

unesp



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DE COMPUTAÇÃO E ESTATÍSTICA

**Modelagem do Problema Integrado de
Dimensionamento do Lotes e Corte de Estoque
numa Indústria Moveleira**

Silvia Maria Pereira Grandi dos Santos

Dissertação de Mestrado
Pós-Graduação em Matemática

Modelagem do Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque numa Indústria Moveleira

Silvia Maria Pereira Grandi dos Santos¹

Dissertação apresentada ao Instituto de
Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universi-
dade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,
campus de São José do Rio Preto, São Paulo, para
a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvio Alexandre de Araujo

São José do Rio Preto

2008

¹smpgrandi@yahoo.com.br

Santos, Silvia Maria Pereira Grandi dos.

Modelagem do problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque numa indústria moveleira / Silvia Maria Pereira Grandi dos Santos. - São José do Rio Preto : [s.n.], 2008.

116 f. : il.; 30cm.

Orientador: Silvio Alexandre de Araujo

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Pesquisa operacional. 2. Otimização matemática. 3. Problema de dimensionamento de lotes. 4. Problema de corte de estoque. 5. Problema integrado. 6. Indústria de móveis. I. Araujo, Silvio Alexandre. II. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. III. Título.

CDU - 519.8

SILVIA MARIA PEREIRA GRANDI DOS SANTOS

Modelagem do Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Corte
de Estoque numa Indústria Moveleira

Dissertação apresentada para obtenção do título
de Mestre em Matemática Aplicada do Instituto de
Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universi-
dade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,
campus de São José do Rio Preto.

BANCA EXAMINADORA

Orientador

Prof. Dr. Silvio Alexandre de Araujo
UNESP - São José do Rio Preto

Primeira Examinadora

Prof^a. Dr^a. Sônia Cristina Poltronieri da Silva
UNIP - São José do Rio Preto

Segunda Examinadora

Prof^a. Dr^a. Maria do Socorro N. Rangel
UNESP - São José do Rio Preto

São José do Rio Preto, 27 de Fevereiro de 2008.

“A Deus...”

Agradecimentos

A Deus, sempre, pela vida e por todas as bençãos.

Um agradecimento especial aos professores Silvio A. Araujo e Socorro Rangel pela orientação, dedicação, incentivo e valiosos conselhos.

Ao meu marido Bruno, pela força, paciência, incentivo, pelas várias horas dedicadas à compreensão deste trabalho e por todas as críticas (construtivas).

Aos professores de graduação e pós-graduação, em especial à Prof.^a Selma Arenales pelo apoio e amizade.

Aos meus pais pela compreensão e por, mesmo sem entender, me apoiarem em tudo que faço.

Aos professores Altamir Figueiredo e Socorro Rangel pelo programa de geração de padrões de corte tabuleiros compostos.

A todos os amigos do Ibilce, conquistados nesses dois longos e conturbados anos, pelo companheirismo. Em especial gostaria de agradecer à Gabriela e à Lucia por me receberem em sua casa como membro da família.

A todo o pessoal da Fábrica de Móveis Luapa pela disposição em nos receber e nos ajudar na realização deste trabalho.

À Capes pelo auxílio financeiro.

Resumo

Neste trabalho estudamos o processo produtivo de uma fábrica de móveis característica do Pólo Moveleiro de Votuporanga/SP e propomos um modelo de otimização inteira mista para o processo de produção desta fábrica acoplando o Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL) com o Problema de Corte de Estoque (PCE) Bidimensional. O modelo considera vários itens (produtos finais), horizonte rolante de planejamento, sendo que somente o período inicial é programado detalhadamente em relação às restrições de atendimento à demanda por peças e de capacidade das máquinas. Dois conjuntos de padrões de corte são utilizados, aqueles preferidos pela empresa e um conjunto de padrões tabuleiros compostos, e visa a utilização da capacidade total de corte da máquina seccionadora. Testes computacionais fazendo várias comparações foram realizados e mostram a eficiência da abordagem quando o problema é resolvido de forma integrada e quando o conjunto de padrões de corte tabuleiros compostos é utilizado.

Palavras-chave: Problema de Dimensionamento de Lotes. Problema de Corte de Estoque. Problema Integrado. Indústria de móveis.

Abstract

In this work we studied the production process of a furniture company located in Votuporanga/SP and we propose a mixed-integer optimization model for the furniture industry production process, integrating the Lot Sizing Problem with the Cutting Stock Problem. The mathematical model considers multi items (final products) in a rolling horizon basis, where only the initial period is detailed with respect to the pieces demanded and capacity machines constraints. Two cutting pattern sets are used, the industry preferred cutting patterns and a set of composed checkerboard patterns, and aims at using the total capacity of the saw machine use. Computational tests with multiple comparisons show the approach effectiveness when the problem is solved in an integrated form and when the composed checkerboard patterns set is used.

Keywords: Lot Sizing Problem. Cutting Stock Problem. Integrated Problem. Furniture industry.

Sumário

Introdução	1
1 Modelos Básicos para o PDL e o PCE	5
1.1 Problemas de Dimensionamento de Lotes	5
1.2 Problema de Corte de Estoque	9
1.2.1 Padrões de Corte Bidimensionais	14
1.2.2 Dificuldades na Resolução do Problema de Corte de Estoque	18
2 O Problema Integrado	22
2.1 Breve Revisão	22
2.2 O PCE integrado à produção de móveis	25
2.3 O PCE integrado à produção de bobinas de papel	28
2.4 O Problema de Corte de Estoque Multiperíodo	33
3 A Indústria de Móveis	38
3.1 O Pólo Moveleiro de Votuporanga	39
3.2 Um estudo de caso	40
3.3 A Linha de Produção	42
4 Modelagem para o PDL Integrado ao PCE	50
4.1 Considerações para a Modelagem Matemática	50
4.2 Modelagem Matemática Proposta	55
4.3 Utilização da capacidade de corte total da máquina seccionadora	61
4.4 O Problema isolado obtido do problema proposto	61
5 Testes Computacionais	65
5.1 Descrição dos parâmetros	66

<i>Sumário</i>	vi
5.2 Apresentação e Análise dos resultados	71
6 Conclusão e Perspectivas Futuras	87
Referências Bibliográficas	93
A Código Fonte do Programa Implementado	94
B Solução detalhada do problema PLu	109
Índice Remissivo	115

Introdução

Atualmente, com a grande competitividade entre as indústrias no âmbito mundial, existe a necessidade de se produzir o máximo possível, levando-se em consideração a capacidade da indústria, de modo a ter o mínimo de perdas (de material, recursos financeiros, *etc.*) possível e, em certo sentido, as indústrias procuram produzir de forma a maximizar seus lucros. Dessa forma, as indústrias vêm sofrendo mudanças em seu setor produtivo com respeito a modernização de seus processos de produção, fazendo com que modelos de otimização para o controle e planejamento de sistemas produtivos cresçam em complexidade e proporções consideráveis estimulando, assim, as pesquisas acadêmicas nessa área.

O processo de gerenciamento dentro de uma indústria é responsável por transformar a matéria-prima em produtos acabados de forma a atender uma demanda pré-estabelecida num dado período de tempo. O setor responsável pelo gerenciamento da produção na indústria é o Planejamento e Controle da Produção (PCP) que coordena todas as atividades relacionadas à entrega do produto final ao cliente. Segundo Anthony [1], o PCP está dividido em três níveis de planejamento distintos: estratégico, tático e operacional.

O Planejamento Estratégico trata da identificação e implementação de políticas adequadas para a realização das metas estratégicas de longo prazo para a indústria.

O Planejamento Tático é responsável pela utilização de forma eficiente dos recursos disponíveis de forma a satisfazer as estratégias definidas no nível superior (Planejamento Estratégico). Nesta etapa devem ser tomadas as decisões a médio prazo para satisfazer a demanda, levando-se em conta os custos envolvidos.

Já o Planejamento Operacional trata das decisões do dia-a-dia da produção da indústria, ou seja, são tomadas as decisões de curto prazo tendo como objetivo a implementação dos planos táticos elaborados no nível de Planejamento Tático.

É no Planejamento Tático/Operacional que são tomadas as decisões dos tamanhos

dos lotes que serão produzidos em cada período. Ao problema dessa tomada de decisões dá-se o nome Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL) que consiste em planejar a quantidade de itens que será produzida em cada período de um horizonte de planejamento finito, de forma a atender uma certa demanda e otimizar uma função objetivo.

Os problemas de dimensionamento de lotes e a programação da produção, segundo Drexel e Kimms [9], podem interagir com outras atividades de produção como, por exemplo, o planejamento da distribuição, corte e empacotamento e programação de projetos. Essas interações ainda são pouco exploradas na literatura. Estudar esses problemas de forma acoplada pode ser interessante para que custos globais no processo de produção diminuam.

Neste trabalho consideramos o problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque motivados por uma aplicação na indústria de móveis. A indústria produz essencialmente móveis de madeira reconstituída para dormitório. Para tanto, a empresa adquire placas retangulares de MDF (*medium density fiberboard*) que são cortadas numa máquina seccionadora em peças retangulares menores, utilizadas na montagem dos produtos finais (veja Figura 1).

Segundo Cavali [7], mais de 50% do custo total de um produto final são destinados à matéria-prima, dessa forma se torna interessante minimizar a perda de material no seu processo de produção.

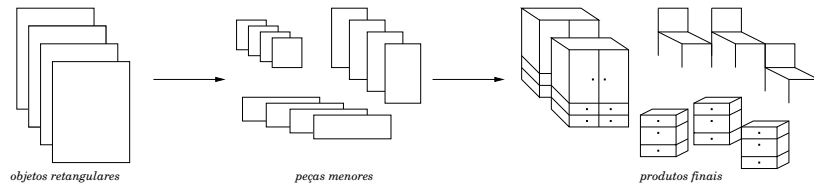


Figura 1: *Processo da produção baseado em Gramani [18]*.

Para Gramani [18], o processo de planejamento da produção em indústrias que têm o processo de corte como uma das etapas de produção, consiste de três etapas sendo que na primeira define-se a carteira de pedidos para um horizonte de planejamento finito, isto é, as demandas dos produtos finais e as respectivas datas de entrega são especificadas. A partir desses dados, a segunda etapa consiste em converter a demanda de produtos finais em demanda por peças e, já na terceira etapa, é decidida a quantidade de produtos finais que deve ser produzida em cada período do horizonte de planejamento de forma a minimizar os custos com preparação das máquinas, estoque, produção e, além disso,

minimizar a perda decorrente do processo de corte dos objetos em peças.

Na segunda etapa do processo de planejamento da produção, são considerados todos os M produtos finais que a indústria produz e todas as P peças distintas que são utilizadas para a montagem desses produtos. Se r_{pi} é a quantidade de peças do tipo p necessária para a montagem de uma unidade do produto final i e uma mesma peça pode ser utilizada em produtos finais diferentes repetidas vezes, d_i a demanda desse produto final i , então a demanda por peças é obtida fazendo a soma do seguinte produto $\sum_{i=1}^M \sum_{p=1}^P d_i \times r_{pi}$.

Ao se cortar os objetos retangulares em peças menores pode existir uma perda de material. As indústrias têm um interesse comum na diminuição dessa perda, pois ela faz parte da estrutura de custos e, tende a diminuir quando a demanda por peças aumenta, devido ao maior número de combinações possíveis das peças. Visto dessa forma, existe uma pressão econômica para que as indústrias produzam antecipadamente alguns produtos finais de modo a minimizar a perda no processo de corte (gerando padrões de corte mais eficientes), e os custos de preparação, atentando para a capacidade disponível em cada período no horizonte de planejamento. Por outro lado, estocar esses produtos que foram produzidos antecipadamente requer um custo adicional levando as indústrias a retardarem a produção.

Baseado na decisão das indústrias de adiantar ou não a produção de certos produtos finais surge, então, um acoplamento de dois problemas de otimização, *dimensionamento de lotes e corte de estoque* denominado por Gramani [18] *Problema Combinado de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque*.

As indústrias, em situações reais, resolvem os dois problemas utilizados para compor o Problema Combinado de forma separada. Num primeiro momento, são determinados os tamanhos dos lotes a serem produzidos em cada período no horizonte de planejamento. Em seguida, utilizando as informações obtidas, são determinadas as quantidades de peças de cada tipo a serem cortadas e os melhores padrões de corte são gerados de forma a minimizar a perda no processo de corte. Tratar o Problema Combinado de forma separada como nestes casos, pode elevar os custos globais quando uma parcela significativa do custo do produto final está relacionada ao material a ser cortado.

A máquina seccionadora pode representar um gargalo no processo de produção e, por esta razão, os padrões de corte utilizados para cortar os objetos precisam ser bem escolhidos para que não haja atraso nesse setor. Em geral, padrões de corte com poucos

estágios utilizados no processo de corte (2-estágios) são os preferidos pelas empresas, pois são padrões fáceis e rápidos de serem cortados. No entanto, tais padrões podem ter uma perda maior de matéria-prima. Assim, se por um lado procura-se minimizar os custos com preparação das máquinas sem atraso na entrega dos produtos finais, por outro, procura-se minimizar a perda de matéria-prima. Dessa forma, as decisões de planejamento dos lotes e o estágio de corte são problemas co-dependentes.

Neste trabalho propomos um modelo matemático para o problema de planejamento da produção de uma fábrica de móveis e utilizamos um pacote computacional para resolvê-lo.

A dissertação está dividida da seguinte forma: No Capítulo 1 são apresentados os pré-requisitos para um melhor entendimento do estudo dos problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque tratados de forma acoplada, que são os Problema de Dimensionamento de Lotes e Problema de Corte de Estoque.

No Capítulo 2 tem-se uma breve revisão bibliográfica do problema combinado de dimensionamento de lotes e corte de estoque e uma revisão mais detalhada de alguns trabalhos feitos recentemente.

O Capítulo 3 é destinado à apresentação da empresa tomada como estudo de campo. Neste capítulo o processo de produção do móvel é descrito. Já no Capítulo 4 é descrita cada observação levada em consideração na modelagem do problema e é apresentado o modelo matemático do processo de produção observado nessa indústria de móveis característica do setor, podendo ser aplicado a qualquer outra empresa que apresente as mesmas características. Também é destinado a apresentar duas versões dos problemas isolados que consistem de um problema de dimensionamento de lotes e um problema de corte de estoque, obtidos a partir do modelo apresentado.

Finalmente, os Capítulos 5 e 6 trazem os resultados dos testes computacionais, as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 1

Modelos Básicos para o PDL e o PCE

As próximas seções são destinadas a descrever os modelos básicos para o Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL) e Problema de Corte de Estoque (PCE) para o melhor entendimento do modelo integrado.

1.1 Problemas de Dimensionamento de Lotes

O Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL) é um problema de otimização que surge no planejamento da produção e consiste em decidir a quantidade de itens (produtos finais) a ser produzida em cada período de um horizonte de planejamento finito, de modo a atender uma demanda pré-estabelecida, satisfazendo a um conjunto de restrições minimizando uma função objetivo, que pode ser o custo total da produção.

Bahl *et al.* [4] classificam o problema de dimensionar lotes em dois grupo básicos, monoestágio e multiestágio. O sistema de produção é dito *Monoestágio* quando a produção de todos os itens é independente da produção prévia de qualquer outro item. Já no sistema *Multiestágio* a produção de alguns itens, ou de todos os itens, é dependente, ou seja, para se produzir determinado item, é necessário que antes se produza certa quantidade de outros itens que será utilizada na sua produção/composição. Ainda com respeito a sistemas de produção multiestágio, segundo Brahimi *et al.* [5], podemos considerar estruturas de produção na forma série, montagem (em árvore) e geral conforme a Figura 1.1.

Karimi *et al.* em [21] ainda fazem uma classificação dos problemas de dimensionamento de lotes mais detalhada segundo algumas características, tais como horizonte de planejamento, que pode ser finito e vem acompanhado de demanda dinâmica, o que não acontece no horizonte de planejamento infinito, cuja demanda é estacionária; número de itens, onde o sistema de produção com único item tem apenas um tipo de produto final, ao contrário do multi-item, no qual existem vários produtos finais para os quais o planejamento das atividades precisa ser feito; demanda, que pode ser estacionária, ou mesmo constante, e dinâmica; deterioração dos itens, no qual o tempo de estocagem desses produtos finais deve ser limitado, aumentando a complexidade do problema, dentre outras características que ainda podem ser levadas em consideração.

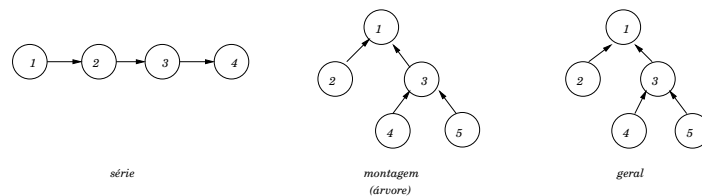


Figura 1.1: Estrutura da produção do sistema multiestágio.

Pesquisas em dimensionamento de lotes começaram com o clássico modelo *Economical Order Quantity* (EOQ) que data do ano de 1913 no trabalho de Harris, F. W., *How many parts to make at once in* [9], que se trata de um modelo sem restrições de capacidade onde apenas um tipo de item é produzido, a demanda é estacionária e o horizonte de planejamento é infinito e, segundo Drexel e Kimms [9], a solução ótima desse tipo de problema é fácil de ser obtida. O modelo *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP) é uma extensão do EOQ, onde restrições de capacidade e vários itens são considerados [5].

Uma nova extensão foi feita no trabalho influenciador de Wagner e Whitin em [36] na tentativa de se ajustar à realidade da prática industrial. Nesse modelo, os autores consideram um único item, demanda dinâmica além de horizonte de planejamento finito dividido em períodos discretos, mas limites de capacidade não são considerados (*Single Item Lot Sizing Problem* SILSP). Esses modelos despertam um interesse especial pela simplicidade e pela importância como subproblemas de problemas de dimensionamento de lotes mais complexos ([2]). Nesse trabalho, Wagner e Whitin propõem um método para resolver esse problema otimamente em tempo polinomial ($O(T^2)$) e Evans [10] propõe um algoritmo com mesma complexidade, porém mais eficiente.

Quando nenhuma restrição de limite de capacidade é adicionada ao modelo de dimensionamento de lotes com M itens, esse pode ser decomposto em M subproblemas sem restrições de capacidade com único item que são resolvidos em tempo polinomial. Dessa forma o tempo de resolução do problema original é polinomial.

Se T é o número de períodos do horizonte de planejamento, M o número de diferentes produtos finais (itens) a serem produzidos e considerando os parâmetros do problema dados a seguir, então o Problema de Dimensionamento de Lotes monoestágio, multi-itens sem restrições de capacidade pode ser formulado como em (1.1) - (1.5).

Parâmetros

- c_{it} custo de produção do item i no período t ;
- h_{it} custo de estoque do item i no período t ;
- s_{it} custo de *setup* para produzir o item i no período t ;
- d_{it} demanda do item i no período t ;
- μ Número grande.

Variáveis de decisão

- X_{it} quantidade a ser produzida do item i no período t ;
- I_{it} quantidade do produto i estocada no fim do período t ;
- Z_{it} variável binária indicando a produção, $Z_{it} = 1$, ou não $Z_{it} = 0$, do produto i no período t .

Modelo matemático

$$\text{Min} \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^T (c_{it}X_{it} + h_{it}I_{it} + s_{it}Z_{it}) \quad (1.1)$$

sujeito a:

$$X_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (1.2)$$

$$X_{it} \leq \mu Z_{it} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (1.3)$$

$$X_{it}, I_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (1.4)$$

$$I_{i0} = 0, \quad Z_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (1.5)$$

A função objetivo (1.1) minimiza a soma dos custos de produção, estoque e preparação para a produção. O conjunto de restrições (1.2) fazem o balanço de estoque, produção e da demanda. As restrições (1.3) garantem que existe custo de *setup* para a produção

somente quando existe produção, ou seja, se $Z_{it} = 0$ então, obrigatoriamente $X_{it} = 0$ e, neste caso, não existe custo de *setup* s_{it} para a produção. Já as restrições (1.4) e (1.5) dizem respeito à característica (de não-negatividade e binária) das variáveis de decisão e, sem perda de generalidade, considera-se o estoque inicial dos produtos finais nulo, ou seja, $I_{i0} = 0$, $i = 1, \dots, M$.

Quando restrições de capacidade são adicionadas, o problema, chamado *Capacitated Lot Sizing Problem* (CLSP), se torna mais difícil de ser resolvido, esse tipo de problema é NP-hard ([6]). O modelo apresentado por Trigueiro *et al.* [34], (1.6) - (1.11), considera custo e tempo de preparo para a produção e a demanda é conhecida em cada período do horizonte de planejamento t . Os demais parâmetros para o modelo (1.6) - (1.11) são dados a seguir:

Parâmetros

- b_i tempo necessário para produzir uma unidade do produto i ;
- f_i tempo necessário para fazer o *setup* para produzir o produto i ;
- Cap_t limite de capacidade (em unidades de tempo) no período t .

Modelo matemático

$$\text{Mín} \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^T (c_{it}X_{it} + h_{it}I_{it} + s_{it}Z_{it}) \quad (1.6)$$

sujeito a:

$$X_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (1.7)$$

$$\sum_{i=1}^M (b_i X_{it} + f_i Z_{it}) \leq Cap_t \quad t = 1, \dots, T \quad (1.8)$$

$$X_{it} \leq \mu Z_{it} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (1.9)$$

$$X_{it}, I_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (1.10)$$

$$I_{i0} = 0, \quad Z_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (1.11)$$

Devido à sua complexidade de resolução, as técnicas para encontrar uma solução para problemas de dimensionamento de lotes na forma (1.6) - (1.11) são, em geral, heurísticas.

Trigueiro *et al.* formularam um método heurístico de resolução baseado na re-

laxação lagrangiana sobre o conjunto de restrições de capacidade (1.8). Dessa forma, o problema se torna um problema de dimensionamento de lotes da forma (1.1) - (1.5) e pode ser resolvido por programação dinâmica. É possível que a solução do problema relaxado dessa forma viole as restrições de capacidade do problema original. Para contornar essa inviabilidade, Trigueiro *et al.* desenvolveram uma heurística de factibilização que parte dessa solução encontrada e tenta ajustar os lotes para períodos anteriores ou posteriores, de acordo com a capacidade disponível em cada período t . Melhorias para o método heurístico de solução para esse tipo de problema foram propostas por Toledo [33], ampliado para máquinas paralelas, e Araujo [2].

Quando vários itens podem ser produzidos num mesmo período do horizonte de planejamento, como acontece em vários casos práticos, é comum fazer a divisão dos períodos em subperíodos de modo que cada lote seja associado a um subperíodo (veja o trabalho de Ferreira *et al.* [12] como exemplo).

Além disso, tomando como base Araujo *et al.* [3], se considerarmos que se especificarmos detalhadamente o planejamento para períodos futuros e que esse planejamento pode não ser cumprido, então seria mais interessante, do ponto de vista da utilização de memória computacional, detalhar somente o primeiro período do horizonte de planejamento e considerar uma forma simplificada nos demais períodos. A utilização desta técnica tornaria o problema mais fácil de ser resolvido.

Uma vez resolvido o problema detalhado somente no primeiro período, as atualizações podem ser feitas (demanda atendida, atualização do estoque e possíveis novos pedidos). O problema pode ser resolvido novamente no período seguinte, que por sua vez será considerado como o primeiro, e assim sucessivamente. A essa técnica de “rolar” o problema com os dados atualizados para o período subsequente chama-se Horizonte Rolante de Planejamento.

1.2 Problema de Corte de Estoque

O Problema de Corte de Estoque (PCE) consiste na otimização do processo de corte de unidades maiores (objetos) disponíveis em estoque, para a produção de um conjunto de unidades menores (peças), cujas dimensões são bem especificadas, de modo a atender à demanda dessas peças, satisfazendo algum critério de otimização que pode ser, por

exemplo, minimizar a perda de material gerada pelo processo de corte, ou o custo total dos objetos cortados.

Os problemas de corte de estoque podem ser classificados com respeito às dimensões que são levadas em consideração no processo de corte. No problema de corte unidimensional apenas uma dimensão é levada em consideração. Esses exemplos de problemas são encontrados nas indústrias de papel onde bobinas maiores, chamadas bobinas jumbo, são cortadas em bobinas menores ([29]), nas indústrias de fios de cobre e também nos processos de corte de barras de aço.

Quando duas dimensões (comprimento e largura) são levadas em consideração no processo de corte, o problema é dito bidimensional. Exemplos desses problemas ocorrem nas indústrias de móveis onde chapas retangulares (de madeira ou aço) são utilizadas para produzir peças retangulares menores utilizadas na montagem dos móveis.

Nas fábricas de colchões e travesseiros podemos encontrar exemplos de problemas de corte tridimensionais, onde três dimensões são levadas em consideração no processo de corte (comprimento, largura e altura).

Além desses, ainda podemos encontrar problemas de corte do tipo 1.5-dimensional, onde apenas uma das dimensões é variável (largura fixa e comprimento suficientemente longo por exemplo), como é o caso do corte de bobina de papel em retângulos quando esta é desenrolada ([29]); e problemas multidimensionais quando mais de três dimensões são levadas em consideração.

Para o caso bidimensional, que faz parte do objeto de estudo deste trabalho, os objetos considerados são placas retangulares de dimensão $L \times W$ e as peças são retângulos menores de dimensões bem especificadas $\ell_p \times w_p$ e demanda b_p , $p = 1, \dots, P$ (veja Figura 1.2).

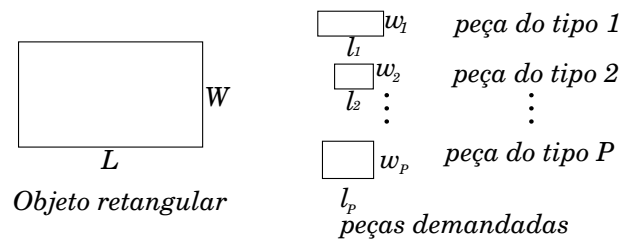


Figura 1.2: Objeto retangular de dimensão $L \times W$ e peças retangulares de dimensões especificadas.

Supondo que a quantidade de objetos em estoque seja suficiente para atender a

demanda das peças, o problema de corte de estoque que minimiza o número de objetos cortados pode ser modelado da seguinte forma:

$$\text{Mín} \quad \sum_{j=1}^N Y_j \quad (1.12)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^N a_{pj} Y_j = b_p \quad p = 1, \dots, P \quad (1.13)$$

$$Y_j \geq 0 \text{ e inteiro} \quad j = 1, \dots, N \quad (1.14)$$

onde a_{pj} é o número de peças do tipo p presente no padrão de corte j e Y_j é o número de vezes que o padrão j é utilizado quando tem-se N padrões de corte que podem ser analisados.

Um **padrão de corte** é a maneira como as peças são cortadas do objeto e a cada padrão de corte associamos um vetor P -dimensional, $A_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{Pj})^t$, de coordenadas não-negativas de forma que cada coordenada deste vetor a_{pj} , $p = 1, \dots, P$, contabiliza as peças do tipo p contidas no padrão.

Padrões de corte que possuem apenas um tipo de peça são chamados **padrões de corte homogêneos**. Dessa forma, os vetores associados a tais padrões de corte têm apenas uma das P coordenadas não-nula ($A_j = (0, \dots, 0, a_{jj}, 0, \dots, 0)^t$). Considere um objeto bidimensional de dimensão $L = 10 \text{ cm}$ e $W = 6 \text{ cm}$ e uma peça retangular com $\ell = 3 \text{ cm}$ e $w = 2,5 \text{ cm}$, então o número máximo de vezes que essa peça pode ser cortada do objeto dado é 6. Quando $a_{jj} = \left\lfloor \frac{L}{\ell_j} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{W}{w_j} \right\rfloor$, ou seja, o número de vezes que a peça do tipo j aparece no padrão homogêneo é o maior possível, esse padrão é chamado *padrão de corte homogêneo maximal*.

