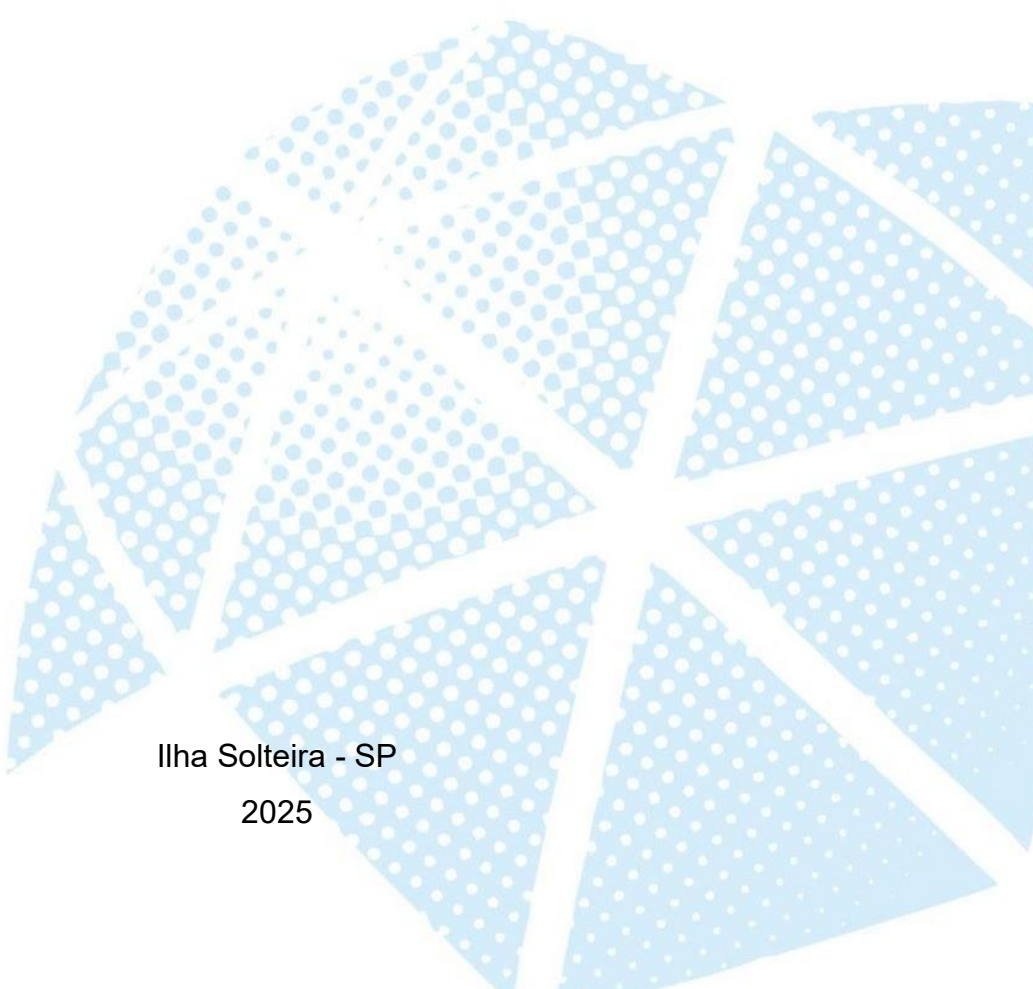


**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

RUDGEN RODRIGUES CALDAS

**ANÁLISE NUMÉRICA DA CAPACIDADE RESISTENTE À FORÇA CORTANTE DE
VIGAS ESBELTAS DE GRANDE ALTURA SEM ESTRIBOS E PREVISÕES
NORMATIVAS**

Ilha Solteira - SP
2025



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

RUDGEN RODRIGUES CALDAS

ANÁLISE NUMÉRICA DA CAPACIDADE RESISTENTE À FORÇA CORTANTE DE VIGAS ESBELTAS DE GRANDE ALTURA SEM ESTRIBOS E PREVISÕES NORMATIVAS

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Engenharia de Construção Civil

Orientador: Alex Micael Dantas de Sousa

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- C145a Caldas, Rudgen Rodrigues.
Análise numérica da capacidade resistente à força cortante de vigas esbeltas de grande altura sem estribos e previsões normativas / Rudgen Rodrigues
Caldas. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2025
68 f. : il.
- Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2025
- Orientador: Alex Micael Dantas de Sousa
- Inclui bibliografia
1. Capacidade resistente ao cisalhamento. 2. Modelos numéricos. 3. Vigas de concreto armado.

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

Esta pesquisa tem um impacto significativo em várias áreas. Cientificamente, avança o conhecimento sobre o comportamento de vigas de concreto armado sem estribos, oferecendo uma análise detalhada do impacto da armadura longitudinal na resistência ao cisalhamento, o que pode influenciar normas e diretrizes de dimensionamento. Tecnicamente, melhora a precisão das simulações numéricas, tornando os modelos estruturais mais confiáveis e resultando em soluções mais eficientes e seguras para o dimensionamento de estruturas de concreto. Inovadoramente, a combinação de experimentação e modelagem abre novas possibilidades para o desenvolvimento de materiais e técnicas de construção mais avançadas.

Socialmente, esta pesquisa contribui para a construção de infraestruturas mais seguras e duráveis, impactando positivamente a qualidade de vida e reduzindo custos com manutenções estruturais — em consonância com o Objetivo de Desenvolvimento Sustentável (ODS) 9: Indústria, Inovação e Infraestrutura e o ODS 11: Cidades e Comunidades Sustentáveis. Economicamente, aprimora o projeto de vigas de concreto armado, promovendo economia de recursos materiais e financeiros e otimizando os projetos estruturais, em alinhamento com o ODS 12: Consumo e Produção Responsáveis. Educacionalmente, o estudo constitui uma valiosa fonte para o ensino da engenharia civil, capacitando profissionais com uma compreensão aprofundada do comportamento das estruturas de concreto e estimulando a inovação no projeto estrutural, contribuindo assim para o ODS 4: Educação de Qualidade.

Culturalmente, fortalece a ciência e engenharia no Brasil, promovendo inovações sustentáveis no setor da construção civil. A internacionalização da pesquisa pode também gerar parcerias e intercâmbio de conhecimento, elevando o status da pesquisa brasileira globalmente. No âmbito local e nacional, a pesquisa pode impulsionar a aplicação de tecnologias avançadas em infraestrutura, alinhando-se com metas de desenvolvimento sustentável e promovendo práticas de construção mais responsáveis com o meio ambiente.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This research has a significant impact in several areas. Scientifically, it advances knowledge about the behavior of reinforced concrete beams without stirrups, offering a detailed analysis of the impact of longitudinal reinforcement on shear resistance, which can influence design standards and guidelines. Technically, it improves the accuracy of numerical simulations, making structural models more reliable and resulting in more efficient and safe solutions for the design of concrete structures. Innovatively, the combination of experimentation and modeling opens up new possibilities for the development of more advanced construction materials and techniques.

Socially, this research contributes to the construction of safer and more durable infrastructure, positively impacting quality of life and reducing costs associated with structural maintenance — aligned with Sustainable Development Goal (SDG) 9: Industry, Innovation and Infrastructure and SDG 11: Sustainable Cities and Communities. Economically, it enhances the design of reinforced concrete beams, promoting savings in material and financial resources and optimizing structural projects, in accordance with SDG 12: Responsible Consumption and Production. Educationally, the study serves as a valuable resource for civil engineering education, enabling professionals to gain a deeper understanding of the behavior of concrete structures and fostering innovation in structural design, thus supporting SDG 4: Quality Education.

Culturally, it strengthens science and engineering in Brazil, promoting sustainable innovations in the construction sector. The internationalization of research can also generate partnerships and knowledge exchange, raising the status of Brazilian research globally. At the local and national levels, research can drive the application of advanced technologies in infrastructure, aligning with sustainable development goals and promoting more environmentally responsible construction practices.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE RUDGEN RODRIGUES CALDAS, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA.

Aos 17 dias do mês de outubro do ano de 2025, às 14h, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de RUDGEN RODRIGUES CALDAS, intitulada **ANÁLISE NUMÉRICA DA CAPACIDADE RESISTENTE À FORÇA CORTANTE DE VIGAS ESBELTAS DE GRANDE ALTURA SEM ESTRIBOS E PREVISÕES NORMATIVAS**, sob orientação do Prof. Dr. Alex Micael Dantas de Sousa. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. ALEX MICAEL DANTAS DE SOUSA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP, Prof. Dr. VINICIUS BORGES DE MOURA AQUINO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP, Prof. Dr. JOSÉ ANCHIETA DAMASCENO FERNANDES NETO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Estruturas / Universidade Federal do Piauí - UFPI. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. ALEX MICAEL DANTAS DE SOUSA

OFEREÇO

A Deus e aos meus estimados pais

Maria de Fatima Caldas

José Rodrigues de Oliveira

DEDICO

A minha esposa e meu filho

Dijiani Ludovino Guanais

Lucas Guanais Rodrigues

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força, inspiração e pelas alegrias que me permitiram superar os momentos mais difíceis, sempre presente em cada etapa deste percurso.

À Universidade Estadual Paulista (Unesp), Campus de Ilha Solteira, e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, pelo apoio institucional e pela oportunidade de crescimento acadêmico e profissional proporcionada.

Ao professor Dr. Alex Micael Dantas de Sousa, pela orientação atenta e dedicada durante o último ano de trabalho conjunto. Seu profissionalismo, competência, humildade, confiança e companheirismo foram uma inspiração e exemplo de vida que levarei comigo.

Ao professor Dr. Vinicius Borges de Moura Aquino, pelas contribuições, orientações e apoio técnico que enriqueceram este trabalho.

Aos professores do programa, por seus ensinamentos valiosos, colaborações constantes e incentivo ao longo desta jornada.

Aos dedicados funcionários da Biblioteca, cujo trabalho e apoio foram essenciais para a realização das pesquisas.

Aos amigos e colegas de curso, pelo apoio mútuo, pelos momentos de amizade e pelas ocasiões de descontração que tornaram este percurso mais leve e memorável.

A todos que, de alguma forma, contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho, meu sincero agradecimento. Ainda que alguns não sejam mencionados nominalmente, sua importância jamais será esquecida.

O presente trabalho contou com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), código de financiamento 001, e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), por meio do Processo nº 2024/13561-5.

RESUMO

Este trabalho avaliou a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem estribos por meio da comparação entre modelos numéricos em elementos finitos e previsões analíticas. Inicialmente, analisaram-se estudos experimentais disponíveis na literatura sobre vigas de grande altura sem estribos. Em seguida, desenvolveram-se e validaram-se modelos numéricos capazes de reproduzir o comportamento das vigas com precisão de 2% em relação aos resultados experimentais. A análise paramétrica mostrou que a taxa de armadura longitudinal influencia significativamente a resistência ao cisalhamento: menores taxas resultam em redução da carga máxima e da rigidez após a fissuração. Fissuras diagonais indicaram claramente a falha por cisalhamento. Compararam-se as normas ABNT NBR 6118 (2023), EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) e ACI 318 (2019). A NBR 6118 apresentou previsões contra a segurança, com resistência numérica média equivalente a apenas 35% da calculada pela norma. O Eurocode também superestimou a resistência, com resultados numéricos equivalentes a 75% e 66% das previsões normativas, respectivamente para os lados sem e com estribos. Já o ACI 318 apresentou estimativas mais conservadoras, com resistência numérica 82% superior à prevista, favorecendo a segurança, embora com menor eficiência econômica. Conclui-se que as expressões da NBR 6118 e do Eurocode necessitam de ajustes para evitar superestimações da resistência ao cisalhamento em vigas altas sem estribos, enquanto o ACI 318 (2019) fornece previsões mais seguras e coerentes.

Palavras-chave: capacidade resistente ao cisalhamento, modelos numéricos, vigas de concreto armado.

ABSTRACT

This study evaluated the shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups by comparing finite element numerical models with analytical predictions. Initially, experimental studies available in the literature on deep beams without stirrups were analyzed. Then, numerical models were developed and validated to reproduce the behavior of the beams, achieving a precision of 2% compared to experimental results. The parametric analysis showed that the longitudinal reinforcement ratio strongly influences shear strength: lower reinforcement ratios lead to significant reductions in maximum load and stiffness after cracking. Diagonal cracks were clear indicators of shear failure. The design codes ABNT NBR 6118 (2023), EN 1992-2: Eurocode 2 (2005), and ACI 318 (2019) were compared. NBR 6118 produced unsafe predictions, with numerical resistance averaging only 35% of the value calculated by the code. Eurocode 2 also overestimated resistance, with numerical results corresponding to 75% and 66% of the predicted values for the sides without and with stirrups, respectively. In contrast, ACI 318 provided more conservative estimates, with numerical resistance averaging 82% higher than predicted, which enhances safety but may reduce economic efficiency. It is concluded that the expressions in NBR 6118 and Eurocode 2 require adjustments to prevent unsafe overestimations of shear resistance in deep beams without stirrups, whereas ACI 318 (2019) offers safer and more consistent predictions.

Keywords: shear capacity, numerical models, reinforced concrete beams.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Mecanismos de transferência de força cortante.	19
Figura 2 - Biela de compressão e mecanismo de ação em arco transferindo a força cortante em a) caso de cargas concentradas próximas do apoio e b) caso de cargas distribuídas.	22
Figura 3 - Ensaios realizados em vigas de 4 metros de altura.	24
Figura 4 - Comprimento de ancoragem necessário.	29
Figura 5 - Modelo de treliça idealizado do EN 1992-2: Eurocode 2 (2005).	30
Figura 6 - Características gerais do modelo experimental de Collins et al. (2015).	35
Figura 7 - Curva força × deflexão da viga no ensaio de Collins et al. (2015) para o lado sem estribos (lado leste).	36
Figura 8 - Características do modelo computacional para o modelo de Collins et al. (2015).	37
Figura 9 - Discretização da malha em elementos finitos para o modelo de Collins et al. (2015).	38
Figura 10 - Diferença entre a aplicação do carregamento ao longo do tempo com os procedimentos de rampa linear (ramp) e aplicação suave (smooth step) considerando um tempo genérico de 10 s.	43
Figura 11 - Diferença entre os procedimentos de solução implícitos (ABAQUS Standard) e explícitos (ABAQUS Explicit): a) caminho da solução no ABAQUS Standard; b) caminho da solução calculado explicitamente para grandes incrementos de tempo e c) para pequenos incrementos de tempo.	44
Figura 12 - Partes selecionadas na definição da interação de corpo rígido entre a placa de carregamento e o ponto de referência RP-1.	46
Figura 13 - Condições de contorno aplicadas nos apoios: a) esquerdo e b) direito dos modelos numéricos.	46
Figura 14 - Comparação entre o padrão de fissuração na ruptura a) do experimento de Collins et al. (2015) e b) observado no modelo numérico.	49
Figura 15 - Comparação da curva força × deslocamento obtidas no experimento e na simulação numérica de Collins et al. (2015).	50
Figura 16 - Influência da resistência à compressão do concreto e da taxa de armadura longitudinal na curva força × deslocamento dos modelos numéricos de Collins et al. (2015).	51

Figura 17 - Padrões de fissuração dos modelos analisados de Collins et al. (2015).53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados dos aços empregados na viga de Collins et al. (2015).	35
Tabela 2 – Resumo das expressões e valores de parâmetros calibrados para os diferentes ensaios de referência.	41
Tabela 3 - Configuração dos modelos parametrizados para o modelo de Collins et al (2015).	48
Tabela 4 - Força cortante máxima medida nos lados com estribo e sem estribo dos modelos numéricos parametrizados a partir do ensaio de Collins et al. (2015).	56
Tabela 5 - Previsões da capacidade resistente ao cisalhamento em Collins et al. (2015) segundo a ABNT NBR 6118 (2023) (expressões de vigas).	58
Tabela 6 - Previsões da capacidade resistente ao cisalhamento em lajes segundo ABNT NBR 6118 (2023) para Collins et al. (2015).	59
Tabela 7 - Previsões da capacidade resistente ao cisalhamento segundo Eurocode para Collins et al. (2015).	60
Tabela 8 - Previsões da capacidade resistente ao cisalhamento segundo ACI 318 (2019).	62

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	14
1.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS	14
1.2	JUSTIFICATIVA.....	15
1.3	OBJETIVOS.....	15
2	REVISÃO DA LITERATURA.....	16
2.1	MECANISMOS DE RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE	16
2.2	ENSAIOS EM VIGAS DE GRANDE ALTURA	20
2.3	MODELOS ANALÍTICOS DE CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE COM E SEM ESTRIBO.....	23
2.3.1	Considerações iniciais.....	23
2.3.2	Modelos semi-empíricos e mecânicos de capacidade resistente à força cortante	24
2.3.2.1	Modelo de Cálculo ABNT NBR 6118 (2023).....	24
2.3.2.1.1	<i>Modelo de Cálculo I</i>.....	25
2.3.2.2	Modelo de cálculo do EM 1992-2: Eurocode 2 (2005).....	28
2.3.2.3	Modelo de cálculo do ACI 318 (2019)	30
3	MODELO NUMÉRICO.....	32
3.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS	32
3.2	GEOMETRIA E PROPRIEDADES DAS VIGAS MODELADAS	32
3.3	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	34
3.3.1	Geometria e partes do modelo	34
3.3.2	Discretização da malha de elementos finitos.....	35
3.3.3	Propriedades dos materiais.....	36
3.3.4	Estágios da simulação (STEPS)	39
3.3.5	Procedimento de solução	40
3.3.6	Diferença entre o ABAQUS Standard e ABAQUS Explicit	42
3.3.7	Interações entre as partes	43
3.3.8	Condições de contorno.....	44
3.4	ANÁLISE PARAMÉTRICA.....	45
4	VALIDAÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA	47
4.1	ENSAIO DE COLLINS ET AL. (2015).....	47
5	ANÁLISE PARAMÉTRICA.....	49

5.1	INFLUÊNCIA NA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO	49
5.2	PADRÃO DE FISSURAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS	51
5.3	COMPARAÇÃO ENTRE PREVISÕES NORMATIVAS E MODELOS NUMÉRICOS	53
5.3.1	Previsão do mecanismo de ruptura mais crítico	53
5.3.2	Força cortante medida nos lados com estribo e sem estribo	54
5.3.3	Previsões de resistência com a ABNT NBR 6118 (2023).....	55
5.3.4	Previsões de resistência com a EM 1992-2: Eurocode (2005)	57
5.3.5	Previsões de resistência com a ACI 318 (2019)	59
6	CONCLUSÃO.....	61
	REFERÊNCIAS.....	63

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O comportamento estrutural de vigas de concreto armado sob tensões de cisalhamento é um dos aspectos mais críticos a ser considerado no projeto de obras de Engenharia Civil, uma vez que a falha por cisalhamento em elementos sem armadura transversal (sem estribos) é frágil e pode resultar em colapsos catastróficos. O cisalhamento provoca tensões de tração em planos inclinados em aproximadamente 45° em relação ao plano onde as tensões atuam. A ruptura ocorre quando essas tensões, em conjunto com as tensões horizontais geradas pela flexão, superam a resistência do material à tração diagonal. Dessa forma, a falha por cisalhamento em elementos de concreto armado é caracterizada como um fenômeno de tração diagonal, onde o colapso ocorre em um plano inclinado devido à interação entre as tensões de flexão e cisalhamento (Rebeiz, 1999).

