



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT–D.002/15

Teorias efetivas e violação de sabor leptônico em decaimentos do Higgs

Leônidas Augusto Fernandes do Prado

Orientador

Ricardo D’Elia Matheus

Junho de 2015

Agradecimentos

Ao meu orientador Prof. Dr. Ricardo D'Elia Matheus pela admirável paciência.

Aos colegas Leonardo de Lima e Camila Machado pelas discussões e ajuda na elaboração deste trabalho.

À minha família pelo apoio.

À CNPq (01/03/2013 - 31/05/2013) e à FAPESP(01/06/2013 - 28/02/2015) pelo apoio financeiro.

Resumo

Consideramos o decaimento do Higgs violando sabor leptônico $h \rightarrow \tau\mu$ no contexto de teorias efetivas. O CMS divulgou recentemente um excesso de eventos de $2,5\sigma$ neste canal. O operador responsável por este processo, no entanto, está em muitos casos correlacionado com operadores de dipolo, que já têm fortes restrições experimentais. Exploramos então em que casos é possível de se obter um operador de violação de sabor grande o suficiente para ser visto em decaimentos do Higgs no LHC, porém ainda respeitando os limites encontrados em decaimentos radiativos de léptons. Apresentamos também dois modelos, um do tipo Higgs Composto e outro do tipo Higgs Portal, mostrando como o processo $h \rightarrow \tau\mu$ surge em cada um deles. Caso o sinal do CMS seja confirmado, o segundo modelo será favorecido, enquanto é improvável que o primeiro consiga o explicar.

Palavras Chaves: Bóson de Higgs; Teorias Efetivas; Violação de Sabor; Operadores de Dimensão Alta

Áreas do conhecimento: Teoria de Campos; Física de Partículas

Abstract

We consider the Higgs Lepton Flavor Violating decay $h \rightarrow \tau\mu$ in the framework of effective theories, on which CMS reported a 2.5σ excess of events. The operator that is responsible for this process, however, is in many models correlated to dipole operators that are already under stringent experimental constraints. We then explore in which cases it is possible to obtain a flavor violating operator that is big enough to be seen in Higgs decays at the LHC, while still respecting the leptonic radiative decay bounds. We also present two models, a simplified Composite Higgs model and a Higgs Portal model, showing how the process $h \rightarrow \tau\mu$ is generated in each of them. We find that if the CMS signal is confirmed, the second model is favored, while it is unlikely that the first model will be able to explain it.

Keywords: Higgs Boson; Effective Theories; Flavor Violation; Higher Dimensional Operators

Lista de Figuras

2.1.	(a) Diagrama representando o processo $W \rightarrow ud$. (b)(c) Diagramas representando os processos não diagonais $W \rightarrow us$ e $W \rightarrow ub$	16
3.1.	(a) Interação entre quatro férmions via troca de um escalar. (b) Interação entre quatro férmions em um modelo em que o escalar foi removido.	24
4.1.	Restrições nos acoplamentos de Yukawa, $ Y_{\tau\mu} $ e $ Y_{\mu\tau} $. Resultado extraído do artigo [24]. As linhas azuis tracejadas são contornos com <i>branching ratio</i> constante. A linha azul grossa mostra o alcance projetado pelos autores para o LHC (com luminosidade e energia indicadas), indicando que este seria sensível a $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu)$ próximo de 10%. As outras partes do gráfico mostram regiões excluídas por outros experimentos.	34
4.2.	Restrições nos acoplamentos de Yukawa, $ Y_{\tau\mu} $ e $ Y_{\mu\tau} $, com limites esperados (linha vermelha) e observados (linha preta) derivados dos limites sobre $\text{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$, baseada na análise feita no artigo [27] de onde foi extraída esta figura. As linhas pretas tracejadas são curvas de $\text{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ constante. As regiões sombreadas se referem a restrições a partir de resultado nulo na busca de $\tau \rightarrow 3\mu$ (verde escuro) e $\tau \rightarrow \mu\gamma$ (verde mais claro). A linha laranja diagonal é o limite teórico de naturalidade $Y_{ij}Y_{ji} \leq m_i m_j / v^2$ [28] e a linha amarela é o limite alcance estimado em [24] (a linha azul na figura 4.1).	35
4.3.	(a) Contribuição em um <i>loop</i> para o decaimento radiativo do tau em múon devido ao acoplamento de Yukawa não diagonal. (b) Decaimento do Higgs $h \rightarrow \tau\mu$ violando sabor.	40
4.4.	Relação entre o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ e operadores de dipolo. (a) Obtendo o operador de dipolo de dimensão oito a partir de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ gerado a nível de <i>loop</i> . (b) Obtendo o operador de dipolo de dimensão seis a partir de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ gerado a nível árvore.	41
4.5.	<i>Branching ratio</i> de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ (incluindo os diagramas de Barr-Zee) a partir de diferentes operados em função da escala da nova física Λ . A linha continua preta, a tracejada azul e a pontilhada vermelha são, respectivamente os <i>branching ratios</i> gerados pelos operadores $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$, $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ and $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$. Aqui consideramos $c_{6\gamma} \sim c_{8\gamma} \sim c_{6H} \sim 1$, e efeitos de interferências são negligenciados, pois o efeito das mesmas é desprezível para a maior parte dos valores de Λ	44
4.6.	Inserções a nível árvore do Higgs gerando $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ no setor composto de [29]. As linhas duplas representam estados <i>vector-like</i> pesados de léptons, enquanto as linhas simples representam os férmions quirais elementares.	46

4.7.	Diagrama do processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$ a partir do modelo de Higgs Composto que definimos acima. Apresentamos todos os modos diferentes de se fechar o loop e os diferentes lugares de onde o fóton pode sair. Incluimos também a convenção de momentos que utilizamos para fazer os cálculos.	47
4.8.	Diagramas de violação de sabor no modelo Higgs Portal descrito acima: (a) Interação de violação de sabor via Higgs a um <i>loop</i> . (b) Violação de sabor radiativa a dois <i>loops</i>	50
4.9.	Acoplamento ξ do modelo Higgs Portal em função da massa do escalar m_S . Mostramos linhas de contorno para (a) $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu)$ com $\tilde{y}_{\tau\mu} = 4\pi$ e para (b) $\tilde{y}_{\tau\mu}$ com $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) = 10^{-2}$. As regiões $\Lambda = 410$ GeV e $\tilde{y}_{\tau\mu} \leq 4\pi$ satisfazem os limites de perturbatividade.	52
B.1.	Diagrama do processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$	60
B.2.	Contribuição do operador de dimensão oito para o processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$	65
B.3.	Contribuição do operador de dimensão seis para o processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$	66

Sumário

Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Lista de Figuras	ix
1. Introdução	1
2. Modelo Padrão	3
2.1. Simetrias	4
2.1.1. QED	5
2.1.2. Teorias de Gauge Não-Abelianas	7
2.1.3. Quebra Espontânea de Simetria	8
2.2. A teoria de Glashow-Weinberg-Salam para as interações fracas	10
2.3. Férmions	13
2.4. Interação de Yukawa	15
2.5. A Força Forte e o Modelo Padrão	17
2.5.1. As partículas do Modelo Padrão	18
2.6. Problemas do Modelo Padrão	19
2.6.1. O Problema da hierarquia	19
2.6.2. Outros Problemas	22
2.7. Conclusões	22
3. Teorias Efetivas	23
3.1. Conceitos Básicos	23
3.2. MP como teoria efetiva	25
3.3. Análise Dimensional	26
3.4. Operadores de Dimensão Superior	28
3.5. Conclusões	32
4. Violação de Sabor	33
4.1. Motivação	33
4.2. Operador Responsável pela Violação de Sabor Através do Higgs	36
4.3. A contribuição de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ para decaimentos radiativos de léptons	39
4.4. Outras fontes de violação de sabor leptônico	40
4.5. Comparação entre a contribuição dos diferentes operadores para o decaimento $\tau \rightarrow \mu\gamma$	42
4.6. Modelo do tipo Higgs Composto	45
4.7. Modelo tipo Higgs Portal	49

5. Conclusões	53
A. Operadores de Dimensão 6	55
B. Cálculo da largura de decaimento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ a partir de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ e $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$.	59
B.1. O operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$	60
B.2. O operador $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$	65
B.3. O operador $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$	66
Referências Bibliográficas	68

1

Introdução

A física de partículas está vivendo uma nova era de descobertas. O LHC (Large Hadron Collider), construído pelo CERN (Organisation européenne pour la recherche nucléaire)¹ é o acelerador de partículas mais potente já construído e começou suas operações em 2008. Ele foi criado para testar diferentes modelos de física de partículas, e, dentre seus objetivos principais estava provar a existência do bóson de Higgs, uma partícula que seria responsável por gerar a massa das outras partículas elementares, e também explorar a possibilidade da existência de novos fenômenos ou forças físicas, tais como a supersimetria, a existência de dimensões extras ou a escala de composição de partículas que hoje julgamos elementares.

Em 2012, o LHC encontrou uma partícula com massa entre 125 e 127 GeV [1, 2]. Em 2013 depois de muitas medidas, foi confirmado que a partícula se comportava como o bóson de Higgs do modelo padrão, tendo muitas de suas propriedades, decaimentos e interações. É preciso mais dados para saber se este bóson de Higgs tem exatamente todas as propriedades do bóson de Higgs padrão ou se ele tem alguma característica prevista por outros modelos. Atualmente sabemos que sua massa é $125,09 \pm 0,24$ GeV [3] e que é uma partícula escalar [4]. A comunidade está agora focada em determinar suas outras propriedades com precisão. Até agora os dados são consistentes com as previsões do modelo padrão, porém as incertezas ainda são grandes o suficiente para que nova física ainda possa estar escondida.

A medida dos acoplamentos do bóson de Higgs com outras partículas é uma medida importante que, se feita com precisão suficiente, pode nos dizer muito sobre a existência de nova física, já que o Higgs interage com a maioria das outras partículas. Neste trabalho vamos nos focar em um acoplamento específico, que gera violação de sabor leptônico, um tipo de processo não previsto pelo modelo padrão que permite o Higgs decair em dois léptons de famílias diferentes. Faremos um estudo usando teorias efetivas, que é razoavelmente independente de modelo, de modo a fazer uma análise geral sobre operadores que podem gerar violação de sabor leptônico possível de ser vista no LHC.

Começaremos este trabalho introduzindo o Modelo Padrão da física de partículas no capítulo 2, abordando seus aspectos mais importantes, as partículas e as interações previstas para depois falar um pouco sobre seus problemas, nos focando no problema

¹O acrônimo original vem de “Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire”.

da hierarquia, que será nossa maior motivação para procurar nova física no LHC. No capítulo 3 vamos abordar teorias efetivas, introduzindo operadores efetivos, e como é possível usá-los para estudar física de altas energias fazendo experimentos a energias mais baixas (energias do LHC). No capítulo 4 vamos nos focar na violação de sabor leptônico e como este tipo de processo pode ser visto no LHC. Vamos então, usando os operadores efetivos introduzidos no capítulo 3, estudar decaimentos radiativos que violam sabor, que têm uma ligação com o operador que gera violação de sabor leptônico através do Higgs. Feita esta análise vamos discutir se é possível ou não a visualização experimental de decaimentos do Higgs que violam sabor no LHC, e como este sinal pode ser usado para avaliar a validade de modelos específicos de física além do Modelo Padrão.

2

Modelo Padrão

A física das partículas elementares surgiu para explicar quais são os menores constituintes da matéria. Isto levou então ao conceito de partícula elementar, que é indivisível, ou seja, não é formada por partículas menores. Esse estudo exigiu, pelo fato de as partículas serem muito pequenas e atingirem velocidades muito próximas da da luz, uma teoria que unisse a mecânica quântica (que estuda o muito pequeno) com a relatividade restrita (que estuda o muito rápido). Surgiu assim a Teoria Quântica de Campos, em que os objetos fundamentais são campos quantizados cujas excitações são as partículas elementares. Essa teoria, hoje bem aceita, continha inicialmente muitos problemas, sendo o mais grave deles as divergências que surgiam nas contas, o que impossibilitava a utilização da teoria para descrever as partículas conhecidas. As divergências foram sendo entendidas e removidas dos observáveis físicos até que finalmente em 1971 't Hooft, durante seu doutorado, conseguiu mostrar que o tratamento das divergências também era possível quando as partículas responsáveis pela interação eram massivas [5] (o que era o caso das interações Nucleares Fracas), o que resolvia a discussão das divergências.

Antes de 't Hooft, porém, os cientistas já estavam estudando modelos para explicar as forças fundamentais da natureza. Nos anos 1960, foi criado um modelo, construído a partir de simetrias, chamado de modelo eletrofraco (também conhecido como modelo de Glashow-Weinberg-Salam), que unia a força eletromagnética e a força nuclear fraca (responsável pelo decaimento beta) em uma única força [6]. Este modelo continha férmions de spin $\frac{1}{2}$, como elétrons e neutrinos, os bósons W^+ e W^- e o fóton, que tem spin 1 e eram conhecidos na época, mas previa a existência de um bóson a mais, o Z , responsável pelas correntes neutras. Em 1973, essas correntes foram descobertas no CERN, o que fez o modelo ser amplamente aceito. O modelo ainda continha um bóson escalar neutro, responsável por um mecanismo que gera a massa para os férmions e para os bósons W e Z . Os criadores do modelo, Sheldon Lee Glashow, Steven Weinberg e Abdus Salam ganharam o prêmio nobel de 1979, devido à teoria eletrofraca e a previsão das correntes neutras.

Concomitantemente às pesquisas sobre a força nuclear fraca, existiam estudos sobre outra força, a força forte (ou força nuclear forte), responsável por manter prótons e nêutrons unidos em um núcleo atômico. Antes da década de 1970 acreditava-se que prótons e nêutrons eram partículas elementares e a força forte era mediada por troca de píons. Em 1964 foi proposto um modelo que dizia que prótons e nêutrons, junto com outras partículas, não eram elementares e eram compostas por partículas menores, chamadas quarks [7], que são férmions de spin $\frac{1}{2}$. Inicialmente o modelo tinha alguns problemas, mas

já em 1974, após muitas descobertas experimentais, foi comprovada a validade do modelo de quarks. Surgiu então um modelo que explica a dinâmica dos quarks, suas interações sendo intermediadas por bósons de spin 1 chamados de glúons. Esse modelo também pode ser construído a partir de simetrias e é conhecido como cromodinâmica quântica, devido aos quarks e glúons carregarem um número quântico novo, que foi chamado de cor.

Foi possível então, após o estabelecimento do modelo eletrofraco e da cromodinâmica quântica, a criação de um modelo que unia a força forte e a força eletrofraca (união entre as forças eletromagnética e força nuclear fraca) em um único modelo, chamado de Modelo Padrão (MP). Este modelo, como veremos neste capítulo, pode ser construído a partir de um conjunto pequeno de simetrias, e contém todas as partículas elementares encontradas na natureza, incluindo o bóson de Higgs, descoberto em 2012, que é ingrediente do mecanismo responsável por gerar massa. Matematicamente veremos que o MP pode ser codificado através de uma lagrangiana, em que as variáveis dinâmicas são campos, que quando quantizados descrevem as partículas. A partir desta lagrangiana, quantidades físicas como seções de choque e larguras de decaimento podem ser calculadas quando aplicado o formalismo de teoria quântica de campos.

O que segue neste capítulo é baseado nos capítulos 11 e 20 da referência [8], e nos capítulos 1, 2 e 3 da referência [9].

2.1. Simetrias

As simetrias sempre tiveram um papel importante em física, servindo, por exemplo, para simplificar problemas. Elas, no entanto, apareciam como consequências de modelos, como por exemplo a força gravitacional formulada por Newton, que é central e sua intensidade depende apenas da distância, de modo que uma partícula massiva e pontual gera um campo gravitacional esfericamente simétrico. No começo do século XX, no entanto, as simetrias começaram a ganhar um papel fundamental, sendo a partir delas que modelos começaram a ser construídos. Essa mudança de paradigma recebeu um embasamento forte através do teorema de Noether, que diz que se um sistema obedece uma determinada simetria, há uma correspondente carga conservada. Esse teorema se aplica para a ação, a integral da lagrangiana, de modo que podemos construir uma lagrangiana a partir de determinadas simetrias, que serão o ponto de partida do modelo. É assim que é construído o MP, mas vamos começar construindo um modelo mais simples, a Eletrodinâmica Quântica (QED)¹, um dos constituintes do MP.

¹Do inglês *Quantum Electrodynamics*

2.1.1. QED

A primeira simetria que a lagrangiana deve obedecer é invariância por transformações de Poincaré, que contém as transformações de Lorentz e translações espaciais (no espaço de Minkowski). Essas transformações relacionam dois sistemas de coordenadas, de modo a garantir a validade do princípio da relatividade, fazendo com que as equações que relacionam grandezas físicas tenham a mesma forma, não importando o referencial inercial utilizado. Um escalar de Poincaré é um objeto que não se altera quando as transformações são aplicadas, de modo que se construirmos um modelo contendo estes escalares, estará garantida a invariância de Poincaré.

Escalares de Poincaré são então bons objetos para utilizarmos na construção de uma lagrangiana. É natural construir estes escalares a partir de objetos que pertençam a alguma das representações do grupo formado pelas transformações de Poincaré, uma vez que isto fixa as propriedades de transformação do objeto. Ocorre que as representações deste grupo estão intrinsicamente ligadas ao spin, e podem ser divididas em dois grandes grupos: as representações bosônicas e fermiônicas. Para construir o MP, vamos utilizar três tipos de campos, os campos escalares, vetoriais e espinoriais, que estão em representações de spin 0, 1 e $\frac{1}{2}$, respectivamente. A partir destes campos, é possível construir escalares, que serão então utilizados para construir a lagrangiana.

Férmions de spin $\frac{1}{2}$ carregados de massa m , como o elétrons, serão então descritos por spinores (representados por Ψ). Cada termo da lagrangiana deve ser um escalar, de modo que a lagrangiana mais geral que podemos escrever para um férmion deve ser²:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\Psi}(x)(i\partial - m)\Psi(x). \quad (2.1)$$

As equações de movimento obtidas a partir desta lagrangiana são as equações de Dirac, como esperado, porém aqui conseguimos chegar nelas somente através de simetrias. Podemos ver que esta lagrangiana é também invariante sob a transformação de fase $\Psi \rightarrow e^{i\alpha}\Psi$, onde α é uma constante, o que significa que o campo se transforma do mesmo modo em todos os pontos do espaço-tempo, sendo por isso conhecida como uma *transformação global*. Essa simetria, através do teorema de Noether leva a uma corrente $J^\mu = \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$, que é conservada quando se usa as equações de movimento. Logo veremos qual o papel desta corrente (corrente elétrica, no caso do elétron) na construção da QED.

Por outro lado, parecendo não ter nenhuma relação com os férmions, podemos construir a lagrangiana mais geral, invariante de Poincaré, para descrever fótons, que são bósons de spin 1. Vamos representar este bóson pelo campo vetorial A_μ , de modo que podemos escrever a lagrangiana:

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

²As lagrangianas construídas nesta seção só são gerais sob a hipótese adicional de que o modelo seja renormalizável (ou seja, de que consigamos estender o modelo até energias arbitrariamente altas e ainda lidar com as divergências). Abordaremos este ponto com mais detalhes na seção 3.2

onde $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Estamos assumindo que o termo de massa $m^2 A^\mu A_\mu$, que daria uma massa para o fóton, não existe. Isso será justificado ao longo desta seção. A partir desta lagrangiana, podem ser deduzidas as equações de Maxwell, que, como no caso da equação de Dirac, agora foi construída a partir de simetrias. Notamos ainda que esta lagrangiana que escrevemos para os fótons é invariante sob a seguinte transformação:

$$A^\mu(x) \rightarrow A'^\mu(x) = A^\mu(x) - \frac{1}{q} \partial^\mu \alpha(x). \quad (2.3)$$

Essa transformação é chamada de *transformação local*, ou de *gauge*, e difere da transformação global acima, pois α não é mais constante. Sua dependência em x indica que o campo se transforma de forma diferente para cada ponto do espaço-tempo.

Se a simetria de gauge é importante na construção de um modelo, vamos querer que a lagrangiana que escrevemos para o férmion obedeça esta simetria. Notamos, no entanto, que $\mathcal{L}_0$ não é invariante sob a transformação de gauge

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \Psi(x), \quad (2.4)$$

onde a diferença é que agora α depende de x . Se queremos, então, uma lagrangiana invariante sob transformações de gauge, podemos adicionar a $\mathcal{L}_0$ um novo termo $-q\bar{\Psi}\gamma^\mu A_\mu\Psi$ que deixa a nova lagrangiana invariante de gauge, o que é fácil de verificar usando as transformações definidas em (2.3) e (2.4), para os campos do fóton e do férmion, respectivamente. Este termo novo contém justamente a corrente fermiônica conservada quando discutimos a transformação global acima multiplicada pelo campo A_μ , que é um acoplamento entre fótons e férmions. Formalmente vamos escrever nossa nova lagrangiana trocando a derivada ∂^μ presente em $\mathcal{L}_0$ pela derivada covariante definida como $D^\mu \equiv \partial^\mu + iqA^\mu$, onde A^μ é o potencial vetor e q é a carga da partícula.

Deste modo, impondo invariância sob transformações de gauge, temos uma nova lagrangiana:

$$\mathcal{L}_A + \bar{\Psi}(x)(i\not{D} - m)\Psi(x) = \mathcal{L}_{QED}, \quad (2.5)$$

que ainda podemos escrever como $\mathcal{L}_A + \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}$, onde $\mathcal{L}_{int} = -q\bar{\Psi}\gamma^\mu A_\mu\Psi$ é chamado de termo de interação entre os campos de um férmion e do fóton. O termo $\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ é o termo cinético de A^μ , e o termo de massa $A^\mu A_\mu$ é proibido por não ser invariante de gauge, justificando o fato de termos ignorado a massa do fóton anteriormente na equação (2.2). Ao impor a simetria de gauge, vimos que fomos obrigados a introduzir o campo de gauge $A^\mu(x)$ do fóton especificando como férmions e bósons interagem neste modelo. Obtemos assim a lagrangiana da QED, que explica o eletromagnetismo a nível quântico como interação entre fótons e férmions (como elétrons e múons). Por causa do sucesso da QED, tentou-se, com sucesso, usar teorias de gauge para explicar as interações fortes e fracas.

2.1.2. Teorias de Gauge Não-Abelianas

Vimos que a QED é invariante sob transformações de fase, ou seja $\Psi \rightarrow e^{i\alpha}\Psi$ não altera a lagrangiana. Essas transformações podem ser visualizadas como rotações de um ângulo α no plano complexo. O conjunto das possíveis rotações (com diferentes valores de α) obedecem todas as propriedades de um grupo (fechamento, associatividade, identidade e elemento inverso), sendo a operação de composição a multiplicação de exponenciais $e^{i\alpha}$. Adicionalmente, como estamos restritos a um plano, a ordem em que aplicamos rotações consecutivas não é importante, o que significa que os elementos do grupo comutam entre si, o que define um grupo abeliano. Na linguagem de teoria de grupos, chamamos este grupo de $U(1)$. $U(N)$ é o conjunto de todas as matrizes unitárias $N \times N$ sob a operação de multiplicação de matrizes. Os elementos de $U(1)$ são simplesmente números complexos de módulo 1. O fato de podermos representar os elementos do grupo $U(1)$ utilizando uma base com somente um elemento está relacionado com o fato de termos somente um fóton na QED, o que ficará claro mais adiante. O que vamos fazer agora é generalizar a equação (2.5) para teorias de gauge que não possuem essa comutatividade, ou seja, teorias não-abelianas.

A lagrangiana que utilizaremos continuará tendo a mesma forma,

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}(x)(i\not{D} - m)\Psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}, \quad (2.6)$$

onde

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{abc}A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.7)$$

e o que será generalizado é a transformação de gauge que agora fica:

$$\begin{aligned} \Psi(x) &\rightarrow \Psi'(x) = e^{-iT^a \alpha^a(x)} \Psi(x), \\ A_\mu^a &\rightarrow A_\mu^{a'} = A_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a(x) + f_{abc} \alpha^b(x) A_\mu^c, \end{aligned} \quad (2.8)$$

com α infinitesimal e T^a é proporcional ao objeto t^a , que são geradores em uma representação da álgebra de Lie:

$$[t_a, t_b] = if_{abc} t_c, \quad (2.9)$$

construída em cima de um grupo de Lie. Aqui f_{abc} é a constante de estrutura do grupo. Notem que f_{abc} define o grupo, e que mudar a representação da álgebra de Lie do grupo vai mudar a dimensão dos geradores (que são os elementos de uma base no espaço de representação da álgebra). Nos concentraremos nos grupos $SU(N)$ (grupo das matrizes unitárias $N \times N$ de determinante 1). Na representação fundamental (representação de dimensão mínima) destes grupos, os geradores são matrizes 2×2 para $SU(2)$ e matrizes 3×3 para $SU(3)$. Definidas as transformações de gauge, se queremos que a lagrangiana de (2.6) seja invariante de gauge, devemos exigir que a derivada covariante tenha a forma:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - igT^a A_\mu^a. \quad (2.10)$$

Os campos A_μ^a são chamados de bósons de gauge, e o índice a depende do número de geradores que o grupo tem. No caso da QED, como temos somente um gerador, temos somente um fóton. Vemos então que escolher um grupo de transformações de gauge (ou um grupo de gauge) vai definir quantos bósons de gauge estarão presentes no modelo.

Com essas transformações de gauge, e a derivada covariante que definimos, vemos que o tensor $F_{\mu\nu}^a$ se transforma como

$$F_{\mu\nu}^a \rightarrow F_{\mu\nu}^{a'} = F_{\mu\nu}^a + f_{abc}\alpha^b(x)F_{\mu\nu}^c, \quad (2.11)$$

o que faz de $F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a}$ um invariante de gauge. Ou seja, conseguimos uma lagrangiana invariante de gauge para teorias não abelianas, que são teorias em que os geradores da álgebra do grupo não comutam entre si.

