



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

RICARDO EDUARDO SCHREURS PIRES

UTILIZAÇÃO DO MODELO DA BARGANHA DE NASH NA SELEÇÃO DE
CARTEIRAS

Guaratinguetá
2014

RICARDO EDUARDO SCHREURS PIRES

**UTILIZAÇÃO DO MODELO DA BARGANHA DE NASH NA SELEÇÃO DE
CARTEIRAS**

Trabalho de graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Marco Aurélio Reis dos Santos

Guaratinguetá
2014

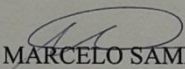
P667u	Pires, Ricardo Eduardo Schreurs Utilização do Modelo da Barganha de Nash na seleção de carteiras / Ricardo Eduardo Schreurs Pires – Guaratinguetá, 2014. 40 f : il. Bibliografia: f. 38-40 Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2014. Orientador: Prof. Dr. Marco Aurélio Reis dos Santos Coorientador: Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira 1. Mercado financeiro 2. Negociação 3. Economia . I. Título CDU 336.5
-------	--

**UTILIZAÇÃO DO MODELO DA BARGANHA DE NASH NA SELEÇÃO DE
CARTEIRAS**

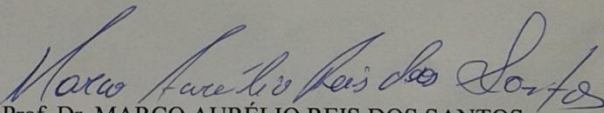
RICARDO EDUARDO SCHREURS PIRES

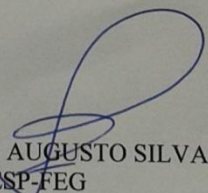
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

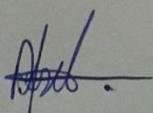
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA


Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. MARCO AURÉLIO REIS DOS SANTOS
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. FERNANDO AUGUSTO SILVA MARINS
UNESP-FEG


Prof. Dr. ANEIRSON FRANCISCO DA SILVA
UNESP-FEG

Dezembro de 2014

AGRADECIMENTOS

À minha família que me apoiou em todos os momentos da vida, dando a força necessária para ganhar as batalhas precisas.

Aos meus amigos que deram risada nas horas de alegria, mas que também souberam me ouvir nos momentos de tristeza.

Ao meu orientador, pela ajuda dada, não somente nesse trabalho, sem o qual o mesmo não teria sido construído, mas também como excelente professor.

Aos colegas de trabalho na empresa onde estagiei, que me auxiliaram no que foi possível e me ajudaram eximamente na minha formação, como profissional e pessoa.

Guaratinguetá
2014

PIRES, R. E. S **Utilização do Modelo da Barganha de NASH na seleção de carteiras**. 2014. 40 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

RESUMO

Neste trabalho é abordado o modelo da barganha de Nash (NASH, 1950, 1953), cuja função arbitragem é invariável quanto às transformações lineares. Foi proposto um modelo mais robusto com relação ao efeito da incomensurabilidade, ou seja, o resultado obtido pelo processo de otimização não foi influenciado pelas unidades de medidas nem pelas amplitudes dos valores destas medidas. É avaliado o risco e o retorno em carteiras de ativos e definido uma métrica de risco, retorno e um método para manipular o risco e o retorno. Para isso, foi feita uma revisão bibliográfica sobre as principais características da indústria brasileira de fundos e a sua evolução ao longo dos últimos anos, além de tratar sobre o risco no mercado financeiro, a importância da seleção de carteiras e o Modelo de Markowitz. São feitas considerações finais, uma análise dos resultados, algumas ressalvas em relação às mesmas e se sugere como tais ressalvas podem ser aprimoradas e/ou exploradas em estudos futuros.

PALAVRAS-CHAVE: Barganha de Nash. Seleção de carteiras.

PIRES, R. E. S **Use of the Nash Bargaining Model in the portfolio**. 2014. 40 f.
Graduate Work (Graduation in Mechanical Engineering) – Faculdade de Engenharia do
Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014

ABSTRACT

This paper discussed the model of Nash bargaining (NASH, 1950, 1953), which its arbitration function is invariant for the linear transformations. A more robust model was proposed with respect to the incommensurable effect. The result obtained by the optimization process was not influenced by the units or the amplitude values of these measures. The risk and the return is measured in portfolios of assets and defined a risk metric, return and a method to handle the risk and return. For this, we made a review on the main characteristics of Brazilian industry funds and their evolution over the past years, in addition to treating on the risk in the financial market, the importance of portfolio selection and the Markowitz Model. Are made closing remarks, an analysis of the results, some suggests, concerns and how such concerns can be improved and / or explored in future studies.

KEYWORDS: Nash bargaining. Stock portfolios

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Distribuição do Patrimônio Líquido por categorias – Out/08.....	10
Figura 2: Esquema metodológico.	15
Figura 3: Solução de Nash para o Jogo de Barganha Cooperativo.	18
Figura 4: Retorno esperado x Desvio Padrão.	24
Figura 5: Risco e o retorno para as diversas composições possíveis.....	27
Figura 6: Teste de Normalidade para os valores dos retornos da ação ISE Jovem.	29
Figura 7: Desvios Padrões x Média dos retornos..	29
Figura 8: Retorno Médio dos Ativos	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores das médias dos retornos, desvio padrão, KS, P-Value.	30
Tabela 2: Avaliação das medidas de risco..	31
Tabela 3: Média dos Retornos.....	32
Tabela 4: Média dos Riscos	33
Tabela 5: Valores <i>P-value</i>	33
Tabela 6: Resultados obtidos pelo solver do Excel™.....	34
Tabela 7: Valores Média, Variância e Desv.Pad.....	34
Tabela 8: Microsoft Excel - Relatório de resposta.....	38

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
1.1	CONTEXTO DO PROBLEMA	9
1.2	COMPOSIÇÃO DE FUNDO DE FUNDOS MULTIMERCADOS	11
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	13
1.4	OBJETIVOS	13
1.5	JUSTIFICATIVAS	14
1.6	ETAPAS DO TRABALHO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	MODELO DA BARGANHA DE NASH.....	16
2.2	O RISCO	20
2.3	SELEÇÃO DE CARTEIRAS	23
2.4	O ATIVO SEM RISCO E UM ATIVO DE RISCO	23
2.5	MODELO DE MARKOWITZ	25
3	DESENVOLVIMENTO	28
3.1	TRATAMENTO DOS DADOS	28
3.2	CARACTERÍSTICAS AMOSTRAIS	31
3.3	MÉTODO	31
4	ANÁLISES E RESULTADOS.....	32
5	CONCLUSÕES FINAIS	36
5.1	VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS	36
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	36
	REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

Na primeira parte deste capítulo são apresentadas algumas das principais características da indústria brasileira de fundos e a sua evolução ao longo dos últimos anos, e conseqüentemente será apresentada a importância da crescente indústria de fundos multimercados no Brasil. A segunda parte faz uma breve introdução sobre como é realizada a composição de um fundo de fundos multimercados e sobre quais etapas estão envolvidas no processo. Por último, na terceira parte, será especificado o objetivo e a estrutura do trabalho.

1.1 CONTEXTO DO PROBLEMA

Os fundos de investimento existem desde o século XIX, sendo que o primeiro foi criado na Bélgica e logo depois na Holanda, França e Inglaterra. O primeiro fundo mútuo nos Estados Unidos iniciou suas operações em 1924, e existe até hoje. No Brasil, o primeiro fundo iniciou suas atividades em 1957.

Até o início da década de 90, a indústria brasileira de fundos apresentava um patrimônio líquido de aproximadamente R\$ 100 bilhões distribuídos em torno de 400 fundos. Em outubro de 2008 o patrimônio líquido total já superava R\$ 1,1 trilhões e o número total de fundos era superior a 8.000.

No início, a concentração dos fundos era em instrumentos de renda fixa, e eram exclusivamente geridos por bancos e corretoras. A partir da década de 90 ocorreu o surgimento de empresas independentes de gestão e na segunda metade da década foram criados os primeiros fundos multimercados, que seriam a versão brasileira dos *hedge funds*.

Os fundos multimercados são fundos que investem em diversas classes de ativos, renda fixa, ações, câmbio, índices de preço e derivativos. Podem ser alavancados ou não (se utilizar derivativos, que gere possibilidade de perda superior ao patrimônio do fundo). Seu objetivo é retorno no longo prazo, através de deslocamentos táticos entre as diversas classes de ativos.

Hoje ainda há concentração da indústria em fundos de renda fixa e as instituições financeiras ainda são as maiores gestoras. Entretanto, existe um rápido crescimento dos fundos multimercados e dos gestores independentes.

Quando foram criados, em meados da década de 90, os fundos multimercados brasileiros representavam 13,24% da indústria de fundos, em outubro de 2008 eles eram responsáveis por 21,57% dos investimentos em fundos. Embora 2008, devido à crise global que se iniciou com a crise do *Sub-Prime* nos EUA, tenha sido um ano particularmente ruim para os investimentos com maior nível de risco.

Em 2008 os fundos multimercados brasileiros sofreram tanto com performances abaixo da expectativa dos investidores quanto com perda de patrimônio (entre jan/08 e out/08 essa classe de ativo sofreu mais resgates do que investimentos).

Enquanto os fundos de renda fixa, que ao final de 95 representavam 83% da indústria, em outubro de 2008, conforme apresentado no Gráfico 1, correspondiam a apenas 30,83% da alocação em fundos, embora ainda apresentem o maior percentual de alocação da indústria.

