



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
**CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

**NATÁLIA GALVÃO SIMÃO DE SOUZA**

**O ENSINO DA LÓGICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**Guaratinguetá**  
**2013**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
**CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

**NATÁLIA GALVÃO SIMÃO DE SOUZA**

## **O ENSINO DA LÓGICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Ana Paula Marins Chiaradia

**Guaratinguetá**  
**2013**

S731e Souza, Natalia Galvão Simão de  
O ensino da lógica na educação básica / Natalia Galvão  
Simão de Souza. – Guaratinguetá : [s.n.], 2013  
91.: il.  
Bibliografia: f. 41-44

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática-  
Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia do  
Campus de Guaratinguetá, 2013  
Orientadora: Profa. Dra. Ana Paula Marins Chiaradia

1.Lógica 2. Matemática – estudo e ensino I. Título  
CDU 510.6.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

## O ENSINO DA LÓGICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

NATÁLIA GALVÃO SIMÃO DE SOUZA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "GRADUADO EM  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Prof.<sup>a</sup> Dra. Ana Paula Marins Chiaradia  
Coordenadora

### BANCA EXAMINADORA:

Prof.<sup>a</sup> Dra. ANA PAULA MARINS CHIARADIA  
Orientadora/UNESP-FEG

Prof.<sup>a</sup> Dra. URSULA ANDREA BARBARA VERDUGO ROHRER  
UNESP-FEG

Prof.<sup>a</sup> Dra. FABIANE MONDINI  
UNESP-FEG

Dezembro de 2013

Dedico este trabalho à minha mãe Geralda, às minhas tias-avós Luiza e Irene e ao meu namorado José de Arimatea.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, pois nada seria sem as bênçãos que em mim foram depositadas.

À minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dra. Ana Paula Marins Chiaradia, que inspirou a escolha do tema deste trabalho e deu apoio para a conclusão desta tão importante etapa da minha formação.

À minha família, que sempre compreendeu as minhas ausências e deu apoio nas dificuldades.

Aos professores que me orientaram durante minha participação no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência, período a que devo grande participação na minha formação profissional e pessoal.

Aos professores que tive a oportunidade de conhecer ao longo do curso.

Aos colegas de classe sempre dispostos a ajudar.

É um absurdo afirmar que um homem deve ter vergonha de ser incapaz de defender-se com seus membros, mas não de ser incapaz de defender-se com o discurso e razão, quando o uso da razão é mais característico de um ser humano do que o uso de seus membros.

Aristóteles.

SOUZA, N. G. S. **O ensino da lógica na educação básica**. 2013. 91 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

## **RESUMO**

Este trabalho tem por objetivo oferecer uma visão geral do ensino da lógica na Educação Básica através da análise de diversos materiais acerca do tema. São destacadas considerações importantes de trabalhos acadêmicos da área da Educação Matemática que defendem o ensino da lógica na Educação Básica como meio para o desenvolvimento do raciocínio e promoção da aprendizagem. Inicialmente exponho uma revisão bibliográfica de obras que abordam a teoria da Lógica Formal, que apresentam formas de se trabalhar o ensino da lógica em sala de aula. A Proposta Curricular do Estado de São Paulo para a área da Matemática é analisada e são discutidos seus potenciais e características. As avaliações da aprendizagem em larga escala federais para os Ensinos Fundamental e Médio são detalhadas quanto às suas matrizes de referências e conteúdos abordados nas edições, buscando evidências de uma preocupação com a valorização do raciocínio lógico. É apresentado o portal *M<sup>3</sup> Matemática Multimídia* e um conjunto de atividades no formato de vídeo para o ensino da lógica. Após a análise dessas referências, onde o foco era a relação entre a aprendizagem da Matemática através de uma abordagem onde a lógica atua como instrumento, é possível considerar que existe um número relevante de pesquisas e publicações da área da Educação Matemática que abordam o trabalho com os conceitos da Lógica Formal. Há também evidências de uma mudança nas orientações nacionais e estaduais para a Educação Básica, o que se reflete em seus recursos didáticos e avaliações em larga escala. Mesmo assim, ainda se vê certa dificuldade na implementação dessas propostas, fato evidenciado pelas constantes críticas dos professores às mudanças realizadas nos recursos e avaliações citadas, pela recusa de uma considerável porcentagem dos docentes em adotar os materiais didáticos distribuídos e pelo baixo desempenho de alunos de escolas públicas nas avaliações da aprendizagem.

**PALAVRAS-CHAVE:** Lógica. Ensino. Matemática.

SOUZA, N. G. S. **The logic education on basic school level**. 2013. 91 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

### **ABSTRACT**

This work has as its aims to offer a general view on the teaching of logics in the basic education by means of different materials on the theme. There are highlighted considerations on academic works in the area of math education that claims the teaching of logics on basic education as a means of developing the reason and promote the learning. It is done a bibliographic review on works that approach the theory of formal logics that presents different ways of working the teaching of logics. The curricular proposition of São Paulo State for the Math area is analyzed and its characteristics are discussed. The learning evaluation in a large federal scale for the teaching of middle and basic education are detailed in its matrix of references and content approached in its editions searching the evidences of a logical reasoning worth. A portal M3 Multimedia math is presented in activities in video format for the teaching of logics. After an analyze of the references where the focus was related to the learning of Math by means of an approaching where logics acts as a tool. It is possible to consider that there is a relevant number of researches and publishing in the area of Math education that approaches the concepts of formal logics. There is also evidences of a changing in National and State orientations for a basic education that reflects in its didactics resources and evaluations in a large scale. Even though, we can face difficulties on implementation of these proposes that is pointed out by constant critics by teachers concerning the changes in the resources and cited evaluations by the resistance of a considerable percentage of teachers to adopt the didactics materials distributed by the State and by the low performance of students in Public Schools in tests of learning.

**KEYWORDS:** Logics. Teaching. Math.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Alternativa ao problema da página 15 da Situação de Aprendizagem 1 (SÃO PAULO, 2009) .....	23
Figura 3.2 – Representação do conjunto dos números reais do Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2009) .....	24
Figura 4.1 – Descritores relacionados ao tema II (BRASIL, 2008) .....	29
Figura 4.2 – Exemplo de item para o descritor 7 (BRASIL, 2008).....	30
Figura 4.3 – Exemplo de item para o descritor 15 (BRASIL, 2008).....	31
Figura 4.4– Exemplo de item para o descritor 30 (BRASIL, 2008).....	31
Figura 4.5 – Exemplo de item para o descritor (BRASIL, 2008).....	32
Figura 5.1. – Página inicial do portal Matemática Multimídia.....	35
Figura A1 - Página 3 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	45
Figura A2 - Página 4 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	46
Figura A3 - Página 5 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	47
Figura A4 - Página 6 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	48
Figura A5 - Página 7 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	49
Figura A6 - Página 8 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	50
Figura A7 - Página 9 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	51
Figura A8 - Página 10 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	52
Figura A9 - Página 11 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	53
Figura A10 - Página 12 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	54
Figura A11 - Página 13 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	55
Figura A12 - Página 14 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	56
Figura A13 - Página 15 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	57
Figura A14 - Página 16 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009) .....	58

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>1 LÓGICA E ENSINO DA MATEMÁTICA</b> .....	13
2 A LÓGICA EM TEXTOS VOLTADOS À EDUCAÇÃO BÁSICA .....	15
3 A LÓGICA NA PROPOSTA CURRICULAR E NO MATERIAL DIDÁTICO DO ESTADO DE SÃO PAULO.....	18
3.1 A ÁREA DE MATEMÁTICA.....	18
<b>3.1.1 Eixos e competências</b> .....	18
<b>3.1.2. Conteúdos e orientações</b> .....	19
3.2 CADERNOS DO ALUNO E DO PROFESSOR.....	21
<b>3.2.1 Descrição de uma situação de aprendizagem</b> .....	21
3.3 SÍNTESE.....	24
4 A LÓGICA NOS SISTEMAS DE AVALIAÇÃO.....	25
4.1 EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM) .....	25
<b>4.1.1 Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias</b> .....	25
<b>4.1.2 Exercícios Selecionados</b> .....	26
<b>4.1.3 Síntese</b> .....	28
4.2 SISTEMA DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (SAEB).....	28
<b>4.2.1 Matriz de Referência de Matemática</b> .....	29
<b>4.2.2 Exercícios Selecionados</b> .....	29
<b>4.2.3 Síntese</b> .....	32
5 A LÓGICA E OS RECURSOS MULTIMÍDIA .....	34
5.1 M <sup>3</sup> MATEMÁTICA MULTIMÍDIA .....	34
<b>5.1.1 Lewis Carroll</b> .....	35
<b>5.1.2 Vídeos e guias para o professor</b> .....	36
<b>5.1.3 Síntese</b> .....	38
CONCLUSÃO.....	39
REFERÊNCIAS .....	41
ANEXO A – SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1 .....	45
ANEXO B – PROVA DE MATEMÁTICA DO ENEM 2012 .....	59
ANEXO C – GUIAS DO PROFESSOR.....	71

## INTRODUÇÃO

A Matemática, compreendida como ciência, vem se constituindo ao longo da história como parte do conhecimento humano, abrangendo mais do que números e cálculos. Para facilitar essa compreensão, a história da Matemática vem como importante ferramenta para esclarecer os diversos modos como ela se apresenta atualmente, a partir do seu desenvolvimento ao longo dos milênios.

Em Berlingoff e Gouvêa (2008, p. 1), a Matemática é descrita com um esforço humano continuado. Não se sabe ao certo quando essa ciência começou, mas sabe-se que teve origem quando as civilizações buscavam nomear números e formas e desenvolveram regras básicas de contagem. Com a evolução da escrita e a organização da sociedade, a Matemática se tornou instrumento de controle dos governos. Era importante saber o tamanho dos campos, a quantidade de alimentos produzidos, o valor devido em impostos, etc. Diversas civilizações desenvolveram métodos para se resolver problemas cada vez mais complicados, e lançavam mão de tábuas, papiros e outros artefatos para realizar cálculos que iam além das aplicações práticas, mas ainda não passavam de padrões que surgiram de situações cotidianas e que poderiam ser imitados em situações com as mesmas características.

Os gregos inseriram o raciocínio lógico e a demonstração na Matemática, causando uma transformação definitiva. A Matemática grega se caracteriza justamente por desenvolver o caráter racional, onde as demonstrações possuem argumentos irrefutáveis e têm validade universal. Com Aristóteles surge a Lógica Formal. Não que a lógica não existisse antes, mas lhe coube organizar as regras para se classificar as formas válidas de argumentação. A lógica aristotélica é, portanto, o estudo da validade dos argumentos encadeados segundo premissas das quais se podem extrair uma conclusão. Quando a lógica formal privilegiou a linguagem simbólica, se tornou um perfeito instrumento para a articulação das teorias matemáticas. Também se tornou de grande relevância pelo seu caráter de ciência dedutiva, o que baseou, por exemplo, toda a obra de Euclides, *Os elementos* (SILVA, 2007, p. 31). Essa forma de pensar também foi base para os trabalhos de muitos matemáticos, inclusive de Leibniz e De Morgan.

Machado (2001, p. 75) destaca o fato de muitas vezes ouvirmos como justificativa para o ensino e aprendizagem da Matemática o fato de que esta disciplina desenvolve o raciocínio e, frequentemente, o termo raciocínio aparece acompanhado do adjetivo lógico. De fato, muitos filósofos contribuíram para afirmar essa associação, pois seus trabalhos ligavam a lógica à organização do discurso para validar a argumentação, o que favorecia a associação de

significados entre o pensamento *lato sensu* e o pensamento matemático. (MACHADO, 2001, p. 75)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para ensino fundamental (BRASIL, 1997, p. 15) salientam que é papel da Matemática formar a capacidade intelectual do aluno, estruturar seu pensamento, agilizar seu raciocínio dedutivo e proporcionar a sua aplicação em situações do cotidiano. Cabe também à Matemática apoiar a formação dos conhecimentos em outras áreas curriculares. Verifica-se assim uma orientação para que estados e municípios se atentem a promover a aprendizagem da Matemática levando em conta esse aspecto na elaboração de suas propostas curriculares e/ou materiais didáticos a serem distribuídos. Porém, não é esquecido o fato da Matemática se desenvolver em um processo conflitivo entre concreto e abstrato, formal e informal, finito e infinito, particular e geral, discreto e contínuo, o que se reflete no ensino da disciplina.

Nos PCN para o ensino médio (BRASIL, 2000, p. 40) há uma forte preocupação com a formação do aluno como cidadão, de forma a prepará-lo para o mercado de trabalho. Logo, o desenvolvimento de competências que auxiliem na prática profissional é o principal foco, mas há orientações para que este não seja o único caminho a ser seguido.

Contudo, a Matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo ou instrumental, mas também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas. (BRASIL, 2000, p. 40)

Estes parâmetros oficiais afirmam que o aprendizado de Matemática no ensino médio não se resume a memorização de resultados e fórmulas, mas está relacionado ao domínio de fazer matemática e pensar matemática. Esse domínio se dá a partir de um processo lento, a partir da resolução de problemas variados, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento.

Instigando o aluno a pensar, otimizamos a capacidade de análise de textos, tenham informações matemáticas ou não. Pela linguagem, construímos consensos que nos possibilitam viver em sociedade: quanto mais construímos sentidos para nossa vida, mais nos tornamos sujeitos da realidade, assumindo posição na reconstrução dos discursos, passando da simples repetição à nossa condição de autores, críticos e criativos. (BIANCHI, 2007, p. 1).

Portanto, o objetivo deste trabalho é buscar referências que apoiem o trabalho docente quando se pretender trabalhar com a lógica na sala de aula, principalmente a lógica proposicional e predicativa. Tais referências se apresentam por meio de artigos acadêmicos, livros, outros tipos de publicações de pesquisadores de reconhecida atuação na área do ensino da lógica, páginas eletrônicas, recursos multimídia e publicações oficiais. As referências encontradas serão analisadas e comentadas de forma a analisar o potencial para o ensino da lógica dos alunos do Ensino Fundamental e Médio.

Houve uma identificação com o tema “lógica” desde o início do curso. Durante as disciplinas didáticas sempre foram destacadas as relações entre ensino-aprendizagem da Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico, da prática da demonstração e da argumentação. A formação acadêmica que o curso proporcionou e a vivência escolar consolidaram a ideia da lógica como instrumento para a formação de alunos críticos e criativos.

No primeiro capítulo são destacados alguns trabalhos acadêmicos que defendem o ensino da lógica como ferramenta para o desenvolvimento do raciocínio e promoção da aprendizagem. O segundo capítulo é uma revisão bibliográfica acerca de publicações que abordam a teoria da lógica, seu ensino através de formas diferenciadas e o uso de jogos no ensino. O terceiro capítulo apresenta a Proposta Curricular do Estado de São Paulo e suas orientações para a área da Matemática. É analisada a estrutura dos problemas do material didático distribuído nas escolas estaduais. No quarto capítulo há uma análise das questões de Matemática de duas avaliações da aprendizagem em larga escala: o Exame Nacional do Ensino Médio e a Prova Brasil. É discutida a relação entre as matrizes de referência das avaliações e as questões apresentadas nas últimas edições. O quinto capítulo apresenta o portal *M<sup>3</sup> Matemática Multimídia* e os recursos nele disponíveis para o ensino da lógica.

## 1 LÓGICA E ENSINO DA MATEMÁTICA

Entre os pesquisadores da área de Educação Matemática é conhecida a importância de se incentivar a prática das demonstrações e investigações pelos alunos. Sendo assim, a lógica fornece ferramentas para desenvolver esse comportamento.

Velasco (2009, p. 74) ressalta que não há garantia que o ensino da lógica seja fator suficiente para estabelecer a autonomia de pensamento no aluno, mas pode contribuir para o pensar organizado e de forma encadeada e, conseqüentemente, auxiliar na familiarização de conceitos lógicos elementares, de forma a embasar uma postura crítica frente a argumentos.

Aos educadores deve estar claro o que se espera quando se fala em promover uma aprendizagem significativa em Matemática. Para Bianchi (2007, p. 201), aprender é adquirir competências tais como compreender, enfrentar coisas novas, dispor-se a mudança. Parece desafiador pensar em uma abordagem tão ampla justamente em uma disciplina que se caracterizou ao longo de sua formação de forma tão contrária. A lógica pode então, ser o tema transdisciplinar que auxilia o professor a facilitar a aprendizagem da arte de pensar (BIANCHI, 2007, p. 201).

Ainda em Bianchi (2007, p. 200), ao melhor especificar as competências que se objetiva desenvolver nos alunos, ressalta-se: a capacidade de analisar e interpretar textos, matemáticos ou não, com algumas ou nenhuma informações matemáticas; estabelecer relações produtivas com as informações; definir, refletir, indagar, propor hipóteses, pesquisar, organizar e reorganizar ideias, duvidar, imaginar, criar, re-elaborar, comparar, demonstrar, argumentar.

Pode-se contribuir para a formação de um aluno crítico e criativo ao usarmos argumentações na sala de aula, não só de matemática como de todas as disciplinas. Quando o aluno participa de discussões e processos argumentativos, constrói novos sentidos, amplia seu mundo e transforma-se. O argumentar nunca se esgota, novas vivências originam novas perguntas, cujas respostas constituem novos domínios do conhecimento. Assim, o que importa neste uso da Lógica no ensino não é o conteúdo, mas a perspectiva, a relação, o modo de ser. (BIANCHI, 2007, p. 200)

Vê-se então uma profunda ligação entre a experiência e o pensar. Não estaria a Matemática dividida entre empírico e razão. O desenvolvimento de um modo de pensar que privilegia a argumentação, o uso dos princípios da lógica e da razão pode se dar pelas experiências vividas e pelas exigências que essas experiências impuseram. Retratar em sala de aula tais tipos de experiências se apresenta como um bom caminho orientador para o professor. Estabelecer relações interdisciplinares pode facilitar a concretização de atividades

que se encaixem nesse contexto de debate, discussões e argumentação, e até mesmo de competição, que bem se sabe ser de grande poder motivacional.

[...] defendemos que no processo de constituição do conhecimento matemático, não é possível atribuir maior valor ao aspecto intuitivo ou ao lógico, ou mesmo concebê-los como excludentes e que o intuitivo apóia-se no lógico e vice-versa, em níveis cada vez mais elaborados, num processo gradual e dinâmico, em forma de espiral. Entendemos que o equilíbrio entre os aspectos lógico e intuitivo deve estar presente em cada um dos níveis e que, nesses últimos, o caráter intuitivo e o lógico estão suscetíveis a mudanças, por exemplo, o que é lógico num nível pode passar a ser intuitivo num outro. (MENEGHETTI, 2009, p. 162)

Ao despertar a capacidade do aluno pensar, estamos consequentemente abrindo as portas para que este se posicione frente às ações do próprio professor. Velasco (2008, p. 188) levanta o questionamento de que talvez haja esse receio de alguns educadores. Haveria também o receio quanto a trabalhabilidade dos conceitos de lógica, e a autora cita o fato de que exemplos extraídos de jornais, campanhas publicitárias, e de outras fontes próximas aos alunos podem ser utilizados.

