

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

FACULDADE DE CIÊNCIAS - CAMPUS BAURU

HENRIQUE COTAIT RAZUK

**TRANSFERÊNCIA DE CALOR INVERSA DO MÉTODO CONVENCIONAL E DO
OTIMIZADO DE LUBRI-REFRIGERAÇÃO NA RETIFICAÇÃO PLANA
TANGENCIAL**

Bauru

2014

HENRIQUE COTAIT RAZUK

**TRANSFERÊNCIA DE CALOR INVERSA DO MÉTODO CONVENCIONAL E DO
OTIMIZADO DE LUBRI-REFRIGERAÇÃO NA RETIFICAÇÃO PLANA
TANGENCIAL**

Tese apresentada como requisito à obtenção do título de Doutor em Ciência e Tecnologia de Materiais ao Programa de Pós-graduação em Ciência e Tecnologia dos Materiais (POSMAT) da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, área de concentração Caracterização de Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Carlos Bianchi

Co-Orientador: Prof. Dr. Vicente Luiz Scalon

BAURU

2014

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE HENRIQUE COTAIT RAZUK, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS, DO(A) FACULDADE DE CIÊNCIAS DE BAURU.

Aos 25 dias do mês de julho do ano de 2014, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Pós-graduação/FC, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. EDUARDO CARLOS BIANCHI do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Profa. Dra. DAYSE IARA DOS SANTOS do(a) Departamento de Física / Faculdade de Ciências de Bauru, Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. OLIVIO NOVASKI do(a) Departamento de Engenharia de Fabricação / Universidade Estadual de Campinas, Prof. Dr. JAIME GILBERTO DUDUCH do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Escola de Engenharia de São Carlos-Usp, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de HENRIQUE COTAIT RAZUK, intitulado "ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR REVERSA DOS MÉTODOS CONVENCIONAL E OTIMIZADO DE LUBRI-REFRIGERAÇÃO NA RETIFICAÇÃO PLANA TANGENCIAL DO AÇO ABNT 1020.". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: Aprovado. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. EDUARDO CARLOS BIANCHI

Profa. Dra. DAYSE IARA DOS SANTOS

Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR

Prof. Dr. OLIVIO NOVASKI

Prof. Dr. JAIME GILBERTO DUDUCH

Razuk, Henrique Cotait.

Transferência de calor inversa do método convencional e do otimizado de lubri-refrigeração na retificação plana tangencial / Henrique Cotait Razuk, 2014

185 f.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Carlos Bianchi

Co-Orientador: Prof. Dr. Vicente Luiz Scalon

Tese (Doutorado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2014

1. Transferência de calor inversa. 2. Danos térmicos na retificação plana tangencial. 3. Lubri-refrigeração otimizada. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

À minha mãe Nair Cotait Razuk e
ao meu saudoso pai Michel Razuk que apesar
de todas as dificuldades em suas vidas, sabiam
que o caminho para o sucesso de seus filhos
era através da educação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que se mostrou criador, que foi criativo. Seu fôlego de vida em mim me foi sustento e me deu coragem para questionar realidades e propor sempre um novo mundo de possibilidades.

Agradeço a minha família que sempre me apoiaram. Mãe, seu cuidado e dedicação foi que deu, em alguns momentos, a esperança para seguir. Pai, mesmo em pensamento, sua presença significou segurança e certeza de que não estou sozinho nessa caminhada.

Agradeço aos Professores Dr. Eduardo Carlos Bianchi, Dr. Vicente Scalón Filho e Dr. Santiago Del Río, pelas orientações, disposição, atenção, paciência, cordialidade e amizade.

Agradeço a todos os professores que passaram pela minha vida que contribuíram para o meu crescimento e aprendizado e por aqueles que de alguma maneira influenciaram a minha vida.

A todos aqueles que de alguma forma estiveram e estão próximos de mim, fazendo esta vida valer cada vez mais a pena.

A leitura após certa idade distrai excessivamente o espírito humano das suas reflexões criadoras. Todo o homem que lê de mais e usa o cérebro de menos adquire a preguiça de pensar. *Albert Einstein*

Razuk, C. Henrique. **Transferência de calor inversa do método convencional e do otimizado de lubri-refrigeração na retificação plana tangencial**, 2014. 185 fls. Tese (Doutor em Ciências e Tecnologia de Materiais) – UNESP, Faculdade de Ciências de Bauru. 2014.

RESUMO

A retificação é um processo de acabamento, sendo normalmente o último processo da sequência de fabricação. Assim, qualquer benefício obtido na retificação é de grande valor para todo o processo de fabricação. Danos térmicos são uma das principais limitações do processo de retificação, por isso, é importante compreender os fatores que afetam a temperatura de retificação. O desempenho da técnica de lubri-refrigeração otimizada foi investigada e comparada com a técnica de lubri-refrigeração convencional para estimar o fluxo de calor dissipado para a peça de trabalho e assim verificar o máximo aumento da temperatura superficial na zona de contato entre o rebolo convencional de Al_2O_3 e a peça de aço ABNT 1020, levando-se em conta variáveis tais como a distribuição total de fluxo de calor e como ele é modelado (retangular ou triangular), as características térmicas da peça de trabalho, a geometria da interface do rebolo/peça de trabalho e assim por diante. O problema direto foi solucionado a partir da equação de difusão de calor associado ao problema de condução de calor bidimensional em regime transiente utilizando-se do Método de Volumes Finitos para a sua discretização. Para a solução do problema inverso em transferência de calor fez-se o uso das temperaturas medidas experimentalmente para estimar o fluxo de calor na interface entre o rebolo e a superfície da peça (função objetivo). Foi aplicada a técnica inversa da Seção Áurea para a estimativa do fluxo de calor. Quando comparada à técnica do método convencional de aplicação de fluido, o fluxo de calor conduzido para a peça de trabalho foi reduzido em 84,0% nos ensaios realizados com profundidade de corte de $30\mu\text{m}$, em 74,0%

nos ensaios com $45\mu\text{m}$ e em 62,2% nos ensaios mais severos de $60\mu\text{m}$, demonstrando de forma clara a aplicabilidade do método otimizado de aplicação de fluido. O método otimizado foi efetivo na redução das temperaturas superficiais das regiões afastadas da região de corte indicando que a refrigeração à frente e atrás da zona de retificação teve pequena influência no máximo aumento de temperatura na região de corte onde o efeito da refrigeração pelo fluido de corte na zona de contato é desprezível. Para a validação do modelo matemático, os dados experimentais de temperaturas foram extraídos da literatura e comparados com o resultado numérico do modelo matemático, demonstrando de forma clara a aplicabilidade da metodologia escolhida para o desenvolvimento do trabalho.

Palavras-chave: Transferência de calor inversa; Danos térmicos na retificação plana tangencial; Lubri-refrigeração otimizada.

Razuk, C. Henrique. **Reverse heat transfer of the conventional method and optimized of lubri-refrigeration in tangencial plain grinding**. 2014. 185 fls. Thesis (Phd in Science and Technology of Materials) – UNESP, Bauru School of Science. 2014.

ABSTRACT

Grinding is a finishing process, usually being the last sequence of the manufacturing process. Thus, any benefit obtained in the grinding is of great value to the entire manufacturing process. Thermal damage is one of the main limitations of the grinding process, so it is important to understand the factors that affect the temperature rectification. The technical performance of optimized lubrication and cooling was investigated and compared with the conventional lubrication and cooling technique to estimate the flow of heat dissipated into the workpiece and thus to check the increase in the maximum surface temperature in the contact zone between the conventional grinding wheel Al_2O_3 and the piece of AISI 1020, taking into account variables such as the total distribution of heat flow and how it is modeled (rectangular or triangular), the thermal characteristics of the workpiece, the geometry of the grinding wheel/workpiece interface and so on. The direct problem was solved from the heat diffusion equation associated with the problem of two-dimensional heat conduction in transient regime utilizing the Finite Volume Method for its discretization. For the solution of the inverse problem of heat transfer the experimentally measured temperatures was used to estimate the heat flux at the interface between the grinding wheel and workpiece surface (objective function). The inverse technique of Golden Section was applied to estimate heat flow. When compared to the conventional technique of method of application fluid, the heat flow conducted to the workpiece was reduced by 84,0% in the tests performed with cutting depth of 30 μm , at 74,0% in the tests with 45 μm and 62,2% in the tests practices of 60 μm , clearly

demonstrating the applicability of the optimized method of fluid application. The optimized method was effective in reducing the surface temperature of the remotest regions in the cutting region indicating that the front and back cooling of the grinding zone had little influence on maximum temperature rise in the cutting region where the cooling effect of the cutting fluid in the contact zone is negligible. For the validation the mathematical model, experimental temperatures data were extracted from literature and compared with the numerical results of the mathematical model, clearly demonstrating the applicability of the chosen methodology for the development of work.

Keywords: Reverse heat transfer; Thermal damage in tangential plain grinding; Optimized lubri-refrigeration.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: (a) Modelo otimizado; (b) Modelo tradicional de bocal. Fonte: Webster (1995).....	21
Figura 2.1: Os elementos básicos envolvidos na retificação plana. Fonte: Marinescu et al. (2007).....	27
Figura 2.2: Espessura de corte equivalente para uma operação tangencial plana do tipo pendular. Fonte: Bianchi et al. (1997).....	33
Figura 2.3: As componentes das forças de retificação plana.....	34
Figura 2.4: Fases na formação do cavaco na retificação. Fonte Malkin e Anderson (1974)....	38
Figura 2.5: Intensidade do Fluxo de calor. Fonte: Badger (2003).....	41
Figura 2.6: Fluxos de calor para o rebolo, peça de trabalho, fluido e cavaco. Fonte: Zhang (2012).....	42
Figura 2.7: A hipótese de uma geração triangular fluxo de calor na zona de contacto. Fonte: Tribology of Abrasive Machining Processes (2004).....	43
Figura 2.8: Banda de comprimento $2b$, deslocando-se à velocidade V e fornecendo um fluxo de calor q . Fonte: O autor.....	45
Figura 2.9: Solução das temperaturas para o fluxo de calor uniforme. Fonte: Tribology of Abrasive Machining Processes (2004).....	47
Figura 2.10: Solução das temperaturas para o fluxo de calor triangular. Fonte: Tribology of Abrasive Machining Processes (2004).....	47
Figura 2.11: Perfil de temperatura da superfície para uma fonte de calor 3D em movimento. Fonte: Jing and Li (2005).....	49
Figura 2.12: Uma ilustração esquemática da formação do cavaco. Fonte: Liao, Luo eYang (2000).....	51
Figura 2.13: Caminho do fluxo de calor. Fonte: Liao, Luo eYang (2000).....	52
Figura 2.14: Diagrama esquemático para um grão cônico (a) e para o modelo de matriz transversal de grãos arranjados ordenadamente (b). Fonte: Zhu, D. et al. (2012).....	57
Figura 2.15: Diâmetro médio equivalente do grão. Fonte: Zhu, D. et al. (2012).....	59
Figura 2.16: Número de grãos efetivos ao longo da direção do comprimento de contato. Fonte: Zhu, D. et al. (2012).....	60

Figura 2.17: Definição do indicador numérico $\Delta T/T_{máx}$ para a determinação do comprimento de contato. Fonte: Pombo et al. (2012).....	77
Figura 3.1: Máquina retificadora plana universal utilizada nos ensaios.....	83
Figura 3.2: A vista isométrica do corpo de prova.....	84
Figura 3.3: As vistas frontal e superior do corpo de prova.....	85
Figura 3.4: Fixação do termopar na peça de trabalho.....	86
Figura 3.5: Termopares tipo K.....	86
Figura 3.6: Posicionamento do bocal no método convencional de aplicação de fluido de corte.....	88
Figura 3.7: Esquema do sistema para medição e calibração da vazão no sistema de aplicação de fluido otimizado.....	89
Figura 3.8: Detalhe para o posicionamento do bocal otimizado na operação de retificação.....	89
Figura 3.9: Fluxograma dos experimentos realizados.....	90
Figura 3.10: Fluxograma do projeto.....	92
Figura 3.11: Diagrama de blocos correspondente ao programa no software LabView.....	94
Figura 3.12: Interface do software LabView para análise da emissão acústica, potência e temperaturas.....	94
Figura 3.13: Dados tratados. (a) Prática OTM-30-2-19 (b) Prática CONV-30-2-19.....	96
Figura 3.14: Dados tratados. (a) Prática OTM-45-1-12 (b) Prática CONV-45-1-12.....	97
Figura 3.15: Dados tratados. (a) Prática OTM-60-3-09 (b) Prática CONV-60-3-09.....	98
Figura 4.1: Curva experimental versus curva simulada para a validação do modelo matemático.....	100
Figura 4.2: Os resultados das simulações das curvas experimental e numérica das prática OTM-30-3-19.....	101
Figura 4.3: Os resultados das simulações das curvas experimental e numérica das prática CONV-30-3-19.....	102
Figura 4.4: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0336s.....	103
Figura 4.5: Os perfis de temperatura gerados durante prática CONV-30-3-19.....	103

Figura 4.6: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0364s.....	104
Figura 4.7: Os perfis de temperatura gerados durante prática OTM-30-3-19.....	105
Figura 4.8: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 3,5299s.....	106
Figura 4.9: Os perfis de temperatura gerados durante prática CONV-45-3-12.....	106
Figura 4.10: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0408s.....	107
Figura 4.11: Os perfis de temperatura gerados durante prática OTM-45-2-12.....	108
Figura 4.12: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 3,0252s.....	108
Figura 4.13: Os perfis de temperatura gerados durante prática CONV-60-1-08.....	109
Figura 4.14: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 6,0513s.....	110
Figura 4.15: Os perfis de temperatura gerados durante prática OTM-60-3-08.....	110
Figura 4.16: Razões de partição de energia e fluxos de calor dos Métodos Convencional e Otimizado. Profundidade de corte de 30 μ m.....	112
Figura 4.17: Razões de partição de energia e fluxos de calor dos Métodos Convencional e Otimizado. Profundidade de corte de 45 μ m.....	113
Figura 4.18: Razões de partição de energia e fluxos de calor dos Métodos Convencional e Otimizado. Profundidade de corte de 60 μ m.....	114
Figura 4.19: Máximo aumento superficial do Método Convencional de aplicação de fluido. Profundidades de corte de 30, 45 e 60 μ m.....	115
Figura 4.20: Máximo aumento superficial do Método Otimizado de aplicação de fluido. Profundidades de corte de 30, 45 e 60 μ m.....	116
Figura 4.21: Suposição do coeficiente convectivo durante a retificação. Fonte Hadad e Sadeghi (2012).....	117

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: O fator de temperatura C. Fonte: Tribology of Abrasive Machining Processes, 2004.....	50
Tabela 2.2: Raios de contato efetivos para diferentes de profundidades de corte. Fonte: Zhu, D. et al. (2012).....	63
Tabela 3.1: Propriedades térmicas do rebolo e da peça de trabalho.....	85
Tabela 3.2: Propriedades térmicas do fluido de trabalho.....	87
Tabela 3.3: Parâmetros de usinagem.....	91
Tabela 4.1: Parâmetros de simulação. Fonte: Hadad e Sadeghi (2012).....	99
Tabela 4.2: As partições de energia (Método Convencional).....	111
Tabela 4.3: As partições de energia (Método Otimizado).....	111
Tabela 4.4: Aumento máximo da temperatura superficial na região de corte (Método Convencional).....	114
Tabela 4.5: Aumento máximo da temperatura superficial na região de corte (Método Otimizado).....	115
Tabela 4.6: Coeficientes convectivos na zona de contato.....	117
Tabela 4.7: Coeficientes convectivos fora da zona de contato.....	118

LISTA DE SIMBOLOS

a	Profundidade de corte [mm]
b	Largura de retificação [mm]
c	Calor específico [J/kg.K]
C	Fator de temperatura [-]
d_s	Diâmetro do rebolo [mm]
d_{mean}	Diâmetro médio dos grãos [mm]
F_t	Força Tangencial [N]
F	Função transiente [-]
g	Aceleração da gravidade [m/s ²]
h_{max}	Espessura do cavaco não deformado [mm]
h_{eq}	Espessura de corte equivalente [mm]
$h_{c_{eff}}$	Espessura efetiva de usinagem [mm]
h_f	Coeficiente de transferência de calor por convecção para o fluido [W/m ² .K]
h_w	Coeficiente de transferência de calor por convecção para a peça de trabalho [W/m ² .K]
K_0	Função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem zero [-]
k	Condutividade térmica [W/m.K]
L	Comprimento da peça [mm]
l_c	Comprimento de contato [mm]
n	Rotação [rpm]
N	Número de iterações do procedimento de minimização [-]
Nu	Número de Nusselt [-]
P	Potência de retificação [W]
Pe	Número de Peclet [-]

Pr	Número de Prandtl [-]
Q_w	Taxa de remoção de material [mm ³ /s]
q_0	Fluxo de calor médio na zona de contato [W/m ²]
q_t	Fluxo de calor total [W/m ²]
q_s	Fluxo de calor dissipado para o rebolo [W/m ²]
q_w	Fluxo de calor para a peça de trabalho [W/m ²]
q_f	Fluxo de calor que é dissipado pelo fluido [W/m ²]
q_{sh}	Fluxo de calor gerado no plano de corte [W/m ²]
r_0	Raio de contato efetivo [mm]
R	Razão de partição [-]
R_w	Partição de energia da peça de trabalho [-]
R_s	Partição de energia do rebolo [-]
R_f	Partição de energia do fluido [-]
R_{ch}	Partição de energia do cavaco [-]
Ra	Número de Rayleigh [-]
Re	Número de Reynolds [-]
t	Tempo [s]
T	Temperatura dimensional [-]
T_o	Temperatura inicial [°C]
T_∞	Temperatura ambiente [°C]
T_{mp}	Temperatura de fusão do material da peça de trabalho [°C]
u	Energia específica de corte [J/mm ³]
u_{ch}	Energia específica referente à remoção do cavaco [J/mm ³]
u_s	Energia específica devido ao cisalhamento [J/mm ³]

u_{sl}	Energia específica referente ao deslizamento dos grãos abrasivos [J/mm ³]
u_{pl}	Energia referente ao deslocamento de material por deformação plástica [J/mm ³]
V_g	Concentração de grãos [%]
v_s	Velocidade do rebolo [m/s]
v_w	Velocidade da peça [m/min]
w	Coefficiente de relaxação
X	Adimensional de espaço na direção axial do rebolo [-]
x	Coordenada cartesiana na direção axial do rebolo [-]
Y	Adimensional de espaço na direção vertical [-]
y	Coordenada cartesiana na direção vertical [-]

LETRAS GREGAS

α	Difusividade térmica [m ² /s]
β	Parâmetro de propriedade térmica [J/m ² s ^{-1/2} .K]
ε	Partição de energia para a peça; erro pré definido. [-]
Δ	Variação [-]
ρ	Massa específica [kg/m ³]
ψ	Funcional adimensional definido pela equação [-]
ξ	Parâmetro adimensional [-]
θ	Ângulo de cone [°]
τ	Número áureo [-]
ν	Viscosidade cinemática [m ² /s]
μ	Viscosidade absoluta [kg/ms]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Introdução e Motivação para o Trabalho.....	19
1.2	Definições Preliminares.....	20
1.3	Temática da Tese.....	22
1.4	Objetivos do Presente Trabalho.....	23
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	24
2.1	O Processo de Retificação.....	24
2.2	Principais Parâmetros de Corte Associados ao Processo de Retificação Plana.....	26
2.2.1	Profundidade de corte (a).....	28
2.2.2	Velocidade de corte (v_s).....	28
2.2.3	Velocidade da peça (v_w).....	35
2.2.4	Espessura do cavaco não deformado na retificação.....	30
2.2.5	Arco ou comprimento de contato (l_c).....	31
2.2.6	Espessura de corte equivalente (h_{eq}).....	31
2.2.7	Força de corte.....	33
2.3	Aspectos Tribológicos na Retificação.....	34
2.3.1	Formação do cavaco.....	35
2.3.2	Danos térmicos.....	40
2.3.3	A taxa de geração de calor.....	42
2.3.4	A condução de calor para a peça de trabalho.....	43
2.3.5	As temperaturas de retificação.....	49
2.3.6	Particionamento de energia.....	50
2.3.6.1	O fluxo de calor para o cavaco.....	53

2.3.6.2	O fluxo de calor para o fluido.....	53
2.3.6.3	O fluxo de calor para a peça de trabalho e o rebolo.....	54
2.3.7	O aumento máximo da temperatura na peça de trabalho.....	55
2.3.8	Uma melhoria para a expressão de h_f	56
2.3.8.1	Modelamento do h_f	60
2.3.8.2	Expressão para o h_f	61
2.3.9	Uma melhoria para a expressão de R_{ws}	61
2.3.10	A expressão analítica para o cálculo da temperatura superficial.....	63
2.4	Principais Avanços na Modelagem e Simulação de Processos de Retificação.....	64
2.5	O Uso de Problemas Inversos em Transferência de Calor: Uma Breve Introdução.....	77
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	82
3.1	A Retificadora Tangencial Plana.....	82
3.2	Corpos de Prova e Termopares.....	83
3.3	Fluido de Trabalho.....	87
3.4	Parâmetros de Usinagem e Sequencia de Ensaio Realizados.....	90
4	RESULTADOS.....	99
4.1	A Validação do Modelo Matemático.....	99
4.2	Os Resultados Analíticos, Experimentais e Simulados.....	100
4.2.1	Resultados numéricos e experimentais.....	101
4.2.2	Análise dos resultados teóricos.....	111
5	CONCLUSÃO.....	119
	REFERÊNCIAS.....	122
	APÊNDICES.....	131

1 INTRODUÇÃO

1.1 Introdução e Motivação para o Trabalho

A retificação é um processo de acabamento, sendo normalmente o último processo da sequência de fabricação sendo que os problemas de qualidade gerados ao longo da linha de produção devem ser resolvidos neste processo. Assim, qualquer benefício obtido na retificação é de grande valor para todo o processo de fabricação.

Analizando o processo de usinagem de retificação do ponto de vista térmico sabe-se que a energia mecânica é convertida em calor através da deformação plástica do cavaco e do atrito entre a ferramenta e a peça. Assim o problema de usinagem pode ser tratado como um problema térmico no qual se tem uma fonte de energia (calor) que é dissipada para a peça de trabalho gerando um gradiente térmico.

Um tipo de condição de contorno que surge na maioria do processo de retificação é o desconhecimento da fonte de calor (fluxo de calor prescrito). Assim, uma metodologia adicional deve ser empregada junto aos programas computacionais para a obtenção desta fonte de calor desconhecida e com isso surgem os chamados problemas inversos.

Geralmente na engenharia, principalmente em transferência de calor, os problemas térmicos podem ser classificados em relação à maneira com que são abordados em duas classes que são respectivamente, os problemas diretos e os problemas inversos.

Uma abordagem direta é aquela em que são conhecidas previamente as condições de contorno, as condições iniciais e as propriedades termofísicas do sistema. Em problemas diretos de condução de calor, se o fluxo de calor (a causa) é conhecido então o campo de temperatura (o efeito) pode ser determinado. Entretanto, num processo de usinagem é

praticamente impossível medir o fluxo de calor devido à forma como tal processo ocorre, o que o leva a ser enquadrado no chamado problema inverso. O conhecimento dos campos de temperatura e do fluxo de calor tem as mais diversas aplicações em processos de manufatura, em tribologia e diversas outras situações.

Os problemas inversos em transferência de calor fazem uso das temperaturas medidas experimentalmente e da equação de difusão de calor para estimar algum parâmetro térmico desconhecido, que pode ser uma propriedade térmica do material, o coeficiente de transferência de calor por convecção ou o fluxo de calor.

1.2 Definições Preliminares

Este tópico tem como objetivo apresentar ao leitor a definição de alguns termos utilizados ao longo deste trabalho.

Uma das maneiras de se tratar um modelo térmico consiste em uma formulação que considera a fonte de calor conhecida e se busca determinar os campos térmicos a partir da solução da equação de difusão do calor, seja por métodos analíticos ou numéricos. De acordo com a literatura, dá-se a essa metodologia o nome de problema direto de transferência de calor.

Para a solução do problema inverso, é necessária a construção de um algoritmo que possa obter a identificação do fluxo de calor através de uma técnica de otimização que minimize uma função erro definida pelo quadrado das diferenças entre as temperaturas medidas experimentalmente e calculadas pelo modelo térmico a partir da solução do problema direto.

O Método de aplicação de fluido otimizado consiste na utilização de um bocal otimizado, diferente dos bocais convencionais, e de outros acoplamentos, como uma bomba

com potência maior, a fim de proporcionar uma nova forma de aplicação de fluido de corte, a qual realiza o direcionamento de um jato de fluido de corte a alta pressão e alta velocidade na região de corte, quebrando a barreira aerodinâmica criada pelo ar.

A aplicação de fluidos de corte é pouco eficiente nos métodos convencionais, especialmente sob condições de aplicação severas, já que a energia armazenada durante a sua aplicação não é suficiente para vencer a força centrífuga do rebolo ou penetrar na barreira de ar que o circunda quando em movimento.

Um jato de fluido incidindo de forma direta sobre a região de corte é capaz de reduzir de forma significativa a temperatura nessa região, porém altas velocidades do jato de fluido são necessárias para a penetração do fluido de maneira efetiva na região de corte.

O bocal de Webster, utilizado neste trabalho e discutido no Capítulo 4, tornou-se consideravelmente popular nos últimos anos, principalmente devido ao seu excelente desempenho em uma variedade de situações. De concepção amplamente aceita, suas características geométricas podem ser vistas na Fig. 1.1.

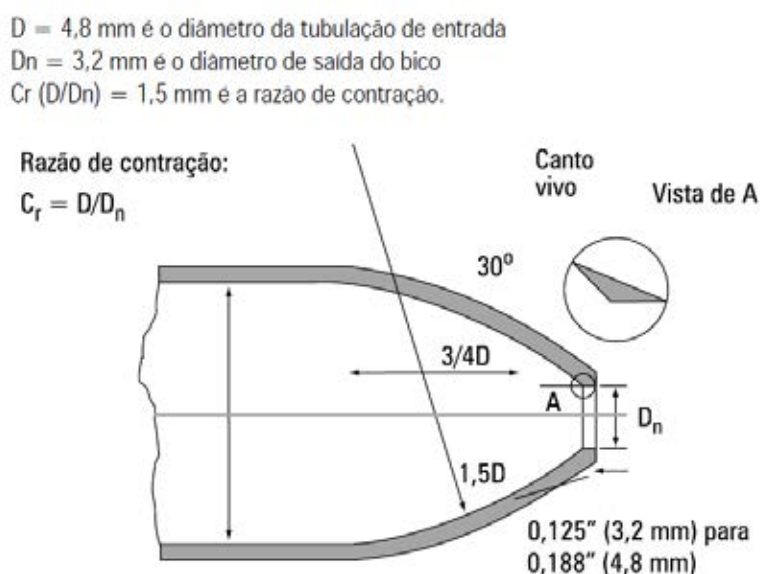


Figura 1.1: (a) Modelo otimizado; (b) Modelo tradicional de bocal. Fonte: Webster (1995).

1.3 Temática da Tese

O Capítulo 2 apresenta os principais parâmetros de corte e as variáveis envolvidas na análise térmica do processo de retificação plana, abordando diferentes entendimentos relatados em literatura de como é gerado o fluxo de calor na região de corte. Estão apresentados de forma resumida trabalhos que envolvem bancadas experimentais, modelos analíticos, modelos numéricos e os principais avanços na modelagem e simulação de processos de retificação e, finalmente, apresenta uma revisão bibliográfica que tem por objetivo reunir informações suficientes para o desenvolvimento da metodologia do uso de problemas inversos em transferência de calor.

O Capítulo 3 apresenta o equipamento utilizado no processo de retificação plana. São especificados os equipamentos usados e os procedimentos experimentais para adquirir os sinais de temperatura, emissão acústica e potência elétrica para cada condição de corte previamente definida.

A comparação entre os resultados experimentais e simulados, bem como a análise da influência dos parâmetros de corte na temperatura da interface de contato rebolo-peça de trabalho é apresentada no Capítulo 4. A validação do modelo matemático também é apresentada neste Capítulo.

Concluindo, no Capítulo 5 são apresentadas algumas propostas e sugestões para a evolução e continuidade da linha de pesquisa.

1.4 Objetivos do Presente Trabalho

O presente trabalho está preocupado em estimar o fluxo de calor na superfície de retificação de acordo com os parâmetros experimentais, visando:

- Desenvolver um algoritmo computacional que modele termicamente o processo de retificação tangencial plana utilizando o método numérico dos volumes finitos bidimensional para a solução do problema direto e a técnica inversa da Seção Áurea para a solução do problema inverso.
- Avaliar o desempenho da técnica de lubri-refrigeração otimizada e do método convencional de aplicação de fluido no processo de retificação tangencial plana, estabelecendo critérios para a análise do coeficiente médio de transferência de calor por convecção na superfície de retificação e demais superfícies.

Como a refrigeração otimizada é um método de lubri-refrigeração que proporciona uma nova forma de aplicação de fluido de corte, a qual realiza o direcionamento de um jato de fluido de corte a alta pressão e alta velocidade na região de corte, quebrando a barreira aerodinâmica criada pelo ar e reduzindo assim de forma significativa a temperatura nessa região, espera-se que os resultados obtidos para este método sejam melhores, quando comparados à retificação convencional.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 O Processo de Retificação

O processo de retificação, apesar de ser muito empregado na indústria, ainda não é totalmente entendido como outros processos de usinagem em que a ferramenta tem uma geometria de corte bem definida, devido à alta complexidade envolvida no processo. Retifica é um processo durante o qual ocorrem elevadas temperaturas na região de corte podendo dar origem a grandes danos nas peças, como queima, danos micro estruturais e tensões residuais indesejáveis.

Segundo Malkin (1989) *“a retificação, de todos os processos em uso, é com certeza o menos entendido e o mais negligenciado na prática. Pela multiplicidade de pontos de corte e geometria indefinida, alta velocidade de corte e pequenos espaços entre cada grão abrasivo, compreender os mecanismos do processo de retificação parece uma tarefa impossível. Talvez a faísca que surge do rebolo adicione ainda mais mistério ao processo”*.

Para processos de usinagem, principalmente no processo de retificação, o uso do fluído de corte é imprescindível visto que há elevada geração de calor. A lubrificação e a refrigeração, além de outras vantagens proporcionadas pelo fluído de corte, ocasionam melhores resultados na qualidade final da peça. Assim, intensificaram-se estudos para novos métodos de aplicação e otimização do fluido de corte visando a redução do calor gerado, bem como os problemas por ele ocasionados.

A aplicação convencional de fluídos de corte tem sido estudada por vários autores. Irani et al. (2005) apresentam uma revisão sobre a aplicação de fluidos de corte, em

que o design do bocal aplicador, o seu posicionamento e a velocidade de aplicação do fluido foram considerados relevantes para a eficaz utilização dos fluidos de corte.

Segundo Irani et al. (2005), os fluídos de corte são utilizados frequentemente no meio industrial de forma inadequada, gerando consideráveis desperdícios. Normalmente, o fluido é aplicado de forma abundante, a elevadas vazões e baixa pressão. A lubrificação e refrigeração dependem da entrada efetiva do fluido na região de corte entre a peça e o rebolo e dessa forma grandes volumes de fluido podem ser reduzidos pela otimização da aplicação.

Segundo Ebbrell et al. (2000) e Hryniewicz et al. (2000), as funções básicas e fundamentais dos fluídos de corte no processo de retificação são:

- resfriar o conjunto peça/ferramenta, evitando a geração excessiva de calor;
- atuar no sentido de retirar os cavacos aderidos aos poros do rebolo, prevenindo o entupimento deste;
- lubrificar a interface peça/ferramenta, atuando no sentido de reduzir e minimizar as forças envolvidas no processo;

Sistemas convencionais de aplicação de fluido de corte são relativamente ineficientes no processo de retificação, particularmente sobre severas condições de aplicação. Na maioria dos casos a energia acumulada nos fluídos durante sua aplicação é insuficiente para superar a força centrífuga do rebolo ou para penetrar na barreira de ar que se encontra na periferia do rebolo em rotação (CATAI et al., 2008).

A necessidade de se aperfeiçoar o uso de fluidos de corte nos processos de retificação levou a inúmeras pesquisas e propostas de soluções. Uma proposta interessante é a de Webster (1995) na qual um projeto de bocal de formato circular busca minimizar a turbulência da saída do fluido devido às altas velocidades do jato do fluido de refrigeração, e sobrepor a barreira de ar que envolve o rebolo em movimento. O autor constatou uma redução acentuada da temperatura na região de corte, quando comparado com o jato convencional.

De acordo com Mariani & Trebing (1992), as duas considerações mais importantes quando se trabalha com rebolos são a refrigeração e a lubrificação. Uma refrigeração adequada possibilita maior vida útil ao rebolo. Já a lubrificação permite obter uma produtividade adequada à aplicação em que ele está sendo utilizado.

Webster and Cui (1995) reforçaram a importância dos fluidos de corte, utilizados para a melhoria do processo de retificação. De acordo com este autor, o fluido de corte fornece a lubrificação e a refrigeração na interface rebolo-peça, possibilitando a remoção de parte do calor gerado durante o corte, prolongando a vida útil da ferramenta, garantindo exatidão dimensional e geométrica da peça, através da redução de distorções térmicas e da tendência de entupimentos dos poros do rebolo durante a operação. No entanto, somente a quantidade de fluido de corte que chega diretamente na região de corte pode contribuir para a lubri-refrigeração no ponto de contato.

2.2 Principais Parâmetros de Corte Associados ao Processo de Retificação Plana

Segundo Marinescu et al (2007), o processo de retificação é composto por seis elementos básicos: máquina-ferramenta, também conhecida como retificadora; ferramenta abrasiva, geralmente o rebolo; peça a ser retificada; fluido de corte; atmosfera, isto é, a interação dos gases ambiente com os elementos de retificação; e os resíduos provenientes da operação de retificação. A Fig. 2.1 ilustra os elementos básicos de uma retificação plana.

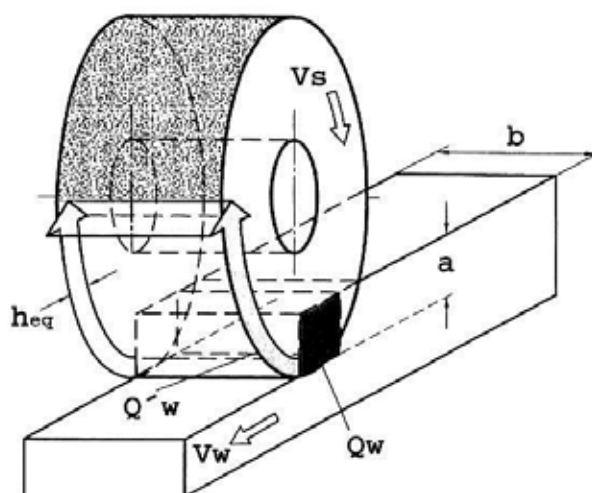


Figura 2.1: Os elementos básicos envolvidos na retificação plana. Fonte: Marinescu et al (2007).

Sendo assim, verifica-se que, dentre os parâmetros de entrada, além das condições de usinagem, tanto a ferramenta quanto o fluido de corte utilizado influenciam, diretamente, as elevações da temperatura na região de corte e a parcela da energia gerada que flui para a peça em forma de calor. Estes fatos podem levar a uma maior incidência de danos térmicos característicos do processo. A qualidade final do componente usinado dependerá do controle da energia gasta para a realização da operação de retificação, através da escolha adequada dos parâmetros de entrada.

Aliado a isto, deve-se utilizar fluidos de corte, que além de manter a capacidade de corte do rebolo por um maior período de tempo confira a peça uma taxa de resfriamento adequada, evitando a formação de microestruturas indesejadas, que levem ao detrimento das propriedades mecânicas do componente usinado.

Portanto, os principais parâmetros associados ao processo de retificação plana serão apresentados.

2.2.1 Profundidade de corte (a)

Segundo Marinescu et al. (2007) a profundidade de corte a é a penetração do rebolo na peça medida por meio da espessura de material removido por revolução ou passagem da peça.

Segundo Diniz et al. (2003), a profundidade de corte é a grandeza que representa o quanto a ferramenta penetra em relação ao plano de trabalho, e é medida perpendicularmente à direção de avanço da peça ou rebolo. Este parâmetro é de grande interesse nas operações de fresamento e retificação plana.

2.2.2 Velocidade de corte (v_s)

De acordo com Malkin (1989), durante a retificação, a taxa de remoção de material Q_w é determinada pela profundidade de corte a , pela velocidade relativa entre a peça e o rebolo v_w e pela largura de retificação b . Assim,

$$Q_w = a.v_w.b \quad (2.1)$$

Ainda segundo Malkin (1989), pode-se obter a taxa específica de remoção de material, dividindo a taxa de remoção de material pela largura de retificação b :

$$Q'_w = a.v_w \quad (2.2)$$

Aumentando-se a profundidade de corte, tem-se um aumento instantâneo do número de grãos ativos do rebolo atritando com a peça e no tempo de contato. Este aumento

da profundidade de corte também reflete em um acréscimo nas forças tangenciais de corte e energias específicas de retificação devido as maiores espessuras equivalentes dos cavacos a serem removidos.

De acordo com Rowe e Morgan (1993), a profundidade de corte pode influenciar ainda na integridade superficial dos componentes retificados. Essa taxa de remoção pode ser entendida como uma camada de material que é removida da peça a uma dada velocidade de corte v_s .

Segundo Winter (2004), a velocidade de corte ou velocidade periférica do rebolo v_s é representada pelo deslocamento de um ponto na superfície de corte do rebolo em certo intervalo de tempo. Esta velocidade é extremamente importante no processo de retificação, pois determina a vida do rebolo, implicando na alteração da capacidade de remoção dos grãos abrasivos e no acabamento superficial das peças. Este parâmetro é usualmente utilizado em metros por segundo (m/s) ou pés por minuto (sfpm) no sistema inglês (Marinescu et al, 2007). De acordo com Graf (2004), a velocidade de corte em m/s pode ser expressa pela Eq. (2.3):

$$v_s = \frac{\pi \cdot d_s \cdot n_s}{60 \cdot 1000} \quad (2.3)$$

Quando a velocidade de corte é elevada, um mesmo grão abrasivo passa a remover um menor volume de cavacos, devido ao aumento da sua frequência de contato com a peça. Portanto, o número de grãos ativos é maior e a espessura do cavaco removido é menor, diminuindo as forças de corte, rugosidade da peça e desgaste do rebolo, devido à solicitação de cada grão. Em contrapartida, pelo aumento da intensidade de contato dos grãos com a peça, ocorre uma elevação da temperatura que pode ocasionar danos térmicos na peça.

2.2.3 Velocidade da peça (v_w)

Na retificação plana, a velocidade da peça coincide com a velocidade da mesa, geralmente é expressa em metros por minuto. De acordo com Graf (2004), na retificação cilíndrica velocidade da peça v_w pode ser determinada em função do diâmetro d_w e da rotação n_w da peça conforme Eq. (2.4):

$$v_w = \frac{\pi \cdot d_w \cdot n_w}{60} \quad (2.4)$$

Ainda segundo Graf (2004), o aumento da velocidade da peça acarreta em uma elevação da taxa de remoção de material, gerando cavacos espessura maior e carga superior sobre cada grão abrasivo do rebolo, aumentando, conseqüentemente, os valores da força tangencial de corte.

2.2.4 Espessura do cavaco não deformado na retificação

A espessura do cavaco não deformado na retificação $h_{\max}$ é uma função de complexas condições cinemáticas de retificação e geometria da superfície do rebolo.

Quando a velocidade do rebolo v_s e a velocidade da peça v_w se encontram em sentidos opostos, a espessura do cavaco não deformado (h_{cu}) aumenta gradualmente desde zero até um valor máximo ($h_{\max}$). Caso ambas as velocidade estejam no mesmo sentido, a espessura não deformado do cavaco vai progressivamente reduzindo desde um valor máximo até zero.

No corte no sentido do avanço, verificam-se melhorias no acabamento das superfícies, no desgaste da ferramenta, e nas taxas de retificação.

Segundo Guo e Malkin (1992) com o propósito de obter superfícies de melhor acabamento e reduzir os danos induzidos na retificação, é interessante minimizar $h_{\max}$. Porém, isto implica em menores taxas de remoção e assim, menor produtividade.

2.2.5 Arco ou comprimento de contato (l_c)

Arco ou comprimento de contato l_c define a extensão de contato entre o rebolo e a peça durante a operação de retificação. Malkin (1989) fez um equacionamento deste parâmetro para a retificação plana, dentre outro, desprezando as deformações e movimentos envolvidos no processo, considerando apenas a geometria dos elementos em contato.

Este equacionamento envolve a profundidade de corte a e o diâmetro d_s do rebolo, como se verifica na Eq. (2.5):

$$l_c = \sqrt{a \cdot d_s} \quad (2.5)$$

2.2.6 Espessura de corte equivalente (h_{eq})

Segundo Marinescu et al. (2004), a espessura de corte equivalente h_{eq} é um parâmetro amplamente utilizado, por causa de sua simplicidade, como uma medida de profundidade de penetração da ferramenta. A espessura de corte equivalente para o processo de retificação plana h_{eq} é dada pela Eq. (2.6):

$$h_{eq} = \frac{a \cdot v_w}{v_s} \quad (2.6)$$

De forma geral, a espessura equivalente representa a espessura da camada de material que é arrancada pelo rebolo com a velocidade periférica deste, e cujo volume específico equivale àquele retirado da peça naquele tempo. O aumento de h_{eq} seja pelo aumento de a ou de v_w ou pela diminuição de v_s causa aumento dos esforços de corte e da rugosidade da peça e diminuição da vida do rebolo. Por isso, sempre se procura ter rebolos cujas ligas suportem altas velocidades, pois, quanto maior a velocidade do rebolo, maior a sua vida e menores os esforços de corte.

O parâmetro h_{eq} está diretamente relacionado com o comportamento do processo de retificação em função de variáveis envolvidas como forças de corte, rugosidade, vida da ferramenta, entre outros. Tal parâmetro é o que melhor caracteriza o processo de retificação, uma vez que está englobando três importantes características do processo. A velocidade de corte é responsável pela “dureza dinâmica” do rebolo, e a sua elevação proporciona o aumento do número de grãos ativos num mesmo intervalo de tempo provocando o decréscimo na força de corte, devido à menor participação de cada grão na operação, e com isto proporcionando uma maior vida do rebolo (MALKIN, 1989). A Fig. 2.2 a seguir representa o parâmetro h_{eq} .

