



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**Faculdade de Ciências e Tecnologia
Pós-Graduação em Ciências Cartográficas**

ENIUCE MENEZES DE SOUZA

**EFEITO DE MULTICAMINHO DE ALTA
FREQUÊNCIA NO POSICIONAMENTO
RELATIVO GPS ESTÁTICO: DETECÇÃO E
ATENUAÇÃO UTILIZANDO WAVELETS**

Presidente Prudente
2004



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**Faculdade de Ciências e Tecnologia
Pós-Graduação em Ciências Cartográficas**

ENIUCE MENEZES DE SOUZA

**EFEITO DE MULTICAMINHO DE ALTA
FREQUÊNCIA NO POSICIONAMENTO RELATIVO
GPS ESTÁTICO: DETECÇÃO E ATENUAÇÃO
UTILIZANDO WAVELETS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista, para obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

Orientador: Prof. Dr. João Francisco Galera Monico

Presidente Prudente

2004

S714e

Souza, Eniuce Menezes de

Efeito de multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS estático: Detecção e atenuação utilizando wavelets / Eniuce Menezes de Souza. – Presidente Prudente : [s.n.], 2004.

140 f. : il. ; 29 cm.

Dissertação (Mestrado). - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia.

Orientador: João Francisco Galera Monico

1. Posicionamento relativo GPS. 2. Multicaminho. 3. Wavelets. I. Souza, Eniuce Menezes de. II. Título.

CDD (18.ed.) 623.71

DADOS CURRICULARES

Eniuce Menezes de Souza

Nascimento: 03/11/1980 – Campo Mourão – PR

Filiação: Paulo Menezes
Eunice Moralles Menezes

1998-2001: Curso de Graduação
Matemática
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” – Campus de Presidente Prudente

2002-2004: Curso de Pós Graduação
Mestrado em Ciências Cartográficas
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” – Campus de Presidente Prudente

DEDICATÓRIA

Ao meu amado esposo, Henrique, que esteve sempre ao meu lado, me incentivando, e que, com dedicação inestimável, contribuiu muito para a concretização deste trabalho.

Aos meus estimados pais, Paulo e Eunice. Pois, aqui cheguei devido ao grande esforço, apoio, dedicação e amor que deles recebi desde criança.

A minha querida irmã, Elaine, que sempre torce por mim.

AGRADECIMENTOS

Os meus sinceros agradecimentos:

A Deus, primeiramente, por ter sido a minha luz nos momentos mais difíceis e ter resolvido tudo que para mim era impossível.

Ao professor Dr. João Francisco Galera Monico, pela oportunidade, apoio, e principalmente, pela confiança.

Aos professores do PPGCC, do Departamento de Cartografia e do Departamento de Matemática, que contribuíram com minha formação acadêmica, e, em especial, ao professor Aylton Pagamisse, pela grande contribuição no estudo das *wavelets*, e ao professor Suetônio Almeida Meira, pela contribuição, apoio e incentivo.

Ao professor Ivam Resina, pela fundamentação em Análise Funcional, durante a iniciação científica.

A todos os funcionários de modo geral e, em especial, ao Ítalo e ao Sr. Geraldo, pelo prestativo apoio, à secretária Graça, do Departamento de Cartografia, aos secretários Edmilson e Pedro, do Departamento de Matemática, à bibliotecária Regina, pelo esforço na localização dos artigos, aos funcionários Washington, Márcia, Erynat e Ivonete, da seção de Pós-Graduação, e Dona Cida, que mesmo indiretamente, me auxiliaram durante o desenvolvimento deste trabalho.

A FAPESP - Fundação de Amparo a Pesquisa no Estado de São Paulo (processo N. 01/011875-2), pelo suporte financeiro, o qual contribuiu amplamente na realização deste trabalho.

À amiga Daniele, que caminha comigo há mais de nove anos e que compartilhou tanto os momentos de alegria como os de dificuldade; pelo inestimável apoio e amizade.

A todos os colegas da sala de permanência dos alunos do PPGCC e das salas 12 e 20, e, em especial, ao José Aurélio, Edinéia, Giovane, Tadashi, Chris, Vasco, Marcelo, Rodrigo e Sapucci, pelas contribuições, sugestões, companheirismo e incentivo.

Aos colegas Igor e Willian, pela ajuda na utilização dos equipamentos de coleta de dados.

Aos meus familiares e todos meus amigos pessoais, pelo estímulo indispensável e por terem me ajudado muito durante este trajeto.

RESUMO

O GPS tem mostrado ser capaz de apoiar uma grande variedade de aplicações. Porém, algumas aplicações enfrentam um obstáculo, ou seja, o efeito do multicaminho. O multicaminho é o fenômeno pelo qual um sinal chega à antena do receptor por caminhos múltiplos, devido à reflexão. O sinal refletido chega atrasado em relação ao sinal direto. Se estes atrasos forem curtos, ou seja, provenientes de reflexões próximas à antena do receptor, o efeito de multicaminho é caracterizado como de baixa frequência, caso contrário, o efeito predominante é de alta frequência. Este efeito distorce a modulação do sinal e a fase da portadora, conseqüentemente, degrada a acurácia e a precisão nos posicionamentos por ponto e relativo. Este efeito também pode impedir a fixação das ambigüidades, ou conduzir a uma solução incorreta das mesmas. Por isso, é de grande importância dispor de meios que possam atenuar o multicaminho. Uma possibilidade para atenuação deste efeito, tanto para fase como para a pseudodistância, é a utilização de uma poderosa ferramenta de análise espectral para o estudo de sinais: a transformada *wavelets*. Esta transformada decompõe o sinal, neste caso as duplas diferenças, separando as altas frequências, onde se encontra o efeito do multicaminho proveniente de atrasos longos, das baixas frequências, ou seja, a identidade do sinal e multicaminho de atrasos curtos. Após o processo de decomposição, utilizando os coeficientes *wavelets* o sinal pode ser reconstruído sem o efeito de multicaminho de alta frequência. Esse procedimento é desenvolvido nesta dissertação de Mestrado. Os coeficientes *wavelets* relativos ao multicaminho obtidos das medidas de dupla diferença foram reconstruídos e, dessa forma, pôde-se analisar os erros e comprovar que satélites em baixos ângulos de elevação sofrem os maiores efeitos de multicaminho. A repetibilidade do multicaminho durante dias consecutivos também foi verificada. Mesmo o multicaminho de alta frequência não causando grandes erros, isso porque o maior causador de erros é o de baixa frequência, a correção deste efeito proporcionou nos testes realizados reduções de até 30% nos resíduos médios para a pseudodistância e até 14% para a fase da onda portadora. Os resultados também mostraram que a solução das ambigüidades se tornou mais confiável após a correção do multicaminho de alta frequência. Por outro lado, se não houver efeito de multicaminho de alta frequência, o método proposto não afetará os resultados. O método mostrou-se ser muito eficiente computacionalmente, pois, não se percebe, a nível prático, diferença no intervalo de tempo despendido no processamento com e sem a aplicação do método proposto.

Palavras chave: Multicaminho estático; Análise Espectral; *Wavelets*; Fase da Portadora; Pseudodistância.

ABSTRACT

GPS has shown to be capable of supporting a wide variety of applications. However, some applications face a major problem. This is the effect of multipath; which is a phenomenon whereby a signal arrives at a receiver via multiple paths. The multipath distorts the signal modulation and the carrier phase, degrading the accuracy and precision of absolute and relative positioning. This effect can impede the ambiguities fixation or to induce to an incorrect solution of the same ones. A possibility for the reduction of this effect, either for the carrier phase or the pseudorange is the use of a powerful tool of the spectral analysis to study the signals: wavelet transform. This transform decomposes the double differences signal separating the high frequencies, where there is the multipath effect from long delays, of the low frequencies, that is, identity of the signal and multipath of short delays. After the decomposition process, using the wavelets coefficients the signal can be reconstructed without the high frequency effects. This procedure is developed in this dissertation. The wavelet coefficients relative to the estimated and removed multipath from the double difference were reconstructed and these errors could be analyzed and verified as well that satellites at low elevation angles cause larger multipath errors. The daily multipath repeatability was also verified. Even the high frequency multipath not causing great errors, because the largest cause of these errors is the low frequency one, the correction of this effect provided improvements of up to 30% at the pseudorange average residuals and up to 14% for the carrier phase. The results also showed that the ambiguities solution was more reliable after the high frequency multipath correction. On the other hand, if there were no high frequency multipath effect, the proposed method will not affect the results. The method showed to be very efficient computationally because it is not noticed, at practical level, difference in the time span in the processing with and without the application of the proposed method.

Key words: Static Multipath; Spectral Analysis; Wavelets; Carrier Phase; Pseudorange.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| FIGURA 1 - Simples diferença | 19 |
| FIGURA 2 - Dupla diferença | 21 |
| FIGURA 3 - Efeito do multicaminho..... | 34 |
| FIGURA 4 - Elevação para o satélite 9 e resíduos da DD 17-09..... | 35 |
| FIGURA 5 - Efeito de multicaminho para uma aeronave..... | 38 |
| FIGURA 6 - Geometria do multicaminho para um refletor horizontal | 40 |
| FIGURA 7 - Geometria para reflexão em uma superfície plana vertical..... | 40 |
| FIGURA 8 - Erro devido ao multicaminho com espaçamento do correlacionador de 1 bit..... | 42 |
| FIGURA 9 - Erro devido ao multicaminho com espaçamento do correlacionador de 0,1 bit...42 | |
| FIGURA 10 - Antenas proximoamente espaçadas | 47 |
| FIGURA 11 - Relação entre os erros devidos ao multicaminho em duas antenas,..... | 47 |
| FIGURA 12 - Robô para calibração do centro de fase | 48 |
| FIGURA 13 - Taxa de erro positiva causada pelo multicaminho em fase..... | 51 |
| FIGURA 14 - Taxa de erro negativa causada pelo multicaminho fora de fase | 51 |
| FIGURA 15 - Taxa de erro reduzida causada pelo multicaminho (LB = 8Mhz) | 52 |
| FIGURA 16 - Taxa de erro no código para algumas técnicas de atenuação..... | 54 |
| FIGURA 17 - Componentes dos constituintes senoidais do sinal original | 61 |
| FIGURA 18 - Transformada STFT | 62 |
| FIGURA 19 - Exemplo de dois sinais com diferentes características tempo-frequência. | 63 |
| FIGURA 20 - Transformada de <i>Wavelets</i> | 63 |
| FIGURA 21 - Coeficientes <i>wavelets</i> do sinal original | 65 |
| FIGURA 22 - Janelas tempo-frequência , $a_1 < a_2$ | 66 |
| FIGURA 23 - Um sinal f e suas projeções sobre V_0 e V_{-1} | 70 |
| FIGURA 24 - Diagrama do Algoritmo Piramidal..... | 75 |
| FIGURA 25 - Decomposição de Mallat de 3 níveis..... | 76 |
| FIGURA 26 - Limiar Rígido e Suave em $f(x) = x$ | 80 |
| FIGURA 27 - Comparação entre o Limiar Rígido e o Suave com a DAUB4..... | 84 |
| FIGURA 28 - Comparação entre o Limiar Rígido e o Suave com a DAUB12..... | 84 |
| FIGURA 29 - Comparação entre o Limiar Rígido e o Suave com a DAUB20..... | 84 |
| FIGURA 30 - Receptor Trimble 4600 LS no local do primeiro experimento | 88 |
| FIGURA 31 - Antena do receptor Trimble 4000 SSI da estação UEPP | 89 |
| FIGURA 32 - Representação esquemática do primeiro experimento..... | 89 |
| FIGURA 33 - Receptor Trimble 4600 LS..... | 90 |
| FIGURA 34 - Objeto refletor (carreta) colocado a 6 m do receptor Trimble | 91 |
| FIGURA 35 - Representação esquemática do segundo experimento | 91 |
| FIGURA 36 - Local do experimento sem objetos refletores | 92 |
| FIGURA 37 - Fluxograma da implementação | 97 |
| FIGURA 38 - Elevação e Azimute para o satélite 17 | 99 |
| FIGURA 39 - Elevação e Azimute para o satélite 10 | 99 |
| FIGURA 40 - Elevação e Azimute para o satélite 21 | 99 |
| FIGURA 41 - Elevação e Azimute para o satélite 05 | 100 |
| FIGURA 42 - DDs do código e resíduos para os PRNs 17-10 nos dias 12 e 15 | 100 |
| FIGURA 43 - DDs do código e resíduos para os PRNs 17-21 nos dias 12 e 15 | 101 |
| FIGURA 44 - DDs do código e resíduos para os PRNs 17-05 nos dias 12 e 15 | 101 |
| FIGURA 45 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 17-10 nos dias 12 e 15 | 102 |
| FIGURA 46 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 17-21 nos dias 12 e 15 | 103 |

| | |
|---|-----|
| FIGURA 47 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 17-05 nos dias 12 e 15 | 103 |
| FIGURA 48 - Multicaminho reconstruído para o código nos dias 12 e 15 | 104 |
| FIGURA 49 - Multicaminho reconstruído para a DD 17-05 do código nos dias 12 e 15..... | 105 |
| FIGURA 50 - Multicaminho reconstruído para a fase nos dias 12 e 15 | 105 |
| FIGURA 51 - Multicaminho reconstruído para a DD 17-05 da fase nos dias 12 e 15 | 106 |
| FIGURA 52 - DD 17-10 do código e os resíduos antes e após correção..... | 107 |
| FIGURA 53 - DD 17-10 da fase e os resíduos antes e após correção..... | 107 |
| FIGURA 54 - Estatística GOM para a linha de base UEPP-CO..... | 108 |
| FIGURA 55 - Estatística Ratio para a linha de base UEPP-CO | 109 |
| FIGURA 56 - Estatística Delta-Omega para a linha de base UEPP-CO | 109 |
| FIGURA 57 - Elevação e Azimute para o satélite 31 | 111 |
| FIGURA 58 - Elevação e Azimute para o satélite 03 | 111 |
| FIGURA 59 - DDs do código e resíduos para os PRNs 23-31 nos dias 13 e 14 | 112 |
| FIGURA 60 - DDs do código e resíduos para os PRNs 23-03 nos dias 13 e 14 | 112 |
| FIGURA 61 - DDs do código e resíduos para os PRNs 23-31 nos dias 20 e 21 | 113 |
| FIGURA 62 - DDs do código e resíduos para os PRNs 23-03 nos dias 20 e 21 | 113 |
| FIGURA 63 - DDs da fase e resíduos para os satélites 23 e 31 nos dias 13 e 14..... | 114 |
| FIGURA 64 - DDs da fase e resíduos para os satélites 23 e 03 nos dias 13 e 14..... | 114 |
| FIGURA 65 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 23-31 nos dias 20 e 21 | 115 |
| FIGURA 66 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 23-03 nos dias 20 e 21 | 115 |
| FIGURA 67 - Multicaminho reconstruído para o código nos dias 13 e 14 | 116 |
| FIGURA 68 - Multicaminho reconstruído para o código nos dias 20 e 21 | 117 |
| FIGURA 69 - Multicaminho reconstruído para a fase nos dias 13 e 14 | 118 |
| FIGURA 70 - Multicaminho reconstruído para a fase nos dias 20 e 21 | 118 |
| FIGURA 71 - Resíduos para o código antes e após a correção | 119 |
| FIGURA 72 - Resíduos para a fase antes e após a correção | 119 |
| FIGURA 73 - Estatística GOM para a linha de base UEPP-TAK..... | 121 |
| FIGURA 74 - Estatística Ratio para a linha de base UEPP-TAK..... | 121 |
| FIGURA 75 - Estatística Delta-Omega para a linha de base UEPP-TAK..... | 122 |
| FIGURA 76 - Discrepâncias entre as coordenadas..... | 122 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|-----|
| Tabela 1 - Comparação entre os resíduos médios para a medida de DD 23-02 (m) | 85 |
| Tabela 2 - Arquivo de entrada do <i>software</i> GPSeq | 93 |
| Tabela 3 - Resíduos para as medidas de DDs do código..... | 102 |
| Tabela 4 - Resíduos para as medidas de DDs da fase | 103 |
| Tabela 5 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) para o código | 107 |
| Tabela 6 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) para a fase..... | 108 |
| Tabela 7 - Resíduos para as medidas de DDs do código..... | 113 |
| Tabela 8 - Resíduos para as medidas de DDs da fase | 116 |
| Tabela 9 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) para o código ... | 120 |
| Tabela 10 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) para a fase..... | 120 |

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO..... | 13 |
| 1.1. Objetivos..... | 15 |
| 1.2. Justificativa..... | 15 |
| 1.3. Conteúdo da Dissertação..... | 16 |
| 2. POSICIONAMENTO RELATIVO COM GPS..... | 17 |
| 2.1. Pseudodistância..... | 17 |
| 2.2. Fase da onda portadora..... | 18 |
| 2.3. Simples diferença..... | 19 |
| 2.4. Dupla diferença..... | 21 |
| 2.4.1. Matriz variância-covariância..... | 23 |
| 2.5. Posicionamento relativo..... | 26 |
| 2.5.1. Posicionamento relativo estático..... | 27 |
| 2.5.2. Posicionamento relativo estático rápido..... | 28 |
| 2.6. Controle de Qualidade no Posicionamento com GPS..... | 29 |
| 2.6.1. Detecção..... | 29 |
| 2.6.2. Identificação..... | 30 |
| 2.6.3. Adaptação..... | 30 |
| 2.7. Solução das Ambigüidades..... | 31 |
| 2.7.1. Estimação..... | 31 |
| 2.7.2. Validação..... | 32 |
| 3. MULTICAMINHO: POSSIBILIDADES DE ATENUAÇÃO..... | 34 |
| 3.1. O problema do multicaminho..... | 34 |
| 3.2. Efeito do multicaminho na fase da onda portadora..... | 39 |
| 3.3. Efeito do multicaminho na pseudodistância..... | 41 |
| 3.4. Técnicas espaciais de atenuação ou de <i>hardware</i> | 43 |
| 3.4.1. Antenas especiais..... | 43 |
| 3.4.2. Estratégia de localização de antena..... | 45 |
| 3.4.3. Processamento espacial de várias antenas..... | 46 |
| 3.4.4. Calibração de estações para o efeito de multicaminho..... | 48 |
| 3.4.5. Observação de sinal por longo tempo..... | 48 |
| 3.5. Métodos de processamento ou técnicas de <i>software</i> | 49 |
| 3.5.1. Métodos de processamento no receptor..... | 49 |
| 3.5.1.1. Medidas padrão..... | 49 |
| 3.5.1.2. Função de correlação da borda principal (<i>Leading Edge Correlator</i>)..... | 52 |
| 3.5.1.3. Tecnologia <i>Narrow Correlator</i> | 53 |
| 3.5.1.4. Forma da Função de Correlação..... | 54 |
| 3.5.1.5. <i>Strobe Correlator</i> | 55 |
| 3.5.1.6. Correlacionador modificado por formas de onda de referência..... | 56 |
| 3.5.2. Métodos de processamento dos dados..... | 56 |
| 4. <i>WAVELETS</i> | 59 |
| 4.1. Perspectiva histórica..... | 60 |
| 4.2. Análise de Fourier..... | 61 |
| 4.3. Transformada de <i>Wavelets</i> Contínua..... | 64 |
| 4.4. Transformada de <i>Wavelets</i> Discreta..... | 66 |
| 4.5. Análise de Multirresolução (AMR) e Bases Ortonormais de <i>Wavelets</i> | 68 |
| 4.5.1. Análise de Multirresolução..... | 68 |

| | |
|--|-----|
| 4.5.2. <i>Wavelets</i> de Daubechies | 73 |
| 5. ATENUAÇÃO DO MULTICAMINHO UTILIZANDO A TW | 76 |
| 5.1. A análise de multirresolução na atenuação do multicaminho | 76 |
| 5.2. Limiarização | 77 |
| 5.2.1. Esquemas de limiarização | 79 |
| 5.2.1.1. Limiar rígido (<i>Hard Threshold</i>) | 79 |
| 5.2.1.2. Limiar suave (<i>Soft Threshold</i>) | 80 |
| 5.2.1.3. Limiar Quantitativo | 80 |
| 5.2.2. Escolha dos Parâmetros | 81 |
| 5.3. Escolha do esquema de limiarização e da <i>wavelet</i> mãe..... | 83 |
| 6. METODOLOGIA..... | 86 |
| 6.1. Cenário e descrição dos experimentos..... | 88 |
| 6.1.1. Primeiro Experimento | 88 |
| 6.2.2. Segundo Experimento | 90 |
| 6.2. Programa computacional utilizado: GPSeq..... | 92 |
| 6.2.1. Dados de entrada | 93 |
| 6.2.2. Modelos matemáticos e estratégias adotadas | 93 |
| 6.2.2.1. Modelo funcional e estocástico | 93 |
| 6.2.2.2. Cálculo das coordenadas dos satélites..... | 94 |
| 6.2.2.3. Estimação recursiva e controle de qualidade..... | 95 |
| 6.2.2.4. Solução <i>fixed</i> | 95 |
| 6.3. Implementação..... | 96 |
| 7. RESULTADOS E ANÁLISES | 98 |
| 7.1. Primeiro Experimento..... | 98 |
| 7.1.1. Verificando o erro de multicaminho..... | 99 |
| 7.1.1.1. Erros de multicaminho na pseudodistância (código)..... | 100 |
| 7.1.1.2. Erros de multicaminho na fase da onda portadora | 102 |
| 7.1.2. Atenuando o multicaminho utilizando a Transformada de <i>Wavelets</i> | 104 |
| 7.1.2.1. Atenuando o multicaminho na pseudodistância (código)..... | 104 |
| 7.1.2.2. Atenuando o multicaminho na fase da onda portadora | 105 |
| 7.1.2.3. Resultados após redução do multicaminho | 106 |
| 7.2. Segundo Experimento..... | 110 |
| 7.2.1. Verificando o erro de multicaminho..... | 110 |
| 7.2.1.1. Erros de multicaminho na pseudodistância (código)..... | 111 |
| 7.2.1.2. Erros de multicaminho na fase da onda portadora | 114 |
| 7.2.2. Atenuando o multicaminho utilizando a Transformada de <i>Wavelets</i> | 116 |
| 7.2.2.1. Atenuando o multicaminho na pseudodistância (código)..... | 116 |
| 7.2.2.2. Atenuando o multicaminho na fase da onda portadora | 117 |
| 7.2.2.3. Resultados após redução do multicaminho | 119 |
| 7.3. Eficiência Computacional..... | 123 |
| 8. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS | 124 |
| 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 127 |
| 10. BIBLIOGRAFIA | 135 |
| APÊNDICE A - ERRO DE MULTICAMINHO PARA FASE DA ONDA PORTADORA | 138 |

1. INTRODUÇÃO

O *Global Positioning System* (GPS) é um sistema de rádio - navegação desenvolvido pelo Departamento de Defesa (*Department of Defense* - DOD) dos Estados Unidos da América. Este sistema possui abrangência global, como o próprio nome sugere. Dessa forma, são muitas as suas aplicações. Pode-se citar, dentre outras, navegação, agricultura e posicionamento geodésico, todas relacionadas com o objetivo primordial do GPS: determinar coordenadas dos pontos de interesse.

O posicionamento GPS de alta precisão requer observações precisas e acuradas. Mas, existem alguns efeitos que influenciam na precisão e acurácia de tais observações. Dentre esses efeitos estão aqueles que afetam a qualidade do sinal durante sua propagação entre o satélite e a antena do receptor, destacando-se a refração atmosférica, perdas de ciclos e multicaminho (MONICO, 2000, p.121). Neste trabalho, a principal investigação está direcionada ao multicaminho. Para os demais efeitos, pode-se consultar (MONICO, 2000; SAPUCCI, 2001; SEEBER, 1993).

Devido ao multicaminho, o sinal que chega a antena do receptor GPS é resultante não só do sinal vindo diretamente do satélite, mas também de sinais secundários, provenientes da reflexão do sinal direto em objetos mais ou menos próximos da antena ou da linha receptor satélite.

O multicaminho causa erros nas medidas de pseudodistância e de fase da onda portadora, dependendo da geometria do cenário envolvendo as antenas, os satélites e os objetos refletores e da natureza do material reflexivo (FARRET, 2000, p.1). Conseqüentemente, a determinação da posição do objeto de interesse terá sua precisão e acurácia deterioradas. Desta forma, é de grande importância dispor de meios que possam atenuar os efeitos do multicaminho.

Nesse sentido, várias técnicas têm sido desenvolvidas, dentre elas, algumas tentam reduzir a intensidade dos sinais secundários preservando o sinal direto. Em outras palavras, isolam o sinal direto. Estas técnicas incluem o uso de antenas especiais, arranjo de várias antenas, estratégia de localização da antena e observação do sinal por longo intervalo de tempo.

Outras técnicas, muito promissoras, reduzem os efeitos de multicaminho utilizando processamentos de sinais em tempo real dentro do receptor. Mas mesmo assim, a utilização de tais receptores ainda não é garantia de um sinal totalmente livre de multicaminho.

Uma boa opção está na atenuação do multicaminho usando técnicas de *software*, as quais incluem aproximações paramétricas e técnicas de filtragem que tratam as observações durante o estágio de processamento dos dados. Entretanto, para o uso de alguns desses métodos, é necessário um conhecimento à priori do ambiente (como por exemplo, um modelo digital do terreno). Trata-se, portanto, de uma estratégia que pode estar sujeita a restrições.

Outra possibilidade de atenuação do multicaminho também realizada durante o processamento de dados, ao nível de observações de duplas diferenças, foi apresentada por Xia (2001) no ION 2001. As duplas diferenças são tratadas através da transformada de *wavelets*, na qual o sinal (duplas diferenças) é decomposto, separando as altas frequências, onde se encontra o efeito de multicaminho de alta frequência, das baixas frequências (sinal propriamente dito e efeitos do multicaminho de baixa frequência). Após o processo de decomposição, modificando os coeficientes *wavelets*, o sinal pode ser reconstruído sem o efeito de multicaminho de alta frequência calculado. Este trabalho serviu de base para esta pesquisa.

1.1. Objetivos

O presente trabalho objetiva gerar uma metodologia viável em termos práticos e econômicos, capaz de identificar e atenuar os efeitos do multicaminho de alta frequência nas medidas GPS de fase das portadoras e pseudodistância.

Procura-se investigar os métodos disponíveis sobre redução do efeito de multicaminho sobre as observáveis GPS, em especial os que utilizam a transformada de *wavelets* e, assim, avaliar e propor adaptações visando melhor performance no posicionamento com GPS. O esforço se dará ao nível das observáveis na forma de duplas diferenças (DDs).

Busca-se, ainda, dar continuidade aos estudos de multicaminho no Brasil, iniciados com Farret (2000), além de uma revisão bibliográfica sobre multicaminho.

1.2. Justificativa

Vários pesquisadores reconhecem que os esforços complementares para redução dos erros inerentes ao GPS centralizam-se na propagação do multicaminho. Basta observar os inúmeros trabalhos que estão sendo publicados em nível internacional. Um exemplo são os anais do ION GPS 2003 e do *International Symposium on GPS/GNSS 2003*. Em nível de Brasil, no entanto, esses estudos ainda são insipientes.

Portanto, uma metodologia alternativa para o problema do multicaminho, tanto para fase como para pseudodistância, merece ainda maiores investigações em nosso país. É o que se propõe no presente trabalho, com contribuição tecnológica para as áreas envolvidas com aplicações GPS. A metodologia proposta objetiva atenuar multicaminho preservando os aspectos relacionados com a praticidade, precisão e economicidade.

A atenuação, ao nível de DDs, foi implementada nos *software* GPSeq, em desenvolvimento na FCT/UNESP (MACHADO, 2001), ampliando a capacidade do mesmo. Como consequência, a solução das ambigüidades GPS pode alcançar um melhor nível de sucesso!

1.3. Conteúdo da Dissertação

A organização deste trabalho é descrita a seguir, com o conteúdo de cada capítulo.

No capítulo 2 descreve-se o posicionamento relativo, em especial o posicionamento relativo estático, o qual é utilizado nesta pesquisa. Também foram introduzidos os conceitos de simples e dupla diferenças e suas respectivas matrizes variância-covariância, uma vez que as DDs são as observáveis fundamentais no posicionamento relativo GPS. Apresentou-se brevemente o conceito de controle de qualidade, solução das ambigüidades e validação desta solução.

O capítulo 3 é dedicado ao efeito de multicaminho que, mesmo em linhas de base curtas, não é atenuado no posicionamento relativo GPS.

Como o método utilizado neste trabalho é a transformada de *wavelets*, nos capítulos 4 e 5 foram introduzidas as noções necessárias para o entendimento desta ferramenta no processamento de sinais e na atenuação do multicaminho.

O capítulo 6 destina-se à descrição da metodologia aplicada, alguns conceitos fundamentais do *software* GPSeq, que é utilizado para o processamento dos dados, além de aspectos relacionados à implementação e coleta de dados realizada.

No capítulo 7 são apresentados os resultados obtidos e as análises realizadas. O capítulo 8 descreve as conclusões e trabalhos futuros.

2. POSICIONAMENTO RELATIVO COM GPS

Para se realizar o posicionamento relativo com GPS utilizam-se, em geral, as duplas diferenças (DDs), as quais são formadas a partir das simples diferenças (SDs) (MONICO, 2000, p.205). Para calcular as SD e DD podem-se utilizar as observáveis pseudodistância e fase da onda portadora. Estas observáveis são brevemente descritas nas seções 2.1 e 2.2 e os conceitos das SD e DD são apresentados nas seções 2.3 e 2.4, respectivamente. O controle de qualidade do ajustamento das observações de DD é brevemente descrito na seção 2.6 e, na seção 2.7, são apresentados alguns aspectos relacionados com a solução das ambigüidades e a validação desta solução.

2.1. Pseudodistância

A medida de pseudodistância é obtida a partir da correlação entre o código gerado pelo satélite no instante de transmissão (t^t) e sua réplica gerada no receptor no instante de recepção (t_r) (MONICO, 2000, p.118). A equação da pseudodistância (PD_r^s) entre o satélite s e o receptor r pode ser escrita por

$$PD_r^s = \rho_r^s + d\rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + I_r^s + T_r^s + dm_{PD_r^s} + \varepsilon_{PD_r^s}, \quad (2.1)$$

onde:

- ρ_r^s é a distância geométrica, em metros, entre o satélite s , no instante de transmissão do sinal, e o receptor r , no instante de recepção;
- $d\rho_r^s$ é o erro na distância geométrica, em metros (geralmente devido ao erro da órbita do satélite);
- dt^s é o erro do relógio do satélite em relação ao tempo GPS no instante de transmissão, em segundos;

- dt_r é o erro do relógio do receptor em relação ao tempo GPS no instante de recepção, em segundos;
- c é a velocidade da luz no vácuo, em m/s;
- I_r^s e T_r^s são os atrasos devidos à refração ionosférica e troposférica, em metros;
- $dm_{PD_r^s}$ é o erro de multicaminho da pseudodistância, em metros;
- $\varepsilon_{PD_r^s}$ é o erro residual da pseudodistância devido aos efeitos não modelados e aleatórios, em metros.

2.2. Fase da onda portadora

A medida da fase de batimento da onda portadora é realizada a partir da diferença entre a fase gerada pelo satélite (φ^s), no instante de transmissão do sinal, e sua réplica gerada pelo receptor (φ_r), no instante de recepção do sinal. Apenas uma medida fracionária é obtida, restando um número inteiro de ciclos no instante inicial do rastreamento, denominado de ambigüidade (N_r^s). A equação da fase de batimento da onda portadora $\varphi_r^s(t)$ pode ser escrita como

$$\varphi_r^s(t) = f \left(\frac{\rho_r^s + d\rho_r^s - I_r^s + T_r^s + dm_{\varphi_r^s}}{c} \right) + f(dt_r - dt^s) + [\varphi^s(t_0) - \varphi_r(t_0)] + N_r^s + \varepsilon_{\varphi_r^s}, \quad (2.2)$$

onde:

- f é a frequência nominal da fase, em Hertz;
- $\varphi^s(t_0)$ é a fase inicial no satélite em ciclos, correspondente à época de referência t_0 ;
- $\varphi_r(t_0)$ é a fase recebida no receptor em ciclos, correspondente à época de referência t_0 ;
- $dm_{\varphi_r^s}$ é o erro de multicaminho da fase, em metros;

- $\varepsilon_{\varphi r}^s$ é o erro residual da fase da portadora devido aos efeitos não modelados e aleatórios, em ciclos.

2.3. Simples diferença

As simples diferenças podem ser formadas entre dois receptores, dois satélites ou duas épocas. Combinações usuais envolvem diferenças entre satélites e estações (MONICO, 2000, p.172). A SD entre dois receptores é apresentada na figura 1. A idéia fundamental é que os dois receptores (r_1 e r_2) rastreiem simultaneamente os mesmos satélites, sendo que as SDs são formadas em relação a cada um deles.

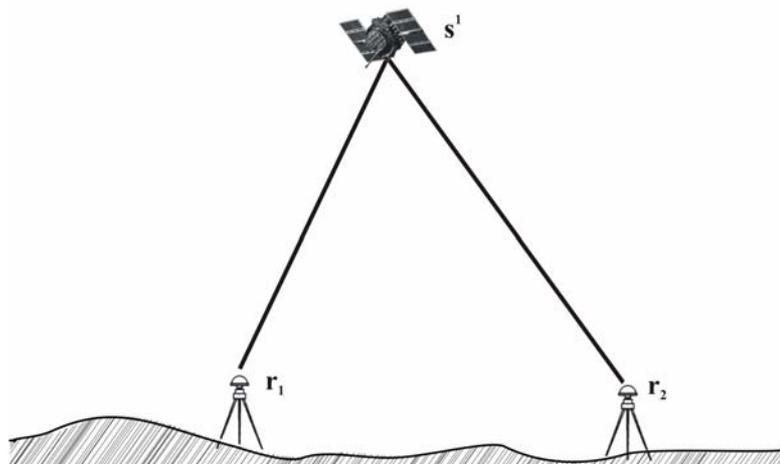


FIGURA 1 - Simples diferença

Por simplicidade, os receptores serão denotados por 1 e 2. Muitos dos erros nas equações de observação 2.1 e 2.2 são espacialmente correlacionados entre receptores rastreando um satélite simultaneamente. Isto acontece porque esses erros dependem do satélite ou porque são causados pela propagação na atmosfera e, portanto, comuns aos receptores se estes estão separados por uma distância (chamada de linha de base) curta. Geralmente, o grau de correlação entre os erros nos dois receptores é função do comprimento da linha de base (RAY, 2000, p.22).

A diferença entre as pseudodistâncias observadas simultaneamente em duas estações é a SD da pseudodistância (MONICO, 2000, p.173). A equação de observação é dada por

$$\Delta PD_{1,2}^1 = \Delta \rho_{1,2}^1 + c(dt_{r_1} - dt_{r_2}) + \Delta dm_{PD1,2}^1 + v_{PDSD}, \quad (2.3)$$

onde:

- Δ representa a simples diferença entre os receptores;
- $\Delta \rho_{1,2}^1 = \rho_1^1 - \rho_2^1$;
- $\Delta dm_{PD1,2}^1 = dm_{PD1}^1 - dm_{PD2}^1$;
- dt_{r_1} e dt_{r_2} são os erros dos relógios dos receptores 1 e 2, respectivamente;
- v_{PDSD} é o resíduo da SD da pseudodistância, em metros.

Com as mesmas considerações apresentadas, a SD da fase da onda portadora é expressa por

$$\Delta \varphi_{1,2}^1 = \frac{f}{c} (\Delta \rho_{1,2}^1 + \Delta d\rho_{1,2}^1 + \Delta dm_{\varphi_{1,2}}^1) + f(dt_{r_1} - dt_{r_2}) + \Delta \varphi_{1,2}(t_0) + \Delta N_{1,2}^1 + v_{\varphi SD}, \quad (2.4)$$

com $\Delta N_{1,2}^1 = N_1^1 - N_2^1$ e $\Delta \varphi_{1,2}(t_0) = \varphi_1(t_0) - \varphi_2(t_0)$.

A principal vantagem da SD é que a maioria dos erros comuns ao satélite é cancelada como, por exemplo, o erro do relógio do satélite (dt^s), a fase inicial no satélite correspondente a época t_0 e o atraso causado no *hardware* do satélite (LEICK, 1995, p.260).

Além disto, os erros orbitais e os erros devido aos atrasos troposférico e ionosférico são altamente correlacionados para linhas de base curtas sendo, portanto, praticamente eliminados na SD. Já os erros do relógio do receptor e o efeito de multicaminho não são cancelados na SD. Nestas circunstâncias, estes erros permanecem na SD. Para linhas de base longas, entretanto, os erros devido aos atrasos troposférico e ionosférico se tornam significantes quando comparados aos demais (RAY, 2000, p.23).

No entanto, a refração troposférica pode ser modelada e a ionosférica pode ser reduzida pelo uso da combinação linear *Ion-Free*, somente possível com receptores de dupla frequência. Uma opção seria simplesmente ignorar tais efeitos, o que deterioraria os resultados. Os erros não modelados ou não totalmente eliminados são assumidos como de natureza aleatória, fazendo parte do resíduo da observação em questão (MONICO, 2000, p.173).

2.4. Dupla diferença

A DD é a diferença entre duas SDs. Envolve, portanto, dois receptores e dois satélites (MONICO, 2000, p.173), como é mostrado na figura 2.

