



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE BAURU

**UM ESTUDO DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS
GENERALIZADAS EM SISTEMAS TRIFÁSICOS NÃO
SENOIDAIS**

LEANDRO LUIZ HÚNGARO COSTA

BAURU – SP
2012



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE BAURU

**UM ESTUDO DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS
GENERALIZADAS EM SISTEMAS TRIFÁSICOS NÃO
SENOIDAIS**

LEANDRO LUIZ HÚNGARO COSTA

Orientador: Prof. Dr. Paulo José Amaral Serni

**Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia da UNESP – Campus de Bauru,
para a obtenção do Título de Mestre em
Engenharia Elétrica.**

BAURU – SP
2012

Costa, Leandro Luiz Húngaro.

Um estudo das componentes simétricas generalizadas em sistemas trifásicos não senoidais / Leandro Luiz Húngaro Costa, 2012

191 f.

Orientador: Paulo José Amaral Serni

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2012

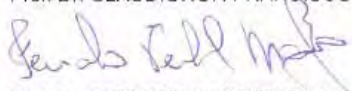
1. Componentes simétricas. 2. Componentes simétricas generalizadas. 3. Indicadores de desequilíbrio. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado de LEANDRO LUIZ HÚNGARO COSTA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 20 dias do mês de julho do ano de 2012, às 10:00 horas, no(a) ANFITEATRO DA SEÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. PAULO JOSE AMARAL SERNI do(a) Câmpus Experimental da UNESP / Unidade de Sorocaba, Prof. Dr. CLAUDIONOR FRANCISCO DO NASCIMENTO do(a) Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas / Universidade Federal do ABC - UFABC, Prof. Dr. FERNANDO PINHABEL MARAFÃO do(a) Câmpus Experimental da UNESP / Unidade de Sorocaba, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE Mestrado de LEANDRO LUIZ HÚNGARO COSTA, intitulado "UM ESTUDO DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS EM SISTEMAS TRIFÁSICOS NÃO SENOIDAIS". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. PAULO JOSE AMARAL SERNI


Prof. Dr. CLAUDIONOR FRANCISCO DO NASCIMENTO


Prof. Dr. FERNANDO PINHABEL MARAFÃO

Ao meu pai, minha mãe,
e às minhas irmãs,
por tudo,
dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelas oportunidades que me foram concedidas, em todos os aspectos da minha vida, as quais me possibilitaram desenvolver este trabalho.

Agradeço ao meu pai e a minha mãe pela educação, carinho e apoio que sempre me deram. Por me darem os alicerces onde eu pude construir tudo na vida.

Agradeço às minhas irmãs pelo amor e pelo carinho, por serem minhas amigas e companheiras em todos os momentos, seja dando força e apoio, seja partilhando alegrias e felicidades.

Agradeço especialmente ao professor Paulo Serni por confiar em minha capacidade desde os anos de graduação para ingressar no programa de mestrado. Pela orientação, pelos conselhos, pela sabedoria compartilhada nesses anos de vivência.

Agradeço ao professor Leonardo Nepomuceno por me propiciar o primeiro contato com a pesquisa científica durante os dois anos de iniciação científica desenvolvidos durante a graduação.

Agradeço aos professores Alfredo Ulson e André Andreoli pela amizade, incentivo e apoio, nos mais diversos aspectos, durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos amigos que partilharam dos momentos durante esse período de pós-graduação, compreendendo minha ausência em diversos momentos e fazendo-se presentes em outros vários.

Agradeço à UNESP de Bauru por ser a minha "casa" durante os anos de graduação e pós graduação. E agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

Finalmente, meus agradecimentos à todos aqueles que fizeram parte da minha vida durante os anos de desenvolvimento deste trabalho, tanto aqueles que estiveram presentes fisicamente quanto aqueles que estiveram presentes em pensamento ou de coração.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	6
LISTA DE FIGURAS	10
LISTA DE TABELAS.....	12
RESUMO	13
ABSTRACT.....	14
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 INTRODUÇÃO GERAL.....	1
1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS.....	2
1.3 QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA	2
1.3.1 Alteração da natureza das cargas consumidoras.....	3
1.3.2 Aumento do número de produtores de energia elétrica.....	4
1.4 FORNECIMENTO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	4
1.5 DESEQUILÍBRIO E ASSIMETRIA EM SISTEMAS TRIFÁSICOS	6
1.5.1 Definições.....	8
1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	8
2. COMPONENTES SIMÉTRICAS	10
2.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	10
2.1.1 Sistema Trifásico de Sequência Positiva.....	13
2.1.2 Sistema Trifásico de Sequência Negativa.....	15
2.1.3 Sistema Trifásico de Sequência Zero.....	17
2.2 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO	19
2.2.1 Componente Simétrica Generalizada de Sequência Zero ou Homopolar	20
2.2.2 Componentes Heteropolares.....	21
2.2.3 Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Positiva	22
2.2.4 Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Negativa	23
2.2.5 Componentes Generalizadas Residuais	24
2.3 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO	26
2.3.1 Componentes Simétricas de Sequência Zero	27
2.3.2 Componentes Simétricas de Sequência Positiva	28
2.3.3 Componentes Simétricas de Sequência Negativa	28
3. RELAÇÕES MATEMÁTICAS ENTRE AS COMPONENTES SIMÉTRICAS.....	30

3.1	SISTEMA TRIFÁSICO PERIÓDICO NÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	30
3.1.1	Sistema Trifásico da Frequência Fundamental	32
3.1.2	Sistema Trifásico das Harmônicas de ordem $3k$	33
3.1.3	Sistema Trifásico das Harmônicas de ordem $3k+1$	35
3.1.4	Sistema Trifásico das Harmônicas de ordem $3k-1$	37
3.2	COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE DE UM SISTEMA TRIFÁSICO PERIÓDICO NÃO SENOIDAL	39
3.3	COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS APLICADAS AO SISTEMA TRIFÁSICO PERIÓDICO NÃO SENOIDAL	56
3.3.1	Componentes Generalizadas de Sequência Zero ou Componentes Homopolares	56
3.3.2	Componentes Heteropolares.....	61
3.3.3	Componentes Generalizadas de Sequência Positiva.....	63
3.3.4	Componente Generalizada de Sequência Negativa.....	66
3.3.5	Componente Generalizada Residual.....	68
3.4	RELAÇÃO ENTRE COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS E COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE	71
3.4.1	Deslocamento Temporal	71
3.4.2	Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Zero	76
3.4.3	Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Positiva	82
3.4.4	Componente Simétrica Generalizada de Sequência Negativa.....	92
3.4.5	Componente Generalizada Residual.....	101
3.5	SIMULAÇÃO - RELAÇÃO ENTRE COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS E COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE.....	116
3.5.1	Sistema trifásico Periódico não senoidal.....	116
3.5.2	Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Zero	120
3.5.3	Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Positiva	122
3.5.4	Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Negativa	124
3.5.5	Componentes Generalizadas residuais.....	127
3.6	INDICADORES DE DESEQUILÍBRIO.....	130
3.6.1	Indicadores de Desequilíbrio Clássico - Componentes Simétricas de Fortescue.....	130
3.6.2	Indicadores de Desequilíbrio Generalizados - Componentes Simétricas Generalizadas.....	132
4.	MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO ALIMENTADO POR FONTE TRIFÁSICA NÃO SENOIDAL DESEQUILIBRADA	138
4.1	INTRODUÇÃO.....	138
4.2	MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO ALIMENTADO POR UM SISTEMA TRIFÁSICO NÃO SENOIDAL	139
4.2.1	Análise do Desequilíbrio de Tensão de Alimentação do MIT Componentes Simétricas Generalizadas.....	146
4.2.2	Grandezas características do Motor de Indução Trifásico.....	156
4.2.3	Conclusões Preliminares.....	160
5.	CONCLUSÕES.....	162
5.1	CONCLUSÃO GERAL.....	162
5.2	SÍNTESE DO TRABALHO.....	164
5.3	PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	165
5.4	TRABALHOS PUBLICADOS.....	166

REFERÊNCIAS 167

APÊNDICE I

CÓDIGOS FONTES I

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 - Diagrama Fasorial do Sistema Trifásico de Sequência Positiva.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 2 - Diagrama Fasorial do Sistema Trifásico de Sequência Negativa.....</i>	<i>16</i>
<i>Figura 3 - Diagrama Fasorial do Sistema Trifásico de Sequência Zero.....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 4 - Diagrama Esquemático da Simulação - Fontes Série.....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 5 - Tensão Instantânea - Fase A - Fase B - Fase C.....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 6 - Tensão Instantânea - Fase A.....</i>	<i>119</i>
<i>Figura 7 - Tensão Instantânea - Fase B.....</i>	<i>119</i>
<i>Figura 8 - Tensão Instantânea - Fase C.....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 9 - Comparação entre Componente Generalizada de Sequência Zero e a Composição das Componentes Simétricas de Fortescue.....</i>	<i>121</i>
<i>Figura 10 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada de Sequência Zero.....</i>	<i>122</i>
<i>Figura 11 - Comparação entre Componente Generalizada de Sequência Positiva e a Composição das Componentes Simétricas de Fortescue.....</i>	<i>123</i>
<i>Figura 12 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada de Sequência Positiva... </i>	<i>124</i>
<i>Figura 13 - Comparação entre Componente Generalizada de Sequência Negativa e a Composição das Componentes Simétricas de Fortescue.....</i>	<i>126</i>
<i>Figura 14 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada de Sequência Negativa .</i>	<i>126</i>
<i>Figura 15 - Comparação entre Componente Generalizada Residual e a Composição das Componentes Simétricas de Fortescue - Fase A.....</i>	<i>128</i>
<i>Figura 16 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada Residual - Fase A.....</i>	<i>128</i>

<i>Figura 17 - Esquemático - MIT Alimentado Por Uma Fonte Trifásica Não Senoidal.....</i>	<i>140</i>
<i>Figura 18 - Tensão de Linha - Fonte Trifásica Não Senoidal</i>	<i>142</i>
<i>Figura 19 - Conteúdo Harmônico da Tensão de Linha V_{ab}</i>	<i>143</i>
<i>Figura 20 - Conteúdo Harmônico da Tensão de Linha V_{bc}.....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 21 - Conteúdo Harmônico da Tensão de Linha V_{ca}.....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 22 - Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Positiva</i>	<i>147</i>
<i>Figura 23 - Conteúdo Harmônico da Componente Simétrica Generalizada de Sequência Positiva.....</i>	<i>148</i>
<i>Figura 24 - Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Negativa.....</i>	<i>149</i>
<i>Figura 25 - Conteúdo Harmônico da Componente Simétrica Generalizada de Sequência Negativa</i>	<i>150</i>
<i>Figura 26 - Componentes Generalizadas Residuais</i>	<i>151</i>
<i>Figura 27 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada Residual - Fase A.....</i>	<i>152</i>
<i>Figura 28 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada Residual - Fase B.....</i>	<i>152</i>
<i>Figura 29 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada Residual - Fase C.....</i>	<i>153</i>
<i>Figura 30 - Corrente de Estator do MIT.....</i>	<i>157</i>
<i>Figura 31 - Corrente de Rotor do MIT.....</i>	<i>158</i>
<i>Figura 32 - Torque Eletromagnético do MIT.....</i>	<i>159</i>
<i>Figura 33 - Rotação do MIT</i>	<i>160</i>

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1 - Características das Fontes Série</i>	<i>118</i>
<i>Tabela 2 - Parâmetros do MIT</i>	<i>141</i>
<i>Tabela 3 - Tensão de Fase - Sistema Trifásico Não Senoidal.....</i>	<i>141</i>
<i>Tabela 4 - Tensão de Linha RMS - Fonte Trifásica Não Senoidal.....</i>	<i>145</i>
<i>Tabela 5 - Tensão RMS - Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Positiva</i>	<i>147</i>
<i>Tabela 6 - Tensão RMS - Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência negativa</i>	<i>149</i>
<i>Tabela 7 - Tensão RMS - Componentes Generalizadas Residuais.....</i>	<i>151</i>
<i>Tabela 8 - Tensão RMS - Componentes Simétricas de Fortescue.....</i>	<i>154</i>

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo dos fenômenos de desequilíbrio e assimetria que podem ocorrer em sistemas trifásicos. no qual foram estudadas duas abordagens. A primeira delas é a abordagem tradicional de análise de fenômenos de desequilíbrio e assimetria, proposta por Fortescue, denominadas Componentes Simétricas ou Componentes de Sequência. Essa proposta desenvolvida no domínio da frequência foi estudada também no domínio do tempo, após sua adaptação. Isso porque as componentes simétricas generalizadas, nova abordagem de análise de desequilíbrio, está desenvolvida no domínio do tempo. Ambas as propostas de análise do desequilíbrio e assimetria em sistemas trifásicos são aplicadas à sistemas trifásicos periódicos não senoidais. Enquanto que as componentes simétricas de Fortescue, para serem calculadas, necessitam que o sistema trifásico não senoidal seja decomposto nas harmônicas da série de Fourier, as componentes simétricas generalizadas podem ser aplicadas diretamente ao sistema não senoidal. O desenvolvimento de ambas as abordagens para um sistema periódico não senoidal resulta em relações entre ambas as propostas de análise de desequilíbrio e assimetria. As relações entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue são a principal contribuição deste trabalho. Baseado nas componentes simétricas generalizadas, novos indicadores de desequilíbrio são propostos. Os novos indicadores são comparados com os indicadores de desequilíbrio clássicos, os quais foram desenvolvidos a partir da proposta de Fortescue. Por fim, uma aplicação é desenvolvida na qual foram aplicados os conceitos estudados. Nesta aplicação, uma tensão trifásica não senoidal desequilibrada alimenta um motor de indução trifásico.

PALAVRAS CHAVES: Componentes simétricas, Componentes simétricas generalizadas, Indicadores de desequilíbrio.

ABSTRACT

This work presents a study of the phenomena of unbalance and asymmetry which may occur in three-phase systems which two approaches were studied. The first one is the traditional approach of analysis of phenomena of unbalance and asymmetry, proposed by Fortescue, called Symmetrical Components or Sequence Components. This proposal developed in the frequency domain was also studied in the time domain after adaptation. This because of the generalized symmetrical components, new approach to the analysis of unbalance and asymmetry is developed in the time domain. Both proposals for analysis of the unbalance and asymmetry in three-phase systems are applied to the periodic non-sinusoidal three-phase systems. While the symmetrical components of Fortescue, to be calculated, require that the non-sinusoidal three-phase system is decomposed into harmonic Fourier series, the generalized symmetrical components can be applied directly to the non-sinusoidal system. The development of both approaches to a periodic non-sinusoidal system results in relationships between both proposals for analysis of unbalance and asymmetry. The relationships between the symmetrical components and the generalized symmetrical components of Fortescue are the main contribution of this work. Based on the generalized symmetrical components, new indicators of unbalance are proposed. The new indicators are compared with the classical indicators of unbalance, which were developed from the proposed Fortescue. Finally, an application is developed with the concepts studied. In this application, an unbalanced non-sinusoidal three-phase voltage supplies a three-phase induction motor.

PALAVRAS CHAVES: Componentes simétricas, Componentes simétricas generalizadas, Indicadores de desequilíbrio.

1. INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO GERAL

O estudo desenvolvido neste trabalho está essencialmente relacionado com a área qualidade da energia elétrica. Trata-se, principalmente, de um estudo de uma nova abordagem para análise de desequilíbrio das grandezas elétricas de tensão e corrente, denominada Componentes Simétricas Generalizadas [1]. Eis o motivo da intrínseca relação do trabalho com o tema qualidade da energia elétrica.

A principal contribuição deste trabalho está em estabelecer uma relação entre as Componentes Simétricas Generalizadas e as componentes simétricas tradicionais das frequências que compõem sinais trifásicos sob condições não senoidais. Também são propostos novos indicadores de desequilíbrio baseados nas componentes simétricas generalizadas.

Dessa forma, é possível analisar a abrangência dessa nova abordagem para análise de desequilíbrio e estudar a viabilidade de sua utilização como uma ferramenta de monitoramento ou controle da qualidade de energia elétrica.

1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

Este trabalho foi motivado, principalmente, pela atual realidade do sistema elétrico. Ou seja, as condições em que as tensões e correntes elétricas encontram-se atualmente estão longe de serem consideradas senoidais, equilibradas e simétricas. Diante dessa situação, faz-se necessário que novas abordagens de análise das condições de desequilíbrio e assimetrias sejam estudadas, de modo que atendam as atuais condições do sistema elétrico.

A proposta das componentes simétricas generalizadas mostrou-se uma potencial candidata à ferramenta para o estudo de desequilíbrio e assimetrias do sistema. No entanto, essa proposta não permite saber qual será a composição de suas respectivas componentes. Diante disso, buscou-se analisar detalhadamente as componentes simétricas generalizadas.

O objetivo principal deste trabalho é descrever detalhadamente cada uma das componentes simétricas generalizadas proposta por Tenti *et al.* [1] e assim definir a sua potencial utilização como ferramenta de análise de desequilíbrio e assimetria de sistemas trifásicos. Para isso, busca-se estabelecer as relações matemáticas das componentes generalizadas e a suas comprovações através de simulações.

Tendo as relações entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue [2] das frequências do sistema trifásico sido estabelecidas, propõem-se indicadores de desequilíbrio baseados nas componentes simétricas generalizadas.

1.3 QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA

O termo "qualidade da energia" tornou-se uma das expressões mais utilizadas na indústria de energia desde o final da década de oitenta, no entanto sua abrangência e significado tais como são conhecidos hoje, só começaram a se sedimentar em meados da década de noventa [3] [4].

O crescente interesse no desenvolvimento de novas técnicas de análise de energia elétrica, instrumentos de medição ou monitoramento de energia elétrica, condicionamento da energia dentro de padrões pré-definidos levaram à consolidação da área Qualidade da Energia Elétrica como uma área preponderante

da engenharia elétrica. Sua importância foi motivada por diversos fatores, onde os mais importantes podem ser citados:

- Alteração da natureza das cargas consumidoras
- A nova regulamentação do setor elétrico
- Aumento da co-geração de energia elétrica
- A crescente importância das questões ambientais

No entanto, os fatores que mais influenciam naquilo que diz respeito ao sentido mais essencial da qualidade da energia elétrica são a alteração da natureza das cargas consumidoras e o aumento do número de co-geradores de energia elétrica. Isto é, são esses os fatores que podem influenciar mais significativamente nas grandezas elétricas de tensão e corrente do sistema elétrico.

1.3.1 ALTERAÇÃO DA NATUREZA DAS CARGAS CONSUMIDORAS

A utilização de conversores eletrônicos de alta potência têm contribuído para resolver problemas de controle de processos industriais, em sistemas de conversão de energia e em sistemas de alimentação de cargas eletrônicas. Contudo, por utilizarem técnicas de chaveamento de tensões e correntes elétricas (chaveamento eletrônico), estes equipamentos proporcionam uma deterioração na forma da tensão e na forma de onda da corrente, ao injetar componentes harmônicas no sistema [3] [5] [6].

Políticas públicas também tem contribuído para a difusão de cargas não lineares, substituindo equipamentos convencionais por equipamentos dotados de eletrônica de potência. Um exemplo desse incentivo é o caso das substituição das lâmpadas incandescentes convencionais por lâmpadas fluorescentes compactas. Tais equipamentos, sem uma normatização, podem contribuir para elevar os níveis de distorção da corrente, e em larga escala, podem levar à deterioração da tensão e conseqüentemente da qualidade da energia elétrica [3] [6].

Os problemas devido à cargas não lineares são acentuados levando-se em conta que um sistema elétrico possui comportamento independente para cada uma das fases. Devido à este comportamento, as características não lineares podem ser distintas entre as fases, ou seja, apresentar distúrbios diferentes e em instantes diferentes, levando à assimetrias.

Dispositivos de processamento digital operam, normalmente, alimentados em corrente contínua. Isso leva à um estágio de conversão CA/CC, absorvendo correntes com elevadas taxas de distorção. Porém, estes mesmos equipamentos estão cada vez mais sensíveis à distúrbios ou variações da fonte que os alimenta.

Com a difusão de micro controladores, microprocessadores e processadores digitais, de um modo geral, em todos os setores da sociedade, seja na indústria, seja no comércio e nas residências, é evidente um aumento da sensibilidade à distúrbios de qualidade da energia elétrica por parte dos equipamentos atuais.

Interessante ressaltar a importância de estabelecer limites para os distúrbios provocados por cargas eletrônicas e dispositivos potencialmente perturbadores, bem como fixar limites de tolerância para operação das cargas dentro de padrões desejados de qualidade de energia [3] [5] [6].

1.3.2 AUMENTO DO NÚMERO DE PRODUTORES DE ENERGIA ELÉTRICA

Durante os últimos anos, houve um crescente interesse em produção própria de energia, por parte de alguns consumidores. Isso levou à um maior número de co-geradores de energia ou sistemas de geração distribuída instalados ao longo do sistema elétrico. Apesar dos muitos benefícios de sistemas de co-geração, a dependência do sistema elétrico da presença dos co-geradores elevam o grau de incerteza e a possibilidades de falha na operação do sistema interligado, caso não sejam devidamente regulamentados e monitorados.

A forma com que o setor elétrico está hoje regulamentado leva a concessionária à uma busca incessante por manter os padrões de qualidade de energia elétrica os melhores possíveis, de forma à garantir que os consumidores não migrem para outros fornecedores. [6]

1.4 FORNECIMENTO DE ENERGIA ELÉTRICA

Usualmente, o termo qualidade de energia está associado à qualidade da tensão elétrica [5] [6]. Tecnicamente, energia elétrica corresponde ao produto de tensão e corrente elétrica durante um período de tempo. Isso torna difícil estabelecer

termos quantitativos para a grandeza energia elétrica. Além disso, os sistemas de suprimento de energia elétrica são capazes de controlar apenas a qualidade da tensão elétrica, não possuindo controle sobre as correntes que determinadas cargas possam vir a exigir do sistema. Dessa forma, as normas relacionadas à qualidade de energia elétrica geralmente estão preocupadas em manter o fornecimento de tensão dentro de certos limites.

Os sistemas de corrente alternada no Brasil são projetados para operar com tensão senoidal à frequência de 60Hz e magnitudes dentro de limites estabelecidos pela ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) [7].

Esse conceito torna a qualidade da energia elétrica, leia-se qualidade da tensão elétrica, como sendo de responsabilidade, principalmente, da empresa fornecedora de energia. Devido à isso, muitas vezes o termo qualidade da energia elétrica é dividido em duas áreas distintas: qualidade do produto e qualidade do serviço. A primeira está relacionada ao produto energia elétrica que é fornecido ao consumidor, dentro dos limites dos indicadores de qualidade da energia elétrica; enquanto que a segunda está essencialmente associada aos serviços prestados pelo fornecedor de energia elétrica à fim de manter a continuidade no fornecimento de energia elétrica.

Neste trabalho, serão abordadas ferramentas essencialmente relativas à qualidade do produto energia elétrica. Ou seja, serão estudadas ferramentas que contribuem para a análise das grandezas elétricas de tensão e corrente. De forma a estender o conceito de qualidade do produto energia elétrica tanto para a tensão quanto para a corrente.

No Brasil, o documento que trata de aspectos relacionados à Qualidade da Energia Elétrica é o PRODIST (Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional) Módulo 8. Esse documento elaborado pela ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) estabelece os procedimentos relativos à qualidade da energia elétrica, abordando o tema separadamente, para qualidade do produto e para a qualidade do serviço [7].

Do ponto de vista de qualidade do produto, no PRODIST estão definidas as terminologias, a características dos fenômenos, parâmetros e valores de referência relativos à conformidade da tensão em regime permanente e às perturbações em

sua forma de onda. Assim, estão estabelecidos mecanismos que possibilitem a fixação de padrões para indicadores de qualidade da energia elétrica [7].

De modo geral, os níveis de tensão, nos diferentes pontos do sistema elétrico, devem permanecer dentro de limites aceitáveis [7]. De forma que variações de tensão podem causar operações incorretas em alguns equipamentos sensíveis a tais problemas.

Como exemplo, os valores de referência para a distorção harmônica total de tensão ($DHT_T\%$) deve ser de 10%, para a tensão nominal inferior ou igual à 1kV, segundo o PRODIST, módulo 8. Já o fator de desequilíbrio de tensão (FD^*) deve ser inferior ou igual à 2% nos barramentos de distribuição [7].

Em suma, pode-se dizer que a tensão elétrica que deve ser fornecida ao consumidor deve atender alguns parâmetros fundamentais. São eles:

- Forma de onda o mais próximo possível de uma senóide;
- Simetria e equilíbrio entre as fases do sistema elétrico;
- Magnitudes das tensões dentro de limites aceitáveis;
- Frequência constante;

Neste trabalho, os aspectos que serão tratados são aqueles relativos à forma de onda e também a simetria e equilíbrio entre as fases do sistema elétrico seja da tensão elétrica, seja da corrente elétrica.

1.5 DESEQUILÍBRIO E ASSIMETRIA EM SISTEMAS TRIFÁSICOS

O desequilíbrio em sistemas trifásicos senoidais pode ser definido como sendo um estado onde as grandezas elétricas de tensão e/ou corrente elétrica apresentam diferentes amplitudes em suas formas de onda. Enquanto que a assimetria em sistemas trifásicos pode ser definida como sendo o estado do sistema onde as grandezas elétricas de tensão e/ou corrente elétrica apresentam defasagens diferentes de 120° elétricos.

Na atual realidade do sistema elétrico, a tensão elétrica pode apresentar, normalmente, somente desequilíbrio, isto é, diferentes amplitudes em suas formas de onda. Isso porque, a defasagem entre as tensões do sistema trifásico é um

resultado da geometria dos geradores que hoje alimentam o sistema, dificultando a assimetria entre as fases.

A presença de cargas trifásicas desequilibradas, tais como fornos de indução ou fornos a arco, proporcionam desequilíbrios de corrente e conseqüentemente pode ocasionar desequilíbrios de tensão, uma vez que as correntes absorvidas por essas cargas não são simétricas (defasagens de 120° entre si) nem tampouco são equilibradas (amplitudes iguais entre si) [5].

Outra fonte de desequilíbrio relevante do sistema elétrico se dá pela presença de cargas monofásicas, principalmente quando distribuídas de maneira não uniforme. Ou mesmo de consumidores trifásicos cujas instalações possuem uma má distribuição de carga. Essas configurações proporcionam correntes desequilibradas e que, por conseqüência, podem ocasionar desequilíbrios de tensão.

Além disso, desequilíbrios de tensão podem ocorrer devido à existência de linhas de transmissão mal transpostas, onde as características elétricas destas linhas, como a impedância, não são uniformes no seu percurso, ou também por transformadores com enrolamentos não simétricos [8].[8]

No entanto, além de problemas de desequilíbrio caracterizados por essas configurações citadas, o sistema elétrico hoje está sujeito ao aparecimento de distorções harmônicas em suas formas de onda de tensão e corrente elétrica.

Assim, o problema de desequilíbrio e assimetria é agravado principalmente pelo aumento da presença de cargas não lineares, proporcionando correntes distorcidas. Dependendo da configuração das cargas no sistema, as distorções tanto na corrente elétrica como na tensão elétrica, podem ser de caráter desequilibrado e/ou assimétrico.

O resultado dessa nova realidade do sistema elétrico são sistemas trifásicos não senoidais que podem apresentar desequilíbrios e assimetrias desde a frequência fundamental até as harmônicas que venham a compor o sistema.

Sendo assim, quando trata-se de sistemas trifásicos não senoidais, a definição clássica de desequilíbrio necessita ser revista a fim de ser compreendida para as condições não senoidais do sistema.

1.5.1 DEFINIÇÕES

Neste trabalho, visa-se estudar os sistemas trifásicos em condições não senoidais de desequilíbrio e assimetria. Ou seja, o intuito é que sejam estabelecidas definições que possam abranger tanto sistemas trifásicos senoidais, bem como sistemas trifásicos não senoidais.

Devido à presença de harmônicas nos sistemas trifásicos, além da frequência fundamental, caracterizando sistemas não senoidais, optou-se neste trabalho o tratamento no domínio do tempo. Por conseguinte, as definições estabelecidas para este trabalho também serão para sistemas tratados no domínio do tempo.

Neste trabalho serão adotadas as seguintes definições:

Sistema trifásico simétrico: *corresponde àquele cujas defasagens entre as fases é de um terço do período da frequência fundamental.*

Sistema trifásico assimétrico: *corresponde àquele cujas defasagens entre as fases não seja de um terço do período da frequência fundamental*

Sistema trifásico equilibrado: *corresponde àquele cujas amplitudes das fases da frequência fundamental sejam iguais entre si, bem como as amplitudes das fases das harmônicas entre si do sistema trifásico. Ou seja, corresponde ao sistema trifásico cujos valores RMS (Root Mean Square) das três fases são iguais.*

Sistema trifásico desequilibrado: *corresponde àquele cujas amplitudes das fases ou da frequência fundamental não sejam iguais entre si, ou das harmônicas não sejam iguais entre si. Ou seja, corresponde ao sistema trifásico cujos valores RMS são diferentes entre as três fases.*

Neste trabalho, o desenvolvimento será embasado nessas definições para desequilíbrio e assimetria dos sistemas trifásicos.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Neste capítulo 1 são apresentadas as motivações e os objetivos deste trabalho. Também foi feita uma breve contextualização do tema qualidade da energia elétrica e abordadas também algumas definições as quais serão amplamente utilizadas no decorrer deste trabalho.

Já no capítulo 2 estão descritas as abordagens utilizadas para análise de desequilíbrio das grandezas elétricas, iniciando-se pela proposta de Fortescue, desenvolvida no domínio da frequência; e pela proposta das componentes generalizadas de Tenti *et al.* [1], desenvolvida no domínio do tempo. A seguir, está apresentada uma abordagem das componentes simétricas de Fortescue no domínio do tempo.

A partir das ferramentas descritas no capítulo 2, no capítulo 3 apresenta-se a análise das componentes simétricas generalizadas. Inicialmente, no capítulo 2, é descrito detalhadamente a composição de um sistema trifásico periódico não senoidal ao qual serão aplicados os conceitos descritos no capítulo 2. Posteriormente, é aplicado a proposta de Fortescue no domínio do tempo no sistema trifásico não senoidal descrito. Em seguida, é a vez de aplicar-se a proposta das componentes simétricas generalizadas no mesmo sistema trifásico não senoidal. Por fim, com todas as componentes calculadas, estabelece-se a relação matemática entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue. Ao final do capítulo, os indicadores de desequilíbrio tradicionais, calculados à partir das componentes simétricas de Fortescue, são apresentados. Além disso, são propostos novos indicadores de desequilíbrio generalizados a partir das componentes simétricas generalizadas.

No capítulo 4, é desenvolvida uma aplicação de análise por meio das componentes simétricas generalizadas. A aplicação proposta simula um motor de indução trifásico ligado à uma fonte de tensão trifásica desequilibrada distorcida. Neste capítulo a tensão trifásica que alimenta o motor é analisada à luz das componentes simétricas generalizadas, apresentando também uma aplicação dos indicadores de desequilíbrio generalizados como forma de identificação dos distúrbios na tensão. Por fim, são apresentados também alguns parâmetros do motor que refletem as distorções e desequilíbrios da fonte trifásica.

No capítulo 5 estão apresentadas as conclusões obtidas ao final do desenvolvimento das relações entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas Fortescue. São apresentados também propostas de trabalhos futuros.

2. COMPONENTES SIMÉTRICAS

2.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

As componentes simétricas ou também chamadas componentes de sequência, representam uma abordagem clássica para análise de sistemas trifásicos senoidais em condições desequilibradas. Essa ferramenta proposta por Fortescue [2] permite a decomposição de um sinal trifásico periódico senoidal em três sistemas trifásicos compostos pelas componentes de sequência positiva, sequência negativa e sequência zero. A utilização das componentes simétricas têm como foco simplificar a análise de um sistema elétrico.

Para um sistema trifásico simétrico e equilibrado, uma análise monofásica pode ser estendida para as demais fases. Já para um sistema desequilibrado ou assimétrico, a análise deve ser feita para cada uma das fases, independentemente. Quando um sistema trifásico é decomposto nas componentes de sequência positiva, sequência negativa e sequência zero, têm-se como resultado três sistemas trifásicos

simétricos e equilibrados. Dessa forma, basta que sejam feitas análises monofásicas para cada um dos sistemas resultantes das componentes de sequência. O resultado final para cada uma das fases se dará por meio da superposição das componentes de sequência para cada uma das fases, respectivamente defasadas entre si.

Inicialmente, Fortescue formulou seu teorema para circuitos polifásicos, no entanto, a discussão a respeito das componentes simétricas será restrita a sistemas trifásicos. No teorema proposto por Fortescue, foi estabelecido que um sistema trifásico, seja ele constituído por tensões ou correntes, conseqüentemente composto por três fasores, pode ser decomposto em três sistemas de fasores equilibrados, denominados componentes simétricas (ou componentes de sequência) dos fasores originais.

Seja um sistema trifásico composto por três fasores cuja sequência direta é fase A, fase B e fase C, conforme pode ser visualizado em (1).

$$3\phi \left\{ \begin{array}{l} \dot{F}_A \\ \dot{F}_B \\ \dot{F}_C \end{array} \right. \quad (1)$$

Onde:

$$\dot{F}_A ; \dot{F}_B ; \dot{F}_C = \text{fator da fase A, fase B e fase C.}$$

O sistema trifásico (1) pode ter cada um dos fasores que o constituem decomposto por três fasores. Os fasores que compõem cada uma das fases do sistema trifásico (1) é uma dada componente simétrica de sequência. Dessa forma, pode-se reescrever o sistema (1) em função das componentes de sequência cujas fases são constituídas resultando em (2), ou seja, um sistema trifásico composto por três fasores decomposto por componentes de sequência.

$$3\phi \begin{cases} \dot{F}_A = \dot{F}_{0A} + \dot{F}_{1A} + \dot{F}_{2A} \\ \dot{F}_B = \dot{F}_{0B} + \dot{F}_{1B} + \dot{F}_{2B} \\ \dot{F}_C = \dot{F}_{0C} + \dot{F}_{1C} + \dot{F}_{2C} \end{cases} \quad (2)$$

Onde:

$\dot{F}_{0A}; \dot{F}_{0B}; \dot{F}_{0C}$ = fasor da componente de seqüência zero da fase A, fase B e fase C.

$\dot{F}_{1A}; \dot{F}_{1B}; \dot{F}_{1C}$ = fasor da componente de seqüência um (ou positiva) da fase A, fase B e fase C.

$\dot{F}_{2A}; \dot{F}_{2B}; \dot{F}_{2C}$ = fasor da componente de seqüência dois (ou negativa) da fase A, fase B e fase C.

O sistema original (1), cuja seqüência de fase é dada por A, B e C, é representado por fasores que giram em velocidade síncrona (ω) na frequência da rede trifásica.

Cada fasor original de cada fase é decomposto em três fasores equilibrados designados de componentes de seqüência 0,1 e 2. Cada seqüência é composta por três fasores equilibrados e simetricamente defasados.

Assim, tem-se:

1. Seqüência zero: conjunto de três fasores ($\dot{F}_{0A}; \dot{F}_{0B}; \dot{F}_{0C}$) de mesmo módulo e em fase (Defasagem = 0°), girando no mesmo sentido e velocidade do sistema trifásico original.
2. Seqüência um (1) ou positiva: conjunto de três fasores ($\dot{F}_{1A}; \dot{F}_{1B}; \dot{F}_{1C}$) de mesmo módulo, com defasagem de $2\pi/3$ entre si, girando no mesmo sentido e velocidade do sistema trifásico original.
3. Seqüência dois (2) ou negativa: conjunto de três fasores ($\dot{F}_{2A}; \dot{F}_{2B}; \dot{F}_{2C}$) de mesmo módulo com defasagem de $4\pi/3$ entre si, girando no mesmo sentido e velocidade do sistema trifásico original.

As componentes simétricas de um sistema trifásico são usualmente chamadas de componentes de sequência zero, componentes de sequência positiva e componentes de sequência negativa.

2.1.1 SISTEMA TRIFÁSICO DE SEQUÊNCIA POSITIVA

Como visto anteriormente, o sistema trifásico de sequência positiva é composto por três fasores equilibrados e simetricamente defasados de 120° ($2\pi/3$). Na Figura 1 está apresentado um diagrama fasorial do sistema trifásico de sequência positiva.

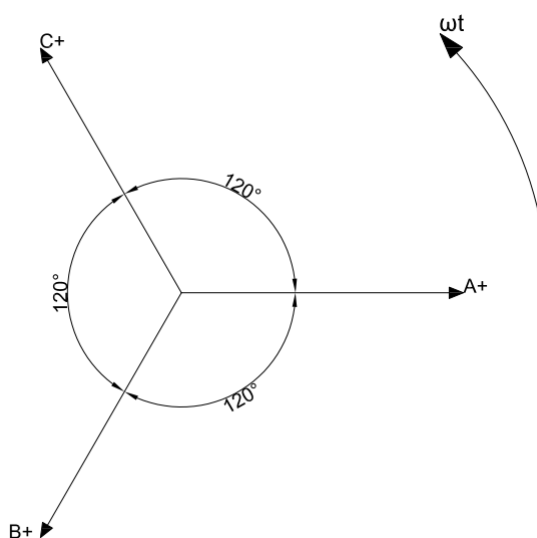


Figura 1 - Diagrama Fasorial do Sistema Trifásico de Sequência Positiva

Matematicamente, os fasores do sistema da Figura 1 podem ser expressos em função apenas de uma das componentes de sequência. Fasorialmente, o sistema em função da componente de sequência positiva da fase A está descrito em (3).

$$\begin{cases} \dot{F}_{1B} = \dot{F}_{1A} \cdot 1 \angle -120^\circ \\ \dot{F}_{1C} = \dot{F}_{1A} \cdot 1 \angle -240^\circ \end{cases} \quad (3)$$

É usual a substituição do termo $1|_{120^\circ}$ por $\dot{\alpha}$, conhecido como operador rotacional ou operador de deslocamento. Assim, $\dot{\alpha} = 1|_{120^\circ}$ corresponde ao operador que gira em 120° seu respectivo fasor no mesmo sentido da sequência positiva.

Assim, as expressões demonstradas em (3) podem ser reescritas em função do operador rotacional, conforme está apresentado em.

$$\begin{cases} \dot{F}_{1B} = \dot{F}_{1A} \cdot \left(\dot{\alpha}\right)^2 \\ \dot{F}_{1C} = \dot{F}_{1A} \cdot \dot{\alpha} \end{cases} \quad (4)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= 1|_{120^\circ} \\ \left(\dot{\alpha}\right)^2 &= 1|_{240^\circ} \end{aligned}$$

2.1.1.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE SEQUÊNCIA POSITIVA

Uma vez demonstrada a relação entre as componentes simétricas que constituem o sistema trifásico de sequência positiva, qualquer uma das componentes simétricas de sequência positiva poderá ser determinada à partir dos fasores do sistema trifásico original. A obtenção das componentes simétricas de sequência positiva é calculada através de (5).

$$\dot{F}_1 = \frac{1}{3} \left[\left(\dot{F}_A\right) + \left(\dot{F}_B \cdot \dot{\alpha}\right) + \left(\dot{F}_C \cdot \left(\dot{\alpha}\right)^2\right) \right] \quad (5)$$

Valendo-se das relações apresentadas em (4), é possível escrever uma expressão para a componente simétrica de sequência positiva para cada uma das fases. Essas expressões podem ser vistas em (6), (7) e (8), as quais são, respectivamente, as componentes simétricas de sequência positiva da fase A, fase B e fase C.

