

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

HOGLE ALEXFER PRUDENTE MACEDO

Cosmologias com Decaimento do Vácuo: Modelos e Testes Observacionais

Guaratinguetá

2024

Hogle Alexfer Prudente Macedo

Cosmologias com Decaimento do Vácuo: Modelos e Testes Observacionais

Dissertação apresentada ao Conselho do Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Mestrado em Física e Astronomia .

Orientador: Prof. Dr. José Fernando de Jesus

Coorientador: Prof. Dr. Márcio Eduardo da Silva
Alves

Guaratinguetá

2024

M113c	Macedo, Hogle Alexfer Prudente Cosmologias com decaimento do vácuo: modelos e testes observacionais / Hogle Alexfer Prudente Macedo - Guaratinguetá, 2024. 148 f : il. Bibliografia: f. 132-148 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2024. Orientador: Prof. Dr. José Fernando de Jesus Coorientador: Prof. Dr. Márcio E. da Silva Alves 1. Cosmologia. 2. Energia escura (Astronomia) 3. Matéria escura (Astronomia). I. Título. CDU 524.82(043)
-------	--

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

HOGLE ALEXFER PRUDENTE MACEDO

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”**

**PROGRAMA: FÍSICA E ASTRONOMIA
CURSO: MESTRADO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Documento assinado digitalmente
 **ERNESTO VIEIRA NETO**
Data: 21/08/2024 10:07:35-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente
 **JOSE FERNANDO DE JESUS**
Data: 15/08/2024 15:07:07-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. JOSE FERNANDO DE JESUS
Orientador - UNESP

Documento assinado digitalmente
 **SAULO HENRIQUE PEREIRA**
Data: 15/08/2024 15:30:17-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. SAULO HENRIQUE PEREIRA
UNESP

Documento assinado digitalmente
 **DOUGLAS BENNDORF RODRIGUES**
Data: 15/08/2024 19:11:25-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dr. DOUGLAS BENNDORF RODRIGUES
LineA

AGOSTO de 2024

DADOS CURRICULARES

HOGLE ALEXFER PRUDENTE MACEDO

NASCIMENTO 10/01/2000 - Cunha / SP

FILIAÇÃO Claudinéia dos Santos Prudente

2019 / 2022 Licenciatura em Matemática
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de São Paulo “IFSP” campus
de São José dos Campos

2022 / 2024 Mestrado em Física e Astronomia
Universidade Estadual Paulista “Júlio de
Mesquita Filho” Faculdade de Engenharia
e Ciências

Em dedicatória a minha mãe, Cláudia Prudente.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a pessoa mais digna na minha existência, minha mãe, uma grande mulher que esteve desde sempre ao meu lado, apoiando, cuidando, ensinando e o necessário para que eu conseguisse ser o melhor de mim mesmo.

Às minhas irmãs, Ana Livia e Ana Júlia pelos apoios culinários e favores.

Ao meu orientador José Fernando, por neste tempo todo ter me ajudado a iniciar em uma nova área (desde das primeiras linhas de “O Universo é Esférico em Constante Crescimento”), pelas orientações, ensinamentos, conhecimentos, paciência e mais do que isso, pela compreensão em momentos extremamente importantes.

Ao meu co-orientador Márcio Eduardo, pelas inúmeras reuniões via “DUTRA”, conselhos científicos e conhecimentos compartilhados.

Aos meus melhores amigos e mais próximos, Cleiton e Eduardo, por nunca exitarem em ajudar-me quando precisei.

Aos colegas, principalmente ao Lucas e Kelvin, pelas frequentes ajudas durante esses dois anos.

A outros amigos e colegas que por muitas vezes me ajudaram.

À UNESP-FEG, pela oportunidade de construir conhecimento, pela infraestrutura, equipamentos, professores e qualidade de ensino.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s):

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior

“You better lose yourself in the music. The moment, you own it, you better never let it go. You only get one shot, do not miss your chance to blow. This opportunity comes once in a lifetime, yo. You better”

Eminem

“Eu sou apenas uma criança que nunca cresceu. Eu ainda faço perguntas de ‘como’ e ‘por que’. Ocasionalmente eu encontro uma resposta.”

Doutor Stephen W. Hawking

RESUMO

Problemas do modelo de concordância cósmica Λ CDM, como o problema da constante cosmológica, problemas de coincidência e a tensão de Hubble, levaram a muitas alternativas propostas, como o $\Lambda(t)$ CDM, onde o agora chamado termo cosmológico Λ , permite-se variá-lo no tempo devido a uma interação entre a matéria e energia do vácuo. Aqui, analisamos diferentes classes de modelos, com $\Lambda = \alpha' a^{-2} + \beta H^2 + \lambda_*$ e seus derivados, com os termos presentes na equação baseados em argumentos dimensionais a serem definidos. As classes de modelos partem da equação mencionada anteriormente, com os modelos derivados sendo Λ_1 (onde $\lambda_* = 0$), Λ_2 (onde $\beta = 0$), Λ_3 (onde $\alpha' = 0$), e o modelo geral sem nenhum termo igual a zero, denominado por Λ_g . Usando dados de SNe Ia, cronômetros cósmicos e vínculos sobre H_0 a partir do SH0ES e do satélite Planck, vinculamos os parâmetros livres desta classe de modelos, e os qualificamos conforme o BIC. Ao usar as informações prévias do Planck sobre H_0 , concluiu-se que o termo λ_* não pode ser descartado por essa análise, desfavorecendo, assim, os modelos apenas com os termos variáveis no tempo, como o Λ_1 , já com a informação prévia do SH0ES sobre H_0 tem uma evidência fraca nessa direção. Ao usar informações prévias de distância da CMB (do inglês *Cosmic Microwave Background*, Radiação Cósmica de Fundo de Micro-ondas), a dependência temporal de Λ foi bastante restrita nos modelos Λ_g , Λ_2 e Λ_3 , exceto no Λ_1 pois não foi possível vinculá-lo. Em resumo, o modelo Λ_1 destaca-se como único no sentido de permitir exclusivamente que o vácuo decaia em matéria em grande parte da evolução cósmica, onde só recentemente acontece uma transição, enquanto os outros modelos apresentam uma margem para essa interação, assim possibilitando a resolução do Problema da Constante Cosmológica. No que diz respeito ao Problema da Coincidência, apenas o Λ_1 não alivia, enquanto os demais modelos mostram-se como boas opções, já que todos permitem decaimento da vácuo no passado. Quanto à Tensão do H_0 , nenhum dos modelos agrava a discrepância existente. Considerando os recentes resultados para o Modelo do Vácuo Dinâmico, é interessante explorar mais a fundo a evolução da Equação de Estado do vácuo ao longo da história cósmica. De modo geral, conclui-se que os modelos $\Lambda(t)$ CDM mostram-se como candidatos promissores para resolver diversos problemas cosmológicos do modelo padrão.

PALAVRAS-CHAVE: Modelos Cosmológicos; Vácuo Quântico; Energia Escura; Interação de Matéria Escura e Vácuo; Problema da Coincidência; Problema da Constante Cosmológica.

ABSTRACT

Problems with the cosmic concordance model Λ CDM, such as the cosmological constant problem, the coincidence problem, and the Hubble tension, have led to many proposed alternatives, such as the $\Lambda(t)$ CDM, where the cosmological term Λ is allowed to vary with time due to an interaction between matter and vacuum energy. Here, we analyze different classes of models, with $\Lambda = \alpha' a^{-2} + \beta H^2 + \lambda_*$ and their derivatives, with the terms in the equation based on dimensional arguments. The classes of models start from the equation mentioned earlier, with the derived models being Λ_1 (where $\lambda_* = 0$), Λ_2 (where $\beta = 0$), Λ_3 (where $\alpha' = 0$), and the general model with no term equal to zero, denoted as Λ_g . Using data from SNe Ia, cosmic chronometers, and constraints on H_0 from SH0ES and the Planck satellite, we constrain the free parameters of this class of models and qualify the models according to the Bayesian Information Criterion (BIC). Using prior information from Planck about H_0 , it was concluded that the λ_* term cannot be ruled out by this analysis, thus disfavoring models with only time-varying terms, such as Λ_1 , which already has weak evidence in that direction based on prior information from SH0ES about H_0 . Using prior information from the Cosmic Microwave Background (CMB) distance, the temporal dependence of Λ was greatly restricted in the Λ_g , Λ_2 , and Λ_3 models, except in Λ_1 where it was not possible to constrain it. In summary, the Λ_1 model stands out as unique in allowing exclusively for vacuum decay into matter for much of cosmic evolution, with only a recent transition, while the other models allow for some margin of this interaction, thus enabling the resolution of the Cosmological Constant Problem. Regarding the coincidence problem, only Λ_1 does not alleviate it, while the other models appear as good options, as they all allow for matter decay into vacuum in the past, decreasing the order of magnitude. As for the H_0 tension, none of the models worsen the existing discrepancy. Considering recent results for the Running Vacuum Model (RVM), further exploration of the vacuum equation of state evolution throughout cosmic history is intriguing. Overall, it is concluded that $\Lambda(t)$ CDM models appear as promising candidates for addressing various cosmological problems within the standard model.

KEYWORDS: Cosmological Models; Quantum Vacuum; Dark Energy; Interaction of Dark Matter and Vacuum; Coincidence Problem; Cosmological Constant Problem.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Deslocamento de Linhas Espectrais.	33
Figura 2	Gráfico da Lei de Hubble mostrando a relação entre distância e velocidade para diversos aglomerados de galáxias.	34
Figura 3	As anisotropias da CMB, conforme observado pelo satélite Planck (ESA). . . .	37
Figura 4	Gráfico com restrições de 68% de CL da constante de Hubble H_0	50
Figura 5	Diminuição dos erros com dados de SNe Ia conforme os últimos 21 anos. . . .	51
Figura 6	Evolução do Universo: Eras cosmológicas.	56
Figura 7	Vínculos de SNe Ia, $H(z)$, Planck H_0 e SH0ES H_0 para o modelo padrão Λ CDM, a 1 e 2 sigmas de nível de confiança. À esquerda: Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . À direita: Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0	89
Figura 8	ρ_Λ para o modelo Λ CDM com a média dos parâmetros ajustados. Painel esquerdo: Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel direito: Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para densidade da matéria (ρ_m).	90
Figura 9	ρ_m para o modelo Λ CDM com a média dos parâmetros ajustados. Painel esquerdo: Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para densidade da matéria (ρ_m). Painel direito: Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para densidade da matéria (ρ_m).	91
Figura 10	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , modelo padrão Λ CDM com a média dos parâmetros ajustados, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$. Painel esquerdo: Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para $r(z)$. Painel direito: Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para $r(z)$	91
Figura 11	Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para o modelo Λ_g , a 1 e 2 sigmas de nível de confiança.	93
Figura 12	$\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . Painel superior: Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	94
Figura 13	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	95

Figura 14	Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para o modelo Λ_g , 1 e 2 sigmas de nível de confiança.	96
Figura 15	$\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . Painel superior: Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	97
Figura 16	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	98
Figura 17	Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e Planck H_0 para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1), a 1 e 2 sigmas de nível de confiança. À esquerda: Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +Planck H_0 e Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . À direita: Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0	99
Figura 18	$\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . Painel superior: Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	100
Figura 19	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	101
Figura 20	Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e SH0ES H_0 para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1), a 1 e 2 sigmas de nível de confiança. À esquerda: Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +SH0ES H_0 e Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . À direita: Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ + H_0 +SH0ES.	102
Figura 21	$\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . Painel superior: Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	103
Figura 22	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	104
Figura 23	Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e Planck H_0 para $\beta = 0$ (modelo Λ_2), com 1 e 2 sigmas de nível de confiança. À esquerda: Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +Planck H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . À direita: Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0	105

Figura 24	$Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . Painel superior: Termo de Interação $Q(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	106
Figura 25	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	107
Figura 26	Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e SH0ES H_0 para $\beta = 0$ (modelo Λ_2), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança. À esquerda: Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +SH0ES H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . À direita: Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0	107
Figura 27	$Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . Painel superior: Termo de Interação $Q(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	108
Figura 28	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	109
Figura 29	Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e Planck H_0 para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3), com 1 e 2 sigmas de nível de confiança. À esquerda: Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +Planck H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ + Planck H_0 . À direita: Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0	110
Figura 30	$Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . Painel superior: Termo de Interação $Q(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	111
Figura 31	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	112
Figura 32	Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e SH0ES H_0 para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança. À esquerda: Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +SH0ES H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . À direita: Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0	112
Figura 33	$Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . Painel superior: Termo de Interação $Q(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	113

Figura 34	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	114
Figura 35	Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, para o modelo Λ_g	117
Figura 36	$\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . Painel superior: Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	118
Figura 37	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	119
Figura 38	Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança.	120
Figura 39	$\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB. Painel superior: Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	121
Figura 40	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	122
Figura 41	Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\beta = 0$ (modelo Λ_2), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança.	123
Figura 42	$\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . Painel superior: Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	124
Figura 43	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	125
Figura 44	Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança.	126
Figura 45	$\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB. Painel superior: Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. Painel inferior esquerdo: Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). Painel inferior direito: Densidade da matéria (ρ_m).	127
Figura 46	Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$	128

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo das classes de modelos considerados no trabalho.	65
Tabela 2 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para o modelo padrão Λ CDM.	89
Tabela 3 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para o modelo Λ_g	93
Tabela 4 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para o modelo Λ_g	96
Tabela 5 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1).	99
Tabela 6 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1).	102
Tabela 7 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para $\beta = 0$ (modelo Λ_2).	105
Tabela 8 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ + SH0ES H_0 para $\beta = 0$ (modelo Λ_2).	108
Tabela 9 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3).	110
Tabela 10 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3).	113
Tabela 11 – Níveis do Critério de Informação Bayesiana.	115
Tabela 12 – Valores de BIC para os diferentes modelos analisados, com diferentes priors de H_0 . Δ BIC foi calculado em comparação com o modelo Λ_3 para o prior do Planck H_0 e com o modelo Λ_2 para o prior do do SH0ES H_0 , conforme explicado no texto.	115
Tabela 13 – Vínculos sobre os parâmetros livres de Λ_g , a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB.	117
Tabela 14 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1).	120
Tabela 15 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\beta = 0$ (modelo Λ_2).	123
Tabela 16 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3).	126
Tabela 17 – Vínculos com limites de 95% de confiança dos parâmetros de $\Lambda_g, \Lambda_1, \Lambda_2$ e Λ_3 , para SNe Ia+ $H(z)$ +CMB.	128

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Λ CDM	(do inglês <i>Lambda Cold Dark Matter</i>), Modelo Lambda com Matéria Escura Fria
$\Lambda(t)$ CDM	(do inglês <i>Lambda(t) Cold Dark Matter</i>), Modelo Lambda Dinâmico com Matéria Escura Fria
CMB	(do inglês <i>Cosmic Microwave Background</i>), Radiação de Micro-ondas Cósmica de Fundo
SH0ES	(do inglês <i>Supernova H_0 for the Equation of State</i>), Supernova H_0 para a Equação de Estado
SNe Ia	(do inglês <i>Type Ia Supernovae</i>), Supernovas do Tipo Ia
PC	Problema da Coincidência
PCC	Problema da Constante Cosmológica
RVM	(do inglês <i>Running Vacuum Model</i>), Modelo do Vácuo Dinâmico ou em evolução
EoS	(do inglês <i>Equation of State</i>), Equação de Estado
Mpc	(do inglês <i>Megaparsec</i>), unidade de medida de distância da astronomia

LISTA DE SÍMBOLOS

H_0	Constante de Hubble
Λ	Constante cosmológica
$\Lambda(t)$	Parâmetro cosmológico do tempo cósmico (se refere a Λ variando no tempo)
α'	Letra grega alfa' (Termo de $\Lambda(t)$)
β	Letra grega beta (Termo de $\Lambda(t)$)
λ_*	Letra grega lambda* (Termo de $\Lambda(t)$)
Λ_g	Modelo geral
k	Escalar de curvatura
a	Fator de escala do Universo
π	Número pi
G	Constante gravitacional
ρ_T	Densidade total da matéria
p_T	Pressão total da matéria
ρ_Λ	Densidade do termo $\Lambda(t)$
ρ_M	Densidade da matéria
p_M	Pressão da matéria
Ω_{k0}	Parâmetro de densidade da curvatura espacial
E	Parâmetro de Hubble adimensional
Λ_1	Modelo com ($\lambda_* = 0$)
Λ_2	Modelo com ($\beta = 0$)
Λ_2	Modelo com ($\alpha' = 0$)
Ω_λ	Parâmetro de densidade de $\Lambda(t)$

$\Omega_{\lambda*}$	Parâmetro de densidade de λ_*
α	Letra grega alfa (igual a $\frac{\alpha'}{H_0^2}$)
Ω_M	Parâmetro de densidade da matéria
$\mathcal{Q}$	Letra gótica “Q” (igual a $\frac{8\pi G}{H_0^3}Q(z)$)
$Q(z)$	Termo de interação
ρ_r	Densidade da radiação
p_r	Pressão da radiação
ρ_b	Densidade dos bárions
p_b	Pressão dos bárions
ρ_d	Densidade da matéria escura
p_d	Pressão dos matéria escura
Ω_{r0}	Parâmetro de densidade da radiação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
2	EQUAÇÕES E MODELOS COSMOLÓGICOS	25
2.1	Soluções das Equações de Einstein para Métrica de FLRW	25
2.1.1	Solução dos Símbolos de Christoffel	26
2.1.2	Solução do Tensor e Escalar de Ricci	27
2.1.3	Solução dos Tensores de Einstein e Energia-momento	28
2.1.4	Definição da Equação de Conservação	30
2.2	Modelo Padrão Λ CDM	31
2.2.1	Expansão do Universo	32
2.2.2	Radiação Cósmica de Fundo (CMB)	35
2.2.3	Supernovas Tipo Ia (SNe Ia)	37
2.2.4	Matéria Escura Fria (CDM)	39
2.2.5	Universo de Sitter	41
2.2.6	Inflação Cósmica	44
2.2.7	Problemas de Λ CDM	46
2.2.7.1	Problema da Coincidência (PC)	46
2.2.7.2	Problema da Constante Cosmológica (PCC)	48
2.2.7.3	Problema da Tensão de H_0	49
2.2.8	Aspectos Observacionais Cosmológicos: Independente de Modelos	52
2.2.8.1	Redshift e Fator de Escala	52
2.2.8.2	Distâncias Cosmológicas	54
2.2.8.3	Idade Cosmológica	55
2.3	Modelos Cosmológicos Alternativos	57
2.4	Modelos de $\Lambda(t)$ CDM	60
2.4.1	Desenvolvimento dos Modelos com Decaimento do Vácuo	60
3	MODELO GERAL $\Lambda_g(t)$CDM E CLASSES DE MODELOS	65
3.1	Equação de Evolução para Λ_g	65
3.1.1	Conservação de Energia	65
3.1.2	Equações de Friedmann	68

3.1.3	Termo de Interação	72
3.1.4	Densidades do Vácuo e Matéria Escura	73
3.2	Classe de Modelos para o Universo Primitivo	74
3.3	Classe de Modelos para o Universo Recente	76
3.4	Dados e Metodologias	79
3.4.1	Dados	79
3.4.2	Metodologia	82
3.5	Análises de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck e SH0ES	88
3.5.1	Modelo ΛCDM	88
3.5.2	Modelo Λ_g	92
3.5.3	Modelo Λ_1	98
3.5.4	Modelo Λ_2	104
3.5.5	Modelo Λ_3	109
3.5.6	Análise pelo Critério de Informação Bayesiano	114
3.6	Análises de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB	116
3.6.1	Modelo Λ_g	116
3.6.2	Modelo Λ_1	120
3.6.3	Modelo Λ_2	123
3.6.4	Modelo Λ_3	126
4	CONCLUSÃO	130
	REFERÊNCIAS	133

1 INTRODUÇÃO

Na cosmologia, o Modelo Cosmológico Padrão Λ CDM (Lambda mais Matéria Escura Fria), é o mais bem-sucedido, sendo de longe o mais utilizado para explicação da evolução do Universo. Esse modelo está em concordância com diversas observações cosmológicas, como a formação de estruturas em larga escala, expansão acelerada do Universo, aglomerados de galáxias, filamentos cósmicos e principalmente a CMB. Existem duas principais componentes desconhecidas considerado pelo Λ CDM: A primeira seria a “Energia Escura ou Energia do Vácuo” (Λ), um tipo de energia desconhecida normalmente atribuída a energia do vácuo, sendo a causa da expansão acelerada do Universo. A segunda é a “Matéria Escura Fria”, um tipo de matéria que não interage com a luz, identificada através dos seus efeitos gravitacionais como em galáxias e lentes gravitacionais. Além das componentes já mencionadas, há também a “Matéria Bariônica”, composta por prótons, nêutrons e outras partículas elementares e a “Radiação”, podendo ser partículas relativísticas como os neutrinos e principalmente os fótons.

Embora o modelo Λ CDM seja bem-sucedido na explicação de muitos aspectos da cosmologia e astronomia, ele ainda apresenta problemas significativos, sendo alguns desses motivação para o presente trabalho e para a próprio desenvolvimento das pesquisas cosmológicas. Entre as diversas dificuldades teóricas e observacionais, focamos em encontrar soluções para o Problema da Constante Cosmológica (PCC), o Problema da Coincidência (PC) e a tensão de Hubble (veja, por exemplo, (WEINBERG, 1989; WEINBERG, 2000) e (PERIVOLAROPOULOS; SKARA, 2022) para uma revisão).

O PCC (consulte em (ELLIS *et al.*, 2011)), é o problema da ordem de grandeza da energia do vácuo presente no universo. Segundo a Teoria Quântica de Campos (TQC), essa energia deveria ser bem maior do que a observada, porém sua ordem de grandeza está entre 60 a 120 vezes menor do que esperado. Por exemplo em (WEINBERG, 1989; WEINBERG, 2000) foi estimado $\langle \rho_{\text{vac}} \rangle \approx 2 \times 10^{71} \text{GeV}^4$ enquanto para o valor efetivo da constante cosmológica através das observações é $\langle \rho_{\text{obs}} \rangle \approx 10^{-47} \text{GeV}^4$. Esta evidente discrepância entre a energia de vácuo teorizada da TQC e a energia de vácuo observada é um dos principais problemas da cosmologia, sendo considerada como “a pior previsão teórica da história da física”.

O PC (consulte também em (MARTTENS *et al.*, 2019)) está relacionado a uma aparente coincidência entre as densidades de energia do vácuo e matéria (ρ_m) presentes no universo hoje, as quais possuem, por sua vez, a mesma ordem de grandeza. Isso nos leva ao questionar o “porque”, já que ao longo da história cósmica, estas duas densidades eram de grandezas tão diferentes. Portanto, surge a

pergunta sobre a razão física, matemática ou filosófica que gera essa grande coincidência atualmente. O comportamento de ambas densidades, são completamente diferentes, já que para a energia do vácuo, a densidade é constante em toda a história cósmica, enquanto a matéria decai com a^{-3} . Complica-se ainda mais quando desconhece o funcionamento físico destas energias, isso fortalece a necessidade de estudos, que possibilitem uma melhor compreensão sobre as densidades.

Nas últimas décadas, tem sido evidente o aumento no número de modelos alternativos ao Λ CDM, visando resolver esses problemas. As alternativas abrangem uma ampla variedade, partindo de modelos com energia escura a teorias modificadas da relatividade geral (veja em, (NOVOSYADLYJ *et al.*, 2013; COPELAND; SAMI; TSUJIKAWA, 2006; LI *et al.*, 2011). As questões do PCC e PC serão o foco deste trabalho, no qual o interesse em modelos com um termo Λ variando no tempo cósmico t , se torna de grande relevância, considerando que Λ por sua vez pode ser definido de diferentes formas, estes tipos de modelos são conhecidos como $\Lambda(t)$ CDM ou Modelos com decaimento do vácuo. Quando considerado modelos com decaimento do vácuo, podemos associar uma certa interação na qual uma das densidades perde ou ganha energia, suavizando assim a transição entre as densidades do vácuo e matéria, e também juntamente com esta suavização poderia explicar o porquê da pequena contribuição da energia do vácuo observável em comparação à teoria quântica.

Modelos com Λ variável no tempo ou modelos de decaimento do vácuo foram concebidos em diferentes contextos. Em vários modelos, é assumida alguma dependência temporal *ad hoc* para $\Lambda(t)$. Alguns dos exemplos mais comuns foram abordados nas Refs. (VISHWAKARMA, 2001; ÖZTAŞ, 2018) (veja (OVERDUIN; COOPERSTOCK, 1998), e referências para uma lista de leis fenomenológicas de decaimento de $\Lambda(t)$). A forma funcional de $\Lambda(t)$ também pode ser derivada, por exemplo, a partir de motivações geométricas (AZRI; BOUNAMES, 2012; AZRI; BOUNAMES, 2017) ou de argumentos da mecânica quântica (SZYDŁOWSKI, 2015). A interação do vácuo com a matéria também foi considerada em diferentes abordagens e confrontada com dados cosmológicos recentes (Veja, por exemplo, (BENETTI *et al.*, 2019; PAPAGIANNOPOULOS *et al.*, 2020; BENETTI *et al.*, 2021; BRUNI; MAIER; WANDS, 2022)).

Uma abordagem promissora para superar as dificuldades do modelo Λ CDM é conhecida como o modelo do vácuo em evolução (RVM - Running Vacuum Model). Esse modelo surge quando se utiliza a abordagem do grupo de renormalização da teoria quântica de campos em espaços curvos para renormalizar a densidade de energia do vácuo. É possível demonstrar que a densidade de energia do vácuo evolui como uma série de potências da função de Hubble H e suas derivadas em relação ao tempo cósmico: $\rho_{vac}(H, \dot{H}, \dots)$. O termo líder da expansão é constante, mas o próximo termo evolui como H^2 . Existem outros termos na expansão que podem ser relevantes para a cosmologia do Universo primordial, mas o termo H^2 pode afetar a evolução atual do fator de escala. Inicialmente, o RVM foi

introduzido de maneira semi-qualitativa através da abordagem do grupo de renormalização. Algumas das primeiras propostas desse modelo podem ser encontrados, por exemplo, nas Refs. (SHAPIRO; SOLA, 2000; BABIC *et al.*, 2002; SHAPIRO; SOLA, 2002; SHAPIRO *et al.*, 2003) (veja também (SOLA, 2013) para uma revisão antiga sobre o assunto). No entanto, nos últimos anos, o RVM foi desenvolvido por uma análise rigorosa dentro da teoria quântica de campos em espaços curvos. A derivação da forma final do RVM pode ser encontrada nas Refs. (MORENO-PULIDO; SOLA, 2020; MORENO-PULIDO; PERACAULA, 2022b; MORENO-PULIDO; PERACAULA, 2022a; MORENO-PULIDO; PERACAULA; CHERAGHCHI, 2023) (veja (PERACAULA, 2022) para uma revisão sobre os recentes desenvolvimentos teóricos). Além disso, essa classe de modelos pode ser mais favorável do que o modelo Λ CDM quando ajustada às observações cosmológicas (SOLÀ; GÓMEZ-VALENT; PÉREZ, 2017; PERACAULA; PÉREZ; GOMEZ-VALENT, 2018; TSIAPI; BASILAKOS, 2019; MAVROMATOS; PERACAULA, 2021; PERACAULA *et al.*, 2023; PERACAULA *et al.*, 2021; PERACAULA; PÉREZ; GÓMEZ-VALENT, 2018).

Para entender o Problema da Constante Cosmológica, o porquê é tão pequena hoje, poderíamos propor modelos com $\Lambda \propto a^{-m}$, onde a é o fator de escala e m é uma constante positiva a ser determinada. A partir de argumentos dimensionais da cosmologia quântica, é natural escolher $m = 2$ (LOPEZ; NANOPOULOS, 1996; CHEN; WU, 1990). Portanto, sob essa perspectiva, Λ tem o mesmo comportamento de decaimento que o termo de curvatura. Essa evolução de Λ foi proposta pela primeira vez por Özer e Taha como uma forma de resolver os problemas cosmológicos da década de oitenta (OZER; TAHA, 1986; OZER; TAHA, 1987).

Por outro lado, seguindo argumentos fenomenológicos semelhantes, em Ref. (CARVALHO; LIMA; WAGA, 1992), os autores parametrizaram a evolução temporal de Λ como a soma de um termo proporcional a a^{-2} a um termo proporcional a H^2 , ou seja, o mesmo termo presente no RVM. Seguimos uma abordagem similar ao artigo (MACEDO *et al.*, 2023), onde aprofundamos nas análises mais completas para cada modelo. Especificamente, consideramos quatro modelos de $\Lambda(t)$ variável no tempo na classe definida pela Equação: $\Lambda_g = \frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2 + \lambda_*$, com α' , β e λ_* sendo constantes. Três modelos são escolhidos anulando uma dessas constantes, estão descritos na Tabela 1 e o quarto modelo é o completo, no qual as três constantes são não nulas.

O modelo fenomenológico descrito pelo modelo completo apresenta uma transição suave da fase inicial de Sitter para a fase de radiação. Essa transição é independente do parâmetro de curvatura e resolve naturalmente o problema do horizonte e o problema da saída graciosa (LIMA; PERICO; ZILIOTI, 2015). O “problema da saída graciosa” (do inglês, *graceful exit problem*) refere-se a um desafio na teoria da inflação cósmica, especialmente em modelos de inflação com múltiplos campos escalares. A inflação é uma fase expansão acelerada do universo no início de sua história, proposta para

explicar vários problemas observacionais. Em modelos de inflação com múltiplos campos escalares, o problema surge quando a inflação precisa terminar de maneira suave, permitindo que o universo entre em uma fase mais convencional de expansão lenta sem causar perturbações significativas no campo de inflação ou no potencial associado.

Para vincular os parâmetros livres dos modelos, usamos dados de SNe Ia, que consiste em 1048 medições da magnitude aparente das SNe Ia dos dados Pantheon (SCOLNIC *et al.*, 2018), e uma compilação de 32 dados de cronômetros cósmicos do parâmetro de Hubble, $H(z)$ (MORESCO *et al.*, 2022). Também foram consideradas vínculos atualizados sobre H_0 , provenientes do SH0ES (SAWADA; SUWA, 2021) e Planck (AGHANIM *et al.*, 2020). Esses vínculos procuram validar cada modelo em sua eficiência em explicar os problemas propostos, sendo uma questão central da cosmologia atual a tensão de Hubble.

A tensão de Hubble é uma discrepância observada entre as medidas da constante de Hubble obtidas a partir de observações em alto redshift (CMB) e baixo redshift (SNe Ia). As medições obtidas por missões como Planck, tendem a sugerir um valor em torno de $H_0 \approx 67$ km/s/Mpc, enquanto medições provenientes de SNe Ia e outras observações locais apontam para um valor mais alto, de $H_0 \approx 74$ km/s/Mpc. Essa tensão sugere que a origem do problema está nas teorias, seja pequenos ajustes ou modificações completas dos modelos cosmológicos, ou na própria gravitação, já que os dados estão cada vez mais precisos.

O trabalho foi organizado da seguinte forma, no capítulo 2 descrevemos as equações de Friedmann a partir das soluções das equações de Einstein na seção 2.1, em seguida introduzindo o modelo padrão Λ CDM na seção 2.2. Depois apresentamos os modelos $\Lambda(t)$ CDM, foco do trabalho, no capítulo 3, separado em seis seções: começamos com a seção 3.1, onde desenvolvemos as equações para os modelos, seguindo para as seções 3.2 e 3.3, os quais apresentamos as soluções analíticas das classe de modelos necessárias para as análises, já na seção 3.4, apresentamos os dados e metodologias utilizados nas análises, e por fim as seções 3.5 e 3.6, os quais vinculamos os parâmetros dos modelos usando dados de SNe Ia, de Cronômetros Cósmicos, em conjunto aos priors do Planck, SH0ES e CMB separadamente. Finalmente, apresentamos a conclusão e considerações finais no capítulo 4.

2 EQUAÇÕES E MODELOS COSMOLÓGICOS

2.1 SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DE EINSTEIN PARA MÉTRICA DE FLRW

Nesta seção iremos descrever a matemática apropriada, para que possamos então, estudar a evolução do Universo, sendo assim, partiremos de uma abordagem similar a literatura (KOLB, 2019; WEINBERG, 2008). Primeiramente devemos definir uma métrica, já que se faz necessário para solução das equações de Einstein. Esta métrica é conhecida como Métrica FLRW (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker), e descreve a geometria do espaço-tempo no contexto cosmológico, possibilitando os estudos da evolução do universo, pode ser escrita como:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.1)$$

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + \frac{a(t)^2 dr^2}{1 - kr^2} + a(t)^2 r^2 d\theta^2 + a(t)^2 r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2, \quad (2.2)$$

e descrita em forma matricial,

$$[g_{\mu\nu}] = \begin{pmatrix} -c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a(t)^2}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a(t)^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a(t)^2 r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

O Princípio Cosmológico, presente na métrica FLRW, postula que o universo deve ser homogêneo e isotrópico (FRIEDMAN, 1922; FRIEDMANN, 1924). A homogeneidade refere-se à uniformidade do Universo em larga escala, onde a distribuição da matéria deve ser igualmente distribuída, sendo indiferenciável em qualquer ponto observado. Já a isotropia, aponta que o universo deve ser uniforme em todas as direções, sendo impossível diferenciar localidades em grande escala. O termo $a(t)$ e multiplica todas direções espaciais, como mostrado na Eq.(2.2). Assim entendemos que ele é responsável pela isotropia e homogeneidade do Universo.

Até o presente momento, podemos considerar a teoria da Relatividade Geral como a mais completa teoria da gravitação, sendo, portanto, necessário o uso das Equações de Campo de Einstein. Sabemos ainda que a teoria da relatividade geral é muito precisa em descrever o universo em escalas macroscópicas. Assim, usamos a métrica FLRW, que é matematicamente representada por um elemento de linha que descreve a distância entre dois pontos no espaço-tempo. Ela inclui o fator de escala $a(t)$, onde o seu comportamento carrega a informação da expansão ou contração do Universo ao longo do tempo.

A métrica FLRW descreve também as propriedades geométricas do Universo, como a curvatura espacial, com três possibilidades, conforme abaixo:

$$k = \begin{cases} -1 & \rightarrow \text{Universo curvo hiperbólico} \\ 0 & \rightarrow \text{Universo plano} \\ +1 & \rightarrow \text{Universo curvo hiperesférico} \end{cases},$$

o termo k , chamado de parâmetro de curvatura espacial, é importante, pois indica a geometria espacial do universo.

Com a métrica determinada podemos resolver as Equações de Einstein (EINSTEIN, 1917; EINSTEIN; SITTER, 1932), que por definição são dadas por:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

sendo $T_{\mu\nu}$ o tensor de energia-momento. $G_{\mu\nu}$ é o Tensor de Einstein, dado por:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R, \quad (2.5)$$

onde $R_{\mu\nu}$ seria o tensor de Ricci e R o escalar de Ricci.

2.1.1 Solução dos Símbolos de Christoffel

Para resolver $G_{\mu\nu}$, precisamos resolver o tensor de Ricci, que, por sua vez, depende dos símbolos de Christoffel, definidos por:

$$\Gamma_{\nu\mu}^{\alpha} = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (\partial_{\mu} g_{\beta\nu} + \partial_{\nu} g_{\mu\beta} - \partial_{\beta} g_{\mu\nu}). \quad (2.6)$$

Esses símbolos não são tensores, mas são usados para descrever a conexão métrica, como linhas geodésicas, ou seja, trajetórias seguidas por partículas sob influência da gravidade, devido à presença de massa e energia. Em essência, eles nos informam como as coordenadas mudam à medida que nos movemos ao longo da geodésica em um espaço curvo, fundamentais para calcular a derivada covariante e para formular as equações de movimento na relatividade geral, ajudando a entender a curvatura do espaço-tempo causada pela distribuição de matéria e energia.

Temos como resultados não nulos os seguintes valores para os símbolos de Christoffel:

$$\Gamma_{rr}^t = \frac{a\dot{a}}{c^2(1 - kr^2)}, \quad (2.7)$$

$$\Gamma_{\theta\theta}^t = \frac{r^2 a\dot{a}}{c^2}, \quad (2.8)$$

$$\Gamma_{\phi\phi}^t = \frac{a\dot{a}r^2 \text{sen}(\theta)^2}{c^2}, \quad (2.9)$$

$$\Gamma_{tr}^r = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.10)$$

$$\Gamma_{rr}^r = -\frac{kr}{kr^2 - 1}, \quad (2.11)$$

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = kr^3 - r, \quad (2.12)$$

$$\Gamma_{\phi\phi}^r = (kr^3 - r) \text{sen}(\theta)^2, \quad (2.13)$$

$$\Gamma_{t\theta}^\theta = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.14)$$

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{r}, \quad (2.15)$$

$$\Gamma_{\phi\phi}^\theta = -\cos(\theta) \text{sen}(\theta), \quad (2.16)$$

$$\Gamma_{t\phi}^\phi = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.17)$$

$$\Gamma_{r\phi}^\phi = \frac{1}{r}, \quad (2.18)$$

$$\Gamma_{\theta\phi}^\phi = \frac{\cos(\theta)}{\text{sen}(\theta)}, \quad (2.19)$$

simplificando os resultados,

$$\Gamma_{tt}^t = 0; \quad (2.20)$$

$$\Gamma_{ti}^t = 0; \quad (2.21)$$

$$\Gamma_{ti}^i = \frac{\dot{a}}{a} \delta_i^i. \quad (2.22)$$

2.1.2 Solução do Tensor e Escalar de Ricci

Com os símbolos de Cristofell encontrados, podemos então resolver o tensor de Ricci, definido como:

$$R_{\mu\nu} = R^\alpha_{\nu\rho\mu} g_{\rho\alpha} = R^\rho_{\nu\rho\mu} = \partial_\rho \Gamma^\rho_{\nu\mu} - \partial_\nu \Gamma^\rho_{\rho\mu} + \Gamma^\rho_{\rho\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\mu} - \Gamma^\rho_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\rho\mu}. \quad (2.23)$$

Esse tensor pode ser entendido como uma quantidade matemática que descreve o comportamento da distribuição local da curvatura do espaço-tempo em um determinado ponto. Ele é derivado do tensor de curvatura de Riemann que possui menos número de componentes, pela contração realizada, como

podemos ver na terceira igualdade de 2.23.

Calculando este tensor, obtemos suas componentes não nulas:

$$R_{00} = -\frac{3\ddot{a}}{a} = \left[-\frac{3\ddot{a}}{a} \right] \frac{g_{00}}{c^2}, \quad (2.24)$$

$$R_{11} = \frac{2\dot{a}^2 + a\ddot{a} + 2k}{c^2(1 - kr^2)} = \left[\frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2kc^2}{a^2} \right] \frac{g_{11}}{c^2}, \quad (2.25)$$

$$R_{22} = \frac{2r^2\dot{a}^2 + r^2a\ddot{a} + 2kr^2}{c^2} = \left[\frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2kc^2}{a^2} \right] \frac{g_{22}}{c^2}, \quad (2.26)$$

$$R_{33} = \frac{2r^2\dot{a}^2 + r^2a\ddot{a} + 2kr^2}{c^2} \sin^2(\theta) = \left[\frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2kc^2}{a^2} \right] \frac{g_{33}}{c^2}, \quad (2.27)$$

simplificando os resultados anteriores, obtemos duas equações, uma para a parte temporal e outra acoplada para a espacial.

$$R_{00} = -\frac{3\ddot{a}}{a} = \left[-\frac{3\ddot{a}}{a} \right] \frac{g_{00}}{c^2}; \quad (2.28)$$

$$R_{ij} = \frac{g_{ij}}{c^2} \left[\frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2kc^2}{a^2} \right]. \quad (2.29)$$

Temos o escalar de Ricci, considerado como uma forma de medir a curvatura intrínseca de um espaço-tempo em um determinado ponto. Ele é calculado como uma contração do tensor de Ricci. Enquanto o tensor de Ricci descreve a curvatura em um espaço-tempo, o escalar de Ricci transforma essa informação em um único valor escalar.

Matematicamente, o Escalar de Ricci é representado como:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}. \quad (2.30)$$

Com isso podemos definir R sendo a soma da parte temporal com a espacial da contração do tensor de Ricci, como a seguir:

$$R = R_{00}g^{00} + R_{ij}g^{ij}, \quad (2.31)$$

$$R = \frac{6}{c^2} \left[\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{kc^2}{a^2} \right]. \quad (2.32)$$

2.1.3 Solução dos Tensores de Einstein e Energia-momento

Agora, após encontrarmos as soluções para o tensor e escalar de Ricci, podemos resolver o lado esquerdo das equações de Einstein e consequentemente encontrando os valores do tensor de energia momento.

Substituindo o tensor de energia-momento da equação 2.4 por representação mais adequada, temos:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (2.33)$$

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}^T, \quad (2.34)$$

$T_{\mu\nu}^T$ é o tensor de energia-momento total,

$$T_{\mu\nu}^T = T_{\mu\nu}^\Lambda + T_{\mu\nu}^f. \quad (2.35)$$

Como não definimos explicitamente os tipos de energia que compõem o universo, mantemos uma generalização das equações, que representa a soma das densidades e pressões de todas essas energias, podendo ser expressa da seguinte forma:

$$T_{\mu\nu}^T = (\rho_T + p_T) U_\mu U_\nu + p_T g_{\mu\nu}, \quad (2.36)$$

onde,

$$U_\alpha = (-c, 0, 0, 0), \quad (2.37)$$

sendo U_α o vetor quadrivelocidade ou 4-velocidade.

Assim podemos resolver a equação 2.34 para as componentes temporais, primeiro encontrando o T_{00}^T :

$$T_{00}^T = (\rho_T + p_T) U_0 U_0 + p_T g_{00}, \quad (2.38)$$

$$T_{00}^T = \rho_T c^2, \quad (2.39)$$

e agora substituindo o resultado anterior, encontramos:

$$G_{00} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{00}, \quad (2.40)$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho_T. \quad (2.41)$$

Aplicando o mesmo procedimento para as componentes espaciais, obtemos:

$$T_{ij}^T = (\rho_T + p_T) U_i U_j + p_T g_{ij}, \quad (2.42)$$

$$T_{ij}^T = p_T g_{ij}, \quad (2.43)$$

e G_{ij} ,

$$G_{ij} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ij}; \quad (2.44)$$

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \left[\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} \right] = -\frac{8\pi G}{c^2} p_T; \quad (2.45)$$

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{8\pi G}{3} \rho_T = -\frac{8\pi G}{c^2} p_T; \quad (2.46)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho_T + \frac{3p_T}{c^2} \right). \quad (2.47)$$

Desta forma, encontramos duas equações independentes, conhecidas como equações de Friedmann, na quais $\frac{\dot{a}}{a} = H$, sendo H a função de Hubble. As equações ficam então:

$$H^2 = \frac{8\pi G \rho_T}{3} - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (2.48)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho_T + \frac{3p_T}{c^2} \right). \quad (2.49)$$

A Eq. (2.49) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$H^2 + \dot{H} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho_T + \frac{3p_T}{c^2} \right), \quad (2.50)$$

onde derivando $H^2 + \dot{H}$, encontrasse novamente $\frac{\ddot{a}}{a}$.

2.1.4 Definição da Equação de Conservação

Derivaremos a equação de conservação de energia para um fluido perfeito em um universo em expansão, utilizando Eq. (2.48), seguida pela Eq. (2.49). A densidade de energia ρ_f e a pressão p_f do fluido perfeito são medidas no referencial comóvel do fluido, ou seja, no referencial de repouso, independentemente de suas componentes (f). Encontrando a equação de conservação de energia, podemos compreender a evolução das densidades de energia no universo.

Como as equações de Friedmann e o tensor energia-momento já foram definidos anteriormente, continuaremos a utilizá-los para definir as equações de continuidade da seguinte forma:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G \rho_f}{3} - \frac{kc^2}{a^2}; \quad (2.51)$$

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G \rho_f a^2}{3} - kc^2; \quad (2.52)$$

$$\rho_f a^2 = \frac{3\dot{a}^2}{8\pi G} + \frac{3kc^2}{8\pi G}. \quad (2.53)$$

Agora, então podemos derivar em relação ao tempo dos dois lados, assim ficando:

$$\frac{d}{dt}(\rho_f a^2) = \frac{d}{dt} \left(\frac{3\dot{a}^2}{8\pi G} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{3kc^2}{8\pi G} \right); \quad (2.54)$$

$$a^2 \dot{\rho}_f = -2\rho_f a \dot{a} + \frac{6\dot{a}\ddot{a}}{8\pi G}; \quad (2.55)$$

$$\dot{\rho}_f = -\frac{2\rho_f a \dot{a}}{a^2} + \frac{6\dot{a}\ddot{a}}{a^2 8\pi G}; \quad (2.56)$$

$$\dot{\rho}_f = -2H\rho_f + \frac{3H}{4\pi G} \frac{\ddot{a}}{a}. \quad (2.57)$$

Substituindo a Eq. (2.49) na equação anterior, temos:

$$\dot{\rho}_f = -2H\rho_f - \frac{3H}{4\pi G} \left[\frac{4\pi G}{3} \left(\rho_f + \frac{3p_f}{c^2} \right) \right], \quad (2.58)$$

$$\dot{\rho}_f = -2H\rho_f - H \left(\rho_f + \frac{3p_f}{c^2} \right), \quad (2.59)$$

$$\dot{\rho}_f = -3H \left(\rho_f + \frac{p_f}{c^2} \right), \quad (2.60)$$

a Eq. (2.60), pode ser obtida a partir da quadridivergência do tensor energia-momento para fluido perfeito. Por fim, temos a seguinte equação:

$$\dot{\rho}_f + 3H \left(\rho_f + \frac{p_f}{c^2} \right) = 0, \quad (2.61)$$

onde, $\dot{\rho}_f$ representa a derivada temporal da densidade de energia. Essa equação descreve a evolução das densidades de energia no universo e é frequentemente chamada de equação da continuidade.

2.2 MODELO PADRÃO Λ CDM

O Λ CDM estabeleceu-se como modelo mais aceito na astrofísica e cosmologia devido à sua simplicidade, principalmente por resolver grande maioria das questões da evolução do cosmos. Ele se fundamenta no princípio cosmológico, e dependente de duas componentes de energia desconhecidas: A energia escura (Λ), responsável pela expansão do universo e um tipo hipotético de matéria, a matéria escura fria (“Cold Dark Matter - CDM”). Vale ressaltar que Λ pode ser relacionado a energia do vácuo, uma das primeiras tentativas de explicação.

O Modelo Padrão é marcado por uma série de descobertas e contribuições significativas de vários pesquisadores. A contribuição do astrônomo Edwin Hubble foi fundamental, onde ao observar galáxias distantes ele percebeu que as galáxias estavam se afastando umas das outras, sugerindo então a expansão do Universo. Essa descoberta foi essencial para estabelecer a Lei de Hubble, dada por

$v = H_0 d$, que descreve a velocidade em que as galáxias se afastam. Essa ideia foi posteriormente utilizada como uma das motivações para a teoria do Big Bang.

Alexandre Friedmann, um matemático e físico russo, desenvolveu as equações fundamentais da cosmologia estabelecendo uma das soluções para as equações de Einstein. Essas equações, discutidas na seção anterior, descrevem a dinâmica da expansão do Universo, permitindo entender evolução de um universo em expansão com três curvaturas espaciais possíveis, conforme o princípio cosmológico. É relevante notar que a ideia de um universo em expansão era inicialmente contraintuitiva, tanto que até mesmo Einstein, criador do termo Λ posteriormente presente nas equações de Friedmann, duvidava da contribuição não nula desse termo. Mais tarde, Einstein considerou Λ uma suposta falha, chamando-o de seu “maior erro”, após as descobertas de Hubble, (WEINBERG, 2005). Nas décadas seguintes, a constante cosmológica foi reconsiderado para explicar a expansão acelerada do Universo, descoberta pelas observações astronômicas de supernovas tipo Ia na década de 1990.

É importante ressaltar que os trabalhos de Friedmann e Hubble foram desenvolvidos de forma independente, ambos respaldados pelas equações de campo de Einstein.

Esse modelo fornece uma explicação precisa para uma variedade de observações, como a radiação cósmica de fundo de micro-ondas, a distribuição de galáxias, a nucleossíntese primordial e a distribuição das flutuações de densidade no Universo. No entanto, algumas questões fundamentais, como a verdadeira natureza da matéria escura e da energia escura, continuam sendo áreas de pesquisa ativa.