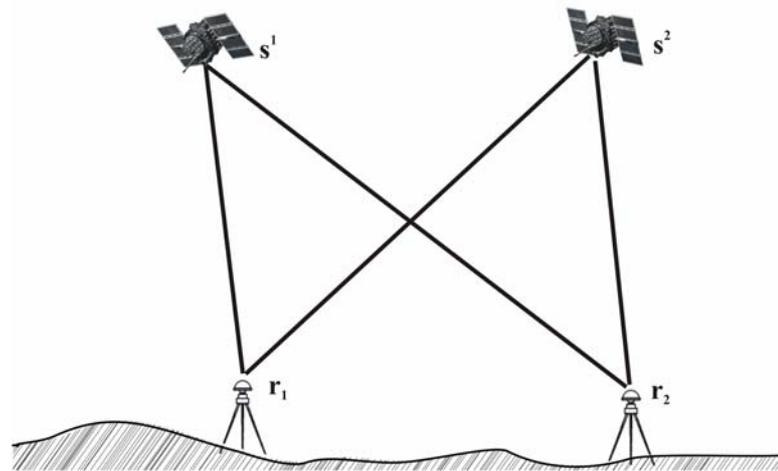


FIGURA 2 - Dupla diferença

A equação da DD para a pseudodistância é dada por

$$\Delta\nabla PD_{1,2}^{1,2} = \Delta\nabla \rho_{1,2}^{1,2} + \Delta\nabla dm_{PD1,2}^{1,2} + v_{PD_{DD}}, \quad (2.5)$$

onde:

- ∇ representa a diferença entre os satélites;
- $\Delta\nabla \rho_{1,2}^{1,2} = \Delta\rho_{1,2}^1 - \Delta\rho_{1,2}^2$;
- $\Delta\nabla dm_{PD1,2}^{1,2} = \Delta dm_{PD1,2}^1 - \Delta dm_{PD1,2}^2$.

De forma similar, a equação correspondente para a fase da onda portadora pode ser escrita por

$$\Delta\nabla\varphi_{1,2}^{1,2} = \frac{f}{c} \left(\Delta\nabla\rho_{1,2}^{1,2} + \Delta\nabla dm_{\varphi_{1,2}}^{1,2} \right) + \Delta\nabla N_{1,2}^{1,2} + v_{\varphi_{DD}}, \quad (2.6)$$

com $\Delta\nabla N_{1,2}^{1,2} = \Delta N_{1,2}^1 - \Delta N_{1,2}^2$ (MONICO, 2000, p.174).

A característica mais importante da DD é a eliminação dos erros dos relógios dos receptores (dt_{r_1} e dt_{r_2}). Como resultado, se os erros residuais são pequenos, a dupla diferença das ambigüidades podem ser solucionadas como um valor inteiro (RAY, 2000, p.25). Os erros dos relógios dos receptores se cancelam completamente se as observações dos satélites s^1 e s^2 são realizadas simultaneamente. A fase inicial $\Delta\varphi_{1,2}(t_0)$ nos receptores, correspondente a época de referência t_0 , também é eliminada na DD. Porém, o multicaminho não é eliminado na DD, pois depende da geometria entre receptor, satélite e refletor, ou seja, das condições espaciais de reflexão do sinal na região onde está localizada a antena do receptor (LEICK, 1995, p.261).

Nas equações (2.5) e (2.6), o termo $\Delta\nabla\rho_{1,2}^{1,2}$ é uma função das posições dos satélites e receptores. Quando é linearizado pela série de Taylor, tem-se

$$\Delta\nabla PD_{L,1,2}^{1,2} = a_{1,2}^{1,2} \Delta X_1 + b_{1,2}^{1,2} \Delta Y_1 + c_{1,2}^{1,2} \Delta Z_1 + \Delta\nabla dm_{PD1,2}^{1,2} + v_{PD_{DD}} \quad (2.7)$$

e

$$\lambda \Delta\nabla \varphi_{L,1,2}^{1,2} = a_{1,2}^{1,2} \Delta X_1 + b_{1,2}^{1,2} \Delta Y_1 + c_{1,2}^{1,2} \Delta Z_1 + \lambda \Delta\nabla N_{1,2}^{1,2} + \Delta\nabla dm_{\varphi_{1,2}}^{1,2} + v_{\varphi_{DD}}, \quad (2.8)$$

onde:

- $a_i^{1,2} = a_i^1 - a_i^2; b_i^{1,2} = b_i^1 - b_i^2; c_i^{1,2} = c_i^1 - c_i^2$, em metros, para $i = 1, 2$
- $a_i^j = \frac{X^j - X_{i_0}^j}{\rho_{i_0}^j}; b_i^j = \frac{Y^j - Y_{i_0}^j}{\rho_{i_0}^j}; c_i^j = \frac{Z^j - Z_{i_0}^j}{\rho_{i_0}^j}$, em metros, para $i, j = 1, 2$
- X^j, Y^j e Z^j são as coordenadas do satélite j , em metros;

- X_{i_0} , Y_{i_0} e Z_{i_0} são os valores aproximados para as coordenadas do receptor i , em metros;
- ΔX_i , ΔY_i e ΔZ_i são as correções aos valores aproximados para as coordenadas do receptor, em metros;
- $\Delta \nabla PD_{L,1,2}^{1,2}$ é a diferença entre a DD da pseudodistância observada e a calculada em função dos parâmetros aproximados, em metros;
- $\Delta \nabla \varphi_{L,1,2}^{1,2}$ é a diferença entre a DD da fase observada e a calculada em função dos parâmetros aproximados, em metros.

A equação de DD é normalmente a observável preferida no processamento de dados GPS envolvendo a fase da onda portadora. Ela parece proporcionar a melhor relação entre o ruído resultante e a eliminação de erros sistemáticos envolvidos nas observáveis originais (MONICO, 2000, p.174).

2.4.1. Matriz variância-covariância

As observações da fase ou pseudodistância originais são supostas serem não correlacionadas no tempo e no espaço. A partir do momento em que novas observáveis (SD ou DD) são produzidas com base na combinação de várias observáveis originais, elas tornam-se correlacionadas, devendo tal correlação ser considerada no ajustamento (MONICO, 2000, p.175).

Um vetor φ_i , contendo as observações coletadas nas estações 1 e 2, a partir de n satélites, durante uma época t_i e arranjada da seguinte forma:

$$\varphi_i^T = [\varphi_1^1, \varphi_1^2, \dots, \varphi_1^n, \varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^n], \quad (2.9)$$

tem sua matriz variância covariância (MVC) dada por

$$\sum_{\phi_i} = \sigma^2 I_{2n}, \quad (2.10)$$

onde:

- I_{2n} é a matriz identidade de ordem igual ao número de observações, isto é, $2n$;
- σ^2 é a variância da observação.

As observações de SDs podem ser escritas como

$$\varphi_{SD_i} = [I_n \ ; \ -I_n] \varphi_i, \quad (2.11)$$

onde φ_{SD_i} é um vetor ($n \times 1$) contendo as SDs (MONICO, 2000, p.176). Aplicando a lei de propagação de covariâncias, obtém-se a MVC do vetor das SDs:

$$\sum_{\varphi_{SD_i}} = 2\sigma^2 I_n. \quad (2.12)$$

As $n-1$ observáveis de DDs independentes contidas no vetor ϕ_{DD_i} são obtidas a partir das SDs, e podem ser escritas como

$$\varphi_{DD_i} = C \varphi_{SD_i}. \quad (2.13)$$

A matriz C , de ordem $((n-1) \times n)$, contendo as informações para a obtenção das DDs, pode ser definida de várias formas. Na prática, somente duas são extensivamente usadas, as quais são denominadas diferença seqüencial e satélite de referência ou base. No método da diferença seqüencial, a matriz C é dada por

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

e no método do satélite base, com o satélite 1 definido como base:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Aplicando a lei de propagação de covariâncias, e considerando a matriz C dada por (2.14), obtém-se

$$\begin{aligned} \sum_{DD_i} = C \sum_{\varphi_{SD_i}} C^T &= 2\sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & \dots & \vdots \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \vdots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \sum_{DD_i} &= 2\sigma^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

No caso em que se considera um satélite base (equação 2.15), independentemente do satélite escolhido, tem-se

$$\sum_{DD_i} = 2\sigma^2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

É importante frisar que a escolha do método para formar a DD não afeta os resultados do processamento e que apenas observáveis independentes são utilizadas. As DDs são consideradas não correlacionadas entre épocas. Portanto, a MVC de, por exemplo, k épocas é composta por k blocos diagonais, similares aos da equação (2.16) ou (2.17).

2.5. Posicionamento relativo

Para realizar o posicionamento relativo, deve-se dispor de dois ou mais receptores. No entanto, com o advento dos chamados Sistemas de Controle Ativos (SCA)¹, com apenas um receptor é possível efetuar o posicionamento relativo. Deve-se para tal, acessar os dados de uma ou mais estações pertencentes a um SCA que, no caso do Brasil, pode ser a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) (FORTES, 1997, p.7). O sistema de referência do SCA é introduzido na solução do usuário através as coordenadas das estações utilizadas como referência (MONICO, 2000, p.205).

No posicionamento relativo utilizam-se em geral as DDs como observáveis fundamentais, pois os erros comuns das estações são eliminados durante o processo de dupla diferenciação. Por isso o posicionamento relativo tem se tornado muito popular e útil em levantamentos (LEICK, 1995, p.279).

Os métodos de posicionamento relativo são (MONICO, 2000, p.205):

- Estático;
- Estático rápido;
- Semicinemático;
- Cinemático.

Esses métodos de posicionamento podem ser realizados utilizando as seguintes observáveis:

- Pseudodistância;
- Fase da onda portadora;
- Fase da onda portadora e Pseudodistância.

¹ Num SCA, receptores rastreiam continuamente os satélites visíveis e os dados podem ser acessados através de um sistema de comunicação.

O conceito fundamental do posicionamento relativo é que os dois ou mais receptores envolvidos rastreiem, simultaneamente, um grupo de pelo menos dois satélites comuns (MONICO, 2000, p.206).

Como neste trabalho é utilizado o posicionamento relativo estático, na próxima seção é realizada uma breve descrição desse método de posicionamento e, na seção 2.5.2, as características relevantes do estático rápido.

2.5.1. Posicionamento relativo estático

A observável adotada no posicionamento relativo estático é a DD da fase de batimento da onda portadora, muito embora possa também ser utilizada a DD da pseudodistância, ou ambas. Os casos em que se têm as duas observáveis proporcionam melhores resultados em termos de acurácia (MONICO, 2000, p.207).

Nesse tipo de posicionamento, dois ou mais receptores rastreiam, simultaneamente, os satélites visíveis por um período de tempo que pode variar de dezenas de minutos (20 minutos no mínimo), até algumas horas. Os casos envolvendo períodos curtos de ocupação, até 20 minutos, serão tratados como método relativo estático rápido (seção 2.5.2).

O posicionamento relativo estático é o método mais utilizado em posicionamento geodésico de alta precisão. Como o período de ocupação é relativamente longo, somente as DDs da fase da onda portadora são normalmente incluídas como observáveis no processamento. Devido à precisão da fase da onda portadora ser muito superior à da pseudodistância, a utilização dessa última não melhora os resultados de forma significativa. Mesmo assim, as pseudodistâncias devem estar disponíveis, pois elas são utilizadas no pré-processamento para estimar o erro do relógio do receptor, ou calcular o

instante aproximado de transmissão do sinal pelo satélite. Essa é a forma mais utilizada em *softwares* comerciais (MONICO, 2000, p.208).

Além disso, como a duração da coleta de dados é relativamente longa, as ambigüidades, exceto em alguns problemas não esperados, são facilmente solucionadas no processo de ajustamento. Isso se deve à alteração da geometria dos satélites durante a sessão, que reduz a correlação entre as componentes da base.

2.5.2. Posicionamento relativo estático rápido

O posicionamento relativo estático rápido segue, em linhas gerais, o mesmo princípio do posicionamento estático. A diferença fundamental diz respeito ao período de ocupação da estação de interesse. Neste caso, as ocupações não excedem 20 minutos, ao passo que no posicionamento relativo estático as ocupações podem durar várias horas. A utilização do método estático rápido é propícia para levantamentos em que se deseja alta produtividade e nos quais se utiliza linhas de base curtas, mas há muitas obstruções entre as estações a serem levantadas. Pode-se utilizar, neste caso, receptores de simples ou dupla frequência (MONICO, 2000, p.212).

Um receptor serve como base, permanecendo fixo sobre uma estação de referência, coletando dados, ao mesmo tempo que um outro receptor percorre as estações de interesse (receptor móvel), onde permanece parado em cada uma por cerca de 5 a 20 minutos, também para coletar dados. Não há necessidade de continuar rastreando durante o deslocamento entre estações, o que permite desligar o receptor móvel (MONICO, 2000, p.212).

2.6. Controle de Qualidade no Posicionamento com GPS

Assumindo que o modelo matemático utilizado no ajustamento das observações coletadas esteja adequado a um suposto problema, como no caso do GPS, o controle de qualidade visa verificar o quanto as observações estão consistentes com tal modelo, bem como adaptá-lo quando a presença de erros for localizada (TEUNISSEN, 1998a).

O controle de qualidade pode executado em três etapas, consistindo no processo conhecido como DIA (*Detection, Identification and Adaptation*). Este processo é brevemente descrito nas seções seguintes.

2.6.1. Detecção

No estágio de detecção de erros testa-se o modelo de observação global, verificando a presença de erros no subconjunto de todas as observações. A estatística utilizada em uma determinada época k é dada por

$$T_{LOM}^k = \frac{v_k^T Q_{v_k}^{-1} v_k}{q_k}, \quad (2.18)$$

onde v_k é o vetor dos resíduos, Q_{v_k} é a MVC dos resíduos e q_k é o grau de liberdade (TEUNISSEN, 1998a, p.294). O erro é detectado quando a estatística T_{LOM}^k exceder o valor da χ^2 , a um determinado nível de significância α .

A estatística representada pela equação 2.18 é denominada *Local Overall Model* (LOM), a qual abrange todas as observações da época k . No entanto, esta estatística pode ser insensível com relação aos erros globais não modelados (como por exemplo, o multicaminho), os quais podem ser detectados através de um teste de abrangência global

denominado *Global Overall Model* (GOM). Este teste envolve as observações desde a época k_0 até a época k (TEUNISSEN, 1998a, p.299):

$$T_{GOM}^{k_0,k} = \frac{\sum_{i=k_0}^k v_i^T Q_{v_i}^{-1} v_i}{q}. \quad (2.19)$$

Verifica-se que este teste será igual ao teste de detecção local (equação 2.18) quando $k_0 = k$. O erro é detectado quando a estatística T_{GOM}^k exceder o valor da χ^2 , a um determinado nível de significância α . Uma vez verificado que há problema, deve-se proceder a identificação do mesmo.

2.6.2. Identificação

A identificação tem por objetivo localizar a possível fonte de erro detectada no teste global. A estatística local, executada para cada observação com o intuito de identificar a fonte de erro no modelo, é dada por

$$t_k = \frac{c_k^T Q_{v_k}^{-1} v_k}{\sqrt{c_k^T Q_{v_k}^{-1} c_k}}. \quad (2.20)$$

A observável com erro é identificada quando a estatística t_k exceder o valor da distribuição normal a um determinado nível e significância α (TEUNISSEN, 1998a, p.282).

2.6.3. Adaptação

Caso algum erro seja detectado e identificado, o modelo de observação deve ser adaptado. Na adaptação local, é possível eliminar o efeito sistemático na mesma época em que tal efeito foi detectado e localizado (MACHADO e MONICO, 2002). Entretanto, no caso

de erros resultantes de multicaminho, pode-se não conseguir adaptar plenamente o modelo, pois o multicaminho é um fenômeno probabilístico e não determinístico. Como no presente trabalho pretende-se utilizar a transformada *wavelets* para eliminar o efeito sistemático do multicaminho de alta frequência, o processo de adaptação não será apresentado. O leitor interessado pode consultar Teunissen (1998a, p.282) e Machado e Monico (2002).

2.7. Solução das Ambigüidades

Para que os resultados do posicionamento relativo apresentem razoável nível de precisão, o vetor de DD das ambigüidades envolvido em cada linha de base deve ser solucionado, isto é, fixado como inteiro (MONICO, 2000, p.212). O processo de solução das ambigüidades divide-se em duas partes: a estimação, que visa calcular estimativas ótimas das ambigüidades, e a validação, que tem o objetivo de verificar se as estimativas podem ser aceitas estatisticamente (TEUNISSEN, 1998b, p.321).

2.7.1. Estimação

A solução das ambigüidades é estimada a partir do vetor de ambigüidades inteiras \tilde{N} , que minimiza a seguinte expressão (TEUNISSEN, 1998b, p.333):

$$\left(\hat{N} - \tilde{N}\right)^T Q_{\hat{N}}^{-1} \left(\hat{N} - \tilde{N}\right) = \textit{mínimo} \quad (2.21)$$

onde \hat{N} é o vetor das ambigüidades reais, ou seja, estimadas da solução *float*.

A solução mais simples para a equação (2.21) seria arredondar o valor das ambigüidades reais \hat{N} para o inteiro mais próximo. No entanto, esse procedimento seria correto apenas se $Q_{\hat{N}}$ fosse diagonal. Como geralmente $Q_{\hat{N}}$ é bastante correlacionada, não sendo diagonal, é necessário utilizar outros métodos para solucioná-la. Várias técnicas têm

sido desenvolvidas. Algumas são descritas em Machado e Monico (1999) e Machado (2001). No presente trabalho, é utilizado o método LAMBDA, pertencente às técnicas *On-The-Fly* (OTF). Este método consiste na decorrelação das ambigüidades originais, fazendo uma reparametrização destas, resultando em um conjunto de ambigüidades com menor correlação e com melhor precisão (TIBERIUS e DE JONGE, 1996; TEUNISSEN, 1998b; SOUZA, 2002).

2.7.2. Validação

A validação da solução da ambigüidade pode ser dividida em duas etapas: o teste de aceitação e o teste de discriminação. O teste de aceitação visa verificar a compatibilidade entre cada vetor que satisfaz as bordas do espaço de procura com as observações GPS (TEUNISSEN, 1998b; MACHADO e MONICO, 2002), sendo dado por

$$\left(\hat{N} - \check{N}\right)^T Q_{\check{N}}^{-1} \left(\hat{N} - \check{N}\right) / amb \sigma_0^2 < F_{\alpha}(amb, \infty), \quad (2.22)$$

onde:

- \hat{N} é o vetor das ambigüidades estimadas como reais (*float*).
- \check{N} é o vetor das ambigüidades estimadas como inteiras (*fixed*);
- σ_0^2 é a variância das ambigüidades a priori;
- $F_{\alpha}(amb, \infty)$ é o valor da distribuição F , a um nível de significância α , com grau de liberdade do numerador igual a amb e, do denominador igual a ∞ .

O teste de discriminação consiste em verificar o quanto o vetor das ambigüidades (\check{N}_1) que produz a menor variância *a posteriori* é diferente do vetor (\check{N}_2) que produz a segunda menor. Isso porque, é necessário verificar se o segundo candidato mais provável (\check{N}_2) não proporciona um valor para o fator de variância *a posteriori* $(\check{\sigma}_2^2)$ muito próximo ao da solução mais provável. Caso isso ocorra, não há um bom discernimento entre

os dois candidatos, podendo conduzir a uma escolha incorreta (MONICO, 2000, p.247). Para verificar essa condição, um dos testes de discriminação mais conhecido e utilizado é o teste *ratio*, o qual consiste na razão entre a variância *a posteriori* de \check{N}_2 e \check{N}_1 (TEUNISSEN, 1998b, p.330), ou seja,

$$\check{\sigma}_2^2 / \check{\sigma}_1^2 = \Omega_2 / \Omega_1 > e_r, \quad (2.23)$$

onde:

- $\check{\sigma}_2^2$ e $\check{\sigma}_1^2$ representam a variância *a posteriori* de \check{N}_2 e \check{N}_1 , respectivamente;
- Ω_2 e Ω_1 representam a forma quadrática, (eq. 2.21), para \check{N}_2 e \check{N}_1 , respectivamente;
- e_r é um valor crítico ($e > 1$) que pode ser definido empiricamente.

Se o valor da razão (e_r) for maior que 3, diz-se que a solução escolhida \check{n}_1 tem alta probabilidade de estar correta. Caso contrário, é aconselhável adotar a solução *float*. Convém ressaltar que, quanto maior o valor da razão, mais confiável é a solução (MONICO, 2000, p.248).

Embora alguns autores assumam que o teste da equação (2.23) tenha distribuição F , isso não representa a realidade, pois Ω_1 e Ω_2 são estatisticamente não independentes (TEUNISSEN, 1998b, p.330).

Outro teste de discriminação proposto é dado pela diferença entre Ω_1 e Ω_2 o qual é dado por

$$\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1 > e_\Delta, \quad (2.24)$$

onde e_Δ é o valor crítico, determinado empiricamente (TIBERIUS e de JONGE, 1995).

Está implícito no teste da equação (2.24) que a discriminação entre as ambigüidades é assumida suficiente quando a distância entre \check{N}_2 e \hat{N} for suficientemente maior que a distância entre \check{N}_1 e \hat{N} . Testes preliminares mostraram que o valor de e_Δ pode ser 15, com sete satélites sendo rastreados (TIBERIUS e de JONGE, 1995; MACHADO e MONICO, 2002).

3. MULTICAMINHO: POSSIBILIDADES DE ATENUAÇÃO

Neste capítulo são apresentados o problema do multicaminho, sua influência na fase da onda portadora e pseudodistância e algumas técnicas desenvolvidas para tentar atenuar este efeito.

3.1. O problema do multicaminho

O GPS tem mostrado ser capaz de apoiar uma grande variedade de aplicações. Além das funções usuais de determinação da posição, velocidade e tempo, também é possível determinar a atitude de plataformas dinâmicas e guiagem na aviação, para pouso e decolagem de aeronaves. Porém, estas aplicações enfrentam um obstáculo, ou seja, o efeito do multicaminho, que é o fenômeno pelo qual um sinal chega à antena do receptor por caminhos múltiplos, devido à reflexão como mostrado na figura 3 (BRAASCH, 1996, p.547).

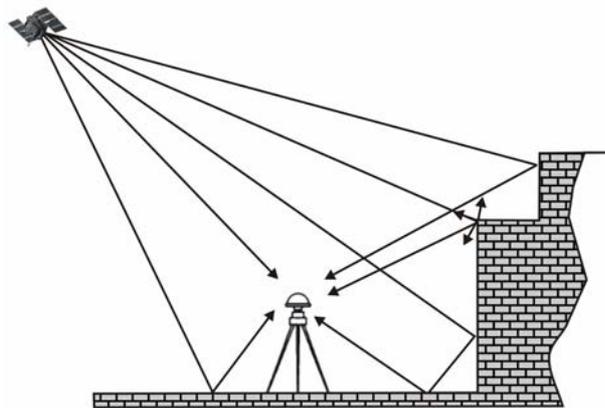


FIGURA 3 - Efeito do multicaminho

O multicaminho é causado principalmente por reflexões do sinal em superfícies mais ou menos próximas ao receptor, tais como construções, carros, árvores e colinas (MONICO, 2000, p.145). Efeitos secundários são causados por reflexões nos próprios satélites e durante a propagação do sinal (HOFMANN-WELLENHOF, 1997, p.126).

O multicaminho no satélite geralmente é cancelado com as observações de SD para linhas de bases curtas. O sinal refletido é sempre mais fraco que o sinal direto devido à atenuação no objeto refletor. Esta atenuação depende da natureza do material refletor, do ângulo incidente na reflexão e da polarização do sinal.

Em geral, reflexões com ângulos de incidência muito pequenos, praticamente não sofrem atenuação. Esta é uma das explicações para o fato de satélites a baixos ângulos de elevação gerarem fortes incidências de multicaminho (LEICK, 1995, p.312). Outra explicação é que os sinais de satélites a baixos ângulos de elevação estão mais sujeitos a se refletirem em saliências e construções próximas ao horizonte, além da interferência no próprio sinal e das variações do centro de fase. Para mostrar este fato, na figura 4a é apresentado o ângulo de elevação de um satélite descendente (PRN 9) e, na figura 4b, os resíduos da DD da pseudodistância formada entre este e um outro satélite com alto ângulo de elevação (PRN 17).

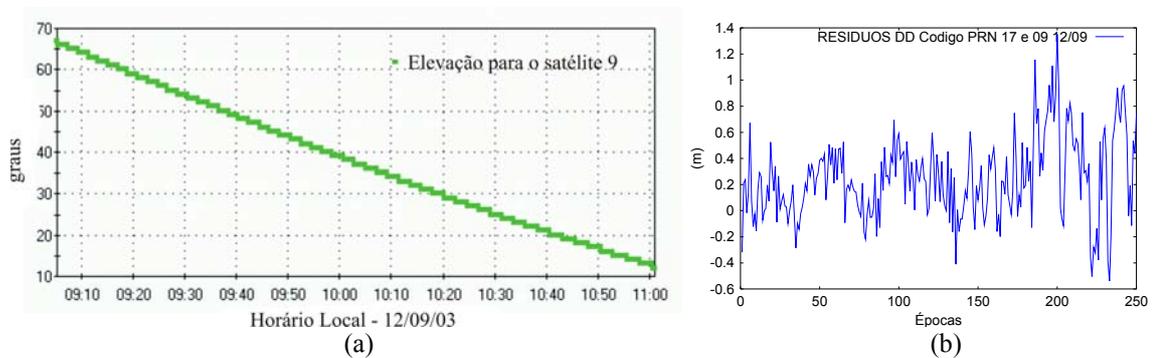


FIGURA 4 - Elevação para o satélite 9 e resíduos da DD 17-09

Os resíduos da figura 4 são provenientes de dados coletados com intervalos de 15 s na proximidade de 4 prédios distando aproximadamente 90 m do receptor. Da figura 4b, verifica-se que os erros devido ao multicaminho tendem a aumentar para satélites em baixos ângulos de elevação.

Além disto, a ocorrência do multicaminho depende da refratividade do meio onde se posiciona a antena e das características da antena e do objeto refletor.

O multicaminho distorce a modulação do sinal, tanto do código C/A como do P, e degrada a precisão e acurácia nos posicionamentos por ponto e relativo. Este efeito também distorce a fase da portadora e, conseqüentemente, degrada a precisão e acurácia dos sistemas baseados nessa observável. Além disso, vários sistemas empregam freqüentemente medidas de pseudodistância para a inicialização (resolução da ambigüidade). Como o multicaminho degrada a pseudodistância, o intervalo de tempo requerido para inicialização pode aumentar (BRAASCH, 1996, p.547).

A aplicação do método relativo (DD) reduz erros como, por exemplo, do relógio do satélite, da órbita e da atmosfera, menos o de multicaminho. Isto provém do fato de que o multicaminho é um fenômeno altamente localizado. As fontes de multicaminho que afetam o receptor de uma estação de referência não causam, necessariamente, erros em um receptor usuário. Da mesma forma, fontes de multicaminho que afetam o receptor usuário, podem não afetar a estação de referência (BRAASCH, 1996, p.547). Assim, por apresentar características diversas, mesmo em antenas próximas, o multicaminho se encaixa no grupo de erros ditos não-comuns. Os caminhos desconhecidos dos sinais direto e refletido tornam impraticável a tarefa de modelagem e predição deste efeito (FARRELL e GIVARGIS, 2000).

Os pesquisadores reconhecem atualmente que os esforços complementares para redução dos erros inerentes ao GPS, centralizam-se no multicaminho. Na última década, tem-se visto muito progresso em reduzir erros que ocorrem dentro do próprio receptor (WEILL, 1997).

Devido aos diferentes tipos de superfícies refletoras, o multicaminho pode se dividir em três categorias (MOELKER, 1997):

- **Multicaminho especular:** proveniente da reflexão em uma superfície suave (lisa), sendo que a frente de onda resultante é uma cópia atrasada do sinal direto, diferindo deste apenas em fase e amplitude;

- **Difração:** proveniente de reflexões nas bordas ou cantos dos objetos refletoras;
- **Multicaminho difuso:** proveniente da reflexão em superfícies rugosas, semelhante a várias reflexões especulares.

Segundo Comp e Axelrad (1996), o multicaminho especular é o que mais afeta a maioria das aplicações que utilizam as medidas de fase da onda portadora e suas diferenças. O multicaminho especular caracteriza-se em relação à linha direta através da razão de amplitude, atraso na propagação (em nanossegundos) e rotação da fase (em rad), podendo vários sinais secundários estar presentes (FARRET, 2000, p.2).

A propagação do sinal devido ao multicaminho pode se dividir em duas classes: estática e cinemática. Para um receptor estacionário, a geometria de propagação muda lentamente, fazendo com que os parâmetros de multicaminho sejam essencialmente constantes por vários minutos. Entretanto, para um receptor em aplicações cinemáticas, o efeito de multicaminho muda rapidamente devido à alteração na geometria entre a antena e os objetos refletoras. Neste caso, um receptor pode experimentar flutuações rápidas em fração de segundos (WEILL, 1997a). Entretanto, o efeito de multicaminho tende a ser maior para receptores estáticos próximos de grandes superfícies refletoras (PARKINSON, 1996, p.480). Dessa forma, estações monitoras ou de referência requerem cuidado especial na sua localização, para evitar tais erros.

Em relação às aplicações cinemáticas, alguns dos problemas mais difíceis, causados pelo multicaminho, estão relacionados com aeronaves (LIGHTSEY, 1996, p.467). As superfícies refletoras para um avião a uma altitude h , podem ser o chão e o mar, como apresentado na figura 5.

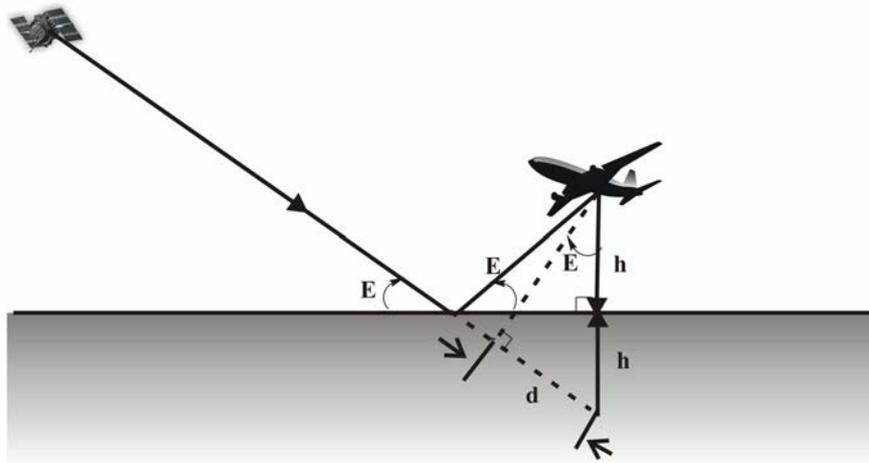


FIGURA 5 - Efeito de multicaminho para uma aeronave

Se o ângulo de elevação do satélite é E , o sinal refletido sofre um atraso (d) com relação ao sinal direto em metros:

$$d = c\Delta\delta = 2hsenE, \quad (3.1)$$

onde $\Delta\delta$ é a diferença de atraso do sinal com multicaminho (s).

A reflexão na superfície do mar não pode ser evitada, especialmente, quando se opera com baixos ângulos de elevação. A amplitude do sinal refletido na superfície do mar pode ser algumas vezes próxima a do sinal direto (SPILKER e PARKINSON, 1996, p. 52).

O receptor GPS pode rejeitar a maioria dos sinais com multicaminho se o atraso diferencial $\Delta\delta$ for maior que $1,5 \mu s$ para o código C/A e $0,15 \mu s$ para o código P (Y). Note que a região do atraso em metros devido ao multicaminho (menor que $1,5 \mu s$) para o código C/A é

$$1,5 \mu s > (2hsenE)/c = \Delta\delta \Rightarrow c \Delta\delta < c(1,5 \mu s) \Rightarrow d < c(1,5 \mu s) = 448,5 m.$$

Porém, na realidade, sinais com multicaminho que são atrasados mais que $1,5 \mu s$ podem ainda induzir algum erro (BRAASCH, 1996, p.555, 559). Dessa forma, o aumento da distância objeto-receptor apenas garante um enfraquecimento do sinal com multicaminho.

Assim, embora os sinais com multicaminho tenham instante de emissão comum no satélite, eles chegam com fase da portadora e código atrasados devido às diferentes reflexões durante o caminho, afetando a qualidade do posicionamento. O impacto dos sinais com multicaminho nas observáveis pseudodistância e fase da portadora depende de uma variedade de fatores, tais como a potência e o atraso do sinal refletido comparado com o sinal direto, as características de atenuação da antena e a sofisticação das técnicas de medida e processamento do receptor (LEICK, 1995, p.311).

3.2. Efeito do multicaminho na fase da onda portadora

A influência do multicaminho na medida da fase da onda portadora é a principal limitação para a obtenção de alta precisão e acurácia no posicionamento relativo estático e cinemático com GPS, pois esse efeito pode impedir a fixação das ambigüidades, ou conduzir a uma solução incorreta das mesmas (JIA, TSAKIRI e STEWART, 2000).

A fase do sinal refletido é atrasada devido ao deslocamento $\Delta\varphi$, o qual é função da condição da geometria. Este atraso acarreta um erro na medida da fase da onda portadora que pode ser, no máximo $\pm 90^\circ$, ou seja, $1/4$ de ciclo. Esta afirmação é demonstrada no Apêndice A. Convertendo esse deslocamento de fase para comprimento de onda, tem-se $\lambda/4$. Para $\lambda = 20$ cm a variação máxima é da ordem de 5 cm. Entretanto, esse valor pode ser maior se forem feitas combinações lineares (HOFMANN-WELLENHOF, 1997, p.128).

A diferença de fase é proporcional à diferença de comprimento dos caminhos secundários. Dessa forma, o deslocamento da fase $\Delta\varphi$ pode ser expresso em função da variação no comprimento do caminho secundário d . No caso de um refletor horizontal (chão) tem-se

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\lambda} d = \frac{2h}{\lambda} \text{sen}E, \quad (3.17)$$

onde $\Delta\varphi$ é expresso em ciclos, h é a altura vertical entre a antena e o chão e E é a elevação do satélite, como apresentado na figura 6.

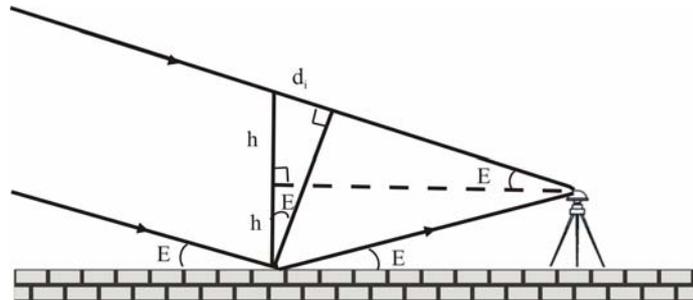


FIGURA 6 - Geometria do multicaminho para um refletor horizontal

Derivando $\Delta\varphi$ em relação a t , tem-se a frequência do multicaminho devido à reflexão em uma superfície plana horizontal:

$$f_M = \frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = \frac{2h}{\lambda} \cos E \frac{dE}{dt}. \quad (3.18)$$

Para alguns exemplos da frequência do multicaminho para as portadoras L1 e L2, pode-se consultar Souza, Pagamisse e Monico (2003).

Agora, para analisar a influência da distância (D) entre o objeto refletor e a antena no estudo do multicaminho, pode-se observar a figura 7.

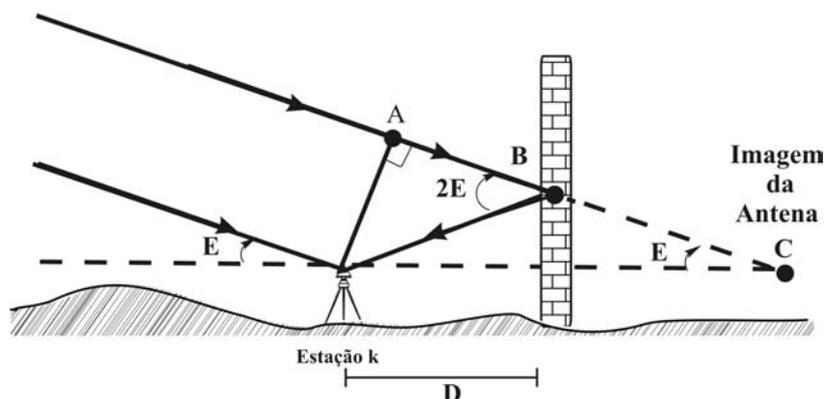


FIGURA 7 - Geometria para reflexão em uma superfície plana vertical

Nota-se, neste caso, que o atraso devido ao multicaminho (d) é dado pela soma das distâncias AB e BC . Convertendo essa soma em ciclos, tem-se

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\lambda} d = \frac{2D}{\lambda} \cos E. \quad (3.19)$$

Derivando a equação (3.19) obtém-se a frequência do multicaminho devido à reflexão em uma superfície plana vertical:

$$f_M = \frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = \frac{2D}{\lambda} \operatorname{sen} E \frac{dE}{dt}. \quad (3.20)$$

Dessa forma, a frequência do multicaminho é proporcional à distância perpendicular entre a superfície refletora e a antena, e inversamente proporcional ao comprimento de onda, além de ser função do ângulo de elevação do satélite. Desde que o satélite esteja continuamente se movimentando, a frequência do multicaminho também é função do tempo devido à influência no ângulo de elevação (LEICK, 1995, p.312).

