

PRISCILA ARIANE DA SILVA SANTOS

Um Estudo da Modelagem Matemática na Educação Matemática e seu potencial para o
desenvolvimento do Pensamento Crítico

Guaratinguetá

2013

PRISCILA ARIANE DA SILVA SANTOS

Um Estudo da Modelagem Matemática na Educação Matemática e seu potencial para o desenvolvimento do Pensamento Crítico

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Úrsula Andrea B. Verdugo Rohrer

Guaratinguetá

2013

Santos, Priscila Ariane da Silva

S237e

Um Estudo da Modelagem Matemática na Educação Matemática e seu Potencial para o Desenvolvimento do Pensamento Crítico / Priscila A S. Santos. – Guaratinguetá: [s.n], 2013

61 f. : il.

Bibliografia : f. 51 -54

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2013

Orientador: Profa. Dra. Ursula Andréa B. Verdugo Rohrer

1. Modelagem de processos. 2. Pensamento crítico.
3. Matemática, Estudo e ensino. I Título.

CDU 51:371.3

**UM ESTUDO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E SEU POTENCIAL PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO**

PRISCILA ARIANE DA SILVA SANTOS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

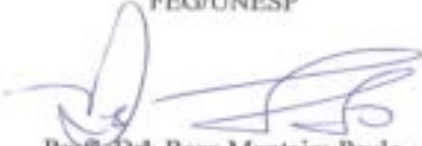
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.


Profª Drª Ana Paula Marins Chiaradia
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:


Profª. Drª. Ursula Andrea B. V. Rohrer
Orientadora – FEG/UNESP


Prof. Dr. José Ricardo de R. Zeni
FEG/UNESP


Profª. Drª. Rosa Monteciro Paulo
FEG/UNESP

AGRADECIMENTOS

A minha família, mas em especial minha mãe Lucineia, que sempre me incentivou a correr atrás dos meus objetivos, me apoiou em minhas escolhas e que sempre foi a base fundamental para a minha educação, para meu crescimento pessoal e profissional.

Aos meus amigos Ingrid, Anderson e Felipe, pessoas que estiveram presentes em minha vida acadêmica compartilhando o conhecimento, as alegrias, as angústias e hoje a vitória. Obrigada por todos esses anos de faculdade e vocês foram essenciais para a minha formação.

Aos meu queridos amigos da Van, que enfrentaram comigo 5 anos de idas e voltas de Jacareí até Guaratinguetá. Vocês tornaram as viagens mais agradáveis.

A minha orientadora Prof^a. Dr^a. Úrsula Andrea B. Verdugo Rohrer, a qual tenho muito respeito e consideração, que dedicou o seu tempo, que depositou seu voto de confiança e acima de tudo me ajudou a desenvolver este trabalho.

Agradeço a todos vocês, pois tenho certeza que sentirei muitas saudades dessa família que foi construída durante a minha vida acadêmica.

Hoje é um dia muito importante, um dia de realizações e um dia de vitória.

SANTOS, P.A.S. **Um Estudo da Modelagem Matemática na Educação Matemática e seu potencial para o desenvolvimento do Pensamento Crítico**. 2013. 61f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

RESUMO

O uso da Modelagem Matemática em sala de aula, no Ensino Básico, representa um desafio para os professores e alunos. A introdução desta metodologia em sala de aula não é fácil, pois foge das aulas tradicionais, expositivas, com lousa e giz. Aqui, apresentarei uma proposta de como implementar a Modelagem Matemática na Educação Básica, destacando como tal metodologia pode favorecer o desenvolvimento do Pensamento Crítico nos alunos. Acredito que a Modelagem Matemática seja uma alternativa para minimizar a rejeição dos alunos e despertar o seu interesse sobre a Matemática, assim como fomentar sua capacidade de manifestar opiniões e expressar pontos de vista sobre situações do cotidiano, sempre respeitando seus pares. Por meio da História da Matemática mostro que a Modelagem Matemática surgiu da necessidade do homem em resolver problemas do seu dia a dia que, conforme o desenvolvimento e complexidade da sociedade, estes problemas foram se tornando mais abstratos. Porém, a Matemática não é somente abstrata. Ela pode ser aplicada às situações do dia a dia o que pode torná-la mais significativa para os alunos. Apresento aqui compreensões acerca da Modelagem Matemática com base em autores da Modelagem na Educação Matemática. Com base no que foi interpretado elaborei um roteiro e desenvolvi uma intervenção com Modelagem Matemática numa sala de aula, de uma escola da rede pública de Ensino. Com isto procuro mostrar esta metodologia como uma possibilidade para melhorar a qualidade do ensino de Matemática no Ensino Básico. Apresento também a importância do desenvolvimento do Pensamento Crítico que pode ser trabalhado com os alunos por meio da Modelagem Matemática ao tomar decisões, ao posicionar-se, ao defender suas ideias argumentando de maneira racional.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática, Pensamento Crítico, Ensino de Matemática.

SANTOS, P.A.S .A Study of Mathematical Modeling in Mathematics Education and its potential for the development of Critical Thinking. 2013. 61f. Graduate work (Major in Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013. 61f

ABSTRACT

The implementation of mathematical modeling curricula represents a great challenge, both for teachers and students, since it escapes the traditional teaching methodology, i.e. when the teacher speaks to his/her students. This work presents, at least, one possible way of implementing mathematical modeling inside the classroom, and how this way encourage critical thinking in students. I see mathematical modeling as an opportunity to minimize student's rejection and increase their interest for mathematics, promoting their competencies to give points of scene in every day situations. The history of mathematics shows that mathematical modeling had developed since almost the beginning of human live, when men needed to solve problems that arose in the course of his life. Mathematics has become more and more abstract, but it is important to recall what was originated it. In this way, it is possible to make this subject matter more meaningful to students. I will make an introduction of mathematical modeling, presenting some important definitions. Based on this framework, I will present a classroom instruction understand on a 7 th grade classroom by myself. With this in instruction I sustain the idea that mathematical modeling has, in fact, a great potential to improve the quality of mathematics teaching. I also sustain that, the development of critical thinking, as a competence, way be achieved with it.

KEYWORDS: Mathematical Modeling, Critical Thinking and Math Tutoring

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	7
1.1– OBJETIVOS	9
1.2 - METODOLOGIA.....	9
1.2.1 – Pesquisa Bibliográfica.....	9
1.2.2 - Pesquisa experimental qualitativa.....	10
2 – SISTEMAS DE AVALIAÇÕES.....	12
2.1 – PROGRAMA PARA AVALIAÇÃO INTERNACIONAL DE ESTUDANTES (PISA).....	12
2.2 - PROVA BRASIL	14
2.3 – SARESP	17
2.4 - ALGUMAS CONSIDERAÇÕES.....	25
3 - A MODELAGEM MATEMÁTICA NO AMBIENTE DE SALA DE AULA	26
3.1 - O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA	26
3.2 – MODELO MATEMÁTICO	29
3.3 - MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO	30
3.4 - PROCEDIMENTOS PARA A OBTENÇÃO DE UM MODELO.....	32
3.5 - O PROFESSOR FAZENDO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	35
3.6 – MODELAGEM MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO.....	38
3.7 - A SUPERAÇÃO DE OBSTÁCULOS.....	40
4 - CONCRETIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA	41
4.1– APLICAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A 6ª SÉRIE/7º ANO.....	42
5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
REFERÊNCIAS.....	51
ANEXOS	55

INTRODUÇÃO

Nosso trabalho foi embasado pela seguinte questão “*A Modelagem Matemática pode ajudar a despertar o interesse dos alunos pela Matemática?*”.

Em análise aos sistemas de avaliações podemos comprovar a baixa média e a rejeição dos alunos pela Matemática, o que me motivou a escolher o tema Modelagem Matemática, foi à busca de uma alternativa para despertar nos alunos o prazer em fazer Matemática e meu objetivo era mostrar que a Matemática não é somente abstrata, que se hoje ela está presente em nossas vidas é devido à necessidade e a complexidade da vida atual.

Uma possibilidade para amenizar a situação é trazer a vida real dos alunos para a Matemática. Dessa forma a aprendizagem se tornará mais significativa aos alunos e o professor além de se aproximar mais dos alunos poderá orientá-los a desenvolver a capacidade de tomar decisões em suas vidas. A proposta Modelagem Matemática com resolução de problemas têm por objetivo aproximar a Matemática que se estuda nas salas de aulas com a Matemática do cotidiano.

Confirmando esta visão de que a Matemática não é somente abstrata, Biembengut e Hein (2003) sugeriram que a Modelagem Matemática relaciona-se a situações problemas.

A Modelagem Matemática, arte de expressar por intermédio de linguagem Matemática situações-problema de nosso meio, tem estado presente desde os tempos mais primitivos. Isto é, a modelagem é tão antiga quando a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos. (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, p. 7)

A Matemática surgiu da necessidade dos povos antigos, de contar ovelhas, registrar os animais mortos, etc. Esse processo era muito complexo, pois ainda não existia um sistema de numeração abstrato. Os antigos utilizavam marcações em ossos e pedras, e nós em cordas. Foi contando objetos com outros objetos que surgiram os números. (GUELLI, 1998, p.06)

Conforme o tempo foi passando, as civilizações antigas começaram a se desenvolver e a vida começou a ficar mais complexa, novas atividades iam surgindo e com isso as pessoas puderam se dedicar a atividades como: comercio, artesanato, etc. Havia um grande problema em usar o sistema de contagem da época, quando se queria construir pirâmides e templos. Partindo dessa necessidade os estudiosos do Antigo Egito passaram a representar a quantidade de objetos de uma coleção através de símbolos. (GUELLI, 1998, p.07)

Essa é uma pequena parte da história do surgimento dos números e consequentemente da Matemática. Podemos perceber que os sistemas que foram desenvolvidos, surgiam da necessidade de aplicar e utilizar em algo. Fazer com que a Matemática abstrata tenha um significado concreto, pode ajudar a perceber qual é o sentido dela ter sido criada.

Hoje em dia, é possível observar em sala de aula a rejeição dos alunos pela Matemática. A partir disso quis saber dos próprios alunos os motivos para essa rejeição. Suas respostas foram que a Matemática era muito difícil, que eles não usariam ela em nada, que geralmente a matéria não faz sentido nenhum e que dificilmente aplicariam em suas vidas.

O baixo rendimento escolar pode ser comprovado pela pesquisa do Anuário Brasileiro de Educação Básica (2012) onde, apenas 11% dos estudantes brasileiros sabem Matemática ao final do ensino médio.

Isso tem se tornado preocupante, não só para as escolas ou para os professores, mas também para a sociedade, pois os alunos não saem preparados para enfrentar situações problemas do dia a dia.

Medidas urgentes devem ser tomadas na tentativa de minimizar este problema. Seguindo os passos de Bassanezi (2002), Biembengut e Hein(2003) sugerem que, uma alternativa pode ser a introdução da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem, o que poderá tornar a aprendizagem mais significativa e prazerosa.

Tanto estes como outros autores e também os Parâmetros Curriculares Nacionais defendem a Educação como parte da formação do indivíduo como cidadão de bem, ou seja, um cidadão com pensamento crítico, que seja capaz de defender suas ideias argumentando racionalmente e impondo seu ponto de vista diante de situações problemas.

A leitura desses autores bem como a experiência vivida em sala de aula deva-nos a investigar “*A Modelagem Matemática pode ajudar a despertar o interesse dos alunos pela Matemática?*”. Neste texto trazemos pois o que na pesquisa foi possível compreender.

Para organizar o que foi investigado estruturamos o texto em 5 capítulos.

No primeiro capítulo, foi feita uma breve introdução sobre o contexto histórico da Matemática, da rejeição e desmotivação dos alunos sobre a matéria.

O segundo capítulo traz informações sobre sistemas de avaliações brasileiros e internacionais, mostrando que os resultados obtidos estão abaixo dos esperados.

O terceiro capítulo faço uma breve exposição sobre Modelo Matemático e sua criação, Modelagem Matemática numa perspectiva educacional, procedimentos para obtenção de um Modelo Matemático, o professor fazendo uso da Modelagem Matemática, a Modelagem Matemática e o Pensamento Crítico e a superação de obstáculos.

O quarto capítulo apresento a Concretização da Modelagem Matemática em sala de aula aplicado por Dionísio Burak (1986) como um caso de sucesso e faço uma aplicação de Modelagem Matemática para a 6ª série (atual 7º ano), com o objetivo de calcular o custo médio para a construção de uma Mesa de ping-pong.

E finalizo o quinto capítulo com as Considerações Finais.

1.1– OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é a pesquisa em Modelagem Matemática como instrumento para o ensino-aprendizagem, visando o potencial que ela tem sobre o desenvolvimento do Pensamento Crítico. Considero que a Modelagem Matemática pode permitir que os alunos se preparem melhor para o futuro, assim como também pode despertar o interesse pela Matemática, como uma disciplina, e, principalmente, o prazer em aprendê-la.

Na minha opinião, se a Modelagem Matemática fosse aplicada desde o Ensino Fundamental, os professores teriam a oportunidade de trabalhar alguns conhecimentos prévios adquiridos pelos alunos, em contexto fora da sala de aula sejam eles de brincadeiras ou jogos, de programas de televisão, de casa, etc. Parto do princípio de que todo aluno traz algum conhecimento para a escola e é através desse conhecimento que o professor pode realizar um trabalho mais aprofundado e contextualizado, garantindo assim uma familiarização com os conteúdos da disciplina e, conseqüentemente, a motivação do aluno em aprender.

1.2 - METODOLOGIA

Foram utilizadas duas metodologias neste trabalho: estudo exploratório e experimento de Ensino analisado qualitativamente.

1.2.1 – Pesquisa Bibliográfica

A pesquisa exploratória permite uma maior familiaridade entre o pesquisador e o tema

pesquisado.

Ao desenvolver-se um estudo exploratório em Modelagem Matemática – vista como uma alternativa para o ensino-aprendizagem – é possível analisar diferentes autores, interpretações e aplicações. As fontes utilizadas para isto são dissertações, livros e artigos. Analisei e discuti as contribuições culturais e científicas de cada uma dessas publicações, dentre as quais destaco: a dissertação de mestrado de Dionísio Burak (1987), o livro de Maria Salett Biembengut e Nelson Hein (2003), o livro de Rodney Carlos Bassanezi (2002), e o artigo de Jonei Cerqueira Barbosa (2004).

Durante as leituras destes e outros trabalhos, procurei resgatar e estudar com mais profundidade as vantagens da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem, e os obstáculos – existentes – que professores e alunos devem superar.

1.2.2 - Pesquisa experimental qualitativa

Foi feito uma pesquisa experimental qualitativa, com o objetivo de analisar o comportamento dos alunos diante do trabalho realizado, verificando se a Modelagem Matemática desperta o interesse dos alunos pela Matemática e verificando o desenvolvimento do Pensamento Crítico ao tomarem decisões.

Pesquisa experimental visa investigar fatos em experiências vividas e tem como objetivo testar hipóteses relacionadas à causa e efeito do estudo.

Essa pesquisa denomina-se qualitativa, pois seu principal objetivo é buscar uma compreensão sobre o comportamento dos alunos ao aplicar a Modelagem Matemática em sala de aula e não uma explicação dos fenômenos estudados.

Tal pesquisa não segue uma precisão numérica e sim significados mais relevantes como a análise de comportamento dos alunos e suas dimensões pessoais.

