado, e neste aspecto

*[...] às vezes o professor desconhece que o cara nunca viu o que seria, sei lá, um conjunto compacto e tá falando daquilo lá repetidamente, sabe? Então, por esse desconhecimento, às vezes o professor acha que é pra abordar da maneira que talvez ele já deu o curso de Análise na Reta [bacharelado], então fica um pouquinho difícil para o aluno da licenciatura [...]* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 221).

Além deste dificultador, existe uma espécie de preconceito envolvendo a disciplina de análise oferecida aos licenciandos:

*Aí tinham comentários específicos da Análise para Licenciatura, né? Falavam [...] o pessoal que não consegue passar na Análise I no bacharel vai fazer depois na licenciatura, ver se consegue equivalência; então, tipo, era mais coxa sabe, tinha essa fama da Análise para a Licenciatura, sabe? [...]* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 222).

Desse modo, vislumbra-se uma dualidade entre o que de análise devem aprender os licenciandos e bacharelados: enquanto a análise para a licenciatura deveria elucidar aspectos presentes na educação básica, aquela oferecida aos futuros bacharéis deve ajudar a fortalecer e solidificar suas bases matemáticas. Enquanto temos a análise oferecida no bacharelado, temos também, e *com* ela, a disciplina de análise oferecida aos licenciandos. No entanto, o que vemos é uma *lógica binária* que arranja as duas disciplinas como zero e um, falso e verdadeiro, em que só se pode ter uma *ou* a outra. Uma dualidade que desconsidera quase que por completo a multiplicidade que constitui licenciando, licenciatura, bacharelado e bacharelado e armazena em recipientes próprios tudo o que a uma ou outra parece se relacionar; que não leva em consideração os vários uns que constituem um curso superior de matemática, independente da modalidade a que se destina.

## 2.2 A análise como corpo de conhecimento

Como corpo de conhecimento, a análise mostra ter características bem diversas: é uma matéria teórica, pesada, em que existem teoremas e suas respectivas demonstrações, o que a torna complexa, difícil e abstrata. Para um dos sujeitos *“era muita demonstração, e aí a galera pirava. Eu fui dos que pirei, eu falei ‘Olha, eu não quero isso aqui pra mim nunca na vida [...]’”* (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p.225). É interessante notar que, para os sujeitos, os momentos iniciais da disciplina, em que conceitos relacionados ao cálculo são abordados, se mostram bem mais fáceis de ser cursados. O desconforto tem início quando as primeiras demonstrações são apresentadas: *“Até no começo nós fomos bem, por quê?”*

*Sequências a gente também trabalhou um pouco em cálculo, então deu pra ir bem, mas na hora que entrou as demonstrações dos teoremas, aí meu amigo... vou te falar a verdade... foi perna pra quem tem [...]*” (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 226). Além de gerar desconforto, as demonstrações surgem como uma espécie de elo entre a disciplina de análise e outras disciplinas que apresentam conteúdos em comum, como por exemplo, disciplinas de álgebra ou mesmo a de cálculo. Mas o que é uma demonstração?

Segundo Garnica (1995), tanto no léxico quanto no jargão matemático, demonstração

é o que atesta a veracidade ou autenticidade, a garantia, o testemunho, o processo de verificação da exatidão de cálculos ou raciocínios, a dedução que matem a verdade de sua conclusão apoiando-se em premissas admitidas como verdadeiras. [...] O discurso e a atividade cotidianos da prática científica da matemática afirmam reconhecer a prova (ou prova rigorosa, ou demonstração) como elemento central no desenvolvimento do que se conhece por matemática [...] (p. 10-11).

Já para Davis e Hersh (1986), há aqueles que dizem que a matemática fica caracterizada, de maneira única, por algo conhecido como “demonstrações” e, por mais que os mesmos autores afirmem que há quem discorde dessa afirmativa, os apontamentos feitos pelos participantes da pesquisa levam-nos ao encontro do que nos diz o autor supracitado, ou seja, de que “a prova rigorosa [demonstração] é tomada como elemento formador do discurso matemático, manifestado em salas de aula (mais claramente aquelas do terceiro grau) pela chamada metodologia tradicional vigente, alimentando-a e sendo por ela alimentado” (Garnica, 1995). Vemos que na disciplina de análise não é diferente, e essa manifestação do discurso denominado matemático aparece de forma considerável no movimento de estar com a disciplina.