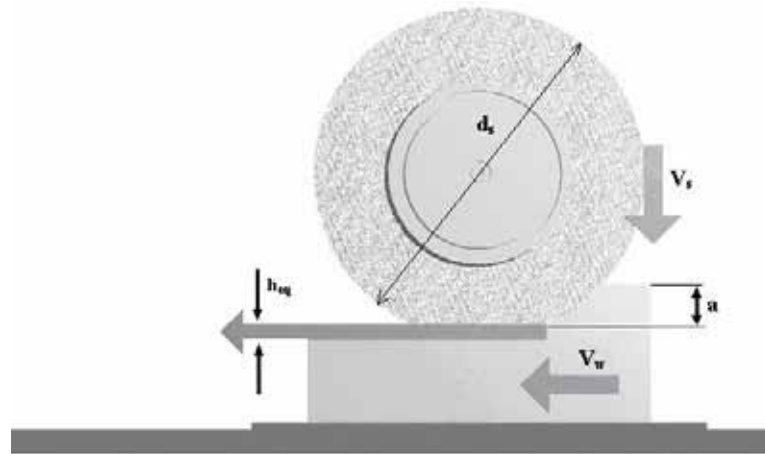


Figura 2.2: Espessura de corte equivalente para uma operação tangencial plana.
Fonte: Bianchi et al. (1997).

2.2.7 Força de corte

Segundo Liu et al. (2008), as componentes principais das forças de retificação plana são: a força normal F_n e a força tangencial F_t . Em razão da alta velocidade de corte, a força tangencial na retificação é principalmente a responsável pela dissipação de potência consumida no processo em forma de calor. A força normal é perpendicular à superfície abrasiva. Esta componente é usualmente muito maior do que a força tangencial e age diretamente na profundidade de corte. Assim, a força normal é principalmente responsável pelas deformações na peça, na ferramenta e na estrutura da máquina com o contato normal a superfície do rebolo. A Fig. 2.3 ilustra as componentes de forças em uma operação de retificação plana.

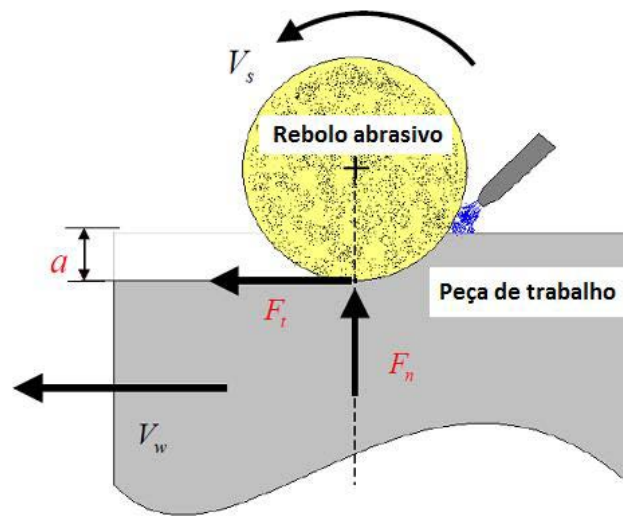


Figura 2.3: As componentes das forças de retificação plana.

A força total de retificação é a soma de todas as forças que atuam nas arestas de corte num dado instante (para o caso da retificação são múltiplas arestas). Isto consiste vetorialmente nas componentes normal e tangencial da força. O produto da componente tangencial da força pela velocidade do reboło corresponde à potência de retificação, Eq. (2.7).

$$P = F_t \times V_s \quad (2.7)$$

A determinação da potência de corte de retificação é um meio eficaz para identificar as interações entre a peça e o reboło.

2.3 Aspectos Tribológicos na Retificação

Os aspectos tribológicos na retificação plana, sob o ponto de vista térmico, são discutidos nas seções subsequentes.

2.3.1 Formação do cavaco

A formação do cavaco no processo de retificação se dá de uma maneira diferente dos demais processos de usinagem. A retificação é um processo abrasivo e, portanto, a abrasão é fator fundamental na retirada de cavaco. Malkin (1989) detalha ainda mais o processo de interação grão abrasivo – peça em processos de retificação. Segundo o pesquisador, uma forma de compreender melhor este tipo de usinagem, que utiliza ferramenta com geometria indefinida, é reunir evidências que identifiquem os mecanismos de interação. Neste sentido, um dos parâmetros fundamentais é a energia específica de corte que é derivada da potência.

Desde a década de 50, medições sistemáticas de força e energia específica vêm sendo realizadas em retificação. Como já é sabido, o mecanismo de formação de cavaco ocorre por um processo intenso de cisalhamento do material, em uma região extremamente localizada, seguido por atrito do cavaco quando este desliza sobre a superfície de saída da ferramenta de corte.

Cerca de 75% da energia total provém do cisalhamento e 25% restantes do efeito do atrito. Assim, segundo Malkin (1989), toda energia oriunda do processo de deformação plástica em retificação é convertida em calor de uma maneira tão rápida, por envolver altas velocidades e grandes deformações, o que pode ser considerado adiabático. Portanto, um balanço energético deveria valer, de forma que toda energia por unidade de volume gerada devido à deformação plástica convergiria para conduzir a mesma unidade de volume do material ao seu estado de fusão. Parece inconsistente que a energia por unidade de volume associada à deformação plástica e à geração de cavaco possa ser muito maior que a energia de fusão do mesmo material por unidade de volume.

Baseado nessas argumentações e verificações de ordem prática, Malkin propõe então que a energia específica total deve ser formada por outras componentes. Assim, parte da energia específica consumida no processo provém do deslizamento das áreas planas contra a peça. É possível afirmar então que as forças de retificação e, conseqüentemente, as energias de corte podem ser formadas por parcelas de corte e deslizamento.

A quantidade de energia que entra no sistema de retificação tem sido citado por vários pesquisadores [KIM, GUO and MALKIN (1997), ROWE et al. (1991), COSMANO et al. (1984), MALKIN and LENZ (1978), ESHGHY (1968)] como um importante ponto de partida para o estabelecimento de qualquer modelo térmico.

As investigações iniciais por Outwater and Shaw (1952) assumiram que toda a energia de retificação era dirigida para a formação do cavaco. Shaw usou a suposição de que as tensões de cisalhamento envolvidas na formação do cavaco tendem a ser muito maior em retificação do que outras operações de corte de metal, o que resulta em maior energia de formação do cavaco.

Descobertas posteriores de Cook (1966) mostraram que normalmente 75 % do total da energia de formação do cavaco vai para corte, com o saldo associado ao atrito. Foi igualmente estabelecido por Cook que a fusão poderia ocorrer se a energia específica de corte por unidade de volume excedia a energia requerida de fundição. A energia de corte de retificação entrando na peça de trabalho foi, por conseguinte, limitada à temperatura de fusão, que colocada uma condição de limite superior para o desenvolvimento do modelo térmico.

Isto também foi confirmado mais tarde por Malkin (1989). Segundo o autor, a retificação ocorre através de interações entre os grãos abrasivos e a peça a ser retificada. De acordo com o modelo de análise dos mecanismos de geração do cavaco, a energia total de retificação (u) inclui as energias referentes à remoção do cavaco propriamente dita (u_{ch}), ao deslizamento dos grãos abrasivos de áreas de topo de grãos desgastadas com a peça (u_{sl}), e a

energia referente ao deslocamento de material por deformação plástica (“plowing”) sem a remoção do mesmo (u_{pl}), conforme a Eq. (2.8) (KANNAPPAN e MALKIN, 1972).

$$u = u_{ch} + u_{pl} + u_{sl} \quad (2.8)$$

Determinou-se de forma teórica e experimental que, segundo Malkin e Anderson (1974), aproximadamente toda energia referente ao deslizamento (u_{sl}) e ao “plowing” (u_{pl}) é conduzida na forma de calor para a peça, sendo que por volta de 55% da energia é relativa a formação do cavaco propriamente dita.

A partição de energia para a peça (ε) pode ser escrita conforme a Eq. (2.9):

$$\varepsilon = \frac{(0,55u_{ch} + u_{pl} + u_{sl})}{u} \quad (2.9)$$

Malkin e Anderson (1974) indicaram que u_{ch} foi obtido a partir da experiência e é estimado em de cerca de 13,79 J/mm³. Combinando as Eqs. (2.8) e (2.9):

$$\varepsilon = \frac{u - 0,45u_{ch}}{u} = \frac{u - 0,45 \cdot 13,79 \text{ J/mm}^3}{u} = \frac{u - 6,21 \text{ J/mm}^3}{u} \quad (2.10)$$

O rebolo é uma ferramenta com uma quantidade muito grande de arestas de corte distribuídas de forma aleatória. Cada grão, ao entrar em contato com a peça, possibilita a formação de um cavaco muito pequeno.

A formação do cavaco tem início no momento em que o gume penetra na peça numa espessura de cavaco não deformada (h_{cu}) igual à penetração de início de corte (T_μ). No

decorrer do processo uma parte do material da peça continua sendo forçada para as laterais, além de haver a formação de cavaco.

A eficiência da remoção de material é determinada através do quanto da espessura de cavaco não deformado (h_{cu} ou t_c) é transformada em cavaco e o quão grande é a espessura efetiva de usinagem ($h_{cu\text{eff}}$).

Quando o grão começa a atritar com a peça ele causa, primeiramente, deformação elástica na pequena porção de material tocada por ele (escorregamento do grão ou “rubbing”). Ao prosseguir no seu caminho na peça, as tensões vão aumentando e, então, o grão passa a causar deformação plástica em outra pequena porção do material (riscamento ou “plowing”). Continuando o crescimento das tensões, a tensão de ruptura do material à frente do grão é ultrapassada e acontece a extração de uma pequena porção de material (remoção do cavaco ou “cutting”). A Fig. 2.4 ilustra a formação de cavaco na retificação.

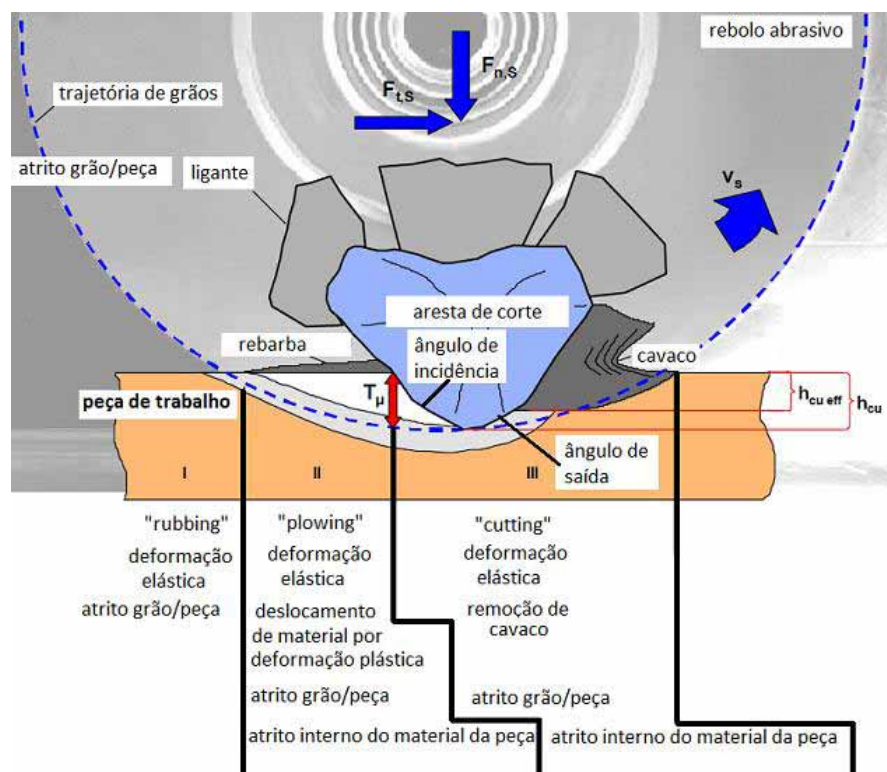


Figura 2.4: Fases na formação do cavaco na retificação. Fonte Malkin e Anderson (1974).

Este tipo de formação de cavaco, aliado à alta velocidade do grão abrasivo (cerca de dez vezes maior que a velocidade de corte em processos como o torneamento), geram os seguintes fatos:

- as forças normais (radiais) são bem superiores às forças tangenciais, pois o atrito prevalece sobre a força de corte;
- altas temperaturas de corte são desenvolvidas em retificações a seco. Como o tempo de exposição a esta temperatura é muito curto (da ordem de milésimos de segundo), é possível ao material atingir e superar sua temperatura de fusão, sem se fundir;
- a energia total requerida para o processo de retificação é da ordem de 2 a 20 vezes maior que para outros processos de usinagem, para o mesmo volume de cavaco removido na unidade de tempo. Como em outros processos, quase toda esta energia se transforma em calor;
- o calor que vai para o rebolo não causa dano considerável, pois o rebolo é de material refratário, na maioria das vezes é bem grande e tem bastante área para dissipar o calor. O calor que vai para o cavaco também não causa preocupações.

O problema maior está no calor que vai para a peça, pois esta recebe a maior parcela de calor. Por isso, existe a necessidade de utilização de fluido de corte de uma maneira eficiente. Também, as condições de usinagem e as características do rebolo devem ser tais que diminuam este problema.

Segundo Byers et al. (2006), durante a formação do cavaco, o calor gerado ao longo do plano de cisalhamento primário e secundário, bem como o calor produzido pela aresta de corte, será dividido ou particionado em frações que serão absorvidas pelo cavaco, ferramenta, fluido de corte e pela superfície do material usinado.

2.3.2 Danos térmicos

Retificação é um processo de usinagem que requer um nível extremamente elevado de energia por unidade de volume de remoção de material.

Os métodos de medição de temperatura não permitem identificar e controlar, de forma prática, as variações de temperatura, sendo estes métodos restritos a testes laboratoriais, os quais não podem ser diretamente aplicados dentro de um processo produtivo de larga escala. Deve-se então adotar métodos indiretos de controle da temperatura e do dano térmico induzido à peça através do monitoramento dos esforços de corte, da rugosidade superficial, da tensão residual, além do conhecimento teórico de como cada variável envolvida no processo de retificação afeta a geração e a dissipação do calor produzido, permitindo a otimização do processo. Esta otimização deve englobar todos os componentes do processo, ou seja, a ferramenta, o fluido de corte e as condições de usinagem.

As maiorias dos danos observados no processo de retificação são de origem térmica. Das várias técnicas utilizadas na determinação das temperaturas envolvidas na região de corte (UEDA et al., 1993 e UEDA et al., 1995), somente com a utilização de termopares embutidos nas peças a serem retificadas, foi possível obter-se indicações satisfatórias das temperaturas nas proximidades da região de corte, as quais podem ser efetivamente correlacionadas com os danos térmicos (KOHLI, GUO e MALKIN, 1995). Vários estudos com base na teoria da fonte de calor em movimento têm sido desenvolvidos a fim de calcular a temperatura média ao longo da área de contato.

Segundo Guo e Malkin (1996), o calor gerado na zona de retificação é dissipado através da peça, do rebolo, do cavaco gerado e pelo fluido de corte, sendo que a partição de energia que flui por cada um desses elementos tem sido o objeto de estudo e, de modo

particular, aquela que flui pela peça, pois o aumento de temperatura em sua superfície é decorrente de uma maior partição de energia.

O controle dos danos térmicos requer um conhecimento detalhado desta partição de energia, do controle da energia introduzida na peça pelo processo de retificação através da otimização das condições de usinagem e da escolha correta do par fluido-ferramenta (GUO e MALKIN, 1992). Uma ilustração do calor gerado é mostrada na Fig. 2.5.

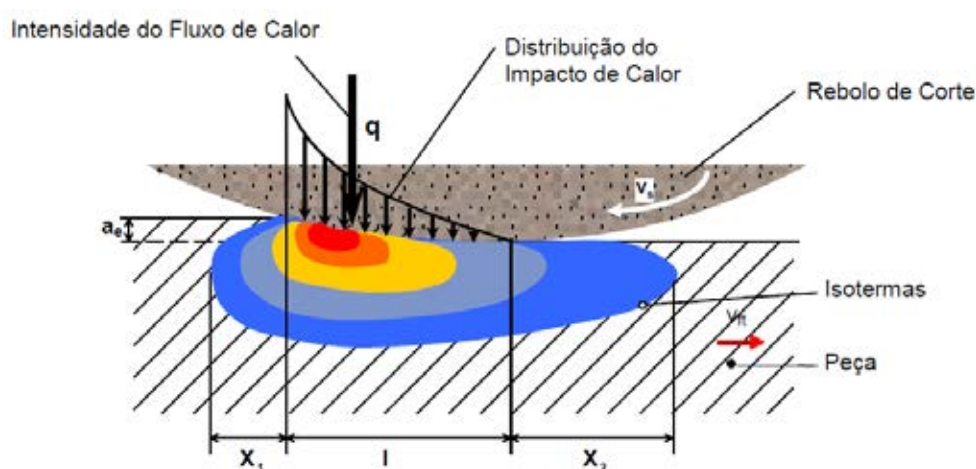


Figura 2.5: Intensidade do Fluxo de calor. Fonte: Badger (2003).

Segundo Zhang (2012), há basicamente quatro regiões onde a energia mecânica introduzida no processo é transformada em calor. A Fig. 2.6 mostra a atuação de um grão abrasivo durante o processo de usinagem, onde o gume do grão abrasivo retira material por cisalhamento, gerando atrito e consequentemente calor.

O atrito no flanco dos grãos desgastados e a deformação plástica do material retificado geram a maior parte do calor, que é dissipado por três elementos do processo: o próprio grão abrasivo, o cavaco e o fluido refrigerante, onde q_{ch} é o fluxo de calor para o cavaco, q_{ws} é o fluxo de calor na interface entre a peça de trabalho e o rebole, q_{wb} é o fluxo de calor que se mantém na peça de trabalho e q_f é o fluxo de calor para o fluido.

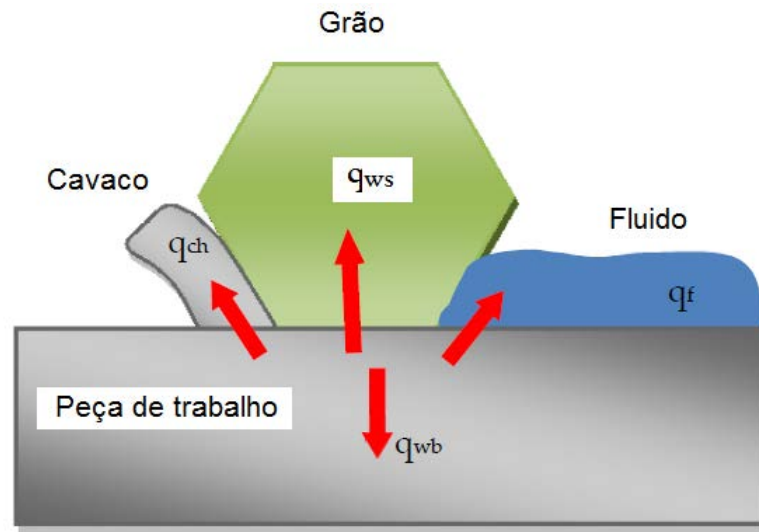


Figura 2.6: Fluxos de calor para o rebolo, peça de trabalho, fluido e cavaco. Fonte: Zhang (2012).

2.3.3 A taxa de geração de calor

O termo fluxo de calor é geralmente utilizado para descrever a densidade de potência, que é o mesmo que a vazão calor por unidade de área. O leitor deve ter consciência de que o fluxo de calor tende a ser definida na literatura, em formas diferentes, dependendo das necessidades da situação. O fluxo de calor médio, q_0 , na zona de contato é dado pela Eq. (2.11).

$$q_0 = \frac{P}{l_c b_w} \quad (2.11)$$

onde l_c é o comprimento da zona de contacto e b_w é a largura da zona de contacto.

A distribuição do fluxo de calor triangular, definida em qualquer ponto x ao longo do comprimento por contato, Fig. 2.7 é dada pela Eq. (2.12):

$$q = q_0 \left(1 + \frac{2x}{l_c} \right) \quad (2.12)$$

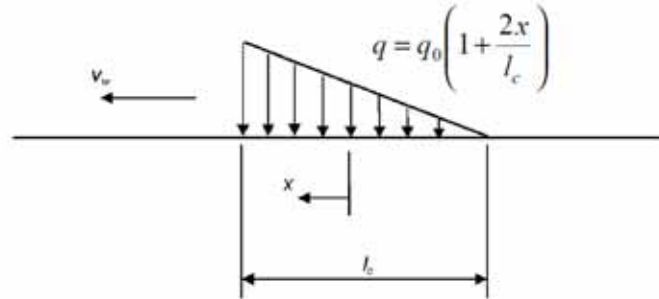


Figura 2.7: A hipótese de uma geração triangular fluxo de calor na zona de contacto. Fonte: Tribology of Abrasive Machining Processes (2004).

2.3.4 A condução de calor para a peça de trabalho

O fluxo de calor, q_w , conduzida para a peça de trabalho é apenas uma parte do fluxo de calor total, q_t . Definindo esta fração como R_w , o fluxo de calor, que entra na peça de trabalho é $q_w = R_w \cdot q_t$. Uma vez que q_t varia como uma função da posição na zona de contato, pode-se escrever:

$$q_w(x) = R_w \cdot q_t(x) \quad (2.13)$$

Com o intuito de permitir o modelamento das trocas térmicas originárias do processo de retificação várias pesquisas vêm sendo realizadas nas últimas décadas. As análises térmicas da operação de retificação são baseadas no modelo clássico da teoria de banda de calor de Jaeger (1942).

A fim de calcular a temperatura de retificação na superfície, é necessário especificar certas hipóteses relativas ao modelo de Jaeger. Há um certo número de variáveis

que devem ser levados em conta, tais como a distribuição total de fluxo de calor e como ele é modelado (retangular ou triangular), os valores de energia de partição, as características térmicas da peça de trabalho, a geometria da interface do rebolo - peça de trabalho e assim por diante. Todos eles serão abordados nas seções seguintes. Rowe et al. (1991) tem pesquisado muitos modelos térmicos de retificação e desenvolveu vários dos seus. Rowe acredita que os modelos térmicos para prever o início da queima deva proceder em três fases:

1. Determinação da energia aplicada na interface de grãos e da peça de trabalho.
2. A energia aplicada na interface de grãos e da peça de trabalho é dividida entre os grãos do rebolo e a peça de trabalho.
3. A determinação da temperatura de controle na zona de retificação na peça de trabalho e a avaliação da energia crítica específica relativa à temperatura crítica para o início do dano térmico.

Segundo Rowe et al. (1991), a escolha da distribuição mais apropriado depende do tipo de processo de maquinagem abrasiva. Um fluxo uniforme é o mais apropriado, onde a pressão é aplicada de forma uniforme, tal como no polimento. Um fluxo triangular é o mais apropriado em processos de retificação, onde a pressão varia com a profundidade de corte.

Segundo Guo e Malkin (1992), para fonte móvel de calor na superfície plana onde $z = 0$, movendo-se na direção x dentro do comprimento de contato, o aumento da temperatura é dado pela Eq. (2.14).

$$T(x, z) = \int_{-l_c/2}^{+l_c/2} \frac{q_w}{\pi k_w} e^{\frac{v_w(x-a)}{2\alpha}} K_0 \left\{ \frac{v_w [(x-a)^2 + z^2]^{1/2}}{2\alpha} \right\} da \quad (2.14)$$

onde, k_w é a condutividade térmica da peça de trabalho, α a difusividade térmica, v_w a velocidade de trabalho e K_0 a função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem

zero. A variável de integração, a , define várias posições dos elementos de código de linha dentro da banda de calor, ou seja, $-\frac{l_c}{2} \leq a \leq \frac{l_c}{2}$.

Durante a retificação superficial, dado que a geometria da peça não sofre praticamente variação dimensional (exceto para alguns μm removidos), estamos em presença de uma banda deslizante sobre a superfície da peça que lhe fornece calor. Esta banda deslizante é a superfície de contato do rebolo com a peça. Uma fração da energia consumida entra na peça sob a forma de calor. Pretende-se determinar analiticamente a variação térmica no corpo semi-infinito onde a banda desliza.

Considere uma faixa de fonte de calor de largura $2b$ se deslocando ao longo da superfície de um corpo semi-infinito inicialmente a uma temperatura uniforme T_i . Esta fonte está se movendo perpendicularmente à direção x , com uma velocidade constante, ver a Fig. 2.8.

O movimento da fonte gera um campo transiente de temperatura no meio semi-infinito descrito pelo seguinte modelo:

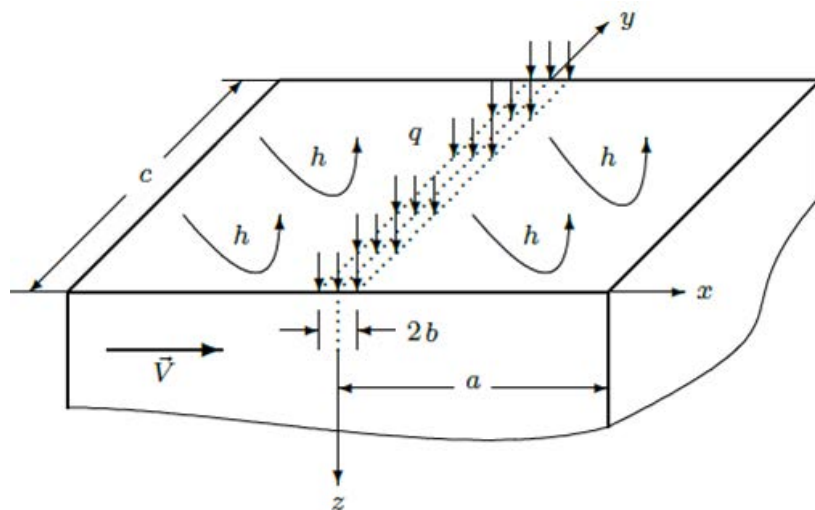


Figura 2.8: Banda de comprimento $2b$, deslocando-se à velocidade V e fornecendo um fluxo de calor q .

A lei de Fourier para a condução de calor 2D num corpo semi-infinito movendo-se com uma velocidade v_w na direção x , e uma fonte de calor que fornece um fluxo de calor q_0 pode ser escrita conforme a Eq. (2.15) e sua solução é apresentada pela Eq. (2.16).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{v_w}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.15)$$

sendo $\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c}$ a difusividade térmica.

$$T(X, Z, B) = \frac{2\alpha q_0}{\pi k v_w} \int_{X-B}^{X+B} e^u \text{BesselK}\left[0, \sqrt{Z^2 + u^2}\right] du \quad (2.16)$$

onde B , X e Z são definidos como: $B = \frac{v_w \cdot b}{2\alpha}$, $X = \frac{v_w \cdot x}{2\alpha}$, $Z = \frac{v_w \cdot z}{2\alpha}$.

Pode ver-se que o resultado depende muito do número de Peclet (adimensional) definido como:

$$Pe = B = \frac{v_w b}{2\alpha} = \frac{v_w l_c}{4\alpha} \quad (2.17)$$

Temperaturas de superfície calculadas a partir da Eq. (2.16) são mostradas na Fig. 2.9 para uma distribuição uniforme do fluxo de calor e na Fig. 2.10 para um fluxo triangular. A temperatura T é normalizada por $\pi k v_w T / 2\alpha q_0$

Pode ser visto que as temperaturas máximas não são muito diferentes para as duas distribuições de fluxo. A principal diferença é a posição das temperaturas máximas em relação à posição do centro da zona de contacto que se estende a partir de $-1 \leq \frac{2 \cdot x}{l_c} \leq +1$.

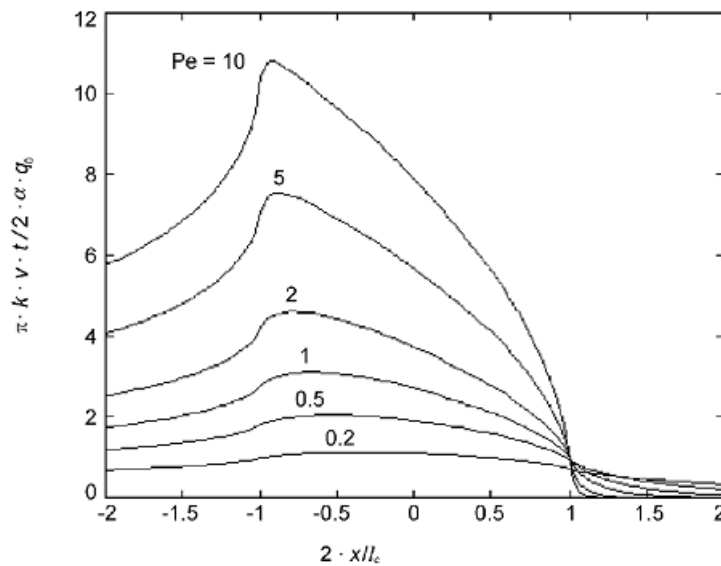


Figura 2.9: Solução das temperaturas para o fluxo de calor uniforme. Fonte: Tribology of Abrasive Machining Processes (2004).

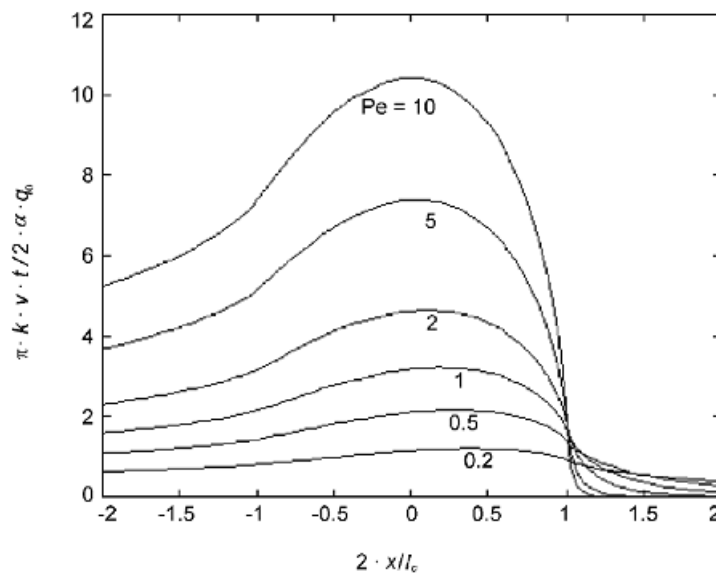


Figura 2.10: Solução das temperaturas para o fluxo de calor triangular. Fonte: Tribology of Abrasive Machining Processes (2004).

Para o fluxo de calor uniforme, a temperatura máxima ocorre no bordo de fuga da zona de contacto em altos valores de número de Peclet, Pe , típico de retificação. Para o fluxo de calor triangular, a temperatura máxima é atingida no ponto central da banda. Este ponto tem importância para a correta interpretação dos sinais de temperatura medidos.

A lei de Fourier para a condução de calor 3D num corpo semi-infinito movendo-se com uma velocidade v_w na direção x , e uma fonte de calor que fornece um fluxo de calor q_0 pode ser escrita conforme a Eq. (2.18) e sua solução é apresentada pela Eq. (2.19). Para o problema 3D utilizam-se dois sistemas de coordenadas:

- Sistema fixo (x, y, z) com origem na fonte de calor estacionária.
- Sistema móvel (x', y', z') , solidário com o corpo em movimento com velocidade v_w .

A relação entre os dois sistemas de coordenadas é a seguinte: $x' = x - v_w t$, $y' = y$ e $z' = z$.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{v_w}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.18)$$

$$T(X, Y, Z, B) = \frac{\alpha q_0}{2k v_w \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-(Z^2/2u)}}{\sqrt{u}} \times \left(\operatorname{erf} \frac{Y+B}{\sqrt{2u}} - \operatorname{erf} \frac{Y-B}{\sqrt{2u}} \right) \times \left(\operatorname{erf} \frac{X+B+u}{\sqrt{2u}} - \operatorname{erf} \frac{X-B+u}{\sqrt{2u}} \right) du \quad (2.19)$$

onde Y é definido como, $Y = \frac{v_w \cdot y}{2\alpha}$. A solução para uma fonte de calor 3D em movimento e

sem convecção é mostrado por Jing and Li (2005) na Fig. 2.11.

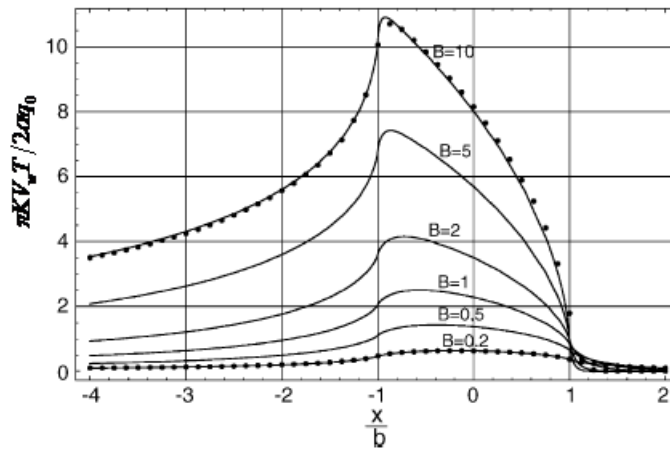


Figura 2.11: Perfil de temperatura da superfície para uma fonte de calor 3D em movimento. Fonte: Jing and Li (2005).

2.3.5 As temperaturas de retificação

As expressões para as temperaturas máximas podem ser apresentadas de várias formas diferentes. Uma das formas mais simples para contatos de usinagem abrasivos é dada pela Eq. (2.20).

$$T = C.R_w \cdot \frac{q_0}{\beta_w} \cdot \sqrt{\frac{l_c}{v_w}} \quad (2.20)$$

onde β_w é o parâmetro de propriedade térmica do material da peça de trabalho, dado pela Eq. (2.21).

$$\beta_w = \sqrt{(k \cdot \rho \cdot c)_w} \quad (2.21)$$

Na Eq. (2.20), C é um fator que leva em conta o número de Peclet, a distribuição do fluxo de calor, e a geometria, tal como mostrado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Fator C. Fonte: Tribology of Abrasive Machining Processes, (2004).

Pe	> 10	$0,2 \leq Pe \leq 10$	$< 0,2$
C	1,06	$0,95/\pi \sqrt{2\pi + Pe/2}$	0,76

2.3.6 Particionamento de energia

Tipicamente, a fração de partição da peça de trabalho, R_w , varia de acordo com o tipo de abrasivo, do material da peça de trabalho, da energia específica, do fluido de refrigeração e do comprimento de contato.

O fluxo de calor total na área de contato flui ao longo de quatro caminhos. Por conveniência, a potência total de usinagem é representado como o fluxo total de calor de acordo com a Eq. (2.22). Podemos, portanto, escrever:

$$q_t = \frac{P}{l_c \cdot b} = \frac{F_t \cdot v_s}{\sqrt{a \cdot d_s} \cdot b} = q_w + q_s + q_{ch} + q_f \quad (2.22)$$

onde q_w é o fluxo de calor que entra na peça de trabalho na zona de contacto, q_s é o fluxo de calor que é dissipado para o rebolo, q_{ch} é o fluxo de calor que é levado pelo cavaco, e q_f é o fluxo de calor que é dissipado pelo fluido no interior da zona de contato.

As razões de partição podem ser definidas como as proporções desses fluxos para o fluxo total de modo que:

$$1 = R_w + R_s + R_{ch} + R_f \quad (2.23)$$

Um modelo térmico do processo de retificação é apresentado por Y.S. Liao, S.Y. Luo, T.H. Yang, (2000). Neste artigo, a análise de transferência de calor no processo

retificação considera duas fontes de calor, um sendo gerado nas interfaces grão/peça de trabalho e grão/cavaco e o outro no plano de corte entre a peça de trabalho e o cavaco, como observado na Fig. 2.12.

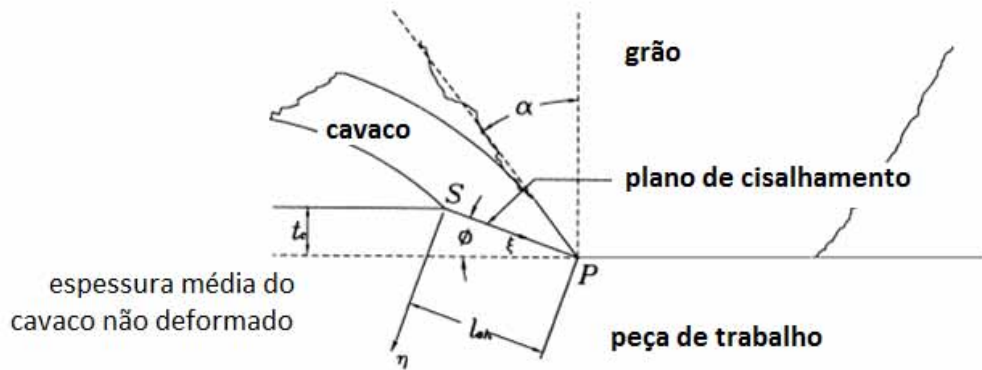


Figura 2.12: Uma ilustração esquemática da formação do cavaco. Fonte: Liao, Luo eYang (2000).

No modelo, o calor é gerado no plano de corte e na interface de grãos/peça de trabalho, conforme Fig. 2.13 e o seu valor é dado pela Eq. (2.24).

$$q_t = q_{sh} + q_{wf} \quad (2.24)$$

onde q_{sh} é a taxa à qual o calor é gerado no plano de corte (por unidade de área) e q_{wf} é o fluxo de calor gerado na interface de grãos/peça (por unidade de área).

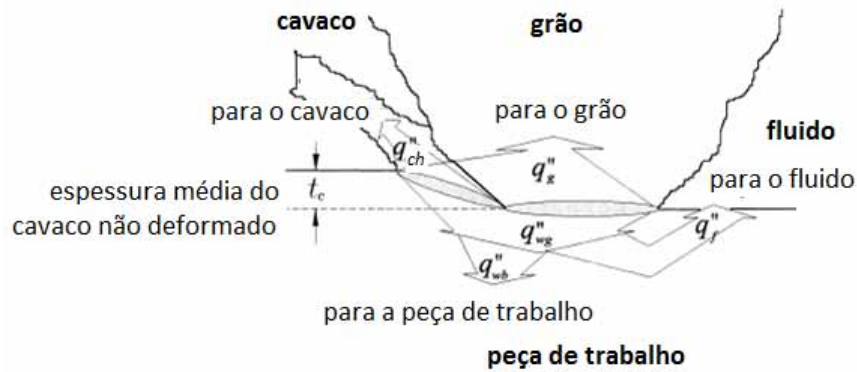


Figura 2.13: Caminho do fluxo de calor. Fonte: Liao, Luo eYang (2000).

O calor gerado no plano de corte (por unidade de área) q_{sh} , é dissipado para o cavaco e o abrasivo, podendo ser expresso por:

$$q_{sh} = q_{ch} + q_{ws} \quad (2.25)$$

onde q_{ch} é o fluxo de calor para o cavaco e q_{ws} é o fluxo de calor na interface entre a peça de trabalho e rebolo.

O fluxo de calor, q_{wf} , fluxo de calor na interface grão/peça de trabalho. Pode ser expresso como se segue:

$$q_{wf} = q_t - q_{ch} = q_g + q_{wg} \quad (2.26)$$

onde q_g é o fluxo de calor para o grão e q_{wg} é o fluxo de calor na peça de trabalho sob o grão.

Uma parte do fluxo de calor q_{wg} irá permanecer na peça de trabalho e uma parte é removida por convecção para o fluido. Isto pode ser expresso como:

$$q_{wg} = q_{wb} + q_f \quad (2.27)$$

onde q_{wb} é o fluxo de calor que se mantém na peça de trabalho, que é assumida para ser distribuído uniformemente sobre toda a superfície da peça, e q_f é o fluxo de calor para o fluido, assumido ser uniforme em toda a área exposta ao fluido.

2.3.6.1 O fluxo de calor para o cavaco

Assumindo que os cavacos atingem uma temperatura próxima da temperatura de fusão, o fluxo de calor que é levado para os cavacos é definido pela Eq. (2.28).

$$q_{ch} = \rho \cdot c \cdot T_{mp} \cdot \left(\frac{a \cdot v_w}{l_c} \right) = u_{ch} \cdot \left(\frac{a \cdot v_w}{l_c} \right) \quad (2.28)$$

onde T_{mp} é a temperatura de fusão do material da peça de trabalho.

2.3.6.2 O fluxo de calor para o fluido

Supondo que a ebulição do fluido é evitada, a convecção de calor através do fluido é proporcional à média da temperatura da superfície, T_{av} , da área de contato, $b \cdot l_c$, e do coeficiente de convecção, h_f . A taxa de fluxo de calor para o fluido por unidade de área da superfície de contato, q_f , é por conseguinte,

$$q_f = h_f \cdot T_{av} \quad (2.29)$$

Em geral, a temperatura média na área de contato é de aproximadamente dois terços da temperatura máxima, de modo que:

$$q_f = \frac{2}{3} \cdot h_f \cdot T_{\max} \quad (2.30)$$

A velocidade do fluido de arrefecimento na zona de retificação é assumida como sendo aproximadamente a velocidade da superfície periférica do rebolo ($v_f = v_g$). Assim, o coeficiente local de transferência de calor convectivo para o fluido refrigerante pode ser expressa de forma semelhante como:

$$h_f = \frac{q_f}{T_{f,s} - T_{f,i}} = \left[\frac{\pi(k\rho cv)_f}{4\alpha} \right]^{1/2} \quad (2.31)$$

2.3.6.3 O fluxo de calor para a peça de trabalho e o rebolo

O fluxo de calor compartilhado pela peça de trabalho e o rebolo abrasivo, q_{ws} , é dado pelo rearranjo da Eq. (2.32), ou seja:

$$q_{ws} = q_w + q_s = q_t - q_{ch} - q_f \quad (2.32)$$

sendo

$$R_{ws} = \frac{q_w}{q_w + q_s} \quad (2.33)$$

Para uma determinada combinação entre a peça de trabalho e o abrasivo, R_{ws} permanece razoavelmente constante. Para determinar R_{ws} , é necessário analisar o contato entre o grãos e a peça de trabalho.