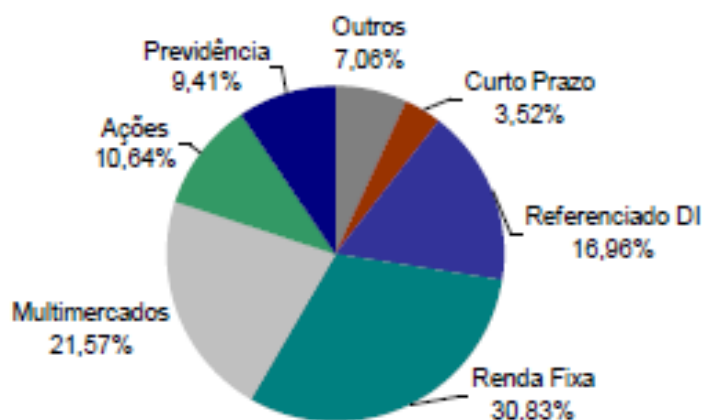


Figura 1: Distribuição do Patrimônio Líquido por categorias – Out/08
FONTE: ANBID

A severa redução da alocação em fundos de renda fixa e o expressivo crescimento da indústria de fundos multimercados podem ser explicados principalmente devido ao movimento de estabilização monetária, que foi impulsionado pela implementação do Plano Real.

Além disso, a tendência de queda nas taxas de juros, principalmente a partir de 2003, levou os investidores a aumentar o seu nível de risco na busca de maiores retornos, que antes eram proporcionados por uma taxa de juros excessivamente alta.

Como consequência do crescimento da indústria de fundos multimercados, ocorreu também o crescimento dos fundos de investimento em cotas de multimercados

(ou fundo de fundos multimercados), que cresceu de 1.850 fundos em fevereiro de 2006 para 3.424 em fevereiro de 2008.

1.2 COMPOSIÇÃO DE FUNDO DE FUNDOS MULTIMERCADOS

O objetivo de um gestor de fundo de fundos multimercados é criar uma carteira diversificada e otimizar a relação risco e retorno, enquanto mantém uma baixa correlação com as opções de investimentos tradicionais, segundo Courvoiser e Schraner (2005).

Em relação aos problemas encontrados nos estudos sobre a gestão de carteiras, Roman e Mitra (2009) citam três áreas gerais de pesquisa neste campo. A primeira é o estudo das distribuições de probabilidade dos retornos dos ativos; a segunda, a obtenção dos pesos dos componentes da carteira com objetivos de maximizar retorno ou minimizar risco; e a terceira, a maneira de rebalancear as composições dos ativos no tempo.

O primeiro passo para a composição de um fundo de fundos é efetuar a pré-seleção de fundos que possuem certas características desejadas, a partir dos fundos disponíveis no mercado, e o segundo passo é a alocação efetiva entre os fundos.

Também que concerne à tarefa de administrar carteiras, autores como Macedo *et al* (1998) levantam algumas questões fundamentais como: saber se a carteira está diversificada, se a proporção entre ações e títulos está otimizada, como as proporções se modificam no tempo, quais os níveis de risco e se a estratégia de investimentos está proporcionando o retorno desejado. Tais proposições são alvo de discussões nos estudos da área financeira.

Conforme Securato (1999), ambientes econômicos com elevadas taxas de juros e bolsa de valores em baixa contribuem para valorização dos títulos. Deste modo, administradores de fundos são atraídos por tais papéis, ativos de taxa livre de risco de mercado e com liquidez. Além disso, eles possibilitam rentabilidade maior em relação às metas exigidas. Pereira Filho (2007) constata que, em tais condições pode-se gerir a carteira da instituição de forma mais simplificada. Entretanto, quando o cenário econômico apresenta taxas de juros em declínio e bolsa de valores em alta, os papéis federais, com baixa rentabilidade, geram menor atratividade para os investidores (CORRAZA, 2007).

Diante dessas mudanças de cenário, em determinados momentos os gestores possuem a necessidade de migrar seus investimentos para os títulos de renda fixa ou para títulos de renda variável, ou seja, a depender das condições de mercado devem assumir menos riscos (títulos de renda fixa) ou devem assumir mais riscos (títulos de renda variável) para atingir suas metas (CORRAZA, 2007). Deste modo, são obrigados a selecionar e diversificar a alocação de seus investimentos para continuarem o desenvolvimento da carteira.

Além da formação de carteira, a forma de gestão possui relação direta na maneira com que a atividade de administração de portfólios é realizada. Segundo Alexander (2008), nos casos em que a gestão dos fundos ocorre de forma passiva, basicamente, as carteiras somente precisam seguir os retornos de alguma referência – também denominadas de *tracking error* – possuem peso importante nas tomadas de decisões e relacionamento com os clientes. No caso da administração ativa, ou seja, uma gestão que busca retornos acima de algum referencial, existe maior atenção para gerir as carteiras, sendo necessário o estudo de outras formas de mensuração de riscos. Deste modo, Alexander (2008) cita a importância de analisar cada uma das métricas para mensuração de risco.

Após a pré-seleção dos fundos que estarão disponíveis para investimento, dada as análises realizadas, inicia-se a alocação efetiva dos fundos. Assim, como no processo de pré-seleção, a alocação também está diretamente ligada à análise quantitativa e qualitativa.

Na análise qualitativa, o gestor de fundo de fundos considera, entre outros fatores, a filosofia de investimento e a estratégia de gestão do fundo que está sendo analisado, pois é importante que exista uma diversificação de estratégias dentro do fundo de fundos que está sendo composto. Ou seja, visando a eliminação do risco não-sistemático, procura-se compor o fundo por fundos que tendem a apresentar baixa correlação (por utilizarem estratégias distintas).

Por outro lado, a análise quantitativa é baseada em modelos definidos. O objetivo é otimizar a carteira dado o modelo matemático e a pré-seleção de fundos disponíveis para alocação.

Sendo que a otimização da carteira está relacionada ao retorno esperado e ao risco de cada fundo, pois a otimização da carteira envolve a maximização do retorno esperado em relação ao risco assumido. Logo, a definição de uma medida apropriada de risco é de fundamental importância para o processo de alocação.

Entre as diversas etapas do processo de composição de fundo de fundos, conforme apresentado, a etapa de análise quantitativa dos fundos pré-selecionados é de fundamental importância, pois a partir dela será definida qual o percentual de alocação em cada fundo que irá compor o fundo de fundos que será construído.

Conforme especificado, essa etapa envolve a maximização do retorno do fundo de fundos dado um nível de risco.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em 4 capítulos, além deste capítulo introdutório conforme se segue:

Capítulo 2- descreve todo o referencial teórico que fundamentaram o desenvolvimento do trabalho.

Neste capítulo são apresentados os assuntos do Modelo da Barganha de Nash; do risco no mercado financeiro; da importância da seleção de carteiras; e do Modelo de Markowitz.

Capítulo 3- apresenta o desenvolvimento do modelo proposto para a carteira de investimento de um Banco (objeto de estudo), mostra os resultados obtidos, a comparação entre os modelos estimados e faz uma análise dos resultados.

Capítulo 4- são discutidos os resultados obtidos, são feitas as considerações finais, uma análise dos resultados, algumas ressalvas em relação às mesmas e se sugere como tais ressalvas podem ser aprimoradas e/ou exploradas em estudos futuros.

Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas.

1.4 OBJETIVOS

Visto o contexto na Seção 1.1, o objetivo geral deste trabalho é avaliar o risco e o retorno em carteiras de ativos e dentre os objetivos específicos está:

- Definir a métrica de risco;
- Definir uma métrica para retorno;
- Definir um método para otimizar o risco e o retorno.

1.5 JUSTIFICATIVAS

O trabalho propõem um modelo mais robusto com relação ao efeito da incomensurabilidade. Ou seja, o resultado obtido pelo processo de otimização não é influenciado pelas unidades de medidas nem pelas amplitudes dos valores destas medidas. Segundo Stewart (2010), os problemas práticos de otimização multiobjetivo são altamente suscetíveis à incomensurabilidade o que dificulta na determinação dos pesos para o balanceamento das prioridades.

A abordagem desenvolvida neste trabalho foi baseada no modelo da barganha de Nash (NASH, 1950, 1953) cuja sua função arbitragem é invariável quanto às transformações lineares oferecendo uma boa alternativa para resolver o problema da incomensurabilidade, oferecendo assim uma boa vantagem em relação aos modelos convencionais.

De acordo com Miguel (2011), este trabalho de pesquisa se classifica como de natureza aplicada, pois há um interesse prático, dentro do contexto do mercado financeiro, pelos investidores em utilizar métodos e modelos que auxiliem a direcionar as suas aplicações de capital nas composições de carteiras de investimento. Quanto aos objetivos, este trabalho pode ser considerado como descritivo, pois buscará descrever o desempenho das carteiras de investimento por meio do estabelecimento de relações entre variáveis, como por exemplo, indicadores de retorno, risco, índices de liquidez etc.

1.6 ETAPAS DO TRABALHO

Fez-se uma revisão bibliográfica sobre algumas das principais características da indústria brasileira de fundos e a sua evolução ao longo dos últimos anos, o Modelo da Barganha de Nash, o Risco no mercado financeiro, a seleção de carteiras de investimentos e o modelo de Markowitz.

Foram coletados dados de fundos, ações de empresas do mercado e de cambio através do site de um banco.

Com isso, foi realizado o tratamento dos dados, formulado e testado um modelo, obtendo sua validação.

A partir daí, aplicou-se o modelo validado na carteira de ações obtida com análise dos resultados obtidos.

