

RAFAEL YUKI DE SOUZA YAMAMOTO

**GRASP COM PATH RELINKING APLICADO AO PROBLEMA DE
RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA
ELÉTRICA**

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

RAFAEL YUKI DE SOUZA YAMAMOTO

GRASP COM PATH RELINKING APLICADO AO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro
Orientador

Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo
Coorientador

Ilha Solteira

2023

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Y19g Yamamoto, Rafael Yuki de Souza.
Grasp com path relinking aplicado ao problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica / Rafael Yuki de Souza Yamamoto. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2023
103 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2023

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Co-orientador: Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo
Inclui bibliografia

1. Grasp. 2. Path relinking. 3. Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica. 4. Meta-heurística.


Amanda Sertori dos Santos

Impacto potencial desta pesquisa

A distribuição eficiente e confiável de energia elétrica é essencial para o funcionamento de quase todas as atividades moderna. A reconfiguração adequada dos sistemas de distribuição pode reduzir interrupções de energia, melhorando a confiabilidade e disponibilidade do fornecimento elétrico para as casas, empresas e infraestruturas críticas.

Potential impact of this research

The efficient and reliable distribution of electrical energy is essential for the operation of nearly all modern activities. Proper reconfiguration of distribution systems can reduce power interruptions, improving the reliability and availability of electrical supply for homes, businesses, and critical infrastructure.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: GRASP COM PATH RELINKING APLICADO AO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

AUTOR: RAFAEL YUKI DE SOUZA YAMAMOTO

ORIENTADOR: RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

COORIENTADOR: LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em , área: Automação pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP



Prof. Dr. FABIO BERTEQUINI LEÃO (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. FERNANDO LEZAMA CRUZVILLASANTE (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia / Instituto Superior de Engenharia do Porto - ISEP



Assinado por: **Fernando Lezama Cruzvillasante**
Num. de Identificação: TR:PT-89K53E
Data: 2023.08.30 15:42:56+01'00'



Ilha Solteira, 30 de agosto de 2023

AGRADECIMENTOS

A Deus por me proporcionar perseverança durante toda a minha vida.

Aos meus pais Marcos Tadashi Yamamoto e Jucelene Maria de Souza Yamamoto, que incentivaram nos momentos difíceis e compreenderam a minha ausência enquanto eu me dedicava à realização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Rubén Romero por todo o apoio, dedicação e confiança durante o mestrado.

Ao meu coorientador Prof. Dr. Leonardo H. Macedo pelo auxílio e pela amizade durante todo o mestrado.

Aos companheiros do LaPSEE – Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica pela amizade, apoio e convívio.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil (proc. 152744/2021-5).

“Uma chave importante para o sucesso é a autoconfiança.
Uma chave importante para a autoconfiança é a
preparação”. Arthur Ashe

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma nova abordagem para resolver o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando o *greedy randomized adaptive search procedure* (GRASP) com o *path relinking* (PR), sendo a busca local de ambos realizados pela heurística *steepest descent heuristic*. Esta estratégia foi utilizada para resolver o modelo matemático aproximado através de formulações de programação cônica de segunda ordem inteira mista. Nesta proposta todos os circuitos estão inicialmente fechados e, através da solução de alguns problemas de fluxos de carga para redes levemente malhadas, os circuitos são abertos de forma que o sistema ao final da fase construtiva seja radial e conexo. Para auxiliar na geração das soluções, foram implementados dois pré-processamentos, onde o primeiro tem a função de reduzir o espaço de busca e o segundo garante a factibilidade topológica na geração da solução. As soluções geradas pelo GRASP variam de acordo com o valor do parâmetro α , onde é possível optar por uma geração variando de gulosa para uma totalmente aleatória. Após a geração de duas soluções de qualidade, é realizado o PR entre elas, onde uma é escolhida como solução inicial e, a outra, como solução guia. A melhor solução encontrada é utilizada junto à próxima solução gerada pelo GRASP em um novo PR. Este processo se repete até atender o critério de parada, que será após o GRASP gerar um certo número de soluções. Foram utilizados os métodos *forward* e *backward* para verificar qual disposição das soluções apresenta melhor resultado. Neste estudo, também se compara a eficiência do solver GUROBI com as meta-heurísticas GRASP e GRASP-PR para os sistemas de 84, 118, 136 e 415 barras. Além disso, verifica-se as diferenças obtidas pelas disposições *forward* e *backward*. Os algoritmos e seus pré-processamentos propostos foram implementados em linguagem AMPL.

Palavras-chave: GRASP; path relinking; reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica; meta-heurística.

ABSTRACT

This dissertation introduces a novel approach to address the reconfiguration problem in electrical power distribution systems using the greedy randomized adaptive search procedure (GRASP) with path relinking (PR), with the local search for both being performed by the steepest descent heuristic. This strategy was employed to solve the approximate mathematical model through mixed-integer second-order cone programming formulations. In this approach, all circuits are initially closed, and by solving power flows for weakly meshed grids, the circuits opens so that the system becomes radial and connected at the end of the constructive phase. To aid in the generation of solutions, two preprocessing algorithms were implemented, where the first aimed to reduce the search space, and the second ensured the topological feasibility of the solution. The solutions generated by GRASP vary depending on the value of the parameter α , allowing for a choice ranging from a greedy approach to random. After generating two solutions, a PR is performed between them, with one chosen as the initial solution and the other as the guiding solution. The best solution found is used alongside the next solution generated by GRASP in a new PR. This process repeats until the stopping criterion is met, which is typically after GRASP generates a certain number of solutions. The forward and backward methods were employed to assess which arrangement of solutions yields superior outcomes. In this study, the efficiency of the GUROBI solver was also compared with the GRASP and GRASP-PR metaheuristics using the 84-, 118-, 136-, and 415-node test systems. Furthermore, the differences resulting from the forward and backward arrangements were examined. The proposed algorithms and their preprocessing were implemented in the AMPL language.

Keywords: GRASP; path relinking; reconfiguration of distribution networks; metaheuristic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de 33 barras.....	27
Figura 2 – Proposta de solução para o sistema de 33 barras	27
Figura 3 – Sistema de 33 barras após pré-processamento 1.....	38
Figura 4 – Sistema de 33 barras antes (a) e após (b) pré-processamento 1.....	39
Figura 5 – Sistema de 8 barras genérico para fins explicativos.....	40
Figura 6 – Fluxograma da meta-heurística GRASP aplicada ao problema de RSDEE	42
Figura 7 – Pseudocódigo do SDH	43
Figura 8 – Exemplo de SDH.....	43
Figura 9 – Exemplo de PR.....	45
Figura 10 – Troca 2-opt para problemas sequenciais	47
Figura 11 – Fluxograma do algoritmo implementado.....	50
Figura 12 – Função objetivo por geração do sistema de 84 barras.....	54
Figura 13 – Comparação do perfil de tensão inicial com o perfil de tensão obtido pelos algoritmos propostos para o sistema de 84 barras	55
Figura 14 – Evolução da FO na resolução do sistema de 84 barras	55
Figura 15 – Função objetivo por geração do sistema de 118 barras.....	57
Figura 16 – Comparação do perfil de tensão inicial com o perfil de tensão obtido pelos algoritmos propostos para o sistema de 118 barras	58
Figura 17 – Evolução da FO na resolução do sistema de 118 barras - <i>Forward</i>	59
Figura 18 – Evolução da FO na resolução do sistema de 118 barras - <i>Backward</i>	59
Figura 19 – Função objetivo por geração do sistema de 136 barras.....	61
Figura 20 – Comparação do perfil de tensão inicial com o perfil de tensão obtido pelos algoritmos propostos para o sistema de 136 barras	62
Figura 21 – Evolução da FO na resolução do sistema de 136 barras - <i>Forward</i>	62
Figura 22 – Evolução da FO na resolução do sistema de 136 barras - <i>Backward</i>	63
Figura 23 – Função objetivo por geração do sistema de 415 barras - <i>Forward</i>	66
Figura 24 – Função objetivo por geração do sistema de 415 barras - <i>Backward</i>	66
Figura 25 – Comparação do perfil de tensão inicial com o perfil de tensão obtido pelos algoritmos propostos para o sistema de 415 barras	67
Figura 26 – Evolução da FO na resolução do sistema de 415 barras - <i>Forward</i>	67
Figura 27 – Evolução da FO na resolução do sistema de 415 barras - <i>Backward</i>	68
Figura 28 – Sistema de distribuição radial	74

Figura 29 – Representação da restrição cônica	78
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo do estudo bibliográfico	25
Tabela 2 – Número de possíveis soluções para o sistema de 33 barras.....	33
Tabela 3 – Probabilidade de escolha das componentes	37
Tabela 4 – Exemplo SDH.....	43
Tabela 5 – Exemplo de soluções vizinhas	44
Tabela 6 – Exemplo binário de PR.....	46
Tabela 7 – Resultados do sistema de 84 barras	53
Tabela 8 – Resultados do sistema de 118 barras	57
Tabela 9 – Resultados do sistema de 136 barras	61
Tabela 10 – Resultados do sistema de 415 barras	65
Tabela 11 – Dados sistema de 84 barras.....	79
Tabela 12 – Dados sistema de 118 barras.....	81
Tabela 13 – Dados sistema de 136 barras.....	84
Tabela 14 – Dados sistema de 415 barras.....	88

LISTA DE ABREVIATURAS

AHC	Algoritmo heurístico construtivo
BRKGA-MP-IPR	<i>Multi-parent biased random-key genetic algorithm with implicit path-relinking</i>
FC	Fluxo de carga
FO	Função objetivo
GA	<i>Genetic algorithm</i>
GRASP	<i>Greedy randomized adaptive search procedure</i>
PCSOIM	Programação cônica de segunda ordem inteira mista
PNL	Programação não linear
PNLIM	Programação não linear inteira mista
PR	<i>Path relinking</i>
RSDEE	Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica
RCL	<i>Restricted candidate list</i>
SCF0	<i>Single-commodity flow</i>
SCF+ST	<i>Single-commodity flow + spanning tree</i>
SS	<i>Scatter search</i>
ST	<i>Spanning tree</i>
SDH	<i>Steepest descent heuristic</i>
TS	<i>Tabu search</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos:

Ω_b	Conjunto de barras do sistema
Ω_l	Conjunto de circuitos do sistema
X	Conjunto de índices de variáveis que podem ser adicionadas à solução
$N(x^k)$	Conjunto de propostas de solução factíveis e vizinhas de x^k

Variáveis:

$I_{i,j}^{sqr}$	Quadrado do módulo da corrente no circuito (i, j)
$P_{i,j}$	Fluxo de potência ativa no circuito (i, j)
P_i^S	Potência ativa gerada na barra (i)
$Q_{i,j}$	Fluxo de potência reativa no circuito (i, j)
Q_i^S	Potência reativa gerada na barra (i)
V_i^{sqr}	Quadrado do módulo da tensão na barra (i)
$b_{i,j}$	Variável de folga para cálculo da queda de tensão no circuito (i, j)
$y_{i,j}$	Variável de decisão binária da abertura/fechamento dos circuitos
$f_{i,j}$	Fluxo de potência artificial no circuito (i, j)
gf_i	Geração artificial na barra (i)
V_i	Módulo da tensão na barra (i)
$I_{i,j}$	Módulo da corrente no circuito (i, j)
θ_i	Ângulo de fase da tensão na barra (i)
$\varphi_{i,j}$	Defasagem angular entre as barras (i, j)
P_i^{gf}	Potência ativa de folga gerada na barra (i)
Q_i^{gfp}	Parcela positiva da potência reativa de folga gerada na barra (i)
Q_i^{gfn}	Parcela negativa da potência reativa de folga gerada na barra (i)
x	Variável de decisão de um problema genérico

Funções:

FO	Função objetivo
$f(x)$	Função objetivo de um problema genérico
$h(x_i)$	Indicador de sensibilidade do elemento (i) da variável x
d	Distância entre duas propostas de solução

Parâmetros:

nb	Número de barras
nr	Número de circuitos
$R_{i,j}$	Resistência do circuito (i,j)
P_i^D	Potência ativa demandada pela barra de carga (i)
$X_{i,j}$	Reatância do circuito (i,j)
Q_i^D	Potência reativa demandada pela barra de carga (i)
\bar{V}	Módulo da tensão máxima permitida no sistema
\underline{V}	Módulo da tensão mínima permitida no sistema
$\bar{I}_{i,j}$	Módulo da corrente máxima suportada no circuito (i,j)
S_f	Subestação fictícia
M	Valor suficientemente grande
$l_{i,j}$	Elemento (i,j) da matriz laplaciana
α	Parâmetro que determina a característica de construção que o GRASP irá assumir
h^{max}	Máximo valor de h
h^{min}	Mínimo valor de h
r_i	Posição ocupada pelo componente (i) na lista RCL ordenada pelo indicador de sensibilidade
b_i	Inversa de r_i
p_i	Probabilidade do componente (i) ser escolhido
$n_{solgerada}$	Número de soluções geradas pelo GRASP
x^0	Proposta de solução inicial
x^k	Proposta de solução da iteração k
\tilde{x}	Proposta de solução que produz o menor valor de $f(x) \mid x \in N(x^k)$
$y_{i,j}^C$	Solução corrente
k_{viz}	Nível de vizinhança
$I_{i,j}$	Fasor corrente que no circuito (i,j)
V_i	Fasor tensão na barra (i)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Motivação	17
1.2	Objetivos	18
1.3	Contribuições do trabalho	18
1.4	Estrutura do trabalho	19
1.5	Revisão bibliográfica.....	20
1.5.1	Revisão dos estudos relacionados ao problema de RSDEE	20
1.5.1.1	Primeiros estudos heurísticos a respeito do problema de RSDEE	20
1.5.1.2	Primeiros estudos utilizando heurísticas modernas a respeito do problema de RSDEE	21
1.5.1.3	Estudos recentes relacionados ao RSDEE.....	21
1.5.2	Revisão dos estudos relacionados a meta-heurística GRASP	22
1.5.2.1	Primeiros estudos a respeito da meta-heurística GRASP.....	22
1.5.2.2	Aplicações recentes da meta-heurística GRASP	23
1.5.3	Revisão dos estudos relacionados com a meta-heurística path relinking	23
1.5.3.1	Primeiros estudos a respeito da meta-heurística path relinking	23
1.5.3.2	Aplicações recentes da meta-heurística path relinking	24
2	O PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	27
2.1	Modelo matemático para o problema de RSDEE.....	29
2.2	Cálculo do número de topologias possíveis para o problema de RSDEE	33
3	MÉTODO PROPOSTO	35
3.1	A meta-heurística GRASP	35
3.1.1	A meta-heurística GRASP aplicada ao problema de RSDEE.....	38
3.1.2	Fluxograma da meta-heurística GRASP aplicada ao problema de RSDEE	41
3.2	A heurística SDH	42
3.2.1	Aplicação da busca local no modelo matemático aproximado do problema de RSDEE	44
3.3	A meta-heurística path relinking.....	45
3.3.1	Métodos para aplicação do path relinking	45

3.3.1.1	Aplicação do path relinking em problemas binários.....	45
3.3.1.2	Aplicação do PR em problemas sequenciais.....	46
3.3.2	<i>Disposição das soluções no PR.....</i>	47
3.3.3	<i>Path relinking aplicado ao problema de RSDEE.....</i>	48
3.4	<i>Algoritmo proposto.....</i>	49
4	TESTES E RESULTADOS	52
4.1	<i>Teste do sistema de 84 barras</i>	52
4.2	<i>Teste do sistema de 118 barras.....</i>	56
4.3	<i>Teste do sistema de 136 barras</i>	60
4.4	<i>Teste do sistema de 415 barras</i>	63
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	69
	REFERÊNCIAS	70
	ANEXO A – MODELO PNLIM DO PROBLEMA DE RSDEE	74
	ANEXO B – FORMULAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM DO PROBLEMA DE RSDEE.....	77
	ANEXO C – DADOS DOS SISTEMAS.....	79
	ANEXO D – TOPOLOGIA DOS SISTEMAS	99

1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de distribuição de energia elétrica têm a essencial função de distribuir a energia elétrica recebida do sistema de transmissão para os pequenos, médios e grandes consumidores, mantendo padrões adequados de qualidade e fornecendo a energia no instante em que for solicitada. Este serviço é público, mas prestado por concessionárias e permissionárias (ANEEL, 2022a).

O sistema de distribuição pode ser dividido em três partes: alta, média e baixa tensão. A diferença entre estes três tipos está na tensão fornecida, onde a baixa tensão fornece energia elétrica para os consumidores residenciais com tensões menores que 2,3 kV. Normalmente não é comum encontrar tensões acima de 220 V em consumidores residenciais, mas de acordo com a Agência Nacional de Energia Elétrica (órgão regulador no Brasil), até 2,3 kV é considerado baixa tensão. Em seguida, está o fornecimento de energia para as pequenas indústrias, com sua tensão variando entre 2,3 kV até 69 kV, este sistema é chamado de média tensão. Por fim, a distribuição de alta tensão varia de 69 kV até 230 kV, normalmente a distribuição de alta tensão fornece energia para grandes indústrias, onde é demandada uma alta potência para grandes maquinários (ANEEL, 2022a).

Os sistemas de potência de energia elétrica possuem perdas equivalente a 17,5% de toda sua geração, sendo que 4% ocorrem na transmissão e 13,5% na distribuição. A perda de energia elétrica na distribuição de energia pode ser dividida em duas partes, as perdas técnicas (7,5% de toda a potência recebida da transmissão) que são as perdas nas linhas, nos transformadores e nos ramais de ligação e as perdas não técnicas (6% de toda a potência recebida da transmissão) que ocorrem devido a furto ou fraude da energia (ANEEL, 2022b).

Para esta dissertação, é objetivado reduzir as perdas técnicas de energia elétrica que ocorrem nas linhas de distribuição brasileiras. Desta forma, são necessárias medidas para minimizar estas perdas e, a partir disto, gerar os seguintes benefícios (CGIE, 2017):

- Aliviar a carga total sobre o sistema.
- Aumentar a qualidade da energia elétrica fornecida.
- Aumentar o índice de confiabilidade do sistema.
- Melhorar o perfil de tensão do sistema.
- Reduzir os custos operacionais do sistema.
- Preparar a rede para novas expansões de acordo com a necessidade.

Nesta dissertação, as medidas adotadas para reduzir a potência perdida nos circuitos é a resolução do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica (RSDEE). Serão utilizadas as meta-heurísticas *greedy randomized adaptive search procedure* (GRASP), *path relinking* (PR) e a heurística *steepest descent heuristic* (SDH) para a resolução do problema e o objetivo será minimizar as perdas de potência ativa das linhas utilizando o menor investimento. Para esta análise não serão considerados custos de instalação ou manutenção de dispositivos seccionadores.

O problema de RSDEE consiste em encontrar uma topologia radial de um sistema de distribuição de energia elétrica que possui a menor perda de energia na rede de distribuição, onde esta configuração será chamada de solução ótima do problema. Este problema também pode ser utilizado para o planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica ou para o controle em tempo real da operação do sistema, que neste caso, deve ser resolvido de forma rápida com o objetivo de reconfigurar o sistema de distribuição no menor tempo possível. Já para o cenário de planejamento, como o tempo de processamento não é um fator decisivo, busca-se a topologia ótima do sistema para que as perdas sejam mínimas (Mantovani; Casari; Romero, 2000; Possagnolo, 2015).

1.1 Motivação

Esta dissertação propõe a utilização da meta-heurística GRASP com SDH para gerar as soluções iniciais para serem combinadas pelo PR, que utiliza o SDH internamente para realizar cada passo. Esta ideia objetiva a resolução de problemas de grande porte, considerando que apenas o GRASP com SDH é suficiente para encontrar a melhor solução conhecida na literatura para sistemas de pequeno e médio porte.

Esta dissertação surgiu com a intenção de aplicar o PR ao modelo matemático aproximado do problema de reconfiguração de sistemas de energia elétrica, estudar formas de implementação e verificar a eficiência do mesmo, diferente dos trabalhos existentes que apenas avaliam a qualidade das propostas de solução utilizando um algoritmo de fluxo de carga (FC).

Nesta dissertação, as propostas de solução são avaliadas resolvendo o modelo aproximado do problema devido a sua praticidade e velocidade, mas ao final do algoritmo é resolvido o modelo de programação não linear inteira mista (PNLIM) do problema com a melhor solução encontrada para verificar o valor real da função objetivo (FO). Além disso, as estruturas de vizinhanças são implementadas a partir da inserção de restrições inválidas, que removem soluções inteiras do espaço de busca, mantendo apenas as que são consideradas vizinhas da solução corrente.

O PR necessita de duas propostas de solução para gerar o caminho entre elas e nesta dissertação foi escolhido o GRASP por sua robustez e velocidade na geração de soluções factíveis e de qualidade, além de já ter sido muito explorado e provado sua eficiência para este tipo de problema.

Esta combinação de GRASP com PR é muito conhecida e foi bastante explorada na área de automação provando sua eficácia ao longo dos anos, porém, para este problema foi apenas utilizada por Marinho (2020) e neste trabalho o autor não utilizou o modelo matemático do problema, avaliando a FO apenas utilizando um algoritmo de FC.

Também foi utilizado o SDH neste trabalho para realizar uma busca local nas proximidades das propostas de solução encontradas. Para esta dissertação foi utilizada a vizinhança trivial do problema, sendo essa a abertura de um circuito fechado e o fechamento de um circuito aberto. O SDH foi escolhido devido a sua facilidade de implementação e velocidade, considerando que a heurística será utilizada não apenas na fase de busca local do GRASP, como também a cada passo do PR, pois é necessário investigar a vizinhança a cada passo para determinar a melhor solução daquela vizinhança como também a mais próxima da solução guia.

1.2 *Objetivos*

Esta dissertação possui três objetivos, sendo eles:

- Desenvolver uma versão dos algoritmos GRASP, PR e SDH para resolver o problema de RSDEE considerando apenas um nível de demanda e partindo sem uma solução inicial factível em linguagem de programação AMPL®.
- Verificar os métodos de backward e forward no PR e comparar a eficiência de ambos, além de gerar diversas soluções com o GRASP com α variando entre 0 e 1 para obter soluções distintas e de qualidade.
- Realizar uma análise teórica dos pré-processamentos que podem ser considerados no GRASP e PR para melhorar a eficiência da geração de uma solução partindo de que todos os circuitos do sistema estão inicialmente fechados e implementá-los.

1.3 *Contribuições do trabalho*

Esta dissertação apresenta as seguintes contribuições:

- Estratégia de pré-processamento eficiente para verificação de folhas e desconexão no sistema sem a utilização de funções recursivas.

- Estratégia eficiente para geração de propostas de soluções radiais.
- Metodologia eficiente para aplicar o PR ao problema de RSDEE.
- Aplicação das meta-heurísticas GRASP e PR ao problema de RSDEE utilizando seu modelo matemático para a análise da função objetivo e busca em vizinhanças completas.

1.4 Estrutura do trabalho

Esta dissertação segue a seguinte estrutura:

- No Capítulo 2 é explicado de maneira detalhada o problema que foi resolvido nesta dissertação, utilizando um dos sistemas testes, apresenta a formulação matemática que será utilizada para resolver o problema e uma maneira de calcular a quantidade de topologias candidatas a ser solução do problema. Também é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os principais trabalhos relacionados com as meta-heurísticas GRASP e PR e também ao problema de RSDEE.
- No Capítulo 3 são apresentadas as meta-heurísticas GRASP, PR e a heurística SDH de maneira detalhada, bem como as mesmas foram implementadas para resolver o problema de RSDEE. Também é exposto os pré-processamentos que foram implementados utilizados pelo GRASP.
- No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos dos algoritmos implementados comparados com o solver comercial GUROBI® para os sistemas de 84, 118, 136 e 415 barras, bem como é discutida a eficiência de cada algoritmo para cada tipo de sistema.
- No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões sobre o trabalho exposto e também ideias para trabalhos futuros.
- No Anexo A é apresentado o modelo matemático PNLIM do problema de RSDEE.
- No Anexo B é apresentada a formulação cônica de segunda ordem para tornar o problema de RSDEE convexo, tornando-o assim um problema de programação cônica de segunda ordem inteira mista (PCSOIM).
- No Anexo C são apresentados os sistemas testes de 84, 118, 136 e 415 barras utilizados para testar os algoritmos propostos.
- No Anexo D são apresentadas as topologias dos sistemas testes de 84, 118, 136 e 415 barras após a aplicação do pré-processamento 1, onde em vermelho estão os circuitos que devem ser fechados para que a solução seja factível.

1.5 Revisão bibliográfica

Esta seção revisa alguns dos trabalhos que tratam do problema de RSDEE, onde normalmente se realiza a redução das perdas de energia e os trabalhos relacionados as meta-heurísticas GRASP e PR.

1.5.1 Revisão dos estudos relacionados ao problema de RSDEE

Nesta subseção serão apresentados os primeiros estudos a respeito do problema de RSDEE, os primeiros estudos utilizando meta-heurísticas e estudos relevantes recentes.

1.5.1.1 Primeiros estudos heurísticos a respeito do problema de RSDEE

O primeiro trabalho apresentado a respeito do problema de RSDEE foi apresentado por Merlin e Back (1975), onde é apresentada a ideia de alterar a topologia da rede de distribuição urbana a fim de reduzir as perdas de potência ativa do sistema. A ideia deste trabalho é, a partir de um sistema malhado, resolve-se um FC e abre-se o circuito que tiver o menor fluxo de potência, mantendo sempre a conectividade do sistema até a obtenção de um sistema radial. Outra abordagem é a de utilizar um algoritmo do tipo *branch and bound* para resolver o problema, utilizando como limitante superior as perdas encontradas no processo anterior e como limitante inferior as perdas do sistema totalmente malhado.

Outra abordagem para o problema foi proposta na heurística por Civanlar et al. (1988), onde a partir de um sistema radial e conexo, são realizadas trocas entre um circuito fechado e um circuito aberto (*branch exchange*), mantendo sempre a radialidade e conectividade do sistema. Neste trabalho, verifica-se também a variação da perda resultante da transferência de uma carga (ou grupo de cargas) de um alimentador para outro e os autores identificaram que para haver uma redução das perdas, é necessário que exista uma queda de tensão significativa entre os alimentadores que estão desconectadas (circuito aberto) e que a carga que está no lado com a maior queda de tensão seja transferida para o lado com a menor queda de tensão.

No ano seguinte, o trabalho de Shirmohammadi e Hong (1989) propôs um algoritmo construtivo com a ideia semelhante ao apresentado por Merlin e Back (1975), porém é utilizado um FC para redes fracamente malhada para realizar a análise do circuito que será aberto, onde o circuito que passar a menor corrente é escolhido. Neste trabalho também são consideradas restrições que não foram consideradas por (Merlin e Back (1975), como restrições de fluxo máximo de corrente e de nível de tensão nas barras.

1.5.1.2 Primeiros estudos utilizando heurísticas modernas a respeito do problema de RSDEE

Em 1990, Chiang e Jean-Jumeau (1990b) apresentam uma nova formulação multiobjetivo para o problema de RSDEE com os objetivos de reduzir as perdas e balancear as cargas, considerando restrições de carga e operacionais. Além disso, propõe uma metodologia em dois estágios baseada em uma modificação do *simulated annealing* e no método ε -restrição para otimização multiobjetivo genérica. Neste mesmo ano, Chiang e Jean-Jumeau (1990a) apresentam a continuação desse trabalho, onde é resolvida a formulação proposta pela metodologia apresentada e consegue produzir uma solução de boa qualidade em tempo razoável, de acordo com os autores. Além disto, é incorporada a ideia de cálculo aproximado da FO a fim de reduzir o esforço computacional.

Nara et al. (1992) utiliza o *genetic algorithm* (GA) para resolver o problema de RSDEE objetivando as perdas do sistema, sendo este o primeiro trabalho a utilizar o GA para este problema. Porém este trabalho possui problemas em relação à recombinação relacionada a este problema em específico, pois a recombinação pode gerar soluções malhadas e desconexas.

1.5.1.3 Estudos recentes relacionados ao RSDEE

Wang et al. (2020) apresenta uma alternativa diferente das usuais restrições de *spanning tree* (ST) para representar as restrições de radialidade para o problema de restauração e reconfiguração de sistema de distribuição. Os autores analisam as restrições de ST e concluem que as mesmas são necessárias, mas não suficientes para garantir a radialidade de um sistema, portanto apresentam uma proposta baseada na relação pai-filho e na restrição de *single-commodity flow* (SCF0) para contornar este problema, sendo esta nova restrição chamada de SCF+ST. Este trabalho conclui que ambos os conjuntos de restrições (SCF0 e SCF+ST) garantem a radialidade, porém para problemas de restauração é recomendada a utilização das restrições SCF0 e para reconfiguração é recomendado SCF+ST.

No trabalho de Lima et al. (2021) é proposto um algoritmo heurístico para o problema de RSDEE considerando as tarifas de utilização das linhas de transmissão. Considerando este novo fator, o trabalho busca a minimização da utilização das linhas de transmissão. Os autores concluem que o racionamento do uso das redes de transmissão é uma importante ferramenta para evitar o aumento do custo do transporte de energia para o consumidor final.

No trabalho de Helmi et al. (2022) é proposto uma nova abordagem ao problema de RSDEE, onde é apresentado um procedimento com várias etapas chamado *harris hawks optimization* que protagoniza o processo. Este processo é acompanhado de um pré-processamento que analisa o espaço de preparação e gera uma solução inicial factível do problema e um pós-processamento onde é refinada a solução encontrada. Esta proposta é

comparada com duas meta-heurísticas, isto é, *particle swarm optimization* e *cuckoo search algorithm*, onde apresenta maior eficiência.