Cada padrão de corte j , $1 \leq j \leq N$ gera uma perda total de matéria-prima, dada por

$$\text{Perda}_j = L \cdot W - \sum_p (\ell_p \cdot w_p) \cdot a_{pj} \quad (1.15)$$

e minimizar o número de objetos cortados no modelo (1.12) - (1.14) é equivalente a minimizar a perda de material $\text{Mín} \quad \sum_{j=1}^N \text{Perda}_j \cdot Y_j$ com o mesmo conjunto de restrições (1.13) - (1.14). Essa demonstração pode ser encontrada em Mosquera [25].

Até agora foram considerados apenas objetos com dimensão fixa no modelo dos

problemas de corte de estoque, porém algumas empresas utilizam objetos de dimensões variadas como matéria-prima. Um modelo para o problema de corte de estoque bidimensional que considera essa situação, apresentado por Morabito e Arenales [23], é dado por (1.16) - (1.19) e considera os seguintes parâmetros:

Parâmetros:

$k = 1, \dots, K$	diferentes tipos de objetos em estoque
$j = 1, \dots, N_k$	número de padrões de corte possíveis para o objeto tipo k
e_k	quantidade em estoque do objeto tipo k
c_k	custo unitário do objeto tipo k
A_j^k	padrão de corte j associado ao objeto tipo k
$\mathbf{d}$	vetor da demanda das peças

Variáveis de decisão:

Y_{jk}	número de vezes que o objeto tipo k é cortado segundo o padrão de corte j , $j = 1, \dots, N_k$.
----------	---

Modelo matemático:

$$\text{Mín} \quad \sum_{j=1}^{N_1} c_1 Y_{j1} + \dots + \sum_{j=1}^{N_K} c_K Y_{jK} \quad (1.16)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{N_1} A_j^1 Y_{j1} + \dots + \sum_{j=1}^{N_K} A_j^K Y_{jK} = \mathbf{d} \quad (1.17)$$

$$\sum_{j=1}^{N_k} Y_{jk} \leq e_k \quad k = 1, \dots, K \quad (1.18)$$

$$Y_{jk} \geq 0 \text{ e inteiro} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k \quad (1.19)$$

Neste modelo a função objetivo minimiza o custo total dos objetos cortados. A restrição (1.17) garante o total atendimento da demanda das peças e o conjunto de restrições (1.18) impede que seja usado um número maior de objetos de cada tipo k do que aquele disponível em estoque para cada $k = 1, \dots, K$. As restrições (1.19) são as restrições de integralidade das variáveis de decisão.

Ao se utilizar muitos padrões de corte diferentes para a obtenção das peças demandadas, um tempo significativo do período de trabalho é utilizado para fazer o *setup* da máquina, podendo se tornar inviável a troca constante de padrões de corte. Uma maneira

de se contornar essa dificuldade seria, além de minimizar o número de objetos cortados nos modelos (1.12) - (1.14) e (1.16) - (1.19) minimizar, também, o número de padrões de corte utilizados, uma vez que diminuindo o número de padrões de corte, aumenta o número de vezes que cada padrão é utilizado e, assim, vários objetos podem ser cortados simultaneamente segundo um mesmo padrão de corte, reduzindo o número de ciclos da serra.

Ciclo da serra, segundo Yanasse *et al.* [38], é o conjunto de todas as operações necessárias para cortar um, ou mais objetos, segundo um mesmo padrão de corte, incluindo o ato de carregar a máquina seccionadora com um determinado número de objetos e cortá-los simultaneamente, até que todas as peças sejam obtidas.

Uma estratégia para a redução do número de ciclos da serra é cortar um número de objetos segundo um mesmo padrão de corte que seja múltiplo da capacidade de corte da máquina. Considerando que a capacidade da máquina seja dada por $CapCorte$, um modelo matemático para reduzir o número de ciclos da serra pode ser obtido do modelo (1.12) - (1.14), apresentado por Mosquera e Rangel [26] dado por (1.20) - (1.23).

$$Min \sum_{j=1}^N (Y_j + Z_j) \quad (1.20)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^N a_{pj} Y_j = b_p \quad p = 1, \dots, P \quad (1.21)$$

$$Y_j = CapCorte \cdot Z_j \quad j = 1, \dots, N \quad (1.22)$$

$$Y_j, Z_j \geq 0 \text{ e inteiros} \quad j = 1, \dots, N \quad (1.23)$$

aqui Z_j indica o número de ciclos da serra necessário para cortar os Y_j objetos.

A restrição de atendimento à demanda das peças (1.21) pode deixar o modelo infactível e, por esta razão, o sinal de igualdade pode ser substituído por " $\geq$ ", de modo que a demanda seja atendida com excesso de produção.

Yanasse *et al.* [38] desenvolveram uma heurística para a resolução do Problema de Corte de Estoque bidimensional que minimiza o número de objetos cortados e o número de ciclos da serra. A heurística, num primeiro estágio, gera padrões de corte contendo apenas as peças com as maiores demandas para que, dessa forma, os padrões gerados possam ser

utilizados repetidas vezes. A estratégia para a geração desses padrões é repetida enquanto as perdas obtidas forem aceitáveis. A cada estágio do algoritmo a condição de eficiência dos padrões de corte diminui e o processo pára quando a demanda de todas as peças for atendida.

1.2.1 Padrões de Corte Bidimensionais

Dependendo do contexto em que o problema está inserido, algumas restrições devem ser consideradas e podem influenciar na determinação dos padrões de corte [7]. Algumas dessas restrições (que podem ser de natureza física) são listadas a seguir:

Cortes Guilhotinados Ortogonais

Um corte é chamado guilhotinado ortogonal quando é feito paralelamente a um dos lados do objeto e por toda a sua extensão. Devido aos equipamentos utilizados para o corte da matéria-prima, essa é uma restrição muito comum nas indústrias. Na Figura 1.3 utilizada como ilustração, a parte sombreada representa a perda de matéria-prima.

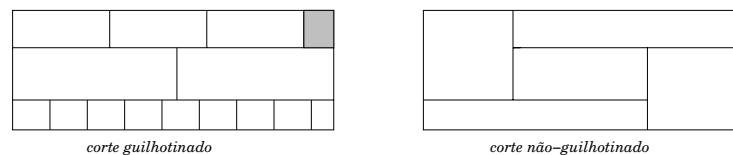


Figura 1.3: Exemplos de padrões de corte guilhotinado ortogonal e não-guilhotinado.

Os padrões de corte não-guilhotinados, em geral, estão relacionados a problemas nos quais não há corte físico dos objetos, mas a alocação das peças (ou itens) num objeto maior, chamados problemas de empacotamento (Morabito e Arenales [22]) como pode ser visualizado na Figura 1.4.

Número de estágios

O número de estágios utilizado no processo de corte é uma restrição muito freqüente nas indústrias. Geralmente dá-se preferência por padrões de corte com até dois estágios por necessitarem de menor tempo em todo o processo do corte. Um padrão de corte k -estágios é aquele no qual são feitas $k - 1$ rotações de 90° durante o processo do corte. No caso 2-estágios é feita somente uma rotação (horizontal $\rightarrow$ vertical ou vertical $\rightarrow$ horizontal) no processo.

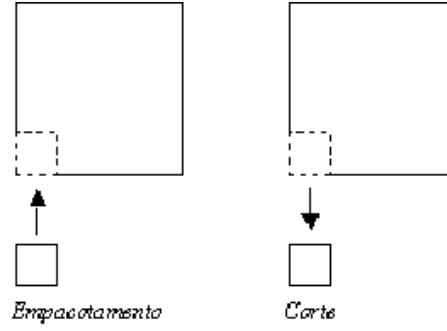


Figura 1.4: Alocação de peças sobre um objeto e corte de peças de um objeto.

Também podemos classificar os padrões de corte em exatos e não-exatos. Assim, um padrão de corte 2-estágios exato é aquele em que todas as peças de uma mesma faixa possuem a mesma largura. Já o não-exato, um terceiro estágio é necessário para fazer ajuste para a obtenção das peças (veja a Figura 1.5 como exemplo ilustrativo).

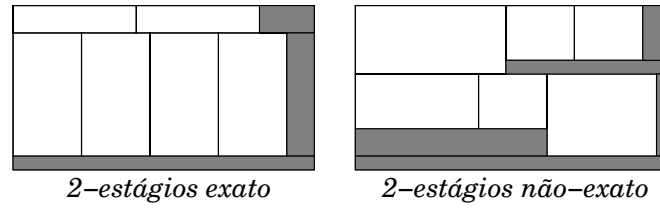


Figura 1.5: Exemplos de padrões de corte 2-estágios exato e não-exato.

Orientação das peças

Num padrão de corte, as peças têm sua orientação fixa quando ele é produzido sem que a rotação de 90° das peças seja permitida. Quando a orientação das peças é permitida, veja a Figura 1.6 como exemplo ilustrativo, um problema que originalmente possui p peças distintas, passa a ter $2p$ peças, exceto quando alguma peça p , $1 \leq p \leq P$ não possa ser rotacionada, veja um exemplo ilustrativo na Figura 1.7, e quando $\ell_p = w_p$, para algum p , $1 \leq p \leq P$.

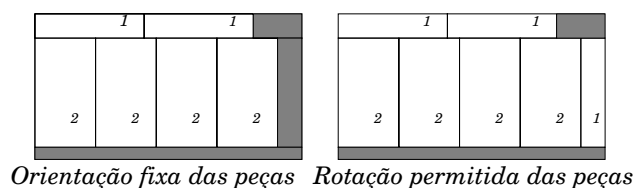


Figura 1.6: Exemplos de padrões de corte gerados com orientação fixa das peças e rotação permitida.

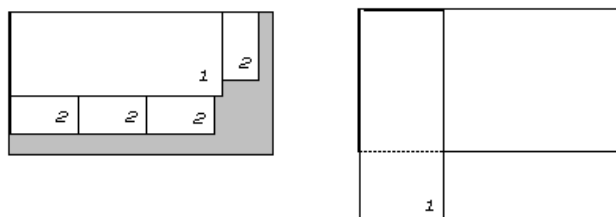


Figura 1.7: Exemplo de padrão de corte gerado com duas peças, onde uma delas (peça do tipo 1) não pode ser rotacionada.

Padrões n -grupos

Uma classe especial de padrões de corte guilhotinados, apresentada por Gilmore e Gomory em 1965, em 2-estágios consiste em: no primeiro estágio de corte, as faixas obtidas são divididas em n grupos de forma que todas as faixas resultantes de um mesmo grupo são cortadas simultaneamente no segundo estágio de corte. Um exemplo ilustrativo é dado pela Figura 1.8.

Padrões Tabuleiros

Dentre os padrões de corte n -grupos, podemos destacar os padrões de corte tabuleiros com $n=1$. Neste caso, todas as faixas geradas no primeiro estágio de corte do padrão 2-estágios são cortadas simultaneamente gerando todos os itens do padrão de corte. Observe que um caso particular dos padrões tabuleiros são os padrões de corte homogêneos.

Ao analisar os padrões de corte utilizados na indústria, Figueiredo em [13] observou que esses padrões muito se aproximavam dos padrões tabuleiros, pois são obtidos pela composição desses tipos de padrões e denominados **padrões tabuleiros compostos**.

Em geral, esses padrões são compostos por até três grupos, ou seja, $n \leq 3$ nos padrões n -grupos e apresentam velocidade de produção próxima à dos padrões tabuleiros e, além disso, um melhor aproveitamento da matéria-prima [14] (veja Figura 1.9).

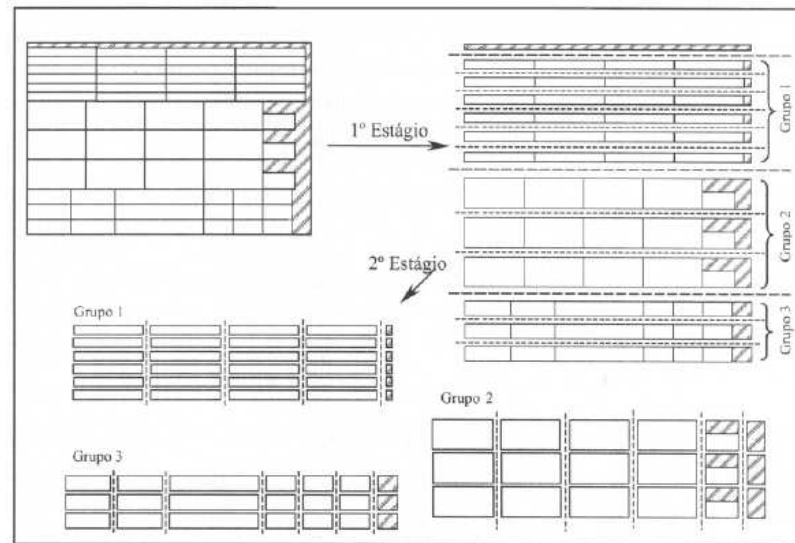


Figura 1.8: Exemplo de padrão de corte n-grupo, com $n=3$ [13].

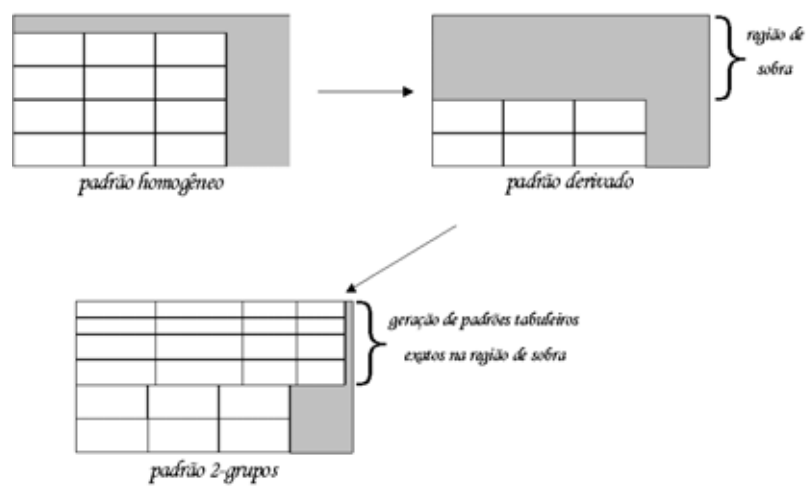


Figura 1.9: Padrão de corte 2-grupos obtido a partir de um padrão homogêneo.

1.2.2 Dificuldades na Resolução do Problema de Corte de Estoque

Ao tentarmos resolver o problema de corte de estoque (1.12) - (1.14) nos deparamos com dois fatores complicadores:

- a integralidade sobre as variáveis de decisão Y_j ;
- o grande número de padrões de corte possíveis.

As formulações de problemas considerando esse grande número de possíveis padrões de corte resultam em problemas com um número muito alto de variáveis de decisão, tornando suas soluções difíceis de serem obtidas se considerarmos a capacidade de memória computacional.

Gilmore e .Gomory ([15], [16]), apresentaram uma técnica de geração de colunas ampliando as possibilidades de resolução de problemas de corte de grande porte. A partir daí, a técnica de geração de colunas tem sido usada exhaustivamente em Problemas de Corte de Estoque como uma importante ferramenta na geração dos padrões de corte usados para obtenção das peças demandadas.

Uma formulação para a determinação dos padrões de corte para o problema bidimensional é dada a seguir. Primeiramente são determinadas todas as faixas de comprimento L e largura w_k de forma que o valor de utilidade das peças p pertencentes às faixas, cujas larguras w_p não excedam a largura da faixa, seja maximizado. Num segundo momento, as melhores faixas são escolhidas para compor o padrão de corte.

Considere $W_k = \{p; w_p \leq w_k\}$

ou seja, W_k é o conjunto de todas as peças p cujas larguras w_p são menores ou iguais à largura da peça k , w_k . No entanto, podemos ter peças diferentes p e q com larguras iguais, ou seja, $w_p = w_q$ e, neste caso, as faixas $L \times w_p$ e $L \times w_q$ são as mesmas. Para contornar esta dificuldade, suponha que existam Π peças, com $\Pi \leq P$, de larguras diferentes. Dessa forma, serão construídas Π faixas.

Etapa 1: Determinar y_p^k , o número de peças do tipo p na faixa k , de forma que o valor de utilidade (v_p) total das peças seja maximizado. Para cada k , $1 \leq k \leq \Pi$ resolva:

$$MaxV_k = \sum_{p \in W_k} v_p y_p^k \quad (1.24)$$

sujeito a:

$$\sum_{p \in W_k} \ell_p y_p^k \leq L \quad (1.25)$$

$$y_p^k \geq 0 \text{ e inteiro, } p = 1, \dots, P \quad (1.26)$$

O valor ótimo V_k^* da função objetivo do problema k , $1 \leq k \leq \Pi$ é o valor de utilidade da faixa resultante do problema.

Com a solução dos Π problemas (1.24) - (1.26) são obtidas as melhores faixas para compor o padrão de corte bidimensional, ou seja,

Etapas 2: Determinar quantas vezes a faixa k de largura w_k será usada no padrão de corte bidimensional e, assim, resolve-se o seguinte problema:

$$MaxV = \sum_{k=1}^{\Pi} V_k Y_k \quad (1.27)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{\Pi} w_k Y_k \leq W \quad (1.28)$$

$$Y_k \geq 0 \text{ e inteiro, } k = 1, \dots, \Pi \quad (1.29)$$

onde Y_k é o número de vezes que a faixa k aparece no padrão de corte bidimensional.

O padrão de corte bidimensional A_j gerado pelas etapas 1 e 2 descritas acima é dado por $A_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{Pj})^t$ onde $a_{pj} = \sum_{k=1}^{\Pi} y_p^k Y_k$ ou seja, o número de vezes que a peça p aparece no padrão j é o número de vezes que a peça p aparece na faixa k vezes a quantidade de vezes que a faixa k aparece no padrão de corte.

A construção do conjunto W_k permite que padrões de corte não exatos sejam gerados. Para gerar padrões de corte exatos, basta construir W_k da seguinte forma:

$$W_k = \{p; w_p = w_k\}.$$

Podemos citar trabalhos recentes envolvendo geração de padrões de corte para Problemas de Corte de Estoque Bidimensionais. Suliman [32], baseou-se em problemas de corte de estoque que aparecem, principalmente, em indústrias de papel, roupas e metal, que consistem basicamente em, dado um conjunto de peças de dimensões e demanda bem especificadas, desenrolar as bobinas de papel, tecido ou metal e escolher os padrões de corte que atendem a essa demanda, minimizando a perda de matéria-prima.

Nesse trabalho o autor considera que cada bobina em estoque de largura W tenha comprimento suficiente para atender a demanda de peças e propõe uma heurística para gerar padrões de corte bidimensionais baseada em três estágios. No primeiro estágio um problema de corte de estoque unidimensional é formulado para identificar um bom padrão de corte que produza a menor perda ao longo da largura W da bobina. O padrão de corte sobre o comprimento é determinado no segundo estágio de forma que minimize a perda. O padrão de corte gerado nesses dois estágios é, então, usado para resolver o problema de corte de estoque bidimensional. A técnica é usada iterativamente para resolver o problema de corte bidimensional residual e até que a demanda seja totalmente atendida.

Morabito e Belluzzo [24] estudaram o problema de corte de estoque de uma empresa que fabrica placas de fibras de madeira (obtidas de troncos de árvores do gênero *eucalyptus*) que, em seguida, são cortadas em placas menores, usadas para atender às necessidades de matéria-prima de indústrias como as de móveis de madeira. Nesse trabalho os autores apresentam uma heurística construtiva gulosa refinada para problemas de corte de estoque bidimensionais e também propõem fórmulas recursivas de programação dinâmica para gerar padrões de corte viáveis para os propósitos tratados nesse estudo. Seus testes computacionais revelaram que duas abordagens tratadas foram aptas para produzir bons resultados comparados àqueles produzidos pela empresa e, em alguns casos gerando padrões 3% mais eficientes.

Yanasse e Morabito [39] apresentaram modelos inteiros lineares e não-lineares para gerar padrões de corte bidimensionais 1-grupo baseados em modelos existentes na literatura, como o de Morabito e Arenales [23]. Testes computacionais foram realizados com problemas construídos a partir de dados gerados aleatoriamente e mostraram a eficiência dos modelos apresentados quando métodos heurísticos foram utilizados para resolvê-los.

Com o propósito de analisar o *trade-off* entre padrões de corte mais simples e aqueles que têm menor perda de matéria-prima, mas que requerem maior tempo de corte, Mora-

bito e Arenales [23] modelaram a geração de padrões de corte 1-grupo como programação inteira quadrática e apresentaram uma heurística simples para resolvê-la. Baseados no método de Gilmore e Gomory [17] para obtenção de padrões de corte guilhotinados, os autores desenvolveram um procedimento em duas fases para obter padrões de corte 2-estágios não-exatos.

Na primeira fase as faixas de dimensão $w_p \times L$ são determinadas escolhendo-se as peças i tais que $w_i \leq w_p$ e que maximize a utilização de matéria-prima nesta faixa. Na segunda fase as melhores faixas são escolhidas e usadas tantas vezes quantas forem necessárias para produzir as peças demandadas de modo que a largura do objeto W não seja extrapolada. Testes computacionais comparando os *trade-offs* entre padrões de corte 2 e 3-estágios e 1-grupo e não-1-grupo revelaram que os padrões 3-estágios produzem a menor perda de matéria-prima e que, à medida que se aumenta o custo fixo dos objetos, seria mais vantajoso utilizar padrões de corte 1-grupo.

Também baseado na aplicação em indústria moveleira onde objetos retangulares de fibra de madeira reconstituída precisam ser cortados em peças menores de modo a obter todos os componentes do móvel, Figueiredo e Rangel [14] obtiveram padrões tabuleiros compostos a partir de um padrão tabuleiro, excluindo-se algumas faixas gerando, assim, uma região de sobra. Nesta região de sobra, aplicaram o modelo para geração de padrão de corte tabuleiro exato, criando um padrão de corte 2-grupos (veja exemplo ilustrativo na Figura 1.9).

Capítulo 2

O Problema Integrado

O Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque consiste em decidir a quantidade de produtos finais (itens) a ser produzida em cada período do horizonte de planejamento, respeitando restrições relacionadas aos problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque, de modo que minimize não apenas os custos de produção, preparação e estoque (característica do problema de dimensionamento de lotes), mas também considera objetivos relacionados ao problema de corte como, por exemplo, minimizar a quantidade de objetos a ser cortada em peças menores utilizadas na composição dos produtos finais demandados.

Este capítulo é destinado a fazer uma revisão de estudos de problemas acoplados feitos anteriormente. Inicialmente tem-se uma revisão geral de trabalhos anteriores e, em seguida, alguns trabalhos são detalhados.

2.1 Breve Revisão

Possivelmente Farley [11] tenha sido o primeiro autor a publicar um estudo que integre problema de corte de estoque ao problema de planejamento e programação da produção. Esse estudo, publicado em 1988, foi aplicado a uma indústria de roupas, onde o problema envolve cortes bidimensionais irregulares. Essa dificuldade foi superada definindo-se padrões de corte em retângulos cuja largura é determinada pela largura do rolo de tecido e diferentes comprimentos. Esses retângulos foram, então, utilizados para cortar os itens finais, transformando o problema de corte bidimensional num problema

unidimensional.

Hendry *et al.* [20] em 1996 estudaram a aplicabilidade do problema de corte integrado ao problema de planejamento da produção numa indústria de fundição de cobre que consiste, basicamente, em derreter pedaços de cobre numa fornalha, produzindo barras de diâmetros específicos, que são cortadas a fim de produzir os itens finais. O método de resolução apresentado pelos autores possui dois estágios: no primeiro supõe-se conhecidos o número máximo de barras de todos os diâmetros que pode ser produzido por período, levando em consideração a capacidade do forno e, assim, resolve-se um problema de corte de estoque unidimensional; a solução desse problema fornece o número de barras de cada diâmetro que deve ser produzida em cada período do horizonte de planejamento.

Nonas e Thorstenson [27] estudaram, no ano de 2000, o planejamento da produção de uma indústria norueguesa que produz um tipo especial de caminhões de *off road*. A empresa produz a maior parte das peças de aço utilizadas na fabricação dos caminhões. A produção começa com o corte de placas de aço em diferentes tipos e tamanhos de peças, parte delas é furada e/ou dobrada e, então, levada para estoque. Os demais departamentos fazem pedido ao estoque conforme suas necessidades de peças. A empresa precisa de um planejamento da produção que minimize os custos totais envolvidos no processo de corte e linha de produção. Para o modelo matemático integrando os Problemas de Corte de Estoque e Dimensionamento de Lotes considerado, os autores apresentaram três algoritmos baseados em busca em vizinhança e fizeram testes computacionais comparando os resultados.

Em 2002, Respício e Captivo [31] apresentaram um modelo de programação inteira, integrando o problema de corte de estoque unidimensional ao problema de planejamento aplicado à indústria de papel. As autoras consideram que cada item produzido de diferentes tipos de papel pertence a uma família e, dessa forma, pretende-se minimizar os custos com estoque e o número total de bobinas que são cortadas segundo os diferentes padrões de corte para produzir os itens finais. O problema é resolvido por um algoritmo *branch and price* utilizando regras de busca por profundidade para a árvore de busca.

Em 2004 Correia *et al.* [8] também estudaram um problema de otimização do corte de bobinas de papel numa indústria de Portugal. Os autores propõem um método heurístico de solução baseado em três estágios. O primeiro estágio consiste na enumeração de todos os padrões de corte e bobinas auxiliares baseados numa largura fixa das bobinas

mestre e dos itens demandados. Esse conjunto de padrões de corte e bobinas auxiliares é submetido a um processo de seleção onde padrões e bobinas desnecessários são eliminados. No segundo estágio dessa heurística, os padrões de corte aceitos no primeiro estágio são usados como colunas num modelo de programação linear para a otimização do problema (resolvido pelo algoritmo Simplex). Uma análise pós-otimização é feita sobre a solução encontrada para a factibilização daquelas restrições envolvendo variáveis inteiras e/ou binárias.

Gramani e França [19] em 2006 propuseram um modelo matemático integrando os Problemas de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque Bidimensional aplicado à indústria moveleira. Os autores descrevem o processo da produção dos móveis, onde placas de madeira reconstituída são cortadas em peças retangulares menores para a montagem de cada produto final. O principal objetivo é minimizar os custos com a perda de matéria-prima no processo de corte, *setup* e estoque dos produtos finais. Um método de solução baseado numa analogia com o problema do caminho mínimo foi proposto. Testes computacionais foram realizados e, comparando os resultados obtidos dos modelos resolvidos de forma integrada e isolada, observou-se redução nos custos totais de até 28% quando o problema é resolvido de forma acoplada.

Um trabalho recente, também baseado em indústrias de papel, é o de Poltronieri *et al.* [30] onde os autores estudam o processo de produção, propõem um modelo matemático para máquinas que operam em paralelo e ainda duas heurísticas de resolução para o problema. A primeira delas é baseada na relaxação lagrangiana sobre o conjunto de restrições que integram os dois problemas, e a segunda consiste na resolução do problema de corte cuja solução é utilizada como parâmetro para o segundo problema (dimensionamento de lotes) que é resolvido em seguida. Testes computacionais mostraram que, dentre as heurísticas apresentadas, a segunda apresenta um melhor desempenho.

