

UNESP
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

Guaratinguetá
2001



1110000469



***“Estudo das Características e
Propriedades de Escoamentos
Compressíveis em
Tubulações Longas”***

MARCO AURÉLIO GONÇALVES RIBEIRO

157



**ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS
E PROPRIEDADES DE
ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS
EM TUBULAÇÕES LONGAS**

MARCO AURÉLIO GONÇALVES RIBEIRO



Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador : Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci

469

Guaratinguetá

2001

— 4 6 9

24/01/02

R\$ 20,00

D

Ribeiro, Marco Aurélio Gonçalves
R484e Estudo das características e propriedades de escoamentos
compressíveis em tubulações longas / Marco Aurélio Gonçalves
Ribeiro. Guaratinguetá : [s.n.], 2001
72f. : il.

Bibliografia: f.70-72
Inclui apêndice
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2001
Orientador: Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci

1.Fluidos, escoamento em meios porosos I. Título

CDU 532.546



**“ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS E PROPRIEDADES
DE ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS EM TUBULAÇÕES LONGAS”**

MARCO AURÉLIO GONÇALVES RIBEIRO

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA”**

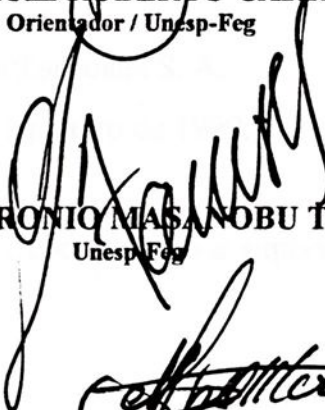
**ESPECIALIDADE: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: TRANSMISSÃO E CONVERSÃO DE ENERGIA**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. José Luz Silveira
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. LUIZ ROBERTO CARROCCI
Orientador / Unesp-Feg


Prof. Dr. PETRONIO MASANOBU TANISHO
Unesp-Feg


Prof. Dr. MAURO PEREIRA OTERO
FAENQUIL

Outubro de 2001

DADOS CURRICULARES

MARCO AURÉLIO GONÇALVES RIBEIRO

FORMAÇÃO

- ♦ Engenheiro Civil pela Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá – UNESP, 1997.
- ♦ Técnico Mecânico pelo Colégio Técnico Industrial de Guaratinguetá – UNESP, 1992.

ATIVIDADES PROFISSIONAIS

- ♦ ZACLIS,FALCONI & Engenheiros Associados S/C Ltda.
Período : março a agosto de 2001.
Local : São Paulo (SP).
Atividades desenvolvidas : consultoria de fundações e geotecnia.
- ♦ BRASFOND – Fundações Especiais S. A.
Período : janeiro de 1998 a janeiro de 1999.
Local : São Paulo (SP).
Atividades desenvolvidas : coordenação e supervisão de obras de fundações.
- ♦ Luciano Décourt Engenheiros Consultores Ltda.
Período : maio a outubro de 1997.
Local : São Paulo (SP).
Atividades desenvolvidas : estágio em projeto de fundações e acompanhamento de obras.



- ◆ Iochpe Maxion S. A.

Período : janeiro a dezembro de 1992.

Local : Cruzeiro (SP).

Atividades desenvolvidas : acompanhamento e programação de manutenções preventivas e corretivas.

PUBLICAÇÕES

- ◆ “Comportamento de Solo Estabilizado com Cimento”.

IX Congresso de Iniciação Científica – UNESP – realizado em Ilha Solteira (SP), outubro de 1997.



DEDICATÓRIA

Aos meus pais, irmãos e a minha
namorada Adriana,
pelo apoio em
todas as
horas.

AGRADECIMENTOS

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	iv
SUMÁRIO	v
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	vii
NOMENCLATURA	viii
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - OBJETIVOS E INTRODUÇÃO	3
CAPÍTULO 3 - INTRODUÇÃO	4
1.1. INTRODUÇÃO	4
1.2. OBJETIVOS	5
1.3. JUSTIFICATIVA	6
1.4. REVISÃO DE LITERATURA	7

Ao Professor Carrocci, pelo incentivo sempre.

A todos os colegas da pós-graduação que de alguma maneira
me ajudaram na elaboração da dissertação, em especial ao
amigo Marquinho, que esteja com Deus.

A CAPES, pelos meses em que foi
concedido apoio financeiro.

SUMÁRIO

DADOS CURRICULARES	i
DEDICATÓRIA	iii
AGRADECIMENTOS	iv
SUMÁRIO	v
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	ix
NOMENCLATURA	x
RESUMO	xiii
<i>ABSTRACT</i>	xiv
CAPÍTULO 1 : APRESENTAÇÃO	1
CAPÍTULO 2 : OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES	3
CAPÍTULO 3 : INTRODUÇÃO TEÓRICA	4
3.1 ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS	4
3.2 REGIMES DE ESCOAMENTO	8
3.3 ESTADOS DE REFERÊNCIA	10
CAPÍTULO 4 : FORMULAÇÃO PARA ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL, UNIDIMENSIONAL, EM DUTO DE SEÇÃO CONSTANTE, COM ATRITO E TROCA DE CALOR	12
CAPÍTULO 5 : MODELAGEM DO PROBLEMA	17

CAPÍTULO 6 : O FATOR DE ATRITO - f - PARA ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS	28
6.1 REGIME LAMINAR	28
6.2 REGIME TURBULENTO	29
6.2.1 CONDUTOS LISOS NO REGIME TURBULENTO	32
6.2.2 REGIME COMPLETAMENTE RUGOSO	33
6.2.3 REGIME RUGOSO DE TRANSIÇÃO	34
6.3 ESCOAMENTO SUBSÔNICO	37
6.4 ESCOAMENTO SUPERSÔNICO	39
CAPÍTULO 7 : SOLUÇÕES NUMÉRICAS	42
CAPÍTULO 8 : RESULTADOS OBTIDOS	46
CAPÍTULO 9 : ANÁLISE DOS RESULTADOS	64
CAPÍTULO 10 : COMENTÁRIOS E DISCUSSÕES	68
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70
APÊNDICE	



LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 : diferentes regimes de escoamento	9
FIGURA 2 : volume de controle para análise integral do escoamento	12
FIGURA 3 : volume de controle diferencial usado para a análise do escoamento	17
FIGURA 4 : definição ilustrada de temperatura de parede adiabática	24
FIGURA 5 : ilustração das irregularidades	29
FIGURA 6 : diagrama ilustrando os experimentos de Nikuradse com areia	31
FIGURA 7 : o diagrama de Moody	36
FIGURA 8 : coeficiente de atrito versus distância ao longo do duto para escoamento subsônico de ar	37
FIGURA 9 : coeficientes de atrito para escoamento subsônico de ar comparados com aqueles para escoamento incompressível	38
FIGURA 10 : coeficiente de atrito aparente versus distância a partir da entrada do duto	40
FIGURA 11 : coeficiente de atrito aparente versus relação L/D	41
FIGURA 12 : exemplo de planilha de cálculo de variação das propriedades em tubulações longas com atrito e troca de calor – fluido : vapor d'água (q constante)	47
FIGURA 13 : variação do número de Mach M com o comprimento do duto – vapor d'água	52
FIGURA 14 : variação da temperatura T com o comprimento do duto – vapor d'água	52
FIGURA 15 : variação da pressão p com o comprimento do duto – vapor d'água	53
FIGURA 16 : variação da massa específica ρ com o comprimento do duto – vapor d'água	53

FIGURA 17 : variação da velocidade V com o comprimento do duto – vapor d'água	54
FIGURA 18 : variação da entropia s com o comprimento do duto – vapor d'água	54
FIGURA 19 : variação da temperatura de estagnação T_0 com o comprimento do duto – vapor d'água	55
FIGURA 20 : variação do número de Mach M com o comprimento do duto – ar	56
FIGURA 21 : variação da temperatura T com o comprimento do duto – ar	56
FIGURA 22 : variação da pressão p com o comprimento do duto – ar	57
FIGURA 23 : variação da massa específica ρ com o comprimento do duto – ar	57
FIGURA 24 : variação da velocidade V com o comprimento do duto – ar	58
FIGURA 25 : variação da entropia s com o comprimento do duto – ar	58
FIGURA 26 : variação da temperatura de estagnação T_0 com o comprimento do duto – ar	59
FIGURA 27 : variação do número de Mach M com o comprimento do duto – gás natural	60
FIGURA 28 : variação da temperatura T com o comprimento do duto – gás natural	60
FIGURA 29 : variação da pressão p com o comprimento do duto – gás natural	61
FIGURA 30 : variação da massa específica ρ com o comprimento do duto – gás natural	61
FIGURA 31 : variação da velocidade V com o comprimento do duto – gás natural	62
FIGURA 32 : variação da entropia s com o comprimento do duto – gás natural	62
FIGURA 33 : variação da temperatura de estagnação T_0 com o comprimento do duto – gás natural	63



LISTA DE TABELAS

TABELA 1 : escoamento de vapor d'água – dados de entrada	48
TABELA 2 : escoamento de ar – dados de entrada	49
TABELA 3 : escoamento de gás natural – dados de entrada	50
TABELA 4 : resumo dos efeitos do atrito e da troca de calor sobre as propriedades dos fluidos	64



NOMENCLATURA

A – área [m^2]

c – velocidade do som no meio [m/s]

c_p – calor específico a pressão constante [kJ/kg.K]

D – diâmetro [m]

D_h – diâmetro hidráulico [m]

e – energia específica [kJ/kg]

f – fator de atrito de Fanning

f' – fator de atrito de Darcy

F_{Bx} – forças de campo [kN]

F_{Sx} – forças de superfície [kN]

g – aceleração da gravidade [m/s^2]

G – fluxo mássico [$\text{kg/m}^2.\text{s}$]

h – entalpia [kJ/kg]

h_0 – entalpia de estagnação [kJ/kg]

h' – coeficiente de transferência de calor por convecção [$\text{W/m}^2.\text{K}$]

k – razão entre o calor específico a pressão constante (c_p) e o calor específico a volume constante (c_v)

k' – compressibilidade [m^2/N]

k_S' – compressibilidade isentrópica [m^2/N]

k_T' – compressibilidade isotérmica [m^2/N]

M – número de Mach

M' – massa molecular [kg/kmol]

$\dot{m}$ – vazão mássica [kg/s]

P – perímetro molhado do duto [m]

p – pressão [kPa]

Pr – número de Prandtl

q – transferência de calor por unidade de massa [kJ/kg]

$\dot{Q}$ - taxa de transferência de calor [W]

Q_c – fluxo de calor constante [kJ/kg]

R – constante do gás [kJ/kg.K]

r – fator de recuperação

Re – número de Reynolds

R_x – resultante das forças de atrito [kN]

s – entropia [kJ/kg.K]

T – temperatura [K]

t – tempo [s]

T_0 – temperatura de estagnação [K]

T_c – temperatura da parede constante [K]

T_p – temperatura da parede [K]

T_{pa} – temperatura de parede adiabática [K]

u – energia interna [kJ/kg]

V – velocidade [m/s]

v – volume específico [m³/kg]

x – distância linear ao longo do duto [m]

x/D – razão entre a distância percorrida pelo fluido e o diâmetro do duto

$\dot{W}_{\text{CISALHAMENTO}}$ - trabalho realizado por tensões de cisalhamento [kJ]

$\dot{W}_{\text{OUTROS}}$ - outras formas de trabalho [kJ]

$\dot{W}_s$ - trabalho de eixo [kJ]

z – distância altimétrica [m]

ρ - massa específica [kg/m³]

$\forall$ - volume [m³]

μ - viscosidade dinâmica [N.s/m²]

ν - viscosidade cinemática [m²/s]

δ - espessura da camada laminar junto à parede [m]

ε - altura média das irregularidades [m]

ε/D - rugosidade relativa da parede

λ - coeficiente de atrito aparente

τ_w - tensão de cisalhamento na parede [kPa]



RESUMO

Este trabalho desenvolve uma modelagem matemática que implementada em programas de computador, permite o cálculo da variação das propriedades de fluidos compressíveis escoando através de tubulações longas, sob as condições de atrito lateral e troca de calor com o exterior, através de métodos numéricos.

Para isso, faz-se uso dos conceitos de temperatura de parede adiabática e da Analogia de Reynolds existente entre atrito e transferência de calor para escoamentos turbulentos em dutos. Outra simplificação apresentada, resulta da utilização de dois casos particulares de trocas de calor com o meio externo : temperatura da parede constante e fluxo de calor constante.

Consegue-se dessa maneira, fazer melhores estimativas quanto ao projeto e desempenho de tubulações longas para o transporte de gases e vapores.

PALAVRAS-CHAVES : *escoamento compressível, fator de atrito, troca de calor, tubulações longas, Analogia de Reynolds, soluções numéricas.*



ABSTRACT

This work develops a mathematical model which implemented in computer programs allows the calculation of the variation of the properties of compressible fluids flowing through long pipes, under the conditions of lateral friction and external heat exchange, through numeric methods.

For that, it makes use of the concepts of adiabatic wall temperature and of the Reynolds Analogy existent between friction and heat transfer for turbulent flows in pipes. Another presented simplification results of the use of two peculiar cases of external heat exchangers : constant wall temperature and constant heat flux.

It is gotten in that way, to do better estimates about the project and acting of long pipes for the transport of gases and vapors.

KEYWORDS : compressible flow, friction factor, heat exchange, long pipes, Reynolds Analogy, numeric solutions.



CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO

O escoamento de gases e vapores em dutos, são freqüentemente encontrados em uma série de aplicações de interesse para a engenharia. Como exemplos de tais aplicações pode-se mencionar os escoamentos nos coletores de admissão e exaustão dos motores de combustão interna, o escoamento de combustível nas tubulações entre a bomba injetora e o bico injetor nos motores a diesel, escoamentos em linhas de ar comprimido, escoamentos em gasodutos, escoamento nas tubeiras de turbinas de aeronaves, etc.

Muitas são as hipóteses que podem ser feitas na modelagem física e matemática de tais problemas. O escoamento, entre outras características, pode ser :

- permanente;
- uniforme;
- sem troca de calor (escoamento adiabático);
- a temperatura constante (escoamento isotérmico);
- sem variação de entropia (escoamento isentrópico);
- com duto de área constante;
- com efeitos da gravidade desprezíveis, etc.

Escoamentos nos quais o comprimento do duto é razoavelmente curto, muitas vezes aceitam de maneira satisfatória a hipótese de escoamento adiabático.

Quando, ao contrário, os dutos são bastante longos, tais como em linhas de gás natural não isoladas, há a disponibilidade de área superficial significativa para a transferência de calor e o escoamento não pode ser tratado

como adiabático. Em tais casos, uma aproximação comumente feita na literatura é a de escoamento isotérmico. Embora os números de Mach para tais escoamentos sejam usualmente bastante baixos, há significativas variações de pressão, como resultado dos efeitos da fricção lateral sobre longos trechos de dutos, o que o impede também de ser tratado como incompressível.

De maneira geral, todo escoamento real combina dois ou mais efeitos simultâneos, que o impedem de uma discussão mais simplificada. São os chamados escoamentos generalizados.

Um importante exemplo de escoamento com efeitos combinados, é aquele com aquecimento ou resfriamento de um gás fluindo através de uma tubulação. Os mecanismos de fricção e transferência de calor são tão similares, que na realidade, um não pode ter ocorrido sem a presença do outro. Dessa forma, para se calcular a queda de pressão e variação de outras propriedades de interesse com referência às trocas de calor, é necessário levar em conta o atrito lateral, como também a transferência de calor entre o fluido e as paredes sólidas do duto.



CAPÍTULO 2

OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

O presente trabalho de pesquisa, tem o objetivo de desenvolver uma modelagem matemática que possa ser implementada em programas de computador, visando a obtenção da variação das propriedades de escoamentos compressíveis em tubulações longas com área constante, sob as condições adversas de atrito lateral e troca de calor com o exterior.

Com esses resultados, poder-se-ão fazer melhores estimativas quanto ao projeto e desempenho de grandes linhas de escoamento de gases e vapores, facilitando em muito a metodologia de cálculo para projeto de tubulações longas para transporte de fluidos gasosos.



CAPÍTULO 3

INTRODUÇÃO TEÓRICA

3.1 ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS

Escoamento compressível é aquele usualmente definido como sendo de massa específica variável, em contraste ao escoamento incompressível, onde a massa específica é assumida constante. Obviamente, nos casos reais, todo escoamento de qualquer fluido é compressível em maior ou menor extensão; dessa forma, a consideração de escoamento a massa específica constante é verdadeiramente um mito. Entretanto, para a maioria dos escoamentos de líquidos tão bem como para o escoamento de gases sob certas condições, as mudanças de massa específica são tão pequenas que a suposição de constante pode ser feita com razoável exatidão.

A simples definição de escoamento compressível onde a massa específica é variável requer maior elaboração. Considere um pequeno elemento de fluido de volume v . A pressão exercida sobre os lados do elemento pela vizinhança é p . Assuma que a pressão é agora aumentada por uma quantia infinitesimal dp e que o volume do elemento estará comprimido correspondentemente por dv . Visto que o volume é reduzido, dv é uma quantidade negativa. A compressibilidade do fluido, k' , é definida como sendo (Anderson, 1990):

$$k' = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp} \quad (1)$$



Fisicamente, a compressibilidade é a mudança em volume por unidade de mudança de pressão, do elemento fluido. Entretanto, a eq. (1) não é suficientemente precisa. Nós sabemos por experiência que quando um gás é comprimido, sua temperatura tende a aumentar, dependendo da quantidade de calor transferida para dentro ou para fora do gás através das fronteiras do sistema. Dessa forma, se a temperatura do elemento fluido é mantida constante (devido a algum mecanismo de transferência de calor), então a compressibilidade isotérmica é definida como :

$$k_T' = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T \quad (2)$$

Por outro lado, se nenhum calor é adicionado ou retirado do elemento fluido (se a compressão é adiabática), e se nenhum outro mecanismo de transporte dissipativo, tais como viscosidade e difusão são importantes (se a compressão é reversível), então a compressão do elemento fluido é tomada isentropicamente, e a compressibilidade isentrópica é definida como :

$$k_s' = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_s \quad (3)$$

onde o subscrito s denota que a derivada parcial é tomada a entropia constante.

Compressibilidade é uma propriedade do fluido. Líquidos têm valores muito pequenos de compressibilidade (k_T' para água é $5 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ a 1 atm) enquanto gases possuem altas compressibilidades (k_T' para ar é $10^{-5} \text{ m}^2/\text{N}$ a 1 atm, mais de 4 vezes maior que o da água). Se o elemento fluido é assumido com massa unitária, v é o volume específico (volume por unidade de massa), e

a massa específica é $\rho = 1/v$. Em termos da massa específica, a eq. (1) torna-se:

$$k' = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (4)$$

Dessa forma, sempre que o fluido experimentar uma mudança na pressão, dp , a correspondente mudança na massa específica será $d\rho$, dada por :

$$d\rho = \rho k' dp \quad (5)$$

Até esse ponto, consideramos apenas o fluido isolado, com a compressibilidade sendo uma propriedade particular. Assumimos agora que o fluido está em movimento. Tais escoamentos são iniciados e mantidos por forças sobre o fluido, usualmente criados ou acompanhados por mudanças na pressão. Em particular, sabemos que escoamentos em altas velocidades geralmente envolvem largos gradientes de pressão. Para uma dada mudança na pressão, dp , devido ao escoamento, a eq. (5) demonstra que a mudança resultante na massa específica será pequena para líquidos (que possuem baixos valores de k') e grande para gases (que possuem altos valores de k'). Dessa maneira, para o escoamento de líquidos, gradientes de pressão relativamente altos podem criar altas velocidades sem muita mudança na massa específica. Tais escoamentos são assumidos usualmente como incompressíveis, onde ρ é constante. De outra maneira, para o escoamento de gases, gradientes de pressão profundos ou até mesmo moderados, levam a substanciais alterações na massa específica. Tais escoamentos são definidos como compressíveis, onde ρ é uma variável.

Dados experimentais, mostram que para velocidades de gases menores que 0,3 da velocidade do som (isto é : $M < 0,3$), as mudanças de pressão associadas são pequenas e, embora k' assumam altos valores para gases, a variação de dp na eq. (5) será suficientemente pequena afim de acrescentar uma pequena variação $d\rho$. Por esta razão, o escoamento de gases a baixas velocidades podem ser assumidos incompressíveis.

Sumarizando, um escoamento compressível será considerado como aquele onde as mudanças de pressão, dp , através de um comprimento característico do escoamento, multiplicado pela compressibilidade k' , resulta em uma mudança fracional na massa específica, $d\rho/\rho$, que não pode ser ignorada. Para a maioria dos problemas práticos, mudanças na massa específica de 5 % ou mais, o escoamento é considerado compressível.



3.2 REGIMES DE ESCOAMENTO

Se considerarmos a velocidade V em um ponto dentro de um campo de escoamento e a velocidade do som local c naquele ponto, definimos o número de Mach local M como sendo :

$$M = \frac{V}{c} \quad (6)$$

Tal propriedade, varia de um ponto a outro do escoamento - assim como as velocidades V e c - sendo utilizado para definir quatro diferentes regimes na dinâmica dos fluidos (ver figura 1) :

1. Regime subsônico : o número de Mach local é sempre menor que a unidade para qualquer ponto ($M < 1$). Este escoamento é caracterizado por linhas de corrente suaves e variação contínua das propriedades.

2. Regime supersônico : quando todos os pontos do escoamento estão a M maiores que a unidade ($M > 1$). Caracteriza-se pela presença de ondas de choque (normais ou oblíquos), ao longo da qual a direção das linhas de corrente se alteram descontinuamente. Há grandes diferenças matemáticas e físicas entre escoamentos subsônicos e supersônicos.

3. Regime transônico : se M permanece subsônico, mas está suficientemente próximo de 1, existe a possibilidade de ocorrerem regiões supersônicas locais, tais como sobre a superfície de topo de um aerofólio ($0,8 \leq M \leq 1,2$).

4. Regime hipersônico : ocorre para valores de M muito maiores que 1 (em regra, considera-se quando $M > 5$). Em tais casos, temperatura, pressão e densidade do escoamento aumentam quase que explosivamente ao longo da onda de choque.

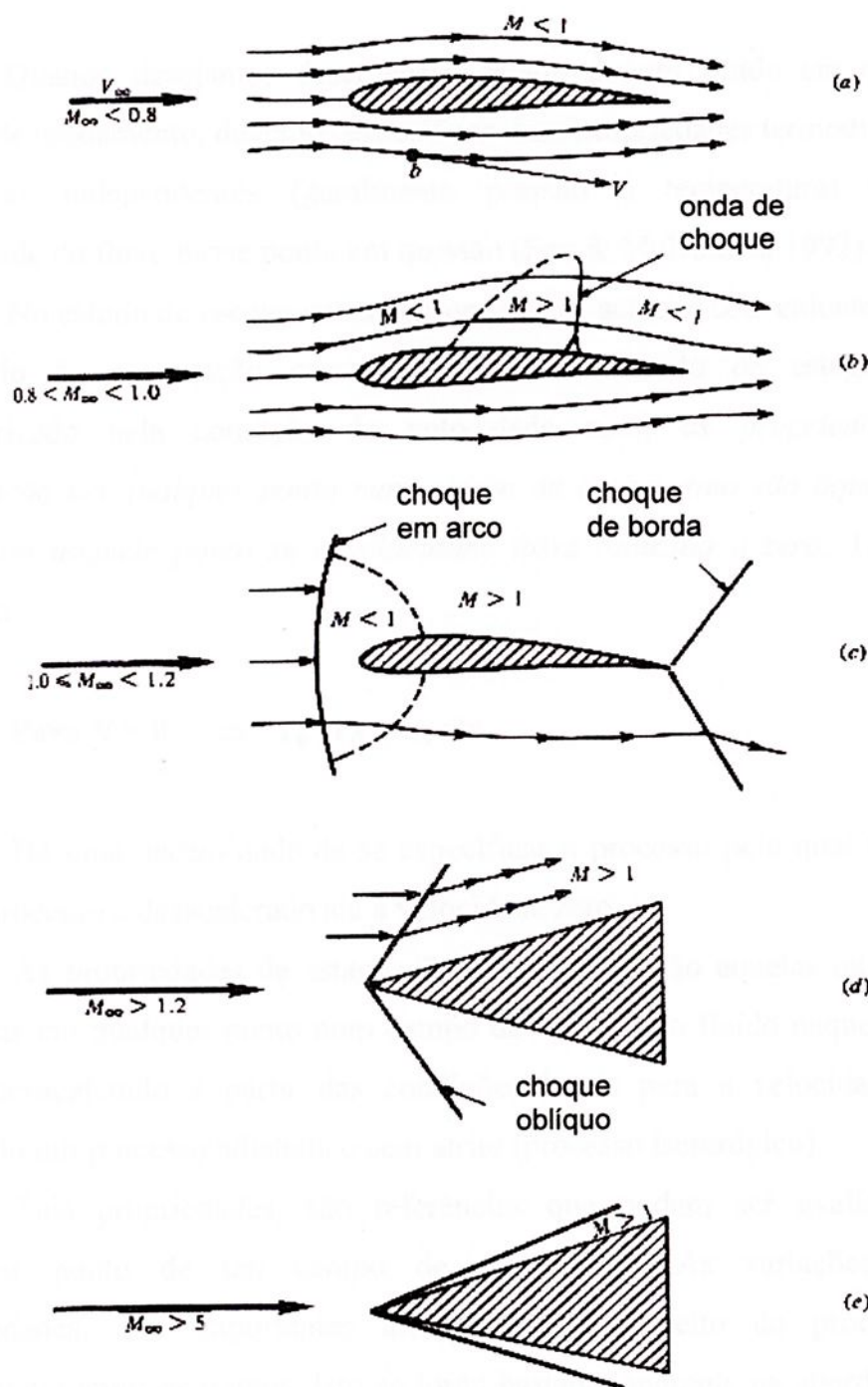


Fig. 1 : diferentes regimes de escoamento
(Anderson, 1990):

3.3. ESTADOS DE REFERÊNCIA

Quando desejamos descrever o estado de um fluido em qualquer campo de escoamento, devemos especificar duas propriedades termodinâmicas intensivas independentes (geralmente pressão e temperatura) mais a velocidade do fluxo nesse ponto em questão (Fox & McDonald, 1992).

No estudo de escoamentos compressíveis, acha-se conveniente utilizar o estado de estagnação como referência. O estado de estagnação é caracterizado pela condição de velocidade zero; *as propriedades de estagnação em qualquer ponto num campo de escoamento são aquelas que existiriam naquele ponto se a velocidade fosse reduzida a zero*. Teríamos, portanto :

$$\text{Para } V = 0 \Rightarrow T_0, P_0, \rho_0, \text{ etc.}$$

Há uma necessidade de se especificar o processo pelo qual supõe-se que o processo é desacelerado até a velocidade zero.

As propriedades de estagnação isentrópicas, são aquelas que seriam atingidas em qualquer ponto num campo de fluxo, se o fluido naquele ponto fosse desacelerado a partir das condições locais para a velocidade zero, seguindo um processo adiabático sem atrito (processo isentrópico).

Tais propriedades, são referências que podem ser avaliadas em qualquer ponto de um campo de escoamento. As variações dessas propriedades, dão importantes informações a respeito do processo de escoamento entre os pontos. Isto se torna bastante aparente na abordagem de escoamento unidimensional.

A razão entre cada propriedade local isentrópica de estagnação e a correspondente propriedade estática, para um gás ideal, em qualquer ponto de um campo de escoamento, pode ser determinada se conhecermos o número de

Mach local – tais relações podem ser, para qualquer gás, calculadas e tabuladas de maneira definitiva.

As condições de estagnação são extremamente úteis como referência para propriedades termodinâmicas; isso não é verdadeiro para a velocidade, uma vez que por definição de estagnação, $V = 0$. *Por esse motivo, define-se velocidade crítica como sendo a velocidade a um número de Mach unitário. Mesmo que não haja um ponto no campo de escoamento em que o número de Mach seja igual a um, tal condição hipotética – chamada de condição crítica – ainda é útil como referência. Assim, teríamos :*

$$\text{Para } V^* = c^* \Rightarrow T^*, P^*, \rho^*, \text{ etc.}$$



CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO PARA ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL, UNIDIMENSIONAL, EM DUTO DE SEÇÃO CONSTANTE, COM ATRITO E TROCA DE CALOR

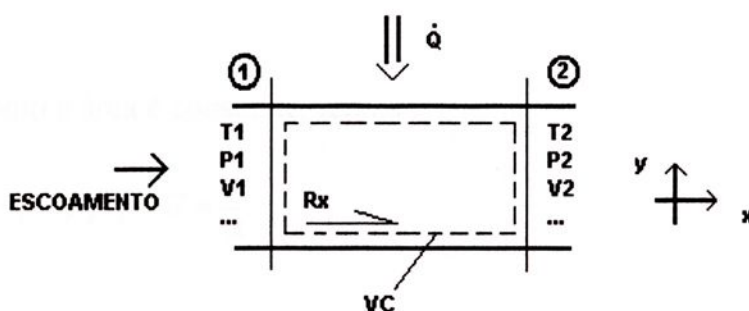


Fig. 2 : volume de controle para análise integral do escoamento

Aplicando as equações básicas na forma integral (Fox & McDonald, 1992) a um escoamento compressível, unidimensional, permanente, uniforme, de um gás ideal com calor específico constante, sem variação de área, com atrito e troca de calor, através do volume de controle finito mostrado na figura 2, temos :

A) equação da continuidade :

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad = 0(1)$$

Hipóteses : (1) escoamento permanente

(2) escoamento com perfis uniformes

Logo :

$$0 = \{-|\rho_1 V_1 A_1|\} + \{|\rho_2 V_2 A_2|\}$$

Como a área é constante, temos :

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \equiv G = \frac{\dot{m}}{A} \quad (7)$$

B) equação da quantidade de movimento :

$$F_{Sx} + F_{Bx} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V V_x \rho dV + \int_{SC} V_x \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad = 0(3) \quad = 0(1)$$

Hipóteses : (3) $F_{Bx} = 0$

As forças de superfície ocorrem devido às forças de pressão nas seções 1 e 2 e à força de atrito R_x , na parede do duto. Substituindo e chamando $A_1 = A_2 = A$,

$$R_x + p_1 A - p_2 A = V_1 \{-|\rho_1 V_1 A|\} + V_2 \{|\rho_2 V_2 A|\}$$

Usando grandezas escalares e abandonando os símbolos de valor absoluto, vem :

$$R_x + p_1 A - p_2 A = \dot{m} V_2 - \dot{m} V_1 \quad (8)$$

C) primeira lei da termodinâmica :

$$\begin{array}{cccc} = 0(4) & = 0(5) & = 0(5) & = 0(1) \\ \dot{Q} - \cancel{\dot{W}_s} - \cancel{\dot{W}_{\text{CISALHAMENTO}}} - \cancel{\dot{W}_{\text{OUTROS}}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V e \rho dV + \int_{SC} (e + p v) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \end{array}$$

onde :

$$\begin{array}{c} = 0(6) \\ e = u + \frac{V^2}{2} + \cancel{gz} \end{array}$$

Hipóteses: (4) $W_s = 0$

(5) $W_{\text{cisalhamento}} = W_{\text{outros}} = 0$

(6) Os efeitos da gravidade são desprezíveis

Com as restrições, temos portanto :

$$\dot{Q} = \left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + p_1 v_1 \right) \{ -|\rho_1 V_1 A| \} + \left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + p_2 v_2 \right) \{ |\rho_2 V_2 A| \}$$

Como os termos entre chaves são idênticos, devido à continuidade, segue-se que :

$$\frac{\dot{Q}}{m} = \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} \right)$$

Chamando : $h + \frac{V^2}{2} = h_0 = \text{entalpia de estagnação}$

e : $\frac{\dot{Q}}{m} = q = \text{transferência de calor por unidade de massa}$

Temos :

$$q = h_{02} - h_{01} \quad (9)$$

D) *segunda lei da termodinâmica :*

Para calcular a variação de entropia entre dois pontos do escoamento, usaremos como recurso as equações T ds. Uma vez que,

$$Tds = dh - vdp$$

Para um gás ideal, podemos escrever :

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

Para valores de calor específico constantes, a equação pode ser facilmente integrada, ficando portanto :

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (10)$$

E) *equações de estado :*

Se considerarmos em nosso estudo a hipótese de gás ideal (para efeito apenas de simplificação dos cálculos), a equação de estado é dada por :

$$p = \rho RT \quad (11)$$

Se conhecermos, portanto, todas as propriedades no estado 1, teremos então oito incógnitas (T_2 , p_2 , ρ_2 , V_2 , h_2 , s_2 , R_x e q) nestas cinco equações. Entretanto, temos ainda a conhecida relação entre h e T para um gás ideal, $dh = c_p dT$. Como consideramos valores de calor específico constantes, obtemos :

$$h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) \quad (12)$$

Temos, portanto, a situação matemática de seis equações e oito incógnitas, que indica um número infinito de possíveis estados 2. Para a condição de contorno de escoamento adiabático ($q = 0$) ou escoamento sem atrito ($R_x = 0$), tais soluções seriam possíveis (seis equações e sete incógnitas), fazendo-se uso das linhas de Fanno e Rayleigh, respectivamente. Ainda no nosso caso, novas considerações terão de ser tomadas com relação à troca de calor com o exterior e o atrito lateral com as paredes do volume de controle.

CAPÍTULO 5

MODELAGEM DO PROBLEMA

Em nosso problema, o conhecimento a respeito da força de atrito total e da troca de calor com o exterior entre quaisquer dois pontos, nos permitiria prever as condições a jusante a partir de condições conhecidas a montante. A força de atrito é a integral da tensão de cisalhamento na parede sobre a área da superfície do duto. Quanto à troca de calor, duas importantes simplificações podem ser feitas para os casos de temperatura da parede constante ($T_p = \text{constante}$), ou ainda, de fluxo de calor constante ($q = \text{constante}$). A partir do volume de controle diferencial mostrado abaixo (figura 3), desenvolveremos uma equação diferencial que, ao ser integrada, permite determinar a variação das propriedades ao longo do escoamento.

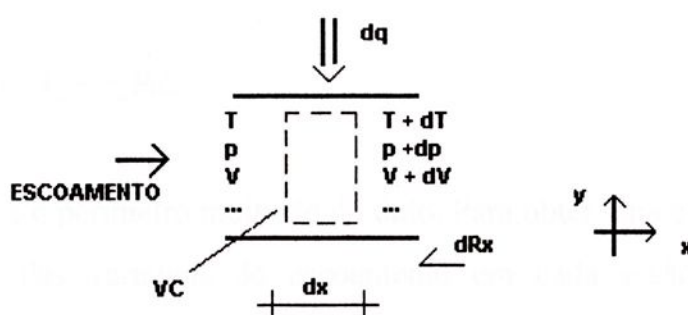


Fig. 3 : volume de controle diferencial usado para
a análise do escoamento

Dessa forma, teremos (Fox & McDonald, 1992):

Equação da continuidade :

$$\rho dV + Vd\rho = 0 \quad (13)$$

Equação da quantidade de movimento :

$$-\frac{dR_x}{A} - dp = \rho V dV \quad (14)$$

Primeira Lei da Termodinâmica :

$$dh + d\left(\frac{V^2}{2}\right) = dq \quad (15)$$

Relacionando a força de atrito dR_x , com as variáveis do escoamento em cada seção transversal, notamos que :

$$dR_x = \tau_w dA_w = \tau_w P dx \quad (16)$$

Onde P é o perímetro molhado do duto. Para obter uma expressão para τ_w , em termos das variáveis do escoamento em cada seção transversal, admitimos que as mudanças nas variáveis são graduais e que são válidas as correlações desenvolvidas para escoamento incompressível completamente desenvolvido em dutos. Assim, a tensão de cisalhamento local, na parede, pode ser escrita como :

$$\tau_w = \frac{f\rho V^2}{2} \quad (17)$$

Onde f é o fator de atrito de Fanning, também conhecido como coeficiente de atrito (C_f).

Obs : na grande maioria das referências bibliográficas, são apresentados os valores do fator de atrito referentes à fórmula de Darcy (f'). Vale ressaltar que : $f' = 4f$

Os dutos de formas não circular podem ser incluídos na nossa análise pela introdução do conceito de diâmetro hidráulico :

$$D_h = \frac{4A}{P} \quad (18)$$

Combinando as equações (16), (17) e (18), obtemos :

$$dR_x = \tau_w P dx = \frac{f \rho V^2}{2} \frac{4A}{D_h} dx$$

Ou :

$$dR_x = 4f \frac{A}{D_h} \frac{\rho V^2}{2} dx \quad (19)$$

Substituindo este resultado na equação da quantidade de movimento (14), encontramos :

$$-\frac{4f}{D_h} \frac{\rho V^2}{2} dx - dp = \rho V dV$$

Dividindo por p :

$$\frac{dp}{p} = -\frac{4f}{D_h} \frac{\rho V^2}{2p} dx - \frac{\rho V dV}{p}$$

Notando que :

$$\frac{p}{\rho} = RT = \frac{c^2}{k}, \quad V dV = d\left(\frac{V^2}{2}\right) \quad e \quad \frac{V^2}{c^2} = M^2$$

temos :

$$\frac{dp}{p} = -\frac{4f}{D_h} \frac{kM^2}{2} dx - \frac{k}{c^2} d\left(\frac{V^2}{2}\right)$$

E, finalmente :

$$\frac{dp}{p} = -\frac{4f}{D_h} \frac{kM^2}{2} dx - \frac{kM^2}{2} \frac{d(V^2)}{V^2} \quad (20)$$

Para relacionarmos apenas M e x , devemos eliminar dp/p e $d(V^2)/V^2$.

Sabemos que :

$$V^2 = M^2 c^2 = M^2 kRT, \text{ e :}$$

$$\frac{d(V^2)}{V^2} = \frac{dT}{T} + \frac{d(M^2)}{M^2} \quad (21a)$$

Da equação da continuidade, $d\rho/\rho = -dV/V$, e :

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{2} \frac{d(V^2)}{V^2} \quad (21b)$$

Da equação de estado do gás ideal : $p = \rho RT$, ou :

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad (21c)$$

Combinando estas três equações, temos :

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{2} \frac{dT}{T} - \frac{1}{2} \frac{d(M^2)}{M^2} \quad (21d)$$

Substituindo na equação (20), vem :

$$\frac{1}{2} \frac{dT}{T} - \frac{1}{2} \frac{d(M^2)}{M^2} = -\frac{4f}{D_h} \frac{kM^2}{2} dx - \frac{kM^2}{2} \frac{dT}{T} - \frac{kM^2}{2} \frac{d(M^2)}{M^2}$$

Que pode ser simplificada para :

$$\left(\frac{1 + kM^2}{2} \right) \frac{dT}{T} = -\frac{4f}{D_h} \frac{kM^2}{2} dx + \left(\frac{1 - kM^2}{2} \right) \frac{d(M^2)}{M^2} \quad (22)$$

Para relacionarmos M e x , devemos obter uma expressão para dT/T em termos de M . Tal expressão pode ser obtida mais prontamente através do conceito de temperatura de estagnação :

$$T_0 = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) \quad (23)$$

Que na forma diferencial, torna-se :

$$\frac{dT_0}{T_0} = \frac{dT}{T} + \frac{\frac{(k-1)}{2} M^2}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)} \frac{d(M^2)}{M^2}$$

∴

$$\frac{dT}{T} = \frac{dT_0}{T_0} - \frac{\frac{(k-1)}{2} M^2}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)} \frac{d(M^2)}{M^2}$$

Substituindo na equação (22) e simplificando, encontramos :

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{\left(1 + kM^2\right)\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{1 - M^2} \frac{dT_0}{T_0} + \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{1 - M^2} \frac{4f}{D} dx \quad (24)$$

Onde : $D_h = D$ = diâmetro interno da tubulação.

Considerando agora um comprimento dx de duto, o calor transferido pela parede, por unidade de massa (dq), pode ser expresso por :

$$dq = dh + d\left(\frac{V^2}{2}\right) \quad \text{ou :} \quad dq = c_p dT + d\left(\frac{V^2}{2}\right)$$

Assim, :

$$dq = c_p dT_0 \quad (25)$$

Ou ainda, por meio do coeficiente de transferência de calor h' , em termos da diferença de temperatura $T_p - T_{pa}$, onde :

T_{pa} = temperatura de parede adiabática

T_p = temperatura interna da parede

Assim, temos :

$$dq = \frac{h'}{m} dA(T_p - T_{pa}) = \frac{h'}{m} \pi D dx (T_p - T_{pa}) \quad (26)$$

É mostrado experimentalmente, que para escoamentos compressíveis em altas velocidades, a expressão acima - que considera a diferença entre T_p e T_{pa} - é a que melhor exprime a transferência de calor existente através do fluido (Shapiro, 1953).

Quando um fluido escoar através de um duto tendo sua parede isolada, a temperatura da parede (chamada de temperatura de parede adiabática, T_{pa}) não é a temperatura de estagnação média T_0 , nem a temperatura média do fluxo T . Em um escoamento compressível, a temperatura de equilíbrio ou temperatura de parede adiabática usualmente está entre T e T_0 (figura 4). Isso quer dizer que no caso real de um problema de escoamento, o fluido não é trazido ao repouso reversivelmente junto à parede, pois a ação é um processo basicamente irreversível no sentido termodinâmico. Além disso, nem toda a energia cinética da corrente livre é convertida em energia térmica - parte é perdida como calor e parte é dissipada na forma de trabalho viscoso.

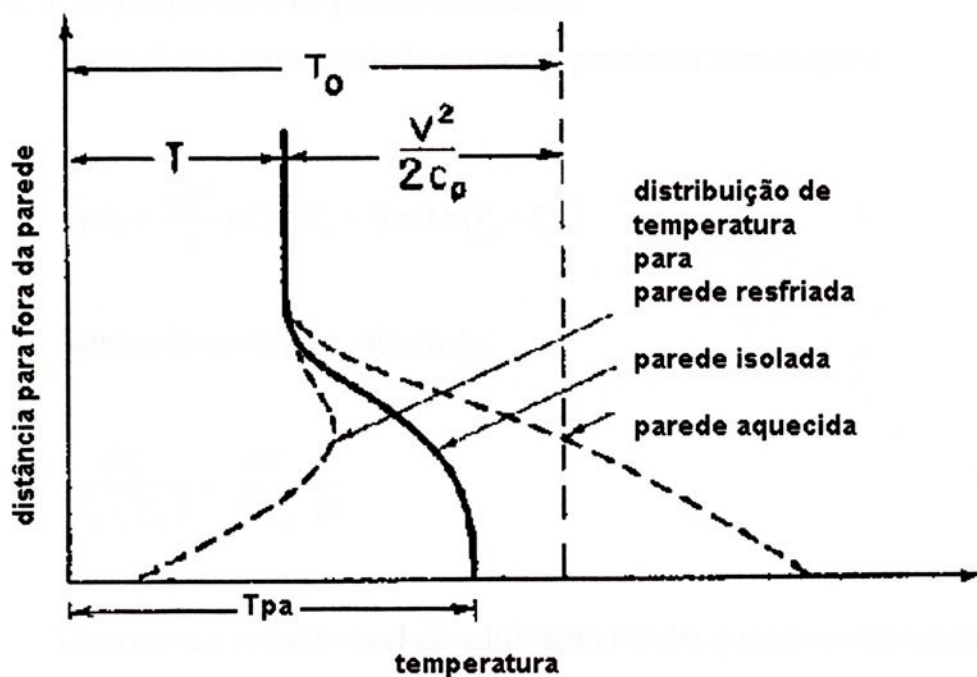


Fig. 4 : definição ilustrada de temperatura de parede adiabática
(Shapiro, 1953)

Para levarmos em consideração as irreversibilidades no sistema de escoamento da camada limite, é definido um *fator de recuperação* :

$$r = \frac{T_{pa} - T}{T_0 - T} \quad (27)$$

Para gases com valores do número de Prandtl próximos da unidade, valem as seguintes relações para o fator de recuperação :

$$\text{Escoamento laminar : } r = Pr^{1/2}$$

$$\text{Escoamento turbulento : } r = Pr^{1/3}$$

Esses fatores devem ser utilizados juntamente com a equação (27) na obtenção da temperatura de parede adiabática.

Dessa forma, prosseguindo no nosso problema, temos que :

$$\dot{m} dq = \frac{\pi D^2}{4} \rho V c_p dT_0 = h' \pi D dx (T_p - T_{pa})$$

Ajustando os termos, obtemos :

$$\frac{dT_0}{(T_p - T_{pa})} = \frac{4h'}{\rho V c_p} \frac{dx}{D} \quad (28)$$

Uma nova e considerável simplificação resulta quando consideramos a *Analogia de Reynolds* entre atrito e transferência de calor para o escoamento turbulento em tubos. Tal relação, diz que para números de Prandtl próximos da unidade :

$$\frac{h'}{\rho V c_p} = \frac{f}{2} \quad (29)$$

Substituindo na equação (28), obtemos :

$$\frac{dT_0}{T_p - T_{pa}} = 2f \frac{dx}{D} \quad (30)$$

Introduzindo essa relação na equação (22), obtemos :

$$dM^2 = \frac{M^2(1 + kM^2) \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{1 - M^2} \frac{dT_0}{T_0} + \frac{kM^4 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{1 - M^2} \frac{2dT_0}{T_p - T_{pa}} \quad (31)$$

Se chamarmos ainda :

$$\frac{M^2(1 + kM^2)\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2} = \theta \quad e: \quad \frac{kM^4\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2} = \beta$$

Temos, finalmente :

$$dM^2 = \left(\frac{\theta}{T_0} + \frac{2\beta}{T_p - T_{pa}} \right) dT_0 \quad (32)$$

A resolução do problema proposto, dependerá da natureza do processo de transferência de calor com o meio. Consideraremos dois casos particulares :

1. *temperatura da parede constante*
2. *fluxo de calor constante*

1º caso : a temperatura da parede é aproximadamente constante quando o metal do duto é um bom condutor de calor e está envolvido por vapor condensado ou líquido saturado, ambos a pressão constante. Visto que nesse caso, T_p é independente de x , a equação (30) é facilmente integrada entre as seções 1 e 2. Introduzindo ainda o conceito de fator de recuperação – dado pela equação (27), obtemos :

$$\frac{1}{r} \frac{dT_{pa}}{T_p - T_{pa}} = 2f \frac{dx}{D} \quad (33)$$

Integrando a equação (33), com T_p constante entre as seções 1 e 2, vem :

$$\frac{2f}{D}(x_2 - x_1) = \frac{1}{r} \ln \frac{T_p - T_{pa1}}{T_p - T_{pa2}} \quad (34)$$

Dessa maneira, para qualquer valor inicial de T_{pa1} , e para valores conhecidos de f , D e T_p , a equação (34) fornece T_{pa2} como uma função de x_2 .

2º caso : a situação de fluxo de calor constante resulta, por exemplo, quando o duto está aquecido eletricamente pela passagem de uma corrente ou de resistências uniformemente distribuídas ao longo do seu comprimento, ou ainda quando a sua superfície externa estiver uniformemente irradiada. Nesse caso, teremos $T_p - T_{pa}$ independente de x , ou seja :

$$T_p - T_{pa} = T_{p1} - T_{pa1} = T_{p2} - T_{pa2}$$

Introduzindo na equação (33), e integrando entre as seções 1 e 2, vem :

$$\frac{2f}{D}(x_2 - x_1) = \frac{1}{r} \frac{T_{pa2} - T_{pa1}}{T_{p1} - T_{pa1}} \quad (35)$$

Que nos permite computar T_{pa} para qualquer valor de x .

Para obtermos finalmente a variação de M com a distância e consequentemente as propriedades do escoamento em cada ponto, devemos integrar a equação (32). No presente problema, infelizmente, não é possível separarmos variáveis e integrarmos tal equação na forma analítica fechada, tornado-se necessário a sua integração através de métodos numéricos.

CAPÍTULO 6

O FATOR DE ATRITO - f - PARA ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS

É demonstrado por análise dimensional, que o fator de atrito ou coeficiente de atrito (f) para um fluido compressível escoando em um duto, é uma função do número de Reynolds e do Número de Mach M . Investigações experimentais têm comprovado, entretanto, que em regime de turbulência bem desenvolvida, f é praticamente independente do Número de Mach, devendo ser assumido dependente apenas do número de Reynolds e da rugosidade relativa da superfície do duto (ϵ/D), tal como para fluido incompressível (Keenan & Neumann, 1946).

6.1 REGIME LAMINAR

Para baixos valores do número de Reynolds - $Re \leq 2000$, aproximadamente -, o escoamento no duto é inteiramente laminar e o coeficiente de fricção f' da fórmula de Darcy-Weisbach ($f' = 4f$) é uma função de Re apenas, como mostrado pela equação de Hagen-Poiseuille (Bastos, 1983) :

$$f' = \frac{64}{Re} \quad (36)$$

6.2 REGIME TURBULENTO

□ *RUGOSIDADE RELATIVA DA PAREDE :*

A grande maioria das tubulações utilizadas em montagens de engenharia não podem ser consideradas como sendo hidraulicamente lisas. As irregularidades na superfície interna da parede do conduto provocam a sua aspereza, sendo que a resistência ao escoamento oferecida por paredes rugosas é muito maior do que aquela que ocorre por consequência de tubos lisos. Se chamarmos de ϵ a altura média dessas irregularidades e se considerarmos a hipótese de Prandtl, de que junto à parede interna do conduto forma-se uma película de líquido δ , onde o escoamento é laminar, definida por :

$$\delta = \frac{32,5D}{Re\sqrt{f'}} \quad (37)$$

temos que, como a espessura δ dessa camada é muito pequena, o escoamento do fluido ocorre, praticamente, apenas na zona de movimento turbulento (figura 5).



Fig. 5 : ilustração das irregularidades

(Bastos, 1983)

Podemos, então, definir :

Conduto liso : é aquele cujas irregularidades ficam totalmente cobertas pela camada laminar. No conduto liso, a altura média (ϵ) das irregularidades na parede interna é menor que $1/3$ da espessura δ : $\epsilon < \delta / 3$

Comparando com a equação anterior, notamos que um mesmo duto pode ser liso para um fluido e rugoso para outro.

Conduto rugoso : nesse tipo, a rugosidade relativa (ϵ/D) tem interferência direta sobre a turbulência, e portanto, sobre a perda de carga. Pode-se distinguir dois tipos de regime :

- I) **regime turbulento de transição :** ocorre quando $\delta / 3 < \epsilon < 8 \delta$ e, nesse caso, f depende da natureza do escoamento (do número de Reynolds) e da rugosidade relativa (ϵ/D) do tubo. Aqui, apenas uma parte da aspereza atravessa a camada laminar, contribuindo para a turbulência.
- II) **Regime de turbulência plena :** ocorre quando $\epsilon > 8 \delta$. Aqui, as irregularidades são muito grandes em relação à espessura da camada laminar, concorrendo para o aumento e a manutenção da turbulência. Nesse regime, f depende essencialmente da rugosidade relativa (ϵ/D) do tubo, independente do número de Reynolds.

Rugosidade equivalente de grãos de areia : o pesquisador russo I. Nikuradse, realizou exaustivos estudos, colando grãos de areia de dimensões uniformes na parede interna de tubos de diâmetros variados. Com isso, obteve para cada tubo, uma rugosidade artificial uniformemente distribuída. Como a granulometria da areia e os diâmetros D foram rigorosamente medidos, a rugosidade relativa (ϵ/D) também era rigorosa e uniforme em cada tubo. Em suas experiências, Nikuradse utilizou a rugosidade relativa (ϵ/D) desde $1/507$



até 1/15, aumentando a velocidade de modo que o Número de Reynolds variasse de 500 até 10^6 . Como resultado de seus experimentos, Nikuradse elaborou um diagrama (figura 6) de grande utilidade aos diversos estudos posteriores referentes ao coeficiente de atrito em função da rugosidade relativa da parede e do número de Reynolds.

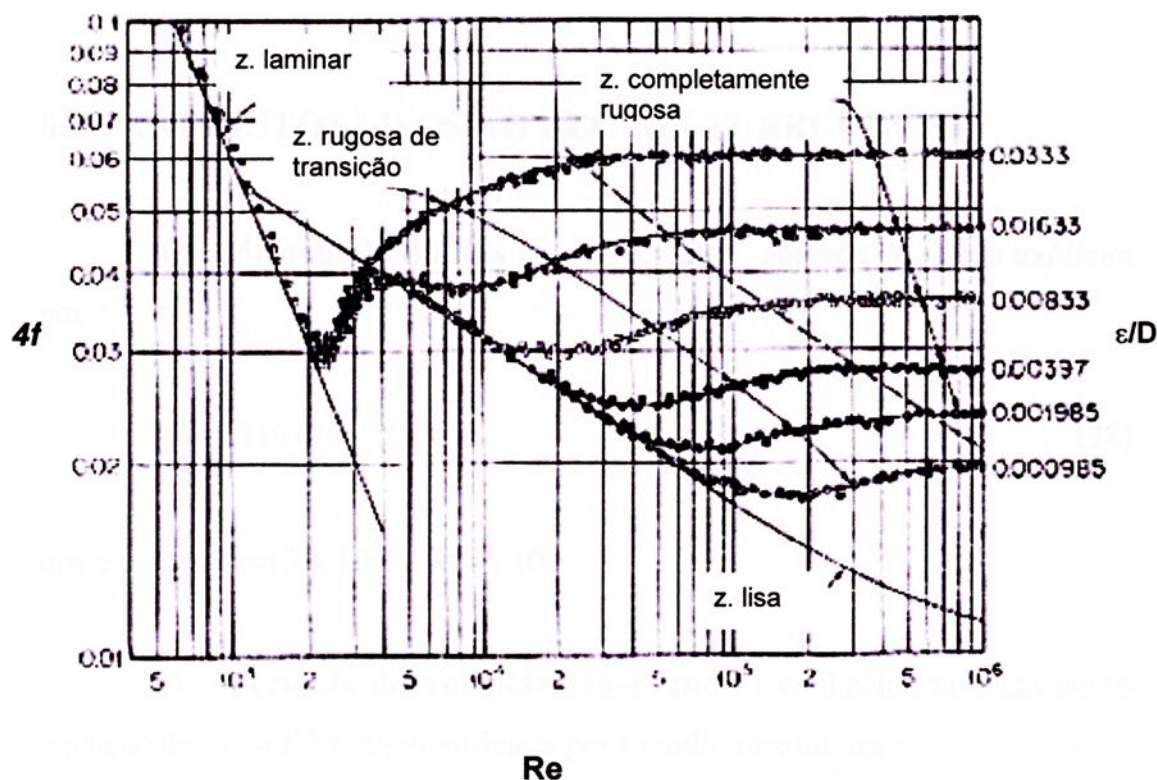


Fig. 6 : diagrama ilustrando os experimentos de Nikuradse com areia
(Streeter, 1961)

Examinaremos agora, as mais utilizadas fórmulas para o cálculo do fator de atrito f' (umas dedutíveis e outras empíricas, baseadas em experiências de laboratório) em tubos lisos e rugosos em regime turbulento pleno e de transição (Schlichting (1968), Mataix (1975), Zucrow & Hoffman (1977), Pitts & Sissom (1981), Bastos (1983), Hollman (1983), Bejan (1996) e Incropera & DeWitt (1996))

6.2.1 CONDUTOS LISOS NO REGIME TURBULENTO

a) **Fórmula de Blasius** : o coeficiente f' aparece de forma explícita em :

$$f' = 0,316 (\text{Re})^{-0,25} \quad (38)$$

que é válida para $3 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 10^5$

b) **Fórmula de Von Kármán-Prandtl** : conhecida também como equação de Von Kármán modificada por Prandtl, mostra que :

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 2 \log (\text{Re} \sqrt{f'}) - 0,8 \quad (39)$$

e que ainda pode se apresentar sob a forma :

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f'}} \right) \quad (40)$$

com validade para $10^4 \leq Re \leq 3,4 \times 10^6$ e $Re\sqrt{f'} > 800$. Em ambas, o coeficiente f' aparece implicitamente.

c) 1ª Fórmula de Nikuradse : fornece valores praticamente idênticos aos da fórmula de Vón Kármán-Prandtl, com validade para a mesma faixa de escoamento e com a vantagem de apresentar o coeficiente f' de maneira explícita. É dada por :

$$f' = 0,0032 + 0,221 (Re)^{-0,237} \quad (41)$$

6.2.2 REGIME COMPLETAMENTE RUGOSO

2ª Fórmula de Nikuradse : o valor do fator de atrito f' , obtém-se explicitamente, em função da rugosidade relativa (ε/D) do duto :

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 1,74 - 2 \log\left(2\varepsilon/D\right) \quad (42)$$

que também pode ser escrita sob a forma :

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = -\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,71}\right) \quad (43)$$

e aplica-se quando $Re\sqrt{f'}/(D/\varepsilon) \geq 200$

6.2.3 REGIME RUGOSO DE TRANSIÇÃO

a) **Fórmula de Colebrook-White** : apresenta $\sqrt{f'}$ em ambos os membros, exigindo processo iterativo de cálculo, sendo válida para $14 < \text{Re}\sqrt{f'}/(D/\varepsilon) < 200$. É dada por :

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{\text{Re}\sqrt{f'}} \right) \quad (44)$$

A fórmula de Colebrook-White é adequada a todos os condutos (lisos ou rugosos), desde que o regime seja turbulento.

A fim de usá-la em condutos lisos, basta nesse caso adotar-se a rugosidade relativa (ε/D) como desprezível, obtendo-se portanto a fórmula de Von Kármán-Prandtl para condutos lisos.

Já para o caso de regime de turbulência plena em tubos rugosos, Re será muito grande e, então, o 2º termo entre parênteses da fórmula anterior tenderá a zero, obtendo-se a 2ª fórmula de Nikuradse.

b) **Fórmula de Moody** : apresenta a vantagem de exprimir o valor de f' explicitamente sendo válida para $4 \times 10^3 < \text{Re} < 10^7$. É escrita por :

$$f' = 0,0055 \left[1 + \left(20.000 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{10^6}{\text{Re}} \right)^{1/3} \right] \quad (45)$$

Os resultados da fórmula de Moody diferem de $\pm 5 \%$ em relação aos da fórmula de Colebrook-White.

c) **Fórmula de Generaux** : relação proposta por Generaux, sendo suficientemente acurada para a maioria dos trabalhos de engenharia, na faixa de $4 \times 10^3 < Re < 2 \times 10^7$:

$$f' = 0,16 Re^{-0,16} \quad (46)$$

□ O DIAGRAMA DE MOODY

O diagrama de Moody (figura 7) é um diagrama universal que permite a obtenção do valor do coeficiente de atrito f' de maneira direta. Para sua construção, Moody utilizou-se dos trabalhos de Poiseuille, Blasius, Von Kármán-Prandtl, assim como os de Nikuradse (rugosidade artificial com grãos de areia) e Colebrook-White (tubos comerciais). Apresenta, portanto, a vantagem de poder ser usado para os escoamentos laminar e turbulento, assim como para tubos lisos e rugosos.

