

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE SÃO JOÃO

GUILHERME MARCOS NEVES

**Desenvolvimento de um sistema de rastreamento e vigilância espacial utilizando radares
legado da Força Aérea Brasileira - FAB**

São João da Boa Vista
2022

Guilherme Marcos Neves

**Desenvolvimento de um sistema de rastreamento e vigilância espacial utilizando radares
legado da Força Aérea Brasileira - FAB**

Trabalho de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Aeronáutica da Faculdade de Engenharia de São João, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica.

Orientador: Prof. Dr. Denilson Paulo Souza dos Santos

São João da Boa Vista
2022

N518d

Neves, Guilherme Marcos

Desenvolvimento de um sistema de rastreo e vigilância espacial
utilizando radares legado da Força Aérea Brasileira - FAB /
Guilherme Marcos Neves. -- São João da Boa Vista, 2022
65 p.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia
Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de
Engenharia, São João da Boa Vista

Orientador: Denilson Paulo Souza dos Santos

1. Engenharia Aeroespacial. 2. Astrodinâmica. 3. Satélites
artificiais Rastreo. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de
Engenharia, São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE RASTREIO E VIGILÂNCIA ESPACIAL
UTILIZANDO RADARES LEGADO DA FORÇA AÉREA BRASILEIRA-FAB**

Aluno: Guilherme Marcos Neves

Orientador: Prof. Dr. Denilson Paulo Souza dos Santos

Banca Examinadora:

- Denilson Paulo Souza dos Santos (Orientador)
- Priscilla Andressa de Sousa Silva (Examinadora)
- Rita de Cássia Domingos (Examinadora)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 007/2022)

São João da Boa Vista, 14 de julho de 2022

Dedico este trabalho às pessoas que depuseram suas expectativas sobre mim e proporcionaram oportunidades únicas que norteiam a minha carreira acadêmica e profissional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Leonilce Perpetuo Lopes Neves e João Gilberto Neves, e a minha vó Idenir Pereira Lopes por sempre me apoiarem na minha jornada, mesmo que isso significasse viver distante. Reconheço que as dificuldades que superamos juntos fortaleceram a nossa união como família.

Agradeço também ao meu professor, orientador e amigo Denilson Paulo Souza dos Santos que proporcionou oportunidades únicas tanto em relação ao meu projeto de Iniciação Científica como em relação a minha carreira profissional. Agradeço-o imensamente por todo o aprendizado, tanto acadêmico como de experiência de vida. Agradeço também às professoras que compõem essa banca Priscilla Andressa de Souza e Silva e Rita de Cássia Domingos que sempre me apoiaram durante todo o curso. Agradeço também ao professor Murilo Sartorato pelos conselhos e aprendizado, e principalmente pelo carinho que demonstrou em todos esses anos com a minha turma.

Ressalto aqui um agradecimento a todos os meus colegas de turma por serem sempre unidos independente das dificuldades enfrentadas, em especial ao Guilherme Parreira Moia pela amizade e companheirismo ao longo de todos esses anos.

Este trabalho contou com o apoio da seguinte entidade:

Processo nº 2018/18811-9, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

“Um homem que tem certeza de que está certo é quase certo que está errado.”
(Michael Faraday)

RESUMO

A quantidade de atividades em órbita LEO cresce a cada ano e dessa forma os temas de Consciência Situacional Espacial (SSA), Consciência do Domínio Espacial (SDA) e Gestão do Tráfego Espacial (STM) têm estado cada vez mais presentes na agenda da comunidade espacial nos últimos anos. Em maio de 2021, o Brasil iniciou atividades de rastreo de objetos espaciais utilizando o radar de trajetografia Bearn, operado pelo Centro de Lançamento Barreira do Inferno (CLBI). Para alcançar os objetivos dos sistemas SSA/SDA previstos no Programa Estratégico de Sistemas Espaciais (PESE) da Força Aérea Brasileira (FAB), é necessário criar um ambiente adequado com um ecossistema industrial e instituições militares trabalhando em conjunto, utilizando serviços automatizados disponíveis para realizar o monitoramento espacial e criar um sistema de integração de dados com os centros de sensoriamento, permitindo aplicações futuras eficientes em STM. Este trabalho de conclusão de curso contribui para essa visão e tem como objetivo apresentar uma arquitetura preliminar utilizando o radar de trajetografia Atlas, operado para monitoramento da trajetória dos veículos lançadores do Centro de Lançamento de Alcântara (CLA), alimentado pelos resultados de um sistema de propagação de órbita. Os elementos orbitais são determinados com base nos dados de rastreo do radar legado e comparados com os dados disponibilizados pela Força Espacial Estadunidense (*Space Force*) via o website *space-track.org* para validação.

PALAVRAS-CHAVE: Mecânica Orbital. Detritos Espaciais. Consciência Situacional do Espaço. Rastreo e Vigilância Espacial.

ABSTRACT

The number of activities in LEO orbits grows every year and thus, Space Situational Awareness (SSA), Space Domain Awareness (SDA), and Space Traffic Management (STM) topics have increasingly been present on the space community's agenda in recent years. In May 2021, Brazil started tracking activities using the trajectography radar Bearn, operated by the Barreira do Inferno Launch Center (CLBI). To achieve the objectives for SSA/SDA systems foreseen in the *Programa Estratégico de Sistemas Espaciais* (PESE) from Brazilian Air Force (FAB), it is necessary to create an adequate environment with an industry ecosystem and military institutions working together, using available automated services to perform space monitoring and create a data integration system with the sensing centers, enabling efficient future applications of STM. This course conclusion paper contributes to this vision and aims to present a preliminary architecture using the existing trajectography radar Atlas, operated for monitoring of the trajectory of launch vehicles in Alcantara Launch Center (CLA), fed by the results of orbit propagation. The orbital elements are determined based on the tracking data from the legacy sensors and compared with the data available by Space Force through the space-track website for validation.

KEYWORDS: Orbital Mechanics. Space Debris. Space Situational Awareness. Space Surveillance and Tracking.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Evolução do número de objetos em órbita.....	17
Figura 2. Fotografia do Radar Banda S operado pela LeoLabs em Guanacaste, Costa Rica...	19
Figura 3. Formato do padrão TLE (<i>Two-line Elements</i>).	20
Figura 4. Radar de trajetografia em banda C.	21
Figura 5. Sistema de referência inercial centrado na Terra (ECI).	23
Figura 6. Comparação entre os sistemas ECI e SEZ.	24
Figura 7. Representação do sistema de referência relativo ao problema de dois corpos.....	28
Figura 8. Elipse que descreve a trajetória de um objeto sob a dinâmica do problema de dois corpos, para o caso em que o módulo da velocidade é sempre menor que a velocidade de escape.....	29
Figura 9. Definição dos elementos orbitais relacionados aos ângulos de Euler de uma órbita descrita por uma elipse.	31
Figura 10. Definição geométrica da anomalia excêntrica.	32
Figura 11. Potencial gravitacional num ponto P, devido à ação da massa dM	35
Figura 12. Esquema de distribuição de massa segundo um harmônico zonal.....	35
Figura 13. Esquema de distribuição de massa segundo um harmônico tesseral.	36
Figura 14. Diferentes harmônicos esféricos que representam a distribuição de massa.....	36
Figura 15. Ilustração dos efeitos relativos a forças perturbadoras seculares, de longo período e de curto período.....	42
Figura 16. Fluxograma que representa o processo do sistema.	50
Figura 17. Rastreio do objeto 20303: Trajetória do objeto no referencial SEZ centrado no radar.....	51
Figura 18. Rastreio do objeto 20303: distância do objeto em relação ao radar Atlas em função do tempo para os valores medidos pelo radar e estimados através do método de mínimos quadrados.....	52
Figura 19. Rastreio do objeto 20303: ângulo de elevação do objeto em relação ao radar Atlas	

em função do tempo para os valores medidos pelo radar e estimados através do método de mínimos quadrados.....	52
Figura 20. Rastreio do objeto 20303: ângulo de azimute do objeto em relação ao radar Atlas em função do tempo para os valores medidos pelo radar e estimados através do método de mínimos quadrados.....	53
Figura 21. Rastreio do objeto 20303: valores dos resíduos do sensor em relação a distância do objeto em quilômetros ao longo do rastreio.	53
Figura 22. Rastreio do objeto 20303: valores dos resíduos do sensor em relação aos ângulo de elevação e azimute em graus do objeto ao longo do rastreio.	54
Figura 23. Rastreio do objeto 28118: trajetória do objeto no referencial SEZ centrado no radar.....	56
Figura 24. Rastreio do objeto 28118: valores dos resíduos do sensor em relação a distância do objeto em quilômetros ao longo do rastreio.	57
Figura 25. Rastreio do objeto 28118: valores dos resíduos do sensor em relação aos ângulo de elevação e azimute em graus do objeto ao longo do rastreio.	57
Figura 26. Rastreio do objeto 37363: trajetória do objeto no referencial SEZ centrado no radar.....	59
Figura 27. Rastreio do objeto 37363: valores dos resíduos do sensor em relação a distância do objeto em quilômetros ao longo do rastreio.	60
Figura 28. Rastreio do objeto 37363: valores dos resíduos do sensor em relação aos ângulo de elevação e azimute em graus do objeto ao longo do rastreio.	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Informações dos objetos rastreados.....	50
Tabela 2. Comparação entre os elementos orbitais do objeto 20303 do TLE utilizado com os obtidos pelo rastreo.....	54
Tabela 3. Valores dos ruídos máximos para o rastreo do objeto 20303.....	55
Tabela 4. Valores dos desvios padrão da posição para o rastreo do objeto 20303.....	55
Tabela 5. Comparação entre os elementos orbitais do objeto 28118 do TLE utilizado com os obtidos pelo rastreo.....	58
Tabela 6. Valores dos ruídos máximos para o rastreo do objeto 28118.....	58
Tabela 7. Valores dos desvios padrão da posição para o rastreo do objeto 28118.....	59
Tabela 8. Comparação entre os elementos orbitais do objeto 37363 do TLE utilizado com os obtidos pelo rastreo.....	61
Tabela 9. Valores dos ruídos máximos para o rastreo do objeto 37363.....	62
Tabela 10. Valores dos desvios padrão da posição para o rastreo do objeto 37363.....	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SSA	Consciência Situacional do Espaço (do inglês, <i>Space Situational Awareness</i>)
STM	Gerenciamento do Tráfego Espacial (do inglês, <i>Space Traffic Management</i>)
CLBI	Centro de Lançamento da Barreira do Inferno
CLA	Centro de Lançamento de Alcântara
PESE	Programa Estratégico de Sistemas Espaciais
FAB	Força Aérea Brasileira
SST	Rastreio e Vigilância Espacial (do inglês, <i>Space Surveillance and Tracking</i>)
SWE	Clima Espacial (do inglês, <i>Space Weather</i>)
NEO	Objetos Naturais Próximos a Terra (do inglês, <i>Near-Earth Objects</i>)
SATCEN	Centro de Satélites da União Europeia (do inglês, <i>European Union Satellite Centre</i>)
ESA	Agência Espacial Europeia (do inglês, <i>European Space Agency</i>)
ECI	Sistema Inercial Centrado na Terra (do inglês, <i>Earth Centered Inertial</i>)
ECEF	Sistema Centrado e Fixo na Terra (do inglês, <i>Earth-Centered Earth Fixed</i>)
SEZ	Sistema Sul-Leste-Zênite (do inglês, <i>South-East-Zenith</i>)

WGS-84	Sistema Geodésico Mundial 84 (do inglês, <i>World Geodetic System 84</i>)
JD	Data Juliana (do inglês, <i>Julian Date</i>)
UT	Tempo Universal (do inglês, <i>Universal Time</i>)
VOP	Variação dos Parâmetros (do inglês, <i>Variation of Parameters</i>)
RCS	do inglês, <i>Radar Cross-Section</i>
TLE	do inglês, <i>Two-Line Elements</i>
LEO	Órbita Baixa (do inglês, <i>Low Earth Orbit</i>)
MOE	Monitoramento Espacial (produto do PESE)

LISTA DE SÍMBOLOS

β	Ângulo de azimute
γ	Ângulo de elevação
ϕ_{gd}	Latitude geodésica
θ_{LST}	Tempo sideral
θ_{AST}	Tempo sideral em Greenwich
λ	Latitude
h_{elp}	Altitude acima do nível do mar
$R_{\oplus}$	Raio da Terra
$m_{\oplus}$	Massa da Terra
μ	Parâmetro gravitacional
f	Anomalia verdadeira
$\vec{h}$	Momentum angular
p	Semilatus Rectum
e	Excentricidade
$\vec{e}$	Vetor Laplace-Runge-Lenz
i	Inclinação orbital
ω	Argumento de periapse
Ω	Ascensão do reta do nodo ascendente
u	Anomalia excêntrica
M	Anomalia média

n	Movimento médio
a	Semieixo maior
R	Potencial de uma força perturbadora
J_n	Termos sazonais
P_n	Polinômio de Legendre
C_{nm}	Coeficiente relacionado a harmônicos esféricos
S_{nm}	Coeficiente relacionado a harmônicos esféricos
ρ	Densidade local do ar
$\vec{D}$	Força de arrasto
C_D	Coeficiente de arrasto
$\vec{A}_{PR}$	Aceleração relativa a pressão de radiação solar
ν	Fator de eclipse
C_R	Coeficiente de pressão de radiação
P_S	Pressão de radiação na órbita terrestre
W	Intensidade de radiação

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	15
2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	21
2.1. SISTEMAS DE REFERÊNCIA	22
2.2. TEMPO SIDERAL	24
2.3. CONVERSÃO ENTRE OS SISTEMAS ECI E SEZ	25
2.4. O PROBLEMA DE DOIS CORPOS	27
2.5. FORÇAS PERTURBADORAS	33
2.5.1. Função Perturbadora Devido a Distribuição de Massa de um Corpo	34
2.5.2. Função Perturbadora Devido a Outros Corpos	37
2.5.3. Função Perturbadora Devido ao Arrasto Atmosférico.....	37
2.5.4. Função Perturbadora Devido à Pressão de Radiação Solar.....	38
2.6. O MÉTODO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS	40
2.7. PROPAGADORES ANALÍTICOS.....	44
2.8. MÉTODO DE DETERMINAÇÃO INICIAL DE ÓRBITA: MÉTODO DE GIBBS	45
2.9. ESTIMAÇÃO DE ÓRBITA: MÍNIMOS QUADRADOS	45
3. METODOLOGIA.....	48
4. RESULTADOS OBTIDOS	50
4.1. RASTREIO DO OBJETO 20303: DELTA 2 R/B (1)	50
4.2. RASTREIO DO OBJETO 28118 ATLAS 3B CENTAUR R/B	56
4.3. RASTREIO DO OBJETO 37363 SL-19 R/B	59
5. CONCLUSÃO	63
REFERÊNCIAS	64

1. INTRODUÇÃO

Recentemente, devido a um aumento alarmante no número de lançamentos, o espaço tornou-se mais congestionado, tanto com satélites como também detritos orbitando a Terra, e regiões desejáveis para operação se tornaram mais densamente povoadas por esses objetos. Os sistemas de catalogação, análise e alerta de colisões estão se tornando sobrecarregados e inadequados às condições em questão. A clara implicação de todos esses fatores é que operações seguras e ininterruptas na órbita da Terra podem estar em risco. Essa é uma forte motivação para o desenvolvimento e implantação de um sistema de Gestão de Tráfego Espacial (*Space Traffic Management* – STM).

O resultado essencial de um sistema de STM eficaz é uma operação mais segura no espaço agora e no futuro. Sendo os principais pontos evitar a poluição desnecessária e inabalável do ambiente espacial com novos detritos e melhorar a catalogação e o rastreo de objetos cada vez menores para, assim, evitar colisões envolvendo satélites e obter mais precisão para aumentar a credibilidade dos alertas e reduzir a distração de avisos que provavelmente não se consolidarão (JAH et al., 2017).

Para a aplicação de tal sistema é necessário ter conhecimento tanto acerca dos objetos em órbita ao redor da Terra como também dos fenômenos que incidem sobre a dinâmica desses veículos. Em relação a esse tópico uma nova área chamada Conscientização Situacional do Espaço (*Space Situational Awareness* – SSA) tem ganhado visibilidade na última década.