A seguir, os trabalhos de Gramani ([18]), Poltronieri ([29]) e Poldi ([28]) são descritos mais detalhadamente. Esses são trabalhos realizados dentro do mesmo grupo de pesquisa e, além disso, tomados como ponto de partida para o estudo e realização deste projeto.

2.2 O PCE integrado à produção de móveis

Gramani [18], motivada por problemas que aparecem em indústrias de móveis, formulou um modelo matemático inteiro misto, integrando os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque, que analisa o compromisso entre antecipar a produção de certos lotes de produtos finais, aumentando custos com estoque mas possibilitando perdas menores de matéria-prima na geração de padrões de corte melhores.

Nesse trabalho, Gramani considera placas retangulares (objetos) de dimensão fixa $L \times W$ que devem ser cortadas em peças retangulares menores que são utilizadas na montagem dos móveis.

O processo de programar a produção consiste de duas etapas. A primeira delas, levando-se em consideração uma carteira de pedidos num horizonte de planejamento onde a quantidade dos produtos finais e suas respectivas datas de entrega d_{it} , especificados e determinados pelos clientes, consiste em determinar a quantidade de peças que serão necessárias convertendo a demanda externa em demanda por peças, como ilustra a Figura 2.1.

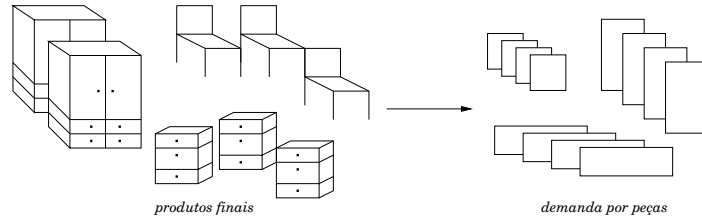


Figura 2.1: *Exemplo ilustrativo da demanda de produtos finais, que utilizam várias peças na sua composição, convertida em demanda por peças.*

A segunda etapa consiste em decidir a quantidade de produtos finais que deve ser produzida em cada período do horizonte de planejamento, minimizando custos com preparação, produção e estoque dos produtos finais, além de minimizar a perda ocorrida no processo de corte dos objetos.

Também é considerada a capacidade de corte da serra em cada período do horizonte de planejamento. Com a inserção dessa restrição em cada período, é possível, resolvendo o modelo de forma integrada, antecipar a produção de certos lotes de forma a obter uma melhor utilização da máquina de corte sem que os limites de sua capacidade sejam ultrapassados, enquanto que resolvendo o problema de forma isolada poderia aparecer infactibilidade na produção, ou seja, a capacidade da serra pode não ser suficiente para

fabricar o lote de determinado período.

Para o modelo apresentado por Gramani também estão sendo considerados: estoque de objetos retangulares de dimensão fixa $L \times W$ em quantidade suficiente para atender a demanda; cada período é tratado como um turno de trabalho; e são considerados custos de produção associados com a preparação para a produção. A seguir são descritos os parâmetros utilizados na modelagem.

Índices:

$t = 1, \dots, T$ períodos (turnos de trabalho)

$p = 1, \dots, P$ diferentes tipos de peças a serem cortadas

$j = 1, \dots, N$ diferentes padrões de corte para o objeto a fim de produzir as peças

$i = 1, \dots, M$ diferentes produtos finais

Parâmetros:

c_{it} custo de produção do produto final i no período t

h_{it} custo de estoque do produto i no período t

hp_{pt} custo de estoque da peça do tipo p no período t

d_{it} demanda do produto final i no período t

r_{pi} número de peças do tipo p necessárias para montar uma unidade do produto final i

v_j tempo gasto para cortar um objeto no padrão de corte j

C_t capacidade da serra (em unidades de tempo) no período t

s_{it} custo de preparação para produzir o produto final i no período t

a_{pj} número de peças do tipo p presentes no padrão de corte j

μ número grande

Variáveis de decisão:

X_{it} quantidade do produto final i produzida no período t

I_{it} quantidade de produto final i estocada no final do período t

IP_{pt} quantidade de peças do tipo p estocada no final do período t

Y_{jt} quantidade de objetos cortados usando o padrão de corte j no período t

Z_{it} variável binária onde $Z_{it} = 1$ se $X_{it} > 0$; $Z_{it} = 0$ caso contrário

Modelagem matemática:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^T (c_{it}X_{it} + h_{it}I_{it} + s_{it}Z_{it}) + \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^T cpY_{jt} + \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T hp_{pt}IP_{pt} \quad (2.1)$$

sujeito a:

$$X_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^N a_{pj}Y_{jt} + IP_{p,t-1} - IP_{pt} = \sum_{i=1}^M r_{pi}X_{it} \quad p = 1, \dots, P, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.3)$$

$$\sum_{j=1}^N v_jY_{jt} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.4)$$

$$X_{it} \leq \mu Z_{it} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.5)$$

$$X_{it}, I_{it}, IP_{pt} \geq 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad p = 1, \dots, P, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.6)$$

$$Y_{jt} \geq 0 \text{ e inteiro} \quad j = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.7)$$

$$I_{i0} = 0, \quad Z_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.8)$$

A alta complexidade do modelo matemático do Problema Combinado está relacionada aos seguintes fatores:

- integralidade das variáveis de decisão Y_{jt} ;
- variáveis binárias de *setup* Z_{it} ;
- grande quantidade de padrões de corte que podem ser gerados.

Segundo Gramani, devido a estas dificuldades as indústrias resolvem o Problema Combinado decompondo-o. Primeiramente é resolvido o Problema de Dimensionamento de Lotes e essa solução é utilizada como entrada de dados para o Problema de Corte de Estoque que é resolvido em seguida.

Na literatura também se tem usado a abordagem decomposta e, embora sejam usados métodos ótimos para resolver os problemas desacoplados e agregar suas soluções, pode não ser compensador do ponto de vista do custo total de produção.

Além de apresentar o modelo matemático do Problema Combinado e, devido à sua

alta complexidade, Gramani ainda propõe três métodos de resolução referentes a algumas alterações feitas no modelo (2.1) - (2.8).

A primeira alteração diz respeito à restrição de balanço de estoque dos produtos finais (2.2) que são excluídas do modelo, considerando-se apenas as restrições referentes às peças (2.3), e um método heurístico de resolução baseado no problema do caminho mínimo é proposto.

A segunda modificação realizada no Modelo Combinado desconsidera custos com a preparação e, além disso, as variáveis Y_{jt} têm sua integralidade relaxada. Dessa forma, nesse modelo modificado não existem mais as dificuldades de integralidade de Y_{jt} e das variáveis binárias. No entanto ainda permanece a dificuldade referente ao alto número de padrões de corte que podem ser considerados e, por esta razão, Gramani propõe um método de resolução que estende o Método Simplex com Geração de Colunas proposto por Gilmore e Gomory em 1963 [16].

A última alteração proposta para o Modelo Combinado consiste na relaxação da integralidade das variáveis de decisão; as restrições de capacidade são, agora, relacionadas à produção dos produtos finais; e são desconsideradas as variáveis de estoque das peças (prática usual nas indústrias devido à ausência de espaço físico). Esse modelo modificado é resolvido heurísticamente baseado na relaxação lagrangiana e no método do subgradiente utilizado para atualizar o vetor multiplicador.

Para cada um dos modelos modificados propostos, testes computacionais foram realizados e mostram a eficiência de se resolver os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque de forma integrada.

2.3 O PCE integrado à produção de bobinas de papel

Poltronieri [29] apresenta um modelo matemático de otimização integrando os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque motivada pela aplicação em indústrias de papel. Nesse trabalho são propostas duas heurísticas de decomposição para o modelo e testes computacionais são apresentados.

A indústria produz bobinas grandes (chamadas bobinas jumbo) de diferentes larguras e gramaturas. Tais bobinas jumbo são, posteriormente, cortadas em bobinas menores.

Parte dessas bobinas é usada para atender a uma demanda externa desses itens, e parte é usada para produzir as resmas de papel (produtos finais) que têm dimensões, gramatura, quantidade e data de entrega bem definidos. Se, de um lado, procura-se uma solução com baixo custo de preparação das máquinas (que operam paralelamente) e estoques baixos sem atrasos na entrega, de outro lado, é imprescindível evitar perdas no processo de cortar os jumbos para a produção dos itens demandados.

Cada bobina jumbo pode conter diferentes tipos de papel (gramatura). A mudança de uma gramatura de papel para outra gera um tipo de papel de qualidade inferior que é considerado perda (Figura 2.2). Por simplicidade, e sem perda de generalidade, Poltronieri considera que cada jumbo consiste de apenas um tipo de papel. Uma ilustração simplificada do processo de produção pode ser conferida na Figura 2.3 baseada em [29].



Figura 2.2: Ilustração da perda gerada (gramatura k) quando se faz a mudança do tipo de papel i para o tipo j .

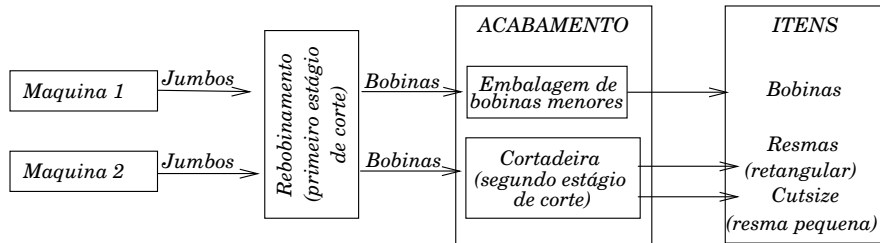


Figura 2.3: Processo de produção de bobinas e resmas de papel.

Nesse trabalho a autora também considera que a cortadeira tem capacidade suficiente para cortar todos os jumbos produzidos no período. Dessa forma, o que limita a quantidade de produtos finais cortada em cada período é a capacidade de produção dos jumbos.

O modelo matemático proposto por Poltronieri considera os seguintes parâmetros:

Índices:

$t = 1, \dots, T$	períodos do horizonte de planejamento
$k = 1, \dots, K$	tipos de papel (gramatura)
$m = 1, \dots, \Pi$	máquinas (máquina m produz bobina-mestre de largura L_m)
$j = 1, \dots, N_m$	padrões de corte para as bobinas-mestre do tipo m
M_f	número de itens demandados

Parâmetros:

c_{kmt}	custo de produção da bobina-mestre do tipo k na máquina m no período t
H_{kt}	custo/ton de estocar bobinas-mestre do tipo k no período t
s_{kmt}	custo de preparar a máquina m para produzir uma bobina-mestre do tipo k no período t
cp_{kt}	custo/cm de perda de papel do tipo k durante o processo de corte no período t
σ_{it}	custo/ton de estocar itens finais do tipo i no período t
C_{mt}	capacidade (ton) da máquina m no período t
$\mathbf{d}_{kt}$	vetor da demanda de itens finais de papel do tipo k no período t
ρ_k	peso específico da bobina-mestre do tipo k
η_k	vetor de pesos dos itens finais de papel do tipo k
D_{kt}	demanda (ton) de papel do tipo k no período t
b_{km}	peso da bobina-mestre do tipo k produzida na máquina m ($b_{km} = L_m \rho_k$)
f_{km}	peso do papel desperdiçado na preparação da máquina m para a produção da bobina-mestre do tipo k
$\mathbf{a}_{jm}$	vetor associado ao padrão de corte j para a bobina-mestre de largura L_m
p_{jm}	perda de papel (cm) no padrão de corte j usado para cortar uma bobina-mestre de largura L_m
μ	número grande

Variáveis de decisão:

X_{kmt}	número de bobinas-mestre do tipo k produzidas na máquina m no período t
W_{kmt}	número de bobinas-mestre do tipo k produzidas na máquina m estocadas no fim do período t

- Z_{kmt} variáveis binárias que indicam a produção ou não da bobina-mestre do tipo k na máquina m no período t
- Y_{kmt}^j número de bobinas-mestre do tipo k produzidas na máquina m no período t cortadas segundo o padrão de corte j
- e_{kt} vetor de itens finais do tipo de papel k que são estocados no final do período t

Modelo matemático:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^{\Pi} \sum_{k=1}^K (c_{kmt}X_{kmt} + h_{kt}b_{kmt}W_{kmt} + s_{kmt}Z_{kmt}) + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K cp_{kt}F(k, t) + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{i \in S(k)} \sigma_{it}\eta_{ik}e_{ikt} \quad (2.9)$$

sujeito a:

$$\sum_{m=1}^{\Pi} (b_{km}X_{kmt} + b_{km}W_{k,m,t-1} - b_{km}wW_{kmt}) = D_{kt} \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.10)$$

$$\sum_{k=1}^K (b_{km}X_{kmt} + f_{km}Z_{kmt}) \leq C_{mt} \quad m = 1, \dots, \Pi, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.11)$$

$$X_{kmt} \leq \mu Z_{kmt} \quad k = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, \Pi, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.12)$$

$$\sum_{m=1}^{\Pi} \sum_{j=1}^{N_m} \mathbf{a}_{jm}Y_{kmt}^j + e_{k,t-1} - e_{kt} = \mathbf{d}_{kt} \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.13)$$

$$\sum_{j=1}^{N_m} Y_{kmt}^j = X_{kmt} + W_{k,m,t-1} - W_{kmt} \quad k = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, \Pi, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.14)$$

$$W_{km0} = 0, \quad e_{k0} = 0 \quad k = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, \Pi \quad (2.15)$$

$$X_{kmt} \geq 0, \quad W_{kmt} \geq 0 \text{ e inteiros} \quad k = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, \Pi, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.16)$$

$$Z_{kmt} \in \{0, 1\} \quad k = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, \Pi, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.17)$$

$$Y_{kmt}^j \geq 0 \text{ e inteiros} \quad j = 1, \dots, N_m, \quad k = 1, \dots, K, \quad m = 1, \dots, \Pi, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.18)$$

$$e_{kt} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.19)$$

onde $S(k) = \{i \text{ tal que o item } i \text{ é de gramatura } k\}$.

Neste modelo a função objetivo (2.9) é uma composição de vários objetivos: custos de produção, estoque, *setup*, custo de perda no processo do corte $F(k, t) = \sum_{m,j} p_{jm}y_{kmt}^j$ e custos de estoque dos itens finais.

O conjunto de restrições (2.10) faz o balanço de estoque para que a demanda seja

atendida completamente. As restrições (2.11) dizem respeito à capacidade de produção de cada máquina m em cada período t , ou seja, a quantidade total de papel produzida de qualquer tipo k , mais a perda de papel devido à mudança de gramatura é limitada pela capacidade de produção da máquina.

Nas restrições (2.12) tem-se $Z_{kmt} = 1$ caso $X_{kmt} > 0$. Caso contrário, a otimalidade força para que $Z_{kmt} = 0$. (2.13) são as equações de balanço de estoque de itens e as restrições (2.14) limitam o número de bobinas-mestre cortadas àquelas que foram produzidas anteriormente, notando que são estas as restrições que fazem o acoplamento que envolvem decisões relativas à produção e ao corte de jumbos.

Os estoques iniciais são considerados nulos nas restrições (2.15) e as demais restrições (2.16) - (2.19) garantem a não-negatividade, a integralidade e a binaridade das variáveis de decisão.

Para resolver esse problema integrado, Poltronieri propõe dois métodos heurísticos: Lote-Corte e Corte-Lote. A primeira abordagem é baseada na relaxação lagrangiana das restrições que integram ambos os problemas (2.14), que são adicionadas à função objetivo. Dessa forma o problema relaxado pode ser decomposto em dois subproblemas. Primeiramente a heurística Lote-Corte resolve o Problema de Dimensionamento do Lotes cuja função objetivo minimiza os custos de produção, estoque e *setup* e sujeito às restrições (2.10) - (2.12) e (2.15) - (2.17). A solução obtida do PDL fornece o estoque de bobinas jumbo para o Problema de Corte de Estoque que é resolvido com o objetivo de minimizar os custos com a perda de papel e de estoque dos produtos finais sujeito às restrições (2.13), (2.14) e (2.18) - (2.19).

Já a heurística Corte-Lote resolve primeiramente o problema de corte baseado na demanda dos produtos finais, considerando que o estoque de jumbos é suficiente para atender essa demanda. A solução do problema de corte produz o número necessário de jumbos para atender a demanda de qualquer tipo (gramatura) de papel. Baseado nessas informações, o problema de dimensionamento de lotes, que considera capacidade de produção das máquinas, custos de *setup*, produção e estoque, é resolvido produzindo uma nova programação de produção, que será utilizada como entrada para o próximo PCE, e assim por diante. Essas heurísticas foram implementadas e testes computacionais (realizados com dados gerados aleatoriamente) foram realizados e os resultados comparam as duas heurísticas e, segundo a autora, são bastante satisfatórios.

2.4 O Problema de Corte de Estoque Multiperíodo

Como podemos notar nos trabalhos de Gramani [18] e Poltronieri [29], o problema de corte de estoque multiperíodo surge como subproblema do planejamento e programação da produção em empresas que têm esse estágio (corte de objetos em peças menores) no processo de produção.

Poldi [28] propõe um modelo matemático de otimização cujo objetivo pondera os custos de perdas no processo de corte e estoque e custo de estoque dos objetos e peças cortadas. Para resolver o problema multiperíodo baseado em horizonte rolante, a autora propõe dois procedimentos de arredondamento da solução do problema relaxado.

No modelo apresentado por Gramani [18], podemos considerar que o Problema de Dimensionamento de Lotes esteja resolvido para (2.1) - (2.8), ou seja, os valores das variáveis X_{it} são conhecidos e, dessa forma, I_{it} e Z_{it} também o são. Assim, resta um problema de corte de estoque, cuja demanda está dividida sobre o horizonte de planejamento. Dessa forma temos o seguinte subproblema de corte multiperíodo:

$$\text{Mín} \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^T cpY_{jt} + \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T hp_{pt}IP_{pt} \quad (2.20)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^N a_{pj}Y_{jt} + IP_{p,t-1} - IP_{pt} = \sum_{i=1}^M r_{pi}X_{it} \quad p = 1, \dots, P, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.21)$$

$$\sum_{j=1}^N v_jY_{jt} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.22)$$

$$Y_{jt} \geq 0 \text{ e inteiros} \quad j = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.23)$$

$$IP_{pt} \geq 0 \quad p = 1, \dots, P, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.24)$$

Da mesma forma podemos considerar o subproblema de corte multiperíodo do modelo apresentado por Poltronieri [29], (2.9) - (2.19) como:

$$\text{Mín} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K cp_{kt} F(k, t) \quad (2.25)$$

sujeito a:

$$\sum_{m=1}^{\Pi} \sum_{j=1}^{N_m} \mathbf{a}_{jm} Y_{kmt}^j + e_{k,t-1} - e_{kt} = \mathbf{d}_{kt} \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.26)$$

$$\sum_{j=1}^{N_m} Y_{kmt}^j = X_{kmt} + W_{k,m,t-1} - W_{kmt} \quad \begin{matrix} k = 1, \dots, K & m = 1, \dots, \Pi \\ t = 1, \dots, T \end{matrix} \quad (2.27)$$

$$Y_{kmt}^j \geq 0 \text{ e inteiros, } e_{kt} \geq 0 \quad \begin{matrix} j = 1, \dots, N_m & k = 1, \dots, K \\ m = 1, \dots, \Pi & t = 1, \dots, T \end{matrix} \quad (2.28)$$

onde as variáveis de decisão X_{kmt} , W_{kmt} e Z_{kmt} (do Problema de Dimensionamento de Lotes) supomos conhecidas e $S(k) = \{i \text{ tal que o item } i \text{ é de gramatura } k\}$.

O que difere esses dois subproblemas de corte multiperíodo é a restrição de capacidade de corte para o modelo (2.20) - (2.24), enquanto (2.25) - (2.28) traz a disponibilidade de objetos para corte como restrição.

Assim como no Problema de Dimensionamento de Lotes, a demanda dos produtos finais para o Problema de Corte Multiperíodo está distribuída ao longo do horizonte de planejamento.

Poldi apresenta um modelo matemático geral e toma os seguintes parâmetros:

Índices:

- $t = 1, \dots, T$ períodos do horizonte de planejamento
- $k = 1, \dots, K$ tipos de objetos disponíveis em estoque
- $j = 1, \dots, N_k$ padrões de corte para o objeto do tipo k
- $i = 1, \dots, M$ tipos de itens a serem cortados

Parâmetros:

- e_{kt} disponibilidade em estoque do objeto tipo k no período t
- d_{it} demanda do item i no período t
- α_{ijkt} número de itens tipo i presentes no padrão de corte j do objeto do tipo k no período t ($\mathbf{a}_{jkt}$ é o vetor de dimensão M cujas componentes são α_{ijkt})
- c_{kjt} custo de cortar o objeto tipo k segundo o padrão de corte j no período t
- cr_{it} custo de estocar o item do tipo i que são antecipados para o período t

Variáveis de decisão:

- Y_{jkt} número de objetos do tipo k cortados conforme o padrão de corte j no período t
- R_{it} número de itens do tipo i que são antecipados para o período t ($\mathbf{r}_t$ é o vetor de dimensão M cujas componentes são r_{it})
- S_{kt} número de objetos do tipo k que sobram no final do período t

Modelo matemático:

$$\text{Mín} \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j=1}^{N_1} c_{j1t} Y_{j1t} + \dots + \sum_{j=1}^{N_k} c_{jKt} Y_{jKt} + \sum_{i=1}^M cr_{it} R_{it} + \sum_{k=1}^K cs_{kt} S_{kt} \right) \quad (2.29)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{N_1} a_{j1t} Y_{j1t} + \dots + \sum_{j=1}^{N_k} a_{jKt} Y_{jKt} + \mathbf{R}_{t-1} - \mathbf{R}_t = \mathbf{d}_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.30)$$

$$\sum_{j=1}^{N_k} Y_{jkt} - S_{k,t-1} + S_{kt} = e_{kt} \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.31)$$

$$Y_{jkt} \geq 0 \text{ e inteiros, } R_{it} \geq 0, \quad S_{kt} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.32)$$

Neste modelo a função objetivo (2.29) minimiza os custos totais devidos a perda de matéria-prima e os custos de estoque tanto dos objetos quanto dos produtos finais (itens).

As restrições (2.30) fazem o balanço de itens, ou seja, os itens que estavam estocados mais a quantidade de itens produzida no período deve ser suficiente para atender a demanda no período mais a quantidade de itens que foi antecipada.

O conjunto de restrições (2.31) impede que se utilize mais objetos que aqueles disponíveis em estoque e, por fim, as restrições (2.32) são as restrições de não-negatividade das variáveis de decisão e de integralidade das variáveis que computam os objetos cortados,

Y_{jkt} .

A antecipação da produção de alguns itens pode aumentar custos de estoque, porém esta antecipação pode permitir uma melhor combinação dos itens, fazendo com que a perda de matéria-prima diminua.

É interessante, do ponto de vista da prática industrial, inserir ao modelo (2.29) - (2.32) restrições de limitação da capacidade de corte. Assim, considerando os novos parâmetros:

b_{jkt} recurso necessário (unidades de tempo) para cortar o padrão de corte j associado ao objeto k no período t

Cap_t capacidade de corte disponível no período t

o modelo matemático para o problema de corte multiperíodo com restrições de capacidade é dado como segue:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j=1}^{N_1} c_{j1t} Y_{j1t} + \dots + \sum_{j=1}^{N_k} c_{jKt} Y_{jKt} + \sum_{i=1}^M cr_{it} R_{it} + \sum_{k=1}^K cs_{kt} S_{kt} \right) \quad (2.33)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{N_1} a_{j1t} Y_{j1t} + \dots + \sum_{j=1}^{N_k} a_{jKt} Y_{jKt} + \mathbf{R}_{t-1} - \mathbf{R}_t = \mathbf{d}_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.34)$$

$$\sum_{j=1}^{N_k} Y_{jkt} - S_{k,t-1} + S_{kt} = e_{kt} \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.35)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} b_{jkt} Y_{jkt} \leq Cap_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.36)$$

$$Y_{jkt} \geq 0 \text{ e inteiros, } R_{it} \geq 0, \quad S_{kt} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.37)$$

Testes computacionais realizados pela autora, comparando as soluções *lote-por-lote* (onde a produção dos itens em cada período é feita somente para o atendimento da demanda do próprio período, sem que haja estoque destes) e multiperíodo, notando-se significativa diminuição da perda de material na solução multiperíodo.

Baseada em procedimentos heurísticos desenvolvidos para o problema de corte de estoque com um período, Poldi propôs duas abordagens de arredondamento. As técnicas

apresentadas são de horizonte rolante, onde obtém-se uma solução inteira para o primeiro período do horizonte de planejamento e a solução é deixada como fracionária para os demais períodos. Numa segunda etapa, a carteira de pedidos é atualizada e, novamente, somente a solução do primeiro período será arredondada.

A primeira abordagem de arredondamento da solução do primeiro período leva em consideração a frequência em que os padrões de corte são utilizados. Essas frequências são ordenadas de forma não-crescente (a prioridade é dada aos padrões mais utilizados) e, conforme critérios de aspiração (perda menor ou igual 1%), a frequência do padrão é arredondada para cima (caso existam objetos em estoque suficiente), ou para baixo quando não satisfaz o critério de aspiração. Calcula-se a demanda residual e a nova disponibilidade de objetos em estoque e, em seguida, resolve-se um problema da mochila para atender essa demanda residual.

A segunda abordagem consiste em fazer o truncamento de todas as variáveis de frequência dos padrões de corte utilizados. Calcula-se a demanda residual e o novo estoque dos objetos e, em seguida, resolve-se um problema da mochila para atender essa demanda residual.

Um estudo de caso foi realizado numa empresa de pequeno porte de esquadrias metálicas e testes computacionais mostram que a abordagem de arredondamento para o menor inteiro maior que o valor dado apresentou melhores resultados do que aqueles obtidos por estratégias de truncamento.

Capítulo 3

A Indústria de Móveis

O setor produtor de móveis no Brasil vem apresentando crescimento considerável nos últimos anos, sendo alvo de investimentos de diversos segmentos do setor governamental devido a sua capacidade de gerar divisas, possibilitando o aumento de exportações e, assim, favorecendo a balança comercial, como também na geração de empregos diretos e indiretos.

Estima-se que existam, entre empresas formais e informais, aproximadamente 50 mil unidades produtoras de móveis no Brasil [35]. Sendo que nos últimos anos, a indústria tem investido em tecnologia e na adaptação do *design* visando atender consumidores de outros países, mais especificamente do Reino Unido e dos Estados Unidos.

As unidades industriais localizam-se na sua maioria na região centro-sul correspondendo a 90% da produção nacional. Em alguns Estados estão implantados pólos moveleiros consolidados e tradicionais como os pólos de Bento Gonçalves (RS), São Bento do Sul (SC), Araçatuba (PR), Mirassol, Votuporanga e Grande São Paulo (SP), Ubá (MG) e Linhares (ES). Além desses, existem ainda outros menores localizados em regiões próximas a eles, ou mesmo em outros Estados brasileiros, onde dezenas ou centenas de pequenas empresas estão instaladas sem que essas regiões sejam consideradas pólos moveleiros.

Embora em constante declínio, a madeira maciça proveniente de mata nativa ainda é bastante utilizada no Brasil, mas esse cenário tem sido substituído pelo uso, cada vez mais comum, de madeira proveniente de plantio das espécies pinus e eucalipto e de painéis de madeira processada e reconstituída, como o aglomerado, o compensado, o *medium density fiberboard* - *MDF* ou o *oriented strand board* - *OSB*.