Fase A

$$\dot{F}_{1A} = \dot{F}_1 \quad (6)$$

Fase B

$$\dot{F}_{1B} = \dot{F}_1 \cdot \left(\dot{\alpha} \right)^2 \quad (7)$$

Fase C

$$\dot{F}_{1C} = \dot{F}_1 \cdot \dot{\alpha} \quad (8)$$

Onde:

\dot{F}_1 = fasor da componente de seqüência um (ou positiva).

\dot{F}_{1A} ; \dot{F}_{1B} ; \dot{F}_{1C} = fasor da componente de seqüência um (ou positiva) da fase A, fase B e fase C.

2.1.2 SISTEMA TRIFÁSICO DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

Da mesma forma que o sistema trifásico de seqüência positiva é formado por fasores simétricos e equilibrados, o sistema trifásico de seqüência negativa possui essas mesmas características. No entanto os fasores são defasados de 240° ($4\pi/3$). O diagrama fasorial correspondente à um sistema trifásico de seqüência negativa pode ser observado na Figura 2.

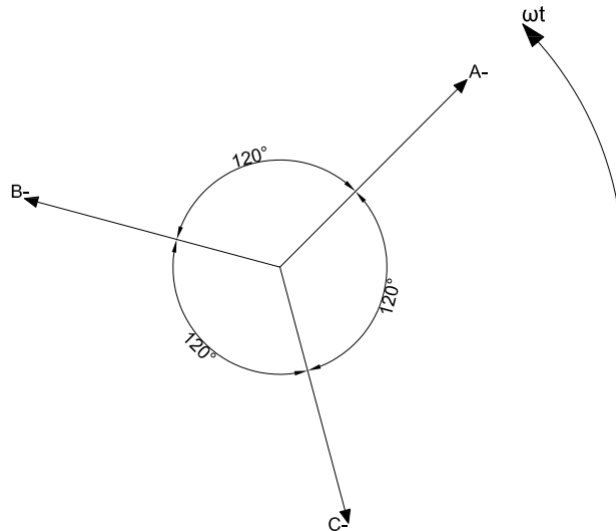


Figura 2 - Diagrama Fasorial do Sistema Trifásico de Sequência Negativa

De maneira análoga ao que foi feito para o sistema trifásico de sequência positiva, é possível escrever as duas componentes de sequência negativa em função de uma única componente de sequência. Utilizando-se o operador rotacional, em (9) estão descritas as expressões para as componentes de sequência negativa do respectivo sistema trifásico.

$$\begin{cases} \dot{F}_{2B} = \dot{F}_{2A} \cdot \dot{\alpha} \\ \dot{F}_{2C} = \dot{F}_{2A} \cdot (\dot{\alpha})^2 \end{cases} \quad (9)$$

2.1.2.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

Procedimento semelhante ao adotado para o cálculo das componentes simétricas de sequência positiva é realizado para o cálculo das componentes simétricas de sequência negativa. Desta vez a relação entre as componentes simétricas que compõem o sistema trifásico de sequência negativa, apresentadas em (9), permite que apenas uma das componentes de sequência seja calculada à partir dos fasores do sistema trifásico original. As componentes das duas outras fases são obtidas por meio de (9). Dessa forma, a expressão para o cálculo da componente de sequência negativa é dada em (10).

$$\dot{F}_2 = \frac{1}{3} \left[\left(\dot{F}_A \right) + \left(\dot{F}_B \cdot \left(\dot{\alpha} \right)^2 \right) + \left(\dot{F}_C \cdot \dot{\alpha} \right) \right] \quad (10)$$

As expressões das componentes simétricas de sequência negativa obtidas estão demonstradas em (11), (12) e (13), respectivamente para as fases A, B e C.

Fase A

$$\dot{F}_{2A} = \dot{F}_2 \quad (11)$$

Fase B

$$\dot{F}_{2B} = \dot{F}_2 \cdot \dot{\alpha} \quad (12)$$

Fase C

$$\dot{F}_{2C} = \dot{F}_2 \cdot \left(\dot{\alpha} \right)^2 \quad (13)$$

Onde:

\dot{F}_2 = fasor da componente de sequência dois (ou negativa).

\dot{F}_{2A} ; \dot{F}_{2B} ; \dot{F}_{2C} = fasor da componente de sequência dois (ou negativa) da fase A, fase B e fase C.

2.1.3 SISTEMA TRIFÁSICO DE SEQUÊNCIA ZERO

Por fim, o último sistema trifásico ainda não demonstrado corresponde aquele devido às componentes de sequência zero. Do mesmo modo que os sistemas demonstrados anteriormente, o sistema trifásico de sequência zero é equilibrado. No entanto, o sistema apresenta a peculiaridade de não haver defasagem entre as componentes de sequência que o compõe. Desta forma as três componentes possuem o mesmo módulo e estão em fase umas com as outras. Esse comportamento pode ser observado na Figura 3, onde está apresentado o diagrama fasorial do sistema trifásico de sequência zero.

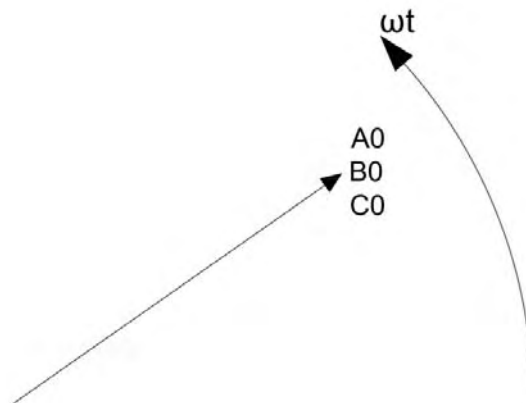


Figura 3 - Diagrama Fasorial do Sistema Trifásico de Sequência Zero

Devido às componentes de sequência zero possuírem módulos iguais e encontrarem-se em fase, tem-se que as componentes de sequência são iguais, matematicamente descritas em (14).

$$\dot{F}_{0A} = \dot{F}_{0B} = \dot{F}_{0C} \quad (14)$$

2.1.3.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE SEQUÊNCIA ZERO

As componentes simétricas de sequência zero são as mais simples de serem obtidas à partir dos fasores originais do sistema trifásico (1). A expressão que calcula a componente simétrica de sequência zero pode ser visualizada em (15).

$$\dot{F}_0 = \frac{1}{3} \left[\left(\dot{F}_A \right) + \left(\dot{F}_B \right) + \left(\dot{F}_C \right) \right] \quad (15)$$

Utilizando a relação entre as fases das componentes simétricas de sequência zero, apresentada em (14), tem-se então as expressões para as fases A, B e C, demonstradas em (16), (17) e (18), respectivamente.

Fase A

$$\dot{F}_{0A} = \dot{F}_0 \quad (16)$$

Fase B

$$\dot{F}_{0B} = \dot{F}_0 \quad (17)$$

Fase C

$$\dot{F}_{0C} = \dot{F}_0 \quad (18)$$

Onde:

\dot{F}_0 = fasor da componente de sequência zero.

$\dot{F}_{0A}; \dot{F}_{0B}; \dot{F}_{0C}$ = fasor da componente de sequência zero da fase A, fase B e fase C.

2.2 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO

Considere um sistema trifásico periódico qualquer, onde não há a presença de nível DC. As fases são identificadas pelos índices A , B e C , conforme mostrado em (19).

$$3\phi \begin{cases} f_A(t) \\ f_B(t) \\ f_C(t) \end{cases} \quad (19)$$

O sistema trifásico apresentado em (19) possui as seguintes características:

$f_A(t); f_B(t); f_C(t)$ = função temporal da fase A, fase B e fase C do sistema trifásico.

T = período dos sinais do sistema trifásico (período da frequência fundamental).

$f = 1/T$ = frequência dos sinais do sistema trifásico (frequência fundamental).

$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ = velocidade angular dos sinais do sistema trifásico.

Cada uma das fases do sistema pode ser decomposta, através da Transformada de Fourier, em uma série de funções senoidais cujas frequências são de ordem k/T onde $k = 1; 2; 3; 4; 5 \dots$. Considerando cada uma das funções senoidais resultantes da Transformada de Fourier é possível uma nova decomposição através das componentes simétricas de Fortescue. Ou seja, cada sistema trifásico correspondente à frequência k/T pode ser decomposto em componentes de sequência positiva, sequência negativa e sequência zero.

No entanto, o conceito das componentes simétricas generalizadas proposto por Tenti *et al.* [1] permite uma decomposição direta em componentes de sequência positiva, sequência negativa e sequência zero do sistema trifásico em condições não senoidais.

A generalização do conceito de componentes simétricas pode ser descrito pelas três afirmações a seguir, correspondentes à sequência positiva, sequência negativa e sequência zero, respectivamente.

1. Uma componente a qual o sinal na fase B é igual ao sinal da fase A , porém adiantado em $T/3$. E o sinal na fase C é igual ao sinal da fase A , porém adiantado de $2T/3$.
2. Uma componente a qual o sinal na fase B é igual ao sinal da fase A , porém atrasado em $T/3$. E o sinal na fase C é igual ao sinal da fase A , porém atrasado de $2T/3$.
3. Uma componente na qual o sinal das fases B e C são iguais ao sinal da fase A .

A proposta das componentes simétricas generalizadas introduz uma pequena modificação no cálculo das componentes de sequência positiva, negativa e zero. Além disso, introduz uma nova componente, denominada componente generalizada residual.

2.2.1 COMPONENTE SIMÉTRICA GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA ZERO OU HOMOPOLAR

A primeira componente simétrica generalizada a ser calculada é a componente de sequência zero. As componentes de sequência zero também são chamadas de

componentes homopolares. A expressão para o cálculo da componente generalizada de sequência zero está apresentada em (20).

$$f_Z^G(t) = \frac{1}{3} [f_A(t) + f_B(t) + f_C(t)] \quad (20)$$

É possível ainda, escrever uma expressão para cada fase, de forma a demonstrar o sistema trifásico devido à componente simétrica generalizada de sequência zero. Respectivamente, as componentes generalizadas de sequência zero para as fases A, B e C estão apresentadas em (21), (22) e (23).

Fase A

$$f_{ZA}^G(t) = f_Z^G(t) = \frac{1}{3} [f_A(t) + f_B(t) + f_C(t)] \quad (21)$$

Fase B

$$f_{ZB}^G(t) = f_Z^G(t) = \frac{1}{3} [f_A(t) + f_B(t) + f_C(t)] \quad (22)$$

Fase C

$$f_{ZC}^G(t) = f_Z^G(t) = \frac{1}{3} [f_A(t) + f_B(t) + f_C(t)] \quad (23)$$

Onde:

$f_Z^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada de sequência zero ou homopolar.

$f_{ZA}^G(t)$; $f_{ZB}^G(t)$; $f_{ZC}^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada de sequência zero da fase A, fase B e fase C.

2.2.2 COMPONENTES HETEROPOLARES

Para a obtenção das demais componentes generalizadas, será necessário calcular componentes intermediárias, denominadas componentes heteropolares. As componentes heteropolares estão expressas matricialmente em (24).

$$\begin{bmatrix} f_A(t) \\ f_B(t) \\ f_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_Z^G(t) + \tilde{f}_A(t) \\ f_Z^G(t) + \tilde{f}_B(t) \\ f_Z^G(t) + \tilde{f}_C(t) \end{bmatrix} \quad (24)$$

Onde:

$\tilde{f}_A(t); \tilde{f}_B(t); \tilde{f}_C(t)$ = função temporal da componente heteropolar da fase A.

Enquanto as componentes homopolares do sistema correspondem à parcela do sinal igual em todas as três fases do sistema trifásico, as componentes heteropolares correspondem à parcela do sinal cuja somatória das três fases têm resultante nula em qualquer instante de tempo.

2.2.3 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA POSITIVA

O cálculo das componentes simétricas generalizadas de sequência positiva e sequência negativa evidenciam a primeira diferença das componentes simétricas generalizadas propostas por Tenti *et al.* em relação às componentes simétricas de Fortescue. Ao invés de serem calculadas a partir dos sinais trifásicos do sistema descrito em (19), as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva são calculadas a partir dos sinais trifásicos do sistema formado pelas componentes heteropolares demonstrado em (24). A expressão que determina a componente simétrica generalizada de sequência positiva pode ser observada em (25).

$$f_P^G(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_B(t+T/3) + \tilde{f}_C(t+2T/3) \right] \quad (25)$$

É possível ainda, escrever uma expressão para cada fase, de forma a demonstrar o sistema trifásico devido à componente simétrica generalizada de sequência positiva. Tais expressões podem ser vistas em (26), (27) e (28) para as fases A, B e C.

Fase A

$$f_{PA}^G(t) = f_P^G(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_B(t+T/3) + \tilde{f}_C(t+2T/3) \right] \quad (26)$$

Fase B

$$f_{PB}^G(t) = f_P^G(t-T/3) \quad (27)$$

Fase C

$$f_{PC}^G(t) = f_P^G(t-2T/3) \quad (28)$$

Onde:

$f_P^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada de sequência positiva.

$f_{PA}^G(t); f_{PB}^G(t); f_{PC}^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada de sequência positiva da fase A, fase B e fase C.

2.2.4 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

Da mesma forma que foram determinadas as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva, as componentes generalizadas de sequência negativa são calculadas à partir do sistema trifásico composto pelas componentes heteropolares, em (24). Dessa forma, a componente simétrica generalizada de sequência negativa está expressa em (29).

$$f_N^G(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_B(t-T/3) + \tilde{f}_C(t-2T/3) \right] \quad (29)$$

Ao serem expressas as componentes generalizadas de sequência negativa para cada uma das fases, a expressão da fase A pode ser visualizada em (30), da fase B em (31) e por fim, da fase C em (32).

Fase A

$$f_{NA}^G(t) = f_N^G(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_B(t - T/3) + \tilde{f}_C(t - 2T/3) \right] \quad (30)$$

Fase B

$$f_{NB}^G(t) = f_N^G(t + T/3) \quad (31)$$

Fase C

$$f_{NC}^G(t) = f_N^G(t + 2T/3) \quad (32)$$

Onde:

$f_N^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada de sequência negativa.

$f_{NA}^G(t); f_{NB}^G(t); f_{NC}^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada de sequência negativa da fase A, fase B e fase C.

2.2.5 COMPONENTES GENERALIZADAS RESIDUAIS

As componentes generalizadas residuais refletem uma particularidade sendo esta a principal diferença da proposta de generalização das componentes simétricas. As componentes generalizadas residuais correspondem às componentes de sequência positiva e negativa das harmônicas múltiplas de 3, conforme será demonstrado adiante.

Diferentemente do que é feito para as componentes generalizadas de sequência positiva, negativa e zero, as componentes generalizadas residuais são calculadas independentemente para cada uma das fases. Ou seja, há uma expressão para cada uma das fases, diferente da metodologia adotada para as demais componentes, onde calcula-se uma componente e suas respectivas componentes são obtidas defasando-se a função do sinal.

Outro detalhe relevante, é o fato das componentes generalizadas residuais também serem obtidas a partir das componentes heteropolares, da mesma forma que as componentes generalizadas de sequência positiva e sequência negativa. As componentes generalizadas residuais são obtidas através das expressões (33), (34) e (35), para as fases A, B e C, em sequência.

Fase A

$$f_{RA}^G(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_A(t+T/3) + \tilde{f}_A(t+2T/3) \right] \quad (33)$$

Fase B

$$f_{RB}^G(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_B(t) + \tilde{f}_B(t+T/3) + \tilde{f}_B(t+2T/3) \right] \quad (34)$$

Fase C

$$f_{RC}^G(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_C(t) + \tilde{f}_C(t+T/3) + \tilde{f}_C(t+2T/3) \right] \quad (35)$$

Onde:

$f_{RA}^G(t)$; $f_{RB}^G(t)$; $f_{RC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada residual da fase A, fase B e fase C.

2.3 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO

Para um estudo aprofundado da relação entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue das frequências harmônicas de um sistema trifásico, conforme será apresentado na seção 3.2 é necessária uma adaptação da proposta de Fortescue. As componentes simétricas foram inicialmente propostas no domínio da frequência. No entanto, as componentes simétricas generalizadas estão descritas no domínio do tempo. Dessa forma, uma abordagem das componentes simétricas de Fortescue no domínio do tempo faz-se necessária.

A utilização das componentes simétricas de Fortescue no domínio do tempo já foi abordada em outros trabalhos [3] [4] [9] [10] [11] [12]. A modificação utilizada neste trabalho se dá na substituição do operador de deslocamento $\alpha = 1 \angle 120^\circ$ por um deslocamento no tempo. O equivalente do operador rotacional no domínio do tempo corresponde a um terço do período do sinal cujas componentes simétricas estão sendo calculadas.

O equacionamento da transformada de Fortescue será apresentado nesta seção de forma generalizada para qualquer harmônica.

Seja um sistema trifásico como apresentado em (36).

$$3\phi_k \begin{cases} f_A^k(t) = F_A^k \cdot \text{sen}(k\omega t + \phi_A^k) \\ f_B^k(t) = F_B^k \cdot \text{sen}(k\omega t + \phi_B^k) \\ f_C^k(t) = F_C^k \cdot \text{sen}(k\omega t + \phi_C^k) \end{cases} \quad (36)$$

Onde:

$f_A^k(t); f_B^k(t); f_C^k(t)$ = função temporal da harmônica de ordem k da fase A fase B e fase C.

ω = velocidade angular

t = tempo

$F_A^k; F_B^k; F_C^k$ = amplitude da harmônica de ordem k da fase A, fase B e fase C.

$\varphi_A^k ; \varphi_B^k ; \varphi_C^k$ = defasagem angular da harmônica de ordem k da fase A, fase B e fase C.

Uma particularidade deste trabalho será abordada a partir deste tópico. Tal particularidade consiste em calcular as componentes de sequência de cada uma das fases independentemente. Isto é, ao invés de ser calculada a componente de sequência de uma fase e obter-se as demais fases através de um operador rotacional, as componentes de sequência de cada uma das fases será calculada através de uma expressão independente. Conceito análogo foi adotado no cálculo das componentes generalizadas residuais apresentadas em (33), (34) e (35).

2.3.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE SEQUÊNCIA ZERO

A primeira das componentes simétricas a ser calculada no domínio do tempo é a componente simétrica de sequência zero. As componentes simétricas de sequência zero são calculadas de maneira muito semelhante ao modo que são calculadas as componentes generalizadas de sequência zero, demonstrada em (20). A principal diferença entre ambas está que os sinais trifásicos que compõem a expressão da componente simétrica de sequência zero é constituído de apenas uma frequência. Enquanto que o os sinais trifásicos que compõem o cálculo da componente generalizada de sequência zero não está restrito à apenas uma frequência, podendo ser composto por várias harmônicas além da frequência fundamental. As expressões que representam as componentes simétricas de sequência zero no domínio do tempo estão expressas em (37), (38) e (39).

Fase A

$$f_{ZA}^k(t) = \frac{1}{3} [f_A^k(t) + f_B^k(t) + f_C^k(t)] \quad (37)$$

Fase B

$$f_{ZB}^k(t) = \frac{1}{3} [f_A^k(t) + f_B^k(t) + f_C^k(t)] \quad (38)$$

Fase C

$$f_{ZC}^k(t) = \frac{1}{3} [f_A^k(t) + f_B^k(t) + f_C^k(t)] \quad (39)$$

Onde:

$f_{ZA}^k(t); f_{ZB}^k(t); f_{ZC}^k(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero da harmônica de ordem k da fase A, fase B e fase C.

2.3.2 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE SEQUÊNCIA POSITIVA

De maneira semelhante à realizada na seção 2.1, são calculadas as componentes de sequência positiva. Portanto, as expressões para as componentes simétricas de sequência positiva do sistema trifásico (36) estão demonstradas em (40), (41) e (42) para as fases A, B e C, respectivamente.

Fase A

$$f_{PA}^k(t) = \frac{1}{3} [f_A^k(t) + f_B^k(t + T^k/3) + f_C^k(t - T^k/3)] \quad (40)$$

Fase B

$$f_{PB}^k(t) = \frac{1}{3} [f_A^k(t - T^k/3) + f_B^k(t) + f_C^k(t + T^k/3)] \quad (41)$$

Fase C

$$f_{PC}^k(t) = \frac{1}{3} [f_A^k(t + T^k/3) + f_B^k(t - T^k/3) + f_C^k(t)] \quad (42)$$

Onde:

$f_{PA}^k(t); f_{PB}^k(t); f_{PC}^k(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência positiva da harmônica de ordem k da fase A, fase B e fase C.

T^k = período da harmônica de ordem k .

2.3.3 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

As componentes simétricas de sequência negativa calculadas no domínio do tempo são calculadas semelhantemente às componentes simétricas de sequência positiva, calculadas anteriormente. Assim, a formulação matemática que representa

as componentes simétricas de sequência negativa no domínio do tempo do sistema trifásico (36) podem ser vistas em (43), (44) e (45), respectivamente para as fases A, B e C.

Fase A

$$f_{NA}^k(t) = \frac{1}{3} \left[f_A^k(t) + f_B^k(t - T^k/3) + f_C^k(t + T^k/3) \right] \quad (43)$$

Fase B

$$f_{NB}^k(t) = \frac{1}{3} \left[f_A^k(t + T^k/3) + f_B^k(t) + f_C^k(t - T^k/3) \right] \quad (44)$$

Fase C

$$f_{NC}^k(t) = \frac{1}{3} \left[f_A^k(t - T^k/3) + f_B^k(t + T^k/3) + f_C^k(t) \right] \quad (45)$$

Onde:

$f_{NA}^k(t); f_{NB}^k(t); f_{NC}^k(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência negativa da harmônica de ordem k da fase A, fase B e fase C.

3. RELAÇÕES MATEMÁTICAS ENTRE AS COMPONENTES SIMÉTRICAS

3.1 SISTEMA TRIFÁSICO PERIÓDICO NÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO

Para iniciar um estudo das relações matemáticas existentes entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue é necessário, primeiramente, estudar o sistema trifásico do qual serão extraídas as componentes simétricas.

O princípio básico para que seja possível aplicar o conceito das componentes simétricas, tanto das generalizadas quanto das de Fortescue, trata-se de que o sistema trifásico deve ser periódico. Partindo deste princípio, seja um sistema trifásico periódico qualquer, apresentado em (46).

$$3\phi \left\{ \begin{array}{l} f_A(t) = F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}[(k+1)\omega t + \phi_A^{(k+1)}] \\ f_B(t) = F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}[(k+1)\omega t + \phi_B^{(k+1)}] \\ f_C(t) = F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) + \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}[(k+1)\omega t + \phi_C^{(k+1)}] \end{array} \right. \quad (46)$$

Onde:

$f_A(t); f_B(t); f_C(t)$ = função temporal da fase A, fase B, fase C.

ω = velocidade angular.

t = tempo.

$F_A; F_B; F_C$ = amplitude da componente fundamental da fase A, fase B, fase C.

$K_A^{(k+1)}; K_B^{(k+1)}; K_C^{(k+1)}$ = percentual da harmônica de ordem $k+1$ em relação a frequência fundamental fase A, fase B, fase C.

$\theta_A; \theta_B; \theta_C$ = defasagem angular da frequência fundamental da fase A, fase B, fase C.

$\phi_A^{(k+1)}; \phi_B^{(k+1)}; \phi_C^{(k+1)}$ = defasagem angular da harmônica de ordem $k+1$ da fase A, fase B, fase C.

O sistema descrito em (46) tem por objetivo representar um sistema trifásico periódico com a presença de um conteúdo harmônico tal que possa ser decomposto por meio da série de Fourier. Assim, tem-se um sistema trifásico periódico não senoidal, expresso no domínio do tempo.

Cada uma das harmônicas que compõem o sistema, possui uma característica distinta. De forma que, é possível dividi-las em três categorias de comportamento. Essas três categorias de harmônicas resultam do seu comportamento quando advindas de um sistema trifásico periódico não senoidal simétrico. Ou seja, as componentes harmônicas presentes em cada uma das fases são múltiplas das componentes simétricas de sequência positiva do sistema trifásico relativo à frequência fundamental.

Assim, é possível dividir as harmônicas como sendo:

- Harmônicas de ordem $3k$

- Harmônicas de ordem $3k+1$
- Harmônicas de ordem $3k-1$

onde k corresponde à um número inteiro e positivo ($k = 1, 2, 3, 4, 5\dots$).

Dividindo-se as harmônicas dessa forma, é possível dividir o sistema trifásico periódico não senoidal, expresso em (46), em quatro subsistemas trifásicos distintos.

- I. Sistema trifásico da frequência fundamental
- II. Sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$
- III. Sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$
- IV. Sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$

3.1.1 SISTEMA TRIFÁSICO DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

O primeiro sistema trifásico será extraído de (46) está apresentado em (47). Trata-se do sistema trifásico da frequência fundamental. Ou seja, cada uma das fases A, B e C contam com a presença apenas da frequência fundamental do sistema.

$$3\phi_{1h} \begin{cases} f_{A1h}(t) = F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) \\ f_{B1h}(t) = F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) \\ f_{C1h}(t) = F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) \end{cases} \quad (47)$$

Onde:

$f_{A1h}(t); f_{B1h}(t); f_{C1h}(t)$ = função temporal da frequência fundamental da fase A, fase B, fase C.

As características apresentadas para frequência fundamental servirão de referência para as características das demais frequências harmônicas.

3.1.1.1 CARACTERÍSTICAS DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

Série da Frequência Fundamental

A frequência fundamental corresponde à um conjunto com apenas uma frequência. De modo que em (48) está apresentado o conjunto da ordem harmônica relativo à frequência fundamental.

$$h_{fundamental} = \{1\} \quad (48)$$

Trata-se de um conjunto composto apenas pela ordem 1 que representa a ordem da frequência fundamental.

Período da Frequência Fundamental

O período da frequência fundamental está apresentado em (49), em função da própria frequência.

$$T^{1h} = \frac{1}{f^{1h}} \quad (49)$$

Usualmente, a frequência fundamental é ou 50Hz ou 60Hz. No Brasil, a frequência fundamental dos sistemas elétricos de potência é de 60Hz (f^{1h}).

3.1.2 SISTEMA TRIFÁSICO DAS HARMÔNICAS DE ORDEM 3k

O próximo sistema trifásico que pode ser extraído de (46) trata-se daquele formado por harmônicas denominadas de ordem 3k. O sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k, está matematicamente apresentado em (50).

$$3\phi_{Zh} \begin{cases} f_{AZh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}[(3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}] \\ f_{BZh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}[(3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}] \\ f_{CZh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}[(3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}] \end{cases} \quad (50)$$

Onde:

$f_{AZh}(t); f_{BZh}(t); f_{CZh}(t)$ = função temporal das harmônicas de ordem 3k da fase A, fase B e fase C.

Generalizando a condição do sistema trifásico formado por harmônicas de ordem 3k, o sistema trifásico formado por essas harmônicas, apresentado em (50), pode ser assimétrico e desequilibrado, resultando assim em expressões não nulas para cada componente simétrica de Fortescue.

3.1.2.1 CARACTERÍSTICAS DAS HARMÔNICAS DE ORDEM 3k

Série das Harmônicas de Ordem 3k

A série das harmônicas de ordem 3k está apresentada em (51).

$$\begin{aligned} h_{zero} &= \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\} \\ \text{regra: } 3k \quad k &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (51)$$

Período das Harmônicas de Ordem 3k

O período das harmônicas de ordem 3k segue a expressão (52), escrito em função do período da frequência fundamental.

$$T^{3k} = \frac{T^{1h}}{3k} \quad (52)$$

A expressão (52) pode ser reescrita em função da própria frequência fundamental, utilizando-se de (49), resultando na expressão (53).

$$T^{3k} = \frac{1}{3k \cdot f^{1h}} \quad (53)$$

As relações descritas em (52) e (53) serão fundamentais no desenvolvimento da relação entre as componentes simétricas de Fortescue e as componentes simétricas generalizadas.

3.1.3 SISTEMA TRIFÁSICO DAS HARMÔNICAS DE ORDEM 3k+1

O sistema trifásico seguinte, extraído de (46) trata-se daquele formado por harmônicas de ordem 3k+1. O sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k+1 está descrito matematicamente em (54).

$$3\phi_{Ph} \begin{cases} f_{APh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left[(3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right] \\ f_{BPh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left[(3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} \right] \\ f_{CPh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left[(3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} \right] \end{cases} \quad (54)$$

Onde:

$f_{APh}(t); f_{BPh}(t); f_{CPh}(t)$ = função temporal das harmônicas de ordem 3k+1 da fase A, fase B e fase C.

Generalizando a condição do sistema trifásico formado por harmônicas de ordem 3k+1, o sistema trifásico formado por essas harmônicas, apresentado em (54), pode ser assimétrico e desequilibrado, resultando assim em expressões não nulas para cada componente simétrica de Fortescue.

3.1.3.1 CARACTERÍSTICAS DAS HARMÔNICAS DE ORDEM $3k+1$

Série das Harmônicas de Ordem $3k+1$

As harmônicas que possuem a característica de ordem $3k+1$ são aquelas que seguem à série apresentada em (55).

$$\begin{aligned} h_{positiva} &= \{4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots\} \\ regra : 3k + 1 \quad k &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (55)$$

Período das Harmônicas de Ordem $3k+1$

A expressão do período das harmônicas de ordem $3k+1$, em função do período da frequência fundamental pode ser observado em (56).

$$T^{(3k+1)} = \frac{T^{1h}}{3k + 1} \quad (56)$$

A expressão (56) pode ser reescrita em função da própria frequência fundamental, utilizando-se de (49), resultando na expressão (57).

$$T^{(3k+1)} = \frac{1}{(3k + 1) \cdot f^{1h}} \quad (57)$$

O período das harmônicas de ordem $3k+1$ foi escrito em função do período e da frequência da fundamental, da mesma forma que as harmônicas de ordem $3k$. Assim, utilizando-se as expressões (56) e (57) será possível estabelecer-se uma relação entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue.

3.1.4 SISTEMA TRIFÁSICO DAS HARMÔNICAS DE ORDEM 3k-1

O último sistema trifásico extraído de (46) é aquele formado por harmônicas de ordem 3k-1. O sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k-1 está descrito matematicamente em (58).

$$3\phi_{Nh} \begin{cases} f_{ANh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}[(3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}] \\ f_{BNh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}[(3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}] \\ f_{CNh}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}[(3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}] \end{cases} \quad (58)$$

Onde:

$f_{ANh}(t); f_{BNh}(t); f_{CNh}(t)$ = função temporal das harmônicas de ordem 3k-1 da fase A, fase B e fase C.

Generalizando a condição do sistema trifásico formado por harmônicas de ordem 3k-1, o sistema formado por essas harmônicas, apresentado em (58), pode ser assimétrico e desequilibrado, resultando assim em expressões não nulas para cada componente simétrica de Fortescue.

3.1.4.1 CARACTERÍSTICAS DAS HARMÔNICAS DE ORDEM 3k-1

Série das Harmônicas de Ordem 3k-1

As harmônicas que possuem característica de ordem 3k-1 são aquelas que seguem à série apresentada em (59).

$$\begin{aligned} h_{negativa} &= \{2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots\} \\ \text{regra: } &3k-1 \quad k=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (59)$$

Período das Harmônicas de Ordem 3k-1

A expressão do período das harmônicas de ordem 3k-1, em função do período da frequência fundamental pode ser observado em (60).

$$T^{(3k-1)} = \frac{T^{1h}}{3k-1} \quad (60)$$

A expressão (60) pode ser reescrita em função da própria frequência fundamental, utilizando-se de (49), resultando na expressão (61).

$$T^{(3k-1)} = \frac{1}{(3k-1) \cdot f^{1h}} \quad (61)$$

Ao final tem-se nas expressões (60) e (61) o período das harmônicas de ordem 3k-1 em função do período e da frequência fundamental.

3.2 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE DE UM SISTEMA TRIFÁSICO PERIÓDICO NÃO SENOIDAL

Na seção 3.1 foi possível compreender melhor o sistema trifásico periódico não senoidal, a partir do qual serão desenvolvidas as componentes simétricas. Nesta seção do trabalho, as componentes simétricas de Fortescue serão obtidas do sistema trifásico expresso em (46).

Para que seja possível aplicar o teorema de Fortescue à um sistema trifásico onde haja a presença de harmônicas, é necessário inicialmente que o sistema seja decomposto em vários sistemas trifásicos respectivos à cada uma das harmônicas da série de Fourier do sistema trifásico original. Além daquele sistema relativo à frequência fundamental.

Uma vez decomposto o sistema trifásico periódico não senoidal original em sistemas trifásicos relativos à cada frequência, pode-se aplicar o teorema de Fortescue.

Valendo-se desse princípio, as componentes simétricas de Fortescue serão calculadas para cada um dos subsistemas trifásicos descritos na seção 3.1. Isto é, serão obtidas as componentes simétricas de Fortescue, de forma independente, para os respectivos subsistemas trifásicos de (46):

- I. Sistema trifásico da frequência fundamental
- II. Sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$
- III. Sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$
- IV. Sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$

De forma que a composição das componentes simétricas obtidas de cada um desses subsistemas, venha a resultar no sistema trifásico periódico não senoidal original, expresso em (46).

Importante salientar que as componentes simétricas de Fortescue que serão desenvolvidas nesta seção, valer-se-ão da adaptação da proposta de Fortescue para o domínio do tempo, desenvolvida na seção 2.3 deste trabalho.

3.2.1.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE DO SISTEMA TRIFÁSICO DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

As primeiras componentes simétricas de Fortescue serão obtidas do sistema trifásico relativo à frequência fundamental. Dessa forma, serão obtidas as componentes simétricas de sequência zero, sequência positiva e sequência negativa de Fortescue, no domínio do tempo do sistema trifásico da frequência fundamental.

A Sequência Zero de Fortescue - Frequência Fundamental

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência zero de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (37), (38) e (39) no sistema trifásico da frequência fundamental, demonstrado em (47).

Fase A

$$f_{ZA1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot [F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C)] \quad (62)$$

Fase B

$$f_{ZB1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot [F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C)] \quad (63)$$

Fase C

$$f_{ZC1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot [F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C)] \quad (64)$$

Onde:

$f_{ZA1h}(t); f_{ZB1h}(t); f_{ZC1h}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero da frequência fundamental da fase A, fase B e fase C.

As expressões (62), (63) e (64) correspondem às componentes simétricas de sequência zero de Fortescue no domínio do tempo para a frequência fundamental das fases A, B e C, respectivamente.

Devido à característica das componentes simétricas de sequência zero estarem em fase entre si, a simplificação demonstrada em (65) é válida.

$$f_{Z1h}(t) = f_{ZA1h}(t) = f_{ZB1h}(t) = f_{ZC1h}(t) \quad (65)$$

Onde:

$f_{Z1h}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero da frequência fundamental.

B Sequência Positiva de Fortescue - Frequência Fundamental

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência positiva de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (40), (41) e (42) no sistema trifásico da frequência fundamental, demonstrado em (47).

Fase A

$$f_{PA1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B + T^{1h}/3) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C - T^{1h}/3) \right] \quad (66)$$

Fase B

$$f_{PB1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C + T^{1h}/3) \right] \quad (67)$$

Fase C

$$f_{PC1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B - T^{1h}/3) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) \right] \quad (68)$$

Onde:

$f_{PA1h}(t); f_{PB1h}(t); f_{PC1h}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência positiva da frequência fundamental da fase A, fase B e fase C.

As expressões (66), (67) e (68) correspondem às componentes simétricas de sequência positiva de Fortescue no domínio do tempo para a frequência fundamental das fases A, B e C, respectivamente.

C Sequência Negativa de Fortescue - Frequência Fundamental

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência negativa de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (43), (44) e (45) no sistema trifásico da frequência fundamental, demonstrado em (47).

Fase A

$$f_{NA1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B - T^{1h}/3) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C + T^{1h}/3) \right] \quad (69)$$

Fase B

$$f_{NB1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C - T^{1h}/3) \right] \quad (70)$$

Fase C

$$f_{NC1h}(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B + T^{1h}/3) + F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) \right] \quad (71)$$

Onde:

$f_{NA1h}(t)$; $f_{NB1h}(t)$; $f_{NC1h}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência negativa da frequência fundamental da fase A, fase B e fase C.

As expressões (69), (70) e (71) correspondem às componentes simétricas de sequência negativa de Fortescue no domínio do tempo para a frequência fundamental das fases A, B e C, respectivamente.

3.2.1.2 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE DO SISTEMA TRIFÁSICO DAS HARMÔNICAS DE ORDEM 3k

As próximas componentes simétricas de Fortescue a serem obtidas, na sequência, serão aquelas relativas ao sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k. Dessa forma, serão obtidas as componentes simétricas de sequência zero, sequência positiva e sequência negativa de Fortescue, no domínio do tempo do sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k.

A Sequência Zero de Fortescue - Harmônicas de Ordem 3k

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência zero de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (37), (38) e (39) no sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k, demonstrado em (50).

Fase A

$$\begin{aligned}
 f_{ZAZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_A^{(3k)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_B^{(3k)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_C^{(3k)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{72}$$

Fase B

$$\begin{aligned}
 f_{ZBZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_A^{(3k)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_B^{(3k)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_C^{(3k)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{73}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
 f_{ZCZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_A^{(3k)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_B^{(3k)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_C^{(3k)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{74}$$

Onde:

$f_{ZAZh}(t); f_{ZBZh}(t); f_{ZCZh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem 3k da fase A, fase B e fase C.

As expressões (72), (73) e (74) correspondem às componentes simétricas de sequência zero de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k$ das fases A, B e C, respectivamente.

Devido à característica das componentes simétricas de sequência zero estarem em fase entre si, a simplificação demonstrada em (75) é válida.

$$f_{ZZh}(t) = f_{ZAZh}(t) = f_{ZBZh}(t) = f_{ZCZh}(t) \quad (75)$$

Onde:

$f_{ZZh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem $3k$.

B Sequência Positiva de Fortescue - Harmônicas de Ordem $3k$

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência positiva de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (40), (41) e (42) no sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$, demonstrado em (50).

