

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

AMANDA ROSA DOMINGOS

**INVESTIGAÇÃO ANALÍTICA E NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE VIGAS
CASTELADAS PERANTE A FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO**

Ilha Solteira - SP

2024

AMANDA ROSA DOMINGOS

**INVESTIGAÇÃO ANALÍTICA E NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE VIGAS
CASTELADAS PERANTE A FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO**

TCC apresentado à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS), para obtenção do título de Grau acadêmico (Bacharela) em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador(a): Prof. Dr. Emerson
Alexandro Bolandim

Ilha Solteira - SP

2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- D671i Domingos, Amanda Rosa.
Investigação analítica e numérica do comportamento de vigas casteladas perante a flambagem lateral com torção / Amanda Rosa Domingos. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
64 f. : il.
- Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2024
- Orientador: Emerson Alexandro Bolandim
- Inclui bibliografia
1. Vigas casteladas. 2. Flambagem lateral com torção. 3. Momento crítico elástico. 4. Método dos elementos finitos.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Aluno: Amada Rosa Domingos

Título: INVESTIGAÇÃO ANALÍTICA E NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE VIGAS CASTELADAS PERANTE A FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado como parte dos requisitos para obtenção do grau de Engenheiro Civil, junto ao Curso de Graduação em Engenharia Civil, da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Ilha Solteira

COMISSÃO EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **EMERSON ALEXANDRO BOLANDIM**
Data: 18/12/2024 19:51:14-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Emerson Alexandro Bolandim

UNESP – Campus de Ilha Solteira (Orientador)

Documento assinado digitalmente
 **ALEXANDRE ROSSI**
Data: 18/12/2024 16:33:23-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Alexandre Rossi

UFU – FECIV

Documento assinado digitalmente
 **RENATO SILVA NICOLETTI**
Data: 17/12/2024 09:30:43-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Renato Silva Nicoletti

USP – EESC – SET

Ilha Solteira – SP

16 / 12 / 2024

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, por me permitir chegar até aqui, por me guiar concedendo-me forças para enfrentar os desafios e continuar.

À minha mãe, Regina, ao meu irmão Alexandre, ao Luan, e às minhas madrinhas, expresso minha profunda gratidão por serem minha base e pelo constante apoio em todas as etapas dessa jornada.

Aos amigos que fiz em Ilha Solteira, especialmente aos amigos do NEPAE, agradeço pelas experiências compartilhadas e pelos momentos inesquecíveis que marcaram minha trajetória.

Minha gratidão ao meu orientador, Prof. Dr. Emerson Alexandro Bolandim, por sua paciência, pelo conhecimento transmitido e pelo suporte indispensável para a realização deste trabalho.

Ao grupo PET, agradeço pela oportunidade de crescimento pessoal e profissional, pelo aprendizado enriquecedor e pelas amizades construídas durante minha participação. Ao Ministério da Educação e Cultura (MEC), reconheço o apoio financeiro que possibilitou minha permanência no grupo. Minha gratidão também ao Prof. Dr. Rogério de Oliveira Rodrigues, por sua dedicação como tutor do PET.

Por fim, agradeço à Unesp, pela estrutura acadêmica e pela excelência no ensino, que contribuíram significativamente para minha formação.

RESUMO

As vigas alveolares do tipo castelada, são elementos estruturais otimizados, produzidos por meio de um único corte longitudinal, resultando em perfis com altura e relação resistência-peso superiores aos perfis originais. A literatura técnica apresenta uma quantidade reduzida de trabalhos a respeito desse tipo de perfil, especialmente no que se refere ao comportamento global em relação à estabilidade e à capacidade resistente à flambagem lateral com torção (FLT). Dada a importância de compreender o comportamento das vigas casteladas sujeitas à FLT, foi realizado um estudo paramétrico por meio de análises numéricas utilizando o *software* de elementos finitos ABAQUS com o objetivo de avaliar os métodos analíticos existentes para a determinação do momento crítico, adaptados para as vigas casteladas. O estudo avaliou a variação do comprimento das vigas, de 4 m a 8 m, utilizando o perfil original IPE 160 e o perfil expandido (alveolar). A partir dos modelos analisados e dos resultados obtidos, foi possível avaliar os principais procedimentos analíticos existentes para a determinação do momento crítico elástico, bem como a influência do método de cálculo analítico das propriedades geométricas para a seção alveolar na determinação do momento crítico. Foi avaliada a adequação de procedimentos normativos como as normas: NBR 8800 (ABNT, 2024); AISC 360 (ANSI, 2022); EN 1993-1-1 (CEN, 2005) e AS 4100 (2020). A análise demonstrou a viabilidade de diferentes métodos para a determinação do momento crítico elástico em vigas casteladas, destacando-as como uma alternativa eficaz à abordagem tradicional de perfis de seção I. Observou-se também que as normas NBR 8800 (ABNT, 2024) e AISC 360 (ANSI, 2022) tendem a apresentar resultados inseguros quando as cargas são aplicadas na mesa superior da viga, condição comum em projetos de Engenharia.

Palavras-chave: Vigas casteladas. Flambagem lateral com torção. Momento crítico elástico. Método dos elementos finitos.

ABSTRACT

Cellular beams with castellated openings are optimized structural elements, produced through a single longitudinal cut, resulting in profiles with height and strength-to-weight ratio superior to the original profiles. The technical literature presents a reduced amount of studies regarding this type of profile, especially concerning the global behavior in relation to stability and lateral-torsional buckling (LTB) resistance. Given the importance of understanding the behavior of castellated beams subjected to LTB, a parametric study was conducted through numerical analyses using the finite element software ABAQUS with the objective of evaluating the existing analytical methods for determining the critical moment, adapted for castellated beams. The study evaluated the variation in beam lengths, from 4 m to 8 m, using the original IPE 160 profile and the expanded (castellated) profile. From the analyzed models and the obtained results, it was possible to evaluate the main existing analytical procedures for determining the elastic critical moment, as well as the influence of the analytical calculation method of the geometric properties for the castellated section in determining the critical moment. The adequacy of normative procedures was evaluated, such as the standards: NBR 8800 (ABNT, 2024); AISC 360 (ANSI, 2022); EN 1993-1-1 (CEN, 2005) e AS 4100 (2020). The analysis demonstrated the feasibility of different methods for determining the elastic critical moment in castellated beams, highlighting them as an effective alternative to the traditional approach of I-section profiles. It was also observed that the standards NBR 8800 (ABNT, 2024) and AISC 360 (ANSI, 2022) tend to present unconservative results when the loads are applied to the upper flange of the beam, a common condition in Engineering projects.

Keywords: Castellated beams. Lateral – torsional buckling. Elastic critical moment. Finite element method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Geometria das aberturas.....	17
Figura 2. Processo de fabricação de vigas alveolares	18
Figura 3. Vigas casteladas com chapas expansoras	18
Figura 4. Integração com sistemas complementares	19
Figura 5. Geometria do padrão Peiner	20
Figura 6. Geometria do padrão Litzka	21
Figura 7. Geometria do padrão Anglo-Saxão	22
Figura 8. Abordagem 2T: flambagem lateral com torção na seção da abertura.....	25
Figura 9. Identificação dos elementos das seções transversais.....	26
Figura 10. Abordagem da largura média da abertura.....	28
Figura 11. Flambagem lateral com torção	29
Figura 12. Momentos correspondentes para cálculo do C_b	32
Figura 13. Curvas de resistência nos regimes elástico, inelástico e plástico	34
Figura 14. Convenção para a determinação do z_j	38
Figura 15. Teste de sensibilidade de malha – Viga de alma cheia.....	46
Figura 16. Teste de sensibilidade de malha – Viga castelada	46
Figura 17. Discretização das vigas: a) viga castelada b) viga de alma cheia.....	47
Figura 18. Condições de contorno	48
Figura 19. Dimensões em milímetros da seção original e geometria da viga castelada CS1	48
Figura 20. Esquema do experimento	49
Figura 21. Momento constante (binário de forças aplicado nas mesas da viga)	50
Figura 22. Esquema de aplicação do carregamento aplicado na mesa superior	50
Figura 23. Configuração deformada para FLT em viga de alma cheia.....	51
Figura 24. Configuração deformada para FLT em viga castelada.....	52
Figura 25. Variação do momento crítico elástico numérico em função da esbeltez para vigas de alma cheia e vigas casteladas sob momento constante	52
Figura 26. Variação do momento crítico elástico numérico em função da esbeltez para vigas de alma cheia e vigas casteladas sob carregamento desestabilizante	53
Figura 27. influência do método de cálculo das propriedades geométricas no M_{cr} para momento constante pela NBR 8800:2024.....	54

Figura 28. influência do método de cálculo das propriedades geométricas no M_{cr} para momento constante pelo ENV 1993-1-1:1992.....	55
Figura 29. Comparação para viga de alma cheia do momento crítico numérico com as abordagens analíticas: (a) momento constante (b) carregamento desestabilizante..	58
Figura 30. Comparação para viga castelada do momento crítico numérico com as abordagens analíticas: (a) momento constante (b) carregamento desestabilizante..	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Valores recomendados para as curvas e fatores de imperfeição para a FLT	35
Tabela 2. Tabela comparativa da influência do método de cálculo das propriedades geométricas no momento crítico para a NBR 8800:2024	55
Tabela 3. Tabela comparativa da influência do método de cálculo das propriedades geométricas no momento crítico para o EN 3	56
Tabela 4. Percentual do momento crítico numérico com as abordagens analítica para viga de alma cheia sob momento constante	57
Tabela 5. Percentual do momento crítico numérico com as abordagens analítica para viga de alma cheia sob carregamento distribuído desestabilizante	57
Tabela 6. Percentual do momento crítico numérico com as abordagens analítica para viga castelada sob momento constante	59
Tabela 7. Percentual do momento crítico numérico com as abordagens analítica para viga castelada sob carregamento distribuído desestabilizante	59

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Valores dos fatores C_1 , C_2 e C_3 correspondentes para valores do fator k na condição de momento aplicado nas extremidades.....	39
Quadro 2. Valores dos fatores C_1 , C_2 e C_3 correspondentes para valores do fator k na condição carregamentos transversais.....	40
Quadro 3. Fatores C_3 e C_4 para vigas sem restrição em uma extremidade.....	43

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	GENERALIDADES	16
1.2	CONFIGURAÇÃO DAS ABERTURAS	19
1.2.1	Padrão Peiner	20
1.2.2	Padrão Litzka	20
1.2.3	Padrão Anglo-Saxão	21
1.3	OBJETIVOS	22
1.4	JUSTIFICATIVA	23
1.5	RESUMO DA METODOLOGIA	23
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1	CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS	25
2.1.1	SEÇÃO 2T	26
2.1.2	SEÇÃO 2T MÉDIA	27
2.2	FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO	29
2.3	PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS	30
2.3.1	NBR 8800 (ABNT, 2024)	31
2.3.2	EN 1993-1-1 (CEN, 2005)	34
2.3.3	AS 4100 (2020)	40
2.3.4	AISC 360 (ANSI, 2022)	43
2.3.5	Momento Crítico Básico (Timoshenko e Gere, 1961)	44
3	MODELO NUMÉRICO	45
3.1	MATERIAIS, TIPO DE ELEMENTO E MALHA	45
3.2	CONDIÇÕES DE CONTORNO	47
3.3	MODELO EXPERIMENTAL	48
3.4	ESTUDO PARAMÉTRICO	49
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	51
4.1	ANÁLISE COMPARATIVA DO MCR NUMÉRICO PARA O PERFIL ORIGINAL E A SEÇÃO ALVEOLAR	51
4.2	INFLUÊNCIA DO MÉTODO DE CÁLCULO DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS	54

4.3	ANÁLISE COMPARATIVA DO MCR NUMÉRICO COM AS ABORDAGENS ANALÍTICAS	56
5	CONCLUSÃO	62

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os conceitos que delimitam o tema de pesquisa do presente trabalho. Apresenta-se as particularidades das vigas alveolares, objeto de estudo deste trabalho. Além disso, são apresentados na justificativa, os principais motivos que levaram ao desenvolvimento desta pesquisa, bem como objetivos e a metodologia utilizada.

1.1 GENERALIDADES

O setor da construção em aço no Brasil, embora ainda pouco explorado em comparação com outros países, vem crescendo de forma contínua, especialmente em edificações industriais, comerciais e, mais recentemente, residenciais. Esse avanço se justifica pelas inúmeras vantagens do aço em relação ao concreto armado, que tradicionalmente domina o setor da construção civil. Entre os principais benefícios do uso do aço, destacam-se a agilidade na execução da obra, a precisão proporcionada nos processos de fabricação e montagem, o que resulta em uma considerável redução de custos. Além disso, as fundações podem ser dimensionadas para cargas menores, em função da redução do peso próprio das estruturas em aço (Fruchtengarten, 2005).

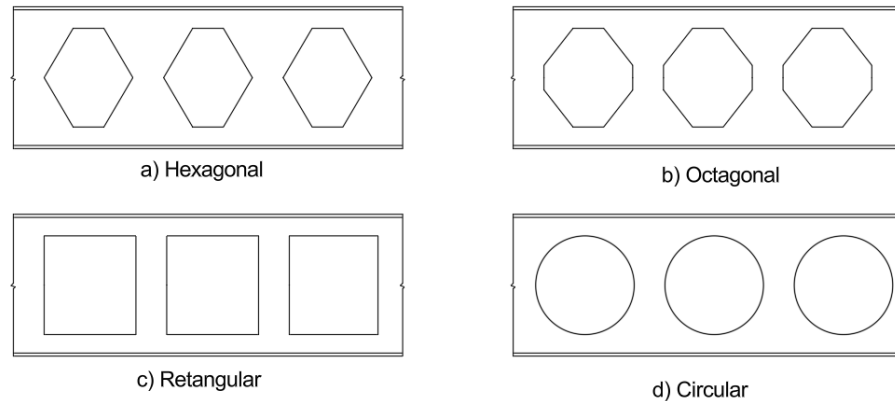
Nesse contexto, as vigas desempenham um papel fundamental. Elas são elementos estruturais de barra, normalmente dispostos na horizontal e submetidos a cargas perpendiculares ao seu eixo longitudinal. Devido a essa configuração, elas são predominantemente solicitadas à flexão simples, estando sujeitas principalmente a esforços de momento fletor e força cortante. Esses esforços geram tensões e deformações nas seções transversais das vigas, que, se excederem limites aceitáveis, podem comprometer o desempenho estrutural (Silveira, 2011).

Portanto, o dimensionamento adequado das vigas é essencial para garantir que suas seções transversais atendam aos requisitos mínimos de resistência e rigidez, assegurando a segurança e funcionalidade da estrutura. Entre os parâmetros geométricos, a altura da seção transversal se destaca como o fator mais influente, impactando diretamente tanto na resistência quanto na rigidez da viga.

A busca por maior eficiência resultou no surgimento das vigas alveolares de aço, desenvolvidas na Europa na década de 1930 como solução para os desafios de grandes vãos. A necessidade de perfis com alturas superiores às dos perfis I laminados disponíveis na época impulsionou o desenvolvimento dessas vigas.

Segundo Bezerra (2011), a geometria das aberturas (alvéolos), geralmente possuem formas regulares, como hexagonal, retangular, circular e octogonal (Figura 1).

Figura 1. Geometria das aberturas



Fonte: Autora

Legenda: A imagem apresenta quatro diagramas, cada um representando uma viga alveolar com diferentes formas geométricas. Figura (a) Hexagonal: A viga contém aberturas em forma de hexágonos regulares distribuídas uniformemente. Figura (b) Octagonal: Neste diagrama, as aberturas ao longo da viga são octogonais, ou seja, possuem oito lados. Figura (c) Retangular: A viga possui aberturas retangulares dispostas de maneira regular. Figura (d) Circular: Esta viga exibe aberturas circulares, todas do mesmo diâmetro, distribuídas uniformemente ao longo da viga.

A abertura no formato hexagonal é uma das mais utilizadas, gerando as vigas casteladas, que são as vigas estudadas neste trabalho. As vigas casteladas são produzidas cortando-se perfis I longitudinalmente em “zigue-zague”. Esse processo permite separar as duas metades do perfil, deslocá-las e soldá-las, formando uma viga com altura ampliada e uma série de aberturas hexagonais na alma, conhecidas como alvéolos (Figura 2). Essa inovação reduz o peso da estrutura sem comprometer sua resistência, tornando a construção mais eficiente e favorecendo a racionalização de projetos que exigem grandes vãos (Aguilar, 2023).

