



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE
ESCOAMENTOS COM CONDIÇÕES DE
CONTORNO DEPENDENTES DO TEMPO
NA ENTRADA DO DOMÍNIO DE CÁLCULO**

Edilson de Castro Viana

Ilha Solteira - SP

1210001711



SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS COM CONDIÇÕES DE CONTORNO DEPENDENTES DO TEMPO NA ENTRADA DO DOMÍNIO DE CÁLCULO

Edílson de Castro Viana

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho",
como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do
título de **Mestre em Engenharia Mecânica**

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Said Mansur

Ilha Solteira, novembro de 2005

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

V614s Viana, Edílson de Castro
Simulação numérica de escoamentos com condições de contorno dependentes do tempo na entrada do domínio de cálculo / Edílson de Castro Viana. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2005
xxix, 183 p. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2005

Orientador: Sérgio Said Mansur
Bibliografia: p. 135-142

1. Simulação numérica de escoamentos. 2. Turbulência. 3. Método dos volumes finitos.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Simulação Numérica de Escoamentos com Condições de Contorno Dependentes do Tempo na Entrada do Domínio de Cálculo

AUTOR: EDILSON DE CASTRO VIANA

ORIENTADOR: Prof. Dr. SÉRGIO SAID MANSUR

Aprovado como parte das exigências para a obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA MECÂNICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. SÉRGIO SAID MANSUR

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOÃO BATISTA APARECIDO

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. LEANDRO FRANCO DE SOUZA

Departamento de Ciências de Computação e Estatística – USP – São Carlos/SP

Data da realização: 16 de novembro de 2005.



Presidente da Comissão Examinadora
Prof. Dr. SÉRGIO SAID MANSUR



Co. Sup 468540
Sup 60175

NRD 124106

UNESP - CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
02.08.06	31.08.06
REGISTRADO POR	TOMBO
Ailza	Te. 1711
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
110000 Autor R\$ 10,00	V6148

Dedicatória

*À Deus,
à minha Família,
aos meus professores,
aos meus amigos*

Agradecimento

Graduei-me Engenheiro Mecânico pela Universidade Estadual Paulista, do Campus de Ilha Solteira, e, em sequência, dei início à meus estudos de mestrado, nessa mesma instituição. Durante este trabalho, que foi inteiramente desenvolvido nas dependências do Laboratório de Mecânica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica, pude contar com a colaboração de várias pessoas e instituições, às quais gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos:

Ao Prof. Sérgio Mansur, não apenas pela orientação e amizade, mas também, e acima de tudo, pelo incentivo no início do trabalho e por acreditar em meus esforços durante toda esta jornada;

Ao Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto, da Universidade Federal de Uberlândia, pelo apoio e colaboração, fundamentais para a realização deste trabalho;

Ao corpo docente do Departamento de Engenharia Mecânica, que me proporcionou uma sólida formação profissional;

Aos professores Leandro Franco de Souza e João Batista Aparecido, membros da banca examinadora, que aceitaram a incumbência de julgar esta dissertação;

Ao técnico de informática Jean, por todo suporte técnico e pelo esforço em manter a rede de computadores do Laboratório de Mecânica dos Fluidos Computacional em perfeito funcionamento;

Às Secretárias Elaine e Érica, pela dedicação e apoio;

Aos colegas da pós-graduação, pelo companheirismo, e em especial aos amigos Fabiano e Thales, pelo convívio de inestimável valor de que desfrutei ao longo dos últimos anos;

Ao amigo e colega de tantas horas de estudo Ricardo, que além do constante incentivo, ainda proporcionou valiosas discussões e sugestões ao meu trabalho;

À colega de trabalho Luciene, por ajudar e me acompanhar, pacientemente, durante as etapas iniciais de minhas atividades de mestrado;

À Capes e à FAPESP, pelo suporte financeiro – concedido na forma de uma bolsa de estudos e um auxílio à pesquisa – que viabilizou a realização deste trabalho.



*“Não devemos parar de explorar. E o fim de
toda nossa exploração será chegar ao ponto
de partida e ver o lugar pela primeira vez.”*

T. S. Eliot

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xix
Lista de Símbolos	xxi
Resumo	xxv
Abstract	xxvii
Preâmbulo	xxix
Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 – Formas de abordagem dos problemas de mecânica dos fluidos	1
1.2 – Motivação e objetivos do trabalho	4
1.3 – Organização do trabalho	6
Capítulo 2 – Fenomenologia do Escoamento em Torno de Cilindros	9
2.1 – Escoamento estacionário à montante de um Cilindro	9
2.2 – Escoamento pulsátil à montante de um Cilindro	14
2.3 – Escoamento com turbulência de Corrente Livre	16
Capítulo 3 – Revisão Bibliográfica	23
3.1 – Introdução	23
3.2 – Escoamento com Entrada Pulsátil	24
3.1 – Turbulência de Corrente Livre	30



Capítulo 4 – Formulação Matemática	35
4.1 – Equações Governantes	35
4.2 – Técnica de Solução	36
4.3 – Simulação de Escoamentos Turbulentos	37
4.4 – Condições de Contorno e Iniciais	39
Capítulo 5 – Resultados	43
5.1 – Domínio de Cálculo, Malha Computacional e Condições de Contorni	43
5.2 – Escomanto Pulsátil	
5.2.1 – Dimensões do Domínio de Cálculo	45
a) <i>Tamanho do domínio à montante</i>	45
b) <i>Tamanho do domínio à jusante</i>	47
5.2.2 – Refinamento da Malha	50
5.2.3 – Estudo da Atrrelagem Síncrona	62
a) <i>O regime de Superposição</i>	69
b) <i>O regime de Atrrelagem Síncrona</i>	71
c) <i>O regime de Transição Pós-atrrelagem Síncrona</i>	71
5.2.4 – Atrrelagem Síncrona e Configuração da Malha Computacional	75
a) <i>Malha não uniforme</i>	75
b) <i>Malha uniforme</i>	75
5.2.5 – O Escoamento Pulsátil Quasi-bidimensional	81
5.2.6 – O Escoamento Pulsátil em torno de Cilindros Retangulares	84
5.3 – Escoamento com Flutuações Aleatórias na Entrada do Domínio de Cálculo	88
5.3.1 – Escoamento entre Placas Planas Paralelas	88
a) <i>flutuação aleatória e uniforme da componente u da velocidade na entrada do canal</i>	89
b) <i>flutuação aleatória e não uniforme da componente u da velocidade na entrada do canal</i>	92
c) <i>flutuação aleatória e não uniforme da componente u e v da velocidade na entrada do canal</i>	98
d) <i>malha computacional e dissipação de perturbações</i>	104
e) <i>simulação com malha ultra-refinada</i>	106
f) <i>escoamentos tridimensionais</i>	111



5.3.2 – Escoamentos em torno de cilindros quadrados e retangulares	118
<i>a) cilindro de base quadrada</i>	118
<i>b) cilindro de base quadrada</i>	125

Capítulo 6 – Conclusões e sugestões	131
-------------------------------------	-----

Referências Bibliográficas	135
----------------------------	-----

Apêndice A Método Numérico	143
----------------------------	-----

Apêndice B Metodologia de Simulação de Grandes Escalas	163
--	-----

Apêndice C Geração de números aleatórios pelo método do resíduo	169
---	-----

Apêndice D Tabelas de Atrelagem	177
---------------------------------	-----





Lista de Figuras

Figura 1.1 – Escoamento ao redor de uma placa, segundo Leonardo da Vinci, 1510.	2
Figura 1.2 – Visualização do escoamento ao redor de um automóvel, obtida através de simulação computacional.	3
Figura 1.3 – Situação real e simulação computacional de uma aeronave militar em processo de decolagem.	4
Figura 2.1 – Escoamento ao redor de um corpo cilíndrico.	10
Figura 2.2 – Escoamento ao redor de um cilindro de base retangular.	10
Figura 2.3 – Regimes de escoamento ao redor de um cilindro de base quadrada. Ilustração gerada a partir dos resultados experimentais de Lindquist (2000).	11
Figura 2.4 – Regimes de escoamento ao redor de um cilindro retangular. Ilustração gerada a partir dos resultados experimentais de Lindquist (2000).	13
Figura 2.5 – Parâmetros envolvidos no regime de escoamento pulsátil em torno de um corpo cilíndrico.	15
Figura 2.6 – Possíveis regimes de escoamento pulsátil sobre um cilindro: regiões de interesse em aplicações de engenharia.	17
Figura 2.7 – Registro das oscilações randômicas da velocidade do vento em uma estação meteorológica.	18
Figura 2.8 – Sinal típico de velocidade em um ponto qualquer de um escoamento turbulento: decomposição de $U(t)$ em parte média, $\bar{u}$, e flutuação, $u'(t)$.	19
Figura 2.9 – Esquema ilustrativo de um escoamento em conduto reto, com região de não homogeneidade e com região de homogeneidade direcional.	21
Figura 2.10 – Imagem experimental de camada de mistura em desenvolvimento espacial.	21



Figura 3.1 – Modos básicos de formação de vórtices à jusante de um cilindro oscilando segundo uma direção arbitrária α com relação à corrente livre (Ongoren & Rockwell, 1988).	27
Figura 4.1 – A tarefa do método numérico.	37
Figura 5.1 – Dimensões características do domínio de cálculo.	43
Figura 5.2 – Malha computacional montada sobre o domínio de cálculo.	44
Figura 5.3 – Perfis médios de velocidade $5,5 B$ à jusante da base do cilindro, para escoamentos com entrada pulsátil e Xu variável, a $Re = 200$.	48
Figura 5.4 – Perfis médios de velocidade $5,5 B$ à jusante da base do cilindro, para escoamentos com entrada pulsátil e Xd variável, a $Re = 200$.	51
Figura 5.5 – Malhas computacionais empregadas no teste de refinamento, a $Re = 200$.	53
Figura 5.6 – Sinais de velocidade v e espectros de frequência, a $Re = 200$.	55
Figura 5.7 – Linhas de isovorticidade para cada uma das seis malhas utilizadas.	56
Figura 5.8 – Sinais de velocidade v e espectros de frequência para o regime de operação C1, a $Re = 200$.	58
Figura 5.9 – Sinais de velocidade v e espectros de frequência para o regime de operação C2, a $Re = 200$.	59
Figura 5.10 – Perfis de velocidade na estação situada a $5,5B$ à jusante da face posterior do cilindro, para (a) condição de operação C1 e (b) condição de operação C2, $Re = 200$.	60
Figura 5.11 – Crescimento do tempo de simulação de acordo com o aumento do refinamento da malha utilizada.	61
Figura 5.12 – Desenvolvimento temporal dos sinais de velocidade e espectros de frequência para $Re = 200$.	63
Figura 5.13 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada para $x_e/B = 0,125$ e $Re = 200$.	65
Figura 5.14 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada para $x_e/B = 0,175$ e $Re = 200$.	66



Figura 5.15 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada para $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$.	67
Figura 5.16 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada para $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$.	67
Figura 5.17 – Regimes de emissão de vórtices para cilindros submetidos a escoamentos pulsáteis, em função da frequência de oscilação, f_e/f_o , e da amplitude de deslocamento, x_e/B .	69
Figura 5.18 – Evolução temporal e espectro de frequência da componente v da velocidade a jusante do cilindro, a $Re = 200$.	70
Figura 5.19 – Mapa de isovorticidades para escoamento pulsátil, no regime de superposição, em torno de um cilindro quadrado a $Re = 200$.	70
Figura 5.20 – Evolução temporal e espectro de frequência da componente v da velocidade a jusante do cilindro, a $Re = 200$.	72
Figura 5.21 – Evolução temporal das linhas de corrente durante dois períodos de oscilação do cilindro, para $f_e/f_o = 2,0$ e $x_e/B = 0,35$, a $Re = 200$.	73
Figura 5.22 – Contornos de isovorticidade para o escoamento pulsátil no subregime de transição pós-atrelagem síncrona, com $Re = 200$.	74
Figura 5.23 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha com $N/B = 60$, $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$.	76
Figura 5.24 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha uniforme com $N/B = 30$, $x_e/B = 0,125$ e $Re = 200$.	76
Figura 5.25 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha uniforme com $N/B = 30$, $x_e/B = 0,175$ e $Re = 200$.	77
Figura 5.26 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha uniforme com $N/B = 30$, $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$.	77

Figura 5.27 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha uniforme com $N/B = 30$, $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$.	78
Figura 5.28 – Curva f_e/f_s versus x_e/B para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, utilizando malha uniforme com $N/B = 30$, $f_e/f_o = 1,6$ e $Re = 200$.	79
Figura 5.29 – Curva f_e/f_s versus x_e/B para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, utilizando malha uniforme com $N/B = 30$, $f_e/f_o = 1,8$ e $Re = 200$.	80
Figura 5.30 – Curva f_e/f_s versus x_e/B para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, utilizando malha uniforme com $N/B = 30$, $f_e/f_o = 2,2$ e $Re = 200$.	80
Figura 5.31 – Curva f_e/f_s versus x_e/B para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, utilizando malha uniforme com $N/B = 30$, $f_e/f_o = 2,4$ e $Re = 200$.	81
Figura 5.32 – Domínio quasi-tridimensional utilizado na simulação do escoamento pulsátil ao redor de um cilindro quadrado.	82
Figura 5.33 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil quasi-tridimensional em torno de um cilindro de base quadrada, para $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$.	83
Figura 5.34 – Curva de f_e/f_s versus f_e/f_o do escoamento pulsátil em torno de um cilindro retangular com $\phi = 0,62$, $x_e/B = 0,1$ e $Re = 200$.	85
Figura 5.35 – Curva de f_e/f_s versus f_e/f_o do escoamento pulsátil em torno de um cilindro retangular com $\phi = 0,62$, $x_e/B = 0,2$ e $Re = 200$.	85
Figura 5.36 – Curva de f_e/f_s versus f_e/f_o do escoamento pulsátil em torno de um cilindro retangular com $\phi = 2,0$, $x_e/B = 0,1$ e $Re = 200$.	86
Figura 5.37 – Curva de f_e/f_s versus f_e/f_o do escoamento pulsátil em torno de um cilindro retangular com $\phi = 2,0$, $x_e/B = 0,2$ e $Re = 200$.	86
Figura 5.38 – Regime de emissão simétrica de vórtices e posterior desenvolvimento até emissão assimétrica.	87
Figura 5.39 – Dimensões do domínio de cálculo utilizado nas simulações do escoamento entre placas planas paralelas.	88



Figura 5.40 – Média temporal da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.	90
Figura 5.41 – Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.	91
Figura 5.42 – Intensidade turbulenta adimensional da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.	91
Figura 5.43 – Perfis da componente u da velocidade em diferentes estações ao longo do eixo x , a $Re = 200$.	93
Figura 5.44 – Perfis do valor rms da componente u da velocidade em diferentes estações ao longo do eixo x , a $Re = 200$.	94
Figura 5.45 – Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.	95
Figura 5.46 – Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.	95
Figura 5.47 – Intensidade turbulenta adimensional da componente u da velocidade ao longo da linha de centro, a $Re = 200$.	96
Figura 5.48 – Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.	97
Figura 5.49 – Intensidade turbulenta adimensional da componente u da velocidade ao longo da linha de centro, a $Re = 200$.	97
Figura 5.50 – Perfis de velocidade em estações distribuídas ao longo da direção x , a $Re = 200$.	98
Figura 5.51 – Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal.	99
Figura 5.52 – Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal.	99
Figura 5.53 – Intensidade turbulenta adimensional da componente u da velocidade ao longo da linha de centro.	100
Figura 5.54 – Perfis de velocidade em estações distribuídas ao longo de x para diferentes valores de Re .	101
Figura 5.56 – Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.	102
Figura 5.57 – Perfis de velocidade média u para as 6 estações ao longo de x , a $Re = 5000$.	103



Figura 5.58 – Perfis de intensidade turbulenta para as 6 estações ao longo de x , a $Re = 5000$.	103
Figura 5.59 – Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.	105
Figura 5.60 – Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.	105
Figura 5.61 – Intensidade turbulenta adimensional ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.	106
Figura 5.62 – Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.	107
Figura 5.63 – Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.	108
Figura 5.64 – Intensidade turbulenta adimensional ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.	108
Figura 5.65 – Sinal de velocidade resultante do gerador de flutuações aleatórias.	109
Figura 5.66 – Esquema mostrando as dimensões do canal tridimensional utilizado.	112
Figura 5.67 – Linhas de isovorticidade obtidas a partir do plano xy do escoamento tridimensional em um canal sem obstáculos.	113
Figura 5.68 – Visualização tridimensional das superfícies de isovorticidade, a $Re = 1000$.	114
Figura 5.69 – Superfícies de isovorticidade da região de entrada do canal, utilizando $I = 15\%$ e $Re = 1000$, em $t' = 2,5$.	115
Figura 5.70 – Superfícies de isovorticidade da região de entrada do canal, utilizando $I = 15\%$ e $Re = 1000$, em $t' = 12,5$.	116
Figura 5.71 – Superfícies de isovorticidade da região de entrada do canal, utilizando $I = 15\%$ e $Re = 1000$, em $t' = 15,5$.	117
Figura 5.72 – Parâmetros cinemáticos na linha de centro do domínio de cálculo, a montante do cilindro quadrado, calculados com base na componente u da velocidade, para $Re = 10^4$.	119



Figura 5.73 – Parâmetros cinemáticos na linha de centro do domínio de cálculo, a jusante do cilindro quadrado, calculados com base na componente u da velocidade, para $Re = 10^4$.	120
Figura 5.74 – Pressão média na linha de centro à jusante do obstáculo, a $Re = 10^4$.	121
Figura 5.75 – Perfis monitorados na estação transversal posicionada 1B à montante do cilindro, referentes à componente u da velocidade, para $Re = 10^4$.	122
Figura 5.76 – Perfis monitorados na estação posicionada rente à face frontal do cilindro, referentes à componente u da velocidade, para $Re = 10^4$.	123
Figura 5.77 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros quadrados para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $I = 15\%$, em $t' = 347,21$.	124
Figura 5.78 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros quadrados, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $I = 15\%$, em $t' = 361,1$.	124
Figura 5.79 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros quadrados, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $I = 15\%$, em $t' = 374,98$.	125
Figura 5.80 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros com $\phi = 2,5$, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $I = 15\%$, em $t' = 347,21$.	126
Figura 5.81 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros com $\phi = 2,5$, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $I = 15\%$ em $t' = 361,1$.	126
Figura 5.82 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros com $\phi = 2,5$, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $I = 15\%$, em $t' = 374,98$.	127
Figura 5.83 – Perfis de velocidade média u na face superior do cilindro para $\phi = 2,5$, $Re = 2 \cdot 10^4$, $I = 15\%$.	128
Figura 5.84 – Perfis Intensidade turbulenta adimensional na face superior do cilindro para $\phi = 2,5$, $Re = 2 \cdot 10^4$, $I = 15\%$.	129
Figura A.1 – Volume elementar.	144
Figura A.2 – Pontos nodais para o tratamento dos termos advectivos.	149
Figura A.3 – Campo de pressões inconsistente.	156
Figura C.1 – Algoritmo em linguagem C do método do resíduo.	171
Figura C.2 – Números gerados pelo algoritmo do resíduo.	171



Figura C.3 – Histograma dos números gerados pelo algoritmo do resíduo.	172
Figura C.4 – Números gerados pelo algoritmo do resíduo com alterações ($a = 1000$, e $M = 131071$).	172
Figura C.5 – Histograma dos números gerados pelo algoritmo do resíduo com alterações ($a = 1000$, e $M = 131071$).	173
Figura C.6 – Números gerados pela função <i>rand</i> da biblioteca da linguagem C.	173
Figura C.7 – Histograma dos números gerados pela função <i>rand</i> da biblioteca da linguagem C.	174
Figura C.8 – Números gerados pela função <i>rand</i> do Matlab.	174
Figura C.9 – Histograma dos números gerados pela função <i>rand</i> do Matlab.	175



Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Descrição dos domínios de cálculo utilizados, com Xu variável.	45
Tabela 5.2 – Frequência natural de emissão de vórtices, f_o , e número de Strouhal, St , para um cilindro quadrado imerso num escoamento uniforme e não pulsátil, com diferentes comprimentos Xu , a $Re = 200$.	46
Tabela 5.3 – Valores de da frequência de emissão de vórtices f_s , obtidos para escoamento pulsátil e diferentes valores de Xu , a $Re = 200$.	47
Tabela 5.4 – Descrição dos domínios de cálculo utilizados, com Xd variável.	49
Tabela 5.5 – Frequência natural de emissão de vórtices, f_o , e número de Strouhal, St , para um cilindro quadrado imerso num escoamento uniforme e não pulsátil, com diferentes comprimentos Xd , a $Re = 200$.	49
Tabela 5.6 – Valores da frequência de emissão de vórtices f_s , obtidos para escoamento pulsátil e diferentes valores de Xd , a $Re = 200$.	50
Tabela 5.7 – Descrição dos domínios de cálculo utilizados nas simulações com diferentes refinamentos de malha sobre as faces do cilindro quadrado.	52
Tabela 5.8. Números de Strouhal obtidos para os testes de malha, $Re = 200$.	54
Tabela 5.9 – Valores de f_e e f_s obtidos para os testes de malha com $Re = 200$, em Hz.	57
Tabela 5.10 – Valores do número de Strouhal para o escoamento ao redor de cilindros retangulares fixos.	63
Tabela 5.11 – Faixas de ocorrência da atrelagem síncrona.	68
Tabela 5.12 – Faixas de ocorrência da atrelagem síncrona para diferentes malhas empregadas.	78
Tabela A.1 – Índices de esparsidade na matriz de coeficientes.	154
Tabela D.1 - Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,125$ e $Re = 200$ (Figura 5.13).	177
Tabela D.2 - Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,175$ e $Re = 200$ (Figura 5.14).	178
Tabela D.3 - Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$ (Figura 5.15).	178



Tabela D.4 Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$ (Figura 5.16).	179
Tabela D.5 - Simulação para malha com $N/B = 60$, $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$ (Figura 5.23).	180
Tabela D.6 - Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,125$ e $Re = 200$ (Figura 5.24).	180
Tabela D.7 - Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,175$ e $Re = 200$ (Figura 5.25).	181
Tabela D.8 - Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$ (Figura 5.26).	181
Tabela D.9 - Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$ (Figura 5.27).	181
Tabela D.10 – Varredura em x_e , para $f_e/f_o = 1,6$ e $Re = 200$ (Figura 5.28).	182
Tabela D.11 – Varredura em x_e , para $f_e/f_o = 1,8$ e $Re = 200$ (Figura 5.29).	182
Tabela D.12 – Varredura em x_e , para $f_e/f_o = 2,2$ e $Re = 200$. (Figura 5.30).	182
Tabela D.13 – Varredura em x_e , para $f_e/f_o = 2,4$ e $Re = 200$. (Figura 5.31).	182
Tabela D.14 - Casos simulados para escoamento quasi-bidimensional (Figura 5.32).	183



Símbolos Latinos

- A* coeficiente da célula na equação discretizada/dimensão do cilindro na direção de do eixo *y* [m]
- B* termo fonte da equação discretizada/dimensão do cilindro na direção de do eixo *x* [m]
- Cs* constante de Smagorinsky
- D* coeficiente de difusão nas interfaces [$m^2.s^{-1}$]
- E* coeficiente de relaxação
- f* frequência fundamental de emissão de vórtices [s^{-1}]
- fc* fator de compressão da malha
- F* fluxo nas interfaces do volume de controle elementar [$kg.s^{-1}$]
- ℓ* comprimento característico [m]
- k* energia cinética turbulenta
- N* ordem da matriz
- N, S, E, W, B, F* pontos nodais adjacentes
- P* ponto nodal principal
- p* Pressão [Pa]
- Sc* termo fonte da equação de transporte
- t* tempo [s]
- T* temperatura [K]
- u_i* componentes cartesianas do vetor velocidade (*i* = 1, 2, 3)
- U_o* velocidade de corrente livre do fluido na direção *x* [$m.s^{-1}$]
- V_o* velocidade de corrente livre do fluido na direção *y* [$m.s^{-1}$]



W_0 velocidade de corrente livre do fluido na direção z [$m.s^{-1}$]

$\forall$ volume da célula [m^3]

x, y, z coordenadas cartesianas [m]

f frequência [Hz]

f_0 frequência natural de emissão de vórtices [Hz]

f_s frequência de emissão de vórtices [Hz]

f_e frequência de excitação [Hz]

f_g, f_h, f_k combinações de frequências [Hz]

x_e amplitude de deslocamento do cilindro [m]

U_A amplitude de oscilação do perfil de velocidade [m]

$x_c(t)$ localização instantânea do centro de massa do cilindro [m]

X_u tamanho do domínio à montante do obstáculo [m]

X_d tamanho do domínio à jusante do obstáculo [m]

Símbolos Gregos

α coeficiente de relaxação; coeficiente vertical de compressão da malha
coeficiente horizontal de compressão da malha

Γ coeficiente de transporte [$m^2.s^{-1}$]

δ distância entre pontos nodais adjacentes [m]

Δ diferença ou intervalo

ϕ variável discretizada/razão de forma

μ viscosidade dinâmica do fluido [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]

ν viscosidade cinemática do fluido [$m^2.s^{-1}$]

ν_{ef} viscosidade efetiva [$m^2.s^{-1}$]

ν_t viscosidade turbulenta [$m^2.s^{-1}$]

coeficiente de interpolação temporal

ρ densidade do fluido [$kg.m^{-3}$]

ω escala turbulenta de tempo [s]

ξ tolerância

Índices / expoentes

P ponto nodal principal

N, S, E, W, F, B pontos nodais adjacentes ao ponto principal

$NN, SS, EE...$ pontos nodais na vizinhança do ponto principal

n, s, e, w, f, b faces do volume de controle principal

0 instante de tempo anterior

k iteração atual

$*$ gerado a partir de valores estimados

i, j, k índices da malha

Adimensionais

Pe número de Peclet

Re número de Reynolds

St número de Strouhal

t' tempo adimensional

$f', f_s', f_e', f_o', f_g', f_h', f_k'$ frequências adimensionais

x_e/B amplitude máxima adimensional de deslocamento

N/B número de malhas sobre a face frontal do cilindro

δ/B tamanho da primeira malha adjacente à face do cilindro

Operadores matemáticos

∂ derivada parcial

$\int$ integral

Σ somatória

∇ operador diferencial

Abreviaturas

CDS Central Difference Scheme

CFD Computational Fluid Dynamics

CPU Central Processing Unit

DVM Discrete Vortex Method

LES Large Eddy Simulation

QUICK Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics

RANS Reynolds Averaged Navier Stokes equations

SIMPLE Semi Implicit Method

SIMPLEC SIMPLE Consistent

SIMPLER SIMPLE Revised

SOR Successive Over-Relaxation

SOU Second Order Upwind

TDMA Tri-Diagonal Matrix Algorithm

VC Volume de controle



O código computacional Fluids foi desenvolvido por Campregher (2002), no âmbito de seu trabalho de mestrado, para simular numericamente escoamentos isotérmicos e incompressíveis, sobre geometrias cartesianas bidimensionais, notadamente cilindros de seção transversal quadrada e retangular, em regime laminar, transicional ou turbulento. Dando seqüência ao aprimoramento do programa, a aluna Luciene Muniz Frigo realizou a implementação deste código computacional, tornando-o capaz de realizar a simulação de escoamentos tridimensionais.

No entanto, tal como se encontra, o programa oferece opções de ajuste das condições de contorno bastante restritivas, resolvendo apenas escoamentos com velocidade uniforme imposta na entrada do domínio de cálculo.

A presente pesquisa refere-se à implementação e validação de modificações introduzidas no programa, tornando-o capaz de simular outras condições de interesse para o estudo do escoamento em torno de corpos submersos. Os resultados aqui apresentados fornecem uma contribuição à compreensão dos mecanismos de geração e advecção de vórtices na esteira de corpos submetidos à escoamentos de natureza cíclica e aleatória.

Para a validação programa, diferentes casos-teste foram simulados, quais sejam: o escoamento ao redor de cilindros quadrados e retangulares simulando condições de bombeamento, e o escoamento dotado de turbulência de corrente livre, em canais com e sem a presença de obstáculos. Os resultados obtidos foram exaustivamente comparados com dados numéricos e experimentais da literatura, mostrando boa concordância.



The Fluids computational code has been fully developed by Campregher (2002), in the scope of his M.Sc. dissertation, in order to numerically calculate isothermal and incompressible flows around two-dimensional Cartesian bluff bodies, in laminar, transitional, or turbulent flow regime. In the sequence, additional improvements have been added to the software by Luciene Muniz Frigo, which becomes able to solve three-dimensional fluid problems.

In the present work, modifications and validation tests has been carried out in order to add more boundary condition options to the CFD software, which reach the ability to solve more realistic problems.

Different problems on fluid dynamics have been simulated to ensure the validity of the code modifications – namely – pulsating flow problems and flows with free-stream turbulence. The results have been compared to experimental and numerical data from the literature and a good agreement has been reached.



O Laboratório de Mecânica dos Fluidos Computacional (LMFC) foi criado em 1998, com o apoio parcial da FAPESP. Na ocasião, com recursos de outras agências, foi adquirida a licença do programa comercial Fluent, para um período de dois anos. Além de bastante utilizado por docentes do Departamento de Engenharia Mecânica e alunos do curso de graduação, uma dissertação de mestrado foi desenvolvida pelo Eng. Odenir de Almeida, com o auxílio desta ferramenta computacional.

Numa etapa posterior, um programa de simulação passou a ser desenvolvido no próprio LMFC, no âmbito da dissertação de mestrado do Eng. Rubens Campregher Júnior. Este programa, batizado com o nome de Fluids, foi concebido para resolver escoamentos bidimensionais, isotérmicos e incompressíveis, via equações de Navier–Stokes, escritas em coordenadas cartesianas e discretizadas no espaço através do Método dos Volumes Finitos.

Mais recentemente, como resultado das atividades desenvolvidas pela aluna Luciene Muniz Frigo, para obtenção do seu título de mestre em Engenharia Mecânica, o programa recebeu novas implementações, sendo incorporada a terceira dimensão ao código computacional, tornando-o apto à realização de uma gama maior problemas envolvendo o escoamento de fluidos.

Nos últimos anos, um número crescente de alunos de graduação e de pós-graduação tem procurando se integrar à equipe do LMFC, para desenvolver trabalhos de iniciação científica ou de mestrado voltados para a simulação numérica de escoamentos. A presente pesquisa se insere neste contexto, tendo por objetivo maior o aprimoramento do programa Fluids, que já se tornou a principal ferramenta de simulação de escoamentos do LMFC.



Introdução

1.1 Formas de abordagem dos problemas de mecânica dos fluidos

O movimento dos ventos, das águas, e de outros líquidos e gases, sempre instigou a curiosidade de filósofos, pensadores, matemáticos, engenheiros e pesquisadores que, ao longo da história da humanidade, fizeram incontáveis tentativas para explicar o vôo dos pássaros, as correntes marítimas e a formação de ciclones e tornados. A observação visual de fenômenos naturais foi, durante muito tempo, o único instrumento à disposição destas pessoas, interessadas em compreender os complexos mecanismos que caracterizam os escoamentos dos fluidos.

Os registros históricos de Leonardo da Vinci, que datam do início do século XVI, apontam-no como um dos primeiros estudiosos a reconhecer que o vôo das aves e o movimento das águas ao redor de pilares de pontes, embarcações e outros obstáculos, constituíam fenômenos intimamente relacionados. A Figura 1.1 apresenta uma de suas ilustrações, caracterizando, com realismo e riqueza de detalhes, o escoamento em torno de uma placa plana.

Com o passar do tempo, os procedimentos de análise foram se tornando cada vez mais sofisticados e rigorosos, de maneira que, no fim do século XVIII, o estudo sistemático do comportamento dos fluidos era realizado por dois grupos de pesquisadores – os hidráulicos e os matemáticos – que mantinham entre si sérias divergências de opinião. Os hidráulicos trabalhavam de forma empírica, enquanto os matemáticos buscavam soluções analíticas para os problemas que formulavam. O



grande número de experiências do primeiro grupo forneceu informações inestimáveis para o engenheiro prático da época. Entretanto, por falta de procedimentos adequados de generalização das informações que obtinham, a aplicação de seus resultados a novas situações era bastante limitada. Os matemáticos, por sua vez, baseados fundamentalmente em suas próprias reflexões acerca do comportamento dos fluidos, criavam modelos de grande complexidade, capazes de bem representar a física do problema. Para resolvê-los analiticamente, entretanto, eram forçados a simplificações grosseiras, que colocavam seus resultados à margem da realidade.

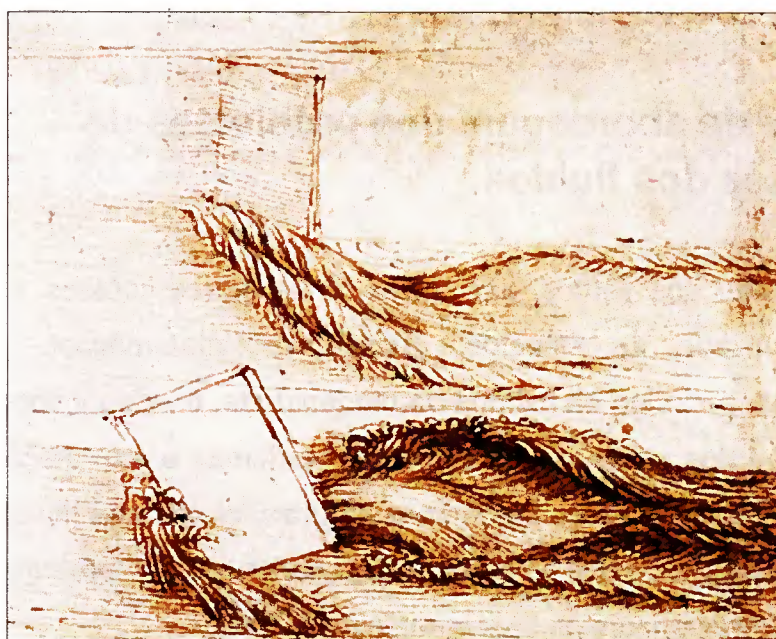


Figura 1.1 – escoamento ao redor de uma placa, segundo Leonardo da Vinci, 1510 – retirada de <http://www.visi.com/~reuteler/leonardo>.

Durante o século XX, as técnicas experimentais tiveram notável evolução. Diferentes tipos de equipamentos e instrumentos de medição foram continuamente desenvolvidos e aprimorados, auxiliando a desvendar os mistérios fenomenológicos que permeiam o escoamento dos fluidos.

A partir dos anos 60, com o desenvolvimento acelerado da capacidade dos computadores e sua crescente disponibilidade nas universidades e centros de pesquisa, programas de simulação capazes de representar diferentes tipos de escoamentos passaram a ser implementados. Indiferente ao forte ceticismo demonstrado por renomados experimentalistas sobre a confiabilidade de tais

ferramentas, estes programas evoluíram muito ao longo das últimas décadas, tornando-se um instrumento de valor irrefutável para a solução de problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor. Além de complementar as informações experimentais, auxiliando na compreensão de fenômenos muitas vezes difíceis ou impossíveis de serem medidos ou visualizados na prática, o custo e o prazo para a obtenção de resultados numéricos são, em geral, bastante inferiores àqueles requeridos para a realização de testes experimentais. Por tudo isto, códigos comerciais de grande versatilidade multiplicam-se no mercado e o hábito de utilizá-los se instala como cultura, não apenas no ambiente científico, mas também nos meios industriais.

Para ilustrar a aplicação da simulação computacional na solução de problemas físicos, a Figura 1.2 mostra, com um bom nível de detalhes, resultados correspondentes ao escoamento em torno de um automóvel. A Figura 1.3, por sua vez, mostra o emprego desta ferramenta em aplicações aeronáuticas, onde a visualização pormenorizada do movimento do fluido nas adjacências de um avião de combate só é possível graças ao uso da simulação computacional de escoamentos.

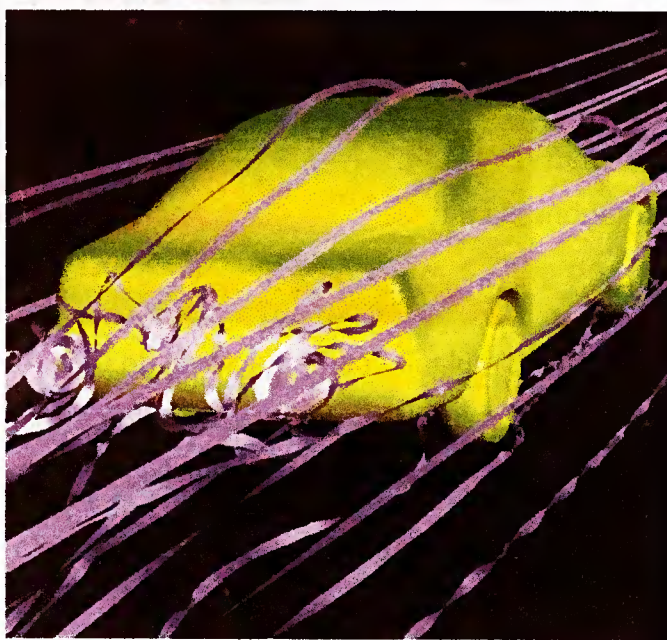


Figura 1.2 – Visualização do escoamento ao redor de um automóvel, obtida através de simulação computacional – retirada de <http://www.ansysolutions.com>.

É importante considerar, entretanto, que toda a dinâmica dos fluidos computacional clássica se apóia na solução numérica de equações diferenciais parciais



não lineares. Assim sendo, a boa representação das grandezas que caracterizam um campo de escoamento depende de vários fatores, incluindo a prescrição de condições de contorno e iniciais capazes de caracterizar adequadamente o problema a ser estudado. Infelizmente, esta exigência nem sempre pode ser facilmente atendida no estudo de problemas práticos de engenharia, o que certamente afetará, em maior ou menor grau, a solução encontrada. Mesmo diante desta limitação, informações importantes podem ser extraídas das simulações numéricas, para aumentar o nível de compreensão sobre o escoamento em estudo, fornecendo elementos de orientação para futuros desenvolvimentos.

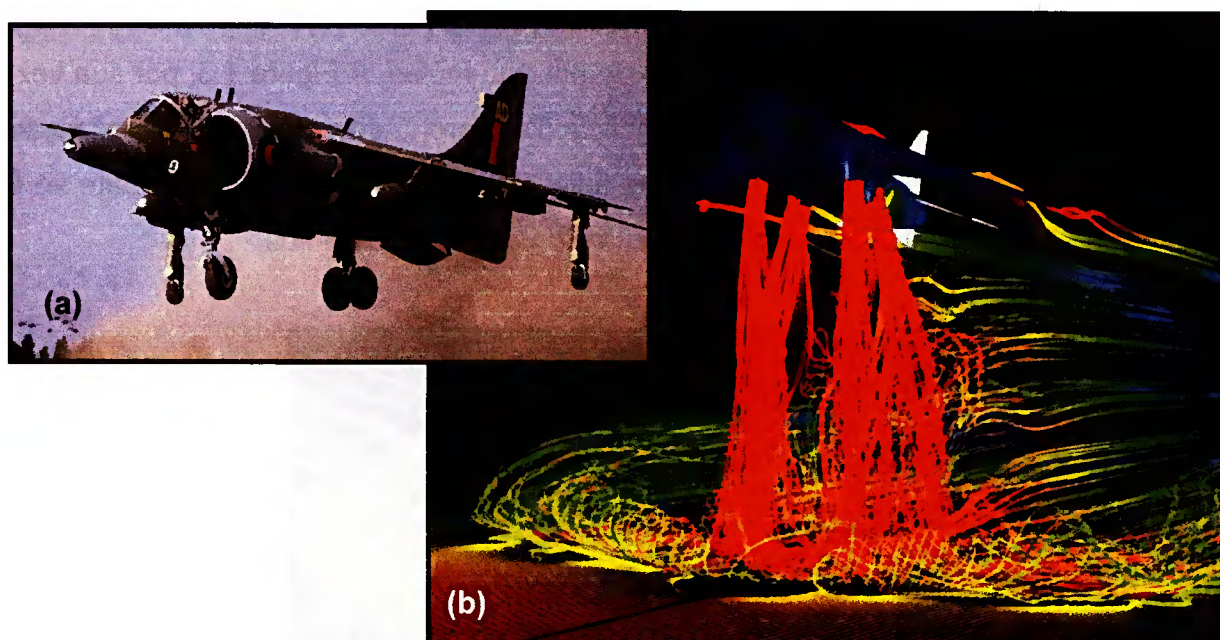


Figura 1.3 – Situação real e simulação computacional de uma aeronave militar em processo de decolagem – (a) retirada de <http://www.airforce-technology.com> e (b) retirada de <http://ails.arc.nasa.gov/Images/InfoSys>.

1.2 Motivação e objetivos do trabalho

Embora o mercado ofereça muitas opções de programas comerciais desenvolvidos para a simulação de escoamentos, sua utilização em laboratórios de pesquisa é, por vezes, inconveniente, principalmente por vedar o acesso do usuário ao código fonte. Este atributo constitui um sério obstáculo à implementação de novos

modelos e, além disso, pode dificultar a análise de resultados, uma vez que nem todas as características do programa são suficientemente descritas em seus manuais. Assim, é sempre desejável que um laboratório de dinâmica dos fluidos computacional desenvolva seu próprio programa de simulação ou que, pelo menos, tenha acesso a programas abertos. Foi com esta preocupação que Campregher (2002) desenvolveu o código Fluids, o qual foi, inicialmente, escrito para resolver as equações de Navier-Stokes bidimensionais, em coordenadas cartesianas, empregando o método dos volumes finitos. Já na primeira versão do programa, a metodologia de simulação de grandes escalas (LES) foi implementada, com a modelagem sub-malha de Smagorinsky, para permitir o estudo de escoamentos turbulentos e transicionais em torno de cilindros de base quadrada e retangular. Posteriormente, o programa foi aprimorado por Frigo (2004), tornando-se apto à representação de escoamentos tridimensionais.

Ainda que este programa já constitua um instrumento bastante útil para a solução de problemas de interesse acadêmico, existem, ainda, várias limitações para o seu emprego no estudo de escoamentos encontrados em situações geofísicas e industriais. Uma delas reside na impossibilidade de prescrição de condições de contorno fisicamente realistas, sobretudo quando as propriedades do escoamento na entrada do domínio de cálculo são variáveis no tempo. Esta situação, entretanto, é encontrada no interior de inúmeros equipamentos industriais, bem como no escoamento ao redor de pilares de pontes, edifícios, torres de transmissão de energia elétrica, plataformas off-shore, risers de extração de petróleo, estruturas oceânicas e outros diferentes tipos de obstáculos expostos permanentemente à ação do vento natural e de correntes pluviais ou marítimas, de amplitude e direção reconhecidamente variáveis no tempo. No que concerne ao aprimoramento do programa Fluids, a implementação desta classe de condições de contorno constitui a principal contribuição do presente trabalho.

Para testar as modificações introduzidas no código computacional, elegeu-se, como caso-teste, o escoamento em torno de cilindros de base quadrada e retangular. Os principais motivos que levaram a esta escolha podem ser assim resumidos:

a) Trata-se de um problema clássico de mecânica dos fluidos, frequentemente encontrado em situações práticas de engenharia;



b) Apesar da simplicidade geométrica que caracteriza este tipo de obstáculo, o escoamento ao seu redor apresenta alto grau de complexidade, tornando sua representação um interessante teste de performance para programas simulação numérica;

c) Existe na literatura uma boa quantidade de material sobre o assunto, incluindo resultados numéricos e experimentais, que fornecem os elementos necessários à validação dos cálculos.

Assim, pode-se dizer que, do ponto de vista físico, o presente trabalho tem como seu principal objetivo o estudo numérico do escoamento ao redor de cilindros de seção transversal quadrada e retangular, com condições de contorno na entrada do domínio de cálculo sujeitas, num primeiro momento, a oscilações de natureza cíclica, e em seguida, a flutuações de caráter aleatório. No primeiro caso, o importante fenômeno de sincronização entre a frequência de emissão de vórtices na esteira do cilindro e do escoamento imposto é identificado e avaliado. A prescrição de flutuações aleatórias na velocidade de entrada, por sua vez, representa um primeiro passo no sentido de simular escoamentos em torno de cilindros com a presença de turbulência residual.

1.3 Organização do trabalho.

Além deste capítulo introdutório, o presente trabalho contém outros cinco capítulos e três apêndices que tratam de assuntos pertinentes ao tema deste trabalho, mas que, para maior clareza, foram separados do texto principal, com a finalidade de evitar a interrupções desnecessárias da leitura.

O Capítulo 2 é dedicado à abordagem fenomenológica dos problemas tratados no presente trabalho, quais sejam, o escoamento pulsátil e com flutuações aleatórias sobre cilindros estacionários. Neste capítulo são discutidos as características gerais e os parâmetros que governam estes tipos de escoamento.

O Capítulo 3 se presta à revisão bibliográfica, onde trabalhos numéricos e experimentais disponíveis na literatura foram selecionados, mostrando o estado da arte sobre os assuntos tratados na presente dissertação.

A abordagem matemática é apresentada no Capítulo 4, com ênfase à geração



das condições de contorno variáveis no tempo. Os detalhes relativos aos métodos de discretização espacial e temporal utilizados, incluindo os esquemas de aproximação dos termos advectivos e difusivos, assim como os métodos de acoplamento pressão velocidade são apresentados no Apêndice A. Além disso, o Apêndice B traz uma rápida explanação sobre a metodologia de Simulação de Grandes Escalas (LES), associada à modelagem sub-malha de Smagorinsky, empregada em alguns dos cálculos de escoamentos transicionais e turbulentos sobre os cilindros.

O Capítulo 5, por sua vez, é inteiramente dedicado à apresentação dos resultados obtidos, enquanto o Capítulo 6 destina-se à conclusão do presente trabalho, bem como à apresentação de sugestões para futuras pesquisas.

Para finalizar, o Apêndice C faz uma breve explanação sobre a geração computacional de números aleatórios.





Fenomenologia do Escoamento em Torno de Cilindros

2.1 Escoamento estacionário a montante de um cilindro

Do ponto de vista fenomenológico, quando um fluido escoar sobre um corpo estacionário ou, equivalentemente, quando um corpo move-se no interior de um fluido em repouso, uma região de escoamento perturbado forma-se ao redor do corpo. A extensão dessa região e a magnitude das perturbações ali presentes dependem de vários fatores, tais como a forma geométrica, a orientação e o tamanho do obstáculo, as propriedades do fluido, o regime de escoamento, além de uma grande variedade de outros pequenos distúrbios – Zdravkovich (1997).

Em linhas gerais, um escoamento deste tipo é caracterizado pela presença de uma região de recirculação e pela existência de uma esteira de vórtices ou turbilhões, que se forma a jusante do obstáculo. O movimento relativo entre o fluido e o sólido proporciona o aparecimento de perfis inflexionais de velocidade, gerando fenômenos altamente complicados, decorrentes da interação simultânea entre três regiões de forte cisalhamento – a camada limite, a zona de separação e a esteira turbilhonar. A Figura 2.1 ilustra o escoamento ao redor de um cilindro de seção transversal circular, onde cada uma destas regiões pode ser identificada.

A presença de arestas vivas pode trazer uma complexidade ainda maior ao escoamento, que pode sofrer descolamento logo no bordo de ataque, com recolamento nas faces laterais do cilindro.



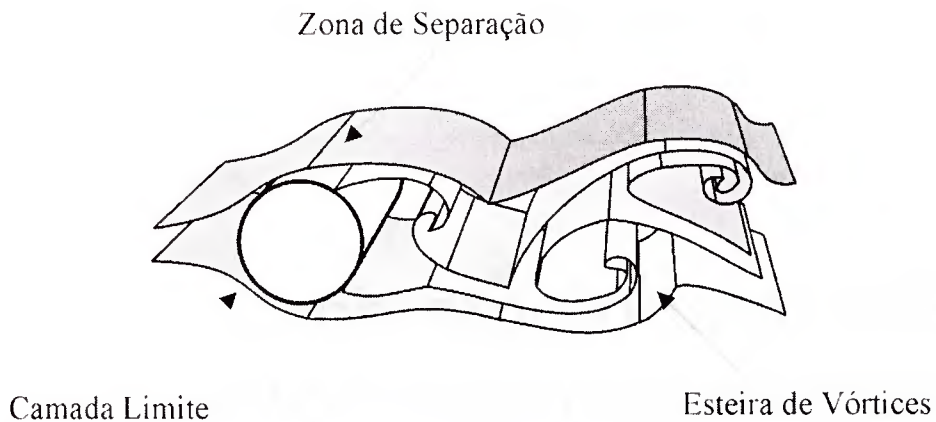


Figura 2.1 - Escoamento ao redor de um corpo cilíndrico.

Em condições controladas, onde o obstáculo é exposto à ação de um fluido incidindo perpendicularmente sobre ele com velocidade uniforme U_o , tal como ilustra a Figura 2.2, a topologia do escoamento é governada pelo número de Reynolds, tradicionalmente escrito como

$$Re = U_o B / \nu , \tag{2.1}$$

onde B é a dimensão característica do obstáculo e ν a viscosidade cinemática do fluido.

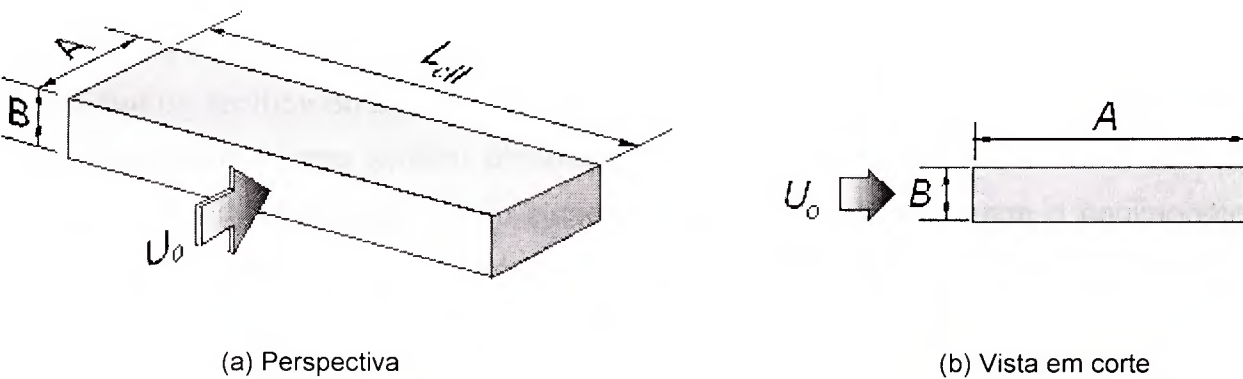


Figura 2.2 - Escoamento ao redor de um cilindro de base retangular.

Dentre os fatores que exercem maior influência sobre o comportamento dinâmico do escoamento ao redor de cilindros retangulares, situa-se a razão de forma,

dada pela relação

$\phi = A/B.$ (2.2)

Neste contexto, um cilindro de base quadrada pode ser visto como um cilindro retangular, com razão de forma (ϕ) igual a 1.

A Figura 2.3, baseada em visualizações experimentais realizadas por Lindquist (2000), mostra a configuração do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, para diferentes faixas do número de Reynolds. Para baixos números de Reynolds – Figura 2.3(a) – as linhas de corrente permanecem simétricas, contornando quase que perfeitamente o corpo sólido. Neste regime, o descolamento das camadas limite não pode ser claramente identificado, nem mesmo sobre os cantos frontais (bordos de ataque) ou nos cantos posteriores do cilindro (bordos de fuga).

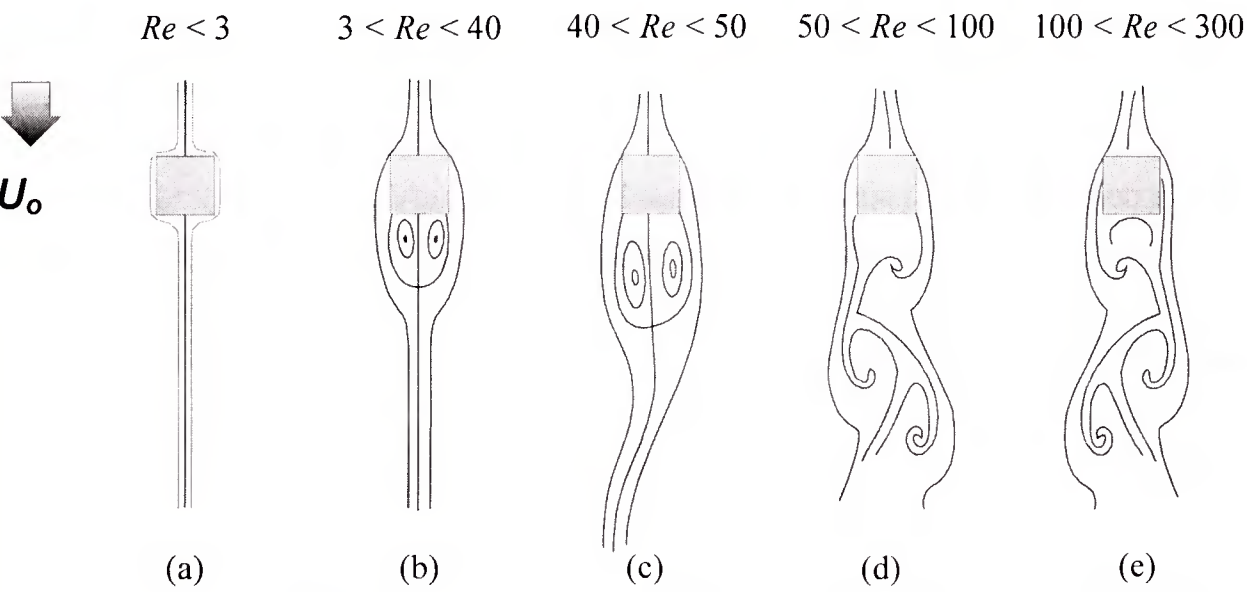


Figura 2.3 - Regimes de escoamento ao redor de um cilindro de base quadrada. Ilustração gerada a partir dos resultados experimentais de Lindquist (2000).

Na medida em que ocorre um aumento na velocidade da corrente livre, as duas camadas cisalhantes provenientes dos lados do corpo descolam-se nas arestas de fuga, formando uma região de separação e recirculação, que permanece simétrica e estacionária junto à base do obstáculo – Figura 2.3(b). A jusante desta bolha de

recirculação, observa-se uma esteira retilínea, cujas características permanecem invariáveis ao longo do tempo.

Com o gradativo aumento do número de Reynolds, surgem as primeiras instabilidades nessas camadas cisalhantes, visíveis pela oscilação nas linhas de emissão após o cilindro – Figura 2.3(c). Neste ponto, as bolhas de recirculação atingem um tamanho máximo, tornam-se assimétricas e oscilantes.

Para números de Reynolds acima de 50 e menores do que 100, estas instabilidades são fortemente amplificadas e, como a região mais interna das camadas cisalhantes, que se encontra em contato com a superfície do cilindro, detém menor quantidade de movimento que a parte externa, as camadas começam a se enrolar em torno de si mesmas, dando origem ao processo de formação de vórtices. Na sequência, estes vórtices passam a se desprender alternadamente dos dois lados do obstáculo, numa frequência aproximadamente constante, dando origem à chamada esteira turbilhonar de von Kármán – Figura 2.3(d).

Quando o número de Reynolds atinge valores superiores a 100 ou 150, nota-se uma mudança importante no padrão do escoamento. As camadas limite, que antes se descolavam apenas nos bordos de fuga, passam, agora, a se descolarem já nos bordos de ataque, como sugere a Figura 2.3(e).

Aumentando-se ainda mais a velocidade da corrente livre, tem início o processo de transição à turbulência, com o conseqüente aumento do número de escalas presentes no escoamento. Na medida em que se eleva o número de Reynolds a evolução deste processo conduzirá o escoamento para um regime completamente turbulento.

Para cilindros retangulares com $\phi > 1$, outros fenômenos se fazem presentes, modificando a dinâmica do escoamento em relação ao caso anterior, como mostra a Figura 2.4. Para números de Reynolds extremamente baixos – Figura 2.4(a) – o escoamento ao redor de um cilindro de base retangular apresenta a mesma configuração mostrada anteriormente para o cilindro quadrado.

Um pequeno aumento no número de Reynolds – Figura 2.4(b) – faz com que o escoamento se separe nos bordos de ataque, para, logo em seguida, se recolocar sobre a face do cilindro. Neste caso, ainda não se verifica a separação da camada limite nos bordos de fuga.



Um subsequente aumento do número de Reynolds promove as primeiras instabilidades na esteira, de início com a formação de duas bolhas de recirculação que, em um dado momento, se tornam assimétricas e oscilantes a tal ponto de iniciar a geração dos vórtices discretos e alternados, formando a esteira de von Kármán – Figura 2.4(c).

Para números de Reynolds entre 200 e 300, as camadas cisalhantes separadas nas arestas de ataque podem se tornar instáveis devido à presença de um canto vivo no bordo de fuga do obstáculo. Neste caso, as bolhas de recirculação formadas sobre a superfície lateral do cilindro se desestabilizam e passam a oscilar – Figura 2.4(d). Na medida em que o número de Reynolds é aumentado, os efeitos de inércia tornam-se mais importantes, advectando a região de recirculação para a jusante do perfil. Neste caso, o comprimento da região de recolamento da camada cisalhante aumenta em função do número de Reynolds. Em algum ponto sobre o cilindro, ocorre a divisão dessa camada, formando um pequeno vórtice discreto, que se movimentará em direção ao bordo de fuga do cilindro – Figura 2.4(e), alternadamente, sobre cada uma de suas faces.

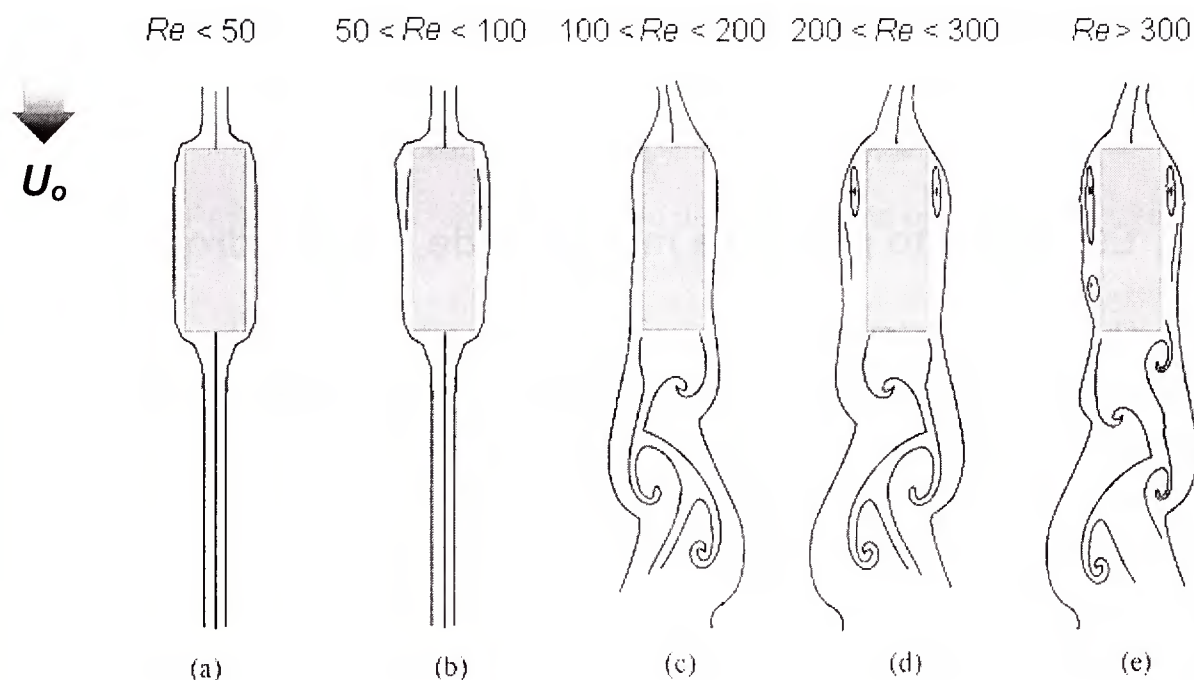


Figura 2.4 - Regimes de escoamento ao redor de um cilindro retangular. Ilustração gerada a partir dos resultados experimentais de Lindquist (2000).

É interessante enfatizar, neste caso, que uma única camada cisalhante separada pode tornar-se instável na presença do canto vivo no bordo de fuga do cilindro, introduzindo maior complexidade ao campo de escoamento. Na esteira, em alguns casos, pode-se observar a interação entre os vórtices que são formados sobre a superfície do obstáculo e aqueles que são originados na esteira de von Kármán, imediatamente após o cilindro. Alguns autores têm designado este tipo de instabilidade como *Impinging Shear Layer Instability (ISLI)*, como, por exemplo, Ohya *et al.* (1992), Nakamura *et al.* (1996), entre outros. Este mecanismo, que ocorre nas proximidades da superfície do cilindro, se intensifica com o crescimento do número de Reynolds, antecipando o processo de transição à turbulência.

No regime de emissão alternada de vórtices, a frequência de desprendimento de turbilhões relaciona-se com a velocidade média do escoamento U_0 e com a dimensão característica do obstáculo B , através do número de Strouhal, na maioria das vezes definido por

$$St = f_s B / U_0 , \quad (2.3)$$

onde f_s é a frequência de desprendimento dos vórtices gerados apenas sobre uma das faces do cilindro.

2.2 Escoamento pulsátil a montante de um cilindro

O escoamento pulsátil tem lugar quando uma componente oscilatória é adicionada à velocidade do fluido que incide sobre o obstáculo. Neste caso, a topologia da esteira e a frequência de emissão dos vórtices poderão ser consideravelmente afetadas. Além disso, a frequência de emissão de vórtices, f_s , pode entrar em ressonância com a frequência de oscilação da corrente livre, f_e , caracterizando um fenômeno denominado atrelagem síncrona (*lock-in phenomena*). Este efeito ocorre frequentemente em situações práticas e deve ser levado em conta nos projetos de engenharia, uma vez que pode colocar em risco a integridade de estruturas e equipamentos.

Se a componente oscilatória tem a mesma direção da corrente livre, do ponto

de vista fenomenológico, o problema torna-se equivalente ao caso em que o escoamento a jusante do cilindro permanece estacionário, enquanto o corpo sólido oscila paralelamente ao fluxo, em torno de uma posição média. Estas duas situações encontram-se representadas na Figura 2.5.

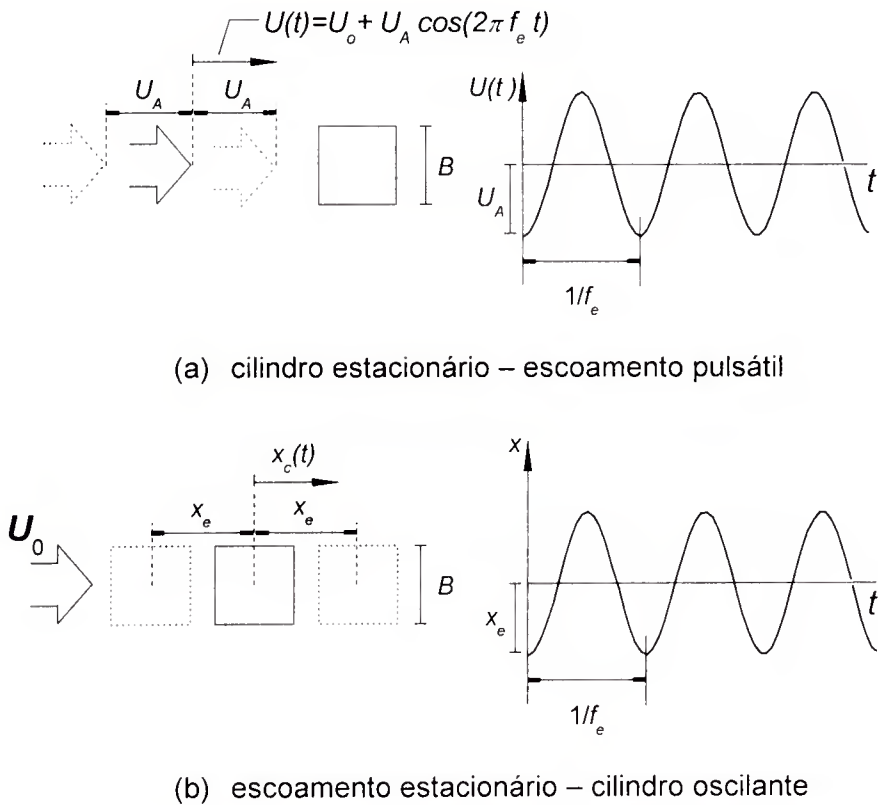


Figura 2.5 - Parâmetros envolvidos no regime de escoamento pulsátil em torno de um corpo cilíndrico.