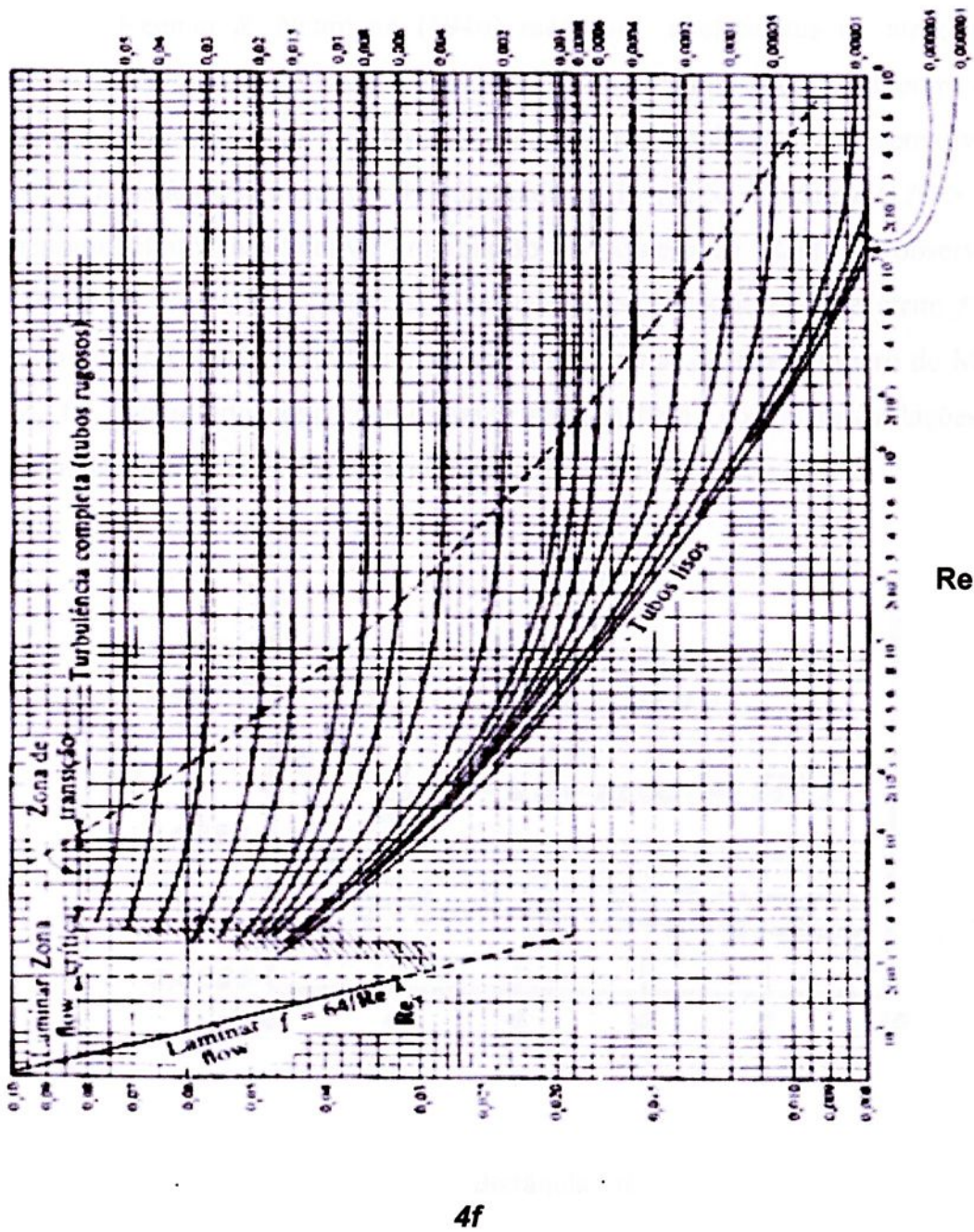


Fig. 7 : o diagrama de Moody
(Pitts & Sissom, 1981)

6.3 ESCOAMENTO SUBSÔNICO

Keenan & Neumann (1946) mediram coeficientes de atrito para escoamento turbulento em tubos lisos na faixa de números de Mach entre zero e perto da unidade. Para um perfil de velocidade completamente desenvolvido, isto é, à distâncias da entrada do tubo maiores do que 50 diâmetros ($L/D > 50$), nenhum efeito significativo em relação ao número de Mach foi observado (figura 8). Em outras palavras, a relação entre o coeficiente de atrito f e o número de Reynolds para escoamento subsônico a qualquer número de Mach M , foi encontrado concordar bastante com as bem conhecidas relações de Kármán-Nikuradse para escoamento incompressível (figura 9).

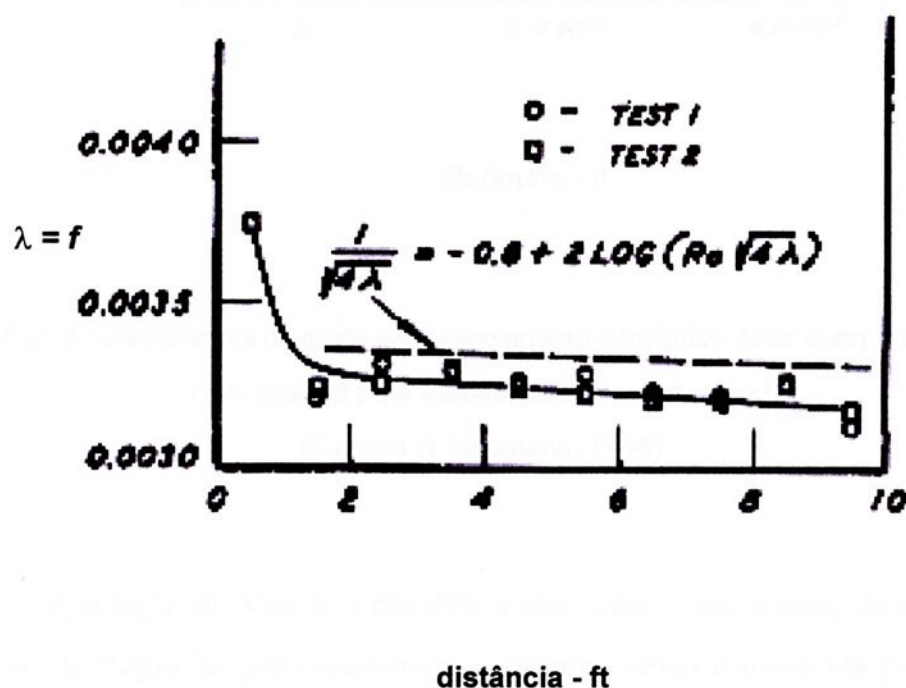


Fig. 8 : coeficiente de atrito versus distância ao longo do duto
para escoamento subsônico de ar
(Keenan & Neumann, 1946)

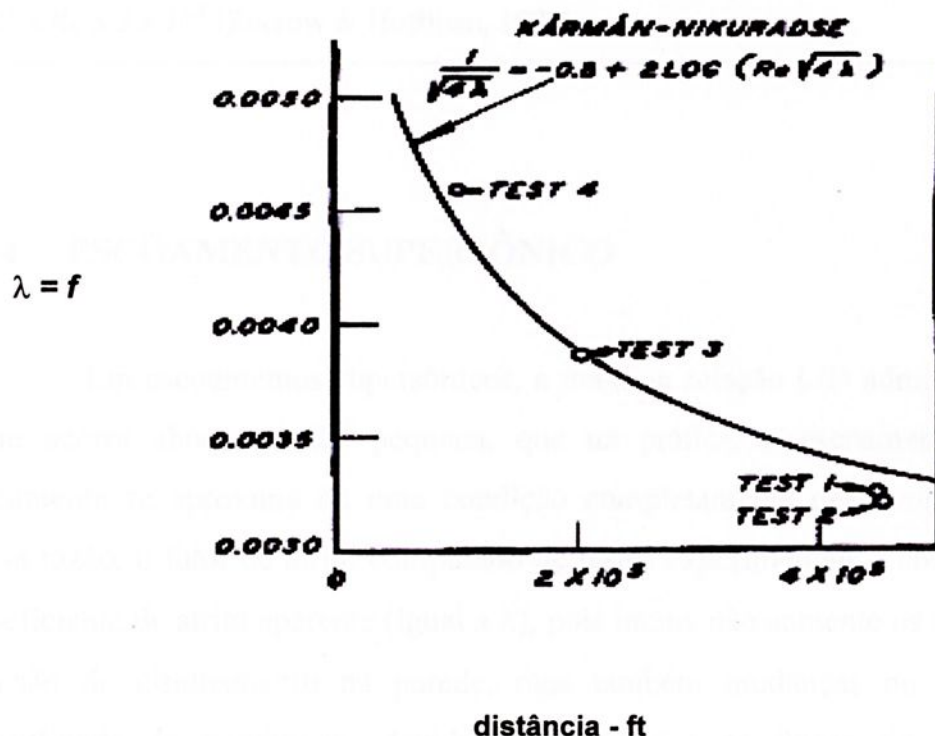


Fig. 9 : coeficientes de atrito para escoamento subsônico de ar comparados com aqueles para escoamento incompressível (Keenan & Neumann, 1946)

A relação de Von Kármán-Nikuradse entre o coeficiente de atrito e o número de Reynolds para escoamento incompressível é mostrada pela curva anterior. As maiores discrepâncias entre os resultados experimentais e esta curva são da ordem de 3 %, que é aproximadamente o grau de incerteza das presentes medidas, confirmando a conclusão de que para velocidades subsônicas o coeficiente de atrito é uma função do número de Reynolds e não é afetado apreciavelmente por mudanças no número de Mach.

Obs : muitos autores costumam se referir ao valor de $f = 0,005$ ($f' = 0,02$) como sendo suficientemente acurado para escoamentos subsônicos na faixa de $5 \times 10^4 \leq Re \leq 2 \times 10^5$ (Zucrow & Hoffman, 1977).

6.4 ESCOAMENTO SUPERSÔNICO

Em escoamentos supersônicos, a máxima relação L/D admitida antes que ocorra choque é tão pequena, que na prática, o escoamento nunca realmente se aproxima de uma condição completamente desenvolvida. Por essa razão, o fator de atrito computado de testes experimentais é chamado de coeficiente de atrito aparente (igual a λ), pois inclui não somente os efeitos da tensão de cisalhamento na parede, mas também mudanças no fluxo de quantidade de movimento devido a alterações na forma do perfil de velocidade.

Experimentos conduzidos por Keenan & Neumann (1946), para escoamentos compressíveis a números de Mach maiores que 1, mostram que para valores de L/D maiores que 50, o coeficiente de atrito aparente é aproximadamente igual, para iguais números de Reynolds, ao coeficiente de atrito para escoamento incompressível (figuras 10 e 11). Para tais velocidades, entretanto, valores de L/D maiores do que 50 são raramente encontrados.

Para valores de L/D menores que 50, o coeficiente de atrito f é uma função de L/D e do número de Reynolds, sendo geralmente menor do que aquele dado pela fórmula de Von Kármán-Nikuradse (da ordem de metade daquele encontrado para escoamento subsônico) se o número de Reynolds é menor do que 10^6 . Esta diferença deve ser em parte explicada pela ausência de uma direção preponderante de fluxo nos escoamentos supersônicos; também

pelo fato de que a velocidades supersônicas, há uma considerável diferença entre a temperatura da parede e a temperatura do fluido na seção de entrada do duto (de onde são tirados os valores das propriedades que são aplicados no cálculo do número de Reynolds).

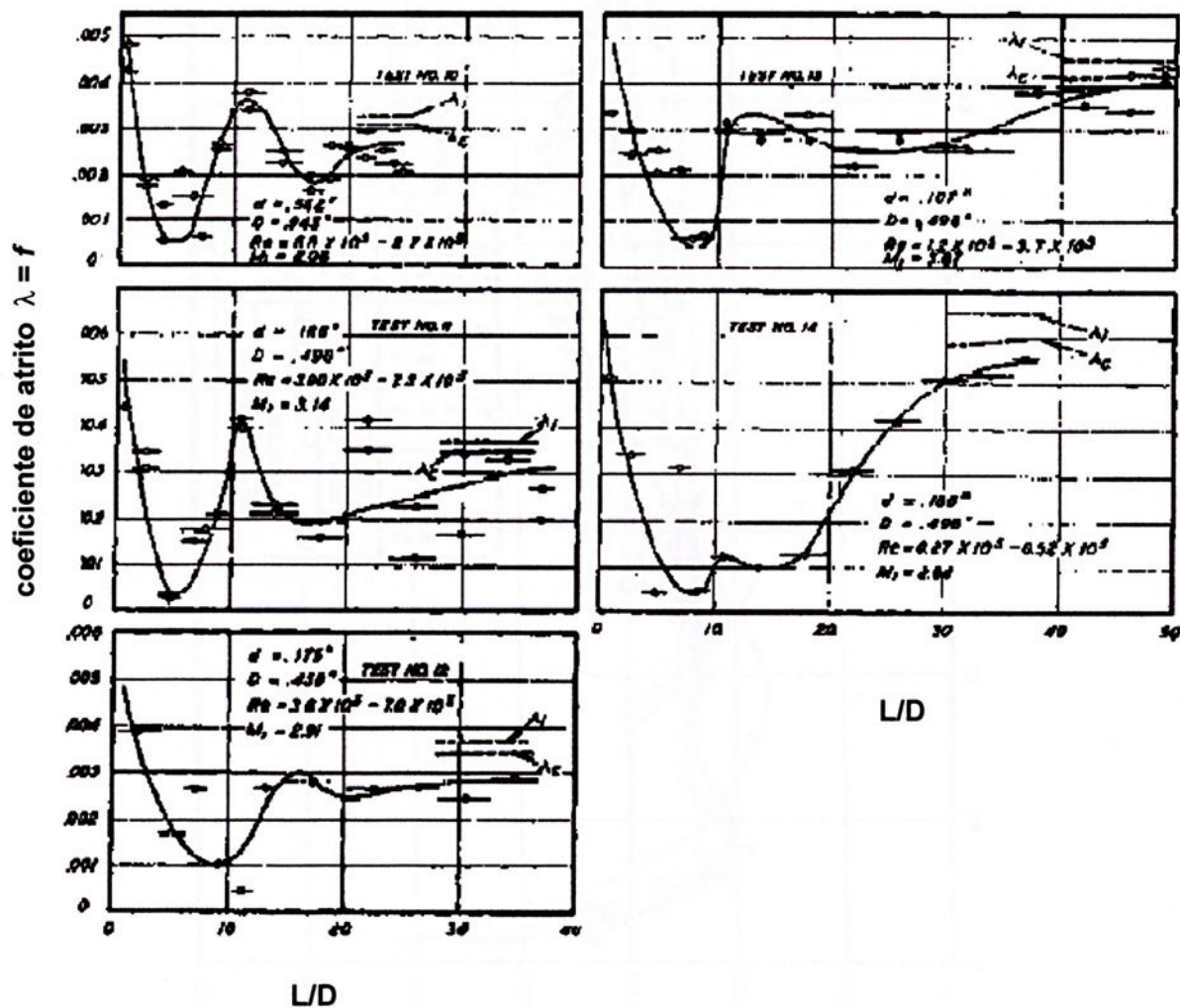


Fig. 10 : coeficiente de atrito aparente versus distância
a partir da entrada do duto
(Keenan & Neumann, 1946)

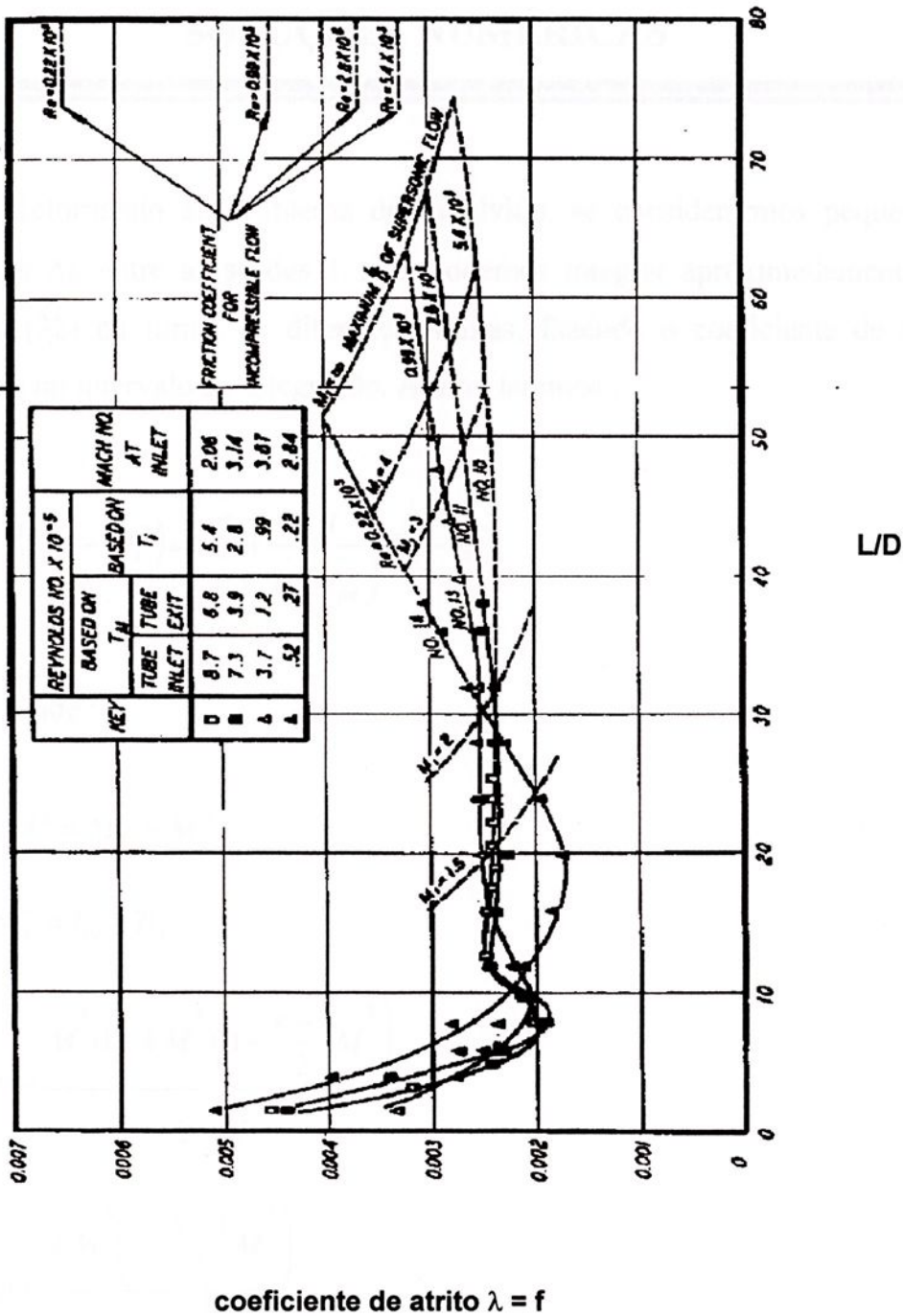


Fig. 11 : coeficiente de atrito aparente versus relação L/D
(Keenan & Neumann, 1946)

CAPÍTULO 7

SOLUÇÕES NUMÉRICAS

Retornando ao problema desenvolvido, se considerarmos pequenos intervalos Δx entre as seções 1 e 2, podemos integrar aproximadamente a equação (32) na forma de diferenças-finitas, fazendo o coeficiente de dT_0 constante no intervalo de integração. Assim, teremos :

$$(M_2^2 - M_1^2) = \left(\frac{\bar{\theta}}{\bar{T}_0} + \frac{2\bar{\beta}}{\bar{T}_p - \bar{T}_{pa}} \right) (T_{02} - T_{01}) \quad (47)$$

Onde :

$$dM^2 = M_2^2 - M_1^2$$

$$dT_0 = T_{02} - T_{01}$$

$$\bar{\theta} = \frac{\bar{M}^2 (1 + k \bar{M}^2) \left(1 + \frac{k-1}{2} \bar{M}^2 \right)}{1 - \bar{M}^2}$$

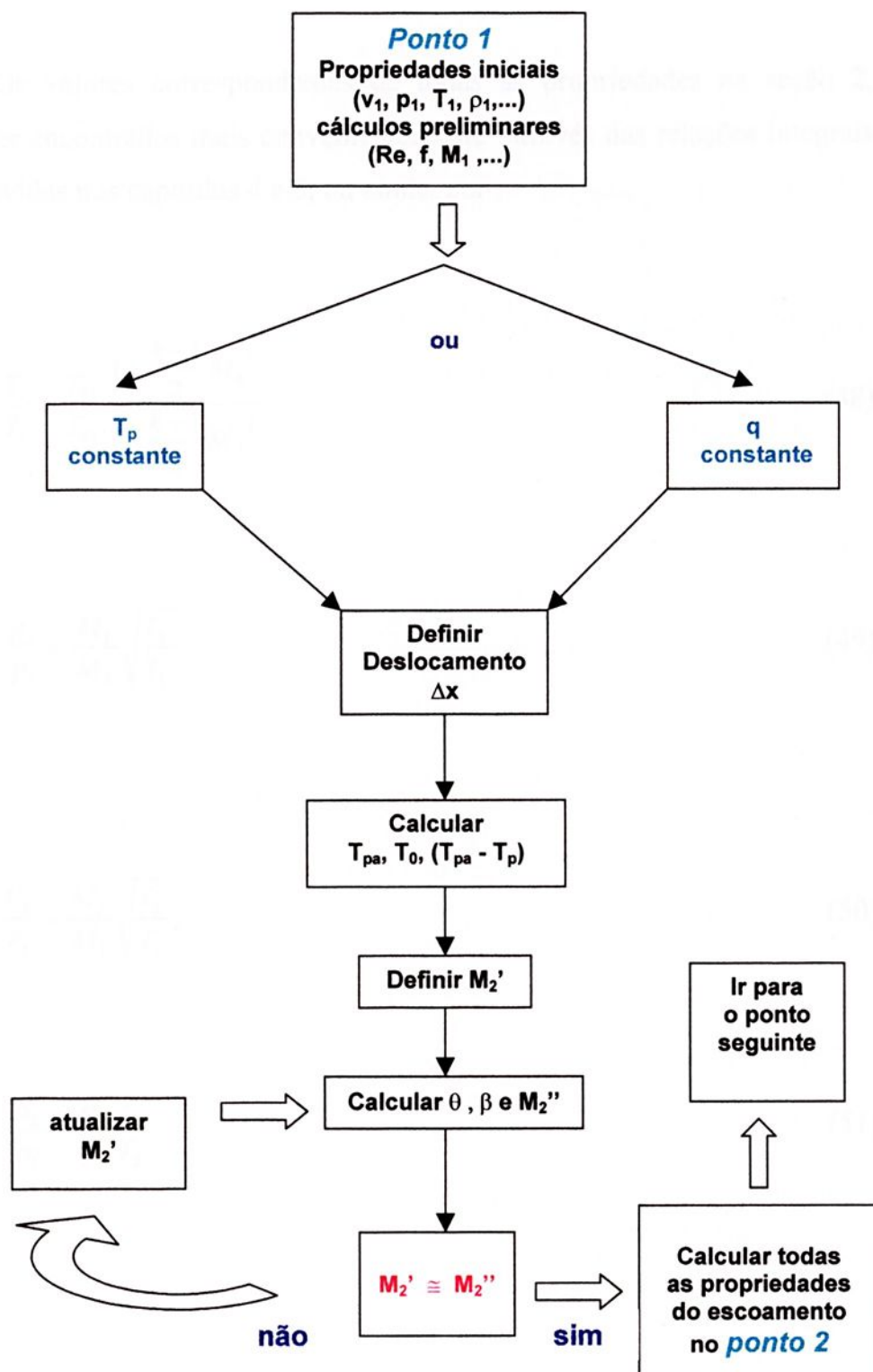
$$\bar{\beta} = \frac{k \bar{M}^4 \left(1 + \frac{k-1}{2} \bar{M}^2 \right)}{1 - \bar{M}^2}$$

$$\bar{M} = \frac{(M_2 + M_1)}{2} \quad \bar{T}_0 = \frac{(T_{02} + T_{01})}{2} \quad \bar{T}_{pa} = \frac{(T_{pa2} + T_{pa1})}{2} \quad \bar{T}_p = \frac{(T_{p2} + T_{p1})}{2}$$

Tal equação deve ser resolvida por iteração, visto que os coeficientes θ e β dependem do valor de M_2 , que não é conhecido.

O procedimento final para a resolução do nosso problema, segue o diagrama de blocos mostrado à seguir :





Os valores correspondentes de todas as propriedades na seção 2, devem ser encontrados mais convenientemente através das relações integrais desenvolvidas nos capítulos 4 e 5, ou ainda, por :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_{02}}{T_{01}} \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2} \quad (48)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (49)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (50)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{T_1}{T_2} \quad (51)$$

CAPÍTULO 8

RESULTADOS OBTIDOS

Toda a formulação desenvolvida nos capítulos anteriores, foi aplicada em diferentes condições de entrada a três fluidos compressíveis distintos :

- ♦ *vapor d'água,*
- ♦ *ar e*
- ♦ *gás natural.*

Foi feito um programa em planilha excel que permitiu a sistematização dos cálculos e o traçado das curvas de variação das propriedades do escoamento, para uma relação x/D (igual a distância linear percorrida dividida pelo diâmetro do duto) de até 1000. Um exemplo desta planilha de cálculo, segue o modelo à seguir (figura 12) :



Microsoft Excel - PLAN-vapor-Q.xls

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda

Fig. 12 : exemplo de planilha de cálculo de variação das propriedades em tubulações longas com atrito e troca de calor – fluido : vapor d'água (q constante)

Os dados de entrada para cada escoamento calculado, são apresentados à seguir (tabelas 1, 2 e 3). Foram utilizadas cinco diferentes temperaturas da parede para cada fluido, afim de melhor explicitar a variação das propriedades do escoamento em função da temperatura de entrada na parede e, conseqüentemente, dos efeitos da troca de calor com o fluido.

✓ *1º Fluido : vapor d'água*

Diâmetro interno do duto - $D(m)$	0,5000	Área interna do duto - $A(m^2)$	0,1963
Vazão mássica - $m(kg/s)$	28,0000	Velocidade - $V(m/s)$	101,7709
Pressão de entrada - $p(kPa)$	500,0000	Número de Mach - M	0,1479
Temperatura do fluido - $T(K)$	773,1500	Constante do gás - $R(kJ/kg.K)$	0,4615
Massa específica - $\rho(kg/m^3)$	1,4012	Viscosidade cinemática - $\nu(m^2/s)$	1,2161E-05
Rugosidade relativa da parede - ϵ/D	0,0002	Número de Reynolds - Re	4,1844E+06
Calor específico - $c_p(kJ/kg.K)$	1,9850	Fator de atrito - f	0,0035
Massa molecular - $M'(kg/kmol)$	18,0150	Fator de recuperação - r	1,0000
Constante $k = c_p/c_v$	1,3270	Temp de estagnação - $T_0(K)$	775,9150
Número de Prandtl - Pr	1,0000	Temp de parede adiabática $T_{pa}(K)$	775,9150
Viscosidade dinâmica - $\mu(N.s/m^2)$	1,7040E-05	Entalpia - $h(kJ/kg)$	3483,8000
Deslocamento - $\Delta x(m)$	0,5000	Entropia - $s(kJ/kg.K)$	8,0872
Temperatura interna da parede $T_p(K)$	1809,1500	Relação T_p/T na entrada - (K/K)	2,34
	1190,6500		1,54
	873,1500		1,13
	672,1500		0,87
	356,1500		0,46

Tabela 1 : escoamento de vapor d'água – dados de entrada

✓ 2º Fluido : ar

Diâmetro interno do duto – $D(m)$	0,2500	Área interna do duto – $A(m^2)$	0,0491
Vazão mássica - $\dot{m}$ (kg/s)	40,0000	Velocidade – $V(m/s)$	87,2692
Pressão de entrada – $p(kPa)$	1000,0000	Número de Mach – M	0,2254
Temperatura do fluido - $T(K)$	373,1500	Constante do gás – $R(kJ/kg.K)$	0,2870
Massa específica - $\rho(kg/m^3)$	9,3375	Viscosidade cinemática - $\nu(m^2/s)$	2,2661E-06
Rugosidade relativa da parede - ϵ/D	0,0002	Número de Reynolds – Re	9,6275E+06
Calor específico - $c_p(kJ/kg.K)$	1,0035	Fator de atrito – f	0,0031
Massa molecular - $M'(kg/kmol)$	28,9700	Fator de recuperação – r	0,8367
Constante $k = c_p/c_v$	1,4000	Temp de estagnação – $T_0(K)$	376,9409
Número de Prandtl – Pr	0,7000	Temp de parede adiabática $T_{pa}(K)$	376,3217
Viscosidade dinâmica - $\mu(N.s/m^2)$	2,1160E-05	Entalpia – $h(kJ/kg)$	374,4560
Deslocamento - $\Delta x(m)$	0,2500	Entropia – $s(kJ/kg.K)$	7,1074
Temperatura interna da parede $T_p(K)$	873,1500	Relação T_p/T na entrada – (K/K)	2,34
	573,1500		1,54
	423,1500		1,13
	323,1500		0,87
	173,1500		0,46

Tabela 2 : escoamento de ar – dados de entrada

✓ 3º Fluido : gás natural

Utilizaremos, entre as infinitas possibilidades de gás natural existentes, a composição abaixo para fins de exemplo (%) (Labes *et al.*, 1994) :

metano: 94,037	dióxido de carbono: 0,600	propano: 0,656	n-pentano: 0,020	etano: 2,662
i-butano: 0,080	n-butano: 0,123	i-pentano: 0,021	hexano: 0,030	nitrogênio: 1,771

Diâmetro interno do duto - $D(m)$	0,3000	Área interna do duto - $A(m^2)$	0,0707
Vazão mássica - $\dot{m} (kg/s)$	50,0000	Velocidade - $V(m/s)$	13,9065
Pressão de entrada - $p(kPa)$	7000,0000	Número de Mach - M	0,0329
Temperatura do fluido - $T(K)$	283,1500	Constante do gás - $R(kJ/kg.K)$	0,4860
Massa específica - $\rho(kg/m^3)$	50,8650	Viscosidade cinemática - $\nu(m^2/s)$	2,6580E-07
Rugosid. Relativa da parede - ϵ/D	0,0002	Número de Reynolds - Re	1,5696E+07
Calor específico - $c_p(kJ/kg.K)$	2,0720	Fator de atrito - f	0,0028
Massa molecular - $M'(kg/kmol)$	17,1070	Fator de recuperação - r	0,9680
Constante $k = c_p/c_v$	1,2990	Temp de estagnação - $T_0(K)$	283,1958
Número de Prandtl - Pr	0,9370	Temp de parede adiabática $T_{pa}(K)$	283,1943
Viscosidade dinâmica - $\mu(N.s/m^2)$	1,3520E-05	Entalpia - $h(kJ/kg)$	488,1500
Deslocamento - $\Delta x(m)$	0,3000	Entropia - $s(kJ/kg.K)$	9,0159
Temperatura interna da parede - $T_p(K)$	662,1500	Relação T_p/T na entrada - (K/K)	2,34
	436,1500		1,54
	320,1500		1,13
	246,1500		0,87
	130,1500		0,46

Tabela 3 : escoamento de gás natural – dados de entrada



A partir de agora, são apresentados os resultados totais de variação das propriedades do escoamento de cada fluido estudado (figuras 13 a 33), em função da relação : temperatura da parede / temperatura do fluido (T_p/T) na entrada e das condições de contorno : fluxo de calor constante (Q_C) ou temperatura da parede constante (T_C).

Tais procedimentos foram aplicados até que a relação $x/D = 1000$ fosse alcançada ou ainda quando se atingisse o número de Mach unitário, caracterizando a ocorrência de bloqueio¹. Outro caso considerado, foi aquele onde a temperatura da parede – em casos absolutamente extremos – aproximou-se da condição teórica de zero absoluto ($0K$)².

Obs : todos os gráficos obtidos para cada propriedade – individualmente - estão apresentados no apêndice.