Serão posteriormente apresentados alguns recursos didáticos não tão comuns a alguns professores, e discutidos os seus potenciais educativos. Mas sabe-se que em alguns casos a utilização de tais tipos de recursos causa resistência na sua adoção, o que pode por fim não levar ao resultado esperado que é modificar em algum aspecto a prática docente (MENEGHETTI, 2009, p. 177).

## 2 A LÓGICA EM TEXTOS VOLTADOS À EDUCAÇÃO BÁSICA

Para estudantes e profissionais da área de Matemática, é evidente a possibilidade de se relacionar a Lógica e os conteúdos matemáticos dos currículos dos Ensinos Fundamental e Médio. Problemas propostos nas aulas de Matemática podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento voltado para a argumentação, e em contrapartida isso promove a assimilação de conhecimentos matemáticos.

Em diversos materiais amplamente utilizados por professores da Educação Básica<sup>1</sup>, é percebida a falta de orientações claras e objetivas sobre ações práticas para o desenvolvimento da Matemática no seu caráter de ciência dedutiva.

Porém já se observa uma tendência a se privilegiar outros aspectos na produção e escolha dos recursos a serem utilizados nos âmbitos nacional e estadual. Nosso desafio consiste em pesquisar dentro dos recursos hoje disponíveis quais são os conteúdos lógicos trabalhados e como eles estão sendo aplicados de forma a desenvolver o ensino de determinados conteúdos da Matemática.

Para vencer esse desafio é necessário, antes de tudo, estudar a estrutura da Lógica Formal, para assim poder identificá-la nos objetos de pesquisa. Abaixo segue uma síntese comentada de algumas obras que podem contribuir para o trabalho docente quanto à abordagem da lógica, desde a preparação do professor para teoria acerca do assunto até sugestões de atividades a serem desenvolvidas em sala de aula.

Em relação a alguns livros que abordam a teoria da Lógica, podemos citar Cury (1996) e Machado e Cunha (2008): em Cury (1996), a autora aborda a teoria acerca da lógica proposicional, diagramas e conjuntos e Álgebra de Boole. As definições são breves e claras, sempre acompanhadas de exemplos e exercícios. Trata-se de um livro interessante para se iniciar o contato com a teoria dos conceitos lógicos, pois os textos e exercícios são simples, porém deve-se continuar os estudos através de outras obras que desenvolvam mais profundamente outros aspectos da Lógica.

Já Machado e Cunha (2008) buscam estabelecer as ligações entre a lógica, a linguagem natural e a Matemática, fazendo um retrospecto acerca da construção das disciplinas Lógica, Gramática e Retórica. A racionalidade do ser humano estaria ligada à palavra, e à força com que os argumentos permeiam as relações humanas. São brevemente apresentadas algumas noções de lógica formal através de exemplos e definições objetivas. Aborda também a lógica na linguagem cotidiana, de forma a demonstrar como a argumentação se faz presente em diversos discursos, e os exemplos tratam de aspectos tais

como: afirmações e negações, conjunções e disjunções, implicações e equivalências, contradições e tautologias, falácias, entimemas, dilemas e conta até piadas sobre lógica. Faz-se uma visão panorâmica das lógicas não-clássicas, temporais, modais, trivalentes, indutivas, paraconsistentes, e como essas extensões da Lógica Formal vêm com o intuito de preencher lacunas do formalismo clássico. Por fim, há uma coletânea de exercícios de raciocínio lógico, onde se destacam exercícios de Língua Portuguesa retirados de vestibulares, nos quais a resolução se dá a partir da utilização de conceitos de Lógica.

Sobre publicações que abordam formas diferentes de se promover a aprendizagem, podemos citar os artigos de Silva e Kodama (2004) sobre o uso de jogos no ensino, de Paiva e Silva (2004) sobre um ambiente virtual para o ensino da Lógica e de Silva e Zeni (2004) sobre um jogo de dominó para o ensino da lógica proposicional. Os livros de Smullyan (2000) e Stewart (2012) apresentam enigmas lógicos e o livro de Machado (2000) se destina às séries iniciais da Educação Básica.

Para Silva e Kodama (2004), o jogo é uma brincadeira, e quando uma criança brinca, demonstra prazer em aprender e tem oportunidade de lidar com satisfação e frustração, aprendendo a agir de acordo com o ambiente e enfrentar os desafios. Assim, nada mais natural em tentar conciliar brincadeira e aprendizagem escolar. Num contexto de jogo, a participação ativa do aluno é recompensada, pois há uma relação positiva com a aquisição de conhecimento e o aluno se torna o agente na construção do seu raciocínio e saber. Sendo assim, os jogos são instrumentos para exercitar e estimular um agir-pensar com lógica e critério, pois sob essas condições o aluno irá jogar bem e ter um bom desempenho escolar.

Explorando as características dos enigmas lógicos das obras *Aventuras de Alice no País das Maravilhas* e *Através do espelho*, de Lewis Carrol, Smullyan (2000) cria enigmas lógicos onde os personagens são os mesmos das obras de Carroll. É um grande banco de dados que fornece enigmas a serem apresentados para diversas idades, por exemplo, existem enigmas que se destinam aos leitores jovens que ainda não estudaram álgebra, enquanto que existem enigmas que intrigarão até mesmo os professores.

Paiva e Silva (2004) apresentam o ambiente virtual *ProLógica*, que tem por objetivo apoiar o ensino de lógica para a área de computação. Neste ambiente é possível que os usuários realizem demonstrações utilizando regras básicas de Dedução Natural. Através dos conhecimentos teóricos, espera-se que o aluno desenvolva o raciocínio lógico através do ambiente. Não é necessário nenhum conhecimento prévio em uma linguagem de programação específica e o ambiente é uma alternativa para o ensino dos conteúdos de lógica

proposicional, permitindo o aluno construir os conceitos desenvolvidos na disciplina do curso de graduação.

Em Silva e Zeni (2004), há uma descrição do processo de elaboração de um jogo de dominó para o ensino da lógica proposicional. Este jogo é destinado a todos que irão estudar lógica proposicional. Para jogar é necessário conhecer os conectivos lógicos e as expressões que os envolvem, e o jogo se assemelha ao jogo de dominó comum e o objetivo deste jogo é proporcionar ao aluno o desenvolvimento de habilidade com o cálculo proposicional. Foi relatada uma boa aceitação por parte dos alunos que participaram de uma atividade com o jogo.

Em Stewart (2012), o objetivo é mostrar a face divertida da Matemática através de jogos, enigmas e desafios lógicos. São vinte e um capítulos que abordam desde temas presentes nos currículos escolares até aqueles que geralmente são abordados apenas em cursos superiores das ciências exatas. O autor torna possível a compreensão de raciocínios elaborados a qualquer pessoa, incentivando a investigação e a descoberta. Destacam-se as ligações que o autor faz entre temas variados, tais como tribunais de justiça, nós de marinheiro, brincadeira da cama de gato e conceitos matemáticos como geometria, probabilidades, análise combinatória, topologia, teoria dos números, além de várias áreas da matemática aplicada.

O livro paradidático de Machado (2000) apresenta conceitos sobre lógica de forma divertida, através de diálogos representados em figuras atrativas ao leitor das séries iniciais. Aborda o contexto histórico em que a Lógica Aristotélica surgiu, apresenta sofismas, falácias e proposições categóricas, argumentos, sempre relacionando-os com o cotidiano e outras áreas como História, Língua Portuguesa, Filosofia e Artes.

Diante do tema exposto, passaremos agora a tratar da Lógica presente na proposta de ensino do governo do Estado de São Paulo.

### **3 A LÓGICA NA PROPOSTA CURRICULAR E NO MATERIAL DIDÁTICO DO ESTADO DE SÃO PAULO**

Neste capítulo analisaremos a proposta curricular do estado de São Paulo, observando a forma como foi estruturada, buscando informações quanto a sua justificativa pedagógica e os demais aspectos relevantes, destacando uma das situações de aprendizagem propostas nos cadernos do aluno<sup>1</sup>.

#### **3.1 A ÁREA DE MATEMÁTICA**

Na proposta curricular do Estado de São Paulo, a Matemática constitui uma das quatro áreas, Matemática e suas tecnologias, e as outras três são: Ciências humanas e suas tecnologias; Ciências da natureza e suas tecnologias; Linguagens, códigos e suas tecnologias. Esta proposta se baseou em propostas anteriores e manteve a Matemática como uma área específica, diferenciando-a das linguagens e das ciências naturais.

Para tal fato, a justificativa se baseia em três aspectos: a Matemática perderia a sua especificidade quando agregada a outras áreas - se incorporada a área de Ciências, poderia haver uma distorção do fato de que a Matemática constitui um conhecimento específico da Educação Básica; a Matemática como área específica pode facilitar a incorporação crítica dos recursos tecnológicos de forma a proporcionar a transformação de informação em conhecimento. Porém, não é objetivo desta proposta caracterizar a Matemática como um tema excessivamente especializado, mas se busca explorar as possibilidades que a Matemática servir as outras áreas do conhecimento.

##### **3.1.1 Eixos e competências**

Levando em consideração as orientações dos PCN e da matriz de referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), destaca-se que as disciplinas das diversas áreas devem ter seu foco principal no desenvolvimento das competências pessoais dos alunos. A partir disso, a proposta apresenta três eixos a serem norteadores da ação educacional no ambiente escolar.

- O eixo expressão/compreensão: a capacidade de expressão do eu, por meio das diversas linguagens, e a capacidade de compreensão do outro, do não-eu, do que me complementa, o que inclui desde a leitura de um texto até a compreensão de fenômenos históricos, sociais, econômicos, naturais etc.

---

<sup>1</sup> Os cadernos do aluno e do professor são os materiais didáticos distribuídos na rede estadual do Estado de São Paulo e são um complemento a proposta curricular.

- O eixo argumentação/decisão: a capacidade de argumentação, de análise e de articulação das informações e relações disponíveis, tendo em vista a construção de consensos e a viabilização da comunicação, da ação comum, além da capacidade de decisão, de elaboração de sínteses dos resultados, tendo em vista a proposição e a realização da ação efetiva.
- O eixo contextualização/abstração: a capacidade de contextualização, de enraizamento dos conteúdos estudados na realidade imediata, nos universos de significações – sobre tudo no mundo do trabalho – e a capacidade de abstração, de imaginação, de consideração de novas perspectivas, de potencialidades no que ainda não existe.

Os três eixos ressaltam o papel fundamental da Matemática. Junto à língua materna atua como meio de expressão e compreensão da realidade. Quando se refere ao segundo eixo, a Matemática assume o papel de instrumento para o desenvolvimento da análise racional, contribuindo para a construção das formas válidas de raciocínio lógico, seja ele indutivo ou dedutivo, para capacidade de sintetizar, de tomar decisões. No terceiro eixo, a Matemática é um campo adequado para a aprendizagem dos conceitos de concreto e abstrato, uma vez que os objetos matemáticos são os melhores exemplos para se compreender a articulação entre abstração e realidade concreta e não há conhecimento sem abstração.

De forma a contemplar estes três eixos, as cinco competências da matriz de referência do ENEM foram associadas da seguinte forma:

- Competência I: capacidade de expressão em diferentes linguagens, incluídas a língua materna, a Matemática, as artes, entre outras.
- Competência II: capacidade de compreensão de fenômenos, que incluem desde a leitura de um texto até a “leitura” do mundo.
- Competência III: capacidade de contextualizar, de enfrentar situações-problema, ficando implícita a valorização da imaginação, da necessária abstração quando se criam novos contextos.
- Competência IV: capacidade de argumentar de modo consistente, de desenvolver o pensamento crítico.
- Competência V: capacidade de decidir, após as análises argumentativas, e elaborar propostas de intervenção solidária na realidade.

### **3.1.2. Conteúdos e orientações**

## O que ensinar

A proposta curricular do Estado de São Paulo para a Matemática é constituída por quatro blocos temáticos: os três blocos básicos já contemplados em propostas anteriores (Números, Geometria, Grandezas e Medidas) e um quarto bloco, o Tratamento da Informação. Cada um dos blocos está presente, direta ou indiretamente, na lista dos conteúdos a serem ensinados em todas as séries dos Ensinos Fundamental e Médio.

O bloco *Números* tem por objetivo para o Ensino Fundamental a ampliação da ideia do campo numérico, através de situações-problema, para que ao final deste ciclo o aluno reconheça e saiba operar no campo numérico real, preparando-o para ingressar no ensino médio, onde ocorrerão os aprofundamentos sobre este campo.

Para o bloco *Geometria*, o Ensino Fundamental deve se preocupar com o reconhecimento, representação e classificação de formas planas e espaciais, dando prioridade ao trabalho com contextualização e a articulação do raciocínio lógico-dedutivo. É comum haver uma divisão, onde Geometria Plana é abordada no Ensino Fundamental e a Geometria Espacial no Ensino Médio. Porém, esta proposta afirma que a Geometria deve ser abordada durante todos os anos da Educação Básica, adotando a abordagem em espiral, ou seja, aparece em todos os anos dos ensinos Fundamental e Médio diferenciando-se apenas pelo grau de aprofundamento em cada momento.

O destaque para o bloco *Grandezas e Medidas* está para o fato de este favorecer a interdisciplinaridade. No Ensino Fundamental, pode-se abordar a sua ligação com números decimais e as frações por meio de contextualizações onde há a necessidade de transformar múltiplos e submúltiplos de medidas, e na geometria há o cálculo de áreas e volumes. No Ensino Médio, dá-se continuidade ao estudo de figuras planas e espaciais, através da relação entre grandezas, inserem-se as ideias de proporção direta e inversa, abordam-se as relações entre potência e expoente, arco e tangente, etc.

O quarto bloco, *Tratamento da Informação*, se trata de uma atualização na proposta curricular. Este bloco privilegia o desenvolvimento das competências relacionadas ao eixo argumentação/decisão, pois além da organização e análise de dados, aborda: o estudo de matrizes, utilizado em programação de computadores; planejamento de pesquisa estatística com utilização de técnicas de amostragem e questionários; investigações em torno de estatística descritiva e inferência estatística; estratégias de contagem; cálculo de probabilidades; etc.

## **Como ensinar**

O diferencial desta proposta é o objetivo de estabelecer uma articulação entre os conteúdos, uma vez que os conteúdos propostos para cada série não se diferenciam do que usualmente é encontrado nos diversos sistemas de ensino.

Nos cadernos dos professores estão as sugestões para o desenvolvimento dos trabalhos ao longo dos bimestres. O grau de aprofundamento para cada conteúdo fica a cargo do professor, porém a exclusão de algum tópico não é esperada, pois cada um dos assuntos auxilia outros. O professor pode privilegiar abordagem de algum assunto de acordo com o contexto escolar, sem eliminar os demais.

Orienta-se também que um mesmo tema matemático pode ser trabalhado de diversas formas, alternando até mesmo o tempo necessário para a sua exploração. O grau de aprofundamento no tema está relacionado com os objetivos que o professor estabelece, o que permite que um tema possa se estender para além do bimestre letivo sugerido na grade curricular, assim como o contrário também pode ocorrer, por isso da importância do planejamento do professor. Entre os Ensinos Fundamental e Médio um mesmo tema pode ser retomado de tal forma a se desenvolver uma ampliação de horizontes ou uma resignificação de ideias.

### **3.2 CADERNOS DO ALUNO E DO PROFESSOR**

Os Cadernos do Aluno e do Professor são os materiais didáticos distribuídos na rede estadual do Estado de São Paulo, e são um complemento a Proposta Curricular de 6º a 9º anos do Ensino Fundamental – ciclo II e do Ensino Médio. (SÃO PAULO, 2009, p. )

Os conteúdos dos cadernos são estruturados de uma forma diferenciada, e para melhor constatar os aspectos que divergem de outros recursos será apresentada uma parte de um dos cadernos em que certo assunto é abordado.

#### **3.2.1 Descrição de uma situação de aprendizagem**

Os cadernos trabalham com situações de aprendizagem. A abordagem de um certo assunto já se inicia com a proposta de atividades, sem o compromisso em apresentar antes de tudo as definições.

Neste texto trabalharemos com situação de aprendizagem número 1 (um) do caderno da 8ª série/9º ano do primeiro bimestre (volume 1)<sup>2</sup>.

O caderno do professor traz várias páginas com orientações para o desenvolvimento desta situação de aprendizagem. É sugerido um tempo de duas semanas e meia, destacam-se os conteúdos e temas abordados, tais como diagramas de Venn (Euler), operações e relações entre conjuntos, classificação dos conjuntos numéricos, e as competências e habilidades que se espera desenvolver acerca do tema. A estratégia é o uso de diagramas para representar conjuntos numéricos e argumentos lógicos.

Há uma justificativa para o ensino do tema e quais devem ser os enfoques durante o trabalho. Os conjuntos e suas relações devem ser estudados por estarem voltados para o desenvolvimento do raciocínio lógico e a resolução de problemas, e é sob essa perspectiva que a situação de aprendizagem deve ser desenvolvida.

O problema inicial envolve a interseção de conjuntos, e chamam a atenção dos alunos para o fato de que a soma dos números de elementos de cada conjunto em separado supera o número dos elementos de todos os conjuntos. Deve ser desenvolvida a interpretação do enunciado, pois é de grande importância os alunos compreenderem, por exemplo, a diferença entre “35 acertaram a primeira questão” e “35 alunos acertaram somente a primeira questão”<sup>3</sup>.

É então iniciada a apresentação da representação dos conjuntos e relações lógicas por meio de diagramas. Um breve texto define e exemplifica a utilização dos diagramas de Venn (Euler), e a atividade seguinte consiste na transformação dos enunciados em representações por meio de diagramas. Neste momento os alunos não devem apresentar grandes dificuldades, pois se trata um aspecto inicial desse tipo de representação<sup>4</sup>.

O texto seguinte trata das relações entre conjuntos (inclusão, interseção, reunião ou união, diferença, complementar, conjuntos mutuamente exclusivos). Tais relações são definidas através de linguagem formal, e as atividades referentes a esse texto consistem em escolher dentre três alternativas, qual a expressão simbólica que melhor representa um diagrama dado, e a outra faz o caminho inverso, dada uma expressão simbólica da relação entre conjuntos, pede-se representar no diagrama a parte que representa a expressão. Este trecho se afasta das intenções demonstradas na proposta curricular e nos cadernos do professor, pois se trata do método corriqueiro de se apresentar definições seguidas de exercícios para aplicação. Tal aspecto do tema poderia ser melhor desenvolvido seguindo as próprias orientações contidas nos dois documentos citados<sup>5</sup>.

Para abordar a relação entre diagramas e lógica, demonstra-se que os diagramas podem ser utilizados para representar os silogismos, compostos por duas premissas e uma conclusão. Um exercício apenas, onde três silogismos são apresentados e pede-se para apontar qual o diagrama que melhor representa-o. Neste caso, os diagramas relacionados aos

<sup>2</sup> A situação de aprendizagem se encontra no Anexo A.

<sup>3</sup> Ver Figuras A1 e A2 do Anexo A.

<sup>4</sup> Ver Figuras A2 e A3 do Anexo A.

