

UNESP
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

Análise da estabilidade da região externa do sistema Plutão-Caronte após a descoberta dos novos satélites Nix e Hidra: aplicação à sonda New Horizons

Priscilla Maria Pires dos Santos

Guaratinguetá

2010

PRYSCILLA MARIA PIRES DOS SANTOS

ANÁLISE DA ESTABILIDADE DA REGIÃO EXTERNA DO SISTEMA
PLUTÃO-CARONTE APÓS A DESCOBERTA DOS NOVOS SATÉLITES NIX E HIDRA:
APLICAÇÃO À SONDA NEW HORIZONS

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia do Campus de Guaratinguetá,
Universidade Estadual Paulista, para a
obtenção do título de Mestre em Física.

Orientadora: Prof^a Dr^a Silvia Maria Giuliatti Winter

Guaratinguetá

2010

S237a	<p>Santos, Priscilla Maria Pires dos</p> <p>Análise da estabilidade da região externa do sistema Plutão – Caronte após a descoberta dos novos satélites Nix e Hidra: aplicação à sonda New Horizons. / Priscilla Maria Pires dos Santos – Guaratinguetá : [s.n], 2010.</p> <p>103 f. : il.</p> <p>Bibliografia: f. 99-103</p> <p>Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2010.</p> <p>Orientador: Profª. Drª. Silvia Maria Giuliatti Winter</p> <p>1. Plutão (Planeta) I. Título</p> <p style="text-align: right;">CDU 523.482</p>
-------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

DADOS CURRICULARES

PRYSCILLA MARIA PIRES DOS SANTOS

NASCIMENTO	23.03.1984 - GUARATINGUETÁ/SP
FILIAÇÃO	Silvio Ananias dos Santos Regina Pires dos Santos
2004 - 2007	Curso de Graduação Licenciatura em Matemática- UNESP - Campus de Guaratinguetá

de modo especial, à minha mãe, pai, irmãos, sobrinho e avó Ana.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, prof^a Silvia Maria Giuliatti Winter por todo incentivo, sabedoria e compreensão.

Aos meus pais pelo apoio e paciência.

Aos meus irmãos e sobrinho em especial ao meu irmão Felipe por sua amizade.

Aos meus amigos e professores do Curso de Pós-graduação com os quais aprendi muito durante os dois anos do curso, e em especial ao Rafael Sfair por todo conhecimento sobre linguagem de programação e simulações numéricas comigo compartilhados.

Este trabalho contou com o apoio da
FAPESP - através do processo n° 2007/06275-0

SANTOS, P.M.P. **Análise da estabilidade da região externa do Sistema Plutão-Caronte após a descoberta dos novos satélites Nix e Hidra: aplicação à sonda New Horizons**, 2010, 103 f., Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

RESUMO

Neste trabalho analisamos numericamente a região externa do sistema Plutão-Caronte através da inserção de partículas-teste inicialmente em órbitas do tipo-P prógradas e retrógradas, no sistema formado por Plutão, Caronte, Nix e Hidra. Destas integrações numéricas foram geradas grades semi-eixo maior em função da excentricidade definindo-se regiões de partículas em órbitas estáveis e regiões de colisão e escape. Na vizinhança dos satélites Nix e Hidra foram identificadas regiões caóticas, em que partículas localizadas dentro desta região têm suas excentricidades e semi-eixo maiores aumentados e escapam ou colidem com um corpo massivo do sistema. Um conjunto de partículas permaneceram em regiões próximas das órbitas de Nix e Hidra, possivelmente coorbitais de Nix e Hidra. Para ambos os casos, prógrado e retrógrado, a região “estável” é maior na região externa do sistema, após a órbita de Hidra, dependendo do valor da excentricidade. Também foram realizadas simulações numéricas inserindo satélites hipotéticos massivos além da órbita de Caronte e os efeitos causados nas órbitas de Nix e Hidra foram analisados. Um estudo numérico preliminar dos efeitos da Pressão de Radiação Solar em partículas com raios de $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$ e $10\mu m$ foi realizado. Este estudo mostrou que partículas sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson decaíram em $1,45 \times 10^6$ anos (partículas de $1\mu m$ de raio) e $1,45 \times 10^7$ anos (partículas de $10\mu m$ de raio), enquanto que a Pressão de Radiação causou variações das excentricidades das partículas fazendo com que em alguns casos houvesse colisões com o planeta.

Palavras-chave: Sistema de Plutão, efeitos gravitacionais, órbitas estáveis, pressão de radiação solar, simulação numérica.

SANTOS, P.M.P. **Análise da estabilidade da região externa do Sistema Plutão-Charonte após a descoberta dos novos satélites Nix e Hidra: aplicação à sonda New Horizons**, 2010, 103 f., Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

ABSTRACT

In this work we performed a numerical analysis of the the outer region of the Pluto-Charon system by the insertion of a sample of test particles initially in P-type prograde and retrograde orbits, in the system formed by Pluto, Charon, Nix and Hydra. These numerical integrations generated diagrams of semi-major axis versus eccentricity which define regions of particles in stable orbits and regions of collision and escape. In the vicinity of the satellites Nix and Hydra were identified chaotic regions, where particles located in this region have their eccentricities and semi-major axis increased provoking an ejection or collision with a massive body of the system. A set of particles remained in regions near the orbits of Nix and Hydra, possibly coorbitais with them. For both cases, prograde and retrograde, the “stable” region is larger in the outer region of the system, after Hydra’s orbit, depending on the value of eccentricity. Numerical simulations were also performed by inserting some massive hypothetical satellites beyond the Charon’s orbit and the effects on the orbits of Nix and Hydra were analyzed. A preliminary numerical study of the effects of the solar radiation force on a sample of particles with radii of $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$ e $10\mu m$ was performed. This study showed that particles under the effects of the Poynting-Robertson drag decay on a time scale between 1.45×10^6 years (particles of $1\mu m$ in radius) and 1.45×10^7 years (particles of $10\mu m$ in radius), while the radiation pressure caused variations of the eccentricities of the particles causing in some cases collisions with the planet.

Keywords: Pluto system, gravitacional effects, stable orbits, solar radiation pressure, numerical simulation.

Lista de Figuras

2.1	Plutão e Caronte a frente e Nix e Hidra atrás. Imagem do sistema de Plutão em 15 de fevereiro de 2006, obtida através do Telescópio Espacial Hubble. (Extraída de Hubble site/NASA).	23
2.2	Trajetória da sonda New Horizons. As setas vermelhas indicam a posição da sonda, as quais dependiam da data de lançamento. Adaptado de Stern (2008). .	29
3.1	Precessão do argumento do pericentro de Caronte por um período de 60 anos. .	38
3.2	Semi-eixo maior (km) em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias.	39
3.3	Excentricidade em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias. .	39
3.4	Semi-eixo maior (km) em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias.	40
3.5	Excentricidade em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias.	41
3.6	Semi-eixo maior (km) em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias.	43
3.7	Excentricidade em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias. .	43
3.8	Semi-eixo maior (km) em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias.	43
3.9	Excentricidade em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias.	43
4.1	Localização dos pontos de equilíbrio lagrangianos, L_1 , L_2 , L_3 , L_4 e L_5 em relação as massas μ_1 e μ_2	53
4.2	Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para o conjunto de partículas no tempo inicial $t=0$. Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em 49.240 km e 65.210 km, respectivamente.	55

4.3	Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade por um período de $\sim 10^3 T_{P-C}$ (10.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em 49.240 km e 65.210 km , respectivamente. A localização aproximada dos semi-eixo maiores ressonantes entre partícula-satélite Nix (parte superior) ou Hidra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas. As retas em preto são uma aproximação do limite da região de caos.	56
4.4	Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade por um período de $\sim 10^4 T_{P-C}$ (70.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em 49.240 km e 65.210 km , respectivamente. A localização aproximada dos semi-eixo maiores ressonantes entre partícula-satélite Nix (parte superior) ou Hidra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas. As retas em preto são uma aproximação do limite da região de caos.	57
4.5	Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade por um período de $\sim 10^5 T_{P-C}$ (650.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em 49.240 km e 65.210 km , respectivamente. A localização aproximada dos semi-eixo maiores ressonantes entre partícula-satélite Nix (parte superior) ou Hidra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas. As retas em preto são uma aproximação do limite da região de caos.	57
4.6	Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 49.100 km , θ apresenta uma variação de aproximadamente 155°	62
4.7	Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 49.200 km , θ apresenta uma variação de aproximadamente 153°	63
4.8	Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 49.300 km , θ apresenta uma variação de aproximadamente 155°	63
4.9	Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 65.100 km , θ apresenta uma variação de aproximadamente 134°	63
4.10	Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 65.200 km , θ apresenta uma variação de aproximadamente 140°	64
4.11	Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 65.300 km , θ apresenta uma variação de aproximadamente 153°	64

4.12	Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para o conjunto de partículas no tempo inicial $t=0$. Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente.	66
4.13	Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para um período de $\sim 10^3 T_{P-C}$ (10.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente. As retas contínuas são uma aproximação dos limites das regiões colisionais.	66
4.14	Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para um período de $\sim 10^4 T_{P-C}$ (70.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente. As retas contínuas são uma aproximação dos limites das regiões colisionais.	67
4.15	Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para um período de $\sim 10^5 T_{P-C}$ (650.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente. As retas contínuas são uma aproximação dos limites das regiões colisionais.	67
5.1	Limite superior em raio (km) de um satélite hipotético em órbita ao redor do baricentro do sistema, como função de seu semi-eixo maior inicial, que causa somente uma variação negligenciável nos limites superiores das excentricidades de Nix e Hidra da $\mathcal{O}(10^{-3})$. Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados em vermelho. A localização aproximada dos semi-eixo maiores ressonantes entre satélite hipotético-Nix (parte superior) ou satélite hipotético-Hidra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas.	72
5.2	Raio do satélite hipotético (km) em função do tempo de colisão ou ejeção ($\times 650.000$ dias).	73
5.3	Raio do satélite hipotético (km) em função do tempo de colisão ou ejeção ($\times 650.000$ dias).	74

6.1	Círculo unitário centrado no planeta. I é a inclinação do plano da órbita da partícula em relação ao plano orbital do planeta. $\Omega, \omega, \gamma, f$ são as variáveis usuais. \hat{a} é o versor na direção planeta-pericentro da órbita da partícula, \hat{b} é perpendicular a \hat{a} , $\hat{c} = \hat{a} \times \hat{b}$ e é paralelo ao vetor e_N . Os versores radial, transversal e normal localizados na partícula com anomalia verdadeira f são e_R, e_T e e_N , respectivamente. O movimento solar é dado por $\lambda = n_s t$. (Adaptado de Burns et al., 1979).	78
6.2	Evolução temporal do semi-eixo maior (km) de partículas com raios $1\mu m, 3\mu m, 5\mu m, 10\mu m$ sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson. $\Delta a = 0$ corresponde ao semi-eixo maior inicial da partícula.	81
6.3	Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios $1\mu m, 3\mu m, 5\mu m, 10\mu m$ sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson.	82
6.4	Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios $1\mu m, 3\mu m, 5\mu m, 10\mu m$ sob os efeitos da Pressão de Radiação.	83
6.5	Evolução temporal do semi-eixo maior (km) de uma partícula de $10\mu m$ de raio sob os efeitos da Pressão de Radiação.	83
6.6	Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação).	84
6.7	Distância da partícula ao planeta (R_p) em função do tempo de colisão (anos).	85
6.8	Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $1\mu m, 3\mu m, 5\mu m$ e $10\mu m$ sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson e da Pressão de Radiação.	86
6.9	Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $20\mu m, 30\mu m, 40\mu m$ sob os efeitos da Pressão de Radiação.	89
6.10	Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $50\mu m, 80\mu m, 100\mu m$ sob os efeitos da Pressão de Radiação.	90
6.11	Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $10\mu m$ com diferentes valores para a obliquidade sob os efeitos da Pressão de Radiação.	91
6.12	Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $10\mu m$ com diferentes valores para a obliquidade sob os efeitos da Pressão de Radiação.	91
6.13	Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $100\mu m$ com diferentes valores para a obliquidade sob os efeitos da Pressão de Radiação.	92

6.14	Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação) para Marte.	93
6.15	Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação) para Júpiter.	94
6.16	Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação) para Saturno.	95
6.17	Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação) para Urano.	96

Lista de Tabelas

2.1	Massas, densidades e diâmetros dos corpos do Sistema de Plutão. Dados extraídos de Tholen et <i>al.</i> (2008).	25
2.2	Elementos Orbitais Keplerianos extraídos de Tholen et <i>al.</i> (2008). Época JD 2452600,5 (J2000).	26
3.1	Condições iniciais, em unidades do Sistema Internacional (SI), utilizados nas simulações numéricas, em relação a um referencial plutocêntrico. Valores extraídos de Tholen et <i>al.</i> (2008).	37
3.2	Massa e raio dos corpos analisados, utilizados nas simulações numéricas. Valores extraídos de Tholen et <i>al.</i> (2008).	37
4.1	Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos para o tempo final de integração, 650.000 dias.	58
4.2	Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos do sistema de Plutão para o tempo final de integração, 650.000 dias.	58
4.3	Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos para o tempo final de integração, 650.000 dias.	68
5.1	Limites para satélites adicionais com 90% de confiança considerando um albedo como o de Caronte (0,38) e um albedo comparável a um núcleo cometário (0,04). Adaptado de Steffl et <i>al.</i> (2006).	71
6.1	Variação do parâmetro C para diferentes planetas do Sistema Solar.	94

Sumário

1	Introdução	18
2	Revisão Bibliográfica	20
2.1	Plutão, Caronte, Nix e Hidra	20
2.2	Missão <i>New Horizons</i>	28
3	Simulações Numéricas	31
3.1	Integrador Numérico	31
3.2	Sistema de 4-corpos: Plutão, Caronte, Nix e Hidra	32
3.2.1	Problema de Dois Corpos	33
3.3	Evolução Orbital	36
3.3.1	Caronte	37
3.3.2	Nix	38
3.3.3	Hidra	39
3.3.4	Nix e Hidra: perturbação mútua	42
4	Análise da região externa do Sistema Plutão-Caronte	44
4.1	Introdução	44
4.2	Estudo Teórico	46
4.2.1	Ressonâncias	46
4.2.2	Caos	48
4.2.3	Órbitas girino e ferradura	50
4.3	Resultados	54
4.3.1	Órbitas prógradas	54
4.3.2	Partículas coorbitais	62
4.3.3	Órbitas retrógradas	65

5	Evolução orbital de Nix e Hidra após a inserção de satélites hipotéticos no sistema	70
5.1	Introdução	70
5.2	Resultados	71
6	Efeitos da Pressão de Radiação Solar	75
6.1	Introdução	75
6.2	Pressão de Radiação Solar para o caso planetocêntrico	77
6.3	Resultados	80
6.4	Análise dos Resultados	86
7	Discussão Geral	97

Capítulo 1

Introdução

Após a descoberta de Netuno em 1846, alguns astrônomos começaram a procurar por um nono planeta. Percival Lowell inspirado por irregularidades observadas na órbita de Netuno iniciou sua busca por um novo planeta em 1905. Em 1930 Clyde Tombaugh descobriu Plutão (atualmente classificado como um planeta-anão), porém Plutão era menor do que o esperado (Tegler e Romanishin, 2001).

Caronte, o primeiro satélite de Plutão, descoberto por Christy e Harrington (1978), contribuiu para que o estudo de Plutão fosse facilitado através do estudo dos eventos mútuos entre os dois corpos (Buie et al., 2006). O diâmetro de Caronte é aproximadamente metade do diâmetro de Plutão, o que faz com que seja o maior, em relação ao seu primário, de todos os satélites planetários no Sistema Solar. Recentemente, Weaver et al. (2006) descobriram dois novos satélites de Plutão, Nix e Hidra, através de imagens obtidas pelo Telescópio Espacial Hubble realizadas em maio de 2005. Desta maneira, Plutão passou a ser o primeiro objeto conhecido do Cinturão de Kuiper a ter múltiplos satélites. Os novos satélites orbitam o centro de massa do sistema, o qual é localizado fora de Plutão.

A região onde estão localizados Plutão e seus satélites é muito distante para ser observada em detalhes da Terra, assim a missão *New Horizons-The first mission to Pluto and the Kuiper Belt: exploring frontier worlds* da National Aeronautics and Space Administration (NASA) foi lançada em janeiro de 2006 com o objetivo de se aproximar de Plutão em julho de 2015. Essa missão propiciará a oportunidade de obter uma maior quantidade de informações à respeito de Plutão, Caronte, Nix e Hidra.

Para que a sonda *New Horizons* possa passar pelo sistema sem sofrer danos causados por impactos, os quais poderiam danificar seus equipamentos, é importante que se tenha o

conhecimento da região onde pode haver aglomerações de partículas. Materiais ejetados de colisões entre pequenos detritos do Cinturão de Kuiper com Nix e Hidra podem escapar destes corpos, porém geralmente ficarão ligados gravitacionalmente a Plutão formando anéis, dependendo de alguns fatores como seu tamanho e densidade (Steffl e Stern, 2007). Assim, é necessário determinar as regiões dinamicamente instáveis, regiões estas recomendadas para a passagem da sonda *New Horizons*. Além disso, a descoberta de Nix e Hidra reforça a importância do conhecimento de órbitas estáveis no sistema, propícias a existência de corpos.

Neste trabalho analisamos a região externa do sistema Plutão-Caronte (além da órbita de Caronte), no que tange a delimitação das regiões onde possam haver partículas que permaneçam por longos períodos de tempo, e regiões de colisões e escape onde satélites não seriam esperados. Também analisamos os efeitos gravitacionais causados por satélites hipotéticos massivos em Nix e Hidra. Um estudo numérico preliminar da pressão de radiação solar também foi realizado.

No capítulo 2 apresentamos uma revisão bibliográfica sobre Plutão, Caronte, Nix e Hidra, além de um resumo sobre a Missão *New Horizons*.

No capítulo 3 apresentamos uma descrição do integrador numérico utilizado para realizar as simulações numéricas, além de uma breve revisão do Problema de Dois Corpos. Também apresentamos os resultados de simulações numéricas iniciais realizadas no sistema formado por 4-corpos.

No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos com a inserção de um conjunto de partículas localizadas na região externa do sistema Plutão-Caronte.

No capítulo 5 é analisada a evolução orbital de Nix e Hidra após a inserção de satélites hipotéticos no sistema.

No capítulo 6 é apresentado um estudo preliminar dos efeitos das componentes da Pressão de Radiação Solar em partículas da ordem de *mícron* metro.

No capítulo 7 é apresentada uma discussão geral.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Plutão, Caronte, Nix e Hidra

Em 1930 Plutão foi descoberto por Clyde Tombaugh. Ele possui três satélites conhecidos, Caronte descoberto por Christy e Harrington (1978), e Nix e Hidra descobertos por Weaver et al. (2006). Plutão e seu maior satélite Caronte formam um sistema binário. Esses objetos pertencem ao Cinturão de Kuiper, um disco de corpos de gelo que orbita o Sol além da órbita de Netuno, o nome foi dado em homenagem ao astrônomo Gerard Kuiper. Atualmente, mais de 1.000 objetos já foram descobertos na região do Cinturão de Kuiper com diâmetros entre 50km e 2.000 km (Stern et al., 2006a).

Em 24 de agosto de 2006 a *International Astronomical Union* (IAU) definiu o termo planeta, segundo essa definição Plutão deixou de ser classificado como planeta e passou a pertencer a uma nova categoria, a dos planetas-anões, juntamente com Eris e Ceres (pertencente ao Cinturão Principal de Asteróides), Makemake e Haumea. A definição de planeta-anão segundo a IAU é a seguinte: é um objeto celeste que está em órbita ao redor do Sol, grande suficiente para estar em equilíbrio hidrostático (se tornar redondo), tem massa insuficiente para dominar gravitacionalmente a sua região (permite a formação ou estabilidade de outros corpos de tamanho similar em sua vizinhança) e não é um satélite. Um objeto maior que Plutão foi descoberto no Sistema Solar externo, hoje chamado de Eris. Eris possui um diâmetro de $\sim 2.400km$ (Brown et al., 2006a), o diâmetro de Plutão estimado por Tholen et al. (2008) é 2.294km. Quase dois anos após a criação da categoria Planeta-anão, foi criada pela IAU uma sub-categoria para os planetas-anões trans-netunianos similares a Plutão, chamada Plutoides. Pertencem à essa nova categoria os planetas-anões que possuem semi-eixo maiores maiores do que o de Netuno, são

eles Plutão, Eris, Makemake e Haumea. Segundo a IAU mais corpos desse tipo são esperados para serem anunciados nos próximos anos.

Plutão é consideravelmente menor que os outros oito planetas do Sistema Solar, seu período orbital é de aproximadamente 248 anos, com um semi-eixo maior de 39,482 UA (Murray e Dermott, 1999). A excentricidade (e) e a inclinação (I) são maiores que as de qualquer outro planeta no Sistema Solar, sendo $e = 0,2488$ e $I = 17,16^\circ$, elementos orbitais keplearianos, época JD 2452600,5 (J2000). A alta excentricidade de Plutão faz com que ele atravesse a órbita de Netuno e esteja em torno de 29,658 UA de distância do Sol no periélio, e em torno de 49,7 UA no afélio. Entre 1979 e 1999 Plutão estava mais próximo do Sol do que Netuno. Em 1989 Plutão teve seu encontro próximo com o Sol.

Plutão está em ressonância de movimento médio 3:2 com Netuno, ou seja, enquanto Plutão realiza duas voltas ao redor do Sol, Netuno realiza três. Na época do descobrimento de Plutão acreditava-se que o seu tempo de vida antes que um encontro próximo com Netuno alterasse radicalmente a sua órbita era curto (Lyttleton, 1936), porém conforme mostrado por Cohen e Hubbard (1965) a ressonância 3:2 com Netuno faz com que a distância entre Plutão e Netuno seja grande no momento do cruzamento de suas órbitas. Levison e Stern (1995) afirmam que os dois corpos não se aproximam menos do que aproximadamente 17UA. Segundo Murray e Dermot (1999) essa distância não é inferior a aproximadamente 20 UA.

A alta excentricidade e inclinação de Plutão são características dinâmicas únicas quando comparadas com as dos planetas do Sistema Solar, uma alternativa para a origem da atual órbita de Plutão foi desenvolvida por Malhotra (Malhotra, 1993, 1995). Malhotra (1993, 1995) apresentou a primeira tentativa de explicação da estrutura orbital do Cinturão de Kuiper, neste trabalho utilizando resultados de Fernandez e Ip (1984), foi proposto que um disco primordial de planetesimais forçou os planetas maiores a migrar, em particular foi proposto que Plutão foi capturado na ressonância 3:2 com Netuno enquanto a órbita de Netuno estava expandindo devida a troca de momento angular entre os planetas gigantes e os detritos que foram espalhados, ou seja, a órbita excêntrica de Plutão pode ser o resultado da ressonância 3:2 varrendo o disco proto-planetário durante a migração de Netuno para a direção exterior do Sistema Solar. A idéia utilizada por Malhotra (1993, 1995) em que a configuração do Cinturão de Kuiper pode ser consequência de uma migração planetária primordial foi revisada por Gomes (2003) utilizando uma quantidade maior de planetesimais compondo o disco. Em Gomes (2003) foi simulado numericamente a evolução orbital dos quatro planetas gigantes e de um disco primor-

dial massivo de planetesimais, conforme Netuno migrava devido a troca de energia e momento angular com os planetesimais, um grande número de planetesimais eram espalhados. Durante a migração muitos planetesimais localizados inicialmente na parte interna do disco ficaram presos na ressonância 3:2 com Netuno. Como resultado foi obtido que a maioria dos plutinos teriam vindos das regiões interiores do disco primordial planetesimal, em especial o modelo mostra que Plutão seria um objeto primordial espalhado ao invés de um produto do processo de varredura de ressonância proposto por Malhotra (1995).

Caronte, o primeiro satélite descoberto de Plutão, tem aproximadamente metade do diâmetro e uma massa aproximadamente 10 vezes menor que massa de Plutão. A razão de massa Caronte-Plutão é aproximadamente 0,1166 (Tholen et al., 2008), o centro de massa do binário localiza-se fora do corpo principal. O período de rotação de Plutão é igual ao período de rotação e ao período orbital de Caronte, cujo valor fornecido por Tholen et al. (2008) é 6,38720 dias. Com a descoberta de Caronte o estudo de Plutão foi facilitado, pois foi possível determinar com mais precisão o valor da massa do planeta-anão.

Nix e Hidra foram identificados em imagens feitas com o Telescópio Espacial Hubble em 15 e 18 de maio de 2005, os objetos tinham sido fracamente identificados em imagens de 2002 (Weaver et al., 2006). Eles orbitam o centro de massa do sistema. Soluções orbitais preliminares de Weaver et al. (2006) forneceram $a=49.400 \pm 600\text{km}$ e $P = 25 \pm 0,5$ dias para Nix, e $a= 64.700 \pm 850 \text{ km}$ e $P = 38,2 \pm 0,8$ dias para Hidra, medidos em relação a um sistema baricêntrico, ambos os satélites se movendo no mesmo plano orbital de Caronte. Foi sugerido que Nix pode estar na ressonância de movimento médio 4:1 com Caronte, enquanto Hidra pode estar na ressonância 6:1, e Hidra e Nix podem estar na ressonância 3:2. Na figura (2.1) podem ser vistos Plutão e seus satélites.



Figura 2.1: Plutão e Caronte a frente e Nix e Hidra atrás. Imagem do sistema de Plutão em 15 de fevereiro de 2006, obtida através do Telescópio Espacial Hubble. (Extraída de Hubble site/NASA).

Stern *et al.* (1994) realizou um estudo com o objetivo de localizar regiões estáveis na região interna (interior a órbita de Caronte) e externa (exterior a órbita de Caronte). O sistema era composto por Plutão, Caronte e partículas. Plutão e Caronte estavam inicialmente em órbitas circulares ao redor um do outro. Seus resultados mostraram que entre $1,8a_0$ e $2,4a_0$, havia órbitas estáveis e instáveis, $a_0=19.580\text{ km}$, efeito que Stern *et al.* (1994) acreditam estar associado com ressonâncias de movimento médio. Para órbitas retrógradas, seus resultados mostraram que a região de estabilidade é maior, sendo que o limite da região de instabilidade se move para $\sim 1,6a_0$. Um segundo conjunto de simulações numéricas realizadas tinha como objetivo verificar quão massivo um objeto pode ser estando localizado nas regiões estáveis do sistema sem fazer com que a excentricidade de Caronte alcance valores maiores que 10^{-3} e 10^{-4} . Nessas simulações numéricas Caronte tinha uma órbita circular em torno de Plutão e os satélites hipotéticos estavam no mesmo plano da órbita de Plutão-Caronte. Considerando a excentricidade de Caronte igual a 10^{-3} encontraram que nenhum satélite com massa maior que uma massa da ordem de 10^{17} e com raio maior que 85 km pode existir na região interna a órbita de Caronte sem violar o limite para a excentricidade utilizado. Para $2a_0$ Stern *et al.* (1994) encontraram resultados similares, porém conforme o semi-eixo maior do satélite hipotético aumenta

satélites maiores não são descartados. Para $5a_0$ os autores não excluem satélites com massas da ordem de 10^{20} . Estudo que está de acordo com valores atuais de semi-eixo maior e massa de Nix e Hidra.

Holman e Wiegert (1999) seguindo a nomenclatura de Dvorak (1986) classificam as órbitas dos binários em três categorias: órbitas do tipo-P, que são aquelas fora do binário em que o terceiro corpo orbita o centro de massa do sistema; órbitas do tipo-S, em que o terceiro corpo orbita um dos componentes do binário; e órbitas próximas aos pontos L_4 ou L_5 (pontos Lagrangianos triangulares), os quais não são geralmente de interesse em sistema binários, pois a razão de massa deve ser menor que $\pm 0,04$ para que o movimento em torno desses pontos sejam linearmente estáveis.

A solução do problema de dois corpos (P2C) para Nix e Hidra foi realizada por Buie et al. (2006) utilizando dados de imagens do sistema de Plutão no período 2002-2003, obtidas com o Telescópio Espacial Hubble. Foram obtidas imagens de todos os corpos do sistema de Plutão. Algumas das maiores conclusões de Buie et al. (2006) são: as órbitas de Nix e Hidra são quase coplanares com a órbita de Caronte e são praticamente circulares, com excentricidades de $0,0023 \pm 0,0021$ e $0,0052 \pm 0,001$, respectivamente, os períodos orbitais são $24,8562 \pm 0,0013$ dias para Nix, $38,2065 \pm 0,0014$ dias para Hidra e $6,3872304 \pm 0,0000011$ dias para Caronte, as razões entre os períodos orbitais de Nix e Hidra com o período orbital de Caronte diferem significativamente das razões exatas de 4:1 e 6:1, respectivamente. Desta maneira, eles propõem que talvez não exista ressonâncias atuando entre os satélites.