¹ Representado nos gráficos com o símbolo o

² Representado nos gráficos com o símbolo □

✓ 1º Fluido : vapor d'água

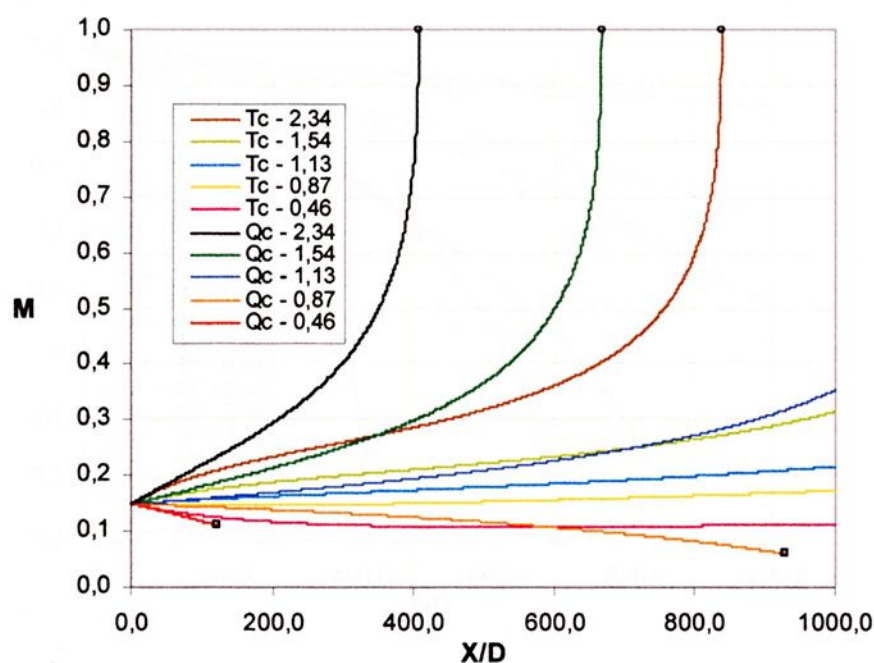


Fig. 13 : variação do número de Mach M com o comprimento do duto

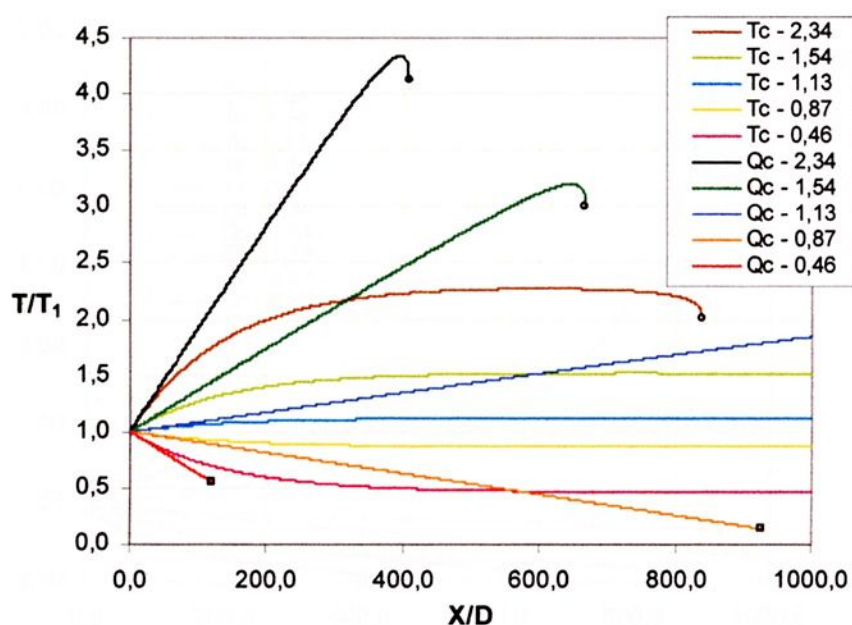


Fig. 14 : variação da temperatura T com o comprimento do duto

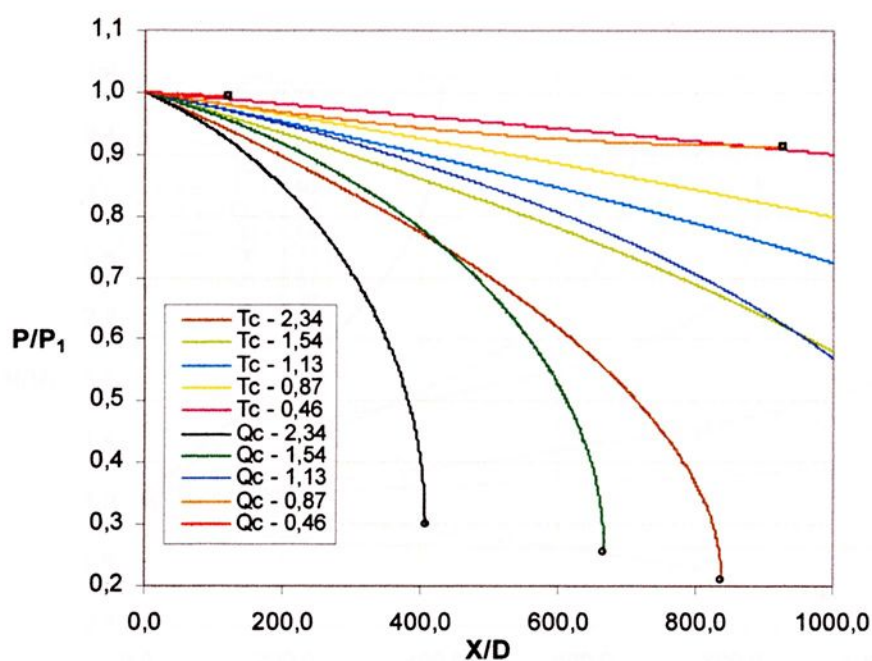


Fig. 15 : variação da pressão p com o comprimento do duto

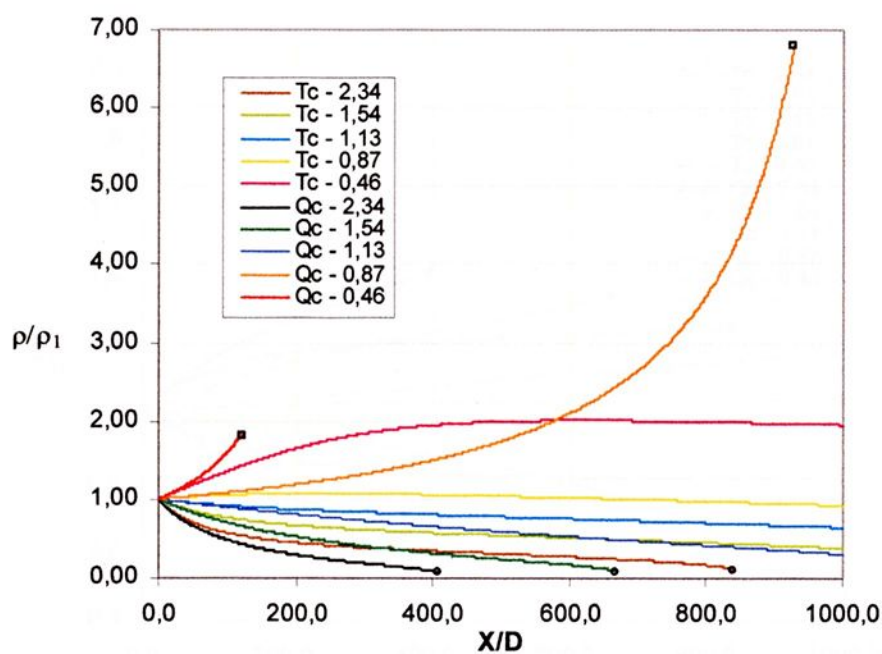


Fig. 16 : variação da massa específica ρ com o comprimento do duto

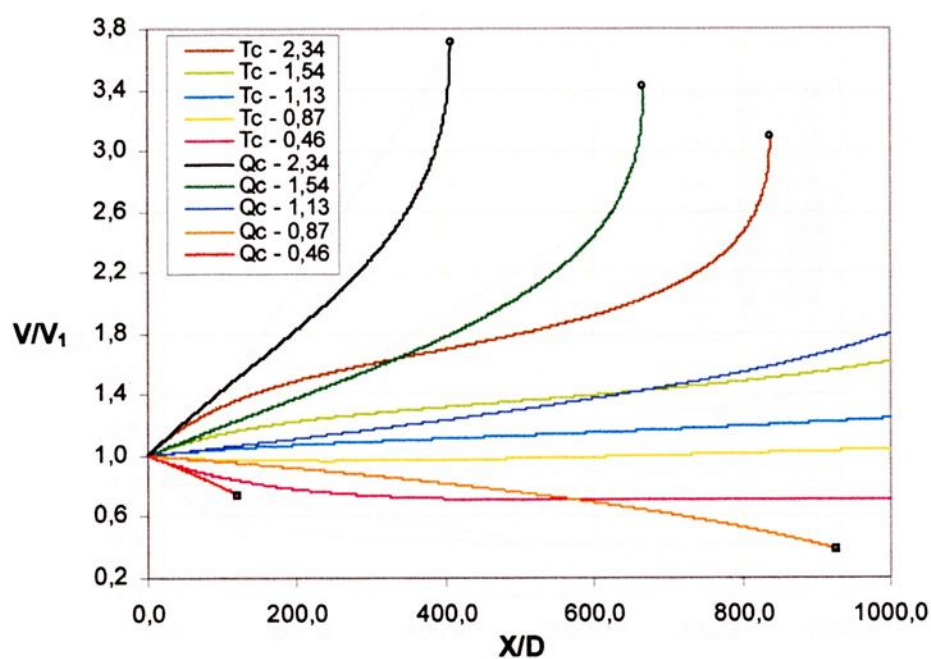


Fig. 17 : variação da velocidade V com o comprimento do duto

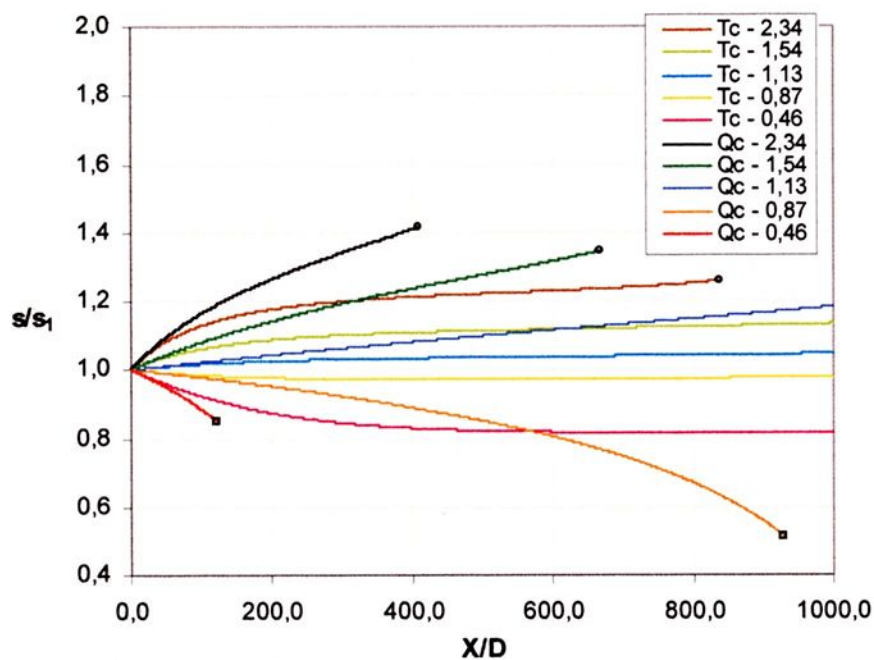


Fig. 18 : variação da entropia s com o comprimento do duto

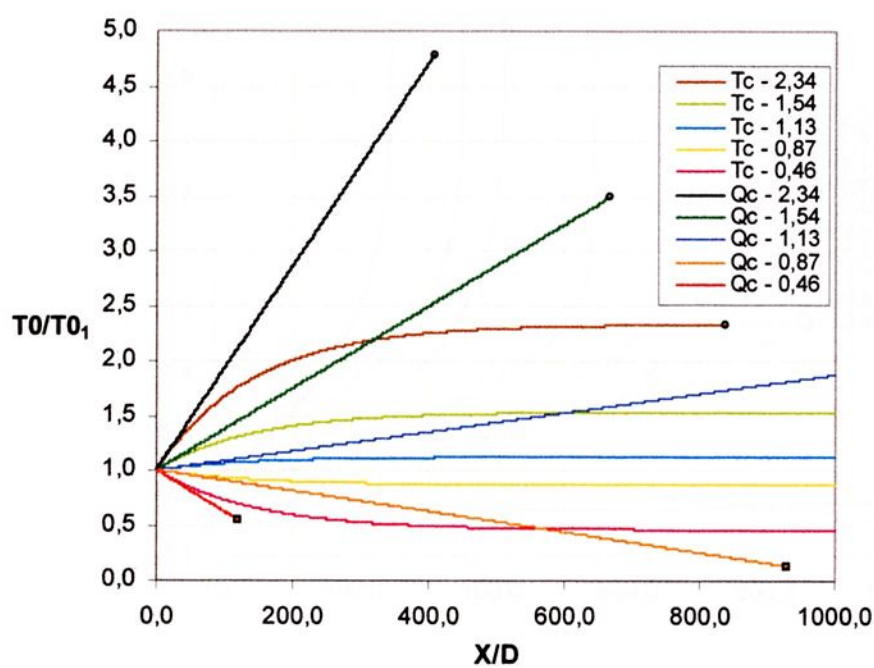


Fig. 19 : variação da temperatura de estagnação T_0 com o comprimento do duto

✓ 2º Fluido : ar

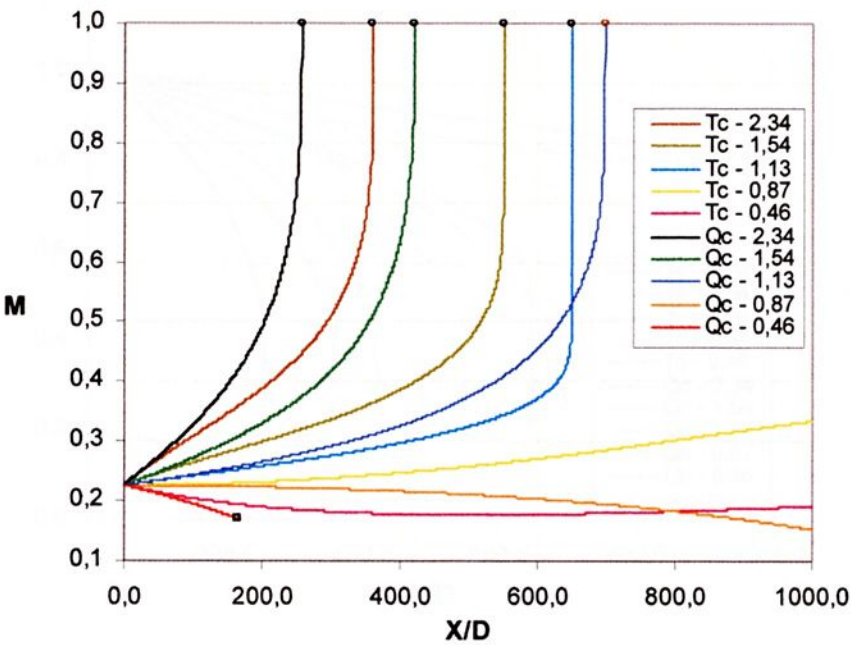


Fig. 20 : variação do número de Mach M com o comprimento do duto

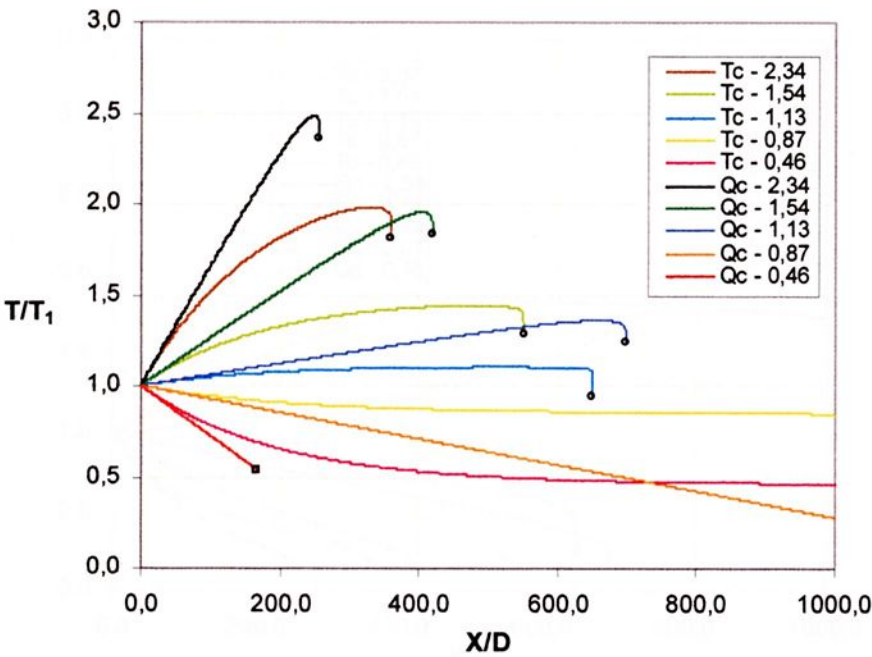


Fig. 21 : variação da temperatura T com o comprimento do duto

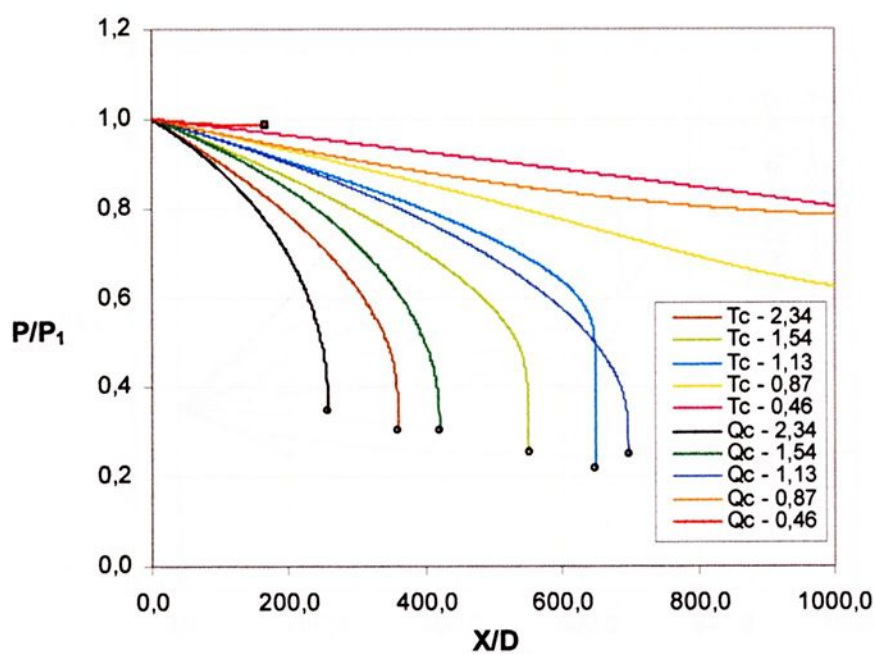


Fig. 22 : variação da pressão p com o comprimento do duto

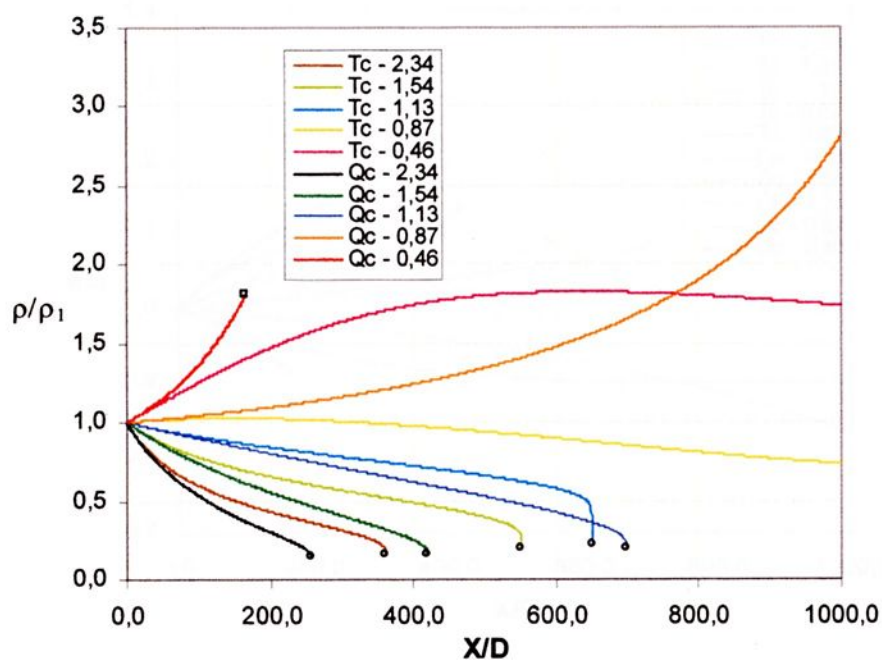


Fig. 23 : variação da massa específica ρ com o comprimento do duto

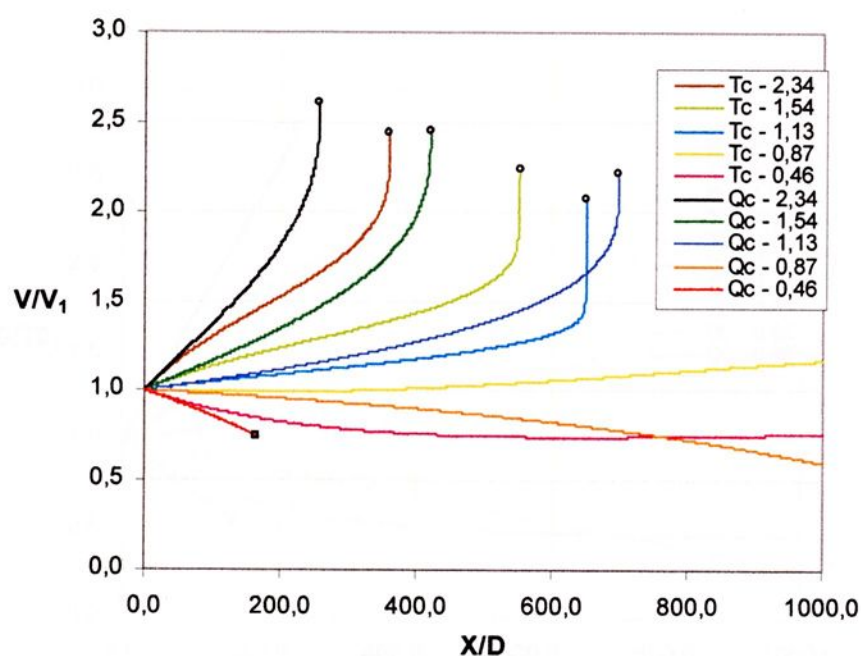


Fig. 24 : variação da velocidade V com o comprimento do duto

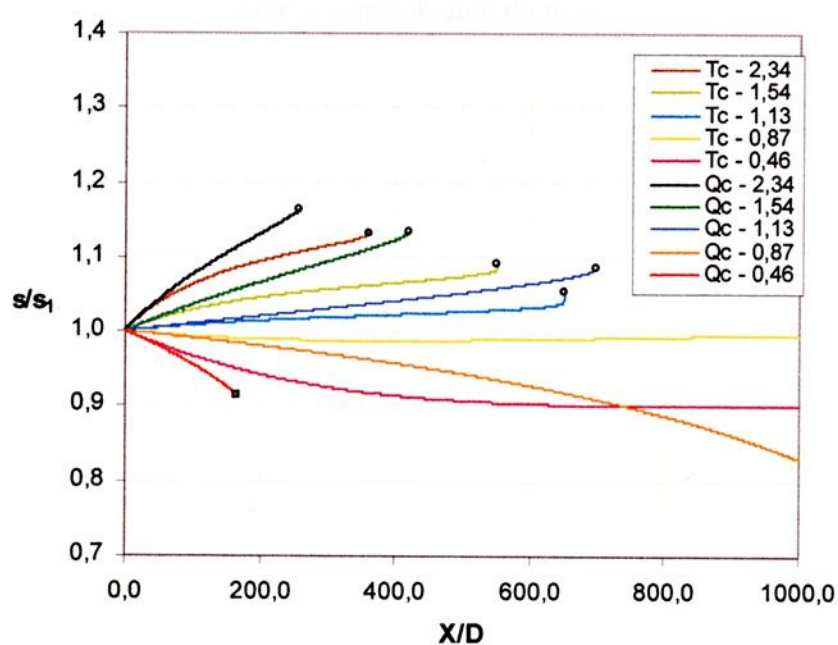


Fig. 25 : variação da entropia s com o comprimento do duto

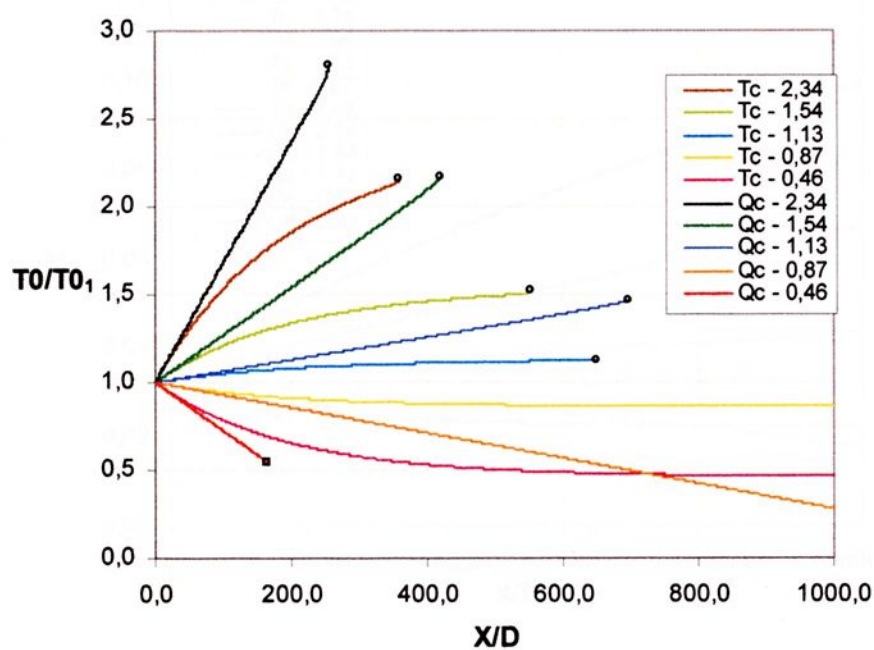


Fig. 26 : variação da temperatura de estagnação T_0 com o comprimento do duto

✓ 3º Fluido : gás natural

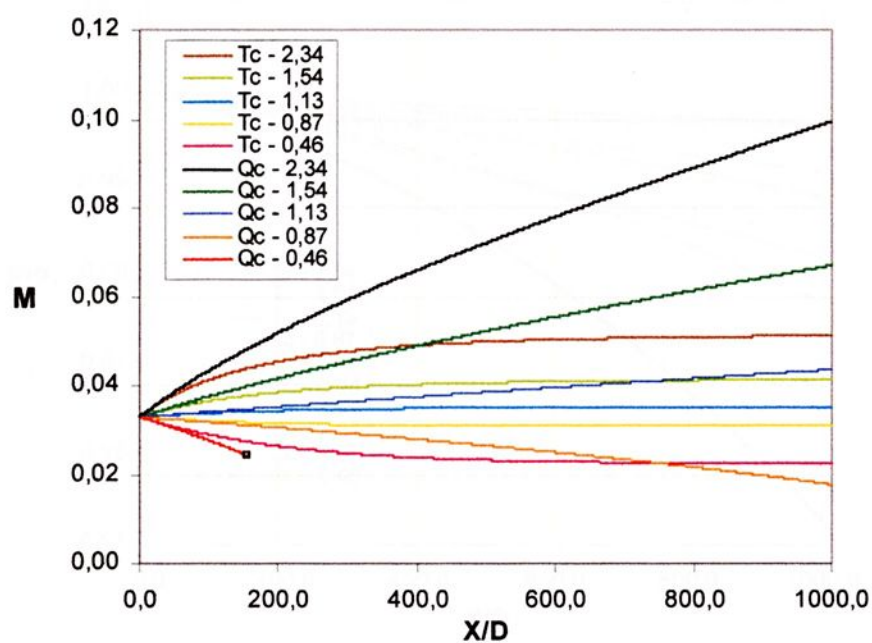


Fig. 27 : variação do número de Mach M com o comprimento do duto

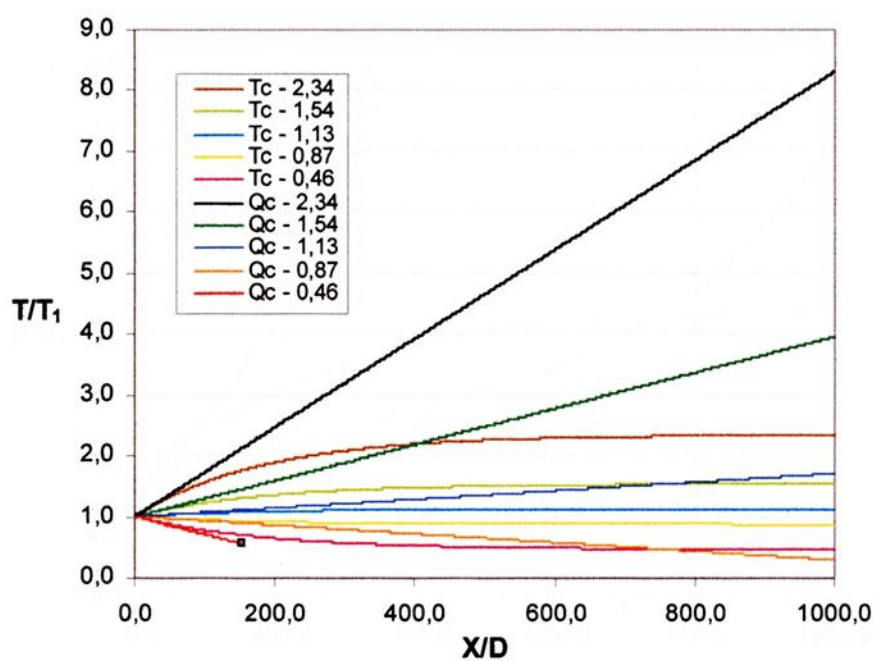


Fig. 28 : variação da temperatura T com o comprimento do duto

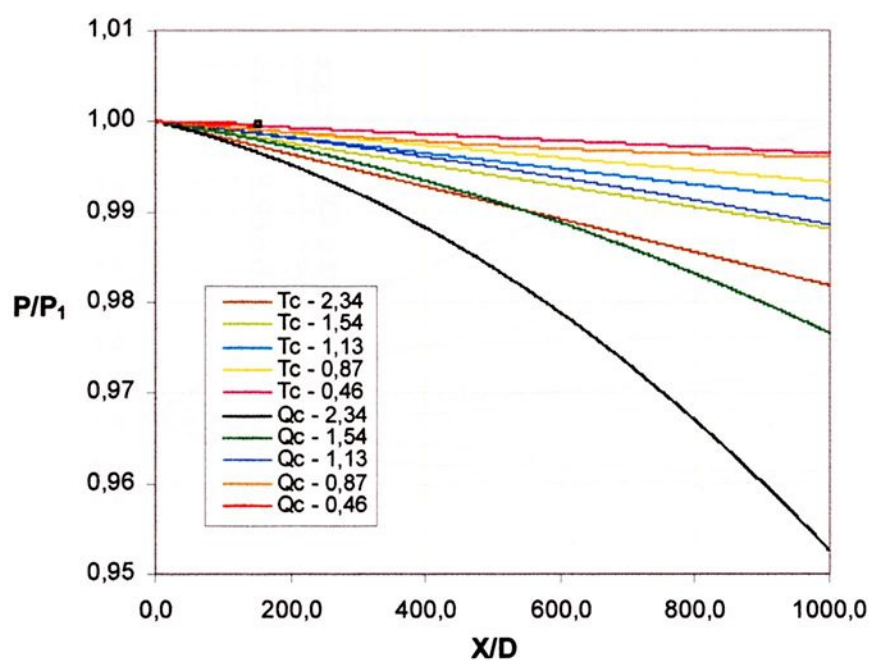


Fig. 29 : variação da pressão p com o comprimento do duto

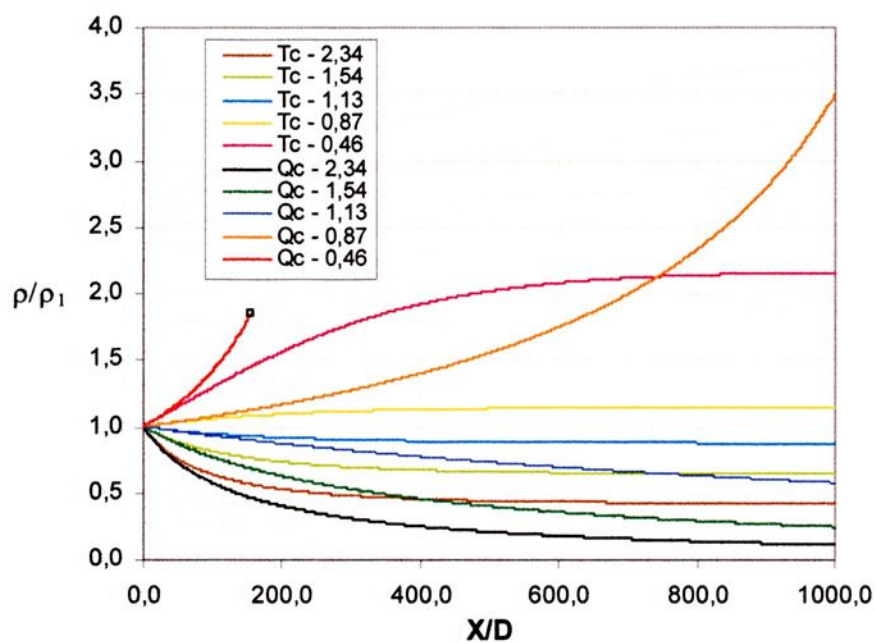


Fig. 30 : variação da massa específica ρ com o comprimento do duto

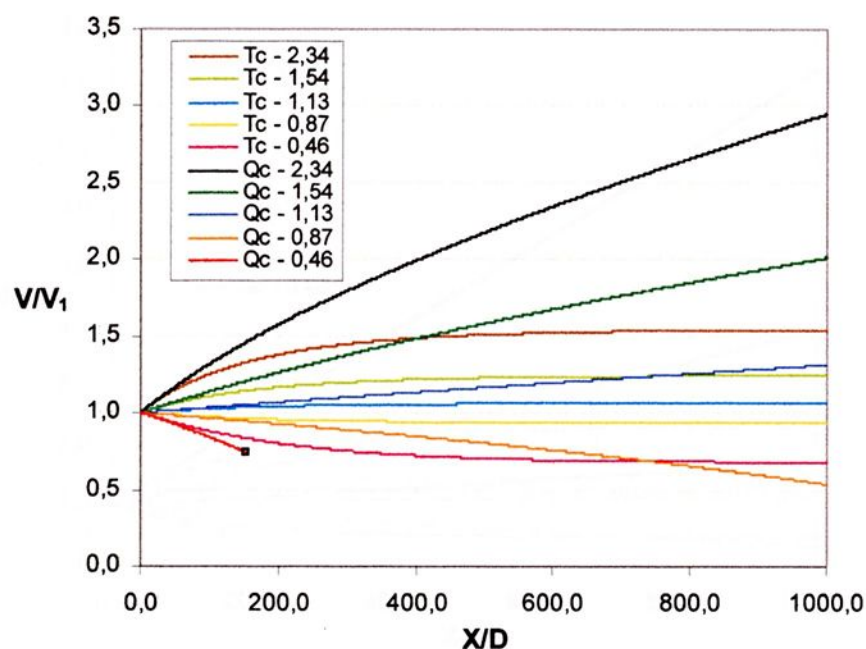


Fig. 31 : variação da velocidade V com o comprimento do duto

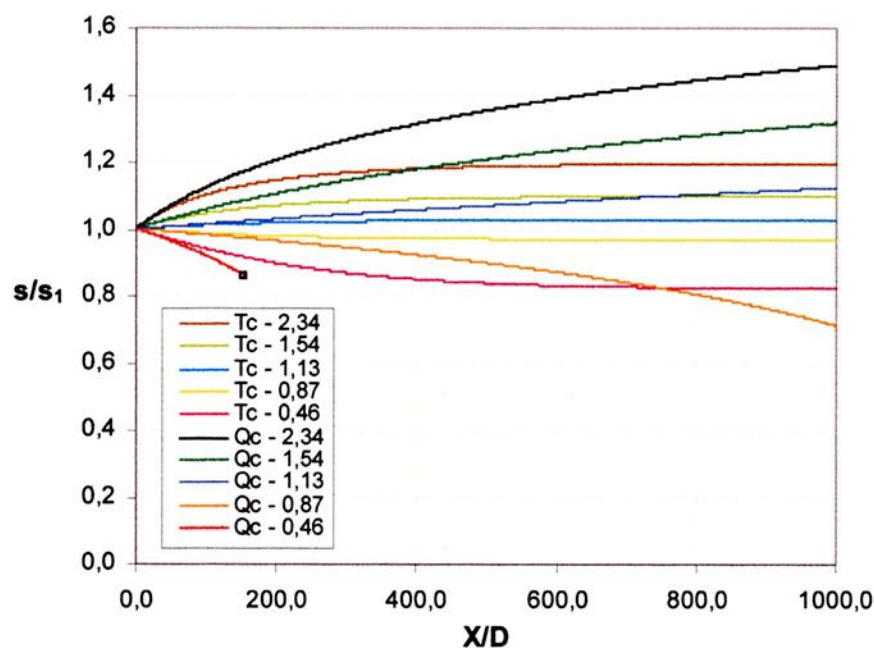


Fig. 32 : variação da entropia s com o comprimento do duto

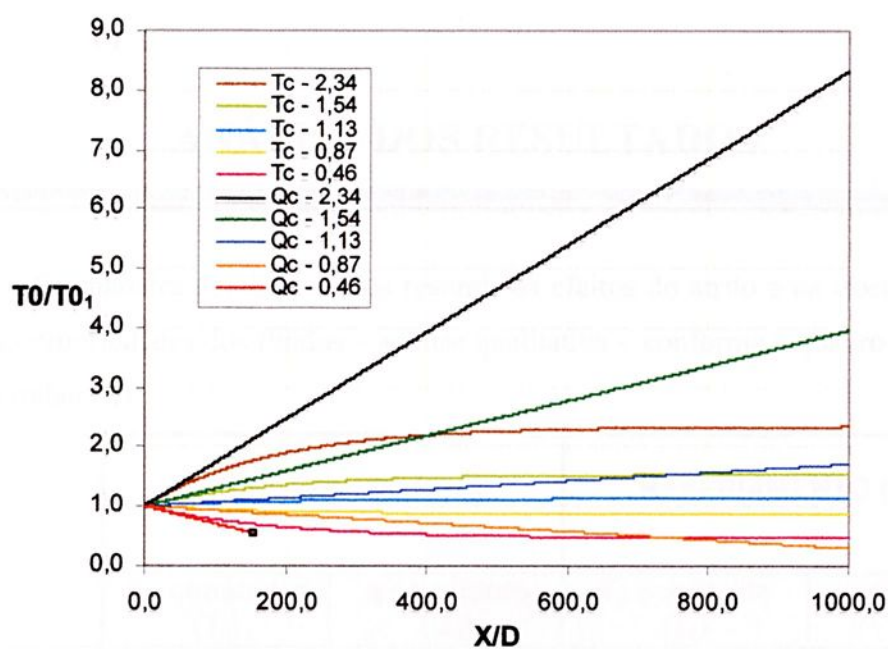


Fig. 33 : variação da temperatura de estagnação T_0 com o comprimento do duto

CAPÍTULO 9

ANÁLISE DOS RESULTADOS

De maneira geral, podemos resumir os efeitos do atrito e da troca de calor sobre as propriedades dos fluidos – análise qualitativa - conforme o quadro mostrado abaixo (tabela 4) :

	AQUECIMENTO ($q>0$)		RESFRIAMENTO ($q<0$)	
	T_p constante (T_c)	q constante (Q_c)	T_p constante (T_c)	q constante (Q_c)
<i>Mach (M)</i>	Aumento	Aumento	Diminuição até um valor limite, aumento em seguida	Diminuição
<i>Temperatura (T)</i>	Aumento até um valor limite, diminuição até $M = 1$	Aumento, diminuição próximo a $M = 1$	Diminuição até um valor limite	Diminuição
<i>Pressão (P)</i>	Diminuição	Diminuição	Diminuição	Diminuição
<i>T estagnação (T_0)</i>	Aumento	Aumento	Diminuição	Diminuição
<i>Velocidade (V)</i>	Aumento	Aumento	Diminuição até um valor limite, aumento em seguida	Diminuição
<i>Entropia (s)</i>	Aumento	Aumento	Diminuição até um valor limite, aumento em seguida	Diminuição
<i>Massa específica (ρ)</i>	Diminuição	Diminuição	Aumento até um valor limite, diminuição em seguida	Aumento

Tabela 4 : resumo dos efeitos do atrito e da troca de calor sobre as propriedades dos fluidos



Verificamos que a temperatura do fluido para os casos de $T_p/T > 1$ (aquecimento) e T_p constante aumenta até que T fique praticamente igual a T_p , quando então o escoamento se torna praticamente isotérmico e as trocas de calor com o meio cessam ($dq = c_p dT_0 \rightarrow 0$); nessa região, o número de Mach M do gás está sempre sendo aumentado. Entretanto, a partir de uma certa condição de velocidade até $M=1$, a temperatura do fluido diminui, ocorrendo o resfriamento do gás. Isso se explica pois tal situação - a de escoamento isotérmico - só é possível para baixos valores de Mach; à medida que M aproxima-se de um valor limite, taxas de troca de calor dq/dx infinitas são requeridas para se manter a aceleração isotérmica do escoamento num duto de área constante.

Para os casos de $T_p/T < 1$ (resfriamento) e T_p constante, a temperatura diminui até que $T \cong T_p$, tornando-se praticamente isotérmico. Nesse caso, quando ocorre o equilíbrio da temperatura, a velocidade e consequentemente o número de Mach M , atingem um valor mínimo e começam a aumentar. Isso ocorre pois à medida em que se atinge uma temperatura de equilíbrio e as trocas de calor diminuem, o efeito do atrito com as paredes do duto age no sentido de aumentar a velocidade do gás.

Para todos os casos de q constante (Q_C), obteve-se a temperatura de estagnação (T_0) obedecendo a uma reta. Isto já era previsto de nossa formulação, pois pela equação da energia, temos que : $dq = c_p dT_0 = \text{constante}$, ou seja, $dT_0 = \text{constante}$. Da mesma maneira, o aumento ou a diminuição da temperatura do fluido também se dá de maneira linear até o trecho próximo de $M=1$. Nesse caso, para escoamento subsônico, o número de Mach aumenta continuamente com o aquecimento ($q>0$) e diminui com o resfriamento ($q<0$). Mostra-se dessa forma, que os efeitos do atrito com a parede quando comparados com altas taxas de transferência de calor são relativamente desprezíveis.

A explicação física para a variação da temperatura próxima à região de Mach unitário depende se o regime é inicialmente subsônico ou



supersônico e ainda da influência da variação dos fatores externos ou variáveis independentes sobre o escoamento (temperatura de estagnação, atrito, área, etc.). Nessa região, a variação de M com a distância, dM^2/dx , é infinita (devido ao coeficiente $1 - M^2$ no denominador da equação) e de fato a maioria das propriedades do fluido se alteram em taxas infinitas.

O efeito da troca de calor e do atrito sobre a pressão do gás é, para todos os casos estudados, a diminuição da mesma. Observamos que para os casos de aquecimento ($q > 0$), quanto maior a troca de calor (ou seja, se q constante ou T_p constante e da relação T_p/T), mais acentuada é a queda de pressão devido aos efeitos sobre a massa específica ρ e sobre a temperatura T (expansão do fluido). Já para os casos de resfriamento ($q < 0$), quanto maior a quantidade de calor retirada do gás e a sua conseqüente contração, menores as perdas de pressão associadas. Altas velocidades na entrada do escoamento fazem as quedas de pressão ainda maiores.

Os gráficos de número de Mach M e velocidade V , em função da distância percorrida pelo fluido gasoso, são diretamente proporcionais, como esperado pela formulação do problema (definição de M).

Verificamos que a variação da massa específica ρ ao longo do escoamento obedece a equação da continuidade, ou seja, dos efeitos sobre a velocidade do fluido ($\rho V = \text{constante}$). Os casos onde grandes variações de ρ foram observados, relacionados à trocas de calor excessivamente altas, embora matematicamente possíveis pela formulação, não apresentam significado físico coerente (são apresentados apenas para fins ilustrativos).

O sentido da variação de entropia é sempre indicado pela troca de calor a que o escoamento está sujeito. Dessa forma, a entropia aumenta quando calor é adicionado ao fluido ($q > 0$) e diminui quando há rejeição de calor pelo fluido ($q < 0$). Entretanto, para os casos de $q < 0$ e temperatura da

parede T_p constante, quando as trocas de calor $dq \rightarrow 0$ e o escoamento se aproxima de isotérmico, a entropia que antes diminuía, começa a aumentar (obedecendo a segunda lei da termodinâmica).

CAPÍTULO 10

COMENTÁRIOS E DISCUSSÕES

Pudemos verificar que quando o valor de Mach unitário se aproxima, grandes variações das propriedades são verificadas em pequenos intervalos de tempo e espaço. O valor de $M=1$ corresponde à máxima situação possível para um escoamento subsônico sem causar bloqueio. Altas taxas de transferência de calor fazem o problema de bloqueio ainda mais sério. Nesses casos, pequenos comprimentos de duto são necessários para a sua ocorrência, se o M de entrada for relativamente alto. Graças à grandes perdas de pressão associadas com altos números de Mach, considerações de bloqueio freqüentemente proíbem o uso de elevadas velocidades em escoamentos com trocas de calor.

A aproximação por diferenças finitas, depende naturalmente do tamanho do incremento utilizado para cada iteração, sendo melhorada pela seleção de pequenos passos. Em nossos cálculos, utilizamos uma discretização em diferença finita avançada com passo Δx igual ao diâmetro da tubulação (sendo que o programa realiza até 100 iterações por ponto). Como não existe uma solução analítica do problema, foram realizados testes com valores progressivamente menores de Δx afim de se avaliar o comportamento das soluções. Verificou-se que os valores de M convergiram à medida que o tamanho de Δx diminuiu.

O uso da Analogia de Reynolds em nossa formulação apresenta a limitação de só poder ser utilizada para os casos de fluidos gasosos com números de Prandtl (Pr) $\cong 1$ (faixa para a qual foi desenvolvida).



As considerações de T_p constante ou q constante são simplificações que facilitaram a resolução matemática através de soluções numéricas, do problema proposto.

Na resolução dos problemas de exemplo, o fator de atrito (f) foi calculado apenas na seção de entrada e mantido constante através do comprimento do duto, obedecendo as fórmulas apresentadas no capítulo 6. Sabemos, entretanto, que como $f = f(Re, \epsilon/D)$ em regime turbulento de transição, pequenas variações surgiriam no resultado final, visto que Re varia nas demais seções do duto, devido a alterações da viscosidade. Trabalhos futuros poderão, portanto, ser desenvolvidos levando-se em conta a variação da viscosidade do gás ao longo do escoamento, e consequentemente de Re e f .

Da mesma maneira, sabemos que para a faixa de variação de temperatura de alguns dos problemas de exemplo, a variação do calor específico c_p do gás ao longo do escoamento é bastante acentuada, o que provocaria variações quantitativas dos resultados.

Devemos dessa forma, receber com cautela toda e qualquer formulação matemática sujeita a considerações que limitam a sua utilização, tais como : gás ideal , calor específico e viscosidade constantes, escoamento unidimensional, temperatura da parede constante, etc.

O presente trabalho teve o objetivo de contribuir de alguma forma para o estudo e projeto de longas redes de fluidos gasosos, visto que existem grandes dificuldades para se encontrar publicações nessa área específica.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON Jr., John D. *Modern compressible flow : with historical perspective*. 2. ed. New York, McGraw-Hill, 1990.

BASTOS, Francisco de Assis A. *Problemas de mecânica dos fluidos*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1983.

BEJAN, Adrian. *Transferência de calor*. São Paulo, Edgard Blücher, 1996.

EL-SAYED, Saad A. & EL-SAYED, Sayed A. Experimental study of turbulent flow inside a circular tube with longitudinal interrupted fins in the streamwise direction. *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 15, 1997, p. 1-15.

FOX, R. W. & McDONALD, A. T. *Introdução à mecânica dos fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro, J. Wiley, 1992.

FRANCISCO, P. W. & PALMITER, L. & DAVIS, B. Modeling the thermal distribution efficiency of ducts : comparisons to measured results. *Energy and Buildings*, vol. 28, 1998, p. 287-297.

HEWITT, G. F. & SHIRES, G. L. & BOTT, T. R. *Process heat transfer*. CRC Press, 1994.

HOLLMAN, J. P. *Transferência de calor*. São Paulo, McGraw-Hill, 1983.



INCROPERA, F. P. & DeWITT, D. P. *Fundamentos de transferência de calor e de massa*. 4. ed. Rio de Janeiro, J. Wiley, 1996.

KEENAN, J. H. & NEUMANN, E. P. Measurements of friction in a pipe for subsonic and supersonic flow of air. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 13, No. 2 (1946), p. A91-A100.

LABES, P. & DARIDON, J. L. & LAGOURETTE, B. & SAINT-GUIRONS, H. Measurement and predction of ultrasonic speed under high pressure in natural gases. *International Journal of Thermophysics*, vol. 15, 1994, p. 803-819.

LIEBERSTEIN, H. M. *A course in numerical analysis*. New York, Harper & Row, 1969.

MATAIX, Cláudio. *Turbomáquinas hidráulicas*. Madri, ICAI, 1975.

MOTTAHED, B. & MOLKI, M. Artificial roughness effects on turbulent transfer coefficients in the entrance region of a circular tube. *Internal Journal Heat Mass Transfer*, vol. 39, No. 12, 1996, p. 2515-2523.

MUNSON, B. R. & YOUNG, D. F. & OKUSHI, T. H. *Fundamentals of fluid mechanics*. 2. ed. New York, J. Wiley, 1994.

O'NEILL, M. E. & CHORLTON, F. *Viscous and compressible fluid dynamics*. Ellis Horwood, 1989.

PAPANASTASIOU, T. C. *Applied fluid mechanics*. New Jersey, PTR Prentice-Hall, 1994.



PITTS, D. R. & SISSOM, L. E. *Fenômenos de transporte : transmissão de calor, mecânica dos fluidos e transferência de massa*. São Paulo, McGraw-Hill, 1981.

POPIEL, C. O. & VAN DER MERWE, D. F. Friction factor in sine-pipe flow. *Journal of Fluids Engineering*, vol. 118, june 1996, p. 341-345.

RUGGIERO, Márcia A. Gomes & LOPES, Vera Lúcia da Rocha. *Cálculo numérico : aspectos teóricos e computacionais*. São Paulo, MAKRON Books, 1996.

SALISBURY, J. K. *Kent's mechanical engineers handbook*. 2 vols. 12. ed. New York, McGraw-Hill, 1961.

SCHLICHTING, H. *Boundary Layer Theory*. 6. ed. New York, McGraw-Hill, 1968.

SHAPIRO, Ascher H. *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow*. 2 vols. New York, Ronald, 1953.

STREETER, V. L. *Handbook of fluid dynamics*. New York, J. Wiley, 1961.

VELÁSQUEZ, J. A. Modelamento de escoamentos compressíveis no interior de dutos usando o método das características. *VII ENCIT*, Rio de Janeiro, novembro de 1998, p. 769-774.

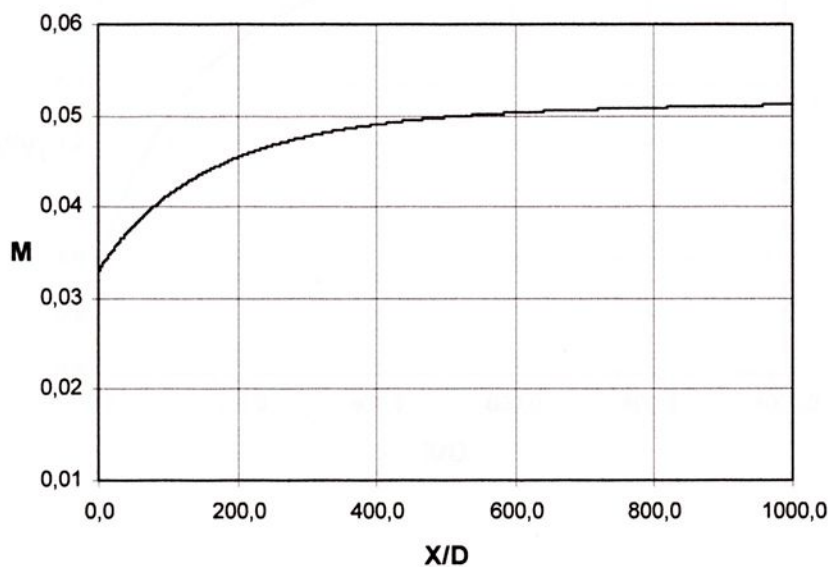
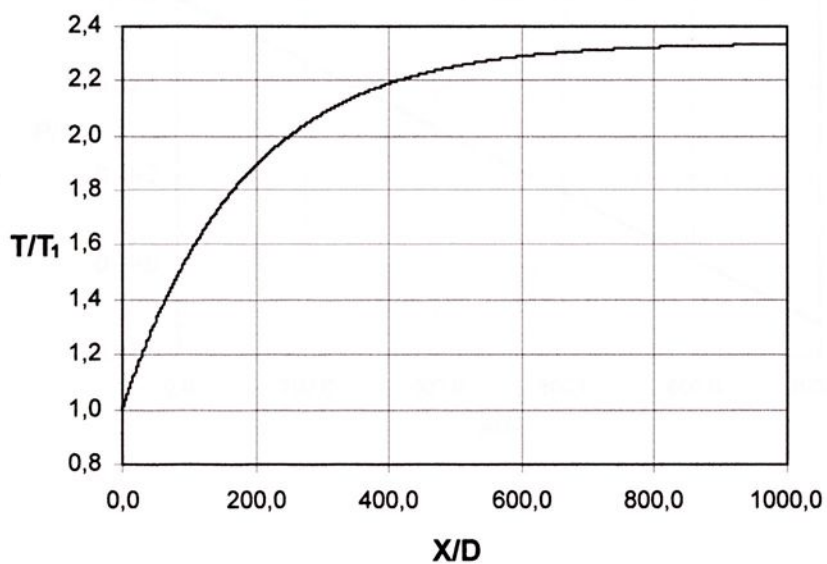
WHITE, F. M. *Viscous fluid flow*. 2. ed. McGraw-Hill, 1991.

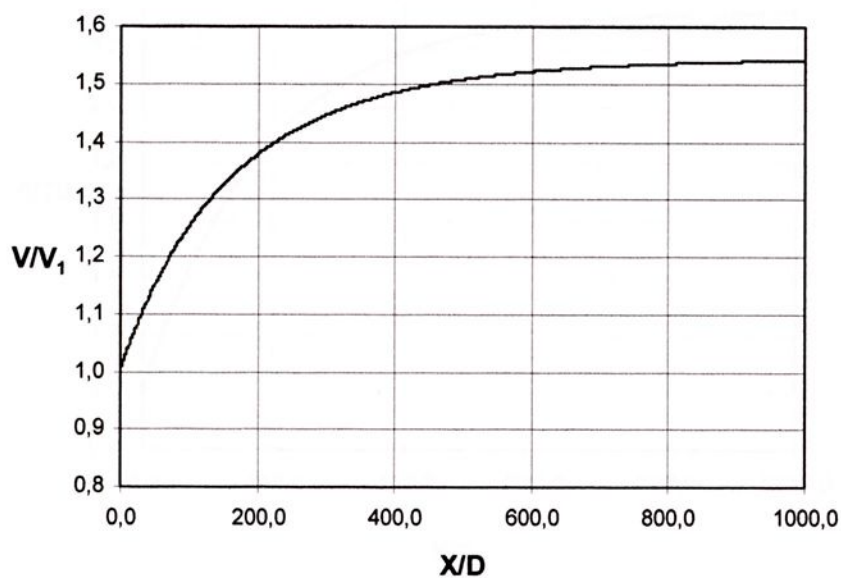
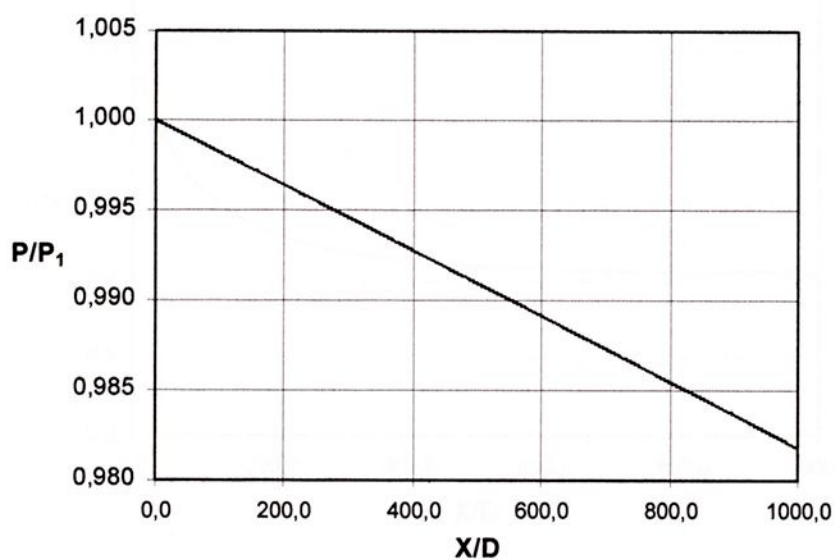
ZUCROW, M. J. & HOFFMAN, J. D. *Gas Dynamics*. 2 vols. New York, J. Wiley, 1977.

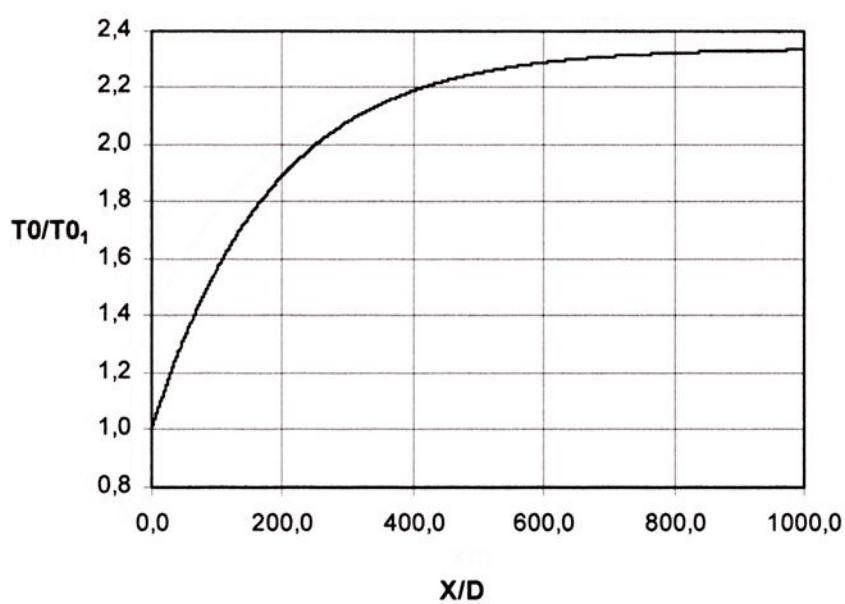
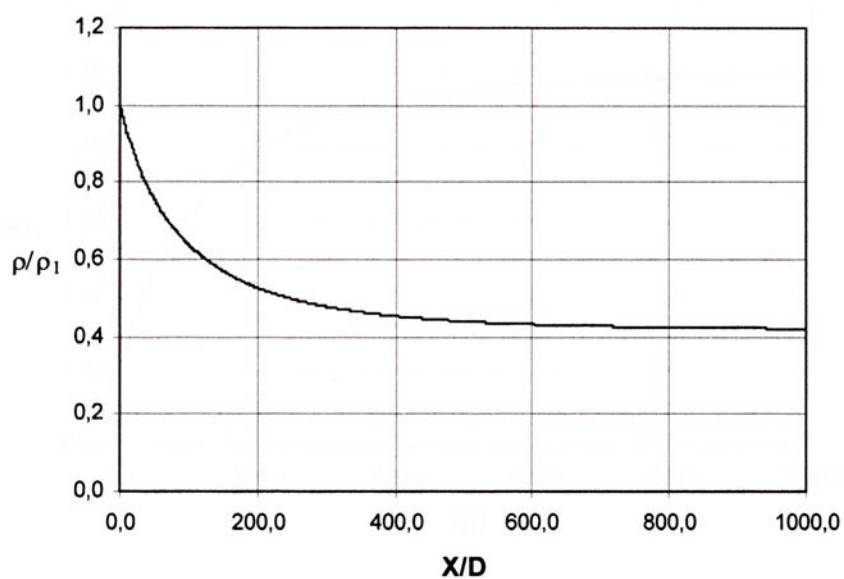


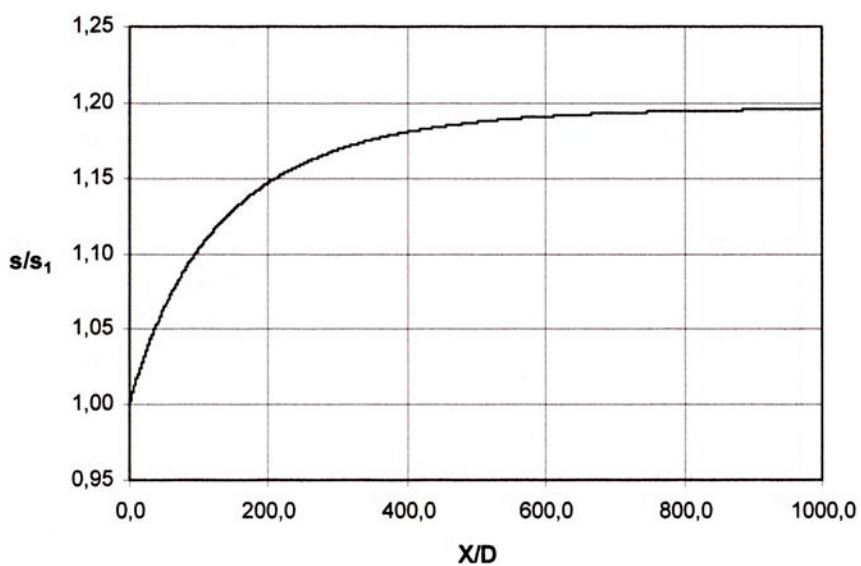
APÊNDICE

Gás natural : T_p constante ($T_p/T = 2,34$)

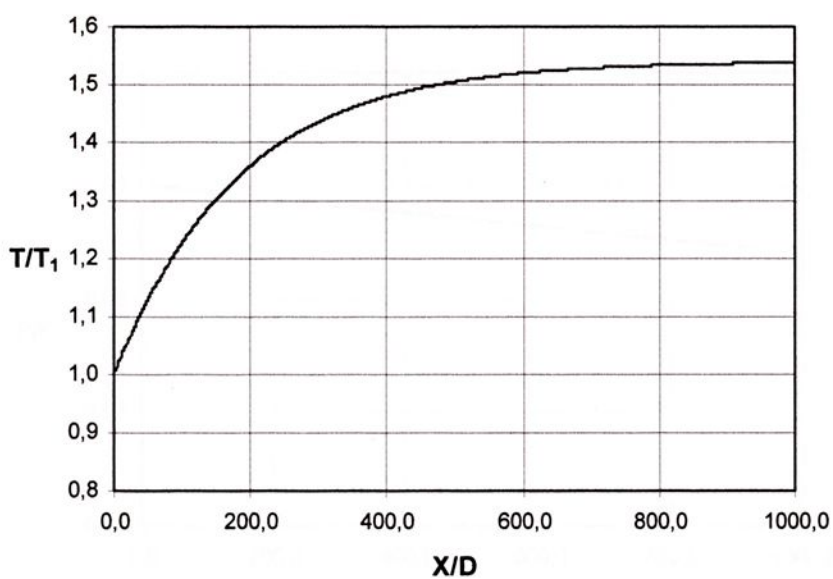


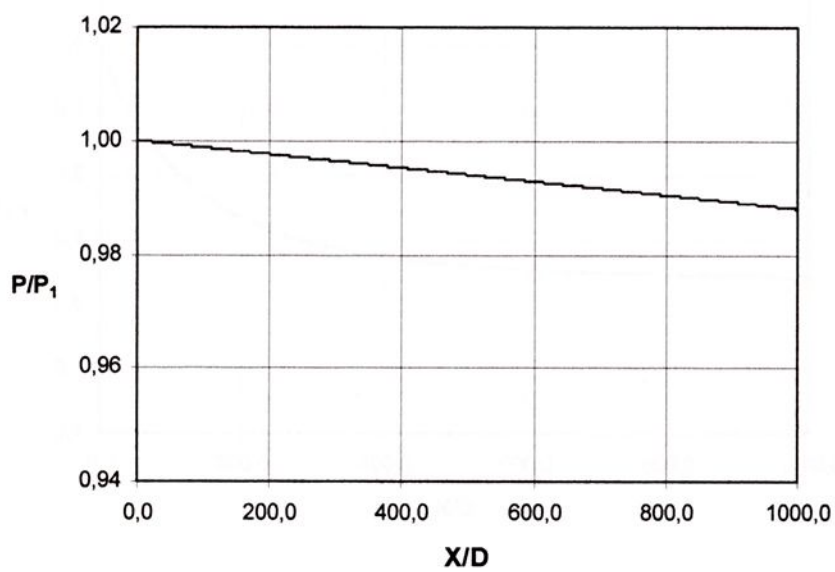
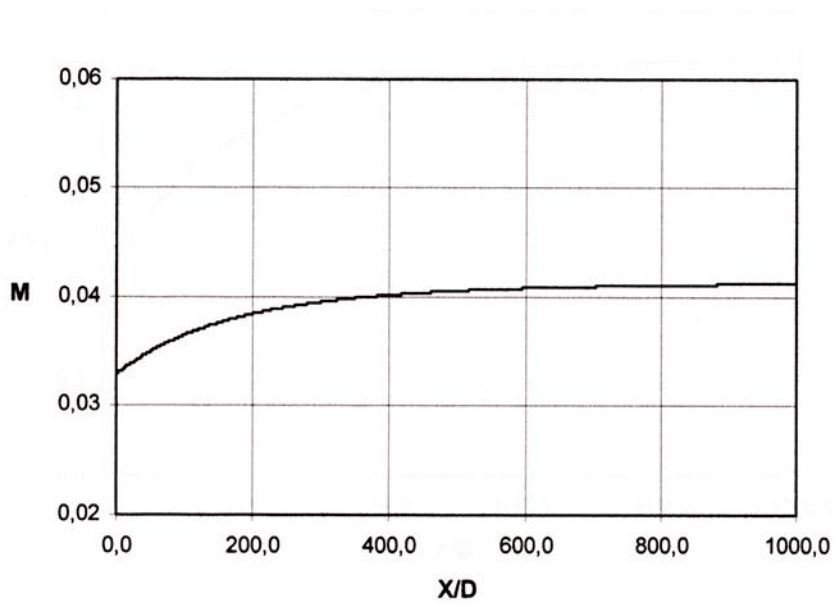


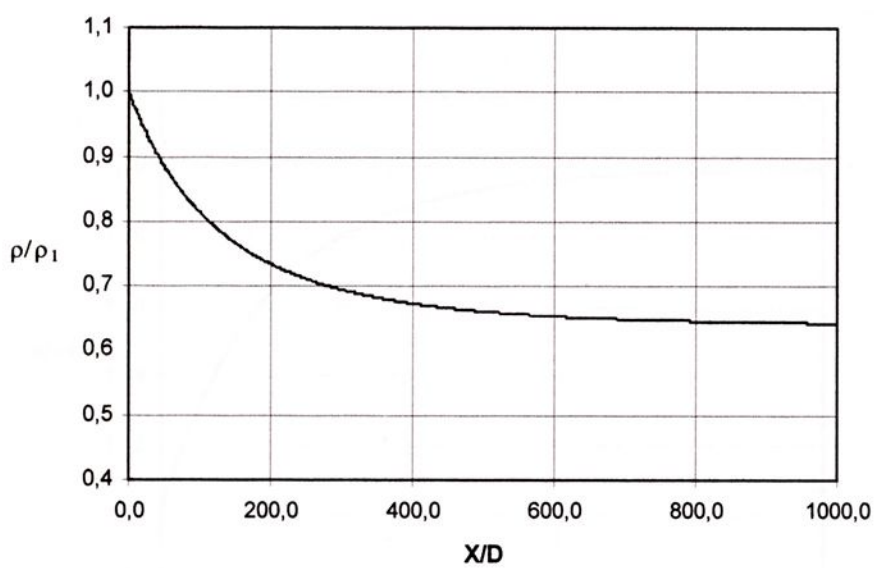
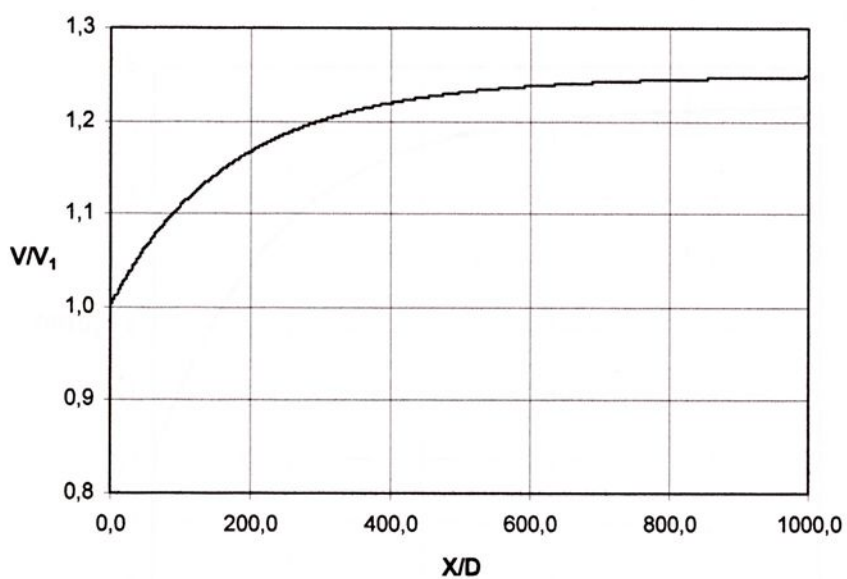


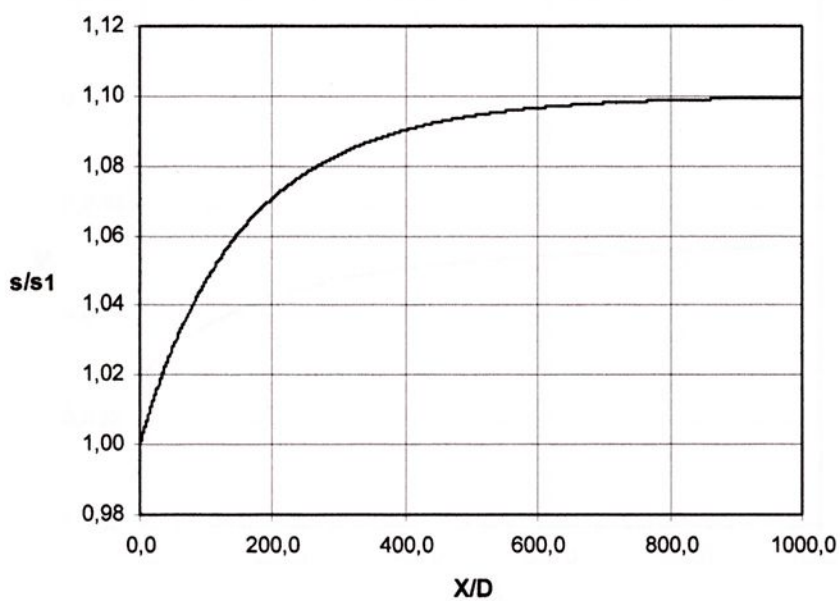
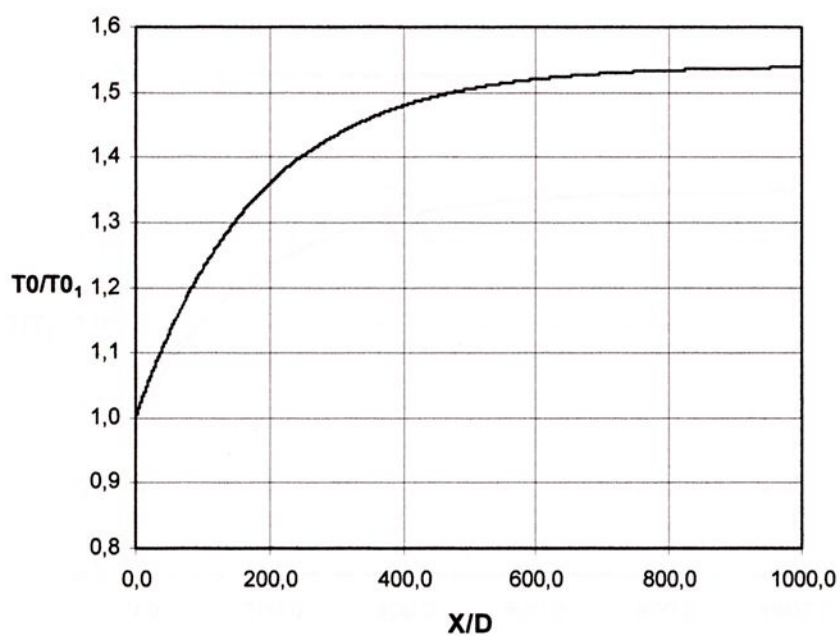


Gás natural : T_p constante ($T_p/T = 1,54$)

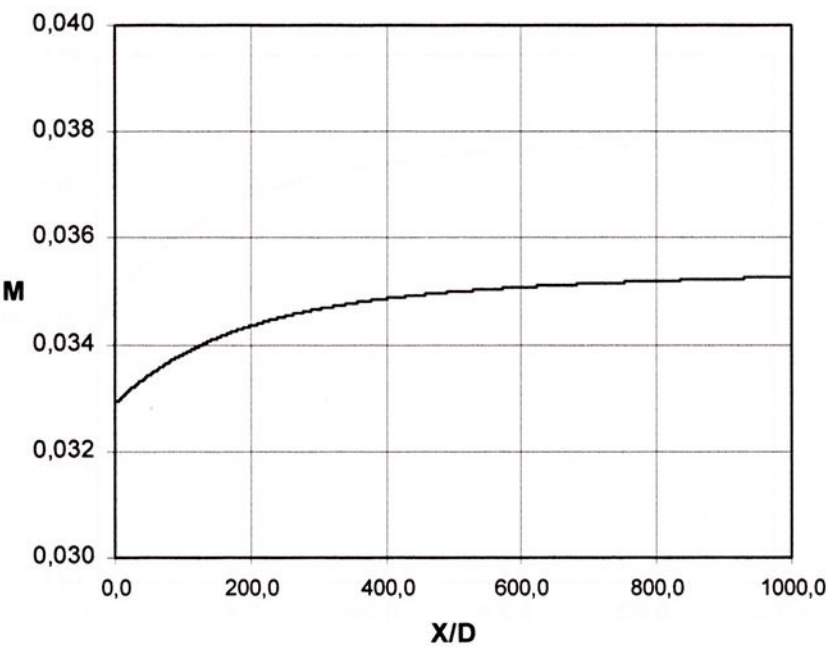
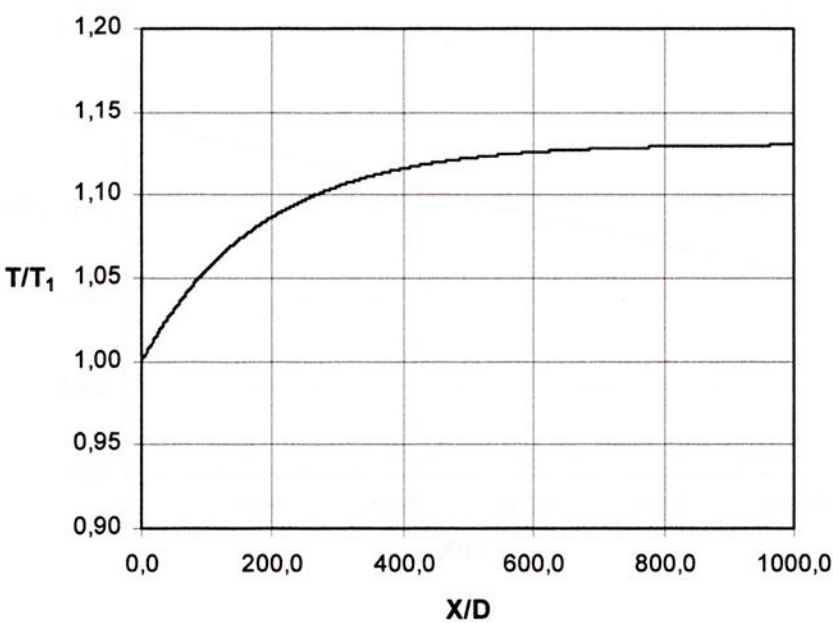


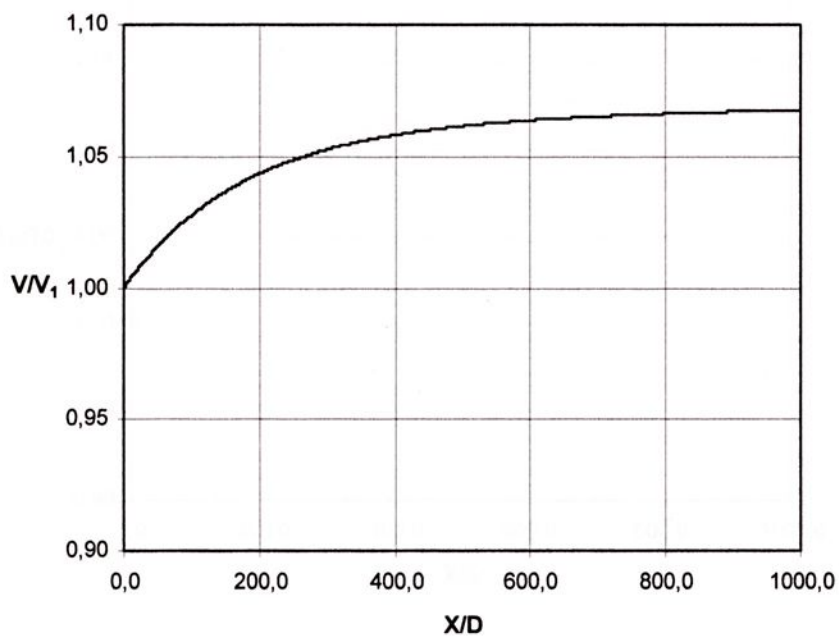
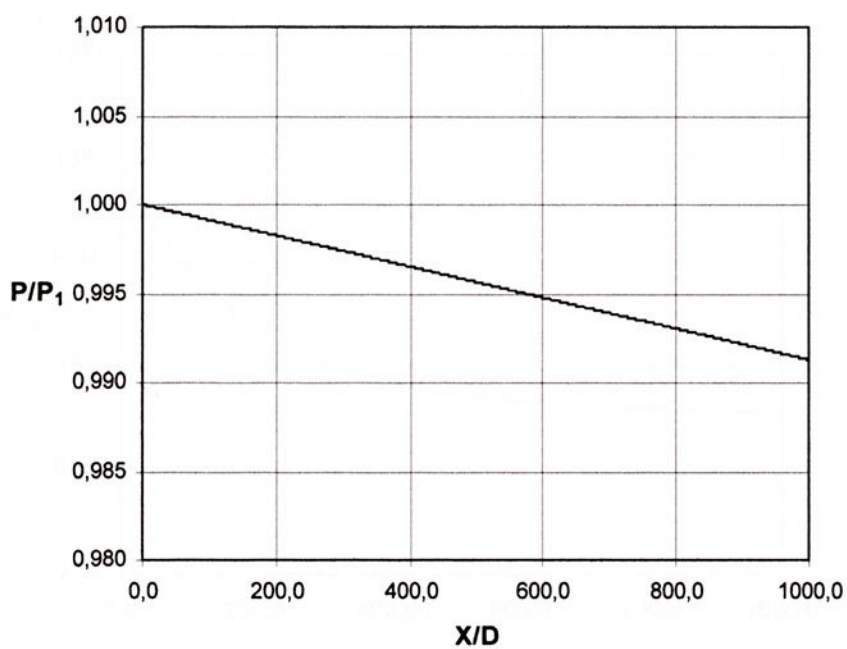


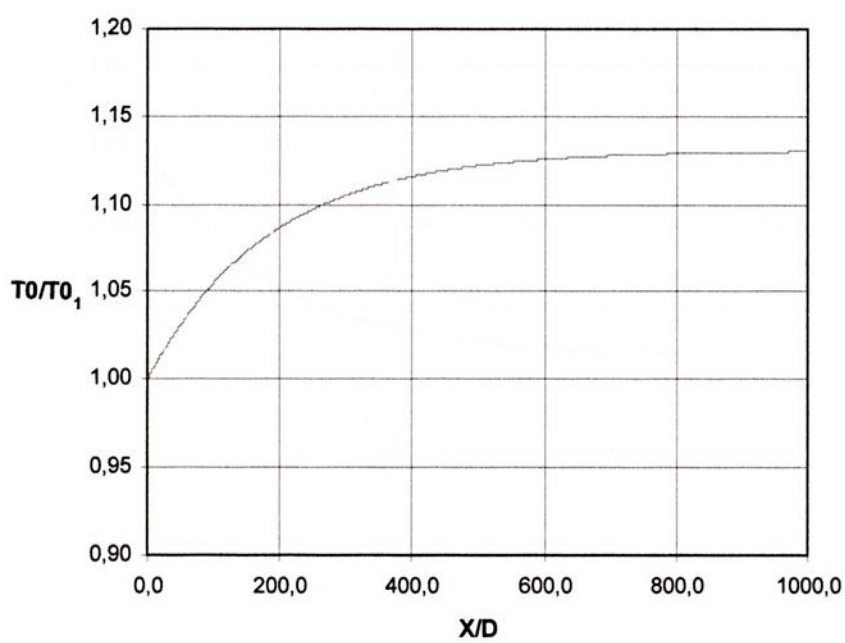
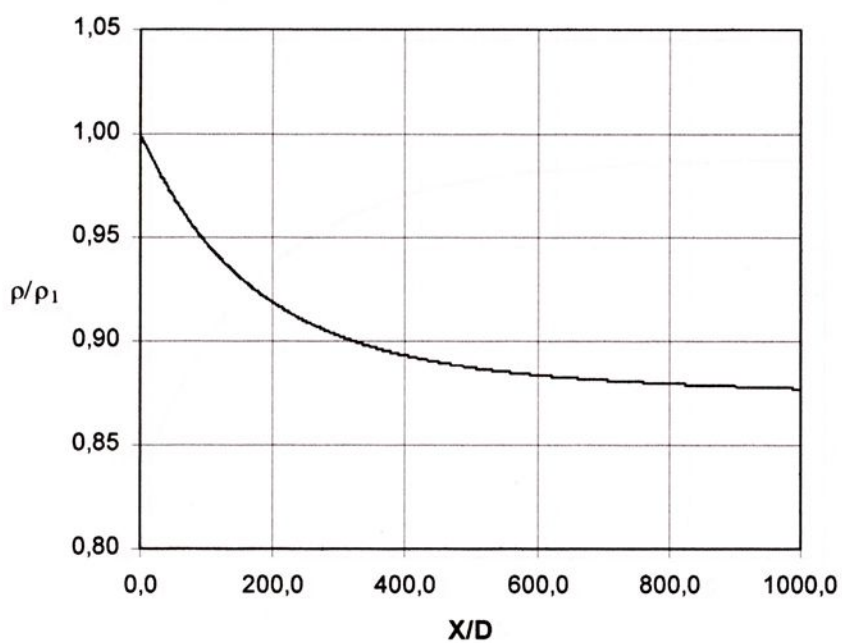


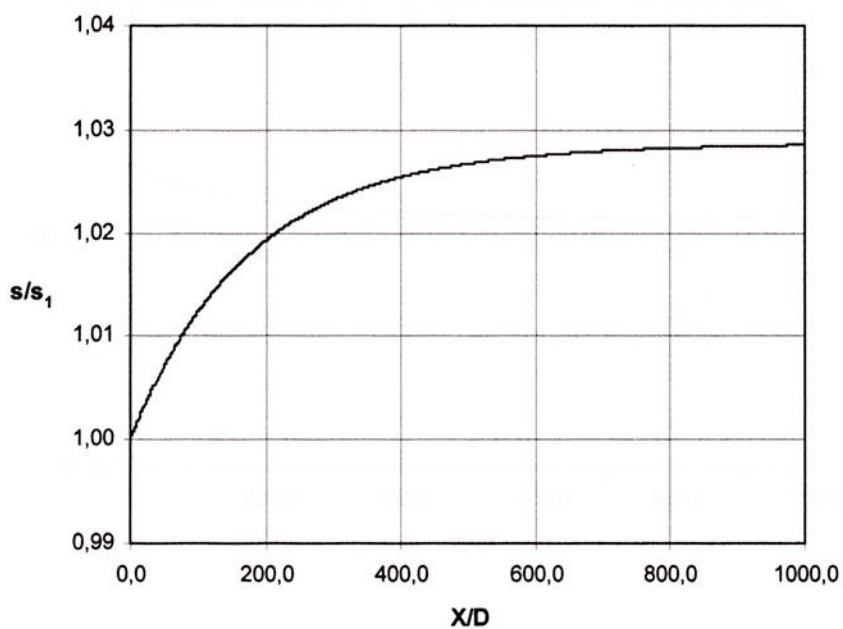


Gás natural : T_p constante ($T_p/T = 1,13$)