Analisando esse fenômeno através das lentes da história da matemática, entendemos que desde os primeiros momentos em que a análise surge como método de investigação e durante todo o desenvolvimento ao longo dos séculos, há uma íntima relação entre a análise (em todas as suas facetas) e as demonstrações – “São as *demonstrações* que ligarão os teoremas entre si” (DIEUDONNÉ, 1990, p. 47-48, grifos do autor). Desse modo, não é de se estranhar que as demonstrações apareçam de forma abundante em um curso de análise. No entanto, geram insatisfação e sentimentos diversos dentre aqueles que mantém contato com a disciplina, de modo que um adjetivo muito comum que aparece relacionado às demonstrações é a palavra *difícil*. Segundo um dos participantes, a disciplina de análise “*foi muito difícil mesmo, principalmente as demonstrações. De repente, na hora de você resolver uma atividade usando aquele teorema que nós tivemos que demonstrar, o exercício saía, mas as demonstrações não é pra qualquer um; não é pra mortal demonstrações de teorema*” (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 228). Esta fala é

corroborada pela de outro participante, que diz ter apresentado maior dificuldade na disciplina de análise *“exatamente com a parte teórica [...], a parte de se demonstrar, de se provar [...]. Apesar que isso não é típico só da análise, em outras disciplinas também tem... Mas o enfoque, o linguajar, tudo muito mais sofisticado, foi muito mais difícil de compreender”* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 229).

Além de difícil, os participantes utilizam o adjetivo *formal*. Para um deles, quando levado em consideração o grau de formalidade com que é tratada, a disciplina de análise assemelha-se a disciplinas matemáticas oferecidas como optativas na licenciatura, geralmente apontadas como mais difíceis. Além disso, diz que a análise é a disciplina *“mais formal dentre aquelas que são apresentadas para um aluno da licenciatura, de modo que é a primeira na qual essa formalidade aparece de maneira categórica”*, ocorrendo o que ele chama de *tradição*: a disciplina de análise *“talvez tenha sido a mais formal por tradição mesmo”* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 230).

Segundo Abbagnano (2007, p. 965), *tradição* significa *“herança cultura, transmissão de crenças ou técnicas de uma geração para outra. [...] o recurso à tradição implica o reconhecimento da verdade da tradição, que, desse ponto de vista, se torna a garantia de verdade, e às vezes, a única garantia possível”*. Nesse aspecto, a fala do depoente demonstra exatamente isso, ou seja, a formalidade da análise é uma herança cultural de seu desenvolvimento, ao longo da história, como corpo do conhecimento – e as técnicas empregadas, desde o método analítico grego até a aritmetização da análise pautaram-se na ideia de rigor característica de cada época. Assim, como muitos matemáticos contemporâneos compreendem que a base lógica e filosófica essencial para se operar no vasto domínio da ciência matemática é a formalista (COURANT; ROBBINS, 2000), o que vemos é essa crença refletida no cerne de disciplinas de análise em cursos de licenciatura. Mais que isso, essa tradição corrobora a construção de um regime de verdade que se instaura no discurso matemático e se dissipa no interior dos muros da universidade, fazendo transparecer mais uma ordem do discurso que se agrega àquelas evidenciadas na seção anterior: *a disciplina de análise é formal por tradição, sendo essa tradição a garantia de que o discurso abordado na disciplina seja verdadeiro*.

Atreladas a essa ordem, mais duas características mostram-se presentes nos discursos dos sujeitos: a disciplina de análise é *teórica* e *abstrata*: *“era muito teórica... era aquilo e acabou... você não entendeu ali e tudo o mais... boa sorte”*, e também *“é abstrata... abstrata é outra palavra boa em análise”* (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 232). Para esses participantes a disciplina de análise parece fechar-se em si mesma, auto-justificando-se

e sendo isso suficiente para que o conteúdo seja compreendido. Nesse caminho, entende-se que os termos *demonstração, formal, abstrato* e *teórico* aparecem entrelaçados no momento em que os conteúdos da disciplina são descritos. Mais que isso, há um consenso que permeia grande parte do discurso e que alinhava os aspectos refletidos até então: apesar de a disciplina de análise compartilhar com outras disciplinas, da licenciatura ou não, as características apontadas, é exatamente em seu interior que tais características tornam-se expressivamente mais complexas. Desse modo, àquela ordem do discurso evidenciada há alguns parágrafos soma-se outra, entendida como consequência direta dela: *em função de a disciplina de análise ser formal (abstrata, teórica), ela é difícil de ser compreendida.*

Além disto, ficou claro que, por ser uma disciplina de difícil compreensão, a análise exige, por parte daqueles que a cursam, três características principais: primeiramente, é necessário ir além da própria disciplina de análise: *“é um tipo de matéria que se você só for como ouvinte [...], se você não tiver grande facilidade, você não consegue concluir [...]”* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 233). Em segundo lugar, é necessário recorrer a conteúdos abordados em outras disciplinas, principalmente nas de cálculo e na disciplina de análise oferecida no bacharelado: *“Eu tive a oportunidade de acompanhar um pouquinho mais de perto porque eu já tinha feito Análise na Reta né?”* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 233). Em terceiro lugar, é necessário que o aluno utilize sua intuição: *“Uma coisa que eu acho que a análise exige... acho que é um pouquinho de intuição também... talvez o cara entender o que está acontecendo ali... bem profundo [...]”* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 234).