Fase A

$$\begin{aligned} f_{PAZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_A^{(3k)} \right) \right] + \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_B^{(3k)} + T^{1h}/(9k) \right) \right] + \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_C^{(3k)} - T^{1h}/(9k) \right) \right] \end{aligned} \quad (76)$$

Fase B

$$\begin{aligned}
f_{PBZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} - T^{1h}/(9k) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} + T^{1h}/(9k) \right) \right]
\end{aligned} \tag{77}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
f_{PCZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} + T^{1h}/(9k) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} - T^{1h}/(9k) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{78}$$

Onde:

$f_{PAZh}(t); f_{PBZh}(t); f_{PCZh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência positiva das harmônicas de ordem $3k$ da fase A, fase B e fase C.

$T^{1h}/(9k)$ = termo equivalente a um terço do período harmônica de ordem $3k$.

As expressões (76), (77) e (78) correspondem às componentes simétricas de sequência positiva de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k$ das fases A, B e C, respectivamente.

C Sequência Negativa de Fortescue - Harmônicas de Ordem $3k$

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência negativa de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (43), (44) e (45) no sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$, demonstrado em (50).

Fase A

$$\begin{aligned}
f_{NAZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_A^{(3k)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_B^{(3k)} - T^{1h}/(9k) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_C^{(3k)} + T^{1h}/(9k) \right) \right]
\end{aligned} \tag{79}$$

Fase B

$$\begin{aligned}
f_{NBZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_A^{(3k)} + T^{1h}/(9k) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_B^{(3k)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_C^{(3k)} - T^{1h}/(9k) \right) \right]
\end{aligned} \tag{80}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
f_{NCZh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_A^{(3k)} - T^{1h}/(9k) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_B^{(3k)} + T^{1h}/(9k) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_C^{(3k)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{81}$$

Onde:

$f_{NAZh}(t); f_{NBZh}(t); f_{NCZh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de seqüência negativa das harmônicas de ordem $3k$ da fase A, fase B e fase C.

$T^{1h}/(9k)$ = termo equivalente à um terço do período harmônica de ordem $3k$.

As expressões (79), (80) e (81) correspondem às componentes simétricas de seqüência negativa de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k$ das fases A, B e C, respectivamente.

3.2.1.3 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE DO SISTEMA TRIFÁSICO DAS HARMÔNICAS DE ORDEM $3k+1$

Na sequência, serão obtidas as componentes simétricas de sequência zero, sequência positiva e sequência negativa de Fortescue, no domínio do tempo do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$.

A Sequência Zero de Fortescue - Harmônicas de Ordem $3k+1$

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência zero de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (37), (38) e (39) no sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$, demonstrado em (54).

Fase A

$$\begin{aligned}
 f_{ZAPh}(t) &= \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} \right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{82}$$

Fase B

$$\begin{aligned}
 f_{ZBPh}(t) &= \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} \right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{83}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
 f_{ZCPh}(t) &= \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} \right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{84}$$

Onde:

$f_{ZAPh}(t); f_{ZBPh}(t); f_{ZCPh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem $3k+1$ da fase A, fase B e fase C.

As expressões (82), (83) e (84) correspondem às componentes simétricas de sequência zero de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k+1$ das fases A, B e C, respectivamente.

Devido à característica das componentes simétricas de sequência zero estarem em fase entre si, a simplificação demonstrada em (85) é válida.

$$f_{ZPh}(t) = f_{ZAPh}(t) = f_{ZBPh}(t) = f_{ZCPh}(t) \quad (85)$$

Onde:

$f_{ZPh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem $3k+1$.

B Sequência Positiva de Fortescue - Harmônicas de Ordem $3k+1$

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência positiva de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (40), (41) e (42) no sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$, demonstrado em (54).

Fase A

$$\begin{aligned} f_{PAPh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + T^{1h}/(9k+3) \right) \right] + \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - T^{1h}/(9k+3) \right) \right] \end{aligned} \quad (86)$$

Fase B

$$\begin{aligned}
 f_{PBPh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - T^{1h}/(9k+3) \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + T^{1h}/(9k+3) \right) \right]
 \end{aligned} \tag{87}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
 f_{PCPh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + T^{1h}/(9k+3) \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - T^{1h}/(9k+3) \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{88}$$

Onde:

$f_{PAPh}(t); f_{PBPh}(t); f_{PCPh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência positiva das harmônicas de ordem $3k+1$ da fase A, fase B e fase C.

$T^{1h}/(9k+3)$ = termo equivalente a um terço do período harmônica de ordem $3k+1$.

As expressões (86), (87) e (88) correspondem às componentes simétricas de sequência positiva de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k+1$ das fases A, B e C, respectivamente.

C Sequência Negativa de Fortescue - Harmônicas de Ordem $3k+1$

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência negativa de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (43), (44) e (45) no sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$, demonstrado em (54).

Fase A

$$\begin{aligned}
f_{NAPh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - T^{1h}/(9k+3) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + T^{1h}/(9k+3) \right) \right]
\end{aligned} \tag{89}$$

Fase B

$$\begin{aligned}
f_{NBPh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + T^{1h}/(9k+3) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - T^{1h}/(9k+3) \right) \right]
\end{aligned} \tag{90}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
f_{NCPH}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - T^{1h}/(9k+3) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + T^{1h}/(9k+3) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{91}$$

Onde:

$f_{NAPh}(t); f_{NBPh}(t); f_{NCPH}(t)$ = função temporal da componente simétrica de seqüência negativa das harmônicas de ordem $3k+1$ da fase A, fase B e fase C.

$T^{1h}/(9k+3)$ = termo equivalente à um terço do período harmônica de ordem $3k+1$.

As expressões (89), (90) e (91) correspondem às componentes simétricas de seqüência negativa de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k+1$ das fases A, B e C, respectivamente.

3.2.1.4 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE DO SISTEMA TRIFÁSICO DAS HARMÔNICAS DE ORDEM 3k-1

Por fim, as últimas componentes simétricas de Fortescue que serão obtidas são aquelas relativas ao sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k-1. Dessa forma, serão obtidas as componentes simétricas de sequência zero, sequência positiva e sequência negativa de Fortescue, no domínio do tempo do sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k-1.

A Sequência Zero de Fortescue - Harmônicas de Ordem 3k-1

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência zero de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (37), (38) e (39) no sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k-1, demonstrado em (58)

Fase A

$$\begin{aligned}
 f_{ZANh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{92}$$

Fase B

$$\begin{aligned}
 f_{ZBNh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{93}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
f_{ZCNh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{94}$$

Onde:

$f_{ZANh}(t); f_{ZBNh}(t); f_{ZCNh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem $3k-1$ da fase A, fase B e fase C.

As expressões (92), (93) e (94) correspondem às componentes simétricas de sequência zero de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k-1$ das fases A, B e C, respectivamente.

Devido à característica das componentes simétricas de sequência zero estarem em fase entre si, a simplificação demonstrada em (95) é válida.

$$f_{ZNh}(t) = f_{ZANh}(t) = f_{ZBNh}(t) = f_{ZCNh}(t) \tag{95}$$

Onde:

$f_{ZNh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem $3k-1$.

B Sequência Positiva de Fortescue - Harmônicas de Ordem $3k-1$

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência positiva de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (40), (41) e (42) no sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$, demonstrado em (58).

Fase A

$$\begin{aligned}
f_{PANh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + T^{1h}/(9k-3) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - T^{1h}/(9k-3) \right) \right]
\end{aligned} \tag{96}$$

Fase B

$$\begin{aligned}
f_{PBNh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - T^{1h}/(9k-3) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + T^{1h}/(9k-3) \right) \right]
\end{aligned} \tag{97}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
f_{PCNh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + T^{1h}/(9k-3) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - T^{1h}/(9k-3) \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{98}$$

Onde:

$f_{PANh}(t); f_{PBNh}(t); f_{PCNh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de seqüência positiva das harmônicas de ordem $3k-1$ da fase A, fase B e fase C.

$T^{1h}/(9k-3)$ = termo equivalente à um terço do período harmônica de ordem $3k-1$.

As expressões (96), (97) e (98) correspondem às componentes simétricas de seqüência positiva de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k-1$ das fases A, B e C, respectivamente.

C Sequência Negativa de Fortescue - Harmônicas de Ordem 3k-1

Para obter-se as expressões das componentes simétricas de sequência negativa de Fortescue, no domínio do tempo, aplica-se as expressões apresentadas em (43), (44) e (45) no sistema trifásico das harmônicas de ordem 3k-1, demonstrado em (58).

Fase A

$$\begin{aligned}
 f_{NANh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - T^{1h}/(9k-3) \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + T^{1h}/(9k-3) \right) \right]
 \end{aligned} \tag{99}$$

Fase B

$$\begin{aligned}
 f_{NBNh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + T^{1h}/(9k-3) \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - T^{1h}/(9k-3) \right) \right]
 \end{aligned} \tag{100}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
 f_{NCNh}(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - T^{1h}/(9k-3) \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + T^{1h}/(9k-3) \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{101}$$

Onde:

$f_{NANh}(t); f_{NBNh}(t); f_{NCNh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência negativa das harmônicas de ordem 3k-1 da fase A, fase B e fase C.

$T^{1h}/(9k-3)$ = termo equivalente a um terço do período harmônica de ordem 3k-1.

As expressões (99), (100) e (101) correspondem às componentes simétricas de sequência positiva de Fortescue no domínio do tempo para as harmônicas de ordem $3k-1$ das fases A, B e C, respectivamente.

3.3 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS APLICADAS AO SISTEMA TRIFÁSICO PERIÓDICO NÃO SENOIDAL

Uma vez conhecidas as componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico periódico não senoidal em estudo, dado em (46), matematicamente descritas na seção 3.2, é necessário agora conhecer suas componentes simétricas generalizadas. A partir das expressões das componentes simétricas de Fortescue e das componentes simétricas generalizadas, é possível estabelecer uma relação entre ambas.

A aplicação das componentes simétricas generalizadas não requer nenhuma separação do sistema trifásico em suas diversas harmônicas. A única restrição para a aplicação das componentes simétricas generalizadas é que o sistema trifásico seja periódico. Atendendo a essa restrição, basta a aplicação direta do cálculo das componentes generalizadas.

3.3.1 COMPONENTES GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA ZERO OU COMPONENTES HOMOPOLARES

O cálculo das componentes simétricas generalizadas necessita que as componentes homopolares sejam as primeiras a serem calculadas. Pois, é necessário conhecê-las para calcular as demais componentes generalizadas.

As componentes homopolares (ou também componentes de sequência zero) correspondem a valores igualmente presentes nas três fases do sistema trifásico. Ou seja, são os valores presentes em todas as fases cuja somatória é diferente de zero, para um mesmo instante de tempo.

Aplicando-se a expressão para o cálculo da componente simétrica generalizada de sequência zero, apresentada em (20), no sistema trifásico periódico não senoidal (46), a expressão matemática resultante pode ser observada em (102).

$$\begin{aligned}
f_Z^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \left[F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left((k+1)\omega t + \varphi_A^{(k+1)}\right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \left[F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left((k+1)\omega t + \varphi_B^{(k+1)}\right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \left[F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) + \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left((k+1)\omega t + \varphi_C^{(k+1)}\right) \right]
\end{aligned} \quad (102)$$

Lembrando que as frequências que compõem o sistema trifásico podem ser divididas conforme seu comportamento apresentado na seção 3.1, as parcelas da expressão (102) também podem ser divididas segundo o mesmo critério. Assim, as parcelas que representam o somatório das harmônicas de cada uma das fases A, B e C da expressão (102) podem ser divididas conforme três outros novos somatórios. Cada um dos três novos somatórios representam as harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e as harmônicas de ordem $3k-1$. As expressões (103), (104) e (105) apresentam matematicamente essa divisão, respectivamente para as fases A, B e C.

Harmônicas da Fase A

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left((k+1)\omega t + \varphi_A^{(k+1)}\right) = & \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left[(3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}\right] + \\
& \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left[(3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}\right] + \\
& \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left[(3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}\right]
\end{aligned} \quad (103)$$

Harmônicas da Fase B

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left((k+1)\omega t + \varphi_B^{(k+1)}\right) = & \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left[(3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}\right] + \\
& \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left[(3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}\right] + \\
& \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left[(3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}\right]
\end{aligned} \quad (104)$$

Harmônicas da Fase C

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left((k+1)\omega t + \varphi_C^{(k+1)}\right) &= \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left[(3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}\right] + \\
 &\sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left[(3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}\right] + \\
 &\sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left[(3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}\right]
 \end{aligned} \quad (105)$$

A partir das expressões (103), (104) e (105), reescreve-se (102). Assim, a expressão reescrita está apresentada em (106).

$$\begin{aligned}
 f_Z^G(t) &= \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + \\
 &\frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}\right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}\right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}\right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}\right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}\right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}\right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}\right) \right] + \\
 &\frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}\right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}\right) \right] \}
 \end{aligned} \quad (106)$$

A expressão da componente generalizada de sequência zero está agora escrita por parcelas da frequência fundamental e das harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e harmônicas de ordem $3k-1$ e está em apresentado em (106).

Tomando-se como base as expressões (21), (22) e (23) das componentes simétricas generalizadas de sequência zero, é possível assim então escrever uma expressão para cada fase das componentes homopolares a partir de (106).

As expressões (107), (108) e (109) correspondem as componentes simétricas generalizadas homopolares (ou de sequência zero) escritas para cada uma das fases A, B e C, respectivamente.

Uma vez que as componentes generalizadas de sequência zero estão escritas em parcelas da frequência fundamental e das harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e harmônicas de ordem $3k-1$, é possível reescrever (107), (108) e (109) como sendo a somatória de parcelas devido às frequências que compõem as componentes generalizadas de sequência zero.

Fase A

$$f_{ZA}^G(t) = f_{ZA1h}^G(t) + f_{ZAZh}^G(t) + f_{ZAPh}^G(t) + f_{ZANh}^G(t) \quad (110)$$

Fase B

$$f_{ZB}^G(t) = f_{ZB1h}^G(t) + f_{ZBZh}^G(t) + f_{ZBPh}^G(t) + f_{ZBNh}^G(t) \quad (111)$$

Fase C

$$f_{ZC}^G(t) = f_{ZC1h}^G(t) + f_{ZCZh}^G(t) + f_{ZCPh}^G(t) + f_{ZCNh}^G(t) \quad (112)$$

Onde:

$f_{ZA}^G(t); f_{ZB}^G(t); f_{ZC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada de sequência zero da fase A, fase B e fase C

$f_{ZA1h}^G(t); f_{ZB1h}^G(t); f_{ZC1h}^G(t)$ = função temporal da parcela referente à frequência fundamental da componente generalizada de sequência zero da fase A, fase B e fase C.

$f_{ZAZh}^G(t); f_{ZBZh}^G(t); f_{ZCZh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada de sequência zero da fase A.

$f_{ZAPh}^G(t); f_{ZBPh}^G(t); f_{ZCPh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada de sequência zero da fase A, fase B e fase C.

$f_{ZANh}^G(t); f_{ZBNh}^G(t); f_{ZCNh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente generalizada de sequência zero da fase A, fase B e fase C.

Dessa forma, as expressões reescritas das componentes simétricas generalizadas homopolares estão apresentadas para as fases A, B e C respectivamente, em (110), (111) e (112).

O desenvolvimento das parcelas da componente generalizada de sequência zero referentes à frequência fundamental e às harmônicas será realizado na seção 3.4.2 deste trabalho.

3.3.2 COMPONENTES HETEROPOLARES

As componentes heteropolares de um sistema trifásico correspondem àquelas parcelas das fases cujo somatório é igual à zero em qualquer instante de tempo. As componentes heteropolares não fazem parte das componentes simétricas generalizadas, contudo, é imprescindível que sejam calculadas. Para obter-se as componentes heteropolares é necessário conhecer as componentes homopolares do sistema trifásico. Valendo-se da expressão (24), as componentes heteropolares são obtidas pela diferença entre as componentes homopolares e as fases do sistema trifásico.

Com exceção das componentes simétricas generalizadas de sequência zero, todas as outras componentes generalizadas são calculadas a partir das componentes heteropolares do sistema trifásico, como foi descrito na seção 2.2 deste trabalho.

As funções que representam as componentes heteropolares para as fases A, B e C, nessa ordem, são então expressas em (113), (114) e (115).

Fase A

$$f_{HeteroA}^G(t) = F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}[(k+1)\omega t + \phi_A^{(k+1)}] - f_Z^G(t) \quad (113)$$

Fase B

$$f_{HeteroB}^G(t) = F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}[(k+1)\omega t + \phi_B^{(k+1)}] - f_Z^G(t) \quad (114)$$

Fase C

$$f_{HeteroC}^G(t) = F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) + \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left[(k+1)\omega t + \varphi_C^{(k+1)}\right] - f_Z^G(t) \quad (115)$$

Onde:

$f_{HeteroA}^G(t)$; $f_{HeteroB}^G(t)$; $f_{HeteroC}^G(t)$ = função temporal da componente heteropolar da fase A, fase B e fase C

É possível ainda expandir as expressões (113), (114) e (115) valendo-se das expressões descritas em (103), (104) e (105), e também da expressão da componente generalizada de sequência zero escrita em (106). Assim, as expressões das componentes heteropolares estão apresentadas na sua forma expandida em (116), (117) e (118) para as fases A, B e C, respectivamente.

Fase A

$$\begin{aligned} f_{HeteroA}^G(t) = & F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) & + & \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left[(3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}\right] & + \\ & \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left[(3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}\right] & + & \sum_{k=1}^{\infty} K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left[(3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}\right] & + \\ & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) & - & \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) & - \\ & \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}\right) \right] & - \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}\right) \right] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}\right) \right] & - \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}\right) \right] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}\right) \right] & - \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}\right) \right] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}\left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}\right) \right] & - \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}\left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}\right) \right] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}\left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}\right) \right] & \left. \right\} \end{aligned} \quad (116)$$

Fase B

$$\begin{aligned}
 f_{HeteroB}^G(t) = & F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) & + & \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}[(3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}] & + \\
 & \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}[(3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}] & + & \sum_{k=1}^{\infty} K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}[(3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}] & + \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) & - & \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)})] & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)})] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)})] & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)})] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)})] & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)})] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)})] & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)})] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)})] & \left. \right\}
 \end{aligned} \tag{117}$$

Fase C

$$\begin{aligned}
 f_{HeteroC}^G(t) = & F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) & + & \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}[(3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}] & + \\
 & \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}[(3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}] & + & \sum_{k=1}^{\infty} K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}[(3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}] & + \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) & - & \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)})] & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)})] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)})] & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)})] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)})] & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)})] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)})] & - \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)})] & - & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} [K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)})] & \left. \right\}
 \end{aligned} \tag{118}$$

Assim, em (116), (117) e (118) tem-se as expressões das componentes heteropolares apresentadas da mesma forma que as componentes homopolares foram apresentadas. Ou seja, as componentes heteropolares estão escritas através de parcelas da frequência fundamental e das harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e harmônicas de ordem $3k-1$.

3.3.3 COMPONENTES GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA POSITIVA

A componente generalizada de sequência positiva será a primeira a ser equacionada a partir das componentes heteropolares, assim como foi desenvolvido

na seção 2.2 deste trabalho. No entanto, diferentemente da forma original que as componentes simétricas generalizadas foram apresentadas, nas seções seguintes deste trabalho, as componentes generalizadas de cada fase serão calculadas separadamente, assim como foi equacionado as componentes simétricas de Fortescue no domínio do tempo na seção 2.3. Esse procedimento tem como objetivo possibilitar a análise das diferentes componentes simétricas generalizadas à luz das expressões obtidas em 3.2.

Assim, a componente simétrica generalizada de sequência positiva será calculada de forma separada para as fases A, B e C. Para isso, toma-se a expressão (26) e alterna-se a referência entre as três fases de modo que sejam calculadas as componentes generalizadas de sequência positiva. Isto é, para obter-se a expressão da componente generalizada da fase A, a referência torna-se a fase A, obedecendo a sequência de fase A-B-C. Já para obter-se a expressão da componente generalizada da fase B, a referência torna-se a fase B, obedecendo a sequência de fase B-C-A. E por conseguinte, para calcular-se a componente generalizada da fase C, a referência torna-se a fase C, obedecendo a sequência de fase C-A-B.

As expressões que definem as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva, estão escritas em função das componentes heteropolares apresentadas em (116), (117) e (118), conforme calculadas a partir de (26).

Fase A

$$f_{PA}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroA}^G(t) + f_{HeteroB}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroC}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) \right] \quad (119)$$

Fase B

$$f_{PB}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroA}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroB}^G(t) + f_{HeteroC}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) \right] \quad (120)$$

Fase C

$$f_{PC}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroA}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroB}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroC}^G(t) \right] \quad (121)$$

Onde:

$f_{PA}^G(t); f_{PB}^G(t); f_{PC}^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada de sequência positiva da fase A, fase B e fase C

As expressões (119), (120) e (121) representam as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva das fases A, B e C.

Importante ressaltar que o deslocamento que há entre as componentes heteropolares para o cálculo das componentes generalizadas de sequência positiva trata-se de um terço do período da frequência fundamental. Visto que as formas de onda resultantes das fases do sistema trifásico periódico não senoidal, (46), possuem como frequência equivalente a frequência fundamental.

Lembrando que as componentes heteropolares possuem parcelas da frequência fundamental e das harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e harmônicas de ordem $3k-1$, é possível reescrever (119), (120) e (121) como sendo a somatória de parcelas devido às frequências que compõem as componentes generalizadas de sequência positiva.

Fase A

$$f_{PA}^G(t) = f_{PA1h}^G(t) + f_{PAZh}^G(t) + f_{PAPh}^G(t) + f_{PANh}^G(t) \quad (122)$$

Fase B

$$f_{PB}^G(t) = f_{PB1h}^G(t) + f_{PBZh}^G(t) + f_{PBPPh}^G(t) + f_{PBNh}^G(t) \quad (123)$$

Fase C

$$f_{PC}^G(t) = f_{PC1h}^G(t) + f_{PCZh}^G(t) + f_{PCPh}^G(t) + f_{PCNh}^G(t) \quad (124)$$

Onde:

$f_{PA}^G(t); f_{PB}^G(t); f_{PC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada de sequência positiva da fase A, fase B e fase C

$f_{PA1h}^G(t); f_{PB1h}^G(t); f_{PC1h}^G(t)$ = função temporal da parcela referente à frequência fundamental da componente generalizada de sequência positiva da fase A, fase B e fase C.

$f_{PAZh}^G(t); f_{PBZh}^G(t); f_{PCZh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada de sequência positiva da fase A.

$f_{PAPh}^G(t); f_{PBP h}^G(t); f_{PCPh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada de sequência positiva da fase A, fase B e fase C.

$f_{PANh}^G(t); f_{PBNh}^G(t); f_{PCNh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente generalizada de sequência positiva da fase A, fase B e fase C.

Dessa forma, as expressões reescritas das componentes simétricas generalizadas de sequência positiva estão apresentadas para as fases A, B e C respectivamente, em (122), (123) e (124).

O desenvolvimento das parcelas da componente generalizada de sequência positiva referentes à frequência fundamental e às harmônicas será realizado na seção 3.4.3 deste trabalho.

3.3.4 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

Seguindo a sequência da seção 2.2, a próxima componente a ser calculadas será a componente simétrica generalizada de sequência negativa.

De forma análoga ao que foi realizado para as componentes generalizadas de sequência positiva será realizado para obter-se as expressões das componentes generalizadas de sequência negativa.

A componente simétrica generalizada de sequência negativa será calculada de forma separada para as fases A, B e C. Para isso, toma-se a expressão (30) e alterna-se a referência entre as três fases de modo que sejam calculadas as componentes generalizadas de sequência negativa. Isto é, para obter-se a expressão da componente generalizada da fase A, a referência torna-se a fase A, obedecendo a sequência de fase A-B-C. Já para se obter a expressão da componente generalizada da fase B, a referência torna-se a fase B, obedecendo a sequência de fase B-C-A. E por conseguinte, para se calcular a componente generalizada da fase C, a referência torna-se a fase C, obedecendo a sequência de fase C-A-B.

As expressões que definem as componentes simétricas generalizadas de sequência negativa, estão escritas em função das componentes heteropolares apresentadas em (116), (117) e (118), calculadas a partir de (26).

Fase A

$$f_{NA}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroA}^G(t) + f_{HeteroB}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroC}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) \right] \quad (125)$$

Fase B

$$f_{NB}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroA}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroB}^G(t) + f_{HeteroC}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) \right] \quad (126)$$

Fase C

$$f_{NC}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroA}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroB}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroC}^G(t) \right] \quad (127)$$

Onde:

$f_{NA}^G(t)$; $f_{NB}^G(t)$; $f_{NC}^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada de sequência negativa da fase A, fase B e fase C

As expressões (125), (126) e (127) representam as componentes simétricas generalizadas de sequência negativa das fases A, B e C.

Novamente, como as componentes generalizadas de sequência negativa advêm das componentes heteropolares que possuem parcelas da frequência fundamental e das harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e harmônicas de ordem $3k-1$, é possível reescrever (125), (126) e (127) como sendo a somatória de parcelas devido às frequências que compõem as componentes generalizadas de sequência negativa.

Fase A

$$f_{NA}^G(t) = f_{NA1h}^G(t) + f_{NAZh}^G(t) + f_{NAPh}^G(t) + f_{NANh}^G(t) \quad (128)$$

Fase B

$$f_{NB}^G(t) = f_{NB1h}^G(t) + f_{NBZh}^G(t) + f_{NBPh}^G(t) + f_{NBNh}^G(t) \quad (129)$$

Fase C

$$f_{NC}^G(t) = f_{NC1h}^G(t) + f_{NCZh}^G(t) + f_{NCPH}^G(t) + f_{NCNh}^G(t) \quad (130)$$

Onde:

$f_{NA}^G(t); f_{NB}^G(t); f_{NC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada de sequência negativa da fase A, fase B e fase C.

$f_{NA1h}^G(t); f_{NB1h}^G(t); f_{NC1h}^G(t)$ = função temporal da parcela referente à frequência fundamental da componente generalizada de sequência negativa da fase A, fase B e fase C.

$f_{NAZh}^G(t); f_{NBZh}^G(t); f_{NCZh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada de sequência negativa da fase A, fase B e fase C.

$f_{NAPh}^G(t); f_{NBPh}^G(t); f_{NCPH}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada de sequência negativa da fase A, fase B e fase C.

$f_{NANh}^G(t); f_{NBNh}^G(t); f_{NCNh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente generalizada de sequência negativa da fase A, fase B e fase C.

Assim, as expressões reescritas das componentes simétricas generalizadas de sequência negativa estão apresentadas para as fases A, B e C respectivamente, em (128), (129) e (130).

O desenvolvimento das parcelas da componente generalizada de sequência negativa referentes à frequência fundamental e às harmônicas será realizado na seção 3.4.4 deste trabalho.

3.3.5 COMPONENTE GENERALIZADA RESIDUAL

Por fim as últimas componentes calculadas serão as componentes generalizadas residuais.

Diferente das componentes generalizadas de sequência positiva e de sequência negativa, as componentes generalizadas residuais já possuem expressões separadas para seu cálculo para cada uma das fases [1].

Portanto, as componentes generalizadas residuais das fases A, B e C serão calculadas respectivamente à partir das expressões (33), (34) e (35).

As expressões que definem as componentes simétricas generalizadas residuais, estão escritas em função das componentes heteropolares apresentadas em (116), (117) e (118), calculadas a partir de (33), (34) e (35).

Fase A

$$f_{RA}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroA}^G(t) + f_{HeteroA}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroA}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) \right] \quad (131)$$

Fase B

$$f_{RB}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroB}^G(t) + f_{HeteroB}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroB}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) \right] \quad (132)$$

Fase C

$$f_{RC}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \left[f_{HeteroC}^G(t) + f_{HeteroC}^G\left(t + \frac{T_{1h}}{3}\right) + f_{HeteroC}^G\left(t - \frac{T_{1h}}{3}\right) \right] \quad (133)$$

Onde:

$f_{RA}^G(t); f_{RB}^G(t); f_{RC}^G(t)$ = função temporal da componente simétrica generalizada residual da fase A, fase B e fase C

As expressões (131), (132) e (133) representam as componentes simétricas generalizadas residuais das fases A, B e C.

As componentes generalizadas residuais também são calculadas a partir das componentes heteropolares, que possuem parcelas da frequência fundamental e das harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e harmônicas de ordem $3k-1$. Assim, é possível reescrever (131), (132) e (133) como sendo a somatória de parcelas devido às frequências que compõem as componentes generalizadas residuais.

Fase A

$$f_{RA}^G(t) = f_{RA1h}^G(t) + f_{RAZh}^G(t) + f_{RAPh}^G(t) + f_{RANh}^G(t) \quad (134)$$

Fase B

$$f_{RB}^G(t) = f_{RB1h}^G(t) + f_{RBZh}^G(t) + f_{RBP_h}^G(t) + f_{RBNh}^G(t) \quad (135)$$

Fase C

$$f_{RC}^G(t) = f_{RC1h}^G(t) + f_{RCZh}^G(t) + f_{RCP_h}^G(t) + f_{RCNh}^G(t) \quad (136)$$

Onde:

$f_{RA}^G(t); f_{RB}^G(t); f_{RC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada residual da fase A, fase B e fase C.

$f_{RA1h}^G(t); f_{RB1h}^G(t); f_{RC1h}^G(t)$ = função temporal da parcela referente à frequência fundamental da componente generalizada residual da fase A, fase B e fase C.

$f_{RAZh}^G(t); f_{RBZh}^G(t); f_{RCZh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada residual da fase A, fase B e fase C.

$f_{RAP_h}^G(t); f_{RBP_h}^G(t); f_{RCP_h}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada residual da fase A, fase B e fase C.

$f_{RANh}^G(t); f_{RBNh}^G(t); f_{RCNh}^G(t)$ = função temporal da parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente generalizada residual da fase A, fase B e fase C.

Assim, as expressões reescritas das componentes simétricas generalizadas residuais estão apresentadas para as fases A, B e C respectivamente, em (134), (135) e (136).

O desenvolvimento das parcelas das componentes generalizadas residuais referentes à frequência fundamental e às harmônicas será realizado na seção 3.4.5 deste trabalho.

3.4 RELAÇÃO ENTRE COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS E COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE

Nesta seção do trabalho serão obtidas as relações matemáticas entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue. As expressões das componentes simétricas generalizadas obtidas na seção 3.3 para o sistema trifásico periódico não senoidal serão comparadas com as componentes simétricas de Fortescue obtidas para cada um dos quatro subsistemas do sistema trifásico, apresentadas na seção 3.2.

As funções que representam cada uma das componentes simétricas generalizadas foram divididas em parcelas cujos termos agrupados correspondem às harmônicas segundo suas características e a frequência fundamental. Assim, cada uma das componentes simétricas generalizadas será dividida em termos devido à frequência fundamental e as harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e harmônicas de ordem $3k-1$. Cada termo das componentes simétricas generalizadas será analisado separadamente, a fim de facilitar o desenvolvimento das relações com as componentes de Fortescue.

3.4.1 DESLOCAMENTO TEMPORAL

Para o desenvolvimento das relações matemáticas entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue das harmônicas que compõem o sistema trifásico, é necessário transpor o deslocamento das funções continuamente. Ou seja, é necessário encontrar o deslocamento temporal equivalente à um terço do período da frequência fundamental para a harmônica da função em questão. Esse recurso só é possível devido as funções das componentes simétricas serem funções periódicas.

Esse tipo de transposição é usualmente realizado quando trabalha-se com expressões no domínio da frequência, em sistemas trifásico representados em diagramas fasoriais. No caso de diagramas fasoriais, o ângulo de fase é transposto tal que o seu equivalente tenha um valor entre 180° e -180° . A expressão (137) mostra um exemplo simples de uma transposição realizada para uma função escrita fasorialmente.

$$\overset{\circ}{F} = F|_{405^\circ} = F|_{45^\circ} \quad (137)$$

Procedimento equivalente deve ser realizado para as expressões do sistema trifásico descritas no domínio do tempo. No entanto, devido à presença de inúmeras frequências, múltiplas da frequência fundamental a transposição deve ser desenvolvida separadamente para a frequência fundamental e para cada tipo de harmônica.

- Frequência Fundamental
- Harmônicas de Ordem $3k$
- Harmônicas de Ordem $3k+1$
- Harmônicas de Ordem $3k-1$

Dessa forma, após a transposição, os termos de cada frequência deverão possuir seus deslocamentos temporais entre um terço do período ($T^k/3$) e menos um terço do período ($-T^k/3$) da frequência em questão.

Os deslocamentos temporais entre as fases das componentes simétricas generalizadas são sempre relativos à um terço do período da frequência fundamental ($T^{1h}/3$), positivos ou negativos. Isto é, os deslocamentos para os termos da frequência fundamental estarão sempre entre o intervalo desejado de um terço do período ($T^{1h}/3$) e menos um terço do período ($-T^{1h}/3$).

Já para as demais harmônicas, o deslocamento de um terço do período da frequência fundamental necessita ser transposto para o seu equivalente na harmônica em questão. As seções a seguir 3.4.1.1, 3.4.1.2 e 3.4.1.3 demonstrarão essa equivalência para os períodos das harmônicas de ordem $3k$, harmônicas de ordem $3k+1$ e harmônicas de ordem $3k-1$, respectivamente.

3.4.1.1 HARMÔNICAS DE ORDEM $3k$

Seja o deslocamento de um terço do período da frequência fundamental, expresso em (138).

$$\frac{T^{1h}}{3} \quad (138)$$

Para transpor um deslocamento de um terço do período da frequência fundamental para uma dada harmônica de ordem $3k$, é necessário subtrair do deslocamento da fundamental o equivalente de k vezes o período da harmônica em questão.

A expressão que representa matematicamente a transposição do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental para um deslocamento equivalente numa dada harmônica de ordem $3k$ está apresentado em (139).

$$T_{3k} = \frac{T^{1h}}{3} - k \left(\frac{T^{1h}}{3k} \right) \quad (139)$$

Onde:

T_{3k} = deslocamento temporal equivalente da harmônica de ordem $3k$.

T^{1h} = período da frequência fundamental.

$\frac{T^{1h}}{3k}$ = período da harmônica de ordem $3k$.

Simplificando a expressão (139), obtêm-se o equivalente de um terço do período da frequência fundamental para as harmônicas de ordem $3k$, escrito em (140).

$$T_{3k} = 0 \quad (140)$$

Dessa forma, conforme apresentado em (140), um terço do período da frequência fundamental equivale à um deslocamento nulo para as harmônicas de ordem $3k$.

3.4.1.2 HARMÔNICAS DE ORDEM $3k+1$

Seja o deslocamento de um terço do período da frequência fundamental, expresso em (138). Para transpor um deslocamento de um terço do período da frequência fundamental para uma dada harmônica de ordem $3k+1$, é necessário subtrair do deslocamento da fundamental o equivalente de k vezes o período da harmônica em questão.

A expressão que representa matematicamente a transposição do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental para um deslocamento equivalente numa dada harmônica de ordem $3k+1$ está apresentado em (141).

$$T_{3k+1} = \frac{T^{1h}}{3} - k \left(\frac{T^{1h}}{3k+1} \right) \quad (141)$$

Onde:

T_{3k+1} = deslocamento temporal equivalente da harmônica de ordem $3k+1$.

T^{1h} = período da frequência fundamental.

$\frac{T^{1h}}{3k+1}$ = período da harmônica de ordem $3k+1$.

Desenvolvendo-se a equação (141), obtêm-se a expressão apresentada em (142).

$$T_{3k+1} = \frac{3k \cdot T^{1h} + T^{1h} - 3k \cdot T^{1h}}{3(3k+1)} \quad (142)$$

Simplificando a expressão (142) obtêm-se o equivalente de um terço do período da frequência fundamental para as harmônicas de ordem $3k+1$, escrito em (143).

$$T_{3k+1} = \frac{1}{3} \left(\frac{T^{1h}}{3k+1} \right) = \frac{T^{1h}}{9k+3} \quad (143)$$

Dessa forma, conforme apresentado em (143), um terço do período da frequência fundamental equivale à um deslocamento de um terço do período da harmônica de ordem $3k+1$ em questão.

3.4.1.3 HARMÔNICAS DE ORDEM $3k-1$

Seja o deslocamento de um terço do período da frequência fundamental, expresso em (138). Para transpor um deslocamento de um terço do período da frequência fundamental para uma dada harmônica de ordem $3k-1$, é necessário subtrair do deslocamento da fundamental o equivalente de k vezes o período da harmônica em questão.

A expressão que representa matematicamente a transposição do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental para um deslocamento equivalente numa dada harmônica de ordem $3k-1$ está apresentado em (144).

$$T_{3k-1} = \frac{T^{1h}}{3} - k \left(\frac{T^{1h}}{3k-1} \right) \quad (144)$$

Onde:

T_{3k-1} = deslocamento temporal equivalente da harmônica de ordem $3k-1$.

T^{1h} = período da frequência fundamental.

$\frac{T^{1h}}{3k-1}$ = período da harmônica de ordem $3k-1$.

Desenvolvendo-se a equação (144), obtêm-se a expressão apresentada em (145).

$$T_{3k-1} = \frac{3k \cdot T^{1h} - T^{1h} - 3k \cdot T^{1h}}{3(3k-1)} \quad (145)$$

Simplificando-se a expressão (145), obtêm-se o equivalente de um terço do período da frequência fundamental para as harmônicas de ordem $3k-1$, escrito em (146).

$$T_{3k-1} = -\frac{1}{3} \left(\frac{T^{1h}}{3k-1} \right) = -\frac{T^{1h}}{9k-3} \quad (146)$$

Dessa forma, conforme apresentado em (146), um terço do período da frequência fundamental equivale à um deslocamento de menos um terço (ou dois terços) do período da harmônica de ordem $3k-1$ em questão.

3.4.2 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA ZERO

A primeira componente simétrica generalizada a ser analisada trata-se da componente de sequência zero. A análise dessa componente partirá de suas expressões obtidas em 3.3.1.

Cada uma das parcelas das componentes generalizadas de sequência zero relativas à frequência fundamental e suas harmônicas serão tratadas e comparadas com as componentes simétricas de Fortescue da seção 3.2.

Partindo-se das expressões (107), (108), (109), (110), (111) e (112), cada uma das parcelas das componentes simétricas generalizadas de sequência zero serão relacionadas separadamente.

Toda a análise será desenvolvida para a componente generalizada de sequência zero da fase A. As relações para as fases B e C serão obtidas por analogia ao desenvolvimento feito para a fase A.

3.4.2.1 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA ZERO - FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada de sequência zero, a primeira a ser observada será aquela relativa à frequência fundamental, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência zero referente à frequência fundamental está apresentada em (147).

$$f_{ZA1h}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) + \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) \quad (147)$$

É possível agrupar os termos de (147), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue da frequência fundamental. Ou seja, é possível reescrever (147) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico da frequência fundamental obtido em 3.2.1.1.

O resultado obtido corresponde à relação da parcela referente à frequência fundamental da componente simétrica generalizada de sequência zero.

$$f_{ZA1h}^G(t) = f_{Z1h}(t) \quad (148)$$

A expressão (148) demonstra que a parcela referente à frequência fundamental da componente simétrica generalizada de sequência zero equivale à componente de sequência zero de Fortescue do sistema trifásico da frequência fundamental.