A resistência ao corte de vigas de concreto armado sem armadura transversal depende de uma série de fatores, entre os quais se destacam a resistência do concreto, a área de seção transversal e a quantidade de armadura longitudinal. A força cortante é particularmente relevante, pois pode levar ao colapso de vigas caso a contribuição da armadura não seja adequadamente considerada no projeto. No entanto, o entendimento dessa contribuição e a análise dos fatores que influenciam a resistência ao corte variam consideravelmente conforme as normas de cálculo utilizadas.

Neste contexto, as abordagens da ABNT NBR 6118 (2023), do EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) e do ACI 318 (2019), embora todas voltadas para garantir a segurança e a eficiência das estruturas, apresentam diferenças significativas na consideração da armadura e na avaliação da capacidade resistente à força cortante.

O uso de estribos, elementos de armadura transversal, é uma técnica amplamente empregada para reforçar a resistência ao cisalhamento das vigas de concreto armado. No entanto, há uma diferença substancial no comportamento das vigas com e sem estribos, já que, na ausência desses elementos, a capacidade resistente ao corte depende diretamente da integridade do concreto e da armadura longitudinal. A compreensão da contribuição dessas variáveis torna-se ainda mais crucial à medida que se busca otimizar o desempenho das estruturas, garantindo a segurança sem comprometer os custos e a complexidade dos projetos.

1.2 JUSTIFICATIVA

Com o avanço das ferramentas de modelagem numérica, como o *software* Abaqus, tornou-se possível realizar simulações detalhadas que permitem uma análise mais precisa do comportamento das vigas sob diversas condições de carregamento e configuração estrutural. Estudos que explorem a capacidade resistente ao corte, considerando a influência de variáveis materiais e geométricas, por exemplo, são fundamentais para verificar o nível de precisão das expressões utilizadas para dimensionamento em diferentes códigos normativos. Além disso, estes estudos podem alinhar práticas de projeto a normas nacionais e internacionais, além de aprimorar a eficiência estrutural e econômica das obras.

O entendimento comparativo entre as normas estruturais ABNT NBR 6118 (2023), do EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) e do ACI 318 (2019), pode proporcionar uma visão aprofundada sobre a adequação e as limitações das abordagens adotadas para o cálculo da força cortante em elementos estruturais de concreto armado.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

O objetivo deste trabalho é investigar a influência da resistência à compressão do concreto e da taxa geométrica de armadura longitudinal na capacidade resistente à força cortante de vigas altas de concreto armado sem estribos.

1.3.2 Objetivos específicos

- Apresentar uma estratégia de modelagem validada para representar a ruptura por força cortante de vigas altas de concreto armado sem estribos;
- Analisar os efeitos de parâmetros como resistência à compressão do concreto e taxa de armadura longitudinal das vigas na capacidade resistente à força cortante;
- Avaliar o nível de precisão de diferentes códigos normativos - ABNT NBR 6118 (2023), do EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) e do ACI 318 (2019) - com relação às previsões de capacidade resistente à força cortante.

Assim, a pesquisa contribui para uma análise comparativa entre normas internacionais e nacional, além de fornecer diretrizes para a otimização da segurança e do desempenho estrutural em projetos de Engenharia Civil.

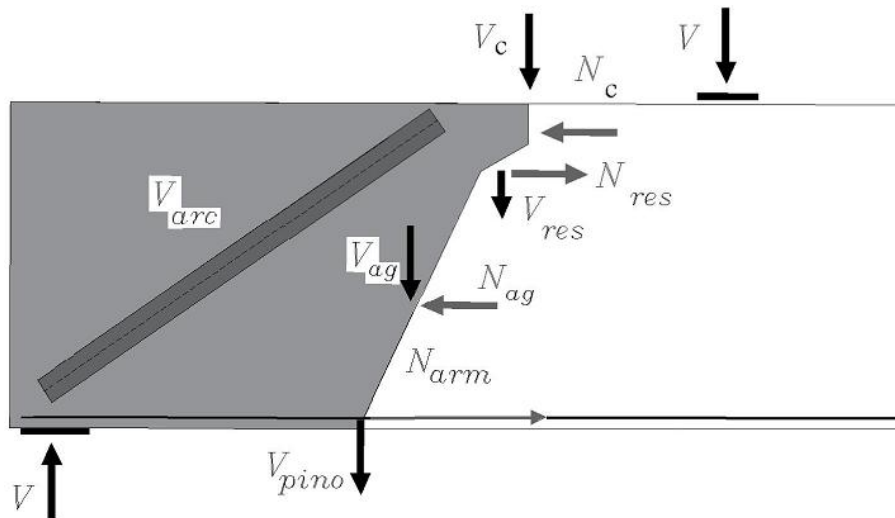
2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 MECANISMOS DE RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE

O entendimento dos mecanismos de resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado é fundamental para o dimensionamento de estruturas seguras e duráveis. Em uma viga de concreto submetida a forças transversais, a capacidade resistente ao corte surge da interação entre o concreto, que suporta esforços compressivos, e as armaduras de aço, que absorvem esforços de tração e controlam a formação de fissuras. Segundo Wight e Macgregor (2009), a resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado se deve a um sistema complexo de transferência de esforços, onde o concreto e as armaduras trabalham de forma conjunta para resistir ao carregamento cortante e prevenir a falha estrutural. Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018a) dividem esses mecanismos de resistência à força cortante em dois grupos principais: (i) mecanismos de transferência de cisalhamento das vigas (também conhecido na literatura como “*beam action*”), onde as forças de tração na armadura de flexão variam com as tensões de cisalhamento no contorno da armadura atuam, e (ii) mecanismos de ação em arco, onde a força no banzo tracionado é constante, e não são necessárias tensões de cisalhamento para transferir a força cortante.

A resistência ao corte em vigas sem estribos resulta da interação de diversos mecanismos de transferência de força cortante (Figura 1), que atuam simultaneamente e variam conforme o padrão de fissuração, as propriedades do concreto e as condições de carregamento. Esses mecanismos incluem: (1) a força cortante V_c resistida pela zona de concreto não fissurado no banzo comprimido (mecanismos de engaste ou *cantilever actions*), (2) a força cortante V_{ag} resistida pelo intertravamento dos agregados nas superfícies fissuradas (*aggregate interlock*), (3) a força cortante resistida pelo concreto através de tensões residuais de tração nas regiões fissuradas V_{res} e (4) a força cortante V_{pino} resistida pelo efeito de pino da armadura longitudinal tracionada (Lantsoght et al., 2015; Macgregor e Wight, 2012).

Figura 1 - Mecanismos de transferência de força cortante.



Fonte: Sousa (2019).

Conforme observado por Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018b), não há um mecanismo dominante fixo; a contribuição relativa de cada um depende da localização da fissura crítica de cisalhamento, da cinemática da fissura (abertura e deslizamento) e das características de rugosidade da superfície fissurada. A Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento estabelece que a soma das contribuições desses mecanismos tende a permanecer aproximadamente constante, apesar da variabilidade na localização e no formato das fissuras.

Estudos experimentais (Fernández Ruiz; Muttoni; Sagaseta, 2015) confirmam que a resistência à força cortante é sensível a parâmetros como a resistência à compressão do concreto, a espessura dos elementos estruturais e o diâmetro máximo dos agregados. Esses fatores influenciam diretamente a capacidade do concreto em redistribuir esforços cortantes após o surgimento de fissuras inclinadas, sendo que, na ausência de armadura transversal, os mecanismos de intertravamento dos agregados e tensões residuais apresentam contribuições limitadas (Sherwood, 2008).

Portanto, em elementos sem estribos, a soma das contribuições desses mecanismos pode ser insuficiente para assegurar a segurança estrutural sob esforços cortantes elevados, reforçando a importância da armadura transversal para resistir ao cisalhamento em determinadas condições.

Estribos desempenham um papel fundamental ao introduzir uma armadura transversal que intercepta e controla o desenvolvimento de fissuras inclinadas, o que contribui diretamente para o aumento da resistência ao cisalhamento. Fenwick e

Paulay (1968) destacaram que o uso de estribos aumenta significativamente a capacidade de resistência ao corte, ao reforçar a ação do concreto e limitar o crescimento de fissuras. Esse mecanismo foi mais detalhadamente investigado por Taylor (1969), que sugeriu que, em estruturas com armaduras transversais, a distribuição de esforços se torna mais eficiente, permitindo uma melhor redistribuição das tensões ao longo da seção da viga e evitando a concentração de tensões que leva à falha prematura.

As normas de cálculo estrutural abordam de forma distinta a contribuição da resistência do concreto e da armadura longitudinal na capacidade resistente ao corte, com destaque para a ABNT NBR 6118 (2023) - norma brasileira, o EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) - norma europeia e o ACI 318 (2019) - norma americana. No caso da ABNT NBR 6118 (2023), a exigência de uma quantidade mínima de estribos não se limita a garantir a segurança contra falhas por cisalhamento, mas busca, principalmente, assegurar uma ruptura mais dúctil no estado-limite último, evitando comportamentos frágeis e imprevisíveis da estrutura.

O EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) adota uma abordagem flexível, permitindo que o projetista ajuste a seção transversal e a escolha de materiais com base em critérios de eficiência e segurança. Essa norma oferece diferentes metodologias para estimar a resistência ao cisalhamento, como modelos baseados em compressão inclinada ou em tensões médias, proporcionando maior liberdade de adaptação às condições específicas de projeto.

Por sua vez, o ACI 318 (2019) apresenta uma abordagem mais conservadora, priorizando critérios que garantam elevada segurança estrutural. Ele enfatiza o papel da armadura transversal (estribos) como principal meio de controle de cisalhamento, além de adotar coeficientes de segurança rigorosos e limites mais altos de reforço transversal para evitar colapsos abruptos.

A contribuição da armadura longitudinal também desempenha um papel indireto na resistência ao corte. Estudos de Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018a e 2018b) demonstraram que a armadura longitudinal ajuda a controlar o desenvolvimento de fissuras inclinadas ao resistir aos deslocamentos horizontais que surgem no concreto sob esforço cortante. Esse comportamento contribui para aumentar a capacidade resistente ao corte ao limitar o deslocamento transversal da seção, promovendo uma maior capacidade da estrutura de suportar esforços elevados antes de atingir a falha por cisalhamento.

A resistência ao corte em vigas de concreto armado também está relacionada à geometria da seção e à resistência do concreto. Huber, Huber e Kollegger (2016) destacaram que a seção transversal da viga e as propriedades do concreto são fatores determinantes na capacidade resistente ao cisalhamento. Em vigas de maior seção transversal, o concreto consegue suportar uma força cortante maior antes do surgimento de fissuras, enquanto em seções menores e de concreto com baixa resistência, a capacidade de suporte ao corte é reduzida, resultando em uma menor margem de segurança estrutural.

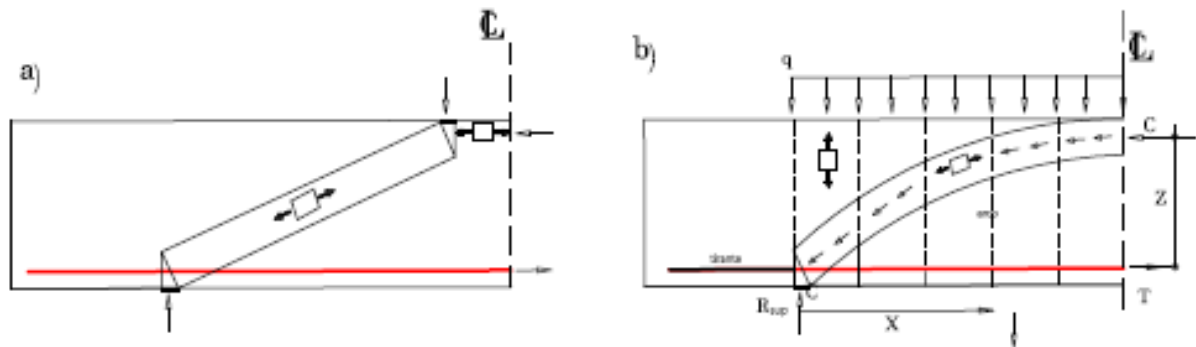
A análise experimental e numérica tem contribuído significativamente para o aprofundamento do entendimento sobre a capacidade resistente ao corte em vigas de concreto. Através de modelagem computacional em software de elementos finitos, como o trabalho de Collings e Sagaseta (2016), tornou-se possível simular o comportamento de vigas sob diferentes configurações de armaduras e parâmetros geométricos, permitindo observar a propagação de tensões e o surgimento de fissuras com precisão. Esse tipo de estudo é essencial para aprimorar os modelos de previsão de falhas e verificar o nível de precisão das normas estruturais em condições práticas.

Estudos experimentais conduzidos por Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018a e 2018b) demonstram que a presença de armadura transversal melhora a redistribuição de tensões na seção da viga, resultando em uma maior resistência ao corte e retardando o surgimento de falhas. Esse aspecto é especialmente importante em vigas com estribos, onde a resistência ao corte é complementada pela presença de armaduras transversais, aumentando a segurança estrutural e a durabilidade. No entanto, a eficácia desse reforço depende da correta disposição e dimensionamento dos estribos, em conformidade com os parâmetros especificados nas normas estruturais.

A ação de arco V_{arc} é um mecanismo adicional que ocorre em vigas sem estribos, onde a transferência de carga é feita através de uma compressão diagonal (bielas) entre os apoios e a linha de aplicação de carga (Figura 2). Este fenômeno foi discutido por Leonhardt e Walther (1982), que identificaram que a ação de arco contribui para uma resistência adicional ao corte em vigas curtas e de alta rigidez, mas que sua influência diminui em vigas esbeltas e com grandes vãos, onde a contribuição do concreto é reduzida pela flexibilidade da estrutura. Muttoni e Fernández Ruiz (2008) também reforçam que, em vigas com a presença da ação de arco, as tensões de cisalhamento são minimizadas, o que pode melhorar a resistência ao corte,

especialmente em situações em que não há estribos, mas a geometria da viga favorece esse mecanismo.

Figura 2 - Biela de compressão e mecanismo de ação em arco transferindo a força cortante em a) caso de cargas concentradas próximas do apoio e b) caso de cargas distribuídas.



Fonte: a) Adaptado de Muttoni e Fernández Ruiz (2008) e b) Lantsoght et al. 2015.

Esses mecanismos descritos por Muttoni e Fernández Ruiz (2008) fornecem uma base sólida para o entendimento da resistência ao corte, indicando que, enquanto os estribos desempenham um papel crucial na transferência de esforços cortantes, a contribuição do concreto por meio da ação de arco pode ser mais relevante em vigas mais curtas ou em elementos com maior altura, que tendem a apresentar maior rigidez à flexão. A combinação dessas duas abordagens, portanto, pode resultar em uma análise mais precisa e eficaz para o dimensionamento de vigas de concreto armado, garantindo maior segurança estrutural e resistência ao cisalhamento no caso de cargas próximas do apoio.

