

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP
Faculdade de Engenharia e Ciências - Campus de Guaratinguetá

STEFANY MARIA RIBEIRO DE OLIVEIRA

**A GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: DOS PCN À
BNCC**

Guaratinguetá

2024

STEFANY MARIA RIBEIRO DE OLIVEIRA

**A GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: DOS PCN À
BNCC**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Estadual Paulista (UNESP),
Faculdade de Engenharia e Ciências, Campus
de Guaratinguetá, para obtenção do título de
Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza

Guaratinguetá

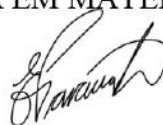
2024

O48g	Oliveira, Stefany Maria Ribeiro de A Geometria nos anos finais do ensino fundamental: dos PCN à BNCC / Stefany Maria Ribeiro de Oliveira - Guaratinguetá, 2024. 41 f : il. Bibliografia: f. 40-41 Trabalho de Graduação em Matemática (Licenciatura) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2025. Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza 1. Geometria - Estudo e ensino. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Análise documentária. I. Título. CDU 514
------	--

STEFANY MARIA RIBEIRO DE OLIVEIRA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE
DO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADA EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

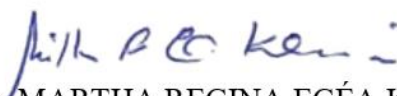


Profª. Dra. Elisangela Pavanelo Rodrigues dos Santos
Coordenadora

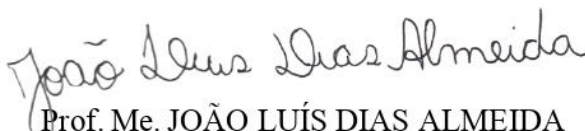
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. ANTONIO CARLOS DE SOUZA
Orientador/UNESP-FEG



Profª. Dra. MARTHA REGINA EGÉA KLEINE
Secretaria Estadual de Educação de São Paulo



Prof. Me. JOÃO LUÍS DIAS ALMEIDA
Secretaria Municipal de Educação de Goiânia-GO

Dezembro de 2024

AGRADECIMENTOS

Primordialmente a Deus, que em sua infinita misericórdia e bondade me sustentou e me permitiu chegar até aqui.

Aos meus pais, Cláudia e Ivanildo, por todo amor, carinho e incentivo, por terem sido meu suporte durante toda a minha trajetória e por terem se doado incondicionalmente para me proporcionar bons valores e boa educação.

A toda minha família, em especial a minha avó, Maria Mercedes, por ter sido minha segunda mãe, por todo apoio, amor, generosidade e pelas orações.

Ao meu querido orientador, Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza, por toda paciência, compreensão e serenidade durante todo o período de orientação.

Por fim, agradeço de maneira especial ao meu amado Lucas, por não me permitir desistir, por ser a calma em momentos tempestuosos e por ter sido pilar fundamental na conclusão deste trabalho.

“Somente em Ti construirei a minha casa
Somente em Ti colocarei minha esperança
Pois só em Ti minh'alma achou descanso
Pois só em Ti eu pude respirar”
(Terra seca / Fraternidade São João Paulo II)

RESUMO

Este trabalho investiga o que se propõe para o ensino de geometria nos anos finais do ensino fundamental, segundo as orientações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Buscamos traçar um histórico da geometria onde dissertamos sobre sua origem e evolução, transitando pelo desenvolvimento de seu ensino no Brasil até os dias atuais. Reconhecendo a importância da geometria no currículo de Matemática, o objetivo central desta pesquisa é analisar e comparar as diretrizes dos PCN e da BNCC, identificando suas convergências e divergências. Para isso, adotou-se uma metodologia qualitativa, utilizando a análise documental, que permite um exame detalhado das informações relevantes de ambos documentos e facilita a comparação de suas proposições. Concluímos, finalmente, que, apesar do avanço nas proposições para as diretrizes educacionais, ambos os documentos possuem limitações e fragilidades, entretanto, se bem aplicadas, estas diretrizes podem enriquecer o ensino de geometria no Brasil.

Palavras-chave: Geometria; PCN; BNCC; Ensino Fundamental; análise documental.

ABSTRACT

This work investigates what is proposed for teaching geometry in the final years of elementary school, according to the guidelines contained in the National Curricular Parameters (PCN) and the National Common Curricular Base (BNCC). We seek to trace a history of geometry where we talk about its origin and evolution, going through the development of its teaching in Brazil until the present day. Recognizing the importance of geometry in the Mathematics curriculum, the central objective of this research is to analyze and compare the PCN and BNCC guidelines, identifying their convergences and differences. To achieve this, a qualitative methodology was adopted, using document analysis, which allows a detailed examination of the relevant information from both documents and facilitates the comparison of their propositions. We finally conclude that, despite the advancement in propositions for educational guidelines, both documents have limitations and weaknesses; however, if well applied, these guidelines can enrich geometry teaching in Brazil.

Keywords: Geometry; PCN; BNCC; elementary school; document analysis.

.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1 A ORIGEM E EVOLUÇÃO DA GEOMETRIA.....	9
2.1.1 Os gregos e a geometria demonstrativa	10
2.1.2 O quinto postulado e a geometria não-euclidiana	12
2.2 O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL: UM PANORAMA HISTÓRICO	13
3. METODOLOGIA.....	20
4. ANÁLISE DOS DOCUMENTOS	23
4.1 OS PCN E O ENSINO DE GEOMETRIA	23
4.2 A BNCC E O ENSINO DE GEOMETRIA.....	27
5. PCN E BNCC: CONVERGÊNCIAS E DIVERGÊNCIAS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA.....	30
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	38
REFERÊNCIAS	40

1. INTRODUÇÃO

Conceitos de geometria fazem parte, de forma importante, do currículo de Matemática no Ensino Fundamental. Estudar geometria contribui para que o aluno desenvolva um tipo de pensamento que o permite compreender, descrever e representar o mundo em que vive. Diante disso, na concepção do presente trabalho voltamos nosso olhar para investigar como é proposto o ensino de geometria para os anos finais do ensino fundamental nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), considerando que esses são os dois únicos documentos curriculares que orientam a educação brasileira desde 1997, com os PCN e, a partir de 2018, com a BNCC.

Este trabalho tem como objetivo analisar e comparar as orientações contidas nesses dois documentos sobre o ensino de geometria nos anos finais do ensino fundamental, identificando suas convergências e divergências.

Para conduzir nossa investigação, concebemos como ideal a pesquisa qualitativa com a abordagem de análise documental, pois permite um levantamento minucioso de informações relevantes de ambos documentos, consequentemente favorecendo a comparação entre as proposições de cada um.

Tendo em vista nosso objetivo, o presente trabalho está estruturado em seis capítulos, sendo o primeiro esta introdução. Sequencialmente trazemos uma revisão bibliográfica, onde buscamos traçar uma linha do tempo da origem e desenvolvimento da geometria, dissertando também sobre a evolução do ensino dessa parte da Matemática no Brasil até os dias atuais. Em seguida, utilizamos o terceiro capítulo para discorrer sobre a pesquisa qualitativa e a abordagem de análise documental, metodologias norteadoras deste trabalho. No quarto capítulo nos dedicamos à análise dos documentos que são o objeto de estudo desta pesquisa, os PCN e a BNCC, fazendo uma apresentação de ambos e versando sobre suas estruturas e propostas para o ensino de geometria nos anos finais do ensino fundamental. No quinto capítulo tratamos da comparação entre esses dois documentos, construindo um quadro comparativo para destacar as convergências e divergências entre as propostas de ambos documentos. Em seguida, no sexto capítulo são apresentadas as considerações finais. Por fim apresentamos as referências que nos respaldaram na construção deste trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo nos dedicaremos a traçar uma linha do tempo da geometria. Na primeira sessão, será apresentada a trajetória da geometria desde suas primeiras descobertas até os conceitos fundamentais que influenciam o ensino contemporâneo. Na segunda sessão, o foco será o desenvolvimento do ensino de geometria no Brasil, analisando as transformações e os desafios enfrentados ao longo do tempo. Essas discussões servirão como base para entendermos o contexto em que se inserem as orientações curriculares presentes nos PCN e na BNCC, documentos centrais deste trabalho.

2.1 A ORIGEM E EVOLUÇÃO DA GEOMETRIA

A palavra geometria tem origem no grego *Geometrein*, da união de “*geo*”, que significa Terra, mais *metron* que significa “medição” ou “para medir”, ou, em outras palavras, é a ciência de medir terrenos (SANTANA, 2020). Historicamente, as primeiras ideias geométricas parecem nos levar a concluir que seu desenvolvimento se deu ante a necessidade do homem de resolver problemas de mensuração (construções, mensuração de terrenos, entre outros).