3.4.2.2 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA ZERO - HARMÔNICAS DE ORDEM 3k

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada de sequência zero, a segunda a ser observada será aquela relativa às harmônicas de ordem 3k, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência zero referente às harmônicas de ordem 3k está apresentada em (149).

$$\begin{aligned}
f_{ZAZh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_A^{(3k)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_B^{(3k)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k) \omega t + \varphi_C^{(3k)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{149}$$

É possível agrupar os termos de (149), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k$. Ou seja, é possível reescrever (149) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico às harmônicas de ordem $3k$ obtido em 3.2.1.2.

O resultado obtido corresponde à relação da parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente simétrica generalizada de sequência zero.

$$f_{ZAZh}^G(t) = f_{ZZh}(t) \tag{150}$$

A expressão (150) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente simétrica generalizada de sequência zero equivale à componente de sequência zero de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$.

3.4.2.3 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA ZERO - HARMÔNICAS DE ORDEM $3k+1$

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada de sequência zero, a terceira a ser observada será aquela relativa às harmônicas de ordem $3k+1$, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência zero referente às harmônicas de ordem $3k+1$ está apresentada em (151).

$$\begin{aligned}
f_{ZAPh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{151}$$

É possível agrupar os termos de (151), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k+1$. Ou seja, é possível reescrever (151) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico às harmônicas de ordem $3k+1$ obtido em 3.2.1.3.

O resultado obtido corresponde à relação da parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente simétrica generalizada de sequência zero.

$$f_{ZAPh}^G(t) = f_{ZPh}(t) \tag{152}$$

A expressão (152) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente simétrica generalizada de sequência zero equivale à componente de sequência zero de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de sequência positiva.

3.4.2.4 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA ZERO - HARMÔNICAS DE ORDEM $3k-1$

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada de sequência zero, a quarta e última a ser observada será aquela relativa às harmônicas de ordem $3k-1$, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência zero referente às harmônicas de ordem $3k-1$ está apresentada em (153).

$$\begin{aligned}
f_{ZANh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{153}$$

É possível agrupar os termos de (153), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k-1$. Ou seja, é possível reescrever (153) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico às harmônicas de ordem $3k-1$ obtido em 3.2.1.4.

O resultado obtido corresponde à relação da parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente simétrica generalizada de sequência zero.

$$f_{ZANh}^G(t) = f_{ZNh}(t) \tag{154}$$

A expressão (154) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente simétrica generalizada de sequência zero equivale à componente de sequência zero de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$.

3.4.2.5 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA ZERO - TOTAL

Uma vez estabelecidas as relações das parcelas referentes à frequência fundamental e as harmônicas ($f_{ZA1h}^G(t)$; $f_{ZAZh}^G(t)$; $f_{ZAPh}^G(t)$; $f_{ZANh}^G(t)$) que compõem a componente generalizada de sequência zero ($f_{ZA}^G(t)$), é possível reescrever a expressão (110) em função das componentes de sequência de Fortescue. Para isso, as relações obtidas em (148), (150), (152) e (154) serão substituídas em (110), reescrevendo-se assim a componente simétrica generalizada de sequência zero em função das componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{ZA}^G(t) = f_{Z1h}(t) + f_{ZZh}(t) + f_{ZPh}(t) + f_{ZNh}(t) \quad (155)$$

A relação entre a componente generalizada de sequência zero e as componentes simétricas de Fortescue está matematicamente expressa em (155), representada pela fase A dessa componente generalizada.

As relações entre as componentes simétricas de Fortescue e as componentes generalizadas de sequência zero das fases B e C são obtidas por analogia ao desenvolvimento realizado para a fase A.

Dessa forma, as relações entre as componentes simétricas generalizadas de sequência zero com as componentes simétricas de Fortescue para as fases A, B e C podem ser escritas a partir de (155).

Sabendo que as componentes generalizadas são iguais para as três fases do sistema trifásico, é possível então escrever-se uma expressão da componente generalizada de sequência zero para cada uma das fases A, B e C., utilizando-se as componentes simétricas de sequência zero de Fortescue obtidas para cada uma das três fases dos subsistemas trifásicos que compõem o sistema trifásico periódico não senoidal total.

Fase A

$$f_{ZA}^G(t) = f_{ZA1h}(t) + f_{ZAZh}(t) + f_{ZAPh}(t) + f_{ZANh}(t) \quad (156)$$

Fase B

$$f_{ZB}^G(t) = f_{ZB1h}(t) + f_{ZBZh}(t) + f_{ZBPh}(t) + f_{ZBNh}(t) \quad (157)$$

Fase C

$$f_{ZC}^G(t) = f_{ZC1h}(t) + f_{ZCZh}(t) + f_{ZCPh}(t) + f_{ZCNh}(t) \quad (158)$$

Onde:

$f_{ZA}^G(t); f_{ZB}^G(t); f_{ZC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada de sequência zero da fase A, fase B e fase C.

$f_{ZA1h}(t); f_{ZB1h}(t); f_{ZC1h}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero da frequência fundamental da fase A, fase B e fase C.

$f_{ZAZh}(t); f_{ZBZh}(t); f_{ZCZh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem $3k$ da fase A, fase B e fase C.

$f_{ZAPh}(t); f_{ZBPh}(t); f_{ZCPH}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem $3k+1$ da fase A, fase B e fase C.

$f_{ZANh}(t); f_{ZBNh}(t); f_{ZCNh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência zero das harmônicas de ordem $3k-1$ da fase A, fase B e fase C.

As expressões (156), (157) e (158) representam matematicamente as relações entre as componentes simétricas generalizadas de sequência zero das fases A, B e C, respectivamente, com as componentes de sequência de Fortescue dos subsistemas trifásicos do sistema trifásico periódico não senoidal total.

Interessante ressaltar que de fato as componentes simétricas generalizadas de sequência zero (ou homopolares) são compostas apenas pelas componentes homopolares de todas as frequências que compõem o sistema trifásico não senoidal.

3.4.3 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA POSITIVA

A segunda componente simétrica generalizada a ser analisada trata-se da componente de sequência positiva. A análise dessa componente partirá de suas expressões obtidas em 3.3.3.

Cada uma das parcelas das componentes generalizadas de sequência positiva relativas à frequência fundamental e suas harmônicas serão tratadas e comparadas com as componentes simétricas de Fortescue da seção 3.2.

Partindo-se das expressões (119), (120), (121), (122), (123) e (124), cada uma das parcelas das componentes simétricas generalizadas de sequência positiva serão relacionadas separadamente.

Toda a análise será desenvolvida para a componente generalizada de sequência positiva da fase A. As relações para as fases B e C serão obtidas por analogia ao desenvolvimento feito para a fase A.

3.4.3.1 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA POSITIVA - FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada de sequência positiva, a primeira a ser observada será aquela relativa à frequência fundamental, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência positiva referente à frequência fundamental está apresentada em (159).

$$\begin{aligned}
 f_{PA1h}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot [F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B + T^{1h}/3) + \\
 & F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C - T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) - \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B + T^{1h}/3) - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C + T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B - T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C - T^{1h}/3)] \quad (159)
 \end{aligned}$$

É possível agrupar alguns termos de (159), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue da frequência fundamental. Ou seja, é possível reescrever (159) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico da frequência fundamental obtido em 3.2.1.1.

$$f_{PA1h}^G(t) = f_{PA1h}(t) - \frac{1}{3} \cdot [f_{PA1h}(t) + f_{PB1h}(t) + f_{PC1h}(t)] \quad (160)$$

O resultado alcançado é uma expressão da componente generalizada de sequência positiva em função das componentes de sequência positiva de Fortescue, apresentado em (160).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência positiva de Fortescue, $f_{PA1h}(t)$, $f_{PB1h}(t)$ e $f_{PC1h}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (161).

$$f_{PA1h}(t) + f_{PB1h}(t) + f_{PC1h}(t) = 0 \quad (161)$$

Aplicando-se a simplificação (161) na expressão da componente generalizada de sequência positiva (160), obtêm-se a relação de sua parcela referente à frequência fundamental com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{PA1h}^G(t) = f_{PA1h}(t) \quad (162)$$

A expressão (162) demonstra que a parcela referente à frequência fundamental da componente simétrica generalizada de sequência positiva equivale à componente de sequência positiva de Fortescue do sistema trifásico da frequência fundamental.

3.4.3.2 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA POSITIVA - HARMÔNICAS DE ORDEM 3k

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada de sequência positiva, a segunda a ser observada será aquela relativa às harmônicas de ordem 3k, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência positiva referente às harmônicas de ordem 3k está apresentada em (163).

$$\begin{aligned} f_{PAZh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] + \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] \end{aligned} \quad (163)$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (163), é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem 3k.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem $3k$ está apresentada na expressão (140). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada de sequência positiva com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
 f_{PAZh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right]
 \end{aligned} \tag{164}$$

A expressão (164) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada de sequência positiva com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (164), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k$. Ou seja, é possível reescrever (164) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$ obtido em 3.2.1.2.

$$f_{PAZh}^G(t) = f_{ZZh}(t) - \frac{1}{3} \cdot [f_{ZZh}(t) + f_{ZZh}(t) + f_{ZZh}(t)] \tag{165}$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada de sequência positiva em função das componentes de sequência zero de Fortescue, apresentado em (165).

A expressão (165) pode ser simplificada de forma a obter-se a relação da sua parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{PAZh}^G(t) = 0 \quad (166)$$

A expressão (166) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente simétrica generalizada de sequência positiva é nula. Isto implica que não existem harmônicas de ordem $3k$ compondo as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva.

3.4.3.3 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA POSITIVA - HARMÔNICAS DE ORDEM $3k+1$

Na ordem das parcelas da componente generalizada de sequência positiva, a terceira que deve ser observada é aquela relativa às harmônicas de ordem $3k+1$, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência positiva referente às harmônicas de ordem $3k+1$ está apresentada em (167).

$$\begin{aligned}
 f_{PAPh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right]
 \end{aligned} \quad (167)$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (167), é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem $3k+1$.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem $3k+1$ está apresentado na expressão (143). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada de sequência positiva com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
f_{PAPh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{168}$$

A expressão (168) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada de sequência positiva com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (168), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k+1$. Ou seja, é possível reescrever (168) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$ obtido em 3.2.1.3.

$$f_{PAPh}^G(t) = f_{PAPh}(t) - \frac{1}{3} \cdot [f_{PAPh}(t) + f_{PBP_h}(t) + f_{PCPh}(t)] \tag{169}$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada de sequência positiva em função das componentes de sequência positiva de Fortescue, apresentado em (169).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência positiva de Fortescue, $f_{PAPh}(t)$, $f_{PBP_h}(t)$ e $f_{PCPh}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (170).

$$f_{PAPh}(t) + f_{PBP_h}(t) + f_{PCPh}(t) = 0 \tag{170}$$

Aplicando-se a simplificação (170) na expressão da parcela da componente generalizada de sequência positiva (169), obtêm-se a relação de sua parcela

referente às harmônicas de ordem $3k+1$ com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{PAPh}^G(t) = f_{PAPh}(t) \quad (171)$$

A expressão (171) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente simétrica generalizada de sequência positiva equivale à componente de sequência positiva de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$.

3.4.3.4 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA POSITIVA - HARMÔNICAS DE ORDEM $3k-1$

A última das parcelas da componente generalizada de sequência positiva que deve ser observada é aquela relativa às harmônicas de ordem $3k-1$, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência positiva referente às harmônicas de ordem $3k-1$ está apresentada em (172).

$$\begin{aligned} f_{PANh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] + \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] \end{aligned} \quad (172)$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (172), é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem $3k-1$.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem $3k-1$ está apresentado na expressão (146). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de

ordem $3k-1$ da componente generalizada de sequência positiva com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
f_{PANh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} \right) \right] + \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{173}$$

A expressão (173) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente generalizada de sequência negativa com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (173), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k-1$. Ou seja, é possível reescrever (173) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$ obtido em 3.2.1.4.

$$f_{PANh}^G(t) = f_{NANh}(t) - \frac{1}{3} \cdot [f_{NANh}(t) + f_{NBNh}(t) + f_{NCNh}(t)] \tag{174}$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada de sequência positiva em função das componentes de sequência negativa de Fortescue, apresentado em (174).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência positiva de Fortescue, $f_{NANh}(t)$, $f_{NBNh}(t)$ e $f_{NCNh}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (175).

$$f_{NANh}(t) + f_{NBNh}(t) + f_{NCNh}(t) = 0 \tag{175}$$

Aplicando-se a simplificação (175) na expressão da parcela da componente generalizada de sequência positiva (174), obtêm-se a relação de sua parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{PANh}^G(t) = f_{NANh}(t) \quad (176)$$

A expressão (176) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente simétrica generalizada de sequência negativa equivale à componente de sequência negativa de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$.

3.4.3.5 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA POSITIVA - TOTAL

Uma vez estabelecidas as relações das parcelas referentes à frequência fundamental e as harmônicas ($f_{PA1h}^G(t)$; $f_{PAZh}^G(t)$; $f_{PAPh}^G(t)$; $f_{PANh}^G(t)$) que compõem a componente generalizada de sequência positiva ($f_{PA}^G(t)$), é possível reescrever a expressão (122) em função das componentes de sequência de Fortescue. Para isso, as relações obtidas em (162), (166), (171) e (176) serão substituídas em (122), reescrevendo-se assim a componente simétrica generalizada de sequência positiva em função das componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{PA}^G(t) = f_{PA1h}(t) + f_{PAPh}(t) + f_{NANh}(t) \quad (177)$$

A relação entre a componente generalizada de sequência positiva e as componentes simétricas de Fortescue está matematicamente expressa em (177), representada pela fase A dessa componente generalizada.

As relações entre as componentes simétricas de Fortescue e as componentes generalizadas de sequência positiva das fases B e C são obtidas por analogia ao desenvolvimento realizado para a fase A.

Dessa forma, as relações entre as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva com as componentes simétricas de Fortescue para as fases A, B e C podem ser escritas a partir de (177).

Fase A

$$f_{PA}^G(t) = f_{PA1h}(t) + f_{PAPh}(t) + f_{NANh}(t) \quad (178)$$

Fase B

$$f_{PB}^G(t) = f_{PB1h}(t) + f_{PBPPh}(t) + f_{NBNh}(t) \quad (179)$$

Fase C

$$f_{PC}^G(t) = f_{PC1h}(t) + f_{PCPh}(t) + f_{NCNh}(t) \quad (180)$$

Onde:

$f_{PA}^G(t); f_{PB}^G(t); f_{PC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada de sequência positiva da fase A, fase B e fase C.

$f_{PA1h}(t); f_{PB1h}(t); f_{PC1h}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência positiva da frequência fundamental da fase A, fase B e fase C.

$f_{PAPh}(t); f_{PBPPh}(t); f_{PCPh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência positiva das harmônicas de ordem $3k+1$ da fase A, fase B e fase C.

$f_{NANh}(t); f_{NBNh}(t); f_{NCNh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência negativa das harmônicas de ordem $3k-1$ da fase A, fase B e fase C.

As expressões (178), (179) e (180) representam matematicamente as relações entre as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva das fases A, B e C, respectivamente, com as componentes de sequência de Fortescue dos subsistemas trifásicos do sistema trifásico periódico não senoidal total.

Interessante ressaltar o fato de não haver harmônicas homopolares na composição da componente generalizada de sequência positiva. Bem como, de haver a presença de componentes de sequência negativa advinda das harmônicas de ordem $3k-1$. Essas características que se apresentaram nas componentes generalizadas de sequência positiva devem-se ao deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, que advêm do próprio equacionamento das componentes simétricas generalizadas.

3.4.4 COMPONENTE SIMÉTRICA GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

A terceira componente simétrica generalizada a ser analisada trata-se da componente de sequência negativa. A análise dessa componente partirá de suas expressões obtidas em 3.3.4.

Cada uma das parcelas das componentes generalizadas de sequência negativa relativas à frequência fundamental e suas harmônicas serão tratadas e comparadas com as componentes simétricas de Fortescue da seção 3.2.

Partindo-se das expressões (125), (126), (127), (128), (129) e (130), cada uma das parcelas das componentes simétricas generalizadas de sequência negativa serão relacionadas separadamente.

Toda a análise será desenvolvida para a componente generalizada de sequência negativa da fase A. As relações para as fases B e C serão obtidas por analogia ao desenvolvimento feito para a fase A.

3.4.4.1 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA NEGATIVA - FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada de sequência negativa, a primeira a ser observada será aquela relativa à frequência fundamental, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência negativa referente à frequência fundamental está apresentada em (181).

$$\begin{aligned}
 f_{NA1h}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot [F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B - T^{1h}/3) + \\
 & F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C + T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) - \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B - T^{1h}/3) - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C - T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) - \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B + T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C + T^{1h}/3)
 \end{aligned} \tag{181}$$

É possível agrupar alguns termos de (181), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue da frequência

fundamental. Ou seja, é possível reescrever (181) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico da frequência fundamental obtido em 3.2.1.1.

$$f_{NA1h}^G(t) = f_{NA1h}(t) - \frac{1}{3} \cdot [f_{NA1h}(t) + f_{NB1h}(t) + f_{NC1h}(t)] \quad (182)$$

O resultado alcançado é uma expressão da componente generalizada de sequência negativa em função das componentes de sequência positiva de Fortescue, apresentado em (182).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência negativa de Fortescue, $f_{NA1h}(t)$, $f_{NB1h}(t)$ e $f_{NC1h}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (183).

$$f_{NA1h}(t) + f_{NB1h}(t) + f_{NC1h}(t) = 0 \quad (183)$$

Aplicando-se a simplificação (183) na expressão da componente generalizada de sequência negativa (182), obtêm-se a relação de sua parcela referente à frequência fundamental com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{NA1h}^G(t) = f_{NA1h}(t) \quad (184)$$

A expressão (184) demonstra que a parcela referente à frequência fundamental da componente simétrica generalizada de sequência negativa equivale à componente de sequência negativa de Fortescue do sistema trifásico da frequência fundamental.

3.4.4.2 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA NEGATIVA - HARMÔNICAS DE ORDEM 3k

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada de sequência negativa, a segunda a ser observada será aquela relativa às harmônicas de ordem 3k, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência negativa referente às harmônicas de ordem 3k está apresentada em (185).

$$\begin{aligned}
 f_{NAZI}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} + T^{1h}/3) \right]
 \end{aligned} \tag{185}$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (185) é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem 3k.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem 3k está apresentada na expressão (140). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de ordem 3k da componente generalizada de sequência negativa com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
 f_{NAZI}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right]
 \end{aligned} \tag{186}$$

A expressão (186) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada de sequência negativa com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (186), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k$. Ou seja, é possível reescrever (186) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$ obtido em 3.2.1.2.

$$f_{NAZh}^G(t) = f_{ZZh}(t) - \frac{1}{3} \cdot [f_{ZZh}(t) + f_{ZZh}(t) + f_{ZZh}(t)] \quad (187)$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada de sequência negativa em função das componentes de sequência zero de Fortescue, apresentado em (187).

A expressão (187) pode ser simplificada de forma a obter-se a relação dessa sua parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{NAZh}^G(t) = 0 \quad (188)$$

A expressão (188) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente simétrica generalizada de sequência negativa é nula. Isto implica que não haverá harmônicas de ordem $3k$ compondo as componentes simétricas generalizadas de sequência negativa.

3.4.4.3 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA NEGATIVA - HARMÔNICAS DE ORDEM $3k+1$

Na ordem das parcelas da componente generalizada de sequência negativa, a terceira que deve ser observada é aquela relativa às harmônicas de ordem $3k+1$, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência negativa referente às harmônicas de ordem $3k+1$ está apresentada em (189).

$$\begin{aligned}
f_{NAPh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right]
\end{aligned} \tag{189}$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (189), é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem $3k+1$.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem $3k+1$ está apresentado na expressão (143). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada de sequência negativa com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
f_{NAPh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{190}$$

A expressão (190) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada de sequência negativa com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (190), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k+1$. Ou seja, é possível reescrever (190) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$ obtido em 3.2.1.3.

$$f_{NAPh}^G(t) = f_{NAPh}(t) - \frac{1}{3} \cdot [f_{NAPh}(t) + f_{NBPh}(t) + f_{NCPH}(t)] \quad (191)$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada de sequência negativa em função das componentes de sequência positiva de Fortescue, apresentado em (191).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência positiva de Fortescue, $f_{NAPh}(t)$, $f_{NBPh}(t)$ e $f_{NCPH}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (192).

$$f_{NAPh}(t) + f_{NBPh}(t) + f_{NCPH}(t) = 0 \quad (192)$$

Aplicando-se a simplificação (192) na expressão da parcela da componente generalizada de sequência negativa (191), obtêm-se a relação de sua parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{NAPh}^G(t) = f_{NAPh}(t) \quad (193)$$

A expressão (193) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente simétrica generalizada de sequência negativa equivale à componente de sequência negativa de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$.

3.4.4.4 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA NEGATIVA - HARMÔNICAS DE ORDEM 3k-1

A última das parcelas da componente generalizada de sequência negativa que deve ser observada é aquela relativa às harmônicas de ordem 3k-1, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada de sequência negativa referente às harmônicas de ordem 3k-1 está apresentada em (194).

$$\begin{aligned}
 f_{NANh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right]
 \end{aligned} \tag{194}$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (194), é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem 3k-1.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem 3k-1 está apresentado na expressão (146). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de ordem 3k-1 da componente generalizada de sequência negativa com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
 f_{NANh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{195}$$

A expressão (195) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente generalizada de sequência negativa com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (195), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k-1$. Ou seja, é possível reescrever (195) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$ obtido em 3.2.1.4.

$$f_{NANh}^G(t) = f_{PANh}(t) - \frac{1}{3} \cdot [f_{PANh}(t) + f_{PBNh}(t) + f_{PCNh}(t)] \quad (196)$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada de sequência negativa em função das componentes de sequência negativa de Fortescue, apresentado em (196).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência positiva de Fortescue, $f_{PANh}(t)$, $f_{PBNh}(t)$ e $f_{PCNh}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (197).

$$f_{PANh}(t) + f_{PBNh}(t) + f_{PCNh}(t) = 0 \quad (197)$$

Aplicando-se a simplificação (197) na expressão da parcela da componente generalizada de sequência negativa (196), obtêm-se a relação de sua parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{NANh}^G(t) = f_{PANh}(t) \quad (198)$$

A expressão (198) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente simétrica generalizada de sequência negativa equivale à componente de sequência positiva de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$.

3.4.4.5 COMPONENTE GENERALIZADA DE SEQUÊNCIA NEGATIVA - TOTAL

Uma vez estabelecidas as relações das parcelas referentes à frequência fundamental e as harmônicas ($f_{NA1h}^G(t)$; $f_{NAZh}^G(t)$; $f_{NAPh}^G(t)$; $f_{NANh}^G(t)$) que compõem a componente generalizada de sequência negativa ($f_{NA}^G(t)$), é possível reescrever a expressão (128) em função das componentes de sequência de Fortescue. Para isso, as relações obtidas em (184), (188), (193) e (198) serão substituídas em (128), reescrevendo-se assim a componente simétrica generalizada de sequência negativa em função das componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{NA}^G(t) = f_{NA1h}(t) + f_{NAPh}(t) + f_{PANh}(t) \quad (199)$$

A relação entre a componente generalizada de sequência negativa e as componentes simétricas de Fortescue está matematicamente expressa em (199), representada pela fase A dessa componente generalizada.

As relações entre as componentes simétricas de Fortescue e as componentes generalizadas de sequência negativa das fases B e C são obtidas por analogia ao desenvolvimento realizado para a fase A.

Dessa forma, as relações entre as componentes simétricas generalizadas de sequência negativa com as componentes simétricas de Fortescue para as fases A, B e C podem ser escritas a partir de (199).

Fase A

$$f_{NA}^G(t) = f_{NA1h}(t) + f_{NAPh}(t) + f_{PANh}(t) \quad (200)$$

Fase B

$$f_{NB}^G(t) = f_{NB1h}(t) + f_{NBPh}(t) + f_{PBNh}(t) \quad (201)$$

Fase C

$$f_{NC}^G(t) = f_{NC1h}(t) + f_{NCPH}(t) + f_{PCNh}(t) \quad (202)$$

Onde:

$f_{NA}^G(t); f_{NB}^G(t); f_{NC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada de sequência negativa da fase A, fase B e fase C.

$f_{NA1h}(t); f_{NB1h}(t); f_{NC1h}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência negativa da frequência fundamental da fase A, fase B e fase C.

$f_{NAPh}(t); f_{NBPh}(t); f_{NCPH}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência negativa das harmônicas de ordem $3k+1$ da fase A, fase B e fase C.

$f_{PANh}(t); f_{PBPh}(t); f_{PCPh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência positiva das harmônicas de ordem $3k-1$ da fase A, fase B e fase C.

As expressões (200), (201) e (202) representam matematicamente as relações entre as componentes simétricas generalizadas de sequência negativa das fases A, B e C, respectivamente, com as componentes de sequência de Fortescue dos subsistemas trifásicos do sistema trifásico periódico não senoidal total.

Interessante ressaltar o fato de não haver harmônicas homopolares na composição da componente generalizada de sequência negativa. Bem como, de haver a presença de componentes de sequência positiva advinda das harmônicas de ordem $3k-1$. Essas características que se apresentaram nas componentes generalizadas de sequência negativa devem-se ao deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, que advém do próprio equacionamento das componentes simétricas generalizadas.

3.4.5 COMPONENTE GENERALIZADA RESIDUAL

A quarta e última componente simétrica generalizada a ser analisada trata-se da componente residual. A análise dessa componente partirá de suas expressões obtidas em 3.4.5.

Cada uma das parcelas das componentes generalizadas residuais referentes à frequência fundamental e suas harmônicas serão tratadas e comparadas com as componentes simétricas de Fortescue da seção 3.2.

Partindo-se das expressões (131), (132) e (133) mas principalmente das expressões (134), (135) e (136), cada uma das parcelas das componentes simétricas generalizadas residuais serão relacionadas separadamente.

Toda a análise será desenvolvida para a componente generalizada residual da fase A. As relações para as fases B e C serão obtidas por analogia ao desenvolvimento feito para a fase A.

3.4.5.1 COMPONENTE GENERALIZADA RESIDUAL - FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada residual, a primeira a ser observada será aquela relativa à frequência fundamental, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada residual referente à frequência fundamental está apresentada em (203).

$$\begin{aligned}
 f_{RA1h}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) + \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) - \frac{1}{9} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) - \\
 & \frac{1}{9} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B) - \frac{1}{9} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C) - \\
 & \frac{1}{9} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) - \frac{1}{9} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B + T^{1h}/3) - \\
 & \frac{1}{9} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C + T^{1h}/3) - \frac{1}{9} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) - \\
 & \frac{1}{9} \cdot F_B \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_B - T^{1h}/3) - \frac{1}{9} \cdot F_C \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_C - T^{1h}/3)
 \end{aligned} \tag{203}$$

É possível agrupar alguns termos de (203), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue da frequência fundamental. Ou seja, é possível reescrever (203) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico da frequência fundamental obtido em 3.2.1.1.

$$\begin{aligned}
 f_{RA1h}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) + \\
 & \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) - \frac{1}{3} \cdot [f_{PA1h}(t) + f_{PB1h}(t) + f_{PC1h}(t)]
 \end{aligned} \tag{204}$$

O resultado alcançado é uma expressão da componente generalizada residual em função das componentes de sequência positiva de Fortescue, apresentado em (204).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência positiva de Fortescue, $f_{PA1h}(t)$, $f_{PB1h}(t)$ e $f_{PC1h}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (205).

$$f_{PA1h}(t) + f_{PB1h}(t) + f_{PC1h}(t) = 0 \quad (205)$$

Aplicando-se a simplificação (205) na expressão na parcela da componente generalizada residual (204), obtêm-se a uma expressão em função somente da fase A do sistema trifásico da frequência fundamental. A expressão resultante está apresentada em (206).

$$f_{RA1h}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) + \frac{1}{3} \cdot F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) \quad (206)$$

Para que a expressão (206) seja compreendida, é necessário analisar suas parcelas como formando um sistema trifásico equivalente. Considere o seguinte sistema trifásico apresentado em (207).

$$\begin{cases} F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) \\ F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) \\ F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) \end{cases} \quad (207)$$

Seja um sistema trifásico equilibrado como sendo aquele cujas amplitudes das três fases são iguais em módulo. E agora, seja um sistema trifásico simétrico como sendo aquele quando a defasagem entre as três fases equivale à um terço do seu período de sua frequência, quando tratado no domínio do tempo.

O sistema formado em (207) trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado. Isso porque as amplitudes das três fases equivalentes são iguais. Bem

como a defasagem entre as três fases equivalentes equivalem à um terço do período da frequência fundamental.

Portanto a simplificação (208) é válida.

$$F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A) + F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A + T^{1h}/3) + F_A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_A - T^{1h}/3) = 0 \quad (208)$$

Aplicando-se a simplificação (208) na expressão da componente generalizada residual resultante em (206), obtêm-se a relação de sua parcela referente à frequência fundamental com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{RA1h}^G(t) = 0 \quad (209)$$

A expressão (209) demonstra que a parcela referente à frequência fundamental da componente generalizada residual é nula. Isto implica que a frequência fundamental não irá compor as componentes generalizadas residuais.

3.4.5.2 COMPONENTE GENERALIZADA RESIDUAL - HARMÔNICAS DE ORDEM 3k

Seguindo a sequência das parcelas da componente generalizada residual, a segunda a ser observada será aquela relativa às harmônicas de ordem 3k, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada residual referente às harmônicas de ordem 3k está apresentada em (210).

$$\begin{aligned} f_{RAZH}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] + \\ & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \\ & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)} - T^{1h}/3) \right] \end{aligned} \quad (210)$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (210), é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem $3k$.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem $3k$ está apresentada na expressão (140). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada residual com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
 f_{RAZh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_A^{(3k)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_B^{(3k)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k)\omega t + \varphi_C^{(3k)}) \right]
 \end{aligned} \tag{211}$$

A expressão (211) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada residual com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (211), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k$. Ou seja, é possível reescrever (211) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$ obtido em 3.2.1.2.

$$f_{RAZh}^G(t) = f_{AZh}(t) - f_{ZZh}(t) \tag{212}$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada residual está apresentado em (212). É possível notar que a expressão resultante é função da fase A do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$ e de suas componentes de sequência zero.

Para melhor compreender o resultado da parcela da componente generalizada residual, é necessário retornar à definição das componentes simétricas de Fortescue. Na expressão (2) está matematicamente escrito, no domínio da frequência, que a fase de um sistema trifásico pode ser decomposta nas três componentes de sequência propostas por Fortescue.

Lançando mão dessa definição, pode-se escrevê-la no domínio do tempo aplicada à fase A do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$. Isto é, a expressão (213) é verdadeira.

$$f_{AZh}(t) = f_{ZZh}(t) + f_{PAZh}(t) + f_{NAZh}(t) \quad (213)$$

A expressão (213) retrata que a fase A do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$ corresponde à soma de suas componentes simétricas de sequência zero, de sequência positiva e de sequência negativa de Fortescue.

Portanto, substitui-se o termo correspondente à fase A do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$ em (212) pela expressão escrita em (213).

$$f_{RAZh}^G(t) = f_{ZZh}(t) + f_{PAZh}(t) + f_{NAZh}(t) - f_{ZZh}(t) \quad (214)$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada residual em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$, apresentado em (214)

A expressão (214) pode agora ser simplificada de forma a obter-se a relação da parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada residual, com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{RAZh}^G(t) = f_{PAZh}(t) + f_{NAZh}(t) \quad (215)$$

A expressão (215) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k$ da componente generalizada residual equivale à soma da componente de sequência negativa de Fortescue e a componente de sequência positiva de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k$.

3.4.5.3 COMPONENTE GENERALIZADA RESIDUAL - HARMÔNICAS DE ORDEM $3k+1$

Na ordem das parcelas da componente generalizada residual, a terceira que deve ser observada é aquela relativa às harmônicas de ordem $3k+1$, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada residual referente às harmônicas de ordem $3k+1$ está apresentada em (216).

$$\begin{aligned}
 f_{RAPH}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - T^{1h}/3) \right]
 \end{aligned} \tag{216}$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (216), é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem $3k+1$.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem $3k+1$ está apresentado na expressão (143). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada residual com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
 f_{RAPH}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k+1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_B^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k+1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \varphi_C^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{217}$$

A expressão (217) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada residual com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (217), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k+1$. Ou seja, é possível reescrever (217) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$ obtido em 3.2.1.3.

$$f_{RAPh}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \phi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \phi_A^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \phi_A^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] - \frac{1}{3} \cdot [f_{PAPh}(t) + f_{PBPPh}(t) + f_{PCPh}(t)] \quad (218)$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada residual em função das componentes simétricas de Fortescue, apresentado em (218).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência positiva de Fortescue, $f_{PAPh}(t)$, $f_{PBPPh}(t)$ e $f_{PCPh}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (219).

$$f_{PAPh}(t) + f_{PBPPh}(t) + f_{PCPh}(t) = 0 \quad (219)$$

Aplicando-se a simplificação (219) na expressão na parcela da componente generalizada residual (218), obtêm-se a uma expressão em função somente da fase A do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k+1$. A expressão resultante está apresentada em (220).

$$f_{RAPh}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \phi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \phi_A^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1)\omega t + \phi_A^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] \quad (220)$$

Para que a expressão (220) seja compreendida, é necessário analisar suas parcelas como formando um sistema trifásico equivalente. Considere o seguinte sistema trifásico apresentado em (221).

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1) \omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] \right. \\ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1) \omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] \right. \\ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1) \omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] \right. \end{array} \right. \quad (221)$$

O sistema formado em (221) trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado. Isso porque as amplitudes das três fases equivalentes são iguais. Bem como a defasagem entre as três fases equivalentes equivalem à um terço do período da frequência fundamental.

Portanto a simplificação (222) é válida.

$$0 = \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1) \omega t + \varphi_A^{(3k+1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1) \omega t + \varphi_A^{(3k+1)} + \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k+1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k+1) \omega t + \varphi_A^{(3k+1)} - \frac{T^{1h}}{(9k+3)} \right) \right] \quad (222)$$

Aplicando-se a simplificação (222) na expressão da componente generalizada residual resultante em (220), obtêm-se a relação de sua parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{RAPH}^G(t) = 0 \quad (223)$$

A expressão (223) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k+1$ da componente generalizada residual é nula. Isto implica que não haverão harmônicas de ordem $3k+1$ compondo as componentes simétricas generalizadas residuais.

3.4.5.4 COMPONENTE GENERALIZADA RESIDUAL - HARMÔNICAS DE ORDEM 3k-1

Na ordem das parcelas da componente generalizada residual, a quarta e última que deve ser observada é aquela relativa às harmônicas de ordem 3k-1, para a fase A.

A função que representa a parcela da componente generalizada residual referente às harmônicas de ordem 3k-1 está apresentada em (224).

$$\begin{aligned}
 f_{RANB}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] + \\
 & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)}) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)}) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \\
 & \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen}((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - T^{1h}/3) \right]
 \end{aligned} \tag{224}$$

Antes de agrupamentos e simplificações de alguns termos de (224), é necessário transpor o deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para seu valor equivalente para as harmônicas de ordem 3k-1.

O equivalente do deslocamento temporal de um terço do período da frequência fundamental, $T^{1h}/3$, para as harmônicas de ordem 3k-1 está apresentado na expressão (146). Assim é possível reescrever a parcela referente às harmônicas de ordem 3k-1 da componente generalizada residual com o deslocamento temporal transposto.

$$\begin{aligned}
f_{RANh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \\
& \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_B^{(3k-1)} \cdot F_B \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_B^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \frac{1}{9} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_C^{(3k-1)} \cdot F_C \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_C^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] \quad (225)
\end{aligned}$$

A expressão (225) corresponde à parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente generalizada residual com o deslocamento temporal transposto.

É possível agora agrupar alguns termos de (225), de modo a formar parcelas que correspondam às componentes de sequência de Fortescue das harmônicas de ordem $3k-1$. Ou seja, é possível reescrever (217) em função das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$ obtido em 3.2.1.4.

$$\begin{aligned}
f_{RANh}^G(t) = & \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \\
& \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] \Big\} - \frac{1}{3} \cdot [f_{NANh}(t) + f_{NBNh}(t) + f_{NCNh}(t)] \quad (226)
\end{aligned}$$

O resultado alcançado é uma expressão da parcela da componente generalizada residual em função das componentes simétricas de Fortescue, apresentado em (226).

Como o sistema formado pelas componentes de sequência negativa de Fortescue, $f_{NANh}(t)$, $f_{NBNh}(t)$ e $f_{NCNh}(t)$, trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado, então pode ser realizada a simplificação apresentada em (227).

$$f_{NANh}(t) + f_{NBNh}(t) + f_{NCNh}(t) = 0 \quad (227)$$

Aplicando-se a simplificação (227) na expressão na parcela da componente generalizada residual (226), obtêm-se a uma expressão em função somente da fase A do sistema trifásico das harmônicas de ordem $3k-1$. A expressão resultante está apresentada em (228).

$$f_{RANh}^G(t) = \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \quad (228)$$

Para que a expressão (228) seja compreendida, é necessário analisar suas parcelas como formando um sistema trifásico equivalente. Considere o seguinte sistema trifásico apresentado em (229).

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] \\ \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] \\ \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] \end{array} \right. \quad (229)$$

O sistema formado em (229) trata-se de um sistema trifásico simétrico e equilibrado. Isso porque as amplitudes das três fases equivalentes são iguais. Bem como a defasagem entre as três fases equivalentes equivalem à um terço do período da frequência fundamental.

Portanto a simplificação (230) é válida.

$$0 = \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} - \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[K_A^{(3k-1)} \cdot F_A \cdot \text{sen} \left((3k-1)\omega t + \varphi_A^{(3k-1)} + \frac{T^{1h}}{(9k-3)} \right) \right] - \quad (230)$$

Aplicando-se a simplificação (230) na expressão da componente generalizada residual resultante em (228), obtêm-se a relação de sua parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ com as componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{RANh}^G(t) = 0 \quad (231)$$

A expressão (231) demonstra que a parcela referente às harmônicas de ordem $3k-1$ da componente generalizada residual é nula. Isto implica que não haverão harmônicas de ordem $3k-1$ compondo as componentes simétricas generalizadas residuais.