2.2.1 Expansão do Universo

No início do século XX, predominava a visão de que o Universo era estático e imutável. Entretanto, em 1929, o astrônomo Edwin Hubble fez uma descoberta ao observar galáxias distantes, usando o telescópio Hooker no Observatório Mount Wilson, na Califórnia. Ele descobriu que as nebulosas espirais, o que hoje conhecemos como galáxias, na verdade, estavam se afastando (HUBBLE, 1929). Hubble utilizou as observações de estrelas variáveis conhecidas como Cefeidas para calcular as distâncias até essas galáxias (HUBBLE, 1929; HUBBLE; HUMASON, 1931). Combinando esses dados com as medições do desvio para o vermelho (*redshift*) das linhas espectrais das galáxias, ele formulou a Lei de Hubble: uma relação entre a distância das galáxias e a velocidade com que estavam se afastando. Em outras palavras, quanto maior o redshift, maior a velocidade com que as galáxias se afastam de nós (Terra).

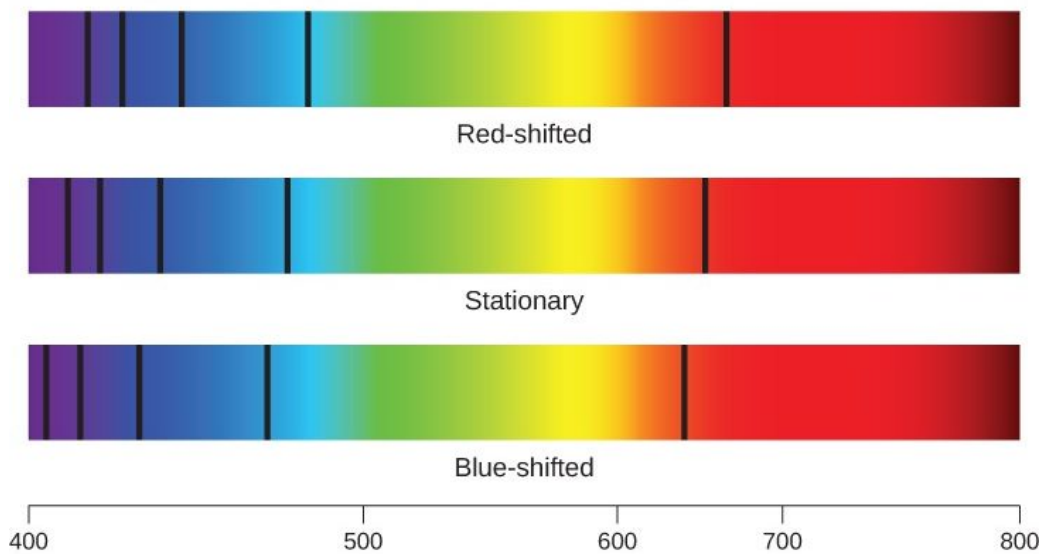
O redshift é um fenômeno observado na luz das galáxias distantes. Ele ocorre quando a luz emitida por esses corpos cósmicos mostra um desvio para o vermelho, indicando que os corpos estão se afastando da Terra devido à expansão do Universo. Esse deslocamento para o vermelho acontece

porque a luz é esticada à medida que o espaço entre a fonte emissora (a galáxia) e o observador (nós, na Terra) se expande, resultando em um aumento no comprimento de onda da luz:

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e}, \quad (2.62)$$

sendo, z é o redshift, λ_o é o comprimento de onda observado, e λ_e o comprimento de onda emitido. Ao decorrer do trabalho será demonstrada a Eq. (2.62).

Figura 1 – Deslocamento de Linhas Espectrais.

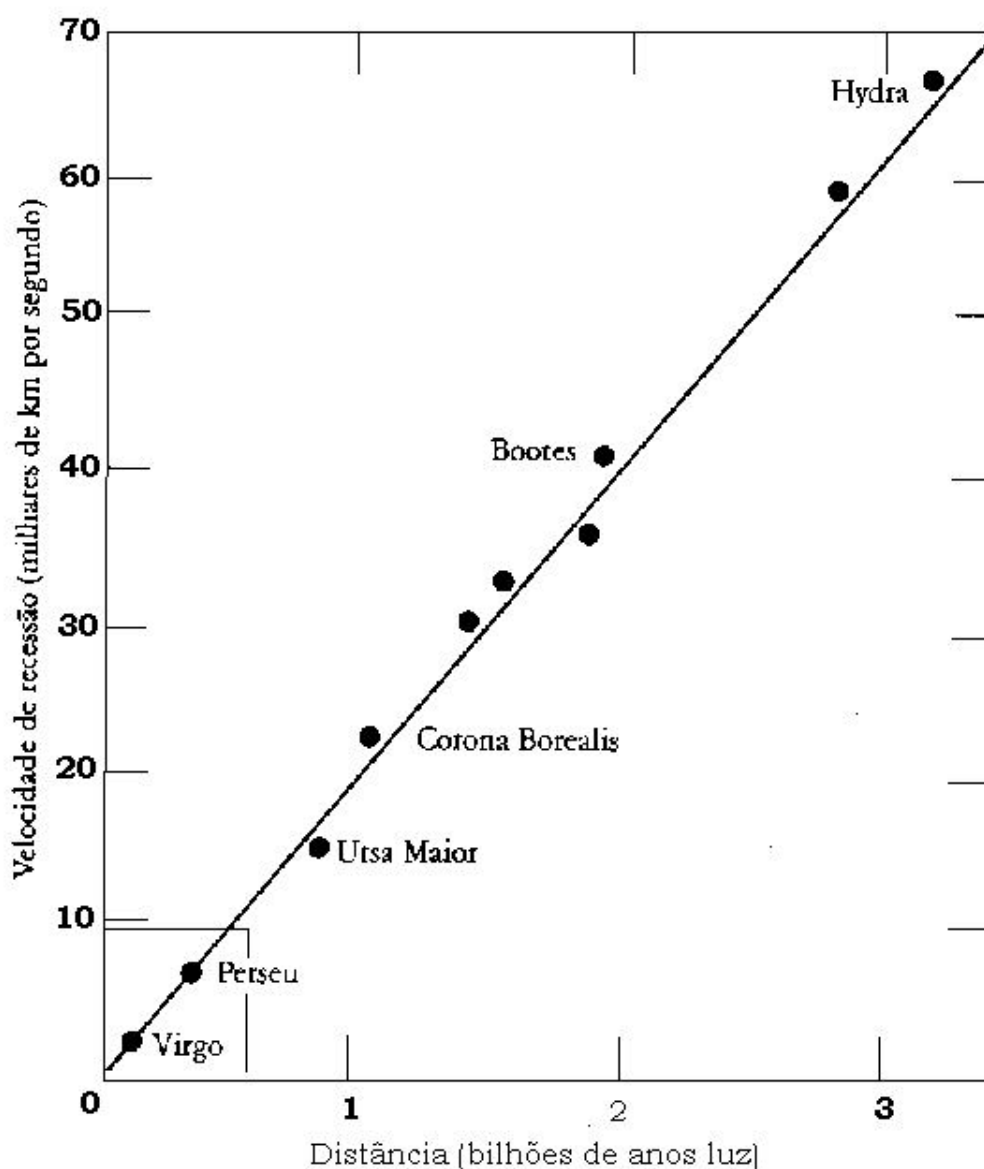


Fonte: NOIC - Deslocamento de Linhas Espectrais, por Tiago Lucio.

Na Figura 1 é possível perceber que as linhas de absorção são deslocadas para a direita, o que indica um aumento do comprimento de onda (redshift). Quando estão deslocadas para a esquerda há uma diminuição do comprimento de onda (blueshift). Esse deslocamento age conforme a Eq. (2.62).

A Lei de Hubble pode ser expressa pela equação $v = H_0 \cdot d$ como mencionado anteriormente, onde v é a velocidade de afastamento, d a distância da galáxia e $H_0 \equiv H(z = 0)$ o valor atual da constante de Hubble. Na cosmologia, as quantidades atuais são frequentemente representadas com o subscrito 0. Essa relação mostra que o espaço entre as galáxias está se expandindo, sugerindo que o Universo poderia então estar em constante expansão.

Figura 2 – Gráfico da Lei de Hubble mostrando a relação entre distância e velocidade para diversos aglomerados de galáxias.



Fonte: INPE - A Lei de Hubble, por Carlos Alexandre Wuensche.

Futuramente, a descoberta de Hubble, foi fundamental para a formulação do modelo Λ CDM. No entanto, houve outras contribuições igualmente importantes, como a do físico e padre belga Georges Lemaître, o qual desenvolveu a teoria da expansão cósmica (LEMAITRE, 1927; LEMAITRE, 1931a; LEMAITRE, 1931b). Lemaître propôs que, se o universo estaria se expandindo, seu passado deveria ser muito menor e mais denso. Posteriormente a teoria ficou conhecida como a “Teoria do Big Bang”, sendo atualmente a explicação da origem do universo mais aceita. A teoria foi desenvolvida com base nas equações de campo de Einstein, formulando uma singularidade primordial, o qual seria uma espécie de “átomo primordial” ou “ovo cósmico” e que por algum motivo começou a se expandir constantemente. As bases do modelo do Big Bang, foram bem desenvolvidas pelos estudos de Gamow

e colaboradores (GAMOW, 1946; GAMOW, 1948; ALPHER; HERMAN, 1948).

Lemaître tornou as descobertas de Hubble ainda mais significativa, pois, mesmo que de forma independente, sua ideia e as observações do redshift se complementavam, fortalecendo a perspectiva de um universo em expansão. De forma igualmente independente, Friedmann contribuiu com sua formulação matemática para descrever o comportamento deste universo em expansão, preservando os princípios cosmológicos. Mais tarde, Howard Robertson e Arthur Walker, refinaram matematicamente as equações de Friedmann, dando então origem à métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW), uma das principais soluções das equações de Einstein.

Vale ressaltar que as primeiras estimativas do H_0 , feitas pelo próprio Hubble, estavam em torno de 500 km/s/Mpc (HUBBLE, 1929), um valor extremamente alto, o que deu origem a um dilema, conhecido como Problema ou Dilema da Idade Antiga do Universo (BAUMANN, 2022). Esse problema refere-se a uma discrepância entre as estimativas da idade do universo obtidas por teorias cosmológicas e as estimativas da idade de certos objetos astronômicos. Essa discrepância nas estimativas sugeriam uma idade relativamente jovem para o Universo, na ordem de alguns bilhões de anos.

Naquela época, o termo Λ , proposto por Einstein em suas equações de campo para descrever um universo estático, foi descartado devido à falta de evidências concretas que apoiassem as contribuições de Hubble e seus colegas. A ideia de que o universo estaria se expandindo parecia improvável, e, assim, Λ foi abandonado, pois deveria ser nulo para que o universo permanecesse estático. Somente na década de 1990, através das observações de Supernovas Tipo Ia e a confirmação por meio de dados da CMB, que o Λ foi reintroduzido nas equações de Einstein, agora para explicar a expansão acelerada do Universo. Desta forma Λ foi considerada como responsável pela expansão acelerada, mudando completamente a percepção que se tinha até aquele momento sobre o cosmos.

Com a nova compreensão do universo, o qual agora ele se expande aceleradamente, foi possível resolver o problema da idade antiga do Universo, e consequentemente, estabelecendo o modelo padrão Λ CDM. As estimativas para a idade do Universo foram ajustadas aproximadamente em 13,8 bilhões de anos, o que é mais compatível com as idades calculadas para as estruturas mais antigas.

2.2.2 Radiação Cósmica de Fundo (CMB)

A descoberta da Radiação Cósmica de Fundo Micro-ondas (Cosmic Microwave Background, CMB), proposta por (ALPHER; HERMAN, 1948), foi um marco crucial na confirmação da teoria do Big Bang. Em 1965, Arno Penzias e Robert Wilson, engenheiros da Bell Labs nos EUA, realizavam experimentos com uma antena de micro-ondas quando descobriram um sinal inexplicável e frequente (PENZIAS; WILSON, 1965). Inicialmente, esse sinal foi atribuída a interferências causadas

por pombos e resíduos de radioastronomia. Mesmo após várias limpezas realizadas no equipamento, o sinal persistiu. Simultaneamente, na Universidade de Princeton, os astrofísicos Robert Dicke e Jim Peebles buscavam evidências da radiação remanescente do Big Bang, uma das previsões da teoria.

Após a colaboração entre os grupos, ficou claro que o sinal captado pelos engenheiros era, na verdade, a radiação cósmica de fundo, uma radiação difusa que preenche todo o espaço observável. Esta radiação é remanescente do estado quente e denso do Universo primordial, por volta de 380 mil anos após o Big Bang, quando os fótons finalmente se tornaram livres para se propagarem pelo espaço.

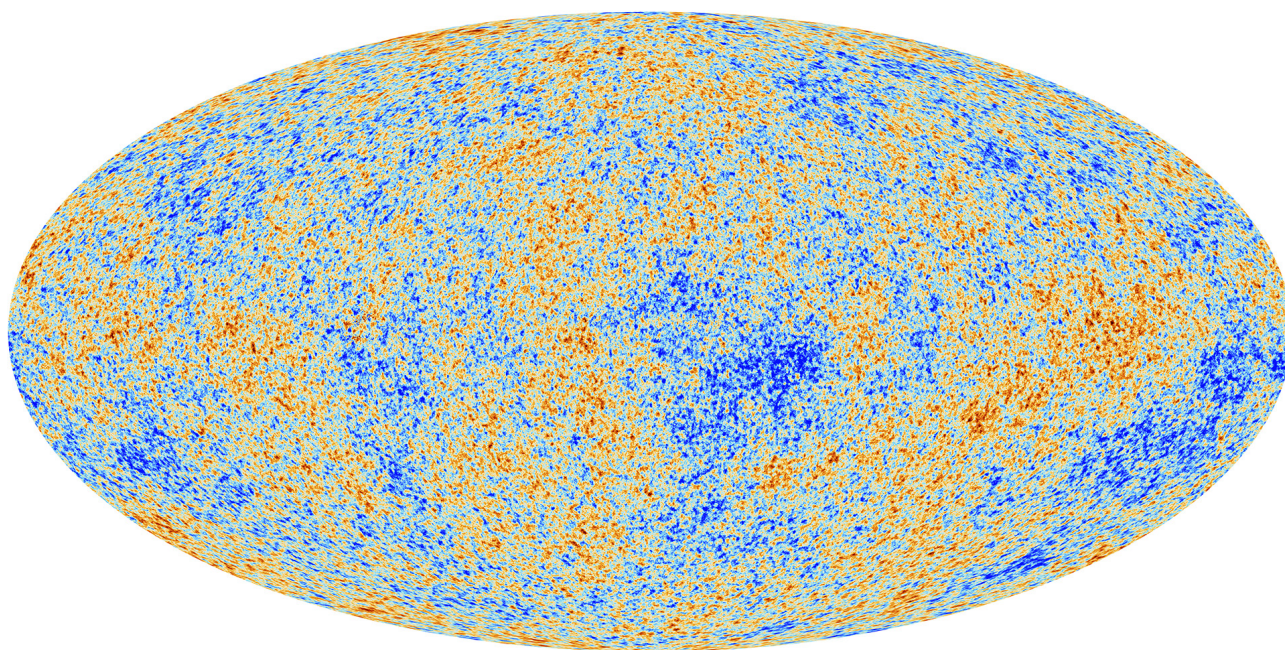
A temperatura da CMB na época de sua liberação, era aproximadamente de 2,7 Kelvins (ou 2700 graus Celsius), resultado do resfriamento adiabático do Universo, devido a expansão cósmica (PENZIAS; WILSON, 1965). Considerando as equações de Friedmann, nos estágios iniciais do universo quando $a(t) \approx 0$, ou seja, um universo extremamente pequeno, ele deveria ser extremamente denso e quente. Nesse estado, a densidade de partículas era tão alta e a temperatura tão elevada que a radiação estava constantemente interagindo com os elétrons e prótons carregados, impedindo que se propagasse livremente. A interação frequente entre a radiação e as partículas carregadas criava um “mar” opaco e denso de partículas, onde a luz não conseguia percorrer grandes distâncias sem ser dispersa ou absorvida (GAMOW, 1946; GAMOW, 1948; ALPHER; HERMAN, 1948).

À medida que o Universo se expandia, sua temperatura média diminuía. Quando a temperatura caiu para cerca de 10^3 a 10^4 Kelvin, os elétrons começaram a se combinar com os prótons. Nesse ponto, os fótons não tinham energia suficiente para causar ionização, permitindo que os átomos de hidrogênio se formassem. Esse momento é conhecido como a “época da recombinação”, quando os átomos de hidrogênio finalmente puderam se formar. Isso permitiu que a radiação, anteriormente aprisionada por interações com elétrons, se propagassem livremente pelo Universo. Esses fótons são chamados de fótons primordiais, sendo responsáveis por muita das informações do universo primordial, sendo detectados como a CMB (DICKE *et al.*, 1965; PARTRIDGE, 1995).

Como os fótons da CMB propagaram praticamente sem interagir com a matéria ao longo do tempo, e sendo um dos eventos mais antigos do Universo observável, eles fornecem uma espécie de imagem “fóssil” do universo primordial, contendo informações sobre sua idade, composição, densidade, evolução do início da história cósmica.

Os dados da CMB são detectadas por missões espaciais através das observações feitas por satélites especializados, como COBE (Cosmic Background Explorer) satélite espacial lançado pela NASA em 1989, o satélite Planck da Agência Espacial Europeia (ESA) e o satélite WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) também da NASA. Esses satélites mapeiam o céu em micro-ondas para medir a intensidade e a polarização da radiação cósmica.

Figura 3 – As anisotropias da CMB, conforme observado pelo satélite Planck (ESA).



Fonte: ESA - Planck and the cosmic microwave background.

A CMB é também utilizada para estudar pequenas variações na temperatura da radiação, conhecidas como flutuações. Essas flutuações extremamente pequenas, da ordem de microkelvins, permitem mapear as anisotropias no Universo primordial, pois com a expansão do universo essa radiação foi esticada, tornando o comprimento de onda mais longos (baixas frequências), o que a transformou de luz visível para a faixa de micro-ondas, assim possibilitando sua captura (SPERGEL *et al.*, 2007; KOMATSU *et al.*, 2009).

A descoberta da radiação cósmica consolidou a teoria do Big Bang por ser a principal evidência para teoria, já que era prevista pela teoria. Consequentemente a melhor e mais aceita explicação do início do cosmo até o momento, referências didáticas podem ser vistas em (KOLB, 2019; DODELSON, 2003; WEINBERG, 2008; LIDDLE; LYTH, 2000).

2.2.3 Supernovas Tipo Ia (SNe Ia)

Nos anos 1930, as supernovas do Tipo Ia foram descobertas, quando astrônomos notaram objetos estelares extraordinariamente brilhantes que apareciam e desapareciam rapidamente nas galáxias (HUBBLE, 1929; HUBBLE; HUMASON, 1931), o nome se deu pela ausência de linhas de absorção de hidrogênio em seus espectros. No entanto, somente na década de 1960 que os astrônomos começaram a reconhecer SNe Ia como um grupo distinto. Já em 1998, foram utilizadas para a descoberta da expansão acelerada do Universo, uma descoberta que rendeu o Prêmio Nobel de Física em 2011, para Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt e Adam G. Riess (RIESS *et al.*, 1998).

Existe um outro tipo de supernovas, conhecido como Supernovas do Tipo II, são o resultado de explosões de estrelas massivas que perderam sua camada externa de hidrogênio. Este tipo de supernovas, torna-se difícil estabelecer as condições padrões ((JAEGER *et al.*, 2020)), comparadas a do Tipo Ia, que ocorrem quando a massa da anã branca atinge cerca de 1,4 vezes a massa do Sol (limite de Chandrasekhar), ela entra em colapso e explode de forma que seu brilho tenha pouca variação (SANDAGE; TAMMANN, 1975; BRANCH, 1998; HOFELICH *et al.*, 2003). A energia liberada nessas explosões é uniforme, permitindo que as supernovas do Tipo Ia sejam usadas como “velas padrão” no universo, uma vez que sua luminosidade absoluta é bem conhecida, sendo frequentemente utilizada para medir distâncias astronômicas, pois se assemelham às cefeidas nesse aspecto (PERLMUTTER; SCHMIDT, 2003; RUIZ-LAPUENTE, 2004; FILIPPENKO, 2003; FILIPPENKO, 2004; PANAGIA, 2005).

O procedimento para usar supernovas do Tipo Ia na cosmologia envolve medir a curva de luz dessas explosões, que é a variação de seu brilho ao longo do tempo. Com base nesta curva de luz e a luminosidade absoluta conhecida dessas supernovas, é possível calcular as distâncias com alta precisão. São fundamentais para a determinação do H_0 , sendo base de um conjunto de dados de baixo redshift, utilizado frequentemente para comparações com a CMB.

Com essas descobertas, os trabalhos de Hubble, Friedmann e Lemaitrê foram fortalecidos, conferindo maior credibilidade à ideia de que o universo estava em expansão (FERRARESE *et al.*, 2000; FREEDMAN *et al.*, 2001; RIESS *et al.*, 2004). Essa nova compreensão reintroduziu o Λ nas equações de Einstein, como já mencionado. Sua principal função hoje, é auxiliar no entendimento da energia desconhecida, responsável pela expansão do Universo, sendo associado então, ao Λ .

Apesar de sua utilidade como velas padrão, as Tipo Ia não são todas idênticas (RIESS *et al.*, 1998; RIESS *et al.*, 2004; FREEDMAN *et al.*, 2001). Algumas variações sutis em suas propriedades podem introduzir incertezas nas medições. Pesquisas buscam entender melhor essas variações, refinando os modelos que descrevem o comportamento dessas explosões estelares para melhorar a precisão de suas medições. Observações detalhadas dessas explosões estelares, em diferentes comprimentos de onda, buscam proporcionar uma compreensão mais profunda, além de refinar ainda mais os dados observacionais (RIESS *et al.*, 2004; KIRSHNER, 2003).

Atualmente, a pesquisa sobre supernovas envolve uma ampla variedade de equipamentos e métodos. Telescópios terrestres, como o Keck ¹ e o Very Large Telescope (VLT) ², em conjunto com telescópios espaciais, como o Hubble ³ e James Webb Space Telescope (JWST) ⁴, desempenham contribuições

¹ Keck pode ser visto em <https://www.keckobservatory.org/>.

² VLT pode ser visto em <https://www.eso.org/public/portugal/teles-instr/paranal-observatory/vlt/>.

³ Hubble pode ser visto em <https://science.nasa.gov/mission/hubble/>.

⁴ JWST pode ser visto em <https://webb.nasa.gov/>.

relevantes na coleta de dados ópticos e observações em diferentes faixas espectrais. A espectroscopia é extremamente importante, com os espectrógrafos analisando o espectro de luz emitido por supernovas, mostrando as informações sobre composição química e propriedades físicas.

Detectores de raios-gama, como o Fermi Gamma-ray Space Telescope ⁵, exploram a faixa de raios-gama, proporcionando informações sobre processos nucleares e energias extremas. Além disso, os observatórios de ondas gravitacionais, como o LIGO ⁶ e o Virgo ⁷, buscam capturar eventos cataclísmicos, embora ondas gravitacionais específicas de supernovas ainda não tenham sido detectadas.

2.2.4 Matéria Escura Fria (CDM)

Entende-se que a matéria escura constitui a maior parte da matéria total do Universo, sem interagir diretamente com a luz eletromagnética, tornando-se indetectável pelos métodos atuais. A suposição de sua existência é inferida a partir dos efeitos gravitacionais que exerce sobre a matéria visível, como galáxias e aglomerados galácticos. Entende-se também que a matéria escura desempenhe um papel fundamental na formação de estruturas cósmicas em filamentos (PEEBLES, 1982; PEEBLES, 2020; BLUMENTHAL *et al.*, 1984). Essas estruturas em larga escala são observadas em levantamentos de grandes grupos de galáxias e através de efeitos de lentes gravitacionais fracas e fortes.

A descoberta da matéria escura começou a ganhar destaque na década de 1930, quando o astrônomo suíço Fritz Zwicky observou que a velocidade das galáxias em aglomerados galácticos era muito maior do que poderia ser explicado pela quantidade de matéria visível (ZWICKY, 1933). Ele propôs a existência de “matéria faltante” ou “matéria escura” para explicar essa discrepância. No entanto, a ideia da matéria escura não foi amplamente aceita até a década de 1970, quando pesquisas adicionais confirmaram observações anteriores, mostrando que as estrelas nos braços externos das galáxias giravam mais rápido do que o esperado com base na quantidade de matéria visível (RUBIN; FORD JR., 1970; RUBIN; THONNARD; FORD JR., 1980). Assim, a hipótese de que a matéria escura seria necessária para explicar esses padrões de movimento se consolidou.

Embora a matéria escura fria desempenhe um papel essencial na teoria de formação das estruturas cósmicas, a natureza exata das partículas que a compõem ainda permanece um mistério científico. Existem várias teorias e candidatos a partículas de matéria escura, mas até o momento, não houve detecções diretas ou observações que confirmem a existência de uma partícula em específica.

Existem três tipos mais conhecidos de matéria escura: “fria”, “morna” e “quente”. Elas se diferenciam por suas velocidades e estruturas:

⁵ Fermi Gamma-ray Space pode ser visto em <https://science.nasa.gov/mission/fermi/>.

⁶ LIGO pode ser visto em <https://www.ligo.caltech.edu/>.

⁷ Virgo pode ser visto em <https://www.virgo-gw.eu/>.

- **Matéria Escura Fria (*Cold Dark Matter* - CDM):** A CDM é composta por partículas que se movem lentamente em relação à velocidade da luz. Essa lentidão permite que a CDM se agrupe em escalas menores, formando estruturas como galáxias e aglomerados de galáxias. Ela desempenha um papel crucial na formação de estruturas em larga escala, observadas em grandes levantamentos (PEEBLES, 1982; BLUMENTHAL *et al.*, 1984).
- **Matéria Escura Quente (*Warm Dark Matter* - WDM):** As partículas de WDM têm velocidades mais altas em comparação com a CDM, o que limita sua capacidade de formar estruturas menores. Isso resulta em uma supressão da formação de estruturas em pequena escala, como galáxias anãs e outras estruturas subgalácticas. No entanto, elas ainda podem desempenhar um papel importante na formação de estruturas em grande escala (BOND; SZALAY; TURNER, 1982; BLUMENTHAL; PAGELS; PRIMACK, 1982).
- **Matéria Escura Morna (*Mixed Dark Matter* - MDM):** A MDM é uma combinação hipotética de matéria escura fria e quente, que visa explicar as propriedades de ambos os tipos. A MDM teria características intermediárias entre a CDM e a WDM, permitindo a formação de estruturas em escalas intermediárias (LIDDLE; LYTH, 1993; DEKKER *et al.*, 2022).

A matéria escura fria, em particular, é essencial para a formação de estruturas cósmicas. Como mencionado anteriormente, suas partículas são relativamente lentas em comparação com as partículas de matéria normal e, principalmente a radiação, permitindo a acumulação em regiões de maior densidade devido os efeitos gravitacionais (PEACOCK, 1999). Essas regiões densas aumentaram conforme a evolução cósmica, formando os chamados “halos de matéria escura”. Esses halos por sua vez servem como “Grandes Bacias” para a agregação de gás e matéria visível, permitindo que a matéria escura se agrupe em estruturas cada vez maiores ao longo do tempo.

Os candidatos teóricos para partículas de matéria escura fria incluem partículas supersimétricas (como os neutralinos), axions e outras partículas ainda não descobertas:

- **Axions:** São frequentemente considerados como partículas extremamente leves, cuja a principal característica é a interação muito fraca com outras partículas. Essa propriedade os torna adequados para serem candidatos à matéria escura, uma vez que não interagem significativamente com a luz ou com outras partículas, tornando difícil sua detecção direta (SIKIVIE, 1985; BERTONE; HOOPER; SILK, 2005; SIKIVIE, 2008; SIKIVIE, 2021).
- **Neutralinos:** Pertencem à teoria da supersimetria, os neutralinos, são suficientemente pesados para não terem sido detectados experimentalmente até agora. Sua estabilidade e a ausência

de interações elétricas os tornam candidatos promissores para a matéria escura (BERTONE; HOOPER; SILK, 2005).

- WIMPs: São partículas hipotéticas que interagem fracamente com a matéria conhecida. Devido à sua massa e as propriedades de interação, tornam-se candidatas populares para a matéria escura. A busca pelos WIMPs é conduzida em experimentos subterrâneos de detecção direta (BERTONE; HOOPER; SILK, 2005).

Axions e neutralinos, podem ser considerados como os mais estudados até o momento, sendo axions o principal candidato recentemente. Os axions são partículas hipotéticas que surgiram como solução para um problema teórico na Cromodinâmica Quântica (QCD), a teoria que descreve a interação forte entre quarks. Os axions foram inicialmente proposto por Pierre Sikivie, sugerindo uma solução para o problema da violação de simetria P (paridade) na QCD (SIKIVIE, 1985; SIKIVIE, 1996). Por outro lado, os neutralinos são partículas supersimétricas, pertencentes às teorias que estendem o Modelo Padrão da física de partículas. No contexto da supersimetria, cada partícula conhecida tem um parceiro supersimétrico, sendo estável e eletricamente neutro (BERTONE; HOOPER; SILK, 2005). Além destas partículas existem outras hipotéticas que são consideradas como possíveis candidatas à matéria escura também.

Embora a presença da matéria escura seja detectada indiretamente por meio de seu efeito gravitacional, ainda não foi possível identificar diretamente as partículas que a compõem. Experimentos em aceleradores de partículas e observatórios subterrâneos buscam detectar e caracterizar essas partículas, mas até agora não houve descobertas definitivas sobre a sua natureza. O entendimento sobre a matéria escura continua sendo um dos maiores desafios da física de partículas e da cosmologia moderna. A utilização de lentes gravitacionais representa uma das maiores esperanças para solucionar o problema, pois oferece a possibilidade de estudar o comportamento delas (WU *et al.*, 1998), sendo também uma das principais evidências de sua existência.

Assim como Λ , a matéria escura é uma das principais características do modelo padrão, o qual mudou a forma de percebemos o cosmos. Com as evidências da matéria escura até o momento, possivelmente sua descoberta está até mais próxima de sua confirmação do que o próprio Λ .

2.2.5 Universo de Sitter

O Universo de Sitter é uma solução específica das equações de campo de Einstein que descreve um tipo particular de modelo cosmológico (SITTER, 1916a; SITTER, 1916b; SITTER, 1917; EINSTEIN; SITTER, 1932). Neste modelo, o universo é caracterizado por possuir Λ positiva, enquanto a matéria e radiação são negligenciáveis. Essa caracterização do modelo, é especialmente relevante para explorar

extremos do universo, períodos em que a influência da matéria e radiação são irrelevantes para a dinâmica da evolução cósmica.

Em 1917, antecedendo as contribuições notáveis de Hubble, Lemaître e Friedmann, o astrônomo e matemático neerlandês Willem De Sitter propôs o então Universo de Sitter. No entanto, como já citado, na época, a ideia de um universo em expansão era contra-intuitiva. Assim, as ideias de De Sitter foram inicialmente recebidas com ceticismo e demoraram a ser plenamente adotadas. Somente mais tarde, suas contribuições foram utilizadas para abordar outros problemas cosmológicos, como a teoria da inflação cósmica (EDDINGTON, 1924).

O Universo de Sitter, inicialmente proposto como uma solução teórica, adquiriu grande significado na cosmologia moderna, destacando-se especialmente no contexto do modelo Λ CDM. A métrica de Sitter é expressa da seguinte forma:

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2Ht}(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (2.63)$$

o termo e^{2Ht} , onde H é constante, reflete a expansão exponencial ao longo do tempo cósmico, assemelhando-se ao fator de escala na métrica de FLRW.

Devido à expansão exponencial, o Universo de Sitter apresenta um horizonte de eventos, um limite além do qual objetos não podem ser observados. Essa característica está intrinsecamente ligada à aceleração cósmica constante, impondo restrições sobre o que pode ser observado a partir de um ponto fixo. Ao utilizar as equações (2.48) e (2.49), podemos derivar esse modelo específico ao considerar que a densidade (ρ_f), pressão (p_f), e curvatura espacial (k) são todas nulas. Dessa maneira, obtemos as seguintes equações:

$$3H^2 = \Lambda, \quad (2.64)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = \Lambda, \quad (2.65)$$

substituindo (2.64) em (2.65), obtemos

$$2\dot{H} + \Lambda = \Lambda, \quad (2.66)$$

$$\dot{H} = 0, \quad (2.67)$$

desta forma, podemos concluir que o parâmetro de Hubble é constante, indicando que o universo se

expande de forma uniforme ao longo do tempo cósmico, como representado na seguinte equação:

$$H_I = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}. \quad (2.68)$$

$\dot{H}$, pode ser escrito também, como:

$$\dot{H} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right), \quad (2.69)$$

$$\dot{H} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad (2.70)$$

substituindo a relação da Eq. (2.67), temos:

$$0 = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad (2.71)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2. \quad (2.72)$$

Isso sugere que o universo está sempre experimentando uma aceleração, pois $\ddot{a} > 0$. Essa característica faz com que este modelo seja especialmente útil para explicar estágios inflacionários no universo primordial.

Para que o modelo inflacionário resolva os problemas que se propõe, é importante descartar que é necessária uma quantidade específica de e-folds, como descrito em (KAMIONKOWSKI; KOVETZ, 2016). O termo “e-folds” refere-se ao número de vezes que o universo expande durante a fase inflacionária. Durante esse período, o universo se expande exponencialmente em um curto espaço de tempo, e cada e-fold representa uma duplicação do tamanho do universo.

O número de e-folds, $N(t)$, pode ser expresso quando encontramos a solução da Eq. (2.72), dada por:

$$a(t) = a_I e^{H_I t}, \quad (2.73)$$

onde a_I , é o valor inicial do fator de escala. Com isso temos $N(t)$, sendo:

$$N(t) \equiv \ln \left[\frac{a_*}{a(t)} \right]. \quad (2.74)$$

O modelo de Sitter é frequentemente utilizado para descrever a fase inflacionária do universo. Durante esta fase, onde Λ é extremamente importante por levar a uma expansão exponencial e consequentemente resolvendo diversos problemas que serão citados na próxima subseção. Embora o

Universo de Sitter seja um modelo teoricamente relevante, observacionalmente, o valor obtido de Λ é muito pequena em comparação ao valor necessário para sustentar uma fase de Sitter por um período longo.

2.2.6 Inflação Cósmica

A teoria da inflação cósmica é uma proposta que sugere que o universo passou por um rápido período de expansão exponencial nos primórdios do universo. Na década de 1980, Alan Guth, Andrei Linde e outros físicos teóricos introduziram essa nova ideia (GUTH; WEINBERG, 1981), com o propósito de resolver problemas presentes no modelo padrão.

A inflação cósmica surge para abordar desafios como a uniformidade aparente do universo, a ausência de monopolos magnéticos e a origem das grandes estruturas cósmicas. Existem várias teorias inflacionárias e modelos com diferentes potenciais inflacionários, exemplos: a inflação caótica de Linde, a inflação newtoniana de Steinhardt, e a inflação natural de Freese, algumas dessas estão disponíveis em (LINDE, 1982; LINDE, 1983; STEINHARDT, 1997; KOFMAN; LINDE; STAROBINSKY, 1997).

Alguns dos problemas resolvidos, com os modelos inflacionários:

1. Problema do Horizonte: Antes da inflação, diferentes regiões do universo observável não tinham tempo suficiente para interagir e alcançar uma temperatura e densidade uniformes. A inflação resolve isso ao permitir uma rápida expansão antes dos processos térmicos significativos (GUTH, 1981; PENROSE, 1989; PETIT, 1988).
2. Problema do Monopolo Magnético: As teorias de grande unificação prediziam a existência de monopolos magnéticos em abundância, mas eles não foram observados. A inflação dilui sua densidade, explicando a ausência dos monopolos (COLEMAN, 1982; WEN; WITTEN, 1985; RAY *et al.*, 2014; CASTELNOVO; MOESSNER; SONDEHI, 2008).
3. Problema da Planaridade: Refere-se à questão de por que o universo parece tão plano em uma escala cosmológica, apesar das teorias sugerirem um universo espacialmente curvo devido à presença de matéria e energia. A Inflação cósmica sugere que devido a expansão exponencial extremamente rápida logo após o Big Bang, nesse período, qualquer curvatura inicial do foi diluída a ponto de se tornar praticamente plana (GUTH, 1981).
4. Problema da Saída Graciosa (do inglês, *graceful exit problem*): Esse problema ocorre especialmente em modelos de inflação com múltiplos campos escalares. Surge quando a inflação precisa terminar de maneira suave, permitindo que o universo entre em uma fase mais convencional de expansão lenta, sem causar perturbações significativas no campo de inflação ou no potencial

associado (LIMA; PERICO; ZILIOTI, 2015). Vale ressaltar que este problema é resolvido apenas em alguns modelos cosmológicos, tornando interessante que todos apresentem essa característica, pois, assim, o universo poderia ter uma transição suave, saindo da inflação para um universo em expansão acelerada.

A teoria inflacionaria, propõem um campo escalar chamado Inflaton ϕ (GUTH; STEINHARDT, 1984; GUTH, 1984). Esse campo descreve a dinâmica da inflação, onde a equação de movimento para ϕ é dada pela equação de Klein-Gordon modificada. Este campo apresenta também um potencial $V(\phi)$, onde ele induz o decaimento deste campo ϕ até ϕ_e , esta fase é conhecida como a inflação cósmica. Após a inflação cósmica, ϕ_e decairá em outras componentes, reaquecendo o universo, referida como a dissipação do campo Inflaton, isso explicará como o universo transitou da fase inflacionária para o estado mais familiar de expansão lenta observado hoje.

A inflação acontece antes da era da radiação e logo após do incio do Big Bang, com isso podemos dizer que a densidade e pressão total, poderiam ser descritas por:

$$\rho_T = \rho_\phi, \quad (2.75)$$

$$p_T = p_\phi, \quad (2.76)$$

sendo ρ_ϕ e p_ϕ descritas por

$$\rho_T = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \quad (2.77)$$

$$p_T = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (2.78)$$

Então pela equação de energia (2.61), podemos encontrar a evolução temporal deste campo ϕ :

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (2.79)$$

onde $V'(\phi) \equiv \frac{dV}{d\phi}$. O estudo das perturbações da Eq.(2.79), pode explicar as anisotropias na CMB, representando as pequenas variações de temperatura na radiação de micro-ondas que preenche o universo.

Durante essa fase inicial, as irregularidades na distribuição de matéria deram origem a diferentes temperaturas na CMB, o que, de acordo com o princípio cosmológico, não seria esperado. A teoria inflacionária oferece uma possível explicação através da expansão cósmica exponencial. Essa expansão diluiria as flutuações de densidade, resultando em uma estrutura mais homogênea na CMB, porém, com suas irregularidades.

Partindo da equação Friedmann, podemos modelá-la para a inflação:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \right). \quad (2.80)$$

Quando consideramos que a energia cinética é muito menor do que o potencial, encontramos que $\rho_\phi = -p_\phi$. Esse resultado indica a mesma característica da densidade do vácuo $\rho_\Lambda = -p_\Lambda$, e por esse motivo podemos utilizar o campo ϕ para explicar o vácuo nesta fase, também chamada de “Rolamento Lento”. Assim, para as equações (2.80) e (2.79), encontramos:

$$H^2 \approx \frac{8\pi G}{3} (V(\phi)), \quad (2.81)$$

$$3H\dot{\phi} \approx -V'(\phi). \quad (2.82)$$

Embora a teoria da inflação resolva muitos problemas teóricos, ainda não houve confirmação direta. Observações das flutuações na CMB ofereceram evidências indiretas, mas a detecção direta de ondas gravitacionais primordiais associadas à inflação permanece um desafio (KOMATSU *et al.*, 2009).

Entretanto, a inflação também apresenta desafios, como o problema do fine-tuning, no qual o ajuste preciso do potencial inflacionário apresenta questões filosóficas sobre a harmonia do universo. A escolha inicial do Inflaton permanece um mistério, um dos principais estudos atualmente. Apesar desses desafios, a inflação continua a ser uma ferramenta valiosa para entender a evolução do universo, fornecendo explicações essenciais sobre seus estágios iniciais.

2.2.7 Problemas de Λ CDM

No modelo Λ CDM, há uma série de questões que permanecem sem resposta, apesar de ser o mais aceito. Este trabalho se concentra em dois problemas principais: o Problema da Coincidência e o Problema da Constante Cosmológica. Além disso, mesmo que de forma simplória, será abordada a Tensão do H_0 , uma vez que os modelos desenvolvidos devem evitar agravar essa tensão. É importante destacar que existem outras discrepâncias no cenário cosmológico, como o Problema do σ_8 e Tensão da Curvatura Espacial, que não serão exploradas neste trabalho e análises.

2.2.7.1 Problema da Coincidência (PC)

O problema da coincidência cósmica ou problema da coincidência da densidade, primeiramente formulado por (STEINHARDT, 1997), é um dos problemas fundamentais na cosmologia que busca entender por que a densidade de energia do vácuo e a densidade da matéria se tornaram comparáveis

em certo momento no tempo cósmico, mesmo com suas evoluções tão distintas (veja também em (WEINBERG, 1989; WEINBERG, 2008)).

Durante grande parte da história cósmica, a densidade de energia do universo foi dominada pela matéria, composta por matéria bariônica, matéria escura e radiação, enquanto a energia do vácuo Λ , foi muito pequena em comparação. Em tempos relativamente recentes, há alguns bilhões de anos, a densidade de matéria e a densidade de Λ se tornaram comparáveis, quando a aceleração cósmica começou a predominar.

Este ponto de transição é intrigante, pois as duas densidades diferem demais em relação as suas evoluções temporais e magnitudes. Elas são tão diferentes, pois a energia do vácuo é constante em toda a história cósmica, enquanto a matéria decai com a^{-3} . Assim, a matéria irá se diluir à medida que o Universo se expande (VELTEN; MARTTENS; ZIMDAHL, 2014).

Complica-se ainda mais quando desconhecemos o funcionamento físico destas energias, como sabemos pouco da natureza de ambas as componentes, Λ e matéria escura, surge a pergunta: por que somente recentemente essas duas densidades se tornaram comparáveis em ordem de grandeza? Seria essa uma consequência do modelo, ou seja, uma simples coincidência ou um problema do modelo padrão? Como dito no livro de (D'INVERNO, 1992), “*whenever we find coincidences in a physical theory, we should be highly suspicious about the theory*”, essa observação nos leva a questionar se estamos realmente diante de uma mera coincidência. Na física, coincidências frequentemente apontam para fenômenos subjacentes mais profundos, sugerindo que a teoria atual pode ser incompleta ou necessitar de uma análise mais aprofundada para compreender completamente a situação.

Este problema levanta discussões sobre possíveis explicações, incluindo sugestões de que essa coincidência pode ser uma característica fundamental de um modelo cosmológico mais profundo ou indicar um vínculo entre a natureza da matéria escura e a energia do vácuo. Alguns modelos teóricos exploram a possibilidade de uma interação entre a matéria escura e a energia do vácuo, onde a evolução de uma afeta a outra, possibilitando essa coincidência observada, sendo esta a intenção deste trabalho. Outras hipóteses consideram revisões nas propriedades do próprio Λ ao longo do tempo cósmico, permitindo que sua densidade se aproxime da densidade de matéria em um determinado ponto.

No entanto, apesar de várias teorias e pesquisas, o problema da coincidência permanece como mais um dos enigmas não resolvidos na cosmologia, sendo motivação para a busca de modelos mais abrangentes e observações mais precisas para entender por que essas densidades se tornaram comparáveis em um momento tão específico na evolução do Universo.

2.2.7.2 Problema da Constante Cosmológica (PCC)

O problema da constante cosmológica (Λ) é uma das questões principais da cosmologia, que envolve a natureza e o significado de Λ proposta por Einstein em suas equações de campo (WEINBERG, 2000; WEINBERG, 2008). Inicialmente, Einstein introduziu a constante cosmológica em suas equações para obter um Universo estático, equilibrando a atração gravitacional por um termo constante. Como já mencionado em seções anteriores, décadas depois, evidências observacionais da CMB e SNe Ia, revelaram que o Universo não apenas está se expandindo, mas sua expansão está acelerando, ressignificando ao Λ . Essa descoberta foi uma surpresa e implicava a existência de uma forma de energia desconhecida, denominada energia escura, frequentemente associada a energia do vácuo, como uma das principais explicações.

O termo Λ nas Equações de Einstein, se apresenta com um sinal negativo, que por sua vez pode ser considerado como a energia do vácuo, já que a EoS do vácuo evolui com $w = -1$:

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = -\rho_{\text{vac}} g_{\mu\nu} \quad (2.83)$$

pode ser vista a demonstração em (ZEE, 2010).

Considerando a TQC (veja em (STEINHARDT, 1997; CARROLL, 2001; UZAN, 2009; ZEE, 2010; ELLIS *et al.*, 2011)), que fundamenta a física moderna de partículas, afirma-se que o espaço vazio é definido pelo estado de vácuo, o qual é composto por diversos campos quânticos. Todos esses campos quânticos exibem flutuações em seu estado fundamental (menor densidade de energia) decorrentes da energia de ponto zero presente em todos os lugares do espaço.

Essas flutuações de ponto zero devem atuar como uma contribuição para Λ , e quando os cálculos são realizados, essas flutuações resultam em um valor considerável para a energia de vácuo. O problema da constante cosmológica surge devido a discrepância entre a predição teórica da densidade de energia do vácuo e as observações astronômicas. A energia do vácuo observada se mostra incrivelmente pequena em comparação com as previsões teóricas, levando à pergunta sobre por que a densidade real é tão baixa.

Em (WEINBERG, 1989; WEINBERG, 2000):

$$\langle \rho_{\text{vac}} \rangle \approx 2 \times 10^{71} \text{ GeV}^4, \quad (2.84)$$

esse valor foi estimado pela TQC, enquanto,

$$\langle \rho_{\text{obs}} \rangle \approx 1 \times 10^{-47} \text{ GeV}^4, \quad (2.85)$$

seria o valor estimado pelas observações. Desta forma, os valores previstos pela teoria ficam entre cerca 60 a de 120 ordens de magnitude maiores do que as das observações, uma discrepância que tem sido chamada de “a pior previsão teórica da história da física!”.

Segundo (ELLIS *et al.*, 2011), existem três abordagens possíveis de soluções para o PCC:

- Outros campos podem contribuir com densidades de energia negativas que irão cancelar os termos positivos e deixar um resíduo muito pequeno, como observado; ou talvez haja uma simetria implicando $\rho_{\text{vac}} + \Lambda = 0$, e seja necessário ter campos extras (“quintessência”) para dar a aceleração observada. Isso é de fato possível em princípio; por exemplo, cada modo de um campo de Dirac dá uma contribuição negativa para a energia do vácuo (portanto, esta é a opção que seria realizada via supersimetria, se a supersimetria não fosse quebrada no universo real). No entanto, é muito difícil fazer isso funcionar na prática: muitos campos contribuem para a densidade de energia do vácuo, e é altamente improvável que eles apenas cancelem o valor (2.84) com precisão até 120 casas decimais, mas não exatamente, para dar Eq. (2.85).
- O valor em Eq. (2.84) é apenas um valor esperado: talvez estejamos em um multiverso onde ρ_{vac} assume todos os tipos de valores, e efeitos de seleção antrópica determinam que vivemos em um domínio do universo onde seu valor Eq. (2.85) está muito longe do valor esperado. Esta é uma solução possível, mas muitos a consideram um ato de desespero, abandonando a ideia de Λ como uma constante fundamental em favor de considerar seu valor como contingente.
- Talvez as Equações de Campo de Einstein não sejam as verdadeiras equações efetivas das interações gravitacionais: uma variante das Equações de Einstein surge da teoria subjacente da gravidade quântica, e nega o efeito gravitacional do vácuo.