Consciência Situacional do Espaço se refere ao conhecimento do ambiente espacial, incluindo a localização e designação dos objetos espaciais além de fenômenos de clima espacial. SSA é dividido em três áreas principais pela Agência Espacial Europeia (SATCEN, 2021), sendo elas:

- Rastreo e Vigilância Espacial (*Space Surveillance and Tracking* – SST) de objetos produzidos pela humanidade;
- Monitoramento e Previsão do Clima Espacial (*Space Weather* – SWE); e
- Monitoramento de Objetos Próximos a Terra (*Near-Earth Objects* – NEO) (somente objetos naturais).

Detritos espaciais são agora uma das principais ameaças aos satélites em órbita. Para mitigar as consequências dos mesmos, os operadores de satélites precisam ter conhecimento da posição desses objetos e também de outros satélites que podem não ter um sistema de controle de órbita embarcado. É de responsabilidade do sistema de SST encontrar e rastrear detritos e enviar alertas quando podem ser necessárias ações de mitigação de risco.

Os dados de medição processados atualizam regularmente um catálogo de objetos em órbita. Os aplicativos que utilizam os dados do catálogo avaliam automaticamente a possibilidade de colisões entre milhares de objetos rastreados e satélites operacionais e, quando necessário, emitem avisos aos controladores de satélite.

Cada agência ou órgão governamental que detém responsabilidades espaciais mantém sua própria base de dados e rede de rastreo, podendo-se citar a Rede de Sensores operada pela Força Espacial Americana (*Space Force*), a *European Space Surveillance and Tracking* (EUSST) e a rede operada pela Agência Espacial do Reino Unido (*UK Space Agency*).

Outra aplicação de SST aborda a previsão de detecção e reentrada de detritos espaciais de grande dimensão – normalmente satélites ou estágios superiores não funcionais de veículos lançadores – que podem reentrar na atmosfera e possivelmente colocar em risco pessoas ou infraestruturas no solo.

O objetivo do segmento de clima espacial (SWE) é fornecer aos proprietários e operadores de satélites informações oportunas e precisas que proporcionem uma mitigação dos impactos das adversidades do clima espacial, como tempestades solares por exemplo.

Para obter serviços precisos e confiáveis de previsão do clima espacial, é necessário um monitoramento constante do Sol e do ambiente espacial a partir de diversas estações, juntamente com compartilhamento de dados entre os centros de pesquisa.

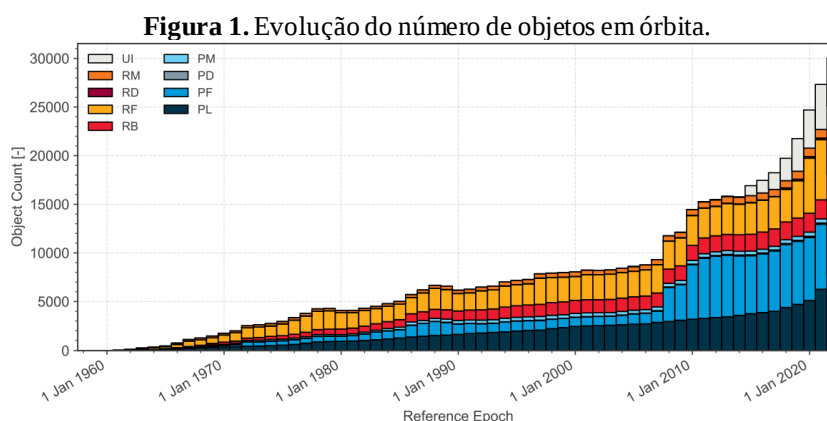
De acordo com a ESA (2020) os objetos NEOs são asteroides ou cometas com tamanhos que variam de um metro a dezenas de quilômetros que orbitam o Sol e cujas órbitas se aproximam da órbita da Terra. Dos mais de 700.000 asteroides conhecidos em nosso Sistema Solar, cerca de 17.000 são conhecidos por serem NEOs.

O monitoramento de NEOs é crucial, pois o conhecimento científico da população desses objetos ainda está incompleto. Até o momento, mais de 90% dos objetos com diâmetros maiores que 1 km foram descobertos, mas esse número cai para apenas 10% quando se considera objetos de até 100 m de tamanho, com potencial muitas vezes mais

destrutivo se atingissem a Terra que os eventos já presenciados como a queda do meteorito em Chelyabinsk em 2013.

Esse trabalho foca em um sistema de SST para rastreamento de satélites e detritos espaciais. Dito isso, é importante ressaltar o atual cenário do espaço próximo a Terra. No relatório anual do ambiente espacial (ESOC, 2022a), é evidenciado o aumento no número de objetos em órbita e diversas classificações são feitas. Na Figura 1 pode-se ver o aumento na quantidade de objetos em órbita ao longo das décadas, sendo:

- PL: Carga útil ou *payload*;
- PF: Detrito criado por uma fragmentação de uma carga útil;
- PD: Detrito criado pelo término da vida útil de uma carga útil;
- PM: Objeto relacionado à missão de uma carga útil;
- RB: Corpo de foguete;
- RF: Detrito criado a partir de uma fragmentação de um corpo de foguete;
- RD: Detrito criado a partir de um componente de um corpo de foguete;
- RM: Objeto Relacionado à Missão de um Foguete; e
- UI: Não identificado.



Fonte: ESA's Annual Space Environment Report, 2022.

Na Figura 1 pode-se notar, por exemplo, o salto no número de detritos PF em 2009 relacionado a colisão dos satélites Iridium 33 e Cosmos 2251. E também é visto um aumento no número de cargas úteis nos últimos anos relacionado ao aumento de constelações de satélites como é o exemplo da constelação Starlink.

Mais precisamente, em relação a quantidade de detritos espaciais em órbita, de acordo com a ESOC (2022b), o número de satélites que já foram lançados é de cerca de 13100, sendo que 8410 ainda estão em órbita e desses, cerca de 5800 ainda estão em funcionamento. A quantidade de detritos regularmente catalogados e rastreados pela rede de sensores de vigilância espacial da ESA é de 31590 objetos.

É estimado que já ocorreram mais de 630 eventos dentre colisões, explosões e outras anomalias que resultaram em fragmentação de objetos espaciais. Nesse cenário é estimada uma quantidade em torno de 36 mil detritos espaciais maiores que 10 cm, 1 milhão de detritos maiores que 1 cm e menores que 10 cm e mais de 130 milhões de detritos maiores que 1 mm e menores que 1 cm (ESOC, 2022b).

Para realizar o rastreamento desses objetos alguns sensores são utilizados atualmente. Os principais são radares e telescópios. Radares enviam ondas eletromagnéticas que refletem na superfície do objeto e, com base no tempo que o sinal leva para voltar para o emissor de sinal, é calculada a distância que o objeto está daquele dispositivo e, pelo efeito Doppler, é calculada a variação da sua distância. Assim é possível, através de um arco da órbita de um objeto, estimar os seus elementos orbitais com a precisão adequada. Utilizando essa metodologia descrita o radar não precisa apontar diretamente para o objeto, basta que o mesmo atravesse seu campo de visão.

A rede de sensores da empresa LeoLabs funciona exatamente como descrito acima, sendo composta por 6 radares em 4 localidades (Costa Rica e Nova Zelândia sendo radares banda S, Texas e Alasca nos Estados Unidos sendo radares UHF). Na Figura 2 é mostrada uma foto do radar Banda S operado pelo LeoLabs em Guanacaste, Costa Rica. Pode-se ver que não ocorre um apontamento do radar diretamente para o objeto, dessa forma, não se tem valores da direção do mesmo, apenas da sua distância e velocidade radial. Ainda assim é possível determinar sua órbita com a precisão necessária.

Figura 2. Fotografia do Radar Banda S operado pela LeoLabs em Guanacaste, Costa Rica.



Fonte: ROWLAND, 2021.

Já outras redes são compostas por telescópios juntamente com radares, como é o caso da rede de sensores da União Européia (EU SST), que é composta por 8 radares, sendo 6 para rastreamento de objetos já catalogados, com a finalidade de manter os dados atualizados, e 2 para atuar em vigilância, procurando por objetos ainda não catalogados, e 33 telescópios, sendo 16 de rastreamento e 17 de vigilância (PÉREZ, 2022).

No caso de rastreios utilizando telescópios, é feito um apontamento para um campo de visão limitado do céu e são obtidas as coordenadas angulares da posição do objeto, ascensão reta e declinação. Nesse caso apenas se conhece a direção do objeto e não sua distância. Para estimar a órbita são utilizados métodos conhecidos como *Angles Only* (VALLADO E MCCLAIN, 2013).

Os Estados Unidos também possuem sua própria rede de sensores, possuindo tanto sensores em estações de solo como em satélites conhecidos como *Space-based Sensors*. Desde o início da corrida espacial os Americanos se preocuparam com o número de objetos em órbita e sua posição. Em 1980 o Comando de Defesa da Força Aérea Americana (*U.S. Air Force Aerospace Defense Command*) emitiu um documento intitulado *Spacetrack Report #3* que propunha uma padronização para propagadores de órbita e elementos orbitais (HOOTS e ROEHRICH, 1980).

No documento cinco propagadores analíticos foram descritos, sendo o SGP4 (*Simplified General Perturbations model 4*) o mais utilizado, e o formato para armazenamento dos dados dos objetos foi padronizado para o TLE (*Two-line Elements*), que pode ser visto na Figura 3, onde, além de dados de catalogação do objeto como *Satellite Number* e *International Designator*, tem-se os elementos orbitais: inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, excentricidade, argumento do *periapsis*, anomalia média e movimento médio, e

Figura 4. Radar de trajetografia em banda C.



Fonte: OMNISYS, 2022.

Diferentemente dos radares da LeoLabs, o radar mostrado na Figura 4 necessita de um apontamento para o objeto que se quer rastrear, sendo que o ponto positivo é o conhecimento da direção do objeto com relação ao sensor e a desvantagem é a realização de uma propagação de órbita *a priori* com precisão suficiente para que o objeto esteja no campo de visão do radar.

Ao final do ano de 2021, a empresa Saipher ATC, em parceria com a FAB, realizou atividades de rastreo da ISS com os radares do CLBI, tornando-se a primeira empresa nacional a alcançar tal feito. No início do ano de 2022, realizaram-se atividades com o CLA, para rastreo novamente da ISS e de detritos espaciais.

O objetivo deste trabalho é descrever a metodologia empregada no sistema de rastreo de objetos espaciais proposto pela Saipher ATC juntamente com a formulação matemática aplicada em cada atividade que compõe o sistema, como, por exemplo, a predição do apontamento do radar e o processamento dos dados coletados por ele. A empresa tem como objetivo gerir uma rede de sensores seguindo o exemplo das demais já existentes, contudo, será abordado neste momento apenas o rastreo utilizando os radares de trajetografia dos Centros de Lançamento. A tecnologia envolvendo os demais sensores será resguardada e não será exposta neste trabalho.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Para o desenvolvimento de um sistema que seja capaz de predizer quando um determinado objeto estará visível para uma estação de solo e realizar o apontamento do sensor

é necessário conhecer teorias relacionadas a propagadores de órbita e é essencial aplicar métodos de conversão entre os sistemas de referência inerciais e centrados no radar.

Após feito o rastreamento pelo radar, o resultado será composto por medidas de distância e ângulos do apontamento que formarão o vetor posição do objeto no referencial centrado no radar. E, conhecendo-se a posição do radar (latitude, longitude e altitude com relação ao nível do mar) é possível determinar o vetor posição do objeto no referencial centrado na Terra (com sucessivos vetores posição é possível se determinar numericamente o vetor velocidade).

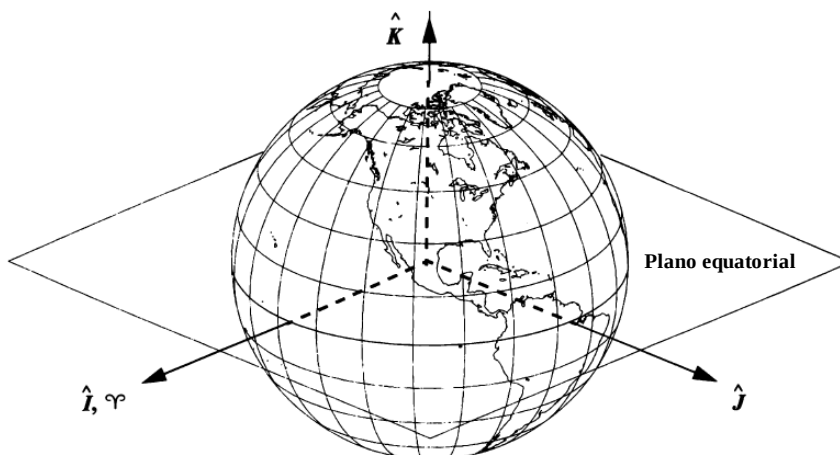
A metodologia descrita é aplicável no contexto de radares de trajetografia e é classificada como método de determinação inicial de órbita (VALLADO e MCCLAIN, 2013), pois, sabendo da existência de erros inerentes ao sensor, é necessário aplicar filtros aos dados para minimizar o erro. Logo, é necessário aplicar métodos de estimação de órbita para, dessa forma, obter uma órbita estimada juntamente com sua matriz de covariância. A matriz de covariância é o fator de imprecisão da posição e da velocidade do objeto, dessa forma é o parâmetro que rege um elipsoide no espaço onde o objeto pode estar situado. Essa informação é valiosa para cálculo de possíveis conjunções entre dois objetos e cálculos de probabilidade de colisão entre os mesmos (SHELTON e JUNKINS, 2019).

A seguir, discorre-se sobre as teorias citadas acerca de sistemas de referência, propagadores de órbita, métodos de determinação inicial de órbita e métodos de estimação de órbita utilizando filtros.

2.1. SISTEMAS DE REFERÊNCIA

Existem alguns sistemas de referência para o estudo de objetos que orbitam a Terra dentre sistemas inerciais e não inerciais. Um sistema inercial muito utilizado é o Sistema Inercial Centrado na Terra (do inglês: *Earth-Centered Inertial* – ECI) que pode ser visto na Figura 5. Esse sistema é definido com o eixo das abscissas apontando para o equinócio vernal, o eixo das cotas apontando para o polo norte e o eixo das ordenadas no plano do equador, fechando um sistema ortogonal seguindo a regra da mão direita (VALLADO e MCCLAIN, 2013).

Figura 5. Sistema de referência inercial centrado na Terra (ECI).



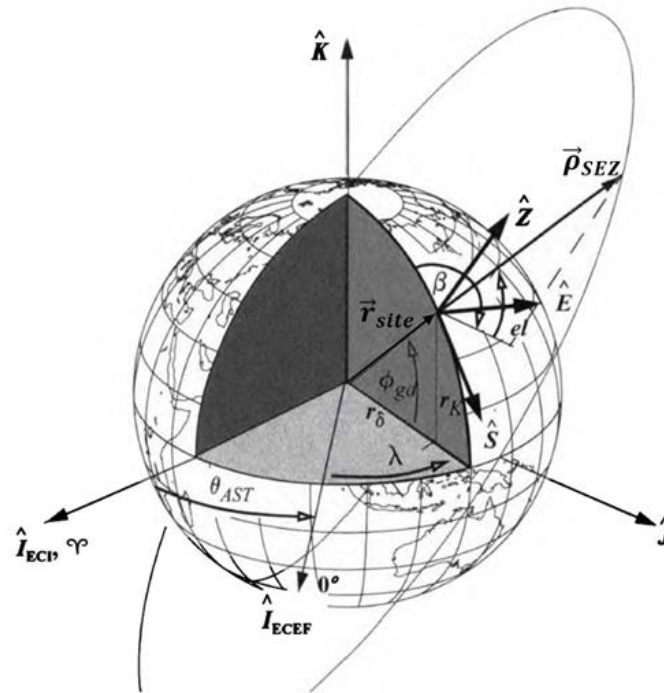
Fonte: VALLADO e MCCLAIN, 2013.

O sistema ECI é inercial pois não se movimenta acompanhando a rotação da Terra. Existem sistemas cujos eixos são fixos em coordenadas na superfície terrestre, como é o caso do sistema Centrado e Fixo na Terra (do inglês: *Earth-Centered, Earth-Fixed* – ECEF). Nesse sistema, o eixo das abscissas é orientado ao longo do meridiano de Greenwich e por isso o sistema gira conjuntamente com o planeta.