Após a análise chegou-se à conclusão, foram feitas sugestões para trabalhos futuros e algumas ressalvas.

As etapas deste trabalho são apresentadas de forma simplificada na Figura 2.

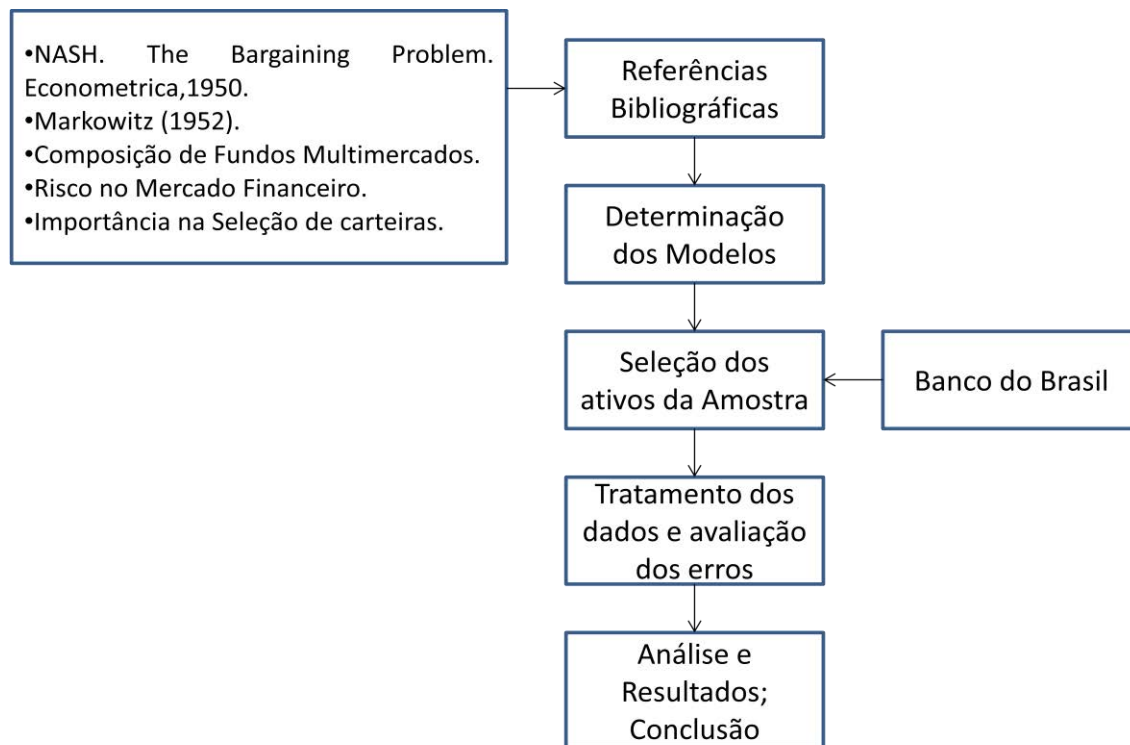


Figura 2: Esquema metodológico.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados todos os conceitos teóricos que embasaram o desenvolvimento deste trabalho.

2.1 MODELO DA BARGANHA DE NASH

Os principais modelos de negociação (*bargain*) utilizados na literatura são o modelo de Nash e o modelo de Rubinstein. Em ambos os modelos o resultado da barganha é pareto-eficiente, pois o processo de negociação só termina quando os agentes chegam a um acordo, isto é, a negociação nunca termina em um impasse que impeça a divisão do valor em disputa. (OSBOURNE, 2004).

O jogo de barganha é um dos ramos da teoria dos jogos de maior interesse prático, se não for o maior (CORAZZA, 2007).

A análise dos equilíbrios desses jogos de barganha e os possíveis métodos de solução são os principais objetivos dessa teoria.

A teoria dos jogos de barganha é dividida em três ramificações: (a) jogos de barganha não-cooperativos; (b) jogos de barganha cooperativos; e (c) jogos de barganha evolucionários. A teoria não-cooperativa é baseada principalmente no famoso modelo de ofertas alternadas de Rubinstein (1982), que chega a um único ENPS, (Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos), para jogos dinâmicos (Selten, 1965), que nem sempre parece intuitivo ou “justo”. A teoria cooperativa mais popular é, de longe, a chamada solução de Nash (1950; 1953), que apresenta resultados mais intuitivos. A teoria evolucionária é mais recente e baseada na teoria dos jogos evolucionários. Enquanto a teoria não-cooperativa de barganha especifica os detalhes do processo de barganha (ex.: ofertas são alternadas, o jogador i faz a primeira oferta, o tempo entre cada oferta, se é jogo infinito ou não, etc.), a solução cooperativa é mais simples e geral, pois independe do processo *específico* em que se dá a barganha. Embora a especificação do processo de barganha possa provar a existência do ENPS, ele pode chegar a resultados menos intuitivos, por ex., que o primeiro jogador a fazer a oferta tem uma vantagem decisiva para obter todo ou a maior parte do prêmio do jogo de barganha.

Tendo U a união dos dois ativos e U_i e U_j os valores dos jogadores i e j resultantes de um jogo de barganha cooperativo.

Seja w_i e w_j , com $w_i + w_j = 1$, as participações (“*working interest*”) das firmas i e j na união de ativos U , ou seja:

$$U_i = w_i U \quad (1)$$

$$U_j = w_j U \quad (2)$$

A solução cooperativa de Nash é uma abordagem *axiomática* baseada principalmente em quatro princípios gerais: (a) *invariância de escala*, i.é, a solução não muda em caso de transformações lineares para conversões de escala em diferentes sistemas de medidas (“*payoff*”); (b) *Eficiência de Pareto*, os jogadores obtêm somados não menos que *todo* o prêmio disponível (nenhum ganho mútuo é deixado inexplorado). Tal situação considerada como o Ótimo de Pareto, implica em uma condição econômica onde não se permite melhorar os ganhos (“*payoff*”) de um agente sem ao menos degradar os ganhos alcançados pelo outro; (c) *independência de contração* - a solução é invariante à remoção de soluções alternativas factíveis, mas irrelevantes (soluções não adotadas) e (d) *Simetria* – não importa a sequência em que os lances ou ofertas são dados em um processo de negociação, se a ordem for invertida, sempre obterá uma solução equivalente à solução original.

Nash (1950) provou que a sua solução é a única que satisfaz os axiomas de invariância de escala, de ser Pareto-ótimo (um critério de eficiência mais forte), de independência de contração, e de simetria. Entretanto, a formulação da solução de Nash sem a premissa de simetria tornou-se mais comum em aplicações econômicas mesmo gerando múltiplas soluções (um grau de liberdade, ou flexibilidade, para considerar alguma outra variável na seleção do problema e/ou a assimetria se os jogadores tiverem diferentes poderes de barganha).

O modelo de Rubinstein, por sua vez, assume que os agentes barganham através do processo de ofertas sequenciais, na qual um dos agentes faz uma oferta para outro agente, que pode aceitá-la ou rejeitá-la e fazer uma contra oferta. Ambos os agentes tem uma preferência temporal, de forma que uma negociação muito longa diminui o valor do produto a ser dividido por eles. A solução do modelo descreve o resultado da negociação em função da taxa de preferência intertemporal dos agentes e de qual o agente que tem a vantagem de fazer a primeira oferta.

A principal implicação de modelos de contratos incompletos é que os agentes antecipam a possibilidade de renegociação e não aceitam entrar em uma relação de

cooperação com base em quaisquer termos de troca, somente com base nos termos de troca que eles acreditam que será obtido após a renegociação. Desta forma, estes modelos geram resultados ineficientes, pois se uma das partes de um acordo acredita que sairá perdendo em uma eventual renegociação do contrato e a outra não consegue se comprometer de forma crível a não renegociar o contrato, ganhos de troca deixam de ser realizados.

O modelo da barganha de Nash parte do pressuposto de que dois agentes devem negociar sobre a divisão de um determinado valor Q . Existe um conjunto de resultados possíveis para a negociação, $X = \{(x_a, x_b) : 0 \leq x_a \leq Q ; x_b = Q - x_a\}$, onde x_a é a parcela que fica com o agente A e x_b é a parcela que fica com o agente B. A solução do modelo descreve o resultado da negociação utilizando apenas a função de utilidade dos agentes sobre o resultado da negociação, $u_a(x_a)$ e $u_b(x_b)$, além da utilidade que cada um obteria se ambos não chegarem a um acordo, (d_a, d_b) . A solução de Nash é o único valor de (x_a, x_b) que maximiza o produto $(u_a(x_a) - d_a) * (u_b(x_b) - d_b)$.