Os estudos assim realizados apresentam significados mais relevantes tanto para os sujeitos envolvidos como para o campo de pesquisa ao qual o estudo desse fenômeno pertence. (RAMPAZZO, 2005, p.59).

Em resumo, esse trabalho assim como a Modelagem Matemática visa valorizar o ser humano, que não pode ser reduzido a um “número” ou a um esquema generalizado.

2 – SISTEMAS DE AVALIAÇÕES

Nesse capítulo apresento os sistemas de avaliações com o objetivo de analisar o desenvolvimento em Matemática.

2.1 – PROGRAMA PARA AVALIAÇÃO INTERNACIONAL DE ESTUDANTES (PISA)

Para estudar o desempenho do Brasil, comparando-o com outros países, foi feita uma análise sobre as notas do Programa para Avaliação Internacional de Estudantes (PISA, sigla em inglês para *Programme for International Student Assessment*). Atualmente, participam do PISA 34 países – membros da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) – e outros que são convidados. Em particular, no PISA 2009, foram ao todo 65 países. Essa avaliação é realizada por alunos na faixa dos 15 anos, dado que a escolaridade básica é finalizada na maioria dos países com essa idade.

O programa é organizado e desenvolvido pela OCDE e seu objetivo é subsidiar políticas de melhoria do ensino básico em cada país participante, assim como saber como cada um prepara seus jovens para o futuro.

Tabela 1- Resultados do Brasil no PISA desde 2000

	PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012
Número de alunos brasileiros participantes	4.893	4.452	9.295	20.127	18.589
Média OCDE	473	468	469	468	474
Nota Brasil	334	356	370	386	391
Nota melhor país	564	550	549	600	613

Fonte: (PISA – INEP, 2013)

Na tabela (Tab. 1) estão presentes as médias e notas do Brasil desde a realização do primeiro PISA, em 2000. Embora seja possível observar um aumento nas notas, em todas as disciplinas, ainda assim os resultados nacionais estão abaixo da média OCDE.

No ano de 2000, 43 países participaram do PISA, o Brasil atingiu 334 pontos, 139 pontos abaixo da média OCDE, ficando em 42º lugar, ou seja, penúltimo lugar. O melhor resultado foi o de Holanda, que atingiu 564 pontos, 91 pontos acima da média.

No ano de 2003, 41 países participaram do PISA, o Brasil atingiu 356 pontos, 112 pontos abaixo da média OCDE, mostrando o pior rendimento de todos, atingindo a última colocação. O melhor resultado foi o de Hong Kong, que atingiu 550 pontos, mais 100 pontos acima da média.

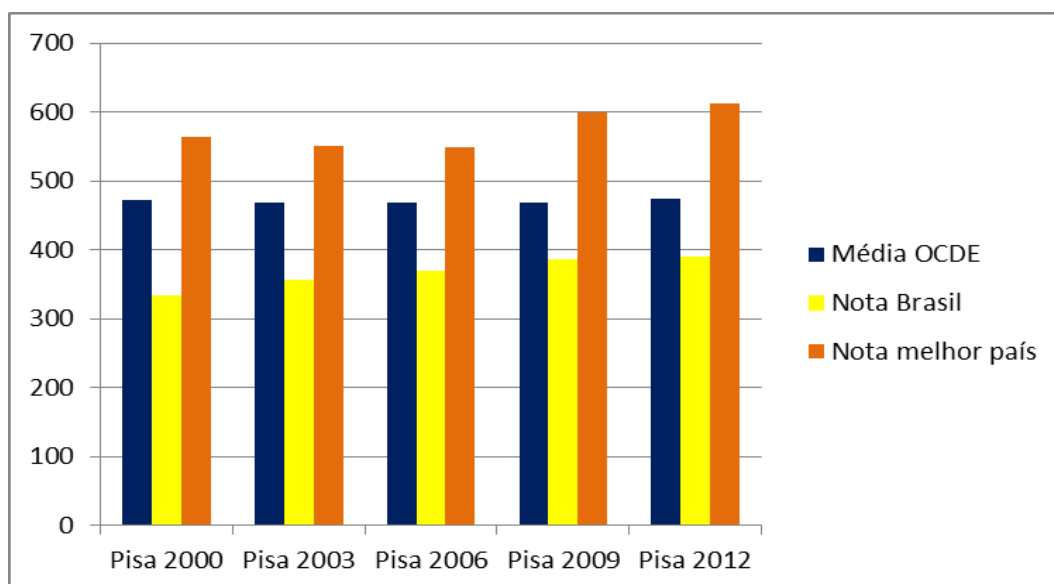
No ano de 2006, 57 países participaram do PISA, o Brasil atingiu 370 pontos, quase 100 pontos abaixo da média da OCDE, ficando em 53º lugar e junto com a Colômbia. O melhor resultado foi o da China (Taiwan), que atingiu 549 pontos, 80 pontos acima da média.

No ano de 2009, 65 países participaram do PISA, o Brasil atingiu 386 pontos, 82 pontos abaixo da média da OCDE, ficando em 57º lugar. O melhor resultado foi o da China (Xangai) com 600 pontos, 132 pontos acima da média.

No ano de 2012, 65 países participaram do PISA, o Brasil atingiu 391 pontos, 83 pontos abaixo da média da OCDE, ficando em 58º lugar. O melhor resultado foi novamente o da China (Xangai) com 613 pontos, 139 pontos acima da média.

O gráfico a seguir (Fig.2), faz a comparação do Brasil com a Média da OCDE e o melhor país em cada ano.

Figura 2: Gráfico de Comparação do Brasil com a Média da OCDE e o melhor país em cada ano



Fonte: (PISA – INEP, 2013)

2.2 - PROVA BRASIL

A Prova Brasil é organizada pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), e seu objetivo é avaliar a Educação Básica brasileira. Ela vem contribuindo para a melhoria da qualidade da Educação pois, através de informações obtidas de questionários socioeconômicos – aplicados aos alunos, professores e diretores – pode-se elaborar indicadores que possibilitam a compreensão de fatores que influenciam o desempenho dos alunos nas diferentes disciplinas e nos anos que são avaliados.

O SAEB é composto por três avaliações externas em larga escala: Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB), Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC, também denominada Prova Brasil) e Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA).

A Prova Brasil é uma avaliação aplicada, bienalmente desde 1990, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), e que seleciona escolas públicas para sua amostragem. Essa avaliação é denominada SAEB. Ao longo das edições ela sofreu modificações. A partir de 1995, os resultados passaram a ser comparáveis por região, escolas, índices socioeconômicos, etc. A partir de 2001, ela limitou-se à avaliação de língua portuguesa e Matemática para as etapas iniciais e finais do Ensino Fundamental (5º

e 9º anos) e ao 3º ano do Ensino Médio, mantendo sua característica amostral, ou seja, com a participação de escolas públicas e privadas, porém apresentando seus resultados por estado, região e país.

Em 2005 o SAEB foi reestruturado, passando a ser composto por duas avaliações: Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) e Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), conhecida como Prova Brasil. A ANEB manteve a característica amostral da Educação Básica nas redes públicas e privadas, e a Prova Brasil a característica censitária para as escolas que atendem aos critérios de quantidade mínima de alunos.

O objetivo da Prova Brasil é diagnosticar os sistemas educacionais brasileiros, subsidiando a formulação, reformulação e monitorando as políticas educacionais em nível municipal, estadual e federal, contribuindo para a melhoria da eficiência e qualidade do ensino.

A aplicação da Prova Brasil é baseada em testes padronizados de Língua Portuguesa, Matemática e questionários socioeconômicos que são aplicados aos estudantes de 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio.

Na tabela (Tab. 2), são indicadas as médias de proficiência em Matemática desde 1995 até 2011.

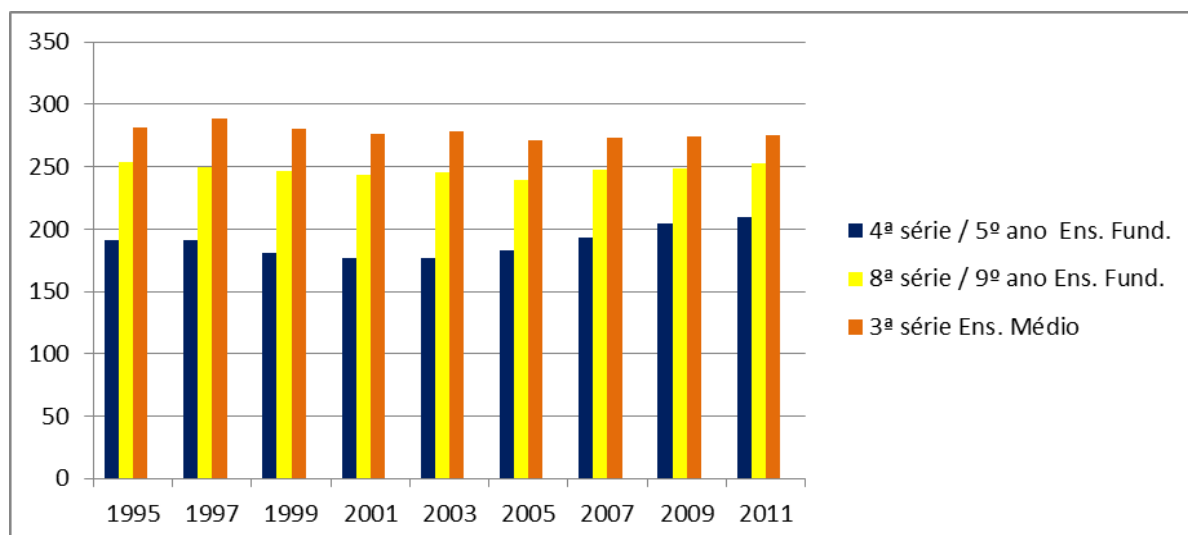
Tabela 2- Médias de Proficiências em Matemática desde 1995 até 2011

Série	1995	1997	1999	2001	2003	2005	2007	2009	2011
4ª série/5º ano do EF	190.6	190.8	181.0	176.3	177.1	182.4	193.5	204.3	209.6
8ª série/9º ano do EF	253.2	250.0	246.4	243.4	245.0	239.5	247.4	248.7	252.8
3ª série do EM	281.9	288.7	280.3	276.7	278.7	271.3	272.9	274.7	274.8

Fonte: (Prova Brasil – INEP, 2011)

No gráfico abaixo (Fig. 3) mostra-se o resultado das notas da Prova Brasil desde 1995 até 2011 em Matemática.

Figura 3: Resultado das notas da Prova Brasil desde 1995 até 2011



Fonte: (Prova Brasil – INEP, 2011)

Observa-se que para a elaboração do gráfico da Fig. 2, considerei os seguintes aspectos:

- 1) As médias dos anos de 1995, 2003 e 2005, foram estimadas incluindo o estrato sócio econômico das escolas públicas federais.
- 2) Em todos os anos, as escolas da zona rural foram avaliadas e incluídas para a estimativa das médias apenas na 4ª série (atual 5º ano).
- 3) Para a composição do estrato rural não foi incluída a Região Norte em 1997 e em 1999 e 2001, apenas participaram os estados da Região Nordeste, Minas Gerais e o Mato Grosso.

No anexo 1, é possível observar a escala e os critérios de avaliação de Matemática segundo o site (INEP, 2011)

A partir deste anexo, podemos observar que os alunos de 4ª série/5º ano oscilam entre 175 e 200, ou seja, estão num nível intermediário. Isto significa que eles são capazes de resolver problemas, relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo de intervalos (dias e semanas, horas e minutos) e de comprimento (m e cm), assim como questões que envolvem soma de números naturais ou racionais na forma decimal, constituídos pelo mesmo número de casas decimais e por até três algarismos.

A pontuação dos alunos de 8ª série/9º ano está entre 225 e 250 pontos, ou seja, eles também encontram-se no nível intermediário, e são capazes de resolver problemas envolvendo conversão de quilogramas para gramas, relacionando diferentes unidades de

medidas de tempo (mês/trimestre/ano) e trocando unidades monetárias. Ademais, eles conseguem reconhecer que um número não é alterado se multiplicado por 1 (hum) – noção de neutro multiplicativo –, assim como resolver problemas envolvendo combinações, multiplicações e configurações gráficas em situações contextualizadas.

Já no último ano do Ensino Médio, os alunos atingiram entre 270 até 288, ou seja, estão num nível adequado, porém ainda não conseguem resolver problemas envolvendo polígonos regulares inscritos para calcular o perímetro, porcentagens diversas, também nas suas representações em forma decimal, e cálculo de grandezas diretamente proporcionais. Os alunos são capazes apenas de resolver problemas utilizando multiplicação e divisão, em situação combinatória de soma e subtração de números racionais (decimais) na forma do sistema monetário brasileiro, e estimando medidas de grandezas, utilizando unidades convencionais.

Com isso, é de conhecimento que os alunos não atingem as pontuações 300 à 350, não sendo capazes de desenvolver problemas como: utilizar propriedades dos polígonos (número de diagonais, soma de ângulos internos, valor de um ângulo interno ou externo), converter metros cúbicos em litros, resolver problemas envolvendo equações de 2º grau, juros simples e sistemas de equações de 1º grau.

2.3 – SARESP

O Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) é uma avaliação externa da Educação Básica de nível estadual realizada desde 1996 pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE/SP), aplicada anualmente para os 2º, 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental (EF) e da 3ª série do Ensino Médio (EM), por meio de provas cognitivas nas áreas de Língua Portuguesa, inclusive redação, e Matemática, com alternância entre as disciplinas das áreas de Ciências Humanas (Geografia e História) e Ciências da Natureza (Biologia, Física e Química) aos alunos do 7º e 9º anos do EF e da 3ª série do EM.

O objetivo desta avaliação é analisar o ensino público do estado de São Paulo, mas a avaliação também está aberta à participação das escolas particulares, desde que estas assumam as despesas decorrentes.

São aplicados questionários socioeconômicos aos pais e alunos participantes de todas as

redes de ensino. As escolas estaduais respondem ainda a questionários de contexto dirigidos aos diretores, professores-coordenadores e professores das disciplinas avaliadas, fazendo uma análise e produzindo informações consistentes, periódicas e comparáveis sobre a situação da escolaridade básica na rede pública, de forma a orientar os gestores do ensino no monitoramento para a melhoria da qualidade da Educação.