Seguindo a simbologia a adotada por Steggel e Rockliff (1997), a frequência com que o cilindro oscila em torno de sua posição média é dada por f_e , enquanto x_e representa a amplitude da oscilação do cilindro. A posição instantânea ocupada pelo centro geométrico do cilindro $x_c(t)$, por sua vez, é dada por

$$x_c(t) = \frac{x_e}{B} \sin(2\pi f_e t). \tag{2.4}$$

No caso em que o obstáculo se mantém fixo em relação ao domínio de cálculo,

f_e representa a frequência de oscilação da velocidade de entrada $U(t)$, constituída de uma parcela fixa, U_o , acrescida de uma componente periódica

$$U(t) = U_o + U_A \cos(2\pi f_e t), \quad (2.5)$$

onde U_A representa a amplitude máxima da oscilação de velocidade.

As amplitudes x_e , de oscilação do cilindro, e U_A , de variação da velocidade, se relacionam por meio da equação

$$x_e = \frac{U_A}{2\pi f_e}. \quad (2.5)$$

Nesse tipo de escoamento, os parâmetros adimensionais f_e/f_o , f_e/f_s e x_e/B determinam o regime de operação onde ocorre a atrelagem síncrona. A fim de manter a velocidade de entrada sempre positiva, a amplitude adimensional das oscilações deve ser limitada pela seguinte desigualdade

$$\frac{x_e}{B} < \frac{1}{2\pi f_e} \frac{U_o}{B}. \quad (2.7)$$

Se esta condição for satisfeita, todos os possíveis regimes de escoamento estarão situados abaixo da linha contínua na Figura 2.6. É oportuno acrescentar que, segundo Minewitsch et al. (1994), a maior parte dos casos de interesse na engenharia se posicionam na região onde $f_e/f_o < 4$.

2.3 Escoamento com turbulência de corrente livre

Tal como acontece com as flutuações periódicas da velocidade a montante de um obstáculo, a turbulência de corrente livre – também chamada de turbulência residual ou de fundo – é igualmente capaz de produzir alterações significativas nas características médias do escoamento em torno de um corpo sólido. Como exemplo, o nível de intensidade turbulenta na entrada da seção de testes de um túnel aerodinâmico pode

modificar substancialmente o ponto de descolamento da camada limite sobre um corpo rombudo – Nakamura *et al.* (1984). Em vista disso, uma avaliação adequada dos efeitos causados pela turbulência de fundo sobre um dado escoamento torna-se de fundamental importância prática.

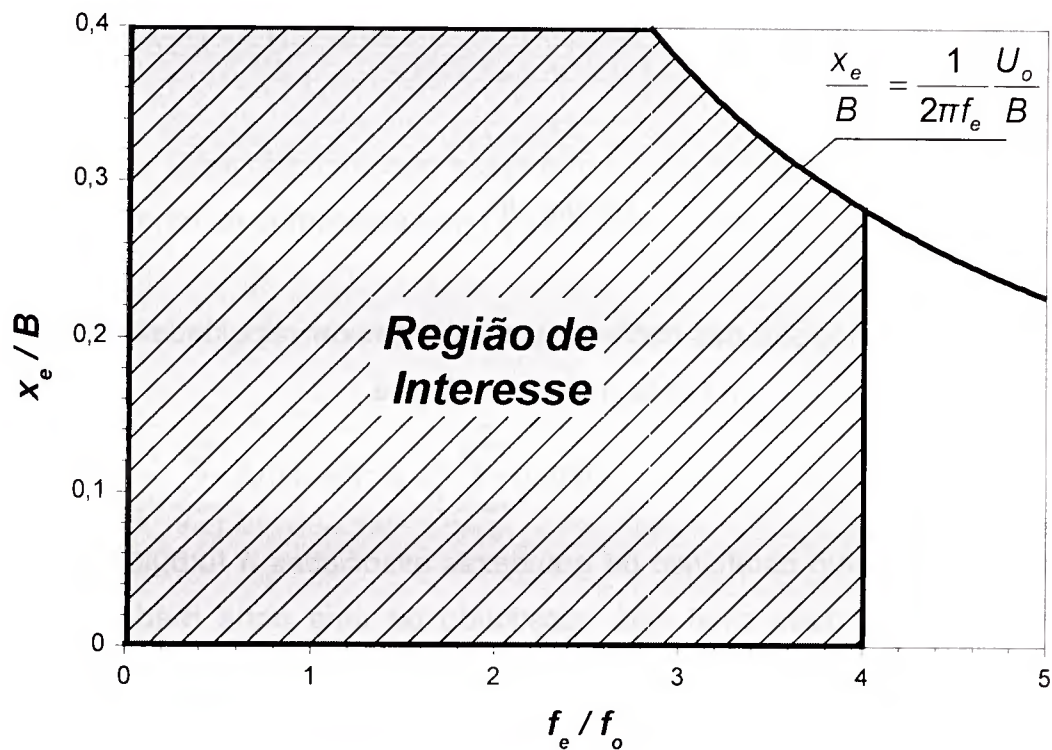


Figura 2.6 – Possíveis regimes de escoamento pulsátil sobre um cilindro: regiões de interesse em aplicações de engenharia.

Escoamentos com turbulência de corrente livre são caracterizados pela flutuação randômica de suas propriedades, no espaço e no tempo, que ocorre em decorrência da grande variedade de escalas ali presente. A título de ilustração, a Figura 2.7 mostra o registro temporal da velocidade do vento obtido em uma estação meteorológica, com o auxílio de uma sonda anemométrica estacionária, permitindo observar as oscilações aleatórias do sinal, causadas pela turbulência atmosférica. Outras grandezas do escoamento, tais como a pressão ou a temperatura, apresentam, em regime turbulento, comportamento análogo.

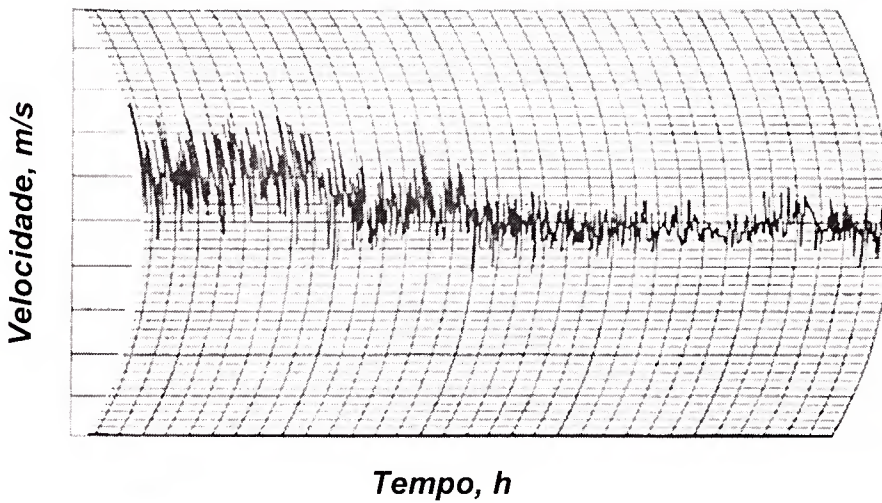


Figura 2.7 – Registro das oscilações randômicas da velocidade do vento em uma estação meteorológica.

Para o tratamento estatístico de grandezas associadas à turbulência, é usual considerar-se que um dado sinal seja constituído de uma parte média, à qual se adiciona uma parte flutuante de comportamento aleatório. Se a grandeza em questão for a componente $U(t)$ do vetor velocidade na direção x , pode-se, então, escrever

$$U(t) = \bar{u} + u'(t), \quad (2.8)$$

onde $\bar{u}$ representa o valor médio temporal desta variável, dado por

$$\bar{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} U(t) dt, \quad (2.9)$$

enquanto $u'(t)$ denota sua parcela aleatória, como sugere a Figura 2.8. Em escoamentos estatisticamente permanentes, o intervalo de tempo Δt , contado a partir de um tempo inicial arbitrário t_0 , deve ser suficientemente grande, para que a velocidade média $\bar{u}$ torne-se invariável com o tempo.

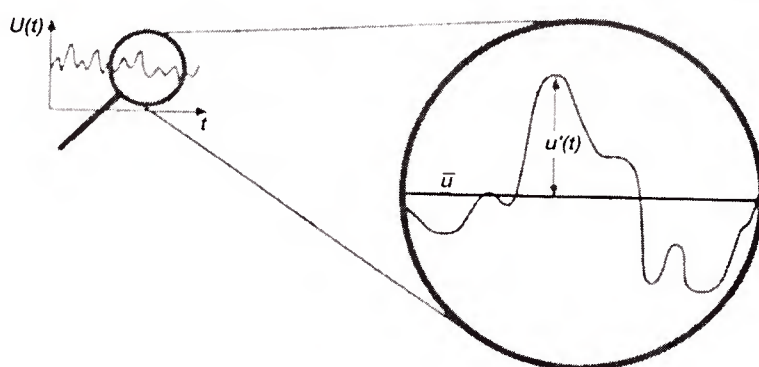


Figura 2.8 – Sinal típico de velocidade em um ponto qualquer de um escoamento turbulento: decomposição de $U(t)$ em parte média, $\bar{u}$, e flutuação, $u'(t)$.

A variância, σ^2 , da velocidade $U(t)$ é definida como

$$\sigma^2 = \frac{1}{\Delta t} \sum_{t=0}^{\Delta t} (U(t) - \bar{u})^2 = \frac{1}{\Delta t} \sum_{t=0}^{\Delta t} (u'(t))^2, \quad (2.10)$$

ou, alternativamente, como

$$\sigma^2 = \overline{(u'(t))^2}. \quad (2.11)$$

O desvio padrão, σ , relaciona-se com a variância segundo a equação

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\overline{(u'(t))^2}}, \quad (2.12)$$

e fornece uma medida do nível de dispersão de um parâmetro qualquer com relação à sua média, neste caso, a componente $U(t)$ do campo de velocidade. Esta grandeza estatística, também, conhecida como valor rms (*root mean square*) da flutuação componente $u'(t)$ da velocidade, permite definir a chamada intensidade turbulenta (I)

$$I = \frac{u_{rms}}{\bar{u}} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{\overline{(u'(t))^2}}}{\bar{u}} \cdot 100\%, \quad (2.13)$$

a qual, por sua vez, representa o valor rms da flutuação de velocidade, normalizado pelo seu valor médio, podendo ser tomado em porcentagem.

Neste ponto, é importante destacar que, embora útil do ponto de vista prático, na utilização de operações de média, boa parte das informações contidas no movimento turbulento dos fluidos é invariavelmente perdida, especialmente suas relações de fase. Isso pode não parecer tão importante para escoamentos altamente desorganizados, como os escoamentos com turbulência isotrópica ou homogênea. Contudo, para compreender os mecanismos de produção intermitente de turbulência, onde complicadas relações de fase parecem desempenhar um papel importante, técnicas de médias comuns são insuficientes. Neste caso, métodos condicionados de obtenção de dados devem ser utilizados, para caracterizar as flutuações do campo de escoamento.

Ainda que a turbulência nos fluidos seja um fenômeno de natureza inerentemente aleatório, o comportamento médio de suas propriedades pode ser, sob determinadas condições, considerado organizado. Nesse sentido, dois tipos de propriedades assumem particular importância – a homogeneidade e a isotropia.

Se um dado escoamento turbulento apresenta invariância estatística de suas propriedades em relação a uma translação do sistema de eixos, diz-se, então, que este escoamento apresenta homogeneidade em relação à direção na qual foi efetuada a translação. Como exemplo, a Figura 2.9 esquematiza o escoamento no interior de uma tubulação, distinguindo a região de entrada da região de escoamento completamente desenvolvido. Na primeira delas, nenhuma direção de homogeneidade é observada, enquanto que na região de escoamento completamente desenvolvido, existe homogeneidade na direção axial. A homogeneidade é, portanto, uma propriedade direcional.

A isotropia, por sua vez, constitui a invariância estatística das propriedades de um escoamento em relação a uma rotação no sistema de eixo. Compreende-se, então, que isotropia implica em homogeneidade, mas a recíproca não é verdadeira.

As estruturas coerentes presentes nos escoamentos turbulentos e transicionais são eminentemente anisotrópicas. Em contraposição, quanto menores as estruturas turbulentas encontradas, em geral, maior é o grau de isotropia e de homogeneidade que caracteriza o escoamento. Decorre daí que, no que concerne às grandes



estruturas, os escoamentos turbulentos ou em transição são anisotrópicos e não homogêneos. No entanto, ao nível das pequenas estruturas, pode-se considerar que exista isotropia e homogeneidade.

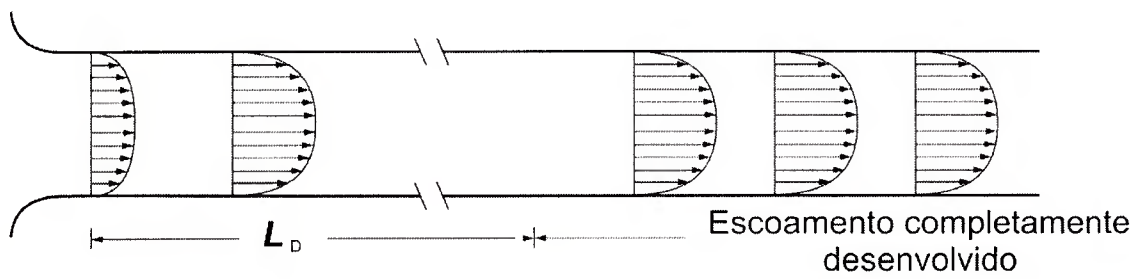


Figura 2.9 - Esquema ilustrativo de um escoamento em conduto reto, com região de não homogeneidade e com região de homogeneidade direcional.

A Figura 2.10, obtida pelo professor Anatol Roshko, do Caltech, mostra a visualização experimental de uma camada de mistura em desenvolvimento espacial, onde se observa a presença de grandes estruturas coerentes, nitidamente anisotrópicas, permeadas por pequenas escalas turbulentas, com tendência à isotropia e à homogeneidade.

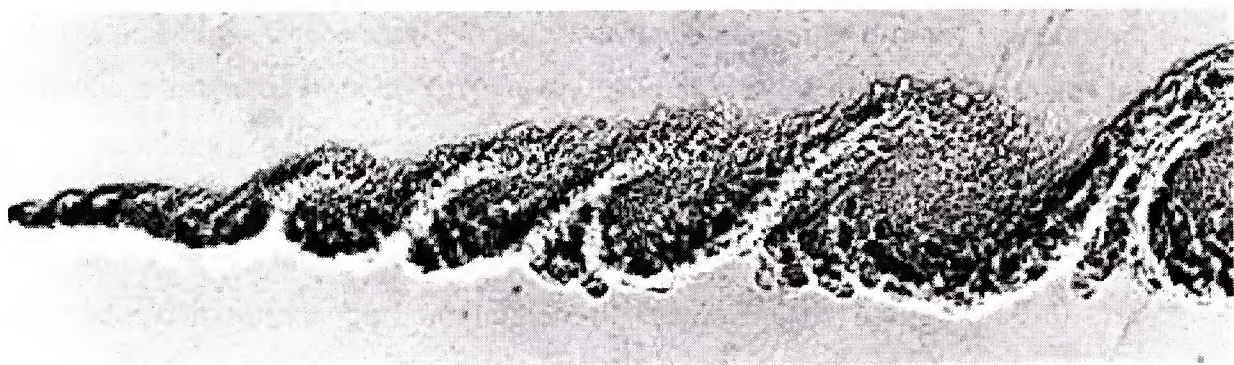


Figura 2.10 - Imagem experimental de camada de mistura em desenvolvimento espacial - retirada de http://online.itp.ucsb.edu/online/hydot_c00/roshko/.

Em síntese, a turbulência pode então ser classificada, quanto à homogeneidade e isotropia como:

- a) Turbulência não homogênea e não isotrópica;
- b) Turbulência homogênea e não isotrópica;
- c) Turbulência homogênea e isotrópica.



Revisão Bibliográfica

3.1 Introdução

O escoamento em torno de cilindros de diferentes formas e dimensões tem sido objeto de estudo há mais de um século. Em decorrência disto, inúmeras investigações sobre este tema são encontradas na literatura, com nítida predominância de artigos relacionados ao escoamento em torno de cilindros de base circular, posicionados perpendicularmente à corrente livre.

Os primeiros trabalhos voltados para simulação de escoamentos sobre cilindros circulares datam do final da década de 1920 e eram baseados, principalmente, no Método das Diferenças Finitas. Por limitações de ordem computacional, os problemas tratados naquela época restringiam-se à solução de escoamentos laminares e permanentes, definidos em domínios regulares. Dentre eles, destacam-se os de Thom (1928), que obteve a primeira solução numérica das equações de Navier-Stokes para um número de Reynolds igual a 10, e o de Kawaguti (1953), que obteve resultados consistentes para um número de Reynolds igual a 40.

Ainda hoje, na maioria dos trabalhos numéricos envolvendo este tipo de escoamento, um perfil de velocidade uniforme e invariável no tempo é imposto como condição de contorno na entrada do domínio de cálculo. A revisão bibliográfica ora apresentada concentra-se, principalmente, nos estudos onde a influência das condições de contorno na entrada do domínio é avaliada. Os artigos são apresentados em duas categorias distintas – escoamento com entrada pulsátil e o escoamento com turbulência de corrente



livre. Alguns trabalhos de interesse, onde o corpo sólido se movimenta em relação ao fluido, também se encontram relacionados.

3.2 Escoamento com entrada pulsátil

Motivados pelas oscilações periódicas à que estão submetidas estruturas petrolíferas *off-shore*, Meneghini e Bearman (1995) investigaram numericamente o escoamento ao redor de cilindros circulares oscilando na direção transversal à corrente livre, utilizando o método dos vórtices discretos. Seus resultados indicaram que um fenômeno de sincronização ocorre para frequências de excitação, f_e , próximas as da frequência natural de emissão de vórtices, f_o .

As alterações na topologia do escoamento produzidas por oscilações forçadas do cilindro ou induzidas pelo próprio movimento do fluido, passaram a ser estudadas mais recentemente em túneis aero ou hidrodinâmicos e, também, por meio de investigações numéricas. Diversos pesquisadores mostraram que cilindros livres para oscilar paralelamente à direção da corrente livre também são capazes de gerar um regime de sincronização entre a frequência vibratória e a de emissão alternada de vórtices.

Griffin & Ramberg (1976) realizaram um estudo experimental sobre a esteira de vórtices gerada por um cilindro circular vibrando na direção paralela à corrente livre, em um escoamento permanente. Um túnel de vento aberto foi empregado nos ensaios e toda a campanha experimental foi conduzida a um número de Reynolds de 190. Visualizações da esteira de vórtices foram feitas através da injeção de aerosol e medidas de velocidade foram realizadas utilizando anemômetro de fio quente. O propósito deste estudo foi o de identificar os limites do regime no qual as oscilações do cilindro passam a controlar o processo de emissão dos vórtices, ocasionando a chamada atrelagem síncrona.

Segundo os autores, quando um cilindro é forçado a oscilar em linha com o escoamento incidente, a atrelagem ocorre para uma faixa entre 120 e 250% do valor da frequência natural de emissão de vórtices, f_o , e o valor mínimo de amplitude (threshold



amplitude) para que isso ocorra cai na medida em que a frequência de excitação aumenta. Dois diferentes padrões de esteira de vórtices emitidas à jusante do cilindro foram identificados. O primeiro deles, denominado Regime I, é caracterizado pela emissão de dois vórtices de sinais opostos, por ciclo do movimento do cilindro, oscilando a uma frequência próxima do dobro da frequência natural de emissão de vórtices. No segundo regime observado, Regime II, diferentemente do anterior, verificou-se que um único vórtice por ciclo de movimento do cilindro era emitido, com uma frequência f_s , para vórtices de mesmo sinal, igual à metade da frequência de excitação f_e , numa faixa entre $f_e/f_o = 1,76$ e $2,20$. Esse regime de escoamento compartilha várias características em comum com cilindros oscilando na direção transversal à do escoamento, dentre as quais está a dependência inversa entre espaçamento longitudinal dos vórtices emitidos e a frequência de excitação, ou seja, o espaçamento diminui na medida em que a frequência de excitação aumenta. Ainda dentro desse regime, os autores observaram que, quando o cilindro oscila com uma frequência igual ao dobro da frequência natural de emissão de vórtices, o espaçamento longitudinal entre os vórtices na esteira se torna igual ao espaçamento de vórtices da esteira de um cilindro estacionário posicionado em um escoamento permanente, e igual, também, ao espaçamento dos vórtices emitidos por um cilindro oscilando transversalmente à direção principal do escoamento, com frequência $f_e = f_o$. Ainda nesse regime, o espaçamento transversal entre vórtices para oscilação longitudinal mostrou uma dependência similar à apresentada pelos cilindros oscilando na direção transversal. Na medida em que a frequência de excitação aumenta, o espaçamento transversal diminui, até o limite em que ele desaparece completamente e a configuração topológica da esteira altera-se, passando de uma emissão alternada de vórtices para uma emissão, incomum, onde três vórtices são emitidos a cada vez que se completam dois ciclos sucessivos de movimentação do cilindro. Esse regime secundário de emissão de vórtices já havia sido observado anteriormente pelos autores (Griffin & Ramberg, 1974), ocorrendo, no caso de oscilação transversal, para amplitudes em torno de $0,8$ a $1,3B$, enquanto que nessa investigação, foi observado que para a oscilação longitudinal do cilindro, o espaçamento transversal entre os vórtices na esteira torna-se praticamente nulo para amplitudes de oscilação de $0,15$ a $0,25B$.



seguido por uma transição até o modo assimétrico. O número de ciclos de oscilação do cilindro no modo simétrico, necessário para que se inicie a transição para o modo assimétrico, é uma função determinística e reproduzível da frequência de excitação. Além disso, o decaimento do modo simétrico para o assimétrico é gradual e, em geral, tem uma duração de sete a oito ciclos de oscilação do cilindro.

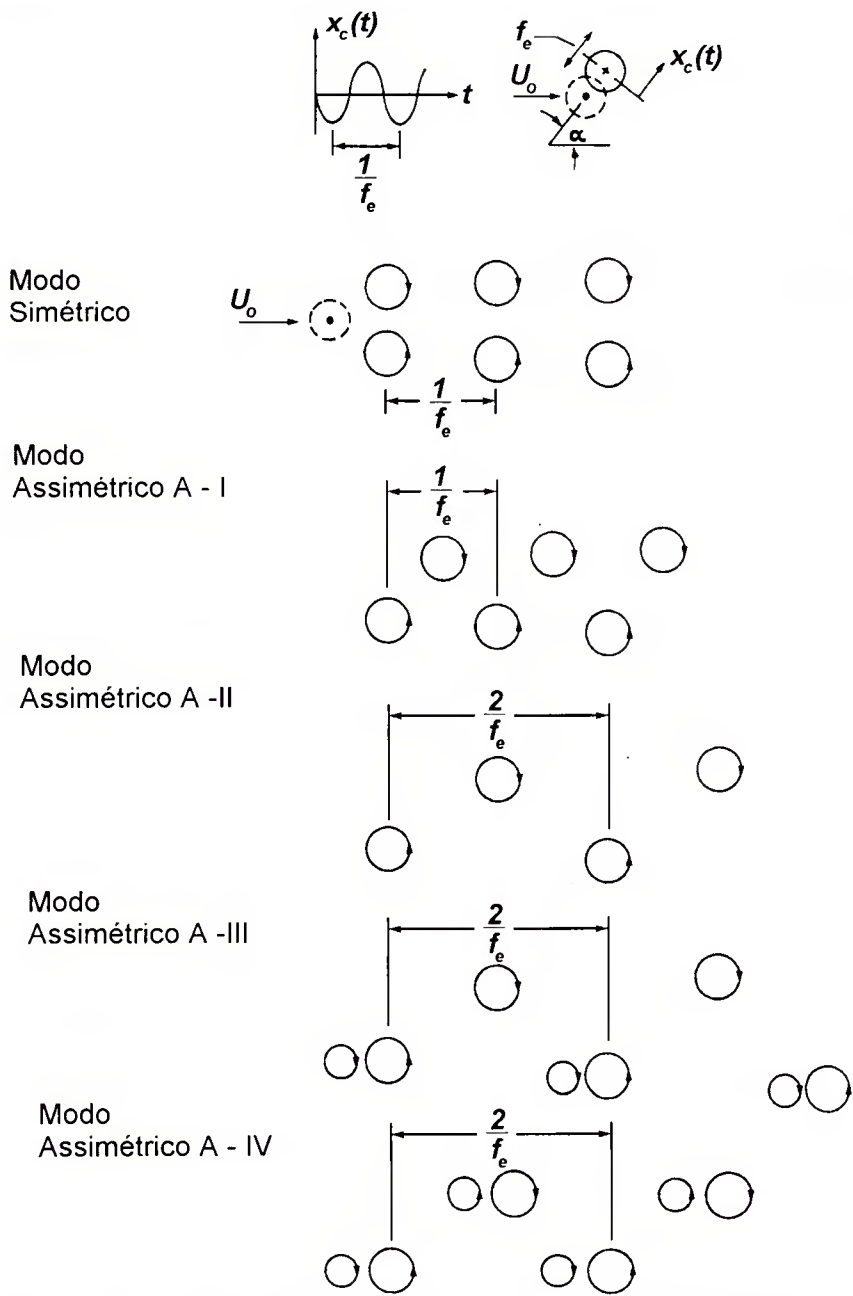


Figura 3.1 – Modos básicos de formação de vórtices à jusante de um cilindro oscilando segundo uma direção arbitrária α com relação à corrente livre (Ongoren & Rockwell, 1988).

Esta forma de transição entre os dois modos contrasta bastante com a abrupta transição observada no caso de regime permanente de excitação do cilindro. O tempo relativamente mais longo gasto neste processo, *i. e.*, o grande número de ciclos necessários para a transição do modo simétrico para o modo assimétrico, está associado com a dependência temporal de formação do arranjo das grandes estruturas assimétricas de vórtices na região à jusante do cilindro. Quanto mais lento o rearranjo das estruturas turbilhonares para o padrão assimétrico, mais lento será a migração das perturbações corrente acima e, portanto, maior o número de ciclos necessários para iniciar o decaimento para o modo assimétrico de emissão de vórtices.

Interessados na compreensão pormenorizada dos fenômenos envolvendo escoamentos pulsáteis e a rica gama de modos de emissão de vórtices ocasionada por esse regime de escoamento, Lecointe e Piquet (1989) utilizaram a solução numérica bidimensional das equações de Navier-Stokes para investigar as características da emissão de vórtices na esteira de um cilindro circular oscilando longitudinal e transversalmente, em relação a uma corrente livre uniforme e permanente. Seus estudos indicaram que a sincronização, caracterizada pela atrelagem entre as frequências de formação dos vórtices e de oscilação do cilindro, pode se dar de duas formas básicas. Na primeira delas, uma sincronização sub-harmônica é evidenciada nas oscilações longitudinais e as recirculações que dão origem aos vórtices de esteira são formadas sempre de um mesmo ponto sobre o cilindro. Na segunda forma, denominada sincronização fundamental, observa-se a emissão de vórtices alternados a partir dos dois lados do cilindro. No estudo de Lecointe e Piquet (1989), foi observada, para os casos de oscilação longitudinal, a ocorrência dos vários modos de emissão de vórtices encontrados experimentalmente por Ongoren & Rockwell (1988), onde, para excitações não harmônicas, todos os possíveis modos de competição também foram identificados.

Mais tarde, Minewitsch et al. (1994) realizaram, numericamente, o estudo do escoamento ao redor de cilindros quadrados oscilando paralelamente à direção da corrente livre, para um Reynolds de 200. As forças oscilatórias que atuam sobre o cilindro (coeficientes de arrasto e sustentação) foram avaliadas como dependentes da frequência e da amplitude de deslocamento do corpo sólido. Neste trabalho, a interação entre a emissão de vórtices e a movimentação do cilindro foi examinada, em



particular, com o objetivo de investigar o regime de atrelagem síncrona. A partir dos resultados obtidos, os autores postularam a existência de três regimes de emissão assimétrica de vórtices, denominados (i) Regime de Superposição, (ii) Regime de Atrelagem Síncrona e (iii) Regime de Transição Pós-Atrelagem.

Esses regimes dependem da razão entre a frequência de excitação do cilindro forçado a oscilar e a frequência natural de emissão de vórtices, f_e/f_o , bem como da amplitude adimensional de deslocamento do cilindro, x_e/B . Em outras palavras, o limite entre os regimes de superposição e de atrelagem síncrona pode ser claramente identificado a partir dos valores de f_e/f_o e x_e/B , como, aliás, já havia sido observado por Griffin & Ramberg (1976), em ensaios experimentais realizados a Reynolds 190.

O regime de superposição é encontrado para baixos valores de amplitude e frequência de oscilação. Nesse regime, a oscilação do cilindro pouco influencia o mecanismo de formação da esteira turbilhonar. A frequência de emissão de vórtices é, neste caso, encontrada mesmo quando o cilindro permanece estacionário, ou seja, $f_s = f_o$. Essa é, também, a frequência de oscilação do coeficiente de sustentação, enquanto que a força de arrasto, devido a emissão de vórtices, é igual a $2f_o$. As oscilações desse último parâmetro, devido a emissão dos vórtices, são superimpostas às oscilações decorrentes do movimento do cilindro. Exceto para pequenas amplitudes de oscilação do cilindro, essa influência domina o comportamento do coeficiente de arrasto.

No regime de atrelagem síncrona, observado na faixa compreendida entre $1,6 < f_e/f_o < 2,4$, acima de uma determinada amplitude mínima x_e/B , a emissão de vórtices se adapta ao movimento oscilatório do cilindro de forma que $f_s = f_e/2$ e que, exceto para $f_e/f_o = 2$, não é igual à frequência natural de emissão de vórtices para o cilindro estacionário. Os autores verificaram que, nesse regime, as frequências $\frac{1}{2} f_e$ e f_e determinam o comportamento dinâmico dos coeficientes de sustentação e de arrasto, respectivamente. A atrelagem entre a frequência de emissão de vórtices e o movimento oscilatório do cilindro leva aos maiores valores dessas forças sobre o cilindro.

No regime pós-atrelagem, que ocorre para valores mais elevados de amplitude e de frequência de oscilação do cilindro, novamente a frequência de emissão de vórtices é a mesma observada para o cilindro estacionário ($f_s = f_o$). Os limites do regime de pós-atrelagem, entretanto, não foram bem identificados no estudo apresentado



pelos autores, que sugerem investigações mais aprofundadas a este respeito.

Adicionalmente, as frequências básicas mencionadas acima, conhecidas com combinação de frequências, foram mais perceptíveis a partir do estudo do comportamento da dinâmica apresentada pelo coeficiente de sustentação. As várias combinações $|nf_e \pm nf_s|$ foram detectadas em todos os três regimes, que apresentaram, nesse estudo numérico, uma emissão assimétrica de vórtices. As frequências $f_g = |f_e - f_s|$, $f_h = |f_e + f_s|$ e $f_k = |2f_e + f_s|$ foram as combinações mais significantes observadas nos casos estudados.

O escoamento ao redor de cilindros retangulares definidos pela razão de aspecto $\phi = A/B$, onde A representa o comprimento e B a largura, medidos na direção paralela e perpendicular à da corrente-livre, respectivamente, foi objeto de estudo do trabalho de Steggel e Rockliff (1997). Utilizando a metodologia dos vórtices discretos (DVM) e nenhum modelo de turbulência, os autores investigaram a ocorrência do fenômeno de atrelagem síncrona para uma faixa de $0,4 \leq \phi \leq 2,5$. Seus estudos mostraram que, para cilindros longos, o fenômeno de atrelagem síncrona ocorre para amplitudes e frequências de oscilação suficientemente elevadas, dando origem a uma esteira de vórtices simétrica. Similaridades entre os resultados obtidos em seu estudo numérico e dados experimentais foram claramente constatadas, em particular, no que tange às combinações de frequência e de amplitude de oscilação para as quais se observa atrelagem síncrona.

3.3 Turbulência de corrente livre

A turbulência residual, ou de corrente livre, é caracterizada pela presença de flutuações aleatórias das propriedades do escoamento no seio do fluido e pode interferir significativamente sobre a configuração do escoamento sobre cilindros.

Nakamura e Ohya (1983) estudaram os efeitos da intensidade turbulenta residual e do comprimento longitudinal de escala turbulenta sobre corpos sólidos, modificando artificialmente o escoamento na entrada da seção de testes de um túnel aerodinâmico. Neste estudo, a face frontal dos cilindros, voltada transversalmente à direção do escoamento, apresentava geometria quadrada, sendo que seu comprimento



(ou espessura), medido na direção do escoamento, podia ser alterado entre um teste e outro. Os resultados obtidos mostraram que a pressão de base, medida na face posterior do cilindro, varia consideravelmente sob o efeito da intensidade turbulenta e do comprimento de escala, assim como com a espessura do cilindro. Foi mostrado que, para cilindros curtos, a turbulência de corrente livre diminui a pressão na base, produzindo um efeito contrário para cilindros mais longos.

Flutuações turbulentas presentes no escoamento também ocasionam uma mudança no ponto de recolamento da camada limite em cilindros compridos, que passa a ocorrer mais próximo do bordo de ataque. No entanto, foi observado que os efeitos da turbulência sobre a pressão de base no cilindro, restringem-se a uma determinada faixa de valores de comprimento de escala. Os autores mostraram que existe uma faixa do comprimento de escala em que os valores da pressão de base, ainda que bem diferentes daqueles registrados no caso de escoamento laminar, permanecem praticamente inalterados, independentemente das variações do comprimento de escala.

Num trabalho posterior, Nakamura e Ohya (1984) deram continuidade a este estudo, analisando, com maior profundidade, a maneira com que a intensidade turbulenta e o comprimento de escala influenciam o escoamento médio. Os autores identificaram dois efeitos principais, semelhantemente ao que já havia sido encontrado nos estudos anteriores, onde os comprimentos de escalas turbulenta de menores tamanhos levam à diminuição da pressão de base de cilindros mais curtos, ao passo que, para cilindro mais longos, há um aumento da pressão de base.

Por outro lado, os autores observaram que comprimentos de escala turbulenta maiores enfraquecem a emissão de vórtices de cilindros retangulares, sejam curtos ou longos. Esta conclusão é obtida a partir da constatação da diminuição das diversas correlações, na direção z , entre as variáveis do escoamento, como a pressão ou as componentes da velocidade, o que também leva ao aumento da pressão de base. Além disso, este estudo mostrou, ainda, que esses efeitos tornavam-se mais evidentes para razões entre o tamanho do comprimento de escala longitudinal turbulenta e altura do cilindro, L_x/B , igual a 3.

Em um trabalho mais recente, Nakamura e Ohya (1988) apresentaram novos resultados experimentais para o escoamento com intensidade turbulenta controlada



artificialmente ao redor de corpos rombudos. Mais uma vez, os autores confirmaram que a turbulência de corrente livre modifica significativamente diversos parâmetros do escoamento, que são afetados tanto pelos grandes quanto pelos pequenos comprimentos de escala. De uma forma geral, a turbulência com pequenos comprimentos de escala antecipa o recolamento da camada limite sobre as faces do cilindro, através do aumento da mistura, enquanto a turbulência com grandes comprimentos de escala interage com a dinâmica de formação e emissão de vórtices, alterando consideravelmente a topologia do escoamento.

Li & Melbourne (1999) apresentaram uma investigação sobre o efeito da turbulência de grande escala na flutuação de pressão em escoamentos com separação e recolamento. Para promover estes fenômenos, os autores utilizaram cilindros retangulares com grandes razões de forma, trabalhando em uma faixa do número de Reynolds de $1,5 \times 10^4$ a 5×10^4 , em um túnel de vento com a intensidade turbulenta variando entre 0,8 a 25%. Seus resultados são expressos em gráficos da distribuição do coeficiente de pressão *versus* o comprimento do cilindro na direção do escoamento, para diferentes intensidades e escalas turbulentas. Esses dados mostram que a distribuição média de pressão é fortemente afetada pela intensidade turbulenta da corrente livre, ao passo que não sofre influência do tamanho das estruturas turbulentas, na faixa de $0,4B$ a $3,6B$. Um aumento posterior da escala da turbulência, para valores próximos a $6B$, indicam uma dependência da distribuição de pressão com este parâmetro. Por outro lado, flutuações de pressão, e mesmo picos de pressão, são ambos dependentes da intensidade e da escala turbulenta. Infelizmente, os autores não apresentam visualizações do campo de escoamento, o que poderia auxiliar na identificação e na compreensão dos efeitos da turbulência nos mecanismos de separação e recolamento da camada limite sobre as superfícies laterais dos obstáculos.

A abordagem numérica utilizada no estudo de turbulência de corrente livre apresenta sérias dificuldades, sobretudo quando se deseja reproduzir flutuações aleatórias de velocidade encontradas em escoamentos reais. Na verdade, o método de geração de flutuações de velocidade, com correlação espacial e intensidade turbulentas prescritas, que possa reproduzir fielmente condições de contorno experimentais, se configura, ainda hoje, como um problema mal resolvido da dinâmica



dos fluidos computacional.

Apesar disto, diferentes maneiras já foram propostas e implementadas para a geração de turbulência de corrente livre. Uma delas, sugerida por Mochida *et al.* (1992), consiste em conduzir um cálculo preliminar de um escoamento turbulento no interior de um canal longo, por exemplo, armazenando-se os dados do desenvolvimento temporal das velocidades, para posterior utilização como condição de entrada para o problema de interesse. Efeito similar pode ser obtido, também, gerando-se o campo turbulento de velocidades a partir de uma grelha virtual colocada na entrada do domínio computacional. Estes métodos, no entanto, requerem alta capacidade de armazenamento computacional e, além do mais, não garantem que as características estatísticas da turbulência – correlações espaciais, intensidades turbulentas, etc. – obtidas nos cálculos correspondam às características desejadas a serem prescritas.

Vários outros métodos propõem a geração artificial do sinal de velocidade, com suas flutuações aleatórias, ao mesmo tempo em que é realizada a simulação do escoamento. Um destes métodos, conhecido como método de representação espectral, baseia-se na aplicação da transformada inversa de Fourier em funções de distribuição de densidades espectrais – como a distribuição do espectro de energia no domínio do número de onda (frequência espacial), ou da distribuição espectral de potência no domínio da frequência temporal – previamente obtidas a partir do desenvolvimento temporal de sinais de velocidade coletados experimentalmente ou de distribuições espectrais conhecidas. Segundo Maruyama *et al.* (1999), esta técnica permite que o sinal turbulento de velocidades a ser imposto na entrada do domínio de cálculo tenha as propriedades estatísticas desejadas. Além disso, o método dispensa a armazenagem dos sinais de velocidade, uma vez que as flutuações randômicas são geradas a cada passo de tempo, diminuindo a necessidade computacional em termos de capacidade de memória, em relação ao método anteriormente apresentado.

Como observam Noda & Nakayama (2003), este método de geração de flutuações randômicas constitui um método estocástico de geração de turbulência e, por isto, parece bastante apropriado para a representação de turbulência de fundo. Entretanto, ele é relativamente novo e ainda não existe uma maneira correta e bem estabelecida de como empregá-lo, embora venha sendo investigado por um número crescente de pesquisadores.



Kondo *et al.* (1997), utilizaram este método, juntamente com a metodologia de simulação de grandes escalas (LES), no estudo numérico de escoamentos tridimensionais com presença de turbulência de corrente livre. Os autores verificaram que a turbulência na entrada do domínio de cálculo foi gerada de maneira a satisfazer as funções de correlação espacial e de distribuição espectral de potência prescritas, obtidas a partir de estudos experimentais de outros autores, respeitando as mesmas condições de contorno e obtendo, inclusive, boa concordância com os dados do decaimento da energia cinética turbulenta na direção principal do escoamento.

A simulação computacional de um problema de camada limite turbulenta, sob elevados números Reynolds, gerada com auxílio de uma superfície rugosa, modelada através de pequenos blocos cúbicos colocados na entrada do domínio, e com a entrada do fluido dotado de flutuações de velocidade artificialmente geradas e condicionadas à dados experimentais, foi realizada por Maruyama *et al.* (1999). Seus resultados apresentaram boa concordância em comparação com os dados experimentais utilizados para obtenção das funções de correlação espacial dos espectros de potência.

Em uma investigação mais recente, Noda & Nakayama (2003), usando a metodologia LES, realizaram a simulação numérica do escoamento com turbulência de corrente livre ao redor de corpos retangulares. Um método estocástico foi usado para gerar as oscilações randômicas homogêneas de velocidade, de acordo com correlações espaciais e distribuição espectral de potência prescritas na entrada do domínio de cálculo. Foram realizados casos teste para valores de Reynolds em torno de $6,5 \times 10^4$, com intensidade turbulenta e comprimento de escala turbulenta fixos, para cilindros apresentando razões de forma $\phi = 1,0$ (cilindro quadrado) e $\phi = 2,5$. Os resultados obtidos para distribuição de pressão nas faces do cilindro ajustaram-se bem aos dados experimentais turbulentos. Além disso, em comparação com resultados de casos sem presença de turbulência de corrente livre, os autores verificaram variações consideráveis nos demais parâmetros do escoamento, como velocidade média, intensidade turbulenta, funções de correlação, entre outros. Esse comportamento destoante, entre escoamento com e sem a presença de turbulência de corrente livre, é esperado e ressalta a importância da adequada prescrição das condições de contorno de entrada na representação numérica de um escoamento.



Formulação Matemática

4.1 Equações governantes

Sob a hipótese de meio contínuo, o escoamento isotérmico de um fluido newtoniano pode ser matematicamente bem representado pelo sistema formado pelas equações de conservação da massa e de Navier Stokes. Considerando-se que o escoamento seja, adicionalmente, incompressível, com propriedades físicas constantes e efeitos gravitacionais desprezíveis, tais equações, escritas para um sistema cartesiano de coordenadas, podem ser colocadas na seguinte forma indicial:

- Conservação da massa:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad \text{com } j = 1, 2, 3. \quad (4.1)$$

- Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \text{com } i = 1, 2, 3 \quad \text{e} \quad j = 1, 2, 3. \quad (4.2)$$

onde ρ representa a densidade do fluido; ν a sua viscosidade cinemática, u_i as componentes do vetor velocidade e p a pressão.



4.2 Técnica de solução

Com condições iniciais e de contorno adequadas, este conjunto de equações é, potencialmente, capaz de representar a evolução temporal e espacial de qualquer tipo de escoamento, seja ele laminar ou turbulento, desde que o número de Mach seja inferior a 15. Nestas circunstâncias, mesmo as menores estruturas turbilhonares presentes no escoamento – as chamadas micro-escalas dissipativas de Kolmogorov – são muitas ordens de grandeza superiores ao livre caminho médio molecular e a hipótese do contínuo é, portanto, totalmente respeitada – Lesieur (1994).

Por outro lado, ainda que formem um sistema fechado – onde o número de equações é igual ao número de incógnitas – este conjunto de equações diferenciais parciais não apresenta solução analítica conhecida para casos gerais, em virtude da não linearidade que caracteriza os termos advectivos das equações de Navier-Stokes. Para contornar este obstáculo, permitindo a solução aproximada dos problemas de mecânica dos fluidos, diferentes métodos numéricos foram desenvolvidos ou aprimorados ao longo de várias décadas.

Segundo Maliska (2004), a tarefa de um método numérico é transformar uma ou mais equações diferenciais definidas num domínio contínuo D , em um sistema de equações algébricas, como sugere a Figura 4.1. Para isto, as derivadas da variável ϕ existentes nas equações diferenciais devem ser substituídas pelos valores discretos da função em pontos pré-estabelecidos do domínio. Assim, para que sejam obtidos N valores de uma determinada variável no domínio, existirão N incógnitas, e serão, portanto, necessárias N equações para o fechamento do problema. Então, é razoável supor que os cálculos poderão se tornar cada vez mais precisos, à medida que o número de incógnitas N for aumentado. Por outro lado, o sistema linear a ser resolvido também deverá crescer em número de equações, aumentando o esforço computacional necessário à solução do problema.

Transformar as derivadas de uma dada equação diferencial em termos que contém a variável ϕ significa integrar a equação diferencial. As diferentes maneiras de se fazer isto diferem um método numérico de outro.

No presente trabalho, a discretização espacial das equações governantes é efetuada por intermédio do Método dos Volumes Finitos, que se destaca como um dos



métodos mais empregados na simulação numérica de problemas de dinâmica dos fluidos e de transferência de calor e segundo o qual as equações aproximadas são obtidas a partir de balanços da propriedade ϕ realizados nos volumes elementares. Os detalhes do método numérico, incluindo o tratamento dos termos difusivos e advectivos, o algoritmo de acoplamento pressão-velocidade, a técnica de discretização temporal das equações e o método de solução do sistema linear, são fornecidos no Apêndice A.

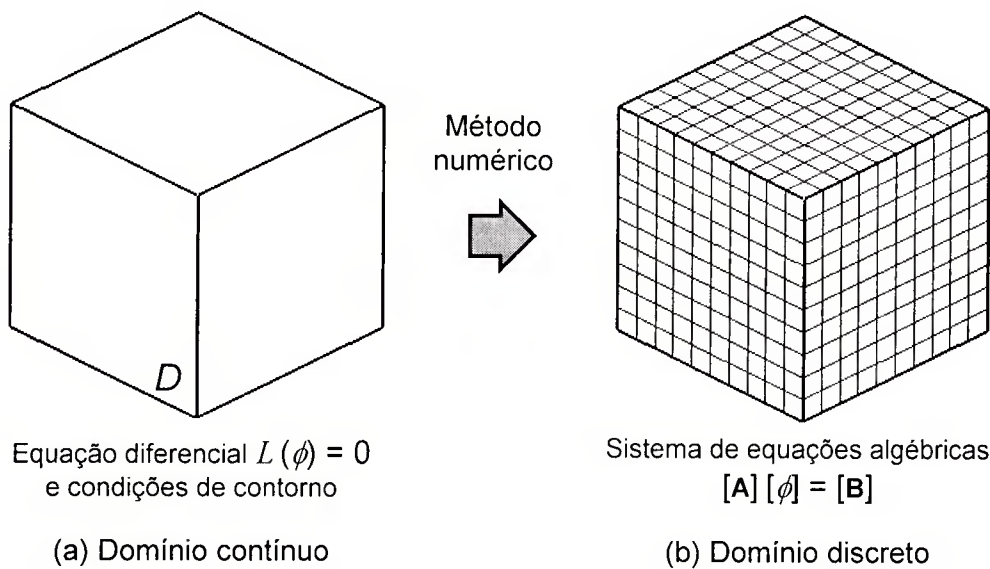


Figura 4.1 – A tarefa do método numérico.

4.3 Simulação de Escoamentos Turbulentos

Um escoamento turbulento caracteriza-se pela presença de uma ampla banda de escalas de comprimento e de tempo. As maiores estruturas possuem baixa frequência e apresentam tamanhos comparáveis às dimensões do sistema onde se dá o escoamento, enquanto a dimensão l das escalas de Kolmogorov é definida pela fórmula de Heisenberg

$$l = 6,25 \, L \, (Re \, k)^{-3/4}, \tag{4.3}$$

onde L é o tamanho das maiores estruturas turbilhonares, Re o número de Reynolds e o valor de k é aproximadamente igual a 1 – Hermann *et al.* (1998). Assim, quanto maior o número de Reynolds, menor a dimensão das pequenas escalas.



As grandes estruturas determinam a configuração média do escoamento, enquanto os pequenos turbilhões são os principais responsáveis pelo processo de dissipação viscosa da energia cinética turbulenta. Portanto, para uma simulação fiel dos fenômenos presentes num escoamento a alto número de Reynolds, todas estas estruturas deverão estar de alguma forma representadas. Em razão disso, diferentes metodologias existem atualmente para a simulação de escoamentos turbulentos, sendo as três principais apresentadas na discussão que se segue.

A Simulação Numérica Direta (*Direct Numerical Simulation* – DNS) consiste na solução numérica das equações de Navier-Stokes, resolvendo-se todos os graus de liberdade, ou todo o espectro de energia associado ao movimento, o que implica na utilização de malhas extremamente refinadas, para que todas as escalas presentes no escoamento possam ser representadas. Assim sendo, a DNS é extremamente exigente em termos de recursos computacionais e, por isso, sua utilização é, ainda hoje, restrita à solução de escoamentos em geometrias razoavelmente simples e números de Reynolds de baixo a moderado.

A Modelagem Clássica da Turbulência envolve a solução das Equações Médias de Reynolds (*Reynolds Average Navier-Stokes* – RANS ou *Unstead Reynolds Average Navier-Stokes* – URANS), com a conseqüente utilização de um modelo de turbulência para contornar o chamado problema de fechamento, decorrente da presença das tensões de Reynolds, que surgem como incógnitas adicionais à solução numérica do problema. Embora muito menos exigente em tempo de processamento e espaço de memória que a DNS, a modelagem clássica da turbulência fornece, via de regra, bons resultados apenas para as variáveis médias do escoamento, sendo inadequada para a análise de detalhes mais finos, como, por exemplo, os mecanismos de geração, emissão e interação dos vórtices na esteira de cilindros.

A última destas técnicas é chamada Simulação de Grandes Escalas (*Large Eddy Simulation* – LES) e pode ser considerada como intermediária entre as duas anteriores, na medida em que permite a simulação explícita das grandes escalas turbulentas e utiliza modelos sub-malha para representar a ação das pequenas estruturas, cujas dimensões são menores que o tamanho das malhas. Por exigir recursos computacionais muito mais modestos que a DNS e oferecer resultados bem mais refinados que a modelagem clássica da turbulência, a metodologia LES tem sido



exaustivamente utilizada ao longo das últimas décadas. O aprimoramento dos métodos numéricos e a evolução da própria técnica, no que tange ao desenvolvimento de novos filtros e modelos de sub-malha, permitem, hoje, a simulação de escoamentos de alta complexidade e grande interesse prático, como os que ocorrem em câmaras de combustão ou no interior de uma turbina – Moin (2002). Por permitir a predição de instabilidades dinâmicas, tal como ocorre na esteira de corpos rombudos, esta técnica foi empregada em algumas das simulações realizadas no âmbito do presente trabalho. Seus detalhes são apresentados no Apêndice B.

4.4 Condições de Contorno e Iniciais

Quando se resolve um sistema de equações diferenciais parciais, as condições de contorno, juntamente com as condições iniciais, determinam a solução particular do problema que está sendo estudado.

Como condição inicial para todos os casos estudados, foi adotado o escoamento em repouso. Assim, antes do início dos cálculos, as velocidades e a pressão em todas as malhas são consideradas identicamente nulas.

Com relação às condições de contorno, na maioria dos problemas envolvendo o escoamento de fluidos e transferência de calor, as duas condições mais comumente empregadas são as de Dirichlet e de Neumann. Por intermédio das condições de contorno de Dirichlet, um valor constante e conhecido para a variável ϕ – que tanto pode ser a velocidade, como a pressão, a temperatura, a concentração, etc. – é imposto nas fronteiras do domínio de cálculo. Já com a prescrição das condições de Neumann, a derivada da variável ϕ no contorno é imposta, ou seja

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = C, \quad (4.4)$$

onde n representa a perpendicular à fronteira e C pode ser uma constante ou uma função conhecida. Neste último caso, apenas o gradiente normal de ϕ na fronteira é especificado. Desta forma, ϕ na fronteira também é uma incógnita, que deve ser determinada como parte do processo de solução do problema.



A velocidade na entrada do domínio é uma condição de contorno considerada conhecida, na grande maioria dos problemas de mecânica dos fluidos computacional. No presente trabalho, através das novas implementações, além dos perfis de velocidades constantes, uniformes ou não, abriu-se a possibilidade de imposição de condições de velocidade na entrada do domínio de cálculo variáveis no tempo. O programa se tornou, assim, apto à realização de simulações computacionais de escoamentos cujo perfil de velocidades na entrada do domínio é dotado tanto de oscilações periódicas de velocidade, simulando condições de bombeamento, quanto de flutuações aleatórias, condição que se aproxima do escoamento com turbulência de corrente livre. Para as simulações da condição de bombeamento, o obstáculo se mantém fixo em relação ao domínio de cálculo, enquanto a componente u do perfil de velocidade varia ao longo do tempo, na forma de uma função cossenoidal, conforme apresentado na Equação 2.5. Para a imposição de um perfil com velocidades aleatórias como condição de entrada, utilizou-se o método de obtenção de dados aleatórios mostrado no Apêndice C.

Na saída do domínio, a imposição de condições de contorno incorretas pode afetar todo o campo de escoamento. Em todas as simulações realizadas no âmbito do presente trabalho, a condição de Neumann foi imposta para a velocidade na saída do domínio de cálculo, uma vez que, nessa fronteira, não se conhece, a priori, os valores da variável.

Neste ponto, é interessante observar que, ao se inserir um perfil prescrito de velocidades na entrada e uma condição de derivada nula na saída do domínio, cria-se um fluxo de massa que atravessa a região de simulação. Caso seja imposta, adicionalmente, uma condição de pressão prescrita, a solução do problema pode ser seriamente prejudicada, pois, do ponto de vista físico, duas forças motrizes distintas estariam agindo sobre o escoamento. Para a família de acoplamento SIMPLE/SIMPLEC, em geral, não há a necessidade de se impor uma condição de contorno de primeiro tipo para a pressão, uma vez que o campo de pressão é deixado livre para se ajustar ao campo de velocidade.

Nas faces superior, inferior, anterior e posterior do domínio, é possível assumir diferentes combinações de condições de contorno, dependendo do problema que está sendo tratado. Pode-se atribuir, por exemplo, uma condição de Neumann para as



velocidades nas faces laterais, liberando o domínio da restrição imposta por paredes. A condição de Dirichlet, por sua vez, pode ser aplicada de duas formas distintas sobre as laterais do domínio: impondo-se velocidade nula, fazendo as vezes de uma parede sólida, ou prescrevendo-se um valor positivo ou negativo para a velocidade, situação freqüentemente utilizada na simulação do escoamento em cavidades (*lid driven cavity*).

Neste trabalho foi feita a imposição de viscosidade infinita na região do domínio ocupada por corpos sólidos como uma solução alternativa, e não menos eficiente, do que se é obtido ao se impor velocidades nulas nas regiões do domínio com presença de paredes. É interessante observar que, adotando-se um valor muito alto para a viscosidade no interior da célula, algo da ordem de 10^{30} , por exemplo, o coeficiente A_P torna-se, automaticamente, da mesma ordem de grandeza. Assim sendo, na Equação (4.5), ϕ_P irá tender a zero, uma vez que o valor de A_P tende a ∞ .

$$\phi_P = \frac{\sum A_{nb} \phi_{nb} + B}{A_P} \quad (4.5)$$

Uma descrição mais detalhada da abordagem matemática adotada para a obtenção da Equação (4.5), bem como a definição dos termos nela envolvidos (A_{nb} , A_P , ϕ_P , B), pode encontrada no Apêndice A.





unesp



Resultados

5.1 Domínio de Cálculo, Malha Computacional e Condições de Contorno

A Figura 5.1 apresenta os principais parâmetros que definem geometricamente o domínio de cálculo, sobre o qual será construída a malha computacional. Em síntese, trata-se de um domínio retangular, com comprimento total X e altura Y . A distância horizontal que vai da entrada do domínio ao bordo de ataque do cilindro é identificada como X_u , enquanto a distância do bordo de fuga à saída do domínio vale X_d . Por conveniência, a origem do sistema de coordenada foi colocada no centro da face frontal do cilindro retangular, que possui lados A e B .

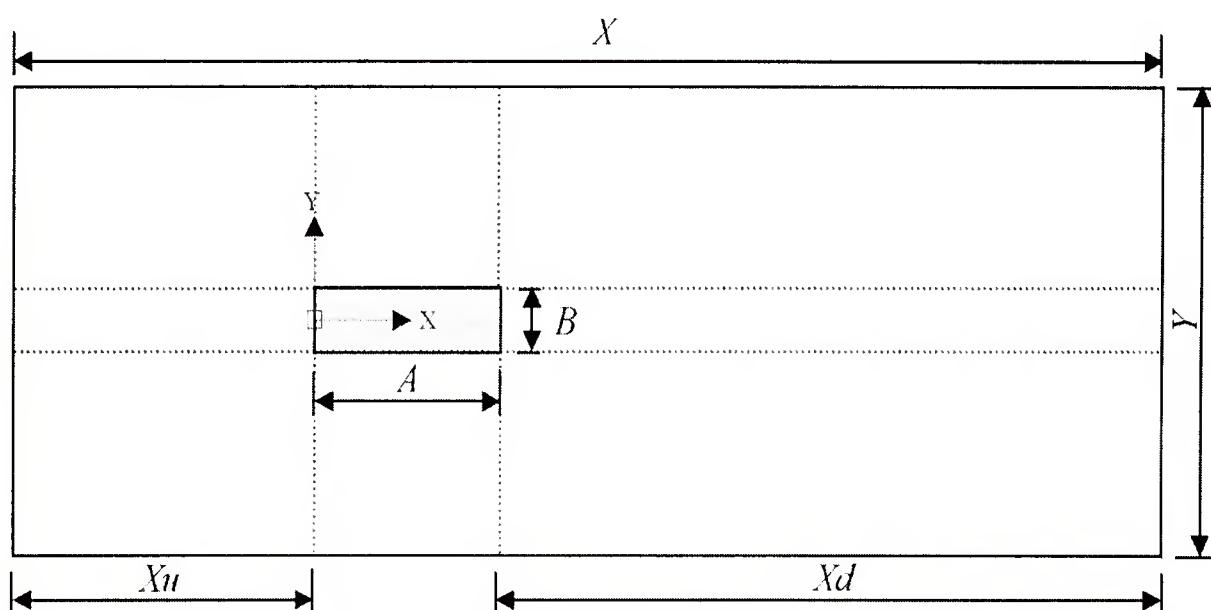


Figura 5.1 - Dimensões características do domínio de cálculo.

Sobre todas as faces do cilindro, a malha é uniformemente distribuída, com tamanhos idênticos nas direções x e y . Em outras palavras, se N é o número de divisões da malha contidas sobre a face B do cilindro, o tamanho de cada divisão horizontal naquela região é dado pela relação N/B . Este mesmo tamanho δ é utilizado para as divisões verticais da malha sobre o comprimento A do cilindro.

Nas regiões a jusante e a montante do cilindro, a malha, na direção vertical, é construída de tal forma que o primeiro volume próximo à superfície do obstáculo sólido também tenha tamanho da divisão δ e, a partir daí, o tamanho de cada volume subsequente aumente progressivamente em direção às fronteiras de entrada e de saída do domínio de cálculo, com uma razão constante γ_u ou γ_d , conforme o caso. Na direção horizontal, um procedimento construtivo absolutamente similar adotado, mantendo-se, entretanto, a mesma relação de progressão γ_y , tanto para os que estão localizados acima do cilindro quanto abaixo. Como resultado, obtém-se uma malha computacional cuja configuração se assemelha à apresentada na Figura 5.2. É importante acrescentar, ainda, que, qualquer que seja o elemento tomado no interior das regiões de malha não uniforme, a relação entre o seu comprimento em uma dada direção e o comprimento do elemento vizinho na mesma direção foi limitada em 10%, para evitar problemas de natureza numérica na solução das equações do movimento.

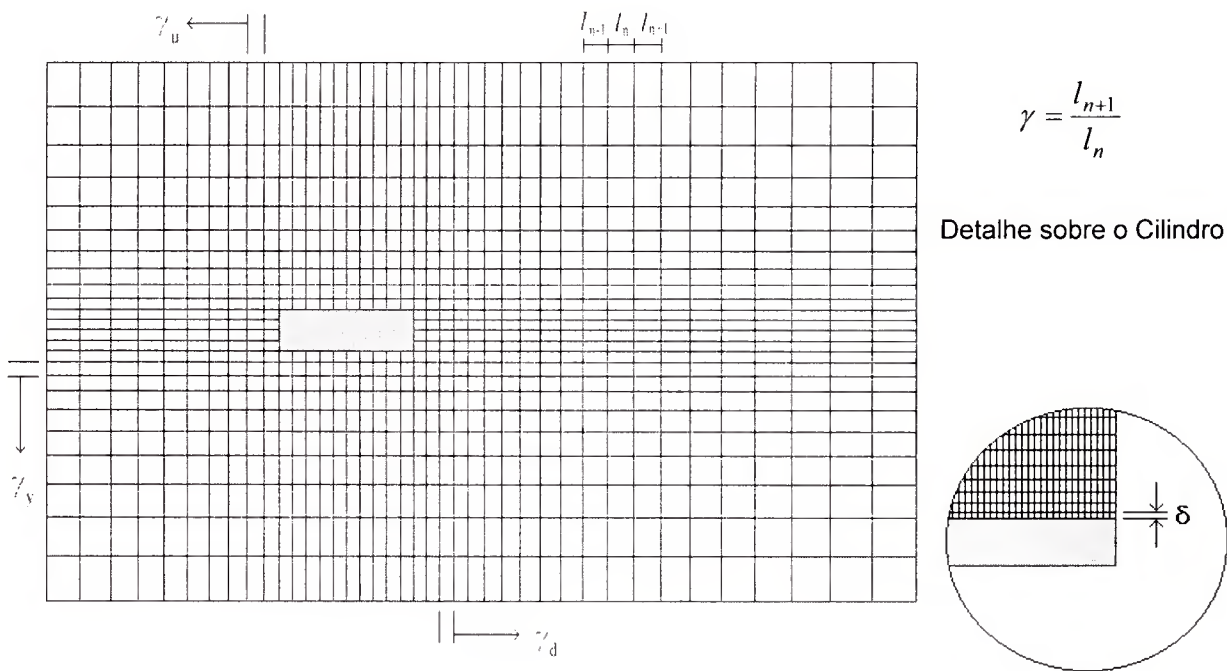


Figura 5.2 – Malha computacional montada sobre o domínio de cálculo.

5.2 Escoamento Pulsátil

5.2.1 Dimensões do Domínio de Cálculo

a) Tamanho do domínio a montante

A influência do comprimento X_u do domínio a montante de um cilindro de base quadrada foi investigada considerando-se cinco possibilidades distintas. Em todas elas, foram mantidos constantes a altura total do domínio, $Y = 13 B$, e o seu comprimento a jusante do cilindro, $X_d = 20 B$, como mostrado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Descrição dos domínios de cálculo utilizados, com X_u variável.

Malha	Volumes	N/B	X_u	X_d	Y	δ/B
1	170 × 88	20	5 B	20 B	13 B	0,0003
			40 divisões	110 divisões	88 divisões s	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=6\%$	
2	180 × 88	20	8 B	20 B	13 B	
			50 divisões	110 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=6\%$	
3	190 × 88	20	12 B	20 B	13 B	
			60 divisões	110 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=6\%$	
4	210 × 88	20	16 B	20 B	13 B	
			80 divisões	110 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=3\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=6\%$	
5	240 × 88	20	20 B	20 B	13 B	
			110 divisões	110 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=2\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=6\%$	

Como condição de contorno para as fronteiras superior e inferior, considerou-se nula a derivada da velocidade u em relação a y , ou seja, $\partial u/\partial y = 0$, para simular a ausência de paredes laterais. Na saída do domínio, a condição $\partial u/\partial x = 0$ foi imposta. Para cada uma das malhas especificadas na Tabela 5.1, foram realizadas, primeiramente, simulações a $Re = 200$, com perfil de velocidade uniforme e invariável no tempo, na entrada do domínio de cálculo, obtendo-se, como resultado, a frequência natural de emissão de vórtices, f_o , necessária ao cálculo do número de Strouhal, St . Os resultados da Tabela 5.2 mostram que a frequência f_o e, conseqüentemente, o número de Strouhal, é pouco afetado pelo comprimento do domínio a jusante do cilindro, uma vez que apenas os valores obtidos para a primeira configuração diferem dos demais.



Tabela 5.2 - Frequência natural de emissão de vórtices, f_o , e número de Strouhal, St , para um cilindro quadrado imerso num escoamento uniforme e não pulsátil, com diferentes comprimentos Xu , a $Re = 200$.

