

UNESP
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

Guaratinguetá
2003



1110000518



*"Determinação de Curvas de
Isoíndices para o Cristalino Humano,
Via Simulação Computacional"*

MARCELO MACIEL AMARAL

205

MARCELO MACIEL AMARAL

DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE ISOÍNDICES PARA O
CRISTALINO HUMANO, VIA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Dissertação apresentada à Faculdade
de Engenharia do Campus de
Guaratinguetá, Universidade
Estadual Paulista, para a obtenção
do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Renato Zacharias

FACULDADE DE ENGENHARIA
DE GUARATINGUETÁ
BIBLIOTECA

518

518

Guaratinguetá
2003

24/4/03
R12/02/0013 0113
J. 0012 0013

Amaral, Marcelo Maciel

A485d Determinação de curvas de isoíndices para o cristalino humano, via
simulação computacional / Marcelo Maciel Amaral. - Guaratinguetá :
[s.n.], 2003
80 f. : il.

Bibliografia: f. 78-80
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade
de Engenharia de Guaratinguetá, 2003
Orientador: Prof. Dr. Carlos Renato Zacharias

1. Ótica 2. Simulação I. Título

CDU 535

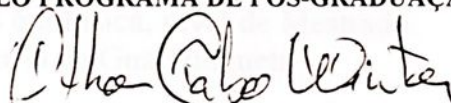
**“DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE ISOÍNDICES
PARA O CRISTALINO HUMANO,
VIA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL”**

MARCELO MACIEL AMARAL

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”**

ESPECIALIDADE: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Coordenador

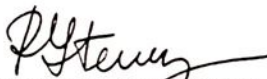
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. CARLOS RENATO ZACHARIAS
Orientador / Unesp-Feg



Prof. Dr. ROBERTO YZUMI HONDA
Unesp-Feg



Prof. Dr. ROBERTO ANTONIO STEMPIAK
FACAP/CDT

Fevereiro de 2003

DADOS CURRICULARES

MARCELO MACIEL AMARAL

NASCIMENTO	10.07.1977 – BAEPENDI / MG
FILIAÇÃO	Valdeir José do Amaral Maria Leni Maciel Amaral
1996/2001	Curso de Graduação Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP
2001/2003	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP



de modo especial à minha família: Valdeir, Leni e Taty.



AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer sinceramente a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a elaboração desta pesquisa. De maneira particular, expresso minha gratidão:

Ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Renato Zacharias pela dedicação, competência, paciência e auxílio;

Ao colaborador e médico Flávio David Hirtsh pela colaboração e apoio;

Aos meus Familiares e Amigos pela amizade que me sustentam;

A minha mãe Maria Leni, meu pai Valdeir e minha irmã Tatiane por todo amor e compreensão;

Às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação e vontade de ajudar;

Às secretárias da pós-graduação Regina, Madô e Elisa pela dedicação e alegria no atendimento;

A todos os amigos com os quais dividi o mesmo teto, nestes anos;

A todos os amigos e colegas do Departamento de Física que ajudaram direta ou indiretamente;

A Deus, pelo Dom da Vida.

Este trabalho contou com apoio das seguintes entidades:

- CAPES
- UNESP

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal analisar o conceito de Tao no Tao Te Ching, obra atribuída ao filósofo chinês Lao Tzu. O texto aborda a natureza do Tao, sua relação com o universo e a importância da simplicidade e da harmonia na vida humana. O autor discute como o Tao se manifesta na natureza e na sociedade, e como o indivíduo pode alcançar a sabedoria através da observação e da reflexão. O trabalho também explora a influência do Taoísmo na cultura chinesa e no pensamento ocidental, destacando a importância da simplicidade e da harmonia na vida humana.

Palavras-chave: Tao, Tao Te Ching, Lao Tzu, simplicidade, harmonia, universo, natureza, sabedoria, reflexão, cultura chinesa, pensamento ocidental.

“Quem permanece quieto e tranqüilo,
se torna o guia do universo”

Tao Te Ching

Amaral, M. M. **Determinação de curvas de isoíndices para o cristalino humano, via simulação computacional**. 2003. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

RESUMO

Este trabalho trata da simulação da ótica do olho humano, em especial a determinação das curvas de isoíndices do cristalino. Mostramos que a hipótese de índice de refração constante, para os meios óticos, não é adequada quando o objetivo é eliminar aberrações e se fazer um estudo da imagem formada na retina. Desenvolvemos um código computacional que utiliza a técnica do Traçado de Raio (*ray tracing*) acoplada a um processo de busca e otimização, visando determinar o perfil das lentes e curvas de isoíndices do cristalino que minimizam as aberrações monocromáticas. Essa teoria foi utilizada para obter a distribuição de isoíndices para o cristalino bem como as interfaces esféricas do olho humano. Para validar nosso modelo, comparamos nossos resultados com outros modelos existentes, e verificamos a qualidade da imagem formada na retina.

PALAVRAS-CHAVE: Otimização, *Ray Tracing*, Olho humano Modelo, Aberração, visão, simulação.



Amaral, M. M. **Determinação de curvas de isoíndices para o cristalino humano, via simulação computacional.** 2003. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

ABSTRACT

This work deals with the human eye optics simulation, focusing in the lens isoindex curve determination. We show that the hypothesis of constant refraction index, for the lens, is not adequate when the objective is to eliminate aberrations and to study the image formed in the retina. We developed a computational code that uses the ray tracing technique (RT) coupled to a search and optimization algorithm, seeking to determine the profile of the lenses and isoindex curves for the crystalline lens that minimize the monochromatic aberrations. This theory is used to obtain the isoindex distribution for the crystalline lens as well as the aspherical faces of the human eye. In order to validate our results, we compare with those in the Literature, and verify the image quality, formed on the retina.

KEYWORDS: Optimizacion, Ray Tracing, Eye human Model, Aberration, vision, simulation.

Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivações	5
1.2	Objetivos	5
1.3	Limitações dos Resultados	6
1.4	Metodologia e Convenções	7
2	OLHO HUMANO, VISÃO E MODELOS	9
2.1	Anatomia do Olho Humano	10
2.1.1	Ametropias Comuns	13
2.1.2	A retina	14
2.2	Modelos teóricos para o olho humano	15
3	MODELAGEM	27
3.1	Modelagem Paraxial	28
3.2	Modelagem generalizada	30
3.2.1	Solução paraxial (vértice fixo)	31
3.2.2	Método do Traçado de Raios (TR) e translação	31
3.2.3	Determinação dos pontos referência	36
3.2.4	Cálculo das aberrações	36
3.3	Propagação em meio não homogêneo	37
3.4	Perfil de índices de refração do cristalino	39
4	ANÁLISE DOS RESULTADOS	41
4.1	Modelagem Paraxial	41
4.2	Modelagem generalizada	45



<i>CONTEÚDO</i>	2
4.2.1 Otimização local, com índices de refração constantes . . .	46
4.2.2 Otimização global das isoíndices	54
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
5.1 Conclusões	61
5.2 Perspectivas	63
6 APÊNDICES	65
6.1 Breve história da visão	65
6.2 Breve história dos óculos	69
6.3 Aberrações	72
6.4 Fluxogramas	75
BIBLIOGRAFIA	78



Lista de Figuras

1.1	Sistema de coordenadas cartesianas, adotado na modelagem . . .	8
2.1	Anatomia simplificada do olho humano	10
2.2	Esquema mecânico-muscular do cristalino	12
2.3	Erros de refração do olho humano. a) olho emétrepe; b) hipermetropia; c) miopia	13
2.4	Olho paraxial esquemático com 6 faces, de Helmholtz	16
2.5	Olho paraxial esquemático com 4 faces, de LeGrand	17
2.6	Olho paraxial reduzido, de Emsley	19
2.7	Distribuição do valor da esfericidade (Q)	20
2.8	Distribuição dos raios de curvatura	21
2.9	Curvas de isoíndices, propostas por Popiolek e Kasprzak	25
3.1	Método do Traçado de Raio - esquema geométrico	30
3.2	Dedução da lei de refração, segundo o princípio de Fermat	32
3.3	Processo de refração	33
3.4	Translação, após refração	35
3.5	Esquema de propagação em meio heterogêneo	39
4.1	Histograma para o raio posterior da córnea	43
4.2	Histograma para o raio anterior do cristalino	43
4.3	Histograma para o raio posterior do cristalino	44
4.4	Densidade de probabilidade de visão paraxial, em função do raio anterior da córnea	44
4.5	Implementação da condição 20/20	46



4.6	Face anterior da córnea: Ajuste parabólico	47
4.7	Face posterior da córnea: Ajuste parabólico	48
4.8	Face anterior do cristalino: Ajuste parabólico	48
4.9	Face posterior do cristalino: Ajuste parabólico	49
4.10	Face anterior da córnea: comparação com modelagem esférica . .	49
4.11	Comparação entre equação analítica e numérica para a face poste- rior do cristalino	52
4.12	Variação do índice do cristalino, com a distância ao eixo ótico, para 3 diferentes curvaturas do cristalino	53
4.13	Curvas de isoíndices para um cristalino de 10 mm de diâmetro. São mostradas as curvas para $n = 1,38$, $1,40$, $1,42$; $1,44$ e $1,46$. .	55
4.14	Corte no eixo central: variação do índice	57
4.15	Corte no eixo 1 mm: variação do índice	57
4.16	Corte no eixo 3 mm: variação do índice	58
4.17	objeto extenso linear, com dimensões coerentes com a condição 20/20	59
4.18	Imagem extensa linear, formada na retina para verificar aberração	59
6.1	Demonstração da Aberração Esférica	72
6.2	Exemplo de aberração coma	73
6.3	Exemplo de Astigmatismo	73
6.4	Exemplo de Distorção	74
6.5	Exemplo de Aberração cromática (exagerado); fvi é o foco para o violeta e fve o foco para o vermelho	75
6.6	Fluxograma para o algoritmo do TR por uma face	76
6.7	Fluxograma para o algoritmo do RS no Cristalino	77



Lista de Tabelas

2.1	Valores numéricos do modelo de Helmholtz, com 6 faces	17
2.2	Modelo de Gullstrand-LeGrand, com 4 faces	18
2.3	Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino no modelo de Blacker	22
2.4	Valores numéricos do modelo de Blaker	22
2.5	Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino, no modelo de Liou e Brennan	23
2.6	Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino, no modelo de Popiolek e Kasprzak	24
4.1	Valores numéricos para o olho, segundo Popiolek	41
4.2	Imagens formadas, para o olho paraxial	42
4.3	Intervalos de variação para os raios de curvatura	42
4.4	Objeto linear com 6 pontos	47
4.5	Ajuste numérico para as faces da córnea e do cristalino	50
4.6	Ajuste numérico para as faces da córnea e do cristalino utilizando-se o princípio da reversibilidade da luz e índice constante para o cristalino	50
4.7	Ajuste numérico para as faces da córnea e do cristalino utilizando-se a otimização do coeficiente quadrático das equações.	51
4.8	Dados para os coeficientes da equação (4.3)	52
4.9	Coeficientes para o ajuste elíptico dos isoíndices	56



Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O interesse pelo olho humano e a visão acompanham a humanidade desde a Grécia antiga e a referência ao uso de lentes também é bastante antiga (ver seções 6.1 e 6.2). Nos dias atuais, o uso de lentes oftálmicas é uma prática bastante comum. Tais lentes são usadas para corrigir ou aliviar a maioria dos problemas de visão [1]. Para o projeto de tais lentes, usa-se uma aproximação paraxial para lentes esféricas ou cilíndricas, o que permite a aplicação das equações convencionais da ótica geométrica [2] [3], relacionando raio de curvatura, índice de refração e distância focal. Essas aproximações facilitam a execução de um projeto ótico, suportado pela capacidade tecnológica atual, e permitem lidar com a grande maioria dos problemas de visão.

No entanto, existem problemas oftálmicos (ametropias) que não podem ser corrigidos por tais lentes, porque são originados em deformações assimétricas, geralmente na superfície anterior da córnea, inviabilizando uma aproximação esférica e/ou cilíndrica. Um exemplo típico é o ceratocone. A gravidade do ceratocone pode ser estimada pela topografia da face anterior da córnea. Isso é feito com o uso de equipamentos específicos, chamados de ceratoscópio[4], que fornecem um mapa topográfico colorido, representando a curvatura de cada parte da córnea.

O desenvolvimento de modelos teóricos para a ótica do olho humano permite entender as ametropias e, em alguns casos, medi-las para efeitos de comparações ou tratamento. Tais modelos começaram a surgir no fim do século XIX,



época em que o processamento numérico de informações era uma tarefa bastante árdua. Nessa época surgiram os modelos desenvolvidos por Helmholtz [5] que se propunham a descrever os fundamentos do processo de formação da imagem, bem como o processo de acomodação, percepção de cores e visão tridimensional. Obviamente, o modelo de Helmholtz era baseado na ótica geométrica paraxial, mas foi um dos pilares para o desenvolvimento da ciência visual moderna, juntamente com os trabalhos de Gullstrand e Le Grand, no século XX. Esses modelos modelavam o olho humano como série de superfícies esféricas concêntricas, com raios de curvatura, índices de refração e localização anatômica baseadas em resultados experimentais.

Com a chegada dos computadores e conseqüente aumento do poder de manipulação de equações matemáticas e simulação numérica, novos modelos foram surgindo (ver seção 2.2). Estes permitiram a proposição de lentes não esféricas e da descrição da lente interna do olho (cristalino) como uma série de camadas, cada qual com seu índice de refração.

Esses modelos geralmente são validados por comparações com dados experimentais. Isso seria lógico e cientificamente razoável se os resultados experimentalmente obtidos fossem representativos da população humana. Essa questão é importante para podermos avaliar a qualidade do trabalho aqui apresentado, bem como suas limitações.

A obtenção de dados experimentais sobre o olho humano não é uma tarefa trivial. Observações *in vivo* podem sofrer a influência dos mecanismos de acomodação do cristalino, e limitam-se a dados topográficos da córnea e outros dados com baixa resolução referentes a estrutura interna do olho. Também, são dependentes da idade do indivíduo [6], bem como de outras questões fisiológicas. Observações clínicas fornecem dados do sistema ótico como um todo, sem descrever as partes constituintes. Resultados *in vitro* de animais ou cadáveres humanos não são aceitos como válidos, uma vez que não reproduzem uma situação realista. No entanto, a maior dificuldade na utilização de dados experimentais é a diversidade anatômica dos olhos humanos. Podemos dizer que o olho esquerdo não é uma versão simétrica do olho direito e que cada indivíduo pode possuir



olhos óticamente diferentes dos demais da população. Isso significa que os valores médios dos parâmetros óticos e anatômicos obtidos na Literatura, devem ser interpretados com muito cuidado. Sempre é preciso ter em mente que o importante não é ter um olho com determinados valores de raios de curvatura e índices de refração, mas sim, uma configuração que permita a formação de uma boa imagem na retina. Em outras palavras, a função visão é mais relevante do que os elementos do sistema ótico. Essa abordagem *funcional* é mais comum nas Ciências Biológicas do que nas Ciências Exatas e será importante na hora de definirmos uma estratégia para a proposição de um modelo para o olho humano.

Algumas propostas para olhos-modelo visam o ajuste de funções matemáticas aos resultados experimentais, sem levar em consideração a qualidade da imagem formada na retina. Assim, é possível que tais olhos-modelo sejam amétropes (com problemas de visão). Os modelos mais recentes procuram descrever o cristalino como um meio óticamente heterogêneo, ou seja, com uma distribuição espacial de índices de refração. Quando deseja-se tratar a questão dos mecanismos de acomodação, deve-se incluir alterações nas curvaturas e índices de refração do cristalino. Se quisermos incluir questões cromáticas, precisamos descrever a curva de dispersão dos meios. Enfim, a descrição das propriedades ótica, anatômica e funcional do cristalino corresponde à maior dificuldade na modelagem o olho humano.

Nessa dissertação discutiremos alguns modelos existentes para o olho humano, com especial atenção às propriedades do cristalino. O conhecimento de que este não possui índice constante é antigo [5], contudo poucos são os trabalhos que tentam descrever essa característica, que como veremos, é importante para se entender o funcionamento do olho. Como já foi dito, dados experimentais para esse perfil de índices (curvas de isoíndices) são raros e pouco precisos. Nesse projeto trataremos esse problema por métodos de *primeiros princípios*, usando técnicas de simulação computacional.

Assim, esse trabalho visa o desenvolvimento de um código computacional capaz de simular a ótica do olho humano, no intuito de obtermos um *olho humano modelo* com baixa aberração ótica. A partir de uma abordagem paraxial,



buscamos os raios de curvatura e índices de refração das lentes (córnea e cristalino) que fazem com que um objeto colocado diante do olho (condição 20/20 - ver figura 4.5), produza uma imagem na retina. Isso nos permite definir parte da anatomia do olho. A partir daí, passamos para um modelo finito e determinamos o perfil de cada face das lentes que permite a obtenção de uma imagem com menor aberração monocromática possível. Para isso, usamos a técnica do Traçado de Raio (*ray tracing*) (TR) acoplada a um algoritmo de otimização cuja função custo descreve a aberração ótica da imagem.

A técnica do traçado de raio é simples, porém robusta, pois baseia-se na aplicação serial da lei de Snell [7], e será descrita na seção 3.2. Convém, agora, apenas dizer que o princípio consiste em se incidir um feixe de raios sobre um sistema de lentes e acompanhar sua evolução (refrações) observando a formação da imagem. Assim, não é obrigatório fazer considerações de simetria, esfericidade ou colinearidade. Ainda, na modelagem proposta nesse trabalho (detalhes na seção 3), os raios de curvatura e índice de refração podem variar para cada ponto do sistema. Veremos que no caso do cristalino, a consideração de índice constante é uma condição que não permite recuperar a anatomia do olho, se considerarmos a qualidade da imagem formada. Para isto, torna-se necessário adotar um perfil de variação para tal índice. No nosso caso, buscaremos qual é o perfil ideal para o cristalino, conforme veremos no desenvolvimento desse texto. Assim, o cristalino passará a ser tratado como uma matriz com 2 (duas) dimensões onde cada sítio possuirá seu próprio índice de refração.

Dessa forma, podemos dizer que o objetivo desse trabalho é desenvolver um código capaz de encontrar e simular um olho humano ideal, que apresente a menor aberração monocromática possível. Veremos na seção 2.2 que os modelos atualmente propostos e em uso corrente nas clínicas e hospitais ainda são baseados em restrições de simetria, o que os tornam bastante limitados para algumas ametropias específicas. Esperamos, assim, começar a preencher essa lacuna apresentando um olho modelo inicial, livre de algumas restrições, mais realista, que certamente deverá evoluir para simular um olho humano real. As limitações teóricas e computacionais desse trabalho são discutidas na seção 1.3.



1.1 Motivações

Dentre as razões que motivaram o desenvolvimento desse trabalho, podemos citar as que consideramos como mais relevantes:

- os modelos atuais, propostos para a modelagem do olho humano, não são capazes de reproduzir corretamente as propriedades óticas do olho, particularmente, a formação de uma imagem nítida na retina. Essa *fragilidade* nos motiva a tentar buscar um olho modelo que respeite considerações anatômicas e clínicas básicas, com a condição de minimização dos efeitos de aberrações monocromáticas (por simplificação);
- a proposição de um olho modelo, permitirá simular e quantificar as propriedades óticas do olho. Com isso, poderemos propor lentes corretivas especiais, de acordo com as características de cada olho;
- problemas complexos como o ceratocone ou deformações decorrentes de acidentes, também podem ser estudados, visando o projeto de sistemas de lentes que aumentem a acuidade visual;
- a existência de um modelo computacional que represente adequadamente o olho humano, poderá ser uma ferramenta no planejamento de cirurgias e quantificação de ametropias incomuns;
- a proposição de novos perfis para lentes multifocais, que reduzam a região *cega* das mesmas;
- a proposição de lentes intraoculares com perfil de índice de refração definido.

Sabemos que algumas de nossas motivações são, hoje, impraticáveis por questões tecnológicas. Mas nosso trabalho pode servir de estímulo para o desenvolvimento de novas técnicas de fabricação de vidros, dopagem e de polimento.

1.2 Objetivos

Esse trabalho tem dois objetivos:



- Proposição de olho-humano-modelo, que permita a formação de uma imagem com aberrações monocromáticas mínimas;
- Desenvolvimento de um código computacional que permita a simulação de algumas propriedades de olho.

1.3 Limitações dos Resultados

Esse trabalho será desenvolvido dentro de algumas restrições, que visam simplificá-lo, sem no entanto, podá-lo de futuros aprimoramentos.

Consideraremos apenas as aberrações monocromáticas, tendo em vista a escassez de resultados experimentais que quantifiquem os efeitos cromáticos (essencialmente, efeitos de dispersão no cristalino) e demais meios óticos.

Para realizar os cálculos, precisamos de uma solução paraxial inicial. Essa informação não é facilmente obtida, visto que a observação experimental do cristalino não permite a obtenção de resultados com boa resolução. Assim, limitaremos nossa análise a uma determinada solução inicial, que é coerente com o olho humano. No entanto, sempre que uma nova solução paraxial é imposta, o mesmo algoritmo poderá ser acionado para encontrar a condição de otimização.