2.2 ENSAIOS EM VIGAS DE GRANDE ALTURA

As vigas de grande altura, também conhecidas como vigas-parede, são elementos estruturais de grande altura em relação ao vão. Conforme a ABNT NBR 6118 (2023), item 22.4.1, são classificadas como vigas-parede aquelas em que a relação entre o vão teórico e a altura (l/h) é inferior a 2 para vigas biapoiadas e inferior a 3 para vigas contínuas, definição também apresentada por Leonhardt e Walther (1982).

Schlaich, Schafer e Jennewein (1987), no entanto, ressaltam que a classificação com base apenas na relação l/h pode ser imprecisa, pois desconsidera

a geometria e o tipo de carregamento. Dessa forma, a correta identificação de uma viga-parede deve considerar não apenas a proporção entre vão e altura, mas também as condições de carregamento e apoio, fatores determinantes para seu comportamento estrutural.

A resistência ao corte em vigas de grande altura tem sido um tema central na Engenharia Estrutural, devido à complexidade que as grandes dimensões e os elevados esforços cortantes impõem às estruturas de concreto. As vigas de grande altura, por sua própria natureza, são mais suscetíveis a esforços cortantes elevados, devido ao maior comprimento e ao carregamento mais significativo a que são submetidas. Estudos como os de Leonhardt e Walther (1962) apontam que a interação entre o concreto e a armadura transversal é crucial para a capacidade resistente de uma viga a esforços cortantes elevados. Esta interação é essencial para a segurança estrutural, uma vez que o concreto sozinho não tem resistência suficiente ao corte em situações de grandes dimensões. Em vigas de grande altura, onde as forças cortantes se intensificam devido ao maior comprimento e carregamento, a armadura transversal desempenha um papel fundamental, ajudando a prevenir falhas prematuras e a controlar a propagação de fissuras diagonais (Schlaich, Schafer e Jennewein, 1987).

A resistência ao corte das vigas de concreto é diretamente influenciada pela capacidade do concreto em resistir às tensões e pela eficiência da armadura transversal em suportar as tensões de cisalhamento. Fafitis e Won (1994) discutem que, apesar de o concreto de alta resistência oferecer boa capacidade de compressão, sua resistência ao corte não é proporcionalmente elevada, especialmente quando as vigas estão sujeitas a grandes esforços cortantes. Esse fenômeno ocorre porque o concreto de alta resistência, embora tenha maior capacidade de compressão, apresenta menor tenacidade e ductilidade, o que pode resultar em falhas mais bruscas sob esforços de corte. Dessa forma, a armadura transversal desempenha um papel essencial na contenção da propagação das fissuras inclinadas e na redistribuição dos esforços, contribuindo para a segurança estrutural. Em vigas de grande altura, o aumento da carga e do comprimento das vigas torna esses esforços cortantes mais pronunciados, aumentando a necessidade de um projeto adequado da armadura transversal.

Mendes (2022) reforça que, no projeto de vigas de concreto armado de grandes dimensões, é imprescindível considerar a quantidade e o dimensionamento adequado da armadura transversal para resistir aos elevados esforços cortantes. O autor

defende que os ensaios experimentais são cruciais para validar as metodologias de projeto e que a modelagem computacional pode ser útil na previsão do comportamento dessas vigas sob corte, embora, segundo ele, não substitua a necessidade de ensaios reais para a obtenção de resultados precisos. Ensaios experimentais são indispensáveis para uma compreensão mais profunda do comportamento das vigas em condições reais, permitindo ajustes e otimizações no projeto das armaduras. A Figura 3 mostra a análise de Collins et al. (2015) sobre o comportamento de uma viga de 4 metros de altura na sua seção transversal durante diferentes estágios de carregamento no lado leste. Inicialmente, as fissuras eram pequenas e foram se ampliando conforme a carga aumentava. Com o avanço do carregamento, as fissuras tornaram-se mais largas e distantes, e a viga começou a apresentar deflexões maiores. No estágio final, sob carga máxima, as fissuras atingiram aberturas significativas, sinalizando que a viga estava se aproximando do colapso. O estudo ilustra a evolução das fissuras e os impactos do carregamento até a falha estrutural.

Figura 3 - Ensaios realizados em vigas de 4 metros de altura.



Fonte: Collins et al. (2015).

A análise experimental de vigas sob esforço cortante, como discutido por Fafitis e Won (1994), revela que a resistência ao corte pode ser significativamente aumentada quando a armadura transversal é projetada corretamente em termos de

espaçamento, taxa de armadura e disposição dos estribos ao longo do comprimento da viga. Ensaios laboratoriais permitem observar como as vigas respondem sob carga, identificando pontos críticos, como regiões de concentração de tensões e possíveis falhas. A partir dessas observações, é possível obter dados valiosos que contribuem para o aprimoramento das normas de projeto e otimização do dimensionamento das armaduras. Em vigas de grande altura, onde os esforços cortantes são mais pronunciados, a precisão desses ensaios é ainda mais essencial, pois eles podem indicar as melhores soluções para garantir a segurança estrutural.

Portanto, a capacidade resistente ao corte nas vigas de concreto armado de grande altura está intimamente ligada à interação entre o concreto e a armadura transversal (quando as vigas dispõem desta armadura). O concreto, com sua alta capacidade resistente à compressão, e a armadura transversal, que tem a função de controlar a propagação das fissuras e suportar as tensões de cisalhamento, devem ser projetados de forma integrada para garantir a segurança e a eficiência das vigas sob grandes esforços cortantes. Nesta vertente, ensaios experimentais são fundamentais para validar os modelos teóricos e aprimorar as práticas de projeto, fornecendo os dados necessários para que as vigas de grande altura possam resistir aos esforços cortantes de maneira eficaz e segura, conforme evidenciado nos estudos de Schlaich, Schafer e Jennewein (1987) e Mendes (2022). Estes ensaios são cruciais não apenas para a verificação das hipóteses teóricas, mas também para o refinamento das normas e diretrizes de projeto, permitindo uma resposta adequada às demandas estruturais dessas vigas em condições extremas.

2.3 MODELOS ANALÍTICOS DE CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE COM E SEM ESTRIBO

2.3.1 Considerações iniciais

O conceito de força cortante em estruturas de concreto refere-se a uma tensão que atua paralelamente à seção transversal de uma viga, causando um deslocamento entre partes adjacentes da estrutura. Esse esforço gera um potencial de deslizamento nas seções, o que pode resultar em falhas frágeis, especialmente quando a capacidade resistente ao cisalhamento é insuficiente para compensar essas tensões. A resistência de uma viga de concreto à força cortante é influenciada por vários fatores, incluindo a qualidade do concreto, a presença de armadura transversal (estribos) e a geometria da viga, conforme detalhado por Sousa (2019).

Com base nos trabalhos de Sousa (2019) e Mendes (2022) são apresentados a seguir os modelos de cálculo para a força cortante segundo a ABNT NBR 6118 (2023), EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) e ACI 318 (2019).

2.3.2 Modelos semi-empíricos e mecânicos de capacidade resistente à força cortante

Na prática, quando se estuda vigas sem armadura transversal, geralmente objetiva-se compreender o comportamento das lajes sem armadura transversal utilizando elementos com menor largura. Neste caso, por exemplo, assume-se que haveria uma correlação linear entre a resistência da laje com a largura desta (por exemplo, que a resistência de uma laje de 100 cm de largura seria 5 vezes a resistência observada em uma viga semelhante com 20 cm de largura – considerando o mesmo concreto, altura da seção e taxa geométrica de armadura longitudinal). Conforme consta na ABNT NBR 6118 (2023), as vigas devem obrigatoriamente dispor de quantidades mínimas de armadura transversal (estribos). Entretanto, as lajes de concreto armado podem ser projetadas sem armadura transversal desde que atendida a condição $V_{Sd} \leq V_{Rd}$, sendo V_{Rd} a resistência à força cortante de lajes sem armadura transversal e V_{Sd} a força cortante solicitante de projeto.

Por esta razão, neste estudo avaliamos o nível de precisão de algumas normas utilizando tanto as expressões de vigas quanto as expressões de lajes.

2.3.2.1 Modelo de Cálculo ABNT NBR 6118 (2023)

a) Cálculo como vigas

A norma brasileira ABNT NBR 6118 (2023) estabelece dois modelos de cálculo para a determinação da capacidade resistente à força cortante utilizando o modelo de vigas que incorpora a teoria de Bernoulli, a qual assume que as seções transversais se mantêm planas após a deformação.

Segundo a ABNT NBR 6118 (2023) item 17.4.2.1, a verificação da capacidade resistente do elemento estrutural, em uma determinada seção transversal, em Estado-Limite Último (ELU) deve ser considerada satisfatória, quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (\text{Eq. 1})$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (\text{Eq. 2})$$

Onde:

V_{Sd} : força cortante solicitante de cálculo, na seção;

V_{Rd2} : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$ força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça idealizada (concreto) e V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

O código estrutural brasileiro propõe o Modelo de Cálculo I e o Modelo de Cálculo II para satisfazer as condições (Eq. 1) e (Eq. 2).

2.3.2.1.1 Modelo de Cálculo I

O Modelo de Cálculo I admite diagonais comprimidas inclinadas de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, e assume ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independentemente de V_{Sd} .

A verificação da compressão diagonal do concreto é feita pela seguinte equação:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Eq. 3})$$

Onde:

$$\alpha_{V2} = (1 - f_{ck} / 250) \text{ com o } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (\text{Eq. 4})$$

O cálculo da armadura transversal é realizado por:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (\text{Eq. 5})$$

Onde:

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\alpha + \cos \alpha) \quad (\text{Eq. 6})$$

$V_c = 0$ nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0}$ na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = V_{c0} \cdot (1 + M_o / M_{Sd,m\acute{a}x}) \leq 2V_{c0}$ na flexo-compressão

$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$

$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$

Na Eq. 6, α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal da viga, f_{ywd} é a resistência ao escoamento da armadura transversal e A_{sw}/s é a área de armadura transversal por unidade de comprimento da viga.

Seguindo as orientações presentes no item 8.2.5 da ABNT NBR 6118 (2023) o termo $f_{ctk,inf}$ é dado por:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (\text{Eq. 7})$$

Para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{Eq. 8})$$

Para concretos de classes C55 até C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln \cdot (1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (\text{Eq. 9})$$

b) Cálculo como lajes

A norma brasileira de projeto estabelece no item 19.4.1 que as lajes maciças e nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante. Neste caso, é necessário que a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} , calculada a uma distância d do apoio, obedeça a seguinte expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (\text{Eq. 10})$$

Sendo a força cortante resistente de cálculo V_{Rd1} e os demais parâmetros do método dados por:

$$V_{Rd1,6118} = [\tau_{Rd} \cdot k (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Eq.11})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \quad (\text{Eq.12})$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (\text{Eq.13})$$

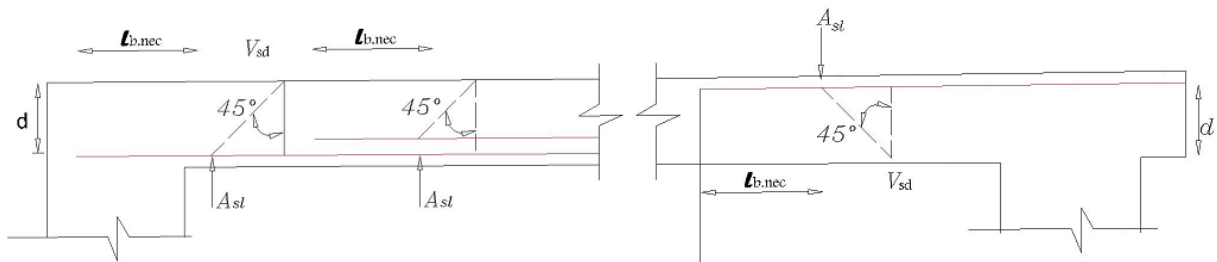
$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq |0,02| \quad (\text{Eq.14})$$

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_c \quad (\text{Eq.15})$$

Onde k é um coeficiente que depende da taxa de armadura longitudinal que chega aos apoios. Para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio: $k = |1|$; e para os demais casos: $k = |1,6 - d|$, não menor que 1, com d em metros.

τ_{Rd} é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento; A_{s1} é a área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ definido no item 9.4.2.5 do referido código e na Figura 4; b_w é a largura mínima da seção ao longo da altura útil d ; N_{Sd} é a força longitudinal na seção devida a protensão ou carregamento (a compressão é considerada com sinal negativo).

Figura 4 - Comprimento de ancoragem necessário.



Fonte: Sousa (2019).

A ABNT NBR 6118 (2023) estabelece ainda que na zona de ancoragem de elementos com protensão com aderência prévia, a equação que define V_{Rd1} só se aplica quando os requisitos de ancoragem são satisfeitos conforme o item 9.4.5 do referido código. Analogamente, aplica-se aos elementos contendo armadura passiva.

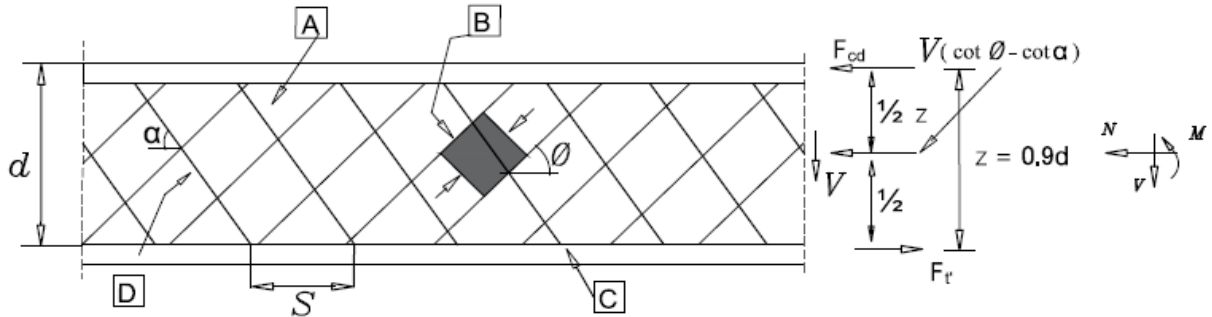
No caso de pré-tração, a norma especifica que deve ser levada em conta a redução da protensão efetiva no comprimento de transmissão. A distribuição dessa armadura ao longo da laje deve respeitar ainda o prescrito no item 18.3.2.3.1 da referida norma, considerando o valor de $1,5d$ (comprimento de decalagem do diagrama de momento fletor).

2.3.2.2 Modelo de cálculo do EM 1992-2: Eurocode 2 (2005)

a) Cálculo como viga

A norma europeia que define o procedimento geral de verificação, para a força cortante em vigas de concreto armado, é baseada em um modelo de treliça idealizado (Figura 5).

Figura 5 - Modelo de treliça idealizado do EN 1992-2: Eurocode 2 (2005).



A - Armadura negativa; **B** – Biela comprimida; **C** – Armadura positiva; **D** – Armadura de cisalhamento

Fonte: Autor (2025).

Segundo o EN 1992-2: Eurocode 2 (2005), para elementos com armaduras transversais, a resistência à força cortante, V_{Rd} , é o menor valor entre (Eq. 16) e (Eq. 17):

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{S} \cdot Z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (\text{Eq. 16})$$

$$V_{Rd,m\acute{a}x} = \frac{A_{sw} \cdot b_w \cdot Z \cdot v_1}{\theta + \tan \theta} \quad (\text{Eq. 17})$$

$V_{Rd,m\acute{a}x}$ é o valor de projeto da máxima força cortante que pode ser resistida pelo elemento, limitado pelo esmagamento das bielas comprimidas.

O EN 1992-2: Eurocode 2 (2005), ainda especifica que para elementos com armadura de cisalhamento inclinadas, a resistência a força cortante é o menor valor entre (Eq. 18) e (Eq. 19):

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot Z \cdot f_{ywd} \cdot \theta + \cot g \alpha) \cdot \alpha \quad (\text{Eq. 18})$$

$$V_{Rd,m\acute{a}x} = A_{sw} \cdot b_w \cdot Z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot \theta + \cot g \alpha) / 1 + \theta \quad (\text{Eq. 19})$$

É especificado também que para concreto de $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$, o valor de v_1 , deve ser igual a 0,60. Além desta informação, a norma também indica que para elementos sem a atuação de força normal devido a protensão ou carregamento externo, o valor de α_{cw} , deve possuir módulo igual a unidade.

b) Cálculo como laje

Para elementos sem estribos, como frequentemente ocorre nas lajes, o EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) define que a resistência ao cisalhamento ($V_{Rd,c}$) é dada por:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \sigma_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Eq. 20})$$

Com um mínimo de:

$$V_{Rdc} = (V_{min} \cdot k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Eq. 21})$$

Para elementos que não necessitam de armação transversal de cisalhamento, a força cortante V_{Sd} calculada, deve de qualquer maneira satisfazer a seguinte condição:

$$V_{Sd} \leq 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} \quad (\text{Eq. 22})$$

Onde

f_{ck} em MPa;

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad (\text{Eq. 23})$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sI}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (\text{Eq. 24})$$

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c \leq 0,2 \cdot f_{cd} \quad (\text{Eq. 25})$$

2.3.2.3 Modelo de cálculo do ACI 318 (2019)

A norma americana determina também que a força cortante atuante é resistida pelo concreto e pela armadura vertical, conforme já apresentado na Equação (Eq.26). Segundo o ACI 318 (2019) as dimensões da seção transversal da viga devem satisfazer a seguinte condição:

$$V_u \leq \phi (V_c + 0,66\sqrt{f'} \cdot b_w \cdot d) \quad (\text{Eq.26})$$

A parcela da força cortante resistida pelo concreto (V_c), na condição $A_v \geq A_{v,\min}$, onde:

- A_v é a área da armadura transversal, ou seja, a soma das áreas das seções transversais dos estribos que atravessam a seção crítica da viga, responsáveis por resistir à força cortante aplicada;
- $A_{v,\min}$ é a área mínima necessária de armadura transversal, especificada pelas normas técnicas para garantir segurança estrutural mínima, controle da formação de fissuras e ductilidade adequada, mesmo em situações de baixos níveis de cisalhamento.