3.1 O Pólo Moveleiro de Votuporanga

Situada a 520 Km da capital do Estado de São Paulo, a cidade de Votuporanga, favorecida no passado pela cultura do café, pelo avanço da estrada de ferro Alta Araraquarense, pela rota de gado proveniente do Mato Grosso com destino a Barretos e devido a rica mata nativa da região, viu logo cedo surgir várias serrarias e posteriormente as primeiras indústrias de móveis.

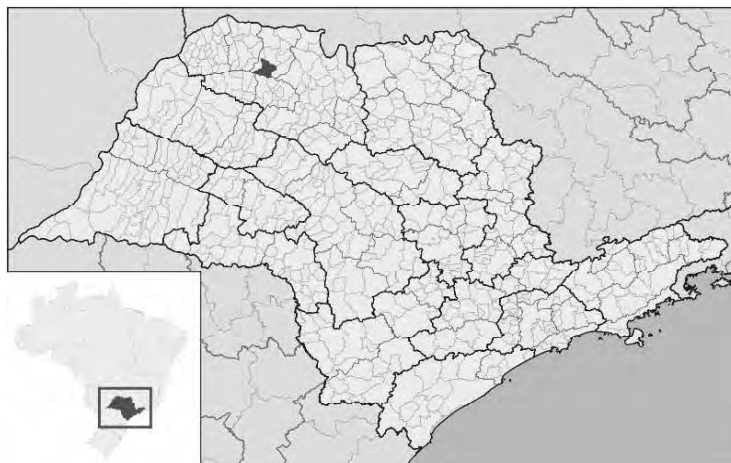


Figura 3.1: *Mapa do Estado de São Paulo destacando a cidade de Votuporanga [37].*

Com a criação e apoio do Plano de Apoio e Incentivo Industrial de Votuporanga (PLAMIVO), autorizando a Prefeitura de Votuporanga a doar terrenos e promover incentivos fiscais, e da Associação Industrial de Votuporanga (AIRVO), reforçando a cultura de cooperação, a cidade tomou certo impulso industrial se elevando à categoria de pólo moveleiro, chegando a ser o segundo maior pólo do país na década de 1990, ficando atrás somente do pólo de Bento Gonçalves [7].

Chegar à categoria de pólo moveleiro requer investimentos em maquinaria e desenvolvimento de *design* que favoreça a entrada dos móveis no mercado. Os painéis de madeira (os *hardboard*), como o *MDF* e o *OSB* são os preferidos pela indústria devido à consistência e densidade, podendo receber tratamentos iguais aos dados à madeira maciça [25].

3.2 Um estudo de caso

Durante a realização deste trabalho, a Fábrica de Móveis Luapa foi tomada como laboratório para nossas observações. A Luapa é uma indústria de pequeno porte do Pólo Moveleiro de Votuporanga que fabrica somente móveis residenciais para dormitórios e conta com equipamentos para o corte da matéria-prima, furação, acabamento e pintura das peças utilizadas na montagem dos produtos finais.

A empresa fabrica 25 tipos de móveis, cada um com cinco cores diferentes: mogno, marfim, cerejeira, tabaco e tabaco com branco¹, mas alguns desses móveis estão saindo de linha. Os principais móveis fabricados pela empresa são camas de solteiro e casal, cômodas, criados e armários de dormitório com 3, 4 e 5 portas.

O gerente da produção, baseado nas informações de venda de produtos, quantidade de produtos estocados, quantidade mínima que gostaria de manter em estoque de cada produto final, juntamente com a experiência adquirida ao longo dos anos, toma a decisão do tamanho dos lotes a serem produzidos em cada dia da semana. Essa tomada de decisão é feita semanalmente. No entanto, caso ocorra a chegada de novos pedidos de venda, ou algum imprevisto (como quebra de maquinário), essa decisão precisa ser reavaliada num espaço menor de tempo.

Com o relatório de vendas em mãos, o gerente precisa da informação do estoque de cada produto final. Com o objetivo de respeitar os limites do estoque de cada produto (veja os estoques mínimo e máximo respeitados na tomada de decisão de alguns produtos na Tabela 3.1; na Figura 3.2 tem-se os produtos finais estocados), considerando que d_i é a quantidade de produtos do tipo i vendida, I_i é a quantidade de produtos do tipo i estocada, a seguinte operação é realizada:

$$D_i = I_i - d_i \quad (3.1)$$

aqui D_i indica a quantidade do produto i que resta em estoque após atender ao pedido de vendas. Perceba que em (3.1) D_i pode assumir valores negativos, pois pode acontecer de não haver estoque suficiente de determinado produto para atender aos pedidos de venda. Neste caso, o gerente passa a ordem de produção de forma a completar o estoque de cada produto conforme a Tabela 3.1.

¹Informação dada pelo gerente da produção em visita realizada em Outubro/2007.



Figura 3.2: *Produtos finais empilhados no setor de estoque.*

Descrição do produto	Estoque mínimo	Estoque máximo
Armário 3 portas	10	70
Armário 4 portas	40	120
Armário 5 portas	40	120
Cômoda	100	250
Criado	30	150
Cama	20	100

Tabela 3.1: *Estoque mínimo e máximo de alguns móveis produzidos pela Luapa.*

A ordem em que esses produtos devem ser produzidos é um fator importante. Tanto pode ser pela ordem decrescente de *deficit* de cada tipo de produto, ou seja, para cada um dos produtos i , é calculado D_i como em (3.1). Esses valores são, então, colocados em ordem não-crescente formando uma ordem de prioridade para a produção. A ordem também pode ser escolhida pelo gerente levando-se em conta a expectativa de chegada de novos pedidos. Cabe observar que, a cada dia, a ordem estabelecida pode ser totalmente modificada devido a chegada de alguns pedidos importantes.

A empresa adota a utilização de tamanhos de lotes fixos. A Tabela 3.2 mostra a dimensão dos lotes de alguns produtos. O gerente procura produzir lotes inteiros mas,

Produto	Dimensão dos lotes		
	Lote Simples	Baixa demanda	Alta demanda
Armário 3 portas	60	40	60
Armário 4 portas	45	35	50
Armário 5 portas	40	30	40
Criado	160	300	350
Cômoda	300	100	120
Camas	160	150	150

Tabela 3.2: *Variação mensal da dimensão dos lotes comparada ao Lote Simples.*

eventualmente, ordem de produção de lotes “quebrados” também é dada. Além do Lote Simples (que têm apenas um tipo de produto final), a empresa ainda adota planos de produção caracterizados por Lote Duplo (duplicação do tamanho de um Lote Simples) e Lote Heterogêneo (composto por diferentes tipos de produtos).

Existe uma sazonalidade na demanda dos móveis fazendo com que a produção de alguns móveis aumente em até 50% no final do ano, dessa forma as dimensões dos lotes da ordem da produção são diferenciadas (veja Tabela 3.2). No período de baixa demanda, os funcionários saem em férias coletivas para que esse quadro se mantenha e não se tenha um custo adicional com a qualificação de novos funcionários durante o período de alta procura.

3.3 A Linha de Produção

Atualmente, o processo produtivo da indústria observada funciona da seguinte maneira: Tomada a decisão da dimensão e seqüência dos lotes a serem produzidos, fichas contendo essas informações são passadas aos operadores da máquina seccionadora. Essa ficha (chamada “ordem de produção”), ainda contém informações mais detalhadas dos lotes, tais como, cor dos produtos, quantidade e dimensões das peças utilizadas na composição desses produtos. As ordens são colocadas em bases coloridas (uma cor de base para cada dia da semana). Dessa forma os funcionários sabem qual a seqüência dos lotes

que deve ser respeitada.

Os padrões de corte utilizados pelos operadores da seccionadora são gerados pelo gerente da produção num *software*, chamado Corte Certo, e melhorado no *software* AutoCad na tentativa de diminuir a perda de matéria-prima. Os padrões de corte adotados pela empresa são padrões guilhotinados ortogonais devido a restrições da máquina seccionadora que, quando acionada a serra, essa corta o objeto de uma extremidade a outra, e padrões tabuleiros compostos como descrito na seção 1.2.

Os padrões tabuleiros compostos têm duas características que os tornam especiais. Uma delas se refere ao tempo de corte, pois sendo padrões 2-estágios requerem apenas uma rotação de 90^0 no processo de corte e, além disso, eles têm um maior aproveitamento da matéria-prima comparados aos padrões tabuleiros.

Com os padrões de corte utilizados para cortar as peças da composição de cada móvel já memorizados, os operadores da máquina seccionadora fazem o ajuste (*setup*) da máquina, trocam a serra quando necessário (que demora aproximadamente 1 minuto), deixam os objetos que serão cortados próximos à máquina e começam a cortá-los.

Como a máquina seccionadora (Figura 3.3) representa um gargalo na linha de produção, além de padrões de corte tabuleiros, outras alternativas para agilizar o processo de corte das peças são exploradas, tais como:

- exploração da capacidade de corte da seccionadora, que tem capacidade de cortar objetos de até 60 *mm* de espessura. Dessa forma, é possível cortar vários objetos de uma única vez (veja na Tabela 3.3 as espessuras dos objetos utilizados pela empresa);
- peças muito pequenas são cortadas de forma agrupada e separadas numa máquina de corte secundária (Figura 3.4);
- o corte das últimas peças de uma determinada faixa do padrão de corte é utilizado para cortar uma nova faixa e;
- eventualmente, peças de um outro lote são cortadas antecipadamente para se obter um melhor aproveitamento (encaixe das peças nos objetos) ao padrão de corte, são guardadas separadamente e utilizadas posteriormente.

A seqüência em que os objetos são cortados leva em consideração a quantidade de máquinas que as peças provenientes de cada objeto irá passar, ou seja, se objetos



Figura 3.3: *Vários objetos sendo cortados ao mesmo tempo na máquina seccionadora.*



Figura 3.4: *Vista da máquina de corte secundária sendo operada manualmente.*

de determinada espessura geram peças que passam por um maior número de máquinas distribuídas nos vários setores na linha de produção, então esses objetos serão os primeiros a serem cortados. A ordem em que os objetos são cortados respeitam atualmente a seguinte seqüência segundo a espessura dos objetos: 15 mm, 12 mm, 20 mm, 25 mm, 9 mm, 3 mm.

Depois de cortadas todas as peças de um mesmo tipo, estas são empilhadas em pequenos *palets*, apoiados em esteiras rolantes (veja Figura 3.5), e passadas para o setor seguinte na linha de produção.

Quando existe necessidade, as peças cortadas na máquina seccionadora são levadas

Espessura do objeto	Capacidade de corte
3 mm	20 objetos
9 mm	6 objetos
12 mm	5 objetos
15 mm	4 objetos
20 mm	3 objetos
25 mm	2 objetos

Tabela 3.3: *Capacidade de corte da máquina seccionadora segundo a espessura dos objetos.*



Figura 3.5: *Peças empilhadas em palets aguardando transferência para outro setor.*

ao setor de corte secundário. Setor composto por um conjunto de serras menores que realiza as aparas necessárias nas peças. Eventualmente, peças que foram cortadas agrupadas no corte primário são separadas neste setor. Um exemplo ilustrativo de um padrão de corte com peças agrupadas pode ser visto na Figura 3.6.

Neste setor de corte secundário também são feitos os vincos naquelas peças que são encaixadas em outras na montagem do móvel.

O próximo setor na linha de produção é o setor de furação. Este setor é composto por duas furadeiras, uma manual e outra automática, sendo que a maior carga de serviços recai sobre a máquina automática (Figura 3.7), e também merece especial atenção, pois todas as peças, exceto aquelas de 3 mm de espessura, passam por este setor.

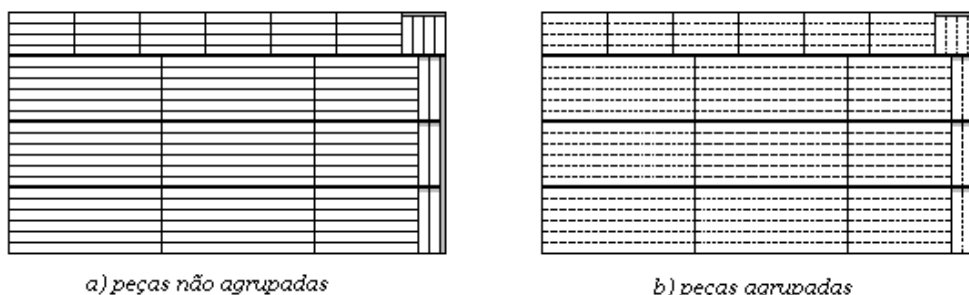


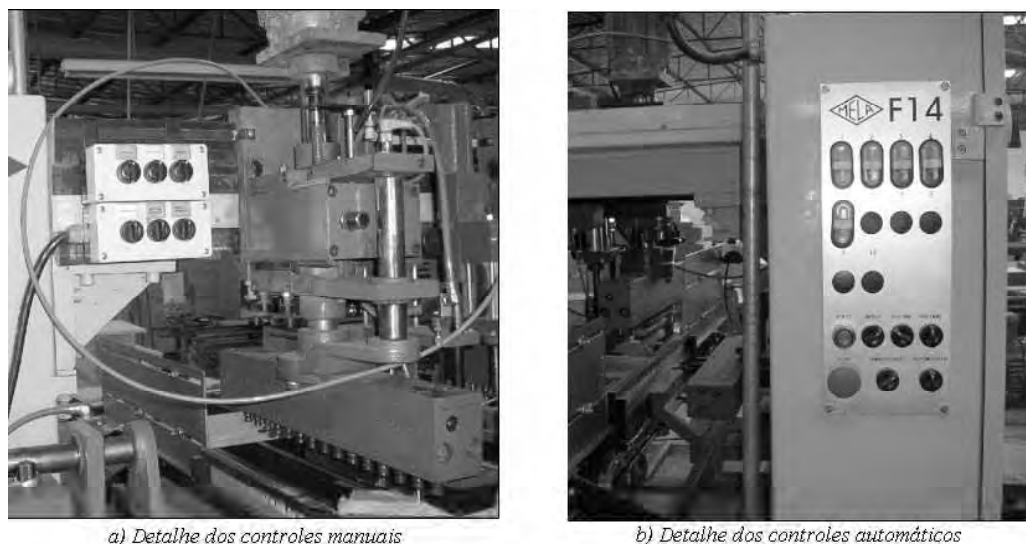
Figura 3.6: Padrão de corte onde as peças foram agrupadas, separadas no setor de corte secundário. As linhas contínuas correspondem ao corte feito na máquina seccionadora e as linhas pontilhadas ao corte feito no setor de corte secundário.



Figura 3.7: Detalhe das peças sendo furadas.

A furadeira, operada apenas por uma pessoa, tem capacidade para furar peças de até 45 mm de espessura e 1,15 m de largura. No entanto, diferentemente da máquina seccionadora, apenas uma peça pode ser furada por vez, pois os furos não são todos vazados (não atravessam toda a espessura da peça), necessitando, assim, de um tempo maior para furar todas as peças de um mesmo lote.

O *setup* dessa máquina demora entre 10 e 15 minutos e os ajustes são feitos manualmente. Numa primeira etapa, as brocas são instaladas e a profundidade dos furos é verificada e, depois da máquina ajustada, os controles automáticos são utilizados no processo de furação das peças (veja Figura 3.8). Devido ao tipo de material utilizado, ou mesmo devido aos vincos feitos no setor de Corte Secundário no caso das peças de MDF (*medium density fiberboard*), a velocidade adotada para furar as peças é de aproximadamente 5 seg/peça, pois se a velocidade for superior a essa, as peças podem se romper, fazendo com que matéria-prima seja perdida.



a) Detalhe dos controles manuais

b) Detalhe dos controles automáticos

Figura 3.8: Comandos manuais e automáticos da furadeira.

No caso de peças que são utilizadas para montar as gavetas dos móveis, existem duas laterais, a lateral esquerda e a direita. O *setup* utilizado para furar as peças que formam a lateral esquerda da gaveta, por exemplo, não pode ser utilizado para furar as peças que formam a lateral direita. Neste caso, as brocas são apenas realocadas e esse processo demora aproximadamente 3 minutos.

Para agilizar o processo no setor de furação e evitar a perda de tempo com *setups* desnecessários, se num determinado lote as peças são furadas da menos espessa para a mais espessa, então as peças do próximo lote serão furadas na ordem inversa a essa segundo a espessura.

Depois de furadas, as peças vão para o setor de Cola de borda. Este setor é responsável pela colagem das bordas nas laterais das peças. É composto por duas máquinas que fazem exatamente o mesmo serviço, porém uma delas tem capacidade para colar bordas a uma velocidade de 28 m/s, enquanto a outra a 18 m/s.

Essas máquinas têm capacidade para colar fitas em peças de até 80 mm de espessura, porém a fita mais larga que a empresa utiliza é a de 48 mm. As peças são colocadas na máquina através de uma esteira que faz o transporte até o final e utiliza um processo mecânico para cortar a fita entre uma peça e outra (veja Figura 3.9).

Os operadores demoram entre 1 minuto e 1 minuto e 15 segundos para preparar a máquina. O *setup* da máquina consiste em trocar a fita (que depende da cor do móvel produzido e a espessura das peças), verificar o recipiente para a cola quente e ajuste das

aparas da fita saliente às peças.

Cada peça demora aproximadamente 12 segundos para ter toda a sua lateral revestida pela borda, embora colar várias peças demande um tempo menor, pois consegue-se colar borda em 10 peças num intervalo de tempo de 38 segundos. As peças são colocadas na máquina a uma distância suficientemente grande para que o sensor mecânico da máquina possa detectar a existência de peças na esteira, funcionando como um interruptor que liga e desliga o processo de colagem da máquina dependendo da existência, ou não, de peças na esteira. Quando a produção exige uma velocidade ainda maior deste setor, as peças são colocadas a uma distância muito pequena entre elas na esteira da máquina, mas esta distância não é suficiente para que o sensor mecânico detecte a mudança de uma peça para outra. Neste caso, um outro funcionário se posiciona perto do equipamento que corta as fitas e realiza esse trabalho.

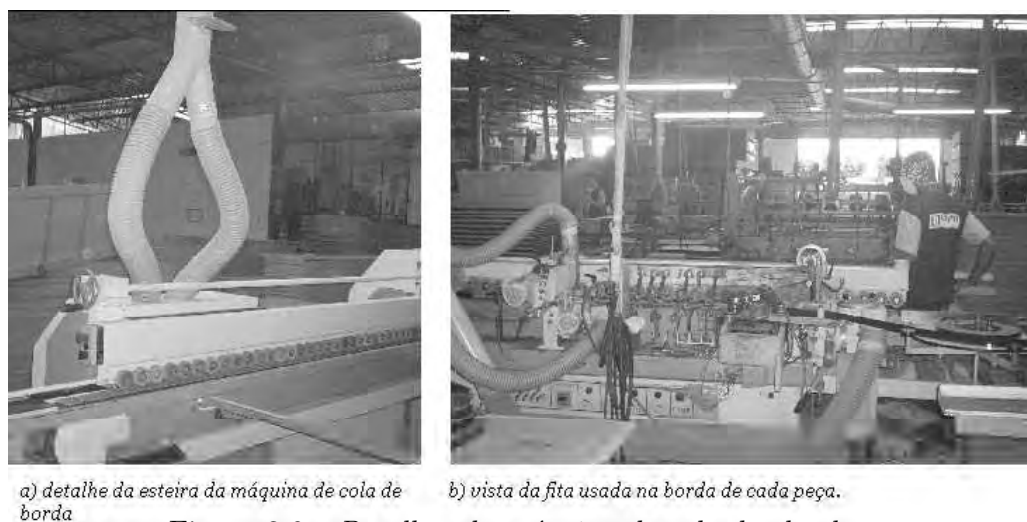


Figura 3.9: *Detalhes da máquina de cola das bordas.*

Geralmente as peças precisam passar até quatro vezes pela máquina de colar bordas, pois precisam de acabamento nas quatro laterais. Quando isso acontece, um funcionário precisa retirar o excesso de fita que a máquina não retira por si para, então, encaminhar as peças ao estágio inicial.

Quando as peças saem prontas do setor de Cola de borda, elas são levadas para o setor de pintura *UV* (ultravioleta). Este setor é composto por um conjunto de máquinas tais como lixadeiras, pinturas, estufas, *etc.* que operam interligadas. Estas máquinas não têm capacidade com respeito a espessura das peças, no entanto, peças que têm detalhes entalhados, são antes pintadas manualmente e, depois levadas à *UV*.

O *setup* destas máquinas é um fator complicador no que diz respeito às cores utilizadas no processo de pintura. Segundo o chefe dessa seção, o *setup* pode demorar 20 minutos se for mudado da cor mogno para a cor tabaco, 25 minutos se for da cor tabaco para a cor mogno. Além disso, algumas cores são brilhantes, como mogno e marfim, e são utilizados os dois últimos rolos do conjunto de máquinas para passar o verniz nas peças que são pintadas com estas cores, ou seja, quando a mudança de cor envolve essas duas cores, o *setup* é feito relativamente rápido pois não são mexidos nos dois últimos rolos, apenas naqueles que são utilizados para dar a cor às peças. As cores foscas não utilizam esses dois últimos rolos.

A empresa também está trabalhando com a cor branca (que é fosca). Essa cor precisa usar os dois últimos rolos com tinta branca para dar o acabamento das peças. O *setup* para a mudança para qualquer outra cor quando se está pintando com a cor branca é de aproximadamente 30 minutos utilizando todos os funcionários do setor trabalhando em todas as máquinas do conjunto.

Cada peça demora, aproximadamente, 3 minutos e 50 segundos para ficar pronta pois a velocidade média da esteira das máquinas é de 14m/s . Esse tempo compreende desde a colocação da peça no início do conjunto de máquinas até o término, quando os funcionários pegam a peça pronta e empilham nos *palets* que são levados posteriormente ao setor de estoque.

Na tentativa de acelerar o processo de pintura, os funcionários procuram colocar as peças lado a lado para que os rolos de pintura, lixadeira e estufas sejam aproveitados em toda a extensão (aproximadamente 1,5 m).

Com a adequação da empresa às proposta de qualidade do certificado *ISO 9002*, muitas peças com pequenas avarias precisam ser re-pintadas. Esse processo não demora mais que o tempo de se levar as peças avariadas do final do processo de pintura para o início do processo. Porém, a pintura é um processo caro da linha de produção gerando muitos custo com energia elétrica.

Existe a preocupação de se produzir mais com o mesmo quadro de funcionários, que hoje é de 30 pessoas. Para isso, estão sendo analisadas a aquisição de novas máquinas, automáticas e mais ágeis. Hoje o tempo de produção de qualquer produto que a empresa fabrica é de cinco dias úteis. Com a aquisição das novas máquinas, pretende-se diminuir esse tempo para três dias úteis com o mesmo quadro de funcionários.

Capítulo 4

Modelagem para o PDL Integrado ao PCE

Neste capítulo, antes de apresentar o modelo matemático, que integra os Problemas de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque da Fábrica de Móveis Luapa, serão apresentadas algumas observações adicionais importantes referentes ao processo de produção, que foram levadas em consideração na modelagem.

4.1 Considerações para a Modelagem Matemática

Para a modelagem matemática do problema de planejamento da produção da Fábrica de Móveis Luapa, consideramos que as chapas retangulares de madeira reconstituída (objetos) têm dimensão fixa $L \times W$, onde L denota o comprimento do objeto e W a largura. Esses objetos se diferenciam apenas em suas espessuras. Dessa forma, um objeto do tipo $k = 1$ tem espessura diferente do objeto do tipo $k = 2$. Essas espessuras serão denotadas por ϵ_k .

Pretende-se que o estoque de cada produto final i seja limitado inferiormente por $\underline{s}_i$ e superiormente por $\overline{s}_i$. Esse intervalo delimita o estoque mínimo e máximo pré-estabelecidos que a empresa gostaria de manter de cada um de seus produtos finais (itens), conforme a Tabela 3.1, ou seja, se I_{it} é a quantidade de produtos finais do tipo i estocada no final do período t , então pretende-se que $\underline{s}_i \leq I_{it} \leq \overline{s}_i, \forall i, \forall t$.

Para atingir o objetivo de manter o estoque dos itens dentro do intervalo determinado, será acrescentada à função objetivo uma função penalidade que depende do estoque

que está sendo tratado. Essa função penalidade assume valor alto quando o estoque do produto i , por exemplo, é nulo e atinge penalidade mínima quando o estoque é o máximo aceitável. Além disso, após algumas visitas à indústria, percebemos que é possível estocar mais do que o limitante superior e, algumas vezes isso pode ser interessante. Dessa forma, consideramos que se o modelo decidir estocar mais produtos finais acima daquele estipulado pelo limitante superior $\bar{s}_i$, então ele pagará uma penalidade que aumenta conforme a quantidade estocada. A Figura 4.1 ilustra a função penalidade adotada no modelo. Fazendo dessa forma, o modelo pode fazer estoque de produtos finais acima do intervalo desejável, porém um custo de estoque será cobrado por estocar além do limite desejável.

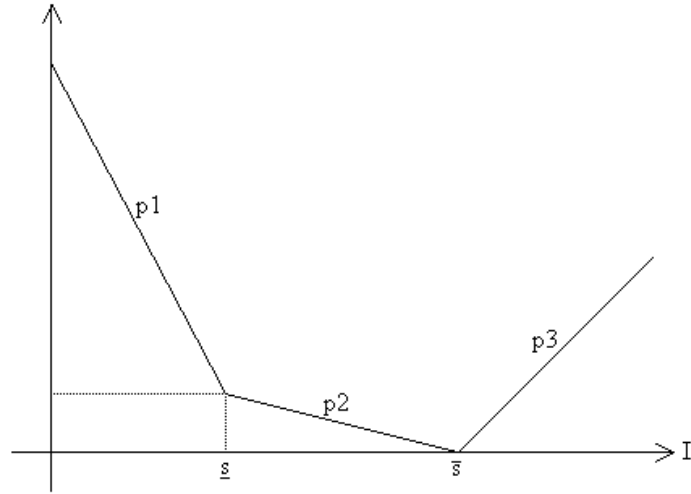


Figura 4.1: Função penalidade para o estoque dos itens.

Para não perder a linearidade da função objetivo, foram criadas três variáveis de estoque de produtos finais, assim, $I_{it} = I_{it}^1 + I_{it}^2 + I_{it}^3$, $\forall i, \forall t$. Dessa forma, I_{it}^1 é o estoque do produto i no final do período t abaixo do limitante inferior $\underline{s}_i$ e, neste caso $I_{it}^2 = I_{it}^3 = 0$; I_{it}^2 é o estoque dentro do limite desejável, neste caso $I_{it}^1 = \underline{s}_i$ e $I_{it}^3 = 0$; e I_{it}^3 é o estoque acima do limitante superior do produto i no final período t e, neste caso tem-se $I_{it}^1 = \underline{s}_i$, $I_{it}^2 = \bar{s}_i$.

Nestas condições, a função penalidade $p1$ está definida para a variável I_{it}^1 no intervalo $[0, \underline{s}_i]$, a função penalidade $p2$ está definida para a variável I_{it}^2 no intervalo $[0, \bar{s}_i - \underline{s}_i]$ e a função penalidade $p3$ está definida para a variável I_{it}^3 no intervalo $[0, +\infty)$.