2.3.7 O aumento máximo da temperatura na peça de trabalho

Das Eqs. (2.20) e (2.32), a máxima temperatura na peça de trabalho em termos de razão de partição entre a peça de trabalho e rebolo abrasivo, R_{ws} , é dada pela Eq. (2.34).

$$T_{\max} = R_{ws} \cdot (q_t - q_{ch} - q_f) \cdot \frac{C}{\beta} \sqrt{\frac{l_c}{v_w}} \quad (2.34)$$

Para o caso de não evaporação do fluido de trabalho, substituindo as Eqs. (2.28) e (2.30) na Eq. (2.34), tem-se a Eq. (2.35), que pode ser usada a temperatura máxima na zona de contato.

$$T_{\max} = \frac{q_t - \rho \cdot c \cdot T_{mp} \cdot \frac{a \cdot v_w}{l_c}}{\frac{\beta}{R_{ws} \cdot C} \sqrt{\frac{v_w}{l_c}} + \frac{2}{3} \cdot h_f} \quad (2.35)$$

A Eq. (2.35) pode ser escrita de forma concisa, sob a forma de um coeficiente de convecção, h_w desde que por condução para a peça, definida pela Eq. (2.36).

$$h_w = \frac{3}{2} \cdot \frac{\beta}{C} \cdot \sqrt{\frac{v_w}{l_c}} \quad (2.36)$$

$$T_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{q_w}{h_w} = \frac{3}{2} \cdot \frac{q_t - q_{ch}}{h_w / R_{ws} + h_f} \quad (2.37)$$

2.3.8 Uma melhoria para a expressão de h_f

De modo a corrigir a estimativa do h_f , o qual é uma das questões fundamentais para estimar a temperatura da superfície na zona de contato, uma melhoria foi proposta por Zhu, D. et al. (2012). Em verdade, devido à incerteza do fluido de arrefecimento, peça, rebolo, e outros parâmetros físicos, traz grandes dificuldades para quantificar cientificamente o h_f . Atualmente, existem três métodos gerais de estimativa:

- De acordo com uma série de condições de retificação para definir um valor fixo para h_f a ser 10.000 W/m².K, como assumindo por Marinescu et. al. (2004);
- Com base na modelagem térmica e hidrodinâmica de Jin e Stephenson (2008) para prever o h_f , sendo o fluido refrigerante à base de água, o h_f é geralmente considerado como sendo 710.000 W/m².K e para o óleo mineral é previsto para ser 220.000 ~ 380.000 W/m².K;
- Com base no modelo de Rowe et. al. (1991) para calcular h_f dada pela Eq. (2.38).

$$h_f = 0,94 \cdot \beta_f \cdot \sqrt{\frac{v_s}{l_c}} \quad (2.38)$$

onde β_f é uma propriedade térmica para condução de calor transiente para o resfriamento.

Evidente que nos métodos existentes de estimar o h_f , foram negligenciadas as influências da geometria, das dimensões e da distribuição da densidade do grão, na transferência de calor do fluido de retificação.

Para este fim, o trabalho de Zhu, D. et. al. (2012) propõem um modelo de cálculo de h_f baseado numa matriz transversal de grãos, na qual as hipóteses e as definições envolvidas são as seguintes:

- Um modelo de grão cônico mostrada na Fig 2.14-a é dado por Lavine et al. (1989), onde o ângulo do cone é θ , e os grãos na superfície do rebolo abrasivo estão dispostos ordenadamente por uma matriz transversal, representado na Fig. 2.14-b.

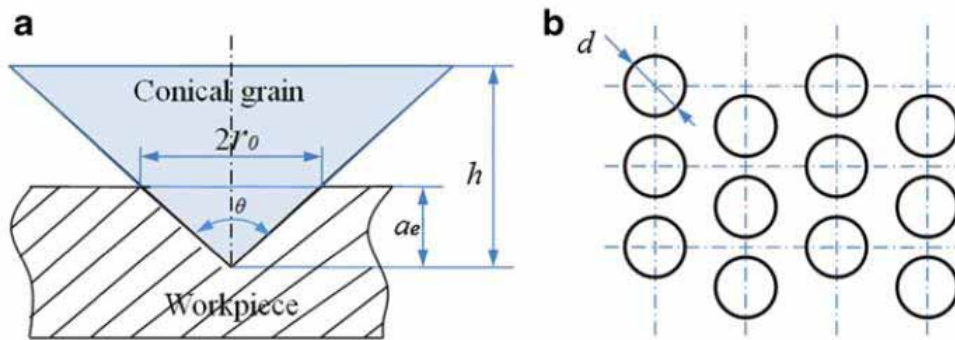


Figura 2.14: Diagrama esquemático para um grão cônico (a) e para o modelo de matriz transversal de grãos arranjados ordenadamente (b). Fonte: Zhu, D. et al. (2012).

Assumi-se que em qualquer seção transversal do rebolo tem N_g grãos por unidade de área, e o diâmetro médio dos grãos para diferentes granulometrias, d_{mean} é, em seguida, então o N_g no volume de $1 \times 1 \times d_{mean}$ está de acordo com Eq. (2.39).

$$N_g \times \frac{\pi}{6} d_{mean}^3 = V_g \times 1 \times 1 \times d_{mean} \quad (2.39)$$

onde V_g indica a concentração dos grãos. Hou e Komanduri (2003) obtiveram a equação de melhor ajuste do diâmetro médio de grãos versus o tamanho de grão nominal g dada pela Eq. (2.40).

$$d_{mean} = 28,9g^{-1,18} \quad (2.40)$$

A Eq. (2.39) pode ser reescrita como:

$$N_g = \frac{6V_g}{\pi d_{mean}^2} \quad (2.41)$$

Assim, o espaçamento de grão no rebolo, L'_g é dado por:

$$L'_g = \frac{1}{\sqrt{N_g}} = \sqrt{\frac{\pi}{6V_g}} d_{mean} \quad (2.42)$$

Deve ser sabido que, na superfície do rebolo, devido ao arrancamento e quebra de grãos, o espaçamento médio de grãos é muito maior, cerca de 1,5 a 2 vezes o espaçamento entre grãos dentro do rebolo (MARINESCU et al., 2004). O espaçamento médio de grãos é reescrito conforme a Eq. (2.43).

$$L_g = 1,5.L'_g = 1,5 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{6V_g}} d_{mean} \quad (2.43)$$

- O corpo prismático localizado entre a superfície da peça e a superfície do rebolo no processo de retificação seria equivalente a um cilindro com a mesma altura e volume,

sendo o diâmetro do cilindro definido como o diâmetro equivalente médio de grão, mostrado na Fig. 2.15.

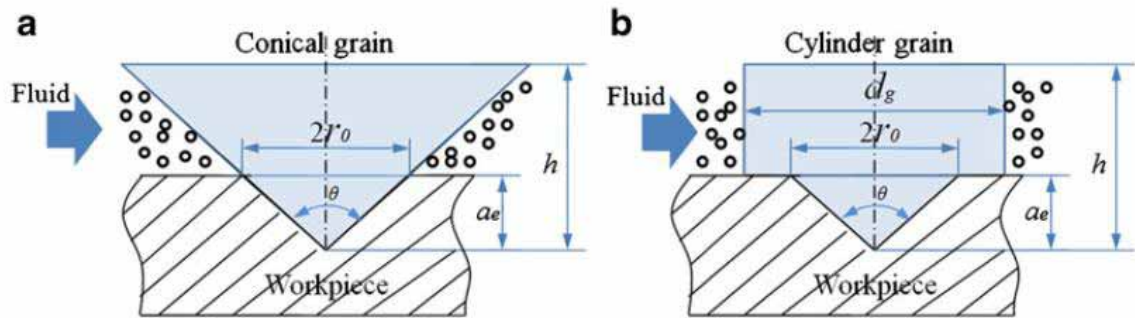


Fig. 2.15: Diâmetro médio equivalente do grão. Fonte: Zhu, D. et al. (2012).

De acordo com a Fig. 2.15, o diâmetro médio equivalente do grão, d_g , é dado pela Eq. (2.44).

$$d_g = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \tan \frac{\theta}{2} \cdot \sqrt{h^2 + a^2 + h \cdot a} \quad (2.44)$$

onde a altura do cone de grão h é calculada pela Eq. (2.45).

$$h = \frac{d_{\max} + d_{\min}}{4} = \frac{d_{\text{mean}}}{2} \quad (2.45)$$

onde $d_{\max}$ e $d_{\min}$ denotam o máximo e o mínimo diâmetro de grão para um tamanho de grão padrão.

2.3.8.1 Modelamento do h_f

Um modelo de cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção sobre a superfície de retificação é dado pela Eq. (2.46).

$$h_f = \frac{Nu_f \cdot k_f}{L} = \frac{Nu_f \cdot k_f}{d_g \cdot N} = \frac{Nu_f \cdot k_f}{d_g \cdot (l_c / L_g)} \quad (2.46)$$

em que o número de Nusselt Nu_f é dada pela Eq. (2.47), k_f é a condutividade térmica do fluido e L é o comprimento característico; a seleção do comprimento característico deve ser na direção de crescimento ou a espessura da camada limite; aqui, L é o diâmetro externo de um cilindro em fluxo cruzado (perpendicular ao eixo do cilindro) e é igual ao produto do diâmetro equivalente médio do abrasivo d_g e do número de grãos efetivos N ao longo da direção do comprimento de contato que equivale ao comprimento de contato dividido pelo espaçamento médio de grãos, mostrado na Fig. 2.16. A equação semi-empírica da teoria de convecção forçada é dada por Ramesh et al. (2004).

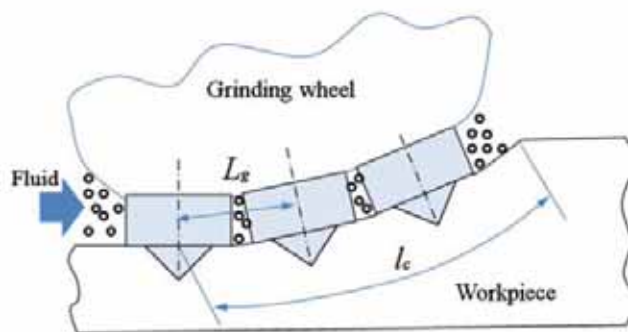


Figura 2.16: Número de grãos efetivos ao longo da direção do comprimento de contato.
Fonte: Zhu, D. et al. (2012).

$$Nu_f = 0,664 \cdot Re_f^{1/2} \cdot Pr_f^{1/3} \quad (2.47)$$

onde Re_f e Pr_f são número de Reynolds e Prandtl, respectivamente, e os subscritos "f" e "w" denotam os parâmetros físicos, que podem ser previstos pela temperatura do fluido e da parede, de acordo com as Eqs. (2.48) e (2.49).

$$Re = \frac{v.L}{\nu} = \frac{v_s.d_g.(l_c/L_g)}{\nu} \quad (2.48)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.49)$$

2.3.8.2 Expressão para o h_f

Pelo modelamento proposto por Zhu, D. et al. (2012), substituindo as Eqs. (2.47), (2.48) e (2.49) na Eq. (2.46), o modelo de cálculo do coeficiente convectivo de transferência de calor na superfície da peça pode ser reescrita como a Eq. (2.50).

$$h_f = \frac{0,664.v_s^{1/2}.L_g^{1/2}.k_f}{\nu_f^{1/6}.\alpha_f^{1/3}.d_g^{1/2}.l_c^{1/2}} \quad (2.50)$$

2.3.9 Uma melhoria para a expressão de R_{ws}

Pelo modelamento proposto por Zhu, D. et al. (2012), e com bases sobre o modelo de Hahn R. S. (1962) a partição de energia na interface peça/rebolo, R_{ws} , no regime permanente, é definida como:

$$R_{ws} = \left(1 + \frac{0,974.k_g}{\beta_w \cdot \sqrt{r_0 \cdot v_s}} \right)^{-1} \quad (2.51)$$

onde r_0 representa o raio de contacto efetivo de grãos abrasivos.

No entanto, há um erro ao assumir condições de estado permanente. Este erro pode ser corrigido por resolver o caso transiente. Para o caso transiente, é necessário integrar a solução da relação de partição em todo o comprimento de contato. Portanto, se introduz uma função transitória, F , dada pela Eq. (2.52).

$$R_{ws} = \left(1 + \frac{0,974.k_g}{\beta_w \cdot \sqrt{r_0 \cdot v_s}} \cdot \frac{1}{F} \right)^{-1} \quad (2.52)$$

onde F é a função transiente, definida pela Eq. (2.53).

$$F = 1 - e^{-\frac{\tau}{2}} \quad (2.53)$$

e a Eq. (2.54) mostra o modelo de cálculo para o tempo adimensional, τ .

$$\tau = \sqrt{\frac{\alpha_g \cdot I_c}{r_0^2 \cdot v_s}} \quad (2.54)$$

Na Eq. (2.54), α_g é a difusividade térmica do grão abrasivo dada pela Eq. (2.55).

$$\alpha_g = \frac{k_g}{\rho_g \cdot c_g} \quad (2.55)$$

O raio de contato efetivo com diferentes profundidades e diferentes ângulos de corte é modelado pela Eq. (2.56).

$$r_0 = a \cdot \tan(\theta/2) \quad (2.56)$$

De acordo com a Eq. (2.56), o ângulo de cone do abrasivo θ é geralmente dado por 106° , os valores de raios de contato efetivos para diferentes de profundidades de corte, a , estão apresentados Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Raios de contato efetivos para diferentes de profundidades de corte.

Fonte: Zhu, D. et al. (2012).

a (μm)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
r_0 (μm)	6,6	13,3	19,9	26,5	33,2	39,8	46,4	53,1	59,7	66,4

Portanto, uma equação mais razoável para a partição de energia na interface peça/rebolo, R_{ws} é apresentada pela Eq. (2.57)

$$R_{ws} = \left(1 + \frac{0,974 \cdot k_g}{\beta_w \cdot \sqrt{a \cdot \tan(\theta/2)} \cdot v_s} \cdot \frac{1}{F} \right)^{-1} \quad (2.57)$$

2.3.10 A expressão analítica para o cálculo do aumento da temperatura superficial

Segundo Zhu, D. et al. (2012), uma melhoria para o cálculo da temperatura, durante o processo de retificação pode ser expressa pela Eq. (2.58), substituindo as Eqs. (2.22), (2.28), (2.36), (2.50) e (2.57) na Eq. (2.37).

$$T_{\max} = \frac{\frac{F_t \cdot v_s}{l_c \cdot b_w} - u_{ch} \cdot \frac{a \cdot v_w}{l_c}}{\frac{\beta_w}{C} \cdot \frac{v_w^{1/2}}{l_c^{1/2}} \cdot \left(1 + \frac{0,974 \cdot k_g}{\beta_w \cdot \sqrt{a \cdot \tan(\theta/2) \cdot v_s}} \cdot \frac{1}{F} \right) + \frac{0,664 \cdot v_s^{1/2} \cdot L_g^{1/2} \cdot k_f}{v_f^{1/6} \cdot \alpha_f^{1/3} \cdot d_g^{1/2} \cdot l_c^{1/2}}} \quad (2.58)$$

2.4 Principais Avanços na Modelagem e Simulação de Processos de Retificação

Esta revisão bibliográfica apresenta um estudo sobre métodos analíticos, experimentais e numéricos para a solução do problema térmico de usinagem por retificação. Atualmente há um grande interesse em modelos térmicos de processos de retificação pela forma de como os fabricantes estão expressando a preocupação de evitar danos térmicos. Existe, por conseguinte, considerável interesse de ambos o usuário e fornecedor de equipamentos em obter uma compreensão das condições em que os danos ocorrem.

Além dos métodos experimentais, há também os métodos teóricos, que são o analítico e o numérico. Os métodos analíticos não têm um campo de aplicação vasto, em virtude de não serem aplicáveis casos com geometrias complexas, contudo servem para validar os modelos numéricos. Com a disponibilidade de recursos computacionais, os métodos numéricos, por serem mais robustos que os analíticos e de menor custo que os experimentais, ganharam espaço nos estudos de transferência de calor. Os métodos numéricos podem ser aplicados tanto a casos simplificados como nos mais complexos da engenharia.

Com base nas complexas relações entre os parâmetros de processo de usinagem em resultados de trabalhos de retificação, assim como a elevada relevância desse processo para a produção industrial, a modelagem e simulação de processos de retificação são o foco da engenharia mecânica nas universidades e na indústria. Isto é comprovado pelo aumento do número de publicações na última década. Até a década de 1980, predominantemente modelos de processos físicos e empíricos, foram aplicados. Com o progresso atual, computadores de

alto desempenho estão permitindo que novos tipos de modelos e métodos de simulação como Análise de Elementos Finitos, os modelos de processos heurísticos (modelos baseados em regras), Dinâmica Molecular (MD), etc.

Cerca de 50 anos se passaram desde o desenvolvimento dos primeiros modelos cinemáticos de processos de retificação. Apesar de todos os métodos aplicados compreenderem das descrições do rebolo, da peça e da cinemática do processo, existem diferenças significativas entre os vários modelos desenvolvidos. Do ponto de vista atual, os desenvolvimentos iniciais dos modelos de processos cinemáticos na década de 1960 e início de 1970 resultaram em descrições fundamentais de modelos numéricos 2D. Modelos cinemáticos mais sofisticados foram desenvolvidos desde 1980, quando os computadores mais rápidos estavam disponíveis, abordagens típicas de modelos numéricos 3D. Uma alternativa menos complexa de tais modelos é a modelagem cinemático - empírica onde os parâmetros de saída do processo de retificação podem ser calculados por meio de equações analíticas e empíricas.

Um número considerável de pesquisas tem sido direcionado a ambos aspectos analíticos e experimentais de transferência de calor na retificação Malkin (1989), Lindsay (1971), Snoeys et al. (1978), Kim, Guo e Malkin (1997), Rowe et al. (1991), Baliga et al. (1998), Sauer (1972), Sato (1961), Lavine (1991), Shaw and Vyas (1993). A maioria dos modelos térmicos de retificação são baseados no trabalho pioneiro de Jaeger (1942) da teoria de banda de fonte de calor em movimento em duas dimensões a partir de 1942.

Houve alguns estudos relatados sobre a previsão da temperatura na superfície de retificação por cálculo teórico (JAEGER, 1942; MALKIN E GUO, 2007), e um grande número de modelos térmicos foram apresentados. A maioria dos estudos relevantes de temperatura de retificação foram baseados no modelo de Jaeger. O modelo de Jaeger considera uma fonte de calor com uma força constante passando na superfície de um corpo

semi-infinito, o que leva a um aumento da temperatura da peça de trabalho (JAEGER, 1942). A teoria de fonte móvel de calor proporciona as relações entre o aumento da temperatura máxima, entre o comprimento de contato na zona de retificação, as propriedades termofísicas do material da peça e fluxo de calor para a peça. No entanto, a geometria da zona de contato é complicada e algumas propriedades dos materiais são não-lineares, como nos casos práticos de engenharia, e, portanto, a maior parte dos campos de temperatura na zona de retificação são difíceis de ser resolvido analiticamente. Portanto, as soluções numéricas são necessárias usando técnicas apropriadas.

Um grande número de processos físicos é descritos por equações diferenciais. Para estes modelos, os métodos numéricos, tais como o Método das Diferenças Finitas (MDF) e Análise de Elementos Finitos (FEA) são aplicados. Para problemas específicos o Método das Diferenças Finitas (MDF) pode ser um instrumento adequado para a análise da condução de calor em retificação (HONG e LO, 2000), (TSAI e HOCHENG, 1998), (STAROSTIN e KONDAKOV, 2003), (GUO e MALKIN, 1995).

O primeiro modelo analítico na análise térmica de retificação fina foi introduzido por Outwater e Shaw (1952). Eles modelaram a transferência de calor no plano de corte da superfície com base no deslizamento de uma fonte de calor, em retificação a seco. Para evitar a dificuldade de calcular a integral do modelo de Jaeger, uma fórmula de aproximação foi proposta por Takazawa (1966), o qual é capaz de determinar o valor máximo temperaturas na superfície de contato e sob a superfície da peça de trabalho.

Arrefecimento por convecção tem uma grande influência sobre a remoção de calor para fora da zona de retificação, que é necessário, a fim de se evitar a possível ocorrência de danos térmicos à superfície da peça. DesRuisseaux (1968) apresentou os coeficientes de transferência de calor na superfície de contacto com a peça de trabalho para o modelo

Carslaw-Jaeger e teoricamente comprovou a importância do fluido de arrefecimento da temperatura de superfície gerada.

O efeito de arrefecimento foi investigado por Desruisseaux (1968) e Desruisseaux e Zerkle (1970). Verificou-se que para números de Péclet típicos os coeficientes de transferência de calor por convecção não eram significativos na zona de contacto. Maris e Snoeys (1973) sugeriram que 70% - 80% da energia é aplicada à peça de trabalho e 15% - 20% é aplicada ao cavaco e ao rebolo, embora esta energia não pudesse ter uma precisão estabelecida.

A solução para uma fonte de calor deslizando necessita de uma descrição precisa do campo de temperatura gerada. Como mostrado pela Snoeys (1978), a melhor hipótese é a distribuição de calor triangular na zona de contato. Rowe et al. (1988) desenvolveram um modelo com base nas propriedades do composto do rebolo. Este modelo oferece um método simples para determinar a partição da energia de convecção para a peça de trabalho.

Uma abordagem diferente foi proposta por Lavine, Malkin e Jen (1989) para estimar a partição de energia, que considera os grãos abrasivos e fluido de retificação separadamente. O calor total de retificação é inicialmente assumido como sendo conduzidos para a peça e os grãos. Do calor conduzido para a peça de trabalho, uma parte permanece na parte da peça de trabalho e é imediatamente levado pela convecção do fluido de retificação. Os autores modelaram de transferência de calor em um grão cônico. O modelo permitiu diferentes ângulos de cone. Os autores assumiram um valor médio de 45°, como uma base para avaliar a razão de partição.

Vários modelos de energia de retificação (MALKIN e LENZ, 1978), (MALKIN, 1989), (ROWE et al., 1988), (CHEN et al., 1989) foram publicados e resumido por Tönshoff et al. (1992). Uma característica fundamental do trabalho de Rowe et al. (1988) foi a

determinação da razão da energia de partição com base na condução simultânea de calor para o rebolo e para a peça de trabalho assumindo uma temperatura média na zona de contato.

Modelos empíricos baseados em abordagem experimental (ARRAZOLA et al., 2005), (BELAK e STOWERS, 1991) visam encontrar uma correlação entre as condições de retificação e os parâmetros de superfície. Guo and Malkin (1995) estudaram o problema de transferência de calor transiente de uma fonte de calor móvel, e o efeito do tempo quando a fonte de calor se move ao longo da superfície da peça de trabalho pode ser analisado.

Kohli, Guo e Malkin (1995), Guo e Malkin (1995) realizaram uma abordagem para estimar a partição de energia com base na combinação de temperaturas na zona de retificação. Para este efeito, o rebolo e fluido foram considerados como um compósito. Porém, este modelamento exige conhecimento detalhado sobre a porosidade do rebolo e como ele é preenchido com fluido durante a retificação (GUO e MALKIN, 1992). Além disso, a temperatura máxima sobre a superfície da peça de trabalho não irá ocorrer na mesma localização que a superfície do compósito, especialmente para up-grinding quando o movimento do rebolo é oposto ao da peça de trabalho na zona de retificação, se a partição de energia é assumida constante ao longo da zona de retificação. Para lidar com este problema, uma análise foi realizada para permitir que a energia de partição variasse ao longo da zona de retificação de modo que a temperatura na superfície da peça de trabalho e na superfície do compósito sejam idênticos em todos os pontos dentro da zona de retificação ao longo de sua interface. (KOHLI, GUO, e MALKIN, 1995).

Como base para avaliar experimentalmente a distribuição do fluxo de calor para a peça de trabalho e a correspondente partição de energia, técnicas inversas de transferência de calor foram desenvolvidas para calcular o desconhecido fluxo de calor na superfície da peça de trabalho a partir da resposta da medida da temperatura no interior da peça de trabalho. O

método de transferência de calor reversa sequencial foi utilizado para calcular a distribuição do fluxo de calor na superfície da peça de trabalho. (GUO e MALKIN, 1995).

Mahdi e Zhang (1995) discutiram o problema relevante de distribuições de temperatura causados pelas fontes de calor em movimento de perfis de entrada constante e triangulares, e estudaram os efeitos das condições de retificação utilizando um programa de elementos finitos – ADINA, para prever a correlação entre as condições críticas de retificação e a transformação de fase na superfície da peça de trabalho.

Três métodos de transferência de calor reversa foram desenvolvidos por Guo e Malkin (1996), para estimar a distribuição do fluxo de calor sobre a superfície do corpo de prova a partir do conhecimento de uma temperatura em um determinado ponto abaixo da superfície: método das temperaturas equivalente, integral e sequencial. No método das temperaturas equivalente a estimativa do fluxo de calor é feita através da comparação entre as temperaturas medidas e o perfil de temperatura estimado. Os três métodos foram aplicados para estimar o fluxo de calor e os coeficientes de transferência de calor por convecção para a retificação dos aços com Al_2O_3 e CBN. Os autores apontaram que o método da temperatura equivalente seria muito sensível à medição e que o método integral deveria ser sensível a erros aleatórios, enquanto que o método sequencial proporcionaria resultados estáveis.

Warnecke e Zitt (1998) desenvolveram um conceito abrangente para modelagem de processos, que oferece uma ferramenta de software para a análise e projeto de processos de retificação de alta performance, utilizando o método de simulação cinemática. Em a base de modelos empíricos 3D caracterizaram o macro e micro geometria entre o rebolo e a peça de trabalho onde, descrevem os processos de retificação como um acúmulo de acoplamentos de múltiplos grãos.

A relação entre as forças de retificação e topografia do rebolo também foi considerado por Badger e Torrance (2000). Neste trabalho, foram comparados dois modelos,

o primeiro com base no trabalho de Challen e Oxley (1978) baseado em um modelo 2D e o segundo baseado no trabalho de Williams e Xie (1992) pelo modelo 3D, este com maior precisão para prever as forças de retificação, embora ambos os modelos foram limitados pela necessidade de se quantificar o coeficiente de atrito interfacial.

No artigo de Carvalho, Orlande e Özisik (2000) é apresentado estimativas das distribuições do fluxo de calor na superfície de peças submetidas à retificação, utilizando o método do gradiente conjugado para a solução do problema inverso de transferência de calor envolvido. Os autores fazem comparações com os resultados obtidos por Guo e Malkin (1996), mostrando as vantagens do método utilizado.

Xu and Malkin (2001) estimaram a partição de energia a partir das temperaturas medidas usando o método de temperaturas equivalente. Para este propósito, um modelo estacionário quasi-estado de fonte de calor em movimento foi utilizada para calcular a distribuição de temperatura no interior da peça de trabalho. Este modelo parte do princípio de transferência de calor bidimensional com fontes de calor de distribuição triangular e retangular uniforme sobre a superfície da peça de trabalho ao longo da zona de retificação, de comprimento l_c , onde o objetivo do trabalho foi encontrar o valor da partição de energia ε para as quais a distribuição de temperatura teórica coincida com o resultado medido. Embora ambos os modelos preveram ligeiras diferenças para o mesmo fluxo térmico médio na zona de retificação, a resposta à temperatura com a distribuição triangular foi encontrada para ser mais consistente com perfis de temperatura medidos.

Hecker, Ramoneda e Liang (2003) utilizaram uma metodologia 3D para medir a geometria de grãos e a densidade estática de grãos como uma função de penetração do rebolo. A densidade estática de grãos foi então modificada para ter em conta os efeitos de cinemática e de dinâmica para calcular a densidade dinâmica de grãos, a partir do qual a força de cada grão pode ser estimada.

O coeficiente de transferência de calor por convecção quantifica a eficiência de refrigeração do fluido na zona de retificação, que é uma variável crítica na determinação da temperatura da superfície da peça de trabalho. Para prever as temperaturas de retificação para o controle da integridade da superfície da peça, é preferível que um valor preciso do coeficiente de convecção do fluido na zona de retificação seja conhecido. Portanto, a maioria das pesquisas anteriores tem-se concentrado na partição de energia do total de retificação a fim de estimar a temperatura da superfície da peça de trabalho. Um modelo para prever os coeficientes de transferência de calor por convecção dentro da zona de retificação foi desenvolvido por Jin, Stephenson e Rowe (2003). Os resultados mostraram que os valores do coeficiente de convecção podem ser muito elevados e variam com os parâmetros do processo e é sensível à espessura da película do fluido.

O trabalho por Mamalis et al. (2003) foi utilizado um modelo de elementos finitos para simular a precisão do processo de retificação de aço assim como descrever o perfil de temperatura desenvolvidos durante o processo. A retificação foi modelada utilizando o código comercial de elementos finitos implícitos 2D – MARC. Uma série de experiências foram realizadas com as mesmas condições de retificação, usando rebolos de oxido de alumínio. Neste trabalho os autores mediram a rugosidade média da superfície a fim de comparar o desempenho dos rebolos bem como compararam os resultados obtidos a partir do modelo numérico com cálculos analíticos descritos na literatura, os quais revelaram uma bom acordo entre teoria e a prática, indicando, portanto, que o modelo pode ser adequado para aplicações industriais. Mamalis et al. (2003) utilizaram um modelo numérico baseado em elementos finitos 2D e a distribuição do fluxo de calor era um carregamento retangular constante. Além disso, Wang et al. (2003) aplicaram um fluxo de calor constante retangular de um modelo de elementos finito 3D.

As abordagens analíticas (BADGER e TORRANCE, 2000), (BECKER, 2004) tiveram como objetivo desenvolver modelos físicos usando formulações matemáticas onde os efeitos térmicos foram descritos. Com base dos cálculos da distribuição de temperatura na peça de trabalho, tais alterações na camada superficial como micro-dureza, tensões residuais, microestrutura, etc., são estimadas (BECKER, 2004). Tal abordagem é muito promissora, mas atualmente limita-se a investigações teóricas por causa da complexibilidade dos cálculos e ainda pelo conhecimento limitado sobre o comportamento do material em extremas condições de retificação.

Jing Li e J.C.M. Li (2005) estudaram tanto analiticamente quanto numericamente o problema 2D e 3D de transferência de calor de uma fonte de calor uniforme e quadrada, respectivamente, em movimento ao longo de uma superfície. Soluções analíticas foram realizadas somente em condições adiabáticas como dadas por Carslaw e Jaeger. Com resfriamento por convecção na superfície, o método dos elementos finitos foi utilizado para simular o processo de transferência de calor transiente. Os autores estimaram a perda de calor por convecção, utilizando como fluidos de trabalho o ar e a água de resfriamento. O método dos elementos finitos foi utilizado para simular o processo de transferência de calor transiente. O perfil de temperatura foi determinado em função parâmetro adimensional B ($B = v_w b / 2\alpha$) onde o efeito da convecção foi negligenciado. Quando o efeito de convecção não é negligenciável, o perfil de temperatura variou também com diferentes combinações de k , c , ρ , v_w e b . Os autores utilizaram o método numérico de volumes finitos para calcular o coeficiente de convecção de calor, utilizando como fluidos de resfriamento a água e o ar em fluxo laminar.

Ao longo dos anos, foram desenvolvidos muitos métodos científicos diferentes para a solução deste problema. Um relato detalhado dessas abordagens é apresentado por Brinksmeier et al. (2006).

Brosse et al. (2008) desenvolveram um modelo numérico 2D com uma distribuição triangular do fluxo de calor. Anderson et al. (2008) implementaram modelos numéricos 2D e 3D com o uso de uma distribuição triangular do fluxo de calor. Os autores também compararam numericamente e analiticamente as predições de temperaturas na zona contato de dois modelos térmicos, um para retificação superficial e outro para retificação profunda usando o ar como fluido de resfriamento. Os modelos numéricos foram validados utilizando dados obtidos a partir de um sistema de imagem de infravermelhos e foram em seguida, comparados o modelo térmico analítico.

Os resultados mostraram que em baixas profundidades de corte, o modelo numérico 1D aproximou-se bem do modelo analítico, no entanto, com a profundidade de corte aumentada, o aumento da precisão dos resultados foi atingido com o modelo numérico 2D. Este trabalho também reforça trabalho analítico de Rowe, utilizando os resultados experimentais e numéricos, o que indicou que as temperaturas da peça de trabalho são reduzidas a números mais elevados de Peclet para uma dada taxa de remoção de material.

Lin, Morgan, Chen and Wang (2009) criaram um modelo semi-empírico para investigar o valor do coeficiente de transferência de calor convectivo no interior da zona de retificação baseado na teoria da dinâmica dos fluidos sob diversas condições de retificação, incluindo as retificações de “shallow-cut”, creep-feed” e a retificação de profundidade de alta eficiência (HEDG), e valores elevados de coeficientes convectivos foram observados. Os autores também investigaram o campo de temperatura na superfície de retificação através de uma simulação numérica 3D – FEM e compararam com os resultados experimentais.

Cong Mao, Zhixiong Zhou, Kexi Guo, and Xuyu Li (2010) investigaram o campo de temperatura na superfície de retificação através de uma simulação numérica 3D com uma validação experimental. A temperatura de retificação foi simulada com precisão pelo modelo em arco de fonte de calor proposto onde o perfil do cavaco não deformado é um arco, e

assumiram o fluxo de calor que na peça de trabalho como uma distribuição parabólica de acordo com a espessura do cavaco não deformado. Os autores verificaram que a alta temperatura retificação conduz à expansão térmica do material da peça de trabalho, o que faz com que a camada real de remoção de material seja mais grossa do que a profundidade de retificação. Neste trabalho os autores também verificaram o efeito da temperatura de retificação sobre a topografia da superfície.

Um cálculo analítico e numérico da temperatura de superfície e resistência térmica de constrição na faixa dinâmica transiente de contato foi apresentado por Aderghal, et al. (2011). A fonte de calor é representada como um fluxo de calor uniforme que se move sobre a zona de contato. O método dos elementos finitos foi implementado utilizando um código comercial, para resolver numericamente este problema. Uma solução analítica obtida na literatura foi adaptada para se obter o modelo apresentado e usado para verificar as capacidades do código comercial. Após a validação do método de resolução, o trabalho foi completada por meio do estudo da influência do número de Peclet (velocidade de fonte) e do número de Biot (presença de resfriamento) sobre a evolução temporal e espacial da temperatura da superfície na zona de contato.

No trabalho de Hadad and Sadeghi, 2012, um modelo de análise térmica foi desenvolvida e validada pela comparação com os resultados experimentais aplicando rebolos convencionais de Al_2O_3 e rebolos superabrasivos CBN. As temperaturas geradas na zona de contacto foram calculadas considerando a zona de contato como uma fonte de calor de distribuição triangular ou uniforme do fluxo de calor, de comprimento l_c , movendo-se ao longo da superfície da peça de trabalho com uma velocidade v_w . Neste modelo de estado quase estacionário, foi calculado a distribuição de temperatura no interior da peça de trabalho, onde o aumento da temperatura na peça de trabalho é expressa pela Eq. (2.16). O desempenho de retificação com MQL – Mínima Quantidade de Lubrificação foi investigada e comparada

com processos de retificação de método convencional de lubrificação, em termos de distribuição de temperatura na superfície e subsuperfície da peça de trabalho. Para retificação em MQL com rebolos abrasivos de Al_2O_3 , a energia de partição ε variou na faixa de 73% - 77%. No entanto, para retificação a seco, foi em cerca de 82%. Utilizando um fluido de refrigeração com rebolos abrasivos de Al_2O_3 , os autores verificaram uma redução para valores em cerca de 36%. O coeficiente médio convectivo de transferência de calor na zona de retificação também foi verificado pelos autores, cerca de $3,7 \times 10^4 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ para o método convencional de retificação, e cerca de $900 - 1200 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ para os métodos MQL em diferentes condições, utilizando o ar, o óleo e água miscível como o fluido de trabalho.

Uma investigação experimental e uma análise analítica do processo de retificação (ZHANG 2012) para uma predição das partições de energia onde o efeito do resfriamento, juntamente com os vários pressupostos, relacionados com as propriedades térmicas do material da peça de trabalho foram realizadas para a simulação do perfil exato da fonte de calor. O fluido de retificação foi modelado como um sólido semi-infinito em movimento com um fluxo de calor variável $q_f(x)$ na sua superfície e a temperatura T_f do fluido de retificação pode então ser obtida. O método de elementos finitos foi utilizado por Zhang, 2012 para modelar o processo de retificação, permitindo o cálculo das temperaturas de retificação e sua distribuição no interior da peça de trabalho, a fim de alcançar uma maior precisão e resultados mais confiáveis. Em contraste com os processos de retificação convencional, a retificação de endurecimento também foi analisada. Na indústria são usados vários métodos de tratamento térmico para a produção de propriedades necessárias da camada de superfície. Mas estes processos não podem simplesmente serem integrados na linha de produção devido à desvantagem econômica. Uma nova tecnologia chamada retificação de endurecimento pode utilizar o calor de retificação para a transformação da fase martensítica da camada superficial da peça de trabalho. A retificação de endurecimento baseia-se na grande geração de calor na

zona de contacto entre rebolo e a peça de trabalho causando a austenitização da camada superficial. Investigações metalúrgicas, bem como a dureza e as medições de tensões residuais confirmaram a possibilidade e o potencial deste novo método de tratamento térmico, que pode ser integrado em linhas de produção existentes para diminuir custos de produção, melhorar a eficiência de usinagem e reduzir o tempo de produção.

No trabalho de Mohamed, Warkentin e Bauer (2012), os resultados de temperatura obtidos por simulações numéricas com base em três diferentes métodos de distribuição de carga de fluxo de calor são comparados às temperaturas medidas diretamente através de técnicas de medição de câmara infravermelho. Os cálculos de fluxo de calor foram baseados na potência de retificação instantânea registrada, na potência média de retificação, e na potência calculada multiplicando as forças tangenciais medidas e a velocidade de corte. Os resultados mostram que o método utilizado para caracterizar a carga de fluxo de entrada no modelo numérico tem um efeito significativo sobre a estimativa das temperaturas de retificação e que os dados calculados de potência produzem os melhores resultados de temperatura. Um modelo numérico 3D foi desenvolvido pelos autores utilizando um programa de elementos finitos - LS-Dyna.

Pombo et al. (2012) apresentaram um novo método para estimar o comprimento de contacto entre o rebolo e a peça de trabalho. Um modelo numérico baseado em elementos finitos 3D foi utilizado para estudar a relação entre a evolução da temperatura e o tempo de contato para definir o comprimento de contato geométrico acrescentado pelas deformações de contato levando em conta a topografia do rebolo e os resultados foram comparados experimentalmente. O indicador de $\Delta T/T_{máx}$ foi utilizado para definir o tempo de contato com a temperatura plotada em função do tempo.

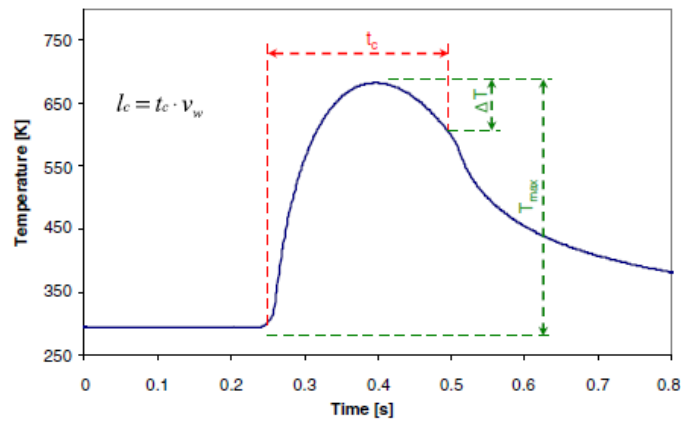


Figura 2.17: Definição do indicador numérico $\Delta T/T_{\max}$ para a determinação do comprimento de contato.
Fonte: Pombo et al. (2012).

2.5 O Uso de Problemas Inversos em Transferência de Calor: Uma Breve Introdução

Na solução de problemas inversos de transferência de calor aplicados à estimativas de parâmetros ou de funções, soluções de problemas diretos referentes aos problemas físicos estudados são necessárias e, técnicas de solução, sejam elas analíticas, numéricas ou mesmo híbridas, precisam ser aplicadas na obtenção destas. Özisik (1993) apresenta em seu livro inúmeras técnicas de obtenção de soluções analíticas para problemas de condução de calor. O Método da Separação de Variáveis em sistemas de coordenadas retangulares, cilíndricos e esféricos, o uso do Teorema de Duhamel, da função de Green e da Transformada de Laplace e a Técnica da Transformada Integral Clássica na solução de problemas homogêneos e não homogêneos se destacam. Ainda Özisik (1993) apresenta o Método de Diferenças-Finitas como uma das técnicas para a obtenção de forma numérica das soluções de problemas diretos.

O objetivo principal dos problemas inversos é a estimativa de quantidades que surgem na formulação do problema direto necessárias para que este seja classificado como bem-posto. No entanto, matematicamente problemas inversos são classificados como mal-

postos. Uma vez que soluções de problemas inversos são baseados em medidas experimentais, que contem os erros intrínsecos dos instrumentos de medição, estas usualmente se tornam instáveis, necessitando portanto a utilização de técnicas específicas para satisfazer a condição de estabilidade.

Problemas inversos podem ser aplicados na estimativa de parâmetros, quando se possui algum conhecimento prévio do comportamento funcional da variação de uma determinada quantidade, de forma que se possa parametriza-la e estimar os coeficientes. Aplicam-se também a técnica do problema inverso quando nenhuma informação acerca da forma funcional do que se deseja estimar é previamente sabida. Neste caso, diz-se que o problema é de estimativa de função.

Um dos primeiros trabalhos com o emprego de problemas inversos em transferência de calor foi apresentado por Stolz (1960). Nesse trabalho foi mostrado um método para estimar o fluxo de calor prescrito na superfície de esferas durante o processo de têmpera, tendo a temperatura no interior da amostra como dado de entrada. Este método também pode ser aplicado para estimar o fluxo de calor em cilindros e chapas. Stolz (1960) assumiu que as propriedades termofísicas eram constantes, que não havia geração interna de calor e que o sistema poderia ser tratado como linear, assim pôde-se utilizar o teorema de Duhamel para a elaboração do método. Este método apresentou bons resultados para uma gama de situações, é de fácil implementação e não exige grande capacidade de processamento. Porém, apresentou problemas quando se adicionava ruídos nos dados de temperatura e quando o intervalo de tempo de amostragem era pequeno, pois os fluxos de calor calculados poderiam ir a infinito, não representando a realidade física do problema.