<sup>5</sup> Ver Figuras A4 a A6 do Anexo A.

conceitos de lógica poderiam ser melhor trabalhados, pois um número maior de problemas contribuiria para a compreensão de diversas outras relações entre diagramas e lógica <sup>6</sup>.

Retoma-se ao problema inicial da situação de aprendizagem, solicitando agora que a resolução se dê pela representação por meio de diagramas. Os problemas seguintes têm enunciados maiores e um maior número de conjuntos a serem representados. Problemas deste tipo exigem mais do aluno em relação à atenção para a interpretação dos resultados e a estruturação do raciocínio para uma correta representação <sup>7</sup>.

Quanto à abordagem dos conjuntos numéricos, não há definições, apenas se limita a solicitar que seja indicado o diagrama que melhor representa os subconjuntos dos números reais. Das opções dadas, nenhuma é a representação correta, pois a que mais se aproxima da correta não contém o conjunto dos números irracionais e pode dar a entender que o conjunto dos números irracionais contém os racionais, o que não deveria ocorrer (Figura 3.1), já que no Caderno do Professor existe a representação correta para os números reais, mas essa não está entre as alternativas para o problema (Figura 3.2). Por fim, algumas expressões que relacionam os conjuntos numéricos devem ser julgadas como verdadeiras ou falsas, e as falsas devem ser escritas da forma correta <sup>8</sup>.

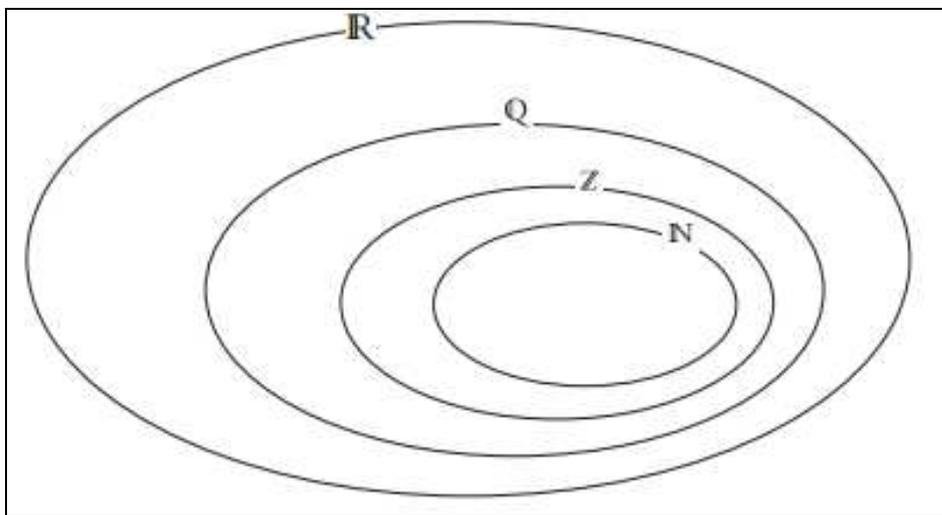


Figura 3.1 – Alternativa ao problema da página 15 da Situação de Aprendizagem 1.(SÃO PAULO, 2009)

<sup>6</sup> Ver Figuras A7 e A8 do Anexo A.

<sup>7</sup> Ver Figuras A9 a A12 do Anexo A.

<sup>8</sup> Ver Figuras A13 e A14 do Anexo A.

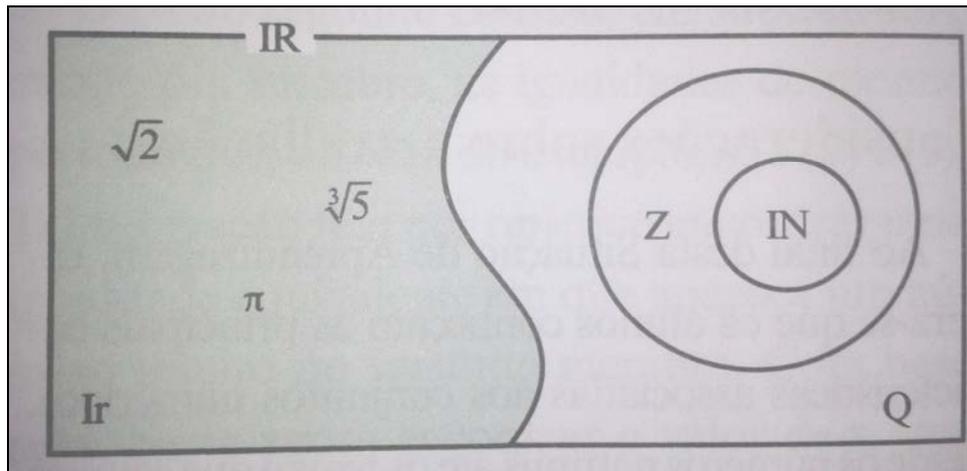


Figura 3.2 – Representação do conjunto dos números reais do Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2009)

### 3.3 SÍNTESE

A Proposta do Curricular do Estado de São Paulo chama a atenção por propor inovações em diversos aspectos. Os Cadernos do Aluno e do Professor demonstram uma preocupação em desenvolver algo novo, que possibilite o alcance dos objetivos governamentais para a educação estadual. Ainda encontram-se problemas que não estão de acordo com esse caráter inovador. Porém o professor pode utilizar os cadernos em conjunto com outros recursos didáticos e analisar as situações de aprendizagem que se encaixam em seus objetivos pedagógicos para uma determinada escola, classe ou aluno.

“A Lógica merece um lugar especial no ensino, pela possibilidade de ensinar o aluno a pensar. Professores de todos os componentes curriculares podem usá-la no desenvolvimento das capacidades de raciocinar e argumentar do aluno.” (BIANCHI, 2007, p. 2).

Concluimos, portanto, que o material didático do Estado de São Paulo possui como ponto forte o caráter diferenciado na proposta de atividades que estimulam a investigação e desenvolvimento da prática da demonstração. Porém, este mesmo aspecto causa uma dificuldade na aceitação por parte de alguns professores, por se tratar de algo que foge ao tradicional.

## 4 A LÓGICA NOS SISTEMAS DE AVALIAÇÃO

Neste capítulo serão analisados dois dos sistemas de avaliação da aprendizagem em âmbito federal, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) que abrange, além do Ensino Médio, também o Ensino Fundamental.

O objetivo é observar de que forma a Lógica se apresenta na formulação e resolução das questões e verificar se a preocupação por parte dos responsáveis pelo desenvolvimento das avaliações é valorizar o pensamento lógico dedutivo dos alunos ou a capacidade de memorizar fórmulas matemáticas.

Para isso, serão apresentados os pontos relevantes das matrizes de referência de cada uma das avaliações, assim como algumas questões selecionadas de edições anteriores e simulados disponíveis nas páginas oficiais na internet.

### 4.1 EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM)

O principal objetivo do ENEM, criado em 1998, é avaliar o desempenho dos estudantes e, a partir dessa avaliação, buscar melhorias para esse nível de ensino. Mas, a partir de 2009, passou a ser utilizado também como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior.

No mesmo ano de 2009, as provas objetivas passaram a ser estruturada em quatro matrizes, uma para cada área de conhecimento. Cada uma das quatro áreas é composta por 45 questões. Cada um dos cadernos é composto por duas áreas de conhecimento, totalizando 90 questões por caderno.

#### 4.1.1 Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias

Na matriz de referência do ENEM, existem cinco eixos cognitivos comuns a todas as áreas, e abaixo estão aqueles relevantes para a nossa análise em relação à Lógica (ENEM, 2013, p. 1):

III. Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações problema.

IV. Construir argumentação (CA): relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir consistente. (ENEM, 2013, p. 1)

Este mesmo documento apresentar competências relacionadas a sete áreas do conhecimento matemático, e para cada uma dessas competências há um conjunto de

habilidades. Observa-se que duas das habilidades explicitam o que já foi apresentado nos eixos cognitivos comuns a todas as áreas de conhecimento, agora aplicados na Matemática.

Competência de área 1 - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação. (ENEM, 2013, p. 1-4)

É possível dizer que a matriz de referência do ENEM mostra que existe uma preocupação em avaliar o aluno não só quanto a sua capacidade de resolver numericamente as questões propostas, mas quanto as suas habilidades de resolver situações-problema e construir argumentação consistente, o que já sabemos ser o eixo central do pensamento que proporciona o desenvolvimento do raciocínio lógico.

#### 4.1.2 Exercícios Selecionados

Para verificar se existe relação entre a matriz de referência proposta e as questões das provas aplicadas, são destacados alguns exercícios da última edição do ENEM disponibilizada na página oficial, a edição de 2012. Os enunciados das questões encontram-se no Anexo B.

Podemos destacar questões que envolvem escalas de medidas. Na edição de 2012, existem duas questões que abordam esse tema, as questões 137 e 161. Para tais questões o aluno deve organizar o raciocínio de forma a estruturar uma regra de três, na qual irá descobrir a relação entre a medida do desenho em escala e medida real. É muito importante que o aluno esteja familiarizado com a atividade de estruturação do raciocínio, pois se resume a esta etapa toda a resolução da questão, não requisitando outros conceitos ou fórmulas específicos de algum tema matemático. Os enunciados das questões encontram-se no Anexo B.

Foram oito as questões que envolviam leitura de gráficos e tabelas. São as questões 140, 143, 144, 158, 159, 164, 170 e 175. É amplamente discutida atualmente a importância do desenvolvimento de competências que envolvam o tratamento de informações, pois este tema contribui em diversos aspectos, tais como a atualização do conhecimento e compreensão da sociedade em que o aluno está inserido, porém chama a atenção o fato de haver um grande número de questões acerca de um mesmo tema em uma única edição da prova. De qualquer modo, para o aluno resolver esse tipo de questão deve se atentar para a transformação de informações entre linguagens, o que requer não apenas leitura, mas habilidade em buscar as informações que são pertinentes para resolução, designando-as das outras que não serão utilizadas. Os enunciados das questões encontram-se no Anexo B.

As questões que requisitavam o cálculo numérico simples, utilizando-se apenas das operações fundamentais, foram sete. São elas, 142, 146, 156, 160, 167, 169 e 173. O ENEM se diferencia pelo fato de não exigir que o aluno tenha que decorar fórmulas ou definições para resolver as questões. Alguns enunciados tratam sobre alguns temas específicos, como funções, escalas, gráficos, e outros se resumem às operações básicas. Não que estes exercícios sejam menos importantes ou mais fáceis, mas fazem diminuir o número de tópicos matemáticos que são abordados, evidenciando as concepções dos responsáveis pela elaboração do ENEM, e contribuindo para justificativa do foco desta pesquisa. Os enunciados das questões encontram-se no Anexo B.

Nesta mesma edição, quatro questões abordaram as transformações de unidades de medidas, as questões 139, 168, 172 e 180. As transformações de unidades de medidas são um tópico importante a ser abordado, pois está direta e constantemente ligado ao nosso cotidiano. Proporcionar o aluno com a compreensão efetiva das relações entre as unidades de medida de

maneira eficaz com certeza terá forte influência nas suas atividades escolares e de trabalho. Os enunciados das questões encontram-se no Anexo B.

#### 4.1.3 Síntese

Com base na leitura das avaliações dos últimos anos e analisando especificamente os exercícios selecionados, se pode afirmar que as questões foram desenvolvidas de forma a cumprir com as orientações da matriz de referência. Porém é registrado um grande número de enunciados parecidos ao longo das quatro últimas edições, que abordam um mesmo tema buscando a contextualização, de modo a criar padrões, o que pode gerar justamente o que não se espera, ou seja, que o aluno se prenda à memorização de modelos de resolução que possam ser aplicados em situações similares.

A prova de Matemática do Novo ENEM tem evidenciado que a tendência para os próximos anos é a diminuição de questões que necessitam de fórmulas complexas e definições engenhosas, pois entre 2009 a 2012, a maioria das questões apresentou características de resolução de problemas contextualizados e em alguns casos interdisciplinares.

A prova de Matemática do Novo ENEM nos demonstrou ser preciso focar o ensino de Matemática mais na compreensão dos conceitos do que na memorização de fórmulas. Assim, nós como Educadores Matemáticos temos a função de refletir a respeito de um currículo e de práticas pedagógicas, que também contemplam os princípios do Novo ENEM. (RODRIGUES, 2013)

## 4.2 SISTEMA DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (SAEB)

O SAEB avalia a Educação Básica brasileira e, assim como o ENEM, tem o objetivo de utilizar o seu resultado para contribuir para a melhoria da qualidade dos níveis de ensino que compõem a Educação Básica: Fundamental e Médio. Serve também como um dos fatores para o cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). (SAEB, 2013).

O SAEB é composto por três avaliações externas em larga escala:

- Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB): aplicada de maneira amostral, aos alunos das redes públicas e privadas do país, em áreas urbanas e rurais, matriculados na 4ª série/ 5º ano e 8ª série/ 9º ano do Ensino Fundamental e no 3º ano do Ensino Médio
- Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), também denominada "Prova Brasil": avaliação censitária envolvendo os alunos da 4ª série/ 5º ano e 8ª série/ 9º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal.
- Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA): avaliação censitária envolvendo os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas.

Iremos analisar a Prova Brasil por abordar a Matemática, acontecer de forma censitária e somente nos anos finais do Ensino Fundamental, e assim teremos duas avaliações que abrangem o foco de trabalho do professor formado em Licenciatura em Matemática, o segundo ciclo dos Ensinos Fundamental e Médio.

#### 4.2.1 Matriz de Referência de Matemática

O foco da matriz de referência de Matemática da Prova Brasil é a resolução de problemas, o que reflete a ideia de que há uma aprendizagem significativa quando o aluno é capaz de resolver situações desafiadoras através do desenvolvimento de estratégias de resolução (BRASIL, 2008, p. 77).

A matriz de referência é estruturada de acordo com as séries avaliadas. Para cada série há um conjunto de descritores que indicam a habilidade a ser desenvolvida. Não são contemplados todos os conteúdos do currículo básico, mas os julgados mais importantes.

Os conteúdos associados às competências e habilidades desejáveis para cada série e ainda, para cada disciplina, foram subdivididos em partes menores, cada uma especificando o que os itens das provas devem medir – estas unidades são denominadas "descritores". Esses, por sua vez, traduzem uma associação entre os conteúdos curriculares e as operações mentais desenvolvidas pelos alunos. Os descritores, portanto, especificam o que cada habilidade implica e são utilizados como base para a construção dos itens dos testes das diferentes disciplinas. (BRASIL, 2008).

Abaixo, na Figura 4.1, segue um exemplo de como se apresentam esses descritores para um determinado tema para a 8ª série/ 9º ano do Ensino Fundamental.

<b>Tema II. Grandezas e Medidas</b>	
<b>Descritores</b>	<b>8ª/9º EF</b>
Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas	<b>D12</b>
Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas	<b>D13</b>
Resolver problema envolvendo noções de volume	<b>D14</b>
Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida	<b>D15</b>

Figura 4.1 – Descritores relacionados ao tema II. (BRASIL, 2008)

#### 4.2.2 Exercícios Selecionados

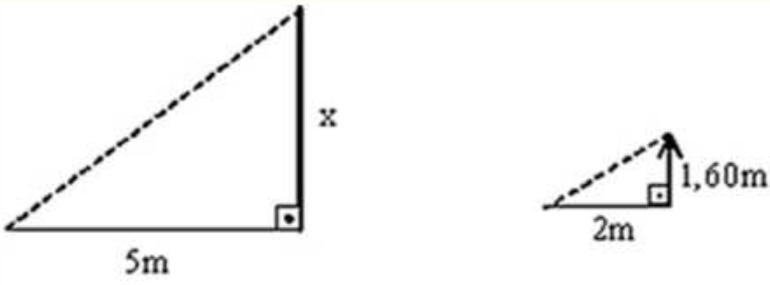
A seguir são apresentados alguns itens de edições da Prova Brasil. Estes e outros itens são apresentados e comentados no caderno destinado a gestores e professores disponível no sítio oficial do Ministério da Educação.

### Tema I: Espaço e Forma

Descritor 7: Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.

Objetivo: Avaliar a habilidade de o aluno verificar a semelhança de figuras planas, reconhecendo a manutenção ou a alteração nas medidas dos elementos das figuras (lados, ângulos, alturas, etc.). Veja a Figura 4.2.

No pátio de uma escola, a professora de matemática pediu que Júlio, que mede 1,60m de altura, se colocasse em pé, próximo de uma estaca vertical. Em seguida, a professora pediu a seus alunos que medissem a sombra de Júlio e a da estaca. Os alunos encontraram as medidas de 2m e 5m, respectivamente, conforme ilustram as figuras abaixo.



A altura da estaca media

(A) 3,6m.    ➡ (B) 4m.    (C) 5m.    (D) 8,6m.

Figura 4.2 – Exemplo de item para o descritor 7. (BRASIL, 2008)

Nas orientações acerca deste item, ressalta-se a necessidade de definir a diferença entre a congruência e semelhança entre polígonos e propor atividades que envolvam ampliação e redução de figuras poligonais. Tais atividades devem ser compostas por etapas de medição dos elementos das figuras para posterior comparação. Assim, os alunos poderão chegar a conclusões sobre as razões entre as medidas.

### Tema II: Grandezas e medidas

Descritor 15: Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.

Objetivo: Avaliar a habilidade do aluno em resolver problemas com transformações de unidades de comprimento (m, cm, mm e km), área ( $m^2$ ,  $km^2$  e ha), volume e capacidade ( $m^3$ ,  $cm^3$ ,  $mm^3$ , l e ml). Veja a Figura 4.3.

Diana mediu com uma régua o comprimento de um lápis e encontrou 17,5 cm.

Essa medida equivale, em mm, a

(A) 0,175.      (B) 1,75.      ➡ (C) 175.      (D) 1750.

Figura 4.3 – Exemplo de item para o descritor 15. (BRASIL, 2008)

Destaca-se a importância de, primeiramente, os alunos entenderem a relação entre as operações de divisão e multiplicação quando se trabalha com múltiplos e submúltiplos de medidas. Para atingir esse objetivo, o trabalho com materiais manipulativos que representem unidades de medida é oportuno.

### **Tema III: Números e Operações/Álgebra e Funções**

Descritor 30: Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

Objetivo: Dada uma expressão algébrica, envolvendo as várias operações, avalia-se a habilidade do aluno substituir as variáveis da expressão por números inteiros e calcular seu valor numérico. Veja a Figura 4.4.

O resultado da expressão  $2x^2 - 3x + 10$ , para  $x = -2$ , é

(A) -4.      (B) 0.      (C) 12.      ➡ (D) 24.

Figura 4.4 – Exemplo de item para o descritor 30. (BRASIL, 2008)

A matriz de referência sugere que sejam realizadas atividades frequentes com números inteiros, explorando as cinco operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). O aluno deve ser instigado a compreender os significados das operações em vez de memorizar regras. Deve ser também enfatizado o cuidado na substituição das variáveis por números inteiros, principalmente negativos.

### **Tema IV: Tratamento da informação**

Descritor 36: Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.

Objetivo: Avaliar a habilidade de o aluno analisar tabelas ou gráficos, extrair informações neles contidas e, a partir destas, resolver problemas. Veja a Figura 4.5.