Essas três características se mostraram como possibilidade para que terceira ordem permaneça instaurada no seio da disciplina e para que, paradoxalmente, a quarta se mantenha, também, evidente – com essas três características garante-se que a disciplina continue sendo formal e, sendo formal, continue sendo difícil. Nesse ponto, podemos questionar: até onde este discurso é válido? Qual a jurisdição da verdade instaurada por essa ordem?

*A gente via bem formalmente mesmo e aí via com a história da matemática, as motivações, como foi sendo construído os conceitos, a formalidade [...].*

*A disciplina de análise deveria “dar uma visão um pouquinho mais... um pouquinho mais formal talvez de algumas coisas que a gente faz em sala de aula né? Eu acho que a ideia principal é essa e não cobrar somente o formalismo... eu acho que talvez dar para o professor esse contato, falar: ‘Oh, as coisas tem que ser definidas dessa maneira, é daqui que vem...’, então você justificaria dessa maneira, pra depois o professor não ficar tirando as coisas do chapéu [...]. Eu acho que seria dar a ideia para o professor ver que existe um formalismo por trás [...]. Mas o que foi cobrado mais foi essa matéria mesmo e não as ideias talvez que elas implicam [...].*

*Eu, que já estou na sala de aula vai fazer aí cinco anos, a gente não tem que demonstrar nada, nem fórmula de Bhaskara a gente é obrigado a demonstrar mais; nem teorema de Pitágoras – e olha que o teorema de Pitágoras tem um milhão de demonstrações aí, das mais simples às mais complexas. Nós não temos mais essa obrigação, e uma das coisas cuja análise cobrou bastante foi demonstrações, e aí não vejo aplicação dessas demonstrações, nenhuma, nenhuma mesmo...* (Entrevista com professores e licenciandos, GOMES, 2013, p. 237).

Analisando as três falas de forma conjunta, percebemos que, na primeira, a história da matemática foi utilizada como um complemento para o conteúdo puramente formal da disciplina, o qual foi apresentado em momento posterior ao trabalho com a formalização. Sendo assim, parece haver uma tentativa de desviar o foco da disciplina, mesmo que por alguns momentos, do *puramente formal* característico da análise. Esse mesmo pensamento é trazido pelo segundo participante, o qual diz que gostaria que em seu curso houvesse uma elucidação acerca das relações que pudessem ser estabelecidas entre o formalismo e os conteúdos abordados na educação básica, com esse formalismo funcionando como uma espécie de artifício compreensivo acerca daquilo que embasa tais conteúdos. No entanto, segundo o mesmo sujeito, essa apresentação não ocorreu da forma esperada. Já o terceiro participante diz que não consegue estabelecer relações entre o alto grau de relevância das demonstrações em uma disciplina de análise e aquilo que observa no cotidiano escolar no qual está inserido. Além disso, fica claro que a formalidade da análise é colocada em segundo plano mesmo quando somente o âmbito acadêmico é considerado: “*Teria, por exemplo, álgebra, probabilidade, outras matérias com conteúdos que viriam antes da análise. Eu acho que a formalidade da análise, os assuntos que ela trata, não sei se são tão importantes quanto às outras [...]*” (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 237).

Destarte, parece que aquela terceira ordem do discurso instaurada e disseminada no interior da disciplina de análise expande sua jurisdição para além de si mesma – dizer que a análise é formal e que esse formalismo é importante para que o discurso permaneça fazendo sentido continua mesmo fora dos limites da disciplina. Entretanto, a força da relevância dessa verdade vai se esvaindo na medida em distancia-se da disciplina, enquanto lócus: basta adentrar no campo de outra disciplina oferecida na licenciatura, ou no âmbito da educação básica (de que adianta fazer uma infinidade de demonstrações se, no momento em que irá atuar como professor do ensino fundamental, por exemplo, nada disso será utilizado?), para que essa verdade comece a enfraquecer e perca por completo seu valor.

Por outro lado, a força da quarta ordem parece aumentar quando a jurisdição delimitada pela própria disciplina é ultrapassada. Muitos participantes descrevem que a formalidade com que a análise é tratada faz com que a disciplina seja difícil de ser cursada e

compreendida. No entanto, a análise fundamenta-se, como corpo do conhecimento matemático, em um discurso de verdade em que a formalização é essencial para que tudo o que é tratado nesse campo seja evidenciado e reconhecido como verdadeiro. Em outras palavras, a análise é formal. Sendo assim, e eis uma pergunta para a qual não se procura respostas imediatas: há como relevar a ordem do discurso estabelecida, desconsiderar tudo o que se refere à formalização, e ainda assim ter-se uma *disciplina de análise*?

### 2.3 A análise e a abertura de horizonte de possibilidades do professor

Na seção anterior evidenciamos duas ordens do discurso que circulam no interior da disciplina de Análise, as quais trazem em seu teor o fato de que a disciplina é difícil. Além de tudo o que foi exposto, vale frisar que o momento em que a disciplina é oferecida em um curso de licenciatura em matemática, geralmente nos semestres finais do curso, também é relevante para que seja qualificada com tal adjetivo. Basta atentarmos para a fala de dois dos depoentes: “*então fica um pouquinho difícil para o aluno da licenciatura... por talvez a carga né? O último semestre é um semestre complicado, a pessoa já começa a fazer o TCC e etc.*”; “*e ainda mais [...] foi minha última [disciplina] também... e tinha todo um monte de coisa pra ajudar junto né? Estágio, e não sei o que... então acabou pesando [...]*” (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 241).