Azghandi et al. (2023) aborda o problema considerando a penetração de veículos elétricos e geração distribuída em redes de distribuição considerando múltiplas funções objetivas, como perda de energia, custo operacional e energia não fornecida utilizando um algoritmo híbrido de otimização de enxame de partículas aprimorado. Foram realizados testes em um sistema de 95 barras e foi observado superioridade do método em relação a outros algoritmos evolutivos, incluindo otimização de enxame de partículas, otimização de colônia de abelhas artificiais e busca gravitacional aprimorada.

1.5.2 Revisão dos estudos relacionados a meta-heurística GRASP

Nesta subseção serão apresentados os primeiros estudos a respeito do GRASP bem como algumas aplicações recentes da meta-heurística.

1.5.2.1 Primeiros estudos a respeito da meta-heurística GRASP

A meta-heurística GRASP foi introduzida inicialmente por Feo e Resende (1989) como uma heurística probabilística para resolver o *set covering problem*, que é um problema inteiro de difícil solução. Esta meta-heurística busca gerar uma solução inicial de excelente qualidade e, conseqüentemente, reduzir o esforço computacional para realizar as buscas locais para melhorar a solução, já que a solução inicial está próxima de uma solução ótima local ou até da solução global do problema.

No trabalho de Feo, Venkatraman e Bard (1991) a parte construtiva é apresentada oficialmente como GRASP, mas difere da que é conhecida atualmente. Neste estudo é resolvido o *single-machine scheduling problem* e é obtida a solução ótima do problema para 58 de 60 problemas testados utilizando 30 trabalhos, sendo que até o momento o melhor resultado era para problemas com apenas 14 trabalhos.

Feo e Resende (1995) apresentam o GRASP conhecido atualmente, onde é dividido em fase construtiva e fase de busca local. Neste estudo é explicado o funcionamento do GRASP e também são resolvidos os problemas *set covering problem* e *maximum independent set problem*. Além disso, são apresentados alguns problemas que é possível resolver utilizando esta meta-heurística, como *production planning and scheduling problem*, *graph problems*, *location problems*, *quadratic assignment problems* entre outros.

1.5.2.2 Aplicações recentes da meta-heurística GRASP

O trabalho de Almeida et al. (2022) utiliza o GRASP para resolver o problema *multi-vehicle prize collecting arc routing for connectivity* considerando problemas de larga escala, já que as meta-heurísticas utilizadas possuem uma limitação para problemas de grande porte. Neste trabalho, é observado que a meta-heurística é mais eficiente dependendo dos parâmetros adotados e que também é mais eficiente que as meta-heurísticas testadas anteriormente para problemas de larga escala.

No trabalho de Hosseini e Wadbro (2022) é resolvido o problema *transport network design* (TND) com incertezas utilizando o GRASP através de um modelo de otimização. Neste estudo é apresentado um procedimento para obter o custo-benefício do projeto das redes, além da distribuição de incerteza do custo operacional geral.

Casado et al. (2022) utiliza a combinação do GRASP com o Tabu Search (TS) para resolver o problema *maximum intersection of k-subsets* (kMIS). Neste estudo verifica-se que o GRASP consegue gerar soluções 20 vezes mais rápido em relação ao melhor método conhecido na literatura para este problema. O TS é utilizado para não permitir que o algoritmo convirja em um ótimo local e fique preso.

Tsai et al. (2023) apresentou um método para aprimorar a otimização baseada em biogeografia para resolver o problema do caixeiro viajante. O método aprimorado incorpora um procedimento de GRASP e o algoritmo 2-opt. O algoritmo produzido neste trabalho é chamado de G2BBO e otimiza valores iniciais para evitar problemas de ótimos local e acelerar a convergência na solução do TSP. O método foi testado em três conjuntos de dados, mostrando resultados próximos das soluções ótimas em casos simples e um desempenho superior em casos complexos.

1.5.3 Revisão dos estudos relacionados com a meta-heurística path relinking

Nesta subseção serão apresentados os primeiros estudos a respeito do PR bem como algumas aplicações recentes da meta-heurística.

1.5.3.1 Primeiros estudos a respeito da meta-heurística path relinking

Introduzida por Glover e Laguna (1997), o PR foi criado a partir de uma generalização da meta-heurística *scatter search* (SS) e é uma estratégia de intensificação explorando a trajetória entre duas propostas de solução de elite em busca de soluções de qualidade superior das existentes na lista de elite ou na solução corrente. Esta meta-heurística se provou eficiente

para resolver problemas de otimização não-linear inteira mista com restrições lineares e não-lineares.

No ano seguinte após a introdução, Glover (1998) apresenta modelos em pseudocódigo para as meta-heurísticas SS e PR, onde também são apresentadas sugestões para a utilização para gerar diversificação para vetores binários, vetores inteiros sequenciais e para problemas de permutação. Além disso, são apresentados alguns filtros ou pré-processamentos, onde são utilizadas estratégias para evitar soluções duplicadas e como são realizadas as transições entre soluções.

No trabalho apresentado por Glover, Laguna e Martí (2000), foram introduzidas novas maneiras de abordar a forma com que as soluções serão ligadas, dentre elas a abordagem *variation and tunneling*, onde há geração simultânea de dois caminhos em direção a um ponto intermediário entre as duas soluções, a abordagem *extrapolated relinking*, onde é explorada a área externa as soluções utilizadas, fazendo a busca continuar após encontrar a solução guia e a abordagem *multiple parents*, onde é utilizado um conjunto de soluções como guia, sendo a busca realizada no intervalo entre a solução inicial e a combinação ponderada das soluções do conjunto, onde terá maior peso o atributo que se repetir mais vezes durante o processo.

1.5.3.2 Aplicações recentes da meta-heurística path relinking

No trabalho de Abdelmaguid (2020) é proposta a meta-heurística SS com PR para resolver o *multiprocessor open shop scheduling problem*. Neste trabalho é apresentada uma nova função de distância para problemas de escalonamento e também é feita uma análise teórica para a eficiência das propostas de vizinhanças.

Andrade et al. (2021) apresenta a meta-heurística *multi-parent biased random-key genetic algorithm with implicit path relinking* (BRKGA-MP-IPR), onde é utilizado múltiplas soluções para a geração de novas propostas e estas são hibridizadas utilizando o *implicit path relinking* como forma de busca local. Foram resolvidos alguns problemas, dentre eles o *wireless backhaul network design problem*, *firmware-over-the-air scheduling problem* e o *winner determination problem*, onde estes possuem uma representação híbrida, representação de permutação e uma representação de limite, respectivamente. Os testes apontam que a meta-heurística BRKGA-MP-IPR possui eficiência superior em comparação ao *biased random-key genetic algorithm*.

No trabalho de Thammano e Rungwachira (2021) é proposto uma hibridização de três algoritmos, sendo eles uma modificação do *ant system algorithm*, *sweep algorithm* e a meta-heurística PR. Esta proposta foi comparada com a modificação do algoritmo de sistema de formigas, onde percebeu-se que, apesar do alto custo computacional, consegue encontrar

soluções de qualidade superior para sistemas de pequeno e médio porte, porém não apresentam melhorias para problemas de grande porte.

O artigo de Lozano-Osorio, Oliva-García e Sánchez-Oro (2023) propõe o uso de meta-heurísticas para resolver o problema de *target set selection*. O problema visa maximizar o número de usuários ativos ao disseminar informações em uma rede social, introduzindo recompensas e custos de ativação para otimizar a seleção de um conjunto inicial de usuários sob um orçamento limitado. Duas abordagens de Path Relinking são propostas e comparadas com o estado da arte, incluindo um conjunto desafiador de instâncias derivadas de redes sociais reais onde o método anterior não obteve sucesso.

Por fim, é apresentado uma tabela resumindo o estudo bibliográfico e comparando com o proposto neste trabalho.

Tabela 1 – Resumo do estudo bibliográfico

Assunto	Referência	Contribuições
Problema de RSDEE	(Merlin; Back, 1975)	Apresentou o problema de RSDEE e uma heurística para resolve-lo.
	(Civanlar et al., 1988)	Apresenta a estrutura básica de vizinhança.
	(Shirmohammadi; Hong, 1989)	Melhora o pré-processamento e adiciona novas restrições ao problema.
	(Chiang; Jean-Jumeau, 1990b)	Apresenta uma metodologia em dois estágios para resolver o problema.
	(Chiang; Jean-Jumeau, 1990a)	Resolve a formulação proposta na primeira parte, provando que é possível encontrar soluções de qualidade em tempo razoável.
	(Nara et al., 1992)	Primeiro trabalho utilizando GA para resolver o problema, apresentando os principais pontos de falha deste método.
	(Wang et al., 2020)	Apresenta novas restrições para o problema de reconfiguração para garantir a radialidade das soluções.
	(Lima et al., 2021)	Considera tarifas de utilização das linhas de transmissão, onde o objetivo muda para minimizar o uso destas linhas, reduzindo consequentemente o custo do transporte de energia.
	(Helmi et al., 2022)	Apresenta um procedimento que se mostra superior as meta-heurísticas <i>particle swarm optimization</i> e <i>cuckoo search algorithm</i> para este problema.
	(Azghandi et al., 2023)	Considera a penetração de veículos elétricos e a geração distribuída com múltiplas funções objetivo.
GRASP	(Feo; Resende, 1989)	Apresenta a primeira versão do GRASP como uma heurística probabilística.

Assunto	Referência	Contribuições
	(Feo; Venkatraman; Bard, 1991)	Apresenta a parte construtiva do GRASP, mas diferente do que é atualmente utilizado.
	(Feo; Resende, 1995)	Apresenta o GRASP da forma que ele é conhecido atualmente.
	(Almeida et al., 2022)	Resolve o problema <i>multivehicle prize collecting arc routing for connectivity</i> em larga escala utilizando o GRASP.
	(Hosseini; Wadbro, 2022)	Resolve o problema <i>transport network design</i> com o GRASP considerando incertezas através de um modelo matemático.
	(Casado et al., 2022)	Combina o GRASP com TS para resolver o problema kMIS.
	(Tsai et al., 2023)	Apresenta um método eficiente baseado no GRASP e na troca 2-opt para resolver o problema do caixeiro viajante.
Path Relinking	(Glover; Laguna, 1997)	Introduz o PR como uma generalização da meta-heurística SS.
	(Glover, 1998)	Recomenda abordagens para utilizar o PR de maneira eficiente.
	(Glover; Laguna; Martí, 2000)	Apresenta novas abordagens para utilizar o PR.
	(Abdelmaguid, 2020)	Apresenta uma nova função de distância para problemas de escalonamento e faz uma análise teórica sobre a sua eficiência.
	(Andrade et al., 2021)	Apresenta a meta-heurística BRKGA-MP-IPR, onde o PR implícito é utilizado como busca local e resolve três problemas diferentes para provar sua eficiência.
	(Thammano; Rungwachira, 2021)	Propõe a hibridização de três algoritmos, onde apresenta que apesar do alto custo computacional, apresenta bons resultados.
	(Lozano-Osorio; Oliva-García; Sánchez-Oro, 2023)	Apresenta duas abordagens do PR, analisa o estado da arte e resolve o problema de <i>target set selection</i> .
Dissertação	Resolver o problema de RSDEE para instâncias de médio e grande porte utilizando seu modelo matemático sem a necessidade de analisar todo o espaço de busca, onde serão utilizadas as meta-heurísticas GRASP e PR para gerar e melhorar as propostas de solução e serão utilizadas estruturas de vizinhança no modelo matemático para limitar o espaço de busca.	

Fonte: Próprio autor.

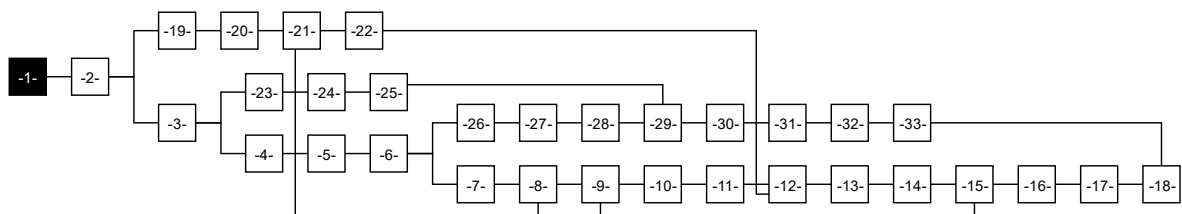
2 O PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

O problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica é um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM), não convexo e de difícil solução. Neste problema, o objetivo é encontrar a topologia radial de um sistema de distribuição de energia elétrica que minimiza as perdas de potência ativa do sistema. (Civanlar et al., 1988)

Normalmente os sistemas de distribuição de energia elétrica são malhados a fim de aumentar a confiabilidade do sistema, já que se houver necessidade de isolar algumas das barras do sistema por algum motivo, é possível realizar isto sem afetar todos os consumidores da rede de distribuição. Isso ocorre devido à característica de que estes sistemas operam de forma radial, ou seja, nem todos os circuitos deste sistema estão sendo utilizados e, conseqüentemente, é possível redirecionar o fluxo de potência através de circuitos antes abertos e remover circuitos que antes passavam o fluxo sem perder a radialidade e conectividade do sistema.

Um exemplo de sistema de distribuição pode ser observado na Figura 1, onde tem-se um sistema de 33 barras que foi apresentado por Baran e Wu (1989) e este será o sistema utilizados nesta dissertação para apresentar os métodos que serão utilizados.

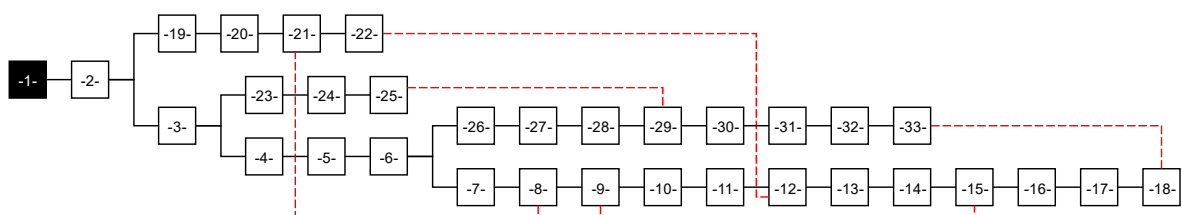
Figura 1 – Sistema de 33 barras



Fonte: Adaptado de (Baran; Wu, 1989)

Na Figura 1 é possível identificar a presença de 33 barras ($nb = 33$) e 36 circuitos ($nr = 36$) no sistema de distribuição, sendo a barra 1 (em preto) a subestação e as demais barras (em branco) de carga. Uma proposta de solução radial e conexa para este sistema é apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Proposta de solução para o sistema de 33 barras



Fonte: Adaptado de (Baran; Wu, 1989)

Onde as linhas tracejadas em vermelho representam circuitos abertos. Observa-se que esta configuração apresentada na Figura 2 é radial (não há laços) e conexa (todas as barras estão interconectadas), logo esta configuração pode ser uma proposta de solução para este sistema, dependendo das limitações físicas das barras e dos circuitos.

Para a geração de uma proposta de solução para esse sistema sabendo que existe apenas uma barra de subestação, é necessário que exatamente $nb - 1$ circuitos estejam fechados (neste caso 32) ou que $nr - nb + 1$ circuitos estejam abertos (neste caso 5) para que o sistema seja radial. Nota-se que essas condições são equivalentes e nesta dissertação será utilizada a segunda condição, pois, considerando que o ponto de partida para a geração da solução inicial é que todos os circuitos do sistema estão inicialmente fechados, é intuitivamente mais simples utilizar a quantidade de circuitos abertos como o contador de iterações.

Todas as barras do sistema devem ser interconectadas para garantir a conectividade do sistema. Isso é essencial, especialmente porque há apenas uma subestação na barra 1. No entanto, vale ressaltar que, embora a conectividade e a radialidade sejam condições necessárias para a solução proposta, elas não garantem a factibilidade da solução. A factibilidade também depende das restrições físicas das linhas e dos geradores, tornando-as condições necessárias, mas não suficientes para resolver o problema.

Outra forma de ver este problema é apresentada por Possagnolo (2015) como:

[...] dado um grafo, encontrar uma árvore geradora que minimize uma função objetivo, como as perdas, satisfazendo as seguintes restrições:

- Os limites de tensão nas barras do sistema;
- A capacidade de corrente nos alimentadores;
- As duas leis de Kirchhoff sistematizadas através do fluxo de carga;
- A configuração deve ser radial.

Logo, o objetivo para este problema pode ser a redução da potência ativa dissipada nas linhas ou melhorar o perfil de tensão, dentre outras opções. Porém para esta dissertação será objetivado a redução das perdas de potência ativa do sistema e, para isto, deve ser encontrada a configuração radial que minimiza as perdas de potência ativa nas linhas e atenda todas as demandas e restrições do sistema.

2.1 Modelo matemático para o problema de RSDEE

Com esse objetivo em mente, é possível utilizar algumas teorias de programação cônica de segunda ordem para o problema de RSDEE, relaxando o modelo matemático. Esta aproximação consegue tornar o problema, que é um PNLIM, em um problema de PCSOIM. Este modelo assume o mostrado em (1)–(17) e foi adaptado de Delgado (2015) e de Mejia et al. (2023).

$$\text{minimizar } FO = \sum_{(i,j) \in \Omega_l} R_{i,j} I_{i,j}^{sqr} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{(k,i) \in \Omega_l} P_{k,i} - \sum_{(i,j) \in \Omega_l} (P_{i,j} + R_{i,j} I_{i,j}^{sqr}) + P_i^S - P_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2)$$

$$\sum_{(k,i) \in \Omega_l} Q_{k,i} - \sum_{(i,j) \in \Omega_l} (Q_{i,j} + X_{i,j} I_{i,j}^{sqr}) + Q_i^S - Q_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3)$$

$$V_i^{sqr} - V_j^{sqr} + b_{i,j} = 2(R_{i,j} P_{i,j} + X_{i,j} Q_{i,j}) + I_{i,j}^{sqr} (R_{i,j}^2 + X_{i,j}^2) \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (4)$$

$$I_{i,j}^{sqr} V_j^{sqr} \geq P_{i,j}^2 + Q_{i,j}^2 \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (5)$$

$$|b_{i,j}| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2) (1 - y_{i,j}) \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (6)$$

$$0 \leq I_{i,j}^{sqr} \leq \bar{I}_{i,j}^2 y_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (7)$$

$$|P_{i,j}| \leq \bar{V} \bar{I}_{i,j} y_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (8)$$

$$|Q_{i,j}| \leq \bar{V} \bar{I}_{i,j} y_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (9)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (10)$$

$$\sum_{(i,j) \in \Omega_l} y_{i,j} = nb - 1 \quad (11)$$

$$\sum_{(j,i) \in \Omega_l} y_{j,i} + \sum_{(i,j) \in \Omega_l} y_{i,j} \geq 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (12)$$

$$y_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (13)$$

$$\sum_{(j,i) \in \Omega_l} f_{j,i} - \sum_{(i,j) \in \Omega_l} f_{i,j} + gf_i = 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (14)$$

$$|f_{i,j}| \leq (nb - 1)y_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (15)$$

$$gf_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq S_f \quad (16)$$

$$gf_i \leq nb \quad \forall i \in \Omega_b, i = S_f \quad (17)$$

No modelo acima, FO representa as perdas de potência ativa que devem ser minimizadas, $R_{i,j}$ é a resistência do circuito (i,j) , $X_{i,j}$ é a reatância do circuito (i,j) , $I_{i,j}$ é a corrente do circuito (i,j) e $I_{i,j}^{sqr}$ é o quadrado da corrente do circuito (i,j) , $P_{i,j}$ é o fluxo de potência ativa no circuito (i,j) , $Q_{i,j}$ é o fluxo de potência reativa no circuito (i,j) , P_i^S é a potência ativa gerada na barra i , Q_i^S é a potência reativa gerada na barra i , P_i^D é a potência ativa demandada na barra i , Q_i^D é a potência reativa demandada na barra i , V_i é a tensão na barra i e V_i^{sqr} é o quadrado da tensão na barra i , $b_{i,j}$ é uma variável de folga que impede a queda de tensão do circuito (i,j) quando ele estiver aberto, \bar{V} é o limite superior de tensão, \underline{V} é o limite inferior de tensão, $\bar{I}_{i,j}$ é o limite superior de corrente, nb é o número de barras do sistema, $y_{i,j}$ é a variável binária que representa o estado de abertura ou fechamento do circuito (i,j) , $f_{i,j}$ representa um fluxo de potência artificial que passa pelo circuito (i,j) e gf_i representa uma geração artificial na barra i . Os conjuntos Ω_l e Ω_b representam o conjunto de circuitos e o conjunto de barras, respectivamente, e S_f representa a subestação fictícia que será utilizada para alocar a geração artificial.

Neste modelo, (1) é a equação que calcula as perdas de potência ativa do sistema, onde esta será a FO do problema e deve ser minimizada.

As restrições (2) e (3) são as responsáveis para garantir o balanço de potência ativa e reativa, respectivamente.

A restrição (4) é responsável pelo cálculo da queda de tensão em cada circuito, tendo a necessidade de uma variável de folga para restringir a queda de tensão à apenas circuitos que estão conectados.

A restrição (5) representa a relação entre o quadrado da tensão na barra j , o quadrado da corrente no circuito (i,j) , o quadrado da potência ativa no circuito (i,j) e o quadrado da potência reativa no circuito (i,j) , sendo esta restrição uma aproximação da restrição não linear do problema de RSDEE utilizando PCSOIM.

A restrição (6) controla o valor da variável $b_{i,j}$ em função de $y_{i,j}$, sendo esta restrição que controla se ocorrerá a queda de tensão nos circuitos.

A restrição (7) representa a restrição física do fluxo máximo de corrente suportado pelo circuito, onde a corrente que passa em um condutor deve ser menor que a corrente máxima suportada pelo mesmo.

As restrições (8) e (9) representam que a potência ativa e reativa transferida deve ser menor que a potência máxima que é possível transferir nos limites de tensão e corrente.

A restrição (10) garante que a tensão esteja entre seu limite inferior e limite superior para que a operação do sistema seja garantida.

A restrição (11), como explicado anteriormente, garante que o número de ramos fechados deve ser igual a $nb - 1$ e juntamente com a restrição (2), que garante a conectividade de uma proposta de solução, garante uma proposta de solução radial, enquanto que a restrição (12) garante que pelo menos um circuito está conectado à cada barra.

A restrição (13) representa o conjunto de valores que $y_{i,j}$ pode assumir, sendo no caso uma variável binária.

Por fim, a restrição (14) representa o balanço de potência artificial, enquanto que as restrições (15), (16) e (17) limitam as variáveis artificiais utilizadas. Este conjunto de restrições garante que existe um caminho entre a subestação e cada barra do sistema, reforçando a restrição (12).

Além das restrições apresentadas, foi realizada a troca de variáveis quadráticas V_i^2 e $I_{i,j}^2$ por V_i^{sqr} e $I_{i,j}^{sqr}$, respectivamente. Esta troca, que representa apenas uma substituição, é necessária para tornar o modelo linear. Assim, apenas as relações (7) e (10) são mudadas em relação com uma formulação tradicional. Esse processo de substituição é possível porque essas variáveis aparecem apenas elevadas ao quadrado nas restrições tradicionais.

A geração da proposta de solução começa com todos os circuitos fechados. Durante essa etapa inicial, é importante usar um algoritmo de FC para redes fracamente malhadas, com as variáveis de decisão relaxadas. Isso permite identificar os circuitos com o menor fluxo de potência e selecionar qual deve ser aberto. Desta forma, as restrições (18) e (19) serão adicionadas para calcular o fluxo de potência para redes fracamente malhadas e será substituída a restrição (5) pela sua restrição não-linear (20). A restrição (13) será substituída por (21) para relaxar a variável binária $y_{i,j}$.

$$V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{i,j}) + R_{i,j} Q_{i,j} - X_{i,j} P_{i,j} = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (18)$$

$$|\varphi_{i,j}| \leq M(1 - y_{i,j}) \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (19)$$

$$I_{i,j}^{sqr} V_j^{sqr} = P_{i,j}^2 + Q_{i,j}^2 \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (20)$$

$$0 \leq y_{i,j} \leq 1 \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (21)$$

Onde θ_i é a fase da tensão na barra i , $\varphi_{i,j}$ é uma variável de folga semelhante a $b_{i,j}$.

A restrição (18) representa a relação entre tensão, impedância e potência não-linear provocada pela defasagem angular entre as barras, a restrição (19) representa os limites da variável de folga $\varphi_{i,j}$ para o circuito (i,j) em função do valor de $y_{i,j}$, a restrição (20) representa a restrição não-linear original do problema de RSDEE e a restrição (21) representa o relaxamento da variável binária $y_{i,j}$.

Além da necessidade do FC para redes fracamente malhadas com relaxamento na variável de decisão, é utilizado também o relaxamento da FO para manter a factibilidade das propostas de solução que são radiais e conexas, porém não cumprem as restrições de demanda e geração de potência. Desta forma, a FO (1) é substituída por (22) e as restrições (2) e (3) são substituídas pelas restrições (23) e (24). Também são adicionadas as restrições (25)–(29) para restringir as novas variáveis de folga.

$$\text{minimizar } v = \sum_{(i,j) \in \Omega_l} R_{i,j} I_{i,j}^{sqr} + \sum_{i \in \Omega_b} M(P_i^{gf} + Q_i^{gfp} + Q_i^{gfn}) \quad (22)$$

Sujeito a:

$$\sum_{(k,i) \in \Omega_l} P_{k,i} - \sum_{(i,j) \in \Omega_l} (P_{i,j} + R_{i,j} I_{i,j}^{sqr}) + P_i^S - P_i^D + P_i^{gf} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (23)$$

$$\sum_{(k,i) \in \Omega_l} Q_{k,i} - \sum_{(i,j) \in \Omega_l} (Q_{i,j} + X_{i,j} I_{i,j}^{sqr}) + Q_i^S - Q_i^D + Q_i^{gfp} - Q_i^{gfn} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (24)$$

$$P_i^{gf} \leq P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (25)$$

$$Q_i^{gfp} \leq Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall Q_i^D \geq 0 \quad (26)$$

$$Q_i^{gfn} \leq -Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall Q_i^D < 0 \quad (27)$$

$$Q_i^{gfp} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall Q_i^D < 0 \quad (28)$$

$$Q_i^{gfn} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall Q_i^D \geq 0 \quad (29)$$

Neste caso, M é um valor elevado para prejudicar a FO caso seja utilizado alguma variável de folga, P_i^{gf} é a potência ativa de folga gerada na barra i , Q_i^{gfp} é a parcela positiva da potência reativa de folga gerada na barra i e Q_i^{gfn} é a parcela negativa da potência reativa de folga gerada na barra i .

2.2 Cálculo do número de topologias possíveis para o problema de RSDEE

Para o problema de RSDEE, as soluções assumem uma proposta de solução binária e existem restrições de radialidade que impõem que o número de circuitos ativos deve ser igual à $nb - 1$, logo a vizinhança torna-se limitada a trocas de posições de um par de circuitos (um ativo e um desativado). Porém, além da troca, o sistema deve manter a conectividade, logo, caso aberto um circuito que alimenta um conjunto de barras, o mesmo conjunto deve ser alimentado por um dos novos circuitos que será adicionado, caso contrário o problema torna-se infactível.

Observa-se que para um grafo com nr circuitos e nb barras, verifica-se facilmente que existe um total de 2^{nr} propostas de solução, mas apenas utilizando o critério da radialidade, é possível reduzir este número para $C_{(nr),(nb-1)} = \frac{nr!}{(nb-1)!(nr-nb+1)!}$ possibilidades, pois só é possível uma solução candidata seja factível se tiver exatamente $nb - 1$ circuitos ativos.

Porém esta quantidade de topologias também é muito acima da realidade, pois considera muitas topologias não radiais ou desconexas como proposta de solução. Para encontrar a quantidade exata de topologias radiais é necessário o uso da matriz laplaciana. (Macedo et al., 2018)

Para isto, é necessário gerar a matriz laplaciana através da seguinte equação:

$$l_{i,j} = \begin{cases} \text{grau}(i) & \text{se } i = j \\ -1 & \text{se existe um ramo entre } i \text{ e } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall (i,j) \in \Omega_l \quad (30)$$

Sendo $l_{i,j}$ o valor do elemento (i,j) da matriz laplaciana e o grau de uma barra representa a quantidade de circuitos conectados à mesma. Para calcular a quantidade de topologias radiais possíveis de um sistema é necessário calcular qualquer cofator da matriz laplaciana do sistema em questão.

Para o caso do sistema de 33 barras, é calculado o número de topologias radiais possíveis na Tabela 2.

Tabela 2 – Número de possíveis soluções para o sistema de 33 barras

Equação utilizada	Número de possíveis soluções
2^{nr}	$1,3744 \times 10^{11}$
$C_{(nr),(nb-1)}$	$4,3590 \times 10^5$
Cofator da matriz laplaciana	$5,0751 \times 10^4$

Fonte: Próprio autor.

É possível notar que a quantidade exata de topologias radiais é muito menor que a calculada pelas outras formas, representando aproximadamente $3,69 \times 10^{-5}\%$ em relação ao total calculado pela equação 2^{nr} e $11,6428\%$ em relação à combinação $C_{(nr),(nb-1)}$.