Pode ser obtida pelas equações (Eq. 27) ou (Eq. 28). O segundo termo da adição refere-se à situação com atuação de força normal.

$$V_c = \left[0,17 \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Eq. 27})$$

$$V_c = \left[0,66 \cdot (\rho_w)^{1/3} \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Eq. 28})$$

Para a condição de $A_v \leq A_{v,min}$, o ACI 318 (2019) determina que a parcela da força cortante resistida pelo concreto é obtida pela equação 29:

$$V_c = \left[0,66 \cdot s \cdot (\rho_w)^{1/3} \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Eq. 29})$$

Pode-se analisar a presença de um fator λ_s adicional, este que se refere à um coeficiente de modificação que busca incorporar o efeito de escala, que ocorre com o aumento da altura útil da viga. Segundo o ACI 318 (2019) este fator de modificação pode ser obtido pela equação 30 a seguir:

$$s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}} \leq 1 \quad (\text{Eq. 30})$$

A determinação da força cortante resistida pela armadura transversal pode ser determinada pela equação a seguir:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot (\alpha + \cos \alpha) \cdot d}{S} \quad (\text{Eq. 31})$$

Onde “ α ” é o ângulo de inclinação entre os estribos e o eixo longitudinal do elemento, “ s ” o espaçamento entre estribos, e A_v a área efetiva de armadura transversal ao longo de um comprimento “ S ” da viga.

3 MODELO NUMÉRICO

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo, são apresentados os aspectos gerais relacionados à calibração dos modelos numéricos em elementos finitos aplicados a vigas de concreto de grande altura. O objetivo é estabelecer sistemas capazes de reproduzir com precisão aceitável o comportamento estrutural dessas vigas, considerando diferentes parâmetros de entrada e suas respostas sob carregamentos verticais.

Para a calibração dos modelos numéricos, foram consultados ensaios experimentais descritos na literatura que apresentassem dados detalhados sobre a geometria das peças, configuração das armaduras e propriedades dos materiais utilizados, além de informações sobre o comportamento das vigas durante os ensaios, como padrão de fissuração, deformação das armaduras e a relação entre deslocamentos e força aplicada nos ensaios. As análises numéricas foram realizadas com modelos bidimensionais que consideram o comportamento não linear dos materiais, utilizando o software Abaqus/CAE.

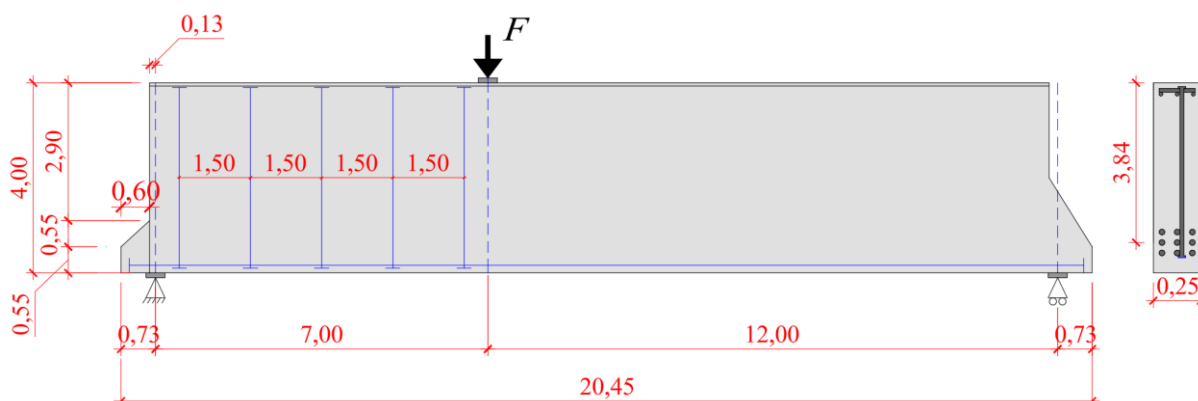
O processo de calibração foi realizado de maneira separada para cada modelo experimental considerado. Inicialmente, a calibração foi conduzida com base no estudo de Collins et al. (2015), reproduzindo as dimensões e características estruturais especificadas no estudo original. Posteriormente, foram realizadas 12 variações no modelo de Collins et al. (2015), alterando-se os valores de resistência à compressão do concreto (f_c) e a taxa de armadura longitudinal (ρ), para avaliação de diferentes cenários de comportamento estrutural.

Após a calibração inicial e a realização das variações específicas para cada modelo, foi determinada a resistência à força cortante dos modelos numéricos em estudo para comparação com as expressões analíticas propostas pelas normas ABNT NBR 6118 (2023), do EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) e do ACI 318 (2019).

3.2 GEOMETRIA E PROPRIEDADES DAS VIGAS MODELADAS

O modelo experimental desenvolvido por Collins et al. (2015) foi selecionado para a calibração do modelo numérico. No que se refere à geometria, a viga modelada segundo Collins et al. (2015) apresenta 20,45 m de comprimento, 4,00 m de altura e 0,25 m de largura na seção transversal, conforme ilustrado na Figura 6. O concreto utilizado apresenta resistência à compressão característica $f_c = 40$ MPa e diâmetro máximo do agregado de 14 mm.

Figura 6 - Características gerais do modelo experimental de Collins et al. (2015).



Fonte: Collins et al. (2015).

As características da armadura empregada no modelo de Collins et al. (2015) estão resumidas na Tabela 1. Observa-se que a viga foi detalhada com armadura superior composta por três barras com diâmetro de 20 mm e armadura inferior com nove barras de diâmetro igual a 30 mm distribuídas em três camadas. A taxa de armadura longitudinal tracionada da viga resultou em $\rho_l = 0,64\%$. Os estribos eram compostos por barras de diâmetro igual a 20 mm e foram posicionados exclusivamente no lado oeste da viga, com espaçamento $S = 1,5$ m.

Tabela 1 - Dados dos aços empregados na viga de Collins et al. (2015).

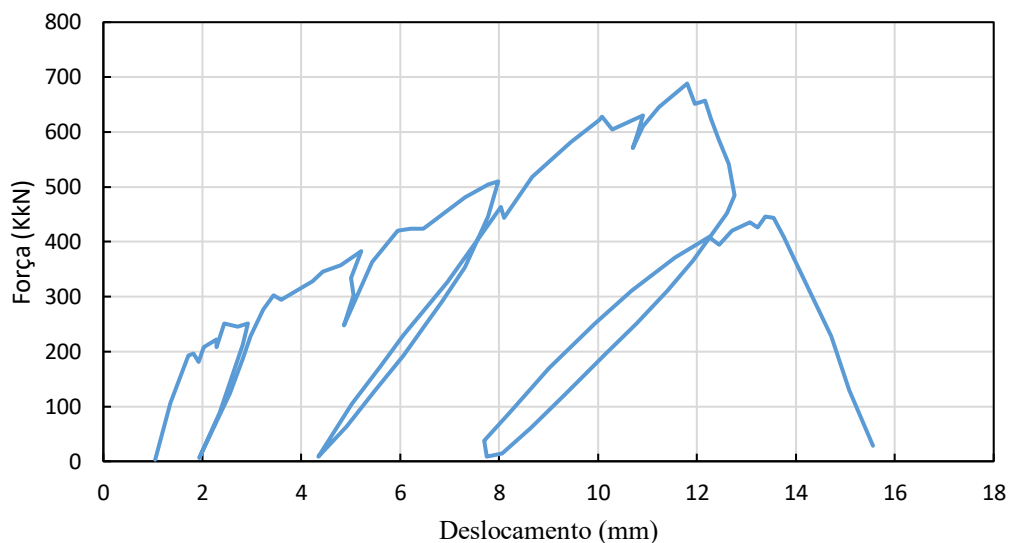
Barra – diâmetro nominal (mm)	Área (mm ²)	Tensão de escoamento f_y (MPa)
30M – 30 mm	700	573
20M – 20 mm	300	522

Fonte: Adaptado de Collins et al. (2015).

Quanto ao comportamento nos lados leste (sem estribo) e oeste (com estribo) sob variados estágios de carregamento, os ensaios realizados por Collins et al. (2015) evidenciaram respostas significativamente distintas. Apesar da maior força cortante atuante no lado oeste da viga (com estribo), a ruptura para o primeiro ensaio se deu no lado leste (sem estribo). Na prática, isso ocorreu porque a capacidade resistente da viga à força cortante no lado leste (sem estribo) era muito inferior à do lado oeste (com estribo), como era de se esperar teoricamente.

No lado leste (sem estribo), os resultados mostraram: no estágio 2 ($P = 375$ kN), fissuras com largura média de 0,15 mm; no estágio 4 ($P = 625$ kN), largura média de fissuras aumentada para 0,75 mm; no estágio 5, correspondente à carga de falha ($P = 685$ kN), espaçamento entre fissuras de 0,60d a 0,68d, largura média de 3 mm e deflexão de 12 mm; e no estágio 6, após recarga máxima ($P_k = 433$ kN), abertura máxima de fissuras de 35 mm, conforme analisado na Figura 7.

Figura 7 - Curva força × deslocamento da viga no ensaio de Collins et al. (2015) para o lado sem estribos (lado leste).



Fonte: Adaptado de Collins et al. (2015).

3.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

3.3.1 Geometria e partes do modelo

Adotou-se uma abordagem bidimensional para reduzir o número de elementos finitos e otimizar o custo computacional, alinhando-se às metodologias propostas por Syroka et al. (2011) e Canha et al. (2014).

A representação da viga no plano 2D respeitou rigorosamente as configurações geométricas, a distribuição da armadura longitudinal e transversal, bem como os dispositivos de carregamento e apoio presentes nos experimentos originais.

No modelo de Collins et al. (2015), a viga foi modelada com comprimento de 20,45 m, altura de 4,00 m e largura da seção transversal de 0,25 m.

A configuração da armadura foi representada com precisão, seguindo as especificações de cada experimento. Nos modelos numéricos, entretanto, foi adotada

a simplificação de representar apenas a posição da armadura resultante ao invés de representar as barras em diferentes camadas. No modelo de Collins et al. (2015), as barras superiores foram dispostas em três unidades de 300 mm² cada (total de 900 mm²), enquanto as barras inferiores foram distribuídas em três camadas, com nove barras de 700 mm², totalizando 6.300 mm².

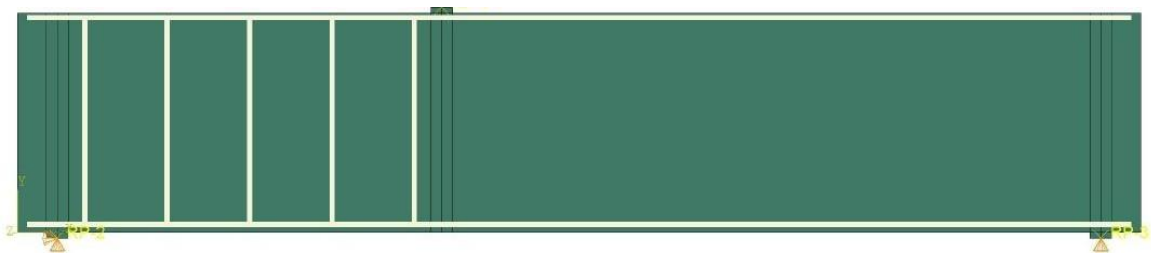
Os estribos foram posicionados ao longo do lado oeste da viga. No experimento de Collins et al. (2015), utilizaram-se barras com área de 300 mm², espaçadas a cada 1,5 m.

Para evitar concentrações excessivas de tensão nos pontos de aplicação das cargas, foram inseridas placas metálicas, com espessura adotada de 50 mm em ambos os modelos devido à ausência dessa informação nos ensaios experimentais originais. No modelo de Collins et al. (2015), a placa foi posicionada a 7,25 m do canto oeste.

Os apoios foram modelados a 750 mm das extremidades no modelo de Collins et al. (2015).

A Figura 8 ilustra a configuração geométrica e a distribuição da armadura no modelo computacional baseado no experimento de Collins et al. (2015).

Figura 8 - Características do modelo computacional para o modelo de Collins et al. (2015).



Fonte: Autor (2025).

3.3.2 Discretização da malha de elementos finitos

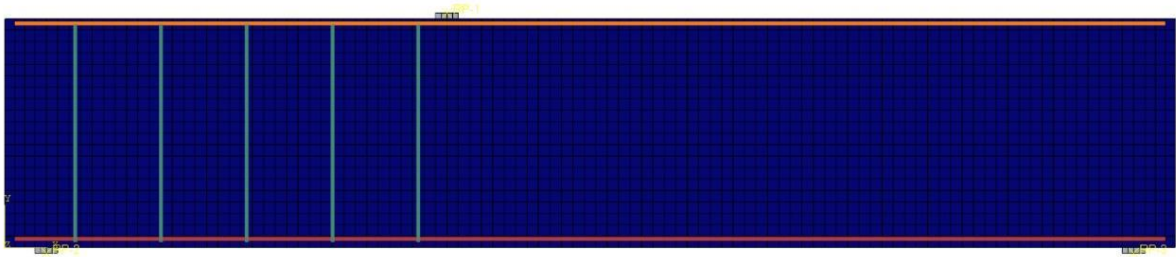
Para as partes de concreto e placas metálicas foram empregados elementos finitos do tipo S4R, que são elementos de casca quadrilaterais com 4 nós, cada nó possuindo 6 graus de liberdade (3 de translação e 3 de rotação). Esses elementos permitem uma aproximação linear para o campo de deslocamentos e rotações nodais. A escolha deste tipo de elemento é ideal para superfícies planas ou suavemente curvas, garantindo um equilíbrio entre precisão e custo computacional.

Para as armaduras foram adotados elementos T2D2, que são elementos de treliça bidimensionais com 2 nós nas extremidades e interpolação linear dos deslocamentos nodais.

O controle de tamanho aproximado de 0,2 m foi aplicado de forma uniforme para todas as partes, assegurando uma distribuição regular dos elementos e proporcionando uma boa visualização do padrão de fissuração nos modelos numéricos.

A Figura 9 apresenta a discretização da malha de elementos finitos utilizada no modelo numérico referente ao experimento de Collins et al. (2015).

Figura 9 - Discretização da malha em elementos finitos para o modelo de Collins et al. (2015).



Fonte: Autor (2025).

3.3.3 Propriedades dos materiais

O comportamento tensão-deformação do concreto e do aço foi modelado com base em diferentes modelos constitutivos. O concreto foi modelado utilizando o Modelo de Plasticidade com Dano (Concrete Damaged Plasticity Model – CDP) disponível no ABAQUS.

O módulo de elasticidade do concreto foi estimado a partir das equações do CEB-FIP Model Code 1990:

$$E_c = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (\text{Eq. 32})$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 21500 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad (\text{Eq. 33})$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \quad (\text{Eq. 34})$$

Onde E_c é o módulo de elasticidade reduzido do concreto para um nível de tensão de cerca de 40% de f_{cm} , E_{ci} é o módulo de elasticidade inicial ou tangente do concreto na origem do gráfico tensão $\times$ deformação, α_E é um coeficiente que leva em consideração o tipo de agregado graúdo utilizado nos concretos (adotado igual a 1 para agregados graníticos).

Para o concreto em compressão, foi adotado o comportamento tensão-deformação uniaxial $\sigma_c \times \varepsilon_c$ proposto por Carreira e Chu (1985):

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{cm} \cdot \left(\frac{\beta \cdot (\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})}{\beta - (\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})^\beta} \right) \quad (\text{Eq. 35})$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{f_{cm}}{\varepsilon_{c1} \cdot E_c}} \quad (\text{Eq. 36})$$

Onde:

$$\varepsilon_{c1} = 0,7 \cdot \frac{f_{cm}^{0,31}}{1000} \quad (\text{Eq. 37})$$

Na tração, o comportamento uniaxial do concreto foi modelado através de relações tensão $\times$ abertura de fissura ($\sigma_t \times w$) no intuito de reduzir a sensibilidade dos resultados em relação à discretização da malha de elementos finitos adotada. Neste estudo, a relação $\sigma_t \times w$ foi modelado de acordo com as curvas tensão-abertura de fissura propostas por Hordijk (1992):

$$\sigma_t(w) = f_{ct} \cdot \left\{ \left[1 + \left(c_1 \cdot \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \cdot e^{-c_2 \cdot \frac{w}{w_c}} - \frac{w}{w_c} \cdot (1 + c_1^3) \right\} \quad (\text{Eq. 38})$$

$$w_c = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_{ctm}} \quad (\text{Eq. 39})$$

Sendo $c_1 = 3$, $c_2 = 6,93$.