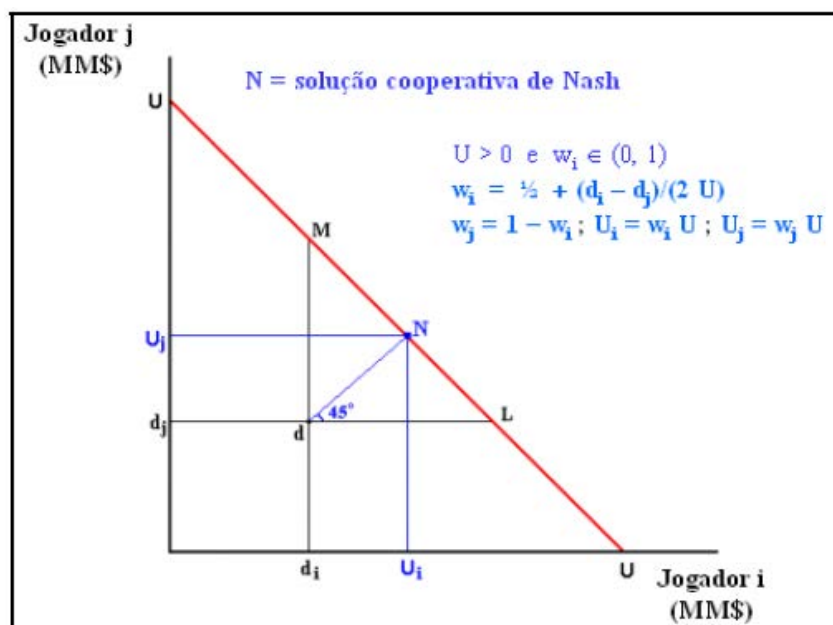


Figura 3: Solução de Nash para o Jogo de Barganha Cooperativo.

FONTE: Adaptado de NASH, Two-Person Cooperative Games (1953), pág.128.

Na Figura 3, a linha (vermelha) que liga os pontos $(U, 0)$ e $(0, U)$ representa o conjunto factível de acordos (todas as combinações convexas dividindo U), enquanto que o ponto de desacordo d com coordenadas (d_i, d_j) representa os valores das firmas em caso de não fechar o acordo (ou desacordo, um ponto chave que será discutido

abaixo). Note que somente o segmento de reta L-M é de interesse (para um acordo), pois de outro modo as firmas ficariam melhor com os valores dados pelo ponto de desacordo d. O ponto N que está nesse segmento, é a solução única da barganha cooperativa de Nash. O axioma de simetria significa simplesmente que o segmento d-N tem inclinação de 45°, enquanto que sem o axioma de simetria, se poderia escolher qualquer ponto do segmento L-M. É fácil deduzir as seguintes equações que, junto com as equações. (1) e (2), caracterizam a solução de barganha de Nash:

$$w_i = \frac{1}{2} + (d_i - d_j)/(2U), U > 0 \text{ e } w_i \in (0, 1) \quad (3)$$

$$w_j = \frac{1}{2} + (d_j - d_i)/(2U), U > 0 \text{ e } w_j \in (0, 1) \quad (4)$$

Formalmente, além de ser a única a atender aos 4 axiomas mencionados, a solução de Nash $N(S, d)$ é o resultado do seguinte problema de maximização:

$$N(S, d) = \operatorname{argmax} \{(U_i - d_i)(U_j - d_j) \mid (U_i, U_j) \in S, U_i \geq d_i, U_j \geq d_j\} \quad (5)$$

Onde os argumentos que maximizam a expressão da eq. (5) são as variáveis de barganha w_i e w_j (participações em U dos jogadores i e j).

A ligação entre as teorias de barganha cooperativa e não-cooperativa – chamada de *programa de Nash* (“*Nash program*”), tem sido discutida desde Nash (1953) com o seu conceito de *jogo de ameaça* (“*threat game*”) e o seu conceito de *jogo da exigência* (“*demand game*”). Pesquisas mais recentes têm mostrado que, para uma ampla classe de casos de interesse prático, o ENPS (único em alguns casos) do jogo não-cooperativo de barganha converge para a solução cooperativa de Nash. Isso aumenta a relevância da solução de Nash para o jogo de barganha. Essa notável ligação entre as teorias não cooperativa e cooperativa de barganha foi descoberta por Binmore (1987), que no jogo de ofertas alternadas de Rubinstein (1982) fez o intervalo de tempo entre as ofertas tender a zero, obtendo a solução de Nash como limite. Binmore & Rubinstein consideraram o risco de desacordo (“*breakdown*”), o limite do ENPS quando esse risco tende a zero. Rubinstein & Safra & Thomson (1992) estenderam esse resultado para o caso dos valores dos jogadores tendo preferências mais gerais (utilidade não esperada), em que também o ENPS converge para a solução de Nash.

2.2 O RISCO

Segundo Bernstein (1997) estudos sérios a respeito do risco começaram no Renascimento, quando as pessoas se libertaram das restrições do passado e desafiaram abertamente as crenças consagradas. Desde então muito tem se desenvolvido nessa área. Passando por Markowitz (1952) que definiu o risco na área financeira como sendo a variância ou o desvio em relação a uma média, depois por Sharpe (1964) que apresentou os conceitos do hoje conhecido CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), onde o risco de “m” ativo para um investidor é o risco que este ativo acrescenta à carteira de mercado. Tanto Markowitz como Sharpe publicaram trabalhos que contribuíram imensamente com a teoria financeira, isso foi reconhecido com o prêmio Nobel que lhes foi atribuído.

Atualmente, o conceito de risco é utilizado diariamente na maioria das operações financeiras. Um operador de Bolsa trabalha com esse conceito durante várias horas por dia. Grandes empresas utilizam o risco para avaliar seus investimentos e até mesmo as pequenas lojas de varejo utilizam a ideia do risco para calcular prestações, neste último caso é muito comum o conceito de risco de inadimplência.

Uma definição simples de risco é a que considera o risco como uma possibilidade de que algum acontecimento desfavorável venha a ocorrer, um perigo. O risco de um investimento estar ligado à probabilidade de se ganhar menos que o esperado.

O risco, no mercado financeiro, pode ser conceitualmente dividido em dois tipos básicos, o risco diversificável e o risco não diversificável. O primeiro refere-se aos riscos que afetam um número pequeno de empresas, ou seja, se algo der errado apenas uma ou poucas empresas serão afetadas. Por exemplo, suponha que uma certa empresa invista em um projeto que foi previsto como viável e no decorrer do tempo verifica-se que na verdade o projeto está sendo inviável financeiramente, provavelmente isso afetará o valor desta empresa, mas certamente não afetará um número significativo de outras empresas. O segundo tipo de risco, o não diversificável é o mais preocupante, pois refere-se a acontecimentos que afetam o mercado como um todo, como por exemplo a diminuição da taxa base de juros, certamente todo o mercado será afetado com esta decisão.

É importante ressaltar que a diversificação reduz apenas o risco diversificável, como o próprio nome diz. Isso se deve ao fato de que quando se diversifica um investimento, o capital total pode sofrer baixa relativa a acontecimentos que afetam apenas um dos ativos que compõe a carteira, neste caso os outros ativos podem reduzir

as perdas totais, porém o mesmo pode acontecer quando uma boa notícia afeta positivamente o valor de somente um ativo, os outros, não sendo afetados, impedirão que os ganhos aumentem na mesma proporção que aumentarão para o ativo que foi afetado pela boa notícia. Assim, a Programação Linear pode auxiliar na redução apenas do risco diversificável, antecipando que provavelmente não se conseguirá reduzir o risco à zero, por existir ainda o risco não diversificável ou como também é conhecido, risco de mercado.

Tradicionalmente a medida de risco utilizada é a variância dos retornos dos ativos, mas essa medida é apenas apropriada para casos em que os retornos são normalmente distribuídos ou em que os investidores possuem funções de utilidade quadrática, conforme apresentado por Schneeweiss (1967).

Assim, outras opções de medidas de risco foram desenvolvidas nas últimas décadas. Entre elas o *Downside Risk* que considera os retornos acima de um objetivo pré-estabelecido como oportunidades de ganho e não como risco financeiro.

Ou seja, a variação dos retornos abaixo do retorno mínimo aceitável é precisamente o que deve ser chamado de risco. Assim, para o cálculo dessa medida, valores acima do retorno mínimo aceitável (do objetivo de retorno pré-estabelecido) não são considerados.

Em geral o mínimo retorno aceitável (objetivo de retorno escolhido) para o cálculo do *Downside Risk* são os seguintes: 1) média do retorno: nesse caso o nome da medida é semi-variância (*semi-deviation*); 2) zero: o que corresponde a uma medida que avalia a variação dos retornos negativos; 3) índice de mercado: a utilização de uma variável como opção para medir o resultado do cálculo da variação dos retornos abaixo de um *benchmark* (por exemplo o CDI), o nome para essa medida é *belowtarget semi-deviation*. A definição apresentada de *Downside Risk* pode ser encontrada em F. Lhabitant (2004).

Comparativamente com o modelo de Média-Variância, este tem a vantagem de que a medida de risco não aumenta com os ativos que possuem um potencial de retorno maior. Os retornos acima do mínimo aceitável não são considerados para o cálculo de risco, mas são levados em conta no cálculo do valor de retorno esperado.

Vale ressaltar que o próprio Markowitz em 1959 reconheceu que o uso de semivariâncias como medida de risco é mais adequado que o uso da variância, pois a primeira se concentra em reduzir perdas (desvios negativos em relação à média) e a segunda procura eliminar tanto os desvios negativos quanto os positivos. Entretanto, ele

justifica a adoção da variância devido ao menor custo computacional requerido para sua minimização.

Assim, é possível notar que desde os primeiros trabalhos, sobre medidas de risco e otimização, foi reconhecido que os investidores se preocupam de forma diferente em relação à variação das perdas e dos ganhos.

Outra opção para medida de risco seria o *Value-at-Risk* (VaR), o qual surgiu em 1994, inicialmente mencionado no relatório do G-30 sobre melhores práticas para uso de derivativos e contou com a aprovação dos órgãos reguladores do setor bancário. Conforme apresentado por Jorion (2003), Till Guldemann pode ser considerado o criador do termo *Value-at-Risk*, quando exercia a função de responsável pela pesquisa global do J.P.Morgan no final dos anos de 1980.