As geometrias babilônica e egípcia parecem corroborar com essas afirmações. Embora exista abundância em registros quanto à matemática na Mesopotâmia, grande parte desse material encontrado nas tabletas descobertas se refere a álgebra e aritmética. Os babilônios possuíam um poder computacional robusto e com precisão que os permitia calcular, por exemplo, a raiz quadrada de 2 como 1,414222 com erro aproximado de 0,000008 do valor correto. Tal precisão posteriormente só viria a ser melhorada séculos depois, no período renascentista (BOYER, 1974).

Os babilônios pareciam ter, no entanto, conhecimentos das regras para cálculo de áreas de figuras planas como o retângulo, os triângulos retângulos e isósceles e também do trapézio. Com a descoberta e estudo da tableta *Plimpton 322*, que apresenta ternos pitagóricos, também há evidência de que conheciam alguma versão do teorema de Pitágoras (EVES, 2011).

Os egípcios, por sua vez, têm, com os papiros *Moscou* e *Rhind* (ou *Ahmes*), datados de cerca de 1850 a.C. e 1650 a.C., respectivamente, boa parte dos registros de sua matemática. Juntos, os dois compõem uma lista de 110 problemas dos quais 26 são geométricos e ilustram como a matemática era usada para resolver problemas do seu cotidiano. *Ahmes* aproxima a área

do círculo como a área de um quadrado de lado igual a $\frac{8}{9}$ do diâmetro, fornecem, por exemplo, para π a aproximação de 3,166..., com margem de erro respeitável (EVES, 2011).

Há, ainda, um início de construção de alguma noção de semelhança de figuras, mas sem muito desenvolvimento e outras tentativas de aproximação de áreas como as de trapézios, triângulos e quadriláteros (BOYER, 1974). Contrariamente aos babilônios, não há quaisquer comprovações documentais de que os egípcios conheçam, mesmo num cenário específico, o teorema de Pitágoras (EVES, 2011).

A matemática egípcia é, por vezes, admirada e valorizada por conta de suas realizações arquitetônicas, mas carece de séria avaliação e cuidado quanto a relações aproximadas e exatas. Segundo Boyer (1974) *Ahmes* não fazia qualquer separação clara a respeito disso, talvez por falta de conhecimento, resultando em cálculos imprecisos e grosseiros, como por exemplo, calcular a área de um quadrilátero qualquer como o produto das médias aritméticas dos lados opostos. Não há, ainda, qualquer documento que ateste a existência de algum teorema ou demonstração formal na matemática egípcia (BOYER, 1974).

2.1.1 Os gregos e a geometria demonstrativa

Com o declínio do poder dos impérios babilônico e egípcio nos últimos séculos do segundo milênio a.C, novas civilizações se formaram e ganharam espaço, como os fenícios, assírios e gregos. A Idade do Ferro trouxe consigo uma mudança constante das necessidades devido às sofisticações em áreas como a guerra e todas as outras atividades que demandavam instrumentos ou ferramentas deram lugar a uma nova forma de pensar. Pela primeira vez, surge a preocupação de não apenas explicar as técnicas, mas os porquês por detrás delas, substituindo o antigo processo empírico e formulando questões, sobretudo na matemática.

Quanto ao nascimento da geometria demonstrativa e seus pioneiros, os primeiros nomes de que geralmente se tem menção são Tales de Mileto (624-548 a.C. aproximadamente) e Pitágoras de Samos (580-500 a.C. aproximadamente). A Tales, são associados os primeiros resultados em geometria dedutiva, pois é possível que, em alguma de suas viagens à babilônia, tenha tomado conhecimento da proposição que afirma que “um ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto”, agora conhecida como teorema de Tales, e tenha fornecido algum esboço de demonstração do teorema (BOYER, 1974).

Ainda segundo Boyer (1974, p. 34):

Esse fato, ou lenda, foi ornamentado acrescentando-se a esse teorema quatro outros seguintes, que se dizia, provados por Tales.

1. Um círculo é bissectado por um diâmetro.
2. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
3. Os pares de ângulos opostos formados por duas retas que se cortam são iguais.
4. Se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são respectivamente a dois ângulos e um lado de outros, então os triângulos são congruentes.

Cabe salientar, entretanto, que não há prova documental de que tais descobertas foram realizadas por Tales. De fato, não existe qualquer resquício de sua obra ou mesmo vestígios de que escrevera uma (BOYER, 1974).

A Pitágoras, cuja vida e trajetória é tão ou mais rodeada de misticismo e nebulosidade quanto a de Tales, é associada a proposição que leva seu nome, o teorema de Pitágoras, que afirma que “num triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”. Tal associação se deve ao fato de que talvez tenha sido Pitágoras quem deu a primeira demonstração do teorema.

No entanto, tal qual Tales, não há qualquer prova documental de que foi de fato Pitágoras que deu essa demonstração. Além disso, como visto anteriormente, existem evidências de que os babilônios já conheciam este teorema séculos antes de Pitágoras, pela descoberta da tableta *Plimpton 322*.

Os poucos detalhes que se sabem a respeito da vida de Pitágoras são por relatos dos seus seguidores, um deles chamado Proclus, no seu *Sumário Eudemiano*, nome dado em homenagem a seu criador, Eudemo de Rodes, cujo conteúdo é um resumo da obra original então perdida, incorporada às páginas iniciais do seu livro *Comentários sobre Euclides, Livro I*.

Pouco se conhece, também, a respeito de Euclides de Alexandria. Assim como Pitágoras, alguns poucos detalhes conhecidos também se devem a Proclus no livro supracitado. Sua obra de 13 volumes reunia todo o conhecimento matemático até então na forma de geometria dedutiva, em particular, *Os Elementos*, que é tido como a obra matemática mais relevante e bem-sucedida de todos os tempos. *Os Elementos* foi de tal impacto e sofisticação que serviu de base para o ensino de geometria por mais de dois mil anos, embora tenham existido *Elementos* precedendo o seu.

De acordo com Boyer (1974, p. 74):

Euclides e *Os elementos* são frequentemente considerados sinônimos; na realidade o homem escreveu cerca de uma dúzia de tratados, cobrindo tópicos variados, desde óptica, astronomia, música e mecânica até um livro sobre secções cônicas.

A maioria dos tratados de Euclides fazem parte das obras gregas mais antigas de que se tem conhecimento, no entanto apenas cinco sobreviveram e chegaram até os dias de hoje, estas sendo: *Os Elementos*, *Os Dados*, *Divisão de Figuras*, *Os Fenômenos* e *Óptica*. Boyer (1974) compara *Os Fenômenos* de Euclides com a obra *A Esfera* de Autólico, mas afirma que, no caso de *Os Elementos* de Euclides “[...] não há obra contemporânea preservada com a qual possa ser comparada” (BOYER, 1974, p. 75).

2.1.2 O quinto postulado e a geometria não-euclidiana

Dos postulados que Euclides usou para construir suas demonstrações e fundamentar toda a teoria dedutiva, o quinto postulado, conhecido como postulado das paralelas, que estabelece, segundo Eves (2011, p. 180):

[...] P5 Se uma reta intercepta duas retas formando ângulos interiores de um mesmo lado menores do que dois retos, prolongando-se essas duas retas indefinidamente elas se encontrarão no lado em que os dois ângulos são menores do que dois ângulos retos.

Foi considerado o que mais intrigou e deu trabalho aos matemáticos durante séculos.

Primeiro porque Euclides definiu retas paralelas como retas num plano comum que nunca se intersectam mesmo que prolongadas indefinidamente e, além disso, seu enunciado era complexo e de difícil compreensão, comparativamente aos outros quatro. Somando-se ao fato de que Euclides demorou a usá-lo, a saber, na *Proposição I 29*, surgiu a curiosidade de saber se na verdade o postulado não seria uma proposição.

Para tentar simplificar o problema, os matemáticos, através dos séculos usaram proposições equivalentes ao quinto postulado, sendo a mais famosa delas enunciada por Proclus, em seu livro *Comentários sobre Euclides, Livro I*, e tornada mais conhecida por John Playfair, entre os séculos XVIII e XIX, e declarava que “dada uma reta r e um ponto P fora dela, existe uma única reta paralela à reta r e que passa por P ”.

O primeiro a apresentar um trabalho científico a respeito do postulado das paralelas foi Girolamo Saccheri (1667 - 1733), por meio da técnica *reductio ad absurdum* (redução ao absurdo, em latim) cujos resultados foram publicados em seu livro *Euclides ab omni naevo vindicatus* (Euclides Livre de Toda Imperfeição, em latim) em 1733, poucos meses após sua morte (EVES, 2011). Ao confrontar o problema, Saccheri acabou obtendo vários teoremas da área que hoje é conhecida como geometria não-euclidiana. Porém, acabou por não se conformar

em aceitar que não conseguiria a demonstração desejada e, por meio de argumentos vagos, forçou uma contradição para suas ideias.