3.3. Efeito do multicaminho na pseudodistância

Quanto ao multicaminho na pseudodistância, o comportamento é similar ao da fase da onda portadora, mas a variação apresenta ordem de magnitude várias vezes maior (LEICK, 1995, p.314).

O erro máximo também será proporcional ao comprimento de onda, que no caso da pseudodistância está relacionado com a razão de transmissão dos códigos C/A (1,023 MHz) e P (10,23 MHz). Dessa forma, quanto maior for a taxa de transmissão do código, menor será o erro máximo. Portanto, o multicaminho para o código P é menor que para o código C/A (LEICK, 1995, p.315).

Nas figuras 8 e 9 são apresentados erros devido a alguns sinais com multicaminho para o código C/A utilizando correlacionadores com espaçamento de 1 *bit* e 0,1 *bit*, respectivamente. Os erros devido ao multicaminho são praticamente os mesmos para um

DLL¹ coerente e um não coerente (RAY, 2000, p.72). As amplitudes dos sinais refletidos (multicaminho) nas figuras 8 e 9 são apresentadas para 3, 6 e 10 dB abaixo da amplitude do sinal direto.

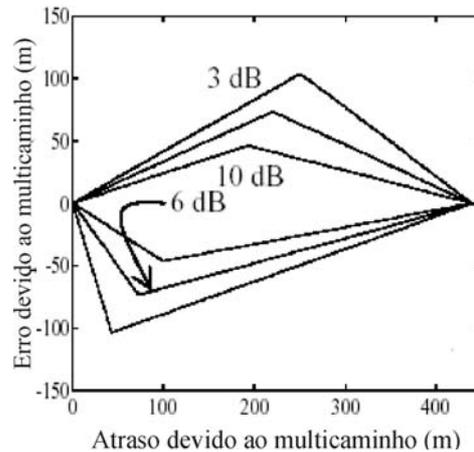


FIGURA 8 - Erro devido ao multicaminho para o código C/A com espaçamento do correlacionador de 1 *bit*
Fonte: Ray, 2000.

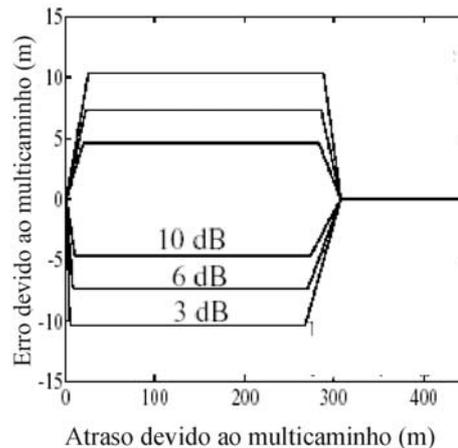


FIGURA 9 - Erro devido ao multicaminho para o código C/A com espaçamento do correlacionador de 0,1 *bit*
Fonte: Ray, 2000.

Note que utilizando um correlacionador proximamente espaçado o erro devido ao multicaminho diminui bastante. Além disso, enquanto atrasos maiores que 1,5 *chip* (448,5 m) praticamente não causam erros de multicaminho para um correlacionador padrão, este limite é de 1,05 *chip* (300 m) para correlacionadores proximamente espaçados - *narrow correlator* (RAY, 2000, p.65).

¹ Para detalhes sobre um DLL coerente ou não coerente e a atuação do multicaminho em um receptor GPS, pode-se consultar Souza, Pagamisse e Monico (2003).

Em relação às técnicas de atenuação, estas são apresentadas nas seções (3.4) e (3.5), onde se destacam os métodos de processamento no receptor (seção 3.5) que têm sido desenvolvidos para atenuar o efeito do multicaminho, principalmente no código C/A.

3.4. Técnicas espaciais de atenuação ou de *hardware*

Várias técnicas de redução de multicaminho utilizam a geometria de propagação do sinal. Algumas dessas técnicas incluem o uso de antenas especiais (como a *choke-ring*), processamento espacial com arranjo de várias antenas, estratégia de localização de antena e observação do sinal por longo tempo para deduzir os parâmetros do multicaminho auxiliado pela mudança da geometria da reflexão. Esses métodos tentam reduzir os sinais secundários preservando o sinal direto (WEILL, 1997a).

Uma descrição destas técnicas é feita nas seções seguintes.

3.4.1. Antenas especiais

O multicaminho que chega por baixo da antena pode ser significativo, dependendo do tipo de antena usada. Um plano de terra pode ser necessário. Geralmente, esse aparato é uma superfície metálica de forma circular ou retangular centrada no plano horizontal da base da antena GPS (LEICK, 1995, p.312). Essa técnica fomentava a teoria de que o plano de terra protegeria a antena de todos os sinais que chegam por baixo dela. Isto se mostrou não ser verdade, pois, em virtude de algumas características das ondas eletromagnéticas, elas se deslocavam para a superfície superior do mesmo, alcançando a antena e comprometendo a utilidade do disco. Além disso, nem todos os sinais de multicaminho chegam por baixo da antena, tornando esse método ineficaz em tais casos (WEILL, 1997a).

Para eliminar tal aparecimento de ondas, o plano de terra pode ser constituído de um *choke-ring*, uma série de círculos concêntricos com altura de aproximadamente um quarto de comprimento de onda, valor máximo do multicaminho para a portadora (seção 3.2), e espaçamento de aproximadamente metade do comprimento de onda (LEICK, 1995, p.312). Essa composição antena-plano de terra é uma das melhores para proteção contra o multicaminho e, para fins deste trabalho, será denotada antena *choke-ring*. Quando foi fabricada era uma antena de custo alto e pesada. Atualmente, já existem antenas *choke-ring* mais leves e de menor custo. Entretanto, esta antena não pode atenuar os sinais que chegam de cima do horizonte da mesma, como os provenientes de reflexões em construções elevadas.

A redução do sinal refletido também seria possível pela seleção de antenas construídas com base na polarização do sinal GPS, o qual é polarizado circularmente à direita. O sinal refletido uma única vez, dependendo do ângulo de incidência, se torna polarizado à esquerda (HOFMANN-WELLENHOF, 1997, p.130). Teoricamente, todos os sinais polarizados à esquerda seriam rejeitados pela antena. No entanto, isso não ocorre na prática (BRAASCH, 1996, p.559). Apenas parte dos sinais polarizados à esquerda é atenuada. Essa técnica deve ser utilizada em conjunto com outras proteções como, por exemplo, a antena *choke-ring*.

Sinais que chegam à antena não são recebidos igualmente de todas as direções. Parte da rejeição do multicaminho pode ser construída na antena através de uma modelagem de ganhos. Como grande parte do multicaminho chega de ângulos próximos do horizonte, ele pode ser reduzido devido à modelagem de baixo ganho nessas direções (BRAASCH, 1996, p.559). Porém, isso é mais válido para o ruído no receptor do que para o multicaminho. Tais antenas podem ser aceitáveis para receptores terrestres, mas pode se tornar um problema em aplicações aéreas. Antenas em aeronaves devem continuar recebendo

os sinais dos satélites enquanto estão aterrissando, ou seja, a perda de sintonia do sinal deve ser evitada (LEICK, 1995, p.312).

A NovAtel tem fabricado antenas com a recente tecnologia *Pinwheel*, como a GPS-600, que foi projetada para operar nas frequências L1 e L2 (NOVATEL, 2003). Este tipo de antena apresenta performance similar à da antena *choke-ring*, entretanto, com tamanho e peso reduzidos. A unidade possui *slots* espirais otimizados para receber sinais circularmente polarizados à direita. Além disso, existe um arranjo de anéis concêntricos do lado de fora dos *slots* espirais para suprimir a difração e a reflexão nas bordas da antena. Dessa forma, esta antena é moldada para reduzir sinais com multicaminho polarizados à esquerda e que chegam de baixos ângulos de elevação (KUNYSZ, 2000).

Uma outra opção está no uso da *Advanced Pinwheel Compact Controlled Reception Pattern Antenna (AP-CRPA)* designada para reduzir interferências de outros sinais e o multicaminho. Esta antena é composta por um arranjo de vários elementos, onde cada elemento também é um arranjo de *slots* espirais juntos, de forma que o tamanho total da antena seja reduzido (KUNYSZ, 2001).

3.4.2. Estratégia de localização de antena

Usuários podem reduzir os efeitos de multicaminho colocando a antena em lugares menos sujeitos a receber sinais refletidos. Pode-se determinar a posição de um ponto num lugar “limpo” e calcular a posição desejada baseada nas técnicas de medição de ângulo e distância.

Outra opção é eliminar as reflexões do terreno com a colocação da antena do receptor no chão, ou seja, sem o uso do tripé, por exemplo. Esta situação pode ser impraticável em alguns casos, mas pode ser eficaz em outros (WEILL, 1997a).

3.4.3. Processamento espacial de várias antenas

Também se pode reduzir os efeitos de multicaminho utilizando múltiplas antenas que simultaneamente recebem o sinal GPS de diferentes pontos do espaço. Como a geometria varia em diferentes locais, o sinal GPS corrompido pelo multicaminho geralmente terá diferentes características em cada antena. Usuários podem empregar uma forma para processar o sinal, denominada *spatial processing*, para explorar essas diferenças e isolar o sinal direto. Em alguns casos, o uso de múltiplas antenas pode ser considerado para formar um padrão direcional da antena para o sinal direto, mas não para os sinais de multicaminho que chegam de outras direções (WEILL, 1997a).

Ray, Cannon e Fenton (1998) apresentaram uma técnica de atenuação do multicaminho estático para fase da onda portadora utilizando múltiplas antenas proximamente espaçadas (Figura 10) e medidas de SD. Neste trabalho, assumiu-se um único refletor virtual com parâmetros que variavam no tempo e que representavam todos os objetos refletores na proximidade da antena. Isto faz com que o efeito resultante possa ser considerado como devido a esse único refletor virtual (Figura 11). Ray (1999) mostrou que essa técnica pode ser utilizada para melhorar a acurácia do posicionamento de um receptor usuário, pois, com o arranjo de antenas, as medidas de fase da onda portadora corrigidas do multicaminho são utilizadas no posicionamento relativo. Para tanto, um algoritmo de filtragem Kalman foi desenvolvido para estimar vários parâmetros do sinal refletido e, conseqüentemente, o multicaminho na fase da onda portadora. Testes usando DD entre uma antena e um sistema de múltiplas antenas também foram feitos.



FIGURA 10 - Antenas proximamente espaçadas

Fonte: Ray, Cannon e Fenton, 1998.

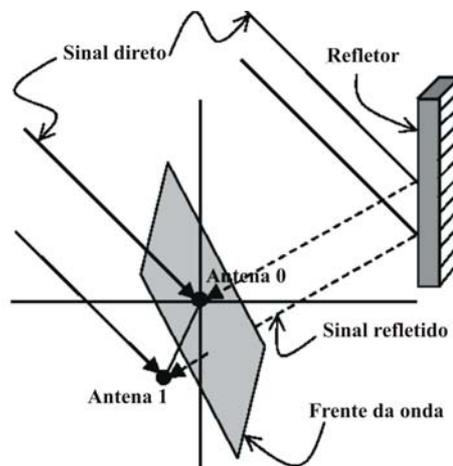


FIGURA 11 - Relação entre os erros devidos ao multicaminho em duas antenas, correlacionados através da direção do sinal e da geometria

Fonte: Ray, Cannon e Fenton, 1998.

Farret (2000) realizou um experimento similar para atenuação do efeito de multicaminho na fase da portadora, baseado no aproveitamento da alta correlação de sinais em antenas próximas em um curto intervalo de tempo e que permite a separação de um sinal com multicaminho para alimentar um estimador de parâmetros do mesmo (*Extended Kalman Filtering* - EKF) (DAI et al, 1997). Trata-se, porém, de uma técnica mais prática e econômica, pois utiliza apenas duas antenas próximas, ao invés de seis (Figura 10). No entanto, em nível de FCT/UNESP (ou mesmo de Brasil), tal facilidade não se encontra disponível.

3.4.4. Calibração de estações para o efeito de multicaminho

Um novo método se refere à calibração de estações para o efeito de multicaminho, em particular estações de referência. A idéia básica deste método é decorrelacionar o multicaminho através do movimento controlado de um robô (Figura 12). A estação com o robô é colocada perto da estação fixa a ser calibrada, a qual está sujeita a todos os sinais com multicaminho. A estação móvel, por sua vez, reduz o efeito de multicaminho através do movimento controlado. Dessa forma, nas DDs aparecem apenas os erros de multicaminho para a estação fixa, os quais segundo os autores, podem ser descritos no modelo funcional (SEEBER, 2003, p.318; BÖDER et al, 2001).



FIGURA 12 - Robô para calibração do centro de fase

Fonte: Böder et al, 2001.

3.4.5. Observação de sinal por longo tempo

Se um receptor observa um sinal por longo intervalo de tempo (algumas horas), pode ter vantagens da mudança de geometria das reflexões secundárias, causadas pelo movimento angular do satélite GPS. Em virtude de requerer um longo intervalo de tempo de observação do sinal, estas técnicas são impraticáveis para a maioria das aplicações.

Por outro lado, desde que a geometria entre o satélite GPS e a localização de um receptor específico se repita durante vários dias consecutivos, o multicaminho deve

mostrar o mesmo padrão. Tal repetição pode ser utilizada na verificação da presença de multicaminho pela análise das observações de diferentes dias (LEICK, 1995, p.311). Dessa forma, é uma técnica que pode ser utilizada para caracterizar o multicaminho num local fixo. Numa estação base GPS, pode-se rastrear os mesmos satélites entre dias consecutivos, observando os padrões nas medidas de pseudodistância ou da fase que são avançados por aproximadamente quatro minutos por dia em razão do período nominal do satélite de meio dia sideral (WEILL, 1997a).

3.5. Métodos de processamento ou técnicas de *software*

3.5.1. Métodos de processamento no receptor

Alguns métodos promissores para reduzir os efeitos de multicaminho utilizam processamento de sinais em tempo real dentro do receptor. Esta nova e atraente tecnologia envolve pesquisa e desenvolvimento dos principais fabricantes de receptores, que muitas vezes, apresentam os resultados de seus métodos sem revelar explicitamente os seus “segredos”. A seguir são brevemente apresentadas algumas técnicas de processamento no receptor. Para mais detalhes pode-se consultar Souza, Pagamisse e Monico (2003).

3.5.1.1. Medidas padrão

Para investigar técnicas de processamento que atenuam o multicaminho, é fundamental explorar como o multicaminho causa erros em receptores que utilizam métodos

padrão de rastreamento, ou seja, receptores que não são designados especialmente para controlar sinais com multicaminho.

Assumindo que o receptor processa apenas o código C/A, a forma da onda no receptor no instante t quando o multicaminho não está presente pode ser matematicamente representada em por

$$r(t) = Ae^{j\varphi}c(t-\tau) + n(t), \quad (3.23)$$

onde $c(t)$ é a forma de onda do código normalizada e não atrasada, τ é o atraso de propagação do sinal, A é a amplitude do sinal, φ é a fase da portadora, $n(t)$ é o ruído termal do receptor, e é a base do logaritmo natural e j é a raiz quadrada de -1.

É necessário estimar o atraso de propagação τ que pode ser convertido em distância entre o receptor e o satélite. O receptor faz essa estimativa gerando uma réplica $c_r(t)$ do código C/A transmitido e tentando alinhar essa réplica no tempo com a forma de onda do código que chega. O grau de alinhamento é medido pela magnitude da função de autocorrelação do sinal que chega e a sua réplica gerada no receptor (WEILL, 1997a).

A função de autocorrelação depende do multicaminho e pode ser expressa matematicamente por

$$R(\hat{\tau}) = \int_{T_1}^{T_2} r(t)c_r(t-\hat{\tau})dt, \quad (3.24)$$

onde $R(\hat{\tau})$ é a função de autocorrelação, $\hat{\tau}$ é o atraso de tempo da réplica do código do receptor $c_r(t)$ e $r(t)$ é dada por (3.23).

A figura 13 mostra a taxa de erro positiva causada pelo sinal secundário em fase. Pode-se notar que a inclinação positiva da função de autocorrelação do caminho secundário desloca o pico da função de autocorrelação do sinal direto para a direita, como mostra a curva resultante. Já na figura 14, observa-se que a taxa de erro negativa ocorre quando o sinal secundário está fora de fase com o sinal direto.

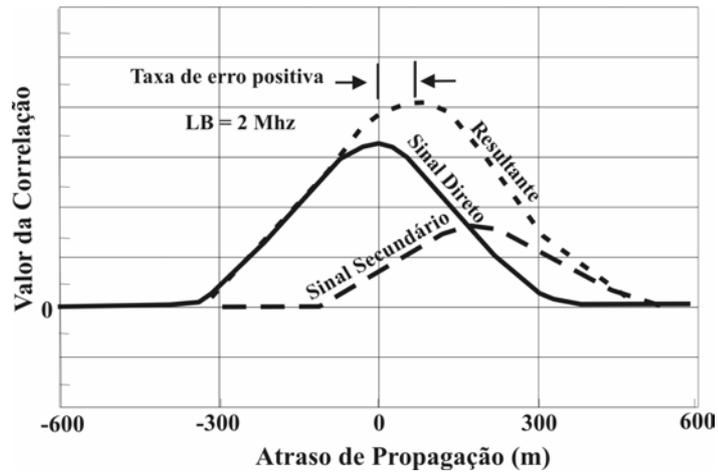


FIGURA 13 - Taxa de erro positiva causada pelo multicaminho em fase
Fonte: Weill, 1997a.

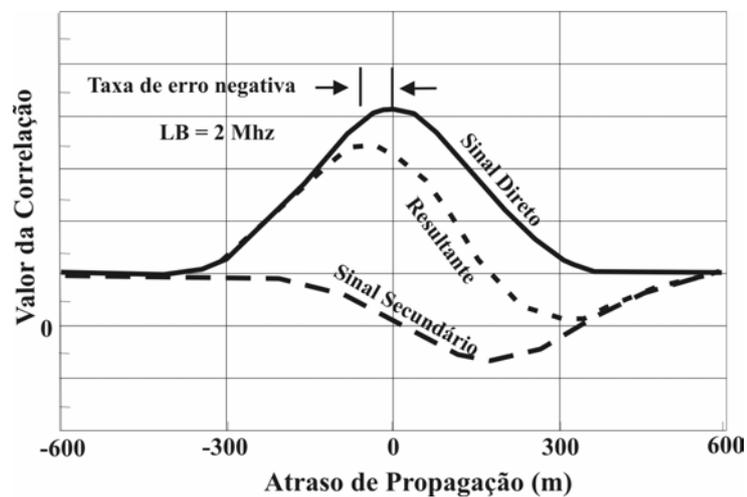


FIGURA 14 - Taxa de erro negativa causada pelo multicaminho fora de fase
Fonte: Weill, 1997a.

Em um receptor não designado para controlar o multicaminho, o resultado da função de autocorrelação terá duas componentes superpostas, uma do sinal direto e outra do sinal secundário, como mostrado nas figuras 13 e 14. A curva resultante não é muito diferente de um triângulo simétrico, mas é distorcida.

Em função disso, a localização do pico da função de autocorrelação, que o receptor interpreta como do sinal direto, é deslocada de sua posição correta devido à componente inclinada do sinal secundário.

3.5.1.2. Função de correlação da borda principal (*Leading Edge Correlator*)

Diversas pesquisas têm proposto técnicas de redução do multicaminho partindo do fato de que o sinal direto chega ao receptor sempre antes que os sinais provindos de caminhos secundários. Isto significa que o multicaminho não afeta a parte principal da função de autocorrelação, como pode ser observado no lado esquerdo da curva da autocorrelação resultante, na figura 15 (WEILL, 1997a). Além disso, pode-se observar que aumentando a largura de banda (LB), incorrendo no espaçamento estreito entre os correlacionadores (*narrow correlator*), o pico da função de autocorrelação do sinal direto fica mais acentuado. Assim, o erro causado pelo sinal secundário é reduzido.



FIGURA 15 - Taxa de erro reduzida causada pelo multicaminho (LB = 8MHz)

Fonte: Weill, 1997a.

Dessa forma, se fosse possível medir a localização apenas da parte principal da função de autocorrelação, o atraso do sinal poderia ser determinado e o multicaminho não causaria erros. Entretanto, tal situação é ilusória. A parte da função de autocorrelação não contaminada é apenas um pequeno pedaço na esquerda, onde a curva começa a subir e, nessa região, não só a razão sinal ruído é relativamente pobre, mas a inclinação da curva é relativamente pequena, e isso dificulta a estimativa, com acurácia, do atraso associado a essa região livre de multicaminho (WEILL, 1997a).

Como o receptor que utiliza essa técnica estima o atraso da borda principal (e não o pico) da função de autocorrelação, o receptor deve empregar algum método que

estime o atraso independentemente da inclinação da borda principal. Tal problema não ocorre com métodos de atenuação do multicaminho que estimam apenas a localização do pico da função de autocorrelação (WEILL, 1997a).

3.5.1.3. Tecnologia *Narrow Correlator*

A *Narrow Correlator Delay Lock Loop* (DLL) foi introduzida nos receptores GPS em 1991 e foi a primeira técnica significativa para reduzir o efeito de multicaminho no código C/A por processamento no receptor.

Fenton et al. (1991) e Van Dierendonck; Fenton e Ford (1992) descrevem o *design* desse receptor que reduz o efeito de multicaminho pelo espaçamento estreito dos correlacionadores em um DLL não coerente (BRAASCH, 1996, p.560). A idéia é minimizar o tempo entre as amostras dos correlacionadores adiantado e atrasado para determinar com mais precisão o pico da função de autocorrelação (PARKINSON e ENGE, 1996, p.15).

Se os correlacionadores são separados por 1,0 *chip*, então as amostras adiantada e atrasada poderão ser ajustadas longe do pico e o erro causado pelo multicaminho pode ser bastante grande. Já se o espaçamento é de 0,1 *chip* (*narrow correlator*), então as amostras do correlacionadores serão ajustadas próximas ao pico. Por utilizar uma pequena parte da função de correlação (ao redor do pico) para formar a função discriminadora, o erro máximo de multicaminho é reduzido, neste caso, por um fator de 10 e o multicaminho com atrasos relativos de aproximadamente 1 *chip* ou mais é geralmente rejeitado (BRAASCH, 1996, p.560).

Braasch (1991) e Van Nee (1992) mostraram que o conceito de *narrow correlator* também pode ser aplicado a um DLL coerente e em 1992, Meehan e Yong descreveram variações da *narrow correlator* que beneficiaram as medidas da fase da portadora tão bem quanto para o código (BRAASCH, 1996, p.560).

A curva B da figura 16 mostra o erro típico induzido pelo multicaminho para a *narrow correlator* como uma função da separação dos caminhos quando os dois estão em fase. Deve-se notar também que o erro máximo de 80 m para a curva A foi reduzido para aproximadamente 10 m.

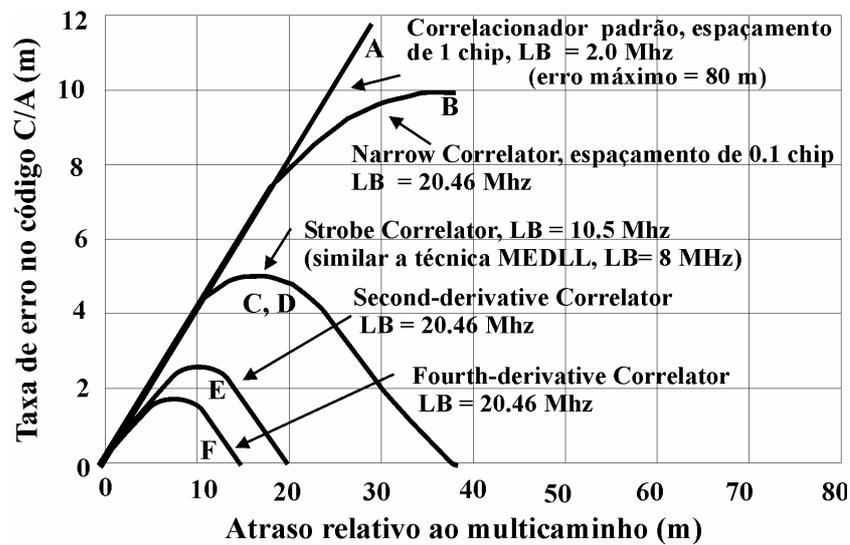


FIGURA 16 - Taxa de erro no código para algumas técnicas de atenuação

Fonte: Weill, 1997b.

As outras técnicas apresentadas nesta figura são descritas nas seções seguintes. Mas, pode-se notar que a melhoria efetiva em todas as técnicas apresentadas na figura 16 ocorre quando a largura de banda aumenta, o que é princípio da *narrow correlator*, independentemente da forma como cada uma delas detecta o pico da função de autocorrelação.

3.5.1.4. Forma da Função de Correlação

Como a função de autocorrelação depende do multicaminho, os parâmetros do multicaminho podem ser determinados observando a forma de uma função de correlação específica (BRAASCH, 1996, p.550). Feito isso, pode-se determinar o parâmetro de atraso de propagação do sinal direto. Essa idéia tem mérito, mas requer muitas correlações com

diferentes valores do atraso da réplica do sinal $\hat{\tau}$ para obter amostras da forma da função (WEILL, 1997a).

A curva C na figura 16 representa os resultados obtidos por um outro fabricante utilizando sua própria versão de discriminação da forma da função de correlação, o receptor *Multipath Estimating Delay-Lock Loop* (MEDLL). Este receptor representa uma significativa melhoria em relação à tecnologia *narrow-correlator*, ou seja, a taxa de erro é geralmente menor (aproximadamente 6 m versus 10 m) (TOWNSEND et al, 1995). Entretanto, tal melhoria só foi possível com o aumento da largura de banda na precorrelação, que é princípio da *narrow correlator*.

3.5.1.5. Strobe Correlator

No *Institute of Navigation Satellite Division's 9th International Technical Meeting*, ION GPS 96, um fabricante de receptores apresentou um artigo descrevendo os resultados obtidos por uma técnica de atenuação do multicaminho chamada *Strobe Correlator*. Esta técnica utiliza um correlacionador extra para um melhor rastreamento do código, onde, ao invés de permitir que os sinais direto e secundário se sobreponham, ela tenta mantê-los separados (GARIN, DIGGELEN e ROUSSEAU, 1996).

A curva D da figura 16 representa essa técnica, cujos resultados teóricos são similares à técnica MEDLL. A *Strobe Correlator* compartilha com a MEDLL a vantagem, ao contrário da *Narrow Correlator*, de que elimina quase completamente os erros de multicaminho para atrasos maiores que 40 m, no caso do código (WEILL, 1997a). Para mais detalhes pode-se consultar também Zhdanov et al, 1999.

3.5.1.6. Correlacionador modificado por formas de onda de referência

Esta técnica altera a forma de onda do código PRN de referência do correlacionador para fornecer uma função de autocorrelação que tenha mais resistência aos erros causados pelo multicaminho (WEILL, 1997a). Ao invés de utilizar uma forma de onda de um código ideal convencional como referência para a correlação, usa-se uma forma de onda de referência para o correlacionador especificamente designada para produzir uma função de correlação bem mais estreita (WEILL, 1997b).

Um exemplo de forma de onda de referência para um correlacionador é o *Second Derivative Correlador* que foi o primeiro tipo desenvolvido por Lawrence R. Weill.

A idéia desta técnica é medir o atraso do sinal construindo a segunda derivada negativa da função de autocorrelação e encontrar a localização de seu pico. Assim, ao invés de utilizar a equação (3.24), utiliza-se

$$R''(\hat{\tau}) = \int_{T_1}^{T_2} r(t) c_r''(t - \hat{\tau}) dt, \quad (3.25)$$

onde $R''(\hat{\tau})$ é a segunda derivada da função de autocorrelação e $c_r''(t)$ é a segunda derivada do código de referência. A curva E na figura 16 mostra a performance para este método (WEILL, 1997a). Em Weill (1997b) encontram-se também os resultados obtidos utilizando a quarta derivada, os quais são ainda mais satisfatórios (ver curva F na figura 16).

3.5.2. Métodos de processamento dos dados

Atenuação utilizando técnicas de *software* inclui aproximações paramétricas e técnicas de filtragem que lidam com as observações durante o estágio de processamento dos dados. Nas estratégias em que se atenua o erro de multicaminho utilizando modelos

paramétricos, o atraso devido ao multicaminho é primeiro expresso por alguns parâmetros relativos. Quando tais parâmetros são estimados, o atraso devido ao multicaminho pode ser calculado e as correções podem ser feitas nas observações. Tem-se também os modelos semi-paramétricos e o método dos mínimos quadrados penalizados que foram apresentados no ION 99 para modelagem do multicaminho (JIA, TSAKIRI e STEWART, 2000; ALVES, 2004). Entretanto, esses métodos requerem que os parâmetros variem suavemente com o tempo. Dessa forma, ficam restritos a levantamentos onde a geometria do ambiente permanece praticamente inalterada.

Em 1988, Y. Georgiadou e A. Kleusberg formularam um modelo matemático parametrizado para os erros de multicaminho na fase da portadora baseado na análise do comprimento do sinal refletido e na geometria antena-satélite-refletor. Consideraram múltiplas reflexões e mostraram que o multicaminho em linhas de base curtas poderia ser detectado utilizando medidas de dupla frequência (JIA, TSAKIRI e STEWART, 2000).

Walker e Kubik (1996) e Hannah, Walker e Kubik (1998) desenvolveram uma técnica que envolve a solução numérica de uma equação parabólica para modelar a propagação do sinal GPS. Essa técnica pode ser aplicada em dados coletados em ambientes de observação extremamente complicados. Entretanto, é necessário um conhecimento à priori do ambiente (como um modelo digital do terreno).

Axelrad et al (1996) e Comp e Axelrad (1996) utilizaram a razão sinal ruído (*Signal-to-Noise Ratio* - SNR) para atenuação do multicaminho na fase da portadora. Para mais detalhes pode-se consultar Reichert e Axelrad (1999) e também Sleewaegen (1997).

É interessante citar também o trabalho de Farret et al. (2003), o qual propõe uma metodologia baseada no estudo dos parâmetros indicadores da SNR, sua relação com a altura dos satélites em relação ao horizonte das antenas e o multicaminho. A metodologia

empregada baseou-se na relação entre os parâmetros indicadores da potência do sinal GPS e a presença de multicaminho nesses sinais, bem como com os ângulos de elevação dos satélites visíveis à antena do usuário. Os resultados obtidos mostram uma grande relação direta de cerca de 70% entre a potência do sinal com a elevação dos satélites e inversa em relação aos erros de multicaminho. Os resultados ainda permitem subsidiar a escolha de máscaras de trabalho mais apropriadas, conforme a precisão exigida. Entretanto, trata-se de uma técnica para atenuação do multicaminho para fase da onda portadora e necessita de pelo menos duas antenas proximamente espaçadas.

Porém, existe um novo método que pode ser utilizado tanto para fase como para a pseudodistância e não necessita das condições mencionadas acima: a transformada de *wavelets*. A filosofia básica desta técnica é que com ela se pode executar uma análise de multirresolução no sinal (observações de DD) com janelas adaptativas no tempo e frequência durante a decomposição do sinal (XIA, 2001). Os fundamentos desta técnica são detalhados no capítulo 4.

4. WAVELETS

Neste capítulo é apresentado o essencial da teoria de *wavelets* para situar e entender os fundamentos básicos deste trabalho.

Recentemente, as *wavelets* têm recebido muito interesse tanto do ponto de vista matemático como do ponto de vista do processamento de sinais.

A idéia do que são *wavelets* e o porquê de serem tão aplicáveis baseia-se em três características (SWELDENS, 1996):

- As *wavelets* são blocos construtores de funções em geral, isto é, uma função pode ser representada como uma combinação linear de funções *wavelets*;
- As *wavelets* têm localização espaço-freqüência, onde a localização espacial implica que a maioria da energia de uma *wavelet* está restrita a um intervalo finito e, se a função é exatamente zero fora deste intervalo finito, a função é dita ser de suporte compacto. Em geral, o que se quer é um decaimento rápido a partir do centro de massa da função. Já a localização freqüencial significa que sua transformada de Fourier contém a maioria dos componentes em uma certa banda de freqüência. O decaimento com respeito às freqüências altas corresponde à suavidade da função. Quanto mais suave a função, mais rápido o decaimento (por exemplo, decaimento exponencial significa que a função é infinitamente diferenciável). O decaimento com respeito às baixas freqüências corresponde ao número de momentos nulos (*vanishing moments*) da *wavelet*;
- As *wavelets* têm algoritmos rápidos. O algoritmo para obter os coeficientes de uma transformada de *wavelets* é denominado Transformada Rápida de *Wavelets* (FWT - *Fast Wavelet Transform*).

A seguir é apresentado um resumo histórico da teoria de *wavelets*. Na seção 4.2 é abordado um pouco da análise de Fourier, pois foi a partir desta que surgiram as *wavelets*. Em seguida são introduzidas as transformadas de *wavelets* contínua e discreta, a fim

de trabalhar com sinais discretos. Na seção 4.5, é apresentada a análise de multirresolução e, na seção 4.5.2, as *wavelets* de Daubechies mostram uma forma de implementação da transformada de *wavelets* discreta (TWD).

4.1. Perspectiva histórica

O nome *wavelets* foi introduzido nos anos oitenta por Jean Morlet, um geofísico francês. Os dados sísmicos que ele estudava exibiam mudanças bruscas no conteúdo das frequências, comportamento esse para o qual a análise de Fourier não era uma ferramenta suficientemente adequada. Assim, ele passou a investigar a existência de funções que tivessem suporte compacto tanto no domínio do tempo como da frequência, chamando tais funções de *wavelets*. Em seguida, Grossman forneceu as bases matemáticas para as idéias de Morlet (MORLET et al, 1982), dando origem a um poderoso ferramental matemático conhecido como a teoria de *wavelets*.

Voltando às origens, verifica-se que esta não é uma teoria totalmente nova. Ao invés disso, ela é o cruzamento e generalização de conceitos conhecidos, várias áreas, tais como, geofísica, análise e compressão de sinais (e imagens), física e matemática (estatística). O passo inicial foi a transição da análise em frequências (feita por Fourier, 1807) para a análise em escala, dado pelo matemático alemão Alfred Haar (1909). É onde se observa a primeira relação com as *wavelets*. Sua *wavelet* tinha suporte compacto, mas não era contínua.

Alguns resultados essenciais no desenvolvimento da análise *wavelet* foram obtidos pela cooperação de Ingrid Daubechies, uma física teórica belga e Stephane Mallat, um francês com formação em matemática e engenharia elétrica. Daubechies construiu famílias de *wavelets* ortonormais com suporte compacto (DAUBECHIES, 1988), enquanto Mallat relacionou a transformada de *wavelets* com o conceito de decomposição de um sinal em

multirresolução, fornecendo uma forma de implementar a transformada de *wavelets* de modo rápido e com filtros discretos: Análise de Multirresolução (AMR). O conceito de multirresolução já era bem conhecido na área de compressão de imagens, mas essas pesquisas resultaram num ferramental para análise de sinais com aplicações em física, reconhecimento de voz, codificação de imagens, reconhecimento e segmentação de imagens, redução de ruídos (*denoising*), estimação de densidade e outras.

4.2. Análise de Fourier

A Análise de Fourier é representada pela transformada de Fourier para o sinal $f(t)$ como

$$F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\xi t} dt, \quad (4.1)$$

onde ξ é a frequência. A transformada separa o sinal original dentro de componentes senoidais de diferentes frequências (XIA, 2001).

Os resultados da transformada de Fourier são os coeficientes de Fourier $F(\xi)$, que quando multiplicados pelas frequências senoidais resultam nos componentes dos constituintes senoidais do sinal original. Graficamente, esse processo pode ser visto na figura 17.

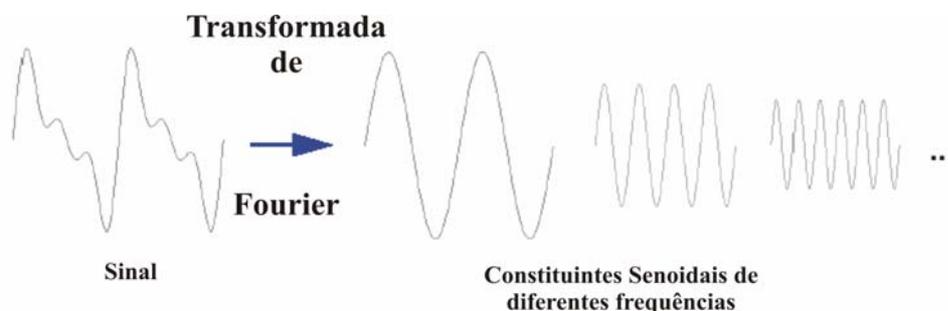


FIGURA 17 - Componentes dos constituintes senoidais do sinal original

Fonte: Misiti et al, 2001.

Por muito tempo, a transformada de Fourier foi a ferramenta soberana em processamento de sinais. Entretanto, o sinal é analisado do domínio tempo para o domínio freqüência e a informação tempo é totalmente desorientada no sinal transformado. Assim, se o sinal é tratado pela transformada de Fourier, é impossível relatar quando um evento em particular (multicaminho, por exemplo) incide no sinal ou, ainda, detectar certas características transitórias do mesmo (XIA, 2001). A transformada de Fourier assume que o sinal a ser analisado seja de duração infinita ou pelo menos periódico. Obviamente, essa condição nem sempre é satisfeita (PAGAMISSE e DUTRA, 2002).