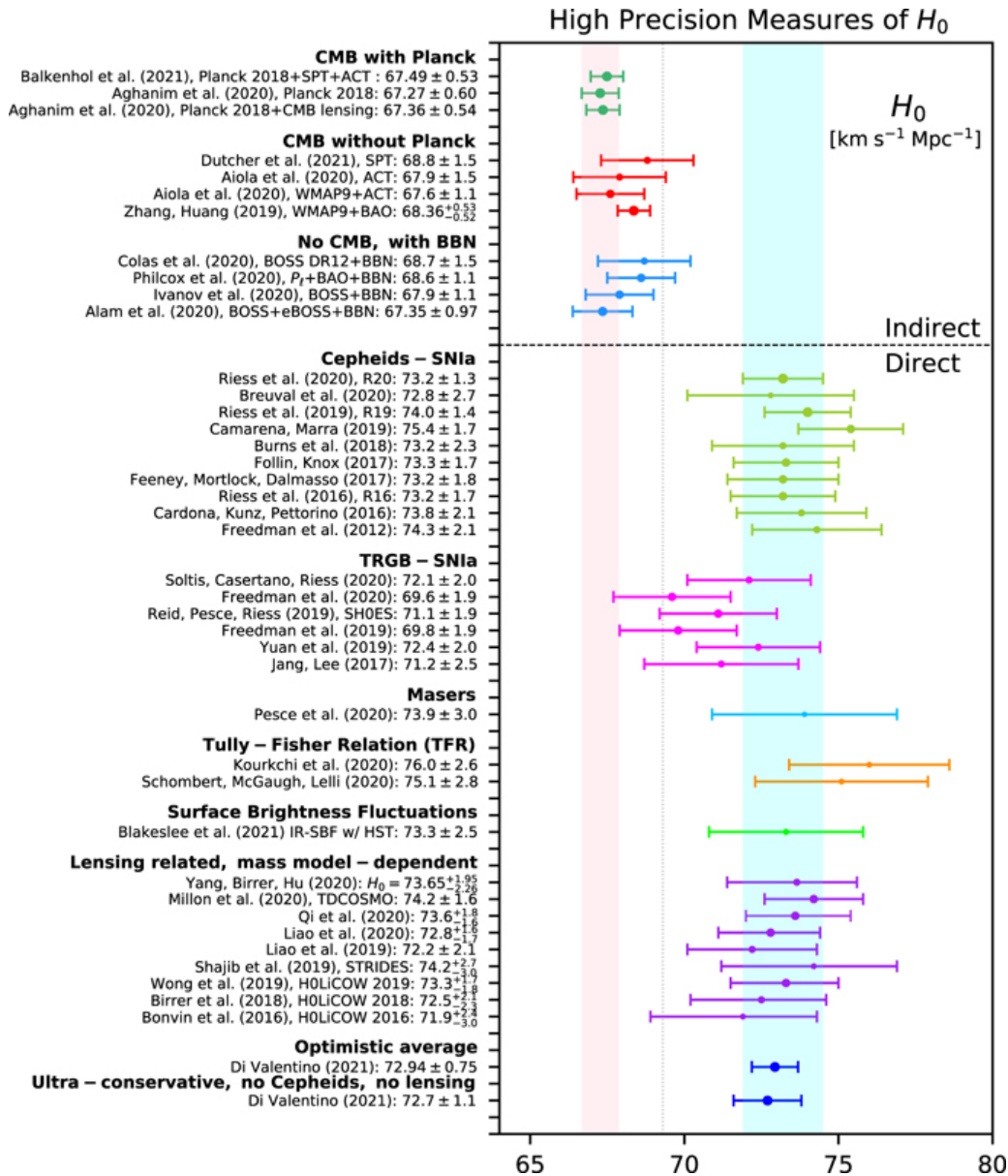
Desde a teoria da relatividade com a inclusão de Λ , ainda não se sabe ao certo o que seria essa energia que expande o universo. Uma das principais possibilidades é o vácuo, então, para que se possa excluir ou comprovar, as análises podem conferir possíveis soluções para o PCC.

2.2.7.3 Problema da Tensão de H_0

A Tensão de Hubble refere-se a uma discrepância observacional na medição da taxa de expansão do Universo, conhecida como constante de Hubble (H_0), com base em diferentes métodos de observação. As medições diretas do H_0 , que expressa a velocidade de afastamento das galáxias em relação à sua distância, têm sido realizadas por meio de técnicas diversas, como a observação de supernovas tipo Ia, CMB, a detecção de ondas gravitacionais e a análise de sistemas estelares dentro da Via Láctea.

No entanto, as estimativas da constante de Hubble derivadas desses métodos parecem apresentar discrepâncias significativas. As medições baseadas na radiação cósmica de fundo, obtidas por missões como Planck, tendem a sugerir um valor em torno de $H_0 \approx 67 \text{ km/s/Mpc}$, enquanto medições provenientes de supernovas tipo Ia e outras observações locais apontam para um valor mais alto, aproximando-se de $H_0 \approx 74 \text{ km/s/Mpc}$.

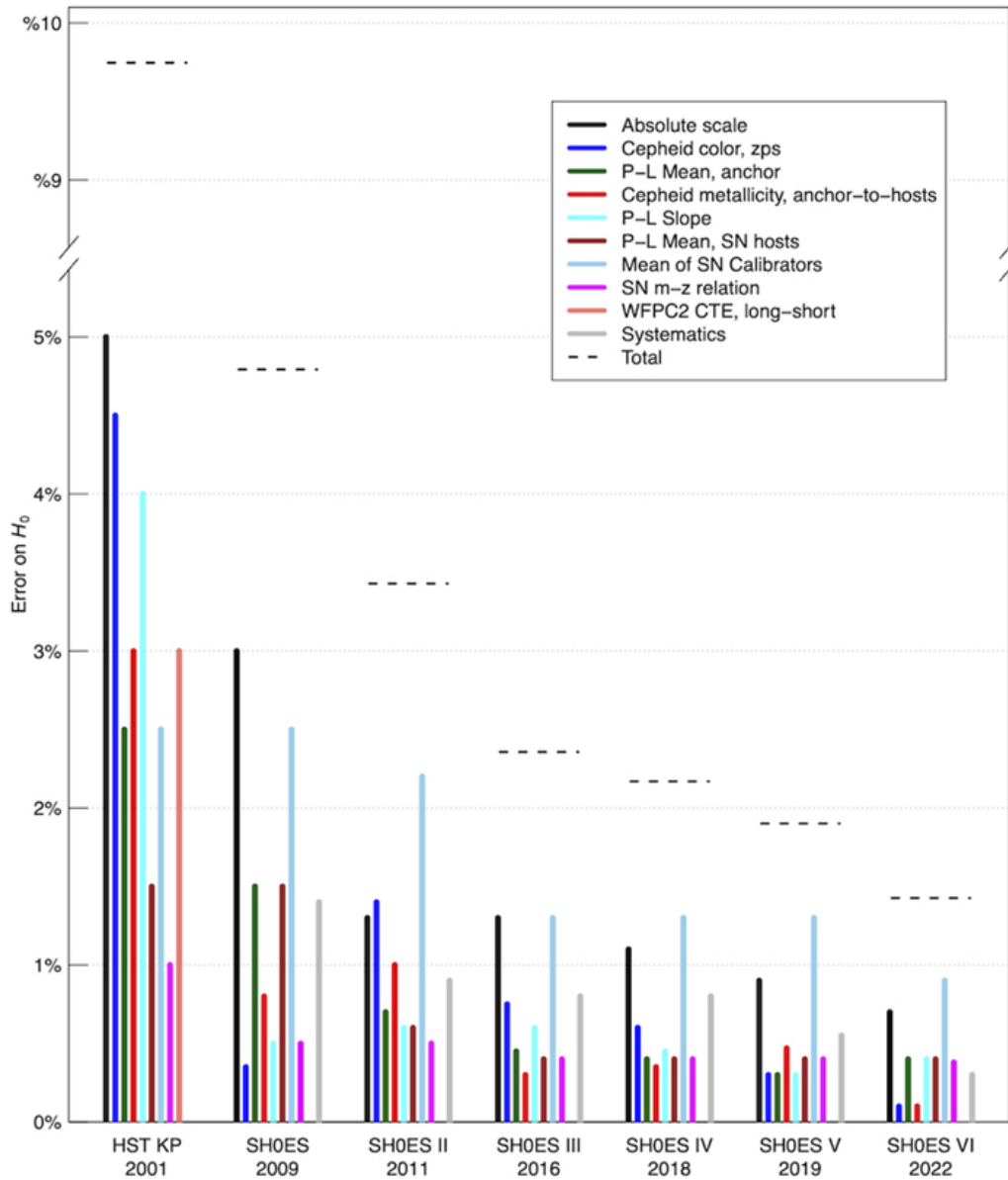
Figura 4 – Gráfico com restrições de 68% de CL da constante de Hubble H_0 .



Fonte: Artigo (VALENTINO *et al.*, 2021a).

Na Figura 4, é mostrado que existe uma discordância significativa entre as medições tardias e precoce do Universo. Com base na referência (VALENTINO *et al.*, 2021b), com o aumento da precisão e quantidade de observações, surgem discrepâncias significativas entre parâmetros cosmológicos-chave previstos pelo modelo Λ CDM, como podemos ver na imagem abaixo:

Figura 5 – Diminuição dos erros com dados de SNe Ia conforme os últimos 21 anos.



Fonte: Artigo (RIESS *et al.*, 2022).

Esta tensão é uma das mais significativas para a cosmologia, com uma discordância de 4σ a 6σ nas previsões do H_0 entre as sondas de tempo inicial e determinações independentes do modelo Λ CDM a partir de medições locais de distâncias e desvios para o vermelho.

A diferença entre as estimativas da constante de Hubble levanta questões importantes, pois sugere a possibilidade da existência de fenômenos ou parâmetros cosmológicos não compreendidos ou considerados nos atuais modelos. As tentativas de resolver essa discrepância envolvem investigações aprofundadas sobre possíveis erros sistemáticos nas medições, além de considerações teóricas sobre a existência de nova física ou fenômenos cosmológicos que possam explicar essa divergência.

2.2.8 Aspectos Observacionais Cosmológicos: Independente de Modelos

2.2.8.1 Redshift e Fator de Escala

Neste breve contexto, exploraremos a relação entre o redshift (z) e o fator de escala (a). A importância desta relação torna-se evidente, uma vez que a luz desempenha o papel fundamental nas informações observacionais, sendo a base dos principais dados astronômicos e cosmológicos. O redshift é dado pela equação (2.62), onde temos uma variação do z indicando seu desvio para o vermelho ou azul, sendo igual a variação no comprimento de onda observado pelo comprimento de onda emitida, dividido pelo comprimento de onda emitido. Podemos considerar ainda:

$$z + 1 = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} - 1, \quad (2.86)$$

esta relação pode ser vista em (SARTORI, 1996).

Para entender os aspectos observacionais, é necessário utilizar o redshift, já que a luz é nossa principal ferramenta como já citado. Além disso, a luz, foi uma das primeiras partículas a viajar livremente após o Big Bang com poucas interferências ou perturbações. Certamente torna-se uma das poucas informações adicionais sobre o fator de escala, já que a outra opção seria ondas gravitacionais primordiais, que ainda não foram detectadas.

As observações feitas com o auxílio da luz são baseadas no desvio de frequência das ondas eletromagnéticas. Portanto, para analisar este espectro de frequência, é necessário definir um sistema de coordenadas na métrica FLRW, onde consideramos um raio de luz vindo em nossa direção radial. Considerando a Eq. (2.2) com $ds^2 = 0$, e as coordenadas $d\theta = 0$ e $d\phi = 0$, temos:

$$dt = \pm a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (2.87)$$

essa integral de linha nos proporciona uma ideia do comportamento do fator de escala através dos dados de redshift.

Para a Eq. (2.87), devemos considerar que estamos no centro do nosso universo observável. Portanto, à medida que o tempo passa enquanto esse raio de luz se desloca em nossa direção, r tende a zero, implicando em um sinal negativo. Assim, temos:

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_e} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (2.88)$$

onde t_0 é o tempo em que o raio de luz chega até nós, e t_e e r_e são, respectivamente, o tempo e a distância inicial do raio de luz.

Ao tomar a derivação da Eq. (2.88), podemos encontrar a seguinte relação:

$$\frac{\delta t_e}{a(t_e)} - \frac{\delta t_0}{a(t_0)} = 0, \quad (2.89)$$

$$\frac{\delta t_e}{a(t_e)} = \frac{\delta t_0}{a(t_0)}, \quad (2.90)$$

isso ocorre porque r não depende de t , resultando em uma relação em que o tempo e o fator de escala dos sinais emitidos são iguais aos do momento de chegada.

Sabemos que, para ondas, o inverso do tempo é a frequência, portanto $\nu_e = \delta t_e^{-1}$ e $\nu_0 = \delta t_0^{-1}$. Substituindo essas relações na Eq. (2.90), encontramos:

$$\frac{1}{\nu_e a(t_e)} = \frac{1}{\nu_0 a(t_0)}, \quad (2.91)$$

$$\frac{\nu_0}{\nu_e} = \frac{a(t_e)}{a(t_0)}, \quad (2.92)$$

usando a Eq. (2.86) e sabendo que frequência é o inverso do comprimento de onda, podemos obter:

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}, \quad (2.93)$$

na cosmologia, comumente considera-se $a(t_0) = 1$ e $a(t_e) = a(t) \equiv a$, resultando em:

$$1 + z = \frac{1}{a(t)}. \quad (2.94)$$

Dessa forma, encontramos uma relação direta entre o redshift e o fator de escala. Essa equação é de extrema importância para os vínculos cosmológicos e para as deduções das equações de Friedmann ao longo do trabalho. Vale ressaltar que a diminuição do fator de escala na Eq. (2.93) leva a um blueshift, já que o comprimento de onda será diminuído, e o contrário leva a um redshift. Esse efeito pode ser associado ao efeito Doppler.

A distância própria, dada pela equação abaixo, possui três resultados possíveis, dependendo da curvatura espacial. Esta integral nos revela a distância para qualquer raio de luz na coordenada radial.

$$d(r, t) = a(t) \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = a(t) \times \begin{cases} \sinh^{-1}(r) & \rightarrow k = -1 \\ r & \rightarrow k = 0 \\ \sin^{-1}(r) & \rightarrow k = +1 \end{cases}$$

2.2.8.2 Distâncias Cosmológicas

A distância de luminosidade é uma medida importante na cosmologia que descreve a relação entre a luminosidade intrínseca de um objeto celeste e sua luminosidade observada. A formula para luminosidade aparente de uma fonte é dada por:

$$\ell = \frac{L}{4\pi r^2 a^2(t_0)(1+z)^2}, \quad (2.95)$$

onde a luminosidade é dada para qualquer z na coordenada radial r .

Partindo da equação anterior podemos reescrevê-la considerando distância de luminosidade d_L , usando a relação:

$$d_L = r a(t_0)(1+z), \quad (2.96)$$

desta forma, encontramos a relação de luminosidade aparente e absoluta:

$$d_L^2 = \frac{L}{4\pi\ell}. \quad (2.97)$$

Usando novamente Eq. (2.2), podemos encontrar $r(z)$ como sendo:

$$\int_0^{r(z)} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \int_{t(z)}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}. \quad (2.98)$$

resolvendo a integral de ambos os lados, temos:

$$r(z) = S \left[\int_{t(z)}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \right]. \quad (2.99)$$

Onde:

$$S(y) \equiv \begin{cases} \sinh^{-1}(y) & \text{se } k = -1 \\ y & \text{se } k = 0 \\ \sin^{-1}(y) & \text{se } k = +1 \end{cases}$$

Assim, para o universo espacialmente plano, $k = 0$, que é o nosso interesse nesse trabalho, encontramos que:

$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \quad (2.100)$$

onde $E(z)$ é a função de expansão, definida por $E(z) \equiv \frac{H(z)}{H_0}$.

A distância angular, denotada por d_A , é outra medida importante na cosmologia, especialmente quando se trata de determinar tamanhos angulares de objetos celestes. Ela está relacionada à distância de luminosidade e à geometria do universo. Pode ser definida pela seguinte equação:

$$d_A = \frac{s}{\theta}, \quad (2.101)$$

θ é o ângulo formado por s uma distância própria, normal a linha de visada, igual a $a(t_e)r_e\theta$, sendo r_e e t_e respectivamente a coordenada radial comóvel e tempo referente a quando o raio de luz foi emitido. Desta forma podemos considerar:

$$d_A = a(t_e)r_e\theta. \quad (2.102)$$

Usando a Eq. (2.96) e a Eq. (2.102), podemos encontrar a razão entre as duas, relação essa conhecida como relação de dualidade de Etherington (ETHERINGTON, 1933):

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2}. \quad (2.103)$$

As distâncias cosmológicas desempenham um papel crucial nas análises, pois permitem vincular os dados de redshift com os modelos cosmológicos por meio da função de Hubble, $H(z)$. Essas distâncias ajudam a quantificar a expansão do universo ao longo do tempo e fornecem informações essenciais para testar as teorias sobre a estrutura e a evolução do universo.

2.2.8.3 Idade Cosmológica

Como visto anteriormente, há uma conexão intrínseca entre fator de escala e redshift. Assim, podemos perceber que existe uma ligação do redshift com o tempo também, pois a luz que viajou desde de sua fonte até nós levou um tempo. Quanto maior o redshift de um objeto, maior a distância percorrida pela luz emitida por ele e mais longe no tempo cosmológico estamos observando. Vale ressaltar que a relação entre redshift e tempo cosmológico depende das características do modelo cosmológico adotado.

Com estas considerações, podemos supor que o início do tempo corresponde ao fator de escala igual a zero. Podemos usar a equação abaixo, para saber a idade cosmológica do universo em função

do fator de escala:

$$\frac{da}{dt} = \dot{a}, \quad (2.104)$$

$$dt = \frac{da}{aH}. \quad (2.105)$$

Integrando a equação anterior e considerando o tempo inicial igual a zero, e mudando para o redshift, obtemos:

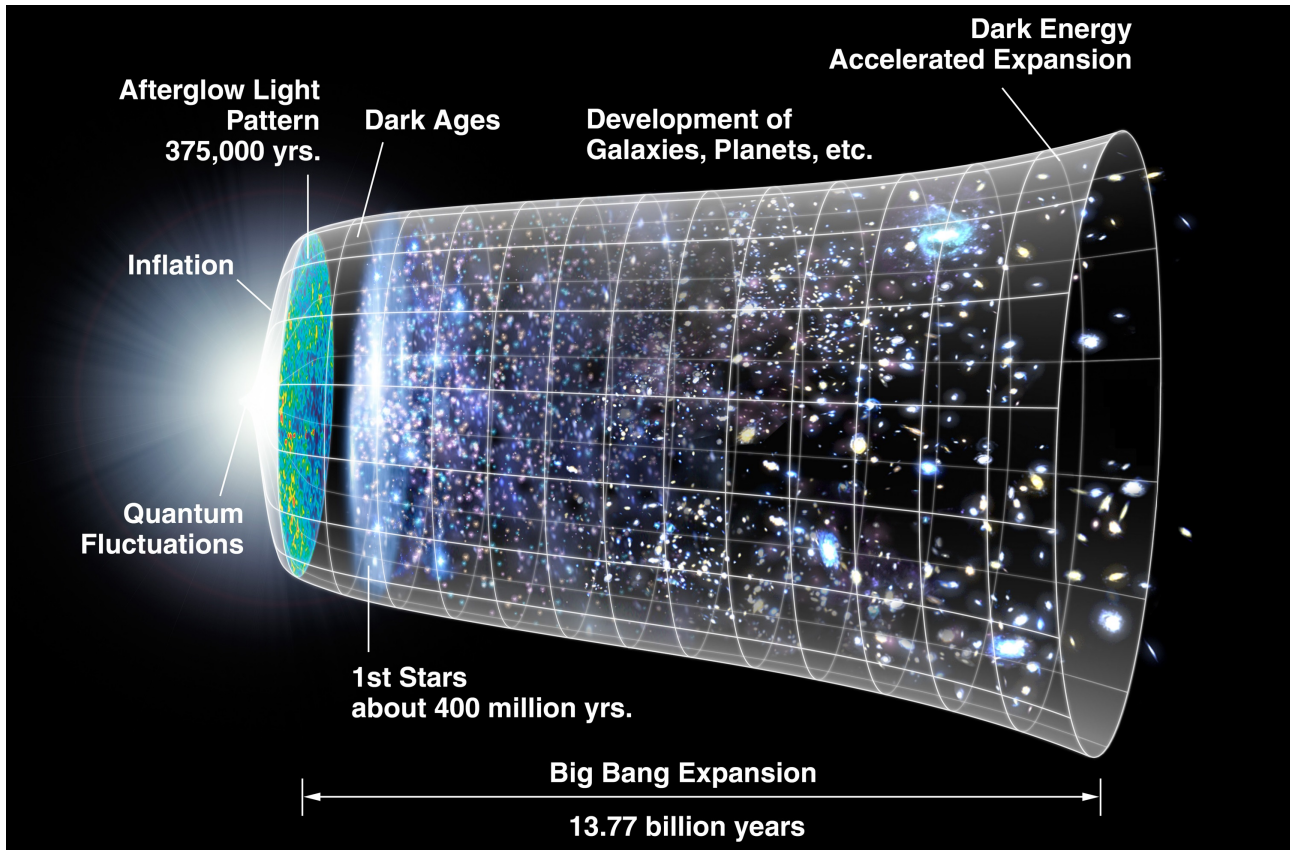
$$\int_0^{t(z)} dt = \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')H(z')}, \quad (2.106)$$

$$t(z) = \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')H(z')}. \quad (2.107)$$

Embora a determinação da idade cosmológica não seja um dos focos deste trabalho, é importante observar que ela também é definida pelo redshift, mostrando a relevância dos dados cosmológicos com alta precisão, que são frequentemente utilizadas em análises cosmológicas.

De forma expositiva, serão apresentadas brevemente algumas das principais eras cosmológicas, até o momento presente de sua evolução:

Figura 6 – Evolução do Universo: Eras cosmológicas.



Fonte: Retirado da internet.

1. Era de Planck: A fase mais antiga conhecida da história do universo, que ocorreu nos primeiros momentos após o Big Bang, antes de aproximadamente 10^{-43} segundos.
2. Era da Inflação Cósmica: Aconteceu logo após a era de Planck, começando por volta de 10^{-36} segundos após o Big Bang e durando até aproximadamente 10^{-32} segundos. Um período hipotético logo após o Big Bang, onde o universo passou por uma rápida expansão exponencial, resolvendo problemas como a planicidade e a uniformidade do universo.
3. Era da Radiação: Começou após a inflação, por volta de 10^{-32} segundos após o Big Bang, e durou até cerca de 47.000 anos após o Big Bang, quando a energia da radiação tornou-se menos dominante que a matéria. Após a inflação, o universo estava preenchido principalmente com radiação, como fótons e neutrinos (sendo esta radiação, a que se refere a CMB). Durante esta era, a radiação dominava e os processos térmicos eram extremamente importantes para a evolução cósmica.
4. Era da Matéria: Começou aproximadamente 47.000 anos após o Big Bang e durou até cerca de 5 bilhões de anos após o Big Bang, quando a Λ começou a dominar a expansão do universo. À medida que o universo esfriava e diluía, a matéria começou a dominar a densidade de energia do universo. Durante esta era, a formação de estruturas como estrelas, galáxias e aglomerados de galáxias foi possível devido à atração gravitacional entre partículas de matéria.
5. Era da Energia Escura (ou Aceleração Cósmica): Começou aproximadamente 5 bilhões de anos após o Big Bang e continua até os dias atuais, caracterizada por uma expansão acelerada do universo devido à presença de uma misteriosa forma de energia chamada energia escura. Esta era é marcada por uma expansão acelerada do universo e é o período em que estamos atualmente.

Só algumas das eras cosmológicas foram comentadas acima, para um estudo mais detalhado, consulte as seguintes referências (WEINBERG, 1972; DODELSON, 2003; WEINBERG, 2008; PIATTELLA, 2018).

2.3 MODELOS COSMOLÓGICOS ALTERNATIVOS

Até agora, o que foi descrito no trabalho destaca a importância de Λ , por ter sido fundamental na transformação da cosmologia, impulsionando o desenvolvimento do modelo Λ CDM. Apesar das numerosas descobertas que corroboram esse modelo, ele ainda enfrenta desafios, especialmente relacionados à constante cosmológica, como mencionado. Isso leva a exploração de várias abordagens para resolver esses problemas.

Segundo (JESUS, 2010), existem três principais abordagens para explicar a expansão acelerada do universo com base nas supernovas, o que reforça a consideração de modelos cosmológicos alternativos:

- A primeira forma seria manipular a constante Λ , preservando o princípio cosmológico e a Teoria da Relatividade Geral. Isso se reflete nas equações de Friedmann, onde Λ pode ser qualquer outra energia com pressão negativa que acelera o cosmo, ou ainda como criação de matéria a partir das flutuações quânticas;
- A segunda possibilidade, seria mantendo a isotropia e Teoria da Relatividade, mas violando a homogeneidade do Universo. Desta forma teríamos métricas distintas a FWRL, recaindo em modelos diversos;
- A terceira maneira, considera uma reformulação da gravitação seja ela teorias de $F(R)$ na Teoria da Relatividade Geral, gravitação quântica, ou teoria com branas.

Para cada uma dessas categorias mencionada, existem vários modelos estudados. A seguir, discutiremos alguns deles.

Primeira categoria:

- $\Lambda(t)$ CDM: Este tipo de modelo leva em conta a interação entre matéria e energia do vácuo, assim resultando em uma constante cosmológica que varia com o tempo. Ele permite que a taxa de expansão do Universo evolua ao longo do tempo;
- XCDM: Neste modelo, a componente escura do Universo é descrita por uma equação de estado genérica $w = p_X/\rho_X$, onde o parâmetro w pode variar com o tempo, permitindo diversos comportamentos para a energia escura (TURNER; WHITE, 1997; CHIBA; SUGIYAMA; NAKAMURA, 1997; CHIBA; SUGIYAMA; NAKAMURA, 1998; CHEVALLIER; POLARSKI, 2001; LINDER, 2003; LIMA; CUNHA; ALCANIZ, 2003; JESUS *et al.*, 2024; PEREZ; PARK; RATRA, 2024; GOMEZ-VALENT; PERACULA, 2024);
- XCDM interagente: Similar ao modelo XCDM, mas inclui interações entre a matéria escura e a energia escura;
- CCDM: Neste modelo, a constante cosmológica é substituída por um termo que depende da densidade de matéria do Universo, devido as flutuações quânticas do campo gravitacional, onde se cria matéria escura fria com pressão negativa (ZIMDAHL; PAVON, 2001; WANG; GONG; ABDALLA, 2005; WANG; LIN; ABDALLA, 2006;

DAS; CORASANITI; KHOURY, 2006; WANG *et al.*, 2007; FENG *et al.*, 2007; DELLIOU; BERTOLAMI; PEDRO, 2007; WANG *et al.*, 2008; JESUS *et al.*, 2008; BERTOLAMI; PEDRO; DELLIOU, 2008; BOEHMER *et al.*, 2009; PEREIRA; JESUS, 2009; PAVON; WANG, 2009; VALENTIM; JESUS, 2020; TREVISANI; LIMA, 2023; CÁRDENAS; CRUZ, 2024);

- Campos Escalares: São modelos baseados em campos escalares, como o Quintessência, que introduzem um novo campo escalar no Universo que pode evoluir com o tempo e fornecer uma fonte para a energia escura (RATRA; PEEBLES, 1988; PEEBLES; RATRA, 1988; CALDWELL; DAVE; STEINHARDT, 1998; CARROLL, 1999; WANG *et al.*, 2000; BALAJI; BRANDENBERGER, 2005; ESCOBAL; JESUS; PEREIRA, 2021);
- Gás de Chaplygin: Este modelo propõe que a energia escura seja representada por um fluido exótico com uma equação de estado específica, conhecida como Gás de Chaplygin, por sua vez um modelo de Quartessência. Desta forma este fluido pode ter inicialmente pressão nula e posteriormente negativa, fazendo o papel da matéria e energia escura (KAMENSHCHIK; MOSCHELLA; PASQUIER, 2001; BILIC; TUPPER; VIOLLIER, 2002; BENTO; BERTOLAMI; SEN, 2002; LIMA; CUNHA; ALCANIZ, 2008; LIMA; CUNHA; ALCANIZ, 2009; SANTOS; JESUS, 2010; POPOLO *et al.*, 2013; PRETEL; DUTRA; DUARTE, 2024);

Segunda categoria:

- Modelos de Lemaître-Tolman-Bondi (LTB): Esses modelos descrevem o Universo como uma coleção de regiões esféricas em colapso ou expansão, com diferentes taxas de evolução ao longo do tempo e do espaço ((LEMAITRE, 1933; TOLMAN, 1934; CELERIER, 2000; CELERIER, 2007; CELERIER, 2010));
- E outros como modelos de fractais, modelos de perturbação de curvatura, modelos de vazio.

Terceira categoria:

- Modelos $F(R)$: Esses modelos são uma extensão da teoria da gravitação de Einstein, onde a ação gravitacional é descrita por uma função arbitrária da curvatura do espaço-tempo, denotada como $F(R)$, exemplos em ((KERNER, 1982; BARROW; OTTEWILL, 1983; VOLLICK, 2003; VOLLICK, 2004; ALLEMANDI;

BOROWIEC; FRANCAVIGLIA, 2004; ALLEMANDI *et al.*, 2005; JESUS, 2019; PEREIRA *et al.*, 2019));

- Modelos de Brana: Propõe uma dimensão espacial a mais, onde apenas gravitons a percebem, assim diluindo a gravidade, exemplos em ((DVALI; GABADADZE; PORRATI, 2000; DVALI; GABADADZE, 2001)).
- Modelos Cinemáticos: Esses modelos introduzem uma terceira ou quarta derivada da escala do fator cósmico em relação ao tempo, conhecida como “jerk” e “snap”. A inclusão do termo jerk e snap nas equações de evolução do Universo permite descrever variações na taxa de expansão cósmica ao longo do tempo, indo além do modelo de Friedmann padrão, exemplos em ((RIESS *et al.*, 2004; CUNHA, 2009; GUIMARAES; CUNHA; LIMA, 2009; JESUS *et al.*, 2020; BENNDORF; JESUS; PEREIRA, 2022)).

Com base nessas justificativas, abordaremos modelos $\Lambda(t)$ CDM, com o objetivo de resolver o PCC, PC, e possivelmente aliviando a Tensão de H_0 .

2.4 MODELOS DE $\Lambda(t)$ CDM

Os modelos cosmológicos com decaimento do vácuo exploram a possibilidade de que Λ não seja constante no tempo, mas sim variável, ou seja, um $\Lambda(t)$. Esses modelos propõem que a energia do vácuo não é estática, mas pode decair ou se modificar ao longo do tempo, alterando, consequentemente, o H_0 .

A ideia de uma $\Lambda(t)$ variável pode surgir de várias teorias físicas alternativas, como algumas extensões da Teoria da Relatividade Geral ou da física quântica aplicada à gravidade. Esses modelos são normalmente referidos como $\Lambda(t)$ CDM, pois apenas modificam a componente constante Λ presente no Modelo Λ CDM.

Essencialmente, esses modelos sugerem que a energia do vácuo não é constante, mas algo dinâmico em relação ao tempo, podendo então diminuir ou aumentar, o que implicaria em interações com a matéria. Embora teoricamente interessantes, esses modelos ainda estão em fase de pesquisa e investigação ativa, e muitas questões permanecem sobre como exatamente o $\Lambda(t)$ poderia ocorrer e como poderia ser observada ou testada experimentalmente.

2.4.1 Desenvolvimento dos Modelos com Decaimento do Vácuo

A suposta “lei de decaimento do vácuo” sugere uma variação na densidade de energia do vácuo ao longo do tempo cósmico, levando a uma mudança em Λ . No entanto, essa ideia está sujeita a

diversas abordagens teóricas e não há consenso sobre como isso ocorreria ou se de fato acontece. E ao mesmo tempo a validade desses modelos ainda não foi confirmada por evidências observacionais e experimentais robustas.

O termo Λ associado então à densidade de energia do vácuo (ρ_{vac}) pode ser representada pela equação:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{c^2} \rho_{\text{vac}}. \quad (2.108)$$

No entanto, a abordagem das soluções para o PCC, PC e Tensão de H_0 será delineada considerando a ampla gama de modelos $\Lambda(t)$. Inicialmente, apresentaremos algumas dessas variações, e em seguida, discutiremos as razões por trás da escolha dos modelos para este estudo.

Seguindo a linha cronológica segundo (ALMEIDA, 2020), um dos primeiros estudos na utilização de um termo variável no tempo para a constante cosmológica ocorreu em 1986 com Ozer e Taha (OZER; TAHA, 1986; OZER; TAHA, 1987), de forma fenomenológica. Nesse modelo, propuseram que a soma das densidades de matéria e radiação deveria ser igual à densidade crítica, mantendo uma entropia sempre positiva. O modelo apresenta um termo $\Lambda = \frac{3}{a^2}$.

Em 1990, Chen e Wu empregaram uma análise dimensional para validar um modelo em que Λ é proporcional a a^{-2} , semelhante ao modelo anterior, pois é uma generalização considerando qualquer curvatura espacial (CHEN; WU, 1990). A equação que descreve esse modelo é a seguinte:

$$\rho_{\Lambda}(a) \propto \frac{P_{Pl}}{8\pi G} \left[\frac{L_{Pl}}{a} \right]^n, \quad (2.109)$$

Aqui, P_{Pl} representa a densidade de Planck, dada por $\frac{c^5}{\hbar G^2}$, e L_{Pl} é o comprimento de Planck, igual a $\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$. As constantes h e $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ correspondem à constante de Planck e constante de Planck reduzida respectivamente. Essa equação expressa a relação proposta por Chen e Wu, relacionando a ρ_{Λ} e P_{Pl} , e o comprimento de Planck, incorporando o fator a que representa a expansão do universo.

Escolhendo $n = 2$, para a equação anterior, conseguimos cancelar a constante de Planck, já que para a teoria da relatividade sendo uma teoria clássica, é interessante que os termos da teoria quântica sejam nulos, com isso temos:

$$\frac{\Lambda}{8\pi G} = \rho_{\Lambda}(a) = \frac{\gamma}{a^2}. \quad (2.110)$$

Logo depois em 1992, (CARVALHO; LIMA; WAGA, 1992) utilizaram do mesmo termo dimensio-

nal, porém acrescentado um novo termo H :

$$\Lambda(H, a) = 3 \left(\beta H^2 + \frac{\gamma}{a^2} \right), \quad (2.111)$$

o fator 3 é colocado por conviência matemática.

Alguns anos depois, foi proposto um novo modelo, que introduziu um novo modelo que permitia a transição entre uma expansão desacelerada para a acelerada (LIMA; MAIA, 1994; LIMA; TRODDEN, 1996; PERICO *et al.*, 2013). Neste contexto, mais tarde (SHAPIRO; SOLA, 2002) propuseram uma modificação ao modelo:

$$\Lambda(t) = c_0 + \beta H^2, \quad (2.112)$$

$$c_0 = 8\pi G \rho_{\Lambda 0}, \quad (2.113)$$

$$\beta = \frac{\rho_{\Lambda} - \rho_{\Lambda 0}}{\rho_f + \rho_{\Lambda}}, \quad (2.114)$$

onde c_0 e β são constantes, c_0 representa um termo constante com semelhanças ao modelo padrão, enquanto β tende a zero, uma vez que seus componentes são provenientes do modelo padrão. Esse modelo o recupera o Λ CDM, solucionando assim o problema da transição.

O próximo modelo é uma generalização do anterior, incorporando agora uma variação temporal para β :

$$\beta(t) = v + \alpha \left(\frac{H}{H_I} \right), \quad (2.115)$$

Nesta expressão, v e α são constantes, e H_I é o parâmetro de Hubble no início do universo. O termo v é utilizado como $|v| = \mathcal{O}(10^{-3})$, atuando como uma pequena correção para a dinâmica do universo recente. Este modelo foi investigado por outros pesquisadores, variando os valores das constantes como em (MAIA; LIMA, 2002; BASILAKOS; PLIONIS; SOLÀ, 2009; GRANDE *et al.*, 2011; ALMEIDA, 2020). De forma generalizada este modelo assume a seguinte forma:

$$\Lambda(t) = c_0 + \beta(t)H^2. \quad (2.116)$$

Diferente dessas abordagens anteriores, os quais os termos são pensados de forma mais fenomenológica, existe outras abordagens para trabalhar com o vácuo. Uma delas seria o RVM, onde o vácuo se comporta de forma dinâmica, assim possibilitando matematicamente, obter as equações partir da Teoria Quântica de Campos em Espaços Curvos. Muito dos termos já mostrados nos outros modelos, são encontradas nesta abordagem.

Algumas das primeiras propostas desse modelos foram sugeridas por Ilya L. Shapiro e Joan Solà, (SHAPIRO; SOLA, 2000; BABIC *et al.*, 2002; SHAPIRO; SOLA, 2002; SHAPIRO *et al.*, 2003; SOLA, 2013). Esta abordagem justifica a evolução temporal de Λ através das flutuações quânticas presentes no vácuo. De acordo com o entendimento moderno, a Física de Partículas pode ser descrita com sucesso pelo Modelo Padrão (SM) das interações fortes e eletrofracas. Como subproduto, no entanto, a introdução de um potencial escalar de Higgs leva a um valor não nulo da energia do vácuo, que pode ser interpretado como uma contribuição direta para a constante cosmológica na ação de Einstein-Hilbert para o campo gravitacional:

$$S_{gr} = - \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{16\pi G} R + \Lambda \right). \quad (2.117)$$

Para resolver o PCC, normalmente introduz-se um termo cosmológico de vácuo Λ_v com sinal oposto. A Λ_{ph} (observável) que entra na a Eq. (2.117) é então:

$$\Lambda_{ph} = \Lambda_{ind} + \Lambda_{vac}. \quad (2.118)$$

Desta forma podemos interpretar que o Λ_{ph} observado hoje baseado nos dados, na verdade não seria de fato um problema, já que teoricamente estaríamos associando ao “ Λ_{ph} ”, seria o “ Λ_{ind} ”, que se obtém teoricamente pela teoria de campos quânticos. Sendo assim deveríamos considerar que a contribuição do vácuo é dada por:

$$\Lambda_{vac} = \Lambda_{ph} - \Lambda_{ind}, \quad (2.119)$$

pois desta forma explicaríamos o porque o observado é tão pequeno em comparação a teoria. O Λ_{vac} é chamado de Running Vacuum.

No entanto, a equação (2.119) requer renormalização, pois existem várias possibilidades de definição, como, por exemplo, excluir neutrinos ou férmions dessa contribuição do Λ_{ind} . Considerando que podemos modelar um comportamento para o Λ_{vac} , é compreensível que ele possa variar com o tempo (dependência temporal, $\Lambda_{vac}(t)$), uma vez que teoricamente não faz sentido considerar $\Lambda_{ind} = 0$ (SHAPIRO; SOLA, 2002).

Recentemente nos últimos anos, no RVM foram realizadas análises mais rigorosas dentro da teoria quântica de campos em espaços curvos. A derivação da forma final do RVM pode ser encontrada com mais detalhes nas Refs. (MORENO-PULIDO; SOLA, 2020; MORENO-PULIDO; PERACAULA, 2022b; MORENO-PULIDO; PERACAULA, 2022a; MORENO-PULIDO; PERACAULA;

CHERAGHCHI, 2023):

$$\rho_{vac}(H) = \rho_{vac}(M_X) + \left(\frac{3}{8\pi G_N} \right) \left[\tilde{\nu}_{eff}(H) H^2 + \bar{\nu} \dot{H} \right], \quad (2.120)$$

onde

$$\tilde{\nu}_{eff}(H) = \frac{1}{2\pi} \frac{M_X^2}{M_P^2} \left[\left(\frac{1}{6} - \xi \right) \left(1 + \frac{m^2}{M_X^2} \ln \left[\frac{H^2}{M_X^2} \right] \right) + 4\lambda_1 + \lambda_2 \right], \quad (2.121)$$

e

$$\bar{\nu} = \frac{2\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi} \frac{M_X^2}{M_P^2}, \quad (2.122)$$

M_P é a massa de Planck, M_X é a massa na escala inflacionária, G_N é a constante gravitacional de Newton, ξ é o acoplamento não-minimal de Φ com a gravidade, e λ_1, λ_2 são coeficientes (dimensão +2) dada pela expressão $\alpha_i = \frac{\lambda_i}{16\pi^2} M^2 (i = 1, 2)$.

Esta Eq. (2.122), pode ser escrita na forma da VED (Densidade de Energia do Vácuo Dinâmico, do inglês, ***Dynamical Vacuum Energy Density***), que é expressa da seguinte forma:

$$\rho(H) = \frac{3}{8\pi G_N} \left(c_0 + \nu H^2 + \alpha \frac{H^4}{H_I^2} \right), \quad (2.123)$$

onde c_0 é uma constante de dimensão +2 em unidades naturais, relacionada a ρ . H_I é constante de Hubble na escala da inflação, com dimensão +1 (as dimensões estão associadas as 4 dimensões do espaço-tempo, detalhes em (MORENO-PULIDO; SOLA, 2020)). Os termos ν e α são coeficientes adimensionais, o ν está relacionado a ν_{eff} , mostrado anteriormente. Essa expressão estendida para a VED, envolve termos de H^2 e H^4 , podendo produzir uma inflação bem-sucedida com saída graciosa no universo primordial e deixa uma forma efetiva de VED dinâmica para o Universo presente (MORENO-PULIDO; SOLA, 2020). Vale ressaltar que $\dot{H}$ e $\bar{\nu}$ decaem com o logaritmo da função, pós infanção, desta forma se tornam negligenciáveis no universo recente, como podemos ver na Eq. (2.123). Já os termos c_0 e νH^2 das Eq. (2.123), estão presente nos modelos fenomenológicos, já citados.

Na próxima capítulo, serão explorados os modelos abordados neste trabalho para análises, nos quais alguns dos termos presentes tanto nos modelos fenomenológicos quanto no RVM foram utilizados para resolver o PC e PCC, e possivelmente aliviando a Tensão de Hubble.

3 MODELO GERAL $\Lambda_g(t)$ CDM E CLASSES DE MODELOS

A discussão anterior, apresentamos algumas abordagens para o modelos com decaimento do vácuo, que motivaram propostas de Λ dependente de funções de a e H . Além disso, combinamos essas funções com um termo constante, para garantir que o modelo incluísse o Λ CDM como caso particular. Dessa forma, buscaremos entender qual desses termos pode contribuir mais para a evolução do universo. Portanto, os modelos estudados são derivados da seguinte dependência de Λ :

$$\Lambda_g = \frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2 + \lambda_*. \quad (3.1)$$

Consideramos o modelo geral Λ_g e os casos específicos dessa dependência Λ_g , em que, em cada caso, a contribuição de um parâmetro é negligenciada, conforme resumido na Tabela 1.

Tabela 1 – Resumo das classes de modelos considerados no trabalho.

Modelo	Λ	Parâmetro Fixado
Λ_1	$\frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2$	$\lambda_* = 0$
Λ_2	$\frac{\alpha'}{a^2} + \lambda_*$	$\beta = 0$
Λ_3	$\beta H^2 + \lambda_*$	$\alpha' = 0$

Fonte: Produção do próprio autor.

Analisaremos, portanto, quatro modelos $\Lambda(t)$, o Modelo Geral Λ_g e seus derivados, os quais chamamos de classes de modelos, Modelo Λ_1 , Modelo Λ_2 e Modelo Λ_3 .

3.1 EQUAÇÃO DE EVOLUÇÃO PARA Λ_g

3.1.1 Conservação de Energia

Como agora queremos formular as equações de Friedmann de forma generalizada, ou seja, para qualquer modelo cosmológico, sem a necessidade de refazer todas as contas. Devemos incluir todos os componentes de energia que contribuem para o universo, desde os estágios mais antigos até os mais recentes, de modo que ρ_T e p_T é dada por

$$\rho_T = \rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda, \quad (3.2)$$

$$p_T = p_r + p_\Lambda = \frac{\rho_r}{3} - \rho_\Lambda. \quad (3.3)$$

Existem duas considerações importantes nas equações anteriores. A primeira diz respeito às densidades e pressões da matéria escura (ρ_{dm}, p_{dm}) e da matéria bariônica (ρ_b, p_b), expressas por

$\rho_m = \rho_{dm} + \rho_b$ e $p_m = p_{dm} + p_b$. A segunda consideração é que p_{dm} não aparece na Eq. (3.3), pois supomos que a matéria escura fria é sem pressão e a matéria bariônica por ser considerada negligenciável. A seguir, explicaremos o motivo pelo qual essas equações assumem essa forma.

Resolvendo a Eq. (2.61), encontramos as relações de densidade para cada componente hoje. Então para resolver analiticamente esta equação, devemos considerar $p = w\rho c^2$, sendo $-1 < w < 1$, onde para cada valor que w assumir, representará uma equação de estado, assim temos que:

$$w = \begin{cases} -1 & \rightarrow \text{Energia do vácuo} & \rightarrow p = -\rho c^2 \\ 0 & \rightarrow \text{Matéria sem pressão} & \rightarrow p = 0 \\ +1/3 & \rightarrow \text{Radiação} & \rightarrow 3p = \rho c^2 \end{cases}.$$

Para o primeiro caso, onde $w = -1$, dizemos que é a densidade do vácuo (ρ_Λ), pois nas Equações de Campo de Einstein, percebemos que assumi a mesma forma de $\Lambda g_{\mu\nu} = -\Lambda c^2$. Para o caso da matéria sem pressão, entendemos que este tipo é não relativística, assim como a matéria escura e matéria bariônica. A equação de estado com $w = \frac{1}{3}$ reflete características específicas das partículas relativísticas, assim como a radiação, que em equilíbrio térmico, sua distribuição de energia é descrita pela lei de Stefan-Boltzmann. Desta forma, $w = \frac{1}{3}$, está coerente com o comportamento da radiação, incluindo partículas relativísticas (como neutrinos).

Com isso podemos encontrar de fato a solução analítica para Eq. (2.61), reescrevendo-a com a relação $p = w\rho c^2$:

$$\dot{\rho}_f + 3H(1+w)\rho_f = 0, \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{d\rho_f}{dt} = -3 \frac{1}{a} \frac{da}{dt} (1+w). \quad (3.5)$$

Integrando dos dois lados Eq. (3.5), obtemos a seguinte expressão:

$$\ln |\rho_f| = -3(1+w) \ln |a| + C, \quad (3.6)$$

$$e^{\ln |\rho_f|} = e^{\ln |a|^{-3(1+w)}} + C, \quad (3.7)$$

$$\rho_f = K a^{-3(1+w)}, \quad (3.8)$$

vale ressaltar que $K = e^k$. Agora impondo condições iniciais para a equação, $a_0 = 1$ encontramos

$$\rho_{f0} = K a_0^{-3(1+w)}, \quad (3.9)$$

$$\rho_{f0} = K, \quad (3.10)$$

portanto temos que a solução de Eq. (3.8) é

$$\rho_f = \rho_{f0} a^{3(1+w)}. \quad (3.11)$$

Tendo uma relação para as funções de densidades, em relação as densidades hoje e as equações de estado, podemos definir as seguintes equações:

$$\rho_{dm} = \rho_{dm0} a^{-3(1+0)} = \rho_{d0} a^{-3}, \quad (3.12)$$

$$\rho_b = \rho_{b0} a^{-3(1+0)} = \rho_{b0} a^{-3}, \quad (3.13)$$

$$\rho_r = \rho_{r0} a^{-3(1+\frac{1}{3})} = \rho_{r0} a^{-4}. \quad (3.14)$$

A partir daqui, será sempre interessante mudarmos do fator de escala para o redshift, já que os dados disponíveis são obtidos por z .

$$\rho_{dm} = \rho_{dm0} (1+z)^3, \quad (3.15)$$

$$\rho_b = \rho_{b0} (1+z)^3, \quad (3.16)$$

$$\rho_r = \rho_{r0} (1+z)^4. \quad (3.17)$$

Considerando a possibilidade de uma interação entre matéria escura e Λ , as equações de continuidade agora podem ser escritas da seguinte forma:

$$\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0, \quad (3.18)$$

$$\dot{\rho}_r + 4H\rho_r = 0, \quad (3.19)$$

$$\dot{\rho}_{dm} + 3H\rho_{dm} = Q, \quad (3.20)$$

$$\dot{\rho}_\Lambda = -Q, \quad (3.21)$$

sendo Q o termo de interação entre a matéria escura sem pressão e o vácuo. Podemos também somar as equações de continuidade dos bárions e da matéria escura, obtendo então:

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = \dot{\rho}_{dm} + 3H\rho_{dm} + \dot{\rho}_b + 3H\rho_b = Q, \quad (3.22)$$

isso só é válido, se consideremos que a interação só ocorre entre a matéria escura e energia do vácuo, sendo este o caso no trabalho em questão.