Para corrigir as limitações do método de Stolz foram propostas melhorias por Beck et al. (1985). Tais melhorias se basearam no fato de se trazer para o tempo presente

informações de tempos futuros, assim, dessa forma, puderam-se reduzir os efeitos dos ruídos nos dados de saída. Este método é denominado como Função Especificada.

Beck (1985) utilizou o teorema de Duhamel, a expansão em série de Taylor e a otimização por mínimos quadrados na elaboração do método da Função Especificada. Nesse método, o fluxo atual é calculado utilizando os fluxos anteriores; considera-se também que os fluxos posteriores são nulos e assume-se um fluxo fictício, que pode ser constante, linear ou quadrático, sobre certa quantidade de tempos futuros. Este método apresenta robustez aos ruídos presentes nos dados, é de fácil implementação e não exige grande capacidade de processamento.

O procedimento proposto por Tikhonov e Arsenin (1977), também conhecido como Regularização de Tikhonov, utiliza o teorema de Duhamel e otimização por mínimos quadrados, mas há o acréscimo de um fator linear, que tem como função a atenuação de ruídos no sinal de temperatura. Este termo aditivo possui diferentes graus de filtragem, que são popularmente chamados de ordens. Esta técnica é de fácil implementação, mas exige a inversão de matrizes cujas dimensões estão relacionadas com o número de pontos de amostragem, onde é requerido um grande capacidade de processamento para se efetuar os cálculos.

Os métodos Função Especificada e Regularização de Tikhonov utilizam um funcional a ser minimizado, dado pela soma do quadrado das diferenças das temperaturas experimentais e calculadas. Porém, existem várias técnicas de problemas inversos que utilizam outras formas de minimização deste funcional. Há técnicas que utilizam derivadas como o método do Gradiente Conjugado, também conhecido como método da direção conjugada, que foi usado por Orlande e Özisik (1994). Esse trabalho teve como objetivo estimar a condutividade térmica dependente da temperatura. A validação desta metodologia foi feita usando dados experimentais simulados de temperatura, ou seja, foram acrescentados

erros aleatórios ao sinal de temperatura calculado numericamente. A temperatura numérica foi obtida a partir da solução da equação da difusão de calor para um modelo térmico unidimensional, usando diferenças finitas. Os resultados apresentados pelos autores foram satisfatórios.

Özisik e Orlande (2000) apresentam em seu livro as definições de problemas diretos e inversos, os processos iterativos dos métodos, seus critérios de parada e os algoritmos computacionais. Os métodos analisados são aplicados a problemas inversos envolvendo condução, convecção e radiação.

Em alguns problemas de transferência de calor as condições de contorno são mais complexas, como por exemplo, em regiões onde os efeitos da radiação e convecção não podem ser desprezados, e também problemas onde a geometria não pode ser representada por formas geométricas simples. Em tais situações, o cálculo de derivadas se torna muito complicado, em razão da complexidade matemática envolvida. Para estes casos, há técnicas que não necessitam de derivadas para encontrar a melhor solução. Um exemplo é a técnica Seção Áurea, onde o intervalo de busca da solução se reduz em 62% a cada iteração, até que os critérios de parada sejam alcançados.

Carvalho et al. (2006) utilizaram o método da Seção Áurea. Este trabalho propõe a aplicação da técnica do “*Simulated Annealing*” para estimar a taxa de transferência de calor na interface cavaco-peça-ferramenta durante o processo de torneamento com o objetivo é determinar a temperatura em qualquer posição da ferramenta de corte. Na realização do experimento, utilizou-se um corpo de prova cilíndrico em ferro fundido cinzento e uma ferramenta de corte de metal duro. Foram soldados termopares em lugares acessíveis no porta-ferramenta e na ferramenta de corte para a aquisição de dados da temperatura experimental. Foi utilizado o modelo de difusão de calor tridimensional para estimar a temperatura na zona onde a ferramenta entra em contato com o material a ser usinado. Nesse

trabalho foram estimados vários perfis de temperatura para o conjunto porta-ferramenta e ferramenta com respeito aos diferentes parâmetros de usinagem. Compararam-se os resultados obtidos neste trabalho com o Método do Gradiente Conjugado e da Equação Adjunta.

Modelos de processos heurísticos ou modelos baseados em regras podem ajudar a modelar o processo de raciocínio humano, especialmente quando se trata de problemas mal definidos. Dentro do campo dos processos de retificação, abordagens frequentemente utilizadas são sistemas baseados em conhecimento e sistemas de lógica fuzzy. Para uma modelagem realista uma base de conhecimento sofisticado é importante para conseguir boas previsões para a qualidade dos parâmetros de saída. A qualidade de simulação é alta para aplicações específicas, mas difícil de transferir para outros processos de retificação. Além disso, modelos baseados em regras são bem adequados para combinações com outras abordagens do modelo para melhorar a eficácia.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Os experimentos foram efetuados no Laboratório de Usinagem por Abrasão (LUA), do departamento de Engenharia Mecânica da Unesp – Universidade Estadual Paulista, campus de Bauru-SP. Os equipamentos utilizados nesta pesquisa bem como a metodologia empregada na execução dos ensaios são descritos nas seções subsequentes.

3.1 A Retificadora Tangencial Plana

Os experimentos foram realizados em uma retificadora tangencial plana, equipada com um rebolo de óxido de alumínio da marca Norton de 300 mm de diâmetro de especificação 38A 150 I-VH. A retificadora tangencial plana fabricada pela empresa SULMECÂNICA, modelo 1055E, é mostrada na Fig. 3.1.



Figura 3.1: Máquina retificadora plana universal utilizada nos ensaios.

Este tipo de máquina-ferramenta é composta por: mesa com movimentos horizontais realizados com auxílio de um cilindro hidráulico, cabeçote onde se encontra o fuso do rebolo e está localizado na coluna que possui uma regulação de vertical (profundidade de corte) e seu painel elétrico de controle de seus movimentos.

3.2 Corpos de Prova e Termopares

O corpo de prova utilizado para os ensaios, previamente usinado em um centro de usinagem, é uma peça retangular de chapa aço de ABNT 1020 de dimensões 100 x 36 x 12,7 mm. O termopar foi localizado no centro da peça de trabalho e o mais próximo possível da

superfície de retificação. A Fig. 3.2 mostra a vista isométrica da peça de trabalho com o furo de inserção do termopar.

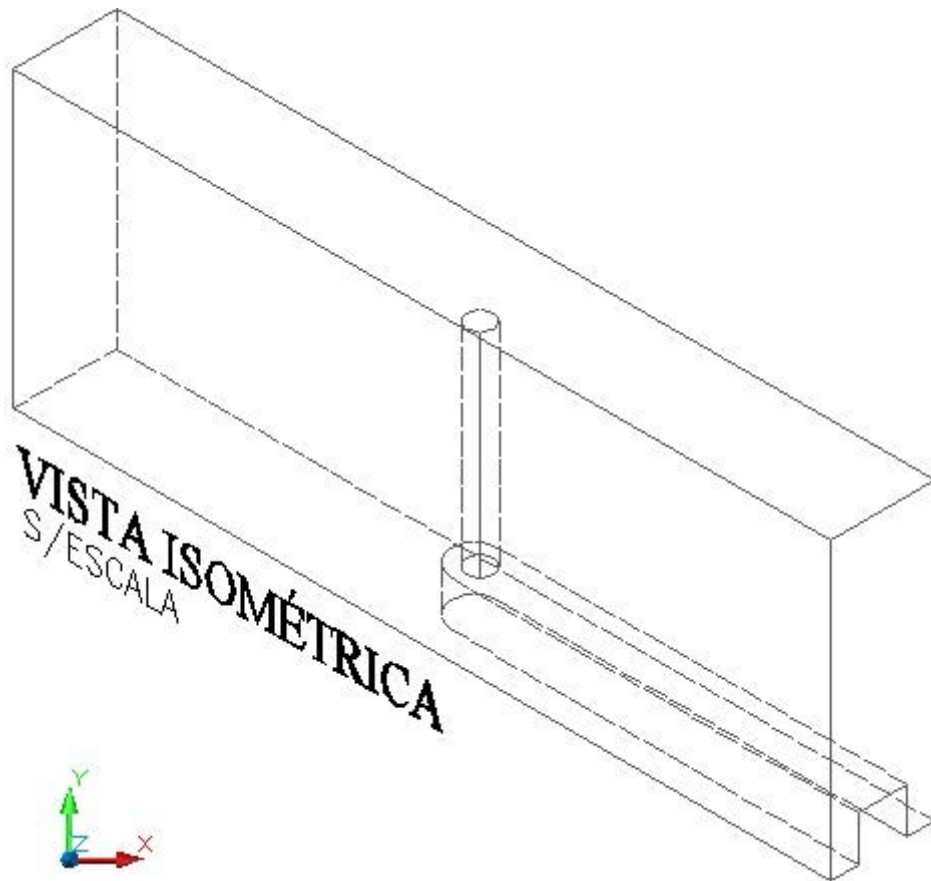


Figura 3.2: A vista isométrica do corpo de prova.

As vistas frontal e superior do corpo de prova são mostradas na Fig. 3.3.

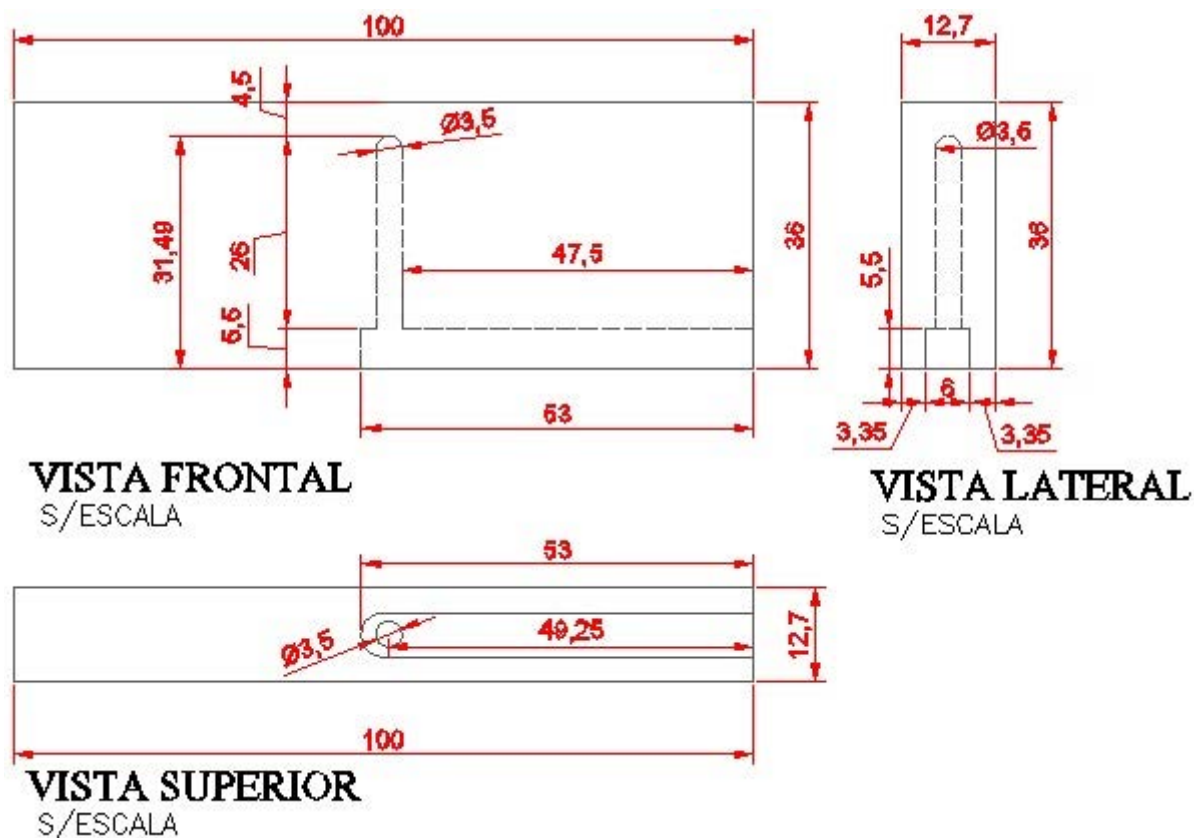


Figura 3.3: As vistas frontal e superior do corpo de prova.

As propriedades térmicas do rebolo de usinagem e da peça de trabalho são mostradas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Propriedades térmicas do rebolo e da peça de trabalho.

Material	k (W/m.K)	ρ (kg/m ³)	c (J/kg.K)	β (J/m ² .s ^{-1/2} .K)	α (m ² /s)
Rebolo de óxido de alumínio	35	3.980	765	10.323	$1,15 \times 10^{-5}$
Peça de trabalho	63,9	7.832	434	14.738	$18,8 \times 10^{-6}$

A fixação do termopar à peça é mostrada na Fig. 3.4. Quanto melhor for a ligação peça-termopar mais rápida será a resposta deste (por essa razão optou-se por fazer um rasgo na peça na saída do termopar para melhor fixação à mesa. Esta fixação é muito importante, pois a elevação de temperatura ocorre num período de muito curta duração.



Figura 3.4: Fixação do termopar na peça de trabalho

Nas experiências utilizaram-se termopares de dois fios tipo K, utilizado para temperaturas na faixa de -200 a 1200°C e composto por Níquel-Cromo como junção positiva e Níquel-Alumínio como junção negativa, conectados ao sistema de aquisição de dados. A Fig. 3.5 mostra os termopares tipo K, utilizados na aquisição das temperaturas. A curva característica do termopar utilizado nos experimentos é mostrada pela Eq. (3.1).

$$T = 251,32.V - 261,85 \quad (3.1)$$



Figura 3.5: Termopares tipo K

3.3 Fluido de Trabalho

Para os métodos de aplicação convencional e otimizado utilizou-se um óleo solúvel semi-sintético, ME-1 da empresa QUIMATIC. Segundo este fabricante, este fluido é um óleo solúvel semi -sintético de alta diluição recomendado para operações de retificação. Este óleo tem como característica facilitar as operações de corte, aumentar a vida útil das ferramentas de corte, apresentar resistência extra contra corrosão e auxiliar na redução dos tempos de operação de usinagem.

O fluido de corte utilizado nos métodos convencional e otimizado de refrigeração foi óleo solúvel semi-sintético, utilizado na proporção de 1:20, o que equivale a uma concentração de 5% de fluido na emulsão. Para o método convencional de aplicação de fluido foi aplicada uma vazão de 84 L/min, pressão de 0,4 MPa e velocidade de aplicação de 3 m/s. Para o método otimizado utilizou-se a vazão de 18 L/min, pressão de 0,6 MPa e velocidade de aplicação de 33 m/s. A escolha na proporção do fluido foi baseada em experiências positivas obtidas em outros trabalhos realizados no Laboratório de Usinagem por Abrasão da UNESP - Bauru. De acordo com o fabricante, este fluido já possui alguns aditivos em sua composição como os antiespumantes, sendo assim não há necessidade da adição de mais aditivos. As propriedades térmicas do fluido de trabalho são apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Propriedades térmicas do fluido de trabalho.

Material	k (W/m.K)	ρ (kg/m ³)	c (J/kg.K)	β (J/m ² .s ^{-1/2} .K)	α (m ² /s)
Óleo solúvel semi-sintético	0,14	870	2.100	506	$7,66 \times 10^{-8}$

O primeiro método de aplicação do fluido de corte empregado nos experimentos foi o sistema que recebeu a denominação “convencional”, este é caracterizado pela aplicação do fluido de corte a baixa pressão e alta vazão. O bocal e a bomba hidráulica deste sistema são componentes originais da retificadora plana utilizada nos ensaios, ou seja, este tipo de sistema

acompanha as máquinas-ferramentas. O bocal utilizado foi denominado de convencional, pois, é comumente encontrado em retificadoras universais em geral e este bocal não possui elementos geométricos que auxiliem na aplicação não turbulenta do fluido de corte.

O posicionamento do bocal foi mantido como original da máquina, o qual também somente permite ajuste vertical. O ajuste do posicionamento do bocal foi para alcançar a melhor posição do jato do fluido para que pudesse atingir de forma mais eficiente à zona de corte. A Fig. 3.6 ilustra o posicionamento do bocal durante a operação de retificação.



Figura 3.6: Posicionamento do bocal no método convencional de aplicação de fluido de corte.

O equipamento de lubrificação otimizada consiste na utilização do mesmo fluido usado na refrigeração convencional. A calibração da vazão de fluido de corte deste método foi realizada através de um medidor de vazão do tipo turbina modelo SVTG DMY- 2030 Contech a qual fornece uma leitura direta da vazão em litros por minuto (l/min.). A Fig. 3.7 apresenta um esquema da medição da vazão do método otimizado de aplicação de fluido.

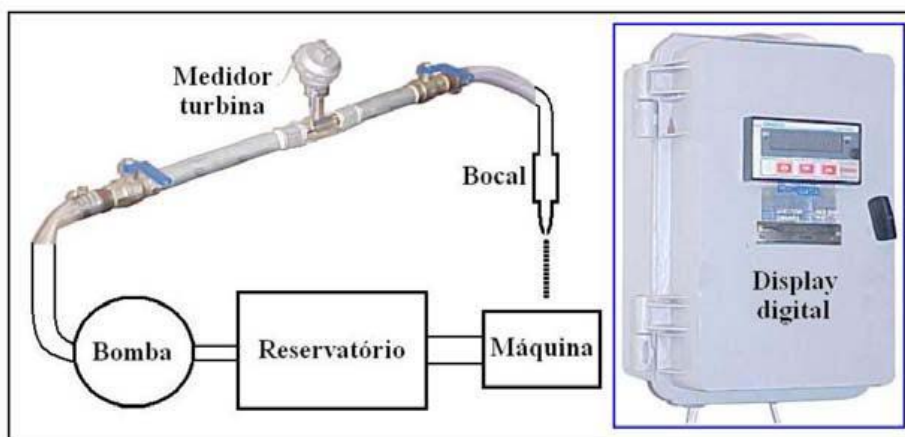


Figura 3.7: Esquema do sistema para medição e calibração da vazão no sistema de aplicação de fluido otimizado.

A fixação deste bocal à máquina retificadora foi feita utilizando-se um suporte em forma de barra redonda, fixada próxima ao rebolo. Procurou-se garantir que o bocal localizasse mais próximo possível da região retificada, direcionando o jato para a zona de corte, tangencialmente ao rebolo. A Fig. 3.8 ilustra a forma de fixação do bocal na máquina retificadora.



Figura 3.8: Detalhe para o posicionamento do bocal otimizado na operação de retificação.

3.4 Parâmetros de Usinagem e Sequência de Ensaios Realizados

O fluxograma dos experimentos realizados é mostrado pela Fig. 3.9.

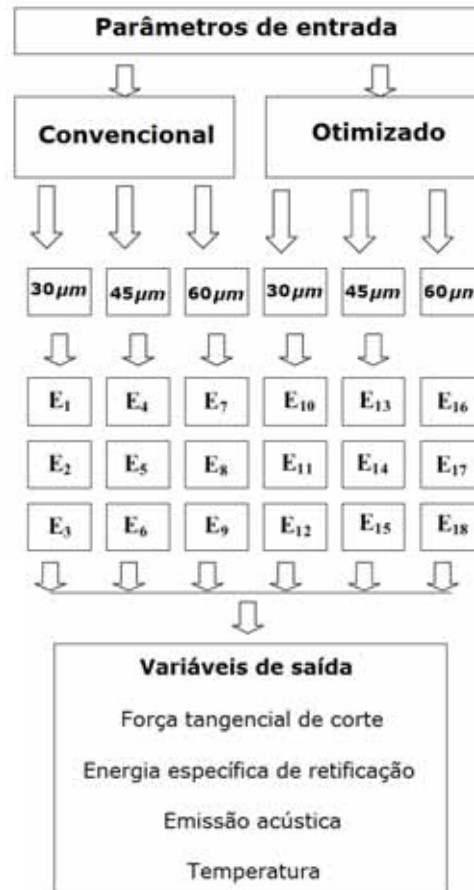


Figura 3.9: Fluxograma dos experimentos realizados.

Os parâmetros de entrada usados na operação de retificação plana foram os seguintes: velocidade de corte (v_s) velocidade da peça (v_w) e a profundidade de corte (a). A velocidade de corte foi ajustada em 33 m/s e a velocidade de peça foi fixada em 1,98 m/min. Parâmetros de dressagem do rebolo, lubrificação e velocidade tangencial de corte foram controlados de tal maneira a garantir que sempre se fosse respeitada a mesma condição de usinagem.

Com todos os procedimentos iniciais realizados, os ensaios propriamente ditos, foram realizados, procedendo com a descida do rebolo de acordo com a espessura de corte definida (30, 45 ou 60 μm), a cada passada do rebolo pela peça. Esses valores representam situações de acabamento, desbaste médio e desbaste mais severo, respectivamente. Para cada método de lubrificação testado, foram retificados três corpos de prova, cada um com uma profundidade de corte diferente.

A espessura equivalente de corte, h_{eq} , é um dos importantes parâmetros a serem definidos, o qual é determinada pela variação da profundidade de corte, a , com velocidade da peça, v_w , e velocidade periférica do rebolo, v_s . A espessura equivalente de corte está definida pela Eq. (3.2).

$$h_{eq} = \frac{av_w}{v_s} \quad (3.2)$$

Outro parâmetro definido para este projeto é o volume de material retirado, $V_{retirado}$ de $7,62 \times 10^{-7} \text{ m}^3$ e calculado pela Eq. (3.3). Este volume total de material removido foi mantido constante em todas as operações. O número de passes de retificação, n , foi calculado em função do volume de material retirado: 20 para a profundidade de corte de 30 μm , 13 para a profundidade de corte de 45 μm e 10 passes para a profundidade de corte de 60 μm . Os principais parâmetros do processo de usinagem são apresentados na Tabela 3.3.

$$V_{retirado} = a \times comprimento \times espessura \times n \quad (3.3)$$

Tabela 3.3: Parâmetros de usinagem.

h_{eq} (μm)	a (μm)	n	v_w (m/min)	v_s (m/s)
0,031	30	20	1,98	33
0,046	45	13	1,98	33
0,062	60	10	1,98	33

O fluxograma do projeto está representado na Fig. 3.10.

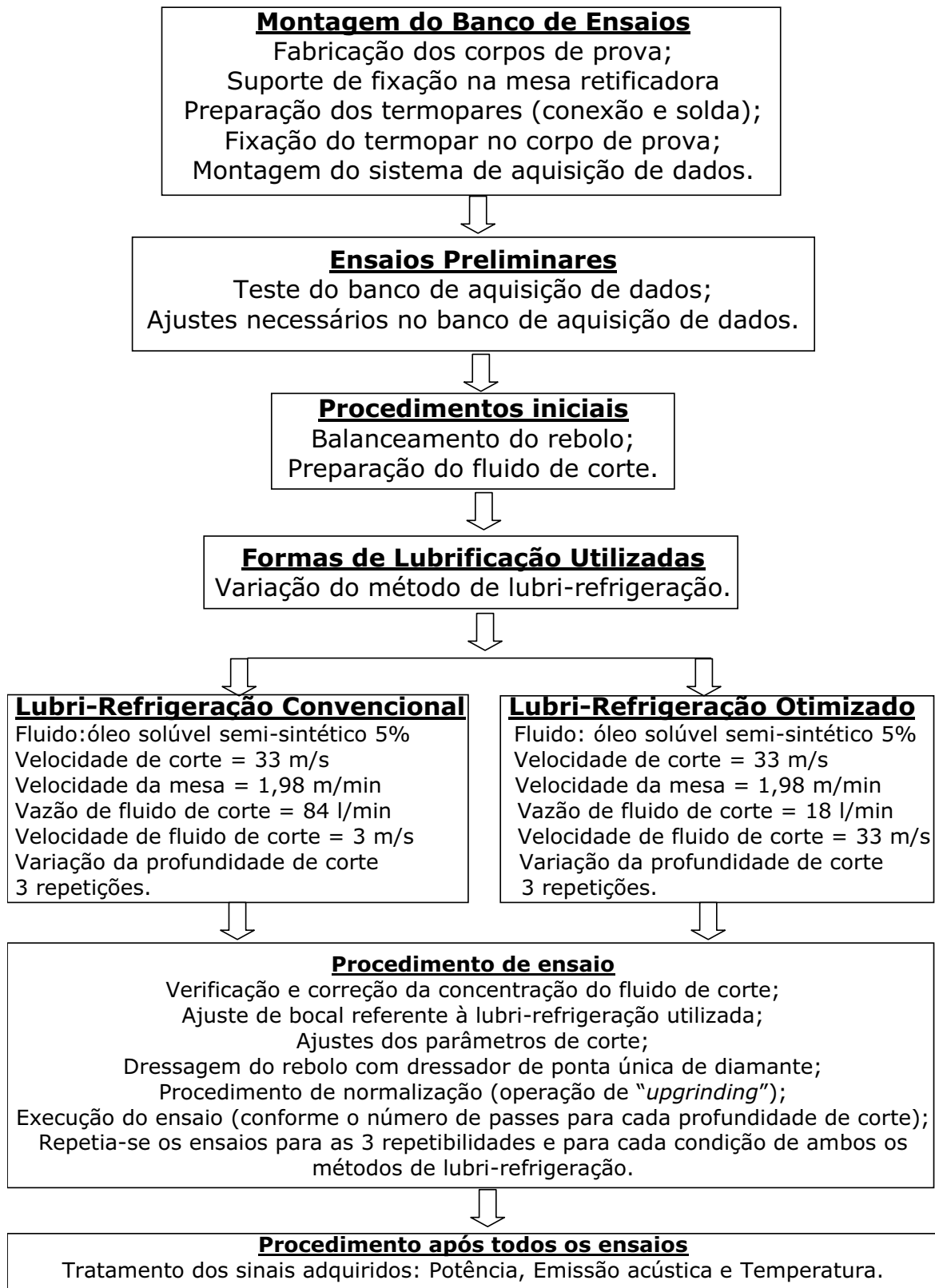


Figura 3.10: Fluxograma do projeto.

O sistema de aquisição de dados permite adquirir simultaneamente forças e temperaturas. O dinamômetro está ligado a um condicionador de sinal que por sua vez se comunica com uma placa de aquisição de dados colocada num computador.

Para leitura dos sinais, foi usado um sensor de emissão acústica do fabricante Sensis, modelo DM-42, fixo à mesa da máquina e acoplado a um módulo processador de sinais e um módulo para a medição da potência elétrica do motor elétrico que aciona o rebolo.

Este módulo mede a tensão e corrente elétricas do motor através de sensores de efeito Hall, e em seguida esses sinais são multiplicados por um circuito integrado, entregando para a placa de aquisição um sinal de tensão elétrica proporcional à potência elétrica consumida pelo motor. O torque entregue pelo eixo do motor possui relação direta com a potência efetiva do eixo árvore. O sinal de potência oferece uma informação bastante confiável sobre a energia consumida no processo de retificação, sendo proporcional à quantidade de material removido pela ferramenta abrasiva.

A partir dos valores da potência elétrica, fez-se o cálculo da potencia mecânica seguindo uma metodologia específica desenvolvida pelo grupo de pesquisa do LUA, com auxílio de curvas fornecidas pelo fabricante do motor, que relaciona a potência elétrica consumida pelo motor e a potência mecânica P_{mec} fornecida ao fuso do rebolo.

Quanto à temperatura, o termopar (que fornece já milivolts) foi inicialmente ligado diretamente à placa de aquisição de dados da National Instruments, modelo USB 6009, compatível com o LabView. Posteriormente foi realizada a calibração absoluta por ponto fixo, escolhendo os pontos de solidificação e vaporização da água, usando um multiamperímetro para a leitura, para se obter determinar a curva característica do termopar.

Os sinais adquiridos foram enviados a uma placa interna ao computador, inicializada através de um programa de aquisição construído com as ferramentas do LabView. A Fig. 3.11 apresenta o diagrama de blocos correspondente ao programa no LabView.

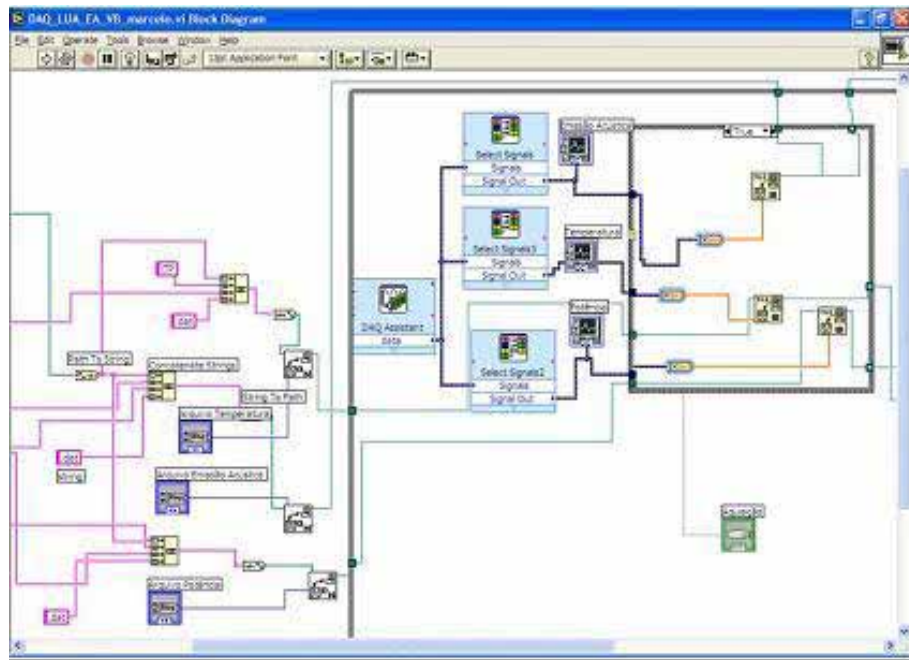


Figura 3.11: Diagrama de blocos correspondente ao programa no LabView.

A Fig. 3.12 apresenta a interface do LabView para análise da emissão acústica, potência e temperaturas.

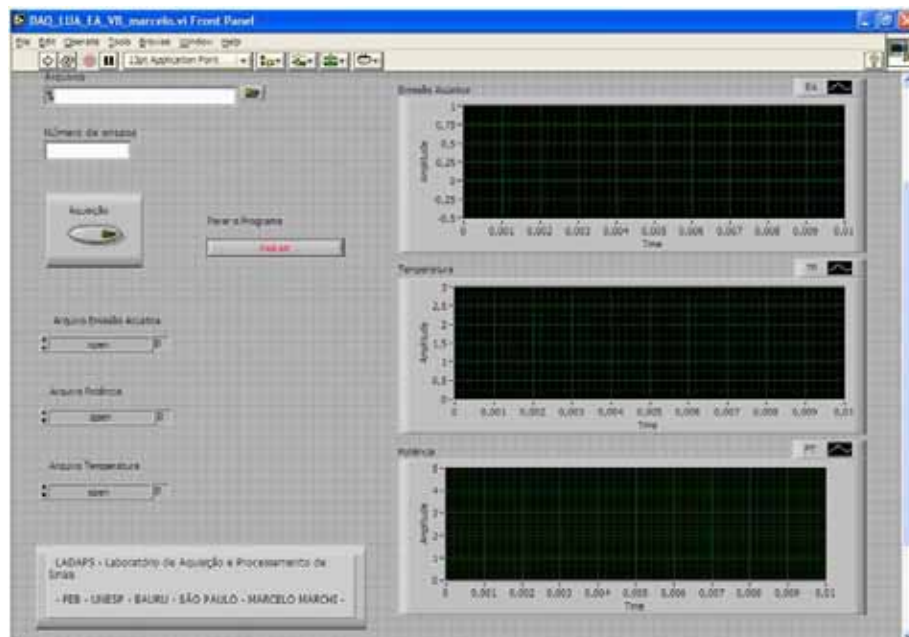


Figura 3.12: Interface do LabView para análise da emissão acústica, potência e temperaturas.

Os sinais coletados pelo sistema de medição de temperaturas, potência mecânica e emissão acústica foram analisados em um algoritmo desenvolvido no Matlab.

A medição e análise da emissão acústica produzida pelo processo é uma técnica adequada para o propósito de otimização e controle do processo de retificação. A emissão acústica contempla um sinal que apresenta uma relação direta com a dimensão da taxa de retificação, permitindo a verificação do comportamento do processo e possibilitando detectar situações de ocorrências específicas durante o processo, como o exato momento de contato entre rebolo e peça ou ferramenta de dressagem.

Posteriormente estes sinais receberam tratamento de análise necessário (como *offset*, filtros, etc.) no Matlab. Apresenta-se nesta seção os dados tratados dos sinais de emissão acústica, potência e de temperatura dos métodos otimizado e convencional de aplicação de fluido referentes às penúltimas passadas do rebolo pelos corpos de prova.

Como exemplificação, as Figs. 3.13 a 3.15 ilustram os sinal tratados dos sistema de medição de temperatura, emissão acústica e potência referente aos experimentos de lubri-refrigeração convencional e otimizado.

Todos os experimentos obedecem uma nomenclatura de identificação: método de aplicação de fluido (CONV ou OTM) – profundidade de corte (30, 45 ou 60) – corpo de prova (1, 2 ou 3) – número do passe (20 para a profundidade de corte de 30 μm , 13 para a profundidade de corte de 45 μm e 10 passes para a profundidade de corte de 60 μm).

A Fig. 3.13 ilustra os dados tratados referente aos experimentos CONV-30-2-19 e OTM-30-2-19.

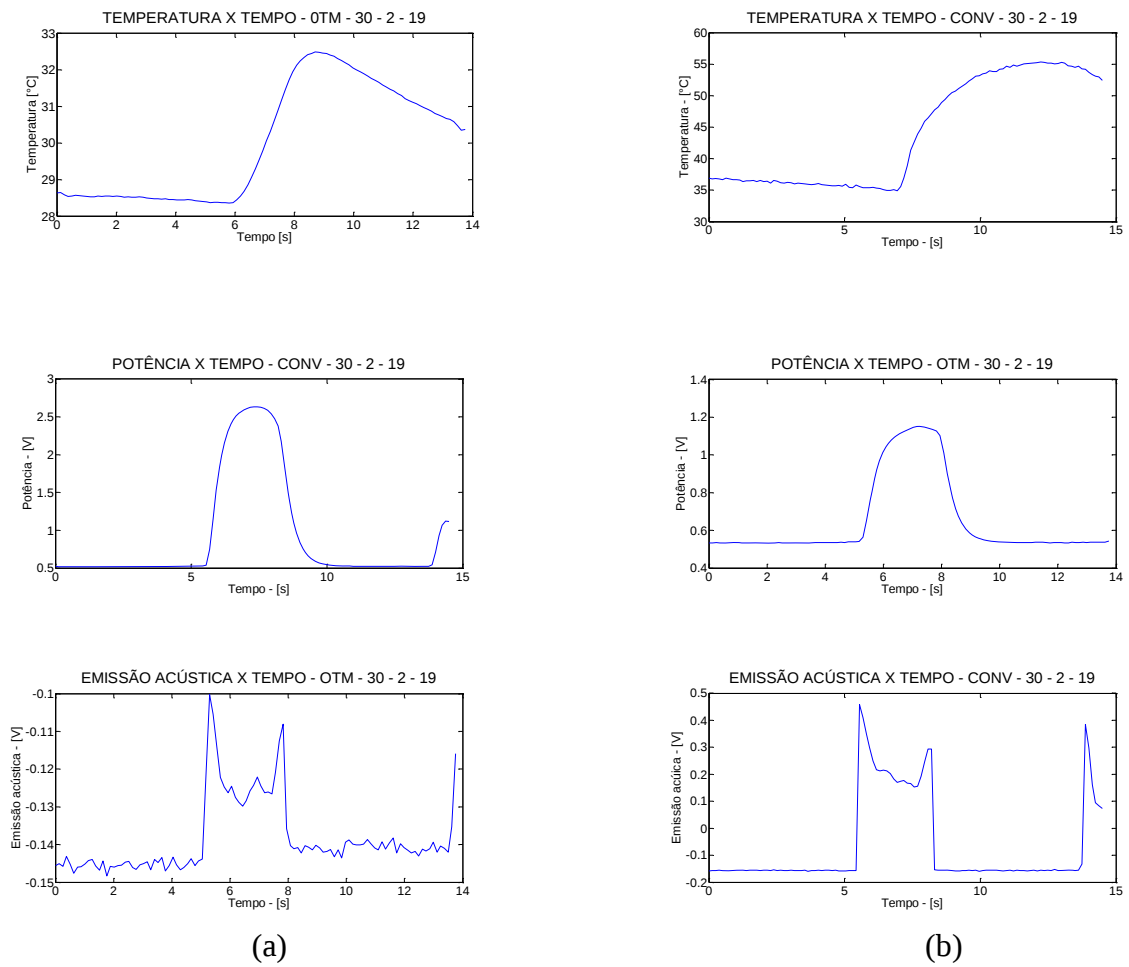


Fig. 3.13: Dados tratados. (a) Prática OTM-30-2-19 (b) Prática CONV-30-2-19.

A Fig. 3.14 ilustra os sinal tratados dos sistema de medição de temperatura, emissão acústica e potência referente às práticas de lubri-refrigeração Convencional e Otimizado (CONV-45-1-12 e OTM-45-1-12).

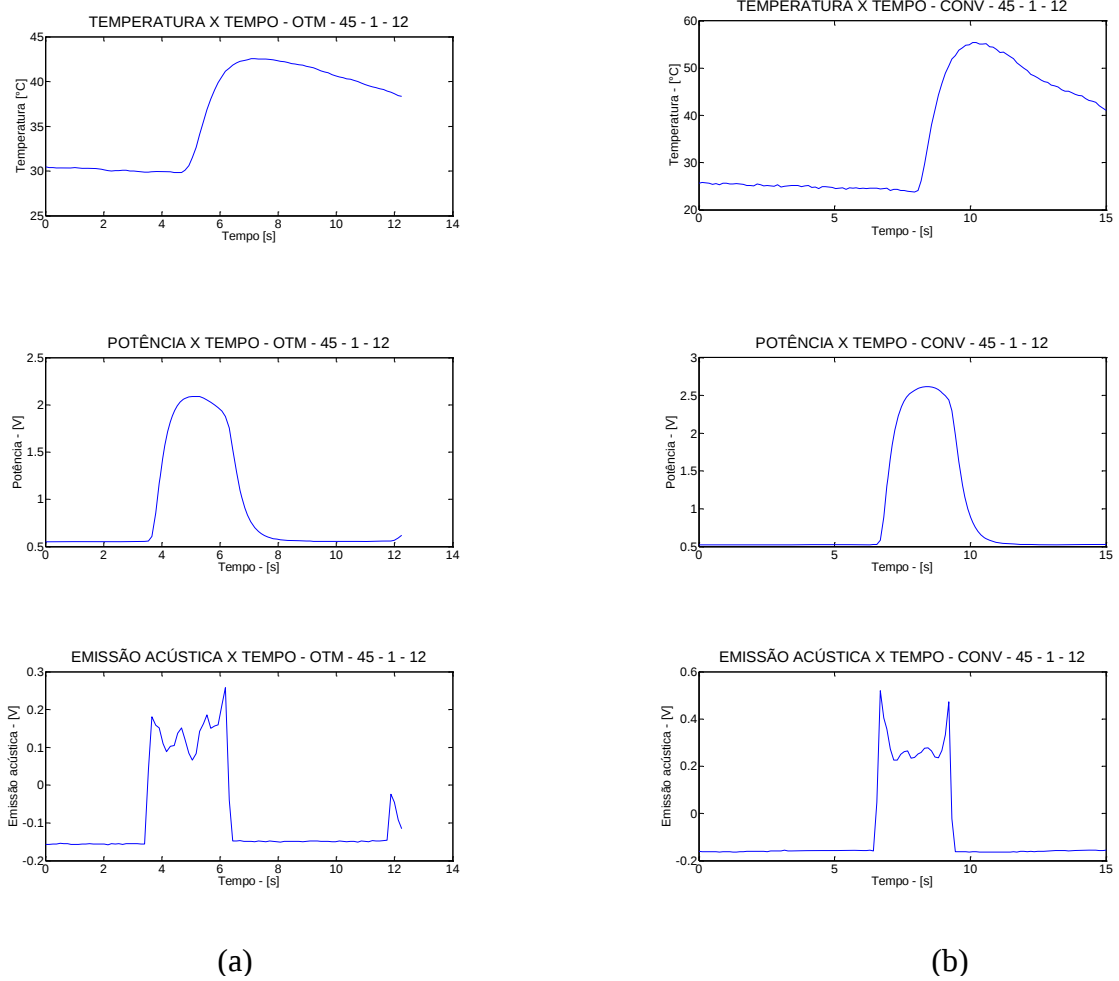


Fig. 3.14: Dados tratados. (a) Prática OTM-45-1-12 (b) Prática CONV-45-1-12.

A Fig. 3.15 ilustra os sinal tratados dos sistema de medição de temperatura, emissão acústica e potência referente às práticas de lubri-refrigeração Convencional e Otimizado (CONV-60-3-09 e OTM-60-3-09).