Em contrapartida, conforme Boissonade, Nseir e Somja (2024), o processo de produção demonstrou ter influência na distribuição das tensões residuais e um efeito prejudicial na capacidade resistente à flambagem lateral com torção. Os elementos estruturais de aço, por serem esbeltos, são mais susceptíveis a instabilidades quando submetidos a esforços de compressão. No caso de vigas alveolares, devido a presença de aberturas, esses modos de instabilidade são potencializados.

Figura 2. Processo de fabricação de vigas alveolares

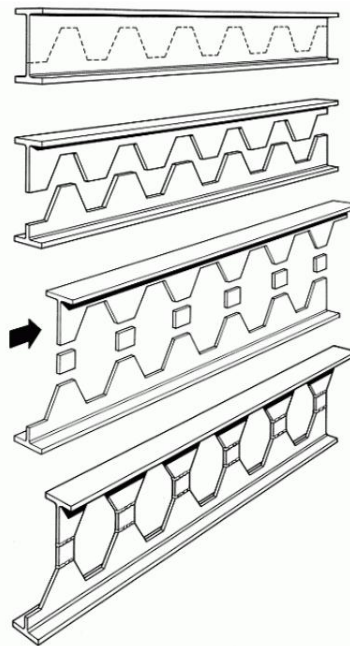


Fonte: GEMPERLE, 2007

Legenda: A imagem mostra o processo de fabricação de uma viga alveolar com aberturas hexagonais. Na primeira etapa, à esquerda, máquinas de corte a plasma realizam cortes hexagonais em uma chapa de aço. Na etapa central, uma máquina especializada separa e eleva as partes cortadas, com a supervisão de um operador. Na etapa final, à direita, a viga já está montada, exibindo as aberturas hexagonais ao longo de toda a sua extensão.

As vigas casteladas apresentam a vantagem significativa de aumentar a capacidade resistente ao momento fletor, mantendo praticamente a quantidade de aço utilizada nos perfis originais. Esse ganho se deve ao incremento na altura da seção transversal. Além disso, quando é necessário aumentar a capacidade resistente, é possível inserir chapas planas retangulares entre as duas metades do perfil original cortado, o que resulta em uma seção transversal ainda mais alta. Nessa configuração, conforme ilustrado na Figura 3, as aberturas passam a ter formato octogonal, potencializando ainda mais a eficiência estrutural da viga (Bezerra, 2011).

Figura 3. Vigas casteladas com chapas expansoras



Fonte: Grumbauer BV, 2024

Legenda: A imagem mostra o processo de fabricação de vigas casteladas utilizando chapas expansoras. O procedimento inicia com uma viga sólida, onde cortes em zigue-zague são feitos em sua alma (parte vertical). Essas peças cortadas são então separadas e afastadas, e chapas expansoras são inseridas nos espaços criados. Após isso, a estrutura é soldada novamente, resultando em uma

viga final com uma geometria aberta, composta por perfurações hexagonais ou semelhantes, que aumentam a altura e a eficiência estrutural da viga.

As vigas casteladas possuem benefícios consideráveis em relação as vigas de perfis originais devido ao aumento da altura da seção transversal, o que proporciona um maior momento de inércia em torno do eixo principal de flexão. Esse incremento resulta em uma rigidez e resistência à flexão superiores, como observado por Bezerra (2011). O aumento da capacidade resistente estrutural permite que esses tipos de vigas atendam de forma eficiente aos critérios de limitação de deslocamentos e vibrações nos Estados-Limites de Serviço (ELS), maximizando o aproveitamento dos perfis de aço originais. Dessa forma, essas soluções se mostram particularmente vantajosas em situações que envolvem grandes vãos, oferecendo uma alternativa eficiente e econômica em comparação com outras técnicas construtivas (Aguiar, 2023).

Além disso, as aberturas proporcionam vantagens estéticas e funcionais, permitindo a passagem de dutos e tubulações, o que facilita a compatibilização de projetos complementares em edifícios (Figura 4).

Figura 4. Integração com sistemas complementares



Fonte: AISC Design Guide 31, 2016

Legenda: A imagem mostra o teto de um ambiente em construção ou reforma, com estruturas metálicas aparentes e diversos dutos de ar-condicionado instalados passando dentro da abertura da viga alveolar. Configuração das aberturas

1.2 CONFIGURAÇÃO DAS ABERTURAS

Existem diversos parâmetros geométricos relacionados às aberturas das vigas casteladas que devem ser definidos na fase de projeto. Alguns padrões de vigas

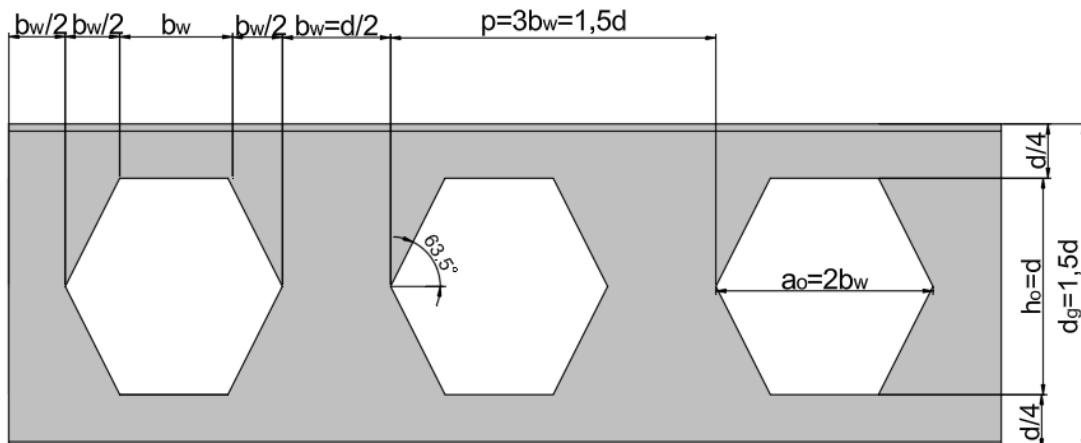
casteladas foram desenvolvidos buscando geometrias otimizadas com relação aos equipamentos de corte e os tipos de perfis disponíveis na época. Desse modo, foram consagrados os padrões Peiner, Litzka e Anglo-Saxão.

1.2.1 Padrão Peiner

Segundo Bezerra (2011), as vigas de padrão Peiner são tradicionalmente utilizadas na Europa e possuem as seguintes características:

- Relação entre altura da viga castelada e altura do perfil original $\left(\frac{d_g}{d}\right)$ igual a 1,5 (sendo d a altura do perfil original);
- Passo (deslocamento que uma metade sofre em relação à outra após o corte, para formar a viga castelada) igual à altura da viga d ;
- Ângulo de corte dos lados inclinados da abertura hexagonal igual a $63,5^\circ$.

Figura 5. Geometria do padrão Peiner



Fonte: Autora

Legenda: A imagem é um diagrama técnico que representa a geometria de um padrão estrutural conhecido como "Peiner". Ela mostra uma viga com três aberturas hexagonais alinhadas ao longo de sua extensão. As dimensões e proporções das aberturas e da viga estão especificadas por anotações e fórmulas, como larguras, alturas, espaçamentos, e ângulos de $63,5$ graus. Essas informações detalham as relações geométricas entre os elementos, como a largura das aberturas ($a_o = 2b_w$) e o espaçamento entre elas ($p = 3b_w = 1,5d$).

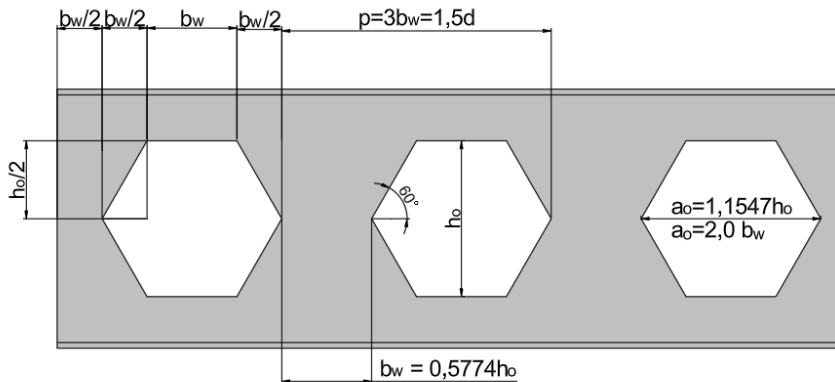
1.2.2 Padrão Litzka

O padrão Litzka foi desenvolvido por Hubert Litzka, e é caracterizado por apresentar aberturas hexagonais regulares e proporções relacionadas com o passo, sendo dividido em seis partes iguais, conforme a Figura 6.

- Relação entre altura da viga e altura da abertura (d_g/h_o) igual 1,4.

- Passo igual a 1,5 vez a altura do perfil original;
- Ângulo de corte igual a 60° .

Figura 6. Geometria do padrão Litzka



Fonte: Autora

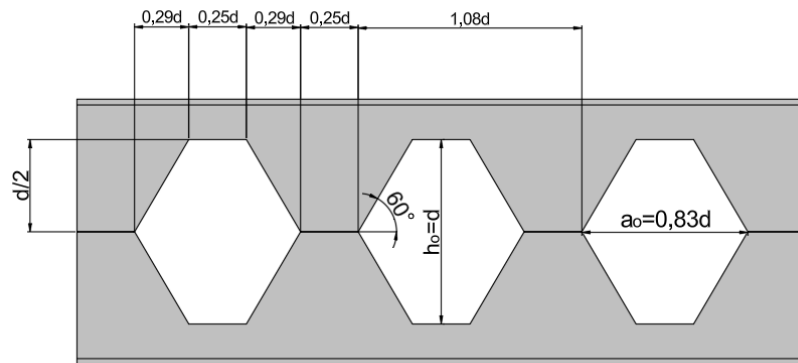
Legenda: A imagem é um diagrama técnico que representa a geometria do padrão estrutural "Litzka". Mostra uma viga com aberturas hexagonais alinhadas horizontalmente. As proporções e dimensões das aberturas e da viga estão descritas com fórmulas e medidas, como a largura relativa das aberturas ($a_o = 1,1547h_0$ e $a_o = 2,0b_w$) e o espaçamento entre elas ($p = 3b_w = 1,5d$). Detalhes adicionais incluem o ângulo de 60 graus em um vértice do hexágono e a relação entre as larguras da viga ($b_w = 0,5774h_0$).

1.2.3 Padrão Anglo-Saxão

O padrão Anglo-saxão é adotado normalmente na Inglaterra, Estados Unidos e Canadá, tendo as suas características listadas abaixo e ilustrada na Figura 7.

- Relação entre altura da viga e altura da abertura (d_g/h_o) igual 1,5 (como no padrão Peiner);
- Passo igual a 1,08 vez a altura da abertura h_o ;
- Ângulo de corte igual 60° .

Figura 7. Geometria do padrão Anglo-Saxão



Fonte: Autora

Legenda: A imagem apresenta um esquema técnico da geometria do padrão Anglo-Saxão, formado por hexágonos em uma disposição regular. Cada hexágono possui lados iguais e ângulos internos de 60 graus. Os hexágonos estão espaçados de forma precisa, com distâncias expressas em múltiplos de "d" (diâmetro de referência). A distância entre dois hexágonos adjacentes é indicada como 0,29d ou 0,25d, e a altura do hexágono é representada como 0,83d. A dimensão vertical "d/2" delimita a metade da altura do hexágono, e as proporções gerais garantem uma disposição uniforme e simétrica.

Segundo Demirdjian (1999), no padrão Anglo-Saxão, o valor do passo foi ajustado de modo que a largura do montante seja suficiente para não ocorrer rompimento da solda, e ao mesmo tempo, pequena a fim de evitar a formação de mecanismo plástico nos cordões.

1.3 OBJETIVOS

O presente estudo tem como objetivo investigar, de forma analítica e numérica, o comportamento de vigas de alma cheia e vigas alveolares casteladas submetidas a solicitações de flexão, utilizando o *software* Abaqus.

Para alcançar este objetivo principal são definidos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar os métodos analíticos de cálculo das propriedades geométricas da seção transversal para vigas alveolares e a influência das propriedades na determinação do momento crítico elástico;
- Investigar o comportamento da FLT em regime elástico, analisar o efeito de diferentes tipos de carregamento e a influência do seu posicionamento;
- Comparar as soluções numéricas com os procedimentos analíticos disponíveis nas normas e na literatura específica.

1.4 JUSTIFICATIVA

As vigas casteladas possuem vantagens significativas, que, ao apresentar maior rigidez à flexão e capacidade resistente ao momento fletor em relação aos perfis originais, tornam-se alternativas promissoras para o setor de estruturas de aço. Contudo, a limitada familiaridade dos projetistas com essas vigas, aliada à ausência de previsões analíticas específicas nas normas brasileiras e nas principais normas internacionais, restringe sua aplicação prática. Com o avanço das tecnologias de corte computadorizado, soldagem e o uso de aços de alta resistência, bem como a crescente demanda por estruturas mais leves e compatíveis com outros sistemas construtivos, torna-se ainda mais relevante explorar o potencial das vigas alveolares.

No entanto, estudos específicos sobre essas vigas, particularmente em relação a perfis produzidos no Brasil, são escassos, dificultando o estabelecimento de critérios de dimensionamento consistentes para o contexto nacional. Além disso, essas estruturas são mais suscetíveis a Flambagem Lateral com Torção (FLT) em relação aos perfis originais, evidenciando a necessidade de investigar esse comportamento. Nesse cenário, o presente trabalho busca contribuir para o desenvolvimento de diretrizes de cálculo, a partir da construção de modelos numéricos e da análise dos modos de colapso relacionados à FLT, promovendo assim uma possível inclusão desse tipo de elemento estrutural nas normas brasileiras e o incentivo à sua produção por empresas nacionais.

1.5 RESUMO DA METODOLOGIA

Para cumprir os objetivos deste trabalho, as seguintes etapas foram necessárias:

- 1) Estudo de literatura específica a respeito de formulações analíticas para as propriedades geométricas de vigas alveolares e padrões de corte mais utilizados.
- 2) Revisão dos procedimentos para a determinação do momento crítico associado a flambagem lateral com torção conforme a norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2024), a norma europeia EN 1-1 (CEN, 2022), a norma americana AISC 360 (ANSI, 2022) e a norma australiana AS 4100 (2020).

- 3) Desenvolvimento de modelos numéricos com o auxílio do *software* Abaqus, com a geometria adotada como base nos experimentos realizados por Sonck (2014) para determinação do momento crítico associado à flambagem lateral com torção.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

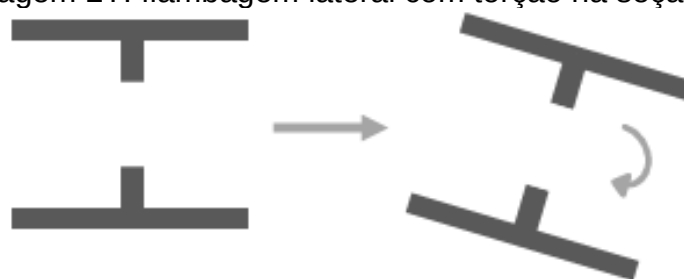
O presente capítulo apresenta a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento do estudo, abordando conceitos e metodologias relacionadas às características geométricas. Inicialmente, são exploradas as características geométricas das vigas alveolares, com ênfase nos métodos de análise da seção 2T. Na sequência, discute-se a flambagem lateral com torção (FLT), um fenômeno crítico que pode comprometer a estabilidade de estruturas metálicas submetidas a flexão. Por fim, são descritos os procedimentos analíticos empregados para prever o momento crítico elástico associado a FLT.

2.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

As diretrizes de projeto para flambagem lateral por torção são baseadas em trabalhos experimentais descritos por Nethercot e Kerdal (1982) e nos quais experimentos em escala real de FLT foram realizados em oito vigas casteladas. Observou-se que as propriedades da seção transversal calculadas para uma seção no centro da abertura deveriam ser usadas para determinar a resistência à FLT, em conjunto com o método usado para vigas de alma cheia em seções I. Este método é conhecido como 2T.

Outros estudos, como os de Sonck e Belis (2015, 2017), exploraram o uso da abordagem 2T para vigas casteladas e celulares. Os autores destacam que ainda não há consenso definitivo sobre as expressões utilizadas no projeto dessas estruturas, o que pode resultar em estimativas potencialmente inseguras. Segundo eles, isso se deve, em parte, à ausência de consideração dos efeitos das tensões residuais originadas no processo de fabricação. Em suas pesquisas, os autores reafirmaram a validade da abordagem 2T para determinar a carga crítica de flambagem. A Figura 8 ilustra a flambagem lateral com torção em uma seção 2T.