O horizonte de planejamento será considerado de cinco períodos, sendo que cada

	Períodos considerados								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Iteração 1	1	2	3	4	5				
Iteração 2		1	2	3	4	5			
Iteração 3			1	2	3	4	5		
Iteração 4				1	2	3	4	5	
Iteração 5					1	2	3	4	5

Tabela 4.1: *Exemplo ilustrativo da mudança dos períodos no horizonte rolante de planejamento.*

período corresponde a um dia útil. No entanto, com o propósito de deixar o modelo matemático mais simples e fácil de ser resolvido, faremos uso do horizonte rolante de planejamento, ou seja, no primeiro período as restrições de atendimento à demanda por peças (demanda interna) serão detalhadas, assim como as restrições de limite de capacidade de produção de cada máquina (seccionadora, furadeira, cola de borda e pintura). Uma forma relaxada que não considera as restrições de demanda interna e que relaxa as restrições de capacidade de produção será considerada para os demais períodos.

Trabalhando com o horizonte rolante de planejamento, é possível saber exatamente quantos objetos cortar, cada padrão de corte adotado e o tamanho dos lotes no primeiro período, e ter uma idéia aproximada para os demais períodos. Além disso, se houver qualquer alteração na demanda de produtos finais (venda de mais produtos ou mesmo cancelamento de pedidos), esses dados podem ser atualizados e resolve-se novamente o problema para o segundo período que, após estas atualizações, será considerado como o primeiro, e assim por diante. Veja na Tabela 4.1 quais períodos serão detalhados em cada iteração.

O primeiro período será dividido em vários subperíodos, de modo que cada subperíodo será considerado como um ciclo da serra como descrito na Seção 1.2.

Matematicamente podemos expressar o primeiro e o último subperíodo de cada período t , respectivamente F_t e L_t , $1 \leq t \leq T$ como segue.

$$F_t = 1 + \sum_{\tau=1}^{t-1} \eta_\tau$$

e

$$L_t = F_t + \eta_t - 1$$

sendo que η_t indica o número de subperíodos de cada período t e necessariamente $F_1 = 1$.

Por exemplo, se considerarmos um horizonte de cinco dias onde o número de subperíodos do primeiro período seja igual a 10, ou seja, $\eta_1 = 10$, e para os demais períodos $t = 2, \dots, 5$ o número de subperíodos seja sempre igual a 1, $\eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = \eta_5 = 1$, teremos o seguinte esquema ilustrativo (Figura 4.2) representando o horizonte de planejamento. Observe que $L_1 = 10$ além de representar o último subperíodo, representa o número máximo de ciclos da serra do primeiro período. Para os demais períodos, $t = 2, 3, 4$ e 5 não são considerados ciclos da serra, mas apenas o dia de programação de modo que se tenha uma decisão bastante detalhada no primeiro período e pouco detalhada para os demais períodos.

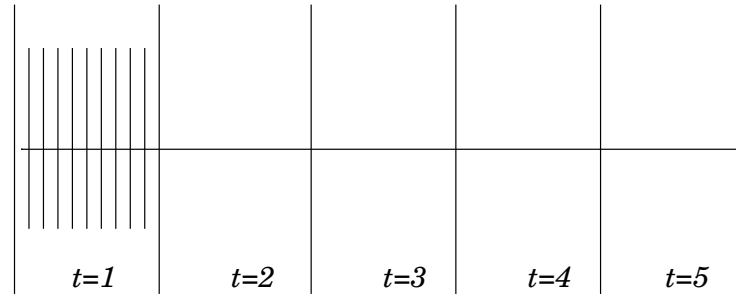


Figura 4.2: Esquema ilustrativo do horizonte de planejamento cujo primeiro período está dividido em 10 subperíodos.

A seccionadora tem capacidade para cortar objetos de até $60mm$ de espessura, mas nenhum dos objetos, de espessuras variadas, utilizados na fabricação dos móveis possui tal espessura. Dessa forma, em cada subperíodo do primeiro período do horizonte de planejamento, o modelo busca utilizar a capacidade da máquina cortando vários objetos simultaneamente. O número máximo de objetos que pode ser cortado na seccionadora segundo um mesmo padrão de corte é dado por $\left\lfloor \frac{C}{\epsilon_k} \right\rfloor$, onde $C = 60 \text{ mm}$ é a capacidade da serra e ϵ_k é a espessura do objeto do tipo k , e pode ser conferido na Tabela 3.3.

A empresa tem estoque de todos os tipos de objetos suficiente para atender a sua necessidade e, mesmo quando isso não acontece, segundo o gerente da produção, é possível comprar objetos num curto intervalo de tempo sem comprometer a produção. Dessa

forma, no modelo que será apresentado, desconsideramos restrições de estoque de objetos.

Devido à dificuldade de manipulação e administração de muitas peças utilizadas na composição dos produtos finais distintas, a empresa procura decidir seus lotes de produção de forma que apenas um tipo de produto final seja produzido em cada período do horizonte de planejamento ou, no máximo, produtos que tenham a maioria de suas peças em comum. Dessa forma, produtos que têm a maioria de suas peças em comum foram agrupados, de sorte que quaisquer dois grupos diferentes têm intersecção vazia.

Por exemplo, os armários de 3, 4 e 5 portas têm a grande maioria de suas peças utilizadas em sua composição em comum, diferenciando apenas no comprimento das peças usadas como base e as peças do fundo dos armários. Assim, os armários de 3, 4 e 5 portas formam um grupo chamado *Armários*. Esse grupo não possui nenhum produto do grupo *CCriado*, formado pela cômoda e pelo criado.

Pensando dessa forma, sugerimos a utilização de variáveis de *setup* $Q_{\ell t}$, onde ℓ indica o grupo e t o período, assim $Q_{\ell t} = 1$ indica que a fábrica está preparada para produzir qualquer combinação dos produtos finais pertencentes ao grupo ℓ , ou seja, se X_{it} indica a quantidade de produto final do tipo i produzida no período t , então $X_{it} \geq 0$, $\forall i \in \ell$, e $Q_{\ell t} = 0 \Rightarrow X_{it} = 0$, para todo $i \in \ell$. Matematicamente podemos modelar essas situações da seguinte forma $\sum_{i \in \ell} X_{it} \leq \mu Q_{\ell t}$ onde μ é um número grande. Estamos considerando, assim como ocorre na empresa observada, que produtos pertencentes a grupos diferentes não podem ser produzidos simultaneamente, ou seja, $\sum_{\ell} Q_{\ell t} \leq 1$, $\forall t$.

A seguir, será apresentado o modelo matemático do processo de produção da fábrica de móveis observado, bem como os parâmetros utilizados na modelagem. É importante ressaltar que o modelo não foi pensado exclusivamente para a Luapa, mas pode ser aplicado a outras empresas, pois a empresa visitada é uma empresa característica do pólo moveleiro e as observações levadas em consideração na modelagem matemática apresentada a seguir podem ser feitas em outras empresas do mesmo ramo de produção.

4.2 Modelagem Matemática Proposta

Os índices, parâmetros e variáveis de decisão utilizados na modelagem matemática do problema de planejamento da produção na fábrica de móveis estão listados a seguir:

Índices

$t = 1, \dots, T$	períodos do horizonte de planejamento;
$i = 1, \dots, M$	diferentes produtos finais;
$p = 1, \dots, P$	peças utilizadas para compor os produtos finais;
$k = 1, \dots, K$	tipos dos objetos (diferenciando apenas na espessura);
$j = 1, \dots, N_k$	padrões de corte para o objeto do tipo k ;
$\tau = F_1, \dots, L_T$	subperíodos considerados;
$m = 1, \dots, \Pi$	máquinas (exceto a seccionadora) utilizadas no processo da produção;
$\ell = 1, \dots, \Gamma$	diferentes grupos dos produtos finais.

Parâmetros

$p1, p2, p3$	funções penalidades para as variáveis de estoque de I_{it}^1 , I_{it}^2 e I_{it}^3 respectivamente;
cp_{kj}	custo, por cm^2 , de material perdido do objeto k cortado no padrão j ;
cd_{it}	custo de produzir uma unidade do produto final i no período t ;
$\underline{s}_i$	limitante inferior para o estoque de produtos finais;
$\bar{s}_i$	limitante superior para o estoque de produtos finais;
SIP_{pt}^k	capacidade de se estocar peças do tipo p do objeto k no período t ;
d_{it}	demanda do produto i no período t ;
r_{pi}^k	número de peças do tipo p de espessura k necessárias para compor uma unidade do produto i ;
a_{pj}^k	número de peças p cortadas do objeto k presente no padrão j ;
$\mathcal{D}$	família dos grupos dos produtos que podem ser produzidos simultaneamente;
C	capacidade de corte da serra (em mm);
ϵ_k	espessura do objeto k ;

ts_j	tempo necessário para preparar a serra para o corte do padrão j ;
tc_i	tempo para cortar as peças necessárias para compor uma unidade do produto i ;
tp_i	tempo para processar as peças necessárias para compor uma unidade do produto i no conjunto das demais máquinas (furadeira, cola de bordas e UV);
v_j	tempo necessário para cortar um objeto no padrão j ;
α_{pk}^m	tempo necessário para processar a peça p do objeto k na máquina m ;
$cs_{j\tau}$	custo de preparar a serra para o padrão j no subperíodo τ ;
CS_t	capacidade da serra (em unidades de tempo) no período t ;
Cap_t	capacidade aproximada (em unidades de tempo) do conjunto das demais máquinas (furadeira, cola de borda e pintura);
CM_{mt}	capacidade da máquina m (em horas) no período t ;
μ	número grande.

Variáveis de Decisão

X_{it}	quantidade de produtos i produzida no período t ;
I_{it}^1	estoque do produto i no final do período t abaixo do nível pré-estabelecido $\underline{s}_i$;
I_{it}^2	estoque do produto i no final do período t dentro dos limites pré-estabelecidos;
I_{it}^3	estoque do produto i no final do período t acima do limite pré-estabelecido;
IP_{kpt}	estoque das peças do tipo p de espessura k no final do período t ;
$Y_{kj\tau}$	quantidade de objetos do tipo k cortada no padrão j no subperíodo τ ;
$z_{kj\tau}$	variável binária indicando se a serra está preparada para cortar o objeto k no padrão j no subperíodo τ , $z_{kj\tau} = 1$, ou $z_{kj\tau} = 0$ caso contrário;
$Z_{kj\tau}$	variável indicando se houve mudança de padrão de corte na máquina seccionadora $Z_{kj\tau} = 1$, ou $Z_{kj\tau} = 0$ caso contrário;
$Q_{\ell t}$	variável binária indicando se a fábrica está preparada para produzir itens do grupo ℓ no período t .

Perceba que na otimalidade as variáveis que indicam mudança de padrão de corte na máquina seccionadora $Z_{kj\tau}$ assumem valores binários mesmo sendo consideradas contínuas.

Modelo matemático

$$\text{Min} \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^T \left(p1(I_{it}^1) + p2(I_{it}^2) + p3(I_{it}^3) \right) + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} \sum_{\tau=F_1}^{L_1} \left(cp_{kj} Y_{kj\tau} + cs_{j\tau} Z_{kj\tau} \right) + \sum_{i=1}^M \sum_{t=2}^T cd_{it} X_{it} \quad (4.1)$$

sujeito a:

$$I_{i,t-1}^1 + I_{i,t-1}^2 + I_{i,t-1}^3 + X_{it} = d_{it} + I_{it}^1 + I_{it}^2 + I_{it}^3 \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, M \\ t = 1, \dots, T \end{matrix} \quad (4.2)$$

$$IP_{kp,t-1} + \sum_{j=1}^{N_k} \sum_{\tau=F_t}^{L_t} a_{pj}^k Y_{kj\tau} = \sum_{i=1}^M r_{pi}^k X_{it} + IP_{kpt} \quad \begin{matrix} k = 1, \dots, K \\ p = 1, \dots, P_k \\ t = 1 \end{matrix} \quad (4.3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} \sum_{\tau=F_t}^{L_t} (v_j z_{kj\tau} + ts_j Z_{kj\tau}) \leq CS_t \quad t = 1 \quad (4.4)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{P_k} \alpha_{pm}^k \left(\sum_{i=1}^M r_{pi}^k X_{it} \right) \leq CM_m \quad m = 1, \dots, \Pi, \quad t = 1 \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1}^M tc_i X_{it} \leq CS_t \quad t = 2, \dots, T \quad (4.6)$$

$$\sum_{i=1}^M tp_i X_{it} \leq Cap_t \quad t = 2, \dots, T \quad (4.7)$$

$$I_{it}^1 \leq \underline{s}_i \quad \text{e} \quad I_{it}^2 \leq \overline{s}_i - \underline{s}_i \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.8)$$

$$IP_{kpt} \leq SIP_{kp} \quad k = 1, \dots, K, \quad p = 1, \dots, P_k, \quad t = 1 \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in \ell} X_{it} \leq \mu Q_{\ell t} \quad \ell \in \mathcal{D}, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.10)$$

$$\sum_{\ell \in \mathcal{D}} Q_{\ell t} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (4.11)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} z_{kj\tau} \leq 1 \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.12)$$

$$Y_{kj\tau} \leq \left\lfloor \frac{C}{\epsilon_k} \right\rfloor z_{kj\tau} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.13)$$

$$Z_{kj\tau} \geq z_{kj\tau} - z_{kj,\tau-1} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.14)$$

$$X_{it}, \quad I_{it}^1, \quad I_{it}^2, \quad I_{it}^3 \geq 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.15)$$

$$IP_{kpt} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K, \quad p = 1, \dots, P_k, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.16)$$

$$Z_{kj\tau} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, J_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.17)$$

$$Y_{kj\tau} \geq 0 \text{ e inteiros} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.18)$$

$$z_{kj\tau} \in \{0, 1\} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.19)$$

$$Q_{\ell t} \in \{0, 1\} \quad \ell \in \mathcal{D}, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.20)$$

A função objetivo desse modelo matemático (4.1) minimiza os custos com produção e os custos e penalidades por estoque dos produtos finais conforme a função penalidade ilustrada pela Figura 4.1. Além disso, minimiza os custos com perda de matéria-prima e *setup* da máquina seccionadora. Perceba que os custos de produção do produto final para o primeiro período estão contabilizados pelos custos detalhados envolvidos no processo de corte (segunda parcela da função objetivo). Já para os demais períodos esses custos não são explicitados e, portanto, consideramos um custo cd_{it} de produção dos produtos finais (terceira parcela da função objetivo).

Existem três tipos de restrições para esse modelo matemático: restrições válidas para todos os períodos, $t = 1, \dots, 5$; restrições válidas a partir do segundo período, $t = 2, \dots, 5$; e restrições válidas apenas para o primeiro período, $t = 1$. Esse fato se deve à característica do horizonte rolante do modelo matemático.

As restrições (4.2) fazem o balanço de estoque dos produtos finais, assegurando que a demanda de cada item seja atendida totalmente em cada período do horizonte de planejamento. O conjunto de restrições (4.3) é válida para o primeiro período e faz o balanço de estoque das peças cortadas ao longo do período, ou seja, assegura que a quantidade de objetos cortados em todos os ciclos da serra do primeiro período utilizando cada um dos padrões de cortes selecionados mais a quantidade de peças estocadas no período anterior, deve ser suficiente para atender a demanda por peças (demanda interna) e, eventualmente, estocar peças para o final desse período. Se a quantidade de produtos finais a ser produzida é X_{it} e, para compor uma unidade do produto i são necessárias r_{pi}^k peças do tipo p , $\forall k$, então a demanda por peças do produto i no período t é dada por $r_{pi}^k X_{it}$, $\forall i, p, k$.

As restrições (4.4) garantem que o tempo limite de produção da máquina seccionadora não seja extrapolado no primeiro período, considerando-se o tempo de corte de cada padrão de corte selecionado e o tempo para preparar a máquina para cada um dos padrões de corte, se necessário. Perceba que quando um mesmo padrão de corte j utilizado para cortar objetos de um mesmo tipo k é usado um número seguido de vezes,

não há *setup* da máquina e, neste caso, $Z_{kj\tau} = 0$, $F_1 \leq \tau \leq L_1$ e, conseqüentemente, o tempo de *setup* não é contabilizado.

As restrições (4.5) asseguram que o tempo limite de produção de cada uma das demais máquinas m , exceto a seccionadora, não seja extrapolado no primeiro período, levando-se em consideração o tempo que cada uma das peças demora para ser preparada pelas máquinas. Esse tempo é computado e quando determinada peça p de certo objeto k não precisa passar pela máquina m para ficar pronta, como acontece com as peças de 3 mm por exemplo, então esse tempo é nulo e $\alpha_{pm}^k = 0$.

Os conjuntos de restrições (4.6) e (4.7) garantem que o tempo limite de produção, tanto da máquina seccionadora quanto do conjunto das demais máquinas, não seja extrapolado nos demais períodos. Essas restrições consideram o tempo aproximado e, por essa razão, são restrições relaxadas que nos auxiliam na resolução do problema, pois é importante que o modelo perceba as restrições de capacidade dos demais períodos para auxiliar na tomada de decisão, inclusive do primeiro período, onde possíveis antecipações podem ser feitas se forem necessárias.

O conjunto de restrições (4.8) limitam o nível de estoque de cada variável de decisão I_{it}^1 e I_{it}^2 , sendo que I_{it}^3 não possui tal limitação.

Outro conjunto de restrições que são válidas somente no primeiro período do horizonte de planejamento é (4.9). Essas restrições asseguram que a quantidade estocada de peças que foram cortadas no primeiro período não exceda sua capacidade (que é muito limitada devido ao espaço físico).

As restrições (4.10) asseguram que determinado produto final será produzido em determinado período somente se a fábrica estiver preparada para produzir produtos do grupo ao qual pertence, ou seja, se a fábrica estiver preparada para produzir itens do grupo ℓ , $Q_{\ell t} = 1$, então e somente neste caso, a empresa poderá produzir no período t qualquer combinação dos produtos finais i contidos neste grupo. Já as restrições (4.11) garantem que a empresa poderá se preparar para produzir itens de apenas um tipo de grupo em cada período do horizonte de planejamento.

No primeiro período do horizonte de planejamento, as restrições (4.13) delimitam a quantidade de objetos cortados ao mesmo tempo na máquina seccionadora em cada ciclo da serra (subperíodo), veja a Tabela 3.3. Esse conjunto de restrições, juntamente com (4.12) garante que apenas um tipo de objeto e apenas um padrão de corte pode ser

cortado em cada ciclo da serra e que a espessura não ultrapasse a capacidade de corte da serra.

O conjunto de restrições (4.14) faz o controle da mudança de padrões de corte, $Z_{kj\tau} = 1$, ou não, $Z_{kj\tau} = 0$. Perceba que o custo envolvido na função objetivo não está relacionado com o fato da máquina estar preparada, ou não, para cortar determinado padrão de corte, mas com o fato de ter havido mudança na preparação da máquina seccionadora. Por exemplo, considere que num subperíodo imediatamente anterior a τ , $F_1 \leq \tau \leq L_1$, a seccionadora esteja preparada para cortar o padrão de corte j para objetos de uma certa espessura k , $1 \leq k \leq K$, ou seja, $z_{kj,\tau-1} = 1$. Se no subperíodo seguinte essa configuração se mantiver, $z_{kj\tau} = 1$, como o modelo é de minimização, segue que $Z_{kj\tau} = 0$. Mas se a mudança de configuração for de forma que haja mudança para cortar o padrão de corte j do objeto k no subperíodo τ , ou seja, $z_{kj,\tau-1} = 0$, $z_{kj\tau} = 1$, então necessariamente teremos $Z_{kj\tau} = 1$. Agora, se em ambos subperíodos tivermos $z_{kj,\tau-1} = 0$, $z_{kj\tau} = 0$, claramente teremos $Z_{kj\tau} = 0$.

Por fim, as restrições (4.15), (4.16) e (4.17) são as restrições de não-negatividade, (4.18) asseguram que a quantidade de objetos a ser cortada deve ser um número inteiro não-negativo e o conjunto de restrições (4.19) e (4.20) asseguram que as variáveis de *setup* da máquina seccionadora e as variáveis de *setup* da fábrica sejam binárias.

Para os objetivos desse estudo, consideraremos, sem perda de generalidade, que os estoques iniciais de cada um dos produtos finais sejam nulos, ou seja, $I_{i0} = 0$, $\forall i = 1, \dots, M$, bem como os estoques iniciais de peças, ou seja, $IP_{kp0} = 0$, $k = 1, \dots, K$, $p = 1, \dots, P_k$.

O conjunto de restrições (4.3) é o único que integra os problemas de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque, pois envolvem tanto as variáveis de decisão de corte $Y_{kj\tau}$ quanto as variáveis de produção X_{it} .

4.3 Utilização da capacidade de corte total da máquina seccionadora

Ao observar o conjunto de restrições (4.13) do modelo apresentado, é possível perceber que em cada ciclo da serra o número máximo de objetos do tipo k , $1 \leq k \leq K$ que pode ser cortado segundo um mesmo padrão de corte é dado por $\left\lfloor \frac{C}{\epsilon_k} \right\rfloor$, onde C indica a capacidade total de corte da máquina seccionadora e ϵ_k a espessura do objeto. No entanto, estas restrições não garantem que o número de ciclos da serra venha a diminuir, pois o número mínimo de objetos cortado segundo um mesmo padrão de corte ainda pode ser zero.

Como estamos lidando com variáveis de decisão de estoque de peças IP_{kpt} , segue que o conjunto de restrições (4.3) não é da forma de igualdade direta como no modelo (1.20) - (1.23) mostrado na seção 1.2 e, dessa forma, podemos substituir o conjunto de restrições inicial (4.13) pelo seguinte conjunto:

$$\left(\left\lfloor \frac{C}{\epsilon_k} \right\rfloor - 1 \right) z_{kj\tau} \leq Y_{kj\tau} \leq \left\lfloor \frac{C}{\epsilon_k} \right\rfloor z_{kj\tau} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.21)$$

Perceba que, considerando esse novo conjunto de restrições, o número de objetos cortado segundo um mesmo padrão de corte em cada ciclo da serra $Y_{kj\tau}$ é, agora, limitado inferior e superiormente e, além disso, esse número fica muito próximo do número máximo de objetos que podem ser cortados simultaneamente.

Testes computacionais realizados considerando o modelo (4.1) -(4.20) e o novo modelo que inclui o conjunto de restrições (4.21) são mostrados mais adiante na seção 5.2.

4.4 O Problema isolado obtido do problema proposto

Para auxiliar na avaliação do problema integrado apresentado na seção 4.2, utilizamos a mesma técnica praticada na indústria para resolver o problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque, resolvendo-se primeiramente o Problema de Dimensionamento de Lotes do problema apresentado em (4.1) - (4.20) e, em seguida, utilizando-se a solução obtida como entrada de dados para resolver o Problema de Corte

de Estoque. A seguir apresentamos alguns detalhes teóricos sobre o modelo isolado e, na seção 5.2 do capítulo subsequente, os testes computacionais são apresentados.

O Problema de Dimensionamento de Lotes obtido do modelo matemático (4.1) - (4.20) é dado a seguir.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^T \left(p1(I_{it}^1) + p2(I_{it}^2) + p3(I_{it}^3) \right) \quad (4.22)$$

sujeito a:

$$I_{i,t-1}^1 + I_{i,t-1}^2 + I_{i,t-1}^3 + X_{it} = d_{it} + I_{it}^1 + I_{it}^2 + I_{it}^3, \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.23)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{P_k} \alpha_{pm}^k \left(\sum_{i=1}^M r_{pi}^k X_{it} \right) \leq CM_m \quad m = 1, \dots, \Pi, \quad t = 1 \quad (4.24)$$

$$\sum_{i=1}^M tc_i X_{it} \leq CS_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4.25)$$

$$\sum_{i=1}^M tp_i X_{it} \leq Cap_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4.26)$$

$$I_{it}^1 \leq \underline{s}_i \quad \text{e} \quad I_{it}^2 \leq \overline{s}_i - \underline{s}_i \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.27)$$

$$\sum_{i \in \ell} X_{it} \leq \mu Q_{\ell t} \quad \ell \in \mathcal{D}, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.28)$$

$$\sum_{\ell \in \mathcal{D}} Q_{\ell t} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (4.29)$$

$$X_{it}, \quad I_{it}^1, \quad I_{it}^2, \quad I_{it}^3 \geq 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.30)$$

$$Q_{\ell t} \in \{0, 1\} \quad \ell \in \mathcal{D}, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.31)$$

A função objetivo desse modelo minimiza a penalidade com o estoque dos produtos finais e, percebe-se que aqui não estamos considerando os custos de produção cd_{it} considerados no modelo integrado, pois esses custos eram estimados e considerados apenas a partir do segundo período do horizonte de planejamento no modelo original, com o objetivo de balancear o modelo em relação aos custos envolvidos no processo de corte no primeiro período. Ignorando os custos de produção para todos os períodos, ou seja, fazendo $cd_{it} = 0, \forall i, \forall t$, o modelo não é influenciado com custos diferenciados para cada período $t, 1 \leq t \leq T$.

Após resolver o problema de dimensionamento de lotes (4.22) - (4.31) com o mesmo

conjunto de dados da seção 5.1, utilizamos a solução encontrada $\overline{X_{i1}}$ que indica a quantidade de produtos do tipo i que deve ser produzida no período 1, $i = 1, \dots, M$, como entrada de dados para resolver o segundo problema, o Problema de Corte de Estoque.

Este problema vai decidir quantos objetos cortar e quais os padrões de corte utilizar de modo que a demanda por peças seja atendida na sua totalidade. A capacidade de corte da máquina seccionadora será considerada suficiente para atender tal demanda, influenciados pelo modelo (1.20) - (1.23) de redução de ciclos da serra, optamos por considerar as restrições (4.34) no seguinte modelo.

$$\text{Mín} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} \sum_{\tau=F_1}^{L_1} \left(cp_{kj} Y_{kj\tau} + cs_{j\tau} Z_{kj\tau} \right) \quad (4.32)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{N_k} \sum_{\tau=F_1}^{L_1} a_{pj}^k Y_{kj\tau} \geq \sum_{i=1}^M r_{pi}^k \overline{X_{i1}} \quad k = 1, \dots, K, \quad p = 1, \dots, P_k \quad (4.33)$$

$$Y_{kj\tau} \leq \left\lfloor \frac{C}{\epsilon_k} \right\rfloor z_{kj\tau} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.34)$$

$$Z_{kj\tau} \geq z_{kj\tau} - z_{kj,\tau-1} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.35)$$

$$Y_{kj\tau}, Z_{kj\tau} \geq 0, \quad z_{kj\tau} \in \{0, 1\} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.36)$$

A função objetivo do modelo (4.32) - (4.36) minimiza a perda de matéria-prima e o custo com os *setups* da máquina seccionadora.

Neste modelo já não estamos mais considerando a capacidade (em unidades de tempo) da máquina seccionadora, mas apenas sua capacidade de corte com a restrição (4.34), pois supomos que o problema de dimensionamento de lotes (4.22) - (4.31) já considera essa capacidade com o conjunto de restrições (4.25). Aqui também estamos considerando a variável de mudança de *setup* $Z_{kj\tau}$ que devido à estrutura do modelo (minimização) assume valor 0 ou 1 pelo conjunto de restrições (4.35).

Com o objetivo de aproveitar melhor a capacidade total de corte da máquina seccionadora, podemos substituir o conjunto de restrições (4.34) por (4.21) obtendo o seguinte modelo para o Problema de Corte de Estoque com aproveitamento do ciclo da serra

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} \sum_{\tau=F_1}^{L_1} (cp_{kj}Y_{kj\tau} + cs_{j\tau}Z_{kj\tau}) \quad (4.37)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{N_k} \sum_{\tau=F_1}^{L_1} a_{pj}^k Y_{kj\tau} \geq \sum_{i=1}^M r_{pi}^k \overline{X_{i1}} \quad k = 1, \dots, K, \quad p = 1, \dots, P_k \quad (4.38)$$

$$\left[\left\lfloor \frac{C}{\epsilon_k} \right\rfloor - 1 \right] z_{kj\tau} \leq Y_{kj\tau} \leq \left\lfloor \frac{C}{\epsilon_k} \right\rfloor z_{kj\tau} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.39)$$

$$Z_{kj\tau} \geq z_{kj\tau} - z_{kj,\tau-1} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.40)$$

$$Y_{kj\tau}, Z_{kj\tau} \geq 0, \quad z_{kj\tau} \in \{0, 1\} \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad \tau = F_1, \dots, L_1 \quad (4.41)$$

Testes computacionais foram realizados e os detalhes são apresentados no seguinte capítulo.