Nagy et al. (2006) estudaram a estrutura dinâmica do espaço de fase do sistema Plutão-Caronte, através do Problema Circular Restrito de três corpos espacial. Nesse estudo as órbitas dos primários (Plutão e Caronte) eram circulares, e Nix e Hidra foram tratados como partículas-teste. Seus resultados mostraram, para órbitas do tipo-P, que a região estável é mais larga para órbitas retrógradas ($I > 90^\circ$) do que para órbitas prógradas ($I < 90^\circ$). Para órbitas retrógradas o limite da região caótica para $I > 160^\circ$ se mantém em $\sim 1,7A$, $A=19.600 \text{ km}$, podendo ser verificado em suas grades a por I . Para verificar se Nix e Hidra estavam em uma região estável do espaço de fase, foi apresentada uma grade a por e para o caso $I = 0^\circ$ (em relação ao plano dos primários). Nesta grade para $a < 2,15A$ ($\sim 42.000 \text{ km}$ do baricentro) o sistema é instável para todas as excentricidades, e para $a \geq 2,15A$ há uma região estável dependendo do valor da excentricidade. De acordo com seus resultados Nix e Hidra estão em regiões estáveis do espaço de fase do sistema, com excentricidades superiores limitadas a 0,31 para Nix e 0,17 para Hidra.

Com relação à ressonância concluíram que o semi-eixo maior de Nix e Hidra indicam que eles estão próximos da ressonância de movimento médio 4:1 e 6:1 com Caronte, respectivamente, porém acreditam que são necessárias mais observações do sistema para essa confirmação.

Tholen et al. (2008) obteve a “solução” do problema de quatro corpos utilizando dados astrométricos de diversas fontes. Neste estudo as perturbações do Sol foram ignoradas devido ao fato dos três satélites estarem fortemente ligados gravitacionalmente a Plutão. O objetivo era determinar a massa de cada um dos membros do sistema. O valor obtido para a razão de massa Caronte/Plutão foi $0,1166 \pm 0,0069$, praticamente idêntico ao obtido por Buie et al. (2006). Foram verificados que as excentricidades dos três satélites não são iguais a zero, porém são pequenas quando medidas em um sistema de referência baricêntrico, e que Caronte, Nix e Hidra não são coplanares. Com relação à ressonância, não foi identificado qualquer argumento ressonante que indicasse a existência de ressonância de movimento médio entre qualquer um dos pares de satélites. Na tabela (2.1) são apresentados os dados físicos de Plutão e dos satélites, e na tabela (2.2) são apresentados os elementos orbitais dos satélites, em que a é o semi-eixo maior, e é a excentricidade, I é a inclinação, Ω é a longitude do nodo ascendente, ω é o argumento do pericentro, L é a longitude média da época e P é o período, os valores entre [] são quantidades assumidas.

	Massa (kg)	Densidade (gm cm^{-3})	Diâmetro (km)
Plutão	$1,304 \times 10^{22}$	2,06	[2.294]
Caronte	$1,520 \times 10^{21}$	1,63	1.212
Nix	$5,8 \times 10^{17}$	[1,63]	88
Hidra	$3,2 \times 10^{17}$	[1,63]	72
Total	$1,456 \times 10^{22}$	2,01	-

Tabela 2.1: Massas, densidades e diâmetros dos corpos do Sistema de Plutão. Dados extraídos de Tholen et al. (2008).

Süli e Zsigmond (2009) apresentaram um estudo da estrutura dinâmica do espaço de fase em torno das novas luas do sistema Plutão-Caronte, utilizando o Problema Elíptico Restrito de três corpos. As condições iniciais para Caronte foram extraídas de Tholen et al. (2008). O estudo na vizinhança de Nix e Hidra foi feito separadamente variando-se os elementos orbitais das partículas teste mas mantendo a anomalia média constante. Foram apresentados mapas de estabilidade a por e e a por I . Seus resultados mostraram que a estrutura do espaço de fase

	$a(km)$	e	I (graus)	Ω (graus)	ω (graus)	L	P (dias)
Caronte ^a	19.570,3	0,0035	96,168	223,054	157,9	257,960	6,38720
Nix ^b	49.240	0,0119	96,190	223,202	244,3	122,7	25,49
Hidra ^b	65.210	0,0078	96,362	223,077	45,4	322,4	38,85

Tabela 2.2: Elementos Orbitais Keplerianos extraídos de Tholen et al. (2008). Época JD 2452600,5 (J2000).

Notas

Medidos em relação a um sistema de referência plutocêntrico^a

Medidos em relação a um sistema de referência baricêntrico^b

para o caso elíptico e para o caso circular (Nagy et al., 2006) são qualitativamente diferentes, a região instável é muito maior para o caso elíptico. O centro da ressonância 4:1 muda de $\sim 2,544$ para $\sim 2,564$, enquanto que o centro da ressonância 6:1 se move para mais perto de Plutão e tem sua forma mudada completamente. Também é mostrado que as presentes posições de Nix e Hidra estão nas regiões estáveis em ambos os mapas ($a-e$) e ($a-I$), porém nenhuma das estruturas relacionadas as ressonâncias de movimento médio 4:1 e 6:1 contêm os satélites.

Giuliatti Winter et al. (2009) utilizando o Problema Restrito de três corpos apresentaram diagramas ($a-e$) para partículas teste inicialmente em órbitas do tipo-S ao redor de Plutão e de Caronte. Neste trabalho foram determinadas regiões estáveis para partículas em órbitas ao redor de Plutão e Caronte, para diferentes valores de excentricidade. Através da análise das Superfícies de Seção de Poincaré foi verificado que nessas regiões estáveis as partículas estão em órbitas periódicas e quase-periódicas. A família de cada órbita foi identificada.

A seguir apresentamos alguns estudos relacionados à formação dos satélites Nix e Hidra.

Stern et al. (2006b) sugeriram que Nix e Hidra, assim como Caronte, foram formados de material ejetado em uma órbita ao redor de Plutão como resultado do impacto formador de Caronte. A hipótese é baseada no fato das órbitas de Nix e Hidra serem circulares ou quase circulares, deles aparentemente estarem próximos ou em ressonâncias de movimento médio de alta ordem, e no mesmo plano da órbita de Caronte. Além disso, a partir das órbitas circulares dos satélites, foi sugerido que eles provavelmente foram formados muito próximos de Plutão, migrando posteriormente para sua posição atual durante a evolução, causada pelo efeito de maré, de Caronte para sua atual órbita. Foi proposto que talvez outros pequenos satélites, podem

ter sido formados, porém se desestabilizaram dinamicamente e se acumularam sobre Caronte ou Plutão, ou escaparam da detecção de telescópios. Na época do descobrimento de Nix e Hidra suas magnitudes eram $V = 23,38 \pm 0,17$ e $V = 22,93 \pm 0,12$, respectivamente (Weaver et al., 2006). Magnitude visual (V) é uma unidade de medida utilizada para medir o brilho de objetos astronômicos, quanto menor o valor de V mais brilhante é o objeto.

Ward e Canup (2006) propuseram um cenário (Cenário de Migração Ressonante Forçada) no qual Nix e Hidra foram formados a partir da colisão que formou Caronte, e migraram posteriormente para suas posições atuais devido a interações ressonantes com o satélite, enquanto que Caronte também migrava para sua posição atual. Lithwick e Wu (2008) mostraram que o cenário de Ward e Canup (2006) só funciona para Nix ou Hidra se a excentricidade de Caronte for corretamente escolhida, mas não para ambos simultaneamente. No trabalho também foram discutidas mais duas possibilidades de como Nix e Hidra teriam evoluído para suas posições atuais com baixas excentricidades, caso eles fossem produtos do referido impacto. Uma das possibilidades é que os dois pequenos satélites teriam sido ejetados para os seus semi-eixo maiores atuais com altas excentricidades, sendo posteriormente diminuídas devido aos efeitos de maré de Plutão, porém o tempo necessário para que houvesse a diminuição das excentricidades é maior que a idade do Sistema Solar (Stern et al, 2006b); a segunda possibilidade era que Nix e Hidra teriam sido ejetados como produtos do impacto formador de Caronte junto com várias partículas, se essas partículas formassem um disco as excentricidades dos satélites poderiam ter sido diminuídas devido as interações com o disco, porém um disco desse tipo não se estenderia a distâncias tão grandes. Em contrapartida, Lithwick e Wu (2008) sugeriram que Nix e Hidra foram formados em um disco plutocêntrico colisional composto por pequenos corpos capturados em órbitas heliocêntricas.

Com o passar dos anos os parâmetros físicos e orbitais dos corpos deste sistema quádruplo vêm sendo determinados com mais precisão, porém podemos verificar que existem diferentes teorias para a formação destes corpos e que estudos vêm sendo realizados na tentativa de se entender melhor esses objetos que ainda estão em fase inicial de conhecimento. Assim, a missão *New Horizons* (a primeira missão lançada com destino a Plutão e o Cinturão de Kuiper) poderá contribuir muito para a expansão do conhecimento e entendimento deste sistema e também da história da região. A descoberta de Nix e Hidra acrescentaram mais objetivos e expectativas em relação à missão.

Na próxima seção faremos uma introdução à Missão *New Horizons*.

2.2 Missão *New Horizons*

A missão *New Horizons-The first mission to Pluto and the Kuiper Belt: exploring frontier worlds* é uma missão da NASA lançada em 19 de janeiro de 2006. É a primeira missão para o sistema de Plutão e para o Cinturão de Kuiper e também a primeira da série de missões *New Frontiers*. Existem diversas motivações para a realização da missão, entre elas a órbita de Plutão, seu tamanho, por ser um tipo de objeto (anão de gelo) somente encontrado no Sistema Solar externo, por formar um binário com Caronte (o único sistema binário conhecido no Sistema Solar), pelo fato de que acredita-se que colisão similar a que formou Caronte possa ter formado a Lua, podendo contribuir para se entender como o sistema Terra-Lua foi formado, pelas recentes descobertas de mais dois satélites (Nix e Hidra), pelo sistema estar tão longe da Terra dificultando a sua observação mesmo com os telescópios mais avançados tecnologicamente, e por possibilitar o conhecimento destes corpos tão distantes, estendendo o entendimento dos anões de gelo, dos objetos do Cinturão de Kuiper e da origem e evolução do Sistema Solar externo.

Desde a descoberta do primeiro objeto do Cinturão de Kuiper em 1992, astrônomos encontraram mais de 1.000 objetos no cinturão, com diâmetros entre 50 *km* e 2.000 *km* (Stern et al., 2006a), portanto o sistema de Plutão pode ser somente o primeiro de uma série de outros sistemas ainda desconhecidos. Foi apresentado por Brown et al. (2006b) o primeiro satélite descoberto de Eris, Dysnomia.

A sonda também chamada *New Horizons* é a mais rápida já lançada, passou pela órbita da Lua em apenas 9 horas e por Júpiter em apenas 13 meses depois do seu lançamento, e alcançará Plutão em 9 anos e meio. As sondas Galileo e Cassini levaram 6 anos e 4 anos, respectivamente, para alcançar Júpiter. Após passagem por Júpiter ela passará pelo sistema de Plutão (a sonda não irá orbitá-lo).

Em 13 de junho de 2006, a *New Horizons* passou próximo a um pequeno asteróide (~ 4 *km* de diâmetro) com uma órbita do tipo-S chamado 2002 JF56, foram realizados testes com os instrumentos de imagem da sonda (Stern, 2008).

O encontro com o sistema de Júpiter ocorreu no dia 28 de fevereiro de 2007. De janeiro a junho de 2007 foi possível realizar uma série de mais de 700 observações do sistema (Stern, 2008). Segundo Stern et al. (2006a) o objetivo da passagem pelo sistema de Júpiter foi aproveitar a gravidade assistida para diminuir o tempo de viagem da sonda.

Para conseguir maximizar a quantidade e qualidade dos dados obtidos a sonda carrega 7

instrumentos científicos, sendo 3 instrumentos ópticos, 2 instrumentos de plasma, 1 detector de poeira e 1 experimento de rádio ciência.

Os objetivos científicos da missão são classificados em 3 categorias. Os objetivos da primeira categoria são caracterizar a morfologia, geologia e mapear a composição da superfície de Plutão e Caronte, e caracterizar a atmosfera neutra e a taxa de escape da atmosfera de Plutão. Na segunda e terceira categoria destacamos procurar por uma atmosfera em Caronte, refinar parâmetros orbitais e físicos (massa, densidade, raios) de Plutão e Caronte e procurar por satélites e por um sistema de anéis, detectar ou possibilitar o estabelecimento de um valor limite de J_2 (coeficiente gravitacional) de Plutão e medir a interação do vento solar com Plutão e Caronte. Os objetivos da primeira categoria são principais, os demais serão cumpridos caso sejam possíveis.

A figura (2.5) mostra a trajetória da sonda.

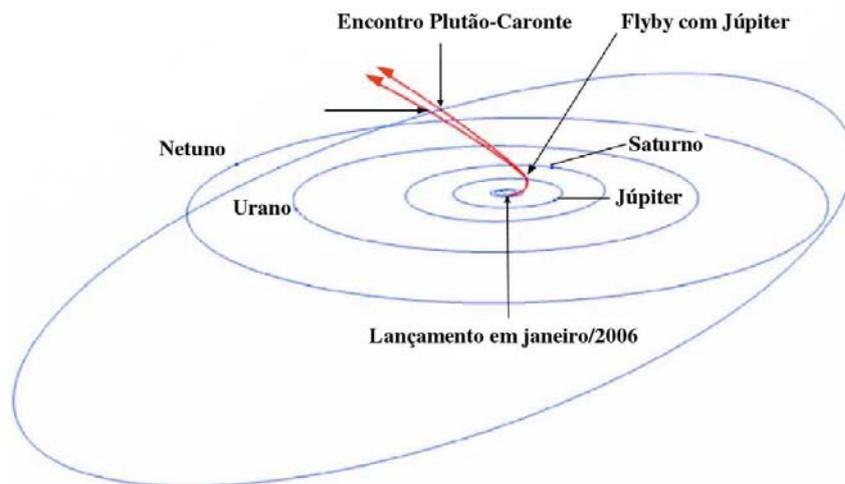


Figura 2.2: Trajetória da sonda New Horizons. As setas vermelhas indicam a posição da sonda, as quais dependiam da data de lançamento. Adaptado de Stern (2008).

Se a extensão da missão for aprovada, os planos para a sonda *New Horizons* de 2016 a 2020, incluem a realização de um ou dois encontros próximos com objetos do Cinturão de Kuiper com diâmetros iguais ou superiores a 50 *km*. Os estudos a serem realizados com os objetos do Cinturão de Kuiper serão similares aos realizados em Plutão e Caronte (Stern et *al.*, 2006a). Posteriormente, a sonda continuará sua trajetória para além do Cinturão de Kuiper, escapando da gravidade solar.

Capítulo 3

Simulações Numéricas

3.1 Integrador Numérico

Para a realização das simulações numéricas utilizamos o pacote Mercury (Chambers, 1999). Esse pacote foi desenvolvido para simular um conjunto de n-corpos, a evolução orbital de objetos movendo-se no campo gravitacional de um corpo central muito massivo quando comparado ao tamanho dos outros objetos. Este integrador numérico oferece os seguintes algoritmos de integração escritos em linguagem FORTRAN: RADAU (RA15) (Everhart, 1985), algoritmos Bulirsch-Stoer (Stoer e Bulirsch, 1980), Integrador simplético de variáveis mistas (MVS) (Wisdom e Holman, 1991; Wisdom et al. 1996) e um integrador híbrido e simplético. O método utilizado foi o Bulirsch-Stoer.

Os arquivos de entrada, os quais são alterados para descrever cada sistema estudado, são:

a) big.in: este arquivo contém as condições iniciais dos corpos massivos, exceto as do corpo central. Um corpo massivo é definido como um corpo que perturba todos os outros objetos durante a integração.

b) small.in: este arquivo contém as condições iniciais para todos os corpos pequenos (partículas) da integração numérica. Um corpo pequeno é definido como aquele que perturba e interage com os corpos massivos durante a integração, porém ignoram uns aos outros completamente (não perturbam uns aos outros e não podem colidir entre si).

c) param.in: este arquivo contém os parâmetros que controlam a integração numérica. Pode-se escolher por exemplo o algoritmo da integração, tempo inicial e tempo final, intervalo de saída dos dados, a opção de parar a integração após um encontro próximo, a opção de permitir que ocorram colisões com os corpos massivos, inclusão de fragmentos colisionais, escolha do

valor da distância de ejeção, inclusão do raio e da massa do corpo central, a opção de inserir os coeficientes gravitacionais: J_2 , J_4 ou J_6 do corpo central. Se o campo gravitacional do planeta não é esféricamente simétrico, suas não-uniformidades produzem acelerações que são tratadas como perturbações ao movimento Kepleriano de um satélite ou partículas de anéis. Os J_n 's são constantes presentes na equação do potencial gravitacional externo de um corpo. Essas constantes refletem a distribuição de massa de um corpo e são determinadas analiticamente utilizando-se os Polinômios de Legendre de grau n .

d) `element.in`: este arquivo informa de que maneira devem ser gerados os dados de saída: em relação a um sistema centrado no corpo central, no baricentro, ou em elementos Jacobianos. Também se escolhe o formato de saída dos elementos (em elementos orbitais ou coordenadas de posição e velocidade).

e) `mercury.inc`: este arquivo contém constantes e parâmetros gerais utilizados por subrotinas do pacote Mercury. As alterações foram no valor de K2 (quadrado da constante gravitacional gaussiana) e a unidade astronômica (UA) como sendo a distância de Caronte a Plutão, $UA=19.570,3km$.

No pacote Mercury é possível estender o tempo final de uma integração concluída.

3.2 Sistema de 4-corpos: Plutão, Caronte, Nix e Hidra

No primeiro conjunto de simulações numéricas realizadas, durante a fase de aprendizagem do pacote Mercury, utilizamos as coordenadas de posição e velocidade apresentadas na tabela (3.1) e simulamos numericamente o sistema formado por 4-corpos: Plutão (corpo central), Caronte, Nix e Hidra, para fazermos uma comparação com os resultados obtidos (elementos orbitais no tempo inicial de Caronte, Nix e Hidra e variação temporal da excentricidade e inclinação de Nix e Hidra) por Tholen et al. (2008). O objetivo dessas simulações numéricas era inserir as condições iniciais do sistema de Plutão no pacote Mercury, aprender a utilizá-lo e tentar reproduzir os resultados de Tholen et al. (2008).

Os elementos orbitais de Caronte em Tholen et al. (2008) são fornecidos com relação a um referencial planetocêntrico, e os elementos orbitais de Nix e Hidra com relação a um referencial baricêntrico. No pacote Mercury a integração é realizada em relação a um referencial plutocêntrico, porém temos a opção para que os dados de saída sejam convertidos para um referencial baricêntrico, mas verificamos que a rotina apresenta problemas no cálculo

das velocidades. Assim, utilizou-se um programa escrito em linguagem de programação C para realizar a conversão entre os referenciais e a seguir fazemos as comparações dos resultados. Os gráficos com os dados obtidos nas simulações numéricas foram gerados com o Gnuplot.

O programa `barycenter.c` faz a translação das coordenadas de posição e velocidade centradas em Plutão para coordenadas de posição e velocidade centradas no baricentro, a seguir faz a transformação das coordenadas de posição e velocidade para elementos orbitais (agora dados em relação ao baricentro) e possíveis de serem comparados com os dados do artigo. A translação do referencial plutocêntrico para o baricêntrico é feita utilizando-se as equações (3.1), (3.2), (3.3), e (3.4):

A posição e velocidade do centro de massa em relação a Plutão:

$$x_{cm} = \frac{(m_C x_C + m_N x_N + m_H x_H)}{(m_P + m_C + m_N + m_H)} \quad (3.1)$$

$$\dot{x}_{cm} = \frac{(m_C \dot{x}_C + m_N \dot{x}_N + m_H \dot{x}_H)}{(m_P + m_C + m_N + m_H)} \quad (3.2)$$

análogo para y_{cm} e z_{cm} , \dot{y}_{cm} e \dot{z}_{cm} , em que x , y e z são as componentes da posição e \dot{x} , \dot{y} e \dot{z} são as componentes da velocidade em relação a Plutão, m é a massa, os índices P , C , N e H referem-se a Plutão, Caronte, Nix e Hidra, respectivamente.

$$\bar{x} = x - x_{cm} \quad (3.3)$$

análogo para \bar{y} e \bar{z} .

$$\dot{\bar{x}} = \dot{x} - \dot{x}_{cm} \quad (3.4)$$

análogo para $\dot{\bar{y}}$ e $\dot{\bar{z}}$, em que \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} são as componentes da posição em relação ao baricentro, e $\dot{\bar{x}}$, $\dot{\bar{y}}$, $\dot{\bar{z}}$ são as componentes da velocidade em relação ao baricentro.

Após a translação, utilizando as equações do Problema de 2-corpos, transformamos as coordenadas de posição e velocidade em relação ao baricentro $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dot{\bar{x}}, \dot{\bar{y}}, \dot{\bar{z}})$ para elementos orbitais. As equações utilizadas no `barycenter.c` para obter a transformação de coordenadas de posição e velocidade para elementos orbitais são do Problema de 2-corpos, assim fez-se necessária fazer uma revisão do Problema de 2-corpos, a qual apresentamos resumidamente a seguir baseados em Murray e Dermott (1999).

3.2.1 Problema de Dois Corpos

O Problema de Dois Corpos (P2C) é um problema possível de ser resolvido analiticamente. Trata da interação gravitacional de dois pontos de massa descrita pela Lei Universal

da Gravitação de Newton. O problema consiste de um corpo menor se movendo ao redor de um corpo central muito maior, os efeitos dos outros corpos são usualmente tratados como perturbações para o sistema de dois corpos.

Considerando o movimento de m_1 e m_2 , com vetores de posição \vec{r}_1 e \vec{r}_2 referentes a uma origem O fixada em um espaço inercial, pode-se escrever as forças gravitacionais e consequentes acelerações experimentadas pelas duas massas. Considerando o movimento m_2 com relação a m_1 (movimento relativo), escrevemos:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = \vec{0} \quad (3.5)$$

em que $\mu = G(m_1 + m_2)$, G é a constante gravitacional. Determinando-se as constantes do movimento conseguimos obter a órbita de m_2 relativo a m_1 através de (3.5).

Fazendo o produto vetorial de \vec{r} com a equação (3.5) obtemos $\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \vec{0}$, integrando em seguida obtemos $\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h}$.

Considerando a origem do sistema centrada em m_1 e uma linha de referência em $\theta = 0^\circ$, substituindo a definição do vetor aceleração em coordenadas polares na equação (3.5) e comparando as componentes na direção \hat{r} obtemos $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2}$. Para resolver $r = f(\theta)$, pode-se fazer a substituição $u = \frac{1}{r}$ e eliminar o tempo fazendo uso da constante $h = r^2\dot{\theta}$.

Diferenciando duas vezes com relação ao tempo r de $u = \frac{1}{r}$, e substituindo em $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2}$ obtemos uma equação diferencial linear de segunda ordem para u . Substituindo r utilizando a relação entre u e r na solução geral da equação diferencial, obtemos:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (3.6)$$

A equação (3.6) é a equação geral de uma cônica em coordenadas polares, onde e é a excentricidade e p o *semilatus rectum* dado por $p = \frac{h^2}{\mu}$.

Para o caso elíptico temos:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (3.7)$$

em que o ângulo θ é a longitude verdadeira, f é a anomalia verdadeira e $\varpi = f + \theta$ (ϖ é a longitude do pericentro).

A velocidade angular “média”, ou movimento médio, n é definido como:

$$n = \frac{2\pi}{P} \quad (3.8)$$

em que P é o período orbital.

Fazendo o produto escalar de $\dot{\vec{r}}$ com a equação (3.5), substituindo as expressões para \vec{r} e $\dot{\vec{r}}$ em coordenadas polares no produto escalar e integrando, obtemos:

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{\mu}{r} = C \quad (3.9)$$

em que $v^2 = \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}$, e C é uma constante do movimento.

O Problema de 2-corpos tem quatro constantes do movimento: a Energia integral C e as três componentes da Integral do Momento Angular, \vec{h} .

Na prática deseja-se calcular a localização de um corpo para um dado tempo e a solução para o P2C, não contém o tempo explicitamente.

A anomalia média M é definida como $M = n(t - \tau)$, em que τ é o tempo de passagem pelo pericentro. Através das projeções de r nas direções horizontal e vertical r pode ser escrito como:

$$r = a(1 - e \cos E) \quad (3.10)$$

e

$$\cos f = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} \quad (3.11)$$

r e f são determinados unicamente a partir das equações (3.10) e (3.11), desde que E (anomalia excêntrica) e f estejam no mesmo semi-plano e E seja conhecido. No entanto, o tempo está presente na equação da anomalia média. A relação entre M e E é dada pela equação:

$$M = E - e \sin E \quad (3.12)$$

que é a **equação de Kepler** e sua solução é fundamental para determinar a posição orbital em um dado tempo t .

Agora, passaremos a tratar do caso de fornecidas as componentes de posição e velocidade, deseja-se obter os elementos orbitais correspondentes no tempo t .

Murray e Dermott (1999) consideram um plano tridimensional como representação de uma órbita no espaço, e um sistema de coordenadas cartesianas tridimensional no qual um ponto arbitrário tem o vetor posição $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$. (X, Y, Z) e $(\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ são as coordenadas de posição e velocidade de um objeto em uma órbita elíptica no plano de referência padrão em um dado instante t , a , e , I , são o semi-eixo maior, a excentricidade e a inclinação da órbita, respectivamente. A seguir apresentamos os procedimentos para calcular alguns elementos orbitais extraídos de Murray e Dermott (1999).

1) Cálculo de a :

$$a = \left(\frac{2}{R} - \frac{V^2}{G(m_1 + m_2)} \right)^{-1} \quad (3.13)$$

2) Cálculo de e :

$$e = \sqrt{1 - \frac{h^2}{G(m_1 + m_2)a}} \quad (3.14)$$

3) Cálculo de I :

$$I = \cos^{-1} \left(\frac{h_z}{h} \right) \quad (3.15)$$

em que

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (3.16)$$

$$V^2 = \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2 \quad (3.17)$$

$$\vec{h} = (Y\dot{Z} - Z\dot{Y}, Z\dot{X} - X\dot{Z}, X\dot{Y} - Y\dot{X}) \quad (3.18)$$

$R = r$ representa o comprimento do raio vetor. As projeções de \vec{h} são:

$$h_z = h \cos I \quad (3.19)$$

$$\pm h_x = h \sin I \sin \Omega \quad (3.20)$$

$$\mp h_y = h \sin I \cos \Omega \quad (3.21)$$

o sinal superior nas equações (3.20) e (3.21) é utilizado quando $h_z > 0$ e o sinal inferior é utilizado quando $h_z < 0$.

3.3 Evolução Orbital

Na fase inicial deste trabalho, com o objetivo de reproduzir os gráficos (a por t) e (e por t) e os elementos orbitais dos três satélites apresentados em Tholen et al. (2008), realizamos as simulações numéricas descritas a seguir.

As coordenadas de posição (x, y, z) e velocidade (x', y', z') de Caronte, Nix e Hidra foram extraídas da tabela (3.1). O valor de G assumido foi $G = 6,67428 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Os valores referentes a massa e raios de cada um dos quatro corpos são apresentados na tabela (3.2).

O sistema de quatro corpos foi numericamente integrado em relação à um referencial inercial fixo em Plutão por um tempo correspondente a 100 dias.

	x (km)	y (km)	z (km)	x' (km dia⁻¹)	y' (km dia⁻¹)	z' (km dia⁻¹)
Caronte	-12.614	-10.150	11.061,1	6.842,2	8.715,1	15.699,2
Nix	8.450	1.020	-46.480	-7.930	-7.533	-542
Hidra	2.120	11.830	64.674	8.479	7.900	-132

Tabela 3.1: Condições iniciais, em unidades do Sistema Internacional (SI), utilizados nas simulações numéricas, em relação a um referencial plutocêntrico. Valores extraídos de Tholen et al. (2008).

	Plutão	Caronte	Nix	Hidra
Massa (kg)	1,304 x 10 ²²	1,520 x 10 ²¹	5,8 x 10 ¹⁷	3,2 x 10 ¹⁷
Raio (km)	1.147	606	44	36

Tabela 3.2: Massa e raio dos corpos analisados, utilizados nas simulações numéricas. Valores extraídos de Tholen et al. (2008).