Estudaremos o problema em restrito a 2 (duas) dimensões. Tanto o objeto, como as lentes serão lineares. Com isso, podemos reduzir o problema em termos computacionais, sem perder totalmente a conexão com a realidade física. Estamos supondo que o olho tem uma simetria cilíndrica, o que é coerente apenas como primeira aproximação.

O desconhecimento do índice de refração da primeira camada da face anterior do cristalino dificulta a determinação do perfil dessa face. Nesse trabalho escolhemos um valor extraído da literatura[8] e que gerou a menor aberração total.

Não incluímos nenhuma propriedade dinâmica do cristalino (acomodação), uma vez que isso requer, como passo inicial, o conhecimento das curvas de isoíndice, que é o objetivo desse trabalho.

É importante considerar esse trabalho como o ponto de partida para vários outros. A inclusão posterior de dados topográficos e anatômicos reais, bem



como das propriedades dispersivas do cristalino, poderão permitir a simulação mais realista do processo de formação da imagem pelo olho humano.

Também, a reengenharia do código desenvolvido deverá ser realizada, visando o aumento da resolução dos resultados obtidos, bem como a redução do tempo de processamento. A base teórica usada nesse trabalho (traçado de raios e recozimento simulado) pode ser facilmente adaptada para processamento paralelo.

1.4 Metodologia e Convenções

No desenvolvimento desse trabalho, aplicaremos o método do traçado de raios (TR), para meios homogêneos e heterogêneos, acoplado ao algoritmo do Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*) [9] [10] [11], acompanhando o trajeto dos raios dentro do olho.

Consideraremos um sistema de eixos cartesianos com o eixo principal do sistema de lentes (córnea e cristalino) coincidente com o eixo z . O vértice da córnea ficará localizado na origem do sistema. O objeto será posicionado à esquerda das lentes ($z < 0$) e as imagens formar-se-ão à direita ($z > 0$). Com isso, teremos a seguinte convenção:

- faces côncavas $\rightarrow$ raios de curvatura negativo;
- faces convexas $\rightarrow$ raios de curvatura positivo;
- posições com referência a origem do sistema de coordenadas.

A figura 1.1 esquematiza a face anterior da córnea e o sistema de coordenadas adotado.

Usaremos como solução paraxial inicial, o modelo proposto por Popiolek e Kasprzak[8]. Este contém dados que permitem comparações, além de tratar do processo de acomodação, tema esse que deverá ser explorado na continuação do trabalho aqui apresentado.



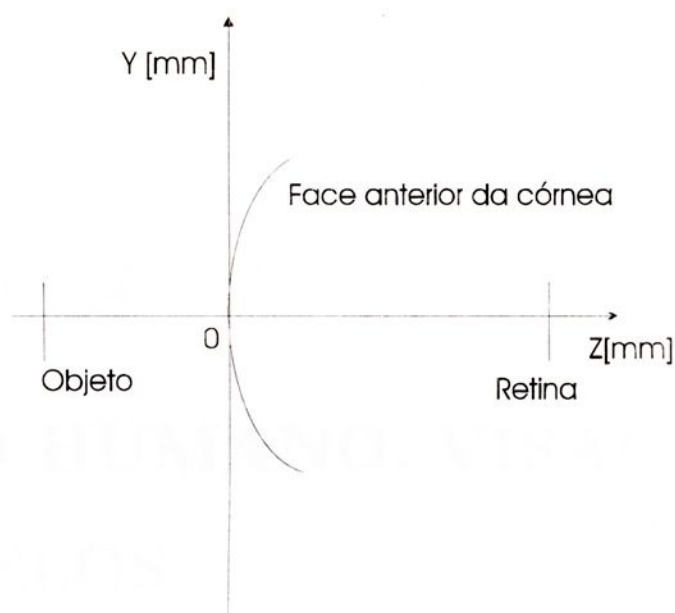


Figura 1.1: Sistema de coordenadas cartesianas, adotado na modelagem

O detalhamento da técnica do traçado de raios e a propagação por meios óticos é apresentado na seção 3.2.2. A descrição do método do Recozimento Simulado pode ser encontrada nas referências [9], [10] e [11]. Informações anatômicas são apresentadas na seção 2.1.

O desenvolvimento dos códigos será em linguagem C, usando o compilador gcc com o Sistema Operacional Linux.

Capítulo 2

OLHO HUMANO, VISÃO E MODELOS

Neste capítulo veremos alguns conceitos necessários para o entendimento dessa dissertação. Trataremos da anatomia do olho humano e dos modelos propostos para o entendimento do processo de formação da imagem sobre a retina. Para maiores detalhes, sugere-se ao leitor que recorra a livros de fisiologia e anatomia. ([12], [13], [14])

O olho biológico normal possui uma forma próxima de um elipsóide, com cerca de 24 mm entre a córnea e a retina (distância ântero-posterior). Várias idéias e modelos foram propostos, ao longo do tempo, para descrever o olho humano e suas propriedades. Uma revisão geral da evolução destas idéias e do próprio conhecimento sobre a visão, bem como a utilização de lentes oftálmicas pode ser encontrada nas seções 6.1 e 6.2. Um resumo sobre a anatomia do olho humano é apresentado na seção 2.1. Nesta, apresentaremos os conceitos que usaremos no desenvolvimento dessa dissertação e nas conclusões. Na seção 2.2, discutiremos os trabalhos mais recentes na área. Assim, poderemos entender o contexto no qual se insere o trabalho aqui descrito.



2.1 Anatomia do Olho Humano

Apresentaremos nesta seção a anatomia simplificada do olho humano, necessária para a proposição de nossa modelagem, bem como o entendimento dos modelos existentes. O olho, conforme mostrado na figura 2.1 [15], pode ser comparado a uma máquina fotográfica, com um sistema de lentes, um diafragma variável e uma camada fotossensível. Considera-se nas modelagens o sistema composto por duas lentes espessas (córnea e cristalino) separadas pelo humor aquoso. A imagem é formada na retina, que é separada do cristalino pelo humor vítreo.

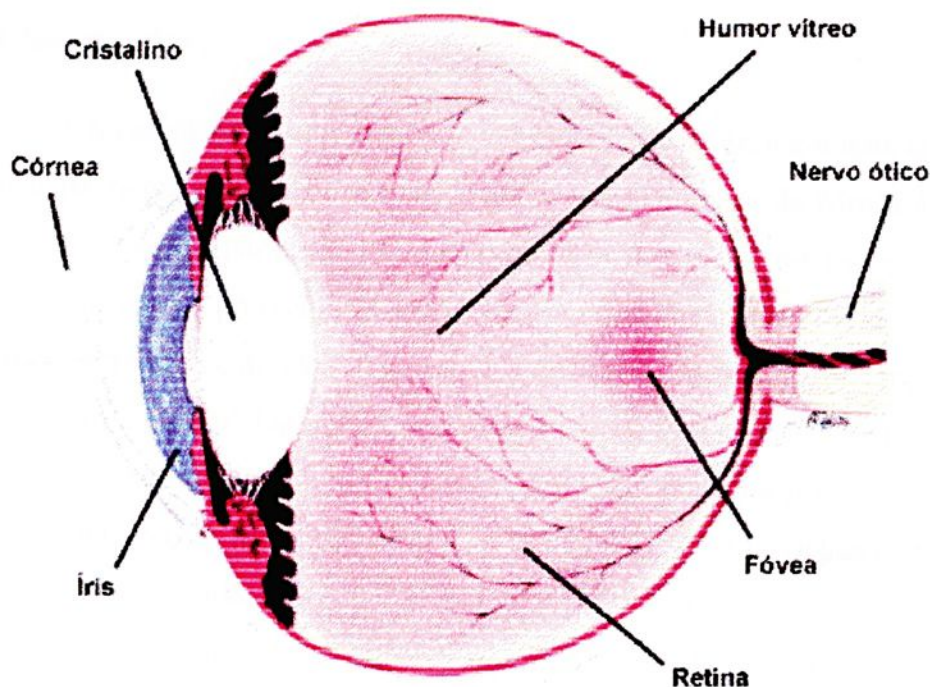


Figura 2.1: Anatomia simplificada do olho humano

A imagem formada na retina é invertida, em relação ao objeto. No entanto, o cérebro é capaz de processar corretamente tal informação, gerando uma concepção visual normal. Aqui é importante distinguir dois conceitos, aparentemente equivalentes: *i*) formação da imagem na retina e *ii*) visão. Enquanto o primeiro é um processo físico, passível de ser modelado pela Ótica, o segundo é um processo psico-físico que envolve aprendizagem, decodificação de sinais e

talvez vários outros detalhes ainda desconhecidos. Essa dissertação trata do processo de formação da imagem, partindo da premissa de que uma imagem nítida na retina pode ser associada à boa visão.

O sistema ótico do olho humano é formado por 4 elementos principais (ver figura 2.1):

- córnea;
- humor aquoso;
- cristalino;
- humor vítreo.

A córnea é o elemento que está na interface com o ar, e por isso, apresenta algumas particularidades. Em primeiro lugar, a face anterior da córnea é a única *facilmente* acessível para estudos topográficos (a face posterior pode ser determinada com menor precisão). A interface ar-córnea apresenta a maior variação de índice de refração, do olho. Isso implica que cerca de 80% do poder dióptrico deve-se à face anterior. Os efeitos de convergência da face anterior são fracamente inibidos pela divergência da face posterior que apresenta uma pequena diferença de índice de refração em relação ao humor aquoso. Na nossa modelagem, a córnea será considerada rígida, esférica, homogênea e simétrica.

O humor aquoso é um fluido que preenche o espaço entre córnea e cristalino. Será tratado como um meio homogêneo, rígido e sem efeitos de espalhamento.

Não consideraremos os efeitos da variação do diâmetro pupilar (efeito estenopêico) de maneira dinâmica, mas sim como um parâmetro ajustável, durante as simulações (dado de entrada).

O cristalino é, sem dúvida, o elemento mais interessante do olho: seu poder de refração pode variar cerca de 14 dioptrias, dependendo da idade do indivíduo [5][6]. Para fazer isso ele muda sua forma de uma lente moderadamente biconvexa para uma muito biconvexa. Esse processo é controlado por fibrilas presas radialmente nas bordas do cristalino. A forma como elas são presas ao

cristalino pode ser vista na figura 2.2[12]. Quando ele está numa conformação relaxada (não acomodado), é capaz de focalizar objetos distantes. Quando assume uma conformação acomodada, pode focalizar objetos mais próximos, a diferentes distâncias.

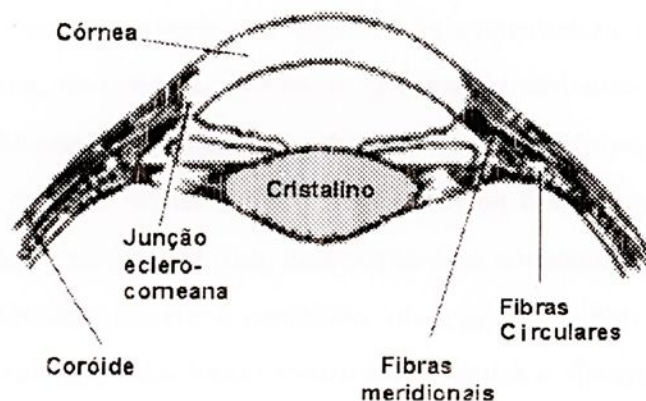


Figura 2.2: Esquema mecânico-muscular do cristalino

Consideraremos em nossa modelagem o cristalino relaxado ou não acomodado. Com a idade, esse processo muscular de acomodação perde sua eficiência uma vez que o cristalino sofre alterações nas propriedades elásticas e se torna mais rígido. Assim a capacidade de acomodação vai progressivamente diminuindo. É a chamada *presbiopia*.

Sabemos que o cristalino é um meio óticamente heterogêneo, apresentando um perfil de curvas de isoíndices. Esse perfil influencia a focalização dos raios de luz, variando em função da posição e extensão do objeto, luminosidade e por efeitos cromáticos. A dificuldade de acesso ao cristalino, para estudos *in vivo* dificulta o conhecimento detalhado de suas curvas de isoíndices. Modelos teóricos baseados em premissas nem sempre inspiradas nos resultados clínicos ou sem a preocupação com a *função visão* ou formação da imagem, permitem estimar um perfil de isoíndices. Essa questão é o foco principal dessa dissertação, que se propõe a determinar tal perfil, a partir de primeiros princípios.

Por fim, o humor vítreo preenche o espaço entre cristalino e retina. Na nossa modelagem, ele será tratado como um meio homogêneo, rígido e sem efeitos

de espalhamento.

2.1.1 Ametropias Comuns

Ametropias são configurações do sistema ótico que levam à má formação da imagem ou a uma baixa resolução. A figura 2.3a esquematiza um olho capaz de focalizar na retina, na condição relaxada, os raios provenientes de um objeto distante. Tal conformação caracteriza o chamado *olho emétrope*, ou seja, com *boa visão*. Quando o globo ocular é pequeno demais ou o sistema de lentes é *fraco* temos a focalização além da retina, ametropia esta conhecida por hipermetropia (figura 2.3b). Quando ocorre o contrário, ou seja, um globo ocular grande ou um poder de focalização das lentes muito *forte*, temos a chamada miopia (figura 2.3c). Estas são as principais *ametropias* ou erros de refração do olho humano. A correção para estes problemas normalmente é feita através do uso de lentes. Assim, usa-se lentes divergentes para a miopia e convergentes para a hipermetropia.

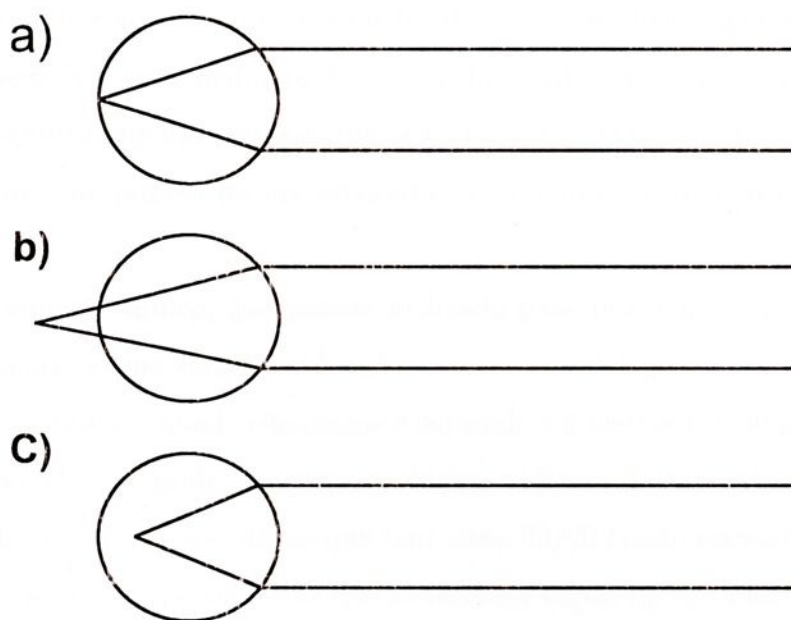


Figura 2.3: Erros de refração do olho humano. a) olho emétrope; b) hipermetropia; c) miopia

Convém citar ainda o astigmatismo, que é um erro de refração do sistema de lentes causado pelo formato oblongo da córnea ou, raramente, do cristalino,

que pode ser compensado com o uso de lentes cilíndricas [1].

2.1.2 A retina

A retina é tratada, nessa dissertação, como um plano onde as imagens devem ser formadas. No entanto, sua relação com a visão é muito mais complexa. A retina é a região fotossensível do olho que contém os cones, principais responsáveis pela visão de cores, e os bastonetes, principais responsáveis pela visão no escuro. Quando os cones e os bastonetes são excitados, os sinais são transmitidos através de neurônios sucessivos, na própria retina, e finalmente pelas fibras do nervo ótico até a córtex cerebral.

Teoricamente, um ponto luminoso de fonte puntiforme distante, quando focalizado sobre a retina, deveria ser infinitivamente pequeno. Entretanto, como o sistema do olho não é perfeito e possui aberrações, tal ponto na retina tem diâmetro de cerca de $10\ \mu\text{m}$, sendo mais luminoso em seu centro e escurecendo em direção as bordas. O diâmetro médio dos cones na fóvea (parte central da retina, responsável pela maior parte da focalização) é aproximadamente de $1,5\ \mu\text{m}$. Isto significa que uma pessoa com boa visão deveria ser, em princípio, capaz de distinguir dois pontos de luz separados de $1,0\ \text{mm}$, a uma distância de 10 metros.

O método clínico, geralmente utilizado para testar a capacidade visual de um paciente, e que será considerado na nossa modelagem para posicionar o objeto, é o seguinte: o quadro de exame é colocado a 6 metros (ou 20 pés) distante do indivíduo. Se este pode ver, com resolução, as letras do tamanho que deveria ser capaz de ver a 6 metros, diz-se que tem visão 20/20 (visão normal - ver figura 4.5). Se ele pode ver apenas letras que deveria ser capaz de ver a 60 metros (200 pés), diz-se que tem visão 20/200. Por outro lado, se ele pode ver a 6 metros, letras que deveria ser capaz de ver somente a 4.5 metros (15 pés), diz-se que ele tem visão 20/15 (super-visão).

Por fim, devemos ressaltar que o eixo ótico é diferente do eixo geométrico do olho. O eixo ótico que utilizamos nas modelagens, é definido pelos pontos centrais das duas faces da córnea e do cristalino e ainda passa pela fóvea. A



diferença desse eixo para o eixo geométrico ou anatômico do olho é da ordem de 1 grau [19].

2.2 Modelos teóricos para o olho humano

A discussão de modelos para o olho humano, requer que tenhamos em mente a classificação corrente:

- modelo reduzido: aquele no qual o olho é representado por apenas 1 (uma) face;
- modelo esquemático: aquele no qual as lentes são tratadas individualmente, podendo ter apenas 2 (duas) faces ou centenas delas;
- modelo paraxial: aquele no qual considera-se apenas feixes próximos ao eixo ótico principal, onde a aproximação paraxial é aceitável;
- modelo finito: aquele no qual os feixes incidentes estão distantes do eixo ótico e não são, obrigatoriamente, paralelos a este.

Desde de muito tempo existe o interesse pela visão e por modelos sobre o olho humano. A literatura registra desde modelos reduzidos paraxiais, até propostas mais sofisticadas. A evolução dos modelos está fortemente relacionada com a evolução das técnicas de medição do olho e com o aumento do poder computacional, observado nas últimas décadas.

No final do século XIX e início do século XX temos importantes contribuições através do trabalho de Helmholtz [5]. Em seu tratado sobre a visão, ele apresenta questões fisiológicas, anatômicas e um estudo da ótica do olho. Este trabalho, junto com o de Gullstrand [16] influenciaram muitos outros, posteriormente.

Vamos começar considerando o modelo com quatro faces proposto por Helmholtz. Este trata tanto do olho relaxado como acomodado, sendo que o raio de curvatura da face posterior do cristalino varia de 10 a 6 mm. Neste modelo os valores dos índices de refração e raios de curvatura de cada face, buscam



se aproximar de valores experimentais, obtidos com olhos de rato. Apesar das limitações, Helmholtz chegou a uma importante conclusão: a consideração de que o cristalino tem um índice de refração homogêneo não era compatível com os resultados experimentais. Assim, propõe um modelo onde o cristalino possui mais duas faces, conforme figura 2.4.

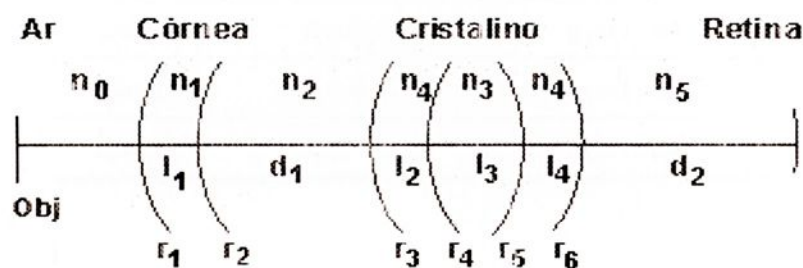


Figura 2.4: Olho paraxial esquemático com 6 faces, de Helmholtz

Na figura 2.4 usamos a seguinte notação:

- $n_0, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5$ são os índices de refração, respectivamente, do ar, córnea, humor aquoso, cristalino, centro do cristalino e humor vítreo;
- $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$ são, respectivamente, os raios de curvatura das faces anterior e posterior da córnea e das quatro faces do cristalino;
- l_1, l_2, l_3, l_4 são, respectivamente, as espessuras da córnea e do cristalino;
- d_1 é a distância córnea - cristalino;
- d_2 a distância do cristalino à retina.

Definimos, ainda, a distância antero-posterior (dap), que é o tamanho do olho, como sendo:

$$dap = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + d_1 + d_2 \quad (2.1)$$

Os valores de cada parâmetro são apresentados na tabela 2.1.