Capítulo 5

Testes Computacionais

Este capítulo é destinado a apresentar os resultados computacionais obtidos ao resolver o Problema de Dimensionamento de Lotes integrado ao Problema de Corte de Estoque baseado no modelo matemático (4.1) - (4.20) apresentado na seção 4.2, bem como suas variações e ainda o problema acoplado baseado no modelo (2.1) - (2.8) apresentado por Gramani em [18].

Na seção 5.1 são descritos os parâmetros relativos a um exemplar simplificado, no qual consideramos 5 itens finais pertencentes a dois grupos diferentes

$Armários = \{ Armário3P, Armário4P, Armário5P \}$ e $CCriado = \{ Cômoda, Criado \}$ e um horizonte de planejamento com 5 períodos.

A seção 5.2 é destinada a mostrar os resultados computacionais obtidos quando utilizamos os conjuntos distintos de padrões de corte (conhecidos *a priori*) para resolver os problemas. Estes resultados estão separados em 4 etapas.

Na primeira etapa são apresentados os resultados obtidos ao resolver o problema (4.1) - (4.20) com dois conjuntos distintos de padrões de corte.

Na segunda etapa é feita uma comparação dos resultados obtidos na primeira etapa com aqueles obtidos quando resolvemos uma versão adaptada do problema proposto por Gramani [18]. Na terceira etapa de testes, fazemos uma comparação quando utilizamos a estratégia de redução do número de ciclos da serra para o modelo (4.1) - (4.20) com o conjunto de restrições (4.21) e, por fim, na quarta etapa fazemos comparações com os problemas isolados mostrados na seção 4.4.

Esses problemas inteiros mistos foram resolvidos utilizando um equipamento com processador AMD Athlontm 64 X2 Dual Core com 2,8 GHz, 2 GB de memória RAM com o

sistema operacional Windows XP Professional Versão 2002 e o *software* XPress^{MP} (Dash Optimization, *release* 2007).

O XPress^{MP} inclui a linguagem de programação Mosel e o *solver* XPress-Optimizer. Esse *solver* resolve problemas de programação inteira, inteira mista e quadrática utilizando o algoritmo *Branch and Cut*. O Mosel permite interação entre o modelo e o *solver* o que permite implementação de heurísticas específicas e nos deu agilidade para implementar o horizonte rolante para os modelos (4.1) - (4.20), de redução do número de ciclos da serra com o conjunto de restrições (4.21), os modelos isolados descritos na seção 4.4 e ainda limitar o tempo de resolução de cada subproblema (considerando o horizonte rolante) em 7.200 segundos (2 horas).

5.1 Descrição dos parâmetros

Alguns dos dados aqui apresentados foram obtidos em visitas feitas à Fábrica de Móveis Luapa, tomada como laboratório para os objetivos dessa dissertação de Mestrado.

Como consideramos horizonte rolante de planejamento e cinco períodos, precisamos primeiramente resolver o problema detalhado para o primeiro período e de forma relaxada para os demais. Obtida essa solução, será preciso “rolar” esse horizonte de forma que o segundo período venha a se tornar o primeiro e um outro conjunto de dados precisa ser acoplado ao problema e vir a se tornar a demanda do quinto período. Veja exemplo ilustrativo na Tabela 4.1.

As demandas e os limites de estoque considerados para os grupos *Armários* e *CCriado* são aqueles detalhados na Tabela 5.1.

Na Tabela 5.2 a seguir, são apresentados os detalhes referentes aos 6 tipos de objetos que, após cortados em peças menores, compõem os produtos finais. Tais detalhes consistem de espessura, custos, número de padrões de corte diferentes utilizados pela empresa e o número de padrões de corte tabuleiros compostos diferentes gerados pela heurística HTC, de Figueiredo e Rangel [14], para cada objeto.

Demanda											Estoque
	Períodos										
Itens	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Intervalo
Armário3P	0	11	0	10	0	0	10	0	10	0	[10 , 70]
Armário4P	0	20	10	0	15	10	0	10	17	0	[40 , 120]
Armário5P	0	15	0	0	30	8	15	10	0	20	[40 , 120]
Cômoda	40	0	0	19	0	5	0	10	0	0	[100 , 250]
Criado	0	0	24	0	3	3	0	0	0	0	[30 , 150]

Tabela 5.1: Demanda utilizada como entrada de dados e intervalo de estoque desejável para os produtos finais.

Os custos dos objetos mostrados na Tabela 5.2 foram utilizados para calcular o custo da perda de matéria-prima de cada padrão de corte. Além disso, o tempo de corte de um, ou mais, objetos segundo um padrão de corte quando considerados os padrões cedidos pela Luapa é considerado $v_j = 6,2$ minutos, enquanto que, quando consideramos os padrões de corte gerados pela heurística HTC, de Figueiredo e Rangel [14], esse tempo é computado como $v_j = 4,5$ minutos, pois consistem em padrões tabuleiros, os quais são fáceis de serem cortados.

Objetos				
Objeto	Espessura	Custo (R\$)	n^0 padrões Luapa	n^0 padrões HTC
1	3 mm	6,51	19	250
2	9 mm	12,85	4	87
3	12mm	16,64	10	248
4	15mm	19,82	13	340
5	20mm	26,88	20	148
6	25mm	37,83	5	107

Tabela 5.2: Dados dos objetos considerados e número de padrões de corte diferentes para cada tipo de objeto.

Como cada uma das máquinas envolvidas no processo de produção dos móveis (incluindo a máquina seccionadora) trabalha 8,8 horas (528 minutos) em cada período, segue que a capacidade de produção em unidades de tempo é igual para todas elas e para todos

os períodos do horizonte de planejamento, ou seja, cada uma das máquinas, seccionadora, furadeira, cola de bordas e pintura UV, tem capacidade para produção de 528 minutos em cada período.

O estoque de cada uma das peças utilizadas na montagem dos produtos finais foi limitado em 5.000 unidades (com respeito ao tipo e à espessura) no primeiro período. Dessa forma, $IP_{kpt} \leq 5.000$, $t = 1$, $1 \leq k \leq 6$, e $1 \leq p \leq P_k$.

O limitante superior para o estoque de cada tipo de peça utilizada na montagem dos móveis no valor de 5.000 é um valor expressivo, visto que o espaço físico da empresa para este fim é escasso. No entanto, a factibilidade do modelo matemático apresentado (4.1) - (4.20) ainda está muito dependente desse limitante de estoque de peças, pois não estamos considerando algumas estratégias empregadas na empresa, tais como a utilização de meio padrão de corte.

O meio padrão de corte pode ser confundido com meio objeto, pois a diferença é muito sutil. Veja na Figura 5.1 um exemplo ilustrativo indicando a diferença entre meio padrão de corte e o meio objeto.

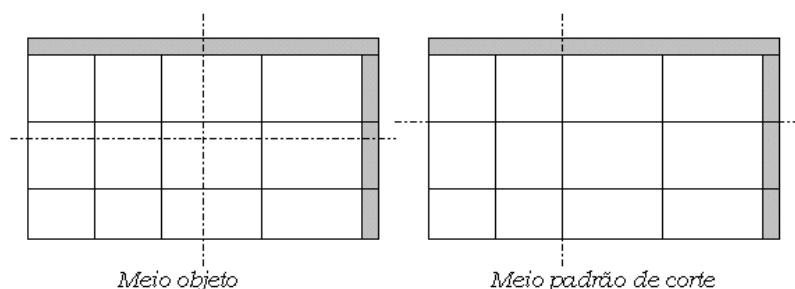


Figura 5.1: As linhas pontilhadas indicam os possíveis cortes para se obter meio objeto e meio padrão de corte.

A parte do objeto que sobra após se cortar o meio padrão de corte é depositado num espaço junto aos objetos inteiros e usado posteriormente, não necessariamente no mesmo período, para completar o número de peças que ainda precisam ser cortadas para um determinado lote.

A Tabela 5.3 mostra a quantidade e a dimensão (em *mm*) de cada uma das peças utilizadas na montagem dos móveis dos grupos *Armários* e *CCriado* que estão sendo considerados nessas baterias de testes computacionais.

Composição						
Peça	Dimensão	A3P	A4P	A5P	Cmd	Crd
<i>3 mm</i>						
1	1080×454	3	4	5	0	0
2	530×454	3	4	5	0	0
3	647×453	4	4	4	0	0
4	710×454	2	2	2	0	0
5	454×454	0	1	2	0	0
6	428×454	0	2	2	0	0
7	1050×500	0	0	1	0	0
8	1520×565	6	0	0	0	0
9	2000×565	0	6	0	0	0
10	2500×565	0	0	6	0	0
11	388×377	0	0	0	2	0
12	410×383	0	0	0	2	0
13	445×213	0	0	0	6	0
14	710×535	0	0	0	0	3
15	1062×530	0	0	0	0	2
16	647×454	0	0	0	0	4
<i>9 mm</i>						
1	540×510	1	1	3	0	0
2	635×60	0	0	0	3	0
3	442×60	0	0	0	2	0
4	295×60	0	0	0	3	0

Continuação da tabela anterior.

Peça	Dimensão	A3P	A4P	A5P	Cmd	Crd
12 mm						
1	454×180	8	8	8	0	0
2	606×178	4	4	4	0	0
3	390×110	0	0	0	2	0
4	370×110	0	0	0	1	0
5	454×60	0	0	0	6	0
6	635×60	0	0	0	3	0
7	454×180	0	0	0	4	0
8	635×180	0	0	0	2	0
9	454×135	0	0	0	0	2
10	635×135	0	0	0	0	1
15 mm						
1	1050×535	2	2	2	0	0
2	430×535	2	2	2	0	0
3	500×535	2	2	2	0	0
4	497×450	3	4	5	0	0
5	427×450	0	1	2	0	0
6	1047×450	3	4	5	0	0
7	700×200	4	4	4	0	0
8	490×60	2	2	7	0	0
9	1060×60	1	1	2	0	0
10	440×60	2	4	4	0	0
11	510×60	1	1	2	0	0
12	600×440	0	0	0	2	0
13	450×132	0	0	0	1	0

Continuação da tabela anterior.

Peça	Dimensão	A3P	A4P	A5P	Cmd	Crđ
14	970×570	0	0	0	3	0
15	700×75	0	0	0	2	0
16	700×211	0	0	0	1	0
17	700×163	0	0	0	0	2
18	700×20	0	0	0	0	3
20 mm						
1	1050×60	2	3	4	0	0
2	430×60	0	0	1	0	0
3	500×60	2	3	4	0	0
4	1520×60	12	0	0	0	0
5	2000×60	0	12	0	0	0
6	2500×60	0	0	12	0	0
7	444×40	16	22	26	0	0
8	444×60	12	12	12	0	0
25 mm						
1	1050×60	1	2	2	0	0
2	500×60	1	2	2	0	0
3	430×60	0	0	1	0	0
4	1060×60	0	0	0	4	0
5	455×60	0	0	0	4	0

Tabela 5.3: *Quantidade e dimensão (em mm) das peças utilizadas na composição dos itens dos grupos Armários e CCriado.*

5.2 Apresentação e Análise dos resultados

Comparação dos resultados obtidos com os padrões de corte da empresa e os padrões tabuleiros compostos

A seguir, na primeira etapa de apresentação dos testes computacionais, tem-se os resultados obtidos quando resolvemos os problemas gerados a partir de conjuntos de padrões de cortes diferentes. O primeiro conjunto de dados se refere aos problemas resolvidos com

os padrões de corte utilizados atualmente na prática da indústria, esses são os problemas PLu. O segundo conjunto de dados se refere aos problemas resolvidos com os padrões de corte tabuleiros compostos gerados, a partir de um estudo na mesma empresa, pela heurística HTC descrita em Figueiredo e Rangel [14], esses são os problemas HTC.

O objetivo desta comparação é avaliar o impacto que a utilização de novos padrões de corte pode causar na solução e, com isso, mostrar à indústria possíveis caminhos de melhoria do processo produtivo. Esses padrões de corte são conhecidos *a priori* e o número de padrões de corte diferentes usados para gerar esses problemas pode ser conferido na Tabela 5.2.

Solução encontrada problema PLu para SIP = 5.000						
	Períodos					
Descrição	1	2	3	4	5	Média
Objetos	291,26	384,04	386,86	221,42	368,09	330,33
Padrões	20	21	19	18	20	19,6
Perdas	6,42	15,81	8,75	6,67	15,78	10,69
Cap	524,23	522,79	526,86	505,57	524,23	520,74
Ciclos	70	69	70	68	70	69,4
F.Objetivo	25507,6	22213,7	19531,2	18011,3	16528,5	20358,5
GAP (%)	2,88	6,53	7,05	0,02	6,11	4,52

Tabela 5.4: Solução obtida do problema PLu com SIP=5.000 para a demanda detalhada na Tabela 5.1.

Na Tabela 5.4, a linha “Objetos” indica o número de objetos utilizados em cada um dos cinco períodos utilizando os padrões de corte cedidos pela Luapa. A linha “Padrões” indica o número de padrões de corte diferentes utilizados para obtenção das peças que são necessárias na composição dos produtos finais e a linha “Perdas” indica a porcentagem de matéria-prima perdida. Já a linha “Cap” mostra o tempo gasto pela máquina seccionadora (considerando que a máquina tem capacidade de 528 minutos) para cortar esses padrões de corte incluindo, aí, o tempo gasto para fazer o *setup* da máquina e a linha “Ciclos” indica o número de ciclos da serra que foram necessários.

Os valores mostrados na linha “F. Objetivo” indicam o valor da função objetivo para a solução encontrada. O tempo para a resolução de cada um desses subproblemas

foi limitado em duas horas, de forma que o valor da função objetivo pode não representar o valor da solução ótima como indica a linha “GAP”, obtida fazendo a seguinte operação:

$$GAP = \frac{LS - LI}{LS}$$

onde LS indica o valor da função objetivo da melhor solução inteira encontrada e LI indica o valor da função objetivo da melhor solução relaxada.

A coluna indicada por “Média” indica as médias aritméticas dos valores encontrados em cada uma das linhas da Tabela 5.4, descritas anteriormente, para o problema PLu.

Produção problema PLu SIP=5.000					
	Períodos				
Itens	1	2	3	4	5
A3P	0	21	18,67	0	0
A4P	0	20	50	0	18,88
A5P	0	19	0	0	29,70
Cmd	58	0	0	66,23	0
Crd	144	0	0	36	0
Nível de estoque problema PLu SIP=5.000					
A3P	0	10	28,67	18,67	18,67
A4P	0	0	40	40	43,88
A5P	0	4	4	4	3,70
Cmd	18	18	18	65,23	65,23
Crd	144	144	120	156	153

Tabela 5.5: *Produção e nível de estoque obtidos para o problema PLu com SIP=5.000 para a demanda detalhada na Tabela 5.1.*

A Tabela 5.5 indica a produção e o nível de estoque atingido em cada período ao resolver o problema PLu para cada um dos produtos finais, onde A3P indica Armário 3 portas, A4P é o Armário 4 portas, A5P indica o Armário 5 portas, Cmd e Crd são usados para indicar a Cômoda e o Criado, respectivamente.

A Tabela 5.6, a seguir, contém os dados referentes às mesmas descrições relatadas anteriormente, porém com relação ao problema resolvido utilizando os padrões de corte HTC como entrada de dados.

Solução encontrada problema HTC SIP=5.000						
	Períodos					
Descrição	1	2	3	4	5	Média
Objetos	346,03	531,03	496,65	429,38	17,73	364,16
Padrões	26	29	31	34	11	26,2
Perdas	9,14	12,68	12,33	11,54	8,33	10,80
Cap	414,88	526,74	525,63	471,22	78,43	403,38
Ciclos	77	89	87	79	11	68,6
F.Objetivo	20571,4	8394,6	4861,0	4232,0	4056,0	8423,0
GAP (%)	0,03	19,33	7,20	0,37	0,06	5,40

Tabela 5.6: *Solução obtida do problema HTC com SIP=5.000 para a demanda detalhada na Tabela 5.1.*

Convém observar que, quando comparamos a utilização da capacidade da máquina seccionadora (528 minutos), os resultados encontrados pelo problema HTC são, em geral, abaixo daqueles encontrados pelo problema PLu (apenas no período 2 a utilização da capacidade da seccionadora excede 3,95 minutos). Em média, o nível de estoque atingido pelo problema HTC (ultrapassando o limitante superior de todos os produtos finais) foi mais alto que aquele atingido pelo problema PLu com economia de aproximadamente 22% de utilização da capacidade da seccionadora, tais dados podem ser conferidos nas colunas “Média” das linhas “Cap” das Tabelas 5.4 e 5.6.

Após analisar as Tabelas 5.4 e 5.6, num primeiro momento poderíamos ser levados a pensar que não seria apropriado utilizar os padrões de corte tabuleiros compostos, pois a média do número de objetos cortados e do número de padrões de corte diferentes é maior que aqueles obtidos quando se utiliza os padrões de corte da Luapa para se resolver o problema integrado apresentado.

No entanto, as tabelas referentes ao nível de estoque atingido pelos problemas PLu e HTC, apresentadas nas Tabelas 5.5 e 5.7 apresentada a seguir, nos revela o motivo desses valores expressivos para os resultados dos problemas HTC (mostrados na Tabela 5.6). Perceba que o nível de estoque de cada produto final dado pela solução do problema HTC fica bem mais próximo de seu limitante superior (confira na Tabela 5.1), necessitando de mais peças cortadas e, conseqüentemente, mais objetos e, provavelmente, mais padrões de

corte diferentes. O resultado dos melhores níveis de estoque pode ser observado quando se analisa a linha “F. Objetivo” que mostra os valores da solução dos subproblemas HTC (Tabela 5.6) abaixo daqueles encontrados para os subproblemas PLu (Tabelas 5.4) na sua totalidade.

Produção problema HTC SIP=5.000					
	Períodos				
	1	2	3	4	5
A3P	0	31	56	10,75	0
A4P	0	79,5	51,75	43,75	0
A5P	0	55	53	65	0
Cmd	290	0	0	0	24
Crđ	174	0	0	0	6
Nível de estoque problema HTC SIP=5.000					
A3P	0	20	76	76,75	76,75
A4P	0	59,5	101,25	145	130
A5P	0	40	93	158	128
Cmd	250	250	250	231	255
Crđ	174	174	150	150	153

Tabela 5.7: *Produção e nível de estoque obtidos para o problema HTC com SIP=5.000 para a demanda detalhada na Tabela 5.1.*

É possível perceber pela Tabela 5.5 que, exceto no primeiro subproblema (período 1), o modelo procurou manter o nível de estoque baixo, porém dentro do intervalo pré-determinado para cada item quando usamos os padrões da Luapa para resolver o problema. A solução encontrada para os primeiros subproblemas, que correspondem aos problemas PLu e HTC dos períodos 1, 2, 3, 4 e 5 da Tabela 5.1 com o período 1 detalhado como descrito na seção 4.1, mostra uma solução com estoque nulo para os itens A3P, A4P e A5P, Tabelas 5.5 e 5.7, pois, além de considerarmos estoque nulo para todos os tipos de produto final, $I_{i0} = 0$, $\forall i$, o modelo não permite a produção de itens pertencentes a grupos diferentes, como é o caso dos armários que não podem ser produzidos no primeiro período com a cômoda e o criado e, devido a essa restrição, no primeiro período, o modelo não encontrou nenhuma solução viável que mantivesse o nível de estoque de todos os itens

finais dentro do intervalo desejável (esse intervalo pode ser conferido na Tabela 5.1).

Se considerarmos o número de ciclos da serra utilizado em cada período dos problemas PLu e HTC, percebemos que nos períodos 1, 2, 3 e 4 o número de ciclos utilizado pelo problema HTC foi superior àquele utilizado pelo problema PLu (confira as Tabelas 5.4 e 5.6). No entanto, no período 5 o nível de estoque dos produtos finais do problema HTC (Tabela 5.7) já ultrapassa o intervalo desejável, fazendo com que o modelo decida por não cortar muitos objetos nesse período reduzindo o número de ciclos da serra, que é muito abaixo daquele obtido pelo problema PLu (Tabela 5.4). Dessa forma, as Médias do número de ciclos da serra de ambos problemas se tornaram muito parecidas.

Embora o problema PLu encontre soluções viáveis somente para limite de estoque de peças $SIP = 5.000$, o problema HTC já consegue encontrar soluções viáveis considerando $SIP = 300$, o que está mais próximo da realidade, com os mesmo itens demandados da Tabela 5.1. Os resultados da solução encontrada são dados a seguir nas Tabelas 5.8 e 5.9.

Solução encontrada problema HTC para $SIP = 300$						
	Períodos					
	1	2	3	4	5	Média
Objetos	326,16	456,37	0	0	0	156,51
Padrões	26	33	0	0	0	11,8
Perdas (%)	9,41	13,02	0	0	0	4,49
Cap	478,64	526,39	0	0	0	201
Ciclos	90	86	0	0	0	35,2
F.Objetivo	20572,1	10418	12710,9	15056,13	17999,5	15351,3
GAP (%)	0,03	31	59,96	64,17	68,03	44,64

Tabela 5.8: *Solução encontrada considerando $SIP = 300$ para o problema HTC.*

Neste caso, percebe-se que o número total de objetos cortados, ciclos da serra, padrões de corte e utilização da máquina seccionadora foi muito reduzido. Porém o estoque de alguns produtos finais ficam bem próximo ao limitante inferior do intervalo pré-estabelecido (confira Tabela 5.1), sendo que nos períodos 4 e 5 o estoque do produto final do tipo 1 (Armário 3 portas) é nulo seguido de valores da função objetivo elevados se comparados aos valores da função objetivo do problema HTC com $SIP = 5000$ (confira na Tabela 5.6 o valor da função objetivo do problema HTC na linha F. Objetivo).

Produção problema HTC SIP=300					
	Períodos				
Itens	1	2	3	4	5
A3P	0	21	0	0	0
A4P	0	56	0	0	0
A5P	0	55	0	0	0
Cmd	290	0	0	0	0
Crd	174	0	0	0	0
Nível de estoque problema HTC SIP=300					
A3P	0	10	10	0	0
A4P	0	36	26	26	11
A5P	0	40	40	40	10
Cmd	250	250	250	231	231
Crd	174	174	150	150	14

Tabela 5.9: *Produção e nível de estoque para o problema HTC considerando SIP = 300 para o problema HTC.*

Esse fato se deve à redução do limite de estoque de peças $SIP = 300$. Perceba que, pelo conjunto de restrições (4.9) do modelo (4.1) - (4.20), basta apenas um tipo de peça de qualquer objeto (algum k , $1 \leq k \leq K$, $1 \leq p \leq P_k$) com estoque superior ao limite estipulado para que o problema se torne infactível. Por exemplo, na solução encontrada na Tabela 5.8, o estoque da peça tipo 16 do objeto tipo 1 atingiu seu limite no terceiro subproblema (período 3), $IP_{1,16,1} = 300$, sendo que algumas outras peças de objetos distintos também já apresentam estoque próximo ao limite. Para continuar a produzir no primeiro período de cada subproblema seria necessário cortar mais alguns objetos, pois não há estoque de todos os tipos de peças necessárias para a composição dos produtos finais. Porém o modelo decidiu por não mais cortar nenhum objeto, por não haver um padrão de corte adequado (no qual a peça do tipo 1,16, dentre outras, não esteja presente sem extrapolar o limite de estoque de algumas outras peças, cujo estoque já se aproxima desse limite estipulado) no primeiro período dos subproblemas 3, 4 e 5 e, dessa forma, utiliza o estoque de produtos finais para o atendimento da demanda.

Comparação das soluções encontradas pelo problema proposto e de Gramani [18]

Na segunda etapa de testes computacionais, comparamos a solução encontrada pelo problema HTC com a solução encontrada por uma versão adaptada do problema (2.1) - (2.6) de Gramani [18], descrito anteriormente, utilizando os mesmos padrões de corte gerados pela heurística HTC. O modelo combinado (2.1) - (2.6) não considera horizonte rolante e os mesmos dados detalhados na seção 5.1 foram utilizados para a resolução desse problema. Além disso, no modelo (2.1) - (2.6), não estamos considerando custo de produção em nenhum período do horizonte de planejamento e ainda fizemos uma adaptação das funções penalidades com três variáveis de estoque para os produtos finais. Veja nas Tabelas 5.10 e 5.11, a seguir, a solução encontrada.

Solução encontrada problema combinado						
	Períodos					
Descrição	1	2	3	4	5	Média
Objetos	117,33	117,33	117,33	117,33	117,33	117,33
Padrões	59	53	49	47	36	48,8
Perdas (%)	13,22	12,66	12,83	12,46	0	10,23
F.Objetivo	17007,2					
GAP (%)	0					

Tabela 5.10: Solução encontrada para o problema combinado.

Perceba que, mesmo quando utilizamos um limite baixo para o estoque de peças no problema HTC (Tabela 5.8), o estoque da maioria dos produtos finais atinge resultado perto do desejável, enquanto que, mesmo encontrando solução ótima para o problema combinado (veja a linha GAP da Tabela 5.10), o estoque de alguns produtos finais, quando resolvemos o problema combinado (2.1) - (2.6), fica muito aquém daquele esperado.

É possível ao problema combinado estocar produtos finais de todos os tipos no primeiro período (confira na Tabela 5.11) devido à restrição de produção. Neste caso, o modelo não considera grupos de produtos finais que podem ser produzidos simultaneamente. Aqui qualquer combinação dos produtos finais pode ser produzida em qualquer período do horizonte de planejamento.

Produção problema combinado					
	Períodos				
Itens	1	2	3	4	5
A3P	10	21	10	10	0
A4P	7,63	20	2,13	0	3,06
A5P	6,49	15	0	0	30
Cmd	52,18	29,42	58,4	19	0
Crd	30	0	24	0	3

Nível de estoque problema combinado					
A3P	10	10	10	10	10
A4P	7,63	0	12,13	36,47	24,53
A5P	6,49	0	0	0	0
Cmd	12,18	41,60	100	100	100
Crd	30	30	30	30	30

Tabela 5.11: *Produção e nível de estoque encontrados para o problema combinado.*

O valor da função objetivo da solução encontrada pelo problema combinado não pode ser comparada ao problema HTC, pois estamos considerando custos diferenciados para a função objetivo desses dois problemas.

Mesmo atingindo nível de estoque da maioria dos produtos finais dentro do limite pré-estabelecido, o modelo apresentado por Gramani não considera a possibilidade de cortar vários objetos simultaneamente. Para cada objeto cortado no problema combinado, são descontados 4,5 minutos da capacidade total da máquina de corte, enquanto que no problema apresentado na seção 4.2, esse tempo é descontado da capacidade total da máquina seccionadora para cada ciclo da serra e, como discutido anteriormente, em cada ciclo é possível cortar vários objetos ao mesmo tempo segundo um mesmo padrão de corte e, por esta razão, o número de objetos cortados na solução do problema HTC na Tabela 5.6 é muito maior que aquele encontrado pelo problema combinado (veja a Tabela 5.10).