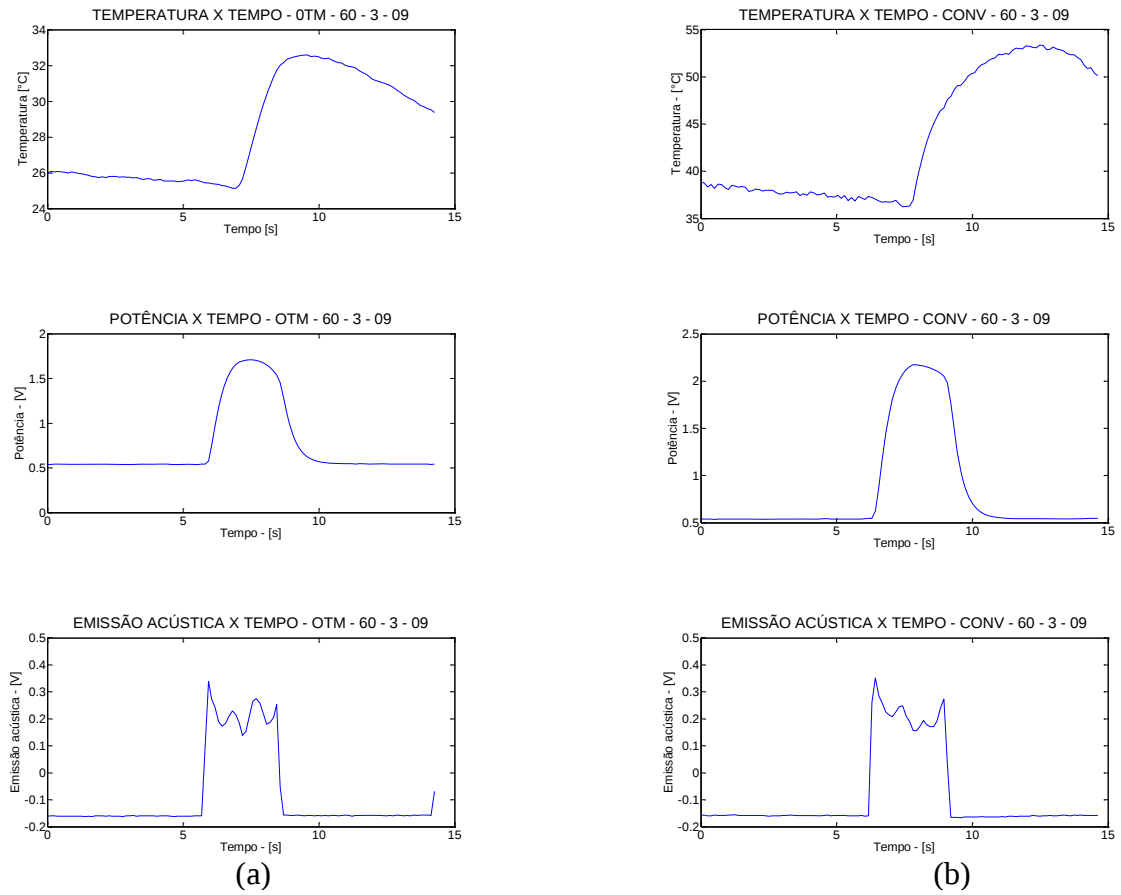


Fig. 3.15: Dados tratados. (a) Prática OTM-60-3-09 (b) Prática CONV-60-3-09.

4 RESULTADOS

Neste Capítulo são apresentados os resultados experimentais obtidos a partir da modelagem numérica do problema térmico de retificação, bem como a validação do modelo numérico. Foi aplicada a Técnica Inversa da Seção Áurea para minimizar uma função objetivo (o fluxo de calor) e estes resultados numéricos foram comparados com dados experimentais, demonstrando de forma clara a aplicabilidade da metodologia escolhida para o desenvolvimento do trabalho.

4.1 A Validação do Modelo Matemático

Para a validação do modelo matemático optou-se em retirar os dados de temperaturas experimentais, disponíveis na literatura, utilizando o programa “*Engauge digitador*”, de código aberto, que converte um arquivo de imagem (de um gráfico) em em uma planilha “Excel”. Posteriormente a curva experimental foi tratada pelo comando “*cftool*” do Matlab gerando o arquivo “*.dat*” de temperaturas.

A Tabela 4.1 mostra os parâmetros da simulação implantados no modelo numérico. As propriedades térmicas da peça, rebolo e fluido de trabalho também foram acertadas no setup do modelo matemático.

Tabela 4.1: Parâmetros de simulação. Fonte: Hadad e Sadeghi (2012).

Tamanho da fonte de calor (m)	Temperatura ambiente (°C)	Posição do termopar (mm)		Coeficientes convectivos (com exceção da face norte) (W/m².K)
3×10^{-3}	0	x = 0,01425	y = 0 (superfície)	10

A Fig. 4.1 mostra a comparação entre os resultados experimentais extraídos do artigo para a retificação convencional com as temperaturas simuladas pelo modelo utilizando a técnica da Seção Áurea.

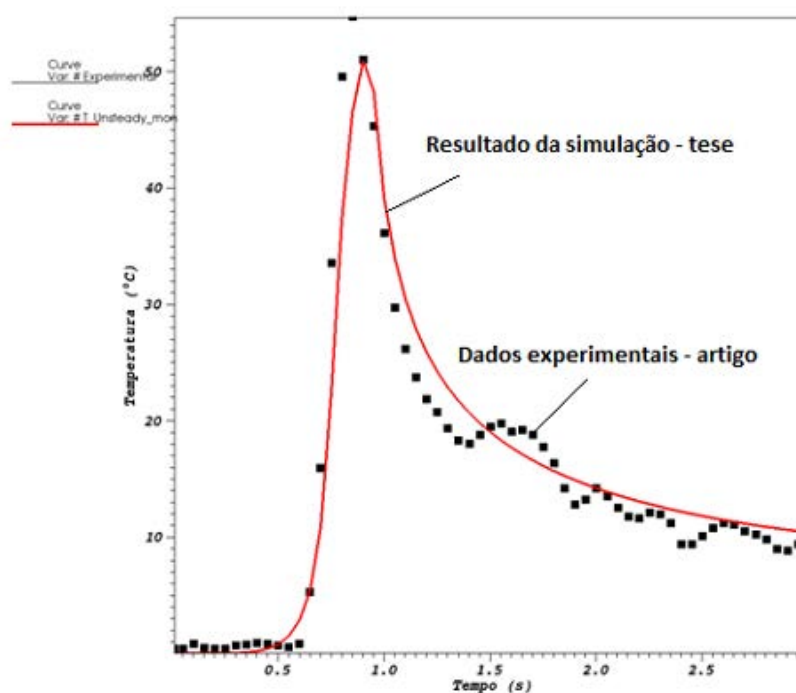


Figura 4.1: Curva experimental versus curva simulada para a validação do modelo matemático.

Foi observada uma significativa aproximação entre estas curvas, demonstrando de forma clara a aplicabilidade da metodologia escolhida para o desenvolvimento do trabalho.

4.2 Os Resultados Analíticos, Experimentais e Simulados

Os parâmetros comuns e condições teóricas de retificação de ambos os métodos de lubri-refrigeração Otimizada e Convencional são: diâmetro do rebole $d_s = 300$ mm, energia específica para os cavacos $u_{ch} = 13,79$ J/mm³, e em termos de cálculo de h_f pela

Eq. (2.50) e R_{ws} pela Eq. (2.77): $\mu_f = 1,002 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$, $\theta = 106^\circ$, $g = 100$ e $V_g = 100\%$. A velocidade de corte foi ajustada em 33m/s e a velocidade de peça foi fixada em 1,98 m/min.

4.2.1 Resultados numéricos e experimentais

Todos os experimentos obedecem a uma nomenclatura para sua identificação. A exemplo, a prática com o método de aplicação de fluido Otimizado, de profundidade de corte de 30 μm , da peça 3, passe 19 tem a seguinte nomenclatura: OTM-30-3-19.

A Fig. 4.2 mostra os resultados das simulações referentes à penúltima passagem do rebolo do experimento OTM-30-3-19.

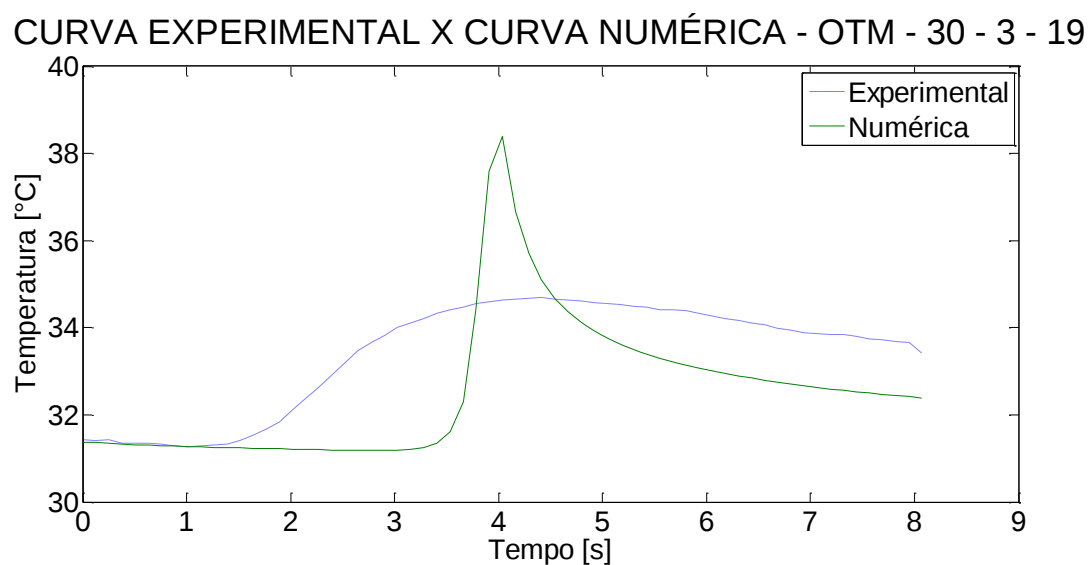


Figura 4.2: Os resultados das simulações da curva experimental e numérica (OTM-30-3-19).

A Fig. 4.3 mostra os resultados das simulações referentes à penúltima passagem do rebolo do experimento CONV-30-3-19.

CURVA EXPERIMENTAL X CURVA NUMÉRICA - CONV - 30 - 3 - 19

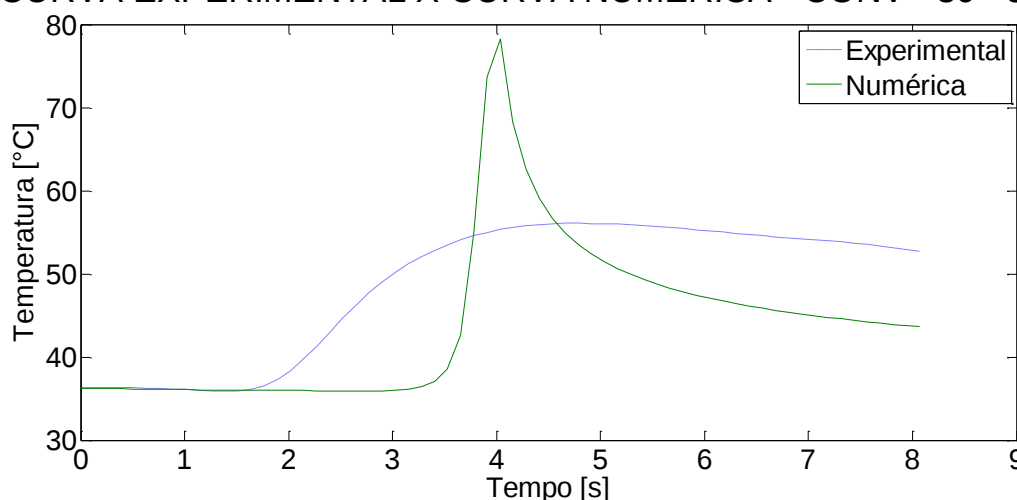


Figura 4.3: Os resultados das simulações da curva experimental e numérica (CONV-30-3-19).

Pela análise dos dados coletados de sinais de emissão acústica, referente à entrada até a saída do rebolo da peça, foi observada uma inércia térmica na aquisição dos dados de temperatura. O fluxo de calor que foi conduzido para a peça, como solução do problema inverso foi então determinado.

Pela análise dos resultados da solução inversa, é quantificada a máxima temperatura na superfície da peça de trabalho durante a operação de retificação. Como exemplificação, os resultados das praticas OTM-30-3-19 e CONV-30-3-19 são discutidos.

A posição Y do termopar, igual a todas as práticas, está a 1,5 mm abaixo da superfície referente ao último passe do rebolo ($Y = 35,40$ mm), ou seja, a 33,90 mm da base ($35,40 - 1,5$ mm).

Para a determinação da máxima temperatura superficial durante a retificação foi utilizado o software “VisIt 2.6”. Como exemplificação, tem-se a solução do modelo inverso mostrado graficamente da prática CONV-30-3-19. A curva A da Fig. 4.4 indica a variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0336s, a partir da entrada da fonte, à distância Y equivalente a penúltima passagem do rebolo nesta superfície retificada, ou seja, a 0,03543m da base ou 3×10^{-5} m da última superfície usinada e a curva B da Fig. 4.4

refere-se à variação da temperatura com a posição do fluxo de calor, sendo a distância Y equivalente a posição do termopar.

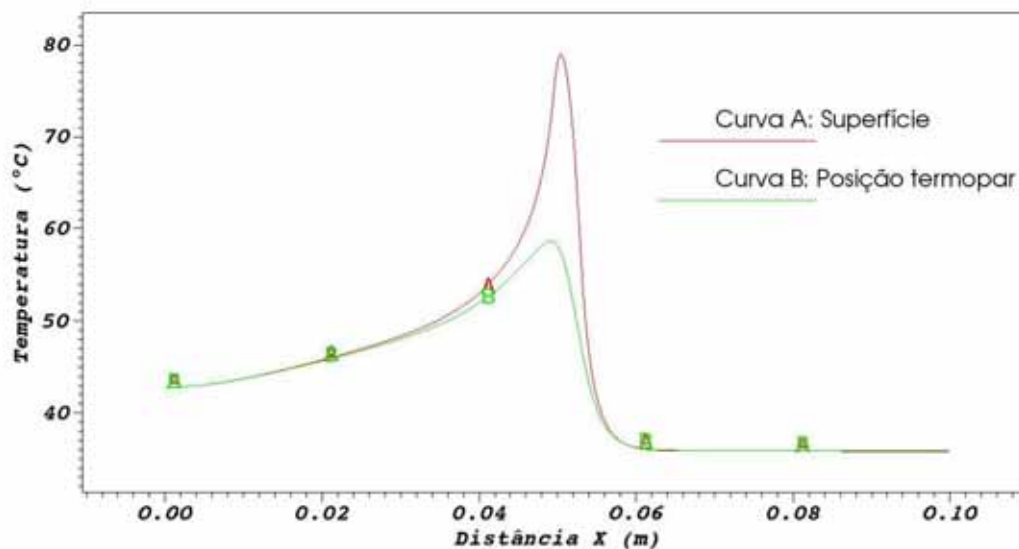


Figura 4.4: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0336s.

Nota-se pela Fig. 4.5 que a máxima temperatura na superfície retificada no instante de 4,0336s é de 88,15°C, sendo o aumento de temperatura superficial de 52,36°C. O fluxo de calor estimado para a peça foi de 1.811.609 W/m².

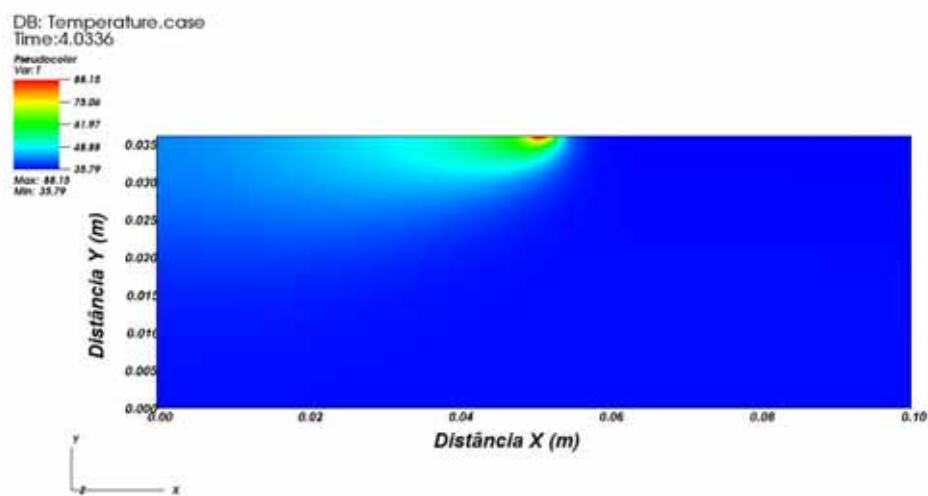


Figura 4.5: Os perfis de temperatura gerados do experimento CONV-30-3-19.

Para a prática OTM-30-3-19, a curva A da Fig. 4.6 indica a variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0364s, a partir da entrada da fonte, a uma distância Y equivalente a penúltima passagem do rebolo nesta superfície retificada, ou seja, a 0,03543m da base ou $3,0 \times 10^{-5}$ m da última superfície usinada e a curva B da Fig. 4.6 refere-se à variação da temperatura com a posição do fluxo de calor, sendo a distância Y equivalente a posição do termopar.

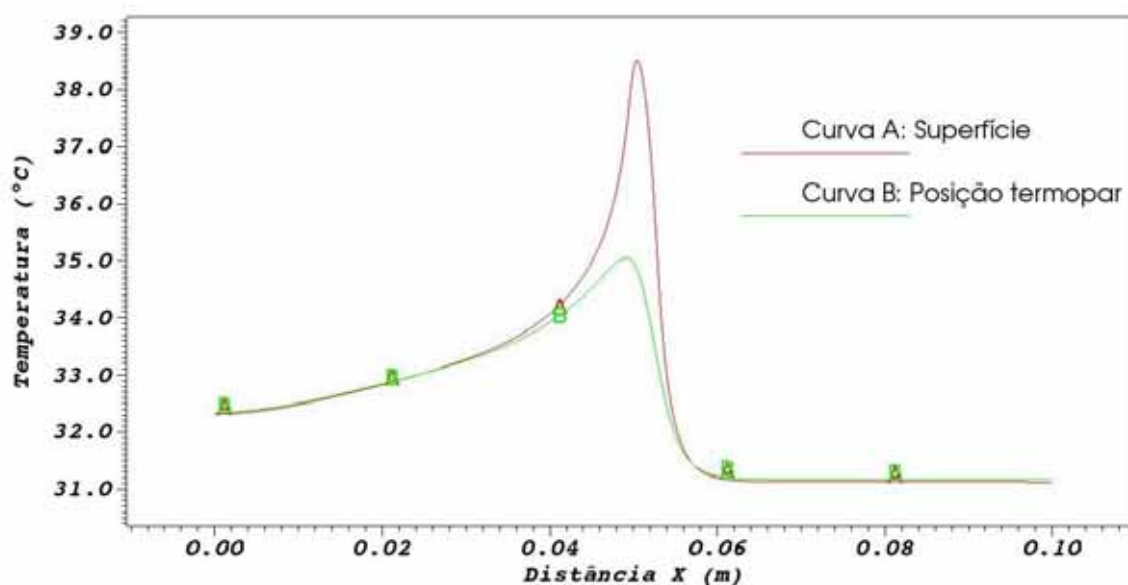


Figura 4.6: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0364s.

Nota-se pela Fig. 4.7 que a máxima temperatura na superfície retificada é de 40,06°C, sendo o aumento de temperatura superficial de 8,95°C. O fluxo de calor estimado para a peça foi de 301.947 W/m².

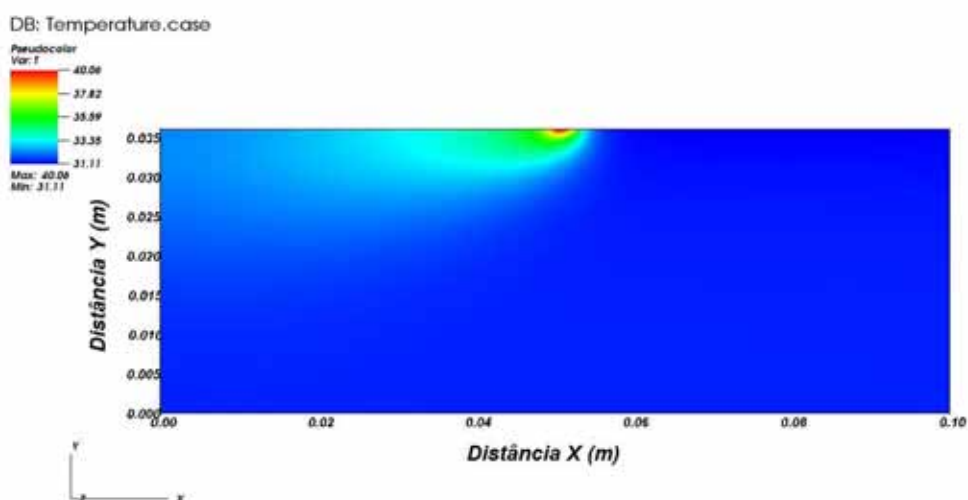


Figura 4.7: Os perfis de temperatura gerados do experimento OTM-30-3-19.

A seguir, como exemplificação, tem-se a solução do modelo inverso mostrado graficamente da prática CONV-45-3-12. A curva A da Fig. 4.8 indica a variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 3,5299s, a partir da entrada da fonte, à distância Y equivalente a penúltima passagem do rebolo nesta superfície retificada, ou seja, a 0,035445m da base ou $4,5 \times 10^{-5}$ m da última superfície usinada e a curva B da Fig. 4.8 refere-se à variação da temperatura com a posição do fluxo de calor, sendo a distância Y equivalente a posição do termopar.

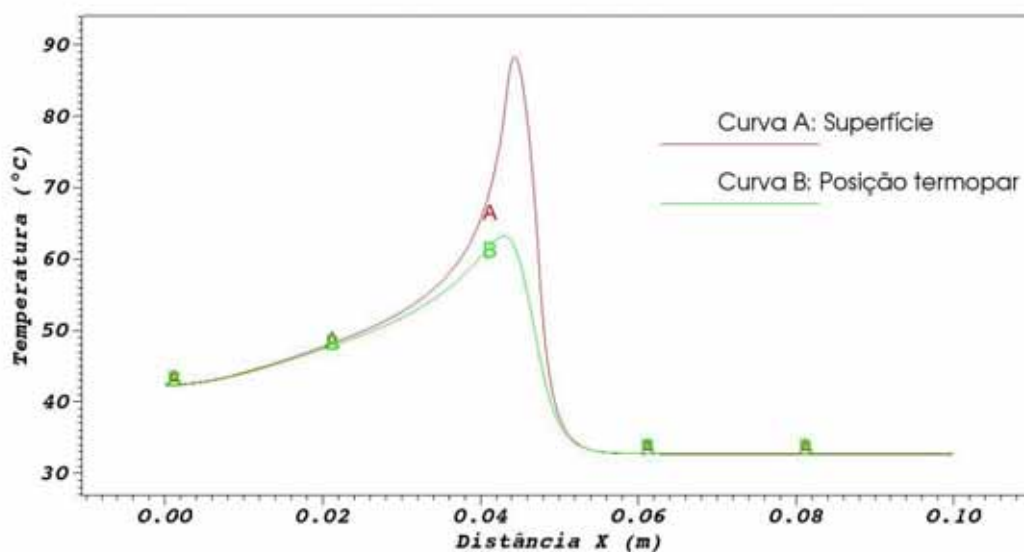


Figura 4.8: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 3,5299s.

Nota-se pela Fig. 4.9 que a máxima temperatura na superfície retificada no instante de 3,5299s é de 98,81°C, sendo o aumento de temperatura superficial de 66,15°C. O fluxo de calor estimado para a peça foi de 1.984.963 W/m².

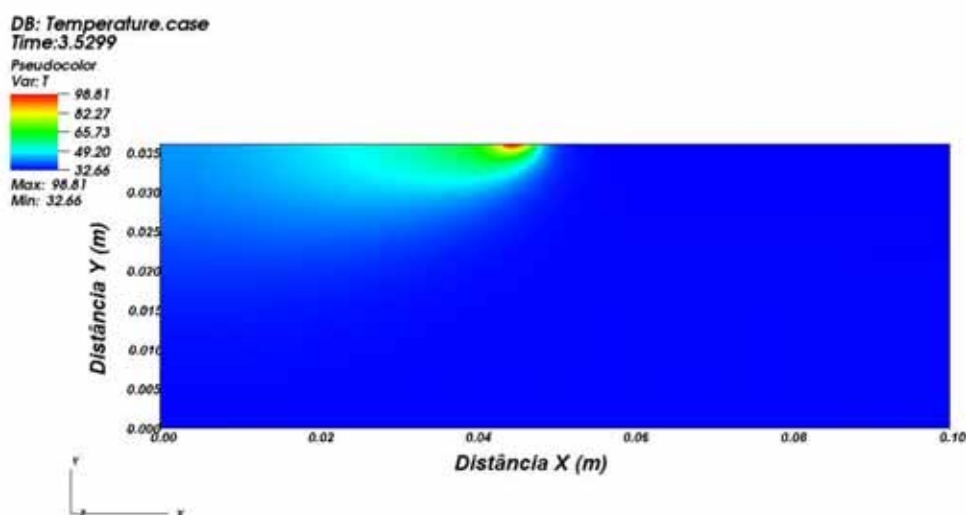


Figura 4.9: Os perfis de temperatura gerados do experimento CONV-45-3-12.

Para a prática OTM-45-2-12, a curva A da Fig. 4.10 indica a variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0408s e a curva B da Fig. 4.10

refere-se à variação da temperatura com a posição do fluxo de calor, sendo a distância Y equivalente a posição do termopar.

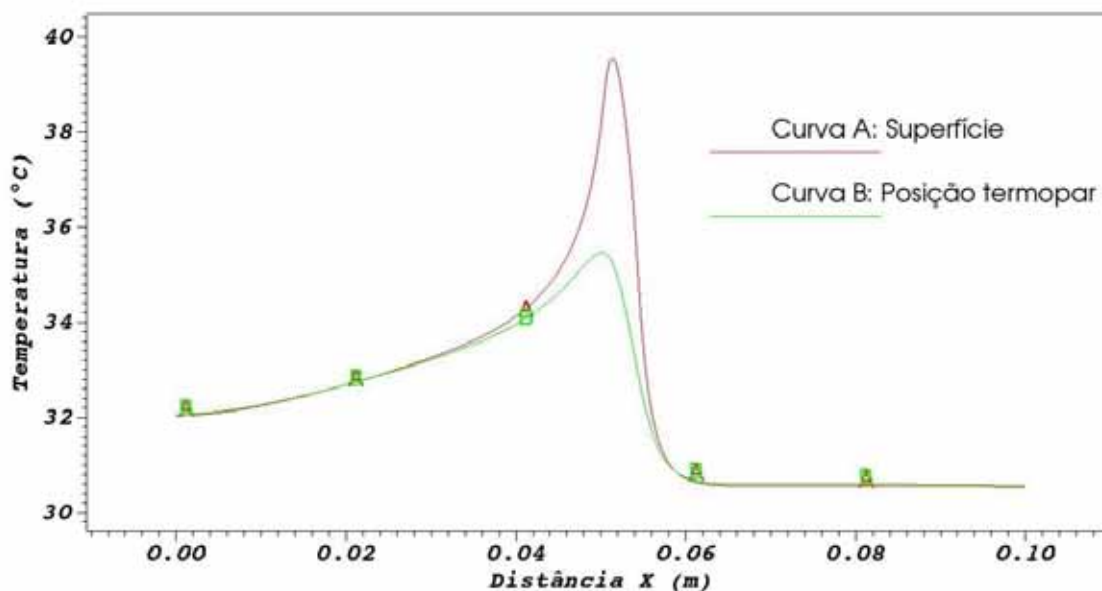


Figura 4.10: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0408s.

Nota-se pela Fig. 4.11 que a máxima temperatura na superfície retificada é de 41,26°C, sendo o aumento de temperatura superficial de 10,72°C. O fluxo de calor estimado para a peça foi de 322.820 W/m².

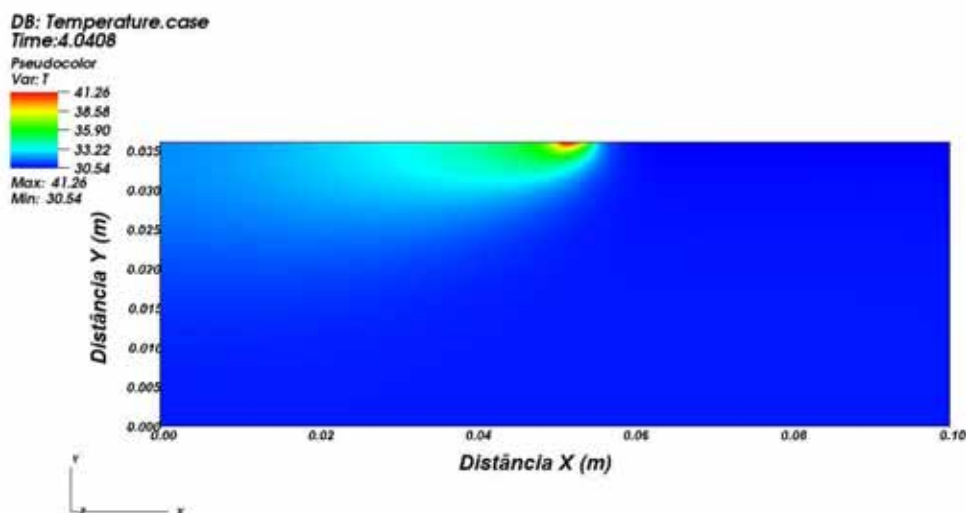


Figura 4.11: Os perfis de temperatura gerados do experimento OTM-45-2-12.

A seguir, tem-se a solução do modelo inverso mostrado graficamente da prática CONV-60-1-08. A curva A da Fig. 4.12 indica a variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 3,0252s, a partir da entrada da fonte, à distância Y equivalente a passagem do rebolo nesta superfície retificada, ou seja, a 0,03552m da base e a curva B da Fig. 4.12 refere-se à variação da temperatura com a posição do fluxo de calor, sendo a distância Y equivalente a posição do termopar.

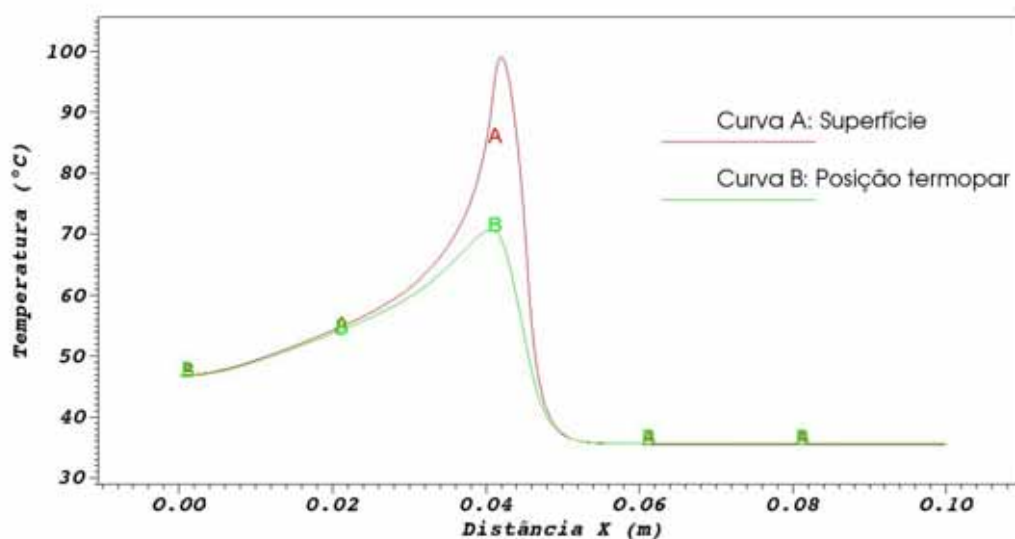


Figura 4.12: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 3,0252s.

Nota-se pela Fig. 4.13 que a máxima temperatura na superfície retificada é de $110,6^{\circ}\text{C}$, sendo o aumento de temperatura superficial de $75,10^{\circ}\text{C}$. O fluxo de calor estimado para a peça foi de $2.164.912 \text{ W/m}^2$.

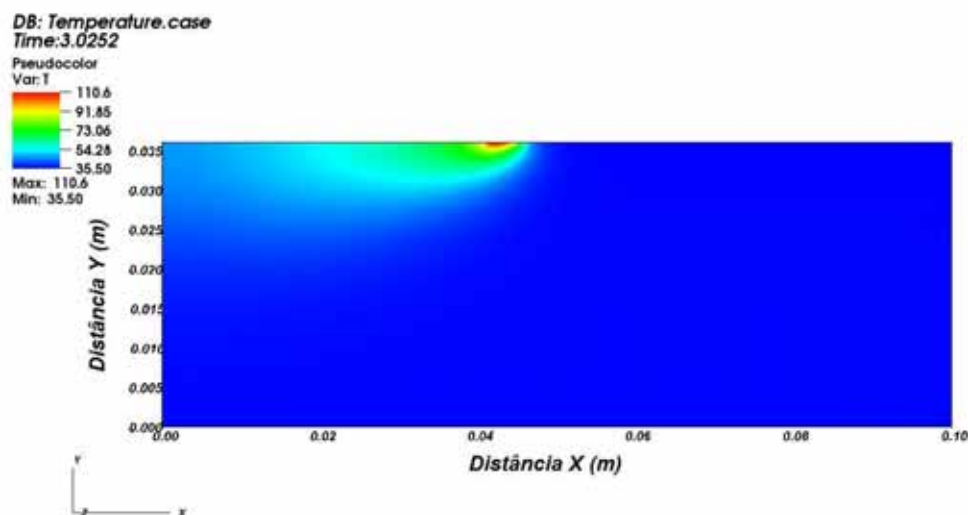


Figura 4.13: Os perfis de temperatura gerados do experimento CONV-60-1-08.

Para a prática OTM-60-3-08, a curva A da Fig. 4.14 indica a variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 4,0345s e a curva B da Fig. 4.14 refere-se à variação da temperatura com a posição do fluxo de calor, sendo a distância Y equivalente a posição do termopar.

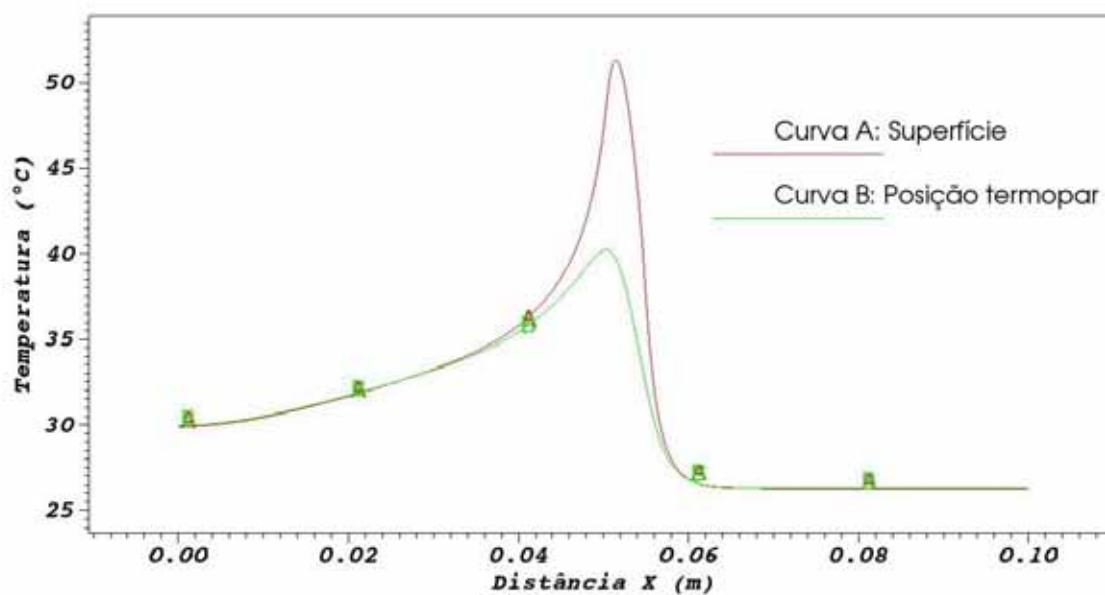


Figura 4.14: Variação da temperatura com a posição do fluxo de calor no instante de 6,0513s.

A máxima temperatura na superfície retificada, ilustrada na Fig. 4.15 é de 55,69°C, sendo o aumento de temperatura superficial de 29,42°C. O fluxo de calor estimado para a peça foi de 817.649 W/m².

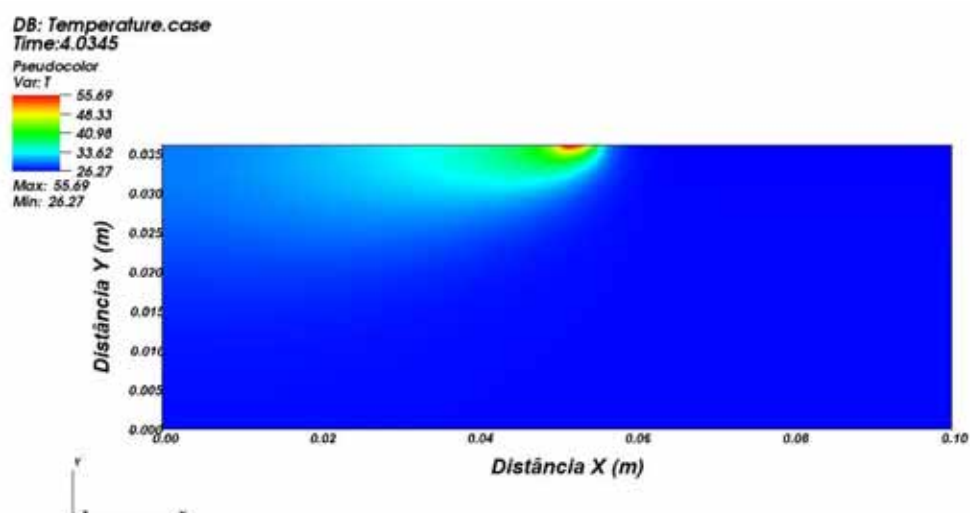


Figura 4.15: Os perfis de temperatura gerados do experimento OTM-60-3-08.

4.2.2 Análise dos resultados teóricos.

Conhecido o fluxo de calor médio dos três corpos de prova utilizados para as práticas de 30 μm , 45 μm e 60 μm que se propaga pela peça de trabalho, $\bar{q}_w$, como a solução do problema inverso (função objetivo), foram quantificados os demais fluxos de calor e as razões de partição de energia gerados na zona de contato, calculadas de acordo com modelo proposto por Zhu, D. *et al.* (2012).

A Tab. 4.2 mostra os resultados referentes à partição de energia do método convencional de aplicação de fluido e a Tab. 4.3 mostra os resultados referentes ao método otimizado de aplicação de fluido.

Tabela 4.2: As partições de energia (Método Convencional).

a μm	$\bar{q}_w$ (W/m ²)	q_{ws} (W/m ²)	q_{ch} (W/m ²)	q_f (W/m ²)	q_{total} (W/m ²)	Pot. (W)	R_w	R_s	R_{ch}	R_f
30	1.727.903	2.058.326	743.400	694.393	3.496.119	133	0,494	0,095	0,213	0,199
45	1.984.963	2.384.503	910.475	801.083	4.096.061	191	0,485	0,098	0,222	0,196
60	2.164.912	2.260.784	1.051.326	1.001.457	4.673.567	251	0,463	0,098	0,225	0,214

A Tab. 4.3 mostra os resultados para o método otimizado de aplicação de fluido.

Tabela 4.3: As partições de energia (Método Otimizado).

a μm	$\bar{q}_w$ (W/m ²)	q_{ws} (W/m ²)	q_{ch} (W/m ²)	q_f (W/m ²)	q_{total} (W/m ²)	Pot. (W)	R_w	R_s	R_{ch}	R_f
30	276.977	329.942	743.400	111.309	1.184.651	45	0,234	0,045	0,628	0,094
45	516.307	620.231	910.475	208.369	1.739.075	81	0,297	0,060	0,524	0,120
60	817.649	989.824	1.051.326	378.233	2.419.383	130	0,338	0,071	0,435	0,156

Com base nos resultados mostrados nas Tabs. 4.2 e 4.3 observa-se que o fluxo de calor conduzido para a peça de trabalho foi reduzido em 84,0% experimentos realizados com profundidade de corte de 30 μm , em 74,0% nos experimentos com 45 μm e em 62,2% nos experimentos mais severos de 60 μm .

Uma comparação gráfica entre as razões de partição de energia em porcentagem e fluxos de calor, em W/m^2 , dos métodos convencional e otimizado nos experimentos realizados com profundidade de corte de $30\mu\text{m}$ é ilustrada na Fig. 4.16.

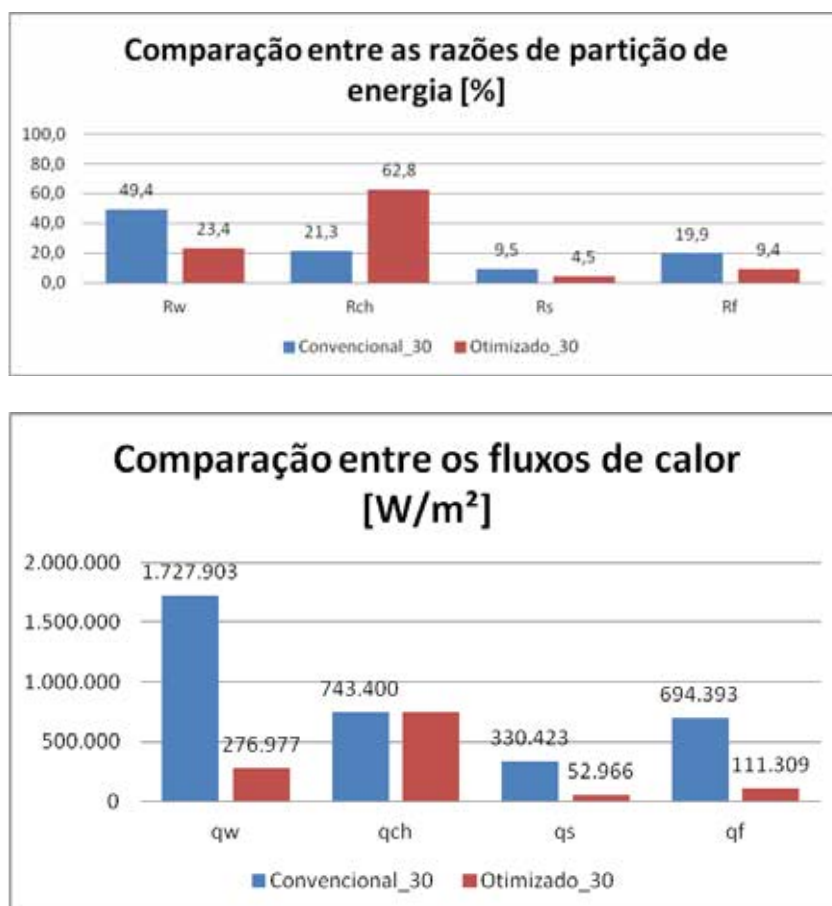


Figura 4.16: Razões de partição de energia e fluxos de calor dos métodos convencional e otimizado. Profundidade de corte de $30\mu\text{m}$.