2.1.3. Quebra Espontânea de Simetria

Durante a construção do MP, foi necessária a inclusão de bósons de gauge massivos (bósons W e Z). Vemos, no entanto, que a lagrangiana de (2.6) não permite termos de massa para os bósons de gauge, como no caso da QED, pois esses termos violam a simetria de gauge. Foi necessário então construir um mecanismo que permita “quebrar” essa simetria de gauge, de modo a permitir a inclusão de termos de massa para os bósons de gauge massivos. Esse mecanismo está ligado ao conceito de *quebra espontânea de simetria*, que vamos apresentar nesta seção.

Vamos começar introduzindo um campo escalar e seu potencial. Podemos escrever uma lagrangiana invariante sob uma transformação de gauge, como visto nas seções anteriores, que contém um vácuo (estado de menor energia definido a partir do potencial de um bóson escalar) que não é invariante. Quando isto acontece, e reescrevemos uma lagrangiana em torno do mínimo de energia, dizemos que a simetria foi espontaneamente quebrada. Vamos ilustrar esse fenômeno com um exemplo. Vamos considerar primeiro um campo escalar complexo ϕ com a lagrangiana:

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \phi|^2 - V(\phi). \quad (2.12)$$

Essa lagrangiana é invariante sob transformações globais do grupo $U(1)$

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \phi(x), \quad (2.13)$$

com α constante. Se escolhermos o potencial $V(\phi)$ como tendo a forma

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^* \phi + \frac{\lambda}{2} (\phi^* \phi)^2. \quad (2.14)$$

vemos que se tivermos $\mu^2 < 0$, o mínimo do potencial $V(\phi)$ ocorre em $\phi = 0$, que é

invariante sob as transformações do grupo $U(1)$ acima. Vamos escolher então $\mu^2 > 0$, caso em que o campo ϕ adquire um valor esperado no vácuo (VEV) não nulo, pois o mínimo deste potencial ocorre em ϕ_0 , com

$$|\phi_0| = \left(\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{1/2} \equiv v, \quad (2.15)$$

ou qualquer outro valor de ϕ relacionado a ϕ_0 pela simetria $U(1)$ formando um círculo no plano complexo.

Podemos agora expandir a lagrangiana (2.12) em torno de seu VEV (ou seja, em torno do valor mínimo do campo ϕ). Para isto vamos decompor o campo complexo em

$$\phi(x) = v + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1(x) + i\phi_2(x)), \quad (2.16)$$

de modo que a lagrangiana (2.12) fica escrita como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}|\partial_\mu\phi_1|^2 + \frac{1}{2}|\partial_\mu\phi_2|^2 - \frac{1}{2\lambda}\mu^4 + \frac{1}{2}2\mu^2\phi_1^2 + \mathcal{O}(\phi_i^3). \quad (2.17)$$

A simetria de gauge não está mais explícita nesta lagrangiana, e dizemos que a simetria está escondida, ou *espontaneamente quebrada*. A simetria, no entanto, pode ser checada através de relações não triviais entre os coeficientes. A lagrangiana escrita desta forma nos descreve um campo massivo ϕ_1 com massa $m = \sqrt{2}\mu$ e um campo ϕ_2 sem massa, chamado de *Bóson de Goldstone*. Isso já era esperado, pois o *Teorema de Goldstone* diz que quando uma simetria contínua global é espontaneamente quebrada, para cada gerador do grupo quebrado deve aparecer na teoria uma partícula sem massa. Dizemos então, neste contexto, que o grupo $U(1)$ foi espontaneamente quebrado.

Agora vamos ver o que acontece no caso de uma simetria de gauge local, que é o nosso caso de interesse. Para ilustração, vamos introduzir o mesmo campo complexo que estudamos acima, porém acoplado ao campo eletromagnético além do acoplamento a si mesmo, de modo que sua lagrangiana fica

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi), \quad (2.18)$$

com $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$. Essa lagrangiana é agora invariante sob um grupo $U(1)$ de transformações locais:

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\phi(x), \quad A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x). \quad (2.19)$$

O que segue agora, é análogo ao que fizemos anteriormente quando a transformação era global. Vamos usar o mesmo potencial especificado em (2.14), de modo que o campo ϕ obtem o mesmo VEV. Vamos reescrever $\phi(x)$ em torno de seu VEV do mesmo modo

que fizemos em (2.16). As alterações na lagrangiana são as mesmas em todos os lugares com exceção do termo cinético, quando substituímos (2.16) no termo cinético de ϕ em (2.18), que muda para:

$$|D_\mu \phi|^2 = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 + \sqrt{2}ev.A_\mu \partial^\mu \phi_2 + e^2 v^2 A_\mu A^\mu + \dots \quad (2.20)$$

Foi gerado então um termo de massa para o fóton,

$$\mathcal{L}_{m_A} = \frac{1}{2}m_A^2 A_\mu A^\mu, \quad (2.21)$$

com massa $m_A^2 = 2e^2 v^2$, que surgiu do valor esperado no vácuo não nulo de ϕ . Vimos a partir deste exemplo que a quebra espontânea de simetria, quando aplicada em teorias de gauge locais, pode gerar termos de massa para bósons de gauge, que é o que estávamos procurando.

Em teorias locais (ou teorias de gauge), o bóson de goldstone aparece da mesma forma como mostramos no caso das transformações globais. Ele tem um papel formal importante na teoria, mas não aparece como uma partícula física independente no caso de teorias de gauge. Podemos escolher um gauge particular, chamado gauge unitário, de modo que o bóson de Goldstone possa ser removido da teoria. Neste gauge $\alpha(x)$ é escolhido em (2.19) de modo que $\phi(x)$ se torne real em todo ponto x . Assim, ϕ_2 é removido da teoria. Observamos que o bóson de Goldstone não sumiu completamente, pois um bóson vetorial sem massa tem somente dois estados de polarização físicos, enquanto um bóson vetorial massivo tem três. O terceiro grau de liberdade que o bóson vetorial ganhou vem do bóson de Goldstone. Este mecanismo de quebra espontânea de simetria aplicado a teorias de gauge gerando massa para bósons de gauge é conhecido como *Mecanismo de Higgs*, que é o mecanismo que estávamos procurando para resolver nosso problema e poder fazer um modelo com bósons de gauge massivos.

2.2. A teoria de Glashow-Weinberg-Salam para as interações fracas

Um dos passos na construção de modelos em física de partículas é a escolha de um grupo de gauge. A equação (2.10) nos mostrou que a cada bóson de gauge A_μ^a está associado um gerador t^a . Vimos que quando ocorre a quebra espontânea de simetria, para cada simetria da lagrangiana que não é simetria do vácuo há um bóson de Goldstone correspondente e consequentemente um bóson de gauge ganha massa. Pode acontecer, no entanto, que um gerador esteja relacionado a uma simetria do vácuo, ou seja, um gerador particular pode deixar o vácuo invariante: $t^a \phi_0 = 0$. Neste caso, não há um bóson de Goldstone associado e o bóson de gauge correspondente continua sem massa.

O modelo eletrofraco surgiu inicialmente na tentativa de descrever os bósons de gauge massivos W^+ e W^- , além do fóton, usando um único grupo de gauge, com as massas dos bósons de gauge sendo geradas através do mecanismo de Higgs, ficando o fóton associado a um gerador que deixa o vácuo invariante. Muitas tentativas falharam, como por exemplo considerar somente o grupo de gauge $SU(2)$ e introduzir um escalar que se transforma em sua representação fundamental (o que define a forma dos três geradores) para fazer a quebra espontânea de simetria. Neste caso, os três bósons de gauge de $SU(2)$ ³ ganham massa, ficando impossível a descrição do fóton.

O modelo que funcionou, introduzido por Glashow, Weinberg e Salam, considerou a adição de um grupo de gauge $U(1)$ ao grupo $SU(2)$, o grupo de gauge do modelo sendo então denotado como $SU(2) \otimes U(1)$. Este grupo de gauge contém três bósons de gauge associados a $SU(2)$ e um associado a $U(1)$. Feito isso, precisamos agora introduzir um campo escalar para promover a quebra espontânea de simetria. Este escalar vai se transformar na representação fundamental de $SU(2)$ e vamos atribuir uma carga $+1/2$ sob a simetria $U(1)$ (isto garante que os termos de Yukawa, que mostraremos adiante, sejam invariantes por $U(1)$), de modo que sua transformação de gauge completa é

$$\phi \rightarrow e^{i\alpha^a \tau^a} e^{i\beta/2} \phi, \quad (2.22)$$

onde α e β , ambos dependentes de x , são os parâmetros das transformações de gauge que definimos anteriormente, sendo $\frac{\beta}{2}$ somente uma fase, análogo a fase da transformação de gauge da QED. Temos também $\tau^a = \sigma^a/2$, sendo σ^a as matrizes de Pauli. Como as matrizes de Pauli são 2×2 , ϕ deve ser um dubleto, chamado de dubleto de $SU(2)$, e sua transformação de fase por $U(1)$ é independente de sua transformação por $SU(2)$. Vamos ver que se ϕ adquire um valor esperado no vácuo da forma

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

então uma transformação de gauge com

$$\alpha^1 = \alpha^2 = 0, \quad \alpha^3 = \beta, \quad (2.24)$$

deixa $\langle \phi \rangle$ invariante, ao passo que outras três transformações independentes desta e entre si alteram o vácuo. A teoria então vai conter um bóson de gauge sem massa correspondendo a essa particular combinação de geradores. Os outros três bósons de gauge vão adquirir massa pelo mecanismo de Higgs.

De acordo com (2.10), a derivada covariante para este campo escalar vale

$$D_\mu \phi = (\partial_\mu - igA_\mu^a \tau^a - i\frac{1}{2}g'B_\mu)\phi, \quad (2.25)$$

³Entendido como os bósons de gauge associados, através da derivada covariante, a geradores em uma representação da álgebra de Lie de $SU(2)$.

onde A_μ^a e B_μ são, respectivamente, os bósons de gauge de $SU(2)$ e $U(1)$ e g e g' são constantes de acoplamento. Note que podemos escrever a derivada covariante desta maneira, pois as transformações por $U(1)$ e $SU(2)$ são independentes. Os termos de massa para os bósons de gauge vêm do quadrado de (2.25), quando reescrevemos o campo escalar em torno de seu valor esperado no vácuo (2.23). Assim, podemos escrever os termos de massa da lagrangiana da seguinte maneira:

$$\mathcal{L}_m = \frac{1}{2} \frac{v^2}{4} [g^2 (A_\mu^1)^2 + g^2 (A_\mu^2)^2 + (-gA_\mu^3 + g'B_\mu)^2]. \quad (2.26)$$

Vemos então que temos três bósons massivos, que vamos reescrever da seguinte forma:

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp iA_\mu^2), \quad \text{com massa } m_W = g \frac{v}{2}; \\ Z_\mu^0 &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (gA_\mu^3 - g'B_\mu), \quad \text{com massa } m_Z = \sqrt{g^2 + g'^2} \frac{v}{2}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

O quarto bóson vetorial, ortogonal a Z_μ^0 , continua sem massa:

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g'A_\mu^3 + gB_\mu), \quad \text{com massa } m_A = 0. \quad (2.28)$$

Vamos identificar este quarto campo com o potencial vetor eletromagnético.

Conseguimos então um modelo com quebra espontânea de simetria contendo os bósons de gauge desejados, e uma partícula nova, o Z , que foi detectada após a criação do modelo, como discutido anteriormente. Como vamos também incluir férmions na teoria, vamos escrever a derivada covariante (2.25), definida em particular para o escalar, de uma forma mais geral. Para acoplar os bósons de gauge a férmions pertencendo a uma representação geral de $SU(2)$, com carga Y de $U(1)$ com geradores de $SU(2)$ T^a a derivada covariante vale:

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a T^a - ig'YB_\mu. \quad (2.29)$$

Em termos dos autoestados de massa (após a quebra espontânea de simetria), a expressão fica reescrita como

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu - i \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-) - i \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} Z_\mu (g^2 T^3 - g'^2 Y) \\ &\quad - i \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} A_\mu (T^3 + Y), \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde $T^\pm = (T^1 \pm iT^2)$. O último termo em (2.30) deixa explícito o fato de que o bóson de gauge A_μ está ligado ao gerador de gauge $(T^3 + Y)$, o que reproduz (2.24). Vamos identificar o coeficiente da interação eletromagnética em (2.30) como a carga do elétron e ,

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (2.31)$$

e o operador de carga elétrica como

$$Q = T^3 + Y. \quad (2.32)$$

Essas substituições, uma vez especificado o autovalor de T^3 , junto com a escolha de Y , no caso do elétron vai nos dar “ -1 ” como autovalor de Q , o que nos possibilita escrever o acoplamento do campo eletromagnético na forma convencional ($+ieA_\mu$).

A simetria $SU(2) \otimes U(1)$ introduziu os bósons de gauge no modelo, e derivadas covariantes introduziram o acoplamento dos campos de gauge com os demais campos do modelo. Entretanto, para que a quebra espontânea de simetria gere os valores corretos de massa para os campos de gauge W e Z e para os férmions, como veremos a seguir, devemos introduzir um potencial escalar que gere o VEV correto. O campo ϕ , já no gauge unitário, escrito em torno de seu VEV deve ser

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Aqui ϕ tem apenas um grau de liberdade devido ao gauge unitário. Uma lagrangiana que gere $v = \left(\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{1/2}$ é

$$\mathcal{L} = |D_\mu \phi|^2 + \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda(\phi^\dagger \phi)^2. \quad (2.34)$$

Substituindo (2.33) em (2.34), os termos de energia potencial tomam a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_V &= -\mu^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4} \lambda h^4 \\ &= -\frac{1}{2} m_h^2 h^2 - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} m_h h^3 - \frac{1}{4} \lambda h^4. \end{aligned} \quad (2.35)$$

O quantum do campo $h(x)$ é uma partícula escalar com massa

$$m_h = \sqrt{2}\mu = \sqrt{2\lambda}v, \quad (2.36)$$

que é conhecida como *bóson de Higgs*, que foi a última partícula do MP a ser detectada, em 2012, o que é mais um sucesso do modelo.

2.3. Férmions

Já conhecendo a estrutura de gauge do modelo, e como é feita a quebra espontânea de simetria, nos resta agora incluir no modelo todas as outras partículas que conhecemos. Essas partículas, como elétrons, quarks e neutrinos são férmions, de modo que vamos começar a tratar de férmions em geral.

A derivada covariante (2.30) determina o acoplamento entre os campos W , Z e o fóton com os férmions uma vez que seus números quânticos forem especificados. Precisamos levar em conta que os férmions de mãos esquerda e direita interagem de forma diferente. Somente férmions de mão esquerda interagem com o W , e férmions de mão esquerda e direita interagem de forma diferente com o bóson Z , enquanto a interação com o fóton é igual para as duas quiralidades. Devido a esses fatos, inserimos férmions no modelo de modo que férmions de mão esquerda sejam dubletos de $SU(2)$, ou seja, se transformam por transformações do grupo de gauge de $SU(2)$. Férmions de mão direita serão singletos de $SU(2)$, ou seja, não se transformam por transformações do grupo $SU(2)$. Em relação às transformações de $U(1)$, férmions de ambas quiralidades se transformam, porém com hipercargas diferentes. O terceiro gerador de $SU(2)$, T^3 , terá autovalor nulo para férmions de mão direita e autovalor $\pm\frac{1}{2}$ para férmions de mão esquerda (análogo ao spin em mecânica quântica). No MP, portanto, o termo de massa $\mathcal{L}_m = -m_f(\bar{f}_L f_R + \bar{f}_R f_L)$ para um férmion “ f ” passa a ser proibido, pois f_L e f_R pertencem a diferentes representações do grupo $SU(2)$. A massa, como veremos adiante, será gerada pela interação com o bóson de Higgs.

Vamos escrever o termo cinético para léptons (elétron, múon, tau e seus respectivos neutrinos) como

$$\bar{L}i\not{D}L + \bar{R}i\not{D}R, \quad (2.37)$$

onde L é o dubleto de $SU(2)$ e R é o singlete. Por exemplo, para o elétron

$$L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L = E_L \quad \text{e} \quad R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)e = e_R. \quad (2.38)$$

Os operadores $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ e $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$ são os projetores de mão esquerda e direita, respectivamente. Vamos denotar o autovalor de T^3 como λ^3 , de modo que neste modelo temos $\lambda_{\nu_L}^3 = +\frac{1}{2}$ e $\lambda_{e_L}^3 = -\frac{1}{2}$, estrutura que será utilizada para todos os dubletos de $SU(2)$.

Para o elétron, por exemplo, é interessante notar que se escrevermos a equação (2.30) temos a lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{lepton} = \bar{E}_L i\not{\partial} E_L + \bar{e}_R i\not{\partial} e_R + g(W_\mu^+ J_W^{\mu+} + W_\mu^- J_W^{\mu-} + Z_\mu^0 J_Z^\mu) + e A_\mu J_{EM}^\mu, \quad (2.39)$$

onde

$$\begin{aligned} J_W^{\mu+} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L), \\ J_W^{\mu-} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L), \\ J_Z^\mu &= \frac{1}{\cos \theta_W}[\bar{\nu}_L \gamma^\mu (\frac{1}{2})\nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu (-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W)e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu (\sin^2 \theta_W)e_R], \\ J_{EM}^\mu &= \bar{e} \gamma^\mu (-1)e, \end{aligned}$$

onde foi usada a seguinte definição:

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \text{e} \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.$$

Note que obtivemos em J_{EM}^μ a corrente eletromagnética padrão e não inserimos o neutrino de mão direita, pois ele tem acoplamento nulo tanto com $SU(2)$ e $U(1)$. Para os quarks u e d , as expressões são análogas substituindo $L = Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$, porém também teremos os termos correspondentes a u_R e d_R .

2.4. Interação de Yukawa

Antes da formulação do MP, Hideki Yukawa já estudava a interação entre férmions e escalares (ou pseudoescalares) em física nuclear para descrever a interação entre núcleons mediada por píons. Hoje, esse tipo de interação ficou conhecida como interação de Yukawa e está presente no MP através da interação entre o bóson de Higgs e férmions. O escalar será, de agora em diante, denotado como H , um dubleto de $SU(2)$, com seu VEV dado por $\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$, e seu valor de hipercarga vale $Y = +\frac{1}{2}$. Temos então

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -y_A \bar{L} H R + h.c. \quad (2.40)$$

Como exemplo, para o elétron, temos

$$\mathcal{L}_{He} = -Y_e \bar{E}_L H e_R + h.c., \quad (2.41)$$

onde Y_e é uma constante de acoplamento adimensional. Ao substituir H por seu VEV, obtemos

$$\mathcal{L}_{He} = -\frac{1}{\sqrt{2}} Y_e v \bar{E}_L e_R + h.c. + \dots, \quad (2.42)$$

ou seja, obtemos um termo de massa para o elétron $m_e = \frac{1}{\sqrt{2}} Y_e v$. O mesmo acontece se substituirmos o elétron por μ ou τ .

Para os quarks, devido ao VEV $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ escolhido, a mesma análise não gera massa para os quarks do tipo up (u, c, t). A interação de Yukawa é então escrita como

$$\mathcal{L}_{Hq} = -Y_d \bar{Q}_L H d_R - Y_u \epsilon^{ab} \bar{Q}_{La} H_b^+ u_R + h.c. \quad (2.43)$$

Agora, substituindo o Higgs por seu VEV, obtemos

$$\Delta \mathcal{L}_q = -\frac{1}{\sqrt{2}} Y_d v \bar{d}_L d_R - \frac{1}{\sqrt{2}} Y_u v \bar{d}_{La} u_R + h.c. + \dots, \quad (2.44)$$

gerando os termos de massa para os quarks u e d : $m_d = \frac{1}{\sqrt{2}}Y_d v$, $m_u = \frac{1}{\sqrt{2}}Y_u v$.

Quando mais gerações de quarks são adicionadas, termos de acoplamento que misturam gerações são introduzidos. Podemos, no entanto, fazer uma mudança de base que diagonaliza os acoplamentos com o Higgs. No MP esta é a base que diagonaliza também a matriz de massa. Vamos denotar a base original como

$$u_L^i = (u_L, c_L, t_L) \quad , \quad d_L^i = (d_L, s_L, b_L),$$

os quarks do tipo up e down respectivamente. u_L^i e d_L^i representam os quarks na base que diagonaliza a matriz de massa (consequentemente o acoplamento com o Higgs também) e as duas bases estão relacionadas por uma transformação unitária:

$$u_L^i = U_u^{ij} u_L'^j \quad , \quad d_L^i = U_d^{ij} d_L'^j. \quad (2.45)$$

Isso vai alterar os acoplamentos com os bósons de gauge. A corrente carregada $J_W^{\mu+}$, por exemplo, vai mudar da seguinte forma:

$$J_W^{\mu+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu d_L^i = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu (U_u^\dagger U_d)_{ij} d_L'^j,$$

ou, de forma mais convencional

$$J_W^{\mu+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu V_{ij} d_L'^j,$$

onde V_{ij} é uma matriz de mistura conhecida como matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Ainda temos o termo diagonal representado por 2.1a, mas esta matriz permite processos do tipo 2.1b e 2.1c. Em processos de corrente neutra, o acoplamento é sempre entre férmions de mesma quiralidade, e como $U_u^\dagger U_u = U_d^\dagger U_d = 1$, não existe violação de sabor via corrente neutra.

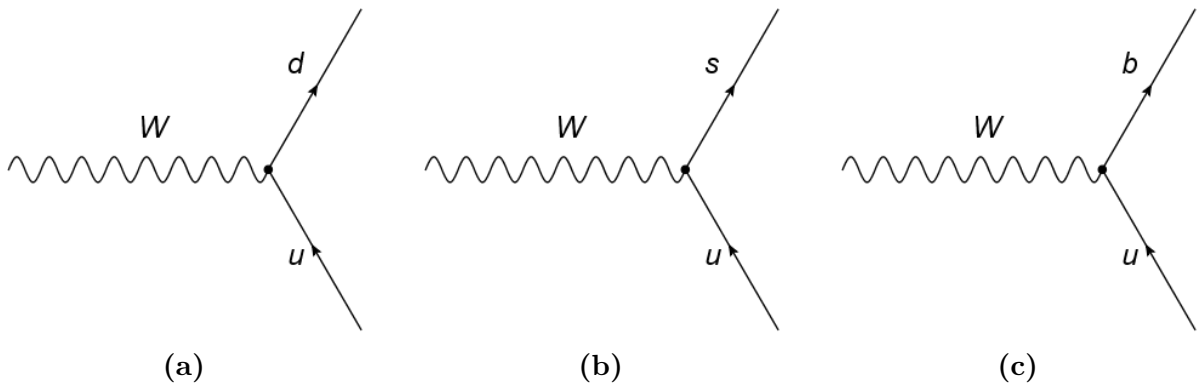


Figura 2.1.: (a) Diagrama representando o processo $W \rightarrow ud$. (b)(c) Diagramas representando os processos não diagonais $W \rightarrow us$ e $W \rightarrow ub$

2.5. A Força Forte e o Modelo Padrão

Para completar o MP, devemos incluir mais uma força, a força forte. Ela entra através da inclusão de um grupo $SU(3)$ de simetria de gauge. Os bósons de gauge associados aos geradores deste grupo são chamados de glúons e somente interagem com os quarks. Os quarks são, portanto, tripletos de $SU(3)$, e convencionou-se chamar os três estados de R , G e B (do inglês *Red*, *Green* e *Blue*), sendo por isso que dizemos que quarks tem cor. Os léptons não se transformam por transformações de $SU(3)$, e portanto são singletos, e dizemos que eles não possuem cor. Assim, estendemos o grupo de simetria das interações eletrofracas para uma maior, que é a simetria do MP: $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$. A força forte entra com um termo cinético $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ e mais para os glúons e a derivada covariante D^μ agindo sobre os quarks vai ter também um termo a mais.

Podemos escrever a derivada covariante agindo sobre campos do modelo padrão da seguinte maneira:

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a T^a - ig'Y B_\mu - ig''G_\mu^b T^b, \quad (2.46)$$

onde a vai de um a três, representando os bósons de gauge de $SU(2)$ como em (2.29), e b vai de um a oito, representando os oito bósons de gauge de $SU(3)$. Colocando os índices de cor, i e j , explicitamente, o termo cinético para um quark de mão esquerda (que é o campo que se transforma por todos os grupos) fica:

$$\bar{Q}_L i \not{D} Q_L = \bar{Q}_{Li} \gamma^\mu (\partial_\mu \delta_{ij} - igA_\mu^a T^a \delta_{ij} - ig'Y B_\mu \delta_{ij}) Q_{Lj} - \bar{Q}_{Li} \gamma^\mu ig''G_\mu^b T_{ij}^b Q_{Lj}. \quad (2.47)$$

A lagrangiana do modelo padrão consiste então em juntar todos os pedaços que foram introduzidos ao longo deste capítulo, que são termos cinéticos, termos de interação via derivada covariante, interações de Yukawa e o potencial do Higgs, que vamos escrever como

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_{higgs} + \mathcal{L}_{yukawa}, \quad (2.48)$$

com

$$\mathcal{L}_K = -\frac{1}{4} \sum_i (F_{i\mu\nu}^a)^2 + \sum_j \bar{\Psi}_J (i \not{D}) \Psi_J,$$

onde J indica os vários multipletos de férmions quirais e i corre sobre os três grupos de gauge, com a variando de acordo com o grupo de gauge especificado por i , e $F_{\mu\nu}^a$ é o tensor antissimétrico de (2.7) que vamos reescrever aqui:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{abc} A_\mu^b A_\nu^c.$$

Cada grupo tem sua constante de estrutura f_{abc} (dada por $[T^a, T^b] = if^{abc}T^c$) e g é a constante de acoplamento. Para um grupo abeliano, como o $U(1)$, a constante de estrutura vale zero, pois os geradores comutam entre si.