Na solução encontrada do problema combinado, é possível perceber que o número de objetos cortados em cada período é o mesmo (veja esses dados na Tabela 5.10). Isso se deve ao fato do limite de corte de objetos estar relacionado à capacidade da serra em unidades de tempo e não à espessura do objeto. Estamos considerando o tempo de corte

de cada padrão de corte tabuleiro composto de 4,5 minutos. Para a capacidade da serra de 528 minutos, o modelo teria capacidade de cortar 117,33 objetos em cada período ($528/4,5$). Dessa forma, mesmo que seja interessante aumentar o nível de estoque, a máquina de corte não teria mais capacidade disponível para o corte de novos objetos.

Se, no entanto, aumentarmos a capacidade de utilização da máquina seccionadora no modelo apresentado por Gramani em [18] (considerando a média de objetos cortados no problema HTC, 364,16, e multiplicando pelo tempo de corte de cada padrão de corte, 4,5 minutos) e fazendo as mesmas considerações descritas anteriormente, obtemos uma solução para esse problema combinado relaxado cujo nível de estoque melhor se aproxima da solução apresentada pelo problema HTC (Tabela 5.6) e pode ser verificada na Tabela 5.12.

Solução problema combinado - capacidade relaxada						
	Períodos					
Descrição	1	2	3	4	5	Média
Objetos	364,16	364,16	364,16	364,16	164,20	324,17
Padrões	59	59	49	49	35	50,2
Perdas (%)	12,38	11,92	10,09	11,15	0	9,11
F.Objetivo	5768,64					
GAP (%)	0					

Tabela 5.12: Solução encontrada para o problema combinado considerando capacidade da serra de 1638,72 min.

Perceba que o valor da função objetivo encontrado pelo problema combinado relaxado é abaixo daquele encontrado pelo problema combinado (dados das Tabelas 5.10 e 5.12), mesmo utilizando mais que o dobro da quantidade de objetos (confira as linhas Objetos dessas tabelas). Como estamos considerando apenas os custos de estoque e de perda de matéria-prima utilizada na função objetivo desses problemas combinados, esse valor baixo da função objetivo encontrado se deve ao fato do nível de estoque ter aumentado quando aumentamos a capacidade da máquina de corte (veja a Tabela 5.13). E, além disso, mesmo cortando muito mais objetos com a capacidade de corte relaxada, o modelo utilizou praticamente o mesmo número de padrões de corte diferentes.

Produção problema combinado - relaxado					
	Períodos				
Itens	1	2	3	4	5
A3P	10	29,78	29,22	10	0
A4P	40	20	78,52	11,48	15
A5P	30,97	24,03	0	80	30
Cmd	140	113,01	36,99	19	0
Crd	30	120	24	0	3

Estoque problema combinado - relaxado					
A3P	10	40,78	70	70	70
A4P	40	40	108,52	120	120
A5P	30,97	40	40	120	120
Cmd	100	213,01	250	250	250
Crd	30	150	150	150	150

Tabela 5.13: *Produção e nível de estoque encontrados para o problema combinado considerando capacidade da serra de 1638,72 min.*

Voltando nossas atenções para os níveis de estoque da Tabela 5.13 da solução do problema combinado relaxado, é possível perceber o esse nível se manteve o mesmo nos quarto e quinto períodos. Dessa forma, o único esforço do modelo foi produzir itens suficientes no período 5 para atender a demanda (a Tabela 5.1 nos mostra a demanda do período 5 do horizonte de planejamento) e manter seu nível de estoque, uma vez que aumentar esse nível acarretaria no aumento do valor da função objetivo, devido à estrutura da função penalidade discutida na seção 4.1 mostrada na Figura 4.1, e por este motivo precisou cortar poucos objetos a fim de obter as peças necessárias para a montagem dos itens demandados.

Comparação das soluções encontradas pelo problema proposto e pelo problema com estratégia de redução do número de ciclos da serra

Na terceira etapa dos testes computacionais, utilizando a técnica de redução do número de ciclos da serra para resolver o problema integrado como descrito na seção 4.3, identificado por problema HTC com redução de ciclos, obtivemos os resultados mostrados

na Tabela 5.14 quando utilizamos os padrões gerados pela heurística HTC.

Esse problema HTC com redução de ciclos também foi resolvido considerando-se estoque máximo para as peças cortadas na máquina seccionadora de $SIP = 5.000$. Note que, comparando esses resultados com aqueles obtidos ao resolver o problema HTC sem a estratégia de redução de ciclos da serra, Tabela 5.6, embora o número total de objetos cortados e o valor total da função objetivo sejam ligeiramente maiores que aqueles obtidos quando resolvemos o problema HTC com redução de ciclos, o número de ciclos da serra é menor, em média são 63 ciclos da serra contra 68,6 do problema HTC (compare a coluna Média da linha Ciclos das Tabelas 5.6 e 5.14).

Solução do problema HTC com redução de ciclos SIP = 5.000						
	Períodos					
Descrição	1	2	3	4	5	Média
Objetos	397,03	545,37	495,56	452,25	26,4	383,32
Padrões	21	30	28	33	2	22,8
Perdas (%)	9,28	11,38	9,53	11,94	2,56	8,94
Cap	314,36	527,5	519,26	477,24	36,76	375,02
Ciclos	57	88	85	78	7	63
F.Objetivo	20579,3	8556,82	4891,52	4235,78	4041,28	8460,94
GAP (%)	0,07	21,89	8,05	0,44	0,13	6,12

Tabela 5.14: *Solução encontrada ao resolver o problema integrado com a estratégia de redução do número de ciclos da serra.*

Com a redução do número de ciclos da serra houve, também, uma redução significativa do número total de padrões de corte diferentes, 114 padrões de corte do problema HTC com redução de ciclos contra 131 do mesmo problema HTC sem a estratégia de redução do número de ciclos da serra (confira as Tabelas 5.6 e 5.14 na linha Padrões). Também foi possível observar a redução da utilização total da capacidade (em unidades de tempo) da máquina seccionadora, houve uma redução de 141,78 minutos, 1875,12 minutos contra 2016,9 minutos do problema HTC sem a estratégia de redução do número de ciclos da serra, o que representa mais de um quarto do turno de trabalho (528 minutos).

Perceba que o nível de estoque alcançado pelo problema HTC com redução de ciclos (Tabela 5.15), exceto pelos períodos 1 e 2, ficou bem próximo ao limitante superior de

cada produto final (conforme a Tabela 5.1), sendo que no período 5 o modelo considerou uma melhor solução ultrapassar esse intervalo desejável de estoque de todos os produtos finais, obtendo nível de estoque parecido com aquele encontrado pelo problema HTC sem a estratégia de redução de ciclos da serra. Perceba (comparando as Tabelas 5.7 e 5.15) que apenas o produto final Armário4P nos períodos 2 e 3 ficou com estoque inferior que aquele encontrado pelo problema HTC sem a estratégia de redução de ciclos da serra e o item Armário3P nos períodos 3, 4 e 5 ficou com estoque superior.

Produção problema integrado - redução de ciclos					
	Períodos				
Itens	1	2	3	4	5
A3P	0	31	60	9,69	0
A4P	0	77,73	46,27	51	0
A5P	0	55	53	65	0
Cmd	290	0	0	0	24
Crđ	174	0	0	0	6

Estoque problema integrado - redução de ciclos					
A3P	0	20	80	79,69	79,69
A4P	0	57,73	94	145	130
A5P	0	40	93	158	128
Cmd	250	250	250	231	255
Crđ	174	174	150	150	153

Tabela 5.15: *Produção e nível de estoque encontrados para o problema integrado com a estratégia de redução do número de ciclos da serra.*

Comparação das soluções dos problemas resolvidos de forma integrada e isolada

Por fim, na quarta etapa da bateria de testes computacionais, ao resolver os problemas isolados apresentados na seção 4.4 considerando os modelos (4.32) - (4.36) e (4.37) - (4.41) (onde é considerada a estratégia para redução do número de ciclos da serra) para o Problema de Corte de Estoque obtivemos os resultados dados pelas Tabelas 5.16 e 5.17. Aqui, indicaremos por problemas YS os problemas isolados quando considerarmos o mod-

elo (4.32) - (4.36) e problemas IYS os problemas isolados quando considerarmos o modelo (4.37) - (4.41) para os problemas de corte de estoque.

Solução encontrada para os problemas YS						
	Períodos					
Descrição	1	2	3	4	5	Média
Objetos	108,33	447,03	94,86	405,29	501,67	311,44
Padrões	21	33	19	31	30	26,8
Perdas (%)	8,95	11,52	8,92	11,72	12,36	10,69
Cap	176,73	473,79	157,97	437,03	492,9	347,69
Ciclos	27	86	24	79	92	61,6
F.Objetivo	60412,3	54175,6	56494,1	53134,3	44819,1	53807,1
GAP*(%)	17,31	5,89	23,38	5,94	5,06	11,52

Tabela 5.16: Solução encontrada ao resolver os problemas YS (isolados).

Solução encontrada para os problemas IYS						
	Períodos					
Descrição	1	2	3	4	5	Média
Objetos	190,33	497,39	148,23	467,57	557,08	372,12
Padrões	18	34	15	29	34	26
Perdas (%)	8,57	10,78	8,67	10,76	10,97	9,95
Cap	173,34	465,55	129,45	432,53	506,05	341,38
Ciclos	28	83	20	78	92	60,2
F.Objetivo	60418	54179,6	56499,7	53139,9	44824,1	53812,3
GAP*(%)	17,17	7,16	21,06	7,29	6,98	11,93

Tabela 5.17: Solução encontrada ao resolver os problemas IYS (isolados).

O GAP* mostrado nas Tabelas 5.16 e 5.17 é referente ao GAP obtido ao resolver cada problema (4.32) - (4.36) e cada problema (4.37) - (4.41), respectivamente, nos períodos indicados, pois a solução do problema de dimensionamento de lotes (4.22) - (4.31) é ótima em quase todos os períodos. A linha “F. Objetivo” indica a soma do valor da função objetivo dos problemas de dimensionamento de lotes e de corte de estoque apresentados na seção 4.4, e ainda a terceira parcela da função objetivo (4.1).

A solução dos problemas YS, Tabela 5.16, nos revela que foi usado um maior número de objetos para chegar ao mesmo nível de estoque da solução do problema IYS (confira na Tabela 5.17 a linha Objetos), onde a diferença desse número de objetos ultrapassa os 60 objetos. Ao analisar mais cuidadosamente esses números, percebemos que houve aumento no nível de estoque das peças cortadas IP_{kpt} , no entanto essas peças estocadas não estão sendo consideradas nos problemas de corte de estoque propostos.

O nível de estoque atingido ao resolver os problemas isolados com o problema YS e o problema IYS como problemas de corte de estoque (segunda fase do processo de resolução) é igual para todos os produtos finais em todos os períodos (confira a Tabela 5.18). Mesmo mantendo o mesmo nível de estoque, houve diferença na solução encontrada para os dois problemas, embora essa diferença seja muito pequena.

Produção dos problemas isolados					
	Períodos				
Itens	1	2	3	4	5
A3P	0	21	0	70	0
A4P	0	60	0	58	22
A5P	0	51	0	4	110
Cmd	102	0	57	0	0
Crd	30	0	75	0	0
Nível de estoque para os problemas isolados					
A3P	0	10	10	70	70
A4P	0	40	30	88	95
A5P	0	36	36	40	120
Cmd	62	62	119	100	100
Crd	30	30	81	81	78

Tabela 5.18: *Produção e nível de estoque encontrados para os problemas isolados.*

Um ligeiro aumento no valor da função objetivo quando comparamos os problemas YS e IYS também pode ser verificados nas Tabelas 5.16 e 5.17. Esse aumento (aproximadamente 1%) está relacionado exclusivamente ao número de objetos cortados, pois percebe-se, observando a coluna Média das tabelas, que o número de padrões de corte diferentes utilizados, o número de ciclos da serra e a utilização da capacidade da serra diminuíram na

solução dos problemas IYS com estratégia de redução no número de ciclos da serra para o problema de corte.

Quando comparamos a solução encontrada pelos problemas HTC e YS, veja as Tabelas 5.6 e 5.16, percebemos que houve um aumento no número de objetos cortados, número de ciclos da serra e utilização da capacidade da máquina seccionadora da solução do problema HTC em relação aos problemas YS. No entanto o valor da função objetivo obteve uma redução expressiva, o valor total da função objetivo do problema HTC corresponde a 15,65% do valor encontrado pelos problemas YS. Esses valores da função objetivo podem ser explicados pelo nível de estoque atingido em cada problema (observe os estoque de cada produto final nas Tabelas 5.6 e 5.16). As mesmas observações são feitas quando comparamos os resultados encontrados pelos problemas HTC com redução de ciclos e IYS (confira a coluna Média das Tabelas 5.14 e 5.17), sendo que o valor total da função objetivo do problema HTC corresponde a 15,72% daquele encontrado pelos problemas IYS (confira a linha F. Objetivo dessas tabelas).

Capítulo 6

Conclusão e Perspectivas Futuras

Neste trabalho estudamos o processo de produção de uma empresa de móveis característica do Pólo Moveleiro de Votuporanga/SP. Nesta empresa chapas retangulares de madeira reconstituída são cortadas em peças retangulares menores para compor os produtos finais de modo a atender a uma demanda pré-estabelecida. Também propomos um modelo matemático inteiro misto para o processo de produção que integra os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque que atenda a essa demanda sem atraso na entrega inspirados no trabalho de Gramani e França [19]. Neste modelo, diferentemente de [19], consideramos a utilização de horizonte rolante de planejamento com o objetivo que tornar o modelo mais simples de ser resolvido e, ainda, a divisão do primeiro período em subperíodos que indicam os ciclos da serra da máquina seccionadora.

O modelo matemático, apresentado na seção 4.2, considera vários itens, vários tipos de objetos disponíveis em estoque suficiente para atender à demanda e limite de capacidade (em unidades de tempo) para as máquinas envolvidas no processo de produção (seccionadora, furadeira, cola de bordas e pintura). Além disso, grupos de produtos que podem ser produzidos num mesmo período foram considerados de forma que produtos finais pertencentes a grupos diferentes não possam ser produzidos simultaneamente.

O modelo foi estendido de forma que a capacidade de corte da máquina seccionadora fosse utilizada na sua “quase” totalidade. Para isso, utilizamos uma estratégia de redução do número de ciclos da serra inspirados pelo trabalho de Mosquera e Rangel [26], onde o número total de objetos cortados a cada ciclo da serra fica próximo à capacidade de corte da máquina seccionadora, considerando a espessura de cada tipo de objeto.

Esses modelos foram implementados no *software* XPress^{MP} (Dash Optimization,

release 2007) que utiliza a linguagem de programação Mosel e análise dos resultados obtidos estão descritos na seção 5.2. Dois grupos de padrões de corte foram considerados para a geração dos problemas. Um deles foi gerado a partir dos padrões de corte já utilizados pela empresa observada, esses problemas foram designados como problemas PLu. O outro grupo é formado por problemas gerados a partir de padrões de corte tabuleiros compostos gerados pela heurística proposta por Figueiredo e Rangel [14], esses problemas foram designados problemas HTC. Os resultados computacionais mostraram que a utilização de novos padrões de corte pode melhorar o processo produtivo em termos da utilização da capacidade da máquina seccionadora, na escolha de padrões de corte mais eficientes e no nível de estoque dos produtos finais.

Os níveis de estoque encontrados pelos problemas PLu e HTC foram semelhantes àqueles obtidos ao resolver uma versão adaptada para vários tipos de objetos do modelo proposto por Gramani em [18], problema combinado, quando a capacidade da máquina de corte (em unidades de tempo) foi relaxada para este problema. Essa e algumas outras adaptações foram feitas no modelo com o objetivo de se comparar o nível de estoque atingido e os números de objetos cortados e padrões de corte diferentes com o resultado obtido pelo problema HTC. Porém, os testes computacionais revelaram que a possibilidade de cortar vários objetos simultaneamente em cada ciclo da serra, deu ao problema proposto maior agilidade para chegar aos níveis de estoque pré-estabelecidos considerando a real capacidade de corte (em unidades de tempo) da máquina seccionadora.

Ao resolver o problema integrado proposto com estratégia de redução de ciclos da serra, o problema HTC com redução de ciclos, pudemos observar um comportamento semelhante ao problema HTC, havendo redução no número de padrões de corte diferentes utilizados, no número de ciclos da serra e, conseqüentemente, na utilização da capacidade (em unidades de tempo) da máquina seccionadora. Essas reduções acompanham pequena redução do nível de estoque de alguns dos produtos finais.

Duas versões de problemas isolados, baseados no modelo integrado proposto, também foram implementadas. Uma delas não considera estratégia de redução de ciclos da serra para o Problema de Corte de Estoque, são os problemas YS, e a outra versão considera essa estratégia, são os problemas IYS. É importante observar que resolvendo o problema de forma isolada, obtivemos reduções significativas na utilização da capacidade de corte da máquina seccionadora e no número de objetos cortados quando comparamos esses

problemas com os problemas HTC e HTC com redução de ciclos. Embora essas reduções sejam interessantes, cabe observar que essas reduções acompanharam elevação no valor total da função objetivo.

Os testes realizados neste trabalho utilizam dados da empresa observada, mas os resultados aqui obtidos não podem ser comparados aos resultados da empresa devido às diversas estratégias aplicadas, tais como a utilização do meio padrão de corte, totalmente ignorado pelo modelo proposto. Também ignoramos neste modelo a existência das cores dos produtos finais e, dependendo da sequência de cores que se escolhe para a produção dos lotes, essa escolha pode não alcançar resultados satisfatórios. Considerar essa escolha da sequência das cores para a produção dos itens finais pode nos levar a uma dificuldade adicional e como próximos passos sugerimos:

- acoplar a estratégia de geração de colunas ao problema como uma alternativa ao elevado número de variáveis de decisão relacionadas ao tipo de padrão de corte (conhecidos *a priori*);
- apertar os valores para os níveis de estoque de peças estudando a viabilidade de produzir meio padrão de corte (como acontece na prática);
- estender o modelo e considerar seqüenciamento para o processo de produção;
- estudar métodos de resolução do problema;
- aplicar essa ferramenta à prática industrial.

Referências Bibliográficas

- [1] ANTHONY, R. N. *Planning and Control Systems: a Framework for Analysis*. Harvard University, 1965.
- [2] ARAUJO, S. A. Estudos de problemas de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade. Master's thesis, ICMC/USP - São Carlos, 1999.
- [3] ARAUJO, S. A., ARENALES, M. N., AND CLARK, A. R. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. *Journal of Heuristics* 13 (2007), 337 – 358.
- [4] BAHL, H. C., RITZMAN, L. P., AND GUPTA, J. N. D. Determining lot sizes and resource requirements: a review. *Operations Research* 35, 3 (1987).
- [5] BRAHIMI, N., DAUZERE-PERES, S., NAJID, N. M., AND NORDLI, A. Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research* 168, 1 (2006), 1 – 16.
- [6] BRITAN, G. R., AND YANASSE, H. H. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science* 28, 10 (1982).
- [7] CAVALI, R. Problema de corte e empacotamento na indústria de móveis: Um estudo de caso. Master's thesis, Ibilce/Unesp - São José do Rio Preto, 2004.
- [8] CORREIA, M. H., OLIVEIRA, J. F., AND FERREIRA, J. S. Reel and sheet cutting at a paper mill. *Computers & Operations Research* 31 (2004), 1223 – 1243.
- [9] DREXL, A., AND KIMMS, A. Lot sizing and scheduling - survey and extensions. *European Journal of Operational Research* 99 (1997), 221 – 235.
- [10] EVANS, J. R. An efficient implementation of the wagner-whitin algorithm for dynamic lot-sizing. *Journal of Operational Management* 5, 2 (1985).

- [11] FARLEY, A. A. Mathematical programming models for cutting-stock problems in the clothing industry. *Journal of Operations Research Society* 1 (1988), 41 – 53.
- [12] FERREIRA, D., MORABITO, R., AND RANGEL, S. Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas relax and fix para a programação da produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte. *Revista Produção Aceito para publicação* (2008).
- [13] FIGUEIREDO, A. Análise de produtividade de padrões de corte na indústria de móveis. Master's thesis, Ibilce/Unesp - São José do Rio Preto, 2006.
- [14] FIGUEIREDO, A., AND RANGEL, S. Geração de padrões de corte produtivos para a indústria de móveis. In *Anais do XXXVIII SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* (2006), XXXVIII SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.
- [15] GILMORE, P. C., AND GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research* 9 (1961), 849 – 859.
- [16] GILMORE, P. C., AND GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting-stock problem - part ii. *Operations Research* 11 (1963), 863 – 888.
- [17] GILMORE, P. C., AND GOMORY, R. E. Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. *Operations Research* 14 (1965), 1045–1074.
- [18] GRAMANI, M. C. N. *Otimização do Processo de Cortagem Acoplado ao Planejamento da Produção*. PhD thesis, UNICAMP - Campinas, 2001.
- [19] GRAMANI, M. C. N., AND FRANÇA, P. M. The combined cutting stock and lot-sizing problem in industrial processes. *European Journal of Operational Research* 174, 1 (2006), 509 – 521.
- [20] HENDRY, L. C., FOK, K. K., AND SHEK, K. W. A cutting stock and scheduling problem in the copper industry. *Journal of Operational Research Society* 47 (1996), 38 – 47.
- [21] KARIMI, B., FATEMI GHOMI, S. M. T., AND WILSON, J. M. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *The International Journal of Management Science* 31 (2003), 365 – 378.

- [22] MORABITO, R., AND ARENALES, M. N. An and/or-graph approach to the solution of two-dimensional non-guillotine cutting problems. *European Journal of Operational Research* 84 (1995), 599–617.
- [23] MORABITO, R., AND ARENALES, M. N. Optimizing the cutting of stock plates in a furniture company. *International Journal of Production Research* 38, 12 (2000).
- [24] MORABITO, R., AND BELLUZZO, L. Otimising the cutting of wood fibre plates in the hardboard industry. *European Journal of Operational Research* (submetido a) (2006).
- [25] MOSQUERA, G. P. Contribuições para o problema de corte de estoque bidimensional na indústria de móveis. Master's thesis, Ibilce/Unesp - São José do Rio Preto, 2007.
- [26] MOSQUERA, G. P., AND RANGEL, S. Redução de ciclos da serra no problema de corte de estoque bidimensional na indústria de móveis. Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional - XXX CNMAC. Florianópolis/SC. Trabalhos e Resumos - CD ROM. São Carlos - SP : SBMAC, 2007. v. único.
- [27] NONAS, S. L., AND THORSTENSON, A. A combined cutting-stock and lot-sizing problem. *European Journal of Operational Research* 120 (2000), 327 – 342.
- [28] POLDI, K. C. *O Problema de Corte de Estoque Multiperíodo*. PhD thesis, ICMC/USP - São Carlos, 2007.
- [29] POLTRONIERI, S. C. *Otimização do Processo de Corte Integrado à Produção de Bobinas - Modelo e Métodos de Solução*. PhD thesis, ICMC/USP - São Carlos, 2006.
- [30] POLTRONIERI, S. C., POLDI, K. C., TOLEDO, F. M. B., AND ARENALES, M. N. A coupling cutting stock-lot sizing problem in the paper industry. *Annals of Operations Research* (Julho, 2007).
- [31] RESPÍCIO, A., AND CAPTIVO, M. E. Integrating the cutting stock problem in a capacity planning. *Department of Informatics and Centre os Operational Research. University of Lisbon / Portugal* (2002).
- [32] SULIMAN, S. M. A. A sequential heuristic procedure for the two-dimensional cutting-stock problem. *International Journal of Production Economics* 99 (2006), 177 – 185.

-
- [33] TOLEDO, S. A. *Dimensionamento de Lotes em Máquinas Paralelas*. PhD thesis, FEEC/Unicamp - Campinas, 1998.
- [34] TRIGUEIRO, W. W., THOMAS, L. J., AND MCCLAIN, J. O. Capacitated lot sizing with setup times. *Management Science* 35, 3 (1989).
- [35] VALENÇA, A., PAMPLONA, L. M. P., AND SOUTO, S. W. Os novos desafios para a indústria moveleira no brasil. *BNDES Setorial*, 15 (2002), 83 – 96.
- [36] WAGNER, H. M., AND WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science* 13 (1966), 105 – 119.
- [37] WIKIPÉDIA. A enciclopédia livre. *http : //pt.wikipedia.org/wiki/Imagem : SaoPaulo_Municip_Votuporanga.svg*. Imagem: São Paulo, município de Votuporanga. Último acesso: 01/2008.
- [38] YANASSE, H. H., HARRIS, R. G., AND ZINOBER, A. S. I. Uma heurística para redução do número de ciclos da serra no corte de chapas. *Anais do Encontro Nacional de Engenharia de Produção / Congresso Latino Americano de Engenharia Industrial, XIII ENEGEP* (1993), 879–885.
- [39] YANASSE, H. H., AND MORABITO, R. Linear models for one-group two-dimensional guillotine cutting problems. *International Journal of Production Research* (2006), 1–21.