3.1.2 Equações de Friedmann

O parâmetro de densidade, Ω_f , se define como a relação de razão entre a densidade atual (ou observada), ρ_f , e a densidade crítica ρ_c do Universo de Friedmann. Essa expressão para a densidade crítica se encontra assumindo que Λ e a curvatura k sejam iguais a zero. Quando se substituem estes valores na Eq. (2.48), encontramos que:

$$H^2 = \frac{8\pi G(\rho_m + \rho_r)}{3}, \quad (3.23)$$

e dividindo por H^2 ,

$$\left(\frac{H}{H}\right)^2 = \frac{8\pi G(\rho_m + \rho_r)}{3H^2}. \quad (3.24)$$

Então como estamos interessado sempre nos valores atuais, podemos então encontrar $H(a)$ onde $a = 1$, ou seja o universo hoje nos encontramos no fator de escala igual a um e redshift igual a zero, pois nos consideramos como o centro do universo observável, com isso temos:

$$1 = \frac{8\pi G(\rho_m + \rho_r)}{3H^2}, \quad (3.25)$$

$$\frac{3H^2}{8\pi G} = \rho_m + \rho_r, \quad (3.26)$$

esta quantidade $\frac{3H^2}{8\pi G}$ é chamada de densidade critica denominada como $\rho_c(a)$. Agora podemos definir os parâmetros de densidades $\Omega_f = \frac{\rho_f}{\rho_c}$ para as densidades de energia, esses parâmetros são adimensionais facilitando futuramente nas análises:

$$\Omega_m(a) = \frac{\rho_m(a)}{\rho_c(a)}, \quad (3.27)$$

$$\Omega_r(a) = \frac{\rho_r(a)}{\rho_c(a)}, \quad (3.28)$$

$$\Omega_\Lambda(a) = \frac{\rho_\Lambda(a)}{\rho_c(a)}, \quad (3.29)$$

$$\frac{8\pi G}{3}\Omega_k(a) = -\frac{kc^2}{a^2\rho_c(a)}, \quad (3.30)$$

e apesar do parâmetro de curvatura não ser uma densidade, podemos reescrevê-lo como um parâmetro

de densidade como acima. Colocando as equações em função do *redshift*, temos

$$\Omega_m(z) = \frac{\rho_m(z)}{\rho_c(z)}, \quad (3.31)$$

$$\Omega_r(z) = \frac{\rho_r(z)}{\rho_c(z)}, \quad (3.32)$$

$$\Omega_\Lambda(z) = \frac{\rho_\Lambda(z)}{\rho_c(z)}, \quad (3.33)$$

$$\frac{8\pi G}{3}\Omega_k(z) = -\frac{kc^2(1+z)^2}{\rho_c(z)}. \quad (3.34)$$

Por fim usando a eq. (2.48) podemos encontrar uma condição de normalização, como a seguir:

$$H(z)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_T - kc^2(1+z)^2, \quad (3.35)$$

$$\left[\frac{H(z)}{H(z)}\right]^2 = \frac{8\pi G}{3H(z)}\rho_T - \frac{kc^2(1+z)^2}{H(z)}, \quad (3.36)$$

considerando $H(z=0)$, temos,

$$1^2 = \frac{\rho_T}{\rho_c} + \Omega_k, \quad (3.37)$$

$$1 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_k, \quad (3.38)$$

a Eq. (3.38) também pode ser expressa da seguinte forma:

$$1 = \Omega_{m0} + \Omega_{r0} + \Omega_{\Lambda0} + \Omega_{k0}, \quad (3.39)$$

onde o subscrito “0”, como já mencionado, se refere aos valores hoje.

Como não estamos mais no modelo padrão é preciso definir $\Omega_\Lambda(z)$. Usando as expressões (2.108) e (3.1), podemos encontrar para Ω_Λ , onde Λ agora é Λ_g para o modelo geral, podendo variar entre outros modelos:

$$\Omega_\Lambda(a) = \frac{\rho_\Lambda(a)}{\rho_c(a)} = \frac{\Lambda}{3H^2}, \quad (3.40)$$

$$\Omega_\Lambda(a) = \frac{\alpha'}{3H^2a^2} + \frac{\beta H^2}{3H^2} + \frac{\lambda_*}{3H^2}, \quad (3.41)$$

$$\Omega_\Lambda(a) = \frac{\alpha'}{3H^2a^2} + \frac{\beta}{3} + \frac{\lambda_*}{3H^2}, \quad (3.42)$$

em termos do redshift,

$$\Omega_{\Lambda}(z) = \frac{\alpha'(1+z)^2}{3H^2} + \frac{\beta}{3} + \frac{\lambda_*}{3H^2}. \quad (3.43)$$

A equação (3.43) pode ser alterada para o universo hoje, quando tomamos $z = 0$. Isso se torna importante, quando precisamos encontrar os valores atuais de cada componente:

$$\Omega_{\Lambda}(0) \equiv \Omega_{\Lambda 0} = \frac{\alpha'}{3H_0^2} + \frac{\beta}{3} + \frac{\lambda_*}{3H_0^2}, \quad (3.44)$$

onde definimos $\Omega_{\lambda_*} \equiv \frac{\lambda_*}{3H_0^2}$ e $\alpha \equiv \frac{\alpha'}{H_0^2}$, por conveniência matemática. A partir disso, podemos escrever α como:

$$\alpha = 3 \left(\Omega_{\Lambda 0} - \frac{\beta}{3} - \Omega_{\lambda_*} \right). \quad (3.45)$$

Partindo das equações 2.48 e 2.49, agora considerando $c = 1$, onde ρ_T e p_T já foram definidas anteriormente de forma que possamos entender o início da evolução do Universo. Utilizaremos as seguintes equações, o qual agora a densidade de radiação fica explícita:

$$H^2 = \frac{8\pi G (\rho_M + \rho_r + \rho_{\Lambda})}{3} - \frac{k}{a^2}, \quad (3.46)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho_M + 2\rho_r - 2\rho_{\Lambda}). \quad (3.47)$$

Ao multiplicar a Eq. (3.47) por 2 e expandido-la, obtemos:

$$2\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G}{3} (\rho_m + \rho_r + \rho_r + \rho_{\Lambda} - 3\rho_{\Lambda}), \quad (3.48)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G}{3} (\rho_m + \rho_r + \rho_{\Lambda}) - \frac{8\pi G}{3} \rho_r + \frac{24\pi G}{3} \rho_{\Lambda}, \quad (3.49)$$

podemos perceber que ao isolar a quantidade $\frac{8\pi G}{3}(\rho_M + \rho_r + \rho_{\Lambda})$ na Eq. (3.46) podemos substituir $H^2 + \frac{k}{a^2}$ em (3.49), desta forma teremos:

$$2\frac{\ddot{a}}{a} = - \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) - \frac{8\pi G}{3} \rho_r + 8\pi G \rho_{\Lambda}. \quad (3.50)$$

Como temos uma relação para $8\pi G \rho_{\Lambda}$ da Eq. (2.108), podemos reescrever a Eq. (3.50) da seguinte forma:

$$H^2 = -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{8\pi G}{3} \rho_r + \Lambda - \frac{k}{a^2}. \quad (3.51)$$

Substituindo $\frac{\ddot{a}}{a} = \dot{H} + H^2$, encontramos

$$H^2 = -2 \left(\dot{H} + H^2 \right) - \frac{8\pi G}{3} \rho_r + \Lambda - \frac{k}{a^2}, \quad (3.52)$$

$$3H^2 = -2\dot{H} - \frac{8\pi G}{3} \rho_r + \Lambda - \frac{k}{a^2}. \quad (3.53)$$

Agora para que seja possível realizar as restrições cosmológicas, devemos mudar do fator de escala para derivadas em relação ao redshift (z):

$$\frac{d}{dt} = -H(1+z) \frac{d}{dz}. \quad (3.54)$$

Assim para a Eq. (3.53), temos:

$$-2H(1+z) \frac{dH}{dz} = -3H^2 - \frac{8\pi G}{3} \rho_r + \Lambda - \frac{k}{a^2}, \quad (3.55)$$

$$\frac{dH}{dz} = \frac{3H^2}{2H(1+z)} + \frac{8\pi G \rho_r}{6H(1+z)} - \frac{\Lambda}{2H(1+z)} + \frac{k(1+z)^2}{2H(1+z)}, \quad (3.56)$$

$$\frac{dH}{dz} = \frac{3H}{2(1+z)} + \frac{4\pi G \rho_r}{3H(1+z)} - \frac{\Lambda}{2H(1+z)} + \frac{k(1+z)}{2H}, \quad (3.57)$$

substituindo a $\rho_r(1+z) = \rho_{r0}(1+z)^4$ para a densidade da radiação, temos

$$\frac{dH}{dz} = \frac{3H}{2(1+z)} + \frac{4\pi G \rho_{r0}(1+z)^4}{3H(1+z)} - \frac{\Lambda}{2H(1+z)} - \frac{k(1+z)}{2H}, \quad (3.58)$$

$$\frac{dH}{dz} = \frac{3H}{2(1+z)} + \frac{4\pi G \rho_{r0}(1+z)^3}{3H} - \frac{\Lambda}{2H(1+z)} - \frac{k(1+z)}{2H}. \quad (3.59)$$

Devemos ainda substituir pelos parâmetros de densidades, que por sua vez são adimensionais, desta forma temos:

$$\frac{dH}{dz} = \frac{3H}{2(1+z)} + \frac{\Omega_{r0} H_0^2 (1+z)^3}{2H} - \frac{\Lambda}{2H(1+z)} + \frac{\Omega_{k0} H_0^2 (1+z)}{2H}. \quad (3.60)$$

Se usarmos a definição $E \equiv \frac{H}{H_0}$, manipulando a equação acima, podemos encontra-la em função de $E(z)$, o qual se torna mais interessante por ser uma função adimensional. Então primeiro devemos dividir tudo por H_0 , ficando

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{H}{H_0} \right) = \frac{3H}{2H_0(1+z)} + \frac{\Omega_{r0} H_0^2 (1+z)^3}{2HH_0} - \frac{\Lambda}{2HH_0(1+z)} + \frac{\Omega_{k0} H_0^2 (1+z)}{2HH_0}, \quad (3.61)$$

$$\frac{dE}{dz} = \frac{3E}{2(1+z)} + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^3}{2E} - \frac{\Omega_{k0}(1+z)}{2E} - \frac{\Lambda}{2HH_0(1+z)}. \quad (3.62)$$

E por fim, assumindo que o Universo é espacialmente plano ($k = 0$), conforme indicado pela inflação e pela CMB, obtemos a equação geral:

$$\frac{dE}{dz} = \frac{3E}{2(1+z)} + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^3}{2E} - \frac{\Lambda}{2EH_0^2(1+z)}. \quad (3.63)$$

Para resolver a Eq. (3.63), devemos primeiro substituir $\Lambda = \Lambda_g$:

$$\frac{dE}{dz} = \frac{3E}{2(1+z)} + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^3}{2E} - \frac{\alpha(1+z)^2 + \beta E^2 + 3\Omega_{\lambda*}}{2E(1+z)}. \quad (3.64)$$

Resolvendo a equação anterior, encontramos duas soluções:

$$E = \pm \sqrt{2^{-3+\beta}(1+z)^{-3+\beta}(2+2z)^{3-\beta} \left[-\frac{3\Omega_{\lambda*}}{-3+\beta} - \frac{(1+z)^2\alpha}{-1+\beta} + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta} \right] + (2+2z)^{3-\beta}C}. \quad (3.65)$$

como o Universo está em expansão, escolhemos o sinal positivo para $E(z)$, e impondo as condições iniciais $E(z=0) = 1$, temos,

$$C = \frac{(1+z)^{3-\beta} [3\Omega_{\lambda*}(-1+\beta^2) + (-3+\beta)(\Omega_{r0} - \Omega_{r0}\beta + (1+\beta)(-1+\alpha+\beta))]}{(1-\beta)(1+\beta)(3-\beta)}, \quad (3.66)$$

e então obtemos uma equação geral, assim possibilitando que todos os modelos necessários estejam compilados na seguinte equação,

$$E^2 = \frac{(1+z)^{3-\beta} [3\Omega_{\lambda*}(-1+\beta^2) + (-3+\beta)(\Omega_{r0} - \Omega_{r0}\beta + (1+\beta)(-1+\alpha+\beta))]}{(1-\beta)(1+\beta)(3-\beta)} + \frac{3\Omega_{\lambda*}}{3-\beta} + \frac{(1+z)^2\alpha}{1-\beta} + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta}. \quad (3.67)$$

3.1.3 Termo de Interação

É importante que encontremos o termo de interação dado pela Eq. (3.21), já que estamos considerando que existe uma interação entre matéria escura e energia do vácuo, pois esta interação pode resolver o PC e PCC junto a Tensão de Hubble. Como temos a relação (2.108) considerando $c = 1$,

substituímos na Eq. (3.21), ficando:

$$Q = -\frac{\dot{\Lambda}}{8\pi G}, \quad (3.68)$$

$$8\pi GQ = -\frac{d}{dt} \left(\frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2 + \lambda_* \right), \quad (3.69)$$

$$8\pi GQ = -\alpha' \frac{da^{-2}}{dt} - \beta \frac{dH^2}{dt}, \quad (3.70)$$

$$8\pi GQ = \frac{2\alpha' H}{a^2} - \beta \frac{dH^2}{dt}, \quad (3.71)$$

dividindo tudo por H_0^3 e sabendo que $E = \frac{H}{H_0}$, para obtermos uma equação adimensional, temos

$$\frac{8\pi G}{H_0^3} Q = \frac{2\alpha' H}{H_0^3 a^2} - \frac{\beta}{H_0^3} \frac{dH^2}{dt}, \quad (3.72)$$

$$\frac{8\pi G}{H_0^3} Q = \frac{2\alpha' E}{H_0^2 a^2} - \frac{\beta}{H_0} \frac{dE^2}{dt}, \quad (3.73)$$

$$\frac{8\pi G}{H_0^3} Q = \frac{2\alpha E}{a^2} - \frac{\beta}{H_0} \frac{dE^2}{dt}. \quad (3.74)$$

Precisamos substituir a equação anterior no fator do redshift (z):

$$\frac{8\pi G}{H_0^3} Q = 2\alpha E(1+z)^2 + \frac{\beta}{H_0} H(1+z) \frac{dt}{dz} \frac{dE^2}{dt}. \quad (3.75)$$

Com isso temos o seguinte termo de interação, onde $E(z)$ é dado pela equação (3.67):

$$\mathcal{Q}(z) \equiv \frac{8\pi G}{H_0^3} Q(z) = 2\alpha(1+z)^2 E(z) + \beta E(z)(1+z) \frac{dE^2(z)}{dz}. \quad (3.76)$$

3.1.4 Densidades do Vácuo e Matéria Escura

Mesmo com as análises do termo de interação definido anteriormente, não seria o suficiente para concluirmos algo sobre o PCC e PC. Então é necessário ainda a definição das densidades de energia do vácuo ρ_λ e matéria escura ρ_d , já que cada uma tem sua evolução própria. Para isso podemos usar a relação da Eq.(3.46), já dividindo-a por H_0 e deixando em termos do redshift:

$$\left[\frac{H(z)}{H_0} \right]^2 = \frac{8\pi G(\rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda)}{3H_0^2}, \quad (3.77)$$

$$E^2 = \frac{\rho_m}{\rho_{c0}} + \frac{\rho_r}{\rho_{c0}} + \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}}, \quad (3.78)$$

agora temos como obter uma relação para ρ_m ,

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = E^2 - \frac{\rho_r}{\rho_{c0}} - \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}}. \quad (3.79)$$

Note que as expressões estão de forma adimensional, considerando ser vantajosa para as análises, seguindo a mesma lógica das demais equações já obtidas. Contudo, a fim de evitar confusões de notação e pela ausência de “símbolos”, as expressões permaneceram apresentadas de maneira explícita.

Ainda precisamos derivar uma equação para $\frac{\rho_\Lambda(z)}{\rho_{c0}}$, utilizando a equação (3.40):

$$\frac{\rho_\Lambda(z)}{\rho_c(z)} = \frac{\Lambda}{3H(z)^2}, \quad (3.80)$$

$$\frac{\rho_\Lambda(z)}{\rho_c(0)} = \frac{\alpha'(1+z)^2}{3H_0^2} + \frac{\beta H^2}{3H_0^2} + \frac{\lambda_*}{3H_0^2}, \quad (3.81)$$

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{\alpha(1+z)^2}{3} + \frac{\beta E^2}{3} + \Omega_{\lambda_*}. \quad (3.82)$$

Com isso podemos encontrar as equações gerais para ρ_m :

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = E^2 - \frac{\rho_r}{\rho_{c0}} - \frac{\alpha(1+z)^2}{3} - \frac{\beta E^2}{3} - \Omega_{\lambda_*}, \quad (3.83)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = -\frac{\rho_r}{\rho_{c0}} - \frac{\alpha(1+z)^2}{3} + E^2 \left(\frac{3-\beta}{3} \right) - \Omega_{\lambda_*}, \quad (3.84)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = -\Omega_{r0}(1+z)^4 - \frac{\alpha(1+z)^2 - E^2(3-\beta)}{3} - \Omega_{\lambda_*}. \quad (3.85)$$

3.2 CLASSE DE MODELOS PARA O UNIVERSO PRIMITIVO

Simplificando a Eq. (3.67) e incluindo o parâmetro Ω_{m0} , temos:

$$E^2(z) = \frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left[\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right] + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{(1+\beta)} + \frac{\alpha(1+z)^2}{(1-\beta)} + \frac{3\Omega_{\lambda_*}}{3-\beta}. \quad (3.86)$$

Esta é uma solução geral nos casos em que $\beta \notin \{-1, 1, 3\}$ e nos possibilita analisar o universo primitivo. Soluções para cada um dos três modelos descritos na Tabela 1 são casos específicos de (3.86), obtidos pela escolha apropriada dos parâmetros. Eles são dados por:

- Modelo $\Lambda_1 = \frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2$ ($\lambda_* = 0$):

$$E^2(z) = \frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left[\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right] + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{(1+\beta)} + \frac{\alpha(1+z)^2}{(1-\beta)}; \quad (3.87)$$

- Modelo $\Lambda_2 = \frac{\alpha'}{a^2} + \lambda_*$ ($\beta = 0$):

$$E^2(z) = 3^{-1}(1+z)^3(3\Omega_{m0} - 2\alpha) + \Omega_{r0}(1+z)^4 + \alpha(1+z)^2 + \Omega_{\lambda*}; \quad (3.88)$$

- Modelo $\Lambda_3 = \beta H^2 + \lambda_*$ ($\alpha' = 0$):

$$E^2(z) = \frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left[3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right] + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{(1+\beta)} + \frac{3\Omega_{\lambda*}}{3-\beta}. \quad (3.89)$$

Para o Termo de interação dado pela equação Eq. (3.76), precisamos resolver o termo $\frac{dE^2(z)}{dz}$, então derivando a Eq. (3.86), temos:

$$\frac{dE^2(z)}{dz} = \frac{(3-\beta)(1+z)^{2-\beta}}{3-\beta} \left[\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right] + \frac{4\Omega_{r0}(1+z)^3}{(1+\beta)} + \frac{2\alpha(1+z)}{(1-\beta)}, \quad (3.90)$$

$$\frac{dE^2(z)}{dz} = (1+z)^{2-\beta} \left[\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right] + \frac{4\Omega_{r0}(1+z)^3}{(1+\beta)} + \frac{2\alpha(1+z)}{(1-\beta)}, \quad (3.91)$$

com isso podemos obter uma equação geral para $\mathcal{Q}(z)$:

$$\mathcal{Q}(z) = (1+z)E(z) \left[2\alpha(1+z) + \beta \frac{dE^2(z)}{dz} \right], \quad (3.92)$$

onde,

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}(z) = & \left[\frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta} + \frac{\alpha(1+z)^2}{1-\beta} + \frac{3\Omega_{\lambda*}}{3-\beta} \right] \times \\ & \times \left[(1+z)^{3-\beta} \left(\frac{2\beta\alpha}{\beta-1} + 3\beta\Omega_{m0} + \frac{4\beta^2\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{4\beta\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta} + \frac{2\alpha(1+z)^2}{1-\beta} \right]. \end{aligned} \quad (3.93)$$

Então para cada classe de modelo, temos:

- Modelo $\Lambda_1 = \frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2$, ($\lambda_* = 0$)

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}(z) = & \left[\frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta} + \frac{\alpha(1+z)^2}{1-\beta} \right] \times \\ & \times \left[(1+z)^{3-\beta} \left(\frac{2\beta\alpha}{\beta-1} + 3\beta\Omega_{m0} + \frac{4\beta^2\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{4\beta\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta} + \frac{2\alpha(1+z)^2}{1-\beta} \right]; \end{aligned} \quad (3.94)$$

- Modelo $\Lambda_2 = \frac{\alpha'}{a^2} + \lambda_*$, ($\beta = 0$)

$$\mathcal{Q}(z) = 2\alpha \left[\frac{3\Omega_{m0} - 2\alpha}{3}(1+z)^5 + \Omega_{r0}(1+z)^6 + \alpha(1+z)^4 + \Omega_{\lambda*}(1+z)^2 \right]; \quad (3.95)$$

- Modelo $\Lambda_3 = \beta H^2 + \lambda_*$, ($\alpha' = 0$)

$$\mathcal{Q}(z) = \left[\frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left(3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{(1+\beta)} + \frac{3\Omega_{\lambda_*}}{3-\beta} \right] \times \quad (3.96)$$

$$\times \left[(1+z)^{3-\beta} \left(3\beta\Omega_{m0} + \frac{4\beta^2\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{4\beta\Omega_{r0}(1+z)^4}{(1+\beta)} \right].$$

A partir da Eq. (3.86), e das Eqs. (3.82) e (3.85), podemos agora escrever as seguintes expressões para $\frac{\rho_\Lambda(z)}{\rho_{c0}}$ e $\frac{\rho_m(z)}{\rho_{c0}}$:

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{\beta}{3} \left[\frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta} \right] + \frac{\alpha(1+z)^2}{3(1-\beta)} + \frac{3\Omega_{\lambda_*}}{3-\beta}, \quad (3.97)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = \frac{(1+z)^3}{3} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) - \frac{4\beta\Omega_{r0}(1+z)^4}{3(1+\beta)} + \frac{2\alpha(1+z)^2}{3(1-\beta)}. \quad (3.98)$$

- Modelo $\Lambda_1 = \frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2$ ($\lambda_* = 0$):

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{\beta}{3} \left[\frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta} \right] + \frac{\alpha(1+z)^2}{3(1-\beta)} \quad (3.99)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = \frac{(1+z)^3}{3} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) - \frac{4\beta\Omega_{r0}(1+z)^4}{3(1+\beta)} + \frac{2\alpha(1+z)^2}{3(1-\beta)}; \quad (3.100)$$

- Modelo $\Lambda_2 = \frac{\alpha'}{a^2} + \lambda_*$ ($\beta = 0$):

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{\alpha(1+z)^2}{3} + \Omega_{\lambda_*}, \quad (3.101)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = \frac{(1+z)^3}{3} [-2\alpha + 3\Omega_{m0}] + \frac{2\alpha}{3}(1+z)^2; \quad (3.102)$$

- Modelo $\Lambda_3 = \beta H^2 + \lambda_*$ ($\alpha' = 0$):

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{\beta}{3} \left[\frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left(3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) + \frac{\Omega_{r0}(1+z)^4}{1+\beta} \right] + \frac{3\Omega_{\lambda_*}}{3-\beta}, \quad (3.103)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = \frac{(1+z)^3}{3} \left(3\Omega_{m0} + \frac{4\beta\Omega_{r0}}{1+\beta} \right) - \frac{4\beta\Omega_{r0}(1+z)^4}{3(1+\beta)}. \quad (3.104)$$

3.3 CLASSE DE MODELOS PARA O UNIVERSO RECENTE

Considerando agora o universo recente, a radiação é negligenciável, portanto, podemos supor $\Omega_{r0} = 0$ na Eq. (3.86), onde agora obtemos:

$$E^2(z) = \left[\frac{6\Omega_{\lambda_*} + (3-\beta)(1-3\Omega_{\Lambda 0})}{(1-\beta)(3-\beta)} \right] (1+z)^{3-\beta} + \frac{3\Omega_{\lambda_*}}{3-\beta} + \left[\frac{-3\Omega_{\lambda_*} + 3\Omega_{\Lambda 0} - \beta}{1-\beta} \right] (1+z)^2, \quad (3.105)$$

onde foi substituído o Ω_{m0} pelas Eqs. (3.39) e (3.45), já α e β pela Eq. (3.45), afim de manter toda a equação em termos de $\Omega_{\Lambda0}$ e $\Omega_{\lambda*}$.

As soluções para cada um dos três modelos descritos na Tabela 1 são casos específicos de (3.105), obtidos pela escolha apropriada dos parâmetros. Eles são dados por:

- Modelo $\Lambda_1 = \frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2$ ($\lambda_* = 0$):

$$E^2(z) = \frac{1 - 3\Omega_{\Lambda0}}{1 - \beta}(1 + z)^{(3-\beta)} + \frac{3\Omega_{\Lambda0} - \beta}{1 - \beta}(1 + z)^2; \quad (3.106)$$

- Modelo $\Lambda_2 = \frac{\alpha'}{a^2} + \lambda_*$ ($\beta = 0$):

$$E^2(z) = (1 + 2\Omega_{\lambda*} - 3\Omega_{\Lambda0})(1 + z)^3 + \Omega_{\lambda*} + 3(-\Omega_{\lambda*} + \Omega_{\Lambda0})(1 + z)^2; \quad (3.107)$$

- Modelo $\Lambda_3 = \beta H^2 + \lambda_*$ ($\alpha' = 0$):

$$E^2(z) = \left[\frac{6\Omega_{\lambda*} + (3 - \beta)(1 - 3\Omega_{\Lambda0})}{(1 - \beta)(3 - \beta)} \right] (1 + z)^{3-\beta} + \frac{3\Omega_{\lambda*}}{3 - \beta}. \quad (3.108)$$

Vale a pena notar que, para o modelo Λ_2 , a função $E(z)$ fornecida é semelhante ao modelo Λ CDM com curvatura espacial. Isso ocorre devido ao fato de que o termo $\propto a^{-2}$ imita um termo de curvatura neste caso. As funções $E(z)$ obtidas dessa forma são o necessário para vincular os modelos com dados observacionais na próxima seção. Como vimos, também pode-se obter o termo de interação para cada modelo, a fim de analisar seu comportamento posteriormente.

Quando tomamos $\Omega_{r0} = 0$ para a Eq.(3.97), obtemos o $\mathcal{Q}(z)$ para o modelo geral em um universo recente:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}(z) = & \left[\frac{(1 + z)^{3-\beta}}{3 - \beta} \left(\frac{2\alpha}{\beta - 1} + 3\Omega_{m0} \right) + \frac{\alpha(1 + z)^2}{1 - \beta} + \frac{3\Omega_{\lambda*}}{3 - \beta} \right] \times \\ & \times \left[(1 + z)^{3-\beta} \left(\frac{2\beta\alpha}{\beta - 1} + 3\beta\Omega_{m0} \right) + \frac{2\alpha(1 + z)^2}{1 - \beta} \right]. \end{aligned} \quad (3.109)$$

Tomando $\Omega_{r0} = 0$ para as equações (3.94), (3.95) e (3.96), obtemos agora os $\mathcal{Q}(z)$ para cada classe de modelo em um universo recente:

- Modelo $\Lambda_1 = \frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2$, ($\lambda_* = 0$):

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}(z) = & \left[\frac{(1 + z)^{3-\beta}}{3 - \beta} \left(\frac{2\alpha}{\beta - 1} + 3\Omega_{m0} \right) + \frac{\alpha(1 + z)^2}{1 - \beta} \right] \times \\ & \times \left[(1 + z)^{3-\beta} \left(\frac{2\beta\alpha}{\beta - 1} + 3\beta\Omega_{m0} \right) + \frac{2\alpha(1 + z)^2}{1 - \beta} \right]; \end{aligned} \quad (3.110)$$

- Modelo $\Lambda_2 = \frac{\alpha'}{a^2} + \lambda_*$, ($\beta = 0$)

$$\mathcal{Q}(z) = 2\alpha \left[\frac{3\Omega_{m0} - 2\alpha}{3} (1+z)^5 + \alpha(1+z)^4 + \Omega_{\lambda_*}(1+z)^2 \right]; \quad (3.111)$$

- Modelo $\Lambda_3 = \beta H^2 + \lambda_*$, ($\alpha' = 0$)

$$\mathcal{Q}(z) = 3\beta\Omega_{m0}(1+z)^{3-\beta} \left[\frac{3\Omega_{\lambda_*} + 3\Omega_{m0}(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \right]. \quad (3.112)$$

Tomando $\Omega_{r0} = 0$ para o $\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}}$ e $\frac{\rho_m}{\rho_{c0}}$ obtidas anteriormente, encontramos para o modelo geral em um universo recente:

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{\beta}{3} \left[\frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} \right) \right] + \frac{\alpha(1+z)^2}{3(1-\beta)} + \frac{3\Omega_{\lambda_*}}{3-\beta}, \quad (3.113)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = \frac{(1+z)^3}{3} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} \right) + \frac{2\alpha(1+z)^2}{3(1-\beta)}. \quad (3.114)$$

Por fim, obtemos as equações de $\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}}$ e $\frac{\rho_m}{\rho_{c0}}$ das classes de modelo, usando as Eqs. (3.99), (3.100), (3.101), (3.102), (3.103) e (3.104), tomando $\Omega_{r0} = 0$:

- Modelo $\Lambda_1 = \frac{\alpha'}{a^2} + \beta H^2$ ($\lambda_* = 0$):

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{\beta}{3} \left[\frac{(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} \right) \right] + \frac{\alpha(1+z)^2}{3(1-\beta)}, \quad (3.115)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = \frac{(1+z)^3}{3} \left(\frac{2\alpha}{\beta-1} + 3\Omega_{m0} \right) + \frac{2\alpha(1+z)^2}{3(1-\beta)}; \quad (3.116)$$

- Modelo $\Lambda_2 = \frac{\alpha'}{a^2} + \lambda_*$ ($\beta = 0$):

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{\alpha(1+z)^2}{3} + \Omega_{\lambda_*}, \quad (3.117)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = \frac{(1+z)^3}{3} [-2\alpha + 3\Omega_{m0}] + \frac{2\alpha}{3}(1+z)^2; \quad (3.118)$$

- Modelo $\Lambda_3 = \beta H^2 + \lambda_*$ ($\alpha' = 0$):

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c0}} = \frac{3\Omega_{\lambda_*} + \beta\Omega_{m0}(1+z)^{3-\beta}}{3-\beta}, \quad (3.119)$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_{c0}} = \Omega_{m0}(1+z)^{3-\beta}. \quad (3.120)$$

Na Eqs. (3.117) e (3.118), percebemos que são respectivamente iguais as Eqs. (3.101) e (3.102)

do Universo primitivo, ou seja a evolução de ambas as densidades acontece de forma singular para o modelo Λ_2 . Já a Eq. (3.120) mostra uma coincidência entre o modelo Λ_3 e o modelo proposto por (WANG; MENG, 2005), onde eles propuseram $\rho_m \propto a^{-3+\epsilon}$.

3.4 DADOS E METODOLOGIAS

3.4.1 Dados

Para vincular os modelos abordados neste trabalho, utilizamos como dados observacionais a amostra de SNe Ia, composta por 1048 medições da magnitude aparente de SNe Ia provenientes da amostra Pantheon (SCOLNIC *et al.*, 2018), e uma compilação de dados do parâmetro de Hubble, $H(z)$ (MORESCO *et al.*, 2012; MORESCO, 2015; MORESCO *et al.*, 2016; MORESCO *et al.*, 2018; MORESCO *et al.*, 2020; MORESCO *et al.*, 2022), obtidos estimando as idades diferenciais das galáxias, chamadas de Cronômetros Cósmicos (CCs).

Os 32 dados dos CCs $H(z)$ são uma amostra compilada por (MORESCO *et al.*, 2022), consistindo em dados de $H(z)$ no intervalo $0,07 < z < 1,965$. No artigo, os autores estimaram erros sistemáticos para esses dados, realizando simulações e considerando efeitos como metalicidade, efeito de rejuvenescimento, história de formação estelar, função de massa inicial, escolha da biblioteca estelar, etc.¹

- **Componente de Biblioteca Estelar:** Esta componente contribui para a incerteza na medição. A estimativa é considerada excessivamente conservadora, pois é baseada em um modelo de biblioteca estelar que foi substituído. Além disso, a incerteza é declarada como dependente do redshift.
- **Matriz de Covariância (Cov_{ij}):** A matriz de covariância total para as CC é definida como a combinação das partes estatística e sistemática, onde a parte sistemática é dividida em várias contribuições. A componente do modelo de biblioteca estelar é subdividida em covariâncias relacionadas à função de história de formação estelar (SFH), à função inicial de massa (IMF), à biblioteca estelar propriamente dita (st.lib.) e aos modelos de Síntese de População Estelar (SPS).
- **Efeitos Negligenciáveis:** Alguns efeitos, como o viés do progenitor (progenitor bias) e a dependência de massa, são mencionados, mas são considerados negligenciáveis ou previamente

¹ O método para obter a matriz de covariância completa, juntamente com notebooks Jupyter como exemplos, é fornecido por M. MoreSCO em <https://gitlab.com/mmoresco/CCcovariance>.

explorados nas análises anteriores. O viés do progenitor é abordado pelo método diferencial subjacente à abordagem CC, minimizando seu impacto.

Na referência (MORESCO *et al.*, 2022), são apresentados possíveis efeitos sistemáticos que podem afetar o método CC (Coded Composite), discutindo abordagens para minimizá-los e propagá-los para a matriz de covariância total. Inicia-se discutindo efeitos e pressupostos que têm um impacto direto na incerteza de $H(z)$ e conclui-se apresentando possíveis problemas adicionais que podem impactar na medida, mas que se revelam negligenciáveis. A Matriz de Covariância, é expressa pela seguinte equação:

$$\text{Cov}_{ij} = \text{Cov}_{ij}^{\text{stat}} + \text{Cov}_{ij}^{\text{syst}} \quad (3.121)$$

onde $\text{Cov}_{ij}^{\text{syst}}$, sendo decomposta em várias contribuições:

$$\text{Cov}_{ij}^{\text{syst}} = \text{Cov}_{ij}^{\text{met}} + \text{Cov}_{ij}^{\text{young}} + \text{Cov}_{ij}^{\text{model}} \quad (3.122)$$

Os principais efeitos sistemáticos da matriz de covariância sistemática total ($\text{Cov}_{ij}^{\text{syst}}$), podem ser entendidos da seguinte forma:

1. Erro na Estimativa de Metalicidade ($\text{Cov}_{ij}^{\text{met}}$): A incerteza na estimativa de metalicidade entra na Eq. (3.122) alterando o parâmetro de calibração $A(Z, SFH)$, impactando diretamente a medição de $H(z)$ e seu de erro associado. Simulações de Monte Carlo foram realizadas considerando uma variedade de modelos de síntese de população estelar, abrangendo diferentes faixas de metalicidade ($\pm 10\%$, 5% , 1%). Essas simulações indicaram que o erro induzido em $H(z)$ escala quase linearmente com a incerteza na metalicidade estelar. A contribuição não introduz termos fora da diagonal na matriz de covariância porque depende da metalicidade estelar de cada espectro individual, não correlacionando diferentes espectros.
2. Erro na História de Formação Estelar (SFH) ($\text{Cov}_{ij}^{\text{SFH}}$): Apesar de as CC terem uma história de formação estelar com escalas de tempo muito curtas, assumir que toda a formação estelar está concentrada em uma única explosão estelar (SSP) introduz um erro sistemático, que deve ser considerado. Essa é tipicamente uma contribuição sistemática da ordem de $2 - 3\%$, abordado em trabalhos anteriores por eles.
3. Síntese Populacional Estelar (SPS) $\text{Cov}_{ij}^{\text{model}}$: A principal fonte de incerteza sistemática no método CC, independentemente do processo adotado para estimar dt , é a assunção do modelo SPS. Esse é um termo que introduz elementos não diagonais na matriz de covariância total, pois

os erros estão altamente correlacionados entre diferentes espectros. A avaliação do impacto desse termo no erro de $H(z)$ foi realizada em estudos recentes, demonstrando que o erro introduzido é, em média, inferior a 0,4% para a contribuição do IMF (Função Inicial de Massa) e da ordem de 4,5% para a contribuição do modelo SPS.

4. Efeito de Rejuvenescimento ($\text{Cov}_{ij}^{\text{young}}$): Esse efeito refere-se a uma possível contaminação residual por uma componente jovem nas galáxias CC selecionadas. Existem duas situações consideradas: a presença de sistemas jovens ou intermediários entre as galáxias CC selecionadas e a possibilidade de uma população CC única, predominantemente velha, mas com uma contribuição menor de uma componente jovem subjacente. Essa contaminação poderia enviesar a determinação de $H(z)$ devido à influência da cor mais azul de estrelas mais jovens na forma geral do espectro. Métodos, como indicadores de linhas de emissão e absorção, são propostos para avaliar e mitigar esse efeito. Estudos anteriores indicam que a contaminação jovem é geralmente abaixo do limiar detectável, contribuindo com um erro adicional em $H(z)$ inferior a 0,5%.

Esses efeitos sistemáticos são considerados de maneira apropriada na análise das galáxias CC para medições precisas de $H(z)$, destacando a importância de abordagens específicas para quantificar e reduzir essas incertezas dos dados de z .

A compilação Pantheon consiste em 1048 dados de SNe Ia, no intervalo de desvio para o vermelho $0,01 < z < 2,3$, contendo medições do SDSS, Pan-STARRS1 (PS1), SDSS, SNLS e várias fontes de dados do HST e baixo desvio para o vermelho. Detalham-se melhorias na fotometria, astrometria e calibração do PS1, reduzindo as incertezas sistemáticas nas distâncias das SNe Ia do PS1. Um subconjunto de 279 SNe Ia do PS1, combinado com estimativas de distância de outras fontes, forma a maior amostra combinada de SNe Ia, totalizando 1048 SNe Ia em uma ampla faixa de redshifts ($0,01 < z < 2,3$), denominada “Amostra Pantheon” (SCOLNIC *et al.*, 2018).

Ao combinar medidas da CMB do Planck com a amostra Pantheon, são obtidos parâmetros cosmológicos, encontrando $\omega_m = 0,307 \pm 0,012$ e $w = -1,026 \pm 0,041$ para o modelo $w\text{CDM}$. Incorporando restrições de BAO, medições locais de H_0 e outras, a análise resulta na medição mais precisa da energia escura até o momento: $w_0 = -1,007 \pm 0,089$ e $w_a = -0,222 \pm 0,407$ para o modelo $w_0w_a\text{CDM}$ (BROUT *et al.*, 2022). A tensão anteriormente observada com uma constante cosmológica, em análises anteriores com SNe do PS1 e de baixo redshift, diminuiu com um aumento estatístico significativo na amostra PS1, melhorias na calibração e fotometria, e critérios mais rigorosos para a qualidade das curvas de luz. No entanto, destaca-se que as incertezas sistemáticas nas medidas da energia escura são quase tão significativas quanto as incertezas estatísticas, principalmente devido

às limitações na modelagem da amostra de baixo redshift, o que precisa ser abordado para futuros avanços na utilização de SNe Ia para medir a energia escura.

Para melhor vincular os modelos, além dos dados SNe Ia+ $H(z)$, também foi considerado as restrições mais recentes sobre H_0 , a saber, aquelas do SH0ES ($73,2 \pm 1,3$ km/s/Mpc) (RIESS *et al.*, 2022) e do Planck ($67,36 \pm 0,54$ km/s/Mpc) (AGHANIM *et al.*, 2020). Como discutido é bem conhecido, essas restrições estão atualmente em conflito, gerando a chamada “tensão de H_0 ” (VALENTINO *et al.*, 2021b). É importante mencionar que essas restrições são obtidas por métodos bastante diferentes. Enquanto o H_0 de SH0ES é obtido simplesmente a partir de restrições locais, seguindo a escada de distância construída a partir das distâncias das Cefeidas e das SNe Ia locais, o H_0 de Planck é obtido a partir de restrições de alto desvio para o vermelho, assumindo o modelo Λ CDM plano.

Dada a tensão do H_0 , serão realizadas duas análises separadas para cada um dos modelos: uma considerando o H_0 de Planck e outra o H_0 de SH0ES. Como dito no início, mesmo não sendo o foco do trabalho, torna-se indispensável as análises pela importância da tensão do H_0 , e claro para que possamos validar a utilização de cada modelo. Portanto a comparação dos modelos entre si e o Λ CDM, com diferentes amostras de dados, mostra-se essencial para a validação dos modelos e principalmente para as análises do PCC, PC e Tensão do H_0 .

3.4.2 Metodologia

Após a resolução das equações diferenciais fundamentais para $E(z)$ e o termo de interação $\mathcal{Q}(z)$, entramos em uma fase importante: a compreensão da interação entre as componentes energéticas ρ_Λ e ρ_d . Este ponto é central para a resolução do PCC, PC e o possível alívio da tensão do H_0 . Esse aspecto exigiu a implementação de uma abordagem analítica robusta, incorporando os dados previamente mencionados em 3.4.1 e as equações já estabelecidas. Dessa forma, o processo analítico abrange desde a resolução numérica das equações diferenciais até a interpretação dos resultados, considerando como as interações entre ρ_Λ e ρ_d impactam as características fundamentais do cosmos.

Inicialmente, desenvolvemos códigos distintos para cada um dos cinco modelos analisados, totalizando 14 análises. O primeiro modelo considerado é o Λ CDM, onde exploramos dados provenientes do satélite Planck e das medições do SH0ES, este por sua vez, é especialmente relevante para atualizar os resultados e fornecer uma visão mais clara sobre o PC, PCC e da tensão do H_0 . Em seguida, investigamos o modelo $\Lambda_g(t)$ CDM, analisando-o em três cenários distintos, utilizando o Prior de Distância da CMB, dados do Planck e SH0ES. Por fim, consideramos as subclasses $\Lambda_1(t)$ CDM, $\Lambda_2(t)$ CDM e $\Lambda_3(t)$ CDM, cada uma dessas subclasses seguiu a mesma lógica do modelo geral, utilizando os mesmos

três conjuntos de dados, resultando em nove análises adicionais. Essa variedade de análises permitiu uma exploração abrangente das diferentes características de cada modelo cosmológico proposto.

Monte Carlo Markov Chain (MCMC) é uma técnica estatística essencial em diversas áreas, especialmente na cosmologia. Um dos métodos de MCMC mais simples, o Affine Invariant MCMC Ensemble Sampler, proposto por (HOU *et al.*, 2012) e implementado na linguagem Python com o pacote Emcee por (FOREMAN-MACKEY *et al.*, 2013), será utilizado nestas análises. A seguir, apresentaremos brevemente os pontos principais.

Em modelos cosmológicos, frequentemente enfrentamos espaços paramétricos complexos, e o Monte Carlo é excepcionalmente eficaz na exploração desses espaços, permitindo a investigação de uma ampla gama de configurações de parâmetros. O Monte Carlo ainda pode ser aplicado em diversos cenários, como em análises estatísticas de observações astronômicas, resolução de equações diferenciais para a evolução do universo ou avaliação de incertezas em parâmetros cosmológicos, que é o nosso objetivo.

Uma variante poderosa do Monte Carlo é o Método de Cadeias de Markov Monte Carlo ((METROPOLIS *et al.*, 1953; NEAL, 2011)), este por sua vez gera uma sequência de amostras, onde cada amostra depende apenas da anterior. Isso é especialmente útil quando queremos amostras de distribuições de probabilidade complexas. A biblioteca Emcee (Ensemble Sampler) é uma destas variações, que implementa o método de Metropolis-Hastings. Este método é particularmente poderoso ao explorar espaços paramétricos complexos, permitindo efetivamente mapear as distribuições de probabilidade dos parâmetros, fornecendo uma visão abrangente das possíveis configurações do modelo em estudo.

O Emcee ² opera com base em um conceito de ensemble, onde várias cadeias de Markov são simultaneamente exploradas. Cada cadeia representa uma sequência de estados, e a combinação dessas cadeias fornece uma amostragem eficiente do espaço paramétrico. A técnica central do Emcee é o Metropolis-Hastings Dinâmico, onde a escala da proposta de cada passo da cadeia seja ajustada, adaptando-se dinamicamente para explorar mais eficientemente o espaço paramétrico. Essa abordagem é especialmente valiosa quando a geometria do espaço paramétrico é desconhecida.

Ao contrário de métodos tradicionais, o Emcee não se restringe a se mover apenas para regiões de alta probabilidade, suas múltiplas cadeias podem explorar de maneira mais eficiente regiões de baixa probabilidade, permitindo uma melhor exploração do espaço de parâmetros. Outra característica distintiva é a capacidade de visualizar as cadeias em andamento, permitindo o monitoramento da convergência das cadeias e o ajuste dinâmico dos parâmetros do algoritmo conforme necessário.

A maioria dos usos de MCMC na literatura de astrofísica e cosmologia são baseados em pequenas modificações no método Metropolis-Hastings (M-H). Cada passo em uma cadeia M-H é utilizado uma

² Emcee pode ser visto em <https://pypi.org/project/emcee/>.

distribuição de proposta compacta centrada na posição atual da cadeia (normalmente uma gaussiana multivariada ou algo similar). Como cada termo na matriz de covariância desta distribuição de proposta é um parâmetro não especificado, eles dependem da matriz de covariância dos parâmetros, ou seja, depende de $n(n + 1)/2$ parâmetros de ajuste, onde n é a dimensão do espaço de parâmetros. A modificação desse método, busca torná-lo adequado para paralelização, dividindo os walkers (cadeias) em dois grupos, então a posição de um walker em um grupo é determinada apenas pela posição dos walkers do outro grupo (mais detalhes podem ser visto em (FOREMAN-MACKEY *et al.*, 2013; JESUS; HOLANDA; DANTAS, 2017)).

Todos os métodos heurísticos já desenvolvidos (como por exemplo (ALLISON; DUNKLEY, 2014), requerem uma fase de “*burn-in*” prolongada, onde cadeias de Markov mais curtas são amostradas, e os resultados são usados para ajustar os hiper-parâmetros. Em princípio, é possível ajustar os hiper-parâmetros de um amostrador M-H para fazer esta amostragem convergir rapidamente, mas se a dimensão for grande e o cálculo da densidade for computacionalmente caro. Sendo assim, é possível obter através de uma transformação da densidade de probabilidade anisotrópica simples (pode ser visto em (FOREMAN-MACKEY *et al.*, 2013)).

O resultado exato da marginalização é a função de probabilidade marginalizada $p(\Theta|D)$ do conjunto (lista ou vetor) de parâmetros do modelo Θ , dado o conjunto de observações D , (pode ser visto com mais detalhes em (FOREMAN-MACKEY *et al.*, 2013; JESUS; HOLANDA; DANTAS, 2017)):

$$p(\Theta|D) = \int p(\Theta, \alpha|D) d\alpha, \quad (3.123)$$

onde α representa o conjunto de parâmetros indesejados. Devido ao fato de que esse conjunto pode ser muito grande, a integral correspondente frequentemente se torna extremamente difícil de calcular. No entanto, uma amostragem gerada por MCMC de valores (Θ_t, α_t) - combinando os parâmetros do modelo com os indesejados a partir da distribuição conjunta $p(\Theta, \alpha|D)$ resulta automaticamente em uma amostragem de valores Θ_t da função de probabilidade marginalizada $p(\Theta|D)$.

O desafio dos métodos tradicionais de amostragem pode ser exemplificado ao considerar uma densidade simples, mas altamente anisotrópica:

$$p(x) \propto \exp \left(-\frac{(x_1 - x_2)^2}{2\epsilon} - \frac{(x_1 + x_2)^2}{2} \right), \quad (3.124)$$

essa densidade seria considerada desafiadora (no regime de pequeno ϵ) para algoritmos MCMC tradicionais. Embora, em princípio, seja possível ajustar os hiperparâmetros de um amostrador M-H para acelerar a convergência, quando a dimensão é alta e o cálculo da densidade é computacionalmente

custoso, o ajuste torna-se impraticável. Além disso, como o número de parâmetros escala aproximadamente com $\sim N^2$, esse problema se agrava significativamente em dimensões maiores. No entanto, a Eq. (3.124) pode ser transformada em um problema muito mais simples de amostragem de uma densidade isotrópica utilizando uma transformação afim da seguinte forma:

$$y_1 = \frac{(x_1 - x_2)}{\sqrt{\epsilon}}, \quad (3.125)$$

$$y_2 = x_1 + x_2. \quad (3.126)$$

Isso motiva o conceito de invariância afim: um algoritmo que é invariante afim tem o mesmo desempenho sob todas as transformações lineares. A ideia principal do sampler afim-invariante de Goodman-Weare é a chamada “*stretch move*” (pode ser vista em (GOODMAN; WEARE, 2010)), onde a posição (vetor de parâmetros no espaço de parâmetros) de um walker é determinada pela posição dos outros walkers.

Para visualizar e interpretar os resultados, empregamos a ferramenta Getdist, uma ferramenta gráfica amplamente utilizada para análise estatística de cadeias de Markov ((LEWIS, 2019)), facilitando a compreensão visual das distribuições marginais e bidimensionais dos parâmetros. Essa abordagem visual é essencial para discernir relações complexas entre os parâmetros do modelo, com imagens limpas e designs de fácil leitura. O GetDist ³ é frequentemente integrado com o Emcee e outras ferramentas de amostragem de Monte Carlo.