Malha	f_o [Hz]	Strouhal - St
1	0,79346	0,1428
2	0,78125	0,1406
3	0,78125	0,1406
4	0,78125	0,1406
5	0,78125	0,1406

Para a repetição destes testes com entrada pulsátil, foram definidas duas diferentes condições de operação, C1 e C2, utilizando-se as mesmas cinco malhas empregadas na etapa anterior. Neste caso, a escolha dos parâmetros x_e/B e f_e/f_o foi feita com base nos estudos experimentais de Griffin & Ramberg (1976) e numéricos Franke *et al.* (1994) e Viana *et al.* (2004), de maneira a evitar a atrelagem síncrona (*lock-in phenomena*). Este cuidado é necessário no caso das presentes simulações, uma vez que, na ocorrência de atrelagem síncrona, a frequência de emissão de vórtices, f_s , é comandada pela frequência de excitação imposta, f_e , impossibilitando observar eventuais variações dos sinais monitorados, produzidos por mudanças no tamanho do domínio a montante do cilindro.

Para a condição de operação C1, foram especificados $x_e/B = 0,34$ e $f_e/f_o = 1,2$ e, para a condição de operação C2, $x_e/B = 0,2$ e $f_e/f_o = 1,6$. A Tabela 5.3 condensa os valores da frequência de emissão de vórtices, f_s , obtidos nas duas situações, permitindo verificar que, a exemplo do caso sem pulsação, também aqui não existe alteração apreciável nos valores das frequências de emissão de vórtices, f_s , com o aumento do comprimento de entrada, exceto para o primeiro caso simulado, onde o comprimento Xu é de apenas $5 B$.

A fim de observar a influência do comprimento de entrada sobre o campo de escoamento, o perfil médio temporal da velocidade axial u , a uma distância $5,5 B$ a jusante do cilindro, foi também monitorado. Para isto, um conjunto de vinte e sete sondas dispostas ao longo de uma linha transversal ao escoamento foi instalado. Os resultados obtidos nas mesmas condições de operação C1 e C2 são apresentados na Figura 5.3, permitindo observar que as malhas 3, 4 e 5 apresentam resultados praticamente coincidentes.



Tabela 5.3 - Valores de da frequência de emissão de vórtices f_s , obtidos para escoamento pulsátil e diferentes valores de Xu , a $Re = 200$.

Malha	Condição de operação	
	C1 ($x_e/B = 0,34$ e $f_e/f_o = 1,2$)	C2 ($x_e/B = 0,2$ e $f_e/f_o = 1,6$)
	f_s [Hz]	f_s [Hz]
1	0,71411	0,75684
2	0,7019	0,75073
3	0,7019	0,75073
4	0,7019	0,75073
5	0,7019	0,75073

À guisa de conclusão, pode-se dizer que uma boa escolha para a dimensão Xu situa-se entre 10 e 14 B . No entanto, valores de 8 a 10 B podem, ainda ser utilizados, tomando-se as devidas precauções. Por outro lado, valores acima de 16 B penalizam a solução em termos de tempo de processamento, sem grandes benefícios na qualidade dos resultados. Para os demais testes, optou-se, então, por utilizar o valor de 12 B para o tamanho do domínio à montante.

b) Tamanho do domínio a jusante

O estudo da influência do tamanho do domínio a jusante do cilindro foi realizado fixando-se o valor de $Xu = 12 B$ e a altura do domínio $Y = 13 B$. A extensão Xd , por sua vez, foi variada na faixa entre 12 B e 40 B . Mais uma vez, simulações iniciais foram realizadas impondo-se um perfil de velocidade uniforme e invariável no tempo na entrada do domínio, para $Re = 200$. A Tabela 5.4 apresenta os parâmetros que definem os domínios de cálculo adotados e as malhas computacionais utilizadas.

Os resultados apresentados na Tabela 5.5, em termos f_o e St , mostram que, aqui também, apenas domínios com comprimento Xd demasiadamente curtos podem afetar a frequência de emissão de vórtices. Isto é um indicio de que os parâmetros f_o e St podem não ser bons indicadores para avaliar este tipo de simulação.

Como feito anteriormente, conhecendo-se os valores de frequência de emissão de vórtices para escoamento não pulsátil, f_o , novos valores de x_e e f_e foram determinados, de maneira a reproduzir as condições de operação C1 e C2, em escoamento pulsátil, para



quatro casos distintos – 6, 7, 8 e 9.

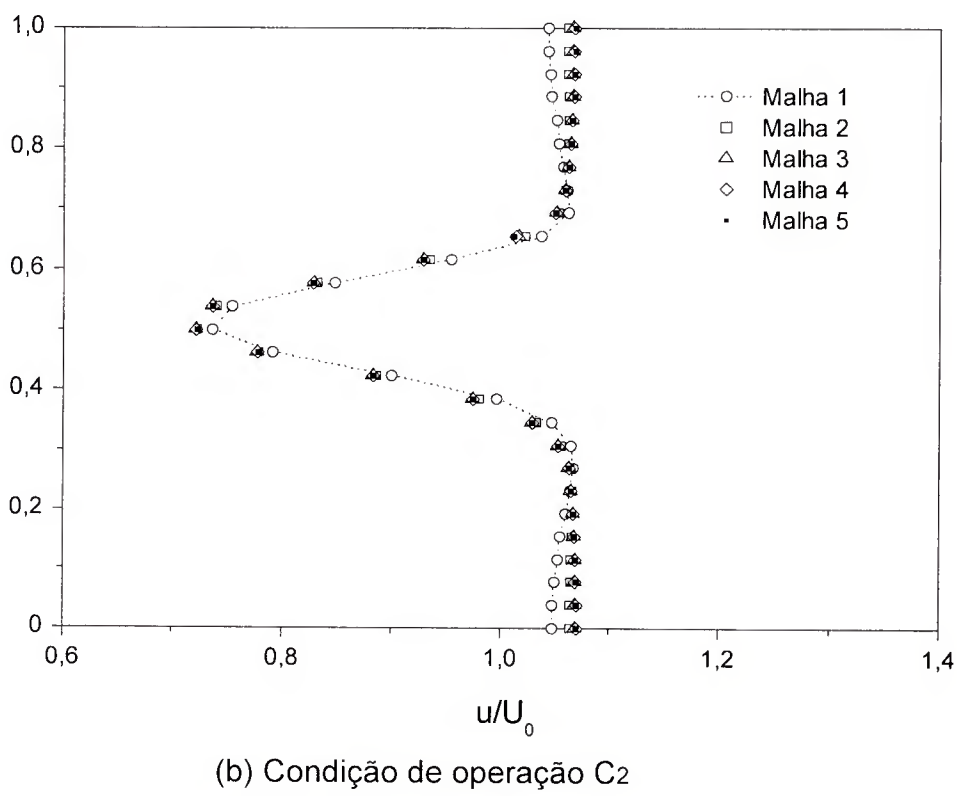
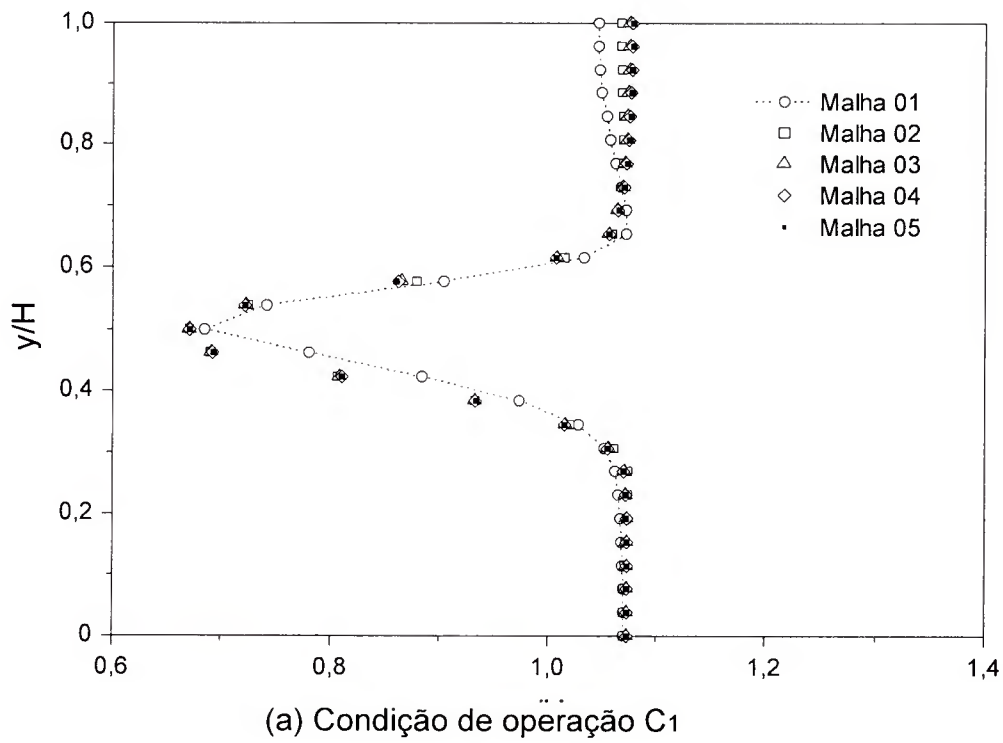


Figura 5.3 - Perfis médios de velocidade 5,5 B à jusante da base do cilindro, para escoamentos com entrada pulsátil e Xu variável, a $Re = 200$.



Os valores da frequência de emissão de vórtices, f_s , para cada um dos cálculos realizados nesta fase, são apresentados pela Tabela 5.6. Observa-se, novamente, que a frequência de emissão de vórtice f_e apresenta baixa sensibilidade a mudanças no tamanho X_d do domínio. Para a condição de operação C1, nota-se que a variação desse parâmetro ocorre unicamente para a malha 6, em consequência da frequência de excitação f_e , que é diferente das aplicadas às demais malhas, uma vez que f_o é diferente.

Tabela 5.4 - Descrição dos domínios de cálculo utilizados, com X_d variável.

Malha	Volumes	N/B	X_u	X_d	Y	δ/B
6	140×88	20	12B	12B	13B	0,0003
			60 divisões	60 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=4\%$	$\gamma_y=6\%$	
7	190×88	20	12B	20B	13B	
			60 divisões	110 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=6\%$	
8	210×88	20	12B	30B	13B	
			60 divisões	130 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=6\%$	
9	250×88	20	12B	40B	13B	
			60 divisões	170 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=1,5\%$	$\gamma_y=6\%$	

Tabela 5.5 - Frequência natural de emissão de vórtices, f_o , e número de Strouhal, St , para um cilindro quadrado imerso num escoamento uniforme e não pulsátil, com diferentes comprimentos X_d , a $Re = 200$.

Malha	f_o [Hz]	Strouhal - St
6	0,77515	0,1395
7	0,78125	0,1406
8	0,78125	0,1406
9	0,78125	0,1406

Na condição de operação C2, no entanto, além da ocorrência dessa pequena variação do parâmetro f_s , em decorrência da mudança em f_e , observa-se, também, uma sensível variação da frequência de emissão de vórtices para a malha 7. Para as malhas 8 e 9, este parâmetro torna-se estável.



Tabela 5.6 - Valores da frequência de emissão de vórtices f_s , obtidos para escoamento pulsátil e diferentes valores de X_d , a $Re = 200$.

Malha	Condição de operação	
	C1 ($x_e/B = 0,34$ e $f_e/f_o = 1,2$)	C2 ($x_e/B = 0,2$ e $f_e/f_o = 1,6$)
	f_s [Hz]	f_s [Hz]
6	0,67749	0,73853
7	0,7019	0,75073
8	0,7019	0,72937
9	0,7019	0,72937

Neste caso, também, os perfis de velocidade média u foram usados como uma segunda fonte de informações, na busca da melhor dimensão X_d a ser usada nas simulações definitivas com entrada pulsátil. A Figura 5.4 reúne os diversos perfis obtidos, mostrando que, para a condição C1, apenas a malha 6 mostra resultados diferentes dos demais. Para a condição de operação C2, todos os resultados coincidem.

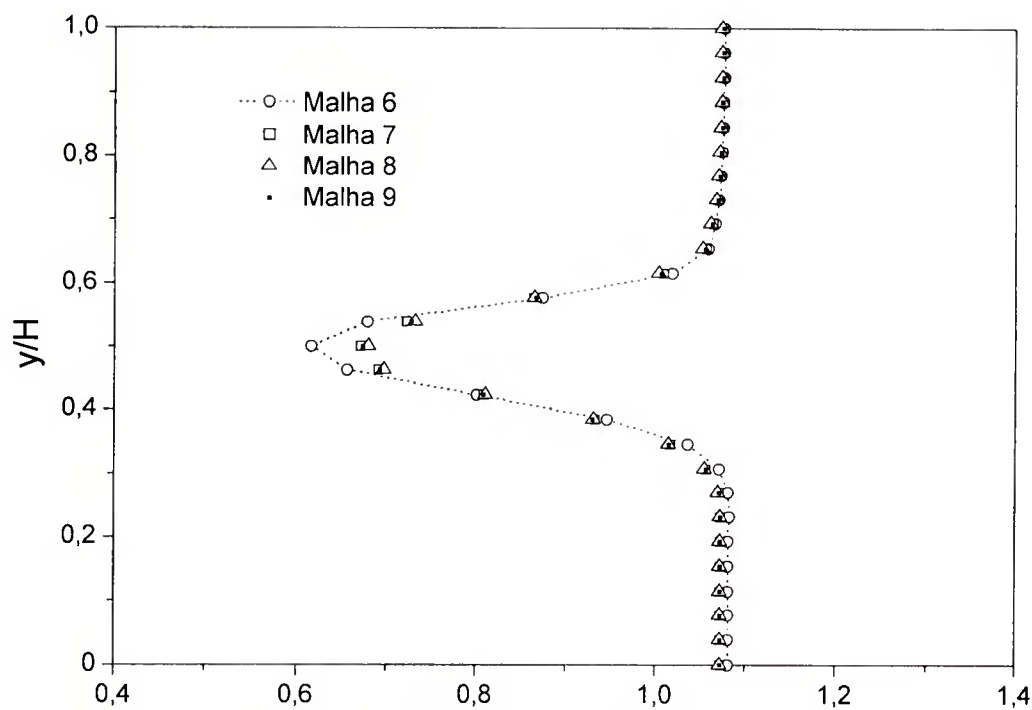
Com base nestes resultados, pode-se dizer que uma escolha razoável para a extensão X_d situa-se entre $20 B$ e $30 B$.

5.2.2 Refinamento da malha

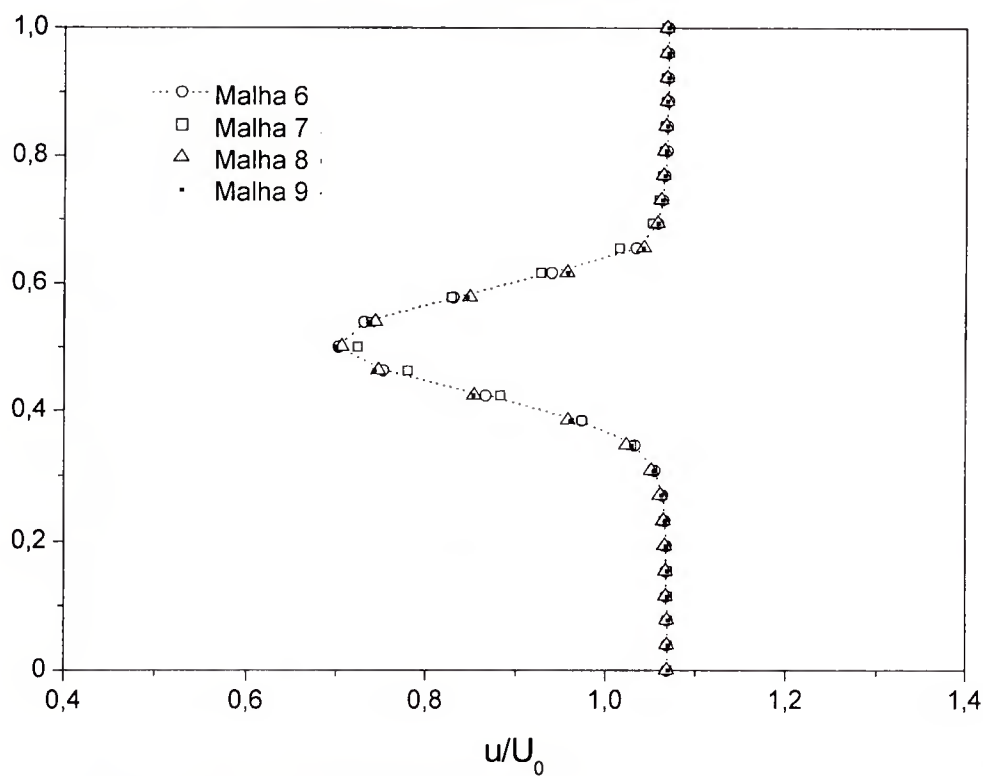
Nas simulações realizadas nessa primeira etapa do trabalho, não houve grande preocupação com as malhas empregadas. Entretanto, é bem sabido que a boa escolha da malha é fator primordial para a obtenção de resultados satisfatórios. Além disso, uma representação adequada do escoamento ao redor de um cilindro pode ser obtida, empregando-se malhas de resolução moderada, com refinamento localizado nas proximidades da superfície do corpo e na sua esteira, onde se encontram os maiores gradientes.

Para averiguar a influência do refinamento da malha nas simulações com cilindros quadrados, seis casos testes foram conduzidos, a $Re = 200$, e sem flutuação de velocidade na entrada.





(a) Condição de operação C1



(b) Condição de operação C2

Figura 5.4 - Perfis médios de velocidade $5,5 B$ à jusante da base do cilindro, para escoamentos com entrada pulsátil e Xd variável, a $Re = 200$.

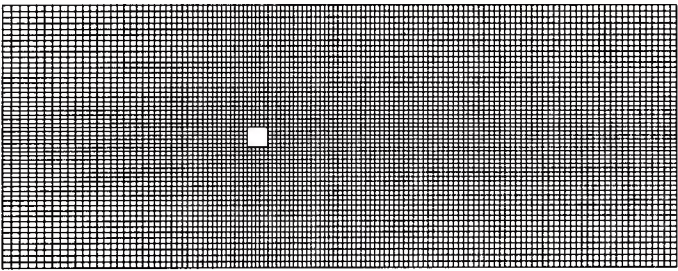
A Tabela 5.7 apresenta as dimensões do domínio e suas respectivas resoluções das malhas. As dimensões X_u , X_d e Y foram escolhidas de acordo com o estudo previamente apresentado. A quantidade de volumes utilizada para cobrir o domínio foi variada apenas nas regiões que cobrem as faces do cilindro. Para maior clareza, a Figura 5.5 apresenta cada uma destas configurações, onde o número de volumes sobre o comprimento característico do cilindro apresenta um aumento crescente de um caso para o seguinte.

Tabela 5.7 - Descrição dos domínios de cálculo utilizados nas simulações com diferentes refinamentos de malha sobre as faces do cilindro quadrado.

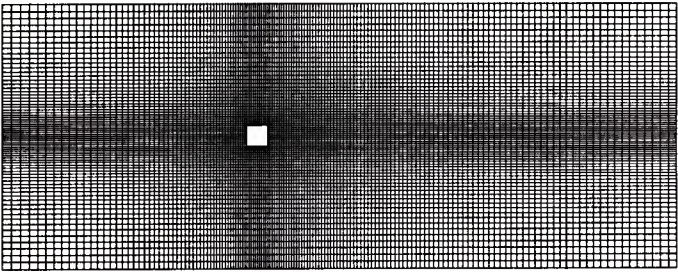
Malha	Volumes	N/B	X_u	X_d	Y	δ/B
10	125×53	5	12B	20B	13B	0,0012
			40 divisões	80 divisões	53 divisões	
			$\gamma_u=2\%$	$\gamma_d=0,5\%$	$\gamma_y=2\%$	
11	150×70	10	12B	20B	13B	0,0006
			50 divisões	90 divisões	70 divisões	
			$\gamma_u=3\%$	$\gamma_d=1,5\%$	$\gamma_y=4,5\%$	
12	190×88	20	12B	20B	13B	0,0003
			60 divisões	110 divisões	88 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=6,5\%$	
13	255×150	40	12B	20B	13B	0,00015
			75 divisões	140 divisões	150 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=4,5\%$	
14	280×170	50	12B	20B	13B	0,00012
			80 divisões	150 divisões	170 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=4,5\%$	
15	305×210	60	12B	20B	13B	0,0001
			85 divisões	160 divisões	210 divisões	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_y=3,5\%$	

A Tabela 5.8 compara os resultados obtidos para o número de Strouhal com os dados experimentais de Steggel & Rockliff (1997). É fácil observar que, como o esperado, o refinamento nas regiões da esteira do cilindro garante uma melhor precisão no cálculo do número de Strouhal, que passa a se aproximar mais dos dados da literatura.

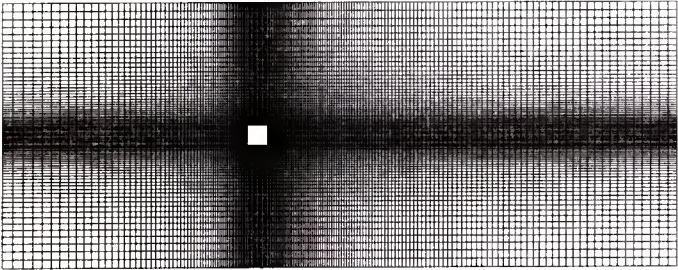




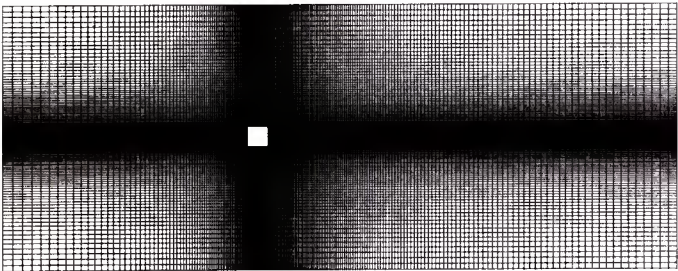
(a) Malha 10



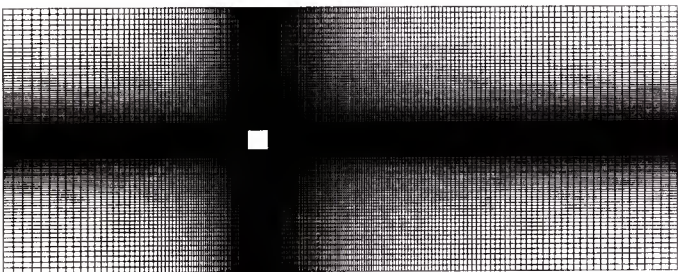
(b) Malha 11



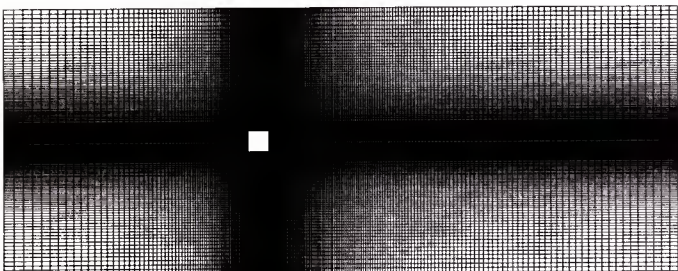
(c) Malha 12



(d) Malha 13



(c) Malha 14



(d) Malha 15

Figura 5.5 - Malhas computacionais empregadas no teste de refinamento, a $Re = 200$.

Tabela 5.8 – Números de Strouhal obtidos para os testes de malha, $Re = 200$.

Malha	f_s (Hz)	Strouhal - St	Tempo de simulação	Outros autores (St)
10	0,64697	0,11647	00 h e 24 min.	0,154 Steggel & Rockliff (1997)
11	0,73853	0,13295	01h e 05 min.	
12	0,78125	0,14064	02 h e 34 min.	
13	0,83618	0,15053	09 h e 18 min.	
14	0,84229	0,15163	11 h e 38 min.	
15	0,8728	0,15712	45 h e 53 min.	

O sinal temporal da velocidade v , capturado por uma sonda numérica posicionada a $1,5 B$ abaixo e a jusante da face posterior do cilindro, bem como os resultados obtidos depois da aplicação da FFT sobre este sinal, são mostrados na Figura 5.6, para as seis malhas empregadas.

Na Figura 5.7, são mostradas as linhas de isovorticidade do escoamento ao redor do obstáculo quadrado, para as seis malhas empregadas nesta etapa de testes. Pode-se observar que apenas a primeira malha altera significativamente a configuração do escoamento, em relação às demais.

Como foi feito no estudo das dimensões do domínio de cálculo, a partir dos valores de frequência de emissão de vórtices obtidos para o escoamento não pulsátil, foram estabelecidas as frequências de excitação empregadas nas duas condições de operação C1 e C2, para escoamento pulsátil. As frequências de excitação, f_e , e de emissão de vórtices, f_s , resultantes destes cálculos são apresentadas pela Tabela 5.9.

Em contraste com os resultados preliminares obtidos nas duas etapas anteriores, onde os parâmetros em estudo eram o tamanho do domínio de cálculo à montante (X_u) e à jusante (X_d) do obstáculo, observou-se, aqui, uma forte dependência dos parâmetros que caracterizam o escoamento com o refinamento da malha empregada nos cálculos. Para o regime de operação C1, foi possível constatar, inclusive, o aparecimento do fenômeno de atrelagem síncrona, para as malhas 4, 5 e 6. Este fenômeno torna-se evidente quando a relação de frequências f_e/f_s atinge valores próximos a 2, e como se pode observar na Tabela 5.9, isso ocorre para as três últimas malhas utilizadas.



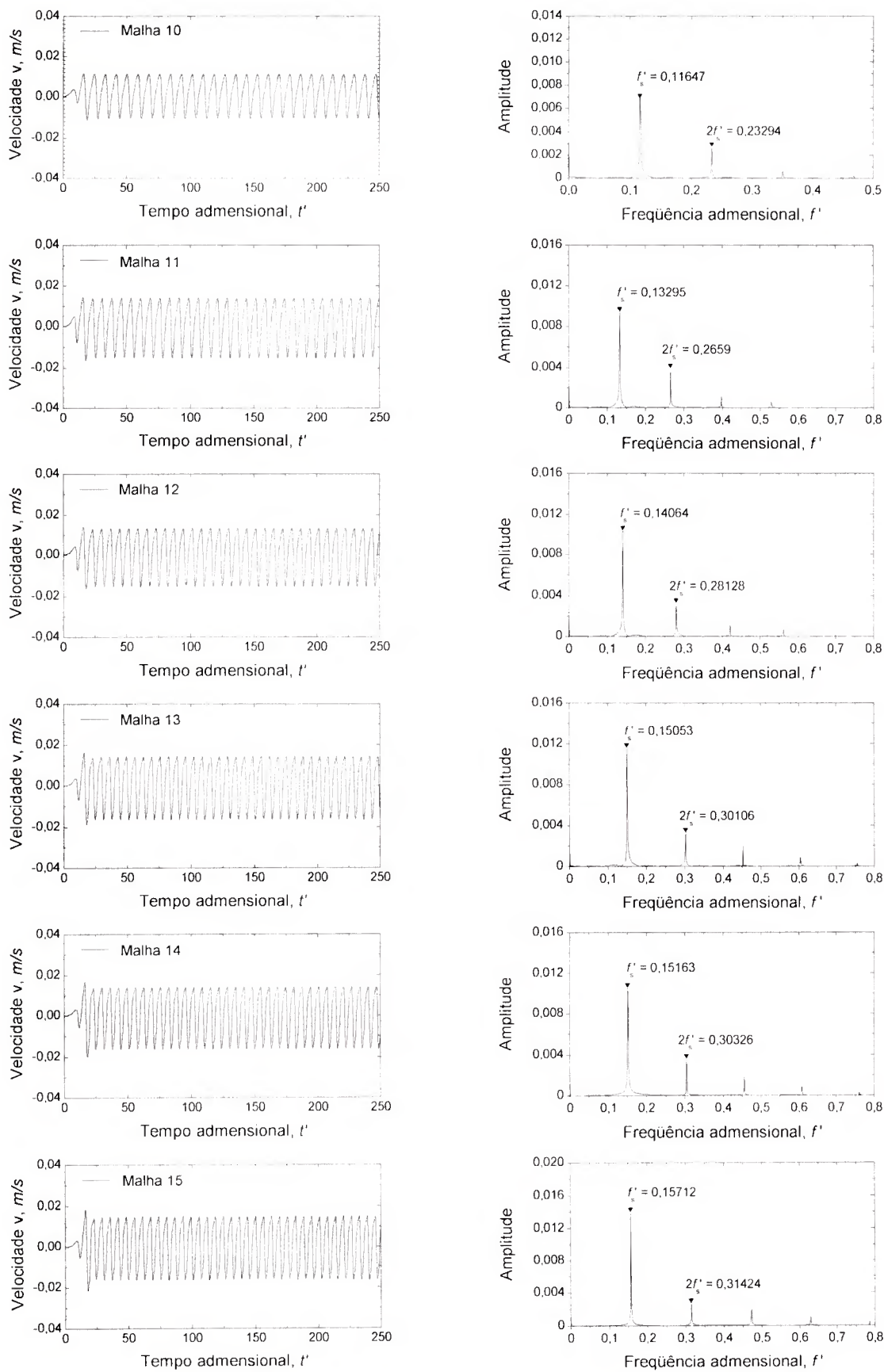


Figura 5.6 – Sinais de velocidade v e espectros de frequência, a $Re = 200$.

Nas Figuras 5.8 e 5.9, são mostrados as séries temporais da componente v da velocidade e os correspondentes espectros de frequência. Analisando-se o comportamento destes sinais, é possível observar que, para determinados regimes de operação, ou seja, determinados valores de frequência de excitação e amplitude de oscilação da velocidade imposta, a atrelagem síncrona só ocorrerá para malhas suficientemente refinadas. Com a utilização de malhas grosseiras, o fenômeno não será capturado.

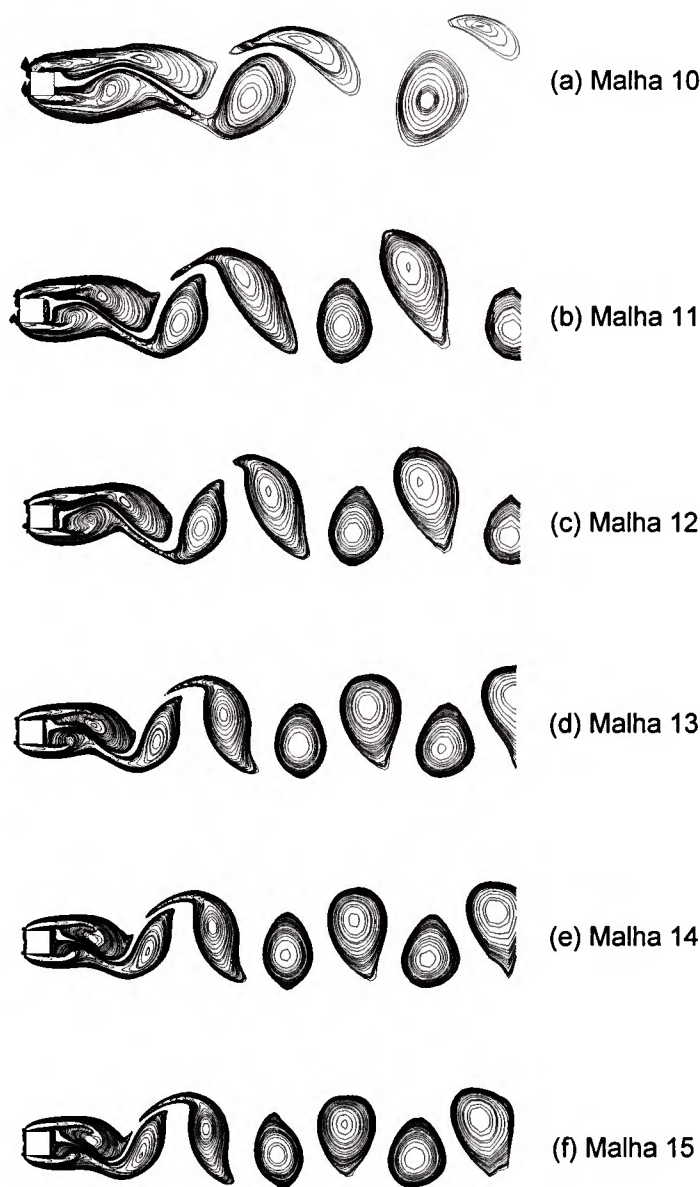


Figura 5.7 - Linhas de isovorticidade para cada uma das seis malhas utilizadas.

Tabela 5.9 - Valores de f_e e f_s obtidos para os testes de malha com $Re = 200$, em Hz.

Malha	Condição de operação						
	f_o	C1			C2		
		f_e	f_s	f_e/f_s	f_e	f_s	f_e/f_s
10	0,64697	0,77636	0,77515*	1,00156	1,03515	0,6073	1,70451
11	0,73853	0,88624	0,6134	1,4448	1,18165	0,65308	1,80935
12	0,78125	0,9375	0,7019	1,33566	1,25	0,71411	1,75043
13	0,83618	1,00342	0,71106	1,41116	1,33789	0,66833	2,00184
14	0,84229	1,01075	0,75684	1,33549	1,34766	0,67444	1,99819
15	0,8728	1,04736	0,69885	1,49869	1,39648	0,69885	1,99825

Neste caso, assim como nos anteriores, a análise dos perfis de velocidade média u será usada como uma segunda fonte de informações na busca da determinação da melhor malha a ser empregada nas simulações com imposição de velocidade pulsátil. A Figura 5.10 mostra o comportamento desses perfis.

O comportamento médio dos sinais de velocidade ao longo da linha vertical, situada à $5,5 B$ à jusante da face posterior do cilindro, mostra-se bastante sensível ao refinamento da malha empregada. As maiores variações ocorrem na região da esteira turbilhonar que se forma a jusante do cilindro. No entanto, tanto para condição de operação C1 como C2 observa-se que as variações tornam-se menores a partir da malha 4, e variam pouco até a malha 6, mesmo para região da esteira.

Isso pode ser um indicativo de que, assim como observado ao se acompanhar a evolução do comportamento dos valores de frequência de emissão de vórtices, registrados na Tabela 5.8, o refinamento da malha do domínio de cálculo se aproxima de uma configuração a qual representaria, fielmente, os fenômenos físicos intrínsecos aos escoamentos de natureza pulsátil, uma vez que os dados mostraram que na medida em que se aumenta este refinamento, os parâmetros monitorados começam a se estabilizar, apresentando quase nenhuma variação.



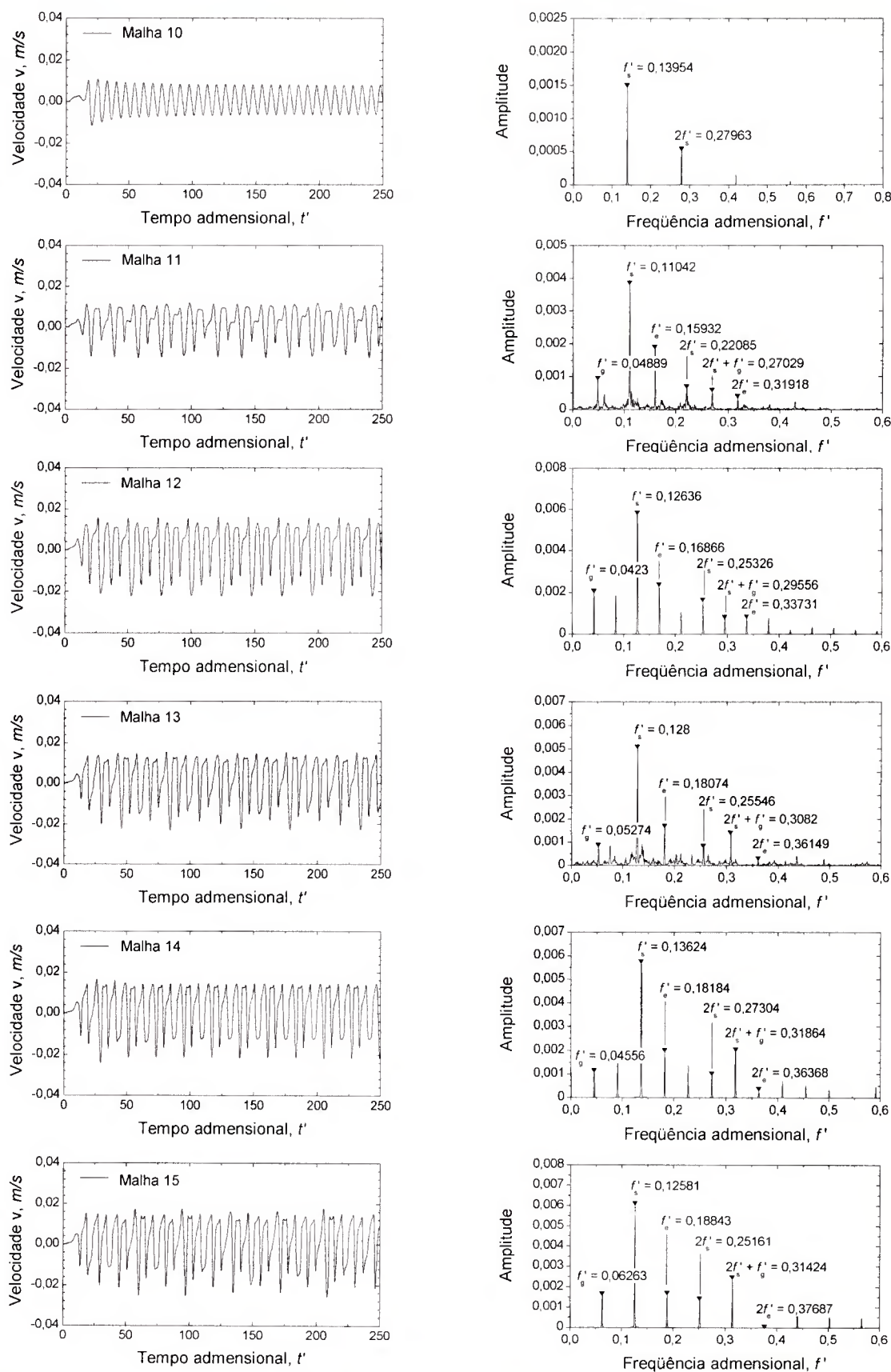


Figura 5.8 – Sinais de velocidade v e espectros de frequência para o regime de operação C1, a $Re = 200$.

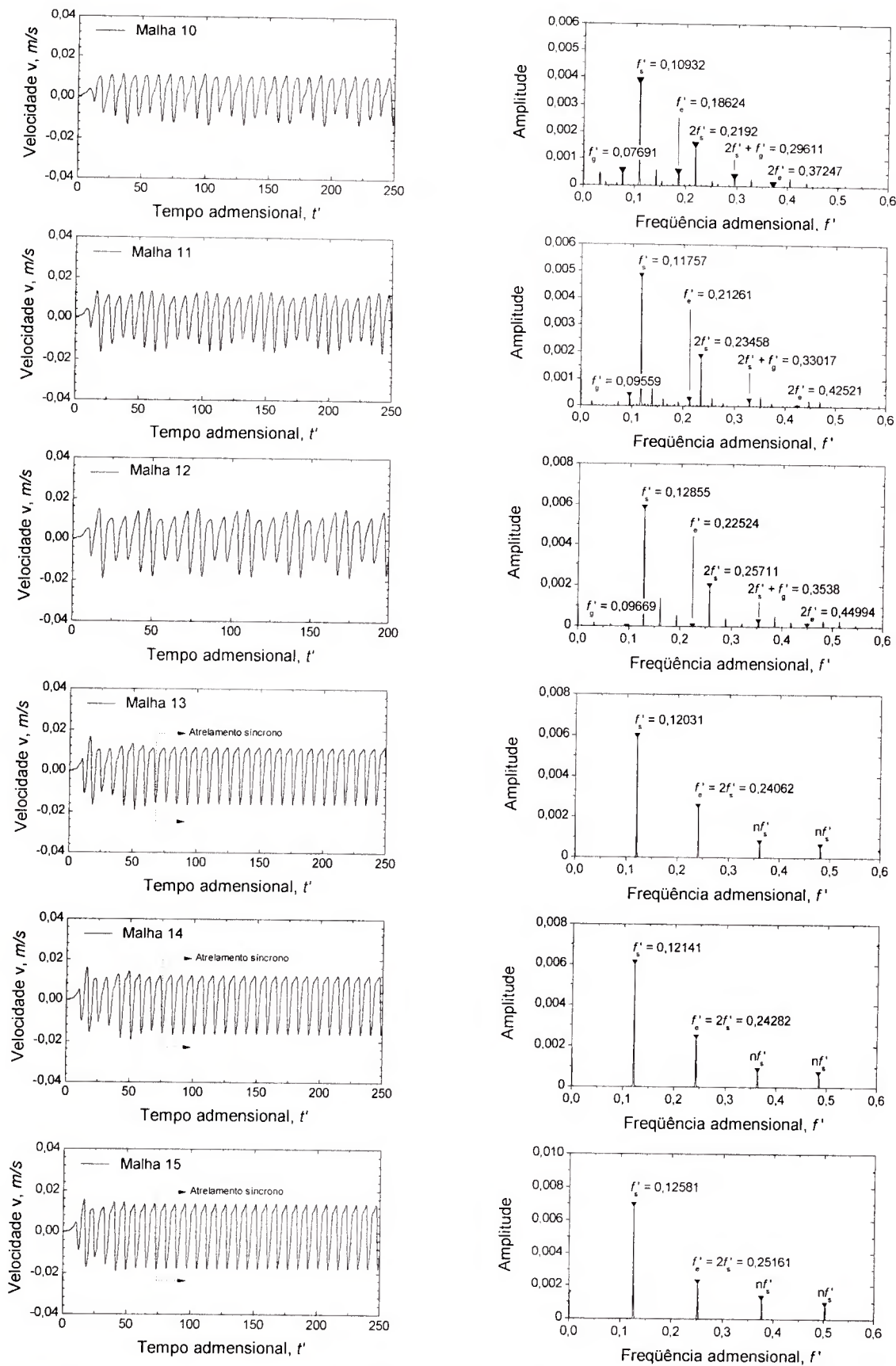
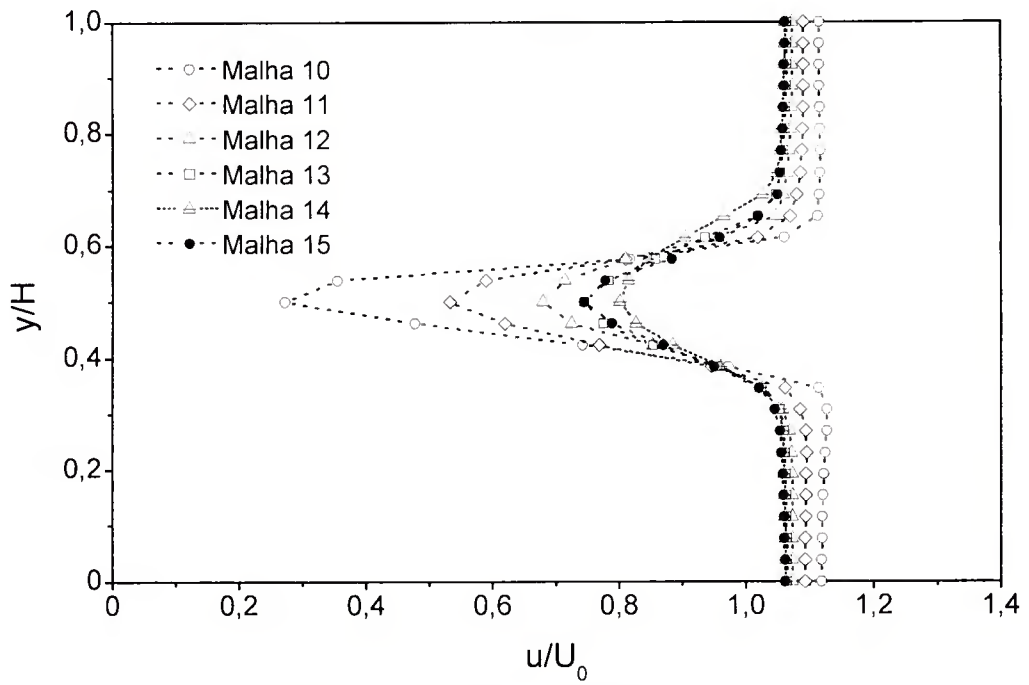
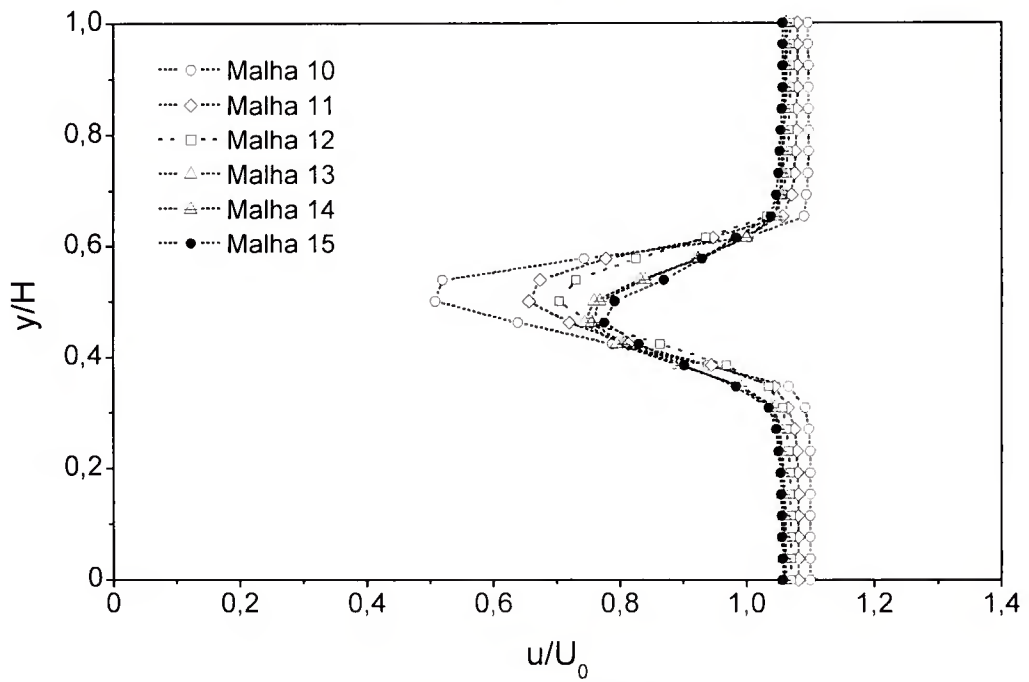


Figura 5.9 - Sinais de velocidade v e espectros de frequência para o regime de operação C2, a $Re = 200$.



(a) Condição de operação C1



(b) Condição de operação C2

Figura 5.10 - Perfis de velocidade na estação situada a $5,5B$ à jusante da face posterior do cilindro, para (a) condição de operação C1 e (b) condição de operação C2, $Re = 200$.

Assim sendo, é esperado que, para malhas ainda mais refinadas, a faixa na qual ocorre a atrelagem síncrona poderia abranger uma amplitude maior. No entanto, a

Tabela 5.8, mostrada no início deste tópico, trás consigo o tempo de simulação gasto para cada nível de refinamento empregado nas malhas em estudo, e nota-se que o aumento significativo do tempo de simulação representa um fator proibitivo quando o número de casos a serem investigados é elevado. A Figura 5.11 foi elaborada a partir dos dados da Tabela 5.8.

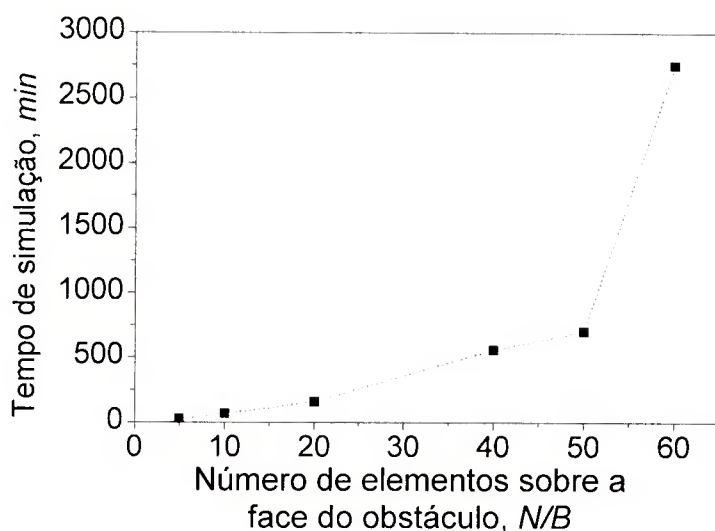


Figura 5.11 - Crescimento do tempo de simulação de acordo com o aumento do refinamento da malha utilizada.

Para determinar a extensão da faixa para qual ocorre a atrelagem síncrona, se faz necessária a realização de um elevado número de simulações, pois, fixa-se um dos parâmetros envolvidos, f_e por exemplo, enquanto se faz a varredura de um outro parâmetro, x_e/B , e depois inverte-se essa ordem. Em vista disso, a malha a ser utilizada deve ser escolhida de forma a garantir razoável confiabilidade na representação da física do problema, sem que o tempo de simulação se torne proibitivo.

Pelos dados apresentados pode-se dizer que, para o momento, uma escolha razoável para o nível de refinamento da malha, caracterizado pelo parâmetro N/B , situa-se entre $20N/B$ e $40N/B$, embora valores superiores a $20N/B$ já produzam resultados confiáveis. Assim, em vista do que foi apresentado até o momento, a malha 12, mostrada na Tabela 5.7, mostrou-se como a que melhor se adequou aos casos em que se deseja simular o escoamento pulsátil ao redor de cilindros quadrados e será, daqui por diante, utilizada nas simulações referentes a esse regime de escoamento.

5.2.3 Estudo da Atrelagem Síncrona

O escoamento não pulsátil ao redor de cilindros estacionários não representa, no âmbito do presente trabalho, um caso de interesse primário, uma vez que esses escoamentos já foram bastante estudados por outros autores. No entanto, cilindros fixos correspondem ao caso limite em que $x_e/B = 0$, que representa a referência para a avaliação dos resultados numéricos apresentados na sequência.

Para o estudo de escoamentos pulsáteis, foram selecionados, além de cilindros quadrados, $\phi = 1$, cilindros com razão de forma $\phi = 0,62$ e $2,0$, com o intuito de verificar o aparecimento do fenômeno de atrelamento síncrono também para essas geometrias. Estes valores de ϕ foram escolhidos por aparecerem freqüentemente em estruturas de engenharia (Steggel e Rockliff (1997)), e também por serem estes os casos disponíveis na literatura.

Na Figura 5.12, o comportamento do sinal de velocidade v ao longo do tempo adimensional $t' = tU_0/B$ é mostrado para os casos mencionados acima. O escoamento inicia-se no tempo $t' = 0$ com o fluido em repouso e a velocidade de entrada é então imposta, acelerando o fluido até o valor final de velocidade, correspondente a $Re\ 200$.

Através do método numérico utilizado, o sinal se mostra estatisticamente permanente após aproximadamente 25 unidades adimensionais de tempo, quando então ocorre a transição do escoamento simétrico, quase permanente, para um regime alternado de emissão de vórtices, correspondente à esteira de von Kármán. A partir deste instante então é que, utilizando a técnica da transformada rápida de Fourier (FFT), aplicada ao sinal de velocidade, obtém-se o espectro de freqüência deste sinal, obtendo assim a freqüência natural de emissão de vórtices (f_0) para cada caso estudado. Os espectros de freqüência dos sinais são mostrados conjuntamente também na mesma figura, sendo que as Figuras 5.12(a) e (b), 5.12(c) e (d) e 5.12(e) e (f), referem-se aos cilindros com $\phi = 0,62$, $1,0$ e $2,5$, respectivamente.

O espectro de freqüência das flutuações periódicas de velocidade atrás do cilindro, governado pela passagem de vórtices de mesmo sinal, ou seja, emitidos de um mesmo lado do cilindro, apresenta, como esperado, apenas uma freqüência fundamental, em boa concordância com os valores obtidos por outros autores. Na Tabela 5.10, os valores obtidos no presente estudo são comparados com os disponíveis na literatura.

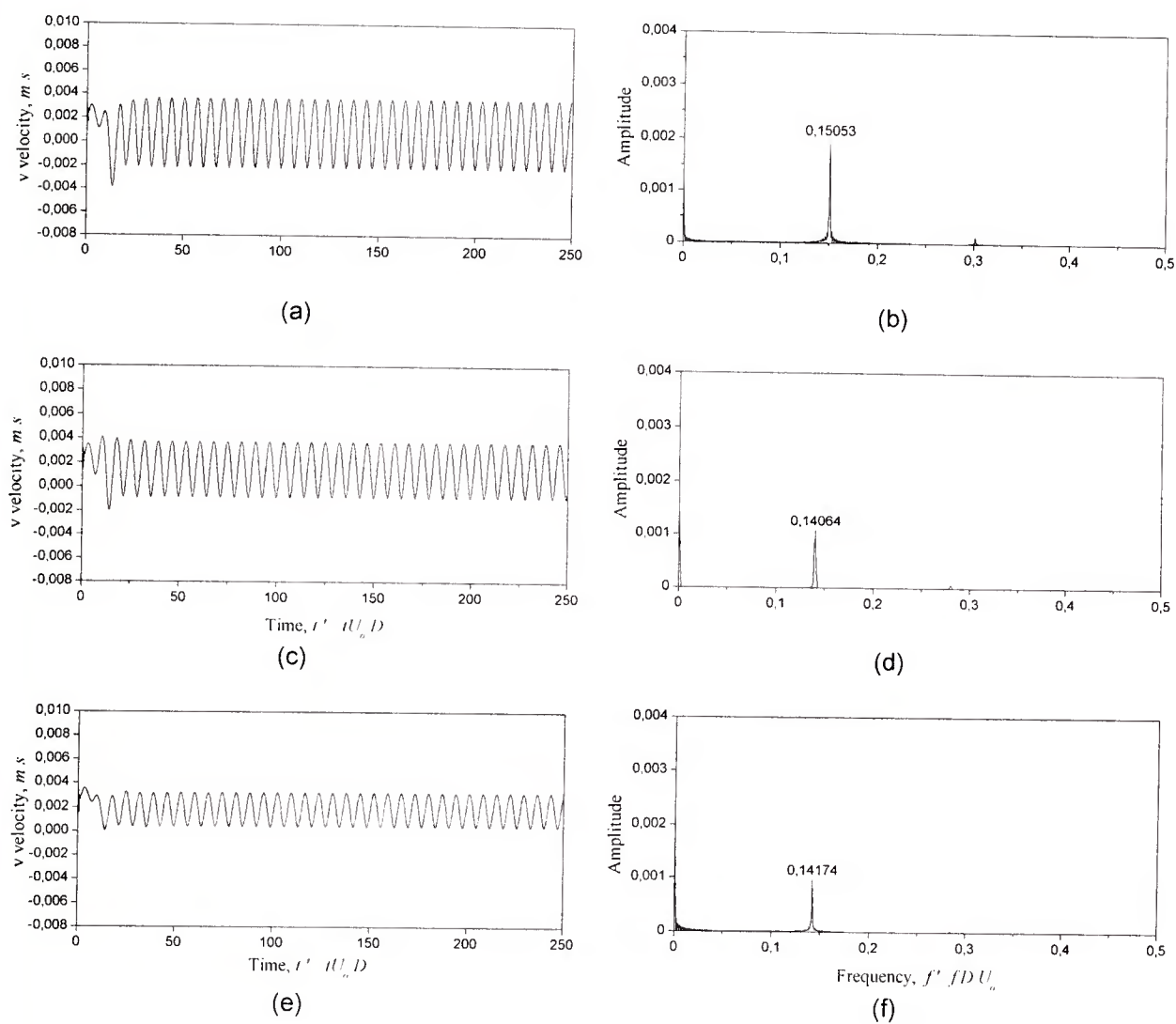


Figura 5.12 - Desenvolvimento temporal dos sinais de velocidade e espectros de frequência para $Re = 200$.

Tabela 5.10 - Valores do número de Strouhal para o escoamento ao redor de cilindros retangulares fixos.

L/B	Strouhal - St		
	Presente trabalho	Outros autores	
		Steggel & Rockliff	Minewitsch et al
0,62	0,15053	0,172	----
1,0	0,14064	1,54	0,16
2,0	0,14174	0,166	----

Uma vez obtidos os valores de frequência natural de emissão de vórtices, foram, então calculados os valores das frequências de excitação para os casos de escoamento pulsátil ao redor de cilindros quadrados. Com o intento de determinar a faixa de frequência de excitação na qual se instala o regime de atrelagem síncrona, foi realizada uma varredura na frequência de excitação do cilindro (f_e) fixando-se o valor da amplitude máxima de deslocamento do cilindro (x_e). Essa varredura foi realizada para quatro diferentes valores de amplitude máxima de deslocamento, escolhidas de acordo com dados disponíveis na literatura, e abrangendo uma faixa mais comumente encontrada em problemas de engenharia, sendo $x_e/B = 0,125; 0,175; 0,225$ e $0,275$ (Steggel e Rockliff (1997)).

Na Figura 5.13, é mostrada a curva de f_e/f_s versus f_e/f_o , onde cada ponto no gráfico é resultado de uma simulação independente. Os valores das frequências de excitação impostas, das frequências de emissão de vórtices, bem como os valores obtidos da relação f_e/f_s para cada caso, estão disponíveis na Tabela D.1, no Apêndice D.

O comportamento desses dois parâmetros da curva de f_e/f_s versus f_e/f_o , indica em que faixa de valores de frequência de excitação pode ocorrer atrelagem, que, segundo estudos realizados por diferentes pesquisadores, tanto através de trabalhos experimentais, como os de Griffin & Ramberg (1976), Ongoren & Rockwell (1988), quanto numéricos, Lecointe & Piquet (1989), Steggel & Rockliff (1997) e Minewitsch *et al.* (1994), ocorre, em geral, para a faixa $1,6 < f_e/f_o < 2,4$.

Dessa forma, analisando-se o gráfico da Figura 5.13, é possível interpretar o comportamento do escoamento submetido à oscilação pulsátil da velocidade de entrada, e verificar que, até o ponto em que não ocorre a sincronização, f_o e f_s são iguais, ou seja, a frequência de emissão de vórtices, f_s , não se altera e corresponde à frequência natural de emissão de vórtices, f_o . Esse regime é representado por uma linha reta de inclinação unitária no gráfico de f_e/f_s versus f_e/f_o . Os patamares horizontais que ocupam a região intermediária da curva indicam a sincronização entre as frequências de pulsação do escoamento e a emissão de vórtices. Nessa fase, o movimento oscilatório do cilindro controla diretamente a frequência com que os vórtices são emitidos, com $f_s = f_e/2$. Os valores de f_e para os quais a sincronização ocorre depende da amplitude de deslocamento, x_e . Entretanto, para este caso, em que $x_e/B = 0,125$, a sincronização ocorreu para a faixa $1,85 < f_e/f_o < 2,1$. Aumentando-se ainda mais a frequência de pulsação, o atrelamento síncrono desaparece e a frequência de emissão dos vórtices retorna às suas condições anteriores, igualando-se



novamente à frequência natural de emissão de vórtices.

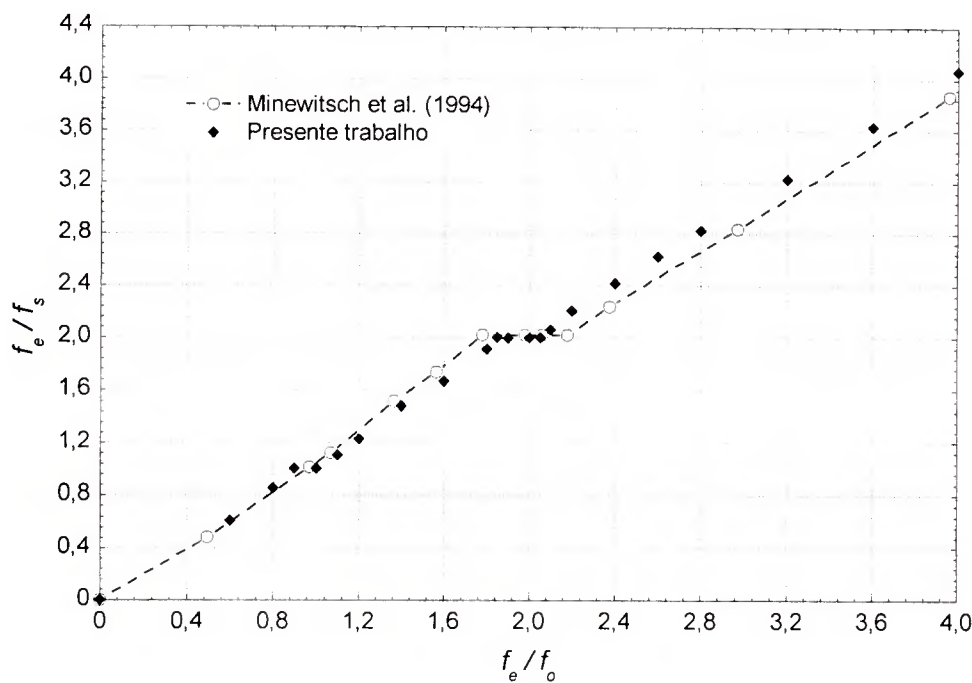


Figura 5.13 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada para $x_e/B = 0,125$ e $Re = 200$.

Estes resultados apresentam apenas pequenas diferenças em relação aos dados da literatura, que podem ser atribuídas, dentre outros fatores inerentes aos códigos computacionais empregados, ao refinamento das malhas utilizadas em cada um dos trabalhos. Entretanto, apesar de existir concordância com respeito à ocorrência da atrelagem síncrona para $f_s = f_e/2$, a curva de f_e/f_s versus f_e/f_o , obtida no presente trabalho, também sugere a aparecimento de sincronismo entre frequência de excitação e a de emissão alternada de vórtices para valores da relação f_e/f_o próximas de 1, ou seja, ocorrência de atrelamento também para $f_s = f_e$. Para os casos seguintes, onde a amplitude deslocamento do cilindro é maior, esse comportamento se torna um pouco mais evidente.

Nas Figuras 5.14, 5.15 e 5.16 são apresentados os resultados obtidos para os demais casos estudados no presente trabalho, com novos valores para a máxima amplitude adimensional de deslocamento, x_e/B . As correspondentes tabelas contendo os dados destas simulações também estão disponíveis no Apêndice D.



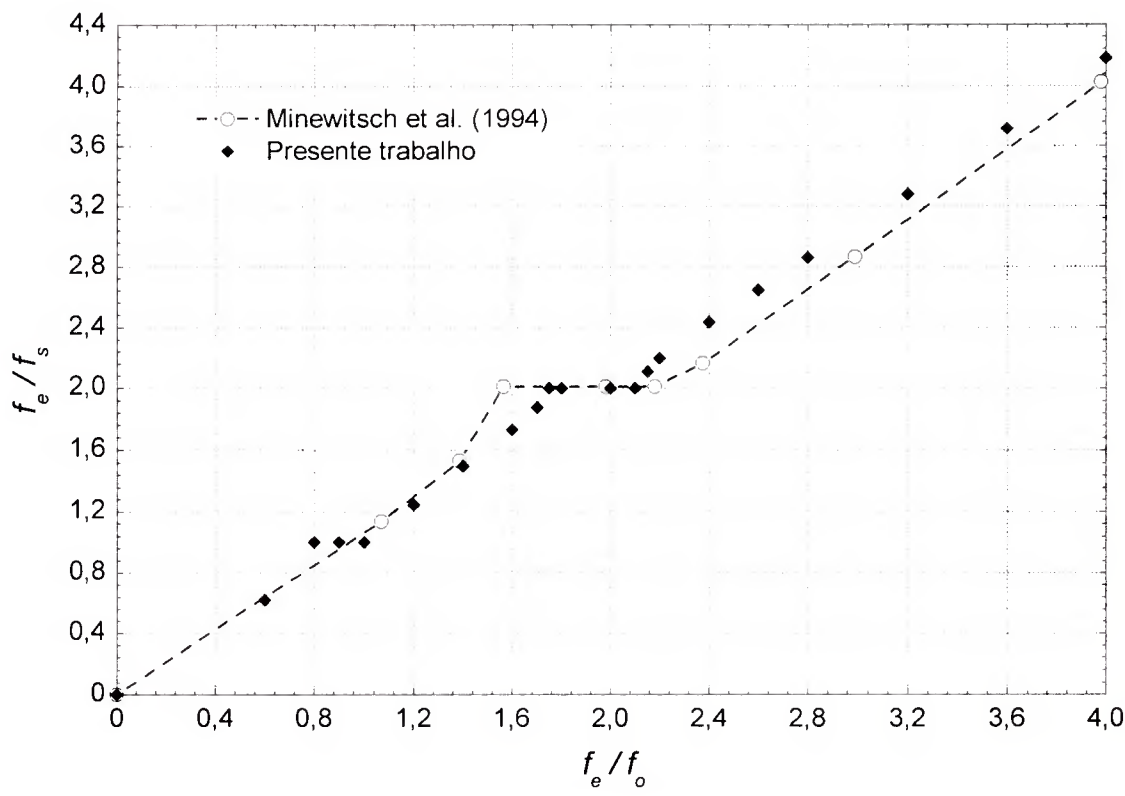


Figura 5.14 - Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada para $x_e/B = 0,175$ e $Re = 200$.