Para o poder de cálculo da época, esse modelo foi considerado complicado. Gullstrand[17] simplificou o modelo, considerando a córnea como uma única

Tabela 2.1: Valores numéricos do modelo de Helmholtz, com 6 faces

raios (mm)	distâncias (mm)	índices de refração
$r_1=7,7$	$l_1=0,5$	$n_0=1,0$
$r_2=6,8$	$d_1=3,1$	$n_1=1,376$
$r_3=10,0$	$l_2=0,546$	$n_2=1,336$
$r_4=7,911$	$l_3=2,419$	$n_3=1,386$
$r_5=-5,76$	$l_4=0,635$	$n_4=1,406$
$r_6=-6,0$	$dap=24,0$	$n_5=1,336$

superfície de raio 8 mm, com as superfícies anterior e posterior do cristalino com, respectivamente, 10 e 6 mm e os índices de refração de 1,45 para o cristalino e 1,33 para os humores. Esse olho apresentava 66,6 dioptrias, na condição de olho relaxado. Esse modelo de três faces permite mudar o poder de convergência do cristalino (ajuste da curvatura esférica das duas superfícies do cristalino) ao acomodar, com os focos do olho estando mais próximos ou mais afastados (do objeto). Gullstrand também fez um modelo com quatro superfícies refratoras parecido com o de Helmholtz, que também é bastante utilizado, e que foi revisto nos trabalhos de LeGrand [18],[19], que propôs um novo modelo esquemático paraxial (figura 2.5).

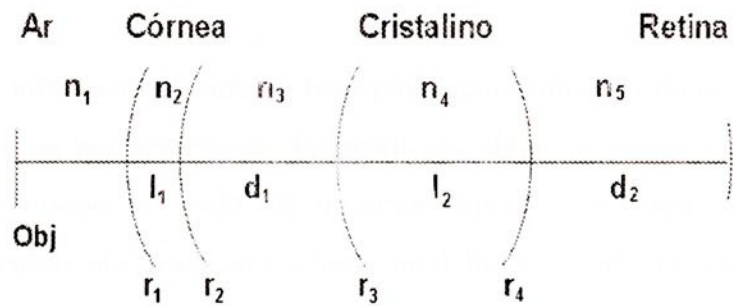


Figura 2.5: Olho paraxial esquemático com 4 faces, de LeGrand

onde utilizamos a seguinte notação:

- n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 são os índices de refração, respectivamente, do ar, córnea,

humor aquoso, cristalino e humor vítreo;

- r_1, r_2, r_3, r_4 são, respectivamente, os raios de curvatura das faces anterior e posterior da córnea e das faces anterior e posterior do cristalino;
- l_1, l_2 são, respectivamente, as espessuras da córnea e do cristalino;
- d_1 é a distância córnea - cristalino;
- d_2 a distância do cristalino à retina.

A distância antero-posterior (dap) é dada por:

$$dap = l_1 + d_1 + l_2 + d_2 \tag{2.2}$$

O valores numéricos são apresentados na tabela 2.2.

Tabela 2.2: Modelo de Gullstrand-LeGrand, com 4 faces

raios (mm)	distâncias (mm)	índices de refração
$r_1=7,8$	$d_1=0,55$	$n_0=1,0$
$r_2=6,5$	$d_2=3,05$	$n_1=1,3771$
$r_3=10,2$	$d_3=4,0$	$n_2=1,3374$
$r_4=-6,0$		$n_3=1,42$
		$n_4=1,336$

Esses números serviram de base para uma série de trabalhos subsequentes, bem como na parametrização imbutida em alguns equipamentos hospitalares. Ainda no começo do século XX, na mesma época do trabalho de Gullstrand, Emsley apresentou um outro importante modelo [17], bastante simples, porém amplamente utilizado na formação de recursos humanos em Oftalmologia. Foi projetado por Emsley, ainda como uma simplificação adicional ao olho de três superfícies de Gullstrand e envolve uma única superfície refratora. Nesta representação, o comprimento axial do olho é de 22.22 mm (figura 2.6).

A partir daí, os modelos propostos foram tornando-se mais complexos, buscando maior similaridade com características anatômicas e fisiológicas.



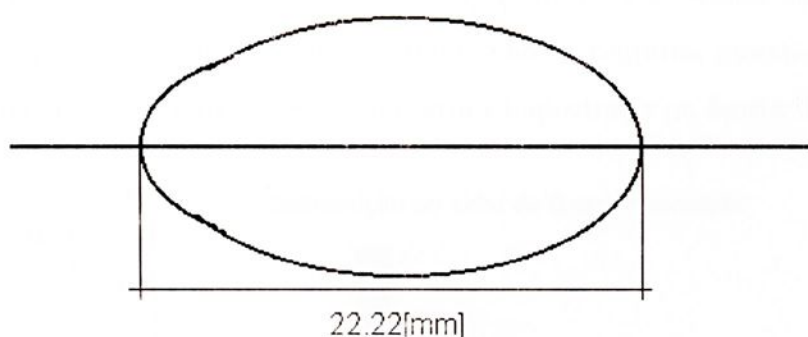


Figura 2.6: Olho paraxial reduzido, de Emsley

Lotmar (1971) [20] apresenta um modelo esquemático finito com 4 (quatro) faces, assumindo simetria rotacional e cristalino homogêneo. Para a definição da córnea utiliza dados do trabalho de Bonnet [21], onde é feito um estudo da topografia da córnea e ajustes matemáticos por funções tipo parábolas e conicóides. Quanto ao cristalino ele aproxima suas superfícies por parábolas. Utiliza, ainda, o método do traçado de raios para fazer o estudo de algumas aberrações como a esférica, o astigmatismo e o coma.

Alguns trabalhos dedicaram-se especificamente à córnea. Kiely, Smith e Carney (1982) [22] estudam sua topografia e usam curvas tipo conicóide para descrever o plano equatorial e sagital da córnea. A equação de um conicóide é dada por:

$$x^2 + y^2 + (1 + Q)z^2 - 2zR = 0 \quad (2.3)$$

onde, R é o raio de curvatura da superfície e z a coordenada ao longo do eixo ótico. O parâmetro Q é o valor da esfericidade, definido da seguinte forma:

$Q > 0$, elipsóide com o eixo maior no plano xy ;

$Q = 0$, esfera;

$-1 < Q < 0$, elipsóide com o eixo maior na direção de z ;

$Q = -1$, parabolóide com eixo ao longo de z ;

$Q < -1$, hiperbolóide.

Kiely e colaboradores estudaram 176 olhos considerados saudáveis e os resultados para a esfericidade são resumidos no histograma mostrado na figura 2.7, e a distribuição para o raio de curvatura é mostrada na figura 2.8.

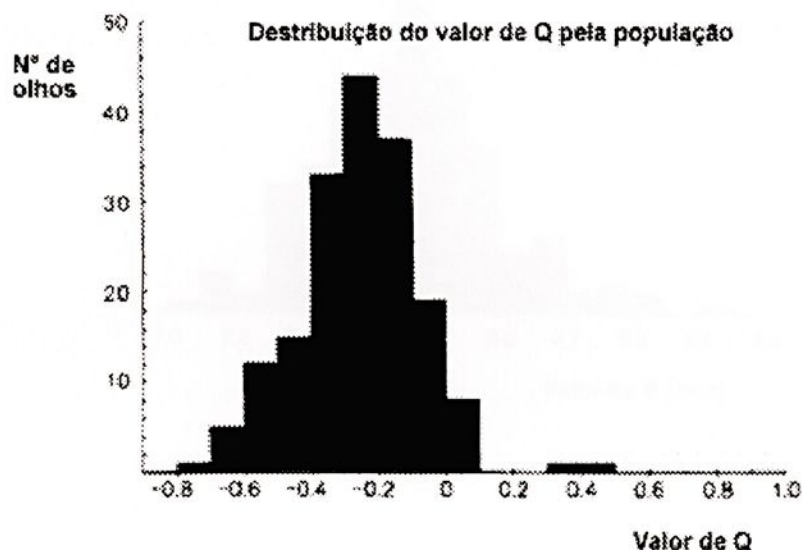


Figura 2.7: Distribuição do valor da esfericidade (Q)

É interessante observar que os resultados experimentais indicam um raio de curvatura médio, para a face anterior da córnea, por volta de 7,75 mm. Esse resultado também foi obtido em nossas simulações computacionais, a partir de primeiros princípios (ver seção 4.1).

Blaker (1979) [23] apresentou um modelo para o olho humano partindo do modelo de Gullstrand Le-Grand. Contudo, este trabalho descreve o cristalino com um gradiente para o índice de refração. Verificamos neste trabalho, uma importante investida no tratamento do perfil de variação para o índice do cristalino. A variação proposta para o índice de refração, foi dado por:

$$n = n_0(z) + n_1(z)\xi + n_2(z)\xi^2 + \dots \quad (2.4)$$

onde:

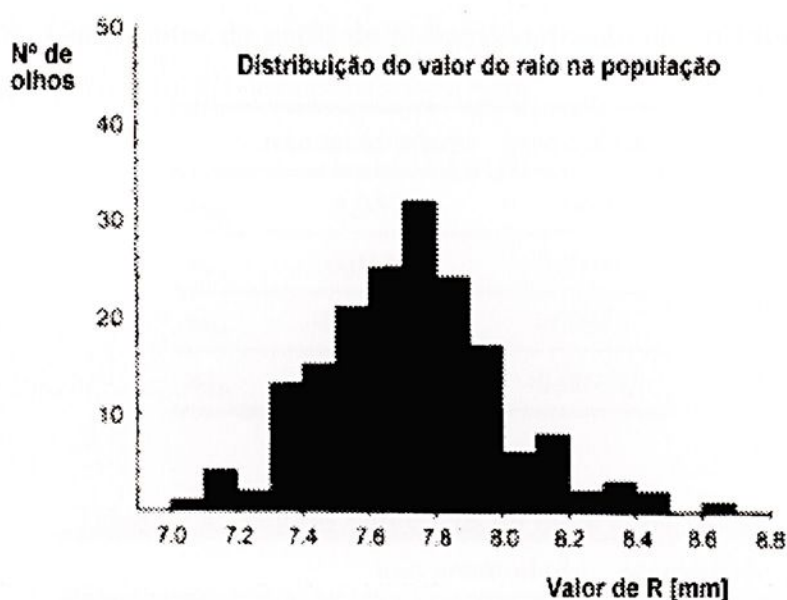


Figura 2.8: Distribuição dos raios de curvatura

$$n_0 = n_{00} + n_{01}z + n_{02}z^2 + \dots \quad (2.5)$$

$$n_i = n_{i0} + n_{i1}z + n_{i2}z^2 + \dots \quad (2.6)$$

$$\xi = y^2 + x^2 \quad (2.7)$$

Os valores numéricos dos coeficientes dessas equações foram determinados a partir de estudos usando o modelo de Gullstrand. Foi feita a opção por ajuste conforme elipses e esses coeficientes são mostrados na tabela 2.3.

Ainda, Blaker separa as condições para olho acomodado e não-acomodado, de modo que a espessura, o diâmetro do cristalino e os raios de curvatura, tem diferentes valores, conforme mostrados na tabela 2.4.

Assim, Blaker determinou os parâmetros óticos do olho, para diferentes estados de acomodação e comparou-os com o modelo de Gullstrand, verificando, basicamente, que a posição dos pontos focais são muito parecidas, diferindo com relação ao poder dióptrico do olho. Blacker encontrou 21,87 dioptrias comparado a 9,11 dioptrias de Gullstrand para o cristalino não acomodado e 31,39 dioptrias contra 33,06 dioptrias para o cristalino acomodado. O modelo de Blacker é

Tabela 2.3: Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino no modelo de Blacker

	não acomodado	acomodado
n_{00}	1,387	1,387
n_{01}	0,0140	0,0195
n_{02}	-0,00384	-0,0045
n_{10}	-0,00120	-0,00170

Tabela 2.4: Valores numéricos do modelo de Blaker

	não acomodado	acomodado
espessura (mm)	3,6	4,0
diâmetro (mm)	10,1	8,5
raio anterior (mm)	11,0	5,0
raio posterior (mm)	5,5	5,0

bastante sofisticado, contudo, ele se limitou a cálculos paraxiais para efeito de comparações com o modelo de Gullstrand e não fez um estudo sobre as aberrações da imagem formada.

Outro trabalho importante é o de Liou e Brennan (1996) [24] que apresentam um estudo comparativo entre vários modelos para o olho humano, confrontando-os com resultados experimentais. Aplica-se neste trabalho o método do traçado de raios, e calcula-se a aberração esférica, parâmetro este usado como fator de comparação. Assim, mostra que modelos mais recentes que começam a considerar variações do índice de refração do cristalino e incorporam as superfícies asféricas são mais eficientes. Mesmo assim, conclui o trabalho argumentando que todos os modelos finitos para o olho são falhos e que é necessário um modelo mais completo.

Em um segundo trabalho, Liou e Brennan (1997) [25] apresentam uma continuação para o trabalho descrito acima. Agora, neste trabalho, desenvolvem um modelo esquemático mais completo, visando suprir as deficiências dos modelos

Tabela 2.5: Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino, no modelo de Liou e Brennan

	Região anterior	Região posterior
n_{00}	1,386	1,407
n_{01}	0,049057	0,000
n_{02}	-0,015427	-0,006605
n_{10}	-0,001978	-0,001978

anteriores, conforme observado no artigo anterior. Esse novo modelo apresenta aberração esférica próxima a experimental. Eles buscam uma maior fidelidade em relação a anatomia, biometria e ótica do olho humano. Utilizam quatro superfícies asféricas, seguindo a idéia de se utilizar um conicóide (eq. 2.3) e gradiente do índice de refração do cristalino. Para o perfil de variação deste, adota a equação 2.4, conforme Blacker (1979), contudo com coeficientes que visam uma configuração parabólica para as isoíndices. Outra diferença é que o cristalino é dividido em duas partes: na primeira (região anterior) o índice cresce até atingir um pico em 1,40, e na segunda (região posterior) o índice decai até encontrar o humor, novamente. Contudo, eles consideram apenas o cristalino não acomodado. Os valores numéricos são apresentados na tabela 2.5.

Este modelo tem uma convergência de 60,35 dioptrias e uma distância ântero-posterior de 23,95 mm. O modelo é utilizado para calcular a aberração esférica, que se mantém próxima aos valores experimentais. No entanto, Liou não apresenta uma hipotética imagem gerada pelo modelo, a partir de um objeto extenso distante.

Popielek e Kasprzak (2002) [8] também fazem um trabalho semelhante ao de Liou e Brennan (1997), tratando o olho com lentes asféricas e com gradiente de variação para o cristalino. O grande avanço foi considerar o processo de acomodação do cristalino. Assim, as equações 2.4 tem seus coeficientes com diferentes valores, dependendo da região (anterior ou posterior), e da acomodação, conforme mostrado, resumidamente, na tabela 2.6.



Tabela 2.6: Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino, no modelo de Popiolek e Kasprzak

anterior	0 D	4 D	10 D
n_{00}	1,386	1,386	1,386
n_{01}	0,024549	0,022879	0,021657
n_{02}	-0,007531	-0,006543	-0,005861
n_{10}	-0,001625	-0,001953	-0,002478
posterior	0 D	4 D	10 D
n_{00}	1,406	1,406	1,406
n_{01}	0,000	0,000	0,000
n_{02}	-0,004624	-0,00472	-0,004499
n_{10}	-0,001625	-0,001953	-0,002478

A figura 2.9 mostra as curvas de isoíndices encontradas por Popiolek e Kasprzak (2002) [8].

Como pode ser observado, os três trabalhos anteriores são parecidos no tratamento do perfil do cristalino, ou seja, buscam ajustar equações parametrizadas, com valores experimentais. Também, não comentam, tampouco apresentam uma imagem gerada pelo modelo proposto. Veremos que nosso tratamento será um pouco diferente. Nossa determinação das curvas de isoíndices será feito com a preocupação de obter baixa aberração monocromática na imagem formada na retina, independente de equações para ajustes numéricos.

Até agora, nesta seção, discutimos importantes contribuições na busca de um olho humano modelo que serão usados para comparar e validar nossos resultados. Discutiremos agora, superficialmente, alguns outros trabalhos que julgamos ser relevantes na área, e no contexto desta dissertação.

Começemos pelo trabalho de Howcroft e Parker (1977) [26]. Eles estudaram o cristalino de cadáveres e, a partir destes dados experimentais, puderam fazer aproximações para as duas superfícies do cristalino utilizando o conicóide. O raios de curvatura obtidos foram 7,3 mm para a superfície anterior e 5,35



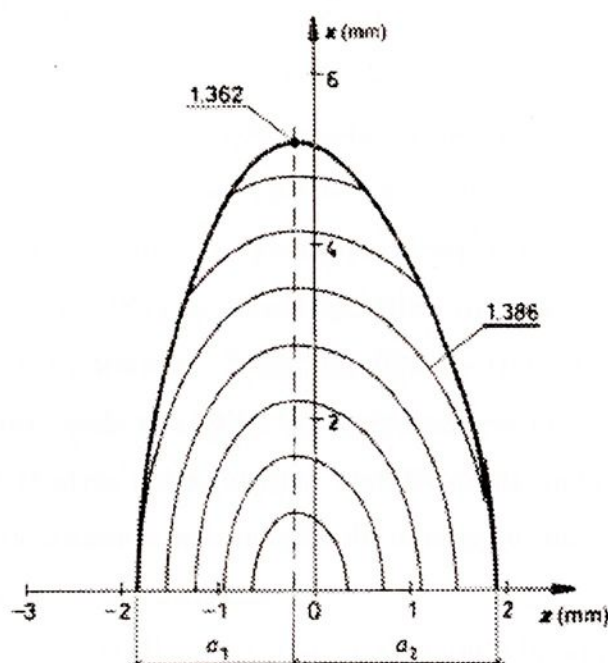


Figura 2.9: Curvas de isoíndices, propostas por Popiolek e Kasprzak

mm para a posterior. Este trabalho também estabelece que as curvaturas das superfícies refratoras do olho decrescem sua curvatura com a idade.

Koretz e Handelman (1988) [27] não apresentam um olho esquemático mas fazem um estudo relevante sobre problemas da visão. Com o avanço da idade, a capacidade de focalizar objetos próximos diminui. Assim esse trabalho faz um estudo teórico sobre a focalização buscando identificar as causas de problemas relacionados a essa perda de capacidade. São identificados tantos fatores microscópios, como o aumento e acúmulo de proteínas no cristalino, quanto fatores macroscópios, como a perda de curvatura das superfícies, o enrijecimento do cristalino, bem como o enfraquecimento da musculatura ao seu redor.

Marcos, et al.(2001) [28] fizeram um trabalho incluindo a aberração cromática. Eles conseguiram medir a aberração cromática e transversal para quinze olhos diferentes. O método consistiu na utilização de um refratômetro para medir a refração da cor azul e vermelho. Assim, em função da diferença de posição na retina, entre as imagens das duas cores, faz-se o cálculo das aberrações. Foram estudadas as faces da córnea e do cristalino, e também estudou-se o deslo-

camento não axial da fóvea e a pupila. Contudo, os resultados sugeriram apenas a correlação entre as irregularidades da córnea e as aberrações.

Yoon e Williams (2002) [29] estudaram os benefícios de se corrigir as aberrações. Fez estudo teórico admitindo luz monocromática e policromática, usando um tratamento ondulatório para o problema, comparando os dois casos.

Carvalho (2001) [30] tem alguns trabalhos voltados para a parte de construção de aparelhos oftálmicos. Neste trabalho ele trata a técnica das *frentes de onda* (*wave-front*), onde um sensor composto por centenas de pequenas lentes e uma câmara CCD atrás delas, captam uma frente de onda da luz que reflete na retina e retorna trazendo informações do olho como um todo. Acredita na utilização dessa técnica em cirurgias.

Em um outro trabalho Carvalho, et al. (1997) [4] apresenta o desenvolvimento do primeiro instrumento brasileiro para medir curvaturas de córnea, o chamado *topógrafo de córnea*. Revela como foi feito o software, a metodologia e implementação. Utiliza um modelo matemático axial, ou seja, considera a aproximação de que a região central da retina é a grande responsável pela visão. Os resultados de topografias são mostrados em mapas de cor, que inclusive, podem ser utilizados para se definir a superfície anterior da córnea com boa precisão.

Assim, terminamos essa seção contextualizando o trabalho desenvolvido nessa dissertação, onde será estudado o perfil de variação do índice de refração do cristalino. Tendo em mente o estado da arte da busca por um olho modelo, podemos discutir a modelagem que será por nós usada.



Capítulo 3

MODELAGEM

O modelo ondulatório da luz pode ser simplificado sempre que o comprimento de onda possa ser considerado desprezível, quando comparado com a dimensão dos componentes do sistema ótico envolvido. Este é o domínio de validade da chamada ótica geométrica, onde podemos usar o conceito de *raio de luz*. Assim, a ótica geométrica é um caso especial da ótica física.

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \text{óptica física} = \text{óptica geométrica}$$

onde λ é o comprimento de onda da luz.

Como o comprimento de onda da luz é muito pequeno comparado com as dimensões típicas do olho (raios de curvatura, distâncias, espessuras, ...), podemos usar a ótica geométrica para nossos estudos.