3.3.1 Caronte

Os resultados obtidos foram que o semi-eixo maior a é igual a $19.574,80 \pm 2$ km, valor que difere em apenas ~ 4 km do valor obtido por Tholen et al. (2008) (o valor esperado). A excentricidade encontrada foi $e = 0,0034$ com variações da ordem de 3×10^{-5} , o valor esperado era $0,0035$ com variações de 2×10^{-5} . A longitude do nodo ascendente (Ω) permaneceu constante com o valor de $\Omega = 223,0565^\circ$, com uma diferença de $0,0025$ para o valor esperado. O argumento do pericentro (ω) encontrado foi $154,575^\circ$, valor esperado era $157,9^\circ$. A inclinação de Caronte calculada foi $I = 96,168^\circ$, com uma variação de 10^{-5} , no artigo citado o valor é $I = 96,168^\circ \pm 0,0002^\circ$. O período calculado foi 6,38 dias, valor que está de acordo com o esperado.

Realizando a simulação numérica por um período de tempo maior, 60 anos, vemos que o argumento do pericentro (ω), figura (3.1), de Caronte precessiona conforme previsto por Tholen et al. (2008), com a mesma variação de $1,5^\circ$ na amplitude, porém o valor inicial do argumento do pericentro que obtivemos foi menor que o previsto.

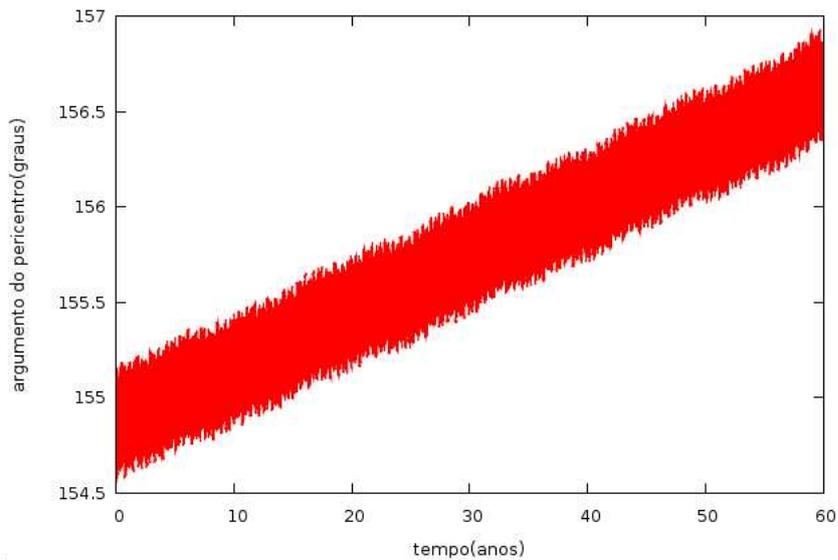


Figura 3.1: Precessão do argumento do pericentro de Caronte por um período de 60 anos.

3.3.2 Nix

Para realizar as integrações numéricas para Nix foram inseridas as coordenadas de posição e velocidade em relação ao referencial plutocêntrico. Após realizada a integração numérica, obtivemos os elementos orbitais em relação ao baricentro, através do `barycenter.c`: $a = 49.232,216\text{km}$, $e = 0,011860$, $I = 96,194526^\circ$, valores que diferem somente de $\sim 8\text{km}$ para a e de 4×10^{-5} e $\sim 4 \times 10^{-3}$ graus para e e I , respectivamente, em relação ao valor esperado.

Para o período de 100 dias, obtivemos que o semi-eixo maior, a , assume valores no intervalo $[48.576,220; 49.654,144]$ km , figura (3.2). A excentricidade, e , assume valores no intervalo $[0,001325; 0,024970]$, figura (3.3). A inclinação assume valores dentro do intervalo $[96,020; 96,316]$ graus. O período de Nix obtido foi de aproximadamente 25,04 dias, valor esperado era 25,49 dias. Na simulação numérica por um período de 90 dias Tholen et al. (2008) encontraram que a excentricidade de Nix assume valores no intervalo $[0; 0,0272]$ e a inclinação assume valores no intervalo $[96,020; 96,320]$ graus. Portanto, concluímos que os valores encontrados em nossas simulações numéricas estão de acordo com os apresentados no artigo citado.

Nas figuras (3.2) e (3.3) são apresentados os gráficos do semi-eixo maior em função do tempo ($a-t$) e da excentricidade em função do tempo ($e-t$) de Nix, por um período de 100 dias. Gráfico semelhante ao da variação da excentricidade em função do tempo foi encontrado por Tholen et al. (2008).

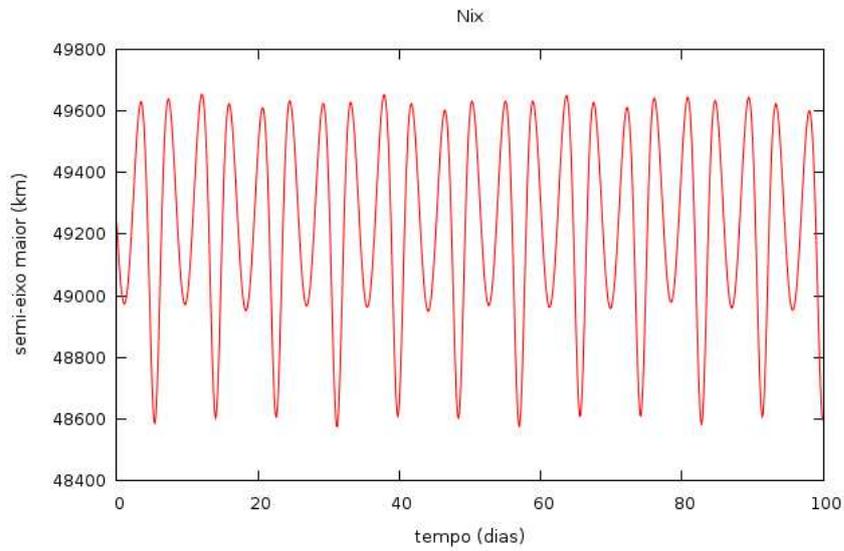


Figura 3.2: Semi-eixo maior (km) em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias.

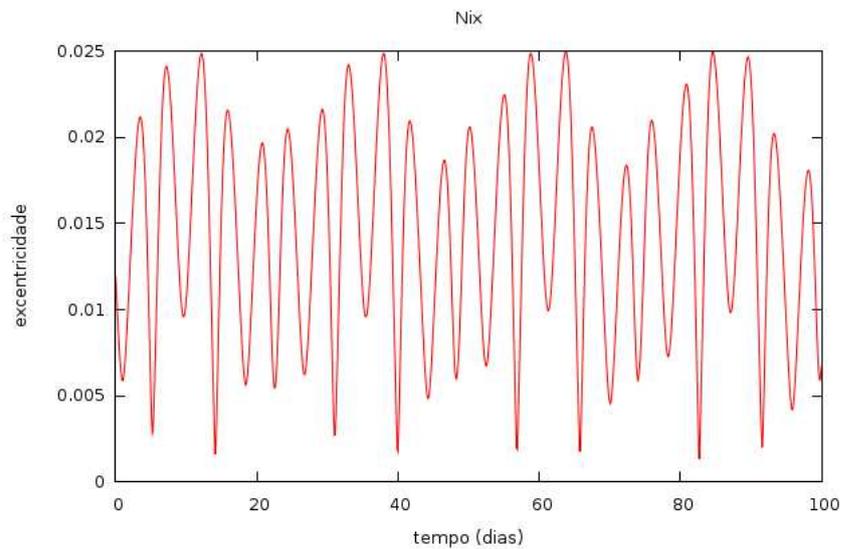


Figura 3.3: Excentricidade em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias.

3.3.3 Hidra

Para o caso do satélite Hidra foram realizadas as mesmas conversões necessárias para obtenção dos elementos orbitais do satélite Nix em relação ao baricentro. Após realizada a integração numérica, obtivemos os elementos orbitais em relação ao baricentro, através do barycenter.c: $a = 65.213,096 \text{ km}$, $e = 0,007842$, $I = 96,349336^\circ$, valores que diferem somente de $\sim 3 \text{ km}$ para a e de 4×10^{-5} e $\sim 2 \times 10^{-2}$ para e e I , respectivamente, em relação ao valor esperado.

Para o período de 100 dias obtivemos que o semi-eixo maior assume valores no intervalo $[64.827,964; 65.266,556]$ km, figura (3.4). A excentricidade assume valores no intervalo $[0,000339; 0,015198]$, figura (3.5). A inclinação assume valores dentro do intervalo $[95,983; 96,352]$ graus. O período determinado através da simulação numérica foi 38,3957 dias, o valor esperado era 38,85 dias. Na simulação numérica por um período de 90 dias Tholen et *al.* (2008) encontraram que a excentricidade de Hydra assume valores no intervalo $[0; 0,0179]$ e a inclinação assume valores no intervalo $[95,980; 96,340]$ graus. Portanto, concluímos que os nossos resultados estão de acordo com os valores do referido artigo.

Nas figuras (3.4) e (3.5) são apresentados os gráficos do semi-eixo maior em função do tempo ($a-t$) e da excentricidade em função do tempo ($e-t$) de Hydra por um período de 100 dias. Gráfico semelhante ao da variação da excentricidade em função do tempo foi encontrado por Tholen et *al.* (2008).

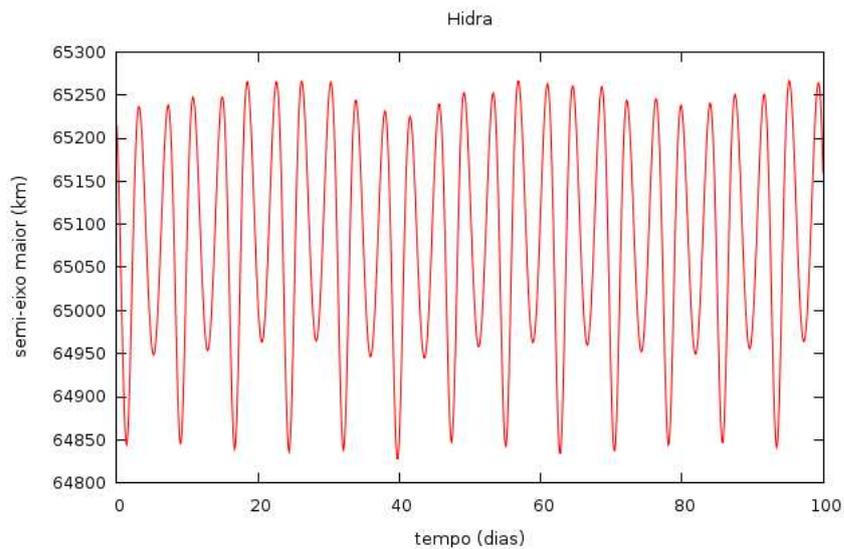


Figura 3.4: Semi-eixo maior (km) em função do tempo (dias) de Hydra por um período de 100 dias.

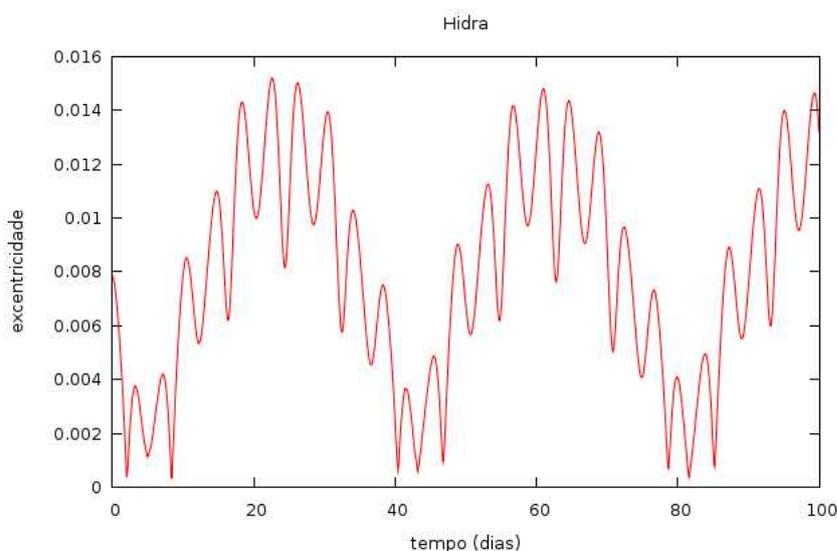


Figura 3.5: Excentricidade em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias.

O estudo foi útil para verificarmos a funcionalidade do programa de conversão, o qual seria utilizado nas próximas etapas deste trabalho.

Após a realização desta primeira etapa, fizemos novas integrações numéricas utilizando as mesmas condições iniciais para os quatro corpos, porém simulamos para um intervalo de tempo maior, 50 anos. O objetivo era verificar a variação do semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) de Nix e Hidra em um intervalo de tempo maior.

Analisando os gráficos do semi-eixo maior e da excentricidade em funções do tempo, ambos por um período de 50 anos, verificamos que o semi-eixo maior de Nix assume valores praticamente iguais e tem a mesma variação de $\Delta a \sim 1.000 \text{ km}$ obtida para o período de 100 dias. A excentricidade assume valores no intervalo $[0,000103; 0,026610]$. O período obtido para Nix foi $P \sim 25,3$ dias. Para Hidra analisando os gráficos do semi-eixo maior e da excentricidade em funções do tempo por um período de 50 anos, verificamos que o semi-eixo maior assume praticamente os mesmos valores e tem a mesma variação de $\Delta a \sim 430 \text{ km}$ obtida para o período de 100 dias. A excentricidade assume valores no intervalo $[0,000020; 0,017461]$. O período encontrado para Hidra foi $P \sim 38,36$ dias. Os períodos de Nix e Hidra encontrados por Tholen et al. (2008) na simulação por um período de 50 anos são $P = 25,492$ dias e $P = 38,734$ dias, respectivamente. Valores próximos ao encontrado em nossas simulações. Concluímos que os elementos a e e de Nix e Hidra mantêm praticamente as mesmas variações apresentadas para um período de 100 dias. Verificamos também que como esperado Nix sofre mais os efeitos das interações dinâmicas com Caronte do que Hidra.

3.3.4 Nix e Hidra: perturbação mútua

Com o objetivo de verificarmos a perturbação mútua entre Nix e Hidra, realizamos duas simulações numéricas:

1ª simulação numérica: no arquivo big.in inserimos somente as condições iniciais de Caronte e Nix, portanto temos somente as perturbações causadas por Plutão e Caronte em Nix, sem o acréscimo de eventuais efeitos gravitacionais de Hidra (sistema formado por três corpos).

2ª simulação numérica: no arquivo big.in inserimos somente os dados de Caronte e Hidra, portanto temos somente as perturbações causadas por Plutão e Caronte em Hidra, sem o acréscimo de eventuais efeitos gravitacionais de Nix (sistema formado por três corpos).

Após obtidos os gráficos, comparamos com os gráficos que mostravam a variação do a e do e em função do tempo de Nix e Hidra nas simulações numéricas realizadas para o sistema formado pelos quatro corpos.

1ª simulação - Em relação aos resultados obtidos nas simulações numéricas com o sistema formado por quatro corpos verificamos que o Δa é igual para os dois sistemas, mesmo fato ocorreu com o valor de Δe . Logo, concluímos que Hidra não exerce um efeito significativo na variação temporal dos elementos orbitais (a , e) de Nix.

2ª simulação - O Δa obtido nesta simulação numérica é igual ao do sistema com quatro corpos, mesmo fato ocorreu com a variação da excentricidade, Δe . Logo, concluímos que Nix não exerce um efeito significativo no movimento de Hidra, sendo um resultado esperado, visto que Nix e Hidra têm diâmetros de 88 km e 72 km, respectivamente, e estão separados de $\Delta a = 15.970,0$ km. Nas figuras de (3.6) a (3.9) apresentamos os gráficos obtidos no sistema de 4-corpos e de 3-corpos para um período menor, 100 dias, pois a visualização de que os resultados obtidos nos dois sistemas são praticamente iguais fica mais fácil.

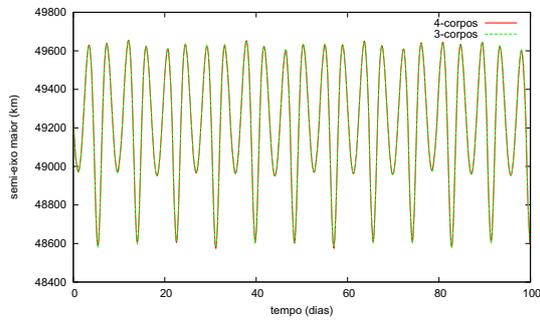


Figura 3.6: Semi-eixo maior (km) em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias.

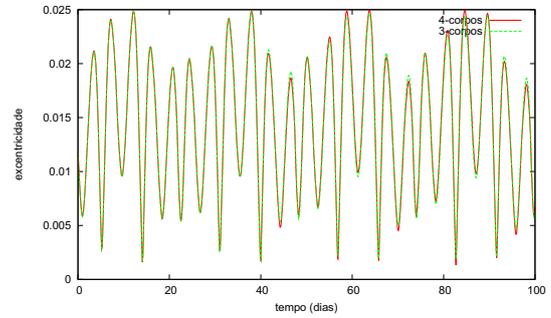


Figura 3.7: Excentricidade em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias.

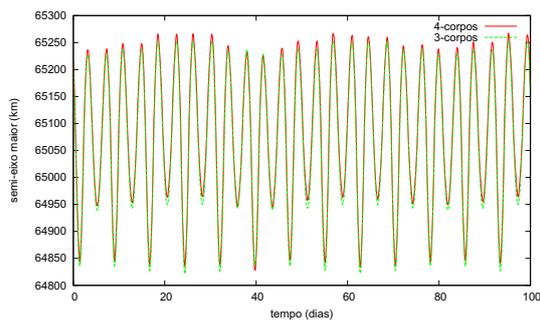


Figura 3.8: Semi-eixo maior (km) em função do tempo (dias) de Hydra por um período de 100 dias.

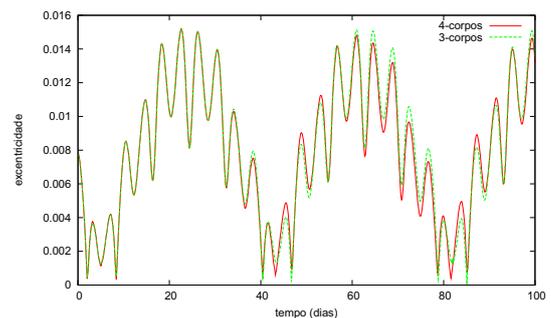


Figura 3.9: Excentricidade em função do tempo (dias) de Hydra por um período de 100 dias.

Capítulo 4

Análise da região externa do Sistema Plutão-Caronte

4.1 Introdução

A análise e determinação de regiões estáveis podem auxiliar a sonda *New Horizons* a detectar possíveis satélites e anéis pertencentes ao sistema Plutão-Caronte. Além disso, determinar regiões onde partículas possam permanecer por longos períodos de tempo é importante para a própria segurança da sonda, pois caso esta passe através de um sistema de anéis pouco tênue poderá sofrer colisões com um número significativo de partículas que poderão causar prejuízos à missão.

Thiessenhusen et al. (2002) sugerem que Plutão e Caronte estão dentro de um tênue anel de poeira, e mostram que um anel de poeira pode existir em torno do binário. No trabalho foram estudados a densidade deste possível anel e as órbitas das partículas que o formam. As partículas que compõem o anel seriam ejetadas de Plutão e, especialmente de Caronte, frutos de colisões de micrometeoritos originários do Cinturão de Kuiper com as superfícies destes. Os efeitos da atmosfera de Plutão em suas análises têm um efeito pequeno, pois a maior contribuição vem de material ejetado de Caronte, não se sabe ainda se Caronte tem atmosfera. Segundo Thiessenhusen et al. (2002) o possível anel é denso o suficiente para ser detectado por uma sonda espacial que passasse pelo sistema.

Com a descoberta de Nix e Hidra, a questão sobre a existência de uma sistema de anéis originado de colisões entre pequenos detritos com esse corpos apareceu com mais força. Através do cálculo da velocidade de escape do material que seria ejetado dessas colisões, Steffl e Stern

(2007) concluíram que o material poderia ficar gravitacionalmente ligado a Plutão, dependendo de algumas características como tamanho e densidade, podendo formar anéis.

A profundidade óptica média (τ) de um anel é uma medida do declínio exponencial da luz à medida que penetra o anel, ela permite dizer se um anel é mais tênue ou mais denso. Baseados em teorias que sugerem que pequenos corpos que colidem com os satélites Nix e Hidra são capazes de gerar anéis no sistema de Plutão, Steffl e Stern (2007) realizaram um estudo sobre a existência destes anéis, utilizando imagens obtidas com o Telescópio Espacial Hubble. Seus resultados mostraram que não foram encontradas evidências observacionais de anéis no sistema e que se o sistema de anéis de Plutão existir, ele é tão tênue quanto o sistema de anéis de Júpiter. O valor de τ determinado por Stern et al. (2006b) é $\tau = 5 \times 10^{-6}$.

Holman e Wiegert (1999) analisaram em quais regiões do espaço de fase próximo a um sistema binário poderiam existir planetas. Eles simularam numericamente conjuntos de partículas utilizando o Problema Elíptico Restrito de 3-corpos por um período de $10^4 T_{\text{binário}}$. Valores para a excentricidade dos binários foram adotados entre $0,0 \leq e \leq 0,8$ e para a razão de massa entre $0,1 \leq \mu \leq 0,9$. Dos resultados foram derivadas expressões analíticas para o semi-eixo maior crítico, o qual determina um limite para a região estável para o tempo de integração considerado. Para o caso de partículas externas ao binário orbitando o centro de massa do sistema o semi-eixo maior crítico (a_{crit}) em unidades do semi-eixo maior do binário, é dado por:

$$a_{\text{crit}} = (1,60 \pm 0,04) + (5,10 \pm 0,05)e \quad (4.1)$$

$$+ (-2,22 \pm 0,11)e^2 + (4,12 \pm 0,09)\mu \quad (4.2)$$

$$+ (-4,27 \pm 0,17)e\mu + (-5,09 \pm 0,11)\mu^2 \quad (4.3)$$

$$+ (4,61 \pm 0,36)e^2\mu^2 \quad (4.4)$$

Para o sistema Plutão-Caronte, em que $e = 0,0035$ e $\mu = \frac{m_C}{m_P} = 0,1166$, temos $a_{\text{crit}} = 39.674 \text{ km}$. Holman e Wiegert (1999) ressaltam que o limiar entre a região de estabilidade e a região de instabilidade não é bem definido.

Nosso objetivo neste capítulo é obter diagramas semi-eixo maior em função da excentricidade ($a-e$) para partículas em órbitas prógradas e retrógradas se movendo em órbitas do tipo-P sob os efeitos gravitacionais de todos os corpos do sistema de Plutão na região externa do sistema binário Plutão-Caronte, esta região é localizada além da órbita de Caronte. De acordo com os resultados obtidos foram identificadas regiões caóticas próximas dos satélites Nix e Hidra.

Também foram identificadas partículas em ressonância de movimento médio com os satélites Nix ou Hidra. Temos que partículas-teste localizadas inicialmente dentro da região de caos sofrem um aumento em suas excentricidades podendo colidir com um dos corpos massivos do sistema ou serem ejetadas. Partículas com semi-eixo maiores mais próximos aos dos satélites são “refletidas” quando se aproximam destes e movem-se em órbitas ferradura ou girino. Para entendermos esses regimes, os quais foram necessários para a análise dos gráficos obtidos, faremos nas próximas seções considerações teóricas breves com relação a sobreposição de ressonâncias e caos e com relação a dinâmica de partículas coorbitais a um satélite.

4.2 Estudo Teórico

4.2.1 Ressonâncias

São os fenômenos de ressonância que determinam a estrutura dinâmica do Sistema Solar. Em anéis planetários, ressonâncias entre partes dos anéis e satélites são responsáveis pela formação de várias estruturas nos anéis, como falhas e ondulações. No caso dos anéis de Saturno, a maioria da estrutura do anel *A* pode ser entendida no contexto de ressonâncias entre as partículas do anel e os satélites que orbitam próximos a ele, Prometeu, Pandora e Jano.

Em algumas situações o anel é confinado devido a ressonâncias com seus satélites pastores, por exemplo, o anel ϵ é confinado devido a ressonância com Cordélia e Ofélia (Goldreich e Tremaine, 1979) que orbitam interiormente e exteriormente o anel. Esta teoria foi confirmada posteriormente através de imagens da *Voyager 2* (Murray e Dermott, 1999).

O Sistema de Saturno apresenta uma enorme variedade de fenômenos causados por ressonância, alguns exemplos são Mimas e Tétis que estão em ressonância 4:2 e Enceladus e Dione em ressonância 2:1 (Murray e Dermott, 1999). Estes são somente alguns exemplos da grande quantidade de ressonâncias presentes no Sistema Solar.

Uma ressonância pode aparecer quando há uma relação numérica entre frequências ou períodos, outros tipos de relação de ressonância mais complicadas também existem. Os períodos podem ser rotacional ou orbital de um único corpo ou orbitais de dois ou mais corpos. A ressonância 1:1 (quando o período orbital é igual ao período rotacional) faz com que a Lua mantenha sempre a mesma face voltada para a Terra. Este tipo de ressonância está presente na maioria dos satélites naturais do Sistema Solar (Murray e Dermott, 1999). O estudo dos efeitos da ressonância em mecânica celeste começou com a dinâmica dos asteróides. Kirkwood em

1867 publicou um estudo que apontava falhas no Cinturão de Asteróides devido a importantes ressonâncias com Júpiter (Kirkwood, 1867). Em um caso mais geral, considerando dois satélites se movendo ao redor de um planeta em órbitas circulares e coplanares podemos assumir que:

$$\frac{n'}{n} = \frac{p}{p+q} \quad (4.5)$$

em que n e n' são os movimentos médios dos satélites interno e externo, respectivamente, e p e q são inteiros. Considerando dois satélites em conjunção no tempo $t=0$, então a próxima conjunção ocorrerá quando:

$$nt - n't = 2\pi \quad (4.6)$$

e o período, T_{con} , entre conjunções sucessivas é dado por:

$$T_{con} = \frac{2\pi}{n - n'} \quad (4.7)$$

De (4.5) temos que $p(n - n') = qn'$ então $(n - n') = \frac{q}{p}n'$, e temos que $p = \frac{(p+q)n'}{n}$, substituindo $(n - n')$ em (4.7) obtemos:

$$T_{con} = \frac{p}{q} \frac{2\pi}{n'} = \frac{p}{q} T' = \frac{p+q}{q} T \quad (4.8)$$

em que T e T' são os períodos orbitais dos dois satélites, interno e externo, respectivamente.

De (4.8) obtemos:

$$qT_{con} = pT' = (p+q)T \quad (4.9)$$

Para $q=1$ sabemos o número de voltas completas realizadas por cada um dos satélites entre sucessivas conjunções e cada conjunção ocorre na mesma longitude do espaço inercial. Se $q=2$, cada segunda conjunção ocorre na mesma longitude.

Anteriormente consideramos o caso dos dois satélites em órbitas circulares, $e=0$ e $e'=0$, agora vamos considerar o caso quando $e=0$ e $e' \neq 0$, e além disso $\dot{\varpi} \neq 0$, em que ϖ é a longitude do pericentro. Se a equação

$$(p+q)n' - pn - q\dot{\varpi}' = 0 \quad (4.10)$$

é satisfeita, então podemos escrevê-la da seguinte forma:

$$(n' - \dot{\varpi}')q + (n' - n)p + p\dot{\varpi}' - p\dot{\varpi}' = 0 \quad (4.11)$$

$$(n' - \dot{\varpi}')q + (n' - \dot{\varpi}')p - pn + p\dot{\varpi}' = 0 \quad (4.12)$$

$$(n' - \dot{\varpi}')(p + q) = p(n - \dot{\varpi}') \quad (4.13)$$

$$\frac{(n' - \dot{\varpi}')}{(n - \dot{\varpi}')} = \frac{p}{p + q} \quad (4.14)$$

em que $n' - \dot{\varpi}'$ e $n - \dot{\varpi}'$ são os movimentos relativos, podendo ser considerado como o movimento médio em um sistema de referência corotacional com o pericentro do satélite externo (Murray e Dermott, 1999).

O argumento ressonante correspondente à equação (4.10) é

$$\varphi = (p + q)\lambda' - p\lambda - q\varpi' \quad (4.15)$$

O ângulo φ é a medida do deslocamento da longitude da conjunção em relação ao pericentro do satélite externo. O Sistema Solar tem vários exemplos de objetos que orbitam um corpo central e ambos estão presos em uma ressonância de movimento médio. Este tipo de ressonância também é conhecida como ressonância de dois-corpos, neste caso um ou mais argumentos da expansão da função perturbadora está librando, por exemplo, Plutão está em ressonância de movimento médio 3:2 com Netuno e o argumento do periélio de Plutão libra em torno de 90° (Levison e Stern, 1995).