Uma comparação gráfica entre as razões de partição de energia em porcentagem e fluxos de calor, em W/m^2 , dos métodos convencional e otimizado nos experimentos realizados com profundidade de corte de $45\mu\text{m}$ é ilustrada na Fig. 4.17.

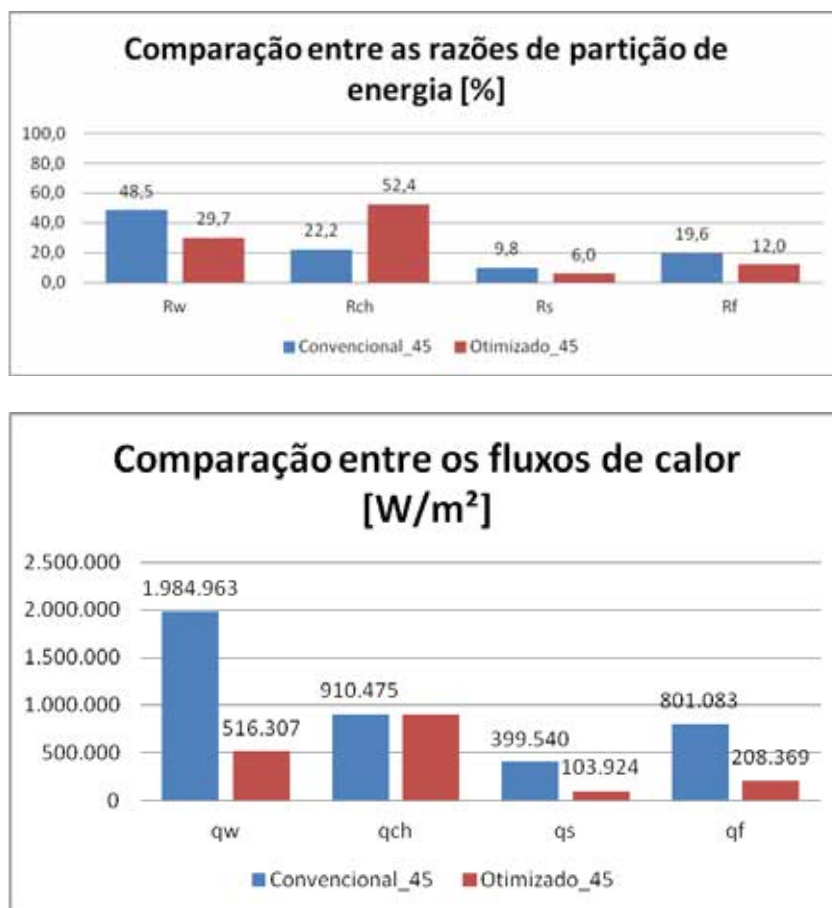


Figura 4.17: Razões de partição de energia e fluxos de calor dos métodos convencional e otimizado. Profundidade de corte de 45μm.

A Fig. 4.18 mostra a comparação gráfica entre as razões de partição de energia em porcentagem e fluxos de calor, em W/m², dos métodos convencional e otimizado nos experimentos realizados com profundidade de corte de 60μm.

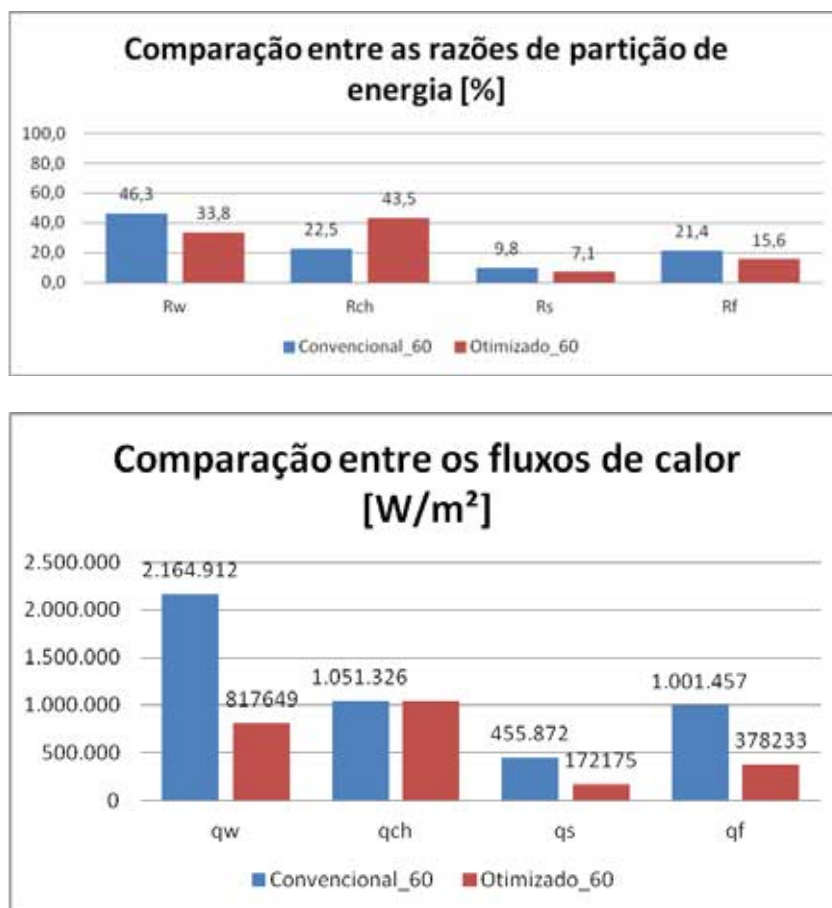


Figura 4.18: Razões de partição de energia e fluxos de calor dos métodos convencional e otimizado. Profundidade de corte de 60µm.

Os aumentos máximos das temperaturas superficiais na zona de contato (média para as três repetições de cada ensaio) foram comparados analiticamente e experimentalmente. A Tab. 4.4 mostra os resultados para o método convencional de aplicação de fluido. Não houve variação significativa na redução destas temperaturas dentro da zona de contato.

Tabela 4.4: Aumento máximo da temperatura superficial na região de corte (Método Convencional).

a µm	$\Delta T_{\text{máximo}}$ (analítico) (°C)	$\Delta T_{\text{máximo}}$ (experimental) (°C)
30	44,58	53,21
45	56,92	66,04
60	66,94	75,07

Uma comparação gráfica entre o máximo aumento superficial, do método convencional nos experimentos realizados com profundidade de corte de 30, 45 e 60 μm é ilustrada na Fig. 4.19.

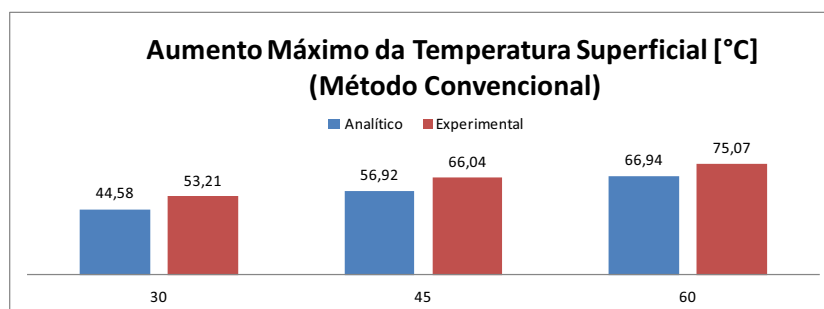


Figura 4.19: Máximo aumento superficial do método convencional de aplicação de fluido. Profundidades de corte de 30, 45 e 60 μm .

A Tab. 4.5 mostra os resultados para o método otimizado de aplicação de fluido nos experimentos realizados com profundidade de corte de 30, 45 e 60 μm .

Tabela 4.5: Aumento máximo da temperatura superficial na região de corte (Método Otimizado).

a μm	$\Delta T_{\text{máximo}}$ (analítico) (°C)	$\Delta T_{\text{máximo}}$ (experimental) (°C)
30	7,15	7,2
45	14,80	17,2
60	25,3	29,4

O método otimizado foi efetivo na redução das temperaturas superficiais das regiões afastadas da região de corte indicando que a refrigeração à frente e atrás da zona de retificação teve pequena influência no máximo aumento de temperatura na região de corte onde o efeito da refrigeração pelo fluido de corte na zona de contato é desprezível.

Uma comparação gráfica entre o máximo aumento superficial, do método otimizado nos experimentos realizados com profundidade de corte de 30, 45 e 60 μm é ilustrada na Fig. 4.20.

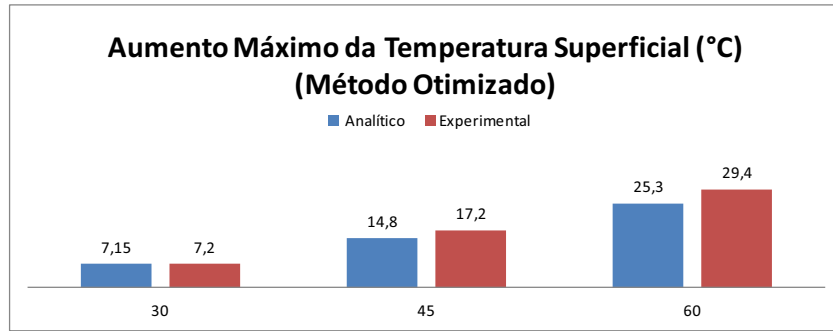


Figura 4.20: Máximo aumento superficial do Método Otimizado de aplicação de fluido. Profundidades de corte de 30, 45 e 60μm.

Os resultados analíticos também indicaram que o raio de contato efetivo tem muito pouco efeito sobre as razões de partição R_{ws} , as quais se mantiveram em torno de 80%, de acordo com o modelo proposto por Marinescu *et. al.* (2004).

Foi observado que o coeficiente de convecção do fluido na zona de contato para as três condições de retificação é semelhante ao valor aproximado de $h_f = 23.000 \text{ W/m}^2\text{K}$ conforme mencionado na literatura por Rowe e Jin (2001). Neste estudo, o coeficiente de transferência de calor por convecção na zona de contato, $h_{contact}$, é assumido como uma função linear:

$$h_{contact}(x) = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{l_c} \left(x + \frac{l_c}{2}\right) \quad (4.1)$$

onde $h_2 = \max(h_{contact}(x))$, $h_1 = \min(h_{contact}(x))$ e x é a coordenada local com a referencia inicial o centro da zona de contato, como mostrado na Fig. 4.21, e o coeficiente médio convectivo na zona de contato é definido como:

$$\bar{h}_{contact} = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (4.2)$$

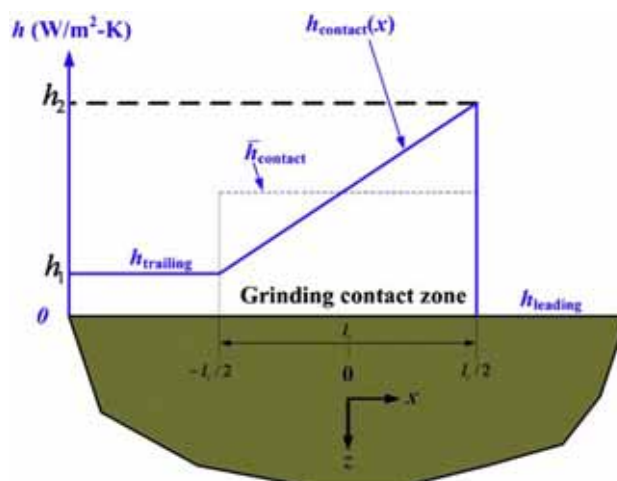


Figura 4.21: Suposição do coeficiente convectivo durante a retificação. Hadad e Sadeghi (2012).

A Tab. 4.6 mostra os resultados para os coeficientes convectivos dentro da zona de contato. O coeficiente $h_{trailing}$ é referente ao fluxo de calor dissipado pelo fluido e o coeficiente $h_{contact(x)}$ é calculado de acordo com a Eq. (2.50).

Tabela 4.6: Coeficientes convectivos na zona de contato.

Coeficientes Convectivos [W/m².K]			
	30 μm	45 μm	60 μm
$h_{trailing}$	15.576	14.074	14.960
$h_{contact(x)}$	23.364	21.112	22.440
$\bar{h}_{contact}$	19.470	17.593	18.700

Nas simulações do modelo matemático foi utilizado, para a face norte, o coeficiente convectivo na superfície fora da zona de contato de $h = 1.171 \text{ W/m}^2\text{K}$, para as práticas convencionais de lubri-refrigeração e $h = 3.883 \text{ W/m}^2\text{K}$, para as práticas otimizadas de lubri-refrigeração. Para as demais faces sujeitas a convecção natural foi utilizado na simulação o coeficiente convectivo de $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$, conforme ilustrado na Tab. 4.7.

Tabela 4.7: Coeficientes convectivos fora da zona de contato.

MÉTODO CONVENCIONAL	
Interface	Condições de contorno
Norte	q'' : fluxo de calor desconhecido $h = 1.171 \text{ W/m}^2\text{K}$ $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$
Sul	Adiabática
Leste	$h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$
Oeste	$h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$
MÉTODO OTIMIZADO	
Interface	Condições de contorno
Norte	q'' : fluxo de calor desconhecido $h = 3.883 \text{ W/m}^2\text{K}$ $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$
Sul	Adiabática
Leste	$h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$
Oeste	$h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$

5 CONCLUSÕES

O desempenho da técnica de lubri-refrigeração Otimizada foi investigada e comparada com a técnica de lubri-refrigeração Convencional em um processo de “upgrinding” na qual o rebolo convencional de Al_2O_3 e a peça de trabalho se movem em direções opostas. Para a solução do problema inverso fez-se o uso das temperaturas medidas experimentalmente, da equação de difusão de calor e das condições externas para gerar o perfil térmico e utilizando-se da Técnica da Seção Áurea, o fluxo de calor que foi conduzido para a peça de trabalho foi determinado. Com relação às simulações realizadas, preocupou-se em otimizar ao máximo o modelo numérico proposto a partir de análises envolvendo a malha numérica, convergência do solver aplicado na solução do sistema linear (S.O.R) e qualidade dos resultados numéricos. Além disso, nos experimentos realizados neste trabalho, procurou-se também minimizar ao máximo as fontes de erros experimentais, tomando-se todos os cuidados e procedimentos necessários.

Foi observado que o resfriamento por convecção teve uma grande influência sobre a remoção de calor, necessário a fim de se evitar uma possível ocorrência de danos térmicos à superfície da peça.

Quando comparada à técnica do método convencional de aplicação de fluido, o fluxo de calor conduzido para a peça de trabalho foi reduzido em 84,0% nos ensaios realizados com profundidade de corte de $30\mu m$, em 74,0% nos ensaios com $45\mu m$ e em 62,2% nos ensaios mais severos de $60\mu m$, demonstrando de forma clara a aplicabilidade do método otimizado de aplicação de fluido. Com relação à potência de corte, quando comparada à técnica do método convencional de aplicação de fluido, observou-se uma redução de 66,2%

nos ensaios realizados com profundidade de corte de $30\mu\text{m}$, em 57,6% nos ensaios com $45\mu\text{m}$ e em 48,2% nos ensaios mais severos de $60\mu\text{m}$.

Observou-se em todos os experimentos, uma pequena variação entre os coeficientes convectivos devido ao resfriamento dentro da zona de contato. Isso se deve às dificuldades de penetração do fluido nesta região devido ao pequeno comprimento de contato e, muitas vezes pela barreira hidrodinâmica, que pode ser minimizada se o fluido apresentar velocidade de saída do jato igual a velocidade de corte do rebolo, para conseguir atingir a região de corte.

Verificou-se que as curvas simuladas pelo modelo, apesar de terem comportamento semelhante às experimentais, não se aproximavam destas. Entretanto, como não houve variações significativas entre as máximas temperaturas superficiais teóricas e experimentais, os fluxos de calor estimados pelo modelo retrataram fielmente o processo de retificação plana tangencial. Houve incerteza nas temperaturas medidas experimentalmente devido a ação de alguns fatores, como por exemplo: má fixação do termopar no corpo de prova que foi usinado; a sensibilidade do termopar e o problema da resistência térmica de contato.

Foi observado neste trabalho que transferência de calor por convecção livre laminar nas fronteiras leste e oeste e a transferência de calor por convecção forçada turbulenta na fronteira norte do modelo térmico tiveram pouca influência na temperatura final na zona de contato.

A partir dos resultados apresentados, existem alguns pontos que podem ser melhorados, assim, como propostas para trabalhos futuros citam-se:

- Pesquisar e implementar novas técnicas inversas levantando as vantagens e desvantagens, o que contribuirá para o estudo de quais técnicas serão mais eficientes para tratar problemas térmico de retificação;

- Implementar o cálculo da sensibilidade no método da função especificada de forma analítica, para um problema térmico tridimensional. Com o uso desta metodologia baseada em funções de Green será possível levar em consideração os efeitos do coeficiente de transferência de convecção e/ou,
- Implementar equações empíricas para determinar o coeficiente de convecção de forma a represar os efeitos térmicos da transferência de calor por convecção, tornando assim o modelo térmico mais realista;

Nota-se, portanto que as incertezas citadas envolvem uma série de variáveis, o que faz que a solução destes problemas seja abordada em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

Alberdi R. et al. **Strategies for Optimal use of Fluids in Grinding.** International Journal of Machine Tools & Manufacture, v.51: p.491-499, 2011.

Anderson D.; Warkentin A.; Bauer R. **Comparison of Numerically and Analytically Predicted Contact Temperatures in Shallow and Deep Dry Grinding with Infrared Measurements.** International Journal of Machine Tools & Manufacture, v.48: p.320-328, 2008.

Anderson D.; Warkentin A.; Bauer R. **Experimental Validation of Numerical Thermal Models for Dry Grinding.** Journal of materials processing technology, v.204: p.269-278, 2008.

Arrazola, P.J. et al. **Serrated Chip Prediction in Numerical Cutting Models, Proceedings.** 8th. CIRP International Workshop on Modelling of Machining Operations, Chemnitz, Germany: p.115-122, 2005.

Badger, J.; Torrance, A. **A Comparison of Two Models to Predict the Grinding Force from Wheel Surface Topography.** International Journal of Machine Tools and Manufacture, v.40: p.1099-1120, 2000.

Baliga, B.; Doyle, E.D.; Hodgson, P.D. **Thermal Modelling of Punch Grinding, in Materials.** 98: Wollongong, p.227-232, 1998.

Beck, J. V. **Inverse Heat Conduction**", John Wiley & Sons, Inc., p.18 and p.81, 1985.

Becker, J.-C. **Bahngesteuertes Schleifen von Kurbelwellen.** Dissertation IFW Hannover, 2004.

Belak, J.; Stowers, I.F. **The Indentation and Scraping of a Metal Surface: A Molecular Dynamics Study, Fundamentals of Friction: Macroscopic and Microscopic.** Eds.: Singer, Pollock, ASI Series E, 220:1-10, 1991.

Bertalan, C. **Retificação com rebolos de nitreto de boro cubico em maquinas-ferramenta convencionais.** Dissertação de Mestrado pela Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

Bianchi E. C. et al. **Atuando sobre os parâmetros de entrada na retificação de aços frágeis e dúcteis**. Máquinas e Metais agosto de 1997, 22p.

Brandin, H. **Pendel- und Tiefschleifen. Vergleichende Untersuchung beim Schleifen von Rechteckprofilen**. Dissertation, TU Braunschweig, 1978.

Brinksmeier, J., C. Aurich, E. Govekar, C. Heinzl, H.-W. Hoffmeister, F. Klocke, J. Peters, R. Rentsch, D. J. Stephenson, E. Uhlmann, K. Weinert, M. Wittmann, **“Advances in Modeling and Simulation of Grinding Processes”**, Annals of the CIRP Vol. 55/2/2006.

Brosse A.; Naisson P.; Hamdi H.; Bergheau J.M. **Temperature measurement and heat flux characterization in grinding using thermography**. Journal of materials processing technology, n.201: p.590-595, 2008.

Byers, J. P. **Metalworking fluids**. CRC Press. 2nd edition, New York, 2006. 463p.

Carslaw, H.; Jaeger, J. C. **Conduction of heat in solids**. Oxford Science Publications, Oxford University Press., 1959.

Carvalho, R. N.; Orlande, H. R. B.; Özisik, M. N. **Estimation of the Boundary Heat Flux in Grinding via the Conjugate Gradient Method**. Heat Transfer Engineering, v.21: 4, pp.71-82, Jul. 2000.

Carvalho, S. R.; Lima e Silva, S. M. M.; Machado, A. R.; Guimarães, G. **Temperature Determination at the Chip-Tool Interface Using a Inverse Thermal Model Considering the Tool and Tool Holder**. Journal of Materials Processing Technology, Vol. 179, pp. 97-104, 2006.

Carvalho, S. R. **Determinação da temperatura na interface cavaco-peça-ferramenta durante o processo de usinagem por torneamento**. 2005. 123 f. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica (Faculdade de Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, 2005.

Catai, R. E. et al. **Effect of cutting fluid type on tangencial cutting force, surface roughness and diametric wear when grinding VC131 steel**. Industrial Diamond Review, v.1, p.04-08, 2008.

Challen, J. M.; Oxley, P. L. B. **An explanation of the different regimes of friction and wear using asperity deformation models**. Wear 53: 229-243, 1978.

Chen, C.; Jung, Y.; Inasaki, I. **Surface, Cylindrical and Internal Grinding of Advanced Ceramics: Grinding Fundamentals and Applications**. Journal of Engineering for Industry, n.39, p.201-211, 1989.

Cook, N.H. **Manufacturing Analysis**. Addison-Wesley. Chapter 3, 1966.

Cong Mao; Zhixiong Zhou; Kexi Guo; Xuyu Li. **Numerical Simulation and Experimental Validation of the Temperature Field in Surface Grinding**. Machining Science and Technology, n.14: p.344-364, 2010.

Cosmano, R.J.; Abrahamson, G.R.; Duwell, E.J. **Energy dissipation in grind interface - heat distribution in the chip and workpiece**. in International Grinding conference papers, S.o.M. Engineers, Society of Manufacturing Engineers: Dearborn, Michigan. 1984.

Des Ruisseaux, N. R.; Zerkle, R. D. **Thermal Analysis of the Grinding Process**. Journal of Engineering for Industry”, v.92, pp.428-434, may. 1970.

Diniz, A. E.; Marcindes, F. C.; Coppini, N. L. **Tecnologia da usinagem dos materiais**. Artiber Editora Ltda, Campinas, SP, Brasil, 4ª Edição, 2003, p.230-248.

Ebbrell, S.; Woolley, N. H.; Tridimas, Y. D.; Allanson, D. R.; Rowe, W. B. **The Effects of Cutting Fluid Application Methods on the Grinding Process**. International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol.40, p.209-223, 2000.

Eshghy, S. **Thermal aspects of the abrasive cut-off operation. Part 2 - Partition functions and optimum cut-off**. Journal of Engineering for Industry: p. 360-364, (May) 1968.

Graf, W. **Cylindrical Grinding**. Copyright WST Winterthur Schleiftechnik AG, Schweiz, 87p., 2004.

Guo, C.; Malkin, S. **Analysis of Energy Partition in Grinding**. Journal of Engineering for Industry, v.117, pp.55-61, Feb. 1995.

Guo, C.; Malkin, S. **Inverse Heat Transfer Analysis of Grinding, Part 1: Methods**. Journal of Engineering for Industry, v.118, pp.137-142, Feb. 1996.

Guo, C.; Malkin, S. **Inverse Heat Transfer Analysis of Grinding, Part 2: Applications**. Journal of Engineering for Industry, v.118, pp.143-149, Feb. 1996.

Guo, C.; Malkin, S. **Analysis of Transient Temperatures in Grinding.** Journal of Engineering for Industry 117: 571-577, 1995.

Guo, C.; Malkin, S. **Energy Partition and Cooling During Grinding.** Journal of Manufacturing Processes Vol. 2/No. 3, reprinted by the Society of Mfg. Engineers, 2000.

Hadad, M.; Sadeghi, B. **Thermal analysis of minimum quantity lubrication-MQL grinding process.** International Journal of Machine Tools & Manufacture 63 (2012) 1–15, Elsevier Ltd.

Hecker, R.-L.; Ramoneda, I.-M.; Liang, S.-Y. **Analysis of wheel topography and grit force for grinding process modeling.** Journal of Manufacturing Processes 5/1: 13-23, 2003.

Hong K.K.; Lo C.Y. **An inverse analysis for the heat conduction during a grinding process.** Journal of Materials Processing Technology 105: 87-94. 2000.

Hou Z.B.; Komanduri, R. **On the mechanics of the grinding process - part 1 stochastic nature of the grinding process.** Int. J. Mach Tools Manuf. 43(15):1579–1593, 2003.

Hryniewicz, P.; Szeri, A. Z.; Jahanmir, S. **Coolant Flow in Surface Grinding with Non-Porous Wheels.** International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 42, p.2347-2367, 2000.

Iñigo Pombo, José Antonio Sánchez, Naiara Ortega, José Ignacio Marquínez, Borja Izquierdo, Soraya Plaza. **Contact length estimation in grinding using thermocouple measurement and numerical simulation.** Int J Adv Manuf Technol (2012) 59:83–91

Irani, R. A.; Bauer, R. J.; Warkentin, A. **A review of cutting fluid application in the grinding process.** International Journal of Machine Tools & Manufacture, vol 45, p.1696-1705, 2005.

Jaeger, J. C. **Moving Sources of Heat and the Temperature at Sliding Contacts.** Proceedings of the Royal Society of New South Wales, 76/3: 203-224, 1942.

Jin, T.; Stephenson, D. J.; Rowe, W. B. **Estimation of the convection heat transfer coefficient of coolant within the grinding zone.** Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part B, Journal of Engineering Manufacture, 217/3: p.397-407, 2003.

Kannappan, S.; Malkin, S. **Effects of Grain Size and Operating Parameters on the Mechanics of Grinding.** Trans ASME, Journal of Engineering for Industry, 94: p.833, 1972.

Kim, H.-J.; Kim, N.-K.; Kwak, J.-S. **Heat flux distribution model by sequential algorithm of inverse heat transfer for determining workpiece temperature in creep feed grinding.** International Journal of Machine Tools & Manufacture, 46: p.2086-2093, 2006.

Kim, N.-K.; Guo, C.; Malkin, S. **Heat Flux Distribution and Energy Partition in Creep-Feed Grinding.** Annals of the CIRP, 46/1: p.227-232, 1997.

Kohli S. P.; Guo, C.; Malkin, S. **Energy Partition for Grinding with Aluminum Oxide and CBN Abrasive Wheels.** ASME. Journal of Engineering for industry, Vol. 117, p.160-168, 1995.

Lavine, A. S; Malkin, S.; Jen, T. C. **Thermal Aspects of Grinding with CBN Abrasives.** Annals of the CIRP, 38/1: p.557-560, 1989.

Lavine, A.S.; Von Turkovich, B.F. **Thermal aspects of grinding: the effect of heat generation at the shear planes.** Annals of the CIRP, 1991. 40(1): p.343-345.

Li, J.; Li, J.C.M. **Temperature distribution in workpiece during scratching and grinding.** Materials Science and Engineering A 409: Published by Elsevier B.V., p.108-119, 2005.

Liao, Y.S.; Luo, S.Y.; Yang T.H. **A thermal model of the wet grinding process.** Journal of Materials Processing Technology 101: Published by Elsevier Science S.A., p.137-145, 2000.

Lin B.; Morgan M. N.; Chen X.W.; Wang Y. K. **Study on the convection heat transfer coefficient of coolant and the maximum temperature in the grinding process.** Int J Adv Manuf Technol 42: p.1175-1186, 2009.

Lindsay, R.P. **On the material removal - and wheel removal parameters -surface finish, geometry and thermal damage in precision grinding.** Worchester Polytechnic Institute, 1971.

Liu, Q.; Chen, X.; Wang, Y.; Gindy, N. **Empirical modeling of grinding force based on multivariate analysis.** Journal of Materials Processing Technology. Vol. 203, p.420-430, 2008.

Mahdi M.; L. Zhang. **The finite element thermal analysis of grinding processes by ADINA.** Computers and Structures. Vol.56, p.313-320, 1995.

Malkin, S. **Grinding Mechanisms e Grinding Temperatures and Thermal Damage**. In: MALKIN, S. Grinding Technology: theory and applications of machining with abrasives. 1.ed. Chichester, Ellis Horwood Limited, 1989. Cap.5 e 6, p.108 a 171.

Malkin, S.; Hwang, T. W. **Grinding mechanism for ceramics**. Annals CIRP, 45(2), 1996. 569p.

Malkin, S., Lenz, E. **Burning limit for surface and cylindrical grinding of steels**. Annals of the CIRP, 27/1: p. 233-236, 1978.

Malkin, S.; Anderson, R. B. **Thermal Aspects of Grinding, Part 1 – Energy Partition**. Journal of Engineering for Industry, v.96, pp.1177-1183, Nov. 1974.

Malkin, S.; Anderson, R. B. **Thermal Aspects of Grinding, Part 2 – Surface Temperatures and Workpiece Burn**. Journal of Engineering for Industry, v.96, pp.1184-1191, Nov. 1974.

Malkin, S.; Guo, C. **Thermal analysis of grinding**. Annals of the CIRP. Vol.56/2, p.760-782, 2007.

Mamalis A. G.; Kundrák J.; Manolakos D. E.; Gyáni K.; Markopoulos A. **Thermal Modelling of Surface Grinding Using Implicit Finite Element Techniques**. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, n.21: p.929-934, 2003.

Mamalis A. G.; Kundrák J.; Markopoulos A. **Numerical Simulation for the Determination of the Temperature Fields and the Heat Affected Zones in Grinding**. Production Systems and Information Engineering, Miskolc. Vol.1, p.3-16, 2003.

Mariani, G. & Trebing, C. **Synthetic coolants cut it in superabrasive grinding Technical Services**, Pills Bury Div., Novamax Technologies Inc., Livonia, MI, EUA, p.3-7, 1992.

Marinescu, I. D.; Hitchiner, M.; Uhlmann, E.; Rowe, W.B.; Inasaki, I. **Handbook of Machining with Grinding Wheels**. CRC Press. New York, 2007.

Marinescu, I. D.; Rowe, W. B.; Dimitrov, B.; Inasaki, I. **Tribology of Abrasive Machining Processes**. Published in the United States of America by William Andrew, Inc., 2004.

Mohamed, A. - M. O.; Warkentin, A.; Bauer, R. **Variable heat flux in numerical simulation of grinding temperatures**. Int J Adv Manuf Technol, n.63: p.549-554, 2012.

Nadia A. et al. **Analytical and numerical calculation of surface temperature and thermal constriction resistance in transient dynamic strip contact.** Applied Thermal Engineering, 2011.

Outwater, J. O; Shaw, M. C. **Surface Temperatures In Grinding.** Trans ASME, n.74: p.73-83, 1952.

Özisik, M. N. **Heat Conduction.** 2^a ed., Wiley, New York, 1993, 716p.

Özisik, M. N.; Orlande, H. R. B. **Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications.** Taylor & Francis, New York, 2000, 330p.

Peters, J.; Vanservenant, E.; Leuven, K.U. **A thermal model covering pendulum grinding and creep feed grinding.** Annals of the CIRP, 32(1): p.491-494, 1983.

Rowe, W. B.; Morgan, M. N., **The effect of deformation on the contact area in grinding.** In: Annals of the CIRP, vol. 42/1, 1993.

Rowe, W. B.; Morgan, M. N.; Allanson D. A. **An Advance in the Modelling of Thermal Effects in the Grinding Process.** CIRP Annals, 40/1: p.339-345, 1991.

Rowe, W. B.; Pettit, J. A.; Boyle, A.; Moruzzi, J. L. **Avoidance of thermal damage in grinding and prediction of the damage threshold.** Annals of the CIRP, 37/1: p.327-380, 1988.

Sato, K. **Grinding temperature.** Bulletin of the Japan Society of Grinding Engineers, p.31-33, 1961.

Sauer, Wolfgang. J. **Thermal aspects of surface grinding, in New developments in grinding.** M.C. Shaw, Editor. Carnegie Press: Pittsburgh, Pennsylvania, p.391-411, 1972.

Shaw, M.C.; Vyas, A. **Heat-affected zones in grinding steel.** Annals of the CIRP, 43(1): p. 279-282, 1993.

Starostin, N. P.; Kondakov, A. A. **Calculation of non-stationary temperature field in disk-block friction pair at smaller engagement coefficients.** Trenie i iznos 24/3: p.260-265, 2003.

Takazawa, K. **Effects of grinding variables on surface structure of hardened steel.** Bulletin of the Japan Society of Grinding Engineers. Vol. 2(1), p.14-21, 1966.

Tikhonov, A. N.; Arsenin, V. Y. **Solution of Ill-Posed Problems.** Winston & Sons, Washington DC, 1977.

Tönshoff H.K., Peters J., Inasaki I. and Paul T., “**Modelling and simulation of grinding processes**”. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 41(2): p.677-688, 1992.

Tsai, H. H.; Hocheng, H. **Investigation of the transient thermal deflection and stresses of the workpiece in surface grinding with the application of a cryogenic magnetic chuck.** Journal of Materials Processing Technology n.79: p.177-184, 1998.

Ueda, T.; Sato, M; Sugita, T.; Nakayama, K. **Thermal Behaviour of Cutting Grain in Grinding.** Annals of the CIRP., 44/1, p.325-328, 1995.

Ueda, T.; Tanaka, H. **Measurement of Grinding Temperature of Active Grains Using Infrared Radiation Pyrometer with Optical Fibre,** Annals of the CIRP., 42/1, p.405-408, 1993.

Wang L.; Y. Qin; Z.C. Liu; P.Q. Ge; W. Gao **Computer simulation of a workpiece temperature field during the grinding process.** Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers-Part B: Journal of Engineering Manufacture 217 (7), p.953-959, 2003.

Warnecke, G.; Zitt, U. **Kinematic Simulation for Analyzing and Predicting High-Performance Grinding Processes.** Annals of the CIRP 47/1: 265-270, 1998.

Webster, J. A. **Selection of coolant type and application technique in grinding.** Supergrind, University of Connecticut, USA, p.205-220, 1995.

Wesbster J. A.; Cui C. **Flow rate and jet velocity determination for design of a grinding cooling system.** Presented at 1st International Machining and Grinding Conference, Dearborn, MI, p.12-14, 1995.

Williams, J. A.; Xie, Y. **The generation of wear surfaces by the interaction of parallel grooves.** Wear n.155: p.363-379, 1992.

Winter - Grupo Saint Gobain. **Retificação.** Futuria. Apostila de treinamento da Empresa Winter, Jundiaí, SP, Brasil, 2004.

Xu, X.; Malkin, S. **Comparison of Methods to Measure Grinding Temperatures.** Journal of Manufacturing Science and Engineering, by ASME. Vol.123, p.191-195, 2001.

Zhang, L. **Numerical Analysis and Experimental Investigation of Energy Partition and Heat Transfer in Grinding.** Heat Transfer Phenomena and Applications, Intech, cap.4: p.79-98, 2012.

Zhu, D.; Ding, H.; Li, B. **An improved grinding temperature model considering grain geometry and distribuion.** Int J Adv Manuf Technol, n.67: p.1393-1406, 2012.

APÊNDICE A

A.1 O Problema Físico e Formulação Matemática do Problema Direto

Apresenta-se uma descrição do problema físico envolvido bem como a solução do problema direto e inverso de transferência de calor a partir do método numérico dos volumes finitos inteiros. Também é apresentada a função objetivo a ser minimizada e uma descrição da técnica inversa da Seção Áurea usada neste trabalho.

Neste estudo, o processo de retificação pode ser simulado através do modelo fonte de calor móvel de Jaeger (1942), podendo essa fonte ser constante, triangular, trapezoidal ou ter outra forma qualquer.

Considera-se um corpo semi-infinito movendo-se com velocidade v_w na direção x , e uma fonte de calor uniforme. O problema físico a ser considerado é o processo de “*upgrinding*” que se configura pelo movimento em direções opostas do rebolo e da peça.

A Fig. A.1 mostra esquematicamente, a configuração do problema apresentado.

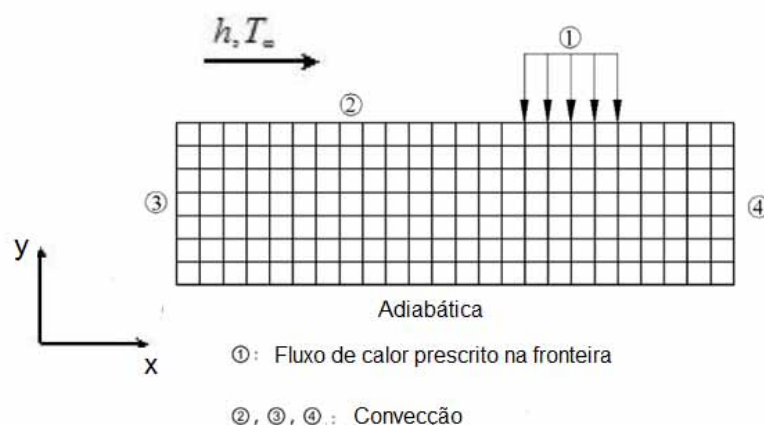


Figura 3.1: Problema térmico bidimensional. Fonte: Kim, H.-J.; Kim et al. (2006).

O problema direto envolve a determinação do campo de temperaturas na peça de trabalho, sendo conhecido o fluxo de calor na sua superfície. A formulação deste problema é obtido pela solução da equação da difusão bidimensional transiente, Eq. (A.1).

$$k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

A temperatura da peça de trabalho depende do tempo e da localização do fluxo de calor sobre a peça. Por conveniência e simplificação dos cálculos, algumas hipóteses são aceitas:

- (1) O processo de retificação está na condição de estado estacionário.
- (2) Considera-se o fenômeno de retificação um problema bi-dimensional.
- (3) Os parâmetros térmicos na peça de trabalho, rebolo e cavaco são constantes.

As condições de contorno são mostradas nas Eqs.(A.2) e (A.3), e a condição inicial é dada pela Eq. (A.4):

$$-k \frac{\partial T(x,t)}{\partial y} = -q_w(x,t) \text{ para } -l_c/2 \leq x \leq +l_c/2 \text{ e} \quad (\text{A.2})$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = hT(x,t) \text{ para } y = 0 \quad (\text{A.3})$$

Como condição inicial adotou-se:

$$T(x, y, 0) = T_0 \quad (\text{A.4})$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor convectivo. Uma vez atendidas estas considerações tornam-se possíveis as formulações do Problema Direto.

Em geral, os problemas que envolvem equações diferenciais mais difíceis necessitam de uma variedade de ferramentas para sua resolução. Além das soluções analíticas, diversos métodos numéricos podem ser utilizados para obtenção aproximada da solução de uma equação diferencial parcial. Os principais métodos numéricos utilizados para resolução dessas equações são: método das diferenças finitas, método dos elementos finitos, método dos elementos de contorno e método dos volumes finitos.

A.2 Malha Numérica

Na Figura A.2 é ilustrado um volume de controle típico e a respectiva nomenclatura para um problema bi-dimensional.

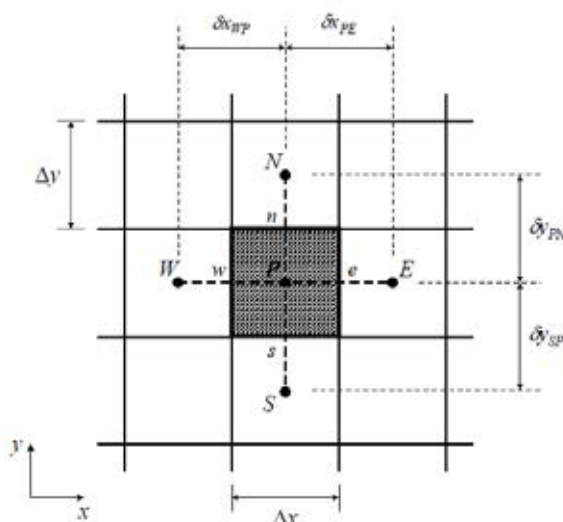


Figura A.2: Volume de controle e nomenclatura utilizada para a discretização da equação da difusão.

A malha numérica é composta por células que também podem ser chamadas de volumes elementares ou volumes finitos. Nesse sentido, define-se o método dos volumes finitos como sendo um balanço, em nível de volume elementar, que satisfaz os princípios de conservação da propriedade em análise a partir da solução de integrais no espaço (volume de controle) e no tempo.

O nó central é designado por P e os nós vizinhos são identificados por N , S , E e W , respectivamente. A mesma notação é usada para as faces (n , s , e e w). A distância entre os nós W e P , e entre os nós P e E , é identificada por Δx . De forma similar, a distância entre os nós S e P , e entre os nós P e N , é identificada por Δy . Note que cada célula possui um nó ou nodo, que tem como objetivo fornecer a localização da célula no modelo físico. Quando aplicamos uma metodologia numérica, optamos por ter uma solução para um número discreto de pontos (nós), com um determinado erro, esperando que, quanto maior for o número de pontos (nós), mais perto da solução exata será a solução numérica.

A.3 Discretização Temporal

A derivada parcial no tempo $\partial T / \partial t$ pode ser estabelecida pela definição de derivada de uma função através do gráfico $T \times t$ (temperatura x tempo) apresentado pela Figura A.3.

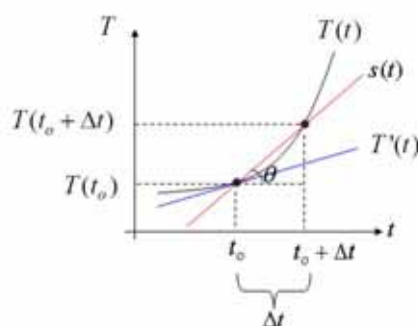


Figura A.3: Gráfico $T \times t$. Fonte: Carvalho, S. R. (2005).

Observa-se na Figura A.3 que o coeficiente angular da reta secante $S(t)$ é dado por:

$$\tan \theta = \frac{T(t_0 + \Delta t) - T(t_0)}{t_0 + \Delta t - t_0} = \frac{T(t_0 + \Delta t) - T(t_0)}{\Delta t} \quad (\text{A.5})$$

Quando $\Delta t \rightarrow 0$, verifica-se que o coeficiente angular da reta $S(t)$ tende a $T'(t_0)$, assim:

$$T'(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{T(t_0 + \Delta t) - T(t_0)}{\Delta t} \quad (\text{A.6})$$

Nesse sentido, para $\Delta t \rightarrow 0$ tem-se que:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = T'(t) = \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} \quad (\text{A.7})$$

ou ainda

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{t+1} - T^t}{\Delta t} \quad (\text{A.8})$$

A.4 Formulação Matemática para o Problema de Transferência de calor Bi-dimensional Transiente

Neste trabalho a solução do Problema Direto pelo método numérico foi realizada utilizando-se o Método de Volumes Finitos para a discretização do Problema Direto.