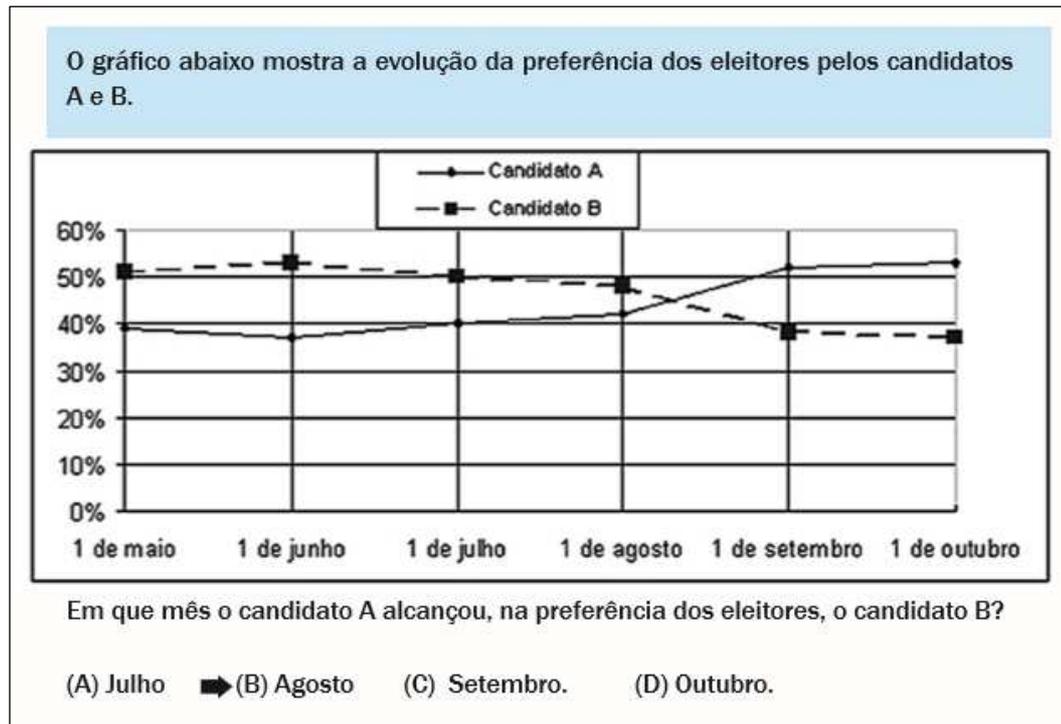


Figura 4.5 – Exemplo de item para o descritor. (BRASIL, 2008)

Na matriz de referência, o professor é orientado quanto ao fato dos gráficos comporem uma importante ferramenta para a interpretação do cotidiano, por isso a necessidade de serem trabalhados constantemente em sala de aula. Podem ser utilizados gráficos recolhidos de diversos meios de comunicação, incentivando assim a prática da pesquisa e discussão de diversos assuntos da atualidade.

#### 4.2.3 Síntese

Como já dito anteriormente, a matriz de referência de matemática coloca como principal caminho a seguir a estratégia de ensino a resolução de problemas. Defende-se o fato de que essa abordagem é capaz de possibilitar ao aluno o desenvolvimento de habilidades inerentes a postura que se espera despertar nele quando se dispõe a trabalhar a lógica em sala de aula, tais como, argumentação, expressão através de diferentes linguagens, dedução, o que reflete que os processos avaliativos nos últimos anos tendem a se distanciar dos moldes anteriormente empregados e buscam a formação de conhecimento do aluno de forma mais abrangente, ou seja, o aluno deve ser capaz de pensar, agir e tomar decisões conscientes.

‘Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a auto-estima dos estudantes aumentam’. (ONUHCIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Nos exercícios avaliados observa-se que a lógica se apresenta como uma ferramenta importante para a resolução de situações-problema que se diferenciam de exercícios propostos em muitos materiais didáticos disponíveis na rede de ensino. A maioria dos enunciados solicita uma reflexão do aluno quanto à estratégia para a sua resolução, mas alguns ainda se assemelham bastante aos exercícios vistos como elaborados sob uma abordagem tradicional, como no caso do exercício mostrado na Figura 4.4.

## 5 A LÓGICA E OS RECURSOS MULTIMÍDIA

Não se faz mais necessário ressaltar a forma como os recursos multimídia se fazem presentes no nosso cotidiano, e muito menos não é recente que a prática docente dispõe de recursos tecnológicos para apoiar suas ações no ambiente escolar. Pode haver falhas na distribuição dos aparatos nas escolas, tais como computadores, projetores, *software* e outros, mas o uso destes não são mais novidades por parte de alunos e professores.

Deve haver então uma preocupação com a forma de se utilizar esses recursos de modo a não serem apenas substitutos das ferramentas tradicionais tais como giz, lousa e cadernos. Então, com o objetivo de oferecer referências de materiais que forneçam potencial educacional baseado na inovação que se dá por parte da utilização de recursos multimídia, serão apresentados um conjunto de materiais desenvolvidos e disponibilizados na página eletrônica da coleção *M<sup>3</sup> Matemática Multimídia*.

### 5.1 M<sup>3</sup> MATEMÁTICA MULTIMÍDIA

A coleção *M<sup>3</sup> Matemática Multimídia* contém recursos educacionais multimídia em formato de vídeos, áudios, *softwares* e experimentos, e não é permitido o seu uso comercial. Esses recursos foram desenvolvidos pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) com financiamento federal e de outros órgãos.

Na página inicial do endereço eletrônico nos deparamos com uma caixa de busca onde podemos procurar os recursos disponíveis que se relacionam com temas da Matemática. Se buscarmos pelo tema ‘lógica’, vamos obter um total de dezesseis resultados, dentre os quais se encontra um conjunto de três atividades que abordam conteúdos de Lógica presentes em duas obras de Lewis Carroll, *Alice no país das maravilhas* e *Através do Espelho e o que Alice encontrou por lá*, de 1871, e consistem em três vídeos que dramatizam diálogos entre o autor e personagens dos livros. Esses diálogos são situações onde é possível identificar conceitos de Lógica como, por exemplo, tabelas verdades, conectivos lógicos, paradoxos, etc. Cada um dos vídeos é acompanhado por um guia com atividades para antes, durante e depois da execução e sugestões de leitura. A Figura 5.1 ilustra a página inicial que se observa quando se acessa o endereço eletrônico.

Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio.

Matemática Multimídia UNICAMP

**Início** Recursos educacionais Justificativa pedagógica Histórico Colaboradores

Esse é o portal principal para a coleção M<sup>2</sup> Matemática Multimídia que contém recursos educacionais multimídia em formatos digitais desenvolvidos pela Unicamp com financiamento do FNDE, SED, MCT e MEC para o Ensino Médio de Matemática no Brasil. São mais de 350 recursos educacionais no formato de vídeos, áudios, softwares e experimentos, que estão licenciados sob uma licença Creative Commons - é permitido copiar, distribuir, exibir, executar a obra e criar obras derivadas, mas não é permitido o uso comercial ou o relicenciamento sobre uma licença mais restritiva.

Encontre os recursos certos para sua aula

Procure algum termo (tema, conteúdo, etc.)

Ou navegue pelas mídias  
[experimentos](#), [vídeos](#), [softwares](#) ou [áudios](#).

ou pelos temas  
[análise de dados e probabilidade](#), [geometria e medidas](#) ou [números e funções](#).

Figura 5.1. – Página inicial do portal Matemática Multimídia

### 5.1.1 Lewis Carroll

O autor de *Alice no país das maravilhas*, de 1865, conhecido mundialmente através de seu pseudônimo Lewis Carroll, se chamava na realidade Charles Lutwidge Dodgson, nascido em 1832, em Daresbury, Inglaterra. Foi escritor, matemático e professor da Universidade de Oxford. Durante sua vida acadêmica se dedicou também aos estudos da lógica matemática, e isso se refletiu em sua obra mais famosa. Entre suas publicações, há destaque para aquelas em que abordam a lógica, entre elas os livros *The Game of Logic*, de 1887, e *Symbolic Logic* de 1896.

Em um passeio no dia 4 de julho de 1862, acompanhado de três irmãs filhas do deão da *Christ Church*, entre elas Alice Liddell, surgem as primeiras histórias que dariam origem ao livro. O livro narra um sonho da menina, e nesse sonho os acontecimentos fogem da realidade, caracterizando um contexto fantasioso. Alice passa por diversas situações onde se depara com a necessidade de reformular seu pensamento para solucionar enigmas, o que proporciona a abordagem de uma série de conceitos fundamentais da lógica.

Como já dito, muitas das obras de Lewis Carroll são voltadas para a abordagem da Lógica, seja de maneira mais formal ou em romances fictícios. Seu livro *Alice no país das maravilhas* se destaca por abordar conceitos de lógica através da fantasia, o que proporciona uma ampla bagagem de oportunidades para atividades em sala de aula.

Segundo Vilela e Dorta (2009, p. 2), a obra tem reconhecida qualidade de penetrar tanto em aspectos lógicos como da fantasia. A lógica é abordada através das contradições lógicas, argumentos circulares, dificuldades do conceito de identidade, desenvolvimento de silogismos e falácias e paradoxos, esbarrando nos limites da linguagem.

### 5.1.2 Vídeos e guias para o professor

O conjunto de três vídeos que abordam a Lógica através da dramatização de diálogos presentes nas obras de Lewis Carroll faz parte da série Matemática na Escola. Esta série do portal *M<sup>3</sup> Matemática Multimídia* aborda conteúdos de currículo do Ensino Médio através de contextualizações e dramatizações.

Estes três vídeos têm o objetivo de introduzir o assunto Lógica a ser abordado pelo professor, e os vídeos são acompanhados de um guia para dar suporte ao docente. Abaixo estão brevemente descritos cada um dos três vídeos e seus guias, ressaltando os conteúdos abordados e as orientações presentes nos guias.

**Título:** A Lógica de Alice (Ver Anexo C)

**Formato:** Vídeo

**Sinopse:** As personagens deste vídeo são Alice e o autor Lewis Carroll. Carroll explica à Alice alguns jogos de palavras, bem como os raciocínios lógicos usados. Conversam sobre a lógica informal ou cotidiana e a lógica formal.

**Guia do professor:** O guia traz orientações para antes, durante e depois da execução do vídeo. São sugeridos três problemas a serem propostos aos alunos antes da execução do vídeo, um deles está abaixo:

Alice ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O Leão e o Unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O Leão mentia às segundas, terças e quartas-feiras, e falava a verdade nos outros dias da semana. O Unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias da semana. Um dia, Alice encontrou o Leão e o Unicórnio descansando à sombra de uma árvore. Eles disseram:

(Leão) Ontem foi um dos meus dias de mentir.

(Unicórnio): Ontem foi um dos meus dias de mentira.

A partir dessas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual será? (CASTRUCCI, 1990)

Durante o vídeo, o professor é orientado a interrompê-lo algumas vezes para que, junto com os alunos, analisem os diálogos entre as personagens do vídeo.

Após a execução do vídeo, o professor poderia retomar os problemas propostos antes mesmo da execução, construir junto com os alunos uma tabela com as informações acerca do Leão (L) e do Unicórnio (U), relacionando os dias da semana a letras que representem os dias em que mentem (M) e os dias em que falam a verdade (V), e assim chegar às respostas dos problemas.

**Título:** A Revanche de Alice (Ver Anexo C)

**Formato:** Vídeo

**Sinopse:** Neste vídeo há diálogos entre Alice e o gato de Cheshire, do livro Alice no país das maravilhas, e a rainha. Estes diálogos são jogos de palavras em que Alice rebate as provocações da rainha. Sir Carroll explica então à Alice os conectivos lógicos usados pela rainha. O objetivo deste segundo vídeo da série é apresentar exemplos de lógica matemática e motivar o estudo de cálculo proposicional e tabelas verdade.

**Guia do professor:** Como objetivo deste segundo vídeo é tratar da lógica proposicional, orienta-se definir ‘proposição’, ‘valor lógico’, ‘conectivos lógicos’ e demonstrar a construção de tabelas-verdade.

Durante a execução do vídeo, quando se dá o diálogo entre a rainha e Alice, o professor pode estudar com os alunos os conectivos lógicos usados por ambas, se atentando para o momento da revanche de Alice.

Depois da execução, a seguinte sequência de atividades é sugerida:

- 1) Mostre, pelas tabelas-verdade, que as proposições  $p \rightarrow q$  e  $(\sim q) \rightarrow (\sim p)$  têm sempre o mesmo valor lógico, quaisquer que sejam os valores lógicos de  $p$  e  $q$ .
- 2) Considere  $p$ ,  $(\sim q)$  e  $r$  proposições verdadeiras. Verifique quais das afirmações são verdadeiras: a)  $p \rightarrow q$ , b)  $q \rightarrow p$ , c)  $p \leftrightarrow q$ , d)  $p \leftrightarrow r$ .

**Título:** O Paradoxo e a Formalização (Ver Anexo C)

**Formato:** Vídeo

**Sinopse:** Alice conversa com a carta J do baralho sobre os paradoxos e a formalização do raciocínio matemático.

**Guia do professor:** Antes da execução do vídeo os alunos podem procurar pela definição de paradoxo e conversar sobre o que encontrarem. O enunciado do paradoxo de Zenon, sobre Aquiles e tartaruga vem contribuir para a compreensão da definição.

O veloz Aquiles vai disputar uma corrida contra uma tartaruga e, sendo justo, dá-lhe uma vantagem. Mas, contrariamente à sua expectativa (e a

nossa experiência), não consegue alcançar a tartaruga. Com efeito, raciocina Zenon, quando Aquiles atinge o ponto em que ela se encontrava quando ele iniciou a corrida ele ainda não a alcançou, pois ela, embora muito lenta, moveu-se para um ponto mais à frente. Quando Aquiles atingir esse novo ponto, ainda não a terá alcançado, pois ela se encontra agora ainda mais à frente, e quando ele atingir esse novo ponto, etc., etc. Dessa maneira, ele nunca conseguirá alcançá-la. (AABOE, 1984)

Se o professor julgar conveniente, pode interromper o vídeo durante sua execução e propor algumas questões aos alunos: ‘O que é Matemática?’, ‘O que é Lógica?’. Ao buscar respostas para tais indagações, pode-se colocar duas afirmações curiosas de Russel e Emile Borel. Russel disse que a Matemática é uma ciência, na qual não se sabe do que se fala e nem o que se fala é verdade. Já Emile Borel retrucou: A Matemática é a única ciência, na qual se sabe do que se fala e que o que se fala é verdade. Ambas afirmações estão corretas, dependendo do contexto considerado.

Após o fim do vídeo, pode-se retomar o paradoxo de Aquiles e avaliar como Zenon dividiu o intervalo de tempo, fazendo relação com a soma de infinitos termos positivos de uma progressão geométrica.

### 5.1.3 Síntese

Não é objetivo deste conjunto de atividades esgotar o assunto de lógica matemática, mas introduzir diversos pontos importantes, como a presença da lógica nos discursos cotidianos e a possibilidade de formalização do raciocínio lógico.

Os vídeos e os guias demonstram uma preocupação em proporcionar uma aprendizagem além das regras da lógica proposicional, de forma que o aluno absorva o significado de cada tópico abordado de forma a perceber que a matemática faz muito mais parte de seu cotidiano do que se pode identificar. Assim, quando este aluno se deparar com situações tais como exames avaliativos, nos quais atualmente é muito requisitada a resolução de problemas, estará um passo adiante.

O material no todo é de boa qualidade, chamando a atenção por seu aspecto visual. Os guias são objetivos, facilitando a aplicação pelo professor em sala de aula, e os vídeos são de curta duração, mas suficientes para a abordagem de cada tema. Sendo assim, o material cumpre com o objetivo de seus desenvolvedores.

## CONCLUSÃO

Por meio do desenvolvimento deste trabalho, foi possível compreender alguns aspectos importantes acerca da lógica e sua relação com o ensino da Matemática. Pode ser observado o foco principal das pesquisas em Educação que abordam esse tema, onde defendem a lógica como peça chave para o desenvolvimento das capacidades argumentativas do indivíduo. As habilidades em argumentação estão ligadas a estruturação do pensamento, habilidade que pode ser transferida do âmbito das relações cotidianas, do discurso, para as demonstrações dos conceitos matemáticos.

As análises realizadas demonstraram haver um considerável número de recursos didáticos direcionados ao ensino da lógica. Os trabalhos apresentaram formas diferenciadas de aliar o ensino da lógica com a aprendizagem escolar. Por vezes não foram especificadas as aplicações de tais recursos na aprendizagem da Matemática, pois uma das características da lógica é o seu caráter transdisciplinar. A lógica contribui para a aprendizagem como um todo, auxiliando no desenvolvimento de alunos capazes de avaliar, estruturar seus pensamentos e tomar decisões embasadas em seus conhecimentos.

Cabe ao professor o papel de proporcionar a chance da mudança da relação entre aluno e Matemática, e a lógica tem forte potencial para essa realização porém, em alguns casos, se esbarra na falta de orientações objetivas quanto às ações práticas em sala de aula. Se observa nas escolas uma manutenção das práticas docentes e uma barreira na aceitação de ações e materiais inovadores. As condições de trabalho dos docentes das escolas públicas não possibilitam que este dispense uma atenção maior à busca por compreensão das orientações que lhe são oferecidas. Também não possibilitam um trabalho personalizado às habilidades e dificuldades deste ou daquele aluno.

O material didático do Estado de São Paulo se apresenta como um recurso facilitador para que a prática docente atinja esses objetivos. As avaliações nacionais da aprendizagem estão, cada vez mais, buscando analisar o raciocínio lógico do aluno. A utilização de recursos multimídia se mostra como uma ferramenta com grande potencial para se trabalhar com a Lógica em sala de aula.

Como trabalhos futuros, poderão ser realizadas análises dos livros didáticos distribuídos às escolas públicas do Estado de São Paulo através do Programa Nacional do Livro Didático. Como os livros didáticos têm grande aceitabilidade por parte dos docentes e estão disponíveis mais facilmente para o seu uso em sala de aula, destacar aqueles que

priorizam a abordagem defendida neste trabalho pode contribuir para realização da mudança esperada na classe do professor que se dispôr a sua aplicação.

## REFERÊNCIAS

AABOE, A. **Episódios da História Antiga da Matemática**. [S.l.]:SBM, 2002. 178 p.

BERLINGOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. São Paulo: Edgard Blucher, 2008. 279 p.

BIANCHI, C. **A lógica no desenvolvimento da competência argumentativa**. 2007. 206 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007. Disponível em: <[http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2007/bianchi\\_c\\_dr\\_rc\\_la.pdf](http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2007/bianchi_c_dr_rc_la.pdf)>. Acesso em: 25 set 2013.

BRASIL, Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB - matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 127 p. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb\\_matriz2.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf)>. Acesso em: 20 nov 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 10 out 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio): Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEF, 2000. 58 p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 10 out 2013.

CASTRUCCI, B. **Introdução à Lógica Matemática**. Proposta Curricular de Matemática para o CEFAM e Habilitação específica para o Magistério. São Paulo, 1990.

CURY, M. X. **Introdução à Lógica**. São Paulo: Érica, 1996. 150 p.