3.4.5.5 COMPONENTE GENERALIZADA RESIDUAL - TOTAL

Uma vez estabelecidas as relações das parcelas referentes à frequência fundamental e as harmônicas $(f_{RA1h}^G(t); f_{RAZh}^G(t); f_{RAPh}^G(t); f_{RANh}^G(t))$ que compõem a componente generalizada residual $(f_{RA}^G(t))$, é possível reescrever a expressão (134) em função das componentes de sequência de Fortescue. Para isso, as relações obtidas em (209), (215), (223) e (231) serão substituídas em (134), reescrevendo-se assim a componente generalizada residual em função das componentes simétricas de Fortescue.

$$f_{RA}^G(t) = f_{PAZh}(t) + f_{NAZh}(t) \quad (232)$$

A relação entre a componente generalizada residual e as componentes simétricas de Fortescue está matematicamente expressa em (232), representada pela fase A dessa componente generalizada.

As relações entre as componentes simétricas de Fortescue e as componentes generalizadas residuais das fases B e C são obtidas por analogia ao desenvolvimento realizado para a fase A.

Dessa forma, as relações entre as componentes generalizadas residuais com as componentes simétricas de Fortescue para as fases A, B e C podem ser escritas a partir de (232).

As expressões que descrevem a componente generalizada residual para as fases B e C podem ser facilmente obtidas de maneira análoga com a análise realizada para a fase A, que resulta em (232). Dessa forma, as componentes generalizadas residuais são (233), (234) e (235), para as fases A, B e C, respectivamente.

Fase A

$$f_{RA}^G(t) = f_{PAZh}(t) + f_{NAZh}(t) \quad (233)$$

Fase B

$$f_{RB}^G(t) = f_{PBZh}(t) + f_{NBZh}(t) \quad (234)$$

Fase C

$$f_{RC}^G(t) = f_{PCZh}(t) + f_{NCZh}(t) \quad (235)$$

Onde:

$f_{RA}^G(t); f_{RB}^G(t); f_{RC}^G(t)$ = função temporal da componente generalizada residual da fase A, fase B e fase C.

$f_{PAZh}(t); f_{PBZh}(t); f_{PCZh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência positiva das harmônicas de ordem $3k$ da fase A, fase B e fase C.

$f_{NAZh}(t); f_{NBZh}(t); f_{NCZh}(t)$ = função temporal da componente simétrica de sequência negativa das harmônicas de ordem $3k$ da fase A, fase B e fase C.

As expressões (233), (234) e (235) representam matematicamente as relações entre as componentes generalizadas residuais das fases A, B e C, respectivamente, com as componentes de sequência de Fortescue dos subsistemas trifásicos do sistema trifásico periódico não senoidal total.

Interessante ressaltar o fato de não haver outras harmônicas a menos das harmônicas homopolares na composição da componente generalizada residual. Isto é, as componentes generalizadas residuais são compostas somente pelas componentes simétricas de sequência positiva e sequência negativa de Fortescue do sistema trifásico das harmônicas homopolares.

O fato de haver a possibilidade de ocorrer as duas componentes de sequência de Fortescue compondo a componente generalizada residual implica que essas componentes podem não possuir amplitudes iguais e defasagens iguais. Ou seja, o sistema formado pelas componentes generalizadas residuais não é necessariamente simétrico nem equilibrado.

3.5 SIMULAÇÃO - RELAÇÃO ENTRE COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS E COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE

Nesta seção do trabalho serão discutidos resultados obtidos através de simulações desenvolvidas à fim de observar as expressões analíticas obtidas na seção anterior.

Uma vez estabelecidas as relações matemáticas entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue, tomou-se como segunda etapa observar tais relações através de resultados de simulação.

3.5.1 SISTEMA TRIFÁSICO PERIÓDICO NÃO SENOIDAL

Um sistema trifásico periódico foi construído através da associação em série de fontes de tensão em cada uma das fases A, B e C. Cada uma das fontes de tensão associadas corresponderia à uma fonte numa dada frequência harmônica, além das fontes relativas à frequência fundamental.

O objetivo da topologia adotada está na possibilidade de manipulação tanto das amplitudes quanto dos ângulos de cada uma das fontes de tensão, permitindo assim assimetrias e desequilíbrios independentes para cada um dos sistemas trifásicos das frequências adotadas. O diagrama esquemático utilizado nesta simulação pode ser visto na Figura 4.

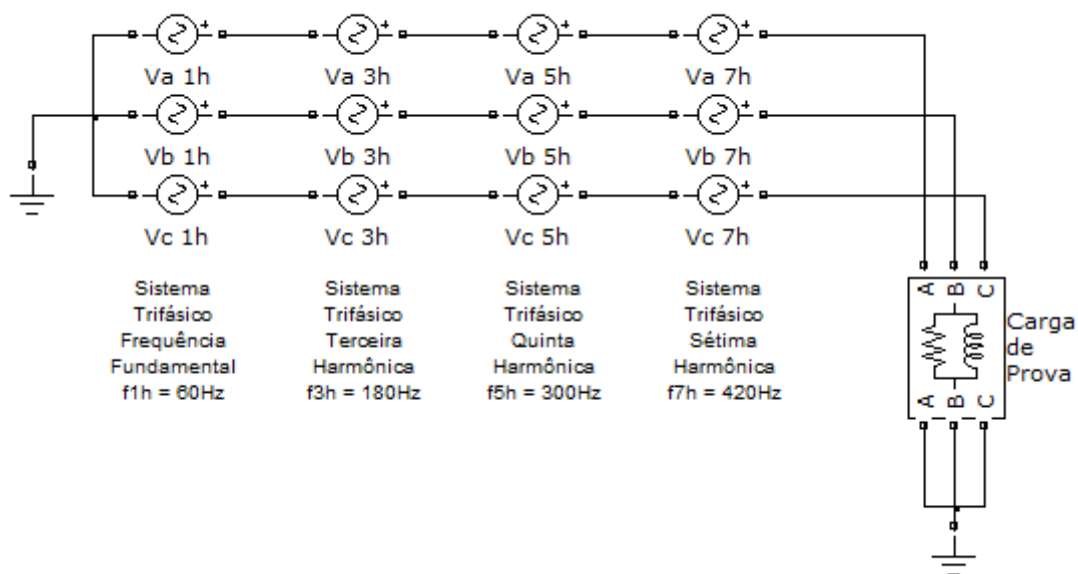


Figura 4 - Diagrama Esquemático da Simulação - Fontes Série

Como pode ser observado na Figura 4, foram adotados quatro sistemas trifásicos com frequências distintas. São eles:

- **Sistema Trifásico da Frequência Fundamental:** A frequência fundamental adotada neste trabalho será de 60Hz . Desta forma, as demais harmônicas serão múltiplas desta fundamental.
- **Sistema Trifásico da Terceira Harmônica:** A terceira harmônica possui uma frequência de 180Hz , a qual corresponde à primeira harmônica ímpar de ordem $3k$.
- **Sistema Trifásico da Quinta Harmônica:** A quinta harmônica possui uma frequência de 300Hz , a qual corresponde à primeira harmônica ímpar de ordem $3k-1$.
- **Sistema Trifásico da Sétima Harmônica:** A sétima harmônica possui uma frequência de 420Hz , a qual corresponde à primeira harmônica ímpar de ordem $3k+1$.

A Tabela 1 apresenta as características de cada uma das fontes de tensão adotadas na simulação.

Tabela 1 - Características das Fontes Série

Fase	Harmônico	Frequência [Hz]	Sequência Característica	Amplitude [V]	Ângulo de Fase [graus]
A	1	60	Positiva	120	25
B	1	60	Positiva	90	-100
C	1	60	Positiva	100	-270
A	3	180	Zero (Homopolar)	14	0
B	3	180	Zero (Homopolar)	20	-70
C	3	180	Zero (Homopolar)	22	-220
A	5	300	Negativa	20	10
B	5	300	Negativa	18	-140
C	5	300	Negativa	16	-20
A	7	420	Positiva	22	30
B	7	420	Positiva	18	-80
C	7	420	Positiva	24	-110

Na Figura 5 pode-se observar as formas de onda das tensões instantâneas resultantes da associação em série das fontes. É possível notar que o sistema trifásico resultante é bastante distorcido do ponto de vista senoidal, além de desequilibrado e assimétrico.

Observando os valores presentes na Tabela 1 e o resultado da associação das fontes de tensão com diferentes frequências através das formas de onda da Figura 5, fica claro que o sistema trifásico resultante possui desequilíbrios e assimetrias em todas as quatro frequências harmônicas que o compõe.

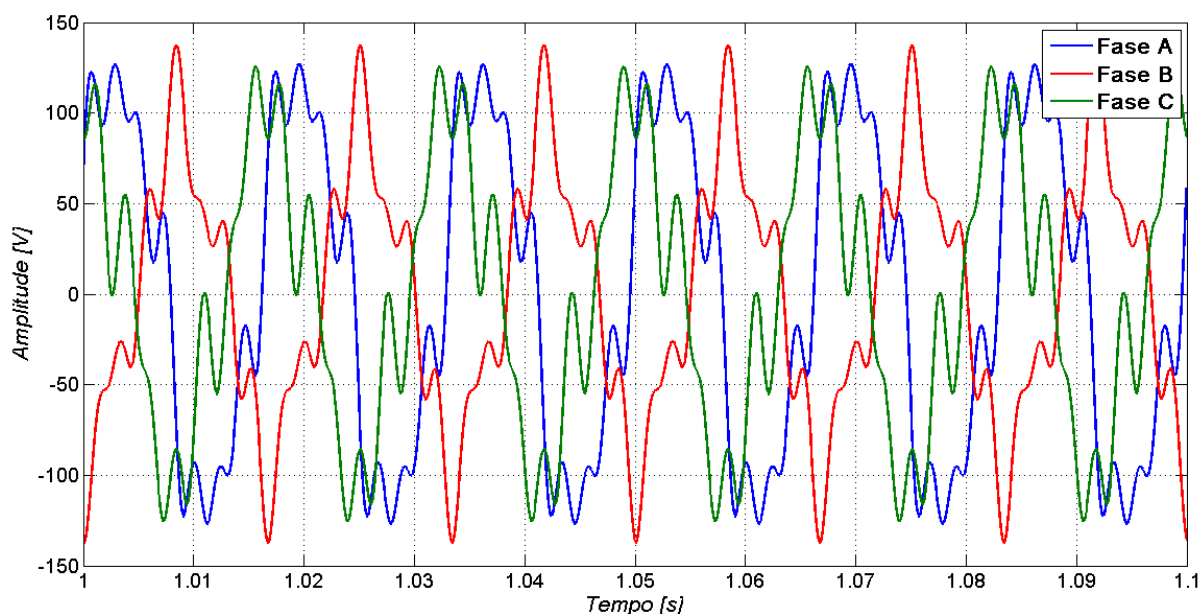


Figura 5 - Tensão Instantânea - Fase A - Fase B - Fase C

Para uma melhor visualização das tensões instantâneas resultantes, as Figura 6, Figura 7 e Figura 8 mostram as formas de onda resultantes, individualmente das fases A, B e C, respectivamente.

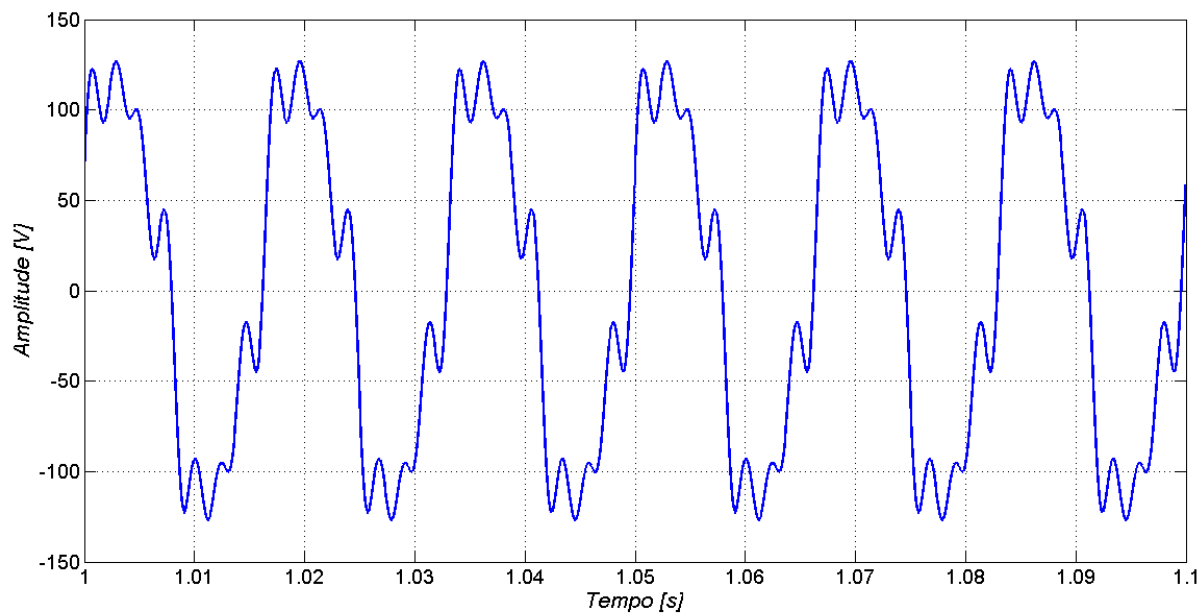


Figura 6 - Tensão Instantânea - Fase A

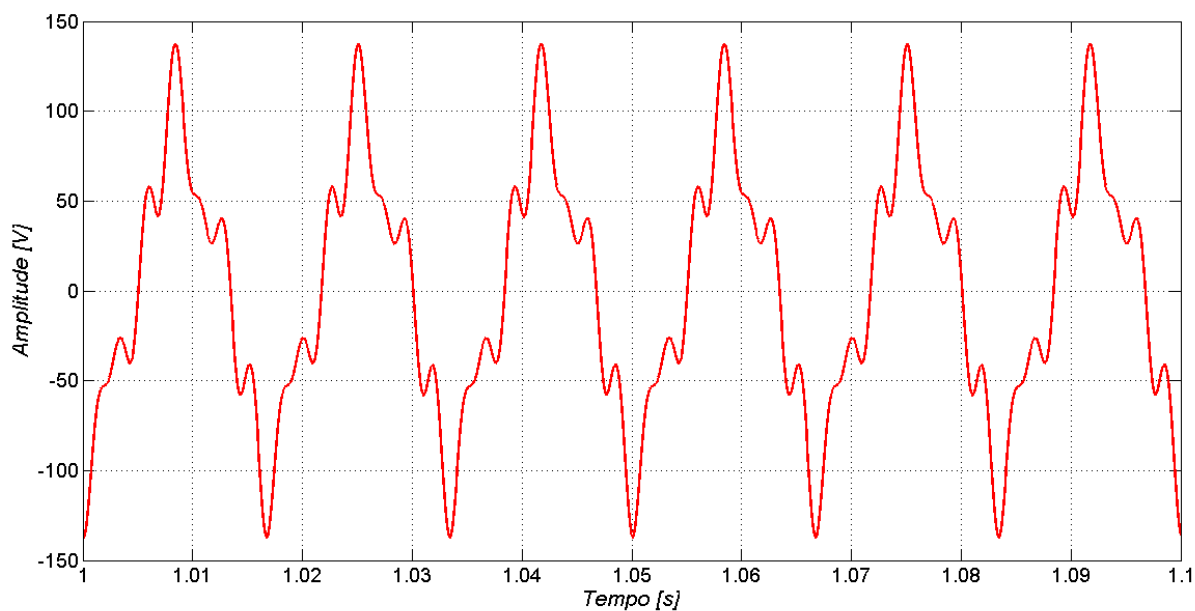


Figura 7 - Tensão Instantânea - Fase B

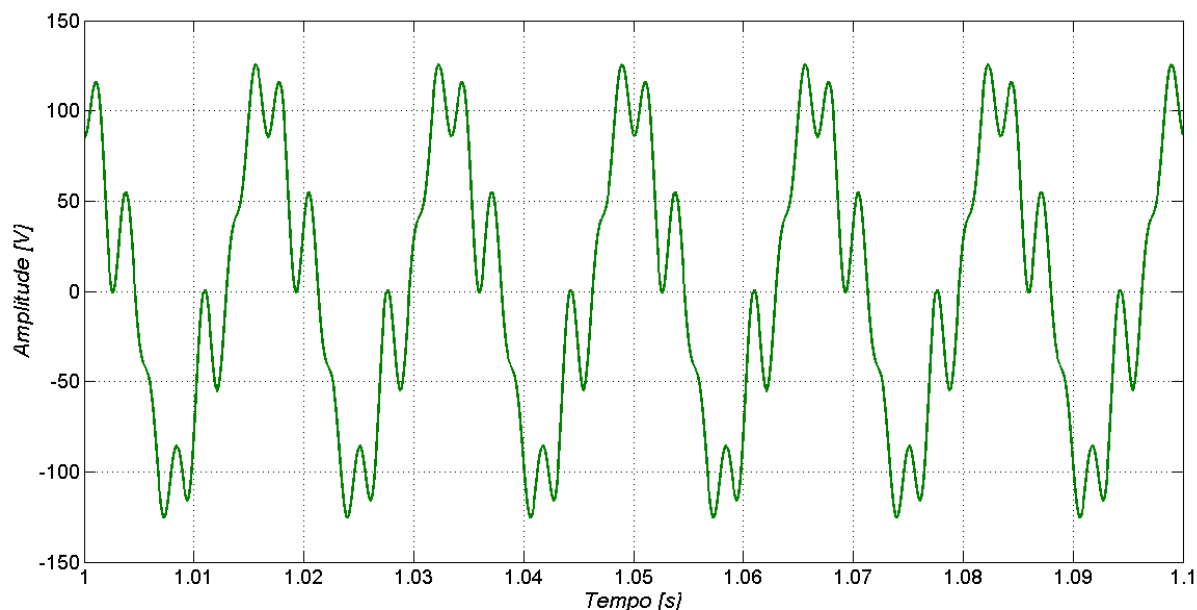


Figura 8 - Tensão Instantânea - Fase C

Os valores, tanto de amplitude como de defasagem, das fontes de tensão série utilizadas na simulação foram adotados de forma que haja uma maior abrangência dos casos analiticamente descritos nas relações matemáticas entre as componentes simétricas. Ou seja, o intuito é que o sistema trifásico resultante possua componentes simétricas de Fortescue, não nulas, tanto de sequência zero, quanto de sequência positiva, bem como de sequência negativa para as todas as quatro frequências que o compõem.

3.5.2 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA ZERO

A relação entre a tensão instantânea da componente generalizada homopolar e as tensões instantâneas das componentes simétricas de Fortescue das diferentes frequências do sistema trifásico formado pelas fontes em série está demonstrada em (236).

$$v_Z^G(t) = v_{Z1h}(t) + v_{Z3h}(t) + v_{Z5h}(t) + v_{Z7h}(t) \quad (236)$$

Onde:

$v_Z^G(t)$ = tensão instantânea da componente generalizada de sequência zero.

$v_{z1h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência zero de Fortescue da frequência fundamental.

$v_{z3h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência zero de Fortescue da terceira harmônica.

$v_{z5h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência zero de Fortescue da quinta harmônica.

$v_{z7h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência zero de Fortescue da sétima harmônica.

Na Figura 9 estão dispostas, simultaneamente, a componente generalizada de sequência zero ($v_z^G(t)$) e a soma das componentes simétricas de sequência zero de Fortescue da frequência fundamental, terceira harmônica, quinta harmônica e sétima harmônica ($v_{z1h}(t) + v_{z3h}(t) + v_{z5h}(t) + v_{z7h}(t)$).

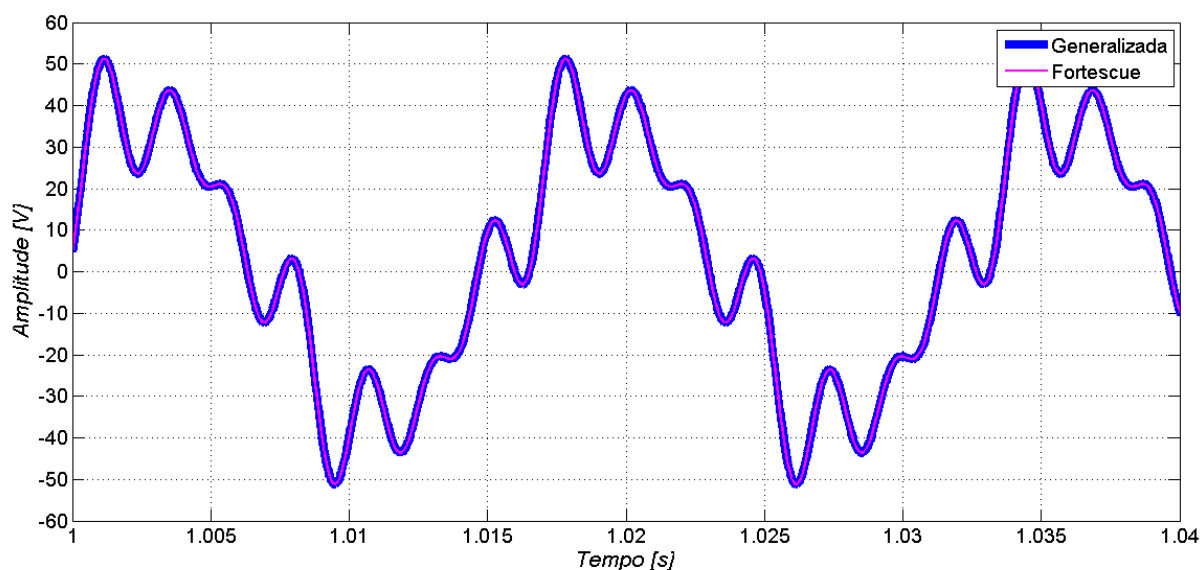


Figura 9 - Comparação entre Componente Generalizada de Sequência Zero e a Composição das Componentes Simétricas de Fortescue

Através do conteúdo harmônico da componente generalizada de sequência zero, fica mais claro notar quais harmônicas estão presentes em sua composição, que está graficamente apresentado na Figura 10.

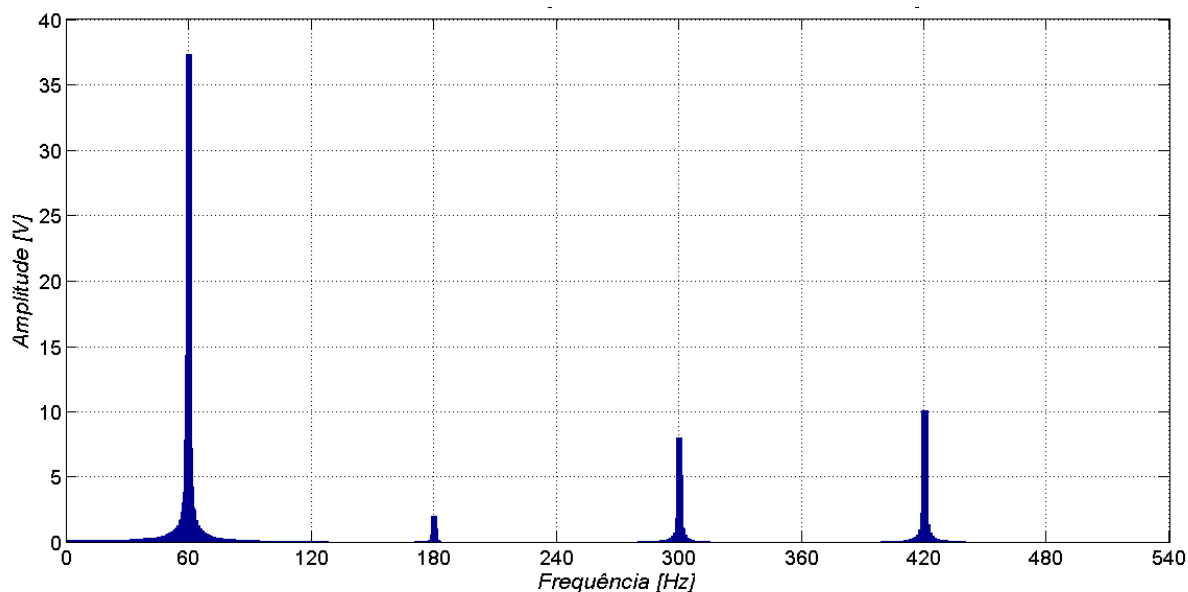


Figura 10 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada de Sequência Zero

É possível notar, na Figura 10, a presença de todas as frequências que formam o sistema trifásico equivalente das fontes série, uma vez que os sistemas equivalentes de cada frequência possua componentes de sequência zero de Fortescue não nulas.

Já na Figura 9, através da sobreposição das formas de onda, fica graficamente evidente a expressão (236). Na componente generalizada de sequência zero foi utilizado um traço mais grosso que as composição devido à Fortescue, para evidenciar a sobreposição de ambas as curvas, como esperado.

3.5.3 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA POSITIVA

A relação entre a tensão instantânea da componente generalizada de sequência positiva e as tensões instantâneas das componentes simétricas de Fortescue das diferentes frequências do sistema trifásico formado pelas fontes em série está demonstrada em (237), para a fase A. As expressões das fases B e C podem ser obtidas analogamente.

$$v_{PA}^G(t) = v_{PA1h}(t) + v_{NA5h}(t) + v_{PA7h}(t) \quad (237)$$

Onde:

$v_{PA}^G(t)$ = tensão instantânea da componente generalizada de sequência positiva da fase A.

$v_{PA1h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da frequência fundamental da fase A.

$v_{NA5h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência negativa de Fortescue da quinta harmônica da fase A.

$v_{PA7h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da sétima harmônica da fase A.

Na Figura 11 estão dispostas, simultaneamente, a componente generalizada de sequência positiva ($v_{PA}^G(t)$) e a soma das componentes simétricas de Fortescue da frequência fundamental, quinta harmônica e sétima harmônica ($v_{PA1h}(t) + v_{NA5h}(t) + v_{PA7h}(t)$).

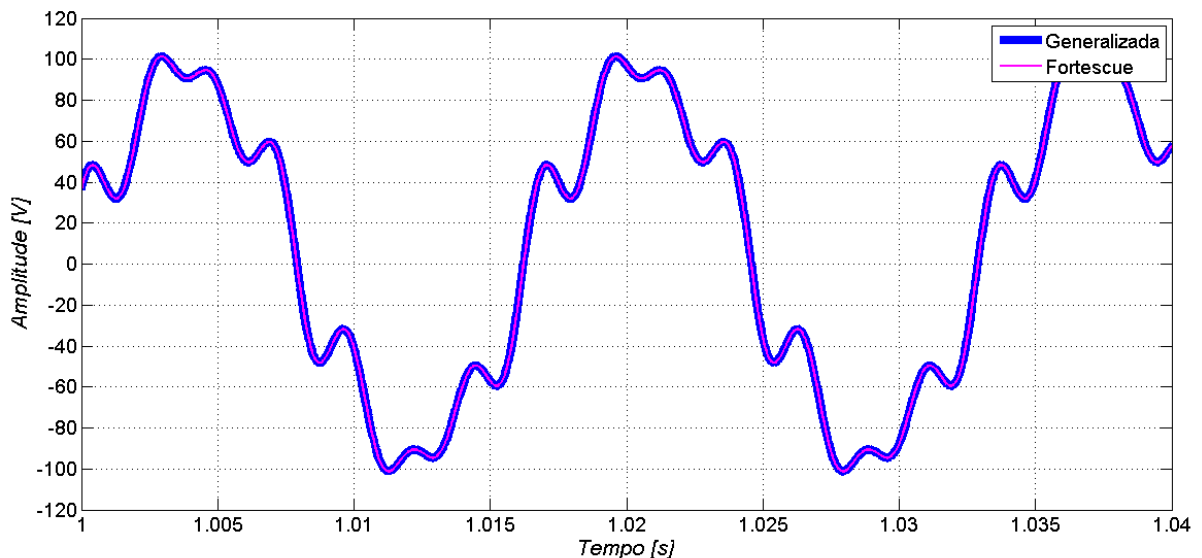


Figura 11 - Comparação entre Componente Generalizada de Sequência Positiva e a Composição das Componentes Simétricas de Fortescue

Através do conteúdo harmônico da componente generalizada de sequência positiva, fica mais claro notar quais harmônicas estão presentes em sua composição, que está graficamente apresentado na Figura 12.

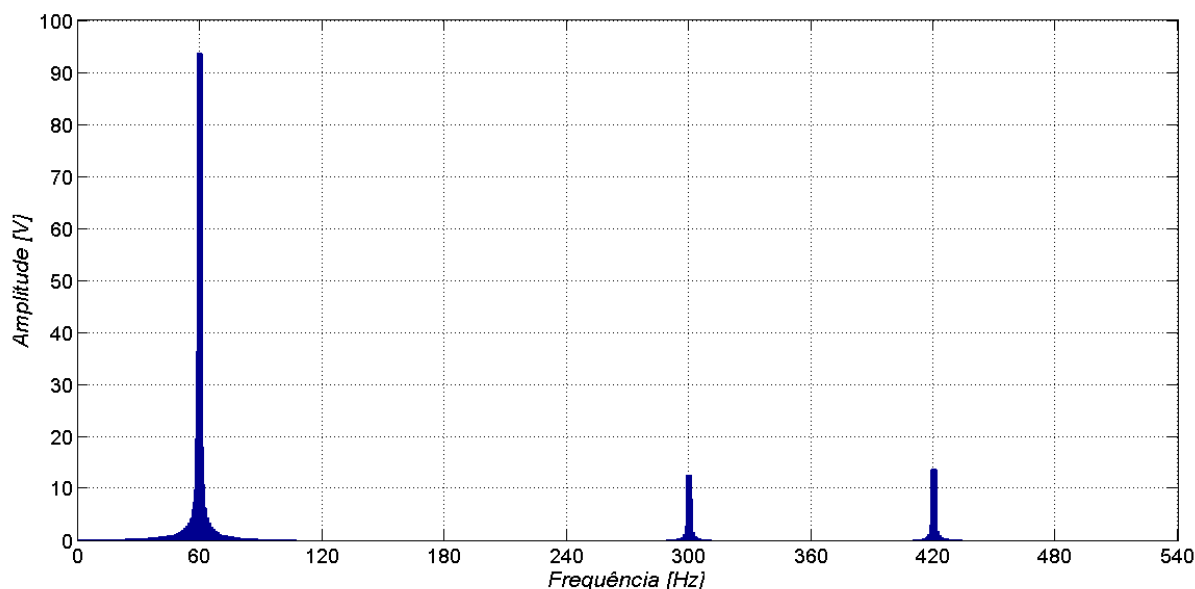


Figura 12 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada de Sequência Positiva

É possível notar, na Figura 12, a presença somente da frequência fundamental, da quinta harmônica e da sétima harmônica que formam o sistema trifásico equivalente das fontes série. Conforme esperado, não há a presença da terceira harmônica nas componentes generalizadas de sequência positiva.

Já na Figura 11, através da sobreposição das formas de onda, fica graficamente evidente a expressão (237). Na componente generalizada de sequência positiva foi utilizado um traço mais grosso que as composição devido à Fortescue, para evidenciar a sobreposição de ambas as curvas, como esperado.

3.5.4 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

A relação entre a tensão instantânea da componente generalizada de sequência negativa e as tensões instantâneas das componentes simétricas de Fortescue das diferentes frequências do sistema trifásico formado pelas fontes em

série está demonstrada em (238), para a fase A. As expressões das fases B e C podem ser obtidas analogamente.

$$v_{NA}^G(t) = v_{NA1h}(t) + v_{PA5h}(t) + v_{NA7h}(t) \quad (238)$$

Onde:

$v_{NA}^G(t)$ = tensão instantânea da componente generalizada de sequência negativa da fase A.

$v_{NA1h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência negativa de Fortescue da frequência fundamental da fase A.

$v_{PA5h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da quinta harmônica da fase A.

$v_{NA7h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência negativa de Fortescue da sétima harmônica da fase A.

Na Figura 13 estão dispostas, simultaneamente, a componente generalizada de sequência negativa ($v_{NA}^G(t)$) e a soma das componentes simétricas de Fortescue da frequência fundamental, quinta harmônica e sétima harmônica ($v_{NA1h}(t) + v_{PA5h}(t) + v_{NA7h}(t)$).

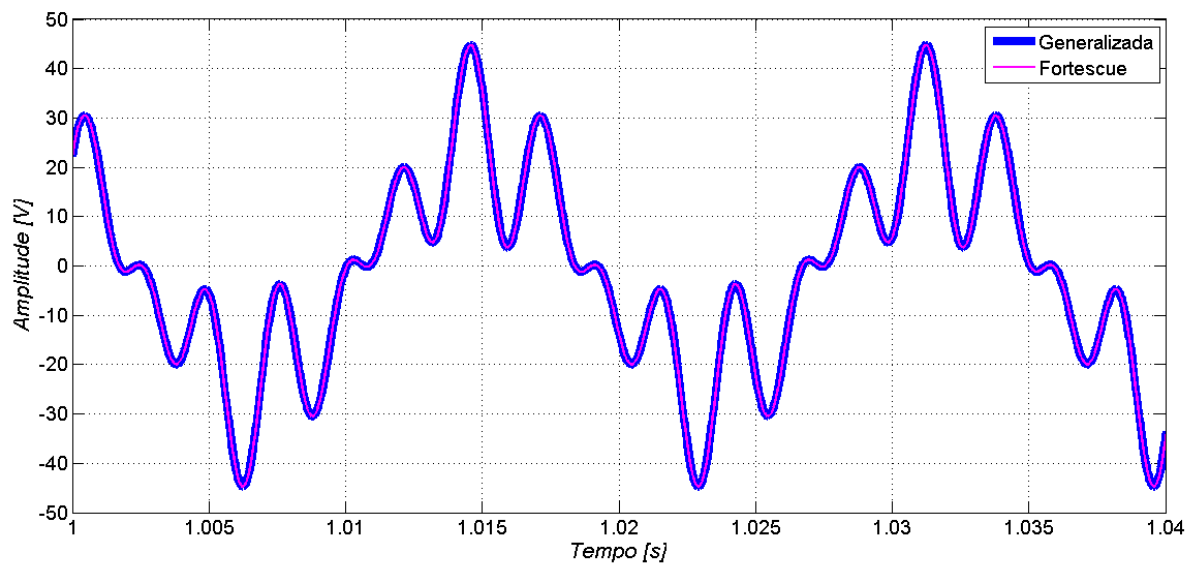


Figura 13 - Comparação entre Componente Generalizada de Sequência Negativa e a Composição das Componentes Simétricas de Fortescue

Através do conteúdo harmônico da componente generalizada de sequência negativa, fica mais claro notar quais harmônicas estão presentes em sua composição, que está graficamente apresentado na Figura 14.

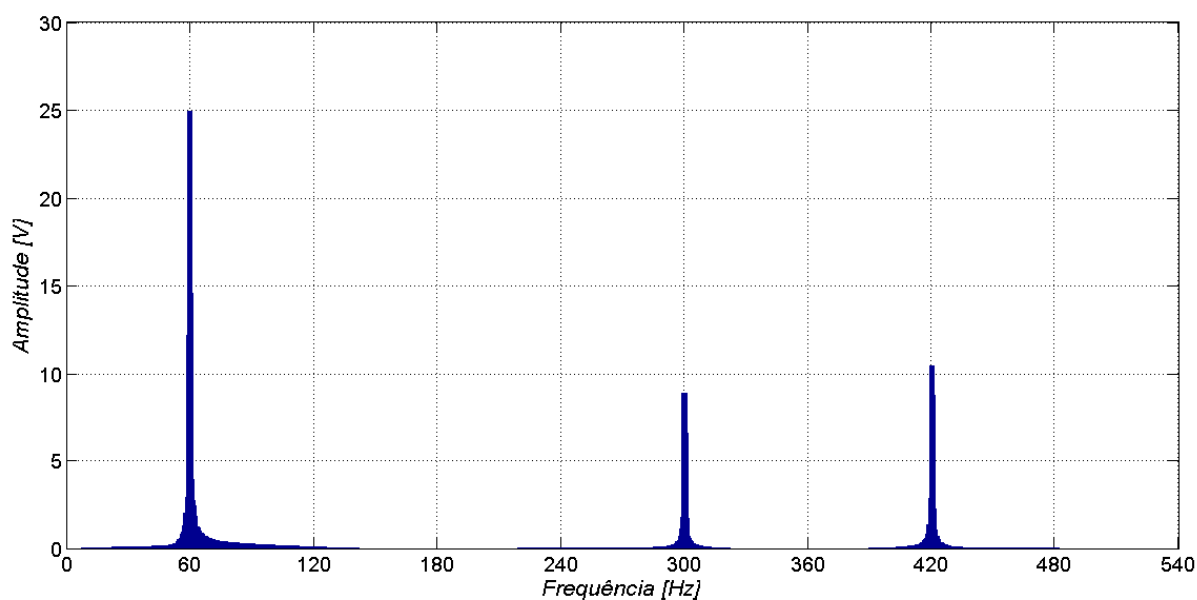


Figura 14 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada de Sequência Negativa

É possível notar, na Figura 14, a presença somente da frequência fundamental, da quinta harmônica e da sétima harmônica que formam o sistema trifásico

equivalente das fontes série. Conforme esperado, não há a presença da terceira harmônica nas componentes generalizadas de sequência negativa.

Já na Figura 13, através da sobreposição das formas de onda, fica graficamente evidente a expressão (238). Na componente generalizada de sequência negativa foi utilizado um traço mais grosso que as composição devido à Fortescue, para evidenciar a sobreposição de ambas as curvas, como esperado.

3.5.5 COMPONENTES GENERALIZADAS RESIDUAIS

A relação entre a tensão instantânea da componente generalizada residual e as tensões instantâneas das componentes simétricas de Fortescue das diferentes frequências do sistema trifásico formado pelas fontes em série está demonstrada em (239), para a fase A. As expressões das fases B e C podem ser obtidas analogamente.

$$v_{RA}^G(t) = v_{PA3h}(t) + v_{NA3h}(t) \quad (239)$$

Onde:

$v_{RA}^G(t)$ = tensão instantânea da componente generalizada residual da fase A.

$v_{PA3h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da terceira harmônica da fase A.

$v_{NA3h}(t)$ = tensão instantânea da componente simétrica de sequência negativa de Fortescue da terceira harmônica da fase A.

Na Figura 15 estão dispostas, simultaneamente, a componente generalizada residual ($v_{RA}^G(t)$) e a soma das componentes simétricas de Fortescue da terceira harmônica ($v_{PA3h}(t) + v_{NA3h}(t)$).