O termo $\mathcal{L}_{higgs}$, como visto em (2.34), será reescrito aqui como

$$\mathcal{L}_{higgs} = D_\mu H^\dagger D^\mu H - \lambda_H \left(H^\dagger H - \frac{v^2}{2} \right)^2.$$

Finalmente, o termo $\mathcal{L}_{yukawa}$, especificado em (2.40) e (2.43), é uma soma de todos os termos de interação de cada férmion com o bóson de Higgs. Aqui, a lagrangiana $\mathcal{L}_{MP}$ foi escrita antes da quebra espontânea de simetria. Depois da quebra espontânea de simetria, temos que recombinar os campos de forma parecida com o que foi feito em (2.39). Os férmions e os bósons W e Z ganham massa através do Higgs.

2.5.1. As partículas do Modelo Padrão

Os campos da lagrangiana do MP representam as partículas que encontramos na natureza. Se distinguirmos partículas de anti-partículas, o MP contém 6 quarks e 6 antiquarks, mas como cada um pode ter uma de 3 cores, temos um total de 18 quarks e antiquarks. Temos também 6 léptons e 6 antiléptons, 8 glúons, dois bósons W , um sendo a antipartícula do outro. Um bóson Z , um fóton e um Higgs, totalizando 61 partículas. Cada quark é um tripleto de cor, férmions de mão esquerda são agrupados em dubletos de $SU(2)$ e férmions de mão direita são singletos de $SU(2)$. O número quântico de hipercarga é definido como $Y = Q - T^3$ e a tabela 2.1 nos mostra um resumo dos férmions e seus números quânticos. Os autovalores de T^3 são λ^3 e podem valer $\pm\frac{1}{2}$. Nesta tabela incluímos os neutrinos de mão direita para ilustrar que são singletos sobre os três grupos, logo não interagem com nenhuma partícula e não fazem parte do MP. No entanto, o termo de Yukawa envolvendo ν_L , ν_R e H não é proibido por nenhuma simetria e pode ser a fonte de massa para os neutrinos. Caso isto se confirme, os neutrinos de mão direita teriam uma interação com o Higgs.

1ª geração	2ª geração	3ª geração	λ^3	Hipercarga (Y)	Q
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{6}$	$\begin{pmatrix} +\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$
u_R	c_R	t_R	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
d_R	s_R	b_R	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$-\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
e_R	μ_R	τ_R	0	-1	-1
ν_{eR}	$\nu_{\mu R}$	$\nu_{\tau R}$	0	0	0

Tabela 2.1.: Números quânticos dos férmions do Modelo Padrão.

Os glúons intermedeiam a força forte, o fóton a força eletromagnética e os bosons W e Z estão relacionados com a força eletrofraca, da qual o fóton também faz parte. A partir deste modelo, é possível fazer várias previsões. Depois de décadas de teste o modelo vem sendo confirmado até os dias de hoje, passando pelos testes de grande precisão ($<1\%$) dos anos 1980 e culminando com a descoberta do bóson de Higgs em 2012.

2.6. Problemas do Modelo Padrão

Vamos ver que apesar de tantos sucessos, alguns problemas ainda estão presentes no modelo, dando indícios de nova física além do modelo padrão. O MP é válido até as energias atingidas atualmente e explica perfeitamente as interações entre partículas, porém há indícios que estamos próximos da energia que ele deve deixar de funcionar. Devemos questionar se o MP é válido para energias superiores das que o LHC atingiu até hoje e, ao longo desta seção, vamos falar um pouco dos problemas que motivam a existência de física nova.

2.6.1. O Problema da hierarquia

Das forças presentes no MP, devemos notar a ausência da força gravitacional, que foi estudada muito antes das outras forças presentes no modelo. A justificativa de não precisar incluir esta força no modelo é que a baixas energias sua intensidade é muito baixa quando comparada com a de outras forças. Não podemos, no entanto, ignorar esta força para energias arbitrárias. A partir de alguma energia, os efeitos da força gravitacional devem ser levados em conta, o que nos dá um limite de energia máximo para o MP, a chamada *escala de Planck*, energia em que efeitos de gravitação quântica devem ser levados em conta:

$$m_p c^2 = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G_N}} \sim 10^{19} \text{ GeV}, \quad (2.49)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, $\hbar$ é a constante reduzida de Planck e G_N é a constante gravitacional de Newton. O MP, não pode valer para energias acima da de Planck, então definimos o *cutoff* da teoria, Λ , como:

$$\Lambda \simeq 10^{19} \text{ GeV}. \quad (2.50)$$

Este valor de energia, no entanto, é muito alto. A escala eletrofraca é de 246 GeV, o valor do VEV do Higgs, que é o valor de energia em torno do qual os processos eletrofracos ocorrem. O LHC em 2012 atingiu uma energia de 8 TeV durante as colisões, fazendo com que seja possível observar processos em torno de poucos TeV. Esses valores nos dão uma ideia de como a escala de Planck é alta e de como os experimentos estão longe dessa energia. Vamos ver agora como um problema surge ao ver como essa energia se relaciona com a massa do bóson de Higgs.

Para calcularmos a massa de uma partícula, devemos levar em conta suas correções radiativas. Seja m_0 a massa nua da partícula, a massa física é dada por:

$$m = m_0 + \delta m. \quad (2.51)$$

No caso do elétron, o cálculo de δm a um *loop* vale

$$\delta m = \frac{3\alpha}{4\pi} m_0 \log \frac{\Lambda^2}{m_0^2}. \quad (2.52)$$

É uma correção proporcional a própria massa. Se a massa do elétron fosse zero, a simetria quiral garantiria que a correção δm seria zero também, pois não existiria acoplamento entre o campo de mão esquerda e mão direita do elétron e esse acoplamento não pode ser gerado a partir de nenhuma correção quântica. O mesmo acontece para os bósons de gauge, com a simetria de gauge protegendo suas massas.

Para um escalar, entretanto, não existe nenhuma simetria que proteja sua massa e as correções radiativas mais importantes para a massa do Higgs (δm_H^2) valem [10]

$$-\frac{3}{8\pi^2} Y_y^2 \Lambda^2, \quad (2.53)$$

vindo do *loop* do top,

$$\frac{1}{16\pi^2} g^2 \Lambda^2, \quad (2.54)$$

vindo do *loop* dos bósons de gauge de $SU(2) \otimes U(1)$, e

$$\frac{1}{16\pi^2} \lambda_H \Lambda^2, \quad (2.55)$$

do *loop* do Higgs com ele mesmo. Vemos então que a massa do Higgs diverge quadraticamente, e a correção não depende de sua massa nua. A correção pode ser muito grande e só vai depender do valor do *cutoff* da teoria, que se tomado como a energia de Planck (2.50), será muitas ordens de grandeza maior que a escala eletrofraca, sendo necessário um ajuste fino entre a massa nua e a correção (ambas enormes) para produzir uma massa de 125 GeV que, em outras palavras, nos diz que o modelo é muito sensível ao *cutoff* da teoria. Um ajuste também ocorre quando a correção depende do logaritmo do *cutoff*, porém não é um ajuste fino nas proporções que ocorre no caso do Higgs. Para evitar o ajuste fino, podemos definir um novo *cutoff* do modelo da mesma ordem de grandeza da massa do Higgs ao quadrado, o que reduziria a validade do MP em várias ordens de grandeza. Se tomarmos $\Lambda = 10$ TeV, teríamos, de acordo com as equações acima para δm_H^2 , aproximadamente

$$m_H^2 = m_0^2 + \delta m_H^2 \simeq m_0^2 - [100 - 10 - 5](200 \text{ GeV})^2. \quad (2.56)$$

Isso significa um ajuste fino na massa do Higgs ao quadrado de uma parte em 100, pois $m_H^2 \sim (125 \text{ GeV})^2$. Se tomarmos $\Lambda = 1 \text{ TeV}$, de acordo com (2.53), a maior contribuição, seria apenas em torno de $(200 \text{ GeV})^2$, de modo que não seja necessário um ajuste fino, e dizemos que o MP, sem física nova até 1 TeV, é natural. O LHC, no entanto, está atingindo energias em torno de 1 TeV, energia a partir da qual deve existir nova física se acreditamos que não existe ajuste fino no MP.

O problema da massa do bóson de Higgs ser 125 GeV e sua correção radiativa ser proporcional ao *cutoff* da teoria é conhecido como *Problema da Hierarquia*, que é cada vez mais grave (no sentido de ser necessário um maior ajuste fino), quanto maior for o limite de validade da teoria. Podemos então pensar que o MP só vale até uma determinada energia, a fim de resolver o problema da hierarquia. Em energias muito menores que esta energia, no entanto, sabemos que o MP é perfeitamente válido, o que nos permite tratar o MP como uma teoria efetiva, como veremos no próximo capítulo. Acima do *cutoff*, no entanto, precisaremos de uma nova física. Como o LHC está atingindo energias em torno de 1 TeV, é possível que o MP esteja no limite de sua validade e efeitos de nova física já estejam aparecendo, o que será explorado neste trabalho.

Há um outro problema de hierarquia presente no MP conhecido como *Problema da Hierarquia Fermiônica*. Como vimos em (2.40) e (2.43), cada férmion tem seu próprio acoplamento de Yukawa, que é proporcional a sua massa após a quebra espontânea de simetria. A massa dos férmions varia entre várias ordens de grandeza, inclusive entre famílias, como mostra a tabela 2.2. Os acoplamentos de Yukawa são parâmetros livres na teoria e podem ser ajustados a partir de dados experimentais, porém não há nada na teoria que explique por que as massas são tão diferentes. Seria esperado que todas as massas fossem da mesma ordem, pois são todas geradas pelo mesmo mecanismo (as interações de Yukawa com o dubleto de Higgs).

Quark	Massa (MeV)	Lépton	Massa (MeV)
u	1.5	e	0.51
c	1.25×10^3	μ	1.05×10^2
t	1.74×10^5	τ	1.78×10^3
d	3	ν_e	$\leq 2 \times 10^{-3}$
s	0.95×10^2	ν_μ	$\leq 2 \times 10^{-3}$
b	4.20×10^3	ν_τ	$\leq 2 \times 10^{-3}$
(a)		(b)	

Tabela 2.2.: (a) Massa dos Quarks. (b) Massa dos Léptons.

2.6.2. Outros Problemas

O MP falha também quando tentamos explicar por que existe uma discrepância entre matéria e antimatéria bariônica no universo, com a matéria sendo muito mais abundante. De acordo com o modelo, há uma pequena assimetria entre matéria e antimatéria devido a violação de CP (conjugação de carga e paridade). No entanto, essa violação, existente em alguns processos do MP, não é suficiente para explicar a discrepância observada no universo.

Outro problema importante, ainda relacionado ao MP é o *Problema da Matéria Escura* [11]. Matéria escura é um tipo de matéria que foi observado gravitacionalmente em vários setores da astronomia e cosmologia, em experimentos e observações que envolvem curva de rotação de galáxias, formação de estrutura do universo e massa e dinâmica de galáxias, por exemplo. As observações indicam que existe um tipo de matéria que não interage com a matéria que conhecemos (que faz parte do MP), a não ser gravitacionalmente. Por não interagir com a radiação eletromagnética, em particular, ela foi chamada de matéria escura. Algumas teorias de física além do modelo padrão propõe partículas novas que tem os pré-requisitos necessários para ser matéria escura.

Existem também problemas não relacionados ao MP. Um deles é descrição da força gravitacional, que não faz parte do modelo e talvez nunca faça parte dele. Outro problema, não relacionado ao MP, é o *problema da constante cosmológica*. A constante cosmológica tem uma relação com a energia do vácuo (ou energia de ponto zero). Cálculos em teoria quântica de campos levam a valores de energia do vácuo da ordem de $\rho_{vac} \simeq 10^{72} \text{ GeV}^4$. Quando medido experimentalmente, é obtido o valor $\rho_{vac} \simeq 10^{-47} \text{ GeV}^4$. São em torno de 120 ordens de grandeza de diferença. [12]

2.7. Conclusões

Neste capítulo fizemos uma breve introdução ao MP, mostrando suas simetrias, seu conteúdo de partículas e suas interações. Vimos que, mesmo o MP conseguindo fazer muitas previsões e sobreviver a décadas de testes, ele ainda deixa problemas em aberto que motivam o estudo de extensões do MP. A nova física, devido ao sucesso do MP, deve se reduzir necessariamente a ele a baixas energias. Esperamos, portanto, que nova física seja encontrada nos próximos anos para tentar explicar os problemas apresentados aqui. Nos próximos capítulos vamos ver como é possível obter informação sobre nova física, mesmo sem ver explicitamente uma partícula nova, no contexto de *Teorias Efetivas*. Vamos também levar em conta dados recentes do LHC, em cima dos quais pode-se extrair informação de nova física e vamos discutir quais operadores, não presentes no MP, são relevantes para impor limites sobre ela.

3

Teorias Efetivas

Classificamos fenômenos físicos de acordo com a ordem de grandeza (ou escala) de quantidades relevantes ao estudo, como distâncias, velocidades e energias. As ferramentas mais adequadas para o estudo de física em diferentes escalas podem ser diferentes. Como exemplo podemos citar os níveis de energia do átomo de hidrogênio, que podem ser facilmente calculados em mecânica quântica através da equação de Schrödinger. Se quisermos mais precisão, para explicar a estrutura hiperfina do hidrogênio por exemplo, devemos incluir o fato de o próton ter spin $\frac{1}{2}$ e um momento magnético e interage com o campo magnético gerado pelo elétron. Se não há interesse em muita precisão, não é necessário usar Teoria Quântica de Campos, por exemplo, para fazer cálculos do átomo de hidrogênio, pois é necessário apenas sua versão não relativística, a Mecânica Quântica.

Teoria Efetiva é uma teoria aproximada contendo apenas os graus de liberdade relevantes a baixas energias (ou longas distâncias), de forma que toda a subestrutura gerada pelos graus de liberdade da teoria completa é codificada em parâmetros que são ajustados experimentalmente (usando medidas realizadas em baixas energias) ou calculadas a partir da teoria completa (caso ela seja conhecida). Queremos, também, poder incluir correções que podem deixar o modelo mais preciso sempre que for necessário. O que se faz, então, é primeiro determinar os graus de liberdade relevantes do sistema em estudo, suas simetrias e um parâmetro em cima do qual será feita uma expansão, de modo a obter um termo dominante e suas correções. Teorias efetivas são utilizadas em muitas áreas da física, como física nuclear e matéria condensada, porém vamos nos concentrar aqui em sua aplicação em física de partículas. O que segue é baseado nas referências [13–17].

3.1. Conceitos Básicos

Vamos primeiro assumir que conhecemos um modelo de física de partículas bem geral, válido em altas energias. Podemos então escrever uma lagrangiana que descreve este modelo, como fizemos com o MP no capítulo anterior. Queremos no entanto um modelo mais simples que descreva suficientemente bem o sistema a baixas energias. Isto é feito removendo as partículas pesadas que não podem ser criadas nestas energias, o que pode ser realizado, por exemplo, no propagador de uma partícula pesada, que é proporcional a

$$\frac{1}{p^2 - M^2} = -\frac{1}{M^2} + \frac{p^2}{M^4} + \dots, \quad (3.1)$$

onde p é o momento da partícula e M é sua massa, e remover a partícula pesada significa manter somente o termo dominante desta expansão, ou seja, aproximar o propagador por uma constante. Em termos de diagramas podemos imaginar como um exemplo a interação entre quatro férmions via troca de um escalar pesado de massa M . O diagrama da figura 3.1a nos mostra a interação em um modelo geral, sendo a constante de acoplamento igual a g . Este diagrama é proporcional a $g^2 \frac{1}{p^2 - M^2}$, sendo p o momento que passa pela partícula escalar. Na aproximação da equação (3.1), o diagrama fica proporcional a $-\frac{g^2}{M^2}$. O diagrama da figura 3.1a se reduziu ao da figura 3.1b que é proporcional a contante de acoplamento g_{eff} e, como conhecemos o modelo mais geral, sabemos que $g_{eff} = -\frac{g^2}{M^2}$. Esta é uma situação em que podemos construir, a partir de uma lagrangiana mais geral, uma lagrangiana mais simples de se fazer os cálculos, com menos partículas, que são os graus de liberdade do modelo. É assim que podemos, por exemplo, construir o modelo de Fermi para o decaimento do nêutron a partir do MP [13].

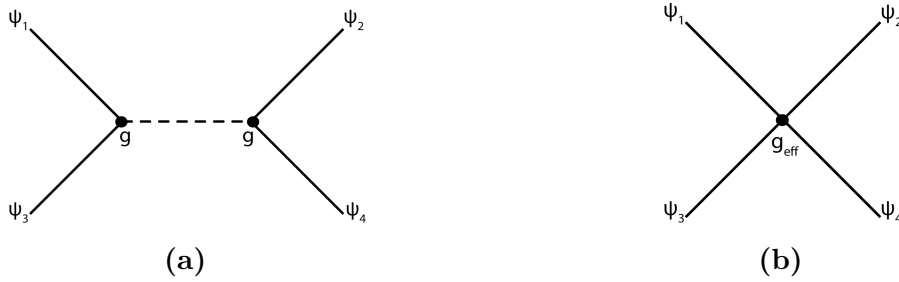


Figura 3.1.: (a) Interação entre quatro férmions via troca de um escalar. (b) Interação entre quatro férmions em um modelo em que o escalar foi removido.

O modelo mais geral, válido para energias menores ou maiores que uma determinada escala Λ , deve ser equivalente, abaixo desta escala, ao modelo válido apenas a energias menores que Λ (chamada de escala ultravioleta (UV) ou *cutoff* ultravioleta da teoria efetiva). Isto nos permite escrever a lagrangiana do modelo efetivo sem conhecer o modelo válido para altas energias.

Começamos escrevendo a lagrangiana mais geral contendo os graus de liberdade presentes em baixas energias e respeitando as simetrias presentes. Inicialmente temos uma lagrangiana com infinitos termos, logo este modelo somente será útil quando os termos de ordem superior forem cada vez menos importantes. Mostraremos adiante que os operadores contendo potências cada vez maiores dos campos do modelo serão suprimidos cada vez mais pela escala Λ e que, desde que estejamos estudando experimentos realizados abaixo dela, a teoria efetiva é preditiva. Esta escala marca o limite de validade da teoria efetiva. Note que usamos esta lógica de graus de liberdade e simetrias para construir o modelo padrão, porém já consideramos diretamente um número finito de termos nas lagrangianas mostradas no capítulo anterior. A suposição que nos permitiu fazer isso foi a de que o MP é válido até escalas arbitrariamente altas (o que acaba gerando o problema da hierarquia). Esta suposição fez com que todos os termos que seriam suprimidos pela escala UV desaparecessem. Veremos agora o que ocorre se tomarmos uma escala UV

finita e levamos em conta as correções que o MP recebe quando nos aproximamos desta escala. O ponto chave é que para descrever a física em uma determinada escala, supõe-se não ser necessário conhecer detalhes sobre a física em escalas superiores.

Vamos chamar de “teorias efetivas” os modelos efetivos válidos abaixo de Λ , e nos referiremos aos modelos mais gerais (que não são necessariamente teorias fundamentais) como teorias de altas energias (ou teorias UV), válidas acima do *cutoff* UV.

3.2. MP como teoria efetiva

Quando construímos o MP no capítulo anterior, queríamos que ele fosse um modelo fundamental, ou seja, um modelo válido para todas as energias. Para isto ser possível, além da simetria de gauge e do conteúdo de partículas, devemos impor mais uma condição, a renormalizabilidade da teoria. Uma teoria é renormalizável se pudermos absorver as divergências da teoria em um número finito de parâmetros. Essa condição não permite incluirmos alguns termos na lagrangiana, e vamos ver que o critério de inclusão está relacionado com a dimensão do produto de campos presente no termo em questão (ou, equivalentemente, do coeficiente numérico que o multiplica).

Como a ação $S = \int \mathcal{L} d^4x$ é adimensional¹, $\mathcal{L}$ deve ter dimensão² 4. A partir de uma análise dimensional simples dos termos cinéticos da lagrangiana, concluímos que campos escalares e vetoriais tem dimensão 1, enquanto campos espinoriais tem dimensão 3/2. Produtos de campos que gerem uma dimensão maior que 4 necessitam estar multiplicados por uma constante numérica, que chamaremos de constante de acoplamento, com dimensão negativa para que a ação seja adimensional. Isso faz com que a teoria seja não renormalizável. A renormalizabilidade, então, proíbe termos com dimensão maior que quatro na lagrangeana do MP fazendo, por exemplo, com que termos proporcionais a $(\bar{L}HR)^3$ sejam proibidos.

Esses problemas de renormalizabilidade não aparecem, no entanto, se pensarmos no MP não como um modelo fundamental, mas como uma teoria efetiva. Se vamos fazer isso, devemos primeiramente especificar qual deve ser o *cutoff* da teoria, que chamaremos de Λ . Para determinar Λ devemos saber qual a escala de massas das partículas do MP. Além dos férmions, especificados na tabela 2.2, devemos levar em conta as massas dos bósons. O bóson W tem massa $m_W = 80,4 \text{ GeV}$, o bóson Z tem massa $m_Z = 91,2 \text{ GeV}$ e o Higgs tem massa $m_H = 125,7 \text{ GeV}$, enquanto os outros bósons tem massa nula. Para a teoria fazer sentido podemos definir $\epsilon = \frac{m}{\Lambda}$, com $\epsilon < 1$. O valor de m é uma escala de massa do MP. O valor de Λ é uma escala de massa em altas energias que deve ser grande o suficiente para que $\epsilon < 1$ para qualquer partícula do MP. Note que já é suficiente que

¹Em unidades naturais.

²Quando dizemos dimensão, está implícito que estamos dizendo dimensão de massa. Logo dimensão 4 quer dizer dimensão de $(\text{massa})^4$.

Λ seja maior que a massa do quark top, a partícula mais pesada do MP. Assim, podemos escrever uma nova lagrangiana para o MP:

$$\mathcal{L}_{MP} = \sum_n \mathcal{L}^{(n)} = \mathcal{L}^{(0)} + \mathcal{L}^{(1)} + \dots, \quad (3.2)$$

onde $\mathcal{L}^{(0)}$ é a lagrangiana do MP definida em (2.48). Os termos seguintes são todos proporcionais a alguma potência negativa de Λ , e podem ser vistos como correções ao MP. Como o parâmetro Λ é usado para fazer esta expansão, as correções serão proporcionais a $\frac{1}{\Lambda^n}$, o que será visto com mais detalhes adiante, e vão conter operadores (que são produtos de campos) de dimensão maior que 4, construídos a partir dos operadores do MP. Esses operadores de dimensão superior (> 4) serão usados para descrever nova física, pois ficarão cada vez mais importantes quando a energia aumenta e fica próxima de Λ . Para energias maiores que Λ , o MP não será mais válido e será necessário construir um novo modelo.

3.3. Análise Dimensional

Queremos deixar o parâmetro Λ explícito na lagrangiana, pois sabemos que termos multiplicados por potências superiores de $\frac{1}{\Lambda}$ são cada vez menos importantes quando estamos em um regime de energias muito menores que Λ .

Para organizar os operadores presentes na teoria efetiva de acordo com sua importância na expansão, vamos fazer uma contagem de potências que, em nosso caso, se reduzirá a uma contagem de dimensão dos operadores. Para ilustração vamos considerar uma teoria efetiva simples contendo apenas um escalar real e uma simetria sobre $\phi \rightarrow -\phi$ (que proíbe potências ímpares de ϕ) em um espaço de d dimensões:

$$S[\phi] = \int d^d x \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \lambda \phi^4 - \tau' \phi^6 + \dots \right), \quad (3.3)$$

onde λ e τ' são constantes de acoplamento. A dimensão (de massa) dos elementos dessa lagrangiana é

$$\begin{aligned} [\phi] &= \frac{d-2}{2}, \\ [d^d x] &= -d, \\ [m^2] &= 2, \\ [\lambda] &= 4-d, \\ [\tau'] &= 6-2d, \end{aligned} \quad (3.4)$$

o que pode ser facilmente verificado termo a termo, pois a ação é adimensional em unidades naturais. Vamos fazer também mais uma alteração na equação acima, que é mudar $\tau' \rightarrow \frac{\tau}{\Lambda^2}$, deixando explícita a escala de energia Λ que tomaremos como o

cutoff desta teoria. Assim, quando voltarmos para $d = 4$, a constante τ passará a ser adimensional, do mesmo modo que λ .

Podemos parametrizar a posição x^μ como $x^\mu = sx'^\mu$, o que nos possibilita estudar a teoria em grandes distâncias tomando $s \rightarrow \infty$ e x' fixo, levando a grandes valores de x . Queremos ver como a teoria se comporta em grandes distâncias, pois este regime está relacionado com pequenas energias, que é onde queremos aplicar a teoria. Esta mudança nas coordenadas vai implicar uma mudança na forma da lagrangiana, pois o termo cinético contém derivadas e se torna $s^{d-2}\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi$ (as derivadas são em relação a nova variável x'). Vamos, no entanto, redefinir os campos como

$$\phi(x) = s^{\frac{(2-d)}{2}}\phi'(x'), \quad (3.5)$$

para normalizar o termo cinético. Assim, o termo cinético continua da mesma forma, porém os outros termos vão mudar da seguinte maneira:

$$S'[\phi'] = \int d^d x' \left(\frac{1}{2}\partial_\mu\phi'\partial^\mu\phi' - \frac{1}{2}m^2s^2\phi'^2 - \lambda s^{4-d}\phi'^4 - \frac{\tau}{\Lambda^2}s^{6-2d}\phi'^6 + \dots \right). \quad (3.6)$$

Vamos agora nos concentrar no caso que nos interessa, que é quando $d = 4$, o que nos dá a ação

$$S'[\phi'] = \int d^4 x' \left(\frac{1}{2}\partial_\mu\phi'\partial^\mu\phi' - \frac{1}{2}m^2s^2\phi'^2 - \lambda\phi'^4 - \frac{\tau}{\Lambda^2}s^{-2}\phi'^6 + \dots \right). \quad (3.7)$$

Quando tomamos o limite $s \rightarrow \infty$, o termo que contém m^2 fica cada vez mais importante. Por outro lado o termo que contém τ fica menos importante, e o termo de λ fica igualmente importante. Os operadores associados a esses termos são chamados de, respectivamente, operadores relevantes, irrelevantes e marginais. Notamos agora que existe uma relação entre a dimensão do operador (D) com o fato de seu termo associado ficar mais ou menos importante:

- Operadores relevantes tem dimensão $D < 4$;
- Operadores marginais tem dimensão $D = 4$;
- Operadores irrelevantes tem dimensão $D > 4$.