Para tentar corrigir essa deficiência, uma adaptação chamada *Short-Time Fourier Transform* (STFT) foi introduzida por Dennis Gabor em 1946:

$$S(\xi, \tau) = \int_{\mathbb{R}} f(t) g^*(\bar{\xi} - \tau) e^{-i\xi t} dt, \quad (4.2)$$

onde g^* é um número complexo conjugado, $g(t)$ é um suporte funcional compacto que age como limitação do tempo e $e^{j\xi t}$ limita a freqüência. A STFT é conhecida como janela funcional e comparada com a análise de Fourier, trata o sinal dentro do funcional bi-dimensional $S(\xi, \tau)$ com ambas informações tempo e freqüência. Mas quando o tamanho da janela é escolhido, este se torna o mesmo para todas as freqüências e assim limita a precisão da informação baseada no tempo e freqüência (Figura 18). Isso torna impossível oferecer maior flexibilidade de modo a determinar mais acuradamente ambas informações, tempo ou freqüência, com o tamanho da janela variável.

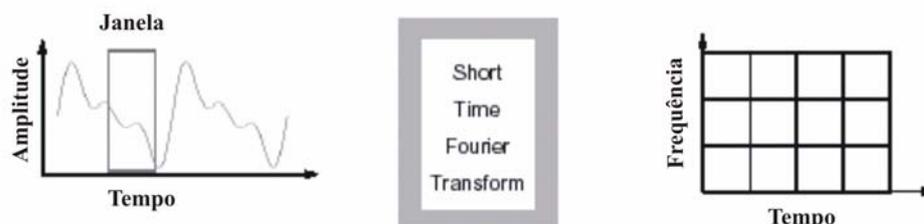


FIGURA 18 - Transformada STFT

Fonte: Misiti et al, 2001.

Quando se trabalha com sinais do mundo real, existe a necessidade de uma representação tempo-freqüência, pois o sinal a ser analisado pode conter freqüências que aparecem apenas durante um intervalo de tempo limitado. Um exemplo é mostrado na figura 19.

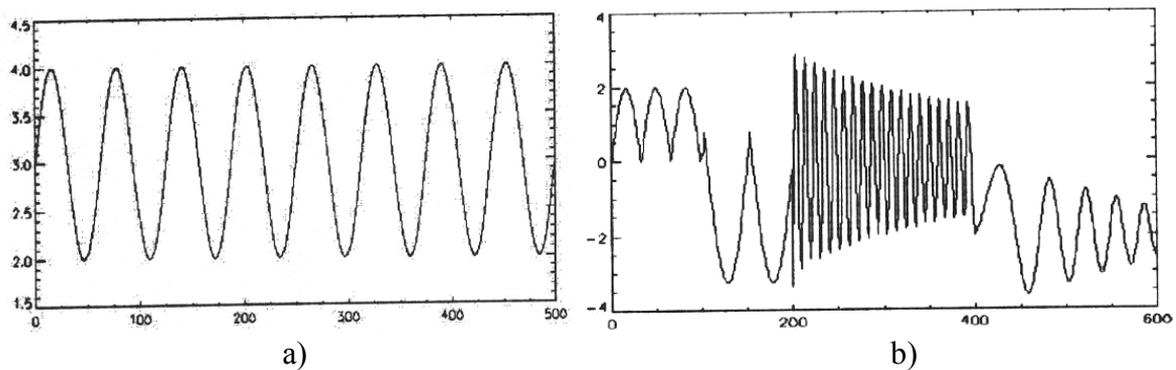


FIGURA 19 - Exemplo de dois sinais com diferentes características tempo-freqüência.

Em a) o sinal é periódico e a transformada de Fourier será capaz de analisar seu conteúdo de freqüências. Em b), a análise de Fourier não é apropriada, pois o sinal exibe diferentes comportamentos na freqüência em diferentes janelas de tempo. O último sinal requer uma representação tempo-freqüência para ser analisado de modo adequado.

Fonte: Pagamisse, 2002.

Uma forma de representar o problema acima é através da transformada de *wavelets* (TW). Ela expande uma função utilizando um conjunto de funções *wavelets*. Os coeficientes resultantes contêm o conteúdo de freqüências, pois as funções *wavelets* representam diferentes escalas ou freqüências (Figura 20).



FIGURA 20 - Transformada de *Wavelets*

Fonte: Misiti et al, 2001.

Joseph Fourier permitiu a fundamentação da análise *wavelet* através das teorias de análise de freqüência, que é utilizada para calcular as flutuações médias de

diferentes escalas de frequência. Quando foi provado que a aproximação de Fourier era menos sensível a ruídos, a atenção da pesquisa se voltou para a análise baseada na escala e isto conduziu ao conceito de *wavelet*.

4.3. Transformada de *Wavelets* Contínua

Uma expansão em *wavelets* usa translações e dilatações a partir de uma única função $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ ³ chamada de *wavelet* mãe (VERTTELI e KOVAČEVIĆ, 1995, p.301). A transformada de *wavelets* contínua (TWC) utiliza a função:

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right); \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0. \quad (4.3)$$

A equação (4.3) corresponde a uma família de funções obtida a partir da *wavelet* mãe dilatada pelo fator a e submetida ao deslocamento b . No caso contínuo, o parâmetro de dilatação a e o parâmetro de translação b variam continuamente. O fator $\frac{1}{\sqrt{|a|}}$ é incluso para conservar a norma, ou seja, $\|\psi\|_{L^2} = 1$ (VERTTELI E KOVAČEVIĆ, 1995, p.79).

A TWC de uma função (sinal) $f \in L^2(\mathbb{R})$ é definida por

$$W(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int f(x) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx, \quad (4.4)$$

onde $\langle f, \psi_{a,b} \rangle$ representa o produto interno de uma função de uma variável $f(x)$ por uma função de duas variáveis $\psi(a,b)$ (DAUBECHIES, 1992, p.24).

³ $L^2(\mathbb{R})$ é o espaço de funções quadrado integrável, ou ainda, o conjunto dos sinais de energia finita.

O resultado da TWC são muitos coeficientes *wavelets* W em função da escala e posição. Multiplicando cada coeficiente pelo escalar adequado e fazendo um deslocamento apropriado, resultam os coeficientes *wavelets* do sinal original (Figura 21) (MISITI et al, 2001).

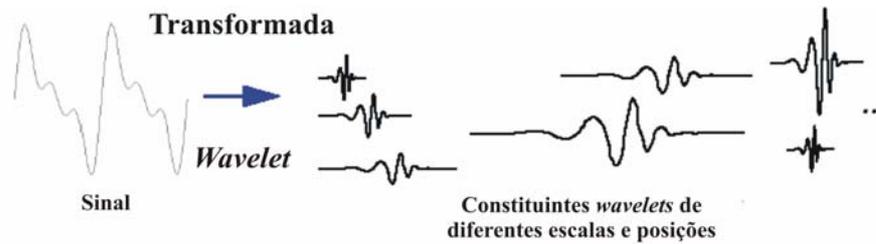


FIGURA 21 - Coeficientes *wavelets* do sinal original

Fonte: Misiti et al, 2001.

Suponha que a *wavelet* satisfaz a seguinte condição de admissibilidade (DAUBECHIES, 1992, p.24):

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\xi)|^2}{\xi} d\xi < \infty, \quad (4.5)$$

onde $\hat{\psi}(\xi)$ é a Transformada de Fourier de ψ . Então, a TWC $W(a,b)$ é inversível e a sua inversa é dada pela seguinte relação:

$$f(x) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(a,b) \psi_{a,b}(x) \frac{dad b}{a^2}. \quad (4.6)$$

Observe que para (4.6) ser finita é preciso que $\hat{\psi}(0) = 0$, ou seja, $\int \psi(x) dx = 0$. Note que o sinal reconstruído $f(x)$ conforme a equação 4.6, é o constituinte *wavelet* do sinal original e é encontrado através da multiplicação de cada coeficiente pela *wavelet* dilatada e transladada apropriadamente (XIA, 2001).

Suponha que a *wavelet* ψ e sua Transformada de Fourier $\hat{\psi}$ são funções finitas com centros \bar{x} e $\bar{\xi}$ e raios Δx e $\Delta \xi$ respectivamente. Dessa forma, a função $\psi_{a,b}$ dada pela equação (4.3) é uma função janela com centros em $b+a\bar{x}$ e $\bar{\xi}/a$ e raios $a\Delta x$ e $\Delta \xi/a$,

respectivamente. A TWC W dada pela equação (4.4) adquire informação da função f a partir de um intervalo de tempo:

$$[b + a\bar{x} - a\Delta x, b + a\bar{x} + a\Delta x], \quad (4.7)$$

e a partir de um intervalo de frequência:

$$\left[\frac{\bar{\xi} - \Delta\xi}{a}, \frac{\bar{\xi} + \Delta\xi}{a} \right]. \quad (4.8)$$

Estes dois intervalos são a localização no tempo, equação (4.7), e a localização em frequência, equação (4.8), e determinam uma janela⁴ tempo-frequência com área $4\Delta x\Delta\xi$ (CHUI, 1992; JAWERTH e SWELDENS, 1994, p. 81). Esta janela diminui automaticamente para detectar fenômenos de altas frequências ($a > 0$ pequeno) e aumenta para investigar baixas frequências ($a > 0$ grande), ou seja, é estreita para frequências altas e larga para frequências baixas (Figura 22). Isto é o que se deseja em análise tempo-frequência.

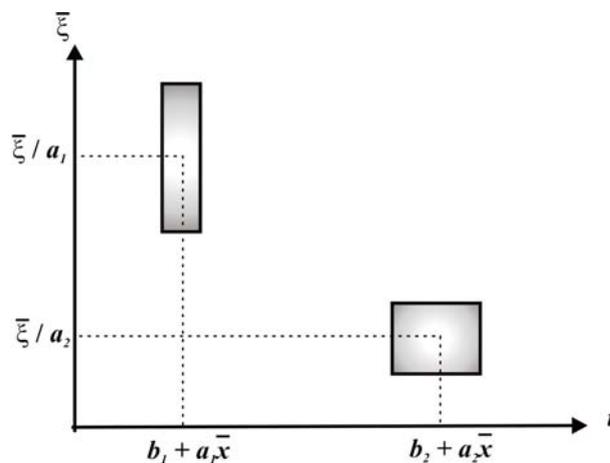


FIGURA 22 - Janelas tempo-frequência, $a_1 < a_2$

4.4. Transformada de *Wavelets* Discreta

A fim de obter TW de sinais discretos, foram desenvolvidas inúmeras abordagens. De modo geral, utilizam-se parâmetros de dilatação e translação que não fazem

⁴ Estas janelas são também chamadas de caixas de Heisenberg (JAWERTH e SWELDENS, 1994).

uso da $W(a,b)$ sobre toda a faixa de valores, mas sim sobre valores discretos. É, portanto, desejável discretizar a transformada restringindo os parâmetros de dilatação a e de translação b a um *grid* discreto, isto é, $a = a_0^j$ e $b = kb_0 a_0^j$, com $j, k \in \mathbb{R}$ e $a_0 > 1$, $b_0 > 0$. A escolha mais popular é $a_0 = 2$ e $b_0 = 1$, por simplicidade (DAUBECHIES, 1992, p. 54).

Dessa forma, substituindo os valores acima na equação (4.3) tem-se

$$\psi_{j,k}(x) = a_0^{-j/2} \psi\left(\frac{x - kb_0 a_0^j}{a_0^j}\right) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j}x - kb_0). \quad (4.9)$$

É interessante ressaltar que diferentes valores para j correspondem a diferentes larguras de *wavelets*. Então, é desejável que o parâmetro de translação b seja dependente de j : *wavelets* estreitas (frequências altas) são transladadas por meio de pequenos passos enquanto que as *wavelets* largas (baixas frequências) são transladadas por meio de passos maiores (SOUZA, 1997, p.16). A TWD é então dada por

$$d_{j,k} = \sum_{t=0}^{n-1} x_t \psi_{j,k}(t), \quad (4.10)$$

com $X = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})^T$ e $n = 2^J$ observações em cada medida de DD. A equação (4.10) é calculada para $j = 1, \dots, J$ e $k = 0, 1, \dots, 2^{(J-j)} - 1$, com J inteiro, perfazendo n coeficientes d .

Pode-se escrever a transformada (4.10) na forma matricial:

$$d = WX. \quad (4.11)$$

Uma forma de facilitar a discretização e obter algoritmos rápidos torna-se possível com uma escolha adequada da *wavelet* mãe. Se algumas relações de escalas fizerem parte das propriedades da *wavelet* mãe, então a discretização se torna uma filtragem de fácil implementação e com complexidade computacional baixa. Essas relações de escala estão no cerne de outras abordagens utilizadas para a construção de *wavelets* (PAGAMISSE, 2002).

4.5. Análise de Multirresolução (AMR) e Bases Ortonormais de *Wavelets*

Nesta seção é analisada a decomposição do sinal, a qual depende de sucessivas aproximações. Um dado sinal é representado por uma aproximação grosseira mais os detalhes. Por aplicação de sucessivas aproximações, o espaço de sinais $L^2(\mathbb{R})$ pode ser gerado por espaços de detalhes sucessivos e em todas as resoluções.

Também será mostrado que há uma correspondência entre bases ortonormais de *wavelets* e a AMR, a qual fornece um método para a construção de bases ortonormais de *wavelets* (DAUBECHIES, 1992, p. 130).

4.5.1. Análise de Multirresolução

A AMR consiste de uma seqüência de subespaços fechados V_j onde $V_j \subset L^2(\mathbb{R})$ (cada V_j usando resoluções diferentes, daí o nome análise de multirresolução), satisfazendo (DAUBECHIES, 1992, p. 129):

i. $\dots V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots$

ii. $\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R})$

iii. $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$

iv. Invariância em escala: $f \in V_j \Leftrightarrow f(2^j x) \in V_0$

v. Invariância em translações: $f \in V_0 \Leftrightarrow f(x - n) \in V_0, n \in \mathbb{Z}$

vi. Existência de uma função $\phi \in V_0$ tal que $\{\phi_{0,n}; n \in \mathbb{Z}\}$ é uma base ortonormal em V_0 onde

$$\phi_{j,n}(x) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}x - n); j, n \in \mathbb{Z}.$$

O objetivo da AMR é decompor um espaço de funções em subespaços. Isto implica decompor também cada sinal f , onde cada "pedaço" (ou projeção) de f está em cada

subespaço. Dessa forma, suponha que cada projeção⁵ $P_j f$ esteja em V_j , onde $P_j f$ denota a projeção ortogonal de f em V_j , então (ii) significa que

$$P_j f \rightarrow f \text{ quando } j \rightarrow -\infty, \quad (4.12)$$

ou seja, cada projeção, à medida que j decresce, contém mais e mais informações sobre f .

As propriedades (v) e (vi) implicam que $\{\phi_{j,n}; j, n \in \mathbf{Z}\}$ é uma base ortonormal para V_j , para todo $j \in \mathbf{Z}$ (demonstração em Pagamisse, 2002, p.29). A função ϕ é freqüentemente chamada de função de escalonamento (DAUBECHIES, 1992, p.130), função de refinamento (STRANG e NGUYEN, 1996, p.), ou ainda, *wavelet* pai (AMARA GRAPS, 1995).

O princípio básico e fundamental de uma AMR é que sempre que uma coleção de subespaços fechados satisfaz (i) a (vi), existe uma base ortonormal de *wavelets* $\{\psi_{j,k}; j, k \in \mathbf{Z}\} \in L^2(\mathbf{R})$, $\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}x - k)$ (para $a_0 = 2$ e $b_0 = 1$ obtém-se boas propriedades de localização tempo-freqüência), tal que para todo sinal f em $L^2(\mathbf{R})$ (DAUBECHIES, 1992, p.130):

$$P_{j-1}f = \underbrace{P_j f}_{\text{aproximação}} + \underbrace{\sum_{k \in \mathbf{Z}} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}}_{\text{detalhes}}. \quad (4.13)$$

A equação (4.13) mostra a idéia do que se quer fazer em uma AMR, ou seja, representar funções por aproximações e detalhes projetados em subespaços como os de (i). A figura 23 mostra a projeção de um sinal f sobre os espaços de Haar V_0 e V_{-1} .

⁵ Se um subespaço S contém uma base ortogonal $\{x_1, x_2, \dots\}$, então a projeção ortogonal de $y \in H$ (Espaço de Hilbert) em S é dada por $y = \sum_i \langle x_i, y \rangle x_i$.

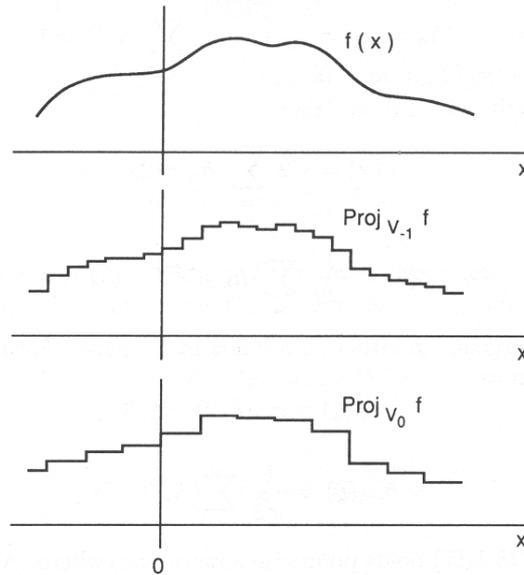


FIGURA 23 - Um sinal f e suas projeções sobre V_0 e V_{-1}

Fonte: Daubechies, 1992.

A *wavelet* ψ pode ser construída explicitamente. Para obter esta ψ , vamos tomar a decomposição de $L^2(\mathbb{R})$ pelos V_j , e considerar seus complementos ortogonais, através da construção que segue.

Para todo $j \in \mathbb{Z}$, seja o subespaço W_j o complemento ortogonal⁶ de V_j em V_{j-1} , ou seja,

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j. \quad (4.14)$$

Assim, como $V_{j-2} = V_{j-1} \oplus W_{j-1}$, segue que $V_{j-2} = V_j \oplus W_j \oplus W_{j-1}$, donde repetindo o processo infinitamente obtemos que

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j, \quad (4.15)$$

ou seja, $L^2(\mathbb{R})$ é decomposto em subespaços mutuamente ortogonais, visto que se $j \neq j'$, então

$$W_j \perp W_{j'}.$$

⁶ Dado um espaço de Hilbert H e um subespaço S , o complemento ortogonal de S em H , denotado S^\perp é o conjunto $\{x \in H \mid x \perp S\}$. Se S é fechado, então dado um vetor y em H , há um único v em S e um único w em S^\perp tal que $y = v+w$, então $H = S \oplus S^\perp$, ou H é a soma direta de um subespaço e seu complemento ortogonal.

Observe que se $j > j'$ então

$$W_j \subset V_{j'} \perp W_{j'}. \quad (4.16)$$

Segue que para algum $j < J$, tem-se que

$$V_j = V_J \oplus \bigoplus_{k=0}^{J-j-1} W_{J-k}, \quad (4.17)$$

onde todos os subespaços são ortogonais.

Um fato importante é que os espaços W_j herdam a propriedade de invariância em escala (iv) (demonstração em Pagamisse, 2002, p.31), isto é,

$$f \in W_j \Leftrightarrow f(2^j \cdot) \in W_0. \quad (4.18)$$

Dessa forma, (4.18) implica que se $\{\psi_{0,k}; k \in \mathbf{Z}\}$ é uma base ortonormal para W_0 , então $\{\psi_{j,k}; j, k \in \mathbf{Z}\}$ também será uma base ortonormal para $W_j, \forall j \in \mathbf{Z}$, donde por (4.14) tem-se que $\{\psi_{j,k}; j, k \in \mathbf{Z}\}$ será uma base ortonormal para $L^2(\mathbf{R})$. Basta agora, encontrar uma $\psi \in W_0$ tal que $\psi(\cdot - k)$ constitua uma base ortonormal para W_0 .

A construção dessa ψ vai depender da função de escala ϕ da AMR (PAGAMISSE, 2002, p.31). Desde que $\phi \in V_0 \subset V_{-1}$ e as $\phi_{-1,n}$ são uma base ortonormal em V_{-1} , então pode-se escrever ϕ em função de $\phi_{-1,n}$ (DAUBECHIES, 1992, p.131):

$$\phi = \sum_n h_n \phi_{-1,n}, \quad (4.19)$$

com $h_n = \langle \phi, \phi_{-1,n} \rangle$ e $\|\phi\|_{L^2}^2 = 1 \Rightarrow \sum_n |h_n|^2 = 1$. Pode-se então reescrever (4.19) como

$$\phi = \sum_n h_n \phi(2x - n). \quad (4.20)$$

A *wavelet* ψ é construída em Daubechies (1992, p. 131-135) e como resultado dessa construção segue o principal teorema relacionado com uma AMR.

Teorema: Se uma cadeia de subespaços fechados $(V_j)_{j \in \mathbf{Z}}$ em $L^2(\mathbf{R})$ satisfaz as condições (i) a (vi), então existe uma base ortonormal de wavelets $\{\psi_{j,k}; j, k \in \mathbf{Z}\}$ de $L^2(\mathbf{R})$ tal que

$$P_{j-1} = P_j f + \sum_{k \in \mathbf{Z}} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}, \quad (4.21)$$

onde a wavelet ψ é dada por $\hat{\psi}(\xi) = e^{i\xi/2} \overline{m_0(\xi/2 + \pi)} \hat{\phi}(\xi/2)$ com

$$m_0(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n h_n e^{-in\xi}, \quad h_n = \langle \phi, \phi_{-1,n} \rangle \text{ e } \sum_n |h_n|^2 = 1,$$

ou equivalentemente

$$\psi = \sum_n (-1)^{n-1} h_{-n-1} \phi_{-1,n}, \quad \psi(x) = \sqrt{2} \sum_n (-1)^{n-1} h_{-n-1} \phi(2x - n). \quad (4.22)$$

Uma outra formulação para ψ , mais interessante de se trabalhar (DAUBECHIES, 1992, p.135), é dada por

$$\psi = \sum_n g_n \phi_{-1,n}, \quad (4.23)$$

onde

$$g_n = (-1)^n h_{-n+1}. \quad (4.24)$$

A AMR nos conduz a um algoritmo recursivo de filtragem para executar a decomposição de um sinal em bases de *wavelets*, também conhecido como algoritmo de Mallat. Os h_n e os g_n são os coeficientes dos filtros (a escolha de uma transformada de *wavelets* é essencialmente a escolha do filtro). As bases de Meyer e Battle-Lemarié (DAUBECHIES, p.137-152), onde os h_n e os g_n possuem infinitos valores diferentes de zero, correspondem a esquemas de filtragem por subbanda utilizando filtros que possuem resposta de impulso infinito (RII), e, portanto, precisam ser truncados para implementação direta. Por outro lado, as bases da Daubechies (seção 4.5.2) correspondem a esquemas de filtragem por subbanda utilizando filtros que possuem resposta de impulso finito (RIF). Para mais detalhes sobre os esquemas de filtragem por subbanda pode-se consultar Souza, Pagamisse e Monico (2003).

$$\begin{bmatrix}
 c_0 & c_3 & & & & & & & c_2 & c_1 \\
 c_1 & -c_2 & & & & & & & c_3 & -c_0 \\
 c_2 & c_1 & c_0 & c_3 & & & & & & \\
 c_3 & -c_0 & c_1 & -c_2 & & & & & & \\
 & & & & \ddots & & & & & \\
 & & & & & c_2 & c_1 & c_0 & c_3 & \\
 & & & & & c_3 & -c_0 & c_1 & -c_2 & \\
 & & & & & & & c_2 & c_1 & c_0 & c_3 \\
 & & & & & & & c_3 & -c_0 & c_1 & -c_2
 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Dessa forma, a matriz (4.26) é a inversa da matriz (4.25) e, portanto, recupera o sinal original.

Como na maioria dos casos, uma TWD consiste em aplicar uma matriz de coeficientes *wavelets* como (4.25) hierarquicamente. Primeiro para um vetor y de dados com n componentes, e depois para um vetor “suavizado” com $n/2$ componentes, após para um vetor “suavizado-suavizado” com $n/4$ componentes, até um número trivial de componentes (usualmente 2) obtendo um vetor “suavizado-...-suavizado”. Esse processo representa uma decomposição do sinal chamada de Algoritmo Piramidal e pode ser visto no diagrama mostrado na figura 24.

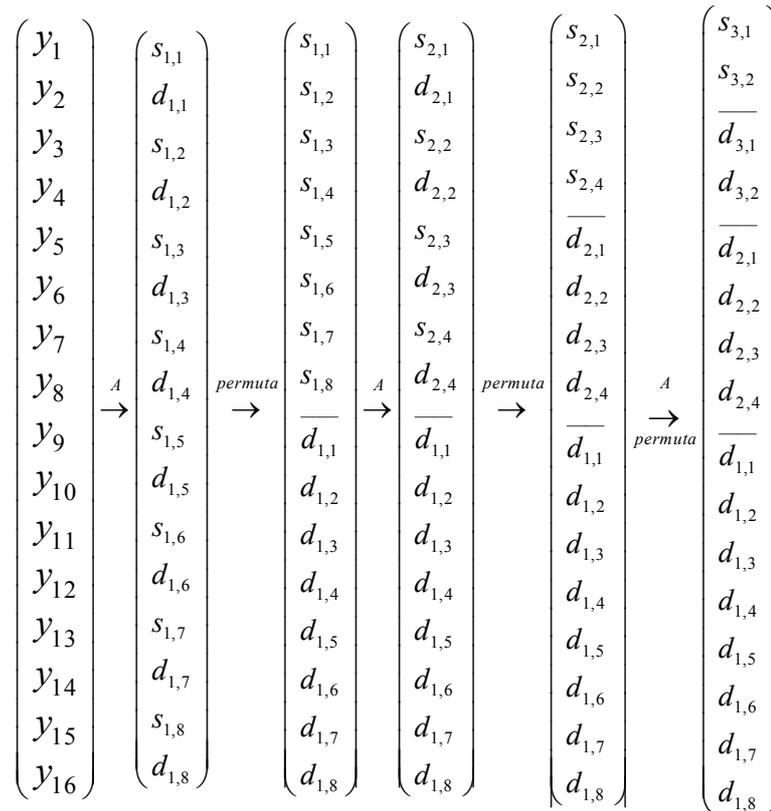


FIGURA 24 - Diagrama do Algoritmo Piramidal

Fonte: Press, 1992.

Além das DAUB4 existem várias outras. Em Daubechies (1988), são apresentadas *wavelets* de Daubechies com até 10 coeficientes. Neste trabalho são utilizadas as DAUB4, DAUB12 e DAUB20 (PRESS, 1992). Na seção 5.3 pode ser verificado qual dessas *wavelets* apresentam melhor desempenho na atenuação do multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS.

Neste capítulo foram apresentadas a análise de multirresolução e uma maneira de implementá-la utilizando as *wavelets* de Daubechies, as quais são utilizadas nesta pesquisa.

5. ATENUAÇÃO DO MULTICAMINHO UTILIZANDO A TW

No capítulo 4, a teoria básica das *wavelets* foi apresentada, em especial, a AMR. Na seção 5.1 é explicitado como a AMR pode decompor o multicaminho de alta frequência. Após realizar a decomposição do sinal (DD), um passo muito importante é a modificação ou limiarização (*threshold*) dos coeficientes relativos às altas frequências (multicaminho). Assim, na seção 5.2, são apresentados alguns princípios básicos desta teoria e os métodos de limiarização mais utilizados. Na seção 5.3, é discutida a escolha do esquema de limiarização e da *wavelet* mãe para atenuação do multicaminho no posicionamento relativo GPS.

5.1. A análise de multirresolução na atenuação do multicaminho

Para atenuar o multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo aplicando a AMR, é interessante que o sinal de entrada seja a medida de DD, tanto para a fase de batimento da onda portadora como para a pseudodistância. Na decomposição utilizando a análise de multirresolução, o sinal passa por um algoritmo de filtragem, conhecido como algoritmo de Mallat. Esse algoritmo pode também ser implementado utilizando as *wavelets* de Daubechies (seção 4.5.2). Nesse processo, a filtragem é iterativa com sucessivas aproximações. Como resultado, o sinal é dividido em componentes de resolução cada vez mais baixa, formando uma decomposição em árvore (Figura 25).

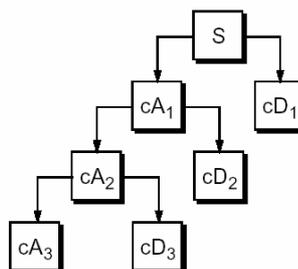


FIGURA 25 - Decomposição de Mallat de 3 níveis

Fonte: Misiti et al, 2001.

A cada passo, o coeficiente de aproximação (cA) é menos influenciado pelos componentes de alta frequência do sinal. O coeficiente de “detalhes” (cD) consiste principalmente da alta frequência (ruído), enquanto o cA contém menos ruído que o sinal original. Nesse sentido, esses componentes são separados um do outro e as partes não desejadas são removidas por modificação dos coeficientes *wavelets*, isto é, colocando zero nos coeficientes não desejados (limiarização). A partir daí, o sinal é reconstruído, ou seja, a observação de DD é recuperada pelo agrupamento das componentes decompostas usando os coeficientes *wavelets*. Dessa forma, o multicaminho de alta frequência pode ser “eliminado” do posicionamento relativo estático GPS (XIA, 2001).

5.2. Limiarização

O princípio da limiarização dos coeficientes *wavelets* (*threshold*) tem por objetivo a redução (e mesmo remoção) do ruído presente num sinal, pela diminuição da magnitude dos coeficientes *wavelets* (MORETTIN, 1999).

Geralmente se considera o modelo:

$$y_i = f(t_i) + \sigma \varepsilon_i, \quad i = 0, \dots, n-1, \quad (5.1)$$

onde $t_i = i/n$, f é a função desconhecida de interesse, y_i são os valores observados, σ é o desvio padrão do ruído, o qual será calculado (seção 5.2.2) e ε_i é uma variável aleatória gaussiana com média zero e desvio padrão unitário, representando o erro da medida. O objetivo é estimar f com o menor erro médio quadrático:

$$\frac{1}{n} E \|\hat{f} - f\|_{l^2}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} E \left\{ [\hat{f}(i/n) - f(i/n)]^2 \right\}, \quad (5.2)$$

sujeito a condição de que

$$\text{com alta probabilidade } \hat{f} \text{ é pelo menos tão suave quanto } f. \quad (5.3)$$

O critério (5.2) é adotado pelo seguinte motivo: estimativas minimizadas simplesmente a partir do erro quadrático médio apresentam estruturas de ruído induzidas tais como oscilações que, dependendo da aplicação, podem induzir a interpretações falsas. Portanto, no método de reconstrução espera-se que não haverá oscilações maiores do que as do sinal original (SOUZA, 1997).

A transformada (4.11) aplicada ao modelo (5.1) produz

$$Wy = Wf + W\varepsilon, \quad (5.4)$$

e como W é ortogonal, ela transforma ruído branco em ruído branco, isto é, se $\omega_{j,k}$ são os coeficientes *wavelets* de $f(t_i)$, pode-se escrever:

$$y_{j,k} = \omega_{j,k} + \sigma z_{j,k}, \quad (5.5)$$

onde $z_{j,k}$ também é uma variável aleatória gaussiana com média zero e desvio padrão unitário. Ou seja, (5.5) nos diz que os coeficientes *wavelets* de uma amostra com ruído podem ser escritos como os coeficientes *wavelets* sem ruído adicionados a ruído branco, como ocorre com o sinal GPS.

Dessa forma, o procedimento de limiarização consiste em três estágios (MORETTIN, 1999):

- 1) A partir da transformada de *wavelets* discreta de y_1, \dots, y_t , obtém-se os n coeficientes *wavelets* $y_{j,k}$, que são contaminados por ruído;
- 2) Usam-se limiares (*thresholds*) para reduzir ou anular os coeficientes abaixo de certo valor. Obtém-se, neste estágio, os coeficientes desprovidos de ruído e do multicaminho de alta frequência;
- 3) A partir da TW inversa dos coeficientes do estágio (2) obtém-se as estimativas \hat{f}_i .

Para a escolha dos limiares no segundo estágio, existem dois problemas: um é a escolha do esquema de limiares e o outro é a escolha dos parâmetros que governam esse esquema. Estes problemas são discutidos nas seções 5.2.1 e 5.2.2, respectivamente.

5.2.1. Esquemas de limiarização

São apresentados nas seções seguintes os principais esquemas de limiarização: o limiar rígido (*Hard Threshold*), o suave (*Soft Threshold*) e o quantitativo.

5.2.1.1. Limiar rígido (*Hard Threshold*)

Seja d um vetor de componentes $\{d_i\}_{i=0}^{n-1} \in R$ e λ um limiar também real. O objetivo do limiar rígido é manter ou eliminar os elementos de d quando comparados a um limiar fixo λ , tal que se algum d_i , em módulo, for menor que λ ajusta-se este d_i para zero, caso contrário, este d_i é mantido (MORETTIN, 1999):

$$L_{\lambda}^R(d_i) = \begin{cases} 0, & |d_i| < \lambda \\ d_i, & |d_i| \geq \lambda \end{cases} \quad (5.6)$$

5.2.1.2. Limiar suave (*Soft Threshold*)

O objetivo do limiar suave é reduzir o coeficiente d_i pela quantidade λ , quando este, em módulo, for maior do que λ , caso contrário, ajusta-se este d_i para zero (DONOHO, 1994):

$$L_{\lambda}^S(d_i) = \text{sgn}(d_i)(|d_i| - \lambda) = \begin{cases} d_i - \lambda, & d_i > \lambda \\ 0, & -\lambda \leq d_i \leq \lambda \\ d_i + \lambda, & d_i < -\lambda \end{cases} \quad (5.7)$$

onde

$$\text{sgn}(d_i) = \begin{cases} 1, & d_i > \lambda \\ 0, & -\lambda \leq d_i \leq \lambda \\ -1, & d_i < -\lambda \end{cases} \quad (5.8)$$

A figura 26 mostra como os limiares rígido e suave agem. Note que o limiar rígido é do tipo “mata” ou “preserva”, ao passo que o suave é do tipo “mata” ou “reduz”.

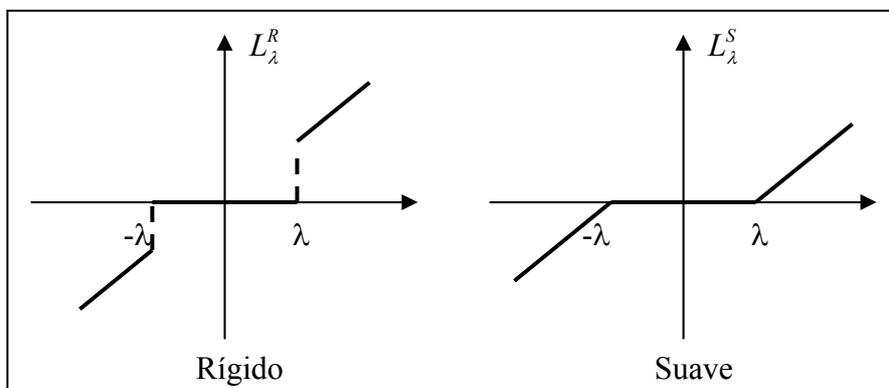


FIGURA 26 - Limiar Rígido e Suave em $f(x) = x$

Fonte: Vidakovic e Mueller, 1991.

5.2.1.3. Limiar Quantitativo

Este limiar está baseado na quantidade de componentes que se deseja eliminar. É intrinsecamente uma forma de limiarização rígida (SOUZA, 1997):

$$L_p^R(d_i) = \begin{cases} 0, & |d_i| < p \\ d_i, & |d_i| \geq p \end{cases}, \quad (5.9)$$

onde p é o valor para o qual se elimina uma certa porcentagem de componentes. Este limiar não é interessante para ser aplicado no presente trabalho, pois a porcentagem de corte escolhida pode não ser a ideal para retirar o multicaminho de alta frequência. Além disso, a mesma porcentagem seria aplicada para todas as DDs. No entanto, apenas as DDs afetadas pelo multicaminho e por ruídos devem ser alteradas.

Neste sentido, na seção seguinte são apresentados alguns parâmetros que podem ser estimados automaticamente a partir de cada DD. Tais parâmetros foram desenvolvidos por Donoho e Johnstone (1993) e podem estar associados tanto ao limiar rígido como o suave.

5.2.2. Escolha dos Parâmetros

Para a escolha do parâmetro λ , que aparece em (5.6) e (5.7), pode-se utilizar um limiar global, aplicável a todos os níveis ou, então, limiares que dependem do nível j , ou seja, para cada escala tem-se um limiar λ_j . Entretanto, pode-se aplicar o limiar apenas na escala mais fina (o primeiro nível de decomposição), pois Daubechies (1992) mostra que neste nível, os coeficientes *wavelets* são praticamente desprezíveis. A motivação para o uso das *wavelets* é poder representar um sinal com um pequeno subconjunto de coeficientes, desprezando (zerando) os demais. Dessa forma, torna-se claro o uso de esquemas de limiarização como os da seção (5.2.1), pois ao desprezar alguns coeficientes e manter os que efetivamente contribuem com o sinal, está-se eliminando o ruído.

Na escolha do limiar, não se deve esquecer que os critérios (5.2) e (5.3) devem estar satisfeitos. Donoho e Johnstone (1993) resolveram este problema propondo o uso do limiar universal. Este limiar é definido como

$$\lambda = \hat{\sigma} \sqrt{2 \log n}, \quad (5.10)$$

onde $\hat{\sigma}$ é a estimativa do nível de ruído, o qual deve ser estimado a partir dos dados.