Outros matemáticos famosos, como Lambert e Legendre, também conduziram suas próprias investigações e contribuições acerca do problema, mas tal qual Saccheri, sem sucesso. O problema parecia estar no fato de que a consistência da nova geometria obtida a partir de certo conjunto de axiomas adicionado de um substituto do postulado das paralelas era tão consistente quanto a geometria euclidiana desenvolvida até então.

Suspeitando disso, matemáticos como Carl F. Gauss, Janos Bolyai e Nicolai Lobachevsky passaram a trabalhar com três possibilidades, a saber, que “dada uma reta r e um ponto P fora dela, existe mais do que uma, exatamente uma ou nenhuma paralela à reta r e que passa por P ” (EVES, 2011, p. 541). Algum tempo depois, Bernhard Riemann, orientando de Gauss, passou a trabalhar a respeito da segunda possibilidade.

As três possibilidades, desenvolvidas por Bolyai e Lobachevsky, Euclides e Riemann descrevem três geometrias bem conhecidas e consolidadas que foram batizadas por Felix Klein, em 1871, como: geometria hiperbólica, geometria parabólica e geometria elíptica, respectivamente (EVES, 2011).

2.2 O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL: UM PANORAMA HISTÓRICO

Por muito tempo, após a descoberta do Brasil em 1500, o interesse de Portugal por sua colônia restringiu-se a exploração do pau-brasil, apenas em 1549, com a vinda de Tomé de Sousa, o primeiro governador-geral e dos padres que formavam a Companhia de Jesus é que temos o início da formação de uma rede educacional no país.

Neste primeiro momento, de 1548 a 1759, a instrução dispensada pelos jesuítas direcionava-se aos indígenas, para promover sua catequização, contexto educacional que se manteve até a vinda de membros da nobreza portuguesa que se estabeleceram a fim de promover novas operações econômicas na colônia, a partir desse momento, os ensinamentos também passaram a ser direcionados aos filhos desses novos habitantes.

Os jesuítas preocuparam-se em ensiná-los a língua portuguesa, o catecismo e a aritmética vigentes em Portugal (D'AMBRÓSIO, 1999, *apud* CALDATTO e PAVANELLO, 2015), o que segundo Caldatto e Pavanello (2015) apresenta indícios de uma provável precarização do ensino de matemática proporcionado pelos jesuítas no Brasil, pois limitava-se ao estudo da aritmética, não abordando conhecimentos de áreas como a geometria e a álgebra.

Os possíveis motivos dessa precarização estariam relacionados com fatores como a concepção jesuítica da matemática, considerada como uma ciência vã por muitos deles (VALENTE, 1999, *apud* CALDATTO e PAVANELLO, 2015); o código educacional máximo da Companhia de Jesus que, tendo por base as humanidades clássicas, davam à matemática pouco espaço (MIORIM, 1998, *apud* CALDATTO e PAVANELLO, 2015); o fato de não haver professores que possuíssem formação relacionada com as matemáticas a ponto de poder explorá-las no cotidiano dos colégios jesuíticos, uma situação que se estendeu ao Brasil (VALENTE, 1999, *apud* CALDATTO e PAVANELLO, 2015).

As primeiras atenções ao ensino de geometria foram dadas com a chegada do Marquês de Pombal, que expulsou a congregação jesuíta do Brasil e promoveu a implementação das Aulas Régias para substituir o ensino jesuítico. Esse sistema embora representasse um retrocesso em alguns aspectos, pois não haviam professores especializados na colônia para ministrar aulas das disciplinas isoladas, foi responsável pela modificação de alguns conteúdos escolares, principalmente no caso da matemática, ao serem introduzidas as aulas de aritmética, álgebra e geometria (MIORIM, 1998, *apud* CALDATTO e PAVANELLO, 2015).

Devido a necessidade de proteger a colônia de ataques externos, o governo português voltou seus esforços para a reestruturação do setor militar. Em 1648 chegam ao Brasil os primeiros especialistas em assuntos militares para capacitar os habitantes da colônia para tais operações. Segundo Caldato e Pavanello (2015) a geometria tornou-se a base matemática do curso de formação de engenheiros militares, cartógrafos, matemáticos, artilheiros, lançadores de bombas e arquitetos, que atuavam em atividades como a construção de fortificações, instrumentos militares e de balística.

De fato, esse ensino de matemática ficava restrito a um público específico enquanto boa parte da população permanecia alheia a esses conhecimentos, porém a partir daí o ensino de matemática e, especificamente, o de geometria, se efetivou no Brasil e seus currículos foram desenvolvidos (CALDATTO e PAVANELLO, 2015).

Nesta época, devido à falta de livros didáticos para o ensino militar no Brasil, o engenheiro português José Fernandes Pinto Alpoim elaborou os primeiros livros escritos em solo brasileiro, o Exame de Artilheiros (1744) cujos conteúdos abordados eram a aritmética, a geometria e a artilharia, e o Exame de Bombeiros (1748) que tratava de geometria e trigonometria.

Com a chegada da corte portuguesa à colônia em 1808, foram criadas novas instituições, Caldato e Pavanello (2015, p. 110) salientam que:

a criação da Academia Real Militar e da Academia Real dos Guardas-Militares foi fundamental para o estabelecimento de conteúdos matemáticos a serem ensinados, pois, anteriormente a elas, não havia organização alguma da matemática escolar no Brasil.

Em 1822 o Brasil emancipa-se de Portugal, tornando-se o Império do Brasil, um momento de passagem no qual são estabelecidos tanto o ensino secundário quanto os cursos superiores, que inicialmente eram das áreas de direito, medicina e engenharias. Com a independência política fez-se necessário a criação de universidades no país, e para garantir a formação mínima aos alunos que ingressariam nos cursos superiores foram estabelecidas as aulas avulsas.

Tendo como intenção unificar todas as aulas avulsas existentes no Império, são criados, em 1832, os liceus provinciais. Em 1837, com inspiração na organização escolar francesa, é criado o Imperial Colégio de D. Pedro II (MIORIM, 1998, apud CALDATTO e PAVANELLO, 2015), onde a matemática escolar secundária era ensinada da seguinte forma:

[...] a Aritmética era ensinada nos três primeiros anos do curso, seguida pela Geometria por mais dois anos e Álgebra no sexto ano. Nos dois últimos, as matemáticas eram ensinadas sob o título de matemática. Na verdade, tratava-se do ensino da Trigonometria e da Mecânica. (VALENTE, 1999, apud CALDATTO e PAVANELLO, 2015, p.111)

Com a proclamação da República em 1889, inicia-se um período onde não houve muitas inovações nas áreas matemáticas e científicas do país (D'AMBRÓSIO, 1999, apud CALDATTO e PAVANELLO, 2015), um panorama que se modificou apenas “a partir da década de 1920, especialmente, pela chegada ao Brasil do Movimento Internacional de Reforma do Ensino de Matemática e pela atuação do professor Euclides Roxo” (CALDATTO e PAVANELLO, 2015, p. 112).

No ano de 1908, em Roma, no IV Congresso Internacional de Matemáticos iniciou-se o primeiro movimento de reforma do ensino de matemática, os presentes, preocupados com a qualidade do ensino de matemática e com o descompasso entre a matemática ensinada nas escolas e a matemática moderna, propuseram a criação de uma comissão para estudar como desenvolver a matemática na escola.

Posteriormente os objetivos da comissão foram expandidos e passaram da coleta de dados para a proposição de algumas modificações para o ensino secundário. Dentre elas algumas estavam relacionadas diretamente com o ensino de geometria, como, o abandono, em parte, da

didática rígida de Euclides; a fusão da aritmética, álgebra e geometria; a introdução de coordenadas e da geometria analítica nos níveis iniciais acessíveis à compreensão dos estudantes dessas séries; entre outras (CARVALHO, 2004, *apud* CALDATTO e PAVANELLO, 2015).

As ações e propostas desenvolvidas pela comissão surtiram efeito em inúmeros países, inclusive no Brasil, que a partir da década de 1930 voltou-se a uma tentativa de implantar um ensino adequado às novas proposições.

No Brasil, algumas reformas foram implantadas a fim de conciliar as diretrizes do ensino de matemática no país com as propostas do primeiro movimento de reforma do ensino de matemática, como a Reforma Campos em 1931, cujas orientações sofreram críticas e dificuldades de adaptação, pois os professores não conseguiam trabalhar partindo dessa nova abordagem e não havia cursos de formação que subsidiassem essa alteração curricular.