Outro sistema não inercial muito utilizado é o sistema Topocêntrico Horizontal, ou conhecido como SEZ (do inglês: *South-East-Zenith*). Esse sistema é centrado em uma localidade na superfície da Terra e o eixo das abscissas é positivo para a direção sul, o eixo das ordenadas é positivo para a direção leste e por fim o eixo das cotas é positivo na direção do zênite (CURTIS, 2005). Na Figura 6 pode-se ver uma comparação entre os sistemas ECI e SEZ, onde pode-se notar quatro grandezas escalares sendo duas relativas ao vetor posição no referencial SEZ e duas que definem o vetor posição de uma localidade no sistema ECI.

No sistema SEZ, o ângulo do vetor posição em relação ao plano tangente à superfície é denominado elevação e, na Figura 6, é indicado por el . Já o ângulo formado entre a projeção do vetor posição no plano SE com a direção norte, positivo no sentido horário, é definido como azimute e pode ser visto na figura como β .

Figura 6. Comparação entre os sistemas ECI e SEZ.



Fonte: Baseado em VALLADO e MACCLAIN, 2013

As duas grandezas angulares referentes ao vetor posição de uma localidade no referencial ECI são a latitude geodésica (ϕ_{gd}) e o tempo sideral, que é o ângulo entre o equinócio vernal e o meridiano da localidade e é dado pela soma dos ângulos $\theta_{AST} + \lambda$, sendo θ_{AST} o tempo sideral do meridiano de Greenwich e λ a longitude da localidade (VALLADO e MACCLAIN, 2013).

2.2. TEMPO SIDERAL

Para calcular o tempo sideral de um meridiano primeiramente é necessário calcular a data juliana de um instante do tempo. Esse instante será denotado pela sigla UT que, do inglês significa *Universal Time* e é dado pelo ano, mês, dia, hora, minuto e segundo de um instante de tempo no horário de Greenwich. A data juliana (JD) é definida como uma unidade de tempo que significa a quantidade de dias entre o instante de tempo UT e o instante 12:00 do dia primeiro de janeiro de 4713 A.C.. A data juliana de um instante UT (ano, mês, dia, hora, minuto e segundo) é dada por (CURTIS, 2005):

$$\begin{aligned}
JD = 367 \times ano - INT \left\{ \frac{7 \left[ano + INT \left(\frac{mês + 9}{12} \right) \right]}{4} \right\} + INT \left(\frac{275 \times mês}{9} \right) + dia \\
+ 1.721.013,5 + \frac{\left(\frac{segundo}{60} + minuto \right)}{60} + \frac{hora}{24},
\end{aligned} \tag{1}$$

onde INT significa a parte inteira do número real.

Após o cálculo da data juliana, calcula-se o valor de séculos julianos decorridos a partir do instante 12:00 de 1 de janeiro de 2000, conhecido como instante J2000 e cuja data juliana é 2.451.545,0. Esse valor é denotado por T_{UT} e pode ser calculado da seguinte forma:

$$T_{UT} = \frac{JD - 2451545,0}{36525}. \tag{2}$$

Por fim, pode-se calcular o tempo sideral de Greenwich, θ_{AST} (em graus), utilizando a formulação derivada por SEIDELMANN (1992):

$$\theta_{AST} = 280,46 + 1318 \times 10^3 \times T_{UT} + 3,88 \times 10^{-4} \times T_{UT}^2 - 2,58 \times 10^{-8} \times T_{UT}^3. \tag{3}$$

Assim, o tempo sideral de uma localidade situada em uma longitude λ é dada por

$$\theta_{LST} = \theta_{AST} + \lambda.$$

2.3. CONVERSÃO ENTRE OS SISTEMAS ECI E SEZ

O rastreio de um objeto é feito pelo sensor que precisará de um apontamento no sistema SEZ, enquanto a órbita do objeto é propagada no sistema ECI. Esse é um dos exemplos que ilustram a necessidade de converter as variáveis entre os dois sistemas de referência.

Na Figura 6, pode-se notar que o vetor posição do objeto no referencial ECI (origem no centro da Terra) é dado pela soma do vetor posição da localidade do sensor com o vetor posição do objeto ($\vec{r}_{site}$) com o vetor posição do objeto com origem na localidade ($\vec{\rho}_{SEZ}$) no sistema de referência ECI. Logo, para calcular o vetor posição do objeto com relação ao centro da Terra ($\vec{\rho}$) será necessário converter $\vec{\rho}_{SEZ}$ para o sistema ECI, calcular o vetor $\vec{r}_{site}$ e

somar ambos os vetores, ou seja,

$$\vec{\rho} = \vec{r}_{site} + \vec{\rho}_{SEZ}. \quad (4)$$

Inicialmente será descrita a transformação entre os sistemas ECI e SEZ utilizando matrizes de rotação. Quando se deseja transformar um vetor do sistema SEZ para o sistema ECI, uma primeira rotação no eixo das ordenadas ($\hat{E}$) pode ser efetuada para alinhar o eixo $\hat{Z}$ do sistema SEZ com o eixo $\hat{R}$ do sistema ECI. Essa rotação deve ser de um ângulo complementar da latitude ($90^\circ - \phi_{gd}$) no sentido negativo segundo a regra da mão direita. Uma segunda rotação igual ao ângulo θ_{LST} deve ser feita no eixo $\hat{Z}$ em um sentido novamente negativo segundo a regra da mão direita. Dessa forma, um vetor no sistema SEZ pode ser transformado no sistema ECI seguindo a transformação dada pela transformação (VALLADO e MCCLAIN, 2013):

$$\vec{r}_{ECI} = [Q_{SEZ}^{ECI}] \vec{r}_{SEZ}, \quad (5)$$

sendo

$$[Q_{SEZ}^{ECI}] = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_{LST}) & \sin(-\theta_{LST}) & 0 \\ -\sin(-\theta_{LST}) & \cos(-\theta_{LST}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\phi_{gd} - 90^\circ) & 0 & -\sin(\phi_{gd} - 90^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi_{gd} - 90^\circ) & 0 & \cos(\phi_{gd} - 90^\circ) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

E a transformação inversa é dada por

$$\vec{r}_{SEZ} = [Q_{ECI}^{SEZ}] \vec{r}_{ECI}, \quad (6)$$

sendo

$$[Q_{ECI}^{SEZ}] = \begin{bmatrix} \cos(90^\circ - \phi_{gd}) & 0 & -\sin(90^\circ - \phi_{gd}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(90^\circ - \phi_{gd}) & 0 & \cos(90^\circ - \phi_{gd}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{LST}) & \sin(\theta_{LST}) & 0 \\ -\sin(\theta_{LST}) & \cos(\theta_{LST}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Dessa forma, é possível converter os vetores entre os sistemas de referência para utilizar a Equação 4 com o objetivo de obter o vetor posição do objeto ou no referencial ECI, para se obter sua órbita, ou no referencial SEZ, para se obter o apontamento do sensor.

No entanto, ainda é preciso determinar o vetor $\vec{r}_{site}$, e para isso é necessário desenvolver um equacionamento relacionado ao formato não esférico da Terra. Neste trabalho, será considerada a padronização WGS-84 (do inglês *World Geodetic System 1984*), onde o formato terrestre é aproximado por um elipsoide que é circular com relação aos planos

paralelos ao equador e uma elipse de excentricidade $e_{\oplus} \approx 1/298,26$ com relação aos planos perpendiculares ao equador (DMA, 1991).

Seguindo a formulação apresentada por VALLADO e MACCLAIN (2013), temos que o vetor $\vec{r}_{site}$, levando em consideração uma altitude (h_{ellp}) acima do nível do mar, pode ser escrito na forma vetorial no sistema ECI

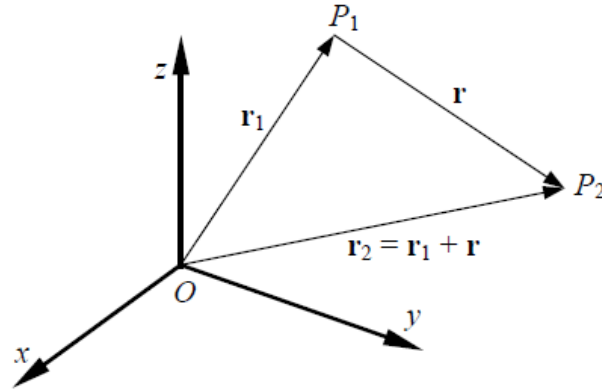
$$\vec{r}_{site} = \begin{bmatrix} \left(\frac{R_{\oplus}}{\sqrt{1 - e_{\oplus}^2 \sin^2(\phi_{gd})}} + h_{ellp} \right) \cos \phi_{gd} \cos(\theta_{LST}) \\ \left(\frac{R_{\oplus}}{\sqrt{1 - e_{\oplus}^2 \sin^2(\phi_{gd})}} + h_{ellp} \right) \cos \phi_{gd} \sin(\theta_{LST}) \\ \left(\frac{R_{\oplus}(1 - e_{\oplus}^2)}{\sqrt{1 - e_{\oplus}^2 \sin^2(\phi_{gd})}} + h_{ellp} \right) \sin \phi_{gd} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

onde $R_{\oplus}$ é o raio da Terra, que segundo o modelo WGS-84 é dado por $R_{\oplus} = 6378,137 \text{ km}$, ϕ_{gd} é a latitude e θ_{LST} o tempo sideral.

2.4. O PROBLEMA DE DOIS CORPOS

A dinâmica aplicada ao movimento relativo entre dois corpos de massa m_1 e m_2 sujeitos somente à força gravitacional de atração entre eles é conhecida como problema de dois corpos. Na Figura 7 é descrito o sistema de referência correspondente ao movimento relativo entre o corpo de massa m_1 situado no ponto P_1 e o corpo de massa m_2 que se encontra no ponto P_2 .

Figura 7. Representação do sistema de referência relativo ao problema de dois corpos



Fonte: KUGA et al., 2012

Para esse problema, a segunda derivada no tempo do vetor $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ é dada por (KUGA et al., 2012)

$$\ddot{\vec{r}} = -G(m_1 + m_2) \frac{\vec{r}}{r^3}, \quad (9)$$

onde G é a constante gravitacional universal e seu valor é $G = 6,6743 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$.

Para um objeto, satélite ou detrito, orbitando a Terra tem-se que a massa do mesmo é desprezável perante a massa do planeta. Nesse contexto, a origem do sistema de referência coincide com o centro de massa do planeta e dessa forma $\vec{r}_{objeto} = \vec{r}$.

A dinâmica do sistema é dado por:

$$\ddot{\vec{r}} = -Gm_{\oplus} \frac{\vec{r}}{r^3}, \quad (10)$$

onde $m_{\oplus}$ é a massa da Terra. Usualmente, o produto entre a constante gravitacional universal e a massa do corpo é conhecido como parâmetro gravitacional μ . Para a Terra, tem-se $\mu = 398600 km^3 s^{-2}$ aproximadamente (CURTIS, 2005).

O movimento da dinâmica de dois corpos resulta em uma seção cônica, podendo descrever uma elipse (órbita de um objeto capturado pelo corpo), uma parábola (trajetória de um objeto que alcançou a velocidade de escape) ou uma hipérbole (trajetória de um objeto que possuiu uma velocidade maior que a velocidade de escape).

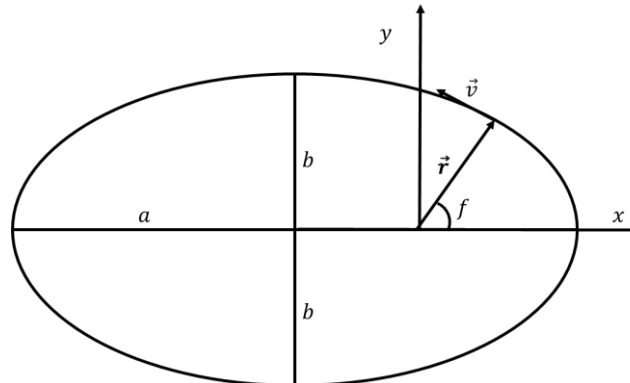
Dessa forma, para determinar a posição e velocidade de um veículo espacial cuja trajetória é uma órbita elíptica ao redor da Terra, sob a dinâmica do problema de dois corpos, é necessário e suficiente se conhecer seis valores que são definidos como elementos orbitais,

sendo eles (KUGA et al., 2008):

- semieixo maior: a ;
- excentricidade: e ;
- inclinação: i ;
- ascensão Reta do Nodo Ascendente: Ω ;
- argumento do Periapse: ω ; e
- anomalia Média em um instante t_0 : M_0 .

Na Figura 8, tem-se uma elipse que ilustra o movimento de um objeto sujeito à dinâmica do problema de dois corpos. É importante ressaltar que o corpo massivo, e portanto a origem do sistema de referência, se situa em um dos focos da elipse. O ângulo formado entre o vetor posição do objeto ($\vec{r}$) e o eixo das abscissas é denotado por f e é chamado de anomalia verdadeira.

Figura 8. Elipse que descreve a trajetória de um objeto sob a dinâmica do problema de dois corpos, para o caso em que o módulo da velocidade é sempre menor que a velocidade de escape.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo, o módulo do vetor $\vec{r}$ pode ser expresso como uma função de f (ROY, 2005):

$$r = \frac{\frac{h^2}{\mu}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2\mathcal{E}h^2}{\mu}} \cos f} \quad (11)$$

onde h é o módulo do momentum angular resultante do movimento do veículo em torno do corpo e $\mathcal{E}$ é a energia do sistema. O valor dessas constantes pode ser calculado a partir de:

$$h = |\vec{r} \times \vec{v}| = r^2 \dot{f} \quad (12)$$

e

$$\mathcal{E} = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r}. \quad (13)$$

A equação 11 pode ser reescrita da seguinte forma (ROY, 2005):

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f}, \quad (14)$$

onde e é a excentricidade da cônica e p é o *semilatus rectum*, sendo

$$p = \frac{h^2}{\mu}, \quad (15)$$

e

$$e = \sqrt{1 + \frac{2\mathcal{E}h^2}{\mu^2}}. \quad (16)$$

Os valores da excentricidade definem a cônica descrita pela trajetória do veículo, onde

- circunferência: $e = 0$;
- elipse: $e < 1$;
- parábola: $e = 1$; e
- hipérbole: $e > 1$.

No plano orbital, o vetor posição é dado vetorialmente como:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} r \cos f \\ r \sin f \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

e a velocidade pode ser escrita derivando-se a equação 17 em função da anomalia verdadeira f . Substituindo o valor de r dado pela equação 14, tem-se:

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \sqrt{\frac{\mu}{a(1 - e^2)}} \begin{bmatrix} -\sin f \\ e + \cos f \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

A seguir, para determinar os vetores posição e velocidade no sistema inercial ECI, é necessário conhecer como a elipse está rotacionada com relação aos ângulos de Euler.

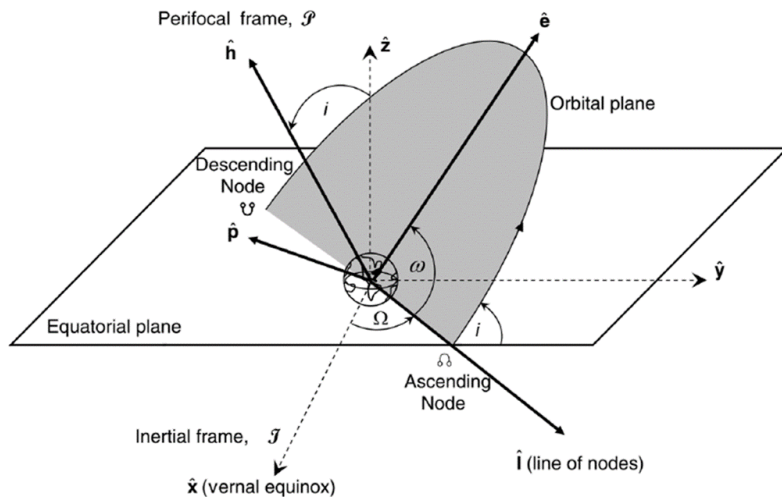
Os vetores que formam o sistema de referência mostrado na Figura 8, denominado Perifocal, são o vetor $\vec{e}$ conhecido como vetor Laplace-Runge-Lenz, que aponta para o eixo das abscissas, o vetor momentum angular $\vec{h}$, que aponta para o eixo das cotas, e o vetor $\vec{p}$ que completa o sistema.