Neste caso, as curvas tensão-abertura de fissura foram transformadas em curvas tensão-deformação inelástica dividindo-se os valores da abertura de fissura w

pelo tamanho característico do elemento finito l_{eq} conforme proposto por (Genikomsou e Polak, 2015):

$$\varepsilon_t = \frac{f_{ct}}{E_c} + \frac{w}{l_{eq}} \quad (\text{Eq. 40})$$

A energia de fratura G_f foi calculada de acordo com o CEB-FIP Model Code 1990:

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.7} \quad (\text{Eq. 41})$$

Onde:

- G_{f0} = valor básico da energia de fatura, dependente do agregado máximo;
- $f_{cm} = f_{ck} + 8$ (Mpa) = resistência média do concreto à compressão cilíndrica;
- expoente 0.7 = parâmetro empírico definido no MC-90.

O modelo de evolução do dano na compressão e tração seguiu as expressões disponíveis em Yu et al. (2010):

$$d_c = 1 - \sigma_c / f_{cm} \quad (\text{Eq. 42})$$

$$d_t = 1 - \sigma_t / f_{ct} \quad (\text{Eq. 43})$$

Como os ensaios foram realizados em diferentes países e, conseqüentemente, com diferentes concretos, foram calibradas algumas propriedades materiais para cada um dos ensaios. Por exemplo, no ensaio de Collins et al. (2015), a resistência à tração foi estimada como:

$$f_{ct} = 0,33\sqrt{f_{cm}} \quad (\text{Eq. 44})$$

Para a modelagem do concreto com o CDP foram ainda calibrados os parâmetros de dilatância; fator de forma K_c , excentricidade e , razão entre resistência biaxial e uniaxial σ_{b0}/σ_{c0} e viscosidade μ .

A Tabela 2 apresenta um resumo das equações e parâmetros calibrados para cada um dos ensaios utilizados no estudo numérico.

Tabela 2 – Resumo das expressões e valores de parâmetros calibrados para os diferentes ensaios de referência.

Parâmetro	Referência ou valor adotado
$\sigma_c \times \varepsilon_c$	Carreira e Chu (1985)
$d_c \times \varepsilon_c$	Yu et al. (2010)
$\sigma_t \times w_c$	Hordijk (1992)
$dt \times w$	Yu et al. (2010)
Resistência à tração f_{ct}	$f_{ct} = 0,33\sqrt{f_{cm}}$
Energia de fratura G_f	CEB-FIP Model Code 1990
dilatância	$\psi = 25^\circ$
fator de forma	$K_c = 0,66$
excentricidade	$e = 0,1$
$\sigma_{b0}/\sigma_{c0} =$	1,16
viscosidade	$\mu = 0$

Fonte: Autor (2025).

Neste estudo, adotou-se $\mu = 0$, uma vez que o objetivo é representar o comportamento estático do concreto, sem considerar efeitos viscoplásticos dependentes da taxa de deformação. Essa escolha elimina a influência de amortecimento numérico artificial, mantendo a resposta puramente elasto-plástica com dano, compatível com o caráter quasi-estático das análises realizadas.

O aço foi modelado por meio do critério constitutivo de Von-Mises, adotando comportamento elasto-plástico perfeito, representado por uma curva tensão–deformação bi-linear sem encruamento.

O comportamento do material foi definido a partir do módulo de elasticidade $E_s = 210\,000$ MPa, do coeficiente de Poisson igual a 0,3, e da tensão de escoamento f_y , especificada conforme o tipo de aço utilizado.

3.3.4 Estágios da simulação (STEPS)

Diferente de outros estudos numéricos realizados com relação à força cortante e punção, a consideração do peso próprio neste tipo de problema é fundamental, pois a parcela da solicitação gerada pelo peso-próprio no modelo é significativa. Por esta

razão, todas as simulações foram realizadas em 2 estágios (STEPS) para a melhor representação dos ensaios. No primeiro estágio foi aplicado apenas o peso-próprio nas vigas e, no segundo estágio, a força concentrada foi aplicada nos ensaios através de um deslocamento prescrito no centro da placa de carregamento. Esse procedimento foi necessário porque, no início de aplicação da força concentrada, a parcela do peso-próprio já deveria estar atuando com seu valor integral (conforme ocorre nos ensaios). Caso ambos os carregamentos (peso próprio e força concentrada) fossem aplicados em um único estágio, a ruptura do modelo poderia ocorrer em um nível de força concentrada onde nem todo o peso próprio estava atuando.

O peso próprio também foi considerado nas simulações numéricas por meio da inclusão da força gravitacional g e da densidade do concreto armado como 2500 kg/m^3 .

3.3.5 Procedimento de solução

Neste estudo, foi utilizado o procedimento Dynamic Explicit do software ABAQUS para simular o comportamento estrutural das vigas de concreto armado. Embora este procedimento tenha sido originalmente desenvolvido para problemas dinâmicos altamente não lineares e transientes, como impactos e explosões, ele também pode ser empregado em simulações *quase-estáticas* com alto grau de não linearidade, como o colapso por cisalhamento, visando evitar dificuldades de convergência típicas do método implícito.

O procedimento explícito resolve diretamente as equações de movimento por meio de um esquema de integração central-diferenciada, que é condicionalmente estável. A equação de movimento adotada é:

$$M \cdot \ddot{u} = f_{ext} - f_{int} \quad (\text{Eq. 45})$$

onde:

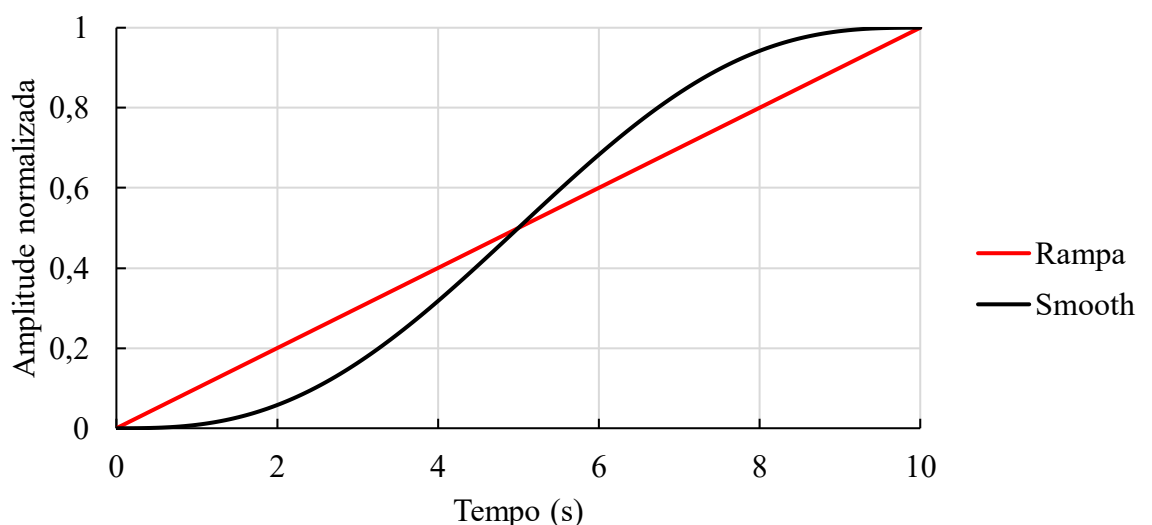
- M é a matriz de massa;
- $\ddot{u}$ é a aceleração nodal;
- f_{ext} são as forças externas aplicadas, e
- f_{int} são as forças internas calculadas com base nas tensões desenvolvidas nos elementos.

Uma das vantagens do método explícito é que não há necessidade de resolver sistemas de equações a cada incremento de tempo, o que reduz o custo computacional por passo, sendo especialmente útil para modelos com não linearidades severas, contatos ou descontinuidades geométricas e materiais.

Para garantir o caráter *quase-estático* da análise, foi adotado um carregamento lento, distribuído ao longo de dois passos de análise: o primeiro com duração de t_1 , destinado à aplicação do peso próprio, e o segundo com duração t_2 , durante o qual foi aplicado o carregamento principal (força concentrada). No ensaio de Collins et al. (2015), os tempos t_1 e t_2 foram de 5 s e 20 s respectivamente. No ensaio de Moehle e Zhai (2021) os tempos t_1 e t_2 foram de 10 s e 100 s, respectivamente.

O carregamento foi introduzido utilizando a função de amplitude “Smooth Step”, a qual realiza uma transição contínua e suavizada entre os estados inicial e final, minimizando variações abruptas de velocidade e aceleração. Esta abordagem é particularmente útil em análises com o procedimento Explicit, pois reduz significativamente a geração de energia cinética artificial causada por descontinuidades no carregamento. A Figura 10 ilustra a diferença entre a aplicação de carregamento por rampa linear e pela função *smooth step*, evidenciando o caráter suavizado desta última.

Figura 10 - Diferença entre a aplicação do carregamento ao longo do tempo com os procedimentos de rampa linear (ramp) e aplicação suave (smooth step) considerando um tempo genérico de 10 s.



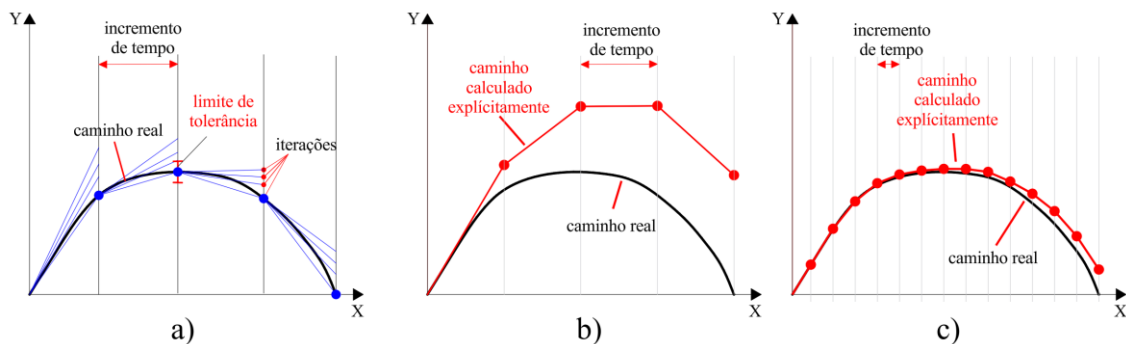
Fonte: Autor (2025).

Com o objetivo de assegurar a precisão dos cálculos, foi selecionada a configuração “Abaqus/Explicit precision: Double – analysis + packager”. Esta opção garante que tanto os cálculos internos quanto o processamento de arquivos sejam realizados com precisão dupla (64 bits), reduzindo erros de arredondamento em simulações com passos de tempo muito pequenos e respostas altamente não lineares, como é o caso de estruturas de concreto com fissuração e colapso local. A saída dos resultados nodais, por sua vez, foi mantida em precisão simples, visando otimizar o uso de armazenamento e o tempo de escrita.

3.3.6 Diferença entre o ABAQUS Standard e ABAQUS Explicit

A Figura 11 ilustra a diferença entre o ABAQUS Standard e ABAQUS Explicit. Esses dois métodos, amplamente utilizados para a simulação de estruturas em regime não linear, diferem significativamente na forma como tratam o equilíbrio das forças internas e externas ao longo da análise no tempo.

Figura 11 - Diferença entre os procedimentos de solução implícitos (ABAQUS Standard) e explícitos (ABAQUS Explicit): a) caminho da solução no ABAQUS Standard; b) caminho da solução calculado explicitamente para grandes incrementos de tempo e c) para pequenos incrementos de tempo.



Fonte: Autor (2025).

No ABAQUS Standard, que utiliza uma formulação implícita, a solução de cada incremento de tempo é obtida por meio de um processo iterativo, geralmente baseado no método de Newton-Raphson. A cada passo, o programa tenta encontrar o equilíbrio entre forças internas e externas, ajustando sucessivamente a resposta estrutural até que o erro entre elas fique dentro de uma tolerância previamente estabelecida. Esse

processo é ilustrado à esquerda da Figura 11a, onde observa-se que o caminho calculado é ajustado a cada iteração até coincidir com o caminho real, dentro de um limite de tolerância. Esse método permite o uso de incrementos de tempo relativamente grandes e é bastante preciso, desde que haja convergência. Contudo, pode falhar em situações com não linearidades severas, como instabilidade estrutural, propagação abrupta de fissuras ou perda de contato.

Por sua vez, o ABAQUS Explicit resolve as equações do movimento diretamente, sem utilizar iterações. A resposta da estrutura é atualizada a cada incremento de tempo com base em uma formulação de diferenças centrais, utilizando a rigidez estimada do sistema. Como mostrado na Figura 11b, quando se utiliza um incremento de tempo grande, o caminho calculado explicitamente se distancia do caminho real, já que não há correção iterativa. Esse comportamento pode comprometer a precisão da análise.

Entretanto, na Figura 11c, observa-se que, ao utilizar incrementos de tempo suficientemente pequenos, o caminho calculado explicitamente acompanha a forma adequada do comportamento real da estrutura. Isso ocorre porque, embora o método explícito não verifique o equilíbrio interno a cada passo, a pequena variação temporal permite que a trajetória da resposta seja bem aproximada ao longo do tempo. Essa abordagem é particularmente vantajosa em simulações com respostas altamente não lineares, como impacto, ruptura frágil ou colapso estrutural, nas quais o método implícito frequentemente apresenta dificuldades de convergência.

Em síntese, o ABAQUS Standard é ideal para análises quase-estáticas ou com comportamento bem condicionado, exigindo menor número de passos, porém com iterações internas. Já o ABAQUS Explicit, embora exija passos de tempo muito menores, é mais robusto e indicado para problemas envolvendo descontinuidades ou instabilidades, dispensando o processo iterativo e fornecendo uma solução direta e estável desde que os critérios de estabilidade numérica sejam respeitados.

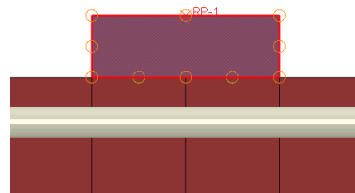
3.3.7 Interações entre as partes

Foi considerado nas simulações numéricas uma propriedade de aderência perfeita entre as armaduras e o concreto, visto que nenhuma falha de ancoragem foi observada nos ensaios. Esta propriedade foi considerada através da adoção de ferramenta de embutimento disponível no ABAQUS (*embedded*).

Entre as placas metálicas e a viga de concreto foi considerada uma propriedade de interface com o comportamento tangencial definido a partir de uma formulação de penalização (considerando coeficiente de atrito igual a 0,5) e comportamento normal rígido (*Hard Contact*) permitindo a separação/descolamento entre os dois materiais.

Tanto nas placas de distribuição do carregamento quanto nas placas de apoio foram definidas interações do tipo corpo rígido entre as respectivas placas e um nó mestre no centro destas (aqui denominados de pontos de referência ou RP). A partir destas interações foi possível atribuir as condições de contorno aos pontos de referência das placas para facilitação da aplicação das condições de contorno e uma melhor representação das ligações rotuladas nestes pontos, conforme ilustrado na Figura 12.

Figura 12 - Partes selecionadas na definição da interação de corpo rígido entre a placa de carregamento e o ponto de referência RP-1.



Fonte: Autor (2025).

3.3.8 Condições de contorno

A Figura 13 mostra os deslocamentos verticais e horizontais restringidos no apoio esquerdo, enquanto no apoio direito apenas os deslocamentos verticais que foram restringidos. O giro nos apoios não foi restringido no intuito de permitir o comportamento de uma rótula nestes.

Figura 13 - Condições de contorno aplicadas nos apoios: a) esquerdo e b) direito dos modelos numéricos.



Fonte: Autor (2025).

Em ambos os modelos foi aplicado um deslocamento prescrito de até 25 mm no centro da placa de carregamento de modo a simular um carregamento com controle de deslocamento. Essa abordagem permitiu avaliar a capacidade resistente da viga (força máxima) e comportamento pós-pico.

3.4 ANÁLISE PARAMÉTRICA

No presente estudo, foi realizada uma análise paramétrica abrangente, com o objetivo de investigar a influência da resistência do concreto e da taxa de armadura longitudinal no comportamento estrutural das vigas analisadas. Para os modelos baseados no experimento de Collins, foram consideradas três faixas de resistência característica do concreto, correspondentes a 30 MPa, 40 MPa e 50 MPa. Paralelamente, adotaram-se quatro diferentes taxas geométricas de armadura longitudinal, equivalentes a 0,32%, 0,64%, 0,95% e 1,27%. A combinação desses parâmetros resultou em um total de doze modelos distintos, conforme Tabela 3 - Configuração dos modelos parametrizados para o modelo de Collins et al (2015).

Essa análise paramétrica permitiu avaliar, de forma detalhada, os efeitos da variação simultânea desses dois parâmetros fundamentais — resistência do concreto e taxa de armadura — sobre a capacidade resistente, a ductilidade e o desenvolvimento dos mecanismos de fissuração nas vigas submetidas às condições de carregamento propostas.

Tabela 3 - Configuração dos modelos parametrizados para o modelo de Collins et al (2015).