Dentro dessa aproximação, a luz é entendida como um raio (ou feixe) que se propaga em linha reta, a partir de sua origem, desviando-se quando atravessa uma interface ou uma região onde existe uma mudança de índice de refração. De acordo com índice de refração local, o comprimento de onda sofre alterações na sua dimensão. Sabemos que quanto maior o índice, menor será o comprimento de onda. Isso permite diferenciar o tamanho do percurso físico ou anatômico, do percurso efetivo, ou caminho ótico. Essa diferença é considerada no método do traçado de raios, que será usado nesse trabalho.

No tratamento que será dado ao cristalino conceber-lo-emos como uma matriz retangular bidimensional, onde cada elemento terá um índice de refração



próprio. Com isso o caminho ótico apresentará varias descontinuidades, dependendo da resolução adotada.

As leis da óticas geométricas que descrevem o percurso dos raios são a lei da refração (Lei de Snell) [7] e da translação linear.

Nessa seção apresentaremos as bases teóricas para poder tratar o olho humano considerando um modelo esquemático finito com faces asféricas e cristalino heterogêneo. Essa modelagem baseia-se na aplicação sequencial da lei de Snell e do uso da técnica TR (traçado de raio) [31]. As lentes do olho (cristalino e córnea) são tratadas isolada e pontualmente, não necessitando-se de aproximações. O olho modelo a ser proposto tem o objetivo de apresentar efeitos de aberração mínimos.

Apresentaremos, inicialmente, a modelagem paraxial usada como ponto de partida para a otimização e depois a modelagem generalizada, que foi implementada nesse trabalho.

3.1 Modelagem Paraxial

Apresentamos nesta seção a aplicação das equações paraxiais para o olho humano. Usamos o método clássico de calcular cada face separadamente, considerando como objeto, a imagem gerada na face anterior, considerando efeitos da espessura das lentes.

A anatomia do olho humano já foi apresentada na seção 2.1. Assim, modelamos o olho como um conjunto de duas lentes (córnea e cristalino) alinhadas e imersas em meios distintos. Um esquema do modelo já foi apresentado na figura 2.5 e seguimos a mesma nomenclatura usada na seção 2.2

Assim, a equação que rege o processo de refração em uma face, é dada por:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} \quad (3.1)$$

onde p é a posição do objeto, n_1 e n_2 são os índices de refração do ar e da córnea, respectivamente, r_1 é o raio da face anterior da córnea e i_1 a posição da imagem formada por esta face (eq. 3.2).



$$i_1 = \frac{pr_1n_2}{p(n_2 - n_1) - r_1n_1} \quad (3.2)$$

Considerando-se a imagem formada pela primeira face como objeto para a segunda, levando-se em conta a espessura da lente, podemos calcular a posição das imagens formadas pelas demais interfaces (eqs. 3.3 a 3.5)

$$i_2 = \frac{(l_1 - i_1)r_2n_3}{(l_1 - i_1)(n_3 - n_2) - r_2n_2} \quad (3.3)$$

$$i_3 = \frac{(d_1 - i_2)r_3n_4}{(d_1 - i_2)(n_4 - n_3) - r_3n_3} \quad (3.4)$$

$$i_4 = \frac{(l_2 - i_3)r_4n_5}{(l_2 - i_3)(n_5 - n_4) - r_4n_4} \quad (3.5)$$

Assim, i_1 , i_2 , i_3 e i_4 são as imagens formadas pela face anterior e posterior da córnea e faces anterior e posterior do cristalino, respectivamente, l_1, l_2 são as espessuras da córnea e do cristalino, d_1 é a distância córnea-cristalino, r_2, r_3, r_4 são os raios de curvatura das faces posterior da córnea e anterior e posterior do cristalino respectivamente e n_3, n_4, n_5 são os índices de refração, respectivamente do humor aquoso, cristalino e humor vítreo. A imagem i_4 deve ser formada sobre a retina, no caso de um olho emétopo, definindo também a distância ântero-posterior do olho.

Assim, a modelagem paraxial envolve 13 (treze) parâmetros e apenas 4 (quatro) equações, o que faz com que o sistema não tenha solução única. Essa flexibilidade é limitada por questões anatômicas, histológicas e mecânicas. Ainda assim, o número de soluções viáveis do problema é gigantesco, o que é consistente com a discussão apresentada na seção 1.3, quando questionamos as limitações da validade dos resultados experimentais, usados como parâmetros de validação dos modelos.

Adotaremos como solução paraxial inicial, os valores propostos por Popiolek [8].



3.2 Modelagem generalizada

Nesta modelagem nos desprendemos dos modelos paraxiais. Ela não requer esfericidade das lentes, porém ainda consideramos que todos os pontos da face possuem centro de curvatura comum. Buscaremos um modelo finito que visa a minimização das aberrações. Cada face do olho, será descrita numericamente, associando-se a cada ponto, uma coordenada espacial que permitirá estimar o vetor normal à superfície naquele ponto, bem como definir os vetores incidente e refratado.

Considerando o problema em 2 (duas) dimensões (plano yz), temos que buscar qual a coordenada z , do ponto y ($x = 0$) que minimiza a aberração (esse critério será discutido na seção 3.2.4).

Para cada ponto, um raio incidente ao atingir esse ponto é refratado segundo a Lei de Snell, dando origem a um feixe refratado. Os vetores incidente, refratado e normal pertencem ao mesmo plano permitindo estabelecer relações vetoriais entre eles.

Consideremos o esquema da figura (3.1),

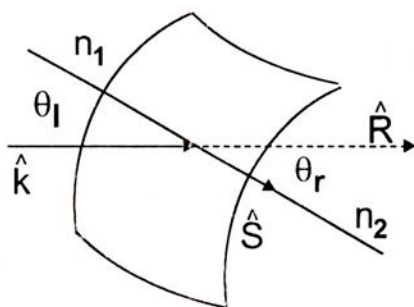


Figura 3.1: Método do Traçado de Raio - esquema geométrico

onde $\hat{K}$, $\hat{S}$ e $\hat{R}$ são, respectivamente, os vetores incidente, normal e refratado, n_1 e n_2 , os índices de refração, θ_i é o ângulo de incidência e θ_r o ângulo de refração.

Admitimos que cada ponto da superfície possa ser descrito por um raio próprio, porém com centro de curvatura comum a toda a face (lente esférica). Consideramos a face da córnea como uma matriz unidimensional cujos elementos representam a conformação geométrica de cada ponto. O raio ou a coordenada ao

longo do eixo ótico de cada ponto da curva é a incógnita buscada em um processo de otimização para minimizar a aberração.

Tal processo é apresentado nos itens seguintes e consiste em se determinar qual é a solução no eixo ótico (solução paraxial), que serão usadas como planos-imagem, e depois usar o traçado de raios pelo vértice de cada lente, para se encontrar os pontos-imagens referência. Para os demais pontos da lente, devemos variar a coordenada z de forma a minimizar as aberrações, calculadas conforme será descrito na seção 3.2.4.

3.2.1 Solução paraxial (vértice fixo)

Antes de se aplicar o método do *TR*, precisamos definir os planos em que as imagens, correspondentes a cada face, serão formadas. Para isso, usamos as equações 3.2 a 3.5 e determinamos os 4 (quatro) planos-imagem. Nesses cálculos, impomos a restrição de que os vértices das faces são rígidos, com posição e raio de curvatura fixos. Os valores numéricos adotados nessa fase são os sugeridos pelo modelo de Popiolek (Tabela 4.1), e são mostrados na seção 4.1.

3.2.2 Método do Traçado de Raios (TR) e translação

Seja uma face que divide dois meios de índices de refração n_1 e n_2 . Seja um raio originado no ponto O e incidente no ponto A , dessa face. Podemos calcular o versor incidente pela expressão:

$$\hat{K} = \frac{\vec{A} - \vec{O}}{|\vec{A} - \vec{O}|} \quad (3.6)$$

Seja o ponto C , o centro de curvatura comum da face em estudo. O versor normal a essa face, no ponto A pode ser calculado por:

$$\hat{S} = \frac{\vec{A} - \vec{C}}{|\vec{A} - \vec{C}|} \quad (3.7)$$

Tudo estaria bem, se conhecessemos as coordenadas do ponto A . A coordenada x , por nossa restrição a 2 (duas) dimensões é dada por $x = 0$. A coordenada y , que define a altura do ponto A , em relação ao eixo ótico, pode



assumir valores definidos por nós, de acordo com a resolução desejada para o problema. No entanto, a coordenada z é desconhecida e deve ser encontrada pelo algoritmo de otimização, que busca minimizar as aberrações.

O desconhecimento da coordenada z impede a localização do ponto A , e daí, a determinação dos versores incidente e normal. Assim, o raciocínio que usamos no nosso trabalho é o de variar controladamente a coordenada y e buscar a coordenada z que faça com que um raio proveniente do ponto O , que atinge o ponto A , seja refratado para o correspondente *ponto-imagem- O* , no plano imagem correspondente a face em estudo. A determinação de tal *ponto-imagem-referência* será discutida na seção 3.2.3.

Por enquanto, vamos considerar que conhecemos integralmente as coordenadas do ponto A , para que possamos apresentar o método do TR [31].

Consideremos a figura 3.2.

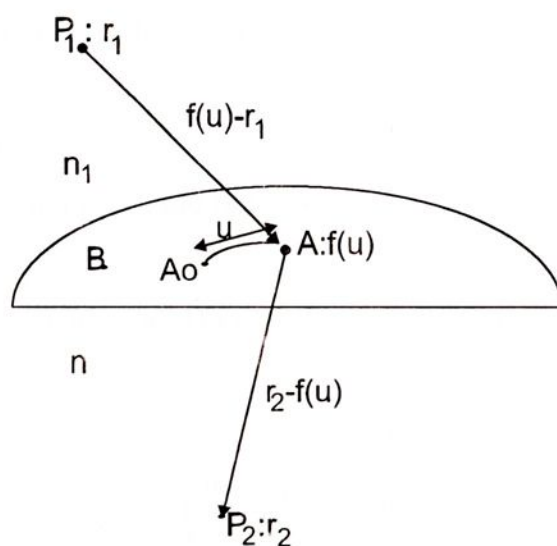


Figura 3.2: Dedução da lei de refração, segundo o princípio de Fermat

Esta figura representa o processo de refração. Um raio saindo do ponto P_1 atinge a superfície de refração f no ponto A e sofre refração para o ponto P_2 . Daí podemos definir o plano de refração, onde temos os versores genéricos $\hat{e}_1$ (incidente), $\hat{e}_2$ (refratado) e $\hat{v}$ (normal à superfície), conforme pode ser visto na figura 3.3.

Nas figuras 3.2 e 3.3, temos que:

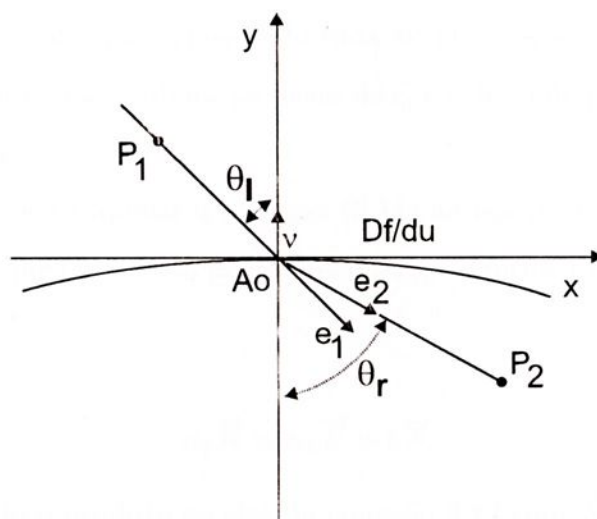


Figura 3.3: Processo de refração

(P_1AP_2) é o caminho virtual do raio;

$(P_1A_0P_2)$ é o caminho real do raio;

$$\overrightarrow{OA} = f(u);$$

$$\overrightarrow{OA_0} = f(0).$$

O caminho virtual é dado por:

$$l(u) = n_1|f(u) - r_1| + n_2|r_2 - f(u)| \quad (3.8)$$

sendo que

$$\left(\frac{dl(u)}{du} \right)_{u=0} = 0 \quad (3.9)$$

e ainda:

$$\left(\frac{dl(u)}{du} \right)_{u=0} = \left[(n_1\hat{e}_1 - n_2\hat{e}_2) \cdot \frac{df}{du} \right] \quad (3.10)$$

$\frac{df}{du}$ é a tangente à superfície em A_0 , mas arbitrário. Isso implica $n_1\hat{e}_1 - n_2\hat{e}_2$ deve ser paralelo ao versor normal $\hat{v}$, e assim:

$$n_1\hat{e}_1 - n_2\hat{e}_2 = b\hat{v} \quad (3.11)$$

onde b é uma constante que depende de cada sistema. Assim $\widehat{e}_2$, que é o versor refratado, é também uma combinação linear de $\widehat{e}_1$ e $\widehat{v}$ devendo pertencer ao mesmo plano da incidência.

Podemos agora aplicar a equação (3.11) ao nosso caso. Temos assim os versores $\widehat{K}$, $\widehat{S}$ e $\widehat{R}$ que pertencem ao mesmo plano, conforme figura 3.1, e podemos definir:

$$n_2 \vec{R} = n_1 \vec{k} + b \vec{S} \quad (3.12)$$

Calculando o produto escalar da equação 3.12 com $\vec{S}$, membro a membro, temos:

$$n_2 \vec{S} \cdot \vec{R} = n_1 \vec{S} \cdot \vec{k} + b \vec{S} \cdot \vec{S} \quad (3.13)$$

$$b = -n_r \cos \theta_r + n_i \cos \theta_i \quad (3.14)$$

Agora, tomando o módulo do produto vetorial com $\vec{S}$, membro a membro, temos:

$$n_2 | \vec{R} \times \vec{S} | = n_1 | \vec{k} \times \vec{S} | + b | \vec{S} \times \vec{S} | \quad (3.15)$$

$$n_r \sin \theta_r = n_i \sin \theta_i \quad (3.16)$$

que é a conhecida *lei de Snell*. Elevando esta equação ao quadrado e substituindo $\sin^2$ por $(1 - \cos^2)$ temos:

$$n_r \cos \theta_r = \pm \sqrt{n_r^2 - n_i^2 + n_i^2 + \cos^2 \theta_i} \quad (3.17)$$

Lembrando que, $\cos \theta_i = -(\vec{k} \cdot \vec{S})$, temos:

$$\cos \theta_i = -k_x S_x - k_y S_y - k_z S_z \quad (3.18)$$

Assim finalmente pode-se calcular o versor refratado:



$$\hat{R} = \frac{n_i}{n_r} \hat{k} + \frac{b}{n_r} \hat{S} \quad (3.19)$$

ou ainda:

$$R_x = \frac{n_i}{n_r} k_x + \frac{b}{n_r} S_x \quad (3.20)$$

$$R_y = \frac{n_i}{n_r} k_y + \frac{b}{n_r} S_y \quad (3.21)$$

$$R_z = \frac{n_i}{n_r} k_z + \frac{b}{n_r} S_z \quad (3.22)$$

As equações acima, resumem o método TR.

Uma vez obtido o versor refratado, devemos propagar o raio até o plano de interesse. O mecanismo de translação está esquematizado na figura 3.4.

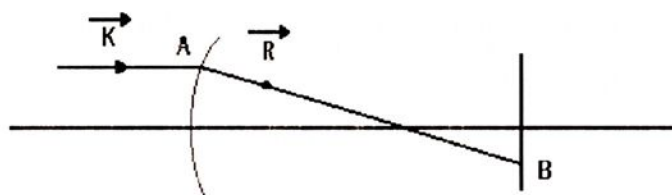


Figura 3.4: Translação, após refração

Na figura 3.4, o ponto B é o ponto-imagem, projetado no plano imagem correspondente, e pode ser calculado por:

$$\vec{B} = \vec{A} + t\hat{R} \quad (3.23)$$

Uma vez que conhecemos a coordenada z , ao longo do eixo ótico do plano-imagem, (valor paraxial), podemos determinar o fator de translação t e as coordenadas do ponto B por:

$$t = \frac{B_z - A_z}{R_z} \quad (3.24)$$

$$B_x = A_x + tR_x \quad (3.25)$$

$$B_y = A_y + tR_y \quad (3.26)$$

3.2.3 Determinação dos pontos referência

Para sabermos se o raio propagado pelo método TR atingiu o ponto correto, temos que determinar qual é esse ponto-referência. Para isso, vamos usar a restrição de que os vértices são rígidos. Todo raio proveniente do ponto O , que incidir no vértice da primeira face, deverá atingir o respectivo plano imagem num ponto que podemos chamar de *ponto-imagem-referência*.

Assim, para cada ponto do objeto, podemos calcular o ponto imagem para a face anterior da córnea. Essa imagem, é o novo objeto que deverá formar uma nova imagem, fazendo o raio incidir sobre o vértice da face posterior da córnea. De maneira análoga, podemos determinar as referências para as faces do cristalino, lembrando que a última imagem está localizada sobre a retina. Este último ponto será usado no cálculo da aberração.

3.2.4 Cálculo das aberrações

Uma vez que conhecemos onde se forma a imagem, sobre a retina, para o caso ideal, a estimativa da aberração pode ser feita como uma média sobre as distâncias entre onde o raio atingiu e onde deveria atingir. Isso pode ser expresso pela equação 3.27.

$$\left(\sum (d_i - d_{r_i})^2 \right) / n \quad (3.27)$$

onde n é número de raios emergentes do objeto (definido pela resolução desejada para as faces) e $d_i - d_{r_i}$ a distância entre a referência e a imagem deste ponto. A somatória envolve todos os objetos, uma vez que as aberrações, quando minimizadas para um determinado ponto do objeto, podem não minimizar outro ponto. Assim, definimos o que chamamos de *aberração total* do sistema.

Com esse procedimento, não explicitamos os tipos de aberrações conhecidas como astigmatismo, coma, distorção, etc (ver seção 6.3). No entanto, estas



poderiam ser calculadas após o término da otimização.

3.3 Propagação em meio não homogêneo

Conforme discutimos anteriormente, o cristalino apresenta uma distribuição interna de índices de refração, que pode ser descrito por curvas de isoíndices. Assim, a propagação de um raio pelo cristalino deve considerar tal heterogeneidade. Uma simples operação de translação, conforme descrita na seção 3.2.2 não é adequada.

Assim, apresentamos a teoria [31] que permite que um raio se propague em um meio não homogêneo, onde cada ponto tem seu próprio índice de refração.

O percurso do raio será influenciado pelo gradiente do índice de refração. Consideramos τ o versor unitário que descreve um raio inicial. τ está na direção tangente em cada ponto da curva que o raio de luz percorre.

Consideremos primeiro como uma função $f(r)$ genérica muda ao longo da curva, sendo r um ponto da curva. Então, para um deslocamento dr temos:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz = \nabla f \cdot dr \quad (3.28)$$

Se dr está ao longo da curva podemos escrever $dr = \tau ds$ e obter:

$$df = (\nabla f \cdot \tau)ds \quad (3.29)$$

Assim, a derivada direcional de f ao longo da curva é dado por:

$$\frac{df}{ds} = \nabla f \cdot \tau \quad (3.30)$$

Ainda, a curva para nosso problema é um raio dado por $n\tau = \nabla L$, e:

$$\frac{df}{ds} = \frac{1}{n}(\nabla L \cdot \nabla f) \quad (3.31)$$

Tomando o caso especial $f = n\tau_x$, e sabendo que o gradiente da função do caminho ótico é dado por

$$\nabla L = n\tau,$$

então,

$$f = n\tau_x = \frac{\partial L}{\partial x}$$

e da equação (3.31):

$$\frac{d}{ds}(n\tau_x) = \frac{d}{ds} \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{1}{n}(\nabla L \cdot \nabla \frac{\partial L}{\partial x}) \quad (3.32)$$

Resolvendo o produto escalar em questão temos:

$$\frac{d}{ds}(n\tau_x) = \frac{\partial n}{\partial x} \quad (3.33)$$

e assim, generalizando:

$$\frac{d}{ds}(n\tau) = \nabla n \quad (3.34)$$

Uma implicação direta desta equação é que se $n = cte$ então $\tau = cte$ também, ou seja o raio segue uma única direção conforme esperado. Mas estamos interessados no caso $n = n(r)$.

Podemos assumir que conhecemos a função $n(r)$ e o versor unitário τ no ponto r_1 (Figura 3.5). Se o deslocarmos de um pequeno comprimento Δs , a mudança $\Delta r = r_2 - r_1$ será aproximadamente:

$$\Delta r = \tau_1 \Delta s$$

ou

$$r_2 = r_1 + \tau_1 \Delta s.$$

Isso é mostrado na figura 3.5.