Figura 8. Abordagem 2T: flambagem lateral com torção na seção da abertura



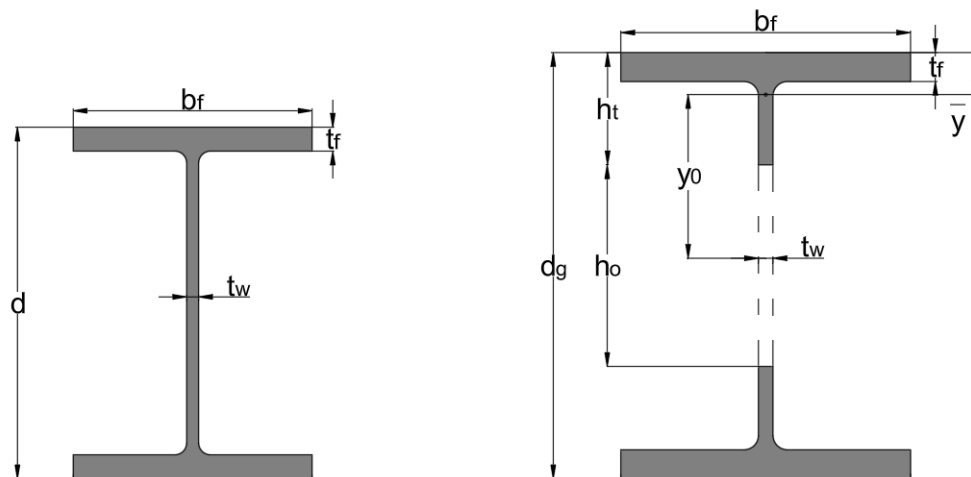
Fonte: Sonck (2014)

Legenda: A imagem ilustra a abordagem 2T, que descreve a flambagem lateral com torção em uma

viga metálica. À esquerda, vê-se uma representação da viga em perfil, com uma abertura central. Uma seta horizontal aponta para a direita, indicando o deslocamento. À direita, a viga está inclinada e torcida, mostrando a deformação lateral combinada com torção na região da abertura.

A determinação das propriedades geométricas das seções alveolares de aço é fundamental no dimensionamento de vigas com aberturas na alma. Além disso, as empresas fabricantes não costumam disponibilizar catálogos com as dimensões da seção transversal de cada perfil. Os elementos relacionados às vigas alveolares de aço e sua respectiva seção transversal estão representados na Figura 9. Neste trabalho, serão consideradas as propriedades geométricas definidas por Silveira (2011) utilizando a abordagem 2T e por Sonck (2014), a qual considera a seção 2T com uma constante de torção calculada como a média entre a constante de torção do perfil original e a do perfil alveolar.

Figura 9. Identificação dos elementos das seções transversais



Fonte: Autora

Legenda: A imagem apresenta duas figuras esquemáticas de perfis metálicos em forma de "I", utilizadas para identificar os elementos das seções transversais apresentando a nomenclatura das dimensões horizontais e verticais.

2.1.1 SEÇÃO 2T

As propriedades geométricas da seção castelada sem chapa expansora foram definidas por Silveira (2011).

A constante de torção (J):

$$J = \frac{2}{3} \left(b_f \cdot t_f^3 + (h_t - t_f) \cdot t_w^3 \right) \quad (2.1)$$

Módulo resistente elástico W_x :

$$W_x = \frac{4y_o^2 A_t}{d_g} \quad (2.2)$$

Momento de inércia do tê em relação ao seu C.G (I_t):

$$I_t = \frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left(\frac{-}{y} - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (h_t - t_f)^3}{12} + t_w (h_t - t_f) \cdot \left(\frac{-}{y} - \frac{h_t + t_f}{2} \right)^2 \quad (2.3)$$

Momento de inércia em relação ao eixo central (I_y):

$$I_y = 2 \left(\frac{t_f \cdot b_f^3}{12} + \frac{(h_f - t_f) \cdot t_w^3}{12} \right) \quad (2.4)$$

2.1.2 SEÇÃO 2T MÉDIA

As propriedades modificadas da seção, proposta por Sonck (2014), considerando a abordagem 2T para elementos castelados e celulares, são definidas abaixo:

Momento de inércia da seção 2T em torno do eixo y:

$$I_{y,2T} = \frac{t_f b_f^3}{6} + \frac{(d_g - t_f - h_o) t_w^3}{12} \quad (2.5)$$

Momento de inércia da seção 2T em torno do eixo x:

$$I_{x,2T} = \frac{b_f t_f^3}{6} + 2b_f t_f \left(\frac{d_g - t_f}{2} \right)^2 + \frac{(d_g - t_f)^3 t_w}{12} - \frac{h_o^3 t_w}{12} \quad (2.6)$$

Constante de torção da seção 2T:

$$J_{2T} = \frac{2b_f t_f^3}{16} \left[\frac{16}{3} - \frac{3,36t_f}{b_f} \left(1 - \frac{t_f^4}{12b_f^4} \right) \right] + \frac{(d_g - h_o) t_w^3}{16} \left[\frac{16}{3} - \frac{3,36t_w}{d_g - h_o} \left(1 - \frac{t_w^4}{12(d_g - h_o)^4} \right) \right] \quad (2.7)$$

Constante de torção média da seção 2T:

$$J_{2T,avg} = \frac{nl_{o,avg}}{L} J_{2T} + \left(1 - \left(\frac{nl_{o,avg}}{L}\right)\right) * J_o \quad (2.8)$$

$$l_{o,avg,cel} = \beta_{cel} \cdot a \quad (2.9)$$

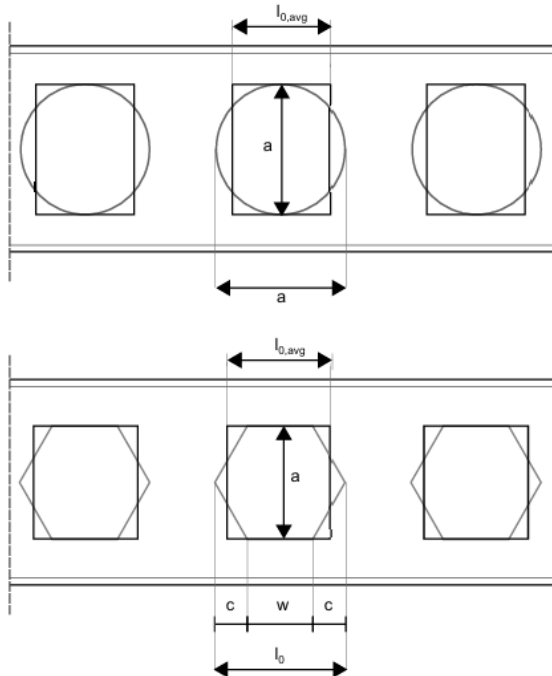
$$l_{o,avg,cast} = w + 2c\beta_{cast} \quad (2.10)$$

Módulo plástico da seção 2T (eixo x):

$$W_{x,2T} = b_f t_f (d_g - t_f) + \left(\frac{d_g - t_f}{2}\right)^2 t_w - \left(\frac{h_o}{2}\right)^2 t_w \quad (2.11)$$

A Figura 10 representa a abordagem para a determinação de uma constante de torção média (Equação 2.8), utilizando uma média ponderada para vigas com aberturas retangulares equivalentes, sendo o comprimento equivalente das aberturas retangulares determinado utilizando coeficientes para vigas casteladas ou celulares conforme a Tabela 1.

Figura 10. Abordagem da largura média da abertura



Fonte: Sonck (2014)

Legenda: Diagramas com formas geométricas alinhadas horizontalmente. No primeiro, círculos estão inscritos em quadrados, e a distância média entre os centros dos quadrados é representada por $l_{0,avg}$ com cada quadrado tendo lado "a". No segundo, quadrados contêm hexagonos circunscritos, e a

distância total entre os centros (l_0) é composta pela largura central "w" e duas margens "c".

Tabela 1. Fatores selecionados para o comprimento de abertura equivalente

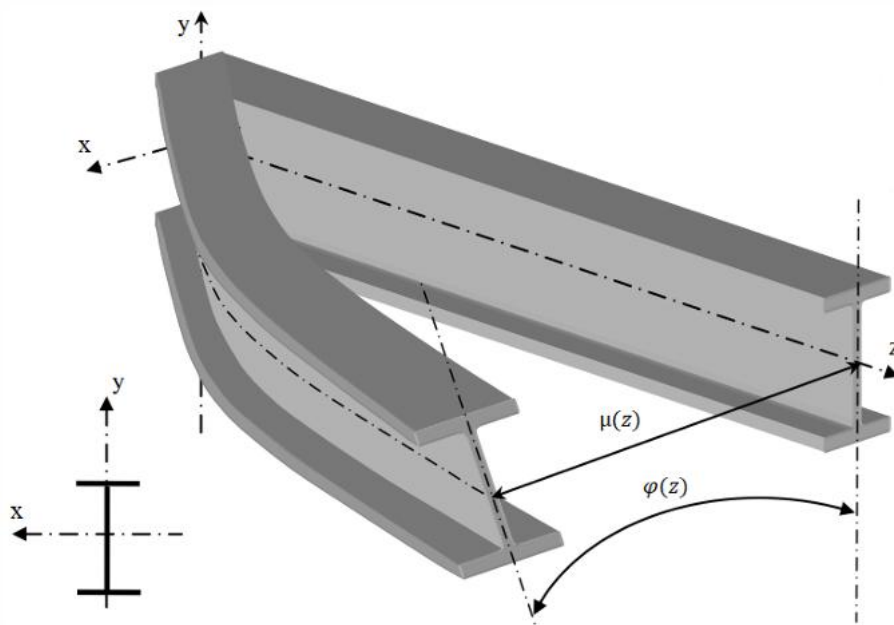
Viga Castelada	Viga Celular
$\beta_{cast} = 0,75$	$\beta_{cel} = 0,9$

Fonte: Autora

2.2 FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO

Segundo Rossi (2018), a flambagem lateral com torção (FLT) é um modo de instabilidade em vigas metálicas no qual o estado-limite último ocorre devido à perda de estabilidade causada por deformações que combinam deslocamentos e rotações. Conforme Fruchtengarten (2005), também chamada de flexo-torção, essa instabilidade envolve a interação de flexão, torção e empenamento, sem alteração da seção transversal, conforme a Figura 11.

Figura 11. Flambagem lateral com torção



Fonte: Ahmed (2004)

Legenda: A imagem apresenta a ilustração de uma viga de seção em "I" submetida à flambagem lateral com torção. A viga é mostrada em duas posições: uma posição reta e estável e outra deformada, representando a instabilidade estrutural. Na posição deformada, observa-se a rotação da seção transversal da viga ao longo de seu eixo longitudinal, caracterizando a torção.

Esse fenômeno ocorre em vigas metálicas esbeltas submetidas a carregamentos que induzem flexão em torno do eixo de maior rigidez flexural, quando não há restrições laterais adequadas (Jasir; Raj, 2022). Nessa condição, surgem deslocamentos laterais ortogonais a esse eixo, acompanhados da torção da seção transversal, caracterizando a flambagem lateral com torção (FLT).

Vários estudos foram realizados ao longo dos anos para avaliar os modos de falha em vigas alveolares, especialmente aquelas com aberturas hexagonais e circulares, conhecidas como vigas casteladas e vigas celulares, respectivamente. Estudos como os de Kerdal e Nethercot (1984) e Nethercot (1982) investigaram o comportamento estrutural das vigas casteladas, incluindo a flambagem lateral-torcional (FLT) como um dos possíveis mecanismos de colapso dessas estruturas. Esses pesquisadores concluíram que os métodos de cálculo empregados para vigas de alma cheia poderiam ser adaptados para vigas alveolares, desde que as propriedades geométricas fossem determinadas ao longo da linha média das aberturas. Essa técnica de cálculo é comumente referida como duplo T, ou 2T.

Outra abordagem possível é considerar apenas a flambagem lateral da seção T da parte comprimida da viga, geralmente a mesa superior. Nesse procedimento, apenas uma das seções T é considerada para verificar a FLT, desconsiderando o efeito estabilizador da seção T inferior, normalmente sob tração, o que torna os resultados excessivamente conservadores (Sonck; Belis, 2015).

2.3 PROCEDIMENTOS ANALITICOS

Existem várias abordagens analíticas para determinar a capacidade resistente à flambagem lateral com torção (FLT) em vigas de aço, muitas das quais são procedimentos normativos. Além disso, há metodologias propostas por autores na literatura científica, oriundas de pesquisas, ensaios experimentais e adaptações das normas existentes. Contudo, não existe um procedimento específico destinado à determinação da capacidade resistente de vigas alveolares, incluindo as vigas casteladas. Por essa razão, a estratégia atual é adaptar os procedimentos existentes para vigas de alma cheia. Essa adaptação é feita considerando as propriedades geométricas das vigas alveolares nas formulações apresentadas pelos métodos analíticos voltados para vigas de aço convencionais. Assim, a seguir, estão apresentados alguns procedimentos analíticos, incluindo: a norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2024); a norma europeia EN 1993-1-1 (CEN, 2022); a norma australiana AS 4100 (2020); a norma americana AISC 360 (ANSI, 2022) e o Momento Crítico Básico de Timoshenko e Gere (2009).

2.3.1 NBR 8800 (ABNT, 2024)

A norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2024), fornece em seu anexo G procedimentos para a determinação do momento fletor resistente de cálculo de vigas de alma não esbelta. As vigas que são classificadas como tendo alma não esbelta devem obedecer a relação:

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} \leq 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.12)$$

Em que λ_w é o parâmetro de esbeltez da alma; h é a altura da alma; t_w é a espessura da alma; E é o módulo de elasticidade longitudinal e f_y é a tensão de escoamento do aço.

Segundo Silva (2017), o procedimento da norma brasileira é aplicado em vigas que estão submetidas às seguintes condições:

- as restrições são do tipo vínculo de garfo nas extremidades das vigas, e no caso de balanços a extremidade da viga apresenta todos os deslocamentos livres;
- as forças transversais externas são aplicadas na semialtura da seção transversal, portanto, todos os demais tipos de carregamentos (cargas estabilizantes e desestabilizantes) são desconsiderados;
- a seção transversal é considerada constante em todo o comprimento destravado.

O momento fletor resistente nominal para o estado-limite último de flambagem lateral com torção, em vigas de seção I com dois eixos de simetria, submetidas à flexão em torno do eixo de maior momento de inércia (eixo x), em regime elástico, é determinado por:

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w}\right)} \quad (2.13)$$

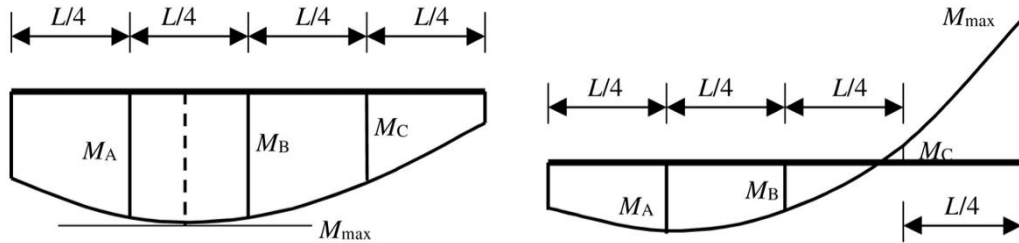
Sendo L_b o comprimento destravado, E o módulo de elasticidade longitudinal, I_y o momento de inércia em relação ao eixo y, J a constante de torção e C_w a constante de empenamento.

O fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme (C_b), tem a função de uniformizar a distribuição do momento fletor ao longo do comprimento destravado da seção.

$$C_b = \frac{12,5M_{\max}}{2,5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \leq 3,0 \quad (2.14)$$

Onde, $M_{\max}$ é o momento fletor máximo solicitante de cálculo no comprimento destravado; os momentos M_A, M_B , e M_C correspondem aos momentos fletores solicitantes de cálculo situados nas seções a $1/4$, $1/2$ e $3/4$ do comprimento destravado, conforme a Figura 12.

Figura 12. Momentos correspondentes para cálculo do C_b



Fonte: Serna *et al.* (2005)

Legenda: A imagem apresenta dois diagramas que mostram a distribuição de momentos fletores ao longo de uma viga, dividida em quatro partes iguais, para o cálculo do coeficiente C_b .