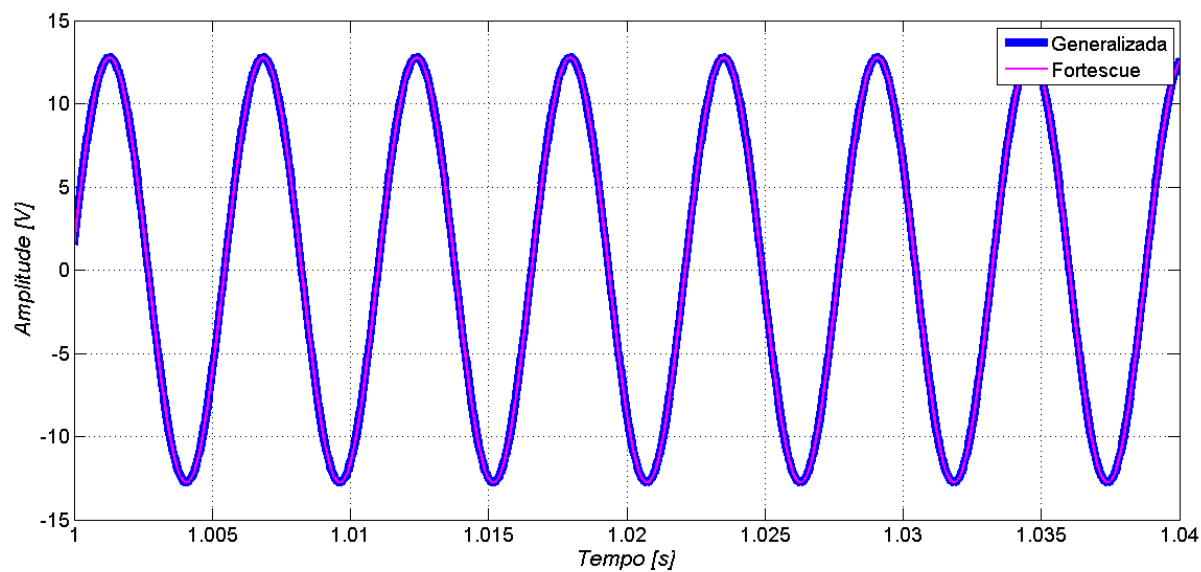


Figura 15 - Comparação entre Componente Generalizada Residual e a Composição das Componentes Simétricas de Fortescue - Fase A

Através do conteúdo harmônico da componente generalizada residual, fica mais claro notar quais harmônicas estão presentes em sua composição, que está graficamente apresentado na Figura 16.

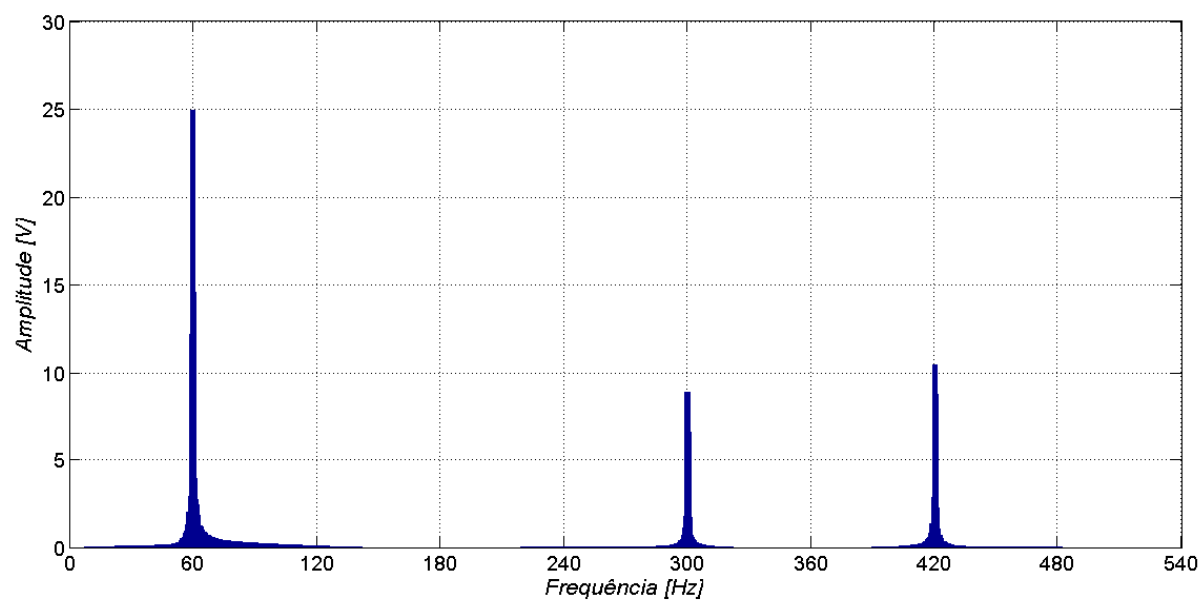


Figura 16 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada Residual - Fase A

É possível notar, na Figura 16, a presença somente da terceira harmônica que do sistema trifásico equivalente das fontes série. Conforme esperado, não há a presença das demais frequências nas componentes generalizadas residuais.

Já na Figura 15, através da sobreposição das formas de onda, fica graficamente evidente a expressão (239). Na componente generalizada residual foi utilizado um traço mais grosso que as composição devido à Fortescue, para evidenciar a sobreposição de ambas as curvas, como esperado.

3.6 INDICADORES DE DESEQUILÍBRIO

Em sistemas trifásicos puramente senoidais, pelo teorema proposto por Fortescue, tem-se que o sistema pode ser decomposto em componentes de sequência positiva, componentes de sequência negativa e componentes de sequência zero.

Para os casos onde os sistemas são senoidais, se este for um sistema simétrico e equilibrado isso implicará que as componentes de sequência negativa e sequência zero serão nulas, havendo apenas componentes de sequência positiva o compondo. No entanto, se o sistema for desequilibrado e/ou assimétrico, isso implicará em componentes de sequência e/ou componentes de sequência zero não nulas compondo o sistema, além das componentes de sequência positiva.

Partindo-se então das componentes simétricas de Fortescue, foram definidos então indicadores de desequilíbrio. A finalidade desses indicadores é mostrar através de uma razão o grau de desequilíbrio presente em um sistema trifásico.

No entanto, os indicadores de desequilíbrio clássicos, definidos a partir das componentes simétricas de Fortescue, representam bem o grau do desequilíbrio do sistema trifásico somente se este for puramente senoidal.

Tendo em vista que os sistemas elétricos atuais estão cada vez mais sujeitos à presença de harmônicas, inclusive de componentes harmônicas desequilibradas, faz-se necessário que novos indicadores de desequilíbrio sejam definidos de forma a levar em conta essa nova realidade.

Após a análise das componentes simétricas generalizadas pode-se observar que estas contemplam todas as possibilidades de assimetria e/ou desequilíbrio em sistemas trifásicos não senoidais. Assim, nesta seção do trabalho serão propostos novos indicadores de desequilíbrio, agora baseados nas componentes simétricas generalizadas.

3.6.1 INDICADORES DE DESEQUILÍBRIO CLÁSSICO - COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE

Antes de ser iniciado o desenvolvimento dos indicadores de desequilíbrio baseados nas componentes simétricas generalizadas, é importante que sejam

revisados os indicadores de desequilíbrios clássicos, baseados nas componentes simétricas de Fortescue.

Por definição, tem-se que os fatores de desequilíbrio para os sistemas trifásicos puramente senoidais são dois:

Fator de desequilíbrio de sequência zero

$$K^Z = \frac{\textit{Componente de Sequência Zero}}{\textit{Componente de Sequência Positiva}} \quad (240)$$

Fator de desequilíbrio de sequência negativa

$$K^N = \frac{\textit{Componente de Sequência Negativa}}{\textit{Componente de Sequência Positiva}} \quad (241)$$

As expressões (240) e (241) representam matematicamente a definição dos indicadores de desequilíbrio.

Como inicialmente o teorema de Fortescue foi proposto no domínio da frequência, e os fasores que representam o sistema trifásico possuem um módulo que corresponde ao valor RMS (*Root Mean Square*) da grandeza elétrica que ele representa. Dessa forma, os indicadores clássicos são calculados valendo-se de grandezas elétricas representadas por meio de seus valores RMS.

Um sistema trifásico puramente senoidal composto apenas pela frequência fundamental pode ser representado pelo sistema apresentado em (47). Dessa forma, é possível calcular os indicadores de desequilíbrio valendo-se dos valores RMS das componentes simétricas de Fortescue do sistema trifásico (47), calculadas na seção 3.2.1.1.

Fator de desequilíbrio de sequência zero

$$K^Z = \frac{F_{ZAIh}}{F_{PAIh}} \quad (242)$$

Fator de desequilíbrio de sequência negativa

$$K^N = \frac{F_{NAIh}}{F_{PAIh}} \quad (243)$$

Onde:

K^Z = fator de desequilíbrio de sequência zero.

K^N = fator de desequilíbrio de sequência negativa.

F_{PA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da fase A.

F_{ZA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência zero de Fortescue da fase A.

F_{NA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência negativa de Fortescue da fase A.

As expressões (242) e (243) representam os fatores de desequilíbrio de um sistema trifásico senoidal em função dos valores RMS das componentes simétricas de Fortescue.

Vale ressaltar que as componentes simétricas de Fortescue possuem valores RMS iguais para as três fases de uma mesma sequência. Ou seja, as três componentes que formam as componentes simétricas de sequência positiva possuem o mesmo valor RMS. Esse comportamento se repete entre as componentes de sequência negativa, bem como entre as componentes de sequência zero. Sendo assim, basta que os indicadores de desequilíbrio sejam calculados para uma única fase.

3.6.2 INDICADORES DE DESEQUILÍBRIO GENERALIZADOS - COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS

Os indicadores de desequilíbrio generalizados constituem uma proposta baseada nas componentes simétricas generalizadas. O objetivo desses novos indicadores é permitir que o desequilíbrio das grandezas elétricas seja avaliado mesmo em sistemas trifásicos sujeitos à distorções harmônicas.

Da mesma forma que os indicadores de desequilíbrio clássicos são calculados valendo-se dos valores RMS das componentes simétricas de Fortescue, os indicadores de desequilíbrio generalizados utilizam-se de valores RMS para serem calculados.

A primeira questão avaliada é quanto à referência a ser adotada para que sejam calculados os novos indicadores de desequilíbrio. Os indicadores clássicos

tomam como referência a componente simétrica de sequência positiva de Fortescue, visto que um sistema trifásico simétrico e equilibrado seria composto somente por essa componente de sequência, em condições puramente senoidais.

Dessa forma, será tomada como referência a componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da frequência fundamental também para o cálculo dos indicadores de desequilíbrio generalizados. Isso porque, essa componente representa aquilo que poderia ser considerado o sistema trifásico ideal. Isto é, um sistema trifásico simétrico, equilibrado e puramente senoidal com a frequência fundamental.

Uma vez estabelecido que a referência dos novos indicadores será a componente simétrica de sequência positiva da frequência fundamental é possível então que os indicadores generalizados sejam definidos.

Serão propostos oito indicadores generalizados, que visam representar o grau de desequilíbrio dos sistemas trifásicos em condições não senoidais, mas sem perder as informações de desequilíbrio da frequência fundamental que é expresso também nos indicadores de desequilíbrio clássicos.

Os primeiros dois indicadores representam o grau de desequilíbrio referente somente à frequência fundamental. A ideia é que estes dois indicadores iniciais possam fornecer o grau de desequilíbrio somente do subsistema trifásico da frequência fundamental, da mesma forma que os indicadores clássicos.

Fator de Desequilíbrio Generalizado de Sequência Zero da Frequência Fundamental

$$K_{1h}^Z = \frac{F_{ZA1h}}{F_{PA1h}} \quad (244)$$

Fator de Desequilíbrio Generalizado de Sequência Negativa da Frequência Fundamental

$$K_{1h}^N = \frac{F_{NA1h}}{F_{PA1h}} \quad (245)$$

Onde:

K_{1h}^Z = fator de desequilíbrio generalizado de sequência zero da frequência fundamental.

K_{1h}^N = fator de desequilíbrio generalizado de sequência negativa da frequência fundamental.

F_{PA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da fase A.

F_{ZA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência zero de Fortescue da fase A.

F_{NA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência negativa de Fortescue da fase A.

As expressões (244) e (245) representam os indicadores generalizados que representam o grau de desequilíbrio referente somente à frequência fundamental.

O objetivo de que os indicadores clássicos sejam representados como dois dos indicadores generalizados ((244) e (245)) se dá pelo fato de que o grau de desequilíbrio do sistema trifásico devido somente à frequência fundamental ficaria mascarado e/ou comprometido quando o sistema trifásico a ser avaliado for não senoidal. Assim, a informação dos indicadores de desequilíbrio clássicos continua preservada nos indicadores de desequilíbrio generalizados.

Convém destacar que a expressão (245) é equivalente à expressão para o cálculo de desequilíbrio estabelecida no PRODIST módulo 8 [7], apresentada em (246).

$$FD\% = \frac{V^-}{V^+} \cdot 100 \quad (246)$$

Onde:

$FD\%$ = fator de desequilíbrio de tensão.

V^- = magnitude de tensão de sequência negativa.

V^+ = magnitude de tensão de sequência positiva.

O próximo indicador refere-se à componente simétrica generalizada de sequência positiva. A ideia é que esse indicador possa representar a discrepância entre a componente generalizada de sequência positiva e a componente simétrica de sequência positiva da frequência fundamental.

Fator de Distorção Generalizado de Sequência Positiva

$$K_G^P = \frac{\sqrt{(F_{PA}^G)^2 - (F_{PA1h})^2}}{F_{PA1h}} \quad (247)$$

Onde:

K_G^P = fator de distorção generalizado de sequência positiva.

F_{PA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da fase A.

F_{PA}^G = valor RMS da componente simétrica generalizada de sequência positiva de Fortescue da fase A.

O fator de distorção generalizado de sequência positiva, representado matematicamente em (247) diferente dos demais indicadores de desequilíbrio, busca expressar o grau de distorção da componente generalizada de sequência positiva. Este indicador representa a razão entre as componentes simétricas relativas às harmônicas da componente generalizada de sequência positiva em relação a componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da frequência fundamental.

Os dois próximos indicadores de desequilíbrio generalizados, referem-se às componentes simétricas generalizadas de sequência zero e de sequência negativa.

Fator de Desequilíbrio Generalizado de Sequência Zero

$$K_G^Z = \frac{F_{ZA}^G}{F_{PA1h}} \quad (248)$$

Fator de Desequilíbrio Generalizado de Sequência Negativa

$$K_G^N = \frac{F_{NA}^G}{F_{PA1h}} \quad (249)$$

Onde:

K_G^Z = fator de desequilíbrio generalizado de sequência zero.

K_G^N = fator de desequilíbrio generalizado de sequência negativa.

F_{PA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da fase A.

F_{ZA}^G = valor RMS da componente simétrica generalizada de sequência zero da fase A.

F_{NA}^G = valor RMS da componente simétrica generalizada de sequência negativa da fase A.

Os fatores de desequilíbrio generalizados de sequência zero e de sequência negativa, expressos respectivamente em (248) e (249), representam o grau de desequilíbrio das componentes simétricas generalizadas de sequência zero e de sequência negativa em relação à componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da frequência fundamental.

Todavia, pelas relações encontradas na seção 3.4 deste trabalho, sabe-se que os desequilíbrios das harmônicas de ordem $3k$ não são caracterizados nas componentes generalizadas de sequência positiva, tampouco na componente generalizada de sequência negativa. Os desequilíbrios das harmônicas de ordem $3k$ estão caracterizados nas componentes generalizadas residuais.

Uma vez que as componentes generalizadas residuais podem ser diferentes para cada uma das três fases, sendo calculadas distintamente para cada uma delas, faz-se necessário que haja três indicadores de desequilíbrio que representem o grau de desequilíbrio residual.

Portanto, os três últimos indicadores de desequilíbrio generalizados são aqueles relativos às componentes generalizadas residuais das fases A, B e C.

Fator de Desequilíbrio Generalizado Residual da Fase A

$$K_G^{RA} = \frac{F_{RA}^G}{F_{PA1h}} \quad (250)$$

Fator de Desequilíbrio Generalizado Residual da Fase B

$$K_G^{RB} = \frac{F_{RB}^G}{F_{PA1h}} \quad (251)$$

Fator de Desequilíbrio Generalizado Residual da Fase A

$$K_G^{RC} = \frac{F_{RC}^G}{F_{PA1h}} \quad (252)$$

Onde:

$K_G^{RA} ; K_G^{RB} ; K_G^{RC}$ = fator de desequilíbrio generalizado residual da fase A, fase B e fase C.

F_{PA1h} = valor RMS da componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da fase A.

$F_{RA}^G ; F_{RB}^G ; F_{RC}^G$ = valor RMS da componente generalizada residual da fase A, fase B e fase C.

As expressões (250), (251) e (252) representam matematicamente os indicadores de desequilíbrio generalizados relativos às componentes residuais. Devido à possibilidade de as componentes generalizadas residuais serem diferentes para cada uma das três fases, um indicador para cada fase deve ser calculado. O resultado desses indicadores é o grau de desequilíbrio no sistema devido ao desequilíbrio das harmônicas de ordem $3k$. Visto que, as componentes generalizadas residuais são formadas estritamente pelas componentes de sequência positiva e sequência negativa de Fortescue das harmônicas de ordem $3k$.

4. MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO ALIMENTADO POR FONTE TRIFÁSICA NÃO SENOIDAL DESEQUILIBRADA

Neste capítulo do trabalho serão apresentados resultados obtidos de simulações que visam demonstrar uma aplicação das componentes simétricas generalizadas numa análise de desequilíbrio nas tensões de alimentação de um motor de indução trifásico.

4.1 INTRODUÇÃO

O motor de indução trifásico (MIT) pode ser considerado uma das cargas mais comuns alimentadas pelo sistema elétrico, amplamente difundido em inúmeras aplicações de sistemas e processos industriais.

A construção e manutenção relativamente simples do MIT, além do baixo custo e robustez são fatores que proporcionam a sua grande popularidade nas mais diversas aplicações [8].

Em função da sua natureza construtiva simétrica o MIT pode ser considerado uma carga simétrica e equilibrada, seja com seus enrolamentos ligados em estrela,

seja com seus enrolamentos ligados em delta. Portanto, os efeitos de distorções e desequilíbrios nas suas tensões de alimentação aparecem naturalmente em diversos aspectos da operação de um MIT.

Quando alimentado com tensões senoidais desequilibradas, o MIT pode apresentar desequilíbrios nas correntes de estator, harmônicas nas correntes do rotor, sobreaquecimento e torque pulsante [8].

Atualmente há uma crescente utilização da eletrônica de potência na construção de inversores de frequência para acionamento do MIT com o objetivo de controlar a sua velocidade. Com a alimentação por meio de inversores, as tensões são tipicamente não senoidais e repletas de harmônicas das mais diversas ordens. Além disso, mesmo aquelas cargas que não são propriamente acionadas por eletrônica potência estão sujeitas a distorções na sua tensão de alimentação, devido às correntes harmônicas que circulam pelos atuais sistemas trifásicos.

O escopo deste capítulo é particularizar uma aplicação das componentes simétricas generalizadas num exemplo relacionado à operação de um MIT. Portanto, algumas grandezas características do MIT quando sujeito à uma alimentação trifásica não senoidal e desequilibrada serão analisadas à luz das componentes simétricas generalizadas. Além disso, os indicadores de desequilíbrio generalizados serão implementados e comparados com os indicadores de desequilíbrio clássicos.

4.2 MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO ALIMENTADO POR UM SISTEMA TRIFÁSICO NÃO SENOIDAL

Nesta seção, as tensões trifásicas que serão utilizadas na alimentação do MIT possuirão distorções harmônicas de ordem 3, de ordem 5 e de ordem 7.

É importante frisar que essas três componentes são as mais preponderantes nas distorções harmônicas presentes no sistema elétrico [5]. Além disso, cada uma dessas três harmônicas representa uma harmônica característica das três denominações elucidadas na seção 3.1 deste trabalho. Isto é:

- Harmônica de ordem 3 - característica de ordem $3k$.
- Harmônica de ordem 5 - característica de ordem $3k+1$.
- Harmônica de ordem 7 - característica de ordem $3k-1$.

As simulações e os cálculos que serão apresentados neste capítulo foram realizados utilizando-se a plataforma MATLAB® e MATLAB/Simulink®.

Inicialmente, uma fonte trifásica não senoidal foi montada de forma a conter a terceira harmônica, a quinta harmônica e a sétima harmônica, além da frequência fundamental. A fonte trifásica foi implementada através de associação de fontes de tensão em série para cada uma das quatro frequências do sistema resultante. O circuito elétrico com a fonte trifásica não senoidal e o MIT é apresentado na Figura 17.

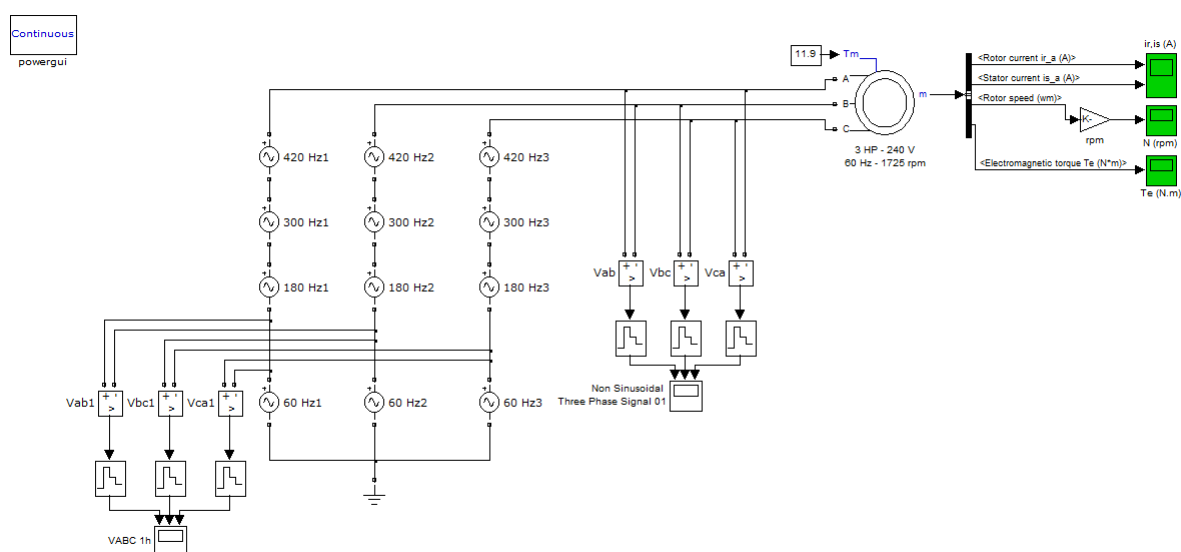


Figura 17 - Esquemático - MIT Alimentado Por Uma Fonte Trifásica Não Senoidal

Note na Figura 17, que as fontes associadas em série as quais formam a fonte trifásica não senoidal estão conectadas em estrela aterrada, enquanto o MIT é alimentado à três fios

Essa configuração de alimentação à três fios acaba anulando as componentes homopolares nos terminais do MIT. Ou seja, as eventuais tensões homopolares que venham a surgir nas fases da fonte trifásica serão anuladas nas tensões de linha que alimentarão o MIT.

Na Tabela 2 estão apresentados os parâmetros do motor de indução utilizado na simulação.

Tabela 2 - Parâmetros do MIT

Parâmetro	Unidade	
Potência	[hp]	3
Tensão	[V]	240
Frequência	[Hz]	60
Número de Polos	[-]	4
Resistência do Estator	[Ω]	0,435
Indutância do Estator	[mH]	4
Resistência do Rotor	[Ω]	0.816
Indutância do Rotor	[mH]	2
Indutância Mútua	[mH]	69,31
Inércia	[kg · m ²]	0.089

Na Tabela 3 estão apresentadas as características das fontes associadas em séries que formam a fonte de tensão trifásica não senoidal de alimentação do MIT.

Tabela 3 - Tensão de Fase - Sistema Trifásico Não Senoidal

Fase	Harmônico	Frequência [Hz]	Sequência Característica	Amplitude [V]	Ângulo de Fase [graus]
A	1	60	Positiva	200,0000	0
B	1	60	Positiva	202,1650	-120
C	1	60	Positiva	211,3942	120
A	3	180	Zero (Homopolar)	55,0000	0
B	3	180	Zero (Homopolar)	15,0000	0
C	3	180	Zero (Homopolar)	12,5000	0
A	5	300	Negativa	40,0000	0
B	5	300	Negativa	20,0000	120
C	5	300	Negativa	2,0000	-120
A	7	420	Positiva	50,0000	0
B	7	420	Positiva	10,0000	-120
C	7	420	Positiva	7,50000	120

As tensões de fase das fontes não senoidais tem como objetivo simular um sistema trifásico distorcido em função da conexão de cargas não lineares, as quais podem estar ligadas a dois, três ou quatro fios. Assim obtém-se nas simulações uma situação equivalente àquela resultante da operação de cargas não lineares associadas a tensões distorcidas no ponto de acoplamento comum – PAC, onde o MIT é alimentado. Estas distorções nas tensões no PAC estão relacionadas à interação de correntes distorcidas com a reatância do sistema alimentador. [5]

Nestas condições foram desenvolvidas nas simulações tensões trifásicas distorcidas com diferentes amplitudes para as componentes harmônicas e para a frequência fundamental.

Convém destacar-se que as defasagens angulares relativas às componentes harmônicas obedecem as suas características originais relacionadas com a componente fundamental. Esta metodologia foi empregada considerando-se neste trabalho, a defasagem angular da componente fundamental invariável e diretamente relacionada com a simetria da geometria construtiva das máquinas síncronas trifásicas dos sistemas de geração. Portanto, neste trabalho não será considerada qualquer variação na defasagem angular da componente fundamental do sistema trifásico.

Partindo-se da fonte trifásica não senoidal implementada, tem-se, então, as formas de ondas das tensões de linha presentes nos terminais do MIT, graficamente apresentadas na Figura 18.

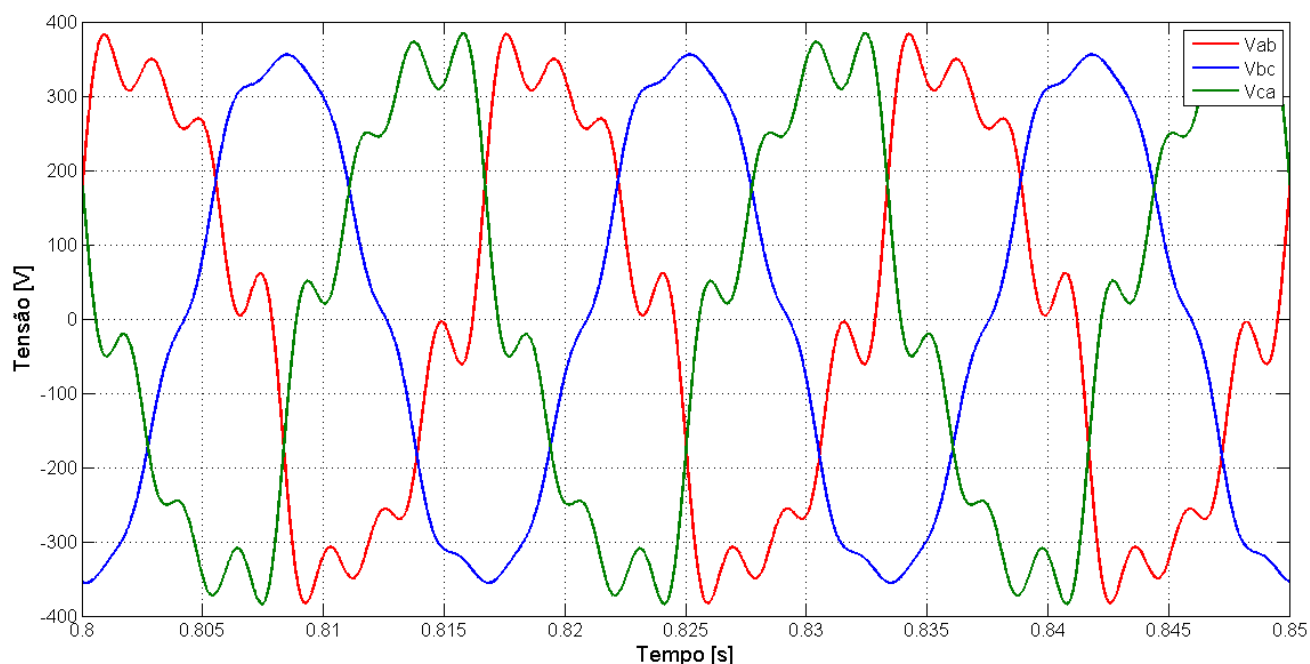


Figura 18 - Tensão de Linha - Fonte Trifásica Não Senoidal

A fim de serem conhecidos os conteúdos harmônicos das tensões de linha nos terminais do MIT, foi feita a análise de cada uma delas por meio da transformada de Fourier.

O conteúdo harmônico das tensões que alimentam o MIT estão graficamente apresentados nas Figura 19, Figura 20 e Figura 21 que correspondem respectivamente às tensões V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} .

É possível notar que em todas as tensões de linha há a presença das três componentes harmônicas que compõem o sistema além da frequência fundamental, ou seja, também existe a presença da terceira harmônica nas tensões de linha.

Isto pode ser justificado pelo fato de que o desequilíbrio existente entre as fontes referentes à harmônica de ordem três, proporciona componentes de sequência além das homopolares, o que resulta no aparecimento dessa ordem harmônica nas tensões de linha que alimentam o MIT.

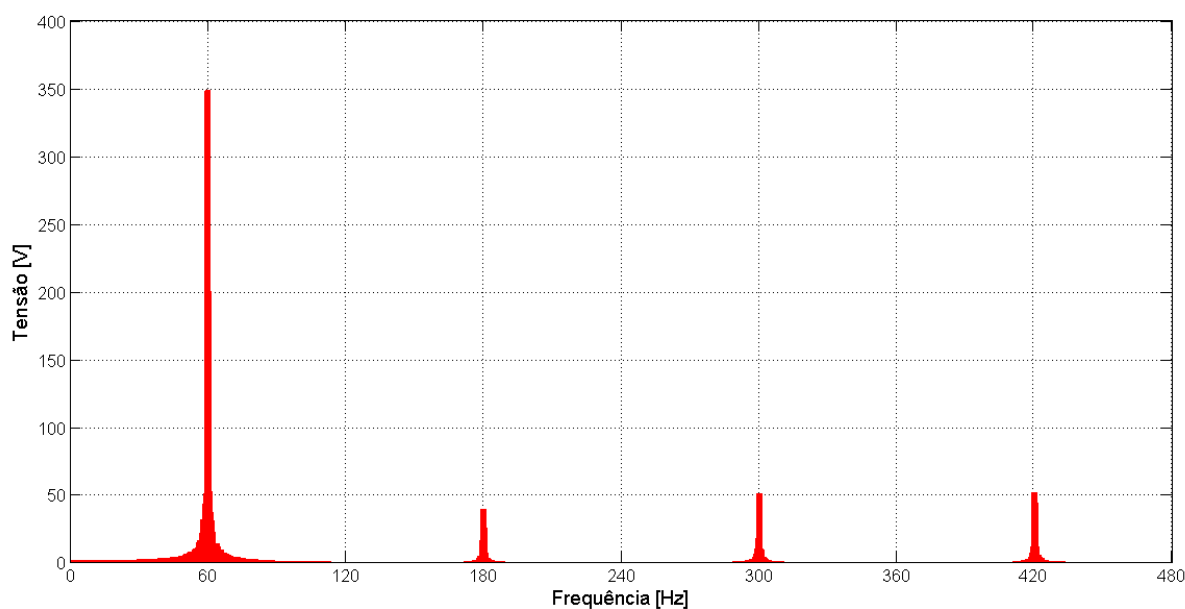


Figura 19 - Conteúdo Harmônico da Tensão de Linha V_{ab}

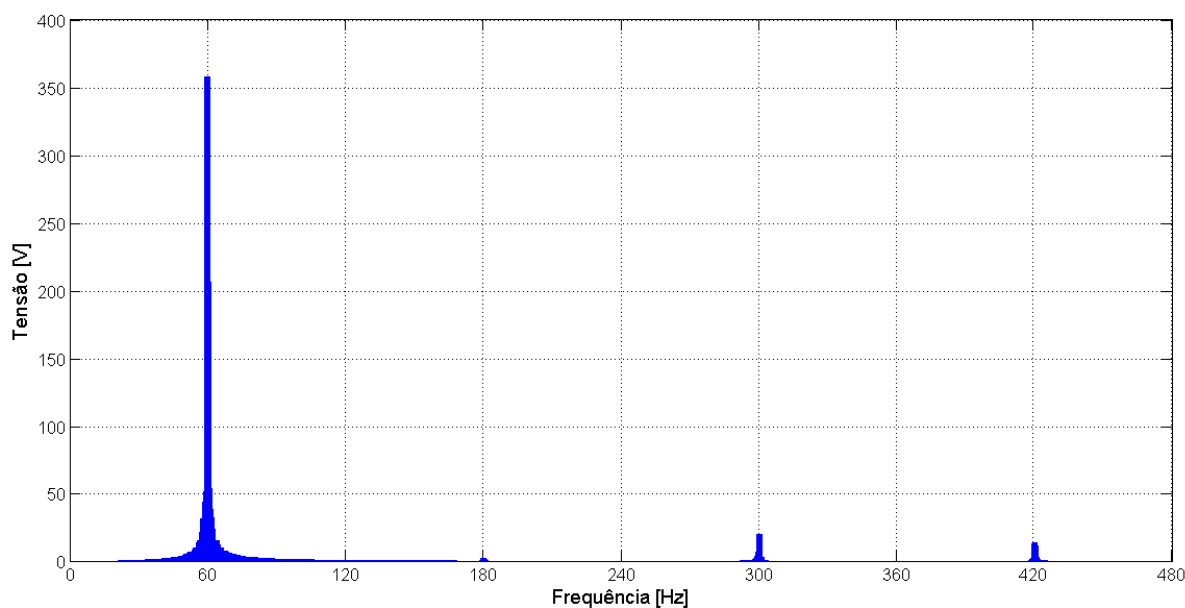


Figura 20 - Conteúdo Harmônico da Tensão de Linha Vbc

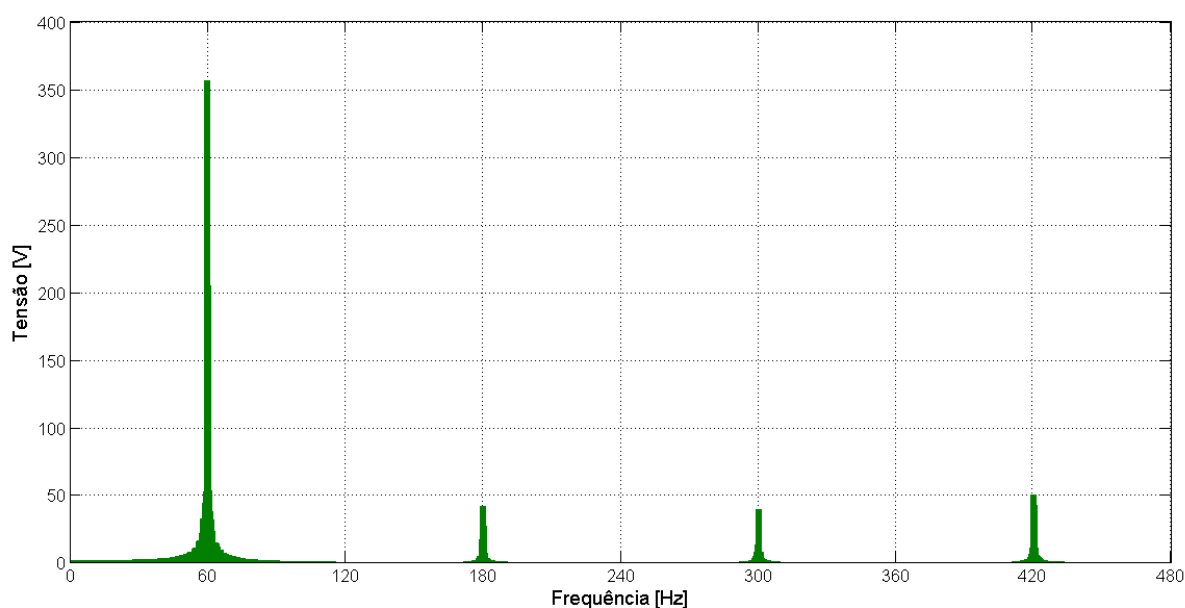


Figura 21 - Conteúdo Harmônico da Tensão de Linha Vca

Por meio tanto da Figura 18 como dos gráficos das Figura 19, Figura 20 e Figura 21 é possível notar que o MIT estará sujeito à uma ampla gama de distúrbios em sua alimentação, todos ocorrendo simultaneamente.

No entanto, vale ressaltar que para a análise desenvolvida nesta aplicação, não é necessário conhecer o conteúdo harmônico da fonte de tensão trifásica que

alimenta o MIT. O objetivo da análise da fonte de tensão é demonstrar a magnitude dos distúrbios aos quais o MIT estará sujeito provenientes da fonte de tensão trifásica não senoidal.

A Tabela 4 apresenta os valores RMS (*True RMS*) das tensões de linha nos terminais do MIT.

Tabela 4 - Tensão de Linha RMS - Fonte Trifásica Não Senoidal

Tensão RMS [V]		
Vab	Vbc	Vca
253,7752	253,9451	258,2517

É interessante notar que observando-se especificamente os valores RMS das tensões, não há uma discrepância tão grande entre seus valores.

Para efeito de comparação, o nível de desequilíbrio dos valores RMS das tensões de linha nos terminais do MIT será avaliado lançando-se mão do documento da ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) que designa os níveis admissíveis de desequilíbrio de tensão, o PRODIST - módulo 8 [1].

Segundo o documento da ANEEL, em barramentos do sistema de distribuição, os níveis de desequilíbrio não podem exceder 2%, medindo-se as tensões de linha desses sistemas. Neste documento, também, são apresentadas duas equações equivalentes para o cálculo do desequilíbrio. Contudo, vale dizer que a teoria utilizada neste documento vale-se do teorema de Fortescue de decomposição do sistema trifásico em componentes simétricas.

A metodologia de medição proposta no PRODIST define que sejam tomadas as tensões de linha (fase-fase), de forma a anular os efeitos da componente de sequência zero. Assim, o indicador de desequilíbrio definido neste documento equivale ao fator de desequilíbrio de sequência negativa, apresentado em (241) e (243).

Tomando as tensões de linha resultantes do exemplo simulado e apresentadas na Tabela 4, foi calculado o nível de desequilíbrio segundo a regulamentação do PRODIST - módulo 8.

O nível de desequilíbrio calculado segundo o PRODIST - módulo 8, a partir das tensões RMS nos terminais do MIT está apresentado em (253).

$$K^N = 1,15\% \quad (253)$$

É importante notar que se o desequilíbrio fosse analisado segundo as definições clássicas que estão presentes na regulamentação brasileira para procedimentos de rede, o desequilíbrio de tensão seria bastante pequeno, conforme pode ser visto em (253).

Agora, porém, esse mesmo desequilíbrio de tensão será tratado à luz das componentes simétricas generalizadas.

4.2.1 ANÁLISE DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO DO MIT COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS

Inicialmente, foram calculadas as componentes simétricas generalizadas das tensões de linha que alimentam o MIT, apresentadas na Figura 18.