Como esperado, observou-se para os demais casos que a atrelagem ocorre, nitidamente, para $f_s = f_e/2$. Adicionalmente, foi observado que a sincronização ocorreu para $f_s = f_e$, numa faixa de frequências um pouco menor do que a registrada tradicionalmente pra $f_s = f_e/2$, porém, para esses três casos subsequentes, essa faixa é um pouco maior do que a registrada nas simulações utilizando $x_e/B = 0,125$.

As faixas de atrelagem obtidas a partir de todas as simulações acima citadas são mostradas na Tabela 5.11, e de maneira geral, os resultados obtidos nas presentes simulações mostraram boa concordância com os dados disponíveis na literatura.

Até o momento, o enfoque foi efetuado sobre o regime em que ocorre, efetivamente, o regime de atrelagem síncrona. No entanto, alguns pesquisadores realizam uma subdivisão de regimes de escoamento ao estudarem esse fenômeno, uma vez que interação entre a frequência de emissão de vórtices e a frequência de oscilação do perfil de velocidade na entrada, ou a equivalente oscilação do cilindro sob imposição de velocidade constante, manifesta-se sob diversos mecanismos, de maneira complexa.

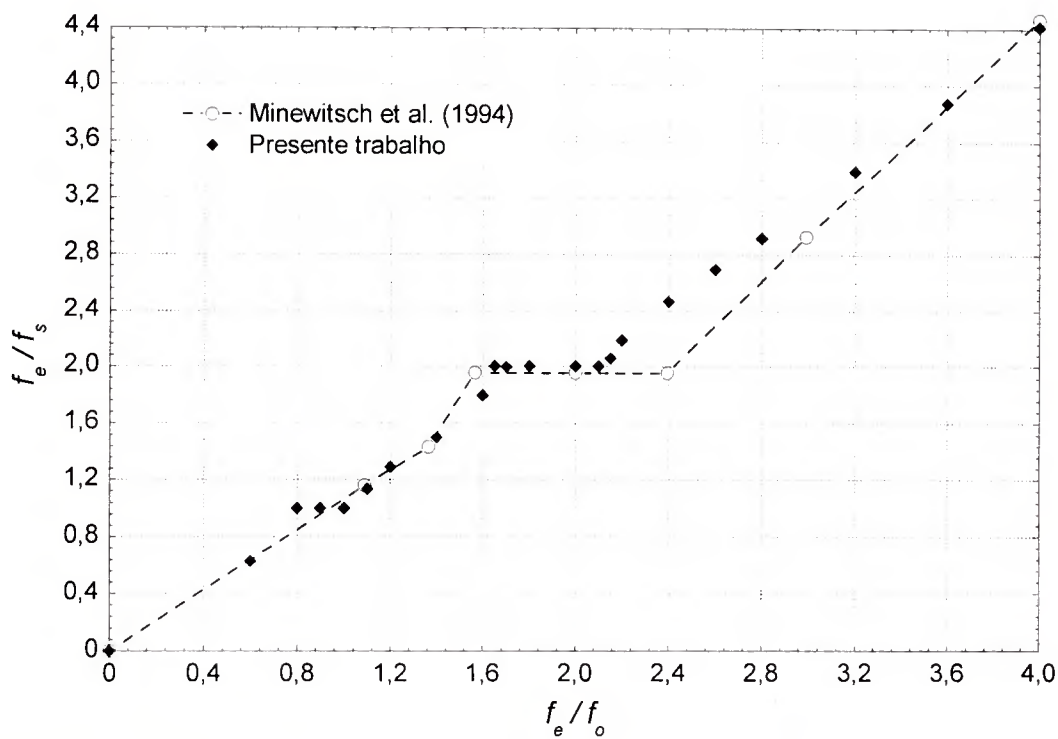


Figura 5.15 - Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada para $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$.

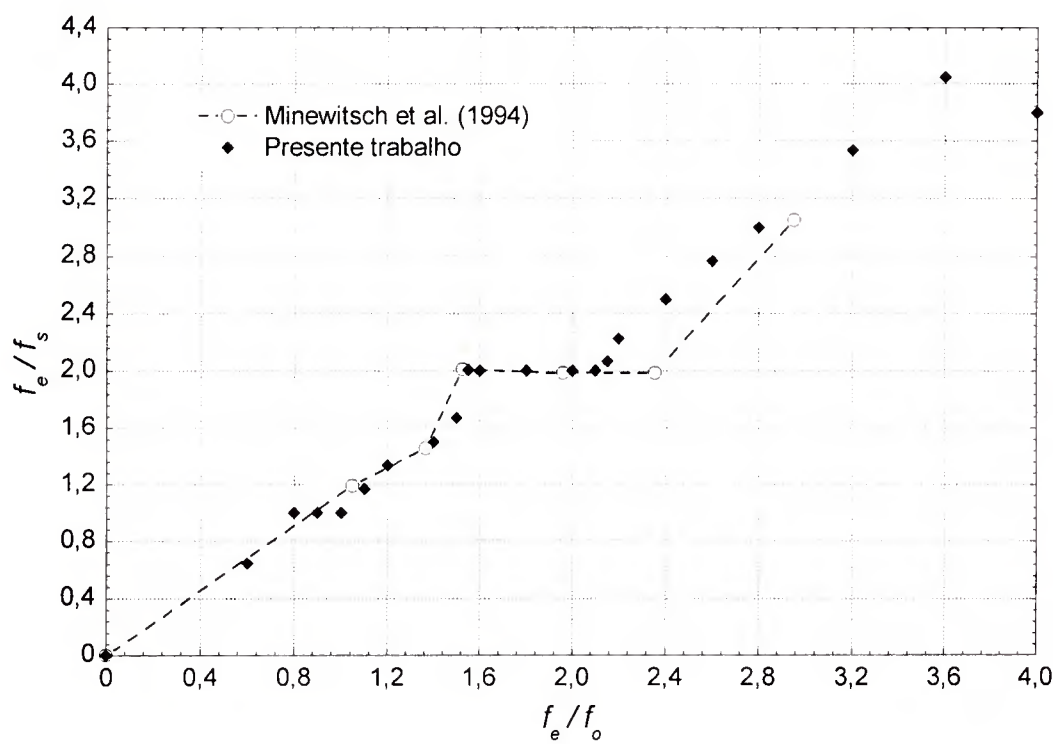


Figura 5.16 - Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada para $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$.

Tabela 5.11 - Faixas de ocorrência da atrelagem síncrona.

x_e/B	Atrelagem síncrona	
	$f_e/f_s = 2$	$f_e/f_s = 1$
0,125	$1,85 < f_e/f_o < 2,1$	$0,9 < f_e/f_o < 1,0$
0,175	$1,75 < f_e/f_o < 2,1$	$0,8 < f_e/f_o < 1,0$
0,225	$1,65 < f_e/f_o < 2,15$	$0,8 < f_e/f_o < 1,0$
0,275	$1,55 < f_e/f_o < 2,15$	$0,8 < f_e/f_o < 1,0$

Em seu trabalho, Ongoren & Rockwell (1988b), reportaram a competição entre os regimes de emissão simétrica e assimétrica de vórtices, para altos valores de f_e . E também dentro desse contexto, Minewitsch *et al.* (1994), de acordo com seus resultados abrangendo apenas o regime de emissão assimétrica de vórtices, numa faixa de $0,5 < f_e/f_o < 4,0$ e $0,05 < x_e/B < 0,4$, capturaram, além das frequências de emissão de vórtices e de excitação imposta, o interessante fenômeno das combinações de frequências, advindo das interações não-lineares entre as duas primeiras frequências citadas.

Seus estudos mostraram que as forças atuantes nos cilindros, *i. e.*, forças de arrasto e de sustentação, oscilam não somente segundo as frequências f_e e f_o , mas também segundo essas combinações de frequências, como $|f_e + f_o|$ e $|f_e - f_o|$. Aqui cabe uma analogia entre esse comportamento e a acústica, onde a ocorrência de combinações de frequências, $nf_1 \pm nf_2$ é observada quando duas vibrações não harmônicas de frequências f_1 e f_2 , são geradas (Budó (1987) *apud* Steggel & Rockliff (1997)). Em razão disso, os autores postularam a existência de três sub-regimes dentro do regime anti-simétrico de emissão de vórtices, sendo: (i) regime de superposição; (ii) o atrelamento síncrono e (iii) transição após a atrelagem. Na Figura 5.17, é mostrado um esquema qualitativo da dependência entre esses regimes e os parâmetros adimensionais f_e/f_o e x_e/B .

Buscando explorar as potencialidades do software implementado e também sua capacidade de representação dos fenômenos físicos envolvidos no escoamento pulsátil, o presente trabalho se prestou ao estudo dos três subregimes acima citados, assim como buscou capturar a ocorrência das diversas combinações de frequências citadas pela literatura. Não obstante, alguns dos resultado mostrados em seções anteriores deste documento, já tenham mostrado a ocorrência dessas frequências combinadas.



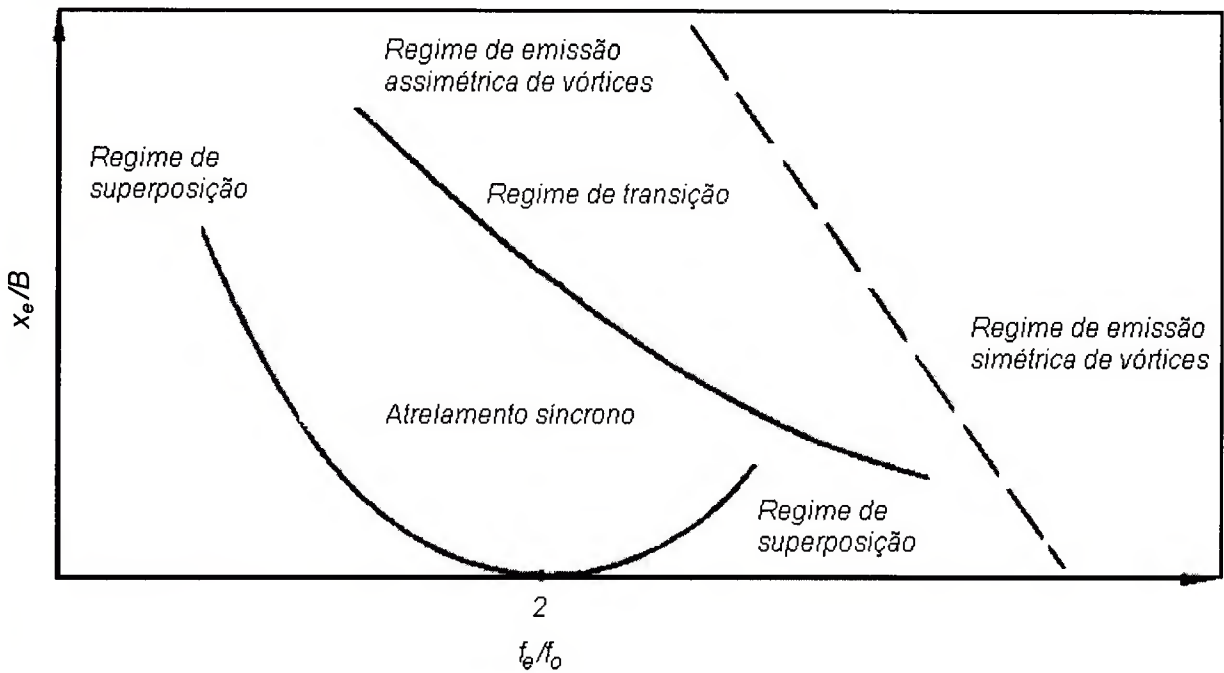


Figura 5.17 - Regimes de emissão de vórtices para cilindros submetidos a escoamentos pulsáteis, em função da frequência de oscilação, f_e/f_0 , e da amplitude de deslocamento, x_e/B .

a) O Regime de Superposição

Quando o movimento do cilindro apresenta baixa amplitude x_e e frequência f_e inferior àquela que caracteriza a emissão de vórtices alternados em torno de cilindros estacionários, f_0 , apenas uma interferência moderada é observada sobre os parâmetros que caracterizam o comportamento periódico do escoamento.

Na Figura 5.18, são mostrados os sinais de velocidade v no domínio do tempo, acompanhados de seus respectivos espectros de frequência, para duas condições diferentes de operação. No domínio da frequência, é fácil observar que, além da frequência de emissão de vórtices f_s – que já não corresponde necessariamente à f_0 – e da frequência de excitação f_e , outros picos de frequência também se destacam, sendo que um deles é identificado pela literatura como f_g . As flutuações da componente v da velocidade, sob essa frequência, resultam de interações não lineares entre a frequência imposta, f_e , e a frequência natural de emissão, f_0 , e apresenta um valor $f_g = |f_e - f_0|$.



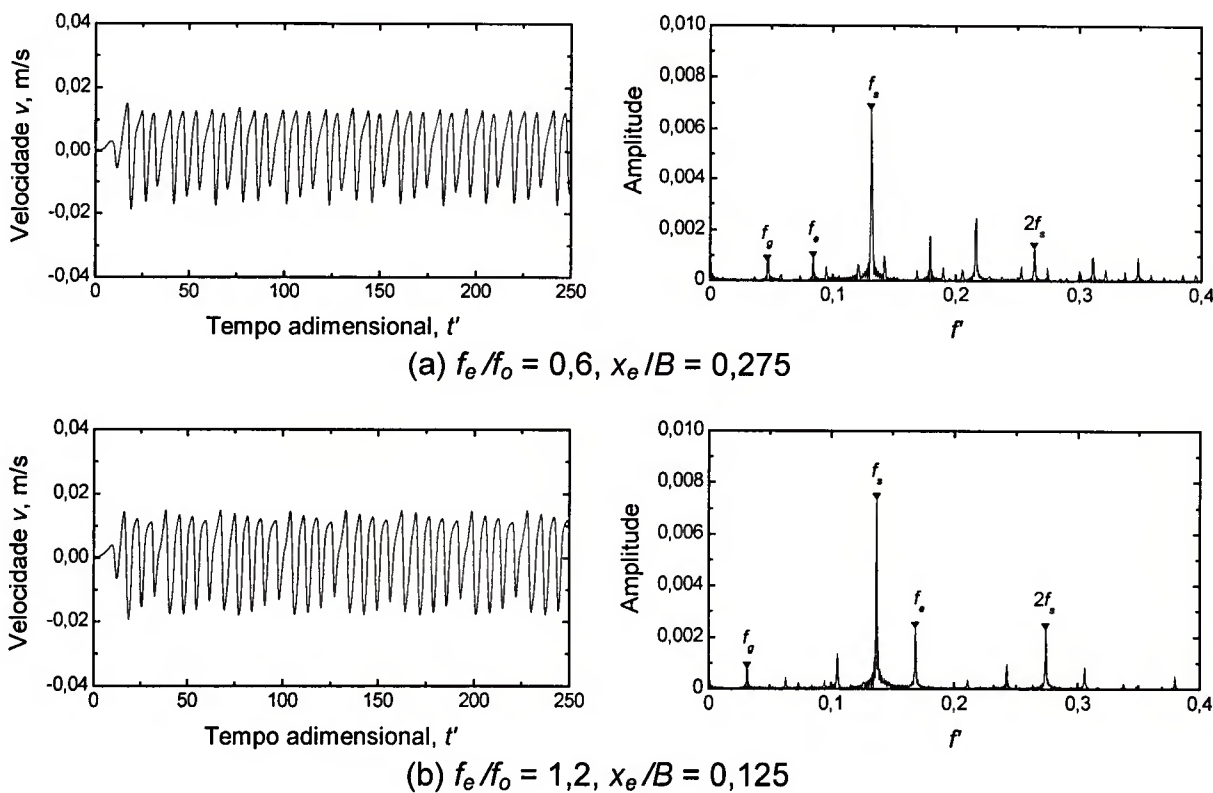


Figura 5.18 - Evolução temporal e espectro de frequência da componente v da velocidade a jusante do cilindro, a $Re = 200$.

Na Figura 5.19, são mostradas linhas instantâneas de isovorticidade para um escoamento pulsátil ao redor de um cilindro no regime de superposição, com $f_e/f_o = 1,2$, $x_e/B = 0,125$. Nota-se que a configuração da esteira de vórtices é fortemente afetada, apresentando comportamento bastante diferente daquele observado na esteira clássica de von Kármán.

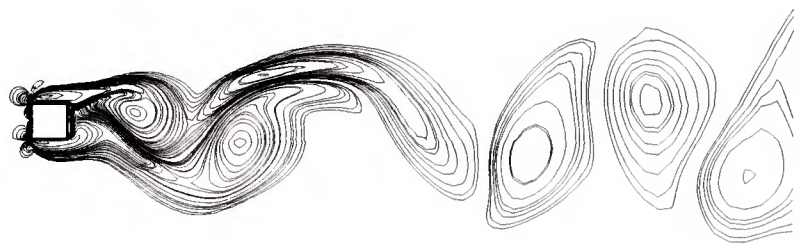


Figura 5.19 – Mapa de isovorticidades para escoamento pulsátil, no regime de superposição, em torno de um cilindro quadrado a $Re = 200$.

b) O Regime de Atrrelagem Síncrona

Nesse regime, a interferência da oscilação do cilindro sobre o fenômeno de emissão dos vórtices alternados é bem mais forte que no caso anterior, e sua intensidade depende tanto da frequência de oscilação quanto da amplitude do movimento do cilindro. Quando o regime de atrrelagem síncrona se instala, ocorre um perfeito casamento entre as frequências f_e e f_o , com $f_e = 2f_s$, e o espectro de frequência, nesse caso, mostra que sob essas frequências é que ocorrem os maiores picos. A partir do espectro de frequências, é possível observar ainda, além de f_g , que assume então o valor da própria frequência de emissão, $f_g = |f_e - f_s| = |2f_s - f_s| = f_s$, que surgem também as frequências $f_h = |f_e + f_s| = 3f_s$ e $f_k = |2f_e - f_s| = 5f_s$. Todas estas frequências podem ser observadas no gráfico da Figura 5.20.

A Figura 5.21 mostra, através da evolução temporal das linhas de corrente durante dois períodos consecutivos de oscilação do cilindro, a esteira de vórtices formada atrás do obstáculo. Sob regime de atrrelagem síncrona, a esteira turbilhonar apresenta-se bem comportada, onde dois vórtices, de sinais opostos, são emitidos a cada ciclo de oscilação. Esse comportamento se assemelha bastante com o apresentado pela clássica esteira de von Kármán.

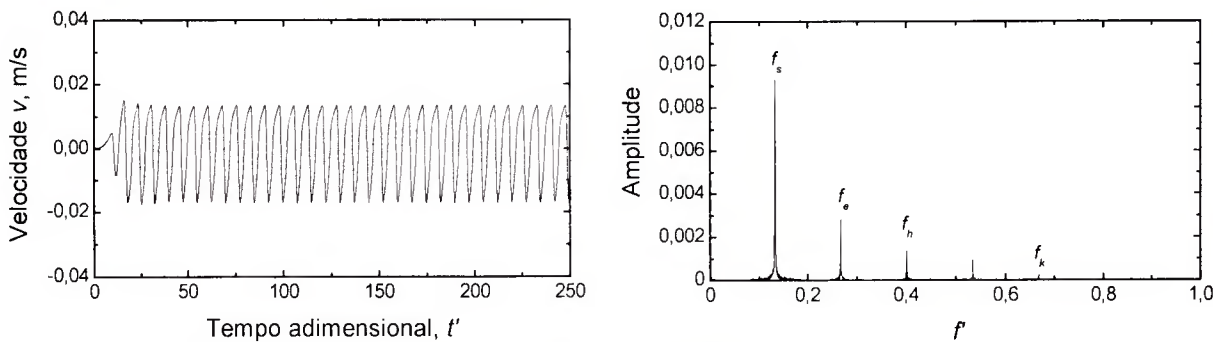
c) O Regime de Transição Pós-atrelagem Síncrona

Como discutido por Ongoren & Rockwell (1988a, b) e Minewitsch *et al.* (1994), existe um regime no qual a emissão alternada de vórtices desaparece, para altas frequências de excitação e grandes amplitudes de deslocamento. Esse comportamento é interpretado como o início da competição entre a emissão simétrica e assimétrica de vórtices, que gera uma estrutura ambivalente de vórtices na esteira a jusante do cilindro.

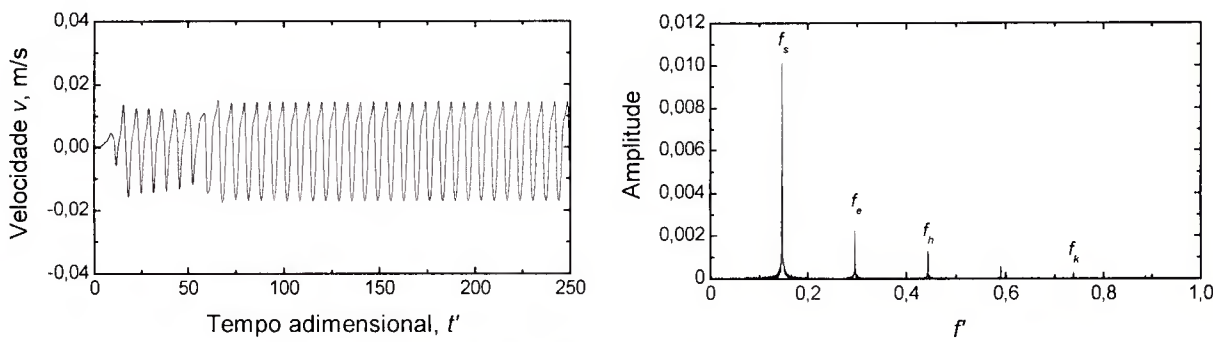
Uma possível explicação para esse fenômeno pode ser oferecida considerando-se a diferença relativa de velocidades entre o escoamento médio e a movimentação do cilindro oscilante. Quando o número de Reynolds, baseado nessa diferença de velocidades e no diâmetro do cilindro, cai, atingindo valores abaixo de 50 (para cilindros circulares, o número normalmente aceito é 47 ou 48), a condição para emissão alternada de vórtices não é mais atingida, pois, sob estas condições, o regime de desprendimento alternado de vórtices não é mais esperado, mesmo para cilindros fixos imersos em escoamentos permanentes e sem



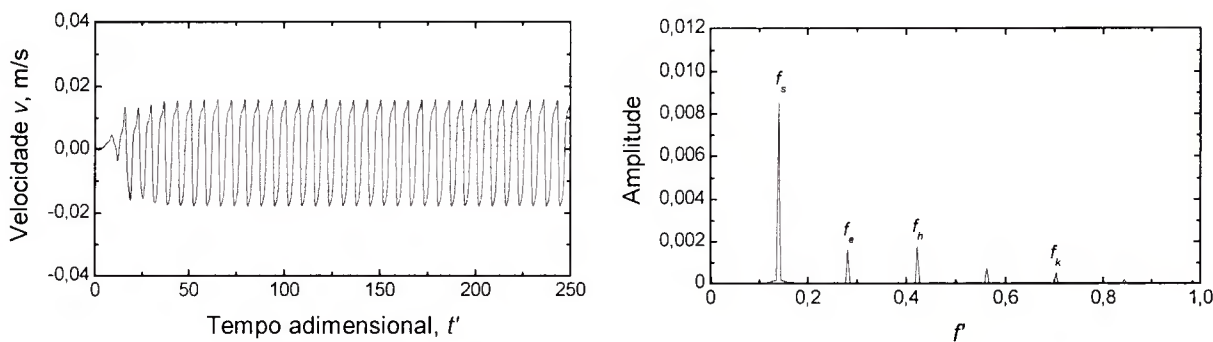
pulsção. Do mesmo modo, quando o número de Reynolds baseado nessa diferença de velocidades volta a se elevar, seja em função do aumento de velocidade do escoamento, seja em decorrência do aumento da velocidade do cilindro oscilante, se instala novamente o regime de emissão de vórtices alternados (assimétricos), completando o ciclo entre a competição dos modos simétrico e assimétrico.



(a) $f_e/f_o = 1,9$, $x_e/B = 0,125$



(b) $f_e/f_o = 2,1$, $x_e/B = 0,225$



(c) $f_e/f_o = 2,0$, $x_e/B = 0,35$

Figura 5.20 - Evolução temporal e espectro de frequência da componente v da velocidade a jusante do cilindro, a $Re = 200$.



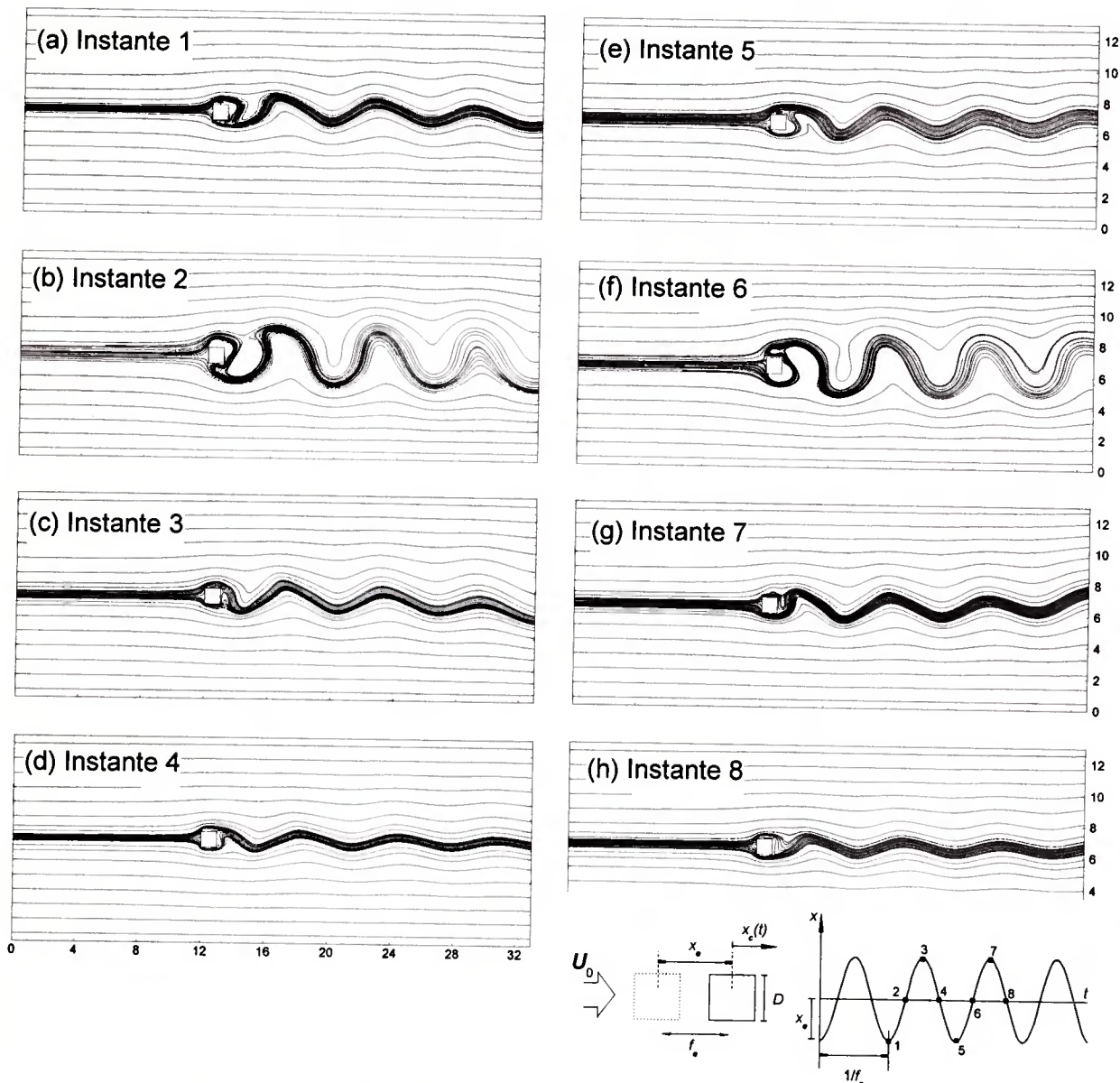


Figura 5.21 – Evolução temporal das linhas de corrente durante dois períodos de oscilação do cilindro, para $f_e/f_o = 2,0$ e $x_e/B = 0,35$, a $Re = 200$.

Outros pesquisadores também identificaram essa ambivalência, ou competição, entre estes dois modos de emissão de vórtices. Lacointe & Piquet (1989) observaram, através de um estudo numérico envolvendo cilindros circulares, que esse comportamento pode ocorrer para frequências de excitação igual a três vezes o valor da frequência natural de emissão de vórtices, ou seja, para $f_e/f_o = 3$, em situações de números de Reynolds elevados ou para grandes amplitudes de deslocamento.

Na Figura 5.22, são mostradas as linhas de isovorticidade para um sequência de três diferentes instantes do escoamento pulsátil ao redor de um cilindro quadrado, referentes

a uma simulação numérica a $Re = 200$, com $f_e/f_0 = 3,0$ e $x_e/B = 0,4$, realizada com o intuito de observar a ocorrência deste fenômeno, já constatado na literatura. Na Figura 5.22a, é possível verificar, nas proximidades da base do cilindro, a formação de uma esteira de características inicialmente simétricas, mas que, nas regiões mais afastadas do corpo sólido, assume uma configuração de características nitidamente assimétricas. Na sequência, Figura 5.22b, nota-se que a porção simétrica da esteira torna-se um pouco mais curta, onde a emissão alternada de vórtices parece iniciar-se mais próximo do cilindro. E, no instante seguinte, Figura 5.22c, praticamente não se observa a emissão simétrica, com a presença de vórtices apenas. Essa alternância entre a maneira como os vórtices são emitidos, simétrica ou assimetricamente, são as características principais deste subregime.

Com isso, as visualizações apresentadas na Figura 5.22, evidenciam a capacidade do código computacional em capturar a ocorrência do subregime de transição pós-atrelagem síncrona, indo ao encontro dos resultados de demais autores da literatura.

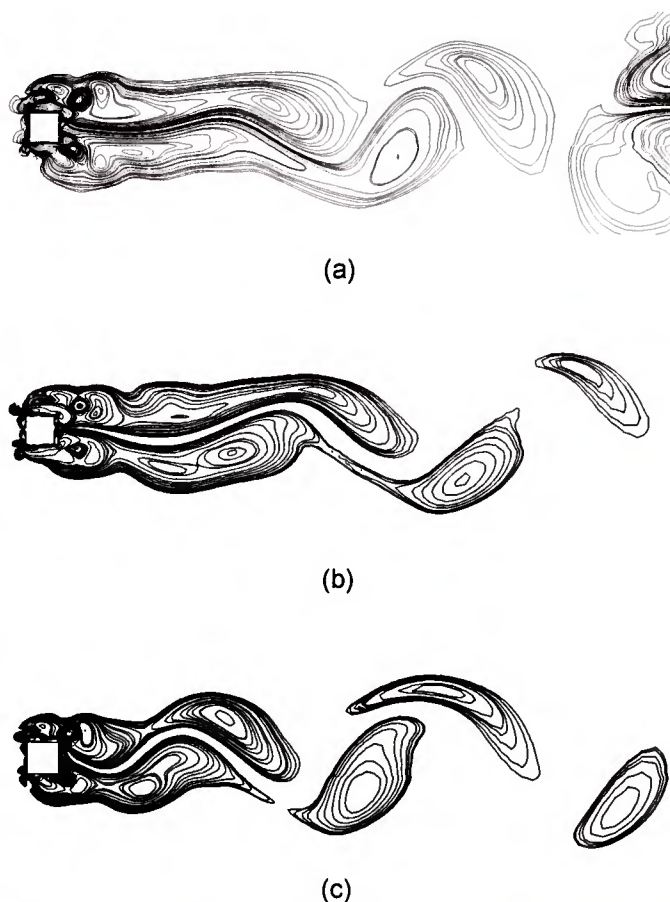


Figura 5.22 - Contornos de isovorticidade para o escoamento pulsátil no subregime de transição pós-atrelagem síncrona, com $Re = 200$.

5.2.4 Atrelagem Síncrona e Configuração da Malha Computacional

Uma avaliação geral dos resultados até aqui expostos permite considerar que, embora todos os mecanismos referentes ao escoamento pulsátil em torno de cilindros tenham sido bem capturados nas presentes simulações numéricas, conforme comprovam as comparações com informações da literatura, as faixas de atrelagem síncrona previstas nos cálculos mostram-se um pouco menores que as preconizadas por alguns autores, ou seja, abrangem uma faixa menor de frequências de excitação, f_e/f_o . Na tentativa de averiguar as causas da divergência encontrada, um novo conjunto de simulações foi efetuado, utilizando-se, para isto, malhas com um maior grau de refinamento.

a) Malha não uniforme

Inicialmente, uma malha não uniforme com 305×210 elementos e $N/B = 60$, correspondente à malha 15 da Tabela 5.7, foi empregada, para simular o escoamento pulsátil em torno do cilindro quadrado a $Re = 200$ e $x_e/B = 0,275$. Os resultados da Figura 5.23 confirmam a sensibilidade da faixa de atrelagem síncrona ao refinamento da malha, em conformidade com as conclusões já obtidas anteriormente, no estudo de refinamento de malha. Do ponto de vista quantitativo, a amplitude da faixa de atrelagem síncrona aumenta em mais de 14%, quando o número de elementos, ou divisões, da malha sobre a face lateral do cilindro passa de 20 para 60.

b) Malha uniforme

Um segundo conjunto de simulações bidimensionais foi, também, conduzido, utilizando-se malha uniformemente espaçada em ambas as direções do domínio de cálculo, com $N/B = 30$. Os resultados obtidos para $Re = 200$ e $x_e/B = 0,125, 0,175, 0,225$ e $0,275$ são apresentados, respectivamente, nas Figuras 5.24, 5.25, 5.26 e 5.27. De maneira geral, pode-se observar que, em todos estes casos, os pontos obtidos numericamente apresentam uma concordância melhor com os dados também numéricos de Minewitsch *et al.* (1994), conseguidos também com malha não uniforme.



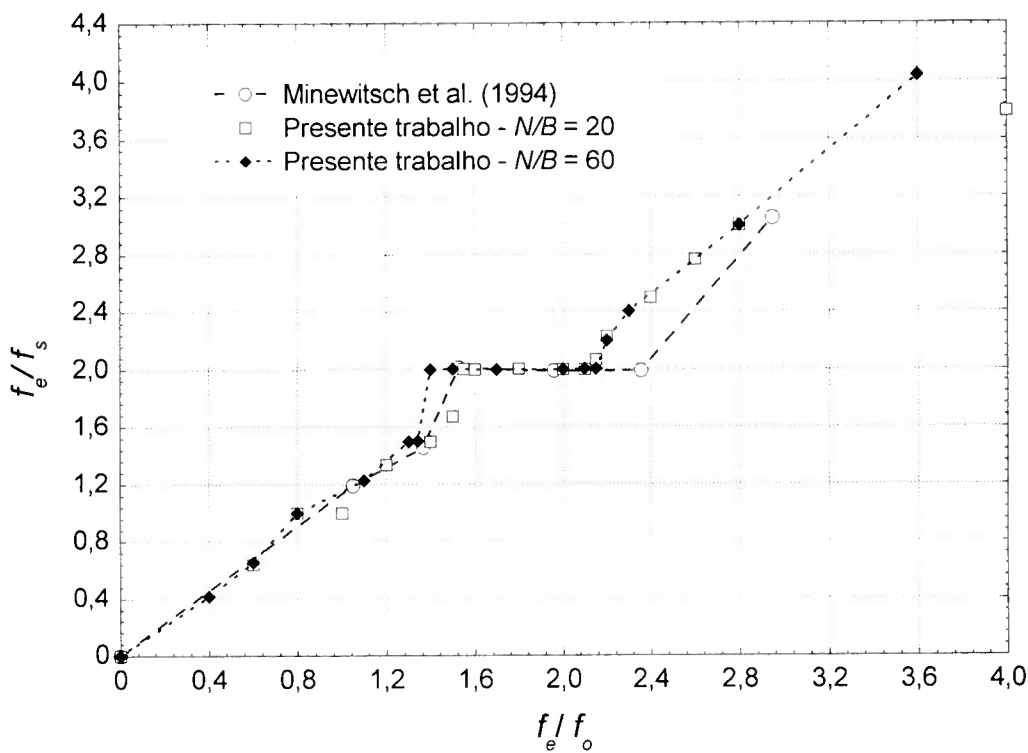


Figura 5.23 - Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha com $N/B = 60$, $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$.

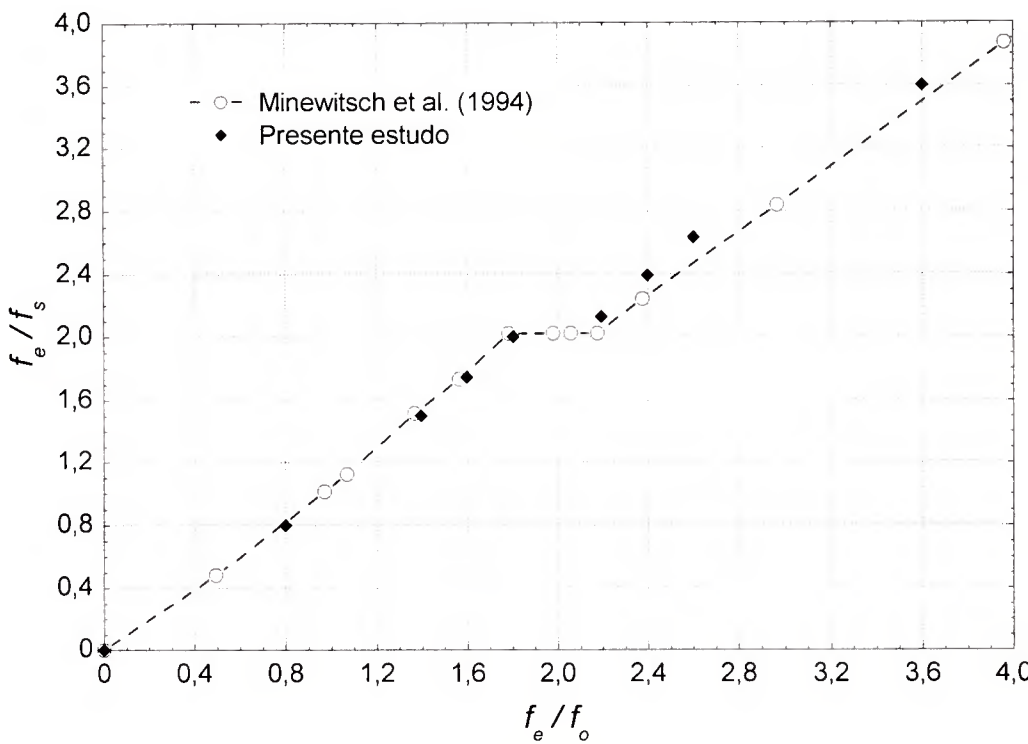


Figura 5.24 - Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha uniforme com $N/B = 30$, $x_e/B = 0,125$ e $Re = 200$.

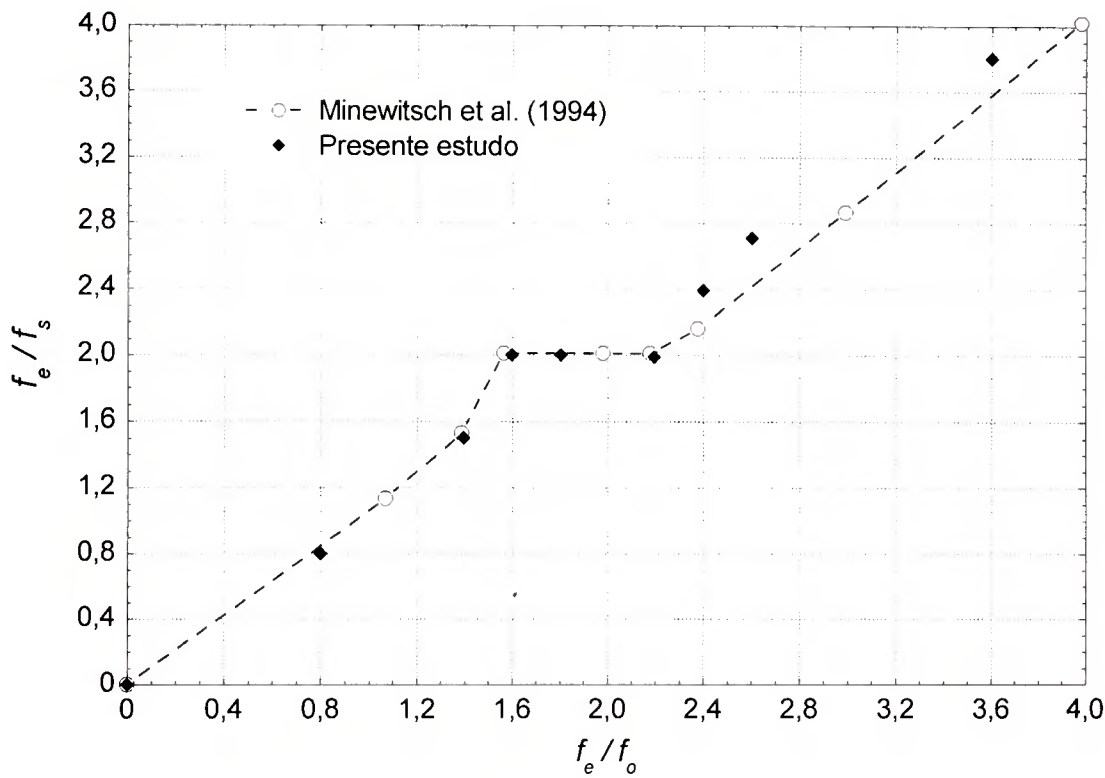


Figura 5.25 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha uniforme com $N/B = 30$, $x_e/B = 0,175$ e $Re = 200$.

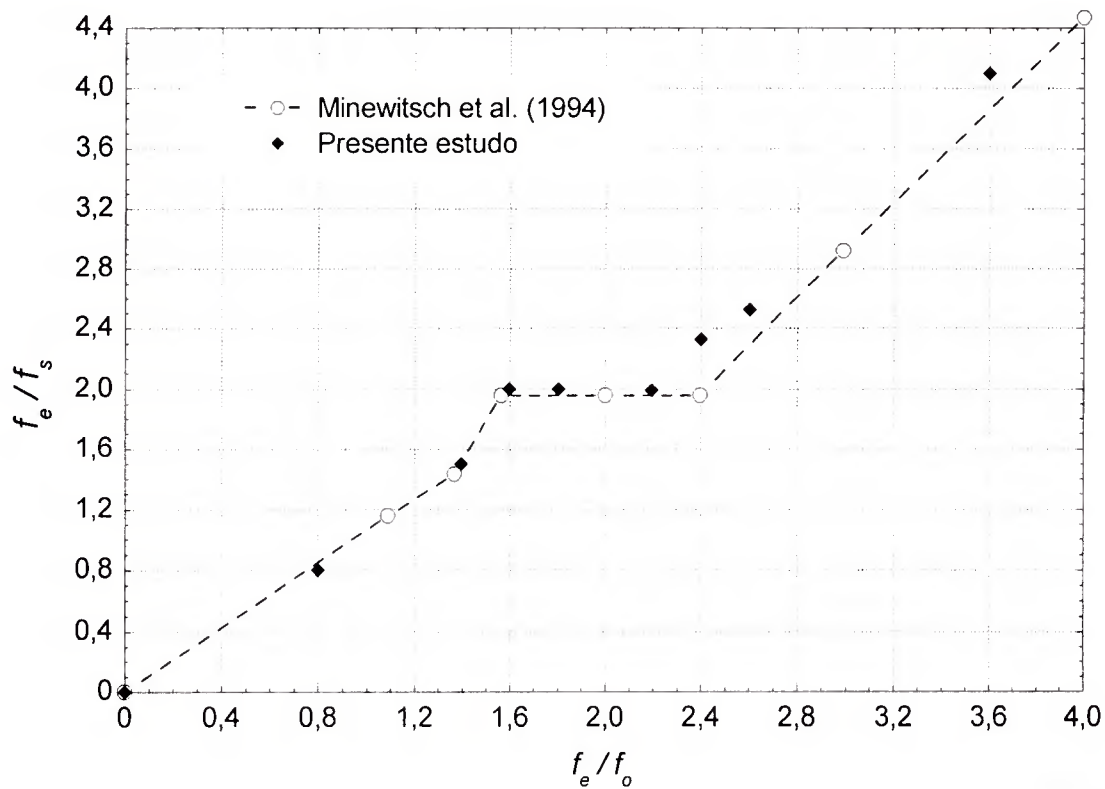


Figura 5.26 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha uniforme com $N/B = 30$, $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$.

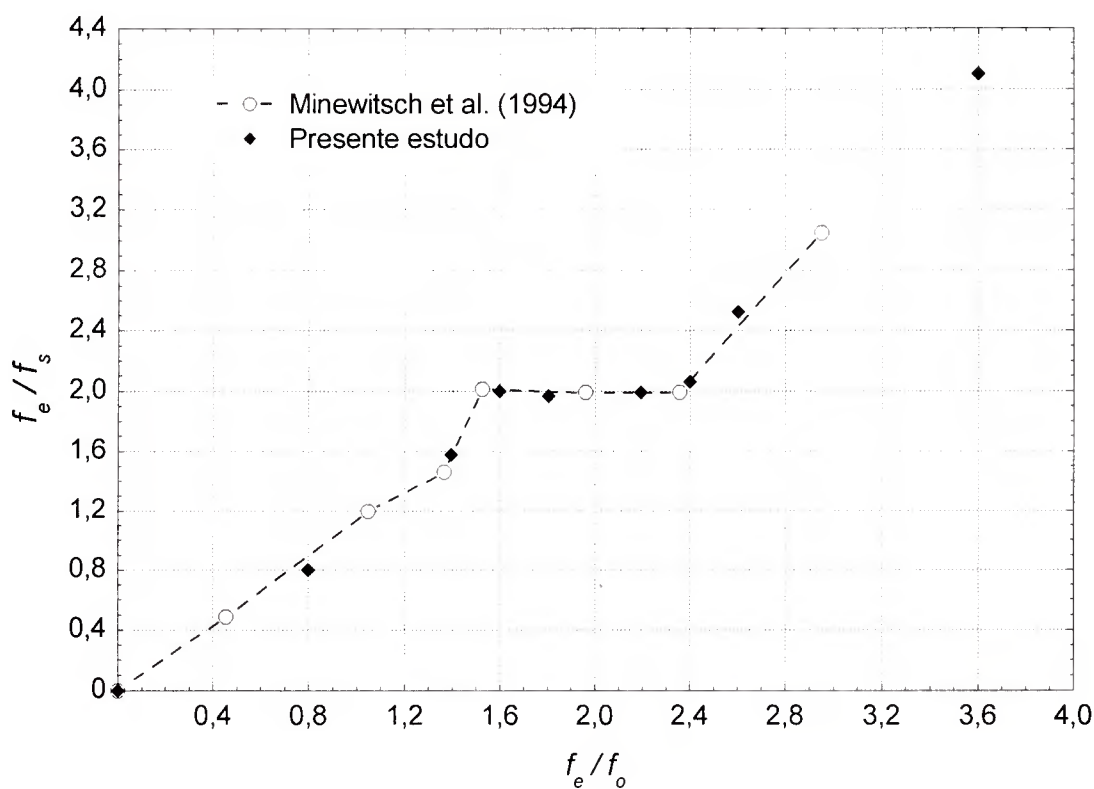


Figura 5.27 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, para malha uniforme com $N/B = 30$, $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$.

Ainda com relação a estes resultados, é interessante observar a faixa de atrelagem síncrona aumenta na medida em que as amplitudes adimensionais de deslocamento x_e/B se tornam mais elevadas, indo ao encontro dos resultados consultados na literatura.

Na Tabela 5.12, são comparadas as faixas de atrelagem obtidas nas diferentes simulações realizadas, empregando-se malhas distintas.

Tabela 5.12 - Faixas de ocorrência da atrelagem síncrona para diferentes malhas empregadas.

x_e/B	Faixa de atrelagem síncrona		
	Malha não uniforme $N/B = 20$	Malha não uniforme $N/B = 60$	Malha uniforme $N/B = 30$
0,125	$1,85 < f_e/f_o < 2,1$	---	$1,8 < f_e/f_o < 2,2$
0,175	$1,75 < f_e/f_o < 2,1$	---	$1,6 < f_e/f_o < 2,2$
0,225	$1,65 < f_e/f_o < 2,15$	---	$1,6 < f_e/f_o < 2,2$
0,275	$1,55 < f_e/f_o < 2,15$	$1,4 < f_e/f_o < 2,2$	$1,6 < f_e/f_o < 2,4$



Devido aos bons resultados obtidos com malhas uniformes, foi também verificada, a dependência entre o estabelecimento do regime de atrelagem e a amplitude de deslocamento do cilindro, x_e , empregando-se a mesma malha com 30 divisões sobre a face do cilindro – $N/B = 30$. Nesta abordagem, a frequência de pulsação da corrente livre é mantida constante, enquanto a amplitude x_e é alterada a cada nova simulação. Desta forma, quatro conjuntos de cálculos foram conduzidos a $Re = 200$, para $f_e/f_o = 1,6$; 1,8; 2,2 e 2,4, dando origem aos resultados que aparecem nos gráficos f_e/f_s versus x_e/B das Figuras 5.28, 5.29, 5.30 e 5.31, respectivamente.

O início do estabelecimento da atrelagem síncrona se torna evidente quando a relação entre f_e/f_s se aproxima de 2. Em todos os quatro casos apresentados, observa-se que uma amplitude adimensional x_e/B mínima deve ser atingida para que a sincronização ocorra. Deve-se, ainda, notar que, para $f_e/f_o = 1,6$ e $f_e/f_o = 1,8$ – Figuras 5.28 e 5.29, respectivamente – a razão f_e/f_s cresce monotonicamente com x_e/B , até que o regime de sincronia se estabeleça. Já nas Figuras 5.30 e 5.31, ao contrário, observa-se que um aumento de x_e/B produz uma diminuição contínua de f_e/f_s , até que a sincronização seja alcançada. Os resultados obtidos nestas simulações se ajustam bem aos disponíveis na literatura.

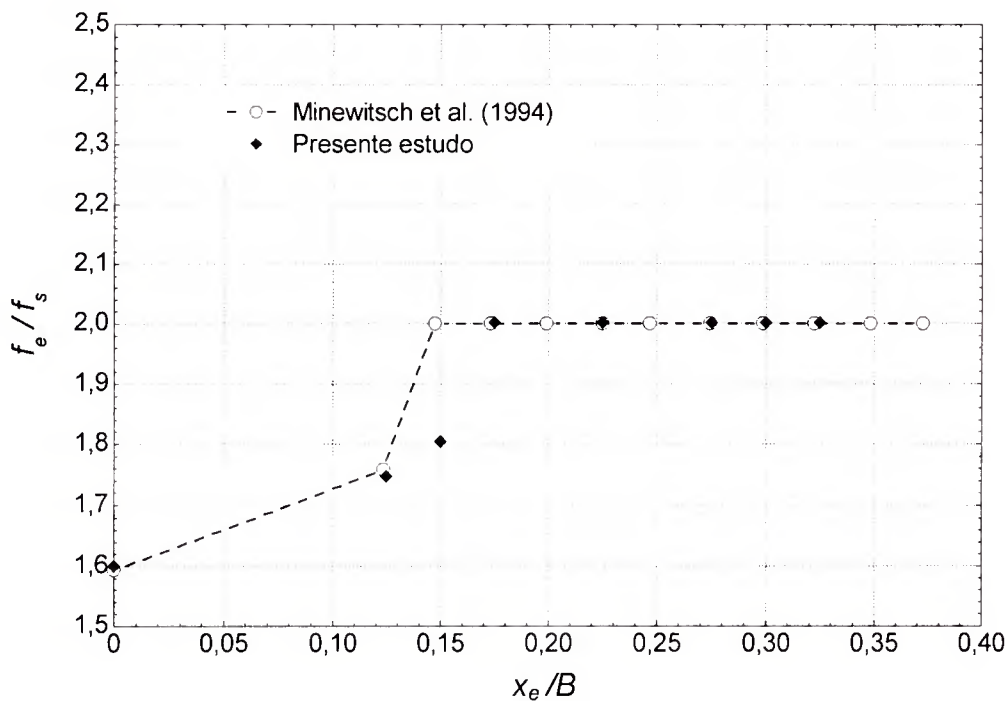


Figura 5.28 - Curva f_e/f_s versus x_e/B para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, utilizando malha uniforme com $N/B = 30$, $f_e/f_o = 1,6$ e $Re = 200$.

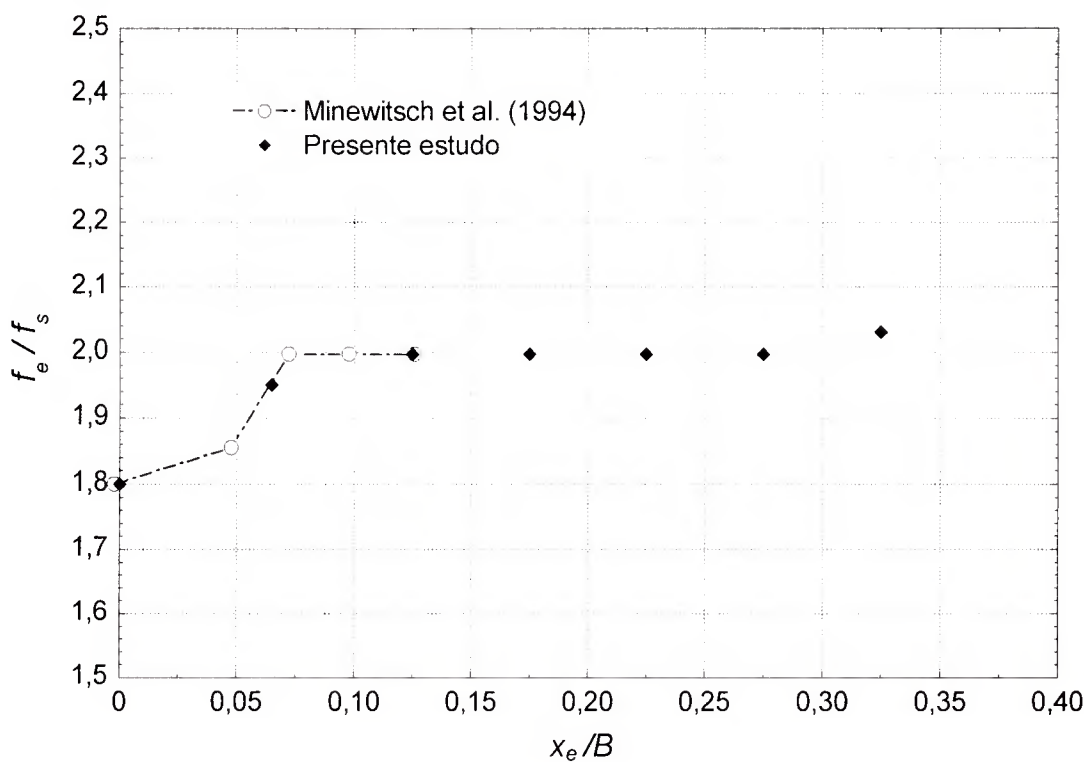


Figura 5.29 - Curva f_e/f_s versus x_e/B para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, utilizando malha uniforme com $N/B = 30$, $f_e/f_o = 1,8$ e $Re = 200$.

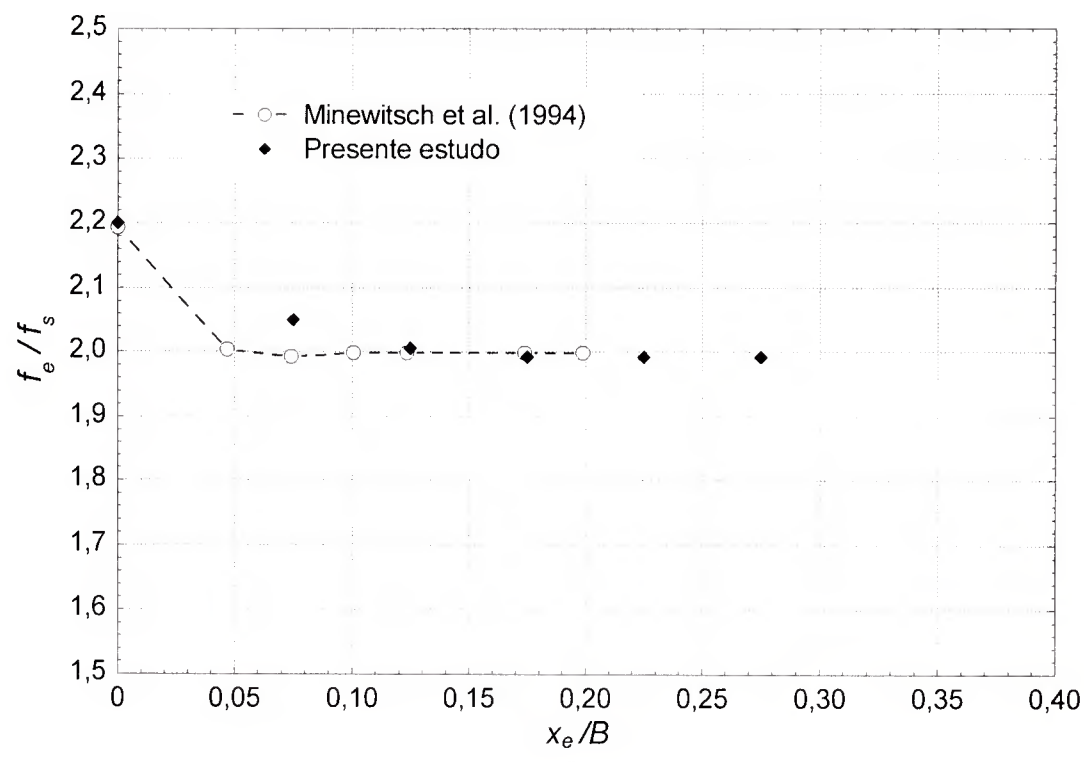


Figura 5.30 - Curva f_e/f_s versus x_e/B para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, utilizando malha uniforme com $N/B = 30$, $f_e/f_o = 2,2$ e $Re = 200$.

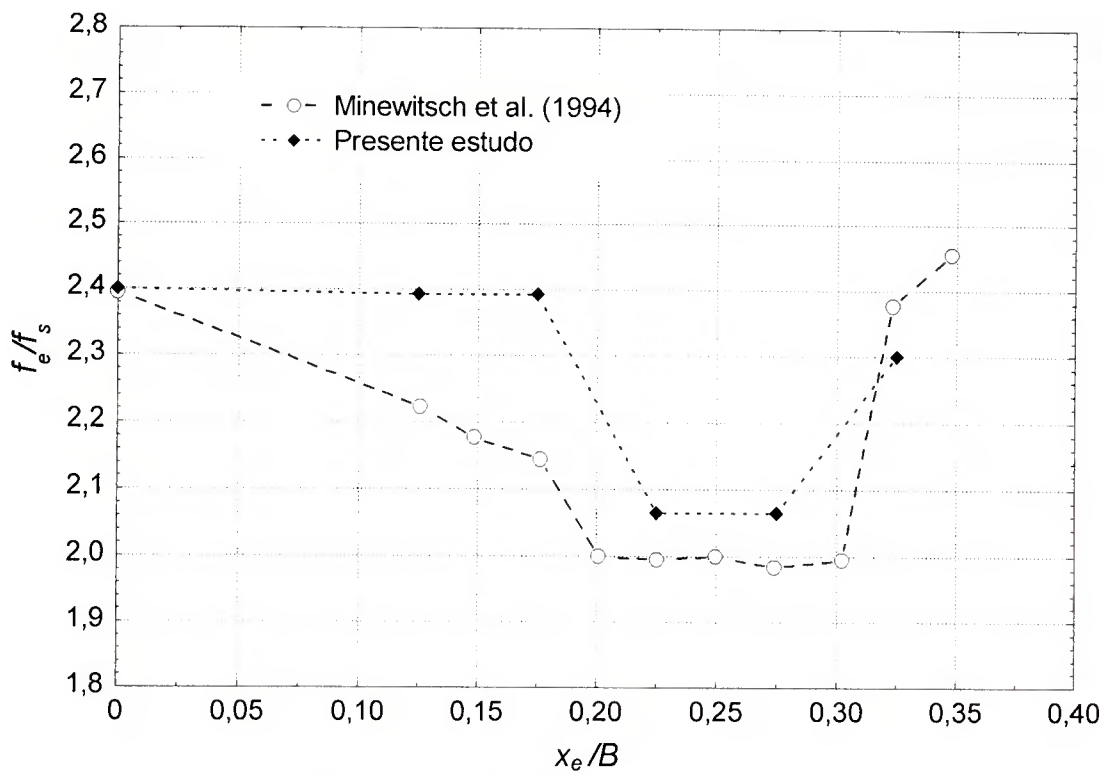


Figura 5.31 - Curva f_e/f_s versus x_e/B para o escoamento pulsátil em torno de um cilindro de base quadrada, utilizando malha uniforme com $N/B = 30$, $f_e/f_o = 2,4$ e $Re = 200$.

Os valores numéricos correspondentes a cada um dos pontos que dão origem tanto as curvas de f_e/f_s versus f_e/f_s quanto de f_e/f_s versus x_e/B , apresentadas em forma de gráfico nas figuras precedentes, estão também disponíveis no formato de tabelas, no Apêndice D.

5.2.5 O Escoamento Pulsátil Quasi-tridimensional

Simulações tridimensionais de escoamentos apresentam, inerentemente, custos computacionais bastante elevados, estimulando, cada vez mais, a utilização de recursos de processamento de alto desempenho. Evidentemente, os níveis de exigência tornam-se ainda mais severos quando os problemas abordados envolvem números de Reynolds elevados e geometrias complexas ou móveis. Por outro lado, alguns mecanismos associados ao movimento dos fluidos são de natureza eminentemente tridimensional e, como tais, não podem ser capturados em simulações bidimensionais. Em decorrência disto, apesar da capacidade limitada dos computadores utilizados no presente trabalho para a realização de cálculos tridimensionais, implementações foram efetuadas no programa



computacional, a fim de torná-lo apto à simulação de escoamentos em três dimensões. Para que estas implementações pudessem ser testadas, dentro das restrições impostas pela capacidade computacional disponível, foram efetuadas simulações de escoamentos quasi-bidimensionais em torno de um cilindro de base retangular, imerso num escoamento pulsátil. Para isto, foi construído um domínio de cálculo com apenas três volumes elementares igualmente espaçados na terceira dimensão espacial z , como representado no esquema da Figura 5.32. No plano xy , a malha é não uniforme e mantém todas as demais características da malha 12, de 190×88 elementos, já apresentada na Tabela 5.7.

Como condições de contorno, foi adotada a condição de simetria em $y = 0$ e $y = y_F$, onde 0 e y_F denotam o início e fim do domínio nessa dada direção. Em $z = 0$ e $z = z_F$ foram impostas a condição de derivada nula. Na entrada do domínio ($x = 0$), foi imposto um perfil de velocidade pulsátil, e em sua saída, empregou-se a condição de Neuman de derivada nula.