Na Figura 9, é ilustrada uma órbita com o sistema Perifocal e o sistema inercial ECI. A intersecção entre os planos da órbita e o plano do Equador gera uma reta chamada de linha dos nodos. O ponto onde o objeto cruza o plano do equador no sentido positivo do eixo Z do sistema inercial dita o sentido da linha dos nodos, que será denominado nodo ascendente enquanto o outro sentido será denominado como nodo descendente (CHOBOTOV, 2002).

O ângulo formado pelo eixo das abscissas do sistema ECI, que aponta para o equinócio vernal, e o nodo ascendente é denominado por Ascensão Reta do Nodo Ascendente, cujo símbolo é Ω . O ângulo formado pelo vetor momento angular e o eixo das cotas do sistema ECI é denominado Inclinação da órbita e seu símbolo é i .

Por fim, a rotação da órbita no próprio plano é dada pelo ângulo entre o vetor Laplace-Runge-Lenz e a linha do nodo ascendente, que é denominado de Argumento do Periapse e seu símbolo é ω (ROY, 2005).

Figura 9. Definição dos elementos orbitais relacionados aos ângulos de Euler de uma órbita descrita por uma elipse.



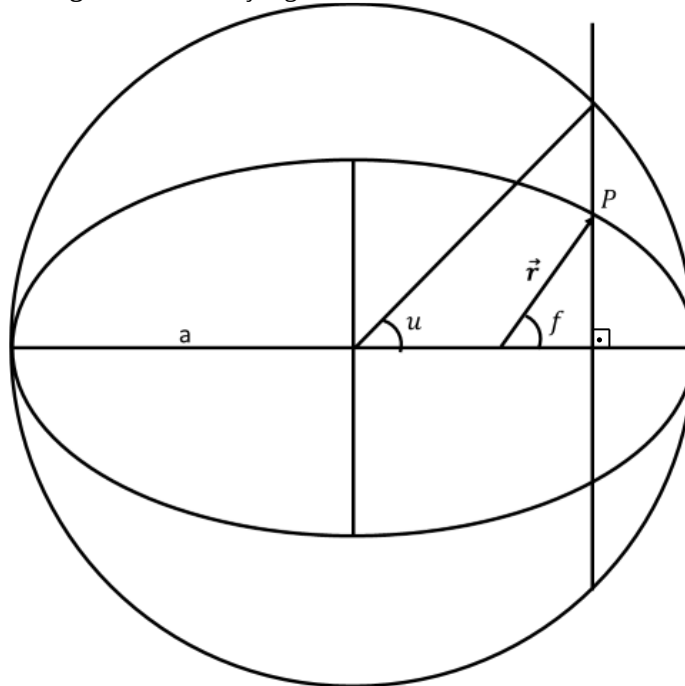
Fonte: ALFRIEND et al., 2010.

Com o conhecimento desses ângulos, é possível converter o sistema perifocal para o inercial utilizando matrizes de rotação. Os vetores posição e a velocidade no sistema perifocal são dadas pelas equações 17 e 18 em função da anomalia verdadeira. É mais usual o tempo ser utilizado como variável independente, logo duas novas variáveis auxiliares são incluídas, a

anomalia média e a anomalia excêntrica.

Enquanto a anomalia média é definida como o ângulo que varia linearmente no tempo, a anomalia excêntrica, u , como mostra a Figura 10, é o ângulo formado entre dois segmentos de reta. Sendo o primeiro definido pelo centro da elipse e o ponto de intersecção entre uma circunferência de raio igual ao semieixo maior e uma reta perpendicular ao eixo maior da elipse que passa pelo ponto P. O segundo segmento é definido pelo centro da elipse e o ponto onde é situado o periapse.

Figura 10. Definição geométrica da anomalia excêntrica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A correlação entre a anomalia excêntrica e a anomalia verdadeira é dada por:

$$\tan^2\left(\frac{f}{2}\right) = \frac{1+e}{1-e} \tan^2\left(\frac{u}{2}\right). \quad (19)$$

Para correlacionar o tempo, temos que o período orbital, denotado por T , em segundos é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}, \quad (20)$$

enquanto o movimento médio, denotado por n , em radianos por segundo é dado por

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}. \quad (21)$$

Com isso, como a anomalia média varia linearmente no tempo, é possível escrever

$$M = M_0 + n(t - t_0), \quad (22)$$

onde M_0 é a anomalia média em um instante t_0 (CHOBOTOV, 2002). A anomalia média pode ser correlacionada com a anomalia excêntrica através da equação de Euler:

$$M = u - e \sin u. \quad (23)$$

Dessa forma, conhecendo o valor da anomalia média M_0 em um instante de tempo t_0 é possível obter a anomalia média para qualquer instante de tempo t através da equação 22 e, através de métodos numéricos, utilizando a equação 23, é possível obter a anomalia excêntrica. Em seguida, a anomalia verdadeira é calculada pela equação 19 e utilizando as equações 17 e 18 é possível determinar os vetores posição e velocidade no sistema perifocal. Por fim, com base em matrizes de rotação é possível determinar os vetores posição e velocidade no sistema inercial ECI.

Como a trajetória descrita pelo segundo corpo sujeito a dinâmica descrita pelo problema de dois corpos é uma cônica invariante no tempo, os elementos orbitais são constantes. Contudo, várias aproximações são feitas ao considerar o problema de dois corpos, tais como, o planeta ser perfeitamente esférico com uma densidade de massa uniforme, ausência de forças gravitacionais de outros corpos e ausência de outras forças perturbadoras como arrasto, pressão de irradiação solar, entre outras.

Portanto, é importante citar as principais perturbações que podem atuar no sistema somando-se à dinâmica de dois corpos. Neste trabalho, serão citadas as forças relativas à não esfericidade da Terra, à atração gravitacional de um terceiro corpo, ao arrasto atmosférico e à pressão de radiação solar.

2.5. FORÇAS PERTURBADORAS

Em problemas de Mecânica Celeste ou de Astrodinâmica, é comum usar modelos matemáticos mais completos do que o problema de dois corpos puntiformes (três ou mais corpos, dois corpos não puntiformes etc.) para descrever o movimento de um ponto de massa. Quando isso ocorre, o problema de determinar velocidade e posição de um corpo em um dado instante de tempo a partir de um estado inicial conhecido passa a não ter, em geral, uma

solução analítica fechada. Para estudar essas situações utilizam-se os chamados métodos de perturbação. Por meio deles, estuda-se o movimento de corpos celestes sujeitos a modelos relativamente complexos, como, por exemplo, considerar um potencial U_0 , derivado do modelo de dois corpos puntiformes, e um potencial perturbador R , derivado das demais forças perturbativas (ROY, 2005), em geral, pelo menos uma ordem de grandeza menor do que U_0 . Assim sendo, o potencial pode ser expresso como

$$U = U_0 + R, \quad (24)$$

onde a força perturbadora é dada na forma de um gradiente de um potencial, como:

$$\vec{F} = m\nabla U. \quad (25)$$

A partir daí, existem diversas técnicas possíveis para estudar esse problema. Para casos particulares é possível utilizar métodos numéricos chamados de "métodos de perturbações especiais" (VALLADO e MCCLAIN, 2013), que fornecem resultados precisos, porém com validade limitada a um único caso em particular. Para obter soluções válidas para famílias de problemas usam-se os métodos chamados de "métodos de perturbações gerais" (ROY, 2005). Em geral, eles são baseados na hipótese de que a órbita se comporta como tendo elementos Keplerianos instantâneos (chamados de osculadores) que variam no tempo e o estudo passa a se concentrar na determinação dessas taxas de variação.

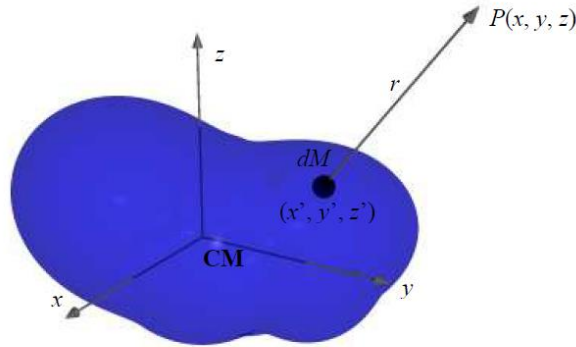
2.5.1. Função Perturbadora Devido a Distribuição de Massa de um Corpo

Quando se trata de uma distribuição de massa atraindo uma partícula, deve-se considerar a atração que cada elemento de massa de distribuição $dM (= \rho dV)$ exerce sobre o veículo. Assim, conforme ilustrado na Figura 11, o potencial total de atração da distribuição sobre a partícula pode ser dado por:

$$U = \int_V \frac{\rho dV}{|\vec{r}|}, \quad (26)$$

onde ρ é a densidade e dV é um pequeno diferencial de volume. A integral deve ser realizada sobre todo o volume do corpo de massa M .

Figura 11. Potencial gravitacional num ponto P, devido à ação da massa dM .



Fonte: KUGA et al., 2011.

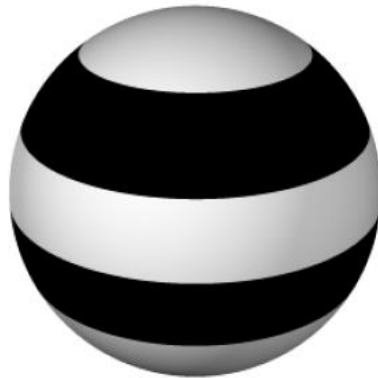
Escrevendo o ponto (x', y', z') em coordenadas polares (r', λ, ϕ) , sendo r' a distância ao centro de massa, λ a longitude e ϕ a latitude, pode-se escrever o potencial em função de r' , λ e ϕ , como:

$$U = U_0 + U(J) + U(C, S), \quad (27)$$

onde U_0 é o potencial relativo ao problema de dois corpos, $U(J)$ é o geopotencial relativo aos termos sazonais e $U(C, S)$ é o geopotencial relativo aos termos tesserais (KUGA et al., 2011).

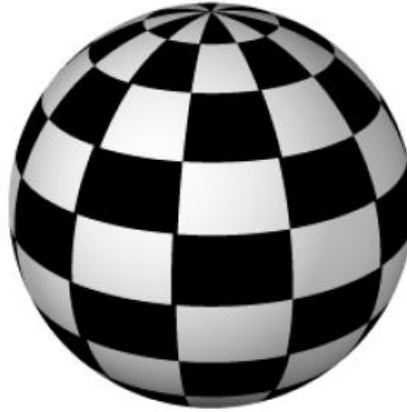
É importante ressaltar que a distribuição de massa do corpo é dada por uma série de termos harmônicos esféricos, onde os termos sazonais se referem a uma distribuição de massa uniforme para um mesmo paralelo, essa distribuição pode ser vista na Figura 12. Por outro lado, os harmônicos tesserais estão relacionados com uma distribuição que varia tanto em latitude como em longitude, um exemplo dessa distribuição pode ser visto na Figura 13.

Figura 12. Esquema de distribuição de massa segundo um harmônico zonal.



Fonte: KUGA et al., 2011.

Figura 13. Esquema de distribuição de massa segundo um harmônico tesseral.



Fonte: KUGA et al., 2011.

Dessa forma, pode-se escrever cada termo que define o geopotencial de um corpo em função de r' , λ e ϕ :

$$U_0 = \frac{\mu}{r'}; \quad (28)$$

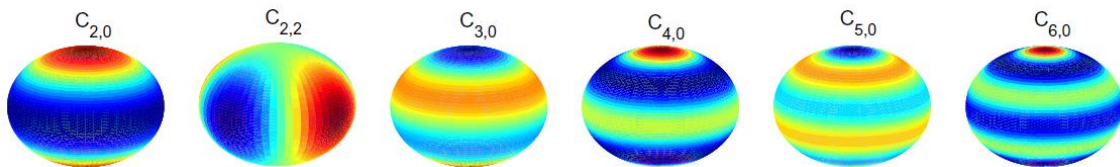
$$U(J) = -\frac{\mu}{r'} \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a_e}{r'} \right)^n P_n(\sin \phi); \quad (29)$$

$$U(C, S) = \frac{\mu}{r'} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_e}{r'} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \phi), \quad (30)$$

onde a_e é o raio equatorial da Terra e $P_n(\sin \phi)$ é o polinômio normalizado de Legendre de ordem n e $P_{nm}(\sin \phi)$ o polinômio associado normalizado de Legendre de grau n e ordem m . C_{nm} e S_{nm} são os coeficientes harmônicos esféricos normalizados e $J_n = -C_{n,0}$ são os harmônicos zonais (KUGA et al., 2011).

Para exemplificar a distribuição de massa segundo harmônicos esféricos, a Figura 14 ilustra como é a distribuição de massa segundo os harmônicos zonais até a ordem 6 e o termo tesseral $C_{2,2}$.

Figura 14. Diferentes harmônicos esféricos que representam a distribuição de massa.



Fonte: TRESACO et al., 2018.

2.5.2. Função Perturbadora Devido a Outros Corpos

Para considerar a força perturbadora de um terceiro corpo, pode-se escrever a dinâmica de movimento para o problema de n corpos, onde, para um sistema de coordenadas centrado no corpo de massa m_1 , o equacionamento é dado por (ROY, 2005):

$$\ddot{\vec{r}}_{1i} + G(m_1 + m_i) \frac{\vec{r}_{1i}}{r_{1i}^3} = \frac{1}{m_i} \nabla U' - G \sum_{j=2}^n m_j \frac{\vec{r}_{1j}}{r_{1j}^3}, \quad (31)$$

onde $\vec{r}_{1i} = \vec{r}_i - \vec{r}_1$.

O potencial U' é dado por:

$$U' = G \sum_{i < j}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} \frac{m_i m_j}{r_{ij}}. \quad (32)$$

Retirando o índice 1 por conveniência, e, sendo o corpo de massa m_i um corpo de massa desprezável que orbita o corpo de massa m_1 perturbado por $n - 1$ corpos de massa m_j e calculando-se $\nabla U'$, tem-se (ROY, 2005)

$$\ddot{\vec{r}} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = G \sum_{j=2}^n m_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}}{|\vec{r}_j - \vec{r}|^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} \right). \quad (33)$$

Na Equação 33 pode-se considerar o lado esquerdo como o movimento dado pela dinâmica de dois corpos e o lado direito como uma perturbação a esse movimento. O potencial U (função perturbadora) que gera essa força é dado por:

$$U = G \sum_{j=2}^n m_j \left(\frac{1}{|\vec{r}_j - \vec{r}|} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_j}{r_j^3} \right). \quad (34)$$

2.5.3. Função Perturbadora Devido ao Arrasto Atmosférico

Um objeto que se move na atmosfera é influenciado pelo atrito por meio de uma força de arrasto que atua no sentido contrário ao seu movimento. A expressão do módulo dessa força para um veículo que orbita uma região com atmosfera é dada por (CHOBOTOV, 2002):

$$D = -\frac{1}{2}\rho C_D S |\vec{v}_R|^2, \quad (35)$$

onde ρ é a densidade local do ar, C_D é o coeficiente de arrasto, S é a área efetiva e $\vec{v}_R$ é a velocidade do objeto em relação a atmosfera.

A densidade ρ da atmosfera depende de vários fatores, entre eles, as variações de temperatura nas camadas atmosféricas de acordo com o ciclo solar de onze anos, a mudança diária na atividade na superfície solar, atividades geomagnéticas, as variações semi-anuais, e as variações latitudinais e sazonais na termosfera baixa.

O coeficiente de arrasto C_D é função de parâmetros que dependem de propriedades da superfície do objeto (material, acabamento e temperatura), do ângulo de incidência de sua geometria com relação à velocidade relativa da atmosfera, temperatura etc.

A área efetiva S é determinada pela configuração e tamanho do veículo, juntamente com o ângulo de incidência em relação ao fluxo atmosférico. Esta superfície é conhecida como área projetada, pois está associada com a área externa do satélite projetada na direção da velocidade relativa com a atmosfera.