Uma característica fundamental do GetDist é sua habilidade de visualizar distribuições de parâmetros em múltiplas dimensões, é essencial quando lidamos com modelos cosmológicos complexos que envolvam diversos parâmetros inter-relacionados. Além disso é especialmente trabalhado em conjunto com análises bayesianas, permitindo a exploração das regiões de alta probabilidade nos espaços paramétricos, facilitando então a compreensão da incerteza associada a diferentes configurações de parâmetros.

Essa biblioteca, ainda se destaca por gerar gráficos de contorno detalhados e projeções unidimensionais e bidimensionais. Essas representações visuais facilitam as interpretações e análises. Oferece uma ampla gama de opções de customização, permitindo adaptações de visualização conforme as necessidades específicas, sendo essas personalização de cores, estilos de linha e outros elementos visuais.

Ao final, utilizamos o Critério de Informação Bayesiano (BIC, *Bayesian Information Criterion*), uma ferramenta analítica que permite discernir entre diferentes abordagens com base na qualidade do ajuste e na complexidade do modelo (alguns dos trabalhos que utilizaram esta ferramenta (VALEN-

³ Getdist pode ser visto em <https://getdist.readthedocs.io/en/latest>.

TIM; RANGEL; HORVATH, 2011; SZYDŁOWSKI *et al.*, 2015; JESUS; VALENTIM; ANDRADE-OLIVEIRA, 2017). O BIC incorpora a filosofia da “Navalha de Occam”, favorecendo modelos mais simples e penalizando os modelos que introduzem parâmetros desnecessários, assim priorizando a escolha do modelo mais parcimonioso que descreva efetivamente os dados.

A “Navalha de Occam” é um princípio filosófico e metodológico que sugere que, entre duas explicações ou teorias igualmente boas na explicação de um fenômeno, a mais simples é geralmente a melhor (mais detalhes no livro (ARIEW, 1976)). O princípio foi nomeado em homenagem a William de Ockham (ou Guilherme de Ockham), um filósofo medieval. Essencialmente, a Navalha de Occam opta pela economia de explicações, significa que, ao enfrentar várias teorias ou modelos capazes de explicar observações ou fenômenos, deve-se preferir aquele que melhor otimiza o número de premissas ou hipóteses adicionais. Além disso, sugere que adicionar complexidade desnecessária a uma explicação não aprimora a qualidade ou a validade dessa explicação. Portanto, ao avaliar diferentes modelos ou teorias como no presente trabalho, deve-se evitar introduzir elementos que não são estritamente necessários para explicar o fenômeno observado.

O melhor modelo de um conjunto em consideração é aquele que minimiza a quantidade BIC. É importante mencionar que o BIC leva em consideração não apenas a qualidade do ajuste, mas também penaliza o excesso de parâmetros livres, de acordo com a noção da “Navalha de Occam”. Portanto, o BIC favorece modelos mais simples, podendo ser escrito como (SCHWARZ, 1978; LIDDLE, 2004)

$$\text{BIC} = -2 \ln \mathcal{L}_{\max} + p \ln N, \quad (3.127)$$

onde N é o número de dados, $\mathcal{L}_{\max}$ é o máximo da verossimilhança e p é o número de parâmetros livres. Na comparação de modelos, o modelo que obtiver o menor valor de BIC é favorecido (VALENTIM; RANGEL; HORVATH, 2011; JESUS; VALENTIM; ANDRADE-OLIVEIRA, 2017). A verossimilhança possui uma normalização, de modo que, em vez de usar o valor absoluto do BIC, o que realmente importa é considerar o BIC relativo entre modelos, o que é dado por

$$\Delta \text{BIC} = -(\text{BIC}_i - \text{BIC}_j). \quad (3.128)$$

A Evidência Bayesiana, derivada do Teorema de Bayes, combina a verossimilhança com a distribuição a priori (mais detalhes em (JESUS; HOLANDA; DANTAS, 2017)). O fator de Bayes B_{ij} é utilizado para comparar dois modelos, M_i e M_j , sendo definido como:

$$B_{ij} = \frac{P(D|M_j)}{P(D|M_i)}. \quad (3.129)$$

onde $P(D|M_j)$ e $P(D|M_i)$ são dadas pela Eq. (3.123).

A quantidade B_{ij} é o fator Bayesiano para a hipótese (modelo) i contra a hipótese (modelo) j . Categorizamos essa evidência contra o modelo j seguindo a seguinte classificação. A evidência contra o modelo j não vale mais do que uma simples menção quando o dobro do logaritmo natural do fator Bayesiano (ou menos a diferença entre os BICs) está entre $0 < 2 \ln B_{ij} \leq 2$, é positiva quando $2 < 2 \ln B_{ij} \leq 6$, é forte quando $6 < 2 \ln B_{ij} \leq 10$, e é muito forte quando $2 \ln B_{ij} > 10$.

O BIC combina dois elementos essenciais: a qualidade do ajuste e a penalização pela complexidade do modelo. Essa abordagem equilibrada é fundamental ao lidar com diferentes modelos, onde o ajuste preciso não deve ser comprometido pela adição desnecessária de parâmetros. Desta forma podemos definir quais modelos dentro do mesmo conjunto das amostras de dados, devem ou não ser descartados, mostrando o quão útil cada modelo pode ser, assim facilitando uma classificação ou diferenciação dos modelos.

Para avaliar a qualidade dos resultados o BIC, considera a razão dos modelos de verossimilhança, os dados e modelos disponíveis, e penaliza explicitamente o modelo com mais parâmetros. Sua abordagem equilibrada entre ajuste e complexidade oferece uma ferramenta essencial para a distinção entre modelos concorrentes. Na cosmologia, o BIC é empregado para selecionar modelos que melhor se alinham com os dados observacionais, sendo particularmente relevante em cenários onde diferentes modelos competem para explicar os fenômenos cosmológicos.

Ao seguir meticulosamente esses procedimentos para cada análise, conseguimos estabelecer vínculos significativos entre os dados, resultando nos melhores ajustes para cada parâmetro. Essa abordagem possibilitou a realização das análises de maneira coesa e alinhada com os problemas centrais abordados neste trabalho. Vale ressaltar que os programas foram desenvolvidos em linguagem Python e em todas as análises realizadas, assumiu-se priors (limites) para os parâmetros livres: $\alpha \in [-5, 5]$, $\beta \in [-5, 15]$, $\Omega_m \in [0, 1]$, $H_0 \in [55, 85]$ km/s/Mpc, esses limites foram estabelecidos para evitar divergências excessivas nos valores, especialmente no caso de Ω_m , cujo limite é determinado pelo $E(z)$, como demonstrado anteriormente. É importante observar que, enquanto os dados das SNe Ia restringem $\{\Omega_m, \alpha, \beta\}$, os dados de $H(z)$ restringem $\{H_0, \Omega_m, \alpha, \beta\}$. No entanto, os dados de $H(z)$ sozinhos não fornecem restrições fortes sobre os parâmetros livres, então optou-se por trabalhar com a combinação de dados de $H(z)$ +SNe Ia. Além disso, foram adicionados restrições sobre H_0 do Planck e SH0ES para sondar a tensão H_0 e também porque eles consistem em restrições fortes sobre H_0 .

3.5 ANÁLISES DE SNE Ia+ $H(z)$ +PLANCK E SH0ES

Neste capítulo, apresentaremos as análises e resultados, começando com os vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ + H_0 de Planck, seguido dos vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ + H_0 de SH0ES e o ΔBIC dos modelos com H_0 Planck e SH0ES. Por fim, apresentaremos para os vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB. Cada uma dessas análises será acompanhada de gráficos que exibirão os parâmetros e funções, conforme descrito a seguir:

$$\text{Parâmetros} = \left\{ \begin{array}{ll} H_0 & \rightarrow H_0 \\ \Omega_{b0} & \rightarrow \Omega_b \\ \Omega_{m0} & \rightarrow \Omega_m \\ \Omega_{\Lambda 0} & \rightarrow \Omega_{\Lambda} \\ \Omega_{\lambda_*} & \rightarrow \Omega_{\lambda_*} \\ \alpha & \rightarrow \alpha \\ \beta & \rightarrow \beta \end{array} \right. ,$$

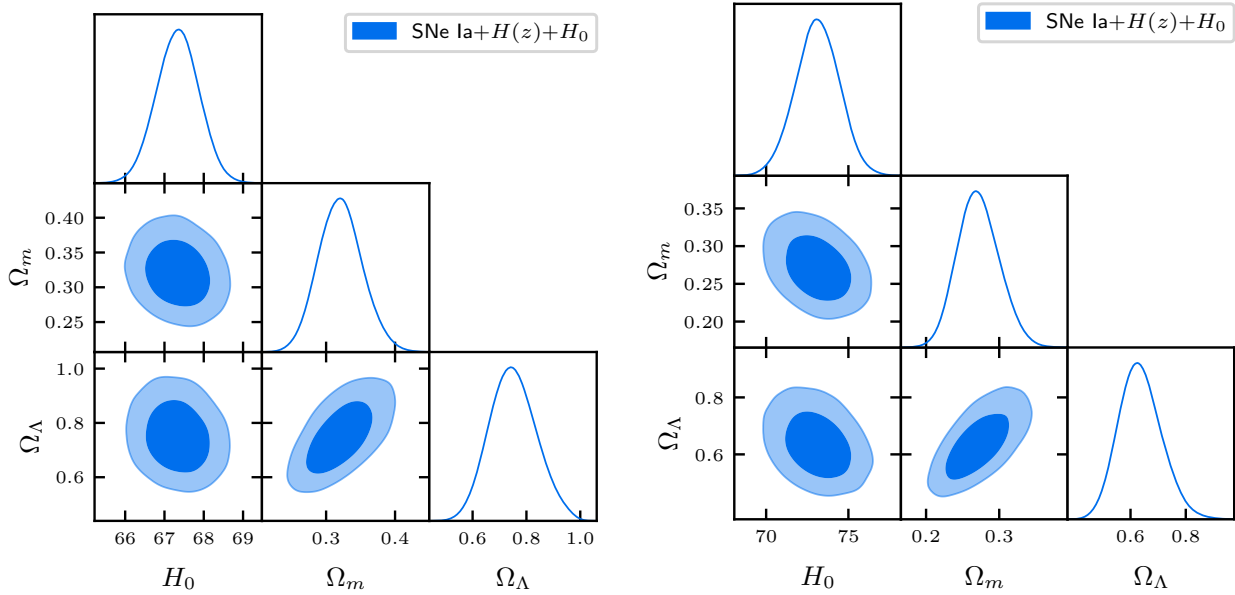
e as seguintes funções,

$$\text{Funções de } z = \left\{ \begin{array}{ll} \mathcal{Q}(z) & \rightarrow \mathcal{Q}(z) \\ \frac{\rho_{\Lambda}}{\rho_{c0}} & \rightarrow \rho_{\Lambda}(z) \\ \frac{\rho_m}{\rho_{c0}} & \rightarrow \rho_m(z) \\ \frac{\rho_m}{\rho_{\Lambda}} & \rightarrow r(z) \end{array} \right. .$$

3.5.1 Modelo ΛCDM

Nesta sub-seção, apresentaremos os resultados do modelo padrão, exemplificando de forma expositiva o PCC, PC e Tensão do H_0 . Será primeiramente comparado os valores do H_0 , usando dos priors de Planck e SH0ES para evidenciar a tensão em H_0 . Em seguida, será mostrado a evolução das densidades do vácuo e da matéria, incluindo a razão entre elas, e também como se comportam com ambos os dados separadamente.

Figura 7 – Vínculos de SNe Ia, $H(z)$, Planck H_0 e SH0ES H_0 para o modelo padrão Λ CDM, a 1 e 2 sigmas de nível de confiança. **À esquerda:** Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . **À direita:** Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 .



Fonte: Produção do próprio autor.

Nos dois gráficos da Figura 7, os parâmetros de densidade Ω_Λ e Ω_m e o H_0 , derivados da combinação de $H(z)$, SNe Ia, utilizando dos priors de H_0 provenientes do Planck e SH0ES, respectivamente. Esta combinação dos dados, reduz as incertezas, evidenciadas na tabela a seguir. A região de tonalidade mais escura, indica 1σ , enquanto a região de borda mais clara indica 2σ . Os gráficos, bidimensionais, facilitam a visualização dos cruzamentos entre as regiões, proporcionando uma melhor interpretação. As próximas análises seguirão o mesmo padrão, dispensando repetições da explicação.

Tabela 2 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para o modelo padrão Λ CDM.

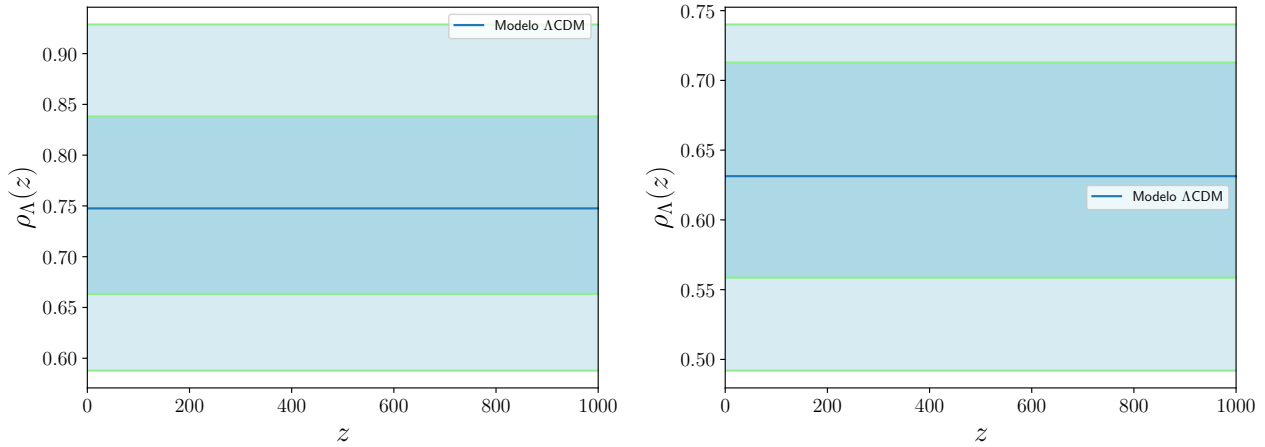
Limites de 95%		
Parâmetro	Planck H_0	SH0ES H_0
H_0	$67.3^{+1.1}_{-1.1}$	$73.1^{+2.6}_{-2.7}$
Ω_m	$0.321^{+0.066}_{-0.061}$	$0.272^{+0.059}_{-0.054}$
Ω_Λ	$0.75^{+0.18}_{-0.17}$	$0.64^{+0.17}_{-0.14}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Na Tabela 2, destaca-se a média dos parâmetros com limites de 95%. A média por sua vez, se aproximam muito do melhor ajuste (best-fit). Neste caso os valores das densidades de energia apresentam variações relativamente pequenas em comparação aos dados. No entanto, ao observarmos o valor do H_0 do Planck e SH0ES, podemos perceber uma diferença de mais de 4σ . Esta disparidade sugere incompatibilidade nos dados, ou seja, possíveis erros sistemáticos em um dos conjuntos de

dados ou que o modelo possa estar incorreto ou incompleto. Essa discrepância é conhecida como "Tensão de Hubble", onde a utilização de dois dos principais conjuntos de dados, não convergem para o mesmo valor de H_0 , como mencionado em capítulos anteriores.

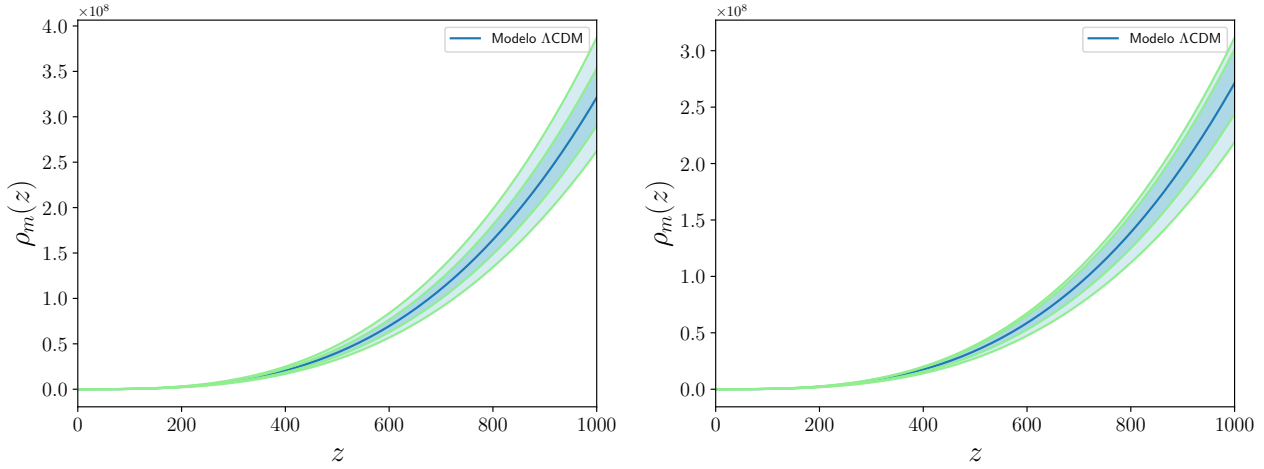
Figura 8 – ρ_Λ para o modelo Λ CDM com a média dos parâmetros ajustados. **Painel esquerdo:** Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel direito:** Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para densidade da matéria (ρ_m).



Fonte: Produção do próprio autor.

Nos gráficos acima, representamos a densidade do vácuo de forma adimensional, conforme indicado nas equações e na função $\rho_\Lambda(z) = \frac{\rho_\Lambda(z)}{\rho_{c0}}$. O gráfico está como esperado, uma vez que no modelo padrão, a densidade do vácuo permanece constante ao longo do tempo cósmico, sendo esta uma das causas diretas do PCC. Neste contexto, a densidade obtida nos resultados é notavelmente menor do que o esperado pela teoria quântica de campos, e sua constância não possui uma causa direta para explicar o porque a densidade do vácuo é tão pequena. Utilizando os limites superiores e inferiores para 2σ , estabelecemos intervalos para os dados do Planck e SH0ES, permitindo a comparação da densidade do vácuo dimensionalmente. Em ambos os casos, observamos que ao longo de toda a história cósmica, a densidade do vácuo permanece pequena, ficando em uma ordem de 120 vezes menor do que previsto pela teoria quântica.

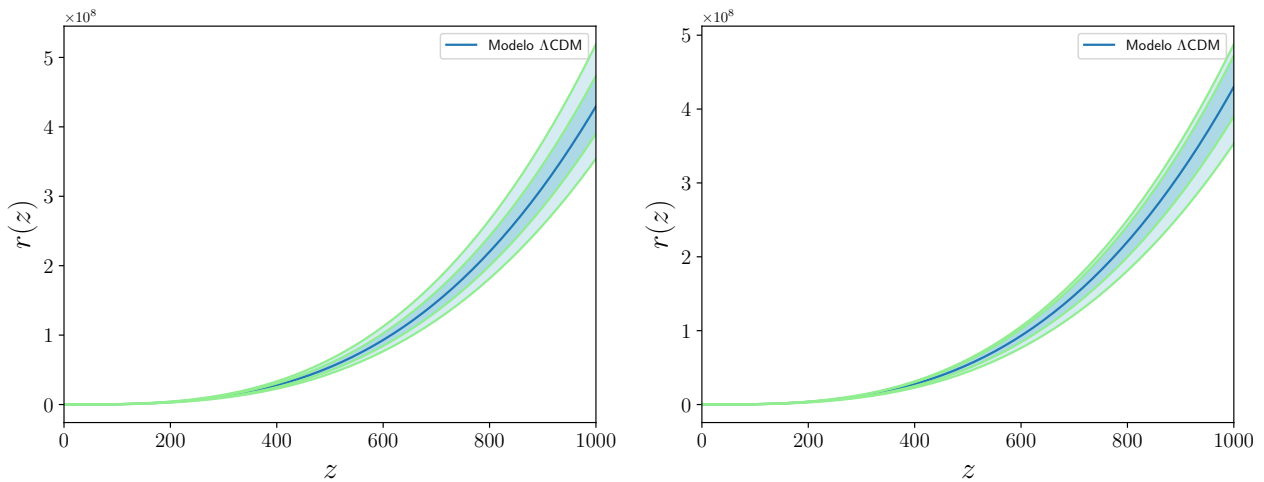
Figura 9 – ρ_m para o modelo Λ CDM com a média dos parâmetros ajustados. **Painel esquerdo:** Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para densidade da matéria (ρ_m). **Painel direito:** Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para densidade da matéria (ρ_m).



Fonte: Produção do próprio autor.

Ao examinar o comportamento da densidade de matéria na Figura 9 (painel esquerdo) prior do Planck e (painel direito) prior do SH0ES. No entanto, é crucial notar que a densidade de matéria permanece sempre positiva, com uma tendência recente próxima a zero. A ordem de grandeza para ambos os conjuntos de dados permanece abaixo de 10^9 .

Figura 10 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , modelo padrão Λ CDM com a média dos parâmetros ajustados, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$. **Painel esquerdo:** Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para $r(z)$. **Painel direito:** Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para $r(z)$.



Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 10, apresentamos a razão entre a densidade da matéria e a do vácuo, notando que a ordem de grandeza de 10^8 em altos redshifts. Ao analisar o gráfico, aparentemente não há indícios de irregularidades. Ao considerarmos as tabelas de densidades anteriores para matéria e vácuo, surge a

seguinte questão: por que, com evoluções tão distintas, as densidades coincidem recentemente, quando os dados começam a ser observados e especialmente considerando que em um universo mais jovem a matéria dominava? Claramente levanta a dúvida se é meramente uma coincidência ou se representa outro problema no modelo padrão. Esta problemática é conhecida como Problema da Coincidência.

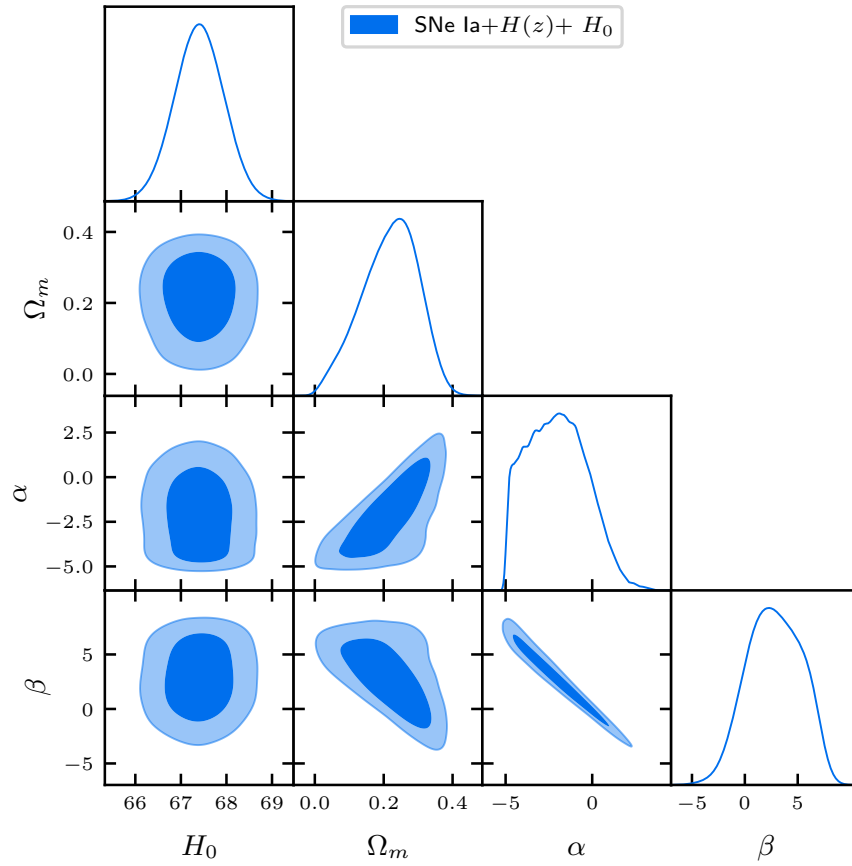
A densidade de matéria tem uma função que decai com a^{-3} , então é normal pensarmos que em algum momento as densidades de matéria e do vácuo deveriam se encontrar, já que o vácuo é sempre constante. Contudo é válido sugerir alterações nas equações que definem Λ ou mesmo uma mudança na natureza da matéria escura, com o objetivo de resolver o PC.

3.5.2 Modelo Λ_g

Nesta sub-seção, dedicaremos as análises dos resultados dos modelos $\Lambda(t)$ CDM, utilizando os priors de H_0 do Planck e SH0ES. Iniciaremos com o modelo Λ_g , apresentando os melhores ajustes juntamente com as combinações do vínculo de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , e em seguida, examinaremos o termo de interação e a razão entre as densidades, apresentando as análises separadas para cada uma destas densidades. Ao fim das análises e resultados com o prior do Planck, repetiremos a mesma sequência para o vínculo de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 .

Começando com o prior do Planck:

Figura 11 – Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para o modelo Λ_g , a 1 e 2 sigmas de nível de confiança.



Fonte: Produção do próprio autor.

A Figura 11 exibe cortes para α e Ω_m , diretamente relacionados aos priors conforme os limites inferiores estabelecidos no programa. No entanto, para as demais componentes, os contornos demonstram boas restrições. As médias correspondentes estão detalhados na Tabela 3.

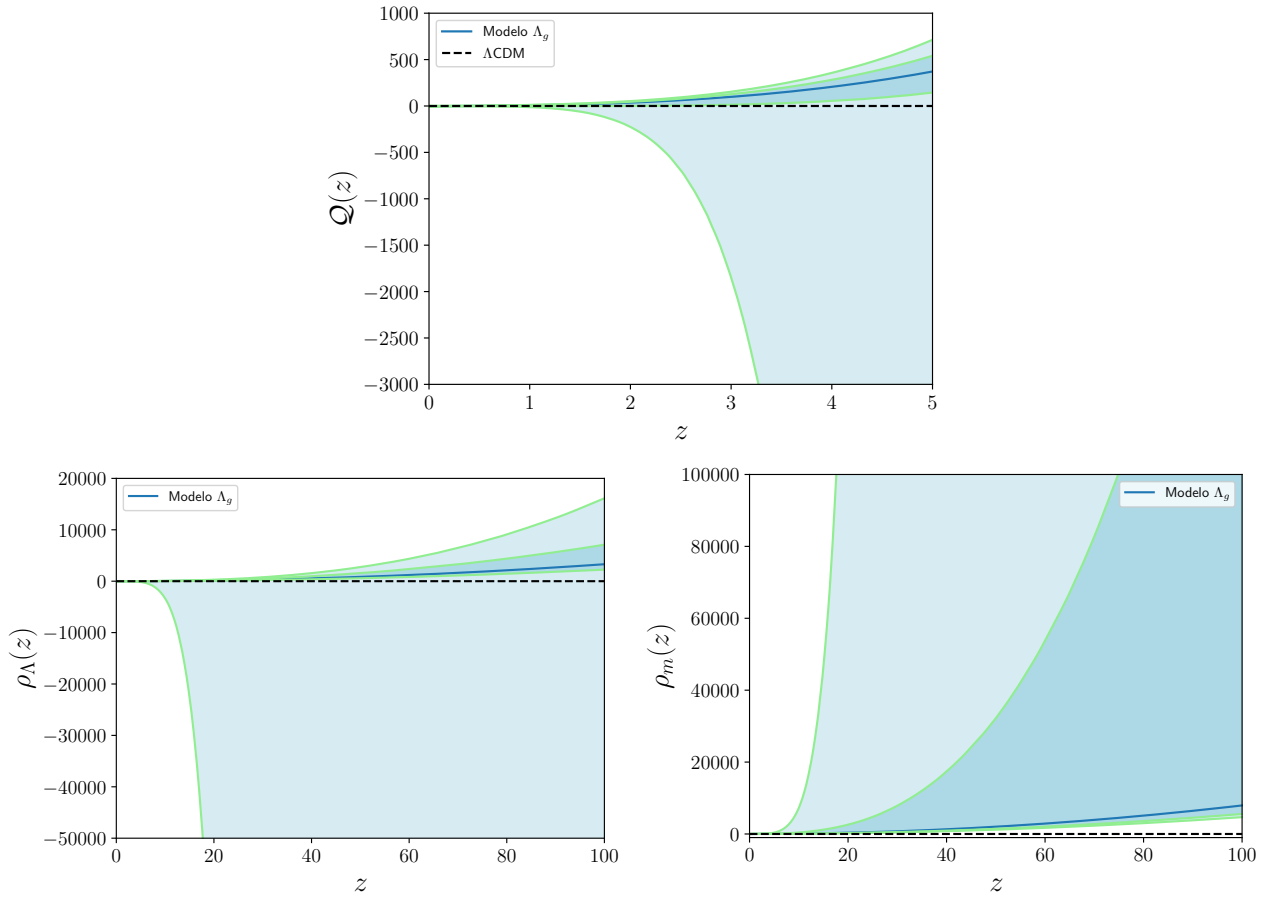
Tabela 3 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para o modelo Λ_g .

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$67.4^{+1.1}_{-1.1}$
Ω_m	$0.22^{+0.15}_{-0.17}$
α	$-2.0^{+3.0}_{-2.9}$
β	$2.8^{+4.8}_{-4.8}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Ao analisar as médias dos parâmetros na Tabela 3, observamos resultados coerentes. É relevante ressaltar que, para α e β , os resultados ainda podem incluir zero dentro das incertezas, o que pode indicar uma preferência dos dados pelo Λ CDM, especialmente se utilizado os dados da CMB. Os valores para H_0 e Ω_m não demonstram diferenças substanciais em relação ao Λ CDM.

Figura 12 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).

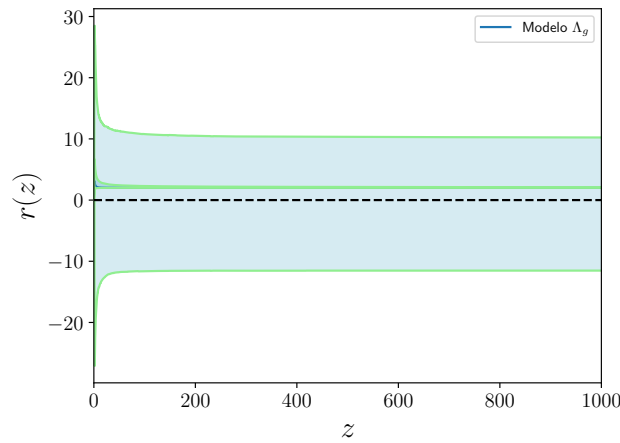


Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 12 (painel superior), torna-se evidente que o modelo permite dois tipos de decaimento: para valores positivos, sugere um decaimento do vácuo em matéria, enquanto para valores negativos, implica no decaimento da matéria em vácuo. Para resolver o PCC, é importante que o termo de interação seja positivo, o que, dentro das incertezas indicadas, é possível neste caso.

Na Figura 12 (painel inferior esquerdo), observamos que Λ permanece positivo em 1σ , sugerindo um decaimento do vácuo, possivelmente resolvendo o PCC em conjunto com o termo de interação. Na Figura 12 (painel inferior direito), notamos que, mesmo para 2σ a matéria é sempre positiva, e além disso para a curva principal, indica-se uma diminuição na ordem de grandeza da densidade, podendo indicar uma solução para o PC. Para que haja uma solução do PC, é interessante que tanto a evolução do vácuo quanto da matéria sejam similares.

Figura 13 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.



Fonte: Produção do próprio autor.

Ao examinar a Figura 13, observamos uma redução significativa na razão entre as densidades em comparação com o modelo padrão. Além disso, notamos que essa razão se mantém praticamente constante, com uma pequena variação apenas em um universo muito recente. Esse comportamento sugere que as densidades do vácuo e da matéria evoluem de maneira semelhante ao longo do tempo cósmico, indicando uma evolução correlacionada entre elas.

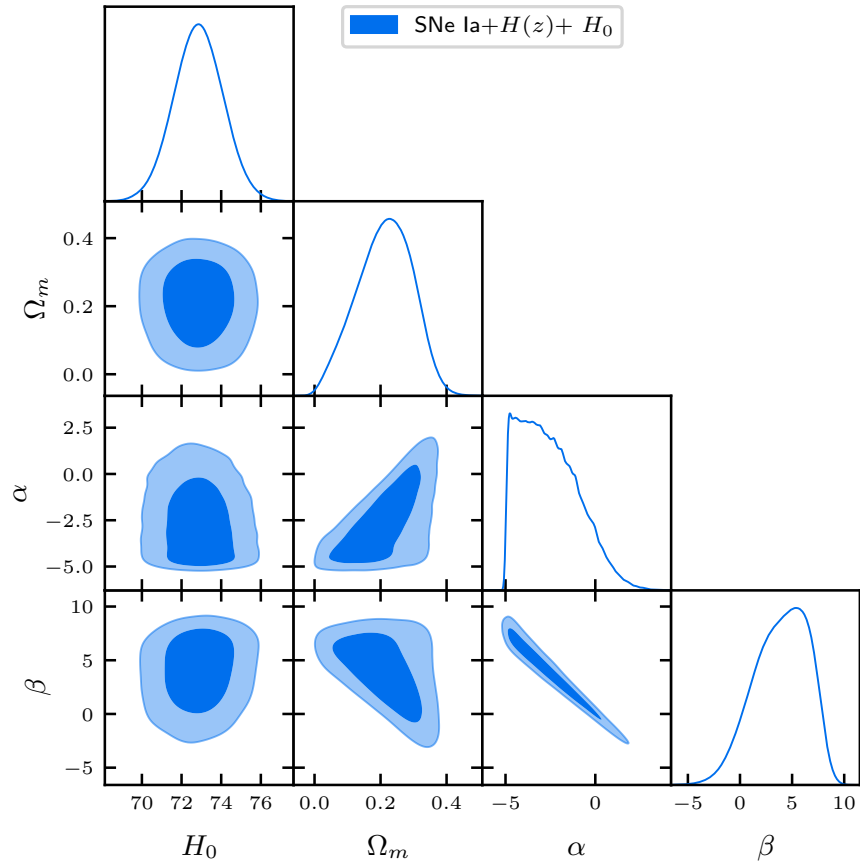
Esse comportamento é conhecido como *Scaling Solution* (pode ser visto em (COPELAND; LIDDE; WANDS, 1998; COSTA, 2009)), no qual a razão entre as densidades no passado permanece constante. Observamos que, dentro do intervalo de incertezas, a razão não contempla valores da ordem de 10^9 para o PC. Intuitivamente, isso não deveria ocorrer, já que o modelo Λ CDM é um caso particular. No entanto, neste modelo, assim como veremos em outras soluções a seguir, um pequeno desvio do modelo padrão já conduz a uma *Scaling Solution*.

Como o intervalo de variação dos parâmetros α e β é amplo, e o modelo padrão corresponde apenas a um ponto específico ($\alpha = \beta = 0$), é muito mais provável encontrar uma solução onde a razão das densidades no passado seja constante. Este tipo de comportamento é o que esperado nos modelos, já que poderia resolveria o PC.

Pode-se perceber que, nos gráficos de densidade e do termo de interação, estamos analisando um intervalo de redshift menor em comparação ao da razão entre as densidades. Isso ocorre porque os gráficos da razão têm como objetivo analisar o PC, que acontece em altos redshifts ($z \approx 1000$). Já nos demais gráficos, buscamos compreender o comportamento das densidades em momentos mais atuais, a fim de obter uma melhor compreensão do PCC.

Seguindo com o prior do SH0ES:

Figura 14 – Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para o modelo Λ_g , 1 e 2 sigmas de nível de confiança.



Fonte: Produção do próprio autor.

Assim como para o prior do Planck, a Figura 14, exibe cortes para α e Ω_m , diretamente relacionados aos priors conforme os limites inferiores estabelecidos no programa. Abaixo temos a média para cada parâmetro de densidade.

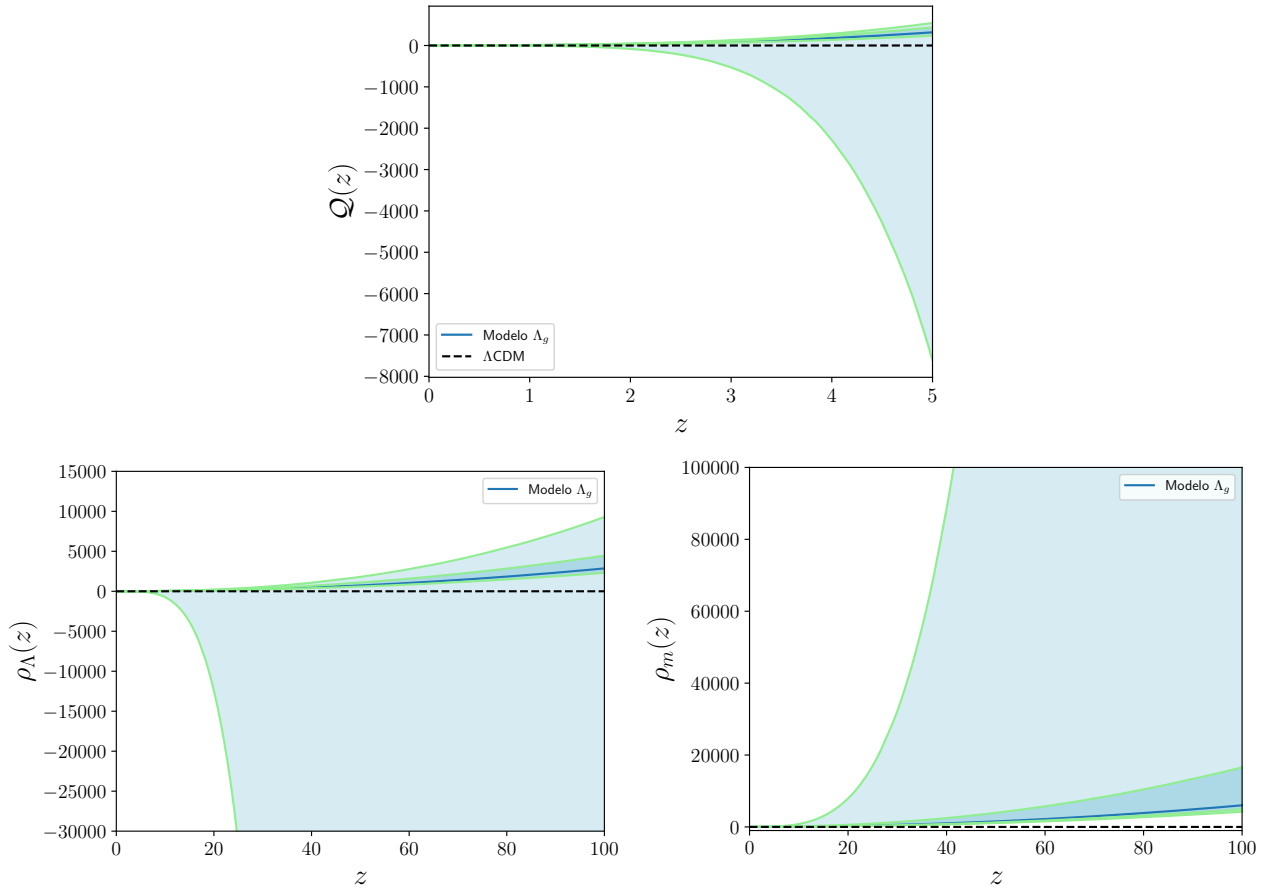
Tabela 4 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para o modelo Λ_g .

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$72.9^{+2.5}_{-2.5}$
Ω_m	$0.21^{+0.15}_{-0.17}$
α	$-2.6^{+3.0}_{-2.5}$
β	$4.0^{+4.5}_{-5.1}$

Fonte: Produção do próprio autor.

A Tabela 4, observamos resultados consistentes, mas assim como para os dados do Planck, para α e β , os resultados ainda podem ser zero dentro da incerteza, o que pode indicar preferencia pelo modelo padrão. Os valores para H_0 e Ω_m não diferem muito do esperado pelos dados de SH0ES, em comparação ao modelo padrão.

Figura 15 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).

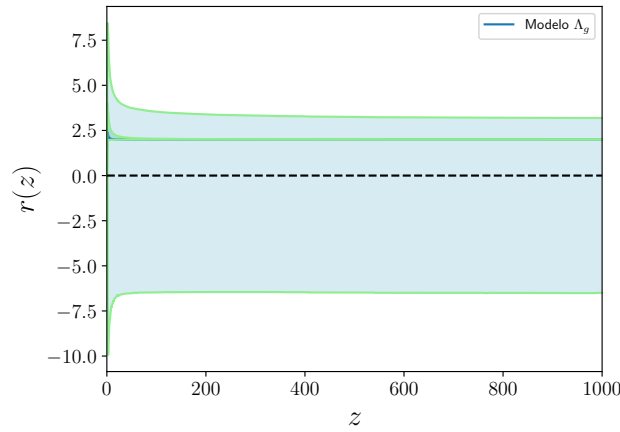


Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 15 (painel superior), observamos mais uma vez que o modelo permite dois tipos de decaimento, notavelmente evidenciados pelos dados de SH0ES, onde, dentro da margem de 1σ , a interação tende a ser positiva por boa parte da evolução e ao final se torna constante próxima a zero. Essa observação sugere que o modelo é consistente com a possibilidade de decaimento do vácuo para a matéria.

Na Figura 15 (painel inferior esquerdo), observamos que similarmente aos dados de Planck Λ permanece positivo em 1σ , e mesmo em 2σ permitindo uma densidade negativa, há possibilidade para a solução do PCC novamente. Na Figura 15 (painel inferior direito), notamos uma tendência similar aos dados do Planck, assim indicando uma possibilidade para a solução do PC.

Figura 16 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.



Fonte: Produção do próprio autor.

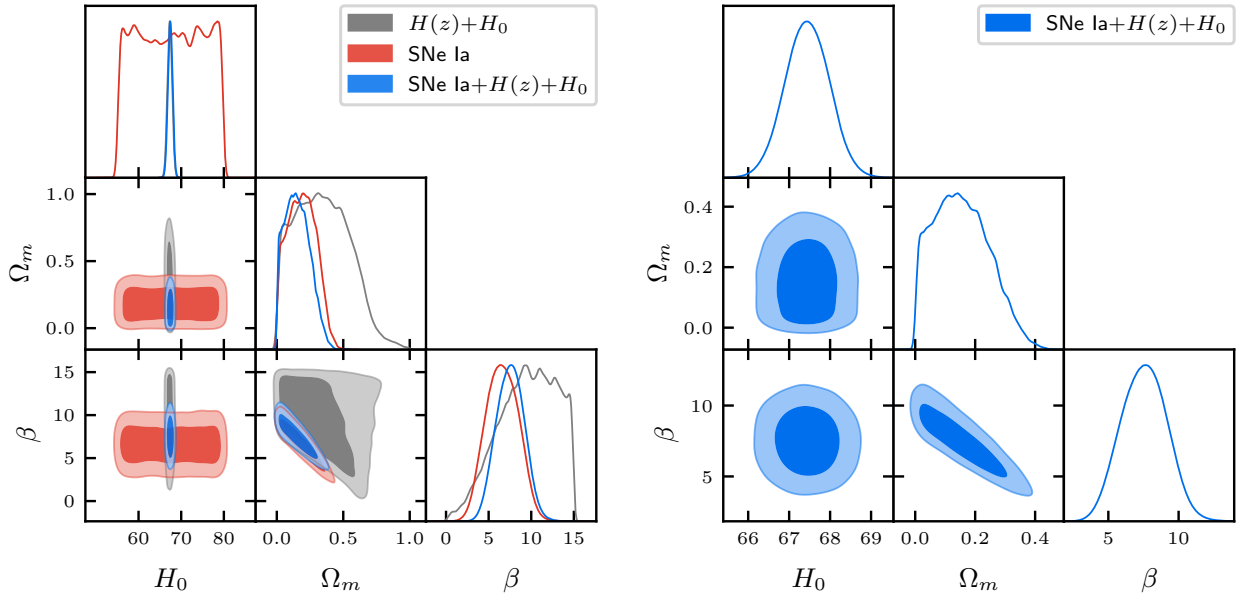
Ao analisar a Figura 16, percebemos uma redução significativa na razão entre as densidades em comparação com o Λ CDM. Embora a constância dessa razão seja evidente, ao considerar as incertezas, percebemos uma assimetria. Os valores para 1σ indicam uma tendência negativa, sugerindo a possibilidade de uma das componentes ser negativa, neste caso a densidade do vácuo, como mostrado nas figuras anteriores. No entanto, é essencial observar que, mesmo com essa assimetria e a tendência negativa, o modelo ainda demonstra a capacidade de resolver o PC, mantendo-se como uma alternativa relevante.

3.5.3 Modelo Λ_1

Nesta sub-seção, da mesma forma como seguimos no modelo Λ_g , utilizando os priors de H_0 do Planck e SH0ES, seguiremos com o modelo Λ_1 . Apresentaremos as análises e resultados do vínculo de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , e em seguida, com o vínculo de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 .

Começando com o prior do Planck:

Figura 17 – Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e Planck H_0 para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1), a 1 e 2 sigmas de nível de confiança. **À esquerda:** Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +Planck H_0 e Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . **À direita:** Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 .



Fonte: Produção do próprio autor.

Para o modelo Λ_1 , conforme evidenciado na Figura 17 (à esquerda), H_0 é fortemente restrito pelos dados de $H(z)$ +Planck, enquanto Ω_m e β possuem restrições mais flexíveis. Notavelmente, Ω_m é limitado pelo prior em seu limite inferior, enquanto β encontra restrição no seu limite superior pelo prior. Os dados das SNe Ia não conseguem limitar H_0 , mas exercem uma restrição significativa em β . Ω_m é mais bem restringido pelas SNe Ia, mas também é limitado pelo prior inferiormente. Na Figura 17 (à direita), apresentamos o resultado da análise combinada, onde Ω_m e β são mais restritos, embora Ω_m ainda esteja sujeito a limitações pelo prior inferior. A média dos parâmetros do modelo Λ_1 estão resumidos na tabela 5.

Tabela 5 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1).

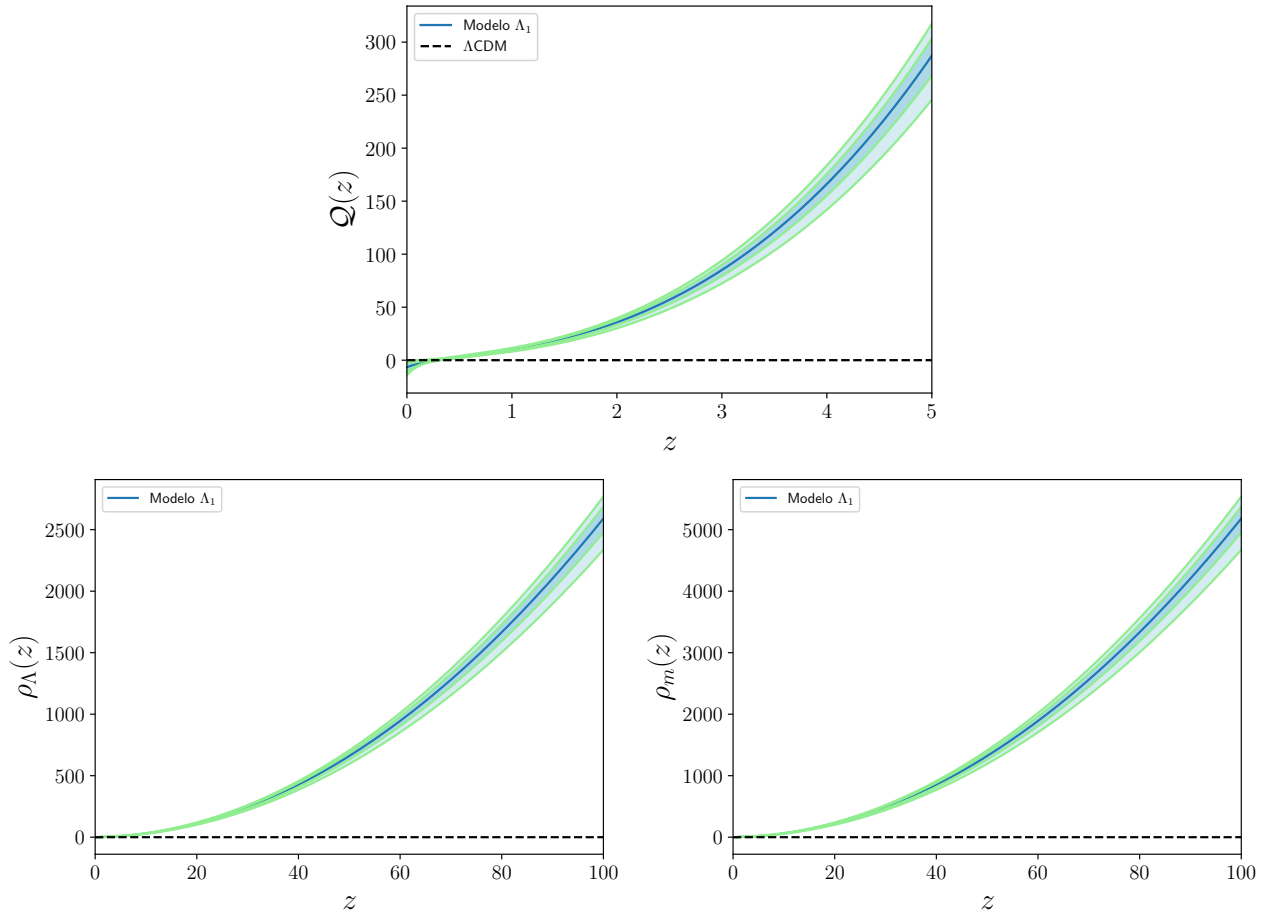
Parâmetro	Limites de 95%
H_0	67.4 ± 1.1
Ω_m	$0.15^{+0.16}_{-0.15}$
β	$7.5^{+3.2}_{-3.1}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Observando a tabela 5, é evidente que a densidade de matéria hoje está consideravelmente abaixo dos valores esperados no modelo padrão, e um pouco inferior em comparação ao modelo Λ_g . Por outro lado, o valor de H_0 permanece consistente com as expectativas derivadas dos resultados do Planck. Este modelo se destaca como um dos mais intrigantes, pois se afasta significativamente do modelo

padrão. No entanto, devido à ausência do termo constante, ele não apresenta uma fase de transição do universo desacelerado para o estado atual.