Essas dimensões estão ligadas ao fato de que $[m^2] > 0$, $[\lambda] = 0$ e $[\frac{\tau}{\Lambda^2}] < 0$. O parâmetro s é nosso parâmetro de controle que nos diz o que acontece em longas distâncias. Em teorias efetivas, não tomamos $s \rightarrow \infty$, mas queremos que s seja grande o suficiente para que os operadores irrelevantes tenham contribuições cada vez menores quanto maior for a dimensão do operador. Precisamos então que s seja grande quando comparado com $\frac{1}{\Lambda}$, pois olhando para (3.7), notamos que o operador de dimensão 6 fica multiplicado por $\frac{\tau}{s^2\Lambda^2}$. Para τ finito, é o denominador que precisa ser grande para que o termo inteiro seja pequeno. Ou seja, precisamos que $s \gg \frac{1}{\Lambda}$. Esta análise é geral e se aplica à lagrangiana do MP. Todos os operadores de dimensão maior que 4 serão irrelevantes, e

serão suprimidos pela escala Λ . O que precisamos fazer é somente determinar a dimensão dos operadores, logo não precisamos mais introduzir o parâmetro s . Os operadores irrelevantes contribuirão somente com pequenas correções desde que os momentos ($\vec{p}$) das partículas envolvidas em nosso estudo forem $|\vec{p}| \ll \Lambda$. Operadores de dimensão superior serão cada vez menos importantes quanto maior for sua dimensão.

Podemos agora construir o MP no contexto de teorias efetivas. Mesmo não precisando conhecer a teoria UV, vamos fazer algumas considerações sobre ela. Primeiramente seu grupo de gauge deve conter o grupo $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ do MP. É necessário ainda que os graus de liberdade do MP estejam inclusos na teoria ultravioleta (ainda que como estados compostos) e esta teoria deve se reduzir ao MP para baixas energias. Estamos assumindo que não existem partículas mais leves que Λ ainda não detectadas, como áxions e neutrinos estéreis, mas é em geral fácil estender o modelo para incluir algumas destas. A teoria efetiva, portanto, deve ter as simetrias do MP, ou seja, a ação deve ser invariante por $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, além de cada termo da lagrangiana ser invariante de Lorentz. Vamos usar também os graus de liberdade do MP, fazendo os operadores de dimensão maior que quatro serem construídos a partir de campos já conhecidos do MP. Podemos então escrever:

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{MP}^{(4)} + \frac{1}{\Lambda} \sum_k C_k^{(5)} Q_k^{(5)} + \frac{1}{\Lambda^2} \sum_k C_k^{(6)} Q_k^{(6)} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\Lambda^3}\right), \quad (3.8)$$

onde $\mathcal{L}_{MP}^{(4)}$ é a parte usual renormalizável do MP. Os termos seguintes, $Q_k^{(n)}$ denotam operadores de dimensão n , $C_k^{(n)}$ são as correspondentes constantes de acoplamento adimensionais, e Λ é a escala de energia até a qual a teoria efetiva é válida. A partir de agora vamos chamar de contante de acoplamento essa constante adimensional, ou seja, estamos colocando a escala de energia para fora da constante. Conseguimos então escrever uma lagrangiana para o MP válida para energias baixas. Operadores de dimensão superior são cada vez mais suprimidos quando a dimensão aumenta, pois a potência negativa de Λ também aumenta.

3.4. Operadores de Dimensão Superior

Até agora escrevemos os operadores de dimensão superior de forma muito geral, como na equação (3.8). Inicialmente a lagrangiana tem infinitos termos, porém a precisão desejada nos cálculos, compatível com a precisão experimental, vai nos dizer onde a série deve ser truncada. Se quisermos incluir todas as correções até a ordem de $\frac{1}{\Lambda^r}$, devemos incluir todos os operadores Q_k com dimensão $[Q_k] \leq 4 + r$.

A primeira correção para o MP deve ser de dimensão 5, de modo que temos

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{MP}^{(4)} + \frac{1}{\Lambda} C^{(5)} Q^{(5)}. \quad (3.9)$$

O termo novo adicionado é tal que a dimensão de $Q^{(5)}$ vale $[Q^{(5)}] = 5$ e a dimensão de C vale $[C] = 0$. Note que abandonamos o índice k dos operadores de dimensão 5 como definido na equação (3.8), pois quando é imposta a simetria de gauge do MP, existe somente um operador de dimensão 5 a menos de seu hermitiano conjugado e possíveis atribuições de sabores (ver equação abaixo). Este operador é [16]:

$$Q = \epsilon_{jk} \epsilon_{mn} H^j H^m (L_p^k)^T C L_r^n, \quad (3.10)$$

onde H e L são dubletos de $SU(2)$ como definidos anteriormente. Aqui os índices p e r denotam as diferentes gerações dos férmions (elétron, múon e tau), e C é a matrix de conjugação de carga. Substituindo o Higgs por seu VEV, esse operador gera termos de massa de Majorana para os neutrinos.

Operadores de dimensão 6 já são mais numerosos. Em 1986 os operadores permitidos pelas simetrias do MP foram enumerados em um artigo de Buchmüller e Wyler [18], porém o conjunto de operadores lá listado era redundante, uma vez que alguns deles estavam relacionados por equações de movimento (EM) ou por integração por partes. Isto permite escolher uma base com menos operadores que já dá conta de todos os fenômenos físicos possíveis. Os operadores removidos por EM não contribuem para elementos de matriz on-shell, tanto em teoria de perturbação (em todas as ordens) quanto além [15, 19–23]. Uma base possível de operadores foi publicada no artigo da referência [16] e foi reproduzida no apêndice A. Assumindo conservação de número bariônico, foram encontrados $15 + 19 + 25 = 59$ operadores independentes, comparados com $16 + 35 + 29 = 80$ da referência [18]. Os números somados se referem a operadores contendo 0, 2 e 4 campos fermiônicos. Se a suposição de conservação de número bariônico fosse relaxada, 5 novos operadores apareceriam no setor de quatro férmions.

A listagem de todos os operadores deve ser feita de forma sistemática para que se tenha certeza que nenhum operador foi esquecido ou de que nenhum operador redundante foi adicionado. Os detalhes se encontram na referência [16], porém vamos aqui dar alguns exemplos de como essa análise pode ser feita.

Podemos construir um operador de dimensão 6 envolvendo por exemplo um tensor $X^{\mu\nu}$, que representa um tensor de campo que pode ser tanto o relacionado aos bósons de gauge de $SU(3)$, quanto de $SU(2)$, quanto de $U(1)$. Este tensor tem dimensão $[X^{\mu\nu}] = 2$, logo precisamos saber quais operadores de dimensão 4 podemos contrair com ele. Operadores do tipo $X^{\mu\nu} H^4$, onde H é o campo do Higgs, não são permitidos, pois o tensor $X^{\mu\nu}$ é antissimétrico e não há nenhum outro objeto com índice de Lorentz que pode ser contraído com ele. Termos do tipo $X^{\mu\nu} D^4$, onde D representa a derivada covariante não precisam ser levados em conta, pois todas as possíveis contrações, incluindo as com $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ (o tensor totalmente antissimétrico) levam a pelo menos um comutador $[D_\mu, D_\nu] \sim X_{\mu\nu}$ (mais detalhes abaixo), o que significa que precisamos somente analisar os termos que envolvem $X^2 D^2$ (dois tensores $X^{\mu\nu}$ e duas derivadas, que podem estar contraídos de diversas formas possíveis).

Vamos fazer agora uma análise sobre a classe de operadores do tipo $X^2 D^2$. Precisamos somente pensar no caso em que todas as derivadas atuam em um único tensor, pois os outros casos são equivalentes a este a menos de derivadas totais. Ainda sobram diversos modos de se contrair os índices de Lorentz:

1. Os índices das duas derivadas estão contraídos com $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$.
2. Os índices das duas derivadas estão contraídos com um único tensor $X^{\mu\nu}$.
3. Índice de uma derivada contraída com um tensor $X^{\mu\nu}$ e índice de outra derivada contraída com o outro tensor $X^{\rho\sigma}$.
4. Os índices das derivadas estão contraídas consigo mesmos: $D^\mu D_\mu$.

Se os índices das duas derivadas estão contraídas com $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ ou com os índices de um único tensor (caso 1 e 2), obtemos novamente o comutador $[D_\mu, D_\nu]$. Isso sempre acontece pois, por exemplo

$$\begin{aligned}
 D_\mu D_\nu X^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}(D_\mu D_\nu X^{\mu\nu} + D_\nu D_\mu X^{\mu\nu}) \\
 &= \frac{1}{2}(D_\mu D_\nu X^{\mu\nu} - D_\nu D_\mu X^{\nu\mu}) \\
 &= \frac{1}{2}(D_\mu D_\nu X^{\mu\nu} - D_\nu D_\mu X^{\mu\nu}) \\
 &= \frac{1}{2}([D_\mu, D_\nu] X^{\mu\nu}),
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

o que gera o comutador $[D_\mu, D_\nu]$, que é novamente um objeto proporcional a $X^{\mu\nu}$, pois, assumindo que o comutador age em um objeto O , temos

$$\begin{aligned}
 [D_\mu, D_\nu]O &= (\partial_\mu - i g t^a A_\mu^a)(\partial_\nu - i g t^b A_\nu^b)O - (\partial_\nu - i g t^b A_\nu^b)(\partial_\mu - i g t^a A_\mu^a)O \\
 &= -i g t^b \partial_\mu (A_\nu^b O) - i g t^b A_\mu^b (\partial_\nu O) - g^2 t^a t^b A_\mu^a A_\nu^b O \\
 &\quad + i g t^b \partial_\nu (A_\mu^b O) + i g t^b A_\nu^b (\partial_\mu O) + g^2 t^b t^a A_\nu^b A_\mu^a O \\
 &= i g t^b (\partial_\nu A_\mu^b - \partial_\mu A_\nu^b)O - g^2 (t^a t^b - t^b t^a) A_\mu^a A_\nu^b O \\
 &= i g t^b (\partial_\nu A_\mu^b - \partial_\mu A_\nu^b)O - g^2 [t^a, t^b] A_\mu^a A_\nu^b O \\
 &= i g t^c (\partial_\nu A_\mu^c - \partial_\mu A_\nu^c)O - g^2 i f_{abc} t^c A_\mu^a A_\nu^b O \\
 &= i g t^c X_{\nu\mu}^c O,
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

onde a derivada covariante contém os bósons de gauge somente de um grupo, para simplificar a conta. O importante é que o comutador é proporcional ao tensor de campo, o que mostra que os casos 1 e 2 acima podem ser incluídos na classe X^3 . Outras contrações com $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ produzem tensores duais, que são definidos como $\tilde{X}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}X^{\rho\sigma}$, de modo que podemos permitir que o tensor em que não é aplicada a derivada seja possivelmente

dual, nos permitindo esquecer de $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$, como mostra o seguinte exemplo:

$$(D_\mu D_\nu X^{\mu\rho})X^{\sigma\alpha}\epsilon_{\rho\sigma\alpha}^\nu = (D_\mu D_\nu X^{\mu\rho})X^{\sigma\alpha}\epsilon_{\beta\rho\sigma\alpha}g^{\nu\beta} = 2(D_\mu D^\beta X^{\mu\rho})\widetilde{X}_{\beta\rho}, \quad (3.13)$$

onde $g^{\nu\beta}$ é o tensor métrico. Vemos então que podemos analisar de uma única vez o caso em que o índice de cada derivada é contraído com um tensor diferente (a ser analisado em seguida), mas lembrando que o tensor em que a derivada não atua pode ser possivelmente dual.

Se as derivadas estão contraídas com tensores diferentes (caso 3), é possível ordenar os termos de tal modo que apareça $D^\rho X_{\rho\mu}$. Para ilustração, se $X_{\rho\mu} = W_{\rho\mu}$, o tensor de campo relacionado aos bósons de gauge de $SU(2)$, uma das equações de movimento é a seguinte

$$(D^\rho W_{\rho\mu})^I = \frac{g}{2} \left(H^\dagger i D_\mu^I H - (D_\mu^I H^\dagger) i H + \bar{L} \gamma_\mu \tau^I L + \bar{Q} \gamma_\mu \tau^I Q \right), \quad (3.14)$$

onde L e Q são dubletos de léptons e quarks de mão esquerda. Esta equação de movimento, bem como todas as que são utilizadas para o estudo de operadores de dimensão 6 são derivadas da lagrangiana $\mathcal{L}_{MP}^{(4)}$, pois elas serão usadas em operadores que já são suprimidos por $\frac{1}{\Lambda^2}$, e não estamos interessados em efeitos da ordem de $\frac{1}{\Lambda^3}$. Podemos então desprezar todos os termos das equações de movimento a partir da ordem $\frac{1}{\Lambda}$. A equação de movimento acima reduz então a classe de operadores do tipo $X^2 D^2$ que contém derivadas contraídas com tensores diferentes para classes de operadores que contém $H^2 X D^2$ e $\Psi^2 X D$, onde Ψ denota um campo fermiônico.

O único objeto da classe de $X^2 D^2$ que não foi levado em conta ainda é o que contém duas derivadas covariantes contraídas com elas mesmas (caso 4). Pode-se mostrar que, usando a identidade de Bianchi $D_{[\rho} X_{\mu\nu]} = 0$, temos

$$\tilde{X}^{\mu\nu} D^\rho D_\rho X_{\mu\nu} = -\tilde{X}^{\mu\nu} (D^\rho D_\mu X_{\nu\rho} + D^\rho D_\nu X_{\rho\mu}). \quad (3.15)$$

Em seguida, podemos usar novamente que $[D_\rho, D_\alpha] \sim X_{\rho\alpha}$ e a equação de movimento para X , de modo a obter

$$-\tilde{X}^{\mu\nu} (D^\rho D_\mu X_{\nu\rho} + D^\rho D_\nu X_{\rho\mu}) = X^3 + H^2 X D^2 + \Psi^2 X D + E, \quad (3.16)$$

onde E representa operadores nulos quando se aplica equações de movimento. Vemos então que a classe de operadores do tipo $X^2 D^2$, quando as derivadas estão contraídas consigo mesmas, se reduz a operadores da classe X^3 , $H^2 X D^2$ e $\Psi^2 X D$.

O que vimos nos últimos parágrafos foi que alguns operadores não são independentes, podendo ser reescritos em termos de outros. Em nosso exemplo, vimos que o operador do tipo $X^2 D^2$ não precisa ser levado em conta, pois sempre pode ser escrito em termos de operadores de outras classes. Uma análise semelhante deve ser feita para cada classe

de operadores, o que foi feito de modo sistemático para construir a lista de operadores que mostramos no apêndice A pelos autores de [16], que chegaram em 59 operadores de dimensão 6 independentes. Essa lista de operadores é importante do ponto de vista fenomenológico, pois fornece a forma explícita de termos suprimidos por potência de Λ na lagrangiana do MP. Embora existam muitos operadores, usualmente somente alguns deles contribuem para um determinado processo. Isso torna possível usar experimentos para colocar limites nos operadores, o que contribui para a avaliação da validade de muitos modelos de extensão do MP. Se uma teoria UV produz, no limite de baixas energias, um operador efetivo suprimido experimentalmente, a teoria perde a validade, sua possível comprovação ficando fora do alcance experimental.

3.5. Conclusões

Os problemas especificados na seção 2.6 justificam tratar o MP como uma teoria efetiva no lugar de um modelo fundamental. Adotando este ponto de vista, assumimos que a partir de uma certa energia Λ , o MP não vale mais, e graus de liberdade (partículas pesadas) de um modelo mais geral começam a ser importantes. A baixas energias, no entanto, o MP deve valer, e suas correções, proporcionais a operadores de dimensão superior, devem ser pequenas se estivermos estudando um regime de energia (E), com $E \ll \Lambda$. Nova física pode, então, ser estudada a partir do estudo fenomenológico desses operadores, seja com $E \ll \Lambda$ em experimentos de alta precisão, ou quando $E \lesssim \Lambda$, quando a teoria efetiva já está alcançando seu limite de validade.

4

Violação de Sabor

Quando passamos a tratar o MP como uma teoria efetiva, os novos operadores de dimensão superior permitem que ocorram diversos fenômenos físicos que não eram permitidos pelo MP. Um exemplo é a violação de sabor leptônico, que será tema deste capítulo. Por exemplo, experimentos de grande precisão já colocaram indiretamente restrições muito fortes sobre o processo $h \rightarrow e\mu$ que, se for possível, já está fora do alcance do LHC. Essas restrições nos dizem que nossos experimentos podem estar muito longe da escala Λ , ou que esses fenômenos não ocorrem na natureza e precisamos construir uma teoria UV que não os permita. Existem, no entanto, alguns decaimentos que não foram muito restringidos e ainda podem ser vistos no LHC. Vamos nos concentrar neste capítulo em operadores que permitem a violação de sabor leptônico através do Higgs, nos concentrando no decaimento $h \rightarrow \tau\mu$, um decaimento que tem um possível sinal no LHC e, se o sinal não for confirmado, será obtido um novo limite para este decaimento.

4.1. Motivação

Os processos cujas taxas de decaimento são pequenas no MP são bons para se procurar nova física, pois se as taxas forem muito pequenas (ou até inexistentes), elas podem ser dominadas por nova física. Vamos estudar decaimentos do tipo $h \rightarrow l_i l_j$ (entendido como a soma de $h \rightarrow l_i^+ l_j^-$ e $h \rightarrow l_i^- l_j^+$) e sempre que falarmos de violação de sabor, estaremos nos referindo a violação de sabor leptônico (caso em que $i \neq j$). Alguns destes decaimentos recebem restrições indiretas bastante fortes de experimentos de baixas energias [24], como decaimentos raros do múon e do tau, além de medidas do momento de dipolo magnético e elétrico de elétrons e múons. Decaimentos raros do múon, por exemplo, já foram testados com precisão suficiente para que o decaimento $h \rightarrow e\mu$ esteja longe do alcance do LHC.

Uma partícula pode decair de formas diferentes, chamados de modos de decaimento. Vamos chamar de *branching ratio* (BR) a razão entre a taxa de decaimento de uma partícula em determinado modo e a taxa total de decaimento. Se o valor de BR for muito pequeno para um determinado modo, pode ser impossível de se ver este decaimento em um experimento (dependendo da precisão). Por exemplo, no caso de ($h \rightarrow \tau\mu$), o decaimento aparece a nível árvore através dos termos de interação de Yukawa $\mathcal{L}_{\tau\mu} = -Y_{\mu\tau}\bar{\mu}_L\tau_R h - Y_{\tau\mu}\bar{\tau}_L\mu_R h + h.c$. Pequenos acoplamentos Y levam a medidas pequenas de *branching ratio*, pois o valor de BR é proporcional a largura de decaimento,

que por sua vez é proporcional aos acoplamentos de Yukawa (ver apêndice B para um exemplo).

Os decaimentos do tau, diferentemente dos decaimentos do múon, não foram medidos com tanta precisão, e estudos recentes sugeriram que decaimentos do Higgs em tau violando sabor poderiam ser observados no LHC [24–26]. Os autores de [24] mostram que os acoplamentos de Yukawa responsáveis pela violação de sabor de $h \rightarrow \tau e$ e $h \rightarrow \tau \mu$ ainda podem ser grandes o suficiente para produzir um *branching ratio* observável, com valor $\text{BR}(h \rightarrow \tau \mu) \lesssim 10^{-1}$. Já no caso de $h \rightarrow \mu e$, limites experimentais fortes colocam este processo fora do alcance do LHC: $\text{BR}(h \rightarrow \mu e) \lesssim 10^{-8}$. Mostramos na figura 4.1 o resultado desse artigo para o caso de $h \rightarrow \tau \mu$, que é o processo em que vamos nos focar.

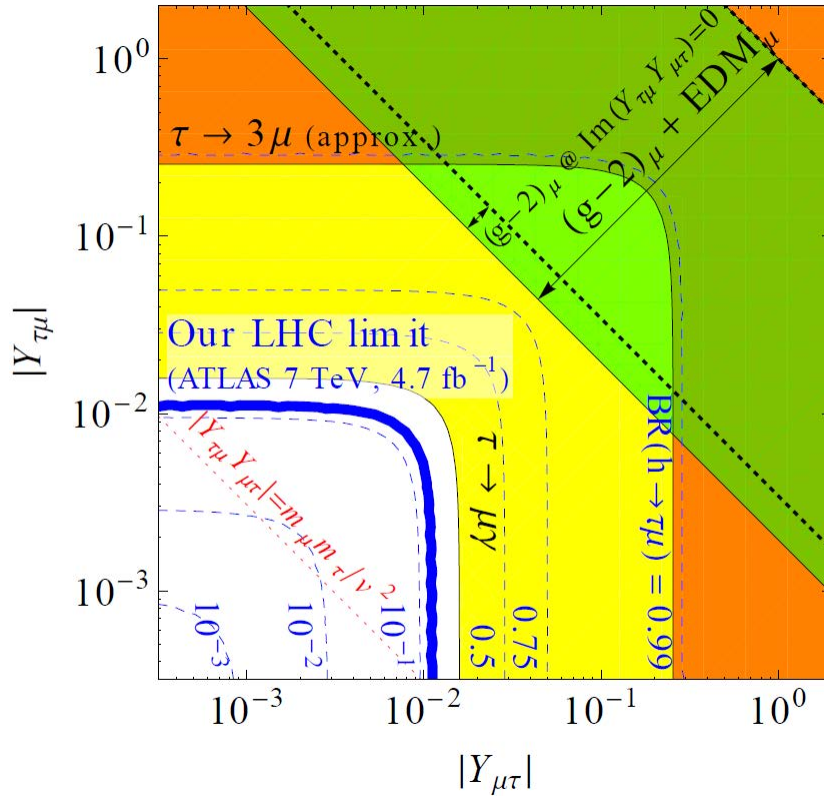


Figura 4.1.: Restrições nos acoplamentos de Yukawa, $|Y_{\tau\mu}|$ e $|Y_{\mu\tau}|$. Resultado extraído do artigo [24]. As linhas azuis tracejadas são contornos com *branching ratio* constante. A linha azul grossa mostra o alcance projetado pelos autores para o LHC (com luminosidade e energia indicadas), indicando que este seria sensível a $\text{BR}(h \rightarrow \tau \mu)$ próximo de 10%. As outras partes do gráfico mostram regiões excluídas por outros experimentos.

Motivados pela possibilidade de encontrar este decaimento, buscas dedicadas de $h \rightarrow \tau \mu$ foram feitas, e o resultado foi recentemente publicado pelo CMS [27]. Os resultados desta busca são mostrados na figura 4.2, onde estão mostrados também os limites anteriores.

Nota-se que a busca não colocou restrições tão fortes quanto o que era esperado (note a distância entre as curvas “expected” e “observed”), o que significa que houve um excesso de eventos. As faixas verde e amarela (conhecidas como *Brazil Band*) indicam a chance de que o excesso seja produzido por flutuação do fundo em nível 1σ e 2σ , respectivamente. O excesso encontrado tem uma significância de $2,5\sigma$. Isto pode ser interpretado como uma flutuação estatística e resulta em um limite de $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) < 1,57\%$ com 95% de nível de confiança. Se interpretado como sinal, os resultados levam a $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) = (0,89^{+0,40}_{-0,37})\%$. A situação vai ficar mais clara nos próximos anos, com a acumulação de mais dados. Este limite, como veremos em seguida, pode ser utilizado para restringir os operadores efetivos relacionados aos acoplamentos de Yukawa que violam sabor.