Para entendermos melhor esta definição vamos voltar à formulação matemática para o problema de transferência de calor bidimensional transiente, desprezando qualquer efeito advectivo. Integrando a Eq. (A.1) no volume finito destacado na Fig. A.2, tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dt + \\
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_w^s \int_n^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dy dx dt = \\
 & \frac{1}{\alpha} \int_s^n \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial T}{\partial t} dt dx dy
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

Resolvendo:

$$\begin{aligned}
 & \Delta y \Delta t \left(\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w^e \right) + \\
 & \Delta x \Delta t \left(\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_s^n \right) = \\
 & \frac{\Delta x \Delta y}{\alpha} (T_P^{t+\Delta t} - T_P^t)
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

Aplicando o método das diferenças finitas de 1ª ordem para calcular as derivadas restantes:

$$\begin{aligned}
 & \Delta y \left(\frac{T_E - T_P}{\Delta x} - \frac{T_P - T_W}{\Delta x} \right) + \\
 & \Delta x \left(\frac{T_N - T_P}{\Delta y} - \frac{T_P - T_S}{\Delta y} \right) = \\
 & \frac{\Delta x \Delta y}{\alpha \Delta t} (T_P^{t+\Delta t} - T_P^t)
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

Dividindo todos os termos da Eq. (3.11) por $\Delta x \Delta y$ e rearranjando, tem-se:

$$\frac{T_E - 2T_P + T_W}{(\Delta x)^2} + \frac{T_N - 2T_P + T_S}{(\Delta y)^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^{t+\Delta t} - T_P^t}{\Delta t} \quad (\text{A.12})$$

Considerando a formulação implícita, substituindo T por $T^{t+\Delta t}$ na Eq. (A.12), tem-se:

$$\frac{T_E^{t+\Delta t} - 2T_P^{t+\Delta t} + T_W^{t+\Delta t}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_N^{t+\Delta t} - 2T_P^{t+\Delta t} + T_S^{t+\Delta t}}{(\Delta y)^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^{t+\Delta t} - T_P^t}{\Delta t} \quad (\text{A.13})$$

Rearranjando a Eq.(A.13) totalmente implícita, tem-se:

$$A_P T_P^{t+\Delta t} + A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} = B_P \quad (\text{A.14})$$

onde,

$$A_P = \frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{\alpha \Delta t} \quad (\text{A.15})$$

$$A_E = A_W = -\frac{1}{(\Delta x)^2} \quad (\text{A.16})$$

$$A_N = A_S = -\frac{1}{(\Delta y)^2} \quad (\text{A.17})$$

$$B_P = \frac{1}{\alpha \Delta t} T_P^t \quad (\text{A.18})$$

Uma vez estabelecida uma rede nodal e escrita as equações apropriadas para cada nó, a distribuição de temperatura pode então ser determinada. O problema se reduz à solução de um sistema de equações algébricas lineares. Muitos métodos numéricos estão dispostos na literatura. Neste trabalho utiliza-se o Método das Sobre-relaxações Sucessivas (SOR), Carvalho, S. R. (2005). Verifica-se neste caso que o valor da temperatura em cada nó do malha está condicionado à solução de um sistema linear:

$$AT = B \quad (\text{A.19})$$

ou seja

$$T = A^{-1}.B \quad (\text{A.20})$$

O método iterativo S.O.R (Método das Sobre-relaxações Sucessivas) procura acelerar o processo de convergência do sistema linear. O S.O.R. pode ser facilmente deduzido a partir do método de Newton-Raphson, cujo objetivo é determinar o zero da função $F(T)$ (Fig. A.4).

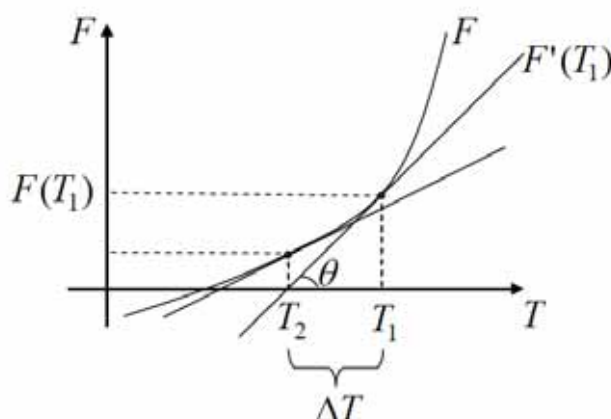


Figura A.4: Método de Newton-Raphson. Fonte: Carvalho, S. R. (2005).

O método de Newton-Raphson é baseado num processo de iteração dado por (CARVALHO, R. S. ,2005):

$$tg \theta = F'(T_1) = \frac{F(T_1) - 0}{T_1 - T_2} \quad (A.21)$$

$$T_2 = T_1 - w \frac{F(T_1)}{F'(T_1)} \quad (A.22)$$

Se $\Delta T \rightarrow 0 \Rightarrow T_1 \cong T_2$ e assim temos:

$$T_1 = T_1 - w \frac{F(T_1)}{F'(T_1)} \quad (A.23)$$

Fazendo $T_1 = T$, onde T é a temperatura em um dado nó da malha numérica, $F'(T)$ é a derivada de F no nó e w é o coeficiente de relaxação que serve para avançar mais rapidamente a solução, quando o processo está lento ($1 < w < 2$), ou “segurar” a variável, quando a mesma está avançando em demasia e pode causar divergência ($0 < w < 1$). Ressalta-se que o valor de w depende fortemente da distância entre nós ($\Delta x, \Delta y$) e do intervalo de tempo (Δt).

Para uma célula 2D da malha numérica de coordenadas i e j (Fig. A.2) e de acordo com a Eq. (A.14), tem-se:

$$F[T(i, j)] = A_p(i, j) \cdot T_p^{t+\Delta t}(i, j) + A_e(i, j) \cdot T_e^{t+\Delta t}(i+1, j) + A_w(i, j) \cdot T_w^{t+\Delta t}(i-1, j) + A_s(i, j) \cdot T_s^{t+\Delta t}(i, j-1) + A_n(i, j) \cdot T_n^{t+\Delta t}(i, j+1) - B_p(i, j) \quad (A.24)$$

Portanto,

$$F'[T(i, j)] = A_p(i, j) \quad (\text{A.25})$$

Substituindo as Eqs. (A.24) e (A.25) na Eq. (A.23) tem-se:

$$T = T - w \left[\frac{A_p(i, j) \cdot T_p^{t+\Delta t}(i, j) + A_E(i, j) \cdot T_E^{t+\Delta t}(i+1, j) + A_W(i, j) \cdot T_W^{t+\Delta t}(i-1, j) + A_S(i, j) \cdot T_S^{t+\Delta t}(i, j-1) + A_N(i, j) \cdot T_N^{t+\Delta t}(i, j+1) - B_p(i, j)}{A_p(i, j)} \right] \quad (\text{A.26})$$

Após calcular o campo de temperatura $T(i, j)$ de todos os nós da malha numérica a partir da expressão anterior, deve-se verificar a convergência do S.O.R. a partir da seguinte equação:

$$\left| T(i, j) - \left[\frac{A_p(i, j) \cdot T_p^{t+\Delta t}(i, j) + A_E(i, j) \cdot T_E^{t+\Delta t}(i+1, j) + A_W(i, j) \cdot T_W^{t+\Delta t}(i-1, j) + A_S(i, j) \cdot T_S^{t+\Delta t}(i, j-1) + A_N(i, j) \cdot T_N^{t+\Delta t}(i, j+1) - B_p(i, j)}{A_p(i, j)} \right] \right| < \varepsilon \quad (\text{A.27})$$

onde ε é um erro pré-definido.

De acordo com o problema térmico em estudo, Fig. 3.1, tais células podem estar submetidas às seguintes condições de contorno:

A. Fluxo de calor prescrito na fronteira:

$$T_\eta = T_p + \frac{q''_{face} \cdot \Delta \beta}{K} \quad (\text{A.28})$$

B. Transferência de calor por convecção;

$$T_{\eta} = \left(\frac{2K - h_{face} \cdot \Delta\beta}{h_{face} \cdot \Delta\beta + 2K} \right) \cdot T_P + \frac{2\Delta\beta \cdot h_{face} \cdot T_{\infty}}{h_{face} \cdot \Delta\beta + 2K} \quad (A.29)$$

C. Temperatura prescrita na fronteira.

$$T_{\eta} = 2T_{face} - T_P \quad (A.30)$$

onde η representa a fronteira e β a direção conforme o eixo de coordenadas adotado.

A.5 Formulação Matemática do Problema Inverso

Neste trabalho utiliza-se o Método da Seção Áurea. O problema inverso em questão consiste na estimativa do fluxo de calor na superfície $q(x)$, utilizando medidas de temperaturas no interior da peça. Na técnica aqui utilizada, o problema inverso é reformulado em termos de um problema de minimização envolvendo o seguinte funcional definido pelo quadrado da diferença entre as temperaturas experimentais, Y , e as temperaturas calculadas pelo modelo teórico, T . Assim a função objetivo a ser minimizada pode ser escrita como:

$$F(q'') = [Y - T(q'')]^2 \quad (A.30)$$

onde q'' representa o fluxo de calor desconhecido.

Em alguns problemas de transferência de calor o cálculo de derivadas se torna muito complicado, em razão da complexidade matemática envolvida. Para estes casos, há técnicas que não necessitam de derivadas para encontrar a melhor solução. Um exemplo é a

técnica Seção Áurea, onde o intervalo de busca da solução se reduz em 62% a cada iteração, até que os critérios de parada sejam alcançados.

A Técnica de otimização da Seção Áurea é uma técnica inversa que já possui incorporada um processo de minimização da função objetivo dentro de seu algoritmo. É classificada como um método de ordem zero, pois é baseado na comparação da função objetivo (neste trabalho o fluxo de calor) a cada iteração k sem a utilização de derivadas.

Uma forma de se obter uma função para a avaliação de q'' é considerar uma redução de limite para cada iteração, ou seja, considerar uma simetria em relação ao centro do intervalo, de forma a satisfazer a seguinte relação:

$$q''_{Upper} - q''_{Uo} = q''_{Lo} - q''_{Lower} \quad (A.31)$$

Ou ainda pode-se obter q''_{Lo} e q''_{Uo} de modo a garantir a seguinte relação:

$$\frac{q''_{Lo} - q''_{Lower}}{q''_{Upper} - q''_{Lower}} = \frac{q''_{Uo} - q''_{Lo}}{q''_{Upper} - q''_{Lo}} \quad (A.32)$$

Por conveniência, se adimensionaliza o intervalo de busca fazendo $q''_{Lower} = 0$ e $q''_{Upper} = 1$, de modo que os valores de q''_{Lo} e q''_{Uo} agora sejam frações do intervalo $q''_{Upper} - q''_{Lower}$. Admitindo que:

$$q''_{Uo} = 1 - q''_{Lo} \quad (A.33)$$

e substituindo a Eq. (A.33) na Eq. (A.32), obtém-se a seguinte expressão simplificada:

$$q_{Lo}''^2 - 3q_{Lo}'' + 1 = 0 \quad (A.34)$$

Cujas soluções são:

$$\begin{aligned} 1^a \text{ Raiz : } q_{Lo}'' &= 0,38197 \\ 2^a \text{ Raiz : } q_{Lo}'' &= 2,61803 \end{aligned} \quad (A.35)$$

Excluindo a raiz com valor acima do unitário e empregando a outra raiz na Eq. (A.33), obtém-se a Eq. (A.36):

$$q_{Lo}'' = 0,38197, q_{Uo}'' = 0,61803 \quad (A.36)$$

Assim, fazendo a razão entre os valores de q_{Lo}'' e q_{Uo}'' , obtém-se:

$$\tau = \frac{q_{Uo}''}{q_{Lo}''} = 1,61803 \quad (A.37)$$

O valor desta fração é conhecido como número áureo. Este valor aparece muitas vezes na natureza, como uma razão estética, e através da história, onde foi empregado na construção de palácios e santuários devido a superstições em torno deste número. Retornando para o intervalo original limitado por q_{Lower}'' e q_{Upper}'' , os valores de q_{Lo}'' e q_{Uo}'' podem ser definidos por:

$$q_{Lo}'' = (1 - \tau^*) + \tau^* q_{Upper}'' \quad (A.38)$$

$$q_{Uo}'' = \tau^* q_{Lower}'' + (1 - \tau^*) q_{Upper}'' \quad (A.39)$$

sendo o valor de τ^* definido como:

$$\tau^* = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = 0,381966 \quad (\text{A.40})$$

Para o método da Seção Áurea, o número de iterações, N , usado durante o procedimento de minimização é definido por:

$$N = -2,078 \ln \varepsilon + 3 \quad (\text{A.41})$$

onde ε representa o porcentual de incerteza em relação ao intervalo inicial, definida por:

$$\varepsilon = \frac{\Delta q''}{q''_{Upper} - q''_{Lower}} \quad (\text{A.42})$$

O valor $\Delta q''$ é definido como a tolerância absoluta da seguinte forma:

$$\Delta q'' = |q''^{novo} - q''^{velho}| \quad (\text{A.43})$$

Portanto, para se abordar o problema usam-se as seguintes estratégias: Deve-se inicialmente reduzir o intervalo de incerteza em relação ao fluxo de calor $[q''_{Lower} \dots q''_{Upper}]$. O valor da função objetivo é calculado para o valor inferior do intervalo. Uma pequena variação τ^* é adicionada à q''_{Lower} e a função objetivo é calculada para este ponto $q''_{Lower} = (1 - \tau^*) \cdot q''_{Lower} + \tau^* \cdot q''_{Upper}$. Seja uma função F de uma variável q'' a ser minimizada assumindo que os limites inferiores e superiores em q'' sejam conhecidos por q''_{Lower} e q''_{Upper} ,

respectivamente. Assume-se também que a função F seja avaliada para cada um desses limites obtendo-se, respectivamente, $F(q''_{Lower})$ e $F(q''_{Upper})$.

Deve-se inicialmente reduzir o intervalo de incerteza em relação ao fluxo de calor $[q''_{Lower}.....q''_{Upper}]$. O valor da função objetivo é calculado para o valor inferior do intervalo. Uma pequena variação τ^* é adicionada à q''_{Lower} e a função objetivo é calculada para este ponto $q''_{Lower} = (1 - \tau^*) \cdot q''_{Lower} + \tau^* \cdot q''_{Upper}$. A Fig. A.6 esquematiza o processo de minimização.

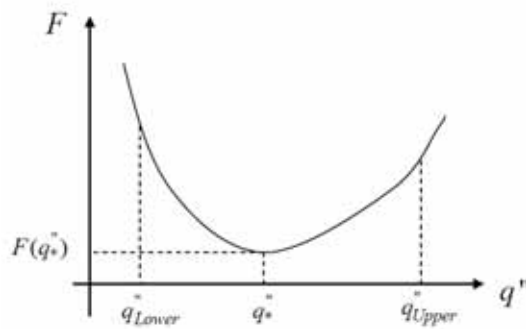


Figura A.6: Ponto de mínimo da função F . Fonte: Carvalho, S. R. (2005).

Escolhendo dois pontos intermediários q''_{Lo} e q''_{Uo} , sendo $q''_{Lo} < q''_{Uo}$ e avaliando estes pontos obtém-se $F(q''_{Lo})$ e $F(q''_{Uo})$. Uma vez que a função F é unimodal, q''_{Lo} ou q''_{Uo} irá formar um novo limite. Neste caso, se $F(q''_{Lo})$ for maior que $F(q''_{Uo})$ então q''_{Lo} será o novo limite inferior, obtendo-se assim um novo conjunto de limites, q''_{Lo} e q''_{Upper} . Sendo $F(q''_{Uo})$ maior que $F(q''_{Lo})$, q''_{Uo} será o novo limite superior e q''_{Lower} e q''_{Uo} será o novo conjunto de limites.

O algoritmo da Seção Áurea é mostrado na Fig. A.7.

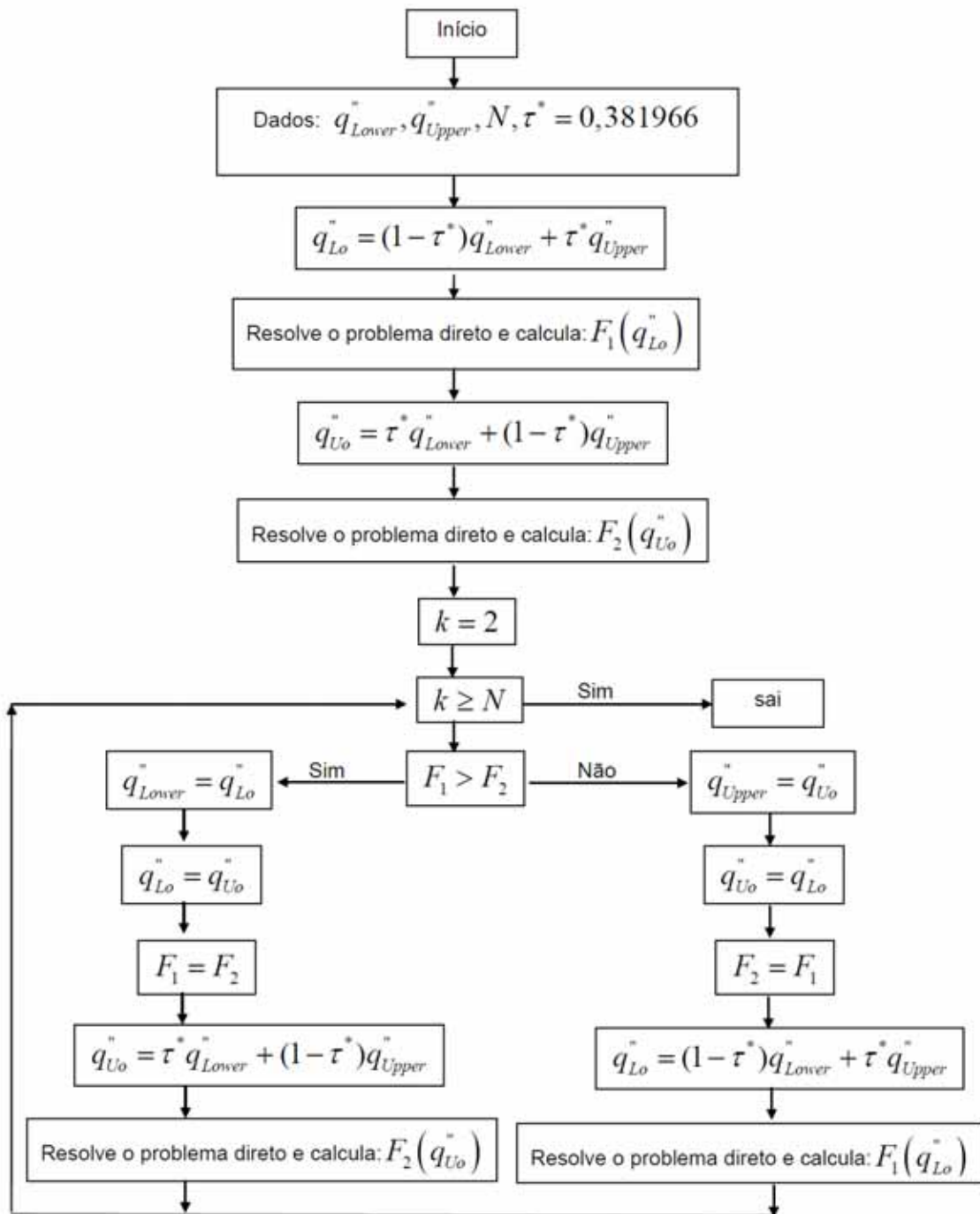


Figura A.7: Algoritmo da Seção Áurea. Fonte: Carvalho, S. R. (2005).

APÊNDICE B

MÓDULOS DE PROCESSAMENTO: PROBLEMA DIRETO

B.1 DATA_TYPE_MODULE

```

        implicit none
#####
!      This module cotains the global variables declaration
#####
!*****
!      Simulation Parameters
!*****
!      Inverse Technique
      integer inverse_method

!      Domain size
      double precision Lx,Ly,Lz

!      Number of cells in the "x", "y" and "z" directions
      integer nx,ny,nz

!      Grid spacing in the "x" and "y" directions
      double precision dx,dy,dz

!      Time step size
      double precision dt

!      Number of time steps
      integer nt,NOTT,np

!      Initial Temperature
      double precision T_in

!      Transient Simulation
      logical LTIME

!      Solver
      integer solver

!*****
!      Probe data
!*****
!      Large number
      double precision great,small

!      Monitoring point (in this version the probes are positioned in the
cells center)

```

```

real(kind(0.d0)),allocatable:: x_probe(:),y_probe(:),z_probe(:)

!   Number of probes
integer number_of_probes

!   Monitoring cell
integer,allocatable:: i_probe(:),j_probe(:),k_probe(:)

!   Path
character*120 PATH_VISIT,PATH_PROBE,RADICAL
character:: operating_system

!   Data Form
logical:: BINARY,visit_format

!*****
!   Material properties
!*****
!   Thermal conductivity
double precision k

!   Thermal Diffusivity
double precision alfa

!*****
!   Boundary Condition variables
!*****
logical
Prescribed_flux_L,Prescribed_flux_R,Prescribed_flux_S,Prescribed_flux_N
logical
Prescribed_Temperature_L,Prescribed_Temperature_R,Prescribed_Temperature_S,
Prescribed_Temperature_N
logical convection_L,convection_R,convection_S,convection_N

!   Prescribed Heat flux
double precision qf_L,qf_R,qf_S      !,qf_N the prescribe flux on North
is local variable now

!   Convection Coeficient
double precision hf_L,hf_R,hf_S,hf_N

!   Precribed Temperature
double precision Tf_L,Tf_R,Tf_S,Tf_N

!   Ambient Temperature
double precision T_amb_L,T_amb_R,T_amb_S,T_amb_N

!   Generated Heat
double precision Cell_Generated_Heat
double precision Total_Generated_Heat

!*****
!   Vectors and Arrays
!*****
!   Temperature vector (current, old)
real(kind(0.d0)),allocatable::T(:, :)
real(kind(0.d0)),allocatable::T_old(:, :)

!   Temperature array -> node value for post processing
real(kind(0.d0)),allocatable::T_node(:, :, :)
```

```

!      Cell center coordinate vector
      real(kind(0.d0)),allocatable:: xc(:),yc(:),zc(:)

!      Cell nodes coordinate vector
      real(kind(0.d0)),allocatable:: xn(:),yn(:),zn(:)

!      Coeficient vectors
      real(kind(0.d0)),allocatable::
ap(:,:),ae(:,:),aw(:,:),as(:,:),an(:,:)
      real(kind(0.d0)),allocatable:: bp(:,:)

!      Stolz variables
      real(kind(0.d0)),allocatable:: phi_stolz(:),heat_flux_stolz(:)

!      Sequential variables
      real(kind(0.d0)),allocatable::
phi_sequential(:),phi2_sequential(:),heat_flux_sequential(:)
!*****
!      auxiliar variables
!*****
      double precision numerator_x_c_L,numerator_x_c_R
      double precision denominator_x_C_L,denominator_x_C_R
!
      double precision numerator_y_c_S,numerator_y_c_N
      double precision denominator_y_C_S,denominator_y_C_N

!*****
!      Energy Balance Variables
!*****
!      Energy Inlet
      double precision
energy_left_dt,total_energy_left,energy_south_dt,total_energy_south

!      Energy Outlet
      double precision
energy_right_dt,total_energy_right,energy_north_dt,total_energy_north

!      Energy acumulated
      double precision energy_ac_dt,total_energy_ac

!      Time step balance and total balance
      double precision balance_dt,total_balance

!      Energy balance tolerance
      double precision balance_tolerance_dt,total_balance_tolerance

!*****
!      Source of Heat
!*****
!      Physical Position
      double precision source_x_begin,source_x_end

!      Physical Length
      double precision source_length

!      Source speed
      double precision source_speed
      double precision source_displacement

!      Numerical (Cell) Position
      integer source_cell_begin,source_cell_end

```

```

!      Inquiry if it is a moving source or not
      logical mobile_source

!*****
!      GoldenSection global variables
!*****
!      Golden Section Function Computed in the direct problem
      double precision FS

!      Experimental temperature profile (as a function of time)
      real(kind(0.d0)),allocatable:: experimental_temperature(:)
      real(kind(0.d0)),allocatable:: experimental_time(:)

      END MODULE

```

B.2 DIRECT_PROBLEM_MODULE

```

!      This module incorporates the Finite Volume Method using
!      CDS for spatial discretization and implicit Euler
!      scheme for time advance.
!
      use Data_Type_Module
      use Allocate_and_Deallocate_Arrays_Module
      use Auxiliar_Routines_Module
      use Solver_Module
      use Energy_Balance_Module
      use COND2D_IO_Module
!
      CONTAINS
!
!#####
      subroutine direct_problem(qf_N)
!#####
!
!      This code incorporates the Finite Volume Method using
!      CDS for spatial discretization and implicit Euler
!      scheme for time advance.
!
!      Declaring all used modules
      use Data_Type_Module
      use Allocate_and_Deallocate_Arrays_Module
      use Solver_Module
      use Energy_Balance_Module
      use COND2D_IO_Module
!
      implicit none
!
      integer i,j,TSN,ICONT
      double precision time,time_begin_direct,time_save
      double precision qf_N
!
!.....Call the FORTRAN intrinsic cpu_time for the first time
!
      write(*,*) '      '
      write(*,*) 'DIRECT PROBLEM BASED ON CONDUCTION 2D'
      write(*,*) 'Version 2.0'
      write(*,*) '===== '
!
      call cpu_time(time_begin_direct)
!-----
!      Computing the cell center position in the x and y directions
!-----
!
!      X direction
      xc(2)=dx/2.d0
      do i=3,(nx+1)
         xc(i)=xc(i-1)+dx
      enddo
!
!      Y direction
      yc(2)=dy/2.d0
      do i=3,(ny+1)
         yc(i)=yc(i-1)+dy
      enddo
!

```

```

!-----
!   Computing the cell nodes position in the x and y directions
!-----
!   X direction
!   xn(2)=0.d0
!   do i=3, (nx+2)
!       xn(i)=xn(i-1)+dx
!   enddo
!   Y direction
!   yn(2)=0.d0
!   do i=3, (ny+2)
!       yn(i)=yn(i-1)+dy
!   enddo
!   Z direction
!   zn(1)=0.d0
!   do i=2, (nz+1)
!       zn(i)=zn(i-1)+dz
!   enddo
!-----
!
!   Call the routine for arrays allocation
!
!   call create_folders
!   call create_probe
!   call find_probe_location
!   if (visit_format) call post_geo
!
!   Assigning the initial temperature
!   T=T_in
!
!   Assigning old temperature
!   T_old=T_in
!
!   Reset time
!   time=0.d0
!-----
!-----
!   Initialize the GOLDEN SECTION FUNCTION
!
!   Fs=0.d0
!
!   The GOLDEN SECTION FUNCTION has been Initialized
!-----
!-----
!=====
!.....START TIME LOOP
!=====
!
!
!   DO 400 TSN=1,nt
!
!       time=time+dt
!
!   Setting saving frequency
!   ICONT=TSN/NOTT
!
!   Computing the heat source position
!   if(mobile_source) call compute_heat_source_position(time)

```

```

!*****
!   Creating the coefficinets arrays
!*****
!   Nodes distribution on the matrix

!
!           North
!
!           [ 1,ny      | 2,ny      | nx,ny      ]
!   West    [ 1,2 | 2,2 | nx,2      ]           East
!           [ 1,1 | 2,1 | nx,1      ]
!
!           South
!
!   Especial cases where two boundary conditions will be applied
!
!   ij= 1,1 (bottom left corner); 1,nj (upper left corner); nx,1 (bottom
right corner); nx,nj (upper right corner)
!
!   This first implemetantion will consider only heat flux and convection
!   as boundaries conditions
!
!           North
!
!           [Case 3      |Case 8      |Case 4      ]
!   West    [Case 5      |Case 9      |Case 7      ]           East
!           [Case 1      |Case 6      |Case 2      ]
!
!           South
!
!   West and East are called as Left and Right in this version
!
!           Computing the numerator and denominator (case of convection in
the left side):
!           numerator_x_c_L=((k/dx)-(hf_L/2))
!           denominator_x_c_L=((k/dx)+(hf_L/2))
!           Computing the numerator and denominator (case of convection in
the right side):
!           numerator_x_c_R=((k/dx)-(hf_R/2))
!           denominator_x_c_R=((k/dx)+(hf_R/2))
!           Computing the numerator and denominator (case of convection in
the south side):
!           numerator_y_c_S=((k/dy)-(hf_S/2))
!           denominator_y_c_S=((k/dy)+(hf_S/2))
!           Computing the numerator and denominator (case of convection in
the north side):
!           numerator_y_c_N=((k/dy)-(hf_N/2))
!           denominator_y_c_N=((k/dy)+(hf_N/2))
!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!   Especial cases
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!
!=====
!           bottom left corner ij(1,1) --> CASE 1
!=====
!
!           Prescribed Temperature in the LEFT side
!           if (Prescribed_Temperature_L) then
!               if(Prescribed_Temperature_S) then
!                   ap(2,2)=(6.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!                   ae(2,2)=-1.d0

```

```

        aw(2,2)=0.d0
        as(2,2)=0.d0
        an(2,2)=-1.d0
        bp(2,2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,2)+2.d0*Tf_L+2.d0*Tf_S)!+(Cell_G
enerated_Heat*dx*dy)
        elseif (Convection_S) then
            ap(2,2)=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
numerator_y_c_S/denominator_y_c_S))
            ae(2,2)=-1.d0
            aw(2,2)=0.d0
            as(2,2)=0.d0
            an(2,2)=-1.d0

        bp(2,2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,2)+2.d0*Tf_L+((hf_S*T_amb_S)/den
ominator_y_c_S))!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        elseif (Prescribed_flux_S) then
            ap(2,2)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
            ae(2,2)=-1.d0
            aw(2,2)=0.d0
            as(2,2)=0.d0
            an(2,2)=-1.d0

        bp(2,2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,2)+2.d0*Tf_L+qf_S*(dy/k))!+(Cell
_Generated_Heat*dx*dy)
        endif
!        Prescribed flux in the LEFT side
        elseif(Prescribed_flux_L)then
            if(Prescribed_Temperature_S)then
                ap(2,2)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
                ae(2,2)=-1.d0
                aw(2,2)=0.d0
                as(2,2)=0.d0
                an(2,2)=-1.d0

                bp(2,2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,2)+2.d0*Tf_S+qf_L*(dx/k))!+(Cell
_Generated_Heat*dx*dy)
            elseif (Convection_S) then
                ap(2,2)=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
numerator_y_c_S/denominator_y_c_S))
                ae(2,2)=-1.d0
                aw(2,2)=0.d0
                as(2,2)=0.d0
                an(2,2)=-1.d0

                bp(2,2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,2)+((hf_S*T_amb_S)/denominator_y
_c_S)+qf_L*(dx/k))!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
            elseif (Prescribed_flux_S) then
                ap(2,2)=1
                ae(2,2)=-1.d0
                aw(2,2)=0.d0
                as(2,2)=0.d0
                an(2,2)=-1.d0
                bp(2,2)=1
                Write(*,*)"The prescribed flux boundary on the
south and left side was not implemented yet"
                write(*,*)"Going out!!"
                STOP
            endif
!        Convection in the LEFT side
        elseif(Convection_L)then
            if(Prescribed_Temperature_S)then

```

```

        ap(2,2)=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))-
(numerator_x_c_L/denominator_x_c_L))
        ae(2,2)=-1.d0
        aw(2,2)=0.d0
        as(2,2)=0.d0
        an(2,2)=-1.d0

        bp(2,2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,2)+2.d0*Tf_S+((hf_L*T_amb_L)/den
ominator_x_c_L))+ (Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        elseif (Convection_S) then
            ap(2,2)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))-
(numerator_x_c_L/denominator_x_c_L)-(numerator_y_c_S/denominator_y_c_S))
            ae(2,2)=-1.d0
            aw(2,2)=0.d0
            as(2,2)=0.d0
            an(2,2)=-1.d0

        bp(2,2)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,2)+((hf_L*T_amb_L)/denominator_x_
c_L)+((hf_S*T_amb_S)/denominator_y_c_S)+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        elseif (Prescribed_flux_S) then
            ap(2,2)=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))-
(numerator_x_c_L/denominator_x_c_L))
            ae(2,2)=-1.d0
            aw(2,2)=0.d0
            as(2,2)=0.d0
            an(2,2)=-1.d0

        bp(2,2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,2)+((hf_L*T_amb_L)/denominator_x
_c_L)+qf_S*(dy/k))+ (Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        endif
    endif

!=====
!           bottom right corner ij(nx,1) --> CASE 2
!=====
!
!           Prescribed Temperature in the RIGHT side
!           if (Prescribed_Temperature_R) then
!               if(Prescribed_Temperature_S) then
!                   ap((nx+1),2)=(6.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!                   ae((nx+1),2)=0.d0
!                   aw((nx+1),2)=-1.d0
!                   as((nx+1),2)=0.d0
!                   an((nx+1),2)=-1.d0

!                   bp((nx+1),2)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),2)+2.d0*Tf_R+2.d0*Tf_S!
+ (Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!                   elseif (Convection_S) then
!                       ap((nx+1),2)=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))-
(numerator_y_c_S/denominator_y_c_S))
!                       ae((nx+1),2)=0.d0
!                       aw((nx+1),2)=-1.d0
!                       as((nx+1),2)=0.d0
!                       an((nx+1),2)=-1.d0

!                   bp((nx+1),2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),2)+2.d0*Tf_R+((hf_S*T_
amb_S)/denominator_y_c_S))+ (Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!                   elseif (Prescribed_flux_S) then
!                       ap((nx+1),2)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!                       ae((nx+1),2)=0.d0

```

```

        aw((nx+1),2)=-1.d0
        as((nx+1),2)=0.d0
        an((nx+1),2)=-1.d0

        bp((nx+1),2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),2)+2.d0*Tf_R+qf_S*(dy/
k)))+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        endif
!      Prescribed flux in the RIGHT side
      elseif(Prescribed_flux_R)then
        if(Prescribed_Temperature_S)then
          ap((nx+1),2)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
          ae((nx+1),2)=0.d0
          aw((nx+1),2)=-1.d0
          as((nx+1),2)=0.d0
          an((nx+1),2)=-1.d0

          bp((nx+1),2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),2)+2.d0*Tf_S+qf_R*(dx/
k)))+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        elseif (Convection_S) then
          ap((nx+1),2)=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))-
(numerator_y_c_S/denominator_y_c_S)
          ae((nx+1),2)=0.d0
          aw((nx+1),2)=-1.d0
          as((nx+1),2)=0.d0
          an((nx+1),2)=-1.d0

          bp((nx+1),2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),2)+((hf_S*T_amb_S)/den
ominator_y_c_S)+qf_R*(dx/k)))+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        elseif (Prescribed_flux_S) then
          ap((nx+1),2)=1
          ae((nx+1),2)=0.d0
          aw((nx+1),2)=-1.d0
          as((nx+1),2)=0.d0
          an((nx+1),2)=-1.d0
          bp((nx+1),2)=1
          Write(*,*)"The prescribed flux boundary on the
south and east side was not implemented yet"
          write(*,*)"Going out!!"
          STOP
        endif
!      Convection in the RIGHT side
      elseif(Convection_R)then
        if(Prescribed_Temperature_S)then
          ap((nx+1),2)=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))-
(numerator_x_c_R/denominator_x_c_R)
          ae((nx+1),2)=0.d0
          aw((nx+1),2)=-1.d0
          as((nx+1),2)=0.d0
          an((nx+1),2)=-1.d0

          bp((nx+1),2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),2)+2.d0*Tf_S+((hf_R*T_
amb_R)/denominator_x_c_R)))+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        elseif (Convection_S) then
          ap((nx+1),2)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))-
(numerator_x_c_R/denominator_x_c_R)-(numerator_y_c_S/denominator_y_c_S)
          ae((nx+1),2)=0.d0
          aw((nx+1),2)=-1.d0
          as((nx+1),2)=0.d0
          an((nx+1),2)=-1.d0

          bp((nx+1),2)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),2)+((hf_R*T_amb_R)/deno

```

```

minator_x_c_R)+((hf_S*T_amb_S)/denominator_y_c_S)!+(Cell_Generated_Heat*dx*
dy)
        elseif (Prescribed_flux_S) then
            ap((nx+1),2)=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
(numerator_x_c_R/denominator_x_c_R))
            ae((nx+1),2)=0.d0
            aw((nx+1),2)=-1.d0
            as((nx+1),2)=0.d0
            an((nx+1),2)=-1.d0

            bp((nx+1),2)=(((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),2)+((hf_R*T_amb_R)/den
ominator_x_c_R)+qf_S*(dy/k))!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        endif
    endif

!
!=====
!
!           upper left corner (1,ny) --> CASE 3
!=====
!
!
!           Prescribed Temperature in the LEFT side
!           if (Prescribed_Temperature_L) then
!               if(Prescribed_Temperature_N) then
!                   ap(2,(ny+1))=(6.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!                   ae(2,(ny+1))=-1.d0
!                   aw(2,(ny+1))=0.d0
!                   as(2,(ny+1))=-1.d0
!                   an(2,(ny+1))=0.d0

!                   bp(2,(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,(ny+1))+2.d0*Tf_L+2.d0*Tf_N!
+ (Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!                   elseif (Convection_N) then
!                       ap(2,(ny+1))=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
(numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
!                       ae(2,(ny+1))=-1.d0
!                       aw(2,(ny+1))=0.d0
!                       as(2,(ny+1))=-1.d0
!                       an(2,(ny+1))=0.d0

!                       bp(2,(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,(ny+1))+2.d0*Tf_L+((hf_N*T_
amb_N)/denominator_y_c_N))!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!                       elseif (Prescribed_flux_N) then
!                           ap(2,(ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!                           ae(2,(ny+1))=-1.d0
!                           aw(2,(ny+1))=0.d0
!                           as(2,(ny+1))=-1.d0
!                           an(2,(ny+1))=0.d0

!                           bp(2,(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,(ny+1))+2.d0*Tf_L+qf_N*(dy/
k))!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!                       endif
!           Prescribed flux in the LEFT side
!           elseif(Prescribed_flux_L) then
!               if(Prescribed_Temperature_N) then
!                   ap(2,(ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!                   ae(2,(ny+1))=-1.d0
!                   aw(2,(ny+1))=0.d0
!                   as(2,(ny+1))=-1.d0
!                   an(2,(ny+1))=0.d0

!                   bp(2,(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,(ny+1))+2.d0*Tf_N+qf_L*(dx/
k))!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)

```

```

elseif (Convection_N) then
    ap(2, (ny+1))=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)) -
(numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
    ae(2, (ny+1))=-1.d0
    aw(2, (ny+1))=0.d0
    as(2, (ny+1))=-1.d0
    an(2, (ny+1))=0.d0

    bp(2, (ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2, (ny+1))+((hf_N*T_amb_N)/den
ominator_y_c_N)+qf_L*(dx/k))!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
    elseif (Prescribed_flux_N) then
        ap(2, (ny+1))=1
        ae(2, (ny+1))=-1.d0
        aw(2, (ny+1))=0.d0
        as(2, (ny+1))=-1.d0
        an(2, (ny+1))=0.d0
        bp(2, (ny+1))=1
        Write(*,*)"The prescribed flux boundary on the west
and north side was not implemented yet"
        write(*,*)"Going out!!"
        STOP
    endif
!
    Convection in the LEFT side
elseif(Convection_L)then
    if(Prescribed_Temperature_N)then
        ap(2, (ny+1))=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)) -
(numerator_x_c_L/denominator_x_c_L))
        ae(2, (ny+1))=-1.d0
        aw(2, (ny+1))=0.d0
        as(2, (ny+1))=-1.d0
        an(2, (ny+1))=0.d0
        bp(2, (ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2, (ny+1))+2.d0*Tf_N+((hf_L*T_
amb_L)/denominator_x_c_L))!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
    elseif(mobile_source)then
        if(source_cell_begin.le.1)then !Prescribed_flux_N
            ap(2, (ny+1))=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)) -
(numerator_x_c_L/denominator_x_c_L))
            ae(2, (ny+1))=-1.d0
            aw(2, (ny+1))=0.d0
            as(2, (ny+1))=-1.d0
            an(2, (ny+1))=0.d0

            bp(2, (ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2, (ny+1))+((hf_L*T_amb_L)/deno
minator_x_c_L)+((qf_N*dy)/k)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
        else !Convection_N
            ap(2, (ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)) -
(numerator_x_c_L/denominator_x_c_L)-(numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
            ae(2, (ny+1))=-1.d0
            aw(2, (ny+1))=0.d0
            as(2, (ny+1))=-1.d0
            an(2, (ny+1))=0.d0

            bp(2, (ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2, (ny+1))+((hf_N*T_amb_N)/denom
inator_y_c_N)+((hf_L*T_amb_L)/denominator_x_c_L))!+(Cell_Generated_Heat*dx*
dy)
        endif
    elseif (Convection_N) then
        ap(2, (ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)) -
(numerator_x_c_L/denominator_x_c_L)-(numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
        ae(2, (ny+1))=-1.d0
        aw(2, (ny+1))=0.d0

```

```

as(2,(ny+1))=-1.d0
an(2,(ny+1))=0.d0

bp(2,(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt)*T_old(2,(ny+1))+((hf_N*T_amb_N)/denom
inator_y_c_N)+((hf_L*T_amb_L)/denominator_x_c_L))!+(Cell_Generated_Heat*dx*
dy)

elseif (Prescribed_flux_N) then
ap(2,(ny+1))=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
numerator_x_c_L/denominator_x_c_L))
ae(2,(ny+1))=-1.d0
aw(2,(ny+1))=0.d0
as(2,(ny+1))=-1.d0
an(2,(ny+1))=0.d0

bp(2,(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,(ny+1))+((hf_L*T_amb_L)/deno
minator_x_c_L)+((qf_N*dy)/k)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
endif
endif
!
!=====
! Upper right corner ij(nx,ny) --> CASE 4
!=====
!
! Prescribed Temperature in the RIGHT side
if (Prescribed_Temperature_R) then
if (Prescribed_Temperature_N) then
ap((nx+1),(ny+1))=(6.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
an((nx+1),(ny+1))=0.d0

bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+2.d0*Tf_R+
2.d0*Tf_N!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
elseif (Convection_N) then
ap((nx+1),(ny+1))=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
an((nx+1),(ny+1))=0.d0

bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+2.d0*Tf_R
+((hf_N*T_amb_N)/denominator_y_c_N)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
elseif (Prescribed_flux_N) then
ap((nx+1),(ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
an((nx+1),(ny+1))=0.d0

bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+2.d0*Tf_R
+qf_N*(dy/k)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
endif
! Prescribed flux in the RIGHT side
elseif (Prescribed_flux_R) then
if (Prescribed_Temperature_N) then
ap((nx+1),(ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
as((nx+1),(ny+1))=-1.d0