3 MÉTODO PROPOSTO

Nesta seção, foi explorado três importantes abordagens para resolver problemas de otimização: o GRASP, o PR e a SDH. Sendo o GRASP e o PR meta-heurísticas e o SDH uma heurística de busca em vizinhança.

3.1 A meta-heurística GRASP

Neste capítulo será mais detalhado o funcionamento da meta-heurística GRASP e como ele será utilizado nesta dissertação. É uma das meta-heurísticas mais eficientes existentes na literatura de pesquisa operacional, onde sua estratégia possui quatro etapas:

1. Pré-processamento: Nesta etapa o objetivo é reduzir o número de variáveis disponíveis através de estratégias que variam de acordo com o problema trabalhado.
2. Fase construtiva: A parte construtiva do GRASP é feita por uma heurística que pode ser do tipo guloso, semi-aleatório ou totalmente aleatório, sendo estas opções definidas pelo valor do parâmetro α , onde $\alpha = 0$ representa um algoritmo guloso e $\alpha = 1$ um algoritmo totalmente aleatório.
3. Busca local: Após a geração da solução inicial, a mesma é melhorada através de uma busca local.
4. Análise do critério de parada e armazenamento de solução: A solução encontrada é armazenada, considerando que ela é um ótimo local. Caso o critério de parada seja atendido, o algoritmo finaliza e retorna o valor da melhor FO encontrado.

O objetivo do pré-processamento é identificar certas subestruturas, ou seja, atributos ou conjuntos de atributos que permitam um processo de busca construtiva mais eficiente ou uma redução no espaço de busca do problema. Para o problema de RSDEE é possível verificar que existem barras que possuem apenas um circuito que o conecta ao sistema (folhas) e esse circuito, quando aberto, torna o grafo desconexo. Para garantir a conectividade do sistema é necessário que o circuito em questão esteja fechado, logo deixa de ser uma variável para o problema. Este tema será abordado com mais profundidade na Seção 4.1.

A fase construtiva do GRASP consiste em aplicar um algoritmo de busca de vizinhança baseado em um algoritmo heurístico construtivo (AHC) de tipo guloso generalizado. A ideia central é gerar soluções de alta qualidade, superando as limitações do AHC de tipo guloso. Além disso, essa abordagem permite gerar um grande número de soluções diferentes e de qualidade quando o algoritmo é executado várias vezes. (Romero; Lavorato, 2012)

Um AHC de tipo guloso é capaz de gerar uma solução de boa qualidade através de uma sequência de passos, em que cada passo adiciona uma componente à solução em construção. Essa componente é selecionada com base em um indicador de sensibilidade. Na fase construtiva do GRASP, o objetivo é superar as limitações do AHC e gerar um grande número de soluções diferentes. Para isso, a lógica principal do GRASP consiste em selecionar a próxima componente da solução em construção a partir de uma lista denominada *restrict candidate list* (RCL), que contém apenas um conjunto reduzido de candidatos. Em contraste, um AHC simplesmente escolheria o primeiro elemento dessa lista RCL. O número de elementos incluídos na lista RCL é variável e leva em consideração a qualidade das componentes candidatas e um parâmetro específico. (Romero; Lavorato, 2012)

O processo de construção do algoritmo GRASP é composto pelos seguintes passos na fase construtiva:

1. Selecionar uma solução inicial, que pode ser vazia, isto é, sem a adição de componentes, e que será usada como base para a solução em construção.
2. Para a solução em construção (que já contém alguns elementos), elaborar uma lista RCL contendo as k componentes mais atrativas, usando um indicador de sensibilidade.
3. Escolher um elemento (componente) dos k elementos presentes na lista RCL e atualizar a solução em construção com a adição da componente escolhida.
4. Verificar se a solução em construção é factível ou se o critério de parada foi atingido (caso não tenha sido encontrada uma solução factível). Se sim, encerrar a fase construtiva. Caso contrário, retornar ao passo 2.

Portanto para o funcionamento do GRASP é necessário gerar uma lista RCL, mas deve-se ter um indicador de sensibilidade para isto. Seja $f(x)$ a FO de um problema com variáveis x , um indicador de sensibilidade apresentar a seguinte proporção: (Romero; Lavorato, 2012)

$$h(x_i) \propto \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \quad (31)$$

A função $h(x_i)$ tem como objetivo avaliar a qualidade de uma decisão em relação à variação da FO. Essa função pode ser obtida de forma matemática ou por meio de informações intuitivas ou experiência do pesquisador. Se o problema for de minimização da FO $f(x)$, então a variável mais atrativa será aquela que apresenta o menor valor de $h(x_i)$. Dessa forma, todas as variáveis cujos índices satisfazem determinados critérios farão parte do conjunto RCL. (Romero; Lavorato, 2012)

$$h^{max} = \max_{i \in X} \{h(x_i)\} \quad (32)$$

$$h^{min} = \min_{i \in X} \{h(x_i)\} \quad (33)$$

$$RCL = \{i \in X \mid h^{min} \leq h(x_i) \leq h^{min} + \alpha(h^{max} - h^{min})\} \quad (34)$$

Onde X é o conjunto de índices das variáveis que ainda podem ser adicionadas e α é um parâmetro fornecido pelo usuário com valores $0 \leq \alpha \leq 1$.

Logo, um AHC do tipo guloso escolheria a variável x_i com $h(x_i) = h^{min}$. O parâmetro α representa uma relação proporcional indo de um algoritmo guloso ($\alpha = 0$) até um aleatório ($\alpha = 1$).

Após a elaboração dos elementos da lista RCL, o próximo passo consiste em escolher um elemento dessa lista para ser adicionado à solução em construção. Essa escolha pode ser realizada de duas maneiras: aleatoriamente ou por meio de uma função de distribuição de probabilidade, como a função de distribuição de probabilidade linear $b_i = 1/r_i$. Nessa função, r_i representa a posição que a componente i ocupa na lista RCL, ordenada de acordo com a qualidade do indicador de sensibilidade (sendo a melhor componente a primeira da lista). A probabilidade de escolha do elemento i é encontrada usando a seguinte relação. (Romero; Lavorato, 2012)

$$p_i = \frac{b_i}{\sum_{j \in RCL} b_j} \quad (35)$$

Para o seguinte exemplo, vamos supor que está sendo resolvido um problema usando o GRASP e foram selecionadas as seguintes componentes ordenadas em ordem de qualidade: x_2, x_4, x_5 e x_9 .

Tabela 3 – Probabilidade de escolha das componentes

Variável x_i	r_i	b_i	p_i
x_2	1	1	60/125
x_4	2	1/2	30/125
x_5	3	1/3	20/125
x_9	4	1/4	15/125

Fonte: Próprio autor.

Ao utilizar a função de distribuição de probabilidade linear ($b_i = 1/r_i$) e as equações apresentadas anteriormente, é possível determinar facilmente a probabilidade de escolha de cada componente, conforme mostrado na Tabela 3. No caso de escolha aleatória, a probabilidade é igual para todas as variáveis e é igual a 0,25.

Ao longo do tempo, o algoritmo GRASP evoluiu e se tornou mais sofisticado na fase de busca local. A fase de busca local pode ser simples ou complexa, permitindo a implementação

de uma heurística tipo SDH nos casos mais simples ou o uso de outras meta-heurísticas mais avançadas, como SA, GA, TS, VNS, entre outras. Propostas intermediárias podem incorporar estratégias de otimização presentes em meta-heurísticas sofisticadas, como o PR, que foi desenvolvida como parte do TS. Para a fase de melhoria local desta dissertação, foi utilizado o SDH.

Resumidamente, o algoritmo GRASP combina duas heurísticas já existentes na pesquisa operacional: o algoritmo heurístico do tipo guloso e a heurística SDH, resultando em uma abordagem mais sofisticada e geral para resolver problemas de otimização. Esta definição foi a base para o GRASP implementado nesta dissertação.

3.1.1 A meta-heurística GRASP aplicada ao problema de RSDEE

Nesta subseção foi explicada a forma como o problema de RSDEE foi abordado em cada uma das quatro etapas do GRASP.

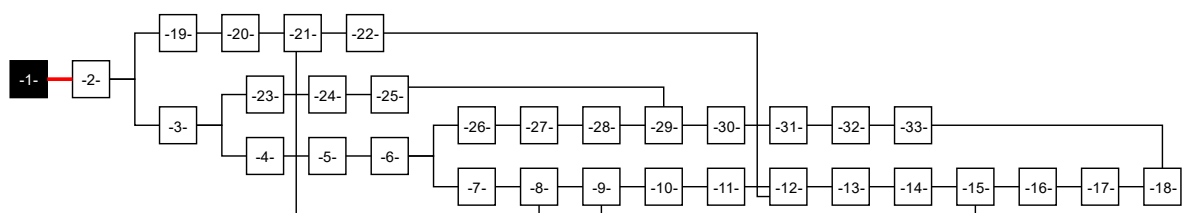
Na fase de pré-processamento, foram implementadas duas ideias que reduzem significativamente o espaço de busca. A primeira ideia é remover as folhas da árvore. Notou-se que, se os circuitos ligados a essas folhas não forem fechados, o sistema se torna desconexo. Portanto, esses circuitos são fixados como fechados e deixam de ser variáveis. O seu pseudocódigo é apresentado a seguir.

Pré-processamento 1

1. Verificar o grau de cada vértice do grafo.
2. Verificar se existe vértices de grau 1, caso exista ir para 3, se não, finalizar.
3. Identificar o circuito que conecta o vértice de grau 1, fixar este circuito em fechado.
4. Identificar os vértices que estão conectados no circuito fixado, reduzir em 1 o grau destes e retornar para 1.

Este pré-processamento foi aplicado no sistema de 33 barras e pode ser observado na Figura 3.

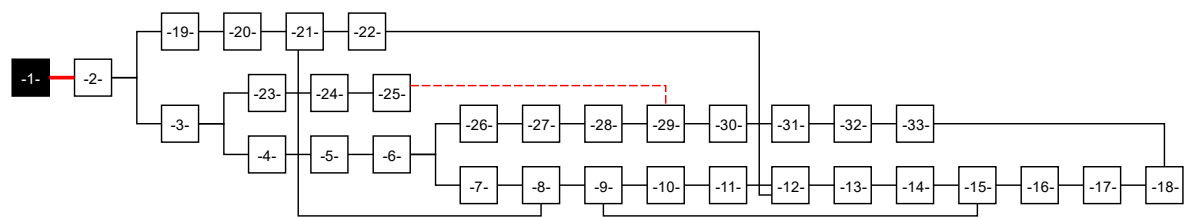
Figura 3 – Sistema de 33 barras após pré-processamento 1.



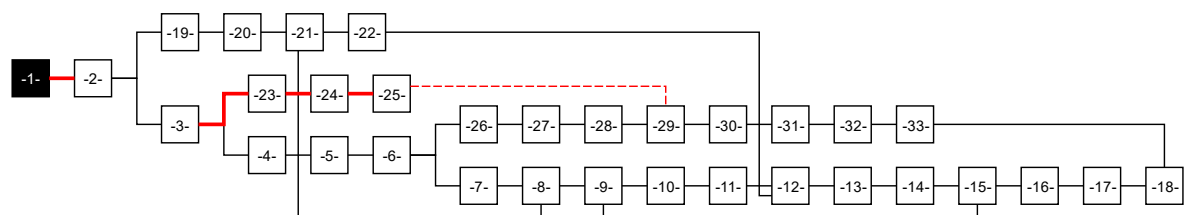
Fonte: Adaptado de (Baran; Wu, 1989).

A linha solida em vermelho representa o circuito fixado em fechado. No caso do sistema de 33 barras, apenas a barra 1 pode ser considerada uma folha, pois possui apenas um circuito (1-2) conectado a ela, e se aberto, a barra 1 será “ilhada” de qualquer proposta de solução existente, logo o problema será infactível. Portanto, quaisquer circuitos que conectem folhas que existirem na árvore devem ser fixados e fechados. Um ponto importante deste pré-processamento é que ele pode ser aplicado durante a fase construtiva do algoritmo, pois ao abrir um circuito, o pré-processamento verifica o grau dos vértices novamente e caso exista algum de grau 1, o circuito é fixado em fechado, conforme o exemplo a seguir.

Figura 4 – Sistema de 33 barras antes (a) e após (b) pré-processamento 1



(a)



(b)

Fonte: Adaptado de (Baran; Wu, 1989).

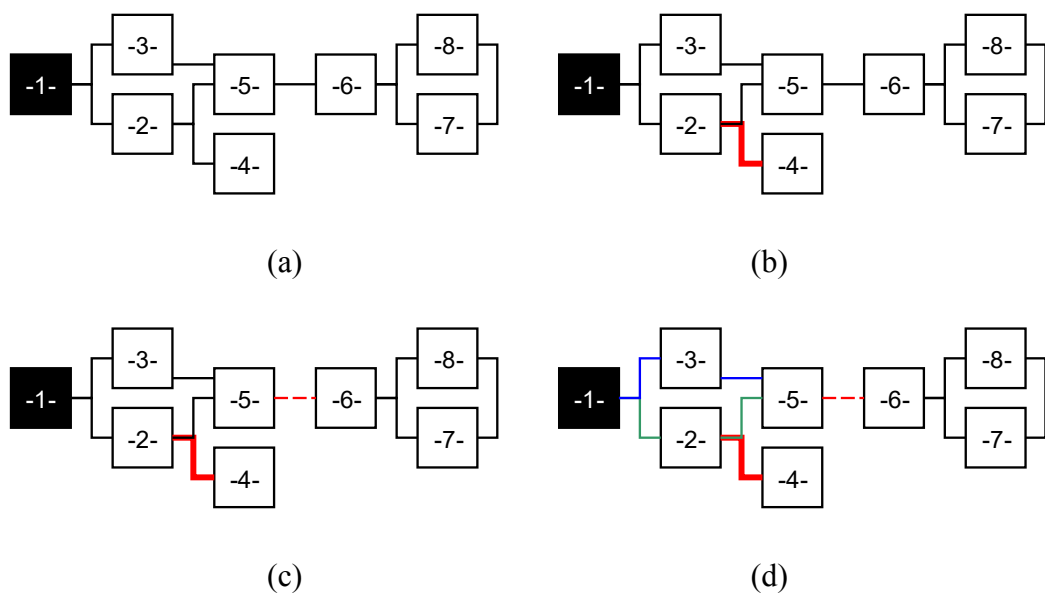
Na Figura 4 é possível observar que ao abrir o circuito 25-29, a barra 25 passou a ser de grau 1, logo existe apenas o circuito (24-25) que conecta esta barra ao sistema, portanto este é fechado, e em consequência, ocorre o mesmo com a barra 24 (circuito 23-24), e em seguida, com a barra 23 (circuito 3-23).

Já o segundo pré-processamento é utilizado após o GRASP escolher o circuito a ser aberto, pois é possível que a abertura de um circuito que, mesmo não sendo uma folha, torne o problema infactível devido à desconexão do sistema, o seu pseudocódigo e um exemplo deste caso podem ser vistos a seguir.

Pré-processamento 2

1. Identificar a subestação e o circuito (m, n) candidato a ser aberto.
2. Identificar um caminho que conecta o vértice da subestação com o vértice m (sub, \dots, m) e um caminho que conecta o vértice da subestação com o vértice n (sub, \dots, n) sem a utilização do circuito (m, n) .
3. Se não existir algum dos caminhos, fixar o circuito em fechado, caso ambos existam, fixar o circuito em aberto.

Figura 5 – Sistema de 8 barras genérico para fins explicativos



Fonte: Próprio autor.

O sistema fictício de 8 barras apresentado na Figura 5(a) será utilizado para explicar o funcionamento do pré-processamento 2. Inicialmente, foi aplicado o pré-processamento 1 e foi constatado que há apenas uma folha no sistema (barra 4). O circuito conectado a essa folha é fixado como fechado (Figura 5 (b)). A seguir, foi decidido através do FC para redes malhadas que será aberto o circuito 5-6 (Figura 5(c)). Porém, mesmo as barras 5 e 6 possuindo grau 3, a abertura do circuito que as conecta torna o sistema infactível, pois ocorre o ilhamento das barras 6, 7 e 8.

A estratégia utilizada para resolver este problema é identificar um caminho que conecta a subestação (barra 1) nas barras terminais do circuito que é desejado abrir (barras 5 e 6). No entanto, esse caminho deve ser encontrado sem utilizar o circuito candidato à abertura. Neste caso observa-se que para a barra 5 existem dois caminhos mostrados na Figura 5(d), sendo eles 1-2-5 (em verde) e 1-3-5 (em azul), porém não há caminhos que conectem a barra 1 até a barra

6 que não utilize o circuito 5-6, logo este circuito deve ser fechado para manter a conectividade do sistema.

Na fase construtiva do algoritmo, após o pré-processamento 1, resolve-se um FC relaxado para redes levemente malhadas e é ordenado da menor para a maior corrente, formando a lista RCL. Com a lista, é escolhido um circuito aleatoriamente entre os candidatos para fazer parte da proposta de solução. Com o candidato, é realizado o pré-processamento 2 e caso conste infactibilidade, o circuito é fixado em fechado e o processo todo é repetido, caso contrário, o circuito é fixado em aberto e é feito novamente o pré-processamento 1 para remover as novas folhas caso existam. Este processo é repetido até se obter uma topologia radial e conexa.

É possível verificar que para gerar uma solução, é necessário realizar no mínimo um FC relaxado para redes levemente malhadas para cada abertura de um circuito e sabendo que será necessário abrir ao menos $nr - nb + 1$ circuitos para a solução ser radial, a quantidade mínima de fluxos que será necessário para gerar $n_{solgerada}$ soluções será igual a:

$$n_{FCRRFM} = (nr - nb + 1)n_{solgerada} \quad (36)$$

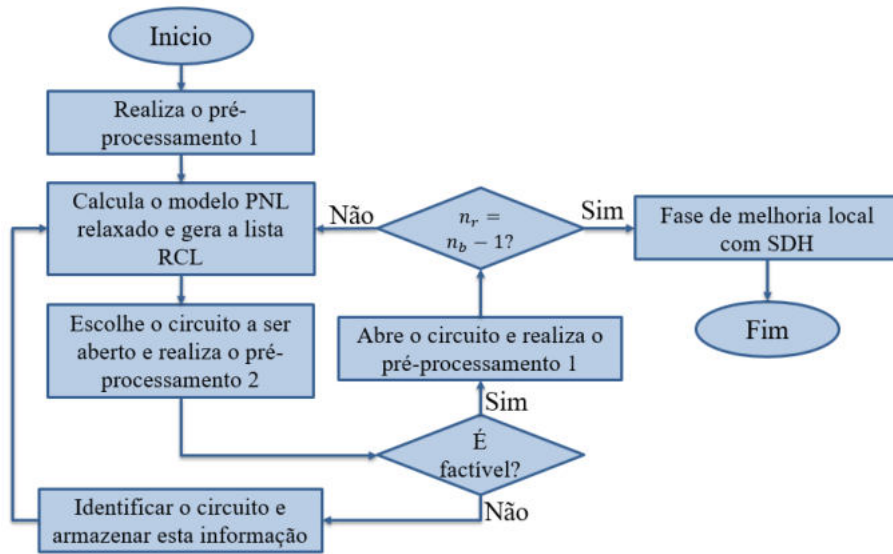
Na fase de melhoria local é utilizado um SDH que realiza a troca de apenas uma dupla de circuitos. Nesta etapa, é realizada a busca e caso encontre uma solução de melhor qualidade, a mesma é armazenada e o processo é repetido com essa nova solução melhorada até que não haja melhoria, neste caso o algoritmo para e apresenta a melhor solução obtida.

Por fim, a factibilidade da solução depende de dois fatores, sendo o primeiro referente à topologia e a segunda às restrições de tensão, corrente e potência. O primeiro caso é garantido na geração pelo pré-processamento 2 e no modelo matemático pelas restrições (11)–(12) e (14)–(17). Para o segundo caso, o modelo matemático aproximado garante a factibilidade da tensão, corrente e potência pelas restrições (2)–(10) enquanto que o modelo exato necessita das restrições (2)–(4), (6)–(10) e (18)–(20).

3.1.2 Fluxograma da meta-heurística GRASP aplicada ao problema de RSDEE

Nesta subseção será apresentado o fluxograma da meta-heurística GRASP que foi aplicado ao problema de RSDEE.

Figura 6 – Fluxograma da meta-heurística GRASP aplicada ao problema de RSDEE



Fonte: Próprio autor.

3.2 A heurística SDH

Neste capítulo será explicado com mais detalhes a busca local utilizada nesta dissertação, sendo ela a heurística SDH. O SDH foi escolhido por ser capaz de trabalhar bem com a vizinhança *branch exchange* e ser extremamente rápido em relação as outras buscas locais mais complexas, pois como será utilizada a cada passo do PR, é necessária sua velocidade.

Existe um número elevado de problemas de otimização com solução binária, como o *knapsack problem*, *max-cut problem* ou *maximum diversity problem*. Normalmente para estes tipos de problema, as estruturas da vizinhança são normalmente induzidas pelas métricas de Hamming. (Duarte et al., 2018)

Na heurística SDH é considerada apenas uma estrutura de vizinhança, onde é buscado uma melhoria a partir de uma solução inicial e, caso encontrada, a incumbente é atualizada para a de melhor qualidade, caso contrário o processo para. O seu pseudocódigo é mostrado na Figura 7.

Figura 7 – Pseudocódigo do SDH

Heurística SDH

1. Identificar a solução inicial $x^0 \in X; k = 0$;
2. Encontrar $\tilde{x} = \operatorname{argmin}\{f(x) | x \in N(x^k)\}$
3. $k = k + 1$
4. Se $f(\tilde{x}) \geq f(x^{k-1})$ então pare, caso contrário $x^k = \tilde{x}$ e retorne para 2.

Fonte: Adaptado de (Crainic; Toulouse, 2003).

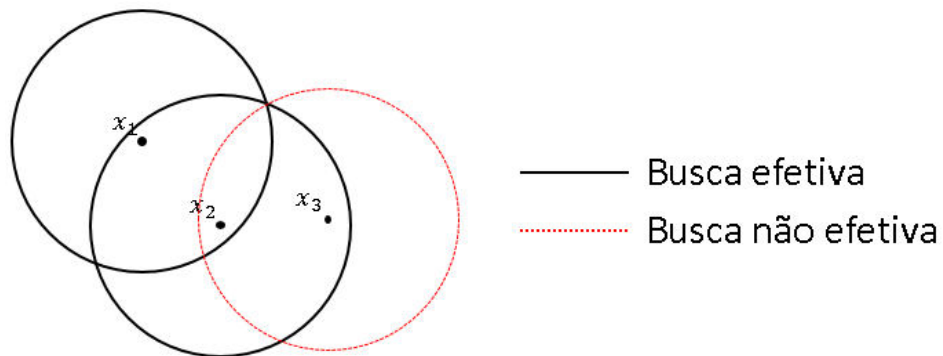
Um exemplo desta heurística é a Figura 8, que é baseada na Tabela 4, onde são apresentados dois passos da heurística e após a tentativa do terceiro, observa-se que não existe solução melhor que x_3 nesta vizinhança e, portanto, a busca é finalizada.

Tabela 4 – Exemplo SDH

Iteração	Ramo a	Ramo b	Ramo c	Ramo d	Ramo e	Ramo f	FO
–	1	1	1	0	0	1	20
1	1	1	0	1	0	1	18
2	1	0	0	1	1	1	12
3	0	1	0	1	1	1	15

Fonte: Próprio autor.

Figura 8 – Exemplo de SDH



Fonte: Próprio autor.

No exemplo de minimização da Tabela 4, partindo de uma solução inicial, é feita a busca local e encontra-se uma solução de melhor qualidade, reduzindo a FO de 20 para 18. Na segunda iteração, como na primeira, foi encontrada uma solução de melhor qualidade, reduzindo a FO para 12. Por fim, na terceira iteração a melhor solução vizinha analisada possui FO maior que a solução atual, neste caso o algoritmo é interrompido e retorna a melhor solução, que no caso é a solução obtida na iteração 2.

Para o problema será considerado que uma busca efetiva foi a que encontrou um vizinho de melhor qualidade em relação ao atual ($f(x_2) > f(x_3)$) em um problema de minimização) e é utilizada a estrutura de vizinhança onde ocorre apenas uma troca de variáveis.

3.2.1 Aplicação da busca local no modelo matemático aproximado do problema de RSDEE

Nesta seção será explicada a forma que foram implementadas a estrutura de vizinhança no modelo matemático aproximado do problema de RSDEE. Para isto foi necessário utilizar as restrições (37) e (38) e também do parâmetro k_{viz} .

$$\sum_{\substack{(i,j) \in \Omega_l \\ \forall y_{i,j}^c = 1}} (1 - y_{i,j}) + \sum_{\substack{(i,j) \in \Omega_l \\ \forall y_{i,j}^c = 0}} (y_{i,j}) \leq 2k_{viz} \quad (37)$$

$$\sum_{\substack{(i,j) \in \Omega_l \\ \forall y_{i,j}^c = 1}} (1 - y_{i,j}) + \sum_{\substack{(i,j) \in \Omega_l \\ \forall y_{i,j}^c = 0}} (y_{i,j}) \geq 2 \quad (38)$$

Onde $y_{i,j}^c$ é o valor da solução corrente e $y_{i,j}$ é a nova proposta de solução.

Para realizar o fechamento de exatamente um circuito aberto e a abertura de exatamente um circuito fechado é necessário apenas alterar o valor de k_{viz} para 1 enquanto a restrição inválida (37) está ativa e, desta forma, o espaço de busca é reduzido para apenas uma troca de variáveis.

Para esta dissertação foi utilizada a vizinhança de nível 1, logo o espaço de busca inclui a vizinhança $k_{viz} = 1$ apresentada, assim como a solução inicial do problema. Para a realização da mudança da solução corrente mesmo em caso de piora da solução, que é desejado para realizar o passo no PR, é utilizada a restrição inválida apresentada na equação (38), que remove a solução inicial do espaço de busca. Na Tabela 5 pode ser observado o processo de troca e o motivo do lado direito das equações (37) e (38) serem múltiplos de dois.

Tabela 5 – Exemplo de soluções vizinhas

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	distância
Solução corrente	1	1	0	1	1	0	4
Solução vizinha 1	0	1	1	1	1	0	2
Solução vizinha 2	0	1	0	1	1	1	2
Solução vizinha 3	1	0	1	1	1	0	2
Solução vizinha 4	1	0	0	1	1	1	2
Solução guia	0	0	1	1	1	1	–

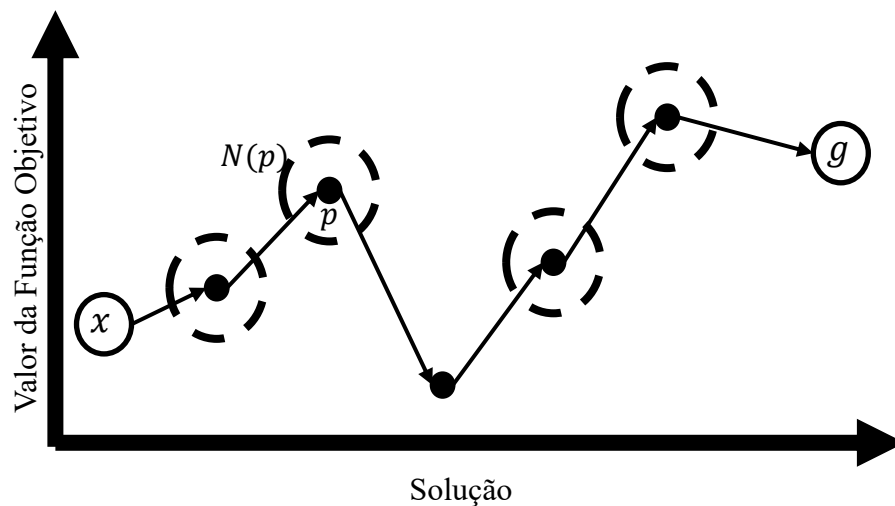
Fonte: Próprio autor.

A partir da Tabela 5 é possível observar que a troca de uma variável resulta em uma distância igual a 2, pois uma troca implica em um par de elementos diferentes da solução inicial.

3.3 A meta-heurística path relinking

O PR é uma meta-heurística proposta por Glover e Laguna (1997) como uma estratégia para explorar a região do espaço de busca entre duas propostas de solução de elite. Partindo de uma solução de elite que será chamada de inicial em direção a outra solução de elite chamada de guia, o PR irá explorar a vizinhança da solução corrente e armazenar a melhor solução encontrada, mas a nova solução corrente será a mais próxima da guia e, em caso de haver mais de uma, a de melhor qualidade será escolhida. Este processo é repetido até que a solução corrente se torne a solução guia. (Arin; Rabadi, 2016)

Figura 9 – Exemplo de PR



Fonte: Adaptado de (Chaovalitwongse et al., 2011)

3.3.1 Métodos para aplicação do path relinking

O PR pode ser aplicado para qualquer tipo de solução, mas geralmente é utilizado em problema binários ou com solução sequencial devido a maior facilidade de implementação de vizinhanças. Nesta subseção serão descritos alguns destes casos e como é implementado o PR.

3.3.1.1 Aplicação do path relinking em problemas binários.

Existem diversos problemas binários, sendo o mais conhecido o *knapsack problem*, onde dados valores e volume de produtos, objetiva-se levar o maior valor dentro de uma mochila sendo restrita ao seu volume. Neste problema é decidido quais produtos levar na mochila, logo a variável de decisão deve conter a informação se o item será colocado na mochila ou não e, para isso, uma variável binária é suficiente.