Apêndice A

Código Fonte do Programa Implementado

Exibimos aqui as partes principais do código fonte do modelo (4.1) - (4.20) implementado no XPress-Mosel. O código fonte apresentado trata-se da implementação do modelo matemático proposto com estratégia de redução do número de ciclos da serra, como apresentado na seção 4.3. No entanto, para a implementação do modelo original (4.1) - (4.20), basta retirar o conjunto de restrições

$$\text{rest_MultiploSerraInf}(k,j,\tau) := (\text{CapCorte}(k)-1)*z(k,j,\tau) \leq Y(k,j,\tau).$$

Código fonte

!Início do programa

```
model LotCut2
```

```
uses "mmxprs","mmive","mmsystem","mmodbc"
```

```
setparam("XPRS_presolve",1)      ! 1 liga o presolver
```

```
setparam("XPRS_cutstrategy",-1)  ! gera automaticamente os planos de corte
```

!Declaração das sub-rotinas

```
forward procedure Le_Parametros    !leitura dos dados
```

```
forward procedure Importa_Padrees !leitura dos padrões
```

T := 1..Tempo ! Períodos
 K := 1..Objetos ! Objetos
 Pi := 1..Maquinas ! Máquinas usadas na produção

pecas03 ! número de peças de 3 *mm*
 pecas09 ! número de peças de 9 *mm*
 pecas12 ! número de peças de 12 *mm*
 pecas15 ! número de peças de 15 *mm*
 pecas20 ! número de peças de 20 *mm*
 pecas25 ! número de peças de 25 *mm*

padroes03 ! número de padrões de 3 *mm*
 padroes09 ! número de padrões de 9 *mm*
 padroes12 ! número de padrões de 12 *mm*
 padroes15 ! número de padrões de 15 *mm*
 padroes20 ! número de padrões de 20 *mm*
 padroes25 ! número de padrões de 25 *mm*

PMax ! número máximo de peças utilizadas
 JMax ! número máximo de padrões utilizados

!declaração dos dados e das variáveis globais do programa

declarations

StokAux1 : array(ITENS) of real; !variável auxiliar estoque inicial no Hor Rolante
 StokAux2 : array(ITENS) of real; !variável auxiliar estoque inicial no Hor Rolante
 StokAux3 : array(ITENS) of real; !variável auxiliar estoque inicial no Hor Rolante
 IPAux : array(K,1..PMax,0..0) of real; !variável auxiliar estoque de peças no Hor Rolante
 NT : integer;

N : range	
Nt : array(T) of integer;	!subperíodos do horizonte
F : array(T) of integer;	!primeiros subperíodos de cada periodo
L : array(T) of integer;	!últimos subperíodos de cada periodo
P : array(K) of integer;	!quant peças para cada objeto
J : array(K) of integer;	!quant. padroes corte p/ cada tipo objeto
cp : array(K,1..JMax) of real;	!custo perda de material
cd : array(ITENS) of real;	!custo de produzir i no período t
d : array(ITENS,1..10) of integer;	!demanda de cada item i no período t
r : array(K,1..PMax,ITENS) of integer;	!quant de peças para montar i
a : array(K,1..PMax,1..JMax) of integer;	!quant peças p de espessura k no padrão j
tc : real;	!tempo para cortar as peças de i
tp : real;	!tempo para preparar as peças d i
ts : real;	!tempo para preparar a serra
v : real;	!tempo para cortar objeto k no período t
alfa : array(K,Pi) of real;	!tempo que a peça gasta na máq m
cs : real;	!custo de preparar a serra
CS : real;	!cap da serra (em min) no período t
CM : real;	!cap da máquina m (em min) no período t
Cap : real;	!cap produção demais máquinas
SS2 : array(ITENS) of integer;	!limitante superior para o estoque do item i
SS1 : array(ITENS) of integer;	!limitante inferior para o estoque do item i
SIP : integer;	!limitante para o estoque de peças prontas
epsilon : array(K) of real;	!espessura do objeto k
a03 : array(1..pecas03,1..padroes03) of integer;	!matriz dos padrões do objeto tipo 1
a09 : array(1..pecas09,1..padroes09) of integer;	!matriz dos padrões do objeto tipo 2

```

a12 : array(1..pecas12,1..padroes12) of integer;  !matriz dos padrões do objeto tipo 3
a15 : array(1..pecas15,1..padroes15) of integer;  !matriz dos padrões do objeto tipo 4
a20 : array(1..pecas20,1..padroes20) of integer;  !matriz dos padrões do objeto tipo 5
a25 : array(1..pecas25,1..padroes25) of integer;  !matriz dos padrões do objeto tipo 6
r03 : array(1..pecas03,ITENS) of integer;         !quant peças do objeto 1 para montar i
r09 : array(1..pecas09,ITENS) of integer;         !quant peças do objeto 2 para montar i
r12 : array(1..pecas12,ITENS) of integer;         !quant peças do objeto 3 para montar i
r15 : array(1..pecas15,ITENS) of integer;         !quant peças do objeto 4 para montar i
r20 : array(1..pecas20,ITENS) of integer;         !quant peças do objeto 5 para montar i
r25 : array(1..pecas25,ITENS) of integer;         !quant peças do objeto 6 para montar i
Nr_Padroes : array(K) of integer;
PPadrao : array(K,1..JMax) of real;
Custo_Objetos : array(K) of real;                 !custos dos objetos de cada tipo
NmArqDados : string ! arquivos de dados
NmArqSol : string ! arquivos de soluções
NmArqTxt : string ! arquivos de padrões de corte
NomeArquivos : set of string;
Grupos={“armarios”, “cocriado”}!itens que podem ser produzidos simultaneamente
ProducaoGrupo : array(Grupos) of set of string;
ITENS ={“A3P”, “A4P”, “A5P”, “Comoda”, “Criado”} !todos os itens

```

end-declarations

```

ProducaoGrupo(“armarios”) := {“A3P”, “A4P”, “A5P”}

```

```

ProducaoGrupo(“cocriado”) := {“Comoda”, “Criado”}

```

```

NomeArquivos := {“DemandaLuapa”}

```

```

C := 60      !capacidade em mm de corte da serra

```

```

Mi := 6000   !Número grande

```

```

P(1) := pecas03      !para cada objeto k existe um número diferente de peças
P(2) := pecas09
P(3) := pecas12
P(4) := pecas15
P(5) := pecas20
P(6) := pecas25

```

```

J(1) := padroes03    !quantidade de padrões de corte para cada espessura k
J(2) := padroes09
J(3) := padroes12
J(4) := padroes15
J(5) := padroes20
J(6) := padroes25

```

```

MAXTIME := 7200

```

!Criando subperíodos para cada período do Horizonte

```

F(1) := 1            !primeiro subperíodo do período 1
Nt(1) := 95          !número de subperíodos do primeiro período
forall(t in T)do
    if(t < > 1)then
        Nt(t) := 1    !cada um dos demais períodos está dividido em 1 subperíodo
        F(t) := 1 + sum(l in 1..(t-1))(Nt(l))
    end-if
    L(t) := F(t) + Nt(t) - 1
end-do
NT := sum(t in T)(Nt(t))  !total de subperíodos do horizonte
N := 1..NT

```

!declaração da variáveis de decisão e função objetivo

declarations

Y : array(K,1..JMax,N) of mpvar;	!quant objetos serão cortados
z : array(K,1..JMax,0..NT) of mpvar;	!preparação da serra
Z : array(K,1..JMax,N) of mpvar;	!troca de padrão da serra
X : array(ITENS,T) of mpvar;	!produção de itens finais
Q : array(Grupos,T) of mpvar;	!setup de produção dos itens
Stok1 : array(ITENS,0..Tempo) of mpvar;	!estoque do item i abaixo do desejável em t
Stok2 : array(ITENS,0..Tempo) of mpvar;	!estoque do item i dentro do desejável em t
Stok3 : array(ITENS,0..Tempo) of mpvar;	
IP : array(K,1..PMax,0..1) of mpvar;	!estoque de peças
Min : linctr	!função objetivo

end-declarations

!Início do processo

!chama procedure Le_parametros

Le_Parametros

!chama procedure Importa_Padrees

Importa_Padrees

write("Informe o nome do arquivo de demandas (s/ extensão), por exemplo: 'DemandaLuapa' ")

fflush

readln(NmArqDados)

NmArqDados := NomeArquivos(1)+".dat"

NmArqSol := NomeArquivos(1)-".dat"+"sol"

initializations from NmArqDados

d

end-initializations

forall(aux in T)do

setparam("XPRS_MAXTIME",MAXTIME);

!declarando a função objetivo

Min := sum(i in ITENS,t in T)(pmax - ((pmax-psat)/SS1(i))*Stok1(i,t) + psat -
 - psat/(SS2(i)-SS1(i))*Stok2(i,t)) + sum(i in ITENS,t in T)(Stok3(i,t)) +
 + (sum(k in K,j in 1..J(k),tau in F(1)..L(1))((cp(k,j)*Y(k,j,tau)+cs*Z(k,j,tau))))+
 + sum(i in ITENS,t in 2..Tempo)(cd(i)*X(i,t)) ;

!informando o tipo de variável

forall(k in K, j in 1..J(k), tau in N)

z(k,j,tau) is_binary

forall(l in Grupos, t in T)

Q(l,t) is_binary

!*****

!declarando todas as restrições do problema

!*****

!Restrição de balanço de estoque

forall(i in ITENS, t in T)

rest_Balanco(i,t) := Stok1(i,t-1) + Stok2(i,t-1) + Stok3(i,t-1) +
 + X(i,t) - Stok1(i,t) - Stok2(i,t) - Stok3(i,t) - d(i,t) = 0

!restrição de balanço das peças cortadas

forall(k in K, p in 1..P(k))

rest_BalancoPecas(k,p) := IPAux(k,p,0) + sum(j in 1..J(k),tau in F(1)..L(1))
 (a(k,p,j)*Y(k,j,tau)) = sum(i in ITENS)(r(k,p,i)*X(i,1)) + IP(k,p,1)

!Restrição de capacidade da Serra

rest_CapSerra1 := sum(k in K,j in 1..J(k),tau in F(1)..L(1))(v*z(k,j,tau) +
 + ts*Z(k,j,tau)) - CS ≤ 0

forall(t in 2..Tempo)

$$\text{rest_CapSerraGeral}(t) := \sum(i \text{ in ITENS})(tc * X(i,t)) \leq CS$$

!Restrição de capacidade das demais máquinas

forall(m in Pi)

$$\text{rest_CapMaquinas1}(m) := \sum(k \text{ in } K, p \text{ in } 1..P(k), i \text{ in ITENS})(\alpha(k,m) * r(k,p,i) * X(i,1)) - CM \leq 0$$

forall(t in 2..Tempo)

$$\text{rest_CapMaquinasGeral}(t) := \sum(i \text{ in ITENS})(tp * X(i,t)) \leq Cap$$

!Restrição de capacidade de estoque de produtos acabados

forall(i in ITENS)do

$$\text{rest_EstoqueInicial1}(i) := \text{Stok1}(i,0) = \text{StokAux1}(i)$$

$$\text{rest_EstoqueInicial2}(i) := \text{Stok2}(i,0) = \text{StokAux2}(i)$$

$$\text{rest_EstoqueInicial3}(i) := \text{Stok3}(i,0) = \text{StokAux3}(i)$$

forall(t in T)do

$$\text{rest_Estoque1}(i,t) := \text{Stok1}(i,t) - SS1(i) \leq 0$$

$$\text{rest_Estoque2}(i,t) := \text{Stok2}(i,t) - SS2(i) + SS1(i) \leq 0$$

end-do

end-do

!Restrição de capacidade de estoque de peças cortadas

forall(k in K)do

forall(p in 1..P(k))do

$$\text{rest_EstoquePecasInicial}(k,p) := IP(k,p,0) = IPAux(k,p,0)$$

forall(t in 0..1)

$$\text{rest_EstoquePecas}(k,p,t) := IP(k,p,t) - SIP \leq 0$$

end-do

end-do

!Restrição de setup de produção

forall(l in Grupos, t in T)

$$\text{rest_SetupProducao}(l,t) := \sum(i \text{ in } ProducaoGrupo(l))X(i,t) \leq Mi * Q(l,t)$$

!Restrição de permissão de produção

forall(t in T)

```

rest_TipoProducao(t) := sum(l in Grupos)(Q(l,t)) ≤ 1

!1º setup de corte será “0” para cada objeto e para cada padrão de corte
forall(k in K,j in 1..J(k))
    rest_PrimeiroCorte(k,j) := z(k,j,0) = 0

!Restrição p/ o corte de apenas um tipo de objeto e um tipo de padrão
forall(tau in F(1)..L(1))
    rest_Corte(tau) := sum(k in K,j in 1..J(k))(z(k,j,tau)) ≤ 1

!Restrição que delimita a quantidade de objetos cortados por subperíodo
forall(k in K)do
    CapCorte(k) := integer(C/epsilon(k))

    forall(j in 1..J(k), tau in F(1)..L(1))do
        rest_MultiploSerraInf(k,j,tau) := (CapCorte(k)-1)*z(k,j,tau) ≤ Y(k,j,tau)
        rest_MultiploSerraSup(k,j,tau) := Y(k,j,tau) ≤ CapCorte(k)*z(k,j,tau)
    end-do
end-do

!Restrição de aproveitamento do setup da seccionadora
forall(k in K,j in 1..J(k),tau in F(1)..L(1))
    rest_AproveitaSetup(k,j,tau) := Z(k,j,tau) - z(k,j,tau) + z(k,j,tau-1) ≥ 0
!*****

loadprob(Min)

minimize(XPRS_PRI+XPRS_DUAL,Min)

!*****

! Gravação da solução em arquivo
!*****

fopen(NmArqSol,F_OUTPUT+F_APPEND)
writeln(“Arquivo: ”,NmArqDados,“\n\n”)
writeln(“\n”)
writeln(“O problema de número ”,aux,“ foi resolvido!!”)
writeln(“\n”)

```

```

writeln("O valor da função objetivo é Z = ", getobjval)
writeln("\n")
forall(i in ITENS)do
    writeln(getsol(X(i,1)), " ", getsol(Stok1(i,1))+getsol(Stok2(i,1))+getsol(Stok3(i,1)), "
        ", getsol(X(i,2)), " ", getsol(Stok1(i,2))+getsol(Stok2(i,2))+getsol(Stok3(i,2)), "
        ", getsol(X(i,3)), " ", getsol(Stok1(i,3))+getsol(Stok2(i,3))+getsol(Stok3(i,3)), "
        ", getsol(X(i,4)), " ", getsol(Stok1(i,4))+getsol(Stok2(i,4))+getsol(Stok3(i,4)), "
        ", getsol(X(i,5)), " ", getsol(Stok1(i,5))+getsol(Stok2(i,5))+getsol(Stok3(i,5)))
end-do
writeln("\n")
forall(t in T)do
    forall(l in Grupos)do
        if(getsol(Q(l,t)) < > 0)then
            writeln("A fábrica está preparada para fabricar produtos do
                grupo ", l, " no período ", t, " .  $\rightarrow Q$ (", l, ", ", t, ")=", getsol(Q(l,t)))
            forall(i in ProducaoGrupo(l))do
                writeln("X(", i, ", ", t, ") = ", getsol(X(i,t)), " I(", i, ", ", t, ") =
                    ", getsol(Stok1(i,t))+getsol(Stok2(i,t))+getsol(Stok3(i,t)))
            end-do
        end-if
    end-do
end-do
writeln("\n")
forall(k in K)do
    forall(j in 1..J(k), tau in N)do
        if(getsol(z(k,j,tau)) < > 0)then
            writeln("z(", k, ", ", j, ", ", tau, ") = ", getsol(z(k,j,tau)), "
                Z(", k, ", ", j, ", ", tau, ") = ", getsol(Z(k,j,tau)), "
                Y(", k, ", ", j, ", ", tau, ") = ", getsol(Y(k,j,tau)))
        end-if
    end-do
end-do
writeln("\n")

```

```

writeln("As peças que foram cortadas são as seguintes:")
forall(p in 1..P(k))
    writeln("IP(",k," ",p," ",0)=",getsol(IP(k,p,0)), " IP(",k," ",p," ",1)=",
    getsol(IP(k,p,1)) )
end-do

fclose(F_OUTPUT)

!*****

```

!atualizando os dados de demanda e guardando as soluções

```

forall(i in ITENS)do
    forall(indice in 1..(10-aux))do
        d(i,indice) := d(i,indice+1);
    end-do
    d(i,11-aux) := 0;

    StokAux1(i) := getsol(Stok1(i,1));
    StokAux2(i) := getsol(Stok2(i,1));
    StokAux3(i) := getsol(Stok3(i,1));

    forall(k in K,p in 1..P(k))
        IPAux(k,p,0) := getsol(IP(k,p,1));
    end-do
end-do

```

```

end-do

```

!Fim do Processo

!Procedure Le_Parametros

```

procedure Le_Parametros

    initializations from "ParametrosLuapa.dat"
        Custo_Objetos SS1 SS2 SIP epsilon
    end-initializations

```

initializations from “PadroesComponentes03Luapa.dat”

 r03

end-initializations

initializations from “PadroesComponentes09Luapa.dat”

 r09

end-initializations

initializations from “PadroesComponentes12Luapa.dat”

 r12

end-initializations

initializations from “PadroesComponentes15Luapa.dat”

 r15

end-initializations

initializations from “PadroesComponentes20Luapa.dat”

 r20

end-initializations

initializations from “PadroesComponentes25Luapa.dat”

 r25

end-initializations

ts := 2.63

tc := 4

tp := 3

v := 4.5

cs := 0.23

CS := 528

CM := 528

Cap := 528

forall(k in K)do

 if(k < >1)then

 alfa(k,1) := 0.1

 alfa(k,2) := 0.22

```

        alfa(k,3) := 0.8 !podem ser colocadas três peças ao mesmo tempo
    end-if
    alfa(k,1) := 0
    alfa(k,2) := 0
    alfa(k,3) := 0
end-do

cd("A3P") := 498/10
cd("A4P") := 626/10
cd("A5P") := 775/10
cd("Comoda") := 238/10
cd("Criado") := 92/10

forall(i in ITENS)do
    forall(p in 1..P(1))
        r(1,p,i) := r03(p,i)
    forall(p in 1..P(2))
        r(2,p,i) := r09(p,i)
    forall(p in 1..P(3))
        r(3,p,i) := r12(p,i)
    forall(p in 1..P(4))
        r(4,p,i) := r15(p,i)
    forall(p in 1..P(5))
        r(5,p,i) := r20(p,i)
    forall(p in 1..P(6))
        r(6,p,i) := r25(p,i)
    end-do

    forall(k in K,j in 1..J(k))
        cp(k,j) := (PPadrao(k,j)*Custo_Objetos(k))/500
    end-do
end-procedure

```

!Procedure Importa_Padrees

```
procedure Importa_Padrees
```

```
    procedure Importa_Padrees
```

```
    declarations
```

```
        aux: string    ! Auxiliar na busca pela primeira faixa do arquivo
```

```
        auxA: array(K,1..2*PMax,1..JMax) of integer
```

```
        Nr_Faixas: array(K,1..JMax) of integer ! Número de faixas no padrão de corte j
```

```
        Faixa: array(range) of integer ! Contabiliza os itens em cada faixa k
```

```
        contador: integer    ! Contador das linhas para chegar na leitura das faixas
```

```
    end-declarations
```

```
    forall(k in K, j in 1..J(k))do
```

```
        if(j < 10) then
```

```
            flag := "00"
```

```
        elif(j < 100)then
```

```
            flag := "0"
```

```
        else
```

```
            flag := ""
```

```
        end-if
```

```
        fopen(NmArqTxt(k)-".txt"+"-"+flag+strfmt(j,1)+".txt",F_INPUT)
```

```
            readln(aux)
```

```
            readln(aux)
```

```
            readln(aux)
```

```
            readln(PPadrao(k,j))
```

```
            readln(aux)
```

```
            contador:=0
```

```
            while(contador < 2*P(k))do
```

```
                contador+=1
```

```
                readln(aux)
```

```
            end-do
```

```
            readln(Nr_Faixas(k,j))
```

```
      ! Combinar as faixas pra construir o padrão
      forall(ka in 1..Nr_Faixas(k,j))do
        read(aux)

        forall(pe in 1..2*P(k))do
          read(Faixa(pe))
          auxA(k,pe,j) += Faixa(pe)
        end-do
      end-do

      ! Trazer os padrões pra dimensão original
      forall(p in 1..P(k))
        a(k,p,j) += auxA(k,p,j) + auxA(k,p+P(k),j)

      fclose(F_INPUT)
    end-do
  end-procedure
end-model
```

Apêndice B

Solução detalhada do problema PLu

Os padrões de corte escolhidos na solução do problema PLu (veja as Tabelas 5.4 e 5.5) são apresentados nas Tabelas B.1 - B.6 a seguir.

Objeto tipo 1 (3 mm)														
	Padrões de corte													
Peça	1	3	4	6	8	9	10	12	13	14	16	17	18	19
1	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0
2	2	0	0	20	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0
3	0	15	2	0	0	0	0	0	16	0	0	0	0	0
4	1	1	2	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	24	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0
8	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0

continuação da tabela anterior

13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	24
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	9
Perda	18,73	6,64	8,9	4,57	7,91	18,27	3,01	1,73	7,31	5,83	6,76	4,23	5,25	8,31

Tabela B.1: *Padrões de corte e suas perdas (em %) para o objeto de 3 mm usados na solução do problema PLu.*

Objeto tipo 2 (9 mm)				
	Padrões de corte			
Peça	1	2	3	4
1	15	0	0	0
2	0	95	88	1
3	0	0	43	86
4	0	63	14	138
Perda	18,80	6,94	6,81	7,11

Tabela B.2: *Padrões de corte e suas perdas (em %) para o objeto de 9 mm utilizados na solução do problema PLu.*

Objeto tipo 3 (12 mm)										
	Padrões de corte									
Peça	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	54	4	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0
4	0	0	120	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	4	4	4	8	54	0	0	0

continuação da tabela anterior

	Padrões de corte									
6	0	0	4	36	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	4	0	4	6	78	0	0
8	0	0	0	0	52	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	96	4
10	0	0	0	0	0	0	0	0	16	112
Perda	14,04	53,95	9,54	7,37	5,18	8,99	5,26	5,26	5,51	6,39

Tabela B.3: *Padrões de corte e suas perdas (em %) para o objeto de 12 mm utilizados na solução do problema PLu.*

Objeto tipo 4 (15 mm)										
	Padrões de corte									
Peça	1	2	3	4	9	10	11	12	13	
1	0	0	6	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	12	0	0	0	0	0	
3	0	0	3	6	0	0	0	0	0	
4	4	20	0	0	0	0	0	0	0	
5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	8	0	0	0	0	0	0	0	0	
7	0	2	3	3	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	3	0	0	0	0	0	
9	4	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	6	3	9	0	0	0	0	0	0	
11	2	0	2	0	0	0	0	0	0	
12	0	0	0	0	6	0	0	0	0	
13	0	0	0	0	3	0	0	0	0	

continuação da tabela anterior

	Padrões de corte								
14	0	0	0	0	8	2	28	0	0
15	0	0	0	0	0	38	4	0	0
16	3	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	18	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	80
Perda	3,61	4,14	3,60	3,80	9,13	9,82	11,64	7,06	7,06

Tabela B.4: *Padrões de corte e suas perdas (em %) para o objeto de 15 mm utilizados na solução do problema PLu.*

Objeto tipo 5 (20 mm)							
	Padrões de corte						
Peça	1	2	4	7	12	13	18
1	0	56	0	0	0	0	0
2	0	6	0	0	0	0	0
3	0	30	0	7	0	0	0
4	42	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	28	0	0	0
6	0	0	0	0	0	28	0
7	22	0	137	16	0	4	246
8	14	0	77	27	172	12	4
Perda	9,50	9,84	11,97	9,98	10,82	9,60	12,19

Tabela B.5: *Padrões de corte e suas perdas (em %) para o objeto de 20 mm utilizados na solução do problema PLu.*

Objeto tipo 6 (25 mm)	
	Padrão de corte
Peça	1
1	42
2	42
3	25
4	4
5	4
Perda	10,58

Tabela B.6: *Padrão de corte e sua perda (em %) para o objeto de 25 mm utilizado na solução do problema PLu.*

A Tabela B.7 a seguir, mostra a solução detalhada em cada período do problema PLu.

Lu.

Período 1														
	Objeto 1				Objeto 2		Objeto 3							
Padrão	16	17	18	19	2	4	3	4	5	6	7	8	9	10
Objetos	23,2	21,75	40	37,33	1,82	1,35	0,48	4,78	2,23	29	1,59	1,12	2,96	0,86
Ciclos	2	2	2	2	1	1	1	1	1	6	1	1	1	1
	Objeto 4					Objeto 5		Objeto 6						
Padrões	1	9	10	12	13			1						
Objetos	19,33	20,99	3,05	16	5,4			58						
Ciclos	5	6	1	4	2			29						
Período 2														
	Objeto 1								Objeto 2		Objeto 3			
Padrões	1	4	8	9	10	12	13	14	1		1		2	
Objetos	31,5	40	3,25	38	43,75	2,42	10	3,8	6,53		4,44		60	
Ciclos	2	2	1	2	3	1	1	1	2		1		12	
	Objeto 4				Objeto 5						Objeto 6			
Padrões	1	2	3	4	1	2	4	7	13	18				
Objetos	10,42	5,95	20	71,67	6	3,93	3,89	8,57	8,14	1,77				
Ciclos	3	2	4	18	2	2	2	3	3	1				
Período 3														
	Objeto 1							Objeto 2		Objeto 3				
Padrões	1	4	6	8	10	12	13	1		1		2		
Objetos	28	100	6,4	4,17	18	2,08	4,67	4,58		5		69,83		
Ciclos	2	5	1	1	1	1	1	1		1		14		
	Objeto 4				Objeto 5						Objeto 6			
Padrões	1	2	3	4	1	2	7	12	18					
Objetos	32	6,4	24	47,66	5,33	2,59	21,43	0,90	3,81					
Ciclos	8	2	6	12	2	1	8	1	2					

Período 4													
Padrões Objetos Ciclos	Objeto 1			Objeto 2		Objeto 3							
	16	17	18	3	4	3	4	5	6	7	8	9	
	26,49	24,84	24	2,25	0,41	0,55	5,46	2,55	33,12	1,82	1,28	2,25	
	2	2	2	1	1	1	2	1	9	1	1	1	
Padrões Objetos Ciclos	Objeto 4					Objeto 5		Objeto 6					
	9	10	11	12	13			1					
	20,42	3,38	1,02	4	1,35			66,23					
	6	1	1	1	1			34					
Período 5													
Padrões Objetos Ciclos	Objeto 1								Objeto 2		Objeto 3		
	3	4	6	8	9	10	12	14	1		1 2		
	7,92	37,76	5,6	4,05	59,39	28	3,26	5,94	7,20		3,68 47,41		
	1	2	1	1	3	2	1	1	2		1 10		
Padrões Objetos Ciclos	Objeto 4				Objeto 5					Objeto 6			
	1	2	3	4	2	4	7	13	18				
	28	5,6	15,08	80	3,13	2,61	8,09	12,73	2,64				
	7	2	4	20	2	1	3	5	1				

Tabela B.7: *Solução detalhada do problema PLu*

Na Tabela B.7 acima, as linhas “Padrões” indicam o número dos padrões de corte utilizados na solução do problema PLu no período indicado (confira os padrões nas Tabelas B.1 - B.6), as linhas “Objetos” mostram o número de objetos cortados segundo cada padrão de corte e as linhas “Ciclos” mostram o números de ciclos da serra que foram necessários para cortar tais objetos segundo cada padrão de corte em cada um dos períodos.

Índice Remissivo

- Código fonte, 94
- Ciclo da Serra, 52
- Estrutura da produção, 6
- Função Penalidade, 50
- GAP, 73
- Horizonte de Planejamento
 - Período
 - subperíodo, 9
- Horizonte Rolante de Planejamento, 9
 - exemplo ilustrativo, 52
- Luapa
 - Fábrica de Móveis Luapa, 40
 - Intervalo de estoque dos produtos finais,
 - 41
 - Linha de Produção, 42
 - Cola & Borda, 47
 - Corte Secundário, 44
 - Estoque, 40
 - Furadeira, 45
 - Máquina Seccionadora, 43
 - Pintura, 48
- Meio Padrão de Corte, 68
- Modelagem proposta, 50
 - considerações, 50
 - problemas isolados, 61
 - redução de ciclos da serra, 61
- Padrão de Corte, 11
 - n -grupos, 16
 - Exato, 15
 - Guilhotinado Ortogonal, 14
 - Homogêneo, 11
 - Homogêneo Maximal, 11
 - Número de estágios do, 15
 - Orientação das peças, 15
 - Perda gerada, 11
 - Tabuleiro, 16
 - Tabuleiro Composto, 17
- Parâmetros, 66
 - Composição dos itens, 69
 - Demanda, 67
 - Grupos, 66
 - Objetos, 67
- Planejamento
 - Estratégico, 1
 - Operacional, 1
 - Tático, 1
- Planejamento e Controle da Produção, 1
- Problemas
 - Combinado, 3, 22
 - de Corte de Estoque, 9
 - redução de ciclos da serra, 13
 - vários objetos, 12

-
- de Corte de Estoque multiperíodo, 33
 - com restrições de capacidade, 34
 - sem restrições de capacidade, 33
 - de Dimensionamento de Lotes, 5
 - com restrições de capacidade, 8
 - sem restrições de capacidade, 7
 - Isolado, 61
 - Problemas Integrados
 - Peodução de móveis, 25
 - Produção de bobinas de papel, 28
 - Processo de Planejamento da Produção, 2
 - Setor Produtivo de Móveis no Brasil, 38
 - Sistema de Produção
 - monoestágio, 5
 - multiestágio, 5
 - Testes Computacionais, 65
 - Resultados e análise, 71
 - Votuporanga, 39
 - XPress, 66
 - Mosel, 66

Autorizo a reprodução xerográfica para fins de pesquisa.

São José do Rio Preto, 26 de março de 2008

Assinatura