No caso de Titã-Hipério, em que Titã está em uma ressonância 4:3 com Hipérion, de observações foi obtido que $\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$ libra em torno de 180° . A conjunção entre os dois satélites libra em torno do apocentro de Hipério.

4.2.2 Caos

O fenômeno conhecido como caos pode ser detectado em vários sistema dinâmicos, porém não há ainda uma definição universalmente aceita de caos (Murray e Dermott, 1999). Um sistema é dito determinístico quando o seu estado atual permite definir as condições de seus estados passado e futuro conhecendo todas as forças que agem sobre ele, ou seja, dado um estado inicial e as equações que descrevem tal sistema é possível calcular a configuração do

sistema em qualquer instante de tempo. Em um sistema caótico existe uma dependência em relação as condições iniciais, que faz com que um mesmo sistema com duas condições iniciais próximas apresentem configurações bastante diferentes depois de um determinado período de tempo. Sistemas caóticos são caracterizados pela extrema sensibilidade às condições iniciais e pela imprevisibilidade a longo prazo. Um objeto no Sistema Solar exhibe um movimento caótico se o seu estado dinâmico final é sensivelmente dependente do seu estado inicial (Murray e Dermott, 1999).

O movimento caótico também pode ser originário da sobreposição de ressonâncias adjacentes. Considerando o caso do Problema Circular Restrito de 3-corpos em que temos dois corpos com massas se movendo em órbitas circulares e coplanares ao redor do centro de massa comum e uma partícula de massa negligenciável, de tal modo que a partícula não afeta as duas massas embora seja afetada por elas, de acordo com a teoria de perturbações ressonantes desenvolvida em Murray e Dermott (1999) na vizinhança de uma ressonância existe uma separatriz bem definida e uma largura máxima para a ressonância. Em primeira aproximação neste trabalho é considerado um espaço de fase composto por uma sucessão de tais ressonâncias cada uma tratada isoladamente, assim são definidas expressões para o cálculo da largura máxima de libração de tais ressonâncias. Um exemplo são as ressonâncias interiores de primeira ordem da forma $p + 1 : p$. Cada ressonância tem uma separação bem definida em semi-eixo maior e conforme o perturbador se aproxima as separações entre ressonâncias adjacentes se tornam menores, chegando a um ponto onde elas começam a se sobrepor (Murray e Dermott, 1999).

Utilizando o Problema Circular Restrito de 3-corpos Wisdom (1980) mostrou que para pequenas excentricidades ($e \leq 0,15$) da partícula o ponto de sobreposição de ressonâncias é alcançado quando:

$$s_{sobre} \approx 0,51\mu_2^{-2/7} \quad (4.16)$$

em que $\mu_2 = \frac{m_2}{m_1+m_2}$, m_2 é a massa do perturbador secundário e m_1 é a massa do corpo central. Murray e Dermott (1999) fornecem a separação em semi-eixo maior do satélite perturbador, utilizando a terceira Lei de Kepler, pela equação:

$$\Delta a_{sobre} \approx 1,3\mu_2^{2/7} a' \quad (4.17)$$

em que a' é o semi-eixo maior do perturbador. É esperado que partículas na região $a' \pm \Delta a_{sobre}$ estejam em órbitas caóticas, sendo removidas da região devido a encontros próximos com o

corpo perturbador. Utilizamos a equação (4.17) quando calculamos a localização aproximada dos limites das regiões de caos de Nix e Hidra.

4.2.3 Órbitas girino e ferradura

O Problema Circular Restrito de 3-corpos não é integrável, porém é possível encontrar soluções particulares distintas. Elas podem ser encontradas buscando por pontos onde a partícula tem velocidade e aceleração nulas em um sistema girante, estes pontos são chamados pontos de equilíbrio do sistema.

Partículas de anéis, por exemplo, podem ser confinadas devido a perturbação de um satélite imerso no anel fazendo com que as partículas descrevam em um sistema girante uma órbita do tipo ferradura ou girino.

Dermott e Murray (1981a,1981b) apresentaram um estudo da dinâmica de órbitas do tipo girino e ferradura para o Problema Restrito de 3-corpos circular e elíptico utilizando métodos analíticos e numéricos. Em Dermott e Murray (1981a) são descritas as propriedades gerais de órbitas girino e ferradura. Foi mostrado que a trajetória da partícula em um sistema girante está relacionada a forma da curva de velocidade zero associada (as curvas de velocidade zero delimitam regiões onde o movimento da partícula é excluído).

As localizações dos pontos de equilíbrio foram mostradas por Murray e Dermott (1999) utilizando o Problema Circular Restrito de 3-corpos. Nesta seção apresentaremos considerações teóricas breves visando o entendimento da dinâmica de órbitas do tipo ferradura e girino.

Considerando o movimento de uma partícula de massa negligenciável se movendo sob os efeitos gravitacionais de dois corpos com massas m_1 e m_2 que estão em órbitas circulares ao redor de seu centro de massa comum e exercem uma força na partícula, a partícula não afeta as duas massas. No sistema de referência inercial ξ , η e ζ são os eixos do sistema centrado no centro de massa do sistema. O eixo ξ está ao longo de uma linha conectando m_1 a m_2 no tempo $t=0$, η é perpendicular a ξ , e ζ é perpendicular ao plano $\xi - \eta$. Assume-se que m_1 e m_2 tem separação constante e mesma velocidade angular ao redor um do outro e do centro de massa comum, que $m_1 > m_2$ e $\mu = \frac{m_2}{m_1+m_2}$, $\mu_1 = Gm_1 = 1 - \mu$ e $\mu_2 = Gm_2 = \mu$.

As equações do movimento da partícula são dadas por:

$$\ddot{\xi} = \mu_1 \frac{\xi_1 - \xi}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\xi_2 - \xi}{r_2^3} \quad (4.18)$$

$$\ddot{\eta} = \mu_1 \frac{\eta_1 - \eta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\eta_2 - \eta}{r_2^3} \quad (4.19)$$

$$\ddot{\zeta} = \mu_1 \frac{\zeta_1 - \zeta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\zeta_2 - \zeta}{r_2^3} \quad (4.20)$$

em que

$$r_1^2 = (\xi_1 - \xi)^2 + (\eta_1 - \eta)^2 + (\zeta_1 - \zeta)^2 \quad (4.21)$$

$$r_2^2 = (\xi_2 - \xi)^2 + (\eta_2 - \eta)^2 + (\zeta_2 - \zeta)^2 \quad (4.22)$$

A distância entre as duas massas é fixa (órbitas circulares) e a velocidade angular n (movimento médio) é fixa em torno do centro de massa, assim é interessante trabalharmos com um sistema girante (x, y, z) no qual as duas massas são fixas e o sistema gira no sentido anti-horário (positivo) a uma taxa constante n tendo a mesma origem do sistema inercial. No novo sistema as duas massas têm coordenadas $(x_1, y_1, z_1) = (-\mu_2, 0, 0)$ e $(x_2, y_2, z_2) = (\mu_1, 0, 0)$. Da equação (4.21) e (4.22) e das definições de μ_1 e μ_2 temos:

$$r_1^2 = (x + \mu_2)^2 + y^2 + z^2 \quad (4.23)$$

$$r_2^2 = (x - \mu_1)^2 + y^2 + z^2 \quad (4.24)$$

(x, y, z) são as coordenadas da partícula no sistema girante.

Através de matrizes de rotação é possível relacionar os dois sistemas. No novo sistema as acelerações podem ser escritas como o gradiente de uma função escalar U :

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (4.25)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (4.26)$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (4.27)$$

em que $U = U(x, y, z)$ é dado da forma:

$$U = \frac{n^2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \quad (4.28)$$

Vamos assumir que todo o movimento está confinado no plano $x - y$ e $n = 1$. Das equações (4.23) e (4.24) e usando o fato que $\mu_1 + \mu_2 = 1$, U pode ser escrito da seguinte forma:

$$U = \mu_1 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{r_1^2}{2} \right) + \mu_2 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{r_2^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \mu_1 \mu_2 \quad (4.29)$$

Para determinar as localizações dos pontos de equilíbrio devemos resolver as equações:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0 \quad (4.31)$$

usando $U = U(r_1, r_2)$ dada em (4.29). Após a resolução das derivadas parciais obtém-se que $r_1 = r_2 = 1$ no sistema de unidades considerado. Das equações (4.23) e (4.24), obtém-se:

$$x = \frac{1}{2} - \mu_2 \quad (4.32)$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4.33)$$

Temos que $r_1 = r_2 = 1$, logo cada um desses pontos definidos pelas equações formam um triângulo equilátero com massas μ_1 e μ_2 , sendo chamados de pontos de equilíbrio Lagrangianos triangulares (L_4 e L_5). Para $y = 0$ outra solução é obtida implicando que os pontos de equilíbrio estão dispostos no eixo x , estes são chamados pontos de equilíbrio lagrangianos colineares (L_1 , L_2 e L_3).

Além da determinação da quantidade de pontos de equilíbrio existentes em um sistema, também é importante determinar a estabilidade dos mesmos. A verificação da estabilidade dos pontos é feita analisando o movimento de uma partícula considerando um pequeno deslocamento de um ponto de equilíbrio, através da linearização das equações do movimento. A solução geral das componentes dos vetores velocidade e posição relativos ao ponto de equilíbrio envolvem uma combinação linear de termos da forma $e^{\lambda_j t}$, sendo λ um autovalor complexo. Para os pontos triangulares os autovalores são puramente imaginários o que resulta num movimento da partícula oscilatório, ela permanece na vizinhança do ponto de equilíbrio e o movimento é estável para $\mu_2 \leq 0,0385$ (Murray e Dermott, 1999). Para os pontos colineares os autovalores tem parte real e parte imaginária, assim há um crescimento exponencial nas variáveis X, Y, \dot{X} e \dot{Y} (X, Y denotam os pequenos deslocamentos) resultando num movimento da partícula se afastando do ponto de equilíbrio e no ponto ser linearmente instável.

Um esquema mostrando a localização dos pontos de equilíbrio é mostrado na figura (4.1) em que L_4 e L_5 são pontos de equilíbrio estáveis e L_1 , L_2 e L_3 pontos de equilíbrio instáveis.

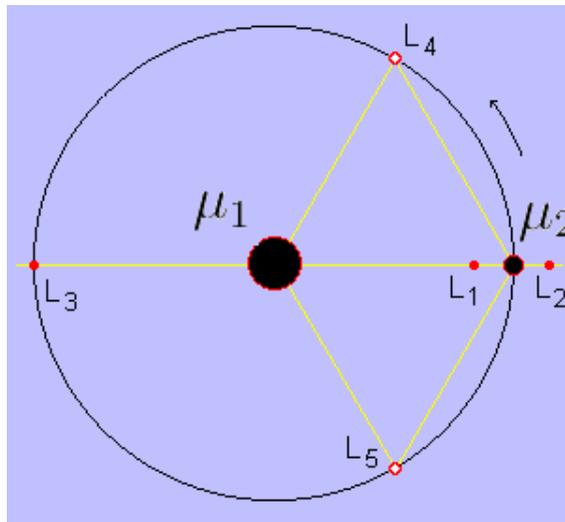


Figura 4.1: Localização dos pontos de equilíbrio lagrangianos, L_1 , L_2 , L_3 , L_4 e L_5 em relação as massas μ_1 e μ_2 .

Uma órbita é chamada de girino devido ao seu formato alongado ao redor dos pontos de equilíbrio estáveis L_4 e L_5 , e chamada de ferradura quando engloba os pontos L_3 , L_4 e L_5 . Esses formatos são visíveis em um sistema rotacional. Em um sistema rotacional a partícula libra em torno de 60° ou 300° (órbita girino) ou em torno de 180° (órbita ferradura).

A largura da região de órbitas de ferradura depende da razão de massa entre as massas do satélite e do planeta (μ) e do semi-eixo maior do satélite (a_{sat}). Dermott e Murray (1981a) fornecem a largura radial da região de ferradura dada pela equação:

$$\delta_r \approx 0,5\mu^{1/3}a_{sat} \quad (4.34)$$

Nix e Hidra possuem órbitas excêntricas, utilizando a equação (4.34) podemos calcular uma aproximação para a largura da região de ferradura desses corpos. Assim obtemos:

$$W_{hs(Nix)} = 1.680km \quad (4.35)$$

$$W_{hs(Hidra)} = 1.826km \quad (4.36)$$

Os limites para a região coorbital são $a_{sat} \pm \delta r$.

4.3 Resultados

4.3.1 Órbitas prógradas

Nosso sistema é formado por 5 corpos: Plutão (corpo central), Caronte, Nix e Hidra (corpos massivos) e partícula-teste. Realizamos as integrações numéricas utilizando o integrador Bulirsch-Stoer (Chambers, 1999). A distância Plutão-Caronte d foi tomada como unidade de distância, o plano orbital dos primários foi considerado o plano de referência e a linha que os conecta em $t = 0$ define um eixo de referência x . A razão de massa adotada $\mu = m_2/(m_1+m_2)=0,1166$ (Tholen et al., 2008), sendo m_1 a massa de Plutão e m_2 a massa de Caronte. As condições iniciais de Plutão, Caronte, Nix e Hidra foram extraídas das tabelas (3.1) e (3.2). Variamos os elementos orbitais iniciais das partículas testes da seguinte maneira:

- o semi-eixo maior a , medido em relação ao baricentro do sistema, assumiu valores de $\sim 2d$ (40.000 km) a $\sim 5d$ (100.000 km), com passo $\Delta a=0,005d$, em que $d = 19.570,3$ km;
- a excentricidade e assumiu valores de 0,0 a 0,20 com passo $\Delta e = 0,05$;
- assumimos que a linha dos nodos do plano orbital das partículas teste coincide com o eixo x no tempo $t = 0$, logo $\Omega = 0^\circ$;
- valores de ω foram escolhidos aleatoriamente entre 0° e 360° , $f = 0^\circ$ (anomalia verdadeira);
- $I = 0^\circ$ em relação ao plano orbital de Plutão-Caronte.

O sistema formado por Plutão, Caronte, Nix, Hidra e partículas foi integrado numericamente por um período de $\sim 10^5$ períodos do binário (T_{P-C}), ou 650.000 dias, com saída a cada 10.000 dias. No total foram integradas numericamente 303.505 partículas. A distância de ejeção adotada foi $10d$ ou ~ 200.000 km de Plutão, quando a distância da partícula a Plutão é maior que esse valor uma ejeção é detectada. Quando a distância entre a partícula e um satélite ou entre a partícula e o corpo central é menor que o raio desses corpos, uma colisão é detectada. No caso de colisão e ejeção a partícula é removida do sistema e as coordenadas de posição e velocidade são armazenadas. Os elementos orbitais acima referem-se a um sistema de referência baricêntrico, em que a massa do baricentro é dada pela massa de Plutão somada a massa de Caronte ($m_P + m_C$).

Realizamos integrações numéricas com a de 40.000 km a 100.000 km , pois resultados anteriores (Stern *et al.*, 1994 e Nagy *et al.*, 2006) mostraram que interações dinâmicas com Caronte tornam as órbitas das partículas com $a < 42.000 km$ instáveis. Além disso, o nosso objetivo é analisar as regiões de órbitas estáveis externas, próximas a Nix e Hidra. Optamos por obter aleatoriamente um conjunto de 101 valores para o argumento do pericentro das partículas teste, de modo que ficasse mais clara a visualização dos efeitos sofridos quando elas estivessem localizadas próximas ou nas posições de ressonância. Logo, para cada valor de a e e tínhamos um pequeno conjunto de partículas.

Como dissemos anteriormente, no pacote Mercury a integração numérica é realizada em relação a um referencial plutocêntrico, portanto através de um programa escrito em linguagem C, transformamos os elementos orbitais das partículas em um referencial baricêntrico para coordenadas de posição e velocidade no mesmo referencial. A seguir as coordenadas de posição e velocidade foram transladadas do referencial baricêntrico para um referencial plutocêntrico. Uma lista com estas coordenadas de posição e velocidade foi criada no arquivo small.in do pacote Mercury. Após realizadas as integrações numéricas, transformamos as coordenadas de posição e velocidade das partículas e de Nix e Hidra dos arquivos de saída em elementos orbitais em relação ao baricentro.

A figura (4.2) apresenta o semi-eixo maior em função da excentricidade para todas as partículas no tempo inicial ($t = 0$). Partículas com semi-eixo maior inicial entre 40.000 km e 60.000 km estão em vermelho, entre 60.000 km e 80.000 km estão em verde e entre 80.000 km e 100.000 km estão em azul.

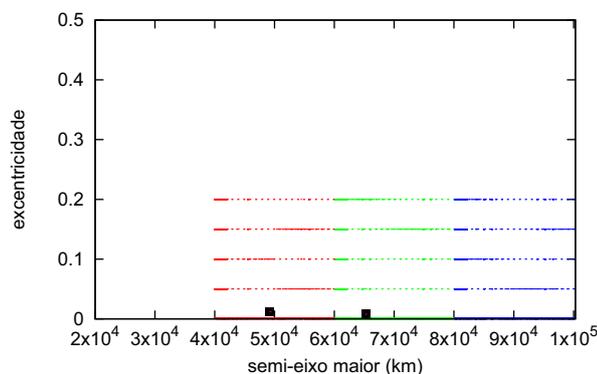


Figura 4.2: Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para o conjunto de partículas no tempo inicial $t=0$. Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em 49.240 km e 65.210 km , respectivamente.

A seguir apresentamos as grades (*a-e*) obtidas para $\sim 10^3 T_{P-C}$ (figura 4.3), $\sim 10^4 T_{P-C}$ (figura 4.4) e $\sim 10^5 T_{P-C}$ (figura 4.5).

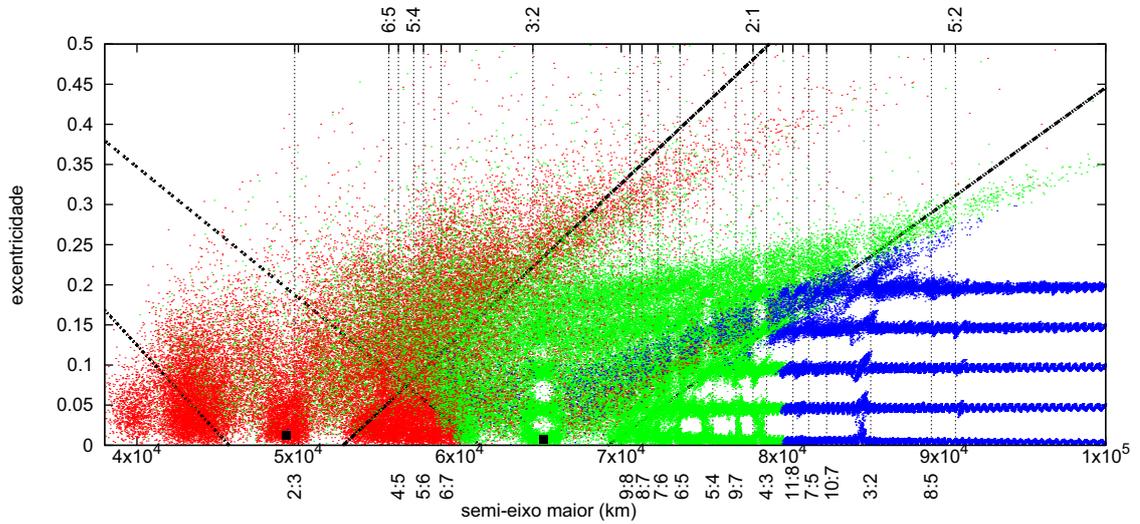


Figura 4.3: Semi-eixo maior (*km*) em função da excentricidade por um período de $\sim 10^3 T_{P-C}$ (10.000 dias). Nix e Hydra são indicados por pequenos quadrados pretos em 49.240 *km* e 65.210 *km*, respectivamente. A localização aproximada dos semi-eixo maiores ressonantes entre partícula-satélite Nix (parte superior) ou Hydra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas. As retas em preto são uma aproximação do limite da região de caos.

Na tabela (4.1) apresentamos as taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos.

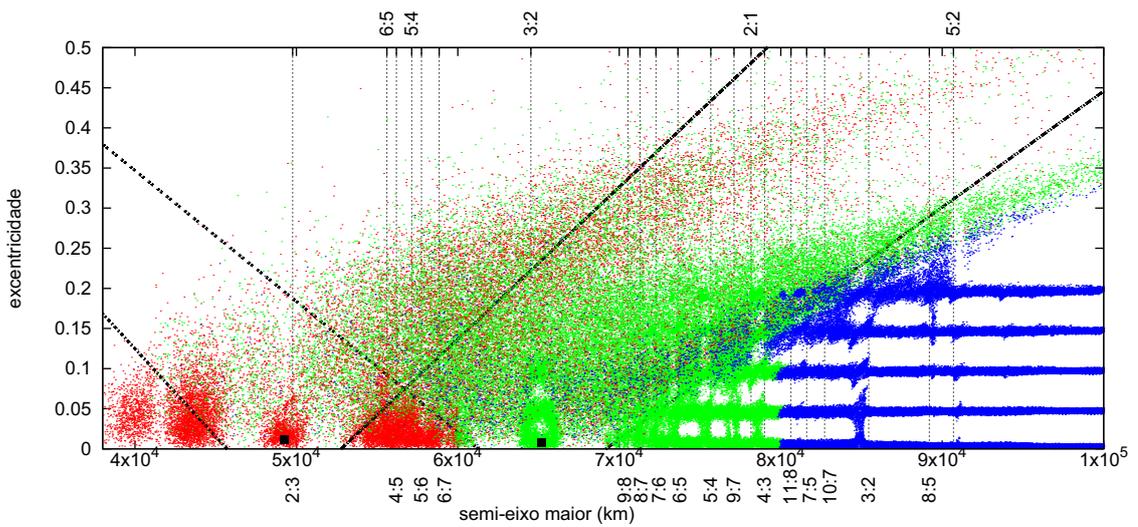


Figura 4.4: Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade por um período de $\sim 10^4 T_{P-C}$ (70.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente. A localização aproximada dos semi-eixos maiores ressonantes entre partícula-satélite Nix (parte superior) ou Hidra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas. As retas em preto são uma aproximação do limite da região de caos.

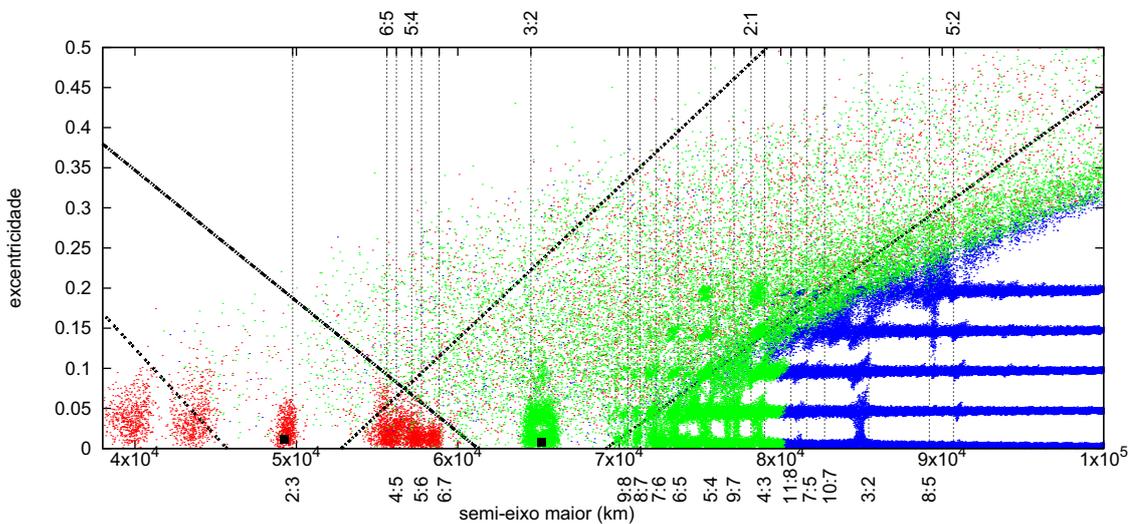


Figura 4.5: Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade por um período de $\sim 10^5 T_{P-C}$ (650.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente. A localização aproximada dos semi-eixos maiores ressonantes entre partícula-satélite Nix (parte superior) ou Hidra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas. As retas em preto são uma aproximação do limite da região de caos.

	Plutão	Caronte	Nix	Hidra	Total
colisão	0,70%	1,07%	7,39%	7,11%	16,27%
ejeção	-	-	-	-	32,74%
total					49,02%

Tabela 4.1: Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos para o tempo final de integração, 650.000 dias.

Aproximadamente 51% das partículas “sobreviveram” até o tempo final de integração, sendo que a maior parte das partículas que sobreviveram são indicadas nos gráficos por pontos em azul, após a órbita de Hidra, como pode ser verificado pelos valores das taxas de ejeção e colisão com os corpos massivos do sistema em função da localização inicial da partícula na tabela (4.2). Partículas com semi-eixo maior inicial entre 40.000 *km* e 60.000 *km* (em vermelho) constituem o conjunto 1, entre 60.000 *km* e 80.000 *km* (em verde) constituem o conjunto 2 e entre 80.000 *km* e 100.000 *km* (em azul) constituem o conjunto 3.

	conj. 1		conj. 2		conj. 3
colisão-Nix	17,18%	colisão-Hidra	15,81%	colisão-Hidra	0,84%
colisão-outros corpos	9,17%	colisão-outros corpos	5,49%	colisão-outros corpos	0,30%
ejeção	63,69%	ejeção	32,67%	ejeção	1,70%
total	90,03%	total	53,97%	total	2,85%

Tabela 4.2: Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos do sistema de Plutão para o tempo final de integração, 650.000 dias.

Nas grades (*a-e*) é possível ver os efeitos de Nix e e Hidra nas partículas. Os satélites “limpam” a região em torno deles, permanecendo somente partículas com semi-eixo maior próximo aos dos satélites (“coorbitais”) e com baixas excentricidades. Também vemos os efeitos causados nas partículas, aumento das excentricidades, quando estas tem um semi-eixo maior inicial próximo a uma ressonância $p + q : q$ em que q é a ordem da ressonância, dada pela fórmula para o corpo interno (Murray e Dermott, 1999):

$$a = \left(\frac{p}{p+q}\right)^{2/3} a' \quad (4.37)$$

em que a' é o semi-eixo maior do satélite, sendo similar para o corpo externo:

$$a = \left(\frac{p+q}{p}\right)^{2/3} a' \quad (4.38)$$

Para calcular as localizações dos semi-eixo maiores ressonantes entre partícula-satélite (Nix e Hidra) escrevemos um programa em C que nos forneceu esses valores utilizando as equações (4.37) e (4.38) para diferentes valores de q .

Pela análise das figuras (4.3), (4.4) e (4.5) vemos que as interações gravitacionais das partículas-teste com os corpos massivos do sistema podem causar um aumento na excentricidade e no semi-eixo maior destes pequenos corpos. Desta forma, estes corpos podem ser ejetados, colidir com Plutão ou com os seus satélites, ou ainda devido ao tempo de integração não ser suficiente para que umas das duas opções anteriores ocorra, como pode ser verificado nas figuras (4.3) e (4.4), os pequenos corpos podem ser espalhados pela região 1 (interior à órbita de Nix) e 2 (entre as órbitas de Nix e Hidra) se movendo em direção a região mais externa do sistema.

Em torno dos satélites Nix e Hidra foram identificadas regiões caóticas, os limites inferiores e exteriores dessas regiões são: $a = 45.698 \text{ km}$ e $a = 52.781 \text{ km}$ para Nix, e $a = 61.253 \text{ km}$ e $a = 69.167 \text{ km}$ para Hidra, respectivamente, para $e = 0$. As regiões de caos aumentam à medida que a excentricidade aumenta. Essas regiões têm a largura radial calculada através da equação (4.39) (Murray e Dermott, 1999).

$$\Delta a_{sobrep} = 1, 3\mu^{2/7} a' \quad (4.39)$$

em que a' é o semi-eixo maior do perturbador, $\mu = \frac{m}{m_P + m_C}$, sendo m , m_P e m_C as massas de Nix ou Hidra, Plutão e Caronte, respectivamente. Portanto, é esperado que partículas na região entre $2\Delta a_{sobrep}$ estejam em órbitas caóticas, tendo encontros próximos com o perturbador e sendo assim removidas da região. Temos,

$$\Delta a_{sobrep} Nix = 3.541, 5 \text{ km} \quad (4.40)$$

$$\Delta a_{sobrep} Hidra = 3.957 \text{ km} \quad (4.41)$$

portanto, os valores da largura da região de caos para Nix e Hidra são:

$$W_{ch(Nix)} = 7.083 \text{ km} \quad (4.42)$$

$$W_{ch(Hidra)} = 7.914km \quad (4.43)$$

Para valores de $e \neq 0$, calculamos os valores de r_a (raio orbital no apocentro) e r_p (raio orbital no pericentro), estes valores são representados pelas retas em preto delimitando a região de caos nas figuras (4.3), (4.4) e (4.5). Para $e = 0$, $r = a$.

$$r_a = a_f(1 + e) \quad (4.44)$$

$$r_p = a_i(1 - e); \quad (4.45)$$

em que a_i e a_f são:

$$a_i = a_{sat} - \Delta a_{sobrep} \quad (4.46)$$

$$a_f = a_{sat} + \Delta a_{sobrep} \quad (4.47)$$

Os resultados obtidos foram que até $\sim 10^5 T_{P-C}$ um conjunto de partículas permaneceu na região entre $\sim 38.000 \text{ km} \leq a \leq \sim 40.800 \text{ km}$ com $e \leq 0,1$. Partículas também permaneceram entre $\sim 42.300 \text{ km}$ a $\sim 44.400 \text{ km}$, para $e \leq 0,1$.