Segundo o Parecer CNE/CES 1302 (BRASIL, 2001), os conteúdos considerados comuns a todos os cursos de licenciatura podem ser distribuídos ao longo do curso de acordo com o currículo proposto pela instituição, sem que haja uma ordem pré-estabelecida. Mesmo assim, dentre os cursos evidenciados, mostrou-se unânime a presença da análise nos momentos finais do curso. O que pode levar a tal opção?

Souza et al. (1991) mostram que os conteúdos trabalhados na educação básica podem ser situados em dois domínios de pensamento: o contínuo geométrico, com o domínio da medida; e o discreto numérico, sob o domínio da contagem. Desse modo, espera-se que o licenciando sintetize os domínios do contínuo geométrico e discreto numérico numa unidade conceitual única, o que o auxiliará na análise multiperspectival do objeto de ensino da educação básica. Para tal, deve trilhar uma trajetória organizada e bem estruturada de disciplinas, a qual deve obedecer a uma ordem: inicia-se com técnicas de desenho geométrico e geometria descritiva (no campo do contínuo), e da álgebra elementar, unindo-se a ela disciplinas tais como análise combinatória, probabilidade e estatística (no campo descritivo). O passo seguinte é levar o aluno a ter uma ideia de síntese acerca do discreto e do contínuo, a

partir de uma disciplina de geometria analítica; dessa forma, o aluno seria levado a construir dois pensamentos: o diferencial e o algébrico. Com essa estrutura construída, o licenciando pode completar sua visão acerca dos conteúdos abordados na educação básica pela perspectiva da matemática.

Segundo este ponto de vista, entendemos que a disciplina de análise deva ser apresentada no momento em que ocorre a construção do pensamento diferencial, ou seja, no momento em que se dá “a análise das exceções e contradições a que ele [o pensamento diferencial] leva, bem como da maneira pela qual a história resolveu essas contradições” (SOUZA et al., 1991, p. 5). Historicamente, esse é o momento em que as críticas aos trabalhos de Newton e Leibniz, iniciadas por Berkeley, culminaram na denominada aritmetização da análise, fundamentada na ideia de número. Segundo os sujeitos, discussões sobre essa temática ocorrem – quando ocorrem – nos semestres finais do curso: “*A gente via o conteúdo de análise [...] nessa Análise para a Licenciatura... só que a gente via de uma maneira ligada à história da matemática [...]. Se os alunos aprenderem de um jeito menos tradicional análise, eles vão ensinar de um jeito menos tradicional*” (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 243). No entanto, por mais que discussões desse cunho ocorram por vezes, percebemos que são casos isolados, e que a predominância nos cursos de análise é a abordagem do conteúdo dito tradicional.

Ainda sobre o momento em que a disciplina é apresentada, um dos participantes ressalta que no início de seu curso de licenciatura, mais especificamente nas disciplinas de cálculo, era comum que alunos questionarem os professores acerca da seguinte temática: “*Pra que cálculo se eu não vou trabalhar isso no ensino fundamental?*” No entanto, “[...] *em análise eu não sei se a gente chegou ao ponto de desistir e não questionar ou se era por conta do professor [...] já estávamos no penúltimo semestre do curso, a gente não fazia mais esse tipo de questionamento*” (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p.244).

Dessa forma parece que, à medida que os semestres de um curso de licenciatura em matemática avançam, há uma espécie de subjetivação – entendida como o modo pelo qual somos submetidos por determinado poder – exercida pela própria ordem estabelecida no interior da disciplina de análise: *esse tipo de questionamento não se faz mais pertinente e deve ser esquecido, pois a fronteira de outra jurisdição é ultrapassada, prevalecendo aquela verdade evidenciada: é preciso ser aprovado*. Isso é corroborado pela fala: “*lembro-me de professores que falavam que muito do que estávamos vendo ali não seria usado para nada, e reforçavam que precisaríamos daquilo somente para passar na prova e sermos aprovados em suas disciplinas*” (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 244).