Após a série de desastres financeiros amplamente divulgados pela mídia entre 1993 e 1999, a indústria financeira necessitava de uma ferramenta abrangente para medir o risco de mercado. Isso levou a ampla aceitação do VaR. Trata-se de uma medida de risco que leva em consideração os efeitos de alavancagem e diversificação entre unidades operacionais.

Segundo a definição encontrada em Jorion (2003), VaR mede a pior perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível de confiança.

Embora formalmente o VaR seja um método de mensuração de risco largamente aceito e utilizado, ele apresenta algumas dificuldades para a otimização. Primeiro, ele é uma medida de risco que não fornece nenhuma informação a respeito das perdas que o excedem, as quais podem ser significativamente grandes. Logo, sua minimização pode conduzir a um indesejável aumento destas perdas. Segundo, o VaR não é considerado uma medida consistente de risco, pois ele não é subaditivo, isto é, a diversificação do portfólio pode resultar em um aumento do risco quando medido pelo VaR.

Dada as limitações da variância e do VaR, em 1999 Rockafellar e Uryasev introduziram o termo *Conditional Value-at-Risk* (CVaR), que também é conhecido como *Mean Excess Loss*, *Mean Shortfall* ou *Tail Value at Risk*.

O CVaR mede a perda esperada condicionada às perdas que excederem ou forem iguais ao VaR. Ou seja, seria o mesmo que a média das perdas maiores ou iguais ao VaR. Sendo que esse conceito de risco é convexo, monotônico, subaditivo, positivamente homogêneo e possui invariância sob translações, que são todas as

propriedades desejadas no processo de otimização, segundo especificado por Pflug (2000).

Essa medida de risco foca tanto na frequência quanto no tamanho das perdas dos pontos extremos (*outliers*), e não somente na frequência, como ocorre com o cálculo de VaR. O CVaR verifica o risco potencial da cauda da distribuição de retornos.

Desde a introdução do CVaR por Rockafellar e Uryasev em 1999, diversos trabalhos tem buscado adaptar essa medida de risco para a otimização de carteiras formadas por *Hedge Funds*.

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo de otimização por variância e desvio-padrão, o qual não apresenta críticas em relação à coerência em se apresentando uma distribuição normal dos ativos.

2.3 SELEÇÃO DE CARTEIRAS

Seleção de carteiras é o estudo de como se pode investir um patrimônio. É um processo para compensar o risco e o retorno esperado para encontrar a melhor carteira de ativos e passivos.

O risco que uma pessoa está disposta a assumir pode variar muito dependendo de fatores como idade, nível social, estado civil, número de filhos, perspectivas futuras e vários outros fatores. Deste modo nunca existirá uma carteira de ações que agrade a todos, já que quanto maior o retorno desejado maior será o risco a se assumir.

A composição de uma carteira pode variar muito devido ao fato de existirem diferentes tipos de investidores que desejam assumir diferentes riscos e retornos.

Markowitz (1952) e Sharpe (1964) contribuíram imensamente com o processo de seleção de carteiras de investimentos. Ambos desenvolveram metodologias de avaliação e compensação do risco através da diversificação de investimentos. As teorias desenvolvidas por eles são amplamente utilizadas nos dias hoje, ambos demonstraram matematicamente que não se deve carregar todos os ovos na mesma cesta.

2.4 O ATIVO SEM RISCO E UM ATIVO DE RISCO

Em primeiro lugar deve-se definir o que é um ativo sem risco. Ativo sem risco é um ativo que oferece uma taxa de retorno previsível ao longo da duração do horizonte

de transação, isto é, o horizonte de decisão mais curto possível. Se por exemplo tomar-se o dólar americano como unidade de conta no horizonte de transação em um dia, a taxa sem risco é a taxa de juros dos títulos do Tesouro com vencimento no dia seguinte.

Supondo que se tenha uma quantia (X) de dinheiro para investir no ativo sem risco (A_f) com retorno (R_f) e no ativo com risco (A_r) com retorno ($R_r > R_f$) e desvio-padrão (σ_r). Quanto deverá ser investido em cada ativo?

Observe que se for tomada a decisão de se investir 100% do principal no ativo sem risco, o retorno será de (R_f) e o desvio-padrão será zero. Porém se for investido todo o principal no ativo de risco, o retorno será de (R_r) e o desvio-padrão será (σ_r). Assim, o retorno esperado de qualquer composição de carteira estará em algum ponto da figura 3.

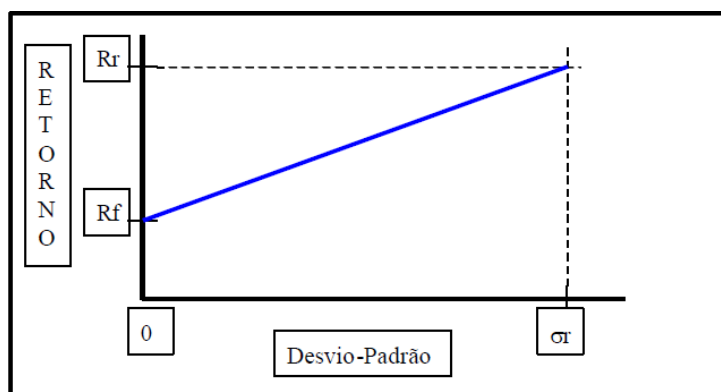


Figura 4: Retorno esperado x Desvio Padrão.

FONTE: Autor

Supondo que se aplique 100% no ativo sem risco, o investimento estará no ponto de cruzamento (R_f) e zero. À medida que se desloca o dinheiro para o ativo com risco, o retorno aumenta, porém o desvio-padrão também, até que se chegue ao ponto de 100% de investimento no ativo com risco.

Considerando-se (w) a proporção do investimento total a ser alocada ao ativo com risco, a proporção remanescente ($1 - w$) deverá ser alocada ao ativo sem risco, como mostrado na equação (6):

$$E(r) = w \cdot R_r + (1 - w) \cdot R_f \quad (6)$$

Sendo $E(r)$ o retorno esperado da composição.

O desvio padrão da carteira pode ser encontrado multiplicando-se o desvio padrão do ativo com risco vezes a composição deste na carteira.

2.5 MODELO DE MARKOWITZ

Segundo Harry Markowitz (1952), o processo de seleção de uma carteira de ações pode ser dividido em dois estágios. O primeiro começa com observação e experiência e termina com opiniões sobre a performance futura dos negócios avaliados. O segundo estágio começa com as opiniões relevantes sobre o futuro e termina com a escolha de uma carteira de ações.

Um investidor que esteja no mercado de ações, opções ou obrigações deve, ou pelo menos deveria buscar o máximo retorno possível de seu investimento, dentro de níveis de risco aceitáveis. Isso parece lógico, já que risco e retorno, em geral, possuem uma correlação positiva entre si, quando um aumenta, o outro aumenta junto, quanto maior for o retorno, maior será o risco e vice-versa. Porém essa relação entre risco e retorno pode ser trabalhada de forma que se consiga, através da diversificação, reduzir o risco de uma carteira a níveis algumas vezes menores que o risco do investimento mais seguro que participa da carteira, dependendo da correlação entre os componentes da carteira. Pode-se através da diversificação do investimento, ou seja, composição de uma carteira de investimento, aumentar o retorno esperado mantendo o risco a níveis iguais ou menores que o risco individual de cada ativo.

Tanto os conceitos de seleção de carteira propostos por Markowitz quanto os conceitos de pesquisa operacional já estão sendo utilizados há algum tempo. O diferencial que pode ser observado é que esse modelo será baseado no modelo da barganha de Nash (NASH, 1950, 1953) cuja sua função arbitragem é invariável quanto às transformações lineares oferecendo uma boa alternativa para resolver o problema da incomensurabilidade.

Como pode-se calcular o retorno esperado e a variância de uma carteira de ações? Harry Markowitz (1952) desenvolveu um método que registra a variância de uma carteira como a soma das variâncias individuais de cada ação e covariâncias entre pares de ações da carteira, de acordo como o peso de cada ação na carteira. Markowitz comenta que deve haver uma carteira de ações que maximiza o retorno esperado e minimiza a variância, e esta deve ser a carteira recomendada para um investidor.

Segundo Bernstein (1997) o objetivo de Markowitz foi utilizar a noção de risco para compor carteiras para investidores que consideram o retorno esperado algo desejável e a variância do retorno algo indesejável. O que parece bem lógico e sensato para a grande maioria dos investidores. O modelo mostra que enquanto o retorno de uma carteira diversificada equivale à média ponderada dos retornos de seus componentes individuais, sua volatilidade será inferior à volatilidade média de seus componentes individuais. Mostrando que a diversificação é uma espécie de dádiva (BERNSTEIN, 1997).

Embora o retorno esperado de uma carteira seja a média ponderada dos retornos individuais, o mesmo não pode ser dito para a variância ou risco da carteira. De acordo com o modelo de Markowitz a variância da carteira depende da covariância entre os pares de ativos, a qual por sua vez depende da correlação entre os ativos. Assim, quando dois ou mais ativos pouco relacionados compõem uma carteira de investimentos consegue-se um risco menor que a média ponderada dos riscos individuais, conseguindo algumas vezes um risco menor que o do ativo de menor risco com um retorno maior que o deste ativo. Nota-se que quando a correlação entre os ativos é (1), não há melhora significativa na composição da carteira, o que é lógico pelo fato de se diversificar o investimento em ativos que reagem da mesma maneira as notícias do mercado. Já quando se tem uma correlação perfeitamente negativa (-1) pode-se reduzir o risco à zero, mantendo um retorno esperado de 15%. Infelizmente não existem ativos com correlação perfeitamente negativa no mercado financeiro.