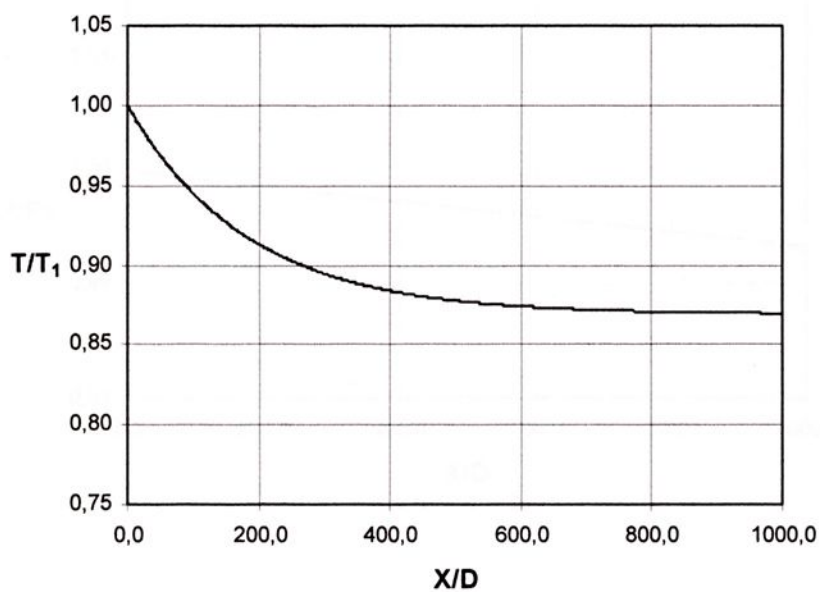


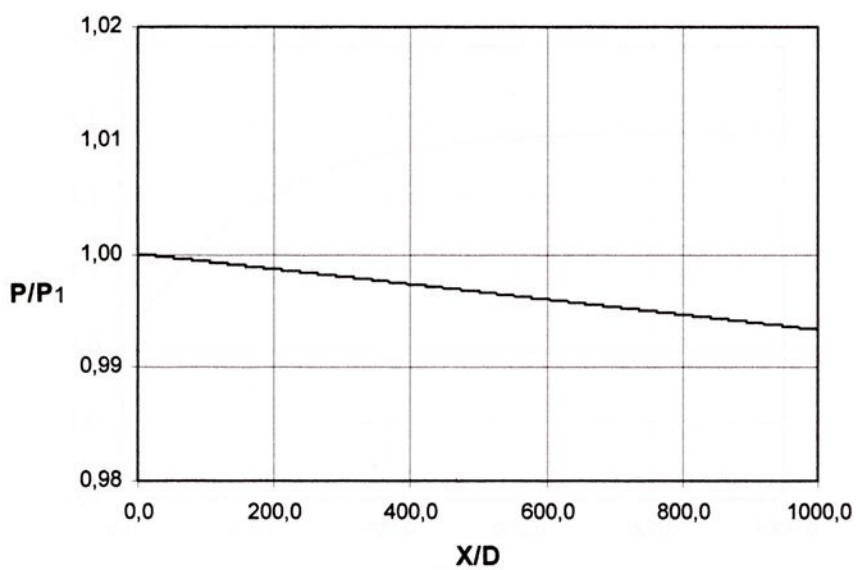
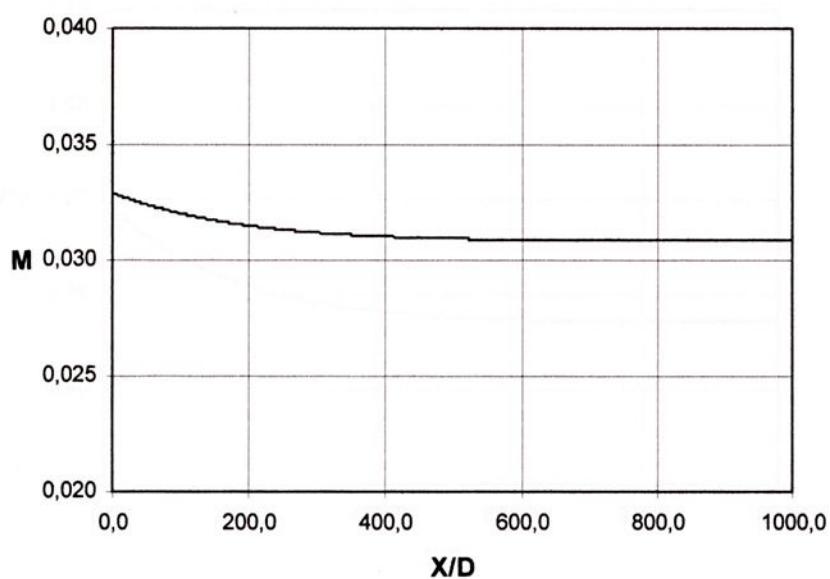


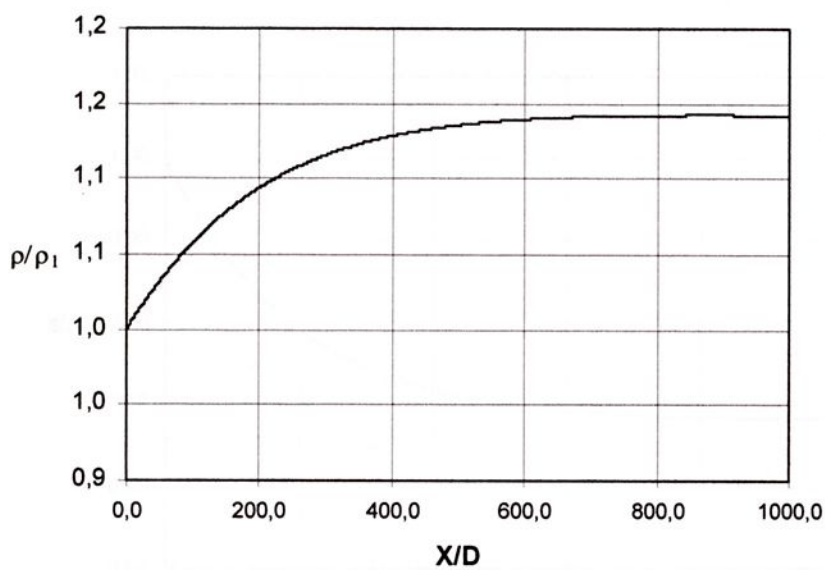
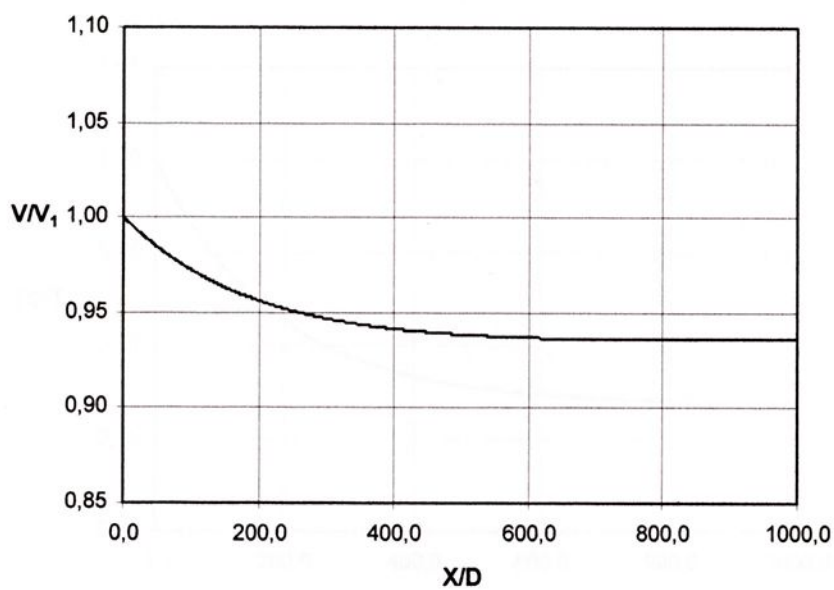


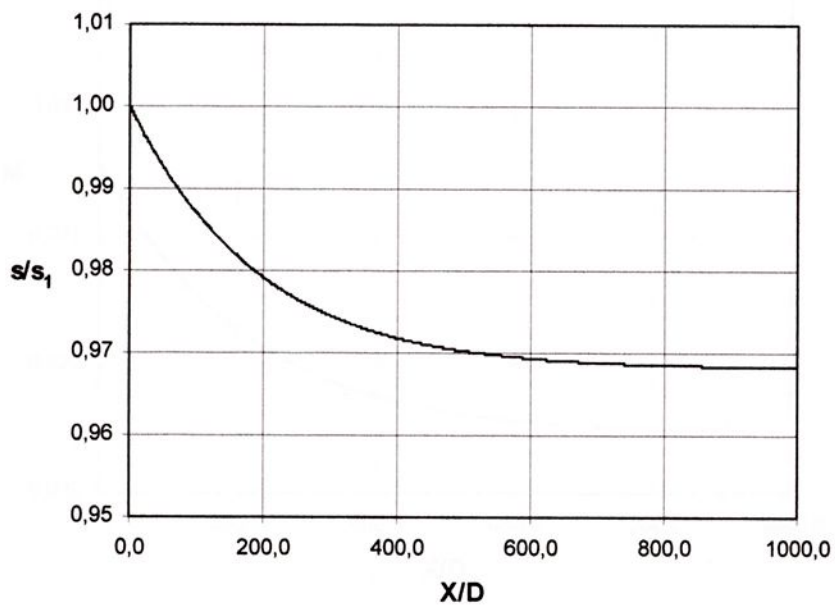
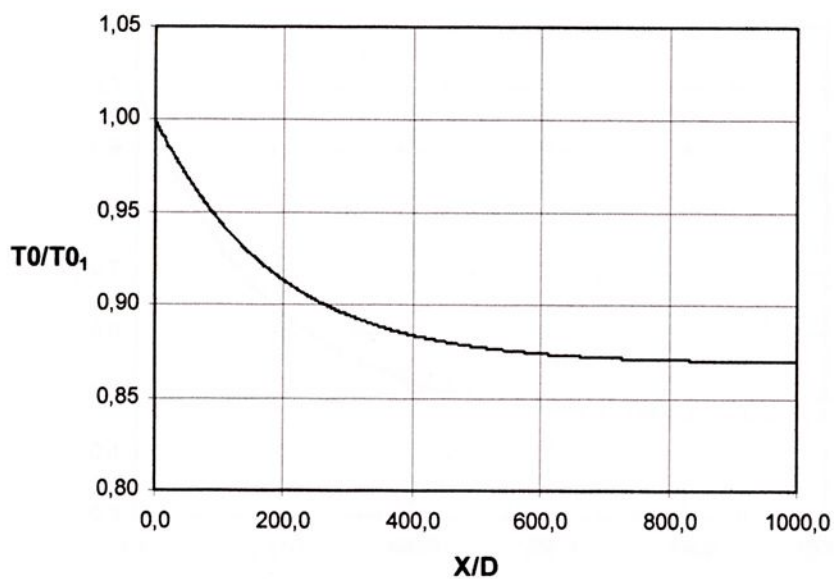


Gás natural : T_p constante ($T_p/T = 0,87$)

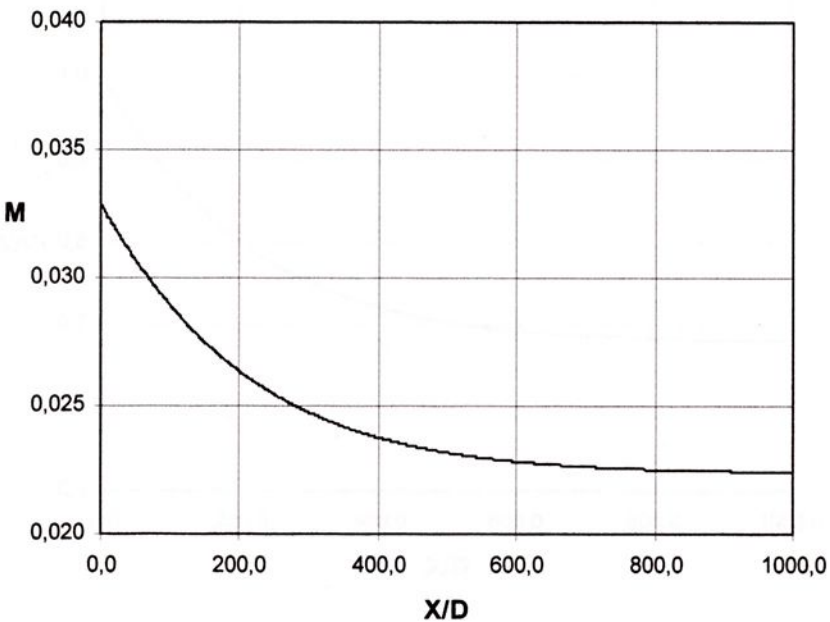
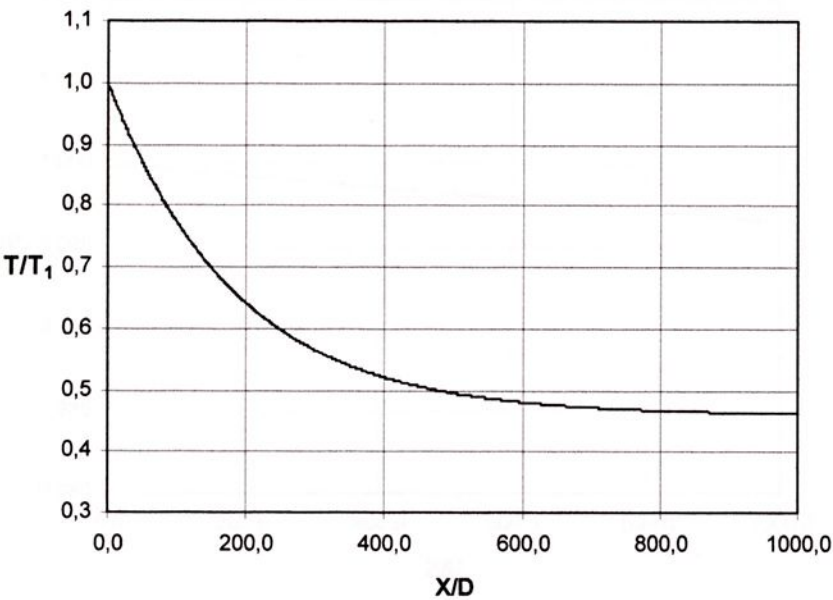


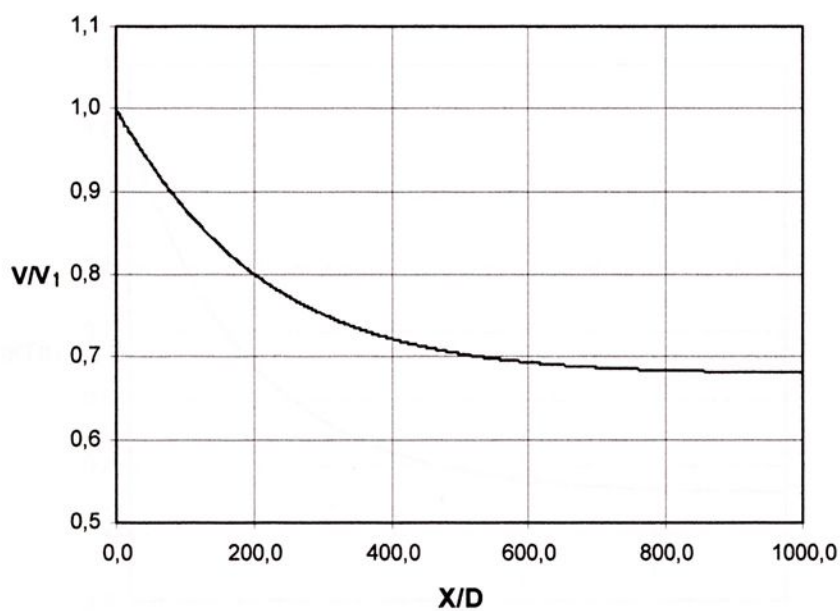
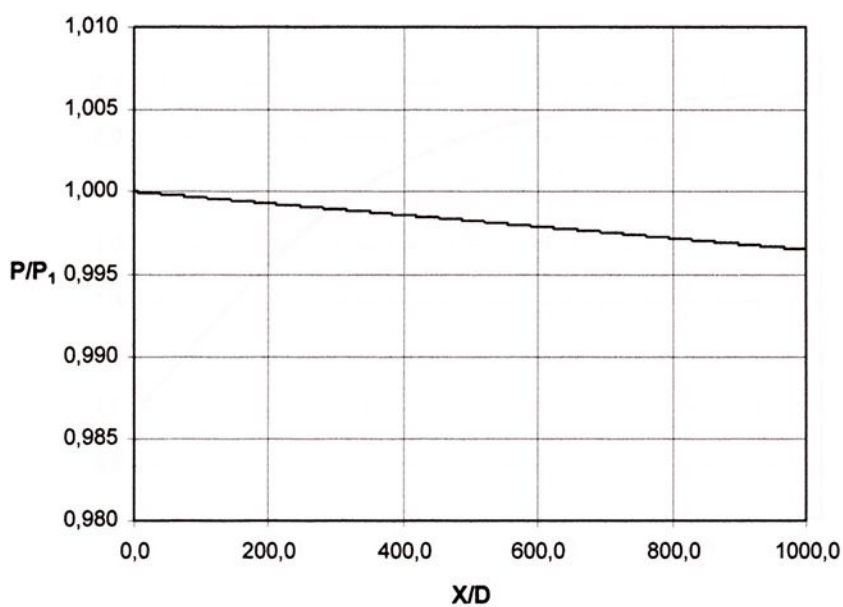


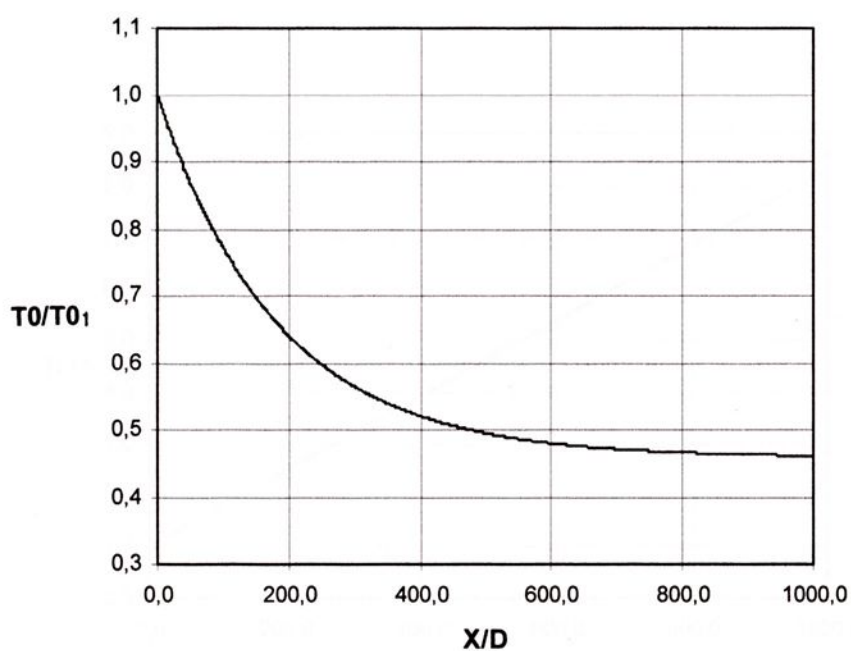
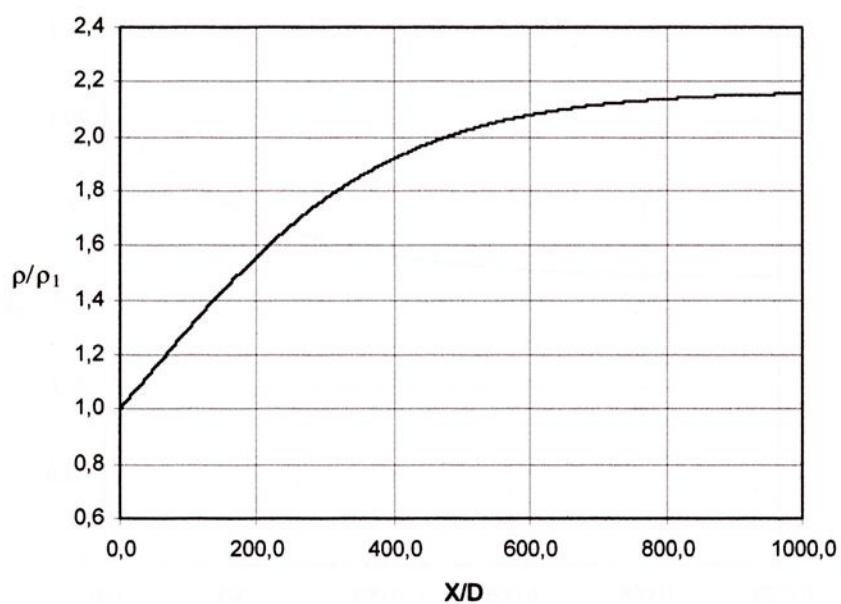


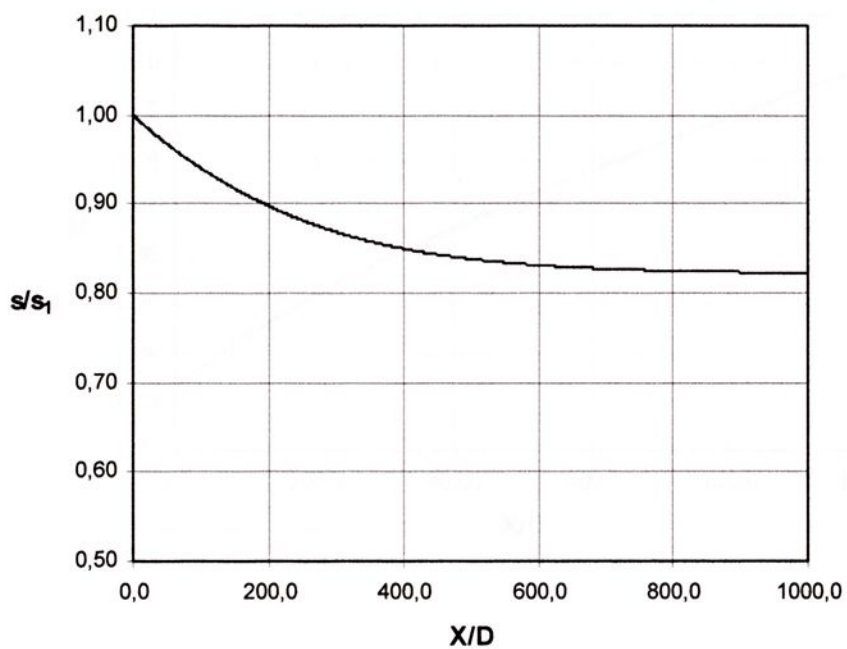


Gás natural : T_p constante ($T_p/T = 0,46$)

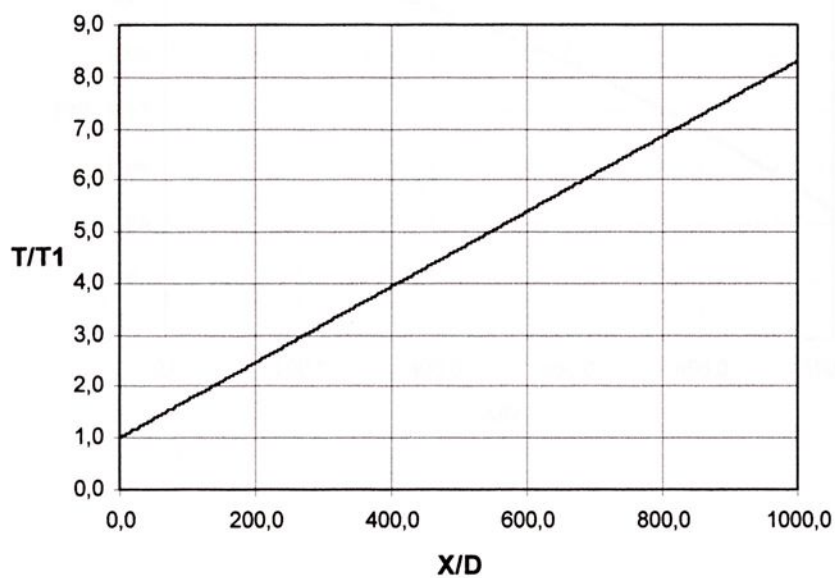


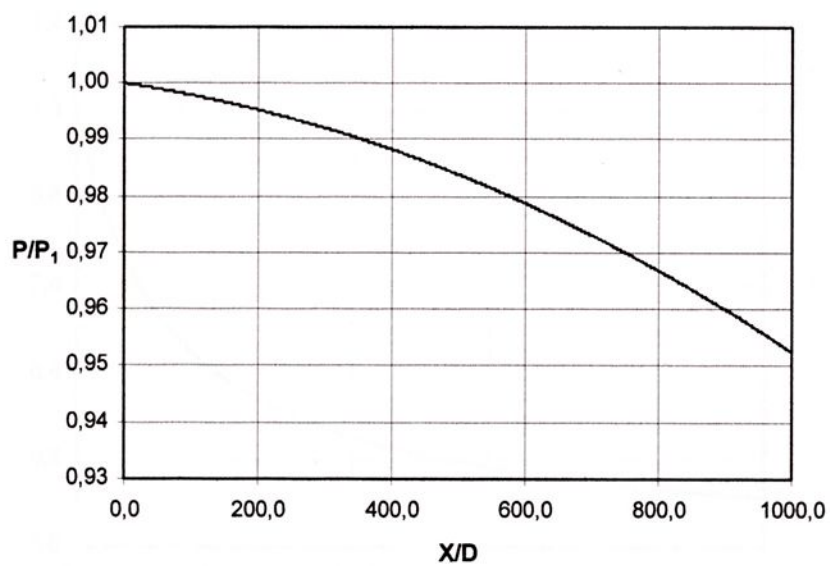
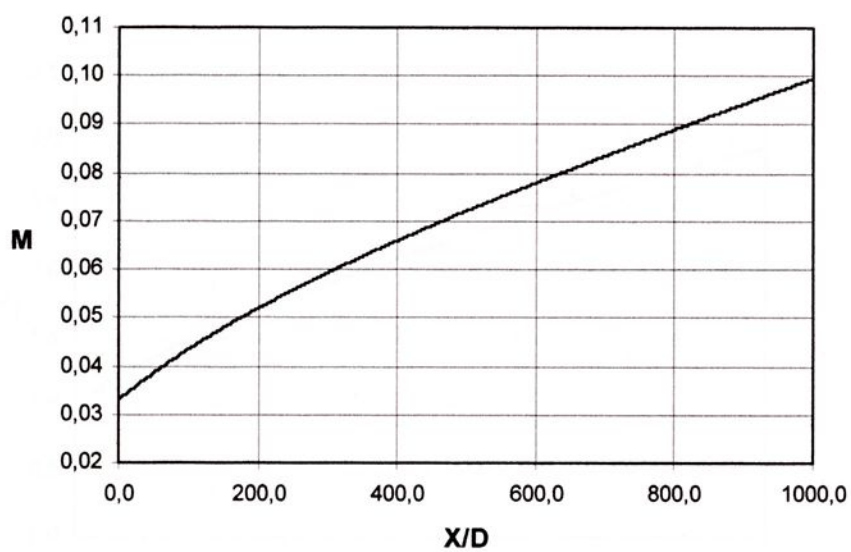


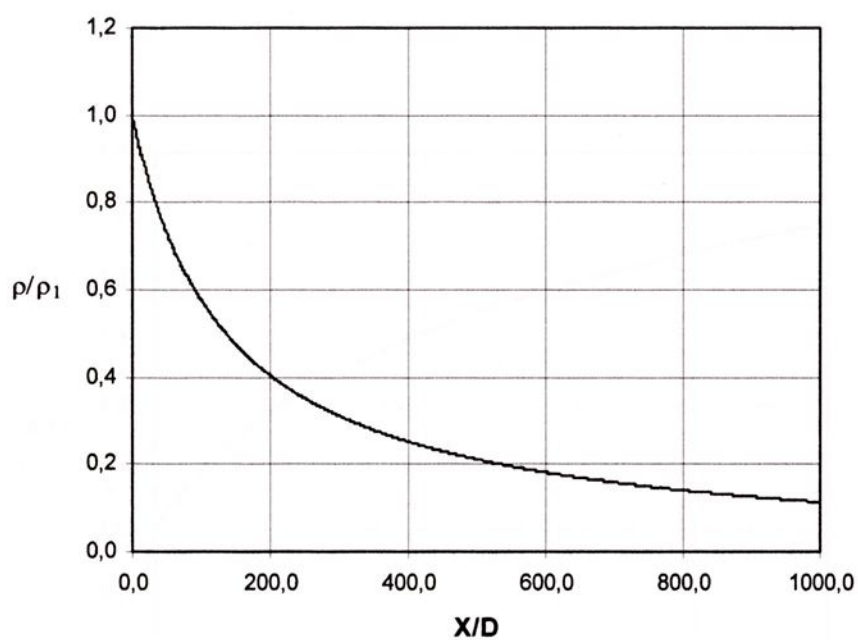
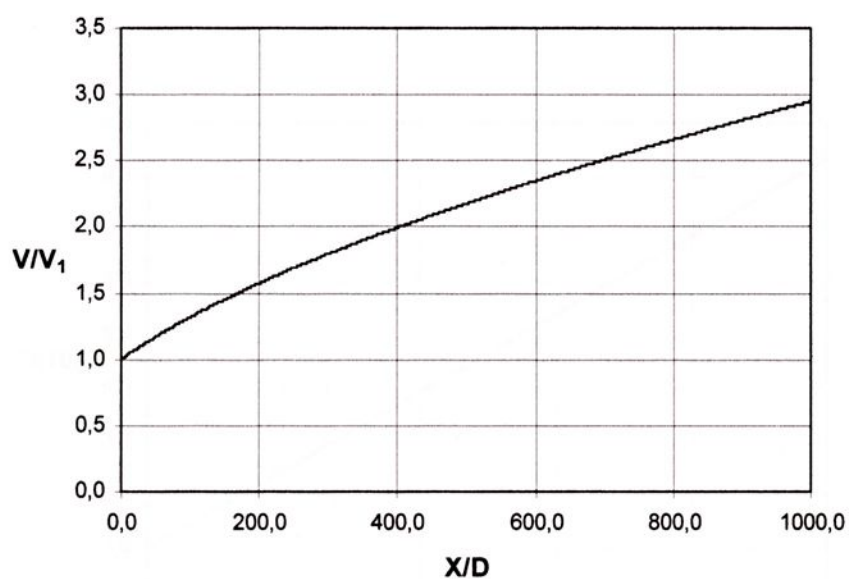


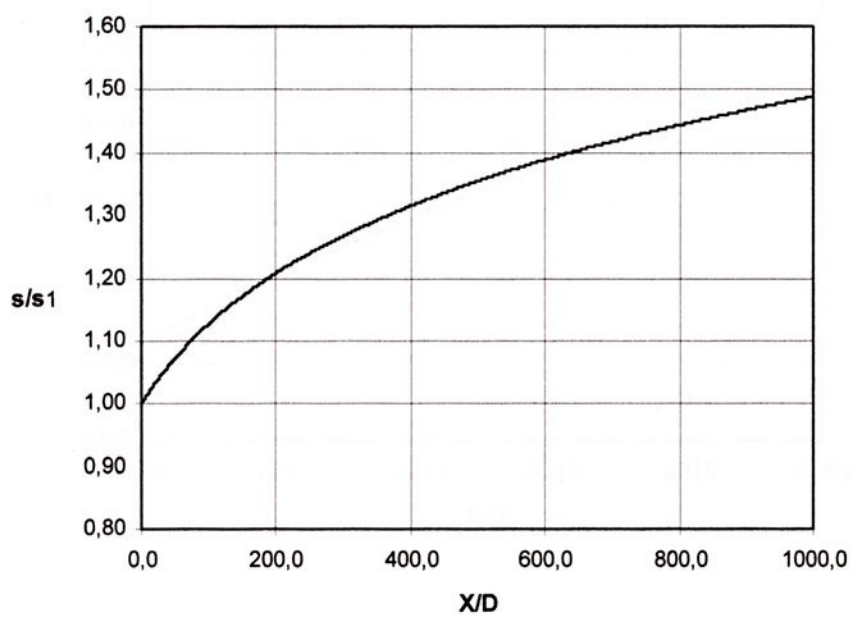
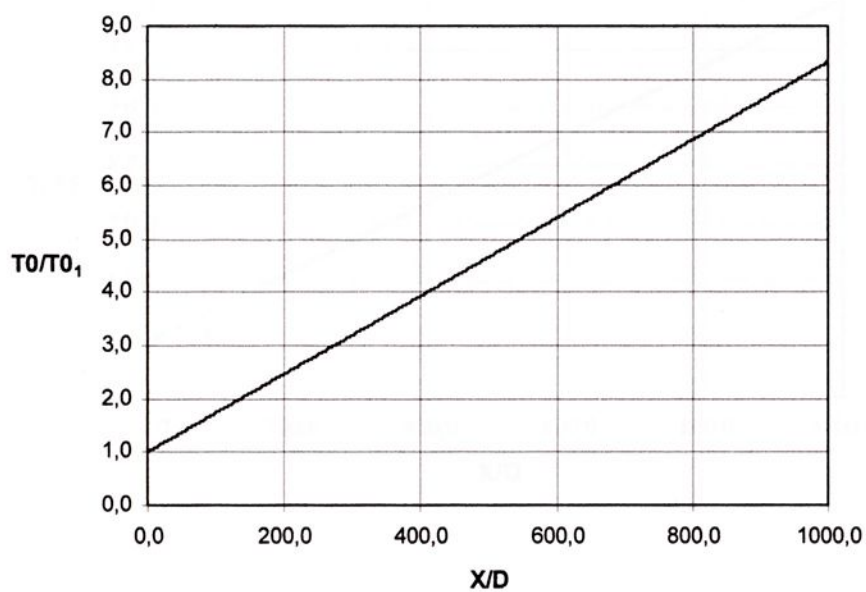


Gás natural : Q constante ($T_p/T = 2,34$)

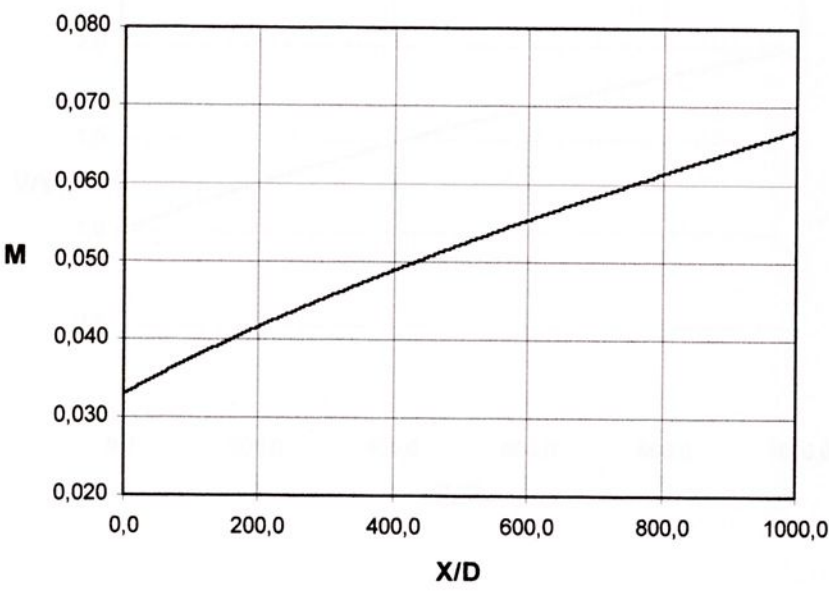
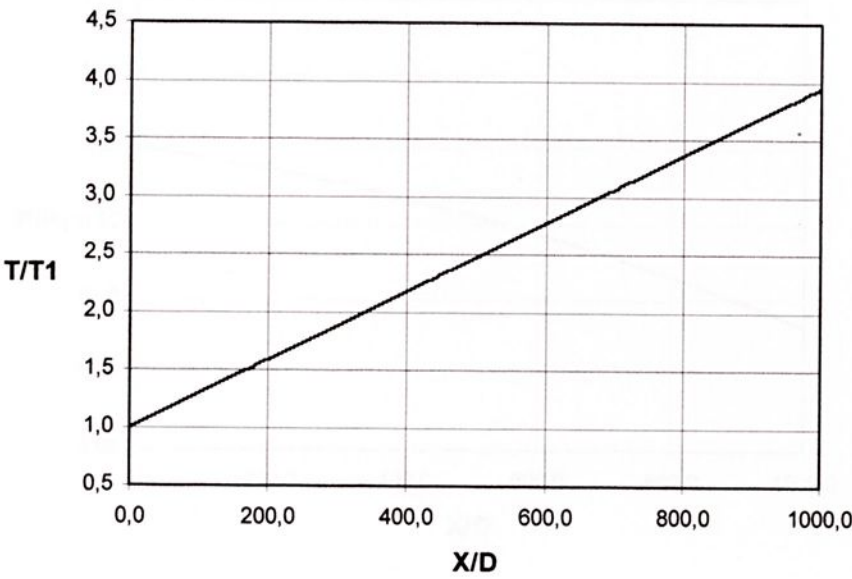


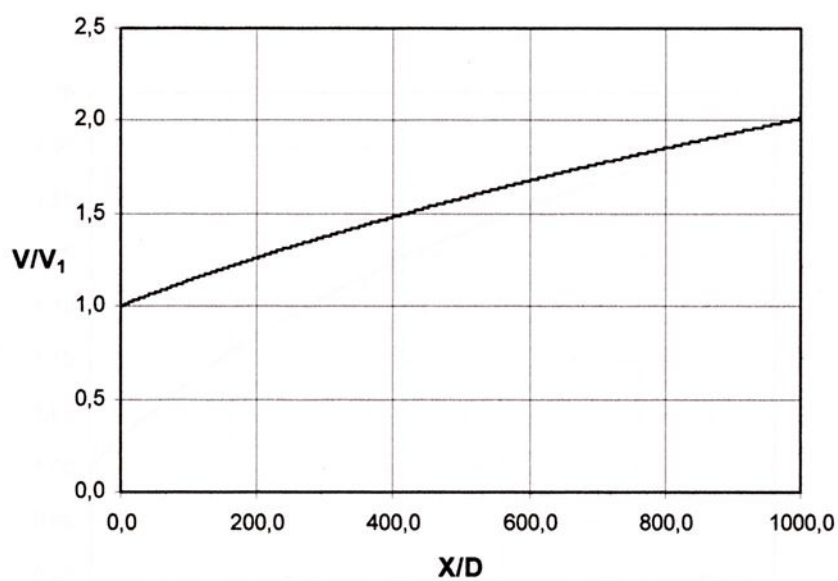
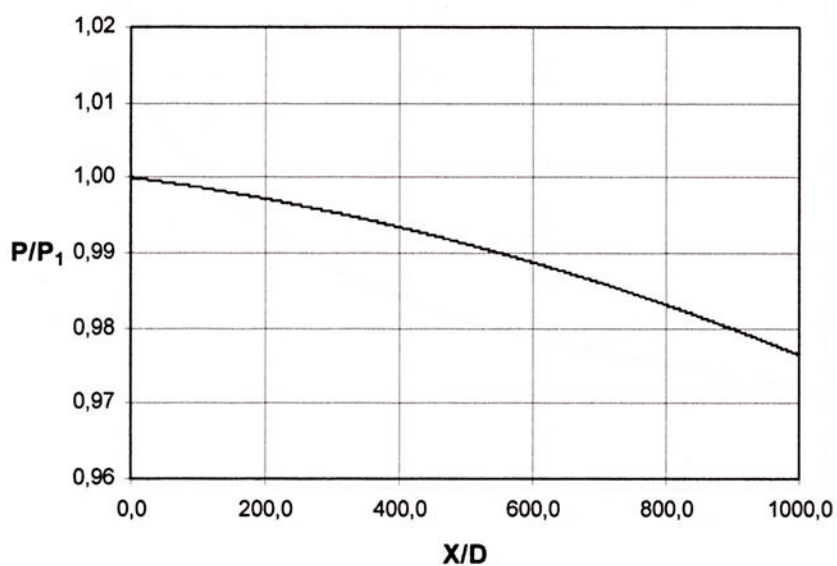


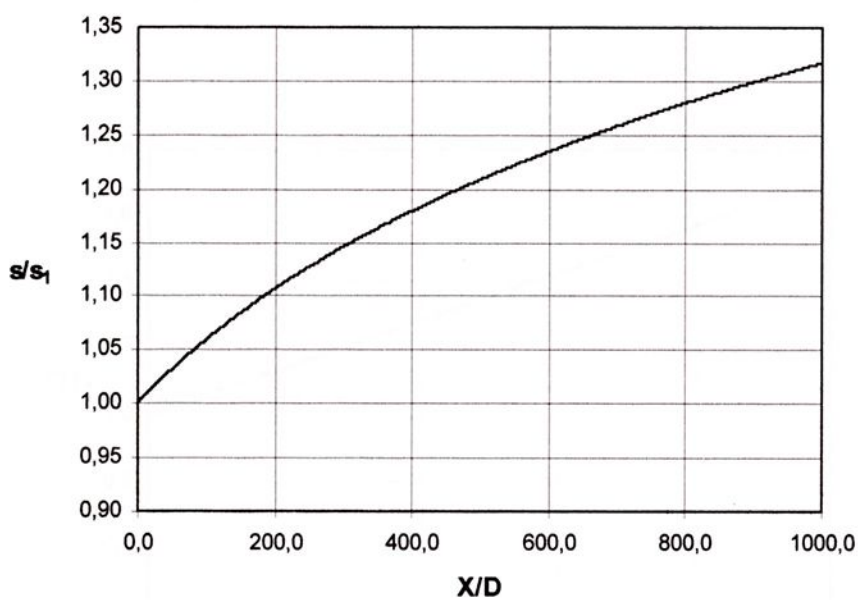
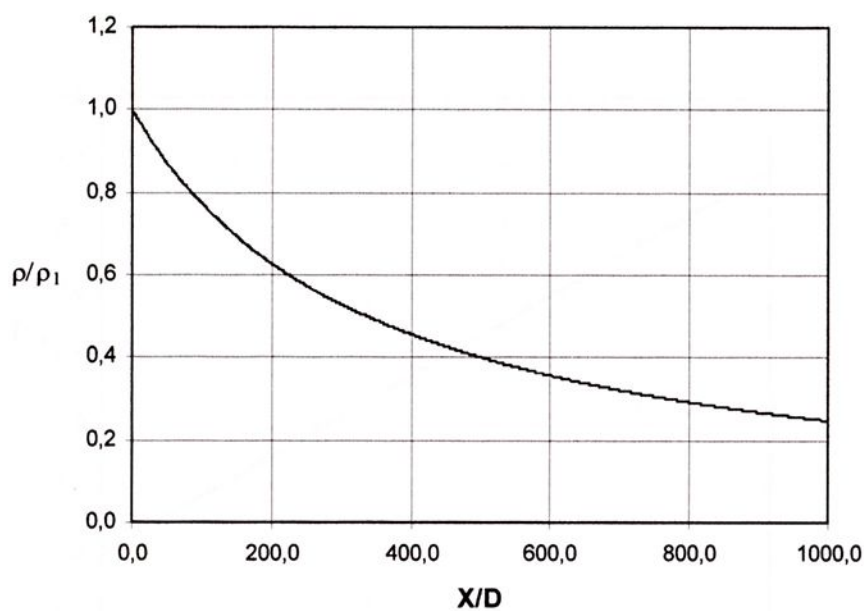


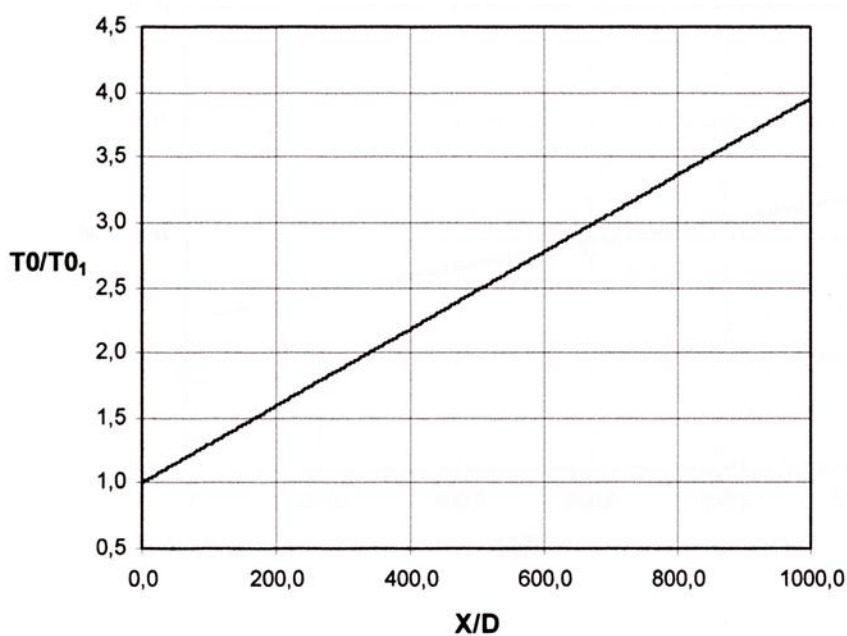


Gás natural : Q constante ($T_p/T = 1,54$)

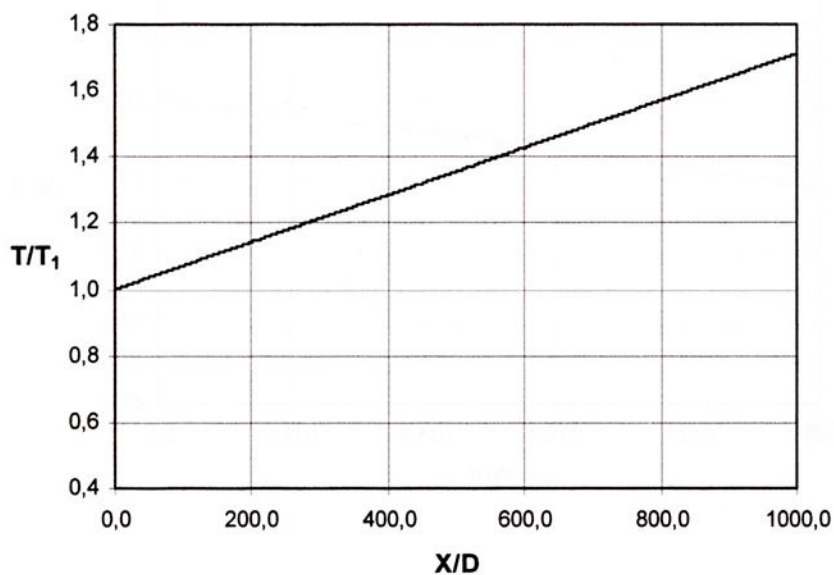


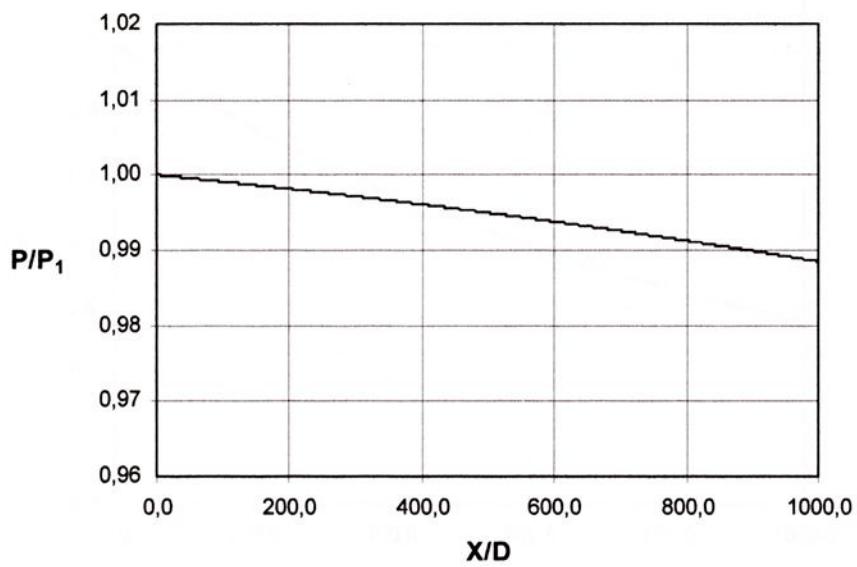
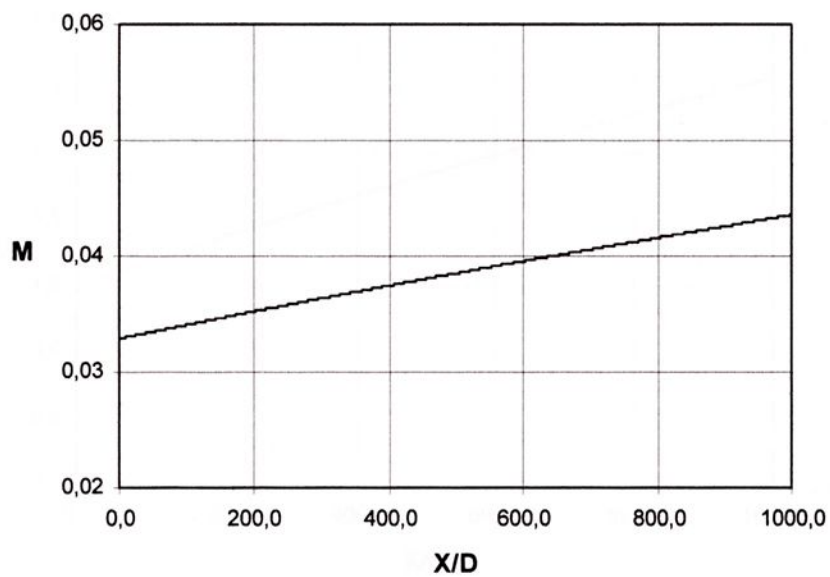


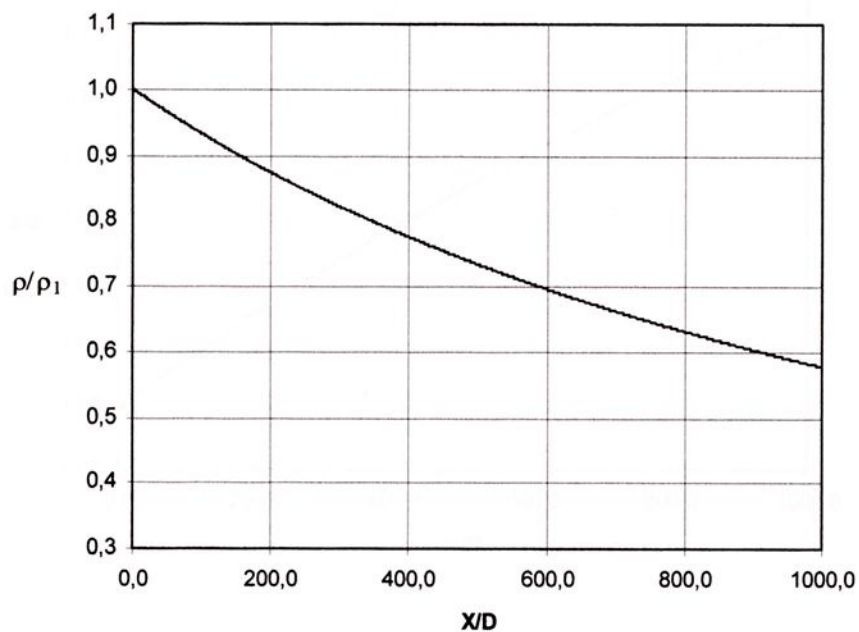
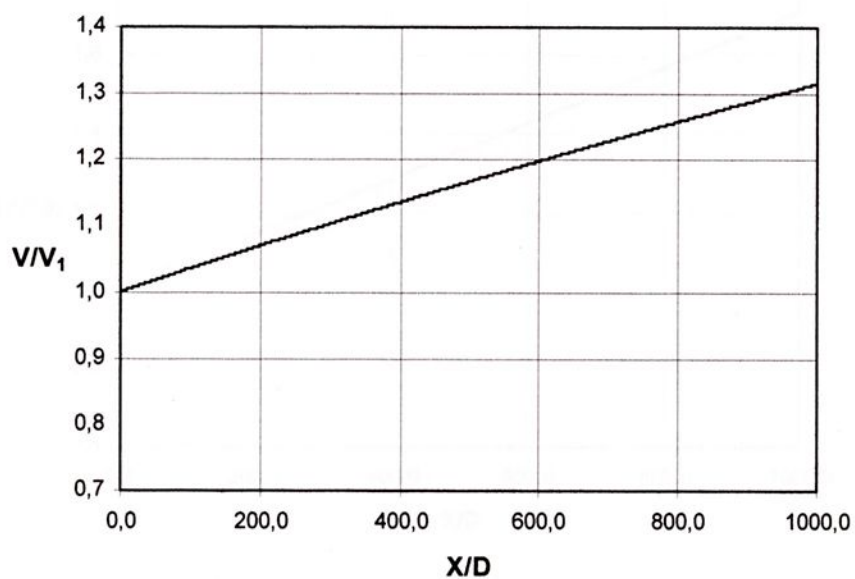


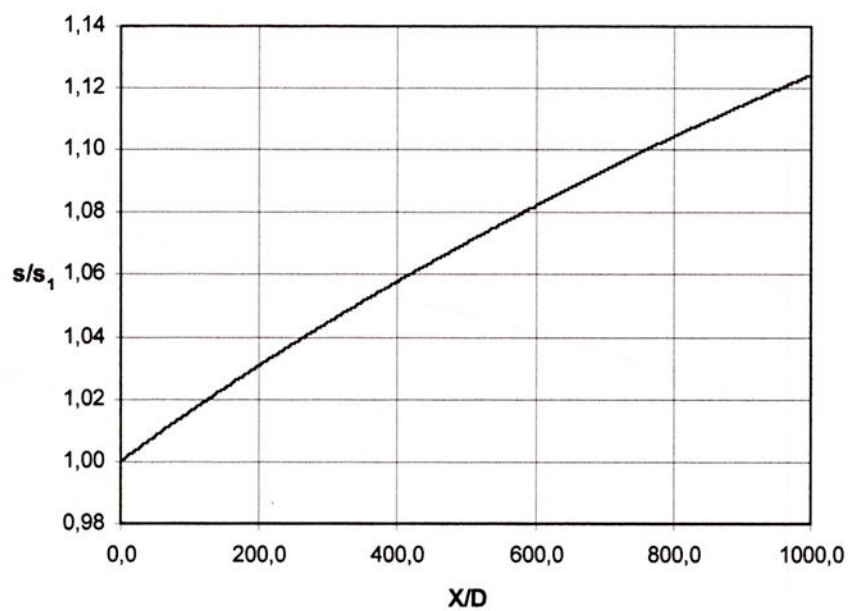
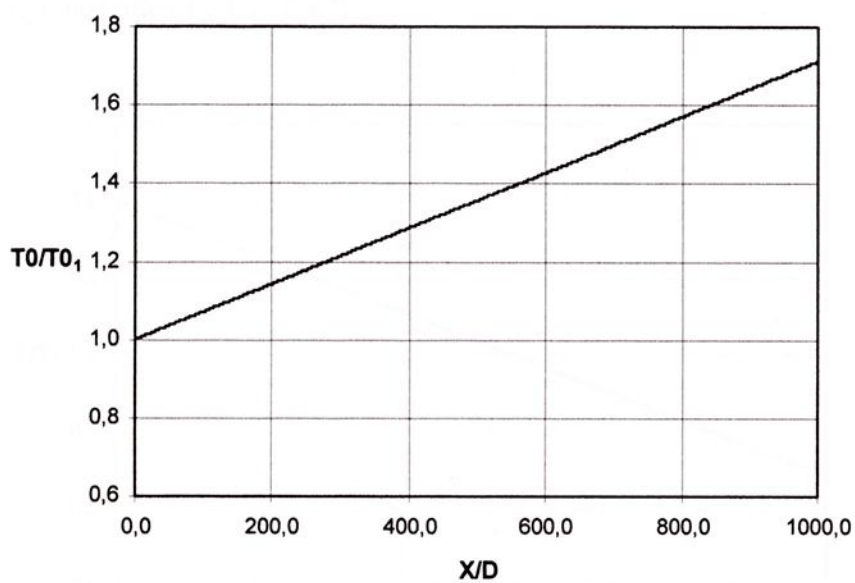


Gás natural : Q constante ($T_p/T = 1,13$)

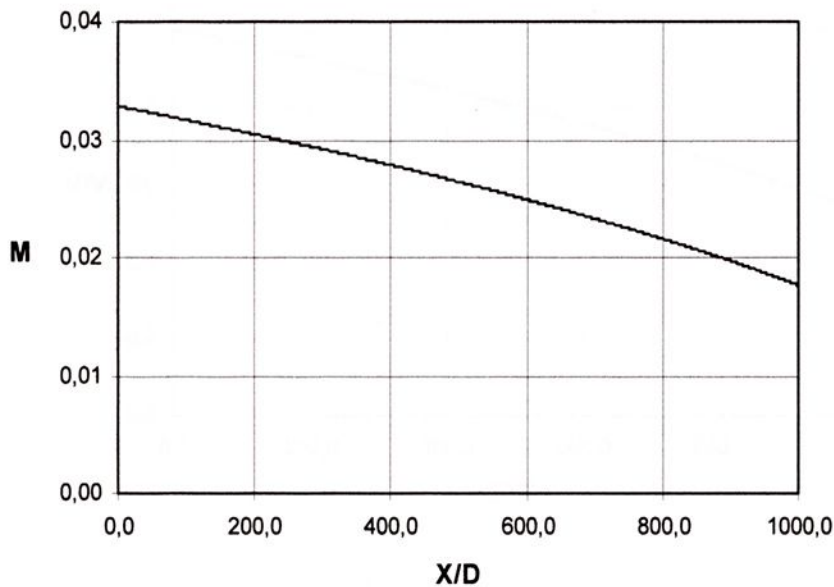
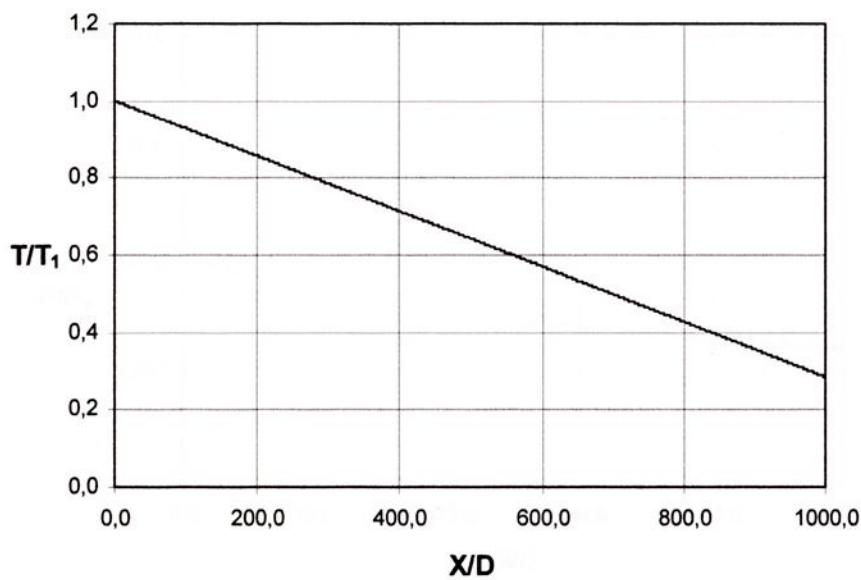