Sendo assim, aqueles códigos fundamentais que “fixam, logo de entrada, para cada homem, as ordens empíricas com as quais terá de lidar e nas quais terá que se encontrar” (FOUCAULT, 2000) levam os licenciandos a, pouco a pouco, não ver mais necessidade em questionar a utilidade da disciplina de análise em sua profissão docente; basta que o aluno faça o necessário para ser aprovado e não seja centrifugado como reprovado (BALDINO, 1995). Entretanto, por mais que tais questionamentos se enfraqueçam no decorrer da disciplina, eles não desaparecem por completo, mostrando-se presentes nas entrevistas:

*[...] A análise serviu para quê? Somente para eu tirar meu diploma? Acredito que não; sei que tem alguma coisa lá, ainda mais porque teve muita gente que disse – e eu tenho consciência disso – que muitos dos seus conteúdos são necessários para eu poder explicar algumas coisas da educação básica (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 244).*

Nesse diapasão, mesmo que as relações entre a disciplina de análise e a educação básica permaneçam veladas, existe uma espécie de crença no seguinte discurso: *a análise é importante para a formação do professor de matemática*. Ou seja, em suas falas, esses participantes sentiram a necessidade de afirmar para o entrevistador e para si próprios que a disciplina se mostra importante para a formação do professor de matemática. Mas o que pode levar a essa autoafirmação latente? A disciplina de análise é, de fato, importante para a formação do professor de matemática ou o que foi constatado é uma mera repetição de um discurso cristalizado no interior dos muros da universidade?

Para alguns sujeitos, a importância da análise se dá no momento em que proporciona ao licenciando o conhecimento acerca de algumas propriedades dos números reais, as quais se mostram úteis em sua prática docente. Entretanto, deixam claro que chegaram a tais conclusões de maneira individual, e que se em algum momento o professor mostrou ou associou a análise a alguma aplicação prática ou de sala de aula da educação básica, isso ocorreu de forma sutil. Ou seja, as relações entre a análise e a educação básica foram *construídas* individualmente. Como muitos não conseguem alcançar tal objetivo, concluem que a disciplina não é significativa para o professor: *“[...] o que um aluno reprovado nessa matéria, o que ele perdeu? Eu não sei se alguma coisa foi agregada ali para ele. [...] Só acho que talvez embananou a vida dele mesmo”* (Entrevista com licenciando, GOMES, 2013, p. 248). Desse modo, como pode o licenciado, de fato, “completar sua visão dos conteúdos abordados na educação básica pela perspectiva da matemática”? (SOUZA et al., 1991).

Nesse ponto, é possível enveredar por dois caminhos, sendo que o primeiro leva a seguinte afirmação: *os sujeitos não percebem a disciplina de análise como significativa para o professor da educação básica*. *“Pode excluir, pode excluir a análise do conteúdo da licenciatura, pelo menos”* (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 249). Tal discurso

leva a crer que a vivência com a disciplina de análise gerou em alguns participantes uma espécie de repulsa, um desejo considerável de não relacionarem-se com a disciplina em nenhum momento após o primeiro contato. Palavras como *sofrimento*, *terrível* e *trauma* reforçam esse sentimento. Entretanto, por outro lado, também encontramos aqueles sujeitos que disseram ser a disciplina de análise algo *calmo*, *tranquilo* e *simples*, o que nos leva a trilhar um segundo caminho. Em muitos apontamentos, a disciplina é encarada como difícil justamente por ser formal; no entanto, alguns participantes mostram que a análise deveria proporcionar ao futuro professor uma visão *mais formal* daquilo que irá ensinar na educação básica e, diante dessa aparente contradição, ao utilizar o termo *formal*, tais participantes apontam para a seguinte direção: a disciplina de análise deve proporcionar ao professor de matemática o conhecimento das *justificativas*, das *regras* por trás do que ensinará. Isso é corroborado pela seguinte fala: “*Mas a ideia mesmo, o raciocínio, o pensamento de análise [...] auxilia muito a gente, mas não que a gente vai colocar isso para os alunos, mas auxilia a gente também na hora de explicar um assunto e tal. [...] Mas só como pensamento mesmo, para facilitar, pra auxiliar [...]*” (Entrevista com professor, GOMES, 2013, p. 253). É como se o conteúdo abordado na disciplina fosse uma espécie de subsídio que fornece ao professor uma visão mais abrangente do que irá utilizar em sala de aula, e não algo que deve ser abordado *per se*.

Indo mais fundo, percebem-se dois pontos significativos: o primeiro mostra que a disciplina de análise proporciona certa autonomia ao professor atuante na educação básica. O segundo coloca a disciplina de análise dentre aquelas que elevam o nível de pensamento do licenciando/futuro professor da educação básica a um patamar superior. Nesse ponto, por mais que muitos dos depoentes tenham dito não visualizar as contribuições que a disciplina de análise proporciona ao futuro professor, percebe-se que a análise integra o grupo daquelas disciplinas que fazem com que licenciando/licenciado aborde o conteúdo a ser trabalhado na educação básica com maior domínio e profundidade. Isso vai ao encontro do que dizem Souza et al. (1991, p. 13), ou seja, que “é certamente consensual a ideia de que qualquer professor de matemática deve saber mais matemática do que aquela que vai ensinar.”