Na Tabela 6 observa-se o PR entre duas soluções binárias, onde é apenas buscada a melhor solução vizinha, mesmo que esta seja pior que a solução corrente. Esta tabela pode ser

interpretada como o PR entre duas propostas de solução para o *knapsack problem*, onde na proposta de solução inicial $x_1 = \{0,0,1,1\}$ os produtos 3 e 4 foram escolhidos para entrar na mochila e na proposta de solução guia $x_2 = \{1,1,0,1\}$ foram alocados os produtos 1, 2 e 4.

Tabela 6 – Exemplo binário de PR

Iteração	Solução Corrente	Solução Guia	Vizinhos		
1	0, 0, 1, 1	1, 1, 0, 1	1, 0, 1, 1*	0, 1, 1, 1	0, 0, 0, 1
2	1, 0, 1, 1	1, 1, 0, 1	1, 1, 1, 1	1, 0, 0, 1*	
3	1, 0, 0, 1	1, 1, 0, 1	1, 1, 0, 1*		

Fonte: Adaptado de (Arin; Rabadi, 2016).

Observa-se que neste caso é iniciada a busca com o produto 4 alocado na mochila em ambas as soluções, logo este será fixado. Para este caso, são trocados os valores da solução inicial que são diferentes da solução guia um a um e verificado qual possui a melhor FO dentro dos limites de volume, neste exemplo o vizinho $x_{v1} = \{1,0,1,1\}$ foi o escolhido.

Na segunda iteração, a solução corrente se torna x_{v1} e é repetido o processo, mas agora fixados os produtos 1 e 4, que estão alocados em ambas as soluções. Neste processo é escolhido o vizinho $x_{v2} = \{1,0,0,1\}$.

Por fim, na terceira iteração só existe um vizinho e este é a solução guia do problema. Observa-se que para este tipo de busca a distância entre os vizinhos e a solução guia não é relevante, pois todos os vizinhos terão a mesma distância, que na iteração 1 é igual a $d = 2$, na iteração 2 é igual a $d = 1$ e na iteração 3 é igual a $d = 0$.

3.3.1.2 Aplicação do PR em problemas sequenciais

Para esta aplicação será utilizado o *job shop scheduling problem*, onde dadas m máquinas pertencentes ao conjunto M e n serviços pertencentes ao conjunto J , o objetivo é encontrar um cronograma factível de operação das máquinas de forma que minimize o tempo total do serviço (C_{max}). Cada serviço é dividido em n_j operações de $O = \{O_{j,1}, O_{j,2}, \dots, O_{j,n_j}\}$ e cada um deve ser feito em uma das m máquinas disponíveis.

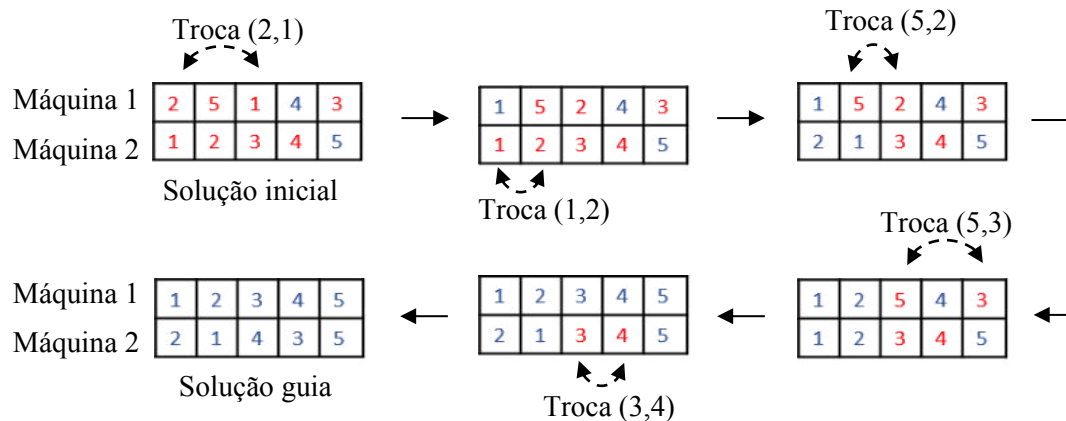
Cada operação $k \in O$ é associada com uma duração de processamento fixa P_k . Cada máquina pode realizar apenas uma operação por vez e uma vez iniciada uma operação, ela não pode ser parada.

Existem duas restrições para que uma máquina seja utilizada para realizar a operação $k + 1$. A primeira é que a máquina esteja sem uso no momento. A segunda é que a tarefa k já tenha sido completada.

Para este problema, uma proposta de solução é uma sequência de máquinas $x = \{2,5,1,4,3; 1,2,3,4,5\}$, onde cada linha representa uma máquina, cada valor representa uma tarefa e a posição representa a ordem que será realizada a tarefa.

Para este caso, a vizinhança trivial é a troca 2-opt, onde deve trocar duas tarefas da solução inicial de posição a fim de encontrar a solução guia.

Figura 10 – Troca 2-opt para problemas sequenciais



Fonte: Adaptado de (Peng; Lü; Cheng, 2015).

Observa-se que nesta aplicação não se verifica a vizinhança em nenhum momento, apenas são realizadas trocas de forma que a solução inicial se torne a guia, onde serão trocadas a primeira posição que estiver diferente da guia com o valor que ocupa esta posição na solução guia.

3.3.2 Disposição das soluções no PR

O PR possui diversas formas para dispor as soluções para realizar o processo de conectar as soluções, nesta seção são apresentadas as quatro formas mais utilizadas, sendo elas o *forward*, *backward*, *backward and forward relinking* e *mixed relinking*.

- *Forward* – A solução inicial do problema será a de pior qualidade entre as duas, enquanto que a de melhor será utilizada como guia.
- *Backward* – A melhor proposta de solução será a solução inicial e a de pior qualidade será a guia. Em casos em que não é possível realizar a busca local a cada iteração, o processo de *Backward* é mais eficiente, considerando que, ao decorrer do processo, as variáveis da solução corrente que são iguais as da solução guia são fixadas, reduzindo o espaço de busca e evitando afastamento da solução guia, portanto, a busca ocorre mais intensamente próxima à solução inicial. Este caso é observado na Tabela 6, onde o número de vizinhos diminui proporcionalmente com a distância entre as soluções corrente e guia. (Arin; Rabadi, 2016)

- *Backward and forward relinking* – É gerado dois caminhos paralelamente, realizando os processos de *Forward* e *Backward* ao mesmo tempo, desta forma as regiões mais próximas às soluções são mais bem exploradas, porém demanda o dobro do custo computacional. Normalmente é menos eficiente, mas útil caso não seja possível realizar uma busca local.
- *Mixed relinking* - Gera uma terceira solução intermediária entre as duas, sendo metade dela referente à primeira solução e a outra metade referente à segunda solução (muito semelhante à recombinação do GA) e esta solução gerada será a inicial enquanto que as outras duas serão as guias, desta forma, a região entre as duas soluções será fortemente explorada. (Arin; Rabadi, 2016)

3.3.3 *Path relinking aplicado ao problema de RSDEE*

Esta subseção explora de forma mais detalhada a aplicação do PR ao problema de RSDEE. Tendo em vista que é um problema binário que objetiva a minimização das perdas de potência ativa de um sistema de distribuição de energia, onde a variável é a abertura ou fechamento dos circuitos que conectam as barras.

Como comentado na Subseção 3.3.1.1, a vizinhança para um problema binário é adicionar ou remover um elemento da proposta de solução do problema, porém no problema de RSDEE as restrições de radialidade e conectividade exigem um número específico de circuitos ativos, logo não é possível adicionar ou remover apenas um circuito, deve ser realizada a troca de posição para que o número de circuitos ativos seja constante. Sabendo disso, a troca utilizada nesta dissertação será semelhante à apresentada na Seção 3.3.1.2.

Sabendo que a topologia do sistema será sempre radial de acordo com as restrições (11)–(12) e (14)–(17), as restrições (18)–(21) serão desconsideradas para que o problema seja linear e será considerada mais uma restrição para a realização da vizinhança, que é apresentada na equação (37).

Além disso, para que não fique preso em uma solução, é utilizada a restrição apresentada na equação (38), fazendo com que seja feita pelo menos uma troca de variáveis no processo de busca em vizinhança. Esta restrição somente é utilizada para realizar o passo do PR.

O pseudocódigo do PR implementado é apresentado a seguir.

Path Relinking

- Passo 1 – Calcular a distância entre as duas soluções.
- Passo 2 – Definir a solução inicial e guia.
- Passo 3 – Realizar uma busca local utilizando o SDH na solução corrente, fixando apenas as folhas iniciais do sistema. Caso seja encontrada uma solução melhor que a solução corrente, armazenar a solução como a nova solução corrente, retornar ao passo 1 e utilizar o novo ótimo como uma das duas soluções, se não, ir para o passo 4.
- Passo 4 – Verificar a distância da melhor solução encontrada no passo 3 em relação a guia, caso seja menor que a distância entre a solução corrente e a guia, ir para o passo 6, caso contrário, ir para o passo 5.
- Passo 5 – Realizar uma nova busca local, mas fixando todas as variáveis iguais entre as soluções e forçando a troca de pelo menos um par de variáveis (para não ficar preso na solução atual), indo para o vizinho que apresentar a melhor qualidade, mesmo piorando a solução atual.
- Passo 6 – Se a distância entre a solução atual e a solução guia for igual a zero, o processo é finalizado e a melhor solução encontrada é considerada a incumbente. Caso contrário, voltar ao passo 3.

Observa-se que no passo 5 não é necessário comparar as distâncias entre a solução corrente e a guia, pois todas as soluções vizinhas dessa solução (mantendo a radialidade) terão a mesma distância da solução guia, como no exemplo da Tabela 5. Onde as variáveis em verde são fixadas pois se repetem entre as soluções e as em vermelho são as que foram trocadas de posição.

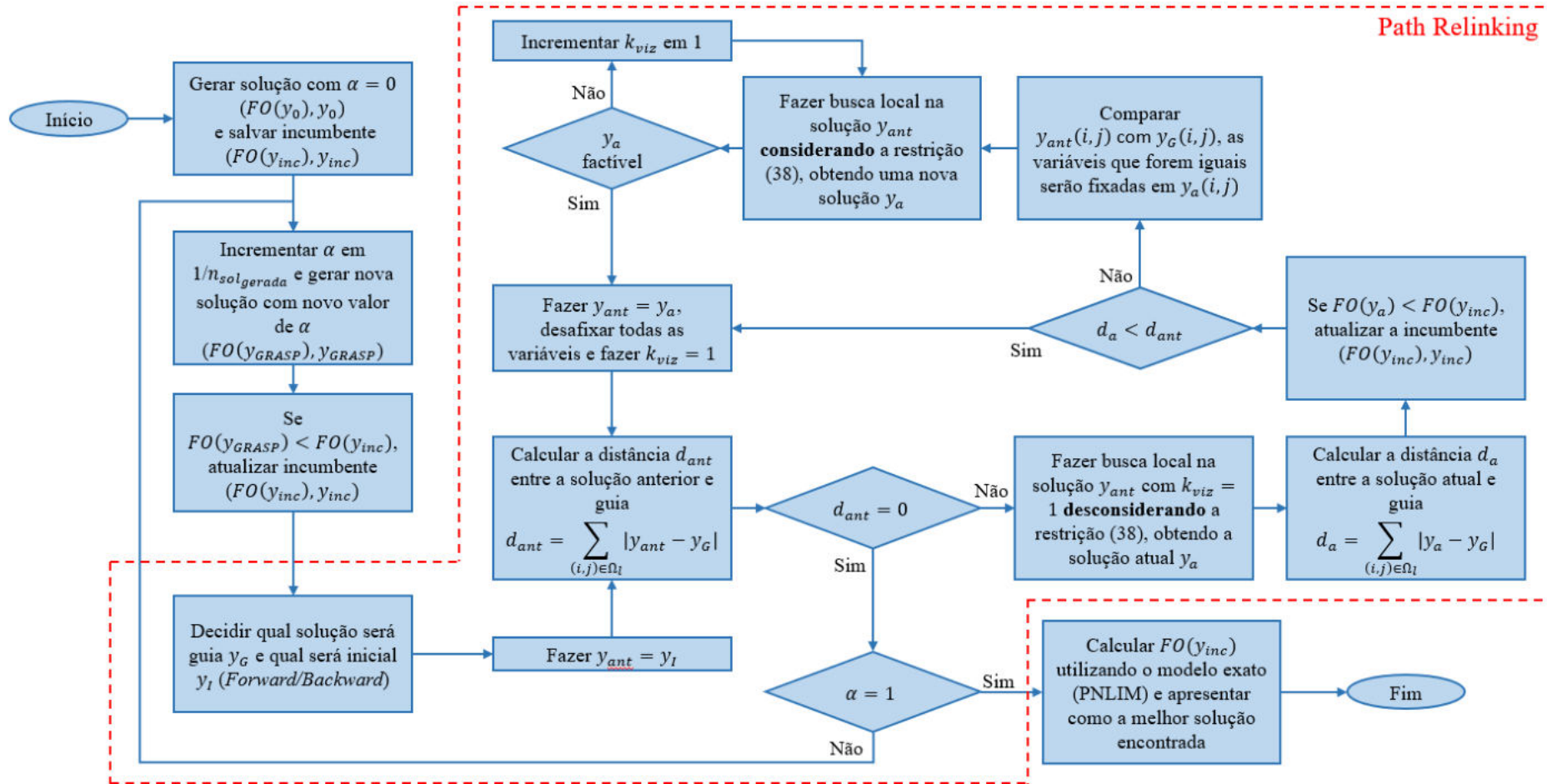
É possível verificar que qualquer vizinho que mantenha a radialidade e conectividade do sistema e desde que as variáveis que são iguais entre a corrente e a guia (x_4 e x_5) não sejam alteradas, todos os vizinhos terão a mesma distância e essa distância será igual à da solução corrente subtraído de 2, logo é necessário verificar apenas a FO de cada vizinho.

No cenário onde não existem soluções factíveis na vizinhança de nível 1, irá elevar o nível da vizinhança em 1 e realizado o passo até que seja obtida uma solução factível para o problema. Este processo é simples e necessita apenas a mudança no valor da variável k_{viz} .

3.4 Algoritmo proposto

Nesta seção será apresentado o algoritmo proposto e explicado seu funcionamento. Na Figura 11 é apresentado o fluxograma do algoritmo proposto.

Figura 11 – Fluxograma do algoritmo implementado



Fonte: Próprio autor.

Para todos os testes foram geradas 11 soluções através do GRASP, iniciando com $\alpha = 0$ para a primeira solução e incrementando α em 0,1 para cada solução subsequente, até alcançar $\alpha = 1$. Além disto, foram realizados testes considerando apenas os métodos de *forward* e *backward*, pois são fundamentais e servem de base para os outros métodos existentes. Além disso, o PR é encerrado quando a solução atual é igual a solução guia.

Note que o PR foi implementado de forma sequencial, significando que a melhor solução de um PR é utilizada como uma das soluções iniciais do próximo PR, impossibilitando a implementação de um processamento paralelo. Note também que não limite no número de iterações, apenas no número de soluções que serão geradas pelo GRASP.

4 TESTES E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos para as simulações dos sistemas de 84, 118, 136 e 415 barras. Para o propósito desta dissertação, todos os algoritmos foram implementados em linguagem de programação AMPL, sendo que o modelo matemático de PCSOIM foi resolvido utilizando o solver GUROBI v10.0.1 enquanto que o modelo de programação não linear (PNL) foi resolvido utilizando o solver KNITRO v13.2.0. Nos testes foi utilizado um computador com processador Intel Core i7-8700 de 3,20 GHz e 16 GB de RAM.

O modelo matemático aproximado do problema para os sistemas de 84, 118 e 136 barras foi resolvido utilizando o solver GUROBI (que garante a solução ótima) para fins comparativos, porém não foi possível resolver o modelo matemático aproximado para o sistema de 415 barras devido ao tempo computacional exigido, portanto será comparada com a melhor solução conhecida na literatura. O problema também foi resolvido utilizando a meta-heurística GRASP e a junção das meta-heurísticas GRASP e PR (GRASP-PR) e verificadas as diferenças de tempo computacional assim como o número de modelos matemáticos resolvidos. Em todos os casos citados a geração foi feita sem partir de uma solução inicial.

Nesta seção, todas as figuras que apresentarem gráficos de linha são apenas para melhorar a visualização, mas são valores discretos sem correlação entre eles. Além disso, os elementos da lista RCL na geração das soluções utilizando o GRASP foram decididos de forma aleatória.

4.1 *Teste do sistema de 84 barras*

O sistema de 84 barras foi apresentado por Chiou, Chang e Su (2005) e 83 barras de carga, uma barra de subestação e 96 circuitos. A tensão e potência da subestação são iguais a 11,4 kV e 100 MVA, respectivamente, e estes serão as bases de tensão e potência adotado para o problema. A demanda total de potência ativa é igual 28.350,9 kW enquanto que a demanda de potência reativa é igual a 20.700 kVAr. Para este sistema, o limite inferior e superior de tensão definido pelos autores é de 0,95p.u. e 1,05 p.u., respectivamente.

No Anexo D.1 Sistema de 84 barras é apresentado a topologia do sistema de 84 barras proposto, além disso, foi identificado através do pré-processamento 1, em linhas vermelhas, os circuitos que são conectados a folhas, portanto são fixados em fechado. No caso, os vértices 8, 9, 10, 21, 22, 23 e 24 são folhas, logo é removido a mesma quantidade de variáveis do problema, tendo agora 88 variáveis ao invés das 96 iniciais. Em preto estão os circuitos que estão

conectados a vértices que possuem grau maior que um, logo serão as variáveis do problema, podendo ser abertos ou fechados na construção da proposta de solução.

O pré-processamento permite a redução de $3,5196 \times 10^{11}$ para $1,0053 \times 10^{11}$ topologias radiais, reduzindo em aproximadamente 3 vezes a quantidade de topologias candidatas a solução do problema, sendo as topologias removidas todas ineficazes pelo critério de conectividade e radialidade. Estes resultados são obtidos ao calcular o cofator da matriz laplaciana correspondente ao sistema em seu estado inicial e após a redução das folhas do sistema (Macedo et al., 2018).

Na Tabela 7 são apresentadas as perdas de potência ativa no estado inicial do sistema, o valor de α que obteve a solução apresentada, as perdas de potência ativa que foram obtidas através dos métodos utilizados, os circuitos que foram abertos para cada método, a quantidade de modelos de PNL e PCSOIM resolvidos para solucionar o problema e o tempo computacional utilizado.

Tabela 7 – Resultados do sistema de 84 barras

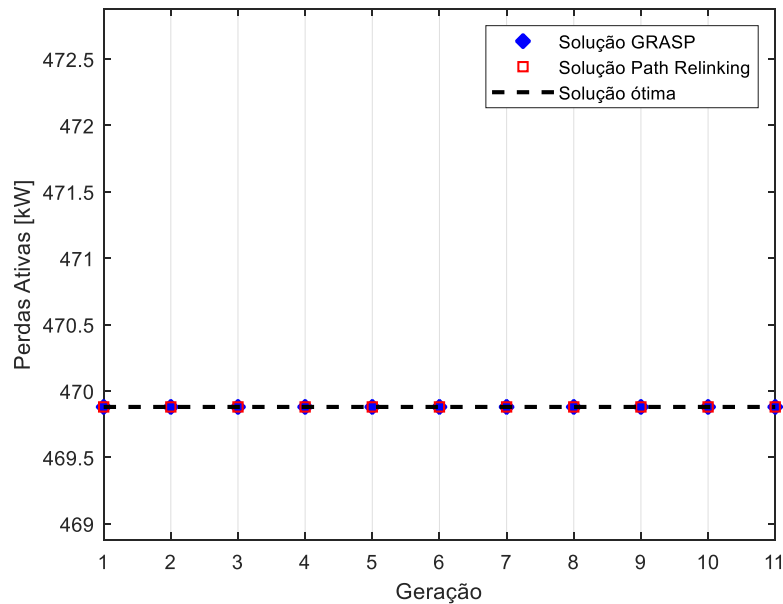
Método	α	Perdas [kW]	Circuitos abertos	# de modelos resolvidos	Tempo [s]
Inicial	–	531,9985	84-96	–	–
GUROBI	–	469,8799	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	1	7,31
GRASP	0-1	469,8799	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	130 PNL + 167 PCSOIM	428,86
GRASP-PR ¹	0-1	469,8799	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	130 PNL + 167 PCSOIM	428,86
GRASP-PR ²	0-1	469,8799	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	130 PNL + 167 PCSOIM	428,86

Fonte: Próprio autor.

Observa-se que as perdas atingiram uma redução percentual de 11,68% em relação ao valor de perdas inicial do sistema, além disso, todos os algoritmos propostos encontraram a solução ótima para este sistema, verifica-se também neste teste o solver GUROBI, em comparação a todas as outras propostas, foi o mais rápido para resolver o problema.

Na Figura 12 apresenta a FO obtida pelo GRASP em cada geração.

Figura 12 – Função objetivo por geração do sistema de 84 barras

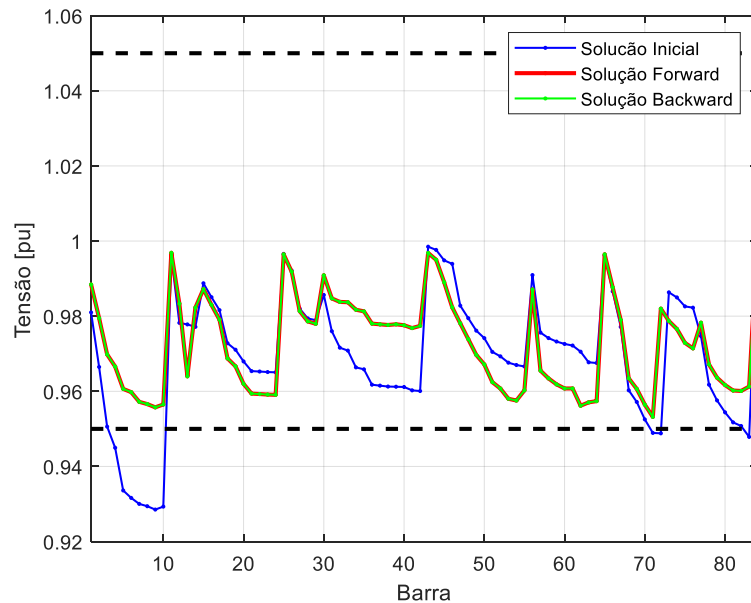


Fonte: Próprio autor.

Note que o tempo computacional do GRASP e GRASP-PR consideram a geração de 11 soluções, variando α de 0 até 1 com incremento de 0,1 a cada geração. Logo, o tempo médio para encontrar a solução ótima foi de 38,98 segundos. Além disso, o tempo computacional é igual para ambos os métodos, pois o GRASP obteve o ótimo global do sistema em todas as gerações. Como as soluções não apresentam diferenças, o PR não é usado, e também não há distinção entre os métodos forward e backward.

Verificando o perfil de tensão, observe que como o PR não foi utilizado neste sistema, tanto o processo de forward quanto o de backward obtém os mesmos resultados. Analisando o perfil de tensão do sistema antes e após a reconfiguração do sistema, foi verificado que a tensão mínima do sistema foi elevada de 0,9285 p.u. na barra 9 para 0,9532 p.u. na barra 71, conforme na Figura 13.

Figura 13 – Comparação do perfil de tensão inicial com o perfil de tensão obtido pelos algoritmos propostos para o sistema de 84 barras

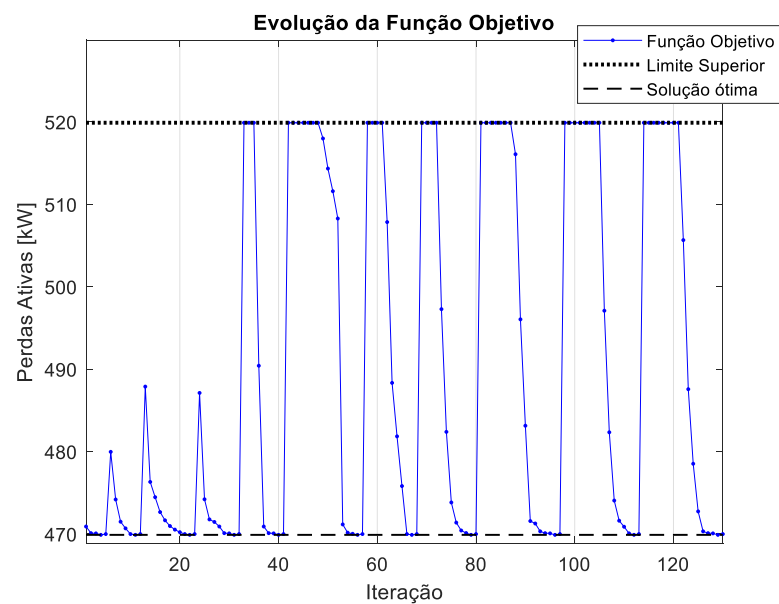


Fonte: Próprio autor.

É observado que a reconfiguração para este sistema melhorou o perfil de tensão e reduziu as perdas de potência ativa do sistema, mantendo o sistema dentro dos limites estabelecidos.

Também foi analisada a evolução da FO das soluções na Figura 14. Para a figura ser analisada com maiores detalhes, foi utilizado um limite superior de 520 kW na plotagem.

Figura 14 – Evolução da FO na resolução do sistema de 84 barras



Fonte: Próprio autor.

Observa-se que para $\alpha = 0$, a solução parte de um valor próximo da solução ótima (iteração 1), e obtém o ótimo em poucas iterações do SDH, em seguida é gerada uma solução

com $\alpha = 0,1$, com FO de aproximadamente 480 kW, que ao realizar o SDH, obtém o ótimo global do sistema. Este processo se repete para todos os valores de α analisados.

Note que a partir de $\alpha = 0,4$ os valores da FO gerados são elevados (acima do limite superior), porém o SDH se mostra suficiente para obter o ótimo global em todas as gerações.

4.2 *Teste do sistema de 118 barras*

O sistema de 118 barras foi apresentado por Zhang, Fu e Zhang (2007), onde existem 117 barras de carga, uma barra de subestação e 132 circuitos. A tensão na subestação é de 11 kV. As demandas totais de pico de potência ativa e reativa são, respectivamente, 22.710 kW e 17.041 kVAr. O limite mínimo de tensão estabelecido pelos autores é de 0,93 p.u e será considerado 1,05 p.u. como limite máximo de tensão.

No Anexo Fonte: Próprio autor.

D.2 *Sistema de 118 barras* é apresentado a topologia do sistema de 118 barras, além disso, foi identificado através do pré-processamento 1, em linhas vermelhas, os circuitos que são conectados a folhas, portanto são fixados em fechado. No caso, os vértices 3, 87, 88, 96, 97, 98, 99, 116, 117 e 118 são folhas, logo é removido a mesma quantidade de variáveis do problema, tendo agora 122 variáveis ao invés das 132 iniciais. Em preto estão os circuitos que estão conectados a vértices que possuem grau maior que um, logo serão as variáveis do problema, podendo ser abertos ou fechados na construção da proposta de solução.

O pré-processamento permite a redução de $4,4602 \times 10^{15}$ para $6,5822 \times 10^{14}$ topologias radiais, reduzindo em aproximadamente 7 vezes a quantidade de topologias candidatas a solução do problema, sendo as topologias removidas todas ineficazes pelo critério de conectividade e radialidade (Macedo et al., 2018).

Na Tabela 8, semelhante a Tabela 7, são apresentadas as perdas calculadas, os valores de α que geraram a solução apresentada, os circuitos que foram abertos em cada proposta de solução, a quantidade de modelos de PNL e PCSOIM resolvidos e o tempo computacional utilizado para resolver o problema.

Tabela 8 – Resultados do sistema de 118 barras

Método	α	Perdas [kW]	Circuitos abertos	# de modelos resolvidos	Tempo [s]
Inicial	–	1298,0938	118-132	–	–
GUROBI	–	869,7299	23, 26, 34, 39, 42, 51, 58, 71, 74, 95, 97, 109, 122, 129, 130	1 PCSOIM	33246,52
GRASP	0	869,7299	23, 26, 34, 39, 42, 51, 58, 71, 74, 95, 97, 109, 122, 129, 130	190 PNL + 179 PCSOIM	1208,03
GRASP-PR ¹	0-1	869,7299	23, 26, 34, 39, 42, 51, 58, 71, 74, 95, 97, 109, 122, 129, 130	189 PNL + 253 PCSOIM	1412,59
GRASP-PR ²	0-1	869,7299	23, 26, 34, 39, 42, 51, 58, 71, 74, 95, 97, 109, 122, 129, 130	188 PNL + 291 PCSOIM	1379,58

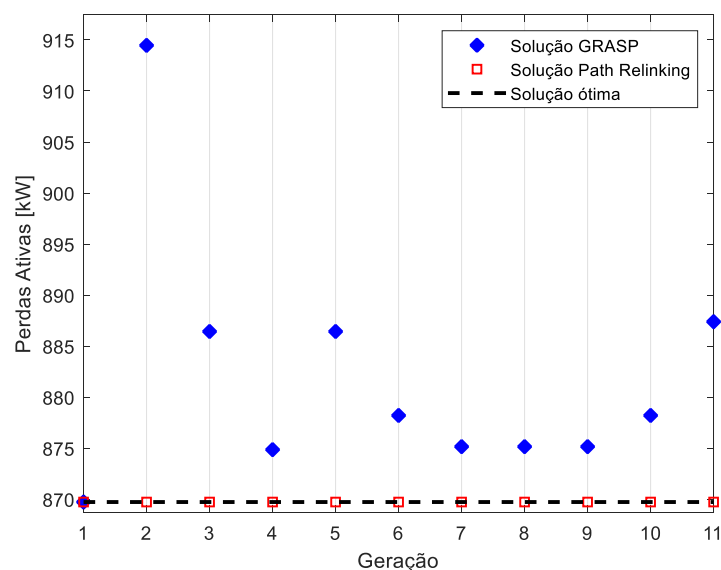
Fonte: Próprio autor.