Aplicando a equação 3.34 temos:

$$\Delta(n\tau) \equiv n(r_2)\tau_2 - n(r_1)\tau_1 = \nabla n \Delta s$$

e assim, finalmente, encontramos o novo versor unitário τ_2 , depois do deslocamento:

$$\tau_2 = \frac{n(r_1)}{n(r_2)}\tau_1 + \frac{\Delta s}{n(r_2)}\nabla n \quad (3.35)$$

Desse modo, será possível fazer o deslocamento do raio através de um cristalino que possui um determinado gradiente do índice de refração (∇n). Na

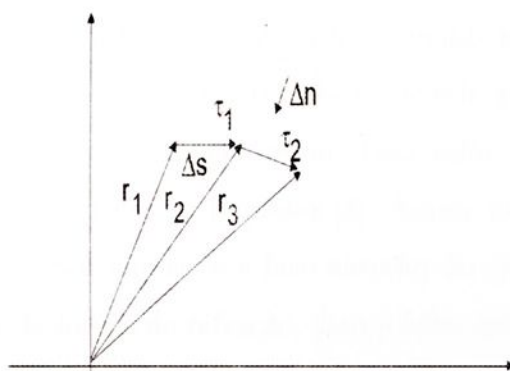


Figura 3.5: Esquema de propagação em meio heterogêneo

verdade, a princípio, não teremos a função em si mas o valor do índice em cada ponto r_1 e r_2 , o que permite realizar os cálculos da mesma forma.

O problema é que não sabemos como é a função gradiente do índice de refração. Novamente, temos que usar o raciocínio da otimização para buscar qual é essa função, tal que minimizamos a aberração total.

3.4 Perfil de índices de refração do cristalino

A técnica apresentada na seção 3.3 precisa de um perfil para o índice de refração. No caso do cristalino esse perfil não é bem conhecido. Poderíamos adotar um dos modelos da literatura ou sugerir um novo modelo. Sugerir um perfil se torna mais complicado devido a necessidade de dados experimentais confiáveis. Contudo, com a utilização da simulação computacional, podemos contornar esse problema e obter resultados que podem ser comparados. Neste sentido, faremos uso do método do Recozimento Simulado [10] para podermos otimizar o cristalino e buscar as configurações de isoíndices. A solução consiste em discretizar o cristalino em uma matriz bidimensional. Cada sítio dessa matriz passa a ter um determinado índice de refração. Assim, o raio que chega ao cristalino caminha pelos pontos dessa matriz de acordo com a equação 3.35. Se ele não encontra nenhum sítio é feita uma interpolação entre os dois mais próximos. Assim quanto maior for esta matriz, maior será a precisão que temos para descrever o perfil de variação do índice de refração do cristalino.

A face anterior do cristalino pode ser determinada normalmente de acordo com a modelagem da seção 3.2. Para tal, basta definir um valor para o índice de refração da primeira camada do cristalino. Esse valor foi definido em 1,386, valor esse extraído dos trabalhos de Popiolek [8]. Assim, todos os raios que atravessaram a córnea, o humor aquoso e a face anterior do cristalino, podem agora caminhar pela matriz de índice de refração. Isso é feito até o raio atingir o plano definido pelo vértice da face posterior do cristalino. A partir daí, o processo volta ao normal, conforme seção 3.2, ou seja, realiza-se o TR e compara com o valor de referência, calculando-se a aberração para esse raio. A definição da face posterior deverá surgir naturalmente com o processo de otimização, ou seja, a matriz de índices de refração deverá ter uma região com valores iguais ao do humor vítreo. A face posterior será determinada pela interface com os valores maiores que 1,386, estes pertencentes ao cristalino.

A definição dos valores dos sítios da matriz (valor dos índices de refração pontuais) é feita inicialmente de forma aleatória, respeitando-se as condições de contorno (valores máximo e mínimo). Assim, aplica-se o método do Recozimento Simulado: se a aberração total é melhor, fica-se com esta configuração e, em seguida, altera-se aleatoriamente alguns sítios e repete-se o processo. Ao final, o sistema deverá convergir para uma configuração que melhor minimize as aberrações. Assim, teremos o perfil para o cristalino e também a face posterior que faltava.

O fluxograma do código desenvolvido é mostrado no apêndice 6.4.



Capítulo 4

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Apresentamos nesse capítulo os algoritmos implementados e os resultados obtidos durante esse trabalho, bem como a análise dos mesmos.

4.1 Modelagem Paraxial

Este modelo considera o cristalino relaxado e um objeto pontual distante 6,0 m do olho. Isso permite calcular a posição de cada plano-imagem, correspondente a cada uma das faces, e localizar a retina, considerada plana, devido às suas pequenas dimensões.

Os parâmetros usados nesse olho paraxial foram extraídos do trabalho de Popiolek e Kasprzak (2002), e são mostrados na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Valores numéricos para o olho, segundo Popiolek

Raios (mm)	Distâncias (mm)	Índices de refração
$r_1=7,7700$	$d_1=0,5100$	$n_0=1,0000$
$r_2=6,4000$	$d_2=3,1600$	$n_1=1,3760$
$r_3=12,400$	$d_3=3,7100$	$n_2=1,3360$
$r_4=-8,100$	$d_{ap}=23,9652$	$n_3=1,4499(*)$
		$n_4=1,336$

(*) valor médio

Os resultados para as posições dos planos-imagem, calculados a partir das equações 3.2 a 3.5, são apresentados na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Imagens formadas, para o olho paraxial

i_1	i_2	i_3	i_4
28,5332	31,6869	29,1646	23,9520

Podemos observar que, nesse olho simulado, a distância ântero-posterior adotada foi de 23,95 mm, valor coerente com os dados experimentais. No entanto, sabemos que a configuração adotada para esses cálculos não é única. Para mostrar isso, fizemos uma simulação para buscar outras configurações que fazem com que o plano-imagem correspondente a retina seja o mesmo (23,95 mm).

Para isso, definimos uma *configuração* como um conjunto de 4 (quatro) parâmetros, correspondentes aos raios de curvatura. Ou seja, admitimos que os valores dos índices de refração e espessuras dos meios são fixos e corretos. Uma vez que os valores dos raios de curvatura não podem ser quaisquer, visto que existe uma anatomia preferencial para o olho humano, variamos cada raio dentro de intervalos fechados, com passo definido, conforme mostrado na tabela 4.3.

Tabela 4.3: Intervalos de variação para os raios de curvatura

Face	Raio	Passo
Posterior da córnea	$4,0 < r_2 < 10,0$	0,01
Anterior do cristalino	$6,0 < r_3 < 14,0$	0,01
Posterior do cristalino	$4,0 < r_4 < 14,0$	0,01

A busca consiste em fixar um valor para o raio de curvatura da face anterior da córnea, gerar uma configuração e verificar se a imagem se forma na retina. Adotamos, para a córnea anterior, um raio de curvatura de 7,8 mm, valor típico encontrado na Literatura.

Com isso, pudemos observar a distribuição estatística dos demais raios, para o raio da córnea anterior específico, que permitem a focalização na retina,



dentro de uma aproximação paraxial. Geramos cerca de 10^{12} configurações distintas, e os resultados podem ser vistos nos histogramas das figuras 4.1 a 4.3.

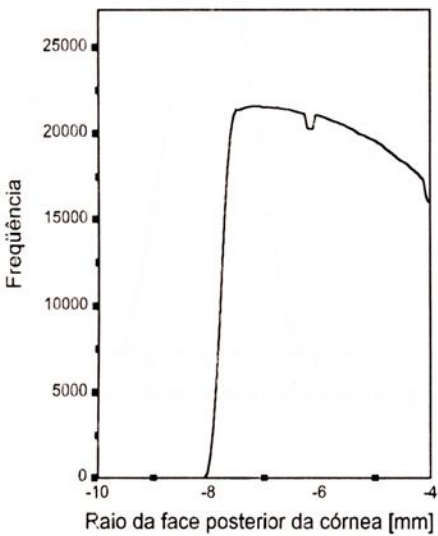


Figura 4.1: Histograma para o raio posterior da córnea

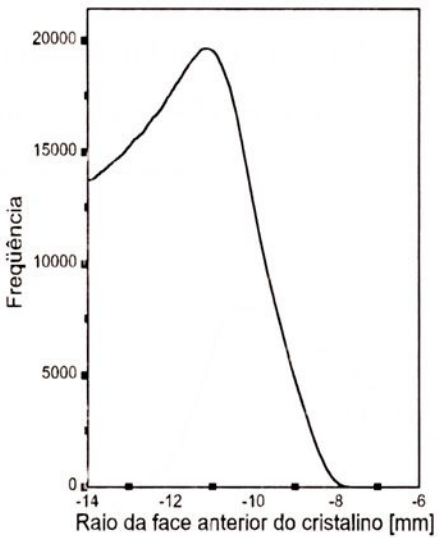


Figura 4.2: Histograma para o raio anterior do cristalino

Repetindo-se o processo anteriormente descrito, para outros valores de raios de curvatura da face anterior da córnea, obtemos uma série de distribuições correlacionadas. Normalizamos tais distribuições, de forma que a soma das áreas, de todas aquelas correspondentes a mesma face, tenham o valor igual ao número

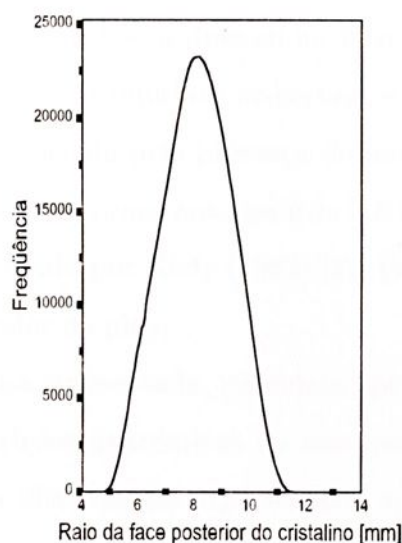


Figura 4.3: Histograma para o raio posterior do cristalino

de configurações encontradas. Se multiplicarmos as áreas normalizadas de cada face, para o mesmo valor de raio de curvatura da face anterior da córnea, podemos obter uma função densidade de probabilidade de encontrarmos uma configuração normal, ou seja, que focaliza na retina, para um determinado raio de curvatura da córnea. Essa distribuição é mostrada na figura 4.4

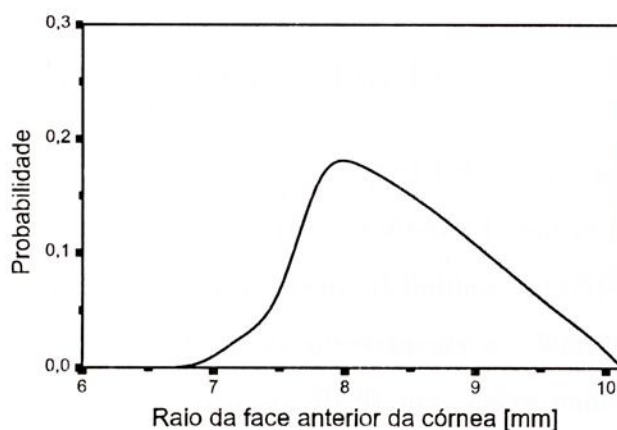


Figura 4.4: Densidade de probabilidade de visão paraxial, em função do raio anterior da córnea

Sabemos que a face anterior da córnea é a face mais crítica para a formação da imagem, enquanto a face posterior da córnea, a menos. Isso é

mostrado nos histogramas obtidos, e deve-se ao fato de que a maior diferença de índices de refração ocorre na interface ar-córnea, e que a divergência da face posterior da córnea é minimizada pela presença do humor aquoso. O valor mais freqüente obtido para o raio da córnea anterior é de 7,8 mm, com uma distribuição semelhante àquela apresentada por Kiely (1982) [22] (ver seção 2.2), apenas para raios menores do que o valor de pico.

A simulação acima apresentada, considera apenas as equações paraxiais, sem levar em conta restrições anatômicas ou mecânicas do cristalino. Mesmo assim, tanto ela, como a distribuição experimental apresentada por Kiely [22], concordam no fato de que não existe um valor único ou preferencial para o raio de curvatura da córnea anterior.

O fato de assumirmos um valor fixo, baseado nos trabalhos de Popiolek, restringe nosso trabalho em termos estatísticos. Porém, não invalida seus aspectos qualitativos. Além disso, o código desenvolvido e usado nessa dissertação pode ser executado para quaisquer configurações paraxiais desejadas. A vantagem de usarmos os valores de Popiolek, está no fato de podermos fazer comparações entre os modelos, tendo, assim, uma base de referência e avaliação de nossos resultados.

4.2 Modelagem generalizada

Uma vez determinado os planos-imagens, a partir de uma análise paraxial, podemos passar para uma modelagem finita, considerando um objeto extenso. Mantendo nossa restrição a 2 (duas) dimensões, definimos um objeto como uma série de pontos colineares, localizados convenientemente a -6000 m da face anterior da córnea, de acordo com a condição 20/20, que define padrões clínicos para a boa visão (fig. 4.5).

Assim, as coordenadas de um objeto extenso útil para nosso trabalho, são dados na tabela 4.4.

Os pontos da tabela 4.4 foram escolhidos a partir da carta de Snellen, usada na clínica oftalmológica, para avaliar a qualidade da visão. Os 6 (seis) pontos podem ser imaginados como a extremidade direita de uma letra E, onde



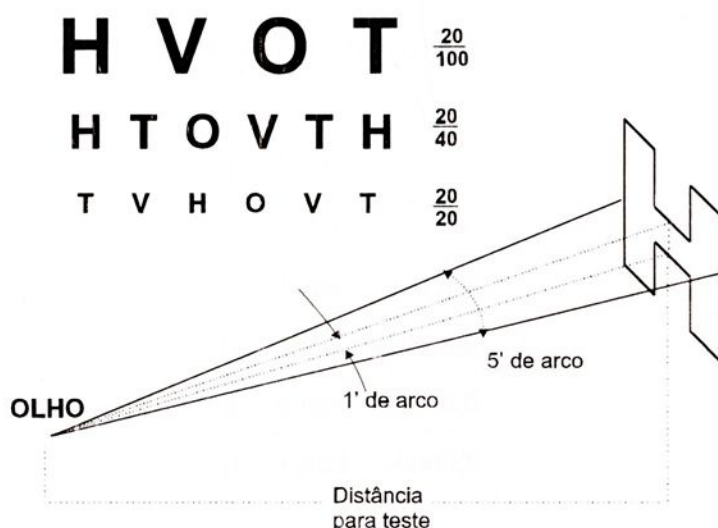


Figura 4.5: Implementação da condição 20/20

existem regiões claras e escuras que devem ser distingüidas na imagem formada na retina.

Usaremos a qualidade da imagem formada, para avaliar a capacidade de nosso modelo em resolver adequadamente cada ponto.

4.2.1 Otimização local, com índices de refração constantes

Para determinar a topografia de cada face, buscando a coordenada z que minimiza a aberração total, devemos usar as informações já calculadas, ou seja, a posição dos planos-imagem e as coordenadas dos pontos referência, obtidos conforme descrito nas seções 3.1 e 3.2.3, respectivamente.

Assim, usando-se a técnica TR, descrita anteriormente, calculamos a posição da imagem sobre a retina, de cada ponto do objeto, e daí, calculamos a aberração total. Isso é feito para cada ponto da lente em otimização, ou seja, variando-se a coordenada axial y de um passo conhecido, e buscando qual o valor da coordenada z que minimiza a aberração.

Usamos esse raciocínio para encontrar as 4 (quatro) faces do olho. Para isso, a imagem gerada pela primeira face torna-se objeto para a segunda, e assim por diante, até atingir a retina. Escolhemos como passo de variação da coordenada z o valor de 0,0001 mm. Esse valor é pequeno o suficiente para podermos

Tabela 4.4: Objeto linear com 6 pontos

x	y	z
0	-4,433	-6000,0
0	-2,660	-6000,0
0	-0,886	-6000,0
0	0,886	-6000,0
0	2,660	-6000,0
0	4,433	-6000,0

obs: coordenadas em milímetros.

ter uma boa precisão nos cálculos, com um pequeno custo computacional. O passo de variação da coordenada y foi, arbitrariamente, definido como 0,01 mm. O aumento de resolução não implica em grande esforço computacional.

Esse procedimento foi aplicado para a determinação das 4 (quatro) faces, considerando o cristalino homogêneo, com índice de refração constante. As figuras 4.6 a 4.9 mostram as faces otimizadas, bem como o ajuste numérico para uma função parabólica.

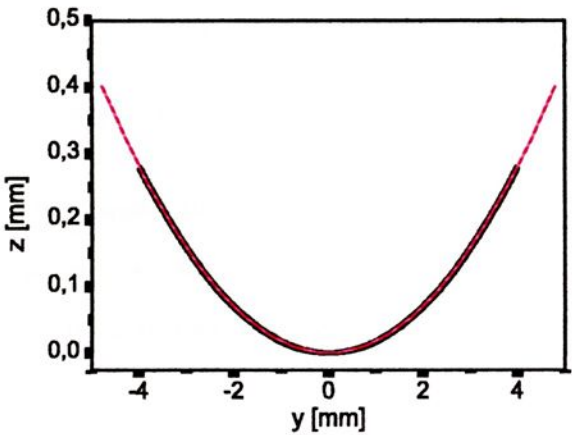


Figura 4.6: Face anterior da córnea: Ajuste parabólico

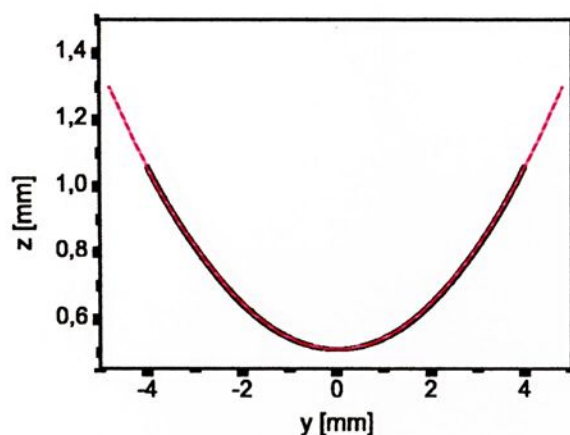


Figura 4.7: Face posterior da córnea: Ajuste parabólico

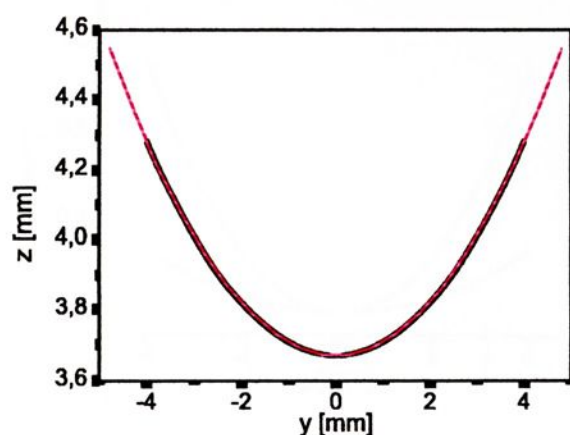


Figura 4.8: Face anterior do cristalino: Ajuste parabólico

A figura 4.9 apresenta um resultado absurdo, visto que a curvatura da face posterior do cristalino, que minimiza as aberrações, está invertida, em relação ao padrão anatômico. Discutiremos as razões desse resultado, e como corrigi-lo, na seção 4.2.2.

O ajuste usando um perfil esférico, hipótese usada na condição paraxial, não é adequado, conforme pode ser visto na figura 4.10, onde a superfície anterior da córnea é comparada com uma esfera de raio 7,8 mm.

É comum na literatura o uso de conicóides, no ajuste das faces. A opção por parábolas vem do fato de serem mais simples e de que na região de maior interesse do olho humano (raio < 3 mm de espessura) as duas curvas são equiva-

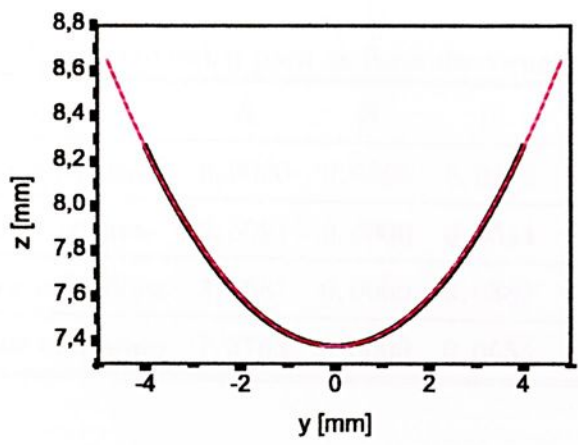


Figura 4.9: Face posterior do cristalino: Ajuste parabólico

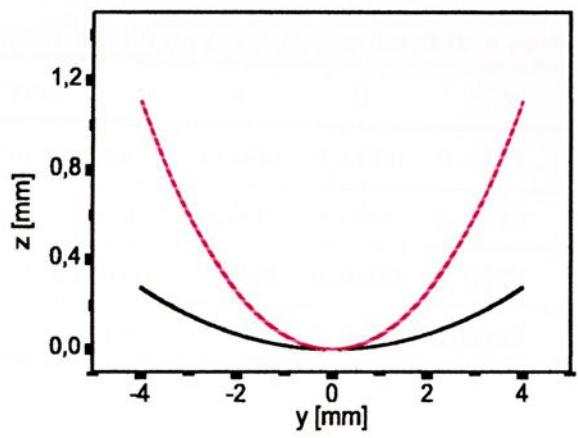


Figura 4.10: Face anterior da córnea: comparação com modelagem esférica

lentes. Os ajustes numéricos, admitindo um perfil parabólico, são resumidos na tabela 4.5, onde consideramos a função do tipo $z = A + B * y + C * y^2$.