A velocidade relativa $\vec{v}_R$ é calculada admitindo que a atmosfera tem a mesma velocidade de rotação da Terra, sendo $\omega_\oplus$ a velocidade de rotação do planeta, tem-se que a força de arrasto é dada por:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = -\frac{1}{2}\rho C_D \frac{S}{m} v_R \begin{bmatrix} \dot{x} + \omega_\oplus y \\ \dot{y} - \omega_\oplus x \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad (34)$$

onde

$$v_R = \sqrt{(\dot{x} + \omega_\oplus y)^2 + (\dot{y} - \omega_\oplus x)^2 + \dot{z}^2}. \quad (36)$$

2.5.4. Função Perturbadora Devido à Pressão de Radiação Solar

As órbitas de objetos cuja razão área/massa é relativamente grande, podem sofrer efeitos significativos devido à força de pressão de radiação solar. A pressão de radiação é causada pela troca de quantidade de movimento entre os fótons solares e a superfície externa do satélite. A quantidade de movimento associada a cada fóton depende da energia do próprio

fóton e, portanto, a força aplicada ao satélite depende da energia irradiada pelo Sol. Na órbita da Terra, esta energia é constante e não varia com a atividade solar, sendo aproximadamente 1350 W/m^2 .

A aceleração causada pela pressão de radiação atua na direção Sol-objeto, no sentido oposto ao versor Terra-Sol, $\hat{r}_S$, e é dada por (KUGA et al., 2011):

$$\vec{A}_{PR} = -\nu C_R \frac{S}{m} P_S \hat{r}_S, \quad (37)$$

onde ν é o fator de eclipse, que vale 0 quando o objeto se encontra na sombra da Terra e 1 quando o objeto está iluminado, C_R é um fator que depende da refletividade do objeto, denominado de coeficiente de pressão de radiação, S é a seção transversal quando observada na direção de incidência dos raios solares e m é a massa do objeto. P_S é a pressão de radiação na órbita terrestre, e vale aproximadamente $4,55 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$. $\hat{r}_S$ é o raio vetor do Sol relativo à Terra.

Como foi dito, a constante P_S está diretamente relacionada à intensidade de radiação média nas proximidades da órbita da Terra e é definida por:

$$P_S = \frac{W}{c}, \quad (38)$$

onde c é a velocidade da luz (300000 km/s) e W é a intensidade de radiação, definida como a energia incidente por unidade de área, por unidade de tempo emitida pelo Sol. Esta intensidade oscila com variação de cerca de 7% num ano em função da excentricidade da órbita terrestre, e vale:

$$W = W_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2, \quad (39)$$

onde W_0 é a intensidade de radiação à uma unidade astronômica, igual a 1350 W/m^2 , R é a distância da Terra ao Sol e R_0 é a distância média da Terra ao Sol (uma unidade astronômica).

A pressão de radiação fica então:

$$P_S = \frac{W_0}{c} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = 4,5 \times 10^{-6} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}. \quad (40)$$

2.6. O MÉTODO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS

A cinemática resultante do problema de dois corpos é conhecida como movimento kepleriano, contudo, ao considerar as perturbações orbitais, temos um movimento não-kepleriano, já que os elementos orbitais não são mais constantes com o tempo. Dessa forma, é importante desenvolver métodos para calcular a trajetória de um objeto nesse caso.

Para solucionar esse problema, EULER (1999) e LAGRANGE (1809) desenvolveram o processo denominado Variação dos Parâmetros (VOP, do inglês *Variation of Parameters*), um método geral para solução de equações não lineares.

O método VOP é uma formulação das equações de movimento que são adequadas a sistemas dinâmicos perturbados. O conceito baseia na premissa de que se pode usar a solução para o sistema não perturbado para representar a solução do sistema perturbado.

O método VOP é composto por um sistema de equações diferenciais de primeira ordem, que descrevem a variação dos elementos orbitais da seguinte forma:

$$\frac{d\vec{c}}{dt} = f(\vec{c}, t). \quad (41)$$

É imposto uma restrição para garantir que cada vetor posição e velocidade defina uma elipse em cada instante de tempo. Os elementos orbitais definidos para um instante no tempo são conhecidos como elementos osculadores. Assim, a primeira derivada do vetor posição e a restrição necessária são escritas como:

$$\dot{\vec{x}}(\vec{c}, t) = \frac{d\vec{x}(\vec{c}, t)}{dt} = \frac{\partial \vec{x}(\vec{c}, t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \vec{x}(\vec{c}, t)}{\partial c_i} \frac{dc_i}{dt}, \quad (42)$$

$$\sum_{i=1}^6 \frac{\partial \vec{x}(\vec{c}, t)}{\partial c_i} \frac{dc_i}{dt} = 0. \quad (43)$$

Como dito, uma órbita osculadora corresponde a uma órbita definida pelo problema de dois corpos em um instante de tempo. Este resultado não significa que a derivada total de cada elemento seja zero. Implica que a soma das expressões é zero. Existem duas abordagens para escrever as taxas de seis elementos, o VOP lagrangiano e o gaussiano.

A teoria geral para calcular as derivadas temporais dos elementos osculadores é conhecida como equações planetárias lagrange, ou simplesmente, VOP lagrangiano. E é atribuído a Lagrange porque ele foi a primeira pessoa a obter equações para todos os seis

elementos orbitais da seguinte forma (ROY, 2005):

$$\begin{aligned}
 \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial \chi} \\
 \frac{de}{dt} &= \frac{1}{na^2 e} \left\{ (1 - e^2) \frac{\partial R}{\partial \chi} - \sqrt{1 - e^2} \frac{\partial R}{\partial \omega} \right\} \\
 \frac{d\chi}{dt} &= -\frac{(1 - e^2)}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \left(\frac{\partial R}{\partial a} \right) \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1 - e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\
 \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1 - e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1 - e^2}} \frac{\partial R}{\partial i} \\
 \frac{di}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1 - e^2}} \left\{ \cot i \frac{\partial R}{\partial \omega} - \csc i \frac{\partial R}{\partial \Omega} \right\}, \tag{44}
 \end{aligned}$$

onde $\chi = -n\tau$, sendo τ o tempo de passagem pelo periapse, $n^2 a^3 = \mu$ e R a função do potencial perturbador do sistema. Dessa forma, as equações planetárias de lagrange são aplicáveis apenas para forças perturbadoras conservativas.

Para muitas aplicações, é conveniente expressar as derivadas temporais dos elementos explicitamente em termos das forças perturbadoras. A forma de Gauss é vantajosa, pois permite sua aplicação para forças não conservativas, já que as equações são escritas em função de acelerações e não potenciais. Mesmo assim, como as forças conservativas podem ser escritas dessa mesma forma, são também aplicáveis na formulação de Gauss.

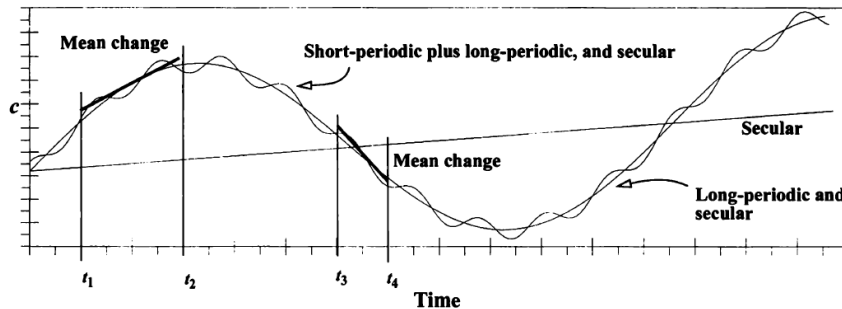
É usual escrever as componentes do vetor aceleração devido a uma força perturbadora no sistema fixo no satélite, conhecido como sistema LVLH. Esse sistema é definido como: eixo das abscissas direcionado a partir objeto radialmente para fora da órbita, o eixo das cotas é normal ao plano orbital, positivo na direção do vetor de momento angular instantâneo e o eixo das ordenadas completa o sistema. O vetor aceleração é então definido nesse sistema da seguinte forma: $\vec{d} = d_r \hat{x} + d_\theta \hat{y} + d_h \hat{z}$. E as equações planetárias de Gauss nesse sistema são escritas como (ALFRIEND et al., 2010):

$$\begin{aligned}
 \frac{da}{dt} &= 2 \frac{d_r a^2 e \sin f}{h} + 2 \frac{d_\theta a^2 p}{hr} \\
 \frac{de}{dt} &= \frac{d_r p \sin f}{h} + \frac{d_\theta [(p + r) \cos f + re]}{h}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &= \frac{d_h r \cos(f + \omega)}{h} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{d_h r \sin(f + \omega)}{h \sin i} \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{d_r p \cos f}{he} + \frac{d_\theta (p + r) \sin f}{he} - \frac{d_h r \sin(f + \omega) \cos i}{h \sin i} \\ \frac{dM_0}{dt} &= d_r \left[\frac{(-2e + \cos f + e \cos^2 f)(1 - e^2)}{e(1 + e \cos f)na} \right] + d_\theta \left[\frac{(e^2 - 1)(e \cos f + 2) \sin f}{e(1 + e \cos f)na} \right]. \quad (45)\end{aligned}$$

É importante examinar o efeito das perturbações nos elementos orbitais, e para isso, é preciso caracterizar como elas variam ao longo do tempo. Perturbações no movimento orbital resultam em variações seculares e periódicas. Figura 15 mostra um exemplo de cada um desses efeitos. Nessa figura, *Mean change* é uma média da variação para um dado intervalo de tempo, enquanto a curva *Long-periodic and secular* que é dada pela soma das variações seculares e de longo período. Por fim, a curva dada por: *Short-periodic plus long-periodic, and secular* considera toda a variação devido a perturbação, nesse caso, a soma das parcelas secular, longo período e curto período.

Figura 15. Ilustração dos efeitos relativos a forças perturbadoras seculares, de longo período e de curto período.



Fonte: VALLADO e MACCLAIN, 2013

Variações seculares são definidas como aquelas que variam linearmente ao longo do tempo ou, em alguns casos, proporcionalmente a alguma potência do tempo, como uma quadrática. Os termos seculares crescem com o tempo, e os erros em termos seculares produzem um crescimento ilimitado. Eles são os principais contribuintes para a degradação das teorias analíticas em longos intervalos de tempo (VALLADO e MACCLAIN, 2013).

Já os efeitos de curto ou longo período estão relacionados com o período da sua variação. Efeitos periódicos curtos normalmente apresentam um período de oscilação na ordem do período do objeto. Efeitos periódicos longos têm períodos maiores que um período

orbital - tipicamente uma ou duas ordens de magnitude mais longa.

Com o objetivo de estudar a influência das perturbações sem os termos de curto período é aplicado a teoria das médias, onde o potencial perturbador pode ser escrito como

$$\bar{R} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R dM, \quad (45)$$

e dessa forma, por exemplo, para o potencial do termo J_2 , é escrito como (CHOBOTOV, 2002):

$$\bar{R} = \frac{\bar{n}^2 J_2 R_\oplus^2}{4(1 - \bar{e}^2)^{\frac{3}{2}}} (3 \cos^2 \bar{i} - 1). \quad (46)$$

E pelas equações planetárias de lagrange as derivadas dos elementos orbitais médios são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{a}}{dt} &= 0 \\ \frac{d\bar{e}}{dt} &= 0 \\ \frac{d\bar{i}}{dt} &= 0 \\ \frac{d\bar{\Omega}}{dt} &= -\frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_\oplus}{\bar{p}} \right)^2 \bar{n} \cos \bar{i} \\ \frac{d\bar{\omega}}{dt} &= \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_\oplus}{\bar{p}} \right)^2 \bar{n} (5 \cos^2 \bar{i} - 1) \\ \frac{d\bar{M}_0}{dt} &= \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_\oplus}{\bar{p}} \right)^2 \bar{n} \bar{\eta} (3 \cos^2 \bar{i} - 1), \end{aligned} \quad (47)$$

sendo $\bar{n} = \sqrt{\mu/\bar{a}^3}$ e $\bar{\eta} = \sqrt{1 - \bar{e}^2}$.

Cada processo de média produzirá elementos "médios" e os elementos orbitais de um propagador analítico devem ser elementos médios que sejam consistentes com as suposições do modelo: o processo de média e a fidelidade das forças perturbadoras.

2.7. PROPAGADORES ANALÍTICOS

Um primeiro método, descrito em VALLADO e MACCLAIN (2013) como propagador de dois corpos perturbado mostra uma abordagem onde é possível aproximar os efeitos seculares do arrasto no semieixo maior, na excentricidade e na anomalia média como uma série do movimento médio. Os efeitos seculares restantes na ascensão reta do nodo ascendente e no argumento do periapse são determinados usando um modelo gravitacional simplificado (J2).

A anomalia média é obtida usando uma expansão da série Taylor, que geralmente é truncada após quatro termos, e é dada por:

$$M = M_0 + n_0 \Delta t + \frac{\dot{n}_0}{2} \Delta t^2 + \frac{\ddot{n}_0}{6} \Delta t^3. \quad (48)$$

O semieixo maior e excentricidade são atualizados por:

$$a = a_0 - \frac{2a_0}{3n_0} \dot{n} \Delta t, \quad (49)$$

$$e = e_0 - \frac{2(1 - e_0)\dot{n}_0}{3n_0} \Delta t. \quad (50)$$

Mudanças seculares na ascensão reta do nodo ascendente e no argumento do periapse são determinadas por:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3nR_{\oplus}^2 J_2}{2p^2} \cos i, \quad (51)$$

$$\dot{\omega} = \frac{3nR_{\oplus}^2 J_2}{4p^2} (4 - 5 \sin^2 i). \quad (52)$$

Outros propagadores analíticos, que consideram perturbações de longo e curto período são apresentados em KOZAI (1959) e BROUWER (1959) que baseiam, respectivamente, os propagadores SGP e SGP4 apresentados em HOOTS e ROEHRICH (1980).

2.8. MÉTODO DE DETERMINAÇÃO INICIAL DE ÓRBITA: MÉTODO DE GIBBS

Com base no tipo de dados medidos de um objeto, diferentes métodos de determinação de órbita podem ser utilizados. No caso em que se conhece as coordenadas celestes de ascensão reta e declinação do veículo, os métodos *angles only* (TAPLEY et al., 2004) podem ser utilizados para determinação de órbita. No caso do radar, que se conhece o vetor posição do objeto em função do tempo, aplica-se o Método de Gibbs. O desenvolvimento do equacionamento para esse método é encontrando em VALLADO e MACCLAIN (2013) na seção 7.5.

A ideia do método se baseia em usar três vetores posição ($\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$) para determinar o vetor velocidade no ponto 2 ($\vec{v}_2$). Para isso, basta seguir os passos abaixo citados. Primeiro o vetor $\vec{N}$ é calculado da forma:

$$\vec{N} = r_1(\vec{r}_2 \times \vec{r}_3) + r_2(\vec{r}_3 \times \vec{r}_1) + r_3(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2). \quad (53)$$

Em seguida se calcula os vetores $\vec{D}$ e $\vec{S}$ pelas equações:

$$\vec{D} = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 + \vec{r}_2 \times \vec{r}_3 + \vec{r}_3 \times \vec{r}_1, \quad (54)$$

$$\vec{S} = (r_2 - r_3)\vec{r}_1 + (r_3 - r_1)\vec{r}_2 + (r_1 - r_2)\vec{r}_3. \quad (55)$$

Após o cálculo desses vetores, o vetor $\vec{B}$ e o valor de L_g são obtidos por:

$$\vec{B} = \vec{D} \times \vec{r}_2, \quad (56)$$

$$L_g = \sqrt{\frac{\mu}{ND}}. \quad (57)$$

Por fim, o vetor velocidade na posição $\vec{r}_2$ pode ser obtido por:

$$\vec{v}_2 = \frac{L_g}{r_2} \vec{B} + L_g \vec{S}. \quad (58)$$

2.9. ESTIMAÇÃO DE ÓRBITA: MÍNIMOS QUADRADOS

O método dos mínimos quadrados é uma ferramenta poderosa que pode estimar com

precisão o estado de uma órbita medido através de radares, telescópios e demais sensores. O método estima, ou os vetores posição e velocidade, ou os elementos orbitais, definindo dessa forma a órbita do objeto. No entanto, é possível incluir outros parâmetros para serem estimados como o coeficiente relativo ao arrasto atmosférico *B-star*.