Abaixo pode-se observar a Figura 04 que apresenta a chamada fronteira eficiente, que mostra o risco e o retorno para as diversas composições possíveis entre dois ou mais ativos. Para facilitar o entendimento a Figura 05 representa uma composição entre dois ativos. Observa-se que quanto menor a correlação entre os dois ativos, menor é o risco da carteira.

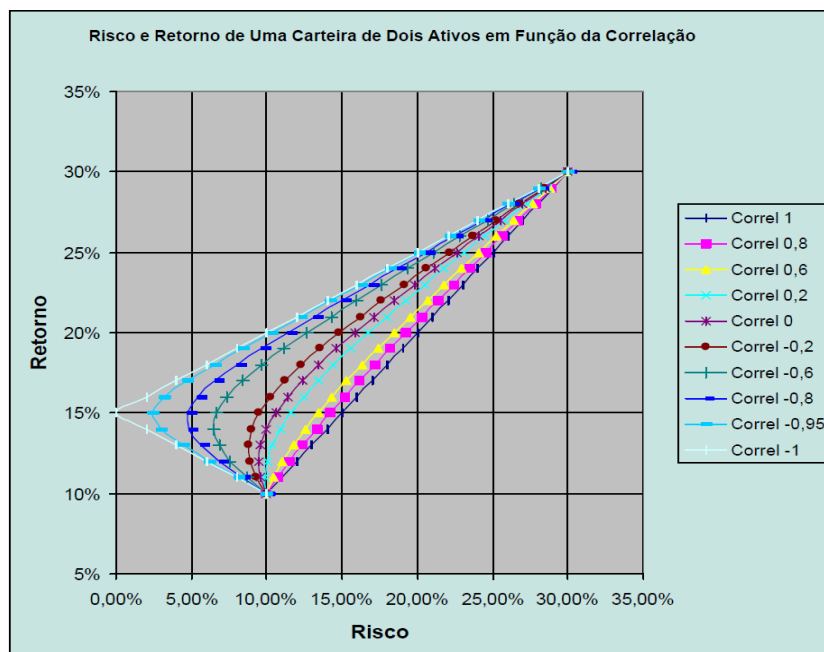


Figura 5: Risco e o retorno para as diversas composições possíveis entre dois ou mais ativos

FONTE: Baseado em MARKOWITZ; 1959.

3 DESENVOLVIMENTO

3.1 TRATAMENTO DOS DADOS

Após as fases de escolha do período e formação da carteira, realizou-se o tratamento dos dados.

Conforme Hair *et al* (2005), o processo de examinar os dados é um passo que consome tempo. Contudo, é estritamente necessário, já que permite ao pesquisador entender a dimensionalidade das análises a serem realizadas posteriormente.

Nesta fase, primeiramente os dados sofreram algumas transformações:

- Foram transformados em porcentagem e realizados os ajustes da inflação para o período através da formula:

$$i_r = (1 + i_a) / [(1 + \theta) - 1] \quad (7)$$

- Realizou-se uma transformação dos valores dos retornos para uma unidade de medida mais apropriada para o cálculo, multiplicando-se cada retorno por 10.000 (dez mil).
- Calculou-se as médias, variâncias e desvios padrões de cada ativo para ter-se uma ideia da dispersão dos dados.
- Testou-se a normalidade para os valores dos retornos dos ativos no MINITAB e obteve-se aderência à normalidade.
- Construiu-se um gráfico, onde foram analisados o risco e o retorno dos ativos e a fronteira de eficiência.
- Com a maximização da função objetivo, pode-se obter o caminho ótimo, para uma determinada ação.

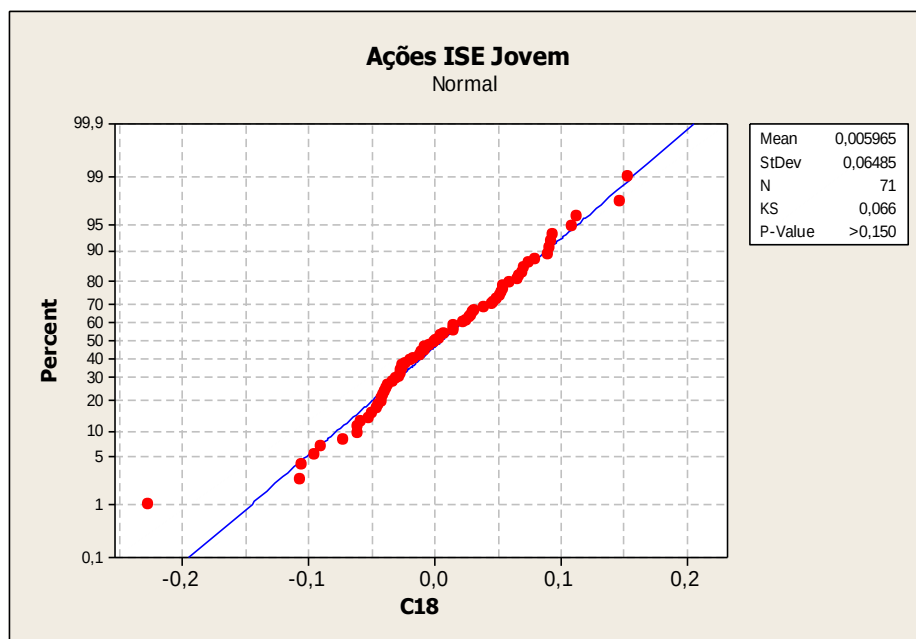


Figura 6: Teste de Normalidade para os valores dos retornos da ação ISE Jovem.

FONTE: Autor

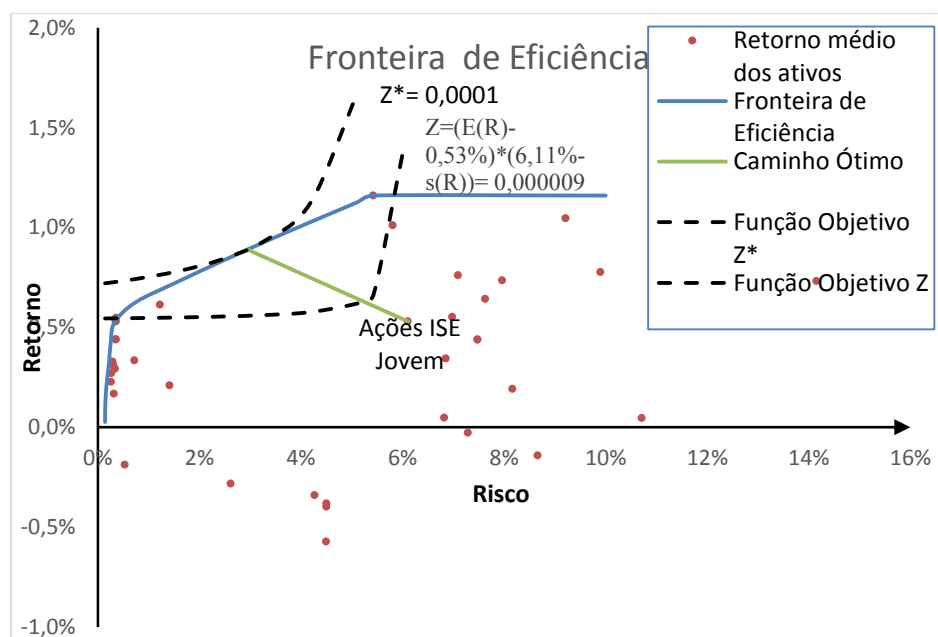


Figura 7: Desvios Padrões x Média dos retornos.

FONTE: Autor

Tabela 1: Valores das médias dos retornos, desvio padrão, KS, P-Value.

Ativos	Médias dos Retornos	Desvio Padrão	N (amostras)	Kolmogorov-Smirnov	P-Value
1	0,002919	0,003369	80	0,061	>0,150
2	0,005294	0,003594	80	0,066	>0,150
3	0,005475	0,003603	80	0,066	>0,150
4	0,005294	0,003594	80	0,066	>0,150
5	0,003264	0,002962	50	0,081	>0,150
6	0,006122	0,01226	80	0,101	0,045
7	0,003116	0,003061	66	0,063	>0,150
8	0,004371	0,003564	80	0,07	>0,150
9	0,0044	0,003572	80	0,059	>0,150
10	0,002699	0,002672	45	0,085	>0,150
11	0,002265	0,002631	45	0,078	>0,150
12	0,001673	0,003187	80	0,062	>0,150
13	0,002919	0,003369	80	0,061	>0,150
14	-0,001881	0,005321	7	0,21	>0,150
15	0,003335	0,007234	80	0,1	0,048
16	0,002084	0,01413	80	0,196	<0,010
17	-0,002837	0,02618	47	0,263	<0,010
18	0,005965	0,06485	71	0,066	>0,150
19	0,0004429	0,1071	49	0,179	<0,010
20	0,001907	0,08168	15	0,274	<0,010
21	0,007606	0,07095	80	0,05	>0,150
22	0,007754	0,09901	80	0,072	>0,150
23	0,0116	0,05424	80	0,051	>0,150
24	0,004375	0,07478	80	0,077	>0,150
25	0,004375	0,07478	80	0,077	>0,150
26	0,00731	0,1416	39	0,17	<0,010
27	-0,001425	0,08665	48	0,076	>0,150
28	-0,0002882	0,0729	48	0,119	0,086
29	0,0101	0,05811	80	0,086	>0,150
30	0,01045	0,09212	80	0,078	>0,150
31	0,006405	0,07633	80	0,055	>0,150
32	0,003431	0,06853	80	0,055	>0,150
33	0,005522	0,06981	80	0,07	>0,150
34	0,0004591	0,06826	67	0,068	>0,150
35	0,007347	0,07965	28	0,093	>0,150
36	-0,003417	0,04268	80	0,11	0,026
37	-0,005739	0,045	80	0,151	<0,010
38	-0,003992	0,04505	80	0,151	<0,010
39	-0,003827	0,04504	80	0,151	<0,010

3.2 CARACTERÍSTICAS AMOSTRAIS

Os dados utilizados neste estudo são de fundos, ações de empresas do mercado e de cambio, representando um portfólio.