A observação da figura 4.10 e dos coeficientes de correlação da tabela 4.5, deixa claro que a aproximação esférica não é adequada para modelos finitos, e que a parábola se ajusta muito bem.

Para verificar os resultados acima, aplicamos o mesmo algoritmo, desta vez simulando um objeto na retina, cuja imagem deveria ser formada a 6 metros do olho. Pelo princípio da reversibilidade da luz, as lentes do sistema ótico deveriam ser as mesmas. Fizemos a nova otimização e ajustamos os resultados, por uma funções tipo parábola.

Tabela 4.5: Ajuste numérico para as faces da córnea e do cristalino

Faces	A	B	C	Correlação
Anterior córnea	0,0000	0,0000	0,0175	0,99999
Posterior córnea	0,5091	0,0000	0,0344	0,99997
Anterior cristalino	3,6687	0,0000	0,0382	0,99996
Posterior cristalino	7,3763	0,0000	0,0553	0,99984

A tabela 4.6 contém os valores numéricos do novo ajuste.

Tabela 4.6: Ajuste numérico para as faces da córnea e do cristalino utilizando-se o princípio da reversibilidade da luz e índice constante para o cristalino

Faces	A	B	C	Correlação
Anterior córnea	0,0000	0,0000	0,0174	0,99999
Posterior córnea	0,5097	0,0000	0,0342	0,99999
Anterior cristalino	3,6696	0,0000	0,0378	0,99999
Posterior cristalino	7,3790	0,0000	0,0545	0,99991

Podemos observar, comparando as tabelas 4.5 e 4.6, que os resultados permanecem inalterados, inclusive, com a curvatura errada para a face posterior do cristalino.

Para verificar se o código desenvolvido estava correto, decidimos assumir, como condição inicial, que as faces eram parabólicas, e buscamos os coeficientes que minimizassem as aberrações.

Neste ajuste, consideramos apenas o coeficiente do termo quadrático, visto que os vértice de cada lente eram conhecidos e que as lentes tinham simetria em relação ao eixo ótico, ou seja,

$$z = A + B * y^2, \text{ onde } A \rightarrow \text{vértice conhecido.}$$

A tabela 4.7 contém os valores obtidos, para o ajuste.

Como se pode verificar, o coeficiente do termo quadrático é equivalente para as simulações com objeto no ar, na retina, ou pelo ajuste matemático. No

Tabela 4.7: Ajuste numérico para as faces da córnea e do cristalino utilizando-se a otimização do coeficiente quadrático das equações.

Faces	A	B
Anterior da córnea	0,0000	0,0174
Posterior da córnea	0,5100	0,0346
Anterior do cristalino	3,6700	0,0377
Posterior do cristalino	7,3800	0,0546

entanto, todos os resultados apresentaram o mesmo problema: *a face posterior do cristalino com concavidade invertida, em relação à anatomicamente esperada.*

Novamente, para verificar se havia alguma falha no código computacional implementado, desenvolvemos um modelo analítico para determinar qual a curvatura ideal, para que um par *objeto-imagem* apresente aberração mínima. Desenvolvemos a modelagem para um objeto contendo apenas 1 (um) ponto, localizado sobre o eixo principal.

Consideremos, novamente, a figura 3.1, e as equações 3.7, 3.12 e 3.19. Consideremos, ainda, o versor $\hat{R}$, calculado conforme a equação 4.1:

$$\hat{R} = \frac{\vec{A} - \vec{I}}{|\vec{A} - \vec{I}|} \tag{4.1}$$

onde I é a coordenada da imagem ao longo do eixo.

Este modelo é válido considerando objeto e imagem localizados sobre o eixo principal, restrito a 2 (duas) dimensões.

Manipulando as equações, obtemos:

$$(\alpha - 1)z^2 + 2(O - \alpha * I)z + [\alpha(y^2 + I) - y^2 - O^2] = 0 \tag{4.2}$$

onde:

$$\alpha = \frac{n_i^2(O - c_z)^2}{n_r^2(I - c_z)^2} \tag{4.3}$$

e O e c_z são respectivamente as coordenadas ao longo do eixo para o objeto e o



centro de curvatura da interface, y é a altura em relação ao eixo, n_i o índice de refração do meio da incidência e n_r o índice do meio da refração.

Para determinar a equação da face posterior do cristalino, utilizamos os valores numéricos, mostrado na tabela 4.8.

Tabela 4.8: Dados para os coeficientes da equação (4.3)

n_i	n_r	O	I	c_z
1,4499	1,336	29,1646	23,9520	-0,72

Aplicando os valores da tabela 4.8, obtivemos a seguinte equação:

$$z = 16.8093 - \sqrt{88.25 - y^2} \quad (4.4)$$

Esta equação é conhecida como conicóide[21] e, como já foi exposto é utilizada por alguns autores para descrever as faces do olho humano. Aqui, mostramos que ela é a melhor curva que se ajusta a condição de minimização, dentro das limitações de nossa dedução.

No entanto, o conicóide difere muito pouco de uma parábola, nas dimensões típicas do olho humano. O gráfico da figura 4.11 compara a equação analítica (conicóide) com a parábola ajustada anteriormente.

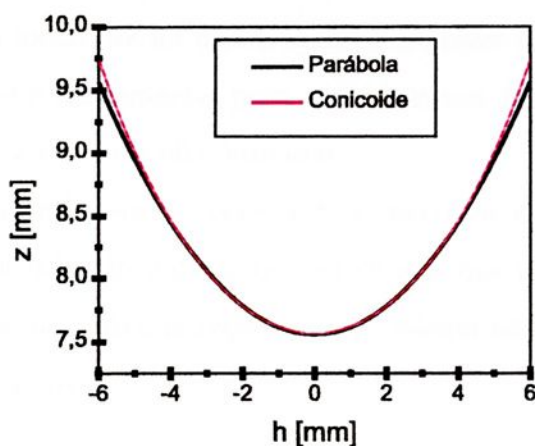


Figura 4.11: Comparação entre equação analítica e numérica para a face posterior do cristalino

Assim, todos os resultados, sejam dos ajustes numéricos, sejam do modelo analítico, convergem para uma face posterior do cristalino, anatomicamente inconsistente. Isso nos levou a questionar a validade da condição de índice de refração constante, imposta nos modelos.

Para verificar o efeito da variação desse parâmetro, isolamos a variável n_i (que corresponde ao índice de refração do cristalino) da equação 4.2, e buscamos, para cada altura do raio de incidência (y), qual deveria ser o valor correto de n_i , para minimizar a aberração.

O resultado da simulação é mostrado na figura 4.12, juntamente com situações simuladas para uma face plana, localizada na posição do vértice da face, e uma face esférica, com raio 8,1 mm.

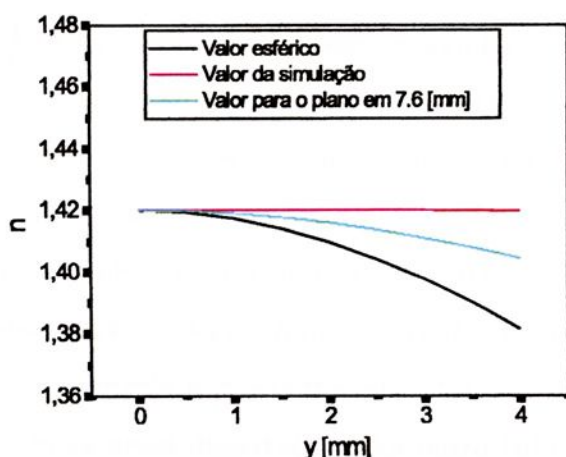


Figura 4.12: Variação do índice do cristalino, com a distância ao eixo óptico, para 3 diferentes curvaturas do cristalino

A simulação mostrada na figura 4.12, deixa claro que a consideração de cristalino heterogêneo é fundamental para que possamos desenvolver um modelo finito adequado para a ótica do olho humano.

Assim, nosso problema torna-se, então, descobrir qual o perfil de distribuição dos índices de refração (curvas de isoíndices), que minimiza a aberração total. Como veremos, na próxima seção, esse problema não é trivial, tampouco computacionalmente simples.

4.2.2 Otimização global das isoíndices

Para determinar o perfil das curvas de isoíndices do cristalino, concebemos uma matriz retangular, onde cada elemento corresponde ao valor local do índice de refração. Usando o método do Recozimento Simulado, buscamos otimizar o valor de cada elemento, visando a minimização da aberração total.

Implementamos uma matriz $M(y, z)$ com 200×80 elementos, o que corresponde a uma resolução da ordem de $50 \times 46 \mu m^2$. Com isso, nosso algoritmo de otimização teve que tratar 16.000 parâmetros simultaneamente. Optamos por uma descrição numérica para evitar a imposição de algum perfil parabólico ou elíptico. Tampouco impusemos correlações entre os elementos, exceto simetria em torno do eixo ótico e um intervalo para variação dos índices de refração. Desejávamos, com isso, que as isoíndices fossem geradas espontaneamente.

Outra restrição imposta ao perfil do cristalino foi uma assimetria entre as porções anterior e posterior. Foi convencionado que o plano central do cristalino, divide o mesmo na proporção de 1,63 mm para a face anterior e 2,08 mm para a face posterior. Essa assimetria foi imposta com base na anatomia do cristalino e os valores numéricos adotados foram extraídos do trabalho de Popiolek. Acreditamos que tal assimetria não seja fundamental para o estudo do cristalino relaxado, condição válida nessa dissertação. Por outro lado, acreditamos que ela seja importante no estudo da acomodação, lembrando que a variação na curvatura das faces são diferentes.

Para permitir o cálculo da face anterior do cristalino e comparações com resultados da Literatura, impusemos um valor de índice de refração para a primeira camada do cristalino. Adotamos o valor sugerido por Popiolek [8] de 1,386. Com isso, pudemos determinar o perfil dessa face, com o mesmo método usado para as faces da córnea.

O processamento dos resultados, para extraírmos as isoíndices envolveu várias etapas. Inicialmente, separamos os elementos da matriz em várias classes, em função do valor do índice de refração, dentro de intervalos de largura 0,01. Em seguida, eliminamos todos os elementos isolados, ou seja, com os 4 (quatro) primeiros elementos vizinhos nulos. Devido a assimetria em relação ao plano



central, separamos os elementos pertencentes a cada face (anterior e posterior). Cada parte foi então suavizada e, por fim, traçamos uma curva média. A figura 4.13 mostra as isoíndices determinadas por otimização, para um cristalino com 10 mm de diâmetro, e a tabela 4.9 apresenta os valores para os ajuste por funções elípticas.

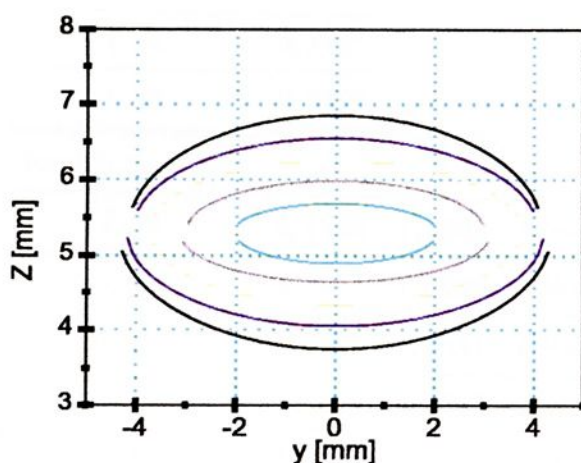


Figura 4.13: Curvas de isoíndices para um cristalino de 10 mm de diâmetro. São mostradas as curvas para $n = 1,38$, $1,40$, $1,42$, $1,44$ e $1,46$.

Notamos da figura 4.13 e da tabela 4.9 que o perfil elíptico é aceitável, havendo uma pequena assimetria em relação ao plano central do cristalino. É interessante observar que o código implementado permitia que tal assimetria fosse desfeita durante a otimização. A manutenção desta, pode ser vista como um bom resultado qualitativo obtido.

O perfil elíptico, bem como a assimetria, concordam com os resultados obtidos por Popiolek e outros autores. No entanto, o valor numérico das isoíndices diferem significativamente. Nos trabalhos de Popiolek, e de autores que o precederam, o valor máximo do índice de refração foi da ordem de 1,40. Nossos cálculos obtiveram índices da ordem de 1,50, uma diferença óticamente relevante. Resultados experimentais com olhos de crianças, adultos, animais e cadáveres mostram que o valor efetivo do índice de refração do cristalino pode variar de 1,43 a 1,53 [6]. Mesmo considerando as variações experimentais, comentadas anteriormente, acreditamos que o valor imposto por Popiolek seja inadequado. Isso, no entanto,

Tabela 4.9: Coeficientes para o ajuste elíptico dos isoíndices

Região anterior	a	b	chi2
1,38	4,3516	1,5664	0,0017
1,40	4,2001	1,2738	0,0036
1,42	3,7315	0,9820	0,0044
1,44	3,1427	0,6769	0,0032
1,46	2,0465	0,4243	0,0012
Região posterior	a	b	chi2
1,38	4,1769	1,5306	0,0076
1,40	4,0877	1,2299	0,0044
1,42	3,7498	0,9381	0,0037
1,44	3,0111	0,6657	0,0037
1,46	2,0477	0,3638	0,0017

não é suficiente para garantir que nosso resultado esteja correto, mas é um resultado confortável.

A determinação do perfil da face posterior do cristalino não pode ser obtida com boa resolução. Atribuímos esse fato não a falhas na codificação ou modelagem do problema, mas sim às limitações impostas pelo *hardware* usado. Acreditamos que a reengenharia do código, associada ao processamento paralelo, poderá permitir vencer essa limitação. Uma outra hipótese pode ser o uso de dados incorretos como solução paraxial inicial, particularmente, na espessuras dos meios e lentes. Isso também pode ser eliminado com o aumento na capacidade de processamento das máquinas.

Continuando a comparação com os resultados de Popiolek, podemos lembrar que ele impôs um perfil elíptico às isoíndices, independente do perfil das faces do cristalino, e uma distribuição parabólica para os índices ao longo do eixo ótico. A partir daí, otimizou os parâmetros e valores de índices de refração, para ajuste com dados experimentais.

Analisando a distribuição dos índices ao longo do eixo ótico, bem como



eixos paralelos a este, obtivemos um perfil diferente, mostrados nas figuras de 4.14 a 4.16.

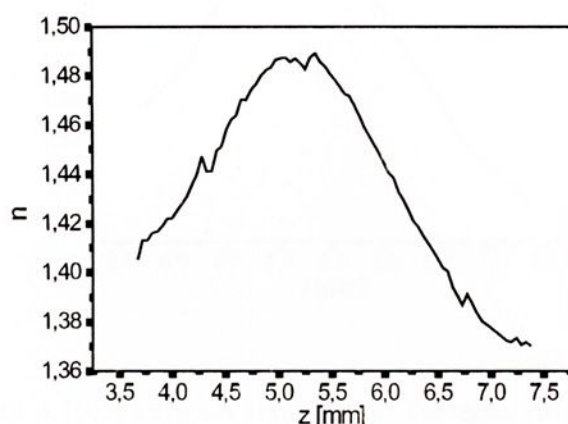


Figura 4.14: Corte no eixo central: variação do índice

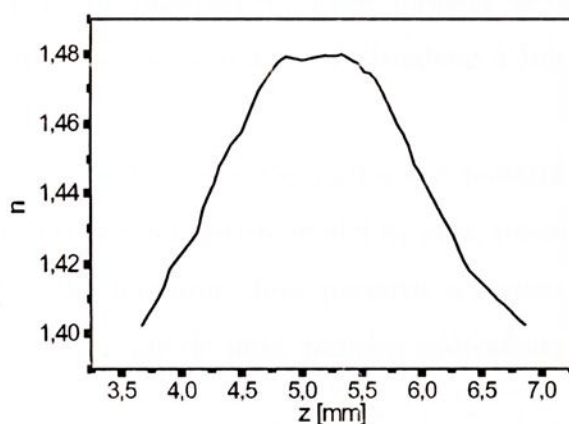


Figura 4.15: Corte no eixo 1 mm: variação do índice

Novamente, obtivemos resultados significativamente diferentes do Popielek. Isso pode ser explicado pelo fato de que naquele trabalho, houve uma imposição rígida das equações que seriam ajustadas aos dados experimentais. Caso a escolha das equações seja inadequada, o ajuste numérico poderá convergir para uma configuração irrealista. Por isso, preferimos não impor tais restrições a nossa modelagem. Mas, essa argumentação ainda não permite concluir que nossa modelagem é melhor ou pior.

Busquemos, então, definir um critério mais confiável para validar, ou não

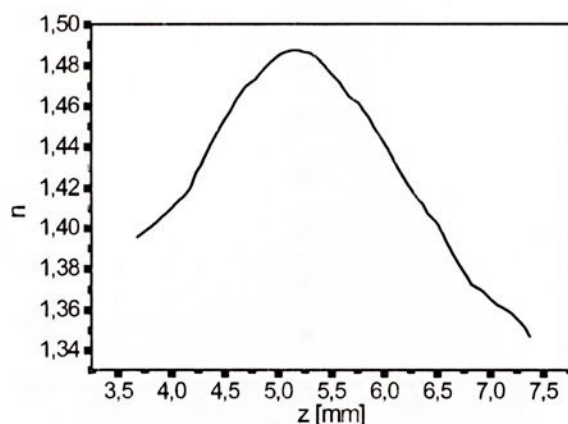


Figura 4.16: Corte no eixo 3 mm: variação do índice

nossos resultados.

Lembremos que o objetivo desse trabalho era propor um perfil de isoíndices visando a minimização das aberrações. Para verificar se os resultados obtidos atingiram esse objetivo, podemos analisar e visualizar a imagem formada na retina.

Nessa questão, não temos os resultados que poderiam ser obtidos com o modelo de Popiolek, ou mesmo outros modelos, mas, parece-nos claro que, um bom modelo para o olho humano, deve permitir a formação de uma imagem bem resolvida na retina, o que de uma maneira equivalente significa com baixa aberração.

Para verificarmos a qualidade da imagem formada, usamos um objeto extenso linear, com dimensões coerentes com a condição 20/20, conforme mostrado na figura 4.4.

Lembremos que o *objeto-teste* usado representa as bordas de uma letra E, usada nos teste clínicos, de forma que quando colocado a uma distância de 20 pés (6 metros), os pontos externos correspondem a um arco de 5 minutos de grau, e a distância entre os pontos, a 1 minuto (condição 20/20).

A imagem formada na retina, pode ser vista na figura 4.18.

Podemos observar na figura 4.18 que os 6 (seis) pontos do objeto podem ser distinguidos na retina. Isso significa que o objetivo de gerar uma imagem nítida foi atingido. A figura 4.18 foi obtida para uma pupila simulada com 10

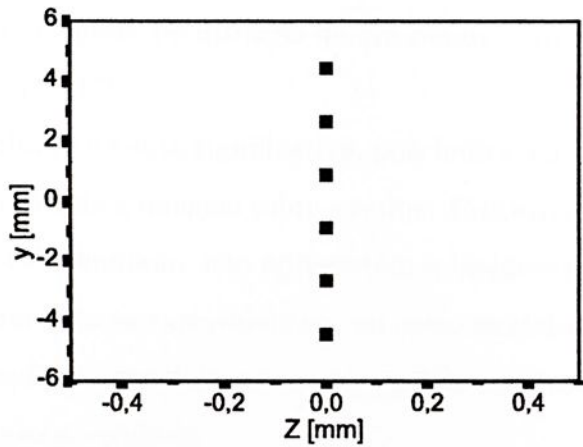


Figura 4.17: objeto extenso linear, com dimensões coerentes com a condição 20/20

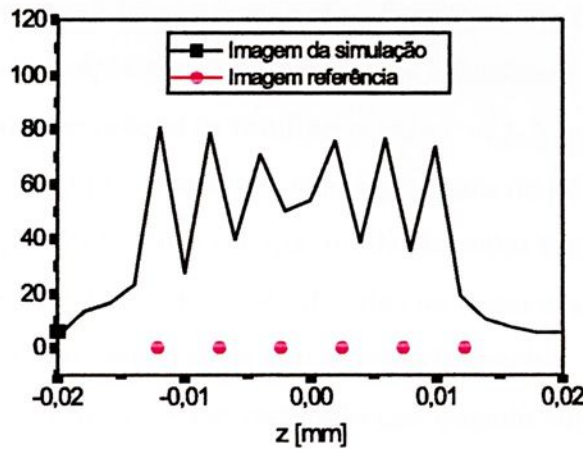


Figura 4.18: Imagem extensa linear, formada na retina para verificar aberração mm de diâmetro. Esse valor, obviamente, é maior do que a abertura típica, em condições normais de luminosidade.