A definição do limiar universal se deve à seguinte propriedade:

$$\Pr\{\max_i |z_i| > \sqrt{2 \log n}\} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad (5.11)$$

ou seja, a probabilidade do maior valor, em módulo, desta seqüência de variáveis aleatórias ser maior que $\sqrt{2 \log n}$ é zero quando se observa um número muito grande destas seqüências.

O limiar universal foi um dos primeiros propostos, provê uma maneira fácil, rápida e automática de limiarização. Por isso, é o método escolhido para ser utilizado nesta pesquisa.

Existem outros limiares variantes do limiar universal e também algumas combinações caracterizadas por outros nomes. Um exemplo é o *VisuShrink*, baseado no uso do esquema de limiarização suave e o limiar universal, e apresenta boa qualidade visual na reconstrução (COIFMAN e DONOHO, 1995). No entanto, a boa qualidade visual na DD pode resultar em maiores resíduos estimados após o processamento dos dados GPS.

Além do *VisuShrink*, Donoho e Johnstone também propuseram outros métodos tais como o *RiskShrink* e o *SureShrink* (DONOHO e JOHNSTONE, 1994). Nason (1994,1996) propôs um método usando Validação Cruzada (*Cross Validation*). Para outras propostas de limiares pode-se consultar Donoho (1994), Donoho et al (1995), Donoho e Johnstone (1993) e Morettin (1999, p.194).

Entretanto, na maioria dos métodos anteriores, na prática, não se tem conhecimento prévio do nível de ruído. Como dito anteriormente, nas escalas mais finas, os

coeficientes *wavelets*, são praticamente desprezíveis. Assim, pode-se afirmar, salvo raras exceções, que a escala mais fina (o primeiro nível de decomposição) é aproximadamente composta de puro ruído. Dessa forma, Donoho e Johnstone (1994) proporam o seguinte estimador:

$$\hat{\sigma} = \text{med} \left\{ |d_{J-1,k}| : 0 \leq k < n/2 \right\} / 0,6745, \quad (5.12)$$

onde *med* indica a mediana, $J-1$ é a escala mais fina e o fator 0,6745 é determinado estatisticamente em Donoho et al (1995).

Uma outra opção é

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n/2 - 1} \sum_{k=0}^{n/2-1} (d_{J-1,k} - \bar{d}). \quad (5.13)$$

Porém, o estimador (5.13) não é indicado para grandes conjuntos de dados (VIDACOVIK e MUELLER, 1991). Dessa forma, o estimador (5.12) é utilizado neste trabalho.

5.3. Escolha do esquema de limiarização e da *wavelet* mãe

A escolha do esquema de limiarização e da *wavelet* mãe é um passo muito importante para que resultados satisfatórios possam ser obtidos. Na seção 5.2.1 foram apresentados os esquemas de limiarização rígido, suave e quantitativo. Como o esquema quantitativo não é viável para esta pesquisa (seção 5.2.1.2), será avaliado apenas o desempenho dos limiares rígido e suave. Em relação à escolha da *wavelet* mãe, na seção 4.5.2, as *wavelets* de Daubechies foram apresentadas, e nesta seção, é discutido se é mais interessante o uso das *wavelets* de 4, 12 ou 20 coeficientes na atenuação do multicaminho.

Nesse sentido, vários testes foram realizados com várias sessões de dados e com todas as observações de DD disponíveis em cada teste. Para mostrar os resultados

obtidos, as figuras 27a e 27b apresentam um sinal de DD, plotado antes e após aplicar a TW com a DAUB4 utilizando o limiar rígido e o suave, respectivamente.

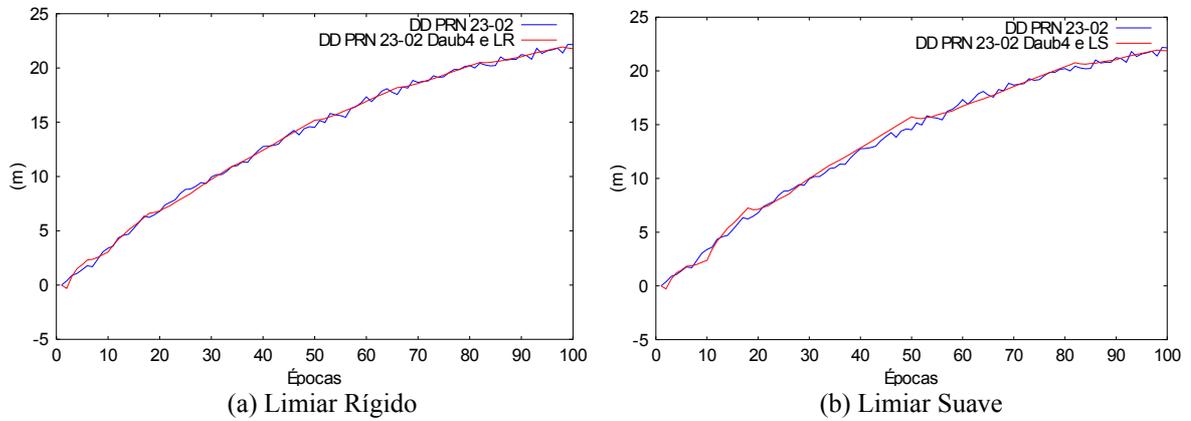


FIGURA 27 - Comparação entre o Limiar Rígido e o Suave com a DAUB4

A partir das figuras 27a e 27b, nota-se que o limiar suave pode causar alterações bruscas na reconstrução da DD. O mesmo pode ser verificado nas figuras 28a, 28b, 29a, e 29b para a DAUB12 e a DAUB20.

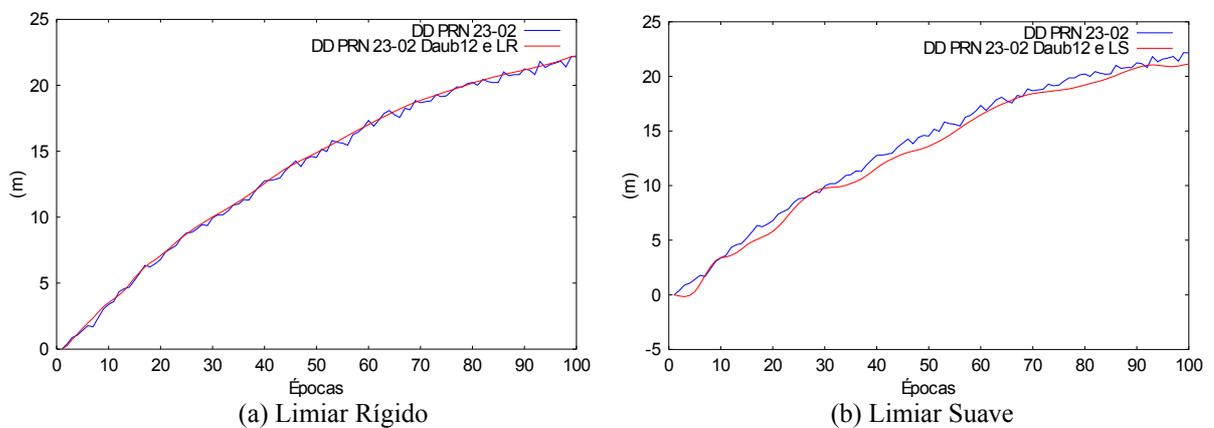


FIGURA 28 - Comparação entre o Limiar Rígido e o Suave com a DAUB12

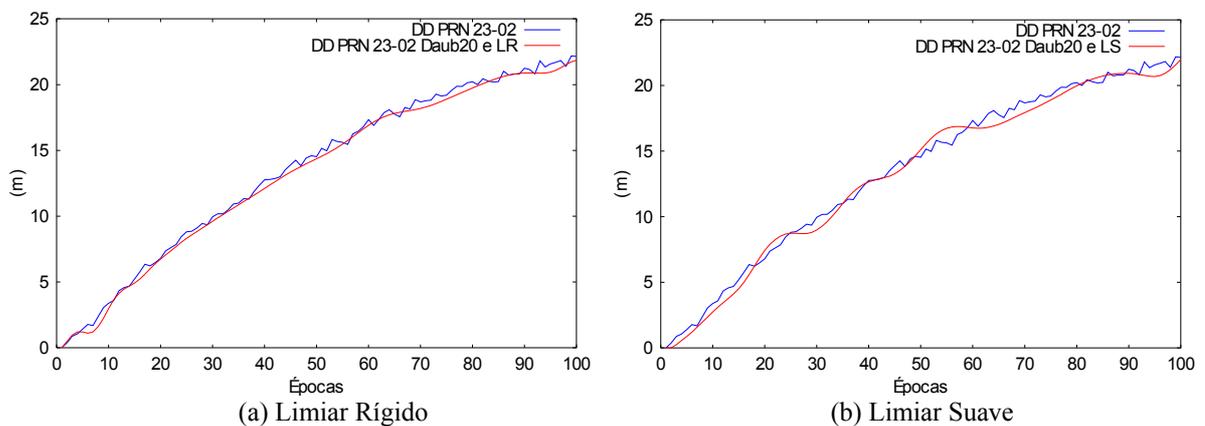


FIGURA 29 - Comparação entre o Limiar Rígido e o Suave com a DAUB20

Pode-se verificar, a partir das figuras 27b, 28b e 29b, que o limiar suave não apresentou bom desempenho na suavização das medidas de DD. Este fato ocorreu em todas as medidas de DDs e conjuntos de dados testados, indicando, o uso do limiar rígido.

Em relação à escolha da *wavelet* mãe, quanto maior o número de coeficientes mais suave é a *wavelet*, e isto pode ser visto comparando entre si as figuras 27a, 28a e a 29a (limiar rígido), e 27b, 28b e 29b (limiar suave). A DAUB20 (Figuras 29a e 29b) mostrou-se muito suave para ser aplicada na DD. A DAUB4 também não apresentou bons resultados. Já com o uso da DAUB12, obteve-se resultados melhores em todos os testes. Por isso, na presente pesquisa utilizou-se o esquema de limiarização rígido e as *wavelets* de Daubechies com 12 coeficientes.

Para reforçar o que foi discutido anteriormente, todos os resíduos estimados após o processamento foram analisados. Na tabela 1, os resíduos médios são comparados.

Tabela 1 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) para a medida de DD 23-02 (m)

| Sem aplicar a TW | | Limiar Rígido | | | | | | Limiar Suave | | | | | |
|------------------|-------|---------------|-------|--------------|--------------|--------|-------|--------------|-------|--------|-------|--------|-------|
| | | DAUB4 | | DAUB12 | | DAUB20 | | DAUB4 | | DAUB12 | | DAUB20 | |
| Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD |
| 0,253 | 0,308 | 0,170 | 0,236 | 0,167 | 0,218 | 0,256 | 0,318 | 0,330 | 0,376 | 0,356 | 0,426 | 0,474 | 0,518 |

Como esperado, aplicando a DAUB12 e o limiar rígido os resíduos estimados foram menores.

6. METODOLOGIA

A análise espectral utilizando *wavelets* teve como dados de entrada as duplas diferenças de fase da onda portadora e pseudodistância coletadas em local sujeito ao multicaminho.

Num primeiro momento a coleta de dados, utilizando um receptor Trimble 4600 LS, foi realizada à aproximadamente 90 m de 4 prédios. A partir deste experimento, o qual é detalhado na seção 6.2.1, analisou-se o multicaminho de alta frequência, proveniente de atrasos longos.

Posteriormente, outro experimento foi realizado em um campo aberto onde foi propositalmente inserido multicaminho de baixa frequência, proveniente de curtos atrasos, mediante a colocação de uma carreta metálica revestida de alumínio a 6 m do receptor. Esta distância foi escolhida arbitrariamente, mas está de acordo com Ray, Cannon e Fenton (1998) e Ray (1999) que consideram objetos próximos aqueles localizados até 30 m da antena. O efeito de multicaminho de menor intensidade e maior frequência foi creditado aos pequenos objetos que distavam mais de 50 m do receptor. Assim, pode-se analisar o multicaminho de alta frequência quando o multicaminho de baixa frequência, proveniente de curtos atrasos, está presente. Num segundo momento, este objeto refletor foi retirado para que os resultados com e sem o objeto refletor pudessem ser comparados, verificando o efeito de multicaminho gerado. Considerou-se que os dados coletados sem o objeto refletor estivessem “sem efeito de multicaminho”, ou seja, que os possíveis erros causados não são significativos. A descrição e o cenário deste segundo experimento podem ser verificados na seção 6.2.2.

Sabe-se que o erro de multicaminho depende de vários fatores incluindo o satélite, refletor, receptor e seus respectivos movimentos. Mas como o receptor está estacionário e o ambiente está inalterado, o erro de multicaminho muda devido somente ao movimento dos satélites. O satélite GPS tem um período orbital de meio dia sideral onde um

dia sideral é igual a 23 h, 56 min e 4.009054 s (SPILKER e PARKINSON, 1996, p.38). O erro de multicaminho se repete depois de um dia sideral, ou seja, com quase quatro minutos de antecedência em relação ao dia solar médio. Como a órbita da Terra em torno do Sol é elíptica, a velocidade de translação da Terra em torno do Sol não é constante, causando uma variação diária de 1° 6' (4 min e 27 s) em dezembro, e 53' (3 min e 35 s) em junho. Os experimentos foram realizados em setembro. Assim, foi feita uma interpolação e adotado o valor de 4 min como variação diária.

Dessa forma, com o intuito de realizar uma análise da repetibilidade do multicaminho, os dados foram coletados durante dois dias, tanto para o primeiro como para o segundo experimento. Utilizou-se a estação UEPP da RBMC como referência. É importante ressaltar que as linhas de base criadas a partir do primeiro e segundo experimentos foram de aproximadamente 800 e 1900 m, respectivamente. Tratam-se de linhas de base curtas, logo, considerou-se que os efeitos provenientes da atmosfera foram atenuados na DD e que os erros predominantes nos resíduos são devido ao efeito do multicaminho.

Os dados passaram pelo processo de análise espectral, e o sinal (DD) foi decomposto. Após a decomposição, o “corte” dos coeficientes *wavelets* relativos ao multicaminho foi realizado com limiares estimados a partir de cada DD de forma rápida e automática (seção 5.2). Com os coeficientes retirados de cada DD reconstruiu-se o sinal para o efeito de multicaminho, para que o mesmo pudesse ser visualizado e analisado. Os sinais de DD da fase da onda portadora e da pseudodistância foram e reconstruídos sem as frequências associadas ao multicaminho. Os dados foram, então, reprocessados com as correções do multicaminho.

Os resultados obtidos foram comparados entre si (com e sem a correção do multicaminho nos dois dias), no caso do primeiro experimento, e com a “verdade de terreno”, no caso do segundo experimento, determinada pelo processamento dos dados de dois dias sem

os objetos refletoras. Assim, foram processados os dados do primeiro dia sem os objetos refletoras, estimando uma coordenada aproximada para o processamento dos dados do segundo dia. Após o ajustamento do segundo dia, obteve-se a coordenada “verdadeira” estimada. Isto permitiu avaliar os benefícios do método proposto, em termos de qualidade dos resultados e de confiabilidade da solução das ambigüidades.

6.1. Cenário e descrição dos experimentos

6.1.1. Primeiro Experimento

O primeiro experimento foi realizado no Centro Olímpico (CO) de Presidente Prudente, a aproximadamente 800 m da FCT/UNESP. Um receptor Trimble 4600 LS de simples frequência foi fixo em um tripé e colocado em um campo distando aproximadamente 90 m de quatro prédios (Figura 30). Os prédios medem aproximadamente 70 m de altura, 28 m de largura e distam 20 m um do outro.



FIGURA 30 - Receptor Trimble 4600 LS no local do primeiro experimento

Esta coleta de dados foi realizada nos dias 12 e 15 de setembro de 2003 durante 2 h em cada dia. Escolheu-se o período das 9 as 11 h (horário local) para que o efeito ionosférico não fosse significativo, e devido ao curto comprimento da linha de base,

considerou-se que este efeito foi eliminado na dupla diferenciação. Utilizou-se taxa de coleta de 15 s e máscara de elevação de 5°. Utilizando esta máscara de elevação os ruídos e variações no centro de fase são um pouco mais intensos quando comparados a uma máscara de 15°, entretanto não prejudicam as análises.

Para formar as linhas de base, utilizou-se os dados coletados por um receptor Trimble 4000 SSI da estação UEPP pertencente a RBMC. Esta estação está localizada na própria FCT/UNESP. A antena utilizada é uma *choke ring* do tipo Dorne Margolin e está fixa em um pilar de concreto de altura 3 m, como mostra a figura 31.



FIGURA 31 - Antena do receptor Trimble 4000 SSI da estação UEPP

Na figura 32 é apresentado um esquema dos receptores envolvidos no primeiro experimento.

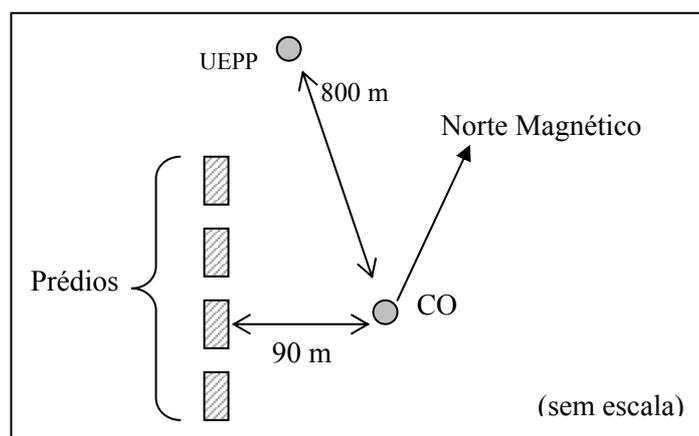


FIGURA 32 - Representação esquemática do primeiro experimento

6.2.2. Segundo Experimento

O segundo experimento foi realizado na Empresa de Transportes Takigawa (TAK) de Presidente Prudente, a aproximadamente 1,9 km da FCT/UNESP. Um receptor Trimble 4600 LS de simples frequência (Figura 33) foi colocado em um campo aberto onde os possíveis objetos refletores distavam mais de 50 m das antenas. O receptor Trimble foi centrado em uma base nivelante colocada diretamente no chão para evitar o multicaminho proveniente de reflexões do terreno. Como no primeiro experimento, utilizou-se taxa de coleta de 15 s e máscara de elevação de 5°.



FIGURA 33 - Receptor Trimble 4600 LS

Nos dias 13 e 14 de setembro, uma carreta revestida de alumínio de $2,5 \times 13$ m, distando 1,3 m do chão, foi colocada a 6 m do receptor Trimble 4600 (Figura 34). Coletou-se os dados durante dois dias, pois o multicaminho deve apresentar o mesmo padrão durante dias consecutivos, quando a geometria do levantamento permanece inalterada. Os dados foram coletados por mais de 2 h em cada dia. Escolheu-se o período das 15 as 17 h e 30 min (horário local) para que o efeito ionosférico não fosse significativo, e devido ao curto comprimento da linha de base, considerou-se que este efeito foi eliminado na dupla diferenciação.



FIGURA 34 - Objeto refletor (carreta) colocado a 6 m do receptor Trimble

Na figura 35 é apresentado um esquema do segundo experimento.

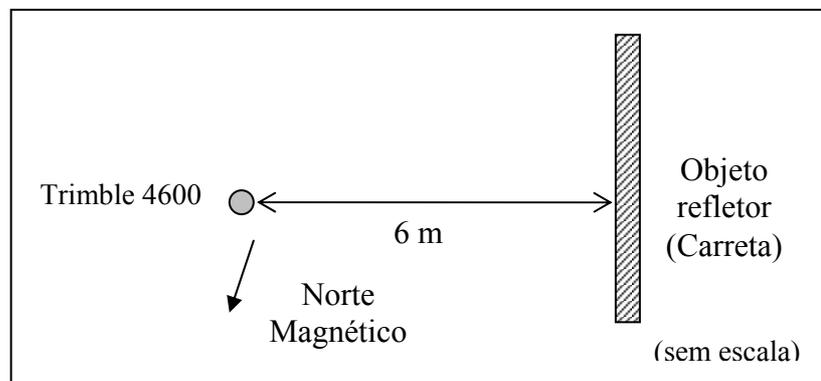


FIGURA 35 - Representação esquemática do segundo experimento

Posteriormente, a carreta foi retirada e a coleta de dados foi realizada considerando a inexistência de objetos que significativamente refletissem o sinal (Figura 36). Tais dados foram coletados nos dias 20 e 21 de setembro durante mais de 2 h em cada dia e com a mesma taxa de coleta e máscara de elevação da coleta de dados com o objeto refletor (carreta).

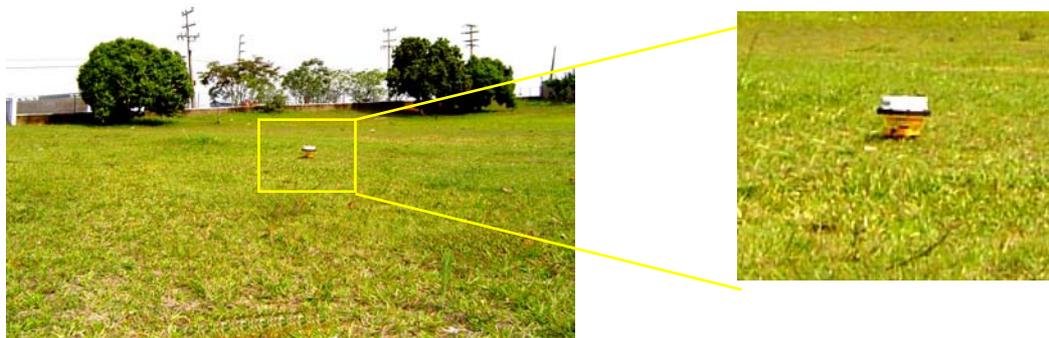


FIGURA 36 - Local do experimento sem objetos refletoras

6.2. Programa computacional utilizado: GPSeq

Nesta seção são abordados os conceitos do *software* GPSeq, o qual é utilizado para o processamento dos dados desta pesquisa.

O GPSeq é um *software* para processamento de dados oriundos de posicionamento relativo de linhas de base curtas com o NAVSTAR-GPS. Foi desenvolvido em linguagem FORTRAN 77 (Compilador Lahey Fujitsu Fortran 95) e realiza um ajustamento recursivo utilizando como observações as DDs da fase de batimento da onda portadora e da pseudodistância a partir do código C/A (MACHADO e MONICO, 1999).

Inicialmente o *software* utilizava o método seqüencial para solucionar as ambigüidades, atendendo apenas aplicações estáticas. Tal *software* foi posteriormente modificado com a implementação do método *Least Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment* (LAMBDA), desenvolvido na Universidade de Tecnologia de Delft, Holanda (MACHADO, 2001, p.76). Este método apresenta a possibilidade da estimação rápida dos números inteiros de ciclos, através de uma transformação no conjunto das ambigüidades. Isto possibilita a reformulação do problema original em um novo problema, muito mais fácil de resolver (MACHADO e MONICO, 1999).

6.2.1. Dados de entrada

O *software* permite processar apenas linhas de base rastreadas com receptores de simples frequência. Os dados de entrada devem estar no formato *Receiver Independent Exchange* - RINEX (IGS, 2003), permitindo que receptores de fabricantes distintos possam ser utilizados na coleta dos dados (MACHADO e MONICO, 1999).

Além dos arquivos contendo as observações e os elementos necessários para calcular a posição dos satélites, o *software* requer um arquivo de entrada contendo o endereço de onde se encontram os arquivos RINEX, o valor limite para assumir que as observações coletadas pelos receptores base e móvel sejam simultâneas, bem como a precisão das observações de fase de batimento da onda portadora (L1) e pseudodistância (C/A) e o número PRN do satélite base (MACHADO, 2001, p.77). Um exemplo pode ser visto na tabela 2.

Tabela 2 - Arquivo de entrada do *software* GPSeq

| | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| c:\meusdocumentos\dados\01631830.03o | rinex obs file station 1 (base) |
| c:\meusdocumentos\dados\05791830.03o | rinex obs file station 2 (rover) |
| c:\meusdocumentos\dados\01631830.03n | rinex navigation file (base) |
| 0.25 | synchronization |
| 0.003 | standard deviation L1 |
| 0.3 | standard deviation C/A |
| 31 | base satellite |
| 0.0 0.0 0.0 | constrain - if zero - free |

6.2.2. Modelos matemáticos e estratégias adotadas

Nessa seção são apresentados os modelos matemáticos e as estratégias de implementação adotados no desenvolvimento do *software* GPSeq.

6.2.2.1. Modelo funcional e estocástico

O modelo funcional implementado no *software* foi as DDs da fase de batimento da onda portadora e da pseudodistância.

A escolha desse modelo matemático se deve à presença dos efeitos sistemáticos que degradam a precisão das observáveis originais, tornando-as com nível de precisão inferior ao comprimento de onda, impossibilitando que as ambigüidades sejam estimadas como número inteiro (MACHADO, 2001, p.78).

As DDs podem ser calculadas através de duas técnicas: satélite base e sequencial (seção 2.4.1). Na implementação do *software* GPSeq, as DDs são calculadas a partir da técnica do satélite base, onde combinam-se as observações oriundas de um dos satélites rastreados (tomado como base) com as observações dos demais satélites. Porém, se ocorrer do sinal do satélite escolhido como base não ser, por algum motivo, observado em alguma das estações envolvidas no levantamento, não será possível calcular as DDs, mostrando uma deficiência da técnica adotada.

No que se refere ao modelo estocástico, adotou-se o modelo (2.15). Esse modelo tem sido muito utilizado, apresentando resultados satisfatórios na maioria das aplicações (MACHADO, 2001, p.79).

6.2.2.2. Cálculo das coordenadas dos satélites

O processo de estimação dos parâmetros implementado no *software* GPSeq requer que a posição dos satélites seja calculada para cada época, pois suas coordenadas são assumidas como constantes no ajustamento.

As coordenadas dos satélites GPS no *software* GPSeq são calculadas através das efemérides transmitidas, possibilitando que os dados sejam processados logo em seguida à coleta de dados.

6.2.2.3. Estimação recursiva e controle de qualidade

Devido ao número de observações (DD de pseudodistância e de fase de batimento da onda portadora) ser maior que o número de incógnitas, necessita-se ajustar as observações para estimar o vetor dos parâmetros e calcular sua MVC, a partir da coerência entre as observações, o modelo matemático e os parâmetros a serem estimados (MACHADO, 2001, p.84).

Face a grande quantidade de observações que geralmente é coletada no posicionamento com NAVSTAR-GPS, além de outros aspectos, faz com que o Filtro de Kalman torne-se uma ferramenta bastante adequada ao processo de estimação dos parâmetros para a solução *float*, sendo, portanto, adotado no desenvolvimento do *software*.

Na implementação do *software* GPSeq, o controle de qualidade do Filtro de Kalman é realizado através do processo DIA, descrito na seção 2.6.

6.2.2.4. Solução *fixed*

Na estimação das DDs de ambigüidades utilizou-se o método LAMBDA, o qual requer como dados de entrada as DDs de ambigüidades estimadas como números reais (solução *float*) e respectiva MVC, ambos provenientes do Filtro de Kalman (MACHADO, 2001, p.85; SOUZA, 2002).

No processo de estimação pelo Filtro de Kalman, os parâmetros estimados na última época possuem a melhor solução, pois esse estimador considera as informações de todas as épocas anteriores. Por isso, na solução das DDs de ambigüidades utiliza-se a solução *float* da última época como dado de entrada para o LAMBDA. Após solucionar as DDs de ambigüidades, o processo retorna ao início. Nessa etapa do processamento, as DDs de ambigüidades são introduzidas como constantes no modelo matemático funcional, restando apenas os três parâmetros referentes as componentes da base.

Com esse procedimento, a probabilidade de solucionar as DDs de ambigüidades corretamente aumenta e, por conseqüência, as coordenadas de todos os pontos rastreados podem ser estimadas com alta precisão, inclusive as do início do rastreo.

6.3. Implementação

A implementação foi realizada em linguagem FORTRAN 77 (Compilador Lahey Fujitsu Fortran 95) e faz parte do *software* GPSeq.

A AMR foi implementada para aplicar a TWD. Dessa forma, como descrito na seção 4.5.2, pode-se utilizar os coeficientes dos filtros que implementam as *wavelets* de Daubechies.

Foram implementados os filtros com 4, 12 e 20 coeficientes, a fim de se testar qual filtro possa ser mais eficaz na atenuação do multicaminho, já que quanto maior o número de coeficientes, mais suave é a *wavelet*.

Para sucessivas aplicações do filtro *wavelet*, foi implementado o algoritmo piramidal (PRESS, 1992). As permutações são feitas na mesma sub-rotina. As sub-rotinas executam também o processo inverso (TWDI) para que, quando o multicaminho for atenuado, o sinal (DD) possa ser recuperado.

A implementação para o processo metodológico utilizado está embasada nas etapas mostradas na figura 37.

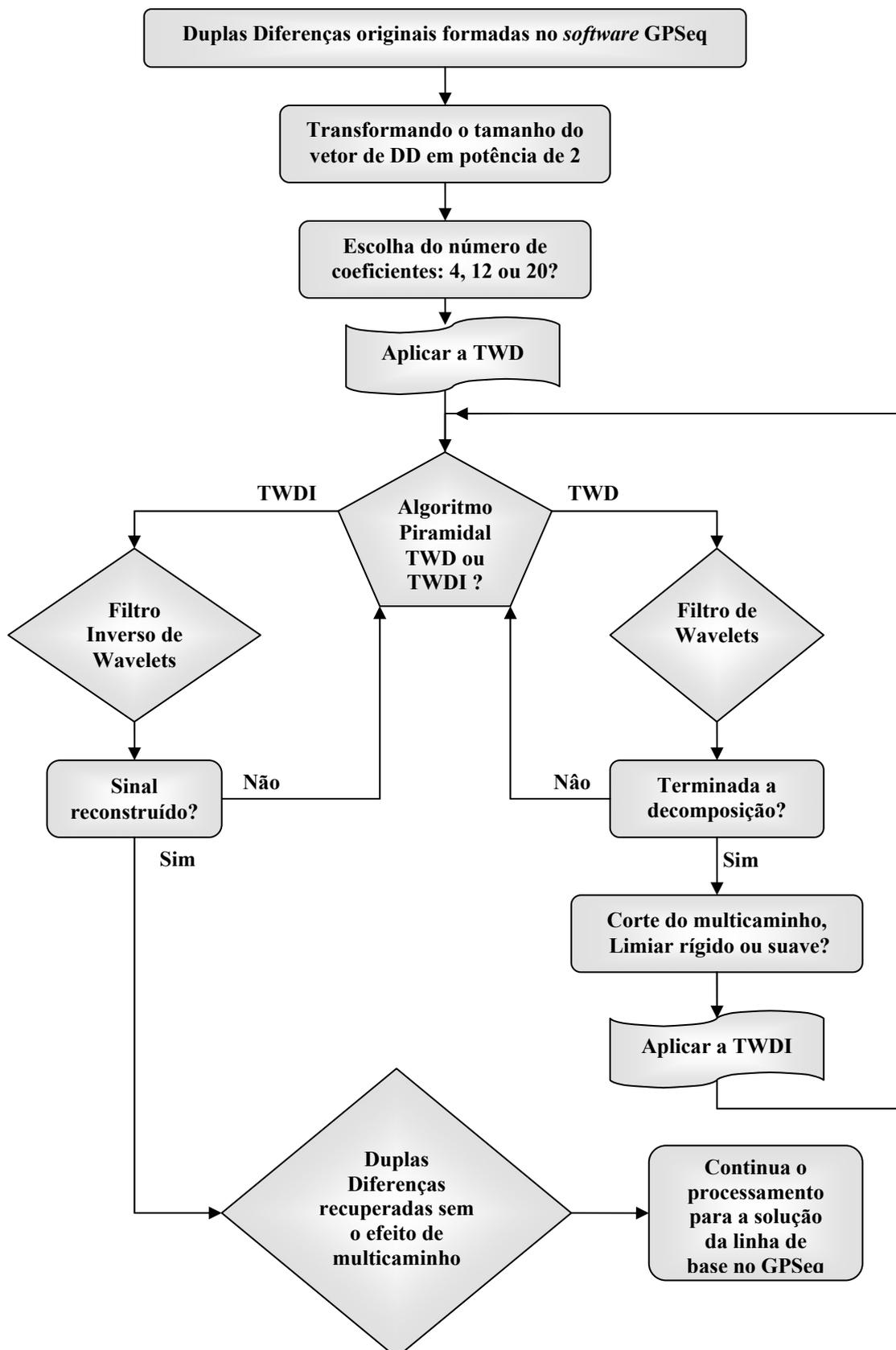


FIGURA 37 - Fluxograma da implementação

7. RESULTADOS E ANÁLISES

No capítulo 3, a teoria sobre o multicaminho foi apresentada. Com o objetivo de verificar alguns dos aspectos teóricos apresentados e validar o método proposto, os dados dos dois experimentos foram processados. A partir do primeiro experimento, foi processada a linha de base denotada por UEPP-CO, cujos resultados são apresentados na seção 7.1. Na seção 7.2, os resultados do processamento da linha de base denotada por UEPP-TAK, do segundo experimento, podem ser verificados. Para verificar a repetibilidade do multicaminho, os dados são processados para dois dias, e as seções são sempre adiantadas de 4 min de um dia para outro, como explicado no capítulo 6.

7.1. Primeiro Experimento

Com o intuito de verificar o efeito de multicaminho gerado para a linha de base UEPP-CO e comprovar a efetividade do método na atenuação do multicaminho de alta frequência, nesta seção são apresentados os resultados do experimento realizado próximo aos prédios. Escolheu-se uma sessão de 250 épocas (9h 32 min as 10h 34 min - horário local no dia 12 de setembro) para ser processada. No dia 15 de setembro esta sessão está adiantada de 4 min por dia.

Na seção 7.1.1 são apresentados os resultados com respeito ao erro de multicaminho e sua repetibilidade nos dois dias. Já na seção 7.1.2 são comparados os resultados obtidos sem e com a correção do multicaminho.

7.1.1. Verificando o erro de multicaminho

Para realizar o processamento da linha de base UEPP-CO adotou-se o PRN 17 como satélite base, por estar em alto ângulo de elevação e azimute não propício para reflexões nos prédios (Figura 38).

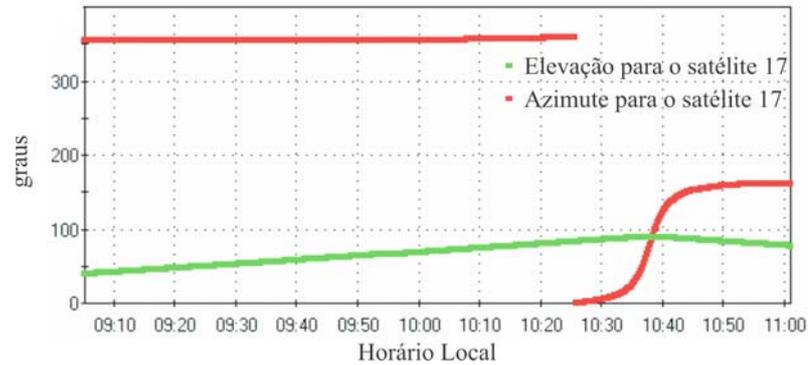


FIGURA 38 - Elevação e Azimute para o satélite 17

Para visualizar os resultados, utilizou-se os satélites 05, 10 e 21. Os satélites 10 e 21 foram escolhidos por terem os menores ângulos de elevação dentre os satélites rastreados, e conseqüentemente, mais sujeitos ao multicaminho. Também se verificou o azimute dos satélites para que estes estivessem na direção frontal aos prédios (Figuras 39a, 39b, 40a e 40b).

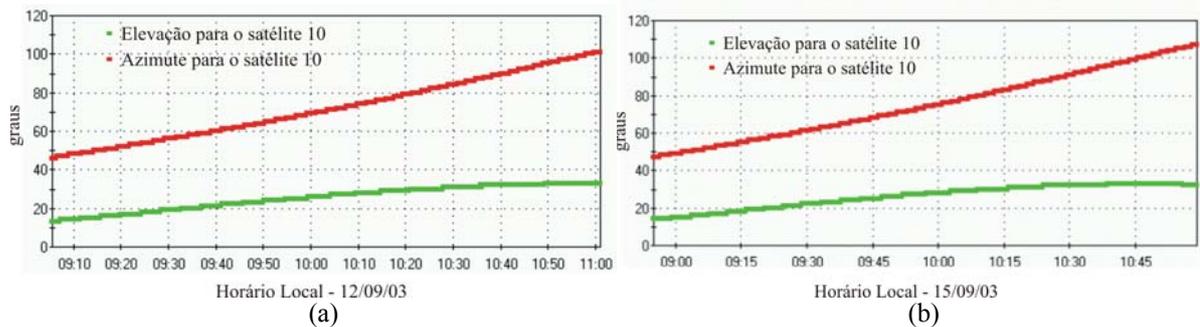


FIGURA 39 - Elevação e Azimute para o satélite 10

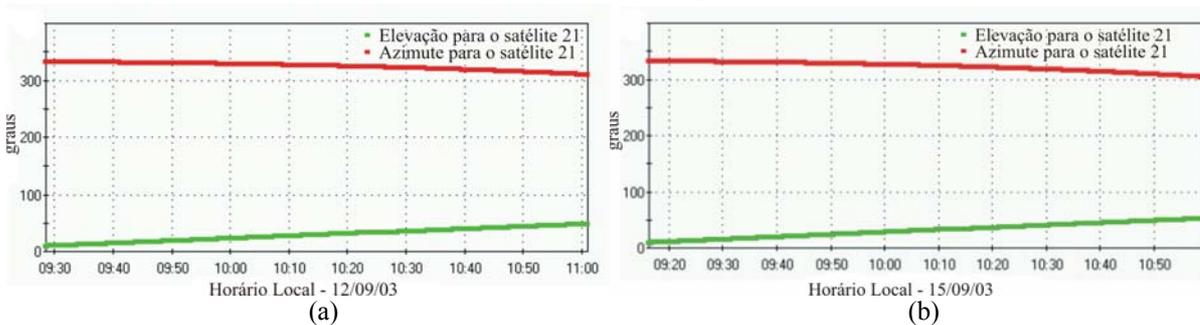


FIGURA 40 - Elevação e Azimute para o satélite 21

O satélite 5 foi utilizado, para efeito de comparação, pois este esteve em altos ângulos de elevação e azimute menos propício para gerar sinais refletidos durante a sessão coletada. A elevação e o azimute para o satélite 05 nas seções dos dias 12 e 15 de setembro podem ser vistos na figura 41a e 41b, respectivamente.