Na vizinhança de Nix e Hidra permaneceram conjuntos de partículas, $\sim 48.800 \text{ km} \leq a \leq \sim 49.800 \text{ km}$ e $\sim 64.000 \text{ km} \leq a \leq \sim 66.200 \text{ km}$, para $e \leq 0,1$. Entre os satélites Nix e Hidra, há uma região de partículas que permaneceram até o tempo final de integração com a variando entre $\sim 54.400 \text{ km}$ e $\sim 59.000 \text{ km}$, para $e < 0,073$. Partículas com excentricidades maiores que esse limite são espalhadas devido aos encontros próximos com Nix ou Hidra.

Partículas cujos semi-eixo maiores estão localizados próximos aos semi-eixo maiores ressonantes sofrem um aumento em suas excentricidades, este efeito pode ser facilmente visualizado para as partículas localizadas próximas a ressonância 3:2 com Hidra.

Na região próxima ao limite exterior de caos de Hidra, entre $\sim 69.700 \text{ km}$ e $\sim 71.800 \text{ km}$, há pequenos intervalos em semi-eixo maior onde partículas permaneceram até o final da integração para $e \leq 0,05$, estrutura que parece estar relacionada às ressonâncias de movimento médio entre partícula teste-Hidra. Para $a \geq 71.800 \text{ km}$ há uma região “estável” maior comparada com as regiões interior a Nix e entre Nix e Hidra, para $e = 0$. Um número maior de partículas permaneceram até o período final da integração numérica à medida que o seu semi-eixo maiores

umentavam, pois as perturbações gravitacionais causadas pelos corpos massivos do sistema passavam a ser menores.

Nas figuras apresentadas pode-se ver o efeitos gravitacionais causados pelos satélites Nix e Hidra nas partículas. Nagy *et al.* (2006) mostraram que entre as órbitas de Nix e Hidra haveria uma região estável com excentricidade máxima entre 0,17 e 0,31, dependendo do valor do semi-eixo maior. Como esperado nossos resultados mostraram que as regiões onde as partículas teste permaneceram após o período de integração é bem menor do que as apresentadas por Nagy *et al.* (2006). Além disso, nossos resultados mostraram que o tempo de vida da partícula está fortemente ligado à sua excentricidade inicial, partículas com excentricidade inicial maior que 0,05 são espalhadas principalmente nas regiões 1 e 2 em escalas de tempo menor, $\sim 10^3 T_{P-C}$. A diferença fundamental entre os dois estudos é o número de corpos utilizados nas integrações numéricas, 5 corpos sendo 4 corpos massivos e partícula (este estudo) e 3 corpos sendo 2 corpos massivos e partícula (Nagy *et al.*, 2006).

Stern *et al.* (1994) mostrou que para o caso planar entre aproximadamente 35.280 km e 47.040 km havia intervalos de órbitas estáveis e instáveis para um período de integração de $10^5 T_{P-C}$, e que após 47.040 km a região era estável, para $e = 0$. Mostramos que partículas permaneceram até o tempo final de integração entre $\sim 38.000 \text{ km} \leq a \leq \sim 40.800 \text{ km}$ e entre $\sim 42.300 \text{ km} \leq a \leq \sim 44500 \text{ km}$ para $e \leq 0,05$. Esses intervalos em semi-eixo maior obtidos estão dentro do fornecido por Stern *et al.* (1994), porém ele não se estende até 47.040 km, pois como foi discutido anteriormente partículas com semi-eixo maior inicial $> 45.698 \text{ km}$ estão dentro do limite interior da região de caos de Nix, permanecendo somente partículas coorbitais com este satélite para o período de $\sim 10^5 T_{P-C}$. A diferença fundamental entre os dois estudos também é o número de corpos utilizados nas integrações numéricas, 3 corpos sendo 2 corpos massivos e partícula em Stern *et al.* (1994).

Em nossos gráficos também é possível notar que na região próxima de Nix ocorre uma “limpeza” das partículas em escala de tempo menor do que na região próxima de Hidra. Favorecem esse acontecimento o fato de Nix ser mais massivo (88 km de diâmetro e $5,8 \times 10^{17} \text{ kg}$ de massa) do que Hidra (72 km de diâmetro e $3,2 \times 10^{17} \text{ kg}$ de massa) e o período de Nix ser menor (25,49 dias) do que o de Hidra (38,85 dias). Além disso, na região 1 os efeitos gravitacionais causados por Nix nas partículas faz com que suas excentricidades e semi-eixo maiores aumentem empurrando-as em direção a região externa e conseqüentemente em direção à Hidra. A região vizinha de Hidra recebe partículas da região 1 e partículas que estavam inicialmente

entre os dois satélites (região 2).

4.3.2 Partículas coorbitais

Considerando-se o problema de 3 corpos formado por baricentro, satélites Nix ou Hidra e partícula, os limites interiores e exteriores da região coorbital para o satélite Nix estão em $a = 48.400 \text{ km}$ e $a = 50.080 \text{ km}$, respectivamente, e para o satélite Hidra em $a = 64.297 \text{ km}$ e $a = 66.123 \text{ km}$, respectivamente. Vimos na figura (4.5) que permaneceram partículas de $\sim 48.800 \text{ km} \leq a \leq \sim 49.800 \text{ km}$ e $\sim 64.000 \text{ km} \leq a \leq \sim 66.200 \text{ km}$, para $e \leq 0,1$. Logo, concluímos que nossos resultados são próximos da largura de ferradura derivada para um sistema de 3 corpos.

A análise da localização das partículas através de grades ($a-e$) não informa o tipo de órbita das “sobreviventes”. O ângulo de libração (θ) da partícula foi obtido calculando o ângulo relativo entre uma linha que une a partícula ao corpo central (baricentro do sistema) e uma linha que une o corpo central ao satélite (Nix ou Hidra).

Selecionamos partículas que permaneceram na região de ferradura até o tempo final de integração e calculamos os seus respectivos ângulos de libração. Apresentamos nas figuras (4.6) a (4.11) o ângulo de libração das partículas em função do tempo por um período de 100 dias.

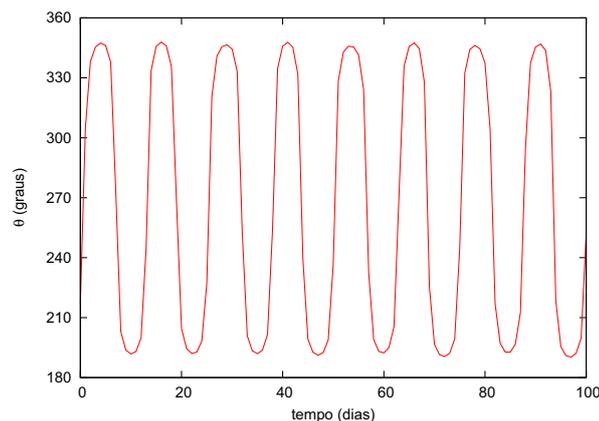


Figura 4.6: Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 49.100 km , θ apresenta uma variação de aproximadamente 155° .

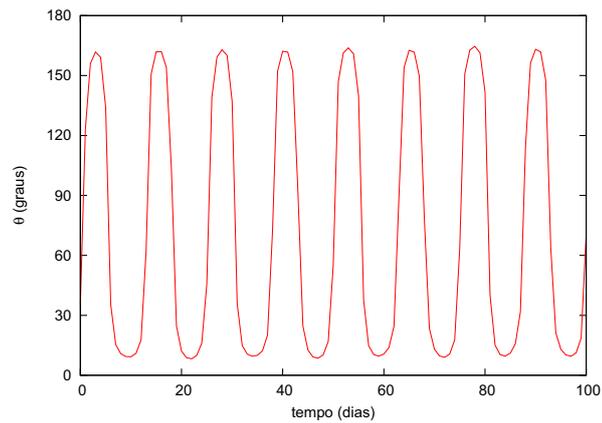


Figura 4.7: Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 49.200 *km*, θ apresenta uma variação de aproximadamente 153° .

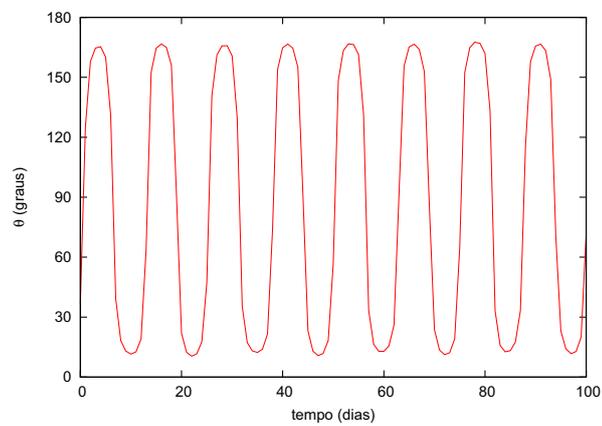


Figura 4.8: Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 49.300 *km*, θ apresenta uma variação de aproximadamente 155° .

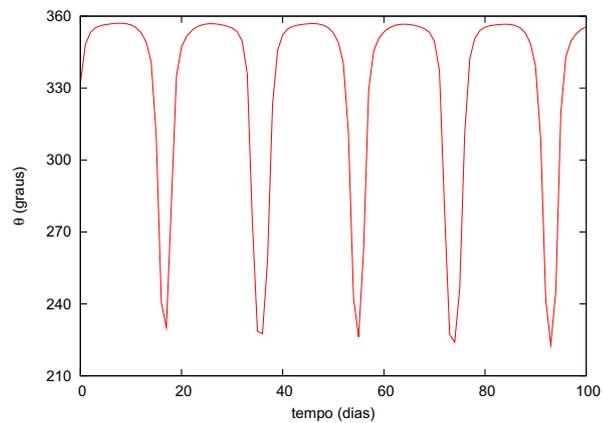


Figura 4.9: Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 65.100 *km*, θ apresenta uma variação de aproximadamente 134° .

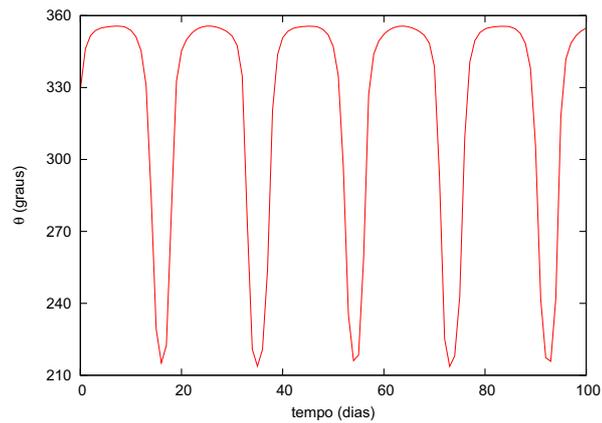


Figura 4.10: Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 65.200 km, θ apresenta uma variação de aproximadamente 140°.

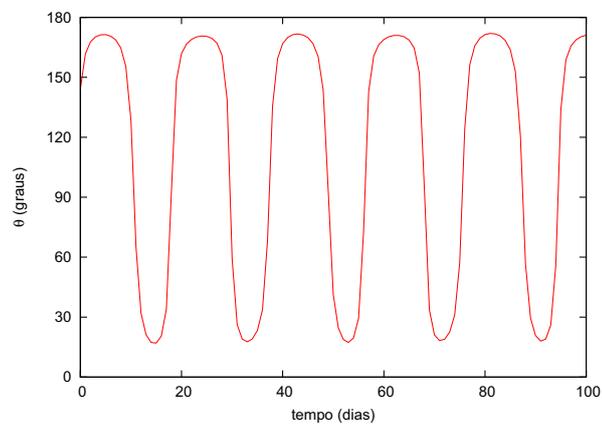


Figura 4.11: Partícula com semi-eixo maior inicial igual a 65.300 km, θ apresenta uma variação de aproximadamente 153°.

Vimos que as partículas selecionadas na região de ferradura de Nix ou de Hidra apresentaram o ângulo θ librando em torno de 60° ou 300° com grandes amplitudes.

4.3.3 Órbitas retrógradas

Simulamos numericamente um sistema formado por 5 corpos: Plutão (corpo central), Caronte, Nix e Hidra (corpos massivos) e partícula-teste. Realizamos as integrações numéricas utilizando o mesmo integrador e programas de conversão em C utilizados para as órbitas prógradas.

A distância Plutão-Caronte d foi tomada como unidade de distância, o plano orbital dos primários foi considerado o plano de referência e a linha que os conecta em $t=0$ define um eixo de referência x . A razão de massa adotada e as condições iniciais de Plutão, Caronte, Nix e Hidra também são iguais as utilizadas nas simulações numéricas de partículas em órbitas prógradas. Variamos os elementos orbitais iniciais das partículas-teste da seguinte maneira:

- o semi-eixo maior a , medido em relação ao baricentro do sistema, assumiu valores de $\sim 1,3d$ (25.000 km) a $\sim 5d$ (100.000 km), com passo $\Delta a = 0,005d$, $d = 19.570,3$ km;
- a excentricidade e assumiu valores de 0,0 a 0,20 com passo $\Delta e = 0,05$;
- assumimos que a linha dos nodos do plano orbital das partículas-teste coincidem com o eixo x no tempo $t = 0$, logo $\Omega = 0^\circ$. Adotamos $f = 0^\circ$ (anomalia verdadeira);
- ω assumiu os valores 0° , 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° e 315° .
- $I = 180^\circ$ em relação ao plano orbital de Plutão-Caronte.

A figura (4.12) apresenta o semi-eixo maior em função da excentricidade para todas as partículas no tempo inicial ($t = 0$).

O sistema formado por Plutão, Caronte, Nix, Hidra e partículas foi integrado numericamente por um período de $\sim 10^5$ períodos do binário (T_{P-C}), ou 650.000 dias, com saída a cada 10.000 dias. No total foram integradas numericamente 30.040 partículas. A distância de ejeção adotada foi $10d$ ou ~ 200.000 km de Plutão. Os elementos orbitais acima referem-se a um sistema de referência baricêntrico, em que a massa do baricentro é dada por $m_P + m_C$.

Apresentamos os diagramas semi-eixo maior em função da excentricidade ($a-e$) para três períodos de tempo, $\sim 10^3 T_{P-C}$ (10.000 dias) na figura (4.13), $\sim 10^4 T_{P-C}$ (70.000 dias) na figura a (4.14) e $\sim 10^5 T_{P-C}$ (650.000 dias) na figura (4.15).

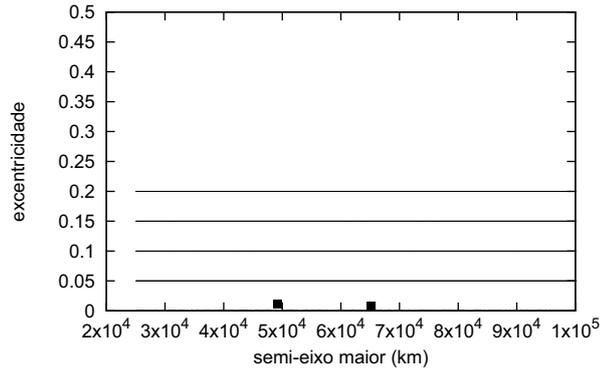


Figura 4.12: Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para o conjunto de partículas no tempo inicial $t=0$. Nix e Hydra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente.

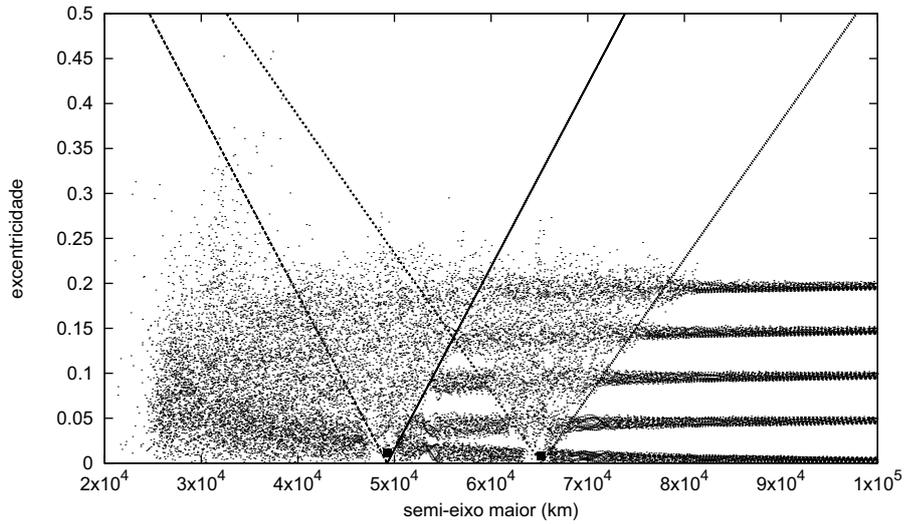


Figura 4.13: Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para um período de $\sim 10^3 T_{P-C}$ (10.000 dias). Nix e Hydra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente. As retas contínuas são uma aproximação dos limites das regiões colisionais.

O valores aproximados dos limites das regiões colisionais foram calculados através da equação que fornece o valor do raio do pericentro (equação 4.48) e do apocentro (equação 4.49), em que $a = a_{sat}$,

$$r_p = a(1 - e) \tag{4.48}$$

$$r_a = a(1 + e) \tag{4.49}$$

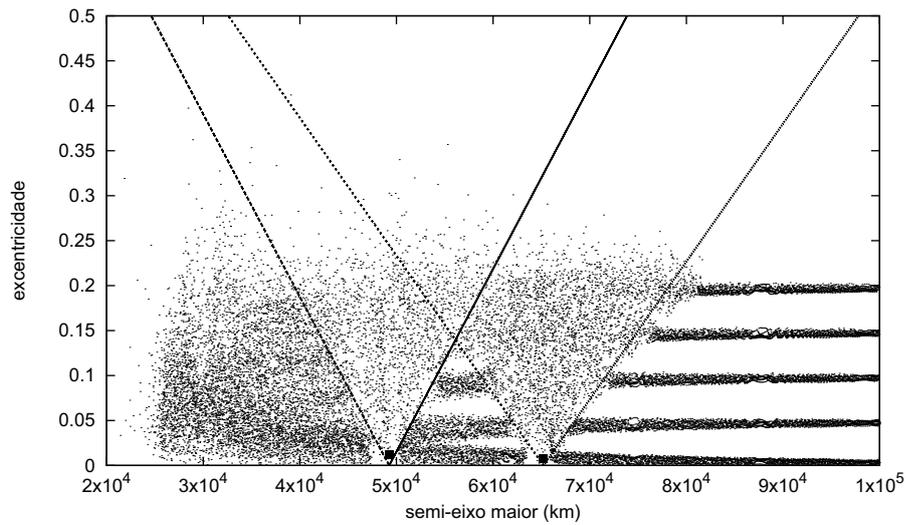


Figura 4.14: Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para um período de $\sim 10^4 T_{P-C}$ (70.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente. As retas contínuas são uma aproximação dos limites das regiões colisionais.

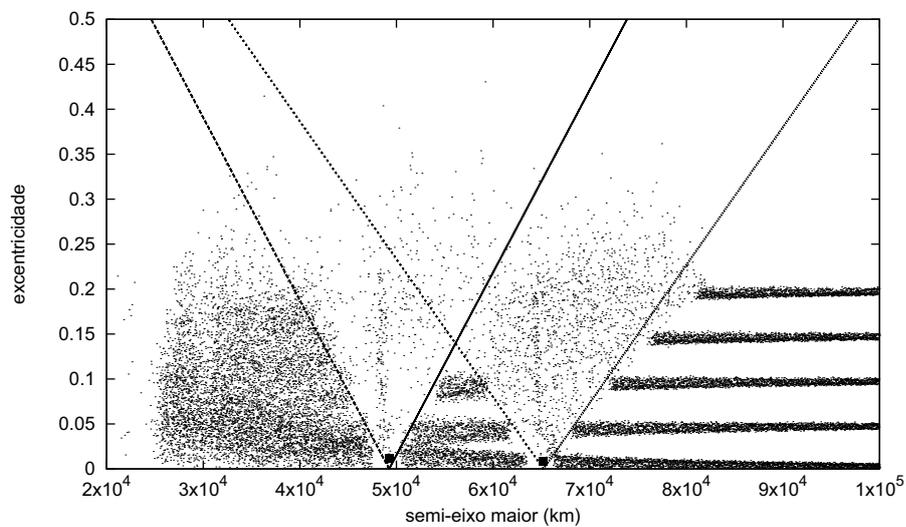


Figura 4.15: Semi-eixo maior (km) em função da excentricidade para um período de $\sim 10^5 T_{P-C}$ (650.000 dias). Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados pretos em $49.240 km$ e $65.210 km$, respectivamente. As retas contínuas são uma aproximação dos limites das regiões colisionais.

Nossos resultados (figuras de (4.13) a (4.15)) mostram que a região de órbitas estáveis é maior quando comparada com partículas em órbitas prógradas. Partículas próximas as órbitas

de Nix e Hidra (dentro das linhas que delimitam a região colisional) podem colidir com um dos satélites ou serem ejetadas, pois elas cruzam a órbita desses corpos resultando em uma região menos densa.

Até o tempo final de integração partículas permaneceram na região interna à órbita de Nix de 25.600 *km* até próximo ao limite interno da região colisional de Nix, porém sofreram um aumento em suas excentricidades alcançando valores de até 0,25. Partículas em órbitas estáveis permaneceram na região entre os limites das regiões colisionais (de 49.240 *km* a 65.210 *km*) quando $e = 0$ delimitada pelas retas inclinadas em preto nos gráficos, para excentricidades menores que 0,14, conforme obtido analiticamente pelas equações dos raios do pericentro e do apocentro.

Além da órbita de Hidra a região “estável” é maior do que a obtida para partículas em órbitas prógradas. Partículas com semi-eixo maiores iniciais maiores ou iguais a 66.500 *km* em órbitas circulares não foram ejetadas e não colidiram com os corpos massivos. Partículas com excentricidades maiores faz com que a borda interna da região em que partículas não colidem ou não são ejetadas se afaste de Hidra, por exemplo, para $e = 0,20$, o valor em semi-eixo maior em que as partículas permaneceram até $\sim 10^5 T_{P-C}$ é em $a = 81.500$ *km*.

Stern et al. (1994) determinou que o início da região estável é em 31.360 *km* para $e = 0$, enquanto que Nagy et al. (2006) para $0 \leq e \leq 0,20$ encontrou o valor de 33.320 *km*, sendo que para partículas em órbitas retrógradas a estabilidade não dependia de e . Em nosso estudo vemos que a excentricidade da partícula é importante, pois entre as órbitas de Nix e Hidra somente permaneceram partículas cujas excentricidades eram menores do que o valor obtido analiticamente de 0,14.

A seguir apresentamos na tabela (4.3) as taxas de colisão e ejeção das partículas para o tempo final de integração.

	Plutão	Caronte	Nix	Hidra	Total
Colisão	0,01%	0,37%	11,73%	11,39%	23,50%
Ejeção	-	-	-	-	2,09%
Total					25,58%

Tabela 4.3: Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos para o tempo final de integração, 650.000 dias.

A taxa total de colisões e ejeções para $I = 180^\circ$ é menor do que para $I = 0^\circ$, aproximada-

mente 26% e aproximadamente 49%, respectivamente. Porém para órbitas retrógradas a taxa de colisão com Nix e Hidra é maior do que a taxa de ejeção. A taxa de colisão com Nix e com Hidra são praticamente iguais para $I = 180^\circ$, aproximadamente 12% das partículas colidiram com cada um dos satélites, mesmo fato ocorreu com partículas em órbitas prógradas, sendo que aproximadamente 8% das partículas colidiram com cada um dos satélites.

No próximo capítulo apresentamos os resultados de uma análise feita na evolução orbital de Nix e Hidra após inserção de satélites hipotéticos com massa no sistema.

Capítulo 5

Evolução orbital de Nix e Hidra após a inserção de satélites hipotéticos no sistema

5.1 Introdução

Após a descoberta dos satélites Nix e Hidra surgiram questões sobre a possibilidade da existência de outros satélites no sistema de Plutão, aumentando assim o interesse em observar esse sistema. Análises de imagens obtidas com telescópios foram realizadas durante os últimos anos e foram fornecidos limites com relação a posição e tamanho desses possíveis “novos” satélites.

Um dos trabalhos mais recentes com o objetivo de detectar novos satélites foi realizado por Steffl et al. (2006). Com as imagens obtidas pelo Telescópio Espacial Hubble em 15 e 18 de maio de 2005 era possível detectar satélites considerando-os esféricos com tamanhos específicos em (*km*) apresentados na tabela (5.1). A tabela fornecida por Steffl et al. (2006) relaciona a distância para novos satélites de Plutão e seus diâmetros para dois valores distintos de albedo, um albedo como o de Caronte e um albedo como o de um núcleo cometário. Segundo Steffl et al. (2006) a existência de um satélite com diâmetro maior que 49,4 *km* na região entre 23.000 *km* e 69.000 *km* de distância projetada de Plutão é descartada com 90% de confiança, assumindo um albedo de 0,04.

Distância projetada de Plutão (<i>km</i>)	6.900-23.000	23.000-69.000	69.000-110.000	>110.000
Diâmetro máximo (<i>km</i>) ($\rho_v=0,38$)	37	16,0	11,7	9,3
Diâmetro máximo (<i>km</i>) ($\rho_v=0,04$)	115	49,4	36,1	28,6

Tabela 5.1: Limites para satélites adicionais com 90% de confiança considerando um albedo como o de Caronte (0,38) e um albedo comparável a um núcleo cometário (0,04). Adaptado de Steffl *et al.* (2006).

5.2 Resultados

Localizados nas regiões 1, 2 e 3, nosso objetivo é verificar quão massivo pode ser um satélite que induz um acréscimo de no máximo $\mathcal{O}(10^{-3})$ nos limites superiores das excentricidades de Nix e Hydra. Para o sistema formado por 4-corpos, Plutão, Caronte, Nix e Hidra, para o período de $\sim 10^5 T_{P-C}$ obtivemos que a excentricidade de Nix varia no intervalo [0,000118; 0,026649] e de Hydra no intervalo [0,000038; 0,017445].

Nesse conjunto de simulações numéricas inserimos satélites com diferentes massas em diferentes posições. Os satélites hipotéticos estavam inicialmente em órbitas circulares ao redor do baricentro do sistema e no mesmo plano dos primários. Foram variados 2 parâmetros em cada simulação numérica: o semi-eixo maior do satélite e seu raio com $\Delta r = 1 \text{ km}$. Os satélites são assumidos esféricos, com densidade igual a de Caronte, Nix e Hidra ($d=1,63 \text{ gcm}^{-3}$) (Tholen *et al.*, 2008). Em cada simulação tínhamos os 4-corpos do sistema de Plutão mais um satélite hipotético, todos os satélites foram inseridos no arquivo big.in do Pacote Mercury.

Estudamos a região localizada entre 40.000 *km* e 100.000 *km* com passo $\Delta a = 100 \text{ km}$. A linha que os conecta os primários em $t = 0$ define um eixo de referência x , assumimos que a linha dos nodos do plano orbital dos satélites hipotéticos coincidem com o eixo x no tempo $t = 0$, logo $\Omega = 0^\circ$. Inicialmente $\omega = 0^\circ$, $f = 0^\circ$. A inclinação adotada foi $I = 0^\circ$ em relação ao plano orbital de Plutão-Caronte. As condições iniciais de Plutão, Caronte, Nix e Hidra foram extraídas das tabelas (3.1) e (3.2).

As simulações numéricas foram realizadas por períodos $\sim 10^5 T_{P-C}$ (650.000 dias). Após cada simulação numérica os valores das excentricidades de Nix e Hidra foram verificados, e caso a inserção do satélite fizesse com que a excentricidade de Nix assumisse valores maiores ou iguais a 0,028 e de Hidra assumisse valores maiores ou iguais a 0,019, o satélite hipotético daquele tamanho e naquela posição era descartado. Desta maneira, estamos determinando quais tamanhos de satélites provocam uma variação nas excentricidades de Nix e Hidra de ordem

maior que 10^{-3} do valor nominal.