A Flambagem Lateral com Torção no regime elástico, ocorre quando o índice de esbeltez (λ) é maior que o índice de esbeltez limite para seções semicompactas (λ_r):

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y} \quad (2.15)$$

$$\lambda_r = \frac{1,38C_b\sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27C_w\beta_1^2}{C_b^2 I_y}}} \quad (2.16)$$

Sendo, L_b o comprimento destravado, r_y o raio de giração da seção em relação ao eixo y e C_w a constante de empenamento para seções I, dada pela equação:

$$C_w = \frac{I_y(d - t_f)^2}{4} \quad (2.17)$$

Onde, d é a altura da seção e t_f a espessura da mesa.

O coeficiente de correção para a esbeltez crítica é dado por:

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r)W}{EJ} \quad (2.18)$$

Sendo, σ_r a tensão residual de compressão nas mesas, que de acordo com a norma brasileira deve-se adotar como sendo $0,30f_y$ e w é o módulo resistente elástico.

O colapso da estrutura ocorre por meio da plastificação total da seção se o índice de esbeltez (λ) é menor ou igual ao índice de esbeltez para seções compactas (λ_p) calculado por:

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.19)$$

Nessa situação o momento resistente característico (M_{Rk}) é:

$$M_{Rk} = M_{pl} = Z_x f_y \quad (2.20)$$

Onde, M_{pl} é o momento de plastificação da seção, Z_x é o módulo resistente plástico e f_y a tensão de escoamento do aço.

Na situação em que $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$, a flambagem lateral com torção ocorre em regime inelástico e o momento resistente característico é dado por:

$$M_{Rk} = C_b \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] \leq M_{pl} \quad (2.21)$$

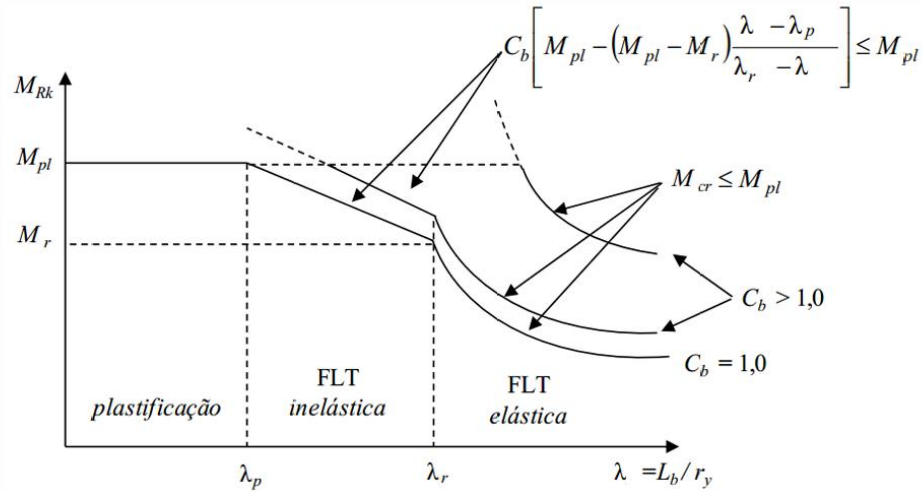
Sendo, M_r o momento fletor correspondente ao início de escoamento, calculado por:

$$M_r = (f_y - \sigma_r)W \quad (2.22)$$

w é o módulo resistente elástico da seção em relação ao eixo de flexão.

A Figura 13 representa as curvas de resistência para os regimes: elástico, inelástico e plástico.

Figura 13. Curvas de resistência nos regimes elástico, inelástico e plástico



Fonte: Fakury, Castro e Silva e Caldas (2016)

Legenda: Gráfico com as curvas de resistência nos regimes elástico, inelástico e plástico. O gráfico tem o eixo vertical representando o momento (M) e o eixo horizontal representando a razão de esbeltez ($\lambda = L_b / r_y$). O gráfico é dividido em três regiões: plastificação, FLT inelástica e FLT elástica.

2.3.2 EN 1993-1-1 (CEN, 2005)

A versão do EN 1993-1-1 (CEN, 2005) apresenta a seguinte formulação geral para a determinação do momento resistente a FLT para vigas sem restrições laterais:

$$M_{Rd} = \chi_{LT} Z_x \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.23)$$

Onde:

M_{Rd} é o momento resistente característico;

χ_{LT} é o fator de redução para FLT;

Z_x é o módulo plástico da seção transversal;

f_y é a tensão de escoamento do aço;

γ_{M1} é o fator de minoração da resistência.

O fator de redução para flambagem lateral com torção (χ_{LT}), deve ser determinado em função da esbeltez relativa $\overline{\lambda_{LT}}$ da barra, conforme as equações a seguir:

$$\chi_{LT} = \frac{1,0}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ mas } \chi_{LT} \leq 1,0 \quad (2.24)$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (2.25)$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{Z_x \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (2.26)$$

sendo,

α_{LT} é o fator de imperfeição dado pela Tabela 1.

Tabela 1. Valores recomendados para as curvas e fatores de imperfeição para a FLT

Seção transversal	Limites	Curva de flambagem	Fator de imperfeição α_{LT}
Seções I laminadas	$d / b_f \leq 2$	a	0.21
	$d / b_f > 2$	b	0.34
Seções I soldadas	$d / b_f \leq 2$	c	0.49
	$d / b_f > 2$	d	0.76
Outras seções transversais	-	d	0.76

Fonte: Autora

Conforme o anexo F do DD ENV 1993-1-1 (CEN, 1992), o momento crítico elástico para a flambagem lateral com torção de uma viga de seção transversal bissimétrica uniforme, sob condições padrão de restrição em cada extremidade, carregamento através do seu centro de cisalhamento e sujeita a um momento uniforme é dado por:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \left[\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} \right]^{0,5} \quad (2.27)$$

sendo,

G é o módulo de elasticidade transversal;

I_w é a constante de empenamento;

I_z é o segundo momento de inércia em torno do menor eixo;

L é o comprimento da viga entre os pontos que têm restrição lateral.

As condições padrão de restrição em cada extremidade são:

- Contenção contra movimento lateral;
- Contenção contra rotação em torno do eixo longitudinal;
- Livre para girar no plano.

O DD ENV 1993-1-1 (CEN, 1992) apresenta uma equação geral para a determinação do momento crítico elástico, considerando as características de restrição da viga, a posição do carregamento e a assimetria ou não do perfil.

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + [C_2 z_g - C_3 z_j]^2 \right]^{0,5} - [C_2 z_g - C_3 z_j] \right\} \quad (2.28)$$

sendo C_1 , C_2 e C_3 são fatores que dependem do carregamento e as condições de restrição.

C_1 é o coeficiente de distribuição do momento fletor em situações de momento não uniforme;

C_2 é o coeficiente para consideração da altura de aplicação da carga na seção transversal;

C_3 é o coeficiente que leva em conta a assimetria da seção;

k e k_w são fatores de comprimento efetivo.

Para vigas de seção bissimétrica:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + [C_2 z_g]^2 \right]^{0,5} - C_2 z_g \right\} \quad (2.29)$$

Para momentos aplicados nas extremidades $C_2 = 0$ e cargas transversais aplicadas no centro de cisalhamento $z_g = 0$. A equação é simplificada para:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} \right]^{0,5} \right\} \quad (2.30)$$

Quando $k = k_w = 1,0$ (não engastado)

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \left\{ \left[\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} \right]^{0,5} \right\} \quad (2.31)$$

$$z_g = z_a - z_s \quad (2.32)$$

$$z_j = z_s - 0,5 \int_A (y^2 + z^2) z \, dA / I_Y \quad (2.33)$$

z_a é a coordenada do ponto de aplicação do carregamento;

z_s é a coordenada do centro de cisalhamento.

A convenção de sinais para determinar z_j , conforme a Figura 14.

- z é positivo para o flange de compressão;
- z_j é positivo quando o flange com o maior valor de I_z está em compressão no ponto de maior momento.

A convenção de sinais para determinar z_g é:

- para cargas de gravidade z_g é positivo para cargas aplicadas acima do centro de cisalhamento;
- no caso geral, z_g é positivo para cargas que atuam em direção ao centro de cisalhamento a partir de seu ponto de aplicação.

Para seções I com flanges (mesas) desiguais:

$$I_w = \beta_f (1 - \beta_f) I_z h_s^2 \quad (2.34)$$

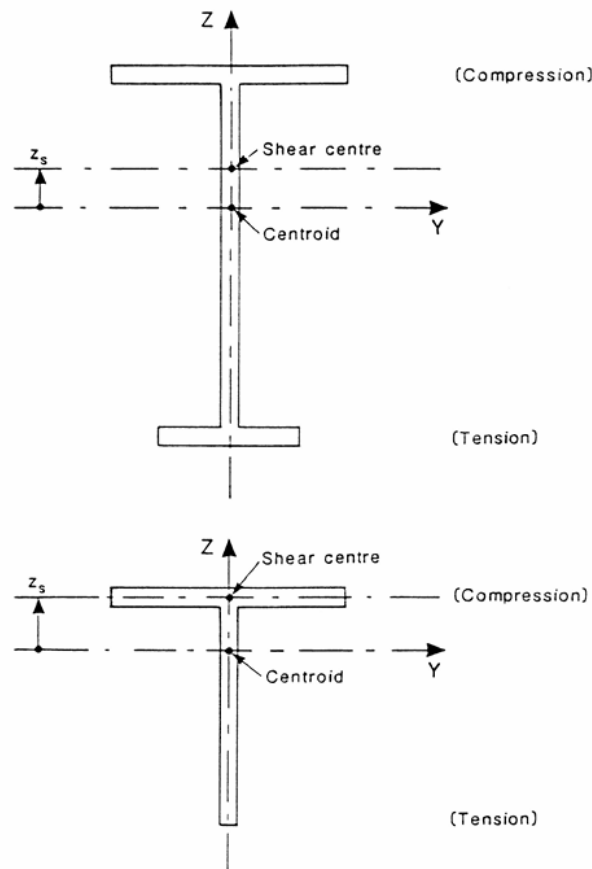
$$\beta_f = \frac{I_{fc}}{I_{fc} + I_{ft}} \quad (2.35)$$

I_{fc} é o segundo momento de inércia do banzo de compressão em torno do eixo de menor inércia da seção;

I_{ft} é o segundo momento de inércia do banzo de tração em torno do eixo de menor inércia da seção;

h_s é a distância entre os centros de cisalhamento dos banzos.

Figura 14. Convenção para a determinação do z_j



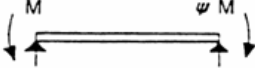
Fonte: EN 1993-1-1:2005

Legenda: A imagem mostra dois diagramas relacionados à convenção para determinar o parâmetro z_j em uma seção transversal em "I". No primeiro diagrama (superior), a seção está posicionada com o eixo maior (alma) na vertical. No segundo diagrama (inferior), a configuração é semelhante, mas mostra a linha de compressão mais deslocada, detalhando o parâmetro z_j , que mede a distância horizontal entre o centroide e o centro de cisalhamento.

Os fatores de comprimento efetivo k e k_w variam de 0,5 para engaste até 1,0 para extremidades livres, com 0,7 para uma extremidade fixada e a outra extremidade livre. O fator k se refere à rotação da extremidade no plano. O fator k_w se refere à restrição ao empenamento da extremidade. A menos que seja feita uma provisão especial para a restrição ao empenamento, k_w deve ser considerado como 1,0.

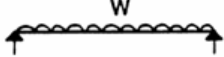
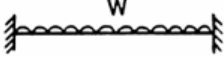
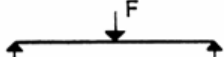
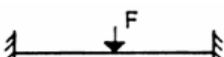
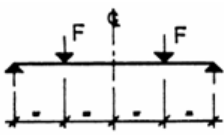
Os valores de C1, C2 e C3 são dados no Quadro 1 e no Quadro 2 para vários casos de carga, conforme indicado pela forma do diagrama de momento fletor ao longo do comprimento L entre as restrições laterais. Os valores são dados correspondendo a vários valores de k .

Quadro 1. Valores dos fatores C_1 , C_2 e C_3 correspondentes para valores do fator k na condição de momento aplicado nas extremidades.

Loading and support conditions	Bending moment diagram	Value of k	Values of factors		
			C_1	C_2	C_3
	$\psi = +1$	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000	—	1,000 1,113 1,144
	$\psi = +\frac{3}{4}$	1,0 0,7 0,5	1,141 1,270 1,305	—	0,998 1,565 2,283
	$\psi = +\frac{1}{2}$	1,0 0,7 0,5	1,323 1,473 1,514	—	0,992 1,556 2,271
	$\psi = +\frac{1}{4}$	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,788	—	0,977 1,531 2,235
	$\psi = 0$	1,0 0,7 0,5	1,879 2,092 2,150	—	0,939 1,473 2,150
	$\psi = -\frac{1}{4}$	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	—	0,855 1,340 1,957
	$\psi = -\frac{1}{2}$	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	—	0,676 1,059 1,546
	$\psi = -\frac{3}{4}$	1,0 0,7 0,5	2,927 3,009 3,093	—	0,366 0,575 0,837
	$\psi = -1$	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149	—	0,000 0,000 0,000

Fonte: ENV 1993-1-1:1992

Quadro 2. Valores dos fatores C_1 , C_2 e C_3 correspondentes para valores do fator k na condição carregamentos transversais

Loading and support conditions	Bending moment diagram	Values of k	Values of factors		
			C_1	C_2	C_3
		1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304	0,525 0,980
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,267 0,715	2,640 4,800
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890

Fonte: ENV 1993-1-1:1992

2.3.3 AS 4100 (2020)

O apêndice H da norma australiana AS 4100 (2020) trata sobre a capacidade resistente elástica para a flambagem lateral. Para segmentos com restrições em ambas as extremidades, o momento fletor resistente será:

$$M_{ob} = \alpha_m \alpha_l M_o \quad (2.36)$$

α_m é o fator de modificação do momento, dado por:

$$\alpha_m = \frac{1,7M_m^*}{\sqrt{\left[(M_2^*)^2 + (M_3^*)^2 + (M_4^*)^2\right]}} \leq 2,5 \quad (2.37)$$

Sendo,

M_m^* o momento fletor máximo de projeto no segmento;

M_2^*, M_4^* o momento fletor de projeto nos pontos de um quarto do segmento;

M_3^* o momento fletor de projeto no ponto médio do segmento

α_l é um fator para flexão, dado por:

$$\alpha_l = \sqrt{\left\{1 + \left[\frac{0,4\alpha_m y_L}{M_o} \left(\frac{\pi^2 EI_y}{l^2}\right)\right]^2\right\} + \left[\frac{0,4\alpha_m y_L}{M_o} \left(\frac{\pi^2 EI_y}{l^2}\right)\right]} \quad (2.38)$$

em que,

E o módulo de elasticidade longitudinal;

I_y o momento de inércia em relação ao eixo y ;

y_L é a distância da linha de ação da carga gravitacional em relação ao centroide é considerada positiva quando a carga atua abaixo do centroide;

l o comprimento do elemento entre apoios;

M_o o momento elástico de flambagem

$$M_o = \sqrt{\left(\frac{\pi^2 EI_y}{l^2}\right)} \left\{ \sqrt{GJ + \frac{\pi^2 EI_w}{l^2} + \left(\frac{\beta_x^2}{4} \frac{\pi^2 EI_y}{l^2}\right)} + \frac{\beta_x}{2} \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y}{l^2}} \right\} \quad (2.39)$$

β_x é a constante de seção monossimétrica, dada por:

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \int (x^2 y + y^3) dA - 2y_o \quad (2.40)$$

$$\beta_x = 0,8d_f \left(\frac{2I_{cy}}{I_y} - 1 \right) \quad (2.41)$$

sendo, d_f é a distância entre centroides de flanges e I_{cy} é o segundo momento de área do flange de compressão em relação ao eixo menor principal y da seção.