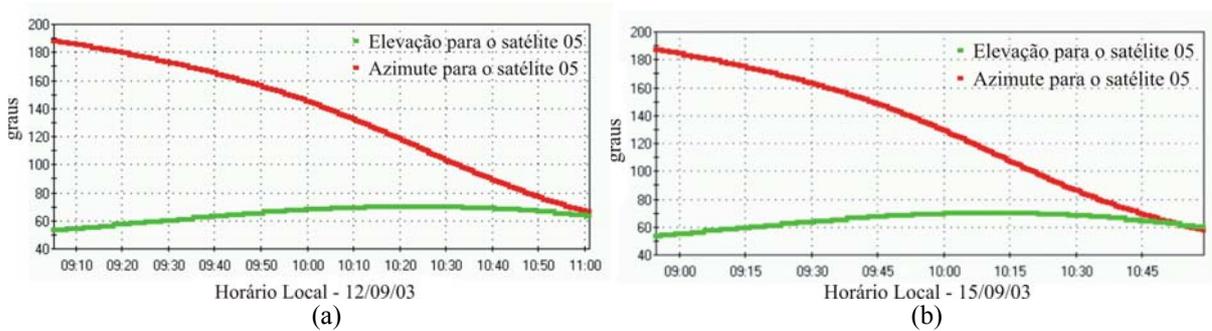


FIGURA 41 - Elevação e Azimute para o satélite 05

Nas seções 7.2.1.1 e 7.2.1.2 os erros de multicaminho são analisados para as medidas de DD da fase da onda portadora e da pseudodistância (código), respectivamente.

7.1.1.1. Erros de multicaminho na pseudodistância (código)

Nesta seção, a repetibilidade e o erro de multicaminho de alta frequência são analisados para as medidas de DDs do código. Nas figuras 42a e 43a, pode-se verificar as DDs para os PRNs 17-10 e 17-21. Os respectivos resíduos indicando a repetibilidade dos erros de multicaminho para os dias 12 e 15 de setembro são apresentados nas figuras 42b e 43b.

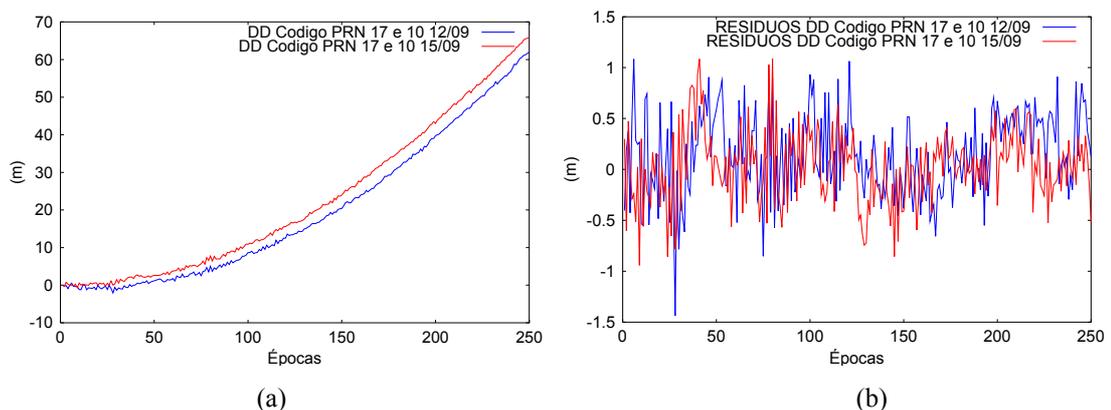


FIGURA 42 - DDs do código e resíduos para os PRNs 17-10 nos dias 12 e 15

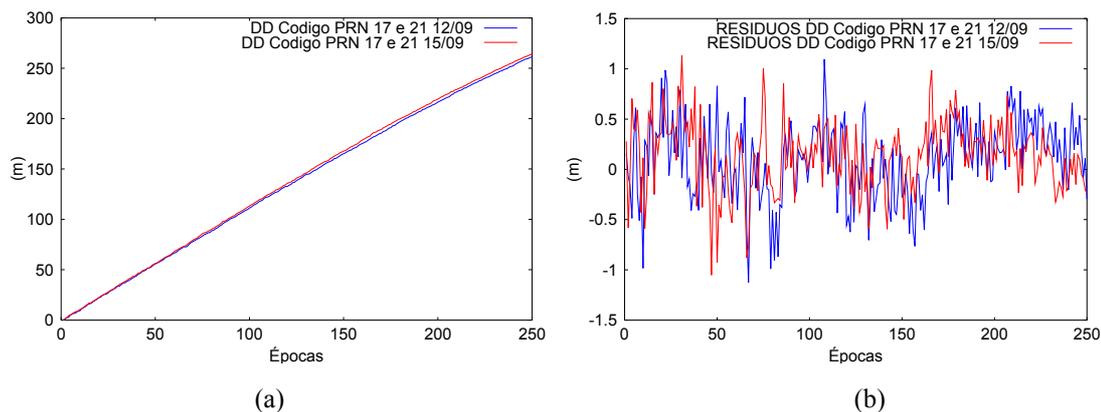


FIGURA 43 - DDs do código e resíduos para os PRNs 17-21 nos dias 12 e 15

Utilizou-se o coeficiente de correlação (multiplicado por cem) para analisar a repetibilidade do multicaminho nos resíduos das DDs do código nos dias 12 e 15. A repetibilidade para as DDs 17-10 e 17-21 foram de aproximadamente 51% e 57%, respectivamente. Assim, como esperado, pode-se verificar que os erros de multicaminho possuem uma repetibilidade após um dia sideral. Geralmente, a repetibilidade é maior, mas os ruídos e variações de centro de fase devido ao baixo ângulo de elevação utilizado dificultam um pouco a verificação da repetibilidade deste efeito.

Nas figuras 44a e 44b, as DDs do código para os PRNs 17-05 e a repetibilidade dos erros de multicaminho para os dias 12 e 15 de setembro são apresentadas, respectivamente.

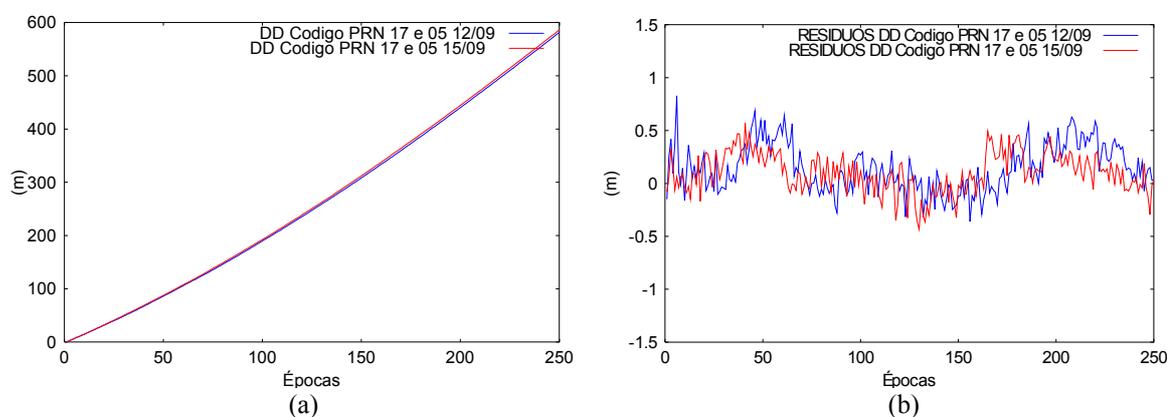


FIGURA 44 - DDs do código e resíduos para os PRNs 17-05 nos dias 12 e 15

Como esperado, o satélite 05, que esteve em altos ângulos de elevação (61° a 70° e 70° a 69°) e azimute menos propício para sinais refletidos durante a sessão processada, causou resíduos menores em relação aos satélites 10 e 21, os quais estiveram em ângulos de elevação menores (19° a 32° e 11° a 36° , respectivamente). A repetibilidade do multicaminho em relação a este satélite foi de 40% e pode ser observada nas figuras 43b e 44b. Esses resíduos são comparados na tabela 3.

Tabela 3 - Resíduos para as medidas de DDs do código

| Resíduos das DDs | DD 17-10 | | DD 17-21 | | DD 17-05 | |
|--------------------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|
| | Dia 12 | Dia 15 | Dia 12 | Dia 15 | Dia 12 | Dia 15 |
| Resíduo máximo (m) | 1,437 | 1,09 | 1,125 | 1,131 | 0,829 | 0,573 |
| Resíduo médio (m) | 0,345 | 0,284 | 0,320 | 0,297 | 0,208 | 0,168 |

Na tabela 3, observa-se que tanto os resíduos médios como os máximos foram menores para a DD 17-05, tal como esperado.

7.1.1.2. Erros de multicaminho na fase da onda portadora

Nesta seção, a repetibilidade e o erro de multicaminho de alta frequência são analisados para as medidas de DDs da fase da onda portadora. Nas figuras 45a e 46a, pode-se verificar as DDs para os PRNs 17-10 e 17-21, respectivamente. A repetibilidade dos erros de multicaminho para estas DDs nos dias 12 e 15 de setembro foi de aproximadamente 73% e 60% e pode ser verificada nos resíduos das DDs nas figuras 45b e 46b.

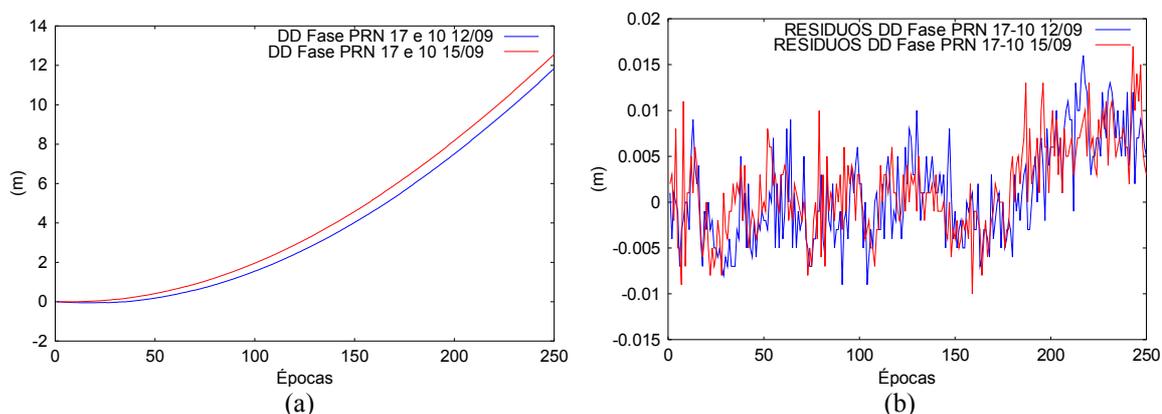


FIGURA 45 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 17-10 nos dias 12 e 15

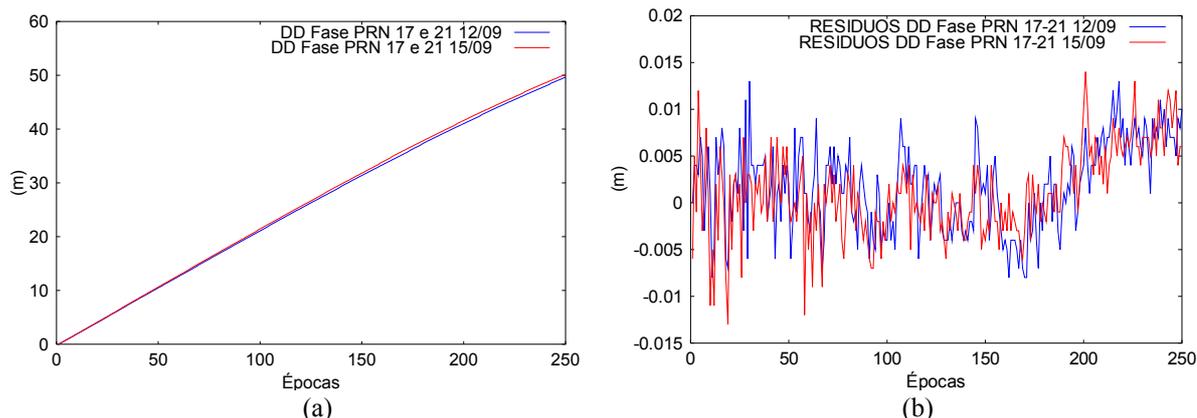


FIGURA 46 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 17-21 nos dias 12 e 15

Nas figuras 47a e 47b são apresentadas as DDs da fase para os PRNs 17-05 e a repetibilidade dos erros de multicaminho para os dias 12 e 15 de setembro.

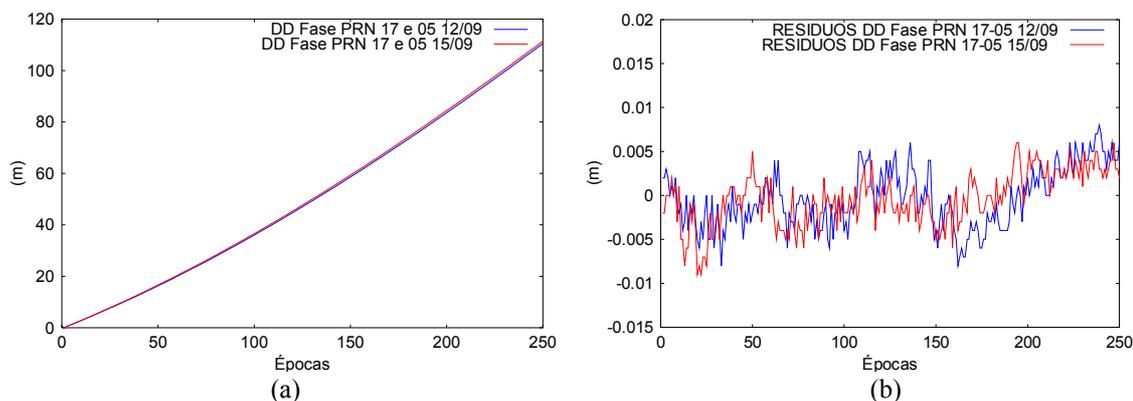


FIGURA 47 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 17-05 nos dias 12 e 15

Também para a fase da onda portadora, os resíduos da DD 17-05 foram menores em relação aos das DDs 17-10 e 17-21. A repetibilidade foi menor, aproximadamente 51%, como esperado. Pode-se perceber que os resíduos para a fase são bem menores do que para o código. Esses resíduos são comparados na tabela 4.

Tabela 4 - Resíduos para as medidas de DDs da fase

| Resíduos das DDs | DD 17-10 | | DD 17-21 | | DD 17-05 | |
|--------------------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|
| | Dia 12 | Dia 15 | Dia 12 | Dia 15 | Dia 12 | Dia 15 |
| Resíduo máximo (m) | 0,0066 | 0,0032 | 0,0025 | 0,0026 | 0,0015 | 0,0017 |
| Resíduo médio (m) | 0,0008 | 0,0007 | 0,0008 | 0,0007 | 0,0005 | 0,0004 |

Da mesma forma que para o código, observa-se que tanto os resíduos médios como os máximos para a fase foram menores para a DD 17-05, como esperado.

7.1.2. Atenuando o multicaminho utilizando a Transformada de *Wavelets*

Nas seções 7.2.2.1 e 7.2.2.2 são apresentados os resultados da atenuação do multicaminho para o código e para a fase respectivamente, utilizando a transformada de *wavelets*, em especial a AMR.

7.1.2.1. Atenuando o multicaminho na pseudodistância (código)

Devido às considerações apresentadas na seção 5.3, as *wavelets* de Daubechies com 12 coeficientes foram aplicadas nas medidas de DDs do código. Após realizar a decomposição, os coeficientes relativos à alta frequência e ao multicaminho foram separados e retirados das medidas de DDs do código através do limiar rígido, cujos parâmetros de corte foram estimadas no nível mais alto da decomposição para cada DD.

Os coeficientes relativos à alta frequência foram reconstruídos para que o efeito de multicaminho retirado das medidas de DDs do código pudesse ser visualizado. Nas figuras 48a e 48b, os erros de multicaminho para as DDs relativas aos PRNs 17-10 e 17-21 são apresentados, respectivamente.

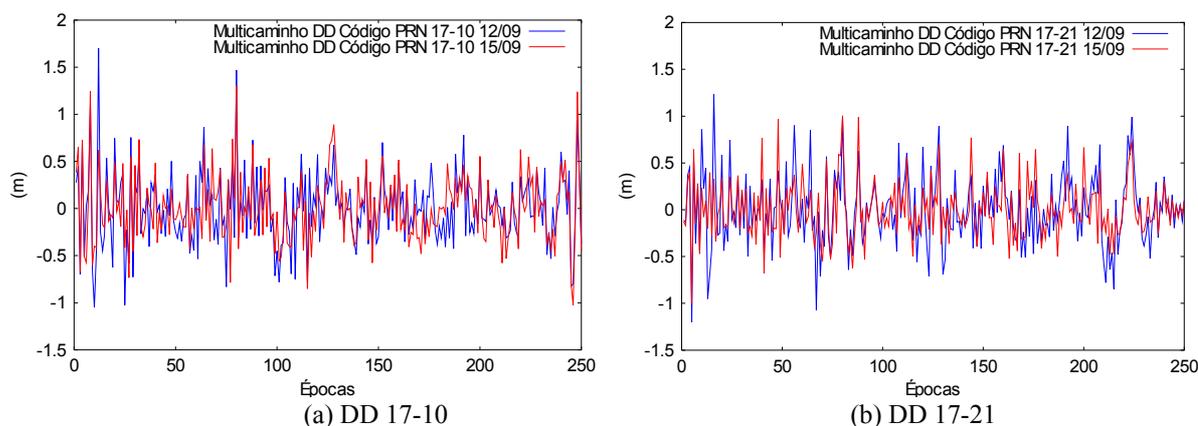


FIGURA 48 - Multicaminho reconstruído para o código nos dias 12 e 15

Na figura 49, o multicaminho relativo à DD do código para os PRNs 17-05 é reconstruído para os dias 12 e 15 de setembro.

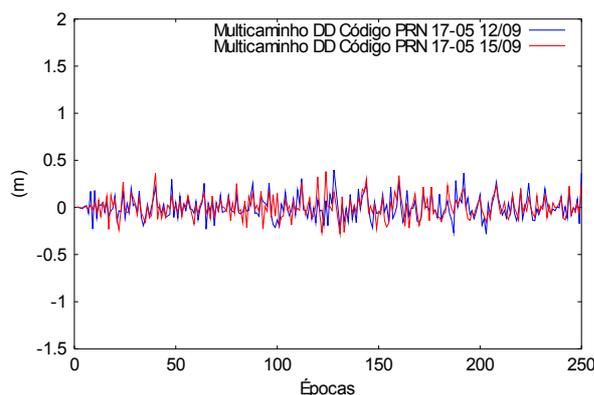


FIGURA 49 - Multicaminho reconstruído para a DD 17-05 do código nos dias 12 e 15

Como esperado, a partir das figuras 48a, 48b e 49, pode-se verificar erros de multicaminho bem maiores para as DDs 17-10 e 17-21 do que para a DD 17-05. A repetibilidade foi de aproximadamente 75% e 70% para as DDs 17-10 e 17-21, e 65% para a DD 17-05, confirmando a eficiência do método na detecção do efeito de multicaminho.

7.1.2.2. Atenuando o multicaminho na fase da onda portadora

Similarmente ao código, os coeficientes relativos à alta frequência foram reconstruídos para que o efeito de multicaminho retirado das medidas de DDs da fase pudesse ser visualizado. Na figura 50a e 50b, os erros de multicaminho para as DDs relativas aos PRNs 17-10 e 17-21 são apresentados, respectivamente.

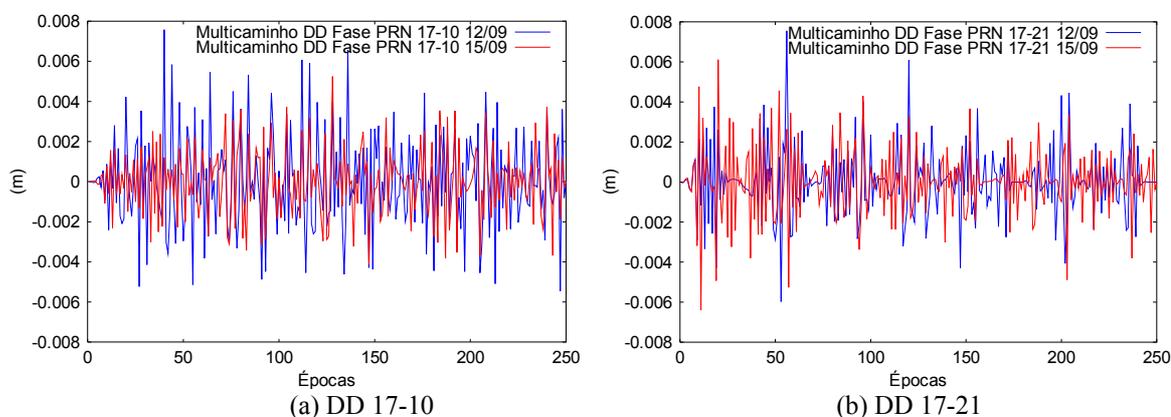


FIGURA 50 - Multicaminho reconstruído para a fase nos dias 12 e 15

Na figura 51, o multicaminho relativo à DD da fase para os PRNs 17-05 é reconstruído para os dias 12 e 15 de setembro.

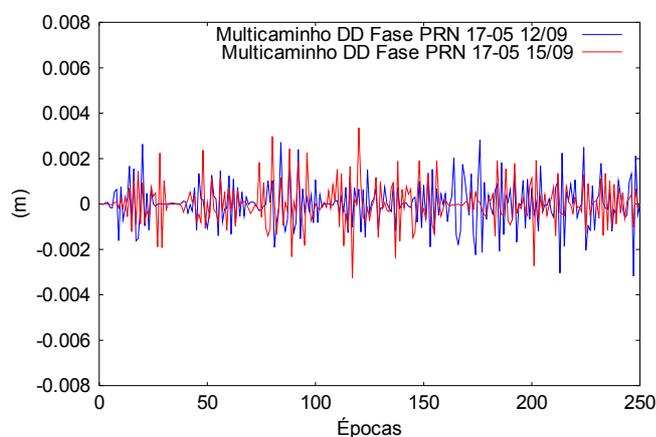


FIGURA 51 - Multicaminho reconstruído para a DD 17-05 da fase nos dias 12 e 15

Das figuras 50a, 50b e 51, como esperado, pode-se verificar erros de multicaminho maiores para as DDs relativas aos PRNs 17-10 e 17-21 do que para os PRNs 17-05. Como os erros devido ao multicaminho para a fase são de magnitude bem menor em relação ao código, a repetibilidade deste efeito se torna mais difícil de ser verificada dentre os ruídos e erros aleatórios que são da mesma banda de frequência. A repetibilidade dos erros de multicaminho foi de aproximadamente 54% e 45 % para as DDs 17-10 e 17-21 e 36% para a DD 17-05.

7.1.2.3. Resultados após redução do multicaminho

Após aplicar a TW utilizando as *wavelets* de Daubechies de 12 coeficientes nas DDs do código e da fase da onda portadora, os coeficientes relativos ao multicaminho de alta frequência foram anulados pelo limiar rígido. As DDs foram reconstruídas e as observações foram reprocessadas. Nas figuras 52a e 52b, são apresentados a DD 17-10 do código e seus respectivos resíduos antes e depois da correção do multicaminho de alta

freqüência na sessão processada do dia 12 de setembro de 2003. Da mesma forma, as figuras 53a e 53b apresentam os respectivos resultados para a fase da onda portadora.

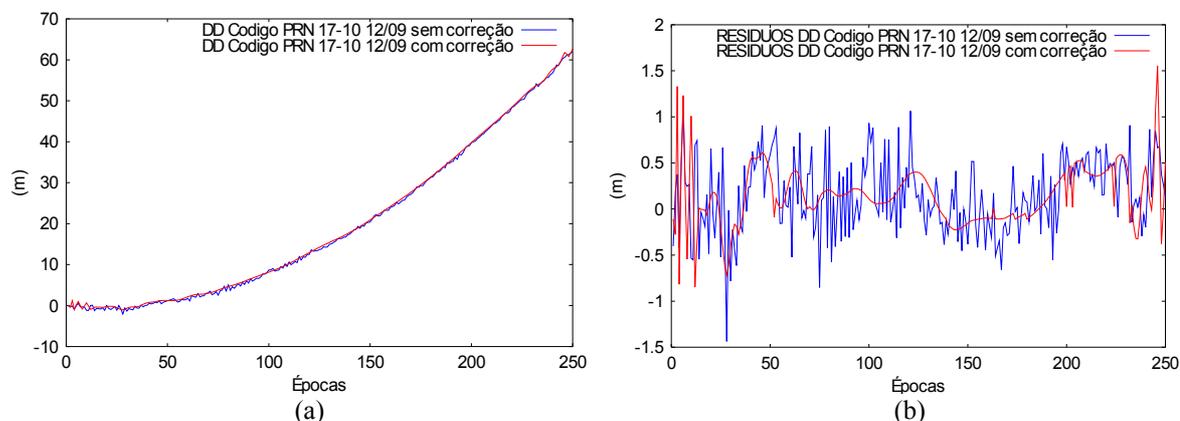


FIGURA 52 - DD 17-10 do código e os resíduos antes e após correção

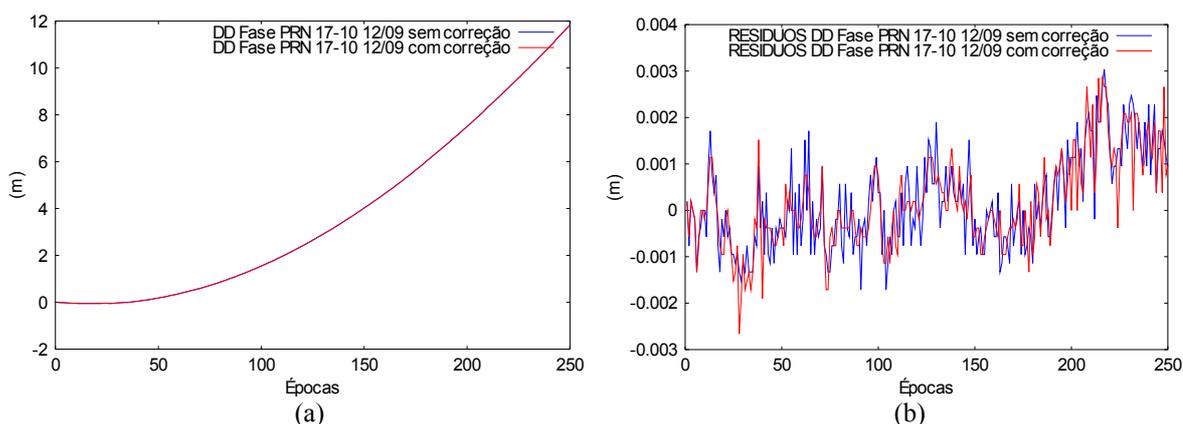


FIGURA 53 - DD 17-10 da fase e os resíduos antes e após correção

Os resultados para as DDs do dia 15 foram similares. Os erros relativos às DDs 17-10, 17-21 e 17-05 são sumarizados nas tabelas 5 e 6 para o código e para a fase, respectivamente.

Tabela 5 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) com e sem a correção do multicaminho para o código

| Resíduos das DDs | DD 17-10 | | | | DD 17-21 | | | | DD 17-05 | | | |
|-------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | Dia 12 | | Dia 15 | | Dia 12 | | Dia 15 | | Dia 12 | | Dia 15 | |
| | Rm | SD |
| Sem correção (m) | 0,345 | 0,405 | 0,284 | 0,363 | 0,320 | 0,387 | 0,297 | 0,346 | 0,208 | 0,226 | 0,168 | 0,185 |
| Com correção (m) | 0,253 | 0,315 | 0,200 | 0,290 | 0,259 | 0,311 | 0,225 | 0,263 | 0,180 | 0,196 | 0,147 | 0,150 |
| Melhoria (%) | 27 | 22 | 30 | 20 | 19 | 20 | 24 | 24 | 13 | 13 | 12 | 19 |

Tabela 6 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) com e sem a correção do multicaminho para a fase

| Resíduos das DDs | DD 17-10 | | | | DD 17-21 | | | | DD 17-05 | | | |
|------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | Dia 12 | | Dia 15 | | Dia 12 | | Dia 15 | | Dia 12 | | Dia 15 | |
| | Rm | SD |
| Sem correção (m) | 0,0045 | 0,0059 | 0,0045 | 0,0050 | 0,0042 | 0,0048 | 0,0037 | 0,0047 | 0,0028 | 0,0034 | 0,0024 | 0,0031 |
| Com correção (m) | 0,0039 | 0,0050 | 0,0039 | 0,0048 | 0,0038 | 0,0043 | 0,0035 | 0,0045 | 0,0027 | 0,0033 | 0,0023 | 0,0030 |
| Melhoria (%) | 14 | 15 | 14 | 4 | 10 | 10 | 5 | 4 | 4 | 3 | 4 | 4 |

Das tabelas 5 e 6, verifica-se a efetividade do método na correção do multicaminho de alta frequência das medidas de fase e pseudodistância.

As análises seguintes são realizadas apenas para os resultados do dia 12 de setembro de 2003. Entretanto, todos os resultados para o dia 15 após a correção do multicaminho também foram melhores, porém não serão apresentados, por simplicidade.

Para comparar a qualidade das observações de DD para a fase e código, antes e após a correção do multicaminho de alta frequência, utilizou-se a estatística GOM. Os valores T_{GOM}^k (equação 2.19) podem ser vistos na figura 54.

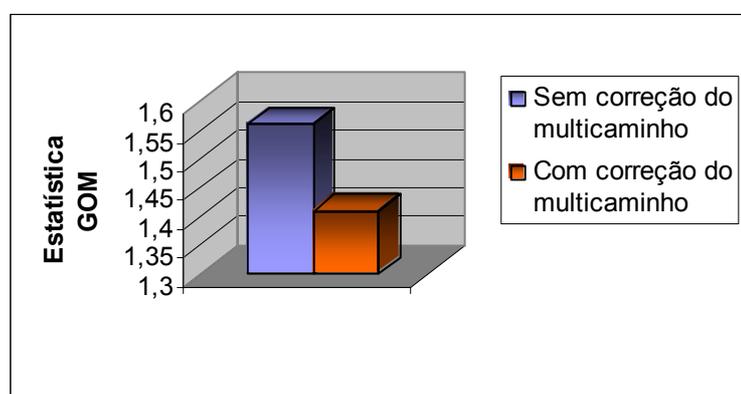


FIGURA 54 - Estatística GOM para a linha de base UEPP-CO

Verifica-se, a partir da figura 54, que o valor da estatística GOM é melhor para as observações após a correção do multicaminho de alta frequência, mostrando que este efeito sistemático foi minimizado.

Para verificar a confiabilidade da solução das ambigüidades, a figura 55 apresenta os valores da estatística *ratio* antes e depois da correção do multicaminho de alta frequência.

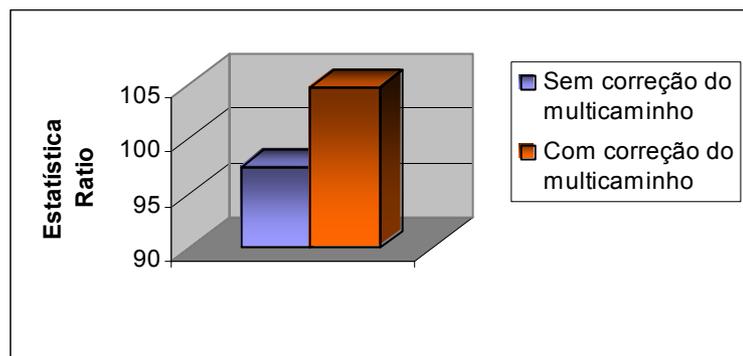


FIGURA 55 - Estatística Ratio para a linha de base UEPP-CO

Sabe-se que quanto maior o valor desta estatística, maior a probabilidade do vetor das ambigüidades estar solucionado corretamente. Dessa forma, pode-se verificar, a partir da figura 55, que a solução das ambigüidades após a correção do multicaminho está mais confiável, embora esta já estivesse confiável antes da correção, pois o valor do *ratio* já era muito maior que 3.

Analisou-se, em paralelo à estatística *ratio*, o valor da diferença entre a forma quadrática do vetor dos resíduos que proporcionou a melhor unidade de peso *a posteriori* e a do vetor que proporcionou a segunda melhor, denominado de Delta Omega. Esta estatística é mostrada na figura 56.

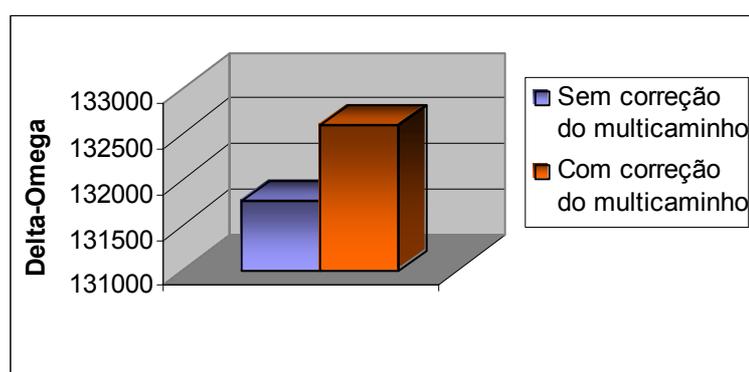


FIGURA 56 - Estatística Delta-Omega para a linha de base UEPP-CO

Da mesma forma que a estatística *ratio*, quanto maior o valor da estatística Delta Omega, mais confiável é a solução das ambigüidades. Logo, pode-se verificar na figura 56 que a solução das ambigüidades após a correção do multicaminho está mais confiável.

7.2. Segundo Experimento

Nesta seção, são apresentados os resultados do processamento da linha de base UEPP-TAK. Os resultados obtidos são comparados entre si (com e sem a correção do multicaminho) e com a “verdade de terreno”, determinada pelo processamento dos dados de dois dias sem os objetos refletoras (20 e 21 de setembro de 2003). Como os objetos refletoras foram colocados na proximidade do receptor, os sinais refletidos predominantes são de curto atraso. Entretanto, sinais refletidos de longos atrasos estão presentes devido a construções mais distantes na região do experimento. Logo, o desempenho do método na atenuação do multicaminho de alta frequência pode ser avaliado quando o multicaminho de baixa frequência é predominante.

Nesse sentido, na seção 7.2.1, são apresentados os resultados com respeito ao erro de multicaminho, sua repetibilidade nos dias 13 e 14 de setembro de 2003 e comparação com os resultados da coleta de dados “sem o efeito de multicaminho”. Já na seção 7.2.2 são comparados os resultados obtidos sem e com a correção do multicaminho.

7.2.1. Verificando o erro de multicaminho

Para realizar o processamento da linha de base UEPP-TAK adotou-se o PRN 23 como satélite base por estar em alto ângulo de elevação ($70^\circ - 50^\circ$). Com o intuito de visualizar os resultados utilizou-se os satélites 03 e 31. O satélite 31 foi escolhido por ter baixo ângulo de elevação dentre os satélites rastreados, mais sujeitos a multicaminho. Também se verificou o azimute do satélite para que este estivesse na direção frontal ao objeto refletor (Figuras 57a e 57b).

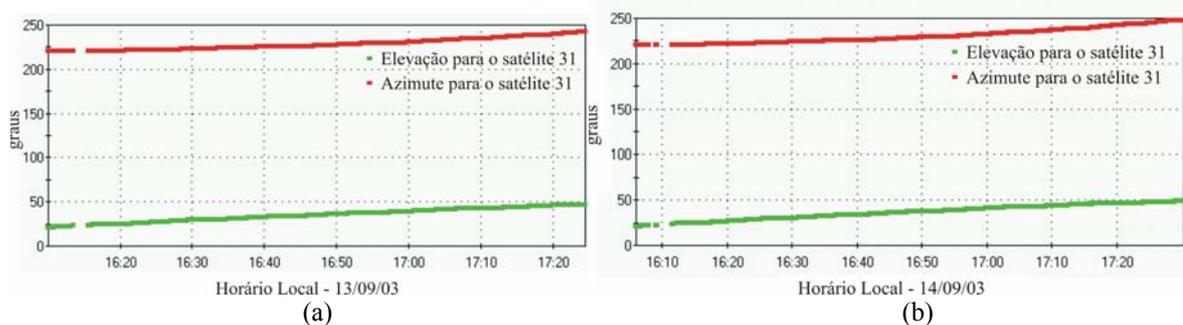


FIGURA 57 - Elevação e Azimute para o satélite 31

O satélite 03 foi utilizado, para efeito de comparação, pois este esteve em altos ângulos de elevação durante a sessão coletada. A elevação e o azimute para o satélite 03 nas sessões dos dias 13 e 14 de setembro podem ser vistos nas figuras 58a e 58b, respectivamente.