No presente trabalho, foi utilizado um radar mecânico que apresenta o seguinte vetor de medidas:

$$\vec{y}_{0_i} = \begin{bmatrix} \rho_{0_i} \\ \beta_{0_i} \\ \gamma_{0_i} \end{bmatrix}, \quad (59)$$

para um dado instante de tempo t_i . Onde ρ é a distância do objeto, β é o ângulo de azimute e γ é a elevação. Na Figura 6 os ângulos de azimute e elevação são definidos (na figura o ângulo γ é referenciado como el).

E o vetor y_{c_i} da órbita estimada é uma função do tempo e dos parâmetros estimados (elementos orbitais e quaisquer parâmetros que se deseja estimar que têm relação com a dinâmica do sistema) e pode ser escrito como:

$$y_{c_i} = f(a_c, e_c, i_c, \Omega_c, \omega_c, M_{0,c_i}, t_i). \quad (60)$$

E, partindo de uma órbita inicialmente determinada, pode-se determinar o vetor y_{n_i} , análogo ao vetor acima descrito, contudo determinado utilizando uma primeira estimativa da órbita,

$$y_{n_i} = f(a_n, e_n, i_n, \Omega_n, \omega_n, M_{0,n_i}, t_i). \quad (61)$$

Os resíduos são definidos como a diferença entre os valores medidos e os valores estimados:

$$r_i = \begin{bmatrix} \rho_{0_i} - \rho_{c_i} \\ \beta_{0_i} - \beta_{c_i} \\ \gamma_{0_i} - \gamma_{c_i} \end{bmatrix}. \quad (62)$$

O critério do método dos mínimos quadrados é minimizar a somatória dos quadrados dos resíduos dada por:

$$J = \sum r_i = \text{minimum}. \quad (63)$$

O desenvolvimento do equacionamento do método pode ser encontrado em VALLADO e MACCLAIN (2013) na seção 10.2. O resultado esperado do método é um vetor $\delta\vec{x}$, que é a diferença entre os elementos orbitais estimados pelo método e os elementos orbitais determinados inicialmente e pode ser escrito como:

$$\delta x = \begin{bmatrix} a_c - a_n \\ e_c - e_n \\ i_c - i_n \\ \Omega_c - \Omega_n \\ \omega_c - \omega_n \\ M_{0c} - M_{0n} \end{bmatrix}. \quad (64)$$

Esse vetor pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\delta x = (A^T A)^{-1} A^T \tilde{b}, \quad (65)$$

onde A é a matriz de derivadas parciais de cada termo de y em relação a cada parâmetro estimado (calculado utilizando os parâmetros inicialmente estimados) para todos os pontos de medida.

Por exemplo, levando em conta um único instante de tempo a matriz A é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_i}{\partial a} & \frac{\partial \rho_i}{\partial e} & \frac{\partial \rho_i}{\partial i} & \frac{\partial \rho_i}{\partial \Omega} & \frac{\partial \rho_i}{\partial \omega} & \frac{\partial \rho_i}{\partial \omega} \\ \frac{\partial \beta_i}{\partial a} & \frac{\partial \beta_i}{\partial e} & \frac{\partial \beta_i}{\partial i} & \frac{\partial \beta_i}{\partial \Omega} & \frac{\partial \beta_i}{\partial \omega} & \frac{\partial \beta_i}{\partial \omega} \\ \frac{\partial \gamma_i}{\partial a} & \frac{\partial \gamma_i}{\partial e} & \frac{\partial \gamma_i}{\partial i} & \frac{\partial \gamma_i}{\partial \Omega} & \frac{\partial \gamma_i}{\partial \omega} & \frac{\partial \gamma_i}{\partial \omega} \end{bmatrix}. \quad (66)$$

Essa matriz pode ser obtida numericamente a partir da propagação de 6 órbitas adicionais, cada uma com um acréscimo δ de cada elemento orbital, dessa forma

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_j} = \frac{y_i(x_j + \delta x_j) - y_i(x_j)}{\delta x_j}. \quad (67)$$

A matriz $\tilde{b}$ é a matriz dos resíduos calculados com a órbita inicialmente estimada, escrita como:

$$\tilde{b} = \begin{bmatrix} r_{1,n} \\ \vdots \\ r_{N,n} \end{bmatrix}, \quad (68)$$

onde os resíduos são dados por

$$r_i = \begin{bmatrix} \rho_{0i} - \rho_{ni} \\ \beta_{0i} - \beta_{ni} \\ \gamma_{0i} - \gamma_{ni} \end{bmatrix}. \quad (69)$$

Sendo N a quantidade de medidas do sensor temos que a dimensão das matrizes é

- matriz A : $3N$ linhas e 6 colunas (considerando a estimação apenas dos elementos orbitais);
- matriz $\tilde{b}$: $3N$ linhas e 1 coluna; e
- matriz δx : 6 linhas e 1 coluna.

Por fim, é possível calcular a matriz covariância da órbita calculada da seguinte forma:

$$P = (A^T A)^{-1}. \quad (70)$$

O mais usual é aplicar o método para estimar a órbita medida utilizando elementos cartesianos: vetores posição e velocidade, pois, dessa forma, a matriz covariância entrega os desvios padrão e variâncias relativa à posição e velocidade, da seguinte forma:

$$E([X - \bar{X}]) = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \mu_{xy}\sigma_x\sigma_y & \mu_{xy}\sigma_x\sigma_y & \mu_{xx}\sigma_x\sigma_x & \mu_{xy}\sigma_x\sigma_y & \mu_{xz}\sigma_x\sigma_z \\ \mu_{yx}\sigma_y\sigma_x & \sigma_y^2 & \mu_{yz}\sigma_y\sigma_z & \mu_{yx}\sigma_y\sigma_x & \mu_{yy}\sigma_y\sigma_y & \mu_{yz}\sigma_y\sigma_z \\ \mu_{zx}\sigma_z\sigma_x & \mu_{zy}\sigma_z\sigma_y & \sigma_z^2 & \mu_{zx}\sigma_z\sigma_x & \mu_{zy}\sigma_z\sigma_y & \mu_{zz}\sigma_z\sigma_z \\ \mu_{xx}\sigma_x\sigma_x & \mu_{xy}\sigma_x\sigma_y & \mu_{xz}\sigma_x\sigma_z & \sigma_x^2 & \mu_{xy}\sigma_x\sigma_y & \mu_{xz}\sigma_x\sigma_z \\ \mu_{yx}\sigma_y\sigma_x & \mu_{yy}\sigma_y\sigma_y & \mu_{yz}\sigma_y\sigma_z & \mu_{yx}\sigma_y\sigma_x & \sigma_y^2 & \mu_{yz}\sigma_y\sigma_z \\ \mu_{zx}\sigma_z\sigma_x & \mu_{zy}\sigma_z\sigma_y & \mu_{zz}\sigma_z\sigma_z & \mu_{zx}\sigma_z\sigma_x & \mu_{zy}\sigma_z\sigma_y & \sigma_z^2 \end{bmatrix}, \quad (71)$$

admitindo inúmeras aplicações como o cálculo do elipsoide de incerteza relativa à posição que é utilizado na previsão de colisões entre objetos espaciais.

Com base na formulação matemática exposta, é possível implementar um sistema de rastreamento desde o apontamento do sensor até a estimação da órbita, juntamente com a incerteza do rastreamento.

3. METODOLOGIA

É importante, antes de mostrar a metodologia do trabalho, diferir um sistema de rastreamento de um sistema de vigilância. O rastreamento é o processo rotineiro cujo objetivo é atualizar a localização de um objeto, primeiro, prevendo onde ele estará e, em seguida, observando-o por meio de sensores. Enquanto vigilância é o processo de busca por objetos cuja localização pode ou não ser conhecida. O sistema desenvolvido pela SAIPHER é um sistema de rastreamento com objetivo de rastrear um objeto cuja órbita é conhecida previamente, com a finalidade de atualizá-la por meio da estimação de sua posição e velocidade com precisão suficiente.

Um primeiro passo do processo é realizar a escolha do objeto que será rastreado. Para isso, pode ser utilizado os requisitos do local do sensor, neste caso o radar utilizado foi o Atlas radar que está localizado no Centro de Lançamento de Alcântara (CLA). Com a localização, é possível calcular quais objetos estarão visíveis a partir deste lugar em um determinado dia especificado pela equipe do radar. Em seguida, é importante verificar qual objeto pode ser rastreado pelo radar dada suas limitações.

Para realizar a varredura de quais objetos sobrevoarão o céu da localidade no período do dia previamente especificado, um propagador de órbita deve ser utilizado. No entanto, nesse primeiro momento de tomada de decisão, obter a trajetória do objeto com alta precisão não é requerida, pois, como a base de dados possui em torno de 30000 objetos, o custo computacional pode ser muito alto.

Logo, para esse primeiro levantamento foi utilizado o propagador de órbita analítico intitulado nesse trabalho como propagador de dois corpos perturbado, que leva em conta o efeito do arrasto e do J2. Após as trajetórias obtidas, os objetos que sobrevoarão o céu têm o valor do seu RCS (do inglês: *radar cross section*) levantado. Com o valor do seu RCS e da distância mínima que o objeto se aproximará do radar, é calculado o valor máximo de sinal/ruído:

$$s = 10 \log a - 40 \log d + 224, \quad (72)$$

onde s é o valor do sinal/ruído máximo, a é o valor de RCS do objeto e d é a distância mínima de aproximação do objeto.

Os objetos que apresentarem um sinal/ruído máximo dentro das especificações do radar são rastreados. Em seguida, para esses objetos, a trajetória é propagada com maior precisão utilizando o propagador SGP4.

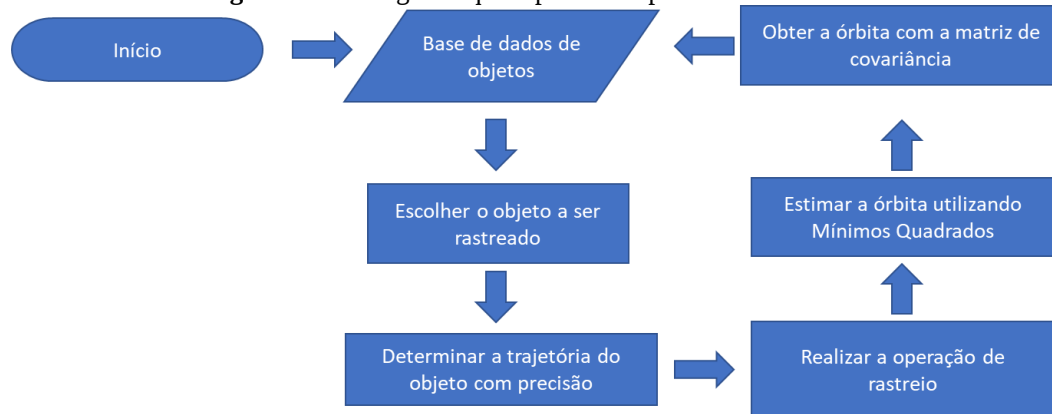
O próximo passo é, como apresentado na Figura 16, a realização da operação de rastreio, feita pelo CLA, e envio dos dados medidos para o sistema de determinação e estimação de órbita.

Um ponto importante é que apenas uma parte da trajetória do objeto é rastreada, dado que o radar o localiza a partir de um dado valor de sinal/ruído. Logo, uma trajetória de um objeto pode ter em média 6 minutos de observação, no entanto, o objeto será observado por apenas alguns segundos dependendo do seu sinal/ruído. Uma exceção é a Estação Espacial Internacional, que devido ao seu elevado RCS, sua observação é da ordem de minutos.

Na continuidade do processo é utilizado o método de Gibbs que, a partir de três vetores posição: inicial, final e um médio, determina a órbita do objeto inicialmente. Em seguida, é aplicado o método dos mínimos quadrados para estimar a órbita minimizando o erro associado. Também é calculada a matriz covariância e os resíduos que medem a qualidade do dado final. Por fim, esses valores alimentam o banco de dados de órbitas dos objetos que, para um sistema de rastreio, é o produto final.

O sistema proposto é um embrião de um sistema de SST autônomo para rastreios para a FAB. Nesse contexto, o sistema autônomo deve ser capaz de alimentar o banco de dados para que os objetos que apresentem ameaças sejam sempre rastreados enquanto os dados dos demais objetos podem possuir uma precisão menor.

Figura 16. Fluxograma que representa o processo do sistema.



Fonte: Elaborado pelo autor

4. RESULTADOS OBTIDOS

Neste trabalho serão apresentados os resultados do rastreo de três objetos realizados pelo CLA, ambos são corpos de foguete. Suas informações podem ser vistas na Tabela 1.

Tabela 1. Informações dos objetos rastreados.

Nome	ID NORAD	Valor de RCS
Delta 2 R/B (1)	20303	9,787 m ²
Atlas 3B Centaur R/B	28118	12,441 m ²
SL-19 R/B	37363	5,036 m ²

4.1. RASTREIO DO OBJETO 20303: DELTA 2 R/B (1)

O objeto 20303 é um corpo de foguete que foi lançado pelos Estados Unidos em 21 de outubro de 1989 e hoje se situa em uma órbita com perigeu de 411,90 km e apogeu de 520,10 km. Ou seja, apresenta uma órbita baixa, próxima de circular, com uma inclinação de 35,60°.

O objeto foi rastreado no dia 21 de janeiro de 2022. Apresentou em sua passagem uma aproximação de 453,92 km do Centro de Lançamento de Alcântara (a distância se diferencia

do perigeu devido ao fato de que o objeto não passou no zênite). Com o RCS de $9,7871m^2$ o sinal ruído máximo foi de

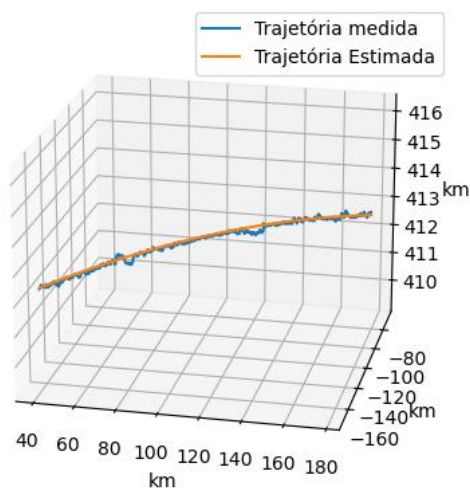
$$s = 10 \log 9,7871 - 40 \log 453,92 \times 10^3 + 224 = 7,63.$$

E, devido a capacidade do radar, o objeto foi rastreado por apenas 23,30 segundos durante o momento mais próximo.

A trajetória estimada do objeto, após a aplicação do método dos mínimos quadrados, juntamente com a trajetória formada pelas medidas do radar, pode ser vista na Figura 17.

Figura 17. Rastreamento do objeto 20303: Trajetória do objeto no referencial SEZ centrado no radar.

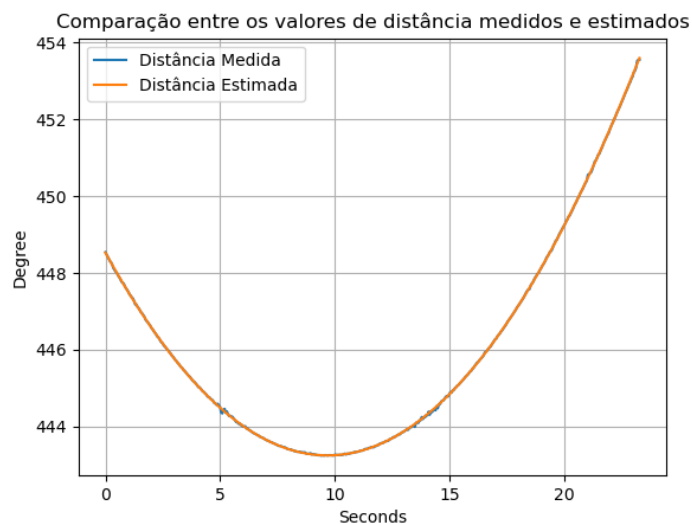
Comparação entre a trajetória medida e a estimada pelo filtro



Fonte: Elaborado pelo autor

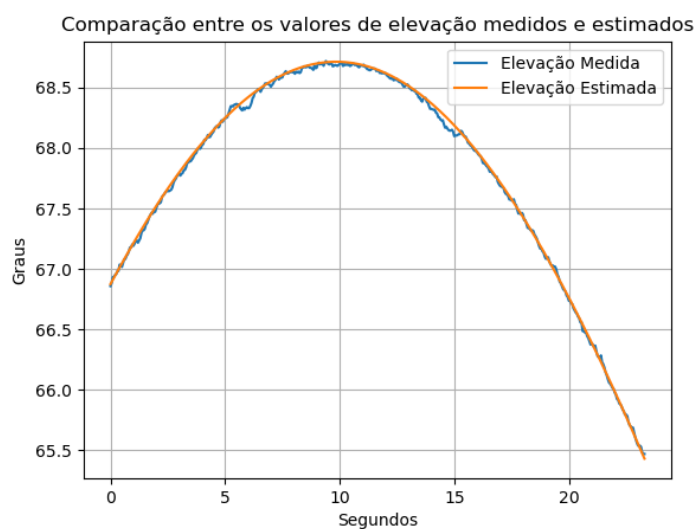
Podem ser levantados gráficos de como as medidas do radar individualmente se comportaram em função do tempo. Nas Figuras 18, 19 e 20 podem ser vistos as curvas de distância, elevação e azimute em função do tempo, contendo, tanto as medidas do radar, como os valores obtidos utilizando a órbita estimada.