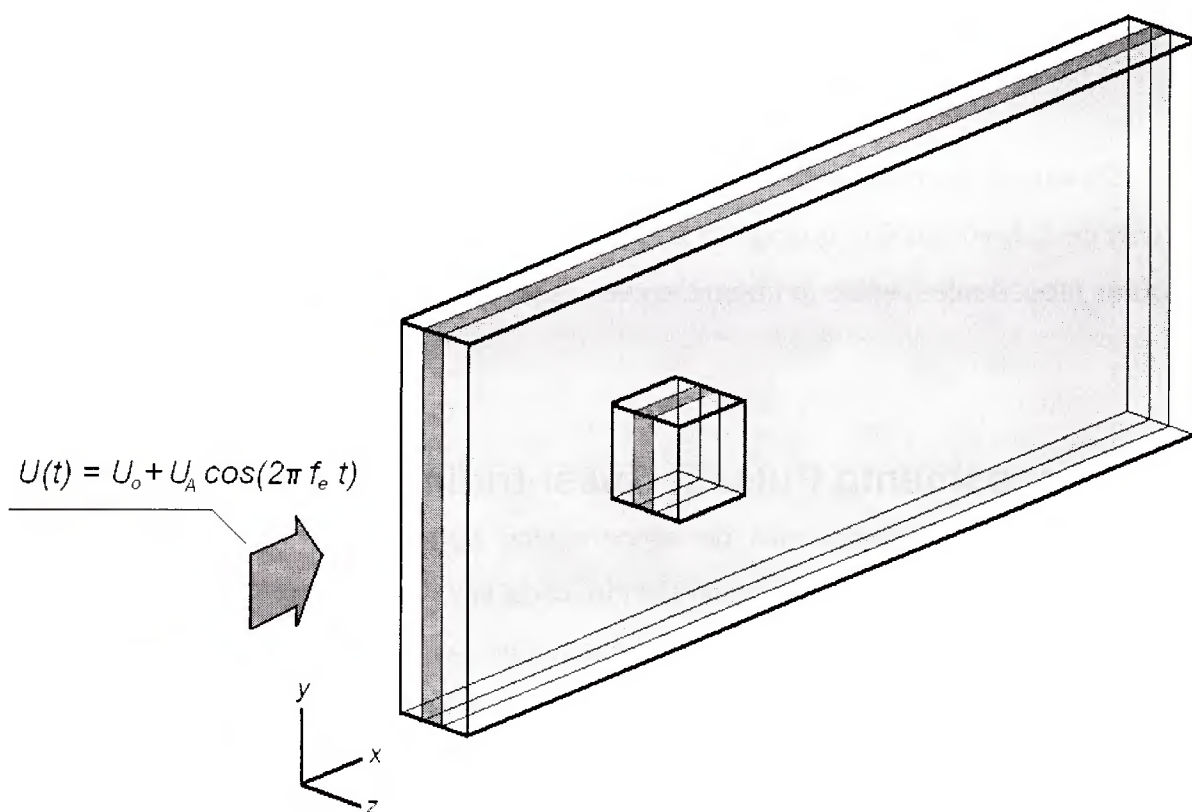


Figura 5.32 – Domínio quasi-tridimensional utilizado na simulação do escoamento pulsátil ao redor de um cilindro quadrado.

Para o tratamento dos termos advectivos, foi utilizado o esquema Upwind de segunda ordem, com o esquema de diferenças centrais para a representação dos termos difusivos. O método SIMPLEC foi empregado para o acoplamento pressão-velocidade. Os resultados obtidos para a fatia central do domínio de cálculo, foram confrontados com os oriundos das simulações bidimensionais anteriores, bem como com os disponíveis na literatura.

A Figura 5.33 traz os resultados das simulações realizadas, permitindo observar que os dados assim obtidos se distanciam muito pouco dos resultados referentes aos cálculos bidimensionais anteriormente apresentados. Os valores numéricos dos pontos deste gráfico, estão disponíveis na Tabela D.14, no Apêndice D.

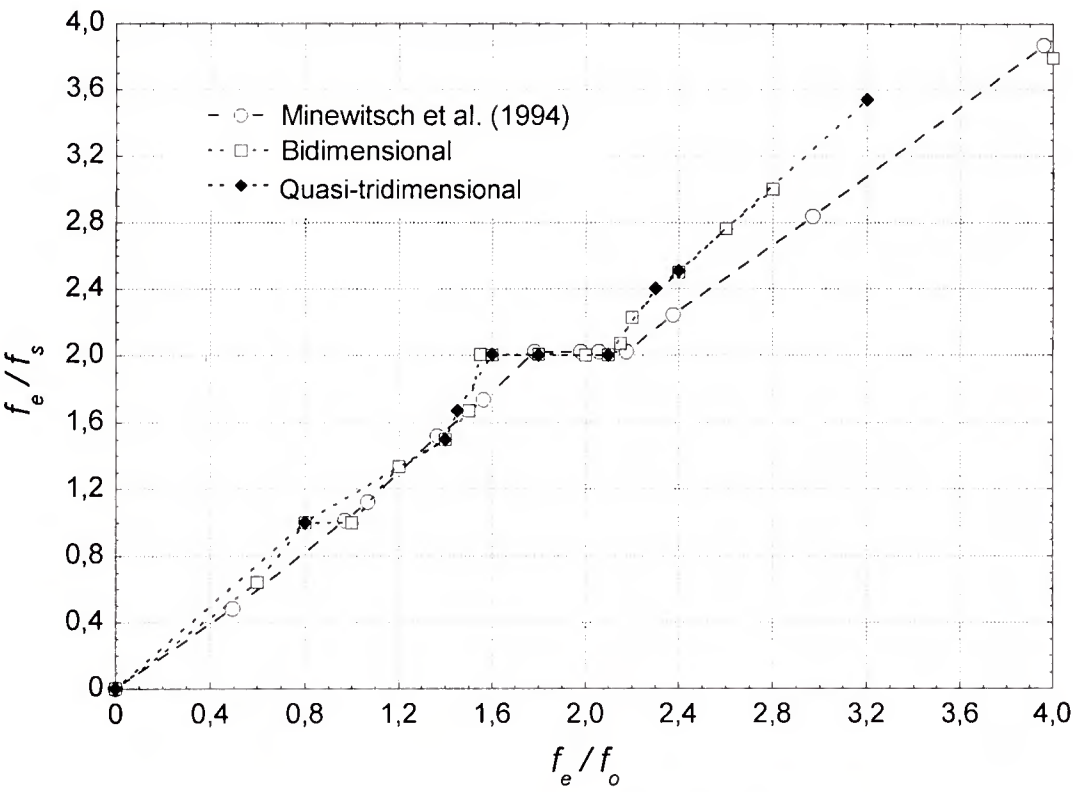


Figura 5.33 – Curva f_e/f_s versus f_e/f_o para o escoamento pulsátil quasi-tridimensional em torno de um cilindro de base quadrada, para $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$.

Através destes resultados, pode-se concluir que as implementações foram efetuadas de maneira adequada, tornando o programa apto à realização de investigações quasi-tridimensionais do escoamento pulsátil em torno de corpos sólidos, desde que a capacidade computacional instalada assim o permita.



5.2.6 O Escoamento Pulsátil em torno de Cilindros Retangulares

Além do estudo do escoamento pulsátil ao redor de cilindros de base quadrada, foram realizadas, também, simulações para cilindros com razões de forma $\phi = A/B = 0,62$ e $2,0$. A escolha destes valores de ϕ pautou-se exclusivamente na disponibilidade de dados na literatura – Steggel & Rockliff (1997) – o que, evidentemente, facilita a comparação de resultados. As simulações foram conduzidas a $Re = 200$, para dois diferentes valores de x_e/B , $0,1$ e $0,2$ e para ambas as razões de forma, $0,62$ e $2,0$. Nos cálculos, foram utilizadas malhas não uniformes, seguindo as mesmas configurações das malhas empregadas no caso de cilindros quadrados com $N/B = 20$, respeitando-se, contudo, a geometria dos obstáculos retangulares.

Os resultados obtidos para $\phi = 0,62$ são mostrados nas Figuras 5.34 e 5.35, enquanto as Figuras 5.36 e 5.37 correspondem às simulações efetuadas para cilindros com $\phi = 2,0$. Para ambas as razões de forma, os resultados para oscilações com $x_e/B = 0,1$ apresentaram boa concordância com os disponíveis na literatura, mas para uma faixa menor de frequências de excitação. No entanto, para $x_e/B = 0,2$, o comportamento observado nas curvas de f_e/f_s versus f_e/f_o adaptam-se melhor ao destes autores, ainda que também para um faixa um pouco menor de frequências de excitação.

Os resultados advindos das simulações para cilindro com razão de forma igual a $2,0$ e $x_e/B = 0,2$, apresentados na Figura 5.37, contudo, mostram um comportamento que discorda totalmente daqueles obtidos por Steggel & Rockliff (1997), especialmente para valores de f_e/f_o acima de 2 . Naquele trabalho, estes pesquisadores mostraram que, para valores da razão de frequências f_e/f_o acima de 2 , a frequência de emissão de vórtices estabiliza-se em torno de $f_e/f_s = 1$, ao invés de apresentar um crescimento monotônico da curva f_e/f_s versus f_e/f_o , de inclinação unitária, característica presente nos gráficos de atrelagem da maioria dos escoamentos pulsáteis. Esse comportamento, segundo os próprios autores, sugere a ocorrência da emissão simétrica de vórtices na esteira do cilindro, segundo a qual dois vórtices são emitidos, um de cada lado do cilindro, a cada ciclo de oscilação. Esse fenômeno, entretanto, não foi observado nas presentes simulações.

Assim como para os gráficos já apresentados em outras seções deste trabalho, também os gráficos desta seção, tem os valores que lhes deram origem disponíveis no formato de tabelas, no Apêndice D.

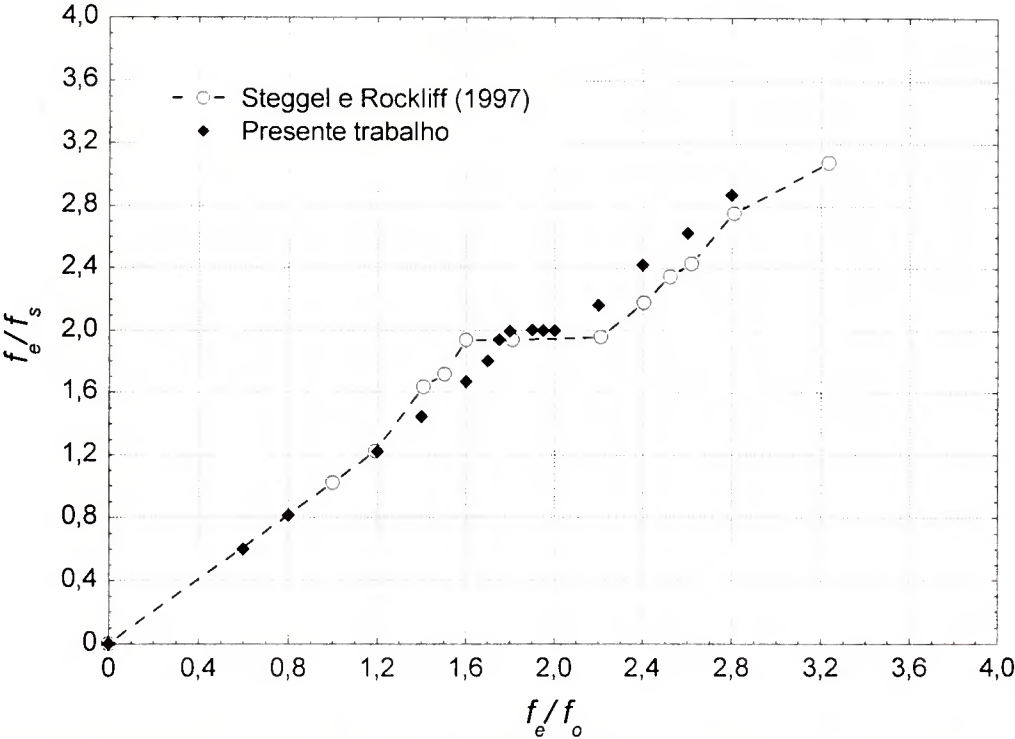


Figura 5.34 – Curva de f_e/f_s versus f_e/f_o do escoamento pulsátil em torno de um cilindro retangular com $\phi = 0,62$, $x_e/B = 0,1$ e $Re = 200$.

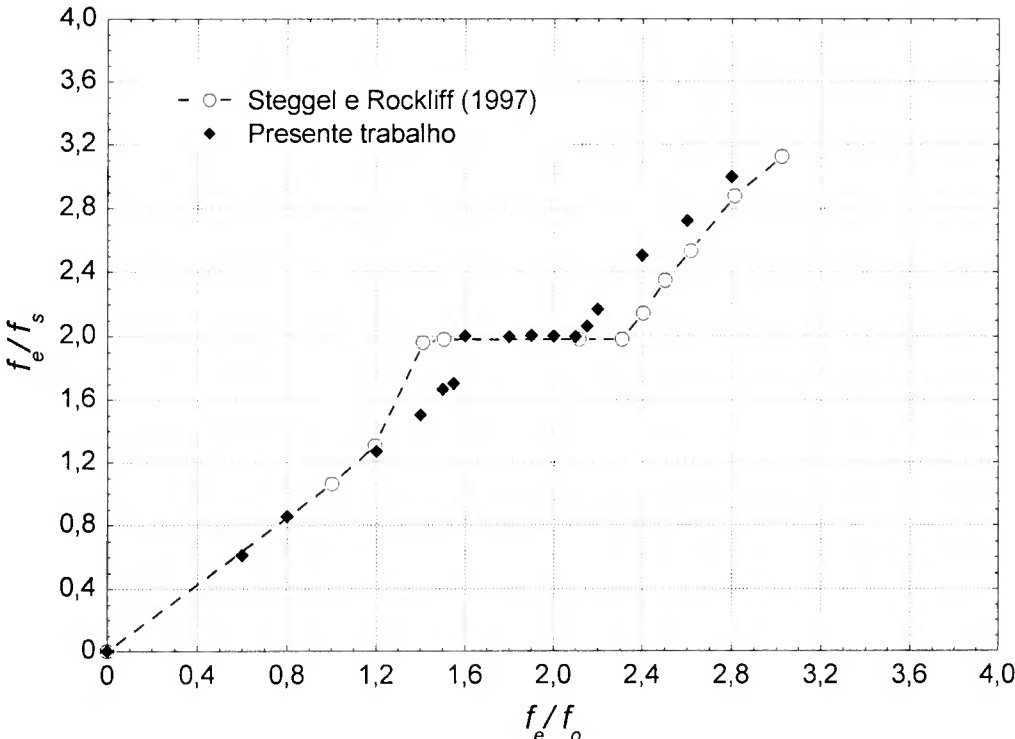


Figura 5.35 – Curva de f_e/f_s versus f_e/f_o do escoamento pulsátil em torno de um cilindro retangular com $\phi = 0,62$, $x_e/B = 0,2$ e $Re = 200$.

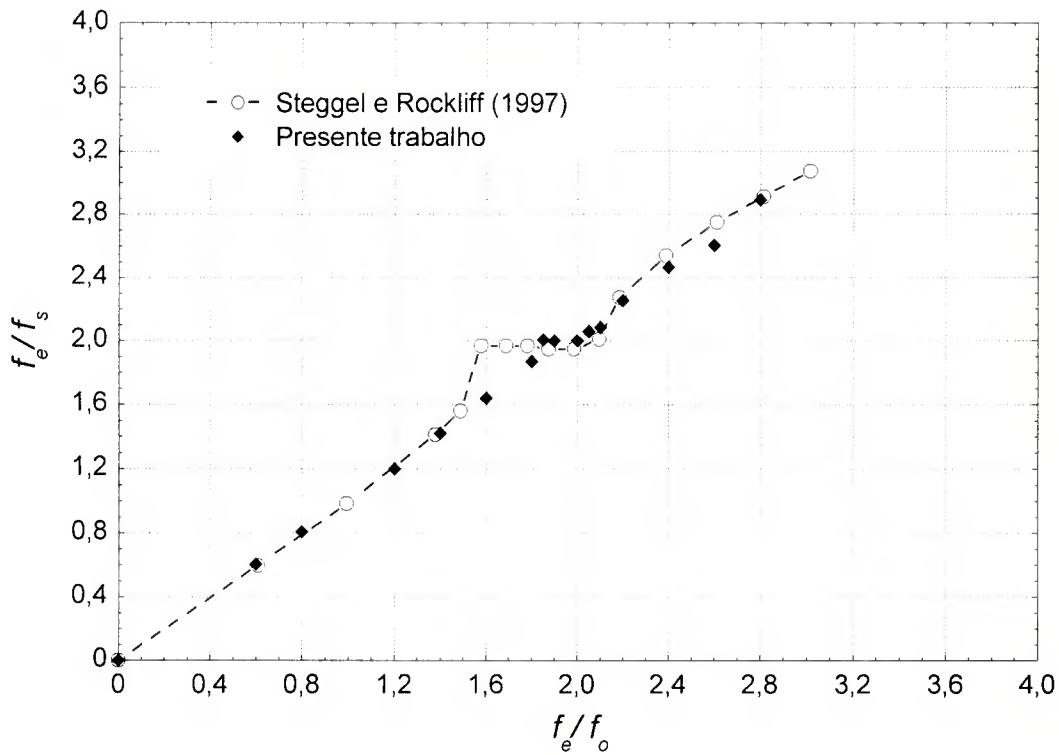


Figura 5.36 – Curva de f_e/f_s versus f_e/f_o do escoamento pulsátil em torno de um cilindro retangular com $\phi = 2,0$, $x_e/B = 0,1$ e $Re = 200$.

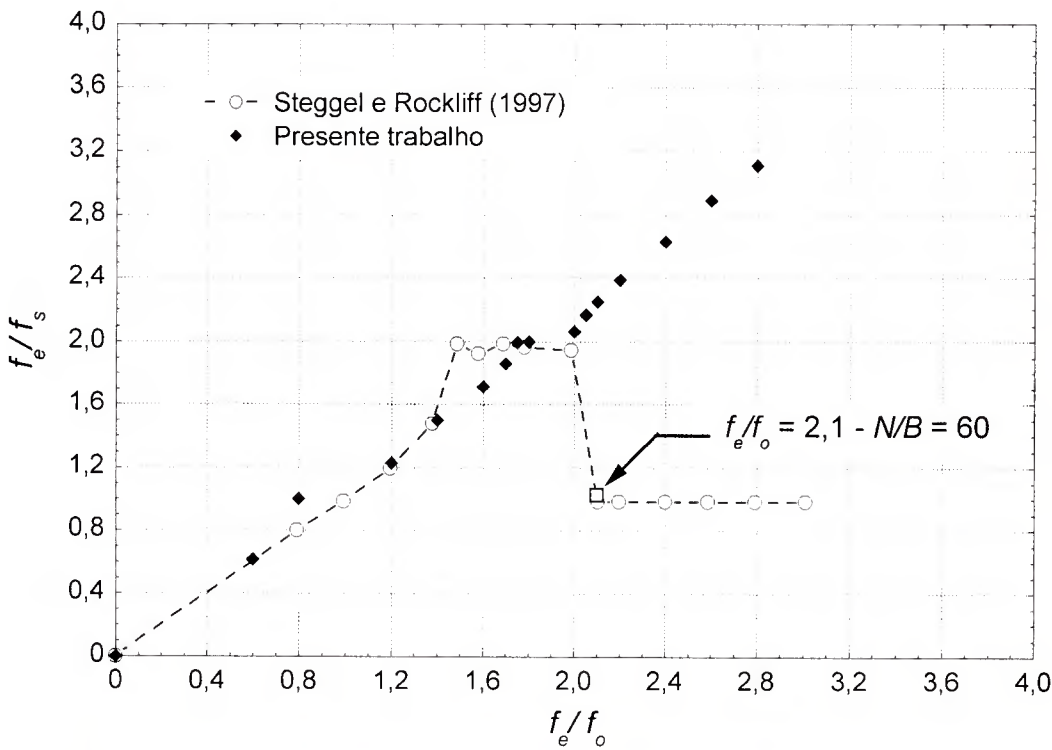


Figura 5.37 – Curva de f_e/f_s versus f_e/f_o do escoamento pulsátil em torno de um cilindro retangular com $\phi = 2,0$, $x_e/B = 0,2$ e $Re = 200$.

Uma possível explicação para esse desvio poderia estar no refinamento da malha empregada nas simulações, talvez insuficiente para capturar a emissão simétrica de vórtices. Para esclarecer esta suspeita, uma nova simulação foi realizada, apenas para $f_e/f_o = 2,1$, utilizando-se uma malha não uniforme mais refinada, com $N/B = 60$, e mantendo-se inalteradas as demais condições operacionais. Com isto, foi possível obter o ponto indicado por um pequeno quadrado vazio no gráfico da Figura 5.37, que praticamente coincide com os dados Steggel & Rockliff (1997).

Para melhor ilustrar a influência da malha computacional sobre a boa qualidade dos resultados na solução deste tipo de problema, a Figura 5.38 compara as configurações apresentadas pelo escoamento nas duas simulações realizadas no âmbito do presente trabalho, impondo-se a mesma frequência adimensional de excitação $f_e/f_o = 2,1$. É fácil observar que, também do ponto de vista topológico, os resultados obtidos com malha mais refinada muito se aproximam daqueles obtidos por Steggel & Rockliff (1997), onde se observa que a emissão simétrica dos vórtices nas proximidades do cilindro se degenera logo mais a jusante, dando origem a uma esteira turbilhonar de configuração assimétrica.



(a) Steggel & Rockliff (1997)



(b) Presente trabalho $N/B = 60$

Figura 5.38 - Regime de emissão simétrica de vórtices e posterior desenvolvimento até emissão assimétrica.

5.3 Escoamento com Flutuações Aleatórias na Entrada do Domínio de Cálculo

É bem sabido que a turbulência residual ou de fundo pode afetar consideravelmente as características de um dado escoamento e, por isto mesmo, sua representação pode ser de fundamental importância na solução numérica de diferentes tipos de problemas. Por outro lado, a imposição de turbulência residual na entrada de um domínio de cálculo não constitui tarefa simples, sobretudo quando se deseja reproduzir situações observadas experimentalmente. No presente trabalho, condições de contorno com flutuações de velocidade aleatórias foram implementadas na fronteira de entrada, como um primeiro passo no sentido da inserção de turbulência de fundo no programa computacional empregado. Para testar as modificações introduzidas no código, dois casos teste foram selecionados – o escoamento entre placas planas paralelas e ao redor de cilindros quadrados.

5.3.1 Escoamento entre placas planas paralelas

A Figura 5.39 esquematiza o canal bidimensional delimitado por duas placas planas paralelas de comprimento L_c , separadas por uma distância $H = 2R$, gerando um domínio de cálculo com razão de aspecto $L_c/H = 50$.

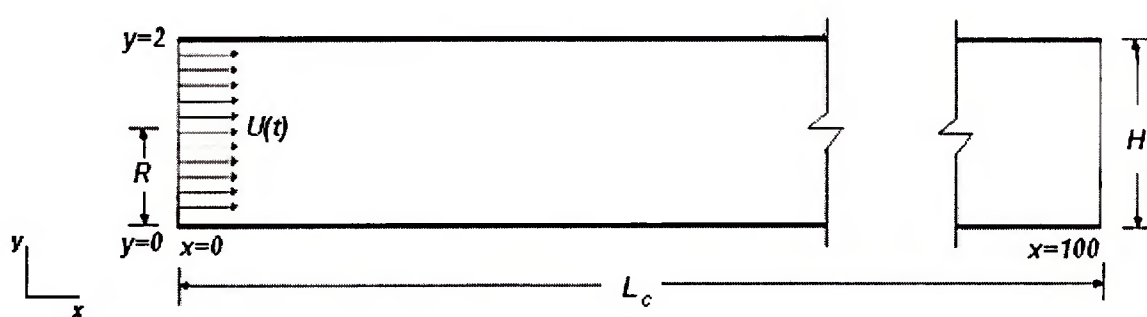


Figura 5.39 – Dimensões do domínio de cálculo utilizado nas simulações do escoamento entre placas planas paralelas.

Exceto para alguns casos particulares, onde estarão discriminadas as eventuais alterações nas condições de cálculo, as presentes simulações foram executadas utilizando-se o esquema Upwind de segunda ordem para a discretização dos termos advectivos, com

diferenças centrais para os termos difusivos e o método o SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade. Na saída do domínio, empregou-se a condição de Neuman, enquanto nas paredes superior e inferior, foi imposta a condição de não deslizamento. Uma malha uniforme, com 1500 volumes na direção principal do escoamento e 60 volumes na direção perpendicular foi adotada. Na entrada do domínio, foram impostos perfis de velocidade da forma $U_x(t) = \bar{u} + u'(t)$ e $v = 0$, onde $u'(t)$ representa uma flutuação de caráter randômico. O valor do número de Reynolds, baseado no diâmetro do canal e na velocidade média $\bar{u}$, foi fixado em 200. A intensidade turbulenta I , por sua vez, variou de 0 a 15%.

a) Flutuação aleatória e uniforme da componente u da velocidade na entrada do canal

Nesta etapa do trabalho, a velocidade na entrada do domínio é considerada uniforme no espaço, mas varia aleatoriamente a cada passo de tempo. Em outras palavras, em qualquer instante, a velocidade na entrada é a mesma em toda a seção de entrada do canal, mas varia de um instante para o outro, de tal maneira que o desvio padrão das flutuações aleatórias, tomado durante um espaço suficientemente longo de tempo, seja igual à magnitude da intensidade turbulenta imposta.

Nas Figuras 5.40, 5.41 e 5.42, são mostrados, respectivamente, o comportamento da velocidade média u , os valores rms da componente u da velocidade e a intensidade turbulenta adimensional ao longo da linha de centro do canal.

As informações médias obtidas na linha de centro do canal são, de certa forma, um indicativo do comportamento médio de todo campo de velocidades do escoamento em análise. Na Figura 5.40, observa-se, como era de se esperar, que a velocidade média ao longo da linha de centro aumenta na região de entrada do canal e, por volta de 10 a 12 diâmetros a jusante, estabiliza-se, indicando que, a partir daí, o escoamento já se encontra plenamente estabelecido. Nota-se, também, que todos os resultados obtidos são coincidentes, indicando que, para estas condições de cálculo, a velocidade média ao longo da linha de centro permanece é independente do nível de intensidade turbulenta imposto.

A partir do valor rms das flutuações, são obtidas informações quanto ao comportamento médio da amplitude das oscilações de velocidade. Na Figura 5.41, é mostrado que a amplitude das flutuações de velocidade, para todos os níveis de intensidade



turbulenta impostos, manteve-se inalterada ao longo de todo o canal, sugerindo que essas oscilações foram transportadas por todo o domínio de cálculo sem que ocorresse relaminarização do escoamento. Tal comportamento demonstra, em uma avaliação inicial, que não houve dissipação das flutuações de velocidade ao longo do domínio.

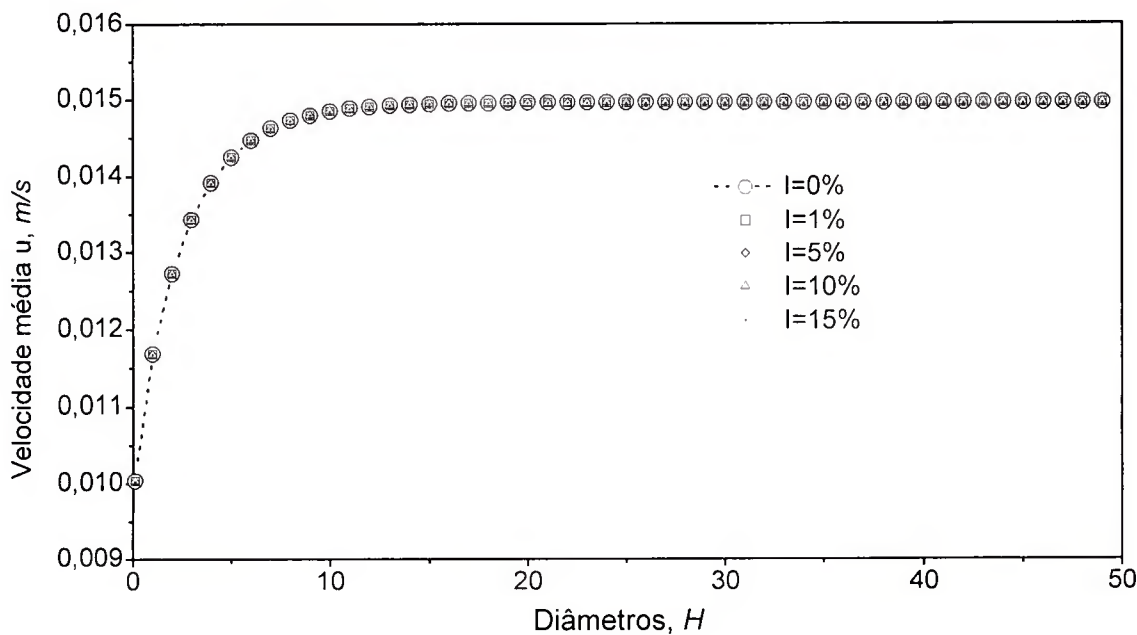


Figura 5.40 – Média temporal da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.

O valor calculado da intensidade turbulenta adimensional, por outro lado, apresenta um comportamento diferente, podendo induzir a interpretações equivocadas a respeito dos níveis de turbulência presentes no escoamento, e por esse motivo merece considerações adicionais. A intensidade turbulenta adimensional, calculada num determinado ponto do campo de escoamento, é um parâmetro normalizado pelo valor da velocidade média temporal nesse mesmo ponto e, por isto, sua magnitude está atrelada diretamente à velocidade média do campo do escoamento. Assim sendo, apesar do valor rms das flutuações apresentar um comportamento constante em cada caso, a intensidade turbulenta adimensional, por sua vez, varia na proporção que se altera a velocidade média na linha de centro do canal. No gráfico da Figura 5.42, a intensidade turbulenta adimensional apresenta uma queda logo na entrada do canal e estabiliza-se em torno de 10 a 12 diâmetros, quando o escoamento se torna plenamente desenvolvido.

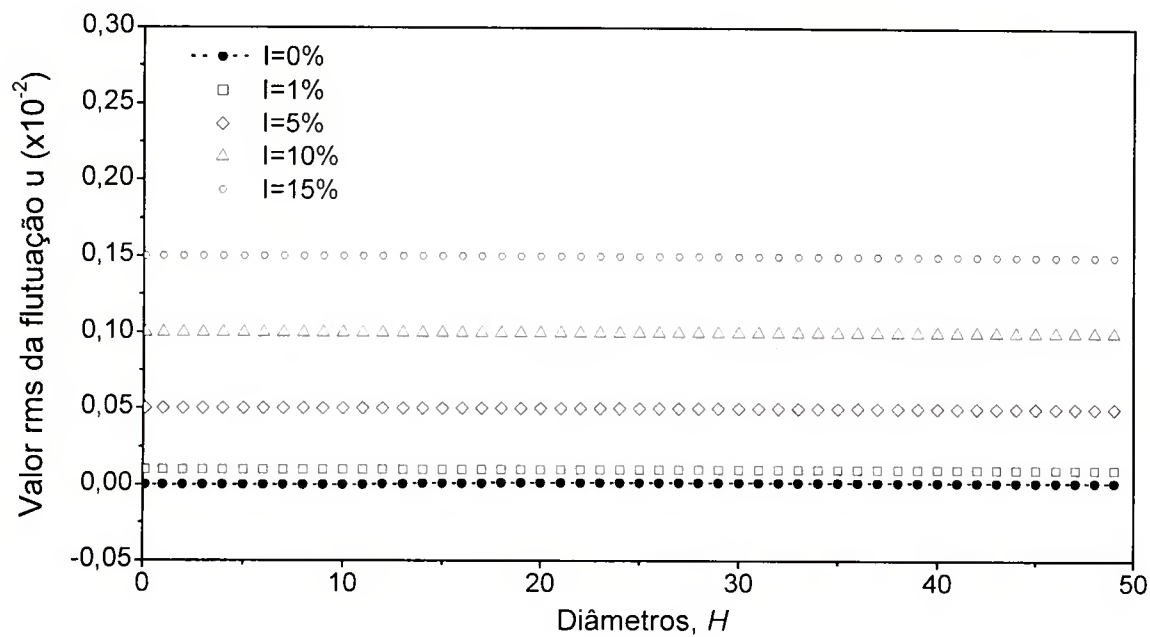


Figura 5.41 - Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.

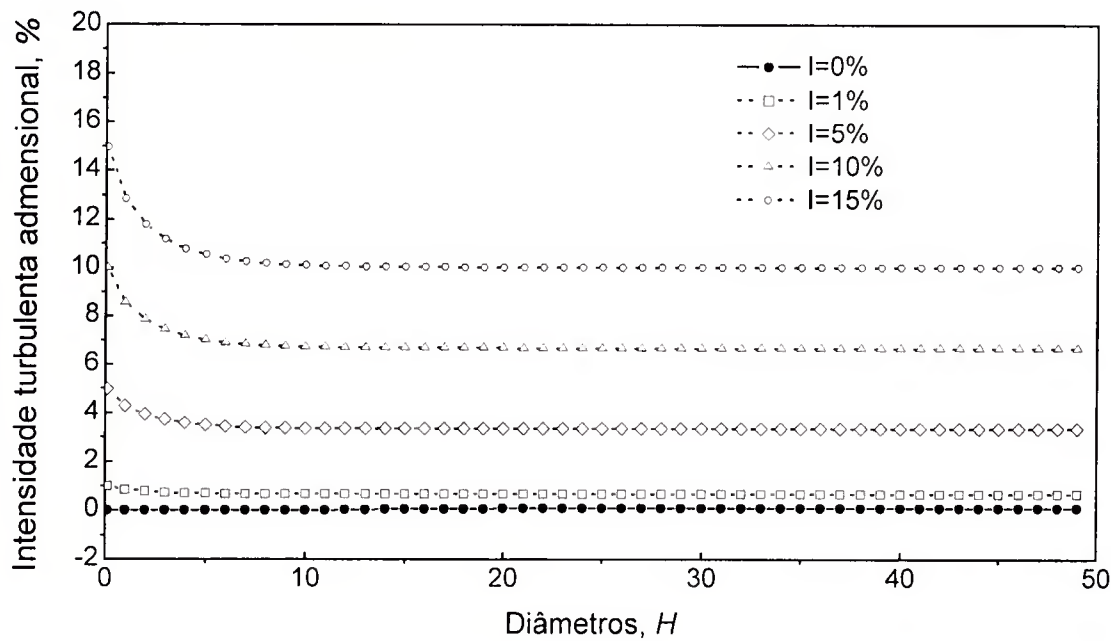


Figura 5.42 - Intensidade turbulenta adimensional da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.

A Figura 5.43 apresenta os perfis da velocidade u em algumas estações distribuídas ao longo do eixo x , obtidos para casos acima mostrados, com objetivo de acompanhar o



desenvolvimento espacial do escoamento, ao longo do comprimento do canal. É possível notar que não ocorreram variações apreciáveis entre os diferentes casos considerados. Deve-se destacar, ainda, que na estação $x = 0,642 R Re$, o perfil de velocidade já se encontra completamente desenvolvido.

Assim como foi feito para a velocidade u , foram plotados, também, perfis com o valor rms das flutuações dessa mesma componente. Esses perfis são apresentados na Figura 5.44 e, novamente, é possível constatar que, assim como ocorre na linha de centro do canal – Figura 5.41 –, a amplitude das flutuações randômicas impostas na entrada do domínio se mantém constante no sentido do escoamento, sem nenhuma dissipação apreciável.

Avaliando a forma como as flutuações de velocidade são transportadas ao longo do canal – sem amortecimento ou dissipação – pode-se concluir que estes resultados são coerentes, uma vez que o escoamento é incompressível, e uma perturbação introduzida uniformemente em todas as malhas de entrada deve ser transmitida a todo o domínio, a fim de conservar a massa.

b) Flutuação aleatória e não uniforme da componente u da velocidade na entrada do canal

No passo seguinte, um mesmo perfil uniforme de velocidades foi prescrito na entrada do canal, porém, desta vez, as flutuações aleatórias foram impostas de maneira independente, em cada volume elementar, e não mais de maneira uniforme como nos casos anteriores. Sob esta nova condição, foi simulado o escoamento com as mesmas características dos casos anteriores, porém impondo-se somente uma intensidade turbulenta de 15%.

Seguindo o mesmo procedimento anterior, nas Figuras 5.45, 5.46 e 5.47 são apresentados os gráficos da velocidade média, do valor rms da velocidade e da intensidade turbulenta adimensional, todos eles considerando a componente u do campo de velocidade.

Na Figura 5.45, nota-se que já houve uma pequena diminuição da velocidade no ponto em que o escoamento torna-se plenamente desenvolvido e, na Figura 5.46, é possível observar uma alteração no comportamento das flutuações de velocidade, caracterizada por uma queda abrupta de seu valor rms logo no início do canal.



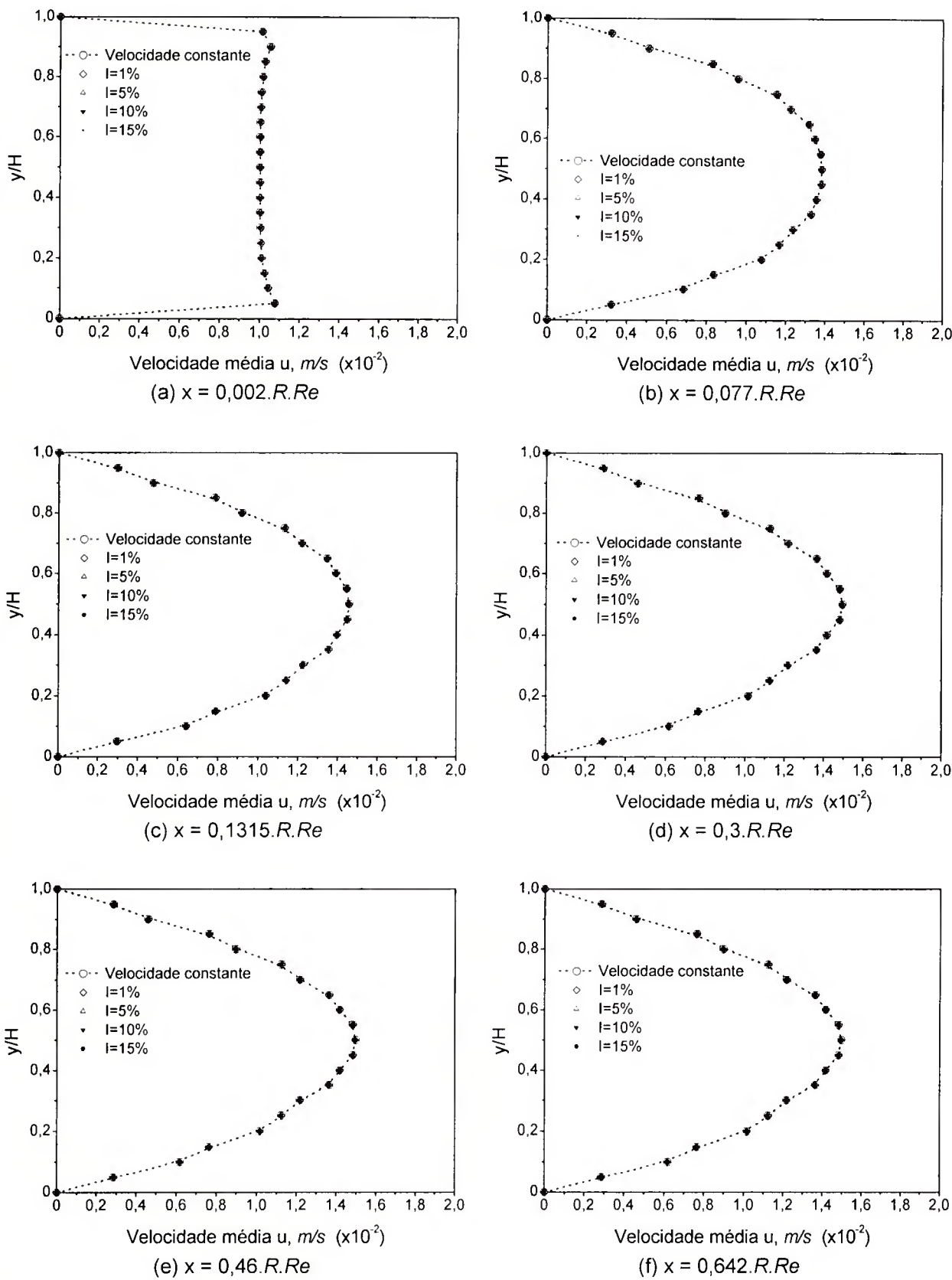


Figura 5.43 - Perfis da componente u da velocidade em diferentes estações ao longo do eixo x , a $Re = 200$.

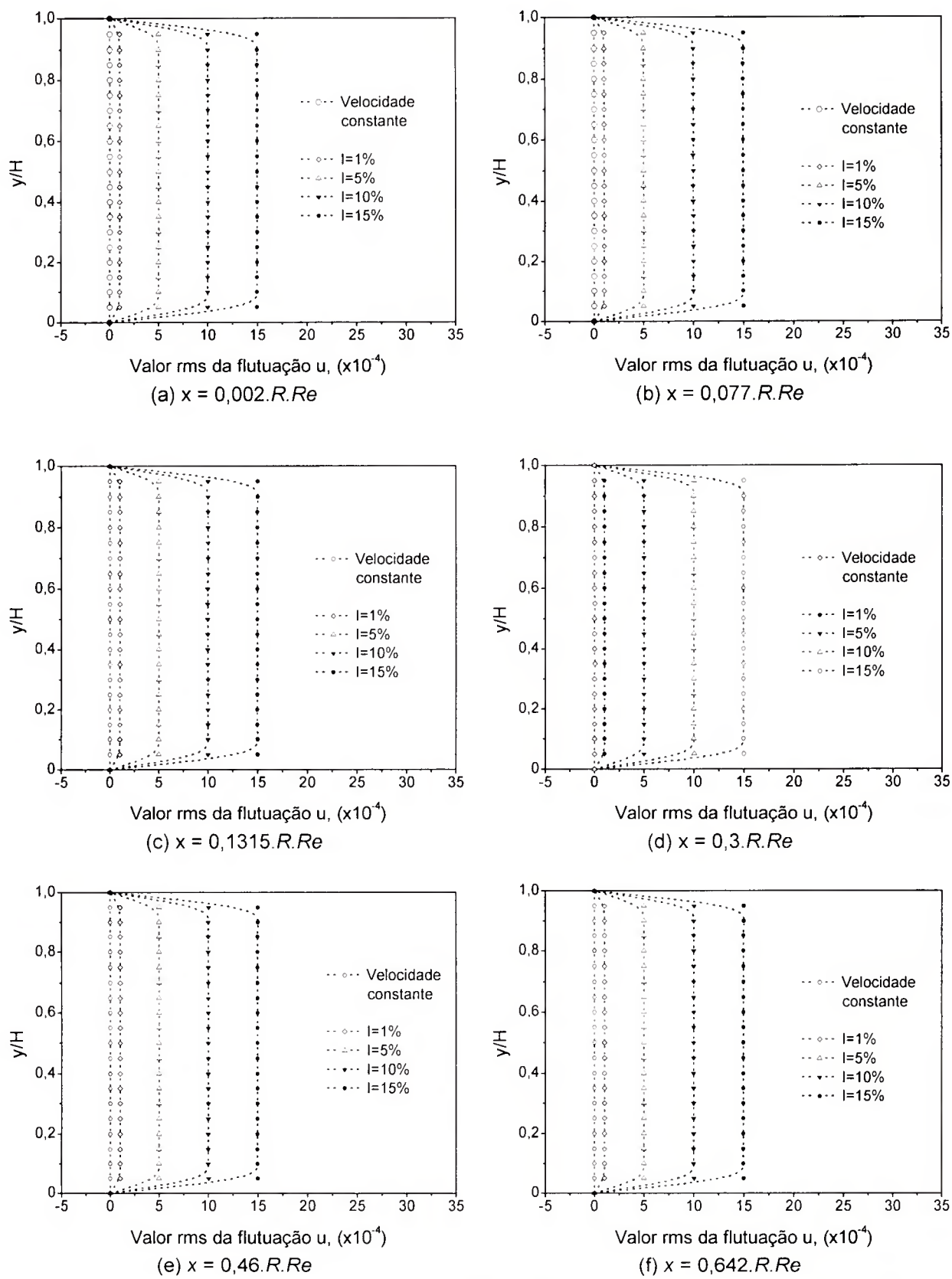


Figura 5.44 - Perfis do valor rms da componente u da velocidade em diferentes estações ao longo do eixo x , a $Re = 200$.

A Figura 5.47, por sua vez, indica que houve também uma queda da intensidade turbulenta adimensional logo na entrada do canal, que começa com um valor de aproximadamente 4% e, logo em seguida, se estabiliza em torno de 2%.

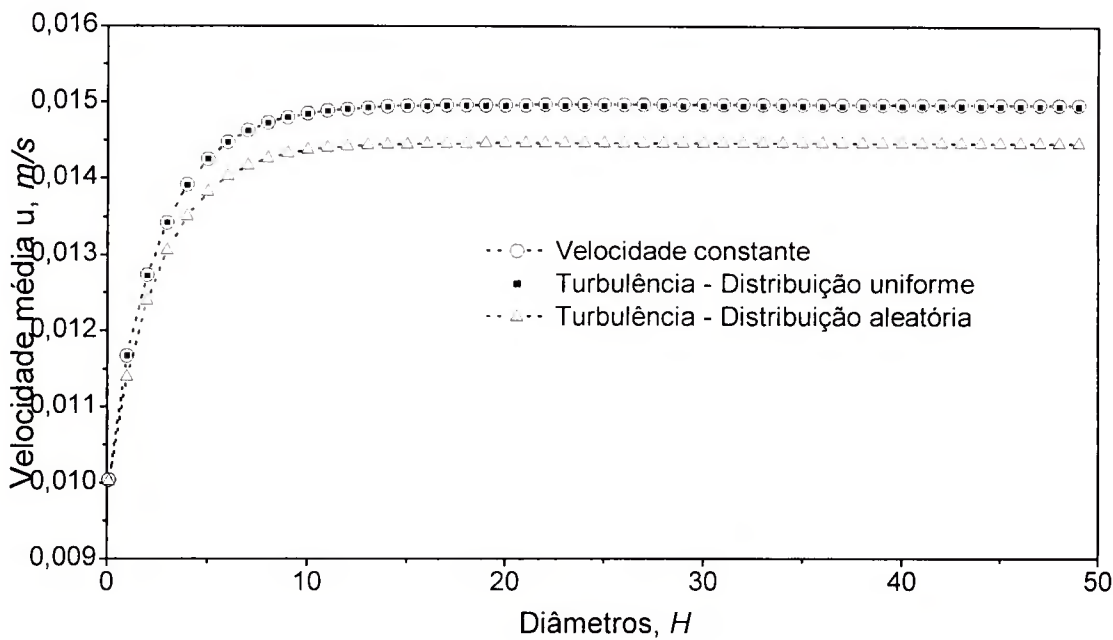


Figura 5.45 - Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.

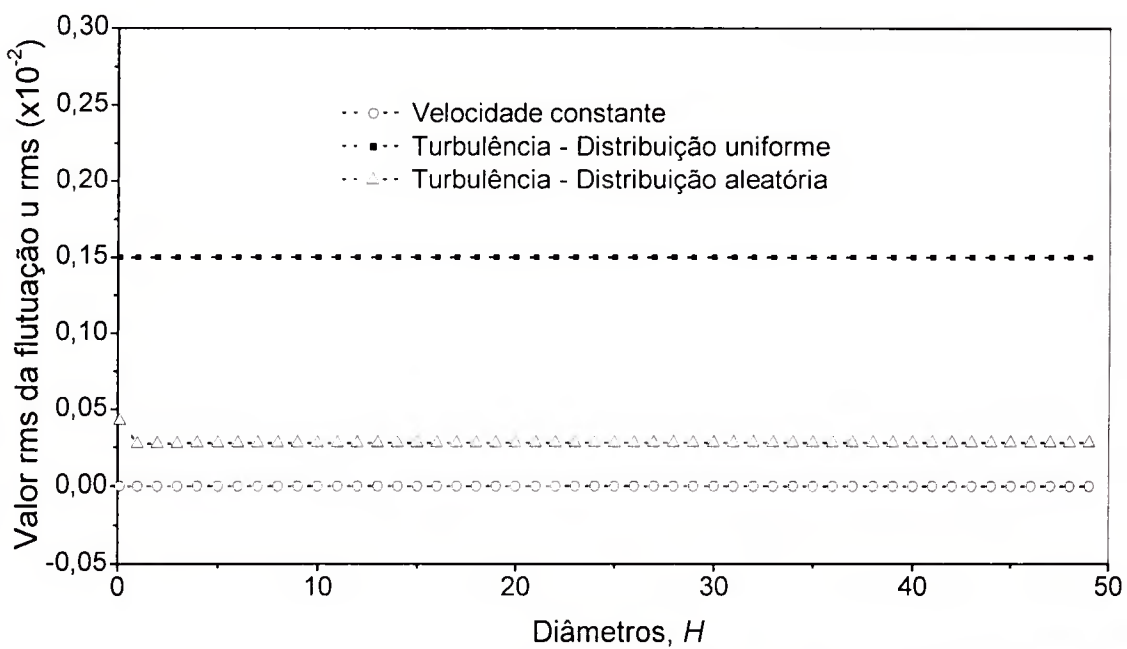


Figura 5.46 - Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.



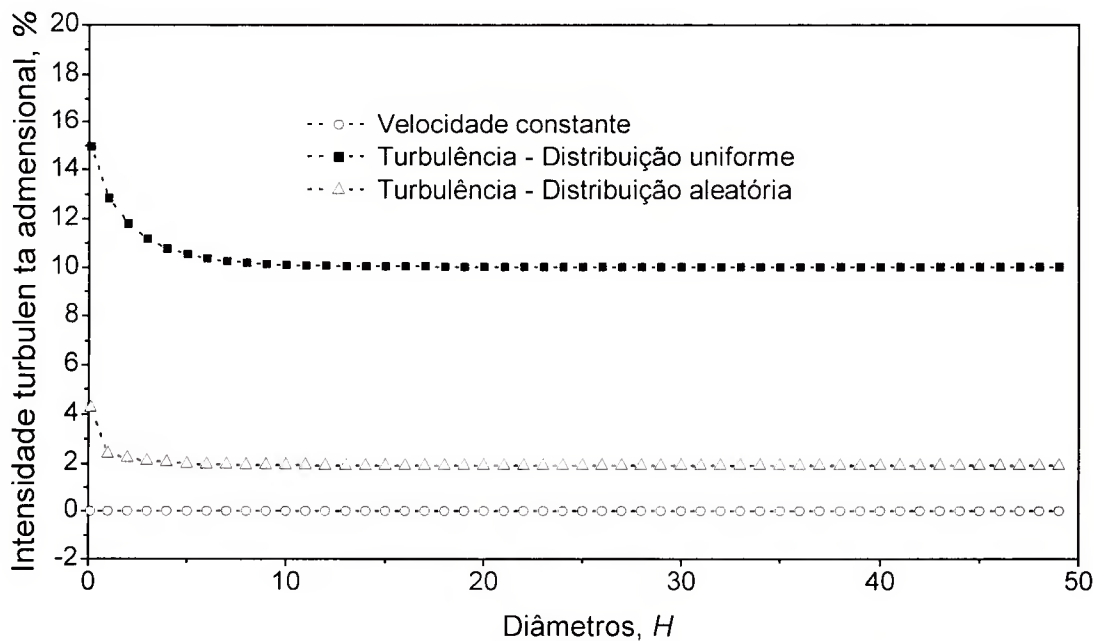


Figura 5.47 - Intensidade turbulenta adimensional da componente u da velocidade ao longo da linha de centro, a $Re = 200$.

Buscando mais informações sobre a repentina queda das flutuações de velocidade, realizou-se uma nova simulação, posicionando-se uma quantidade maior de sondas na região próxima à entrada, uma em cada volume elementar da linha de centro, até atingir o comprimento de $1H$.

Na Figura 5.49, mostra-se que, com os dados mais refinados, a intensidade turbulenta adimensional realmente cai de maneira brusca, porém, inicia-se em 15%, que corresponde ao valor imposto, como era de se esperar. Em uma avaliação inicial, esta rápida dissipação pode ser justificada, em parte, ao baixo valor de Re empregado nas simulações, que dificulta a amplificação de perturbações no interior do escoamento, que rapidamente se relaminariza.

Na Figura 5.50, são apresentados os perfis de velocidade média u , para seis estações posicionadas ao longo da direção x .

A partir dos casos analisados até o momento, verificou-se que as oscilações randômicas de velocidade eram rapidamente amortecidas no decorrer do escoamento, estabilizando-se após um comprimento da ordem de $2H$, a partir da entrada do canal, para valores em torno de $I = 2\%$, para $Re = 200$. Novos casos foram, então, levados a termo, a fim de verificar de que forma são conduzidas as flutuações de velocidade, ao longo do canal,



para Re mais elevados, numa faixa de $500 < Re < 5000$. Em todos os casos, foi imposta uma mesma intensidade turbulenta adimensional de 15%. A seguir, nas Figuras 5.51, 5.52 e 5.53, são mostrados os resultados para esse novo conjunto de testes.

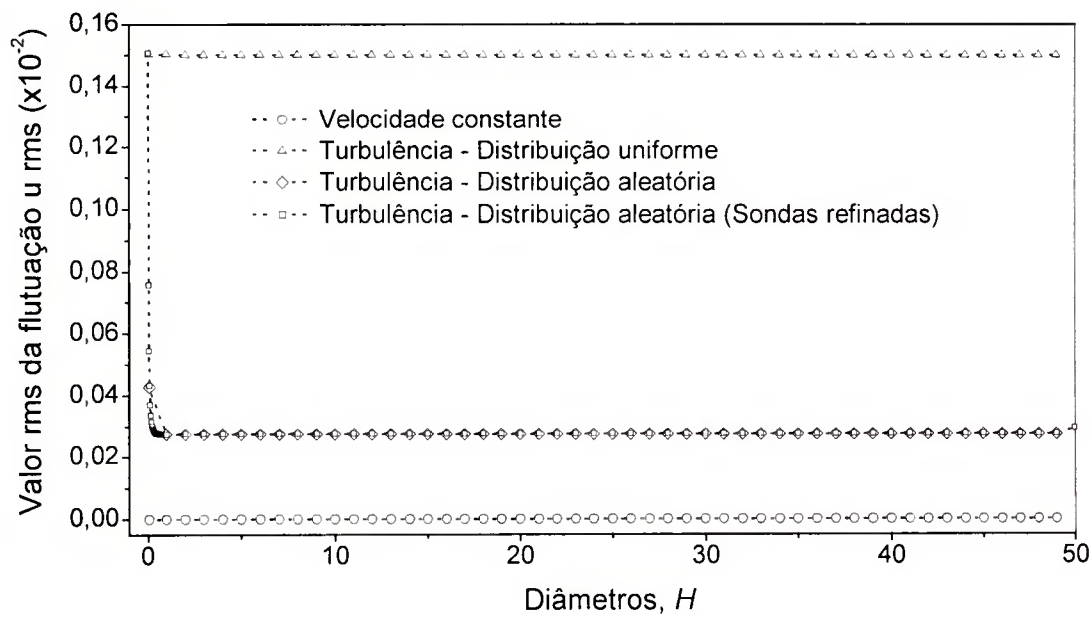


Figura 5.48 - Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 200$.

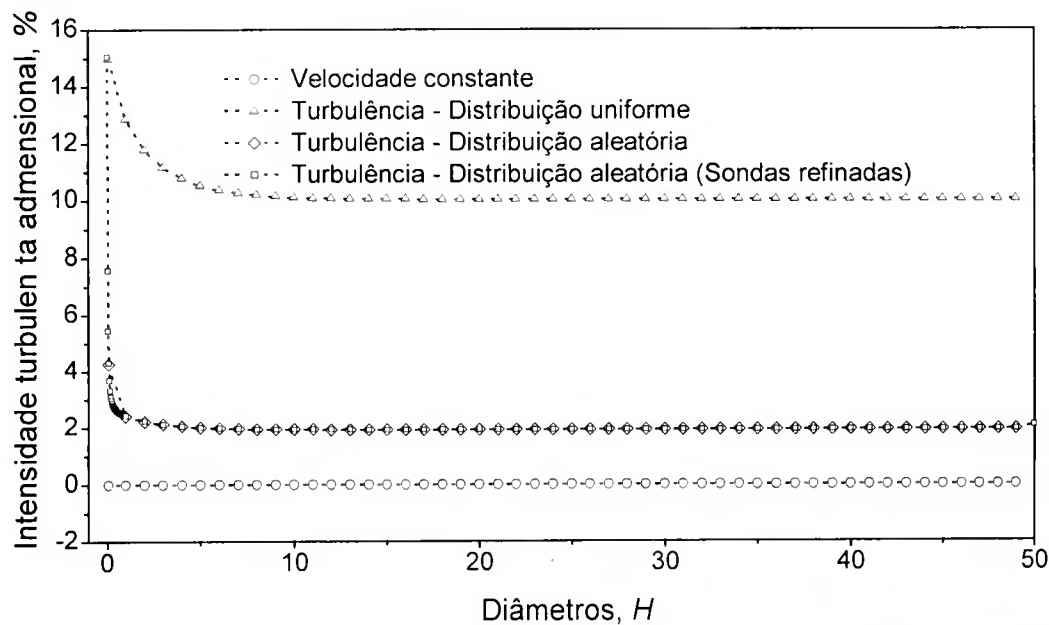


Figura 5.49 - Intensidade turbulenta adimensional da componente u da velocidade ao longo da linha de centro, a $Re = 200$.



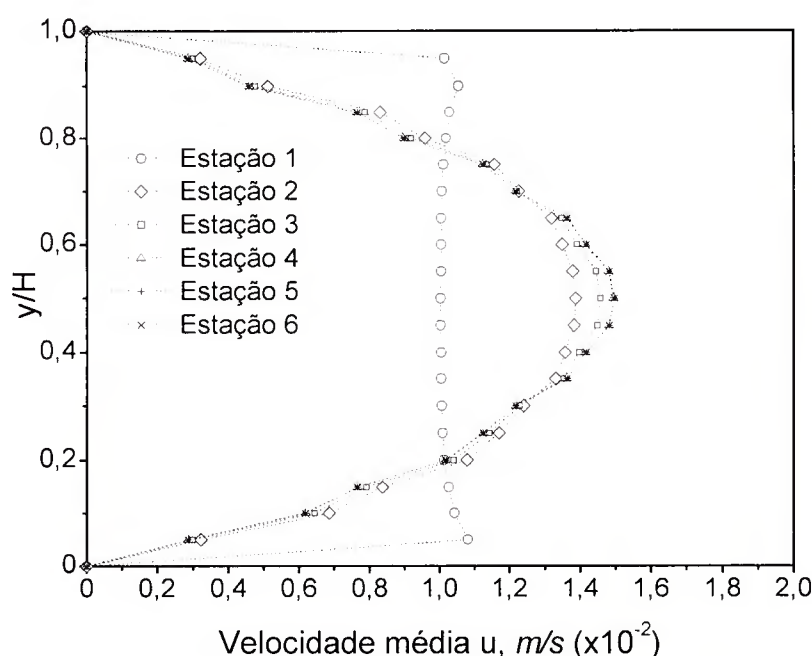


Figura 5.50 – Perfis de velocidade em estações distribuídas ao longo da direção x , a $Re = 200$.

Na Figura 5.52, obtida para diferentes valores do número de Reynolds, é possível observar um comportamento diferenciado do parâmetro u_{rms} , a partir de $Re = 2000$, que, nesse caso, estabiliza-se com um valor um pouco acima do registrado nos casos com menores Re . Já para $Re = 5000$, observa-se que, além dos níveis de u_{rms} se situarem bem acima dos demais, as flutuações de velocidade para esse caso são transportadas na direção do escoamento por uma distância maior, ao longo canal, chegando a $6H$. A Figura 5.53 mostra, também, um comportamento similar da intensidade turbulenta adimensional, enquanto, na Figura 5.54, são mostrados os perfis de velocidade média para seis estações de sondas.

c) Flutuação aleatória e não uniforme das componentes u e v da velocidade na entrada do canal

Até este momento, foram realizadas simulações considerando-se a imposição de perfis de velocidade contendo flutuações apenas para a componente u , mantendo-se $V(t) = 0$. Para uma representação mais realista de escoamentos contendo turbulência de corrente livre, entretanto, são necessárias simulações em que os perfis de velocidade

impostos contêm flutuações em todas as componentes da velocidade, ou seja $U(t) = \bar{u} + u'$ e $V(t) = v'$, onde $\bar{v} = 0$. Para incorporar estes efeitos, novas implementações foram introduzidas no código computacional.

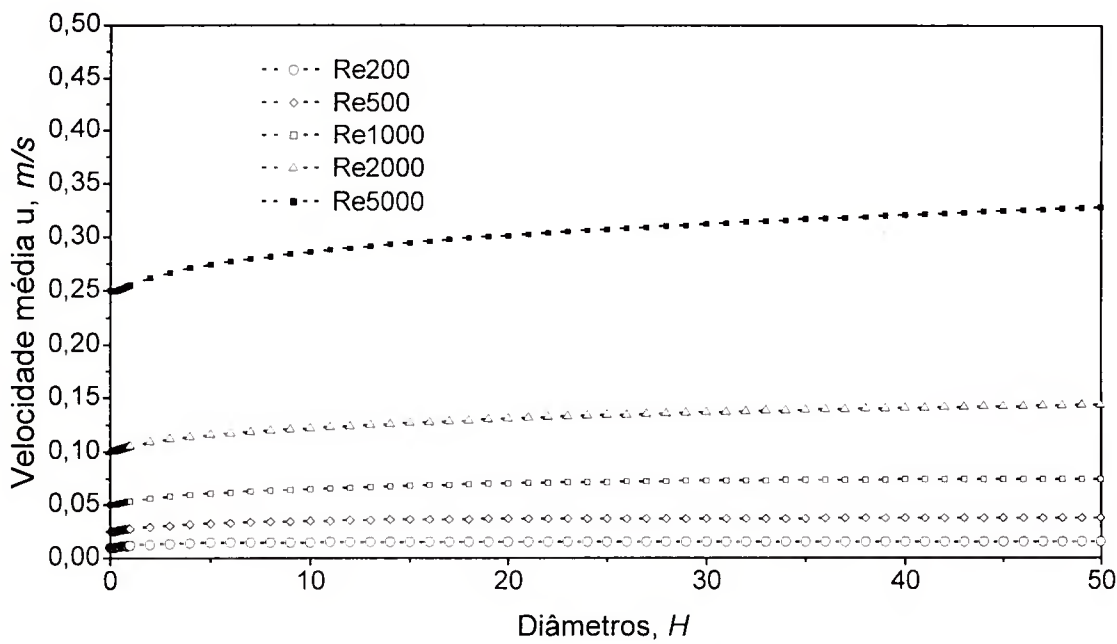


Figura 5.51 - Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal.

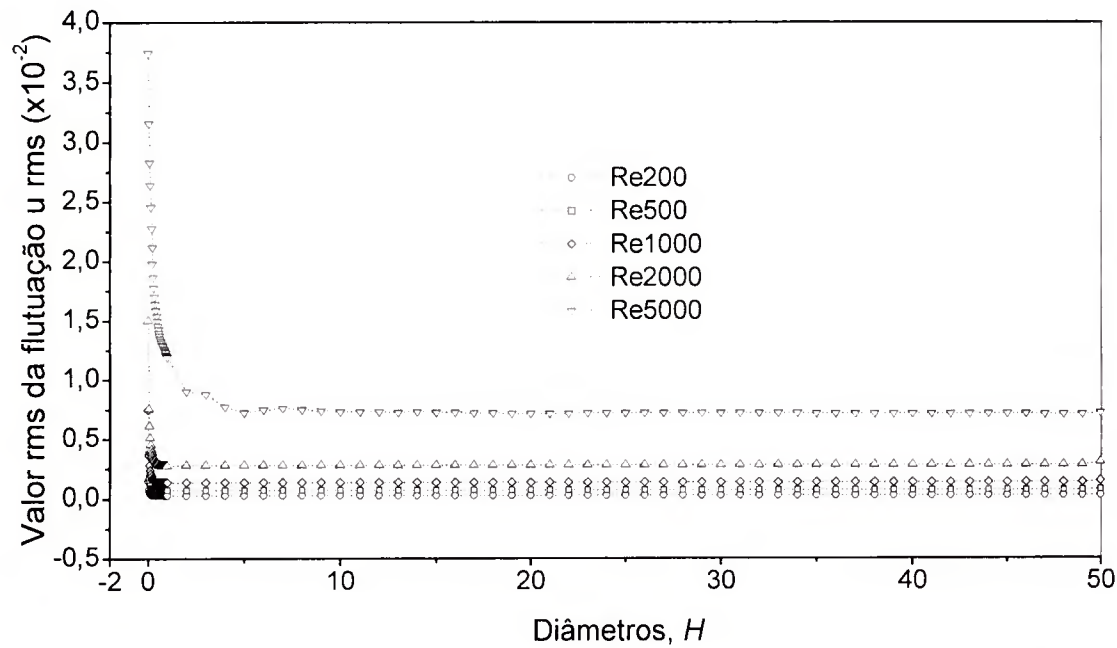


Figura 5.52 - Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal.