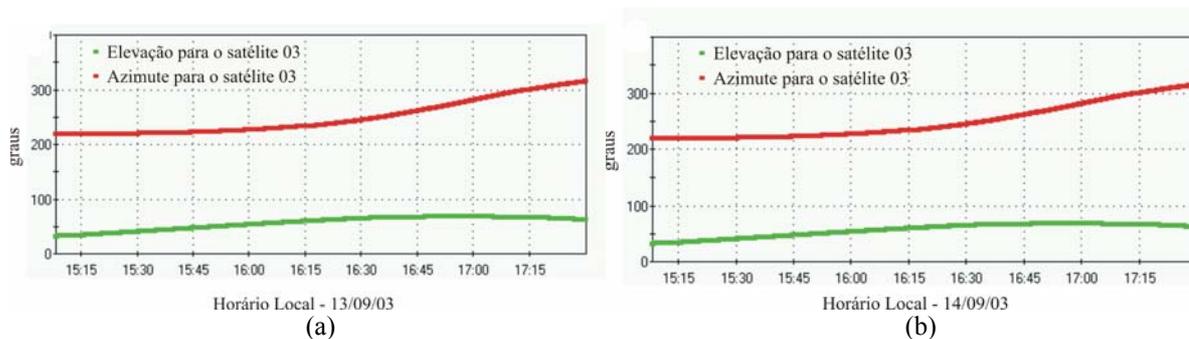


FIGURA 58 - Elevação e Azimute para o satélite 03

Nas seções 7.2.1.1 e 7.2.1.2 os erros de multicaminho são analisados para as medidas de DD da fase da onda portadora e da pseudodistância (código), respectivamente.

7.2.1.1. Erros de multicaminho na pseudodistância (código)

Nesta seção, a repetibilidade e o erro de multicaminho de baixa e alta frequência são analisados para as medidas de DDs do código. Nas figuras 59a e 60a, pode-se verificar as DDs para os PRNs 23-31 e 23-03, respectivamente. A repetibilidade dos erros de multicaminho nestas DDs para os dias 13 e 14 de setembro pode ser visualizada nos resíduos mostrados nas figuras 59b e 60b.

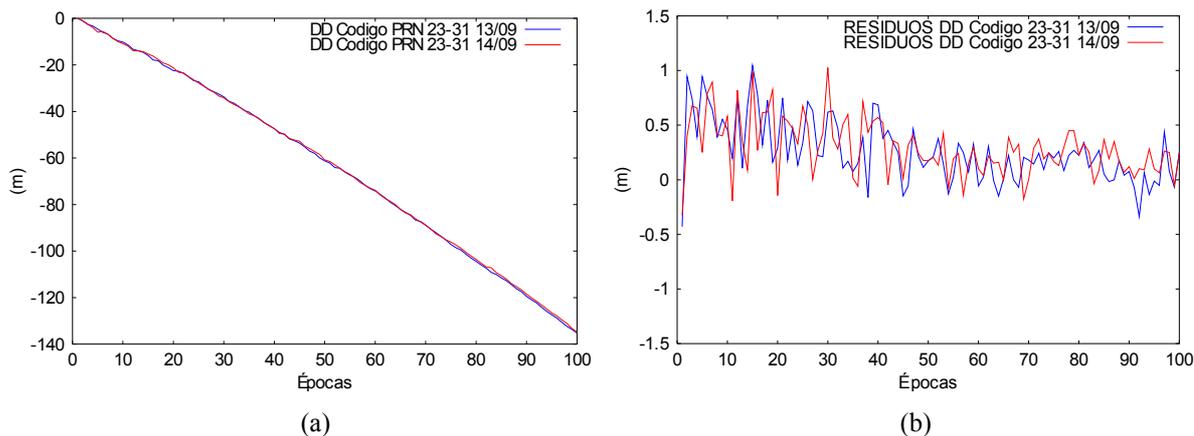


FIGURA 59 - DDs do código e resíduos para os PRNs 23-31 nos dias 13 e 14

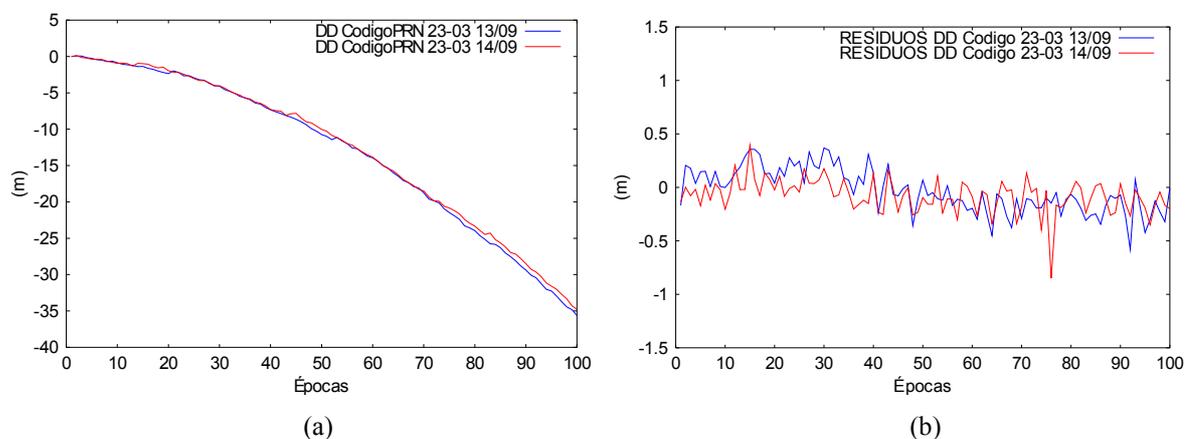


FIGURA 60 - DDs do código e resíduos para os PRNs 23-03 nos dias 13 e 14

Como esperado, o satélite 03 que esteve em altos ângulos de elevação (63° a 68°) e azimute menos propício para gerar sinais refletidos durante a sessão processada, causou erros de multicaminho menores em relação ao satélite 31, o qual esteve em ângulos de elevação menores (28° a 38°). Na figura 59b, verifica-se que a repetibilidade do multicaminho está nítida para a DD 23-31, a qual foi de aproximadamente 65%. Já na figura 60b, nota-se que a repetibilidade do multicaminho nos resíduos para a DD 23-03 do código é menor, aproximadamente 48%. Isto ocorre porque os erros devido ao multicaminho para esta DD são de pequena magnitude, ou seja, não são mais significantes que os ruídos e os erros aleatórios. Além disso, como o PRN 31 é um satélite ascendente, os erros de multicaminho são decrescentes.

Para comparação com os resultados “sem o efeito de multicaminho”, nas figuras 61a e 62a, são apresentadas as DDs para os PRNs 23-31 e 23-03 do código, e nas figuras 61b e 62b, são mostrados os seus respectivos resíduos para os dias 20 e 21 de setembro de 2003.

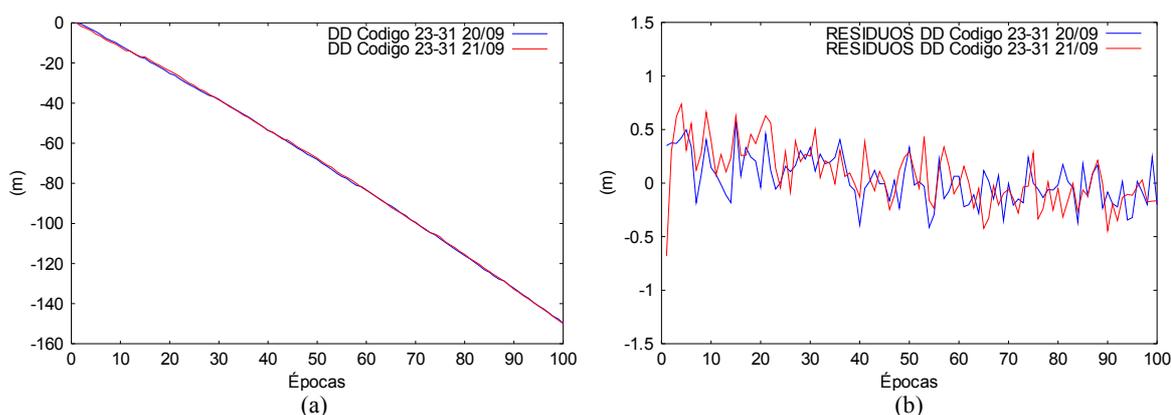


FIGURA 61 - DDs do código e resíduos para os PRNs 23-31 nos dias 20 e 21

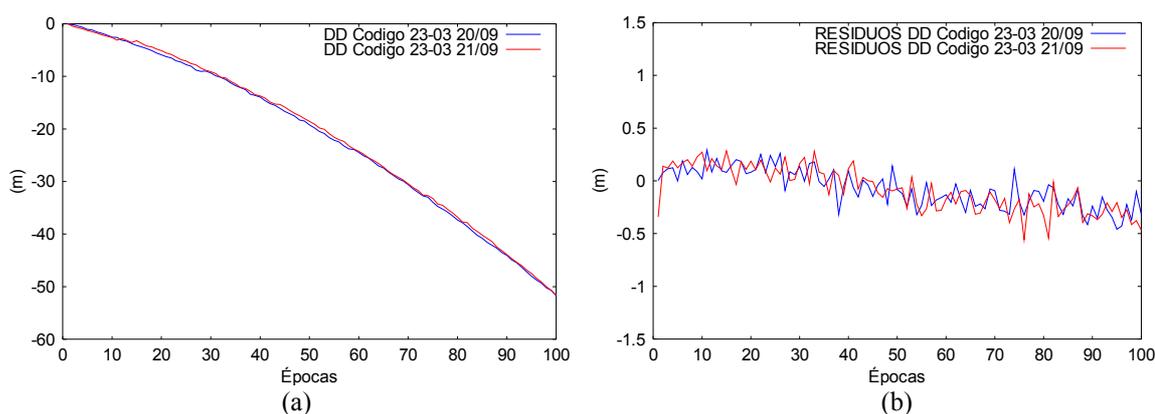


FIGURA 62 - DDs do código e resíduos para os PRNs 23-03 nos dias 20 e 21

Como esperado, os resíduos nos dias 13 e 14 foram maiores, pois um objeto refletor (carreta) estava colocado no ambiente do levantamento. Esses resíduos são comparados na tabela 7.

Tabela 7 - Resíduos para as medidas de DDs do código

| Resíduos das DDs | DD 23-31 | | | | DD 23-03 | | | |
|---------------------------|----------|--------|--------------|--------------|----------|--------|--------------|--------------|
| | Dia 13 | Dia 14 | Dia 20 | Dia 21 | Dia 13 | Dia 14 | Dia 20 | Dia 21 |
| Resíduo máximo (m) | 1,045 | 1,026 | 0,577 | 0,738 | 0,585 | 0,849 | 0,458 | 0,558 |
| Resíduo médio (m) | 0,297 | 0,318 | 0,173 | 0,220 | 0,178 | 0,189 | 0,162 | 0,177 |

7.2.1.2. Erros de multicaminho na fase da onda portadora

Nesta seção, a repetibilidade e o erro de multicaminho de baixa e alta frequência são analisados para as medidas de DDs da fase da onda portadora. Nas figuras 63 e 64, pode-se verificar as DDs para os PRNs 23-31 e 23-03 e a repetibilidade dos erros de multicaminho para os dias 13 e 14 de setembro, respectivamente.

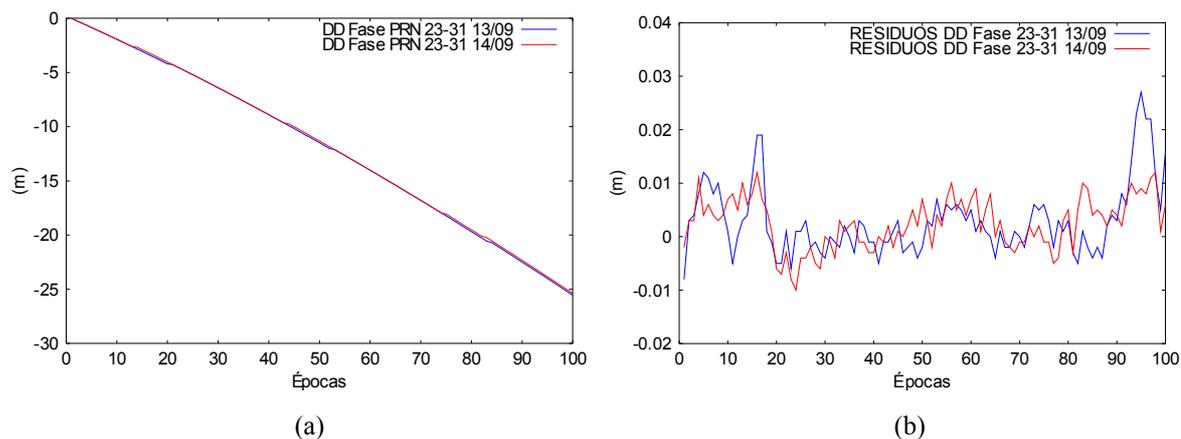


FIGURA 63 - DDs da fase e resíduos para os satélites 23 e 31 nos dias 13 e 14

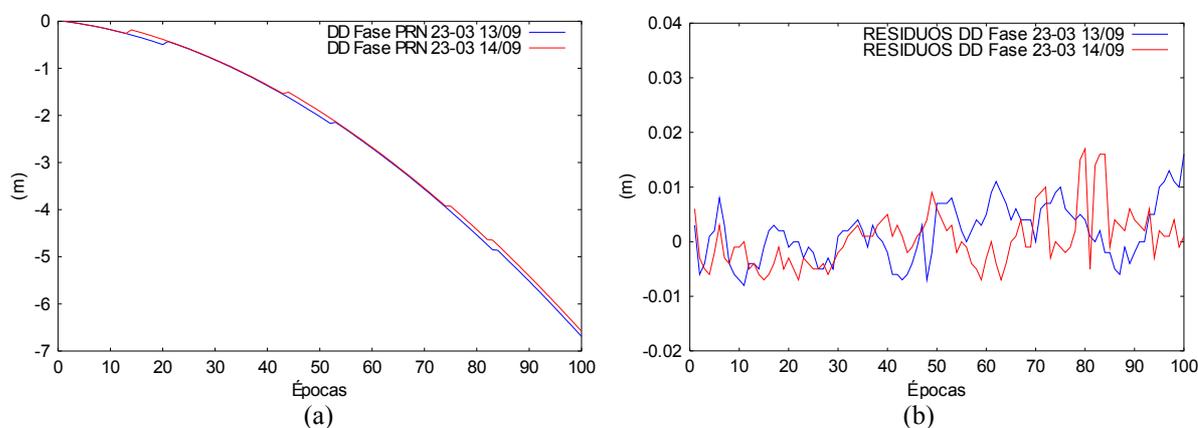


FIGURA 64 - DDs da fase e resíduos para os satélites 23 e 03 nos dias 13 e 14

Também para a fase os resíduos para a DD 23-03 (figura 64b) foram menores em relação à DD 23-31 (figura 63b). Na figura 63b, visualiza-se que a repetibilidade do multicaminho para a DD 23-31, a qual foi de 55%. Já na figura 64b, nota-se a pouca repetibilidade do multicaminho nos resíduos para a DD 23-03 da fase da onda portadora, apenas 10%. Isto ocorre porque os erros devido ao multicaminho para esta DD são de pequena magnitude e a maior parte dos resíduos são provindos de ruídos e erros aleatórios.

Novamente, para comparação com os resultados “sem o efeito de multicaminho”, nas figuras 65a e 66a, são apresentadas as DDs para os PRNs 23-31 e 23-03 da fase, e nas figuras 65b e 66b, seus respectivos resíduos para os dias 20 e 21 de setembro de 2003 podem ser verificados.

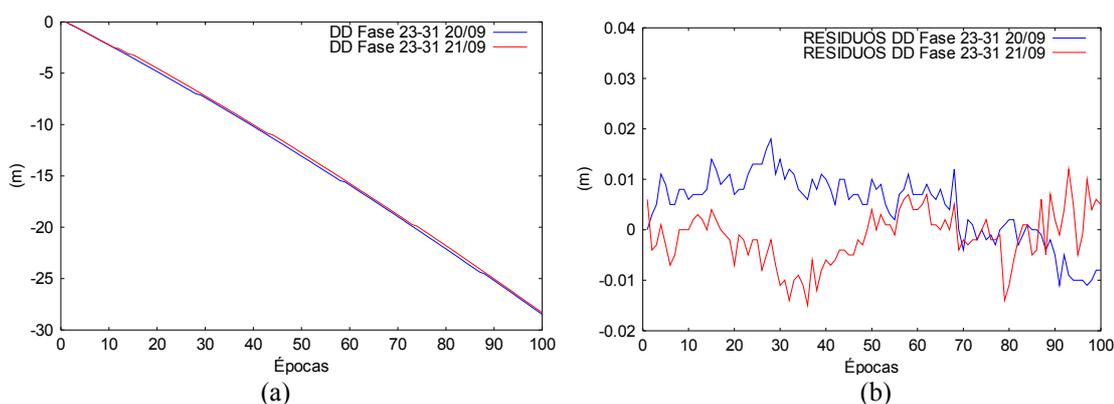


FIGURA 65 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 23-31 nos dias 20 e 21

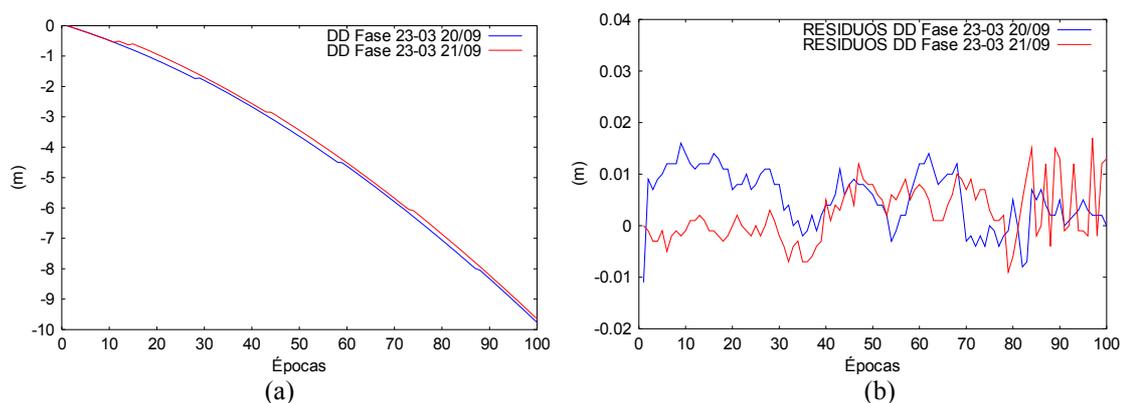


FIGURA 66 - DDs da fase e resíduos para os PRNs 23-03 nos dias 20 e 21

Das figuras 65b e 66b, fica clara a ausência do multicaminho nas DDs da fase nos dias 20 e 21, pois não se percebe correlação entre os resíduos nos dois dias. Para a DD 23-31, os resíduos nos dias 13 e 14 foram maiores, como esperado, pois o satélite 31 está em baixos ângulos de elevação e deve causar reflexões no objeto refletor. Já para a DD 23-03, os resíduos nos dias 13 e 14 não foram maiores em relação aos dias 20 e 21. Isto pode ser explicado pelo fato do satélite 03 estar em altos ângulos de elevação e não estar causando reflexões no objeto refletor em nenhum dos dias. Assim, os resíduos da DD 23-03 não devem ser necessariamente menores na ausência do objeto refletor, pois são relativos a ruídos e erros

aleatórios, já que os demais erros sistemáticos, como os ionosféricos e troposféricos foram considerados nulos devido à dupla diferenciação e ao curto comprimento da linha de base. Esses resíduos são comparados na tabela 8.

Tabela 8 - Resíduos para as medidas de DDs da fase

| Resíduos das DDs | DD 23-31 | | | | DD 23-03 | | | |
|--------------------|----------|--------|---------------|---------------|----------|--------|---------------|---------------|
| | Dia 13 | Dia 14 | Dia 20 | Dia 21 | Dia 13 | Dia 14 | Dia 20 | Dia 21 |
| Resíduo máximo (m) | 0,027 | 0,017 | 0,018 | 0,015 | 0,0163 | 0,0172 | 0,0160 | 0,0170 |
| Resíduo médio (m) | 0,0049 | 0,0044 | 0,0039 | 0,0041 | 0,0044 | 0,0038 | 0,0040 | 0,0035 |

7.2.2. Atenuando o multicaminho utilizando a Transformada de *Wavelets*

Nas seções 7.2.2.1 e 7.2.2.2 são apresentados os resultados da atenuação do multicaminho para o código e para a fase utilizando a transformada de *wavelets*, em especial a AMR.

7.2.2.1. Atenuando o multicaminho na pseudodistância (código)

Da mesma forma que no primeiro experimento, os coeficientes relativos à alta frequência foram reconstruídos para que o efeito de multicaminho nas medidas de DDs do código detectado pela TW pudesse ser visualizado. Nas figuras 67a e 67b, são apresentados os erros de multicaminho para as DDs relativas aos PRNs 23-31 e 23-03 nos dias 13 e 14 de setembro e, nas figuras 68a e 68b, para os dias 20 e 21 de setembro.

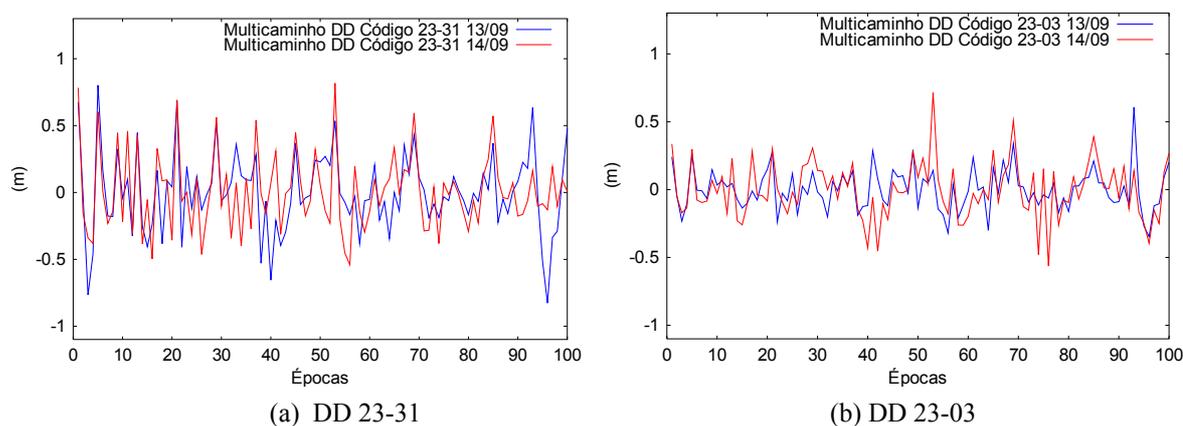


FIGURA 67 - Multicaminho reconstruído para o código nos dias 13 e 14

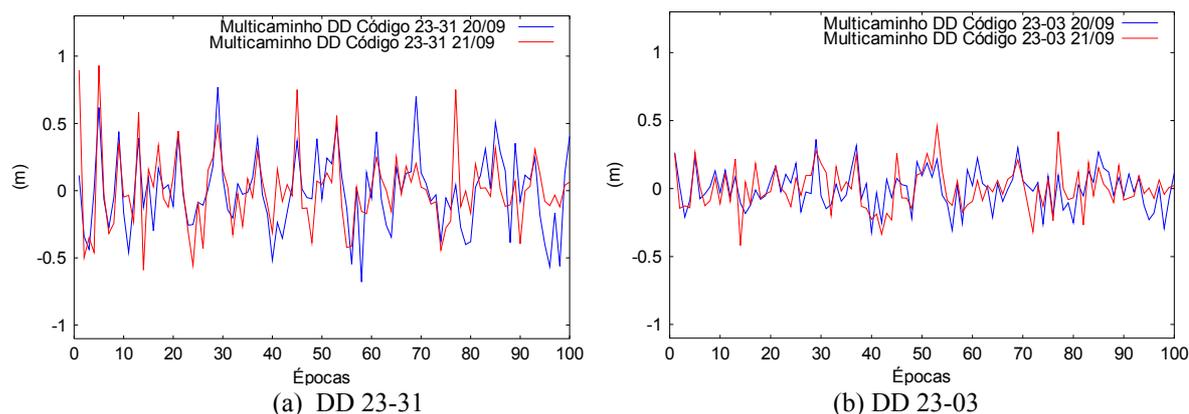


FIGURA 68 - Multicaminho reconstruído para o código nos dias 20 e 21

Como esperado, nas figuras 67 e 68, pode-se verificar erros de multicaminho maiores para a DD relativa ao satélite 31 do que para o satélite 03. A correlação foi de aproximadamente 70% para a DD 23-31 e 59% para a DD 23-03. Além disso, por não haver objetos para causar reflexão do sinal nos dias 20 e 21 de setembro, os erros devido ao multicaminho retirados das medidas de DD do código são menores.

7.2.2.2. Atenuando o multicaminho na fase da onda portadora

Similarmente ao código, os coeficientes relativos à alta frequência foram reconstruídos para que o efeito de multicaminho nas medidas de DDs da fase detectado pela TW pudesse ser visualizado. Na figura 69a e 69b, são apresentados os erros de multicaminho para as DDs relativas aos PRNs 23-31 e 23-03 nos dias 13 e 14 de setembro e, nas figuras 70a e 70b, para os dias 20 e 21 de setembro.

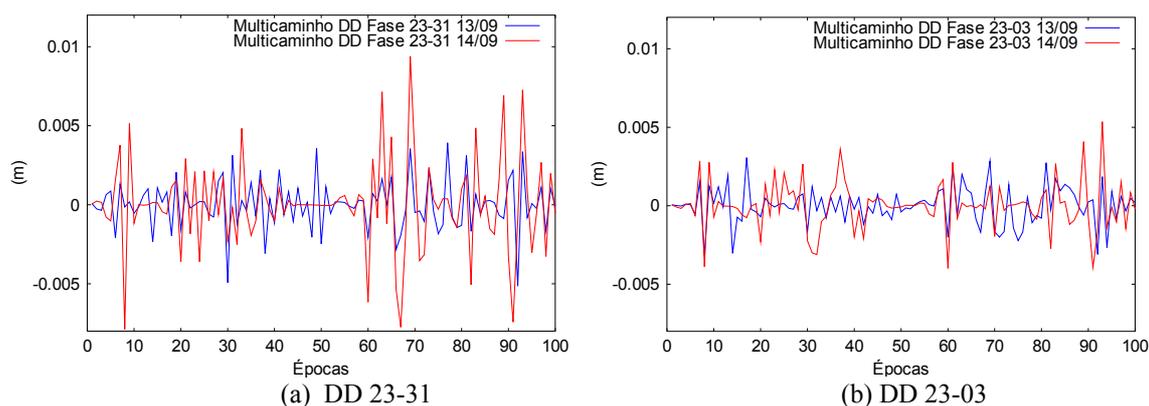


FIGURA 69 - Multicaminho reconstruído para a fase nos dias 13 e 14

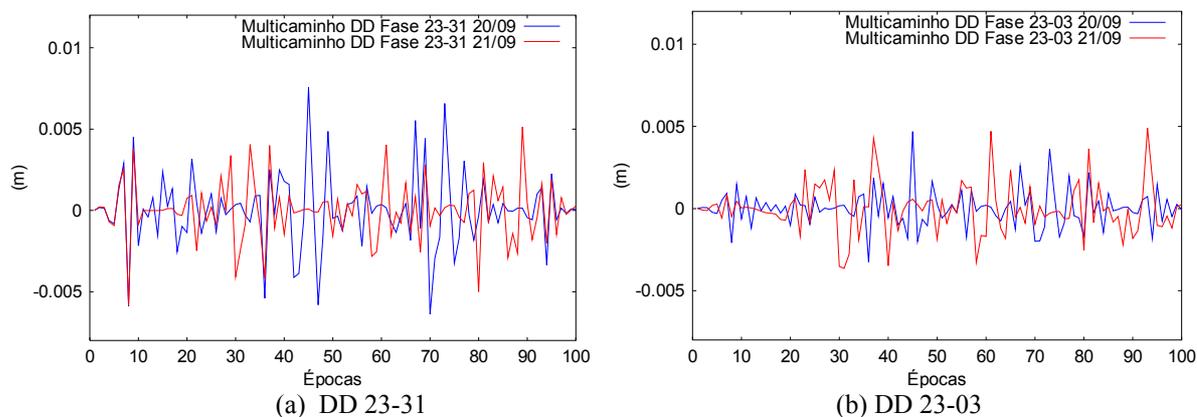


FIGURA 70 - Multicaminho reconstruído para a fase nos dias 20 e 21

Nas figuras 69 e 70, como esperado, pode-se verificar erros de multicaminho maiores para a DD relativa ao satélite 31 do que para o satélite 03. Devido à pequena magnitude dos erros para a fase da onda portadora, a repetibilidade do efeito de multicaminho se torna muito difícil de ser verificada dentre os ruídos de alta frequência. A correlação foi de 37% para a DD 23-31 e 39% para a DD 23-03 nos dias 13 e 14. Além disso, por não haver objetos para causar reflexão do sinal nos dias 20 e 21 de setembro, os erros devido ao multicaminho retirados das medidas de DD da fase da onda portadora são menores.

7.2.2.3. Resultados após redução do multicaminho

Similarmente ao primeiro experimento, após aplicar a TW utilizando as *wavelets* de Daubechies de 12 coeficientes nas DDs do código e da fase da onda portadora, os coeficientes relativos ao multicaminho de alta frequência foram anulados pelo limiar rígido. As DDs foram reconstruídas e as observações foram reprocessadas. Nas figuras 71a e 71b, são apresentados os resíduos das DDs 23-31 e 23-03 do código antes e depois da correção do multicaminho na sessão processada do dia 13 de setembro de 2003. Nas figuras 72a e 72b, tais resíduos são apresentados para a fase.

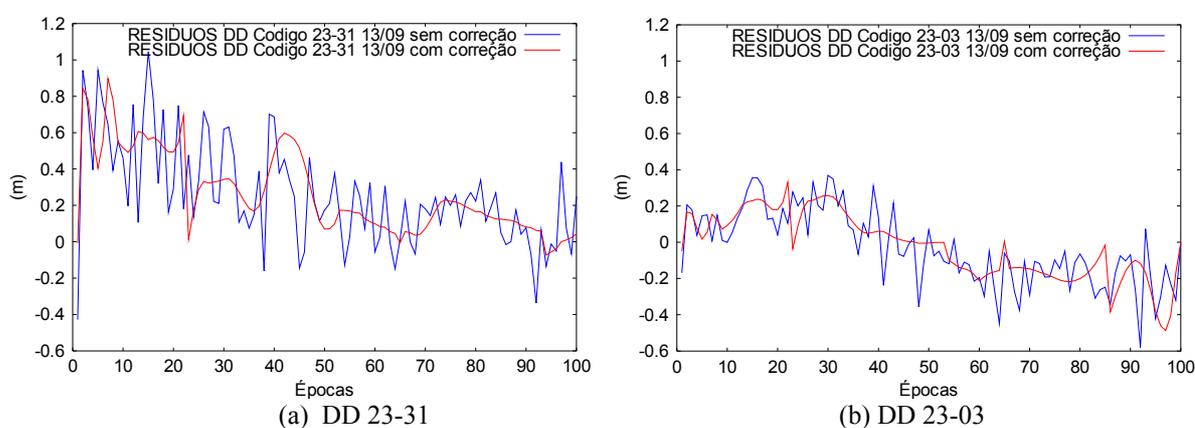


FIGURA 71 - Resíduos para o código antes e após a correção

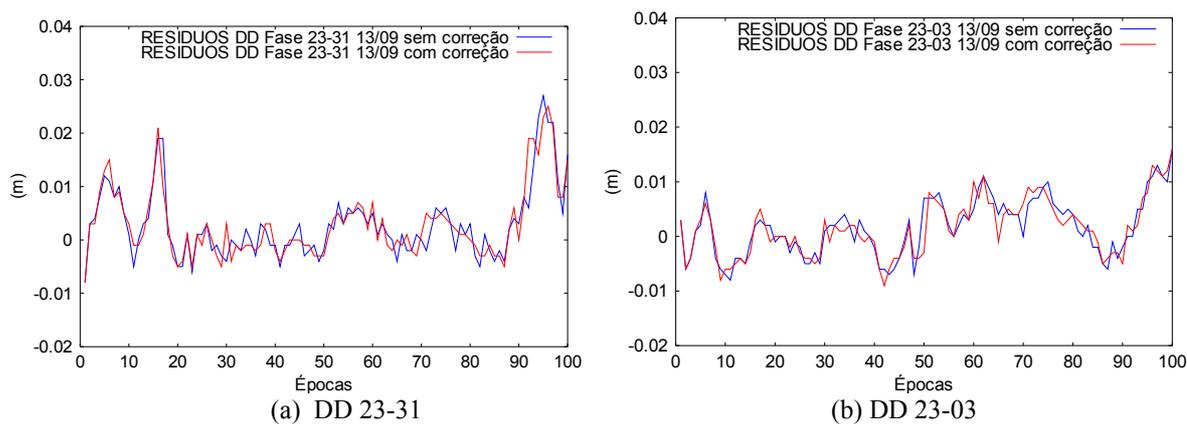


FIGURA 72 - Resíduos para a fase antes e após a correção

A partir das figuras 71 e 72, verifica-se que o efeito de multicaminho de baixa frequência permanece nas medidas de DD da fase e do código, ou seja, apenas o multicaminho de alta frequência foi minimizado nas medidas de DD.

Os resultados para as DDs do dia 14 foram similares, os erros relativos as DDs 23-31 e 23-03 são sumarizados nas tabelas 9 e 10 para o código e para a fase, respectivamente.

Tabela 9 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) com e sem a correção do multicaminho para o código

| Resíduos das DDs | DD 23-31 | | | | DD 23-03 | | | |
|-------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | Dia 13 | | Dia 14 | | Dia 13 | | Dia 14 | |
| | Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD |
| Sem correção (m) | 0,297 | 0,287 | 0,318 | 0,275 | 0,178 | 0,206 | 0,189 | 0,158 |
| Com correção (m) | 0,269 | 0,226 | 0,275 | 0,213 | 0,150 | 0,170 | 0,153 | 0,123 |
| Melhoria (%) | 10 | 21 | 14 | 22 | 16 | 18 | 19 | 22 |

Tabela 10 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) com e sem a correção do multicaminho para a fase

| Resíduos das DDs | DD 23-31 | | | | DD 23-03 | | | |
|-------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | Dia 13 | | Dia 14 | | Dia 13 | | Dia 14 | |
| | Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD | Rm | SD |
| Sem correção (m) | 0,0049 | 0,0068 | 0,0044 | 0,0048 | 0,0044 | 0,0052 | 0,0038 | 0,0052 |
| Com correção (m) | 0,0046 | 0,0065 | 0,0042 | 0,0045 | 0,0043 | 0,0051 | 0,0036 | 0,0048 |
| Melhoria (%) | 6 | 4 | 4 | 6 | 2 | 2 | 5 | 8 |

Neste experimento, o multicaminho de alta frequência não é o erro predominante. Assim, obteve-se pouca melhoria após a redução deste efeito, como pode ser visto nas tabelas 9 e 10.

As análises seguintes são realizadas apenas para os resultados do dia 13 de setembro de 2003. Entretanto, todos os resultados para o dia 14 após a correção do multicaminho de alta frequência também foram melhores, porém não serão apresentados, por simplicidade.

Para comparar a qualidade das observações, antes e após a correção do multicaminho de alta frequência, utilizou-se a estatística GOM. Os valores T_{GOM}^k (equação 2.19) podem ser vistos na figura 73.

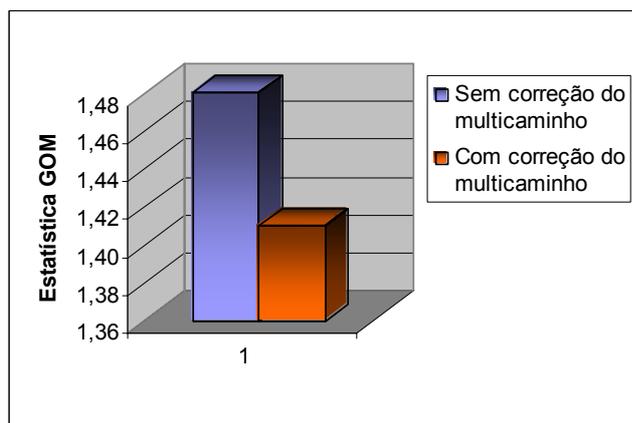


FIGURA 73 - Estatística GOM para a linha de base UEPP-TAK

Verifica-se, a partir da figura 73, que o valor da estatística GOM é melhor para as observações após a correção do multicaminho de alta frequência, mostrando que este efeito sistemático foi minimizado.

Para verificar a confiabilidade da solução das ambigüidades, a figura 74 apresenta os valores da estatística *ratio* antes e depois da correção do multicaminho de alta frequência.