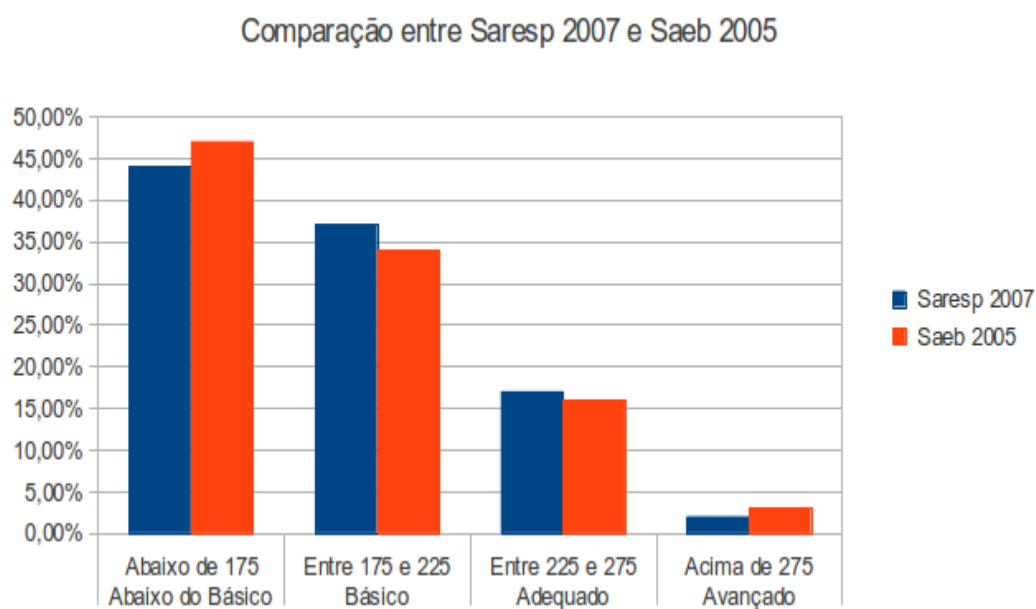
Essas informações fornecidas pelo SARESP permitem identificar o nível de aprendizagem dos alunos de cada escola nos anos/séries avaliadas, bem como acompanhar a evolução da qualidade da educação ao longo dos anos.

Na escala de pontos em Matemática, cada um deles representa um conjunto de proficiências que serão medidas por meio de ações e tarefas de Matemática (conteúdos, competências e habilidades) que os alunos devem resolver. Estes pontos foram estabelecidos, inicialmente, pelo SAEB.

A escala representa uma progressão continuada no domínio das habilidades, ou seja, os alunos situados em um determinado ponto dominam, não só as habilidades associadas a esse ponto, como também as proficiências associadas aos pontos anteriores. Dessa forma, os conteúdos e habilidades apresentados em cada ponto da escala baseiam-se também nas proficiências dos pontos inferiores e as incorporam. Isto significa que um aluno que possui 200 pontos é proficiente, não somente nos conteúdos e nas habilidades apresentados nesse nível, como também naqueles apresentadas anteriores, ou seja 125, 150 e 175.

A seguir, as figuras mostram a comparação das notas do SARESP de 2007 e o SAEB de 2005 para a 4ª série/5º ano do EF.

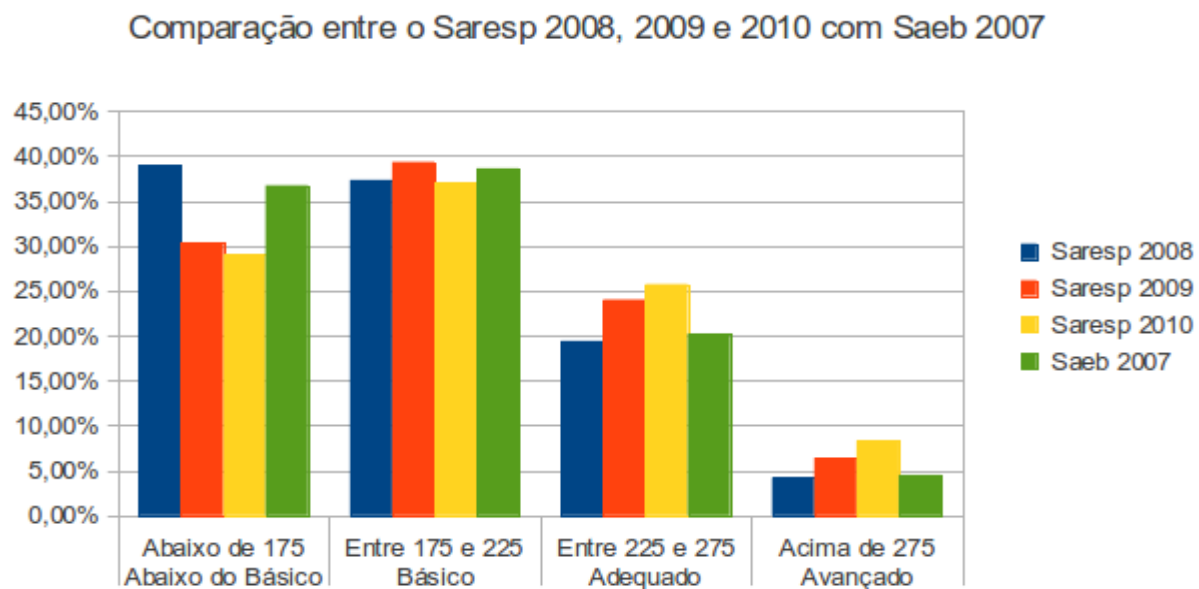
Figura 4- Comparação entre as notas das 4ª séries/5º ano do SARESP 2007 e Sabesp 2005.



Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2007)

Na Fig. 5 abaixo, estão presentes as notas do SARESP de 2008 até 2010, em comparação com o resultado do SAEB 2007. Utilizei todos estes resultados, pois não houve divulgação pública pelo INEP dos resultados agrupados do SAEB 2009, até março de 2011.

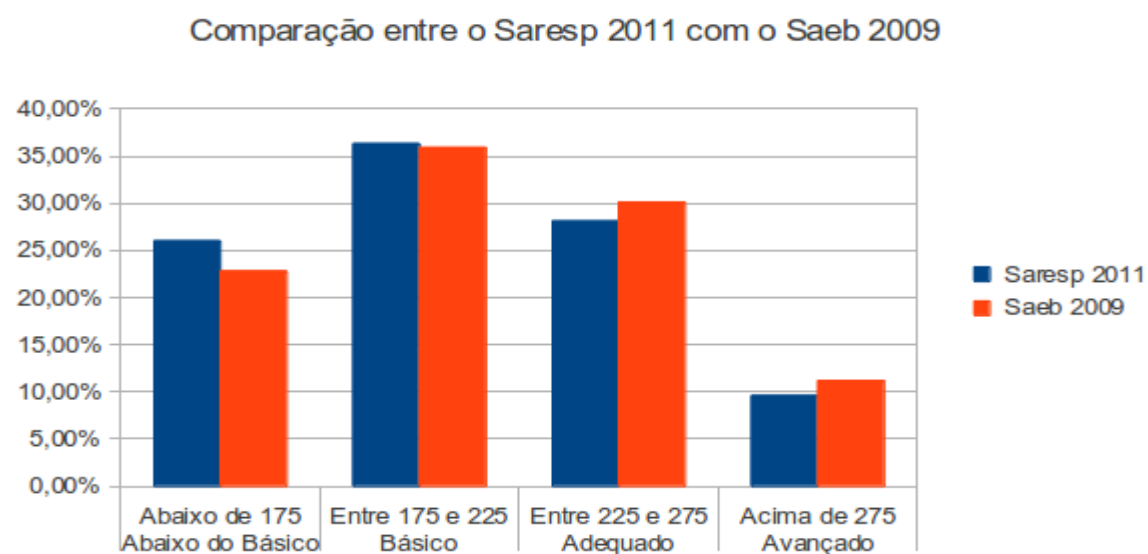
Figura 5 - Comparação entre as notas das 4ª séries/5º ano do SARESP 2007 e Sabesp 2005



Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2010)

Na Fig. 6, é feita uma comparação entre as notas do SARESP 2011 com o SAEB 2009 para a 4ª série/5º ano do EF.

Figura 6 - Comparação entre as notas das 4ª séries/5º ano do SARESP 2011 com SAEB 2009

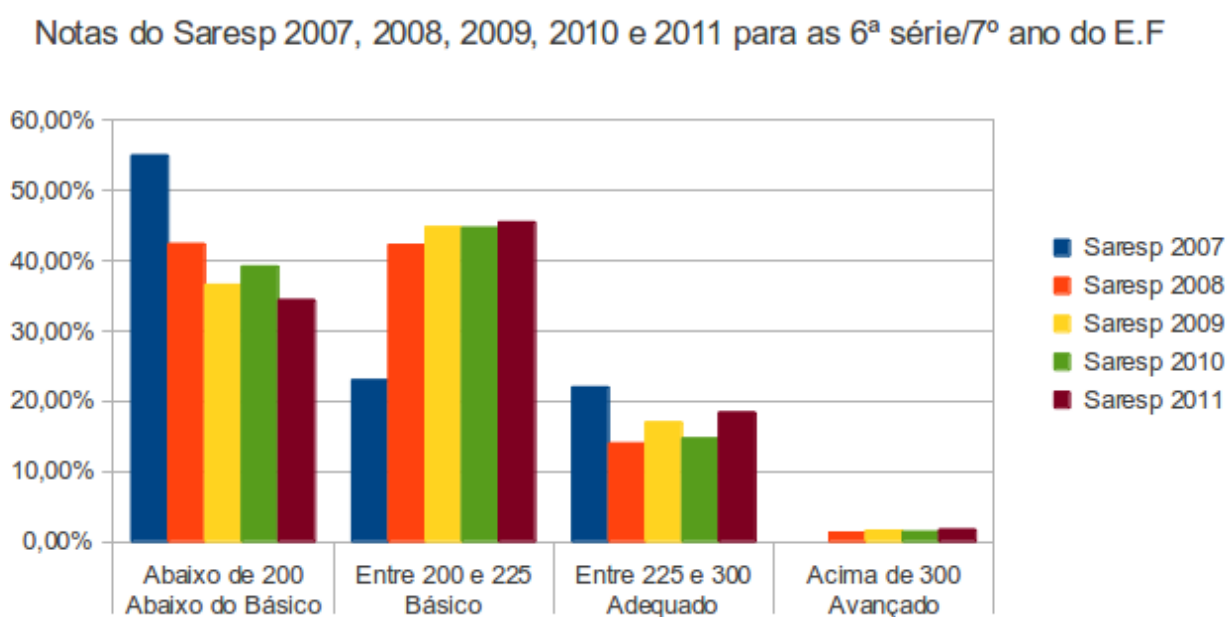


Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2011)

Desde 2005 até 2011, tanto no SARESP como no SAEB, podemos observar que houve um aumento dos alunos que estão acima de 275 pontos e uma diminuição dos alunos que estão abaixo de 175 pontos, ou seja, pode-se considerar uma melhoria.

Nas figuras a seguir, veremos as notas do SARESP dos anos de 2007, 2008, 2009, 2010 e 2011 para as 6ª séries/7º anos do EF.

Figura 7: Notas do SARESP 2007, 2009, 2010 e 2011 para as 6ª série/7º ano do EF.

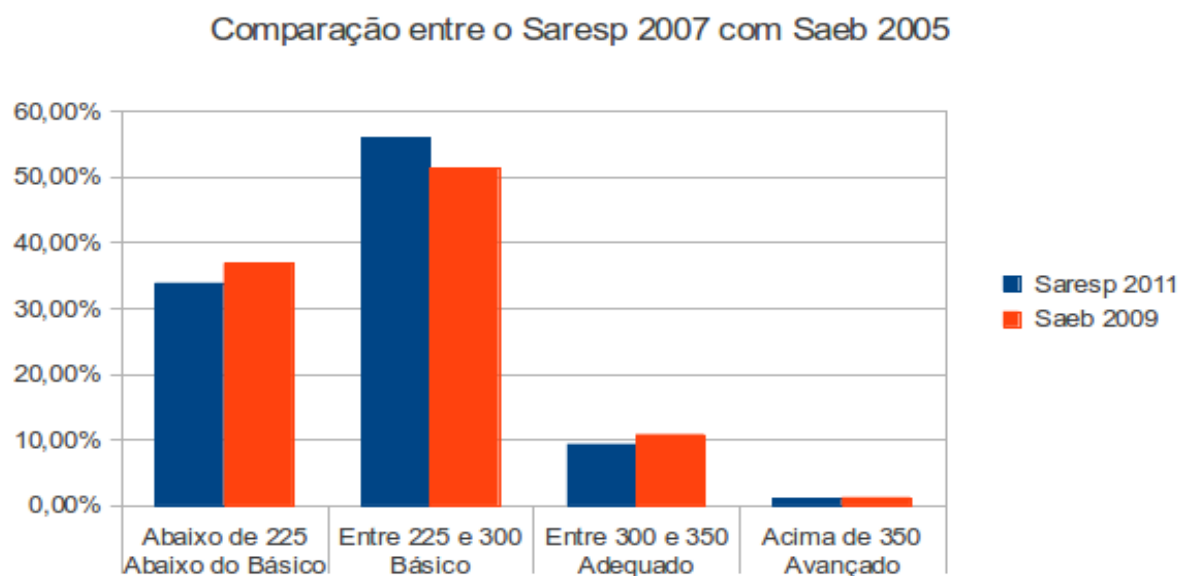


Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2011)

Desde 2007 até 2011 no SARESP ,podemos observar que houve pouca variação do número de alunos nos diferentes níveis de pontuação.

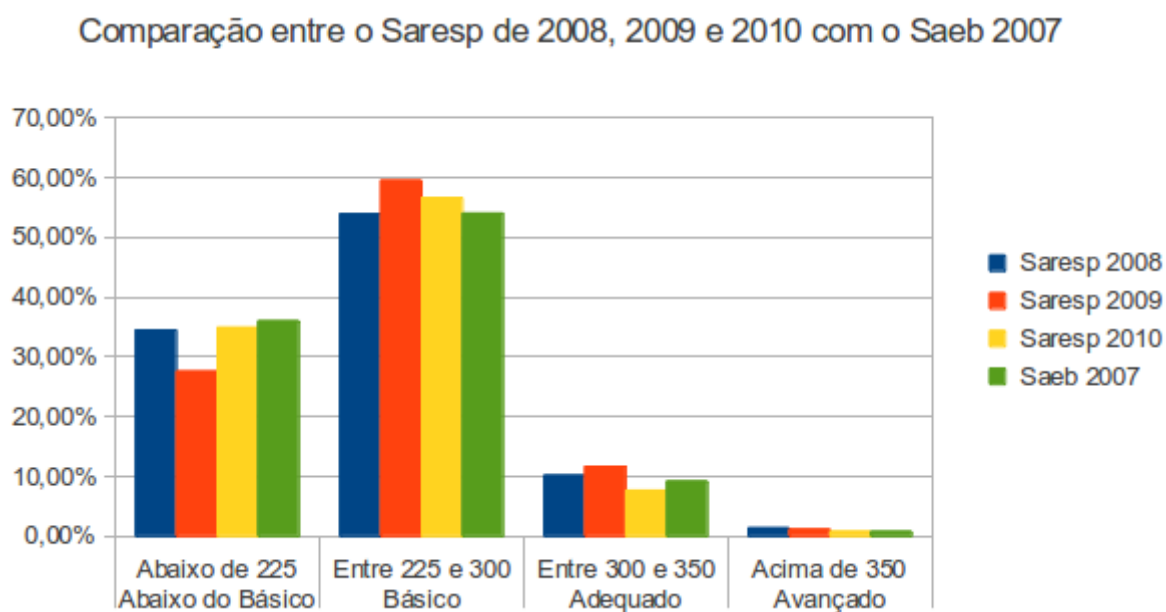
Nas figuras a seguir, veremos as notas do SARESP dos anos de 2007, 2008, 2009, 2010 e 2011 com o SAEB dos anos de 2005, 2007 e 2009 para as 8ª séries/9º anos do EF.

Figura 8 - Comparação entre as notas da 8ª série/9º ano do EF entre o SARESP 2007 com SAEB 2005.