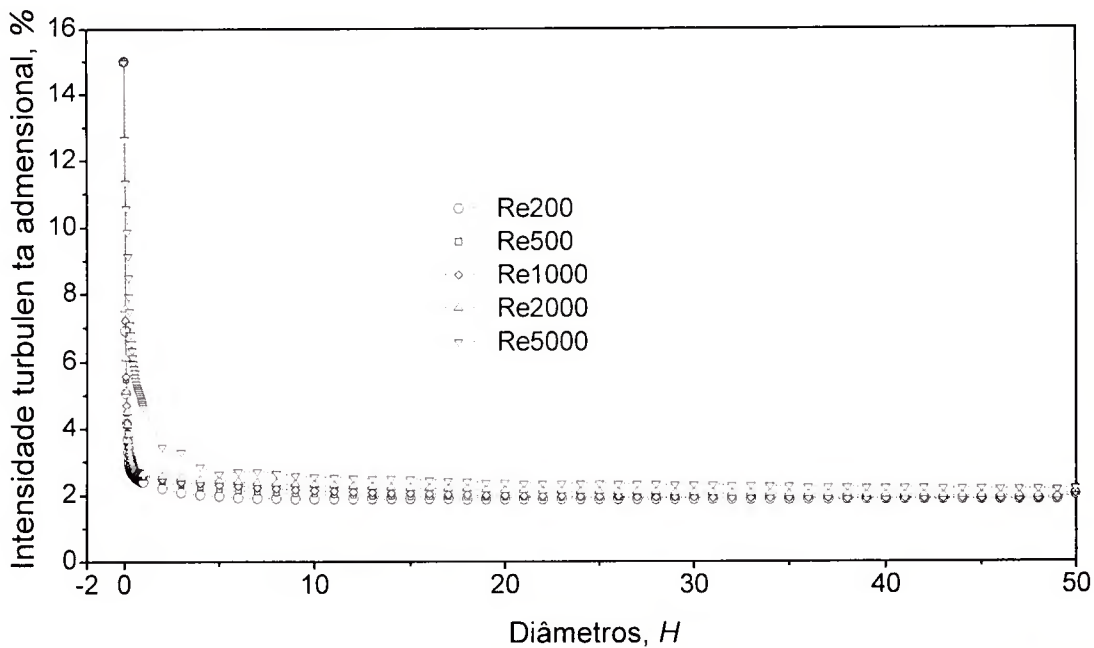


Figura 5.53 - Intensidade turbulenta adimensional da componente u da velocidade ao longo da linha de centro.

Um novo conjunto de testes foi conduzido, utilizando a mesma malha empregada nos casos anteriores. Foram realizadas simulações sob os mesmos valores de Reynolds, numa faixa de $200 < Re < 5000$, impondo-se uma intensidade turbulenta de 15%.

Como resultado, foi possível comparar os dados obtidos nos casos anteriores, que consideraram flutuações apenas na componente u , com os obtidos agora, contendo flutuações aleatórias nas duas componentes de velocidade. Constatou-se que, dentre todas as situações testadas, apenas na que foi utilizado $Re = 5000$ foram observadas diferenças apreciáveis devido à nova implementação, e por esta razão serão apresentados os resultados apenas para esse regime de escoamento.

Nas Figuras 5.55 e 5.56 são mostradas, respectivamente, a velocidade média da componente u e intensidade turbulenta adimensional, considerando também esta componente da velocidade. Na Figura 5.56, nota-se que as flutuações de velocidade se propagam por uma distância um pouco maior dentro do canal, o que pode ser um indício de que a imposição de maiores velocidades na entrada seria capaz de transportar mais a diante as pequenas estruturas turbilhonares, antes que os efeitos dissipativos possam relaminarizar o escoamento.

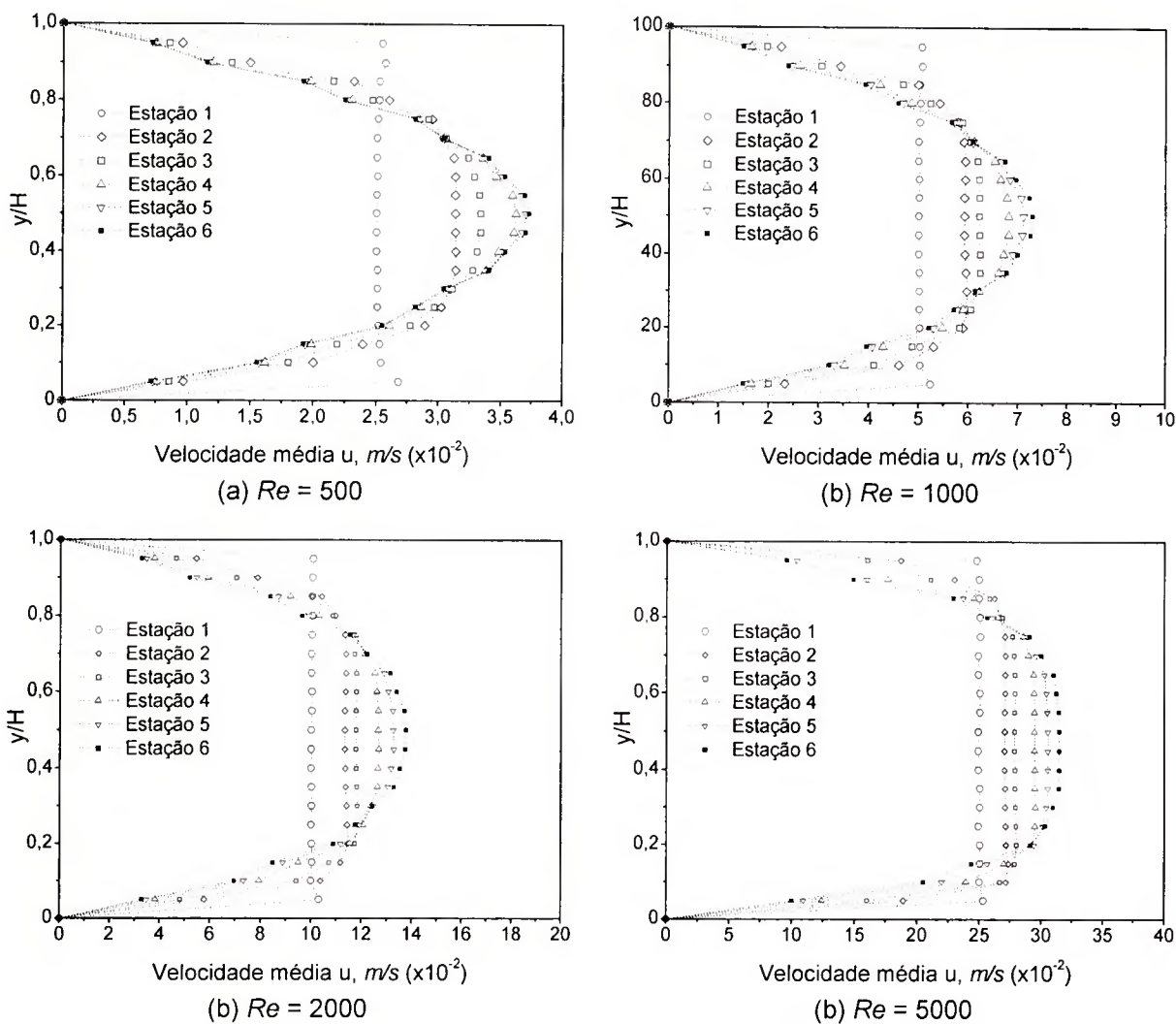


Figura 5.54 - Perfis de velocidade em estações distribuídas ao longo de x para diferentes valores de Re .

Foram também obtidas informações a partir de seis estações de sondas dispostas ao longo do canal, e também para estas regiões do domínio, os resultados apresentaram um comportamento similar ao mostrado na linha de centro, ou seja, dentre todas as simulações conduzidas, apenas para o regime em que foi empregado $Re = 5000$ foram observadas variações apreciáveis entre os métodos de imposição de perfis turbulentos de velocidade. Para os regimes de escoamento com Reynolds inferiores a 5000, mesmo em críticas como nas proximidades das paredes do canal, não são observados grandes desvios

Os perfis de velocidade média e de intensidade turbulenta adimensional são mostrados, respectivamente, nas Figuras 5.57 e 5.58.



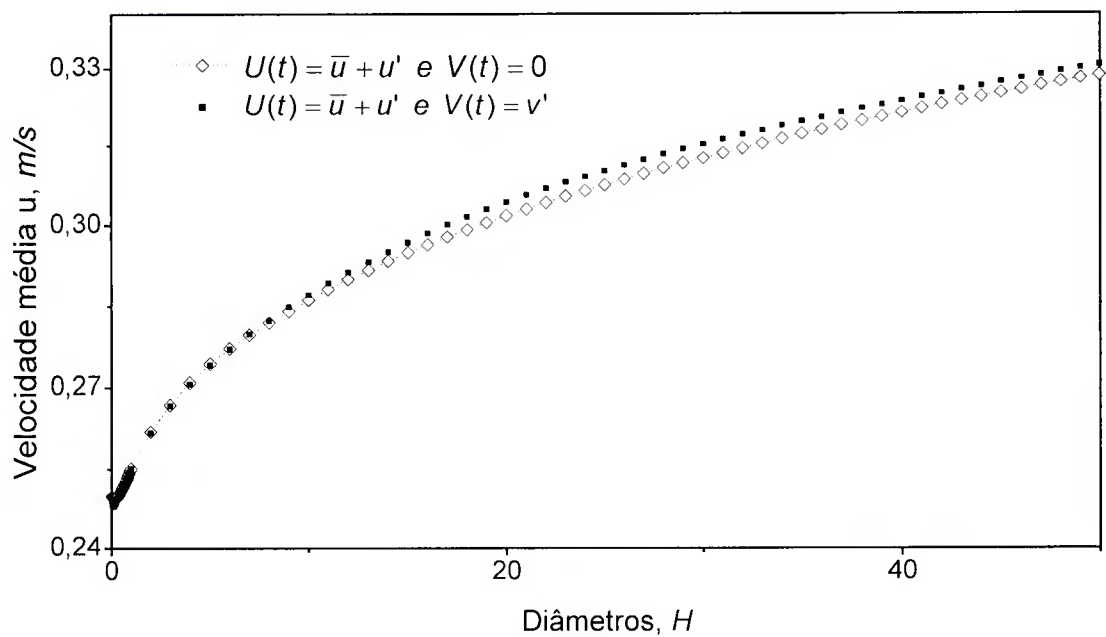


Figura 5.55 - Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.

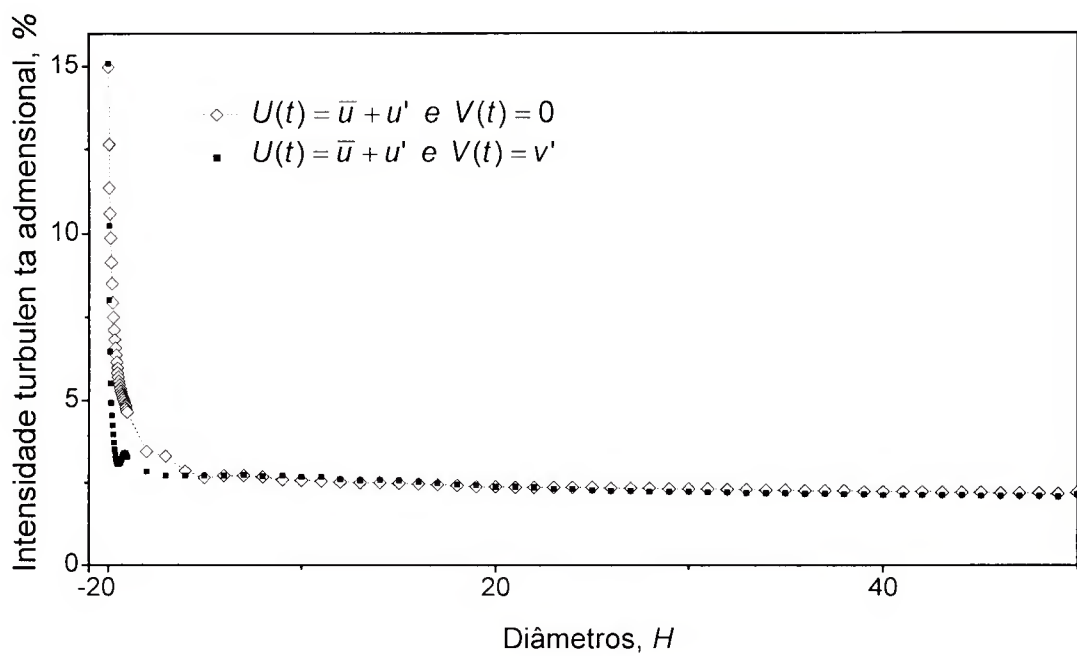


Figura 5.56 - Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.

Os perfis de intensidade turbulenta adimensional, da Figura 5.58, mostra uma certa assimetria nos perfis de intensidade turbulenta, entre as metades superior e inferior do canal. Este comportamento pode estar associado ao fato de que foi utilizado o esquema de

variáveis deslocadas no código computacional, o que, para malhas relativamente grosseiras, podem conduzir a certos desvios do que deveria se capturado pelas sondas. De fato, uma vez que o posicionamento das sondas em relação aos nós da malha não é perfeitamente simétrico em relação à linha de centro do canal, as variáveis em cada nó da malha terminam por serem interpoladas para uma posição geométrica diferente do posicionamento das sondas, induzindo então ao erro.

No entanto, para as estações de sondas posicionadas mais próximas à entrada do canal, as diferenças são muito proeminentes, e o esquema deslocado de variáveis pode não ser único motivo para estes efeitos, o que sugere estudos pormenorizados a respeito.

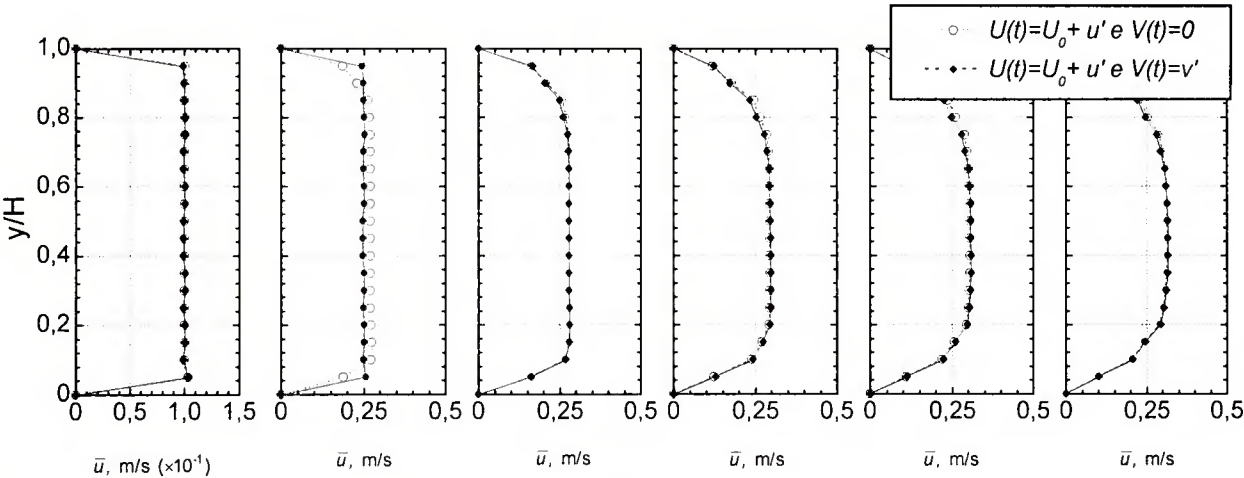


Figura 5.57 – Perfis de velocidade média u para as 6 estações ao longo de x , a $Re = 5000$.

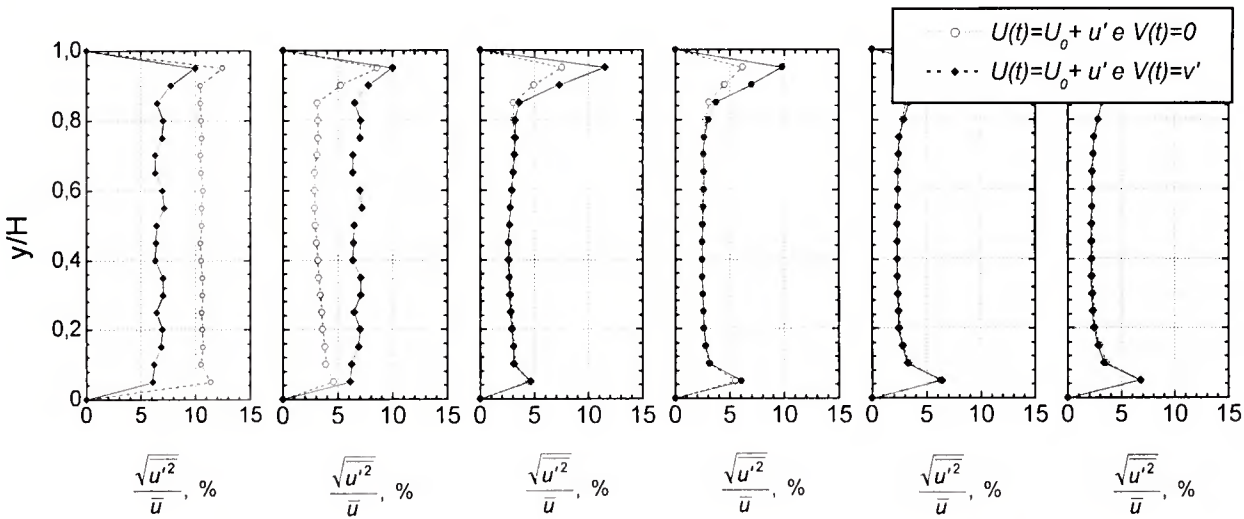


Figura 5.58 – Perfis de intensidade turbulenta para as 6 estações ao longo de x , a $Re = 5000$.

d) Malha computacional e dissipação de perturbações

Com o propósito de investigar a influência do refinamento da malha computacional sobre a taxa de dissipação das perturbações introduzidas na entrada do domínio de cálculo, uma nova série de testes foi realizada. Para isto, três novas malhas uniformes, com diferentes níveis de refinamento, foram construídas sobre o mesmo domínio bidimensional empregado nos cálculos anteriores. Todas as três malhas são compostas por volumes elementares quadrados, que, como tais, apresentam o mesmo tamanho nas direções x e y . Os níveis de refinamento da malha são, aqui, caracterizados pelo parâmetro N/L_c , que define o número de volumes, ou divisões, por unidade de comprimento do domínio de cálculo.

Os testes foram então conduzidos para $Re = 5000$ e $N/L_c = 750, 1000$ e 1250 , impondo-se uma intensidade turbulenta de 15%. Nestes casos fez-se a imposição de velocidade turbulenta empregando a última implementação realizada no código computacional, ou seja, com as componentes u e v variando aleatoriamente, de maneira independente em cada elemento da entrada do domínio. Os resultados obtidos, mostrados nas Figuras 5.59, 5.60 e 5.61, são comparados com os dados já discutidos nas seções anteriores, para $N/L_c = 1500$.

De um modo geral, pode-se notar que, na medida em que o nível de refinamento cai, ou seja, a malha se torna mais grosseira, ocorre um distanciamento entre os dados ora obtidos, quando comparados com os resultados correspondentes à malha apresentando $N/L_c = 1500$. Também aqui os dados mostram uma queda acentuada das flutuações de velocidade logo na entrada do canal, mas além disso, observa-se um comportamento diferenciado da distribuição dos valores médios de intensidade turbulenta quando se avança na direção do escoamento.

Como se pode observar nas Figuras 5.60 e 5.61, verifica-se que as amplitudes das oscilações de velocidade caem bruscamente a partir da entrada do canal. Um comportamento, até então, condizente com os demais resultados obtidos até o momento. No entanto, segue-se que após essa queda, ocorre um crescimento do valor das amplitudes de oscilação da velocidade na medida em que se avança adentro do canal, ao invés, apenas, desses parâmetros continuarem em declínio, ou ao menos se estabilizarem em torno de um dado valor constante.

Esta distribuição indica que o escoamento inicia-se com um alto nível de flutuações

de velocidades, ocorrendo em seguida um amortecimento das oscilações aleatórias de velocidade e, na sequência, ocorre um novo aumento do nível de agitação dessas componentes da velocidade.

A guisa de conclusão, poder-se-ia dizer que este comportamento parece não traduzir bem a física do problema abordado, sugerindo que os níveis de refinamento adotados para estas malhas sejam, ainda, insuficientes para uma boa representação deste tipo de problema.

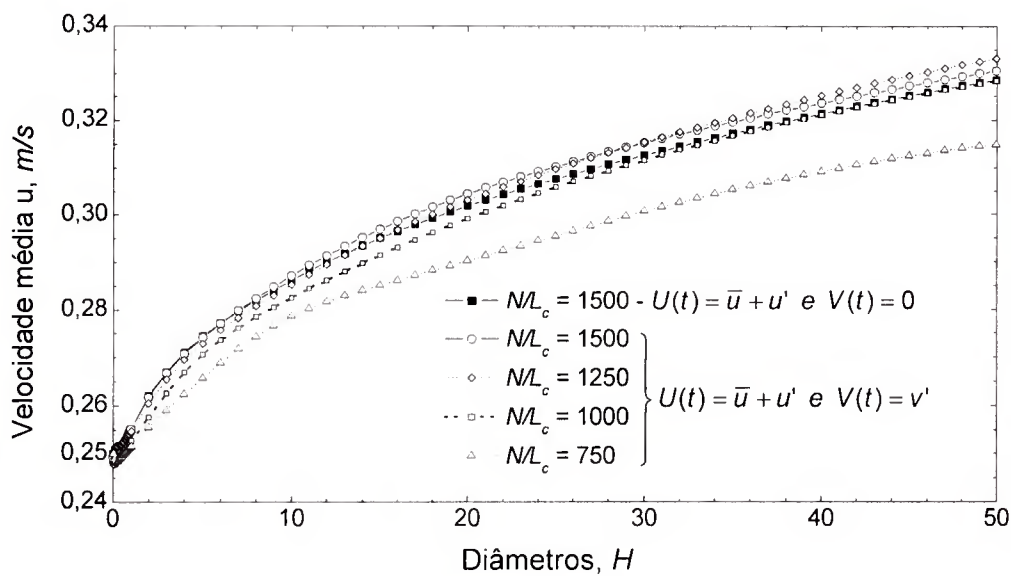


Figura 5.59 - Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.

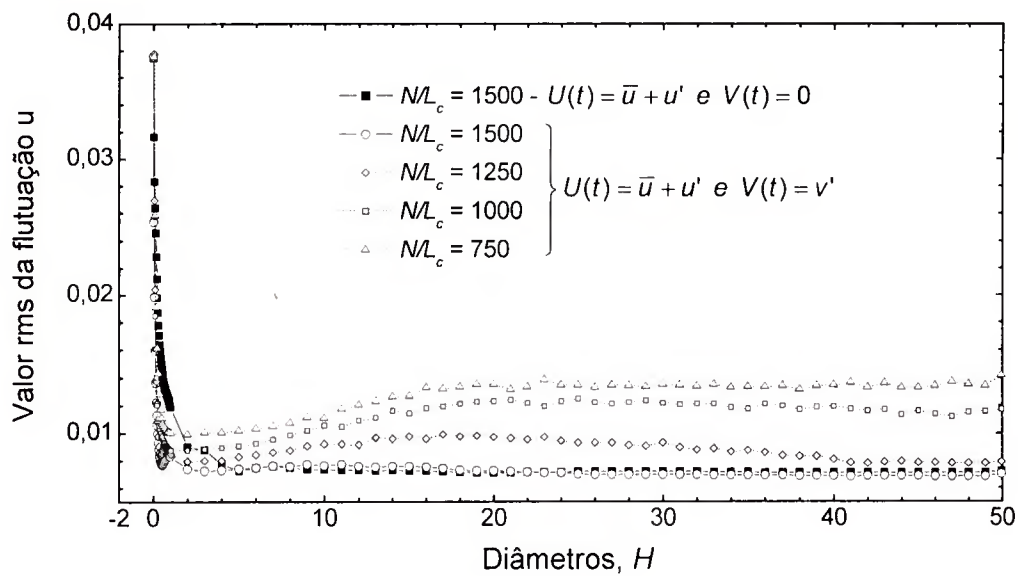


Figura 5.60 - Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.

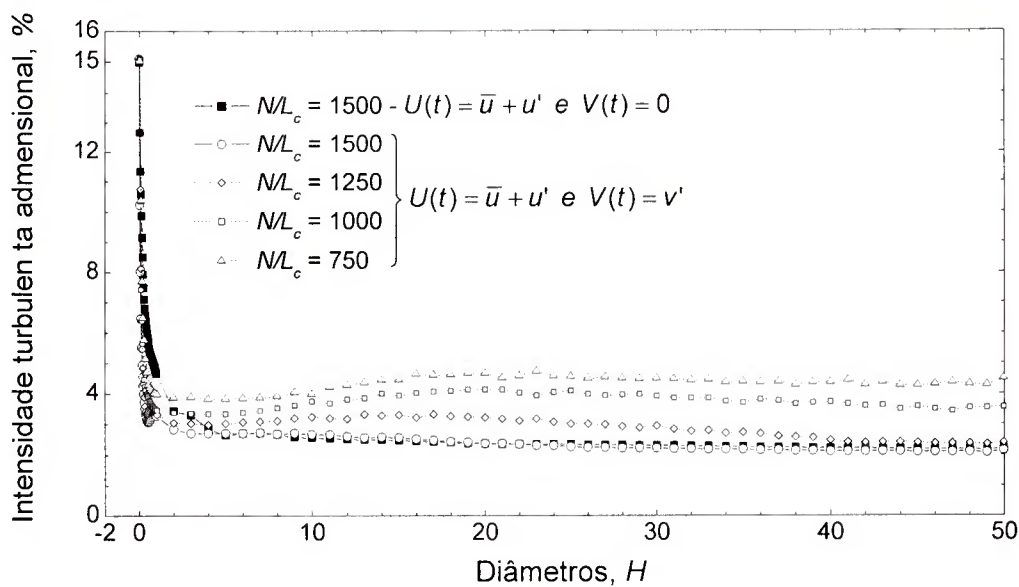


Figura 5.61 - Intensidade turbulenta adimensional ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.

e) Simulação com malha ultra refinada

Diante dos resultados obtidos na etapa anterior, considerou-se interessante a condução de mais um teste, empregando-se, desta vez, uma malha tão refinada quanto necessário para se fazer uma simulação numérica direta ou, melhor dizendo, uma pseudo simulação numérica direta, posto que, apesar de bastante refinada, a malha é bidimensional, impedindo, portanto, a geração e a amplificação de instabilidades de natureza tridimensional.

Para determinar o grau de refinamento da malha computacional necessária a este tipo de cálculo, deve-se, antes, estimar o tamanho das menores estruturas turbilhonares presentes no escoamento, também chamadas de escalas dissipativas ou de Kolmogorov. Segundo Hermann *et al.* (1998), l_d pode ser avaliado com o auxílio da fórmula de Heisenberg, dada por:

$$l_d = 6,25 \ L \ (Re_L \ k)^{-3/4} \tag{5.1}$$

onde L é o tamanho das maiores estruturas turbilhonares, Re_L o número de Reynolds e o valor da constante k pode ser tomado como unitário. Tomando-se como L a altura H do



canal, conclui-se que, para $Re = 5000$, l_d é da ordem de $0,00021$ m. Com base nestes cálculos, adotou-se uma malha apresentando $N/L_c = 4750$ divisões por metro.

Na Figura 5.62 é, então, apresentado o comportamento da velocidade média da componente u , para a simulação utilizando esta nova configuração de malha. Neste caso, observou-se que, para uma distância acima de aproximadamente $7B$, a velocidade média mostra-se ligeiramente abaixo dos dados das simulações anteriores.

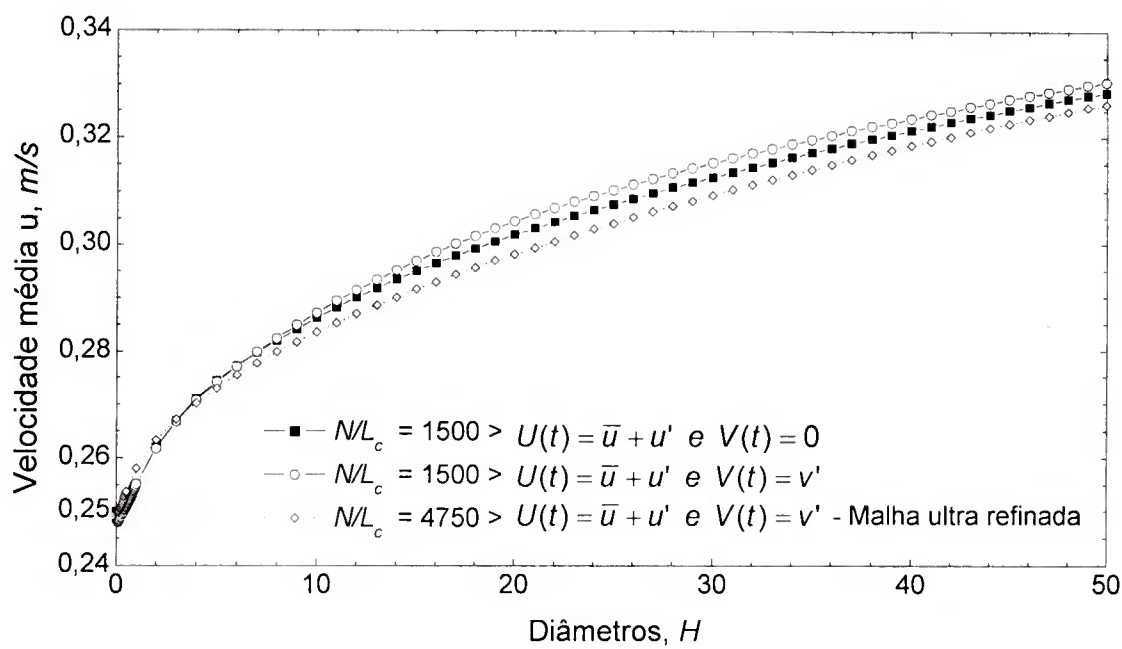


Figura 5.62 - Velocidade média u ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.

As Figuras 5.63 e 5.64 mostram que, embora tanto o gráfico de u rms quanto o de intensidade turbulenta adimensional, atinjam um comportamento completamente desenvolvido somente após $20H$, eles se estabilizam em valores abaixo do observado para os casos conduzidos anteriormente, com malha mais grosseira.

Embora as simulações com malha bastante refinada tenham produzido um comportamento um pouco mais suave no amortecimento das amplitudes das flutuações ao longo da linha de centro do canal, ainda se observa uma queda muito brusca deste parâmetro ocorrida no espaço de apenas um diâmetro de distância a partir da entrada, decaindo até um valor de cerca de 35% do inicial.



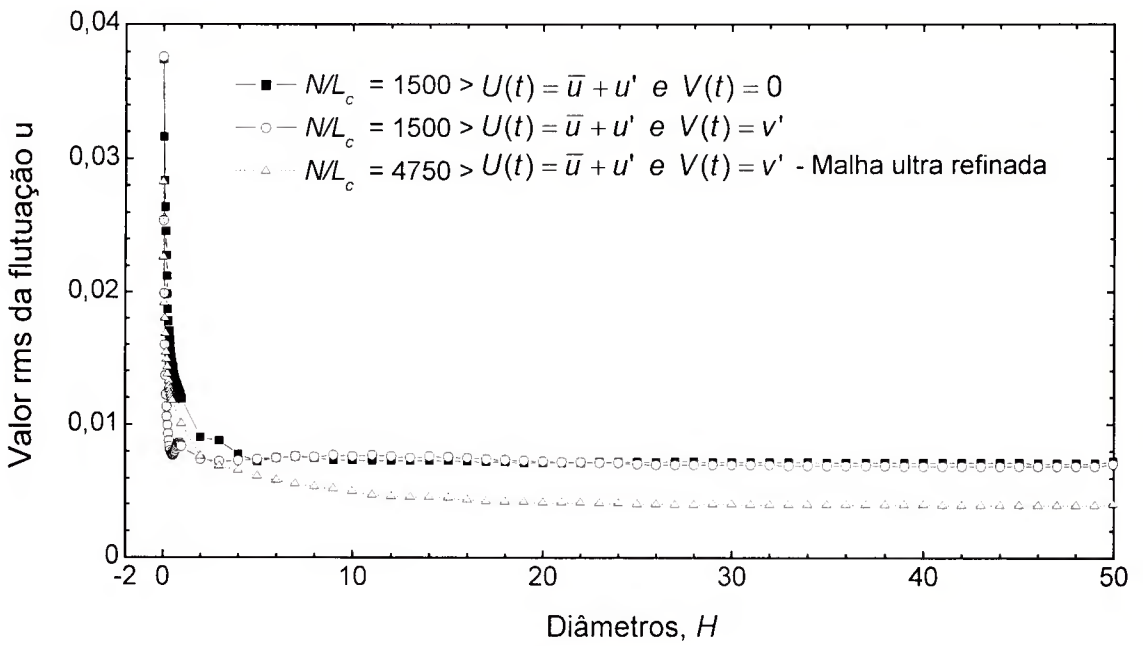


Figura 5.63 - Valor rms da componente u da velocidade ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.

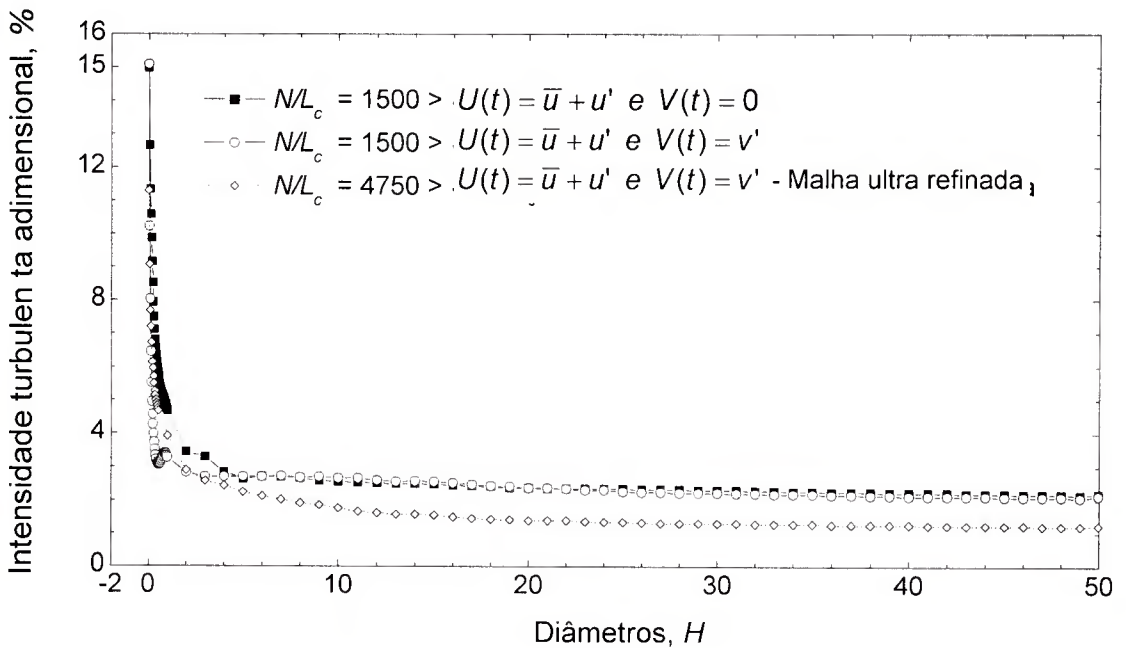


Figura 5.64 - Intensidade turbulenta adimensional ao longo da linha de centro do canal, a $Re = 5000$.

Ainda discutindo uma provável causa que justifique esse comportamento, além das que já foram anteriormente argumentadas, como a questão da bidimensionalidade do



problema e nos casos em que foram empregados baixos valores de Re , outros fatores ainda merecem consideração.

Analisando-se o tamanho das estruturas turbulentas inseridas no escoamento, ou seja, o tamanho das escalas turbulentas, nota-se que este parâmetro está atrelado à maneira com que as flutuações de velocidade são impostas na entrada do domínio ao longo da evolução do tempo, pois da maneira como o código computacional foi implementado, considerou-se uma superposição de flutuações randômicas de velocidade sobre um perfil constante de velocidade média. Embora o gerador de números aleatórios utilizado, baseado no método dos resíduos – descrito por Pereira Jr. *et al.* (2003) – produza um conjunto de valores de alta aleatoriedade, dispersos uniformemente em um faixa de amplitudes pré-estabelecida, permitindo a imposição de um valor de intensidade turbulenta adimensional escolhido, o perfil de velocidade perde uma parcela de sua multiplicidade de escalas no momento em que é imposto na entrada do canal.

De fato, o gráfico mostrado na Figura 5.65 ilustra um resultado típico do processo de imposição de velocidade flutuante. Deve-se notar que, por este processo, a cada novo passo de tempo, um novo valor de velocidade é imposto em cada um dos elementos da entrada do domínio, formando um perfil aleatório instantâneo. Em seguida, no passo de tempo posterior, um novo perfil é gerado e imposto, e mesmo que sejam gerados novos valores para as amplitudes de velocidade em cada elemento, a frequência como são impostos é a mesma, uma vez que esse processo se repete a cada passo de tempo. Dessa forma, diferentes pontos do gráfico do desenvolvimento temporal da velocidade são inseridos com a mesma frequência, sejam eles de alta ou baixa amplitude.

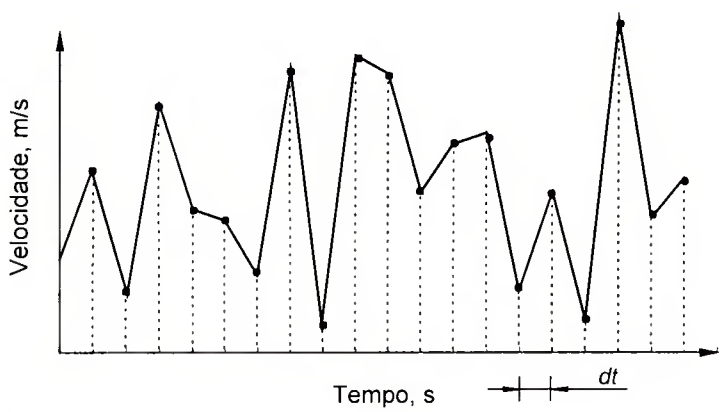


Figura 5.65 – Sinal de velocidade resultante do gerador de flutuações aleatórias.



A Equação 5.2 mostra que o tamanho das estruturas turbilhonares está ligado à frequência temporal da seguinte forma:

$$k_i = \frac{2\pi}{l_i} \quad (5.2)$$

onde k_i é o número de onda ou frequência espacial na direção i , e l_i é comprimento de escala nessa dada direção. Tem-se, ainda, que o número de onda k se relaciona com a velocidade do fluido segundo a expressão:

$$k_i = \frac{2\pi f_i}{\overline{U}_i} \quad (5.3)$$

sendo f_i a frequência temporal e $\overline{U}_i$ a velocidade do fluido, ambos na direção i .

Reescrevendo a Equação 5.2, tem-se:

$$l_i = \frac{2\pi}{K_i} \quad (5.4)$$

Substituindo-se a Equação 5.3 na Equação 5.4, e desenvolvendo tem-se:

$$l_i = \frac{2\pi}{\frac{2\pi f_i}{\overline{U}_i}} = \frac{\overline{U}_i}{f_i} = \frac{\overline{U}_i}{(1/T_i)} \quad (5.5)$$

A Equação 5.5 relaciona então o comprimento de escala de uma dada estrutura turbilhonar, l_i , com o intervalo de tempo de passagem desta estruturada, T_i , e com sua velocidade de deslocamento, $\overline{U}_i$, numa dada direção i do campo de escoamento.

Na Figura 5.65, observa-se que o intervalo de tempo T da Equação 5.5 é, na verdade, determinado pelo passo de tempo dt adotado nos cálculos, que é constante durante toda a simulação. Ocorre, então, que a banda do espectro do número de onda torna-se limitada (Klein *et al.* (2003)) Em outras palavras, o espectro do tamanho das estruturas turbilhonares inseridas pelas flutuações da velocidade na entrada do domínio de cálculo é ditado pela frequência temporal de geração das flutuações, a qual, por sua vez,

está atrelada ao passo de tempo utilizado na simulação.

Além da limitação imposta pelo passo de tempo utilizado, a distribuição das malhas no domínio também exerce influência na maneira como as estruturas turbulentas são inseridas. A distribuição não uniforme dos volumes ao longo da direção y , leva também à uma distribuição não homogênea das estruturas turbilhonares. Nas simulações com canal sem cilindro, apresentadas até o momento, esse efeito não foi observado em função da utilização de malhas regulares, uniformemente distribuídas, em ambas as direções do domínio.

Além destas restrições, acima citadas, outra inconveniência soma-se ao problema. Simulações realizadas com diferentes passos de tempo ou utilizando malhas de diferentes níveis de refinamento, acabam apresentando características diferentes, mesmo sob as mesmas condições de contorno, impedindo a adequada comparação entre os resultados obtidos.

Estudos realizados por outros autores sobre a geração de turbulência de corrente livre, corroboram as considerações feitas acima. Em uma investigação recente, Klein *et al.* (2003) discutiram, dentre outros fatores de igual importância na geração de flutuações randômicas, a maneira como essas flutuações devem ser adicionadas ao perfil de velocidades. Suas pesquisas evidenciaram que a maneira mais simples de gerar turbulência, através da superposição de flutuações aleatórias de velocidade ao perfil de velocidade média constante, não se mostrou a mais adequada, em comparação com outros métodos. Embora as oscilações geradas apresentem características de ruído branco, que abrange todos espectros de energia com igual intensidade, a sua imposição no perfil de velocidades apresenta-se com uma faixa menor do espectro do número de onda, sendo suprimida uma faixa de frequências menores. Os autores atribuem a isso o fato pelo qual as flutuações turbulentas são rapidamente amortecidas ao longo do canal, perdendo sua intensidade até se aproximarem do comportamento de um escoamento com imposição de velocidade constante.

f) Escoamentos tridimensionais

Além dos casos bidimensionais já apresentados, e ainda buscando uma condição mais realista de problemas envolvendo escoamentos com oscilações aleatórias de



velocidade, foi também realizada a simulação tridimensional do escoamento em um canal sem obstáculos com imposição de velocidade dotada de flutuações residuais aleatórias. Em vista da alta exigência de recursos computacionais para a solução deste tipo de problema, a simulação foi feita apenas a baixo número de Reynolds, ajustado para 1000, com uma intensidade turbulenta de 15%.

As dimensões do canal no plano xy seguem a mesma configuração utilizada nas simulações bidimensionais, ou seja, o comprimento é 50 vezes maior que sua altura ($L_c/H = 50$). A largura do canal, medida na direção do eixo z , tem metade do valor da altura ($R = H/2$). A Figura 5.66 mostra a localização dessas dimensões no domínio de cálculo. Empregou-se uma malha regular, com 1500 volumes na direção principal do escoamento, 60 volumes na direção do eixo y e 30 volumes na direção do eixo z .

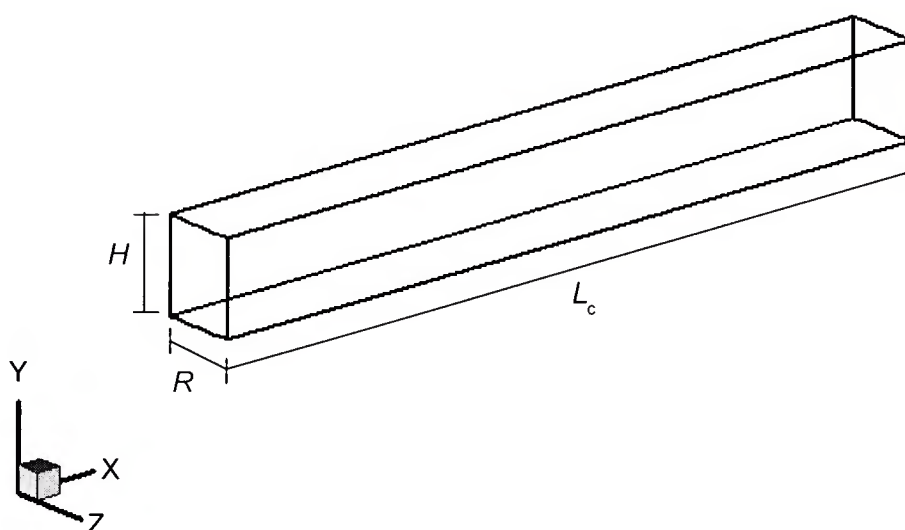


Figura 5.66 – Esquema mostrando as dimensões do canal tridimensional utilizado.

Nas paredes superior e inferior foi imposta a condição de não deslizamento, e nas paredes laterais, condição de derivada nula (condição de simetria). Na saída do domínio, empregou-se a condição de Neuman. Para o tratamento dos termos advectivos foi utilizado o esquema QUICK, e o esquema de Diferenças Centrais foi adotado para representação dos termos difusivos. Para o acoplamento pressão-velocidade, foi empregado o método o SIMPLEC. Na entrada do domínio, foram impostos perfis de velocidade turbulenta, com $U(t) = \bar{u} + u'$ e $V(t) = v'$.

Os cálculos foram conduzidos por um curto espaço de tempo físico, apenas para validar as implementações introduzidas na versão tridimensional do programa. Em vista disso, não foi possível um tratamento estatístico adequado dos dados monitorados pelas sondas e, conseqüentemente, a obtenção de informações médias de parâmetros como velocidade média e intensidade turbulenta ao longo do canal. Entretanto, algumas visualizações do campo de escoamento são apresentadas, permitindo identificar a presença de turbilhonares neste tipo de problema

A Figura 5.67 mostra linhas de isovorticidade do escoamento no canal sem obstáculo. As linhas foram obtidas a partir de um plano xy na posição central ao longo da direção do eixo z . É possível observar que as estruturas turbilhonares de pequenas escalas dissipam-se rapidamente, logo no início do canal, culminando no aparecimento de grandes estruturas que são, então, advectadas na direção principal do escoamento.

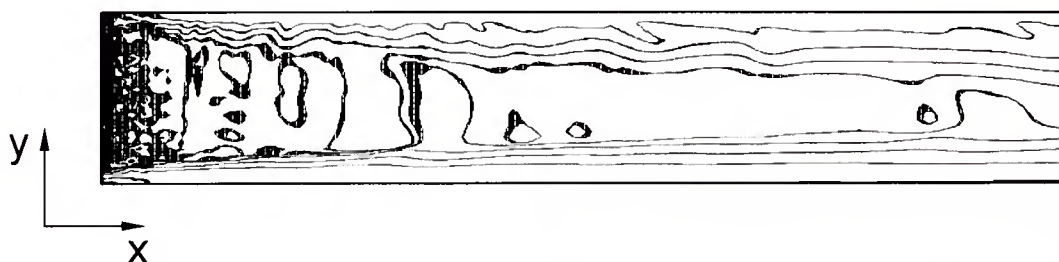


Figura 5.67 – Linhas de isovorticidade obtidas a partir do plano xy do escoamento tridimensional em um canal sem obstáculos.

A Figura 5.68 mostra a visualização tridimensional de superfícies de isovorticidade. As proporções geométricas do canal foram, nesta imagem, alteradas, para permitir a visualização destes resultados. A região inicial do canal foi ampliada e é apresentada nas figuras seguintes, para uma melhor observação das estruturas presentes no escoamento.

Na Figura 5.69, são mostradas, com maiores detalhes, as superfícies de isovorticidade, que mostram a introdução de estruturas turbilhonares na entrada do domínio e sua rápida dissipação na medida em que avançam na direção do escoamento. As Figuras 5.69(a) e 5.69(b) referem-se ao mesmo instante de tempo, sendo que foi realizada uma rotação do domínio segundo o eixo y , para melhor visualização.

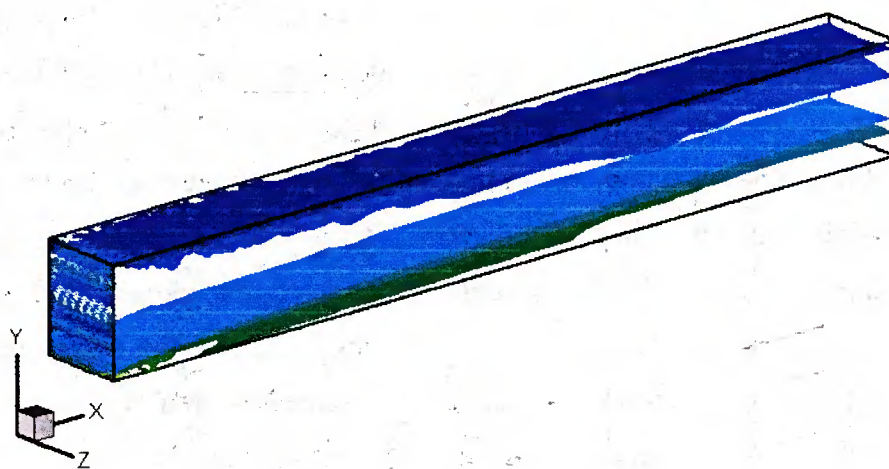
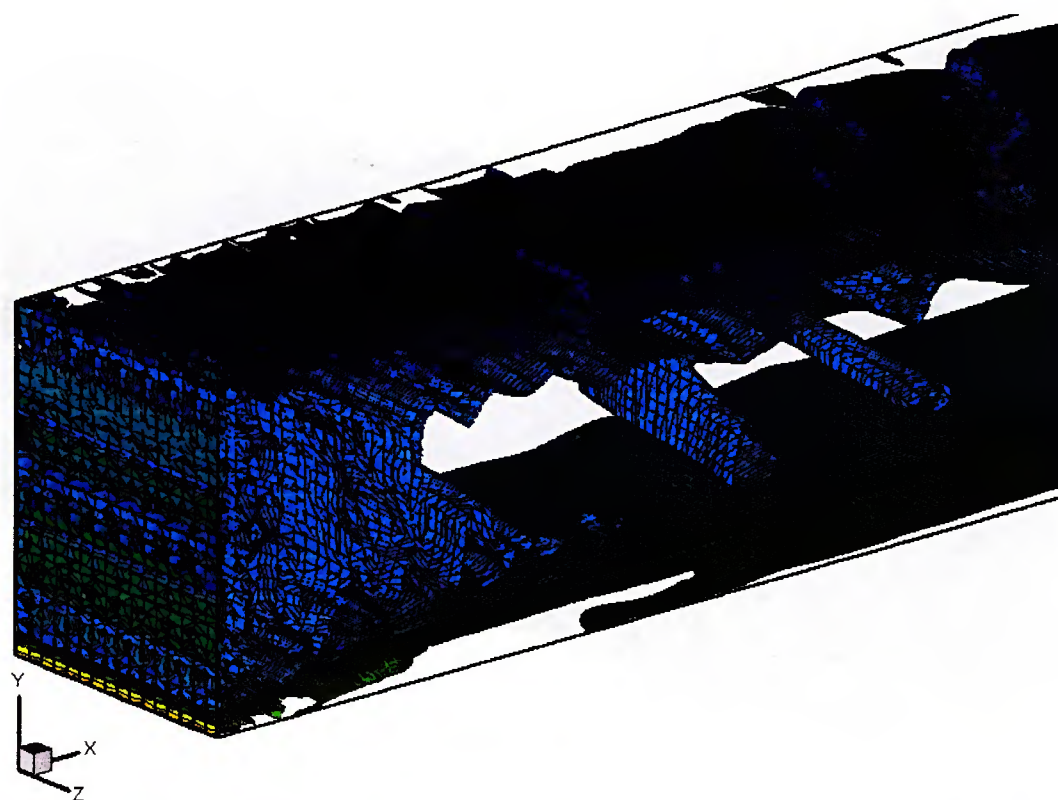


Figura 5.68 – Visualização tridimensional das superfícies de isovorticidade, a $Re = 1000$.

Nas Figuras 5.70 e 5.71, que se seguem, são apresentadas visualizações tridimensionais das superfícies de isovorticidade para diferentes instantes de tempo. Novamente, em ambas as figuras, nota-se a rápida dissipação das pequenas estruturas na entrada do canal.

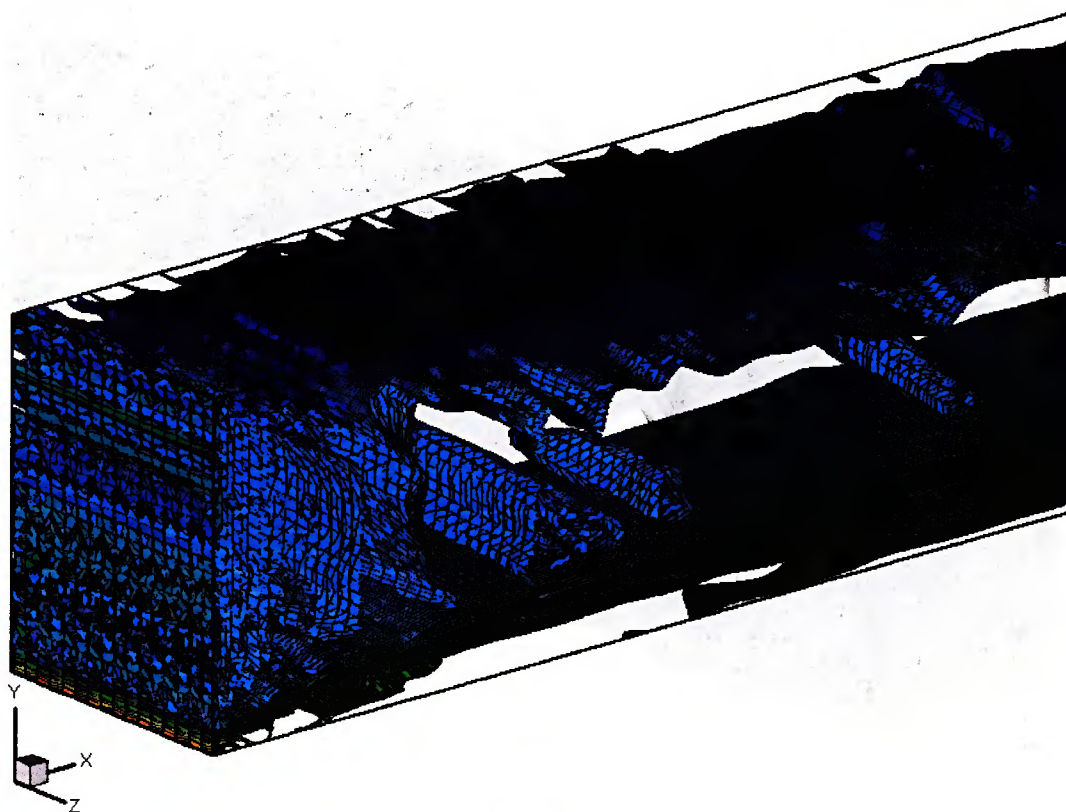


(a)

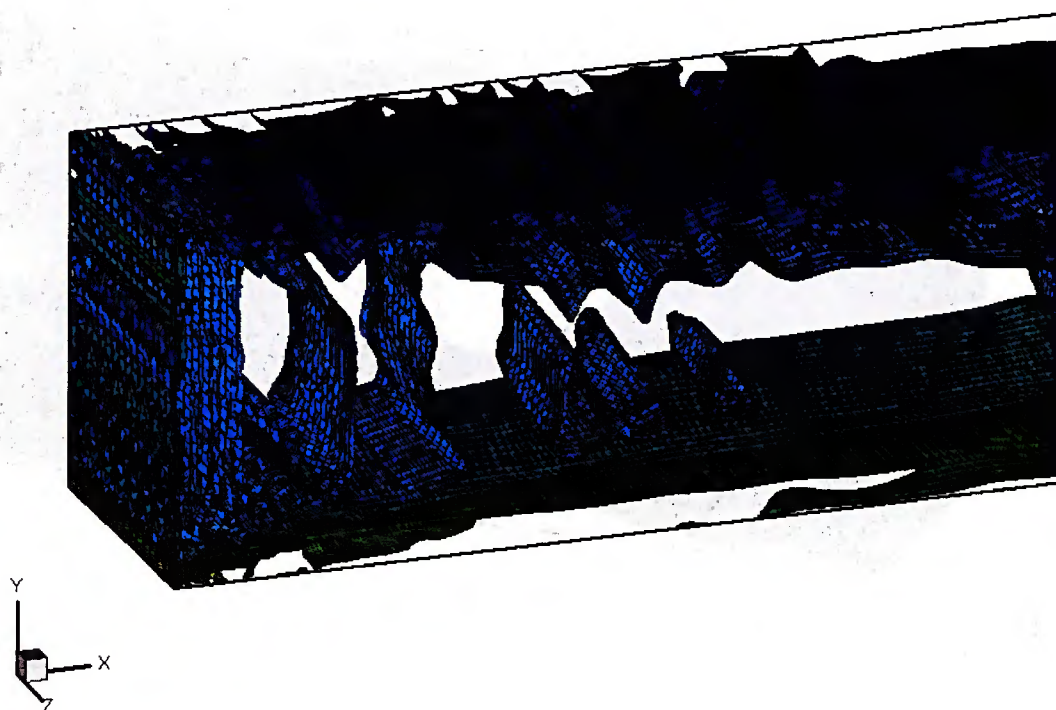


(b)

Figura 5.69 – Superfícies de isovorticidade da região de entrada do canal, utilizando $I = 15\%$ e $Re = 1000$, em $t' = 2,5$.

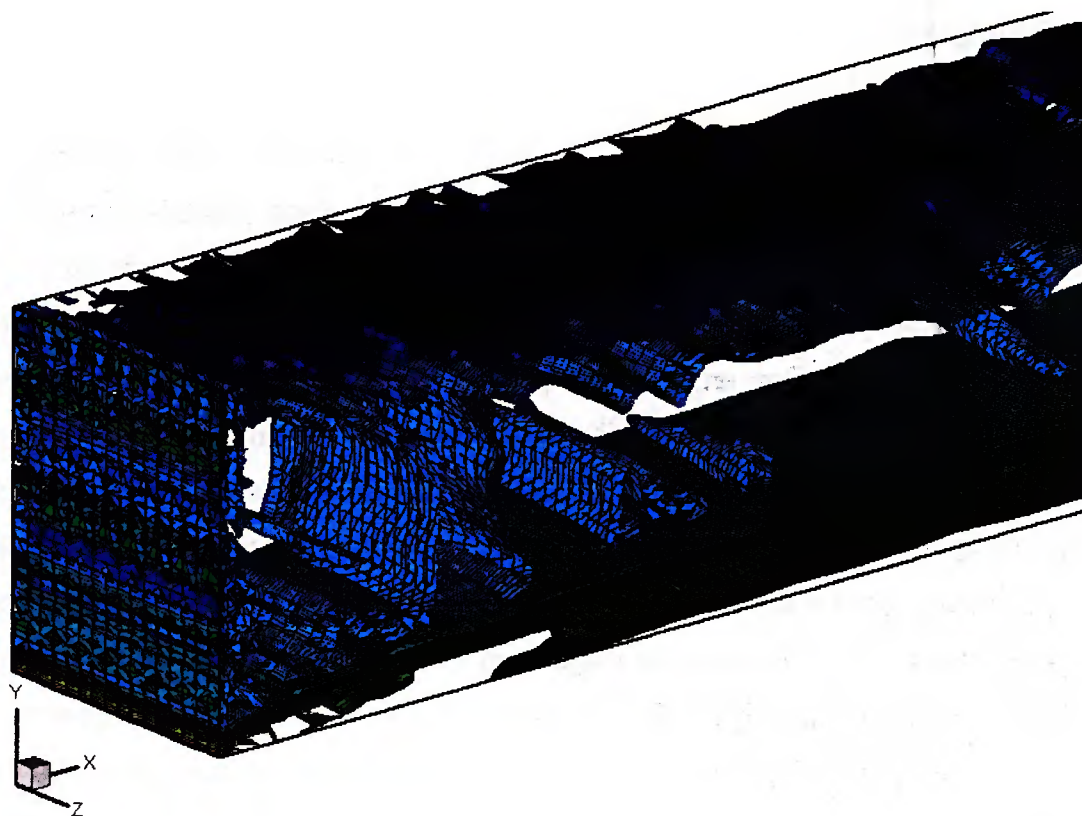


(a)

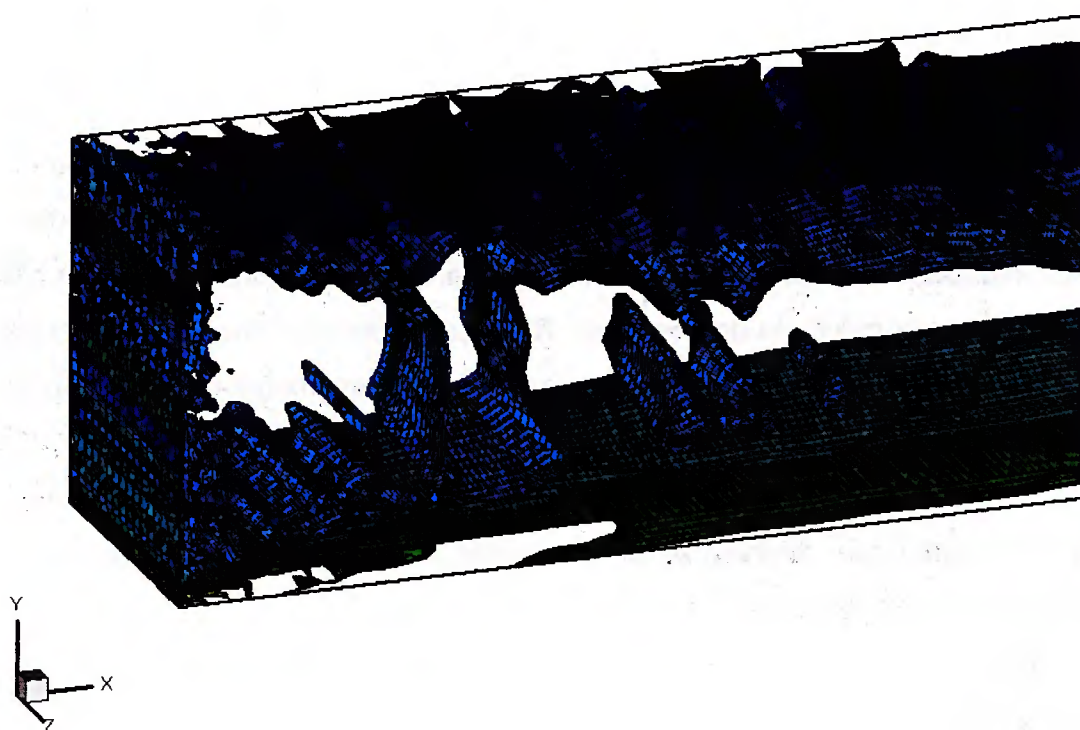


(b)

Figura 5.70 – Superfícies de isovorticidade da região de entrada do canal, utilizando $I = 15\%$ e $Re = 1000$, em $t' = 12,5$.



(a)



(b)

Figura 5.71 – Superfícies de isovorticidade da região de entrada do canal, utilizando $I = 15\%$ e $Re = 1000$, em $t' = 15,5$.

5.3.2 Escoamento em torno de cilindros quadrados e retangulares

Os resultados obtidos no tópico anterior – escoamento entre placas planas paralelas – mostraram que as flutuações aleatórias de velocidade injetadas na entrada do domínio de cálculo são rapidamente amortecidas. Em vista disso, na presente etapa, foram realizadas, inicialmente, simulações do escoamento ao redor de cilindros quadrados ($\phi = 1$) não confinados, posicionados em três diferentes estações, relativamente à fronteira de entrada. Com isto, foi possível averiguar como determinados parâmetros se comportam em função da diminuição da intensidade turbulenta que atinge a face frontal do cilindro. Em seguida, o escoamento em torno de cilindros retangulares ($\phi = 2,5$) foi também investigado

Para todas as simulações realizadas, as condições de contorno nos limites superior e inferior do domínio são do tipo Neuman, bem como na região de saída. O perfil de velocidades na entrada do domínio foi imposto considerando-se oscilações aleatórias nas componentes u e v . Para discretização dos termos advectivos foi utilizado esquema QUICK e para os termos difusivos empregou-se diferenças centradas. O acoplamento pressão-velocidade foi realizado utilizando o método SIMPLEC. Todas as simulações foram realizadas para $Re = 10^4$ e 2×10^4 .

a) Cilindro de base quadrada

A Figura 5.72 traz os valores médio e rms da componente u da velocidade, bem como da intensidade turbulenta de alguns destes parâmetros segundo a linha de centro do canal, na região da montante do obstáculo. Nota-se um comportamento similar entre estes três parâmetros, com as flutuações turbulentas caindo abruptamente logo no início do canal e atingindo os obstáculos com a mesma intensidade turbulenta.