Figura 18 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).



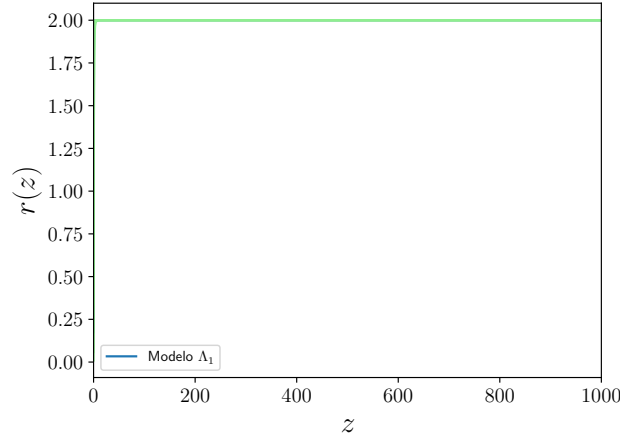
Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 18 (painel superior), observa-se que no passado ($z \gtrsim 0.3$), o termo de interação era positivo, indicando que o vácuo estava decaindo em matéria escura. No entanto, para este modelo Λ_1 , é notável que o termo de interação muda de sinal em baixos redshift, indicando que estamos agora em uma fase com decaimento da matéria escura em densidade de energia do vácuo. Esse comportamento resulta do fato de que, no melhor ajuste, $\beta > 0$ e $\alpha < 0$, levando a uma mudança de sinal em $Q(z)$, conforme expresso na Eq. (3.76).

A Figura 18 (painel inferior esquerdo), nota-se um comportamento semelhante entre a densidade do vácuo e o termo de interação. Como Q indica um decaimento do vácuo, podemos concluir que este modelo resolve o PCC. Ao observar o comportamento do vácuo, torna-se possível explicar por que sua densidade é tão pequena nos dias de hoje. Para a Figura 18 (painel inferior direito), identificamos um

comportamento similar da evolução matéria em comparação a da energia do vácuo, isso já indica uma solução do PCC.

Figura 19 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.



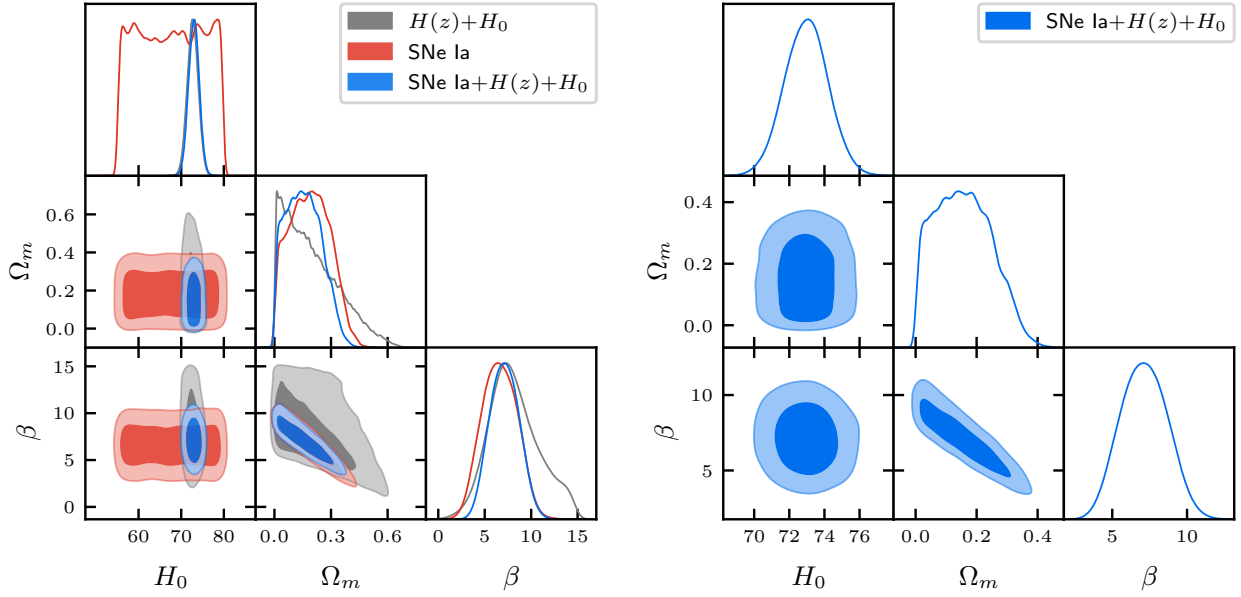
Fonte: Produção do próprio autor.

Ao observarmos a razão das densidades na Figura 19, percebe-se uma redução drástica na ordem de grandeza, abaixo de 10^1 . Essa diminuição já era antecipada, pois tanto o vácuo quanto a matéria apresentam comportamentos semelhantes. Podemos ver que $r(z)$ é sempre constante, onde, só recentemente tende a zero, devido a troca de sinal na evolução do $\mathcal{Q}(z)$, como mencionado na explicação anterior. Com isso, podemos concluir que este modelo também resolve o PC.

Seguindo com o prior do SH0ES:

Na Figura 20, podemos ver os vínculos de SNe Ia, dados de $H(z)$ e H_0 de SH0ES sobre o modelo Λ_1 (com $\lambda_* = 0$).

Figura 20 – Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e SH0ES H_0 para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1), a 1 e 2 sigmas de nível de confiança. **À esquerda:** Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +SH0ES H_0 e Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **À direita:** Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ + H_0 +SH0ES.



Fonte: Produção do próprio autor.

Conforme evidenciado na Figura 20 (à esquerda), os dados de $H(z)$ +SH0ES H_0 restringem eficientemente H_0 , mas não Ω_m , que é limitada pelo prior em seu limite inferior, enquanto β é limitada pelo prior em seu limite superior. H_0 não é restrito pelas SNe Ia, mas Ω_m e β são mais bem restritos por esses dados. Na Figura 20 (à direita), apresentamos o resultado da análise conjunta, onde estão bem limitados o Ω_m e β , embora Ω_m ainda esteja sujeito a limitações pelo prior inferior. A média dos parâmetros do modelo Λ_1 estão detalhados na Tabela 6.

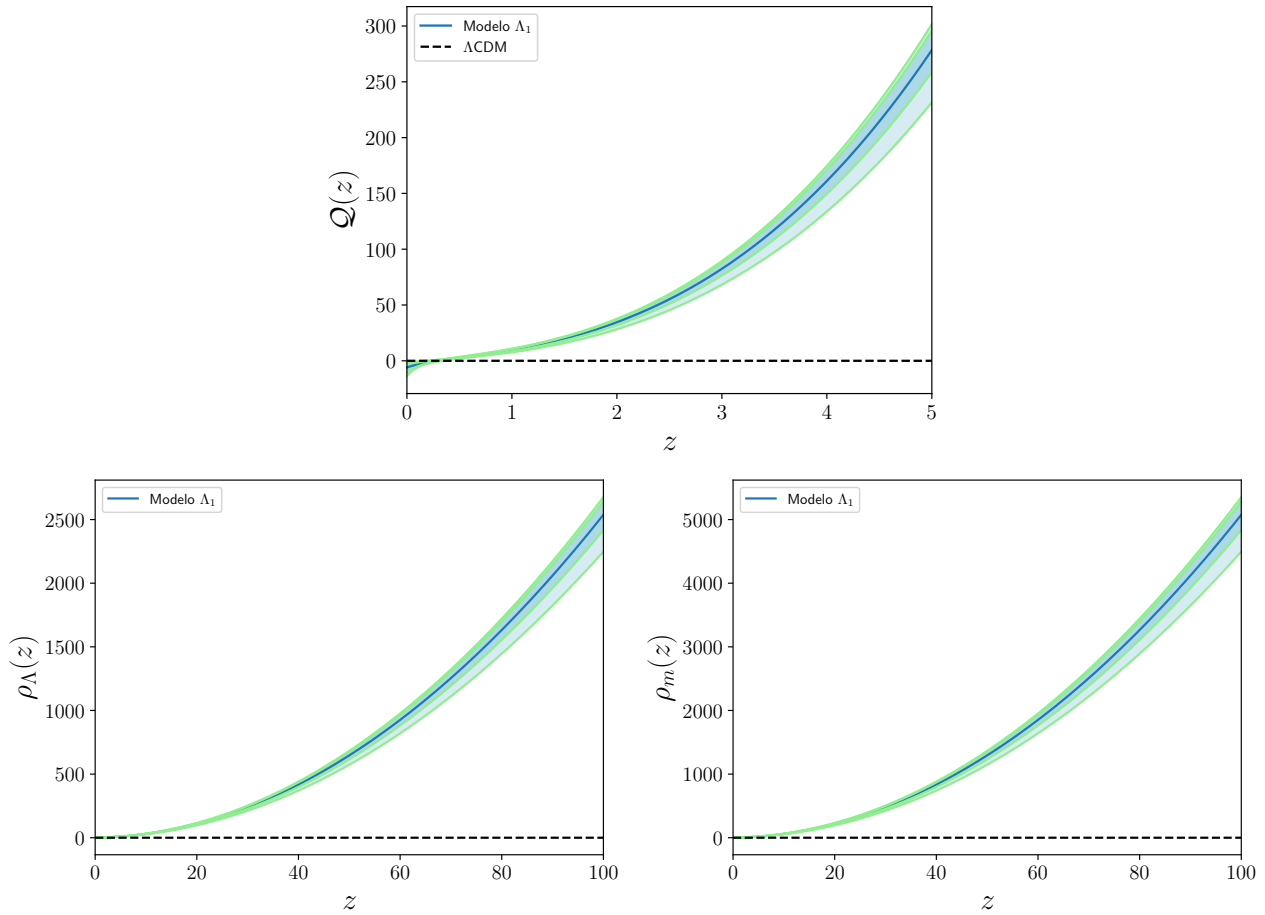
Tabela 6 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1).

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$73.0^{+2.4}_{-2.4}$
Ω_m	$0.16^{+0.16}_{-0.15}$
β	$7.1^{+3.0}_{-2.9}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Na Tabela 6, observamos que o valor de H_0 está ligeiramente acima do esperado para o modelo padrão, conforme indicado pelos dados do SH0ES. Em contraste, a Ω_m apresenta valores significativamente abaixo do esperado, seguindo uma tendência semelhante as observadas com os dados do Planck.

Figura 21 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).

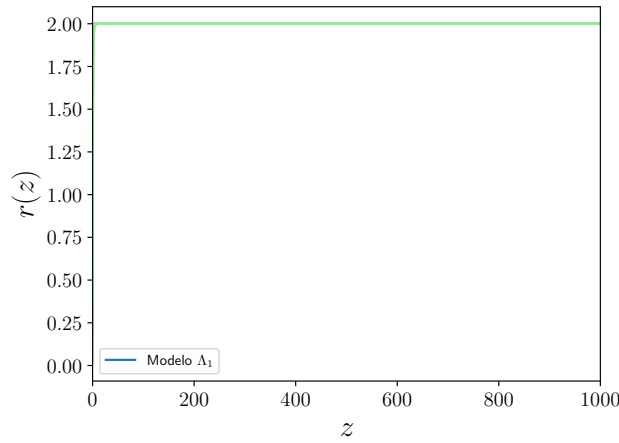


Fonte: Produção do próprio autor.

Da mesma forma que nas análises com Planck, na Figura 21 (painel superior), observa-se que no passado ($z \gtrsim 0.3$), o $Q(z)$ era positivo, indicando que o vácuo estava decaindo em matéria escura. Recentemente, nota-se uma mudança de sinal nos redshifts, sugerindo um decaimento oposto.

Na Figura 21 (painel inferior esquerdo), concluímos que este modelo oferece uma solução para o PCC, observando o comportamento do vácuo em conjunto com o termo de interação, o qual indica que o vácuo está decaindo em matéria escura. Para a Figura 21 (painel inferior direito), constatamos que novamente, há uma similaridade da evolução da matéria com a da energia do vácuo, indicando uma solução para o PC.

Figura 22 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.



Fonte: Produção do próprio autor.

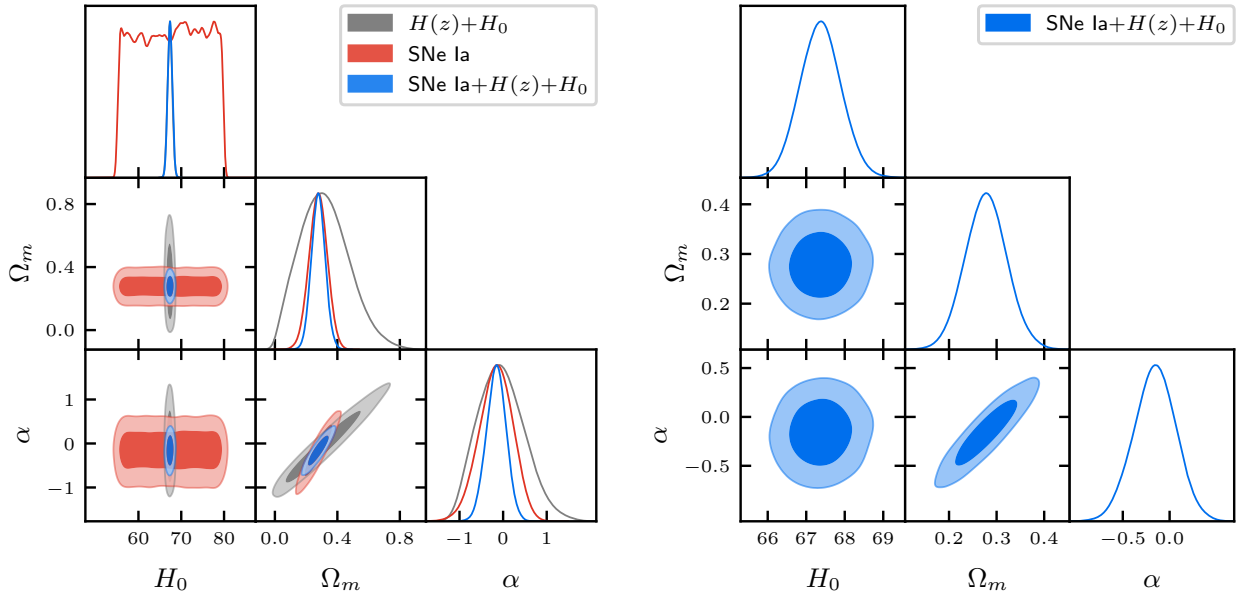
Ao examinarmos a razão das densidades na Figura 22, percebemos novamente uma redução drástica na ordem de grandeza, a qual está abaixo de 10^1 , e se mantém constante por boa parte da evolução cósmica, somente recentemente tendendo a zero, devido a mudança da interação entre as densidades do vácuo e matéria. Podemos concluir que este modelo também consegue resolver o PC para ambos os conjuntos de dados, uma vez que seus principais parâmetros não variam tanto entre si, exceto o H_0 .

3.5.4 Modelo Λ_2

Nesta sub-seção, apresentaremos as análises e resultados para o modelo Λ_2 , utilizando dos priors de H_0 do Planck e SH0ES, como já mostrado nos modelos anteriores.

Começando com o prior do Planck:

Figura 23 – Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e Planck H_0 para $\beta = 0$ (modelo Λ_2), com 1 e 2 sigmas de nível de confiança. **À esquerda:** Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +Planck H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . **À direita:** Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 .



Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 23, apresentamos a análise para o modelo Λ_2 ($\beta = 0$). Como evidenciado à esquerda, os dados de $H(z)$ +Planck H_0 restringem eficientemente H_0 e α , mas não Ω_m , que permanece limitado pelo prior em seu limite inferior. Dado que as SNe Ia não restringem H_0 , Ω_m e α são bem restritos pelos dados, considerando a combinação das SNe Ia com os dados de $H(z)$ torna-se interessante. Na Figura 23 (à direita) e na Tabela 7, apresentamos o resultado da análise conjunta, onde H_0 , Ω_m , e α são melhor vinculados.

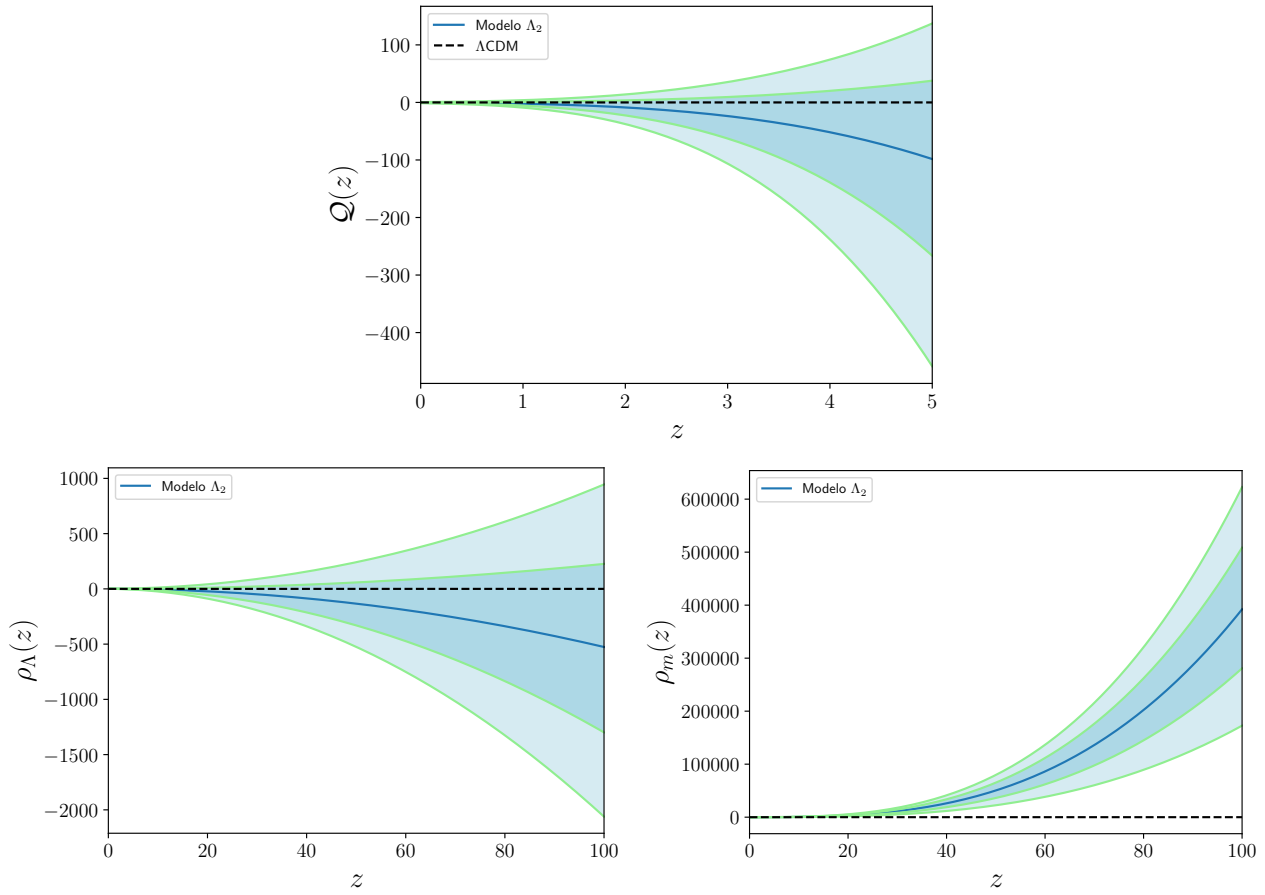
Tabela 7 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para $\beta = 0$ (modelo Λ_2).

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	67.4 ± 1.1
Ω_m	$0.278^{+0.088}_{-0.086}$
α	$-0.16^{+0.44}_{-0.45}$

Fonte: Produção do próprio autor.

A Tabela 7 apresenta resultados bem próximos aos do modelo Λ CDM, indicando que α está próximo a 0. Isso sugere que se analisarmos com os dados completos da CMB, esse valor provavelmente tenderá a zero. É importante lembrar que esse termo α pode ser interpretado como uma pseudo curvatura, o que pode explicar por que esse termo está tão próximo de zero, considerando que a curvatura para o modelo padrão é praticamente zero.

Figura 24 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).

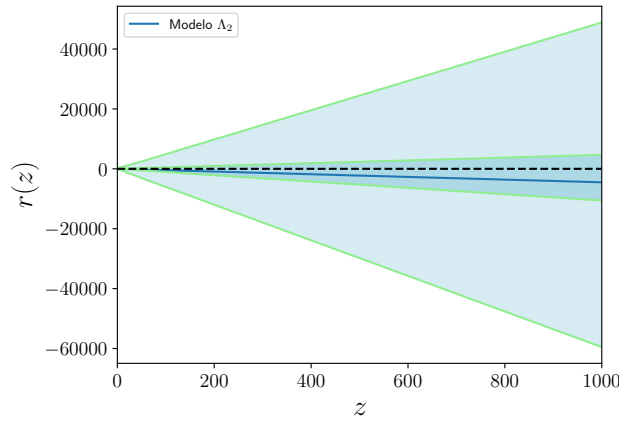


Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 24 (painel superior), observamos que o termo de interação tende a ser negativo, indicando um decaimento da matéria escura em ρ_Λ . No entanto, ainda existe a possibilidade, dentro do intervalo de confiança de 1σ , de valores positivos, indicando o oposto: um decaimento de ρ_Λ em matéria escura.

Agora, ao analisarmos a Figura 24 (painel inferior esquerdo), percebemos que, dentro do intervalo de confiança, ρ_Λ pode ter tanto densidade positiva quanto negativa, mostrando uma tendência a ser negativa. Seria possível resolver o PCC, para quando existir o decaimento do vácuo, pois agora ele seria positivo e decairia durante a evolução cósmica. Já na Figura 24 (painel inferior direito), observamos que a densidade de matéria exibe um comportamento semelhante ao do modelo padrão, e mantendo-se abaixo da ordem de grandeza de 10^9 e sempre positiva.

Figura 25 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.

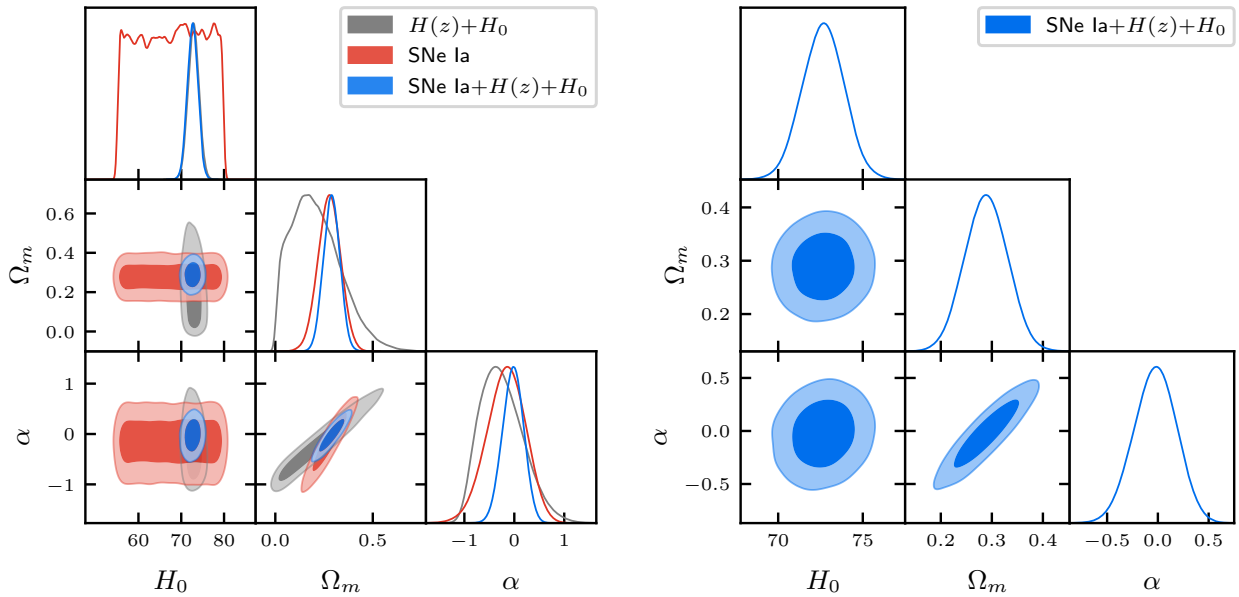


Fonte: Produção do próprio autor.

Conforme evidenciado pela tabela Figura 25, a ordem de grandeza está abaixo de 10^4 , solucionando assim o Problema da Coincidência. Diferentemente do caso do modelo Λ_1 , neste cenário é possível que uma das densidades seja negativa, neste caso seria ρ_Λ . Contudo, dentro do intervalo, é possível que todas as densidades sejam positivas, e ao examinarmos o comportamento da razão $r(z)$ no intervalo de 1σ , percebemos que ela está muito próxima de se manter constante.

Continuando com o prior do SH0ES:

Figura 26 – Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e SH0ES H_0 para $\beta = 0$ (modelo Λ_2), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança. **À esquerda:** Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +SH0ES H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **À direita:** Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 .



Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 26 (à esquerda), os dados de $H(z) + H_0$ restringem eficientemente H_0 e α . Ω_m e α são mais bem restritos pelos dados de SNe Ia. Na Figura 26 (à direita) e na Tabela 8, destacamos o resultado da análise combinada, onde o H_0 , Ω_m , e α são bem vinculados.

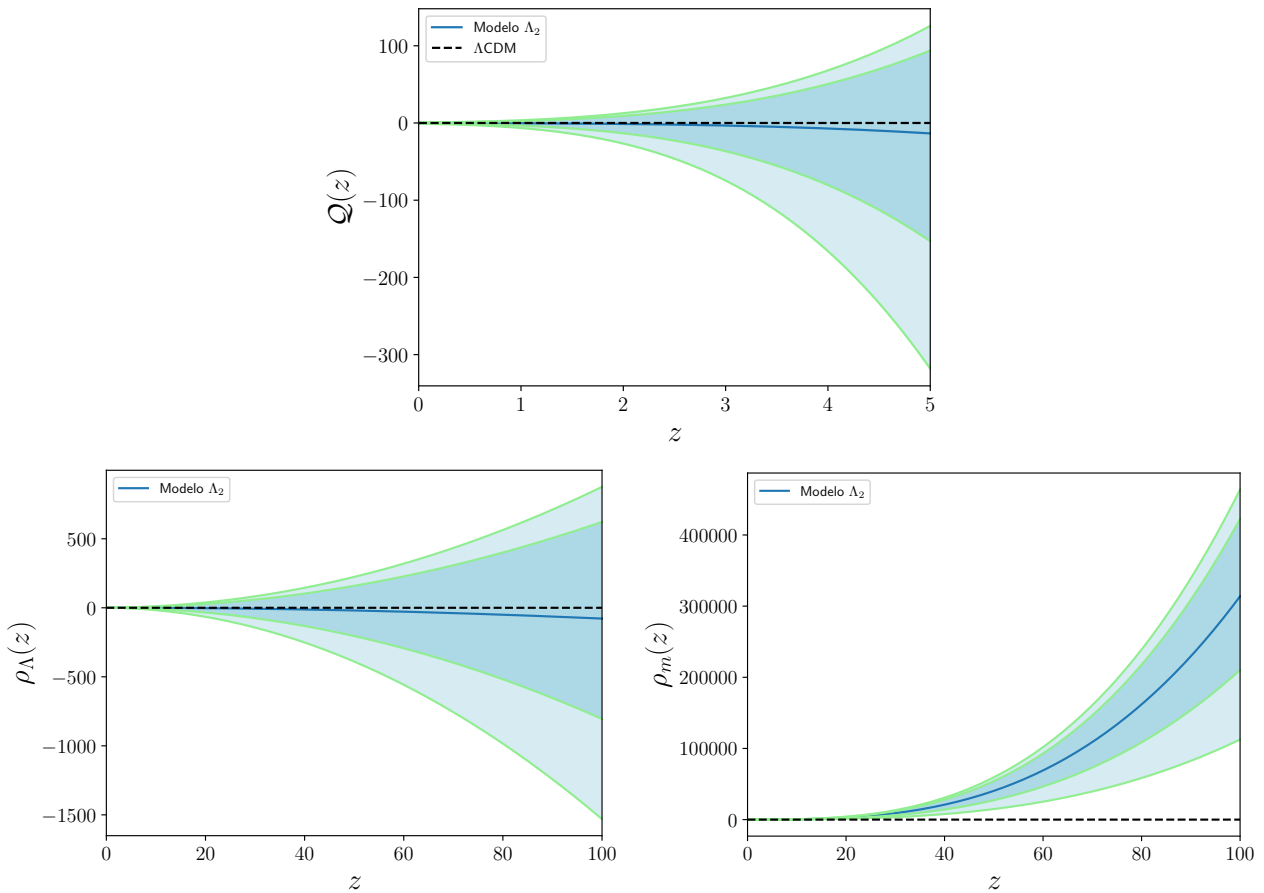
Tabela 8 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ + SH0ES H_0 para $\beta = 0$ (modelo Λ_2).

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$72.7^{+2.5}_{-2.5}$
Ω_m	$0.289^{+0.085}_{-0.084}$
α	$-0.03^{+0.42}_{-0.43}$

Fonte: Produção do próprio autor.

A Tabela 8 revela que α está tão próximo de ser igual a 0 quanto com o prior do Planck. O motivo para essa proximidade seria o mesmo citado anteriormente. É importante ressaltar que, mesmo com valores bastante próximos independentemente dos dados utilizados, o fato de α ser pequeno ainda não interfere nos resultados de H_0 .

Figura 27 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).

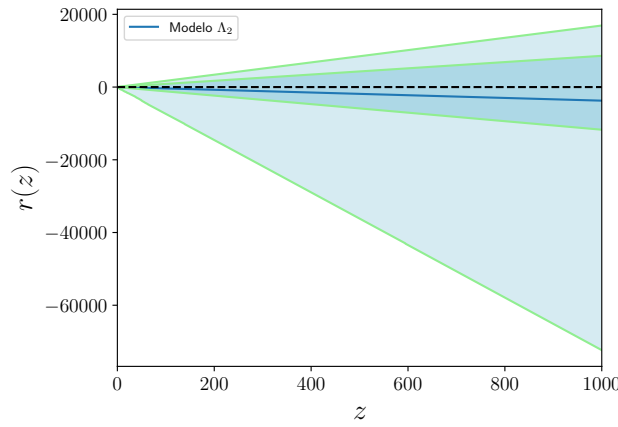


Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 27 (painel superior), notamos que o termo de interação tende a ser negativo, sugerindo um decaimento da matéria escura em vácuo. Entretanto, dentro do intervalo de confiança de 1σ , ainda existe a possibilidade de um decaimento do vácuo com valores positivos.

Ao examinarmos a Figura 27 (painel inferior esquerdo), observamos que ρ_λ pode ter tanto densidade positiva quanto negativa dentro do intervalo de confiança. Essa variação possibilita uma evolução em que as densidades possam contribuir para a solução do PCC. Já na Figura 27 (painel inferior direito), a densidade da matéria apresenta um comportamento similar ao do modelo padrão, apresentando uma assimetria na distribuição de incertezas em 2σ .

Figura 28 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.



Fonte: Produção do próprio autor.

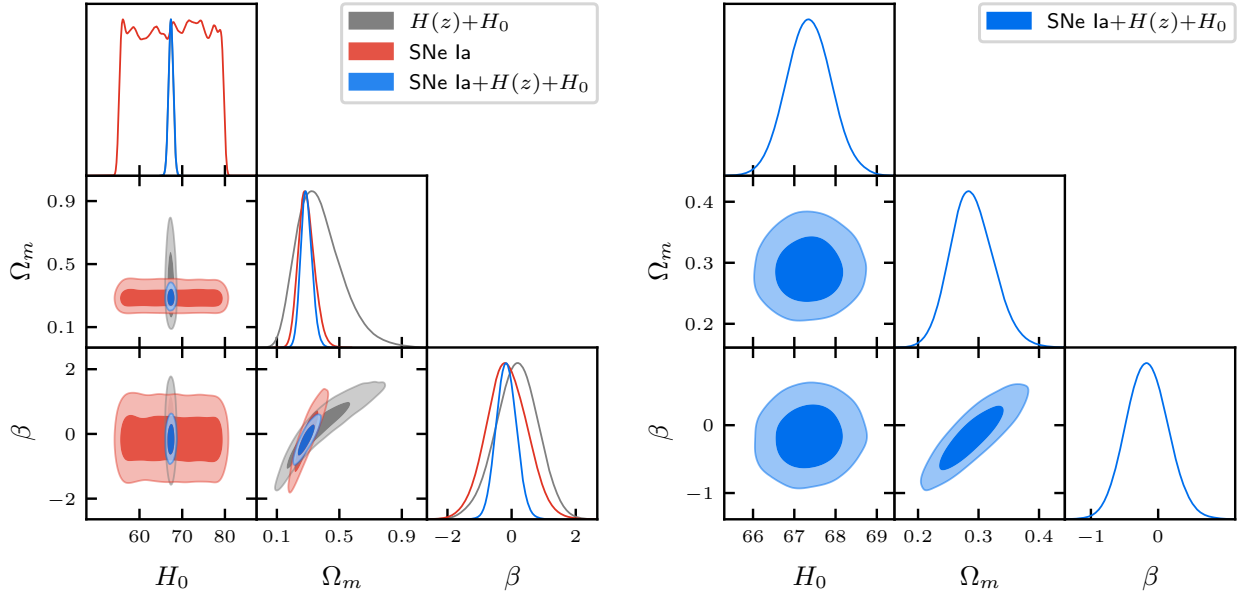
Como destacado pela Figura 28, a ordem de grandeza está abaixo de 10^4 , assim como ocorre com os dados do Planck, possibilitando então a solução do PC. Examinando o comportamento da razão $r(z)$, observamos uma variação recente porém, ao longo da evolução cósmica, essa razão se aproxima a uma reta.

3.5.5 Modelo Λ_3

Nesta sub-seção, por fim, apresentaremos as análises e resultados para o modelo Λ_3 , seguindo com os priors de H_0 do Planck e SH0ES.

Começando com o prior do Planck:

Figura 29 – Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e Planck H_0 para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3), com 1 e 2 sigmas de nível de confiança. **À esquerda:** Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +Planck H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . **À direita:** Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 .



Fonte: Produção do próprio autor.

O modelo Λ_3 ($\alpha = 0$), na Figura 29 (à esquerda), observamos que H_0 e β são bem restritos pelos dados de $H(z)$ +Planck H_0 , enquanto Ω_m é restrito de forma mais branda. Ω_m e β são bem restritos pelas SNe Ia, junto aos vínculos dos dados de $H(z)$ +Planck H_0 . Enquanto Figura 29 (à direita) e na Tabela 9, destacamos o resultado da análise conjunta, onde H_0 , Ω_m , e β são bem restritos.

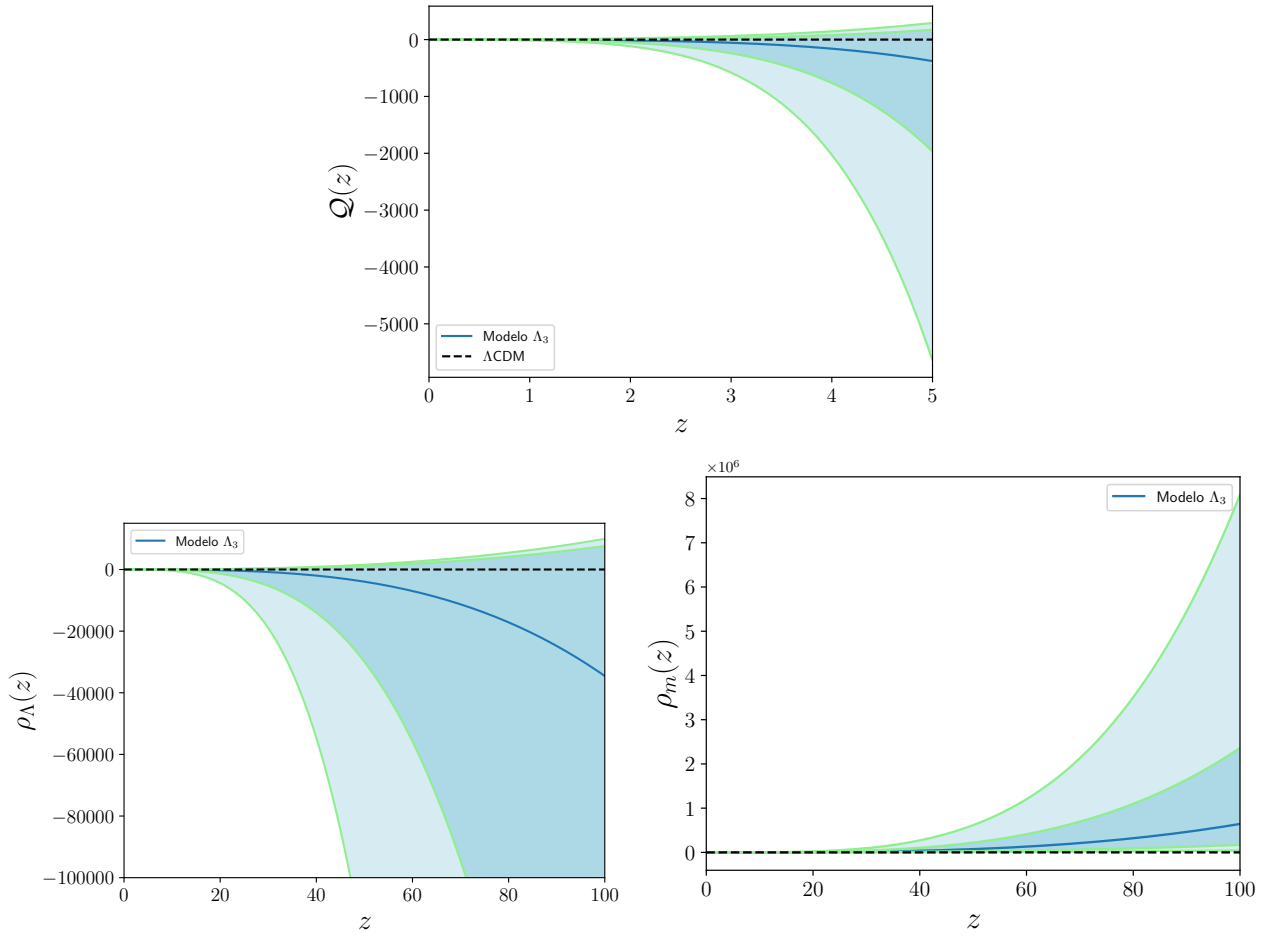
Tabela 9 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3).

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	67.4 ± 1.1
Ω_m	$0.290^{+0.076}_{-0.067}$
β	$-0.16^{+0.64}_{-0.61}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Observamos que neste caso do modelo Λ_3 , o termo β é praticamente igual a zero, conforme evidenciado pela Tabela 9. Para este cenário, não há um motivo aparente para essa proximidade de zero, e conseqüentemente os demais valores de H_0 e Ω_m acabam aproximando-se mais do modelo padrão.

Figura 30 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).

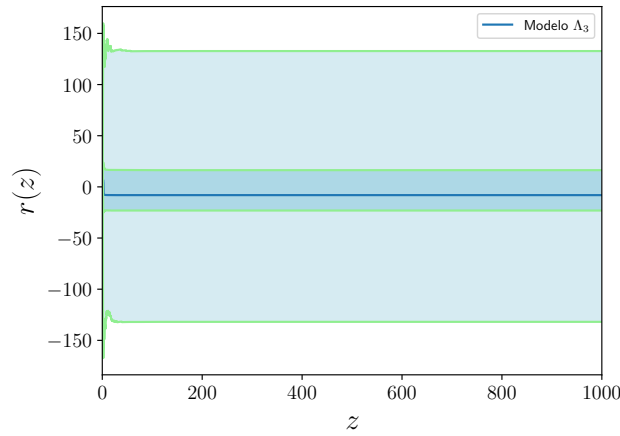


Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 30 (painel superior), o termo de interação tende a ser negativo, indicando um decaimento da matéria escura em densidade de energia do vácuo, semelhante ao que ocorre para Λ_2 com dados do Planck. No entanto, dentro do intervalo de confiança de 1σ , ainda existe a possibilidade de valores positivos, indicando o oposto.

Ao analisarmos a Figura 30 (painel inferior esquerdo), percebemos que, dentro do intervalo de confiança, Λ tende a ser negativo. Com esse cenário, não seria possível resolver o PCC, pois estaria indicando que a densidade é negativa, o que vai contra a teoria quântica não resolveria o PCC, porém dentro de 2σ ainda é possível que seja positivo. Para a Figura 30 (painel inferior direito), notamos que a densidade de matéria permanece sempre positiva, onde recentemente se aproxima de 0.

Figura 31 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.

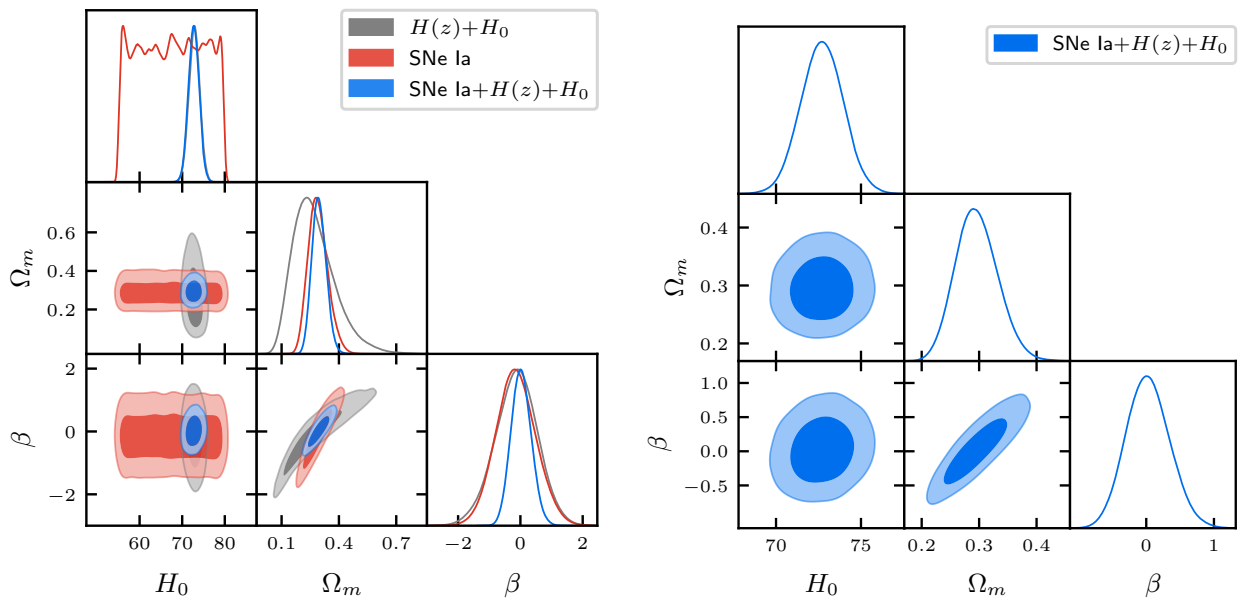


Fonte: Produção do próprio autor.

Por fim, na Figura 31, observamos que o modelo consegue resolver o PC, uma vez que a razão das densidades ao longo do tempo permanece constante, mesmo variando mais recentemente. A ordem de grandeza dessa razão está abaixo de 10^3 , assemelhando-se aos outros modelos. Essa consistência na ordem de grandeza é notável, indicando uma redução considerável da discrepância entre as densidades como apresentada no modelo padrão.

Continuando com o prior do SH0ES:

Figura 32 – Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ e SH0ES H_0 para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança. **À esquerda:** Vínculos de SNe Ia, $H(z)$ +SH0ES H_0 e SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **À direita:** Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 .



Fonte: Produção do próprio autor.

Podemos ver na Figura 32 (À esquerda) que os dados de $H(z)$ +SH0ES H_0 restringem bem H_0 e β , mas não Ω_m , que está sendo limitada pelo prior em seu limite inferior. H_0 não é restrito pelas SNe Ia, mas Ω_m e β são bem restritos por esses dados. Na Figura 32 (À direita), podemos ver o resultado da análise conjunta, onde H_0 , Ω_m e β são bem restritos. Na Tabela 10, mostramos os melhores valores ajustados para este modelo.

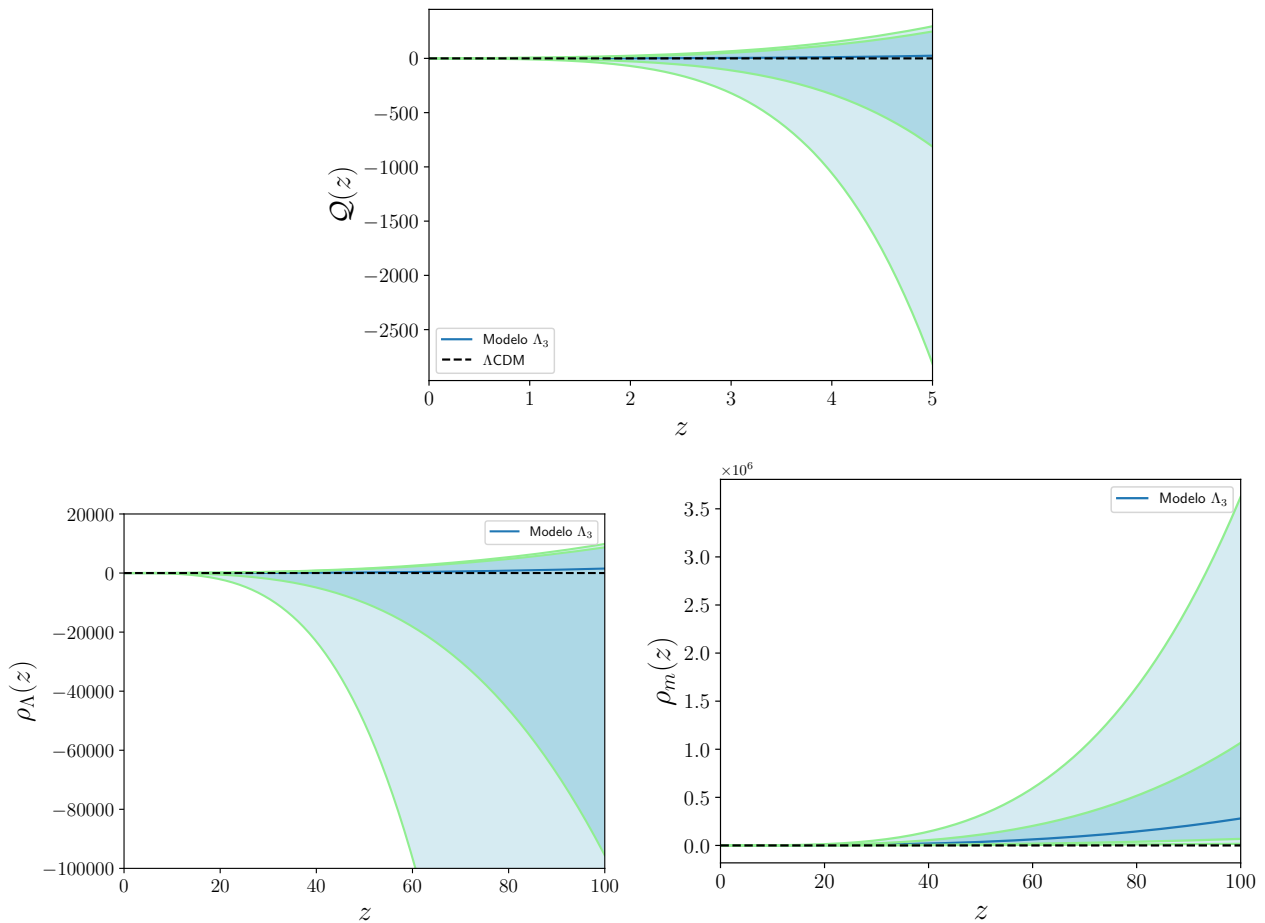
Tabela 10 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3).