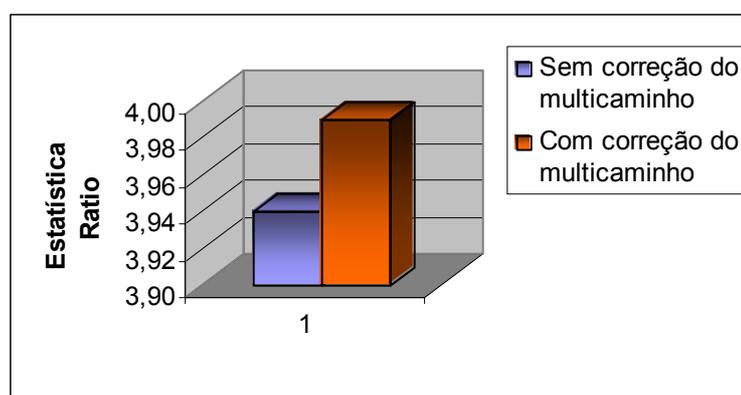


FIGURA 74 - Estatística Ratio para a linha de base UEPP-TAK

Pode-se verificar, a partir da figura 74, que a solução das ambigüidades após a correção do multicaminho está mais confiável, embora esta já estivesse confiável antes da correção, pois o valor do *ratio* já era maior que 3.

Analisou-se, em paralelo à estatística *ratio*, o valor da diferença entre a forma quadrática do vetor dos resíduos que proporcionou a melhor unidade de peso a

posteriori e a do vetor que proporcionou a segunda melhor, denominado de Delta Omega.

Esta estatística é mostrada na figura 75.

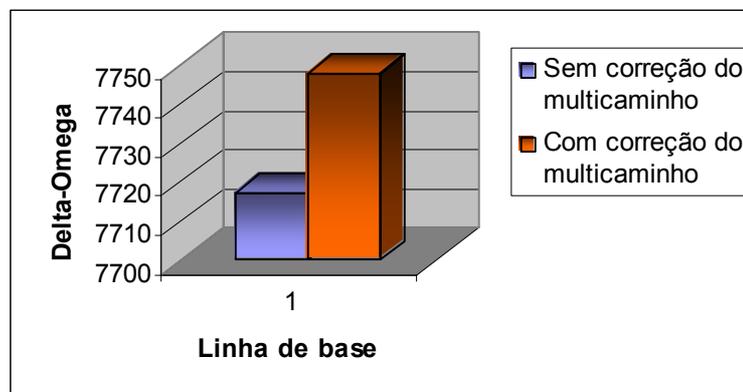


FIGURA 75 - Estatística Delta-Omega para a linha de base UEPP-TAK

Da mesma forma que a estatística *ratio*, quanto maior o valor da estatística Delta Omega, mais confiável é a solução das ambigüidades. Logo, pode-se verificar na figura 75 que a solução das ambigüidades após a correção do multicaminho está mais confiável.

As discrepâncias entre as coordenadas são apresentadas na figura 76. As coordenadas antes e após a correção do multicaminho foram comparadas com a coordenada “verdadeira”, ou seja, estimada a partir do processamento das sessões de dados coletadas nos dois dias sem o objeto causador dos erros de multicaminho mais significativos.

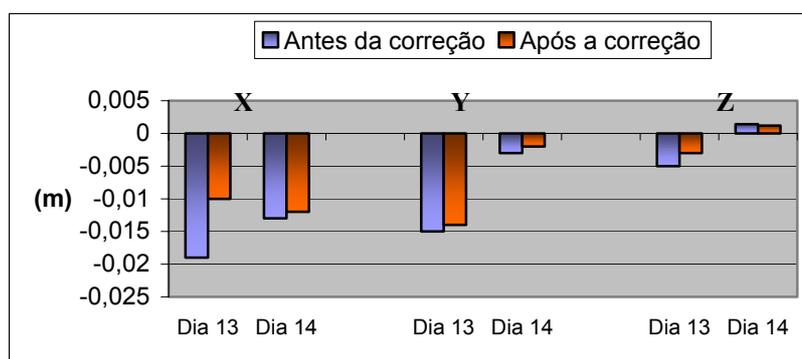


FIGURA 76 - Discrepâncias entre as coordenadas

A partir da figura 76, verifica-se que as coordenadas estão mais acuradas. Ocorreram melhorias em relação a todas as componentes, e na componente X, obteve-se uma melhoria de até 9 mm. Por se tratar de uma linha de base curta, esta melhoria foi pequena,

mas isto se deve ao fato de apenas os menores erros provindos de multicaminho terem sido corrigidos.

7.3. Eficiência Computacional

Uma das grandes vantagens da utilização das *wavelets* é que elas permitem a implementação através de algoritmos muito rápidos, tornando o método eficiente computacionalmente. No primeiro experimento, com o método utilizado incluindo a estimação dos limiares a partir das DDs e a impressão de todos os arquivos de saída relacionados ao mesmo, o dispêndio computacional foi 0,55 s superior ao processamento convencional no *software* GPSeq, onde o intervalo de tempo de processamento foi 1,50 s. Vale ressaltar que se trata de uma sessão de 250 épocas, equivalendo a mais de 1 h de coleta de dados em intervalos de 15 segundos.

Com relação ao segundo experimento, a sessão de 100 épocas foi processada com um acréscimo de 0,25 s. Portanto, trata-se de um método viável computacionalmente, dando indicativo de viabilidade também no posicionamento cinemático.

8. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho tratou-se do efeito de multicaminho, de suas conseqüências nas observações de pseudodistância e fase da onda portadora, bem como dos aspectos que influenciam a ocorrência deste efeito. A repetibilidade do multicaminho em dias consecutivos foi analisada e o fato de satélites em baixos ângulos de elevação causarem maiores erros também foi verificado.

A problemática deste efeito tem sido muito estudada nos últimos anos e, conseqüentemente, muitas técnicas, as quais foram abordadas nesta dissertação, têm sido desenvolvidas. Entretanto, diversas limitações técnicas e custos estão geralmente envolvidos. Por esta razão, procurou-se desenvolver uma metodologia de atenuação do multicaminho de alta freqüência no posicionamento relativo GPS de alta precisão que fosse prática e de baixo custo. Isto foi possível com a aplicação da TW, que é realizada durante o processamento dos dados e não necessita de uma antena ou de um receptor específico.

Dessa forma, uma revisão bibliográfica sobre a TW, em especial a AMR, também foi realizada. Detalhes da aplicação deste método, dos esquemas de limiarização, bem como dos parâmetros envolvidos nestes esquemas foram apresentados com o intuito de facilitar o entendimento da metodologia desenvolvida.

Os resultados obtidos no presente trabalho permitem concluir que a TW é uma ferramenta que possui um bom potencial para aplicações no posicionamento relativo GPS. Verificou-se que a *wavelet* de Daubechies de 12 coeficientes (DAUB12) apresentou melhor desempenho para reconstrução do sinal de DD, em relação às de 4 e 20 coeficientes, bem como os melhores resultados.

A partir deste trabalho, pode-se concluir que o limiar rígido é o mais indicado em aplicações GPS. Trata-se de um fato importante, pois em várias outras aplicações

o limiar suave apresenta melhores resultados, principalmente visuais e, geralmente, é o limiar escolhido pela comunidade usuária de uma forma geral.

É muito importante ressaltar que, aplicando a TW diretamente nas medidas de DD, pode-se apenas detectar e corrigir o multicaminho de alta frequência, causador dos erros menores. O multicaminho de baixa frequência, proveniente de atrasos curtos e o maior causador de erros, não pode ser corrigido. Entretanto, obteve-se melhorias, principalmente em relação à solução das ambigüidades, apenas com a correção do multicaminho de alta frequência. Por se tratar de uma linha de base curta e da correção de uma fonte de erros pequena, as melhorias nas coordenadas foram significativas (Figura 76, página 122).

Por outro lado, o método mostrou-se muito eficiente computacionalmente, pois não se percebe, na prática, diferença no intervalo de tempo dispendido no processamento com e sem a aplicação do mesmo. Isto se deve ao fato das *wavelets* permitirem a implementação através de algoritmos muito rápidos. Assim, é interessante investigar e aplicar a TW para atenuação do multicaminho em tempo real. Acredita-se que a mesma apresente ótimo desempenho em aplicações cinemáticas.

Conclui-se que os objetivos propostos em relação à elaboração de uma metodologia prática capaz de identificar e atenuar o multicaminho de alta frequência nas medidas de DD da fase da onda portadora e da pseudodistância foram atingidos.

Apesar da idéia básica dessa pesquisa ter surgido a partir do trabalho publicado por L. Xia (2001), que utilizou o pacote de *wavelets* e o *software* Matlab, nessa pesquisa todos os algoritmos foram implementados e passaram a fazer parte do *software* GPSeq, permitindo acesso livre aos usuários. A AMR foi utilizada ao invés do pacote de *wavelets*, gerando assim, uma menor quantidade de informações, porém suficiente para o objetivo proposto. Foram obtidos avanços no sentido de que apenas o multicaminho de alta

freqüência é atenuado quando a TW é aplicada diretamente nas DDs e, também, em relação à escolha da *wavelet* mãe, esquemas de limiares e os parâmetros envolvidos nos mesmos.

Em trabalhos futuros, pretende-se também utilizar a TW para corrigir, além do multicaminho de alta freqüência, o de baixa freqüência. Para tanto, será necessário aplicar a TW nos resíduos, onde os erros de baixa freqüência podem ser detectados. Assim, correções para todos os erros provenientes do multicaminho poderão ser geradas e aplicadas nas medidas de DD.

É necessário realizar estudos com outras *wavelets* mãe, para que problemas nas bordas do sinal com muitas épocas, raramente obtidos com as *wavelets* de Daubechies, não venham acontecer.

Trabalhos com receptores de dupla freqüência podem ser realizados no sentido de confirmar a eficiência do método também nas medidas de fase da portadora L2, embora não haja motivo para isso não ocorrer.

Finalmente, é interessante que o método também seja implementado em outros *softwares* de processamento de dados GPS (*GPS Analysis Software*) (STEWART et al., 1997), permitindo que outras comparações possam ser realizadas.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, D. B. M. Métodos dos Mínimos Quadrados com penalidades: Aplicação no Posicionamento Relativo GPS. 2004. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

AMARA GRAPS. An introduction to wavelets. **IEEE Computational Science and Engineering**. v. 2, n. 2, 1995.

AXELRAD, P.; COMP, C. J. e MACDORAN, P. F. SNR- Based Multipath Error Correction for GPS Differential Phase, **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 32, p. 650-660, 1996.

BRAASCH, M. S. A Signal Model for GPS, **Navigation**. v. 37, n. 4, p. 363-377, 1991.

_____. Multipath Effects. In: PARKINSON, B. W. e SPILKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 547-568.

BRUNNER, F. K. HARTINGER, H. E TROYER, L. GPS sigma diffraction modeling: the stochastic SIGMA - Δ model, **Journal of Geodesy**, v. 73, 1999. p. 259-67.

BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. C. **Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1993. 502 p.

BÖDER, V. et al. How to Deal With Station Dependent Errors - New Developments of the Absolute Field Calibration of PCV and Phase-Multipath With a Precise Robot. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001.

CHUI, C. K. **An introduction to wavelets**. Boston: Academic Press, 1992.

COIFMAN, R. R.; DONOHO, D. L. Translation-invariant de-noising. **Wavelets and Statistics**. A. Antoniadis and G. Oppenheim, Lecture Notes in Statistics, p. 125-150. Springer-Verlag, 1995.

COMP, C. J.; AXELRAD, P. An Adaptive SNR-Based Carrier Phase Multipath Mitigation Technique. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 683-697.

DAI, D. et al. High Integrity Multipath Mitigation Techniques for Ground Reference Stations. In: International Technical Meeting, 10, 1997, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City: THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 1997. p. 593-604.

DAUBECHIES, I. Orthonormal bases of compact supported wavelets. **Communications on Pure and Applied Mathematics**, 1988, v. 41, p. 909-996.

DAUBECHIES, I. **Ten Lectures on Wavelets**. SIAM, Philadelphia, PA, 1992. 357 p.

DONOHO, D. L. Nonlinear Wavelet Methods for Recovery of Signals, Densities, and Spectra from Indirect and Noisy Data. In: SYMPOSIA IN APPLIED MATHEMATICS, 47, 1993. **Proceedings...**, p. 173-205.

DONOHO, D. L.; JOHNSTONE, I. M. Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage. **Biometrika**, v. 81, p. 425-455, 1994.

_____. Adapting to Unknown Smoothing via Wavelet Shrinkage. **Journal American Statistical Association**, v. 90, p. 1200-1224, 1995.

DONOHO, D. L. et al. Wavelet Shrinkage: Asymptopia? (with discussion). **Journal Royal Statistical Society, B**, v. 57, p. 301-369, 1995.

_____. Density Estimation by Wavelet Thresholding. **Annals of Statistics**, v. 24, p. 508-39, 1996.

FARRET, J. C. **O efeito do multicaminho estático nas medidas da fase das portadoras GPS**. 2000. 132 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésias) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

FARRET, J. C. et al. Correlação SNR e multicaminho na fase das portadoras GPS. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 3, 2003, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2003. 1 CD-ROM.

FARREL, J.; GIVARGIS, T. Differential GPS Reference Station Algorithm: Design and Analysis. **IEEE Transactions on Control, Systems Technology**, v. 8, n. 3, p. 519-531, 2000.

FENTON, P. et al., Novatel's GPS Receiver: The High Performance OEM Sensor of the Future. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 1991, Albuquerque. **Proceedings...** Washington, 1991. p. 49-58.

FORTES, L. P. S. **Operacionalização da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC)**. 1997. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Sistemas e Computação) – Instituto Militar de Engenharia (IME), Rio de Janeiro.

GARIN, L.; van DIGGELEN, F. e ROUSSEAU, J. M. Strobe & Edge Correlator Multipath Mitigation for Code. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 657-671.

STEWART, M.P. et al. **GPS Analysis Software (GAS)**. Version 2.4. User Manual, Curtin University of Technology, UK: IESSG Publication, 1997.

HANNAH, C. D.; WALKER, R. A. e KUBIK, K. Towards a Complete Virtual Multipath Analysis Tool. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 11, 1998, Nashville. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p. 1055-1063.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **GPS Theory and Practice**. 4.ed. Wien: Springer-Verlag, 1993. 326 p.

IGS - International GPS Service. **GPS/GLONASS RINEX 2.1.0 data**. Disponível em: <<http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/data/format/rinex210.txt>>. Acesso em: 10 mar. 2003.

JAWERTH, B.; SWELDENS, W. An overview of wavelet based multiresolution analyses. **Rev. SIAM**, v. 36, n. 3, p. 377-412, 1994.

JIA, M.; TSAKIRI, M.; STEWART, M. Mitigation Multipath Errors Using Semi-parametric Models for High Precision Static Positioning. In: IAG SYMPOSIA, 2000. **Geodesy Beyond 2000 – The Challenges of the First Decade**, v. 121, p. 393-398.

KUNYSZ, W. High Performance GPS Pinwheel Antenna. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 13, 2000, Anaheim, Canada. **Proceedings...** Anaheim, Canada: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2000. p. 2506-2511.

_____. Advanced Pinwheel Compact Controlled Reception Pattern Antenna (AP-CRPA) designed for Interference and Multipath Mitigation. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2030-2036.

LANGLEY, R. B. RTK GPS. **GPS World**, September 1998. p. 70-76.

_____. GPS Receivers and the Observables. In: KLEUSBERG, A, TEUNISSEN, P. **GPS for Geodesy**. Berlin: Verlag, 1996. p. 141-174.

LEICK, A. **GPS Satellite Surveying**. New York: John Wiley & Sons, 1995. 560p.

LIGHTSEY, E. G. Spacecraft Attitude Control Using GPS Carrier Phase. In: PARKINSON, B. W. e SPILKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 2, p. 461-480.

MACHADO, W. C. **Solução Rápida das Ambigüidades GPS para Aplicação no Posicionamento Relativo de Bases Curtas**. 2001. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Faculdade de Ciências de Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

_____; MONICO, J. F. G. Solução rápida das ambigüidades GPS utilizando o software GPSeq. In: XIX CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, Recife, 1999. **Proceedings...** 1 CDROM.

_____. Utilização do software GPSeq na Solução rápida das ambigüidades GPS no Posicionamento Relativo Cinemático de Bases Curtas. **Pesquisas em Geociências**, 2002, v. 29 (2), p. 89-99.

MALLAT, S. **A wavelet tour of signal processing**. United States of America: Academic Press, 1998. 577 p.

MISITI, M. et al. **Wavelet Toolbox User's Guide**. The MathWorks. 2001.

MOELKER, D. J. Multiple antennas for Advanced GNSS Multipath Mitigation and Multipath Direction Finding. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 541-550.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR - GPS: Descrição, fundamentos e aplicações**. São Paulo: UNESP, 2000. 287 p.

MORETTIN, P. A. **Ondaletas e seus usos na estatística**. In: 7ª ESCOLA DE SÉRIES TEMPORAIS E ECONOMETRIA, 1997, Canela, Rio Grande do Sul. 86 p.

_____. **Ondas e Ondaletas**: Da análise de Fourier à Análise de Ondaletas. São Paulo: EDUSP, 1999. 272 p.

NASON, G. P. **Wavelet Regression by Cross-Validation**. TR 447, Dept. Statistics, Stanford University, 1994.

_____. Wavelets Shrinkage using Cross-Validation. **Journal of the Royal Statistics Society**, v. 58, p. 463-479, 1996.

NOVATEL INC. Disponível em: <<http://www.novatel.ca>>. Acesso em: 31 jul. 2003.

PAGAMISSE, A. **Uma Introdução ao Estudo das Wavelets e suas Aplicações**. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 2002, Presidente Prudente. Notas de minicurso. 57 p.

PAGAMISSE, A; DUTRA, L.V. Segmentação de texturas pela transformada *wavelet* diádica. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOMÁTICA, 2002, Presidente Prudente. **Anais... CDROM**. p. 328-337.

PARKINSON, B. W. GPS Error Analysis. In: PARKINSON, B. W. e SPILKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 469-483.

PARKINSON, B. W.; ENGE P. K. Diferencial GPS. In: PARKINSON, B. W. e SPILKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 2, p. 3-50.

PRESS et al. **Numerical Recipes in C**. United States of America: Cambridge, 1992. 994 p.

RAY, J. K. **Mitigation of GPS Code and Carrier Phase Multipath Effects Using a Multi-Antenna System**. 2000. 260f. Tese (PhD) - University of Calgary, Calgary.

_____. Use of Multiple Antennas to Mitigate Carrier Phase Multipath in Reference Stations. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 269-280.

RAY, J. K.; CANNON, M. E.; FENTON, P. Mitigation of Static Carrier Phase Multipath Effects Using Multiple Closely-Spaced Antennas. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 11, 1998, Nashville. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p. 1025-1034.

_____. Code Range and Carrier Phase Multipath Mitigation Using SNR, Range and Phase Measurements in a Multi-Antenna System. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 713-725.

REICHERT, A.; AXELRAD, P. GPS Carrier Phase Multipath Reduction Using SNR Measurements to Characterize an Effective Reflector. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 1951-1960.

RUSKAI, M. B. et al. **Wavelets and their applications**. United States of America: Jones and Bartlett Publishers, 1992.

SAPUCCI, L. F. **Estimativa do vapor d'água atmosférico e a avaliação do atraso zenital troposférico utilizando GPS**. 2001. 167 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

SEEBER, G. **Satellite geodesy: foundations, methods and applications**. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003. 586 p.

SLEEWAEGEN, J. M. Multipath Mitigation, Benefits from using the Signal-to-Noise Ratio. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 531-540.

SPIPKER, J. J.; PARKINSON, B. W. Overview of GPS Operation and Design. In: PARKINSON, B. W. e SPIPKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 29-55.

SIMONCELLI, E. P. et al. Shiftable multiscale transforms. **IEEE Transactions on Information Theory**. v. 38, p. 587-607, 1992.

SOUZA, E. M.; PAGAMISSE, A.; MONICO, J. F. G. **Wavelets: Redução do multicaminho do posicionamento relativo GPS**. Presidente Prudente: Departamento de Matemática, 2003. Relatório Técnico. 1/2003. 76p.

SOUZA, E. M.; MEIRA, S. A; MONICO, J. G. Solução das Ambigüidades GPS e suas elipses dos erros. In: CONGRESSO TEMÁTICO ED DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES, 1, 2002, São José do Rio Preto. **Proceedings do DINCON 2002**.

SOUZA, E. M.; MONICO, J. G. Efeito de multicaminho nas medidas de fase e pseudodistância GPS: Detecção e Atenuação utilizando Wavelets. In: COLÓQUIO BRAS.

DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 3, Curitiba. **Novos Desenvolvimentos em Ciências Geodésicas**: Anais. Curitiba: UFPR, 2003. 1 CD-ROM

SOUZA, W. M. **Redução de Ruído em Imagens no Domínio da Transformada de Wavelets**. 1997. 101 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília.

SPIPKER, J. J.; PARKINSON, B. W. Overview of GPS Operation and Design. In: PARKINSON, B. W. e SPIPKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 29-55.

STRANG, G.; NGUYEN, T. Wavelets and Filter banks. Wellesley-Cabridge Press, 1996.

SWELDENS, W. Wavelets: What next? **Proceedings of the IEEE**, 84 (4), p. 680-685, 1996. Disponível em: <<http://cm.bell-labs.com/who/wim/papers/papers.html>>. Acesso em: 21 jan. 2003.

_____. **The construction and application of Wavelets in Numerical Analysis**. 1995. 270f. Tese (PhD), Columbia. Disponível em: <<http://cm.bell-labs.com/who/wim/papers/papers.html>> Acesso em: 21 jan. 2003.

TEUNISSEN, P. J. G. Quality Control and GPS. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy**. 2 ed. Berlin: Springer Verlage, 1998a, p. 271-318.

TEUNISSEN, P. J. G. GPS Carrier Phase Ambiguity fixing concepts. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy**. 2 ed. Berlin: Springer Verlage, 1998b, p. 319-388.

TIBERIUS, C. C. J. M., DE JONGE, P. **The LAMBDA method for integer ambiguity estimation**: implementation e aspects. Delft Geodetic Computing Centre (LGR), 1996.

TIBERIUS, C. C. J. M., DE JONGE, P. Fast Positioning using LAMBDA-Method. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DIFFERENTIAL SATELLITE NAVIGATION SYSTEMS, 4, 1995, Bergen, Noruega. **Proceedings...** Bergen, Noruega, 30, 1995.

TOWNSEND, B. et al. Performance Evaluation of the Multipath Estimating Delay Lock Loop., In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 8, 1995, Anaheim, California. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1995.

VAN DIERENDONCK, A. J. GPS Receivers. In: PARKINSON, B. W. e SPIPKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 329-407.

VAN DIERENDONCK, A. J.; FENTON, P.; FORD, T. Theory and Performance of Narrow Correlator Spacing in a GPS Receiver, **Navigation**. v. 39, n. 3, 1992. p. 265-283.

VAN DIERENDONCK, A. J.; BRAASCH, M. S. Evaluation of GNSS Receiver Correlation Processing Techniques for Multipath and Noise Mitigation. In: NATIONAL TECHNICAL MEETING, 1997, Santa Monica, California. **Proceedings...**,1997. p. 207-215.

VAN NEE, R. GPS Multipath and Satellite Interference. **Proceedings of the Forty eight Annual Meeting of the Institute of Navigation**, Institute of Navigation, Washington, 1992. p. 167-177.

VERTTELI, M.; KOVAČEVIĆ, J. **Wavelets and Subband Coding**, New Jersey: Prentice-Hall PTR, 1995. 488 p.

VIDAKOVIC, B.; MUELLER, P. Wavelets for Kids. 1991. Não publicado. Disponível em: <<http://www.isds.duke.edu/papers>>. Acesso em: 31 jul. 2003.

XIA, L. Approach for Multipath Reduction Using Wavelet Algorithm. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2134-2143.

WALKER. R. A.; KUBIK, K. Numerical Modelling of GPS Signal Propagation. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 709-717.

WELLS, D.E. et al. **Guide to GPS Positioning** New Brunswick: Canadian GPS Associates, 1987.

WEILL, L.R. Conquering Multipath: The GPS Accuracy Battle. **GPS World**, 1997a, v. 8, p. 59-66.

WEILL, L.R. GPS Multipath Mitigation by Means of Correlator Reference Waveform Design. In: NATIONAL TECHNICAL MEETING, 1997, Santa Monica, California. **Proceedings...**, 1997b. p. 197-206.

ZHDANOV, A. et al. Multipath Error Reduction in Signal Processing. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 1217-1223.

10. BIBLIOGRAFIA

CHAVES, J. C. **Uso da tecnologia GPS na monitoração de deformação: Sistemas, Etapas e Experimentos**. 2001. Tese (Doutorado em Engenharia de transportes) - Universidade do Estado de São Paulo, São Carlos.

COLLIN F.; WARNANT R. Applications of the Wavelet Transform for GPS cycle slip correction and comparison with Kalman Filter. **Manuscripta Geodaetica**, 1995, 20, 161-172.

DONOHO, D. L.; MALLAT, S.; von SACHS, R. Estimating covariances of Locally Stationary Process: Consistency of best basis Methods. In: PROC. OF TIME FREQUENCY AND TIME-SCALE SYMPOSIUM, Paris. **Proceedings...**, 1996.

_____. **Estimating covariances of locally stationary processes: rates of convergence of best basis methods**. Technical Report 517, Statistics Department, Stanford University. 1998.

FILIPPOV, V. et al. The first dual-depth dual-frequency choke ring. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 11, 1998, Nashville. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p. 1035-1040.

FILIPPOV, V.; SUTIAGIN, I.; ASHJAEI, J. Measured characteristics of dual depth dual frequency choke ring for multipath rejection in GPS receivers. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 793-796.

GARIN, L. e ROUSSEAU, J. M. Enhanced Strobe Correlator Multipath Rejection for Code & Carrier. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 559-567.

GEORGIADOU, Y.; AND KLEUSBERG, A. On Carrier Signal Multipath Effects in Relative GPS Positioning, **Manuscripta Geodaetica**, v. 13, 1988, p. 172-179.

GERA, G.; REGAZZONI, C. S. A new method to performance enhancement of tracking modules in a multipath environments for satellite based navigation systems. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2161-2165.

HAGERMAN, L. **Effects of Multipath on Coherent and Noncoherent PRN Ranging Receiver**, Aerospace Rep. TOR-0073(3020-03)-3, Development Planning Division, The Aerospace Corporation, may 15, 1973.

LANDRY, R.J.; LEKAIM, D.; MOUYON, P. Wavelet Coefficients thresholding for GPS receiver robustness. In: INT. SYMP. ON KINEMATICS SYSTEMS IN GEODESY, GEOMATICS AND NAVIG., 1997, Banff, Canada. **Proceedings...**, 1997. p. 89-102.

MORA-CASTRO, E. J.; CARRASCOSA-SANZ, C.; ORTEGA, G. Characterisation of the multipath effects on the GPS Pseudorange and carrier phase measurements. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 11, 1998, Nashville. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p. 1065-1074.

MACABIAU, C.; ROTURIER, B.; BENHALLAM, A. Performance of GPS receivers with more than one multipath. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 281-287.

NATO ASI SERIES. 1994. v.454, Maratea, Italy. **Approximation theory, wavelets and applications**. Maratea: Kluwer Academic Publishers. 572 p.

NELSON, L. M.; AXELRAD, P.; ETTER, D. M. Adaptive detection of code delay and multipath in a simplified GPS signal model. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 569-581.

OGAJA, C., WANG, J.; RIZOS, C. Principal Component Analysis of wavelet transformed GPS data for deformation monitoring. In: IAG SCIENTIFIC MEETING, 2001, Budapest, Hungary, **Proceedings...**, 2001.

OGAJA C. et al. Towards the implementation of on-line structural monitoring using RTK-GPS and analysis of results using the wavelet transform. In: FIG INT. SYMP. ON DEFORMATION OBSERVATIONS, 10, 2001, Orange, California. **Proceedings...**, 2001, 284-93.

PHILIPPOV, V.; SUTIAGIN, I.; ASHJAEI, J. Measured characteristics of dual depth dual frequency choke ring for multipath rejection in GPS receivers. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 793-796.

ROBERTS, G. W. Multipath Mitigation for Bridge Deformation Monitoring. **Journal of Global Positioning Systems**, 2002. v. 1, n. 1, p. 25-33.

SANTOS, M. C.; FARRET, J. C. Detection and mitigation of static multipath in L1 carrier phase measurements using a dual-antenna approach. **IAG**, 2001. Scientific Assemble, Budapest, CD ROM.

SATIRAPOD, C.; KHOONPHOOL, R. e RIZOS, C. Multipath Mitigation of Permanent GPS Stations using Wavelets. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GPS/GNSS, 2003, Tokio, Japan. 15-18 November.

SATIRAPOD, C.; WANG, J.; RIZOS, C. Modeling residual systematic erros in GPS positioning: methodologies and comparative studies. In: IAG SYMP, 2001, Budapest, Hungary. **Vistas for Geodesy in the New Millennium**, v.125, Springer-Verlag, 2001. ISBN 3-540-43454-2, p. 410-414.

_____. Comparing Different GPS Data processing Techniques for Modelling Residual Systematic Erros. Disponível em: <unsw.edu.au/snap/s...apod_etal2001f.pdf>. Acesso em: 17 dez. 2003.

SATIRAPOD C. et al. GPS Analysis with the Aid of Wavelets. In: International Symp. On Satellite Navigation Technology & Applications, 5, 2001, Canberra, Australia, **Proceedings...**, 2001, paper 39.

SLEEWAEGEN, J. M.; BOON, F. Mitigation short-delay multipath: a promising new technique. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 204-213.

SONG, I. Measurement noise and multipath reduction with combined observables. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON KINEMATICS SYSTEMS IN GEODESY, GEOMATICS AND NAVIGATION, 1997, Banff, Canada. **Proceedings...**, 1997. p. 79-87.

SPIPKER, J. J. GPS Signal Structure and Theoretical Performance. In: PARKINSON, B. W. e SPIPKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 57-119.

_____. Fundamentals of Signal Tracking Theory. In: PARKINSON, B. W. e SPIPKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 245-327.

YONGHONG, L. 3D Multi-static SAR System for Terrain Imaging Based on Indirect GPS Signals. **Journal of Global Positioning Systems**. 2002, v. 1, n. 1, p. 34-39.

APÊNDICE A - Erro de multicaminho para fase da onda portadora

O efeito de multicaminho na fase da onda portadora pode ser estimado através de algumas considerações apresentadas em Hofmann-Wellenhof (1997, p.127). O sinal direto e a interferência do sinal refletido no centro da antena podem ser representados por

$$\begin{aligned} \alpha \cos \varphi & \quad (\text{sinal direto}), \text{ e} \\ \beta \alpha \cos(\varphi + \Delta\varphi) & \quad (\text{sinal refletido}), \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

onde α e φ denotam a amplitude e a fase do sinal direto. A amplitude do sinal refletido é reduzida pelo fator β devido à reflexão em uma superfície e pode variar entre 0 e 1 (SEEBER, 1993, p.308). A fase do sinal refletido é atrasada devido ao deslocamento $\Delta\varphi$, o qual é função da configuração da geometria. O sinal recebido na antena é composto pelos sinais em (A.1), e pode ser representado por

$$\alpha \cos \varphi + \beta \alpha \cos(\varphi + \Delta\varphi). \quad (\text{A.2})$$

Aplicando o teorema dos cossenos tem-se

$$\begin{aligned} \alpha \cos \varphi + \beta \alpha \cos \varphi \cos \Delta\varphi - \beta \alpha \sin \varphi \sin \Delta\varphi \\ = (1 + \beta \cos \Delta\varphi) \alpha \cos \varphi - (\beta \sin \Delta\varphi) \alpha \sin \varphi. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Esse sinal resultante pode ser representado na forma (JOOS, 1956, p.44 apud HOFMANN-WELLENHOF, 1997, p.127):

$$\beta_M \alpha \cos(\varphi + \varphi_M), \quad (\text{A.4})$$

onde o subscrito M indica multicaminho. Aplicando o teorema dos cossenos em (A.4), tem-se:

$$(\beta_M \cos \varphi_M) \alpha \cos \varphi - (\beta_M \sin \varphi_M) \alpha \sin \varphi. \quad (\text{A.5})$$

Comparando os coeficientes para $\alpha \sin \varphi$ e $\alpha \cos \varphi$ das equações (A.3) e (A.5), tem-se as relações:

$$\beta_M \sin \varphi_M = \beta \sin \Delta\varphi \quad (\text{A.6})$$

$$\beta_M \cos \varphi_M = 1 + \beta \cos \Delta\varphi.$$

Elevando ao quadrado e somando as duas equações anteriores, tem-se uma expressão explícita para β_M :

$$\begin{aligned} \beta_M^2 \sin^2 \varphi_M + \beta_M^2 \cos^2 \varphi_M &= \beta^2 \sin^2 \Delta\varphi + 1 + 2\beta \cos \Delta\varphi + \beta^2 \cos^2 \Delta\varphi \\ \Rightarrow \beta_M^2 &= \beta^2 + 1 + 2\beta \cos \Delta\varphi \Rightarrow \beta_M = (\beta^2 + 1 + 2\beta \cos \Delta\varphi)^{1/2}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Uma expressão explícita para φ_M segue pela divisão das duas equações (A.6):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_M &= \frac{\beta \operatorname{sen}(\Delta\varphi)}{1 + \beta \cos(\Delta\varphi)} \\ \Rightarrow \varphi_M &= \operatorname{arctg} \left(\frac{\beta \operatorname{sen}(\Delta\varphi)}{1 + \beta \cos(\Delta\varphi)} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Considerando o caso de refletividade constante, $\beta = \text{constante}$, o atraso máximo é dado pela seguinte condição:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_M}{\partial \Delta\varphi} = 0 &\Rightarrow \frac{1}{1 + \left(\frac{\beta \operatorname{sen} \Delta\varphi}{1 + \beta \cos \Delta\varphi} \right)^2} \left(\frac{\beta \cos \Delta\varphi (1 + \beta \cos \Delta\varphi) + \beta \operatorname{sen} \Delta\varphi (\beta \operatorname{sen} \Delta\varphi)}{(1 + \beta \cos \Delta\varphi)^2} \right) = 0 \\ &\Rightarrow \frac{\beta \cos \Delta\varphi + \beta^2 \cos^2 \Delta\varphi + \beta^2 \operatorname{sen}^2 \Delta\varphi}{\cancel{(1 + \beta \cos \Delta\varphi)^2}} = \frac{\beta \cos \Delta\varphi + \beta^2}{(1 + \beta \cos \Delta\varphi)^2 + (\beta \operatorname{sen} \Delta\varphi)^2} \\ &= \frac{\beta \cos \Delta\varphi + \beta^2}{1 + 2\beta \cos \Delta\varphi + \beta^2 \cos^2 \Delta\varphi + \beta^2 \operatorname{sen}^2 \Delta\varphi} = \frac{\beta \cos \Delta\varphi + \beta^2}{1 + 2\beta \cos \Delta\varphi + \beta^2} = 0 \\ &\Rightarrow \beta \cos \Delta\varphi + \beta^2 = 0 \Rightarrow \cos \Delta\varphi = -\frac{\beta^2}{\beta} \Rightarrow \Delta\varphi = \pm \arccos(-\beta). \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Dessa forma, $\frac{\partial \varphi_M}{\partial \Delta\varphi} = 0$ é ponto crítico, isto é, $\Delta\varphi = \pm \arccos(-\beta)$ é ponto

de máximo. Logo,

$$\varphi_M(\arccos(-\beta)) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\alpha \operatorname{sen}(\arccos(-\beta))}{1 - \beta^2} \right). \quad (\text{A.10})$$

Afirmação:

$$\varphi_M(\arccos(-\beta)) = \arctg\left(\frac{\beta \text{sen}(\arccos(-\beta))}{1-\beta^2}\right) = \arcsen(\beta). \quad (\text{A.11})$$

De fato, note que fazendo $\arccos(-\beta) = x$, tem-se

$$\cos(x) = -\beta \Rightarrow \cos^2 x = \beta^2 \Rightarrow \text{sen}^2 x = 1 - \beta^2 \Rightarrow \text{sen} x = \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (\text{A.12})$$

Substituindo (A.12) em (A.11), segue que

$$\arctg\left(\frac{\beta \text{sen}(\arccos(-\beta))}{1-\beta^2}\right) = \arctg\left(\frac{\beta \sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta^2}\right) = \arctg\left(\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\right). \quad (\text{A.13})$$

Por outro lado, fazendo $\arcsen(\beta) = y$, tem-se

$$\text{sen}(y) = \beta \Rightarrow \cos(y) = \sqrt{1-\beta^2}. \quad (\text{A.14})$$

Logo, de (A.14), tem-se

$$\text{tg } y = \frac{\text{sen } y}{\cos y} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow y = \arctg\left(\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\right). \quad (\text{A.15})$$

Dessa forma, de (A.13) e (A.15), tem-se a afirmação provada.

Assim, o valor máximo para φ_M é dado por $\pm \arcsen(\beta)$, que ocorre em

$\Delta\varphi = \pm \arccos(-\beta)$. O erro máximo do multicaminho para a fase da portadora é função apenas de β (LEICK, 1995, p. 313). Quando não há atenuação do sinal refletido na superfície refletora $\beta = 1$, dessa forma, o erro máximo para fase é $\pm 90^\circ = 1/4$ ciclo.