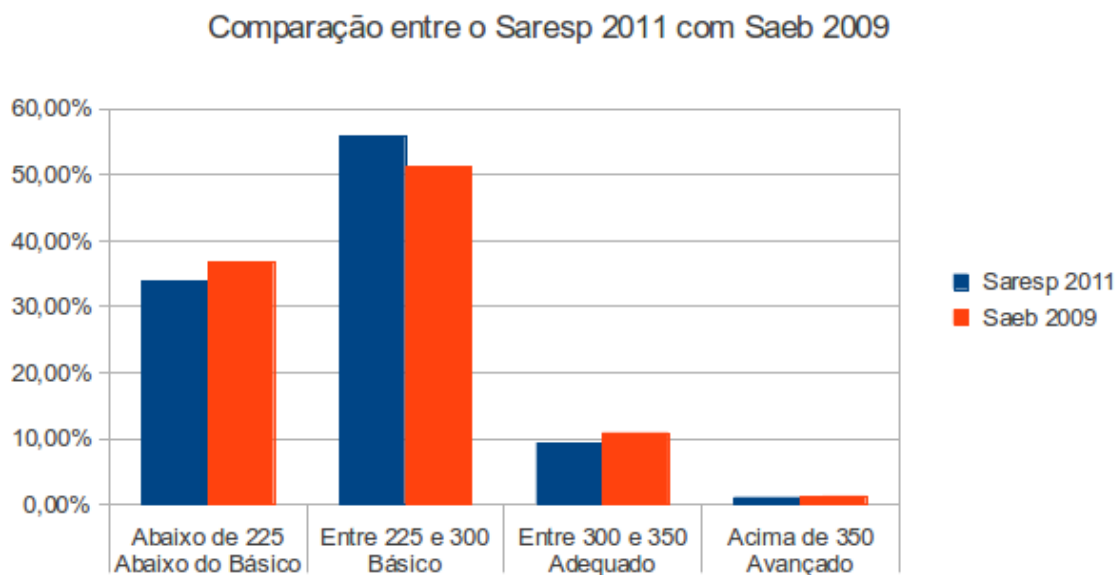
Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2007)

Figura 9 - Comparação entre as notas da 8ª série/9º ano do EF entre o SARESP 2008, 2009 e 2010 com SAEB 2007



Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2010)

Figura 10 - Comparação entre as notas da 8ª série/9º ano do EF entre o SARESP 2011 com SAEB 2009

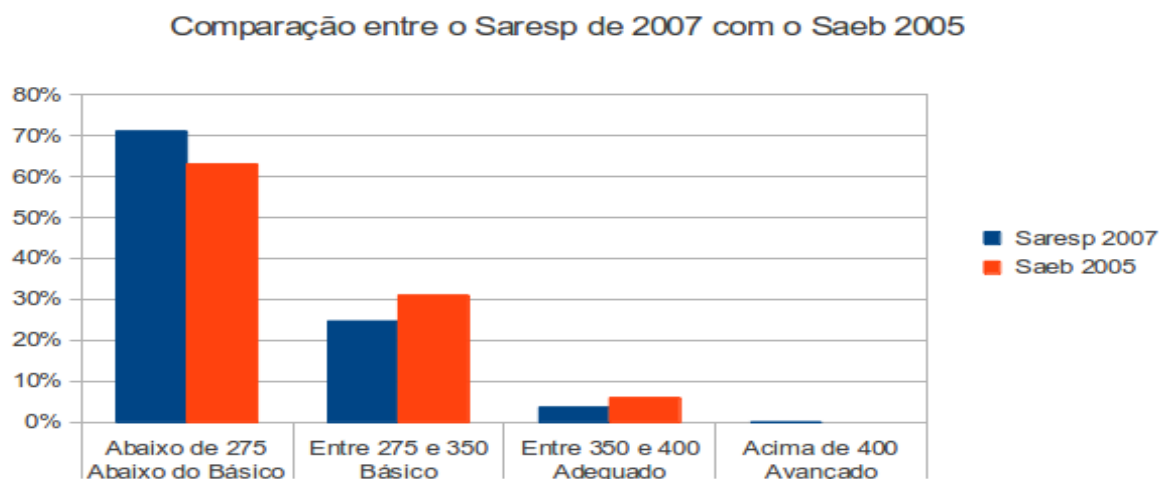


Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2011)

Desde 2005 até 2011, tanto no SARESP como no SAEB, podemos observar que houve pouca variação do número de alunos nos diferentes níveis de pontuação.

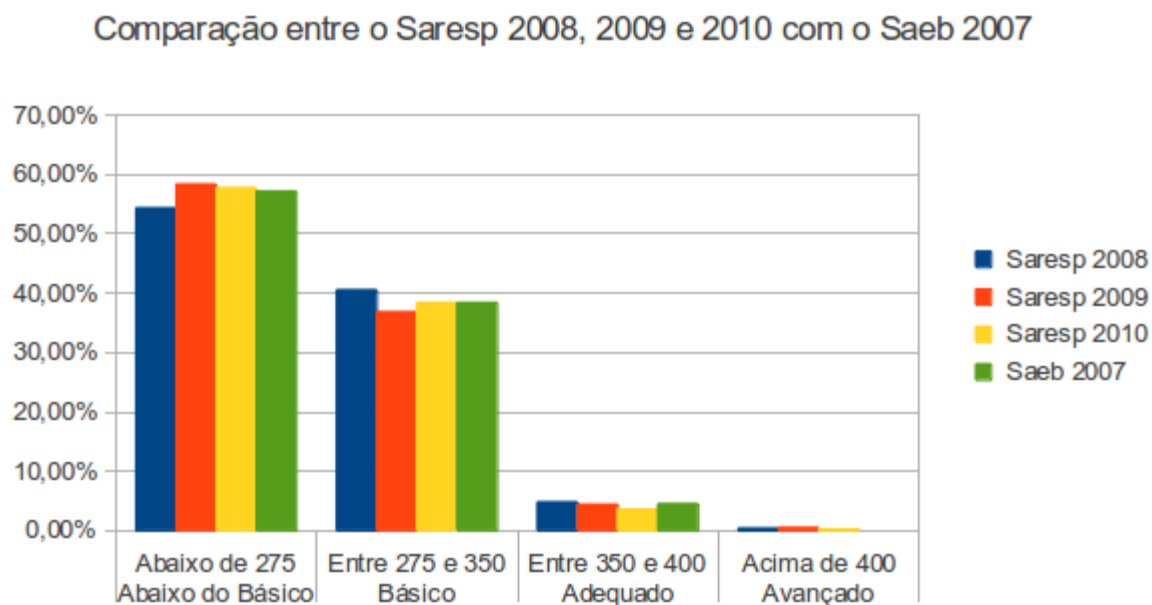
Nas figuras a seguir, veremos as notas do SARESP dos anos de 2007, 2008, 2009, 2010 e 2011 com o SAEB dos anos de 2005, 2007 e 2009 para as 3ª séries do EM.

Figura 11- Comparação entre as notas do 3º ano do EM entre o SARESP 2007 com SAEB 2005



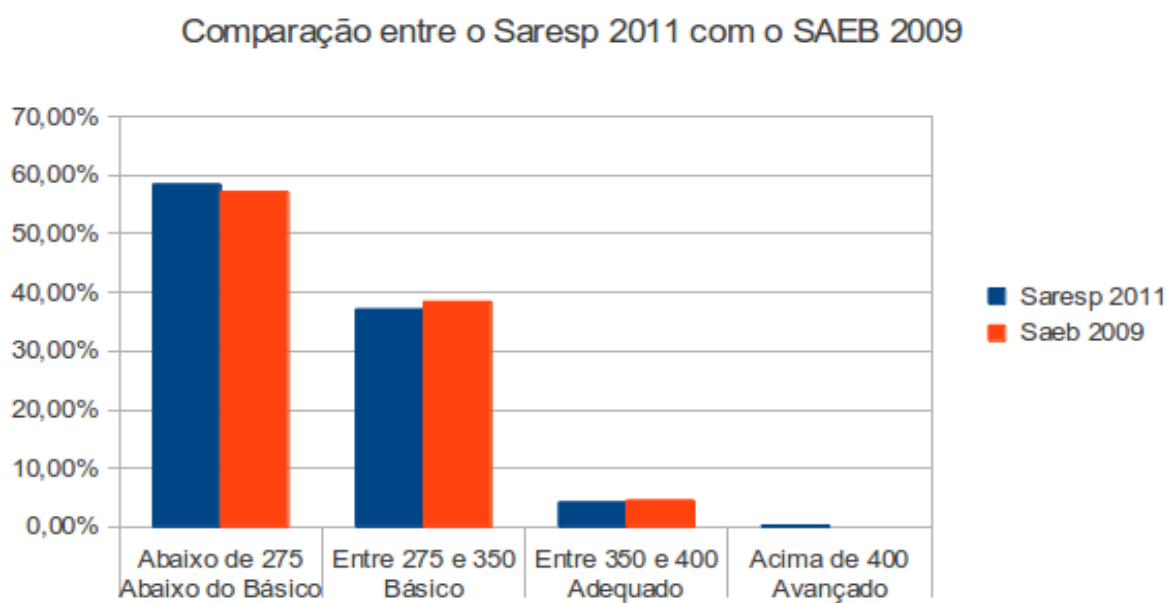
Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2007)

Figura 12 - Comparação entre as notas do 3º ano do EM entre o SARESP 2008, 2009 e 2010 com SAEB 2005



Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2010)

Figura 13- Comparação entre as notas do 3º ano do EM entre o SARESP 2011 com SAEB 2009



Fonte: (SARESP – FDE/SP, 2011)

Desde 2005 até 2011, tanto no SARESP como no SAEB, podemos observar que houve pouca variação do número de alunos nos diferentes níveis de pontuação.

2.4 - ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Neste capítulo além de conhecer os sistemas de avaliações, podemos comparar os resultados a nível Internacional, Nacional e Estadual.

O mesmo critério de notas da Prova Brasil é utilizada para o SARESP. Segundo as informações presentes, os alunos da 8ª série/9º ano do EF estão classificados com uma aprendizagem intermediária. Ao comparar os resultados do PISA, não é possível afirmar o mesmo, já que o Brasil sempre esteve abaixo da média.

Esta análise sobre os sistemas de avaliação foi desenvolvida para verificar o nível de Educação Brasileira, em comparação com outros países. Podemos verificar que na avaliação nacional (Prova Brasil) e na avaliação do Estado de São Paulo (SARESP) não houve muita diferença nos resultados, já que as pontuações são semelhantes. Estes resultados não refletem o posicionamento do Brasil no PISA. Isso pode abrir uma nova discussão, que não será abordada em detalhe neste trabalho, mas que merece ser mencionada: O que está sendo medido pelas avaliações internacionais que não está sendo medido pelas nacionais? Onde o Brasil está errando?

No PISA é dado maior ênfase às questões que envolvem a resolução de problemas da vida real. A base são questões atuais do domínio público e procura-se medir a capacidade de analisar, raciocinar e comunicar ideias com eficiência quando são formulados, resolvidos e interpretados problemas matemáticos numa variedade de situações. Ou seja, o PISA procura avaliar até que ponto os alunos podem ser considerados cidadãos informados, reflexivos, e consumidores esclarecidos (OCDE, 2004).

Segundo os resultados apresentados, os alunos brasileiros revelam muitas dificuldades em interpretar, relacionar, comunicar e reconhecer a Matemática envolvida em um contexto real, do cotidiano. Os alunos conseguem identificar a informação e levar a cabo o procedimento de acordo com as instruções, somente em situações explícitas.

É através desta análise de dados que percebo a necessidade em mostrar aos alunos a importância do desenvolvimento do pensamento crítico e do raciocínio matemático. Mais uma vez a Modelagem Matemática pode ser uma ferramenta que ligada ao ensino tradicional, seja capaz de ajudar a resolver e superar esses problemas.

3 - A MODELAGEM MATEMÁTICA NO AMBIENTE DE SALA DE AULA

Neste capítulo, farei uma breve exposição sobre o que é Modelagem Matemática, Modelo Matemático e Modelagem Matemática numa perspectiva educacional. Apresentarei, ademais, alguns procedimentos para a obtenção de um Modelo Matemático, como o professor pode fazer uso da Modelagem Matemática e superar obstáculos, e como ela pode auxiliar no desenvolvimento do Pensamento Crítico.

Na primeira parte retrato a definição de Modelo Matemático uma vez que o termo Modelagem Matemática diz respeito à constituição de um Modelo.

3.1 - O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática é um processo que utiliza a Matemática como uma ferramenta para resolver um problema concreto, tentando, assim, traduzir situações da vida real para uma linguagem Matemática. Conforme afirma Biembengut e Hein:

[...] tenta traduzir situações reais para uma linguagem Matemática, para que por meio dela se possa melhor compreender, prever e simular ou, ainda, mudar determinadas vias de acontecimentos, como estratégia de ação, nas mais variadas áreas de conhecimentos. (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, p.7),

Acredito que o uso da Modelagem Matemática em sala de aula poderá permitir aos alunos ver maior sentido e significado naquilo que estão aprendendo. Muitas vezes quando é introduzido um novo conteúdo em sala de aula, os alunos perguntam: Para que serve? Onde vou aplicá-lo? Com a Modelagem Matemática, o professor pode introduzir temas que fazem parte do cotidiano dos alunos, e eles mesmos serão capazes de responder às perguntas indicadas anteriormente.

Existem várias interpretações sobre o que é Modelagem Matemática ela pode ser vista como uma metodologia de ensino-aprendizagem e também como um método para o desenvolvimento de pesquisa científica. Dentre estas interpretações, destaco a primeira, ou seja, a Modelagem Matemática na Educação. Viso à possibilidade de inserir a Modelagem Matemática como uma alternativa no processo de ensino-aprendizagem pois, diante das várias

metodologias para trabalhar com a Matemática em sala de aula, acredito que ela pode trazer problemas do cotidiano do aluno que podem ser resolvidos por meio dos conteúdos desta disciplina.

Seguindo as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Os Parâmetros Curriculares Nacionais explicitam o papel da Matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Destacam a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a autoestima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções. Adotam como critérios para seleção dos conteúdos sua relevância social e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno, em cada ciclo. (BRASIL, 1998, p.16).

Entendemos que a Modelagem Matemática poderá auxiliar-nos a atingir os objetivos destacados nos PCN, pois ela é capaz de atingir os objetivos acima citados e propostos. A Modelagem Matemática permite que os alunos entendam o mundo ao seu redor e diante do seu cotidiano. Através dela eles desenvolvem a capacidade de posicionar-se criticamente diante de suas escolhas, de respeitar a opinião de outros e, também, de despertar a curiosidade. Esta curiosidade está associada à problematização e investigação, pois os alunos adquirem certa liberdade para escolher um tema sobre o qual elaborarão perguntas e, por meio da investigação, encontrarão as respostas e soluções para o problema. Outra vantagem da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem é que ela deixa mais visível a relação entre a Matemática e outras disciplinas, tais como: Química, Física, Biologia, Agronomia, Economia, Engenharia, Demografia, etc.

Do ponto de vista de Bassanezi:

A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. (BASSANEZI, 2002, p.31)

Desta forma, os alunos têm a responsabilidade de procurar as respostas e investigar cautelosamente a solução dos problemas que eles mesmos elaboram. Espera-se que o aluno adquira, responsabilidade pela busca do saber e, conseqüentemente, pelo seu próprio aprender.