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$72.7^{+2.5}_{-2.5}$
Ω_m	$0.296^{+0.078}_{-0.069}$
β	$0.03^{+0.65}_{-0.61}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Neste modelo, o termo β é praticamente igual a zero, conforme evidenciado pela Tabela 10. Enquanto os demais valores são bem similares a o modelo anterior, Λ_2 com prior do SH0ES.

Figura 33 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).

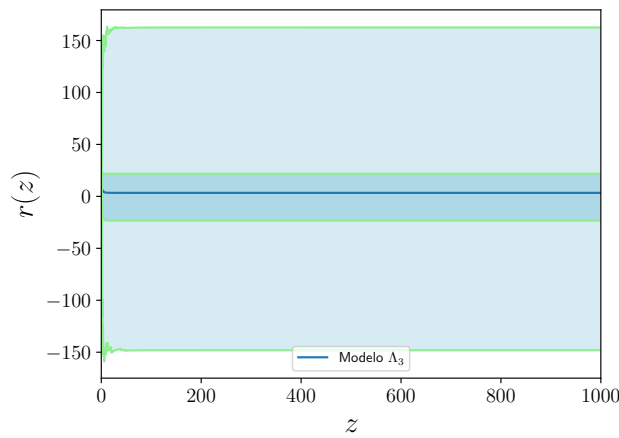


Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 33 (painel superior), observamos que o termo de interação é praticamente nulo, com uma leve tendência a ser positiva, indicando um possível decaimento do vácuo. . Dentro do intervalo de confiança de 2σ , ainda existe a possibilidade de valores positivos e negativos.

Ao examinarmos a Figura 33 (painel inferior esquerdo), percebemos que, dentro do intervalo de confiança, Λ seria praticamente nulo e constante, com uma tendência a ser positivo. Diferentemente como ocorreu com o prior do Planck, com o prior do SH0ES sua tendência resolve o PCC. Enquanto para a Figura 33 (painel inferior direito), notamos que a densidade de matéria permanece sempre positiva, e recentemente se aproxima de 0, com sua ordem de grandeza abaixo de 10^9 .

Figura 34 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 , sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.



Fonte: Produção do próprio autor.

Por fim, a Figura 34, observamos que o modelo consegue resolver o PC, uma vez que a razão das densidades permanece constante, é só muito recentemente varia, mantendo sempre a ordem de grandeza abaixo de 10^3 .

3.5.6 Análise pelo Critério de Informação Bayesiano

Finalmente, para fazer uma comparação mais qualitativa entre os modelos analisados aqui, utilizou-se o Critério de Informação Bayesiano (BIC) para concluir qual modelo descreve melhor os dados analisados.

O nível de suporte para cada modelo depende do valor do ΔBIC e é explicado em (JESUS; VALENTIM; ANDRADE-OLIVEIRA, 2017). O suporte pode ser definido pela seguinte relação:

Tabela 11 – Níveis do Critério de Informação Bayesiana.

Suporte	ΔBIC
Decisivo	$\Delta\text{BIC} > 6$
Extremamente Forte	$4 < \Delta\text{BIC} < 6$
Fraco	$2 < \Delta\text{BIC} < 4$
Não significativo	$0 < \Delta\text{BIC} < 2$

Fonte: Artigo (JESUS; VALENTIM; ANDRADE-OLIVEIRA, 2017).

Na tabela abaixo, foi calculado ΔBIC relativo a Λ_3 , que possui o menor BIC no caso do prior de H_0 de Planck, e relativo a Λ_2 , que possui o menor ΔBIC no caso do prior de H_0 de SH0ES. O nível de suporte pode ser visto na última coluna da Tabela 12 seguindo as definições da Tabela 11.

Tabela 12 – Valores de BIC para os diferentes modelos analisados, com diferentes priors de H_0 . ΔBIC foi calculado em comparação com o modelo Λ_3 para o prior do Planck H_0 e com o modelo Λ_2 para o prior do do SH0ES H_0 , conforme explicado no texto.

Modelo	Dados	χ^2_{min}	n_{par}	BIC	ΔBIC	Suporte
Λ_g	SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0	1043,085	4	1071,027	6,984	Decisivo
Λ_1	SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0	1047,614	3	1068,571	4,528	Extremamente forte
Λ_2	SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0	1043,091	3	1064,048	0,005	Não significativo
Λ_3	SNe Ia+ $H(z)$ +Planck H_0	1043,086	3	1064,043	0,000	Não significativo
Λ_g	SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0	1044,451	4	1072,393	7,333	Decisivo
Λ_1	SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0	1046,570	3	1067,527	2,067	Fraco
Λ_2	SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0	1044,503	3	1065,460	0,000	Não significativo
Λ_3	SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0	1044,507	3	1065,464	0,004	Não significativo

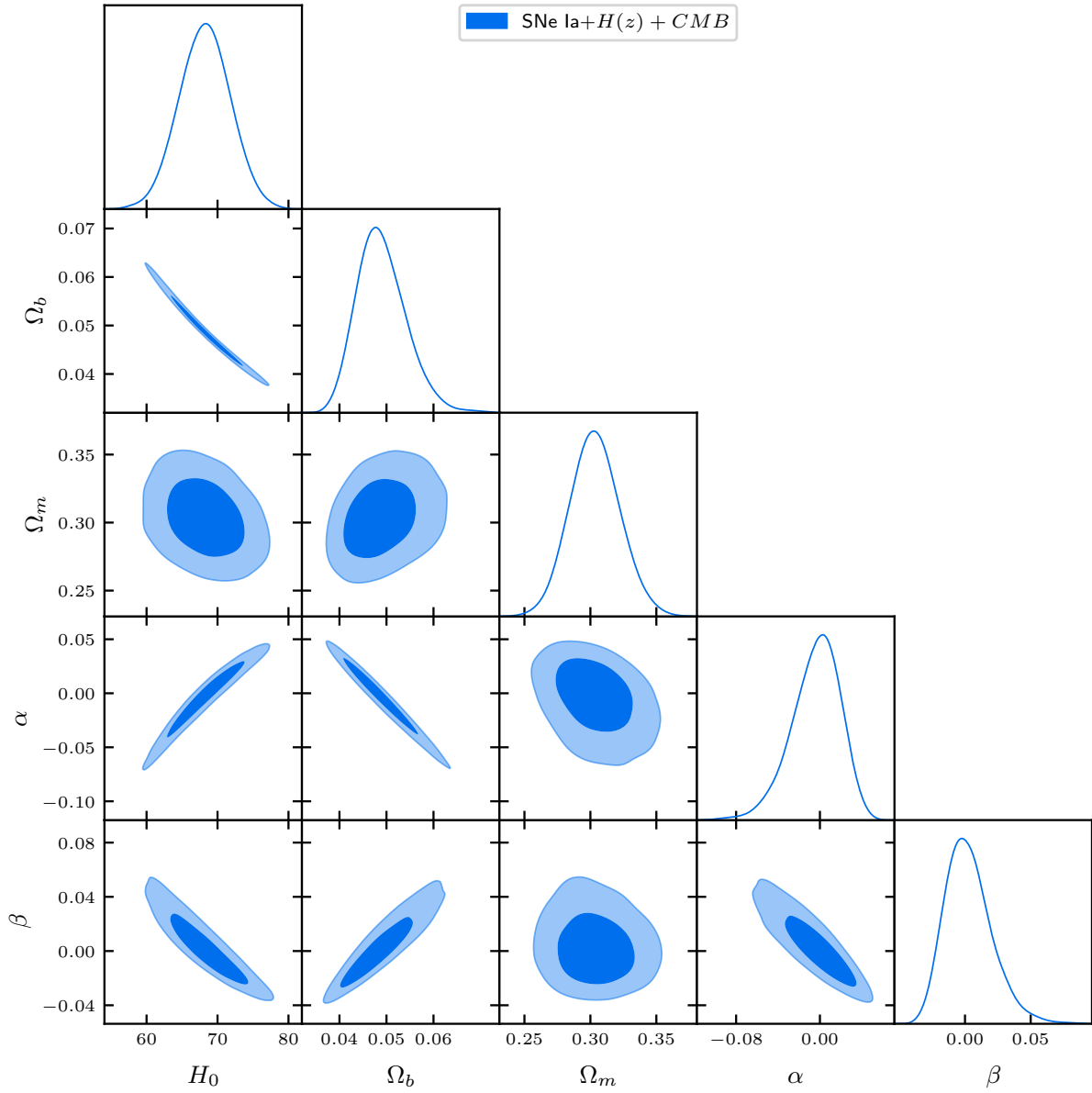
Fonte: Produção do próprio autor.

Podemos ver na Tabela 12, que a análise com o prior de Planck sobre H_0 indica uma forte evidência contra o modelo Λ_1 , enquanto o prior de SH0ES indica evidência moderada contra o modelo Λ_1 . Em ambos os priors, no entanto, não se conseguem distinguir entre os modelos Λ_2 e Λ_3 . Ao ver que os modelos Λ_2 e Λ_3 possuem um ajuste melhor no caso do prior de Planck sobre H_0 do que no caso do prior de SH0ES sobre H_0 . A situação se inverte, no entanto, no caso do modelo Λ_1 , pois a análise com o prior de Planck sobre H_0 descarta esse modelo, enquanto o prior de SH0ES sobre H_0 tem apenas uma evidência fraca contra Λ_1 . Já o modelo Λ_g , podemos descartar em ambos os priors, considerando que o suporte resultou em “Decisivo”.

3.6 ANÁLISES DE SNE Ia+ $H(z)$ +CMB

3.6.1 Modelo Λ_g

Analizamos o modelo geral, $\Lambda_g(t)$ CDM, conforme descrito pela Eq. (3.1). Nesse caso, uma vez que possui 1 parâmetro livre a mais do que as subclasses, os dados SNe Ia+ $H(z)$ + H_0 não foram suficientes para vincular seus parâmetros livres. Portanto, trabalhar com as Vínculos da CMB, em combinação com SNe Ia (Pantheon) e $H(z)$ para vincular seus parâmetros livres, tornaram-se interessante. Para incluir os Vínculos da CMB, utilizou-se os chamados “*priors* de distância da CMB”, conforme explicado em (CHEN; HUANG; WANG, 2019). Isso inclui Vínculos do Planck sobre quantidades como o *shift parameter* R , a escala acústica l_A e a densidade de bárions $\omega_b \equiv \Omega_b h^2$, onde $h \equiv \frac{H_0}{100}$. Na referência (CHEN; HUANG; WANG, 2019) são apresentado o prior de distância no contexto de 4 modelos, a saber, Λ CDM, w CDM, Λ CDM+ Ω_k e Λ CDM+ A_L . Como esses priors impõem restrições fortes do Planck sobre modelos distintos do $\Lambda(t)$ CDM, optamos por trabalhar com a priors que impõe as restrições mais fracas, ou seja, Λ CDM+ Ω_k , enfraquecendo o viés do *prior*. Os resultados podem ser vistos na Figura 35.

Figura 35 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, para o modelo Λ_g .

Fonte: Produção do próprio autor.

Conforme pode ser observado na Figura 35, existem fortes correlações entre os parâmetros $\alpha - H_0$ e $\alpha - \beta$. Pode-se também perceber que α e β são fortemente restringidos por essa análise. Mais detalhes na Tabela 13..

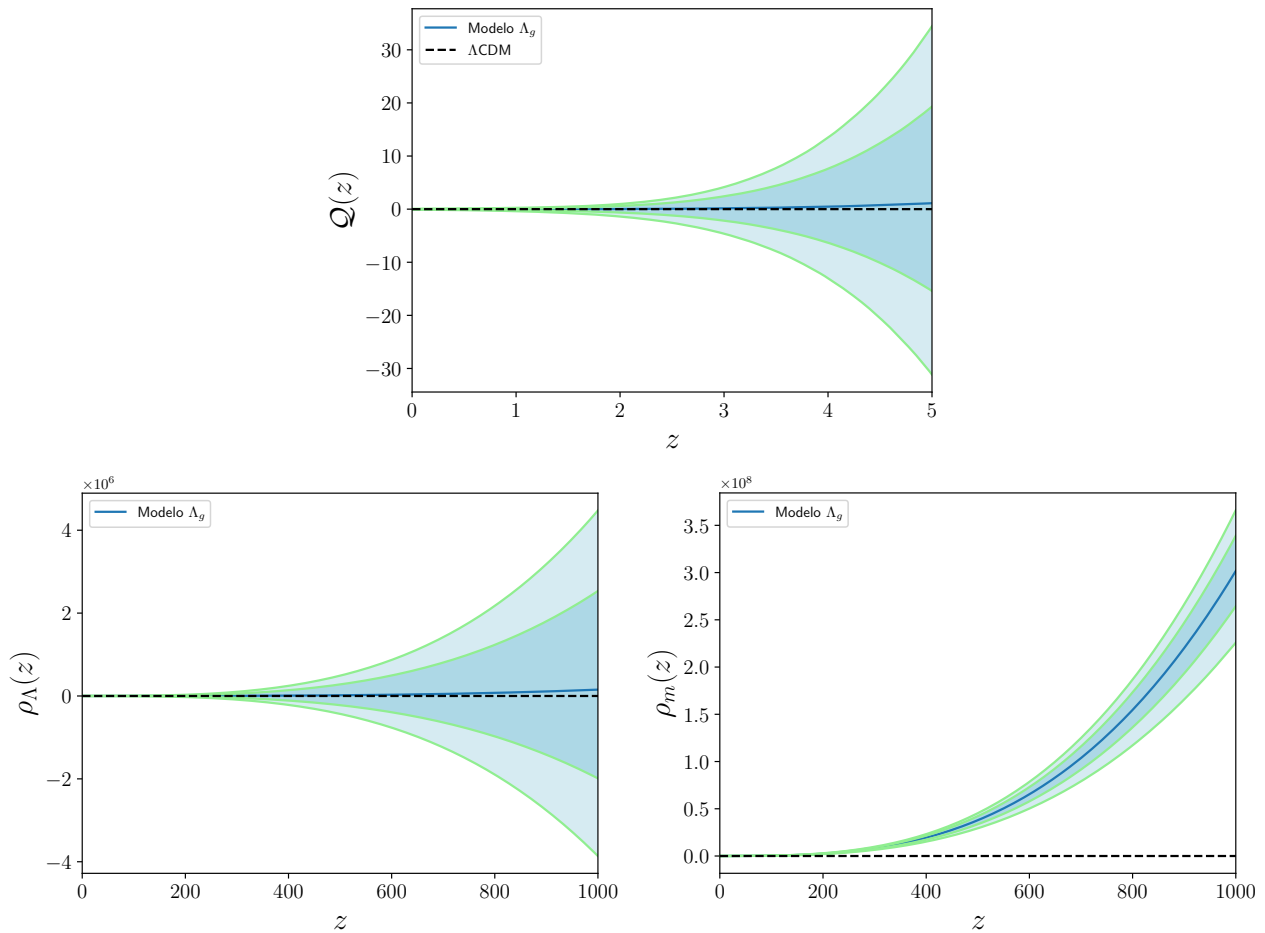
Tabela 13 – Vínculos sobre os parâmetros livres de Λ_g , a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB.

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$68.2^{+7.2}_{-7.3}$
Ω_b	$0.049^{+0.011}_{-0.010}$
Ω_m	$0.304^{+0.040}_{-0.037}$
α	$-0.004^{+0.044}_{-0.049}$
β	$0.003^{+0.037}_{-0.034}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Conforme pode ser observado na Tabela 13, os parâmetros α e β , que ditam a dependência temporal de Λ , são fortemente restritos pelo CMB, deixando apenas pequenas janelas para a variação de Λ . De fato, podemos observar que $-0,052 < \alpha < 0,040$ e $-0,031 < \beta < 0,040$ com 95% de confiança. Este resultado deve ser interpretado com cuidado, uma vez que não realizamos uma análise completa do espectro de potência da CMB no contexto do $\Lambda(t)$ CDM. Em vez disso, utilizamos prior de distância que dependem de modelos nos quais a matéria escura e a energia escura são conservadas separadamente. Dito isso, os resultados para os outros parâmetros são semelhantes aos obtidos a partir do Planck (AGHANIM *et al.*, 2020) no contexto do Λ CDM, onde foi encontrado que $H_0 = 67,4 \pm 0,5$ km/s/Mpc, $\omega_b = 0,0024 \pm 0,0001$ e $\Omega_m = 0,315 \pm 0,007$. Isso é esperado, uma vez que os valores obtidos para α e β são compatíveis com o modelo Λ CDM.

Figura 36 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).

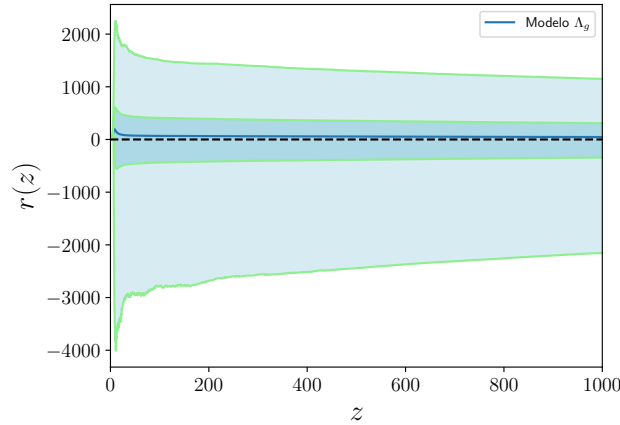


Fonte: Produção do próprio autor.

Ao examinar a Figura 36 (painel superior), percebemos que $Q(z)$ tende a ser positivo, porém quase nulo e constante. Com isso, dentro do intervalo de confiança de 2σ , há possibilidade de decaimento

do vácuo. Observando a Figura 36 (painel inferior esquerdo), notamos que ρ_Λ apresentar uma leve tendência positiva, isso sugere a viabilidade de resolver o PCC, onde o vácuo decai em matéria. Examinando a Figura 36 (painel inferior direito), observamos uma evolução típica para a densidade de matéria, mantendo-se sempre positiva.

Figura 37 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m para o modelo Λ_g com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.

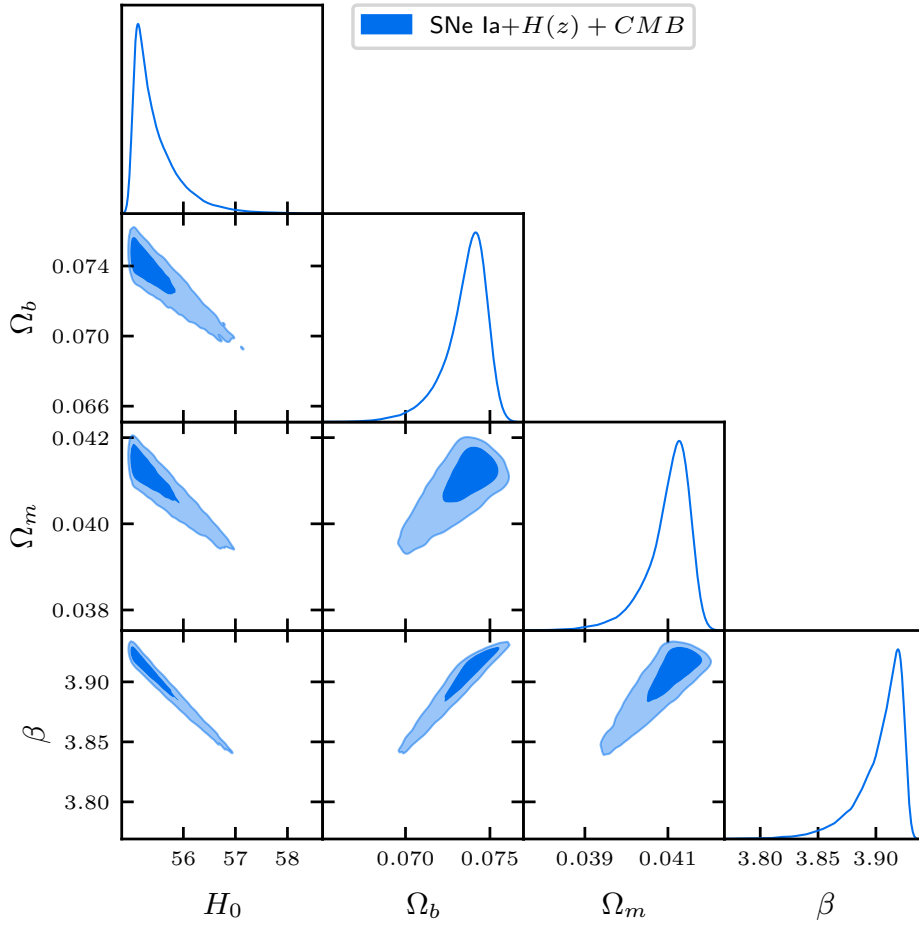


Fonte: Produção do próprio autor.

Ao analisar a Figura 37 para a razão das densidades, percebemos que a ordem de grandeza está abaixo de 10^4 . Esse comportamento sugere que o modelo tem o potencial de resolver o PC com o prior da CMB, mantendo uma coerência com os demais priors já analisados na seção anterior.

3.6.2 Modelo Λ_1

Figura 38 – Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança.



Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 38, observamos que o parâmetro H_0 apresenta um corte em seu limite inferior estabelecido pelo prior. Ao analisarmos os demais parâmetros percebemos que todos acabam sendo afetados. Podemos perceber que os contornos não se aproximam de elipses, devido a dificuldade do vínculo dos parâmetros.

Tabela 14 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1).

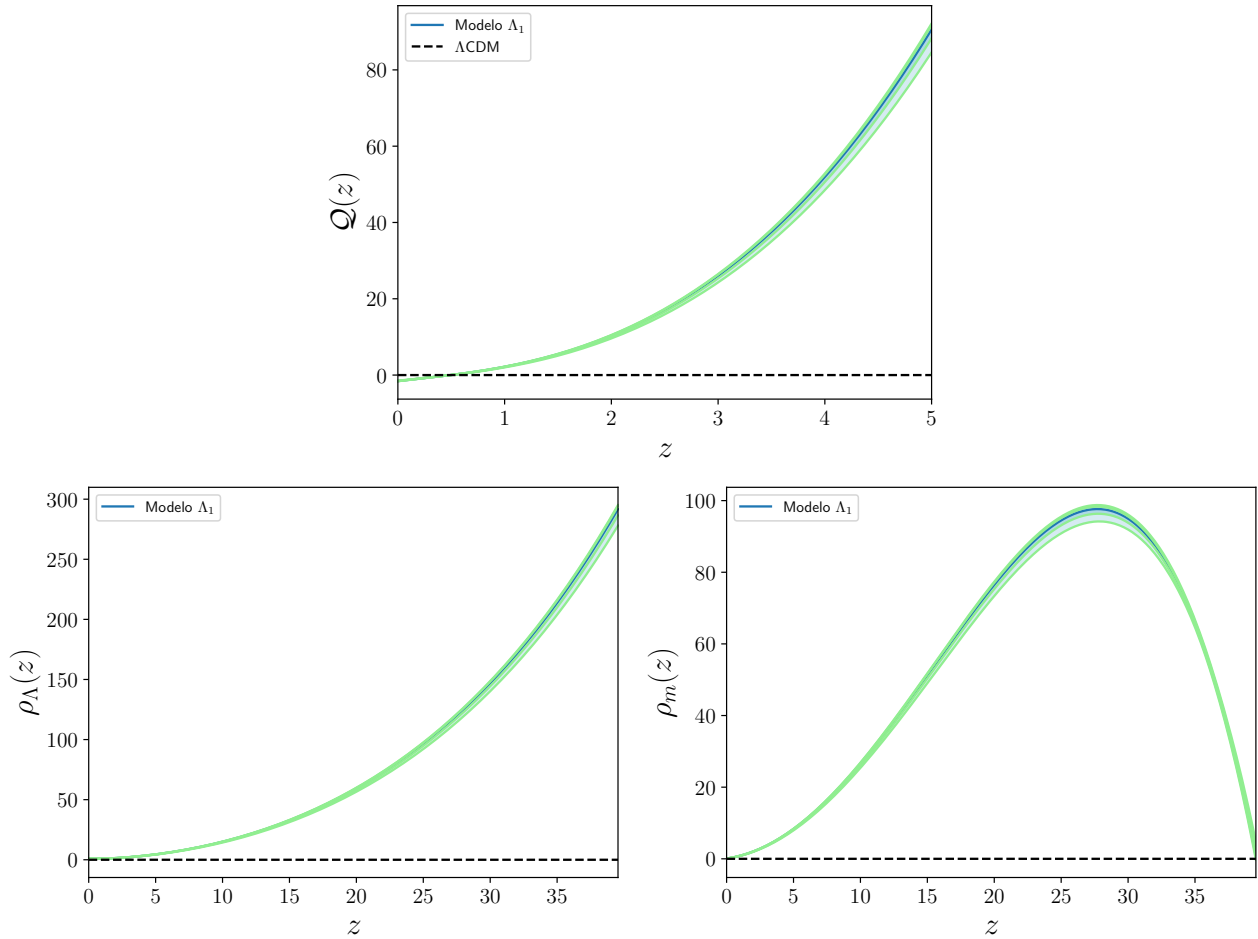
Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$55.5^{+1.0}_{-0.56}$
Ω_b	$0.0735^{+0.0022}_{-0.0029}$
Ω_m	$0.04100^{+0.00089}_{-0.0012}$
β	$3.904^{+0.027}_{-0.046}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Ao consultar a Tabela 14, identificamos as média dos parâmetros sendo diferente do prior do

Planck. H_0 esta muito abaixo do que o esperado, enquanto $\Omega_b > \Omega_m$, onde Ω_m é muito menor do que nos demais modelos.

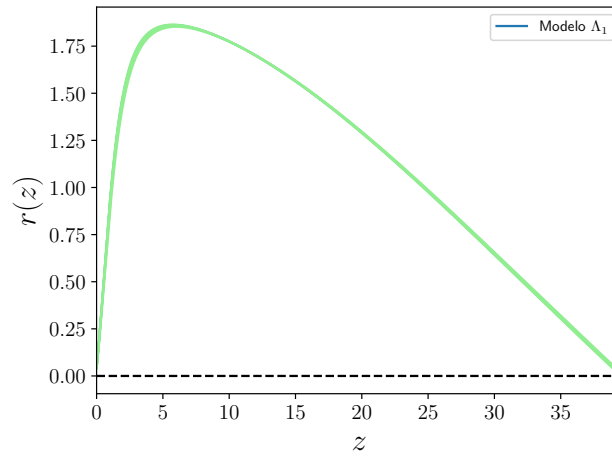
Figura 39 – $\mathcal{Q}(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB. **Painel superior:** Termo de Interação $\mathcal{Q}(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).



Fonte: Produção do próprio autor.

Ao examinar a Figura 39 (painel superior), percebemos que assim como com o prior do Planck e SH0ES, o termo de interação é positivo, e só recentemente tem uma troca de sinal, indicando que houve decaimento do vácuo, e mais recentemente esta acontecendo decaimento da matéria. Observando a Figura 39 (painel inferior esquerdo), notamos que $\rho_\Lambda(z)$ é sempre positiva, com tendência próxima a zero, sugerindo a viabilidade de resolver o PCC. Examinando a Figura 39 (painel inferior direito), observamos uma evolução atípica para a matéria, onde se inicia em zero em $z \approx 39,55$ e recentemente começa a se aproximar novamente de zero. Portanto, o modelo indica um Universo que inicia-se somente em $z \approx 39,55$.

Figura 40 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\lambda_* = 0$ (modelo Λ_1) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.

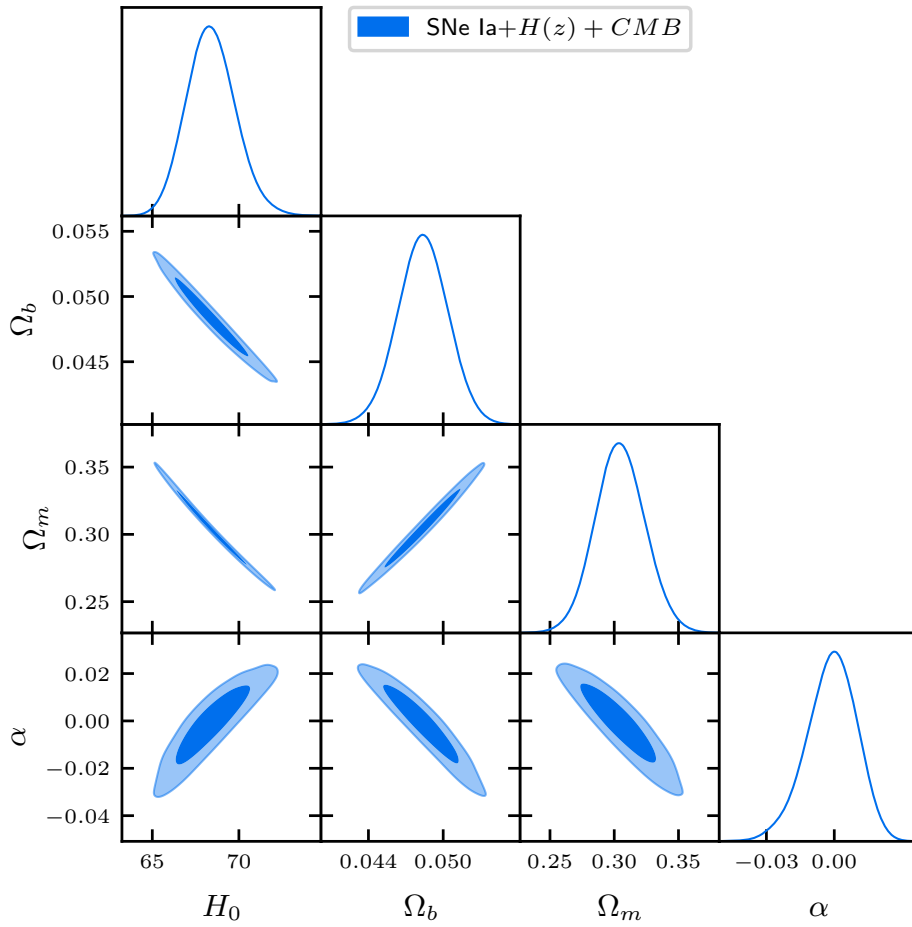


Fonte: Produção do próprio autor.

Ao analisar a Figura 40 para a razão das densidades, percebemos que a ordem de grandeza está abaixo de 10^1 . Sugerindo que este modelo pode também resolver o PC, mesmo com uma certa peridulariedade em relação a evolução da densidade da matéria.

3.6.3 Modelo Λ_2

Figura 41 – Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\beta = 0$ (modelo Λ_2), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança.



Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 41, observamos que os parâmetros Ω_m e Ω_b estão tão restritos que suas elipses são praticamente uma reta, contudo, os resultados tendem a se alinhar com o modelo padrão. Por outro lado, tanto α quanto H_0 exibem contornos bem definidos, embora α , em concordância com análises anteriores, tenda a se aproximar de zero.

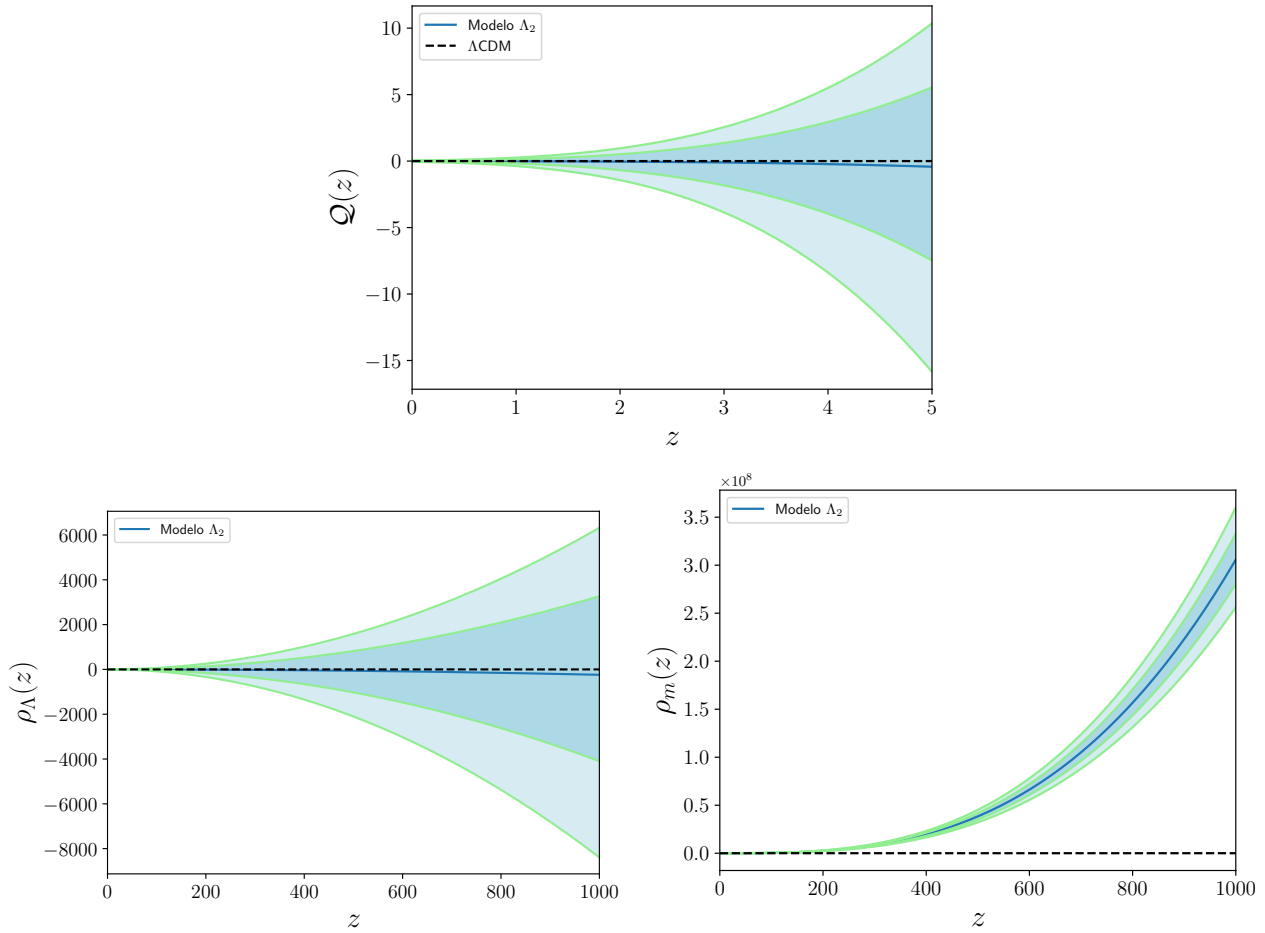
Tabela 15 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\beta = 0$ (modelo Λ_2).

Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$68.4^{+3.0}_{-2.7}$
Ω_b	$0.0483^{+0.0040}_{-0.0040}$
Ω_m	$0.304^{+0.040}_{-0.038}$
α	$-0.001^{+0.022}_{-0.023}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Ao consultar a Tabela 15, identificamos bons ajustes, indicando que a inclusão abrangente dos dados da CMB provavelmente elimina a interação, resultando na convergência do termo α para zero.

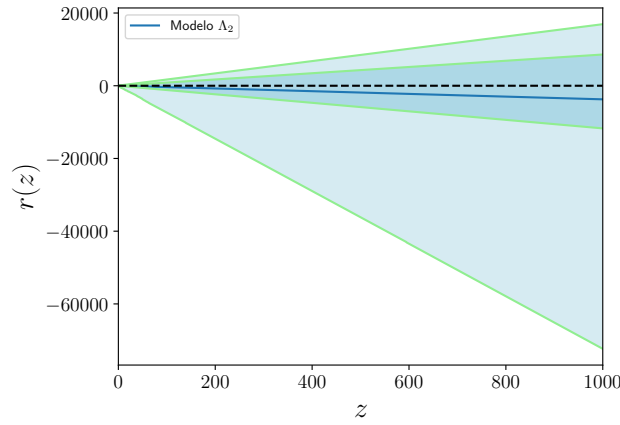
Figura 42 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +SH0ES H_0 . **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).



Fonte: Produção do próprio autor.

Ao examinar a Figura 42 (painel superior), o termo de interação exibe uma pequena tendência a ser negativo. No entanto, dentro do intervalo de confiança de 1σ , persiste a possibilidade de um decaimento do vácuo. Observando a Figura 42 (painel inferior esquerdo), notamos que o o vácuo pode apresentar uma variação positiva, apesar da pequena tendencia negativa próxima a zero. Isso sugere a viabilidade de resolver o PCC. Examinando a Figura 42 (painel inferior direito), observamos uma evolução típica para a densidade da matéria, mantendo-se sempre positiva.

Figura 43 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\beta = 0$ (modelo Λ_2) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.

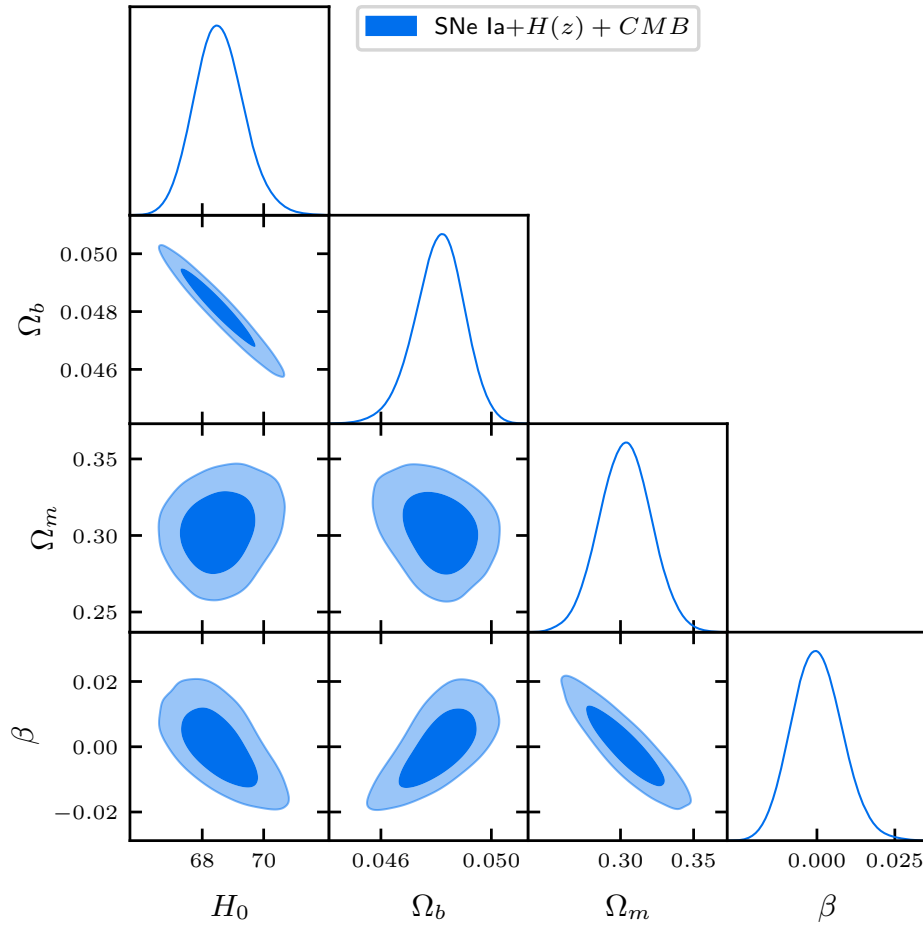


Fonte: Produção do próprio autor.

Ao analisar a Figura 43 para a razão das densidades, percebemos que a ordem de grandeza está abaixo de 10^4 . Essa observação sugere que este modelo tem o potencial de resolver o PC com prior da CMB, mantendo a coerência com as outras análises realizadas anteriormente.

3.6.4 Modelo Λ_3

Figura 44 – Vínculos do combinado de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3), em 1 e 2 sigmas de nível de confiança.



Fonte: Produção do próprio autor.

Podemos ver na Figura 44, os resultados dos vínculos do combinado, revelando restrições significativas para os parâmetros H_0 , Ω_b , Ω_m , e β . No entanto, é possível notar algumas distorções, especialmente para Ω_b , onde a elipse se aproxima de uma reta. A média para os parâmetros estão na Tabela 16.

Tabela 16 – Vínculos de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3).

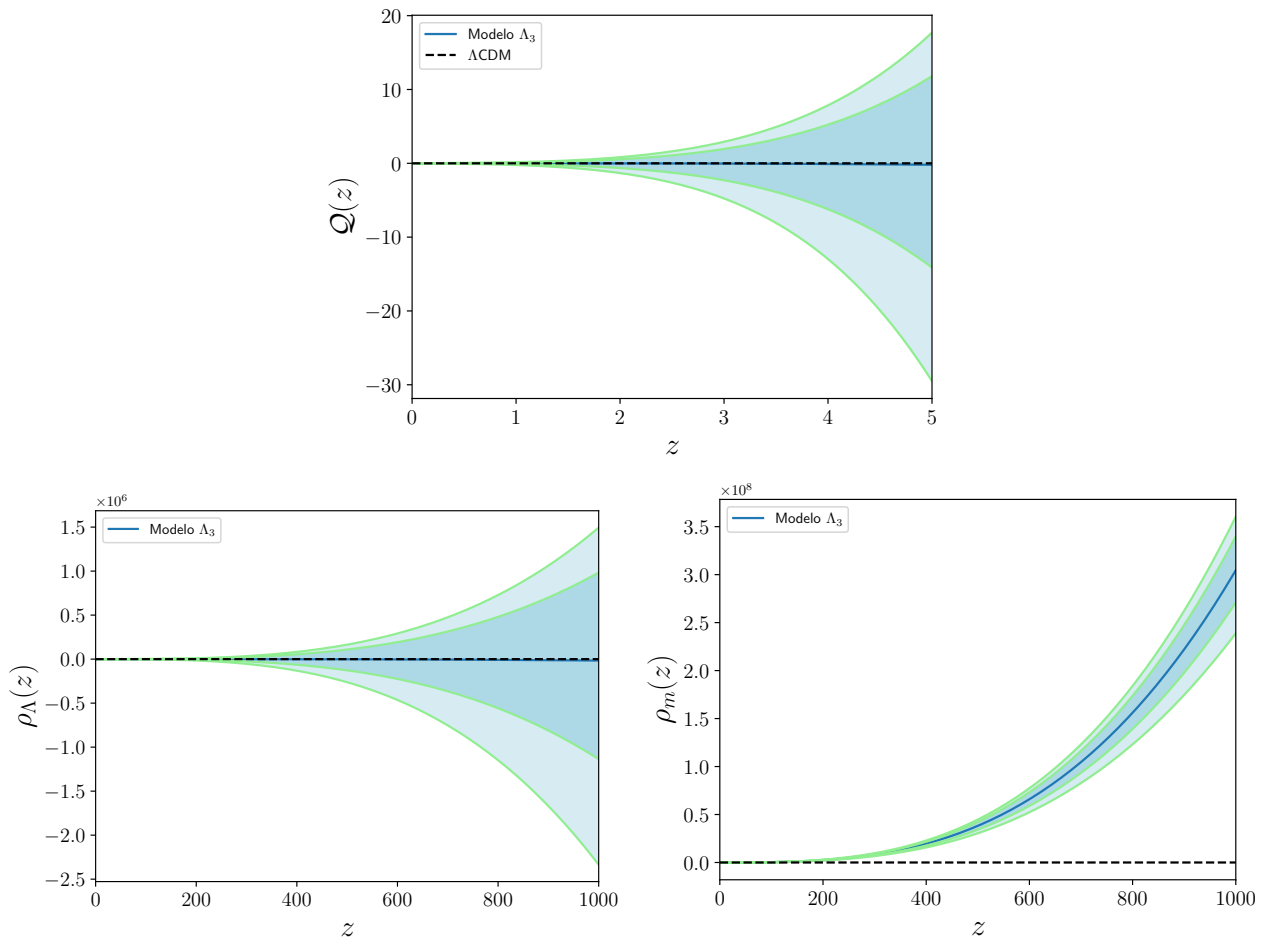
Parâmetro	Limites de 95%
H_0	$68.6^{+1.8}_{-1.5}$
Ω_b	$0.0481^{+0.0017}_{-0.0020}$
Ω_m	$0.303^{+0.036}_{-0.036}$
β	$0.000^{+0.018}_{-0.016}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Os resultados na Tabela 16, notamos que β está próximo de zero, permitindo, no entanto, valores

distintos de zero. Como mencionado anteriormente, essa tendência para valores próximos de zero é condizente com a expectativa para termos constantes, tanto para α quanto para β com os dados da CMB que limitariam ainda mais. Esse comportamento sugere uma possível simplificação no modelo em direção a soluções mais estáveis ou invariáveis. Os demais parâmetros se apresentam com valores próximos aos do modelo padrão.

Figura 45 – $Q(z)$, ρ_Λ e ρ_m para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB. **Painel superior:** Termo de Interação $Q(z)$. **Painel inferior esquerdo:** Densidade de energia do vácuo (ρ_Λ). **Painel inferior direito:** Densidade da matéria (ρ_m).



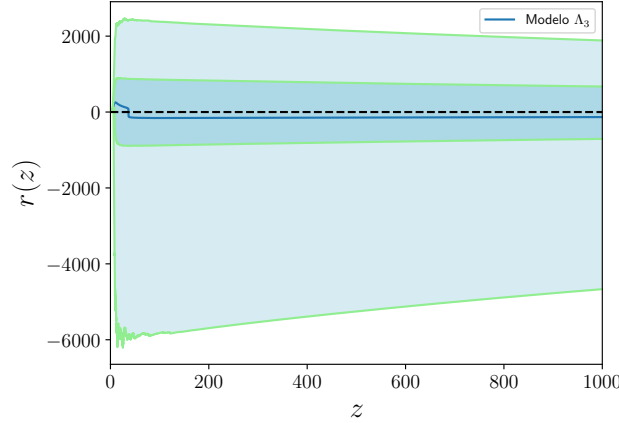
Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 45 (painel superior), observamos que o termo de interação é praticamente constante e nulo, porém dentro do intervalo de confiança podendo ser positivo e negativo. Sendo assim, indica a possibilidade do decaimento do vácuo.

Ao examinarmos a Figura 45 (painel inferior esquerdo), percebemos que, dentro do intervalo de confiança, ρ_Λ seria praticamente nulo e constante também. Porém, percebemos que dentro do intervalo de confiança ele poderia estar decaindo, assim resolvendo o PCC. Enquanto para a Figura 45 (painel

inferior direito), notamos que permanece como as demais análises, sempre positiva e com evolução bem similar do modelo padrão.

Figura 46 – Razão entre as densidades ρ_Λ e ρ_m , para $\alpha = 0$ (modelo Λ_3) com a média dos parâmetros ajustados a partir de SNe Ia+ $H(z)$ +CMB, sendo $r(z) = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$.



Fonte: Produção do próprio autor.

Ao analisar a Figura 46, percebemos que possibilita a solução do PC, tanto para os dados do Planck quanto para os dados de SH0ES. A ordem de grandeza dessa razão permanece abaixo da ordem de grandeza de 10^4 , e de $z \approx 10$ ou maior, torna-se constante, indicando que ambas as densidades do vácuo e a matéria, possuem evoluções similares.

Tabela 17 – Vínculos com limites de 95% de confiança dos parâmetros de Λ_g , Λ_1 , Λ_2 e Λ_3 , para SNe Ia+ $H(z)$ +CMB.