Como já foi salientado, a configuração à três fios anula as componentes homopolares nas tensões que alimentam o MIT. Assim, serão apresentadas apenas as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva, de sequência negativa e a residual.

4.2.1.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA POSITIVA

Seguindo então a ordem das componentes generalizadas, as componentes simétricas generalizadas de sequência positiva foram as primeiras a serem calculadas e estão apresentadas graficamente na Figura 22.

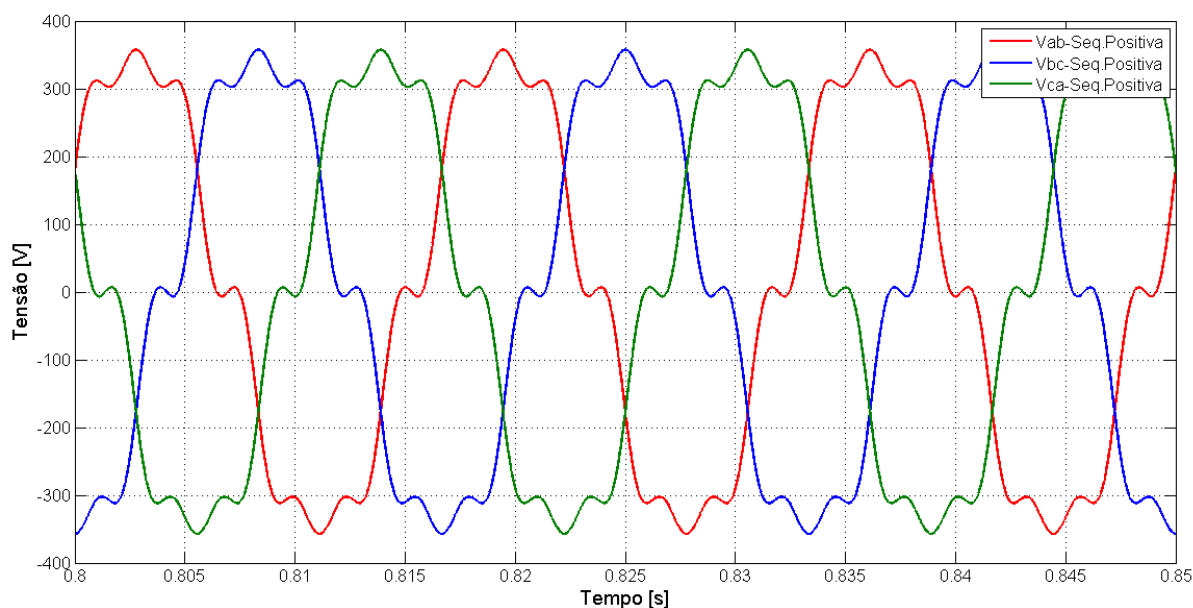


Figura 22 - Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Positiva

Observando graficamente, a sequência de fase das três componentes simétricas generalizadas de sequência positiva, apresentadas na Figura 22, segue a mesma sequência de fase das tensões de linha, apresentadas na Figura 18, evidenciando a característica positiva dessa componente.

Os valores RMS das componentes simétricas generalizadas de sequência positiva estão apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Tensão RMS - Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Positiva

Tensão RMS [V]		
Vab - Seq.Positiva	Vbc - Seq.Positiva	Vca - Seq.Positiva
252,7356	252,7356	252,7356

Os valores RMS das componentes simétricas generalizadas de sequência positiva serão utilizados posteriormente para uma análise através dos indicadores generalizados propostos na seção 3.6 deste trabalho.

É importante salientar que não há a presença de harmônicas de ordem três nas componentes simétricas generalizadas de sequência positiva, como foi demonstrado matematicamente na seção 3.4.3 deste trabalho. Essa característica das

componentes generalizadas de seqüência positiva fica claro ao observar-se o conteúdo harmônico dessa componente.

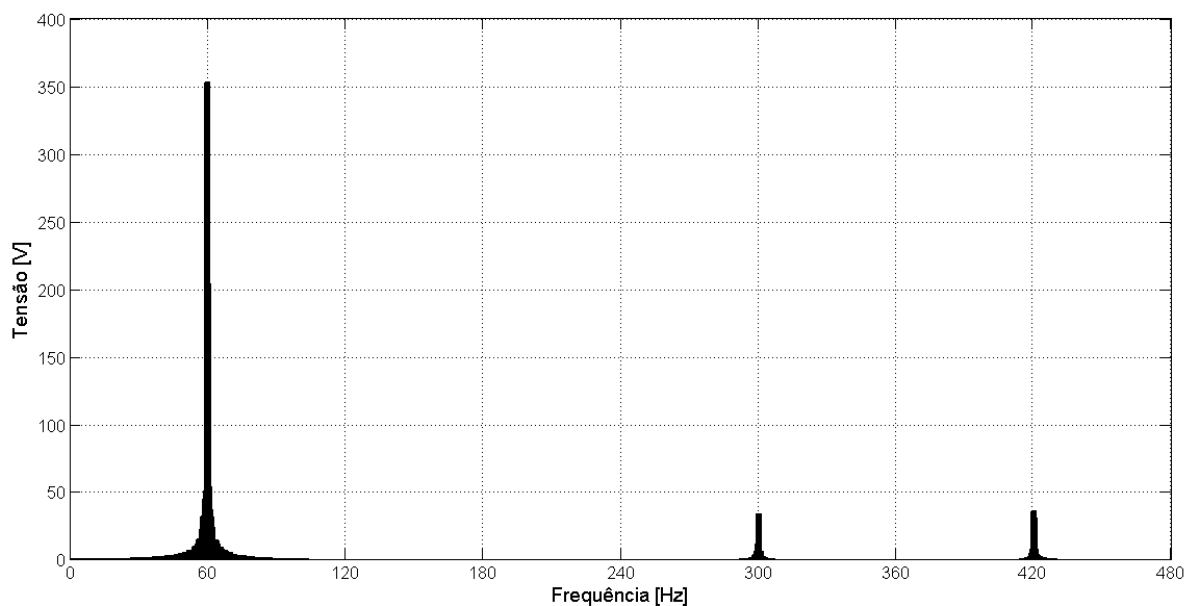


Figura 23 - Conteúdo Harmônico da Componente Simétrica Generalizada de Sequência Positiva

Na Figura 23 fica bastante claro a ausência da terceira harmônica na componente generalizada de seqüência positiva.

4.2.1.2 COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

A próxima componente generalizada a ser calculada é trata-se da componente de seqüência negativa. As componentes simétricas generalizadas de seqüência negativa estão com suas formas de onda apresentadas Figura 24.

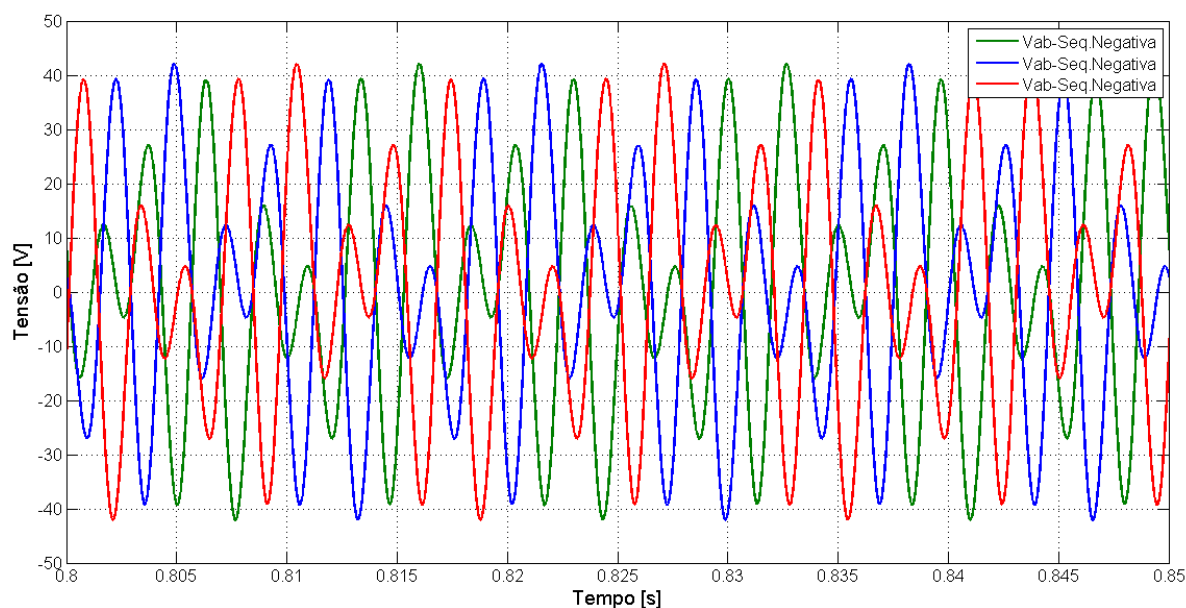


Figura 24 - Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência Negativa

Os valores RMS das componentes simétricas generalizadas de sequência negativa estão apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Tensão RMS - Componentes Simétricas Generalizadas de Sequência negativa

Tensão RMS [V]		
Vab - Seq.Negativa	Vbc - Seq.Negativa	Vca - Seq.Negativa
22,5770	22,5770	22,5770

Os valores RMS das componentes simétricas generalizadas de sequência negativa serão também utilizados, posteriormente, para uma análise através dos indicadores generalizados propostos na seção 3.6 deste trabalho.

Da mesma maneira que não há a presença de harmônicas de ordem três nas componentes simétricas generalizadas de sequência positiva, as componentes generalizadas de sequência negativa também não possuem terceiras harmônicas compondo-as. Essa característica está demonstrada matematicamente na seção 3.4.4 deste trabalho. Essa característica das componentes generalizadas de sequência negativa fica clara ao observar-se o conteúdo harmônico dessa componente.

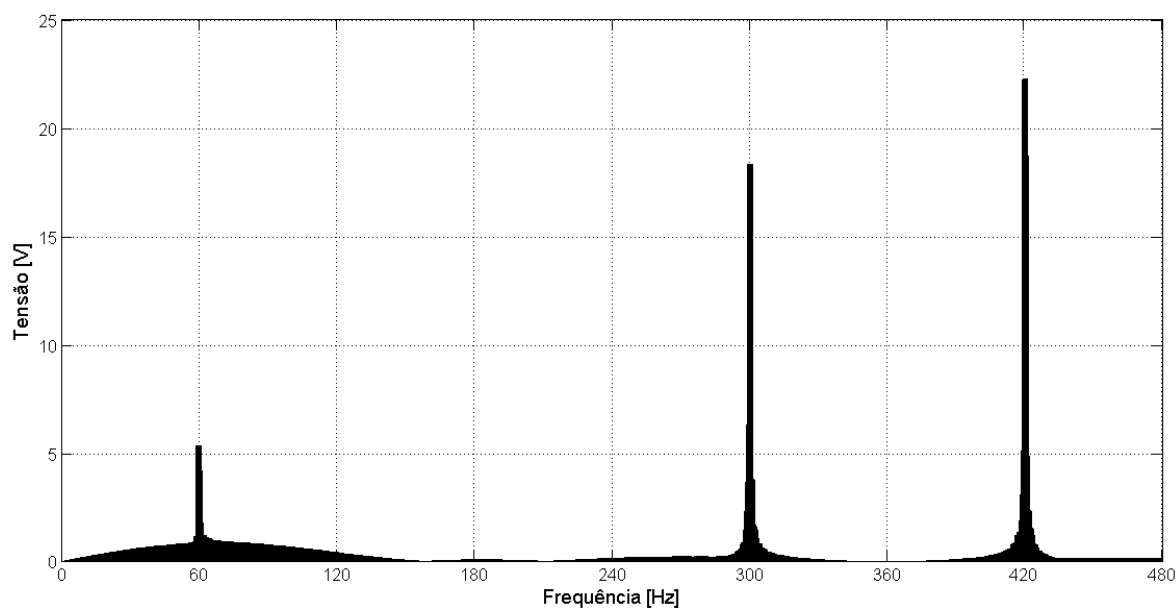


Figura 25 - Conteúdo Harmônico da Componente Simétrica Generalizada de Sequência Negativa

Na Figura 25 fica bastante claro a ausência da terceira harmônica na componente generalizada de sequência negativa. Outro fato interessante de ser observado é a predominância da sétima harmônica e da quinta harmônica nessa componente generalizada, enquanto que a parcela referente à frequência fundamental possui uma amplitude relativamente pequena.

4.2.1.3 COMPONENTES GENERALIZADAS RESIDUAIS

Por fim, as últimas componentes generalizadas a serem calculadas e apresentadas são aquelas denominadas componentes generalizadas residuais. A forma de onda dessas três últimas componentes podem ser vistas na Figura 26.

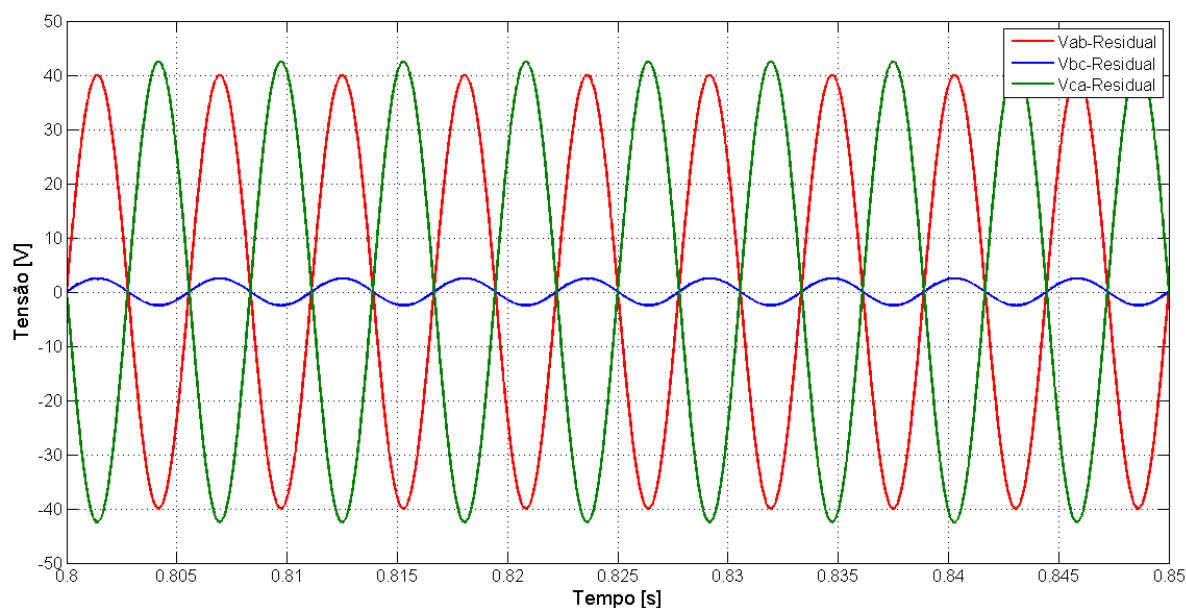


Figura 26 - Componentes Generalizadas Residuais

Observando as formas de onda das componentes generalizadas residuais na Figura 26 ficam evidentes as características de assimetria e desequilíbrio que essas componentes podem apresentar entre si.

Esse comportamento se reflete nos valores RMS de cada uma das três componentes generalizadas residuais. Esses valores RMS de tensão das componentes residuais estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Tensão RMS - Componentes Generalizadas Residuais

Tensão RMS [V]		
Vab - Residual	Vbc - Residual	Vca - Residual
29,0801	5,8055	30,6971

Os valores RMS das componentes generalizadas residuais serão utilizados, posteriormente, para uma análise através dos indicadores generalizados propostos na seção 3.6 deste trabalho.

Diferente das duas outras componentes generalizadas calculadas anteriormente, as componentes generalizadas residuais não possuem outra frequência senão àquela relativa à terceira harmônica. Ou seja, as componentes generalizadas residuais são compostas somente pela terceira harmônica, como foi demonstrado matematicamente na seção 3.4.5 deste trabalho.

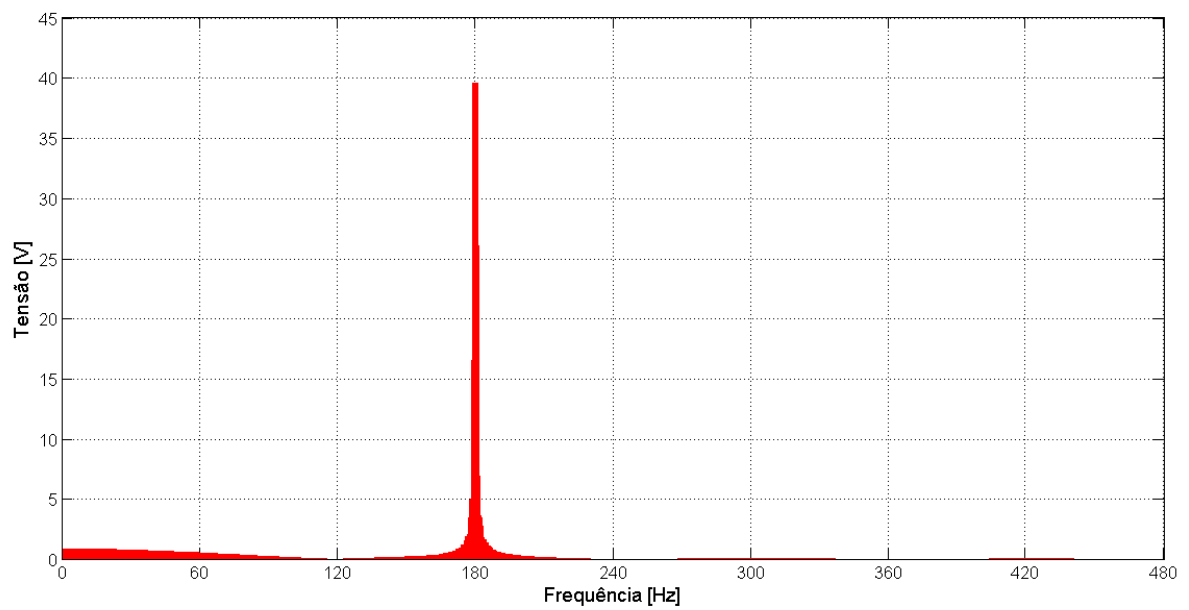


Figura 27 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada Residual - Fase A

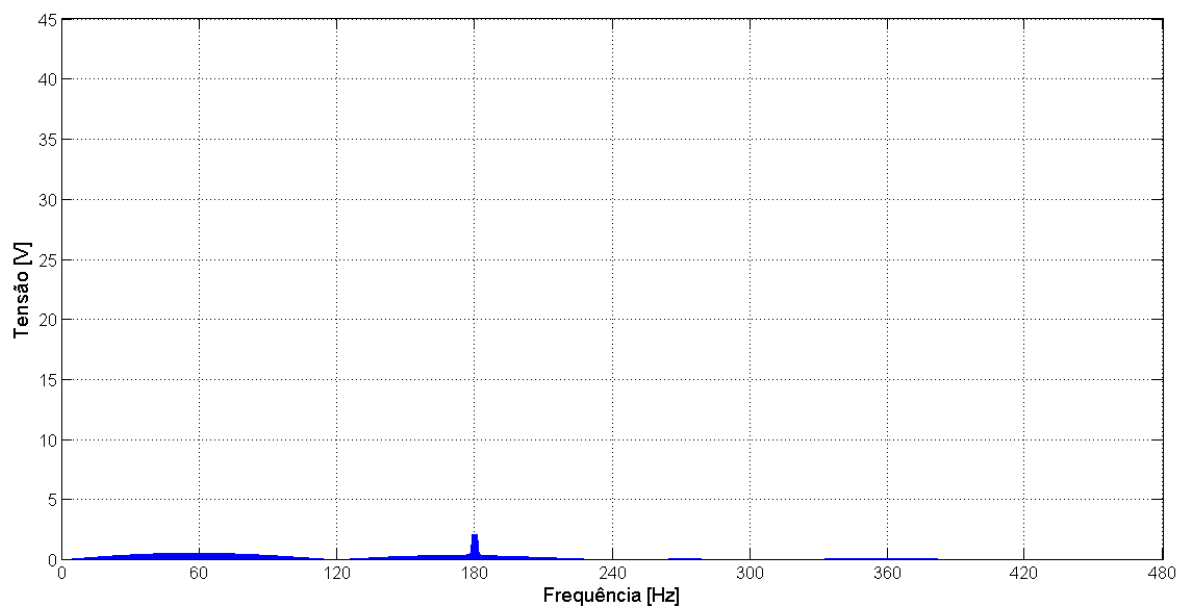


Figura 28 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada Residual - Fase B

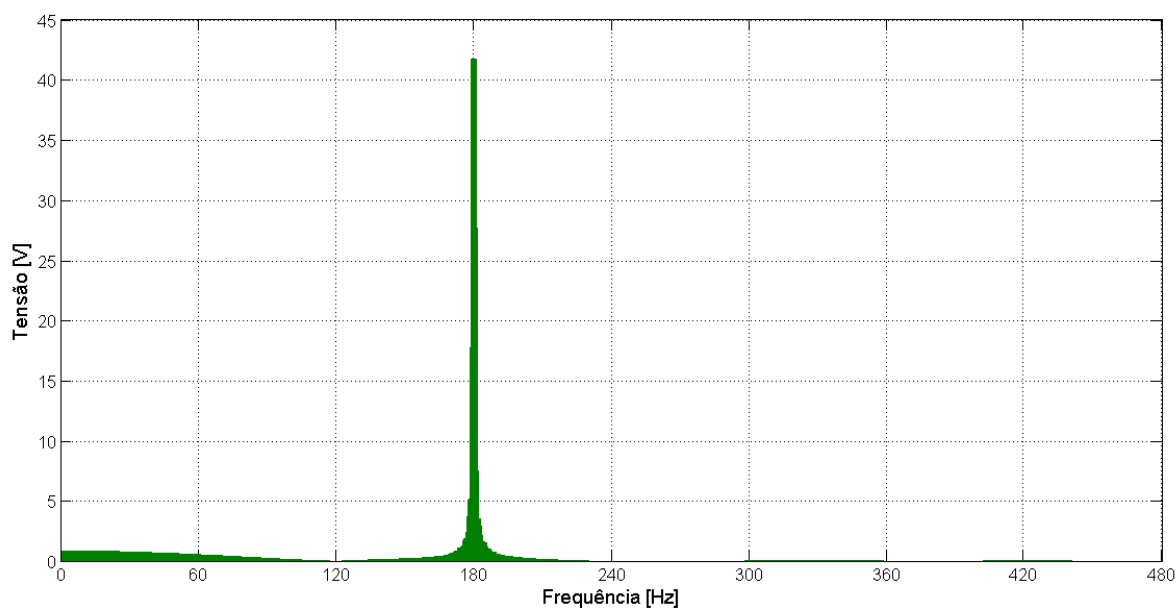


Figura 29 - Conteúdo Harmônico da Componente Generalizada Residual - Fase C

O conteúdo harmônico das componentes generalizadas residuais da fase A, fase B e fase C estão respectivamente apresentados nas Figura 27, Figura 28 e Figura 29.

É possível notar que além de apresentarem somente amplitudes na frequência referente à terceira harmônica, as componentes generalizadas residuais possuem diferentes níveis para cada uma das três componentes residuais. Isso porque são formadas pelas componentes de sequência positiva e sequência negativa da terceira harmônica, conforme demonstrado matematicamente na seção 3.4.5.

4.2.1.4 COMPONENTES SIMÉTRICAS DE FORTESCUE DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

Apesar da análise de desequilíbrio das tensões que alimentam o MIT estarem sendo observadas por meio das componentes simétricas generalizadas, é necessário que a componente simétricas de Fortescue da frequência fundamental sejam conhecidas. Isso porque elas são necessárias para que sejam implementados todos os oito indicadores generalizados de desequilíbrio propostos na seção 3.6 deste trabalho.

Para a implementação dos indicadores generalizados, é necessário conhecer o valor RMS das componentes simétricas de Fortescue da frequência fundamental. Contudo, a alimentação à três fios à qual o MIT está sujeito permite que sejam necessárias apenas as componentes de sequência positiva e de sequência negativa.

Assim, o valor RMS das tensões de linha de sequência positiva e sequência negativa de Fortescue da frequência fundamental estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Tensão RMS - Componentes Simétricas de Fortescue

Tensão RMS [V]		
Vab - Seq.Positiva	Vbc - Seq.Positiva	Vca - Seq.Positiva
249,9640	249,9640	249,9640
Vab - Seq.Negativa	Vbc - Seq.Negativa	Vca - Seq.Negativa
7,0938	7,0938	7,0938

Os valores RMS das componentes simétricas de Fortescue da frequência fundamental eram os últimos valores necessários para que os indicadores de desequilíbrio generalizados sejam calculados.

4.2.1.5 INDICADORES DE DESEQUILÍBRIO GENERALIZADOS

Uma vez conhecidas as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue da frequência fundamental, é possível que a proposta de indicadores generalizados seja aplicada.

O primeiro indicador a ser calculado será aquele referente somente à frequência fundamental. A sua expressão pode ser vista em (245). Ou seja, é o fator de desequilíbrio generalizado de sequência negativa da frequência fundamental.

Fator de Desequilíbrio Generalizado de Sequência Negativa da Frequência Fundamental

$$K_{1h}^N = 3,3820\% \quad (254)$$

O resultado apresentado em (254) representa em termos percentuais o nível de desequilíbrio somente da parcela da tensão referente à frequência fundamental.

Note que se observado somente a parcela da tensão trifásica que alimenta o MIT referente à frequência fundamental, o nível de desequilíbrio é relativamente baixo. No entanto, esse resultado não representa todos os efeitos aos quais o MIT está sujeito ao ser alimentado por essa tensão trifásica não senoidal.

Na sequência, o próximo indicador generalizado a ser calculado é aquele referente à componente generalizada de sequência positiva, cuja expressão está apresentada em (247). É o denominado fator de distorção generalizado de sequência positiva.

Fator de Distorção Generalizado de Sequência Positiva

$$K_G^P = 14,9206\% \quad (255)$$

O resultado apresentado em (255) representa o nível de distorção harmônica presente na componente simétrica generalizada de sequência positiva em relação à componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da frequência fundamental.

Dando continuidade ao cálculo dos indicadores de desequilíbrio generalizados, o próximo a ser calculado tem sua expressão apresentada em (249). Isto é, o fator de desequilíbrio de generalizado de sequência negativa.

Fator de Desequilíbrio Generalizado de Sequência Negativa

$$K_G^N = 9,2830\% \quad (256)$$

O resultado apresentado em (256) representa o nível de desequilíbrio da componente simétrica generalizada de sequência negativa em relação à componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da frequência fundamental.

Por fim, os três últimos indicadores generalizados a serem calculados serão aqueles referentes às componentes generalizadas residuais. As expressões (250), (251) e (252) representam respectivamente os fatores de desequilíbrio generalizado residual da fase A, fase B e fase C.

Fator de Desequilíbrio Generalizado Residual da Fase A

$$K_G^{RA} = 11,6372\% \quad (257)$$

Fator de Desequilíbrio Generalizado Residual da Fase B

$$K_G^{RB} = 2,3232\% \quad (258)$$

Fator de Desequilíbrio Generalizado Residual da Fase A

$$K_G^{RC} = 12,2843\% \quad (259)$$

Os resultados indicados em (257), (258) e (259) evidenciam o comportamento das componentes generalizadas residuais. Isso significa que o comportamento particular de cada uma das três componentes generalizadas residuais se traduz em valores distintos para esses três indicadores generalizados. Isso significa que cada uma das tensões trifásicas que alimenta o MIT estará sujeitas a diferentes influências das componentes residuais.

Os indicadores generalizados residuais retratam o nível da diferença entre as componentes generalizadas residuais em relação à componente simétrica de sequência positiva de Fortescue da frequência fundamental.

4.2.2 GRANDEZAS CARACTERÍSTICAS DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Depois de analisar a tensão trifásica que alimenta o MIT, é interessante que sejam analisados algumas grandezas características do motor de indução que refletem os efeitos de distorção e desequilíbrio da sua tensão de alimentação.

4.2.2.1 CORRENTE DE ESTATOR E CORRENTE DE ROTOR

A corrente do estator do MIT é a primeira grandeza que naturalmente refletirá a situação da tensão que o alimenta. Na simulação realizada, é possível também observar-se a corrente do rotor do MIT, que também refletirá os efeitos do desequilíbrio e distorção da tensão de alimentação.

A corrente de estator, em regime permanente, de uma das linhas do MIT está apresentada na Figura 30. É possível notar que a corrente está bem distante da condição senoidal para a qual os MIT são projetados originalmente.

O MIT é originalmente projetado para uma operação com tensões e correntes senoidais simétricas e equilibradas. Assim quaisquer alterações nos parâmetros, sobretudo o da corrente de estator, podem comprometer a operação e vida útil do MIT.

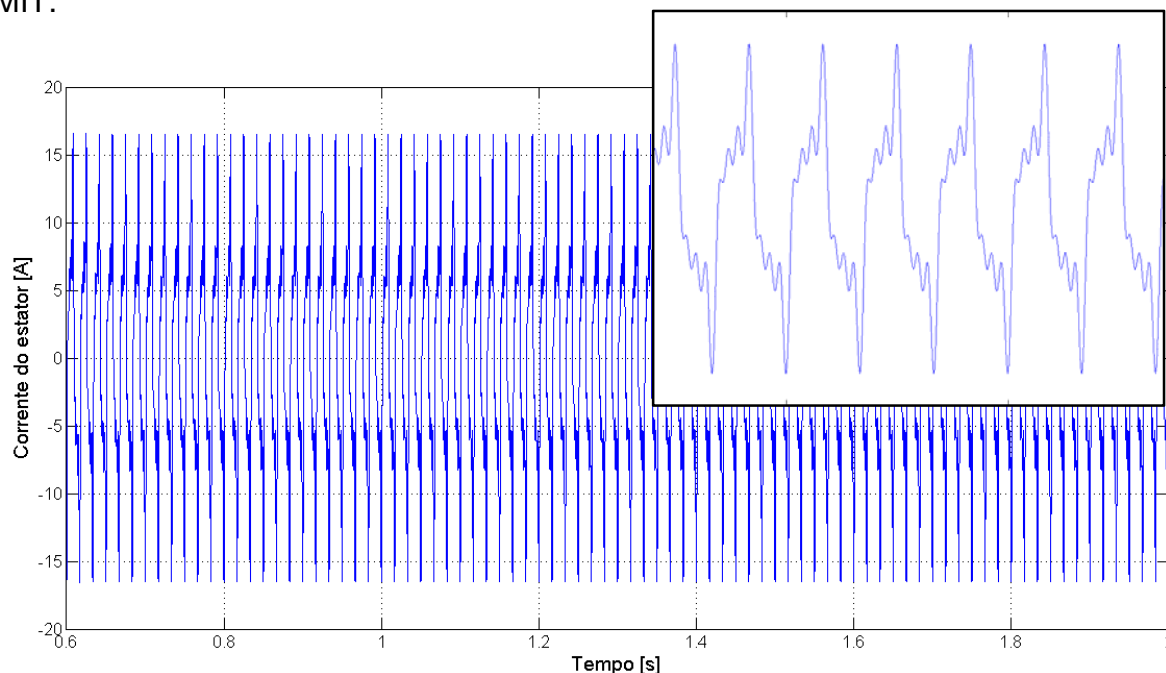


Figura 30 - Corrente de Estator do MIT

Além da corrente de estator, há no MIT uma corrente induzida no rotor e que circula através das barras da gaiola de esquilo do MIT (rotor em gaiola) ou através das bobinas do rotor dos motores bobinados. A corrente do rotor do MIT tem sua frequência como sendo função do escorregamento.

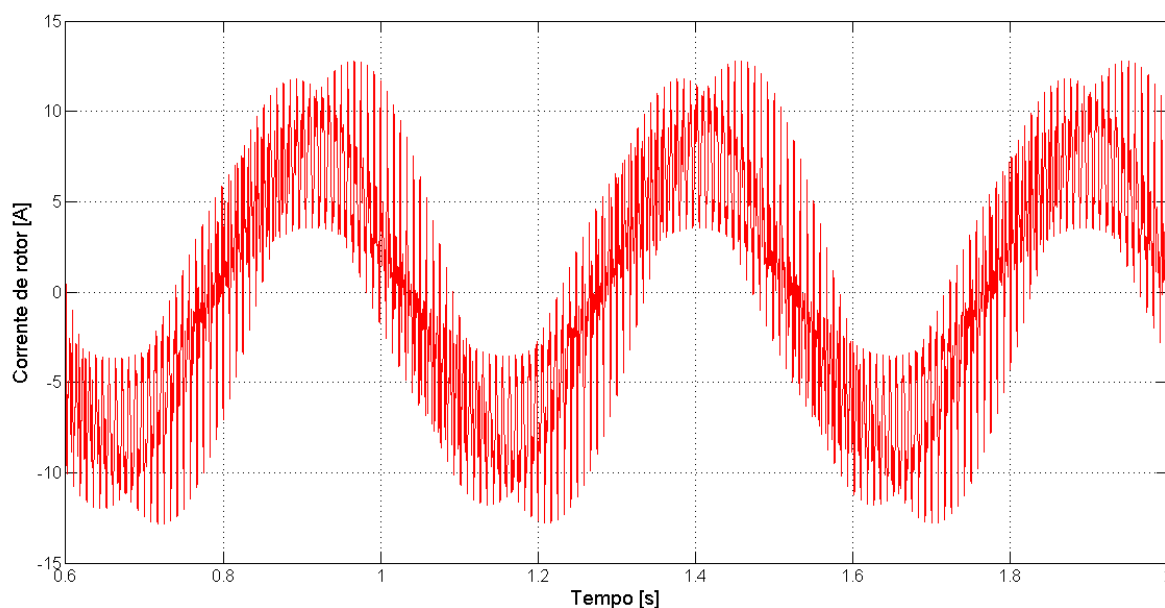


Figura 31 - Corrente de Rotor do MIT

A Figura 31 apresenta a corrente induzida no rotor do MIT simulado, em regime permanente.

Devido ao desequilíbrio da tensão que alimenta o MIT e também devido às distorções desequilibradas, a corrente do rotor do MIT apresenta uma composição de diferentes frequências cujo resultado é a forma de onda apresentada na Figura 31.

As frequências que aparecem nas correntes do rotor do MIT são resultados dos diferentes níveis de desequilíbrio das diferentes frequências que compõem a fonte trifásica não senoidal que alimenta o MIT, além do escorregamento do MIT. Porém a interação dos efeitos do desequilíbrio e distorção na corrente do rotor do MIT não serão equacionados e estudados de maneira aprofundada neste trabalho.

4.2.2.2 TORQUE ELETROMAGNÉTICO E ROTAÇÃO

Outras duas importantes grandezas que podem ser observados na simulação realizada são o torque eletromagnético e a rotação do MIT.

O torque eletromagnético é o responsável por permitir a rotação do MIT equilibrando-se com o torque de carga acoplado ao eixo.

Quando o MIT é alimentado por tensões trifásicas simétricas e senoidais, o torque do MIT, em regime permanente, é constante. No entanto, os efeitos do desequilíbrio e distorção provocam uma pulsação no torque eletromagnético, como pode ser visto na Figura 32.

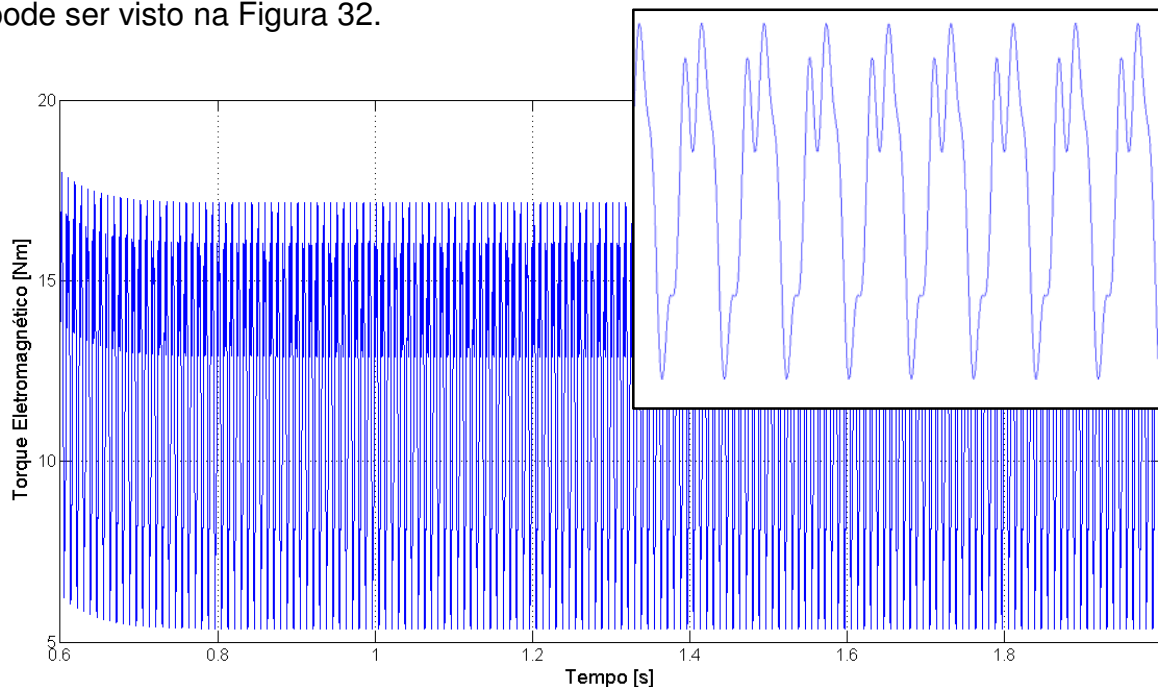


Figura 32 - Torque Eletromagnético do MIT

Observando-se a Figura 32 fica claro a variação do torque eletromagnético do MIT, em regime permanente. O valor médio do torque eletromagnético corresponde ao valor do torque de carga (a carga mecânica da simulação possui um torque constante).

Essa pulsação no torque eletromagnético proporcionada pelo desequilíbrio e distorção da tensão de alimentação do MIT provocam, entre outros efeitos, vibração no eixo e uma maior fadiga mecânica devido aos efeitos da vibração.

A rotação do MIT também sofre os efeitos de uma tensão de alimentação não senoidal e desequilibrada.

Da mesma forma, haverá uma pulsação na rotação nominal do MIT, onde o valor médio corresponderá à rotação nominal no eixo do motor.