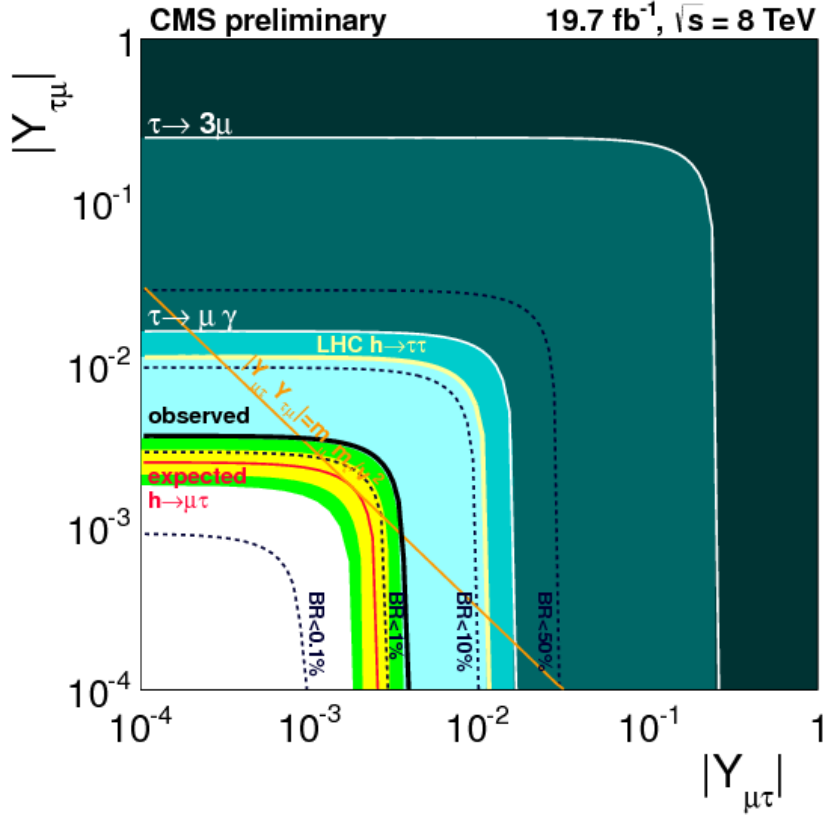


Figura 4.2.: Restrições nos acoplamentos de Yukawa, $|Y_{\tau\mu}|$ e $|Y_{\mu\tau}|$, com limites esperados (linha vermelha) e observados (linha preta) derivados dos limites sobre $\text{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$, baseada na análise feita no artigo [27] de onde foi extraída esta figura. As linhas pretas tracejadas são curvas de $\text{BR}(h \rightarrow \mu\tau)$ constante. As regiões sombreadas se referem a restrições a partir de resultado nulo na busca de $\tau \rightarrow 3\mu$ (verde escuro) e $\tau \rightarrow \mu\gamma$ (verde mais claro). A linha laranja diagonal é o limite teórico de naturalidade $Y_{ij}Y_{ji} \leq m_i m_j / v^2$ [28] e a linha amarela é o limite alcance estimado em [24] (a linha azul na figura 4.1).

Um artigo recente [29], no entanto, publicado após os resultados do CMS que vimos

acima, nos chamou atenção, pois, usando um modelo específico, obteve $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) < 8,6 \times 10^{-6}$, ficando fora do alcance do LHC. Alguns outros trabalhos [29–39] chegaram a conclusões parecidas. Percebemos então que há uma aparente contradição entre, por um lado, estudos independentes de modelo, usando teorias efetivas, dizendo que seria possível ver violação de sabor via Higgs no LHC, e por outro lado, cálculos em modelos específicos dizendo que esta observação de violação de sabor está fora do alcance do LHC. Nas próximas seções vamos mostrar em que caso é possível interpretar os dados do CMS como sinal, e em que casos o sinal deveria ser muito pequeno, de modo que seria impossível de ser visto no LHC.

4.2. Operador Responsável pela Violação de Sabor Através do Higgs

Para estudar violação de sabor letônico através do Higgs, devemos primeiramente encontrar quais os operadores relevantes para o decaimento $h \rightarrow l_i l_j$, com $i \neq j$. Como não há, no MP, nenhum operador de dimensão 4 que gere este processo, devemos procurar operadores de dimensão superior. Vimos no capítulo anterior que o único operador de dimensão 5 está envolvido com o setor de neutrinos, de modo que precisaremos de operadores de dimensão 6. De todos os operadores mostrados no apêndice A, apenas um será relevante para este processo:

$$\mathcal{L}^{(6)} \supset \frac{c_{6H}}{\Lambda^2} \hat{\mathcal{O}}_{6H} + h.c. \equiv \frac{c_{6H}}{\Lambda^2} \bar{L} H H^\dagger H R + h.c. \quad (4.1)$$

Os campos presentes seguem a mesma definição dada após a equação (2.37), c_{6H} é uma matriz no espaço de sabor e definimos o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H} \equiv \bar{L} H H^\dagger H R$. Notamos que em princípio temos diferentes acoplamentos para diferentes quiralidades, como por exemplo $c_{6H}^{\tau_L \mu_R} \neq c_{6H}^{\tau_R \mu_L}$, porém como estamos interessados em estados iniciais e finais contendo as duas combinações, vamos considerar um único acoplamento c_{6H} , definido por $c_{6H} \equiv \sqrt{c_{LR}^2 + c_{RL}^2}$, onde LR e RL são as quiralidades do férmion mais pesado e mais leve, nesta ordem. Este operador, junto com os acoplamentos de Yukawa renormalizáveis (y_4), definidos em (2.40), vai gerar o acoplamento de Yukawa de violação de sabor efetivo que, como vamos ver adiante, tem a seguinte forma

$$Y = \frac{y_4}{\sqrt{2}} + 3 \frac{v^2}{2\sqrt{2}} \frac{c_{6H}}{\Lambda^2}. \quad (4.2)$$

Mostraremos agora como esta violação de sabor surge. Primeiro vamos reescrever o setor relevante da lagrangiana renormalizável do MP:

$$\mathcal{L}_{MP}^{(4)} = \bar{L} i \not{D} L + \bar{R} i \not{D} R - [y_4 \bar{L} H R + h.c.] + D_\mu H^\dagger D^\mu H - \lambda_H \left(H^\dagger H - \frac{v^2}{2} \right)^2. \quad (4.3)$$

Lembramos que $L = \begin{pmatrix} \nu_f \\ f \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \nu_{fL} \\ f_L \end{pmatrix}$ é um dubleto de $SU(2)$, sendo f um lépton, e R é um singlete de $SU(2)$, e aqui denota um lépton carregado de mão direita, e, nesta seção, vamos usar a notação $R \equiv f_R$. Vamos primeiro ignorar o operador de dimensão 6 e analisar somente o MP em sua versão renormalizável. O que queremos fazer é escrever os acoplamentos de Yukawa na base dos autoestados de massa, ou seja, vamos diagonalizar a matriz y_4 , de modo que o termo da lagrangiana que gera massa para os férmions (após a quebra espontânea de simetria) seja diagonal. Vamos escrever o termo relevante com os índices explícitos, antes da quebra espontânea de simetria:

$$\mathcal{L}_{yuk} = -(y_4)_{ij}(\bar{L}^i f_R^j)H + h.c. \quad (4.4)$$

Notamos que o acoplamento de Yukawa do primeiro termo da equação acima é o mesmo de seu hermitiano conjugado ($h.c$), de modo que diagonalizar um termo automaticamente diagonaliza seu $h.c$.

Vamos agora lembrar que o termo de massa é gerado, após a quebra espontânea de simetria, quando fazemos a substituição,

$$H \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

o que nos leva a

$$\mathcal{L}_{yuk} = -\frac{(y_4)_{ij}}{\sqrt{2}} \bar{f}_L^i (h + v) f_R^j + h.c, \quad (4.6)$$

que fica dividido em

$$\mathcal{L}_{yuk} = -\frac{(y_4)_{ij}}{\sqrt{2}} \bar{f}_L^i v f_R^j - \frac{(y_4)_{ij}}{\sqrt{2}} \bar{f}_L^i h f_R^j + h.c. \quad (4.7)$$

Vamos agora escrever a matriz y_4 como $y_4 = P_L D P_R^{-1}$, onde D é uma matriz diagonal, e P_L e P_R^{-1} são as matrizes que diagonalizam y_4 . Fica claro então, que diagonalizar o primeiro termo de (4.7) também diagonaliza o segundo (é a mesma mudança de base), nos dando tanto um termo de massa quanto um termo de interação diagonais (o que impossibilita a violação de sabor leptônico através do Higgs).

Vamos agora incluir o operador de dimensão 6, $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, que introduzimos anteriormente, o que modifica a lagrangiana $\mathcal{L}_{yuk}$ com a adição de:

$$\mathcal{L}_{\hat{\mathcal{O}}_{6H}} = -\frac{(c_{6H})_{ij}}{\Lambda^2} \bar{L}^i f_R^j H (H^\dagger H) + h.c, \quad (4.8)$$

o que nos leva, após a quebra espontânea de simetria, a

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\hat{O}_{6H}} &= -\frac{(c_{6H})_{ij}}{2\sqrt{2}\Lambda^2} \bar{f}_L^i (h+v)(h+v)(h+v) f_R^j + h.c \\ &= -\frac{(c_{6H})_{ij}}{2\sqrt{2}\Lambda^2} \bar{f}_L^i (h^3 + v^3 + 3h^2v + 3hv^2) f_R^j + h.c.\end{aligned}\quad (4.9)$$

Estamos interessados, após a quebra espontânea de simetria, nos termos de massa e nos termos de interação de Yukawa, de modo que vamos analisar somente os seguintes termos:

$$\mathcal{L}_{rel} = -\frac{(c_{6H})_{ij}}{2\sqrt{2}\Lambda^2} v^3 \bar{f}_L^i f_R^j - 3\frac{(c_{6H})_{ij}}{2\sqrt{2}\Lambda^2} hv^2 \bar{f}_L^i f_R^j + h.c. \quad (4.10)$$

Esses termos se somam aos termos de $\mathcal{L}_{yuk}$, que vieram da parte renormalizável no MP, de modo que, após a quebra espontânea de simetria, a inclusão do operador de dimensão 6 altera o termo de massa e de Yukawa para:

$$\mathcal{L}_{total} = -\bar{f}_L^i f_R^j v \left(\frac{(y_4)_{ij}}{\sqrt{2}} + \frac{(c_{6H})_{ij} v^2}{2\sqrt{2}\Lambda^2} \right) - \bar{f}_L^i f_R^j h \left(\frac{(y_4)_{ij}}{\sqrt{2}} + 3\frac{(c_{6H})_{ij} v^2}{2\sqrt{2}\Lambda^2} \right) + h.c, \quad (4.11)$$

onde vemos que surgiu um termo $Y'_{ij} = \frac{(y_4)_{ij}}{\sqrt{2}} + 3\frac{(c_{6H})_{ij} v^2}{2\sqrt{2}\Lambda^2}$, que é o acoplamento de Yukawa que vimos na equação (4.2). Agora, analogamente ao que fizemos antes, vamos diagonalizar o termo de massa. Antes, porém, vamos fazer algumas definições:

$$\begin{aligned}(M)_{ij} &= \frac{(y_4)_{ij}}{\sqrt{2}} + \frac{(c_{6H})_{ij} v^2}{2\sqrt{2}\Lambda^2}, \\ (\Delta)_{ij} &= 2\frac{(c_{6H})_{ij} v^2}{2\sqrt{2}\Lambda^2}.\end{aligned}\quad (4.12)$$

de modo que podemos escrever

$$\mathcal{L}_{total} = -\bar{f}_L v M f_R - \bar{f}_L h (M + \Delta) f_R + h.c, \quad (4.13)$$

o que nos permite escrever novamente $M = P_L D P_R^{-1}$, onde D é uma matrix diagonal (ou seja, podemos escrever $D_i = \delta_{ij} c_j$, onde c_j é uma constante).

Na base dos autoestados de massa temos então:

$$\mathcal{L}_{total} = -\bar{f}_L^i f_R'^j \delta_{ij} m_j - \bar{f}_L^i f_R'^j h \left(\delta_{ij} \frac{m_j}{v} + \Delta'_{ij} \right), \quad (4.14)$$

onde

$$\begin{aligned}\bar{f}_L^i &= (\bar{f}_L P_L)^i, \\ f_R'^j &= (P_R^{-1} f_R)^j, \\ \delta_{ij} m_j &= (v P_L^{-1} M P_R)_{ij}, \\ \Delta'_{ij} &= (P_L^{-1} \Delta P_R)_{ij}.\end{aligned}\quad (4.15)$$

Podemos então escrever:

$$\mathcal{L}_{total} = -\bar{f}_L^i f_R^j \delta_{ij} m_j - Y_{ij} \bar{f}_L^i f_R^j h, \quad (4.16)$$

com

$$Y_{ij} = \delta_{ij} \frac{m_j}{v} + \Delta'_{ij}. \quad (4.17)$$

Nesta forma, podemos ver que o termo de massa fica diagonal (m_j é a massa do férmion f^j), e o termo de interação não fica. Observamos ainda que um pedaço da massa vem do operador de dimensão 6, e é esta combinação que deve ser a massa física da partícula medida em experimentos. Vemos ainda que o termo de interação pode ser separado em uma parte diagonal e outra não diagonal. Vamos assumir que a correção aos acoplamento de Yukawa diagonais é pequena, ou seja $\Delta'_{ii} \approx 0$ o que nos leva a $Y_{ii} \simeq m_i/v$, onde m_i são as massas do MP. Escrevendo Δ em termos de c_{6H} , temos

$$\begin{aligned} \Delta' &= P_L^{-1} \Delta P_R \\ &= P_L^{-1} \frac{c_{6H} v^2}{\sqrt{2} \Lambda^2} P_R, \end{aligned} \quad (4.18)$$

de modo que o acoplamento de violação de sabor efetivo definido em (4.2) pode ser escrito como Y_{ii} diagonal somado com Δ'_{ij} não diagonal. As entradas não diagonais Δ'_{ij} serão denotadas como Y_{ij} , onde é subentendido que $i \neq j$, e vão gerar a violação de sabor leptônico. Temos então $Y_{ij} = \frac{c'_{6H} v^2}{\sqrt{2} \Lambda^2}$, onde $c'_{6H} = P_L^{-1} c_{6H} P_R$. Vamos a partir de agora abandonar a linha em c'_{6H} e escrever somente c_{6H} , mas está subentendido que estamos sempre trabalhando na base dos autoestados de massa.

4.3. A contribuição de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ para decaimentos radiativos de léptons

A violação de sabor via Higgs pode ser investigada indiretamente através do estudo de decaimentos radiativos de léptons (em que há a liberação de fótons). Foi assim que alguns limites em $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, como os mencionados na seção 4.1, foram obtidos, alguns sendo tão fortes que não permitem sua detecção direta no LHC. A tabela 4.1 nos mostra alguns dos processos e a restrição experimental correspondente.

Na presença de um acoplamento Y não diagonal, o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ contribui para o processo $l_i \rightarrow l_j \gamma$ a nível de um *loop* (ver figura 4.3a). Se $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ é o único operador de dimensão superior relevante para a violação de sabor através do Higgs, o valor de Y_{ij} será restringido pelos limites experimentais da tabela 4.1. Este diagrama a um *loop* deve conter uma inserção do acoplamento de Yukawa (diagonal) do lépton, o que suprime fortemente o decaimento radiativo e permite que o acoplamento de violação de sabor Y_{ij} ainda seja grande o suficiente, respeitando os limites experimentais, para ser possível

medi-lo no LHC.



Figura 4.3.: (a) Contribuição em um *loop* para o decaimento radiativo do tau em múon devido ao acoplamento de Yukawa não diagonal. (b) Decaimento do Higgs $h \rightarrow \tau\mu$ violando sabor.

Processo	Limite superior em BR
$\mu \rightarrow e\gamma$	$< 5,7 \times 10^{-13}$ [40]
$\tau \rightarrow e\gamma$	$< 3,3 \times 10^{-8}$ [41]
$\tau \rightarrow \mu\gamma$	$< 4,4 \times 10^{-8}$ [41]
$h \rightarrow \tau\mu$	$< 1,57 \times 10^{-2}$ [27]

Tabela 4.1.: Limites experimentais em *branching ratios*, obtidos através de diferentes processos.

A conclusão de [24], de que é possível enxergar violação de sabor através do Higgs ($h \rightarrow \tau\mu$) no LHC, que mencionamos anteriormente, não é válida se existirem outras fontes de violação de sabor (além de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$). Assim, uma confirmação dos dados do CMS como sinal vai desfavorecer modelos que possuem essas outras fontes, que serão discutidas na próxima seção.

4.4. Outras fontes de violação de sabor leptônico

Vimos que o decaimento radiativo do tau pode ser gerado através do diagrama a um *loop* contendo $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ (figura 4.3a). Em geral, no entanto, outras fontes de violação de sabor acima da escala Λ podem gerar os operadores de dipolo:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^{ef} &\supset e \frac{c_{6\gamma}}{\Lambda^2} \hat{\mathcal{O}}_{6\gamma} + e \frac{c_{8\gamma}}{\Lambda^4} \hat{\mathcal{O}}_{8\gamma} + h.c \\
 &= e \frac{c_{6\gamma}}{\Lambda^2} \bar{L}H\sigma_{\alpha\beta}RF^{\alpha\beta} + e \frac{c_{8\gamma}}{\Lambda^4} \bar{L}HH^\dagger H\sigma_{\alpha\beta}RF^{\alpha\beta} + h.c,
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

onde $F^{\alpha\beta}$ é o tensor eletromagnético, e é a carga elétrica e os operadores de dipolo são definidos como $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma} \equiv \bar{L}H\sigma_{\alpha\beta}RF^{\alpha\beta}$ e $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma} \equiv \bar{L}HH^\dagger H\sigma_{\alpha\beta}RF^{\alpha\beta}$. Esses operadores contribuem a nível árvore para os decaimentos radiativos que violam sabor e não podem

ser imediatamente ignorados. Notamos que esses operadores são combinações dos operadores que listamos no apêndice A, que foram escritos em outra base antes da quebra espontânea de simetria. Na literatura, o operador $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ normalmente é descartado devido a sua maior supressão com a escala Λ [26, 42–44]. No entanto, em casos em que $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ não está presente (isto é, suprimido de forma independente ou se não estiver relacionado a violação de sabor) o operador de dimensão oito, como veremos em seguida, pode ter uma contribuição importante.

A inclusão desses operadores faz com que os limites da tabela 4.1 se apliquem a uma combinação entre $\frac{c_{6H}}{\Lambda^2}$, $\frac{c_{6\gamma}}{\Lambda^2}$ e $\frac{c_{8\gamma}}{\Lambda^4}$, fazendo com que as restrições em $\frac{c_{6H}}{\Lambda^2}$ sejam mais fortes, levando a um *branching ratio* para $h \rightarrow \tau\mu$ menor. Isto não vai acontecer, no entanto, se nos limitarmos a teorias UV específicas em que $\frac{c_{6\gamma}}{\Lambda^2}$ e $\frac{c_{8\gamma}}{\Lambda^4}$ sejam suprimidas em relação a $\frac{c_{6H}}{\Lambda^2}$, que pode acontecer se os operadores de dipolo são gerados a ordens de *loop* maiores ou por física diferente em escalas maiores, fazendo com que Λ na equação (4.1) seja diferente que Λ na equação (4.19). Vamos ver que é difícil encontrar teorias UV que gerem $c_{6H} \gg c_{6\gamma}$ e $c_{6H} \gg c_{8\gamma}$ a uma dada escala Λ .

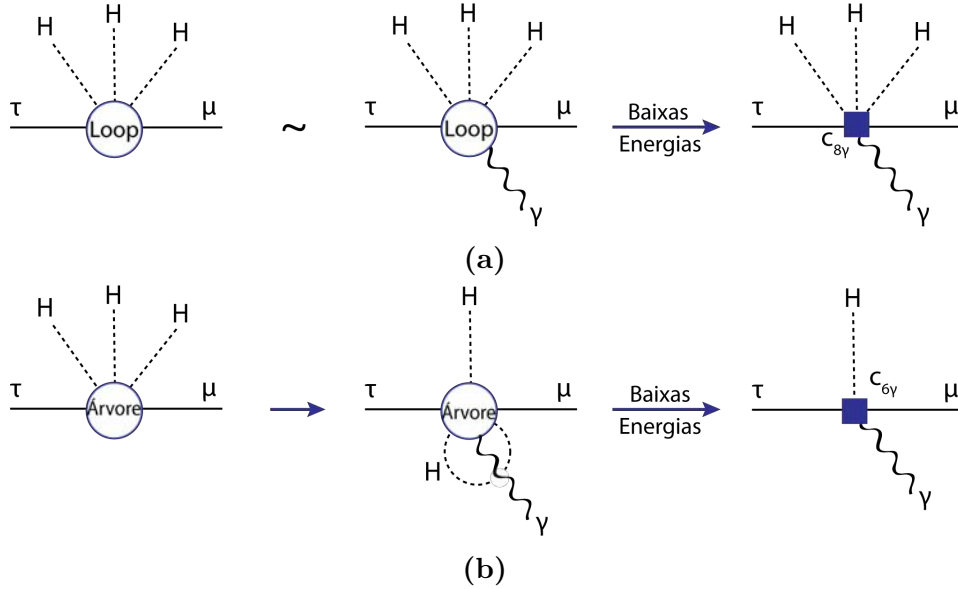


Figura 4.4.: Relação entre o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ e operadores de dipolo. (a) Obtendo o operador de dipolo de dimensão oito a partir de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ gerado a nível de *loop*. (b) Obtendo o operador de dipolo de dimensão seis a partir de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ gerado a nível árvore.

Queremos agora mostrar como se pode obter uma relação entre os operadores de dipolo com o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$. Vamos primeiro assumir que $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ é gerado a nível de *loop* (um ou mais) na teoria UV. Se há uma carga correndo no *loop*, é possível adicionar um fóton saindo do *loop* gerando o operador $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ com $c_{8\gamma} \simeq c_{6H}$ (ver figura 4.4a). Isto significa que $c_{8\gamma}$ só poderia ser desprezado em favor de c_{6H} se o *loop* que gera c_{6H} não contiver partículas eletricamente carregadas. Uma vez obtido o operador $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$, é possível também

obter o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ a partir dele se fecharmos um *loop* com duas linhas externas de Higgs, ou simplesmente as removendo. No primeiro caso, $c_{6\gamma}$ vai ser menor que $c_{8\gamma}$ por um fator de *loop*, e no segundo caso, a relação entre $c_{6\gamma}$ e os outros dois acoplamentos vai depender do acoplamento específico do Higgs com as partículas circulando no *loop*, fazendo-os efetivamente independentes.

Por outro lado, se $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ está presente a nível árvore na teoria UV, não podemos simplesmente adicionar um fóton e obter $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$, pois o diagrama será nulo devido a identidades de Ward [45, 46]. Podemos, no entanto, fechar duas pernas de Higgs formando um *loop*, e adicionar um fóton saindo deste *loop* (ver figura 4.4b). Neste caso, $c_{6\gamma}$ vai ser menor que c_{6H} por um fator de *loop*, porém sua contribuição aos decaimentos radiativos ocorre a nível árvore, enquanto c_{6H} contribui a nível de *loop*, o que faz com que o mesmo fator de *loop* apareça multiplicando os dois acoplamentos, fazendo o operador de dipolo não poder ser desprezado.

Vimos então que é possível gerar os operadores de dipolo a partir de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ de modo que os coeficientes $c_{6\gamma}$ e $c_{8\gamma}$ dependam de c_{6H} . Em princípio, podemos evitar esta restrição, pois é possível imaginar uma teoria com diversas contribuições que se cancelem no caso dos acoplamentos de dipolo $c_{6\gamma}$ e $c_{8\gamma}$, deixando-os muito suprimidos em relação ao valor de c_{6H} . Na prática, no entanto, a literatura recente [29–39] nos mostra que em teorias UV bem motivadas, como Supersimetria e Higgs Composto, há uma correlação entre os tamanhos de c_{6H} , $c_{6\gamma}$ e $c_{8\gamma}$. Isto significa que, em princípio, quando estudamos o MP como uma teoria efetiva, temos que levar em conta mais operadores além de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ para estudar decaimentos radiativos de léptons.

4.5. Comparação entre a contribuição dos diferentes operadores para o decaimento $\tau \rightarrow \mu\gamma$

Queremos agora fazer uma análise quantitativa para comparar as contribuições dos diferentes operadores para o decaimento radiativo do tau. Primeiramente, de acordo com [15], se uma teoria UV é uma teoria de gauge, é possível mostrar que operadores de dipolo são sempre gerados a nível de um *loop*. Isto decorre diretamente quando as identidades de Ward da QED são impostas na amplitude de decaimento radiativo. Um *loop* sempre vem acompanhado de um fator $\frac{1}{16\pi^2}$, de modo que podemos extrair essa constante dos coeficientes $c_{6\gamma}$ e $c_{8\gamma}$. Não vamos fazer isto aqui, pois o coeficiente c_{6H} pode ser gerado tanto a nível árvore quanto a nível de *loop*, de modo que podemos, ou não, ter mais um fator de $\frac{1}{16\pi^2}$ e incluir este fator numérico só faz sentido quando estamos considerando teorias UV específicas. No que segue, portanto, assumiremos que c_{6H} , $c_{6\gamma}$ e $c_{8\gamma}$ são gerados na mesma ordem, sendo os fatores de *loop* o mesmo para todos, e assim obteremos nossos limites. Quando teorias específicas são levadas em conta, existirão casos em que c_{6H} pode estar mais ou menos suprimido por um fator de *loop* em comparação

com os coeficientes provenientes dos operadores de dipolo.

Assumindo então que c_{6H} , $c_{6\gamma}$ e $c_{8\gamma}$ são da mesma ordem, podemos comparar as contribuições de cada um dos três operadores de dimensão superior para a taxa de decaimento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$. Queremos comparar os operadores de forma independente, como se somente um dos operadores contribuísse para a largura de decaimento, pois queremos encontrar o regime em que um operador é mais importante que os outros dois. Fazendo isso estamos ignorando possíveis interferências que podem surgir quando as amplitudes de decaimento são somadas (ver em seguida a figura 4.5 para mais comentários sobre possíveis interferências). A contribuição de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ está no diagrama da figura 4.3a e as contribuições de $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ e $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ são obtidas ao substituir H por $\frac{v}{\sqrt{2}}$ nos diagramas à direita da figura 4.4. O cálculo das larguras de decaimento encontram-se no apêndice B. As expressões finais são:

$$\begin{aligned}\Gamma_{6\gamma} &= \frac{m_\tau^3}{16\pi} \left(\frac{c_{6\gamma}}{\Lambda^2} e \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2, \\ \Gamma_{8\gamma} &= \frac{m_\tau^3}{16\pi} \left(\frac{c_{8\gamma}}{\Lambda^4} e \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \right)^2, \\ \Gamma_{6H} &= \frac{e^2}{4\pi} \frac{m_\tau^5}{64\pi^4} \left[\frac{c_{6H} v^2}{\sqrt{2}\Lambda^2} (c^{1-loop} + c^{2-loop}) \right]^2,\end{aligned}\tag{4.20}$$

onde

$$\begin{aligned}c^{1-loop} &\simeq \frac{1}{12m_h^2} \frac{m_\tau}{v} \left[4 - 3 \log \left(\frac{m_h^2}{m_\tau^2} \right) \right], \\ c^{2-loop} &\simeq \frac{0,055}{m_h^2},\end{aligned}\tag{4.21}$$

em que m_τ é a massa do tau, m_h é a massa do Higgs, e tomamos o acoplamento de Yukawa do top $y_T = (y_T)_{MP} = \sqrt{2}m_T/v = 0,99$.