Na figura (5.1) apresentamos o limite superior em raio de um satélite hipotético em função de seu semi-eixo maior inicial, que causa somente uma variação negligenciável nos limites superiores das excentricidades de Nix e Hidra. Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados em vermelho. A localização aproximada dos semi-eixo maiores ressonantes entre satélite hipotético-Nix (parte superior) ou satélite hipotético-Hidra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas.

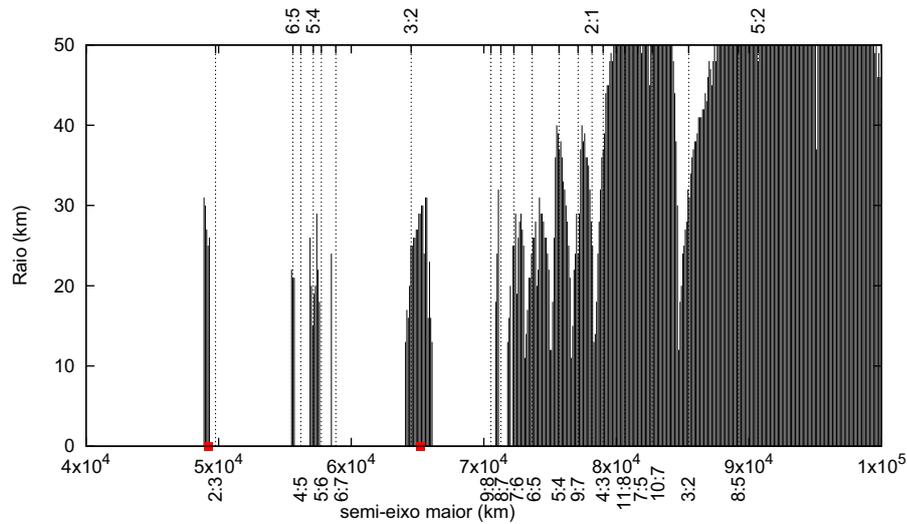


Figura 5.1: Limite superior em raio (km) de um satélite hipotético em órbita ao redor do baricentro do sistema, como função de seu semi-eixo maior inicial, que causa somente uma variação negligenciável nos limites superiores das excentricidades de Nix e Hidra da $\mathcal{O}(10^{-3})$. Nix e Hidra são indicados por pequenos quadrados em vermelho. A localização aproximada dos semi-eixo maiores ressonantes entre satélite hipotético-Nix (parte superior) ou satélite hipotético-Hidra (parte inferior) são indicadas por retas verticais tracejadas.

Na figura (5.1) apresentamos o limite superior em raio para satélites hipotéticos que estavam localizados inicialmente em um valor de semi-eixo maior em que todos os satélites inseridos não foram ejetados ou colidiram. Em outros valores de semi-eixo maior tivemos casos que satélites que provocavam uma variação considerável na excentricidade de Nix e Hidra não necessariamente eram os que tinham o maior diâmetro, sendo que nestes casos eles eram ejetados ou colidiam com os corpos massivos. Assim, estendemos a integração numérica de 650.000 dias de uma ordem 10, ou seja, para 6.500.000 dias

Nas figuras (5.2) e (5.3) apresentamos dois gráficos que mostram o raio do satélite pelo tempo de colisão ou ejeção. Os satélites localizados inicialmente em $a = 42.900 km$ com raios

1 km, 7 km, 9 km, 14 km e 24 km sobreviveram até 650.000 dias. Estendendo a integração numérica para 6.500.000 dias eles também colidiram ou foram ejetados do sistema. Satélites localizados inicialmente em $a = 58.800$ km com raios 2 km e 9 km também sobreviveram na integração inicial, porém foram removidos do sistema quando aumentamos o tempo final da integração numérica.

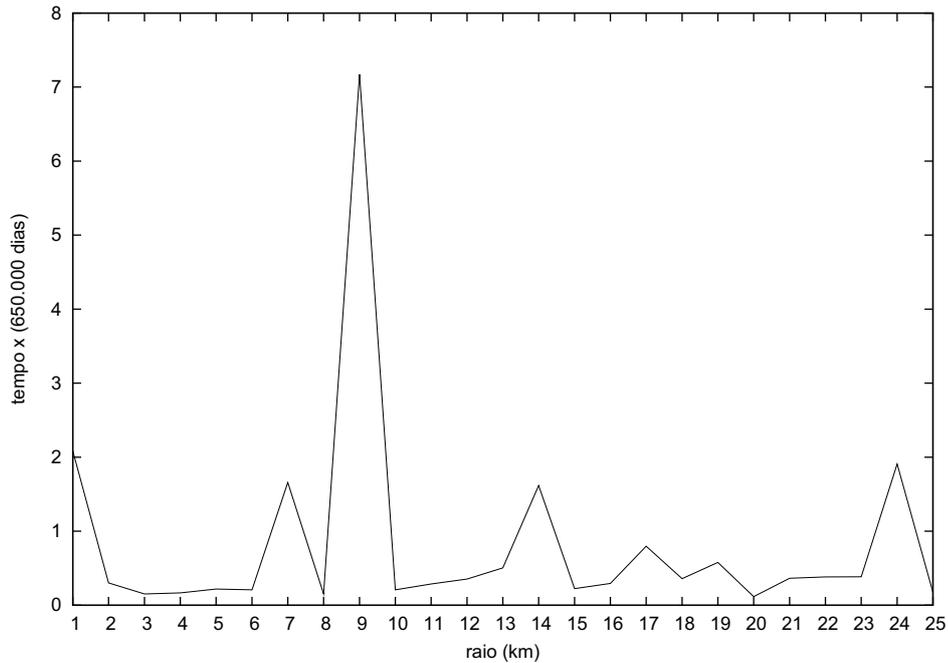


Figura 5.2: Raio do satélite hipotético (km) em função do tempo de colisão ou ejeção (x650.000 dias).

Os valores de semi-eixo maior apresentados na figura (5.1) em que todos os satélites inseridos permaneceram no sistema após 650.000 dias estão dentro dos limites das regiões “estáveis” fornecidos pela análise das grades ($a-e$) das partículas-teste na figura (4.5).

Através da análise da figura (5.1) vemos que satélites com raio até 31 km causam somente uma variação pequena nos limites superiores das excentricidades de Nix e Hidra. À medida que se afastam do baricentro satélites com tamanhos maiores são permitidos, chegando a 50 km de raio para valores de semi-eixo maior inicial igual ou superior a 80.000 km. Satélites hipotéticos localizados próximos aos semi-eixo maiores ressonantes são perturbados fazendo com que somente satélites com menores raios possam existir sem violar o limite das excentricidades, como por exemplo, acontece na ressonância 3:2 entre satélite hipotético-Hidra.

Dos limites fornecidos por Steffl et al. (2006), considerando um albedo comparável ao de um núcleo de um cometa ($\rho = 0,04$) satélites com raio até 24,7 km poderiam ser visualiza-

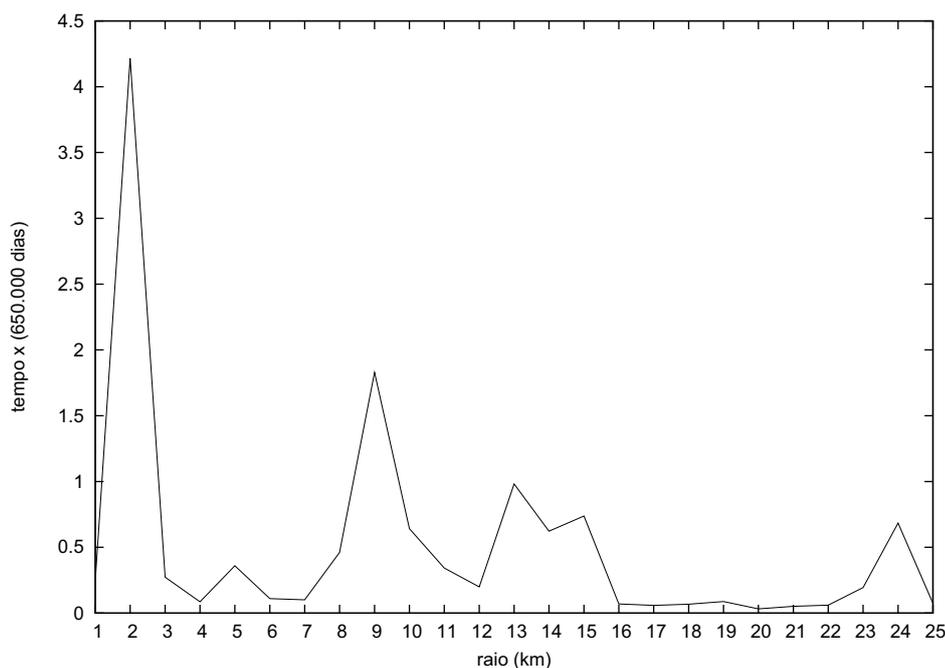


Figura 5.3: Raio do satélite hipotético (km) em função do tempo de colisão ou ejeção ($\times 650.000$ dias).

dos, para um albedo igual ao de Caronte ($\rho = 0,38$) este limite cai para $8 km$ na região de $23.000 km$ a $69.000 km$ de distância projetada de Plutão. Em nossas simulações numéricas verificamos que satélites menores que esses valores causaram somente uma pequena variação nas excentricidades de Nix e Hidra. Na região além de $69.000 km$ de distância projetada de Plutão Steffl et al. (2006) forneceu os valores de raios $5,85 km$ e $18,05 km$ que correspondem a albedos iguais a $(0,38)$ e $(0,04)$, respectivamente, como possíveis de serem por eles visualizados. Verificamos que nessa região também obtivemos que satélites com raios menores do que esses valores causam somente uma pequena variação nas excentricidades de Nix e Hidra.

Satélites hipotéticos localizados próximos a Nix e Hidra para os valores de raio mostrado na figura (5.1) fazem com que as variações em semi-eixo maior de Nix e Hidra sejam aumentadas. Neste trabalho analisamos somente a variação causada na excentricidade de Nix e Hidra, porém verificamos que é necessária uma análise do vetor posição para obtenção de limites superiores mais precisos, pois desta maneira a análise terá como parâmetros de decisão não somente a variação da excentricidade, mas também o efeito causado no semi-eixo maior dos satélites de Plutão. Com essa análise é possível que os limites superiores em raio dos satélites hipotéticos sejam diminuídos consideravelmente, principalmente na vizinhança destes corpos.

Capítulo 6

Efeitos da Pressão de Radiação Solar

6.1 Introdução

Corpos no espaço interplanetário não são apenas atraídos pelo Sol devido a gravitação solar, mas também são repelidos dele devido à pressão de radiação causada pelo momento que os fótons solares carregam (Burns et al., 1979).

A existência de um arrasto tangencial em partículas da ordem de *mícron* metros foi analisado por Robertson em 1937, este arrasto é tido como uma força dissipativa mais efetiva em partículas pequenas (micrométricas). A força exercida pelos fótons (radiação solar) em uma partícula, quando um feixe de energia incidente é interceptado pela partícula, é chamada de pressão de radiação solar.

A quantidade de energia por unidade de tempo interceptada por uma partícula que é um absorvedor perfeito, com seção geométrica transversal A , localizada em um ponto onde a densidade do fluxo de radiação é S é:

$$\Delta E = SA \quad (6.1)$$

As partículas quando atravessadas pelo feixe de radiação absorvem energia e são submetidas a uma transferência de momento linear, ao mesmo tempo elas experimentam uma força resultante na direção da fonte de emissão dada por:

$$\vec{F} = \frac{S \cdot A}{c} \hat{S} \quad (6.2)$$

em que c é a velocidade da luz no vácuo, \hat{S} é o versor que une a partícula a fonte de radiação (no caso o Sol). Esta expressão é válida para uma partícula perfeitamente absorvedora.

Burns et al. (1979) derivou uma expressão para a força resultante que é a soma das forças causadas pelo impulso exercido pelo feixe incidente e pela perda de momento em partículas perfeitamente absorvedoras, estas partículas perdem momento linear, porém suas massas são conservadas. A força resultante é dada por:

$$\vec{F} = m \dot{\vec{v}} \cong \left(\frac{SA}{c}\right) \left[\left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) \hat{S} - \frac{\vec{v}}{c} \right] \quad (6.3)$$

em que m é a massa da partícula, \vec{v} é o vetor velocidade da partícula, \dot{r} é a derivada primeira do vetor posição em relação ao tempo. A parte da equação (6.3) dependente da velocidade é chamada de Arrasto de Poynting-Robertson (P-R) e a parte independente da velocidade é chamada de Pressão de Radiação (R-P) por Burns et al. (1979).

A expressão da força de pressão de radiação solar é generalizada para também ser aplicada para partículas que espalham, absorvem e transmitem luz, quando é inserido o coeficiente Q_{pr} . Este coeficiente é adimensional e está relacionado às taxas de absorção, espalhamento e reemissão de energia pela partícula (Burns et al., 1979), dado pela equação (6.4).

$$Q_{pr} \equiv Q_{abs} + Q_{esp}(1 - \langle \cos\alpha \rangle) \quad (6.4)$$

em que Q_{abs} e Q_{esp} são definidos como os coeficientes de absorção e espalhamento da luz (coeficientes da Teoria de Mie (Mignard, 1984)) e $\langle \cos\alpha \rangle$ é um fator de assimetria.

A expressão derivada por Burns et al. (1979) incluindo o Q_{pr} é:

$$\vec{F} = m \dot{\vec{v}} \cong \left(\frac{SA}{c}\right) Q_{pr} \left[\left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) \hat{S} - \frac{\vec{v}}{c} \right] \quad (6.5)$$

para $Q_{pr} = 1$ a expressão da força se reduz à equação (6.3), ou seja, para partículas que são perfeitamente absorvedoras.

Os efeitos esperados nos movimentos das partículas são: sob os efeitos do arrasto de P-R o semi-eixo maior da partícula decairá até que ocorra uma colisão com o planeta, fazendo com seu movimento seja espiralado em direção ao planeta; sob os efeitos da pressão de radiação a excentricidade da partícula oscilará.

Quando o Q_{pr} é conhecido a pressão de radiação solar pode ser calculada pela equação (6.5), Burns et al. (1979) fornece um parâmetro (β) que mostra como a órbita atual diferencia-se da órbita não perturbada devido à ação da pressão de radiação. Para isto é assumido que F_G e F_r são as forças gravitacionais e de radiação que atuam sobre grãos no meio solar, e considera uma partícula com raio r e densidade ρ localizada a uma distância R do Sol, assim temos que:

$$F_G = GM \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\rho}{R^2} \quad (6.6)$$

$$F_r = \frac{S \pi r^2}{c} Q_{pr} = \frac{L}{4\pi R^2} \frac{\pi r^2}{c} Q_{pr} \quad (6.7)$$

em que $S = L/(4\pi R^2)$ é a densidade do fluxo de radiação na distância R , M é a massa solar, L é a luminosidade e G é a constante gravitacional. As duas forças decaem com o quadrado inverso da distância ao Sol (R^2), então a razão F_r/F_G depende somente de propriedades da partícula, esta razão é definida como sendo β .

$$\beta = \frac{F_r}{F_G} = \frac{3L}{16\pi GMc} \frac{Q_{pr}}{\rho r} = 5,7 \times 10^{-5} \frac{Q_{pr}}{\rho r} \quad (6.8)$$

em que ρ e r devem ser dados em unidades *cgs*.

Um gráfico do parâmetro β como função do tamanho da partícula para três materiais abundantes (grafite, ferro e basalto) e dois padrões de comparação foi apresentado em Burns et al. (1979).

6.2 Pressão de Radiação Solar para o caso planetocêntrico

A análise das consequências dinâmicas do Arrasto de Poynting-Robertson em órbitas de partículas planetocêntricas foi realizada por Burns et al. (1979), neste caso levou-se em conta o fato de que elas nem sempre estão no mesmo plano orbital do planeta. Considerando este detalhe a abordagem recorreu à mecânica celeste vetorial. Em termos de vetores da figura (6.1) temos que $\vec{a} = a\hat{a}$ e $\vec{b} = a(1 - e^2)^{1/2}\hat{b}$.

Allan (1962) mostrou que $\vec{r} = \vec{a}(\cos E - e) + \vec{b} \operatorname{sen} E$, logo a derivada primeira de \vec{r} em relação ao tempo é:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{E}(-\vec{a} \operatorname{sen} E + \vec{b} \cos E) \quad (6.9)$$

em que E é a anomalia excêntrica. Temos que $r = a(1 - \cos E)$ e $nt = E - e \operatorname{sen} E$, logo $\dot{E} = na/r$, em que n é o movimento médio da partícula. Desta maneira, a parte dependente da velocidade da equação (6.5) pode reescrita substituindo $\dot{\vec{r}}$ (Burns et al. (1979):

$$\vec{F}_{P-R} = -\frac{SA}{c^2} Q_{pr} [(\hat{r} \cdot \hat{S})\hat{S} - \dot{\vec{r}}] \quad (6.10)$$

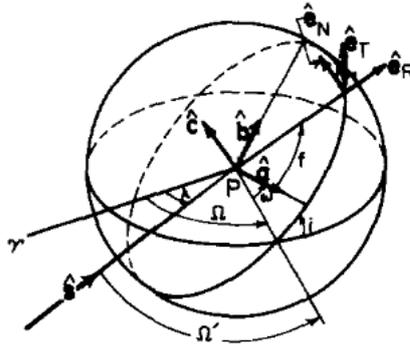


Figura 6.1: Círculo unitário centrado no planeta. I é a inclinação do plano da órbita da partícula em relação ao plano orbital do planeta. Ω , ω , γ , f são as variáveis usuais. \hat{a} é o versor na direção planeta-pericentro da órbita da partícula, \hat{b} é perpendicular a \hat{a} , $\hat{c} = \hat{a} \times \hat{b}$ e é paralelo ao vetor \hat{e}_N . Os versores radial, transversal e normal localizados na partícula com anomalia verdadeira f são \hat{e}_R , \hat{e}_T e \hat{e}_N , respectivamente. O movimento solar é dado por $\lambda = n_s t$. (Adaptado de Burns et al., 1979).

Através da taxa de mudança da energia da órbita de uma partícula circumplanetária dada por $\dot{E} = \vec{F}_{P-R} \cdot \dot{\vec{r}}$ e da variação do elemento orbital a escrita em termos da energia orbital e do momento angular por unidade de massa, Burns et al. (1979) derivou uma expressão (6.11) que fornece o tempo em anos que uma partícula circumplanetária com $I = 0^\circ$, densidade ρ , raio r , leva para colidir com o planeta.

$$\tau_{P-R} = 9,3 \times 10^6 R^2 \rho r / Q_{pr} \quad (6.11)$$

em que ρ e r devem estar em unidades cgs e R é a distância heliocêntrica do planeta ao Sol em UA.

Além da atração gravitacional exercida pelo planeta uma partícula também pode sofrer os efeitos da radiação solar, como dissemos anteriormente. Mignard (1984) fornece a expressão vetorial da pressão de radiação solar (equação 6.12), considerando o fluxo solar constante, ou seja, qualquer pequena variação da distância partícula-Sol é negligenciada, a órbita do planeta é circular e a sombra do planeta não é considerada.

$$\vec{F} = \frac{SA}{c} Q_{pr} \left\{ \frac{\vec{r}_{sp}}{r_{sp}} \left[1 - \frac{\vec{r}_{sp}}{r_{sp}} \left(\frac{\vec{v}_p}{c} + \frac{\vec{v}}{c} \right) \right] - \left(\frac{\vec{v}_p}{c} + \frac{\vec{v}}{c} \right) \right\} \quad (6.12)$$

em que \vec{v} vetor velocidade da partícula em relação ao planeta, \vec{r}_{sp} é vetor posição Sol-planeta

e $r_{sp} = |\vec{r}_{sp}|$, \vec{v}_p é a velocidade orbital do planeta. As duas componentes da pressão de radiação solar agem simultaneamente.

Considerando o sistema de referência com origem no centro do planeta, sendo n_s constante assim como o fluxo solar, podemos separar a equação (6.12) em três componentes F_x , F_y e F_z em um sistema cartesiano inercial para uma partícula que tem uma órbita ao redor do planeta com obliquidade (γ), ângulo entre o plano Sol-planeta e o plano do equador do planeta como fornecido em Sfair e Giuliatti Winter (2009).

$$F_x = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} [\cos(n_s t) - (\frac{x_s}{r_{sp}})^2 (\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c}) - (\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c})] \quad (6.13)$$

$$F_y = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} [\cos(\gamma) \text{sen}(n_s t) - (\frac{y_s}{r_{sp}})^2 (\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c}) - (\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c})] \quad (6.14)$$

$$F_z = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} [\text{sen}(\gamma) \text{sen}(n_s t) - (\frac{z_s}{r_{sp}})^2 (\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c}) - (\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c})] \quad (6.15)$$

em que $\vec{v}_p = (v_{xs}, v_{ys}, v_{zs})$ são as componentes da velocidade do planeta ao redor do Sol, $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ são as componentes da velocidade da partícula ao redor do planeta, $\vec{r}_{sp} = (x_s, y_s, z_s)$ são as componentes do vetor posição Sol-planeta, G é a constante gravitacional, M_s e n_s são a massa e o movimento médio do Sol.

Separando as equações (6.13), (6.14) e (6.15) nas componentes correspondentes ao Arrasto de Poynting-Robertson e a Pressão de Radiação temos:

$$F_x = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \cos(n_s t) \quad (6.16)$$

$$F_y = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} [\cos(\gamma) \text{sen}(n_s t)] \quad (6.17)$$

$$F_z = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} [\text{sen}(\gamma) \text{sen}(n_s t)] \quad (6.18)$$

componentes da pressão de radiação, e

$$F_x = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} [-(\frac{x_s}{r_{sp}})^2 (\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c}) - (\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c})] \quad (6.19)$$

$$F_y = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} [-(\frac{y_s}{r_{sp}})^2 (\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c}) - (\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c})] \quad (6.20)$$

$$F_z = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[-\left(\frac{z_s}{r_{sp}}\right)^2 \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c}\right) - \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c}\right) \right] \quad (6.21)$$

componentes do Arrasto de Poynting-Robertson.

Neste trabalho fizemos uma análise preliminar dos efeitos da pressão de radiação solar em partículas micrométricas localizadas na região externa do sistema de Plutão, nosso objetivo é analisar a evolução orbital dessas partículas sob o efeito da pressão de radiação solar e verificar se ela é importante neste caso, já que Plutão está distante do Sol a uma distância média de 39.482 UA.

6.3 Resultados

As partículas foram colocadas em órbitas no equador de Plutão, o ângulo γ entre o plano Sol-planeta e o equador do planeta é $119,61^\circ$, por isso a abordagem neste trabalho é tridimensional.

Simulamos numericamente um conjunto de partículas localizadas inicialmente na região entre Nix e Hidra, de 50.000 km a 60.000 km de Plutão, em um sistema formado somente por Plutão e partículas. As partículas estavam inicialmente em órbitas circulares ($e = 0$) e equatoriais ($I = 0^\circ$) ao redor do planeta.

Inicialmente consideramos os efeitos da pressão de radiação e do Arrasto de Poynting-Robertson isoladamente, no final foram analisados os efeitos das duas componentes nas partículas. Os tamanhos de raios das partículas escolhidos foram $1 \mu m$, $3 \mu m$, $5 \mu m$ e $10 \mu m$. Para cada um dos tamanhos simulamos um conjunto com 10 partículas com semi-eixo maior inicial aleatoriamente distribuído na região de 10.000 km . Os outros elementos orbitais são: $M = 0$ e $\varpi = 0$. Esse conjunto de partículas é chamado de conjunto 1.

Para realização das integrações numéricas utilizamos o Bulirsh-Stoer (Chambers, 1999), com modificações feitas por Décio Mourão e Rafael Sfair, para incluir a pressão de radiação solar descritas nas equações de (6.13) a (6.15). Não foi considerado nenhum valor estimado para o achatamento de Plutão já que este não é conhecido. A integração foi realizada por um período de 1.000 anos.

Foi assumido que Plutão está em órbita circular ao redor do Sol, logo n_s , assim como o fluxo solar, são constantes. Os parâmetros de Plutão como o raio e a massa foram extraídos de Tholen et al. (2008), e o semi-eixo maior em (UA) foi extraído de Murray e Dermott (1999).

Quando a distância entre a partícula e o planeta for menor que o raio do planeta uma colisão é detectada, neste caso a partícula é removida do sistema.

Na figura (6.2) apresentamos os resultados das simulações numéricas para 4 tamanhos de partículas, com condições iniciais idênticas sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson. Essas partículas têm seus semi-eixo maiores diminuídos devido à perda de energia.

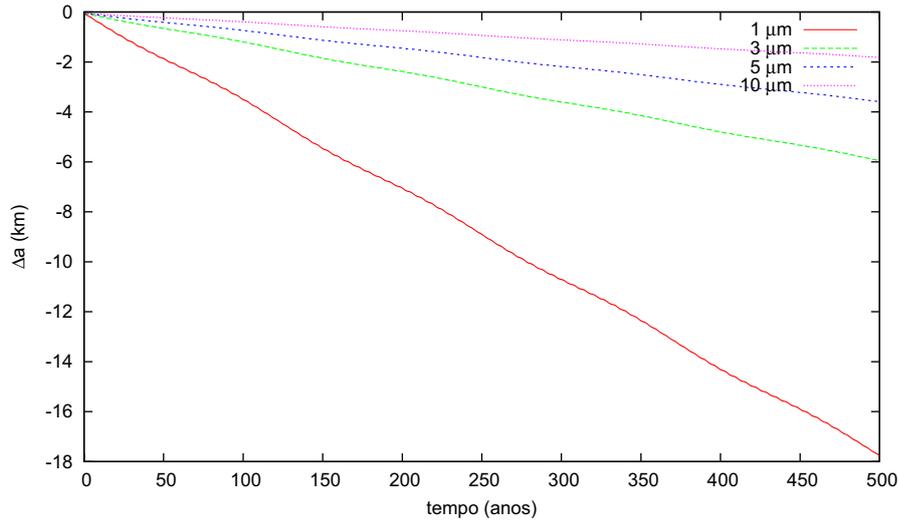


Figura 6.2: Evolução temporal do semi-eixo maior (km) de partículas com raios $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$, $10\mu m$ sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson. $\Delta a = 0$ corresponde ao semi-eixo maior inicial da partícula.

Partículas menores apresentam um tempo de decaimento menor. De acordo com a figura (6.2) partículas com raio igual a $1\mu m$ decaem $\sim 18 km$ em 500 anos e partículas com raio igual a $10\mu m$ decaem $\sim 2 km$ em 500 anos. Com relação a excentricidade, como esperado o Arrasto de P-R não altera de maneira significativa sua evolução temporal, como pode ser visualizado na figura (6.3), a partícula de $1\mu m$ assume o maior valor para excentricidade em $e = 0,0014$.

Através da equação (6.11) podemos calcular uma estimativa do tempo de decaimento das partículas em órbita ao redor de Plutão sob o efeito do Arrasto de Poynting-Robertson. Consideramos em nossas simulações numéricas $Q_{p-r} = 1$, ou seja, um material ideal e $\rho = 1gcm^{-3}$. Temos para partículas de $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$ e $10\mu m$ de raio, os seguintes tempos estimados de decaimentos: $\tau_{p-r} = 1,45 \times 10^6$ anos, $\tau_{p-r} = 4,35 \times 10^6$ anos, $\tau_{p-r} = 7,25 \times 10^6$ anos, $\tau_{p-r} = 1,45 \times 10^7$ anos, respectivamente.

Uma extrapolação do decaimento mostrado na figura (6.2) mostra que as partículas colidem com Plutão em $1,47 \times 10^6$ anos, $2,96 \times 10^6$ anos, $5,92 \times 10^6$ anos e $1,47 \times 10^7$ anos, para

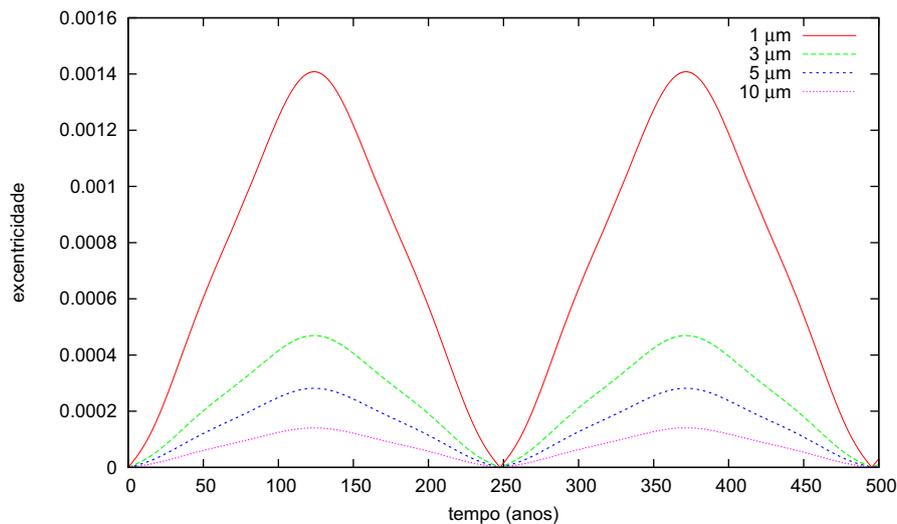


Figura 6.3: Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$, $10\mu m$ sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson.

os valores de $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$ e $10\mu m$ de raio, respectivamente. Desta maneira, verificamos que nossos resultados estão de acordo com os valores obtidos através da equação de Burns et al. (1979).