Figura 18. Rastreo do objeto 20303: distância do objeto em relação ao radar Atlas em função do tempo para os valores medidos pelo radar e estimados através do método de mínimos quadrados.



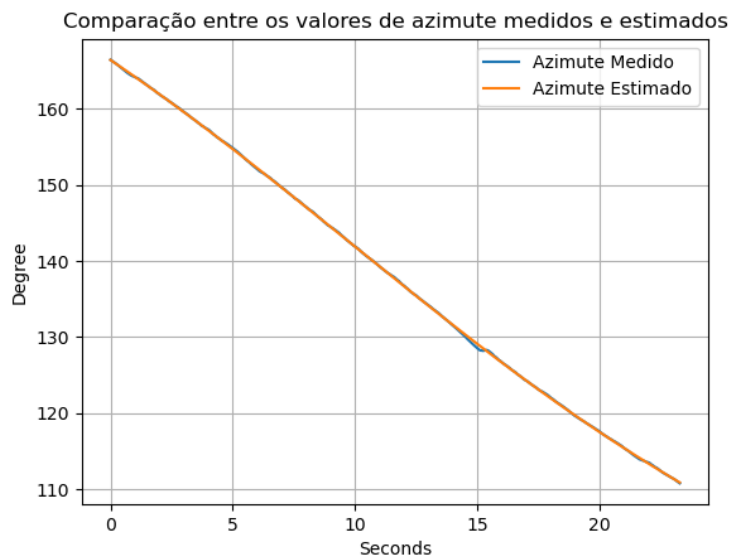
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 19. Rastreo do objeto 20303: ângulo de elevação do objeto em relação ao radar Atlas em função do tempo para os valores medidos pelo radar e estimados através do método de mínimos quadrados.



Fonte: Elaborado pelo autor

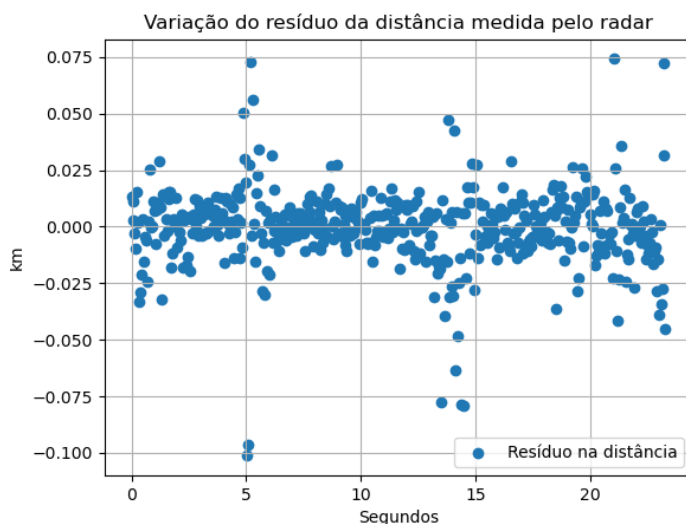
Figura 20. Rastreo do objeto 20303: ângulo de azimuth do objeto em relação ao radar Atlas em função do tempo para os valores medidos pelo radar e estimados através do método de mínimos quadrados.



Fonte: Elaborado pelo autor

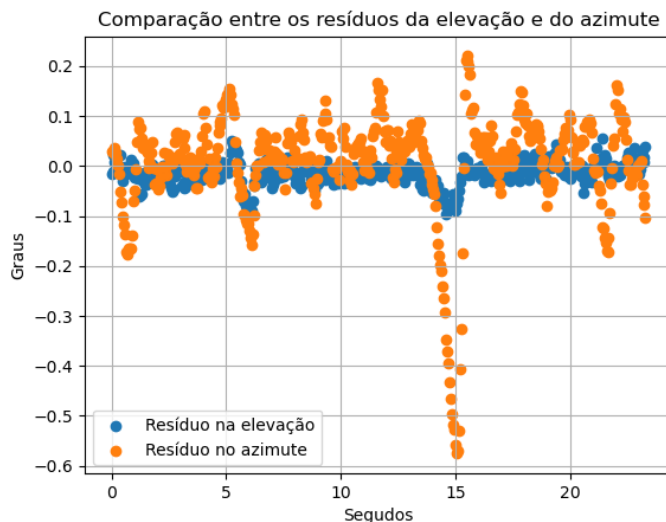
As Figuras 18, 19 e 20 cumprem com a finalidade de entender o comportamento das medidas do sensor ao longo do tempo durante a passagem do objeto. Contudo, para um estudo mais apurado do valor dos resíduos, é necessário levantar as curvas próprias dessas grandezas. Na Figura 21 é apresentado o valor dos resíduos da medida da distância do objeto ao longo do tempo, enquanto na Figura 22 é apresentado a variação dos resíduos para os ângulo de azimuth e elevação.

Figura 21. Rastreo do objeto 20303: valores dos resíduos do sensor em relação a distância do objeto em quilômetros ao longo do rastreo.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 22. Rastreo do objeto 20303: valores dos resíduos do sensor em relação aos ângulo de elevação e azimute em graus do objeto ao longo do rastreo.



Fonte: Elaborado pelo autor

É importante mencionar que o ruído referente à distância se mantém contido dentro de uma faixa de 100 metros. E sobre os ruídos de elevação e azimute, pode ser notado que o ruído relativo ao azimute supera o relativo à elevação, além disso, próximo aos 15 segundos de rastreo ocorre um aumento abrupto do ruído de azimute.

O estudo dos resíduos ilustra como um primeiro estudo das Figuras 18, 19 e 20 pode ser equivocado, devido ao fato de uma maior variação do ângulo de azimute em relação a elevação durante o rastreo, os resíduos do azimute não são facilmente notados na Figura 20, e isso cria um pensamento tendencioso de que essa grandeza apresenta menores valores de ruído, quando na verdade o ruído do azimute é maior que o da elevação.

Após calculada a órbita do objeto, também é possível realizar uma comparação com o TLE que foi utilizado para gerar a trajetória para apontamento do radar. Essa comparação pode ser vista na Tabela 2. Onde o dia da época é 21-01-2022.

Tabela 2. Comparação entre os elementos orbitais do objeto 20303 do TLE utilizado com os obtidos pelo rastreo.

Elementos orbitais	TLE	Valores estimados
Época osculadora	1:55:03.97UTC	14:24:31.65UTC
Movimento médio (rev/dia)	15,3116	15,2768
Excentricidade	0,008890	0,010485
Inclinação (graus)	35,6406	35,6024
Argumento do perigeu (graus)	328,4037	344,0598

Ascensão reta do nodo ascendente (grau)	301,9988	298,5288
Anomalia média (grau)	31,1375	12,5494

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a Tabela 2 é possível notar que os valores encontrados para os elementos orbitais são relativamente próximos aos valores do TLE. A discrepância no valor da anomalia média é devido ao fato de que esse elemento varia se a época osculadora variar que é o caso do problema em questão. A variação de ω e Ω é notada e também é natural devido ao fato de que a inclinação próxima de 35° faz com que o efeito do J2 seja maior nesses elementos orbitais.

Por fim, algumas grandezas são valiosas para avaliar a incerteza da órbita estimada. Essas grandezas são os valores máximos dos ruídos e os valores dos desvios padrão na posição do objeto. Os valores máximos dos ruídos podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3. Valores dos ruídos máximos para o rastreamento do objeto 20303.

Grandezas	Valores estimados
Máximo ruído em módulo da distância (km)	0,1012
Máximo ruído em módulo da elevação (grau)	0,0969
Máximo ruído em módulo do azimute (grau)	0,5757

Fonte: Elaborado pelo autor

O que foi levantado nas Figuras 21 e 22 pode ser visto de maneira mais clara e evidente na Tabela 3, onde é mostrado que o ruído da distância é no máximo 101,20 metros e o ruído relativo ao azimute é maior que o ruído relativo à elevação. Os valores dos desvios padrão podem ser consultados na Tabela 4, onde os desvios padrão para a posição estão dentro de um limite de 100 metros.

Tabela 4. Valores dos desvios padrão da posição para o rastreamento do objeto 20303.

Grandeza	Valores
σ_x (metros)	41,07
σ_y (metros)	73,04
σ_z (metros)	99,67

Fonte: Elaborado pelo autor

4.2. RASTREIO DO OBJETO 28118 ATLAS 3B CENTAUR R/B

O objeto 28118 também é um corpo de foguete que foi lançado pelos Estados Unidos em 18 de dezembro de 2003 e hoje se situa em uma órbita com perigeu de 218,90 km e apogeu de 2485,70 km. Logo sua órbita é mais excêntrica, com uma inclinação de 28,10°.

O objeto foi rastreado no dia 19 de janeiro de 2022. Apresentou em sua passagem uma aproximação de 383,80 km, assim, tendo um RCS de $12,441m^2$ o sinal ruído máximo foi de

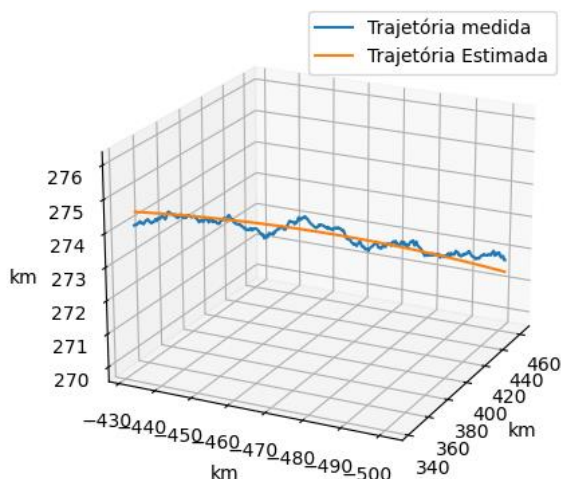
$$s = 10 \log 12,441 - 40 \log 383,80 \times 10^3 + 224 = 11,58.$$

Mesmo com um sinal/ruído maior que o objeto 20303 o objeto 28118 por ter uma órbita mais excêntrica apresenta uma velocidade em módulo maior e isso dificultou o seu rastreio. Em suma, o rastreio foi realizado durante um período de 17,3 segundos.

A trajetória estimada do objeto, após a aplicação do método dos mínimos quadrados, juntamente com a trajetória formada pelas medidas do radar, pode ser vista na Figura 23.

Figura 23. Rastreio do objeto 28118: trajetória do objeto no referencial SEZ centrado no radar.

Comparação entre a trajetória medida e a estimada pelo filtro



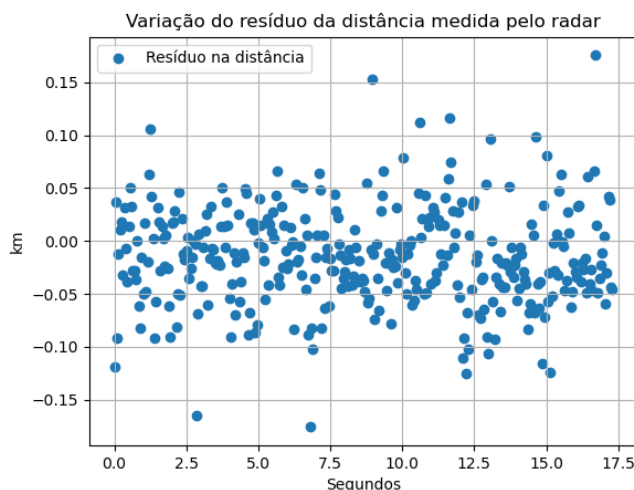
Fonte: Elaborado pelo autor

Devido ao fato de que os gráficos das medidas de distância, elevação e azimuth podem induzir conclusões equivocadas, para o objeto 28118 e para o objeto 37363 serão apresentadas somente o comportamento do ruído em função do tempo. Dito isso, na Figura 24 tem-se o ruído referente a distância e já pode ser notado que, esse ruído para o objeto 28118 supera o

do objeto 20303, pois a região que contém o ruído é superior a 100 metros.

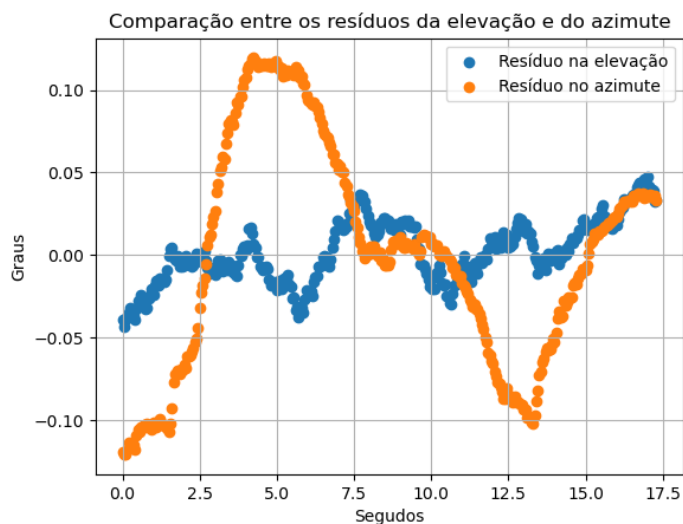
E na Figura 25 os ruídos de elevação e azimuth não somente são superiores aos do objeto 20303, como também apresentam um comportamento distinto, seguindo ondas de aumento e diminuição do seu valor sucessivamente.

Figura 24. Rastreo do objeto 28118: valores dos resíduos do sensor em relação a distância do objeto em quilômetros ao longo do rastreo.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 25. Rastreo do objeto 28118: valores dos resíduos do sensor em relação aos ângulo de elevação e azimuth em graus do objeto ao longo do rastreo.



Fonte: Elaborado pelo autor

Em seguida, é apresentado na Tabela 5, assim como para o objeto 20303, uma comparação entre os elementos orbitais do TLE utilizado para propagação da órbita e os elementos estimados pelo rastreo. O dia da época do TLE é o dia anterior ao rastreo: 18-01-2022, e o dia da época da órbita rastreada é dia 19-01-2022.

Tabela 5. Comparação entre os elementos orbitais do objeto 28118 do TLE utilizado com os obtidos pelo rastreamento.

Elementos orbitais	TLE	Valores estimados
Época osculadora	14:34:26,18UTC	13:35:00,00UTC
Movimento médio (rev/dia)	11,9715	11,9907
Excentricidade	0,1830	0,1816
Inclinação (graus)	28,0802	28,5454
Argumento do perigeu (graus)	163,7591	170,6838
Ascensão reta do nodo ascendente (grau)	93,8475	89,7647
Anomalia média (grau)	163,7591	7,6541

Fonte: Elaborado pelo autor

Um comportamento muito parecido com o observado para o objeto 20303 pode novamente ser observado para o objeto 28118. Pequenas variações dos elementos orbitais exceto por uma variação maior naqueles elementos mais influenciados pelo efeito do J2 que seriam o argumento do periapse (ω) e a ascensão reta do nodo ascendente (Ω).

Nas Tabelas 6 e 7 são apresentados os valores dos ruídos máximos e dos desvios padrão relativos à posição da órbita calculada para o objeto 28118, onde, o ruído relativo a distância se apresenta maior que para o objeto 20303, sendo próximo de 175 metros, o ruído máximo para a elevação se mantém menor do que o ruído do azimute. E, por fim, o ruído máximo de azimute quando comparado com o do objeto 20303 é menor.