O Movimento de Matemática Moderna iniciado no Brasil em 1960 trouxe consigo algumas alterações para o ensino de geometria no país, a proposta era trabalhar sob o enfoque das estruturas, feito por planos vetoriais ou por transformações geométricas (PAVANELLO, 1989, *apud* CALDATTO e PAVANELLO, 2015). Essa mudança na abordagem dos conteúdos dos livros didáticos causou nos professores certa resistência, pois não se sentiam aptos para trabalhar com a matemática e principalmente com a geometria conforme propunha o Movimento de Matemática Moderna.

Conforme destaca Pavanello (*apud* CALDATTO e PAVANELLO, 2015, p. 120):

A orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominantemente a álgebra — mesmo porque, como a Matemática Moderna fora introduzida através desse conteúdo, enfatizara sua importância. A maioria dos alunos do 1º grau deixa, assim, de aprender geometria, pois, em geral, os professores das quatro séries iniciais limitam-se a trabalhar somente a aritmética — e as noções de conjunto. O estudo de geometria passa a ser feito, quando o é, apenas no 2º grau. A substituição do Desenho Geométrico pela Educação Artística nos dois graus de ensino vem, no entanto, tornar ainda maior a dificuldade dos alunos em trabalhar com as figuras geométricas e sua representação.

Os professores que já possuíam dificuldades em trabalhar com a geometria seguindo a abordagem tradicional, agora se sentiam ainda mais desconfortáveis por ter que ensinar seguindo diretrizes de um conteúdo que não foi apresentado em seus cursos de formação, portanto não possuíam domínio sobre o mesmo. Caldatto e Pavanello (2015, p. 120) salientam que “Deste modo, um dos principais legados da Matemática Moderna para o processo

educacional no Brasil foi o abandono da geometria na escola básica que perdura até meados da década de 2010”.

Pavanello (1989 *apud* CALDATTO e PAVANELLO 2015, p. 120),

aponta também como um dos fatores que possivelmente contribuíram para tal fato, a promulgação da Lei Federal 5.692/71, que dava às escolas liberdade na escolha de seus programas de ensino, o que possibilitava aos professores de Matemática o abandono do ensino de geometria ou seu adiamento para o final do ano letivo, se houvesse tempo para isso.

As autoras afirmam que tamanha liberdade, ainda que acompanhada pela democratização do ensino de 2º grau¹, facilitando a acessibilidade da maior parcela dos estudantes, contribuía para que o ensino se voltasse praticamente a apenas álgebra e aritmética.

Caldatto e Pavanello (2015) argumentam que mesmo que a Lei 5.692/71 garantisse uma oferta maior de vagas no ensino básico, seu objetivo de democratização do ensino não foi atingido, já que “[...] não foi acompanhado pela provisão de espaços físico e por um aumento do corpo docente qualificado proporcional a demanda, uma situação que ainda permanece em nossos dias, mesmo nas regiões mais desenvolvidas do país” (CALDATTO e PAVANELLO, 2015, p. 121).

Este processo de ampliação se iniciaria após a queda do Regime Militar em 1985 e a sanção, em 1988, da Constituição da República Federativa do Brasil.

Lorenzato (1995) aponta que o contínuo abandono do ensino de geometria se dá por fatores como a falta de preparo dos professores, a utilização de livros didáticos mal elaborados em decorrência de sua má formação, que além de apresentarem a geometria nos últimos capítulos, reduzem-na a fórmulas e definições sem qualquer aplicação e justificativas lógicas ou históricas.

Lorenzato (1995) argumenta que o movimento da Matemática Moderna possui também sua parcela de culpa do caos no ensino de geometria da época, enfatizando que, anteriormente, o ensino geométrico era notavelmente lógico-dedutivo, com apelo às demonstrações formais e os alunos não gostavam. Destaca que a proposta de algebrizar a geometria defendida pela Matemática Moderna não atingiu as expectativas no Brasil, porém “[...] conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje” (LORENZATO, 1995, p. 3). E destaca: “Presentemente, está estabelecido um círculo

¹ Nomenclatura vigente até a sanção da Lei nº 9394/96 que em seu Art. 4º estabelece a organização da educação básica, passando a chamar-se Ensino Médio (BRASIL, 1996).

vicioso: a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la” (LORENZATO, 1995, p. 3).

Em 1996 se dá a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases – LDB – (BRASIL, 1996), que tem como intuito promover uma educação igualitária (CERQUEIRA *et al.*, 2009).

Caldatto e Pavanello (2015, p. 122), esclarecem que:

Esta lei institui a educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade, organizada da seguinte forma: Pré-escola, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Sendo que os Ensino Fundamental e Ensino Médio, substituíram, respectivamente, o Ensino e 1º Grau e o Ensino de 2º Grau.

Conforme explica Cerqueira *et al.* (2009, p. 1), “em linhas gerais, a responsabilidade pela formação e sistematização do conhecimento, dá-se no âmbito educacional, sendo subordinado às delimitações do poder público, conforme prevê a constituição nacional”.

Em 1998, os Parâmetros Nacionais Curriculares de Matemática foram editados, de acordo com a LDB, sugerindo uma abordagem diferente, por meio de atividades experimentais da Geometria Euclidiana,

[...] As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1998, p. 44).

Ainda em 1998 ocorre a implementação de diversas avaliações que abrangem todo o território nacional, sendo a primeira delas o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), cujo objetivo é avaliar e analisar o desempenho do aluno no fim do ciclo básico de educação, visando contribuir para o aperfeiçoamento da qualidade de ensino nesse nível. O ENEM se encontra em vigor e, desde 2009, é utilizado também como ferramenta de processo seletivo para ingressar no ensino superior (CALDATTO e PAVANELLO, 2015, p. 123).

Aplicado desde 1990 e reestruturado em 2005, passou a vigorar no Brasil o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), composto inicialmente pela Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB), com foco na avaliação amostral das redes públicas e privadas focadas na gestão da educação básica, e pela Avaliação Nacional de Rendimento Escolar (ANRESC), também conhecida como Prova Brasil, com o objetivo de ser uma avaliação censitária para a rede pública. Posteriormente, em 2013, a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), prevista no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), passa a também compor o SAEB, segundo dados do site do INEP (BRASIL, 2020).

Neste prisma, Caldato e Pavanello (2015, p. 123) elucidam,

Os resultados obtidos pelos alunos nessas provas, especialmente no tocante à geometria, mostram que apesar das tentativas explícitas de restabelecimento do ensino desta no Brasil [...] não se tem observado resultados positivos em relação ao alcance dos objetivos dessas medidas.

Homologada em 2017 e promulgada em 2018, a Base Nacional Comum Curricular é um documento norteador que possui como finalidade estabelecer 10 competências gerais que se relacionam entre si e contemplam todos os componentes curriculares.

A BNCC “configura-se no primeiro referencial obrigatório a nível nacional” (SAPUCAIA e SOUZA, 2022, p. 74), visando garantir os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, conforme estabelecido no Plano Nacional de Educação de 2014 e “atingir a universalidade curricular e não de ensino” (FARIA, 2021, p. 37).

A Matemática na BNCC para os anos finais é estruturada em cinco campos distintos: Números e Operações, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade e Álgebra, cujo objetivo é “[...] promover a aprendizagem de maneira intrínseca na realidade e na vida social dos alunos dando a esta disciplina o caráter prático e cotidiano” (FARIA, 2021, p. 37).

Ao longo deste capítulo, foi possível traçar uma linha do tempo do desenvolvimento da geometria, destacando suas transformações e inovações ao longo dos anos. A análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) pretendida por este trabalho será detalhada em um capítulo posterior, visando a reflexão sobre essas diretrizes pedagógicas que reforçam a importância de integrar a geometria ao cotidiano dos estudantes, promovendo uma aprendizagem que vai além da sala de aula.

3. METODOLOGIA

O presente capítulo tem como objetivo destacar aspectos relevantes sobre a pesquisa qualitativa, explicitando como se deu seu surgimento, quais são suas características e sua aplicação na área da Educação Matemática. Também dissertaremos sobre a abordagem de análise documental, escolhida como norteadora desta pesquisa.

Com o objetivo de compreender um tema sob diversas perspectivas, Bicudo (1993, p. 18) descreve o ato de pesquisar como “buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada”, isto é, a pesquisa é um processo orientado por uma pergunta central, que fundamenta todo o trabalho do pesquisador. A autora ainda complementa dizendo que a pesquisa se configura também como uma busca por explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita.

Visando detalhar a atividade de pesquisar, Bicudo (1993) esclarece que o pesquisador explora uma pergunta por todos os ângulos, com um olhar cuidadoso, levando em consideração a realidade em que está inserido e deve conduzir a atividade com rigor e seriedade.