As mesmas condições iniciais para as partículas e para Plutão foram utilizadas para verificar os efeitos da Pressão de Radiação. Na figura (6.4) apresentamos os resultados das simulações numéricas para os 4 tamanhos de partículas considerados.

Como esperado o efeito da Pressão de radiação é menor para partículas maiores, as partículas de $1\mu m$ colidiram com o planeta em no máximo 1,77 anos, enquanto que as partículas de $3\mu m$ colidiram com o planeta em no máximo 5,32 anos. Partículas de $5\mu m$ colidiram com o planeta em no máximo 9 anos. As partículas maiores, com $10\mu m$ de raio não colidiram, embora suas excentricidades tenham aumentado para valores maiores que 0,90. Com relação ao semi-eixo maior, como esperado a Pressão de radiação não causa efeitos significativos em sua evolução temporal para as partículas que sobreviveram, obtendo no máximo uma variação de aproximadamente 215 km durante o período integrado, figura (6.5).

A figura (6.6) foi obtida utilizando-se uma maneira apresentada por Hamilton e Krikov (1996) para obter parâmetros que descrevem a magnitude da perturbação causada pela maré solar (A), pela pressão de radiação (C) e pelo achatamento (W), no nosso caso só teremos (A) e (C). A comparação entre a magnitude de cada força perturbadora é feita utilizando parâmetros

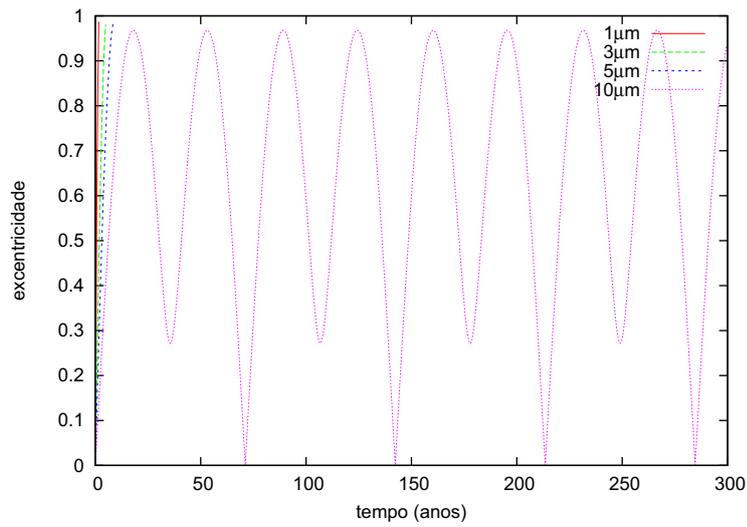


Figura 6.4: Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$, $10\mu m$ sob os efeitos da Pressão de Radiação.

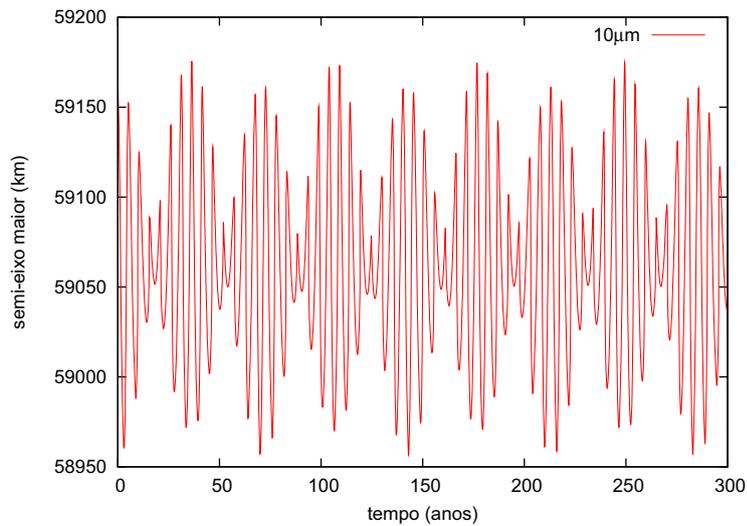


Figura 6.5: Evolução temporal do semi-eixo maior (km) de uma partícula de $10\mu m$ de raio sob os efeitos da Pressão de Radiação.

adimensionais que dependem do semi-eixo maior da partícula e também de propriedades físicas do grão de poeira e do planeta.

O parâmetro (A) é definido como:

$$A \equiv \frac{3 n_s}{4 n} \quad (6.22)$$

em que n é o movimento médio da partícula e n_s é o movimento médio do planeta ao redor do Sol.

A razão da força de radiação pela força gravitacional do planeta em uma órbita circular a uma distância a é:

$$\sigma = \frac{3}{4} Q_{pr} \frac{F_s a^2}{GM c \rho r} \quad (6.23)$$

em que F_s é o fluxo solar na distância heliocêntrica do planeta, r é o raio da partícula, ρ é a densidade do material da partícula, GM é a constante gravitacional do planeta, c é a velocidade da luz no vácuo. Utilizando a definição de σ , o parâmetro C é dado por:

$$C \equiv \frac{3}{2} \frac{n}{n_s} \sigma \quad (6.24)$$

Os parâmetros A e C foram calculados para partículas de poeira de $\rho = 1 \text{ g cm}^{-3}$ e raios iguais a $1 \mu\text{m}$, $3 \mu\text{m}$, $5 \mu\text{m}$ e $10 \mu\text{m}$, apresentados na figura (6.6).

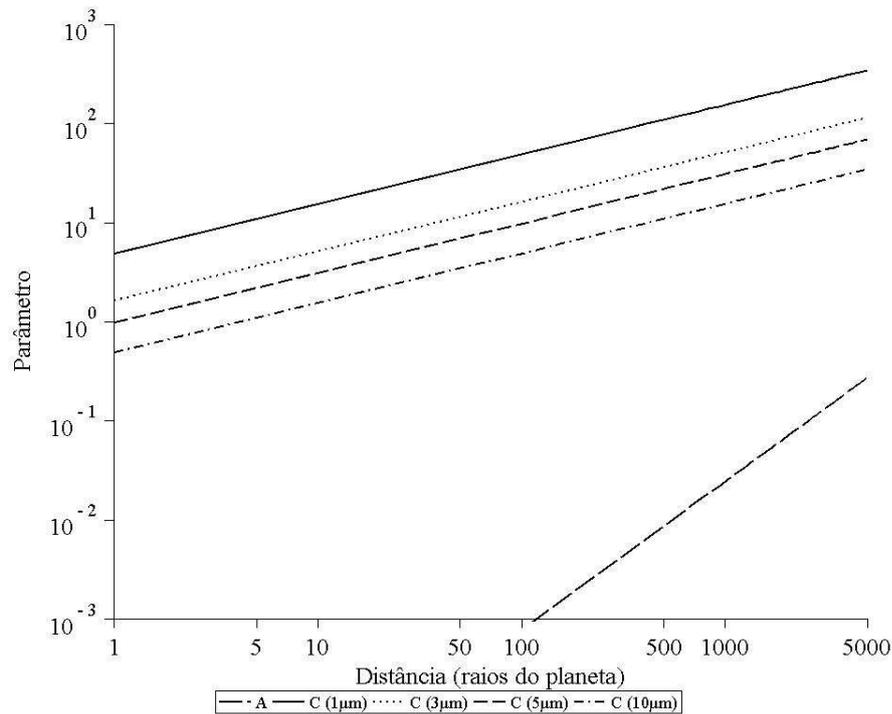


Figura 6.6: Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação).

Como pode ser visto na figura (6.6) a maré solar (A) é relevante para partículas localizadas a uma distância maior que 100 raios do planeta (R_p), enquanto que a pressão de radiação é rele-

vante na região em que inserimos as partículas, entre $\sim 44R_p$ e $\sim 53R_p$, atuando mais fortemente em partículas menores, conforme verificamos numericamente.

Na figura (6.6) vemos que partículas localizadas mais distantes do planeta sofrem mais os efeitos da pressão de radiação, ocorrendo o contrário para partículas localizadas mais próximas. Desta maneira, selecionamos um conjunto de 20 partículas de $1\mu m$ distribuídas aleatoriamente de $18R_p$ a $40R_p$, ou seja, na região além da órbita de Caronte e interior à órbita de Nix, sendo que todo o restante das condições iniciais é igual as condições iniciais das partículas do conjunto 1.

Após a integração numérica era esperado que os efeitos causados pela pressão de radiação nas partículas fosse menor em relação aos efeitos causados nas partículas do conjunto 1, que estavam mais distantes do planeta, e que o tempo de colisão com o planeta, caso houvesse, fosse maior do que o tempo de colisão das partículas do conjunto 1. Como resultado obtivemos que a partícula que demorou mais tempo para colidir com o planeta, levou 2,5 anos.

A figura (6.7) apresenta a distância da partícula ao planeta (R_p) em função do tempo de colisão (anos).

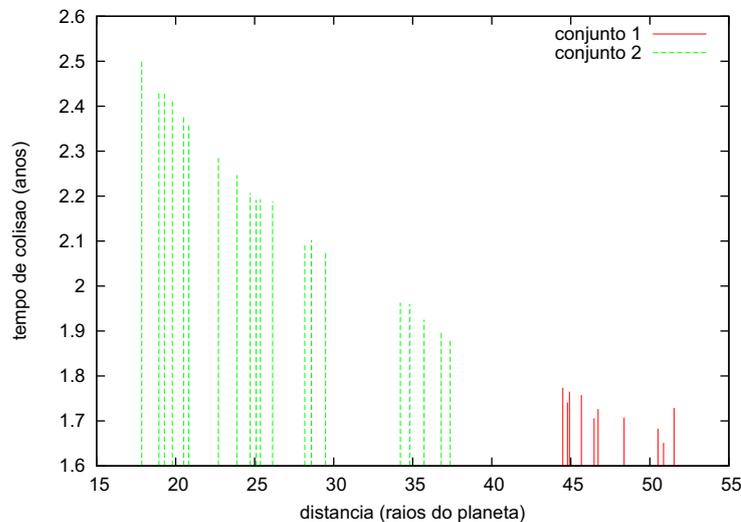


Figura 6.7: Distância da partícula ao planeta (R_p) em função do tempo de colisão (anos).

Vemos que partículas localizadas mais próximas do planeta demoraram mais tempo para colidir do que partículas localizadas mais distantes.

Após análise das componentes da pressão de radiação solar atuando isoladamente vamos considerar o caso em que as partículas sofrem os efeitos das duas componentes simultaneamente.

Integramos numericamente partículas de $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$ e $10\mu m$ de raio, com condições iniciais idênticas as das partículas do conjunto 1, ou seja, inicialmente localizadas entre as órbitas e Nix e Hidra.

As partículas de $1\mu m$ de raio sob os efeitos da pressão de radiação solar colidiram em no máximo 1,77 anos, enquanto que partículas com $3\mu m$ de raio colidiram em no máximo 5,33 anos. Partículas com $5\mu m$ de raio colidiram em no máximo 9 anos. Na figura (6.8) mostramos a variação temporal da excentricidade quando incluímos as duas componentes da pressão de radiação solar.

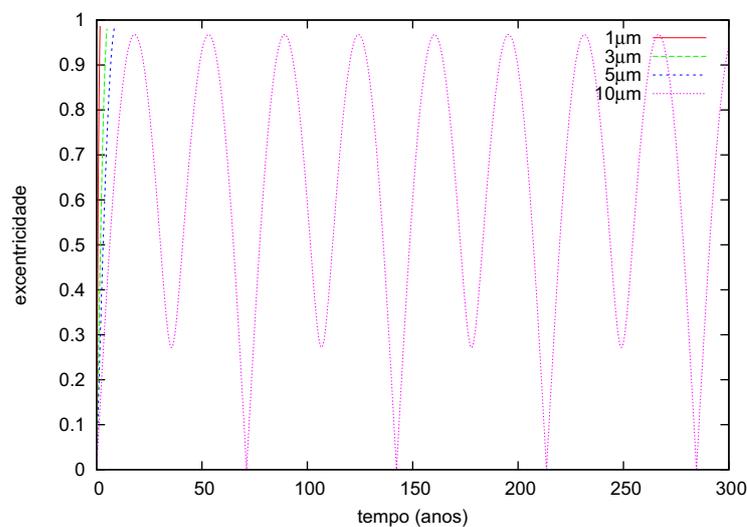


Figura 6.8: Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$ e $10\mu m$ sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson e da Pressão de Radiação.

A excentricidade dos corpos menores, até $5\mu m$, alcança valores maiores do que 0,9 o que faz com que essas partículas colidam rapidamente com o planeta. As partículas de $10\mu m$ apresentaram uma grande variação na excentricidade, porém não colidiram com o planeta.

6.4 Análise dos Resultados

Vimos que embora Plutão esteja distante do Sol (~ 40 UA) o efeito da pressão de radiação em partículas da ordem de *mícron* metros não pode ser desconsiderado. Nesta seção citamos alguns estudos que dão embasamento analítico e numérico para os nossos resultados.

A pressão de radiação (uma componente da pressão de radiação solar) é uma força que atua na direção radial e com o quadrado inverso da distância (como a força gravitacional), portanto

as órbitas dos corpos sob os efeitos desta força ainda são seções cônicas (elipse, parábola, hipérbole) dependendo da energia orbital. Pode ocorrer alguns casos em que a pressão de radiação exceda a força gravitacional e as partículas tenham órbitas hiperbólicas de escape (Burns et al., 1979).

Um estudo analítico dos efeitos da pressão de radiação em partículas pequenas foi feito em Burns et al. (1979) através de uma análise de como as trajetórias de partículas planetocêntricas podem ser modificadas pela ação dessa força. A análise foi feita utilizando as equações do movimento de partículas circumplanetárias sob a ação de uma força perturbadora $d\vec{F}$. Inicialmente foram utilizadas expressões para os elementos orbitais escritas em termos da energia e do momento angular por unidade de massa, a seguir elas foram substituídas por expressões nas quais a energia e o momento angular variam com o tempo sob os efeitos dessa perturbação. Utilizando as seguintes hipóteses: (i) a luz solar refletida pelo planeta foi ignorada, (ii) o fluxo solar foi assumido constante, (iii) a sombra do planeta e as interações com o campo magnético do planeta foram desconsideradas, (iv) o planeta foi considerado esférico, (v) perturbações dos satélites planetários foram ignoradas; e utilizando componentes da força perturbadora em um sistema de coordenadas centrado no planeta foram obtidas as taxas de variação dos elementos orbitais em relação ao tempo.

Da análise das equações do valor médio da taxa de variação da excentricidade em relação ao tempo ($\langle \frac{de}{dt} \rangle$) Burns et al. (1979) verificou que a variação da excentricidade é periódica e tem o período igual ao período orbital do planeta.

Estudos numéricos iniciados na década de 90 para partículas em órbitas ao redor de diferentes planetas confirmaram os resultados analíticos.

Krivov et al. (1996) apresentaram um estudo da dinâmica de partículas de poeira orbitando Marte. Neste estudo foram apresentados gráficos que mostram a variação da excentricidade de partículas ejetadas de Fobos e Deimos em órbitas ao redor de Marte sob os efeitos da pressão de radiação. As partículas ejetadas de colisões com Fobos, partículas com raios iguais a $20\mu m$ e $40\mu m$, alcançaram excentricidades máximas (e_{max}) de $\sim 0,40$ e $\sim 0,20$, respectivamente, com períodos de oscilação próximos ao período orbital de Marte. É importante observar que conforme o tamanho da partícula aumentava o período da variação da excentricidade se aproximava do período orbital do planeta. As partículas ejetadas de colisões com Deimos com raios iguais a $20\mu m$ e $40\mu m$ alcançaram excentricidades máximas iguais a $\sim 0,60$ e $\sim 0,30$, respectivamente, sendo que o período de oscilação da excentricidade é próximo ao período do planeta. Deimos

está mais distante do que Fobos em relação a Marte. Não ocorreram colisões das partículas com o planeta.

Resultado próximo ao de Krivov et al. (1996) foi obtido por Hamilton e Krivov (1996) no que se refere ao valor máximo da excentricidade alcançado por partículas ejetadas de Deimos com $20\mu m$ de raio sob os efeitos da pressão de radiação. Em Hamilton e Krivov (1996) o valor da excentricidade alcançado por estas partículas foi $\sim 0,70$, sendo que o período de oscilação da excentricidade é muito próximo do período orbital de Marte. Também não foram verificadas colisões entre as partículas e o planeta.

Sfair et al. (2009) analisaram o movimento de partículas com raios iguais a $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$ e $10\mu m$ localizadas na região do anel F de Saturno sob os efeitos da pressão de radiação. Como resultado foi obtido que partículas com $1\mu m$ de raio alcançaram uma excentricidade máxima de $\sim 0,60$ e colidiram com Saturno em menos de 10 anos. Para as partículas maiores o efeito da força era menor fazendo com que essas partículas alcançassem excentricidades menores (e_{max} é $\sim 0,30$ para uma partícula de $3\mu m$ de raio). As partículas “sobreviventes” tem o período de oscilação da excentricidade muito próximo ao período orbital de Saturno (~ 30 anos).

Sfair e Giuliatti Winter (2009) fizeram um estudo da evolução orbital de partículas de poeira localizadas na região dos anéis μ e ν (anéis de Urano) sob os efeitos da pressão de radiação. Seus resultados mostraram que partículas do anel mais distante do planeta (anel μ) alcançaram excentricidades maiores do que partículas do anel ν . Partículas com $1\mu m$ de raio na região do anel μ alcançaram uma excentricidade máxima em torno de $0,60$, porém o período de oscilação da excentricidade é menor do que o período orbital de Urano (~ 84 anos). Conforme foram aumentados os tamanhos das partículas, o período de oscilação foi se aproximando de 84 anos. Mesmo fato ocorreu para as partículas localizadas na região do anel ν . Não foram verificadas colisões entre as partículas e o planeta.

Vimos que em todos os estudos citados partículas menores sofrem mais os efeitos da pressão de radiação do que partículas maiores, partículas localizadas em regiões mais distantes do planeta também são mais afetadas pela ação da pressão de radiação e que as excentricidades das partículas sob os efeitos dessa força oscilam com o tempo com um período igual ou muito próximo ao período orbital do planeta. Todos os resultados citados não incluem possíveis efeitos do achatamento do planeta.

Sejam F_g e F_r as forças gravitacional e de radiação, definidas nas equações (6.6) e (6.7), respectivamente. A razão entre essas duas forças é o parâmetro $\beta = \frac{F_r}{F_g} = \frac{3L}{16\pi GMc} \frac{Q_{pr}}{\rho r}$, mostrado

anteriormente na equação (6.8).

Para o caso planetocêntrico inserimos no arquivo mercury.for as expressões de (6.16) a (6.18), em que $M_s = \frac{M_{sol}}{M_{planeta}}$ devido a normalização.

Nas simulações numéricas, utilizando partículas com raios entre $1\mu m$ e $10\mu m$, obtivemos que somente as partículas de $10\mu m$ de raio não colidiram com Plutão, as partículas de tamanhos menores alcançaram excentricidades máximas maiores que 0,90 e colidiram com o planeta em menos de 9 anos. Com o objetivo de verificarmos o efeito da pressão de radiação em partículas maiores fizemos novas simulações numéricas. Como resultado era esperado que conforme o raio da partícula fosse aumentado menor deveria ser o valor máximo da excentricidade alcançado por essa partícula e que o período de oscilação da excentricidade deveria ser igual ou muito próximo do período orbital de Plutão (~ 248 anos).

A seguir apresentamos os gráficos obtidos para partículas em órbita ao redor de Plutão, entre as órbitas de Nix e Hidra, sob os efeitos da pressão de radiação, com as mesmas condições iniciais utilizadas para as partículas do conjunto 1 da seção (6.3).

Como foi verificado na seção (6.3) o efeito da pressão de radiação era grande para partículas com raios de $1\mu m$ a $10\mu m$ fazendo com que o período de oscilação da excentricidade fosse menor do que o período orbital de Plutão.

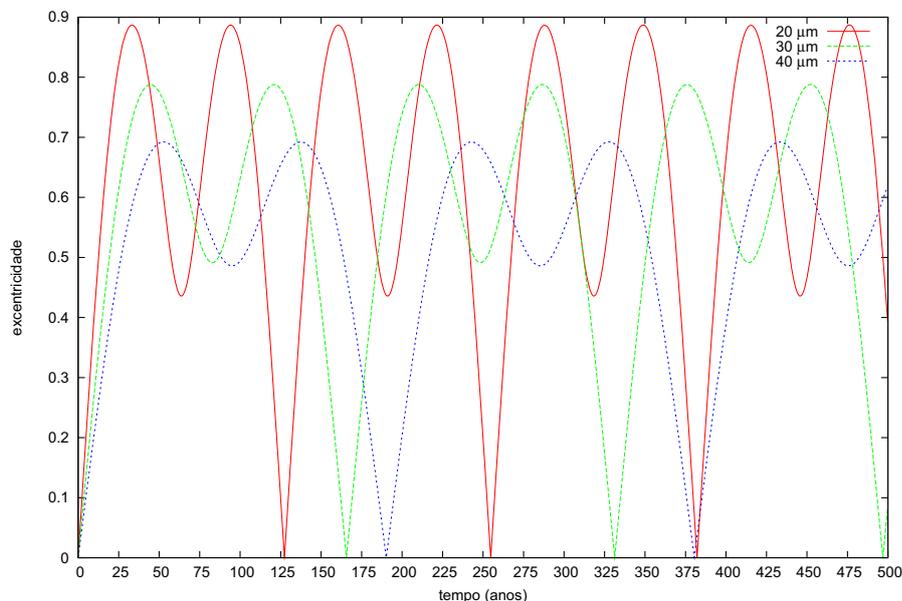


Figura 6.9: Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $20\mu m$, $30\mu m$, $40\mu m$ sob os efeitos da Pressão de Radiação.

Na figura (6.9) podemos verificar que partículas com $40\mu m$ de raio sofrem menos os efeitos

da pressão de radiação do que as partículas com raios iguais a $20\mu m$ e $30\mu m$. Também vemos que o período de oscilação da excentricidade para as partículas maiores é de 190 anos.

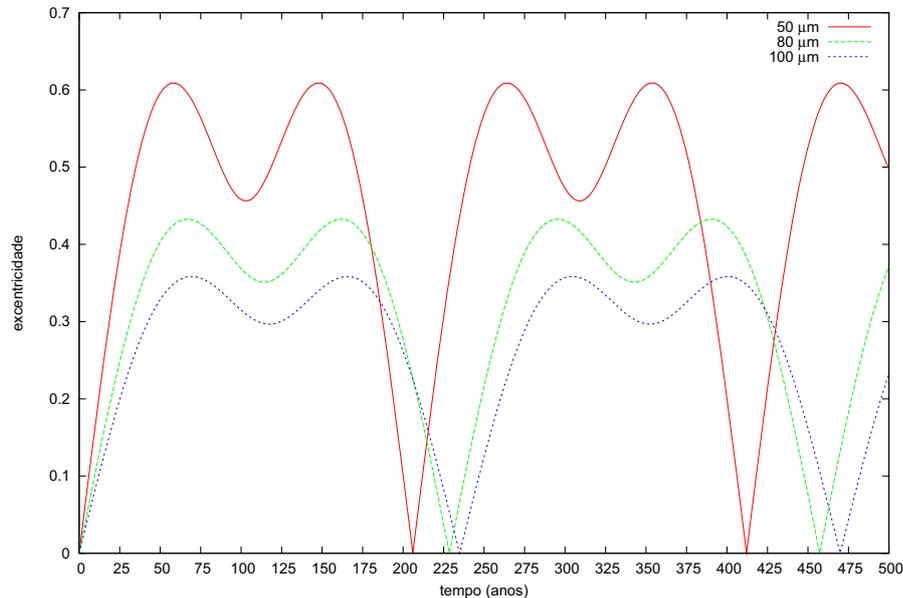


Figura 6.10: Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $50\mu m$, $80\mu m$, $100\mu m$ sob os efeitos da Pressão de Radiação.

Conforme os raios das partículas foram aumentados, os valores máximos das excentricidades alcançados diminuíram e os períodos de oscilação se aproximaram de 248 anos. As partículas com $100\mu m$ de raio tem o período de oscilação da excentricidade igual a 235 anos, ou seja, próximo ao período orbital de Plutão. Além disso, a excentricidade da partícula apresenta seu menor valor na metade de seu período de oscilação, em 117 anos para a partícula com $100\mu m$ de raio, conforme pode ser verificado na figura (6.10), estando de acordo com o esperado.

Partículas maiores ou iguais a $10\mu m$ de raio não colidiram durante as integrações numéricas realizadas por um período de 1.000 anos.

A obliquidade em nosso estudo é alta ($119,61^\circ$), para verificarmos o efeito da obliquidade na evolução temporal da excentricidade das partículas simulamos numericamente partículas com os mesmos raios e com diferentes obliquidades para o planeta, com as mesmas condições iniciais das partículas do conjunto 1 da seção (6.3), desta maneira o que diferencia uma simulação da outra é a obliquidade. Quando γ é zero a força de pressão de radiação tem a componente F_z nula.

Nas figuras (6.11), (6.12) e (6.13) vemos que obliquidades diferentes de zero geram uma

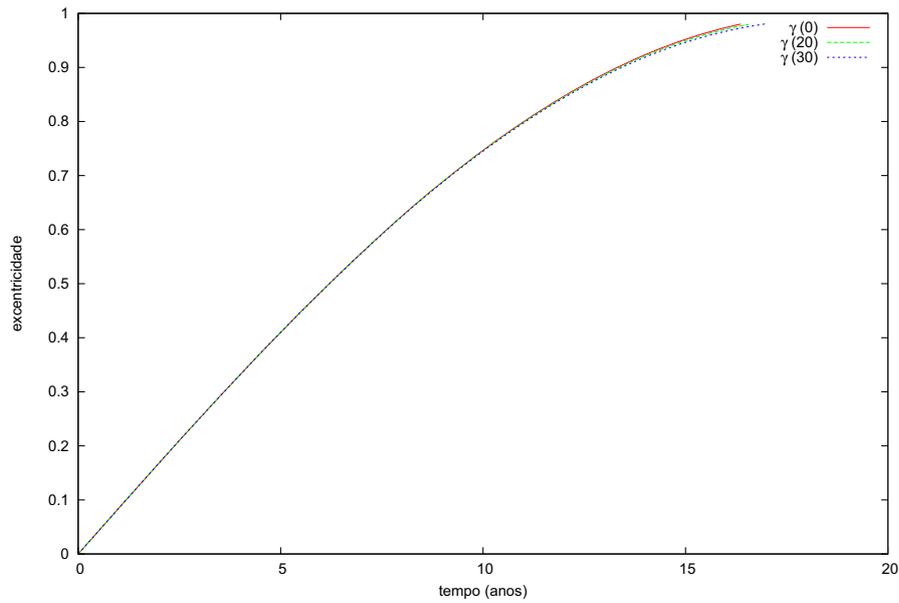


Figura 6.11: Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $10\mu m$ com diferentes valores para a obliquidade sob os efeitos da Pressão de Radiação.

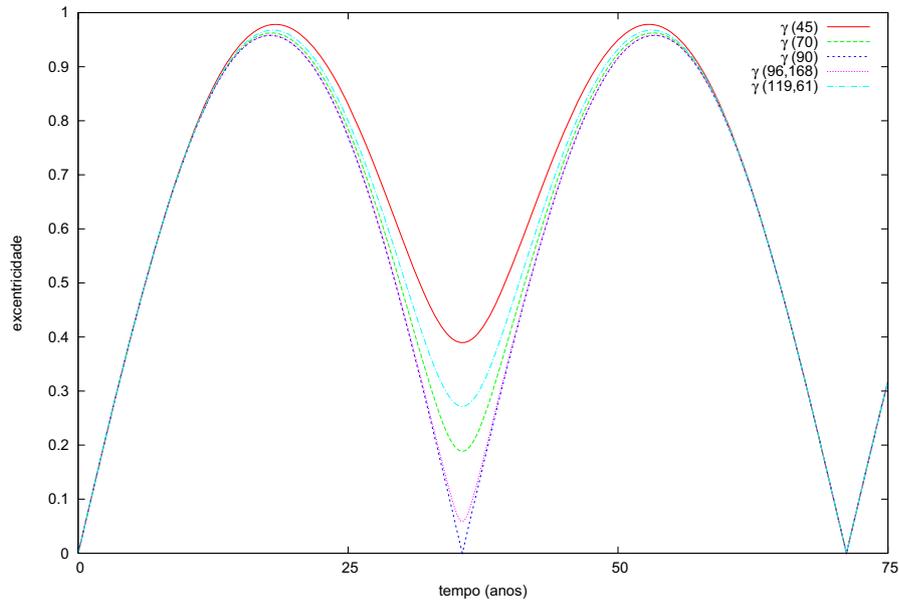


Figura 6.12: Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $10\mu m$ com diferentes valores para a obliquidade sob os efeitos da Pressão de Radiação.

concauidade na curva diminuindo a excentricidade da partícula, alcançando o valor muito próximo de zero quando a obliquidade é igual a 90° . Nas simulações numéricas com obliquidades menores (0° , 20° e 30°) as partículas colidiram com o corpo central em menos de 20 anos.