Este tipo de análise também foi estendida para a região a jusante do cilindro. A Figura 5.73 mostra que, também para essa região do domínio, não ocorreram variações consideráveis em função da distância à montante do cilindro.

Adicionalmente, foram monitorados os sinais de pressão na linha de centro à jusante do cilindro e os seus valores médios são mostrados na Figura 5.74. Observou-se, aí, um comportamento inesperado, uma vez que ocorreram variações consideráveis da pressão, em função do posicionamento do cilindro em relação à entrada do domínio.

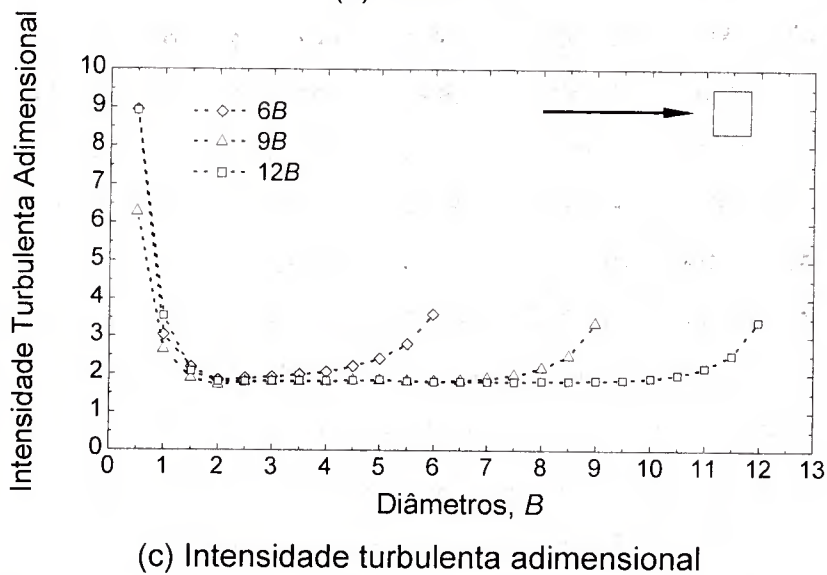
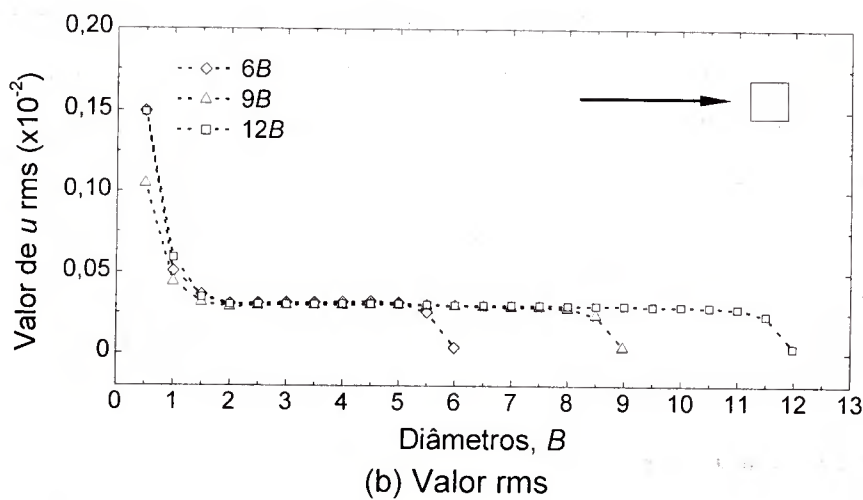
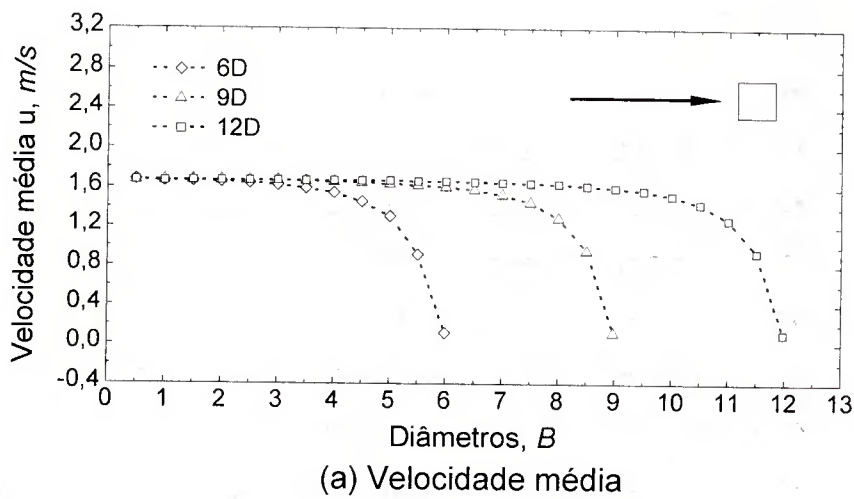
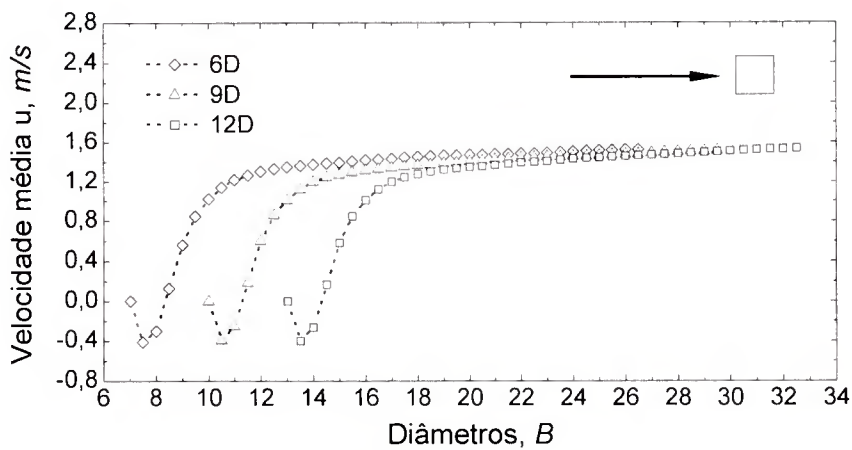
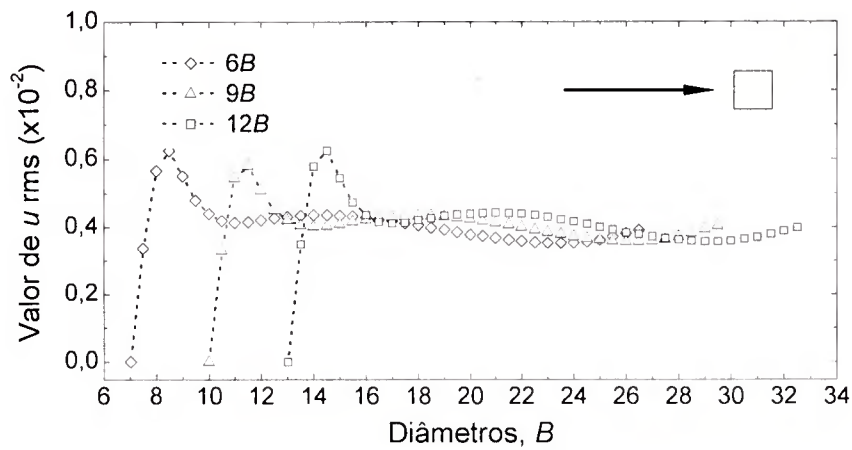


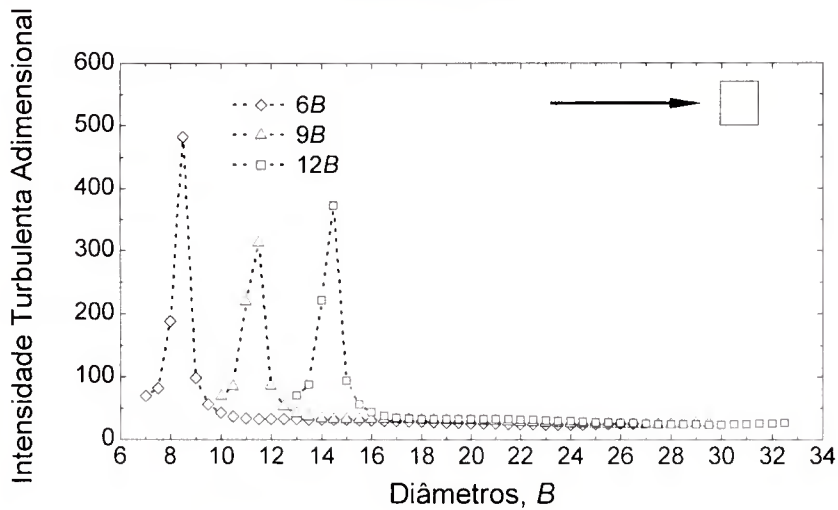
Figura 5.72 – Parâmetros cinemáticos na linha de centro do domínio de cálculo, a montante do cilindro quadrado, calculados com base na componente u da velocidade, para $Re = 10^4$.



(a) Velocidade média



(b) Valor rms



(c) Intensidade turbulenta adimensional

Figura 5.73 – Parâmetros cinemáticos na linha de centro do domínio de cálculo, a jusante do cilindro quadrado, calculados com base na componente u da velocidade, para $Re = 10^4$.



Através da Figura 5.74 é fácil notar que, na medida em que a distância a montante aumenta, há uma diminuição no valor médio da pressão. As causas deste comportamento não foram identificadas e sugerem um estudo específico e mais aprofundado sobre o assunto.

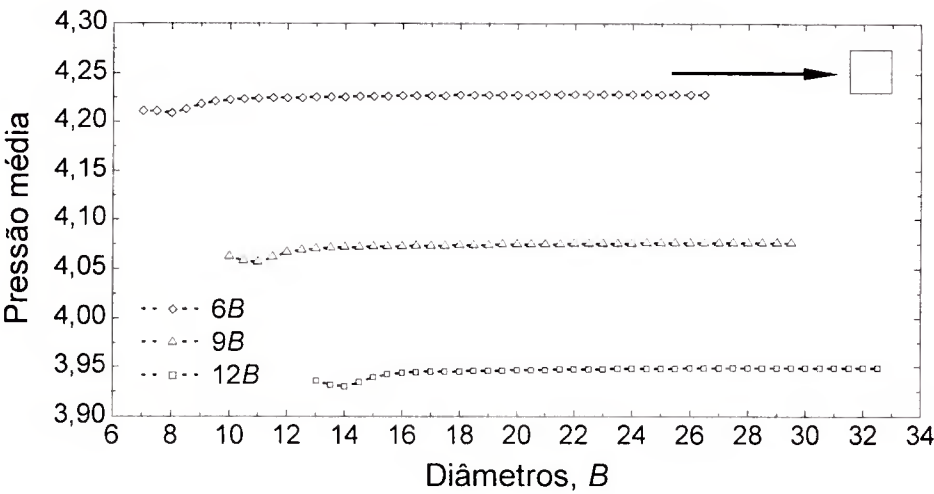


Figura 5.74 – Pressão média na linha de centro à jusante do obstáculo, a $Re = 10^4$.

Além de coletar informações na linha de centro do canal, os parâmetros acima também foram monitorados em duas estações transversais a montante do cilindro – a primeira a uma distância de $1B$ e outra rente à face frontal do obstáculo. Com este procedimento, outros perfis destes parâmetros puderam ser plotados, oferecendo uma melhor compreensão das condições de aproximação do fluido. A Figura 5.75 mostra o comportamento da velocidade média e da intensidade turbulenta adimensional, capturados pela primeira rampa de sondas, à $1B$ da face frontal, com base na componente u da velocidade. A Figura 5.75a mostra que praticamente não houve variação velocidade média u para os três casos estudados. No entanto, a intensidade turbulenta adimensional, mostrada pela Figura 5.75b, apresenta algumas diferenças, principalmente para o cilindro posicionado a $6B$ da entrada do canal, mostrando que as flutuações de velocidade apresentam amplitudes ligeiramente maiores para este caso.

Os dados coletados a partir da segunda estação de sondas, rente à face frontal do cilindro, mostraram que, tanto a velocidade média u quanto a intensidade turbulenta adimensional I , não apresentam variações consideráveis para nenhum dos três casos avaliados. Este comportamento é mostrado na Figura 5.76.



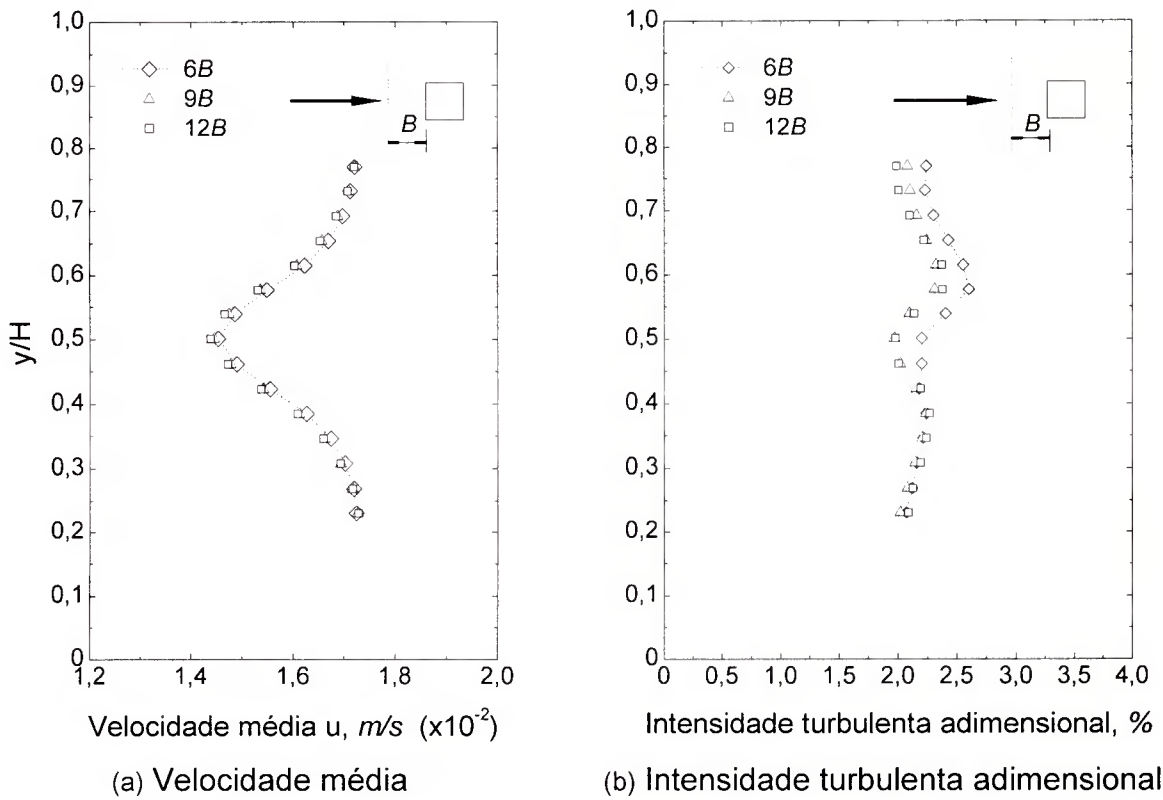


Figura 5.75 – Perfis monitorados na estação transversal posicionada $1B$ à montante do cilindro, referentes à componente u da velocidade, para $Re = 10^4$.

Nesta primeira avaliação, não foram observadas variações significativas dos parâmetros monitorados, em função da posição ocupada pelo cilindro no domínio de cálculo. Dessa forma, a partir destas constatações, definiu-se como $6B$ o tamanho da região à montante do obstáculo, a ser empregado nas demais simulações.

Um novo conjunto de testes foi realizado, empregando-se obstáculos com razões de forma $\phi = 1$ e $2,5$, para dois regimes de escoamento: $Re = 10^4$ e 2×10^4 . As flutuações na entrada foram, em todos os casos, ajustados para fornecer uma intensidade turbulenta de 15%.

A partir da Figura 5.77 são mostradas, por meio de linhas de isovorticidade, as visualizações do campo de escoamento, comparando os casos sem e com a presença de turbulência de corrente livre. São, então, mostrados os resultados obtidos para os casos do escoamento ao redor de obstáculos com $\phi = 1,0$, $Re = 20000$ e $I = 15\%$.

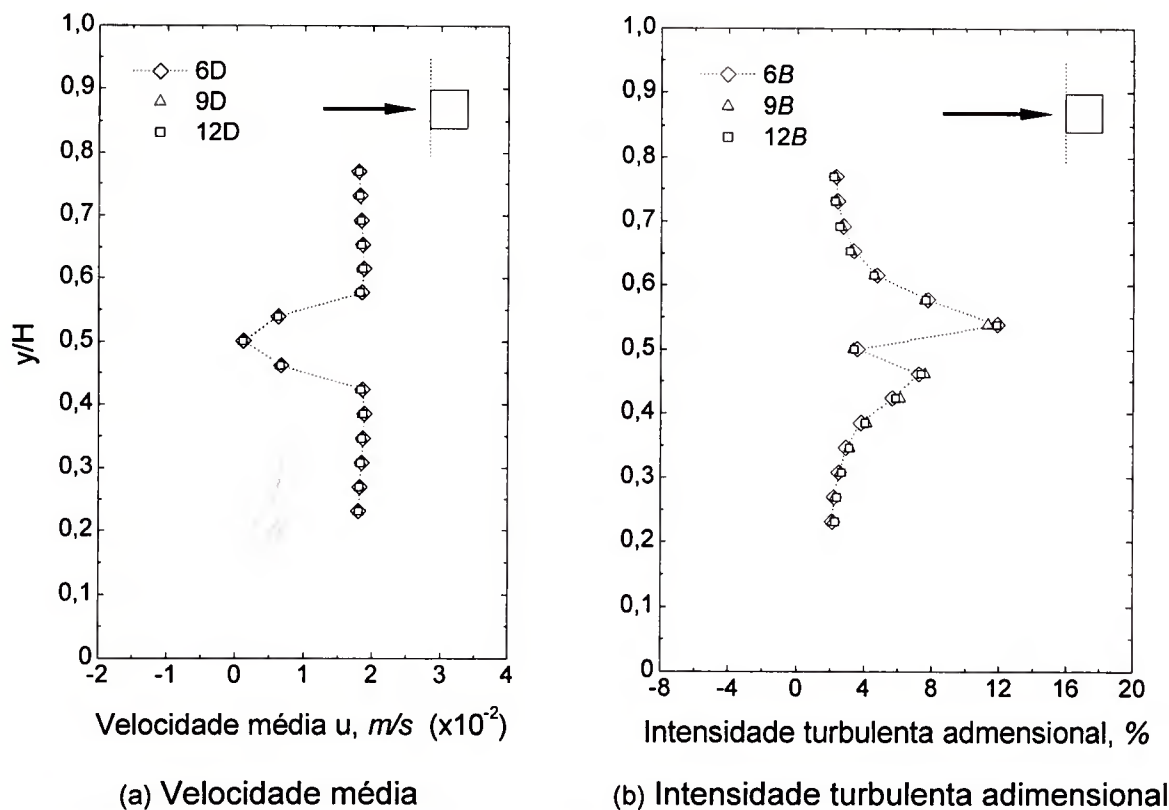


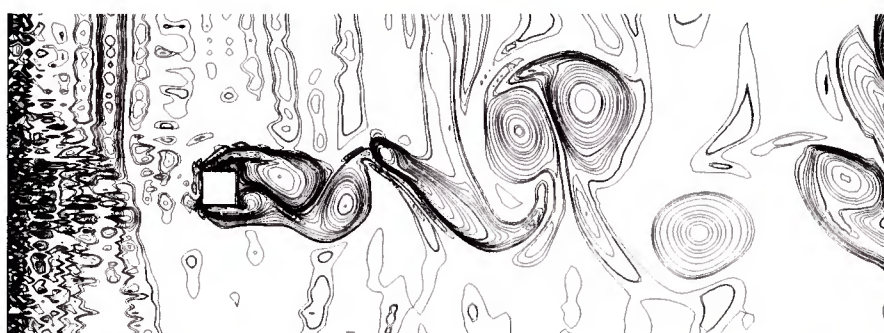
Figura 5.76 – Perfis monitorados na estação posicionada rente à face frontal do cilindro, referentes à componente u da velocidade, para $Re = 10^4$.

Através da Figura 5.77(b), nota-se a formação de diversas estruturas turbilhonares, que são introduzidas na entrada do domínio e advectadas pelo movimento médio do fluido na direção principal do escoamento. Comparando-se as imagens das Figuras 5.77 (a) e (b), pode-se constatar que, no caso com flutuações aleatórias de velocidade, a esteira que se forma atrás do obstáculo apresenta vórtices de tamanhos menores, ou com menor recirculação. Além disso, observa-se que a interação entre as estruturas turbilhonares é mais efetiva que no caso sem flutuação.

As Figuras 5.78 e 5.79, na sequência, trazem também as linhas de isovorticidade do campo de escoamento para as mesmas condições de escoamento para diferentes instantes de tempo.

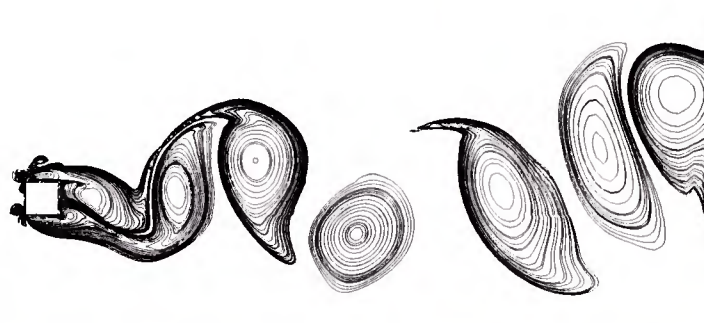


(a) sem imposição de flutuações aleatórias de velocidade

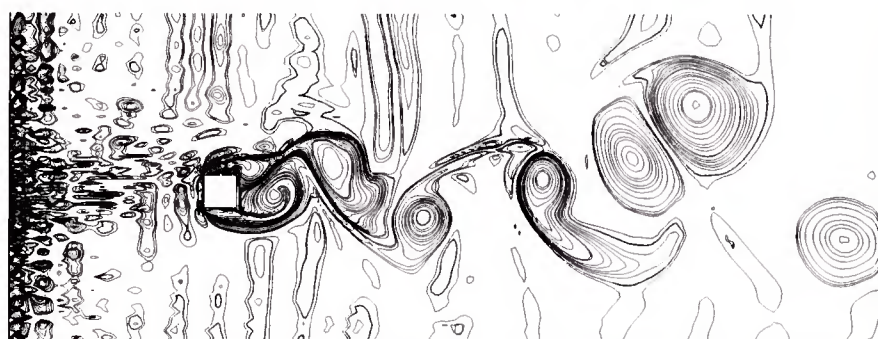


(b) com imposição de flutuações aleatórias de velocidade

Figura 5.77 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros quadrados para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $l = 15\%$, em $t' = 347,21$.



(a) sem imposição de flutuações aleatórias de velocidade



(c) com imposição de flutuações aleatórias de velocidade

Figura 5.78 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros quadrados, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $l = 15\%$, em $t' = 361,1$.

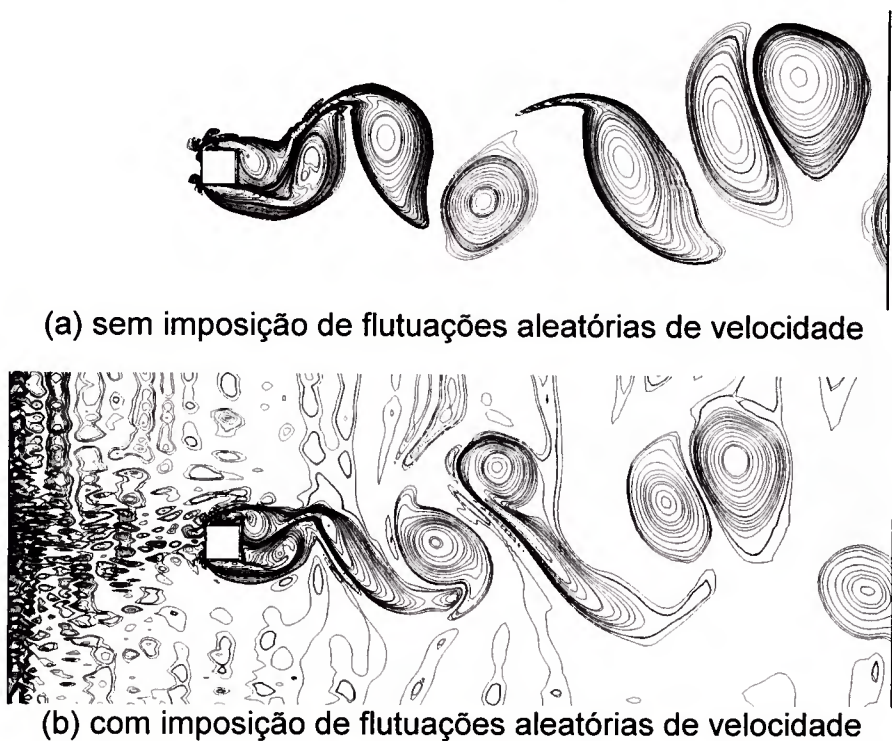


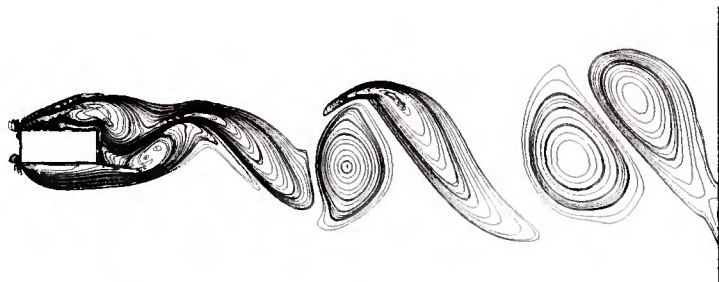
Figura 5.79 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros quadrados, para $Re = 2.10^4$ e $l = 15\%$, em $t' = 374,98$.

b) Cilindro de base retangular

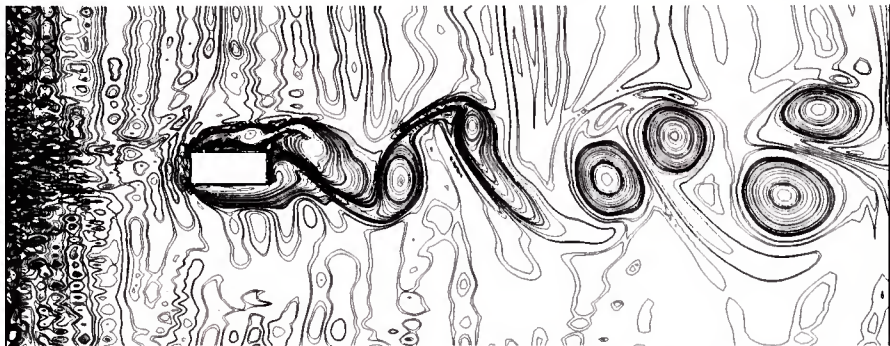
A mesma comparação entre as linhas de isovorticidade dos campos de escoamento é realizada para um cilindro com razão de forma $\phi = 2,5$. A Figura 5.80 mostra que, assim como para os casos de cilindros quadrados, a esteira de vórtices que se forma é também afetada pela presença da turbulência na entrada do domínio. A partir da Figura 5.80(b), observa-se a formação de um dipolo, que se mostra mais proeminente do que o encontrado na esteira da Figura 5.80(a).

A Figura 5.81(b) mostra um instante posterior do mesmo escoamento, onde é possível observar um agrupamento de cinco vórtices que caminham em direção à saída do domínio. Configurações deste tipo não haviam sido observadas no escoamento com velocidade constante, evidenciando a influência da presença de flutuações residuais de velocidade sobre todo campo de escoamento.



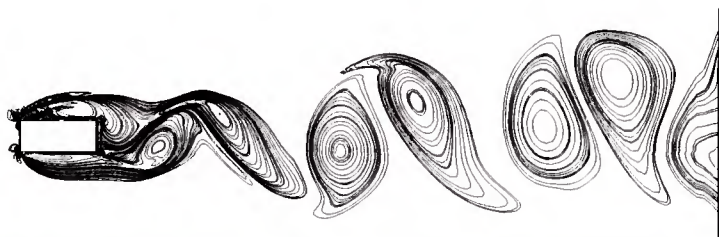


(a) sem imposição de flutuações aleatórias de velocidade



(b) com imposição de flutuações aleatórias de velocidade

Figura 5.80 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros com $\phi = 2,5$, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $l = 15\%$, em $t' = 347,21$.



(a) sem imposição de flutuações aleatórias de velocidade



(b) com imposição de flutuações aleatórias de velocidade

Figura 5.81 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros com $\phi = 2,5$, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $l = 15\%$ em $t' = 361,1$.

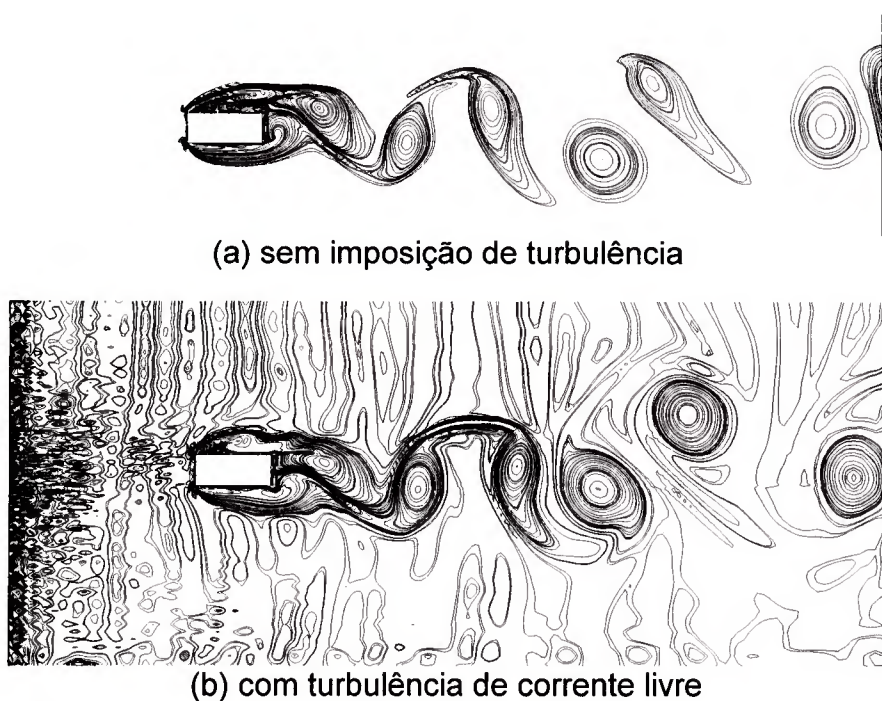


Figura 5.82 – Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de cilindros com $\phi = 2,5$, para $Re = 2 \cdot 10^4$ e $I = 15\%$, em $t' = 374,98$.

A Figura 5.83 mostra perfis de velocidade ao longo de cinco estações de sondas posicionadas na face superior do cilindro com razão de forma igual 2,5. As estações estão dispostas a uma distância $x_p = 0B, 0,5B, 1,25B, 2,0B$ e $2,5B$, medida ao longo da direção x e com origem na face frontal do cilindro. Observou-se para $Re = 2 \times 10^4$ que, apesar da significativa alteração verificada nos padrões de escoamento, o valor médio temporal da velocidade u é pouco afetado pela prescrição de flutuações aleatórias de velocidade na entrada do domínio.

A Figura 5.84 mostra os perfis de intensidade turbulenta adimensional para os mesmos casos acima citados. Com exceção da primeira estação, nas demais estações também não observam variações significativas.

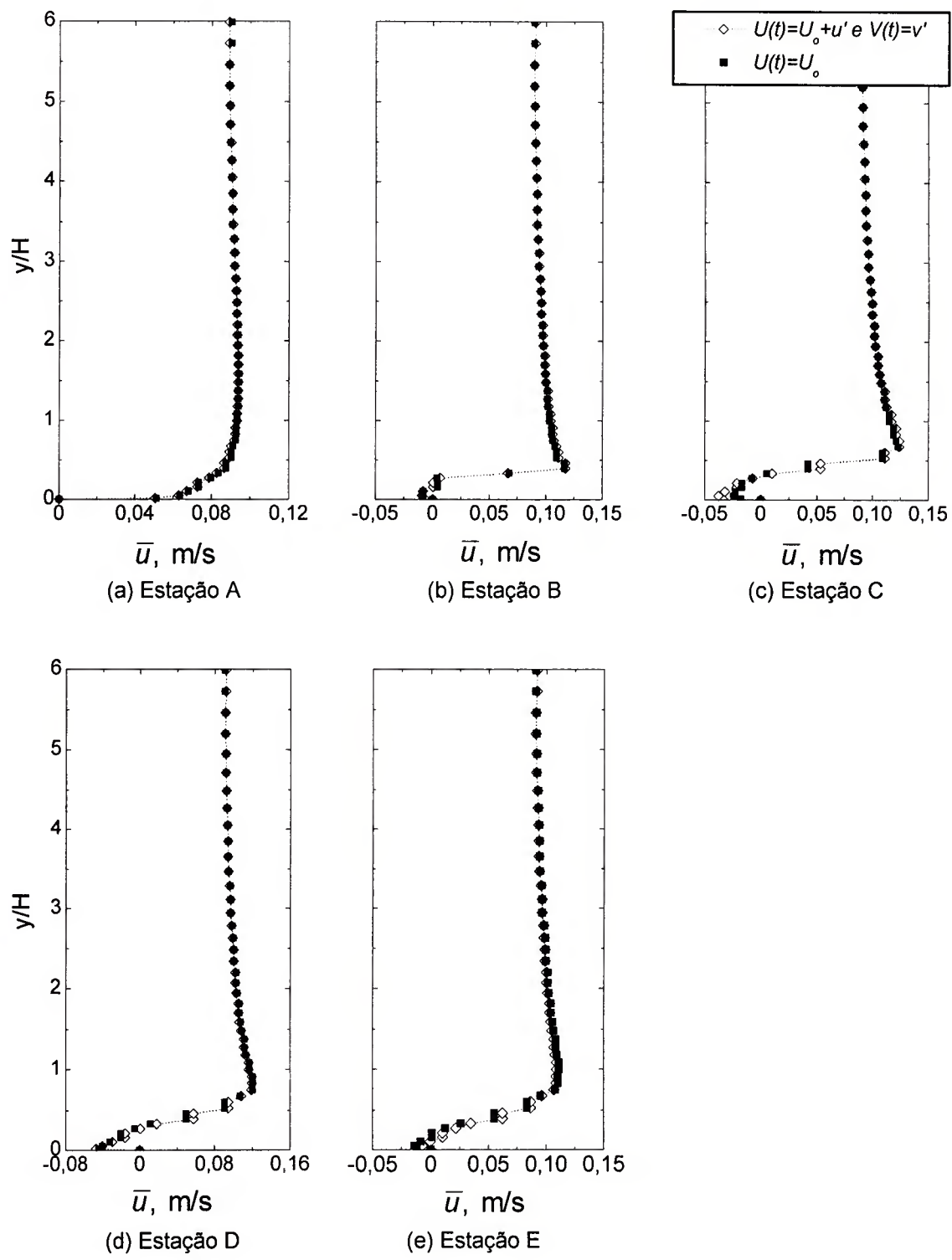


Figura 5.83 – Perfis de velocidade média u na face superior do cilindro para $\phi = 2,5$, $Re = 2.10^4$, $l = 15\%$.

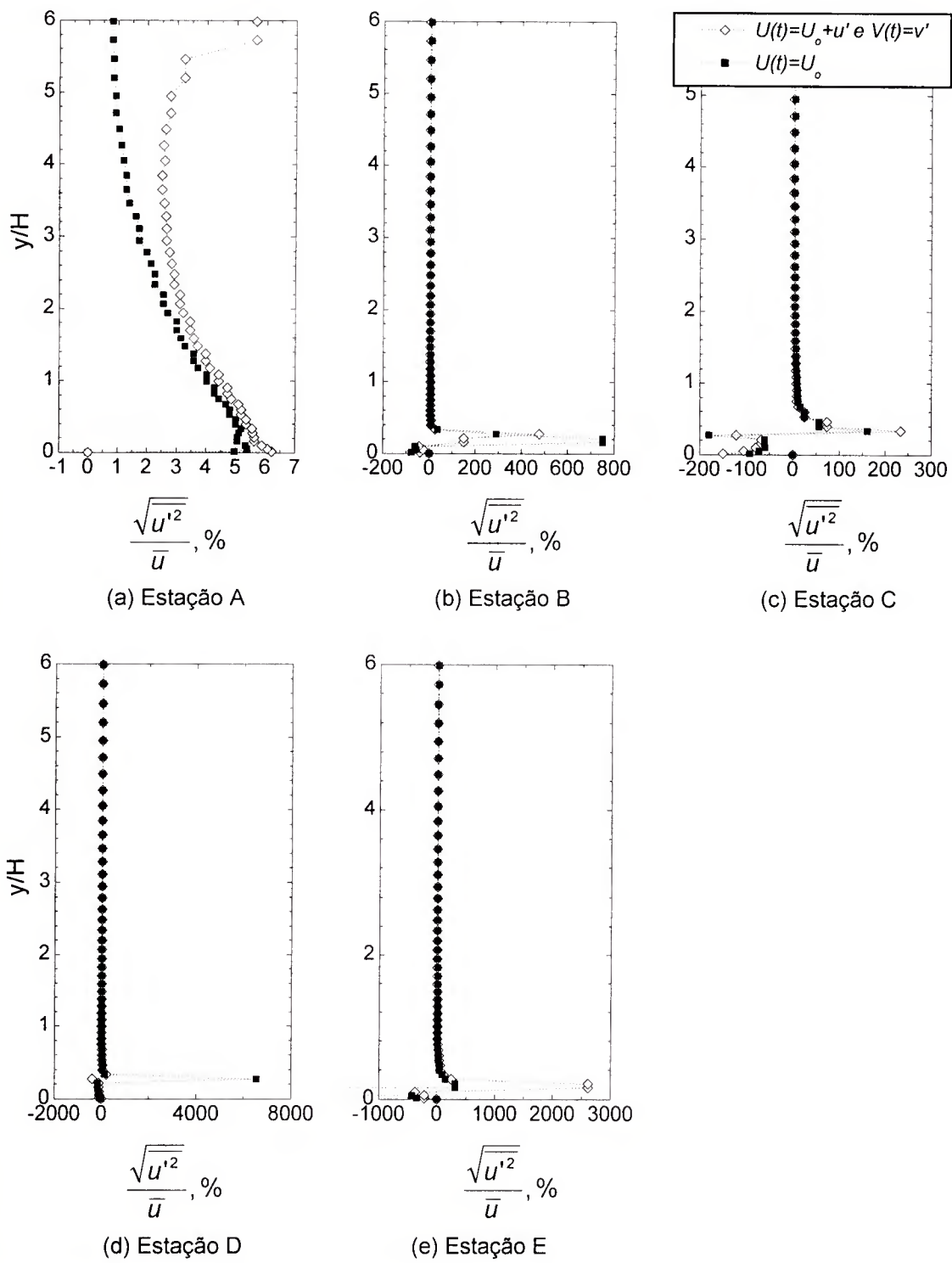


Figura 5.84 – Perfis Intensidade turbulenta adimensional na face superior do cilindro para $\phi = 2,5$, $Re = 2 \cdot 10^4$, $I = 15\%$.



Conclusões e Sugestões para Futuros Trabalhos

Neste trabalho, o programa computacional Fluids, desenvolvido por Campregher (2002) e aperfeiçoado por Frigo (2004) para realizar simulações numéricas de escoamentos transientes bi e tri-dimensionais, em regime laminar, transicional ou turbulento sobre geometrias cartesianas, foi modificado, de forma a permitir a imposição de velocidades variáveis ao longo do tempo na entrada do domínio de cálculo. Basicamente, dois tipos de condições de contorno foram implementados para a velocidade de entrada, quais sejam: oscilações de natureza cíclica e flutuações aleatórias.

Com o objetivo de assegurar a confiabilidade do programa, uma extensa parte do trabalho foi dedicada à depuração do código computacional e à validação de resultados numéricos, confrontados, sempre que possível, com dados da literatura.

No estudo dos escoamentos pulsáteis, ou sob regime de bombeamento, observou-se boa concordância entre os dados das presentes simulações e os retirados da literatura, permitindo identificar o regime de atrelagem síncrona (lock-in phenomena) e os demais sub-regimes, bem como os principais parâmetros que influenciam neste tipo de problema. Através dos vários testes de malha realizados, constatou-se uma forte dependência entre a qualidade dos resultados obtidos e o grau de refinamento da malha computacional. A maior parte das simulações se voltam para o escoamento pulsátil bidimensional ao redor de cilindros quadrados e retangulares. Entretanto, alguns testes foram realizados com emprego de um domínio quasi-bidimensional –



pequeno número de malhas na terceira dimensão – com o objetivo fundamental de se verificar as inserções efetuadas na versão tridimensional do programa. Em todos os casos, bons resultados foram obtidos, confirmando as potencialidades das novas implementações, que podem ter grande importância no estudo de problemas de interesse na engenharia.

A imposição de flutuações aleatórias de velocidade na entrada do domínio de cálculo foi considerada, no contexto do presente trabalho, como um primeiro passo para a representação de escoamentos com a presença de turbulência residual. Esta abordagem evidenciou o alto grau de complexidade do problema, tanto na etapa de geração das flutuações de velocidade quanto de escolha da malha a ser empregada. A representação adequada de um problema envolvendo turbulência de corrente-livre não é trivial, requerendo a reprodução de algumas características importantes deste tipo de escoamento, como intensidade turbulenta e o comprimento de escala, entre outras, que devem ser coletadas experimentalmente ou obtidas a partir do conhecimento prévio da distribuição do espectro de energia em determinados pontos do domínio considerado. Da mesma forma que no caso anterior, o refinamento da malha utilizada também se mostrou de essencial importância para uma boa predição dos fenômenos envolvidos, uma vez que a representação das estruturas turbilhonares, abrangendo todo o espectro de comprimento de onda, apresenta alta dependência com este parâmetro. Simulações tridimensionais também foram levadas a termo, porém, em função da alta capacidade computacional exigida, os resultados obtidos foram insuficientes para um tratamento estatístico adequado dos problemas abordados, mas serviram para testar a validade das implementações efetuadas.

A partir da experiência adquirida durante o desenvolvimento desta pesquisa, foi possível a identificação de algumas limitações no programa e formulação de sugestões que poderão contribuir para aperfeiçoar a ferramenta aqui desenvolvida. Dentre elas, merecem destaque:

- Implementação da equação da energia:

Trata-se de uma equação de transporte para um escalar, cuja inclusão no código computacional não deverá trazer grandes problemas. Por outro lado, aumentará, em muito, as potencialidades do programa, que estará habilitado a resolver



escoamentos com transferência de calor, muito comuns nas aplicações de engenharia.

- Implementação da modelagem dinâmica sub-malha da turbulência:

Em sua atual versão, somente a modelagem sub-malha de Smagorinsky (1963) encontra-se disponível no programa. Apesar de oferecer resultados satisfatórios para uma grande variedade de escoamentos, esta modelagem não fornece bons resultados para o cálculo da viscosidade turbulenta nas proximidades das paredes, onde os fortes gradientes levam à superestimativa desta variável, que deveria se anular junto a uma parede sólida. Para suprir esta deficiência, a implementação da modelagem sub-malha dinâmica, proposta por Germano et al. (1991), seria extremamente desejável.

- Implementação do método de fronteira imersa:

O programa Fluids 3D, por utilizar uma malha cartesiana, está limitado a simular escoamento em geometrias razoavelmente simples e sem movimento de fronteira. A implementação do método de fronteira imersa, proposto por Peskin (1977), daria grande versatilidade ao programa, permitindo a simulação de escoamentos em torno de geometrias arbitrárias, com paredes fixas ou móveis, e sem a necessidade de remalhagem.

- Estudos de escoamento externo e escoamentos com velocidades oblíquas nas condições de contorno:

A presente versão do programa Fluids 3D já possibilita a simulação de escoamentos externos e de escoamentos com velocidades oblíquas na entrada do domínio de cálculo. Entretanto, nenhuma simulação neste sentido foi, até o momento, efetuada, a fim de testar o desempenho do código no tratamento destes dois tipos de problema.

- Introdução de subrotinas para o cálculo dos coeficientes de arrasto e sustentação:

Ainda que permita a simulação de escoamentos externos ao redor de corpos cilíndricos, até o momento não foram criadas ferramentas para o cálculo dos



coeficientes de arrasto e de sustentação. O desenvolvimento de rotinas para este fim seria, portanto, de grande utilidade prática.

Por último, é importante assinalar que, apesar de constituir uma excelente ferramenta para simulação de escoamentos, cálculos tridimensionais de escoamentos turbulentos são extremamente exigentes em termos de espaço de memória e tempo de CPU, superando, facilmente, a capacidade dos atuais microcomputadores. Sob este aspecto, o presente programa pode ser consideravelmente melhorado com a utilização de um *solver* de maior performance, que pudesse explorar o alto grau de esparsidade que caracteriza o sistema linear a ser resolvido. Adicionalmente, deve-se considerar que, hoje, a montagem de *clusters* de PCs se torna técnica e economicamente bastante viável, conferindo aos microcomputadores atuais uma grande capacidade de cálculo. Assim, num passo futuro, será inevitável o desenvolvimento de uma versão do programa Fluids voltada para a utilização de recursos de processamento paralelo.



Referências Bibliográficas

Almeida, O., *Simulação numérica de grandes escalas do escoamento turbulento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular*, dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, 2001.

Al-Asmi, K., Casto, I. P., Vortex shedding in oscillatory flow: geometrical effects, *Journal of Flow Measurement and Instrumentation*, v.3, n.3, pp.187-201, 1992.

Bearman, P. W., Vortex Shedding from Oscillating Bluff Bodies, *Annual Review Fluid Mechanics*, v.16, pp.195-222, 1984.

Berger, E., Willie, R., Periodic Flow Phenomena, *Annual Review of Fluid Mechanics*, v.4, pp.313-340, 1972.

Campregher, R., *Simulação Numérica de Escoamentos Transicionais e Turbulentos ao Redor de Geometrias Cartesianas*, dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Ilha Solteira, 2002.

Cao, Y. H., Xing, H. F., Zhou, Y., Simulation of stochastic wind velocity field on long-span bridges, *Journal of Engineering Mechanics*, v.126, n.1, pp.1-6, 2000.

Deodatis, G., Simulation of ergotic multivariate stochastic processes, *Journal of Engineering Mechanics*, v.122, pp.778-787, 1996.



- Franke, R., Rodi, W., Schönung, B., Numerical calculation of laminar vortex-shedding flow past cylinders, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.35, pp.237-257, 1990.
- Fortuna, A. O., *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos*, Edusp, 2000.
- Franke, R., Rodi, W., Calculation of vortex shedding past a square cylinder with various turbulence models, in: *Turbulent Shear Flows 8*. Berlin, Springer Verlag, 1993.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W.H., "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model", *Phys. Fluids A*, vol. 3, p. 1760-1765, 1991.
- Ghia, V., Ghia, K. N., Shur, C. T., High-re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, *Journal of Computational Physics*, v.48, pp.387-411, 1982.
- Ghosal, S., Lund, T. S., Moin, P., A Local Dynamic Model for Large Eddy Simulation, *Annual Research Briefs*, Center for Turbulence Research, Stanford University, Stanford, 1992.
- Guj, G., Stella, F., A vorticity-velocity method for the numerical solution of 3D incompressible flows, *Journal of Computational Physics*, v.106, pp.286-298, 1993.
- Griffin, O. M., Ramberg, S. E., The Vortex Street Wakes of Vibrating Cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, v.66, pp.553-576, 1974.
- Griffin, O. M., Ramberg, S. E., Vortex shedding from a cylinder vibrating in line with an incident uniform flow, *Journal of Fluid Mechanics*, v.75, pp.257-271, 1976.
- Griffin, O. M., Ramberg, S. E., Vortex-induced vibration of a cylinder, *Journal of Fluid Mechanics*, v.69, pp.721-729, 1975.



- Griffin, O. M., Votaw, C. W., The Vortex street in the wake of a vibrating cylinder, *Journal of Fluid Mechanics*, v.55, pp.169-188, 1972.
- Grigoriu, M., On the spectral representation method in simulation, *Probabilistic Engineering Mechanics*, v.8, pp.75-90, 1993.
- Harlow, F. H., Welch, J. E., Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics of Fluids*, v.8, pp.2182-2189, 1965.
- Hayase, T., Humphrey, J. A. C., Greif, R., A consistently formulated QUICK scheme for fast and stable convergence using finite-volume iterative calculation procedures, *Journal of Computational Physics*, v.98, pp.108-118, 1992.
- Hermann, F., Billeter, P. & Hollenstein, R., *Investigations on the Flow Through a Trashrack under Different Inflow Conditions*, Computer Based Learning Unit, University of Leeds, 1998.
- Hoshiya, M., *Vibration Analysis by Stochastic Methods*, Kajima Publishing Co., Tokyo, 1974.
- Kim, D., Choi, H., A second-order time-accurate finite volume method for unsteady incompressible flow on hybrid unstructured grids, *Journal of Computational Physics*, v.162, pp.411-428, 2000.
- Klein, M., Sadiki, A., Janicka, J., A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations, *Journal of Computational Physics*, v.186, pp.652-665, 2003.
- Koopmann, G. H., The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, v.28, pp.501-512, 1967.



- Knisely, C. W., Strouhal numbers of rectangular cylinders at incidence, *Journal of Fluids and Structures*, v.4, pp.371-393, 1985.
- Kondo, H., Mochida, A., Murakami, S., Study of generation of inflow turbulence for LES, *Journal of Structure Construction Engineering*, AIJ 501, pp.33-40, 1997.
- Kondo, H., Mochida, A., Murakami, S., Generation of velocity fluctuations for inflow boundary condition of LES, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.67 e 68, pp.51-64, 1997.
- Ku, H. C., Hirsh, R. S., Taylor, T. D., A pseudospectral method for solution of the three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations, *Journal of Computational Physics*, v.70, pp.439-462, 1987.
- Lecointe, Y., Piquet, J., Flow structure in the wake of an oscillating cylinder, *ASME Journal of Fluids Engineering*, v.111, pp.139-148, 1989.
- Leonard, B. P., A stable and accurate convective modeling proceed based on quadratic upstream interpolation, *Computational Methods Applied to Mechanics. Engineering*, v.19, pp.59-97, 1979.
- Li, Y., Kareem, A., ARMA representation of wind field, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.36, pp.415-427, 1990.
- Lilly, D. K., The representation of small-scale turbulence in numerical experiments, *Proc. IBM Sci. Comput. Symp. Environ. Sci., IBM Data Process. Div., White Plains*, pp.195-210, 1967.
- Lindquist, C., *Estudo experimental do escoamento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular*, dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, 2000.



- Maliska, C.R., Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional, Livros Técnicos e Científicos Editora, 2a edição, Rio de Janeiro, 2004.
- Mair, W. A., Maull, D. J., Bluff bodies and vortex shedding - a report on Euromech 17, *Journal of Fluid Mechanics*, v.45, pp.209-224, 1971.
- Maruyama, Y., Maruyama, K., Numerical Analysis of turbulent flow around rectangular body with artificially generated in-flow turbulence using LES, *Journal Structure Construction Engineering*, AIJ 520, pp.37-43, 1999.
- Maruyama, T., Rodi, W., Maruyama, Y., Hiraoka, H., Large eddy simulation of the turbulent boundary layer behind roughness elements using na artificially generated inflow, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.83, pp.381-392, 1999.
- Mengali, G., Micheli, M., Simulation of turbulent fluctuations, *American Institute of Aeronautic and Astronautics Journal*, v.32, n.11, pp.2210-2216, 1994.
- Mignolet, M. P., Spanos, P. D., MA to ARMA modeling of Wind, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.36, pp.429-438, 1990.
- Minewitsch, S., Franke, R., Rodi, W., Numerical investigation of Laminar Vortex-shedding flow past a square cylinder oscillating in line with the mean flow, *Journal of Fluids and Structures*, v. 8, pp. 787-802, 1994.
- Nakamura, Y., Ohya, Y., The effects of turbulence intensity and scale on the mean flow past square rods, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.11, n.1-3, pp.421-430, 1983.
- Nakamura, Y., Ohya, Y. and Ozono, S., The effects of turbulence on bluff-body mean flow, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.28, n.1-3, pp.251-259, 1988.



- Nakamura, Y., Ohya, Y., The effects of turbulence on the mean flow past two-dimensional rectangular cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, v.149, pp.255-273, 1984.
- Naudascher, E., Flow-induced streamwise vibrations of structures, *Journal of Fluids and Structures*, v.1, pp.265-298, 1987.
- Noda, H., Nakayama, A., *Effects of turbulence in the approaching flow on the instantaneous pressure and forces on cylinder of rectangular cross section*, Memoir of Graduate School of Science and Technology, Kobe University, v.19-A, pp.45–58, 2001.
- Noda, H., Nakayama, A., Reproducibility of flow past two-dimensional rectangular cylinders in a homogeneous turbulent flow by LES, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.91, pp.265-278, 2003.
- Nozu, T., Tamura, T., DNS for aerodynamic characteristics of a 3D square cylinder in turbulent boundary layer, *Proceedings of the Fifth Asia-Pacific Conference on Wind Engineering*, Kyoto, pp.333-336, 2001.
- Okajima, A., Strouhal numbers of rectangular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, v.123, pp.379-398, 1982.
- Ongoren, A., Rockwell, D., Flow structure from an oscillating cylinder. Part 1: Mechanism of phase shift and recovery in the near-wake, *Journal of Fluid Mechanics*, v.191, pp.197-223, 1988.
- Ongoren, A. & Rockwell, D., Flow structure from an oscillating cylinder – part 2: mode competition in the near-wake, *Journal of Fluid Mechanics*, v.191, pp.225-235, 1988.
- Pereira Jr., A. R., Freitas, M. E. A., Lacerda, W. S., *Geração de Números Aleatórios*, Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, disponível em: <http://www.cefetsp.br/edu/sinergia-b/5p13c.html>, acesso em: 12/10/2003.



- Reynolds, O., On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v.186, pp.122-164, 1894.
- Samaras, E., Shinozuka, M., Tsurui, A., ARMA representation of random processes, *Journal of Engineering Mechanics*, v.111, n.3, pp. 449-461, 1985.
- Scarano, F., Riethmuller, M. L., Temporal analysis of coherent structures in a turbulent BFS flow with PIV, in: *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, Lissabon, pp.14.3.1-14.3.9, 2000.
- Shaanan, S., Ferziger, J. H., Reynolds, W. C., *Numerical simulation of turbulence in presence of shear*, Rep. TF-6, Dept. Mechanical Engineering, Stanford University, 1975.
- Shinozuka, M., Yun, C. B., Seyha, H., Stochastic Methods in wind engineering, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.36, pp.829-843, 1990.
- Shinozuka, M., Simulation of multivariate and multidimensional random processes, *Journal of Acoustical Society of America*, v.49, pp.357-368, 1971.
- Shinozuka, M., Jan, C. M., Digital simulation of random processes and its applications, *Journal of Sound and Vibration*, v.25, n.1, pp.111-128, 1972.
- Shinozuka, M., Deodatis, G., Simulation of stochastic processes by spectral representation, *Applied Mechanics Reviews*, v.44, pp.191-204, 1991.
- Shinozuka, M., Deodatis, G., Simulation of multidimensional gaussian stochastic fields by spectral representation, *Applied Mechanics Reviews*, v.49, pp.29-53, 1996.
- Shinozuka, M., Monte Carlo solution of structural dynamics, *Computers and Structures*, v.2, pp.855-874, 1972.



- Shinozuka, M., Stochastic fields and their digital simulation, *Stochastic methods in structural dynamics*, G.I. Schueller and M. Shinozuka (eds.), Martinus Nijhoff Publishers, Boston, pp.93-133, 1987.
- Silveira-Neto, A., Grand, D., Lesieur, M., Simulation numérique bidimensionnelle d'un écoulement turbulent stratifié derrière une marche, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.34, pp.1999-2011, 1991.
- Silveira-Neto, A., *Turbulência nos fluidos aplicada*, Apostila do curso de turbulência, Universidade Federal de Uberlândia - UFU, 2003.
- Silvestrini, J.H., Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos, *Turbulência*, Coleção Cadernos de Turbulência, v.2, Silveira-Neto, A., Mansur, S.S. (eds.), Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas - ABCM, 2003.
- Tanida, Y., Okajima, A., Watanabe, Y., Stability of a circular cylinder oscillating in uniform flow or in a wake, *Journal of Fluid Mechanics*, v.61, pp. 769-784, 1973.
- Van Doormaal, J. P., Raithby, G. D., Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows, *Numerical Heat Transfer*, v.7, pp.147-163, 1984.
- Versteeg, H. K., Malalasekera, W., *An introduction to computational fluid dynamics*, Harlow, Longman Scientific & Technical, 1995.
- Williamson, C. H. K., Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, v.206, pp.579-627, 1989.



Método Numérico

A.1 Introdução

O presente apêndice traz uma explanação do método dos volumes finitos, que constitui a base do programa de simulação de escoamentos utilizado no âmbito deste trabalho. As informações aqui contidas nada têm de inovadoras e foram extraídas dos trabalhos de Campregher (2001) e de Frigo (2004). A inclusão deste conteúdo na forma de um apêndice tem, portanto, o único objetivo de oferecer maior completude à presente dissertação, facilitando, assim, o trabalho e a compreensão daqueles que, por ventura, venham a utilizá-la.

A.2 Discretização Espacial

As equações governantes de mecânica dos fluidos podem ser escritas para uma grandeza escalar geral ϕ , da maneira como se segue:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \phi) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S \phi \quad (\text{A.1})$$

Esta equação representa a conservação da massa, quando S^ϕ for igual a zero e $\phi = 1$. As equações escalares de quantidade de movimento nas três direções são obtidas fazendo-se ϕ igual u , v e w , com o apropriado termo fonte, que, neste caso, inclui a respectiva componente do gradiente de pressão. Para as equações de Navier-Stokes, $\Gamma^\phi = \mu$.

A Figura A.1 representa um volume de controle (VC) tridimensional elementar do domínio discretizado, com centro no ponto P, e vizinhos E (east), W (west), N (north), S (south), F (front) e B (back), como adotado por Maliska (1995).

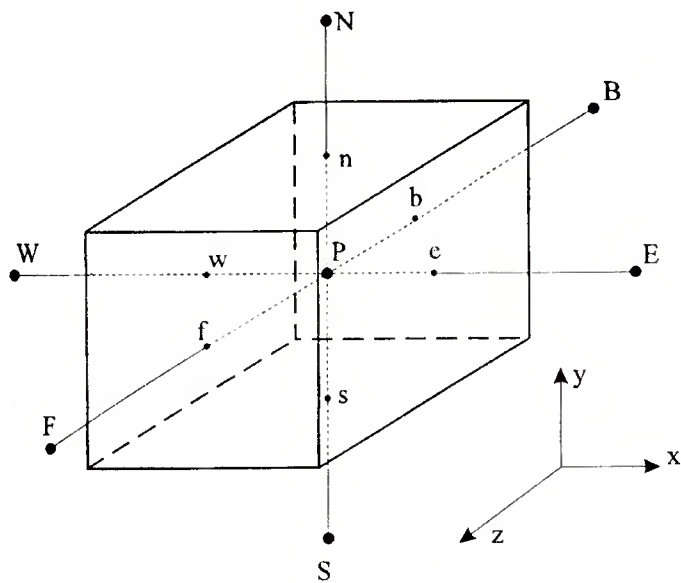


Figura A.1 - Volume elementar.

Integrando-se a Equação (A.1) do instante t até o instante $t+\Delta t$, no volume elementar P, sobre as faces e e w, s e n, f e b, nas direções x, y, e z, respectivamente, tem-se:

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dx dy dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) dx dy dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) dx dy dz dt + \\ & \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_b^f \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \phi) dx dy dz dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^e \left[\frac{\partial}{\partial x} \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] dx dy dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_b^f \left[\frac{\partial}{\partial y} \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dx dy dz dt + \\ & \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_b^f \left[\frac{\partial}{\partial z} \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] dx dy dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^e S^\phi dx dy dz dt \Rightarrow (\rho \phi - \rho^0 \phi^0) \Delta x \Delta y \Delta z + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} (\rho u \phi|_e - \rho u \phi|_w) \Delta y \Delta z \, dt + \int_t^{t+\Delta t} (\rho v \phi|_n - \rho v \phi|_s) \Delta x \Delta z \, dt + \int_t^{t+\Delta t} (\rho w \phi|_f - \rho w \phi|_b) \Delta x \Delta y \, dt = \\ & \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w \right] \Delta y \Delta z \, dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s \right] \Delta x \Delta z \, dt + \\ & \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_f - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_b \right] \Delta x \Delta y \, dt + S^\phi \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (A.2)$$

A.3 Discretização temporal

A discretização temporal visa fornecer relações entre o valor de ϕ , em instantes sucessivos de tempo, de forma a permitir o cálculo de ϕ^n em função de ϕ^{n+1} , onde n é o nível de tempo que se encontra a variável. Essas relações são determinadas durante a discretização da equação em um dos níveis de tempo n ou $n+1$. Denotando-se como $\theta=0$ a variável no tempo atual (ϕ^n) e $\theta=1$ a variável no próximo nível de tempo (ϕ^{n+1}), a Equação (A.2) pode ser integrada, deixando o expoente θ como um parâmetro a ser escolhido:

$$\begin{aligned} & (\rho \phi - \rho^0 \phi^0) \Delta x \Delta y \Delta z + (\rho u \phi|_e^\theta - \rho u \phi|_w^\theta) \Delta y \Delta z \Delta t + (\rho v \phi|_n^\theta - \rho v \phi|_s^\theta) \Delta x \Delta z \Delta t + \\ & (\rho w \phi|_f^\theta - \rho w \phi|_b^\theta) \Delta x \Delta y \Delta t = \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e^\theta - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w^\theta \right] \Delta y \Delta z \Delta t + \\ & \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n^\theta - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s^\theta \right] \Delta x \Delta z \Delta t + \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_f^\theta - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_b^\theta \right] \Delta x \Delta y \Delta t + \\ & S^\phi \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (A.3)$$

Dependo do valor escolhido para θ , pode-se obter uma formulação explícita ou totalmente implícita no tempo. Quando a opção for por uma formulação explícita, assume-se $\theta=0$. Através dessa formulação, o valor das variáveis pode ser obtido por



uma equação algébrica. Todavia, o passo de tempo empregado para avançar a solução é limitado pelo critério de estabilidade, que leva em conta, entre outros fatores, o tamanho da malha. Quanto mais refinada a malha, menor o passo de tempo exigido para que o critério de estabilidade seja satisfeito.

Muitas vezes, quando a captura de detalhes refinados do escoamento é importante, a adoção de malhas irregulares é recomendada, aumentando-se a densidade da grade nas regiões do domínio de cálculo onde se verificam os maiores gradientes. Deste modo, uma formulação explícita não se apresenta como uma boa opção, pois a grande redução do passo de tempo aumentaria significativamente o tempo de cálculo. Assim, é mais recomendável o emprego de uma formulação totalmente implícita, onde se assume $\theta = 1$, para todas as variáveis de interesse, como foi feito no presente trabalho. Por esta formulação, um sistema de equações deve ser resolvido, a fim de obter a distribuição da variável no domínio de cálculo. Substituindo-se, então, o valor de $\theta = 1$ na Equação (A.3), tem-se:

$$\begin{aligned}
 & (\rho \phi - \rho^0 \phi^0) \Delta x \Delta y \Delta z + (\rho u \phi|_e - \rho u \phi|_w) \Delta y \Delta z \Delta t + (\rho v \phi|_n - \rho v \phi|_s) \Delta x \Delta z \Delta t + \\
 & (\rho w \phi|_t - \rho w \phi|_b) \Delta x \Delta y \Delta t = \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w \right] \Delta y \Delta z \Delta t + \\
 & \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s \right] \Delta x \Delta z \Delta t + \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_t - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_b \right] \Delta x \Delta y \Delta t + \\
 & S^\phi \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Outra formulação bastante utilizada é a chamada formulação implícita, também conhecida como semi-implícita, que consiste em tomar θ um valor intermediário entre $\theta=0$ e $\theta=1$. O esquema implícito de Crank-Nicholson, através da lei do trapézio, assume $\theta=1/2$. Mais detalhes sobre estas formulações podem ser encontradas no texto de Fortuna (2000).