Tabela 6. Valores dos ruídos máximos para o rastreamento do objeto 28118.

Grandezas	Valores estimados
Máximo ruído em módulo da distância (km)	0,1757
Máximo ruído em módulo da elevação (grau)	0,0477
Máximo ruído em módulo do azimute (grau)	0,1209

Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores dos desvios padrão podem ser consultados na Tabela 7. Quando comparado ao objeto 20303, os desvios padrão da posição para o objeto 28118 são maiores e isso pode estar correlacionado com o maior ruído relativo à distância.

Tabela 7. Valores dos desvios padrão da posição para o rastreo do objeto 28118

Grandeza	Valores
σ_x (metros)	90,10
σ_y (metros)	226,50
σ_z (metros)	122,71

Fonte: Elaborado pelo autor

4.3. RASTREIO DO OBJETO 37363 SL-19 R/B

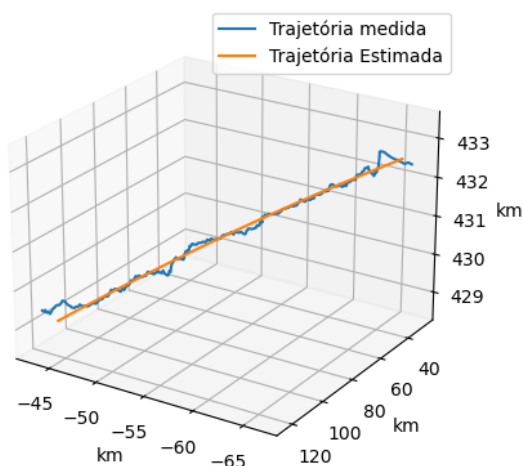
O objeto 37363 é um corpo de foguete que foi lançado pela Rússia em 1 de fevereiro de 2011 e hoje se situa em uma órbita com perigeu de 364,5 km e apogeu de 786,4 km. Sendo então, uma órbita baixa, com uma excentricidade já considerável e uma inclinação de 99,40°.

O objeto, assim como o 28118, foi rastreado no dia 19 de janeiro de 2022, apresentou em sua passagem uma aproximação de 435,34 km do Centro de Lançamento de Alcântara. O objeto apresenta um valor de RCS menor que os estudados anteriormente, o RCS é de $5,036 \text{ m}^2$ e dessa forma sinal/ruído é dado por:

$$s = 10 \log 5,036 - 40 \log 435,34 \times 10^3 + 224 = 5,468.$$

Apresentando um valor de RCS menor que os demais objetos, o tempo de rastreo foi de 12,45 segundos, o menor e mais difícil de ser rastreado até o momento. A trajetória rastreada do objeto pode ser vista na Figura 26.

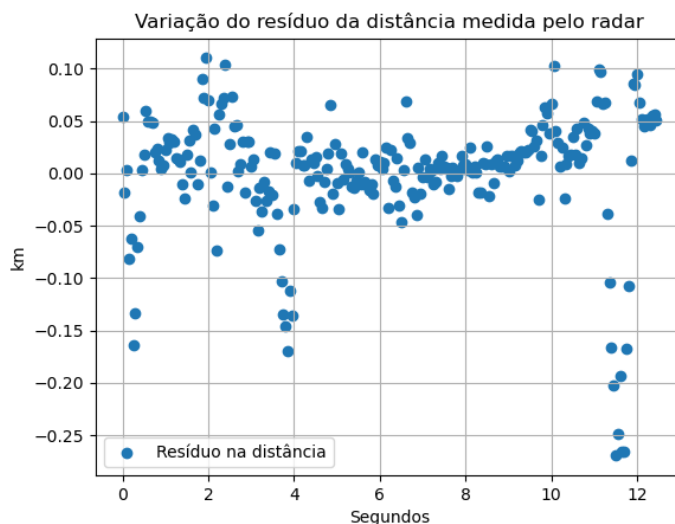
Figura 26. Rastreo do objeto 37363: trajetória do objeto no referencial SEZ centrado no radar. Comparação entre a trajetória medida e a estimada pelo filtro



Fonte: Elaborado pelo autor.

Análogo ao que foi feito para os objetos anteriores nas Figuras 27 e 28 é mostrado os ruídos de posição e de elevação e azimute.

Figura 27. Rastreo do objeto 37363: valores dos resíduos do sensor em relação a distância do objeto em quilômetros ao longo do rastreo.

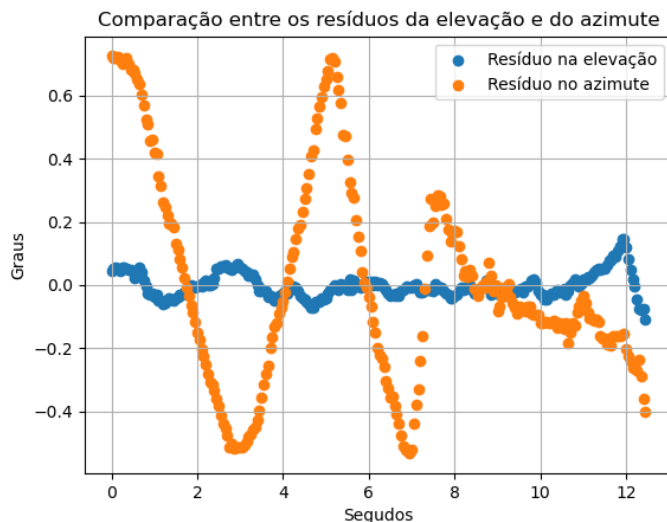


Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 27 é visto que os ruídos da distância para esse objeto excedem os 250 metros em módulo, principalmente perto do momento em que o radar perde o objeto. A dificuldade de se realizar o rastreo de um objeto com um RCS relativamente baixo como esse é evidenciado nos resultados do rastreo, com elevados valores de ruído e desvios padrão.

Na Figura 28 é mostrado o comportamento dos ruídos relativos aos ângulos de elevação e de azimute e, novamente, o ruído relativo ao ângulo de azimute supera o ruído relativo à elevação. Ademais, o módulo do ruído de azimute nesse caso é superior ao ruído dos objetos anteriores.

Figura 28. Rastreo do objeto 37363: valores dos resíduos do sensor em relação aos ângulo de elevação e azimute em graus do objeto ao longo do rastreo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em seguida, temos a Tabela 8, onde os elementos orbitais estimados para o objeto são comparados com os elementos orbitais do TLE utilizado para a propagação do mesmo com a finalidade de apontar o radar. O dia da época osculadora do TLE é 18-01-2022, enquanto o dia da época osculadora dos elementos orbitais estimados com o rastreo é dia 19-01-2022.

Tabela 8. Comparação entre os elementos orbitais do objeto 37363 do TLE utilizado com os obtidos pelo rastreo.

Elementos orbitais	TLE	Valores estimados
Época osculadora	19:32:16.99UTC	13:58:00.05UTC
Movimento médio (rev/dia)	14.9707	15,3911
Excentricidade	0,0314	0,0240
Inclinação (graus)	99,4000	98,9543
Argumento do perigeu (graus)	135,2138	96,4196
Ascensão reta do nodo ascendente (grau)	103,2488	103,8774
Anomalia média	227,4903	41,1400

Fonte: Elaborado pelo autor

Para esse objeto foi observada uma variação notável no movimento médio e no argumento do perigeu, que pode ser fonte de alguma força perturbadora ou erro relativo à imprecisão do método, principalmente por termos um intervalo menor de medidas. Por se tratar de uma órbita próxima de uma Sol-síncrona, a variação da ascensão reta do nodo ascendente foi menor. Em seguida, na Tabela 9, é mostrado o valor máximo do ruído para

cada medida do sensor.

Tabela 9. Valores dos ruídos máximos para o rastreo do objeto 37363.

Grandezas	Valores estimados
Máximo ruído em módulo da distância (km)	0,2695
Máximo ruído em módulo da elevação (grau)	0,1464
Máximo ruído em módulo do azimute (grau)	0,7248

Fonte: Elaborado pelo autor

Pode ser visto na Tabela 9 valores máximos de ruído maiores quando comparados aos objetos anteriores, por exemplo, o ruído máximo para a distância é superior a 260 metros. O ruído máximo para o azimute novamente é superior que o ruído máximo da elevação firmando, dessa forma, que para os três objetos rastreados esse fenômeno foi notado.

Os valores dos desvios padrão pode ser consultados na Tabela 10.

Tabela 10. Valores dos desvios padrão da posição para o rastreo do objeto 37363.

Grandeza	Valores
σ_x (metros)	207,13
σ_y (metros)	42,93
σ_z (metros)	105,16

Fonte: Elaborado pelo autor

Os desvios padrão da posição são maiores devido ao, também maiores, valores dos resíduos. E, para esse objeto, o motivo pelo qual esses valores cresceram é devido ao menor valor de RCS, que diminui o valor máximo do sinal/ruído do objeto que, por sua vez, insere desafios para realizar o rastreo.

5. CONCLUSÃO

O trabalho apresenta uma metodologia desde a formulação matemática necessária até dados reais de operação de um sistema de rastreo e vigilância espacial. Dessa forma, é esperado fornecer apoio na implantação de tal sistema que é vital para garantir a soberania do acesso ao espaço para a nação brasileira. Os resultados mostrados validam em certo nível todo o conceito envolvido e, dessa forma, criam um norte para empresas do mercado desbravarem junto à FAB as necessidades de Consciência Situacional do Espaço.

Com o aumento das atividades em órbita LEO, a necessidade de se ter conhecimento sobre os objetos no espaço é requisito para a realização de lançamentos de foguetes e até de proteção do espaço aéreo contra a reentrada de objetos, como partes de lançadores de outros países e demais estruturas que, devido a alguma anomalia, adentrem o território nacional.

Com base no trabalho realizado, é notada a eficácia do sensor radar utilizado para melhorar a segurança e proteção do espaço, utilizando tais sensores para aplicações de rastreo de um sistema de SST. Mesmo com todas as ressalvas apresentadas, como os altos valores para resíduos que variam de acordo com o RCS do objeto, o que penaliza as operações para rastreo de objetos menores, os radares legados são dispositivos importantes a serem considerados tanto para serviços operacionais quanto para treinamento de pessoas.

Devido a esse fato, mesmo não sendo um sensor próprio para sistemas de Consciência Situacional do Espaço, tais sensores que fazem parte de outros sistemas da FAB podem colaborar nesse primeiro momento para criar um cenário saudável para desenvolvimento inicial do produto do PESE: MOE, intitulado Monitoramento Espacial.

Portanto, a implantação de um sistema SSA/SDA pode se beneficiar com a utilização de sensores em diferentes localidades, portanto, uma importante vantagem do Brasil é seu grande território que se estende por uma ampla faixa de latitude e longitude, possibilitando uma distribuição adequada de sensores para fornecer rastreios de uma maior quantidade de objetos com uma maior frequência.

REFERÊNCIAS

ALFRIEND, K. T., VADALI, S. R., GURFIL, P., HOW, J. P., BREGER, L. S., **Spacecraft Formation Flying: dynamics, control and navigation**. Elsevier Astrodynamics Series, Elsevier, 382 p., 2010.

BRASIL, “Ordem Normativa No. 41/MD de 30 de julho de 2018,” Programa Estratégico de Sistemas Espaciais (PESE), Ministério da Defesa, Brasília, 2018, https://www.gov.br/defesa/pt-br/arquivos/legislacao/emcfa/publicacoes/doutrina/md20a_sa_01a_programaa_estrategicoa_dea_sistema_espaciais_pesee-2018.pdf.

BROWER, D., Solutions of the Problem of Artificial Satellite Theory Without Drag. **Astronomical Journal**. 64(1274): 378-397. 1959

CHOBOTOV, V. A. Orbital Mechanics. 3.ed. Reston. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002.

CURTIS, H., Orbital Mechanics for Engineering Students, Amsterdam, Elsevier Butterworth Heinemann, 2005.

DMA, Defense Mapping Agency, Technical Report, Department of Defense World Geodetic System 1984, DMA TR 8350.2, Second Ed., 1 Sept. 1991.

EULER, L., Opera Mechanica et Astronomica, **Birkhauser Verlag**, Switzerland, 1999.

ESA, The European Space Agency. SSA Programme overview, 2020. Disponível em : <https://www.esa.int/Safety_Security/SSA_Programme_overview>. Acesso em 20 de jun. de 2022.

ESOC, Space Debris Office. **ESA’s Annual Space Environment Report**. Darmstadt, Germany. p. 120. 22 abr. 2022a.

ESOC, Space Debris Office. Space Environment Statistics, 2022b. Disponível em : <<https://sdup.esoc.esa.int/discosweb/statistics/>>. Acesso em 20 de jun. de 2022.

HOOTS, F. R., e ROEHRICH R. L., “Spacetrack Report #3: Models for Propagation of the NORAD Element Sets.” U.S. Air Force Aerospace Defense Command, Colorado Springs, CO, 1980.

JAH, M., GREIMAN, D., SENGUPTA, M., MAGNUS, S., MELROY, P., HELMS, S., BROWN, M. Space Traffic Management (STM): Balancing Safety, Innovation, and Growth. An Institute Position Paper, **American Institute of Aeronautics and Astronautics**, Inc, Reston, VA, Novembro, 2017

KOZAI, Y., The motion of a Close Earth Satellite. **Astronomical Journal**. 64(1274):367-377. 1959

KUGA, H. K., RAO, K. R., e CARRARA, V., **Introdução à Mecânica Orbital**, 2ª Edição, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos/SP, INPE-5615-PUD/064, 2008.

KUGA, H. K., RAO, K. R., e CARRARA, V., **Satélites Artificiais – Movimento Orbital**, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos/SP, INPE-5615-PUD/064, 2011.

LAGRANGE, J. L., “Sur la Théorie Générale de la Variation des Constants Arbitraires dans tous les Problèmes de la Mécanique”, Lu, Vol. le 13 Mars 1809 à l’**Institut de France**, 1809.

NARCISO, M. S. e ALVES, I. M., FAB inicia nova fase de desenvolvimento das atividades espaciais, 2021. Disponível em: <<https://www.fab.mil.br/noticias/imprime/37378/ESPAÇO%20%20FAB%20inicia%20nova%20fase%20de%20desenvolvimento%20das%20atividades%20espaciais>>. Acesso em 23 de jun. de 2022.

OMNISYS. Sistemas de Rastreo, 2022. Disponível em : <<https://www.omnisys.com.br/sistemas-de-rastreo>>. Acesso em 22 de jun. de 2022.

PÉREZ, C., EU SST and a closer look to its Collision Avoidance (CA) service. *In: 3rd IAA Conference on Space Situational Awareness*, Apr. 4-6, 2022, Tres Cantos – Madri.

ROWLAND, J., MCKNIGHT, D., PINO, B. P., REIHS, B., STEVENSON, M. A., A Worldwide Network of Radars for Space Domain Awareness in Low Earth Orbit. *In: Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference (AMOS)*, 2021, Maui, Havai.

ROY, A. E., *Orbital Motion*. 4. ed. Boca Raton. CRC Press, 2005.

SATCEN, European Union Satellite Centre. Space Situational Awareness (SSA), 2021. Disponível em: < <https://www.satcen.europa.eu/page/ssa>> . Acesso em 20 de jun. de 2022.

SEIDELMANN, K., *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. California: University Science Books., 1992.

SHELTON, C. T., JUNKINS, J. L., Probability of collision between space objects including model uncertainty. **Acta Astronautica**. Vol. 155, p. 462-471, 2019.

TAPLEY, B. D., SCHTZ, B., E., BORN, G. H., *Statistical Orbit Determination*. California, Elseivier Inc, 2004.

TRESACO, E., CARVALHO, J. P. S., PRADO, A. F. B. A., ELIPE, A., e de MORAES, R. V., “Averaged model to study long-term dynamics of a probe about Mercury”, **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, vol. 130, no. 2, 2018. doi:10.1007/s10569-017-9801-9.

VALLADO, D., e CEFOLA, P., Two-line element sets - Practice and use. **Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC**. 7. 5812-5825. 2012.

VALLADO, D. A., e MCCLAIN, W. D. *Fundamentals of astrodynamics and applications*. 4.ed. New York, McGraw-Hill Companies, Inc, 2013.