Essa abordagem de pesquisa que propõe uma visão contextualizada dos fenômenos e busca interpretar ao invés de mensurar é denominada qualitativa e suas origens encontram-se nos XVIII e XIX, quando vários sociólogos, historiadores e cientistas sociais, insatisfeitos com o método de pesquisa das ciências físicas e naturais que servia de modelo para o estudo dos fenômenos humanos e sociais, buscaram novas formas de conduzir sua investigação. (ANDRÉ e GATTI, 2008)

André e Gatti (2008) esclarecem que, segundo a perspectiva de Weber, o foco da investigação qualitativa deve se centrar na compreensão dos significados atribuídos pelos sujeitos às suas ações e ainda argumenta que para compreender esses significados é necessário colocá-los em um contexto.

É preciso ainda salientar que pesquisar qualitativamente é importante pois:

[...] permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente; mais do que isso e principalmente, de trabalhar concebendo-o como já sendo sempre junto ao mundo e, portanto, aos outros e aos respectivos utensílios dispostos na circunvizinhança existencial, constituindo-se, ao outro e ao mundo em sua historicidade (BICUDO, 2012, p. 17).

Sendo assim, a abordagem qualitativa não só reconhece a importância do sujeito como participante ativo, mas também enfatiza sua inserção em um contexto social, cultural e histórico mais amplo. Essa visão integrada busca compreender como o sujeito é influenciado e

como influencia seu ambiente, reconhecendo a dinâmica complexa das interações humanas e materiais na pesquisa em Educação Matemática.

Ainda que esses princípios da pesquisa qualitativa já fossem objetos de discussões ao longo do século XIX, foi apenas na década de 1960 que começaram a ganhar notoriedade na área da educação. Essa longa espera pode ser atribuída, em parte, ao fato de que os estudos educacionais estavam amplamente fundamentados na psicologia experimental, o que tornava a aceitação de abordagens fenomenológicas e similares mais difícil (ANDRÉ e GATTI, 2008).

André e Gatti (2008) salientam que a utilização dos métodos qualitativos contribuiu grandemente para o progresso dos conhecimentos na área da educação, pois permitiram uma melhor compreensão dos processos escolares, de aprendizagem e do cotidiano escolar em geral.

Outrossim, a área de Educação Matemática

envolve preocupações com o compreender a Matemática, com o fazer Matemática, com as interpretações elaboradas sobre os significados sociais, culturais e históricos da Matemática [...] possibilitando que estes sejam vistos à luz de outras compreensões e fazeres, científicos ou não, o que, certamente, interfere na ação político-pedagógica (BICUDO, 1993, p. 19 - 20).

Esclarecendo que a mesma não se restringe apenas ao ensino e aprendizado dos conceitos matemáticos em si, mas deve incorporar uma abordagem crítica e reflexiva que considere seu contexto social, cultural e histórico, influenciando assim as práticas educacionais e políticas relacionadas à disciplina.

Desta forma, pode-se admitir que é usual optar-se pela pesquisa qualitativa em Educação Matemática, tendo em vista sua vasta possibilidade de investigação e sua busca por compreender o fenômeno/sujeito estudado por vários ângulos e perspectivas, sempre inserido em um contexto onde são consideradas sua cultura e historicidade integralmente.

Considerando o propósito do presente trabalho, cujo intuito é o estudo das propostas dos PCN e da BNCC para o ensino de geometria nos anos finais do ensino fundamental, a análise documental foi escolhida como abordagem norteadora dessa pesquisa, pois permite um levantamento minucioso de informações relevantes de ambos documentos, consequentemente favorecendo a comparação entre as proposições de cada um.

Segundo o dicionário Michaelis (2024), documento é definido como “qualquer escrito ou impresso que fornece uma informação ou prova, usado para esclarecimento de algo”. Cellard (2008 *apud* LIMA JÚNIOR *et. al*, 2021) acrescenta que o documento escrito é uma fonte preciosa para todo pesquisador, uma vez que permite a reconstrução de um passado distante,

visto que pode evidenciar as atividades humanas de uma determinada época através de seus registros.

A análise documental é “[...] um procedimento que se utiliza de métodos e técnicas para a apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos” (SÁ, SILVA, ALMEIDA e GUINDANI, 2009, *apud* LIMA JÚNIOR *et. al*, 2021, p. 37), isto é, busca identificar nos mais diversos tipos de documentos, (sejam eles escritos, imagens, filmes) informações relevantes para o objetivo da pesquisa, cabendo ao pesquisador definir quais são essas questões de interesse.

Sob essa visão, a análise documental também é definida

como sendo um intenso e amplo exame de diversos materiais, que não foram utilizados para nenhum trabalho de análise, ou que podem ser reexaminados, buscando outras interpretações ou informações complementares, sendo essa busca feita por meio de documentos (GUBA e LINCOLN, 1981, *apud* LIMA JÚNIOR *et. al*, 2021, p. 40).

Seguindo essa perspectiva, Lima Júnior *et.al* (2021, p. 45) concluem que “a análise propriamente dita consiste na obtenção de informações significativas que irão possibilitar a elucidação do objeto de estudo e contribuir na solução dos problemas de estudo propostos”.

4. ANÁLISE DOS DOCUMENTOS

Este capítulo tem como objetivo analisar os dois documentos que são os objetos de estudo desta pesquisa, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A partir de uma perspectiva comparativa, busca-se compreender como cada um desses documentos estabelece diretrizes e expectativas para a aprendizagem de geometria nos anos finais do ensino fundamental.

4.1 OS PCN E O ENSINO DE GEOMETRIA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) para a disciplina de Matemática foram elaborados visando facilitar a inserção dos alunos, através do acesso ao conhecimento e raciocínio matemáticos, como “cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura” (BRASIL, 1998a, p. 59). Destacam, ainda, as diversas situações em que a Matemática pode se revelar de grande utilidade, como “quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões” (BRASIL, 1998a, p. 59). Os parâmetros indicam, ainda, a resolução de problemas como metodologia inicial para “superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos” (BRASIL, 1998a, p. 59), sendo esta superação considerada fundamental pelo documento.

No que diz respeito ao ensino de geometria, temática da presente pesquisa, podemos destacar os seguintes pontos acerca da proposta de contribuição de desenvolvimento do ensino, sendo elas, segundo o documento de introdução aos PCN (BRASIL, 1998a, p.60):

[...]

- Enfatizam a exploração do espaço e de suas representações e a articulação entre a geometria plana e espacial;
- Destacam a importância do desenvolvimento do pensamento indutivo e dedutivo e oferecem sugestões de como trabalhar com explicações, argumentações e demonstrações;

[...]

Evidenciando a clara importância do amadurecimento cognitivo para que os alunos possam enfrentar os desafios que lhes forem propostos com maior autonomia e confiança e dar-lhes consciência acerca da realidade em que vivem.

Os PCN se dividem em quatro ciclos de aprendizagem que abordam todo o Ensino Fundamental. Apesar dos dois primeiros ciclos não figurarem como objetos da presente pesquisa, que envolve o terceiro e quarto ciclos, é importante destacar certos aspectos dos ciclos

anteriores para melhor entendimento das propostas que fazem parte da evolução dos conteúdos do aluno durante seu ciclo primário.

Para o primeiro ciclo, correspondente à 1ª e 2ª séries², temos como objetivos para o estudo da Geometria, a saber, determinar pontos de referência para localização e deslocamento no espaço e identificar relações de posição entre objetos, bem como destacar semelhanças e diferenças entre objetos bidimensionais ou tridimensionais (BRASIL, 1997). Já no segundo ciclo, que corresponde à 3ª e 4ª séries, as propostas são parecidas, com o acréscimo de complexidade no que diz respeito às figuras geométricas, ao identificar suas diferenças e semelhanças “por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções” (BRASIL, 1997, p. 56).

Para o terceiro ciclo, correspondente à 5ª e 6ª séries, depois de definir o perfil dos alunos e os paradigmas que envolvem este período, os parâmetros são diretos ao deixarem bem claro que é essencial estimular as habilidades:

[...] de ouvir, discutir, escrever, ler ideias matemáticas, interpretar significados, pensar de forma criativa, desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo, é o caminho que vai possibilitar a ampliação da capacidade para abstrair elementos comuns a várias situações, para fazer conjecturas, generalizações e deduções simples como também para o aprimoramento das representações[...] (BRASIL, 1998b, p. 63).

Com relação aos objetivos para o terceiro ciclo, estes são divididos em diversos segmentos: numérico, algébrico, geométrico, métrico, proporcionalidade e combinatório, estatístico e probabilístico.

Tendo isso em vista, ao versar sobre os objetivos de Matemática para o ensino de Geometria, temos as seguintes propostas:

[...]

- Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
 - Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
 - Resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução. [...]
- (BRASIL, 1998b, p. 64 e 65)

² Nomenclatura vigente até a sanção da Lei nº 11.274/2006 que reestrutura e amplia a duração do ensino fundamental de oito para nove anos, passando de série para ano (BRASIL, 2009).

Assim, vemos que a premissa de foco em resolução de problemas, nas diversas possibilidades de abordagem de uma situação-problema e no desenvolvimento da maturidade do aluno e do raciocínio lógico-matemático na detecção de padrões e relações continua fortemente enfatizado.

Podemos verificar isso logo após, ao serem abordados os conteúdos para o terceiro ciclo, que são divididos nos seguintes blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Neste capítulo trataremos como “Geometria” o bloco “Espaço e Forma” para fins de clareza e alinhamento com o referido documento.

Brasil (1998b, p. 72 e 73), destaca, no bloco Espaço e Forma, os seguintes:

[...]

- Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números.
- Construção da noção de ângulo associada à ideia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas.
- Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

Corroborando com o aumento de complexidade já proposto na transição do primeiro para o segundo ciclo, no mesmo bloco Espaço e Forma, argumenta-se que:

[...] é importante enfatizar as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, as classificações das figuras geométricas [...], as relações entre figuras espaciais e suas representações planas, a exploração das figuras geométricas planas, pela sua decomposição e composição, transformação (reflexão, translação e rotação), ampliação e redução (BRASIL, 1998b, p. 68).

Assim, os parâmetros encerram o terceiro ciclo e salientam a importância do desenvolvimento da argumentação, para que os alunos “não se satisfaçam apenas com a produção de respostas a afirmações, mas assumam a atitude de sempre tentar justificá-las” (BRASIL, 1998b, p. 71) e avancem para o quarto ciclo, onde devem continuar sendo estimulados e desenvolvidos de modo que possam entender alguns teoremas mais básicos e, inclusive, suas demonstrações, sejam de cunho rigoroso, ou informal através do apelo a figuras ou material didático.

No quarto ciclo, correspondente à 7ª e 8ª séries, os parâmetros sugerem inicialmente a abordagem de tópicos de História da Matemática que representem os contextos relacionados aos conteúdos, para que os alunos reflitam acerca das nuances de como os conhecimentos foram construídos e acumulados pela humanidade (BRASIL, 1998b).

Com relação aos objetivos da Matemática para o quarto ciclo, divididos da mesma forma que o terceiro ciclo, Brasil (1998b, p. 81 e 82), destaca os seguintes pontos do desenvolvimento do pensamento geométrico:

- Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- Produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;
- Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.

Dessa forma, podemos perceber que as transições entre ciclos sempre vêm acompanhadas de um aumento de complexidade gradual ao redor dos tópicos apresentados. Ao introduzir os conteúdos, Brasil (1998b, p. 86), valida esta afirmação ao falar sobre o bloco Espaço e Forma:

[...] tem como ponto de partida a análise das figuras pelas observações, manuseios e construções que permitam fazer conjecturas e identificar propriedades. É importante também na exploração desse bloco desenvolver atividades que permitam ao aluno perceber que pela composição de movimentos é possível transformar uma figura em uma outra.

E com relação às figuras geométricas, se refere às suas construções via reflexão, translação, rotação de outras figuras, para que os alunos percebam que, por meio destas técnicas, as medidas de lados e ângulos permanecem as mesmas (BRASIL, 1998b).

Acerca deste tópico, Brasil (1998b, p. 86), afirma ainda que:

As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias). De forma análoga, o trabalho de ampliação e redução de figuras permite a construção da noção de semelhança de figuras planas (homotetias).

Os PCN também indicam que, apesar de haver os primeiros contatos do aluno com a Geometria dedutiva, não significa que deva ser feito um estudo totalmente formal baseado em axiomas, pois a construção de argumentos, desenvolvida desde os ciclos anteriores, não deve se restringir a apenas esta parte do conteúdo (BRASIL, 1998b).

Com relação aos conteúdos propostos, Brasil (1998b, p. 89), no bloco Espaço e Forma, apresenta alguns tópicos que remetem à ideia de progressão gradual de complexidade:

- Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado.
- Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.

- Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).
- Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro).

Além disso, aborda também temas que se referem à parte dedutiva e experimental:

[...]

- Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer;
 - Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos;
 - Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.
 - Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales.
 - Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras.
- [...] (BRASIL, 1998b, p. 89)

Por fim, podemos perceber que o quarto ciclo é voltado para a consolidação e ampliação das habilidades desenvolvidas ao longo de todos os ciclos anteriores. Neste período do fim do ciclo, almeja-se não apenas o domínio de conteúdo, mas também que o aluno desenvolva a capacidade de utilizá-los de maneira criativa na resolução de problemas, como definido pelos parâmetros anteriormente. O aprofundamento progressivo do raciocínio dedutivo e da autonomia intelectual dos alunos é crucial para sua compreensão acerca das conexões entre conteúdos e suas aplicações no cotidiano. Ao fim do Ensino Fundamental, os PCN declaram que é de suma importância que os alunos sejam capazes de “desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos” (BRASIL, 1998b, p.15).

4.2 A BNCC E O ENSINO DE GEOMETRIA

Publicada em 2018, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) é um documento que busca definir as chamadas “aprendizagens essenciais” que devem ser trabalhadas nas escolas dos Estados, Municípios e Distrito Federal e que atuem em conjunto com dez competências gerais estabelecidas pelo documento de modo que os direitos de aprendizagem e desenvolvimento dos alunos estejam garantidos (BRASIL, 2018). A intenção por trás da sua elaboração é

[...] contribuir para o alinhamento de outras políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal, referentes à formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para a oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação (BRASIL, 2018, p.8).

Ainda de acordo com Brasil (2018, p.8), é esperado que a BNCC seja um documento que “ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, enseje o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas de governo e seja balizadora da qualidade da educação”.

O conceito de competência é definido na BNCC como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p. 8).

Com relação às dez competências gerais que a BNCC estabelece, estas são, em síntese: a) utilização dos conhecimentos adquiridos para entender e explicar o mundo; b) o exercício da curiosidade intelectual para analisar e resolver situações-problemas de forma criativa e crítica; c) valorização e promoção das diversas manifestações culturais; d) uso de diferentes linguagens para expressar-se e compartilhar informações; e) manipular tecnologias digitais de maneira ética e responsável; f) desenvolver autonomia, responsabilidade e a colaboração para a vida profissional e pessoal; g) argumentação com base em fatos e dados confiáveis; h) desenvolver a saúde física e emocional e autoconsciência para lidar com emoções; i) exercício da empatia e do diálogo para resolução de conflitos; j) agir de maneira ética e responsável para o bem comum (BRASIL, 2018).

Quanto ao estudo da Geometria, de maneira semelhante aos PCN, a BNCC estabelece o estudo da

posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias (BRASIL, 2018, p.271).

De forma análoga aos PCN, ainda que não faça parte do escopo da presente pesquisa, abordaremos de maneira resumida a proposta da BNCC em relação à Geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental, ou seja, do 1º ao 5º ano. Nesse período, espera-se que os alunos “identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias” (BRASIL, 2018, p. 272), lançando mão de ferramentas mapas, digitais ou não, e outras formas de representar como suporte (BRASIL, 2018). Além disso, é esperado que conheçam e descrevam detalhes formas geométricas bidimensionais e tridimensionais, assim como deem nome e

comparem figuras espaciais com suas planificações e o uso de *softwares* para o estudo de simetrias de figuras geométricas planas também é indicado (BRASIL, 2018).

Para os anos finais, ou seja, do 6º ao 9º ano, as propostas ganham um corpo mais amplo e denso. Visto como período de consolidar e ampliar os conhecimentos adquiridos previamente, a BNCC é bem clara ao afirmar que:

Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/ reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo (BRASIL, 2018, p. 272).

Ademais, o estudo do plano cartesiano aproxima Geometria e Álgebra dando início a estudos rudimentares da Geometria Analítica e, dessa forma, como ampliação das atividades desenvolvidas nos anos iniciais por meio de *softwares* devem ser ampliados para as representações no plano cartesiano e possibilite a “representação de sistemas de equações do 1º grau, articulando, para isso, conhecimentos decorrentes da ampliação dos conjuntos numéricos e de suas representações na reta numérica” (BRASIL, 2018, p. 272).

Para concluir esta análise, podemos observar que tanto os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) quanto a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) compartilham uma preocupação fundamental com a evolução do pensamento geométrico dos alunos, desde a exploração inicial de conceitos básicos até a introdução de raciocínios mais complexos e dedutivos nos anos finais do ensino fundamental. Ambas as diretrizes enfatizam a importância da resolução de problemas, das transformações geométricas e do desenvolvimento da capacidade de argumentação e justificação das ideias matemáticas.