De acordo com Burak (1987) os alunos possuem melhor receptividade para com a Matemática quando ela é introduzida por meio da Modelagem Matemática. Eles conseguem aproximar-se do seu próprio cotidiano fazendo o abstrato tornar-se real e a Matemática, como um corpo de conhecimento abstrato, adquire sentido concreto.

Ao trabalhar com Modelagem Matemática em sala de aula, o professor propicia aos alunos a oportunidade de se tornarem independentes e posicionarem-se criticamente diante dos problemas do dia a dia, buscando soluções e tomando decisões, seguindo exatamente o que é estabelecido pelos PCN:

[...] posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas; (BRASIL, 1998, p. 07)

Ou seja, é possível relacionar a Matemática dos programas escolares à realidade do aluno. As escolas que desenvolvem suas atividades curriculares dentro dessa perspectiva estão cumprindo um papel social ajudando os alunos a desenvolverem a capacidade de pensamento crítico.

Segundo Bassanezi (2002), durante as atividades de ensino deve ser questionado o porquê de estudar Matemática. Ao invés de utilizar somente os conteúdos matemáticos para desenvolver habilidades intelectuais abstratas, estes conteúdos também devem ser utilizados como instrumentos que permitam ampliar essas mesmas habilidades num contexto real.

Para os autores Biembengut e Hein o processo de ensino-aprendizagem deve ser significativo:

Há um consenso no que diz respeito ao ensino de Matemática precisar voltar-se para a promoção do conhecimento matemático e da habilidade em utilizá-lo. O que significa ir além das simples resoluções de questões Matemáticas, muitas vezes sem significado para o aluno, e levá-lo a adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria Matemática quanto da natureza do problema a ser modelado. (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, p.18)

Para poder responder melhor à pergunta “por que usar a Modelagem Matemática como alternativa no processo de ensino-aprendizagem?”, apresentarei algumas informações sobre sistemas de avaliações brasileiros e internacionais, mostrando que os resultados obtidos estão abaixo dos esperados.

3.2 – MODELO MATEMÁTICO

Dentre as definições para Modelo Matemático destaco as de Bassanezi e Biembengut:

Modelo Matemático é quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno sob análise. (BASSANEZI, 1994, p.31).

Um conjunto de símbolos e relações Matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real, é denominado de Modelo Matemático. (BIEMBENGUT, 1997, p. 89)

Em geral, desenvolver um processo de Modelagem Matemática para a obtenção de um Modelo não é tão fácil, pois requer um estudo aprofundado no assunto para poder chegar a uma melhor representação Matemática do tema a ser tratado. A aplicação de Modelagem Matemática em sala de aula não é imediata, por isso, é necessário que o professor seja um mediador, guiando seus alunos para que não se frustrarem nem se desanimem. O professor possui a experiência e os conhecimentos suficientes para orientar os alunos pelo caminho correto.

Analisando as duas definições sobre Modelo Matemático, vemos que Bassanezi (1994) o descreve como um conjunto de equações e inequações. Contrariamente, Biembengut (1997) define o Modelo de uma forma mais geral permitindo que ele possa ser formulado por meio de conhecimentos menos demonstrativos, independentemente de quais sejam eles. A autora observa ainda que a representação de um Modelo por meio da Matemática pode facilitar na compreensão de fenômenos de interesse dos alunos. Tais formulações são aproximações da realidade. É de grande importância compreender que um Modelo Matemático retrata uma visão traduzida do fenômeno em estudo.

3.3 - MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO

A Modelagem Matemática requer criatividade para seu desenvolvimento, pois responde à questões da atualidade, ou seja, mudam com o tempo seguindo o desenvolvimento da sociedade que exige pessoas que saibam encarar problemas e, o mais importante, resolvê-los.

A Modelagem Matemática no ensino da Matemática pode enriquecer a formação dos alunos, fornecendo perspectivas e situações a serem exploradas, tornando-os capazes de relacionar os aspectos científicos da Matemática com a realidade. A Modelagem Matemática na Educação é capaz de ligar o tema proposto à realidade e ao contexto dos alunos, assim como de aproveitar as experiências extraclasse, trazendo elas para a sala de aula.

São vários os entendimentos dos educadores sobre o termo Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Na perspectiva de Educação Matemática Crítica a autora Araújo (2004) refere-se ao desenvolvimento da matemática, ou seja, propõe que o ensino da Matemática não seja apenas o desenvolvimento de cálculos, mas que também envolva a preocupação da participação ativa e crítica dos alunos em sala de aula, dando início à aplicação de seus papéis como cidadãos em uma sociedade.

Para ela a Modelagem Matemática na Educação Matemática se define como:

[...] uma abordagem por meio da Matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embase o desenvolvimento do trabalho. (ARAÚJO, 2004, p.91)

Em sua definição de Modelagem Matemática na Educação Matemática, a autora se posiciona a favor da interdisciplinaridade, pois ela propõe que os problemas a serem resolvidos sejam obtidos de um contexto fora da Matemática.

Araújo e Biembengut dividem o mesmo ponto de vista, uma vez que Biembengut (1999) afirma entender a Modelagem como "a arte de expressar, através de linguagem Matemática, situações problemas de nosso meio". (p. 4). A autora considera que tais situações podem estar em disciplinas não Matemáticas.

Na perspectiva de Biembengut (1997) elaborar um modelo requer, além do conhecimento matemático, uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o

contexto, discernir que conteúdo matemático se adapta melhor para descrevê-lo, e também um senso lúdico para trabalhar com todas as variáveis envolvidas. Ela considera que a Modelagem é um meio para integrar dois conjuntos aparentemente disjuntos: Matemática e realidade (p.65). Isto sugere traduzir a linguagem do mundo real para a linguagem Matemática, ou seja, relacionar dois domínios que são, para os alunos, completamente distintos.

Todos nós membros ativos em uma sociedade, temos a necessidade de nos comunicar com o mundo e com nossos pares. Precisamos entender e fazer-nos entender, para isso utilizamos mecanismos que tornam possível a comunicação como gestos, sons, olhares, etc. Mas é com o uso da linguagem que tornamos a comunicação mais sólida e eficiente. Por meio da linguagem somos capazes de expor nosso conhecimento e podemos adquirir conhecimentos de outros. A Modelagem Matemática é uma linguagem capaz de traduzir situações problemas de uma forma resumida e objetiva. Por meio dela, podemos encontrar respostas para situações desejadas e que queremos estudar.

Barbosa (2004) introduz uma discussão diferente quando propõe a modelagem como um ambiente de aprendizagem:

Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. (BARBOSA, 2004, p.66)

Entendemos que, os autores lidos têm uma perspectiva comum. Para todos eles as atividades em Modelagem Matemática devem ter referências na realidade, devem ser interdisciplinares.

A criatividade deve ser ressaltada, pois, como dito anteriormente, o processo de Modelagem Matemática requer muito conhecimento matemático, e é necessário desenvolver a habilidade de contextualizar diversas situações. Para isso é necessário que os professores não exijam apenas cálculos de seus alunos. É fundamental que seja desenvolvida a criatividade de cada um dos alunos desde os primeiros anos da vida escolar, permitindo-lhes explorar situações-problemas envolvendo questões de menos a mais complexas.

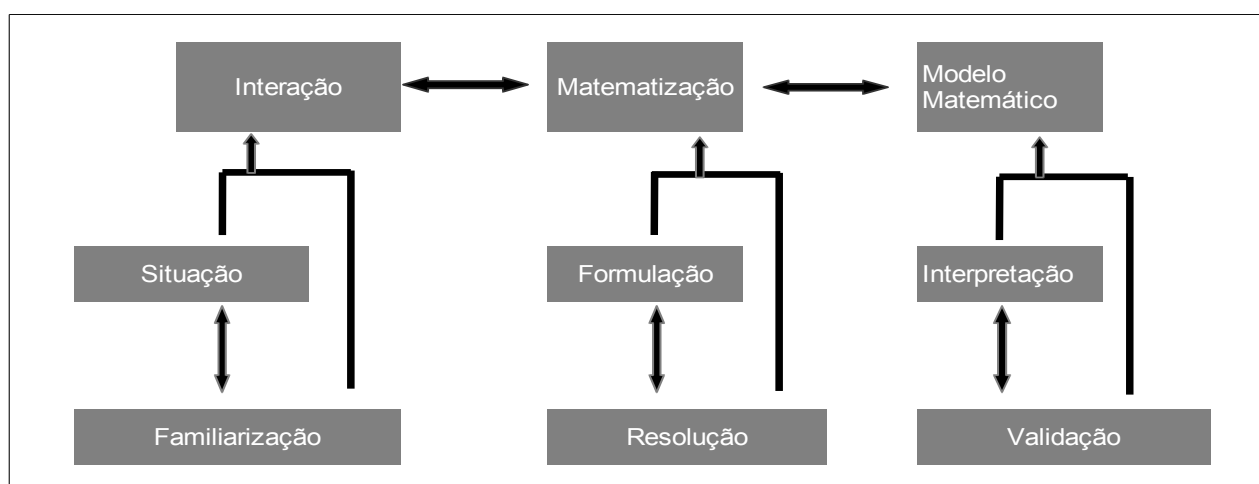
No contexto geral, devemos refletir sempre sobre como formar alunos capazes de propor soluções para problemas, e que sejam, ademais, participativos, críticos e, também criativos.

3.4 - PROCEDIMENTOS PARA A OBTENÇÃO DE UM MODELO

Como podemos obter um Modelo Matemático? Cada autor organiza este procedimento com uma certa especificidade. Aqui serão mencionados alguns destes.

A figura mostra a dinâmica da Modelagem Matemática apontada por Biembengut e Hein (2003, p. 15).

Figura 1: Dinâmica da Modelagem Matemática



Fonte: (Biembengut e Hein, 2003)

Ao introduzir a Modelagem Matemática em sala de aula, Biembengut e Hein (2003) orientam os professores a seguirem os seguintes passos:

1º Interação: Nessa etapa o aluno deve fazer um reconhecimento das variáveis e conhecer bem o problema que será trabalhado.

2º Matematização: Nesta etapa é trabalhada a formulação e a resolução do problema e requer muita atenção por ser a etapa mais complexa. O objetivo é modelar e chegar em um conjunto de expressões aritméticas ou formulas que levem à solução.

3º Modelo Matemático: Nessa etapa o aluno reavaliará o modelo fazendo uma segunda interpretação e validará seu modelo.

Logo, para dar início à Modelagem Matemática como método de ensino Biembengut e Hein (2003) sugerem os seguintes passos:

Diagnóstico: levantamento da realidade socioeconômica e interesse dos alunos, escolha do tema, o grau de conhecimento matemático, número de alunos, disponibilidade dos alunos para trabalhos fora de sala de aula e fora do horário de aula.

Escolha do tema ou modelo matemático: O professor poderá junto com os alunos escolher um tema que possa ser trabalhado durante o ano todo ou durante um semestre. Se os alunos escolherem um tema o professor deve analisar se esse tema cumpre as expectativas de ensino e aprendizagem. A escolha dos alunos tem suas vantagens e desvantagens, cabendo ao professor manusear suas aulas da melhor forma possível, que atenda a expectativa do trabalho com Modelagem Matemática.

Desenvolvimento do Conteúdo Programático: Essa etapa deve ser seguida, como já foi dito, sobre os passos que devem ser seguidos na resolução de um modelo matemático que são 3 etapas: Interação, Matematização e Modelo.

Orientação de Modelagem: O trabalho com modelagem tem como objetivo criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos e aprimorem seus conhecimentos. (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, 19-26)

Espera-se que, por meio da Modelagem Matemática, os alunos sejam capazes de escolher o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao professor promover esta autonomia.

É fundamental que o professor acompanhe todos os passos dos alunos para que eles não se desorientem nem se sintam desmotivados. Porém, o professor não deve fazer tudo para o aluno, senão ele não desenvolverá a autonomia que é um dos objetivos da Modelagem Matemática.

Biembengut e Hein (2003, p.27), analisam a avaliação do processo da seguinte forma:

O ensino de Matemática deve propiciar ao aluno:

- sólida formação Matemática, em primeiro lugar;
- capacidade para enfrentar e solucionar problemas;
- saber realizar uma pesquisa;
- capacidade em utilizar máquinas (calculadora gráfica e computadores);
- capacidade de trabalhar em grupo; (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, p.27)

Desta forma e, adotando os critérios de Biembengut e Hein (2003, p.27), podemos desenvolver uma avaliação que leve em conta dois aspectos principais:

- Avaliação como fator de redirecionamento do trabalho professor;
- Avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno. (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, p.27)

Para estimular os professores que encontram dificuldade em relacionar a Matemática com a prática e sua aplicação, Biembengut (1997, p.55) sugere um trabalho que ela denomina de Pré-Modelação, e que consiste em:

1. Apresentar cada um dos conteúdos do programa a partir de modelos já conhecidos;
2. Aplicar trabalhos ou projetos realizados por colegas, por tempo curto, com uma única turma e de preferência com aquela que melhor domínio tem da Matemática.

Os professores que encontram dificuldades podem dar preferência às turmas que possuem melhor habilidade na Matemática pois, desta forma os alunos terão mais facilidade em entender a Modelagem Matemática e o professor se sentirá mais seguro. É importante que o professor faça isso apenas no início, para adquirir melhor domínio da Modelagem Matemática no ambiente de sala de aula, para adquirir experiência e, para poder abranger todas as outras salas, sem importar o nível de Matemática dos alunos.

Como trabalho extraclasse para os alunos, o professor pode solicitar que eles procurem exemplos ou tentem criar seus próprios modelos, sempre a partir da realidade.

Para Barbosa (2001) os procedimentos para obtenção de um Modelo em sala de aula são:

- 1) Conhecer os limites da instituição de ensino;
- 2) Começar com modelos curtos e mais simples, ou seja, que são possíveis de fazer;
- 3) Analisar o tempo, o que é possível fazer dentro dele;
- 4) Analisar o seu saber e o saber dos alunos;
- 5) Avaliar a disposição e grau de interesse dos alunos, bem como a sua motivação;
- 6) Avaliar a disposição e apoio da direção da escola.

Barbosa (2004) destaca, ademais, que a inserção curricular da Modelagem Matemática pode acontecer em três situações distintas:

- 1) O professor apresenta um problema, com seus dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a resolução deste;
- 2) O professor apresenta um problema, cabendo aos alunos a coleta de dados e a

resolução;

3) O professor solicita que os alunos formulem o problema, façam a coleta de dados e o resolvam.

3.5 - O PROFESSOR FAZENDO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Será que, após as etapas descritas pelos autores, um professor estaria apto a desenvolver projetos que envolvem a Modelagem Matemática como método de ensino?

Acredito que o professor, ao optar por trabalhar com Modelagem Matemática, deve adotar organização ao planejar suas aulas. Ele deve saber conduzir sua aula e não ter medo de aprender junto com seus alunos. Ao trabalhar com a Modelagem Matemática na sala de aula, mesmo que o professor planeje suas aulas, ela pode tomar rumos diferentes daquele planejado. É por isso que o professor deve conduzir suas aulas de forma que seus alunos não se desviem do caminho e do objetivo esperado.