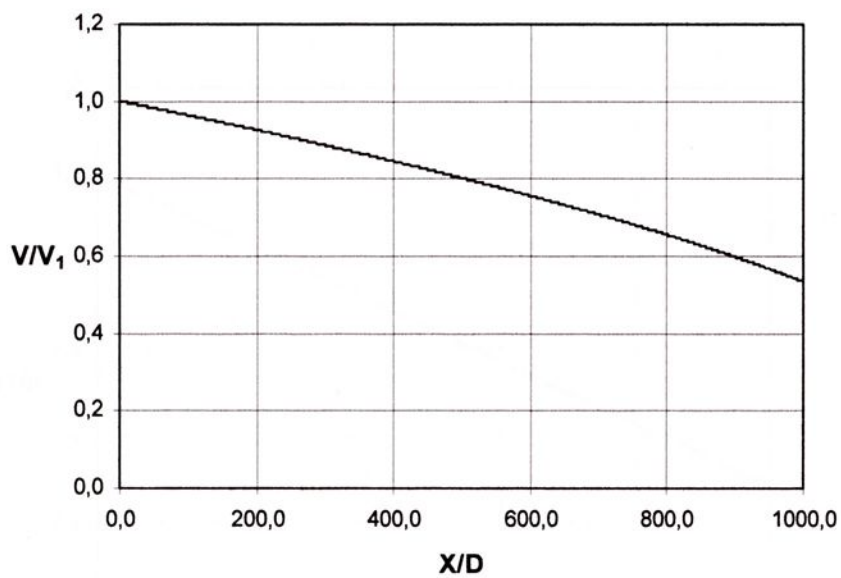
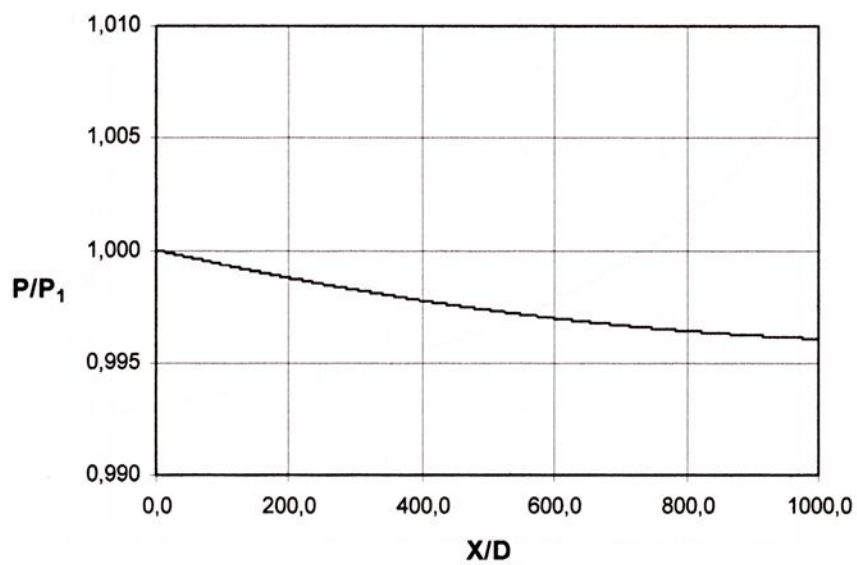


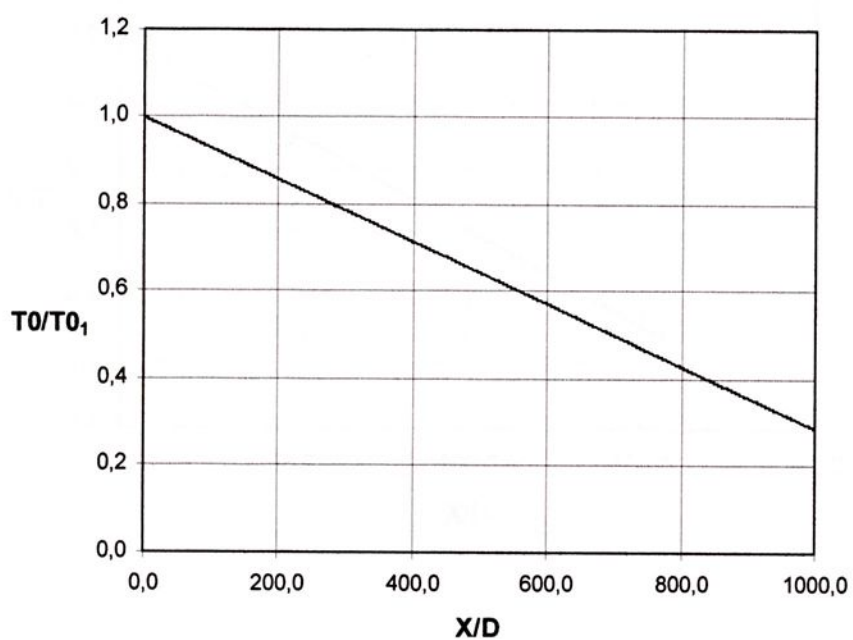
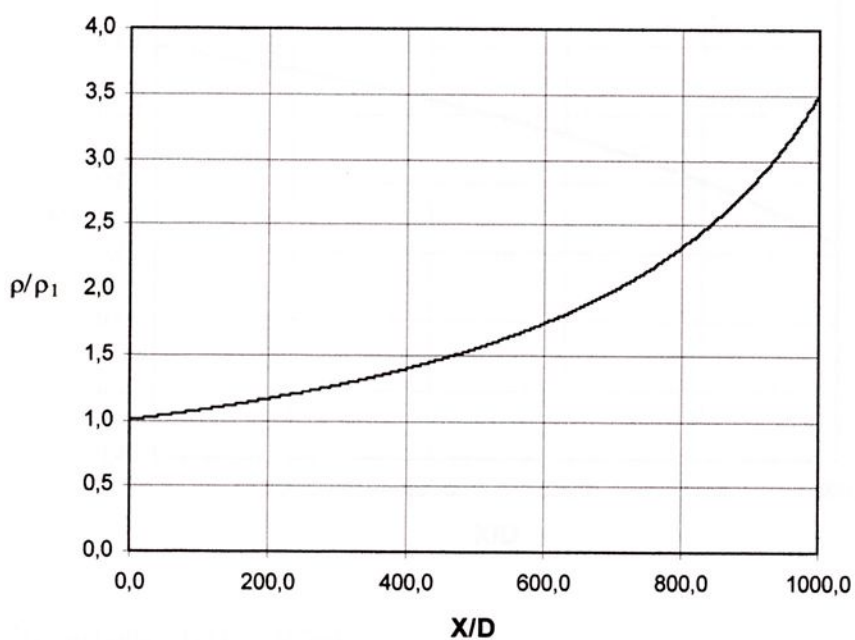


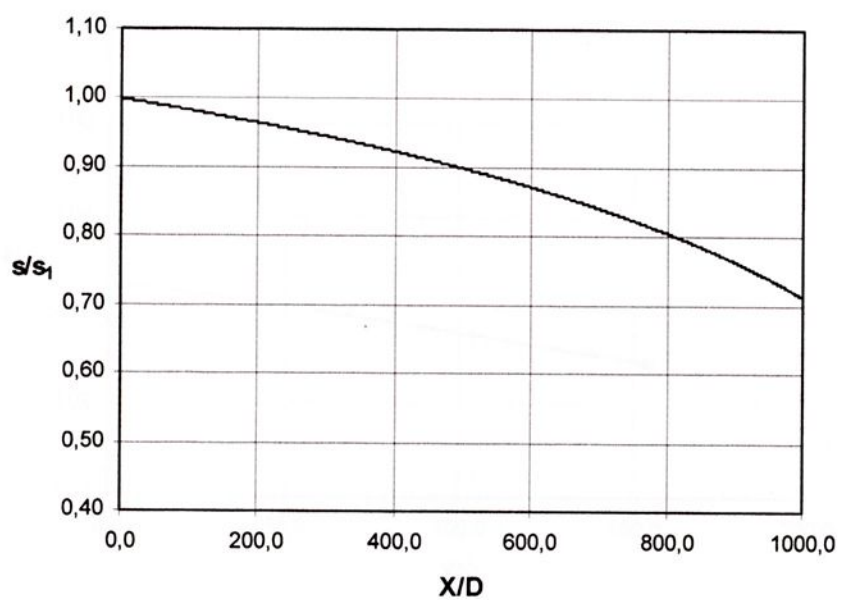


Gás natural : Q constante ($T_p/T = 0,87$)

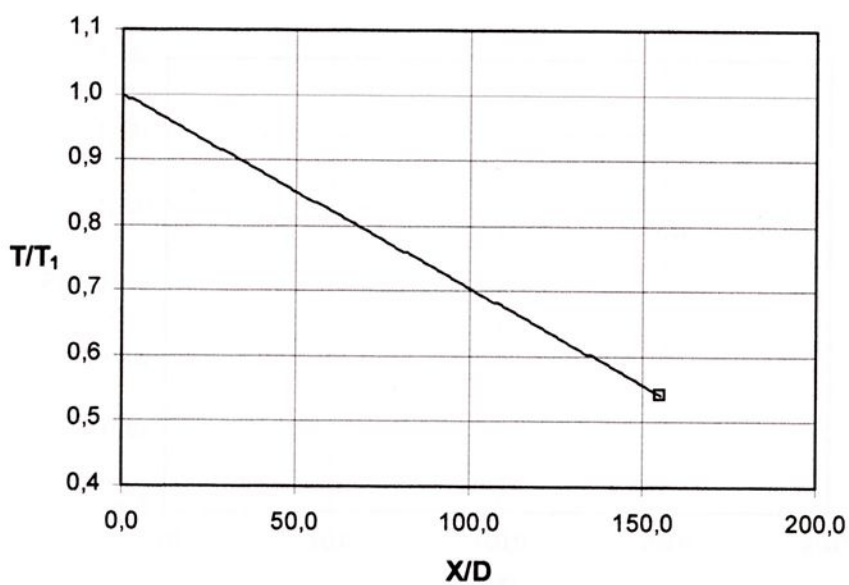


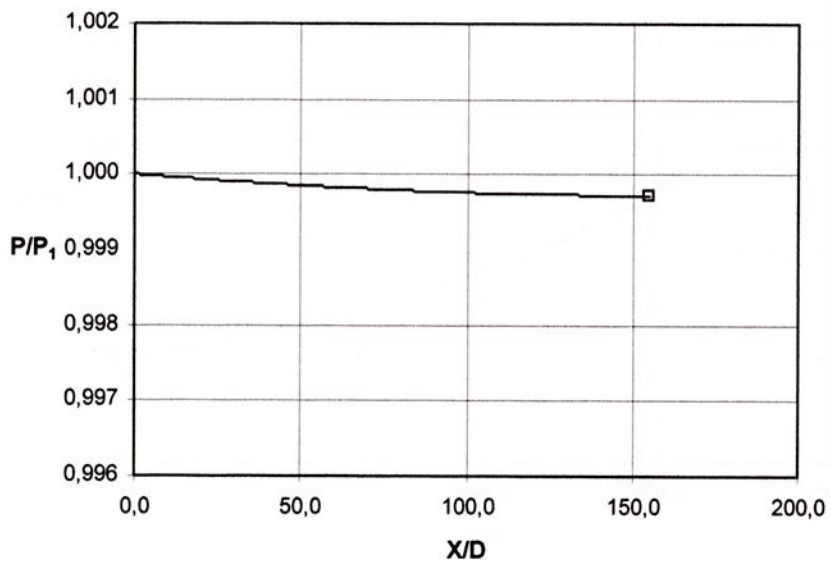
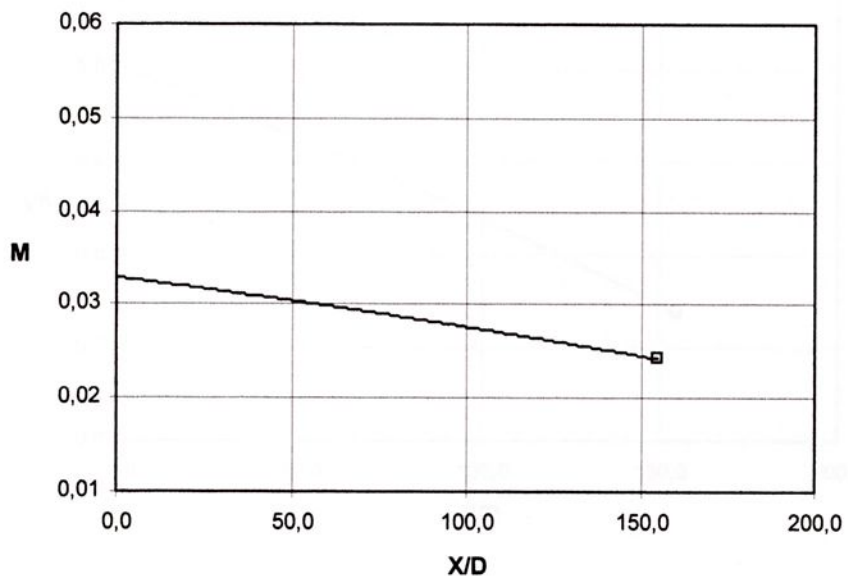


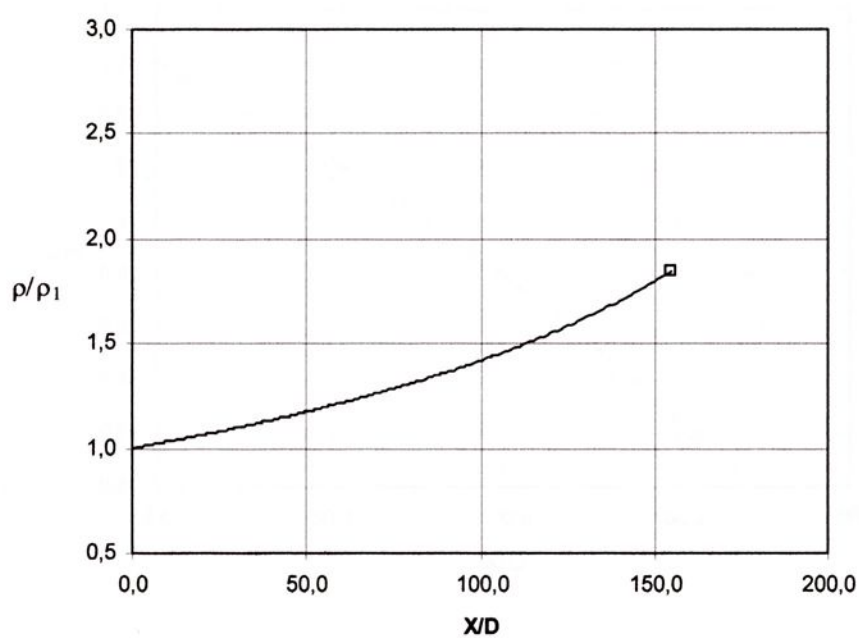
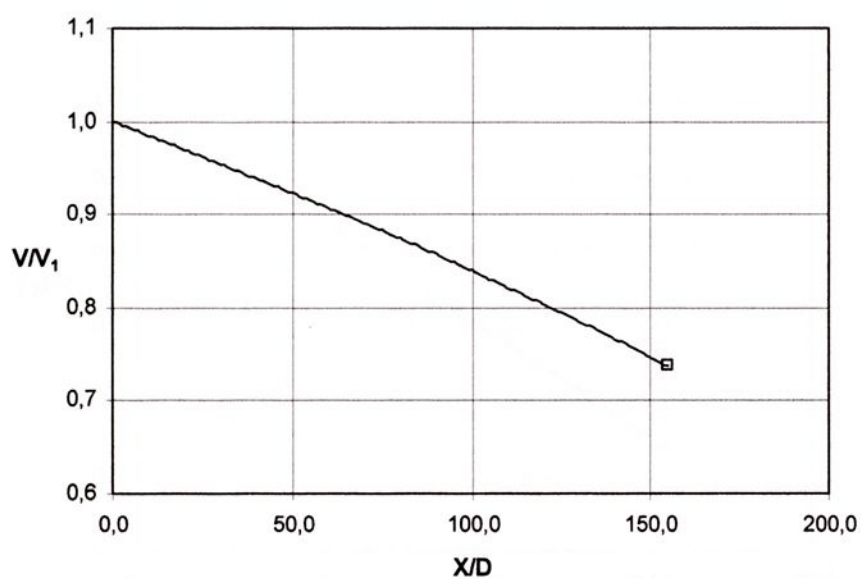


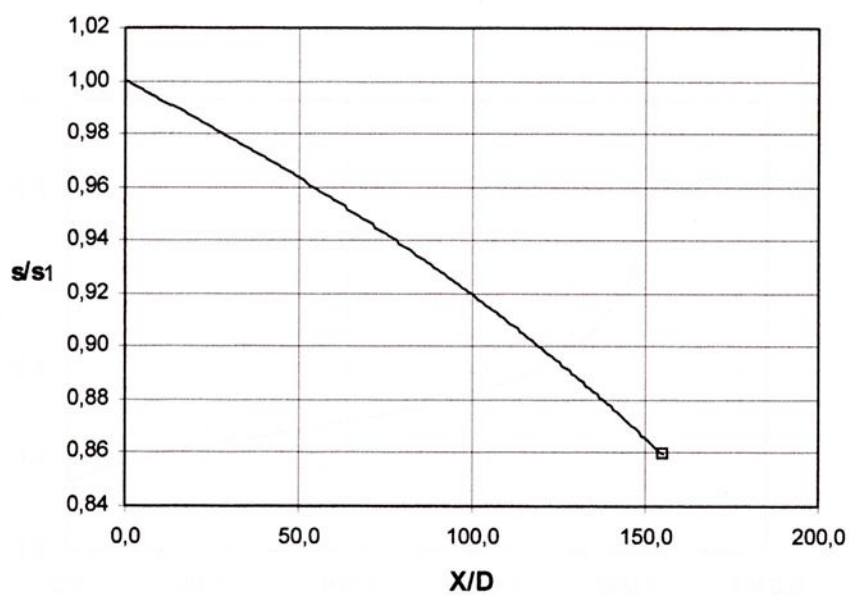
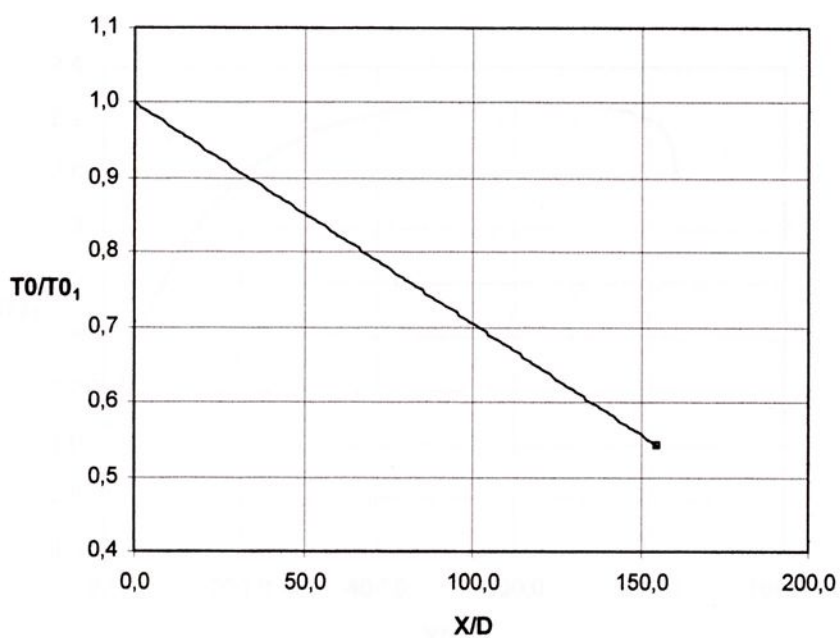


Gás natural : Q constante ($T_p/T = 0,46$)

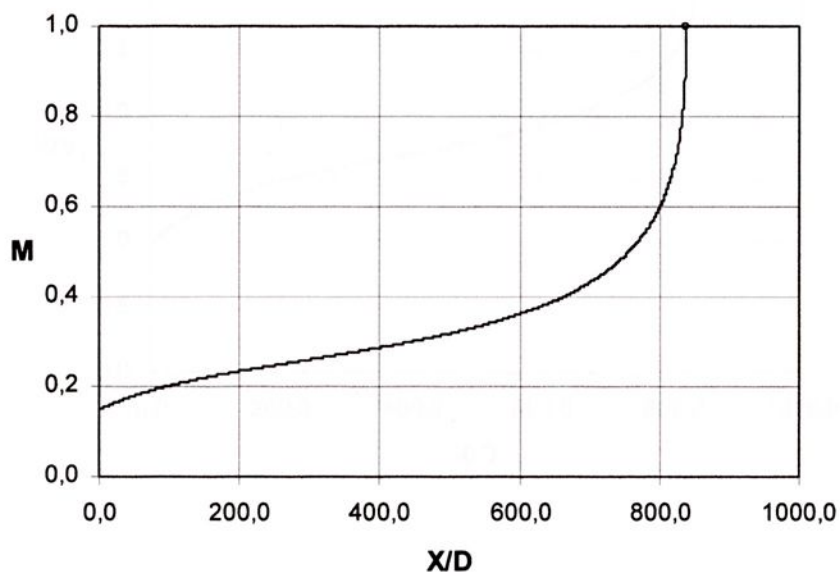
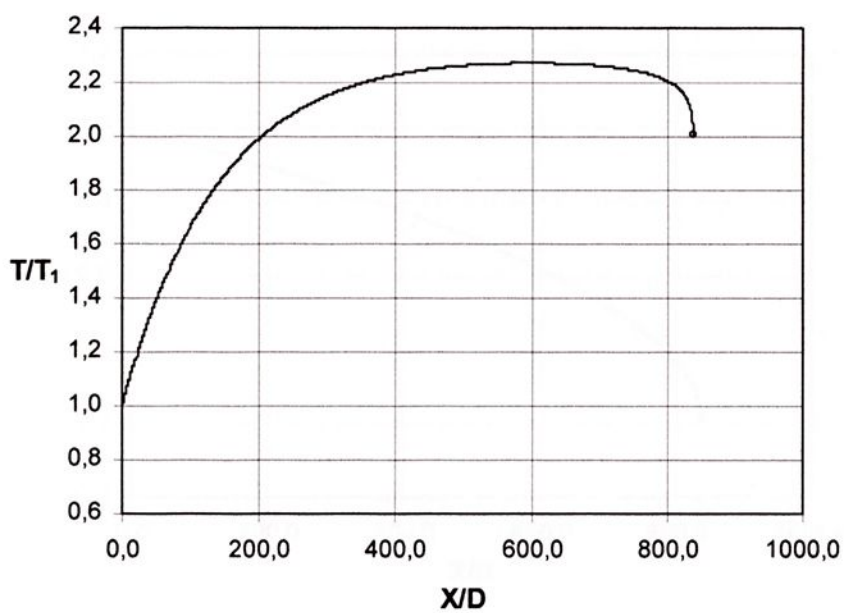


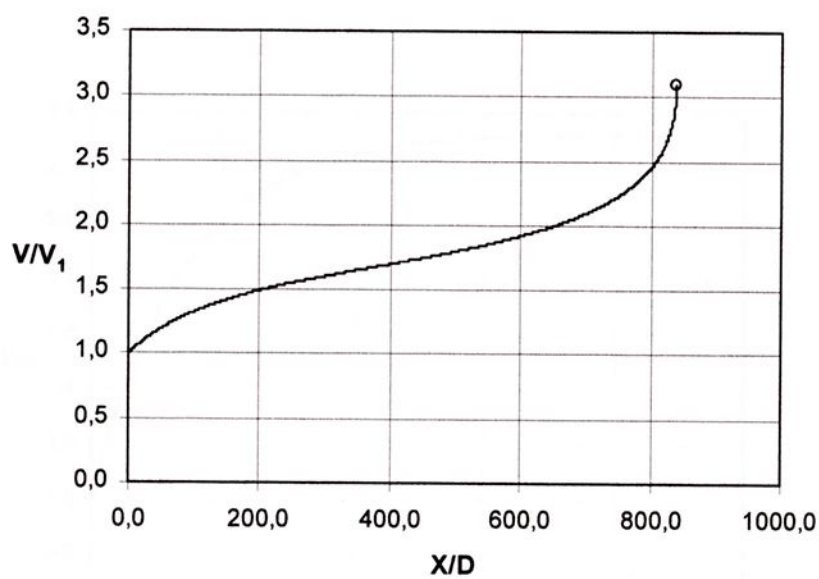
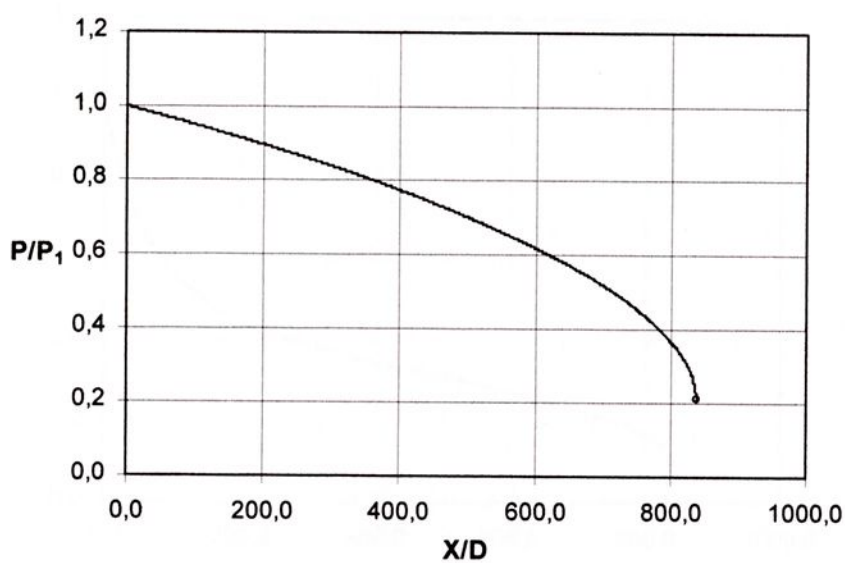


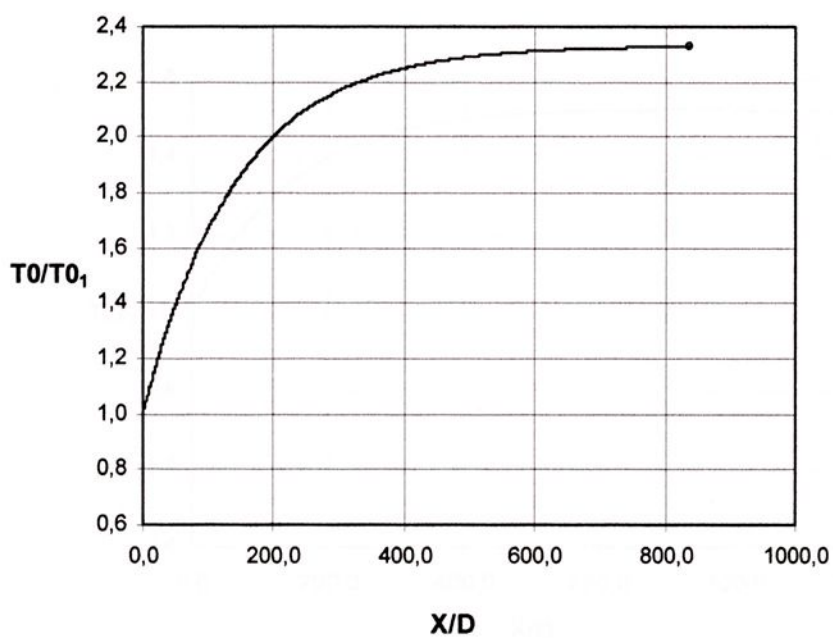
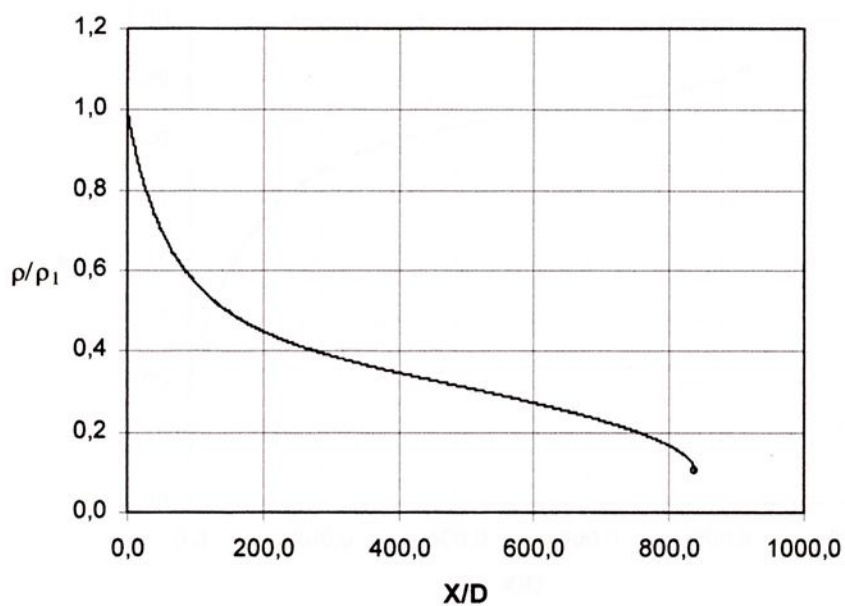


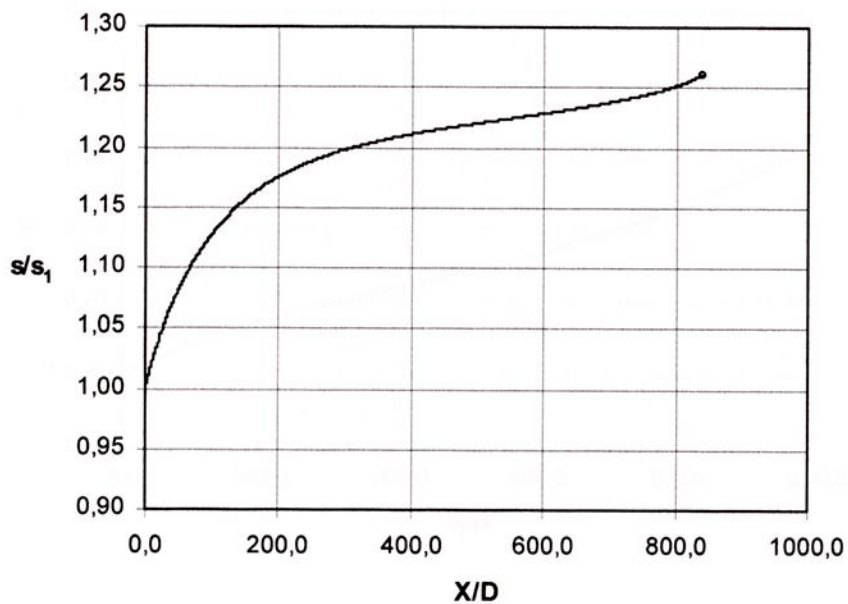


Vapor d'água : T_p constante ($T_p/T = 2,34$)

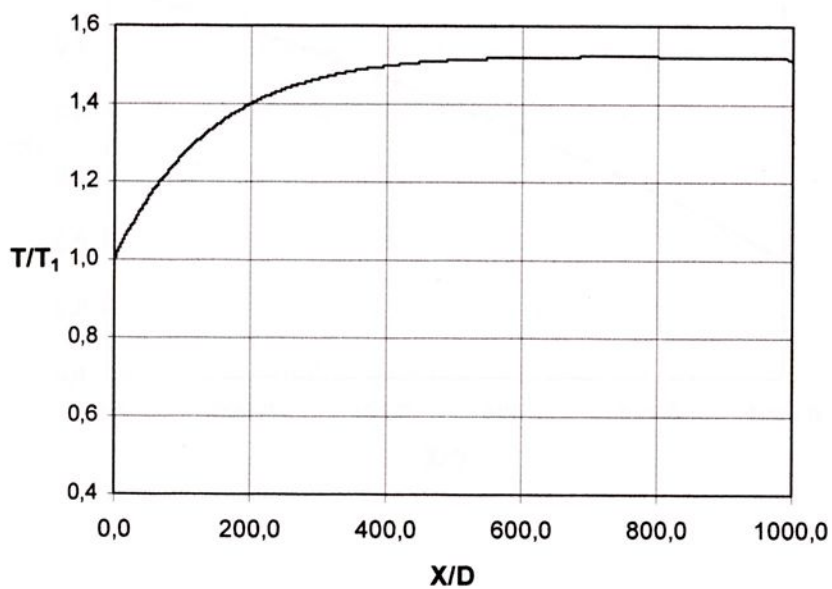


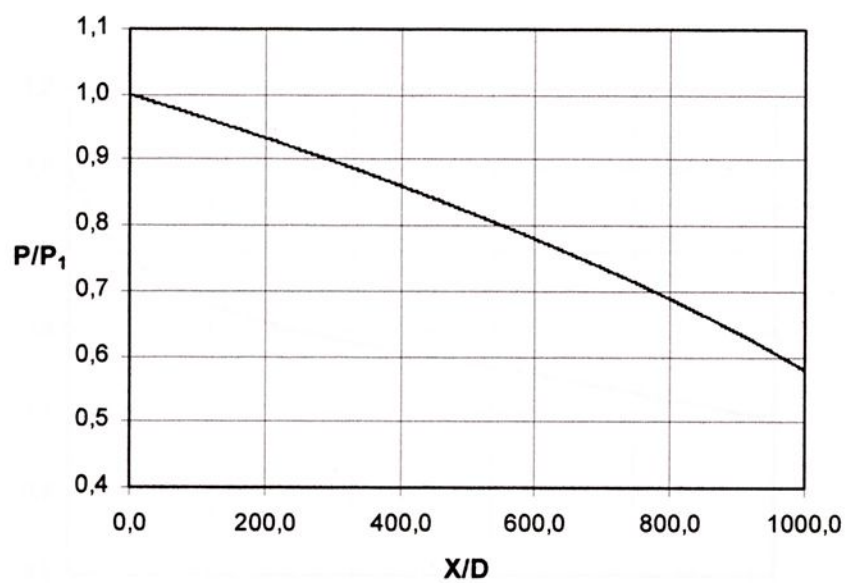
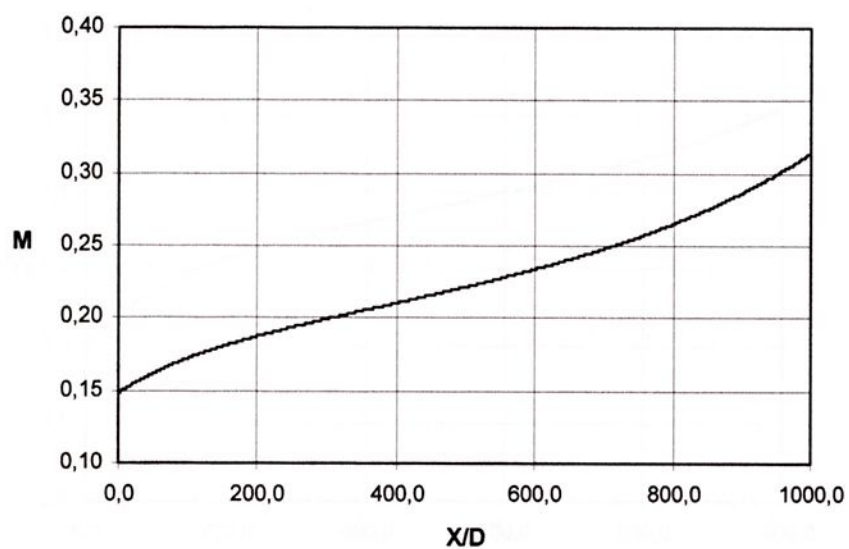


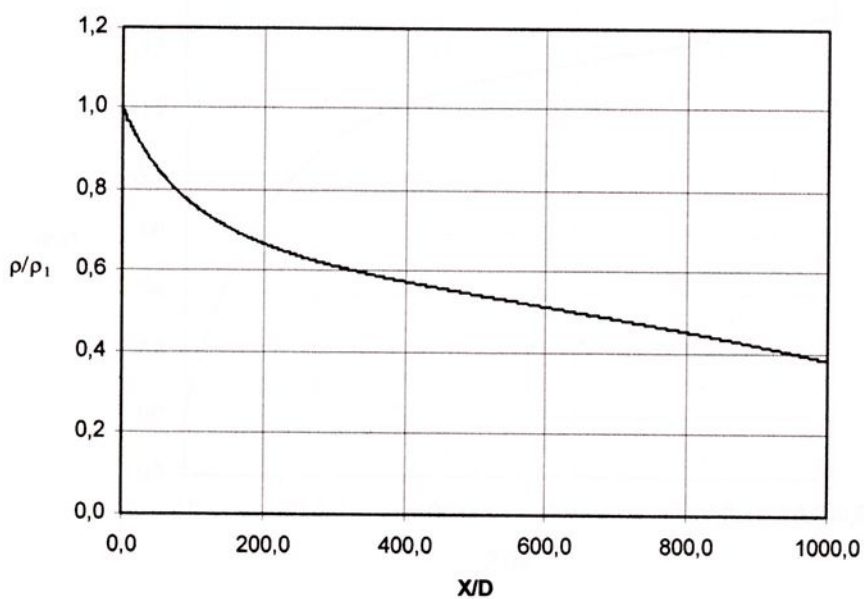
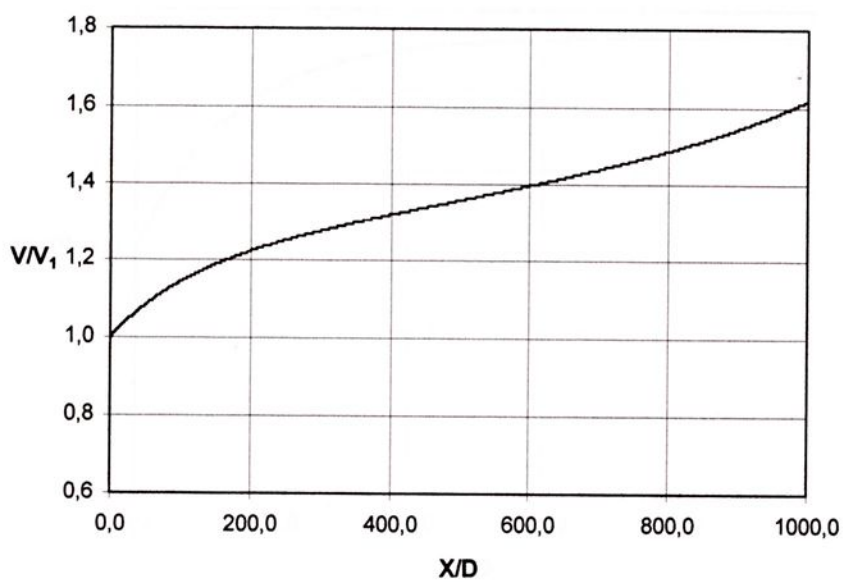


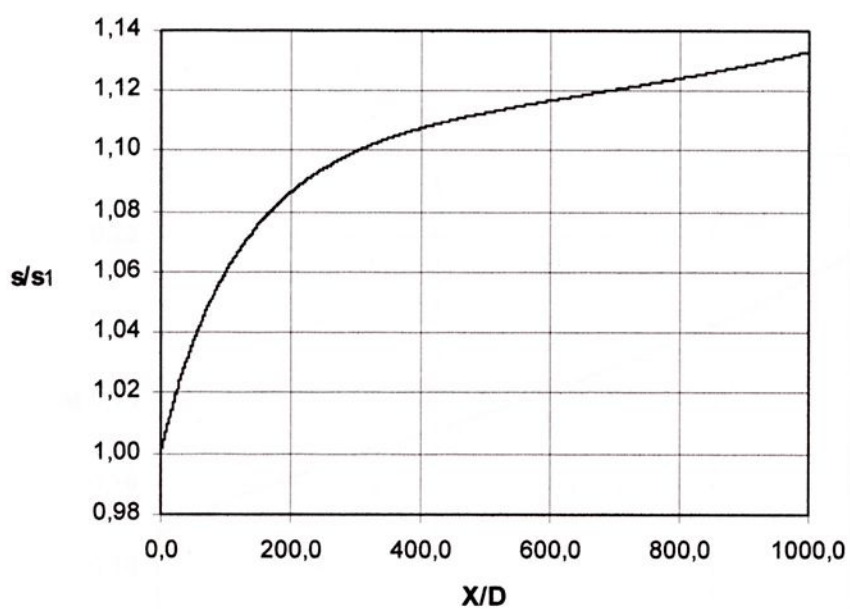
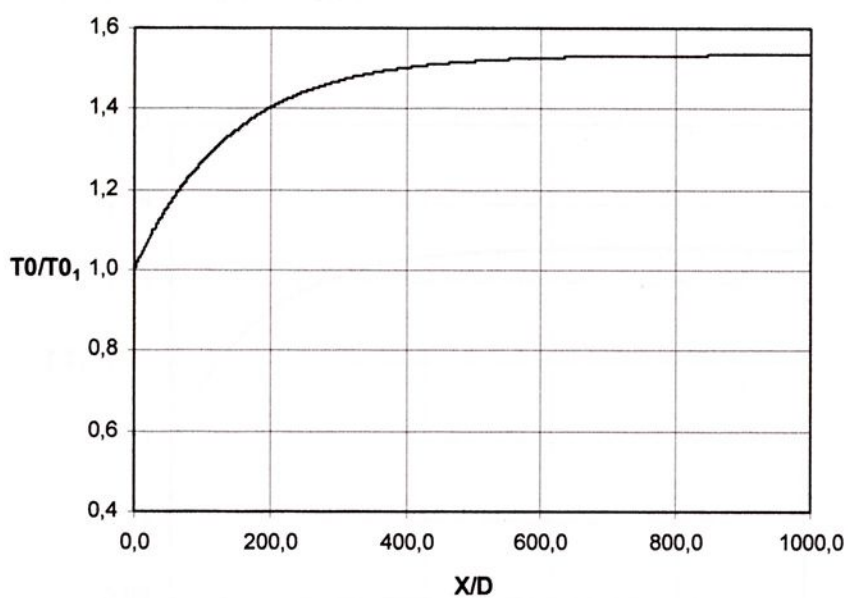


Vapor d'água : T_p constante ($T_p/T = 1,54$)

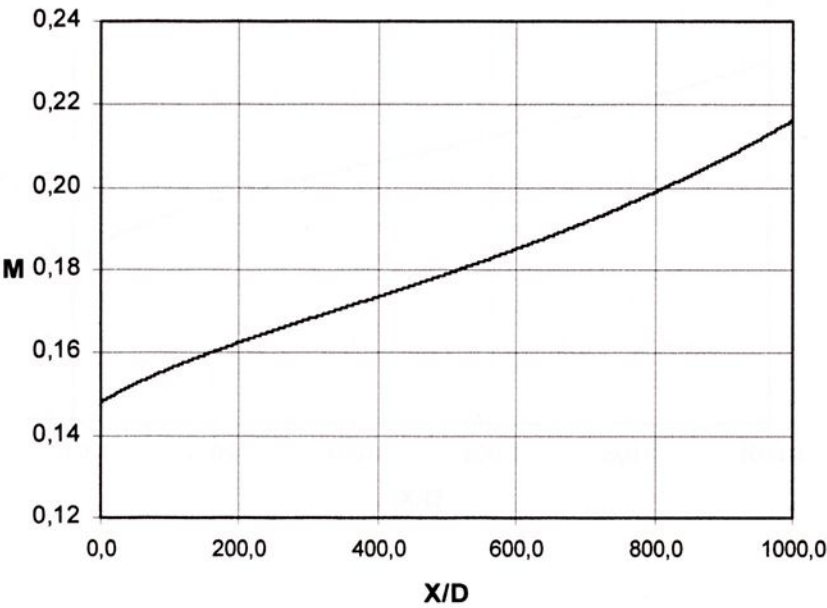
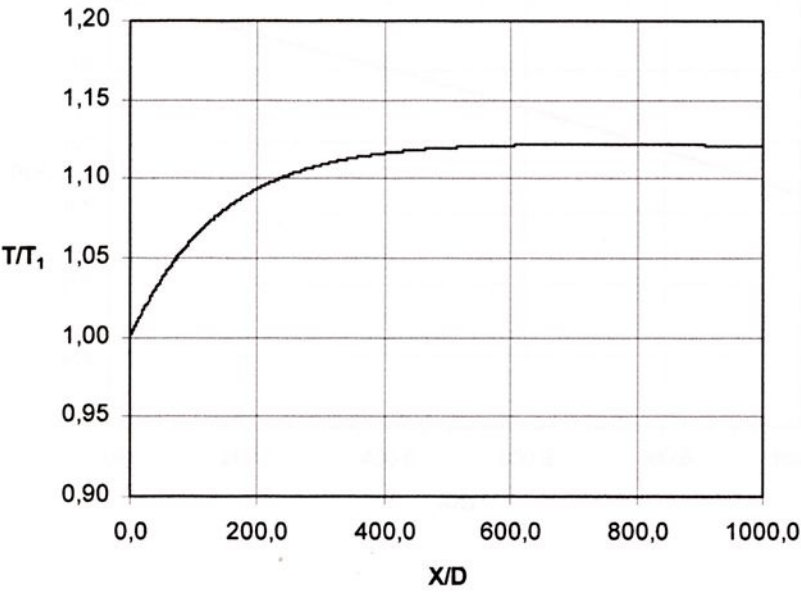


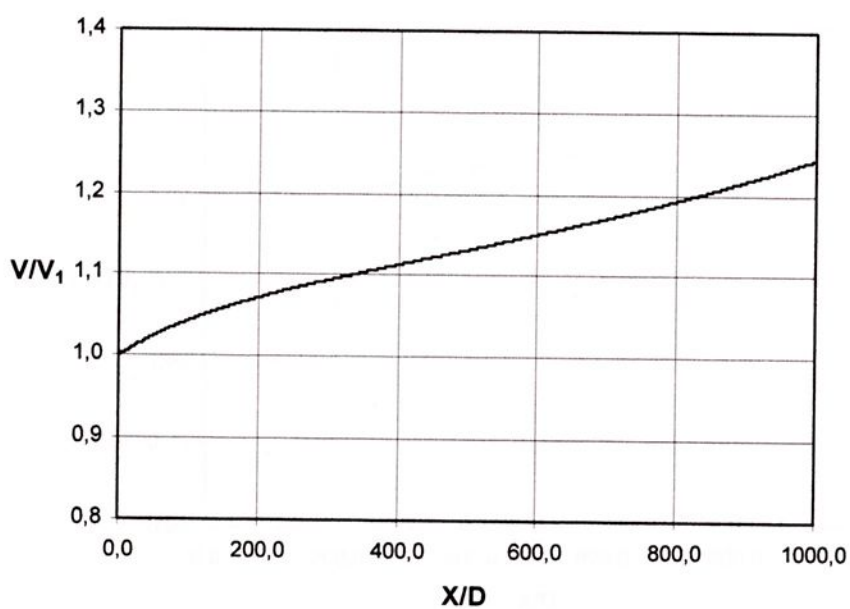
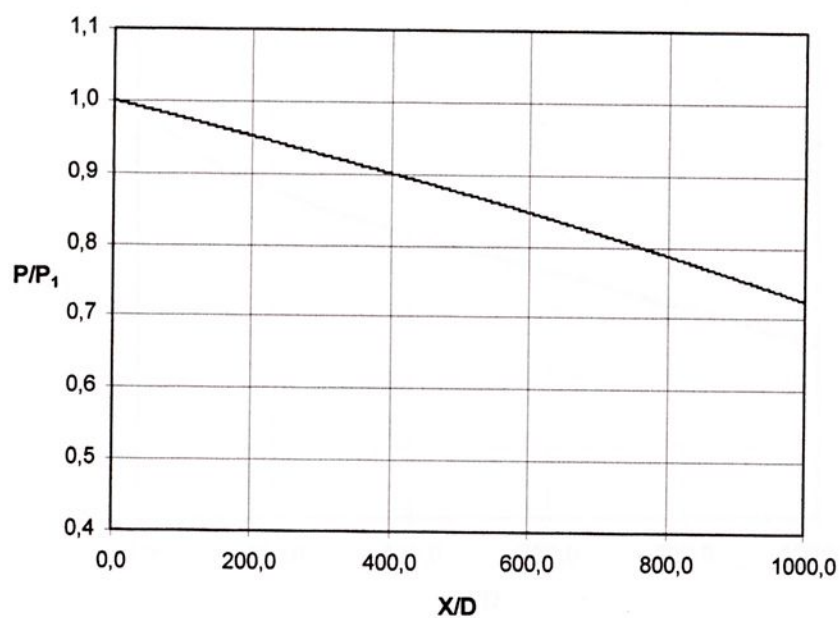


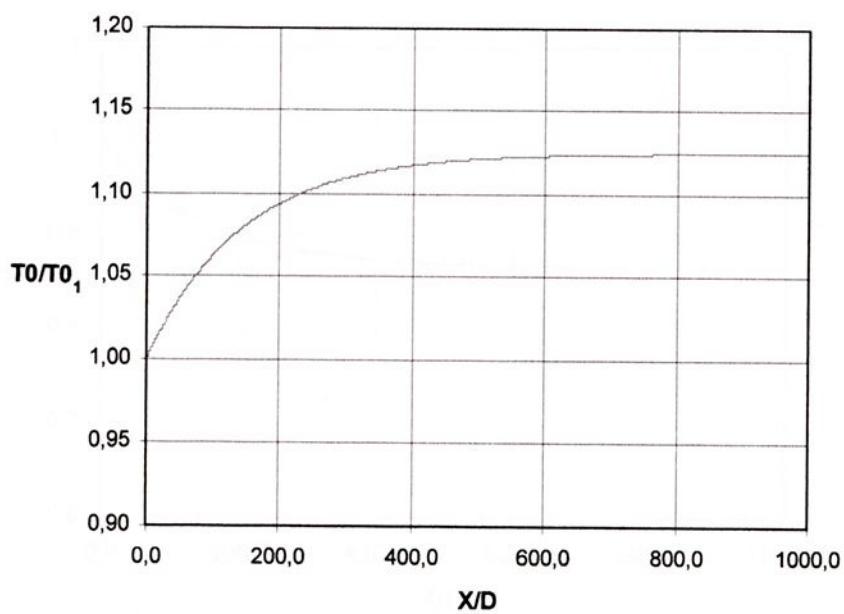
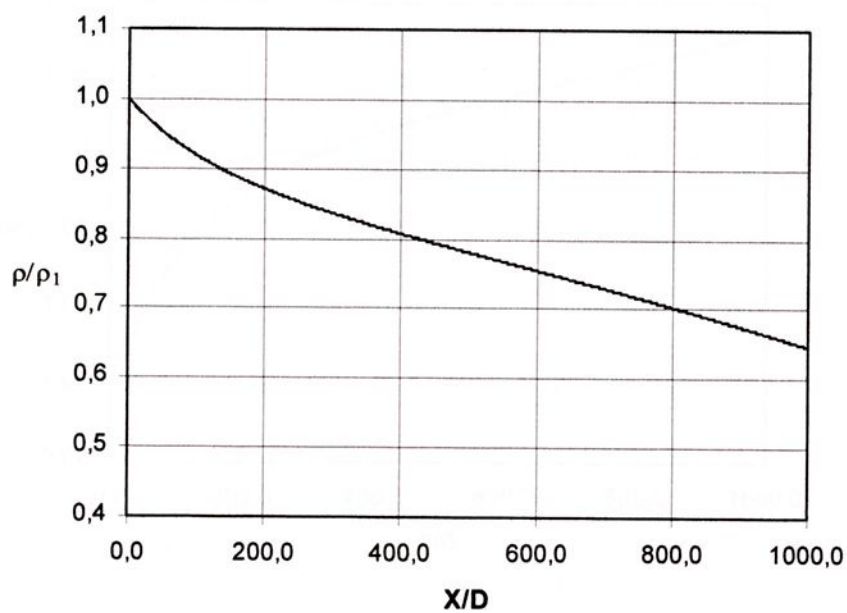


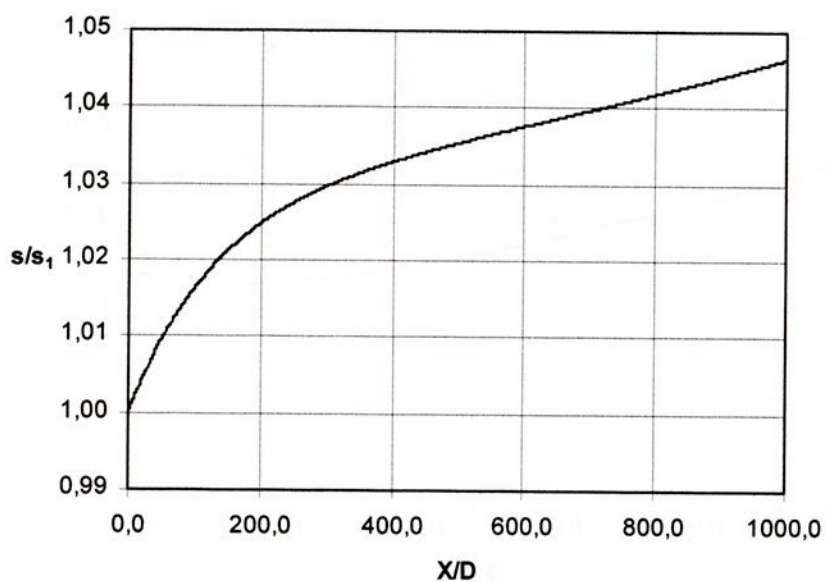


Vapor d'água : T_p constante ($T_p/T = 1,13$)

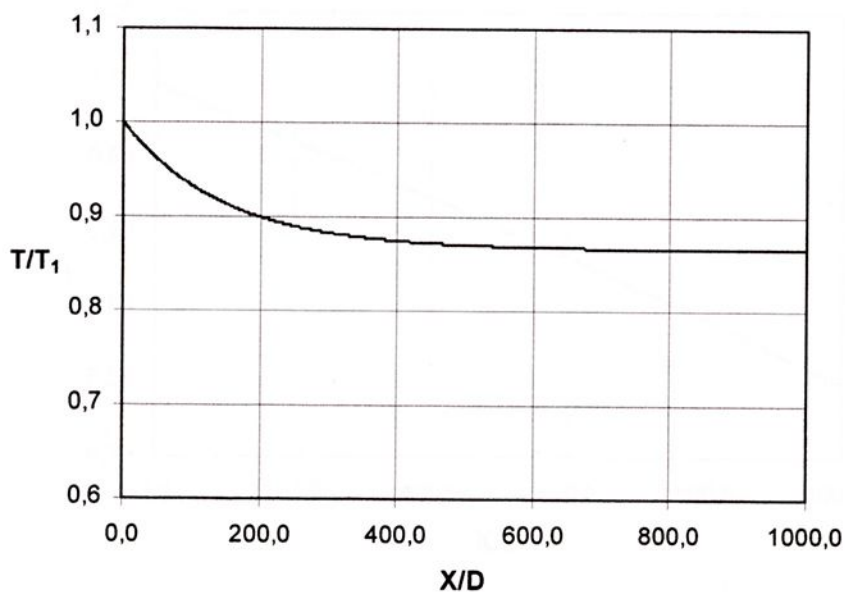


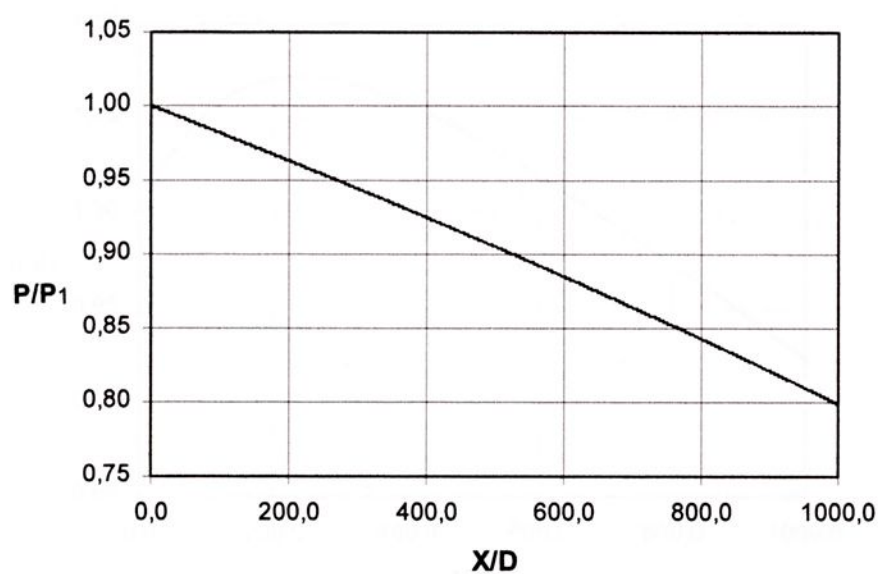
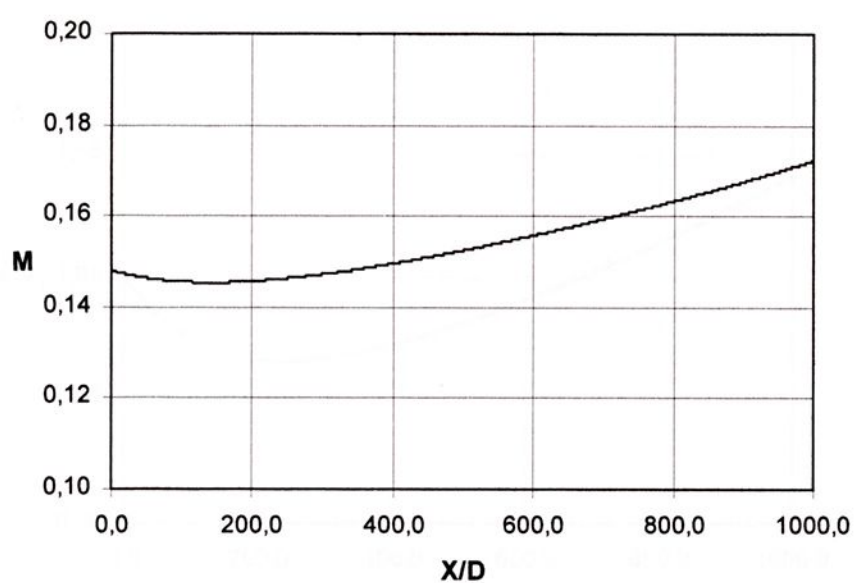