5. PCN E BNCC: CONVERGÊNCIAS E DIVERGÊNCIAS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

Ao analisarmos as propostas dos PCN e da BNCC para o ensino de geometria nos anos finais do ensino fundamental conseguimos estabelecer relações de convergência entre muitas delas. O quadro a seguir faz um comparativo entre conteúdos propostos pelos PCN para o terceiro ciclo (5ª e 6ª séries) e pela BNCC para os 6º e 7º anos, colocando lado a lado propostas equivalentes.

Quadro 1 – Convergências entre os PCN e a BNCC: propostas para o terceiro ciclo

(continua)

PCN	BNCC	
CONTEÚDOS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas (BRASIL, 1998, p. 72).	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados (BRASIL, 2018, p. 302).	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono (BRASIL, 2018, p. 303).
Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados (BRASIL, 1998, p. 73).	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados (BRASIL, 2018, p. 302).	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles (BRASIL, 2018, p. 303).

Quadro 1 – Convergências entre os PCN e a BNCC: propostas para o terceiro ciclo

(conclusão)

PCN	BNCC	
CONTEÚDOS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros (BRASIL, 1998, p. 73).	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas) (BRASIL, 2018, p. 302).	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial (BRASIL, 2018, p. 303).
“Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números” (BRASIL, 1998, p. 73).		
Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície) (BRASIL, 1998, p. 73).	Simetrias de translação, rotação e reflexão (BRASIL, 2018, p. 308).	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros (BRASIL, 2018, p. 309).
Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área) (BRASIL, 1998, p. 73).	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas (BRASIL, 2018, p. 302).	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 303).
Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° (BRASIL, 1998, p. 73).	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos (BRASIL, 2018, p. 308).	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° (BRASIL, 2018, p. 309).

Fonte: autoria própria

Com a construção do quadro comparativo é possível destacar que ambos documentos apresentam propostas envolvendo:

- Plano Cartesiano: Os PCN têm como foco a Resolução de Problemas relacionados com a posição de pontos e seu deslocamento no plano, partindo da interpretação visual de mapas, croquis e plantas. Já a BNCC propõe algo mais objetivo, sendo a associação dos vértices de um polígono a pares ordenados do sistema de coordenadas.
- Polígonos: Para esse conteúdo os PCN apresentam uma proposta mais genérica, tratando-se da classificação de figuras bidimensionais e tridimensionais baseando-se em critérios diversos como número de lados, eixos de simetria, paralelismo de lados, medidas de ângulos e lados, entre outros. A BNCC, por sua vez, propõe a classificação de polígonos baseando-se em critérios já mencionados pelos PCN, acrescentando também como critério de classificação o número de vértices e perpendicularismo dos lados.
- Poliedros, prismas e pirâmides: Nesta temática os PCN abordam a identificação de diferentes planificações de alguns poliedros e a quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides e a identificação de algumas propriedades que caracterizam esses sólidos. A BNCC coloca foco nas planificações de prismas e pirâmides e nas relações de seus elementos (vértices, faces e arestas).
- Transformações Geométricas: Ambos documentos propõem o reconhecimento e a transformação de figuras através da translação, rotação e reflexão, e a identificação de suas simetrias, a BNCC com o acréscimo da utilização de instrumentos de desenho ou softwares digitais para a construção dessas figuras.
- Ampliação e redução de figuras planas: Os PCN propõem que seja feita a identificação dos elementos que não se alteram e dos elementos que se modificam durante a ampliação e redução dessas figuras. A BNCC atenta-se a construção de figuras semelhantes utilizando a ampliação e a redução, utilizando malhas quadriculadas, o plano cartesiano ou softwares digitais.
- Triângulos: A abordagem dos PCN é bem específica ao propor unicamente a verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Apresentando uma proposta mais abrangente, a BNCC sugere a construção de triângulos, o reconhecimento de sua condição de existência e a verificação da soma dos ângulos internos que resulta em 180° .

Verificadas as convergências, ao analisarmos os documentos também podemos destacar algumas divergências.

Os PCN abordam também como conteúdos a “distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria” (BRASIL, 1998, p. 72 e 73), a “composição e decomposição de figuras planas” (BRASIL, 1998, p. 73) e a “construção da noção de ângulo associada à ideia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas” (BRASIL, 1998, p. 73), estas propostas não são abordadas na BNCC.

A BNCC, por sua vez, apresenta também conteúdos distintos que não são expostos nos PCN, sendo eles a “construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares” (BRASIL, 2018, p. 302), as “transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem” (BRASIL, 2018, p. 308), a “circunferência como lugar geométrico” (BRASIL, 2018, p. 308), as “relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal” (BRASIL, 2018, p. 308) e os “polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero” (BRASIL, 2018, p. 308).

De forma análoga construiremos a seguir um quadro comparativo referente às propostas dos PCN para o quarto ciclo (7^a e 8^a séries) e da BNCC para os 8^o e 9^o anos.

Quadro 2 - Convergências entre os PCN e a BNCC: propostas para o quarto ciclo

(continua)

PCN	BNCC	
CONTEÚDOS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso (BRASIL, 1998, p. 88).	Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais (BRASIL, 2018, p. 318).	(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes (BRASIL, 2018, p. 319).
Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais (BRASIL, 1998, p. 88).	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal (BRASIL, 2018, p. 316)	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal (BRASIL, 2018, p. 317).
Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales (BRASIL, 1998, p. 89)		
Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro (BRASIL, 1998, p. 88).	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo (BRASIL, 2018, p. 316).	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica (BRASIL, 2018, p. 317).
Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor (BRASIL, 1998, p. 89).	Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas (BRASIL, 2018, p. 314).	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas (BRASIL, 2018, p. 315).
	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares (BRASIL, 2018, p. 314).	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares (BRASIL, 2018, p. 315).

Quadro 2 - Convergências entre os PCN e a BNCC: propostas para o quarto ciclo

(conclusão)

PCN	BNCC	
CONTEÚDOS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície). (BRASIL, 1998, p. 89).	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação (BRASIL, 2018, p. 314).	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica (BRASIL, 2018, p. 315).
Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos (BRASIL, 1998, p. 89).	Semelhança de triângulos (BRASIL, 2018, p. 316).	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes (BRASIL, 2018, p. 317).
	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros (BRASIL, 2018, p. 314).	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos (BRASIL, 2018, p. 314).
Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras (BRASIL, 1998, p. 89).	Relações métricas no triângulo retângulo (BRASIL, 2018, p. 318).	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos (BRASIL, 2018, p. 319).
	Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração (BRASIL, 2018, p. 318).	(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes (BRASIL, 2018, p. 319).

Fonte: autoria própria

Nesta etapa de ensino as convergências encontram-se relacionadas aos seguintes conteúdos:

- Segmentos, retas paralelas e perpendiculares: Os PCN propõem a construção geométrica de retas utilizando régua e compasso e destacam também a habilidade de divisão de

segmentos em partes proporcionais. A BNCC enfatiza teoremas de proporcionalidade e nas relações que surgem quando retas paralelas são cortadas por transversais.

- Verificações do Teorema de Tales e suas propriedades: De forma sequencial ao tópico anterior, os PCN sugerem a identificação e verificação experimental de alguns elementos que são consequências do Teorema, tais quais ângulos congruentes (complementares e suplementares) e outros aspectos de um feixe de retas paralelas intersectadas por uma transversal. Já a BNCC propõe a demonstração de tais relações de maneira simples de todas essas propriedades.
- Relações de problemas com mediatriz e bissetriz e ângulos notáveis: Abraçando uma gama de assuntos, os PCN sugerem a abordagem destes tópicos enfatizando a construção dos diversos segmentos e ângulos utilizando apenas régua, compasso e outras ferramentas. Além de sugerir a aplicação dos conceitos de mediatriz e bissetriz para a resolução de problemas, a BNCC acompanha o avanço tecnológico, sugerindo a mesma construção proposta pelos PCN, porém via *softwares* digitais.
- Congruência de figuras planas e transformações geométricas: De maneira pouco específica, os PCN seguem a proposta de desenvolver o conceito de congruência de figura a partir de transformações que preservam a simetria do problema. A BNCC, entretanto, aborda um tópico semelhante, mas adicionando novamente a tecnologia dos *softwares* para uma melhor compreensão por parte dos alunos.
- Congruência e semelhança de triângulos: Os PCN, de forma genérica, abordam apenas o conceito de congruência de triângulos e quadriláteros, sem mencionar a verificação de outras propriedades das quais estas figuras planas gozam. A BNCC aborda, também, a semelhança de triângulos e, por meio da demonstração desta, também demonstrar propriedades dos quadriláteros utilizando, também, a congruência de triângulos como base.
- Teorema de Pitágoras e relações métricas no triângulo retângulo: Novamente de maneira simples e direta, os PCN propõem única e exclusivamente a verificação experimental e a investigação das aplicações do teorema de Pitágoras, bem como sua demonstração, sem mais detalhes. A BNCC, de forma um pouco mais detalhada, aponta também as relações métricas do triângulo retângulo, sendo o teorema de Pitágoras uma delas, via semelhança de triângulos, mas também para a resolução e elaboração de problemas que envolvam o teorema e suas aplicações.