Os resultados das simulações numéricas para partículas com raios iguais a $100\mu m$ para

diferentes obliquidades são apresentados na figura (6.13).

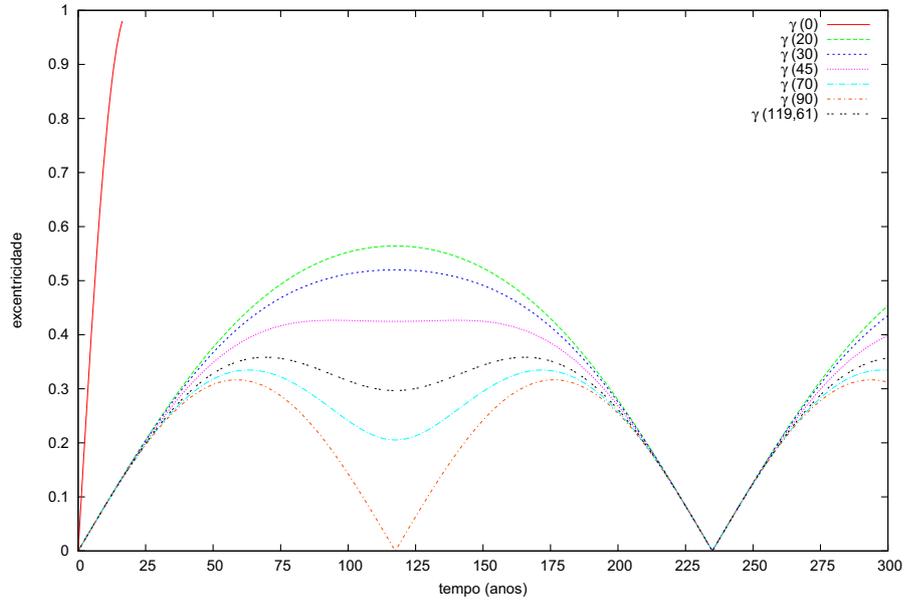


Figura 6.13: Evolução temporal da excentricidade de partículas com raios iguais a $100\mu m$ com diferentes valores para a obliquidade sob os efeitos da Pressão de Radiação.

Na seção (6.3) apresentamos na figura (6.6) um gráfico que relacionava a magnitude da força perturbadora (pressão de radiação) em função da distância ao planeta para Plutão, através do parâmetro adimensional C (Hamilton e Krivov, 1996):

$$C \equiv \frac{3}{2} \frac{n}{n_s} \sigma \quad (6.25)$$

em que n é o movimento médio da partícula ao redor do planeta ($n^2 = GM/a^3$) e n_s é o movimento médio do planeta ao redor do Sol ($n_s^2 = GM_{sol}/R^3$), σ foi definido na equação (6.23) como sendo a razão da força de radiação pela força gravitacional exercida pelo planeta na partícula, $\sigma = \frac{3}{4} Q_{pr} \frac{F_s a^2}{GM_c \rho r}$. O parâmetro σ é diretamente proporcional ao fluxo solar e inversamente proporcional a massa do planeta. Através deste parâmetro podemos comparar a magnitude da força em partículas ao redor de diferente planetas. Os gráficos obtidos para Marte, Júpiter e Saturno são iguais aos obtidos por Hamilton e Krivov (1996), enquanto que o gráfico obtido para Urano para a partícula de $1\mu m$ de raio é igual ao obtido por Sfair e Giuliatti Winter (2009). Para a obtenção dos gráficos das figuras (6.14), (6.15), (6.16) e (6.17) foi utilizado $\rho = 1gcm^{-3}$ para a densidade das partículas e $Q_{pr} = 1$.

Através dos gráficos que fornecem o parâmetro C em função da distância em raios do

planeta para partículas com raios iguais a $1\mu m$ e $10\mu m$ podemos verificar que o valor de C para Plutão tem a mesma magnitude do valor de C para Marte.

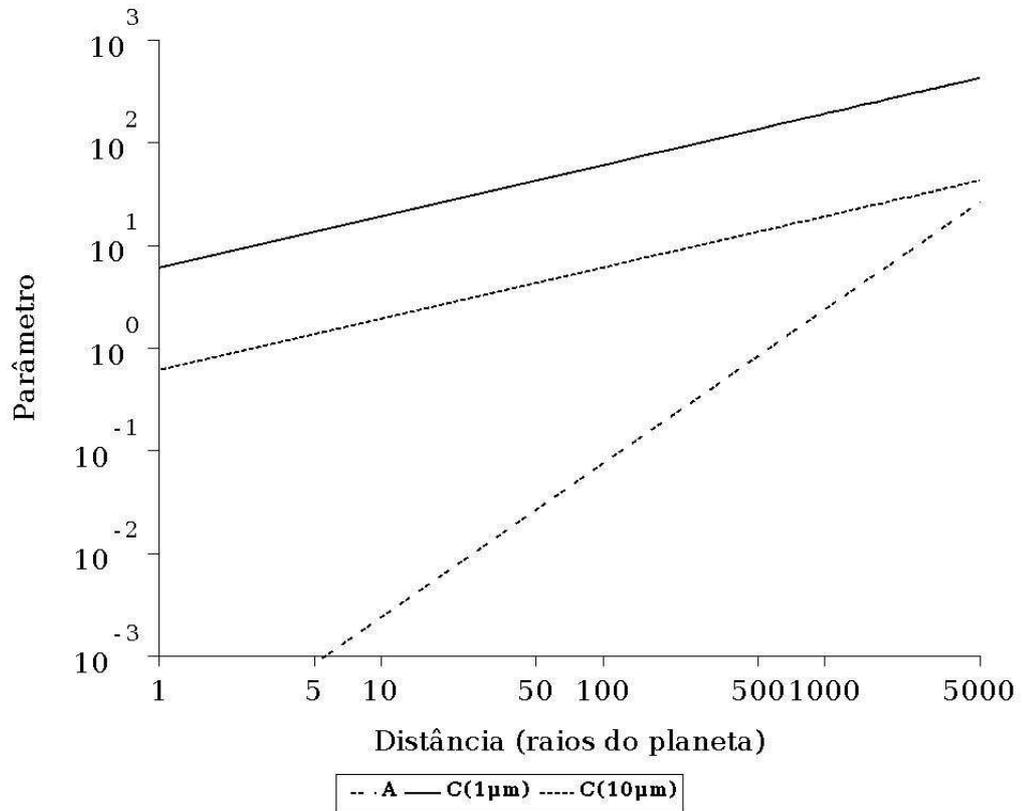


Figura 6.14: Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação) para Marte.

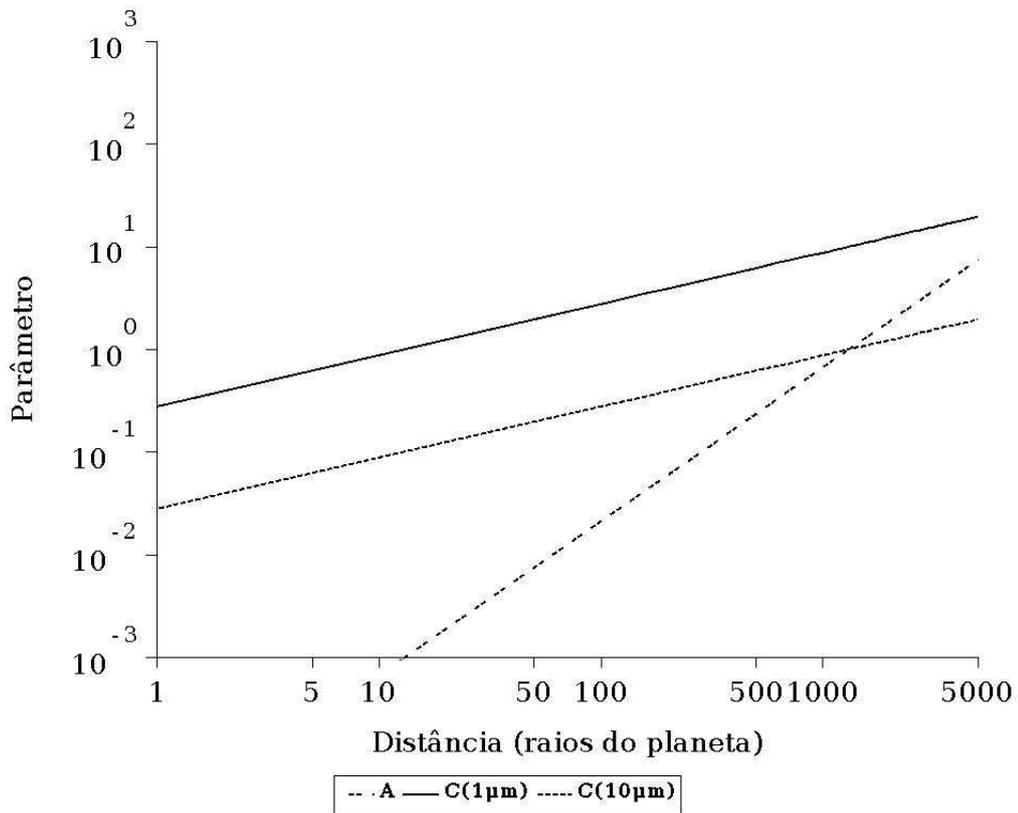


Figura 6.15: Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação) para Júpiter.

A tabela (1.1) apresenta a magnitude do parâmetro C para partículas com raios iguais a $1\mu m$ e $10\mu m$ ao redor de diferentes planetas.

Planeta	$1\mu m$	$10\mu m$
Marte	$1 < C < 10$	$10^{-1} < C < 1$
Júpiter	$10^{-1} < C < 1$	$10^{-2} < C < 10^{-1}$
Saturno	$10^{-1} < C < 1$	$10^{-2} < C < 10^{-1}$
Urano	$10^{-1} < C < 1$	$10^{-2} < C < 10^{-1}$
Plutão	$1 < C < 10$	$10^{-1} < C < 1$

Tabela 6.1: Variação do parâmetro C para diferentes planetas do Sistema Solar.

Através da análise do parâmetro C para diferentes planetas, vemos que para Plutão C tem magnitude maior do que para Júpiter, Saturno e Urano. C é diretamente proporcional a distância heliocêntrica do planeta e inversamente proporcional a massa do planeta, que faz com que para Plutão C seja maior, devido a força gravitacional desse planeta ser menor.

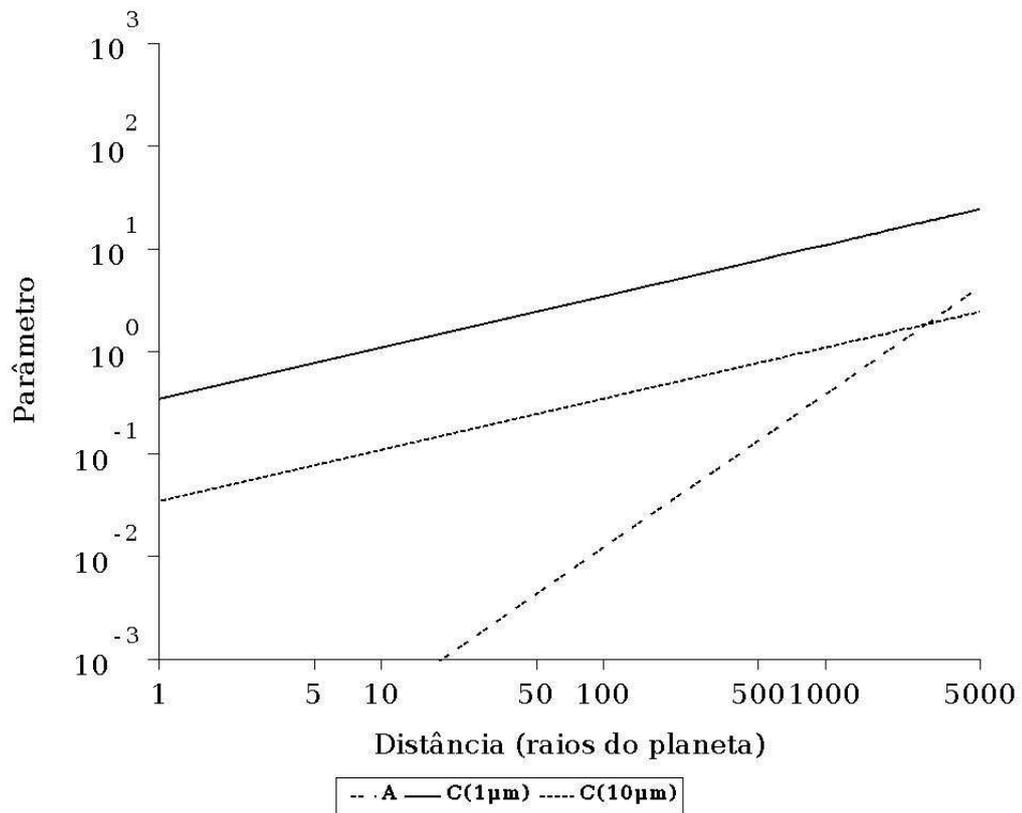


Figura 6.16: Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação) para Saturno.

Aqui realizamos um estudo preliminar da ação da pressão de radiação solar em partículas com raios da ordem de *micron* metros. Como foi apresentado, embora Plutão esteja distante do Sol, verificamos que os efeitos da pressão de radiação solar é importante em partículas pequenas localizadas nesta região, logo um estudo mais detalhado considerando também os efeitos gravitacionais dos satélites de Plutão nas partículas, e possivelmente inserindo nas simulações numéricas uma estimativa para o valor do coeficiente gravitacional J_2 deverá ser feito.

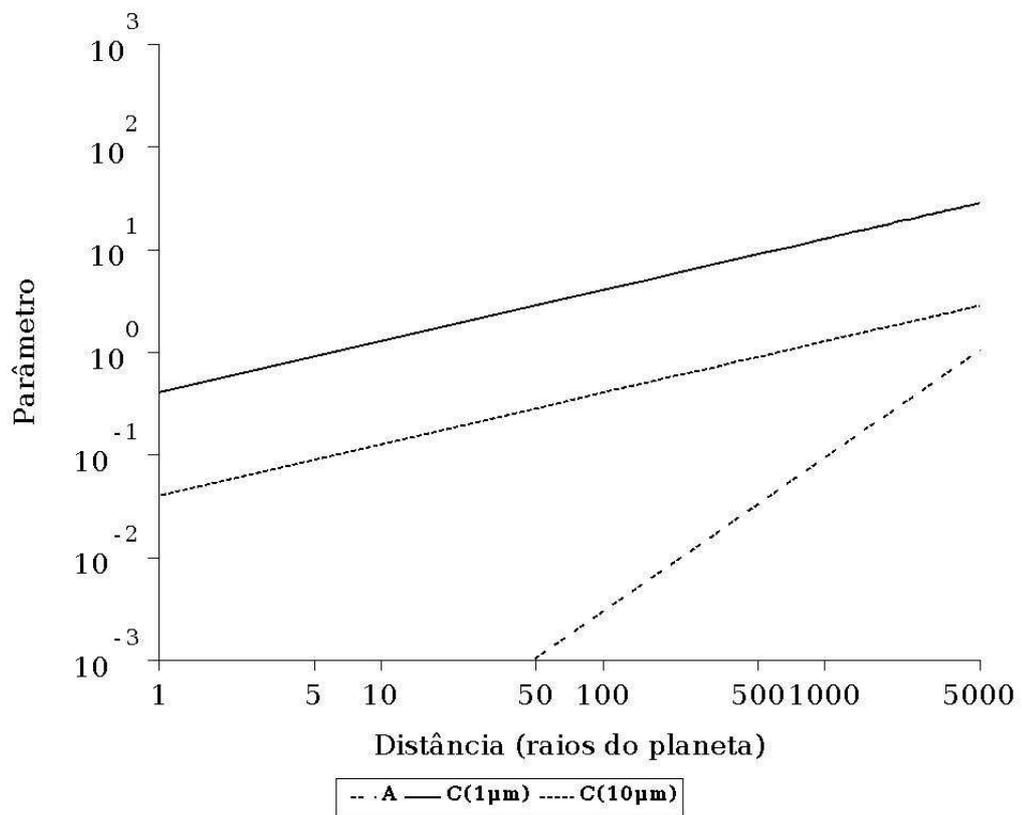


Figura 6.17: Valores dos parâmetros em função da distância em raios do planeta, A (maré solar) e C (pressão de radiação) para Urano.

Capítulo 7

Discussão Geral

O objetivo deste trabalho foi o de analisar a região externa do sistema Plutão-Caronte incluindo os efeitos gravitacionais de Nix e Hidra. Simulamos numericamente partículas que estavam inicialmente em órbitas prógradas e retrógradas ao redor do baricentro do sistema. Das integrações numéricas do sistema formado por Plutão, Caronte, Nix, Hidra e partícula geramos diagramas semi-eixo maior por excentricidade definindo regiões em que partículas permaneceram em órbitas estáveis até o período final da integração numérica, $\sim 10^5 T_{P-C}$. No caso prógrado pudemos ver o efeitos gravitacionais causados pelos satélites Nix e Hidra nas partículas. Os satélites “limparam” a região em torno deles, permanecendo somente partículas com semi-eixo maior próximo aos dos satélites (coorbitais) e com baixas excentricidades. Também verificamos os efeitos causados nas órbitas das partículas que estavam próximas de ressonâncias de movimento médio com os satélites (Nix ou Hidra), foi verificado um aumento nas excentricidades dessas partículas. Gráficos mostrando o ângulo de libração (θ) de algumas partículas na região de ferradura de Nix ou de Hidra também foram apresentados. Estes gráficos mostraram que o ângulo θ das partículas libravam em torno de 60° ou 300° com grandes amplitudes. Para o caso retrógrado verificamos que as partículas colidiram ou foram ejetadas quando cruzaram os limites das regiões colisionais de Nix ou Hidra. Portanto, concluímos que foi importante para a delimitação de regiões em que partículas permanecem por longos períodos de tempo a inserção de todos os satélites de Plutão.

Uma outra análise foi feita inserindo-se satélites hipotéticos massivos no sistema e verificando os efeitos gravitacionais causados em Nix e em Hidra. Conforme foi apresentado, satélites com raio até 31km causaram somente uma variação pequena nos limites superiores das excentricidades de Nix e Hidra, sendo que à medida que esses satélites se afastavam do bari-

centro tamanhos maiores foram permitidos. Verificamos também que é necessário uma análise mais detalhada dos resultados das simulações numéricas levando-se em consideração o efeito causado nos semi-eixo maiores dos satélites Nix e Hidra.

Outro objetivo deste trabalho foi estudar os efeitos da Pressão de Radiação Solar e sua relevância para o caso de partículas de poeira localizadas no sistema de Plutão. Neste trabalho fizemos uma análise dos efeitos da pressão de radiação solar em partículas micrométricas localizadas na região externa do sistema formado por planeta e partículas. Embora Plutão esteja distante do Sol (~ 39 UA), verificamos que os efeitos da pressão de radiação solar é importante em partículas da ordem de *mícron* metros. Considerando os efeitos das duas componentes da pressão de radiação solar agindo isoladamente, obtivemos que partículas sob os efeitos do Arrasto de Poynting-Robertson, decaíram em escala de tempo de mesma magnitude fornecida por Burns *et al.* (1979), sendo que, como esperado, o Arrasto de Poynting-Robertson não alterou de maneira significativa a evolução temporal da excentricidade das partículas. Com relação ao efeito da pressão de radiação verificamos que seu efeito foi menor em partículas maiores, partículas com raios maiores ou iguais a $10\mu m$ não colidiram com o planeta. Conforme os raios das partículas foram aumentados, os valores máximos das excentricidades alcançados diminuíram e os períodos de oscilação se aproximaram do período orbital de Plutão. Com relação ao semi-eixo maiores das partículas, como esperado, a pressão de radiação não causou efeitos significativos em suas evoluções temporais.

Espera-se que a missão *New Horizons*, cujo encontro próximo com o sistema de Plutão ocorrerá em 2015, forneça novas informações sobre a possibilidade da existência de novos satélites ou anéis de poeira no sistema. A sonda poderá contribuir para uma maior compreensão da dinâmica e do processo de formação dos corpos da região.

Referências Bibliográficas

ALLAN, R. R. Satellite orbit perturbations due to radiation pressure and luni-solar forces. **Quart. J. Mech. Appl. Math.**, v. 15, p. 281-301, 1962.

BROWN, M. E. et *al.* Direct Measurement of the size of 2003 UB313 from the Hubble Space Telescope. **The Astrophysical Journal**, v. 643, p. L61–L63, maio, 2006a.

BROWN, M.E. et *al.*. Satellites of the Largest Kuiper Belt Objects. **The Astrophysical Journal**, v. 639, p. L43-L46, mar., 2006b.

BUIE, M. W. et *al.* Orbits and Photometry of Pluto's satellites: Charon, S/2005 P1, and S/2005 P2. **The Astronomical Journal**, v. 132, p. 290-298, jul., 2006.

BURNS, J. A.; LAMY, P. L.; SOTER, S. Radiation Forces on Small Particles in the Solar System. **Icarus**, v. 40, p. 1-48, 1979.

CHAMBERS, J. E. A Hybrid Symplectic Integrator that Permits Close Encounters between Massive Bodies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 304, p. 793-799, 1999.

CHRISTY, J. W., HARRINGTON, R. S. The Satellite of Pluto. **The Astronomical Journal**, v. 83, p. 1005-1008, 1978.

COHEN, C.J.; HUBBARD, E. C. Libration of the close approaches of Pluto to Neptune. **The Astronomical Journal**, v. 70, n. 1, p. 10-13, 1965.

DERMOTT, S. F.; MURRAY, C. D. The Dynamics of Tadpole and Horseshoe Orbits I. **Icarus**, 48, 1-11, 1981a.

DERMOTT, S. F.; MURRAY, C. D. The Dynamics of Tadpole and Horseshoe Orbits II. The coorbital satellites of Saturn. **Icarus**, v. 48, 12-22, 1981b.

DVORAK R. Critical orbits in the elliptic restricted three-body problem. **Astronomy and Astrophysics**, v. 167, p. 379-386, out., 1986.

EVERHART, E. An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings. In: CARUSI, A; VALSECCHI, G.B.(Ed.). **Dynamics of Comets: Their Origin and Evolution**, Dordrecht: Reidel, 1985. v. 115, p. 185-202.

FERNANDEZ, J. A.; IP, W. H. Some dynamical aspects of the accretion of Uranus and Neptune: The exchange of orbital angular momentum with planetesimals. **Icarus**, v. 58, n. 1, p. 109-120, abr., 1984.

GIULIATTI WINTER, S.M. et al. Exploring S-type orbits in the Pluto-Charon binary system. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, 2009.

GOLDREICH, P.; TREMAINE, S. Towards a theory for the Uranian rings. **Nature**, v. 277, p. 97-99, jan., 1979.

GOMES, R. S. The origin of the Kuiper Belt high-inclination population. **Icarus**, v. 161, n.2, p. 404-418, fev., 2003.

GREENBERG, R; BRAHIC, A. Planetary Rings. **Tucson: The University of Arizona Press**, 1984.

HAMILTON, D. P., KRIKOV, A. V. Circumplanetary Dust Dynamics: Effects of Solar Gravity, Radiation Pressure, Planetary Oblateness, and Electromagnetism. **Icarus**, v. 12, 503-523, 1996.

HOLMAN, M. J. , WIEGERT, P. A. Long-term stability of planets in binary systems. **The Astronomical Journal**, v. 117, n.1, p. 621-628, jan., 1999.

HUBBLE SITE/NASA. Disponível em: <http://hubblesite.org/>. Acesso em: dez. 2009.

KIRKWOOD, D. **Meteoric Astronomy: A Treatise on Shooting-Stars, Fire-balls, and Aerolites**. Philadelphia: J. B. Lippincott, 1867, 129p.

LEE, M. H.; PEALE, S. J. On the orbits and masses of the satellites of the Pluto-Charon system. **Icarus** v.184, p.573-583, 2006.

LEVISON, H. F.; STERN, S. A. Possible Origin and Early Dynamical Evolution of the Pluto-Charon Binary. **Icarus**, v.116, p.315-339, ago., 1995.

LITHWICK, Y.; WU, Y. On the origin of Pluto's minor moons, Nix and Hydra. **astro-ph/0802.2951**, v.1, 2008.

LYTTLETON, R. A. On the possible results of an encounter of Pluto with the Neptunian system. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v.97, p. 108-115, 1936.

MALHOTRA, R. The origin of Pluto's peculiar orbit. **Nature**, v. 365, p. 819-821, 1993.

MALHOTRA, R. The origin of Pluto's orbit: implications for the Solar System beyond Neptune. **The Astronomical Journal**, v. 110, p. 420-429, 1995.

MIGNARD, F. Effects of radiation forces on dust particles in planetary rings. In GREENBERG, R; BRAHIC, A (Ed.). **Planetary rings**. Tucson: University of Arizona Press, 1984. p. 333-366.

MURRAY, C. D.; DERMOTT, S.F. **Solar System Dynamics**. Londres: Cambridge University Press, 1999. 592p.

NAGY, I. et al. A stability study of Pluto's moon system. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 370, p. L19-L23, jul., 2006.

SFAIR, R; GIULIATTI WINTER, S. M. Orbital evolution of the μ and ν dust ring particles

of Uranus. **Astronomy and Astrophysics**, v. 505, p. 845-852, 2009.

STEFFL, A. J. *et al.* New constraints on additional satellites of the Pluto System. **The Astronomical Journal**, v. 132, p.614-619, ago., 2006.

STEFFL, A. J.; STERN S. A. First constraints on rings in the Pluto System. **The Astronomical Journal**, v. 133, p. 1485-1489, abr., 2007.

STERN, S. A. *et al.* Dynamical and Observational Constraints on Satellites in the Inner Pluto-Charon System. **Icarus**, v. 108, n.2, p. 234-242, abr., 1994.

STERN, S. A. *et al.* New Horizons: the First Mission to Pluto and the Kuiper Belt - exploring frontier worlds. 2006a.

STERN, S. A. *et al.* A giant impact origin for Pluto's small moons and satellite multiplicity in the Kuiper belt. **Nature**, v. 439, p. 946-948, fev., 2006b.

STERN, S. A. The New Horizons Pluto Kuiper Belt Mission: An Overview with Historical Context. **Space Science Review**, v. 140, p. 3-21, 2008.

STOER J, BULIRSCH, R. **Introduction to Numerical Analysis**. New York: Springer-Verlag, 1980.

SÜLI, Á; ZSIGMOND, Zs. Detailed survey of the phase space around Nix and Hydra. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 398, n.4, p. 2199-2208, 2009.

TEGLER, S. C.; ROMANISHIN, W. Almost Planet X. **Nature**, v. 411, p.423-424, maio, 2001.

THIESSENHUSEN, K. U. *et al.* A dust cloud around Pluto and Charon. **Planetary and Space Science**, v. 50, p. 79-87, 2002.

THOLEN, D. J. et al. Masses of Nix and Hidra. **The Astronomical Journal**, v.135, p.777-784, mar., 2008.

WARD, W. R.; CANUP, R. M. Forced Resonant Migration of Pluto's Outer Satellites by Charon. **Science**, v. 313, p. 1107-1109, 2006.

WEAVER, H. A. et al. Discovery of two new satellites of Pluto. **Nature**, v.439, p.943-945, fev., 2006.

WISDOM, J. The Resonance Overlap Criterion and Onset of Stochastic Behavior in the Restricted Three-Body problem. **The Astronomical Journal**, v. 85, n. 8, p. 1122-1133, ago., 1980.

WISDOM, J, HOLMAN, M. Symplectic maps for the n-body problem. **The Astronomical Journal**, v. 102, p. 1528-1538, 1991.

WISDOM, J; HOLMAN, M; TOUMA, J. Symplectic Correctors. **Fields Institute Communications**, v. 10, p. 217-223, 1996.