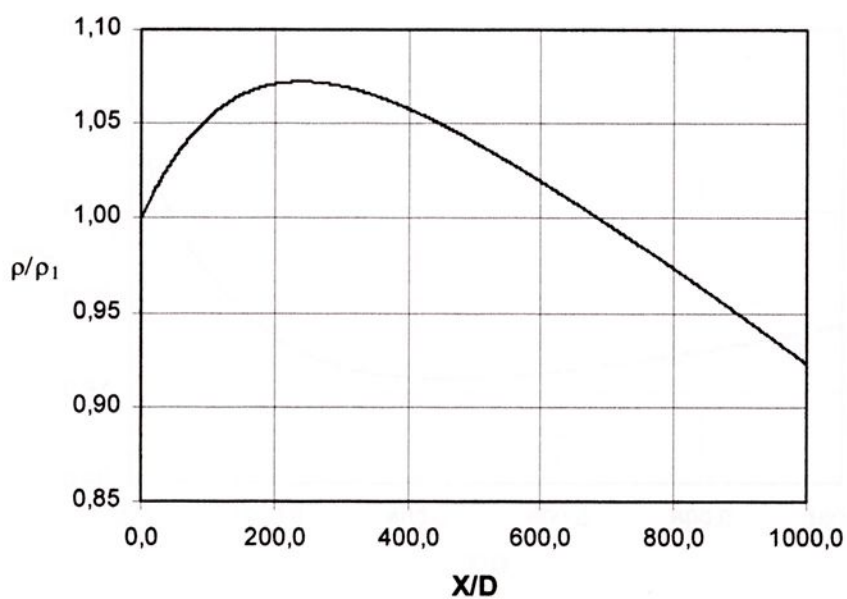
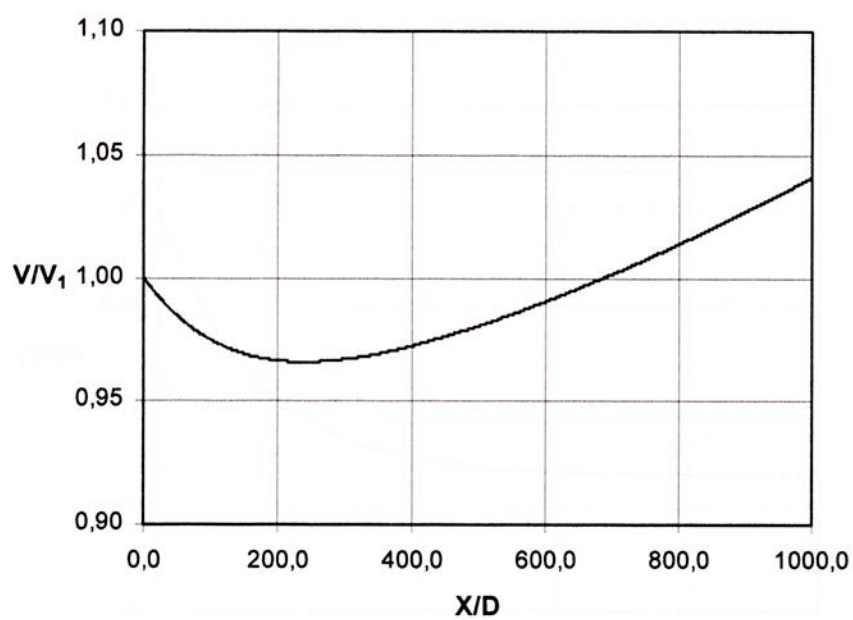


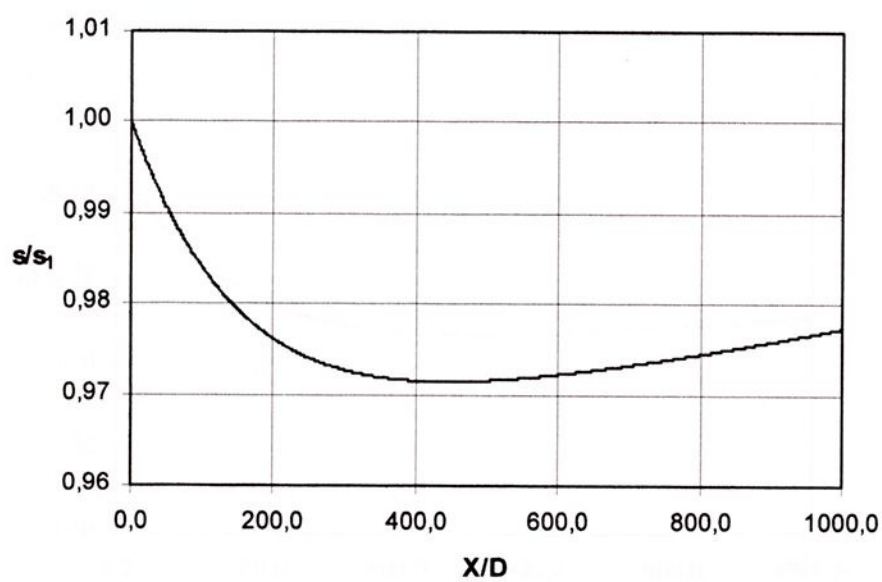
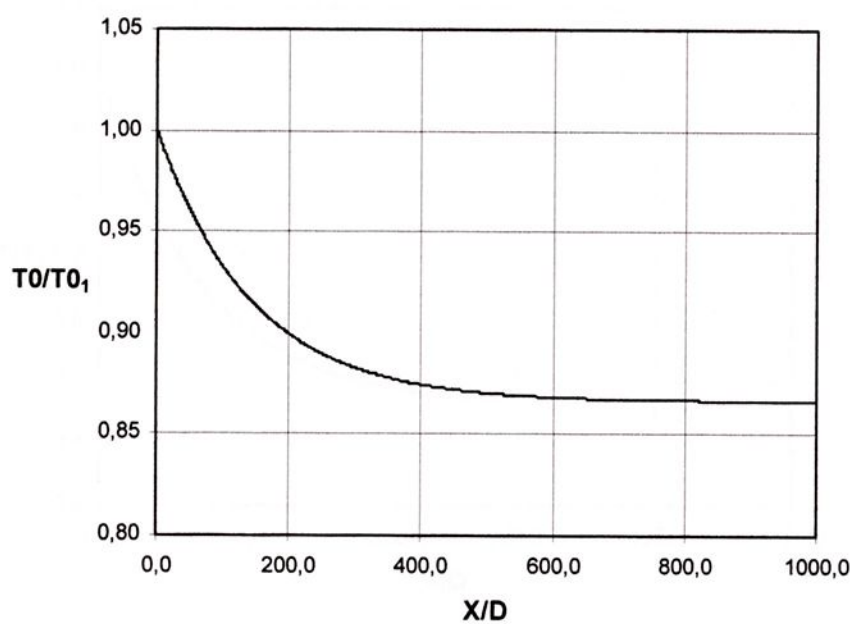


Vapor d'água : T_p constante ($T_p/T = 0,87$)

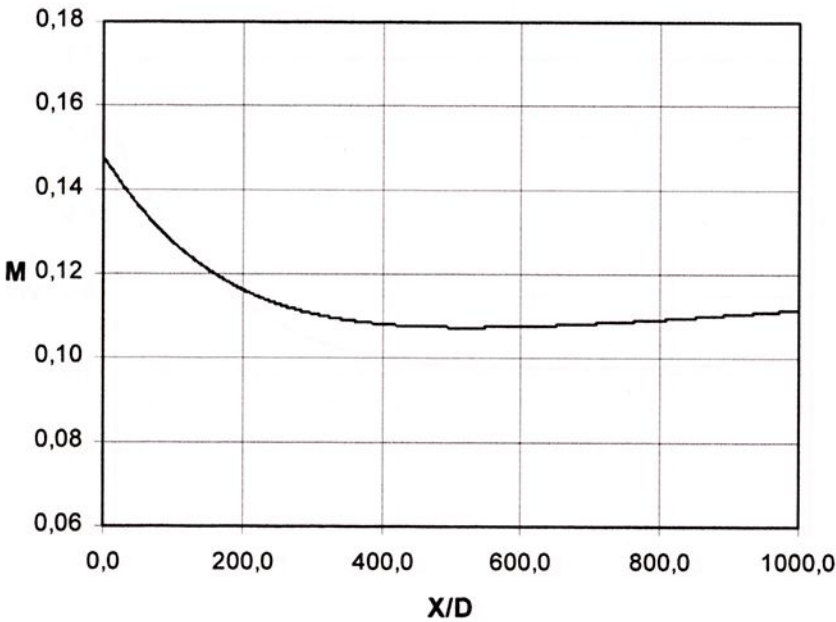
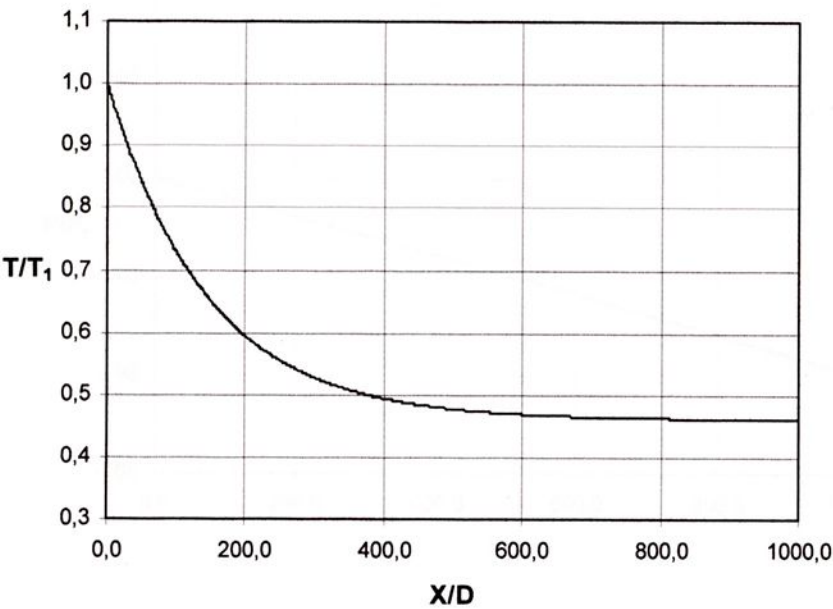


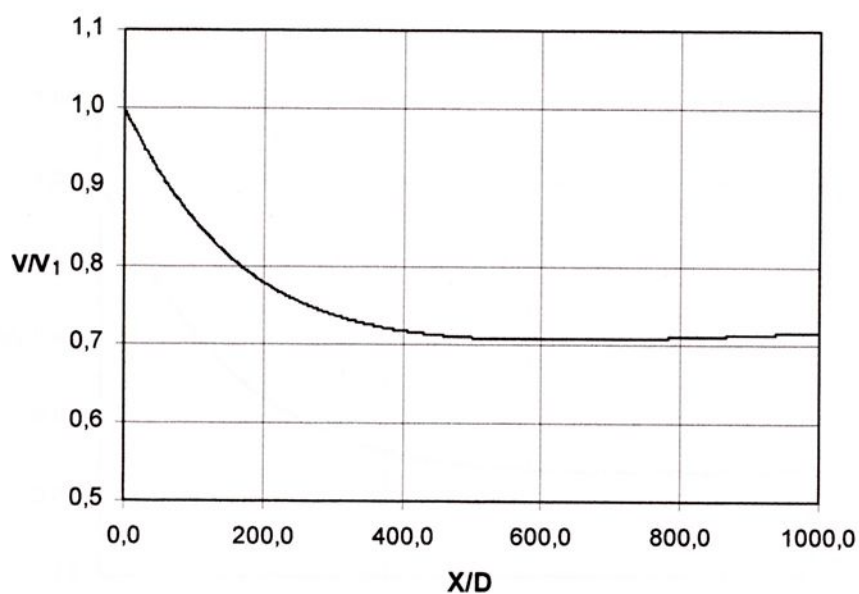
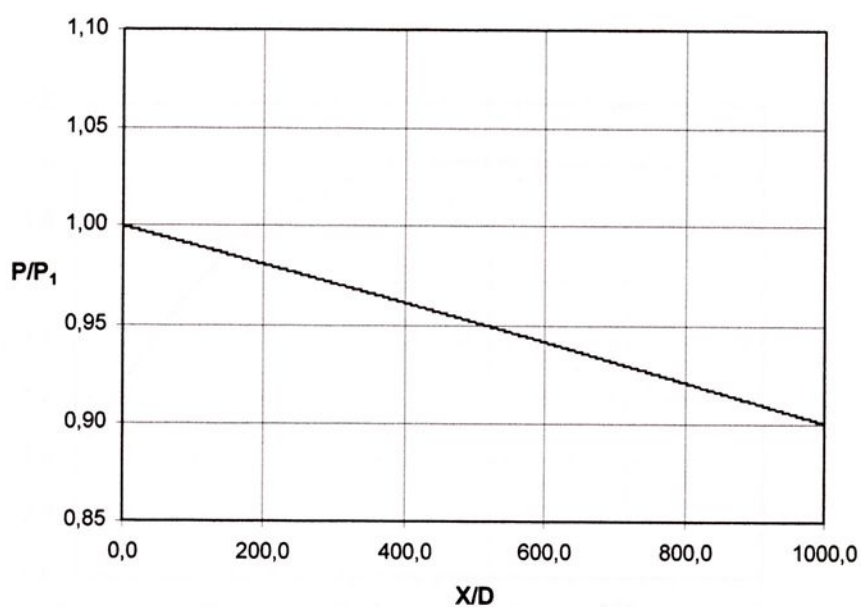


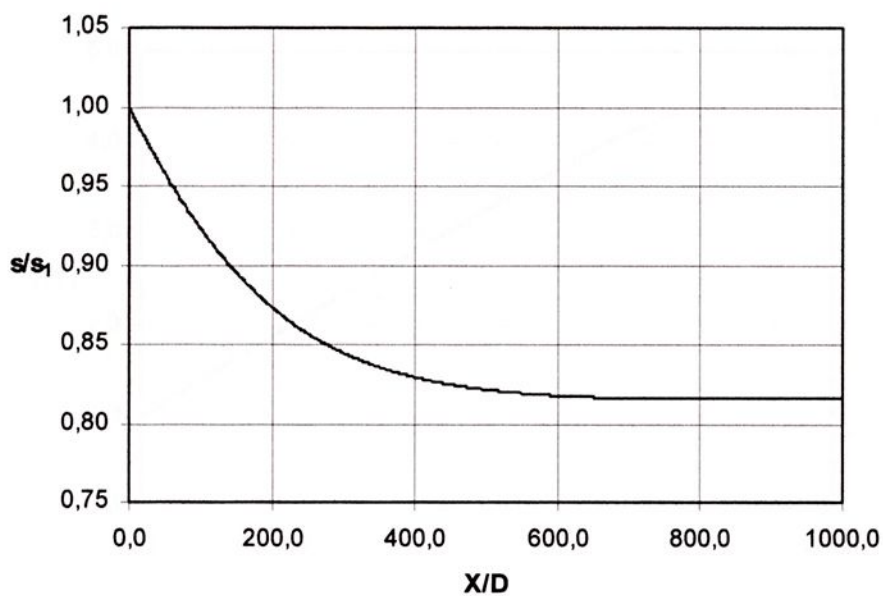
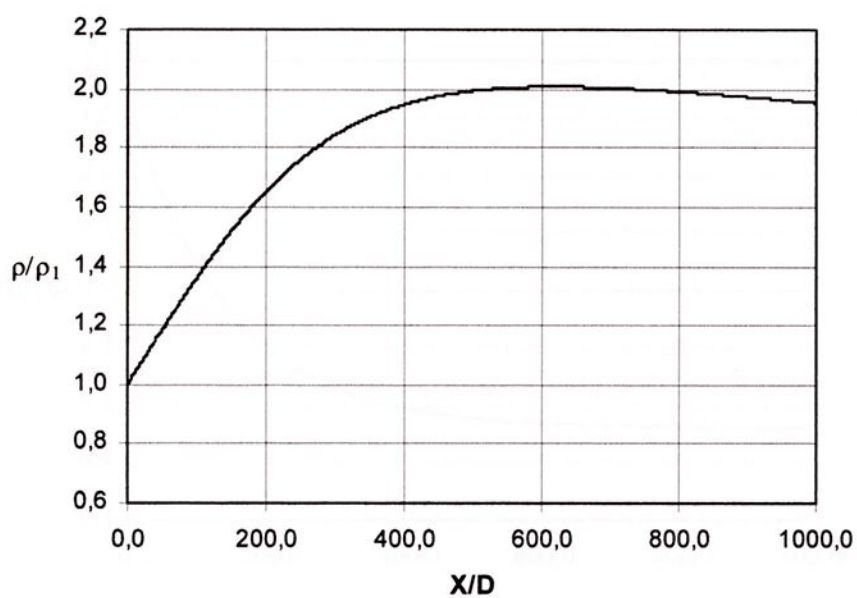


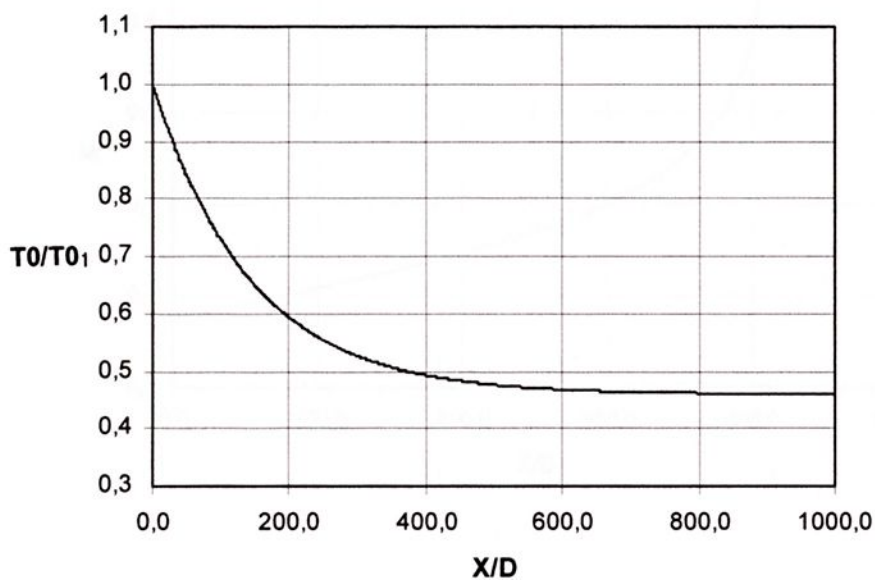


Vapor d'água : T_p constante ($T_p/T = 0,46$)

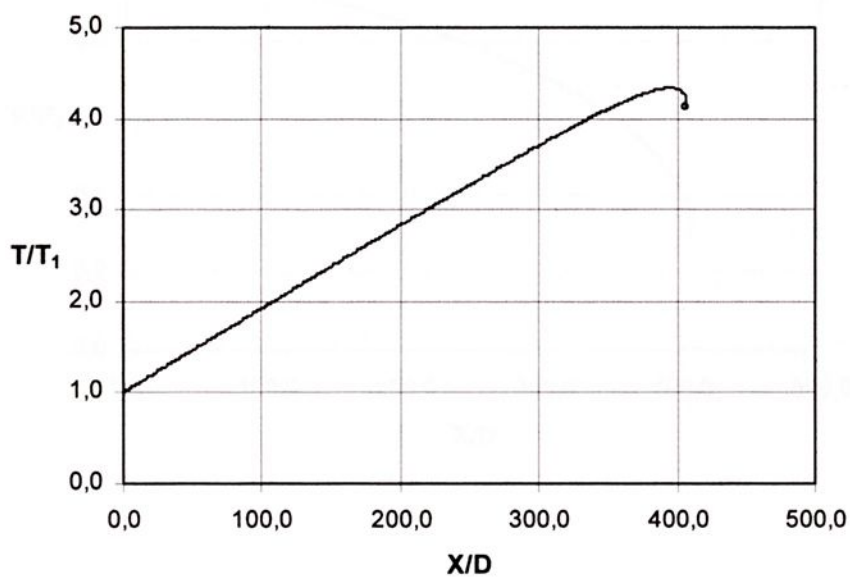


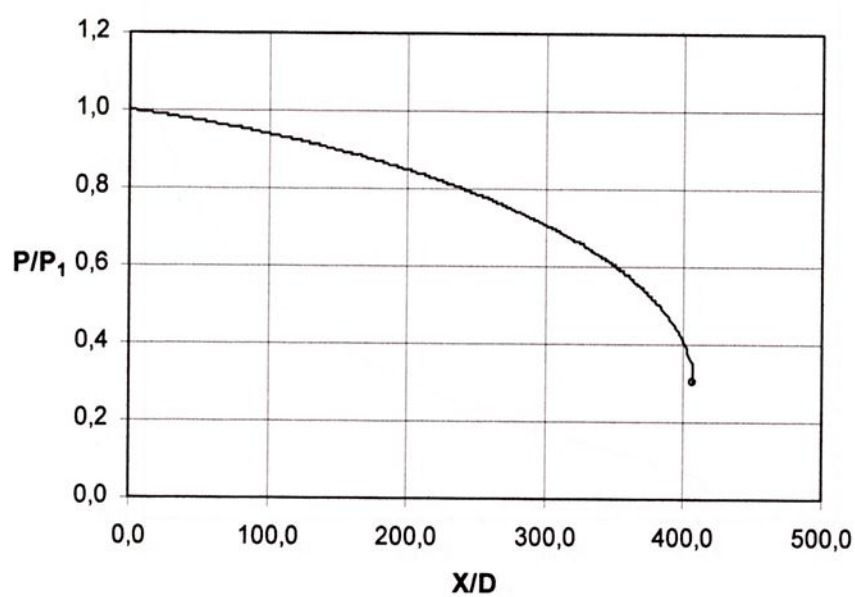
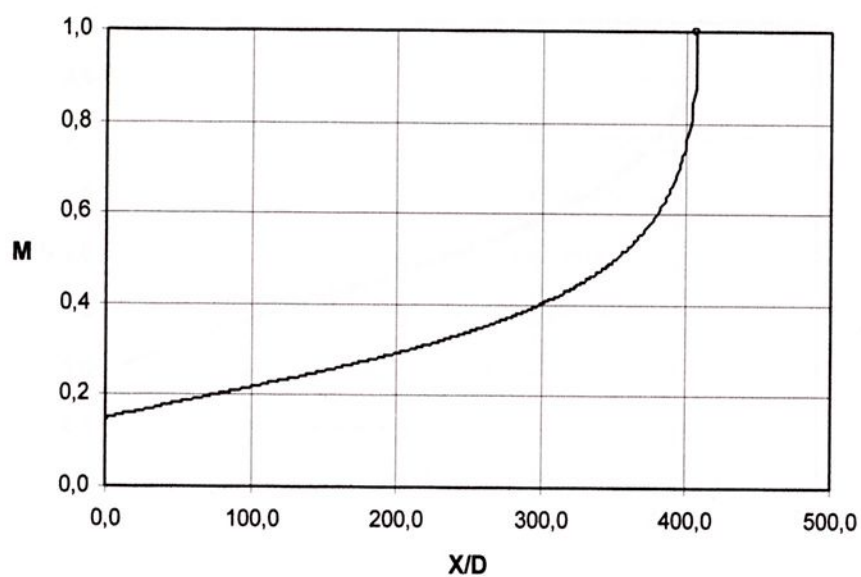


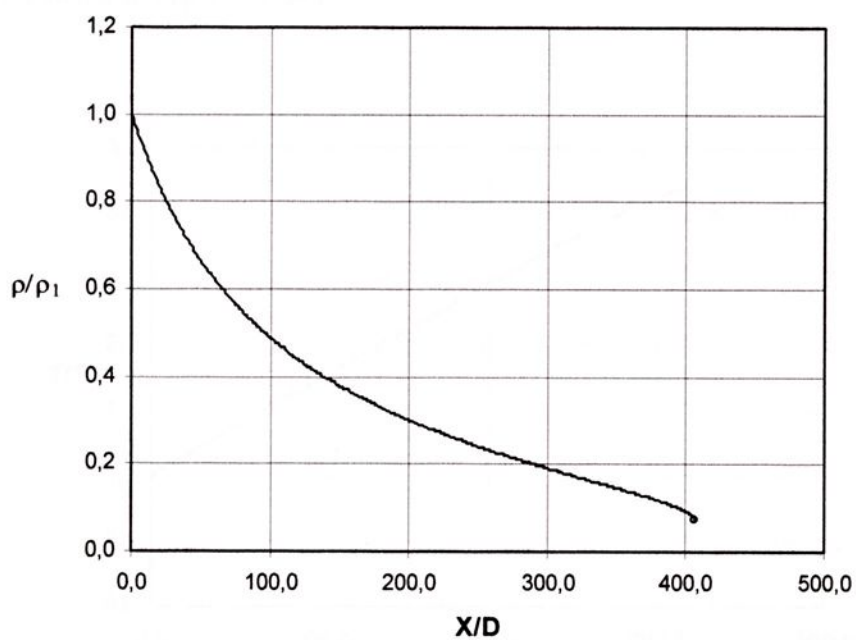
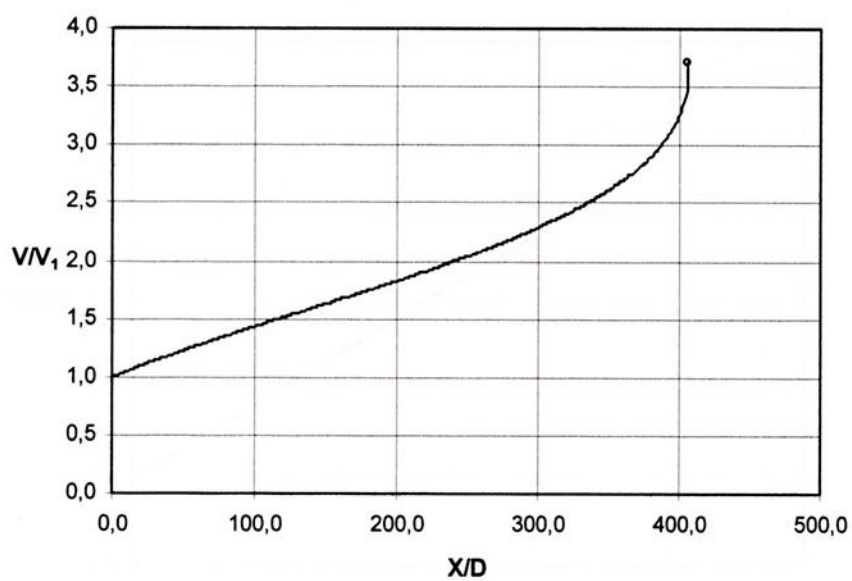


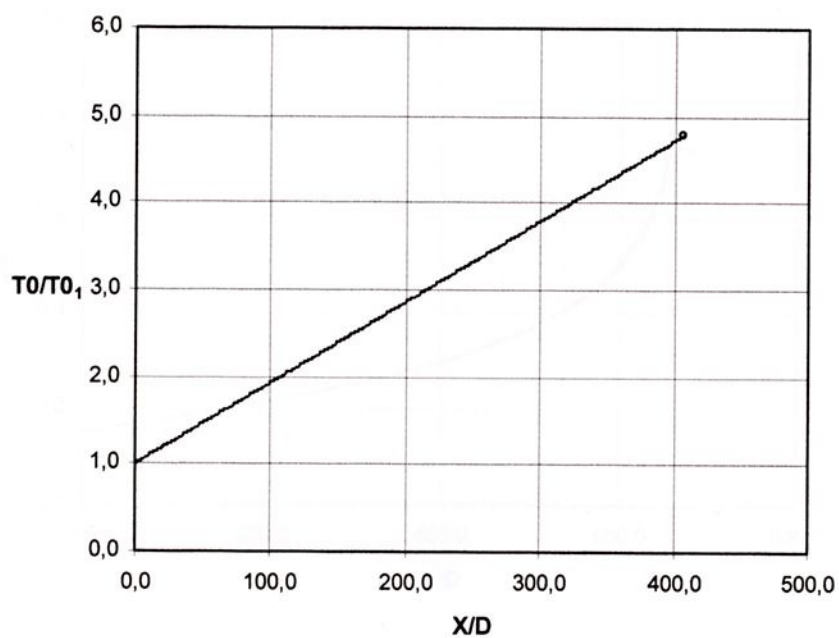


Vapor d'água : Q constante ($T_p/T = 2,34$)

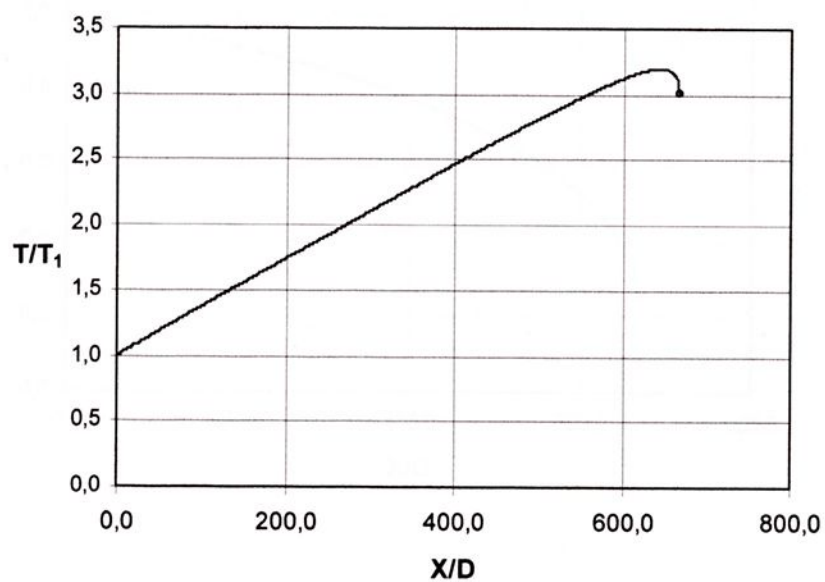


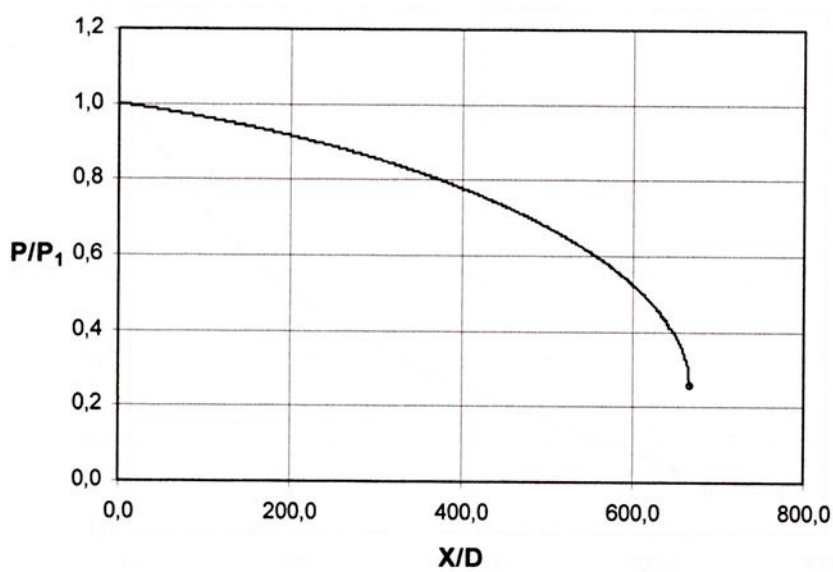
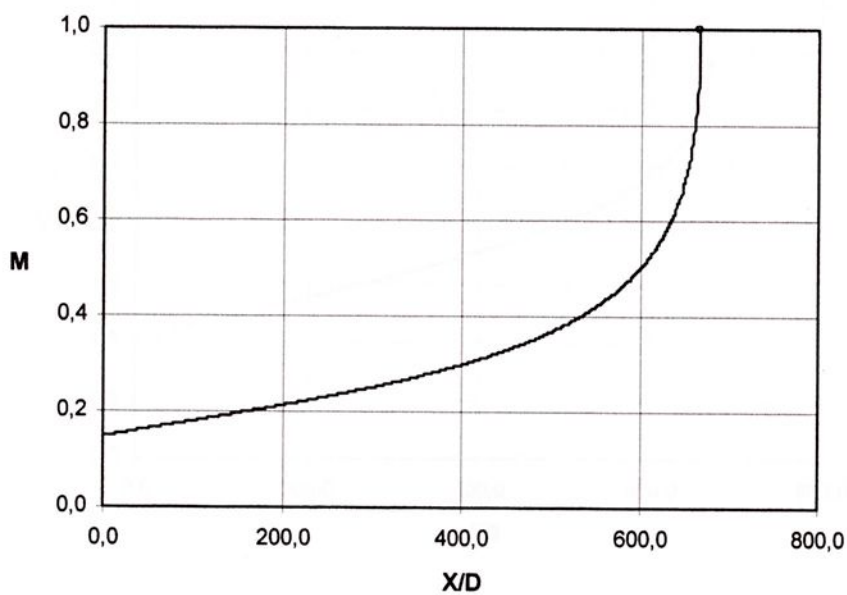


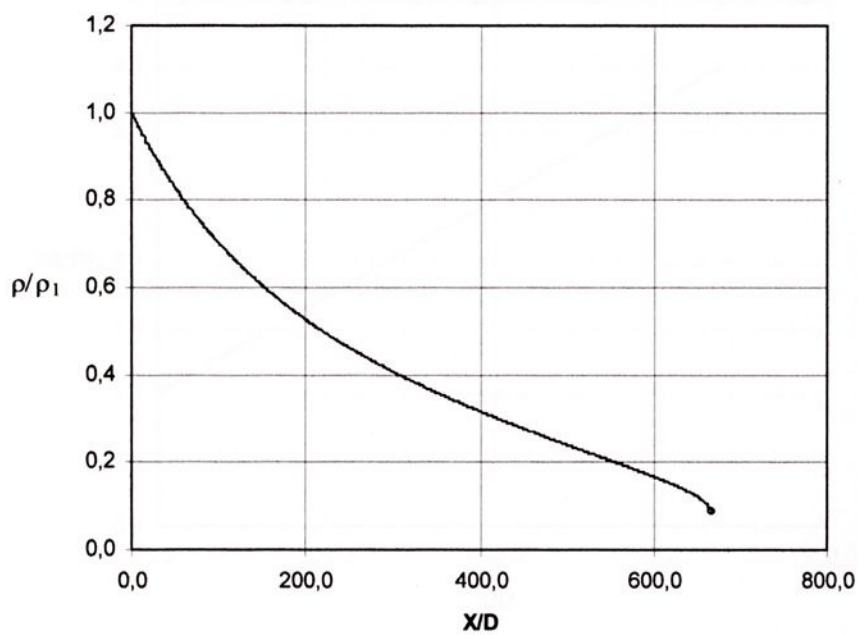
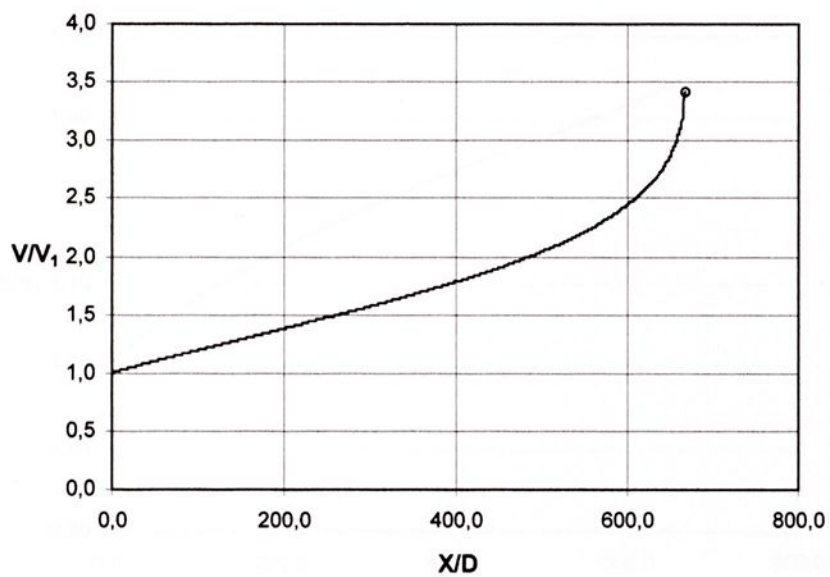


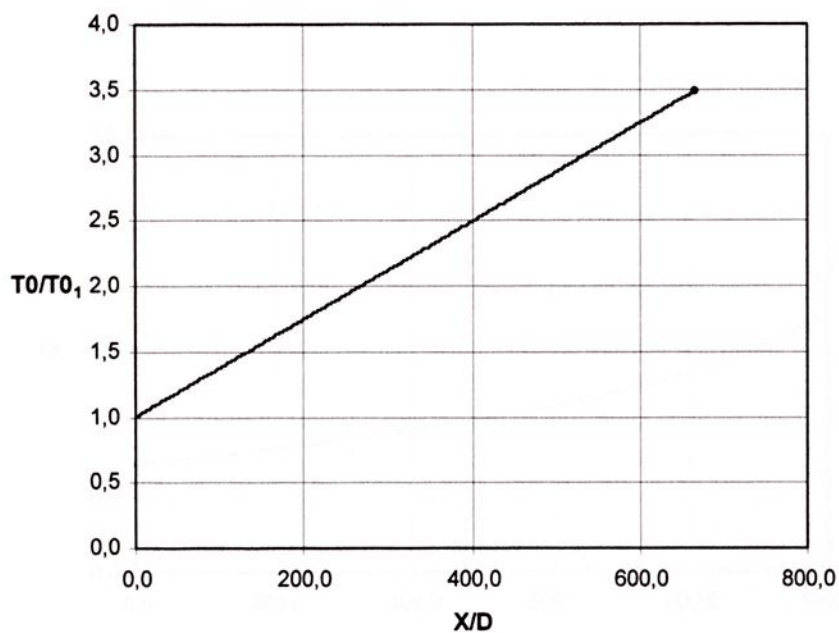
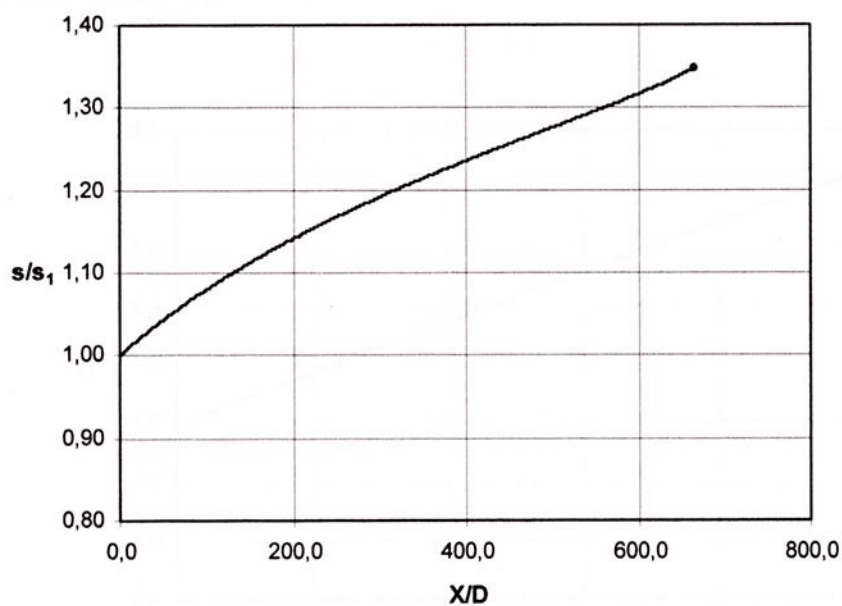


Vapor d'água : Q constante ($T_p/T = 1,54$)

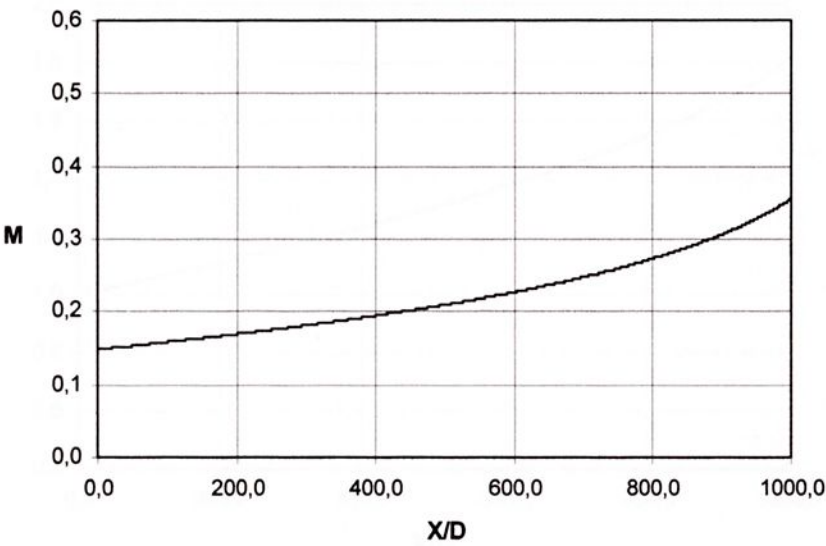
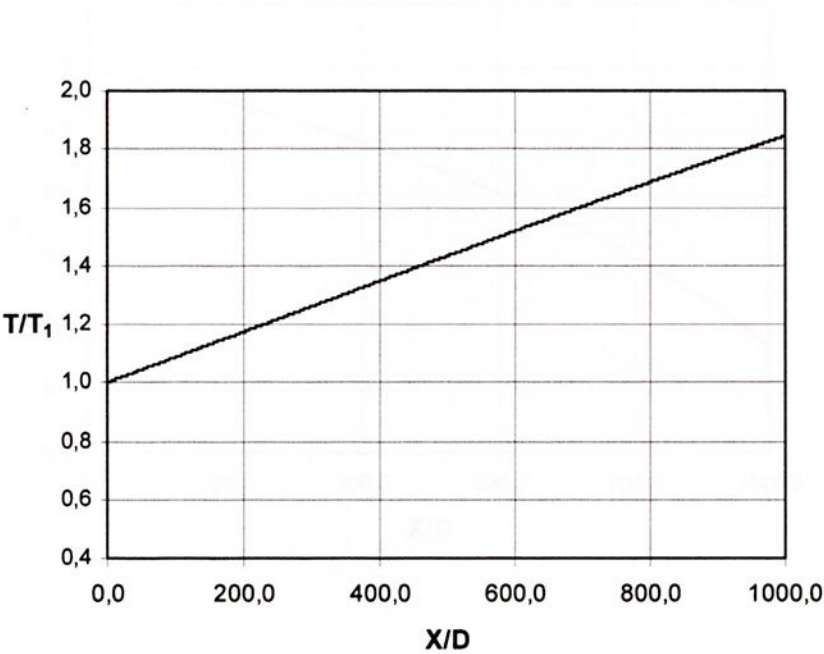


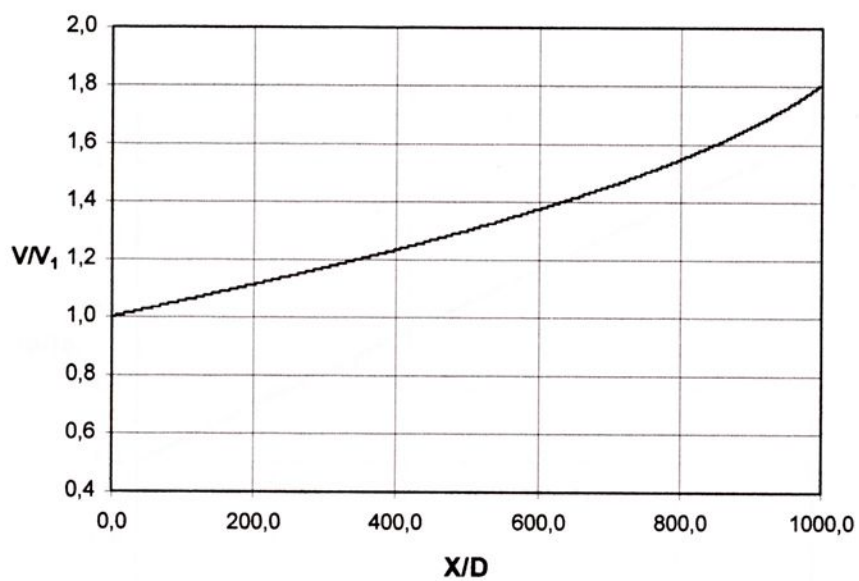
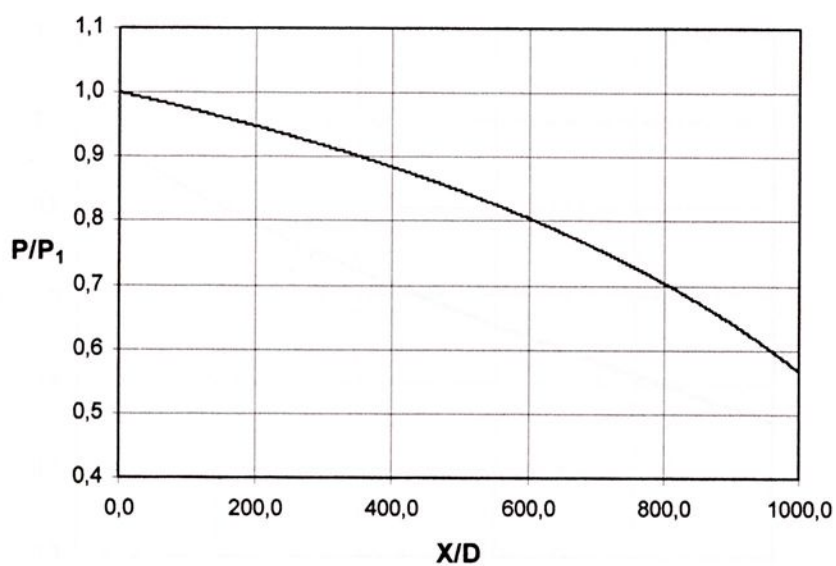


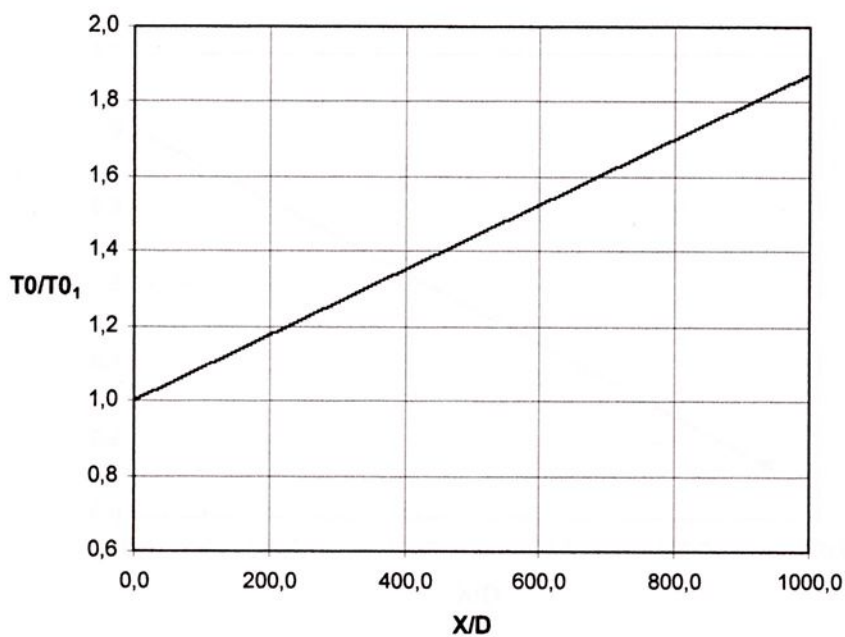
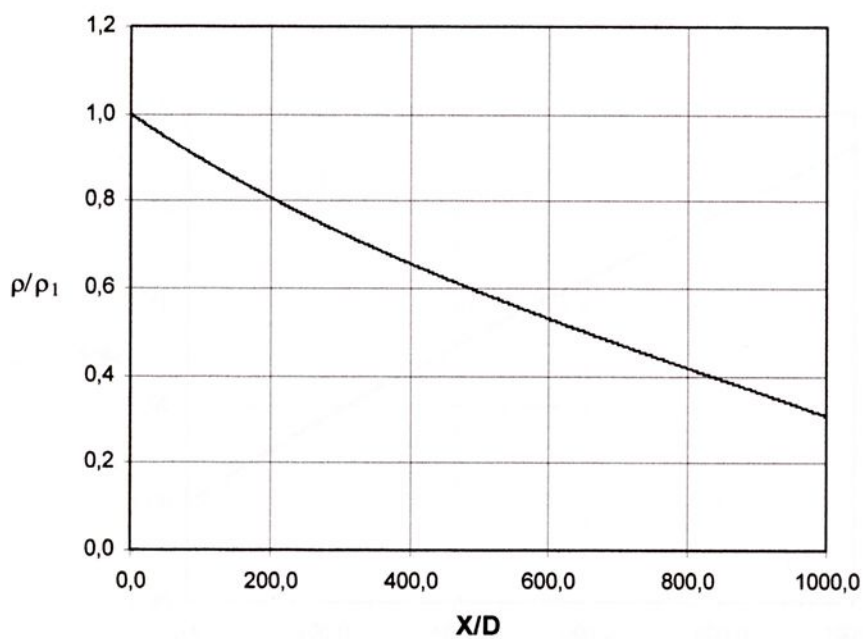


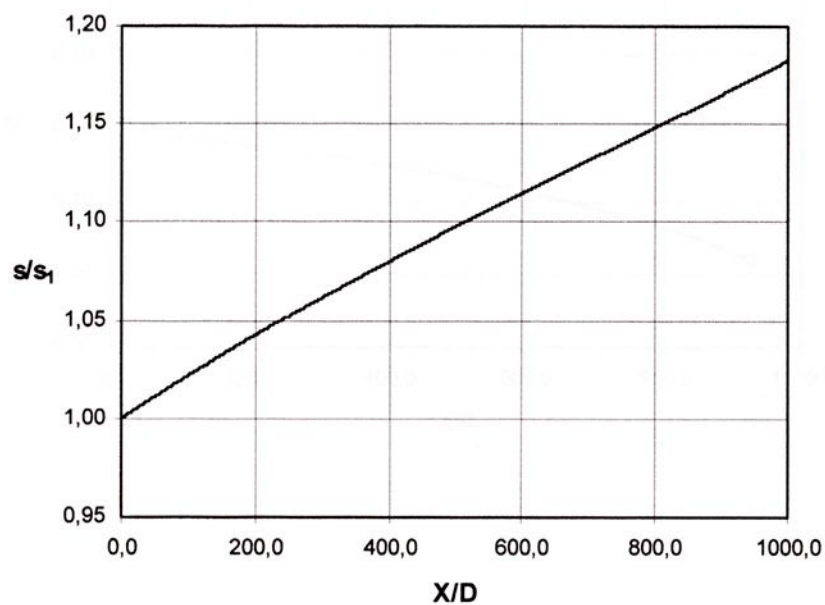


Vapor d'água : Q constante ($T_p/T = 1,13$)

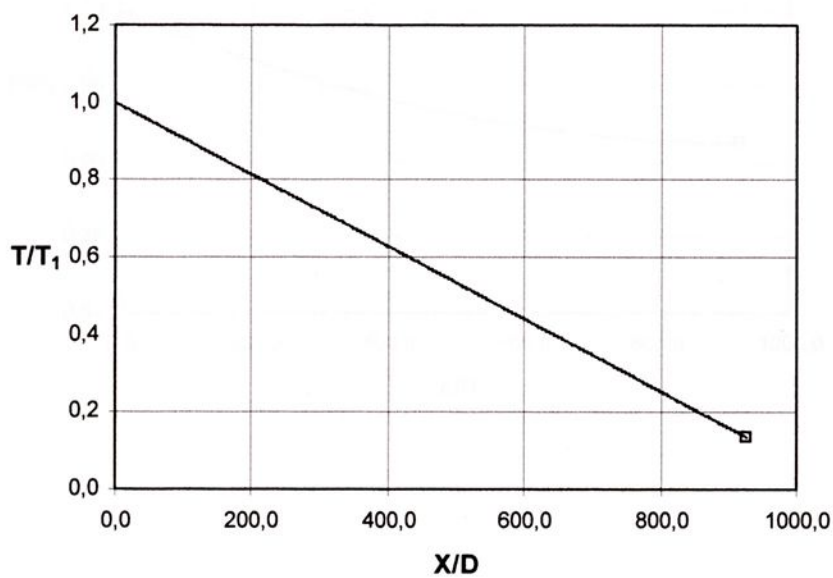


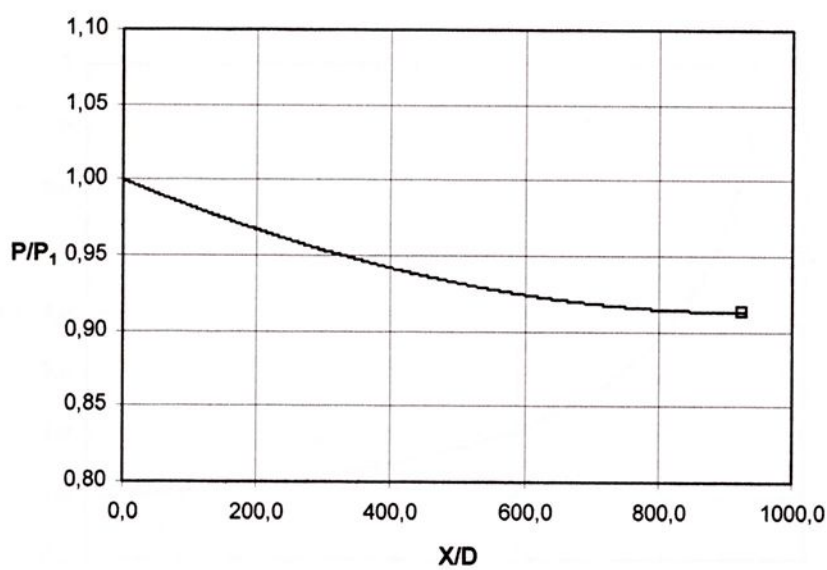
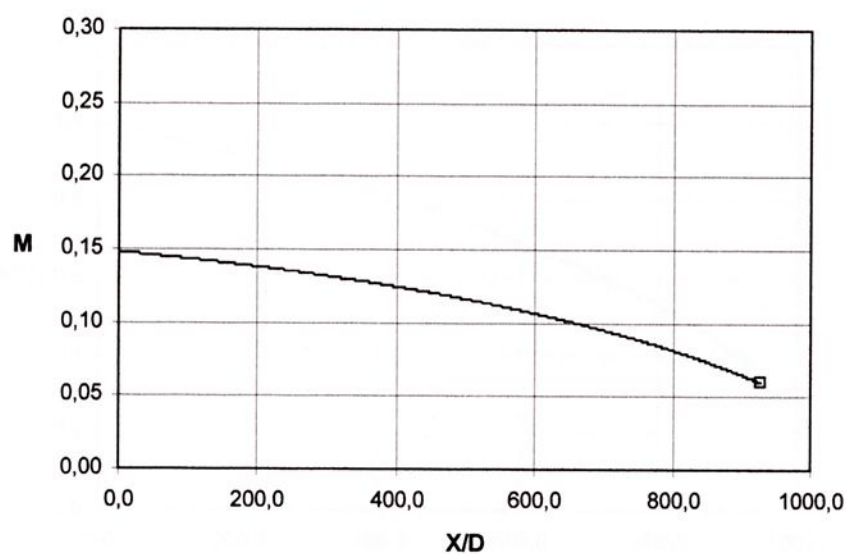


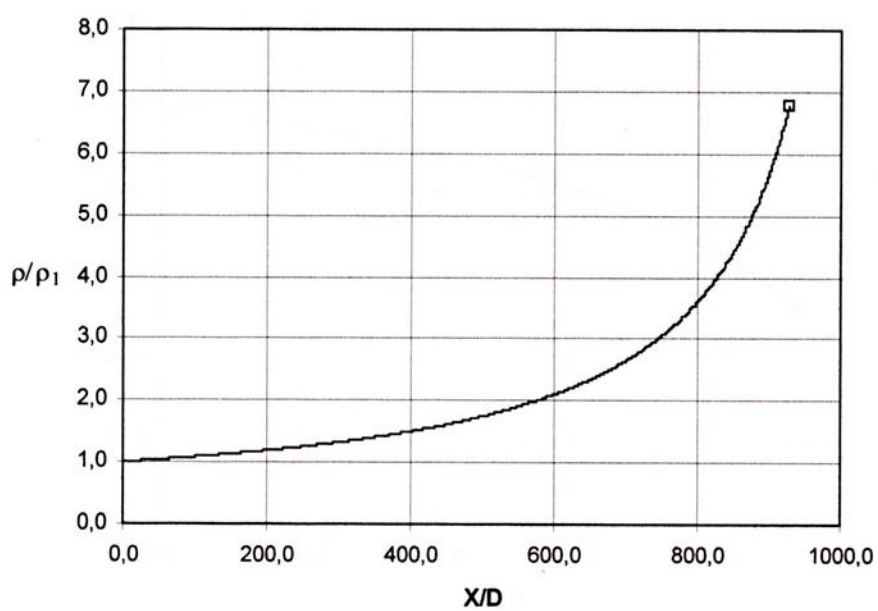
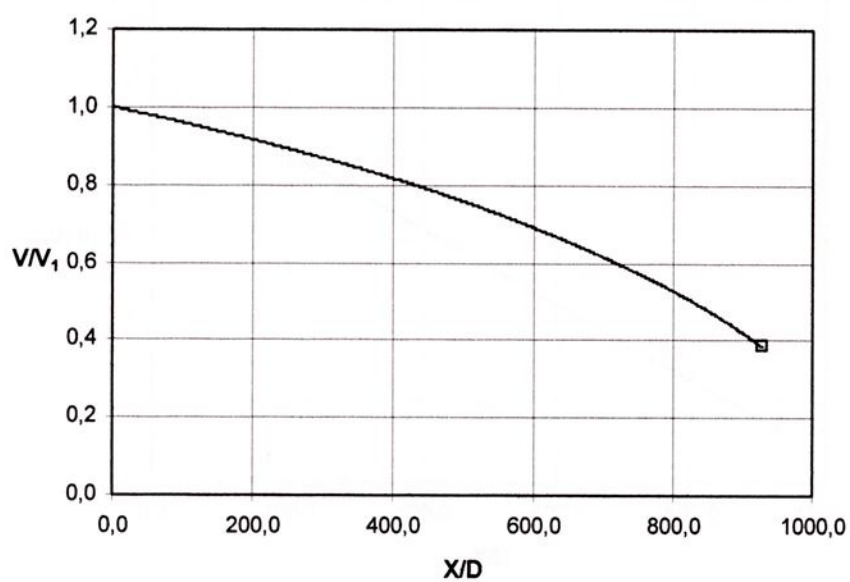