Para seções fletidas em torno de um eixo de simetria, $\beta_x = 0$ a equação do momento elástico de flambagem é simplificada:

$$M_o = \left(\frac{\pi \sqrt{EI_y GJ}}{l} \right) \sqrt{1 + \left(\sqrt{\frac{\pi^2 EI_w}{GJ l^2}} \right)^2} \quad (2.42)$$

em que,

G é o módulo de elasticidade transversal;

A constante de empenamento (I_w) para seções I duplamente simétricas é dada por:

$$I_w = \frac{I_y (d_f)^2}{4} \quad (2.43)$$

Para seções I monossimétricas:

$$I_w = I_{cy} (d_f)^2 \left(1 - \frac{I_{cy}}{I_y} \right) \quad (2.44)$$

A constante de torção J é calculada por:

$$J \approx \sum \left(\frac{bt^3}{3} \right) \quad (2.45)$$

Alternativamente, para segmentos uniformes com abas iguais carregados de modo que $-d_o/2 \leq y_L \leq d_o/2$, onde d_o é a altura total da seção do segmento, o momento de flambagem elástica corrigido (M_{oa}).

$$M_{oa} = M_o + \left[0,4\alpha_m y_l \left(\frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \right) \right] \quad (2.46)$$

Para segmentos livres em uma extremidade, o momento fletor máximo no segmento no ponto de flambagem elástica, da seguinte forma:

$$M_{ob} = \alpha_{mc} \alpha_{lc} M_o \quad (2.47)$$

Sendo α_{lc} e α_{mc} calculados por:

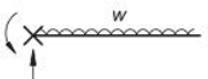
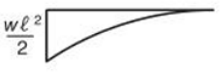
$$\alpha_{lc} = 1 + \frac{\left(\frac{2y_L K}{d_f 2} \right)}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{2y_L K}{d_f 2} \right)^2 \right]}} \quad (2.48)$$

$$K = \sqrt{\left(\frac{\pi^2 EI_w}{GJ l^2} \right)} \quad (2.49)$$

$$\alpha_{mc} = \frac{(C_3 + C_4 K)}{\pi \sqrt{1 + K^2}} \quad (2.50)$$

Sendo C_3 e C_4 os fatores para vigas sem restrição em uma extremidade dados pelo Quadro 3.

Quadro 3. Fatores C3 e C4 para vigas sem restrição em uma extremidade

Beam segment	Moment distribution	Factor, C_3	Factor, C_4
		1.6	0.8
		4.0	3.7
		7.0	8.0

Fonte: AS4100:2020

2.3.4 AISC 360 (ANSI, 2022)

A norma AISC 360 (ANSI, 2022), no capítulo F, apresenta procedimentos para a determinação do momento resistente de vigas de aço sob flexão. A versão de 2022 determina que quando o comprimento destravado da viga L_b excede o comprimento limitante associado ao estado-limite de flambagem lateral com torção inelástica (Equação 2.52) ocorrerá a FLT e o momento resistente nominal da seção será dado pela Equação 2.52.

$$L_r = 1,95 r_{ts} \frac{E}{0,7 f_y} \sqrt{\frac{Jc}{W_x h} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{W_x h}\right)^2 + 6,76 \left(\frac{0,7 f_y}{E}\right)^2}} \quad (2.51)$$

$$M_{Rk} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w} \quad (2.52)$$

$$C_b = \frac{12,5 M_{máx}}{2,5 M_{máx} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} \quad (2.53)$$

sendo,

L_r o comprimento limite para o estado limite de FLT inelástica;

E o módulo de elasticidade longitudinal;

f_y a tensão de escoamento do aço;

J a constante de torção;

W_x o módulo elástico no eixo principal maior;

h a altura entre os centroides das mesas;

M_{Rk} o momento resistente característico;

L_b o vão destravado da viga;

I_y o segundo momento de área no eixo principal menor;

C_w a constante de empenamento.

2.3.5 Momento Crítico Básico (Timoshenko e Gere, 1961)

Os métodos analíticos utilizam o momento crítico elástico da estrutura como base para calcular o momento resistente à flambagem lateral com torção (FLT). Os autores Timoshenko e Gere (1961) basearam-se na suposição de que as seções planas da alma permanecem inalteradas em sua planicidade após a deformação, sendo a configuração final da seção definida apenas pela translação horizontal e vertical, além do giro da seção. Em outras palavras, não ocorre distorção da seção transversal durante a flambagem. Essa é a primeira hipótese de Vlasov (Vlasov, 1959), que Timoshenko e Gere (1961) adotam na sua solução.

De forma geral, a solução clássica para o momento crítico elástico envolve algumas suposições: o material é considerado isotrópico, elástico e homogêneo; há um vínculo tipo garfo (viga simplesmente apoiada, com o giro da seção impedido nos apoios); as seções são duplamente simétricas; e a estrutura está submetida a um momento fletor constante. Com base nessas condições, chega-se à solução expressa na Equação 2.54.

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{EC_w}{GJ}} \quad (2.54)$$

Onde:

M_{cr} : Momento crítico elástico;

L : Vão destravado da viga;

E : Módulo de elasticidade longitudinal;

I_y : Segundo momento de área no eixo principal menor;

G : Módulo de elasticidade transversal;

J : Constante de torção;

C_w : Constante de empenamento.

3 MODELO NUMÉRICO

As simulações numéricas foram conduzidas utilizando o *software* Abaqus 2024, uma ferramenta amplamente utilizada para análises numéricas utilizando o método dos elementos finitos. Por meio deste software, foram executadas análises de estabilidade elástica, utilizando o método de perturbação linear (*Buckle*). Essa abordagem permitiu estimar a carga crítica de flambagem (ponto de bifurcação) através do cálculo de autovalores e autovetores.

3.1 MATERIAIS, TIPO DE ELEMENTO E MALHA

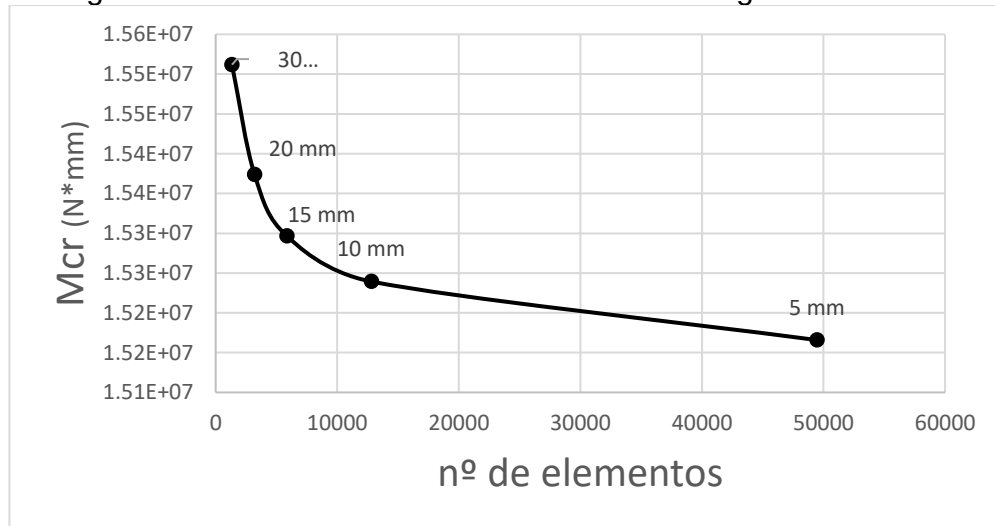
O aço utilizado nas análises é o S235, onde suas propriedades mecânicas são definidas pela norma EN 10025-2 (CEN, 2019), sendo a tensão de escoamento (f_y) de 235 Mpa e o módulo de elasticidade (E) de 210 GPa. Para a Análise Linear de Flambagem, utiliza-se somente as propriedades elásticas do material, sendo o coeficiente de Poisson igual a 0,3.

A malha dos modelos numéricos foi composta por elementos S4, um tipo de elemento de casca quadrilateral com quatro nós, cada um com seis graus de liberdade. Esses elementos utilizam integração completa, proporcionando alta precisão, embora com maior custo computacional em comparação aos elementos S4R, que utilizam integração reduzida. Como os modelos avaliados não são muito robustos, optou-se por priorizar a precisão utilizando os elementos S4.

Foram avaliadas malhas com distância entre nós de 30, 20, 15, 10 e 5 mm. Através de um estudo de refinamento da malha, conforme as Figuras 15 e 16, observou-se que elementos menores que 15 mm para vigas casteladas e 20 mm para vigas de alma cheia, não resultavam em mudanças significativas nos resultados, mas

aumentavam o tempo de processamento. Dessa maneira, para as vigas de alma cheia, definiu-se elementos de 20 mm e para vigas casteladas, elementos de 15 mm. A Figura 17 ilustra a discretização das vigas.

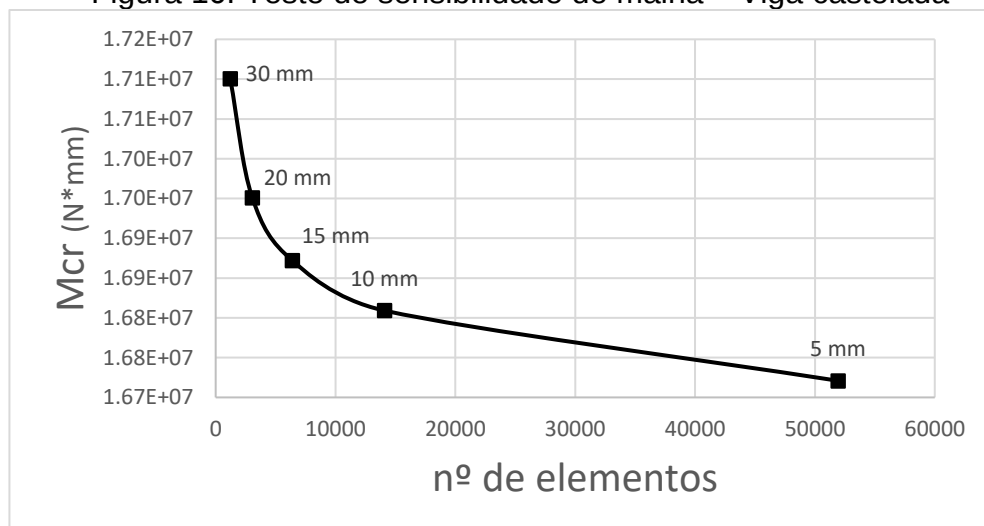
Figura 15. Teste de sensibilidade de malha – Viga de alma cheia



Fonte: Autora

Legenda: A imagem mostra um gráfico que relaciona o número de elementos na malha com o momento crítico de flambagem elástica (Mcr) em uma viga de alma cheia. O eixo horizontal representa o número de elementos, variando de 0 a 60.000, enquanto o eixo vertical indica o valor de Mcr, variando de $1,51 \times 10^7$ N·mm a $1,56 \times 10^7$ N·mm. A curva apresenta uma redução acentuada no início, estabilizando conforme o número de elementos aumenta.

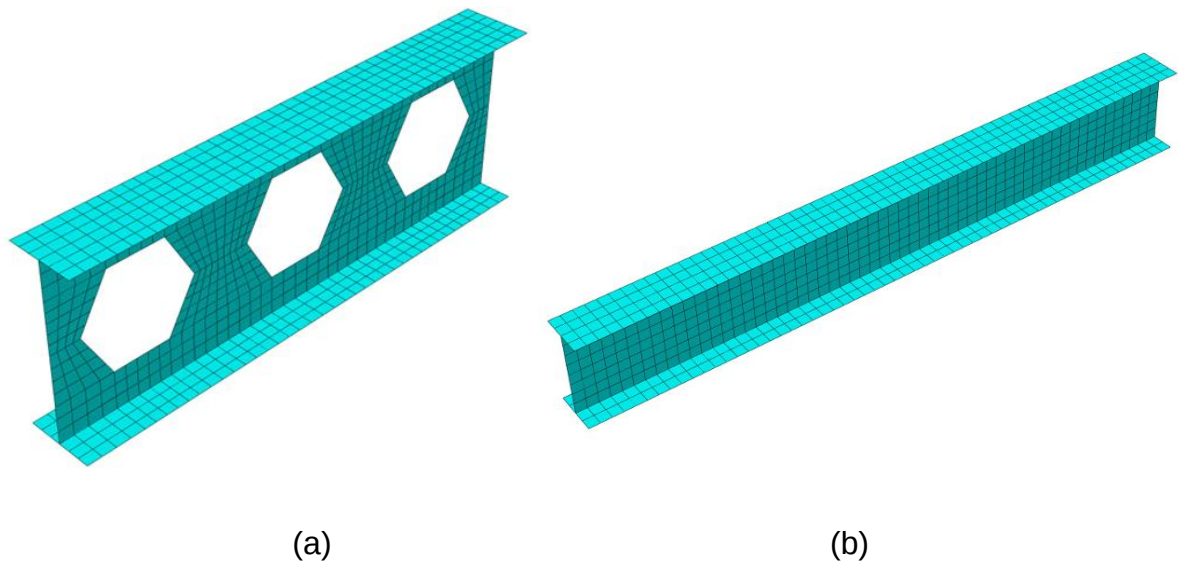
Figura 16. Teste de sensibilidade de malha – Viga castelada



Fonte: Autora

Legenda: A imagem apresenta um gráfico de teste de sensibilidade de malha para uma viga castelada, relacionando o número de elementos na malha com o momento crítico de flambagem elástica (Mcr). O eixo horizontal mostra o número de elementos, variando de 0 a 60.000, enquanto o eixo vertical indica o Mcr, de $1,67 \times 10^7$ N·mm a $1,72 \times 10^7$ N·mm. A curva começa em valores mais altos de Mcr e diminui acentuadamente no início, estabilizando conforme o número de elementos aumenta.

Figura 17. Discretização das vigas: a) viga castelada b) viga de alma cheia



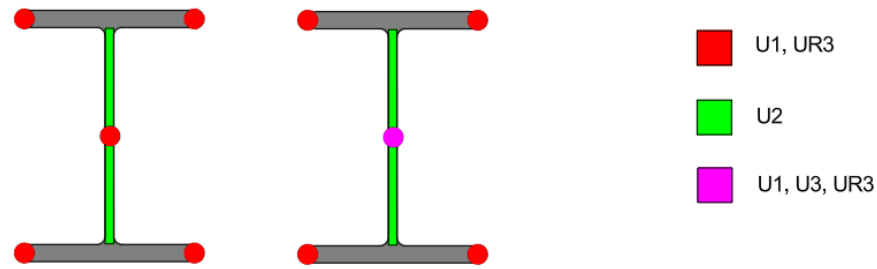
Fonte: Autora

Legenda: A imagem apresenta a malha de discretização de dois modelos de vigas metálicas utilizadas em análise numérica por elementos finitos: Viga castelada (a): Exibe uma viga com aberturas hexagonais ao longo da alma. A malha é formada por pequenos elementos quadrados uniformes em tom azul-claro, que cobrem toda a estrutura, destacando as aberturas regulares ao longo da alma. Esse tipo de viga é utilizado para melhorar a eficiência estrutural, reduzindo peso sem comprometer a resistência. Viga de alma cheia (b): Mostra uma viga sem aberturas na alma, também discretizada em uma malha composta por elementos quadrados uniformes em azul-claro. Essa viga apresenta uma seção transversal contínua, representando um perfil sólido típico.

3.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno foram definidas de modo a simular um vínculo de garfo, conforme as premissas apresentadas por Timoshenko e Gere (1961) para a determinação do momento crítico elástico. Essas condições são essenciais para analisar o comportamento estrutural de vigas de aço sob flexão, especialmente em estudos voltados à flambagem lateral com torção. Na modelagem, foram aplicadas restrições para deslocamentos horizontais (U_1) e rotação longitudinal (UR_3) nas extremidades das mesas e no ponto médio da alma. Além disso, foram restringidos os deslocamentos verticais (U_2) no comprimento da alma do perfil nas duas extremidades. O deslocamento longitudinal (U_3) foi restringido no ponto médio da alma de um dos apoios e na seção do meio do vão, conforme a Figura 18.

Figura 18. Condições de contorno



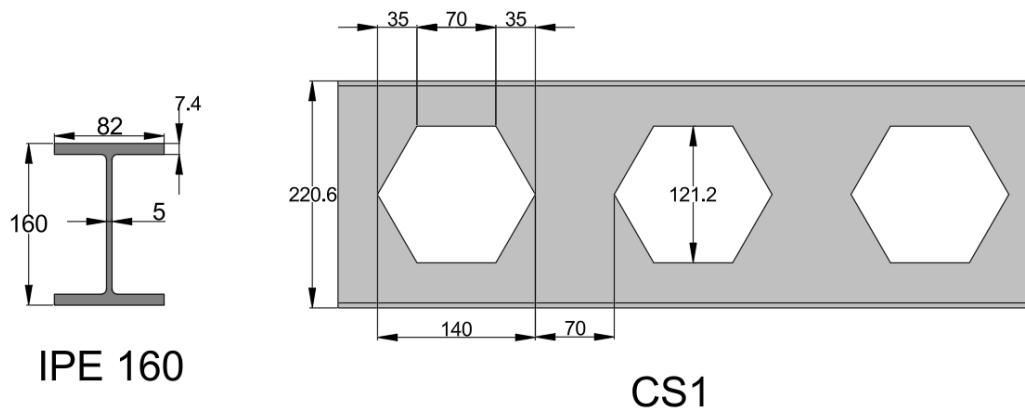
Fonte: Autora

Legenda: A figura mostra as condições de contorno aplicadas: Pontos Vermelhos (U1, UR3): Restrições de deslocamento horizontal (U1) e rotação (UR3) nos extremos das vigas. Linhas Verdes (U2): Restrição de deslocamento vertical ao longo da altura das vigas. Ponto Magenta (U1, U3, UR3): Restrição de deslocamento horizontal (U1), longitudinal (U3) e rotação (UR3) no centro da viga direita.