Parâmetro	Λ_g	$\Lambda_1 (\lambda_* = 0)$	$\Lambda_2 (\beta = 0)$	$\Lambda_3 (\alpha = 0)$
H_0	$68.2^{+7.2}_{-7.3}$	$55.5^{+1.0}_{-0.56}$	$68.5^{+3.0}_{-2.7}$	$68.6^{+1.7}_{-1.5}$
Ω_b	$0.049^{+0.011}_{-0.010}$	$0.0735^{+0.0022}_{-0.0029}$	$0.02260^{+0.00034}_{-0.00034}$	$0.02261^{+0.00033}_{-0.00034}$
Ω_m	$0.304^{+0.040}_{-0.037}$	$0.04100^{+0.00089}_{-0.0012}$	$0.303^{+0.040}_{-0.038}$	$0.303^{+0.036}_{-0.035}$
α	$-0.004^{+0.044}_{-0.049}$	$-1.027^{+0.04954}_{-0.0297}$	$-0.001^{+0.021}_{-0.022}$	0
β	$0.003^{+0.037}_{-0.034}$	$3.904^{+0.027}_{-0.046}$	0	$0.000^{+0.017}_{-0.016}$

Fonte: Produção do próprio autor.

Conforme é possível ver na Tabela 17, os modelos Λ_g , Λ_1 , Λ_2 , e Λ_3 foram analisados em com base no prior da CMB. No entanto, ao analisar o modelo Λ_1 , a priori, devido as incompatibilidade entre SNe Ia+ $H(z)$ e CMB, principalmente em relação a H_0 , foi difícil vincula-lo, como mostrado no trabalho (MACEDO *et al.*, 2023), onde lá não foi possível vincula-lo. Isso sugere que, no contexto dessa análise aproxima da CMB, o modelo Λ_1 apresenta peculiaridades, como mostrado anteriormente, ele se inicia somente em $z \approx 39.55$. Uma possível explicação reside no fato de que o modelo Λ_1 não possui o modelo Λ CDM como caso particular e os dados da CMB favorecem muito o modelo padrão, ainda que levem à tensão de H_0 . Consequentemente, era de se esperar que, ao considerar as observações da

CMB, esses dados tendessem a se deteriorar em termos de concordância com o modelo Λ_1 . Além disso, notamos que os valores de ω_b e Ω_m dos modelos Λ_2 e Λ_3 são similares aos do modelo Λ_g , enquanto os parâmetros H_0 , α , e β são mais bem restringidos do que no modelo Λ_g propriamente dito.

4 CONCLUSÃO

Foram analisados 4 modelos $\Lambda(t)$ CDM e o Λ CDM em relação às observações de SNe Ia, CCs e priors do H_0 do Planck e do SH0ES e ainda com Priors de Distância da CMB. Podemos concluir que o modelo Λ_g pode ser descartado pelo Δ BIC por esta análise, e Λ_1 levanta questões a serem consideradas. No caso da informação prévia do SH0ES sobre H_0 , existe uma evidência fraca contra isso. Os modelos Λ_2 e Λ_3 não podem ser distinguidos por esta análise.

As análises do modelo Λ CDM foram realizadas principalmente de forma expositiva, visando destacar os problemas abordados no trabalho. Os resultados obtidos estão em concordância com os estudos mais robustos disponíveis na literatura, apresentando variações mínimas. Esse alinhamento indiretamente valida as análises realizadas em nosso trabalho, fortalecendo a consistência e confiabilidade dos nossos resultados em relação aos demais modelos.

No caso do Λ_g , ele se mostra com o pior Δ BIC, considerando que por ser o modelo geral, possui um parâmetro a mais, e por este motivo é muito penalizado, tornando-o dispensável para comparações com os demais. No entanto foi necessário combinar SNe Ia+ $H(z)$ com CMB (Priors de Distância da CMB) para vincular seus parâmetros livres, para que pudéssemos ter uma ideia do seu comportamento. Neste caso, a dependência temporal de Λ foi significativamente restringida, mas, como usamos um método aproximado, uma análise completa com o espectro de potência da CMB é necessária para chegar a uma conclusão definitiva sobre este modelo.

Λ_1 mostrou-se um modelo de difícil vínculo com o prior da CMB, considerando a falta do termo constante λ_* . Quando analisado seus Δ BIC para os três conjuntos de dados, evidencia-se consideravelmente a maior variância do Δ BIC, destacando a ausência de um termo constante puro, λ_* , assim como nos outros modelos. É crucial mencionar que Λ_1 é o único modelo considerado que não possui o modelo padrão Λ CDM como um caso particular, uma vez que $\lambda_* = 0$. Aparentemente, os dados desfavorecem os modelos $\Lambda(t)$ CDM com essa característica, pelo menos para as classes de modelos analisadas aqui. Além destas dificuldades já citadas, o modelo apresenta uma peculiaridade com o prior da CMB, onde somente em $z \approx 39.55$ o Universo começa, e o H_0 piora a tensão de Hubble. Porém é o único modelo em que dentro dos 2σ , a evolução da matéria e do vácuo abrangem uma solução concreta para os problemas do PC e PCC.

Em relação a Λ_2 , seus resultados foram bem vinculados, como citado anteriormente, não sendo possível distingui-lo de Λ_3 . Este modelo já foi proposto anteriormente (veja em (CARVALHO; LIMA; WAGA, 1992)), não surpreendendo que seus resultados tenham sido bem limitados. Quanto a Λ_3 , por ser um modelo bem estabelecido na literatura do RVM (veja (PERACULA, 2022)), era de se

esperar que seu comportamento também fosse bem restrito. Pode-se entender que o termo $\frac{\alpha'}{a^2}$ de λ_2 se comporta como uma espécie de pseudo-curvatura, assim, diferente de Λ_1 , tanto este modelo quanto Λ_3 incluem o modelo padrão como caso particular.

O decaimento do vácuo pode explicar por que apenas recentemente a densidade de vácuo se tornou não desprezível, ou seja, resolver o PCC. O modelo Λ_1 é o único onde toda a dinâmica no passado de sua interação permite o decaimento do vácuo em matéria sem pressão, e somente recentemente começa a mudar o sentido da interação $Q(z)$. Caso o modelo não apresentasse esses problemas com os vínculos e a tensão de Hubble, pela falta de um termo que permita a transição da fase de expansão desacelerada para acelerada, seria a classe de modelo de maior interesse, já que resolve o PC e PCC, deixando pouca margem para outras interpretações. Por outro lado, os demais modelos apresentam margem para solução do PCC, sendo algo interessante, já que todos os modelos aliviam o PC.

Observou-se um alívio considerável do PC nos modelos Λ_g , Λ_1 , Λ_2 e Λ_3 , onde a razão entre as densidades fica muito abaixo da ordem de 10^9 . Com exceção do modelo Λ_2 , em que a razão evoluiu de forma linear, os demais apresentaram a chamada *Scalating Solution*, na qual a evolução das densidades de matéria e vácuo ocorre de maneira proporcional, resultando em uma razão constante desde o início. Essa evolução é interessante, pois, ao longo do tempo, as densidades seguem padrões de evolução semelhantes ou proporcionais. Como consequência, em épocas mais recentes, as densidades permanecem na mesma ordem de grandeza, já que sempre estiveram próximas, o que resolveria o PC. Esse comportamento das densidades é um aspecto relevante, e buscamos priorizar essa dinâmica, conforme apresentado em (JESUS *et al.*, 2020; JESUS *et al.*, 2022).

Embora nenhum dos modelos de fato resolvem a Tensão de Hubble. Podemos observar que a partir das comparações dos dados de Planck, SH0ES e CMB, nenhum dos modelos analisados piora a tensão existente. Desta forma podemos ainda considerar que a utilização de modelos com decaimento do vácuo, ao não piorar a tensão do H_0 , está compatível com o modelo padrão, explicando as mesmas questões cosmológicas, e além disso, resolvendo ou possibilitando a solução de dois problemas presentes no modelo padrão.

Podemos perceber particularidades interessantes dos termos constantes $\alpha, \beta e \lambda_*$. Por exemplo, o λ_* age como o Λ constante do modelo padrão, tornando-se indispensável nos modelos. Também pode-se observar como α neste contexto em específico, pode atuar como uma espécie de pseudo curvatura, enquanto β , relacionando-se com a potência de H , exerce consideravelmente uma influência sobre a dinâmica de $\Lambda(t)$, onde a interação entre matéria e vácuo se torna mais evidente.

Considerando estes pontos, seria interessante futuramente utilizar de mais dados como o BAO, fator de crescimento e espectro de potência completo da CMB, nos moldes de (PERACAULA *et al.*, 2023), para melhor vincular esses modelos, principalmente para os modelos que possuem grande quantidade

de parâmetros. Ainda, para contornar a penalização do ΔBIC e igualar a quantidade de parâmetros nas classes de modelos, considerar o termo de curvatura seria algo a ser explorado. Consequentemente, ajudaria na melhoria das comparações entre os modelos, assim permitindo análises mais completas e robustas.

Por fim, dos modelos analisados, o Λ_2 e Λ_3 obtiveram resultados favoráveis para uma interação que envolve o decaimento da matéria em vácuo. Sendo assim opções promissoras para resolver o PCC e PC, sem comprometer a Tensão de H_0 . De fato, o modelo Λ_1 apresenta uma peculiaridade problemática mostrando resultados que podem piorar a tensão de Hubble, e apresentaria um universo muito novo e bem diferente do conhecido atualmente. Sendo assim, com escolhas apropriadas nos termos de $\Lambda(t)$, é possível desenvolver modelos de $\Lambda(t)$ que resolvam os problemas (veja por exemplo, (BERNUI *et al.*, 2023)). Como mostrado em (MORENO-PULIDO; PERACAULA, 2022a), resultados recentes do RVM mostram que é possível uma evolução temporal da EoS do vácuo, este tipo de modificação poderia ser interessante, o qual neste trabalho foi considerado a EoS do vácuo sendo $w_{vac} = -1$. Então podemos afirmar que os modelos com decaimento do vácuo emergem como promissores candidatos para solução de diversos problemas cosmológicos, incluindo questões que não foram abordadas neste estudo.

REFERÊNCIAS

- AGHANIM, N. *et al.* Planck 2018 results. viii. gravitational lensing. **Astron. Astrophys.**, v. 641, p. A8, 2020.
- ALLEMANDI, G.; BOROWIEC, A.; FRANCAVIGLIA, M. Accelerated cosmological models in first order nonlinear gravity. **Phys. Rev. D**, v. 70, p. 043524, 2004.
- ALLEMANDI, G. *et al.* Dark energy dominance and cosmic acceleration in first order formalism. **Phys. Rev. D**, v. 72, p. 063505, 2005.
- ALLISON, R.; DUNKLEY, J. Comparison of sampling techniques for bayesian parameter estimation. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 437, n. 4, p. 3918–3928, 2014.
- ALMEIDA, P. E. M. **Cosmologias com decaimento do vácuo e K-essência**. Dissertação (Mestrado em Astronomia) — Universidade de São Paulo, Agencia USP de Gestao da Informacao Academica (AGUIA), São Paulo, 2020. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/14/14131/tde-13052020-230731/pt-br.php>. Acesso em: 22 out. 2024.
- ALPHER, R. A.; HERMAN, R. Evolution of the universe. **Nature**, v. 162, n. 4124, p. 774–775, 1948.
- ARIEW, R. **Ockham's Razor**: A historical and philosophical analysis of ockham's principle of parsimony. Tese (Doutorado em Filosofia) — University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois, 1976. Disponível em: <https://www.proquest.com/openview/9ecfb187ceec8d6f29eab8055b15cd42/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>. Acesso em: 22 out. 2024.
- AZRI, H.; BOUNAMES, A. Geometrical origin of the cosmological constant. **Gen. Rel. Grav.**, v. 44, p. 2547–2561, 2012.
- AZRI, H.; BOUNAMES, A. Cosmological consequences of a variable cosmological constant model. **Int. J. Mod. Phys. D**, v. 26, n. 7, p. 1750060, 2017.
- BABIC, A. *et al.* Renormalization group running of the cosmological constant and its implication for the higgs boson mass in the standard model. **Phys. Rev. D**, v. 65, p. 085002, 2002.
- BALAJI, K. R. S.; BRANDENBERGER, R. H. Single field baryogenesis. **Phys. Rev. Lett.**, v. 94, p. 031301, 2005.
- BARROW, J. D.; OTTEWILL, A. C. The stability of general relativistic cosmological theory. **J. Phys. A**, v. 16, p. 2757, 1983.

BASILAKOS, S.; PLIONIS, M.; SOLÀ, J. Hubble expansion & structure formation in time varying vacuum models. **Phys. Rev. D**, v. 80, p. 083511, 2009.

BAUMANN, D. **Cosmology**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2022.

BENETTI, M. *et al.* Dark sector interactions and the curvature of the universe in light of planck's 2018 data. **JCAP**, v. 08, p. 014, 2021.

BENETTI, M. *et al.* Looking for interactions in the cosmological dark sector. **JCAP**, v. 12, p. 023, 2019.

BENNDORF, D.; JESUS, J. F.; PEREIRA, S. H. Determination of the kinematic parameters from supernovae and cosmic chronometers. **Eur. Phys. J. C**, v. 82, n. 5, p. 457, 2022.

BENTO, M. C.; BERTOLAMI, O.; SEN, A. A. Generalized chaplygin gas, accelerated expansion and dark energy matter unification. **Phys. Rev. D**, v. 66, p. 043507, 2002.

BERNUI, A. *et al.* Exploring the H_0 tension and the evidence for dark sector interactions from 2d baryon acoustic oscillation measurements. **Phys. Rev. D**, v. 107, n. 10, p. 103531, 2023.

BERTOLAMI, O.; PEDRO, F. G.; DELLIOU, M. L. Dark energy-dark matter interaction from the abell cluster a586. **EAS Publ. Ser.**, v. 30, p. 161–167, 2008.

BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. **Physics Reports**, v. 405, n. 5, p. 279–390, 2005. ISSN 0370-1573. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157304003515>. Acesso em: 22 out. 2024.

BILIC, N.; TUPPER, G. B.; VIOLLIER, R. D. Unification of dark matter and dark energy: The inhomogeneous chaplygin gas. **Phys. Lett. B**, v. 535, p. 17–21, 2002.

BLUMENTHAL, G. R. *et al.* Formation of galaxies and large scale structure with cold dark matter. **Nature**, v. 311, p. 517–525, 1984.

BLUMENTHAL, G. R.; PAGELS, H.; PRIMACK, J. R. Galaxy formation by dissipationless particles heavier than neutrinos. **Nature**, v. 299, p. 37–38, 1982.

BOEHMER, C. *et al.* Dynamics of dark energy with a coupling to dark matter. **AIP Conf. Proc.**, v. 1122, n. 1, p. 197–200, 2009.

BOND, J. R.; SZALAY, A. S.; TURNER, M. S. Formation of galaxies in a gravitino-dominated universe. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 48, p. 1636–1639, Jun 1982. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.48.1636>. Acesso em: 22 out. 2024.

BRANCH, D. Type Ia supernovae and the Hubble constant. **Ann. Rev. Astron. Astrophys.**, v. 36, p. 17–55, 1998.

BROUT, D. *et al.* The Pantheon+ analysis: Cosmological constraints. **Astrophys. J.**, v. 938, n. 2, p. 110, 2022.

BRUNI, M.; MAIER, R.; WANDS, D. Nonsingular cosmology from an interacting vacuum. **Phys. Rev. D**, v. 105, n. 6, p. 063532, 2022.

CALDWELL, R. R.; DAVE, R.; STEINHARDT, P. J. Cosmological imprint of an energy component with general equation of state. **Phys. Rev. Lett.**, v. 80, p. 1582–1585, 1998.

CÁRDENAS, V. H.; CRUZ, M. Emulating dark energy models with known equation of state via the created cold dark matter scenario. **Phys. Dark Univ.**, v. 44, p. 101452, 2024.

CARROLL, S. M. Quintessence and the rest of the world. **AIP Conf. Proc.**, v. 478, n. 1, p. 291–294, 1999.

CARROLL, S. M. The cosmological constant. **Living Reviews in Relativity**, Springer Science and Business Media LLC, v. 4, n. 1, feb 2001. ISSN 1433-8351. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.12942/lrr-2001-1>. Acesso em: 22 out. 2024.

CARVALHO, J. C.; LIMA, J. A. S.; WAGA, I. On the cosmological consequences of a time dependent Λ term. **Phys. Rev. D**, v. 46, p. 2404–2407, 1992.

CASTELNOVO, C.; MOESSNER, R.; SONDHI, S. L. Magnetic monopoles in spin ice. **Nature**, v. 451N7174, p. 42–45, 2008.

CELERIER, M.-N. Do we really see a cosmological constant in the supernovae data? **Astron. Astrophys.**, v. 353, p. 63–71, 2000.

CELERIER, M.-N. The accelerated expansion of the universe challenged by an effect of the inhomogeneities. a review. , 2 2007.

CELERIER, M.-N. Inhomogeneities in the universe with exact solutions of general relativity. **AIP Conf. Proc.**, v. 1241, n. 1, p. 767–775, 2010.

CHEN, L.; HUANG, Q.-G.; WANG, K. Distance priors from planck final release. **JCAP**, v. 02, p. 028, 2019.

CHEN, W.; WU, Y. S. Implications of a cosmological constant varying as $r^{**}(-2)$. **Phys. Rev. D**, v. 41, p. 695–698, 1990. [Erratum: Phys.Rev.D 45, 4728 (1992)].

CHEVALLIER, M.; POLARSKI, D. Accelerating universes with scaling dark matter. **Int. J. Mod. Phys. D**, v. 10, p. 213–224, 2001.

CHIBA, T.; SUGIYAMA, N.; NAKAMURA, T. Cosmology with x matter. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 289, p. L5–L9, 1997.

CHIBA, T.; SUGIYAMA, N.; NAKAMURA, T. Observational tests of x matter models. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 301, p. 72–80, 1998.

COLEMAN, S. R. The magnetic monopole fifty years later. In: BANFF SUMMER INSTITUTE IN PARTICLES AND FIELDS: QCD, GAUGE THEORIES AND GRAND UNIFICATION SCHEMES, 19TH INTERNATIONAL SCHOOL OF SUBNUCLEAR PHYSICS: THE UNITY OF THE FUNDAMENTAL INTERACTIONS, AND OTHER CONFERENCES. **Proceedings of Les Houches Summer School in Theoretical Physics: Gauge Theories in High Energy Physics - Session 37**. Les Houches, France: Inspire, 1982. p. 461–552.

COPELAND, E. J.; LIDDLE, A. R.; WANDS, D. Exponential potentials and cosmological scaling solutions. **Phys. Rev. D**, v. 57, p. 4686–4690, 1998.

COPELAND, E. J.; SAMI, M.; TSUJIKAWA, S. Dynamics of dark energy. **Int. J. Mod. Phys. D**, v. 15, p. 1753–1936, 2006.

COSTA, A. A. **Vínculos Observacionais em Modelos com Interação entre Energia Escura e Matéria Escura**. Tese (Doutorado em Física) — Universidade de São Paulo, Brazil, U. Sao Paulo (main), São Paulo, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/T.43.2009.tde-30102009-143105>. Acesso em: 22 out. 2024.

CUNHA, J. V. Kinematic constraints to the transition redshift from sne ia union data. **Phys. Rev. D**, v. 79, p. 047301, 2009.

DAS, S.; CORASANITI, P. S.; KHOURY, J. Super-acceleration as signature of dark sector interaction. **Phys. Rev. D**, v. 73, p. 083509, 2006.

DEKKER, A. *et al.* Warm dark matter constraints using milky way satellite observations and subhalo evolution modeling. **Phys. Rev. D**, v. 106, n. 12, p. 123026, 2022.

DELLIOU, M. L.; BERTOLAMI, O.; PEDRO, F. G. Dark energy-dark matter interaction from the abell cluster a586 and violation of the equivalence principle. **AIP Conf. Proc.**, v. 957, n. 1, p. 421–424, 2007.

DICKE, R. H. *et al.* Cosmic black-body radiation. **Astrophys. J.**, v. 142, p. 414–419, 1965.

D'INVERNO, R. **Introducing Einstein's relativity**. [S.l.]: Oxford University Press, 1992. ISBN 978-0-19-859686-8.

DODELSON, S. **Modern Cosmology**. Amsterdam: Academic Press, 2003. ISBN 978-0-12-219141-1.

DVALI, G. R.; GABADADZE, G. Gravity on a brane in infinite volume extra space. **Phys. Rev. D**, v. 63, p. 065007, 2001.

DVALI, G. R.; GABADADZE, G.; PORRATI, M. 4-d gravity on a brane in 5-d minkowski space. **Phys. Lett. B**, v. 485, p. 208–214, 2000.

EDDINGTON, A. S. A comparison of whitehead's and einstein's formulæ. **Nature**, v. 113, n. 2832, p. 192–192, 1924.

EINSTEIN, A. Cosmological considerations in the general theory of relativity. **Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)**, v. 1917, p. 142–152, 1917.

EINSTEIN, A.; SITTER, W. de. On the relation between the expansion and the mean density of the universe. **Proc. Nat. Acad. Sci.**, v. 18, p. 213–214, 1932.

ELLIS, G. F. R. *et al.* On the trace-free einstein equations as a viable alternative to general relativity. **Class. Quant. Grav.**, v. 28, p. 225007, 2011.

ESCOBAL, A. A.; JESUS, J. F.; PEREIRA, S. H. Cosmological constraints on scalar field dark matter. **Int. J. Mod. Phys. D**, v. 30, n. 15, p. 2150108, 2021.

ETHERINGTON, I. M. H. On the definition of distance in general relativity. **Philosophical Magazine**, v. 15, n. 18, p. 761, jan. 1933.

FENG, C. *et al.* Testing the viability of the interacting holographic dark energy model by using combined observational constraints. **JCAP**, v. 09, p. 005, 2007.

FERRARESE, L. *et al.* The hubble constant from the hst key project on the extragalactic distance scale. **ASP Conf. Ser.**, v. 201, p. 117, 2000.

FILIPPENKO, A. V. Evidence from type ia supernovae for an accelerating universe and dark energy. In: **Carnegie Observatories Centennial Symposium. 2. Measuring and Modeling the Universe.** [S.l.: s.n.], 2003. p. 270–290.

FILIPPENKO, A. V. The accelerating universe and dark energy: Evidence from type ia supernovae. **Lect. Notes Phys.**, v. 646, p. 191–221, 2004.

FOREMAN-MACKEY, D. *et al.* emcee: The mcmc hammer. **Publ. Astron. Soc. Pac.**, v. 125, p. 306–312, 2013.

FREEDMAN, W. L. *et al.* Final results from the hubble space telescope key project to measure the hubble constant. **Astrophys. J.**, v. 553, p. 47–72, 2001.

FRIEDMAN, A. On the curvature of space. **Z. Phys.**, v. 10, p. 377–386, 1922.

FRIEDMANN, A. On the possibility of a world with constant negative curvature of space. **Z. Phys.**, v. 21, p. 326–332, 1924.

GAMOW, G. Expanding universe and the origin of elements. **Phys. Rev.**, v. 70, p. 572–573, 1946.

GAMOW, G. The evolution of the universe. **Nature**, v. 162, n. 4122, p. 680–682, 1948.

GOMEZ-VALENT, A.; PERACAULA, J. S. Phantom matter: a challenging solution to the cosmological tensions. , 4 2024.

GOODMAN, J.; WEARE, J. Ensemble samplers with affine invariance. **Communications in Applied Mathematics and Computational Science**, v. 5, n. 1, p. 65–80, jan. 2010.

GRANDE, J. *et al.* Hubble expansion and structure formation in the 'running flrw model' of the cosmic evolution. **JCAP**, v. 08, p. 007, 2011.

GUIMARAES, A. C. C.; CUNHA, J. V.; LIMA, J. A. S. Bayesian analysis and constraints on kinematic models from union snia. **JCAP**, v. 10, p. 010, 2009.

GUTH, A. H. The inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. **Phys. Rev. D**, v. 23, p. 347–356, 1981.

GUTH, A. H. The inflationary universe. **Sci. Am.**, v. 250, p. 90–102, 1984.

GUTH, A. H.; STEINHARDT, P. J. The inflationary universe. (in german). **Spektrum Wiss.**, v. 7, p. 80–94, 1984.

GUTH, A. H.; WEINBERG, E. J. Cosmological consequences of a first order phase transition in the $su(5)$ grand unified model. **Phys. Rev. D**, v. 23, p. 876, 1981.

HOFLICH, P. *et al.* Models for type ia supernovae and cosmology. **Lect. Notes Phys.**, v. 635, p. 203, 2003.

HOU, F. *et al.* An affine-invariant sampler for exoplanet fitting and discovery in radial velocity data. **Astrophys. J.**, v. 745, p. 198, 2012.

HUBBLE, E. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 15, n. 3, p. 168–173, 1929. Disponível em: <https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.15.3.168>.

HUBBLE, E.; HUMASON, M. L. The velocity-distance relation among extra-galactic nebulae. **Astrophys. J.**, v. 74, p. 43–80, 1931. Acesso em: 22 out. 2024.

JAEGER, T. de *et al.* A measurement of the hubble constant from type ii supernovae. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 496, n. 3, p. 3402–3411, 2020.

JESUS, J. F. **Energia escura e aceleração do Universo**: Aspectos conceituais e testes observacionais. Tese (Doutorado em Astronomia) — Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/T.14.2010.tde-28092010-104717>. Acesso em: 22 out. 2024.

JESUS, J. F. Exact solution for flat scale-invariant cosmology. **Rev. Mex. Astron. Astrofis.**, v. 55, n. 1, p. 17–19, 2019.

JESUS, J. F. *et al.* Can dark matter–dark energy interaction alleviate the cosmic coincidence problem? **Eur. Phys. J. C**, v. 82, n. 3, p. 273, 2022.

JESUS, J. F. *et al.* A method for obtaining cosmological models consistency relations and gaussian processes testing. **JCAP**, v. 08, p. 001, 2024.

JESUS, J. F.; HOLANDA, R. F. L.; DANTAS, M. A. Testing the cosmic conservation of photon number with type ia supernovae and ages of old objects. **Gen. Rel. Grav.**, v. 49, n. 12, p. 150, 2017.

JESUS, J. F. *et al.* New coupled quintessence cosmology. **Phys. Rev. D**, v. 78, p. 063514, 2008.

JESUS, J. F.; VALENTIM, R.; ANDRADE-OLIVEIRA, F. Bayesian analysis of ccdm models. **JCAP**, v. 09, p. 030, 2017.

JESUS, J. F. *et al.* Kinematic constraints on spatial curvature from supernovae ia and cosmic chronometers. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 500, n. 2, p. 2227–2235, 2020.

KAMENSHCHIK, A. Y.; MOSCHELLA, U.; PASQUIER, V. An alternative to quintessence. **Phys. Lett. B**, v. 511, p. 265–268, 2001.

KAMIONKOWSKI, M.; KOVETZ, E. D. The quest for b modes from inflationary gravitational waves. **Ann. Rev. Astron. Astrophys.**, v. 54, p. 227–269, 2016.

KERNER, R. Cosmology without singularity and nonlinear gravitational lagrangians. **Gen. Rel. Grav.**, v. 14, p. 453–469, 1982.

KIRSHNER, R. P. Hubble’s diagram and cosmic expansion. **Proc. Nat. Acad. Sci.**, v. 101, n. 1, p. 8–13, 2003.

KOFMAN, L.; LINDE, A. D.; STAROBINSKY, A. A. Towards the theory of reheating after inflation. **Phys. Rev. D**, v. 56, p. 3258–3295, 1997.

KOLB, E. W. **The Early Universe**. [S.l.]: Taylor and Francis, 2019. v. 69. ISBN 978-0-429-49286-0, 978-0-201-62674-2.

KOMATSU, E. *et al.* Five-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Cosmological interpretation. **Astrophys. J. Suppl.**, v. 180, p. 330–376, 2009.

LEMAITRE, G. A homogeneous universe of constant mass and growing radius accounting for the radial velocity of extragalactic nebulae. **Annales Soc. Sci. Bruxelles A**, v. 47, p. 49–59, 1927.

LEMAITRE, G. The expanding universe. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 91, p. 490–501, 1931.

LEMAITRE, G. A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extra-galactic nebulae. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 91, n. 5, p. 483–490, 1931.

LEMAITRE, G. The expanding universe. **Annales Soc. Sci. Bruxelles A**, v. 53, p. 51–85, 1933.

LEWIS, A. Getdist: a python package for analysing monte carlo samples. , 10 2019.

LI, M. *et al.* Dark energy. **Commun. Theor. Phys.**, v. 56, p. 525–604, 2011.

LIDDLE, A.; LYTH, D. **Cosmological Inflation and Large-Scale Structure**. Cambridge University Press, 2000. (Cosmological Inflation and Large-scale Structure). ISBN 9780521575980. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=XmWauPZSovMC>. Acesso em: 22 out. 2024.

LIDDLE, A. R. How many cosmological parameters? **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 351, p. L49–L53, 2004.

LIDDLE, A. R.; LYTH, D. H. Inflation and mixed dark matter models. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 265, p. 379, 1993.

LIMA, J. A. S.; CUNHA, J. V.; ALCANIZ, J. S. Constraining the dark energy with galaxy clusters x-ray data. **Phys. Rev. D**, v. 68, p. 023510, 2003.

LIMA, J. A. S.; CUNHA, J. V.; ALCANIZ, J. S. A simplified approach for chaplygin-type cosmologies. **Astropart. Phys.**, v. 30, p. 196–199, 2008.

LIMA, J. A. S.; CUNHA, J. V.; ALCANIZ, J. S. Simplified quartessence cosmology. **Astropart. Phys.**, v. 31, p. 233–236, 2009.

LIMA, J. A. S.; MAIA, J. M. F. Deflationary cosmology with decaying vacuum energy density. **Phys. Rev. D**, v. 49, p. 5597–5600, 1994.

LIMA, J. A. S.; PERICO, E. L. D.; ZILIOTI, G. J. M. Decaying vacuum inflationary cosmologies: Searching for a complete scenario including curvature effects. **Int. J. Mod. Phys. D**, v. 24, n. 04, p. 1541006, 2015.

LIMA, J. A. S.; TRODDEN, M. Decaying vacuum energy and deflationary cosmology in open and closed universes. **Phys. Rev. D**, v. 53, p. 4280–4286, 1996.

LINDE, A. D. A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. **Phys. Lett. B**, v. 108, p. 389–393, 1982.

LINDE, A. D. Chaotic inflation. **Phys. Lett. B**, v. 129, p. 177–181, 1983.

LINDER, E. V. Exploring the expansion history of the universe. **Phys. Rev. Lett.**, v. 90, p. 091301, 2003.

LOPEZ, J. L.; NANOPOULOS, D. V. A new cosmological constant model. **Mod. Phys. Lett. A**, v. 11, p. 1–7, 1996.

MACEDO, H. A. P. *et al.* Cosmological constraints on $\lambda(t)$ cdm models. **Eur. Phys. J. C**, v. 83, n. 12, p. 1144, 2023.

MAIA, J. M. F.; LIMA, J. A. S. Scalar field description of decaying lambda cosmologies. **Phys. Rev. D**, v. 65, p. 083513, 2002.

MARTTENS, R. von *et al.* Cosmological constraints on parametrized interacting dark energy. **Phys. Dark Univ.**, v. 23, p. 100248, 2019.

MAVROMATOS, N. E.; PERACAULA, J. S. Stringy-running-vacuum-model inflation: from primordial gravitational waves and stiff axion matter to dynamical dark energy. **Eur. Phys. J. ST**, v. 230, n. 9, p. 2077–2110, 2021.

METROPOLIS, N. *et al.* Equation of state calculations by fast computing machines. **J. Chem. Phys.**, v. 21, p. 1087–1092, 1953.

MORENO-PULIDO, C.; PERACAULA, J. S. Equation of state of the running vacuum. **Eur. Phys. J. C**, v. 82, n. 12, p. 1137, 2022.

MORENO-PULIDO, C.; PERACAULA, J. S. Renormalizing the vacuum energy in cosmological spacetime: implications for the cosmological constant problem. **Eur. Phys. J. C**, v. 82, n. 6, p. 551, 2022.

MORENO-PULIDO, C.; PERACAULA, J. S.; CHERAGHCHI, S. Running vacuum in qft in flrw spacetime: the dynamics of $\rho_{vac}(h)$ from the quantized matter fields. **Eur. Phys. J. C**, v. 83, n. 7, p. 637, 2023.

MORENO-PULIDO, C.; SOLA, J. Running vacuum in quantum field theory in curved spacetime: renormalizing ρ_{vac} without $\sim m^4$ terms. **Eur. Phys. J. C**, v. 80, n. 8, p. 692, 2020.

MORESCO, M. Raising the bar: new constraints on the hubble parameter with cosmic chronometers at $z \sim 2$. **mnras**, v. 450, p. L16–L20, jun. 2015.

MORESCO, M. *et al.* Improved constraints on the expansion rate of the universe up to $z \sim 1.1$ from the spectroscopic evolution of cosmic chronometers. **jcap**, v. 2012, n. 8, p. 006, ago. 2012.

MORESCO, M. *et al.* Setting the stage for cosmic chronometers. i. assessing the impact of young stellar populations on hubble parameter measurements. **apj**, v. 868, n. 2, p. 84, dez. 2018.

MORESCO, M. *et al.* Setting the stage for cosmic chronometers. ii. impact of stellar population synthesis models systematics and full covariance matrix. **Astrophys. J.**, v. 898, n. 1, p. 82, 2020.

MORESCO, M. *et al.* Unveiling the universe with emerging cosmological probes. **Living Rev. Rel.**, v. 25, n. 1, p. 6, 2022.

MORESCO, M. *et al.* A 6% measurement of the hubble parameter at $z \sim 0.45$: direct evidence of the epoch of cosmic re-acceleration. **jcap**, v. 2016, n. 5, p. 014, maio 2016.

NEAL, R. M. Probabilistic inference using markov chain monte carlo methods. In: . [s.n.], 2011. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:9690330>. Acesso em: 22 out. 2024.

NOVOSYADLYJ, B. *et al.* **Dark Energy**: Observational evidence and theoretical models. Kyiv: Academperiodyka, 2013. ISBN 978-966-360-239-4, 978-966-360-240-0.

OVERDUIN, J. M.; COOPERSTOCK, F. I. Evolution of the scale factor with a variable cosmological term. **Phys. Rev. D**, v. 58, p. 043506, 1998.

OZER, M.; TAHA, M. O. A solution to the main cosmological problems. **Phys. Lett. B**, v. 171, p. 363–365, 1986.

OZER, M.; TAHA, M. O. A model of the universe with time dependent cosmological constant free of cosmological problems. **Nucl. Phys. B**, v. 287, p. 776–796, 1987.

PANAGIA, N. High redshift supernovae: Cosmological implications. **Nuovo Cim. B**, v. 120, p. 667–676, 2005.

PAPAGIANNOPOULOS, G. *et al.* Dynamics and cosmological evolution in λ -varying cosmology. **Eur. Phys. J. C**, v. 80, n. 1, p. 55, 2020.

PARTRIDGE, R. B. **3K**: The cosmic microwave background radiation. [S.l.]: Cambridge University Press, 1995. (Cambridge Astrophysics).

PAVON, D.; WANG, B. Le chatelier-braun principle in cosmological physics. **Gen. Rel. Grav.**, v. 41, p. 1–5, 2009.

PEACOCK, J. **Cosmological Physics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1999. (Cambridge Astrophysics). ISBN 9780521422703.

PEEBLES, P. J. E. Large scale background temperature and mass fluctuations due to scale invariant primeval perturbations. **Astrophys. J. Lett.**, v. 263, p. L1–L5, 1982.

PEEBLES, P. J. E. **Principles of Physical Cosmology**. [S.l.]: Princeton University Press, 2020. ISBN 978-0-691-20981-4.

PEEBLES, P. J. E.; RATRA, B. Cosmology with a time variable cosmological constant. **Astrophys. J. Lett.**, v. 325, p. L17, 1988.

PENROSE, R. Difficulties with inflationary cosmology. **Annals N. Y. Acad. Sci.**, v. 571, p. 249–264, 1989.

PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. A measurement of excess antenna temperature at 4080-mc/s. **Astrophys. J.**, v. 142, p. 419–421, 1965.

PERACAULA, J. S. The cosmological constant problem and running vacuum in the expanding universe. **Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A**, v. 380, p. 20210182, 2022.

PERACAULA, J. S. *et al.* Running vacuum against the h_0 and σ_8 tensions. **EPL**, v. 134, n. 1, p. 19001, 2021.

PERACAULA, J. S. *et al.* Running vacuum in the universe: Phenomenological status in light of the latest observations, and its impact on the σ_8 and h_0 tensions. **Universe**, v. 9, n. 6, p. 262, 2023.

PERACAULA, J. S.; PÉREZ, J. C.; GÓMEZ-VALENT, A. Dynamical dark energy vs. $\lambda = \text{const}$ in light of observations. **EPL**, v. 121, n. 3, p. 39001, 2018.

PERACAULA, J. S.; PÉREZ, J. C.; GOMEZ-VALENT, A. Possible signals of vacuum dynamics in the universe. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 478, n. 4, p. 4357–4373, 2018.

PEREIRA, S. H.; JESUS, J. F. Can dark matter decay in dark energy? **Phys. Rev. D**, v. 79, p. 043517, 2009.

PEREIRA, S. H. *et al.* Acceleration in friedmann cosmology with torsion. **Eur. Phys. J. C**, v. 79, n. 11, p. 950, 2019.

PEREZ, J. de C.; PARK, C.-G.; RATRA, B. Updated observational constraints on spatially flat and nonflat Λ_{cdm} and χ_{cdm} cosmological models. **Phys. Rev. D**, v. 110, n. 2, p. 023506, 2024.

PERICO, E. L. D. *et al.* Complete cosmic history with a dynamical $\lambda = \lambda(h)$ term. **Phys. Rev. D**, v. 88, p. 063531, 2013.

PERIVOLAROPOULOS, L.; SKARA, F. Challenges for Λ cdm: An update. **New Astron. Rev.**, v. 95, p. 101659, 2022.

PERLMUTTER, S.; SCHMIDT, B. P. Measuring cosmology with supernovae. **Lect. Notes Phys.**, v. 598, p. 195–217, 2003.

PETIT, J. P. An interpretation of cosmological model with variable light velocity. **Mod. Phys. Lett. A**, v. 3, p. 1527–1532, 1988.

PIATTELLA, O. F. **Lecture Notes in Cosmology**. Cham: Springer, 2018. (UNITEXT for Physics).

POPOLO, A. D. *et al.* Shear and rotation in chaplygin cosmology. **Phys. Rev. D**, v. 87, n. 4, p. 043527, 2013.

PRETEL, J. M. Z.; DUTRA, M.; DUARTE, S. B. Normal oscillation modes and radial stability of neutron stars with a dark-energy core from the chaplygin gas. **Phys. Rev. D**, v. 109, n. 2, p. 023524, 2024.

RATRA, B.; PEEBLES, P. J. E. Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field. **Phys. Rev. D**, v. 37, p. 3406, 1988.

RAY, M. W. *et al.* Observation of dirac monopoles in a synthetic magnetic field. **Nature**, v. 505, n. 7485, p. 657–660, 2014.

RIESS, A. G. *et al.* Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. **Astron. J.**, v. 116, p. 1009–1038, 1998.

RIESS, A. G. *et al.* Type ia supernova discoveries at $z > 1$ from the hubble space telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution. **Astrophys. J.**, v. 607, p. 665–687, 2004.

RIESS, A. G. *et al.* A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with 1 $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ Uncertainty from the Hubble Space Telescope and the SH0ES Team. **Astrophys. J. Lett.**, v. 934, n. 1, p. L7, 2022.

RUBIN, V. C.; FORD JR., W. K. Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. **Astrophys. J.**, v. 159, p. 379–403, 1970.

RUBIN, V. C.; THONNARD, N.; FORD JR., W. K. Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from ngc 4605 / $r = 4\text{kpc}$ / to ugc 2885 / $r = 122\text{kpc}$ /. **Astrophys. J.**, v. 238, p. 471, 1980.

RUIZ-LAPUENTE, P. Cosmology with supernovae. **Astrophys. Space Sci.**, v. 290, p. 43–59, 2004.

SANDAGE, A.; TAMMANN, G. A. Steps toward the hubble constant. 5. the hubble constant from nearby galaxies and the regularity of the local velocity field. **Astrophys. J.**, v. 196, p. 313–328, 1975.

SANTOS, R. C.; JESUS, J. F. Simplified chaplygin gas: Deriving h_0 from ages of old high redshift objects and baryon acoustic oscillations. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON ASTRONOMY AND RELATIVISTIC ASTROPHYSICS, JOAO PESSOA, BRAZIL. **3rd International Workshop on Astronomy and Relativistic Astrophysics**. João Pessoa: Inspire, 2010. p. 235–243.

SARTORI, L. **Understanding relativity**: a simplified approach to einstein's theories. Berkeley: University of California Press, 1996. ISBN 0520079868.

SAWADA, R.; SUWA, Y. A consistent modeling of neutrino-driven wind with accretion flow onto a protoneutron star and its implications for ^{56}Ni production. **Astrophys. J.**, v. 908, n. 1, p. 6, 2021.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Annals Statist.**, v. 6, p. 461–464, 1978.

SCOLNIC, D. M. *et al.* The complete light-curve sample of spectroscopically confirmed sne ia from pan-starrs1 and cosmological constraints from the combined pantheon sample. **Astrophys. J.**, v. 859, n. 2, p. 101, 2018.

SHAPIRO, I. L.; SOLA, J. On the scaling behavior of the cosmological constant and the possible existence of new forces and new light degrees of freedom. **Phys. Lett. B**, v. 475, p. 236–246, 2000.

SHAPIRO, I. L.; SOLA, J. Scaling behavior of the cosmological constant: Interface between quantum field theory and cosmology. **JHEP**, v. 02, p. 006, 2002.

SHAPIRO, I. L. *et al.* Variable cosmological constant as a planck scale effect. **Phys. Lett. B**, v. 574, p. 149–155, 2003.

SIKIVIE, P. Detection rates for 'invisible' axion searches. **Phys. Rev. D**, v. 32, p. 2988, 1985. [Erratum: Phys.Rev.D 36, 974 (1987)].

SIKIVIE, P. Dark matter axions '96. In: **1st International Heidelberg Conference on Dark Matter in Astro and Particle Physics**. [S.l.: s.n.], 1996.

SIKIVIE, P. Axion cosmology. In: _____. **Axions**. Springer Berlin Heidelberg, 2008. p. 19–50. ISBN 9783540735182. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-73518-2_2. Acesso em: 22 out. 2024.

SIKIVIE, P. Invisible axion search methods. **Reviews of Modern Physics**, American Physical Society (APS), v. 93, n. 1, fev. 2021. ISSN 1539-0756. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.93.015004>. Acesso em: 22 out. 2024.

SITTER, W. Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences, first paper. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 76, p. 699–728, 1916.

SITTER, W. Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences, second paper. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 77, p. 155–184, 1916.

SITTER, W. On einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. third paper. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 78, n. 1, p. 3–28, 1917.

SOLA, J. Cosmological constant and vacuum energy: old and new ideas. **J. Phys. Conf. Ser.**, v. 453, p. 012015, 2013.

SOLÀ, J.; GÓMEZ-VALENT, A.; PÉREZ, J. C. First evidence of running cosmic vacuum: challenging the concordance model. **Astrophys. J.**, v. 836, n. 1, p. 43, 2017.

SPERGEL, D. N. *et al.* Wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) three year results: implications for cosmology. **Astrophys. J. Suppl.**, v. 170, p. 377, 2007.

STEINHARDT, P. **Critical Problems in Physics**. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1997.

SZYDŁOWSKI, M. Cosmological model with decaying vacuum energy from quantum mechanics. **Phys. Rev. D**, v. 91, n. 12, p. 123538, 2015.

SZYDŁOWSKI, M. *et al.* Aic, bic, bayesian evidence against the interacting dark energy model. **Eur. Phys. J. C**, v. 75, n. 99, p. 5, 2015.

TOLMAN, R. C. Effect of inhomogeneity on cosmological models. **Proc. Nat. Acad. Sci.**, v. 20, p. 169–176, 1934.

TREVISANI, S. R. G.; LIMA, J. A. S. Gravitational matter creation, multi-fluid cosmology and kinetic theory. **Eur. Phys. J. C**, v. 83, n. 3, p. 244, 2023.

TSIAPI, P.; BASILAKOS, S. Testing dynamical vacuum models with cmb power spectrum from planck. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 485, n. 2, p. 2505–2510, 2019.

TURNER, M. S.; WHITE, M. J. Cdm models with a smooth component. **Phys. Rev. D**, v. 56, n. 8, p. R4439, 1997.

UZAN, J.-P. **Dark energy, gravitation and the Copernican principle**. 2009.

VALENTIM, R.; JESUS, J. F. Thermodynamic constraints on matter creation models. **Eur. Phys. J. C**, v. 80, n. 11, p. 1035, 2020.

VALENTIM, R.; RANGEL, E.; HORVATH, J. E. On the mass distribution of neutron stars: Masses of neutron stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press (OUP), v. 414, n. 2, p. 1427–1431, mar. 2011. ISSN 0035-8711. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18477.x>. Acesso em: 22 out. 2024.

VALENTINO, E. D. *et al.* In the realm of the hubble tension—a review of solutions. **Class. Quant. Grav.**, v. 38, n. 15, p. 153001, 2021.

VALENTINO, E. D. *et al.* In the realm of the hubble tension—a review of solutions. **Class. Quant. Grav.**, v. 38, n. 15, p. 153001, 2021.

VELTEN, H. E. S.; MARTTENS, R. F. vom; ZIMDAHL, W. Aspects of the cosmological “coincidence problem”. **Eur. Phys. J. C**, v. 74, n. 11, p. 3160, 2014.

VISHWAKARMA, R. G. Consequences on variable lambda models from distant type ia supernovae and compact radio sources. **Class. Quant. Grav.**, v. 18, p. 1159–1172, 2001.

VOLLICK, D. N. $1/r$ curvature corrections as the source of the cosmological acceleration. **Phys. Rev. D**, v. 68, p. 063510, 2003.

VOLLICK, D. N. On the viability of the palatini form of $1/r$ gravity. **Class. Quant. Grav.**, v. 21, p. 3813–3816, 2004.

WANG, B.; GONG, Y.-g.; ABDALLA, E. Transition of the dark energy equation of state in an interacting holographic dark energy model. **Phys. Lett. B**, v. 624, p. 141–146, 2005.

WANG, B.; LIN, C.-Y.; ABDALLA, E. Constraints on the interacting holographic dark energy model. **Phys. Lett. B**, v. 637, p. 357–361, 2006.

WANG, B. *et al.* Thermodynamical description of the interaction between dark energy and dark matter. **Phys. Lett. B**, v. 662, p. 1–6, 2008.

WANG, B. *et al.* Interacting dark energy and dark matter: Observational constraints from cosmological parameters. **Nucl. Phys. B**, v. 778, p. 69–84, 2007.

WANG, L.-M. *et al.* Cosmic concordance and quintessence. **Astrophys. J.**, v. 530, p. 17–35, 2000.

WANG, P.; MENG, X.-H. Can vacuum decay in our universe? **Class. Quant. Grav.**, v. 22, p. 283–294, 2005.

WEINBERG, S. **Gravitation and Cosmology**: Principles and applications of the general theory of relativity. New York: John Wiley and Sons, 1972. ISBN 978-0-471-92567-5, 978-0-471-92567-5.

WEINBERG, S. The cosmological constant problem. **Rev. Mod. Phys.**, v. 61, p. 1–23, 1989.

WEINBERG, S. The cosmological constant problems. In: **4th International Symposium on Sources and Detection of Dark Matter in the Universe (DM 2000)**. [S.l.: s.n.], 2000. p. 18–26.

WEINBERG, S. Einstein's mistakes. **Phys. Today**, v. 58N11, p. 31–35, 2005.

WEINBERG, S. **Cosmology**. [S.l.]: OUP Oxford, 2008. (Cosmology). ISBN 9780191523601.

WEN, X.-G.; WITTEN, E. Electric and magnetic charges in superstring models. **Nucl. Phys. B**, v. 261, p. 651–677, 1985.

WU, X.-P. *et al.* A comparison of different cluster mass estimates: consistency or discrepancy ? **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 301, p. 861, 1998.

ZEE, A. **Quantum Field Theory in a Nutshell**: Second edition. [S.l.]: Princeton University Press, 2010. ISBN 978-0-691-14034-6.

ZIMDAHL, W.; PAVON, D. Interacting quintessence. **Phys. Lett. B**, v. 521, p. 133–138, 2001.

ZWICKY, F. Die rotverschiebung von extragalaktischen nebeln. **Helv. Phys. Acta**, v. 6, p. 110–127, 1933.

ÖZTAŞ, A. M. The effects of a varying cosmological constant on the particle horizon. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 481, n. 2, p. 2228–2234, 2018.