Ao organizar seu trabalho em etapas o professor terá mais facilidade para desenvolver um bom trabalho, participando da atividade como um todo e assumindo o papel de mediador.

O professor que utilizar esta metodologia pode oferecer a oportunidade para que seus alunos construam modelos de forma criativa modificando a realidade. Eles terão a possibilidade de observar aspectos do mundo cotidiana de uma forma matematizada e crítica. O professor abrirá aos seus alunos a oportunidade de tornar-se independentes e posicionar-se criticamente diante dos problemas do dia a dia, buscando soluções e tomando decisões.

Segundo Skovsmose (2001, p.17), a relação entre professor e aluno tem um papel importante na Educação Crítica. Várias relações são importantes mas, na Educação Crítica deve-se enfatizar que os parceiros sejam iguais. Paulo Freire já discutiu a relação professor-aluno:

Através do diálogo, o professor-dos-estudantes e os estudantes-do-professor se desfazem e um novo termo emerge; professor-estudante com estudantes-professores. O professor não é mais meramente o o-que-ensina, mas alguém a quem também se ensina no diálogo com os estudantes, os quais, por sua vez, enquanto estão ensinando, também aprendem. Eles se tornam conjuntamente responsáveis por um processo no qual todos crescem. (FREIRE 1972a, p.53)

O objetivo da aplicação da Modelagem Matemática não é acabar com o ensino tradicional, mas sim fazer com que os professores reflitam sobre as metodologias que estão desenvolvendo no ensino de Matemática em sua sala de aula. Dessa forma, eles poderão traçar um paralelo entre o ensino tradicional e a Modelagem Matemática já que a proposta é introduzi-la como uma ferramenta no processo de ensino-aprendizagem, principalmente para mostrar aos alunos que a Matemática está presente na realidade e, dessa forma, mostrar que a Modelagem Matemática tem a capacidade de desenvolvê-los como cidadãos do bem e críticos.

Há uma grande defasagem entre o ensino de Matemática, principalmente nas escolas da rede pública, e em relação ao que é necessário para tornar-se um membro ativo da sociedade. Em geral os alunos não estão acostumados a ir buscar o próprio saber. Introduzir a Modelagem Matemática torna-se então um pouco desconfortável para eles, pois implica uma mudança radical na atitude em sala de aula. Esse é um dos motivos pelos quais a aplicação inicial da Modelagem deve ser de forma lenta.

Segundo Bassanezi:

“O uso de Modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os estudantes não estão acostumados ao processo, podendo se perder e se tornar apáticos nas aulas. Os alunos estão acostumados a ver o professor como transmissor de conhecimento e quando são colocados no centro do processo de ensino-aprendizagem, sendo responsável pelos resultados obtidos e pela dinâmica do processo de ensino-aprendizagem, a aula passa a caminhar em um ritmo mais lento.” (BASSANEZI, 2002, p. 37):

Após um período de adaptação, os alunos estarão preparados para desenvolver mais atividades junto com o professor.

O papel do professor no desenvolvimento da Modelagem Matemática é de mediador e orientador de seus alunos. Assim, deve investigar antecipadamente a realidade dos alunos e utilizar temas que se encaixem com suas situações socioeconômicas.

Para Bassanezi (2002, p.37), muitos professores não se sentem à vontade desenvolvendo o trabalho com a modelagem em sala de aula. Isto ocorre devido à falta de conhecimento do processo ou mesmo por medo de se encontrar em situações embaraçosas, e não saber responder às eventuais dúvidas dos alunos.

Seguindo ainda as ideias de Bassanezi (2002, p.43) a maior dificuldade para os professores é a transposição da barreira criada pelo ensino tradicional, em que o objeto de

estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, e obedecendo a uma sequência de pré-requisitos. Aos professores iniciantes que não dominam perfeitamente o conteúdo matemático que será utilizado, Bassanezi (2002, p.43) sugere que comecem “contando” ou “medindo”. Qualquer um destes procedimentos gera, naturalmente, uma tabela de dados e isso pode dar início à Modelagem. A disposição dos dados em um sistema cartesiano e um bom ajuste dos seus valores pode facilitar a visualização do fenômeno em estudo, propiciando tentativas de propostas de problemas, conjecturas ou leis de formação. Desta forma, formulação de modelos matemáticos será, simplesmente, uma consequência deste processo.

Bassanezi (2002, p. 38) destaca que, mesmo assim, podem ocorrer diversas dificuldades, como a falta de tempo para cumprir o programa disciplinar, a inércia dos alunos em desenvolver as atividades propostas com Modelagem e a inexperiência de professores. Essas dificuldades podem ser minoradas modificando-se o processo clássico de modelagem ao levar-se em consideração o momento de sistematização do conteúdo e a utilização constante de analogias com outras situações problemas. A Modelagem Matemática no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem e o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo ideal, mas caminhar seguindo as etapas nas quais os diferentes conteúdos matemáticos são sistematizados e aplicados.

O professor pode analisar e avaliar a participação, assiduidade, o cumprimento de tarefas, trabalho em grupo, espírito comunitário, entre outros aspectos.

Para que a Modelagem Matemática seja implementada o professor e o aluno devem estar abertos à mudanças e ter disposição para conhecer e aprender, pois modelar abre caminhos para descobertas significativas.

O professor desenvolverá mais habilidades e maior segurança com a prática, ele não deve sentir receio de aprender junto com os alunos, principalmente no início. Esta mudança, pode representar um grande desafio para o professor, já que ele sairá da rotina e, a cada dia, as perguntas e as respostas poderão ser novas para ele.

Diante de todos esses desafios e propostas será que é possível para nós futuros professores, desenvolvermos a Modelagem Matemática como metodologia de ensino no contexto do programa atual de Matemática?

Muitos outros desafios também devem ser vencidos, por exemplo, a falta de apoio das escolas aos professores, que não oferecem condições necessárias e suficientes para a prática, a desmotivação do professor pela falta de tempo para a elaboração de projetos, e também a resistência deles a buscar novas metodologias de ensino, principalmente por estarem acostumados ao ensino tradicional.

Para adotar esse método, os professores devem rever suas metodologias de ensino e unir o ensino tradicional com a Modelagem Matemática com o objeto de inovar, propiciando aos alunos uma ferramenta para desenvolver novas atividades e cumprir com o programa curricular previamente estabelecido.

De uma forma geral, observo que ainda existem muitos obstáculos ao se propor a Modelagem Matemática na Educação. A melhor forma de desenvolvê-lo deve ter seu foco na realidade do aluno – o que faz sentido para ele, – discutindo-a criticamente na sala de aula.

3.6 – MODELAGEM MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO

Os alunos estão acostumados com professores intermediadores do conhecimento. Com a Modelagem Matemática suas posturas serão diferentes, pois deverão seguir seus próprios passos, procurando seus interesses, buscando as respostas de seus problemas.

A Modelagem Matemática desenvolve o Pensamento Crítico, pois ela é capaz de trabalhar o respeito ao ponto de vista de cada um por Skovsmose (2001, p. 18) são eles: a experiência e o diálogo. Para o autor, os alunos têm experiências mesmo que estas sejam falhas possuem uma experiência mais geral que deve ser considerada, diálogo com o professor é, também fundamental para identificar assuntos importantes para o processo educacional e para o desenvolvimento da Educação Crítica. Tais competências não podem ser impostas aos alunos, mas desenvolvidas com base na capacidade já existente.

Trabalhar com Modelagem Matemática requer investigação e resolução de problemas. A resolução de problemas surge como um contexto para os alunos usarem as capacidades de desenvolverem o pensamento crítico, por exemplo: formular, analisar, deduzir fazem os alunos desenvolverem e realizar juízos de valor “a fim de se tornarem melhores solucionadores de problemas pessoais e sociais que envolvem conhecimentos de Matemática” (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2001).

Para Paul (2005) o Pensamento Crítico é como um pensamento disciplinado e auto dirigido. O Pensador crítico é capaz de desenvolver atitudes, impor critérios intelectuais aos pensamentos, tomar consciência dos elementos do pensamento, guiar e avaliar a construção do pensamento de acordo com critérios intelectuais.

Para fazer Modelagem Matemática é necessário tomar decisões para a resolução de

problemas e um recurso útil para esse desenvolvimento é o próprio Pensamento Crítico, pois, cotidianamente é gerada uma variedade de situações de âmbito pessoal, social, escolar ou até mesmo profissional. Halper (2003) afirma que o Pensamento Crítico é um processo de raciocínio metódico que envolve duas dimensões principais. Primeiramente, competências cognitivas, tais como, a compreensão, análise de argumentos, teste de hipóteses, certezas e incerteza, tomada de decisões e a resolução de problemas. E, por fim, a atitude que favorece a execução dessas competências.

Autores que defendem o Pensamento Crítico, como Tenreiro-Vieira (2004a) e Vieira (2003), dizem que o desenvolvimento do Pensamento Crítico é um objetivo educacional prioritário. Segundo eles, são várias as razões para promover o Pensamento Crítico dos alunos. A primeira razão vem do próprio significado do Pensamento Crítico, onde cada um deve ser capaz de pensar de forma crítica sobre o que acredita, defendendo suas crenças apontando razões racionais que justifiquem para sustentá-las. Outra razão é que o Pensamento Crítico é essencial para enfrentar com êxito, a complexidade da vida moderna, científica e tecnologicamente orientada (Vieira, 2003).

A Modelagem Matemática está explicitamente ligada ao Pensamento Crítico, pois, outra razão explicativa para a importância de ambos está relacionada ao fato de serem considerados necessários para viver numa sociedade democrática. Para viver em uma sociedade democrática, ser cidadão significa participar de forma crítica e reflexiva, participar de debates, discussões e ser capaz de tomar decisões corretas e racionais, devem argumentar, estabelecer conclusões e atuar sobre elas (Tenreiro-Vieira e Viera, 2000). Hughes (2000) afirma que os alunos devem estar preparados para pensar de forma crítica, pois se isso não ocorrer, “correm o risco de se tornarem escravos das idéias, dos valores e da ignorância dos outros” (p.1).

Além das razões anteriormente apontadas para a importância da Modelagem Matemática e o desenvolvimento do Pensamento Crítico, Santos (2010) aponta que com a Matemática os alunos compreendem melhor o mundo e as diversas questões que são levantadas pela sociedade. Essa razão, juntamente com o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos, deve contribuir para o desenvolvimento integral do ser humano, e assim, prepará-los para a sociedade. Ainda, segundo Santos (2010), todos os alunos que forem preparados e despertados para entender matematicamente as situações do dia a dia “torna-se crítico e mais ativo socialmente” (p. 18). Dessa forma, promover a Modelagem Matemática aos alunos de maneira orientada é estar desenvolvendo o pensamento crítico e que pode ajudar os alunos a desenvolverem uma postura crítica perante diversos desafios da vida cotidiana.

3.7 - A SUPERAÇÃO DE OBSTÁCULOS

Para superar os obstáculos existentes a implementação do trabalho com a Modelagem Matemática na sala de aula é preciso a participação de todos e principalmente da escola, pois é a ela que deve motivar os professores.

O professor deve estar aberto a estas mudanças, a situações que fugirão da rotina, a aprender junto com seus alunos e a, principalmente, sempre buscar o aperfeiçoamento de sua prática na sala de aula. É muito importante que os professores participem de cursos, palestras e procurem sempre aprender e atualizar suas próprias metodologias.

A escola e o professor devem trabalhar e buscar em conjunto diferentes possibilidades que possam gerar aulas mais atrativas. É preciso mostrar para os alunos que os professores e a escola estão abertos para uma aproximação pois, muitas vezes, os alunos têm medo de se aproximar de seus professores. Assim, o professor deve sempre manter diálogo com seus alunos, aproximando não só a Matemática de suas realidades, mas permitindo que eles aprendam a conviver com pessoas, em todos os ambientes escolares, já seja o diretor, professor ou os mesmos colegas de aula.

Para convencer os professores e a escola a adotarem a Modelagem Matemática como uma metodologia para o ensino-aprendizagem, em sala de aula, Barbosa (2000a), apresenta cinco argumentos para a inclusão da Modelagem no currículo:

- “• Motivação: os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de Matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola;
- Facilitação da aprendizagem: os alunos teriam mais facilidade em compreender as ideias Matemáticas, já que poderiam conecta-las a outros assuntos;
- Preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas: os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar Matemática em diversas situações, o que é desejável para moverem-se no dia-dia e no mundo do trabalho;
- Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração: os alunos desenvolveriam habilidades gerais de investigação;
- Compreensão do papel sociocultural da Matemática: os alunos analisariam como a Matemática é usada nas práticas sociais.”(BARBOSA 2000a, p.3)

4 - CONCRETIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Um exemplo de possibilidade de ação em sala de aula é a tese de Dionísio Burak (1987), cujo título é: Modelagem Matemática: Uma metodologia alternativa para o Ensino de Matemática na 5ª série.

Sua tese é restrita apenas para o ensino médio da 5ª série do Ensino Fundamental e o seu principal objetivo é difundir a ideia de aplicação da Modelagem Matemática para essa série, exemplificando o funcionamento através da Modelagem Matemática como um método alternativo para o ensino de Matemática.

Durante o amadurecimento de Burak sobre escolha por uma dissertação voltada a Modelagem Matemática, teve a ideia de desenvolver um “curso de modelagem” para a 5ª série e diante de tantas possibilidades para trabalhar com a Modelagem optou por trabalhar com a construção de uma maquete, pelo fato de poder abranger vários conteúdos a serem aplicados aos alunos.

No encontro com outros professores ficou claro o interesse de mudança na parte metodológica, porém foi detectada também muita resistência em se aplicar Modelagem Matemática, já que ela se tornava um desafio para os professores.

O intuito da aplicação de Modelagem Matemática para a 5ª série era fazer com que os professores reflitam sobre o ensino de Matemática na maioria das escolas, façam um paralelo entre o ensino tradicional e a aplicação da Modelagem Matemática, adote uma nova postura diante da Modelagem Matemática, trabalhar a criatividade e desenvolvimento dos alunos (Burak, 1987, p. 65 e 66).

Defende essa tese porque acredita que através da Modelagem Matemática o ensino, os professores e os alunos irão mudar, pois no decorrer dos últimos anos o ensino e particularmente o Ensino de Matemática vem enfrentando uma de suas crises com relação a ensino-aprendizagem, essa crise vem desde o 1º, 2º e 3º graus e dessa forma quando esses alunos chegam ao ensino superior não possuem base o suficiente e deste modo os professores do Ensino Superior perdem muito tempo “recuperando-os” (Burak, 1987, p. 12)

Segundo Brurak (1987, p. 30), é necessário que todos os professores tomem consciência da situação do ensino e que cada professor de cada ciclo não responsabilize um ao outro e sim que cada um deles, tente interromper esse ciclo e fazer sua parte. E é através da Modelagem Matemática que propõe aos alunos uma aprendizagem significativa, mais viva e dinâmica, com essa prática se trabalha a ação do “Fazer” até chegar ao “Saber”, já no ensino tradicional

primeiramente o “Saber” para depois “Fazer”.

Não é necessário trabalhar excessivamente o uso de simbologia, da linguagem Matemática, dos algoritmos e memorizações, deixando de lado o mais importante à compreensão e a reflexão dos conceitos. É necessário criar situações-problemas para que os alunos tracem estratégias fazendo com que desenvolvam o raciocínio e propiciando a relação de outras ciências e áreas do conhecimento humano.