Lembrando que uma fonte luminosa puntual distante gera uma imagem da ordem de $10\mu\text{m}$ na retina, com um perfil tipo-gaussiano (ver seção 2.1.2), e que o diâmetro médio de um cone, na região central da retina é de $1,5\mu\text{m}$, concluímos que cada ponto do objeto é capaz de estimular uma média de 6 (seis) cones, e que dois pontos separados de $1,78\text{ mm}$ (um arco de 1 minuto de grau - ver seção 4.2), podem ser resolvidos na retina. A imagem mostrada na figura 4.18 é coerente com o critério de resolução de Rayleigh, que estabelece de maneira simplificada que, para uma determinada abertura, dois pontos podem ser resolvidos sempre

que o máximo de um perfil de difração de um ponto, coincide com o mínimo do perfil do outro ponto [17].

Esse resultado é muito significativo, pois indica que nosso modelo é capaz de focalizar corretamente a imagem sobre a retina. Praticamente todos os modelos propostos para o olho humano, não apresentam a imagem formada, limitando-se a comparações com valores experimentais, ou entre modelos.

Assim, podemos concluir que nosso modelo apresenta um resultado adequado, para podermos validá-lo.

Como pode ser verificado, nosso modelo apresenta uma boa resolução, na formação da imagem. Lembrando que simulamos uma abertura pupilar de 10 mm de diâmetro com um objeto localizado a 6 metros, condição que aumenta as aberrações óticas (ver apêndice 6.3), e que não é freqüente no dia a dia de um indivíduo, julgamos que mesmo os resultados para $r < 1,5$ mm é satisfatório. Assim, nossos resultados são consistentes com a proposta de se buscar um olho com menor aberração possível. Uma vez que o olho humano real apresenta algumas assimetrias e heterogeneidade, não consideradas no nosso modelo, é esperado que nossos resultados sejam melhores do que os experimentais.

Novamente, obtivemos um resultado que quando comparado aos demais modelos, mostra-se superior. Assim, esses resultados indicam que nossa modelagem é consistente e que os resultados, mesmo com limitações, são compatíveis com o processo de formação de uma imagem com baixa aberração, na retina.



Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo e desenvolvimento de modelos para o olho humano envolve um esforço interdisciplinar de relevância científica e tecnológica. Este trabalho mostrou um esforço neste sentido. Assim, depois de analisar nossa modelagem e resultados obtidos, podemos passar a destacar as principais conclusões, bem como as perspectivas para a continuação e desenvolvimento de novos trabalhos.

5.1 Conclusões

O estudo de modelos existentes e utilizados na Oftalmologia, mostram algumas deficiências que podem e devem ser superadas. Apresentamos nessa dissertação, um modelo esquemático finito funcional, mas ainda com algumas restrições, que é capaz de minimizar aberrações monocromáticas do olho humano e permitir a focalização de uma imagem bem resolvida, na retina.

Nossos resultados deixam claro a necessidade de modelar o cristalino como um meio heterogêneo, com um perfil de índices de refração bem definido. Essa idéia não é nova, pois desde os modelos de Helmholtz, ainda no século XIX, tal fato já havia sido evidenciado. No entanto, a determinação de tal perfil das curvas de isoíndices ainda é uma etapa a vencer, tanto com abordagens teóricas como experimentais.

A metodologia proposta nessa dissertação, ou seja, acoplar a técnica do Traçado de Raios, com o método do Recozimento Simulado, tendo como objetivo a

minimização das aberrações monocromáticas, parece ser inédita (os autores desse trabalho não conhecem outro trabalho equivalente). Esta se mostrou potencialmente adequada para determinar as isoíndices, a partir de primeiros princípios, ou seja, apenas usando a Lei de Snell e princípios de otimização global. Dizemos *potencialmente*, porque limitamos a complexidade do problema aos recursos computacionais disponíveis. Estamos certos de que um processo de reengenharia do código, associada a técnicas de paralelização, uso de *clusters* de PC's e até mesmo *grids*, pode aumentar a resolução dos resultados, redução do tempo computacional e até a eliminação de algumas restrições impostas nesse trabalho.

Mas ser inédito, não significar ter qualidade. Daí, observando os resultados obtidos, podemos concluir que foi possível encontrar curvas de isoíndices coerentes com a anatomia do cristalino, uma imagem bem resolvida, na condição de visão 20/20 e valores baixos para efeitos de aberração.

Muitos de nossos resultados diferem daqueles publicados na Literatura específica no tema. No entanto, não vemos isso como um demérito ou falha de nosso trabalho. Pelo contrário, nossos resultados foram obtidos por uma metodologia livre de alguns *vícios de modelagem* como a imposição de curvas de ajustes ou parâmetros físicos baseados em resultados experimentais com grande desvio padrão.

Algumas questões importantes para a validação dos modelos para o olho humano, foram levantadas e discutidas. Por um lado, fizemos algumas simulações que indicam que os resultados experimentais não podem servir como um critério forte, visto a diversidade anatômica da população humana. Os resultados aqui obtidos são preliminares e restritos a questões físicas, mas são coerentes com alguns resultados experimentais sobre a distribuição populacional dos raios de curvatura da face anterior do cristalino. Por outro lado, mostramos que a qualidade de formação da imagem, seja pelo cálculo da aberração, seja pela visualização da imagem, deve ser adotado como um critério mais forte para validação. Nossos resultados mostraram claramente que o uso de um cristalino oticamente homogêneo leva a resultados anatomicamente absurdos, apesar de minimizar muito bem as aberrações monocromáticas. Isso pôde ser percebido porque a topografia ideal



encontrada, nesse caso particular, para a face posterior do cristalino, era totalmente incoerente com o perfil anatômico. Assim, dados experimentais, devem ser usados para definir domínios para cada parâmetro, mas sem definir valores muito restritivos.

Por fim, lembrando os objetivos iniciais dessa dissertação (seção 1.2), podemos concluir que conseguimos implementar um código capaz de simular algumas propriedades óticas do olho humano, fornecendo detalhes sobre as curvas de isoíndices, e capaz de gerar uma boa imagem na retina.

5.2 Perspectivas

Este trabalho abre um grande leque de opções para novos estudos. Tendo em mente que a técnica do Traçado de Raios pode ser aplicada para qualquer sistema ótico, e que o Recozimento Simulado pode ser usado para uma grande variedade de funções-custo, podemos imaginar uma série de aplicações para esse trabalho. Podemos citar algumas:

- simulação da ótica de sistemas amétropes;
- mecanismo de acomodação do cristalino;
- mecanismo de compensação de aberrações, do cristalino;
- interpretação de dados obtidos via técnica da *frente de onda*;
- projeto e otimização de lentes intra/extra oculares.

Essas aplicações envolvem pequenas mudanças no código. Antes, porém, de partirmos para novas aplicações, algum esforço ainda merece ser feito para extrairmos mais resultados desse trabalho. Mesmo sem a reengenharia do código, podemos estudar em detalhes as curvas de isoíndices, o efeito estenopéico (variação do diâmetro pupilar), uso de objetos bidimensionais e até mesmo, incluir efeitos cromáticos.

O uso clínico desse trabalho, pode ser dividido em dois aspectos: simulação de casos hipotéticos e simulação de casos individualizados.



No primeiro caso, as simulações podem beneficiar a formação de recursos humanos, desde técnicos em optometria até cirurgiões. Também, no desenho de novos dispositivos para tratamento e diagnóstico. No segundo caso, poderia ser importante na confecção de lentes individualizadas, ou diagnósticos detalhados para cada paciente. Isso no entanto, requer a determinação dos parâmetros anatômicos e fisiológicos de cada paciente. Mesmo se vencermos a barreira do tempo computacional para a otimização, ainda temos que vencer as dificuldades na obtenção de dados internos ao olho, com boa resolução.

Assim, uma série de trabalhos podem ser realizados a partir do código aqui desenvolvido, bem como a partir dos resultados apresentados.



Capítulo 6

APÊNDICES

6.1 Breve história da visão

O desejo de entender a estrutura do olho e o funcionamento interno da visão humana, remonta ao tempo dos gregos antigos. Tudo o que pode ter sido realizado antes da civilização clássica é desconhecido. Durante o tempo do filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.), a teoria prevalecente, conhecida como a *teoria dos tentáculos*, dizia que os *raios visuais* saíam para fora dos olhos e pegavam os objetos que eles vissem. Estes *raios visuais* foram imaginados como um tipo de tentáculos. Quando estes tentáculos, que se aproximam de nossa concepção de raios de luz, se encontravam com um objeto externo, o ato de visão era realizado. Esta teoria foi aceita por Platão, professor de Aristóteles que, por sua vez, a rejeitou. Aristóteles não podia aceitar a ideia de que raios emanassem do olho, porque neste caso, o olho deveria poder ver, também, na escuridão. A teoria de Aristóteles, uma explicação mais razoável, era que o objeto visto gerava um movimento que agia em sensores. Em seus escritos, Aristóteles descreve, também, a visão para longe e para perto, provavelmente uma generalização de suas próprias experiências e de outros colegas e alunos. Nestas considerações, Aristóteles notou também que a habilidade para focalizar variava com a idade.

No período Alexandrino, que atravessou o período helenístico e romano e no qual tanto Euclides como Ptolomeu viveram, foram identificados e nomeados muitos elementos estruturais do olho. Entre eles, o nervo ótico foi descrito como

um *canal oco*. Por volta do ano 300 a.C. o matemático grego Euclides descreveu os tentáculos como raios de luz que viajavam em linhas retas, mas aceitou a teoria prevalecente de que estes raios eram emitidos pelo olho. Cláudio Ptolomeu, um matemático e astrônomo greco-egípcio, melhor conhecido por seu sistema geocêntrico mundial, escreveu a respeito da Ótica 150 a.C. Ptolomeu usou o conceito de raios em linha reta para estudar a refração em uma superfície plana e aceitou a idéia de que raios emanavam do olho. Na mesma época, o anatomista grego Galeno, produziu escritos que incluíram a descrição mais completa do olho para a época. Entretanto, era essencialmente um resumo do que tinha sido aprendido com os outros. O trabalho de Galeno foi considerado como a descrição oficial da Medicina na Europa, até o Renascimento no século XV. Galeno continuou com as noções enganosas da teoria de tentáculos e erradamente identificou o cristalino como sendo o órgão essencial de visão: modificações no cristalino, de acordo com Galeno, eram percebidos pelo cérebro, no ato de visão.

Durante o começo da Idade Média, a civilização árabe pegou emprestado muito do conhecimento grego. O maior matemático e físico entre os árabes era Ibn al-Haitham, conhecido no oriente como Alhazen (956-1038 d.C.). Alhazen reavivou o interesse em ótica fisiológica através de seu tratado, o *Livro de Ótica*, escrito no Cairo. Neste trabalho, Alhazen contribuiu muito com novas idéias. Ele rejeitou a teoria dos tentáculos de visão, provando que os raios viajam em linhas retas de cada ponto de um objeto luminoso, para o olho. Mas, Alhazen acreditava que apenas o raio que incidia perpendicularmente à superfície anterior do cristalino contribuía para a formação da imagem, que passava para o nervo ótico. Ele demonstrou, experimentalmente, a lei de reflexão e estudou a refração. Mas, sem um conhecimento mais completo da refração, ele não foi capaz de avaliar a ação da córnea e do cristalino na focalização dos raios de luz que entravam no olho. Em particular, ele não concebeu a função da retina como uma *tela* para a recepção da imagem. Ao conhecer o processo de formação das imagens invertidas em uma câmera com orifício (máquina fotográfica - tipo *pinhole*), Alhazen vislumbrou seu modelo para o olho. Assim, embora ele acreditasse que a imagem visual era formada dentro do olho, ele não entendeu onde e como ela era



formada. A influência de Alhazen no reavivamento da Ciência, bem como suas próprias contribuições, mereceram para ele, em alguns lugares, o título de *pai da ótica fisiológica*.

Pouco avanço na ciência visual aconteceu depois de Alhazen, até os trabalhos de Roger Bacon (1214-1292), filósofo e cientista inglês. Em seu Tratado em Ótica, o monge franciscano descreveu os princípios da câmera com orifício. A habilidade da máquina fotográfica de *pinhole* para formar imagens invertidas, seria depois aprimorada com a colocação de uma lente convexa, uma inovação introduzida pelo napolitano, Giambattista della Porta (1535 - 1615). Este passo melhorou a analogia entre a máquina fotográfica e o olho, mas della Porta acreditava que no olho, o cristalino era o elemento fotosensível e a retina agia como um refletor côncavo. A tarefa correta da função de foto-receptor, foi feita depois por Felix Plater (1536-1614), que provou experimentalmente que o cristalino simplesmente agia como uma lente.

É interessante notar que o grande gênio italiano, Leonardo da Vinci (1452-1519), ciente da existência de uma imagem visual no olho, tentou buscar uma maneira de entender como o próprio olho seria capaz de desinverter a imagem, para se apresentar como uma imagem direita ao cérebro. Por causa desta convicção, ele não conseguiu traçar o caminho correto dos raios de luz no olho. Da Vinci reconheceu que o órgão essencial da visão era a retina, não o cristalino. Entre outras contribuições, ele chamou atenção para as diferenças de visão periférica e central, e discutiu a natureza da percepção de profundidade.

Provavelmente, a explicação mais antiga de miopia e hipermetropia foi devido a Francis Maurolycus (1494-1577). Entretanto, ele atribuiu estes defeitos da visão à curvatura do cristalino e não da córnea ou do comprimento axial do globo ocular.

A formação da imagem na retina sendo real, invertida e reduzida, começou a ser aceita devido aos trabalhos de Johannes Kepler (1571-1630), o grande astrônomo e matemático. Ele é mais conhecido por suas leis do movimento planetário. Mas Kepler fez também outras contribuições notáveis à ciência da visão. Por exemplo, ele definiu o *ponto distante* da visão usando cálculos envolvendo



o método do Traçado de Raios (TR). Ele explicou os efeitos de lentes convexas e côncavas, na luz que entra no olho, e descreveu a melhoria possível da visão reformando a curvatura do cristalino. Kepler também mostrou que a maior parte da focalização acontecia na porção central da retina.

Foi atribuído ao jesuíta Christoph Scheiner (1575-1650), o fato de observar a inversão da imagem na retina, uma experiência que teve de ser repetida por Descartes e outros, antes de convencer a comunidade científica. Scheiner também introduziu várias técnicas para estudar a refração do olho, e estas se tornaram a base para a invenção do oftalmoscópio. Ele foi o primeiro a medir o índice de refração dos vários meios do olho. Também, ele provavelmente foi o primeiro a descobrir o fenômeno da acomodação do olho ao focalizar objetos em diferentes distâncias, o que não acontecia quando o cristalino estava ausente. Portanto, mostrou o papel indispensável do cristalino na acomodação.

O naturalista holandês, Antonie van Leeuwenhoek (1632-1723) usou o microscópio por ele construído, para efetuar investigações detalhadas da retina e outras partes do olho. Ao médico britânico e professor de física em Londres, Thomas Young (1773-1829), é creditado ter mostrado que a mudança na focalização gera mudanças no cristalino. Em seu artigo de 1799, *Sound and Light*, Young propôs a teoria de onda de luz e sugeriu experimentos para demonstrá-la. Entre estas está o experimento da interferência das duas fendas. O interesse no que hoje é conhecido como daltonismo, teve um impulso quando John Dalton (1766-1844), químico e físico inglês e pioneiro na teoria atômica, notou em si mesmo a doença que impede de ver todas as cores e pode fazer assim uma boa descrição dela. Dalton, em seu trabalho, também descreveu a natureza do astigmatismo. Um fisiologista tcheco, Johannes Purkinje (1787-1840), determinou como os músculos afetam o trabalho do cristalino para provocar a acomodação. Ele também estudou imagens refletidas pela córnea e cristalino (imagens de Purkinje), usando estas imagens para calcular os poderes de focalização da córnea e do cristalino. Na Inglaterra, o astrônomo, George Airy (1801-1892), fabricou lentes cilíndricas e as usou para corrigir o astigmatismo. Na mesma época, o astrônomo britânico, Charles Babbage (1792-1871) inventou o instrumento óptico



- oftalmoscópio. Por volta da metade do século, o pioneiro em ótica fisiológica, Hermann von Helmholtz (1821-1894), produziu seu tratado, *Physiological Optics*. Com este trabalho, o famoso físico e fisiólogo alemão recebe os créditos pela fundação da ciência visual moderna. Suas muitas contribuições incluem a formalização da teoria da percepção da cor, com a composição dos três componentes de cor: vermelho, verde, e azul. Ele também discutiu o mecanismo de acomodação e deu uma explicação clara de como os dois olhos trabalham juntos para produzir uma única imagem percebida pelo cérebro. O papel dos cones e bastonetes como foto-receptores foi demonstrado experimentalmente por Heinrich Müller (1820-1864), um contemporâneo de Helmholtz. Algumas décadas depois, Max Schultze pôs os fundamentos para se entender a ação dupla da retina em que cones são ativos sob condições de luz e sensíveis a cor, enquanto os bastantes respondem a estímulos mais fracos e são insensível a cor.

Temos assim, um contexto geral do estudo do olho humano. Vemos que este estudo é bastante antigo e despertou o interesse de renomados cientistas ao longo do tempo. Veremos agora na seção seguinte como esse processo evoluiu para o uso de óculos.

6.2 Breve história dos óculos

Não é difícil perceber, olhando por pedaços de vidro, o poder de focalização de uma lente. O dramaturgo ateniense, Aristophanes, em sua comédia *As Nuvens*, faz uma das referências mais antigas ao uso de uma lente convexa como uma lupa. Acredita-se que já no século X, os chineses estavam usando jogo de lentes presas a armações.

Até cerca do final do século XIII, as lentes eram fabricadas de quartzo e cristais naturais. O uso de lentes de vidro teve que esperar a descoberta acidental e o desenvolvimento do vidro. Acredita-se que a descoberta do vidro aconteceu na Síria, embora o Egito tenha se tornado o centro da indústria de vidro. Quando vidro suficientemente claro foi produzido, pode-se fazer garrafas que, quando preenchidas com água, agiam como lentes de aumento, permitindo ver pequenos



detalhes. Com pedaços irregulares de vidro, teriam sido observados também o efeito do prisma, já relatado no primeiro século d.c., pelo filósofo romano, Seneca.

A verdadeira arte de fazer o vidro foi desenvolvida no norte da Itália, por volta do século XI, onde a indústria floresceu em lugares como Pisa, Veneza, e a ilha de Murano. O nascimento da indústria ótica provavelmente aconteceu por lá, com a invenção de óculos corretivos por volta de 1285. Os óculos devem ter sido certamente inventados antes da chegada da imprensa em 1440 - um desenvolvimento tecnológico que assegurou a necessidade futura de difusão dos óculos. Claramente, a invenção e desenvolvimento dos óculos esteve amarrada as descobertas e desenvolvimentos em ótica.

A mais antiga referência registrada (1268) para o uso de lentes com propósitos óticos é creditado ao monge franciscano, Roger Bacon, mencionado anteriormente. Bacon faz alusão a lupas usadas para ler e a utilidade de lentes convexas para corrigir hipermetropia. Na mesma época, um manuscrito italiano menciona *vidros conhecidos como óculos para leitura*. Em 1305, Giordano da Rivalto, monge em Pisa, escreve que não haviam passado ainda 20 anos desde a invenção dos óculos. Também, há um busto de Salvino d'Armato, datado de 1317, em Florença, onde está escrito: *o inventor dos óculos*.

Datado na mesma época, existe um relato de Heidelberg, que descreve o uso de uma lente para ajudar na leitura. Outras evidências do uso de óculos aparecem num retrato de Tommaso de Modena (1352) e numa pintura do ano de 1480, que mostrava um óculos sobre a escrivaninha de São Gerônimo.

Os primeiros óculos eram convexos, usados somente para ampliar textos pequenos e objetos. A real motivação para melhorar a qualidade do vidro ótico veio com a invenção de instrumentos óticos como o telescópio (Galileu 1608) e o microscópio (Leeuwenhoek, 1684). A evidência mais antiga do uso de lentes côncavas na ajuda a míopes está em um livro de Nicholas Causanus (1401-1464), e a primeira pintura que evidencia a concavidade da lente é o retrato do papa Leão X, feito por Raphael (1517).

O aparecimento dos primeiros óculos bifocais é devido ao estadista americano Benjamin Franklin, por volta de 1760, que encomendou sua fabricação,



para seu próprio uso. Os primeiros bifocais foram feitos pela simples junção de duas lentes de poder diferente para distâncias próximas e longes. Então, em 1804, um químico-físico britânico, William Wollaston (1766-1828), obteve uma patente de uma lente de menisco, e a projetou para melhorar a visão quando a linha da visão estava fora do centro da lente. George Airy (1801 - 1892), astrônomo inglês, recebeu os créditos por iniciar o trabalho com lentes esférico-cilíndricas para corrigir o astigmatismo.