3.3 MODELO EXPERIMENTAL

Para justificar as condições adotadas no modelo numérico, foram utilizados como referência ensaios experimentais bem-sucedidos executados por Sonck (2014). Os ensaios de flexão a quatro pontos, conforme a Figura 19, foram realizados em uma mesma seção transversal, IPE 160 laminado a quente. Foram fabricadas três geometrias diferentes, duas geometrias de vigas casteladas nomeadas de CS1 e CS3, alterando o padrão da abertura, e uma geometria de viga celular, nomeada de CS2. Para os modelos numéricos deste trabalho, foi utilizado somente o modelo de viga castelada CS1, a qual o padrão da abertura é do tipo Litzka, as características da viga utilizada, bem como as dimensões do perfil original são apresentadas na Figura 19.

Figura 19. Dimensões em milímetros da seção original e geometria da viga castelada CS1

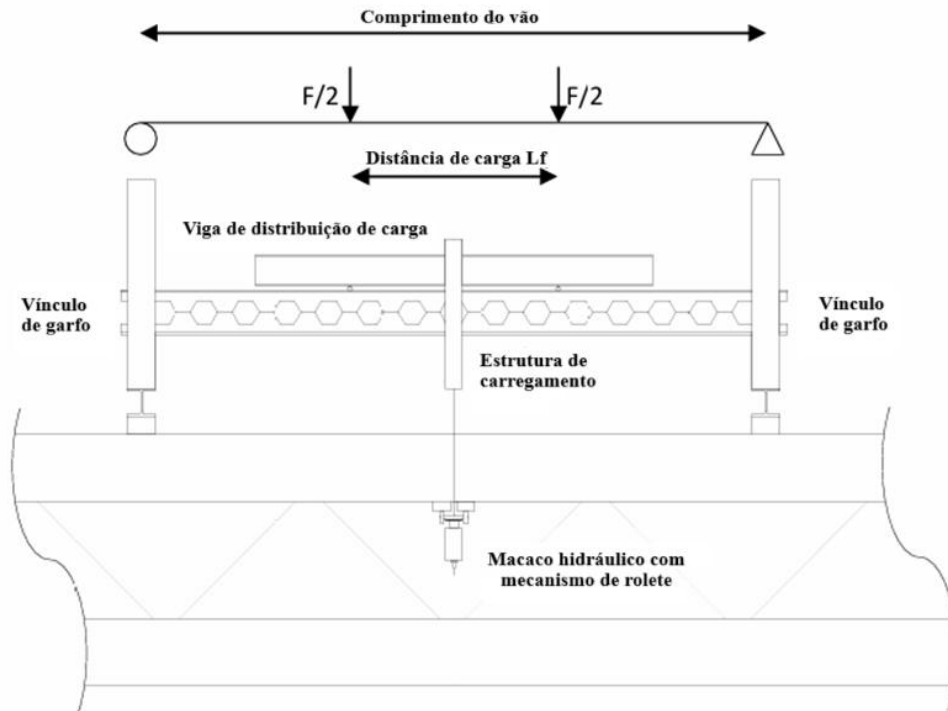


Fonte: Autora

Legenda: A imagem apresenta as dimensões em milímetros da seção original e da geometria de uma viga castelada CS1, baseada em um perfil IPE 160. À esquerda, está o desenho da seção transversal original, com altura total de 160 mm, largura da aba de 82 mm, espessura da alma de 5 mm e espessura

das abas de 7,4 mm. À direita, está a vista lateral da viga castelada, mostrando aberturas hexagonais na alma, cada uma com dimensão de 121,2 mm entre faces opostas. As distâncias entre as aberturas e as bordas são marcadas, como 70 mm de espaçamento longitudinal e 35 mm de borda lateral.

Figura 20. Esquema do experimento



Fonte: Adaptada de Sonck (2014)

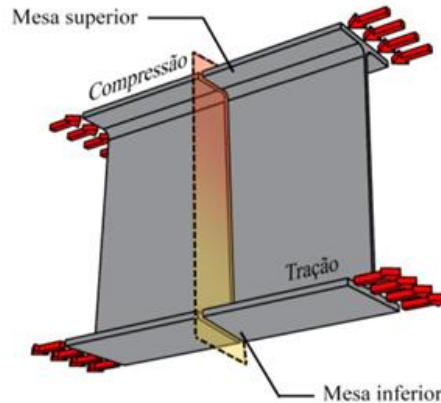
Legenda: A imagem mostra um esquema de um teste de carga em uma estrutura. No topo, há uma seta dupla indicando o "Comprimento do vão". Abaixo, duas forças iguais ($F/2$) são aplicadas em pontos equidistantes do centro, com uma seta dupla entre elas indicando a "Distância de carga L_f ". A carga é distribuída por uma "Viga de distribuição de carga" que está apoiada em uma "Estrutura de carregamento". A estrutura é sustentada por dois "Vínculos de garfo" nas extremidades. Abaixo da estrutura, há um "Macaco hidráulico com mecanismo de rolete" que aplica a carga verticalmente.

3.4 ESTUDO PARAMÉTRICO

O estudo paramétrico utilizando sub-rotinas desenvolvidas em Python foi realizado para avaliar a ocorrência da FLT em uma série de condições específicas de carregamento. Por meio de análises de estabilidade elástica, em que se avaliou a influência das condições de carregamento na resposta das vigas em relação ao momento crítico elástico, para diversos comprimentos, que variaram entre 4,0 m e 8,0 m. Para tanto, foram analisadas 2 situações distintas de carregamento, para vigas de alma cheia de perfis IPE 160 e para vigas casteladas o mesmo perfil com uma taxa de expansão de 38% aproximadamente. As condições de carregamento adotadas foram momento fletor constante, conforme a Figura 21, e carregamento uniformemente distribuído, sendo o carregamento aplicado na mesa superior, com

efeito desestabilizante (Figura 22). Com isso, foram totalizados 36 modelos para a análise de estabilidade elástica.

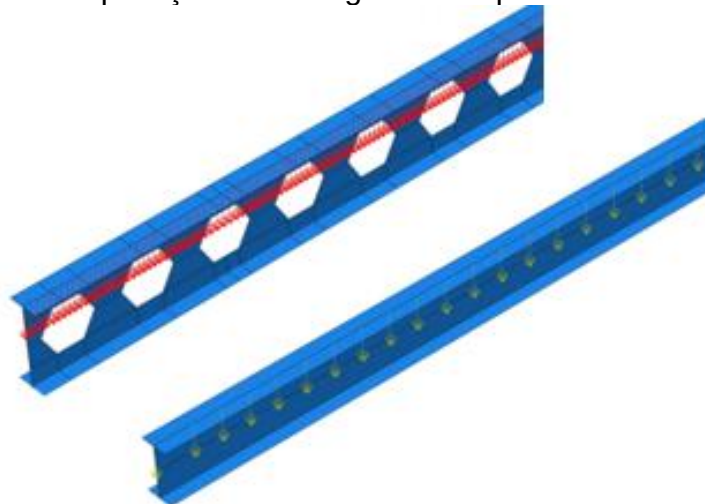
Figura 21. Momento constante (binário de forças aplicado nas mesas da viga)



Fonte: Carvalho (2023)

Legenda: A imagem ilustra uma viga com seção transversal tipo perfil "I" submetida a um momento constante. As forças de compressão são indicadas na mesa superior, enquanto as forças de tração estão na mesa inferior, ambas representadas por vetores vermelhos nas extremidades. A alma é destacada com uma graduação de cores, mostrando a transição entre as regiões de compressão e tração. As legendas apontam para as mesas superior e inferior, bem como para a zona de compressão e a de tração.

Figura 22. Esquema de aplicação do carregamento aplicado na mesa superior



Fonte: Autora

Legenda: A imagem apresenta duas visualizações de uma viga de aço com seção transversal tipo perfil "I" e aberturas hexagonais ao longo do banzo central (alma). Na primeira visualização (superior), há uma representação esquemática de carregamento aplicado na mesa superior da viga, indicado por linhas vermelhas diagonais conectando as extremidades das aberturas. Na segunda visualização (inferior), observa-se setas verdes ao longo da mesa superior, representando o carregamento.

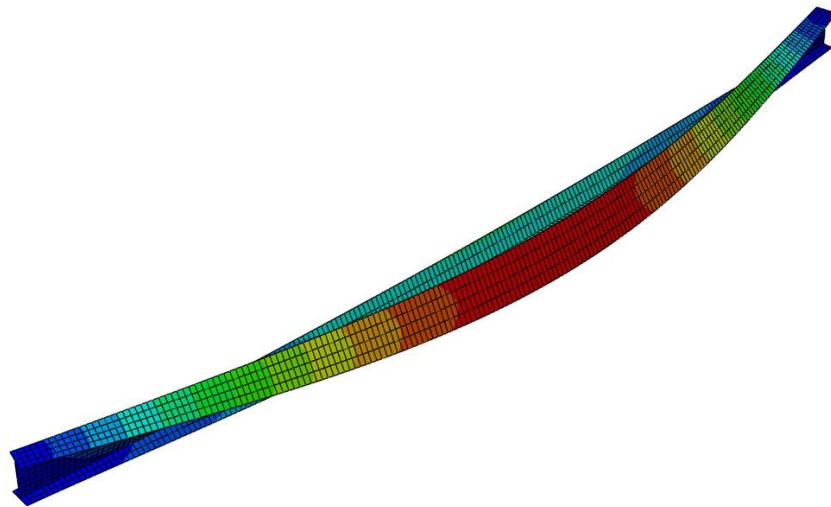
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, são apresentados e discutidos os resultados obtidos ao longo do estudo, buscando avaliar o comportamento estrutural das vigas de alma cheia e vigas casteladas.

4.1 ANÁLISE COMPARATIVA DO M_{CR} NUMÉRICO PARA O PERFIL ORIGINAL E A SEÇÃO ALVEOLAR

O estudo do momento crítico foi realizado através de uma análise de estabilidade elástica, em que foi possível perceber que o modo de falha das vigas com aberturas hexagonais é similar ao comportamento predominante em vigas de alma cheia, conforme descrito por Rossi *et al.* (2020a, 2020b). As vigas estudadas apresentaram falha por flambagem lateral acompanhada de torção, conforme as Figuras 23 e 24.

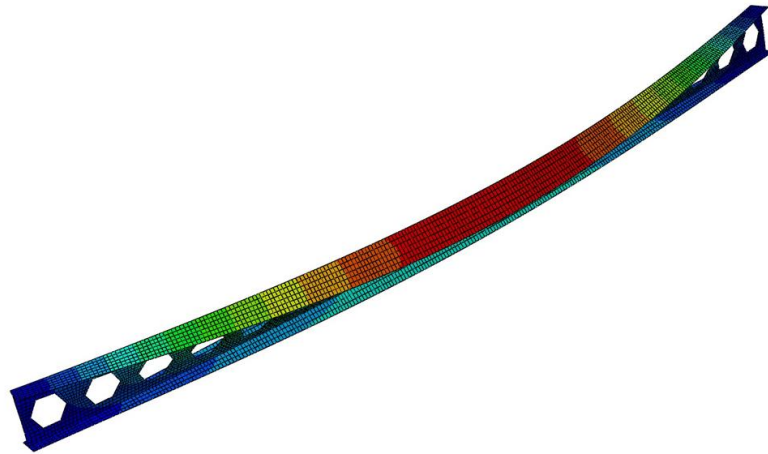
Figura 23. Configuração deformada para FLT em viga de alma cheia



Fonte: Autora

Legenda: A imagem mostra a simulação de uma viga com alma cheia submetida a flambagem lateral com torção (FLT). A deformação está representada por uma coloração em gradiente que vai do azul (menor deformação) ao vermelho (maior deformação), ilustrando o comportamento estrutural da viga sob FLT.

Figura 24. Configuração deformada para FLT em viga castelada

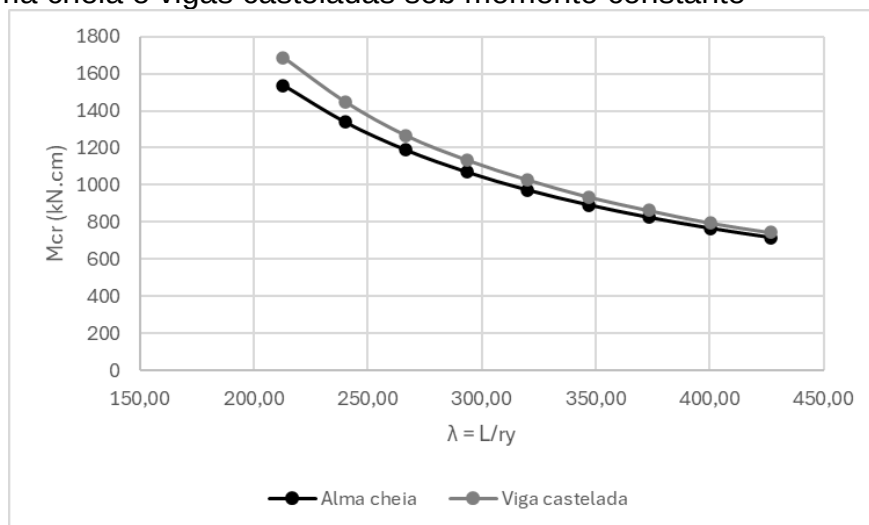


Fonte: Autora

Legenda: A imagem mostra uma viga castelada colorida em um gradiente que vai do azul ao vermelho, representando sua deformação sob esforço de flambagem lateral com torção (FLT). A viga tem aberturas hexagonais ao longo de toda sua extensão e está arqueada, evidenciando a deformação em resposta às cargas aplicadas.

O momento crítico elástico (M_{cr}) é um parâmetro fundamental para avaliar a resistência da viga antes da ocorrência da flambagem lateral com torção. Dessa forma, foi realizado uma comparação entre o comportamento de vigas de alma cheia, sendo o perfil do tipo IPE 160 e vigas casteladas, fabricadas a partir do perfil original, com uma taxa de expansão de aproximadamente 38%. O estudo entre as duas vigas teve o objetivo de analisar a relação do momento crítico elástico obtido pela análise numérica em função da esbeltez das vigas, conforme as Figuras 25 e 26.

Figura 25. Variação do momento crítico elástico numérico em função da esbeltez para vigas de alma cheia e vigas casteladas sob momento constante

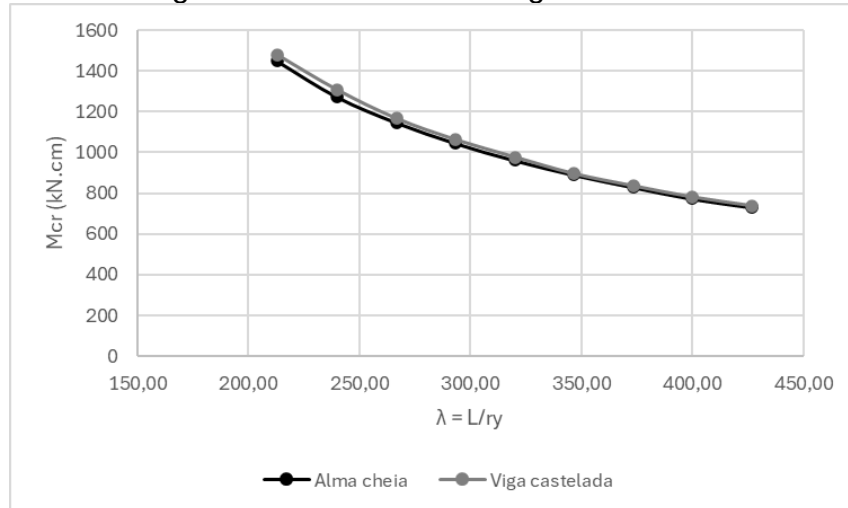


Fonte: Autora

Legenda: Apresenta a variação do momento crítico elástico (M_{cr}) em função da esbeltez ($\lambda=L/r_y$) para

vigas de alma cheia (curva em preto) e vigas casteladas (curva em cinza) sob momento constante, evidenciando a diferença na resistência elástica entre os dois tipos de seção.