Na expressão da amplitude para o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, há uma contribuição (c^{2-loop}) que vem de uma classe de diagramas de dois *loops* chamados de diagramas de Barr-Zee [24, 47]. Esses diagramas são de ordem superior de *loop*, porém são menos suprimidos quiralmente (cada inversão de quiralidade vem com um acoplamento de Yukawa, que é um número pequeno), ficando importantes quando comparados com o diagrama da figura 4.3a e envolvem o mesmo acoplamento de Yukawa não diagonal. Estamos assumindo também que as contribuições de um e dois *loops* tem sinais positivos (não há interferência destrutiva entre os diagramas). Esta interferência destrutiva pode surgir se o Yukawa do top (que entra no cálculo de c^{2-loop}) tiver sinal negativo em relação à massa do top ($y_T = -m_T\sqrt{2}/v$). Neste caso o valor numérico dos limites que encontramos muda, porém qualitativamente, os resultados continuam os mesmos.

Construindo o gráfico do *branching ratio* obtido a partir das equações (4.20) em função da escala de energia Λ , obtemos a figura 4.5. Vemos que $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ domina completamente a amplitude, gerando os limites mais fortes em Λ . Vemos também que o operador $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$, normalmente desprezado, fica importante para um *cutoff* abaixo 30 TeV aproximadamente, com $c_{6\gamma} \sim c_{8\gamma} \sim c_{6H} \sim 1$. Em geral, $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ vai ser menos importante que $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ para

$$\Lambda \geq (25,7 \text{ TeV}) \sqrt{\frac{c_{8\gamma}}{c_{6H}}}. \quad (4.22)$$

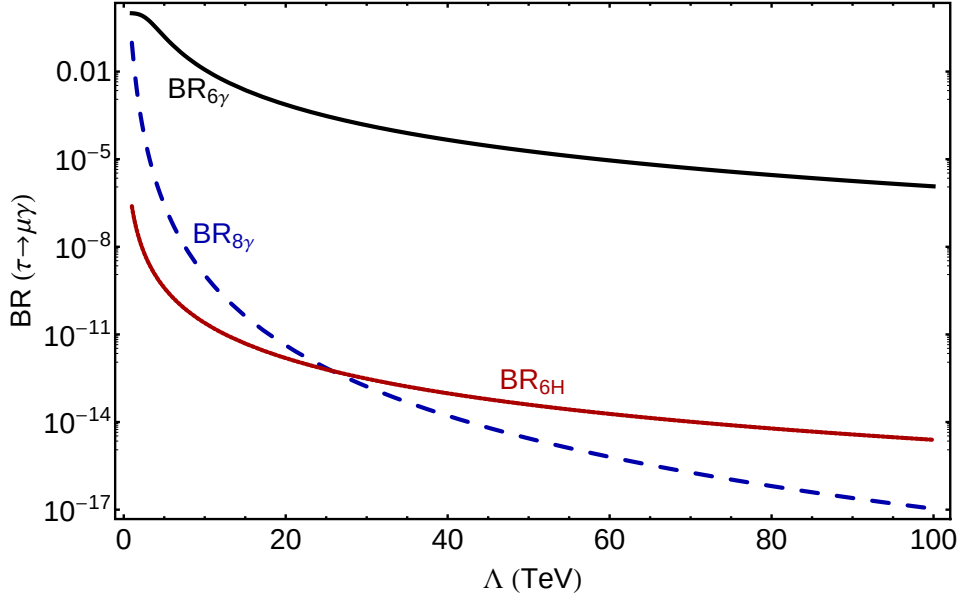


Figura 4.5.: *Branching ratio* de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ (incluindo os diagramas de Barr-Zee) a partir de diferentes operadores em função da escala da nova física Λ . A linha contínua preta, a tracejada azul e a pontilhada vermelha são, respectivamente os *branching ratios* gerados pelos operadores $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$, $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ and $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$. Aqui consideramos $c_{6\gamma} \sim c_{8\gamma} \sim c_{6H} \sim 1$, e efeitos de interferências são negligenciados, pois o efeito das mesmas é desprezível para a maior parte dos valores de Λ .

No caso em que $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ é gerado a uma ordem de *loop* maior que $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, um fator a mais de $\sim 1/(16\pi^2)$ vai aparecer na definição do operador, como discutimos no início desta seção, o que leva ao cruzamento entre as curvas ocorrer em

$$\Lambda \simeq (2,0 \text{ TeV}) \sqrt{\frac{c_{8\gamma}}{c_{6H}}}. \quad (4.23)$$

Vemos então que não podemos desprezar o operador de dimensão oito. Seu efeito a nível árvore pode ser comparável ao efeito de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ quando inserido em um *loop*, como no diagrama da figura 4.3a, que ainda tem uma inserção do Yukawa do tau.

O decaimento do Higgs $h \rightarrow \tau\mu$ pode ser entendido no contexto de teorias efetivas se tomarmos o devido cuidado. O limite colocado em c_{6H} a partir de do decaimento radiativo do tau só vai ser grande o suficiente para que o decaimento do Higgs que viola sabor seja visto no LHC se $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ for o único operador de violação de sabor relevante no decaimento radiativo de léptons. Vimos que este caso, no entanto, não é geral e devemos incluir os operadores $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ e $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$, o que pode fazer com que os limites em c_{6H} fiquem mais fortes, dependendo da relação entre os coeficientes dos operadores. Nas seções que seguem vamos dar alguns exemplos de modelos específicos, um em que há uma relação entre c_{6H} e $c_{6\gamma}$ e outro em que conseguimos ter apenas o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ importante.

4.6. Modelo do tipo Higgs Composto

O primeiro modelo que vamos considerar é um Modelo de Higgs Composto, que é uma classe de modelos que tem uma correspondência com modelos do tipo Randall-Sundrum [48], em que é proposta uma dimensão espacial extra. Nesses modelos, o espaço-tempo contém cinco dimensões, sendo a quinta, porém, muito pequena e compacta. Originalmente, somente o campo gravitacional poderia se propagar nesta quinta dimensão, limitada por duas branas, que são fatias de espaço tempo quadridimensionais. Uma das branas que limitam a quinta dimensão, conhecida como brana de Planck, é a brana em que a força gravitacional é relativamente forte, e a outra brana é conhecida como brana TeV, é onde vivemos e enxergamos as partículas do MP junto com uma força gravitacional relativamente fraca.

Se permitimos que os outros campos também se propaguem na quinta dimensão, é possível resolver o problema da hierarquia se o campo do Higgs estiver localizado na brana TeV [49, 50]. Também de acordo com [49, 50] há uma correspondência entre a teoria em cinco dimensões e teorias fortemente acopladas em quatro dimensões originada da correspondência AdS/CFT. A conclusão é que partículas localizadas em torno da brana de Planck são predominantemente elementares, e partículas localizadas em torno da brana TeV são predominantemente compostas. Como o Higgs deve estar localizado na brana TeV a fim de resolver o problema da hierarquia, neste cenário o Higgs é uma partícula composta (totalmente composta se estiver fixa na brana TeV). Nestas teorias, para cada partícula do MP, há uma torre de partículas pesadas que interagem de forma específica com as partículas do MP.

Seguindo [29] vamos considerar um modelo simplificado destas teorias de Higgs Composto, contendo somente alguns léptons pesados, que vamos denotar por Ψ e $\tilde{\Psi}$. A lagrangiana deste modelo é a seguinte

$$\mathcal{L} = M\lambda_l \bar{L}_L \Psi_R + M\lambda_e \bar{E}_R \tilde{\Psi}_L - M_{C_l} \bar{\Psi} \Psi - M_{C_e} \bar{\tilde{\Psi}} \tilde{\Psi} + Y \bar{\Psi}_L H \tilde{\Psi}_R + \tilde{Y} \bar{\tilde{\Psi}}_R H \tilde{\Psi}_L + \text{h.c.}, \quad (4.24)$$

onde L_L e E_R são os dubletos e singletos eletrofracos elementares, Ψ e $\tilde{\Psi}$ são férmions *vector-like* (chamados assim pois ambas as quiralidades estão na mesma representação de $SU(2)$) pesados correspondes respectivamente a dubletos e singletos de $SU(2)_L$, H é o dubleto de Higgs, M é a escala de massa das partículas pesadas, λ_l , λ_e , Y , $\tilde{Y}$ são matrizes no espaço de sabor (todos os férmions são tripletos de sabor) e estamos na base $\{\Psi, \tilde{\Psi}\}$ em que c_l e c_e são diagonais no espaço de sabor.

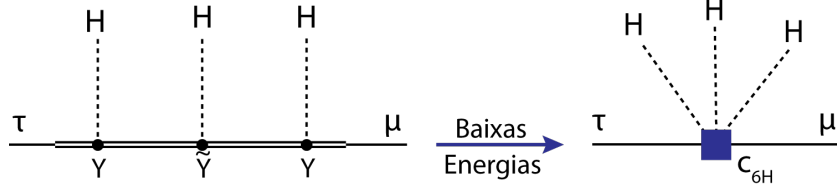


Figura 4.6.: Inserções a nível árvore do Higgs gerando $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ no setor composto de [29]. As linhas duplas representam estados *vector-like* pesados de léptons, enquanto as linhas simples representam os férmions quirais elementares.

Nesta classe de modelos, $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ é gerado a nível árvore, como mostra o diagrama da figura 4.6, e podemos calcular o valor de c_{6H} explicitamente. Podemos fazer isto calculando o diagrama à esquerda da figura 4.6, fazendo o limite a baixas energias e comparando com o cálculo do diagrama à direita da mesma figura. Fazendo o cálculo do processo $l_{iR} \rightarrow l_{jL}$, o primeiro diagrama vale:

$$i\mathcal{M} = \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \bar{u}(p) P_R \lambda_l M i \frac{(\not{p} + M)}{p^2 - M^2} Y i \frac{(\not{p} + M)}{p^2 - M^2} \tilde{Y} i \frac{(\not{p} + M)}{p^2 - M^2} Y i \frac{(\not{p} + M)}{p^2 - M^2} M \lambda_e P_R u(p), \quad (4.25)$$

onde p é o momento da partícula, $P_R = \frac{1+\gamma^5}{2}$ é o projetor de mão direita e substituímos $H \rightarrow v/\sqrt{2}$. Usando a equação de Dirac $\bar{u}\not{p} = 0$ e fazendo o limite de baixas energias $p \rightarrow 0$, o que nos permite fazer a aproximação $\frac{1}{p^2 - M^2} \simeq -\frac{1}{M^2}$, ficamos com a amplitude:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &= \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \bar{u}(p) P_R \lambda_l M \frac{M}{M^2} Y \frac{M}{M^2} \tilde{Y} \frac{M}{M^2} Y \frac{M}{M^2} M \lambda_e P_R u(p) \\ &= \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \frac{1}{M^2} \bar{u}(p) P_R \lambda_l Y \tilde{Y} Y \lambda_e P_R u(p). \end{aligned} \quad (4.26)$$

Usando as mesmas convenções e calculando o diagrama à direita da figura 4.6 obtivemos o seguinte resultado:

$$i\mathcal{M} = \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \bar{u}(p) P_R \frac{c_{6H}^{RL}}{\Lambda^2} P_R u(p). \quad (4.27)$$

Fazendo a identificação $\Lambda = M$ e comparando os dois resultados, obtivemos o seguinte valor para c_{6H}^{RL} :

$$c_{6H}^{RL} = \lambda_l Y \tilde{Y} Y \lambda_e. \quad (4.28)$$

Analogamente, podemos fazer o cálculo do processo $l_{iL} \rightarrow l_{jR}$ obtendo:

$$c_{6H}^{LR} = \lambda_e Y \tilde{Y} Y \lambda_l. \quad (4.29)$$

A partir do diagrama de 4.6, podemos fechar duas linhas externas de Higgs formando um *loop* e assim adicionar um fóton saindo deste *loop*. Se não fecharmos o *loop*, a amplitude para o processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$ será nula devido a identidades de Ward da QED. A adição do fóton saindo do *loop* então gera o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ a partir do esquema da figura 4.4b, o que leva, como veremos em seguida, a uma proporcionalidade entre os coeficientes c_{6H} e $c_{6\gamma}$. Vemos ainda que as inversões de quiralidade ocorrem nas linhas duplas, de léptons pesados, ou seja, não há inserção do Yukawa do tau, o que poderia suprimir o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$.

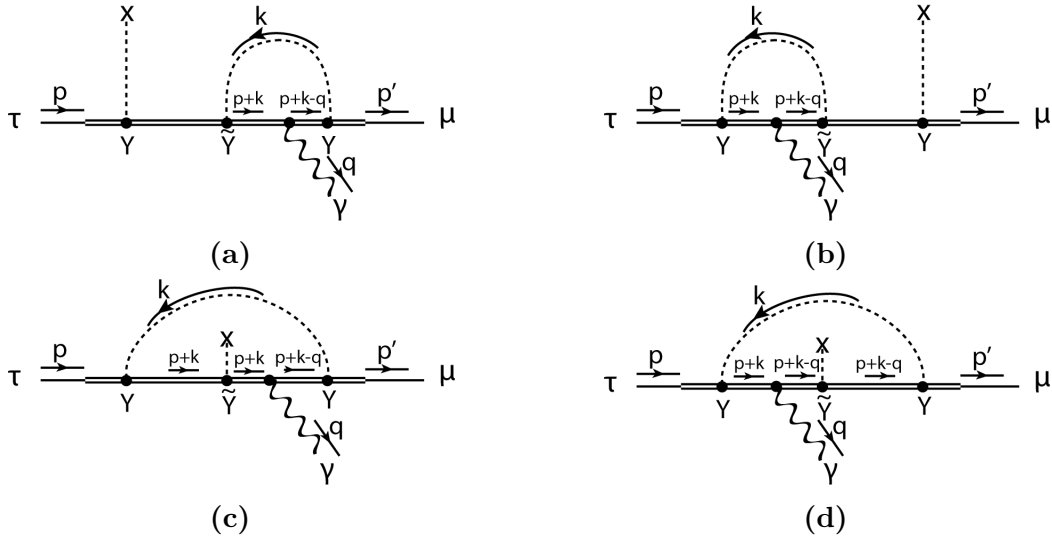


Figura 4.7.: Diagrama do processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$ a partir do modelo de Higgs Composto que definimos acima. Apresentamos todos os modos diferentes de se fechar o loop e os diferentes lugares de onde o fóton pode sair. Incluímos também a convenção de momentos que utilizamos para fazer os cálculos.

Calculamos explicitamente o valor de $c_{6\gamma}$ a fim de fazer uma comparação com o valor de c_{6H} . O cálculo de $c_{6\gamma}$ foi feito a partir do decaimento $l_i \rightarrow l_j\gamma$. Primeiro foi feito o cálculo deste decaimento usando os diagramas da figura 4.7 que, no limite de baixas energias, pode ser comparado com o resultado do decaimento a partir do diagrama da teoria efetiva (direita da figura 4.4b). O cálculo do *loop* é parecido com o que foi calculado no apêndice B. Vamos usar as convenções que mostramos nos diagramas, sendo p o momento de l_i (tau no diagrama), p' o momento de l_j (múon no diagrama) e q o momento do fóton. O vetor de polarização do fóton vale ϵ_μ , m_h é a massa do bóson de Higgs e “ e ” é o valor da carga elétrica. Primeiro calculamos as amplitudes para o caso $l_{iR} \rightarrow l_{jL}\gamma$, sendo o caso análogo $l_{iL} \rightarrow l_{jR}\gamma$ discutido posteriormente. Obtivemos então os seguintes valores de amplitude:

- Amplitude referente ao diagrama da figura 4.7a e da figura 4.7b:

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_a &= i\mathcal{M}_b = \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{1}{M} \lambda_l Y \tilde{Y} Y \lambda_e e \epsilon_\mu(q) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p') P_R \frac{(\not{p}' + \not{k} - \not{q} + M)}{(p+k-q)^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \\
 &\quad \times \frac{(\not{p}' + \not{k} + M)}{(p+k)^2 - M^2 + i\epsilon} \frac{1}{k^2 - m_h^2 + i\epsilon} P_R u(p) \\
 &= i \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_l Y \tilde{Y} Y \lambda_e}{M^2} \frac{e}{(4\pi)^2} \bar{u}(p') (1 + \gamma^5) u \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{m_h}{M} \right)^2 \right) p^\mu \epsilon_\mu(q) + \dots
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

- Amplitude referente ao diagrama da figura 4.7c:

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_c &= i \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{1}{M^2} \lambda_l Y \tilde{Y} Y \lambda_e e \epsilon_\mu(q) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p') P_R \frac{(\not{p}' + \not{k} - \not{q} + M)}{(p+k-q)^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \\
 &\quad \times \frac{(\not{p}' + \not{k} + M)}{(p+k)^2 - M^2 + i\epsilon} \frac{(\not{p}' + \not{k} + M)}{(p+k)^2 - M^2 + i\epsilon} \frac{1}{k^2 - m_h^2 + i\epsilon} P_R u(p) \\
 &= i \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_l Y \tilde{Y} Y \lambda_e}{M^2} \frac{e}{(4\pi)^2} \bar{u}(p') (1 + \gamma^5) u \frac{1}{9} \left(1 - 5 \left(\frac{m_h}{M} \right)^2 \right) p^\mu \epsilon_\mu(q) + \dots
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

- Amplitude referente ao diagrama da figura 4.7d:

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_d &= i \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{1}{M^2} \lambda_l Y \tilde{Y} Y \lambda_e e \epsilon_\mu(q) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p') P_R \frac{(\not{p}' + \not{k} - \not{q} + M)}{(p+k-q)^2 - M^2 + i\epsilon} \\
 &\quad \times \frac{(\not{p}' + \not{k} - \not{q} + M)}{(p+k-q)^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \frac{(\not{p}' + \not{k} + M)}{(p+k)^2 - M^2 + i\epsilon} \frac{1}{k^2 - m_h^2 + i\epsilon} P_R u(p) \\
 &= i \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_l Y \tilde{Y} Y \lambda_e}{M^2} \frac{e}{(4\pi)^2} \bar{u}(p') (1 + \gamma^5) u \frac{1}{9} \left(1 - 5 \left(\frac{m_h}{M} \right)^2 \right) p^\mu \epsilon_\mu(q) + \dots
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Em todas as amplitudes, explicitamos apenas o termo que multiplica $p^\mu \epsilon_\mu(q)$, que é importante para o cálculo da largura de decaimento (como discutido no apêndice B). Também foi feita uma expansão em série no parâmetro $r = \frac{m_h}{M} \ll 1$ e desprezamos termos da ordem $\mathcal{O}(r^3)$. Notamos que também já foi feita a aproximação para o propagador da partícula pesada a baixas energias quando fora do *loop* (pois depende apenas dos momentos p ou p' que são pequenos):

$$i \frac{\not{p} + M}{p^2 - M^2} \rightarrow -i \frac{M}{M^2}, \tag{4.33}$$

lembrando que é a equação de Dirac que elimina $\not{p}$ do numerador. O termo que multiplica $p^\mu \epsilon_\mu(q)$ também deve estar presente quando calculamos a amplitude do processo usando a teoria efetiva. Fazendo então o cálculo do diagrama da figura 4.4b obtivemos a seguinte

amplitude:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_{eff} &= -e \frac{c_{6\gamma}^{RL}}{\Lambda^2} \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{u}(p') \frac{(1 + \gamma^5)}{2} 2\sigma^{\mu\nu} (q_\mu \epsilon_\nu) u(p) \\ &= -e \frac{c_{6\gamma}^{RL}}{\Lambda^2} \frac{v}{\sqrt{2}} 2i \bar{u}(p') (1 + \gamma^5) u(p) p^\mu \epsilon_\mu(q) + \dots \end{aligned} \quad (4.34)$$

Comparando o termo que contém $p^\mu \epsilon_\mu(q)$ provenientes dos diagramas do modelo de Higgs Composto com o diagrama da teoria efetiva (lembramos que é preciso somar as amplitudes provenientes dos quatro diagramas), obtivemos a seguinte igualdade:

$$c_{6\gamma}^{RL} = -\frac{1}{2(4\pi)^2} c_{6H}^{RL} \left[\left(1 - \left(\frac{m_h}{M} \right)^2 \right) + \frac{2}{9} \left(1 - 5 \left(\frac{m_h}{M} \right)^2 \right) \right]. \quad (4.35)$$

Quando o decaimento é referente ao processo $l_{iL} \rightarrow l_{jR} \gamma$, os cálculos são análogos e chegamos a:

$$c_{6\gamma}^{LR} = -\frac{1}{2(4\pi)^2} c_{6H}^{LR} \left[\left(1 - \left(\frac{m_h}{M} \right)^2 \right) + \frac{2}{9} \left(1 - 5 \left(\frac{m_h}{M} \right)^2 \right) \right]. \quad (4.36)$$

Mostramos então que o valor de $c_{6\gamma}$ e c_{6H} são proporcionais. Uma vez gerado $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ é gerado apenas fechando um *loop*. Observamos que no limite $\frac{m_h}{M} \rightarrow 0$, a constante de proporcionalidade entre os coeficientes contém, além de um fator $\frac{1}{(4\pi)^2}$ que já esperávamos, um fator $\frac{11}{18} \simeq 0,6$ proveniente do cálculo dos *loops*. Os autores de [29], trabalhando com este modelo, obtiveram o valor $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) < 8,6 \times 10^{-6}$, que é muito mais restritivo do que os limites atuais do CMS: $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) < 1,57 \times 10^{-2}$ [27], o que era de se esperar, uma vez que $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ é importante para este modelo.

Modelos do tipo Higgs Composto são exemplos em que não é possível obter uma taxa de decaimento grande o suficiente para ser vista no LHC. A observação do sinal de $h \rightarrow \tau\mu$ com uma taxa de decaimento próxima a precisão experimental atual vai desfavorecer esse tipo de modelo. Por outro lado, vamos ver na próxima seção um exemplo de modelo que consegue explicar o sinal, caso ele seja confirmado.

4.7. Modelo tipo Higgs Portal

O segundo modelo que vamos considerar é um exemplo de como é possível desprezar outros operadores resultando em apenas $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ importante, de modo que os limites colocados nos decaimentos radiativos de léptons ainda permitam o decaimento do Higgs $h \rightarrow \tau\mu$ com uma taxa ainda grande o suficiente para ser vista no LHC.

Neste tipo de modelo, um singlete escalar, que chamaremos de S , ímpar sob a simetria

Z_2 (ou seja, $S \xrightarrow{Z_2} -S$), é adicionado ao MP. Os acoplamentos deste campo com o Higgs e léptons, além de consigo mesmo, são dados pela lagrangiana efetiva:

$$\mathcal{L}_{SH} = \frac{\xi}{2} S^2 H^\dagger H - \frac{\tilde{y}}{2\Lambda^2} S^2 \bar{L} H E - \frac{m_{S_0}^2}{2} S^2 + \frac{\lambda_S}{4!} S^4 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\Lambda^3}\right), \quad (4.37)$$

onde ξ e $\tilde{y}$ são constantes de acoplamento ($\tilde{y}$ é uma matriz no espaço de sabor) e Λ é a escala de energia correspondente ao *cutoff* da teoria efetiva, que gera a interação entre S e férmions do MP. Não devemos confundir Λ com a massa de S , m_S , pois este novo escalar faz parte do modelo a baixas energias e é considerado um grau de liberdade na construção da teoria efetiva. A violação de sabor provém do acoplamento $\tilde{y}$, que pode ser não diagonal no autoestado de massa. A massa de S é dada, a nível árvore, por

$$m_S^2 = m_{S_0}^2 + \frac{\xi}{2} v^2. \quad (4.38)$$

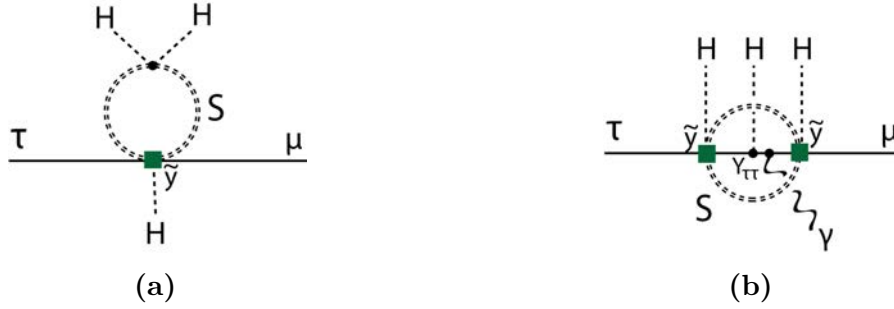


Figura 4.8.: Diagramas de violação de sabor no modelo Higgs Portal descrito acima: (a) Interação de violação de sabor via Higgs a um *loop*. (b) Violação de sabor radiativa a dois *loops*.