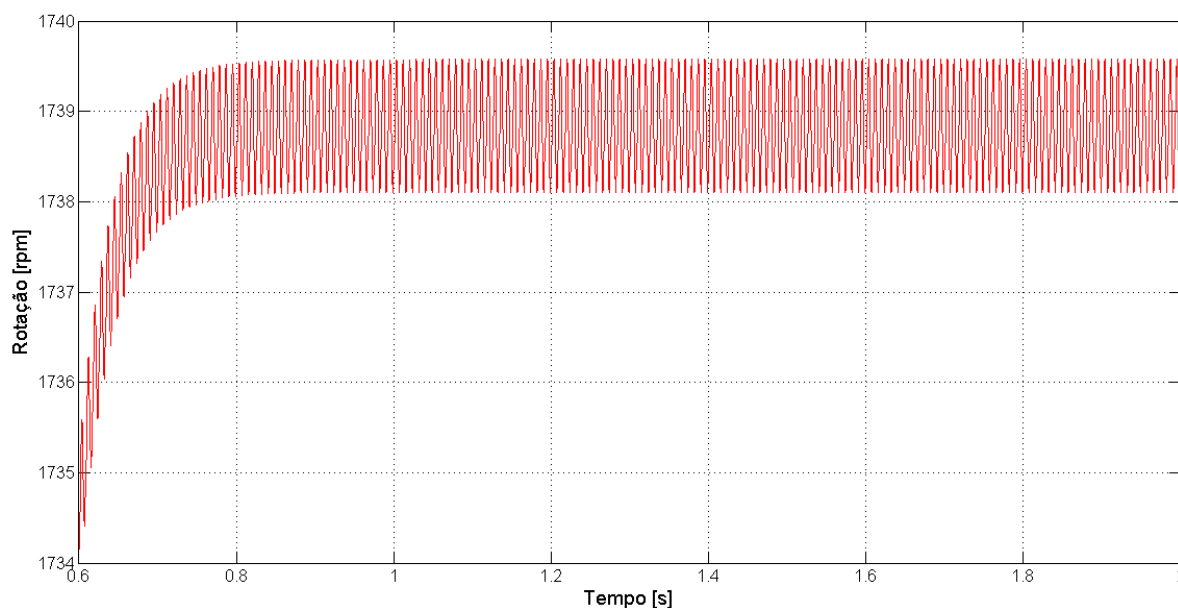


Figura 33 - Rotação do MIT

Na Figura 33, onde está apresentada a rotação do MIT para a simulação, é possível notar a variação que ocorre em torno da velocidade nominal do MIT, em regime permanente.

As variações em torno da rotação nominal do MIT, bem como as variações ocorridas no torque eletromagnético ocorrem em função do desequilíbrio e a distorção da tensão trifásica não senoidal e desequilibrada.

Porém, os efeitos e as interações entre a tensão trifásica não senoidal que alimenta o MIT e seus parâmetros não serão estudados de maneira aprofundada neste trabalho.

4.2.3 CONCLUSÕES PRELIMINARES

Observando algumas grandezas características do MIT quando alimentados por uma fonte trifásica não senoidal, é possível verificar a importância de uma análise mais criteriosa das condições que cargas como o MIT, mas também as diversas cargas do sistema, estão sujeitas.

Essa necessidade de uma análise mais criteriosa fica ainda mais evidente quando forma observadas somente as tensões RMS nos terminais do MIT e foi calculado seu fator de desequilíbrio em seu formato clássico. Nessa primeira

análise, as condições da alimentação do MIT não pareciam ser motivo de grande preocupação.

No entanto, ao serem analisadas as componentes simétricas generalizadas e os respectivos indicadores generalizados propostos, os efeitos do desequilíbrio e da distorção passaram a serem evidenciados.

As mudanças pelas quais o sistema elétrico está sofrendo tanto no âmbito relacionado às cargas, quanto nas possibilidades de novas formas de geração, levam à necessidade de uma evolução dos parâmetros de avaliação desses sistemas. As componentes simétricas generalizadas podem proporcionar uma nova forma de avaliar o desequilíbrio nessa futura (ou nova) realidade do sistema elétrico.

5. CONCLUSÕES

5.1 CONCLUSÃO GERAL

Frente à um sistema elétrico, onde a idealidade senoidal das grandezas de tensão e corrente alimentando cargas lineares já não são mais a principal realidade, é crescente o interesse na qualidade da energia elétrica.

Naturalmente, é necessário que existam ferramentas capazes de analisar a energia elétrica em situações diferentes daquelas que classicamente eram observadas. Isto é, são necessárias novas abordagens de análise das condições do sistema elétrico em condições não senoidais.

As componentes simétricas generalizadas propostas por Tenti *et al.* correspondem a uma nova abordagem para análise do desequilíbrio e assimetria de sistemas trifásicos. Essa nova proposta busca permitir uma análise em sistemas trifásicos cujas formas de onda são não senoidais.

Neste trabalho foi analisada a relação entre as componentes simétricas generalizadas e as componentes simétricas de Fortescue aplicadas a um sistema

trifásico periódico não senoidal. Por meio dessas relações, é possível conhecer as harmônicas e suas componentes que formam cada uma das componentes simétricas generalizadas.

Foram propostos neste trabalho, também, novos indicadores de desequilíbrio, baseados nas componentes simétricas generalizadas. Esses novos indicadores foram denominados indicadores de desequilíbrio generalizados. Essa proposta de indicadores busca complementar os dois indicadores de desequilíbrio clássicos baseados nas componentes simétricas de Fortescue.

Essa nova proposta de indicadores de desequilíbrio generalizados tomam como condição de referência um sistema trifásico simétrico equilibrado senoidal de sequência positiva composto apenas pela frequência fundamental. Os valores indicados por esses novos fatores correspondem à diferença relativa de cada componente dessa condição ideal de sistema, tomada como referência.

As análises das componentes simétricas generalizadas e a necessidade das suas existências diante da nova realidade do sistema elétrico foram retratadas através de uma aplicação. A aplicação de uma análise da tensão trifásica não senoidal desequilibrada utilizada na alimentação de um motor de indução trifásico foi escolhida devido à ampla utilização dessa carga e da sua sensibilidade quanto aos efeitos de distorções e desequilíbrio das tensões.

Por meio do exemplo escolhido neste trabalho, ficou evidenciada a necessidade de uma avaliação criteriosa das condições de alimentação de cargas sensíveis a distúrbios nas tensões tais como o motor de indução trifásico. Para tanto, comparou-se a análise desenvolvida por meio das componentes simétricas generalizadas e os indicadores generalizados, com a análise superficial desenvolvida com os indicadores de desequilíbrio clássicos, observando-se somente os valores RMS da tensão de alimentação.

Em função disto, é possível dizer que deverá ocorrer uma evolução nas abordagens das análises dos sistemas trifásicos, de modo a permitir que as novas situações pelas quais os sistemas elétricos estão sujeitos sejam adequadamente avaliadas.

A aplicação das componentes simétricas generalizadas e dos indicadores de desequilíbrios generalizados é uma nova proposta de abordagem a qual contempla a necessidade de análise do sistema elétrico em condições não senoidais.

Algumas considerações devem ser feitas em relação às componentes simétricas generalizadas.

A primeira consideração refere-se à nomenclatura. Isso porque as componentes generalizadas não deveriam ser chamadas simétricas. O motivo que justifica essa afirmação é o fato das componentes residuais não serem, necessariamente, simétricas e equilibradas. Isto é, as componentes generalizadas residuais podem apresentar desequilíbrios e assimetrias.

A segunda consideração a ser feita é quanto à nomenclatura relacionada às componentes generalizadas de sequência positiva e sequência negativa. Retornando à análise realizada no capítulo 3, concluiu-se que as componentes simétricas de sequência negativa das harmônicas de ordem $3k-1$ estão presentes na componente generalizada de sequência positiva. Bem como, as componentes simétricas de sequência positiva das harmônicas de ordem $3k-1$ estão presentes na componente generalizada de sequência negativa.

Portanto, as componentes generalizadas de sequência positiva não são compostas apenas pelas componentes de sequência positiva de Fortescue das frequências do sistema trifásico, sendo também formada pelas componentes de sequência que refletem o comportamento típico de cada frequência, exceto as harmônicas de ordem $3k$. Da mesma forma, as componentes generalizadas de sequência negativa são compostas pelas componentes de sequência que refletem a sequência de fase inversa ao comportamento típico de cada frequência, também exceto pelas harmônicas de ordem $3k$.

5.2 SÍNTESE DO TRABALHO

No capítulo 1 buscou-se uma contextualização do tema qualidade da energia elétrica, convergindo para uma abordagem onde o sistema elétrico encontra-se em condições não senoidais, assimétricas e desequilibradas. Convém destacar que este trabalho limita-se à estudar o sistema elétrico em condições de regime permanente.

Uma vez situada as fronteiras do trabalho no capítulo 1, o capítulo 2 apresenta as abordagens de análise de desequilíbrio de tensões e ou correntes elétricas utilizadas neste trabalho. Neste capítulo é apresentada uma revisão da proposta de

Fortescue, no domínio da frequência, aplicada à sistemas elétricos trifásico. Além disso, as componentes simétricas generalizadas são apresentadas também neste capítulo, as quais serão analisadas mais detalhadamente no capítulo 3.

A abordagem proposta por Fortescue foi adaptada para a aplicação no domínio do tempo, como pode ser visto também no capítulo 2. A adaptação de Fortescue utilizada neste trabalho propõe o cálculo das componentes simétricas de cada fase de forma independente. O motivo disso está na análise das componentes simétricas generalizadas através das componentes simétricas de Fortescue, apresentadas no capítulo 3.

A análise detalhada das componentes simétricas generalizadas apresentada no capítulo 3 apresenta-se como principal contribuição deste trabalho. Através do estudo feito através das componentes de Fortescue aplicadas às frequências harmônicas da série de Fourier, fica claro a presença de todas as harmônicas e suas respectivas componentes simétricas nas quatro componentes simétricas generalizadas proposta por Tenti *et al.*

No capítulo 3 são apresentados os indicadores de desequilíbrio clássicos, baseados nas componentes simétricas de Fortescue tradicionais. Além desses indicadores clássicos, são propostos novos indicadores de desequilíbrio baseados nas componentes simétricas generalizadas. Foram denominados indicadores de desequilíbrio generalizados.

O capítulo 4 apresenta uma simulação onde um sistema trifásico em condições periódicas, não senoidais e desequilibradas, cujo conteúdo harmônico é conhecido, alimenta um motor de indução trifásicos. As tensões que alimentam o motor são analisadas à luz das componentes simétricas generalizadas. Essa aplicação é um exemplo de análise das condições de uma fonte trifásica em condições não senoidais por meio das novas abordagens de componentes simétricas e seus indicadores.

5.3 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

Dentre as possibilidades de continuidade das pesquisas desta dissertação, podem ser considerados os seguintes trabalhos futuros:

- Revisões nas nomenclaturas das componentes simétricas generalizadas.
- Implementações de aplicações das componentes simétricas generalizadas em sistemas de condicionamento da energia elétrica, tais como filtros ativos.
- Análises das condições de instalações elétricas, tais como carregamento de neutro, por exemplo, em condições de desequilíbrio das tensões e correntes elétricas.
- Aplicações das componentes simétricas generalizadas em algoritmos de dispositivos de proteção dos sistemas elétricos de potência

5.4 TRABALHOS PUBLICADOS

Nesta seção, está a relação dos trabalhos publicados.

COSTA, L. L. H., SERNI, P. J. A., MARAFÃO, F. P. *Uma Análise Das Componentes Simétricas Generalizadas Em Sistemas Trifásicos Não Senoidais*. Conferência Brasileira Sobre Qualidade Da Energia Elétrica - IX CBQEE, Cuiabá, 2011.

COSTA, L. L. H., SERNI, P. J. A., MARAFÃO, F. P. *An Analysis Of Generalized Symmetrical Components In Non Sinusoidal Three Phase Systems*. Congresso Brasileiro De Eletrônica De Potência - XI COBEP, Natal, 2011.

COSTA, L. L. H., SERNI, P. J. A., MARAFÃO, F. P., ULSON, J. A. C. *Estudo Das Componentes Simétricas Generalizadas Em Um Sistema Trifásico Com Tensões Não Senoidais*. Congress Latin American On Electricity Generation And Transmission - IX CLAGTEE, 2011.

COSTA, L. L. H., SERNI, P. J. A., MARAFÃO, F. P. *Uma Análise Das Componentes Simétricas Generalizadas Em Sistemas Trifásicos Não Senoidais*. Conferência Brasileira De Dinâmica, Controle E Aplicações - X DINCON, 2011.

REFERÊNCIAS

- [1]. Tenti, P., Willems, J. L., Mattavelli, P., Tedeschi, E. *Generalized Symmetrical Components for Periodic Non-Sinusoidal Three-Phase Signals*. Seventh International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-Sinusoidal Conditions, July 10-12, 2006, Cagliari.
- [2]. Fortescue, C. L. *Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks*. AIEE Transaction, 37:1027-1140, 1918.
- [3]. Marafão, F. P. *Análise e Controle da Energia Elétrica Através de Técnicas de Processamento Digital de Sinais*. Dissertação de doutorado. UNICAMP - Campinas, 2004.
- [4]. Cutri, R., Matakas, L. *A New Instantaneous Method For Harmonics Positive And Negative Sequence Detection*. 11th International Conference on Harmonics and Quality of Power, 2004.
- [5]. Dugan, R. C., McGranaghan, M. F., Beaty, H. W. *Electrical Power Systems Quality*. McGraw Hill, New York, second edition, 2000.
- [6]. Oleskovicz, M. *Qualidade da Energia Elétrica*. Apostila do curso de pós-graduação da EESC. USP-São Carlos, 2007.
- [7]. ANEEL PRODIST - Módulo 8 *Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - Qualidade da Energia Elétrica*. 2007.
- [8]. Oliveira, J. E. A. *Modelagem de um Motor de Indução Trifásico Operando com Tensões Desequilibradas por Meio de Redes Neurais Artificiais*. Dissertação de mestrado. UNESP - Bauru, 2011.
- [9]. Cutri, R., Matakas, L. *A Generalized Instantaneous Method for Harmonics, Positive and Negative Sequence Detection/Extraction*. IEEE 2294-2297, 2007.
- [10]. Ghartemani, M. K., Karimi, H. *Analysis of Symmetrical Components in Time-Domain*. IEEE 28-31, 2005.
- [11]. Ghartemani, M. K., Karimi, H. *Symmetrical Power Factors and Symmetrical Reactive Current Components*. IEEE, 2006.
- [12]. Ghartemani, M. K., Karimi, H. *Processing of Symmetrical Components in Time-Domain*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 22, No. 2, May, 2007.
- [13]. Cutri, R. *Método de Extração em Tempo Real de Sequência Positiva, Negativa e ou Harmônicos*. Dissertação de doutorado. USP-São Paulo, 2008.
- [14]. Depenbrock, M. *Generalized Symmetrical Components of 4-Wire Voltages*. Sixth International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-Sinusoidal Conditions, October 10-15, 2003, Milano.
- [15]. Cristaldi, L., Ferrero, A., Furga, G. S. *Current Decomposition in Asymmetrical Unbalanced Three-phase Systems Under Nonsinusoidal Conditions*. IEEE

- Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 43, No.1, February, 1994.
- [16]. Czarnecki, L. S. *Reactive and Unbalanced Currents Compensation in Three-phase Asymmetrical Circuits Under Nonsinusoidal Conditions*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 38, No.3, June, 1989.
- [17]. IEEE 1459-2010 - *Standard Definitions For The Measurement Of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions*. 2010.
- [18]. Lyon, W. V. *Transient Analysis of Alternating Current Machinery*. John Wiley, New York - USA, 1954.
- [19]. Stankovic, A. M. *Analysis of Asymmetrical Faults in Power Systems Using Dynamic Phasors*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 3, August, 2000.
- [20]. Tedeschi, E. *Cooperative Control of Distributed Compensation Systems in Electric Networks Under Non Sinusoidal Operations*. Dissertação de doutorado. Universita' Degli Studi Di Padova, 2010.
- [21]. Tenti, P., Mattavelli, P., Paredes, H. K. M. *Conservative Power Theory, Sequence Components and Accountability in Smart Grids*. International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation, June 15-18, 2010, Lagow, Poland.
- [22]. Tenti, P., Paredes, H. K. M., Marafão, F. P., Mattavelli, P. *Accountability and Revenue Metering in Smart Micro-Grids*. IEEE International Workshop of Applied Measurements for Power Systems, September 22-24, 2010, Achen.
- [23]. Teodoro, R. G. *Metodologia para Compensação de Desequilíbrio em Redes Elétricas*. Dissertação de mestrado. UNESP - Ilha Solteira, 2005.

APÊNDICE

CÓDIGOS FONTES

Os códigos fontes desenvolvidos no MATLAB® com os algoritmos utilizados nos cálculos deste trabalho estão apresentados neste apêndice.

Componentes Simétricas de Fortescue - Frequência Fundamental 60Hz

```
% *****
% UNESP - Universidade Estadual Paulista
% Faculdade de Engenharia de Bauru
% Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
% *****
% Mestrando - Leandro Luiz Húngaro Costa
% Orientador - Paulo José Amaral Serni
% *****
% Componentes Simétricas FORTESCUE
% Frequência Fundamental - 60Hz
% *****

% INICIALIZAÇÃO DE VARIÁVEIS *****

% Limpa a área de trabalho do MatLab:
clc;
% Frequência de amostragem da simulação [Hz]
FreqAmostragem = 75600;
% Frequência da harmônica fundamental [Hz]
FreqFundamental = 60;
% Ordem Harmônica
Harmonica = 1;
% Dimensão do vetor de amostras por período
Tamanho = FreqAmostragem/(FreqFundamental*Harmonica);
% Tempo de simulação [s]
SimTime = 2;
% Total de amostras da simulação
TotalAmostras = FreqAmostragem*SimTime;
% Contador auxiliar principal do vetor circular
cnt = 1;
% Contadores auxiliares para cálculo do defasamento do vetor circular
iatemp = 0;
ibtemp = 0;
ictemp = 0;
% Vetores circulares de cada fase
va = zeros(Tamanho,1);
vb = zeros(Tamanho,1);
vc = zeros(Tamanho,1);
% Inicialização variáveis do cálculo RMS
% Sinais totais:
VA1hRMS = 0;
VB1hRMS = 0;
```

```

VC1hRMS = 0;
% Sinal componente de sequência zero:
ZerolhRMS = 0;
% Sinais componentes de sequência positiva:
PosAlhRMS = 0;
PosBlhRMS = 0;
PosClhRMS = 0;
% Sinais componentes de sequência negativa:
NegAlhRMS = 0;
NegBlhRMS = 0;
NegClhRMS = 0;

% CÁLCULO DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS FORTESCUE *****
for i=1:TotalAmostras

    % Vetor de tempo da simulação:
    TimeSimlh(i) = VABC1.time(i);

    % Transfere o i-ésimo valor amostrado na simulação para os
    % correspondentes vetores circulares de cada fase
    va(cnt) = VABC1.signals(1).values(i);
    vb(cnt) = VABC1.signals(2).values(i);
    vc(cnt) = VABC1.signals(3).values(i);
    % Transfere o i-ésimo valor amostrado na simulação para os
    % correspondentes vetores de cada fase
    VAlh(i) = VABC1.signals(1).values(i);
    VBlh(i) = VABC1.signals(2).values(i);
    VC1h(i) = VABC1.signals(3).values(i);

    % Deslocamento dos contadores auxiliares de defasamento do vetor
    % circular em relação ao contador auxiliar principal do vetor circular
    iatemp = cnt;
    ibtemp = cnt + (Tamanho/3);
    ictemp = cnt - (Tamanho/3);

    % Correção dos contadores auxiliares de defasamento
    if (ibtemp > Tamanho)
        ibtemp = ibtemp - Tamanho;
    end
    if (ictemp < 1)
        ictemp = Tamanho + ictemp;
    end

    % CÁLCULO DA COMPONENTE DE SEQUÊNCIA ZERO
    Zerolh(i) = ((va(iatemp))+(vb(ibtemp))+(vc(ictemp)))/3;

    % CÁLCULO DAS COMPONENTES DE SEQUÊNCIA POSITIVA
    % Cálculo da componente de sequência positiva da FASE A
    PosAlh(i) = (va(iatemp))+(vb(ibtemp))+(vc(ictemp));
    PosAlh(i) = PosAlh(i)/3;
    % Cálculo da componente de sequência positiva da FASE B
    PosBlh(i) = (va(ictemp))+(vb(iatemp))+(vc(ibtemp));
    PosBlh(i) = PosBlh(i)/3;
    % Cálculo da componente de sequência positiva da FASE C
    PosClh(i) = (va(ibtemp))+(vb(ictemp))+(vc(iatemp));
    PosClh(i) = PosClh(i)/3;

    % CÁLCULO DAS COMPONENTES DE SEQUÊNCIA NEGATIVA

```

```

% Cálculo da componente de sequência negativa da FASE A
NegAlh(i) = (va(iatemp))+(vb(ictemp))+(vc(ibtemp));
NegAlh(i) = NegAlh(i)/3;
% Cálculo da componente de sequência negativa da FASE B
NegBlh(i) = (va(ibtemp))+(vb(iatemp))+(vc(ictemp));
NegBlh(i) = NegBlh(i)/3;
% Cálculo da componente de sequência negativa da FASE C
NegClh(i) = (va(ictemp))+(vb(ibtemp))+(vc(iatemp));
NegClh(i) = NegClh(i)/3;

% Incrementa contador auxiliar principal do vetor circular
cnt = cnt +1;
if (cnt > Tamanho)
    cnt = 1;
end
end

% CÁLCULO DO VALOR RMS DOS SINAIS
for i=(0.1*(length(TimeSimTotal)):TotalAmostras
% Integral do quadrado dos sinais totais:
VA1hRMS = VA1hRMS + (VA1h(i)*VA1h(i));
VB1hRMS = VB1hRMS + (VB1h(i)*VB1h(i));
VC1hRMS = VC1hRMS + (VC1h(i)*VC1h(i));
% Integral do quadrado do sinal da componente de sequência zero:
ZerolhRMS = ZerolhRMS + (Zerolh(i)*Zerolh(i));
% Integral do quadrado dos sinais das componentes
% de sequência positiva:
PosAlhRMS = PosAlhRMS + (PosAlh(i)*PosAlh(i));
PosBlhRMS = PosBlhRMS + (PosBlh(i)*PosBlh(i));
PosClhRMS = PosClhRMS + (PosClh(i)*PosClh(i));
% Integral do quadrado dos sinais das componentes
% de sequência negativa:
NegAlhRMS = NegAlhRMS + (NegAlh(i)*NegAlh(i));
NegBlhRMS = NegBlhRMS + (NegBlh(i)*NegBlh(i));
NegClhRMS = NegClhRMS + (NegClh(i)*NegClh(i));
end
% Valor RMS dos sinais totais:
VA1hRMS = (VA1hRMS/TotalAmostras)^(0.5);
VB1hRMS = (VB1hRMS/TotalAmostras)^(0.5);
VC1hRMS = (VC1hRMS/TotalAmostras)^(0.5);

% Valor RMS do sinal da componente generalizada de sequência zero:
ZerolhRMS = (ZerolhRMS/TotalAmostras)^(0.5);

% Valor RMS dos sinais da componentes de sequência positiva:
PosAlhRMS = (PosAlhRMS/TotalAmostras)^(0.5);
PosBlhRMS = (PosBlhRMS/TotalAmostras)^(0.5);
PosClhRMS = (PosClhRMS/TotalAmostras)^(0.5);

% Valor RMS dos sinais da componentes de sequência negativa:
NegAlhRMS = (NegAlhRMS/TotalAmostras)^(0.5);
NegBlhRMS = (NegBlhRMS/TotalAmostras)^(0.5);
NegClhRMS = (NegClhRMS/TotalAmostras)^(0.5);

```

Componentes Simétricas Generalizadas

```

% *****
% UNESP - Universidade Estadual Paulista
% Faculdade de Engenharia de Bauru
% Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
% *****
% Mestrando - Leandro Luiz Húngaro Costa
% Orientador - Paulo José Amaral Serni
% *****
% Componentes Simétricas Generalizadas - Tenti et al.
% *****

% INICIALIZAÇÃO DE VARIÁVEIS *****

% Limpa a área de trabalho do MatLab:
clc;
% Frequência de amostragem da simulação [Hz]
FreqAmostragem = 75600;
% Frequência da harmônica fundamental [Hz]
FreqFundamental = 60;
% Dimensão do vetor de amostras por período
Tamanho = FreqAmostragem/FreqFundamental;
% Tempo de simulação [s]
SimTime = 2;
% Total de amostras da simulação
TotalAmostras = FreqAmostragem*SimTime;
% Contador auxiliar principal do vetor circular
cnt = 1;
% Contadores auxiliares para cálculo do defasamento do vetor circular
iatemp = 0;
ibtemp = 0;
ictemp = 0;
% Vetores circulares de cada fase
va = zeros(Tamanho,1);
vb = zeros(Tamanho,1);
vc = zeros(Tamanho,1);
% Vetores circulares de cada fase das componentes heteropolares
HeteroAC = zeros(Tamanho,1);
HeteroBC = zeros(Tamanho,1);
HeteroCC = zeros(Tamanho,1);
% Inicialização variáveis do cálculo RMS
% Sinais totais:
VATotalRMS = 0;
VBTotlRMS = 0;
VCTotalRMS = 0;
% Sinal componente generalizada de sequência zero:
ZeroGenRMS = 0;
% Sinais componentes heteropolares:
HeteroARMS = 0;
HeteroBRMS = 0;
HeteroCRMS = 0;
% Sinais componentes generalizadas de sequência positiva:
PosGenARMS = 0;
PosGenBRMS = 0;
PosGenCRMS = 0;
% Sinais componentes generalizadas de sequência negativa:
NegGenARMS = 0;
NegGenBRMS = 0;

```

```

NegGenCRMS = 0;
% Sinais componentes generalizadas residuais:
ResGenARMS = 0;
ResGenBRMS = 0;
ResGenCRMS = 0;

% CÁLCULO DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS *****
for i=1:TotalAmostras

    % Vetor de tempo da simulação:
    TimeSimTotal(i) = VABC.time(i);

    % Transfere o i-ésimo valor amostrado na simulação para os
    % correspondentes vetores circulares de cada fase
    va(cnt) = VABC.signals(1).values(i);
    vb(cnt) = VABC.signals(2).values(i);
    vc(cnt) = VABC.signals(3).values(i);
    % Transfere o i-ésimo valor amostrado na simulação para os
    % correspondentes vetores de cada fase
    VATotal(i) = VABC.signals(1).values(i);
    VBTotal(i) = VABC.signals(2).values(i);
    VCTotal(i) = VABC.signals(3).values(i);

    % Deslocamento dos contadores auxiliares de defasamento do vetor
    % circular em relação ao contador auxiliar principal do vetor circular
    iatemp = cnt;
    ibtemp = cnt + (Tamanho/3);
    ictemp = cnt - (Tamanho/3);

    % Correção dos contadores auxiliares de defasamento
    if (ibtemp > Tamanho)
        ibtemp = ibtemp - Tamanho;
    end
    if (ictemp < 1)
        ictemp = Tamanho + ictemp;
    end

    % CÁLCULO DA COMPONENTE DE SEQUÊNCIA ZERO
    ZeroGen(i) = ((va(iatemp))+(vb(iatemp))+(vc(iatemp)))/3;

    % CÁLCULO DAS COMPONENTES HETEROPOLARES
    % Vetores circulares das componentes homopolares
    HeteroAC(cnt) = va(cnt) - ZeroGen(i);
    HeteroBC(cnt) = vb(cnt) - ZeroGen(i);
    HeteroCC(cnt) = vc(cnt) - ZeroGen(i);
    % Vetores totais das componentes homopolares
    HeteroA(i) = HeteroAC(cnt);
    HeteroB(i) = HeteroBC(cnt);
    HeteroC(i) = HeteroCC(cnt);

    % CÁLCULO DAS COMPONENTES GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA POSITIVA
    % Cálculo da componente generalizada de sequência positiva da FASE A
    PosGenA(i) = (HeteroAC(iatemp))+(HeteroBC(ibtemp))+(HeteroCC(ictemp));
    PosGenA(i) = PosGenA(i)/3;
    % Cálculo da componente generalizada de sequência positiva da FASE B
    PosGenB(i) = (HeteroAC(ictemp))+(HeteroBC(iatemp))+(HeteroCC(ibtemp));
    PosGenB(i) = PosGenB(i)/3;
    % Cálculo da componente generalizada de sequência positiva da FASE C

```

```

PosGenC(i) = (HeteroAC(ibtemp))+(HeteroBC(ictemp))+(HeteroCC(iatemp));
PosGenC(i) = PosGenC(i)/3;

% CÁLCULO DAS COMPONENTES GENERALIZADAS DE SEQUÊNCIA NEGATIVA
% Cálculo da componente generalizada de sequência negativa da FASE A
NegGenA(i) = (HeteroAC(iatemp))+(HeteroBC(ictemp))+(HeteroCC(ibtemp));
NegGenA(i) = NegGenA(i)/3;
% Cálculo da componente generalizada de sequência negativa da FASE B
NegGenB(i) = (HeteroAC(ibtemp))+(HeteroBC(iatemp))+(HeteroCC(ictemp));
NegGenB(i) = NegGenB(i)/3;
% Cálculo da componente generalizada de sequência negativa da FASE C
NegGenC(i) = (HeteroAC(ictemp))+(HeteroBC(ibtemp))+(HeteroCC(iatemp));
NegGenC(i) = NegGenC(i)/3;

% CÁLCULO DAS COMPONENTES GENERALIZADAS RESIDUAIS
% Cálculo da componente generalizada residual da FASE A
ResGenA(i) = (HeteroAC(iatemp))+(HeteroAC(ibtemp))+(HeteroAC(ictemp));
ResGenA(i) = ResGenA(i)/3;
% Cálculo da componente generalizada residual da FASE B
ResGenB(i) = (HeteroBC(ictemp))+(HeteroBC(iatemp))+(HeteroBC(ibtemp));
ResGenB(i) = ResGenB(i)/3;
% Cálculo da componente generalizada residual da FASE C
ResGenC(i) = (HeteroCC(ibtemp))+(HeteroCC(ictemp))+(HeteroCC(iatemp));
ResGenC(i) = ResGenC(i)/3;

% Incrementa contador auxiliar principal do vetor circular
cnt = cnt +1;
if (cnt > Tamanho)
    cnt = 1;
end
end

% CÁLCULO DO VALOR RMS DOS SINAIS
for i=(0.1*(length(TimeSimTotal))):TotalAmostras
    % Integral do quadrado dos sinais totais:
    VATotalRMS = VATotalRMS + (VATotal(i)*VATotal(i));
    VBTotalRMS = VBTotalRMS + (VBTotal(i)*VBTotal(i));
    VCTotalRMS = VCTotalRMS + (VCTotal(i)*VCTotal(i));
    % Integral do quadrado do sinal da componente generalizada
    % de sequência zero:
    ZeroGenRMS = ZeroGenRMS + (ZeroGen(i)*ZeroGen(i));
    % Integral do quadrado dos sinais das componentes heteropolares:
    HeteroARMS = HeteroARMS + (HeteroA(i)*HeteroA(i));
    HeteroBRMS = HeteroBRMS + (HeteroB(i)*HeteroB(i));
    HeteroCRMS = HeteroCRMS + (HeteroC(i)*HeteroC(i));
    % Integral do quadrado dos sinais das componentes generalizadas
    % de sequência positiva:
    PosGenARMS = PosGenARMS + (PosGenA(i)*PosGenA(i));
    PosGenBRMS = PosGenBRMS + (PosGenB(i)*PosGenB(i));
    PosGenCRMS = PosGenCRMS + (PosGenC(i)*PosGenC(i));
    % Integral do quadrado dos sinais das componentes generalizadas
    % de sequência negativa:
    NegGenARMS = NegGenARMS + (NegGenA(i)*NegGenA(i));
    NegGenBRMS = NegGenBRMS + (NegGenB(i)*NegGenB(i));
    NegGenCRMS = NegGenCRMS + (NegGenC(i)*NegGenC(i));
    % Integral do quadrado dos sinais das componentes generalizadas
    % residual:
    ResGenARMS = ResGenARMS + (ResGenA(i)*ResGenA(i));
    ResGenBRMS = ResGenBRMS + (ResGenB(i)*ResGenB(i));

```

```
ResGenCRMS = ResGenCRMS + (ResGenC(i)*ResGenC(i));
end
% Valor RMS dos sinais totais:
VATotalRMS = (VATotalRMS/TotalAmostras)^(0.5);
VBTotalRMS = (VBTotalRMS/TotalAmostras)^(0.5);
VCTotalRMS = (VCTotalRMS/TotalAmostras)^(0.5);

% Valor RMS do sinal da componente generalizada de sequência zero:
ZeroGenRMS = (ZeroGenRMS/TotalAmostras)^(0.5);

% Valor RMS dos sinais das componentes heteropolares:
HeteroARMS = (HeteroARMS/TotalAmostras)^(0.5);
HeteroBRMS = (HeteroBRMS/TotalAmostras)^(0.5);
HeteroCRMS = (HeteroCRMS/TotalAmostras)^(0.5);

% Valor RMS dos sinais da componentes generalizadas de sequência positiva:
PosGenARMS = (PosGenARMS/TotalAmostras)^(0.5);
PosGenBRMS = (PosGenBRMS/TotalAmostras)^(0.5);
PosGenCRMS = (PosGenCRMS/TotalAmostras)^(0.5);

% Valor RMS dos sinais da componentes generalizadas de sequência negativa:
NegGenARMS = (NegGenARMS/TotalAmostras)^(0.5);
NegGenBRMS = (NegGenBRMS/TotalAmostras)^(0.5);
NegGenCRMS = (NegGenCRMS/TotalAmostras)^(0.5);

% Valor RMS dos sinais da componentes generalizadas residuais:
ResGenARMS = (ResGenARMS/TotalAmostras)^(0.5);
ResGenBRMS = (ResGenBRMS/TotalAmostras)^(0.5);
ResGenCRMS = (ResGenCRMS/TotalAmostras)^(0.5);
```

Indicadores de Desequilíbrio Generalizados

```

% *****
% UNESP - Universidade Estadual Paulista
% Faculdade de Engenharia de Bauru
% Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
% *****
% Mestrando - Leandro Luiz Húngaro Costa
% Orientador - Paulo José Amaral Serni
% *****
% Componentes Simétricas Generalizadas - Tenti et al.
% "Indicadores de desequilíbrio baseados nas componentes simétricas
% generalizadas."
% *****

% Limpa a área de trabalho do MatLab:
clc;

% INDICADORES DE DESEQUILÍBRIO *****

% FATORES DE DESEQUILÍBRIO DAS COMPONENTES DE FORTESCUE *****

% Fator de desequilíbrio de sequencia zero da frequencia fundamental *****
KZero1h = (Zero1hRMS/PosAlhRMS)*100;

% Fator de desequilíbrio de sequencia negativa da frequencia fundamental **
KNeg1h = (NegAlhRMS/PosAlhRMS)*100;

% Fator de desequilíbrio de sequencia zero da frequencia fundamental *****
KZeroTotal = (ZeroFortRMS/PosFortARMS)*100;

% Fator de desequilíbrio de sequencia negativa da frequencia fundamental **
KNegTotal = (NegFortARMS/PosFortARMS)*100;

% FATORES DE DESEQUILÍBRIO DAS COMPONENTES GENERALIZADAS *****

% Fator de distorção de sequencia positiva *****
KPosGen = (((PosGenARMS^2)-(PosAlhRMS^2))^0.5)/PosAlhRMS)*100;

% Fator de desequilíbrio generalizado de sequencia zero *****
KZeroGen = (ZeroGenRMS/PosAlhRMS)*100;

% Fator de desequilíbrio generalizado de sequencia negativa *****
KNegGen = (NegGenARMS/PosAlhRMS)*100;

% Fator de desequilíbrio generalizado residual da fase A *****
KResGenA = (ResGenARMS/PosAlhRMS)*100;

% Fator de desequilíbrio generalizado residual da fase B *****
KResGenB = (ResGenBRMS/PosAlhRMS)*100;

% Fator de desequilíbrio generalizado residual da fase C *****
KResGenC = (ResGenCRMS/PosAlhRMS)*100;

```

Análise de Fourier das Componentes Simétricas Generalizadas

```

% ANÁLISE DE FOURIER DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS GENERALIZADAS *****
% Potência de 2 equivalente ao tamanho do vetor da transformada de Fourier:
NFFT = 2^(nextpow2(TotalAmostras));
% Intervalo de frequência analisada:
If = FreqAmostragem/2*linspace(0,1,NFFT/2);

% Transformada de Fourier do sinal total da FASE A:
FVATotal = fft(VATotal,NFFT)/TotalAmostras;
FVATotal = 2*abs(FVATotal(1:NFFT/2));
% Transformada de Fourier do sinal total da FASE B:
FVBTotal = fft(VBTotal,NFFT)/TotalAmostras;
FVBTotal = 2*abs(FVBTotal(1:NFFT/2));
% Transformada de Fourier do sinal total da FASE C:
FVCTotal = fft(VCTotal,NFFT)/TotalAmostras;
FVCTotal = 2*abs(FVCTotal(1:NFFT/2));

% Transformada de Fourier da componente generalizada de sequência zero:
FZeroGen = fft(ZeroGen,NFFT)/TotalAmostras;
FZeroGen = 2*abs(FZeroGen(1:NFFT/2));

% Transformada de Fourier da componente generalizada positiva da FASE A:
FPosGenA = fft(PosGenA,NFFT)/TotalAmostras;
FPosGenA = 2*abs(FPosGenA(1:NFFT/2));
% Transformada de Fourier da componente generalizada positiva da FASE B:
FPosGenB = fft(PosGenB,NFFT)/TotalAmostras;
FPosGenB = 2*abs(FPosGenB(1:NFFT/2));
% Transformada de Fourier da componente generalizada positiva da FASE C:
FPosGenC = fft(PosGenC,NFFT)/TotalAmostras;
FPosGenC = 2*abs(FPosGenC(1:NFFT/2));

% Transformada de Fourier da componente generalizada negativa da FASE A:
FNegGenA = fft(NegGenA,NFFT)/TotalAmostras;
FNegGenA = 2*abs(FNegGenA(1:NFFT/2));
% Transformada de Fourier da componente generalizada negativa da FASE B:
FNegGenB = fft(NegGenB,NFFT)/TotalAmostras;
FNegGenB = 2*abs(FNegGenB(1:NFFT/2));
% Transformada de Fourier da componente generalizada negativa da FASE C:
FNegGenC = fft(NegGenC,NFFT)/TotalAmostras;
FNegGenC = 2*abs(FNegGenC(1:NFFT/2));

% Transformada de Fourier da componente generalizada residual da FASE A:
FResGenA = fft(ResGenA,NFFT)/TotalAmostras;
FResGenA = 2*abs(FResGenA(1:NFFT/2));
% Transformada de Fourier da componente generalizada residual da FASE B:
FResGenB = fft(ResGenB,NFFT)/TotalAmostras;
FResGenB = 2*abs(FResGenB(1:NFFT/2));
% Transformada de Fourier da componente generalizada residual da FASE C:
FResGenC = fft(ResGenC,NFFT)/TotalAmostras;
FResGenC = 2*abs(FResGenC(1:NFFT/2));

```