Nomenclatura	Sigla	Resistência do concreto à compressão (MPa)	Taxa de armadura longitudinal (%)
fc30_p032	M1A	30	0,32
fc30_p064	M2A	30	0,64
fc30_p095	M3A	30	0,95
fc30_p127	M4A	30	1,27
fc40_p032	M5A	40	0,32
fc40_p064	M6A	40	0,64
fc40_p095	M7A	40	0,95
fc40_p127	M8A	40	1,27
fc50_p032	M9A	50	0,32
fc50_p064	M10A	50	0,64
fc50_p095	M11A	50	0,95
fc50_p127	M12A	50	1,27

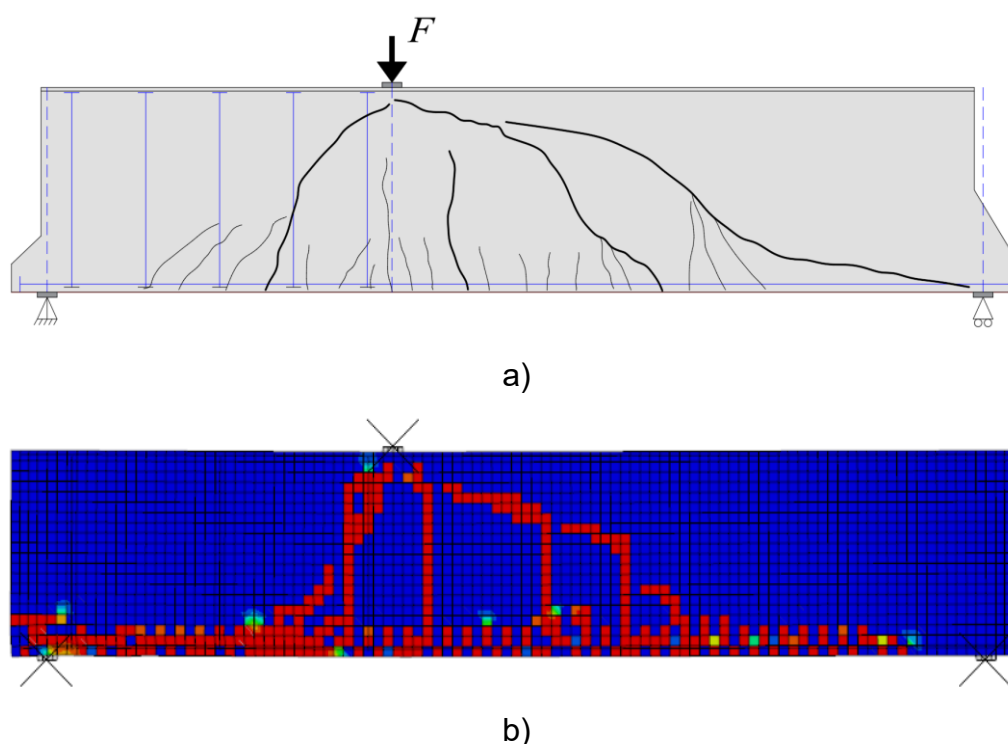
Fonte: Autor (2025).

4 VALIDAÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA

4.1 ENSAIO DE COLLINS ET AL. (2015)

A Figura 14 apresenta a comparação entre o padrão de fissuração na ruptura observado experimentalmente por Collins et al. (2015) e aquele obtido por meio do modelo numérico desenvolvido neste estudo. Observa-se que, no experimento (Figura 14a), a fissuração principal ocorreu de forma inclinada a partir da região próxima ao ponto de aplicação da carga em direção ao apoio, caracterizando um mecanismo típico de ruptura por cisalhamento em vigas sem armadura transversal. Além disso, nota-se a presença de fissuras secundárias de tração distribuídas ao longo do vão, indicando o desenvolvimento de um estado de fissuração mista, com predominância do cisalhamento na região próxima ao carregamento.

Figura 14 - Comparação entre o padrão de fissuração na ruptura a) do experimento de Collins et al. (2015) e b) observado no modelo numérico.



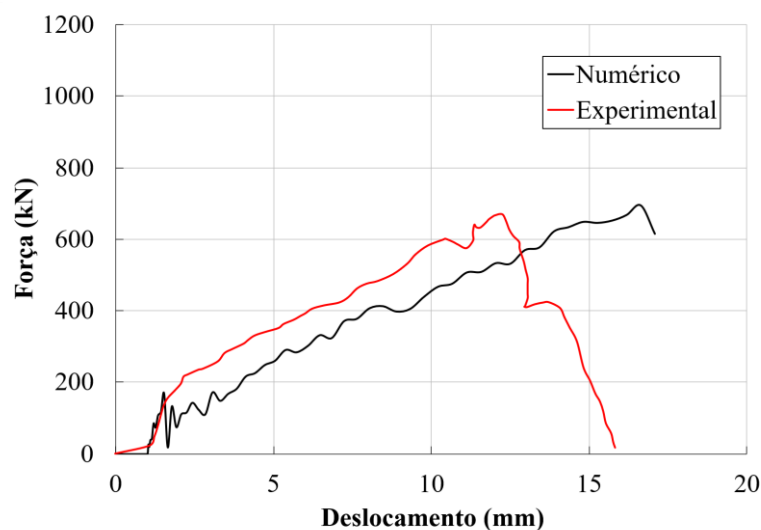
Fonte: Autor (2025).

No modelo numérico (Figura 14b), o padrão de fissuração obtido apresentou boa correlação com o experimento, reproduzindo adequadamente a trajetória da fissura crítica de cisalhamento, bem como a concentração de danos nas regiões previstas pelo comportamento estrutural observado em laboratório. As fissuras

diagonais formadas no modelo indicam que a estratégia de modelagem adotada foi capaz de captar o mecanismo de ruptura predominante, especialmente no trecho entre o ponto de aplicação da carga e o apoio. No entanto, diferentemente do ensaio experimental, a representação numérica apresentou fissuras secundárias menos ramificadas, o que pode ser atribuído à idealização do modelo de material empregado e à limitação da discretização da malha, que tende a concentrar os danos em trajetórias preferenciais.

Além disso, os resultados numéricos demonstraram uma correspondência significativa com o comportamento gráfico obtido no ensaio experimental. A Figura 15 apresenta uma comparação entre o resultado experimental e a previsão do modelo numérico em termos da curva força $\times$ deslocamento. Observa-se que o modelo numérico representou de maneira adequada a rigidez da viga experimental, a força máxima e a queda abrupta da força no momento da ruptura, o que caracteriza uma ruptura frágil. Essa correspondência evidencia a precisão do modelo numérico na captura das fases de resposta da viga sob carregamento. De forma quantitativa, a relação entre a força máxima observada no experimento e a força máxima prevista pelo modelo numérico foi de $F_{\text{exp}} / F_{\text{num}} = 0,97$, indicando um erro de apenas 3%. Esse nível de precisão ressalta a adequação do modelo numérico para análise de segurança e desempenho estrutural, reforçando sua confiabilidade na previsão do comportamento da viga.

Figura 15 - Comparação da curva força $\times$ deslocamento obtidas no experimento e na simulação numérica de Collins et al. (2015).



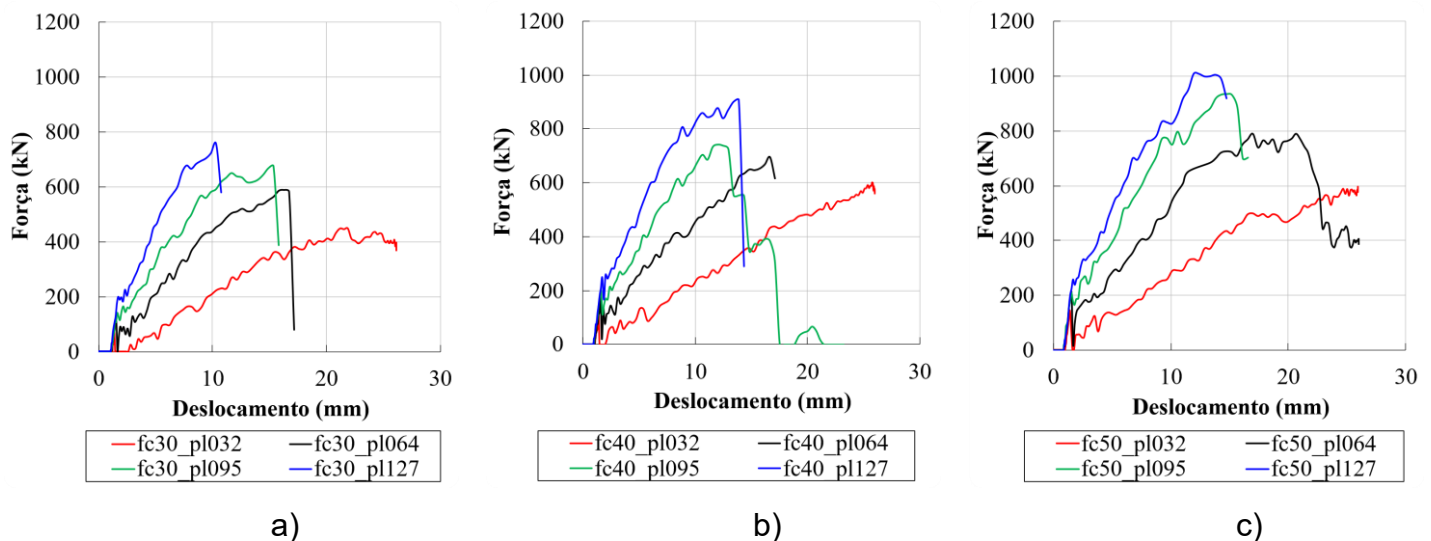
Fonte: Autor (2025).

5 ANÁLISE PARAMÉTRICA

5.1 INFLUÊNCIA NA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO

A Figura 16 apresenta o comportamento força-deslocamento de vigas de concreto armado com diferentes resistências à compressão do concreto (30, 40 e 50 MPa) e quatro taxas de armadura longitudinal ($\rho_l = 0,32\%$, $\rho_l = 0,64\%$, $\rho_l = 0,95\%$ e $\rho_l = 1,27\%$). A análise conjunta permite avaliar a interação entre esses dois parâmetros fundamentais no desempenho estrutural das vigas.

Figura 16 - Influência da resistência à compressão do concreto e da taxa de armadura longitudinal na curva força $\times$ deslocamento dos modelos numéricos de Collins et al. (2015).



Fonte: Autor (2025).

Em todas as resistências do concreto testadas, verifica-se que o aumento da taxa de armadura longitudinal resulta em maior resistência última das vigas. Para o concreto com $f_c = 30$ MPa (Figura 16a), a carga máxima cresce progressivamente de cerca de 400 kN ($\rho_l = 0,32\%$) até aproximadamente 750 kN ($\rho_l = 1,27\%$). Tendência similar é observada para os concretos com $f_c = 40$ (Figura 16b) e 50 Mpa (Figura 16c), demonstrando a eficácia da armadura longitudinal em ampliar a capacidade resistente.

Contudo, esse aumento na taxa de armadura também influencia significativamente a forma da curva pós-pico, indicando variações nos modos de ruptura. Para taxas mais elevadas ($\rho_l = 0,95\%$ e $\rho_l = 1,27\%$), observa-se ruptura mais abrupta e colapso súbito, principalmente em concretos com maiores resistências ($f_c =$

40 e 50 MPa), o que pode estar relacionado ao domínio de ruptura por esmagamento do concreto comprimido.

Para uma mesma taxa de armadura, a elevação da resistência do concreto promove aumento da carga máxima suportada, mas com uma intensificação do comportamento frágil. Por exemplo, a viga com $\rho_l = 1,27\%$, ao ser testada com concreto de $f_c = 30$ MPa, apresenta maior capacidade de deslocamento após o pico, enquanto nas versões com $f_c = 40$ e 50 MPa, a ruptura é mais súbita, com perda abrupta de carga.

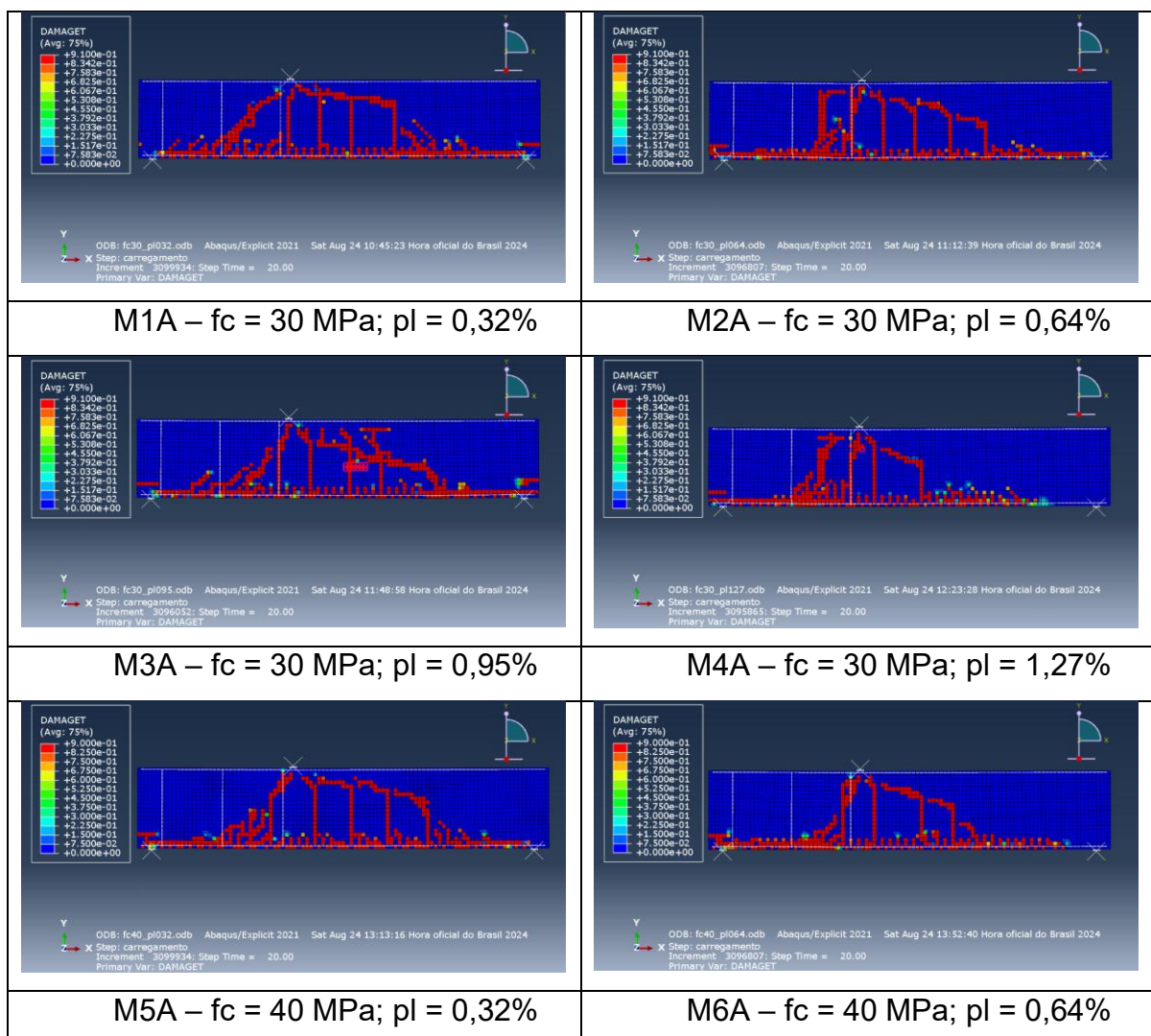
Em especial, no concreto de $f_c = 50$ MPa, algumas curvas (como fc50_pl127) indicam que mesmo com alto reforço, a ductilidade é severamente prejudicada, o que reforça a necessidade de atenção no dimensionamento quando se utiliza concreto de alta resistência aliado a elevadas taxas de armadura.