ENEM, Exame Nacional do Ensino Médio. Brasília, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2013. Disponível em: <<http://inep.gov.br/web/enem/enem>>. Acesso em: 15 out 2013.

M<sup>3</sup> Matemática Multimídia. Campinas, Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Estadual de Campinas, 2013. Disponível em: <<http://m3.ime.unicamp.br/>>. Acesso em: 23 ago 2013.

MACHADO, N. J. **Lógica? É lógico!** São Paulo: Scipione, 2000. 49 p.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua.** São Paulo: Cortez, 2001. 169 p.

MACHADO, N. J.; CUNHA, M. O. **Lógica e linguagem cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação.** Belo Horizonte: Autêntica, 2008. 128 p.

MENEGHETTI, R. C. G.. Sobre o intuitivo e o lógico no conhecimento matemático: análise de uma proposta pedagógica em relação a abordagens filosóficas atuais e ao contexto educacional da matemática. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 32, 2009.

Disponível em:

<<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2077/2263>>.

Acesso em: 11 set 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 41, 2011.

Disponível em:

<<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739/4625>>.

Acesso em: 11 set 2013.

PAIVA, S. C. M.; SILVA, I. C. S. ProLógica - Ambiente de Apoio ao Ensino de Lógica Proposicional. **Centro Universitário Ritter dos Reis**, Porto Alegre, 2004. Disponível em: <<http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/weirjes/2004/010.pdf> >. Acesso em: 20 nov 2013.

QUEM foi Lewis Carroll? Lisboa, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2013.

Disponível em:

<[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/alice/lewis\\_carroll.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/alice/lewis_carroll.htm)>. Acesso em: 15 nov 2013.

RODRIGUES, M. U. Análise das questões de matemática do novo ENEM (2009 á 2012): reflexões para professores de Matemática In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Curitiba. **Anais eletrônicos**. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: <[http://sbem.bruc.com.br/XIENEM/pdf/1029\\_804\\_ID.pdf](http://sbem.bruc.com.br/XIENEM/pdf/1029_804_ID.pdf)>. Acesso em: 15 out 2013.

SAEB, Sistema de Avaliação da Educação Básica. Brasília, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2013. Disponível em:

<<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/aneb-e-anesc>>. Acesso em: 15 out 2013.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria de Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática**. São Paulo: SEE, 2008. 59 p. Disponível em:

<[http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/18/arquivos/Prop\\_MAT\\_COMP\\_red\\_md\\_20\\_03.pdf](http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/18/arquivos/Prop_MAT_COMP_red_md_20_03.pdf)> Acesso em 15 ago 2013.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria de Educação. **Caderno do Aluno, 8ª série, v. 1**. São Paulo: SEE, 2009. 59 p.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria de Educação. **Caderno do Aluno, 8ª série, v. 1**. São Paulo: SEE, 2009. 59 p.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Jogos no Ensino da Matemática. In: II BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, UFBA, 2004, Salvador. **Anais eletrônicos**. Salvador: UFBA, 2004. Disponível em: <<http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf>>. Acesso em: 20 nov 2013.

SILVA, F. P.; ZENI, J. R. R. Um jogo de dominó para a lógica proposicional. **DMEC (Departamento de Matemática, Estatística e Computação) – UNESP**. Presidente Prudente, 2004. Disponível em: <<http://www.feg.unesp.br/~matematica/texto/domino.pdf>>. Acesso em:

20 nov 2013.

SILVA, J. J. **Filosofias da Matemática**. São Paulo: Ed. da UNESP, 2007. 239 p.

SMULLYAN, R. M. Alice no **país dos enigmas: incríveis problemas lógicos no país das maravilhas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2000. 191 p.

STEWART, I. **Aventuras Matemáticas: vacas no labirinto e outros enigmas lógicos**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 227 p.

VELASCO, P. N. Sobre o lugar da lógica na sala de aula. **Revista Sul-Americana de Filosofia e Educação**, Brasília, n. 13, nov. 2009. Disponível em:  
<<http://seer.bce.unb.br/index.php/resafe/article/view/5308/4423>>. Acesso em: 16 ago 2013.

VELASCO, P. N. Dos conteúdos lógicos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais: algumas observações. **Cadernos de Pós-Graduação - Educação**, São Paulo, v. 7, 2008. Disponível em:  
<<http://www4.uninove.br/ojs/index.php/cadernosdepos/article/viewFile/1922/1500>>. Acesso em: 16 ago 2013.

VILELA, D.; DORTA, D. Contribuições para compreender o que é desenvolver o raciocínio lógico dos alunos: estudo do livro *Alice no país das maravilhas*. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, n. 4, 2009. Disponível em:  
<<http://seer.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/2771/2507>>. Acesso em: 10 ago 2013.

## ANEXO A – SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

Matemática - 8ª série/9º ano - Volume 1



### SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1 CONJUNTOS E NÚMEROS



Nesta Situação de Aprendizagem, você vai aprender algumas ideias relacionadas aos conjuntos que vão ajudá-lo a resolver problemas e, também, a compreender os diferentes tipos de números que fazem parte da Matemática.



#### VOCÊ APRENDEU?



1. Considere a seguinte situação: Uma atividade com duas questões foi aplicada em uma classe com 40 alunos. Os resultados indicaram que 20 alunos haviam acertado as duas questões, 35 acertaram a 1ª questão e 25, a 2ª questão.

- a) Os dados do enunciado sugerem que a soma das partes é maior do que o todo:  $20 + 35 + 25 = 80 > 40$ . Como podemos explicar esse fato?

---



---



---

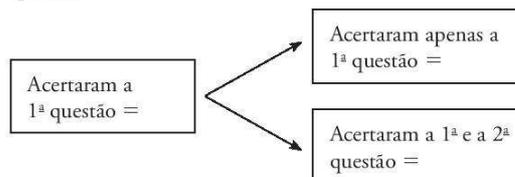


---



---

- b) Se 35 alunos acertaram a 1ª questão e 20 acertaram as duas, quantos alunos acertaram apenas a 1ª questão?




---



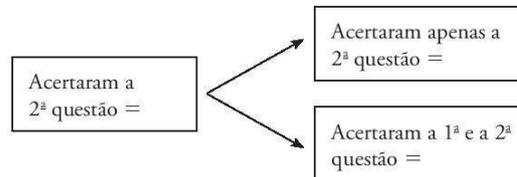
---



---

Figura A1 - Página 3 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009)

c) E apenas a 2ª questão?



d) Qual é o percentual de alunos que acertaram apenas uma questão nesta atividade?

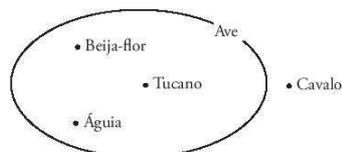


### Leitura e Análise de Texto

#### Conjuntos e diagramas

Os diagramas podem ser usados para representar os conjuntos e suas relações. Atribui-se ao famoso matemático suíço Leonhard Euler a ideia de se usar diagramas para representar relações lógicas. O diagrama de Euler nada mais é do que uma região delimitada do plano, simbolizada por uma figura curva fechada, que representa um conjunto. Um conjunto é formado por elementos que possuem uma determinada propriedade. Vejamos um exemplo:

O conjunto das aves inclui animais que possuem determinadas características. Uma delas é possuir asas. O beija-flor, o tucano e a águia são aves, ou seja, são animais que possuem asas. O cavalo, por sua vez, não pertence ao conjunto das aves, pois não possui asas. O diagrama a seguir representa essa situação.





## VOCÊ APRENDEU?



2. A partir do que você leu no texto apresentado na seção *Leitura e Análise de Texto*, represente, por meio de diagramas, as seguintes situações:

a) **Conjunto:** Paulistanos

**Elementos:** André, Luiz e Renata nasceram na cidade de São Paulo. Júlio nasceu em Ribeirão Preto.

b) **Conjunto:** Alunos do Ensino Fundamental

**Elementos:** Patrícia, Renato e Lucas estudam na 7ª série do Ensino Fundamental; Rafael estuda na 5ª série do Ensino Fundamental; Marta, Reinaldo e Antônio estudam na 2ª série do Ensino Médio.

c) **Conjuntos:** Times de futebol – Corinthians e São Paulo

**Elementos:** Torcedores – João, Helena, Marcus e Alberto são corinthianos. Diego, Laís e Alice torcem pelo São Paulo. André e Tomás não torcem para nenhum time.

Figura A3 - Página 5 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009)



### Leitura e Análise de Texto

#### Relações entre conjuntos

A disposição espacial entre os diagramas indica o tipo de relação existente entre os conjuntos. Quando nos referimos a uma parte de um conjunto em um diagrama, a mesma aparece destacada.

Considere o conjunto  $A$ , formado pelos elementos que têm a propriedade  $a$ , e o conjunto  $B$ , formado pelos elementos que têm a propriedade  $b$ . Vejamos alguns tipos de relação que podemos estabelecer entre os dois conjuntos:

1. **Inclusão:** Todo  $a$  é  $b$ . Se todo elemento de  $A$  pertence a  $B$ , então  $A$  é um subconjunto de  $B$ .

Simbolicamente, escrevemos  $A \subset B$  ( $A$  está contido em  $B$ ).

2. **Interseção:** Algum  $a$  é  $b$ . Se alguns elementos do conjunto  $A$  também pertencem ao conjunto  $B$ , então existe interseção entre esses dois conjuntos.

Simbolicamente, escrevemos  $A \cap B$  ( $A$  interseção com  $B$ ).

3. **Reunião ou união:**  $a$  ou  $b$ . O conjunto da reunião entre  $A$  e  $B$  contém todos os elementos de  $A$  e de  $B$ .

Simbolicamente, escrevemos  $A \cup B$  ( $A$  união com  $B$ ).

4. **Diferença:** Algum  $a$  não é  $b$ . Os elementos da diferença entre os conjuntos  $A$  e  $B$  são aqueles que pertencem a  $A$  e não pertencem a  $B$ .

Simbolicamente, escrevemos  $A - B$ .

5. **Complementar:** Caso particular da diferença entre dois conjuntos, quando um deles é subconjunto do outro. Contém os elementos de  $A$  que não pertencem ao subconjunto  $B$ .

Simbolicamente, escrevemos  $C_A^B = A - B$ .

6. **Conjuntos mutuamente exclusivos:** Nenhum  $a$  é  $b$ . Se nenhum elemento de um conjunto  $A$  pertence a outro conjunto  $B$ , então esses conjuntos são mutuamente exclusivos. A interseção entre os dois conjuntos é vazia.

Simbolicamente, escrevemos  $A \cap B = \emptyset$ .



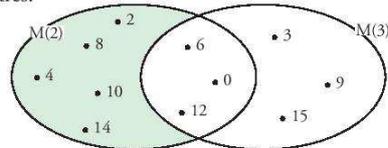
VOCÊ APRENDEU?



3. Assinale o item que melhor representa os diagramas a seguir:

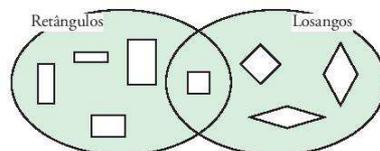
a) Conjuntos: múltiplos de dois e múltiplos de três.

- I.  $M(3) - M(2)$
- II.  $M(3) \cap M(2)$
- III.  $M(2) - M(3)$



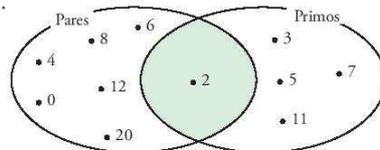
b) Conjuntos: retângulos e losangos.

- I.  $\text{Retângulos} \cap \text{Losangos}$
- II.  $\text{Losangos} \subset \text{Retângulos}$
- III.  $\text{Losangos} \cup \text{Retângulos}$



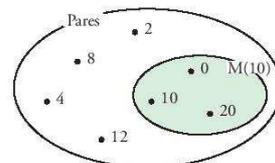
c) Conjuntos: números pares e números primos.

- I.  $\text{Pares} - \text{Primos}$
- II.  $\text{Pares} \cap \text{Primos}$
- III.  $\text{Pares} \cup \text{Primos}$



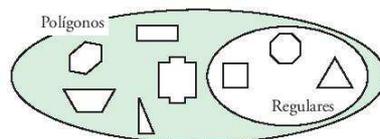
d) Conjuntos: números pares e múltiplos de dez.

- I.  $\text{Pares} - M(10)$
- II.  $\text{Pares} \cup M(10)$
- III.  $M(10) \subset \text{Pares}$



e) Conjuntos: polígonos e polígonos regulares.

- I.  $\text{Polígonos} \supset \text{Regulares}$
- II.  $\text{Polígonos} \cap \text{Regulares}$
- III.  $\text{Polígonos} \cup \text{Regulares}$



f) Conjuntos: números pares e ímpares.

- I.  $\text{Pares} - \text{Ímpares}$
- II.  $\text{Pares} \cap \text{Ímpares} = \emptyset$
- III.  $\text{Pares} \subset \text{Ímpares}$

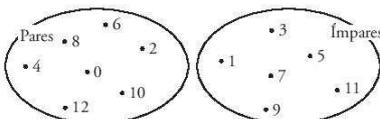


Figura A5 - Página 7 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009)

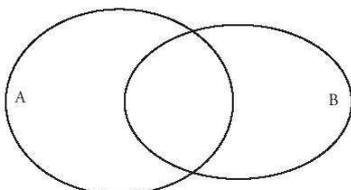


## LIÇÃO DE CASA

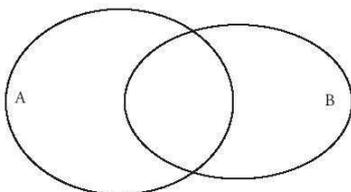


4. Pinte os diagramas que representam as seguintes operações entre conjuntos:

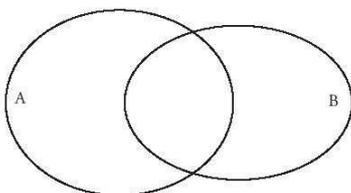
a)  $A - B$



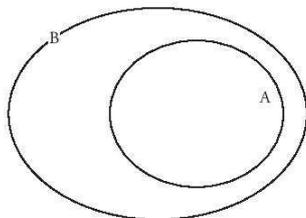
b)  $A \cap B$



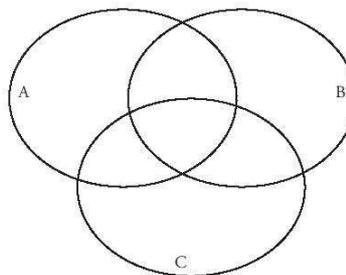
c)  $A \cup B$



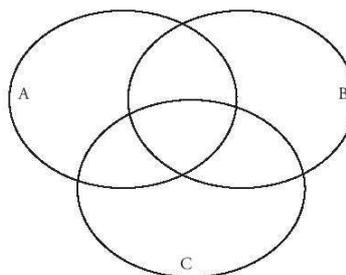
d)  $C_B^A$



e)  $A - (B \cup C)$



f)  $A - (B \cap C)$



g)  $C_U^{A \cup B}$

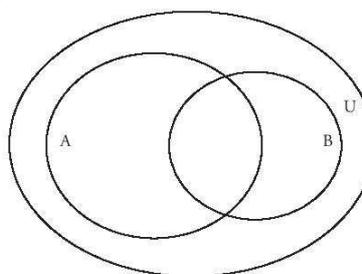


Figura A6 - Página 8 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009)



### Leitura e Análise de Texto

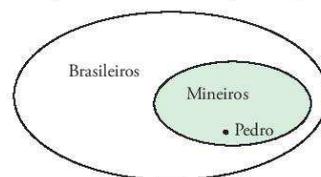
#### Diagramas e lógica

Os diagramas de Euler passaram a ser amplamente utilizados para representar conjuntos devido à sua facilidade de compreensão visual. Contudo, ficaram mais conhecidos como “Diagramas de Venn”, devido à semelhança com o tipo de diagrama criado pelo filósofo britânico John Venn. Os diagramas também podem ser usados para representar argumentações lógicas. Por exemplo:

- Todos os mineiros são brasileiros.

Pedro é mineiro.

Logo, Pedro é brasileiro.



Essa estrutura de argumentação lógica é denominada **silogismo**, e é composta de três proposições: duas premissas e uma conclusão.



#### VOCÊ APRENDEU?

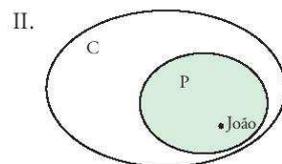
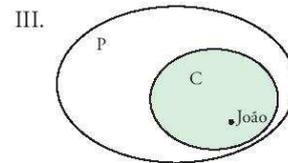
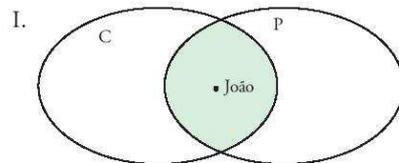


5. Nas figuras seguintes, assinale o diagrama que melhor representa os argumentos dados.

- a) Todas as pessoas nascidas em Curitiba (C) são paranaenses (P).

João nasceu em Curitiba.

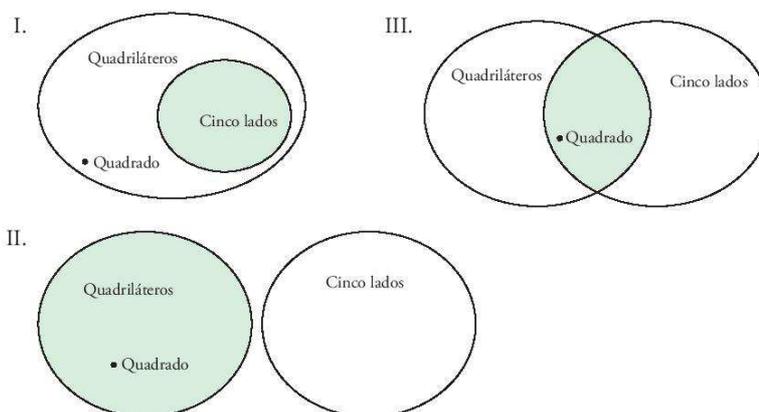
Logo, João é paranaense.



b) Nenhum quadrilátero possui cinco lados.

Um quadrado é um quadrilátero.

Logo, nenhum quadrado possui cinco lados.



c) Alguns tetraedros são regulares.

Todos os tetraedros são pirâmides.

Logo, algumas pirâmides são regulares.