Observa-se que todos os métodos obtiveram a solução ótima, que reduz as perdas de potência ativa do sistema em relação à inicial em 33%, porém o GRASP só obteve a mesma com $\alpha = 0$, para os demais valores foram obtidas soluções de qualidade inferior. Os resultados obtidos no GRASP e no PR em cada geração pode ser observado na Figura 15.

Neste cenário, há diferença entre as soluções obtidas pelo GRASP e, portanto, o PR é utilizado, porém não encontra nenhuma melhoria, pois a primeira solução gerada pelo GRASP é a solução ótima conhecida do problema.

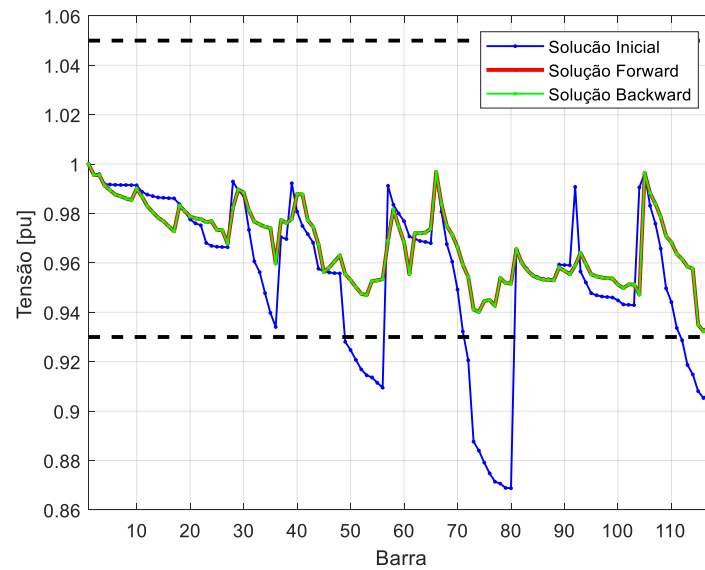
Nas Figura 15 e Figura 16 são apresentadas a FO obtida pelo GRASP e PR em cada geração e o perfil de tensão do sistema antes e após as reconfigurações do sistema.

Figura 15 – Função objetivo por geração do sistema de 118 barras



Fonte: Próprio autor.

Figura 16 – Comparação do perfil de tensão inicial com o perfil de tensão obtido pelos algoritmos propostos para o sistema de 118 barras

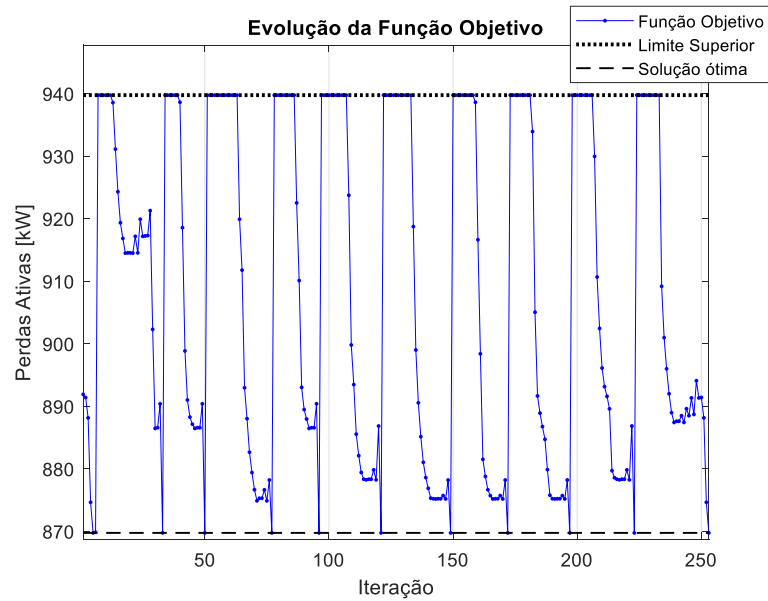


Fonte: Próprio autor.

Foi verificado que a tensão mínima para a situação inicial do sistema era de 0,8688 p.u. na barra 80, sendo assim, esta configuração viola os limites mínimos de tensão. As soluções obtidas possuem uma tensão mínima de 0,9323 p.u. na barra 116, passando a ser uma configuração com tensão mínima e máxima dentro dos limites operacionais do sistema.

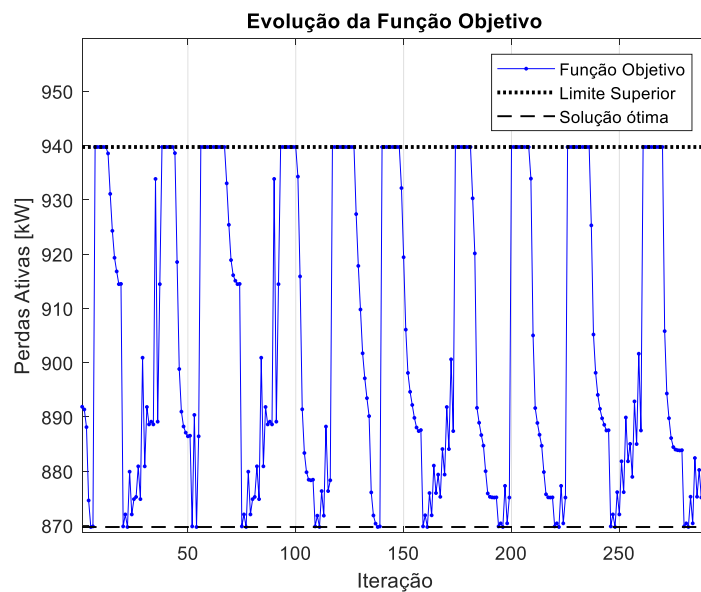
Também foi analisada a evolução da FO das soluções nas Figura 17 e Figura 18. Para as figuras serem analisadas com maiores detalhes, foi utilizado um limite superior de 940 kW na plotagem.

Figura 17 – Evolução da FO na resolução do sistema de 118 barras - *Forward*



Fonte: Próprio autor.

Figura 18 – Evolução da FO na resolução do sistema de 118 barras - *Backward*



Fonte: Próprio autor.

Para este sistema, observa-se que apenas para $\alpha = 0$ é gerada uma solução com boa qualidade (aproximadamente 892 kW), enquanto que para todos os outros valores de α , a FO excede o limite superior de plotagem.

É possível notar neste caso a forma que a FO se comporta em cada método utilizado, onde no *forward*, inicia-se da solução de baixa qualidade em direção à solução de alta qualidade, desta forma obtêm-se um gráfico descendente. Por outro lado, o método *backward* parte da

solução de alta qualidade em busca da solução de qualidade inferior, tornando o gráfico ascendente.

Note que nas figuras, especialmente no método *backward*, há um “ruído” na FO. Isso ocorre porque o modelo matemático pode ser calculado duas vezes por iteração. Na primeira iteração, ele realiza a busca local e, caso a solução não esteja mais próxima à guia, uma segunda busca é feita, mas com um espaço de busca restrito para soluções que se aproximam da guia. Conseqüentemente, a primeira solução encontrada é sempre de melhor ou igual qualidade do que a obtida na segunda busca, desta forma formando o “ruído”.

4.3 *Teste do sistema de 136 barras*

O sistema de 136 barras foi o apresentado por Mantovani, Casari e Romero (2000), onde existem 135 barras de carga com demanda total ativa de 18.313,8090 kW e reativa de 7.932,5335 kVAr, uma barra de subestação com tensão base de 13,8 kV e potência base de 100 MVA, sendo as barras conectadas por 156 circuitos. Este sistema possui o limite mínimo de 0,95 p.u. e será considerado o limite máximo de 1,05 p.u.

No Anexo Fonte: Próprio autor.

D.3 *Sistema de 136 barras* é apresentado o sistema de 136 barras e também os circuitos que são fixados após o pré-processamento 1, onde os circuitos em preto representam as variáveis do problema e em vermelho representa os circuitos fixados. Utilizando este processo, foram fechados os circuitos que conectam as barras 11, 12, 14, 16, 21, 23, 29, 30, 32, 33, 34, 36, 37, 41, 44, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 69, 71, 72, 74, 82, 87, 102, 108, 109, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117 e 124, reduzindo desta forma 38 variáveis do problema, passando de 156 para 118 variáveis.

Desta forma, a quantidade de topologias candidatas foi reduzida de $2,2686 \times 10^{18}$ para $3,8868 \times 10^{13}$ topologias radiais, reduzindo em aproximadamente 58367 vezes a quantidade de topologias candidatas a solução do problema, sendo as topologias removidas todas ineficazes pelo critério de conectividade e radialidade (Macedo et al., 2018).

Partindo disto, foi resolvido o problema utilizando os algoritmos propostos e os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 9 juntamente com o estado inicial do sistema e a solução obtida pelo GUROBI.

É verificado que todos os métodos obtiveram a solução ótima do sistema, reduzindo as perdas de potência ativa de 320,3647 kW para 280,1930 kW (redução de 12,54%), porém o GRASP encontra apenas em uma geração, enquanto que o GRASP junto ao PR encontra em dez das onze gerações, não obtendo apenas na primeira geração, pois nessa o PR não é utilizado

por ter apenas uma solução disponível. Note também que o tempo computacional necessário para o solver GUROBI resolver o problema é aproximadamente 100 vezes maior em comparação com as meta-heurísticas, mas, em contrapartida, garante a solução ótima do problema.

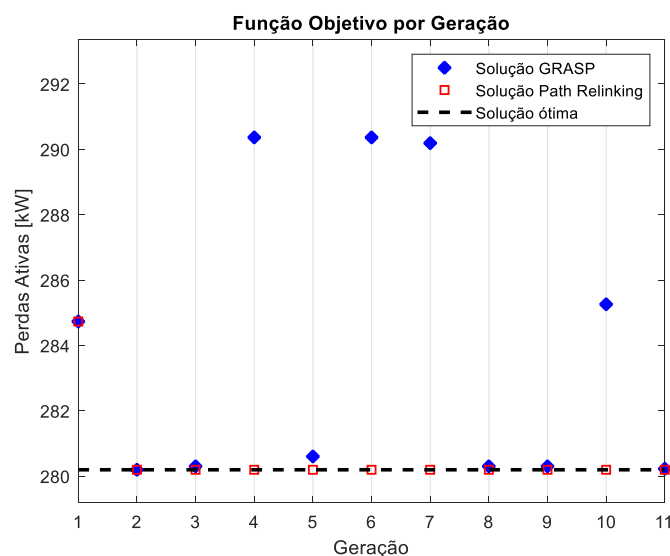
Tabela 9 – Resultados do sistema de 136 barras

Método	α	Perdas [kW]	Circuitos abertos	# de modelos resolvidos	Tempo [s]
Inicial	–	320,3647	136-156	–	–
GUROBI	–	280,1930	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	–	245572,54
GRASP	0,1	280,1930	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	253 PNL + 209 PCSOIM	2546,15
GRASP-PR ¹	0,1-1	280,1930	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	253 PNL + 330 PCSOIM	2683,36
GRASP-PR ²	0,1-1	280,1930	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	253 PNL + 314 PCSOIM	2690,70

Fonte: Próprio autor.

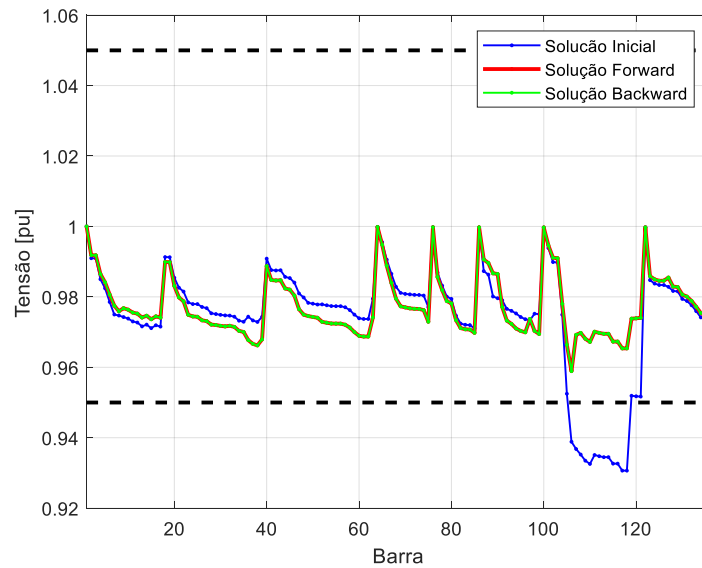
Nas Figura 19 e Figura 20 são apresentadas a FO obtida pelo GRASP e PR em cada geração e o perfil de tensão do sistema antes e após as reconfigurações do sistema.

Figura 19 – Função objetivo por geração do sistema de 136 barras



Fonte: Próprio autor.

Figura 20 – Comparação do perfil de tensão inicial com o perfil de tensão obtido pelos algoritmos propostos para o sistema de 136 barras

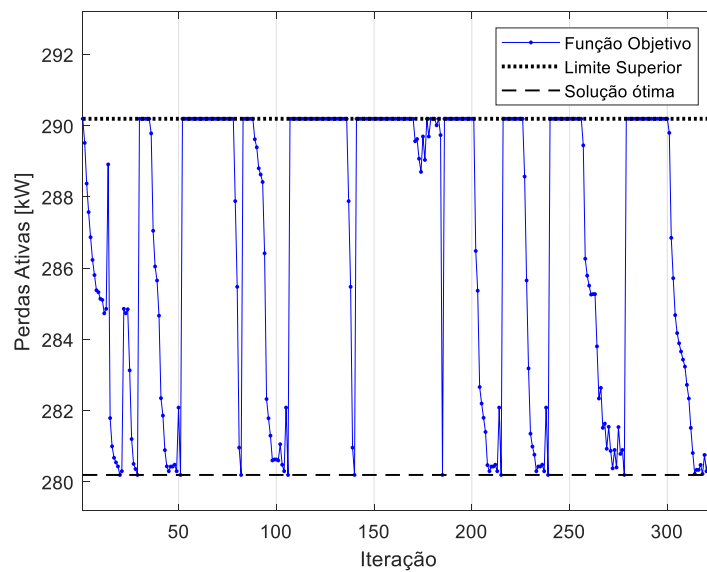


Fonte: Próprio autor.

Foi verificado que a tensão mínima para a situação inicial do sistema era de $0,9306 p.u.$ na barra 117 viola os limites mínimos de tensão. As soluções obtidas possuem uma tensão mínima de $0,9589 p.u.$ na barra 105, passando a ser uma configuração com tensão mínima e máxima dentro dos limites operacionais do sistema.

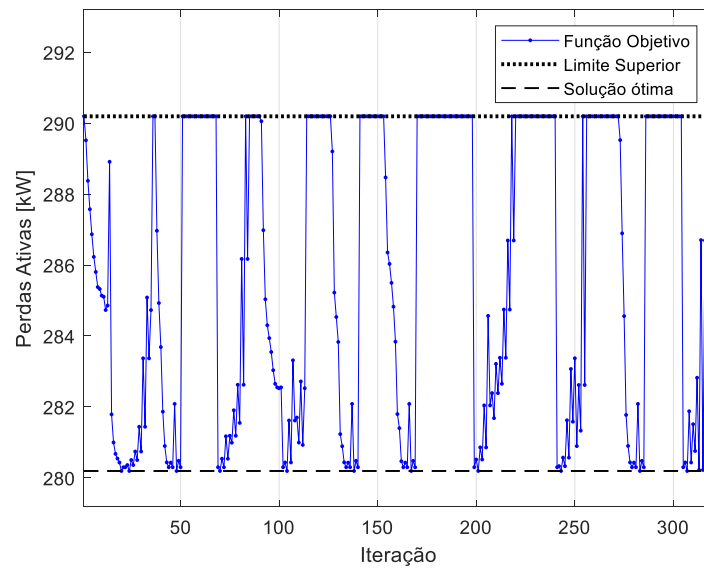
Também foi analisada a evolução da FO das soluções nas Figura 21 e Figura 22. Para as figuras serem analisadas com maiores detalhes, foi utilizado um limite superior de 290 kW na plotagem.

Figura 21 – Evolução da FO na resolução do sistema de 136 barras - *Forward*



Fonte: Próprio autor.

Figura 22 – Evolução da FO na resolução do sistema de 136 barras - *Backward*



Fonte: Próprio autor.

Para este sistema, observa-se que o valor da FO excede o limite superior de plotagem para todos os valores de α . Como no sistema anterior, é possível verificar o comportamento da FO em cada método utilizado, onde no *forward* têm-se um gráfico descendente e no *backward* um gráfico ascendente.

4.4 Teste do sistema de 415 barras

O sistema de 415 barras utilizado para o trabalho foi apresentado por Bernal-Agustín (1998), onde existem 414 barras de carga com demanda total ativa de 27.372 kW e reativa de 13.237kVAr, uma barra de subestação com tensão base de 10 kV e foi assumida uma potência base de 110 MVA, sendo as barras conectadas por 473 circuitos. Para este sistema foram assumidos limites mínimo e máximo iguais a 0,93 p.u. e 1,05 p.u., respectivamente.

No Anexo

D.4 Sistema de 415 *barras* é apresentado o sistema de 415 barras e também os circuitos que são fixadas após o pré-processamento 1, onde os circuitos em preto representam as variáveis do problema e em vermelho os circuitos fixados. Utilizando o pré-processamento 1, foram fechados os circuitos que conectam as barras 80, 82, 86, 87, 91, 93, 121, 126, 162, 163, 169, 171, 177, 178, 183, 189, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 201, 204, 205, 210, 212, 213, 214, 217, 227, 238, 240, 241, 242, 245, 246, 247, 248, 250, 255, 256, 258, 270, 271, 272, 273, 278, 284, 286, 287, 291, 298, 320, 325, 326, 327, 328, 330, 331, 332, 335, 342, 343, 344, 347, 348, 352, 353, 354, 355, 361, 366, 373, 377, 378, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414 e 415, reduzindo desta forma 110 variáveis do problema, passando de 473 para 363 variáveis.

Desta forma, a quantidade de topologias candidatas foi reduzida de $9,3045 \times 10^{51}$ para $1,3901 \times 10^{37}$ topologias radiais, reduzindo em aproximadamente $6,6934 \times 10^{14}$ vezes a quantidade de topologias candidatas a solução do problema, sendo as topologias removidas todas ineficazes pelo critério de conectividade e radialidade (Macedo et al., 2018).

Partindo disto, foi resolvido o problema utilizando os algoritmos propostos e os resultados obtidos estão expostos na Tabela 10 juntamente com o estado inicial do sistema. Neste caso não foi resolvido o problema utilizando o solver GUROBI devido ao seu tempo e demanda computacional proibitivo (após seis dias de processamento, foi abandonada a tentativa de solução através do solver). Devido a pequena diferença entre as soluções em questão de perdas de potência ativa, foram analisados os circuitos que diferem da melhor solução conhecida, onde estes foram apresentado em vermelho.

Verifica-se que os métodos encontraram soluções próximas a solução ótima do sistema, onde a melhor solução encontrada possui uma diferença de apenas 0,0932 kW em relação a melhor solução conhecida obtida em Possagnolo (2015).

A maior redução de perdas de potência ativa foi obtida pelo PR utilizando o método *backward*, reduzindo de 708,9418 kW para 581,6426 kW (redução de 17,96%). Observa-se também que neste sistema aproximadamente 95% do tempo foi gerando e melhorando soluções pela meta-heurística GRASP, enquanto que o restante do tempo foi utilizado para fazer o PR entre as soluções geradas.

Tabela 10 – Resultados do sistema de 415 barras

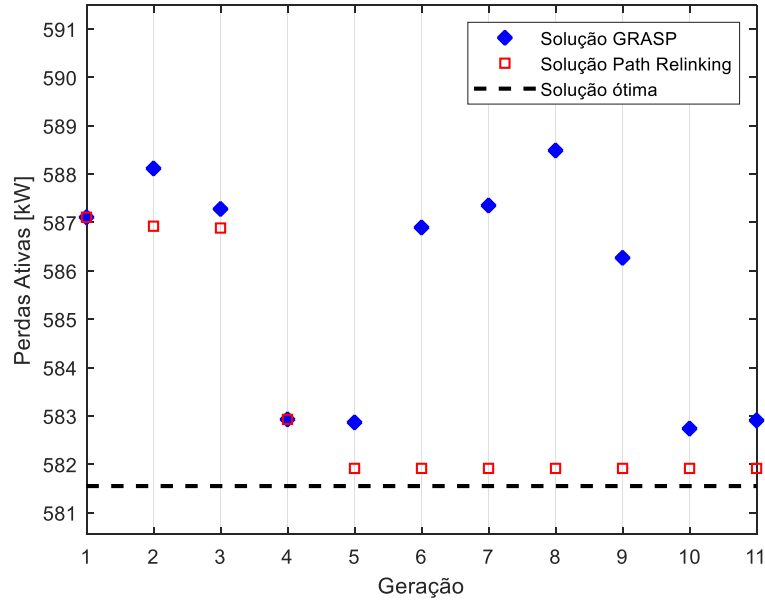
Método	α	Perdas [kW]	Circuitos abertos	# de modelos resolvidos	Tempo [s]
Inicial	—	708,9418	1, 5, 15, 16, 26, 31, 53, 54, 55, 75, 82, 94, 96, 97, 106, 107, 119, 136, 138, 154, 155, 156, 168, 169, 177, 179, 194, 195, 201, 207, 211, 214, 219, 241, 256, 258, 282, 297, 302, 314, 321, 354, 359, 362, 364, 385, 388, 395, 396, 404, 407, 423, 424, 426, 431, 436, 445, 446, 449	—	—
GRASP	0,5	582,4486	5, 13, 15, 16, 21, 30, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 134, 136, 150, 155, 156, 158, 163, 165, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 213, 214, 225, 250, 256, 278, 282, 314, 317, 325, 362, 373, 392, 395, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	728 PNL + 434 PCSOIM	13317,05
GRASP-PR ¹	0,4	581,9146	5, 13, 15, 16, 21, 30, 31, 50, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 150, 155, 156, 158, 163, 165, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 214, 221, 254, 256, 266, 282, 317, 322, 325, 358, 362, 377, 392, 395, 400, 403, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	734 PNL + 820 PCSOIM	13944,09
GRASP-PR ²	1	581,6426	5, 13, 15, 16, 21, 30, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 82, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 213, 214, 250, 256, 270, 282, 317, 322, 325, 358, 362, 369, 392, 395, 400, 403, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	758 PNL + 833 PCSOIM	14009,52
Melhor solução conhecida (Possagnolo, 2015)	—	581,5494	5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 209, 214, 254, 256, 270, 294, 317, 322, 325, 354, 362, 369, 392, 395, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	—	—

Fonte: Próprio autor.

Outro ponto importante a destacar é que o uso do GRASP com $\alpha=1$ resulta em decisões aleatórias na geração das soluções. Essa aleatoriedade pode ser vista como uma etapa dispensável do processo de geração, pois normalmente não fornece soluções com qualidade igual ou superior a soluções com valores de α pequenos. No entanto, essa abordagem aleatória, quando combinada com os pré-processamentos, permitiu que o GRASP-PR² encontrasse uma solução diferente das anteriores e explorasse uma área distinta. Esse fato possibilitou encontrar a melhor solução obtida nos testes do sistema de 415 barras.

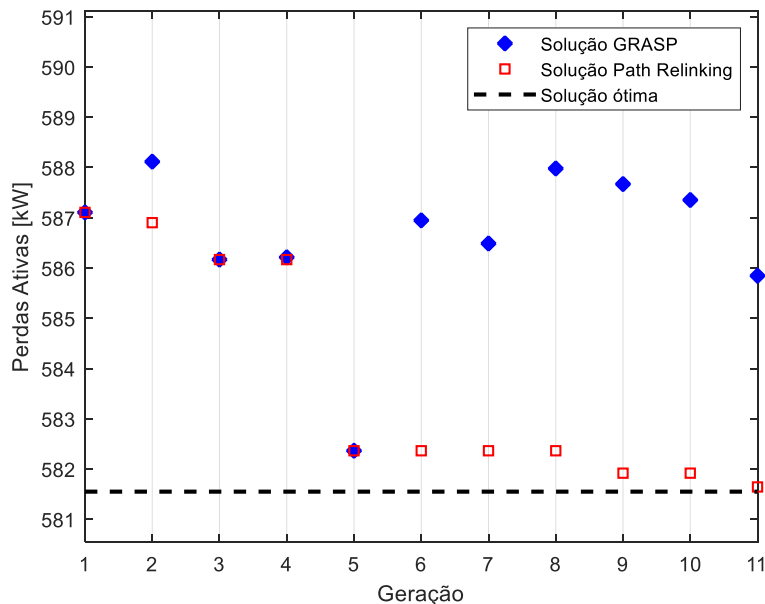
Nas Figura 23 e Figura 24 são apresentadas a FO obtida pelo GRASP-PR em cada geração e para cada método (*forward* e *backward*).

Figura 23 – Função objetivo por geração do sistema de 415 barras - *Forward*



Fonte: Próprio autor.

Figura 24 – Função objetivo por geração do sistema de 415 barras - *Backward*

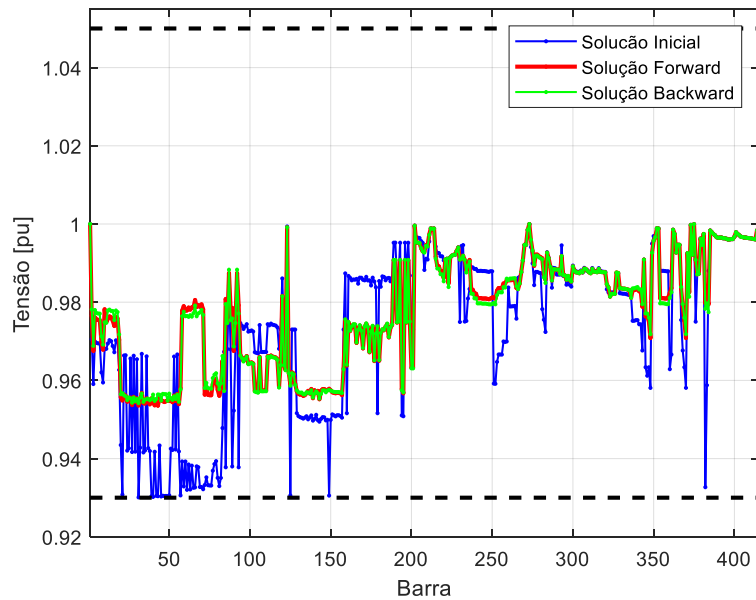


Fonte: Próprio autor.

Na Figura 25 é apresentado o perfil de tensão do sistema antes e após as reconfigurações do sistema. Foi verificado que a tensão mínima para a situação inicial do sistema era de 0,9301 p.u. na barra 31, que está dentro dos limites operacionais de tensão. As soluções obtidas possuem uma tensão mínima de 0,9535 p.u. na barra 43 para o método *forward* e 0,9542 p.u.

na barra 31 para o método *backward*, tendo em ambas as soluções um perfil de tensão melhor e menores perdas de potência ativa.

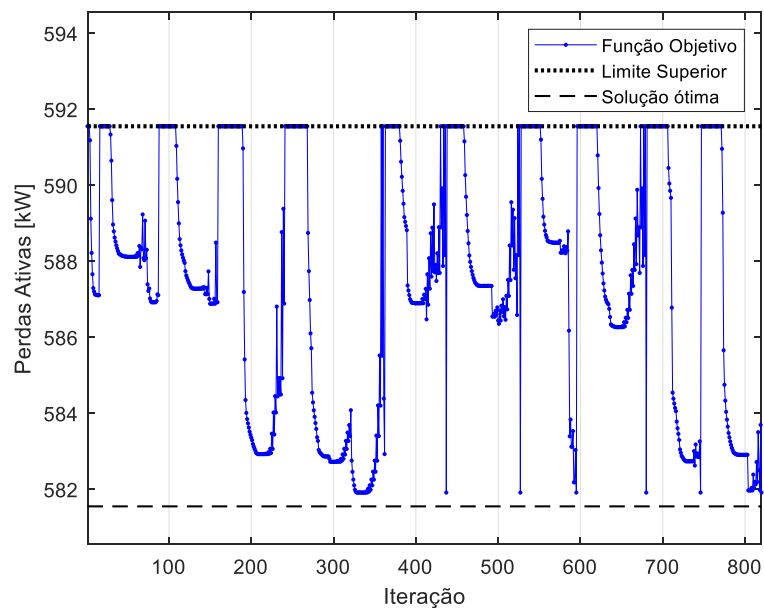
Figura 25 – Comparação do perfil de tensão inicial com o perfil de tensão obtido pelos algoritmos propostos para o sistema de 415 barras



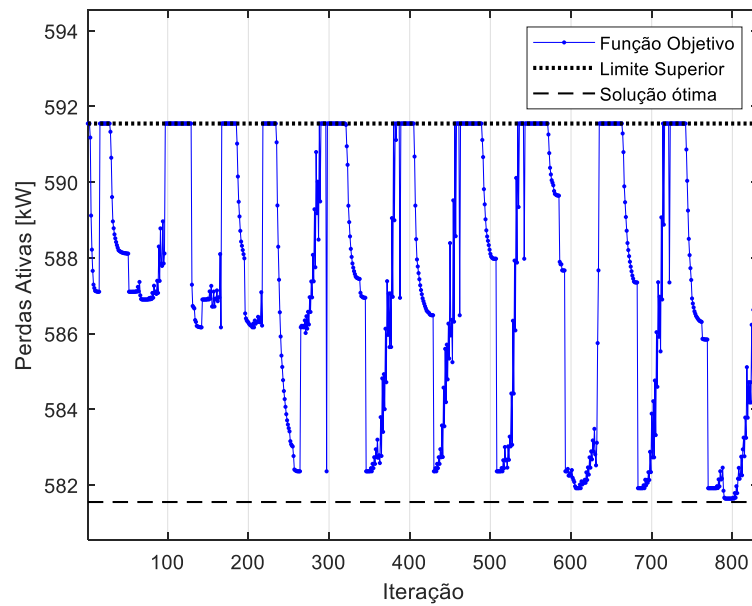
Fonte: Próprio autor.