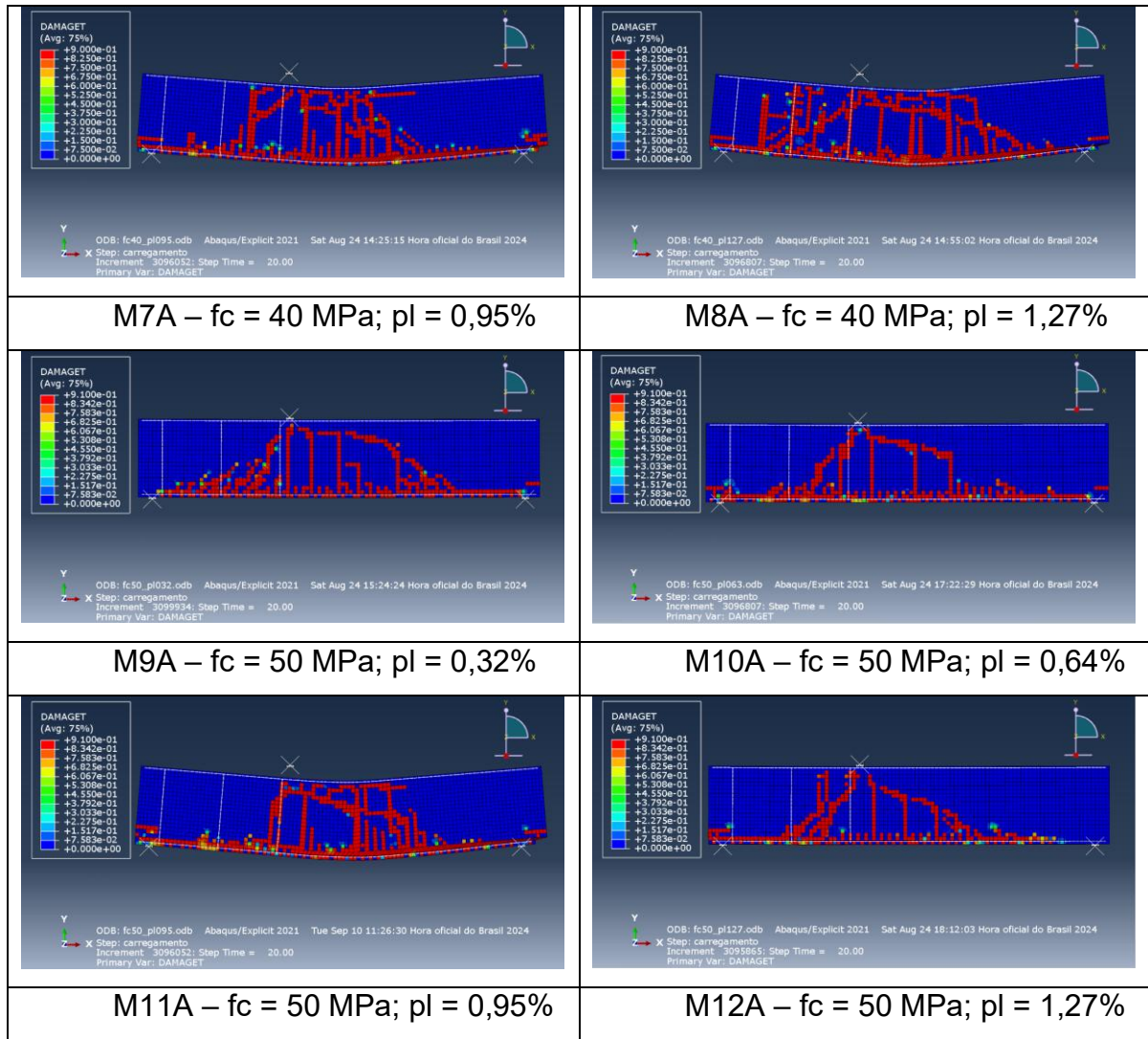
Em resumo, os resultados revelam que tanto o aumento da taxa de armadura quanto da resistência do concreto eleva a capacidade resistente das vigas. No entanto, a combinação desses dois fatores tende a comprometer a ductilidade e promover modos de ruptura menos desejáveis. A presença de patamares residuais mais prolongados é associada a menores taxas de armadura e concretos de menor resistência, enquanto os comportamentos com quedas abruptas ocorrem em combinações com maiores f_c e taxa de armadura, indicando ruptura frágil.

5.2 PADRÃO DE FISSURAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

A Figura 17 apresenta o padrão de fissuração de todos os modelos numéricos da análise paramétrica através do parâmetro de dano na tração (DAMAGET). Conforme era esperado, todos os modelos numéricos apresentaram fissuras de flexão mais verticais próximas da região de aplicação da força concentrada. Entretanto, a medida que a força concentrada aplicada foi aumentando, algumas fissuras de flexão passaram a crescer de maneira inclinada em função da atuação conjunta de momentos fletores e força cortante (flexo-cisalhamento). Em todos os modelos foi verificada que a ruptura se deu quando diferentes de fissuras de flexão se conectaram através das fissuras inclinadas. Além disso, observou-se que, após a ruptura, uma fissura quase horizontal ocorreu ao nível da armadura longitudinal, fenômeno que também ocorre experimentalmente na ruptura.

Figura 17 - Padrões de fissuração dos modelos analisados de Collins et al. (2015).





Fonte: Autor (2025).

5.3 COMPARAÇÃO ENTRE PREVISÕES NORMATIVAS E MODELOS NUMÉRICOS

5.3.1 Previsão do mecanismo de ruptura mais crítico

Nos modelos numéricos analisados, todos apresentaram ruptura por força cortante no lado sem estribos, ou seja, as rupturas das vigas foram localizadas no lado leste. Por esta razão, na comparação entre previsões de resistência à força cortante obtidas com os modelos numéricos e com os modelos analíticos de cálculo (V_{num}/V_{calc}), será dada maior ênfase no nível de precisão obtido para o lado sem estribo. Entretanto, a relação entre a resistência à força cortante medida no modelo numérico e a prevista pelos respectivos modelos analíticos de cálculo (V_{num}/V_{calc}) também foi calculada no lado com estribo (lado oeste) para estimar se, do ponto de vista teórico, a ruptura deveria ocorrer no lado com estribo ou sem estribo.

Na prática, ocorre que o lado da viga com maior solicitação nos modelos numéricos de Collins et al. (2015) é o lado esquerdo (com estribo). Entretanto, devido à presença de armadura transversal, a resistência neste lado é superior à do lado sem estribo, que está submetido à menor força cortante. Portanto, do ponto de vista teórico, o lado mais crítico (onde seria esperada a ruptura) pode ser tanto aquele com maior solicitação quanto aquele com menor resistência. Na prática, o lado mais crítico será aquele que houver a menor margem de segurança, ou seja, a menor relação entre a resistência e a solicitação calculada para um determinado lado.

Por exemplo, considere o seguinte caso numérico, onde $V_{S,sem,estribo}$ e $V_{S,com,estribo}$ representam a força cortante solicitante no lado sem estribo e no lado com estribo, respectivamente, e $V_{R,sem,estribo}$ e $V_{R,com,estribo}$ representam a resistência à força cortante prevista ou calculado no lado sem estribo e no lado com estribo, respectivamente. Agora, considere que:

$$V_{S,sem,estribo} = 50 \text{ kN} \text{ e } V_{R,sem,estribo} = 100 \text{ kN} \rightarrow \frac{V_{R,sem,estribo}}{V_{S,sem,estribo}} = 2$$

$$V_{S,com,estribo} = 50 \text{ kN} \text{ e } V_{R,com,estribo} = 200 \text{ kN} \rightarrow \frac{V_{R,com,estribo}}{V_{S,com,estribo}} = 4$$

No exemplo acima, onde a solicitação é mesma, a conclusão mais direta seria de que o lado mais crítico seria aquele com menor resistência. Entretanto, isto também poderia ser concluído, do ponto de vista teórico, que a ruptura deveria ocorrer no lado sem estribo pois a margem de segurança entre a resistência e a solicitação seria percentualmente menor que no lado com estribo.

No caso da previsão do lado mais crítico (sem estribo ou com estribo) através da comparação entre resultados numéricos e teóricos (normativos), deve-se assumir que o termo da solicitação será equivalente a força cortante observada nos modelos numéricos no instante da ruptura ($V_{\text{num,sem,estribo}}$ e $V_{\text{num,com,estribo}}$). Desta forma, o lado mais crítico será aquele que apresentar menor relação $V_{\text{R,calc}}/V_{\text{num}}$. Por outro lado, se invertermos os termos V_{num} e $V_{\text{R,calc}}$, o lado mais crítico será aquele que apresentar maior relação $V_{\text{num}}/V_{\text{R,calc}}$.

5.3.2 Força cortante medida nos lados com estribo e sem estribo

A Tabela 4 apresenta os resultados da força cortante máxima medida nos lados com estribo e sem estribo dos modelos numéricos construídos nas análises paramétricas. Como a força concentrada no modelo de Collins et al. (2015) foi aplicada mais próxima do apoio esquerdo, naturalmente os valores da força cortante máxima medida no lado com estribo foram maiores.

Tabela 4 - Força cortante máxima medida nos lados com estribo e sem estribo dos modelos numéricos parametrizados a partir do ensaio de Collins et al. (2015).

Ordem	código	fcm (MPa)	pl	Força cortante na ruptura: V_{num}		Lado da ruptura
				Lado com estribo (kN)	Lado sem estribo (kN)	
1	fc30_pl032	30	0,32%	519,78	402,2	Sem estribo
2	fc30_pl064	30	0,64%	609,67	454,6	Sem estribo
3	fc30_pl095	30	0,95%	664,07	486,3	Sem estribo
4	fc30_pl127	30	1,27%	715,20	516,2	Sem estribo
5	fc40_pl032	40	0,32%	576,41	435,2	Sem estribo
6	fc40_pl064	40	0,64%	679,14	495,1	Sem estribo
7	fc40_pl095	40	0,95%	705,68	510,6	Sem estribo
8	fc40_pl127	40	1,27%	662,69	485,5	Sem estribo
9	fc50_pl032	50	0,32%	626,76	464,6	Sem estribo
10	fc50_pl064	50	0,64%	709,03	512,6	Sem estribo
11	fc50_pl095	50	0,95%	731,84	525,9	Sem estribo
12	fc50_pl127	50	1,27%	792,24	561,1	Sem estribo

Fonte: Autor (2025).

5.3.3 Previsões de resistência com a ABNT NBR 6118 (2023)

a) Modelo de cálculo de vigas:

A Tabela 5 apresenta uma comparação entre as previsões de capacidade resistente à força cortante obtidas pelos modelos numéricos em elementos finitos (V_{num}) e calculadas (V_{calc}) pela ABNT NBR 6118 (2023) utilizando as expressões de vigas.

A relação entre a resistência à força cortante numérica e aquela prevista pela norma brasileira V_{num}/V_{calc} para o lado da viga sem estribo apresentou valor médio de 0,35 com um coeficiente de variação de 13,69%. Como a ruptura dos modelos numéricos ocorreu no lado sem estribo, pode-se afirmar que as expressões da norma brasileira superestimaram a capacidade resistente à força cortante das vigas estudadas. Isto ocorreu principalmente porque a expressão para o cálculo da contribuição da força cortante resistida pelo concreto V_c não leva em consideração o efeito de escala existente na resistência à força cortante das vigas, ou seja, a redução da tensão de resistência ao cisalhamento com o aumento da altura das vigas.

Para o lado com estribo, a relação V_{num}/V_{calc} apresentou valor médio de 0,38 com coeficiente de variação de 12,24%. Comparando-se os valores médios de V_{num}/V_{calc} no lado sem estribo (0,35) e no lado com estribo (0,38), observa-se que estas expressões apresentaram um outro problema. Neste caso, as expressões indicaram que o lado mais crítico para ruptura por força cortante seria aquele com estribos, visto que a razão entre a solicitação e a resistência (V_{num}/V_{calc}) foi maior no lado com estribo. Ou seja, além de apresentar previsões de resistência contra a segurança no lado sem estribo, a combinação dos resultados previstos para os lados com estribo e sem estribo poderia indicar que a ruptura ocorreria no lado errado.

Analisando-se os resultados de acordo com a taxa de armadura no lado sem estribo, observa-se que as previsões V_{num}/V_{calc} tendem a se tornar menos inseguras com o aumento da taxa de armadura, independente da classe de resistência do concreto. Na prática, isto reflete o fato de que a equação de V_c neste caso independe da taxa de armadura ρ_l e, conseqüentemente, a resistência calculada V_{calc} permanece a mesma para diferentes valores de taxa de armadura.

Tabela 5 - Previsões da capacidade resistente ao cisalhamento em Collins et al. (2015) segundo a ABNT NBR 6118 (2023) (expressões de vigas).

ordem	nome	fcm (MPa)	pl	V _{num} (kN)	V _{calc} (kN)	V _{num} /V _{calc}	V _{num} (kN)	V _{calc} (kN)	V _{num} /V _{calc}
				Sem estribo	Sem estribo	sem estribo	Com estribo	Com estribo	com estribo
5	fc30_pl032	30	0,32%	402,2	1167,86	0,34	519,78	1529,77	0,34
6	fc30_pl064	30	0,64%	454,6	1167,86	0,39	609,67	1529,77	0,40
7	fc30_pl095	30	0,95%	486,3	1167,86	0,42	664,07	1529,77	0,43
8	fc30_pl127	30	1,27%	516,2	1167,86	0,44	715,20	1529,77	0,47
1	fc40_pl032	40	0,32%	435,2	1414,76	0,31	576,41	1776,67	0,32
2	fc40_pl064	40	0,64%	495,1	1414,76	0,35	679,14	1776,67	0,38
3	fc40_pl095	40	0,95%	510,6	1414,76	0,36	705,68	1776,67	0,40
4	fc40_pl127	40	1,27%	485,5	1414,76	0,34	662,69	1776,67	0,37
9	fc50_pl032	50	0,32%	464,6	1641,68	0,28	626,76	2003,59	0,31
10	fc50_pl064	50	0,64%	512,6	1641,68	0,31	709,03	2003,59	0,35
11	fc50_pl095	50	0,95%	525,9	1641,68	0,32	731,84	2003,59	0,37
12	fc50_pl127	50	1,27%	561,1	1641,68	0,34	792,24	2003,59	0,40
média						0,35			0,38
desvio padrão						0,05			0,05
coeficiente de Variação						13,69			12,24

Fonte: Autor (2025).

b) Modelo de cálculo de lajes:

A Tabela 6 apresenta uma comparação entre as resistências previstas pelos modelos numéricos (V_{num}) e calculadas (V_{calc}) pela ABNT NBR 6118 (2023) utilizando as expressões de lajes. Desta forma, foi utilizada a expressão X para o cálculo da capacidade resistente à força cortante no lado sem estribo, que contém um fator k relacionado ao efeito de escala.

Para o lado sem estribo, onde ocorreu a ruptura de todos os modelos numéricos, a relação V_{num}/V_{calc} apresentou um valor médio de 0,56 com coeficiente de variação de 10,66%. Portanto, pode-se concluir que a resistência estimada pela norma brasileira utilizando as expressões de lajes ainda foi bastante insegura, visto que a resistência obtida nos modelos numéricos foi, em média, de apenas 56% daquela estimada pelas expressões da norma.

Para o lado com estribo, onde não ocorreu a ruptura das vigas, a relação V_{num}/V_{calc} apresentou valor médio de 0,38 com coeficiente de variação de 12,24%. Ao se comparar as previsões de resistência à força cortante no lado sem estribo e com estribo, observa-se que ao menos o lado cuja resistência era crítica foi previsto corretamente (lado sem estribo), visto que a relação V_{num}/V_{calc} foi sempre maior no

lado sem estribo comparado ao lado sem estribo. Na prática, isto se deve principalmente ao fato de a expressão de lajes levar em consideração, ainda que de forma simplificada, o efeito de escala através de um coeficiente k . Entretanto, observa-se que este coeficiente ainda não permite obter previsões de capacidade resistente à força cortante a favor da segurança para elementos sem estribos de grande altura.

Tabela 6 - Previsões da capacidade resistente ao cisalhamento em lajes segundo ABNT NBR 6118 (2023) para Collins et al. (2015).

ordem	nome	fcm (MPa)	pl	V _{num} (kN)	V _{calc} (kN)	V _{num} /V _{calc}	V _{num} (kN)	V _{calc} (kN)	V _{num} /V _{calc}
				Sem estribo	Sem estribo	sem estribo (kN)	Com estribo	Com estribo	com estribo (kN)
5	fc30_pl032	30	0,32%	402,2	648,4	0,62	519,78	1529,77	0,34
6	fc30_pl064	30	0,64%	454,6	712,9	0,64	609,67	1529,77	0,40
7	fc30_pl095	30	0,95%	486,3	777,4	0,63	664,07	1529,77	0,43
8	fc30_pl127	30	1,27%	516,2	841,9	0,61	715,20	1529,77	0,47
1	fc40_pl032	40	0,32%	435,2	785,5	0,55	576,41	1776,67	0,32
2	fc40_pl064	40	0,64%	495,1	863,6	0,57	679,14	1776,67	0,38
3	fc40_pl095	40	0,95%	510,6	941,8	0,54	705,68	1776,67	0,40
4	fc40_pl127	40	1,27%	485,5	1019,9	0,48	662,69	1776,67	0,37
9	fc50_pl032	50	0,32%	464,6	911,5	0,51	626,76	2003,59	0,31
10	fc50_pl064	50	0,64%	512,6	1002,2	0,51	709,03	2003,59	0,35
11	fc50_pl095	50	0,95%	525,9	1092,8	0,48	731,84	2003,59	0,37
12	fc50_pl127	50	1,27%	561,1	1183,5	0,47	792,24	2003,59	0,40
média						0,56			0,38
desvio padrão						0,06			0,05
coeficiente de Variação						10,66			12,24

Fonte: Autor (2025).

Outro aspecto que vale ser ressaltado sobre as previsões de capacidade resistente à força cortante no lado sem estribo (V_{num}/V_{calc}) é que, diferente do observado com a expressão de vigas, o nível de acurácia não variou significativamente com a taxa de armadura longitudinal. Na prática, isto ocorre principalmente porque, no caso de lajes, a expressão da norma brasileira leva em consideração o aumento da capacidade resistente à força cortante para maiores taxas de armadura longitudinal.