Alcançamos, então, mais uma casa branca do tabuleiro (FOUCAULT, 2000), na qual se vislumbra a quinta ordem do discurso estabelecida: *O professor não poderá ajudar os outros a aprender matemática enquanto ele próprio não possuir a compreensão profunda da matemática. Cabe à formação matemática dos futuros professores garantir o desenvolvimento de tal compreensão.*

Dessa forma, parece que há dois caminhos que seguem paralelos: um mostra que a disciplina de análise não é significativa para o professor de matemática e outro deixa claro que tal disciplina proporciona ao licenciando/licenciado uma visão profunda daquilo que é abordado na educação básica. No entanto, encontra-se nuances que mostram que tais caminhos se conectam em várias partes de seus trechos. Ou seja, ao mesmo tempo em que a análise gera sofrimento, aversão e tortura, aparenta ser calma e tranquila. Ao mesmo tempo em que é difícil para aquele que a vivencia, mostra-se importante para aquele que leciona/lecionará na educação básica. Enquanto percebe-se claramente nos discursos dos sujeitos que a disciplina não é significativa para o professor, que esta vai muito além do que necessita, vê-se forte a crença de que *existe algo lá* e que isto possibilita ao licenciando/licenciado *caminhar com as próprias pernas*. Da mesma forma que se mostra inútil, podendo ser excluída da grade curricular de um curso de licenciatura em matemática, eclode em possibilidades para fortificar e embasar as ações do professor. Ao mesmo tempo em que *é*, também *não é*, em um movimento transversal, que não vai nem pra lá, nem pra cá, mas que segue como se fosse um “riacho sem início nem fim, que rói suas duas margens e adquire velocidade no meio” (DELEUZE; GUATARRI, 2000, p. 36).

### 3 Considerações finais

Procuramos neste trabalho, trazer os principais resultados do projeto *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*. Eles se referem, por ora, a três dissertações de mestrado já defendidas (OTERO-GARCIA, 2011, MARTINES, 2012, GOMES, 2013). Duas já foram objeto de outros trabalhos (OTERO-GARCIA; CAMMAROTA, 2013, OTERO-GARCIA, 2013, OTERO-GARCIA; BARONI; MARTINES, 2013, OTERO-GARCIA, 2015), de maneira que neste centramos esforços na mais recente delas. No entanto, há ainda questões em aberto, e algumas delas são parte de pesquisas em andamento.

Quando questionamos se ao desconsiderar tudo o que se refere à formalização, ainda assim ter-se-ia uma *disciplina de análise*, no fundo queremos saber *que componentes são característicos de uma disciplina de análise*, ou, ainda, *que conteúdos fazem com que uma disciplina seja dita “de análise”*? Nesse contexto se enquadra a pesquisa de Silva (2013)<sup>7</sup>,

---

<sup>7</sup> Os dados dessa pesquisa são constituídos por informações referentes a disciplina de análise provenientes do projeto pedagógico de curso e do plano de ensino de 136 licenciaturas em matemática. Os dados foram analisados por meio dos procedimentos da *análise de conteúdo* (BARDIN, 1977).

que tem como objetivo central identificar os conhecimentos presentes nessa disciplina em cursos de licenciatura em matemática no Brasil. Embora seja ainda uma pesquisa não concluída, algumas constatações puderam ser obtidas, a saber:

1) São vinte e cinco nomenclaturas diferentes para a disciplina, sendo que as quatro mais referenciadas são: Análise Real; Análise Matemática; Introdução a Análise Real e Análise Matemática I e II. Também constatamos que apenas seis nomenclaturas fazem referência ao contexto em que estão inseridas (licenciatura ou bacharelado), o que corresponde a menos de 20%. Entendemos que a nomenclatura da disciplina não é o que determina o seu andamento, porém institucionaliza o contexto e foco de formação.

2) Em diversas matrizes curriculares há a presença de mais de uma disciplina de análise. Este fato está diretamente relacionado a outro aspecto, a carga horária destinada à referida disciplina em cada curso. Em geral, essa carga é de sessenta, cento e vinte ou noventa horas.

3) Os principais livros usados na disciplina são Ávila (2011), Lima (1997), Figueiredo (1996), Ávila (2013) e Lima (2010). Observamos ainda o baixo número de referências voltadas ao contexto da licenciatura.

4) Consoante com o que já apontamos, de fato a disciplina de análise sempre encontra-se nos últimos períodos da matriz curricular, e identificamos, ainda, que em seis cursos de licenciatura em matemática não há uma disciplina específica de análise, o que nos leva a questionar como esses cursos interpretam o parecer CNE/CES 1302/2001 (BRASIL, 2001) que prevê, nos conteúdos comuns aos cursos de licenciatura em matemática, uma disciplina de fundamentos de análise.

Os dados da pesquisa referentes às ementas, conteúdos programáticos e objetivos contidos nos documentos estão em processo de análise e se encontra na fase da configuração das categorias analíticas. Esse processo tem como pano de fundo o artigo Shulman (1986) que apresenta os três tipos de conhecimento que formam a base de conhecimento para o ensino (conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo, e conhecimento curricular).