Também foi analisada a evolução da FO das soluções nas Figura 26 e Figura 27. Para as figuras serem analisadas com maiores detalhes, foi utilizado um limite superior de 591,5 kW na plotagem.

Figura 26 – Evolução da FO na resolução do sistema de 415 barras - *Forward*



Fonte: Próprio autor.

Figura 27 – Evolução da FO na resolução do sistema de 415 barras - *Backward*

Fonte: Próprio autor.

Como nos sistemas anteriores, é possível verificar o comportamento da FO em cada método utilizado, onde no forward têm-se um gráfico descendente e no backward um gráfico ascendente.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Nesta dissertação foi apresentada uma abordagem das meta-heurísticas GRASP e PR para resolver o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica, onde foram apresentadas formas de reduzir o espaço de busca e evitar infactibilidade na geração de propostas de solução iniciando com todos os circuitos fechados.

Dentre as propostas de pré-processamento para aumentar a eficácia do GRASP e evitar soluções infactíveis foram propostas duas soluções, sendo a primeira a remoção das folhas no grafo do problema e a segunda a verificação de que a abertura de um circuito escolhido não faça o sistema ser desconexo.

Observando os resultados obtidos, é possível verificar que as meta-heurísticas foram eficientes, tendo o GRASP uma grande eficiência individual obtendo a solução ótima para os sistemas de 84, 118 e 136 barras em ao menos uma das gerações e que pode ser potencializado pelo PR, como mostrado no sistema de 415 barras, onde foi obtida uma solução quase ótima em termos de perdas de potência ativa.

Esta dissertação pode ser base para aplicar alguns conceitos mais próximos a realidade ou ser utilizado como base para outras abordagens do PR. Algumas sugestões são:

- Considerar demanda variável ou incerta.
- Considerar sistemas trifásicos equilibrados ou desequilibrados.
- Considerar geração distribuída.
- Considerar altas demandas, como o carregamento de carros elétricos.
- Implementar outras disposições do Path Relinking, como o *backward and forward relinking* ou o *mixed relinking* e verificar a sua eficiência em comparação com os métodos mais simples.
- Fazer testes com o GRASP realizando apenas um fluxo de potência para redes malhadas ao invés de $(nr - nb + 1)n_{solgerada}$, sendo dessa forma as soluções geradas de qualidade inferior, porém mais eficiente computacionalmente, gerando mais soluções e aplicar o PR entre as soluções.

REFERÊNCIAS

- ABDELMAGUID, T. F. Scatter search with path relinking for multiprocessor open shop scheduling. **Computers & Industrial Engineering**, Oxford, v. 141, 2020.
- ALMEIDA, L. S.; GOERLANDT, F.; PELOT, R.; SÖRENSEN, K. A Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) for the multi-vehicle prize collecting arc routing for connectivity problem. **Computers & Operations Research**, Oxford, v. 143, 2022.
- ANDRADE, C. E.; TOSO, R. F.; GONÇALVES, J. F.; RESENDE, M. G. C. The Multi-Parent Biased Random-Key Genetic Algorithm with Implicit Path-Relinking and its real-world applications. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 289, n. 1, p. 17–30, 2021.
- ANEEL. **Regulação**. 2022a. Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/distribuicao/regulacao>. Acesso em: 21 jun. 2023.
- ANEEL. **Perdas de Energia**. 2022b. Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/distribuicao/perdas-de-energia/perdas-de-energia>. Acesso em: 21 jun. 2023.
- ARIN, A.; RABADI, G. Local search versus Path Relinking in metaheuristics: Redesigning Meta-RaPS with application to the multidimensional knapsack problem. **Applied Soft Computing**, Oxford, v. 46, p. 317–327, 2016.
- AZGHANDI, M. N.; SHOJAEI, A. A.; TOOSI, S.; LOTFI, H. Optimal reconfiguration of distribution network feeders considering electrical vehicles and distributed generators. **Evolutionary Intelligence**, Heidelberg, v. 16, n. 1, p. 49–66, 2023.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, 1989.
- BERNAL-AGUSTÍN, J. L. **Aplicación de algoritmos genéticos al diseño óptimo de sistemas de distribución de energía eléctrica**. 1998. Tese (Doutorado) - Universidad de Zaragoza, Zaragoza, 1998.
- BORGES, M. C. O.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Optimal Reconfiguration of Electrical Distribution Systems Using Mathematical Programming. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 25, n. 1, p. 103–111, 2014.
- CASADO, A.; PÉREZ-PELÓ, S.; SÁNCHEZ-ORO, J.; DUARTE, A. A GRASP algorithm with Tabu Search improvement for solving the maximum intersection of k-subsets problem. **Journal of Heuristics**, Heidelberg, v. 28, n. 1, p. 121–146, 2022.
- CGIE. **Avaliação de Perdas no Sistema Elétrico Brasileiro**, 2017. Disponível em: [https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-610/NT%20GT%20Perdas%20-%20Vers%C3%A3o%20Final%20\(1\).pdf](https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-610/NT%20GT%20Perdas%20-%20Vers%C3%A3o%20Final%20(1).pdf). Acesso em: 21 jun. 2023.

- CHAOVALITWONGSE, W. A.; OLIVEIRA, C. A. S.; CHIARINI, B.; PARDALOS, P. M.; RESENDE, M. G. C. Revised GRASP with path-relinking for the linear ordering problem. **Journal of Combinatorial Optimization**, Heidelberg, v. 22, n. 4, p. 572–593, 2011.
- CHIANG, H.-D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems. II. Solution algorithms and numerical results. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 5, n. 3, p. 1568–1574, 1990. a.
- CHIANG, H.-D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems. I. A new formulation and a solution methodology. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 5, n. 4, p. 1902–1909, 1990. b.
- CHIOU, J.-P.; CHANG, C.-F.; SU, C.-T. Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 668–674, 2005.
- CIVANLAR, S.; GRAINGER, J. J.; YIN, H.; LEE, S. S. H. Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 3, n. 3, p. 1217–1223, 1988.
- DELGADO, M. A. de J. **Otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais usando programação cônica de segunda ordem inteira mista**. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2015.
- DUARTE, A.; SÁNCHEZ-ORO, J.; MLADENOVIĆ, N.; TODOSIJEVIĆ, R. Variable Neighborhood Descent. Em: MARTÍ, R.; PARDALOS, P. M.; RESENDE, M. G. C. (Eds.). **Handbook of Heuristics**. Cham: Springer International Publishing, 2018. p. 341–367.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. **Operations Research Letters**, Oxford, v. 8, n. 2, p. 67–71, 1989.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. **Journal of Global Optimization**, Heidelberg, v. 6, n. 2, p. 109–133, 1995.
- FEO, T. A.; VENKATRAMAN, K.; BARD, J. F. A GRASPTM for a difficult single machine scheduling problem. **Computers & Operations Research**, Oxford, v. 18, n. 8, p. 635–643, 1991.
- GLOVER, F. A template for scatter search and path relinking. Em: HAO, J.-K.; LUTTON, E.; RONALD, E.; SCHOENAUER, M.; SNYERS, D. (eds.). **Artificial Evolution**. Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1998. v. 1363p. 1–51.
- GLOVER, F.; LAGUNA, M. **Tabu Search**. Boston: Springer US, 1997.
- GLOVER, F.; LAGUNA, M.; MARTÍ, R. Fundamentals of Scatter Search and Path Relinking. *Control and Cybernetics*, v. 29, p. 653–684, 2000. 3.
- HELMI, A. M.; CARLI, R.; DOTOLI, M.; RAMADAN, H. S. Efficient and Sustainable Reconfiguration of Distribution Networks via Metaheuristic Optimization. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, Piscataway, v. 19, n. 1, p. 82–98, 2022.

HOSSEINI, A.; WADBRO, E. A hybrid greedy randomized heuristic for designing uncertain transport network layout. **Expert Systems with Applications**, Oxford, v. 190, 2022.

LIMA, F. N.; SANTOS, M. M.; BENETTI, M. A.; MILKE, T.; SPERANDIO, M. Power Distribution Network Reconfiguration Considering the Transmission System Usage. **IEEE Latin America Transactions**, Piscataway, v. 19, n. 12, p. 2113–2121, 2021.

LOZANO-OSORIO, I.; OLIVA-GARCÍA, A.; SÁNCHEZ-ORO, J. Dynamic Path Relinking for the Target Set Selection problem. **Knowledge-Based Systems**, Oxford, 2023.

MACEDO, L. H.; FRANCO, J. F.; MAHDAVI, M.; ROMERO, R. A Contribution to the Optimization of the Reconfiguration Problem in Radial Distribution Systems. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 29, n. 6, p. 756–768, 2018.

MANTOVANI, J. R. S.; CASARI, F.; ROMERO, R. A. Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Radiais Utilizando o Critério de Queda de Tensão. **Controle e Automação**, Heidelberg, v. 11, n. 3, p. 150–159, 2000.

MARINHO, M. R. **Otimização do Problema de Reconfiguração de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica por meio das Meta-Heurísticas Busca Tabu, GRASP e Path Relinking**. 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2020.

MEJIA, M. A.; MACEDO, L. H.; MUÑOZ-DELGADO, G.; CONTRERAS, J.; PADILHA-FELTRIN, A. Active distribution system planning considering non-utility-owned electric vehicle charging stations and network reconfiguration. **Sustainable Energy, Grids and Networks**, Oxford, v. 35, p. 101101, 2023.

MERLIN, A.; BACK, H. Search for a Minimum-Loss Operating Spanning Tree Configuration for an Urban Power Distribution System. **Proc of 5th PSCC, 1975**, Surrey, v. 1, p. 1–18, 1975.

NARA, K.; SHIOSE, A.; KITAGAWA, M.; ISHIHARA, T. Implementation of genetic algorithm for distribution systems loss minimum re-configuration. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 7, n. 3, p. 1044–1051, 1992.

PENG, B.; LÜ, Z.; CHENG, T. C. E. A tabu search/path relinking algorithm to solve the job shop scheduling problem. **Computers & Operations Research**, Oxford, v. 53, p. 154–164, 2015.

POSSAGNOLO, L. H. F. M. **Reconfiguração de sistemas de distribuição operando em vários níveis de demanda através de uma meta-heurística de busca em vizinhança variável**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2015.

ROMERO, R.; LAVORATO, M. Meta-heurísticas em sistemas elétricos de potência: introdução ao estudo e aplicações. **IV Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos**, Goiânia, 2012.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W. Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 4, n. 2, p. 1492–1498, 1989.

THAMMANO, A.; RUNGWACHIRA, P. Hybrid modified ant system with sweep algorithm and path relinking for the capacitated vehicle routing problem. **Heliyon**, Oxford, v. 7, n. 9, p. e08029, 2021.

TSAI, C.-H.; LIN, Y.-D.; YANG, C.-H.; WANG, C.-K.; CHIANG, L.-C.; CHIANG, P.-J. A Biogeography-Based Optimization with a Greedy Randomized Adaptive Search Procedure and the 2-Opt Algorithm for the Traveling Salesman Problem. **Sustainability**, Basel, v. 15, n. 6, p. 5111, 2023.

WANG, Y.; XU, Y.; LI, J.; HE, J.; WANG, X. On the Radiality Constraints for Distribution System Restoration and Reconfiguration Problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 35, n. 4, p. 3294–3296, 2020.

ZHANG, D.; FU, Z.; ZHANG, L. An improved TS algorithm for loss-minimum reconfiguration in large-scale distribution systems. **Electric Power Systems Research**, Oxford, v. 77, n. 5–6, p. 685–694, 2007.

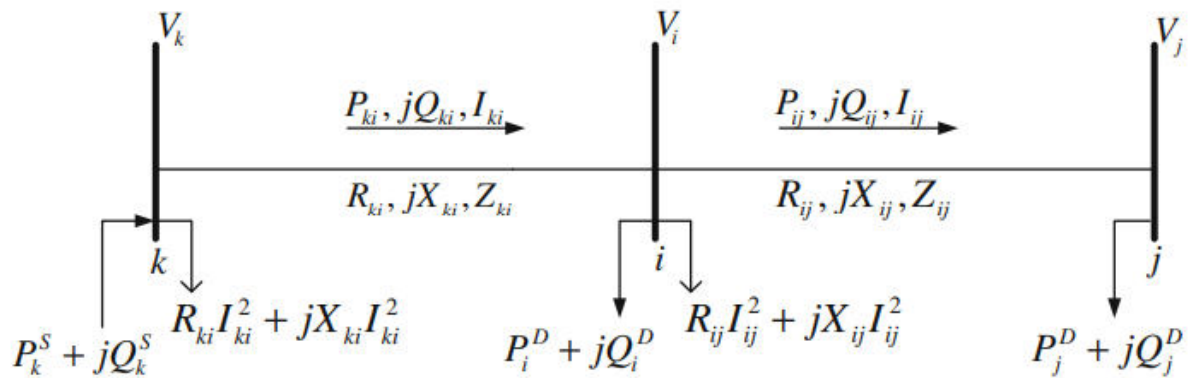
ANEXO A – MODELO PNLM DO PROBLEMA DE RSDEE

Neste Anexo será apresentado o modelo matemático de programação não-linear inteira mista do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica apresentado por Borges, Franco e Rider (2014).

Buscando a representação em regime permanente do problema, são assumidas as seguintes informações:

- Demanda de carga ativa e reativa são constantes.
- O Sistema é balanceado e representado por um equivalente monofásico.

Figura 28 – Sistema de distribuição radial



Fonte: (Borges; Franco; Rider, 2014).

A partir das suposições acima e da Figura 28, é possível equacionar o problema:

$$\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j = \mathbf{I}_{ij}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (39)$$

$$\mathbf{I}_{ij} = \left(\frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{\mathbf{V}_j} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (40)$$

Substituindo (40) em (39):

$$(\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j)\mathbf{V}_j^* = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (41)$$

Sabendo que $\mathbf{V}_i = V_i \angle \theta_i$, $\mathbf{V}_j = V_j \angle \theta_j$ e que $\theta_i - \theta_j = \theta_{ij}$:

$$(\mathbf{V}_i \mathbf{V}_j^* - |\mathbf{V}_j|^2) = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (42)$$

$$V_i V_j \angle(\theta_i - \theta_j) - V_j^2 = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (43)$$

$$V_i V_j (\cos(\theta_{ij}) + j\text{sen}(\theta_{ij})) - V_j^2 = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (44)$$

Separando em parte real e imaginária:

$$V_i V_j \cos(\theta_{ij}) = V_j^2 + P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (45)$$

$$V_i V_j \text{sen}(\theta_{ij}) = P_{ij} X_{ij} - Q_{ij} R_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (46)$$

Somando os quadrados das equações (45) e (46):

$$V_i^2 V_j^2 = (V_j^2 + P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij})^2 + (P_{ij} X_{ij} - Q_{ij} R_{ij})^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (47)$$

$$V_i^2 V_j^2 = V_j^4 + P_{ij}^2 R_{ij}^2 + Q_{ij}^2 X_{ij}^2 + 2V_j^2 P_{ij} R_{ij} + 2V_j^2 Q_{ij} X_{ij} + 2P_{ij} R_{ij} Q_{ij} X_{ij} + X_{ij}^2 P_{ij}^2 - 2P_{ij} R_{ij} Q_{ij} X_{ij} + R_{ij}^2 Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (48)$$

Dividindo a equação (48) por V_j^2 :

$$V_i^2 = V_j^2 + 2P_{ij} R_{ij} + 2Q_{ij} X_{ij} + \frac{1}{V_j^2} (P_{ij}^2 R_{ij}^2 + Q_{ij}^2 X_{ij}^2 + X_{ij}^2 P_{ij}^2 + R_{ij}^2 Q_{ij}^2) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (49)$$

Fatorando o segundo termo da equação (49):

$$V_i^2 = V_j^2 + 2(P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij}) + \frac{(R^2 + X^2)(P^2 + Q^2)}{V_j^2} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (50)$$

Sabendo que $R^2 + X^2 = |Z|^2$ e que $P^2 + Q^2 = |S|^2$.

$$V_i^2 = V_j^2 + 2(P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij}) + \frac{|Z|^2 |S|^2}{V_j^2} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (51)$$

E sabendo que $\frac{|S|^2}{V_j^2} = I_{ij}^2$, obtém-se:

$$V_i^2 - V_j^2 = 2(P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij}) + |Z|^2 I_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (52)$$

Desta forma, é removida a diferença angular das tensões complexas. Para a modelagem, será necessário utilizar a equação do fluxo de corrente nos circuitos utilizada anteriormente como uma das restrições do problema:

$$I_{ij}^2 V_j^2 = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (53)$$

Além disso, também serão necessárias as equações de balanço de potência:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2 + P_i^S - P_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (54)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2 + Q_i^S - Q_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (55)$$

As equações (52)-(55) representa o sistema de distribuição operando em regime permanente e foram utilizados como restrições no modelo matemático do FC radial.

Para o modelo de programação não linear inteira mista (PNLIM), o problema de FC pode ser resolvido objetivando a redução das perdas de potência ativa utilizando as equações

(52)-(55) como restrições. A FO que representa as perdas de potência ativa é a apresentada na equação (56).

$$\text{minimizar } v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^2 \quad (56)$$

Entretanto, esta FO apresenta um problema de PNL e adicionando as restrições torna-se um PNLIM não convexo e de difícil solução, logo será necessário fazer uma aproximação do problema, que nesta dissertação foi escolhido fazer isto por uma formulação cônica de segunda ordem.

ANEXO B – FORMULAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM DO PROBLEMA DE RSDEE

Como as magnitudes de corrente I_{ij} e tensão V_j só aparecem na forma quadrática tanto na FO quanto nas restrições, é possível fazer uma mudança de variável da seguinte forma:

$$V_j^2 = V_j^{sqr} \quad (57)$$

$$I_{ij}^2 = I_{ij}^{sqr} \quad (58)$$

E, ao adicionar as restrições de radialidade (11) e (12), obtém-se um sistema com a mesma quantidade de variáveis e equações, logo é possível resolvê-lo de diversas formas existentes na literatura. Desta maneira é obtido o seguinte sistema:

$$\text{minimizar } v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{sqr} \quad (59)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{sqr} + P_i^S - P_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (60)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{sqr} + Q_i^S - Q_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (61)$$

$$V_i^{sqr} - V_j^{sqr} = 2(P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij}) + |Z|^2 I_{ij}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (62)$$

$$I_{ij}^{sqr} V_j^{sqr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (63)$$

$$I_{ij}^{sqr} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (64)$$

$$V_j^{sqr} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (65)$$

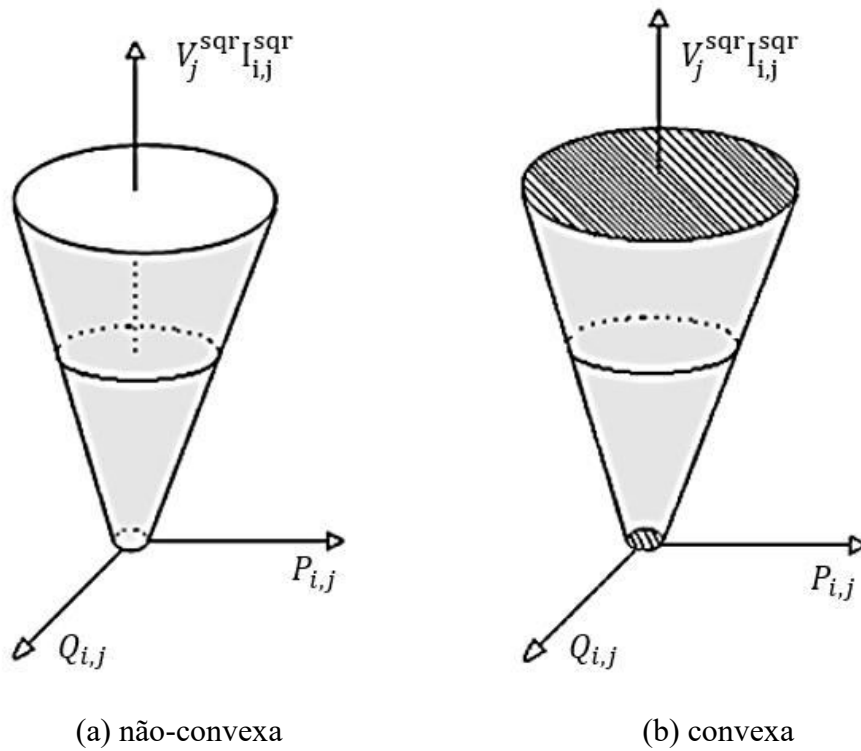
Onde a equação (59) representa o objetivo de minimizar as perdas de potência ativa nas linhas, as e restrições (60) e (61) representa o balanço de potência ativo e reativo em cada barra, a restrição (62) representa a queda de tensão em cada circuito (i, j) , a restrição (63) representa o cálculo da magnitude da corrente no circuito (i, j) e as restrições (64) e (65) representam a não negatividade das variáveis quadráticas.

Porém, este sistema ainda não é linear, pois a restrição (63) é não linear devido ao produto de variáveis I_{ij}^{sqr} e V_j^{sqr} . Porém ao relaxar a restrição em uma desigualdade, tem-se uma restrição cônica de segunda ordem que é convexa.

$$I_{ij}^{sqr} V_j^{sqr} \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (66)$$

Na Figura 29 é feita a representação gráfica das restrições (63) e (66), sendo a Figura 29(a) a representação não-convexa e a Figura 29(b) a representação convexa.

Figura 29 – Representação da restrição cônica



Fonte: Adaptado de (Delgado, 2015).

Desta maneira, o problema que antes era de PNLIM se torna um problema de PCSOIM que possui uma região de busca convexa e existem *solvers* capazes de encontrar a solução ótima deste tipo de problema, como o solver GUROBI.

ANEXO C – DADOS DOS SISTEMAS

Neste anexo são apresentados os dados utilizados no trabalho, sendo estes os sistemas de 33, 84 e 136 barras.

C.1 Sistema de 84 barras

O sistema de 84 barras conta com uma subestação, tensão na subestação de 11,4 kV, potência da subestação de 100 MVA, limite de tensão mínima de 0,95 p.u. e máxima de 1,05 p.u.

Tabela 11 – Dados sistema de 84 barras

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)
1	1	84	0,1944	0,6624	1	0,0	0,0
2	1	2	0,2096	0,4304	2	100,0	50,0
3	2	3	0,2358	0,4842	3	300,0	200,0
4	3	4	0,0917	0,1883	4	350,0	250,0
5	4	5	0,2096	0,4304	5	220,0	100,0
6	5	6	0,0393	0,0807	6	1100,0	800,0
7	6	7	0,0405	0,1380	7	400,0	320,0
8	7	8	0,1048	0,2152	8	300,0	200,0
9	7	9	0,2358	0,4842	9	300,0	230,0
10	7	10	0,1048	0,2152	10	300,0	260,0
11	11	84	0,0786	0,1614	11	0,9	0,0
12	11	12	0,3406	0,6944	12	1200,0	800,0
13	12	13	0,0262	0,0538	13	800,0	600,0
14	12	14	0,0786	0,1614	14	700,0	500,0
15	15	84	0,1134	0,3864	15	0,0	0,0
16	15	16	0,0524	0,1076	16	300,0	150,0
17	16	17	0,0524	0,1076	17	500,0	350,0
18	17	18	0,1572	0,3228	18	700,0	400,0
19	18	19	0,0393	0,0807	19	1200,0	1000,0
20	19	20	0,1703	0,3497	20	300,0	300,0
21	20	21	0,2358	0,4842	21	400,0	350,0
22	21	22	0,1572	0,3228	22	50,0	20,0
23	21	23	0,1965	0,4035	23	50,0	20,0
24	23	24	0,1310	0,2690	24	50,0	10,0
25	25	84	0,0567	0,1932	25	50,0	30,0
26	25	26	0,1048	0,2152	26	100,0	60,0
27	26	27	0,2489	0,5111	27	100,0	70,0
28	27	28	0,0486	0,1656	28	1800,0	1300,0
29	28	29	0,1310	0,2690	29	200,0	120,0
30	30	84	0,1965	0,3960	30	0,0	0,0
31	30	31	0,1310	0,2690	31	1800,0	1600,0

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa ($kVAr$)
32	31	32	0,1310	0,2690	32	200,0	150,0
33	32	33	0,0262	0,0538	33	200,0	100,0
34	33	34	0,1703	0,3497	34	800,0	600,0
35	34	35	0,0524	0,1076	35	100,0	60,0
36	35	36	0,4978	10,222	36	100,0	60,0
37	36	37	0,0393	0,0807	37	20,0	10,0
38	37	38	0,0393	0,0807	38	20,0	10,0
39	38	39	0,0786	0,1614	39	20,0	10,0
40	39	40	0,2096	0,4304	40	20,0	10,0
41	38	41	0,1965	0,4035	41	200,0	160,0
42	41	42	0,2096	0,4304	42	50,0	30,0
43	43	84	0,0486	0,1656	43	0,0	0,0
44	43	44	0,0393	0,0807	44	30,0	20,0
45	44	45	0,1310	0,2690	45	800,0	700,0
46	45	46	0,2358	0,4842	46	200,0	150,0
47	47	84	0,2430	0,8280	47	0,0	0,0
48	47	48	0,0655	0,1345	48	0,0	0,0
49	48	49	0,0655	0,1345	49	0,0	0,0
50	49	50	0,0393	0,0807	50	200,0	160,0
51	50	51	0,0786	0,1614	51	800,0	600,0
52	51	52	0,0393	0,0807	52	500,0	300,0
53	52	53	0,0786	0,1614	53	500,0	350,0
54	53	54	0,0524	0,1076	54	500,0	300,0
55	54	55	0,1310	0,2690	55	200,0	80,0
56	56	84	0,2268	0,7728	56	0,0	0,0
57	56	57	0,5371	11,029	57	30,0	20,0
58	57	58	0,0524	0,1076	58	600,0	420,0
59	58	59	0,0405	0,1380	59	0,0	0,0
60	59	60	0,0393	0,0807	60	20,0	10,0
61	60	61	0,0262	0,0538	61	20,0	10,0
62	61	62	0,1048	0,2152	62	200,0	130,0
63	62	63	0,2358	0,4842	63	300,0	240,0
64	63	64	0,0243	0,0828	64	300,0	200,0
65	65	84	0,0486	0,1656	65	0,0	0,0
66	65	66	0,1703	0,3497	66	50,0	30,0
67	66	67	0,1215	0,4140	67	0,0	0,0
68	67	68	0,2187	0,7452	68	400,0	360,0
69	68	69	0,0486	0,1656	69	0,0	0,0
70	69	70	0,0729	0,2484	70	0,0	0,0
71	70	71	0,0567	0,1932	71	2000,0	1500,0
72	71	72	0,0262	0,0528	72	200,0	150,0
73	73	84	0,3240	11,040	73	0,0	0,0
74	73	74	0,0324	0,1104	74	0,0	0,0

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa ($kVAr$)
75	74	75	0,0567	0,1932	75	1200,0	950,0
76	75	76	0,0486	0,1656	76	300,0	180,0
77	77	84	0,2511	0,8556	77	0,0	0,0
78	77	78	0,1296	0,4416	78	400,0	360,0
79	78	79	0,0486	0,1656	79	2000,0	1300,0
80	79	80	0,1310	0,2640	80	200,0	140,0
81	80	81	0,1310	0,2640	81	500,0	360,0
82	81	82	0,0917	0,1883	82	100,0	30,0
83	82	83	0,3144	0,6456	83	400,0	360,0
84	5	55	0,1310	0,2690	84*	0,0	0,0
85	7	60	0,1310	0,2690			
86	11	43	0,1310	0,2690			
87	12	72	0,3406	0,6994			
88	13	76	0,4585	0,9415			
89	14	18	0,5371	10,824			

* Barra de subestação

Fonte: (Chiou; Chang; Su, 2005)

C.2 Sistema de 118 barras

O sistema de 118 barras conta com uma subestação, tensão na subestação de 11 kV , potência da subestação de 100 MVA , limite de tensão mínima de 0,93 $p.u.$ e máxima de 1,05 $p.u.$