5.3.4 Previsões de resistência com a EM 1992-2: Eurocode (2005)

A Tabela 7 apresenta uma comparação entre as resistências previstas pelos modelos numéricos em elementos finitos V_{num} e calculadas com as expressões do

Eurocode V_{calc} (EN 1991-1-2005) de acordo com a resistência à compressão do concreto e taxa de armadura longitudinal das vigas.

Para o lado da viga sem estribos, onde de fato ocorreu a ruptura dos modelos, a relação V_{num}/V_{calc} apresentou valor médio de 0,75 com coeficiente de variação de 11,61%. Portanto, em média, a resistência obtida nos modelos numéricos foi de apenas 75% daquela prevista pelas expressões do código europeu, o que indica previsões de resistência contra a segurança.

Tabela 7 - Previsões da capacidade resistente ao cisalhamento segundo Eurocode para Collins et al. (2015).

ordem	nome	fcm (MPa)	pl	V_{num} (kN)	V_{calc} (kN)	V_{num}/V_{calc}	V_{num} (kN)	V_{calc} (kN)	V_{num}/V_{calc}
				Sem estribo	Sem estribo	sem estribo (kN)	Com estribo	Com estribo	com estribo (kN)
5	fc30_pl032	30	0,32%	402,2	456,34	0,88	519,78	1005,38	0,52
6	fc30_pl064	30	0,64%	454,6	574,95	0,79	609,67	1005,38	0,61
7	fc30_pl095	30	0,95%	486,3	658,15	0,74	664,07	1005,38	0,66
8	fc30_pl127	30	1,27%	516,2	724,39	0,71	715,20	1005,38	0,71
1	fc40_pl032	40	0,32%	435,2	502,26	0,87	576,41	1005,38	0,57
2	fc40_pl064	40	0,64%	495,1	632,81	0,78	679,14	1005,38	0,68
3	fc40_pl095	40	0,95%	510,6	724,39	0,70	705,68	1005,38	0,70
4	fc40_pl127	40	1,27%	485,5	797,29	0,61	662,69	1005,38	0,66
9	fc50_pl032	50	0,32%	464,6	541,05	0,86	626,76	1005,38	0,62
10	fc50_pl064	50	0,64%	512,6	681,67	0,75	709,03	1005,38	0,71
11	fc50_pl095	50	0,95%	525,9	780,32	0,67	731,84	1005,38	0,73
12	fc50_pl127	50	1,27%	561,1	858,86	0,65	792,24	1005,38	0,79
média						0,75			0,66
desvio padrão						0,09			0,07
coeficiente de Variação						11,61			11,13

Fonte: Autor (2025).

Para o lado da viga com estribos, a relação V_{num}/V_{calc} apresentou valor médio de 0,66 com coeficiente de variação de 11,13%. Portanto, comparando-se as previsões para o lado sem estribo com aquelas para o lado com estribo, ao menos o lado mais crítico foi previsto de maneira adequada, visto que a relação V_{num}/V_{calc} foi quase sempre maior para o lado sem estribo. Entretanto, observou-se que nos modelos numéricos com resistência a compressão de 40MPa e 50 MPa com taxas de armadura longitudinal de 1,27%, o lado mais crítico do ponto de vista calculado (maior relação V_{num}/V_{calc}) seria o lado com estribo. Portanto, observa-se que a expressão

européia tende a falhar na previsão do lado mais crítico para maiores resistências de concreto combinadas a taxas de armadura longitudinal maiores.

Analisando-se as previsões de resistência para o lado sem estribo, observa-se que o erro de modelo apresentou uma tendência de aumento para maiores valores de taxa de armadura longitudinal. Por exemplo, para os modelos com resistência à compressão de 30 MPa, a relação V_{num}/V_{calc} variou de 0,88 para 0,71 quando a taxa de armadura longitudinal aumentou de 0,64 para 1,27% e um comportamento semelhante foi observado para outras classes de resistência do concreto. Em outras palavras, a norma europeia tende a superestimar o aumento da capacidade resistente à força cortante para maiores taxas de armadura longitudinal.

Comparando-se os resultados com mesma taxa de armadura longitudinal mas com diferentes resistências do concreto, observa-se que a relação V_{num}/V_{calc} foi pouco influenciada pela classe de resistência à compressão do concreto. Por exemplo, para os modelos com $p_l = 0,64\%$, a relação V_{num}/V_{calc} variou entre 0,88 e 0,86 quando a resistência à compressão aumento de 30 MPa para 50 MPa.

5.3.5 Previsões de resistência com a ACI 318 (2019)

A Tabela 8 apresenta uma comparação entre as resistências obtidas pelos modelos numéricos e aquelas previstas pelo ACI 318 (2019) variando a resistência à compressão do concreto e taxa de armadura longitudinal das vigas.

Para o lado sem estribos, onde ocorreu a ruptura em todos os modelos numéricos, a relação entre a resistências obtidas e calculadas V_{num}/V_{calc} apresentou valor médio de 1,82 com coeficiente de variação de 12,92%. Em outras palavras, a resistência obtida pelos modelos numéricos foi, em média, 82% superior àquela prevista pelas expressões do ACI. Portanto, observa-se que a norma americana apresentou previsões de resistência a favor da segurança para o lado sem estribo, mas com uma margem de segurança muito grande.

Para o lado com estribos, a relação V_{num}/V_{calc} apresentou valor médio de 0,47 com coeficiente de variação de 10,13%. Comparando-se as previsões para os lados sem estribos e com estribos, observa-se que a norma americana indicou corretamente que o lado mais crítico seria aquele sem estribos em todos os modelos numéricos (maior relação V_{num}/V_{calc} para o lado sem estribo).

Em relação ao efeito da taxa de armadura longitudinal, observa-se que a relação V_{num}/V_{calc} reduziu com o aumento da taxa de armadura longitudinal. Por

exemplo, para as vigas com $f_{cm} = 30$ MPa, a relação V_{num}/V_{calc} reduziu de 2,22 para 1,80 com o aumento da taxa de armadura longitudinal de 0,32% para 1,27%. Portanto, observa-se que o erro no modelo do ACI 318 (2019) tende a ser menor quanto maior a taxa de armadura longitudinal das vigas. Na prática, este comportamento pode estar associado ao fato de que a maioria dos dados utilizados na calibração desta expressão são relativos a vigas com taxas de armadura maior.

Tabela 8 - Previsões da capacidade resistente ao cisalhamento segundo ACI 318 (2019).

ordem	nome	fcm (MPa)	pl	V_{num} (kN)	V_{calc} (kN)	V_{num}/V_{calc}	V_{num} (kN)	V_{calc} (kN)	V_{num}/V_{calc}
				Sem estribo	Sem estribo	sem estribo	Com estribo	Com estribo	com estribo
5	fc30_pl032	30	0,32%	402,2	180,9	2,22	519,78	1296,01	0,40
6	fc30_pl064	30	0,64%	454,6	227,9	1,99	609,67	1296,01	0,47
7	fc30_pl095	30	0,95%	486,3	260,9	1,86	664,07	1296,01	0,51
8	fc30_pl127	30	1,27%	516,2	287,2	1,80	715,20	1296,01	0,55
1	fc40_pl032	40	0,32%	435,2	208,9	2,08	576,41	1434,29	0,40
2	fc40_pl064	40	0,64%	495,1	263,2	1,88	679,14	1434,29	0,47
3	fc40_pl095	40	0,95%	510,6	301,3	1,69	705,68	1434,29	0,49
4	fc40_pl127	40	1,27%	485,5	331,6	1,46	662,69	1434,29	0,46
9	fc50_pl032	50	0,32%	464,6	233,5	1,99	626,76	1556,12	0,40
10	fc50_pl064	50	0,64%	512,6	294,2	1,74	709,03	1556,12	0,46
11	fc50_pl095	50	0,95%	525,9	336,8	1,56	731,84	1556,12	0,47
12	fc50_pl127	50	1,27%	561,1	370,7	1,51	792,24	1556,12	0,51
média						1,82			0,47
desvio padrão						0,23			0,05
coeficiente de Variação						12,92			10,13

Fonte: Autor (2025).

Da Tabela 8 também se observa que o erro no modelo de ACI 318 (2019) (para vigas sem armadura transversal), tende a ser menor quanto maior a resistência à compressão do concreto. Por exemplo, para vigas com taxa de armadura longitudinal $\rho_l = 1,27\%$, a relação V_{num}/V_{calc} reduziu de 1,80 para 1,51 ao aumentar a resistência à compressão do concreto de 30 MPa para 50 MPa.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo principal avaliar a capacidade resistente à força cortante de vigas de concreto armado de grande altura sem armadura transversal por meio de modelos numéricos desenvolvidos em elementos finitos. A partir dos resultados obtidos para os modelos numéricos em elementos finitos, foram realizadas análises comparativas com as previsões normativas fornecidas pelas principais normas de projeto – ABNT NBR 6118 (2023), do EN 1992-2: Eurocode 2 (2005) e do ACI 318 (2019) – a fim de verificar a acurácia, segurança e coerência das expressões normativas na previsão da resistência ao cisalhamento em elementos de grandes dimensões.

Os principais resultados e conclusões obtidos são listados a seguir:

- **Expressões da ABNT NBR 6118 (2023) para vigas:** A comparação entre os modelos numéricos e as previsões da norma brasileira utilizando a equação de vigas revelou um comportamento inseguro, com média da relação V_{num}/V_{calc} de apenas 0,35 no lado sem estribos, indicando que os modelos numéricos apresentaram resistências significativamente inferiores àquelas previstas pela norma. Além disso, essa abordagem falhou na correta identificação do lado crítico, uma vez que as previsões foram mais conservadoras no lado com estribos (menor relação V_{num}/V_{calc} , em desacordo com os resultados obtidos).
- **Expressões da ABNT NBR 6118 (2023) para lajes:** Utilizando as equações específicas para lajes, observou-se uma melhora na identificação do lado crítico, com maior valor de V_{num}/V_{calc} no lado sem estribo (média de 0,56), o que representa um avanço frente à expressão de vigas. Isso se deve, em parte, à inclusão de um fator de correção para o efeito de escala (fator k), ainda que de forma simplificada. Contudo, os valores de resistência ainda foram superestimados pela norma, revelando previsões inseguras para vigas sem estribos de grande altura. Notou-se ainda que a expressão de lajes apresenta maior sensibilidade à taxa de armadura longitudinal, permitindo uma melhor consistência dos resultados.
- **Eurocode (EM 1992-2: Eurocode (2005)):** As previsões fornecidas pela norma europeia também superestimaram a resistência ao cisalhamento, com média de V_{num}/V_{calc} igual a 0,75 no lado sem estribo. Apesar de o lado crítico ter sido corretamente identificado na maioria dos modelos, observou-se falhas

sistemáticas em elementos com altas taxas de armadura longitudinal ($p_l = 1,27\%$) e concretos de maior resistência ($f_{cm} \geq 40$ MPa), nos quais o lado com estribos apresentou relação V_{num}/V_{calc} superior à do lado sem estribo. Esses resultados indicam que o Eurocode tende a superestimar o benefício do aumento da taxa de armadura na resistência ao cisalhamento. Além disso, o erro relativo pouco se alterou com o aumento da resistência à compressão do concreto, sugerindo menor sensibilidade da equação a esse parâmetro.

- **ACI 318 (2019):** a norma americana foi a única a apresentar previsões a favor da segurança, com uma média de V_{num}/V_{calc} de 1,82 no lado sem estribos, ou seja, os modelos numéricos indicaram resistências significativamente superiores às previstas. Essa alta margem de segurança, entretanto, pode ser excessiva e conservadora para aplicações práticas. Por outro lado, o ACI 318 (2019) foi consistente na identificação do lado crítico para todos os modelos. Observou-se ainda que o erro nas previsões reduziu à medida que se aumentava a taxa de armadura longitudinal, comportamento possivelmente relacionado à base de calibração da norma, predominantemente composta por vigas com armadura mais elevada. Além disso, também se identificou que o erro diminuiu com o aumento da resistência à compressão do concreto.
- **Comparação entre normas:** de maneira geral, nenhuma das normas analisadas apresentou previsões simultaneamente seguras e precisas para todos os cenários analisados. A norma brasileira, em sua formulação para vigas, foi a mais insegura e imprecisa. A formulação para lajes apresentou melhorias, mas ainda insuficientes para garantir segurança estrutural adequada em todos os casos. O Eurocode ofereceu previsões medianas, com comportamento razoável para classes baixas de resistência, mas falhas para combinações mais robustas de materiais. Por fim, o ACI 318 (2019) apresentou previsões conservadoras, com boa identificação do lado crítico, mas com margem de segurança potencialmente exagerada.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projetos de estrutura de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projetos de estrutura de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2023.

ACI COMMITTEE 318. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2014.

ACI COMMITTEE 318. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2019.

CANHA, Rejane Martins Fernandes *et al.* Numerical analysis of reinforced high strength concrete corbels. *Engineering Structures*, v. 74, p. 130–144, sep. 2014.

CARREIRA, Domingo J.; CHU, Kuang-Han. Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression. *ACI Journal*, v. 82, n. 6, p. 797-804, 1985.

CAVAGNIS, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. *Structural Concrete*, v. 19, n. 1, p. 49–64, 1 feb. 2018a.

CAVAGNIS, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack. *Engineering Structures*, v. 157, p. 300–315, 15 Feb. 2018b.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON; FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE. *CEB-FIP Model Code 1990: Design Code*. Lausanne: Thomas Telford, 1993. 437 p.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. EN 1992-1-1: *Eurocode 2 – design of concrete structures – part 1-1: general rules and rules for buildings*. Brussels: CEN, 2005.

COLLINGS, D.; SAGASETA, J. A. A review of arching and compressive membrane action in concrete bridges. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Bridge Engineering*, v. 169, n. 4, p. 271–284, 2016.

COLLINS, M. P. et al. The challenge of predicting the shear strength of very thick slabs. *Concrete International*, Toronto, v. 37, n. 11, p. 29–37, Nov. 2015. Disponível em: <https://www.concreteinternational.com>. Acesso em: 13 nov. 2024.

FAFITIS, A.; WON, Y. H. Nonlinear finite element analysis of concrete deep beams. *Journal of Structural Engineering*, v. 120, n. 4, p. 1202–1220, Apr. 1994.

FENWICK, R. C.; PAULAY, T. Mechanism of shear resistance of concrete beams. *Journal of Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers.*, v. 94, n. ST10, p. 2325–2350, 1968.

FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A.; SAGASETA, J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. *Engineering Structures*, v. 99, p. 360–372, sep. 2015.

GENIKOMSOU, Aikaterini S.; POLAK, Maria Anna. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Engineering Structures*, v. 98, p. 38–48, sep. 2015.

HORDIJK, Dirk A. Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses. *Heron*, v. 37, n. 1, 1992.

HUBER, P.; HUBER, T.; KOLLEGGGER, J. Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics. *Engineering Structures*, v. 113, p. 41–58, 15 apr. 2016.

LANTSOGHT, Eva O. L. *et al.* Transition from one-way to two-way shear in slabs under concentrated loads. *Magazine of Concrete Research*, v. 67, n. 17, p. 909–922, sep. 2015.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. *Construções de concreto*. v. 2. Rio de Janeiro: Interciência, 1982

LEONHARDT, F.; WALTHER, R. *Shear tests on beams with and without shear reinforcement. Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung*. Berlin: Beuth, 1962.

MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K. *Reinforced concrete: mechanics and design*. 6. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2012. 1177 p.

MENDES, João Paulo. *Análise não-linear de vigas de concreto armado de grandes dimensões*. 2022. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2022.

MOEHLE, Jack P. *et al.* Blind prediction competition of shear strength for thick concrete foundation elements with and without shear reinforcement. [S.l.: S.n.], [s.d.]. Disponível em: <https://peer.berkeley.edu/news-and-events/2021-thick-foundation-element-blind-prediction-contest>. Acesso em: 15 nov. 2024.

MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M. Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width. *ACI Structural Journal*, v. 105, n. 2, p. 163–172, 2008.

REBEIZ, K. S. Shear strength prediction for concrete members. *Journal of Structural Engineering*, New York: ASCE, v. 125, n. 3, p. 301–308, mar. 1999.

SCHLAICH, J. S.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M. Towards a consistent design of reinforced concrete structures. *PCI Journal*, v. 32, n. 3, p. 74–150, 1987.

SHERWOOD, E. G. *One-Way Shear Behaviour of Large , Lightly- Reinforced Concrete Beams and Slabs*. 2008. University of Toront, Toront, 2008.

SOUSA, Alex Micael Dantas de. *Contribuição à análise da resistência à força cortante em lajes de concreto estrutural sem armadura transversal*. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 11 jun. 2019.

SYROKA, E.; BOBIŃSKI, J.; TEJCHMAN, J. *FE analysis of reinforced concrete corbels with enhanced continuum models*. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 47, n. 9, p. 1066–1078, set. 2011.

TAYLOR, H. P. J. *Investigation of the dowel shear forces carried by the tensile steel in reinforced concrete beams*. Technical Report 431. London: Cement and Concrete Association, 1969. 24 p.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*. 6. ed. Upper Saddle River: Pearson.

YU, T. *et al*. Finite element modeling of confined concrete-II: Plastic-damage model. *Engineering Structures*, v. 32, n. 3, p. 680–691, mar. 2010.