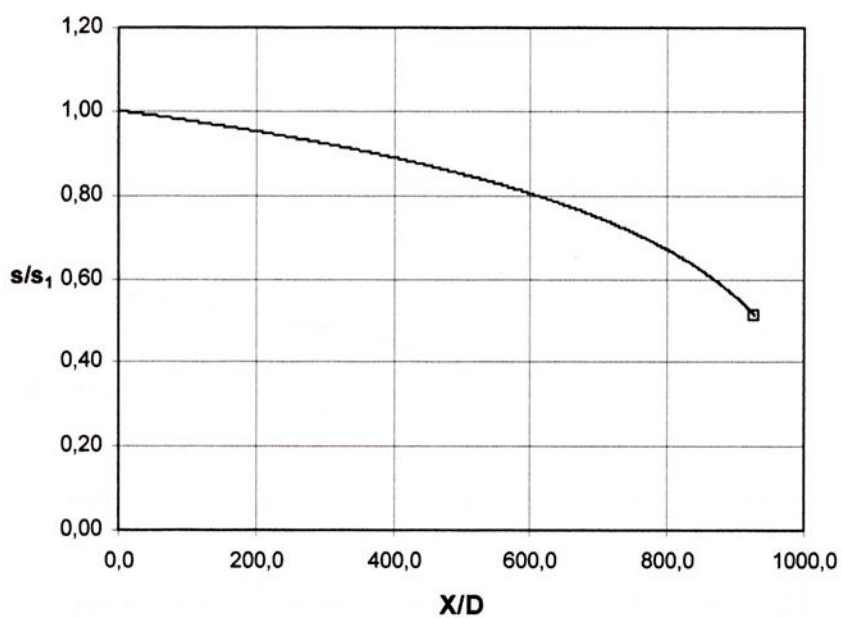
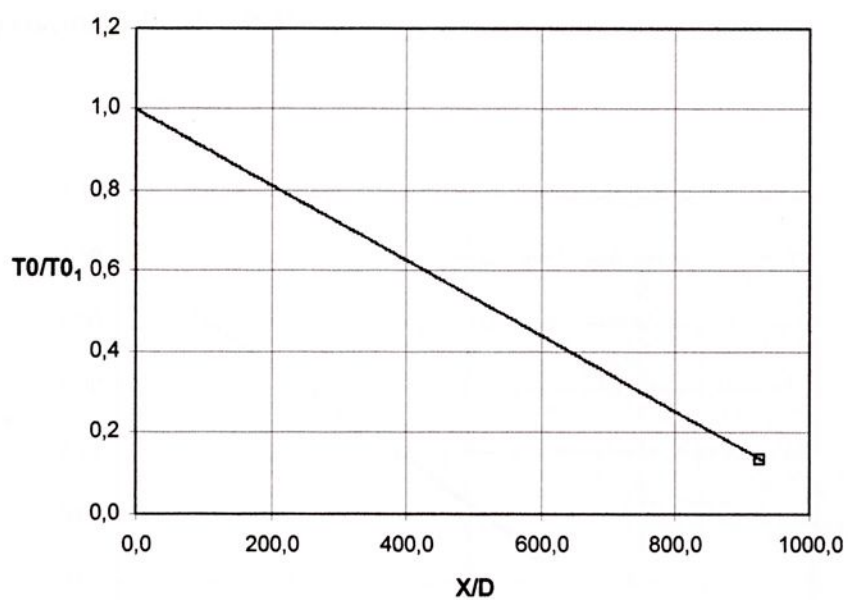


Vapor d'água : Q constante ($T_p/T = 0,87$)

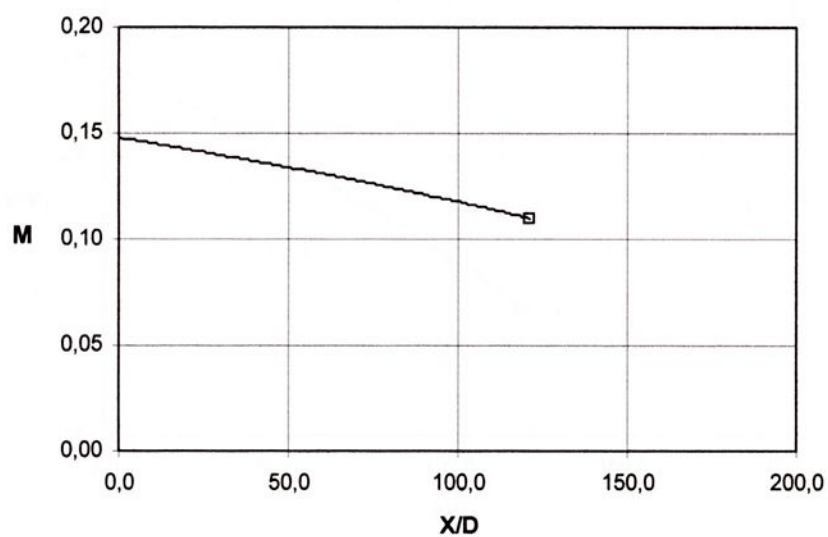
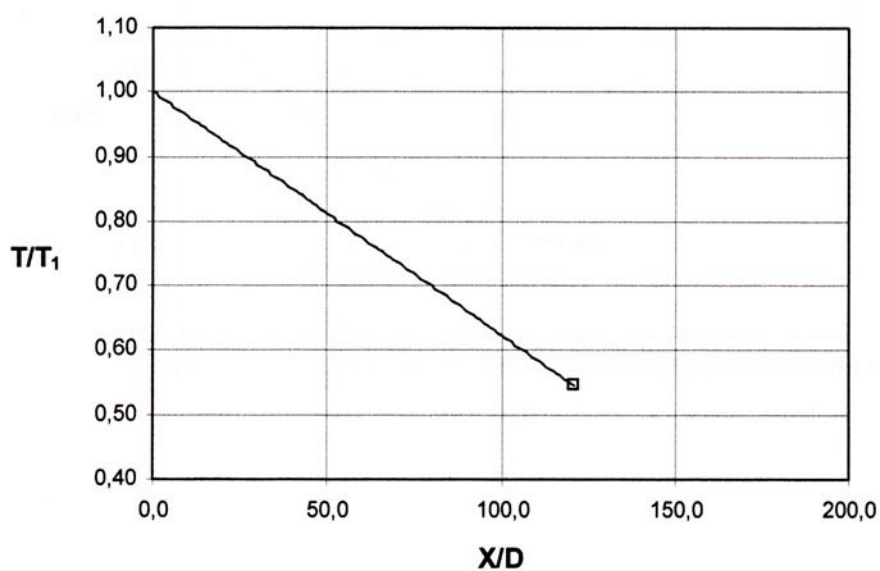


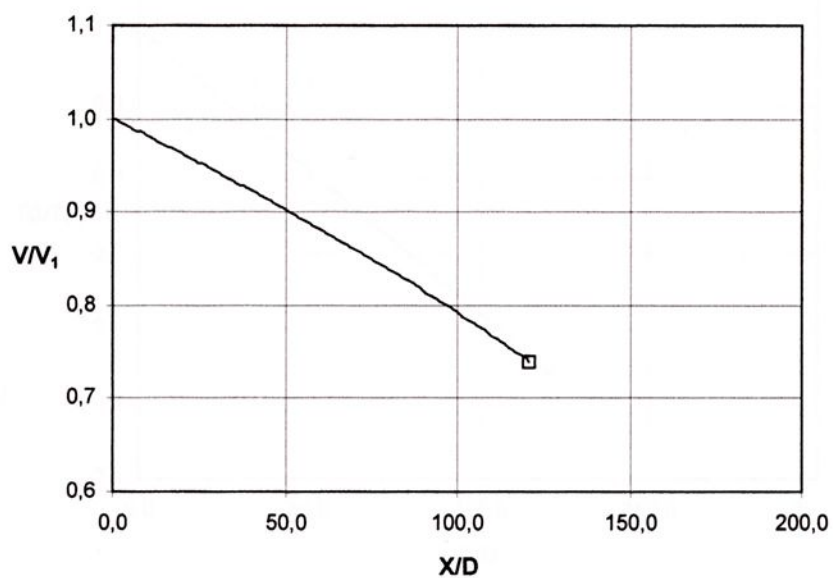
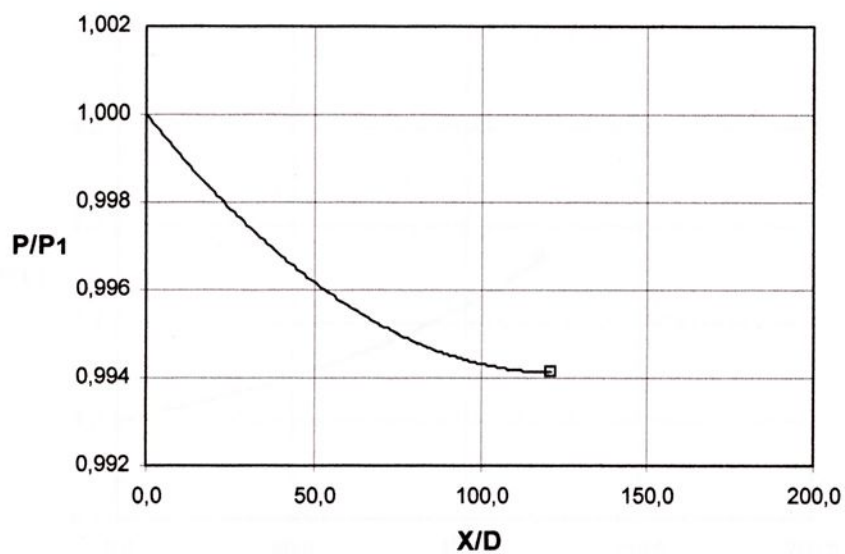


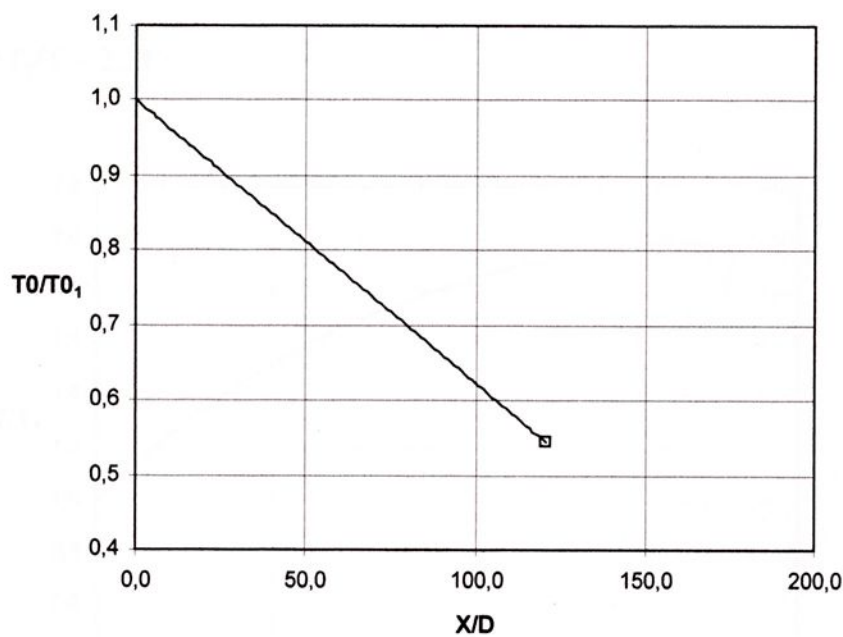
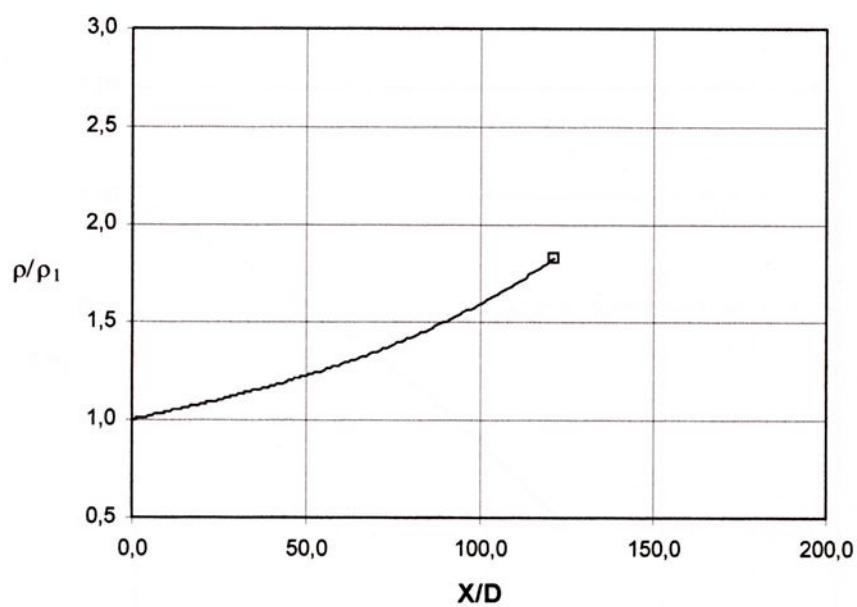


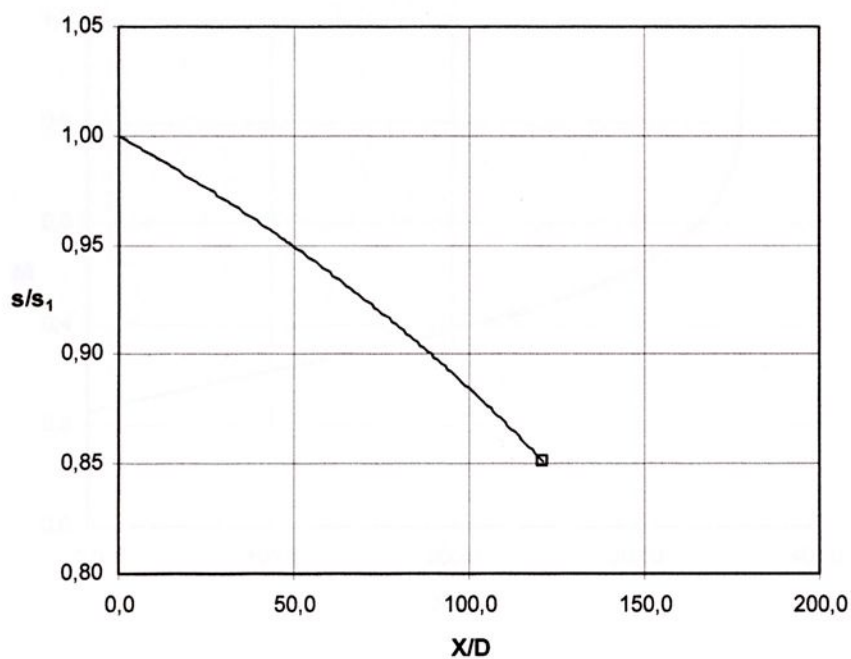


Vapor d'água : Q constante ($T_p/T = 0,46$)

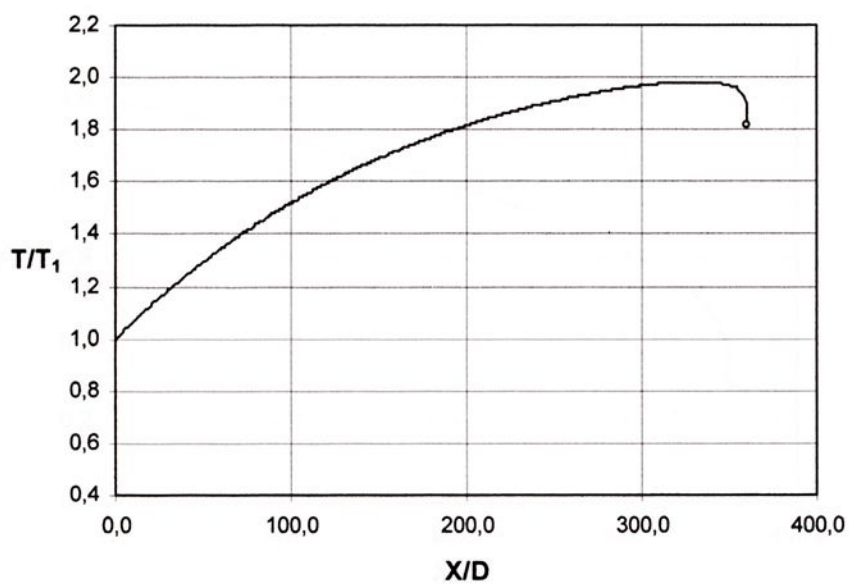


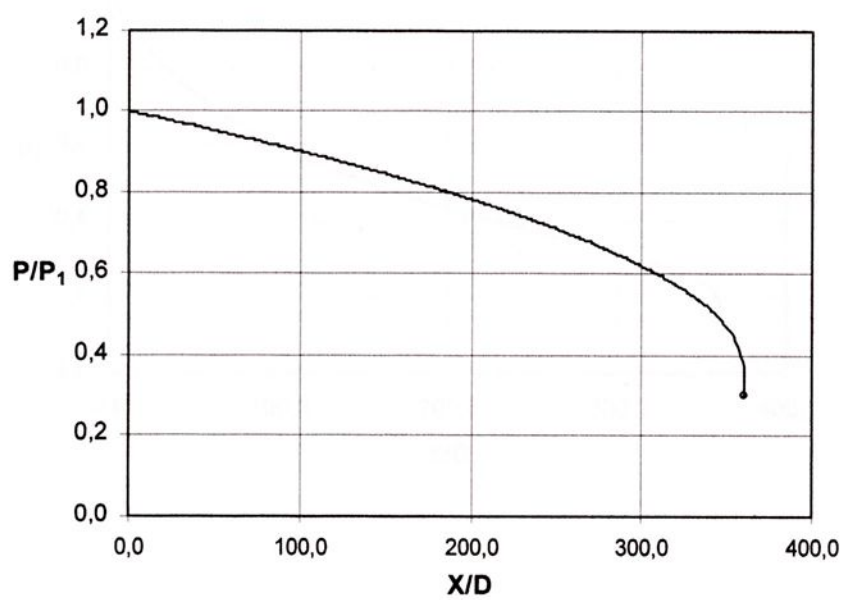
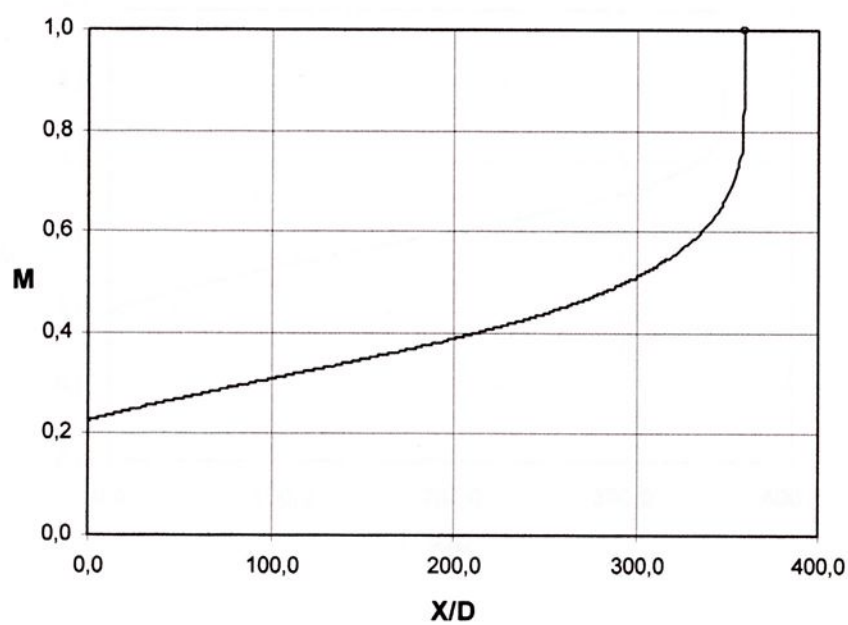


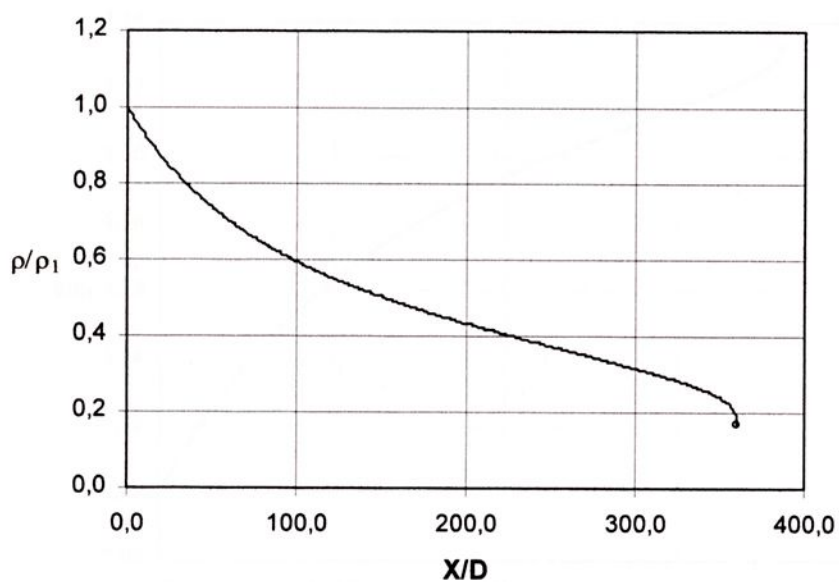
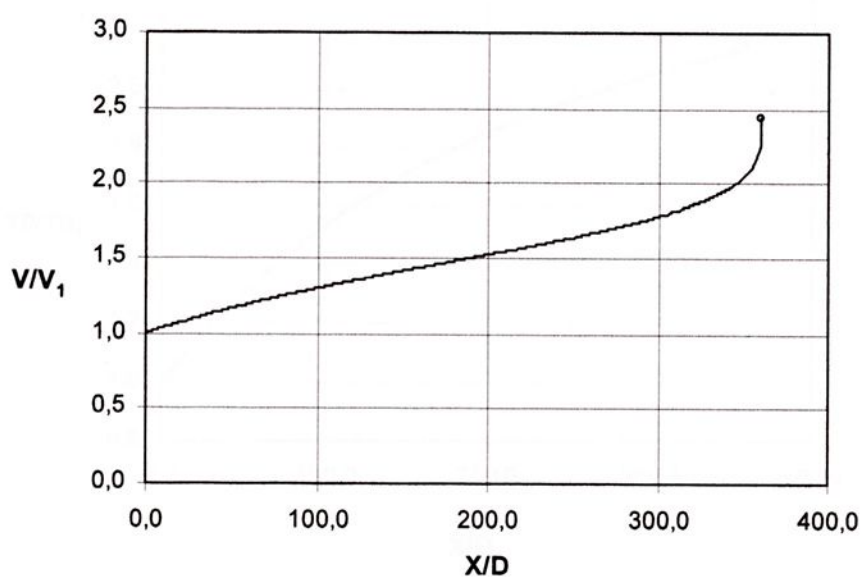


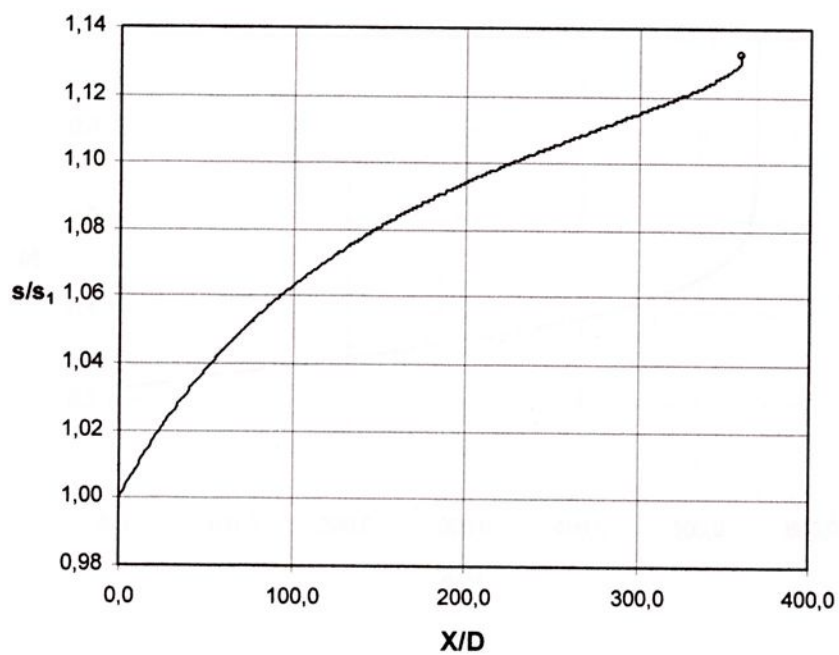
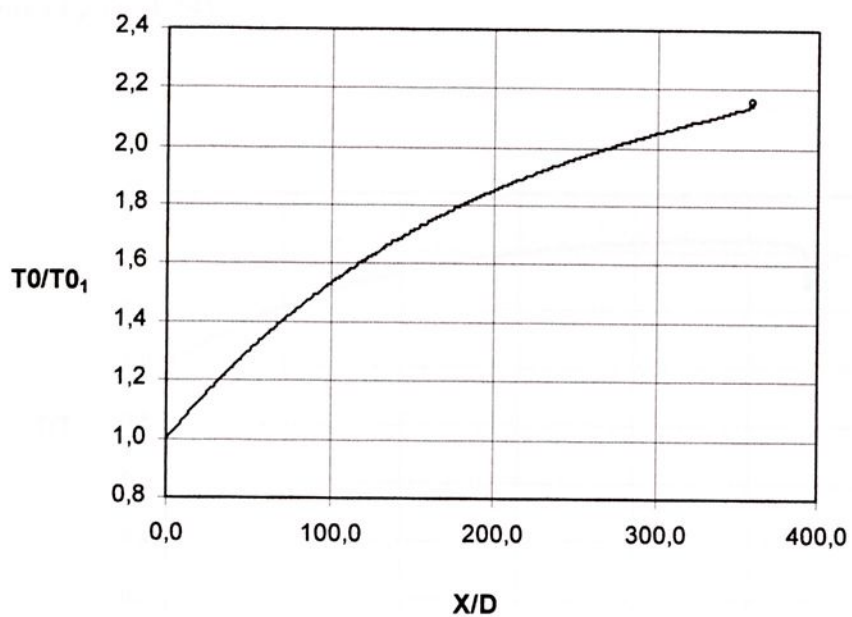


Ar : T_p constante ($T_p/T = 2,34$)

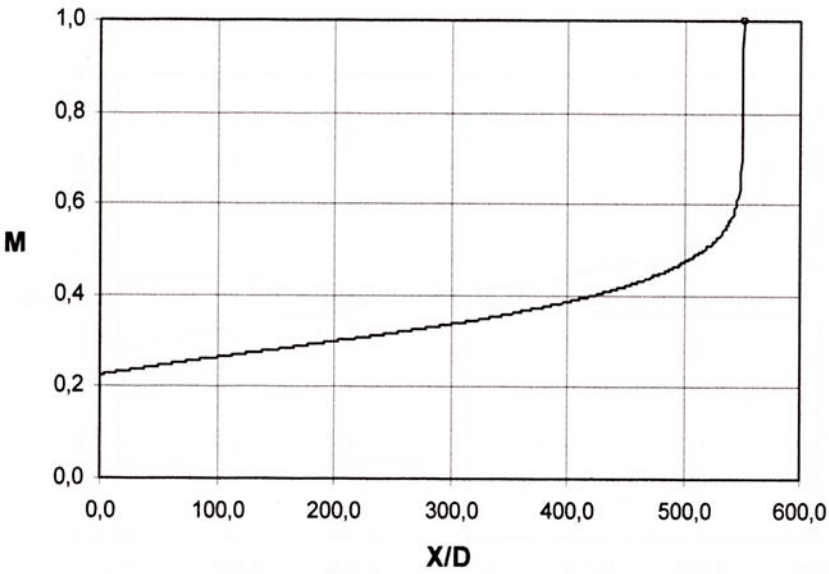
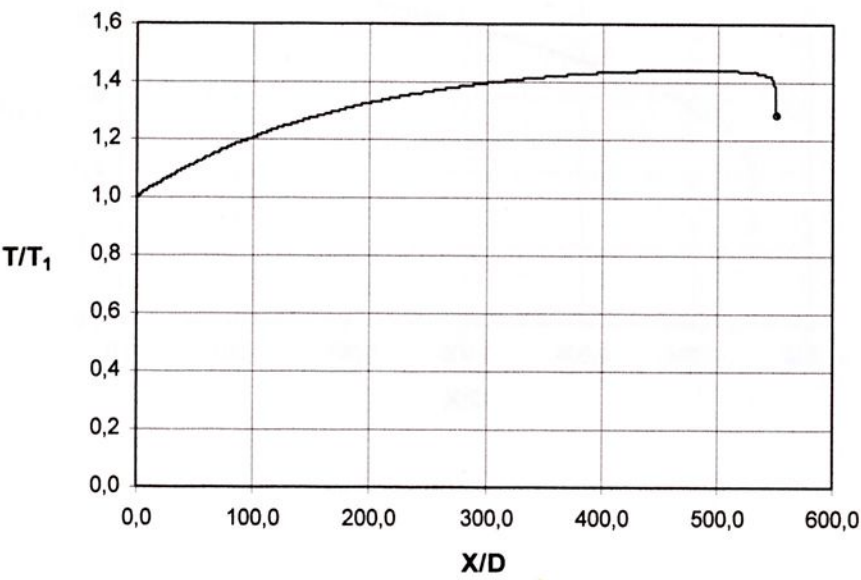


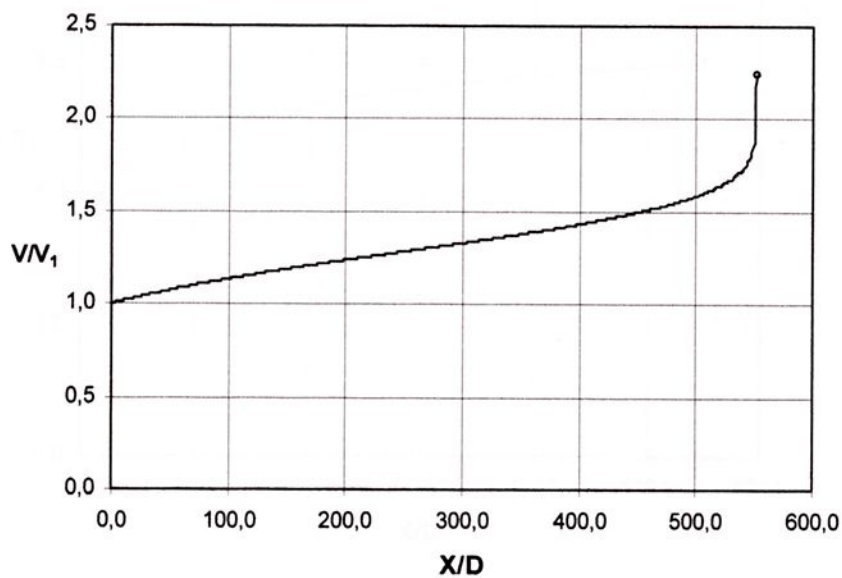
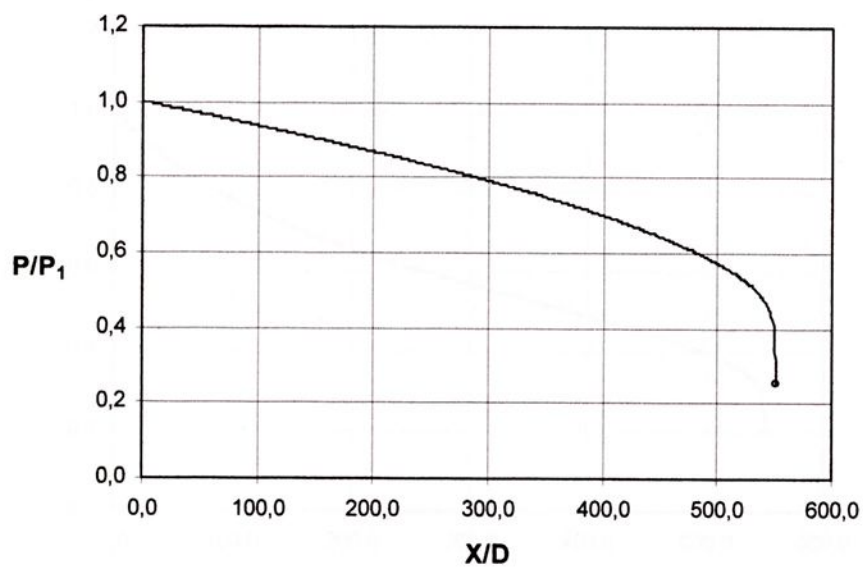


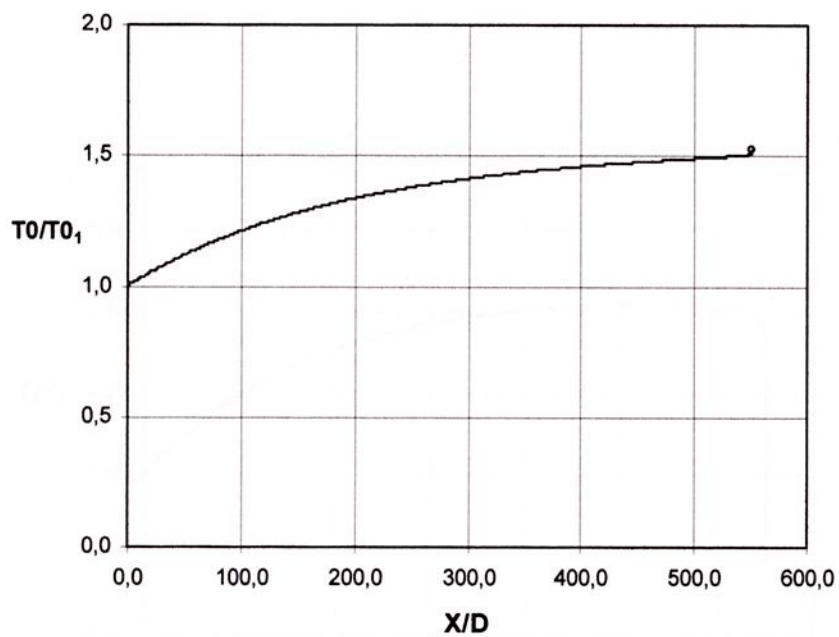
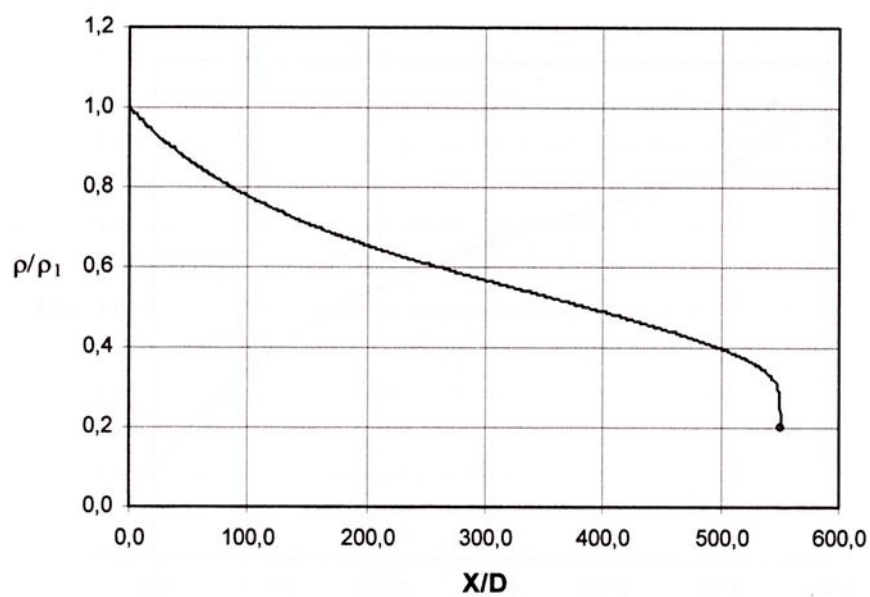


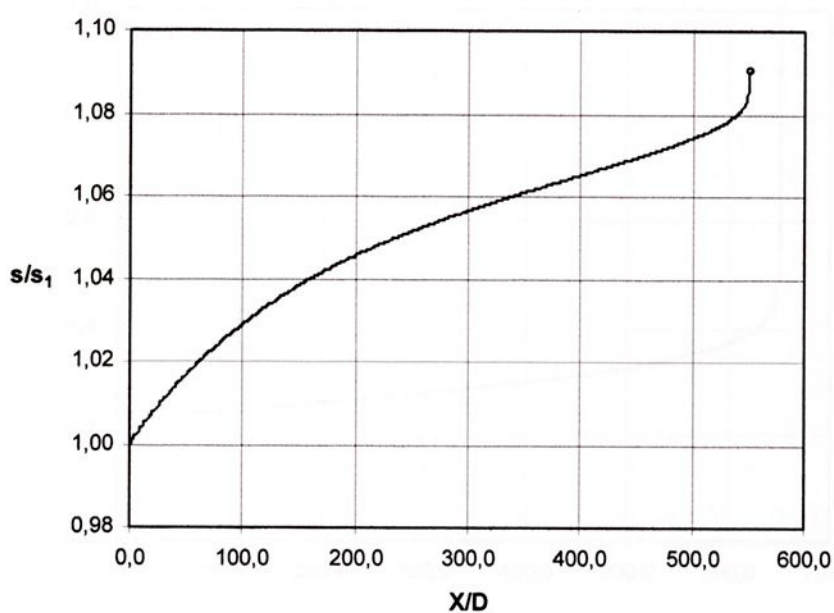


Ar : T_p constante ($T_p/T = 1,54$)

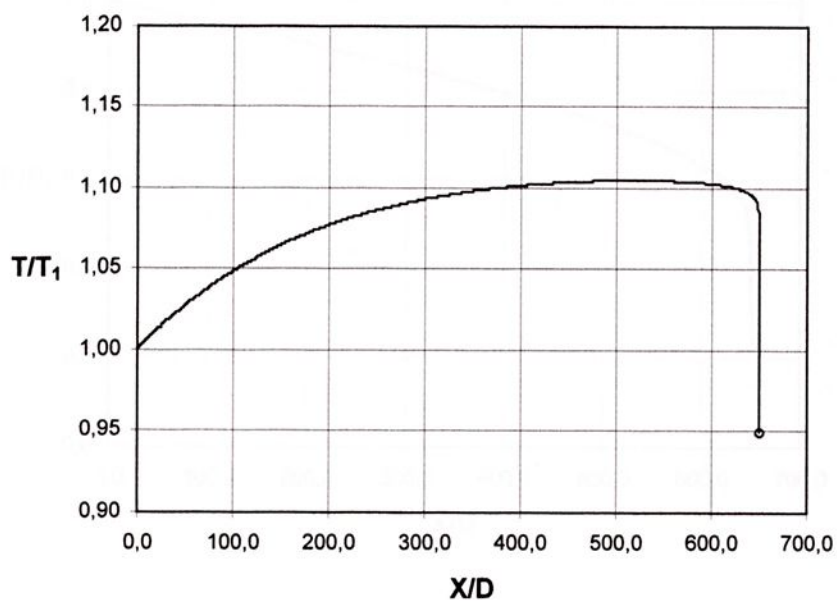


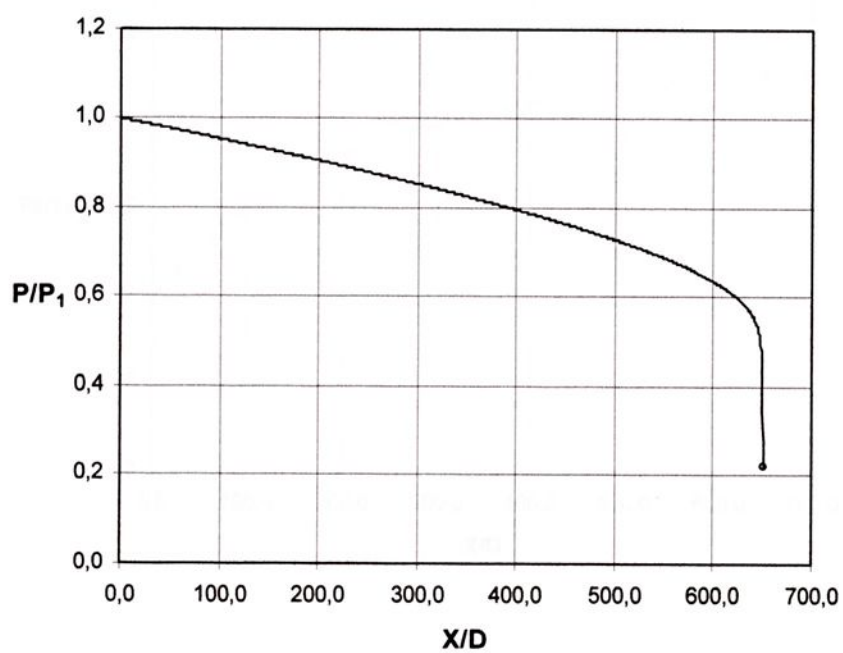
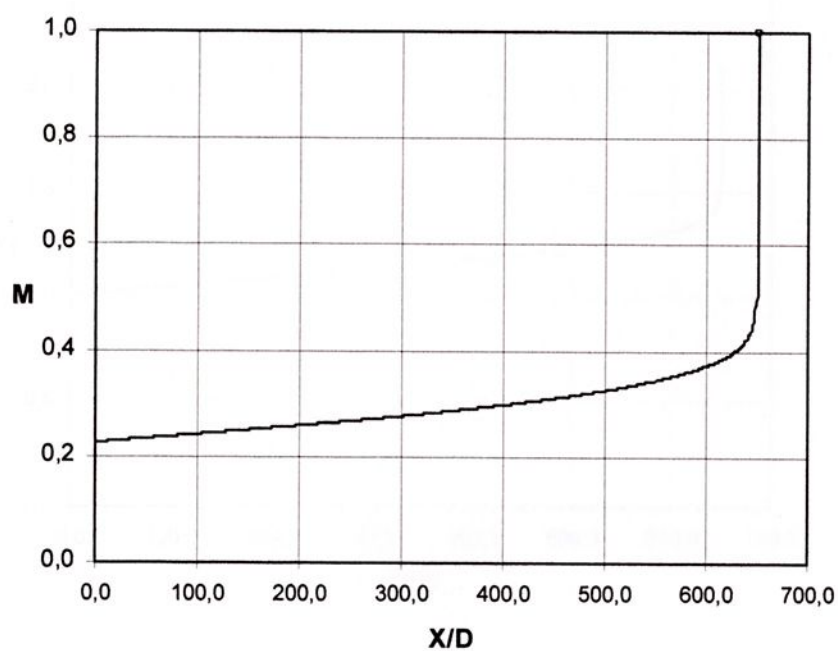


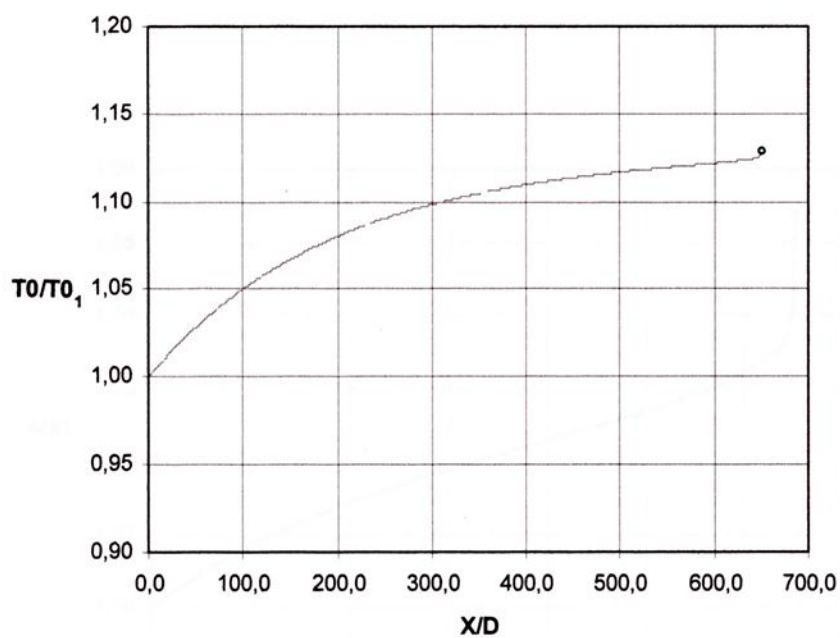
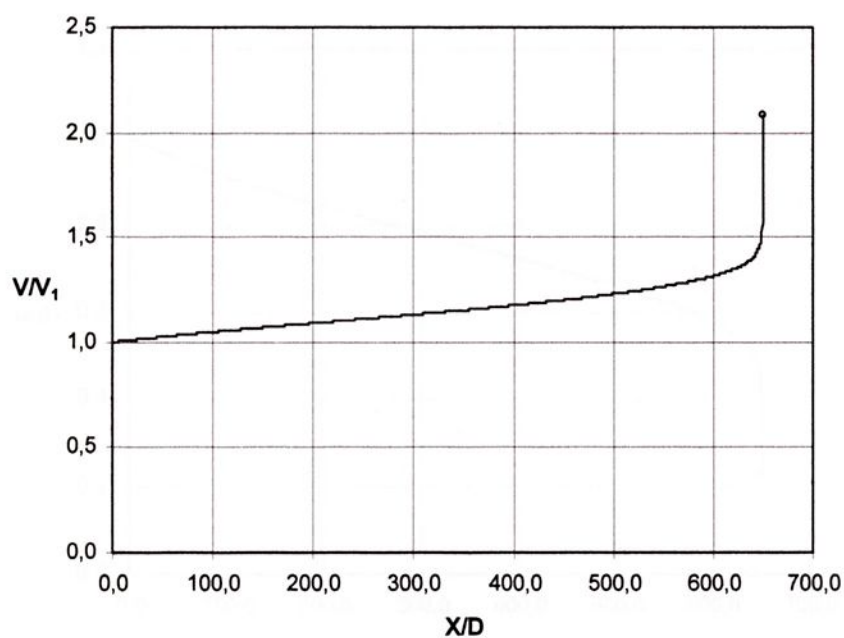


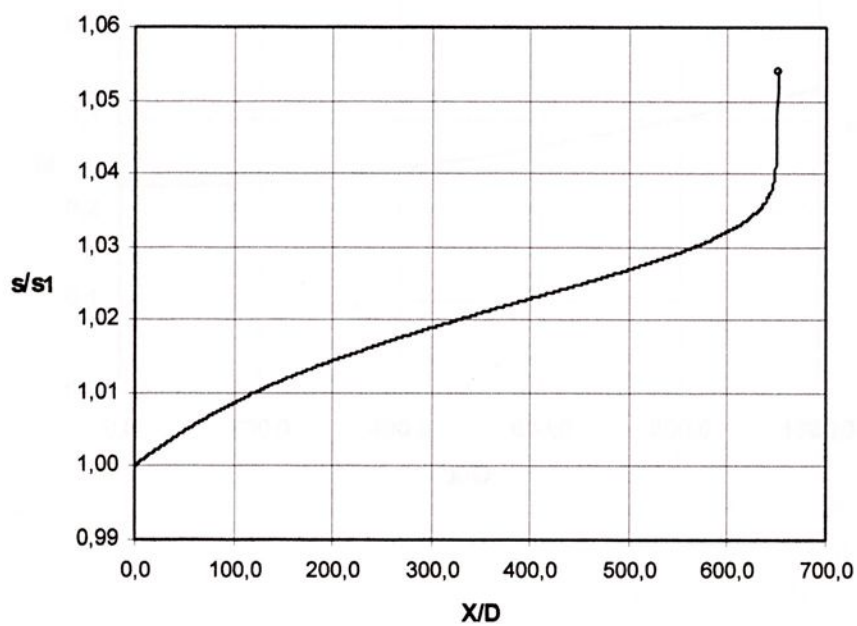
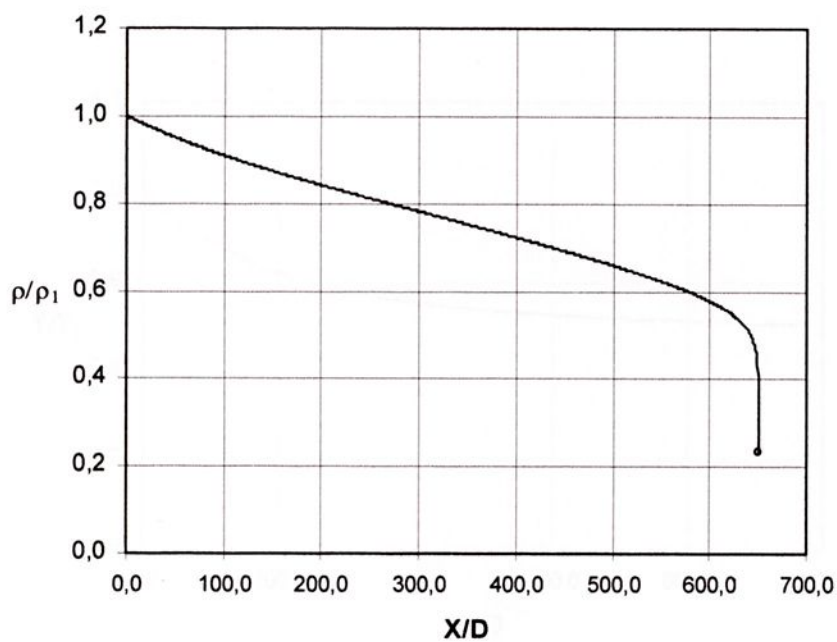


Ar : T_p constante ($T_p/T = 1,13$)

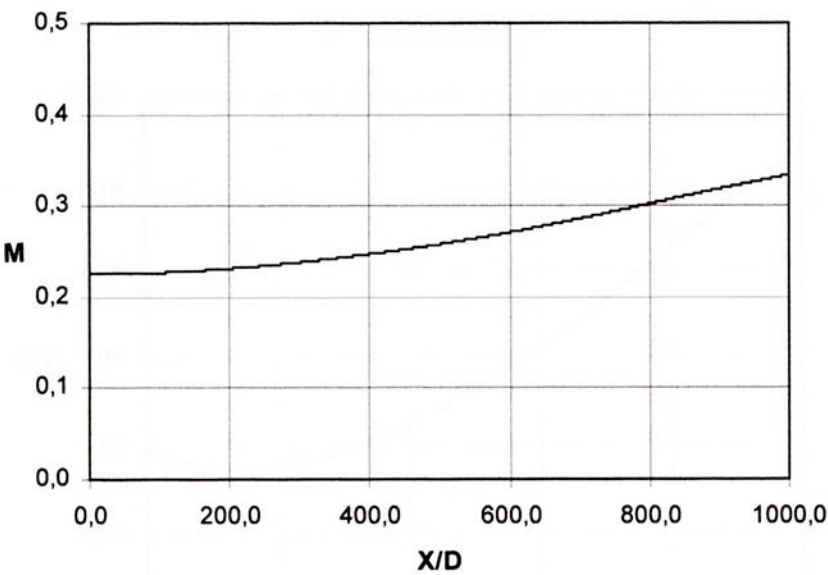
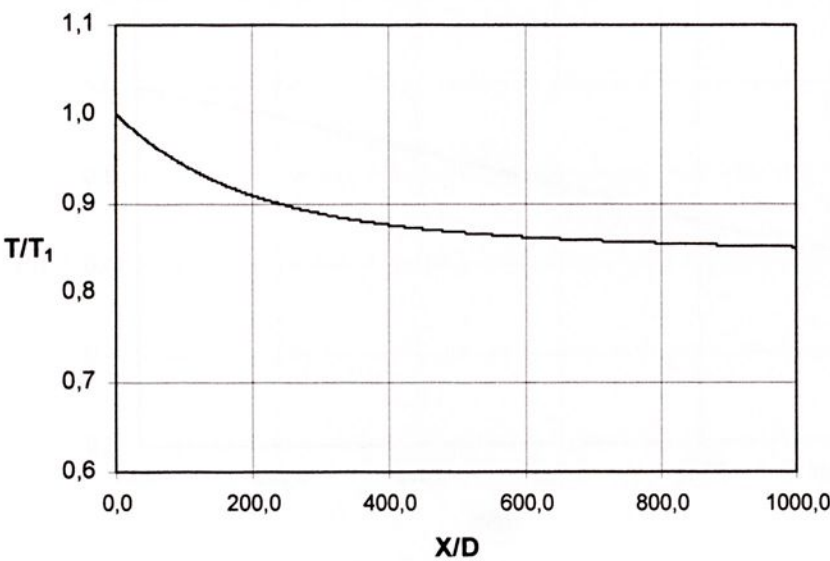


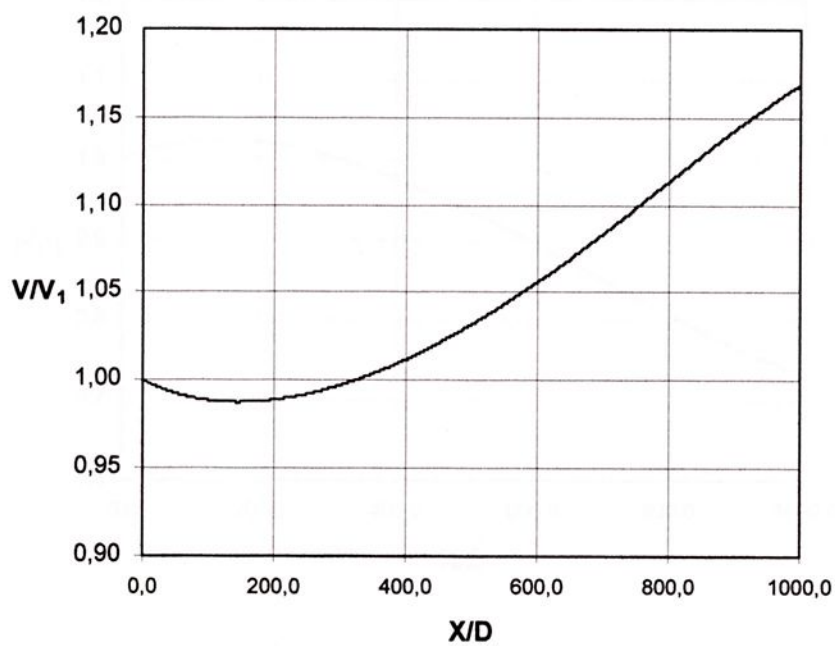
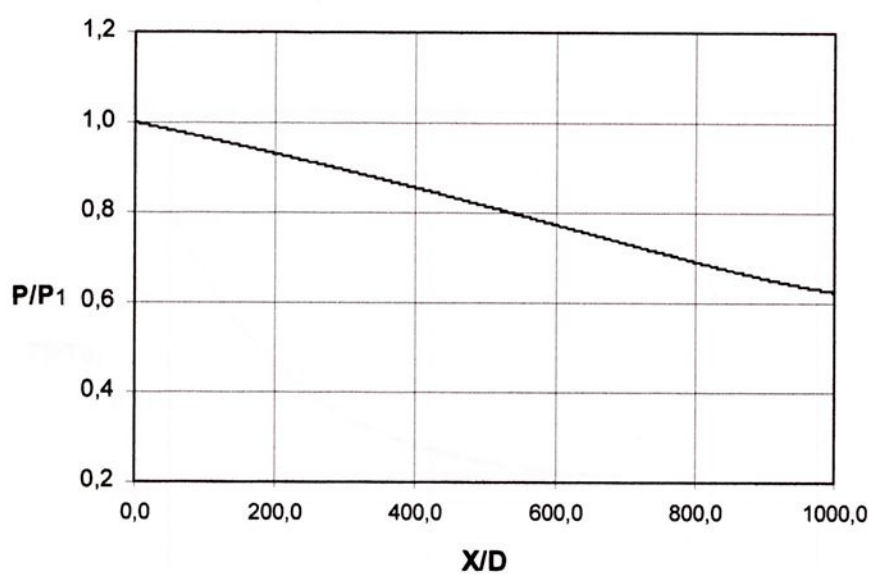


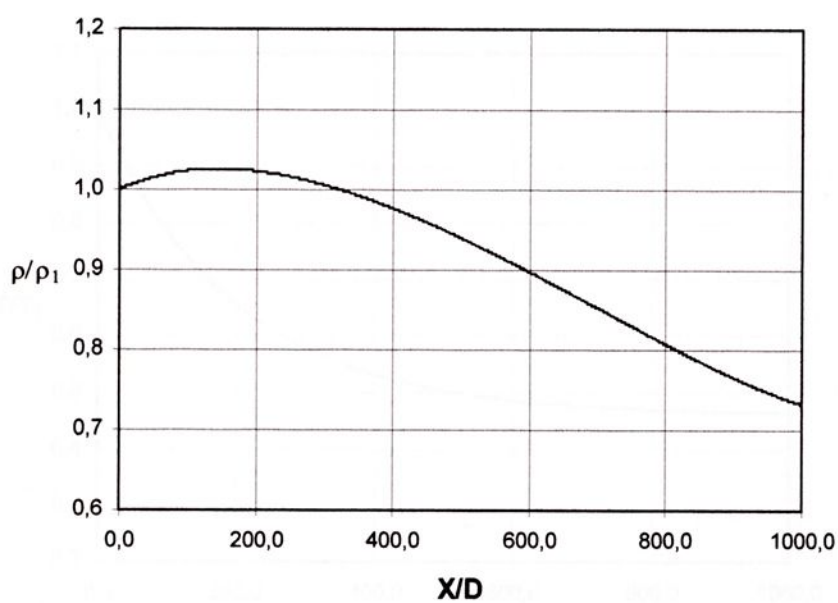
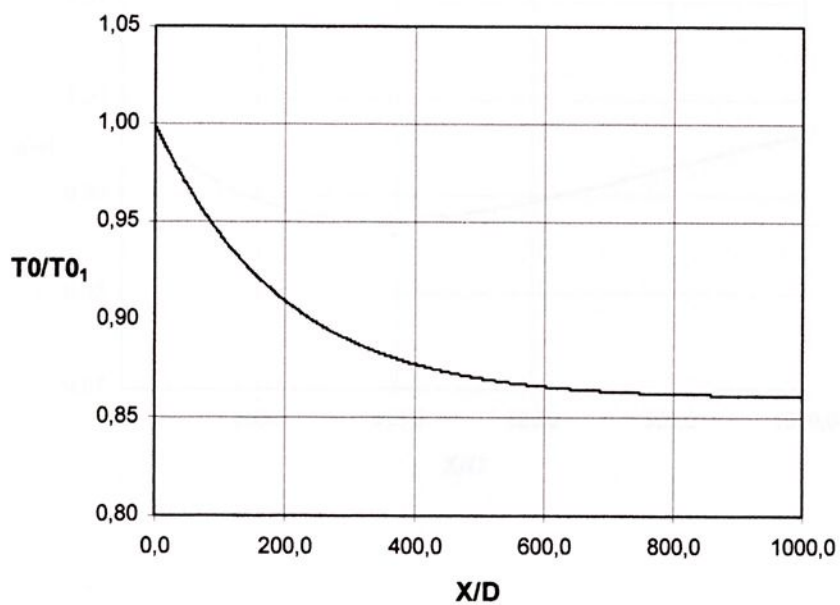