Quando questionamos que conteúdos devem ser abarcados em uma disciplina de análise, qual a metodologia deve ser empregada, qual deve ser a atuação de seus professores, como deve ser a diferenciação da análise da licenciatura em relação a sua homônima do bacharelado etc., no fundo queremos saber *como seria uma disciplina de análise oferecida para um curso de licenciatura em matemática*. Nesse contexto, temos a proposta do segundo autor deste artigo, que encontra-se em fase de implementação junto ao curso de licenciatura

em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), *campus* Campos do Jordão/SP. De maneira sucinta, são os seguintes os objetivos de *Introdução à Análise Real* do referido curso: possibilitar ao licenciando um contato mais próximo com a cultura matemática específica e o desenvolvimento do *pensar matematicamente*; proporcionar uma compreensão sólida e um aprofundamento de alguns conceitos básicos da matemática escolar e do cálculo; desmistificar, com o auxílio da história, a matemática e, em particular, a análise, como uma ciência essencialmente abstrata, um edifício de estruturas dadas à priori; desenvolver a percepção da matemática como um conjunto de conhecimentos que são úteis para uma melhor compreensão dos fenômenos da natureza. Os conteúdos: análise matemática no século XIX; números reais; formalização dos principais conceitos e resultados do cálculo diferencial e integral; noções de teoria da medida; as relações entre a análise matemática e a matemática escolar. A bibliografia inclui Ávila (2013), Baroni e Otero-Garcia (2015), Villanueva (2014), Hairer e Wanner (2008), Ripoll, Ripoll e Silveira (2011).

\* \* \*

É evidente que a supracitada proposta não encerra a questão, na realidade, acreditamos que nada do que foi aqui exposto finaliza qualquer problemática relacionada a disciplina de análise. O que trouxemos foram apontamentos e algumas propostas, sendo estas, claramente, passíveis de aprimoramentos futuros ou mesmo de reformulações totais.

Em síntese, quer os apontamentos de Silva (2013), quer a proposta de *Introdução à Real*, ou mesmo os resultados de Otero-Garcia (2011), Martines (2012) e, sobretudo, os de Gomes (2013), indicam que a disciplina de análise parece ter papel relevante na formação do professor de matemática, mas mudanças em sua condução se fazem necessárias. Retirar somente seu aspecto formal não aponta para o cerne da questão. Devemos avançar e refletir sobre os vários aspectos apontados neste trabalho. Nesse sentido, entendemos que os professores que lecionam as disciplinas de conteúdo específico dos cursos de licenciatura em matemática devem atuar de forma colaborativa na discussão e na busca de soluções para os aspectos relacionados à formação matemática do futuro professor da educação básica. O engajamento desses professores nesse processo é fundamental para uma possível ressignificação de sua prática como formador de professores atuantes nos cursos de licenciatura em matemática. Dessa forma, dando continuidade a essa pesquisa, e observando especificamente a atuação do professor da disciplina, vemos o Núcleo Docente Estruturante

(NDE)<sup>8</sup> dos referidos cursos como um local adequado para reflexões e tomadas de decisões a esse respeito.

Além disso, a partir de reflexões curriculares, podemos apresentar subsídios às futuras ações dos NDE em relação à disciplina de análise. Nesse sentido, o nosso interesse, como pesquisadores preocupados com as temáticas envolvendo a disciplina de análise apontam para o aprimoramento da proposta de ementa que fizemos, além da escrita de um material didático que possa fomentá-la.

## Referências

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. 1026 p.

ÁVILA, G. O Ensino do Cálculo e da Análise. **Revista Matemática Universitária**, São Paulo, n.33, p. 83-95, dez. 2002.

ÁVILA, G. **Introdução à Análise Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2011.

ÁVILA, G. **Análise Matemática para a Licenciatura**. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2013.

BALDINO, R. R. **Assimilação solidária onze anos depois**. UNESP: Rio Claro, 1995. (mimeo).

BALDINO, R. R. Grupos de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 14, n.15, mar. 2001.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2009. p. 164-185.

BARONI, R. L. S.; OTERO-GARCIA, S. C. **Aspectos da História da Análise Matemática de Cauchy a Lebesgue**. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2015.

BATARCE, M. S. **Um Contexto Histórico para Análise Matemática para uma Educação Matemática**. 2003, 52f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V. **Filosofia da educação matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Editora Unesp, 2010. p. 23-48.

BOLOGNEZI, R. A. L. **A Disciplina de Análise Matemática na Formação de Professores de Matemática para o Ensino Médio**. 2006. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Educação e Humanidades, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2006.

---

<sup>8</sup> O NDE é regulamentado pela Resolução no. 01, de 17 de junho de 2010, da Comissão Nacional de Avaliação da Educação Superior (CONAES). Formado por um grupo de professores o NDE tem como função a discussão, formulação, reformulação, implementação e desenvolvimento dos projetos pedagógicos dos cursos.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Parecer CNE/CES nº 1302 de 03 de novembro de 2001**. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>>. Acesso em 13 abr. 2015.