Figura 26. Variação do momento crítico elástico numérico em função da esbeltez para vigas de alma cheia e vigas casteladas sob carregamento desestabilizante



Fonte: Autora

Legenda: Apresenta a variação do momento crítico elástico (M_{cr}) em função da esbeltez ($\lambda = L/r_y$) para vigas de alma cheia (curva em preto) e vigas casteladas (curva em cinza) sob carregamento desestabilizante, evidenciando a diferença na resistência elástica entre os dois tipos de seção.

Por meio das Figuras 25 e 26, observam-se que nos menores valores de esbeltez, as vigas casteladas apresentam um momento crítico elástico levemente superior ao das vigas de alma cheia. Isso se deve ao aumento da rigidez torcional proporcionado pela maior altura da seção transversal nas vigas casteladas. Com o aumento da esbeltez, o desempenho das duas vigas se assemelha. Isso indica que, para grandes comprimentos destravados, o comportamento estrutural passa a ser dominado por modos de instabilidade global, onde a diferença na configuração da seção transversal tem um efeito reduzido sobre o momento crítico elástico, visto que o eixo de menor inércia é quem possui maior influência na resposta estrutural.

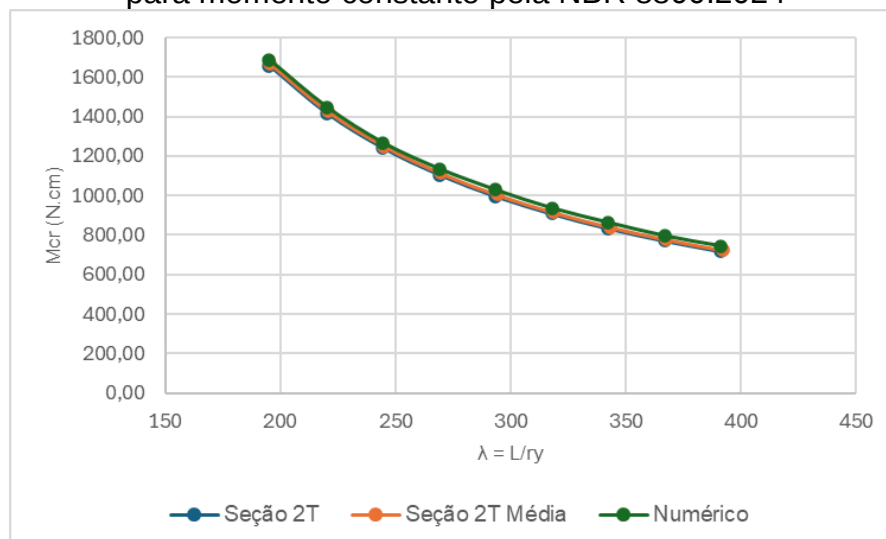
Dessa forma, observa-se que as vigas casteladas são ideais para situações em que se busca um equilíbrio entre capacidade resistente à flambagem lateral e redução de peso estrutural, especialmente em vãos de pequena e média esbeltez. Contudo, para vigas muito esbeltas, a escolha entre viga de alma cheia e viga castelada pode depender de mais de fatores como economia de material, facilidade de fabricação ou critérios específicos de projeto, uma vez que o comportamento perante à flambagem lateral com torção se torna semelhante.

4.2 INFLUÊNCIA DO MÉTODO DE CÁLCULO DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

Para investigar o comportamento referente à flambagem lateral com torção, os resultados das simulações numéricas foram comparados com diversos métodos de cálculo do momento crítico elástico em vigas em perfil I de alma cheia e vigas alveolares do tipo castelada. As comparações serão realizadas através de curvas do momento crítico elástico, M_{cr} , em função da esbeltez (λ).

Um ponto fundamental no cálculo analítico, neste caso específico, é a adaptação de modelos analíticos consolidados para vigas de alma cheia. Dessa maneira, dois métodos foram investigados para a determinação das propriedades geométricas: a abordagem de seção em duplo T, apresentada por Kerdal e Nethercot (1984) e a proposta de Sonck (2014), utilizando a abordagem 2T com uma constante de torção média. As Figuras 27 e 28 a seguir apresentam as curvas citadas anteriormente, comparando a influência do método de cálculo das propriedades geométricas em vigas casteladas submetidas a momento fletor constante. Já as Tabelas 2 e 3 apresentam o erro relativo para a norma brasileira e para a norma europeia, respectivamente.

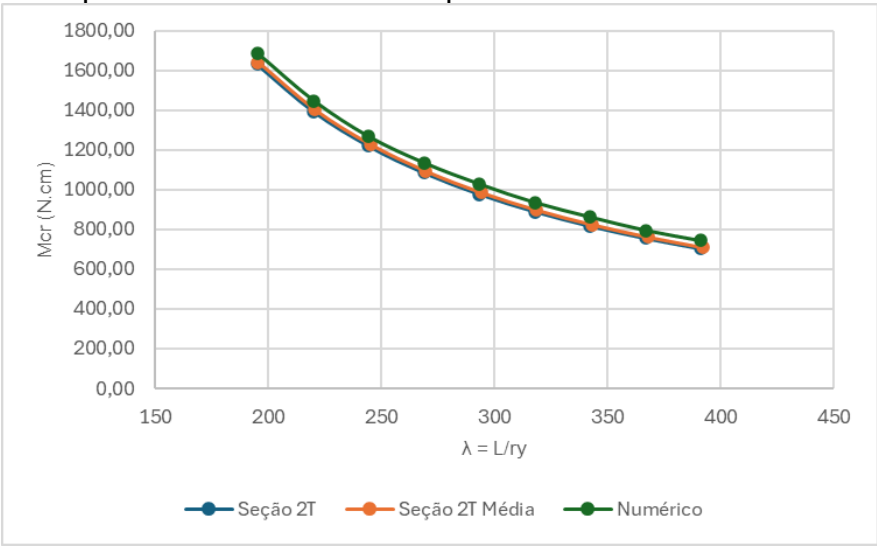
Figura 27. influência do método de cálculo das propriedades geométricas no M_{cr} para momento constante pela NBR 8800:2024



Fonte: Autora

Legenda: A figura apresenta o gráfico que compara a influência dos métodos de cálculo das propriedades geométricas no momento crítico elástico (seção 2T e seção 2T média), para momento constante, avaliando os resultados obtidos segundo a NBR 8800:2024 em relação a simulações numéricas, destacando as diferenças entre os métodos analisados. Em azul a curva representada para seção 2T, em laranja a curva para seção 2T média e em verde a curva do resultado numérico.

Figura 28. influência do método de cálculo das propriedades geométricas no M_{cr} para momento constante pelo ENV 1993-1-1:1992



Fonte: Autora

Legenda: A figura apresenta o gráfico que compara a influência dos métodos de cálculo das propriedades geométricas no momento crítico elástico (seção 2T e seção 2T média), para momento constante, avaliando os resultados obtidos segundo o ENV 1993-1-1:1992 em relação a simulações numéricas, destacando as diferenças entre os métodos analisados. Em azul a curva representada para seção 2T, em laranja a curva para seção 2T média e em verde a curva do resultado numérico.

Tabela 2. Tabela comparativa da influência do método de cálculo das propriedades geométricas no momento crítico para a NBR 8800:2024

λ	Mcr (kN.cm)			Erro relativo (%)	
	Numérico	2T	2T média	(A-B)/A	(A-C)/A
	A	B	C		
195,09	1687,19	1658,82	1667,57	1,68	1,16
220,03	1447,78	1418,32	1426,63	2,03	1,46
244,48	1266,59	1242,41	1250,27	1,91	1,29
268,92	1134,73	1105,99	1113,40	2,53	1,88
293,37	1028,20	997,15	1004,14	3,02	2,34
317,82	935,70	908,28	914,88	2,93	2,22
342,27	862,71	834,33	840,58	3,29	2,57
366,72	795,71	771,81	777,73	3,00	2,26
391,16	744,05	718,24	723,85	3,47	2,71
Média				2,93	2,22

Fonte: Autora

Tabela 3. Tabela comparativa da influência do método de cálculo das propriedades geométricas no momento crítico para o EN 3

λ	Mcr (kN.cm)			Erro relativo (%)	
	Numérico	2T	2T média	(A-B)/A	(A-C)/A
	A	B	C		
195,09	1687,19	1632,18	1640,58	3,26	2,76
220,03	1447,78	1393,81	1401,82	3,73	3,17
244,48	1266,59	1219,74	1227,33	3,70	3,10
268,92	1134,73	1084,78	1092,08	4,40	3,76
293,37	1028,20	977,51	984,28	4,93	4,27
317,82	935,70	889,91	896,31	4,89	4,21
342,27	862,71	817,08	823,14	5,29	4,59
366,72	795,71	755,57	761,31	5,05	4,32
391,16	744,05	702,89	708,35	5,53	4,80
Média				5,15	4,39

Fonte: Autora

Para o modelo de cálculo da NBR 8800 (ABNT, 2024), conforme a Tabela 2, a consideração das propriedades geométricas calculadas no centro da abertura (abordagem 2T), representou uma média de 2,93% de erro para o momento crítico em relação a referência numérica. Já a consideração da seção 2T média proposta por Sonck (2014), resultou em uma média de 2,22%. Para a formulação do ENV 1993-1-1 (CEN, 1992), conforme a Tabela 3, o percentual médio do momento crítico em relação à resposta numérica ficou de 5,15% para seção 2T e 4,39% para seção 2T média. A consideração do cálculo no centro da abertura (2T) e da seção média (2T média) se mostraram relativamente próximas, sendo a proposta de Sonck (2014) ligeiramente mais precisa. Dessa forma, para o restante dos resultados adotou-se para a viga castelada, o método da seção 2T média para o cálculo das propriedades geométricas.

4.3 ANÁLISE COMPARATIVA DO M_{CR} NUMÉRICO COM AS ABORDAGENS ANALÍTICAS

Os resultados obtidos por meio dos métodos de cálculo analítico foram aplicados nas equações das seguintes normas: NBR 8800 (ABNT, 2024), ENV 1993-1-1 (CEN, 1992), AS 4100 (2020) e AISC 360 (ANSI, 2022) para a determinação do momento crítico elástico, sendo as propriedades geométricas da seção alveolar calculadas conforme o método da seção 2T média. As Figura 29 e 30 demonstram para vigas de alma cheia e vigas casteladas, respectivamente, a comparação destes resultados analíticos com os resultados numéricos efetuados por meio do método dos

elementos finitos com o auxílio do *software* Abaqus. Os resultados foram obtidos para duas condições de carregamento (momento constante e carregamento distribuído desestabilizante), na fase da análise de estabilidade elástica. As Tabelas 4 e 5 apresentam a comparação dos erros relativos entre os resultados numéricos e as abordagens analíticas para vigas de alma cheia. Por sua vez, as Tabelas 6 e 7 trazem os percentuais correspondentes às vigas casteladas.

Tabela 4. Percentual do momento crítico numérico com as abordagens analítica para viga de alma cheia sob momento constante

Erro relativo (%)				
Esbeltez	(Num/EN)-1	(Num/AS)-1	(Num/NBR)-1	(Num/AISC)-1
212,86	-0,46	-0,46	-2,46	-0,46
240,06	-0,23	-0,23	-2,31	-0,23
266,74	-0,04	-0,04	-2,18	-0,04
293,41	0,11	0,11	-2,07	0,11
320,08	0,25	0,25	-1,98	0,25
346,76	0,39	0,39	-1,86	0,39
373,43	0,45	0,45	-1,82	0,45
400,10	0,54	0,54	-1,76	0,54
426,78	0,61	0,61	-1,70	0,61

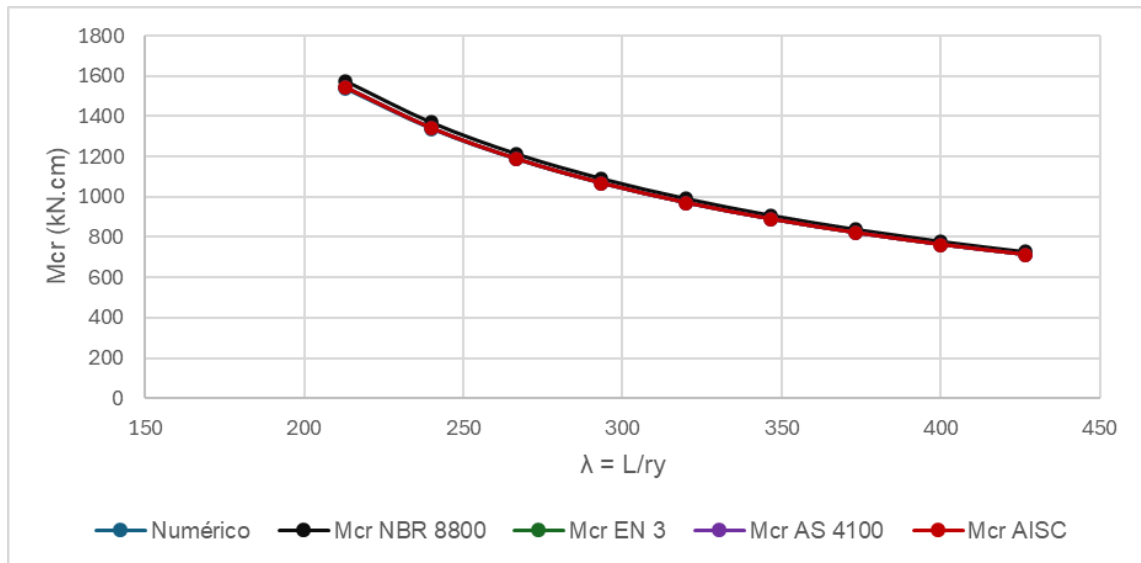
Fonte: Autora

Tabela 5. Percentual do momento crítico numérico com as abordagens analítica para viga de alma cheia sob carregamento distribuído desestabilizante

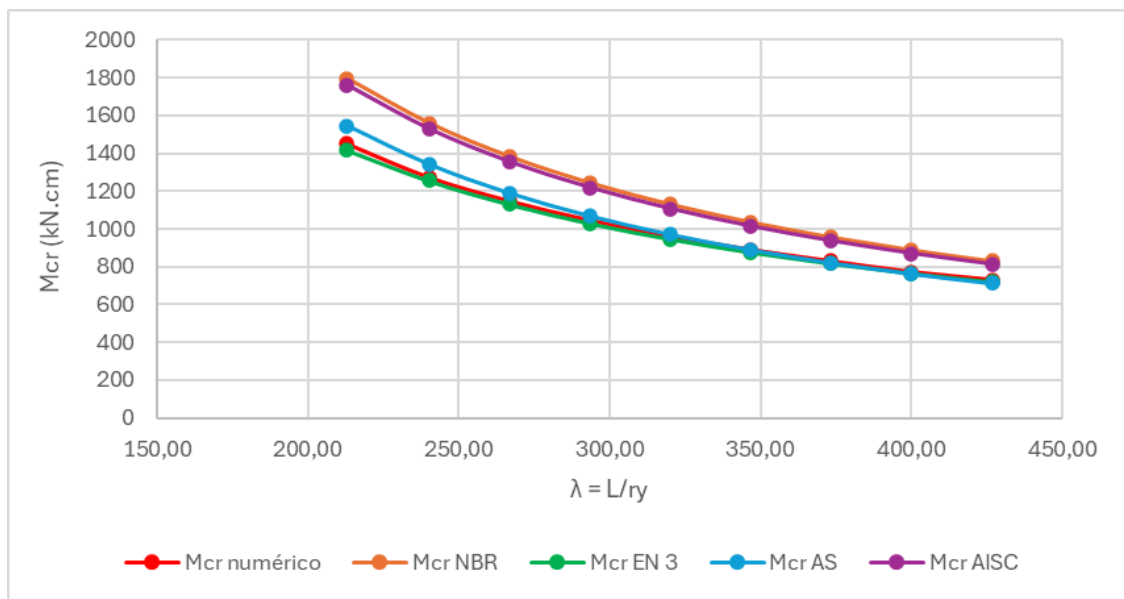
Diferença percentual (%)				
Esbeltez	(Num/EN)-1	(Num/AS)-1	(Num/NBR)-1	(Num/AISC)-1
212,86	2,18	-6,55	-23,88	-21,47
240,06	1,30	-5,42	-22,68	-20,18
266,74	1,37	-3,66	-20,70	-18,17
293,41	1,41	-2,19	-19,05	-16,50
320,08	1,44	-0,95	-17,64	-15,08
346,76	1,45	0,10	-16,45	-13,88
373,43	1,47	1,02	-15,41	-12,84
400,10	0,95	1,29	-15,12	-12,53
426,78	1,48	2,51	-13,72	-11,14

Fonte: Autora

Figura 29. Comparação para viga de alma cheia do momento crítico numérico com as abordagens analíticas: (a) momento constante (b) carregamento desestabilizante



(a)



(b)

Fonte: Autora

Legenda: A figura apresenta dois gráficos para viga de alma cheia. Gráfico (a): Momento constante ao longo da viga. A curva em vermelho representa o método numérico. As curvas em laranja, verde, azul-claro e roxo representam, respectivamente, as normas NBR, EN, AS e AISC. Gráfico (b): Carregamento desestabilizante aplicado. A curva em vermelho indica o método numérico. As curvas em laranja, verde, azul-claro e roxo correspondem, respectivamente, às normas NBR, EN, AS e AISC. Os gráficos mostram a relação entre o parâmetro de esbeltez ($\lambda = L/r_y$) e o momento crítico de flambagem lateral-torcional (Mcr, em kN.cm).