Entendidas as convergências entre os dois documentos no que diz respeito ao presente período abordado, podemos também apontar algumas divergências.

Inicialmente, as abordagens com relação ao plano cartesiano mudam, uma vez que os PCN propõem a “representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado” (BRASIL, 1998, p. 88), enquanto que a BNCC aborda tópicos relacionados à “distância entre pontos no plano cartesiano” (BRASIL, 2018, p.318), em que propõe a habilidade (EF09MA16), relacionada a “determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano [...] para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano” (BRASIL, 2018, p. 319).

Com relação ao estudos das circunferências, a única menção nos PCN é referente ao “estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro” (BRASIL, 1998, p. 88), enquanto que a BNCC indica, de forma genérica, o estudo das “relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo” (BRASIL, 2018, p. 316), propondo o desenvolvimento da habilidade (EF09MA11), para que o aluno resolva “problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica” (BRASIL, 2018, p. 319).

Não há, ainda, qualquer referência na BNCC que sinalize a abordagem de teoremas relacionados à soma dos ângulos internos de polígonos quaisquer, convexos ou não. Os PCN, entretanto, propõem a demonstração desta soma para polígonos convexos e a verificação de sua validade para polígonos não-convexos (BRASIL, 1998, p. 88).

Apesar de ambos documentos abordarem os conceitos de mediatrizes e bissetrizes, os PCN sugerem a “identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso” (BRASIL, 1998, p. 89), enquanto que na BNCC inexistente menção a quaisquer outros elementos de um triângulo, como, por exemplo, altura e mediana.

Concluída a comparação, podemos perceber que ambos os documentos abordam temas essenciais como o plano cartesiano, a classificação de figuras geométricas e as transformações geométricas. No entanto, a BNCC orienta sobre o uso de tecnologias digitais, por ser um documento mais recente, enquanto os PCN indicam a manipulação manual de instrumentos geométricos como a régua e o compasso.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desta pesquisa buscamos seguir por uma linha do tempo do desenvolvimento da geometria, desde de seu surgimento na antiguidade, para atender às necessidades humanas, passando pelo início de sua emergência no Brasil para chegarmos aos dias atuais, onde analisamos as propostas para o ensino dessa parte da Matemática, dos dois últimos documentos que regem as diretrizes educacionais do país: os PCN e a BNCC.

A análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) revela uma evolução nas diretrizes para o ensino de geometria nos anos finais da Educação Básica. Ambos os documentos enfatizam a importância da geometria não apenas como um conjunto de técnicas e fórmulas, mas como uma ferramenta essencial para o desenvolvimento do pensamento crítico e espacial dos estudantes.

Embora os dois documentos apresentem convergências e estejam alinhados em diferentes propostas, através da análise foi possível destacar também algumas divergências e apontamentos singulares.

Os PCN abordam a geometria com foco na resolução de problemas e no desenvolvimento da argumentação e raciocínio dedutivo do aluno, destacando como requisito importante a sua segurança em relação a sua própria capacidade de construção de conhecimentos matemáticos. Suas propostas são apresentadas de maneira genérica, pois não abordam as técnicas e procedimentos que devem ser utilizados para se atingir o determinado objeto de conhecimento.

A BNCC, por sua vez, é estruturada com mais especificidades, estabelecendo além dos objetos de conhecimento, as habilidades detalhadas que devem ser trabalhadas em cada conteúdo, e por ser um documento mais recente, apresenta indicações de acompanhar a evolução tecnológica, ao sugerir em diferentes propostas, a utilização de *softwares* digitais para construções geométricas e resolução de problemas. Entretanto, assim como nos PCN, também não abordam as técnicas e procedimentos.

Em suma, tanto os PCN quanto a BNCC apresentam diretrizes que, se bem aplicadas, têm o potencial de enriquecer a educação em geometria, preparando os alunos para desafios contemporâneos e promovendo um aprendizado mais significativo.

Apesar do avanço no que diz respeito às diretrizes educacionais para o ensino de geometria, é importante reconhecer as limitações e fragilidades dos documentos.

Para futuras pesquisas, consideramos relevante investigar como as escolas estão implementando essas diretrizes e quais desafios enfrentam nesse processo. A partir dessa

reflexão, podemos contribuir para um ensino de geometria que não apenas informe, mas que também transforme a forma como os alunos percebem e interagem com o espaço ao seu redor.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M.; GATTI, B. A. Métodos qualitativos de pesquisa em educação no Brasil: origens e evolução. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO - ALEMÃO DE PESQUISA QUALITATIVA E INTERPRETAÇÃO DE DADOS, 2008, Brasília. **Trabalhos apresentados** [...]. Brasília, DF: Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, 2008. Disponível em: <https://www.uffs.edu.br/pastas-ocultas/bd/pro-reitoria-de-pesquisa-e-pos-graduacao/repositorio-de-arquivos/arquivos-do-programa-de-formacao/modulo-vii-pesquisa-qualitativa-parte-ii/@@download/file>. Acesso em: 25 jul. 2024.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Minas Gerais, v. 5, n. 2, 2012. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1185/840>. Acesso em: 25 jul. 2024.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, mar. 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379>. Acesso em: 25 jul. 2024.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher; Editora da USP, 1974.

BRASIL. **Ensino fundamental de nove anos: passo a passo do processo de implantação**. 2. ed. Brasília: MEC, 2009a. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/passo_a_passo_versao_atual_16_setembro.pdf. Acesso em: 29 out. 2024

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 23 jul. 2024.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. **Diário Oficial da União**, 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 29 out. 2024

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 16 out. 2024.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998a. 174 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>. Acesso em: 23 jul. 2024.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC, 1998b. 148 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 23 jul. 2024.

CALDATTO, M.; PAVANELLO, R. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, Lisboa, v. 24, n. 1, p. 103–128, 2015. DOI: 10.48489/quadrante.22913. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22913>. Acesso em: 4 abr. 2024.

CERQUEIRA, A. G. C.; CERQUEIRA, A. C.; SOUZA, T. C.; MENDES, P. A. A trajetória da LDB: um olhar crítico frente à realidade brasileira. In: ANAIS DO CICLO DE ESTUDOS HISTÓRICOS, 2009, Santa Catarina. **Anais [...]**. Santa Catarina: UESC, 2009. Disponível em: http://www.uesc.br/eventos/cicloshistoricos/anaais/aliana_georgia_carvalho_cerqueira.pdf. Acesso em: 23 jul. 2024.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. - Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FARIA, T. D. F.; OLIVEIRA, G. S.; BORGES, J. R. A. Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o ensino-aprendizagem de matemática. **Cadernos da FUCAMP**, Uberlândia, v. 20, n. 49, p. 22-40, 2021. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2636>. Acesso em: 23 jul. 2024.

LIMA JÚNIOR, E. B.; OLIVEIRA, G. S.; SANTOS, A. C. O.; SCHNEKENBERG, G. F. Análise documental como percurso metodológico na pesquisa qualitativa. **Cadernos da FUCAMP**, Uberlândia, v. 20, n. 44, p. 36-51, 2021. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2356>. Acesso em: 25 jul. 2024.

LORENZATO, S. A. Porque não ensinar Geometria?. **A Educação Matemática em Revista**, Florianópolis, v. 4, p. 3-13, 1995.

MICHAELIS. Dicionário brasileiro da língua portuguesa. **Documento**. Uol, [S.l.], [S.d]. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/documento/>. Acesso em: 25 jul. 2024.

SANTANA, R. J. **Etimologia para ensinar e aprender matemática**. São Paulo, 2020. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/345151373_ETIMOLOGIA_PARA_ENSINAR_E_APRENDER_MATEMATICA. Acesso em: 20 jan. 2024.

SAPUCAIA, M. E. S.; SOUZA, E. O. O ensino da matemática nos anos finais na perspectiva da BNCC. In: ANDRADE, P. M. F (Org.). **O ensino de matemática na atualidade: percepções, contextos e desafios** 2. Ponta Grossa: Aya, 2022. v. 2, cap. 5, p. 71-77. Disponível em: <https://ayaeditora.com.br/Livro/17645/>. Acesso em: 23 jul. 2024.