A figura 4.8a mostra como podemos, a partir desta classe de modelos, gerar violação de sabor a ordem de um *loop* se tratarmos S como uma partícula pesada e fizermos uma aproximação de baixas energias em relação a massa m_S gerando assim o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$. Os operadores $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ e $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ são gerados a dois *loops* pelo diagrama da figura 4.8b também no limite em que m_S é muito grande. O operador $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ é obtido diretamente da figura 4.8b, enquanto $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ é obtido ao se fechar mais um *loop* com duas linhas de Higgs, fazendo este operador ser ainda mais suprimido. Como os decaimentos radiativos são gerados a dois *loops*, eles são naturalmente suprimidos em relação a decaimentos do Higgs que violam sabor. Como S não tem carga elétrica, vemos ainda que é impossível adicionar um fóton no *loop* da figura 4.8a, de modo que os coeficientes c_{6H} e $c_{8\gamma}$ não são correlacionados. Neste caso as conclusões de [24] se aplicam, ou seja, é possível que o decaimento $h \rightarrow \tau\mu$ produza um *branching ratio* observável no LHC.

O tamanho das contribuições para $h \rightarrow \tau\mu$ e $\tau \rightarrow \mu\gamma$ são, respectivamente:

$$\begin{aligned} c_{6H} \frac{v^2}{\Lambda^2} &= \frac{\xi \tilde{y}_{\tau\mu}}{32\pi^2} \frac{v^2}{\Lambda^2} \left(\log \frac{m_S^2}{\Lambda^2} + 1 - 2 \sqrt{\frac{2m_S^2}{m_h^2} - 1} \sin^{-1} \left(\frac{m_h}{2m_S} \right) \right), \\ c_{8\gamma} \frac{ev^3}{\Lambda^4} &\simeq \sum_{k=\tau,\mu} e \frac{\tilde{y}_{\tau\mu} \tilde{y}_{kk} m_\tau}{2(16\pi^2)^2} \frac{v^2}{\Lambda^4} \log^2 \frac{m_S^2}{\Lambda^2}, \end{aligned} \quad (4.39)$$

onde o resultado para c_{6H} foi extraído do artigo [37] e o resultado para $c_{8\gamma}$ é apenas uma estimativa.

Notamos que m_S pode ser visto como uma escala que determina o *cutoff* da teoria efetiva, porém como os cálculos dos diagramas da figura 4.8 mostram que c_{6H} e $c_{8\gamma}$ dependem de m_S de forma logarítmica, um intervalo de valores maior entre m_S e Λ é permitido, porém se $m_S/\Lambda < 0,37$, a perturbatividade da teoria é perdida. Neste trabalho estamos analisando apenas o regime perturbativo.

Usando as equações (4.39), podemos colocar limites no espaço de parâmetros deste modelo. Devemos considerar que os limites nos decaimentos radiativos do tau devem respeitar os valores experimentais da tabela 4.1. Além disso, o intervalo entre m_S e Λ , bem como o tamanho dos acoplamentos ξ e $\tilde{y}_{\tau\mu}$ devem ser pequenos o suficiente para manter a perturbatividade na teoria. Explicitamente, os limites perturbativos são:

$$\begin{aligned} \xi \tilde{y}_{\tau\mu} &\lesssim 32\pi^2 \frac{\Lambda^2}{v^2} \simeq 315.8 \frac{\Lambda^2}{v^2}, \\ 1 &> \frac{m_S}{\Lambda} \gtrsim E^{-1} \simeq 0.37. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Na segunda equação, $E = 2,718 \dots$ é o número de Euler. Notamos que $c_{8\gamma}$ não impõe um limite muito forte em $\tilde{y}_{\tau\mu}$, pois há uma supressão proveniente do Yukawa do τ . Impondo esses limites, obtivemos os gráficos da figura 4.9.

Satisfazendo os vínculos discutidos acima, é possível gerar violação de sabor através do Higgs com uma taxa próxima de $BR(h \rightarrow \tau\mu) = 10^{-2}$, observável no LHC, enquanto o decaimento radiativo do tau está sob controle, com uma taxa da ordem de $BR(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 1,5 \times 10^{-17}$, onde o valor máximo é obtido quando os acoplamentos tem os valores máximos permitidos pela perturbatividade. Este modelo, no entanto, também é usado no contexto de matéria escura. Se S fosse estável, sendo a partícula mais leve ímpar sob Z_2 , sua abundância atual deveria ser menor ou igual que a abundância de matéria escura observada, $\Omega_S \leq \Omega_{DM} = 0.227$, o que implica $\xi \leq 3 \times 10^{-4} (m_S/1 \text{ GeV})$ [51, 52], que é muito pequeno para que c_{6H} seja considerável. Isto significa que este escalar responsável pela violação de sabor não é um bom candidato a matéria escura. Podemos contornar este problema estendendo o setor escalar para obedecer uma simetria global maior que Z_2 . Assim, somente o escalar mais leve obedece os vínculos de matéria escura, enquanto seus parceiros mais pesados podem ter acoplamentos mais fortes com o Higgs, da ordem de $\xi \simeq 10$ e permitir que a taxa de decaimento de $h \rightarrow \tau\mu$ seja gerada com um

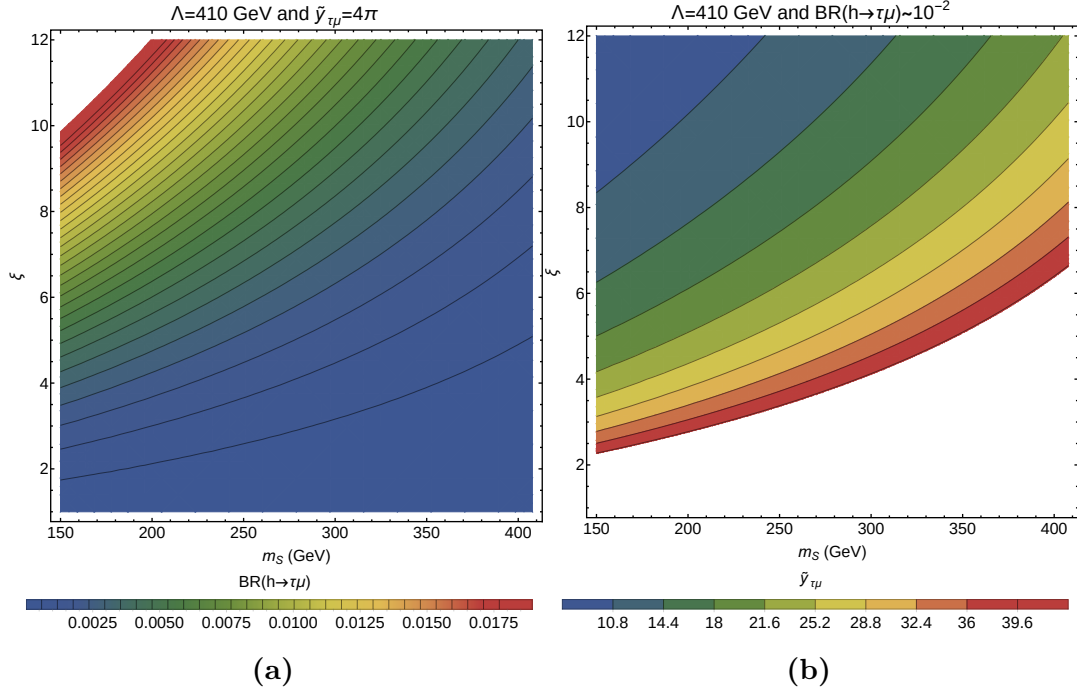


Figura 4.9.: Acoplamento ξ do modelo Higgs Portal em função da massa do escalar m_S . Mostramos linhas de contorno para (a) $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu)$ com $\tilde{y}_{\tau\mu} = 4\pi$ e para (b) $\tilde{y}_{\tau\mu}$ com $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) = 10^{-2}$. As regiões $\Lambda = 410$ GeV e $\tilde{y}_{\tau\mu} \leq 4\pi$ satisfazem os limites de perturbatividade.

valor observável. Este é um modelo que pretendemos explorar em futuros trabalhos.

Vimos então uma classe de modelos que nos permite escapar dos limites de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ e ainda gerar o decaimento $h \rightarrow \tau\mu$ com uma taxa observável compatível com a sensibilidade experimental atual. O sinal deste decaimento pode ser um indício da contribuição deste tipo de modelo.

5

Conclusões

Vimos que o MP, mesmo tendo sucesso a baixas energias (até ~ 1 TeV), ainda tem muitos problemas que devem ser resolvidos. Podemos enxergar o MP como um modelo ainda incompleto. É esperado então que nova física surja a partir de alguma escala de energia Λ , porém abaixo desta escala podemos tratar o MP como uma teoria efetiva, sendo possível medir efeitos de nova física através de operadores de dimensão superior a quatro.

Estudamos neste trabalho como operadores de dimensão superior podem contribuir para a visualização do processo $h \rightarrow \tau\mu$, não permitido pelo MP, que teve seu limite atualizado recentemente pelo CMS para $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) < 1,57\%$ a 95% de nível de confiança ou, interpretado como um sinal, tem o *branching ratio* $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) = (0,89^{+0,40}_{-0,37})\%$ [27].

No contexto de teorias efetivas, para que seja possível enxergar um sinal grande o suficiente para ser observado pelo LHC, ou para obedecer o limite $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) \sim 10^{-2}$, é preciso que o operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, responsável pelo decaimento do Higgs violando sabor, seja grande, mas que também respeite os limites gerados pelo decaimento radiativo $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$ [41]. Para que isso seja possível, no entanto, os operadores $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ e $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$, que também contribuem para o decaimento radiativo, devem ter uma contribuição pequena o suficiente. Isso pode acontecer em teorias UV que gerem esses operadores em uma ordem de *loop* maior que $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$. Os operadores de dipolo, especialmente $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$, foram ignorados em muitos trabalhos independentes de modelo (via teorias efetivas) que abordaram o decaimento do Higgs violando sabor. Isso gerou algumas contradições, pois estudos em modelos específicos, em que vimos que são gerados operadores de dipolo não desprezíveis, mostraram que não seria possível enxergar o decaimento $h \rightarrow \tau\mu$ no LHC. Nós mostramos que não se pode em geral desprezar os operadores de dipolo, sendo que para alguns valores de *cutoff* o operador $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$, mesmo suprimido por $\frac{1}{\Lambda^4}$, gera uma largura de decaimento para $\tau \rightarrow \mu\gamma$ que pode ser até mais importante que a largura gerada pelo operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$.

Vimos também como os operadores $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ e os operadores $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ e $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ podem ser gerados em modelos específicos, e em que caso podemos desprezar os operadores de dipolo. Modelos do tipo Higgs Composto geram operadores de dipolo que não podem ser desprezados e são proporcionais a $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, de modo que esses modelos serão desfavorecidos caso os experimentos confirmem como sinal os dados do decaimento $h \rightarrow \tau\mu$. Por outro

lado, modelos do tipo *Higgs Portal* são favorecidos, pois neles os operadores de dipolo são suprimidos por *loops* e são independentes de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$ de modo que podem ser desprezados.

Se for confirmado o sinal de $h \rightarrow \tau\mu$, qualquer modelo que tente explicá-lo precisará ter um mecanismo que suprima o processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$ de modo independente da violação de sabor via Higgs para garantir que os operadores de dipolo sejam gerados em ordens de *loop* maiores que $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$.

A

Operadores de Dimensão 6

Neste apêndice listamos todos os operadores de dimensão 6. São 59 operadores independentes, ou seja, não relacionados por equações de movimento. Se não assumirmos conservação de número bariônico, temos mais 5 operadores. Os operadores encontram-se nas tabelas A.1 e A.2. Detalhes de como os operadores são obtidos encontram-se na referência [16], que é de onde extraímos também as duas tabelas aqui apresentadas.

Os campos presentes nestes operadores são todos construídos a partir de campos do MP, porém vamos usar uma notação um pouco diferente da usada quando definimos o MP no capítulo 2, pois é necessário deixar explícito alguns índices que omitimos anteriormente.

Os férmions de mão esquerda (dubletos de $SU(2)$) serão denotados por l_{Lp}^j e $q_{Rp}^{\alpha j}$, onde l representa um lépton e q representa um quark. Férmions de mão direita (singletos de $SU(2)$) são representados por e_{Rp} , u_{Rp}^α e d_{Rp}^α , representando léptons, quarks tipo up e quarks tipo down, respectivamente. Vamos denotar o escalar (o Higgs), por H^j . Os valores de hipercarga (Y) de cada um destes objetos estão definidos na tabela 2.1. Os índices $j = 1, 2$, $\alpha = 1, 2, 3$ e $p = 1, 2, 3$ são índices de isospin, cor e geração, respectivamente. Os índices de quiralidade L e R serão omitidos no que se segue. Vamos denotar o conjugado complexo do Higgs como $\phi^\dagger$ ou $\tilde{\phi}$, onde $\tilde{\phi} = \epsilon_{jk}(\phi^k)^*$, e ϵ_{jk} é totalmente antissimétrico com $\epsilon_{12} = +1$.

Toda a análise para determinar os operadores foi feita antes da quebra espontânea de simetria, de modo que a lagrangiana do MP vale:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MP}^{(4)} = & -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) + m^2 H^\dagger H - \frac{1}{2}\lambda(H^\dagger H)^2 \\ & + i(\bar{l}\not{D}l + \bar{e}\not{D}e + \bar{q}\not{D}q + \bar{u}\not{D}u + \bar{d}\not{D}d) - (\bar{l}Y_e e H + \bar{q}Y_u u \tilde{H} + \bar{q}Y_d d H + h.c), \end{aligned} \quad (A.1)$$

onde os acoplamentos de Yukawa $Y_{e,u,d}$ são matrizes no espaço de geração, $(h.c)$ denota o hermitiano conjugado, G denotam os glúons, com A variando de 1 a 8, e W e B denotam os bósons de $SU(2) \otimes U(1)$, com I variando de 1 a 3. A derivada covariante atuando em um quark de mão esquerda (pois este é o exemplo em que a derivada contém todos os campos de gauge) vale

$$(D_\mu q)^{\alpha j} = (\partial_\mu + ig_s T_{\alpha\beta}^A G_\mu^A + ig S_{jk}^I + ig' Y_q B_\mu) q^{\beta k}, \quad (A.2)$$

onde definimos $T^A = \frac{1}{2}\lambda^A$ e $S^I = \frac{1}{2}\tau^I$ são os geradores de $SU(3)$ e $SU(2)$, enquanto λ^A e τ^I são as matrizes de Gell-Mann e Pauli, respectivamente. Devemos tomar cuidado para não confundir as hipercargas Y_q com os acoplamentos de Yukawa $Y_{e,u,d}$. Os tensores de campo e suas derivadas covariantes valem:

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^A &= \partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A - g_s f^{ABC} G_\mu^B G_\nu^C, & D_\rho G_{\mu\nu}^A &= \partial_\rho G_{\mu\nu}^A - g_s f^{ABC} G_\rho^B G_{\mu\nu}^C; \\ W_{\mu\nu}^I &= \partial_\mu W_\nu^I - \partial_\nu W_\mu^I - g\epsilon^{IJK} W_\mu^J W_\nu^K, & D_\rho W_{\mu\nu}^I &= \partial_\rho W_{\mu\nu}^I - g\epsilon^{IJK} W_\rho^J W_{\mu\nu}^K; \\ B_{\mu\nu}^A &= \partial_\mu B_\nu^A - \partial_\nu B_\mu^A, & D_\rho B_{\mu\nu}^A &= \partial_\rho B_{\mu\nu}^A. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Tensores duais são definidos como $\widetilde{X}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}X^{\rho\sigma}$, com $\epsilon_{0123} = +1$, e X pode ser tanto G^A , como W^I , como B . Os termos $\widetilde{G}_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$ e $\widetilde{W}_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$ não alteram as regras de Feynman e as equações de movimento, e é assumido que estão implícitos na lagrangiana do MP.

Vamos também definir a seguinte derivada $\overset{\leftrightarrow}{D}$, útil para escrever os operadores de dimensão 6 de forma mais concisa. Primeiro definimos $H^\dagger \overset{\leftarrow}{D} H \equiv (D_\mu H)^\dagger H$ para então definir as equações

$$\begin{aligned} H^\dagger \overset{\leftrightarrow}{D}_\mu H &\equiv iH^\dagger (D_\mu - \overset{\leftarrow}{D}_\mu) H, \\ H^\dagger \overset{\leftrightarrow I}{D}_\mu H &\equiv iH^\dagger (\tau^I D_\mu - \overset{\leftarrow}{D}_\mu \tau^I) H. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Com essas definições e notações, podemos apresentar as seguintes tabelas que contém todos os operadores de dimensão 6. Os operadores foram separados em duas tabelas, a primeira tabela (A.1) lista os operadores bosônicos e operadores que contém bósons e dois férmions, enquanto a segunda (A.2) lista os operadores que contém quatro férmions.

X^3		H^6 e $H^4 D^2$		$\Psi^2 H^3$	
Q_G	$f^{ABC} G_{\mu}^{A\nu} G_{\nu}^{B\rho} G_{\rho}^{C\nu}$	Q_H	$(H^\dagger H)^3$	Q_{eH}	$(H^\dagger H)(\bar{l}_p e_r H)$
$Q_{\tilde{G}}$	$f^{ABC} \tilde{G}_{\mu}^{A\nu} G_{\nu}^{B\rho} G_{\rho}^{C\nu}$	$Q_{H\Box}$	$(H^\dagger H)\Box(H^\dagger H)$	Q_{uH}	$(H^\dagger H)(\bar{q}_p u_r \tilde{H})$
Q_W	$\epsilon^{IJK} W_{\mu}^{I\nu} W_{\nu}^{J\rho} W_{\rho}^{K\nu}$	Q_{HD}	$(H^\dagger D^\mu H)^*(H^\dagger D_\mu H)$	Q_{dH}	$(H^\dagger H)(\bar{q}_p d_r H)$
$Q_{\tilde{W}}$	$\epsilon^{IJK} \tilde{W}_{\mu}^{I\nu} W_{\nu}^{J\rho} W_{\rho}^{K\nu}$				
$X^2 H^2$		$\Psi^2 XH$		$\Psi^2 H^2 D$	
Q_{HG}	$H^\dagger H G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eW}	$(\bar{l}_p \sigma^{\mu\nu} e_r) \tau^I H W_{\mu\nu}^I$	$Q_{Hl}^{(1)}$	$(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H)(\bar{l}_p \gamma^\mu l_r)$
$Q_{H\tilde{G}}$	$H^\dagger H \tilde{G}_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eB}	$(\bar{l}_p \sigma^{\mu\nu} e_r) H B_{\mu\nu}$	$Q_{Hl}^{(3)}$	$(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I H)(\bar{l}_p \tau^I \gamma^\mu l_r)$
Q_{HW}	$H^\dagger H W_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uG}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} T^A u_r) \tilde{H} G_{\mu\nu}^A$	Q_{He}	$(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H)(\bar{e}_p \gamma^\mu e_r)$
$Q_{H\tilde{W}}$	$H^\dagger H \tilde{W}_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uW}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} u_r) \tau^I \tilde{H} W_{\mu\nu}^I$	$Q_{Hq}^{(1)}$	$(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H)(\bar{q}_p \gamma^\mu q_r)$
Q_{HB}	$H^\dagger H B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{uB}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} u_r) \tilde{H} B_{\mu\nu}$	$Q_{Hq}^{(3)}$	$(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I H)(\bar{q}_p \tau^I \gamma^\mu q_r)$
$Q_{H\tilde{B}}$	$H^\dagger H \tilde{B}_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{dG}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} T^A d_r) H G_{\mu\nu}^A$	Q_{Hu}	$(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H)(\bar{u}_p \gamma^\mu u_r)$
Q_{HWB}	$H^\dagger \tau^I H W_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dW}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} d_r) \tau^I H W_{\mu\nu}^I$	Q_{Hd}	$(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H)(\bar{d}_p \gamma^\mu d_r)$
$Q_{H\tilde{W}B}$	$H^\dagger \tau^I H \tilde{W}_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dB}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} d_r) H B_{\mu\nu}$	Q_{Hud}	$i(\tilde{H}^\dagger D_\mu H)(\bar{u}_p \gamma^\mu d_r)$

Tabela A.1.: Operadores de dimensão 6 que não contêm quatro férmions

$(\bar{L}L)(\bar{L}L)$		$(\bar{R}R)(\bar{R}R)$		$(\bar{L}L)(\bar{R}R)$	
Q_{ll}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{l}_s \gamma^\mu l_t)$	Q_{ee}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$	Q_{le}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$
$Q_{qq}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu q_t)$	Q_{uu}	$(\bar{u}_p \gamma_\mu u_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$	Q_{lu}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$
$Q_{qq}^{(3)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu \tau^I q_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu \tau^I q_t)$	Q_{dd}	$(\bar{d}_p \gamma_\mu d_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	Q_{ld}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$
$Q_{lq}^{(1)}$	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu q_t)$	Q_{eu}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$	Q_{qe}	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$
$Q_{lq}^{(3)}$	$(\bar{l}_p \gamma_\mu \tau^I l_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu \tau^I q_t)$	Q_{ed}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	$Q_{qu}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$
		$Q_{ud}^{(1)}$	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	$Q_{qu}^{(8)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$
		$Q_{ud}^{(8)}$	$(\bar{u}_p \gamma_\mu T^A u_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu T^A d_t)$	$Q_{qd}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$
				$Q_{qd}^{(8)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu T^A q_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu T^A d_t)$
$(\bar{L}R)(\bar{R}L)$ e $(\bar{L}R)(\bar{L}R)$		Operadores que violam número bariônico.			
Q_{ledq}	$(\bar{l}_p^j e_r)(\bar{d}_s^j q_t^j)$	Q_{duq}	$\epsilon^{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{jk} [(d_p^\alpha)^T C u_r^\beta] [(q_s^j)^T C l_t^k]$		
$Q_{quqd}^{(1)}$	$(\bar{q}_p^j u_r) \epsilon_{jk} (\bar{q}_s^k d_t)$	Q_{qqqu}	$\epsilon^{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{jk} [(q_p^{\alpha j})^T C q_r^{\beta k}] [(u_s^j)^T C e_t]$		
$Q_{quqd}^{(8)}$	$(\bar{q}_p^j T^A u_r) \epsilon_{jk} (\bar{q}_s^k T^A d_t)$	$Q_{qqq}^{(1)}$	$\epsilon^{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{jk} \epsilon_{mn} [(q_p^{\alpha j})^T C q_r^{\beta k}] [(q_s^m)^T C l_t^n]$		
$Q_{lequ}^{(1)}$	$(\bar{l}_p^j e_r) \epsilon_{jk} (\bar{q}_s^k u_t)$	$Q_{qqq}^{(3)}$	$\epsilon^{\alpha\beta\gamma} (\tau^I \epsilon)_{jk} (\tau^I \epsilon)_{mn} [(q_p^{\alpha j})^T C q_r^{\beta k}] [(q_s^m)^T C l_t^n]$		
$Q_{lequ}^{(3)}$	$(\bar{l}_p^j \sigma_\mu \nu e_r) \epsilon_{jk} (\bar{q}_s^k \sigma^\mu \nu u_t)$	Q_{duu}	$\epsilon^{\alpha\beta\gamma} [(d_p^\alpha)^T C u_r^\beta] [(u_s^j)^T C e_t]$		

Tabela A.2.: Operadores de dimensão 6 contendo quatro férmions

B

Cálculo da largura de decaimento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ a partir de $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$, $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ e $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$.

Vamos calcular neste apêndice a largura de decaimento do processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$ a fim de obter as expressões das equações (4.20). Vamos calcular a contribuição de cada operador de forma independente, pois nosso objetivo foi comparar os coeficientes c_{6H} , $c_{6\gamma}$ e $c_{8\gamma}$ de modo a determinar em que regime um deles é grande o suficiente de modo a ser possível desprezar os outros dois. Em nosso trabalho também desprezamos interferências destrutivas.

Vamos também usar uma expressão geral de cálculo de largura de decaimento, como discutido nas referências [53, 54]. De acordo com os artigos, a expressão para a largura, já aplicada para o caso do decaimento radiativo do tau em múon, vale

$$\Gamma = \frac{1}{16\pi m_\tau^3} (m_\tau^2 - m_\mu^2)^3 (|c_L|^2 + |c_R|^2), \quad (\text{B.1})$$

onde m_τ é a massa do tau e m_μ é a massa do múon. Os coeficientes c_L e c_R são obtidos a partir da expressão da amplitude para o decaimento (calculada a partir do seu diagrama de Feynman). O autor de [54] mostra que a amplitude para um processo de decaimento radiativo é sempre da forma

$$i\mathcal{M} = 2p_2 \cdot \epsilon(k) \bar{u}(p_1) [c_L P_L + c_R P_R] u(p_2) + \dots, \quad (\text{B.2})$$

onde p_2 é o momento do férmion que entra no diagrama, p_1 é o momento do férmion que sai do diagrama. O vetor de polarização do fóton é $\epsilon(k)$ e o momento do fóton vale k . As quantidades $P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ e $P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$ são os projetores de mão esquerda e direita, respectivamente. Assim, basta calcular a amplitude de decaimento e o coeficiente c_R é simplesmente a quantidade que aparece multiplicando o termo $2p_2 \cdot \epsilon(k) \bar{u}(p_1) P_R u(p_2)$ da amplitude $i\mathcal{M}$ (análogo para c_L). Isto acontece, pois é possível escrever a amplitude $i\mathcal{M}$ como $i\mathcal{M} = M^\mu \epsilon_\mu$ e a invariância de gauge implica que $M_\mu k^\mu = 0$ e ainda temos $\epsilon_\mu k^\mu = 0$ e $k^2 = 0$ para um fóton *on shell*.

B.1. O operador $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$

Vamos primeiro calcular a amplitude proveniente do diagrama da figura 4.3a, que reproduzimos aqui na figura B.1a. Ao lado, na figura B.1b, estamos mostrando nossa convenção para os momentos das partículas a fim de calcular a amplitude, sendo p o momento do férmion que entra no *loop*, p' o momento do férmion que sai do *loop*, q o momento do fóton e k o momento que corre no *loop*.