É necessário explicar aos alunos o “por que fazer” ao invés de simplesmente dirigi-los em “como fazer”, tornando-o ativo e independente do professor.

Tendo em vista que Burak trabalha com a construção de uma maquete, esse trabalho foi dividido em 3 etapas: Planta baixa, levantamento das paredes e para finalizar o telhado. A Matemática ia surgindo de acordo com a necessidade dos alunos em utilizá-la para dar continuidade à montagem da maquete, por exemplo: na planta baixa a Matemática era voltada mais para medidas, daí a necessidade da apresentação das medidas, o cálculo de áreas, a redução e ampliação da maquete, proporcionalidade e etc. Isso ia acontecendo da mesma forma com o levantamento das paredes e o termino com o telhado, o professor ia introduzindo esses temas para que os alunos se aproximassem mais da Matemática e observasse que ela está presente no dia-a-dia.

A conclusão que obtive desse trabalho, foi que os alunos se tornaram completamente ativos, o professor teria que orientá-los e verificar se os raciocínios estavam percorrendo o caminho correto. O papel do professor foi de direcionar os alunos, despertando curiosidades, deixando-os interagir com os colegas e isso fez com que se tornassem mais pensantes e críticos.

4.1– APLICAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A 6ª SÉRIE/7º ANO

Nesse trabalho foram discutidas algumas concepções sobre Modelagem Matemática e, para fazer um melhor uso deste estudo, realizei uma intervenção com uma sala de aula de 7º ano do EF. A sugestão de Barbosa (2004) dada no caso 1, me parece ser a mais conveniente para esta primeira intervenção:

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação (p.04);

[...] no caso 2 os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados;

[...] no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas “não-matemáticos”, que podem ser escolhidos por professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos. (BARBOSA, 2004, pp.4-5).

A tabela a seguir sintetiza de melhor forma a sugestão de Barbosa para cada um dos casos:

Tabela 3: Três casos para atividades de Modelagem Matemática (Barbosa, 2004, p.5)

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação de Problemas	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Coleta de Dados	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Solução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: (Barbosa, 2004)

Barbosa (2004), diferentemente dos autores Biembengut e Hein, não divide em “etapas” a obtenção de um modelo matemático. Para ele Modelagem Matemática se resume em escolher um tema e, a partir deste, formular um problema, tornando a busca pela solução um envolvimento dos alunos em construir hipóteses, simplificá-las e coletar dados para resolver matematicamente o problema. Consequentemente, os alunos chegam a um modelo matemático que resolve a atividade proposta.

Por se tratar de uma sala de Ensino Fundamental, o objetivo não será chegar a um modelo final como solução da atividade. Já vimos nos capítulos anteriores que a Modelagem Matemática não consiste apenas em obter o modelo final, mas também, em todo o processo desenvolvido pelos professores e alunos ao tomarem decisões para percorrerem o caminho correto.

Os objetivos desta atividade são valorizar a convivência e a relação professor-aluno,

despertar o pensamento crítico nos alunos, assim como o interesse pela Matemática, e aprender a respeitar as opiniões de seus colegas.

O tema desenvolvido em aula foi: Qual é o custo aproximado para a construção uma mesa de ping-pong?

Para responder e problematizar esta questão elaboramos, conjuntamente questões como: Quais são os materiais utilizados para a construção desta mesa especificamente? Qual é a quantidade necessária de cada material? Quais são os preços desses materiais? E, por fim, como podemos calcular o custo total da construção da mesa de ping-pong?

Esta intervenção foi introduzida com o objetivo de observar se, ao trabalhar com a Matemática de uma forma diferenciada, ou seja, incluindo a Modelagem Matemática, ela despertaria o interesse dos alunos em aprender a Matemática. Por meio desta atividade, procura-se também afirmar, que é possível melhorar a qualidade do ensino desta disciplina, tal como é proposto pelos autores que foram estudados anteriormente. O desenvolvimento deste trabalho permitiu aos alunos estudar e realizar conversão de unidades de medidas (milímetros, centímetros e metros), e calcular áreas e perímetros. Tal como Bassanezi (2002) afirma, ao introduzir a Modelagem Matemática em sala de aula, o professor deve começar contando, medindo e que dessa forma aparecerão tabelas, gráficos, etc.

A intervenção foi realizada em 6 aulas com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de ensino do Estado de São Paulo, localizada no município de Jacareí.

Primeiramente, discutiremos as noções de largura, altura e comprimento.

Na sala havia 28 alunos e foi dividida em 4 grupos, 2 grupos com 4 alunos e 2 grupos com 5 alunos. Para tomar as medidas da mesa os alunos utilizaram **canudos de refrigerante** como unidade de comprimento. Somente depois eles traduziram as medidas obtidas para centímetros ou metros. Desta forma, eles trabalharam a conversão de unidades de medida e não tiveram contato com instrumentos tradicionais, tais como régua, trena ou fita métrica.

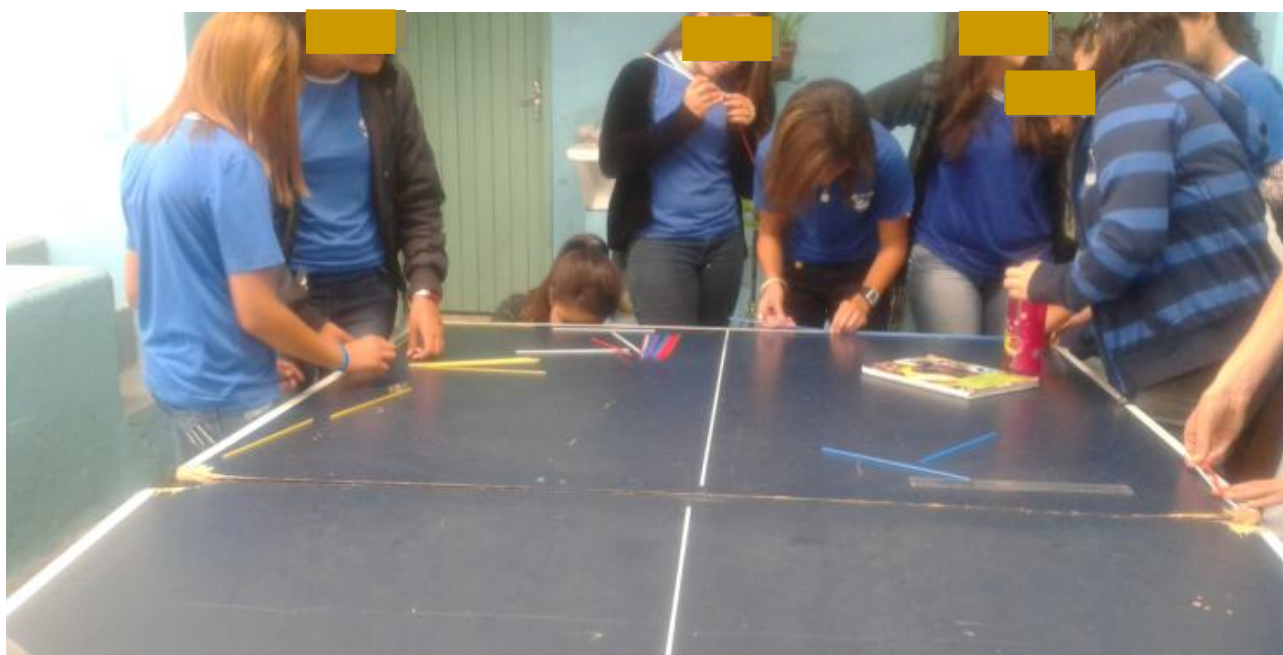
Utilizamos como referência uma mesa de ping-pong que está localizada no pátio da escola.

Os alunos se dividiram da seguinte forma: (a) um grupo realizava as medidas com os canudos, (b) o outro elaborou uma tabela e anotava os resultados das medições.

Figura 14: Organização para a medição da Mesa de ping-pong



Figura 15: Medição da Mesa de ping-pong



Posteriormente, informamos aos alunos que cada canudo media aproximadamente 24,5 cm. Com esse dado, eles puderam realizar as conversões.

Figura 16: Preenchimento de tabela para conversão de medidas



A tabela a seguir mostra as medições que os alunos realizaram e os cálculos das conversões.

Tabela 4: Medidas da mesa de ping-pong

	Comprimento da Mesa	Largura da Mesa	Altura da Mesa
Canudo (c)	11 canudos	6 canudos	3 canudos e meio
Milímetros (mm)	2.695,00	1.470,00	857,5
Centímetros (cm)	269,50	147,00	85,75
Metros (m)	2,695	1,47	0,8575

Para converter as medidas de comprimento em canudos para centímetros os alunos não tiveram dúvidas, e sabiam que bastava multiplicar o número de canudos por 24,5 cm. Desta forma, eles teriam o valor total do comprimento, largura e altura.

Quando sugeri a eles converterem os dados em centímetros para milímetros, peguei uma régua e perguntei o que representava 1 centímetro. Eles apontaram a barrinha do 0 até a barrinha do 1 dizendo que essa largura representava 1 cm. Eles afirmaram que 1 milímetro era

cada “risquinho” da régua. Perguntei aos alunos: Então, quantos “risquinhos” podemos contar do 0 até o 1? A resposta foi 10. Desta forma, foi evidente que 1 centímetro tinha 10 milímetros e eles realizaram uma nova conversão.

Continuando com o preenchimento da tabela, perguntei aos alunos se eles sabiam quantos centímetros tinha 1 metro. Pude constatar que, mesmo eles sabendo a resposta se sentiram envergonhados em responder em voz alta e cometer algum erro. Isto foi fundamental para o meu próprio aprendizado e também para mostrar que há uma falta de auto-confiança.

Um aluno (a) me pediu para me aproximar a ele, e respondeu em voz baixa que 1 metro tinha 100 centímetros. Quando confirmei que a resposta era correta, percebi que ele se sentiu aliviado e feliz. Após este fato, comentei com os alunos que eles não devem ter medo de errar pois isso faz parte do processo de aprendizagem. Solicitei ao aluno (a) dizer em voz alta aos seus colegas de sala quantos centímetros havia em 1 metro e que ele ajudasse seu grupo a converter centímetros para metros.

Após as conversões de medidas os alunos procederam com o desenvolvimento da atividade. Calcularam o perímetro e a área da tampa da mesa de ping-pong em metros e metros quadrados, respectivamente.

Figura 17: Conversão de medidas.



Tabela 5: Perímetro e área da tampa da mesa

	Perímetro em metros	Área em metros
Tampa da Mesa	8,33 m	3,96165 m ²

Feito isso, foi dado aos alunos uma tabela com o material necessário para a construção da mesa de ping-pong, o custo de cada um desses materiais por m² e por m. Com essa tabela, eles deveriam calcular o valor total da construção.

Tabela 6: Preço unitário ou por m² do material utilizado para a construção da mesa de ping-pong

Material	Preço por m ² ou unidade
Madeira MDF para a tampa da Mesa	R\$ 70,20 m ²
Ripa Bruta para o Pé da Mesa	R\$ 3,73 unidade
Dobradiça	R\$ 9,90 unidade
Rede com suporte	R\$ 66,50 unidade
Esmalte sintético	R\$ 13,90 l (rende 15 m ²)
Tinta branca	R\$ 13,90 l (rende 15 m ²)

Tabela 7: Preço total de cada material utilizado para a construção da mesa de ping-pong

Material	Quantidade do Material a ser usado	Modelo para calcular o valor total por material
Madeira MDF	4 m ²	4 m ² x R\$ 70,20 = R\$ 280,80
Ripa Bruta	12 unidades	12 x R\$ 3,73 = R\$ 44,76
Dobradiça	8 unidades	8 x R\$ 9,90 = R\$ 79,20
Rede com Suporte	1 unidade	1 x R\$ 66,50 = R\$ 66,50
Esmalte sintético verde	1 litro	1 m ² x R\$ 13,90 = R\$ 13,90
Esmalte sintético branco	1 litro	1 x R\$ 13,90 = R\$ 13,90

Depois que os alunos calcularam o preço final de cada material necessário em suas respectivas dimensões, perguntei a eles como calcular o custo total que deveria ser gasto para construir a mesa. A resposta foi unânime, basta com somar o preço total de cada material a ser

utilizado. Desta forma chegamos à seguinte expressão Matemática:

$$\mathbf{Ct = Pm + Pr + Pd + Prs + Pev + Peb,}$$

Esta expressão pode ser interpretada como o Modelo Matemático para este problema particular. Na notação que utilizamos introduz **Ct** representa o custo total gasto para a construção da mesa de ping-pong, **Pm** o preço da madeira MDF, **Pr** preço da Ripa Bruta, **Pd** preço da dobradiça, **Prs** o preço da rede com o suporte, **Pev** preço do esmalte sintético na cor verde e **Peb** preço do esmalte sintético na cor branca.

Os alunos ficaram muito satisfeitos com o resultado e alegaram nunca ter trabalhado com a Matemática desta forma. Eles sentiram que as aulas haviam passado muito rápido e que haviam sido mais divertidas que as aulas “normais.”

Ao final da realização desta intervenção, pude perceber como os alunos se aproximaram mais de seus colegas, foram mais ativos, engajados e participativos e, inclusive, reclamaram menos durante aulas de Matemática.

Com este trabalho foi possível abordar em mais de um conteúdo de Matemática, pois foram abordadas a conversão de medidas, o cálculo de áreas e perímetros, as operações elementares envolvendo números decimais, e, inclusive, poderia ter abordado a construção de tabelas, usando computador com o auxílio de Excel por exemplo.

5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo da pesquisa, fomos embasados pela seguinte questão “*A Modelagem Matemática pode ajudar a despertar o interesse nos alunos nas aulas de Matemática?*”. O foco deste trabalho era verificar se a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula poderia provocar, de fato, alguma reação positiva.

Durante o trabalho realizei um estudo exploratório e desenvolvi intervenção em sala de aula visando conhecer melhor a Modelagem Matemática e os procedimentos para aplicá-la. O procedimento utilizado foi o caso 1 proposto por Barbosa (2004) como um processo de adaptação para professores e para alunos, pois a Modelagem Matemática deve ser aplicada de maneira mais lenta.

No decorrer da intervenção não encontrei nenhum obstáculo, pois foi uma atividade planejada e onde tive total controle sobre as etapas a serem seguidas. Todos os alunos contribuíram para o desenvolvimento da atividade cujo tema era: O custo para a construção de uma mesa de ping-pong e pude concluir que trabalhar com a Modelagem Matemática despertou o interesse dos alunos, porque quando eu ministrava aulas tradicionais de Matemática nessa mesma sala de aula alguns alunos não participavam das aulas e não interagiam com seus colegas.

O objetivo da atividade, como dito anteriormente, não foi chegar a um modelo final. Já mostrei nos capítulos anteriores que a Modelagem Matemática não consiste apenas em obter o modelo final, mas também, em todo o processo desenvolvido pelos professores e alunos ao tomarem decisões e posicionar-se, valorizando a convivência e a relação professor-aluno, despertando o pensamento crítico nos alunos, assim como o interesse pela Matemática, e aprendendo a respeitar as opiniões de seus colegas.