Tabela 6. Percentual do momento crítico numérico com as abordagens analítica para viga castelada sob momento constante

Diferença percentual (%)				
Esbeltez	(Num/EN)-1	(Num/AS)-1	(Num/NBR)-1	(Num/AISC)-1
212,86	2,77	2,76	1,16	2,76
240,06	3,13	3,12	1,46	3,12
266,74	3,01	3,01	1,29	3,01
293,41	3,74	3,74	1,88	3,74
320,08	4,27	4,21	2,34	4,21
346,76	4,21	4,12	2,22	4,12
373,43	4,59	4,56	2,57	4,56
400,10	4,32	4,26	2,26	4,26
426,78	4,80	4,79	2,71	4,79

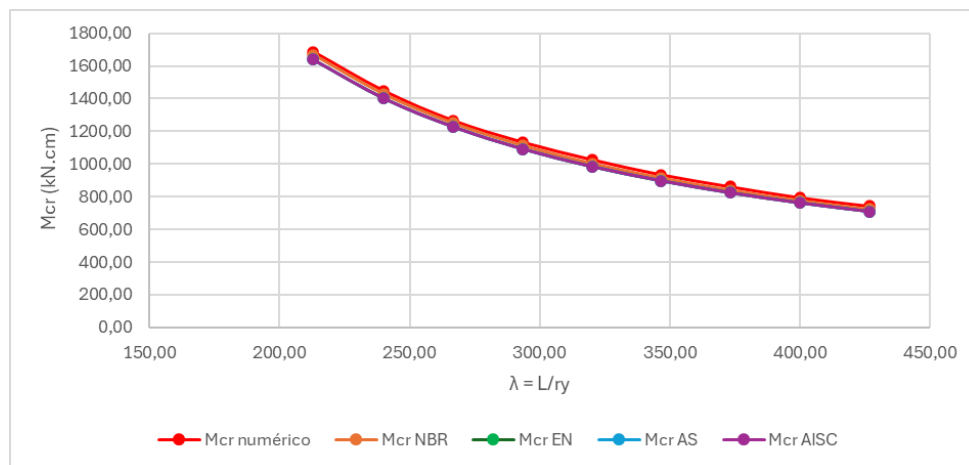
Fonte: Autora

Tabela 7. Percentual do momento crítico numérico com as abordagens analítica para viga castelada sob carregamento distribuído desestabilizante

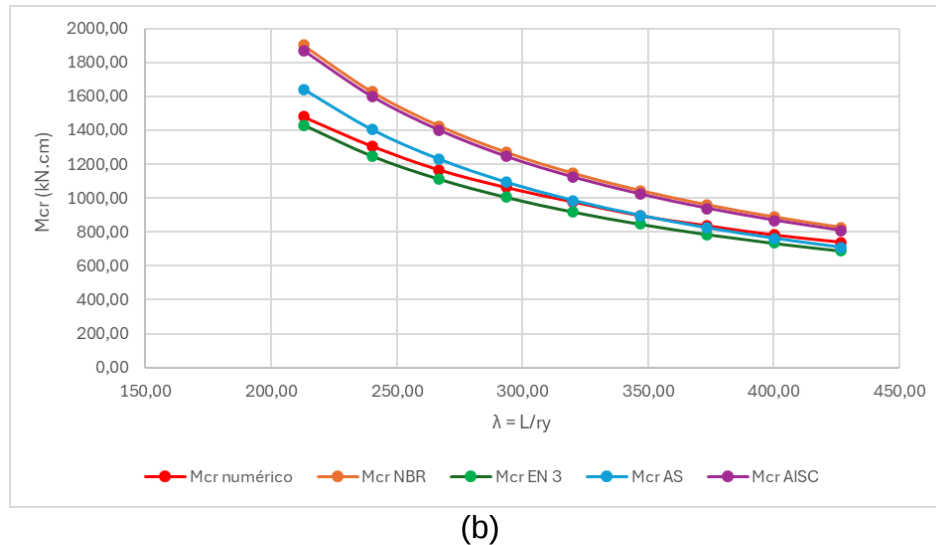
Diferença percentual (%)				
Esbeltez	(Num/EN)-1	(Num/AS)-1	(Num/NBR)-1	(Num/AISC)-1
212,86	3,37	-10,87	-28,47	-26,39
240,06	4,58	-7,31	-24,44	-22,34
266,74	4,77	-5,27	-22,13	-20,01
293,41	5,47	-2,79	-19,45	-17,18
320,08	6,09	-0,75	-17,10	-14,85
346,76	5,55	-0,13	-16,40	-14,15
373,43	6,06	1,56	-14,56	-12,22
400,10	6,12	2,56	-13,41	-11,08
426,78	6,78	4,15	-11,66	-9,27

Fonte: Autora

Figura 30. Comparação para viga castelada do momento crítico numérico com as abordagens analíticas: (a) momento constante (b) carregamento desestabilizante



(a)



Fonte: Autora

Legenda: A figura apresenta dois gráficos para viga castelada. Gráfico (a): Momento constante ao longo da viga. A curva em vermelho representa o método numérico. As curvas em laranja, verde, azul-claro e roxo representam, respectivamente, as normas NBR, EN, AS e AISC. Gráfico (b): Carregamento desestabilizante aplicado. A curva em vermelho indica o método numérico. As curvas em laranja, verde, azul-claro e roxo correspondem, respectivamente, às normas NBR, EN, AS e AISC. Os gráficos mostram a relação entre o parâmetro de esbeltez ($\lambda = L/r_y$) e o momento crítico de flambagem lateral-torcional (M_{cr} , em kN.cm).

A comparação entre as abordagens analíticas e numéricas na determinação do momento crítico elástico (M_{cr}) para vigas de alma cheia e vigas casteladas, sob condições de carregamento com momento constante e carregamento desestabilizante, destaca a influência significativa do tipo de carregamento no comportamento estrutural dessas vigas.

No caso de momento constante, observa-se uma excelente concordância entre as abordagens analíticas e a análise numérica para os dois tipos de vigas. As diferenças percentuais entre os modelos são pequenas, indicando que as formulações normativas são eficazes na previsão do comportamento estrutural sob este tipo de carregamento. À medida que a esbeltez ($\lambda = L/r_y$) aumenta, o M_{cr} reduz de forma consistente para todas as abordagens, comportamento esperado devido ao aumento da suscetibilidade à flambagem lateral com torção em elementos mais esbeltos. Esse cenário é caracterizado por maior instabilidade estrutural, além disso, conforme a esbeltez global aumenta, os modelos analíticos para o momento crítico elástico se tornam efetivos.

Por outro lado, para o caso de carregamento desestabilizante, a discrepância entre os resultados das normativas e da análise numérica torna-se mais evidente. Este tipo de carregamento, por natureza, amplifica os efeitos de instabilidade estrutural,

reduzindo significativamente o M_{cr} . Nesse contexto, as normativas, embora ainda forneçam estimativas razoáveis, apresentam menor precisão, indicando a necessidade de maior cautela na aplicação de modelos analíticos simplificados para carregamentos aplicados na mesa superior.

Os resultados se mostraram menos conservadores para a NBR 8800 (ABNT, 2024) e a para o AISC 360 (ANSI 2022), isto ocorre especialmente pelo fato de que estes procedimentos não consideram nenhum parâmetro ou coeficiente de correção para o posicionamento da carga na seção transversal. A única consideração é o formato do diagrama de momentos fletores, através do coeficiente C_b .

A norma AS 4100 (2020) mostrou-se conservadora e favorável à segurança para valores de λ acima de 350, para seção de alma cheia e para seção alveolar. Já a norma ENV 1993-1-1 (CEN, 1992), se demonstrou conservadora para todas as esbeltezes consideradas, uma justificativa pode ser a consideração do coeficiente C_2 na equação do momento crítico (Equação 2.29), que considera a altura de aplicação da carga em relação ao centro de cisalhamento. Esse coeficiente ajusta o cálculo do momento crítico para cargas aplicadas fora do centro de cisalhamento, refletindo com mais precisão os efeitos de carregamentos desestabilizantes. Em contraste, as normas NBR 8800 (ABNT, 2024) e AISC 360 (ANSI 2022) simplificam a análise ao assumir que a carga é aplicada diretamente no centro de cisalhamento, o que pode levar a resultados menos precisos.

Os resultados evidenciam que o tipo de carregamento exerce forte influência sobre o momento crítico elástico. Sob momento constante, as normas analisadas apresentam boas aproximações ao valor numérico. No entanto, para carregamento desestabilizante, as diferenças são mais pronunciadas, especialmente devido à ausência de consideração de fatores para as condições de carregamento.

5 CONCLUSÃO

O presente estudo investigou o comportamento de vigas de aço com aberturas hexagonais na alma, conhecidas como vigas casteladas, sob a influência da flambagem lateral com torção (FLT). Por meio de análises numéricas conduzidas com um estudo paramétrico utilizando sub-rotinas desenvolvidas em Python, foi possível coletar dados relevantes sobre a estabilidade global desses elementos estruturais. As análises de estabilidade elástica realizadas permitiram determinar o momento crítico elástico específico para essas vigas alveolares, utilizando o *software* Abaqus.

O estudo avaliou a adequação dos procedimentos normativos e analíticos disponíveis na literatura para a determinação do momento crítico elástico, comparando vigas de alma cheia e vigas casteladas. Além disso, foram examinadas duas abordagens distintas para o cálculo das propriedades geométricas da seção transversal: a abordagem do duplo T com uma constante de torção média (2T média) proposta por Sonck (2014) e a abordagem 2T, conforme Kerdal e Nethercot (1984). Concluiu-se que a abordagem 2T média apresentou resultados ligeiramente mais precisos, destacando-se pela maior proximidade com os resultados numéricos obtidos.

A análise do momento crítico elástico em função da esbeltez demonstrou que as normas NBR 8800 (ABNT, 2024) e AISC 360 (ANSI 2022) apresentaram resultados não conservadores quando o carregamento foi aplicado na mesa superior (situação desestabilizante). Isso se deve à ausência de uma correção específica para a influência do posicionamento do carregamento na seção transversal nesses procedimentos normativos. Em contraste, os métodos analíticos que incorporam essa correção forneceram resultados mais alinhados aos obtidos pelo MEF. Destacam-se, nesse contexto, a norma europeia ENV 1993-1-1 (CEN, 1992) e a norma australiana AS 4100 (2020), que apresentaram resultados mais conservadores, garantindo maior segurança estrutural.

De modo geral, os procedimentos analíticos avaliados oferecem soluções adequadas para vigas sob momento constante. Na situação de carregamento distribuído desestabilizante, especialmente para valores de esbeltez (L/r_y) inferiores a 400, os resultados tenderam a se tornar não conservadores. Por fim, destaca-se a necessidade de ajustes nas normas NBR 8800 (ABNT, 2024) e AISC 360 (ANSI 2022),

de modo a aprimorar a precisão na estimativa da capacidade resistente de vigas de aço, em particular as vigas alveolares com aberturas na alma.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, L. A. **Análise paramétrica sobre procedimentos para dimensionamento de vigas alveolares de aço**. 2023. 179p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- AHMED, E.Y.S. Lateral buckling of steel I-beams: a numerical investigation and proposed equivalent moment factor equations. **Al Azhar University Engineering Journal**. Vol.7, No 1, p. 111-123, 2004.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. AISC 360-22 - Specification for Structural Steel Buildings. v. 3, p. 676, 2022.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **AISC Steel design guide 31: Castellated and cellular beams design**. 2016.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – **ABNT. NBR 8800**. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro, 2024.
- BEZERRA, E. M. **Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG. Belo Horizonte.
- BOISSONNADE, N.; NSEIR, J.; SOMJA, H. Experimental and numerical investigations towards the lateral torsional buckling of cellular steel beams. **Thin-Walled Structures**. 195 (2024).
- CARVALHO, A. S. **Avaliação da estabilidade lateral de perfis I de aço inoxidável de alta resistência com aberturas sequenciais na alma em padrão senoidal**. 2023. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Maringá.
- DD ENV 1993-1-1:1992. Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. (DRAFT FOR DEVELOPMENT). 1992.
- DEMIRDJIAN, S.; **Stability of castellated beam webs**, Master Thesis, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal, Canada (1999).
- EN 1993-1-1:2005. Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. 2005.
- FAKURY, R.H.; CASTRO E SILVA, A. L. R.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento de Estruturas de Aço e Mistas de Aço e Concreto**. 1ª Ed São Paulo: Editora Pearson, 2016.
- FRUCHTENGARTEN, J. **Sobre o estudo da flambagem lateral de vigas de aço por meio da utilização de uma teoria não-linear geometricamente exata**. 2005.

Dissertação (Mestrado em Engenharia). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, USP. São Paulo.

GEMPERLE, C. Vereinfachte Vordimensionierung von Wabenträgern. **Stahlbau**, v. 76, n. 8, p. 530–536, aug 2007. ISSN 00389145.

GRUMBAUER, B. V. (2024) Disponível em <http://www.grunbauer.nl/>. Acessado em: outubro de 2024.

JASIR, M. T.; RAJ, M. P. Numerical investigation on behaviour of castellated steel beam in lateral distortional buckling. **Materials today: proceedings**, v. 65, p. 3874–3880, 2022.

KERDAL, D.; NETHERCOT, D. A. Failure modes for castellated beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 4, n. 4, p. 295–315, 1984. ISSN 0143974X.

NETHERCOT DA, K. D. Lateral-torsional buckling of castellated beams. **J Struct Eng**, p. 53–61, 1982.

ROSSI, A.; SAITO, D. H.; MARTINS, C. H. SOUZA, A. S. C. The influence of structural imperfections on the LTB strength of I-beams. **Structures**, v. 29, n. November 2021, p. 1173–1186, 2024a.

ROSSI, A.; SOUZA, A. S. C.; NICOLETTI, R. S. MARTINS, C. H. The influence of structural and geometric imperfections on the LDB strength of steel–concrete composite beams. **Thin-Walled Structures**, v. 162, n. October 2021, p. 107542, 2024b.

ROSSI, A. **Flambagem lateral com torção e distorção da alma em vigas de perfis I metálicos duplamente simétricos**. 2018. 235 f. Dissertação (mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

SERNA, M. A.; LÓPEZ, A.; PUENTE, I.; YONG, D. J. Equivalent uniform moment factors for lateral-torsional buckling of steel members. **Journal of Constructional Steel Research**. v.62, p.566-580, 2005.

SILVA, C. C. **Estudo da Influência da Distorção da Alma no Momento Crítico Elástico de Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço de Alma Não Esbelta com Seção I**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG. Belo Horizonte.

SILVEIRA, E. G. **Avaliação do comportamento de vigas alveolares de aço com ênfase nos modos de colapso por plastificação**. Monografia, Mestrado em Engenharia Civil. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2011.

SONCK, D., **Global Buckling of Castellated and Cellular Steel Beams and Columns**. Phd Thesis – Mestrado. Ghent University. Bélgica, 2014.

SONCK, D.; BELIS, J. Lateral-Torsional Buckling Resistance of Castellated Beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 143, n. 3, p. 04016197, 2017.

SONCK, D.; BELIS, J. Lateral-torsional buckling resistance of cellular beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 105, p. 119–128, 2015.

STANDARDS ASSOCIATION OF AUSTRALIA. **AS 4100 steel structures**. Sydney, Australia; **1990 R-2020**, 2020.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability**. [s.l.] Courier Corporation, 1961.

VLASOV, V. Z. Thin-walled elastic beams. **PST Catalogue**, v. 428, 1959.