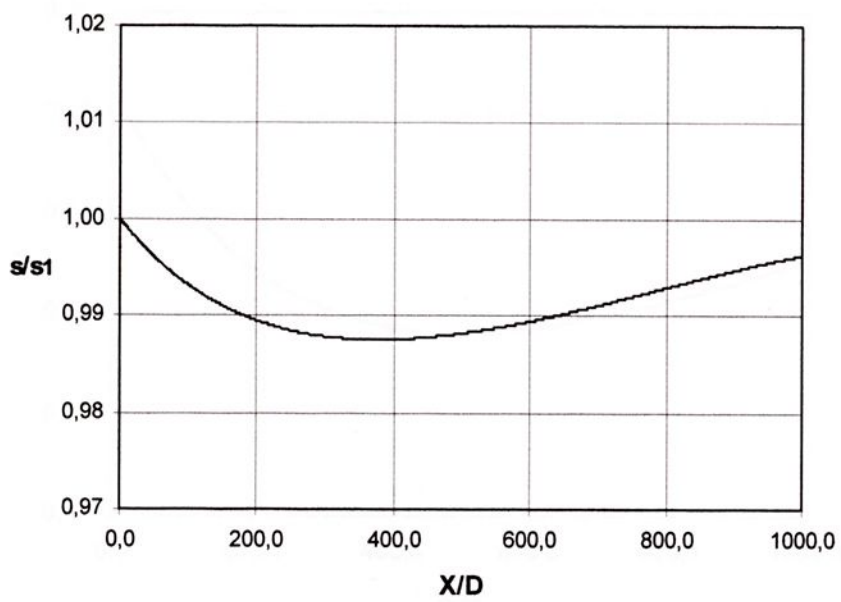


Ar : T_p constante ($T_p/T = 0,87$)

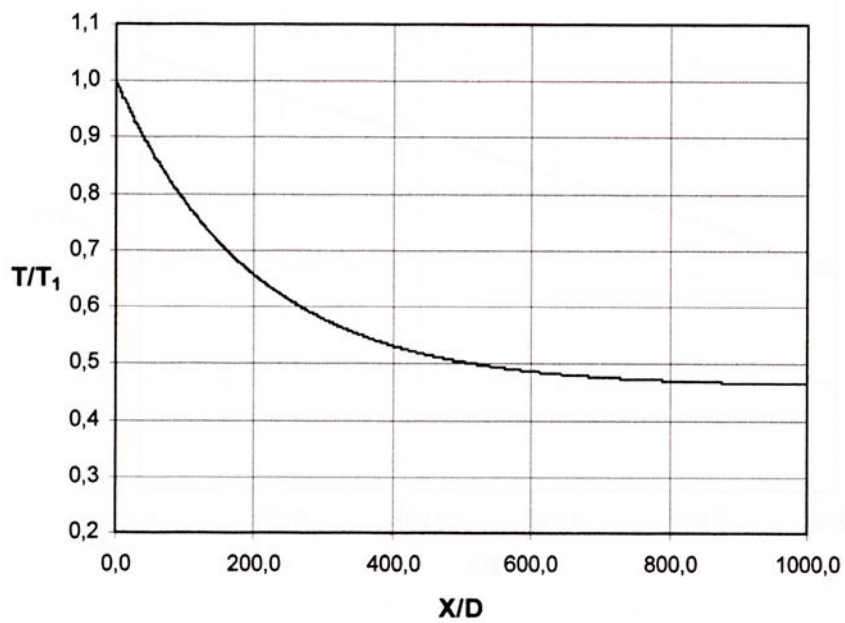


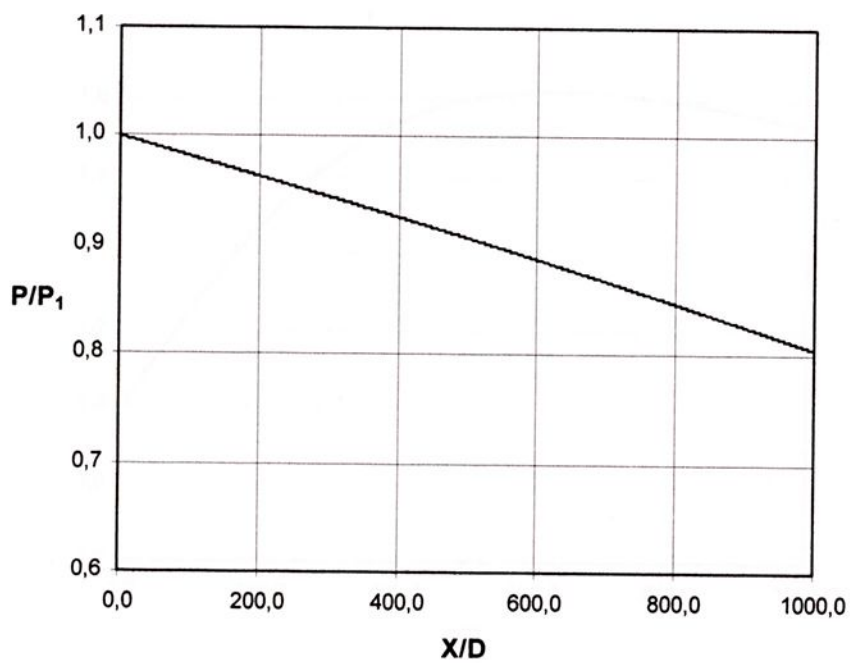
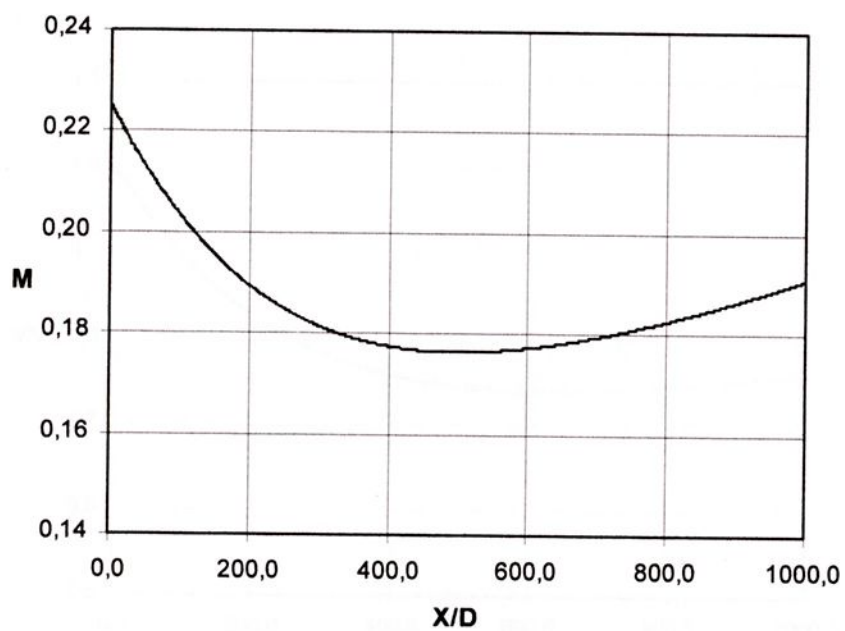


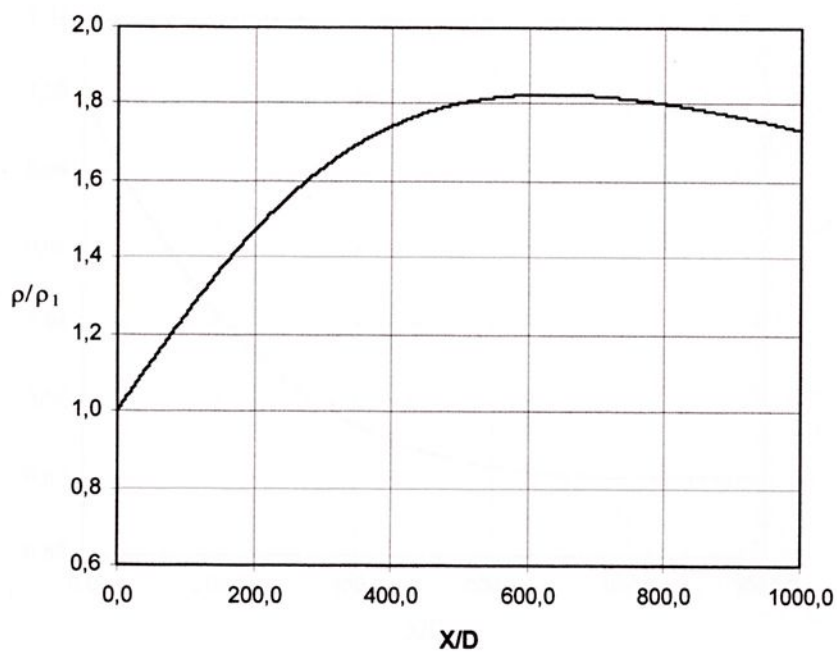
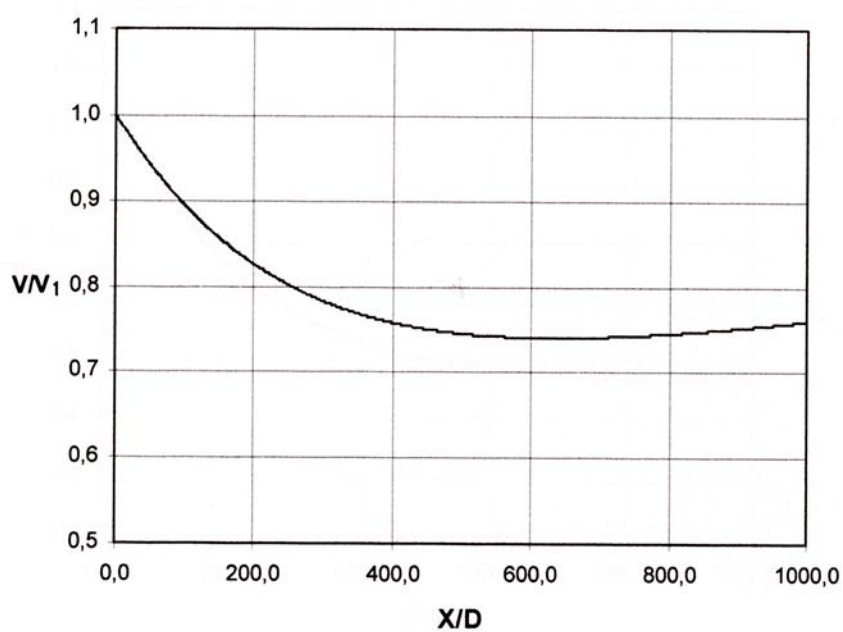


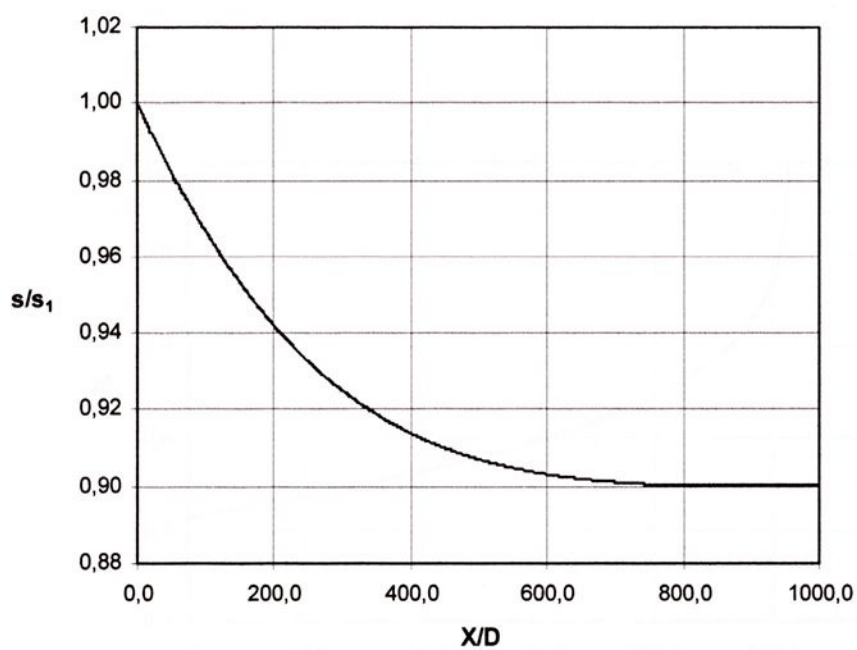
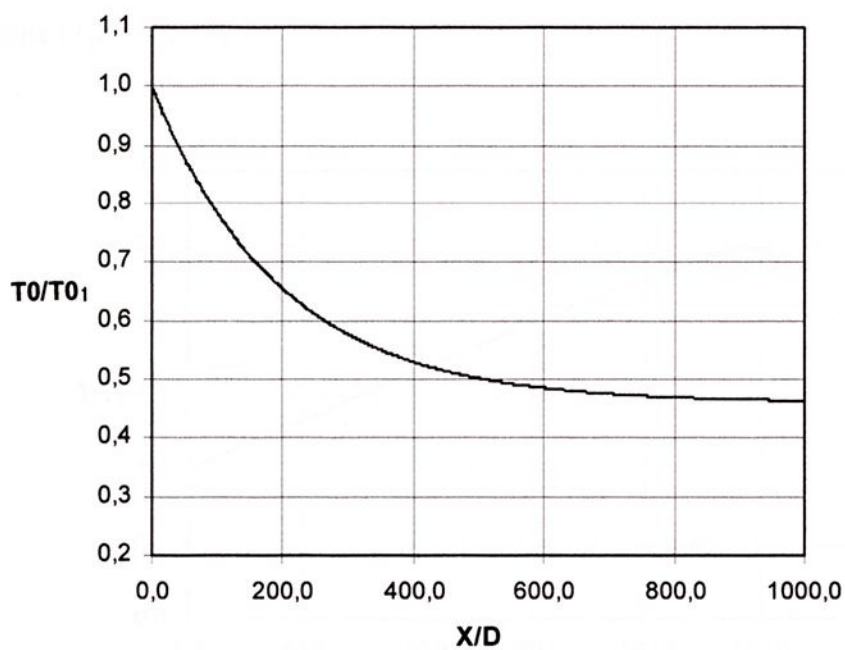


Ar : T_p constante ($T_p/T = 0,46$)

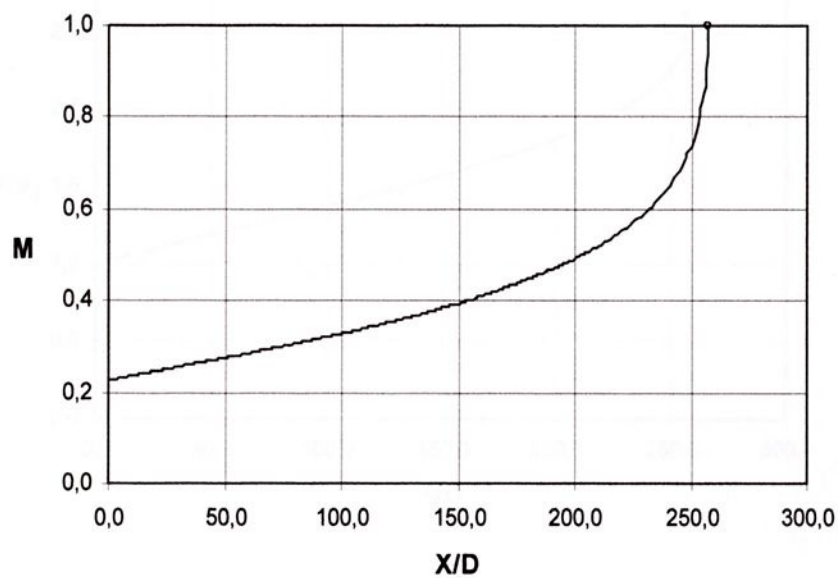
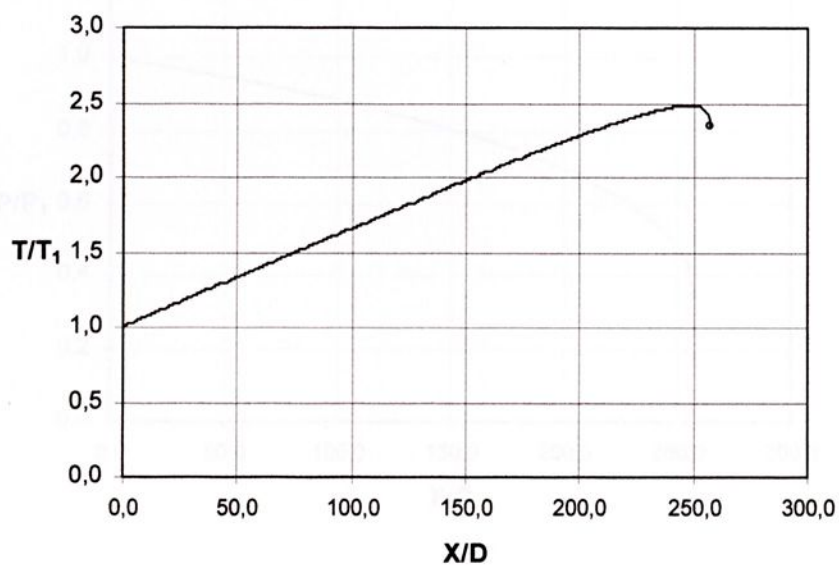


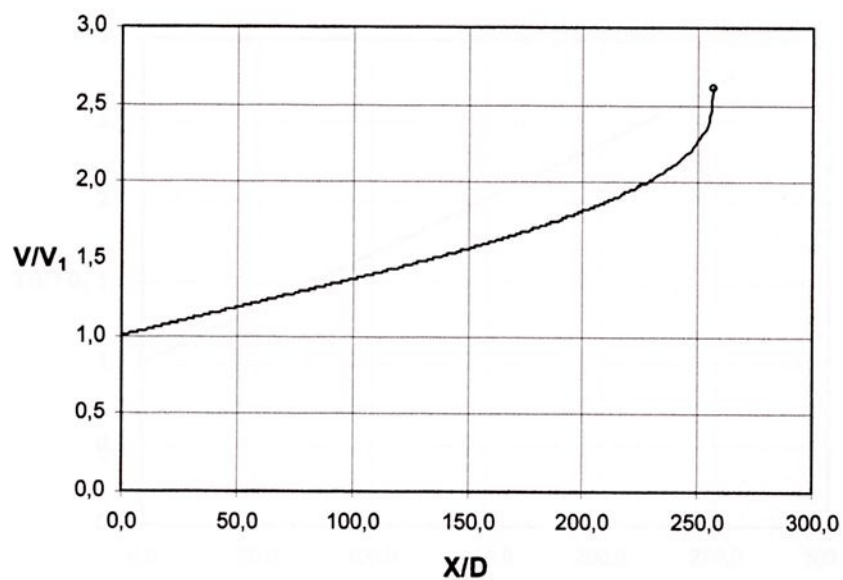
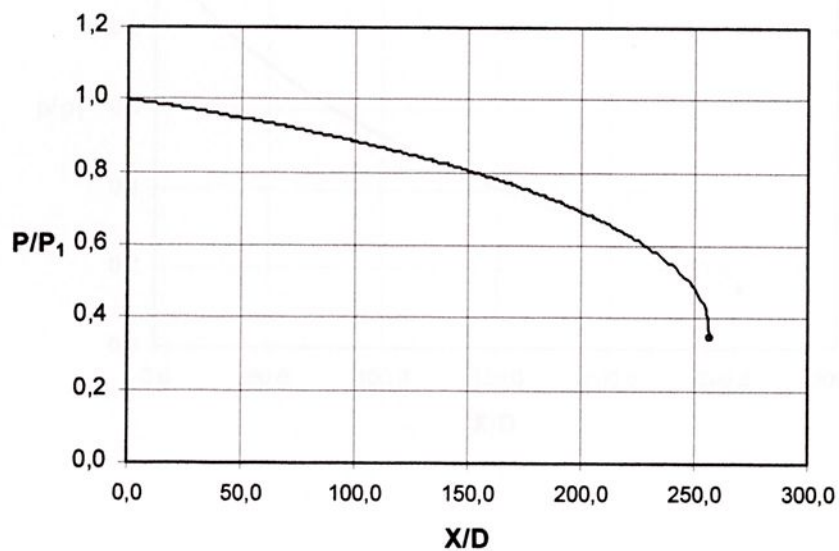


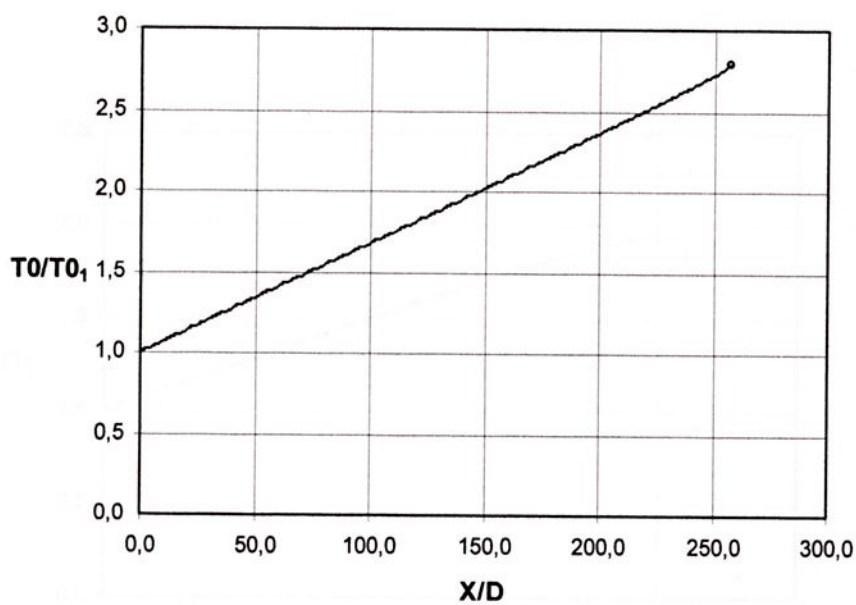
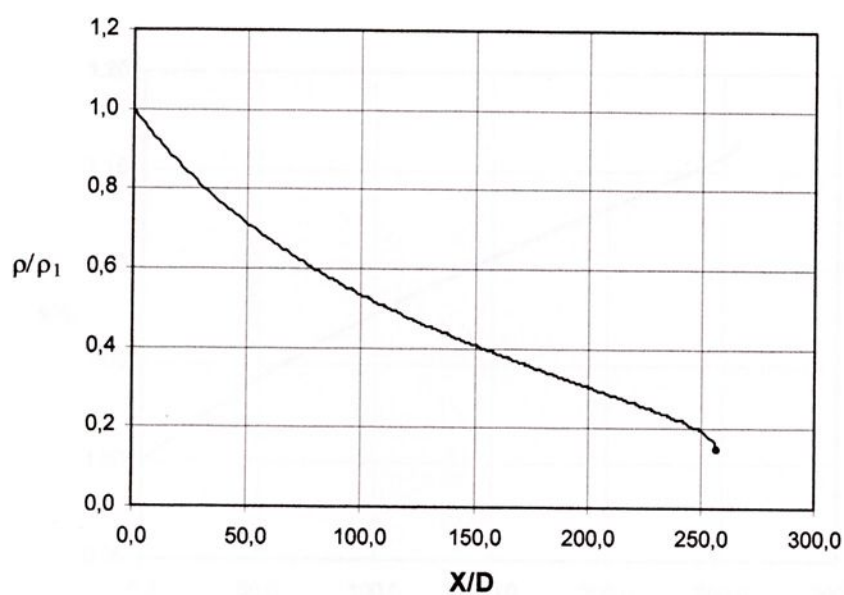


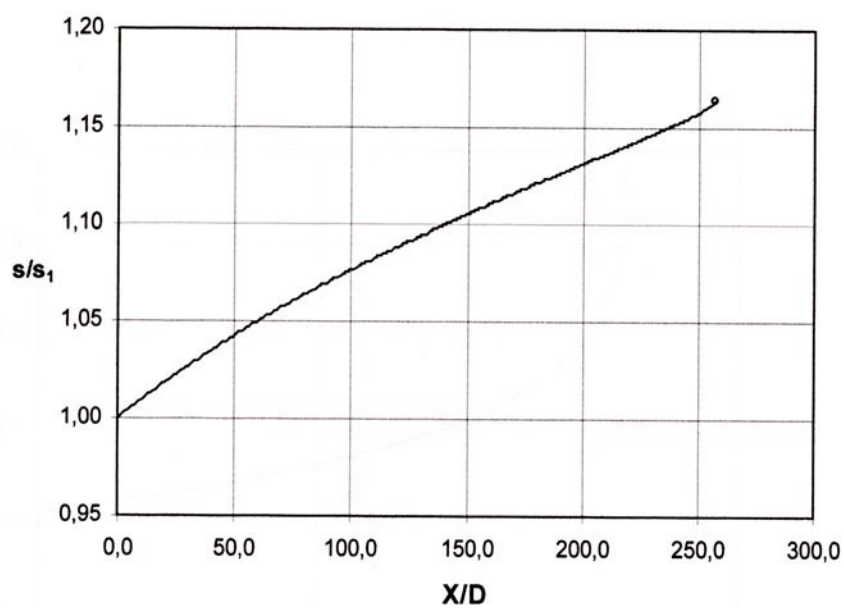


Ar : Q constante ($T_p/T = 2,34$)

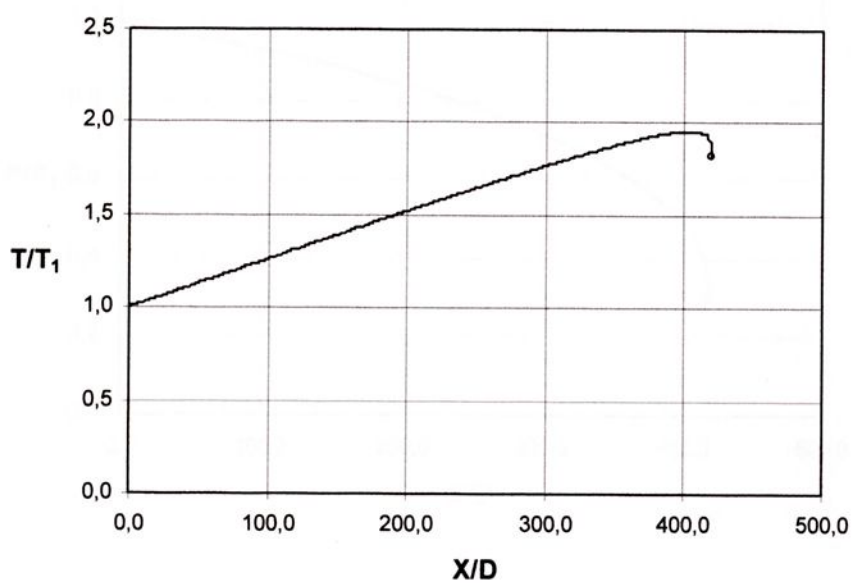


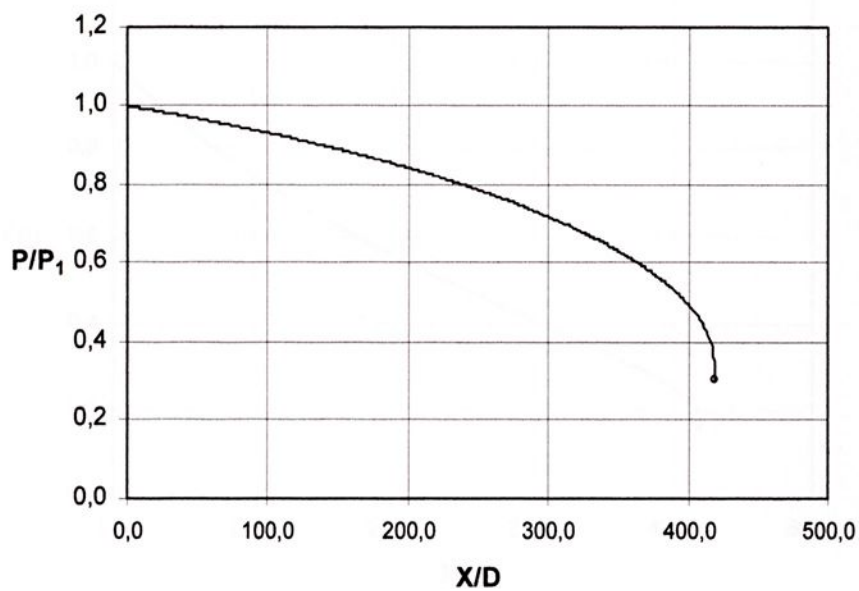
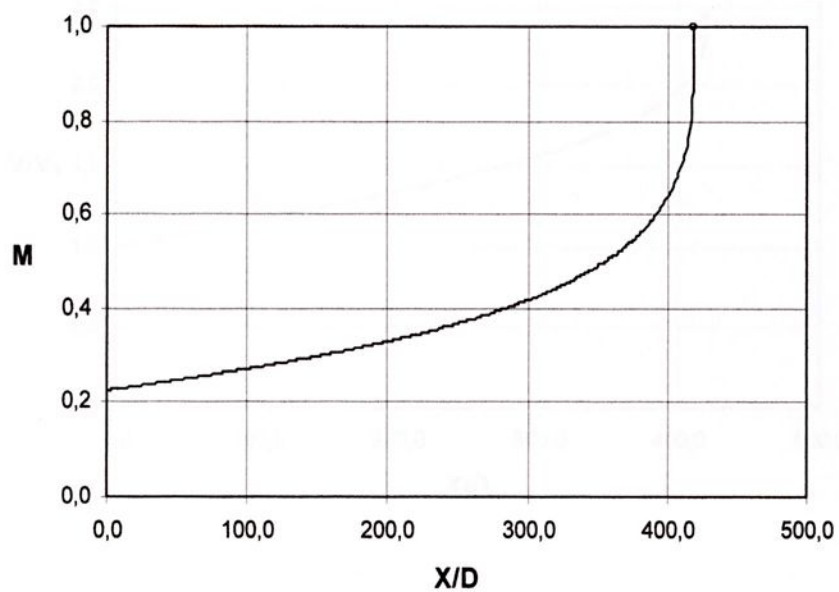


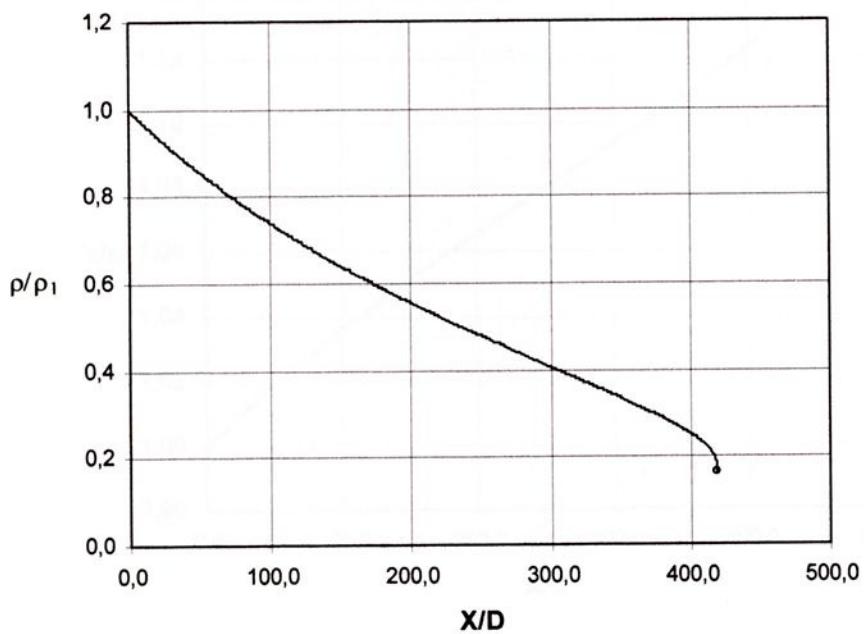
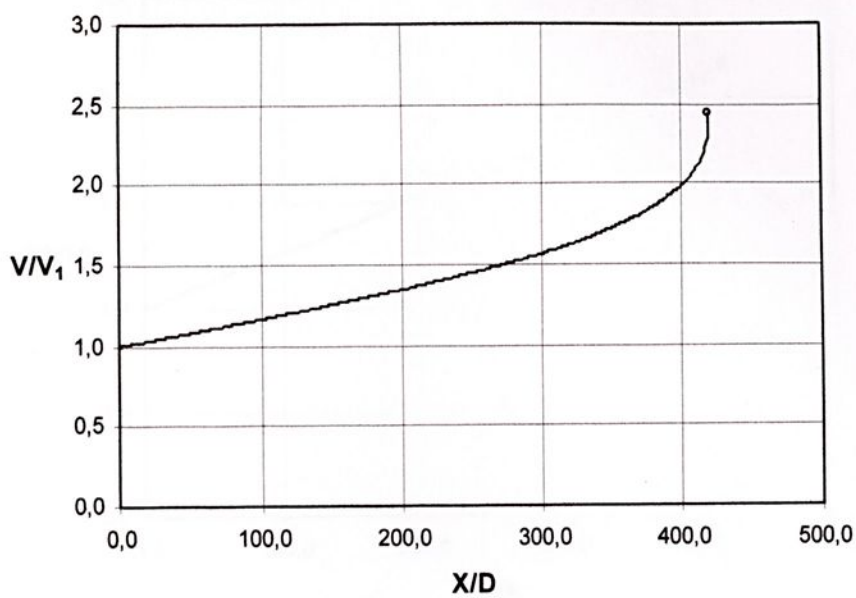


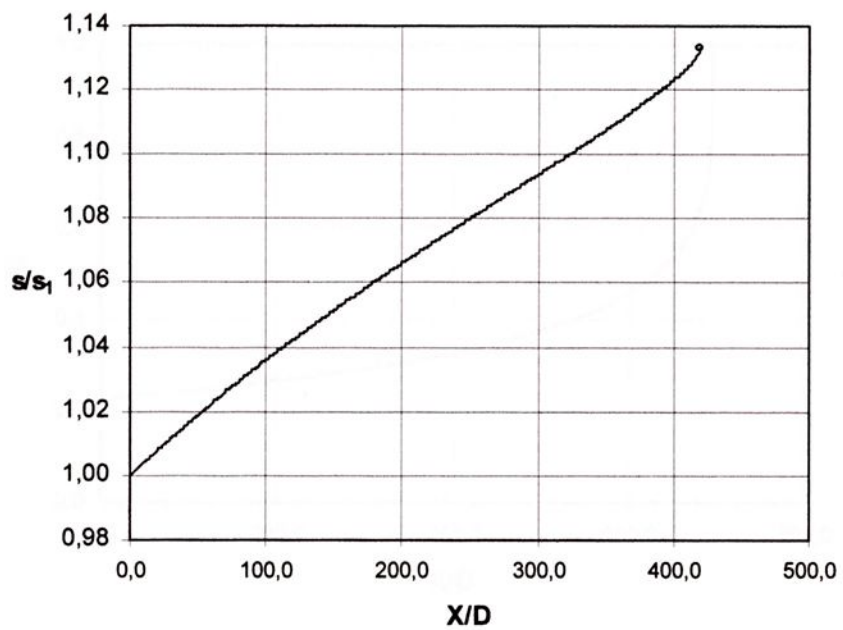
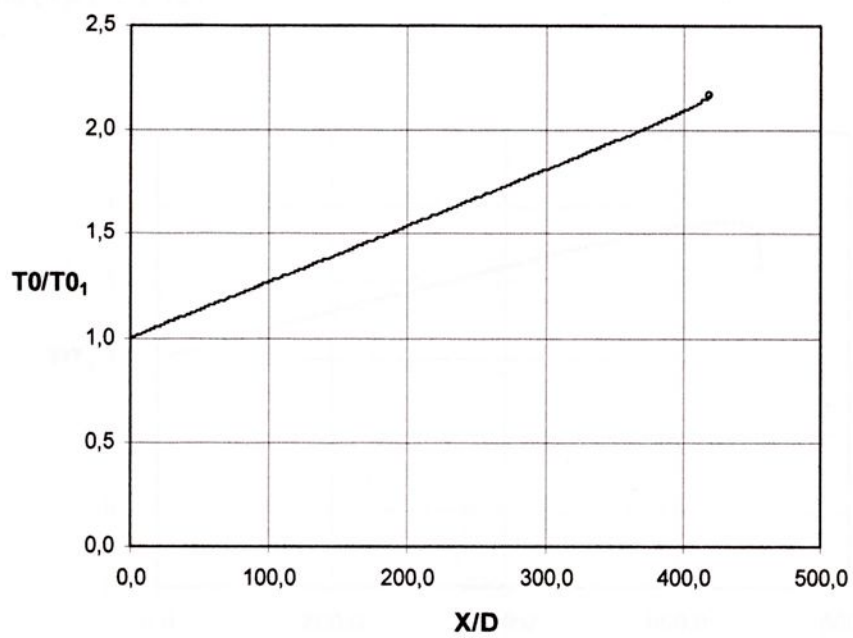


Ar : Q constante ($T_p = 1,54$)

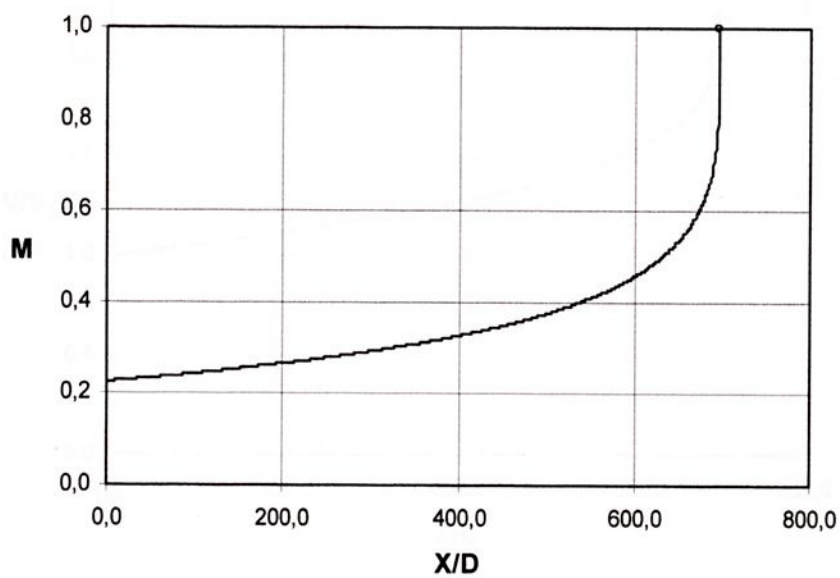
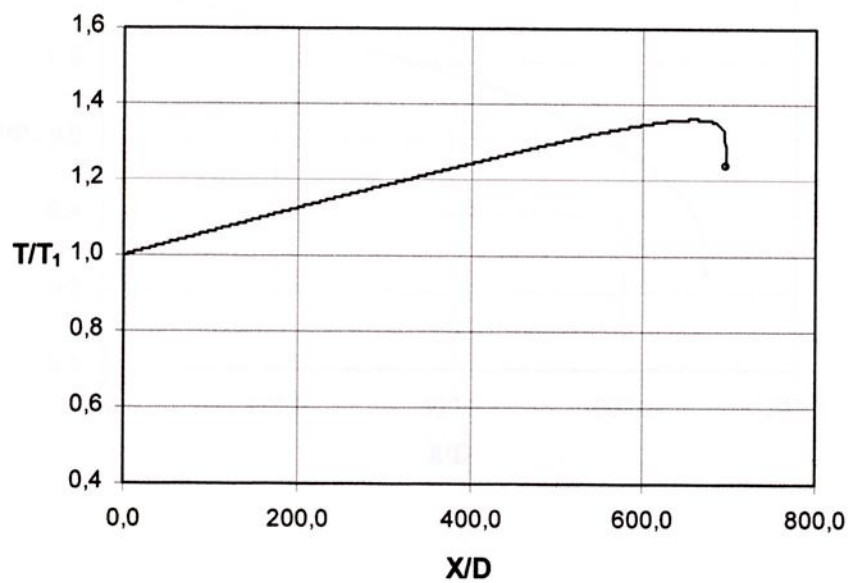


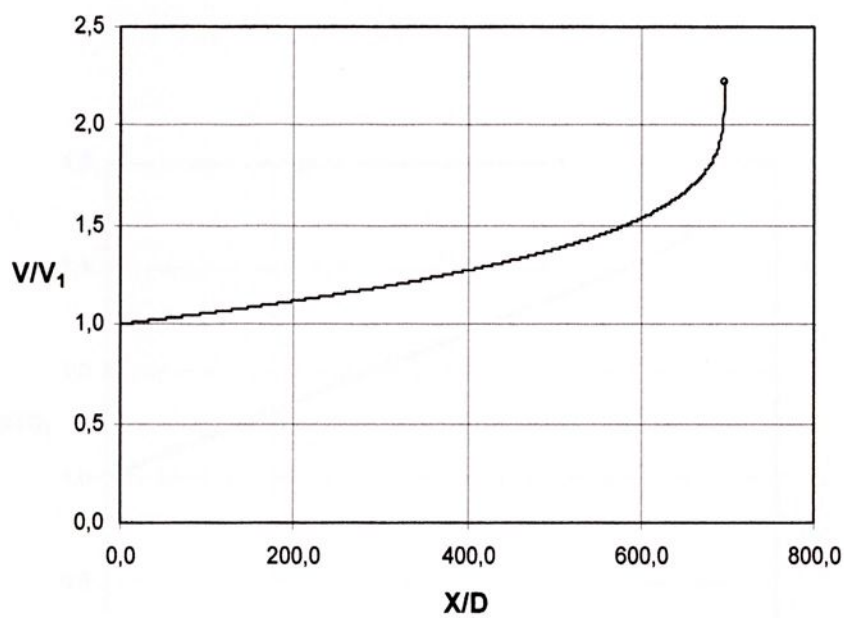
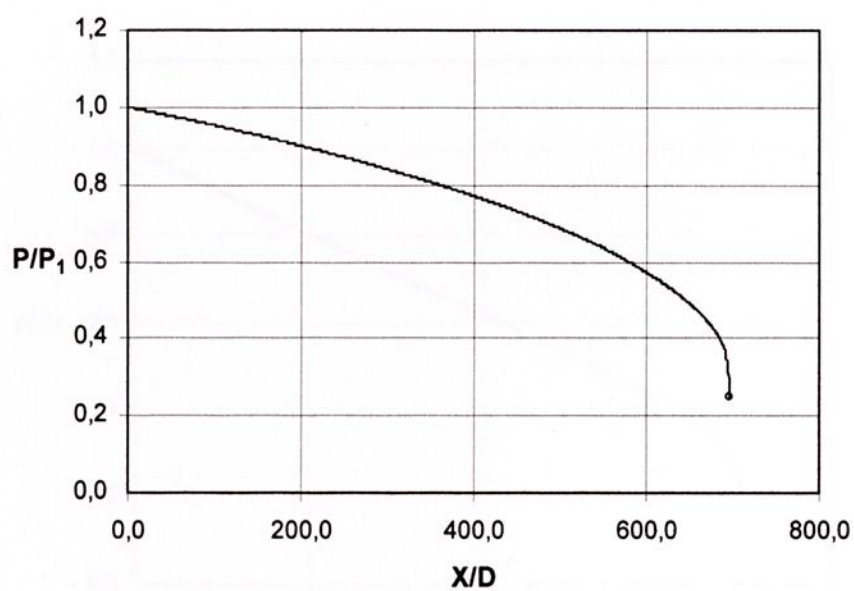


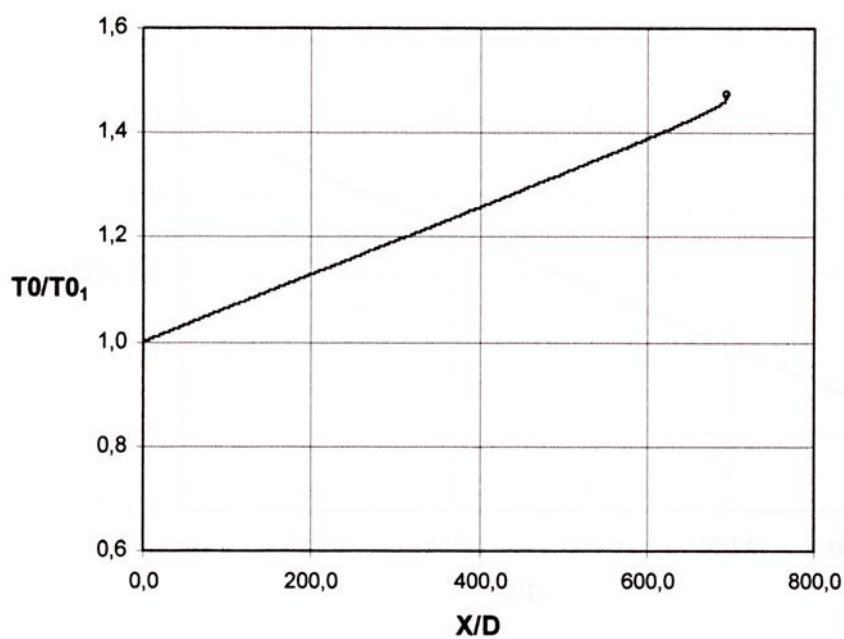
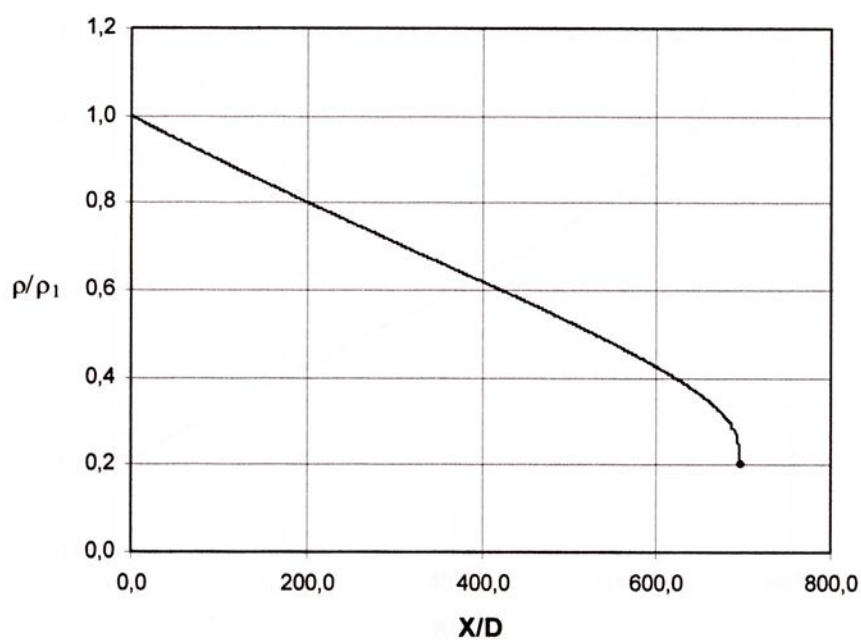


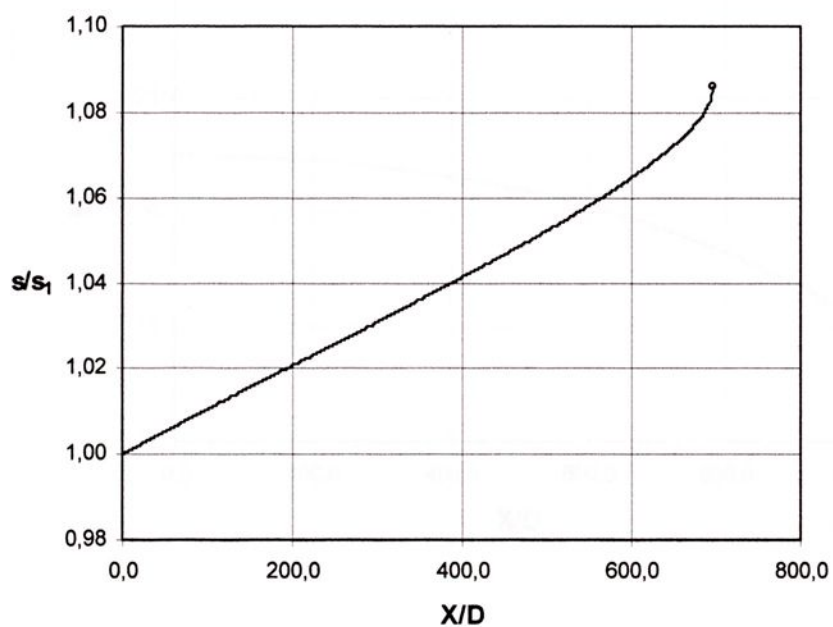


Ar : Q constante ($T_p/T = 1,13$)

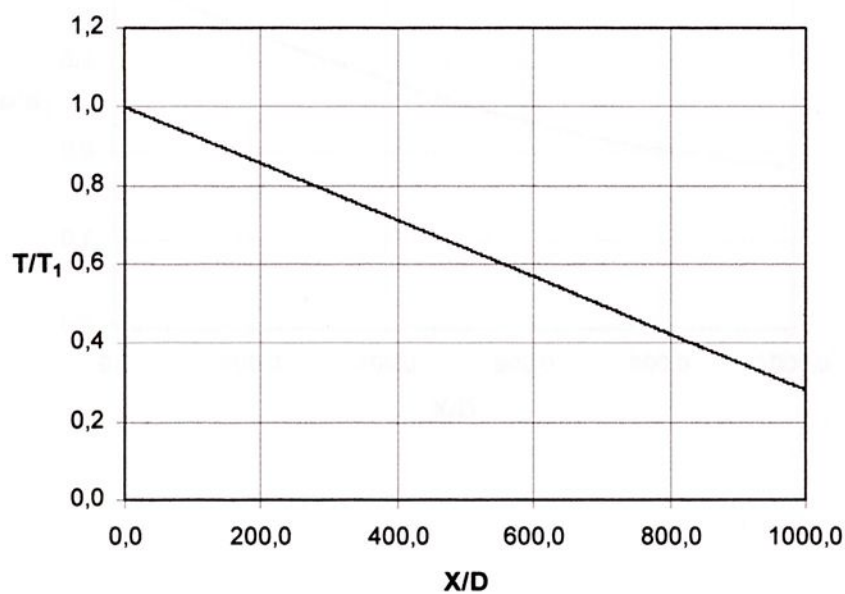


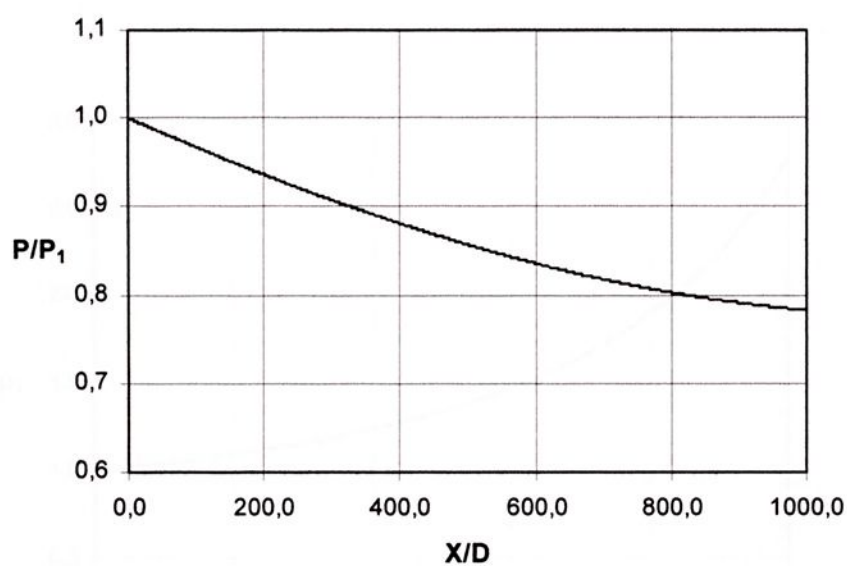
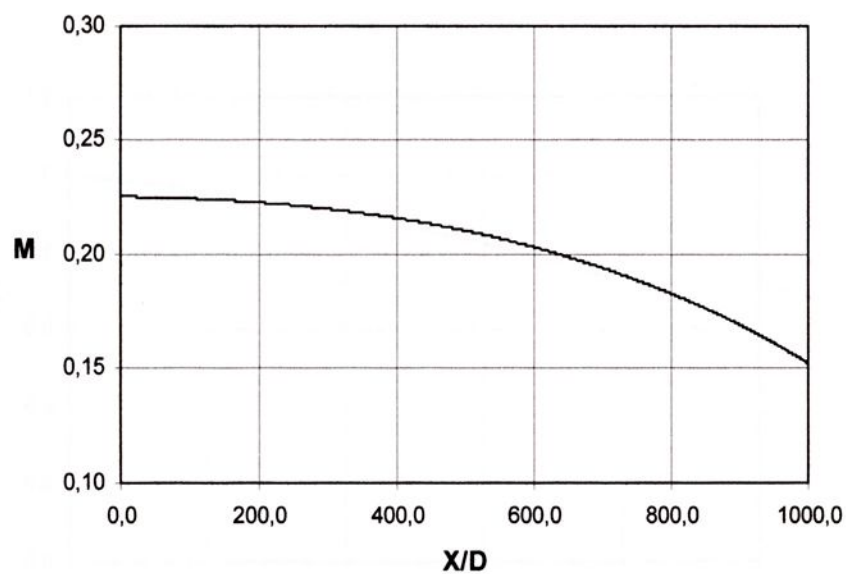


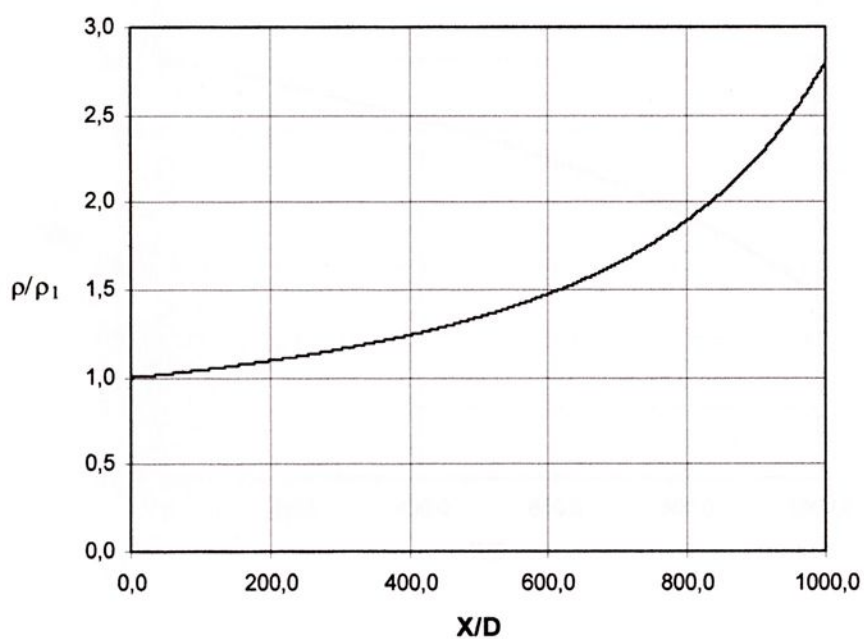
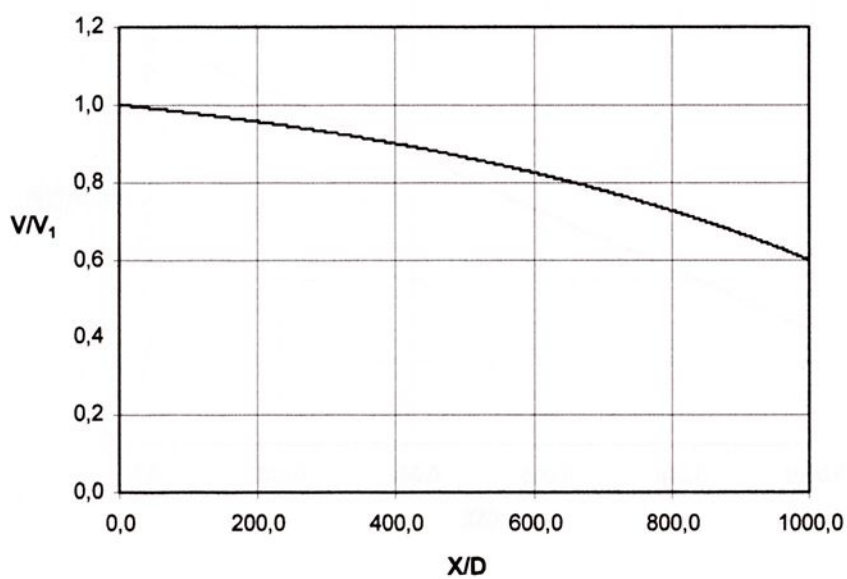


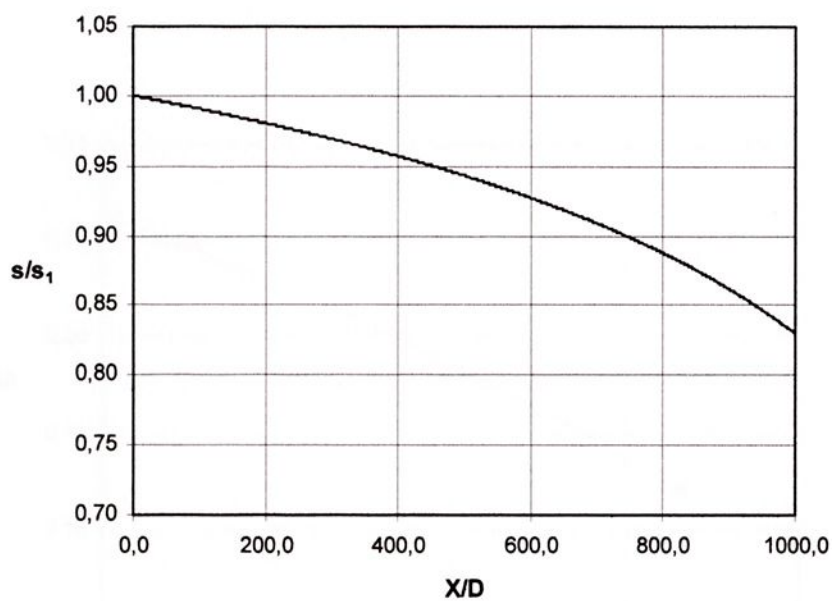
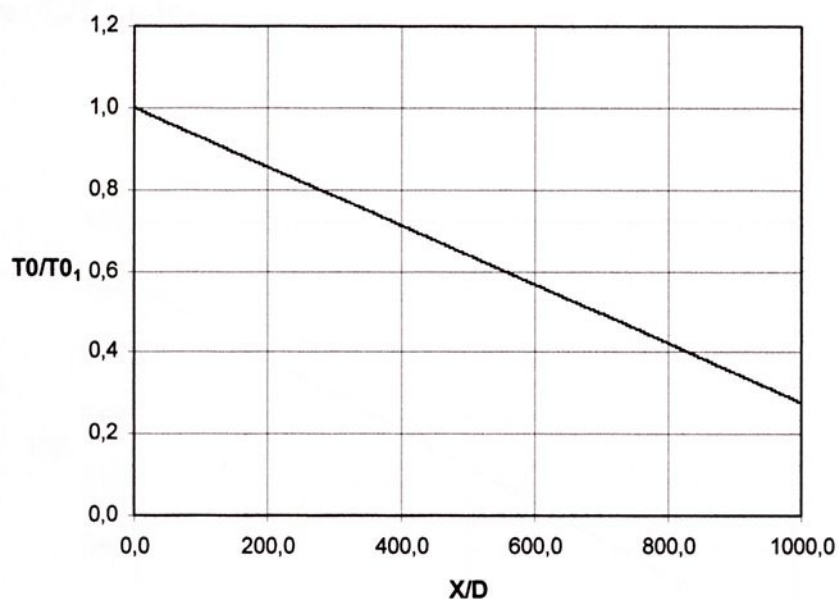


Ar : Q constante ($T_p/T = 0,87$)









Ar : Q constante ($T_p/T = 0,46$)