A.4 Tratamento dos termos difusivos

O esquema de diferenças centrais é um dos mais simples esquemas de interpolação, freqüentemente utilizado para representar os fluxos difusivos das equações de transporte, admitindo-se um perfil linear para a variável ϕ entre os volumes de controle, de modo que as derivadas nas faces possam ser definidas da seguinte forma:

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e = \Gamma_e^\phi \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_e} \right) = \frac{\Gamma_e^\phi}{\delta_e} (\phi_E - \phi_P)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s = \Gamma_s^\phi \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\delta_s} \right) = \frac{\Gamma_s^\phi}{\delta_s} (\phi_P - \phi_S)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w = \Gamma_w^\phi \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_w} \right) = \frac{\Gamma_w^\phi}{\delta_w} (\phi_P - \phi_W)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_f = \Gamma_f^\phi \left(\frac{\phi_F - \phi_P}{\delta_f} \right) = \frac{\Gamma_f^\phi}{\delta_f} (\phi_F - \phi_P)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n = \Gamma_n^\phi \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\delta_n} \right) = \frac{\Gamma_n^\phi}{\delta_n} (\phi_N - \phi_P)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_b = \Gamma_b^\phi \left(\frac{\phi_P - \phi_B}{\delta_b} \right) = \frac{\Gamma_b^\phi}{\delta_b} (\phi_P - \phi_B)$$

Substituindo-se os termos acima na Equação (A.4) e dividindo-se ambos os membros por Δt , tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_p \phi_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \frac{\rho_p^o \phi_p^o \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \rho_e u_e \phi_e \Delta y \Delta z - \rho_w u_w \phi_w \Delta y \Delta z + \rho_n v_n \phi_n \Delta x \Delta z - \rho_s v_s \phi_s \Delta x \Delta z + \\ & \rho_f w_f \phi_f \Delta x \Delta y - \rho_b w_b \phi_b \Delta x \Delta y = \frac{\Gamma_e^\phi}{\delta_e} (\phi_e - \phi_p) \Delta y \Delta z - \frac{\Gamma_w^\phi}{\delta_w} (\phi_p - \phi_w) \Delta y \Delta z + \frac{\Gamma_n^\phi}{\delta_n} (\phi_n - \phi_p) \Delta x \Delta z - \\ & \frac{\Gamma_s^\phi}{\delta_s} (\phi_p - \phi_s) \Delta x \Delta z + \frac{\Gamma_f^\phi}{\delta_f} (\phi_f - \phi_p) \Delta x \Delta y - \frac{\Gamma_b^\phi}{\delta_b} (\phi_p - \phi_b) \Delta x \Delta y + S^\phi \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (A.5)$$



Tomando-se

$$M_P = \rho_P \Delta x \Delta y \Delta z \quad D_e = \frac{\Gamma_e^\phi}{\delta_e} \Delta y \Delta z$$

$$M_P^0 = \rho^0 \Delta x \Delta y \Delta z \quad D_w = \frac{\Gamma_w^\phi}{\delta_w} \Delta y \Delta z$$

$$\dot{M}_e = \rho_e u_e \Delta y \Delta z \quad D_n = \frac{\Gamma_n^\phi}{\delta_n} \Delta x \Delta z$$

$$\dot{M}_w = \rho_w u_w \Delta y \Delta z \quad D_s = \frac{\Gamma_s^\phi}{\delta_s} \Delta x \Delta z$$

$$\dot{M}_n = \rho_n v_n \Delta x \Delta z \quad D_f = \frac{\Gamma_f^\phi}{\delta_f} \Delta x \Delta y$$

$$\dot{M}_s = \rho_s v_s \Delta x \Delta z \quad D_b = \frac{\Gamma_b^\phi}{\delta_b} \Delta x \Delta y$$

$$\dot{M}_f = \rho_f w_f \Delta x \Delta y \quad \Delta \forall = \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$\dot{M}_b = \rho_b v_b \Delta x \Delta y$$

A Equação (A.5) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{M_P \phi_P}{\Delta t} - \frac{M_P^0 \phi_P^0}{\Delta t} + \dot{M}_e \phi_e - \dot{M}_w \phi_w + \dot{M}_n \phi_n - \dot{M}_s \phi_s + \dot{M}_f \phi_f - \dot{M}_b \phi_b = D_e(\phi_E - \phi_P) - \\ D_w(\phi_P - \phi_W) + D_n(\phi_N - \phi_P) - D_s(\phi_P - \phi_S) + D_f(\phi_F - \phi_P) - D_b(\phi_P - \phi_B) + S^\phi \forall \end{aligned} \quad (A.6)$$

A Equação (A.6) requer uma avaliação da propriedade ϕ nas faces do VC. A forma como as variáveis (ϕ_e , ϕ_w , ϕ_n , ϕ_s , ϕ_f e ϕ_b) serão avaliadas nestas faces, ou seja, quantos e quais os pontos nodais que serão considerados nos cálculos, é definida pelo tipo de esquema advectivo adotado. No presente trabalho, cinco esquemas bastante populares foram implementados no programa computacional, cujas características fundamentais são apenas esboçadas na apresentação a seguir. Para maiores detalhes, os trabalhos de Campregher (2002), Maliska (1995), Verseteeg e Malalasekera (1995) e Fortuna (2000) podem ser consultados.

A.5 Tratamento dos termos advectivos

O tratamento dos termos advectivos constitui um dos procedimentos que mais influenciam na solução numérica das equações de Navier-Stokes. Funções de interpolação são empregadas para estimar a magnitude das variáveis e de suas derivadas nas faces do volume de controle, a partir de seus respectivos valores nos pontos nodais.

Como forma de generalizar o procedimento para todas as variáveis, uma variável genérica ϕ é adotada, considerando-se todas as velocidades previamente conhecidas. A Figura A.2 será utilizada para melhor entendimento das funções de interpolação apresentadas.

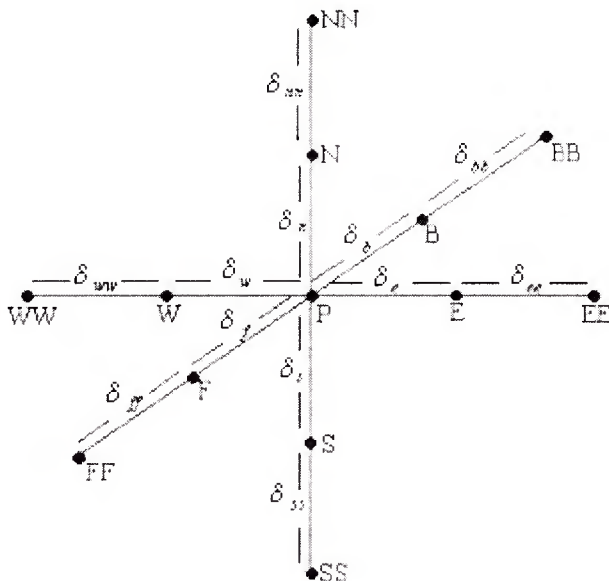


Figura A.2 - Pontos nodais para o tratamento dos termos advectivos.

A.5.1 Esquema das diferenças centrais

O esquema de diferenças centrais (*Central Difference Scheme - CDS*) usa uma interpolação linear das variáveis e é bastante adequado para a representação de efeitos difusivos, por serem de natureza elíptica. Considerando-se que as faces do volume de controle estejam situadas no meio da distância entre os pontos nodais, pode-se escrever:



$$\phi_w = \frac{\phi_P + \phi_W}{2}$$

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2}$$

$$\phi_n = \frac{\phi_N + \phi_P}{2}$$

$$\phi_s = \frac{\phi_P + \phi_S}{2}$$

$$\phi_f = \frac{\phi_F + \phi_P}{2}$$

$$\phi_b = \frac{\phi_P + \phi_B}{2}$$

A.5.2 Esquema Upwind

O esquema Upwind é a forma mais simples de estimar o valor da propriedade ϕ nas faces de um volume de controle. Este esquema tem relação direta com o termo parabólico e estabelece que o valor da função na interface é igual ao valor da função no volume a montante. Tem-se, então, para as faces do volume de controle da Figura A.2:

$$\phi_w = \phi_W \quad ; \quad \phi_e = \phi_P \quad ; \quad u > 0$$

$$\phi_w = \phi_P \quad ; \quad \phi_e = \phi_E \quad ; \quad u < 0$$

$$\phi_s = \phi_S \quad ; \quad \phi_n = \phi_P \quad ; \quad v > 0$$

$$\phi_s = \phi_P \quad ; \quad \phi_n = \phi_N \quad ; \quad v < 0$$

$$\phi_b = \phi_B \quad ; \quad \phi_f = \phi_P \quad ; \quad w > 0$$

$$\phi_b = \phi_P \quad ; \quad \phi_f = \phi_F \quad ; \quad w < 0$$

A.5.3 Esquema *Upwind* de segunda ordem

O cálculo dos valores da propriedade ϕ nas faces do volume de controle, utilizando o esquema Upwind de segunda ordem (*Second Order Upwind - SOU*), apesar de apresentarem, em alguns casos, maior dispersão numérica que o Upwind de primeira ordem, introduz menor difusão numérica. A título de exemplo, são apresentadas as expressões envolvidas no cálculo das propriedades ϕ_e e ϕ_w . As demais expressões podem ser escritas de maneira similar.



$$\phi_e = \begin{cases} \frac{3}{2}\phi_P - \frac{1}{2}\phi_W & \text{para } u \geq 0 \\ \frac{3}{2}\phi_E - \frac{1}{2}\phi_{EE} & \text{para } u < 0 \end{cases}$$

$$\phi_w = \begin{cases} \frac{3}{2}\phi_W - \frac{1}{2}\phi_{WW}, & \text{para } u \geq 0 \\ \frac{3}{2}\phi_P - \frac{1}{2}\phi_E, & \text{para } u < 0 \end{cases}$$

A.5.4 Esquema Lei de Potência (*Power-Law*)

A função de interpolação exata para uma equação de convecção-difusão, unidimensional e em regime permanente pode ser escrita como uma função do número de Péclet:

$$\phi_e = \phi_P + (\phi_E - \phi_P) \frac{e^{\frac{Pe}{2}} - 1}{e^{Pe} - 1} \quad (\text{A.7})$$

Essa função de interpolação dá origem ao esquema exponencial e fornece a interpolação exata para qualquer tamanho da malha. Porém, como se não bastassem os custos computacionais elevados para o cálculo das exponenciais em cada volume elementar, os problemas reais raramente são unidimensionais e a extensão do esquema exponencial para duas ou mais dimensões é impraticável, inviabilizando o seu emprego.

Alguns métodos procuram interpolar o valor da variável, buscando uma precisão equivalente à fornecida pela Equação (A.7), porém, limitando os esforços computacionais requeridos. A idéia central é seguir a equação exponencial, imitando seu comportamento por faixas do número de Péclet. Estes esquemas são conhecidos como esquemas exponenciais e o mais comum deles é o esquema Lei de Potência (Patankar, 1980).



A.5.5 Esquema QUICK consistente (QUICK - C)

Em sua essência, o esquema QUICK (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics*), proposto por Leonard (1979), emprega a equação de uma parábola, ajustada sobre o valor assumido pela variável ϕ em dois pontos à montante e um ponto à jusante do volume de controle centrado em P , para interpolar o valor na sua face.

A principal qualidade do esquema QUICK é o fato de ser $O(\Delta x^3)$. Porém, assim como todos os outros esquemas anteriormente apresentados, ele também não é monotônico, ou seja, na ausência de termo-fonte não se pode garantir que estas interpolações não desenvolvam oscilações numéricas.

Várias derivações desse método foram propostas por outros autores. Hayase *et al* (1992), desenvolveram um esquema denominado QUICK Consistente, ou simplesmente QUICK-C, que interpola o valor da variável na face do volume de controle por um termo composto de duas parcelas – uma aproximação Upwind, mais uma parcela a ser acrescentada ao termo-fonte da equação discretizada. Este esquema tem sido empregado com sucesso por muitos autores, por apresentar uma boa taxa de convergência e soluções fisicamente mais consistentes que a maioria dos outros esquemas da família QUICK.

A.6 A equação discretizada

Para completar o processo de discretização, a Equação (A.6) deve ser trabalhada, a fim de incorporar os esquemas de transporte advectivo apresentados na seção anterior. A título de exemplo, a Equação (A.6), rearranjada após a aplicação do esquema Upwind, pode ser colocada na forma:

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_F \phi_F + A_B \phi_B + B \quad (\text{A.8})$$

na qual:

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_F + A_B + \frac{M_P}{\Delta t}$$



$$A_E = D_e + \parallel -F_e, 0 \parallel$$

$$A_W = D_w + \parallel F_w, 0 \parallel$$

$$A_N = D_n + \parallel -F_n, 0 \parallel$$

$$A_S = D_s + \parallel F_s, 0 \parallel$$

$$A_F = D_f + \parallel -F_f, 0 \parallel$$

$$A_B = D_b + \parallel -F_b, 0 \parallel$$

$$B = Sc \Delta V + \frac{M_P^0}{\Delta t} \phi_P^0$$

F é o fluxo nas interfaces do volume de controle elementar

A.7 A solução do sistema linear de equações

A Equação (A.8) gera um sistema de equações lineares, que se caracteriza por apresentar n equações com n incógnitas, podendo ser escrito na forma matricial, onde **A** é uma matriz heptadiagonal de ordem $n \times n$, **B** é o vetor dos termos independentes, de ordem n , e **X** é o vetor das incógnitas, também de ordem n . Os coeficientes A_p posicionados na diagonal principal, os coeficientes A_e na subdiagonal superior e os coeficientes A_w na subdiagonal inferior. Já os demais coeficientes (A_n , A_s , A_f e A_b) encontram-se em diagonais mais afastadas da diagonal principal, cuja localização exata dependerá da malha utilizada.

Para resolver esses sistemas, há duas classes principais de métodos – os métodos diretos e os iterativos. Com os métodos diretos, a solução é obtida por intermédio de um número finito de operações aritméticas. Já com os métodos iterativos, a solução é obtida após uma sequência de correções aplicadas a uma estimativa inicial x^{k-1} para obter uma solução x^k , até que $x^k = x$, quando o número de iterações k tende a infinito. Diz-se que a solução obtida por um método direto é a solução exata, enquanto por um método iterativo é a solução aproximada do sistema.

É fácil observar que, mesmo para um sistema pequeno, existe uma quantidade considerável de elementos nulos na matriz dos coeficientes. Isto acontece porque são considerados, nas discretizações, apenas os volumes que fazem fronteira com o volume principal. Se mais elementos fossem envolvidos no processo de interpolação da propriedade transportada, a matriz dos coeficientes tenderia a se tornar cada vez menos esparsa, até ser totalmente preenchida, no caso extremo em que todos os demais pontos nodais do domínio fossem empregados na avaliação do valor de uma



propriedade nas faces do elemento principal P .

Maliska (1995), mostra que o índice de esparsidade da matriz dos coeficientes cresce substancialmente com a ordem do sistema linear.

Tabela A.1 - Índices de esparsidade na matriz de coeficientes.

Malha	10×10	20×20	40×40
Número de elementos da matriz	10^4	$16 \cdot 10^4$	$256 \cdot 10^4$
Não-zeros	$5 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^3$
% Não-zeros	5%	1.25%	0.312%
Índice de esparsidade	0.95	0.9875	0.9968

O índice de esparsidade pode ser calculado por:

$$E = 1 - \frac{nnz}{N^2}$$

(A.9)

onde nnz é o número de não-zeros e N , o número de elementos na matriz.

O TDMA (*TriDiagonal Matrix Algorithm*), também conhecido como Algoritmo de Thomas (Patankar, 1980), enquadra-se dentro da classe dos métodos diretos, empregando a técnica de fatoração para obter a solução do sistema linear. Por ser de simples implementação e necessitar de pouco esforço computacional – o armazenamento é da ordem de N , ao contrário de N^2 , como ocorre no método de Gauss – foi escolhido para utilização no presente trabalho. Porém, deve-se ressaltar que, para problemas bi e tridimensionais, as matrizes de coeficientes geradas não são tridiagonais, mas sim penta e heptadiagonais, respectivamente. Nestas condições, a solução pelo TDMA passa a ser iterativa e não mais direta.

Em problemas que envolvam uma metodologia numérica iterativa para resolver um sistema de equações, os dados obtidos são considerados solução, quando as mudanças que ocorrem de uma iteração para outra nas variáveis do problema são suficientemente pequenas, a ponto de se poder considerar que, para os fins a que se destinam, os resultados não mais se alteram. Sendo assim, uma forma de parada dos cálculos deve ser imposta, fixando-se o número de iterações a ser cumprida ou estabelecendo-se um outro critério de convergência. Neste trabalho, duas opções



foram programadas, quais sejam: (a) a atribuição, pelo usuário, de um certo número de passagens pelo TDMA, ou (b) através do cálculo automático da variação relativa (resíduo) das variáveis de interesse a cada iteração, como sugerido por Boçon (1998). Por este último critério, a solução será encontrada quando:

$$\left| \frac{\phi^{k+1} - \phi^k}{\phi_{\max}^{k+1} - \phi_{\min}^{k+1}} \right| \leq \xi$$

Após vários testes, o valor adotado para ϕ nas diferentes simulações realizadas no âmbito do presente trabalho foi de 10^{-4} .

A.8 O arranjo das variáveis no domínio

As variáveis podem ser armazenadas na malha computacional, fazendo-se uso do arranjo co-localizado ou deslocado.

No arranjo co-localizado, todas as variáveis de interesse são armazenadas no centro do volume de controle, o que facilita consideravelmente a manipulação das variáveis, característica relevante, sobretudo quando se deseja trabalhar com coordenadas generalizadas, onde os índices das equações de transformação podem ser manipulados sem maiores transtornos. No entanto, o emprego deste tipo de arranjo foi bastante limitado durante um longo tempo, pois, acreditava-se que o campo de velocidades pudesse ficar insensível a variações de pressão, sobretudo na presença de campos oscilatórios de pressão em malhas grosseiras.

Para maior compreensão, um exemplo bastante elucidativo é apresentado por Maliska (1995), que pode ser compreendido com o auxílio da Figura A.3. Para determinar o valor da velocidade u no ponto P , u_P , por meio de diferenças centradas, a formulação resultará em $(p_E - p_W)/(\delta x_e + \delta x_w)$. É fácil notar que os valores de p_E e p_W são idênticos, o que implica num gradiente de pressão nulo, que, por si só, é incapaz de impulsionar o escoamento. Pode-se, assim, avaliar as dificuldades para a convergência da solução, quando este tipo de cálculo é realizado em todo domínio. Este argumento, hoje considerado impertinente, foi empregado por vários autores,



durante vários anos, para justificar a incompatibilidade da utilização de arranjo co-localizado com o método dos volumes finitos.

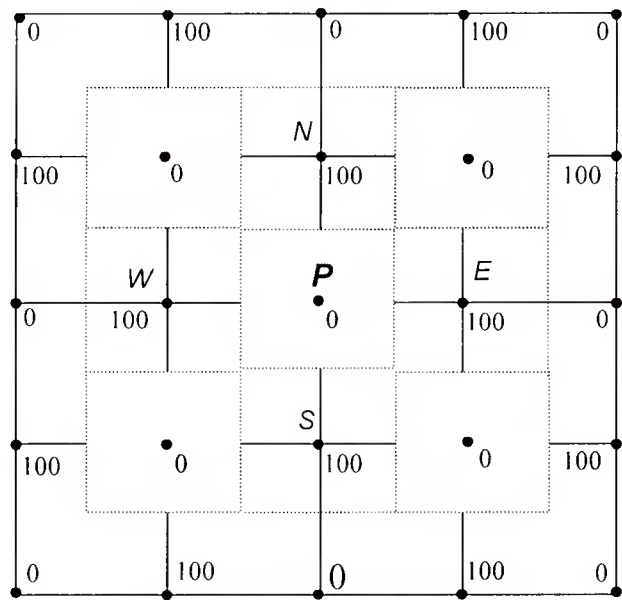


Figura A.3 - Campo de pressões inconsistente.

Observa-se que as pressões localizadas junto com as velocidades não entram na equação do movimento para aquele volume. Portanto, parece coerente localizar as velocidades entre os pontos nodais, o que dá origem a uma malha desencontrada. E foi o que Harlow & Welch (1965) propuseram, ao desenvolverem o método MAC (Marker and Cell), alocando as variáveis escalares e vetoriais de maneira entrelaçada, localizando as velocidades nas interfaces dos volumes de controle das variáveis escalares, de maneira que o gradiente das pressão passa a ser a força motriz da velocidade armazenada entre dois pontos de pressão. Este sistema de posicionamento das variáveis sobre a malha computacional popularizou-se com o trabalho de Patankar (1980), tornando-se conhecido como arranjo deslocado (*staggered grid*). Se, por um lado, este tipo de arranjo promove a estabilidade necessária para o acoplamento pressão-velocidade, por outro, adiciona maior complexidade à programação computacional, uma vez que dificulta o controle dos índices das variáveis. Ainda assim, este foi o sistema de alocação das variáveis no domínio de cálculo adotado no programa Fluids, preservado na presente versão tridimensional.

A.9 Acoplamento pressão-velocidade

Em praticamente todos os métodos de acoplamento, a sequência de cálculo envolve dois passos distintos. No primeiro passo, as velocidades são corrigidas de maneira a satisfazer a equação da continuidade e, no segundo, as pressões são avançadas, para completar o ciclo iterativo.

De maneira geral, pode-se dizer que um método para resolver as equações de Navier-Stokes é, basicamente, uma forma de ir ajustando o campo velocidades, dentro de um tempo computacional qualquer, de forma que este campo satisfaça uma certa exigência, que pode vir a ser a própria equação da continuidade.

Os métodos SIMPLE e SIMPLEC funcionam desta forma e serão abordados neste trabalho.

A.9.1 Método SIMPLE

O algoritmo SIMPLE inicia-se com a substituição de um campo de pressão estimado, p^* , nas equações de Navier-Stokes, o que permite a obtenção do campo de velocidades. A partir daí, as pressões e as velocidades são corrigidas, para satisfazer a equação da continuidade.

Para se calcular o campo de velocidades u , emprega-se a Equação (A.8), escrita como:

$$A_p u_p = A_e u_e + A_w u_w + A_n u_n + A_s u_s + A_f u_f + A_b u_b + B + (P_w - P_p)(\Delta V / \delta_w) \tag{A.10}$$

$$A_p v_p = A_e v_e + A_w v_w + A_n v_n + A_s v_s + A_f v_f + A_b v_b + B + (P_s - P_p)(\Delta V / \delta_s) \tag{A.11}$$

$$A_p w_p = A_e w_e + A_w w_w + A_n w_n + A_s w_s + A_f w_f + A_b w_b + B + (P_f - P_p)(\Delta V / \delta_f) \tag{A.12}$$

Esta equação só fornecerá resultados fisicamente consistentes se um campo correto de pressão for imposto, caso contrário, o campo de velocidade obtido não corresponderá à realidade. Então, para um campo estimado P^* qualquer, as Equações (A.10), (A.11) e (A.12) passarão a ser escritas como:



$$A_p \dot{u}_p = A_e \dot{u}_e + A_w \dot{u}_w + A_n \dot{u}_n + A_s \dot{u}_s + A_f \dot{u}_f + A_b \dot{u}_b + B + (P_w^* - P_p^*) (\Delta V / \delta_w) \quad (\text{A.13})$$

$$A_p \dot{v}_p = A_e \dot{v}_e + A_w \dot{v}_w + A_n \dot{v}_n + A_s \dot{v}_s + A_f \dot{v}_f + A_b \dot{v}_b + B + (P_s^* - P_p^*) (\Delta V / \delta_s) \quad (\text{A.14})$$

$$A_p \dot{w}_p = A_e \dot{w}_e + A_w \dot{w}_w + A_n \dot{w}_n + A_s \dot{w}_s + A_f \dot{w}_f + A_b \dot{w}_b + B + (P_b^* - P_p^*) (\Delta V / \delta_b) \quad (\text{A.15})$$

Definindo-se o campo correto de pressão como sendo a estimativa inicial P^* , mais uma correção P' , tem-se:

$$P = P^* + \alpha P' \quad (\text{A.16})$$

onde α é um coeficiente de relaxação para a variável P .

Subtraindo-se as Equações (A.10) e (A.12) das Equações (A.13) e (A.15), e desprezando-se as diferenças entre os termos vizinhos, tem-se para a direção x :

$$A_p (u_p - \dot{u}_p) = [(P_w - P_w^*) - (P_p - P_p^*)] (\Delta V / \delta_x) \quad (\text{A.17})$$

onde:

$$u' = u - u^* \quad (\text{A.18})$$

Rescrevendo-se a Equação (A.19), tem-se:

$$A_p \dot{u}_p = (P_w^* - P_p^*) (\Delta V / \delta_w) \quad (\text{A.19})$$

e, finalmente,

$$u_p = \dot{u}_p + d_p (P_w^* - P_p^*) \quad (\text{A.20})$$

Extrapolando-se o valor de u para a face leste do volume de controle, a Equação (A.20) pode ser escrita como:

$$u_e = \dot{u}_e + d_e (P_p^* - P_e^*) \quad (\text{A.21})$$

onde:

$$d_e = \frac{\Delta V / \delta_e}{A_e} \quad (\text{A.22})$$

Similarmente, obtém-se para a velocidade na direção y e na direção z:

$$v_n = v_n^* + d_n (P_P' - P_N') \quad (\text{A.23})$$

onde:

$$d_n = \frac{\Delta V / \delta_n}{A_n} \quad (\text{A.24})$$

$$w_f = w_f^* + d_f (P_P' - P_F') \quad (\text{A.25})$$

onde:

$$d_f = \frac{\Delta V / \delta_f}{A_f} \quad (\text{A.26})$$

Na etapa seguinte, a equação da conservação da massa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (\text{A.27})$$

é integrada sobre o volume de controle centrado em P, fornecendo:

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_P - \rho_P^0) \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + [(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta y \Delta z + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta x \Delta z + \\ [(\rho w)_f - (\rho w)_b] \Delta x \Delta y = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Substituindo-se os valores das velocidades nas faces e rearranjando-se os termos, vem:

$$A_P P'_P = A_E P'_E + A_W P'_W + A_N P'_N + A_S P'_S + A_F P'_F + A_B P'_B + B \quad (\text{A.29})$$

onde:

$$A_E = \rho_e d_e \Delta y \Delta z; \quad A_W = \rho_w d_w \Delta y \Delta z;$$

$$A_N = \rho_n d_n \Delta x \Delta z; \quad A_S = \rho_s d_s \Delta x \Delta z;$$

$$A_F = \rho_f d_f \Delta x \Delta y; \quad A_B = \rho_b d_b \Delta x \Delta y;$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_F + A_B;$$

$$B = \frac{M_P^0}{\Delta t} - \frac{M_P}{\Delta t} + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] \Delta y \Delta z + [(\rho v^*)_n - (\rho v^*)_s] \Delta x \Delta z + [(\rho w^*)_f - (\rho w^*)_b] \Delta x \Delta y$$

O termo-fonte B representa o divergente do vetor velocidade no volume de controle, que deve tender a zero quando o campo de velocidades satisfaz a equação da continuidade. Assim, a equação discretizada de conservação da massa Equação (A.29) representa, na verdade, uma equação para a pressão, o que constitui a base do método SIMPLE.

A.9.2 Método SIMPLEC

O método SIMPLEC se diferencia do SIMPLE apenas pelo fato de que as diferenças entre as velocidades vizinhas não é mais desprezada. Neste caso, a expressão para a correção das velocidades também tem a forma:

$$u_e = u_e^* + d_e (P'_P - P'_E) \quad (\text{A.30})$$

porém, agora,

$$d_e = \frac{\Delta V / \delta_e}{A_e - \sum A_{nb}} \quad (\text{A.31})$$

Pode-se, então, perceber que a única diferença entre as expressões que fornecem d_e , no método SIMPLE e no SIMPLC, é o termo $\sum A_{nb}$, subtraído de A_e no denominador da Equação (A.31). Esta modificação, aparentemente pequena, tem profundas implicações nos cálculos. A mais importante delas é que, agora, não existe mais a necessidade de se usar coeficientes de relaxação muito fortes para a atualização de P' .





Metodologia de Simulação de Grandes Escalas

B.1 Introdução

Este anexo é dedicado à apresentação da metodologia de simulação de grandes escalas, empregada em algumas das simulações realizadas no âmbito do presente trabalho, para melhor representar os efeitos da turbulência no interior do escoamento.

B.2 Filtragem das Equações Governantes

Para uma maior clareza do processo de filtragem as equações governantes serão aqui rescritas:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.2})$$

A aplicação do operador filtro às equações governantes decompõe as variáveis em uma componente representativa das grandes escalas e uma componente sub-malha. Dessa forma, aplicando o processo de filtragem ao sistema de equações governantes (B.1) e (B.2), e observando que os operadores de diferenciação parcial e

de filtragem são comutativos, obtém-se um novo sistema de equações na seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_j}) = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.4})$$

Nota-se que os termos advectivos das Equações (B.4) apresentam os produtos filtrados das variáveis, tornando impossível a solução deste sistema de equações. Assim sendo, faz-se necessário decompor as escalas:

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i \quad (\text{B.5})$$

De acordo com as propriedades do operador filtro, o produto filtrado resulta em:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{(\overline{u_i} + u'_i)(\overline{u_j} + u'_j)} = \overline{u_i u_j} + \overline{u_i u'_j} + \overline{u'_i u_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (\text{B.6})$$

Tendo que:

$$\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \text{ Tensor de Reynolds sub-malha} \quad (\text{B.7})$$

$$C_{ij} = \overline{u'_i \overline{u_j}} + \overline{\overline{u_i} u'_j} \text{ Tensor Cruzado} \quad (\text{B.8})$$

$$L_{ij} = \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} - \overline{u_i u_j} \text{ Tensor de Leonard} \quad (\text{B.9})$$

Os produtos filtrado podem ser rescrito como segue:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + L_{ij} + C_{ij} + \tau_{ij} \quad (\text{B.10})$$

Substituindo-se estes tensores e fluxos no sistema de equações (B.3) e (B.4) obtém-se, agora, as equações governantes filtradas, na seguinte forma:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - (\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij}) \right] \quad (\text{B.12})$$

Este é um sistema de quatro equações e quatro variáveis transportadas ($\bar{u}_i$ e $\bar{p}$) acrescidas dos três tensores (τ_{ij} , C_{ij} e L_{ij}). Trata-se então de um sistema de equações aberto com mais equações que incógnitas. Este problema tem sua origem no termo não linear das equações de Navier-Stokes. Os tensores originam-se do processo de geração da Equações (B.11) e (B.12) que governam o transporte de momentos estatísticos de primeira ordem, que por sua vez possuem componentes, correlações ou momentos de segunda ordem. Surge então a possibilidade de gerar equações de transporte para estes momentos de segunda ordem, o que acarretaria no aparecimento de momentos de terceira ordem e assim sucessivamente. Este é o clássico problema de fechamento da turbulência, um dos maiores desafios científicos da física moderna, o qual está completamente em aberto, não contando ainda com uma teoria fechada.

Métodos paliativos de fechamento da turbulência foram propostos ao longo das últimas décadas, alguns deles foram apresentados por Silvestrini (2000). Nas próximas seções uma abordagem da modelagem sub-malha, dependente da viscosidade turbulenta é feita, em particular, a modelagem sub-malha Smagorinsky, utilizada no âmbito deste trabalho, é apresentada.

B.2.1 Modelagem Sub-Malha da Turbulência

De acordo com Clark *et al.* (1979) a soma dos os tensores Cruzado e de Leonard podem ser expressos como uma expansão de Taylor do campo de velocidade filtrado. No entanto, Shaanan *et al.* (1975) apresentam que, quando um esquema de transporte advectivo de até segunda ordem é utilizado, os tensores de Leonard e Cruzado podem ser desprezados. Por outro lado, quando se utiliza esquemas de ordens mais elevadas ou métodos espectrais, estes tensores devem ser considerados. Silveira Neto *et al.* (1993), em experiências numéricas sobre uma expansão brusca, evidenciaram que mesmo para esquemas de terceira ordem estes dois tensores podem ser negligenciados.

Considerando-se estas hipóteses simplificadoras, resta modelar o Tensor de Reynolds sub-malha que, baseado na hipótese de Boussinesq (1877), pode ser modelado em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidade filtrado e da energia cinética turbulenta (k), como segue:



$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.13})$$

onde ν_t representam a viscosidade turbulenta, ressaltando o fato de ν_t é uma propriedade do escoamento e não do fluido como ν . Substituindo a equações (B.13) na equação (B.12), tem-se o fechamento, via hipótese de viscosidade turbulenta:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (\text{B.15})$$

Observa-se que o divergente do termo envolvendo a energia cinética turbulenta e o delta de Kronecker resulta no gradiente da energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) = \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad (\text{B.16})$$

Para esquemas onde o valor de k não é calculado explicitamente, a pressão modificada, incorpora os efeitos provenientes da variação da energia cinética turbulenta sub-malha no campo de escoamento. Este é o caso para o presente estudo.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (\text{B.18})$$

É importante enfatizar que, quando se resolve as equações da turbulência modeladas, o que se chama de pressão não é a pressão termodinâmica e sim, uma pressão modificada pela energia cinética turbulenta. Para recuperar o verdadeiro campo de pressão torna-se necessário modelar também a energia cinética turbulenta, o que deve ser feito simultaneamente com o cálculo da viscosidade turbulenta.

Observa-se que sistema de equações (B.50) e (B.51) é um sistema fechado, onde o número de equações é igual ao número de incógnitas. No entanto resta ainda o problema maior da modelagem da turbulência que é o cálculo da viscosidade

turbulenta, que pode ser calculada, via diferentes modelos numéricos.

Vale comentar que nas últimas décadas o termo $\overline{u_i u_j}$, como apresentado por Silvestrini (2002), vem sendo decomposto sem passar pelo conceito de separação de escalas de forma explícita, da seguinte forma:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + \gamma_{ij} \tag{B.19}$$

Onde o tensor de cisalhamento sub-malha γ_{ij} é modelado diretamente. No entanto a necessidade de métodos para o cálculo da viscosidade e difusividade turbulenta não é suprimida.

B.2.2 Modelagem Sub-Malha de Smagorinsky

Um dos mais importantes modelos para obtenção da viscosidade turbulenta (ν_t) é o modelo de Smagorinsky, proposto pelo próprio meteorologista em 1963, para calcular as grandes estruturas encontradas em escoamentos atmosféricos.

Este modelo se enraíza na hipótese do equilíbrio local para as pequenas escalas, por intermédio do qual a produção de tensões turbulentas sub-malha é considerada igual à taxa de dissipação:

$$\wp = \varepsilon \tag{B.20}$$

Na qual, a produção de tensões turbulentas pode ser descrita em função da taxa de cisalhamento do campo de velocidade filtrado:

$$\wp = -\overline{u'_i u'_j} S_{ij} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \tag{B.21}$$

e a taxa de dissipação, escrita em função da escala característica de velocidade e do comprimento sub-malha:

$$\varepsilon = -c_1 \left(\overline{u'_i u'_j} \right)^{3/2} / \ell \tag{B.22}$$

Supõe-se, ainda, que a viscosidade turbulenta sub-malha seja proporcional a estas duas escalas, conforme a equação seguinte:

$$\nu_t = c_1 \ell \left(\overline{u'_i u'_j} \right) \tag{B.23}$$



Utilizando-se este conjunto de equações pode-se exprimir a viscosidade turbulenta em função da taxa de deformação e da escala de comprimento, constituindo-se uma espécie de comprimento de mistura, através da seguinte expressão:

$$\nu_t = (C_S \ell)^2 |\overline{S}| \quad (\text{B.24})$$

sendo C_S a constante de Smagorinsky, ℓ a escala de comprimento, calculado em função da malha de discretização e $|\overline{S}|$, o módulo do tensor taxa de deformação, definido como:

$$|\overline{S}| = (2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij})^{1/2} \quad (\text{B.25})$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.26})$$

A constante de Smagorinsky (CS) tem um valor da ordem de 0,1. Para turbulência homogênea e isotrópica, Lilly (1967), citado em Silveira Neto (1991), determinou analiticamente um valor $CS = 0,23$. Posteriormente, Deardorff em 1970, propôs um valor $CS = 0,1$, estudando o escoamento no interior de um canal. Apesar da necessidade do ajuste desta constante, o modelo de Smagorinsky tem sido largamente utilizado ao longo dos anos fornecendo considerável performance em aplicações acadêmicas e industriais, considerando-se diferentes tipos de escoamento.

Geração de números aleatórios pelo método do resíduo

C.1 Introdução

Conforme descrito por Pereira Jr et al., 2003, simulações computacionais de sistemas físicos operando em regime randômico empregam, invariavelmente, métodos para a geração de seqüências de números aleatórios. A escolha do método, por sua vez, deve ser feita de maneira que as propriedades fundamentais dos processos envolvidos possam ser bem representadas. Assim, uma vez escolhido o modelo de distribuição de probabilidade, um algoritmo para geração da variável aleatória deve ser utilizado.

Alguns métodos de geração de variáveis aleatórias são capazes de gerar valores uniformemente distribuídos entre zero e um. Estes números aleatórios com distribuição uniforme podem, então, ser usados para gerar números com probabilidades arbitrárias. Entretanto, um problema que ocorre com a geração de um número aleatório no intervalo $[0,1]$ é que há infinitos números neste intervalo, porém o computador é limitado a representar números com precisão finita. Outra dificuldade é a necessidade de gerar longas seqüências de números aleatórios, o que exige muito do processador e da memória, uma vez que estes métodos, em geral, utilizam recursão e operações de divisão. A operação que mais consome tempo em um programa de geração de números aleatórios é a divisão. Isto pode ser relevante quando é desejado gerar grandes quantidades de números, por causa do custo computacional.



No presente trabalho, o método dos resíduos ponderados, , descrito a seguir, foi empregado como base para a imposição de flutuações aleatórias à velocidade de entrada do fluido no domínio computacional.

C.2 Método do resíduo

A abordagem preferida para geração computacional de números aleatórios envolve o uso de fórmulas recursivas que podem ser fácil e rapidamente implementadas. No método do resíduo, a fórmula recursiva é dada pela equação:

$$Z_k = \alpha \cdot Z_{k-1} \bmod M \quad (\text{C.1})$$

onde: α é um inteiro escolhido entre 1 e M , enquanto M é um número primo p ou uma potência inteira de um número primo (p^m).

A Equação C.1 é desenvolvida fazendo-se o produto de α e Z_{k-1} , dividindo-se por M , e fazendo-se Z_k o resto desta divisão. O número resultante está na faixa de 0 a $M-1$, e se repete indefinidamente, ou seja, a seqüência é periódica com período máximo $M-1$ (pseudo-aleatório).

Para que a seqüência tenha o máximo comprimento possível, α deve ser uma raiz primitiva de M . Se o valor de M for extremamente grande, então os números na seqüência não se repetirão durante o curso da simulação. A escolha de Z_0 é chamada a semente do gerador de números aleatórios, e determina o ponto no qual a seqüência é iniciada.

Nas seções seguintes são mostrados exemplos de geração de números aleatórios com distribuição uniforme e não uniforme.

C.2.1 Exemplos de geração de números aleatórios

Uma forma de implementação computacional em linguagem C do método do resíduo identificado pela Equação C.1 é mostrado na Figura C.1.



```
{
unsigned long int n=10000; /* n = tamanho da sequência */
unsigned long int Z, Za; /* armazenamento da sequência */
unsigned long int M=2147483647; /* maior valor  $M = 2^{31}-1$  */
unsigned long int a=25717; /* parâmetro alfa */
unsigned long int i; /* contador */
double X[n];
Za = 1; /* valor da semente */
for(i=0;i<n;i++) {
Z = (a*Za) \% M; /* calcula resto da divisão */
X[i] = (double)Za/(M-1); /* normaliza e armazena */
Za = Z;
}
}
```

Figura C.1 - Algoritmo em linguagem C do método do resíduo.

A Figura C.2 mostra os números aleatórios gerados, utilizando-se o programa da Figura C.1. A Figura C.3 mostra o histograma dos números aleatórios mostrados na Figura C.2.

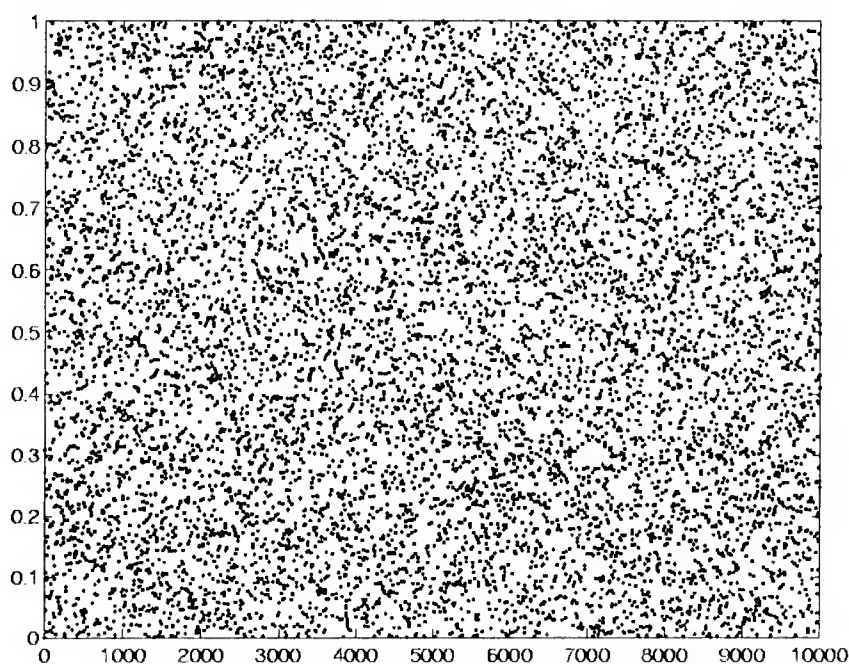


Figura C.2 - Números gerados pelo algoritmo do resíduo.

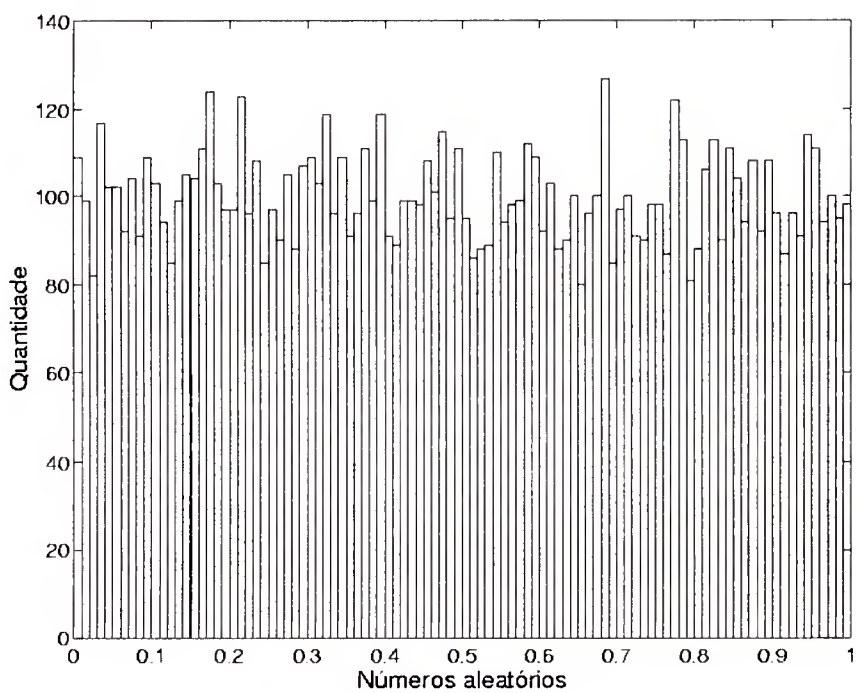


Figura C.3 - Histograma dos números gerados pelo algoritmo do resíduo.

A Figura C.4 mostra os números aleatórios gerados, utilizando o programa da Figura C.1, fazendo-se $a = 1000$ e $M = 131071$. A periodicidade dos números gerados pode ser observada devido à má escolha dos parâmetros. A Figura C.5 mostra o histograma referente aos números aleatórios mostrados na Figura C.4.

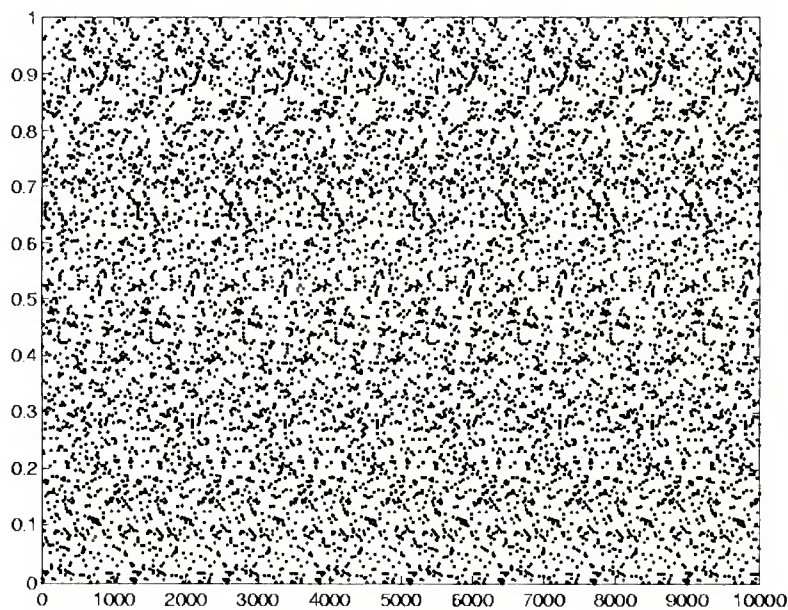


Figura C.4 - Números gerados pelo algoritmo do resíduo com alterações ($a = 1000$, e $M = 131071$).

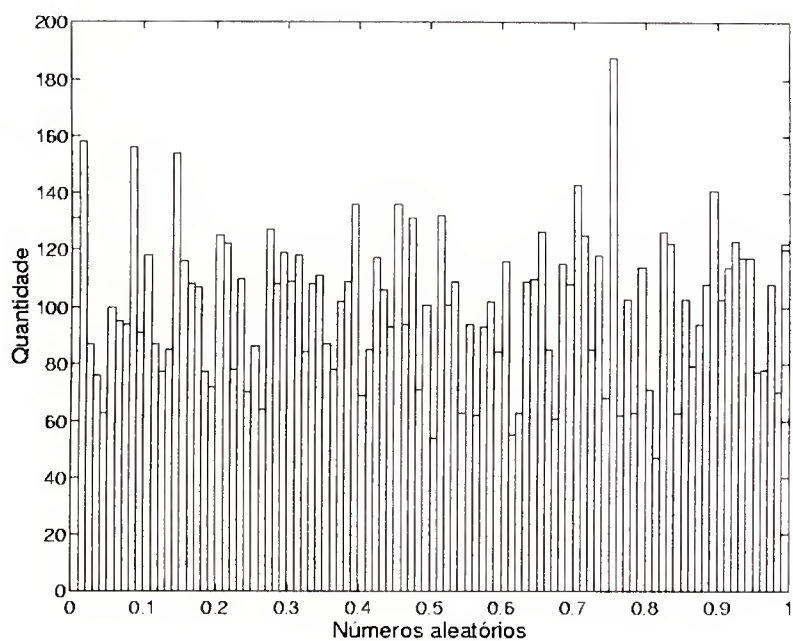


Figura C.5 - Histograma dos números gerados pelo algoritmo do resíduo com alterações ($a = 1000$, e $M = 131071$).

A Figura C.6 mostra o resultado da geração de números aleatórios utilizando-se a função *rand* da biblioteca padrão da linguagem C. A Figura C.7 mostra o histograma correspondente ao resultado da geração de números aleatórios da Figura C.6.

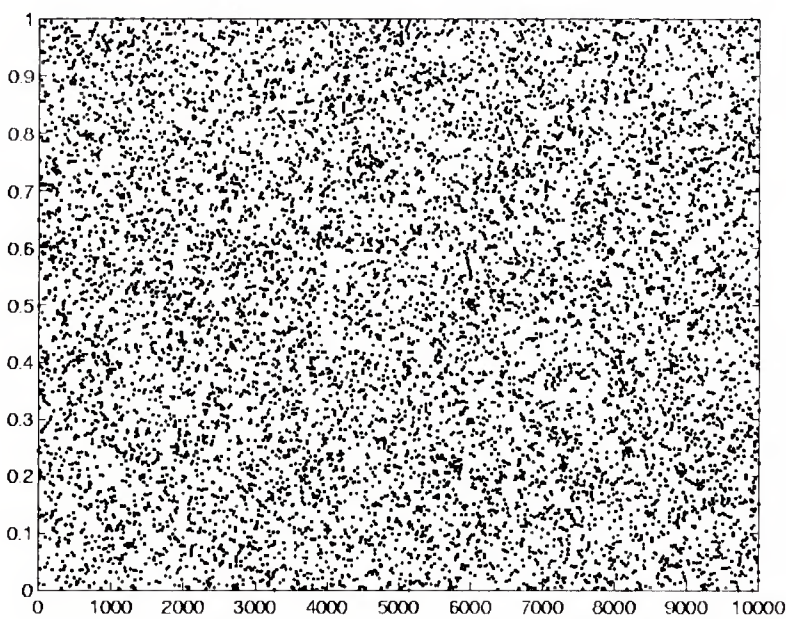


Figura C.6 - Números gerados pela função *rand* da biblioteca da linguagem C.

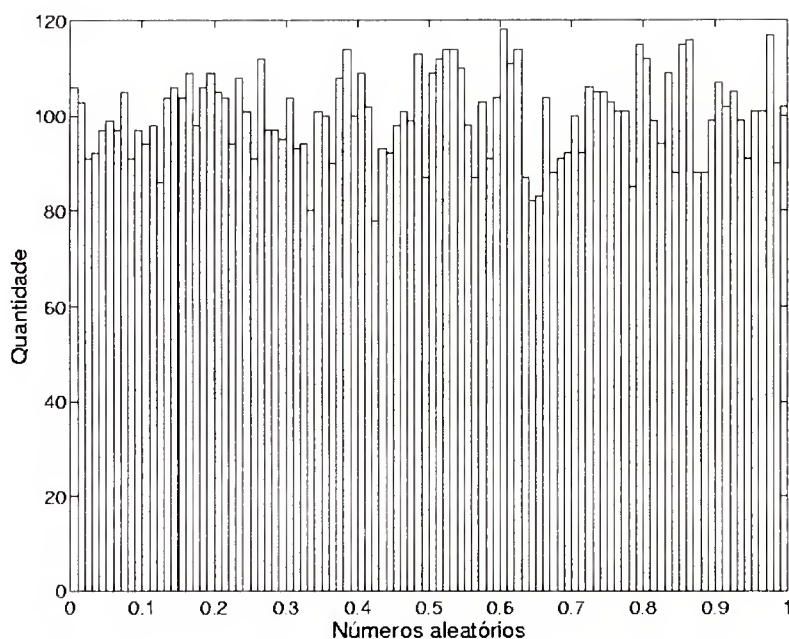


Figura C.7 - Histograma dos números gerados pela função *rand* da biblioteca da linguagem C.

A Figura C.8 mostra o resultado da geração de números aleatórios utilizando-se a função *rand* da biblioteca padrão do Matlab. A Figura C.9 mostra o correspondente histograma do resultado da geração de números aleatórios da Figura C.8.

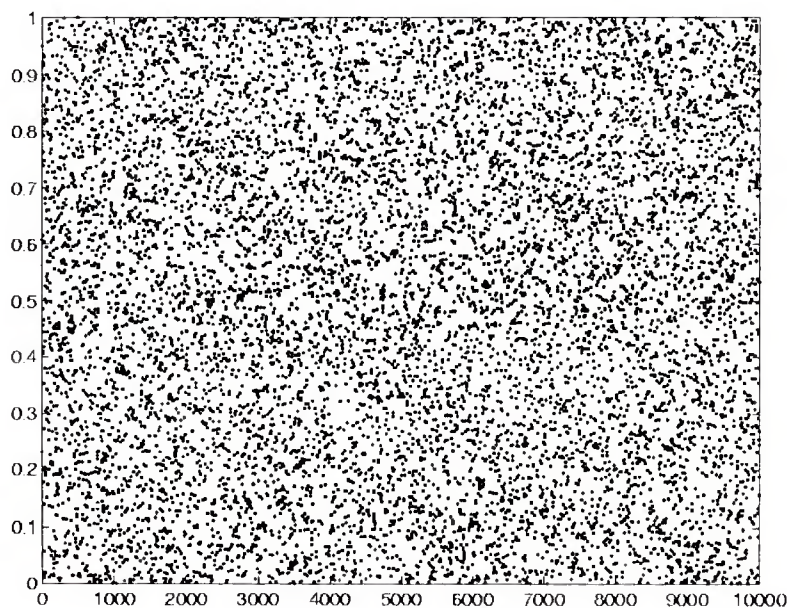


Figura C.8 - Números gerados pela função *rand* do Matlab.

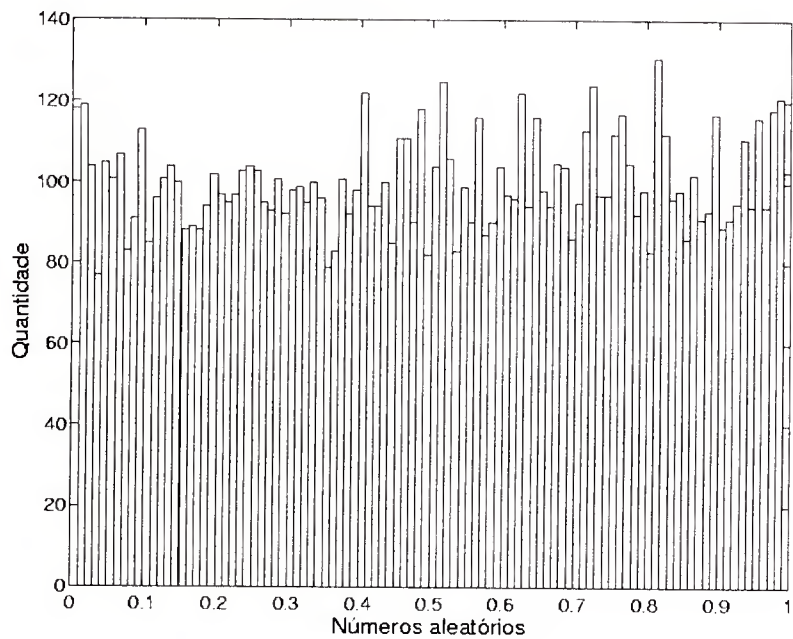


Figura C.9 - Histograma dos números gerados pela função *rand* do Matlab.





Tabelas de Atrelagem

D.1 Introdução

No presente apêndice são apresentados, em forma de tabela, os dados referentes às diversas simulações do escoamento pulsátil ao redor de obstáculos. Estas tabelas são mostradas na mesma seqüência em que os gráficos de atrelagem aparecem no Capítulo 5.

D.2 Estudo da atrelagem síncrona

Tabela D.1 – Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,125$ e $Re = 200$ (Figura 5.13).

Caso	f_e/f_o	f_e	f_s	f_e/f_s
1	0	0	0,78125	0
2	0,6	0,46997	0,76904	0,61111
3	0,8	0,62561	0,73547	0,85063
4	0,9	0,7019	0,7019	1,0
5	1,0	0,78125	0,78125	1,0
6	1,1	0,8606	0,78125	1,10157
7	1,2	0,93689	0,76294	1,228
8	1,4	1,09253	0,73853	1,47933
9	1,6	1,25122	0,75073	1,66667
10	1,8	1,40686	0,73547	1,91287
11	1,85	1,44653	0,72327	1,99999
12	1,9	1,48315	0,74178	1,99945
13	2,0	1,5625	0,78125	2,0
14	2,05	1,60217	0,79956	2,00381
15	2,1	1,64185	0,79651	2,0613
16	2,2	1,71814	0,7782	2,20784
17	2,4	1,87378	0,77515	2,41731
18	2,6	2,03247	0,77515	2,62203
19	2,8	2,18811	0,77515	2,82282
20	3,2	2,50244	0,77515	3,22833
21	3,6	2,81372	0,77515	3,6299
22	4	3,125	0,76904	4,06351



Tabela D.2 – Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,175$ e $Re = 200$ (Figura 5.14).

Caso	f_e/f_o	f_e	f_s	f_e/f_s
1	0	0	0,78125	0
2	0,6	0,46997	0,75684	0,62096
3	0,8	0,62561	0,62561	1,0
4	0,9	0,7019	0,7019	1,0
5	1,0	0,78125	0,78125	1,0
6	1,2	0,93689	0,75073	1,24797
7	1,4	1,09253	0,72937	1,49791
8	1,6	1,25122	0,72327	1,72995
9	1,7	1,32751	0,70801	1,87499
10	1,75	1,36719	0,68359	2,00001
11	1,8	1,40686	0,7019	2,00436
12	2,0	1,5625	0,78125	2,0
13	2,1	1,64185	0,82092	2,00001
14	2,15	1,67847	0,79651	2,10728
15	2,2	1,71814	0,78125	2,19922
16	2,4	1,87378	0,76904	2,43652
17	2,6	2,03247	0,76904	2,64287
18	2,8	2,18811	0,76599	2,85658
19	3,2	2,50244	0,76294	3,28
20	3,6	2,81372	0,75684	3,71772
21	4,0	3,125	0,74768	4,1796

Tabela D.3 – Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$ (Figura 5.15).

Caso	f_e/f_o	f_e	f_s	f_e/f_s
1	0	0	0,78125	0
2	0,6	0,46997	0,74768	0,62857
3	0,8	0,62561	0,62561	1,0
4	0,9	0,7019	0,7019	1,0
5	1	0,78125	0,78125	1,0
6	1,1	0,8606	0,75684	1,1371
7	1,2	0,93689	0,72632	1,28991
8	1,4	1,09253	0,72937	1,49791
9	1,6	1,25122	0,6958	1,79825
10	1,65	1,28784	0,64392	2,0
11	1,7	1,32751	0,66528	1,99542
12	1,8	1,40686	0,7019	2,00436
13	2,0	1,5625	0,78125	2,0
14	2,1	1,64185	0,82092	2,00001
15	2,15	1,67847	0,81482	2,05993
16	2,2	1,71814	0,7843	2,19067
17	2,4	1,87378	0,75989	2,46586
18	2,6	2,03247	0,75378	2,69637
19	2,8	2,18811	0,75073	2,91464
20	3,2	2,50244	0,73853	3,38841
21	3,6	2,81372	0,72632	3,87394
22	4,0	3,125	0,70801	4,41378



Tabela D.4 Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$ (Figura 5.16).

Caso	f_e/f_o	f_e	f_s	f_e/f_s
1	0	0	0,78125	0
2	0,6	0,46997	0,73242	0,64167
3	0,8	0,62561	0,62561	1,0
4	0,9	0,7019	0,7019	1,0
5	1,0	0,78125	0,78125	1,0
6	1,1	0,8606	0,73547	1,17014
7	1,2	0,93689	0,7019	1,33479
8	1,4	1,09253	0,72937	1,49791
9	1,5	1,17188	0,7019	1,66958
10	1,55	1,21155	0,60425	2,00505
11	1,6	1,25122	0,62561	2,0
12	1,8	1,40686	0,7019	2,00436
13	2,0	1,5625	0,78125	2,0
14	2,1	1,64185	0,82092	2,00001
15	2,15	1,67847	0,81177	2,06767
16	2,2	1,71814	0,77209	2,22531
17	2,4	1,87378	0,75073	2,49594
18	2,6	2,03247	0,73547	2,7635
19	2,8	2,18811	0,72937	3,0
20	3,2	2,50244	0,70801	3,53447
21	3,6	2,81372	0,6958	4,04386
22	4	3,125	0,82397	3,79261



D.3 Atrelagem síncrona e configuração da malha computacional

a) Malha não uniforme

Tabela D.5 – Simulação para malha com $N/B = 60$, $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$ (Figura 5.23).

Caso	f_e/f_o	f_e	f_s	f_e/f_s
1	0	0	0,8728	0
2	0,4	0,3479	0,83923	0,41455
3	0,6	0,5249	0,80261	0,65399
4	0,8	0,69885	0,69889	0,99994
5	1,1	0,9613	0,7843	1,22568
6	1,3	1,1322	0,75684	1,49596
7	1,34	1,17188	0,78125	1,50001
8	1,4	1,2207	0,61035	2,0
9	1,5	1,3092	0,65308	2,00465
10	1,7	1,48315	0,74158	1,99999
11	2,0	1,74561	0,8728	2,00001
12	2,1	1,83411	0,91556	2,00327
13	2,15	1,87683	0,93689	2,00326
14	2,2	1,91956	0,8728	2,19931
15	2,3	2,00806	0,83618	2,40147
16	2,8	2,44446	0,81482	3,0
17	3,6	3,14331	0,7782	4,03921

b) Malha uniforme

Tabela D.6 – Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,125$ e $Re = 200$ (Figura 5.24).

Caso	f_e/f_o	f_e/f_s
1	0	0
2	0,8	0,8
3	1,39536	1,50001
4	1,59884	1,74603
5	1,80233	1,99999
6	2,19478	2,12676
7	2,39827	2,39129
8	2,60176	2,63235
9	3,6	3,6



Tabela D.7 – Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,175$ e $Re = 200$ (Figura 5.25).

Caso	f_e/f_o	f_e/f_s
1	0	0
2	0,8	0,8
3	1,39536	1,50001
4	1,59884	1,99999
5	1,80233	1,99999
6	2,19478	1,98685
7	2,39827	2,39129
8	2,60176	2,71214
9	3,6	3,8

Tabela D.8 – Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,225$ e $Re = 200$ (Figura 5.26).

Caso	f_e/f_o	f_e/f_s
1	0	0
2	0,8	0,8
3	1,39536	1,50001
4	1,59884	1,99999
5	1,80233	1,99999
6	2,19478	1,98685
7	2,39827	2,32394
8	2,60176	2,52113
9	3,6	4,1

Tabela D.9 – Varredura em f_e , para $x_e/B = 0,275$ e $Re = 200$ (Figura 5.27).

Caso	f_e/f_o	f_e/f_s
1	0	0
2	0,8	0,8
3	1,39536	1,57377
4	1,59884	1,99999
5	1,80233	1,96826
6	2,19478	1,98685
7	2,39827	2,06251
8	2,60176	2,52113
9	3,6	4,1



Tabela D.10 – Varredura em x_e , para $f_e/f_o = 1,6$ e $Re = 200$ (Figura 5.28).

Caso	x_e/B	f_e/f_s
1	0	1,6
2	0,125	1,7473
3	0,15	1,80458
4	0,175	2,00144
5	0,175	2,00144
6	0,225	2,00153
7	0,275	2,00144
8	0,3	2,00144
9	0,325	2,00144

Tabela D.11 – Varredura em x_e , para $f_e/f_o = 1,8$ e $Re = 200$ (Figura 5.29).

Caso	x_e/B	f_e/f_s
1	0	1,79999
2	0,065	1,95
3	0,125	1,99738
4	0,175	1,99738
5	0,225	1,99738
6	0,275	1,99738
7	0,325	2,03014

Tabela D.12 – Varredura em x_e , para $f_e/f_o = 2,2$ e $Re = 200$. (Figura 5.30).

Caso	x_e/B	f_e/f_s
1	0	2,19994
2	0,075	2,05009
3	0,125	2,00558
4	0,175	1,99153
5	0,225	1,99153
6	0,275	1,99153

Tabela D.13 – Varredura em x_e , para $f_e/f_o = 2,4$ e $Re = 200$. (Figura 5.31).

Caso	x_e/B	f_e/f_s
1	0	2,39998
2	0,125	2,393
3	0,175	2,393
4	0,225	2,06398
5	0,275	2,06398
6	0,325	2,3



D.4 O Escoamento pulsátil quasi–bidimensional

Tabela D.14 – Casos simulados para escoamento quasi–tridimensional (Figura 5.32).

Caso	f_e/f_o	f_e	f_s	f_e/f_s
1	0	0	0,80261	0
2	0,8	0,64087	0,64087	1,0
3	1,4	1,12305	0,75073	1,49594
4	1,45	1,16272	0,6958	1,67105
5	1,6	1,28479	0,64087	2,00476
6	1,8	1,44043	0,72021	2,00001
7	2,1	1,68457	0,84229	1,99999
8	2,3	1,84631	0,76904	2,4008
9	2,4	1,92871	0,76904	2,50794
10	3,2	2,56958	0,72632	3,53781





**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

**Campus de Ilha Solteira
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica**

**Av. Brasil Centro, 56
CEP 15385-000 - Ilha Solteira - SP
www.dem.feis.unesp.br**