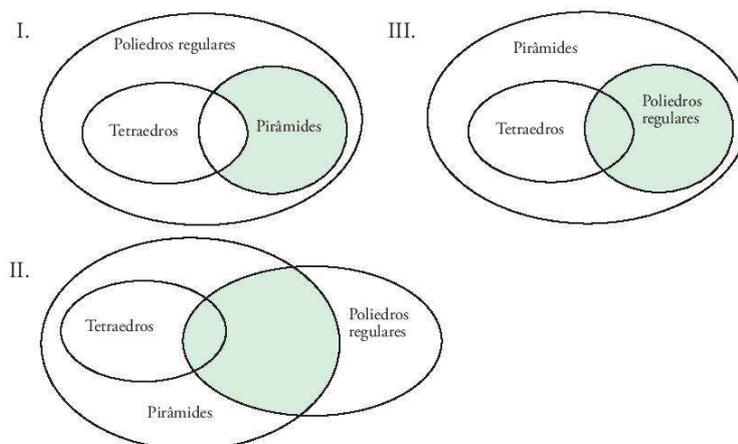
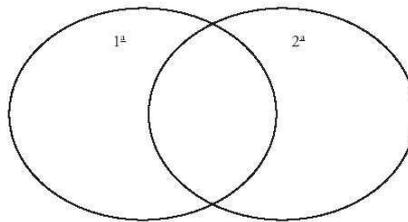


Figura A8 - Página 10 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009)

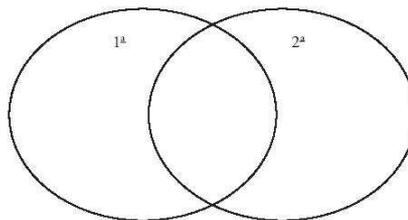
**Problemas, conjuntos e diagramas**

6. Vamos retomar o problema inicial desta Situação de Aprendizagem para resolvê-lo por meio de diagramas. Uma atividade com duas questões foi aplicada em uma classe com 40 alunos. Os resultados indicaram que 20 alunos haviam acertado as duas questões, 35 acertaram a 1ª questão e 25, a 2ª questão.

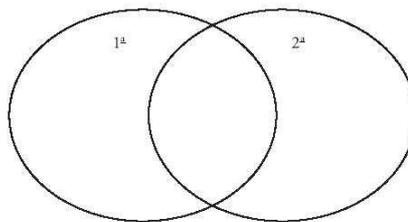
a) Represente no diagrama a seguir o número de alunos que acertaram as duas questões.



b) Represente no diagrama a seguir o número de alunos que acertaram apenas a 1ª questão.

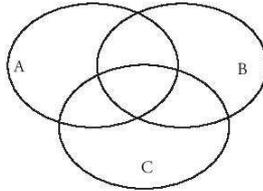


c) Represente no diagrama a seguir o número de alunos que acertaram apenas a 2ª questão.

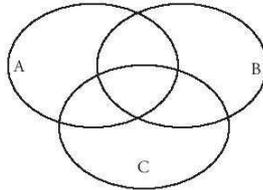


7. Uma pesquisa de mercado foi realizada para verificar a audiência de três programas de televisão. Ao todo, 1200 famílias foram entrevistadas e obtiveram-se os seguintes resultados: 370 famílias assistem ao programa A; 300, ao programa B e 360, ao programa C. Desse total, 100 famílias assistem aos programas A e B, 60, aos programas B e C, 30, aos programas A e C e 20 famílias assistem aos 3 programas. Represente nos diagramas as seguintes informações do problema:

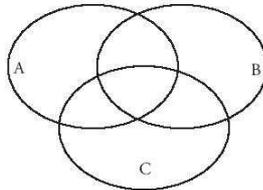
a) Famílias que assistem a três programas.



b) Famílias que assistem a dois programas.



c) Famílias que assistem exclusivamente a um programa.



d) Famílias que não assistem a nenhum dos três programas.

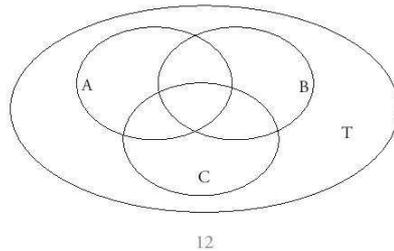


Figura A10 - Página 12 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009)

8. A partir do diagrama apresentado na atividade anterior, responda às seguintes perguntas:

a) Quantas famílias assistem ao programa A e não assistem ao programa C?

b) Quantas famílias assistem aos programas B e C e não assistem ao programa A?

c) Qual é o programa de maior fidelidade, ou seja, cujos espectadores somente o assistem?



#### LIÇÃO DE CASA



9. Resolva o problema a seguir, usando diagramas.

Uma prova com três questões foi aplicada em uma classe com 60 alunos. Os resultados obtidos foram os seguintes: 36 alunos acertaram a 1ª questão, 31 acertaram a 2ª e 25 acertaram a 3ª. Além disso, verificou-se que 18 alunos acertaram a 1ª e a 2ª questão, 16 acertaram a 1ª e a 3ª questão e 13 acertaram a 2ª e a 3ª questão. Apenas 10 alunos acertaram as três questões.

Represente na forma de diagrama os conjuntos descritos acima e responda às questões seguintes:

a) Quantos alunos erraram as três questões?

---

---

b) Quantos alunos acertaram a 1ª ou a 2ª questão?

---

---

c) Quantos alunos erraram a 3ª questão?

---

---



**Desafio!**

- (Coordenadoria de Admissão aos Cursos Regulares - FGV-SP) – Uma pesquisa de mercado sobre o consumo de três marcas, A, B e C, de um determinado produto apresentou os seguintes resultados: A (48%); B (45%); C (50%); A e B (18%); B e C (25%); A e C (15%); nenhuma das três, 5%.

(Dica: represente a porcentagem de entrevistados que consomem as três marcas por  $x$  e construa o diagrama com as informações dadas.)

a) Qual é a porcentagem dos entrevistados que consomem as três marcas?

---

b) Qual é a porcentagem dos entrevistados que consomem uma, e apenas uma, das três marcas?

---

Figura A12 - Página 14 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009)



VOCÊ APRENDEU?

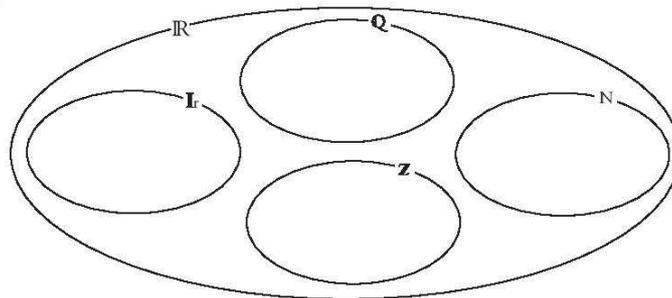


### Conjuntos numéricos

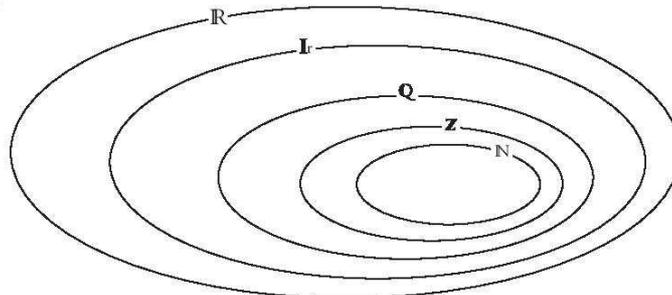
10. Qual diagrama representa melhor os subconjuntos dos números reais?

$\mathbb{N}$  – Naturais /  $\mathbb{Z}$  – Inteiros /  $\mathbb{Q}$  – Racionais /  $\mathbb{I}$  – Irracionais

a)



b)



c)

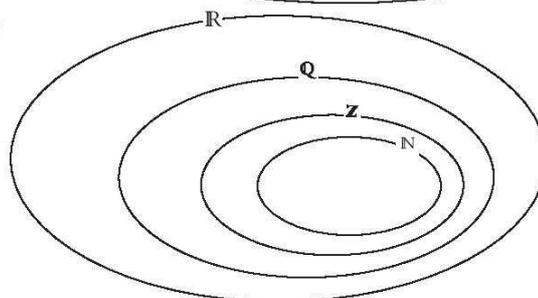


Figura A13 - Página 15 do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009)



ANEXO B – PROVA DE MATEMÁTICA DO ENEM 2012



MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Questões de 136 a 180

QUESTÃO 136

O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.

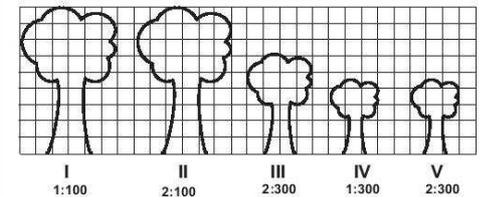
Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há

- A 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- B 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- C 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- D 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- E 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

QUESTÃO 137

Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

- A I
- B II
- C III
- D IV
- E V

QUESTÃO 138

Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada urna. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	Urna 1	Urna 2
Amarela	4	0
Azul	3	1
Branca	2	2
Verde	1	3
Vermelha	0	4

Uma jogada consiste em:

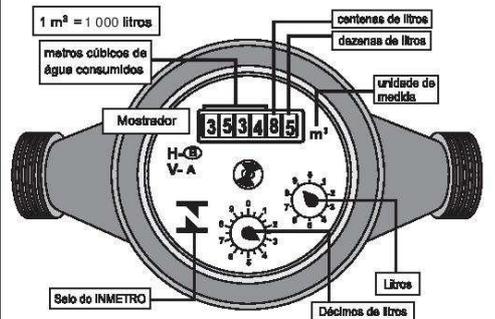
- 1º) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2;
- 2º) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;
- 3º) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bola da urna 2;
- 4º) se a cor da última bola retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.

Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?

- A Azul.
- B Amarela.
- C Branca.
- D Verde.
- E Vermelha.

QUESTÃO 139

Os hidrômetros são marcadores de consumo de água em residências e estabelecimentos comerciais. Existem vários modelos de mostradores de hidrômetros, sendo que alguns deles possuem uma combinação de um mostrador e dois relógios de ponteiro. O número formado pelos quatro primeiros algarismos do mostrador fornece o consumo em m<sup>3</sup>, e os dois últimos algarismos representam, respectivamente, as centenas e dezenas de litros de água consumidos. Um dos relógios de ponteiros indica a quantidade em litros, e o outro em décimos de litros, conforme e ilustrados na figura a seguir.



Disponível em: www.aguasdearaciaba.com.br (adaptado).

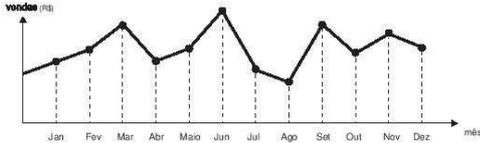
Considerando as informações indicadas na figura, o consumo total de água registrado nesse hidrômetro, em litros, é igual a

- A 3 534,85.
- B 3 544,20.
- C 3 534 850,00.
- D 3 534 859,35.
- E 3 534 850,39.



**QUESTÃO 140**

O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.

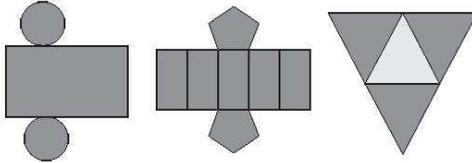


De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram

- A março e abril.
- B março e agosto.
- C agosto e setembro.
- D junho e setembro.
- E junho e agosto.

**QUESTÃO 141**

Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

- A Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- B Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- C Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
- D Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- E Cilindro, prisma e tronco de cone.

**QUESTÃO 142**

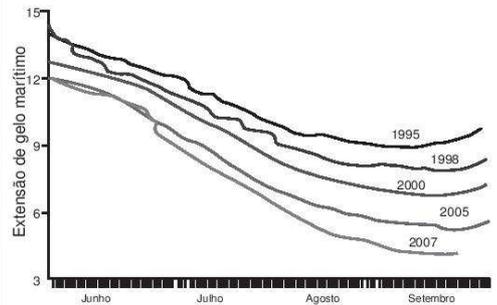
Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.

A quantidade de cartas que forma o monte é

- A 21.
- B 24.
- C 26.
- D 28.
- E 31.

**QUESTÃO 143**

O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, comparando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrir o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.



Disponível em: <http://sustentabilidade.allianz.com.br>. Acesso em: fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em

- A 1995.
- B 1998.
- C 2000.
- D 2005.
- E 2007.



**QUESTÃO 144**

Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em horas por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A seguinte tabela ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina Juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

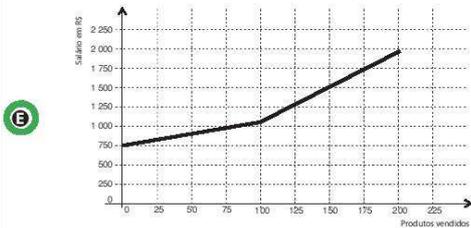
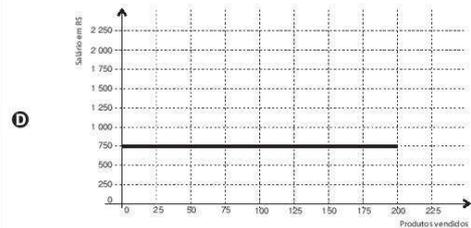
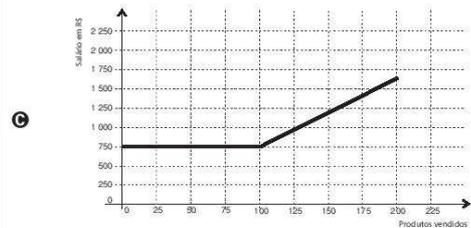
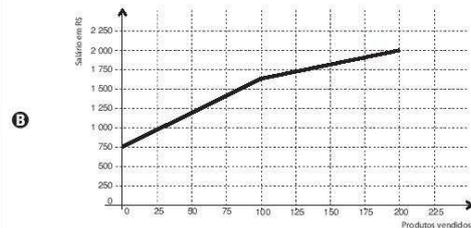
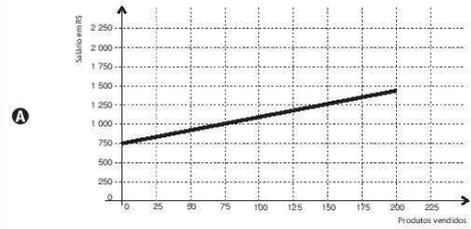
De acordo com esta pesquisa, quantas horas de seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares?

- A 20
- B 21
- C 24
- D 25
- E 27

**QUESTÃO 145**

Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R\$ 750,00, mais uma comissão de R\$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R\$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido.

Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é



**QUESTÃO 146**

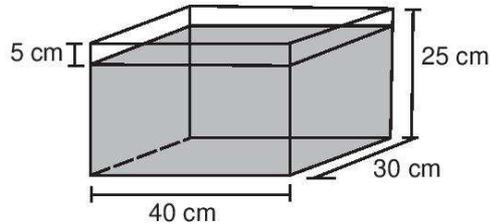
Um maquinista de trem ganha R\$ 100,00 por viagem e só pode viajar a cada 4 dias. Ele ganha somente se fizer a viagem e sabe que estará de férias de 1º a 10 de junho, quando não poderá viajar. Sua primeira viagem ocorreu no dia primeiro de janeiro. Considere que o ano tem 365 dias.

Se o maquinista quiser ganhar o máximo possível, quantas viagens precisará fazer?

- A 37
- B 51
- C 88
- D 89
- E 91

**QUESTÃO 147**

Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.

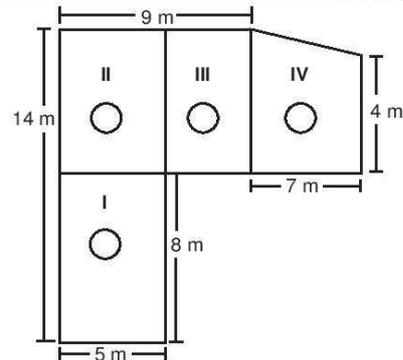


O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2 400 cm³?

- A O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
- B O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
- C O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
- D O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
- E O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

**QUESTÃO 148**

Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m² de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m² de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).

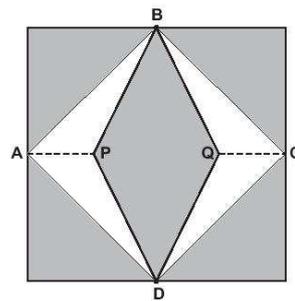


Avaliando-se todas as informações, serão necessários

- A quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
- B três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
- C duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
- D uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
- E nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

**QUESTÃO 149**

Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem  $\frac{1}{4}$  da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R\$ 30,00 o m², e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R\$ 50,00 o m².

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

- A R\$ 22,50
- B R\$ 35,00
- C R\$ 40,00
- D R\$ 42,50
- E R\$ 45,00


**QUESTÃO 150**

Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- Opção 1: Pagar à vista, por R\$ 55 000,00;
- Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 30 000,00, e mais uma prestação de R\$ 26 000,00 para dali a 6 meses.
- Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 20 000,00, mais uma prestação de R\$ 20 000,00, para dali a 6 meses e outra de R\$ 18 000,00 para dali a 12 meses da data da compra.
- Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R\$ 15 000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R\$ 39 000,00.
- Opção 5: pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R\$ 60 000,00.

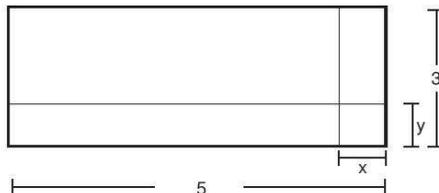
Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor) em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.

Após avaliar a situação do ponto de vista financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção

- A 1.
- B 2.
- C 3.
- D 4.
- E 5.

**QUESTÃO 151**

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento ( $x$ ) no comprimento e ( $y$ ) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é  $(5 - x)(3 - y)$ .



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por

- A  $2xy$
- B  $15 - 3x$
- C  $15 - 5y$
- D  $-5y - 3x$
- E  $5y + 3x - xy$

**QUESTÃO 152**

A capacidade mínima, em BTU/h, de um aparelho de ar-condicionado, para ambientes sem exposição ao sol, pode ser determinada da seguinte forma:

- 600 BTU/h por  $m^2$ , considerando-se até duas pessoas no ambiente;
- para cada pessoa adicional nesse ambiente, acrescentar 600 BTU/h;
- acrescentar mais 600 BTU/h para cada equipamento eletroeletrônico em funcionamento no ambiente.

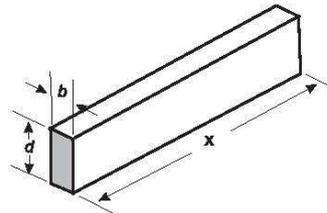
Será instalado um aparelho de ar-condicionado em uma sala, sem exposição ao sol, de dimensões 4 m x 5 m, em que permaneçam quatro pessoas e possua um aparelho de televisão em funcionamento.

A capacidade mínima, em BTU/h, desse aparelho de ar-condicionado deve ser

- A 12 000.
- B 12 600.
- C 13 200.
- D 13 800.
- E 15 000.

**QUESTÃO 153**

A resistência mecânica  $S$  de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura ( $b$ ) e ao quadrado de sua altura ( $d$ ) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento ( $x$ ), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade  $k$  é chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. et al. *Aplicações da matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

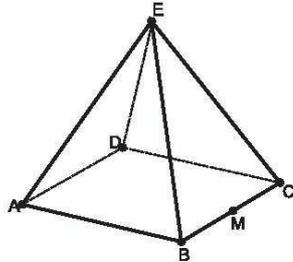
A expressão que traduz a resistência  $S$  dessa viga de madeira é

- A  $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$
- B  $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$
- C  $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$
- D  $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$
- E  $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$



**QUESTÃO 154**

João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.



O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C.

O desenho que Bruno deve fazer é

A 
 D

B 
 E

C

**QUESTÃO 155**

As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$$Q_o = -20 + 4P$$

$$Q_d = 46 - 2P$$

em que  $Q_o$  é quantidade de oferta,  $Q_d$  é a quantidade de demanda e  $P$  é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando  $Q_o$  e  $Q_d$  se igualam.

Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

- A 5
- B 11
- C 13
- D 23
- E 33

**QUESTÃO 156**

Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R\$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.

Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é

- A 153.
- B 460.
- C 1 218.
- D 1 380.
- E 3 066.



### QUESTÃO 157

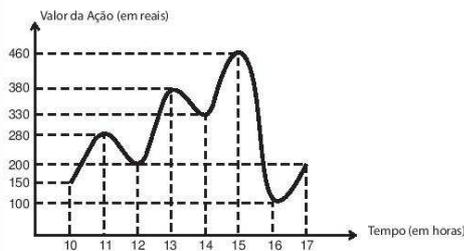
João decidiu contratar os serviços de uma empresa por telefone através do SAC (Serviço de Atendimento ao Consumidor). O atendente ditou para João o número de protocolo de atendimento da ligação e pediu que ele anotasse. Entretanto, João não entendeu um dos algarismos ditados pelo atendente e anotou o número 13 \_ 9 8 2 0 7, sendo que o espaço vazio é o do algarismo que João não entendeu.

De acordo com essas informações, a posição ocupada pelo algarismo que falta no número de protocolo é a de

- A centena.
- B dezena de milhar.
- C centena de milhar.
- D milhão.
- E centena de milhão.

### QUESTÃO 158

O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

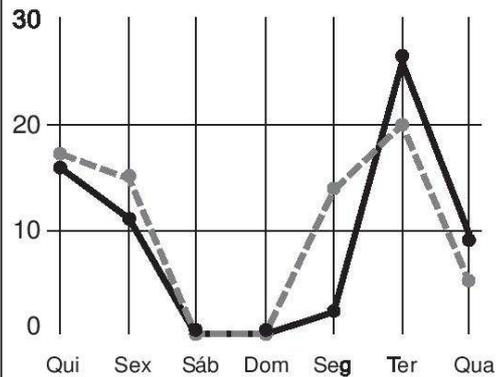
Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

### QUESTÃO 159

A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: <http://blog.bibliotecaunix.org>. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

- A segunda e na terça-feira.
- B terça e na quarta-feira.
- C terça e na quinta-feira.
- D quinta-feira, no sábado e no domingo.
- E segunda, na quinta e na sexta-feira.

### QUESTÃO 160

Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

- A 12 kg.
- B 16 kg.
- C 24 kg.
- D 36 kg.
- E 75 kg.



### QUESTÃO 161

O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.

Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

Disponível em: <http://veja.abril.com.br>. Acesso em: 25 jun. 2011 (adaptado).

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?

- A 1:700
- B 1:7 000
- C 1:70 000
- D 1:700 000**
- E 1:7 000 000

### QUESTÃO 162

O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.

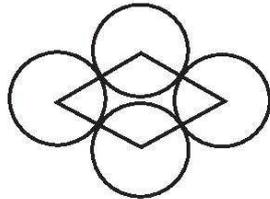


Figura 1

Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2.

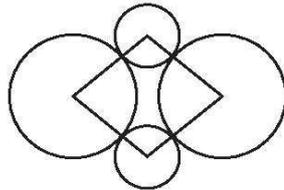


Figura 2

O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de

- A 300%.
- B 200%.
- C 150%.
- D 100%.
- E 50%.**

### QUESTÃO 163

José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6 : 5 : 4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4 : 4 : 2, respectivamente.

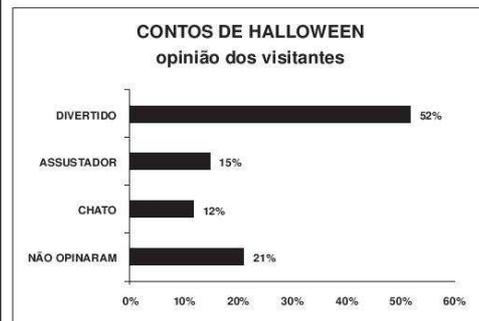
Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

- A 600, 550, 350
- B 300, 300, 150**
- C 300, 250, 200
- D 200, 200, 100
- E 100, 100, 50

### QUESTÃO 164

Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em: "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem.

O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do *blog* irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween".

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

- A 0,09.
- B 0,12.
- C 0,14.
- D 0,15.**
- E 0,18.


**QUESTÃO 165**

Em exposições de artes plásticas, é usual que estátuas sejam expostas sobre plataformas giratórias. Uma medida de segurança é que a base da escultura esteja integralmente apoiada sobre a plataforma. Para que se providencie o equipamento adequado, no caso de uma base quadrada que será fixada sobre uma plataforma circular, o auxiliar técnico do evento deve estimar a medida  $R$  do raio adequado para a plataforma em termos da medida  $L$  do lado da base da estátua.

Qual relação entre  $R$  e  $L$  o auxiliar técnico deverá apresentar de modo que a exigência de segurança seja cumprida?

- A  $R \geq L / \sqrt{2}$   
 B  $R \geq 2L / \pi$   
 C  $R \geq L / \sqrt{\pi}$   
 D  $R \geq L / 2$   
 E  $R \geq L / (2\sqrt{2})$

**QUESTÃO 166**

O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte e, na Figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.

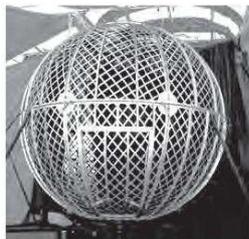


Figura 1

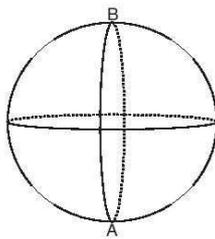
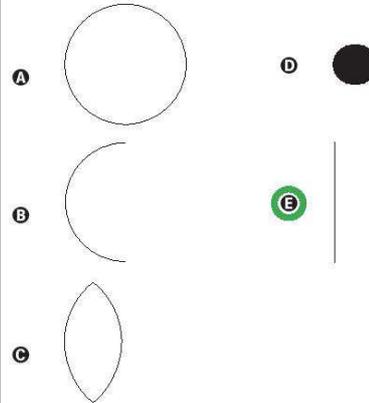


Figura 2

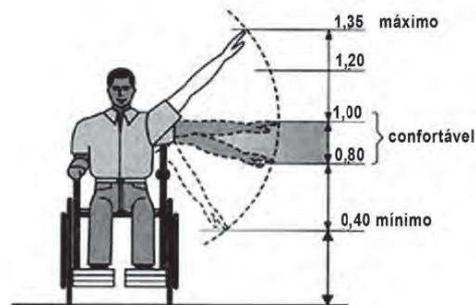
Na Figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

Disponível em: [www.baixaki.com.br](http://www.baixaki.com.br). Acesso em: 29 fev. 2012.

A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é melhor representada por


**QUESTÃO 167**

Num projeto da parte elétrica de um edifício residencial a ser construído, consta que as tomadas deverão ser colocadas a 0,20 m acima do piso, enquanto os interruptores de luz deverão ser colocados a 1,47 m acima do piso. Um cadeirante, potencial comprador de um apartamento desse edifício, ao ver tais medidas, alerta para o fato de que elas não contemplarão suas necessidades. Os referenciais de alturas (em metros) para atividades que não exigem o uso de força são mostrados na figura seguinte.



Uma proposta substitutiva, relativa às alturas de tomadas e interruptores, respectivamente, que atenderá àquele potencial comprador é

- A 0,20 m e 1,45 m.  
 B 0,20 m e 1,40 m.  
 C 0,25 m e 1,35 m.  
 D 0,25 m e 1,30 m.  
 E 0,45 m e 1,20 m.

**QUESTÃO 168**

A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.

Disponível em: <http://noticias.terra.com.br> (adaptado).

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a

- A  $3,25 \times 10^2$  km.
- B  $3,25 \times 10^3$  km.
- C  $3,25 \times 10^4$  km.
- D**  $3,25 \times 10^5$  km.
- E  $3,25 \times 10^6$  km.

**QUESTÃO 169**

Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?

- A 24 litros
- B** 36 litros
- C 40 litros
- D 42 litros
- E 50 litros

**QUESTÃO 170**

A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são

- A Balas W e Pizzaria Y.
- B Chocolates X e Tecelagem Z.
- C Pizzaria Y e Alfinetes V.
- D** Pizzaria Y e Chocolates X.
- E Tecelagem Z e Alfinetes V.

**QUESTÃO 171**

Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hipoglicemia	taxa de glicose menor ou igual a 70 mg/dL
Normal	taxa de glicose maior que 70 mg/dL e menor ou igual a 100 mg/dL
Pré-diabetes	taxa de glicose maior que 100 mg/dL e menor ou igual a 125 mg/dL
Diabetes Melito	taxa de glicose maior que 125 mg/dL e menor ou igual a 250 mg/dL
Hiperglicemia	taxa de glicose maior que 250 mg/dL

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estava com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dL. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.

Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de

- A hipoglicemia.
- B normal.
- C pré-diabetes.
- D** diabetes melito.
- E hiperglicemia.



\* A M A R 2 5 0 0 N 2 9 \*



2012

**QUESTÃO 172**

Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de 30 000 m<sup>2</sup> e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10 000 m<sup>2</sup>).

A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)<sup>2</sup> é

- A 20,25.
- B 4,50.
- C 0,71.
- D 0,50.
- E 0,25.**

**QUESTÃO 173**

O designer português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem estar associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

Folha de São Paulo. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 18 fev. 2012 (adaptado).

De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?

- A 14
- B 18
- C 20**
- D 21
- E 23

**QUESTÃO 174**

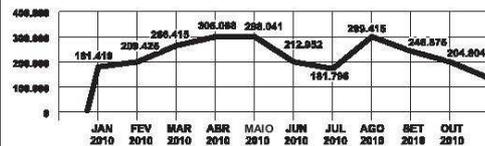
José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

- A Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
- B José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
- C José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
- D José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.**
- E Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

**QUESTÃO 175**

O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

**BRASIL - Comportamento do Emprego Formal no período de janeiro a outubro de 2010 - CAGED**

Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- A 212 952.
- B 229 913.**
- C 240 621.
- D 255 496.
- E 298 041.

**QUESTÃO 176**

A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar aparecendo "espaços vazios" que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, conseqüentemente, o conjunto tende a retrair-se. Considere que no processo de cozimento a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Disponível em: www.arq.usc.br. Acesso em: 30 mar. 2012 (adaptado).

Levando em consideração o processo de cozimento e a contração sofrida, o volume V de uma travessa de argila, de forma cúbica de aresta a, diminui para um valor que é

- A 20% menor que V, uma vez que o volume do cubo é diretamente proporcional ao comprimento de seu lado.
- B 36% menor que V, porque a área da base diminui de a<sup>2</sup> para ((1 - 0,2)a)<sup>2</sup>.
- C 48,8% menor que V, porque o volume diminui de a<sup>3</sup> para (0,8a)<sup>3</sup>.**
- D 51,2% menor que V, porque cada lado diminui para 80% do comprimento original.
- E 60% menor que V, porque cada lado diminui 20%.



**QUESTÃO 177**

Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área  $A$  da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com

a sua massa  $m$  pela fórmula  $A = k \cdot m^{\frac{2}{3}}$ , em que  $k$  é uma constante positiva.

Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

- A  $\sqrt[3]{16}$
- B 4**
- C  $\sqrt{24}$
- D 8
- E 64

**QUESTÃO 178**

Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz  $4 \times 4$ , e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

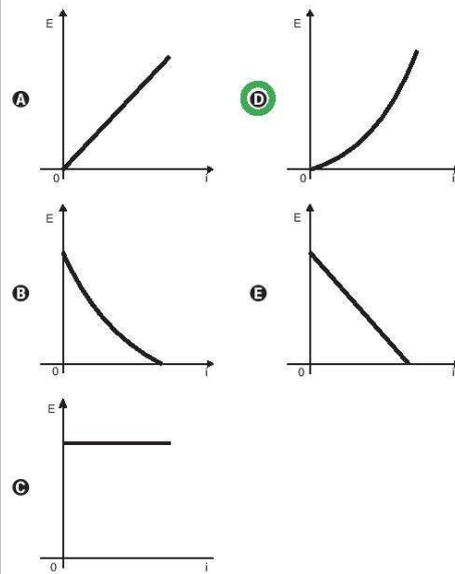
Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

- A  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$
- B  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$
- C  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- D  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- E  $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$**

**QUESTÃO 179**

Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência ( $P$ ) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica ( $R$ ) e o quadrado da corrente elétrica ( $i$ ) que por ele circula. O consumo de energia elétrica ( $E$ ), por sua vez, é diretamente proporcional à potência do aparelho.

Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida ( $E$ ) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica ( $i$ ) que circula por ele?



**QUESTÃO 180**

Em 20 de fevereiro de 2011 ocorreu a grande erupção do vulcão Bulusan nas Filipinas. A sua localização geográfica no globo terrestre é dada pelo GPS (sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global) com longitude de  $124^\circ 3' 0''$  a leste do Meridiano de Greenwich. Dado:  $1^\circ$  equivale a  $60'$  e  $1'$  equivale a  $60''$ .

PAVARIN, G. Galileu, fev. 2012 (adaptado).

A representação angular da localização do vulcão com relação a sua longitude na forma decimal é

- A  $124,02^\circ$
- B  $124,05^\circ$**
- C  $124,20^\circ$
- D  $124,30^\circ$
- E  $124,50^\circ$

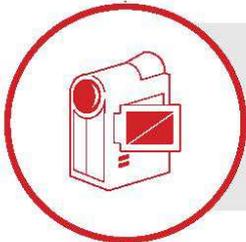
## ANEXO C – GUIAS DO PROFESSOR



Matemática  
Multimídia

Números  
e funções





**Guia do Professor**

# Vídeo

**A lógica de Alice.**

**Série Matemática na Escola**

**Objetivos**

Apresentar raciocínios da lógica informal e da lógica formal

**ATENÇÃO** Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

**LICENÇA** Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP



**FNE** FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de  
Educação a Distância

Ministério da  
Ciência e Tecnologia

Ministério  
da Educação

Governo  
Federal

# A Lógica de Alice

**Série**

Matemática na Escola

**Conteúdos**

Noções de Lógica.

**Duração**

Aprox. 10 minutos.

**Objetivos**

1. Apresentar raciocínios da lógica informal e da lógica formal.

**Sinopse**

Os personagens deste vídeo são Alice e o autor do livro: *Através do espelho e o que Alice encontrou lá*, de Sir Carrol. Sir Carrol explica à Alice alguns jogos de palavras deste livro, bem como de raciocínios lógicos usados. Conversam sobre a lógica informal ou cotidiana e a lógica formal.

**Material relacionado**

Áudios: *Como descobrir a verdade*.

Vídeos: *A revanche de Alice e Alice, paradoxo e formalização*.

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

## Sobre o programa

---

Este é o primeiro dos três vídeos de tópicos introdutórios de lógica. Os dois outros são: *A Revanche de Alice* e *Alice, o Paradoxo e a Formalização*. Lógica no ensino médio é um tema rico com amplas conotações interdisciplinares e que se torna mais rico na medida em



que for possível perceber o quanto a Lógica permeia as conversas informais entre amigos, a leitura de jornais ou revistas e as diversas disciplinas do currículo – não é um instrumento só da Matemática. O

objetivo principal do vídeo é o de promover o desenvolvimento da capacidade de usar e entender o discurso corretamente, identificando construções falsas, ou seja, incorretas, mas com a aparência de verdadeira. Espera-se desenvolver no aluno a capacidade de argumentar e compreender argumentos, bem como a capacidade de criticar agumentações ou textos. Este video juntamente com outros dois trata de lógica formal e informal. Os personagens principais dos três videos são: Alice e o autor dos livros chamado Lewis Carrol. Lewis



Carrol, é o pseudônimo de Charles Lutwige Dogson, que nasceu na pequena cidade de Daresbury, perto de Manchester, Inglaterra, em 1833. Filho mais velho de uma família relativamente abastada, divertia seus sete irmãos com jogos e passatempos criados por ele mesmo. Formou-se com louvor na Universidade de Oxford, foi professor de matemática dessa mesma universidade e escreveu *Alice no país das maravilhas* (1865-66), *Através do espelho e o que Alice encontrou lá* (1871), *A caça ao turpente* (poema, 1876), *Silvia e Bruno* (romance, 1889) e *Alice - canções de ninar* (1889). Em matemática escreveu *Um tratado elementar sobre determinante* (1867), *Lógica simbólica* (1896) e *Euclides e seu rivais modernos* (1879).

Os três videos se referem à Lógica. Mas o que é Lógica? A Lógica, do grego, “logos” significa palavra, pensamento, idéia, argumento, relato, razão lógica ou principio lógico. É uma ciência de índole matemática ligada também à filosofia. A lógica formal, também chamada de lógica

simbólica, preocupa-se com a estrutura do raciocínio. A lógica matemática é o uso da lógica formal para estudar o raciocínio matemático. A lógica informal (ou cotidiana) estuda os aspectos da argumentação válida que não depende exclusivamente da lógica formal. A história da Lógica começa com os trabalhos de Aristóteles, filósofo grego (384–322 a.C.). Para Aristóteles a Lógica se liga ao cálculo proposicional. "Proposições" são sentenças declarativas afirmativas ou negativas. Por exemplo: "Todos os animais são mortais" é afirmativa; "Nenhum animal é imortal" é negativa.

Ainda na antiguidade grega, temos a Lógica da escola dos estóicos e megáricos ( Euclides de Megara–400 a.C.) , que se apresenta de modo diferente da aristotélica, pois se liga ao cálculo de predicados (que são os quantificadores). A Lógica moderna inicia-se com George Boole (1815–1864) e De Morgan (1806–1871) quem formulou as leis que recebem seu nome e foi o primeiro a introduzir o termo e tornar rigorosa a idéia de *Indução matemática*. Depois destes veio G. Frege(1848–1925), considerado o "maior lógico dos tempos modernos", Russel e Whitehead, como também Hilbert, Godel e Tarski.

## Antes da execução

---

Apresentar aos alunos os seguintes problemas: Alice ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O Leão e o Unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O Leão mentia às segundas, terças e quartas-feiras, e falava a verdade nos outros dias da semana. O Unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias da semana. Problema 1–Um dia, Alice encontrou o Leão e o Unicórnio descansando à sombra de uma árvore. Eles disseram:

(Leão) *Ontem foi um dos meus dias de mentir.*

(Unicórnio): *Ontem foi um dos meus dias de mentira.*

A partir dessas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual será?

Problema 2 – Em outra ocasião Alice encontrou o Leão sozinho. Ele fez as seguintes afirmações: (1) Eu menti ontem, (2) Eu mentirei dois dias depois de amanhã. Qual era o dia da semana?

Problema 3– Em qual dia da semana é possível para o Leão fazer as seguintes afirmações? (1) Eu menti ontem, (2) Eu mentirei amanhã.

Problemas extraídos da Proposta Curricular de Matemática para o CEFAM e Habilitação específica para o Magistério SP-1990.

## Durante a execução

Neste primeiro vídeo, Lewis Carrol conversa com Alice sobre os jogos de palavras usados no livro *Através do espelho e o que Alice encontrou lá*. Você pode interromper de vez em quando o vídeo para analisar com os alunos as conversas que surgem entre Alice e a rainha, ou entre Alice e Sir Carrol.