Mediante as diversas medidas de risco existentes na otimização de carteiras, Roman e Mitra (2009) apresentam um quadro demonstrativo das principais propriedades atendidas destas mensurações.

Como se percebe na Tabela 2, o CVar atende à característica, conforme Roman e Mitra (2009), de uma medida de risco confiável. Tanto o VaR quanto a família L.P.M. apresentam problema de coerência, sendo que o desvio padrão não apresentou críticas negativas em relação à coerência, devido à suposição de normalidade.

Tabela 2: Avaliação das medidas de risco.

Medida de Risco	Coerência
Desvio Padrão	Sim*
Desvio médio absoluto	Sim*
Semivariância	Sim*
L.P.M.	Não
VaR	Não
CVaR	Sim

*Coerentes ao apresentar uma distribuição normal.

Conforme teste de Normalidade realizado, 74% dos valores dos retornos dos ativos apresentaram uma distribuição normal com P-value $> 0,05$. Sendo assim, ao utilizarmos o desvio padrão como medida de risco, não teremos problemas de coerência.

3.3 MÉTODO

O desenho da pesquisa cujo objetivo fora descrito anteriormente é apresentado nesta etapa.

Com a definição do modelo a ser utilizado, revisão bibliográfica, formação de uma carteira de ativos e por meio do marco teórico levantado, aplicou-se a função objetivo e restrições suficientes para otimização do risco e retorno em uma carteira de investimentos.

Estes ativos foram escolhidos por representarem as principais negociações no período.

$$\text{Função Objetivo} = \text{LN} [(E(R) - 0,53\%).(6,11\% - s(R))] \quad (8)$$

Sendo, $E(R)$ é o retorno e $s(R)$ o desvio padrão. Os valores de 0.53% e 6.11% são respectivamente o retorno médio e o desvio padrão para uma dada ação.

Comparando com a solução de Nash $N(S, d)$, que é o resultado do seguinte problema de maximização:

$$N(S, d) = \text{argmax} \{(U_i - d_i) (U_j - d_j) \mid (U_i, U_j) \in S, U_i \geq d_i, U_j \geq d_j\} \quad (9)$$

O conjunto factível de acordos, todas as combinações convexas dividindo U , $[E(R)$ e $6,11\%$], enquanto o ponto de desacordo d com coordenadas (d_i, d_j) representa os valores das firmas em caso de não fechar o acordo (ou desacordo), $[0,53\%$ e $s(R)$].

Ao simularmos no SOLVER do Excel™, teremos as porcentagens de investimento para cada ativo.

4 ANÁLISES E RESULTADOS

Nesta etapa, são discutidas as análises delineadas durante o processo metodológico. Além disso, serão discutidos sobre os resultados relacionados aos riscos e retornos dos portfólios.

Pode-se notar pelas médias dos retornos de cada ativo (Tabela 3), que para investir no mercado de ações é preciso planejamento financeiro, certo grau de conhecimento do mercado acionário, ciência de sua baixa liquidez, possíveis perdas e eventuais baixos retornos. Pelo resultado apresentado pelas médias dos desvios padrões – risco - (Tabela 4), constata-se também que, sendo elas em grande parte maiores que o valor obtido pelas médias dos retornos, o mercado acionário é de grande risco.

Tabela 3: Média dos Retornos

Maior valor	Menor valor
0,0115961	-0,00573936

Tabela 4: Média dos Riscos

Maior valor	Menor valor
0,141557612	0,002630863

Verifica-se que a maior parte dos ativos apresenta retorno baixo e alguns casos negativos para uma alta taxa de risco. O ativo que apresentou melhor relação de compromisso obteve 0,54% para o retorno e 0,25% para o risco.

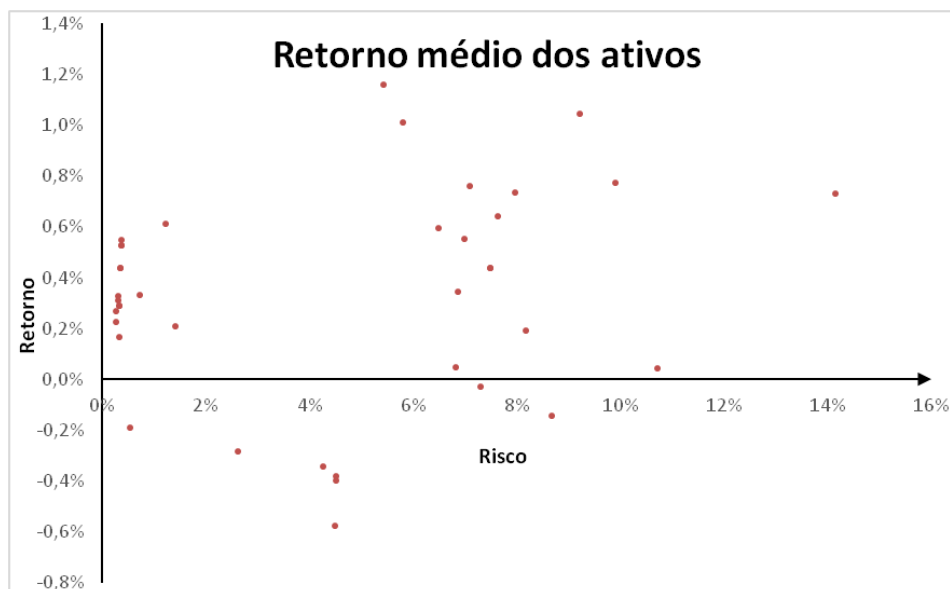


Figura 8: Retorno Médio dos Ativos

FONTE: Autor

A grande maioria dos ativos aderiu fortemente à normalidade, de acordo com o teste de Kolmogorov-Smirnov, com o $P\text{-Value} > 15\%$. No entanto alguns apresentaram um valor de $P\text{-Value} < 5\%$, mostrando aleatoriedade nos valores conforme a Tabela 5.

Tabela 5: Valores $P\text{-value}$.

$> 0,05$	74%
$< 0,05$	26%

Ao utilizarmos o Modelo da Barganha de Nash para otimizar a relação retorno x risco, tivemos uma grande melhora na taxa de retorno e queda do risco.

- Exemplo: Alterando os valores da função de:

1) $LN((\text{Média dos Retornos} - 20) * (15.000 - \text{Desv.Pad das médias dos retornos}))$

Para:

2) $LN((\text{Média dos Retornos} - 10) * (30.000 - \text{Desv.Pad das médias dos retornos}))$

Tivemos o seguinte relatório:

- No relatório de resposta apresentado pelo Solver, nota-se que houve um aumento percentual da resposta da solução de Nash, que são as recomendações de investimento, para as ações com alto valor de média dos retornos e uma diminuição das porcentagens da resposta para ações com alto desvio padrão (risco).

Na a tabela 6 temos: o nome dos ativos, o valor original recomendado de investimento no ativo utilizando a função 1 e o valor percentual final recomendado de investimento após utilizar a função 2, aumento do produto no Modelo de Nash.

Tabela 6: Resultados obtidos pelo solver do Excel™.

Nome	Valor original	Valor final
1 LP Premium 50 Mil	20,78%	11,25%
1 LP 90 Mil	40,83%	48,14%
1 LP 50 Mil	20,78%	11,25%

A média apresentada na Tabela 7 significa uma estimativa do retorno esperado para o ativo e as medidas de Variância e Desvio Padrão apontam o grau de risco do investimento na ação.

Tabela 7: Valores Média, Variância e Desv.Pad

	LP Premium		
	50 Mil	LP 90 Mil	LP 50 Mil
Média	0,53%	0,55%	0,53%
Variância	1,3 E-05	1,3 E-05	1,3 E-05
Desv.Pad	0,36%	0,36%	0,36%

Na tabela 8 temos os resultados obtidos pelo solver do Excel™ para toda carteira analisada, com os valores originais recomendados de investimento nos ativos utilizando a função 1 e os valores percentuais finais recomendados de investimento após utilizar a função 2, aumento do produto no Modelo de Nash.