CIANI, A. B.; RIBEIRO, D. M.; JÚNIOR, M. A. G.. Formação de Professores de Matemática: um Ponto de Vista de Egressos. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2006. **Anais...** Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2006. p. 1-9.

COURANT, R.; ROBBINS, H. **O que é Matemática?** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2000.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Tradução de: João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986. 481 p.

DELEUZE, G.; GUATTARI, F. **Mil Platôs: Capitalismo e Esquizofrenia**. Volume 1. Rio de Janeiro: Editora 34, 2000.

DIEUDONNÉ, J. **A Formação da Matemática Contemporânea**. Tradução de J. H. von Hafe Perez. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1990.

FIGUEIREDO, D. G. **Análise I**. 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1996.

FLORES, J. G. **Análisis de Datos Cualitativos: aplicaciones a la investigación educativa**. Barcelona: PPU, 1994.

FOUCAULT, M. **A Ordem do Discurso**. São Paulo: Edições Loyola, 2000. 80 p.

GARNICA, A. V. M. **Fascínio da Técnica, Declínio da Crítica**: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática. 1995.258f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1995.

GOMES, D. O. **A Disciplina de Análise segundo Licenciandos e Professores de Matemática da Educação Básica**. 2013. 265f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

HAIRER, E.; WANNER, G.. **Analysis by its History**. New York: Springer, 2008.

LIMA, E. L. **Análise Real**. v. 1. IMPA: Rio Janeiro, 1997.

LIMA, E. B. **Dos Infinitésimos aos Limites**: a contribuição de Omar Catunda para a modernização da análise matemática no Brasil. 2006, 145f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2006.

LIMA, E. L. **Curso de Análise**. Volume 1. 12. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2010.

MILES, M.; HUBERMAN, M. **Qualitative Data Analysis: an expanded sourcebook**. Londres: Sage, 1994.

MORAES, R. Uma Tempestade de Luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 9, n. 2, p.191-211, out. 2003.

- OTERO-GARCIA, S. C. **Uma Trajetória da Disciplina de Análise e um Estado do Conhecimento sobre seu Ensino**. 2011. 237f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.
- OTERO-GARCIA, S. C. Disciplinas de Análise na História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da UNESP de Rio Claro. **História da Ciência e Ensino: construindo interfaces**, São Paulo, v. 7, p. 1-44, 2013.
- OTERO-GARCIA, S. C.; CAMMAROTA, G. Releituras de um estado do conhecimento do ensino de análise a partir da noção de cognição inventiva. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v.6, n.1, p.235-260, abr. 2013.
- OTERO-GARCIA, S. C.; BARONI, R. L. S.; MARTINES, P. T. Uma trajetória da disciplina de Análise e o seu papel a formação do professor de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 692-717, 2013.
- OTERO-GARCIA, S. C. Disciplinas de Análise na História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da USP de São Paulo. **História da Ciência e Ensino: construindo interfaces**, São Paulo, v. 11, 2015.
- QUIVY, R.; CAMPENHOUDT, L. V. **Manual de Investigação em Ciências Sociais**. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 2008.
- REIS, F. S. **A Tensão Entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. 2001. 302f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.
- SOUZA, A. C. C. et al. Diretrizes para a Licenciatura em Matemática. **Bolema**, Rio Claro: UNESP, ano 6, n.7, p. 90-99, 1991.
- MARTINES, P. T. **O papel da disciplina de Análise segundo professores e coordenadores**. 2012. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.
- MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? **Zetetiké**, Campinas, n.23, p.11-42, jan./jun. 2005.
- PINTO, M. M. F. Discutindo a Transição dos Cálculos para a Análise Real. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. **A Prática Educativa sob o Olhar de Professores de Cálculo**. Belo Horizonte: Fumarc, 2001. p. 123-145.
- PINTO, M. M. F.. Re-visitando uma Teoria: O Desenvolvimento Matemático de Estudantes em um Primeiro Curso de Análise Real. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, 2009. p. 27-42.
- RIPOLL, J. B.; RIPOLL, C. C.; SILVEIRA; J. F. P. **Números Racionais, Reais e Complexos**. 2. ed. Porto Alegre: UFRGS, 2011.
- SILVA, L. D. Mapeamento da Disciplina de Análise nos Cursos de Licenciaturas em Matemática no Brasil e uma Proposta de Plano de Ensino. In: ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2013, Vitória. **Anais...** Vitória: UFES, 2013. p. 62-62.
- SOUZA, L. G. S. **Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que já Coursaram Uma Vez a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral Lidam com Alguns Conceitos Matemáticos**



**Básicos.** 2003. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2003.

VILLANUEVA, D. A. Z. **Princípios de Análise e Exercícios de Cálculo.** 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Research**, v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

TUCKMAN, B. W. **Manual de Investigação em Educação.** Lisboa: Fundação Colouste Gulbenkian, 2002.

**Submetido em Abril de 2015.**  
**Aprovado em Agosto de 2015.**