Foi muito importante para o desenvolvimento das lentes, o advento da indústria do plástico, que cresceu rapidamente nas últimas décadas do século XIX. Com o fim da Segunda Guerra Mundial, plásticos duros e relativamente resistentes eram produzidos. Para fazer lentes de plástico para visão, era necessário desenvolver plásticos duros com superfícies duras o suficiente para serem usadas como óculos. As vantagens dessas lentes eram o peso e a resistência a fraturas. A partir dos anos 50, o uso de lentes acrílicas cresceu continuamente.

Outro benefício das lentes de plástico foi o uso em lentes de contato. Desde o tempo de Leonardo da Vinci e Rene Descartes já haviam sido descritas formas elementares de lentes de contato, mas o crédito para a invenção da lente de contato moderna ficou para o astrônomo inglês, Sir John F. W. Herschel, que em 1827 propôs uma lente de vidro com uma superfície que pudesse corrigir defeitos da córnea, com a ajuda de uma geléia transparente, de origem animal. Então A. E. Fick, um professor universitário em Zurique, fez uma pequena lente de vidro que podia flutuar na córnea, descansando debaixo das pálpebras e era segura pela ação do fluido da lágrima.

Quando o plástico ótico transparente ficou pronto nos EUA em 1936, o seu uso para lentes de contato se difundiu. Nos anos 70 foram desenvolvidos plásticos que eram tanto fino quanto macio, com a vantagem de serem absorventes de água e permeável para o fornecimento de oxigênio para a córnea. E assim, chegamos aos dias de hoje, onde os avanços tecnológicos nesta área são cada vez mais surpreendentes.



6.3 Aberrações

Tanto as aberrações monocromáticas, como a cromática, afetam a qualidade da imagem formada pelo sistema ótico do olho ou pelas lentes de óculos usadas para corrigir eventuais problemas de visão. Entre as aberrações monocromáticas, a qualidade da imagem é afetada pela aberração esférica, pelo coma, pelo astigmatismo, por efeitos de curvatura de campo e a distorção. Todas estas, exceto a aberração esférica, são aberrações fora da linha central. O objetivo da modelagem que fizemos é justamente a minimização destas aberrações, sem discriminá-las, ou seja, buscamos o ajuste que levava a imagem formada, o mais próximo da imagem ideal. A dispersão de um ponto da imagem, em relação à coordenada referência pode ser visualizada num mapa de espalhamento puntual (*point spread map*). Um resumo dessas aberrações [7] é apresentado a seguir:

- *Aberração esférica*: a posição da imagem gerada por uma lente, para um objeto localizado sobre eixo ótico, pode variar de acordo com o ponto de incidência do raio, gerando uma desfocalização da imagem (figura 6.1). Esta aberração torna-se um problema importante em sistemas óticos com grande abertura. No caso do olho, devido ao pequeno diâmetro da pupila, o feixe de luz que entra no olho é bastante limitado, reduzindo eventuais problemas. A córnea humana apresenta uma topografia asférica e o cristalino, um perfil de índices de refração, que contribuem para reduzir esta aberração. Além disso, os raios que entram nas porções mais periféricas da córnea, contribuem menos para a formação da imagem central na retina.

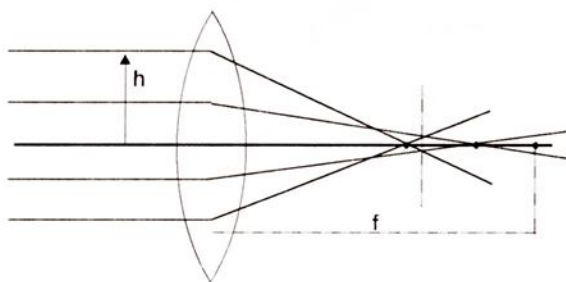


Figura 6.1: Demonstração da Aberração Esférica

- *Coma*: é uma aberração que ocorre para pontos-objeto localizados fora do eixo ótico, que aumenta rapidamente com a abertura da lente. O coma gera uma imagem com a forma de um *cometa* (figura 6.2). No olho, esse efeito é minimizado pelos mesmos mecanismos que reduzem a aberração esférica.

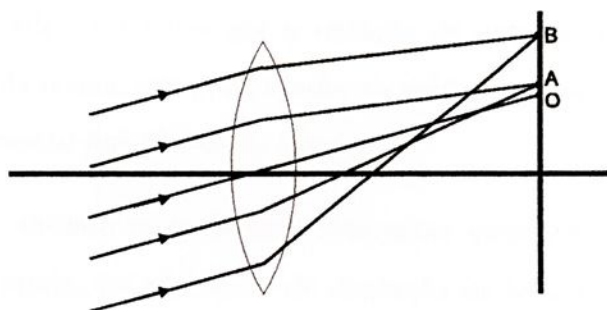


Figura 6.2: Exemplo de aberração coma

- *Astigmatismo*: é o resultado da assimetria das superfícies refratoras, que fazem com a que imagem gerada por um plano, não coincida com a de outro plano. (figura 6.3). O astigmatismo afeta pontos-objeto fora do eixo, e pode ser corrigido por lentes cilíndricas, orientadas corretamente. Pode ter origem tanto na córnea, como no cristalino ou ainda, nas porções mais externas da lente de um óculos. O formato curvo da retina também ajuda na redução do astigmatismo.

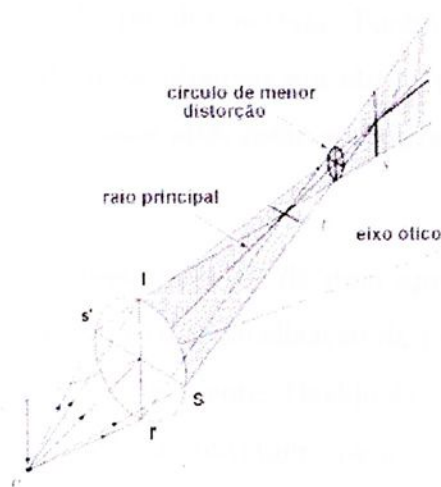


Figura 6.3: Exemplo de Astigmatismo

- *Curvatura de campo*: afeta a formação da imagem, de maneira similar ao astigmatismo, sendo simétrica em relação ao eixo ótico. É uma aberração crítica para a visão periférica, devido aos raios que fazem ângulos grandes com o eixo ótico. A curvatura de campo e o astigmatismo são aberrações correlacionadas, uma vez que a redução de uma pode afetar a outra. A curvatura da retina, que pode ajudar na redução do astigmatismo, contribui para o aumento dos efeitos de campo.
- *Distorção*: mesmo se as demais aberrações pudessem ser eliminadas, poderíamos, ainda, ter um efeito de distorção da imagem, devido ao fato de que a ampliação de um objeto, pode variar com a distância angular entre o objeto e o eixo ótico. Abaixo, (figura 6.4), apresenta-se um objeto retangular e a imagem formada com distorção:



Figura 6.4: Exemplo de Distorção

Esta aberração é pequena, no olho humano, devido às asfericidades e heterogeneidades próprias de um olho normal. Porém distorção pode aparecer com maior intensidade ao se observar um objeto pela porção periférica de lentes esféricas de poder mais alto, como as utilizadas em óculos de grande poder de vergência.

- *Aberração cromática*: mesmo dentro de uma aproximação paraxial, com objeto localizado no eixo ótico, a localização da imagem depende do comprimento de onda da luz (λ) incidente. Devido às propriedades de dispersão dos meios óticos, diferentes λ convergem para diferentes posições (figura 6.5).

O sistema ótico do olho pode apresentar uma diferença da ordem de 0,5 Dioptrias, entre uma luz vermelha e outra azul, quando uma luz verde-amarela

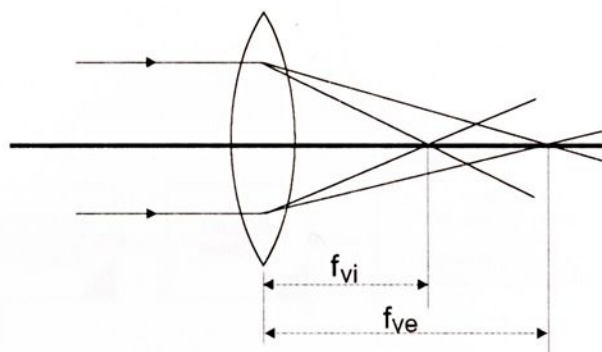


Figura 6.5: Exemplo de Aberração cromática (exagerado); f_{vi} é o foco para o violeta e f_{ve} o foco para o vermelho

é focalizada na retina. O processo de formação de uma imagem colorida parece não ser trivial, e o perfil heterogêneo do cristalino, aparentemente, contribui nesse processo.

6.4 Fluxogramas

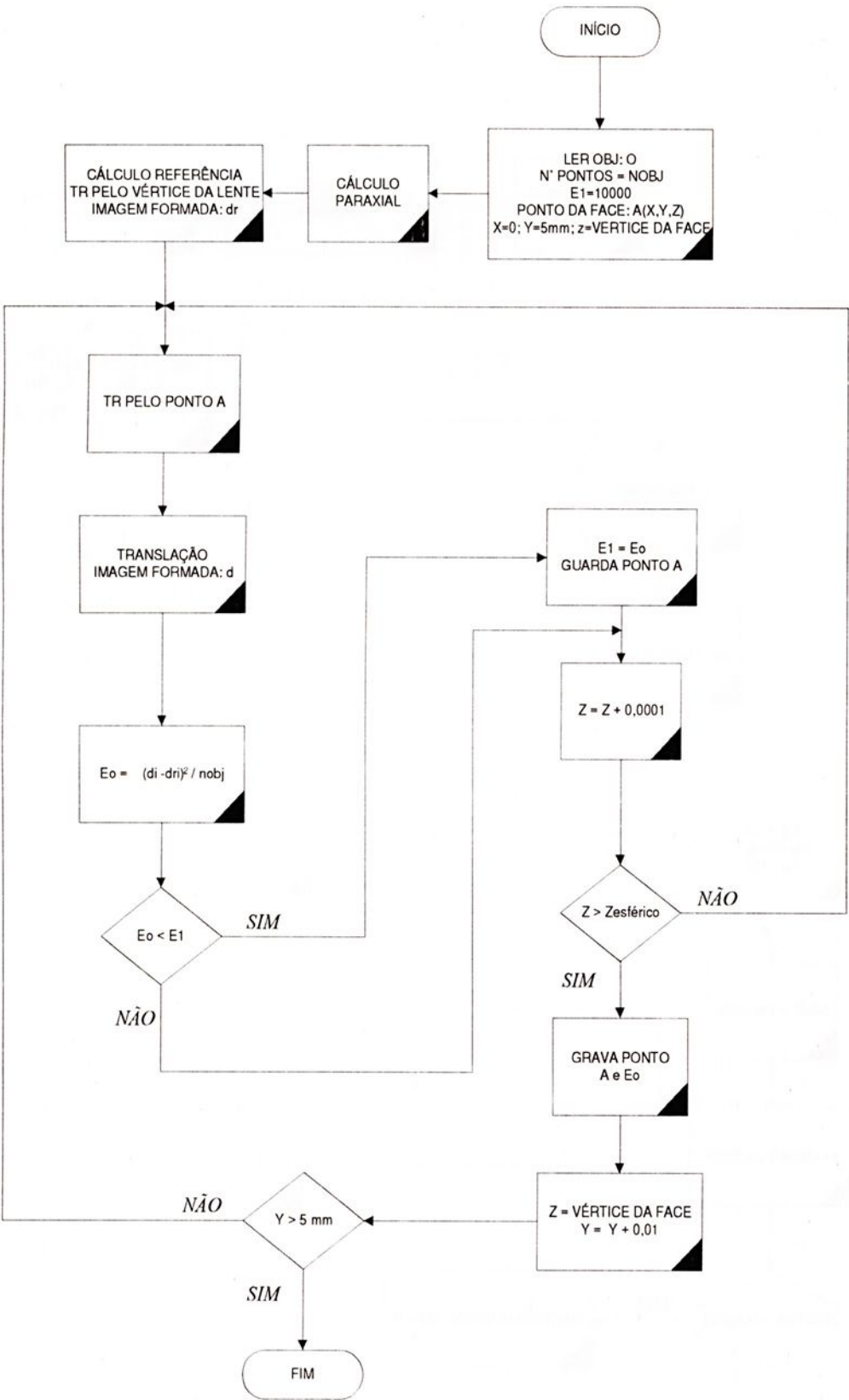


Figura 6.6: Fluxograma para o algoritmo do TR por uma face

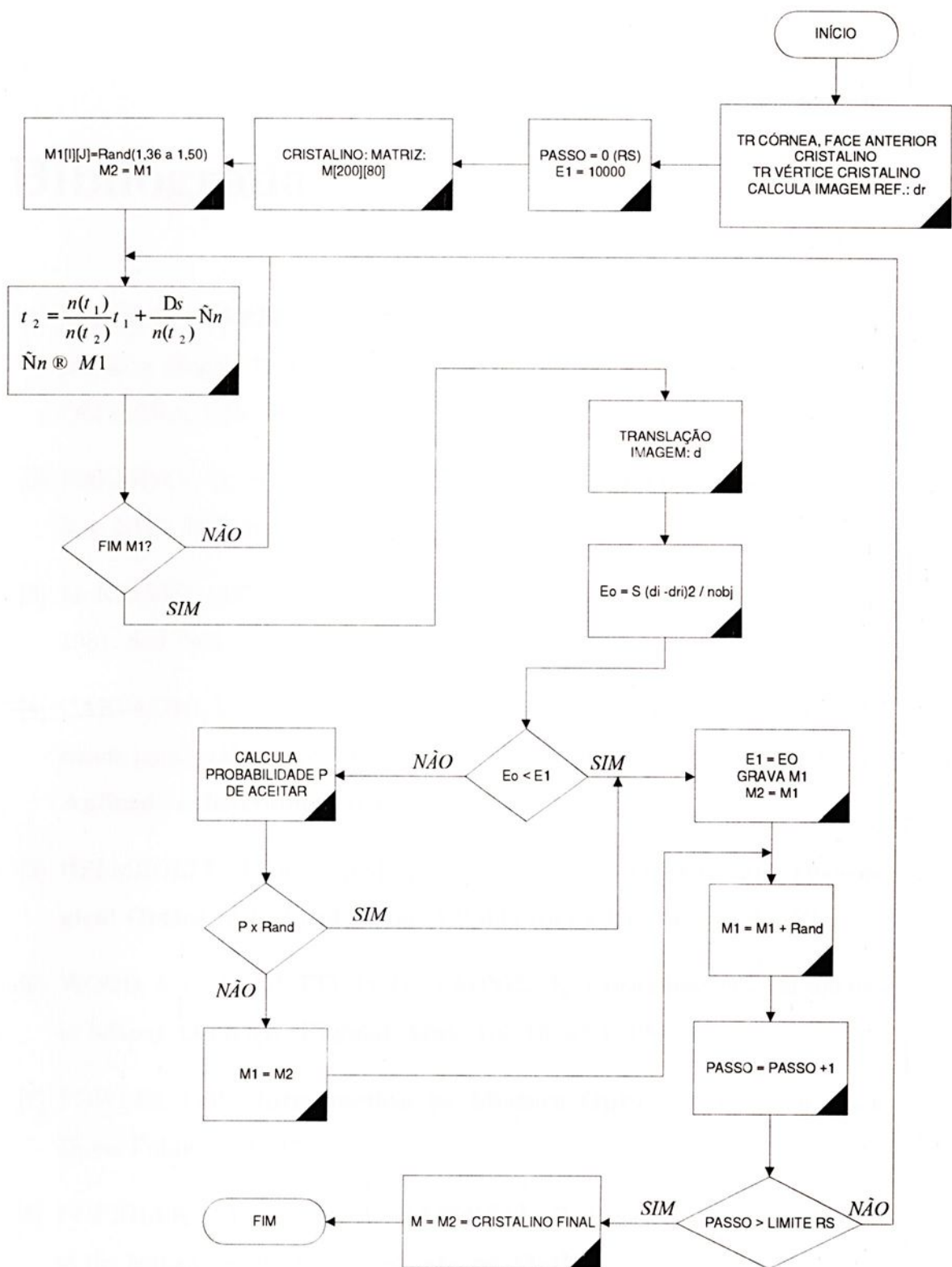


Figura 6.7: Fluxograma para o algoritmo do RS no Cristalino

Bibliografia

- [1] STEIN, H.A., FREEMAN, M.J. , STENSON, S.M., *Guia CLAO para Refração e Óculos*. 1ª ed., tradução por José, N.K., CORAL-GHANEM, C., OLIVEIRA, P.R., 2000. 134p.
- [2] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J., **Fundamentos de Física**. V.4, LTC, 1995. Rio de Janeiro.
- [3] McKELVEY, J.P., GROATCH, H., **Física**. V.4, Harper & Row do Brasil, 1981. São Paulo.
- [4] CARVALHO, L.A., et al., Desenvolvimento de um Instrumento Computadorizado para Avaliação da Curvatura da Córnea Humana. **Revista de Física Aplicada e Instrumentação**, v. 12, nº 3, 1997.
- [5] HELMHOLTZ, H von. Edited by Southall, J. P. C. **Treatise on Physiological Optics**, Vols. I and II. Dover Publications, Inc. New York. 1924.
- [6] WOOD, I. C. J., MUTTI, D. O., ZADNIK, K. Crystalline lens parameters in infancy. **Ophthal. Physiol. Opt.** Vol. 16. nº 4, 1996
- [7] FOWLES, G.R., **Introduction to Modern Optics**. 2º Ed, New York. Dover Publications, INC.
- [8] POPIOLEK-MASAJADA, A., KASPRZAK, H. Model of the optical system of the human eye during accommodation, **Ophthal. Physiol. Opt.** 22, 2002.
- [9] Van LAAROVEN, P.J.M. **Simulated annealing: theory and applications** In ZACHARIAS, C. R. **Otimização da Geometria de Aglome-**



- rados de Silício via Algoritmos Genéticos Híbridos**. 1998. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos, SP - Brasil.
- [10] ZACHARIAS, C. R. **Otimização da Geometria de Aglomerados de Silício via Algoritmos Genéticos Híbridos**. 1998. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos, SP - Brasil.
- [11] KIRKPATRICK, S., GELATT JR, C.D., VECCHI, M.P., Optimization by Simulated Annealing, **Science**, V. 220, No. 4598, 1983.
- [12] GUYTON, A. C. **Fisiologia Básica**. 1ª ed. Rio de Janeiro. Ed Interamericana. 1978. 636p.
- [13] TESTUT, L., LATARJET, A., **Tratado de Anatomia Humana**. V.3 cap. IV, Barcelona, Salvat Editores SA, 1980.
- [14] MEYER, P., **Fisiologia Humana**, cap. XI, Barcelona, Salvat Editores SA, 1985.
- [15] Vitreous-Retina-Macula Consultants of New York - <http://www.vrmny.com/anatomy.htm> (22/09/2001)
- [16] GULLSTRAND, A. In HELMHOLTZ's **Treatise on Physiological Optics**. Optical Society of America, New York, 3rd ed., pp. 226-376, 1924.
- [17] PEDROTTI, L. S., PEDROTTI, F.L. **Optics and Vision**, Prentice Hall, 1998. New Jersey.
- [18] LEGRAND, Y. **Optique Physiologique 1**, Ed. **Rev. Opt.**, Paris, 1953.
- [19] LE GRAND, EL HAGE. **Physiological Optics**, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1980.
- [20] LOTMAR, W. Theoretical Eye Model with Aspherics, **J. Opt. Soc. Am.**, v61, n11, 1971.
- [21] BONNET, R., **La Topographie Corneenne**. Desroches, Paris, 1964.



- [22] KIELY, P.M., SMITH, G., CARNEY, L.G. The Mean Shape of the Human Cornea, **Optica ACTA**, Vol. 29, n° 8. 1982.
- [23] BLAKER, J. W. Toward an Adaptive Model of the human eye, **J. Opt. Soc. Am.** Vol. 70, n° 2. 1980.
- [24] LIOU, H.L., BRENNAN, N.A., The prediction of spherical aberration with schematic eyes. **Ophthalm. Physiol. Opt.** Vol.16 n° 4, 1996.
- [25] LIOU, H.L., BRENNAN, N. A. Anatomically accurate, finite model eye for optical modeling, **J. Opt. Soc. Am. A**, Vol 14, n° 8. 1997.
- [26] HOWCROFT, M.J., PARKER, J. A. Aspheric Curvatures for the Human lens, **Vision Rev.** Vol. 17, 1977.
- [27] KORETZ, J. F., HANDELMAN, G. H. How the Human Eye Focuses. **Scientific American**. 1988.
- [28] MARCOS, S., et al., Investigating sources of variability of monochromatic and transverse chromatic aberrations across eyes, **Vision Research** **41**, 2001.
- [29] TOON, G. Y., WILLIAMS, D. R. Visual performance after correcting the monochromatic and chromatic aberrations of the eye, **J. Opt. Soc. Am. A**, Vol. 19, n°2. 2002.
- [30] CARVALHO, L. A. V. Avaliação precisa dos defeitos do olho, **Ciência Hoje**, Vol. 30, n° 179. 2002.
- [31] KLEIN, M. V., **Optics**. John Wiley & Sons, INC. 1970. NewYork, London, Sydney, Toronto.