## Depois da execução

Voltar aos problemas enunciados. Faça com eles uma tabela dos dias da semana, com os dados do Leão(L) e do Unicórnio(U). Chamando de M quando mente e V quando diz a verdade, temos na segunda feira, L-M e U-V, na terça, L-M e U-V, na quarta, L-M e U-V, na quinta, L-V e U-M, na sexta L-V e U-M, no sábado, L-V e U-M, e no domingo, L-V e U-V.

Assim para o Problema 1– Pela resposta do L, pode ser segunda ou quinta feira. Pela resposta do U, pode ser quinta ou domingo. Portanto como os dois se referiam a um mesmo dia da semana, este será quinta feira. Problema 2– Por (1), o dia poderia ser segunda ou quinta feira. Por (2), como L mentirá 3 dias depois de hoje, hoje pode ser segunda, terça, quarta, sexta, sábado ou domingo. Logo o dia da semana era segunda feira. Problema 3–A afirmação (1) pode ser feita segunda ou quinta feira. A afirmação (2) pode ser feita quarta e domingo. Portanto NÃO EXISTE um dia da semana que seja possível para o Leão fazer as duas afirmações. Professor. Existem vários livros ou revistas que

contêm problemas do tipo “charada lógica”. Veja, por exemplo, o livro de Malba Tahan, *O homem que calculava*.

---

### Sugestões de leitura

---

CARRAHER, D.W. O senso crítico. São Paulo, editora Pioneira, 1983.  
 MACHADO, N.J. Lógico? É lógico!. São Paulo, editora Scipione, 1988.  
 CASTRUCCI, B. Introdução à Lógica Matemática. São Paulo–Grupo de estudo do ensino da Matemática, Serie Professor, número 4. 1973.  
 Proposta Curricular de Matemática para o CEFAM e Habilitação específica para o Magistério SP–1990.  
 Malba Tahan, *O homem que calculava*.

---

### Ficha técnica

---

Autora Otilia W. Paques  
 Revisão Laura Leticia Ramos Rifo  
 Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*  
 Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

#### Universidade Estadual de Campinas

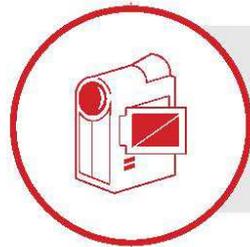
Reitor *Fernando Ferreira Costa*  
 Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*  
 Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

#### Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*  
 Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*



Números  
e funções



## Guia do Professor

# Vídeo

### A Revanche de Alice.

#### Série Matemática na Escola

##### Objetivos

1. Apresentar exemplos de lógica matemática.
2. Motivar o estudo de cálculo proposicional e tabelas verdade.

**ATENÇÃO** Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

**LICENÇA** Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



# A revanche de Alice

**Série**

Matemática na Escola

**Conteúdos**

Lógica matemática.

**Duração**

Aprox. 10 minutos.

**Objetivos**

1. Apresentar exemplos de lógica matemática.
2. Motivar o estudo de cálculo proposicional e tabelas verdade.

**Sinopse**

O gato de Cheshire, do livro *Alice no país das maravilhas*, aparece e desaparece, a rainha faz jogos de palavras com a Alice. Algumas vezes a Alice rebate as provocações da rainha. Sir Carrol explica então à Alice os conectivos lógicos usados pela rainha.

**Material relacionado**

Áudios: *Como descobrir a verdade*, *Como repartir um bolo*;  
Vídeos: *A lógica de Alice*, *Alice - paradoxos e formalizações*.

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

## Sobre o programa

---

Este é o segundo vídeo de três, sobre Lógica. Os dois outros são : *A Lógica de Alice*, e , *Alice, o Paradoxo e a Formalização*. Lógica no ensino médio é um tema rico com amplas conotações interdisciplinares e que se torna mais rico na medida em



que for possível perceber o quanto a Lógica permeia as conversas informais entre amigos, a leitura de jornais ou revistas e as diversas disciplinas do currículo – não é um instrumento só da Matemática. O

objetivo principal do vídeo é o de promover o desenvolvimento da capacidade de usar e entender o discurso corretamente, identificando construções falsas, ou seja, incorretas, mas com a aparência de verdadeira. Espera-se desenvolver no aluno a capacidade de argumentar e compreender argumentos, bem como a capacidade de criticar agumentações ou textos. Este vídeo juntamente com outros dois trata de lógica formal e informal. Os personagens principais dos três vídeos são: Alice e o autor dos livros chamado Lewis Carrol. Lewis



Carrol, é o pseudônimo de Charles Lutwige Dogson, que nasceu na pequena cidade de Daresbury, perto de Manchester, Inglaterra, em 1833. Filho mais velho de uma família relativamente abastada, divertia seus sete irmãos com jogos e passatempos criados por ele mesmo. Formou-se com louvor na Universidade de Oxford, foi professor de matemática dessa mesma universidade e escreveu *Alice no país das maravilhas* (1865-66), *Através do espelho e o que Alice encontrou lá* (1871), *A caça ao turpente* (poema, 1876), *Silvia e Bruno* (romance, 1889) e *Alice - canções de ninar* (1889). Em matemática escreveu *Um tratado elementar sobre determinante* (1867), *Lógica simbólica* (1896) e *Euclides e seu rivais modernos* (1879).

Os três vídeos se referem à Lógica. Mas o que é Lógica? A Lógica, do grego, “logos” significa palavra, pensamento, idéia, argumento, relato, razão lógica ou princípio lógico. É uma ciência de índole matemática ligada também à filosofia. A lógica formal, também chamada de lógica

simbólica, preocupa-se com a estrutura do raciocínio. A lógica matemática é o uso da lógica formal para estudar o raciocínio matemático. A lógica informal (ou cotidiana) estuda os aspectos da argumentação válida que não depende exclusivamente da lógica formal. A história da Lógica começa com os trabalhos de Aristóteles, filósofo grego (384–322 a.C.). Para Aristóteles a Lógica se liga ao cálculo proposicional. "Proposições" são sentenças declarativas afirmativas ou negativas. Por exemplo: "Todos os animais são mortais" é afirmativa; "Nenhum animal é imortal" é negativa.

Ainda na antiguidade grega, temos a Lógica da escola dos estóicos e megáricos ( Euclides de Megara–400 a.C.) , que se apresenta de modo diferente da aristotélica, pois se liga ao cálculo de predicados (que são os quantificadores). A Lógica moderna inicia-se com George Boole (1815–1864) e De Morgan (1806–1871) quem formulou as leis que recebem seu nome e foi o primeiro a introduzir o termo e tornar rigorosa a idéia de *Indução matemática*. Depois destes veio G. Frege(1848–1925), considerado o "maior lógico dos tempos modernos", Russel e Whitehead, como também Hilbert, Godel e Tarski.

## Sugestões de atividades

### Antes da execução

Este já o segundo vídeo sobre Lógica. Vamos então tratar da lógica proposicional. Uma proposição é uma sentença declarativa que pode ser ou verdadeira(V) ou falsa(F). Exemplo: O morcego é um mamífero.(V). Rio de Janeiro é a capital do Brasil.(F). A sentença "x é menor que 3", ou "o quadrado de x é 16", são sentenças abertas, que depende de uma variável. A notação  $P(x)$  que representa a frase "x é menor que 3" é um predicado e x a variável.

As proposições simples podem combinar proposições através de conectivos lógicos. Os mais importantes conectivos lógicos são:

1) conjunção : "p e q".



VÍDEO

A revanche de Alice 5/7

2) disjunção : “p ou q”.

3) negação:  $\sim p$ , ou “não p”.

4) implicação: “se p, então q” (ou  $p \rightarrow q$ ).

5) equivalência: “p se, e somente se, q” (ou  $p \leftrightarrow q$ ).

Se p e q são duas proposições, então “p e q” também é uma proposição, chamada conjunção das duas. A tabela-verdade da conjunção é a seguinte: se p e q são V, então “p e q” é V, se p é V e q é F, então “p e q” é F, se p é F e q é V, então “p e q” é F, se p é F e q é F, então “p e q” é F. A tabela verdade da disjunção é a seguinte: se p e q são V, então “p ou q” é V, se p e q são F, então “p ou q” é F, se pelo menos um das duas proposições for falsa, então a disjunção delas é V. Da negação : se p é V,  $\sim p$  é F, se p é F,  $\sim p$  é V. Da implicação: o valor lógico de  $p \rightarrow q$  é falso apenas se p for V e q for F. Nos demais casos,  $p \rightarrow q$  é V. Da equivalência: O valor lógico de  $p \leftrightarrow q$ , é V quando p e q tem o mesmo valor lógico e falso caso contrário.

## Durante a execução

---

Se for apropriado, interrompa o vídeo na conversa da rainha com a Alice e estude com os seus alunos os conectivos lógicos que elas usaram. Observe também o momento da revanche da Alice!

## Depois da execução

---

Sugestões de atividades :

1) Mostre, pelas tabelas-verdade, que as proposições  $p \rightarrow q$  e  $(\sim q) \rightarrow (\sim p)$  têm sempre o mesmo valor lógico, quaisquer que sejam os valores lógicos de p e q.

2) considere p,  $(\sim q)$  e r proposições verdadeiras. Verifique quais das afirmações são verdadeiras: a)  $p \rightarrow q$ , b)  $q \rightarrow p$ , c)  $p \leftrightarrow q$ , d)  $p \leftrightarrow r$ .

---

### Sugestões de leitura

---

- 1) CARRAHER, D.W. *O senso crítico*. São Paulo, editora Pioneira, 1983.
- 2) MACHADO, N.J. *Lógico? É lógico!*. São Paulo, editora Scipione, 1988.
- 3) CASTRUCCI, B. *Introdução à Lógica Matemática*. São Paulo – Grupo de estudo do ensino da Matemática, Serie Professor, número 4. 1973.

---

### Ficha técnica

---

Autora *Otilia W. Paques*

Revisão *Laura Leticia Ramos Rifo*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

#### **Universidade Estadual de Campinas**

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

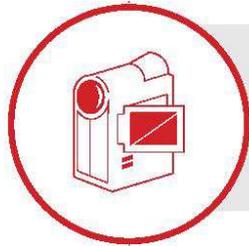
#### **Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica**

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*



Números  
e funções 



## Guia do Professor

# Vídeo

### Alice, o Paradoxo e a Formalização.

#### Série Matemática na Escola

##### Objetivos

1. Apresentar exemplos de lógica matemática.
2. Introduzir a noção de paradoxos.
3. Motivar a formalização do raciocínio matemático.

**ATENÇÃO** Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

**LICENÇA** Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



# Alice, o Paradoxo e a Formalização

**Série**

Matemática na Escola

**Conteúdos**

Lógica matemática.

**Duração**

Aprox. 10 minutos.

**Objetivos**

1. Apresentar exemplos de lógica matemática.
2. Introduzir a noção de paradoxos.
3. Motivar a formalização do raciocínio matemático.

**Sinopse**

Os personagens principais do vídeo são Alice, Sir Carrol e o gato de Cheshire que aparece e desaparece. Alice também conversa com a carta J do baralho. O assunto agora são os paradoxos e a formalização do raciocínio matemático.

**Material relacionado**

Áudios: *Como descobrir a verdade, Como repartir um bolo*;  
Vídeos: *A lógica de Alice e A revanche de Alice*.

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

## Sobre o programa

---

Este é o terceiro vídeo sobre Lógica em conexão à personagem Alice do escritor Carrol. Os dois outros vídeos são *A Revanche de Alice* e *A Lógica de Alice*. Lógica no ensino médio é um tema rico com amplas conotações interdisciplinares e que se torna mais rico na medida em



que for possível perceber o quanto a Lógica permeia as conversas informais entre amigos, a leitura de jornais ou revistas e as diversas disciplinas do currículo - não é um instrumento só da Matemática. O

objetivo principal do vídeo é o de promover o desenvolvimento da capacidade de usar e entender o discurso corretamente, identificando construções falsas, ou seja, incorretas, mas com a aparência de verdadeira. Espera-se desenvolver no aluno a capacidade de argumentar e compreender argumentos, bem como a capacidade de criticar argumentações ou textos. Este vídeo juntamente com outros dois trata de lógica formal e informal. Os personagens principais dos três vídeos são: Alice e o autor dos livros chamado Lewis Carrol. Lewis



Carrol, é o pseudônimo de Charles Lutwige Dogson, que nasceu na pequena cidade de Daresbury, perto de Manchester, Inglaterra, em 1833. Filho mais velho de uma família relativamente abastada, divertia seus sete irmãos com jogos e passatempos criados por ele mesmo. Formou-se com louvor na Universidade de Oxford, foi professor de matemática dessa mesma universidade e escreveu *Alice nos pais das maravilhas* (1865-66), *Através do espelho e o que Alice encontrou lá* (1871), *A caça ao turpente* (poema, 1876), *Silvia e Bruno* (romance, 1889) e *Alice - canções de ninar* (1889). Em matemática escreveu *Um tratado elementar sobre determinante* (1867), *Lógica simbólica* (1896) e *Euclides e seus rivais modernos* (1879).

Os três vídeos se referem à Lógica. Mas o que é Lógica? A Lógica, do grego, “logos” significa palavra, pensamento, idéia, argumento, relato, razão lógica ou princípio lógico. É uma ciência de índole matemática ligada também à filosofia. A lógica formal, também chamada de lógica

simbólica, preocupa-se com a estrutura do raciocínio. A lógica matemática é o uso da lógica formal para estudar o raciocínio matemático. A lógica informal (ou cotidiana) estuda os aspectos da argumentação válida que não depende exclusivamente da lógica formal. A história da Lógica começa com os trabalhos de Aristóteles, filósofo grego (384-322 a.C.). Para Aristóteles a Lógica se liga ao cálculo proposicional. "Proposições" são sentenças declarativas afirmativas ou negativas. Por exemplo: "Todos os animais são mortais" é afirmativa; "Nenhum animal é imortal" é negativa.

Ainda na antiguidade grega, temos a Lógica da escola dos estóicos e megáricos (Euclides de Megara-400 a.C.), que se apresenta de modo diferente da aristotélica, pois se liga ao cálculo de predicados (que são os quantificadores). A Lógica moderna inicia-se com George Boole (1815-1864) e De Morgan (1806-1871) quem formulou as leis que recebem seu nome e foi o primeiro a introduzir o termo e tornar rigorosa a idéia de *Indução matemática*. Depois destes veio G. Frege (1848-1925), considerado o "maior lógico dos tempos modernos", Russel e Whitehead, como também Hilbert, Godel e Tarski.

## Sugestões de atividades

### Antes da execução

Verifique com os alunos o que é paradoxo. Segundo o dicionário Aurélio: 1) conceito que é ou parece contrário ao comum; contra-senso, absurdo, disparate. 2) Contradição, pelo menos na aparência. Esta definição fica clara ao lermos o enunciado do paradoxo de Zenon (ou Zenão) sobre Aquiles e a tartaruga, como segue.

*O veloz Aquiles vai disputar uma corrida contra uma tartaruga e, sendo justo, dá-lhe uma vantagem. Mas, contrariamente à sua expectativa (e a nossa experiência), não consegue alcançar a tartaruga. Com efeito, raciocina Zenon, quando Aquiles atinge o ponto em que ela se encontrava quando ele iniciou a corrida ele ainda não a alcançou, pois ela, embora muito lenta, moveu-se para um ponto mais à frente. Quando Aquiles atingir esse novo ponto, ainda não a terá*



*alcançado, pois ela se encontra agora ainda mais à frente, e quando ele atingir esse novo ponto, etc., etc. Dessa maneira, ele nunca conseguirá alcançá-la.* (texto retirado do livro *Episódios da História antiga da Matemática* – Asger Aaboe, da SBM, 1984. Este paradoxo foi apresentado por Aristóteles em sua física.

## Durante a execução

---

Se o professor julgar conveniente, interrompa o vídeo (na primeira vez ou na segunda vez que estiverem assistindo) e coloque algumas questões aos alunos: O que é Matemática? O que é Lógica? Não se tem uma resposta satisfatória para este tipo de indagação.

Dai afirmações curiosas como colocaremos a seguir: Certa vez, Russel disse que *Matemática é uma ciência, na qual não se sabe do que se fala e nem o que se fala é verdade.* A isto, Emile Borel (matemático-1871-1956), retrucou, em outra oportunidade: *A Matemática é a única ciência, na qual se sabe do que se fala e que o que se fala é verdade.* Pode-se dar significado às duas afirmações, de modo que ambas tenham razão. De fato, basta que, na primeira definição, pensemos no mundo físico, real e na segunda, nos restrinjamos à verdade matemática.

Num sistema axiomático partimos de palavras não definidas, despidas de qualquer conteúdo e de proposições não demonstradas ou axiomas e com a utilização da Lógica subjacente, construímos o edifício de uma teoria, (formalizamos), demonstrando as proposições que serão os teoremas. Contudo, no que concerne ao mundo real, nada se pode dizer sobre a verdade dos resultados. Um exemplo interessante disto, é o seguinte; na construção axiomática da geometria euclidiana, chega-se à conclusão que a soma das medidas dos ângulos de um triângulo é sempre 180 graus, ao passo que em uma geometria não euclidiana, infere-se que a soma pode ser menor que 180 graus. As duas afirmações geométricas, euclidiana e não euclidiana, são certas, mas estão em edifícios axiomáticos diferentes.

## Depois da execução

---

Continuando sobre o paradoxo de Aquiles: aqui, por meio de um recurso hábil, Zenon dividiu o intervalo de tempo entre o momento da partida de Aquiles e o instante em que ele alcançaria a tartaruga em infinitamente intervalos de tempo; afirma então que a soma de infinitos termos positivos deve ser infinita, o que é naturalmente errado. Veja por exemplo no vídeo *Pra La de Bagdá*, a soma de uma PG infinita de razão menor que 1, é finita. O problema gera uma PG infinita com razão menor que 1. Os outros paradoxos de Zenon usam o mesmo tipo de raciocínio. Todos eles estão relacionados a processos de limites, continuidade e a construção dos números reais e estão fora do escopo do ensino médio. No entanto, este problema de Zeno é um exemplo clássico de paradoxo (aparente).

---

### Sugestões de leitura

- 1) CARRAHER, D.W. *O senso crítico*. São Paulo, editora Pioneira, 1983.
- 2) MACHADO, N.J. *Lógico? É lógico!* São Paulo, editora Scipione, 1988.
- 3) CASTRUCCI, B. *Introdução à Lógica Matemática*. São Paulo -Grupo de estudo do ensino da Matemática, Serie Professor, número 4. 1973.
- 4) Veja também a solução gráfica do problema de Aquiles no site: <http://www.ime.unicamp.br/~calculo>, acessado no dia 8 de outubro de 2010.

---

### Ficha técnica

Autora: *Otília W. Paques*  
 Revisão *Samuel Rocha de Oliveira*  
 Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*  
 Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

**Universidade Estadual de Campinas**  
 Reitor *Fernando Ferreira Costa*  
 Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*  
 Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

**Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica**  
 Diretor *Jayme Vaz Jr.*  
 Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*



VÍDEO

Título do vídeo 7/7