Tabela 12 – Dados sistema de 118 barras

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa ($kVAr$)
1	1	2	0,036	0,01296	1	0	0
2	2	3	0,033	0,01188	2	133,84	101,14
3	2	4	0,045	0,0162	3	16,214	11,292
4	4	5	0,015	0,054	4	34,315	21,845
5	5	6	0,015	0,054	5	73,016	63,602
6	6	7	0,015	0,0125	6	144,2	68,604
7	7	8	0,018	0,014	7	104,47	61,725
8	8	9	0,021	0,063	8	28,547	11,503
9	2	10	0,166	0,1344	9	87,56	51,073
10	10	11	0,112	0,0789	10	198,2	106,77
11	11	12	0,187	0,313	11	146,8	75,995
12	12	13	0,142	0,1512	12	26,04	18,687
13	13	14	0,18	0,118	13	52,1	23,22
14	14	15	0,15	0,045	14	141,9	117,5
15	15	16	0,16	0,18	15	21,87	28,79
16	16	17	0,157	0,171	16	33,37	26,45
17	11	18	0,218	0,285	17	32,43	25,23
18	18	19	0,118	0,185	18	20,234	11,906

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)
19	19	20	0,16	0,196	19	156,94	78,523
20	20	21	0,12	0,189	20	546,29	351,4
21	21	22	0,12	0,0789	21	180,31	164,2
22	22	23	1,41	0,723	22	93,167	54,594
23	23	24	0,293	0,1348	23	85,18	39,65
24	24	25	0,133	0,104	24	168,1	95,178
25	25	26	0,178	0,134	25	125,11	150,22
26	26	27	0,178	0,134	26	16,03	24,62
27	4	29	0,015	0,0296	27	26,03	24,62
28	29	30	0,012	0,0276	28	211,14	192,9
29	30	31	0,12	0,2766	29	594,56	522,62
30	31	32	0,21	0,243	30	120,62	59,117
31	32	33	0,12	0,054	31	102,38	99,554
32	33	34	0,178	0,234	32	513,4	318,5
33	34	35	0,178	0,234	33	475,25	456,14
34	35	36	0,154	0,162	34	151,43	136,79
35	31	37	0,187	0,261	35	205,38	83,302
36	37	38	0,133	0,099	36	131,6	93,082
37	30	40	0,33	0,194	37	448,4	369,79
38	40	41	0,31	0,194	38	440,52	321,64
39	41	42	0,13	0,194	39	67,009	53,336
40	42	43	0,28	0,15	40	112,54	55,134
41	43	44	1,18	0,85	41	53,963	38,998
42	44	45	0,42	0,2436	42	393,05	342,6
43	45	46	0,27	0,0972	43	326,74	278,56
44	46	47	0,339	0,1221	44	536,26	240,24
45	47	48	0,27	0,1779	45	76,247	66,562
46	36	49	0,21	0,1383	46	53,52	39,76
47	49	50	0,12	0,0789	47	40,328	31,964
48	50	51	0,15	0,0987	48	39,653	20,758
49	51	52	0,15	0,0987	49	66,195	42,361
50	52	53	0,24	0,1581	50	73,904	51,653
51	53	54	0,12	0,0789	51	114,77	57,965
52	54	55	0,405	0,1458	52	918,37	1205,1
53	55	56	0,405	0,1458	53	210,3	146,66
54	30	58	0,391	0,141	54	66,68	56,608
55	58	59	0,406	0,1461	55	42,207	40,184
56	59	60	0,406	0,1461	56	433,74	283,41
57	60	61	0,706	0,5461	57	162,07	90,321
58	61	62	0,338	0,1218	58	62,1	26,86
59	62	63	0,338	0,1218	59	92,46	88,38
60	63	64	0,207	0,0747	60	85,188	55,436
61	64	65	0,247	0,8922	61	345,3	332,4
62	1	66	0,028	0,0418	62	22,5	16,83
63	66	67	0,117	0,2016	63	80,551	49,156
64	67	68	0,255	0,0918	64	95,86	90,758
65	68	69	0,21	0,0759	65	62,92	47,7
66	69	70	0,383	0,138	66	478,8	463,74
67	70	71	0,504	0,3303	67	120,94	52,006
68	71	72	0,406	0,1461	68	139,11	100,34
69	72	73	0,962	0,761	69	391,78	193,5

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)
70	73	74	0,165	0,06	70	27,741	26,713
71	74	75	0,303	0,1092	71	52,814	25,257
72	75	76	0,303	0,1092	72	66,89	38,713
73	76	77	0,206	0,144	73	467,5	395,14
74	77	78	0,233	0,084	74	594,85	239,74
75	78	79	0,591	0,1773	75	132,5	84,363
76	79	80	0,126	0,0453	76	52,699	22,482
77	67	81	0,559	0,3687	77	869,79	614,775
78	81	82	0,186	0,1227	78	31,349	29,817
79	82	83	0,186	0,1227	79	192,39	122,43
80	83	84	0,26	0,139	80	65,75	45,37
81	84	85	0,154	0,148	81	238,15	223,22
82	85	86	0,23	0,128	82	294,55	162,47
83	86	87	0,252	0,106	83	485,57	437,92
84	87	88	0,18	0,148	84	243,53	183,03
85	82	89	0,16	0,182	85	243,53	183,03
86	89	90	0,2	0,23	86	134,25	119,29
87	90	91	0,16	0,393	87	22,71	27,96
88	68	93	0,669	0,2412	88	49,513	26,515
89	93	94	0,266	0,1227	89	383,78	257,16
90	94	95	0,266	0,1227	90	49,64	20,6
91	95	96	0,266	0,1227	91	22,473	11,806
92	96	97	0,266	0,1227	92	48,785	29,156
93	97	98	0,233	0,115	93	62,93	42,96
94	98	99	0,496	0,138	94	30,67	34,93
95	95	100	0,196	0,18	95	62,53	66,79
96	100	101	0,196	0,18	96	114,57	81,748
97	101	102	0,1866	0,122	97	81,292	66,526
98	102	103	0,0746	0,318	98	31,733	15,96
99	1	105	0,0625	0,0265	99	33,32	60,48
100	105	106	0,1501	0,234	100	531,28	224,85
101	106	107	0,1347	0,0888	101	507,03	367,42
102	107	108	0,2307	0,1203	102	26,39	11,7
103	108	109	0,447	0,1608	103	45,99	30,392
104	109	110	0,1632	0,0588	104	33,9	18,98
105	110	111	0,33	0,099	105	100,66	47,572
106	111	112	0,156	0,0561	106	456,48	350,3
107	112	113	0,3819	0,1374	107	522,56	449,29
108	113	114	0,1626	0,0585	108	408,43	168,46
109	114	115	0,3819	0,1374	109	141,48	134,25
110	115	116	0,2445	0,0879	110	104,43	66,024
111	115	117	0,2088	0,0753	111	96,793	83,647
112	117	118	0,2301	0,0828	112	493,92	419,34
113	105	28	0,6102	0,2196	113	225,38	135,88
114	28	39	0,1866	0,127	114	509,21	387,21
115	39	57	0,3732	0,246	115	188,5	173,46
116	57	92	0,405	0,367	116	918,03	898,55
117	92	104	0,489	0,438	117	305,08	215,37
118	48	27	0,5258	0,2925	118	54,38	40,97
119	17	27	0,5258	0,2916			

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa ($kVAr$)
120	8	24	0,4272	0,1539			
121	56	45	0,48	0,1728			
122	65	51	0,36	0,1296			
123	38	65	0,57	0,572			
124	9	42	0,53	0,3348			
125	61	100	0,3957	0,1425			
126	76	95	0,68	0,648			
127	91	78	0,4062	0,1464			
128	103	80	0,4626	0,1674			
129	113	86	0,651	0,234			
130	110	89	0,8125	0,2925			
131	115	104	0,7089	0,2553			
132	25	36	0,5	0,5			

* Barra de subestação

Fonte: (Zhang; Fu; Zhang, 2007)

C.3 Sistema de 136 barras

O sistema de 136 barras conta com uma subestação, tensão na subestação de 13,8 kV, potência da subestação de 100 MVA, limite de tensão mínima de 0,95 p.u. e máxima de 1,05 p.u.

Tabela 13 – Dados sistema de 136 barras

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa ($kVAr$)
1	0	1	0,33205	0,76653	0*	0,0	0,0
2	1	2	0,00188	0,00433	1	0,0	0,0
3	2	3	0,22324	0,51535	2	47,780	19,009
4	3	4	0,09943	0,22953	3	42,551	16,929
5	4	5	0,15571	0,35945	4	87,022	34,622
6	5	6	0,16321	0,37677	5	311,310	123,855
7	6	7	0,11444	0,26417	6	148,869	59,228
8	6	8	0,05675	0,05666	7	238,672	94,956
9	8	9	0,52124	0,27418	8	62,299	24,786
10	8	10	0,10877	0,10860	9	124,598	49,571
11	10	11	0,39803	0,20937	10	140,175	55,768
12	10	12	0,91744	0,31469	11	116,813	46,474
13	10	13	0,11823	0,11805	12	249,203	99,145
14	13	14	0,50228	0,26421	13	291,447	115,952
15	13	15	0,05675	0,05666	14	303,720	120,835
16	15	16	0,29379	0,15454	15	215,396	85,695
17	0	17	0,33205	0,76653	16	198,586	79,007
18	17	18	0,00188	0,00433	17	0,0	0,0

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa ($kVAr$)
19	18	19	0,22324	0,51535	18	0,0	0,0
20	19	20	0,10881	0,25118	19	0,0	0,0
21	20	21	0,71078	0,37388	20	30,127	14,729
22	20	22	0,18197	0,42008	21	230,972	112,920
23	22	23	0,30326	0,15952	22	60,256	29,458
24	22	24	0,02439	0,05630	23	230,972	112,920
25	24	25	0,04502	0,10394	24	120,507	58,915
26	25	26	0,01876	0,04331	25	0,0	0,0
27	26	27	0,11823	0,11805	26	56,981	27,857
28	27	28	0,02365	0,02361	27	364,665	178,281
29	28	29	0,18954	0,09970	28	0,0	0,0
30	29	30	0,39803	0,20937	29	124,647	60,939
31	28	31	0,05675	0,05666	30	56,981	27,857
32	31	32	0,09477	0,04985	31	0,0	0,0
33	32	33	0,41699	0,21934	32	85,473	41,787
34	33	34	0,11372	0,05982	33	0,0	0,0
35	31	35	0,07566	0,07555	34	396,735	193,960
36	35	36	0,36960	0,19442	35	0,0	0,0
37	36	37	0,26536	0,13958	36	181,152	88,563
38	35	38	0,05675	0,05666	37	242,172	118,395
39	0	39	0,33205	0,76653	38	75,316	36,821
40	39	40	0,11819	0,27283	39	0,0	0,0
41	40	41	296,288	101,628	40	1,254	0,531
42	40	42	0,00188	0,00433	41	6,274	2,660
43	42	43	0,06941	0,16024	42	0,0	0,0
44	43	44	0,81502	0,42872	43	117,880	49,971
45	43	45	0,06378	0,14724	44	62,668	26,566
46	45	46	0,13132	0,30315	45	172,285	73,034
47	46	47	0,06191	0,14291	46	458,556	194,388
48	47	48	0,11444	0,26417	47	262,962	111,473
49	48	49	0,28374	0,28331	48	235,761	99,942
50	49	50	0,28374	0,28331	49	0,0	0,0
51	48	51	0,04502	0,10394	50	109,215	46,298
52	51	52	0,02626	0,06063	51	0,0	0,0
53	52	53	0,06003	0,13858	52	72,809	30,865
54	53	54	0,03002	0,06929	53	258,473	109,570
55	54	55	0,02064	0,04764	54	69,169	29,322
56	52	56	0,10881	0,25118	55	21,843	9,260
57	56	57	0,25588	0,13460	56	0,0	0,0
58	57	58	0,41699	0,21934	57	20,527	8,702
59	58	59	0,50228	0,26421	58	150,548	63,819
60	59	60	0,33170	0,17448	59	220,687	93,552
61	60	61	0,20849	0,10967	60	92,384	39,163

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa ($kVAr$)
62	47	62	0,13882	0,32047	61	0,0	0,0
63	0	63	0,00750	0,01732	62	226,693	96,098
64	63	64	0,27014	0,62362	63	0,0	0,0
65	64	65	0,38270	0,88346	64	294,016	116,974
66	65	66	0,33018	0,76220	65	83,015	33,028
67	66	67	0,32830	0,75787	66	83,015	33,028
68	67	68	0,17072	0,39409	67	103,770	41,285
69	68	69	0,55914	0,29412	68	176,408	70,184
70	68	70	0,05816	0,13425	69	83,015	33,028
71	70	71	0,70130	0,36890	70	217,917	86,698
72	71	72	102,352	0,53839	71	23,294	9,267
73	70	73	0,06754	0,15591	72	5,075	2,019
74	73	74	132,352	0,45397	73	72,638	28,899
75	0	75	0,01126	0,02598	74	405,990	161,523
76	75	76	0,72976	168,464	75	0,0	0,0
77	76	77	0,22512	0,51968	76	100,182	42,468
78	77	78	0,20824	0,48071	77	142,523	60,417
79	78	79	0,04690	0,10827	78	96,042	40,713
80	79	80	0,61950	0,61857	79	300,454	127,366
81	80	81	0,34049	0,33998	80	141,238	59,873
82	81	82	0,56862	0,29911	81	279,847	118,631
83	81	83	0,10877	0,10860	82	87,312	37,013
84	83	84	0,56862	0,29911	83	243,849	103,371
85	0	85	0,01126	0,02598	84	247,750	105,025
86	85	86	0,41835	0,96575	85	0,0	0,0
87	86	87	0,10499	0,13641	86	89,878	38,101
88	86	88	0,43898	101,338	87	1,137,280	482,108
89	88	89	0,07520	0,02579	88	458,339	194,296
90	89	90	0,07692	0,17756	89	385,197	163,290
91	90	91	0,33205	0,76653	90	0,0	0,0
92	91	92	0,08442	0,19488	91	79,608	33,747
93	92	93	0,13320	0,30748	92	87,312	37,013
94	93	94	0,29320	0,29276	93	0,0	0,0
95	94	95	0,21753	0,21721	94	74,001	31,370
96	95	96	0,26482	0,26443	95	232,050	98,369
97	93	97	0,10318	0,23819	96	141,819	60,119
98	97	98	0,13507	0,31181	97	0,0	0,0
99	0	99	0,00938	0,02165	98	76,449	32,408
100	99	100	0,16884	0,38976	99	0,0	0,0
101	100	101	0,11819	0,27283	100	51,322	21,756
102	101	102	228,608	0,78414	101	59,874	25,381
103	101	103	0,45587	105,236	102	9,065	3,843
104	103	104	0,69600	160,669	103	2,092	0,887

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa ($kVAr$)
105	104	105	0,45774	105,669	104	16,735	7,094
106	105	106	0,20298	0,26373	105	1,506,522	638,634
107	106	107	0,21348	0,27737	106	313,023	132,694
108	107	108	0,54967	0,28914	107	79,831	33,842
109	108	109	0,54019	0,28415	108	51,322	21,756
110	107	110	0,04550	0,05911	109	0,0	0,0
111	110	111	0,47385	0,24926	110	202,435	85,815
112	111	112	0,86241	0,45364	111	60,823	25,784
113	112	113	0,56862	0,29911	112	45,618	19,338
114	108	114	0,77711	0,40878	113	0,0	0,0
115	114	115	108,038	0,56830	114	157,070	66,584
116	109	116	109,933	0,57827	115	0,0	0,0
117	116	117	0,47385	0,24926	116	250,148	106,041
118	104	118	0,32267	0,74488	117	0,0	0,0
119	118	119	0,14633	0,33779	118	69,809	29,593
120	119	120	0,12382	0,28583	119	32,072	13,596
121	0	121	0,01126	0,02598	120	61,084	25,894
122	121	122	0,64910	149,842	121	0,0	0,0
123	122	123	0,04502	0,10394	122	94,622	46,260
124	123	124	0,52640	0,18056	123	49,858	24,375
125	123	125	0,02064	0,04764	124	123,164	60,214
126	125	126	0,53071	0,27917	125	78,350	38,304
127	125	127	0,09755	0,22520	126	145,475	71,121
128	127	128	0,11819	0,27283	127	21,369	10,447
129	127	129	0,13882	0,32047	128	74,789	36,564
130	129	130	0,04315	0,09961	129	227,926	111,431
131	130	131	0,09192	0,21220	130	35,614	17,411
132	131	132	0,16134	0,37244	131	249,295	121,877
133	132	133	0,37832	0,37775	132	316,722	154,842
134	133	134	0,39724	0,39664	133	333,817	163,199
135	134	135	0,29320	0,29276	134	249,295	121,877
136	7	73	0,13132	0,30315	135	0,0	0,0
137	9	24	0,26536	0,13958			
138	15	83	0,14187	0,14166			
139	38	135	0,08512	0,08499			
140	25	51	0,04502	0,10394			
141	50	96	0,14187	0,14166			
142	55	98	0,14187	0,14166			
143	62	120	0,03940	0,09094			
144	66	79	0,12944	0,29882			
145	79	131	0,01688	0,03898			
146	84	135	0,33170	0,17448			
147	91	104	0,14187	0,14166			

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)
148	90	129	0,07692	0,17756			
149	90	103	0,07692	0,17756			
150	92	104	0,07692	0,17756			
151	92	132	0,07692	0,17756			
152	96	120	0,26482	0,26443			
153	110	47	0,49696	0,64567			
154	126	76	0,17059	0,08973			
155	128	77	0,05253	0,12126			
156	135	98	0,29320	0,29276			

* Barra de subestação

Fonte: (Mantovani; Casari; Romero, 2000)

C.4 Sistema de 415 barras

O sistema de 415 barras conta com uma subestação, tensão na subestação de 10 kV, limite de tensão mínima de 0,93 p. u. e máxima de 1,05 p. u.

Tabela 14 – Dados sistema de 415 barras

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
1	384	68	0,031068	0,02142	1*	0,1	0
2	89	67	0,107823	0,07434	2	0,1	0
3	225	224	0,069445	0,04788	3	122	59
4	21	72	0,193715	0,13356	4	0,1	0
5	66	384	0,034723	0,02394	5	0,1	0
6	3	20	0,610385	0,42084	6	114	55
7	224	222	0,069445	0,04788	7	51	25
8	72	74	0,02193	0,01512	8	83	40
9	70	382	0,031068	0,02142	9	0,1	0
10	20	51	0,08772	0,06048	10	122	59
11	222	221	0,08772	0,06048	11	122	59
12	76	72	0,054825	0,0378	12	77	37
13	382	66	0,032895	0,02268	13	0,1	0
14	51	52	0,069445	0,04788	14	68	33
15	221	220	0,084065	0,05796	15	71	34
16	75	81	0,084065	0,05796	16	0,1	0
17	59	70	0,053729	0,037044	17	0,1	0
18	52	56	0,11696	0,08064	18	77	37
19	1	273	0,014255	0,009828	19	30	14
20	81	76	0,052998	0,03654	20	13	6
21	68	85	0,02924	0,02016	21	1	0
22	56	27	0,09503	0,06552	22	194	94
23	1	274	0,115498	0,079632	23	77	37
24	74	75	0,105995	0,07308	24	77	37

# do circuito	Dados dos Circuitos				Dados das Barras		
	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
25	68	93	0,084065	0,05796	25	77	37
26	27	31	0,10234	0,07056	26	122	59
27	274	275	0,0837	0,057708	27	104	51
28	72	73	0,098685	0,06804	28	0,1	0
29	60	58	0,010965	0,00756	29	77	37
30	31	40	0,105995	0,07308	30	243	118
31	275	209	0,139621	0,096264	31	77	37
32	73	80	0,0731	0,0504	32	77	37
33	65	71	0,071273	0,04914	33	0,1	0
34	40	47	0,091375	0,063	34	121	58
35	275	276	0,115864	0,079884	35	194	94
36	73	77	0,076755	0,05292	36	122	59
37	69	65	0,031068	0,02142	37	77	37
38	51	54	0,054825	0,0378	38	0,1	0
39	276	264	0,115133	0,07938	39	0,1	0
40	77	78	0,05117	0,03528	40	96	47
41	59	69	0,021199	0,014616	41	122	59
42	54	24	0,0731	0,0504	42	70	34
43	263	264	0,068714	0,047376	43	58	28
44	79	83	0,24123	0,16632	44	0,1	0
45	63	61	0,10965	0,0756	45	122	59
46	24	29	0,09503	0,06552	46	122	59
47	262	263	0,063094	0,053266	47	122	59
48	82	80	0,0731	0,0504	48	86	42
49	71	63	0,022661	0,015624	49	77	37
50	29	34	0,115133	0,07938	50	0,1	0
51	261	262	0,037973	0,032058	51	122	59
52	78	79	0,02193	0,01512	52	122	59
53	61	60	0,04386	0,03024	53	122	59
54	34	47	0,173613	0,1197	54	0,1	0
55	259	261	0,051118	0,043155	55	42	20
56	83	90	0,120981	0,083412	56	122	59
57	58	62	0,129387	0,089208	57	13	6
58	47	21	0,084065	0,05796	58	77	37
59	257	259	0,068714	0,047376	59	50	24
60	77	59	0,38743	0,26712	60	0,1	0
61	64	67	0,044957	0,030996	61	60	29
62	20	44	0,01462	0,01008	62	71	34
63	372	239	0,026581	0,022441	63	122	59
64	123	1	0,013524	0,015953	64	77	37
65	67	68	0,086258	0,059472	65	95	46
66	44	25	0,127925	0,0882	66	121	58
67	264	265	0,072369	0,049896	67	77	37
68	120	94	0,253828	0,258455	68	103	50
69	62	64	0,060308	0,04158	69	52	25
70	25	35	0,127925	0,0882	70	57	27
71	369	347	0,13158	0,09072	71	171	83
72	120	123	0,294875	0,30025	72	121	58
73	58	20	0,59211	0,40824	73	39	19
74	35	38	0,08041	0,05544	74	119	58

# do circuito	Dados dos Circuitos				Dados das Barras		
	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
75	369	370	0,208335	0,14364	75	49	24
76	114	115	0,047515	0,03276	76	0,1	0
77	1	92	0,388892	0,268128	77	50	24
78	38	41	0,104168	0,07182	78	44	21
79	370	348	0,118788	0,0819	79	82	40
80	115	112	0,040205	0,02772	80	132	64
81	92	2	0,341012	0,235116	81	194	94
82	41	43	0,11696	0,08064	82	0,1	0
83	383	251	0,010965	0,00756	83	122	59
84	94	113	0,032895	0,02268	84	3	1
85	92	87	0,012852	0,01085	85	52	25
86	43	48	0,08041	0,05544	86	103	50
87	383	370	0,018275	0,0126	87	21	10
88	113	114	0,076755	0,05292	88	21	10
89	2	17	0,08772	0,06048	89	21	10
90	48	50	0,0731	0,0504	90	5	3
91	208	277	0,067252	0,046368	91	0,1	0
92	106	95	0,084065	0,05796	92	0,1	0
93	6	7	0,040205	0,02772	93	21	10
94	20	33	0,06579	0,04536	94	18	9
95	277	278	0,032895	0,02268	95	122	59
96	95	112	0,032895	0,02268	96	116	56
97	7	3	0,051901	0,035784	97	7	3
98	84	33	0,042033	0,02898	98	64	31
99	277	279	0,048246	0,033264	99	49	24
100	94	111	0,06579	0,04536	100	16	8
101	18	5	0,122443	0,08442	101	77	37
102	28	36	0,091375	0,063	102	119	58
103	279	280	0,034357	0,023688	103	71	34
104	111	106	0,06579	0,04536	104	77	37
105	5	6	0,049343	0,03402	105	194	94
106	36	45	0,13158	0,09072	106	122	59
107	280	281	0,062135	0,04284	107	55	27
108	119	121	0,010224	0,008631	108	38	18
109	17	18	0,11696	0,08064	109	22	10
110	49	45	0,04386	0,03024	110	0,1	0
111	281	235	0,049343	0,03402	111	77	37
112	94	119	0,056028	0,066091	112	122	59
113	2	14	0,016448	0,01134	113	38	18
114	55	23	0,076755	0,05292	114	122	59
115	281	282	0,053729	0,037044	115	27	13
116	118	84	0,040205	0,02772	116	64	31
117	8	9	0,09503	0,06552	117	0,1	0
118	23	28	0,069445	0,04788	118	0,1	0
119	235	234	0,083334	0,057456	119	0,1	0
120	119	122	0,05117	0,03528	120	0,1	0
121	9	3	0,01462	0,01008	121	79	38
122	33	55	0,04386	0,03024	122	247	119
123	235	236	0,042033	0,02898	123	0,1	0
124	122	118	0,201025	0,1386	124	0,1	0

# do circuito	Dados dos Circuitos				Dados das Barras		
	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
125	16	19	0,157165	0,10836	125	0,1	0
126	21	50	0,03655	0,0252	126	0,1	0
127	208	236	0,076755	0,05292	127	0,1	0
128	104	105	0,049657	0,041922	128	0,1	0
129	19	8	0,02193	0,01512	129	77	37
130	32	44	0,25585	0,1764	130	122	59
131	232	349	0,075946	0,064116	131	62	30
132	84	104	0,0731	0,0504	132	105	51
133	14	16	0,098685	0,06804	133	122	59
134	37	32	0,105995	0,07308	134	77	37
135	349	207	0,032131	0,027126	135	77	37
136	105	108	0,06579	0,04536	136	0,1	0
137	2	13	0,032131	0,027126	137	85	41
138	42	37	0,067618	0,04662	138	8	4
139	380	229	0,041186	0,034771	139	122	59
140	109	108	0,049657	0,041922	140	35	17
141	4	12	0,067183	0,056718	141	55	27
142	46	42	0,025585	0,01764	142	153	74
143	229	228	0,063094	0,053266	143	316	153
144	84	109	0,047515	0,03276	144	105	51
145	12	15	0,105156	0,088776	145	20	10
146	46	50	0,03655	0,0252	146	95	46
147	232	231	0,096858	0,06678	147	38	18
148	110	84	0,04386	0,03024	148	83	40
149	15	11	0,132906	0,112203	149	50	24
150	21	49	0,135235	0,09324	150	77	37
151	232	293	0,074928	0,05166	151	122	59
152	103	110	0,076755	0,05292	152	102	49
153	13	4	0,045276	0,038223	153	60	29
154	39	30	0,11696	0,08064	154	77	37
155	293	236	0,069445	0,04788	155	194	94
156	107	103	0,054825	0,0378	156	56	27
157	11	86	0,035052	0,029592	157	122	59
158	49	39	0,08772	0,06048	158	0,1	0
159	221	344	0,02924	0,02016	159	3	1
160	84	107	0,06579	0,04536	160	1	0
161	86	91	0,09503	0,06552	161	52	25
162	53	22	0,040205	0,02772	162	194	94
163	304	306	0,069445	0,04788	163	10	5
164	97	116	0,04386	0,03024	164	128	62
165	10	11	0,046736	0,039456	165	16	8
166	30	26	0,054825	0,0378	166	37	18
167	378	377	0,111478	0,07686	167	154	75
168	84	99	0,13158	0,09072	168	0,1	0
169	3	10	0,107823	0,07434	169	0,1	0
170	26	53	0,100513	0,0693	170	78	38
171	304	378	0,058846	0,040572	171	0,1	0
172	101	96	0,105995	0,07308	172	27	13
173	10	88	0,109538	0,092475	173	103	50
174	22	33	0,04386	0,03024	174	122	59

# do circuito	Dados dos Circuitos				Dados das Barras		
	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
175	309	307	0,098685	0,06804	175	72	35
176	100	101	0,05848	0,04032	176	0,1	0
177	88	89	0,08041	0,05544	177	122	59
178	21	57	0,215645	0,14868	178	194	94
179	314	317	0,081507	0,056196	179	0,1	0
180	102	100	0,054825	0,0378	180	77	37
181	99	102	0,05117	0,03528	181	82	40
182	187	167	0,084709	0,071514	182	53	26
183	314	318	0,072369	0,049896	183	122	59
184	138	194	0,012793	0,00882	184	64	31
185	96	117	0,078583	0,05418	185	86	42
186	167	175	0,090551	0,076446	186	82	40
187	301	305	0,04386	0,03024	187	0,1	0
188	155	151	0,069445	0,04788	188	167	81
189	117	97	0,040205	0,02772	189	0,1	0
190	175	181	0,084709	0,071514	190	0,1	0
191	310	315	0,061404	0,042336	191	131	64
192	126	124	0,02924	0,02016	192	21	10
193	98	94	0,040205	0,02772	193	21	10
194	160	180	0,04386	0,03024	194	21	10
195	310	305	0,082603	0,056952	195	21	10
196	1	351	0,22661	0,15624	196	0,1	0
197	116	98	0,062135	0,04284	197	0,1	0
198	180	177	0,054825	0,0378	198	0,1	0
199	129	346	0,261698	0,180432	199	0,1	0
200	1	350	0,22661	0,15624	200	0,1	0
201	57	147	0,157165	0,10836	201	52	25
202	169	162	0,076755	0,05292	202	202	98
203	90	370	0,157896	0,108864	203	202	98
204	350	203	0,023392	0,016128	204	73	35
205	153	141	0,073025	0,06165	205	81	39
206	162	183	0,084065	0,05796	206	115	56
207	382	383	0,150221	0,103572	207	118	57
208	351	379	0,023392	0,016128	208	318	154
209	147	142	0,105995	0,07308	209	161	78
210	183	182	0,032895	0,02268	210	126	61
211	66	252	0,192984	0,133056	211	59	29
212	203	204	0,051118	0,043155	212	24	12
213	142	136	0,08041	0,05544	213	24	12
214	160	181	0,091375	0,063	214	5	2
215	384	243	0,227341	0,156744	215	126	61
216	204	205	0,062135	0,04284	216	56	27
217	132	153	0,08772	0,06048	217	62	30
218	181	178	0,05848	0,04032	218	0,1	0
219	85	244	0,139987	0,096516	219	32	15
220	203	206	0,103403	0,087296	220	158	77
221	136	132	0,149855	0,10332	221	126	61
222	171	163	0,064262	0,054252	222	202	98
223	352	414	0,070542	0,048636	223	41	20
224	379	380	0,103403	0,087296	224	81	39