Em resposta a pergunta norteadora, na aplicação em sala de aula verificou-se que é possível despertar o interesse dos alunos, mas que isso depende de muitos fatores, desde o professor planejar e conduzir suas aulas, os alunos estarem motivados e a escola oferecer suporte aos professores.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. em Cury, H. N (Ed.) Disciplinas Matemáticas em cursos superiores: Reflexões, relatos, propostas. 1ª ed. Rio Grande do Sul, RS, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação e os professores: a questão da formação. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 14, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73 80, 2004.

BARBOSA, J. C. em Cury, H. N (Ed.); Disciplinas Matemáticas em cursos superiores: Reflexões, relatos, propostas. 1o ed. Rio Grande do Sul, RS, 2004, p.66.

BASSANEZI, R. Modelagem Matemática. Modelagem Matemática: uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. Blumenau: Dynamis, 1994.

BASSANEZI, Rodney; Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.. Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular. Florianópolis: UFESC, 1997. Tese de Doutorado, Curso de Pós - Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática e Implicações no Ensino - Aprendizagem de Matemática. São Paulo. Câmera Brasileira do Livro. 21p. 1999.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Editora Contexto, 2003.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática: Uma Metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série. 1987. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 1987.

GUELLI, O. Contando a História da Matemática: A invenção dos números. São Paulo: Ática, 1998.

Halpern, D. F.. Thought and knowledge: An introduction to critical thinking (4th ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2003.

LAKATOS, E.M.; MARCONI, M.A. Fundamentos da Metodologia Científica. São Paulo: Editora Atlas, 2010.

MORAES, R. Análise de conteúdo. *Revista Educação*, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

Paul, R. The state of critical thinking today. *New Directions for Community Colleges*, 130, 27-38, 2005.

RAMPAZZO, L. Metodologia científica: para alunos dos cursos de graduação e pós-graduação. 3.ed. São Paulo: Loyola, 2005.

SANTOS, J. S. F. A Matemática na construção e desenvolvimento de uma consciência ecológica. 2010. 92 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Lisboa. 2010.

SKOVSMOSE, O. Educação matemática crítica: A questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

TENREIRO-VIEIRA, C.; VIEIRA, R.M. Promover o Pensamento Crítico dos alunos: propostas concretas para a sala de aula (Coleção Educação Básica – nº 10). Porto: Porto Editora, 2000.

TENREIRO-VIEIRA, C. (2004A). Formação em pensamento crítico de professores de ciências: impacte nas práticas de sala de aula e no nível de pensamento crítico dos alunos. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 3 (13), 228-256.

TENREIRO-VIEIRA, C. (2004b). Produção e avaliação de actividades de aprendizagem de ciências para promover o pensamento crítico dos alunos. *Revista Iberoamericana de Educación*, 33 (6), 1-17. Obtido em outubro de 2011 de www.campusoei.org/revista/deloslectores/708.pdf.

VIEIRA, R. M. Formação Continuada de Professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico para uma Educação em Ciências com Orientação CTS/PC. 2003. ____ f. Tese de Doutoramento não publicada. Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Didática e Tecnologia Educativa.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Cálculo das Metas. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/portal-ideb/calculo-das-metas>>. Acesso, Dezembro de 2013.

SÃO PAULO. Fundação para o Desenvolvimento da Educação. SARESP 2012. Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2012/>>. Acesso, Dezembro de 2013.

SÃO PAULO. Fundação para o Desenvolvimento da Educação. SARESP 2011. Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2011/>>. Acesso, Dezembro de 2013.

SÃO PAULO. Fundação para o Desenvolvimento da Educação. SARESP 2010. Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2010/>>. Acesso, Dezembro de 2013.

SÃO PAULO. Fundação para o Desenvolvimento da Educação. SARESP 2009. Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2009/>>. Acesso, Dezembro de 2013.

SÃO PAULO. Fundação para o Desenvolvimento da Educação. SARESP 2008. Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/>>. Acesso, Dezembro de 2013.

SÃO PAULO. Fundação para o Desenvolvimento da Educação. SARESP 2007. Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2006/>>. Acesso, Dezembro de 2013.

ANEXOS

Nesse anexo está a Escala de Proficiência utilizada pela PROVA BRASIL e pelo SARESP, que permite identificar as competências e as habilidades construídas pelos alunos.

Nível	Descrição dos níveis da escala
125	Neste nível, os alunos da 4ª e da 8ª séries resolvem problemas de cálculo de área com base na contagem das unidades de uma malha quadriculada e, apoiados em representações gráficas, reconhecem a quarta parte de um todo.
150	Os alunos da 4ª e da 8ª séries são capazes de: - resolver problemas envolvendo adição ou subtração, estabelecendo relação entre diferentes unidades monetárias (representando um mesmo valor ou numa situação de troca, incluindo a representação dos valores por numerais decimais); - calcular adição com números naturais de três algarismos, com reserva; - reconhecer o valor posicional dos algarismos em números naturais; - localizar números naturais (informados) na reta numérica; - ler informações em tabela de coluna única; - identificar quadriláteros.
175	Os alunos das duas séries, neste nível: - identificam a localização (lateralidade) ou a movimentação de objeto, tomando como referência a própria posição; - identificam figuras planas pelos lados e pelo ângulo reto; - lêem horas e minutos em relógio digital e calculam operações envolvendo intervalos de tempo; - calculam o resultado de uma subtração com números de até três algarismos, com reserva; - reconhecem a representação decimal de medida de comprimento (cm) e identificam sua localização na reta numérica; - reconhecem a escrita por extenso de números naturais e a sua composição e decomposição em dezenas e unidades, considerando o seu valor posicional na base decimal; - efetuam multiplicação com reserva, tendo por multiplicador um número com um

	algarismo; • lêem informações em tabelas de dupla entrada; • resolvem problemas: o relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo de intervalos (dias e semanas, horas e minutos) e de comprimento (m e cm); e o envolvendo soma de números naturais ou racionais na forma decimal, constituídos pelo mesmo número de casas decimais e por até três algarismos.
200	Os alunos das duas séries, neste nível: • identificam a localização (lateralidade) ou a movimentação de objeto, tomando como referência a própria posição; • identificam figuras planas pelos lados e pelo ângulo reto; • lêem horas e minutos em relógio digital e calculam operações envolvendo intervalos de tempo; • calculam o resultado de uma subtração com números de até três algarismos, com reserva; • reconhecem a representação decimal de medida de comprimento (cm) e identificam sua localização na reta numérica; • reconhecem a escrita por extenso de números naturais e a sua composição e decomposição em dezenas e unidades, considerando o seu valor posicional na base decimal; • efetuam multiplicação com reserva, tendo por multiplicador um número com um algarismo; • lêem informações em tabelas de dupla entrada; • resolvem problemas: o relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo de intervalos (dias e semanas, horas e minutos) e de comprimento (m e cm); e o envolvendo soma de números naturais ou racionais na forma decimal, constituídos pelo mesmo número de casas decimais e por até três algarismos. • lêem horas em relógios de ponteiros, em situação simples; • calculam resultado de subtrações mais complexas com números naturais de quatro algarismos e com reserva; e • efetuam multiplicações com números de dois algarismos e divisões exatas por números de um algarismo. Os alunos da 8ª série ainda são capazes de:

	• localizar pontos usando coordenadas em um referencial quadriculado; • identificar dados em uma lista de alternativas, utilizando-os na resolução de problemas, relacionando informações apresentadas em gráfico e tabela; e • resolvem problemas simples envolvendo as operações, usando dados apresentados em gráficos ou tabelas, inclusive com duas entradas
225	Os alunos da 4ª e da 8ª séries: • calculam divisão com divisor de duas ordens; • identificam os lados e, conhecendo suas medidas, calculam a extensão do contorno de uma figura poligonal dada em uma malha quadriculada; • identificam propriedades comuns e diferenças entre sólidos geométricos (número de faces); • comparam e calculam áreas de figuras poligonais em malhas quadriculadas; • resolvem uma divisão exata por número de dois algarismos e uma multiplicação cujos fatores são números de dois algarismos; • reconhecem a representação numérica de uma fração com o apoio de representação gráfica; • localizam informações em gráficos de colunas duplas; • conseguem ler gráficos de setores; • resolvem problemas: o envolvendo conversão de kg para g ou relacionando diferentes unidades de medida de tempo (mês/trimestre/ano); o de trocas de unidades monetárias, envolvendo número maior de cédulas e em situações menos familiares; o utilizando a multiplicação e reconhecendo que um número não se altera ao multiplicá-lo por um; e o envolvendo mais de uma operação. Os alunos da 8ª série, ainda: • identificam quadriláteros pelas características de seus lados e ângulos; • calculam o perímetro de figuras sem o apoio de malhas quadriculadas; • identificam gráfico de colunas que corresponde a uma tabela com números positivos e negativos; e • conseguem localizar dados em tabelas de múltiplas entradas.
250	Os alunos das duas séries: • calculam expressão numérica (soma e subtração), envolvendo o uso de parênteses e colchetes; • identificam algumas características de quadriláteros relativas aos lados e

	ângulos; • reconhecem a modificação sofrida no valor de um número quando um algarismo é alterado e resolvem problemas de composição ou decomposição mais complexos do que nos níveis anteriores; • reconhecem a invariância da diferença em situação-problema; • comparam números racionais na forma decimal, no caso de terem diferentes partes inteiras, e calculam porcentagens simples; • localizam números racionais na forma decimal na reta numérica; • reconhecem o gráfico de colunas correspondente a dados apresentados de forma textual; • identificam o gráfico de colunas correspondente a um gráfico de setores; e • resolvem problemas: o realizando cálculo de conversão de medidas: de tempo (dias/anos), de temperatura (identificando sua representação numérica na forma decimal); comprimento (m/km) e de capacidade (ml/L); e o de soma, envolvendo combinações, e de multiplicação, envolvendo configuração retangular em situações contextualizadas. Os alunos da 8ª série ainda: • associam uma trajetória representada em um mapa à sua descrição textual; • localizam números inteiros e números racionais, positivos e negativos, na forma decimal, na reta numérica; • resolvem problemas de contagem em uma disposição retangular envolvendo mais de uma operação; • identificam a planificação de um cubo em situação contextualizada; • reconhecem e aplicam em situações simples o conceito de porcentagem; e • reconhecem e efetuam cálculos com ângulos retos e não-retos
275	Os alunos das duas séries: • identificam as posições dos lados de quadriláteros (paralelismo); • estabelecem relação entre frações próprias e impróprias e as suas representações na forma decimal, assim como localizam-nas na reta numérica; • identificam poliedros e corpos redondos, relacionando-os às suas planificações; • resolvem problemas: o utilizando multiplicação e divisão, em situação combinatória; o de soma e subtração de números racionais (decimais) na forma do sistema monetário brasileiro, em situações complexas; o estimando medidas de

	grandezas, utilizando unidades convencionais (L). Na 8ª série: • efetuam cálculos de números inteiros positivos que requerem o reconhecimento do algoritmo da divisão inexata; • identificam fração como parte de um todo, sem apoio da figura; • calculam o valor numérico de uma expressão algébrica, incluindo potenciação; • identificam a localização aproximada de números inteiros não ordenados, em uma reta onde a escala não é unitária; e • solucionam problemas de cálculo de área com base em informações sobre os ângulos de uma figura.
300	Os alunos da 4ª e da 8ª séries resolvem problemas: • identificando a localização (requerendo o uso das definições relacionadas ao conceito de lateralidade) de um objeto, tendo por referência pontos com posição oposta à sua e envolvendo combinações; • realizando conversão e soma de medidas de comprimento e massa (m/km e g/kg); • identificando mais de uma forma de representar numericamente uma mesma fração e reconhecem frações equivalentes; • identificando um número natural (não informado), relacionando-o a uma demarcação na reta numérica; • reconhecendo um quadrado fora da posição usual; e • identificando elementos de figuras tridimensionais. Na 8ª série, os alunos ainda: • avaliam distâncias horizontais e verticais em um croqui, usando uma escala gráfica dada por uma malha quadriculada, reconhecendo o paralelismo entre retas; • são capazes de contar blocos em um empilhamento representado graficamente e sabem que, em figuras obtidas por ampliação ou redução, os ângulos não se alteram. • calculam o volume de sólidos a partir da medida de suas arestas; • ordenam e comparam números inteiros negativos e localizam números decimais negativos com o apoio da reta numérica; • conseguem transformar fração em porcentagem e vice-versa;

	• identificam a equação do primeiro grau adequada para a solução de um problema; • solucionam problemas: o envolvendo propriedades dos polígonos regulares inscritos (hexágono), para calcular o seu perímetro; o envolvendo porcentagens diversas e suas representações na forma decimal; e o envolvendo o cálculo de grandezas diretamente proporcionais e a soma de números inteiros.
325	Neste nível, os alunos da 8ª série resolvem problemas: • calculando ampliação, redução ou conservação da medida (informada inicialmente) de ângulos, lados e área de figuras planas; • localizando pontos em um referencial cartesiano; • de cálculo numérico de uma expressão algébrica em sua forma fracionária; • envolvendo variação proporcional entre mais de duas grandezas; • envolvendo porcentagens diversas e suas representações na forma fracionária (incluindo noção de juros simples e lucro); e • de adição e multiplicação, envolvendo a identificação de um sistema de equações do primeiro grau com duas variáveis. Além disso: • classificam ângulos em agudos, retos ou obtusos de acordo com suas medidas em graus; • realizam operações, estabelecendo relações e utilizando os elementos de um círculo ou circunferência (raio, diâmetro, corda); • reconhecem as diferentes representações decimais de um número fracionário, identificando suas ordens (décimos, centésimos, milésimos); • identificam a inequação do primeiro grau adequada para a solução de um problema; • calculam expressões numéricas com números inteiros e decimais positivos e negativos; • solucionam problemas em que a razão de semelhança entre polígonos é dada, por exemplo, em representações gráficas envolvendo o uso de escalas; • efetuam cálculos de raízes quadradas e identificam o intervalo numérico em que se encontra uma raiz quadrada não-exata; • efetuam arredondamento de decimais;

	• lêem informações fornecidas em gráficos envolvendo regiões do plano cartesiano; • analisam gráficos de colunas representando diversas variáveis, comparando seu crescimento.
350	Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível, os alunos da 8ª série: • resolvem problemas envolvendo ângulos, inclusive utilizando a Lei Angular de Tales e aplicando o Teorema de Pitágoras; • identificam propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando as últimas às suas planificações; • calculam volume de paralelepípedo; • calculam o perímetro de polígonos sem o apoio de malhas quadriculadas; • calculam ângulos centrais em uma circunferência dividida em partes iguais; • calculam o resultado de expressões envolvendo, além das quatro operações, números decimais (positivos e negativos, potências e raízes exatas); • efetuam cálculos de divisão com números racionais (forma fracionária e decimal simultaneamente); • calculam expressões com numerais na forma decimal com quantidades de casas diferentes; • conseguem obter a média aritmética de um conjunto de valores; • analisam um gráfico de linhas com sequência de valores; • estimam quantidades baseadas em gráficos de diversas formas; • resolvem problemas: o utilizando propriedades dos polígonos (número de diagonais, soma de ângulos internos, valor de cada ângulo interno ou externo), inclusive por meio de equação do 1º grau; o envolvendo a conversão de m³ em litro; o que recaem em equação do 2º grau; o de juros simples; e o usando sistema de equações do primeiro grau.

Fonte: (Prova Brasil – INEP, 2012)