Tabela 8: Microsoft Excel - Relatório de resposta

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$AP\$87		14,1508029	14,17048474
\$C\$84	I Renda Fixa 200	0,00%	0,00%
\$D\$84	I LP Premium 50 Mil	20,78%	11,25%
\$E\$84	I LP 90 Mil	40,83%	48,14%
\$F\$84	I LP 50 Mil	20,78%	11,25%
\$G\$84	I LP Parc 30 Mil	0,00%	0,00%
\$H\$84	I LP Índ 20 Mil	9,75%	15,57%
\$I\$84	I LP 5 Mil	0,00%	0,00%
\$J\$84	I Renda Fixa 5 Mil	0,00%	0,00%
\$K\$84	I Bônus LP	0,00%	0,00%
\$L\$84	I LP Parc 5 Mil	0,00%	0,00%
\$M\$84	I LP Parc 200	0,00%	0,00%
\$N\$84	I LP 100	0,00%	0,00%
\$O\$84	I Bônus 200	0,00%	0,00%
\$P\$84	I Multimercado	0,00%	0,00%
\$Q\$84	I Mult Cons LP Mil	0,00%	0,00%
\$R\$84	I MM Mod LP 10 mil	0,00%	0,00%
\$S\$84	I Mult Arroj LP 10M	0,00%	0,00%
\$T\$84	I Ações ISE Jovem	0,07%	0,04%
\$U\$84	I BB Ações BB	0,00%	0,00%
\$V\$84	I BB Ações BB II	0,00%	0,00%
\$W\$84	I BB Ações PIB	0,72%	1,25%
\$X\$84	I BB Ações PETROBRAS	0,39%	0,68%
\$Y\$84	I BB Ações ENERGIA	3,19%	5,72%
\$Z\$84	I BB Ações TECNOLOGIA	0,00%	0,00%
\$AA\$84	I BB Ações EXPORTAÇÃO	0,00%	0,00%
\$AB\$84	I BB Ações Construção Civil	0,00%	0,00%
\$AC\$84	I BB Ações Setor Financeiro	0,00%	0,00%
\$AD\$84	I BB Ações Consumo	0,00%	0,00%
\$AE\$84	I BB Ações Dividendos	2,14%	3,81%
\$AF\$84	I BB Ações Vale do Rio Doce	0,91%	1,63%
\$AG\$84	I BB Ações Samll Caps	0,32%	0,53%
\$AH\$84	I BB Ações Ibovespa ativo	0,00%	0,00%
\$AI\$84	I BB Ações IBRX Index	0,12%	0,15%
\$AJ\$84	I BB Ações Multisetorial ativo	0,00%	0,00%
\$AK\$84	I BB Ações Cielo	0,00%	0,00%
\$AL\$84	I BB Cambial Euro LP Mil	0,00%	0,00%
\$AM\$84	I BB Cambial Dolar LP Mil	0,00%	0,00%
\$AN\$84	I BB Cambial Dolar LP 20 Mil	0,00%	0,00%
\$AO\$84	I BB Cambial Dolar LP 100 Mil	0,00%	0,00%

5 CONCLUSÕES FINAIS

O presente trabalho contextualizou a atividade de gestão de carteiras e contribuiu com a bibliografia a respeito do tema, propondo a utilização de um modelo mais robusto com relação ao efeito da incomensurabilidade.

Segundo Stewart (2010), os problemas práticos de otimização multiobjetivo são altamente suscetíveis à incomensurabilidade o que dificulta na determinação dos pesos para o balanceamento das prioridades.

Apresentou-se o Modelo da barganha de Nash, cuja função arbitragem é invariável quanto às transformações lineares oferecendo uma boa alternativa para resolver o problema da incomensurabilidade e uma boa vantagem em relação aos modelos convencionais.

Conforme apresentado, essa é apenas uma das etapas envolvidas no processo de composição de um fundo de fundos. Para a construção de um fundo de fundos a análise qualitativa é de extrema importância.

5.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS

A partir dos resultados mostrados, pode-se verificar a contribuição deste trabalho com a bibliografia a respeito do tema de fundos de investimentos.

Atingiu-se os objetivos da pesquisa, que foram de utilizar o Modelo da Barganha de Nash na seleção de carteiras, avaliar o risco e o retorno em ativos, definir uma métrica para o risco, retorno e um método para manipular o risco e retorno.

Um problema existente nos modelos anteriores que tratam este tema é a impossibilidade de se realizar transformações lineares nas unidades de medidas e nas amplitudes dos valores destas medidas sem alterarmos o resultado obtido pelo processo de otimização.

A partir deste modelo, conseguiu-se avaliar o risco e o retorno em carteiras de ativos, definir uma métrica de risco, para o retorno e um método para manipular o risco e o retorno.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

1. Análise de Custo Capital de Empresas:

O custo de capital da empresa é o retorno mínimo exigido pelos financiadores de recursos (credores e acionistas), e que baliza a tomada de decisão em projetos de investimento na empresa. Tem efeito sobre as operações da empresa e, subseqüentemente, afeta a sua lucratividade.

Os proprietários ou terceiros, ao investir ou aplicar recursos em uma determinada empresa, exigem um retorno mínimo a título de remuneração do seu capital. A taxa de captação dos recursos entregues à administração da empresa, levado em conta o princípio contábil da entidade, denota o custo do capital, que representa a taxa de financiamento da empresa.

2. Utilizar o CVAR para análise de dispersões:

Embora a variância possua pontos positivos, pois é uma medida intuitiva e conveniente, dado que é muito utilizada em estatística (e por isso suas propriedades são conhecidas), este método assume de forma precisa os riscos envolvidos em investimentos de fundos multimercados.

Sendo que esse conceito de risco é convexo, monotônico, subaditivo, positivamente homogêneo e possui invariância sob translações, que são todas as propriedades desejadas no processo de otimização, segundo especificado por Pflug (2000).

Essa medida de risco foca tanto na frequência quanto no tamanho das perdas dos pontos extremos (*outliers*). O CVaR verifica o risco potencial da cauda da distribuição de retornos. A assimetria e curtose são consideradas para distribuições que não são Normais.

3. Utilizar o modelo no SimulaBolsa:

O SimulaBolsa é um simulador de compra e venda de ações da Bovespa. O simulador pode ser usado por pessoas que nunca tiveram contato com o mercado de ações, pessoas que já fizeram um curso e querem treinar antes de fazer operações na corretora, e até mesmo para pessoas que querem testar estratégias de negociação antes de usá-las no mercado real.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, C. Market risk analysis volume IV: Value at Risks Models. London: John Wiley & Sons, 2008.

BERNSTEIN, PETER L. (1997). *Streetwise: The Best of The Journal of Portfolio Management*. Princeton

BINMORE, K. G. (1987). Nash bargain theory I, II, III in: K. G. Binmore and Dasgupta, The economics of bargaining.

CORAZZA, M. E. Política de investimentos cruza a fronteira do risco. Revista Fundos de Pensão - ABRAPP. Ano XXVI, n. 329, jun. 2007.

COURVOISER, N.; SCHRANER, R. (2005). *Composition of Fund of Hedge Funds: A Mean-CVaR allocation with an option-based constraint*. University of Lausanne

CORAZZA, M. E. Política de Investimentos cruza a fronteira do risco. Revista Fundos de Pensão - ABRAPP. Ano XXVI, n. 329, jun. 2007.

COSTA, G; FELICIO, W. Estudo da função Omega para Avaliação de Retorno de Investimento. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo—Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle, 2007.

GUL, F. A Theory of Disappointment Aversion. *Econometrica*, v.59, 3, p.667-686, 1991.

HAIR, Jr., J.F.; ANDERSON, R.E TATHAM, RL. *Análise Multivariada de Dados*. 5.ed., Porto Alegre: Bookman, 2005.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introduction to Operations Research with Student Access Card*. 9ª Ed. McGraw Hill, 2009.

JOHRI, S. Portfolio Optimization with Hedge Funds: Conditional Value At Risk And Conditional Draw-Down At Risk For Portfolio Optimization With Alternative Investments. Computer Science of Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, 2004.

JORION, P. Value at Risk: A Nova Fonte de Referência para a Gestão do Risco Financeiro. Tradução Thierry Barbe. 2. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, v. 47, p. 263-292, 1979.

LAMM, R. Asymmetric Returns and Optimal Hedge Fund Portfolios. *The Journal of Alternative Investments*, 2003

LHABITANT, F. Hedge Funds: Quantitative Insights. Joh Wiley & Sons, Ltd, 2004.

MACEDO, L. A. B. et al. Técnicas de gestão de risco dos investimentos aplicadas aos fundos de pensão. Rio de Janeiro, 1998. - Universidade Federal do Rio de Janeiro.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection: Efficient diversification of investments. John Wiley & Sons, Ltd, 1959.

MIGUEL, P. A. C. Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011. 2226p.

NASH, J. Two-Person Cooperative Games. *Econometrica*, v. 21, n. 1, p. 128–140, 1953.

NASH, J. F. J. The Bargaining Problem. *Econometrica*, v. 18, n. 2, p. 155–162, 1950.

PEREIRA FILHO, J. R. Investimentos: uma visão estratégica para os fundos de pensão. *Revista Fundos de Pensão - ABRAPP*. Ano XXVI, n. 334, Nov. 2007.

PFLUG, G. (2000). *Some Remarks on the value-at-risk and conditional value-at-risk*.

ROMAN, D.; MITRA, G. Portfolio selection models: a review and new directions. *Wilmott Journal*. Vol 1, Issue 02, p.p. 69-85, April, 2009.

RUBINSTEIN, ARIEL (1982). "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model". *Econometrica* 50

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, (1964).

SECURATO, J. R. et al. Avaliação de Desempenho de fundos de Investimentos - O Guia de Fundos de Renda Fixa da FIA/FEA/USP, 1999.

SECURATO, J. R. et al. Decisões Financeiras em condições de Risco. 2 ed. São Paulo: Saint Paul, 2007.

SELTEN, R., 1965, A Simple Model of Imperfect Competition.

STEWART, T. J. Goal directed benchmarking for organizational efficiency, *Omega*, v.38, p. 534-539, 2010.

SCHNEEWEEISS, H. (1967). *Entscheidungskriterien bei Risiko*. Springer, Berlin Heidelberg New York.