# do circuito	Dados dos Circuitos				Dados das Barras		
	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
225	57	149	0,069445	0,04788	225	126	61
226	163	184	0,075946	0,064116	226	202	98
227	414	385	0,072004	0,049644	227	18	9
228	206	207	0,059881	0,050553	228	202	98
229	57	125	0,091375	0,063	229	106	51
230	160	129	0,227838	0,192348	230	175	85
231	414	401	0,072735	0,050148	231	174	84
232	1	375	0,010965	0,00756	232	113	55
233	127	124	0,02924	0,02016	233	202	98
234	129	141	0,032131	0,027126	234	0,1	0
235	401	386	0,059211	0,040824	235	202	98
236	208	209	0,038378	0,02646	236	403	195
237	128	127	0,27047	0,18648	237	202	98
238	131	157	0,03655	0,0252	238	126	61
239	401	402	0,070907	0,048888	239	0,1	0
240	209	210	0,11696	0,08064	240	29	14
241	125	128	0,02193	0,01512	241	9	4
242	130	131	0,054825	0,0378	242	5	2
243	402	387	0,056653	0,03906	243	0,1	0
244	209	211	0,055922	0,038556	244	18	9
245	200	119	0,076755	0,05292	245	45	22
246	141	130	0,046736	0,039456	246	32	16
247	402	403	0,059577	0,041076	247	61	30
248	211	1	0,056287	0,038808	248	81	39
249	200	201	0,00731	0,00504	249	126	61
250	157	133	0,113305	0,07812	250	23	11
251	403	388	0,083334	0,057456	251	14	7
252	375	202	0,149855	0,10332	252	18	9
253	158	200	0,02193	0,01512	253	126	61
254	133	140	0,105995	0,07308	254	5	3
255	403	404	0,068349	0,047124	255	26	13
256	202	1	0,48246	0,33264	256	18	9
257	124	158	0,10234	0,07056	257	126	61
258	140	147	0,15351	0,10584	258	81	39
259	368	345	0,115133	0,07938	259	0,1	0
260	373	352	0,104168	0,07182	260	126	61
261	199	192	0,01462	0,01008	261	41	20
262	129	154	0,035052	0,029592	262	0,1	0
263	345	346	0,05848	0,04032	263	28	14
264	352	212	0,113671	0,078372	264	30	14
265	199	197	0,069445	0,04788	265	81	39
266	137	144	0,09503	0,06552	266	202	98
267	345	369	0,052998	0,03654	267	318	154
268	352	353	0,213818	0,14742	268	176	85
269	159	199	0,27047	0,18648	269	126	61
270	144	148	0,09503	0,06552	270	6	3
271	400	404	0,047515	0,03276	271	31	15
272	353	213	0,201025	0,1386	272	60	29
273	197	191	0,010965	0,00756	273	56	27
274	154	156	0,032131	0,027126	274	126	61

# do circuito	Dados dos Circuitos				Dados das Barras		
	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
275	404	405	0,040205	0,02772	275	118	57
276	353	214	0,050074	0,034524	276	126	61
277	159	190	0,2359	0,2402	277	202	98
278	156	137	0,084065	0,05796	278	10	5
279	405	389	0,058846	0,040572	279	126	61
280	1	215	0,347591	0,239652	280	202	98
281	159	161	0,084065	0,05796	281	318	154
282	143	150	0,098685	0,06804	282	82	40
283	405	406	0,071638	0,049392	283	126	61
284	215	216	0,105995	0,07308	284	22	10
285	161	172	0,08772	0,06048	285	13	6
286	150	148	0,02193	0,01512	286	71	34
287	406	390	0,045322	0,031248	287	101	49
288	216	217	0,099314	0,083844	288	113	54
289	172	188	0,091375	0,063	289	126	61
290	134	139	0,119761	0,101106	290	0,1	0
291	406	391	0,0731	0,0504	291	34	17
292	216	218	0,06579	0,04536	292	83	40
293	188	168	0,091375	0,063	293	59	29
294	139	143	0,062135	0,04284	294	126	61
295	404	407	0,083334	0,057456	295	145	70
296	218	219	0,002924	0,002016	296	202	98
297	176	179	0,06579	0,04536	297	50	24
298	154	134	0,078867	0,066582	298	41	20
299	407	392	0,078583	0,05418	299	202	98
300	219	220	0,08041	0,05544	300	77	37
301	168	176	0,113305	0,07812	301	161	78
302	148	57	0,1462	0,1008	302	477	231
303	407	408	0,048977	0,033768	303	68	33
304	220	223	0,07098	0,059924	304	14	7
305	161	185	0,13158	0,09072	305	4	2
306	129	151	0,032895	0,02268	306	0,1	0
307	408	409	0,066887	0,046116	307	66	32
308	223	237	0,081788	0,069048	308	0,1	0
309	185	164	0,091375	0,063	309	60	29
310	145	146	0,032895	0,02268	310	95	46
311	409	393	0,073831	0,050904	311	0,1	0
312	237	238	0,062217	0,052526	312	19	9
313	164	165	0,032895	0,02268	313	67	32
314	146	149	0,054825	0,0378	314	18	9
315	409	394	0,06908	0,047628	315	33	16
316	237	372	0,053746	0,045374	316	21	10
317	165	173	0,13889	0,09576	317	33	16
318	152	135	0,076755	0,05292	318	42	20
319	408	410	0,055191	0,038052	319	52	25
320	239	240	0,005842	0,004932	320	43	21
321	173	179	0,113305	0,07812	321	126	61
322	135	145	0,142545	0,09828	322	107	52
323	410	415	0,06579	0,04536	323	202	98
324	239	243	0,083541	0,070528	324	126	61

# do circuito	Dados dos Circuitos				Dados das Barras		
	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
325	179	160	0,069445	0,04788	325	24	12
326	135	195	0,009138	0,0063	326	101	49
327	410	411	0,064328	0,044352	327	81	39
328	243	355	0,005483	0,00378	328	155	75
329	159	182	0,054096	0,063812	329	23	11
330	151	152	0,054825	0,0378	330	31	15
331	411	395	0,059577	0,041076	331	126	61
332	355	354	0,127925	0,0882	332	13	6
333	182	186	0,0483	0,056975	333	56	27
334	1	190	0,14154	0,14412	334	120	58
335	411	412	0,067618	0,04662	335	126	61
336	354	242	0,018275	0,0126	336	403	195
337	186	166	0,037744	0,038432	337	81	39
338	190	189	0,0731	0,0504	338	177	86
339	412	399	0,056653	0,03906	339	151	73
340	354	241	0,0731	0,0504	340	9	4
341	166	170	0,037744	0,038432	341	29	14
342	189	198	0,10965	0,0756	342	14	7
343	412	398	0,071638	0,049392	343	23	11
344	243	356	0,009138	0,0063	344	45	22
345	170	174	0,02921	0,02466	345	0,1	0
346	198	196	0,03655	0,0252	346	36	17
347	412	413	0,087355	0,060228	347	5	2
348	356	357	0,05117	0,03528	348	9	4
349	174	180	0,063693	0,064854	349	80	39
350	189	193	0,023392	0,016128	350	0,1	0
351	413	397	0,070542	0,048636	351	0,1	0
352	357	244	0,012793	0,00882	352	0,1	0
353	159	184	0,22661	0,15624	353	0,1	0
354	149	138	0,127925	0,0882	354	0,1	0
355	413	396	0,069445	0,04788	355	0,1	0
356	357	245	0,005483	0,00378	356	0,1	0
357	184	187	0,035052	0,029592	357	0,1	0
358	138	155	0,105995	0,07308	358	0,1	0
359	290	289	0,062866	0,043344	359	0,1	0
360	243	246	0,036513	0,030825	360	0,1	0
361	246	247	0,052632	0,036288	361	0,1	0
362	265	266	0,107823	0,07434	362	0,1	0
363	289	288	0,046784	0,032256	363	0,1	0
364	306	310	0,126463	0,087192	364	0,1	0
365	247	248	0,072735	0,050148	365	0,1	0
366	266	267	0,099416	0,068544	366	0,1	0
367	288	300	0,186771	0,128772	367	0,1	0
368	310	320	0,012793	0,00882	368	0,1	0
369	243	249	0,048781	0,041182	369	0,1	0
370	267	268	0,156434	0,107856	370	0,1	0
371	300	286	0,10965	0,0756	371	0,1	0
372	310	314	0,072369	0,049896	372	0,1	0
373	249	358	0,043129	0,029736	373	0,1	0
374	268	269	0,054965	0,055967	374	0,1	0

# do circuito	Dados dos Circuitos				Dados das Barras		
	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
375	1	373	0,027778	0,019152	375	0,1	0
376	314	309	0,069811	0,048132	376	0,1	0
377	358	359	0,005483	0,00378	377	86	41
378	269	365	0,07077	0,07206	378	86	41
379	300	285	0,081141	0,055944	379	0,1	0
380	309	313	0,078583	0,05418	380	0,1	0
381	359	250	0,020103	0,01386	381	0,1	0
382	365	366	0,025585	0,01764	382	0,1	0
383	300	301	0,093203	0,06426	383	0,1	0
384	313	317	0,068349	0,047124	384	0,1	0
385	359	251	0,140718	0,09702	385	68	33
386	366	270	0,100513	0,0693	386	15	7
387	301	302	0,055556	0,038304	387	56	27
388	317	319	0,123539	0,085176	388	12	6
389	251	252	0,188233	0,12978	389	50	24
390	366	271	0,016448	0,01134	390	115	56
391	302	303	0,045322	0,031248	391	14	7
392	319	318	0,066521	0,045864	392	5	2
393	251	360	0,098685	0,06804	393	19	9
394	365	363	0,04836	0,049241	394	34	17
395	303	304	0,195177	0,134568	395	10	5
396	318	315	0,069445	0,04788	396	40	19
397	360	253	0,049708	0,034272	397	28	14
398	363	362	0,018872	0,019216	398	14	7
399	304	305	0,208335	0,14364	399	17	8
400	315	311	0,083334	0,057456	400	41	20
401	253	254	0,04586	0,038716	401	0,1	0
402	363	381	0,26316	0,18144	402	0,1	0
403	305	308	0,050439	0,034776	403	0,1	0
404	311	304	0,105264	0,072576	404	0,1	0
405	254	361	0,058846	0,040572	405	0,1	0
406	362	272	0,016448	0,01134	406	0,1	0
407	308	316	0,221859	0,152964	407	0,1	0
408	296	260	0,047881	0,033012	408	0,1	0
409	361	256	0,040205	0,02772	409	0,1	0
410	362	1	0,02415	0,028488	410	0,1	0
411	316	312	0,105264	0,072576	411	0,1	0
412	260	287	0,035819	0,024696	412	0,1	0
413	254	255	0,027413	0,0189	413	0,1	0
414	1	364	0,28509	0,19656	414	0,1	0
415	312	307	0,072369	0,049896	415	19	9
416	260	324	0,107823	0,07434			
417	254	257	0,078867	0,066582			
418	364	284	0,104168	0,07182			
419	307	300	0,078217	0,053928			
420	324	326	0,005483	0,00378			
421	257	258	0,105995	0,07308			
422	364	285	0,05848	0,04032			
423	334	336	0,071273	0,04914			

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
424	324	266	0,103802	0,071568			
425	257	283	0,053746	0,045374			
426	381	268	0,309579	0,213444			
427	336	323	0,054825	0,0378			
428	324	325	0,048246	0,033264			
429	283	282	0,066307	0,055978			
430	268	327	0,038378	0,02646			
431	336	337	0,064694	0,044604			
432	324	323	0,08772	0,06048			
433	282	234	0,055499	0,046854			
434	327	328	0,054825	0,0378			
435	337	338	0,02924	0,02016			
436	323	322	0,067618	0,04662			
437	234	233	0,02775	0,023427			
438	268	297	0,050439	0,034776			
439	338	339	0,042033	0,02898			
440	322	321	0,09503	0,06552			
441	233	376	0,011684	0,009864			
442	297	296	0,050439	0,034776			
443	339	265	0,067983	0,046872			
444	321	299	0,070176	0,048384			
445	230	231	0,045568	0,03847			
446	296	295	0,074197	0,051156			
447	265	367	0,008772	0,006048			
448	299	296	0,038012	0,026208			
449	230	228	0,026289	0,022194			
450	296	298	0,037647	0,025956			
451	367	340	0,001097	0,000756			
452	322	329	0,001097	0,021672			
453	228	371	0,046736	0,039456			
454	295	294	0,022661	0,015624			
455	340	341	0,027413	0,0189			
456	329	330	0,026682	0,018396			
457	371	374	0,039434	0,033291			
458	294	292	0,091741	0,063252			
459	341	342	0,113305	0,07812			
460	330	331	0,041667	0,028728			
461	374	227	0,003655	0,00252			
462	268	292	0,098685	0,06804			
463	334	335	0,055922	0,038556			
464	331	332	0,027413	0,0189			
465	374	226	0,002337	0,001973			
466	292	290	0,016813	0,011592			
467	341	368	0,179095	0,12348			
468	329	333	0,05848	0,04032			
469	226	225	0,027413	0,0189			

Dados dos Circuitos					Dados das Barras		
# do circuito	Barra inicial	Barra final	Resistência	Reatância	# da barra	Demanda ativa (kW)	Demanda Reativa (kVAr)
470	290	291	0,005483	0,00378			
471	376	230	0,02775	0,023427			
472	333	334	0,041667	0,028728			
473	368	343	0,009138	0,0063			

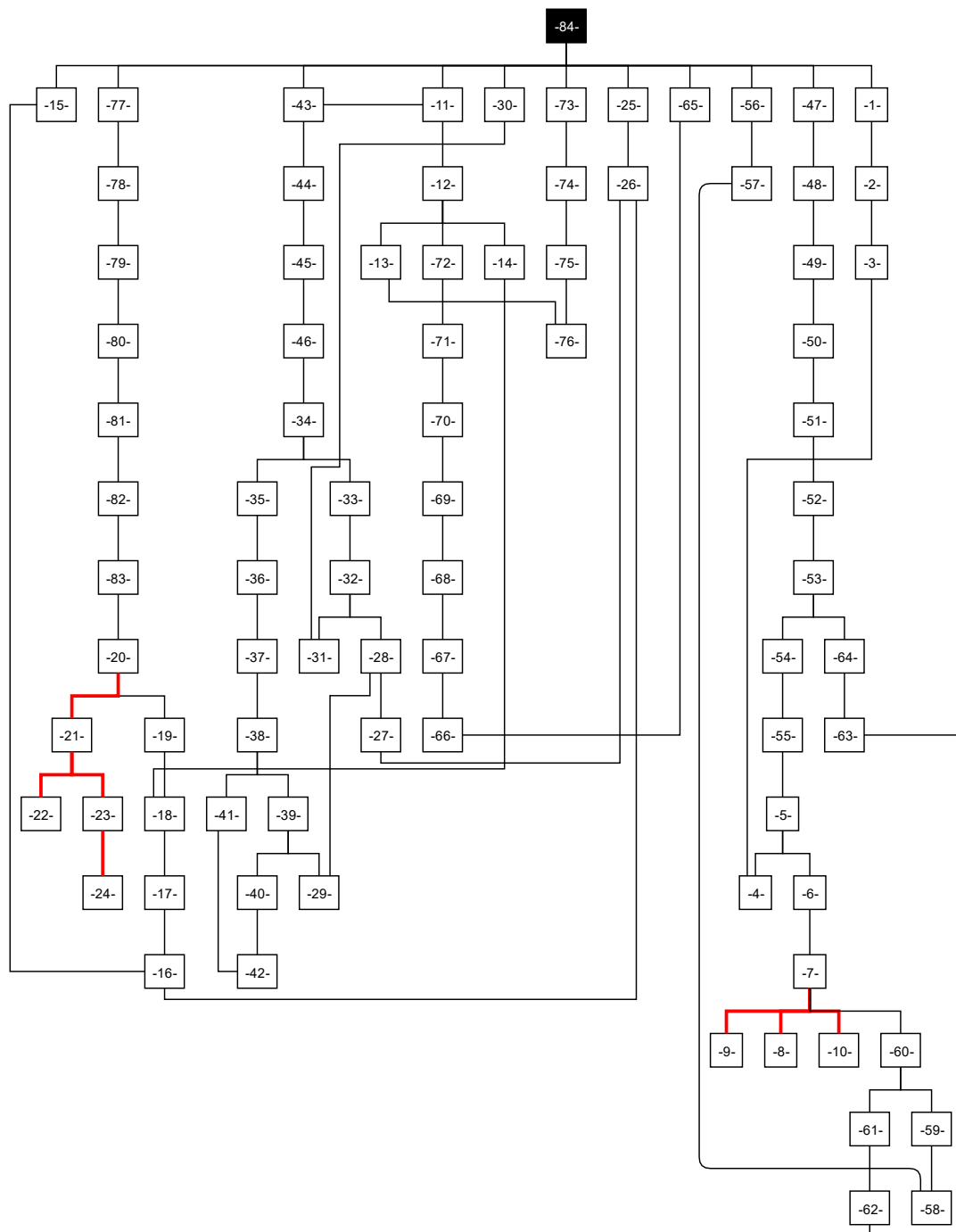
* Barra de subestação

Fonte: (Bernal-Agustín, 1998)

ANEXO D – TOPOLOGIA DOS SISTEMAS

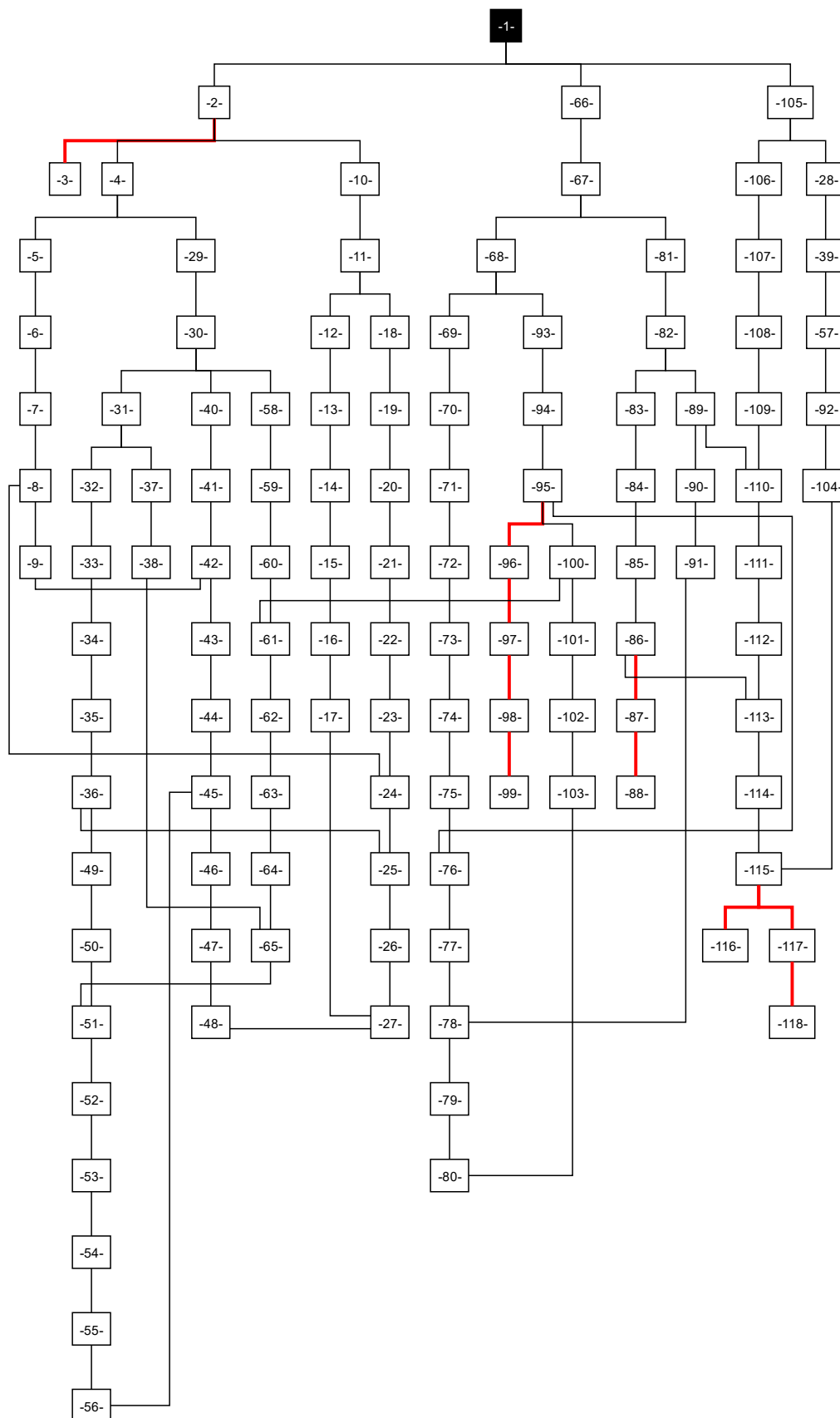
Este anexo apresenta as topologias dos sistemas de 84, 118, 136 e 415 barras. As linhas em vermelho representam os circuitos que conectam folhas, sendo necessário o seu fechamento para que a solução seja factível, enquanto que as linhas em preto representam os circuitos que são variáveis do sistema, podendo ser abertos ou fechados.

D.1 Sistema de 84 barras



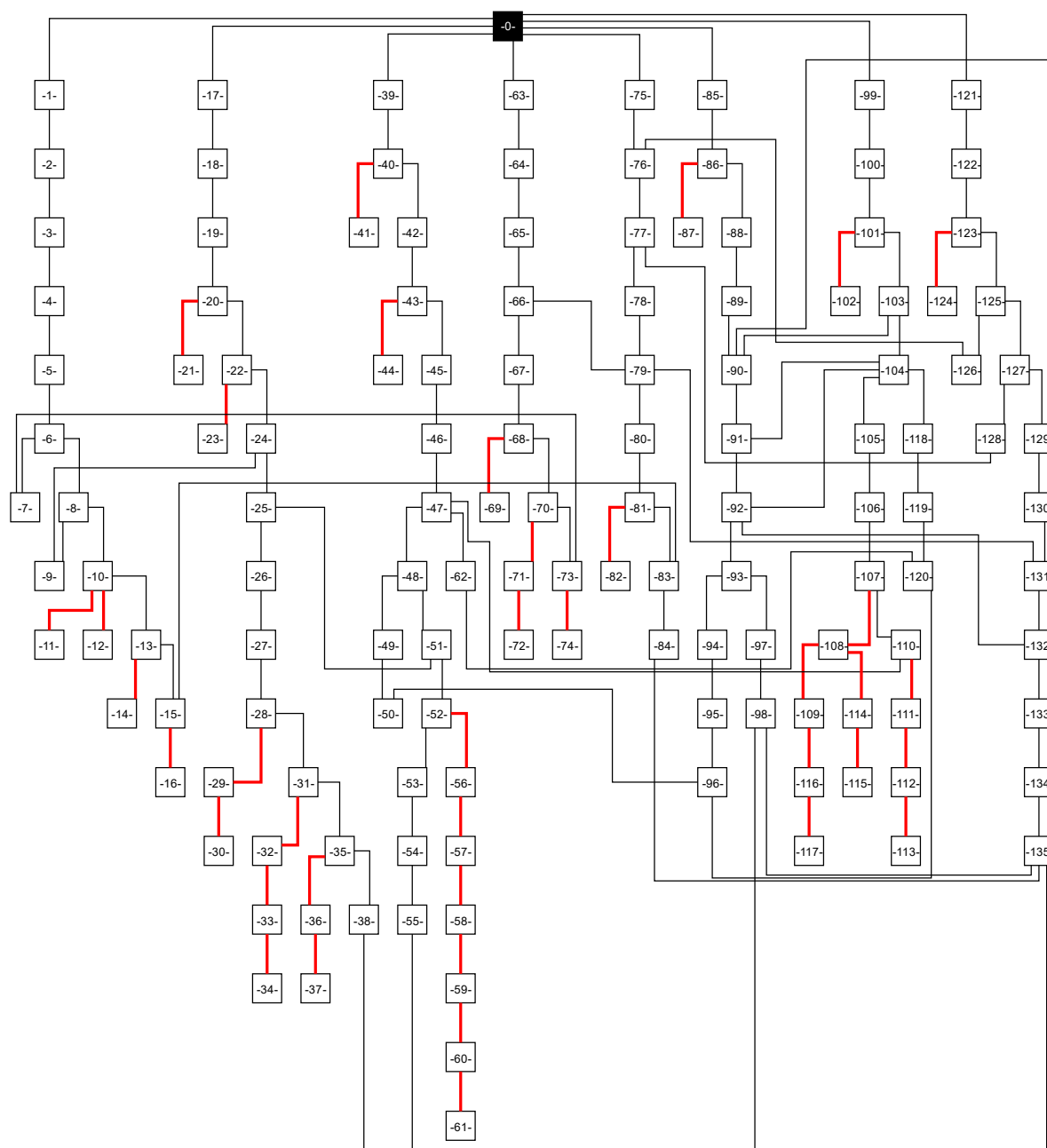
Fonte: Próprio autor.

D.2 Sistema de 118 barras



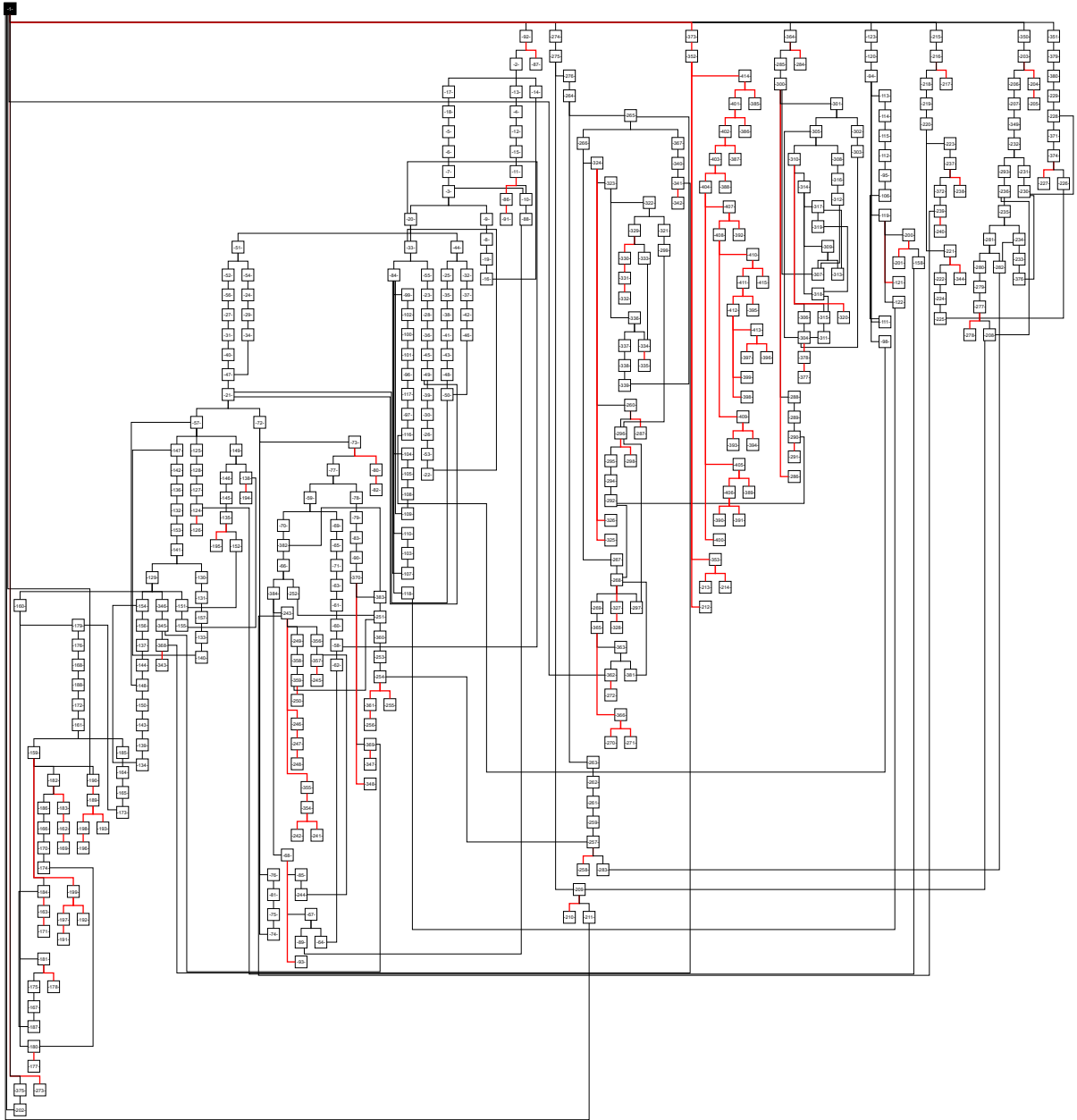
Fonte: Próprio autor.

D.3 Sistema de 136 barras



Fonte: Próprio autor.

D.4 Sistema de 415 barras



Fonte: Próprio autor.