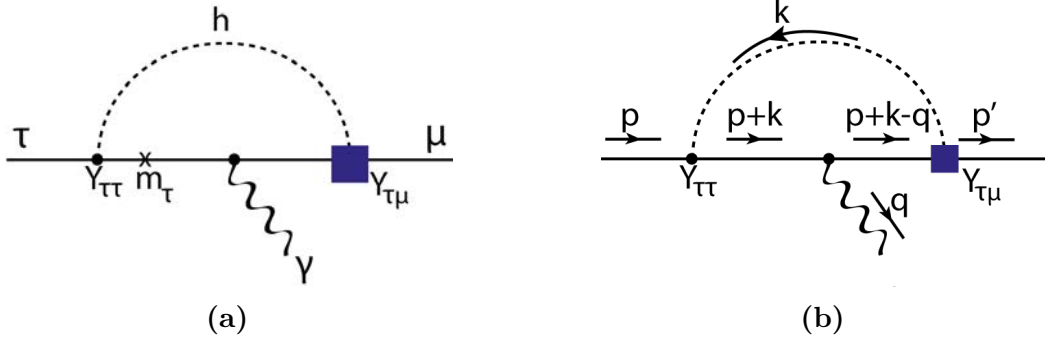


Figura B.1.: Diagrama do processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$

Primeiro temos que lembrar que a amplitude final é a soma da amplitude em que o tau de mão esquerda decai em um múon de mão direita, com a amplitude do processo em que o tau de mão direita decai em um múon de mão esquerda. Vamos calcular agora o caso em que é gerado um múon de mão esquerda. Neste caso, aplicando as regras de Feynman ao diagrama da figura B.1, vamos obter a expressão para a amplitude de decaimento $i\mathcal{M}$. De acordo com o diagrama, temos a conservação de momento

$$p = p' + q. \quad (\text{B.3})$$

Sendo m_h a massa do Higgs, m_μ a massa do múon e m_τ a massa do tau, temos a amplitude:

$$i\mathcal{M} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p', m_\mu) P_R Y_{\tau\mu} i \frac{(\not{p}' + \not{k} - \not{q} + m_\tau)}{(p + k - q)^2 - m_\tau^2 + i\epsilon} (-ie\gamma^\mu) \\ \times i \frac{\not{p}' + \not{k} + m_\tau}{(p + k)^2 - m_\tau^2 + i\epsilon} Y_{\tau\tau} u(p, m_\tau) \frac{i}{k^2 - m_h^2 + i\epsilon} \epsilon_\mu^*(q), \quad (\text{B.4})$$

onde estamos denotando os espinores como $u(p, m)$, que significa que o espinor u tem momento p e representa a partícula de massa m . O vetor de polarização do fóton, como mencionado anteriormente será denotado como $\epsilon_\mu(q)$. Vamos agora escrever explicitamente $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$, vamos definir $c_\mu(q) \equiv Y_{\tau\mu} Y_{\tau\tau} \frac{\epsilon_\mu^*}{2}$ e vamos usar (B.3) para

simplificar a equação acima para

$$i\mathcal{M} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p', m_\mu)(1 + \gamma^5) \frac{(\not{p}' + \not{k} + m_\tau)}{(p' + k)^2 - m_\tau^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \times \frac{\not{p} + \not{k} + m_\tau}{(p + k)^2 - m_\tau^2 + i\epsilon} \frac{1}{k^2 - m_h^2 + i\epsilon} c_\mu(q) u(p, m_\tau). \quad (\text{B.5})$$

O numerador de (B.5) ainda pode ser simplificado usando a equação de Dirac e propriedades das matrizes γ^μ . Agora vamos usar a parametrização de Feynman para reescrever o denominador. Vale a relação

$$\frac{1}{A_1 A_2 A_3} = \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \frac{2!}{[xA_1 + yA_2 + zA_3]^3}, \quad (\text{B.6})$$

de modo que

$$\frac{1}{[(p' + k)^2 - m_\tau^2 + i\epsilon][(p + k)^2 - m_\tau^2 + i\epsilon][k^2 - m_h^2 + i\epsilon]} = \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \frac{2!}{D^3}. \quad (\text{B.7})$$

Vamos agora fazer um pouco de álgebra em cima de D :

$$\begin{aligned} D &= x[(p' + k)^2 - m_\tau^2 + i\epsilon] + y[(p + k)^2 - m_\tau^2 + i\epsilon] + z[k^2 - m_h^2 + i\epsilon] \\ &= x(p' + k)^2 + y(p + k)^2 + zk^2 - m_\tau^2(x + y) - m_h^2 z + (x + y + z)i\epsilon \\ &= x(p'^2 + 2p' \cdot k + k^2) + y(p^2 + 2p \cdot k + k^2) + zk^2 - m_\tau^2(x + y) - m_h^2 z + i\epsilon \\ &= k^2(x + y + z) + xp'^2 + yp^2 + 2xp' \cdot k + 2yp \cdot k - m_\tau^2(x + y) - m_h^2 z + i\epsilon \\ &= k^2 + 2xp' \cdot k + 2yp \cdot k + xp'^2 + yp^2 - m_\tau^2(x + y) - m_h^2 z + i\epsilon. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Aqui já estamos usando $x + y + z = 1$ por causa da função delta no integrando de (B.7). Vamos agora fazer uma mudança de variáveis:

$$l = k + xp' + yp \Rightarrow l^2 = k^2 + x^2 p'^2 + y^2 p^2 + 2xk \cdot p' + 2yk \cdot p + 2xyp \cdot p'. \quad (\text{B.9})$$

Com isso, podemos escrever

$$D = l^2 - x^2 p'^2 - y^2 p^2 - 2xyp' \cdot p + xp'^2 + yp^2 - m_\tau^2(x + y) - m_h^2 z + i\epsilon. \quad (\text{B.10})$$

Agora a dependência em k está toda em l , e o resto é simplesmente uma constante na variável k (ou l). Vamos escrever

$$D = l^2 + i\epsilon - \Delta, \quad (\text{B.11})$$

onde

$$\begin{aligned} -\Delta &= -2xyp' \cdot p - x^2p'^2 - y^2p^2 + xp'^2 + yp^2 - m_\tau^2(x+y) - m_h^2z \\ &= -2xyp' \cdot p - x^2m_\mu^2 - y^2m_\tau^2 + xm_\mu^2 + ym_\tau^2 - m_\tau^2(x+y) - m_h^2z. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Na última linha da equação acima, foi utilizado o fato do múon e tau serem partículas reais. Vamos fazer um pouco mais de álgebra usando também o fato do fóton ser real, logo

$$\begin{aligned} q &= p - p' \\ q^2 = 0 &= p^2 + p'^2 - 2p \cdot p' = m_\tau^2 + m_\mu^2 - 2p \cdot p' \\ \Rightarrow p \cdot p' &= \frac{m_\tau^2 + m_\mu^2}{2}, \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

o que nos leva a

$$\begin{aligned} -\Delta &= -2xyp' \cdot p + m_\tau^2(-y^2 + y - x - y) + m_\mu^2(-x^2 + x) - m_h^2z \\ &= -xy(m_\tau^2 + m_\mu^2) + m_\tau^2(-y^2 - x) + m_\mu^2(-x^2 + x) - m_h^2z \\ &= m_\tau^2(-y^2 - xy - x) + m_\mu^2(-x^2 - xy + x) - m_h^2z. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Vamos agora fazer a mudança de variáveis (B.9) que fizemos no denominador de (B.7) no numerador de (B.5). Vamos então fazer

$$k = l - xp + xq - yp \quad (\text{B.15})$$

e substituir no numerador de (B.5). Como $m_\mu \ll m_\tau$ fizemos ainda uma simplificação $m_\mu \rightarrow 0$. Vamos ainda lembrar que como $D = D(l^2)$, temos

$$\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{l^\mu}{D^3} = 0.$$

Como nosso objetivo é utilizar a equação (B.1), o que nos interessa da amplitude iM é apenas o coeficiente de $p \cdot \epsilon$. Isso nos leva a

$$i\mathcal{M} = \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) 2! \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} Y_{\tau\mu} Y_{\tau\tau} \frac{-e}{2} p \cdot \epsilon \frac{\bar{u}(p', m_\mu) N u(p, m_\tau)}{D^3} + \dots, \quad (\text{B.16})$$

onde N vale

$$N = (-2m_\tau x + 2m_\tau y + 2m_\tau y^2 - 4m_\tau y)(1 + \gamma^5). \quad (\text{B.17})$$

O que nos resta agora é calcular a integral. Primeiramente vamos calcular a integral em l . Poderíamos calcular a integral em l^0 como uma integral de contorno e as integrais espaciais em coordenadas esféricas. Vamos, porém, fazer o cálculo usando a *Rotação de*

Wick. Vamos definir o quadrimomento euclidiano l_E da seguinte maneira:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{l} \equiv \vec{l}_E \\ l^0 \equiv i l_E^0 \end{array} \right\} \Rightarrow l^2 = -l_E^2. \quad (\text{B.18})$$

Agora podemos calcular a seguinte integral:

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{D^m} = \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{(l^2 - \Delta + i\epsilon)^m}, \quad (\text{B.19})$$

que, usando (B.18), fica

$$\frac{i(-1)^m}{(2\pi)^4} \int d^4 l_E \frac{1}{(l_E^2 + \Delta)^m}. \quad (\text{B.20})$$

Usando coordenadas esféricas em quatro dimensões, a integral fica da seguinte forma:

$$\frac{i(-1)^m}{(2\pi)^4} \int d\Omega_4 \int_0^\infty d^4 l_E \frac{l_E^3}{(l_E^2 + \Delta)^m}. \quad (\text{B.21})$$

O fator $\int d\Omega_4$ vale $2\pi^2$ e o resultado da integral em $d^4 l$ é:

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{D^m} = \frac{i(-1)^m}{(4\pi)^2} \frac{1}{(m-1)(m-2)} \frac{1}{\Delta^{m-2}}, \text{ para } m \geq 3. \quad (\text{B.22})$$

No nosso caso, $m = 3$, então a integral é finita. Vamos substituir Δ pelo valor de (B.14). Lembrando que fizemos $m_\mu \rightarrow 0$, o valor de Δ fica

$$-\Delta = m_\tau^2(-y^2 - xy - x) - m_h^2 z. \quad (\text{B.23})$$

Após a rotação de Wick e integrando em l para $m = 3$, concluimos que a amplitude iM de (B.16) fica:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} = Y_{\tau\mu} Y_{\tau\tau} \frac{-e}{2} p \cdot \epsilon \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) 2! \bar{u}(p', 0) N u(p, m_\tau) \\ \times \frac{i(-1)}{(4\pi)^2} \frac{1}{2\Delta} + \dots \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Vamos escrever explicitamente a integral que devemos calcular em x , y e z , usando o valor de N calculado em (B.17):

$$i\mathcal{M} = Y_{\tau\mu} Y_{\tau\tau} p \cdot \epsilon (-e) \frac{i m_\tau}{(4\pi)^2} \bar{u}(p', 0) (1 + \gamma^5) u(p, m_\tau) \times \mathcal{I}' + \dots, \quad (\text{B.25})$$

onde

$$\begin{aligned}\mathcal{I}' &= \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{(-x+xy+y^2-2y)}{m_\tau^2(-y^2-xy-x)-m_h^2z} \\ &= \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{(-x+xy+y^2-2y)}{m_h^2[r^2(-y^2-xy-x)-z]} \\ &= \frac{1}{m_h^2} \times \mathcal{I},\end{aligned}$$

e $r = \frac{m_\tau}{m_h}$, a razão entre a massa do tau e a massa do Higgs. Integrando em z usando a função delta temos

$$\mathcal{I} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{-x+xy+y^2-2y}{r^2(-y^2-xy-x)-(1-x-y)}. \quad (\text{B.26})$$

Notem que o limite de integração em y muda, pois $0 < z < 1$ o que implica $0 < 1-x-y < 1$, levando a $y < 1-x$. A integral em y e em x foram feitas da seguinte maneira: Primeiro foi feita a integral em y , depois a amplitude foi expandida em potências de r para depois ser feita a integral em x . Como $r \ll 1$, ficamos somente com o termo linear em r na série de potências. O resultado é:

$$i\mathcal{M} = 2p \cdot \epsilon \bar{u}(p', 0) \frac{(1+\gamma^5)}{2} u(p, m_\tau) \times Y_{\tau\mu} Y_{\tau\tau} \frac{-ei}{(4\pi)^2} \frac{1}{m_h} \left\{ -\frac{2}{3} r [2 + 3 \log(r)] \right\} + \dots \quad (\text{B.27})$$

A partir desta amplitude calculada, podemos obter o valor de c_R para calcular a largura (B.1). Temos então

$$\begin{aligned}c_R &= \frac{ie}{(4\pi)^2} Y_{\tau\mu} Y_{\tau\tau} \frac{1}{m_h} \left[\frac{2}{3} r (2 + 3 \log(r)) \right] \\ &= \frac{ie}{(4\pi)^2} \frac{v^2 c_{6HR} m_\tau}{\sqrt{2} \Lambda^2} \frac{r}{v} \frac{1}{3m_h} [4 + 3 \log(r^2)].\end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Acima usamos os valores dos acoplamentos de Yukawa como especificados no final da seção 4.2:

$$\begin{aligned}Y_{\tau\mu} &= \frac{v^2 c_{6HR}}{\sqrt{2} \Lambda^2}, \\ Y_{\tau\tau} &= \frac{m_\tau}{v}.\end{aligned}$$

Assim para calcular a largura de decaimento, basta somente calcular $|c_R|^2$. O resultado é

$$|c_R|^2 = \frac{e^2}{(4\pi)^4} \frac{v^2 c_{6HR}^2 m_\tau^4}{18 \Lambda^4 m_H^4} \left(4 - 3 \log \left(\frac{m_h}{m_\tau} \right)^2 \right)^2. \quad (\text{B.29})$$

Antes de calcular a largura de decaimento, ainda temos que calcular outro diagrama

em que o tau de mão esquerda decai em um múon de mão direita, que somada com a amplitude que calculamos, vai gerar a amplitude total do tipo mencionado em (B.2). As contas são análogas e o resultado é o mesmo a menos de uma constante c_{6HL} no lugar de c_{6HR} presente na equação para $|c_L|^2$. Vamos escrever então $c_{6H} = \sqrt{c_{6HL}^2 + c_{6HR}^2}$, como definido anteriormente também em 4.2. Colocando então (B.29) em (B.1), obtivemos o seguinte resultado:

$$\begin{aligned}\Gamma_{6H} &= \frac{1}{16\pi} m_\tau^3 (|c_R|^2 + |c_L|^2) \\ &= \frac{c_{6H}^2}{\Lambda^4} \frac{e^2}{(4\pi)^4} \frac{1}{288\pi} \frac{m_\tau^7 v^2}{m_h^4} \left(4 - 3 \log \left(\frac{m_h}{m_\tau} \right)^2 \right)^2\end{aligned}\quad (\text{B.30})$$

que é a largura de decaimento que queríamos calcular, a terceira equação de (4.20), quando fazemos $c^{2-loop} \rightarrow 0$, ou seja, sem adicionar os diagramas de Barr-Zee, mencionados no parágrafo abaixo da equação (4.21). A forma que escrevemos a amplitude em (4.20) nos permite adicionar os diagramas de Barr-Zee seguindo a notação de [24].

B.2. O operador $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$

Vamos agora calcular a largura referente ao mesmo processo, mas usando agora o diagrama que contém o operador de oito dimensões a nível árvore da figura B.2. Este é gerado a partir de $\hat{\mathcal{O}}_{8\gamma}$ como definido na equação (4.19). O diagrama é gerado após a quebra espontânea de simetria quando os três campos de Higgs adquirem o VEV v , representado no diagrama com um X .

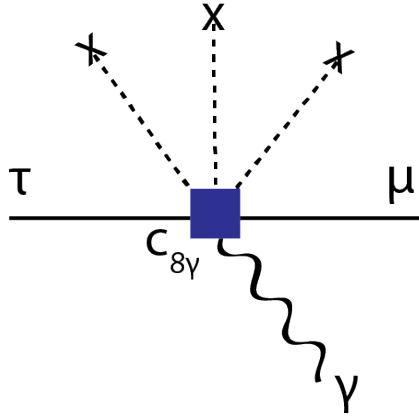


Figura B.2.: Contribuição do operador de dimensão oito para o processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$.

Podemos calcular a amplitude de decaimento da mesma forma que calculamos no caso anterior para $\hat{\mathcal{O}}_{6H}$. Não temos, porém, um *loop* para calcular, de modo que podemos

escrever o resultado diretamente. A constante de acoplamento será proporcional a

$$\frac{c_{8\gamma}e}{\Lambda^4}, \quad (\text{B.31})$$

e precisamos levar em conta que temos três inserções de VEV, como anteriormente, cada uma contribuindo com $v/\sqrt{2}$. A amplitude será novamente proporcional a c_L e c_R , como em (B.2) (também temos que considerar as duas quiralidades possíveis de decaimento). Neste caso

$$c_L = \frac{c_{8L}ev^3}{\Lambda^4 2\sqrt{2}}, \quad (\text{B.32})$$

e c_R é análogo. Assim, definindo $c_{8\gamma} = \sqrt{c_{8L}^2 + c_{8R}^2}$, temos a seguinte largura de decaimento, de acordo com (B.1), onde novamente fizemos $m_\mu \rightarrow 0$:

$$\Gamma_{8\gamma} = \frac{1}{16\pi} m_\tau^3 \left(\frac{c_{8\gamma}}{\Lambda^4} e \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \right)^2, \quad (\text{B.33})$$

que é a segunda equação de (4.20).

B.3. O operador $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$

O último diagrama que vamos calcular é referente ao operador efetivo de seis dimensões $\hat{\mathcal{O}}_{6\gamma}$ gerando o decaimento radiativo diretamente a nível árvore, como mostra a figura B.3, em que o diagrama é gerado a partir da lagrangiana de (4.19). A largura de decaimento calculada a partir deste diagrama é muito parecida com o cálculo de $\Gamma_{8\gamma}$, a única diferença sendo apenas uma inserção de VEV (denotado na figura por X). Definiremos novamente $c_{6\gamma} = \sqrt{c_{6L}^2 + c_{6R}^2}$.

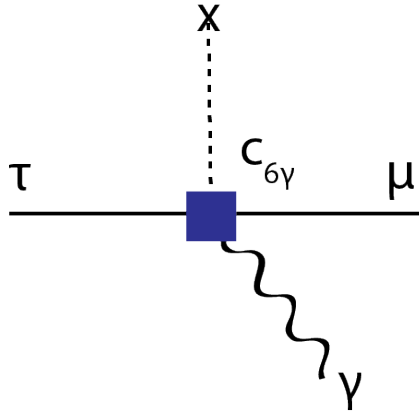


Figura B.3.: Contribuição do operador de dimensão seis para o processo $\tau \rightarrow \mu\gamma$.

O cálculo de c_L e c_R é feito novamente da mesma forma (cada constante vindo da amplitude correspondete a uma das duas possíveis quiralidades das partículas). Temos então

$$c_L = \frac{c_{6L}ev}{\Lambda^2\sqrt{2}}, \quad (\text{B.34})$$

e c_R é análogo. Esta expressão, quando inserida em (B.1), gera a seguinte largura de decaimento:

$$\Gamma_{6\gamma} = \frac{m_\tau^3}{16\pi} \left(\frac{c_{6\gamma}}{\Lambda^2} e \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2, \quad (\text{B.35})$$

em que novamente fizemos $m_\mu \rightarrow 0$. O que obtivemos é a primeira equação de (4.20).

Referências Bibliográficas

- [1] ATLAS, G. Aad *et al.*, Phys. Lett. **B716**, 1 (2012), 1207.7214.
- [2] CMS, S. Chatrchyan *et al.*, Phys. Lett. **B716**, 30 (2012), 1207.7235.
- [3] ATLAS, CMS, G. Aad *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, 191803 (2015), 1503.07589.
- [4] CMS, V. Khachatryan *et al.*, Eur. Phys. J. **C75**, 212 (2015), 1412.8662.
- [5] G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B35**, 167 (1971).
- [6] M. Peskin and D. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (Addison-Wesley, 1995), p. 700.
- [7] D. Griffiths, *Introduction to elementary particles* (John Wiley & Sons, 1987), p. 37.
- [8] M. Peskin and D. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (Addison-Wesley, 1995).
- [9] P. M. de Aquino, Física Além do Modelo Padrão em Teorias com Dimensões Extras, 2007.
- [10] Y. Nir, Particle physics ii, Chapter 1, <http://www.weizmann.ac.il/particle/nir/courses>.
- [11] R. H. Sanders, *The Dark Matter Problem A Historical Perspective* (Cambridge University Press, 2014).
- [12] J. Martin, Comptes Rendus Physique, Volume 13, Issue 6, Pages 566-665 (2012), arXiv:1205.3365.
- [13] D. B. Kaplan, ArXiv Nuclear Theory e-prints (2005), nucl-th/0510023.
- [14] A. Manohar, Effective field theories, in *Perturbative and Nonperturbative Aspects of Quantum Field Theory*, edited by H. Latal and W. Schweiger, , Lecture Notes in Physics Vol. 479, pp. 311–362, Springer Berlin Heidelberg, 1997.
- [15] J. Wudka, International Journal of Modern Physics A **09**, 2301 (1994), <http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S0217751X94000959>.
- [16] B. Grzadkowski, M. Iskrzyński, M. Misiak, and J. Rosiek, Journal of High Energy Physics **2010** (2010).
- [17] I. Stewart, 8.51 effective field theory, Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare, 2013, <http://ocw.mit.edu>.
- [18] W. Buchmüller and D. Wyler, Nuclear Physics B **268**, 621 (1986).

- [19] H. D. Politzer, Nuclear Physics B **172**, 349 (1980).
- [20] H. Kluberg-Stern and J. B. Zuber, Phys. Rev. D **12**, 3159 (1975).
- [21] C. Grosse-Knetter, Phys.Rev. **D49**, 6709 (1994), hep-ph/9306321.
- [22] C. Arzt, Phys.Lett. **B342**, 189 (1995), hep-ph/9304230.
- [23] H. Simma, Z.Phys. **C61**, 67 (1994), hep-ph/9307274.
- [24] R. Harnik, J. Kopp, and J. Zupan, JHEP **1303**, 026 (2013), 1209.1397.
- [25] J. L. Diaz-Cruz and J. Toscano, Phys.Rev. **D62**, 116005 (2000), hep-ph/9910233.
- [26] G. Blankenburg, J. Ellis, and G. Isidori, Phys.Lett. **B712**, 386 (2012), 1202.5704.
- [27] CMS, CMS Collaboration, (2014), CMS-PAS-HIG-14-005.
- [28] T. P. Cheng and M. Sher, Phys. Rev. D **35**, 3484 (1987).
- [29] A. Falkowski, D. M. Straub, and A. Vicente, JHEP **1405**, 092 (2014), 1312.5329.
- [30] A. Pilaftsis, Physics Letters B **285**, 68 (1992).
- [31] M. Arana-Catania, E. Arganda, and M. Herrero, JHEP **1309**, 160 (2013), 1304.3371.
- [32] A. Brignole and A. Rossi, Nucl.Phys. **B701**, 3 (2004), hep-ph/0404211.
- [33] A. Arhrib, Y. Cheng, and O. C. Kong, Phys.Rev. **D87**, 015025 (2013), 1210.8241.
- [34] E. Arganda, M. Herrero, X. Marcano, and C. Weiland, Phys.Rev. **D91**, 015001 (2015), 1405.4300.
- [35] M. Arroyo, J. L. Diaz-Cruz, E. Diaz, and J. A. Orduz-Ducuara, (2013), 1306.2343.
- [36] D. Aristizabal Sierra and A. Vicente, Phys.Rev. **D90**, 115004 (2014), 1409.7690.
- [37] C.-J. Lee and J. Tandean, (2014), 1410.6803.
- [38] A. Azatov, M. Toharia, and L. Zhu, Phys.Rev. **D80**, 035016 (2009), 0906.1990.
- [39] E. Arganda, A. M. Curiel, M. J. Herrero, and D. Temes, Phys.Rev. **D71**, 035011 (2005), hep-ph/0407302.
- [40] MEG Collaboration, J. Adam *et al.*, Phys.Rev.Lett. **110**, 201801 (2013), 1303.0754.
- [41] BaBar, B. Aubert *et al.*, Phys.Rev.Lett. **104**, 021802 (2010), 0908.2381.
- [42] A. Goudelis, O. Lebedev, and J.-h. Park, Phys.Lett. **B707**, 369 (2012), 1111.1715.
- [43] S. Davidson, Eur.Phys.J. **C72**, 1897 (2012), 1112.2956.

- [44] A. Celis, V. Cirigliano, and E. Passemar, Phys.Rev. **D89**, 095014 (2014), 1403.5781.
- [45] M. Peskin and D. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (Addison-Wesley, 1995), p. 186.
- [46] T. P. Cheng and L. F. Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics* (Oxford University Press, 1984), p. 420.
- [47] S. M. Barr and A. Zee, Phys.Rev.Lett. **65**, 21 (1990).
- [48] L. Randall and R. Sundrum, Phys.Rev.Lett. **83**, 3370 (1999), hep-ph/9905221.
- [49] T. Gherghetta, p. 263 (2006), hep-ph/0601213.
- [50] E. Ponton, (2012), 1207.3827.
- [51] Y. Hamada, H. Kawai, and K.-y. Oda, JHEP **1407**, 026 (2014), 1404.6141.
- [52] A. De Simone, G. F. Giudice, and A. Strumia, JHEP **1406**, 081 (2014), 1402.6287.
- [53] L. Lavoura, Eur.Phys.J. **C29**, 191 (2003), hep-ph/0302221.
- [54] J. C. Romão, Modern techniques for one-loop calculations, 2006, <http://porthos.ist.utl.pt/OneLoop/>.