```

```

an((nx+1),(ny+1))=0.d0

bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+2.d0*Tf_N
+qf_R*(dx/k))+!(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
elseif (Convection_N) then
    ap((nx+1),(ny+1))=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
(numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
    ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
    aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
    as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
    an((nx+1),(ny+1))=0.d0

    bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+((hf_N*T_
amb_N)/denominator_y_c_N)+qf_R*(dx/k))+!(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
    elseif (Prescribed_flux_N) then
        ap((nx+1),(ny+1))=1
        ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
        aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
        as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
        an((nx+1),(ny+1))=0.d0
        bp((nx+1),(ny+1))=1
        Write(*,*)"The prescribed flux boundary on the east
and north side was not implemented yet"
        write(*,*)"Going out!!"
        STOP
    endif
!
    Convection in the RIGHT side
    elseif(Convection_R)then
        if(Prescribed_Temperature_N)then
            ap((nx+1),(ny+1))=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
(numerator_x_c_R/denominator_x_c_R))
            ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
            aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
            as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
            an((nx+1),(ny+1))=0.d0

            bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+2.d0*Tf_N
+((hf_R*T_amb_R)/denominator_x_c_R))+!(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
            elseif(mobile_source)then
                if(source_cell_end.ge.nx)then !Prescribed_flux_N
                    ap((nx+1),(ny+1))=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
(numerator_x_c_R/denominator_x_c_R))
                    ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
                    aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
                    as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
                    an((nx+1),(ny+1))=0.d0

                    bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+((hf_R*T_a
mb_R)/denominator_x_c_R)+((qf_N*dy)/k))+!(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
                else !Convection_N
                    ap((nx+1),(ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
(numerator_x_c_R/denominator_x_c_R)-(numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
                    ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
                    aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
                    as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
                    an((nx+1),(ny+1))=0.d0

                    bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+((hf_R*T_a
mb_R)/denominator_x_c_R)+((hf_N*T_amb_N)/denominator_y_c_N))+!(Cell_Generate
d_Heat*dx*dy)
                endif
            endif

```

```

elseif (Convection_N) then
    ap((nx+1),(ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)) -
(numerator_x_c_R/denominator_x_c_R)-(numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
    ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
    aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
    as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
    an((nx+1),(ny+1))=0.d0

    bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+((hf_R*T_amb_R)/denominator_x_c_R)+((hf_N*T_amb_N)/denominator_y_c_N)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)

elseif (Prescribed_flux_N) then
    ap((nx+1),(ny+1))=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)) -
(numerator_x_c_R/denominator_x_c_R))
    ae((nx+1),(ny+1))=0.d0
    aw((nx+1),(ny+1))=-1.d0
    as((nx+1),(ny+1))=-1.d0
    an((nx+1),(ny+1))=0.d0

    bp((nx+1),(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),(ny+1))+((hf_R*T_amb_R)/denominator_x_c_R)+((qf_N*dy)/k)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
endif
endif

!
!=====
! Applying the boundary conditions to left side --> CASE 5
!=====
!
! Prescribed Temperature in the LEFT side
! if (Prescribed_Temperature_L) then
!     do j=3,ny
!         ap(2,j)=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!         ae(2,j)=-1.d0
!         aw(2,j)=0.d0
!         as(2,j)=-1.d0
!         an(2,j)=-1.d0

!         bp(2,j)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,j)+2.d0*Tf_L!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!     enddo
! elseif (Prescribed_flux_L) then
!     do j=3,ny
!         ap(2,j)=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!         ae(2,j)=-1.d0
!         aw(2,j)=0.d0
!         as(2,j)=-1.d0
!         an(2,j)=-1.d0

!         bp(2,j)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,j)+((qf_L*dx)/k)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!     enddo
! elseif (Convection_L) then
!     do j=3,ny
!         ap(2,j)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)) -
(numerator_x_c_L/denominator_x_c_L))
!         ae(2,j)=-1.d0
!         aw(2,j)=0.d0
!         as(2,j)=-1.d0
!         an(2,j)=-1.d0

!         bp(2,j)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(2,j)+((hf_L*T_amb_L)/denominator_x_c_L)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!     enddo
! endif
! endif

```

```

                                enddo
                            endif
!
!=====
! Applying the boundary conditions to south side --> CASE 6
!=====
!
! Prescribed Temperature on the SOUTH side
! if (Prescribed_Temperature_S) then
!     do i=3,nx
!         ap(i,2)=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!         ae(i,2)=-1.d0
!         aw(i,2)=-1.d0
!         as(i,2)=0.d0
!         an(i,2)=-1.d0
!
!         bp(i,2)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i,2)+2.d0*Tf_S!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!     enddo
! Prescribed flux on the SOUTH side
! elseif(Prescribed_flux_S) then
!     do i=3,nx
!         ap(i,2)=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!         ae(i,2)=-1.d0
!         aw(i,2)=-1.d0
!         as(i,2)=0.d0
!         an(i,2)=-1.d0
!
!         bp(i,2)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i,2)+((qf_S*dy)/k)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!     enddo
! Convection on the SOUTH side
! elseif(Convection_S) then
!     do i=3,nx
!         ap(i,2)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
!         (numerator_y_c_S/denominator_y_c_S))
!         ae(i,2)=-1.d0
!         aw(i,2)=-1.d0
!         as(i,2)=0.d0
!         an(i,2)=-1.d0
!
!         bp(i,2)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i,2)+((hf_S*T_amb_S)/denominator_y_c_S)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!     enddo
! endif
!
!=====
! Applying the boundary conditions to right side --> CASE 7
!=====
!
! Prescribed Temperature on the RIGHT side
! if (Prescribed_Temperature_R) then
!     do j=3,ny
!         ap((nx+1),j)=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
!         ae((nx+1),j)=0.d0
!         aw((nx+1),j)=-1.d0
!         as((nx+1),j)=-1.d0
!         an((nx+1),j)=-1.d0
!
!         bp((nx+1),j)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),j)+2.d0*Tf_R!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
!     enddo
! endif

```

```

        enddo
!       Prescribed flux on the RIGHT side
        elseif(Prescribed_flux_R)then
            do j=3,ny
                ap((nx+1),j)=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
                ae((nx+1),j)=0.d0
                aw((nx+1),j)=-1.d0
                as((nx+1),j)=-1.d0
                an((nx+1),j)=-1.d0

                bp((nx+1),j)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),j)+((qf_R*dx)/k)!+(Cell
_Generated_Heat*dx*dy)
            enddo
!       Convection on the RIGHT side
        elseif(Convection_R)then
            do j=3,ny
                ap((nx+1),j)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
numerator_x_c_R/denominator_x_c_R))
                ae((nx+1),j)=0.d0
                aw((nx+1),j)=-1.d0
                as((nx+1),j)=-1.d0
                an((nx+1),j)=-1.d0

                bp((nx+1),j)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old((nx+1),j)+((hf_R*T_amb_R)/deno
minator_x_c_R)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
            enddo
        endif
!
!=====
!       Applying the boundary conditions to north side --> CASE 8
!=====
!
!       Prescribed Temperature on the NORTH side
        if (Prescribed_Temperature_N) then
            do i=3,nx
                ap(i,(ny+1))=(5.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
                ae(i,(ny+1))=-1.d0
                aw(i,(ny+1))=-1.d0
                as(i,(ny+1))=-1.d0
                an(i,(ny+1))=0.d0

                bp(i,(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i,(ny+1))+2.d0*Tf_N!+(Cell_Gen
erated_Heat*dx*dy)
            enddo
            elseif(mobile_source)then
                do i=3,nx

                    if(i.ge.source_cell_begin.and.i.le.source_cell_end)then
!Prescribed_flux_N
                        ap(i,(ny+1))=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
                        ae(i,(ny+1))=-1.d0
                        aw(i,(ny+1))=-1.d0
                        as(i,(ny+1))=-1.d0
                        an(i,(ny+1))=0.d0

                        bp(i,(ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i,(ny+1))+(qf_N*dy/k)!+(Cell_G
enerated_Heat*dx*dy)
                    else !Convection_N
                        ap(i,(ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt))-(
numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
                        ae(i,(ny+1))=-1.d0

```

```

                                aw(i, (ny+1))=-1.d0
                                as(i, (ny+1))=-1.d0
                                an(i, (ny+1))=0.d0

                                bp(i, (ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i, (ny+1))+((hf_N*T_amb_N)/deno
minator_y_c_N)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
                                endif
                                enddo
!                                Prescribed flux on the NORTH side
                                elseif(Prescribed_flux_N)then
                                    do i=3,nx
                                        ap(i, (ny+1))=(3.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
                                        ae(i, (ny+1))=-1.d0
                                        aw(i, (ny+1))=-1.d0
                                        as(i, (ny+1))=-1.d0
                                        an(i, (ny+1))=0.d0

                                bp(i, (ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i, (ny+1))+(qf_N*dy/k)!+(Cell_G
enerated_Heat*dx*dy)
                                enddo
!                                Convection on the NORTH side
                                elseif(Convection_N)then
                                    do i=3,nx
                                        ap(i, (ny+1))=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))-
(numerator_y_c_N/denominator_y_c_N))
                                        ae(i, (ny+1))=-1.d0
                                        aw(i, (ny+1))=-1.d0
                                        as(i, (ny+1))=-1.d0
                                        an(i, (ny+1))=0.d0

                                bp(i, (ny+1))=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i, (ny+1))+((hf_N*T_amb_N)/deno
minator_y_c_N)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
                                enddo
                                endif
!
!
!=====
!    CENTRAL NODES LOOP --> Computing the coefficients
!=====
!
                                do i=3,nx
                                    do j=3,ny
                                        ap(i,j)=(4.d0+((dx*dx)/(alfa*dt)))
                                        ae(i,j)=-1.d0
                                        aw(i,j)=-1.d0
                                        as(i,j)=-1.d0
                                        an(i,j)=-1.d0

                                bp(i,j)=((dx*dx)/(alfa*dt))*T_old(i,j)!+(Cell_Generated_Heat*dx*dy)
                                enddo
                                enddo
!
!*****
!.....Solving the linear system
!
!*****
!
                                if (solver.eq.1) then
                                    call solver_SOR
                                elseif (solver.eq.2) then
                                    call solver_CGS

```

```

        else
            WRITE(*,*) 'Please Choose one valid Solver'
            WRITE(*,*) 'Going out'
            stop
        endif
!
!*****Computing the energy balance*****
!.....Computing the energy balance
!
!*****
!
        call energy_balance(TSN,qf_N)
!
!-----
!
        Updating the temperature
!-----
        do i=2,(nx+1)
            do j=2,(ny+1)
                T_old(i,j)=T(i,j)
            enddo
        enddo
!-----
!
!
        WRITE(*,*) 'Time step number ',TSN,'total simulated time',time
!
        call write_probe(time)
!
        IF (MOD(TSN,NOTT)==0) THEN
            if (visit_format) then
                call POST_CASE_VAR_FOR_VISIT(ICONT)
                WRITE(*,*) 'writing file for postprocessing'
                call cpu_time ( time_save )
                print *, 'TIME OF OPERATION',time_save -
time_begin_direct, ' SECONDS'
            endif
        ENDIF
!
!-----
!.....Computing The Golden Section Method Function
!-----
        FS=FS+(T(i_probe(1),j_probe(1))-
experimental_temperature(TSN))**2
!-----
!-----
!
        END OF TIME ADVANCEMENT LOOP
!-----
        400      CONTINUE
!-----
!
        do i=1,number_of_probes
            close(1500+i)
        enddo
        close(2500)
!
        RETURN
!
!#####
        END SUBROUTINE

```

```

#####
!
#####
      subroutine compute_heat_source_position(time)
#####
!      This routine is responsible for allocating memory for the arrays.
!=====
      use Data_Type_Module
!
      implicit none
!
      double precision time

!      Computing the number of nodes under direct effect of the heat source
      (inside time loop)
      source_displacement=time*source_speed

      source_cell_begin=((source_x_begin+0.5d0*dx+source_displacement)/dx)+
0.5d0
      source_cell_end=((source_x_end+0.5d0*dx+source_displacement)/dx)+0.5d
0

      if(source_cell_begin.lt.1)then
          source_cell_begin=1
      else if(source_cell_begin.gt.nx)then
          WRITE(*,*)'THE HEAT SOURCE HAS ALREADY PASSED BY THE SAMPLE'
          WRITE(*,*)'Going out'
          stop
      endif
      if(source_cell_end.gt.nx)then
          source_cell_end=nx
      endif

      WRITE(*,*)'source_cell_begin',source_cell_begin
      WRITE(*,*)'source_cell_end ',source_cell_end
!
!#####
      end subroutine
!#####
      END MODULE

```

B.3 SOLVER_MODULE

```

!
!   CONTAINS
!
!.....This file contains Solvers used by the main program...
!
!#####
!   subroutine solver_SOR
!#####
!   This routine is responsible for solving the linear system.
!=====
!
!=====
!
!   External Modules
!   use Data_Type_Module
!
!=====
!
!   Declaring Local Variables
!   implicit none
!
!   integer i,j,cont,cont2
!   double precision w,difference,tol,error
!
!   Relaxation factor
!   w=1.5d0
!
!   Solver tolerance
!   tol=1.d-5
!
!.....Computing the temperature
!
!   cont2=0
200  do i=2,(nx+1)
!       do j=2,(ny+1)
!           T(i,j)=T(i,j)-
w*((ap(i,j)*T(i,j)+ae(i,j)*T(i+1,j)+aw(i,j)*T(i-1,j)+&
&as(i,j)*T(i,j-1)+an(i,j)*T(i,j+1)-
bp(i,j))/ap(i,j))
!       enddo
!   enddo
!
!.....Verifying the error
!
!   cont=0
!   do i=2,(nx+1)
!       do j=2,(ny+1)
!           error=abs(T(i,j)-((ae(i,j)*T(i+1,j)+aw(i,j)*T(i-
1,j)+as(i,j)*T(i,j-1)+&
&an(i,j)*T(i,j+1)-bp(i,j))/(-ap(i,j))))
!
!           if (error.le.tol) then
!               cont=cont+1
!           else
!               cont2=cont2+1
!               if (cont2.gt.1000) then
!                   write(*,*) 'convergence not obtained'

```

```

        write(*,*)'Maximum residual',error
        write(*,*)'going out'
        stop
    endif
    WRITE(*,*)'SOR iteration number=',cont2
    goto 200
endif
enddo
enddo
return
!
!#####
!      end subroutine
!#####
!
!#####
!      SUBROUTINE solver_CGS
!#####
!      This is a pre-conditioned conjugate gradient solver for
!      symmetric matrices (e.g., pressure or pressure-correction
!      equation, heat conduction, etc.). A 3D version is included
!      in LAPL3D.F file. The original code was written by Ismet
!      Demirdzic, Masinski Fakultet, Sarajevo, 1987 (see Sect.
!      5.3.6 for a description of the algorithm).
!=====
!=====
!      External Modules
!      use Data_Type_Module
!
!=====
!      Declaring Local Variables
!      implicit none
!
!      integer i,j,ni,nj,nim,njm,ij,nij,nxy
!      integer n,maxit
!
!      double precision S0,Sk,S2,BET,ALF
!      Residuals
!      double precision RESN, RES0, RSM, RESMAX
!      New (1D) Coefficients and conversion factor
!      double precision, allocatable::
APL(:),AEL(:),AWL(:),ASL(:),ANL(:),Q(:),LI(:)
!      FI variable
!      double precision, allocatable:: PK(:),ZK(:),D(:),RES(:),FI(:)
!
!=====
!
!-----
!      Redefinig indexes
!      NI=nx+2
!      NIM=ni-1
!      NJ=ny+2
!      NJM=nj-1
!      NIJ=ni*nj
!      NXY=nx*ny
!-----
!
!      Allocating memory to local variables
!-----
!      allocate (APL(NIJ))

```

```

        allocate(AEL(NIJ))
        allocate(AWL(NIJ))
        allocate(ASL(NIJ))
        allocate(ANL(NIJ))
        allocate(Q(NIJ))
        allocate(FI(NIJ))
!
        allocate(PK(NIJ))
        allocate(ZK(NIJ))
        allocate(D(NIJ))
        allocate(RES(NIJ))
!
        allocate(LI(NI))
!
=====
!
!
!.....WORKING ARRAY FOR CONVERTING 2D INDICES TO 1D
!
!
!   Ferziger and Peric - storage 3D into 1D array
!   The conversion between the grid locations, compass notation,
!   and storage locations is indicated in Table 3.2.
!
!   l=(k-1)*ny*nx+(i-1)*ny+j
!
!   I guess that for a 2D array, it would be:
!
!   l=(i-1)*ny+j
!
!   Defining a conversion parameter, as is 'LAPL2DSIM.f':
!
        do i=1,ni
            LI(i)=(i-1)*nj
        enddo
!
!   Initializing 1D arrays
        do ij=1,NIJ
            APL(ij)=0.d0
            AEL(ij)=0.d0
            AWL(ij)=0.d0
            ASL(ij)=0.d0
            ANL(ij)=0.d0
            AEL(ij)=0.d0
            Q(ij)=0.d0
            FI(ij)=0.d0
!
            PK(ij)=0.d0
            ZK(ij)=0.d0
            D(ij)=0.d0
            RES(ij)=0.d0
        enddo
!
!.....    Storing values in 1D arrays
!
        do i=2,nim
            do j=2,njm
                ij=li(i)+j
                FI(ij)=T(i,j)
                APL(ij)=ap(i,j)
                AEL(ij)=ae(i,j)

```

```

        AWL(ij)=aw(i,j)
        ASL(ij)=as(i,j)
        ANL(ij)=an(i,j)
        Q(ij)=bp(i,j)
    enddo
enddo

!
!-----
!      Set local variables
!
!      Setting Converge Criteria
RESMAX=1.d-5
!      Maximum number of allowed iterations
maxit=1000

!=====
!.....From this point on the code is the same as that used in
'LAPL2DSIM.f'.....!
!=====
!
!.....CALCULATE INITIAL RESIDUAL VECTOR
!
    RES0=0.
    DO I=2,NIM
        DO IJ=LI(I)+2,LI(I)+NJM
            RES(IJ)=Q(IJ)-APL(IJ)*FI(IJ)-AEL(IJ)*FI(IJ+NJ)-
AWL(IJ)*FI(IJ-NJ)-ANL(IJ)*FI(IJ+1)-ASL(IJ)*FI(IJ-1)
            RES0=RES0+ABS(RES(IJ))
        END DO
    END DO

!
!.....PRECONDITIONING MATRIX DIAGONAL
!
    DO I=2,NIM
        DO IJ=LI(I)+2,LI(I)+NJM
            D(IJ)=1./(APL(IJ)-D(IJ-NJ)*AWL(IJ)**2-D(IJ-1)*ASL(IJ)**2)
        END DO
    END DO

!
!.....CALCULATION OF ZK; INNER ITERATION LOOP
!
    S0=1.E20
    DO N=1,MAXIT
!
!.....FORWARD SUBSTITUTION
!
        DO I=2,NIM
            DO IJ=LI(I)+2,LI(I)+NJM
                ZK(IJ)=(RES(IJ)-AWL(IJ)*ZK(IJ-NJ)-ASL(IJ)*ZK(IJ-
1)))*D(IJ)
            END DO
        END DO

!
        DO I=2,NIM
            DO IJ=LI(I)+2,LI(I)+NJM
                ZK(IJ)=ZK(IJ)/(D(IJ)+1.E-20)
            END DO
        END DO

!
!.....BACKWARD SUBSTITUTION
!

```

```

        SK=0.
        DO I=NIM,2,-1
            DO IJ=LI(I)+NJM,LI(I)+2,-1
                ZK(IJ)=(ZK(IJ)-AEL(IJ)*ZK(IJ+NJ)-
ANL(IJ)*ZK(IJ+1))*D(IJ)
                SK=SK+RES(IJ)*ZK(IJ)
            END DO
        END DO
!
!.....CALCULATE BETA AND NEW SEARCH VECTOR
!
        BET=SK/S0
        DO I=2,NIM
            DO IJ=LI(I)+2,LI(I)+NJM
                PK(IJ)=ZK(IJ)+BET*PK(IJ)
            END DO
        END DO
!
!.....CALCULATE SCALAR PRODUCT (PK . A PK) AND ALPHA (A PK OVERWRITES ZK)
!
        S2=0.
        DO I=2,NIM
            DO IJ=LI(I)+2,LI(I)+NJM
                ZK(IJ)=APL(IJ)*PK(IJ)+AEL(IJ)*PK(IJ+NJ)+AWL(IJ)*PK(IJ-
NJ)+ANL(IJ)*PK(IJ+1)+ASL(IJ)*PK(IJ-1)
                S2=S2+PK(IJ)*ZK(IJ)
            END DO
        END DO
!
        ALF=SK/S2
!
!.....CALCULATE NEW RESIDUAL AND UPDATE VARIABLE
!
        RESN=0.
        DO I=2,NIM
            DO IJ=LI(I)+2,LI(I)+NJM
                FI(IJ)=FI(IJ)+ALF*PK(IJ)
                RES(IJ)=RES(IJ)-ALF*ZK(IJ)
                RESN=RESN+ABS(RES(IJ))
            END DO
        END DO
        S0=SK
!
!.....CHECK CONVERGENCE
!
        RSM=RESN/(RES0+1.E-20)
        WRITE(*,*) N,' SWEEP, RSM = ',RSM
        IF(RSM.LT.RESMAX) THEN
!
!           Storing values in 2D arrays
!
            do i=2,nim
                do j=2,njm
                    ij=LI(i)+j
                    T(i,j)=FI(ij)
                enddo
            enddo
!-----
! Deallocating all local arrays
!-----

```

```

        deallocate (APL)
        deallocate (AEL)
        deallocate (AWL)
        deallocate (ASL)
        deallocate (ANL)
        deallocate (Q)
        deallocate (FI)
        !
        deallocate (PK)
        deallocate (ZK)
        deallocate (D)
        deallocate (RES)
        !
        deallocate (LI)
        !-----
!       Back to main.f90
        RETURN
    ENDIF

!
    END DO
!
    WRITE(*,*) '!!CAUTION!!'
    WRITE(*,*) 'The maximum number of iterations in CGS has been reached'
    WRITE(*,*) MAXIT, ' SWEEP, RSM = ', RSM
!
!-----
! Deallocating all local arrays
!-----
        deallocate (APL)
        deallocate (AEL)
        deallocate (AWL)
        deallocate (ASL)
        deallocate (ANL)
        deallocate (Q)
        deallocate (FI)
!
        deallocate (PK)
        deallocate (ZK)
        deallocate (D)
        deallocate (RES)
!
        deallocate (LI)
!-----
!
    RETURN
!
!#####
    END SUBROUTINE
!#####
!
!
END MODULE

```

B.4 ENERGY_BALANCE_MODULE

```

!
!      CONTAINS
!
!.....This file contains most of the routines for IO write used by
Conduction2D...
!
!#####
!      subroutine energy_balance(time_step_number,qf_N)
!#####
!      This routine is responsible for allocating memory for the arrays.
!=====

      use Data_Type_Module
!
      implicit none
!
      integer i,j
      integer time_step_number
      double precision energy_exange
      double precision total_energy_exange
      double precision qf_N

!      This variables must be recomputed at every time step!
      energy_left_dt=0.d0
      energy_right_dt=0.d0
      energy_south_dt=0.d0
      energy_north_dt=0.d0
      energy_ac_dt=0.d0

!-----
!      Left Boundary
!      if (Prescribed_Temperature_L) then
!          do j=2,(ny+1)
!              energy_left_dt=energy_left_dt+((2.d0*k)/dx)*(Tf_L-
T(2,j))*dy
!              enddo
!
!          elseif(Prescribed_flux_L) then
!              do j=2,(ny+1)
!                  energy_left_dt=energy_left_dt+qf_L*dy
!              enddo
!
!          elseif(Convection_L) then
!              do j=2,(ny+1)
!                  energy_left_dt=energy_left_dt+hf_L*(T_amb_L-
(2.d0*k*T(2,j)+dx*hf_L*T_amb_L)/(dx*hf_L+2.d0*k))*dy
!                  enddo
!              endif
!-----
!-----
!      Righ boundary
!      if (Prescribed_Temperature_R) then
!          do j=2,(ny+1)
!              energy_right_dt=energy_right_dt+((2.d0*k)/dx)*(Tf_R-
T((nx+1),j))*dy
!              enddo
!          elseif(Prescribed_flux_R) then

```

```

        do j=2,(ny+1)
            energy_right_dt=energy_right_dt+qf_R*dy
        enddo
    elseif(Convection_R) then
        do j=2,(ny+1)
            energy_right_dt=energy_right_dt+hf_R*(T_amb_R-
(2.d0*k*T((nx+1),j)+dx*hf_R*T_amb_R)/(dx*hf_R+2.d0*k))*dy
        enddo
    endif
!
!-----
!-----
!
!   South boundary
    if (Prescribed_Temperature_S) then
        do i=2,(nx+1)
            energy_south_dt=energy_south_dt+((2.d0*k)/dy)*(Tf_S-
T(i,2))*dx
        enddo
    elseif(Prescribed_flux_S) then
        do i=2,(nx+1)
            energy_south_dt=energy_south_dt+qf_S*dx
        enddo
    elseif(Convection_S) then
        do i=2,(nx+1)
            energy_south_dt=energy_south_dt+hf_S*(T_amb_S-
(2.d0*k*T(i,2)+dy*hf_S*T_amb_S)/(dy*hf_S+2.d0*k))*dx
        enddo
    endif
!
!-----
!-----
!
!   North boundary
    if(.not.mobile_source)then
        if (Prescribed_Temperature_N) then
            do i=2,(nx+1)

            energy_north_dt=energy_north_dt+((2.d0*k)/dy)*(Tf_N-T(i,(ny+1)))*dx
            enddo
            elseif(Prescribed_flux_N) then
                do i=2,(nx+1)
                    energy_north_dt=energy_north_dt+qf_N*dx
                enddo
            elseif(Convection_N) then
                do i=2,(nx+1)
                    energy_north_dt=energy_north_dt+hf_N*(T_amb_N-
(2.d0*k*T(i,(ny+1))+dy*hf_N*T_amb_N)/(dy*hf_N+2.d0*k))*dx
                enddo
            endif
        else
            do i=2,(nx+1)
                if(i.ge.source_cell_begin.and.i.le.source_cell_end)then
!Prescribed_flux_N
                    energy_north_dt=energy_north_dt+qf_N*dx
                else !Convection_N
                    energy_north_dt=energy_north_dt+hf_N*(T_amb_N-
(2.d0*k*T(i,(ny+1))+dy*hf_N*T_amb_N)/(dy*hf_N+2.d0*k))*dx
                endif
            enddo
        enddo
    enddo

```

```

endif
!
!-----
!-----
!
!   Center cells
!   do i=2,(nx+1)
!       do j=2,(ny+1)
!           energy_ac_dt= energy_ac_dt+(k/(alfa*dt))*(T(i,j)-
T_old(i,j))*dx*dy
!       enddo
!   enddo
!-----
!
!=====
!   Computing the total generated heat
!   Total_Generated_Heat=(Cell_Generated_Heat)*(Lx*Ly)
!
!   Computing the exanged energy (system-enviroment) in the current time
step
!   By convention energy accumulated in the system is positive
!   energy_exchange=energy_left_dt+energy_right_dt+energy_south_dt+energy_n
orth_dt+Total_Generated_Heat
!
!   Computing the total energy exanged from the firts to the current time
step
total_energy_left=total_energy_left+energy_left_dt
total_energy_right=total_energy_right+energy_right_dt
total_energy_south=total_energy_south+energy_south_dt
total_energy_north=total_energy_north+energy_north_dt
!
total_energy_exchange=total_energy_left+total_energy_right+
&total_energy_south+total_energy_north
!
total_energy_ac=total_energy_ac+energy_ac_dt
!
!   Debug information:
!
!   WRITE(*,*)'energy_left_dt',energy_left_dt
!   WRITE(*,*)''
!   WRITE(*,*)'energy_right_dt',energy_right_dt
!   WRITE(*,*)''
!   WRITE(*,*)'energy_south_dt',energy_south_dt
!   WRITE(*,*)''
!   WRITE(*,*)'energy_north_dt',energy_north_dt
!   WRITE(*,*)''
!   WRITE(*,*)'energy_exchange',energy_exchange
!   WRITE(*,*)''
!   WRITE(*,*)'energy_ac_dt',energy_ac_dt
!   WRITE(*,*)''
!   WRITE(*,*)'Total_Generated_Heat',Total_Generated_Heat
!   PAUSE
!-----
!
!   Energy balance for the current time step
!-----
!
!   if(abs(energy_exchange).le.small.and.abs(energy_ac_dt).le.small)then
!   if(abs(energy_exchange).le.small)then
!       balance_dt=0.d0

```

```

        else
            balance_dt=((energy_exchange-
energy_ac_dt)/(energy_exchange))*100.d0
            balance_dt=abs(balance_dt)
        endif
!-----
!-----
!      Total Energy balance for the current simulation
!-----
!
        if(abs(total_energy_exchange).le.small.and.abs(total_energy_ac).le.small)then
        if(abs(total_energy_exchange).le.small)then
            total_balance=0.d0
        else
            total_balance=((total_energy_exchange-
total_energy_ac)/(total_energy_exchange))*100.d0
            total_balance=abs(total_balance)
        endif
!-----
!=====
        IF (balance_dt.GT.balance_tolerance_dt) THEN
            WRITE(*,*) 'ATTENTION - TIME STEP Energy Balance NOT Converged'
            WRITE(*,*) 'Time stpe number,
balance_dt',time_step_number,balance_dt
            WRITE(*,*) 'Please - check the TIME STEP and the NUMERICAL
GRID'
            WRITE(*,*) '!!GOING OUT!!'
            stop
        !
        ENDIF

        IF (total_balance.GT.total_balance_tolerance) THEN
            WRITE(*,*) 'ATTENTION - ACCUMULATED Energy Balance NOT
Converged'
            WRITE(*,*) 'Time stpe
number,total_balance',time_step_number,total_balance
            WRITE(*,*) 'Please - check the TIME STEP and the NUMERICAL
GRID'
            WRITE(*,*) '!!GOING OUT!!'
            write(*,*) 'Estou aqui em baixo.'
            stop
        !
        ENDIF

!
!#####
        end subroutine
!#####
!
END MODULE

```

APÊNDICE C

MÓDULOS DE PROCESSAMENTO: PROBLEMA INVERSO

C.1 PROGRAM INVERSE_CONDUCTION_2D

```

!
!   This code incorporates the golden section method for the inverse
!   problem and the Finite Volume Method using CDS scheme for spatial
!   discretization and implicit Euler scheme for time advance in the
!   direct problem.
!
!.....Declaring all used modules
      use Data_Type_Module
      use Read_Data_Module
      use Golden_Section_Module
      use Stolz_Module
!
      implicit none
!
      integer i,j,TSN,ICONT
      real time_begin,time_save,time_end
      double precision time
!
!.....Call the FORTRAN intrinsic cpu_time for the first time
!
      call cpu_time ( time_begin )
!
      write(*,*) '          '
      write(*,*) 'INVERSE_CONDUCTION 2D'
      write(*,*) 'Version 1.2'
      write(*,*)
!=====
!=====
!.....READ THE INPUT DATA
!=====
!
      write(*,*) ''
      Write(*,*) 'READING DATA'
      write(*,*) ''

      call read_data

      write(*,*) ''
      Write(*,*) 'DATA READ'
      write(*,*) ''
!-----

```

```

!      Computing the cell center position in the x and y directions
!-----
!      X direction
      xc(2)=dx/2.d0
      do i=3,(nx+1)
          xc(i)=xc(i-1)+dx
      enddo
!      Y direction
      yc(2)=dy/2.d0
      do i=3,(ny+1)
          yc(i)=yc(i-1)+dy
      enddo
!-----
!      Computing the cell nodes position in the x and y directions
!-----
!      X direction
      xn(2)=0.d0
      do i=3,(nx+2)
          xn(i)=xn(i-1)+dx
      enddo
!      Y direction
      yn(2)=0.d0
      do i=3,(ny+2)
          yn(i)=yn(i-1)+dy
      enddo
!-----
!      CREATING POST PROCESSING FILES
      call create_folders
      call find_probe_location
      if (visit_format) call post_geo

!      Calling the Inverse Method

      if (inverse_method.eq.1) then
          call golden_section
      elseif (inverse_method.eq.2) then
          call stolz
!      elseif (inverse_method.eq.3) then
!          call Sequential
      else
          WRITE(*,*)'Current, only the Goldesection and the Stolz methods
are implemented'
          WRITE(*,*)'Please - correct the setup'
          WRITE(*,*)'Going out'
      endif

      WRITE(*,*)''
      WRITE(*,*)'Deallocating Memory From All Arrays'
      WRITE(*,*)''
!
      call deallocate_arrays
!
      WRITE(*,*)''
      WRITE(*,*)'Memory Deallocated From All Arrays'
      WRITE(*,*)''
!
      call cpu_time ( time_end )
      print *, 'THE TOTAL TIME OF OPERATION WAS ',time_end - time_begin, '
SECONDS'
      END
!END MAIN PROGRAM

```

C.2 READ_DATA_MODULE

```

!
!       use Data_Type_Module
!       use Allocate_and_Deallocate_Arrays_Module
!
!       CONTAINS
!
!#####
!       subroutine read_data
!#####
!
! Declaring all used modules
!
!       use Data_Type_Module
!       use Allocate_and_Deallocate_Arrays_Module
!
!       implicit none
!
!       integer i,j
!       integer
number_of_boundaries_L,number_of_boundaries_R,number_of_boundaries_S,number
_of_boundaries_N
!
!-----
!
!.....READ INPUT DATA IN THE FOLLOWING ORDER OF RECORDS:
!
!-----
!       open (unit=5,FILE='setup.dat')
!
!       WRITE(*,*) 'The File Setup.dat is OPEN'
!
!       "Simulation parameters"
!       0. INVERSE METHOD, NUMBER OF FUTURE TIMES (required in the sequential
method only)
!       1. DOMAIN LENGTH IN THE X DIRECTION; NUMBER OF NODES IN THE X
DIRECTION;
!       2. DOMAIN LENGTH IN THE Y DIRECTION; NUMBER OF NODES IN THE Y
DIRECTION;
!       2.1 DOMAIN LENGTH IN THE Z DIRECTION; NUMBER OF NODES IN THE Z
DIRECTION;
!       3. TIME STEP; NUMBER OF TIME STEPS; NOTT
!       4. WHICH SOLVER WILL BE USED;
!       5. INITIAL TEMPERATURE;
!       "Material Properties"
!       6. THERMAL CONDUCTIVITY; THERMAL DIFFUSIVITY
!       "Boundary Conditions for the left side"
!       7. LOGIC_PRESCRIBED_TEMPERATURE_L; LOGIC_CONVECTION_L
!       8. PRESCRIBED_TEMPERATURE_f_L;CONVECTION_COEFFICIENT_f_L;
AMBIENT_TEMPERATURE_L
!       "Boundary Conditions for the right side"
!       9. PRESCRIBED_TEMPERATURE_R; PRESCRIBED_FLUX_R; LOGIC_CONVECTION_R
!       10. PRESCRIBED_TEMPERATURE_f_R;CONVECTION_COEFFICIENT_f_R;
AMBIENT_TEMPERATURE_R
!       "Boundary Conditions for the south side"
!       11. LOGIC_PRESCRIBED_TEMPERATURE_S LOGIC_CONVECTION_S
!       12. PRESCRIBED_TEMPERATURE_f_SCONVECTION_COEFFICIENT_f_S;
AMBIENT_TEMPERATURE_S
!       "Boundary Conditions for the north side"

```

```

! 13. PRESCRIBED_TEMPERATURE_N; PRESCRIBED_FLUX_N; LOGIC_CONVECTION_N
! 14. PRESCRIBED_TEMPERATURE_f_N;
PRESCRIBED_FLUX_f_N; CONVECTION_COEFFICIENT_f_N; AMBIENT_TEMPERATURE_N
! 15. TIME STEP ENERGY BALANCE TOLERANCE; TOTAL ENERGY BALANCE TOLERANCE
! 16. MOBILE SOURCE?
! 17. SOURCE_SPEED
! 18. SOURCE_X_BEGIN, SOURCE_X_END
! 19. OPERATING SYSTEM
! 20. PATH WHERE THE PROBE FILES WILL BE SAVED
! 21. BINARY FILES FOR POST PROCESSING ?
! 22. NUMBER OF PROBES
! 23. PROBE MONITORING POSITION
!
!   Reading domain information
!   READ(5,*) inverse_method,np
!   READ(5,*) Lx,nx
!   READ(5,*) Ly,ny
!   Lz=1          ! Bidimensional problem
!   nz=1          ! Bidimensional problem
!   READ(5,*) dt,nt,NOTT
!   READ(5,*) solver
!   READ(5,*) T_in
!
!   Reading material information
!   READ(5,*) k,alfa
!
!   Reading boundary condiditions on the left side
!   READ(5,*) Prescribed_Temperature_L, Prescribed_flux_L, Convection_L
!   READ(5,*) Tf_L, qf_L, hf_L, T_amb_L
!
!   Reading boundary condiditions on the right side
!   READ(5,*) Prescribed_Temperature_R, Prescribed_flux_R, Convection_R
!   READ(5,*) Tf_R, qf_R, hf_R, T_amb_R
!
!   Reading boundary condiditions on the south side
!   READ(5,*) Prescribed_Temperature_S, Prescribed_flux_S, Convection_S
!   READ(5,*) Tf_S, qf_S, hf_S, T_amb_S
!
!   Reading boundary condiditions on the north side
!   READ(5,*) Prescribed_Temperature_N, Prescribed_flux_N, Convection_N
!   READ(5,*) Tf_N, hf_N, T_amb_N
!
!   Energy balance tolerance
!   READ(5,*) balance_tolerance_dt, total_balance_tolerance
!
!   heat source information
!   READ(5,*) mobile_source
!   READ(5,*) source_speed
!   READ(5,*) source_x_begin, source_x_end
!
!   Reading probe information
!   READ(5,*) operating_system
!   READ(5,*) PATH_PROBE
!   READ(5,*) PATH_VISIT
!   READ(5,*) RADICAL
!   READ(5,*) visit_format, BINARY
!   READ(5,*) number_of_probes
!
!   WRITE(*,*) 'Allocating memory to general arrays'
!   call allocate_arrays
!   WRITE(*,*) 'Memory Allocated for general arrays'
!   if (inverse_method.eq.2) then
!       call allocate_arrays_for_stolz
!       WRITE(*,*) 'Memory Allocated for Stolz method'
!   elseif (inverse_method.eq.3) then
!       call allocate_arrays_for_sequential
!       WRITE(*,*) 'Memory Allocated for Sequential method'
!   endif
!

```

```

do i=1,number_of_probes
    READ(5,*) x_probe(i),y_probe(i)
enddo
!
CLOSE(5)
!
WRITE(*,*) 'The File Setup.dat is CLOSED'
!
!-----
!   Reading the experimental temperature file
!-----
!
WRITE(*,*) 'Reading the experimental temperature file'
!
OPEN (UNIT=15,FILE='Experimental_Temperature.dat')
DO i=1,nt
    READ(15,*) experimental_time(i),experimental_temperature(i)
ENDDO
CLOSE(15)
!
WRITE(*,*) 'Experimental temperature file read'
!
!.....If Stolz or sequential method the sensibility function must be
know
!
if (inverse_method.eq.2.or.inverse_method.eq.3) then
!
    Reading the sensibility function (phi) file
!
    if (inverse_method.eq.2) then
        WRITE(*,*) 'Reading the sensibility function file'
        OPEN (UNIT=25,FILE='Sensibility_Function.dat')
        DO i=1,nt
            READ(25,*) experimental_time(i),phi_stolz(i)
        ENDDO
        CLOSE(25)
        WRITE(*,*) 'Sensibility function file read'
!
    elseif (inverse_method.eq.3) then
        WRITE(*,*) 'Reading the sensibility function file'
        OPEN (UNIT=25,FILE='Sensibility_Function.dat')
        DO i=1,nt
            READ(25,*) experimental_time(i),phi_stolz(i)
        ENDDO
        CLOSE(25)
        WRITE(*,*) 'Sensibility function file read'
!
        WRITE(*,*) 'Reading the sensibility 2 function file'
        OPEN (UNIT=35,FILE='Sensibility2_Function.dat')
        DO i=1,nt
            READ(35,*) experimental_time(i),phi_stolz(i)
        ENDDO
        CLOSE(35)
        WRITE(*,*) 'Sensibility 2 function file read'
!
    endif
endif
!
great and small
great=1.d10
small=1.d-10

```

```

!      Initialize the number of boundary conditions
      number_of_boundaries_L=0
      number_of_boundaries_R=0
      number_of_boundaries_S=0
      number_of_boundaries_N=0

      ltime=.true.

!
!      Checking the number of boundaries specified in the left side
!
      IF(Prescribed_Temperature_L) THEN
          number_of_boundaries_L=number_of_boundaries_L+1
      ENDIF
      IF(PRESCRIBED_FLUX_L) THEN
          number_of_boundaries_L=number_of_boundaries_L+1
      ENDIF
      IF(Convection_L) THEN
          number_of_boundaries_L=number_of_boundaries_L+1
      ENDIF
!
      IF(number_of_boundaries_L.GT.1) THEN
          WRITE(*,*) '----- This is a bidimensional problem -----'
          WRITE(*,*) 'Please set only one boundary in the left side'
          STOP
      ENDIF
!
!      Checking the number of boundaries specified in the right side
!
      IF(Prescribed_Temperature_R) THEN
          number_of_boundaries_R=number_of_boundaries_R+1
      ENDIF
      IF(PRESCRIBED_FLUX_R) THEN
          number_of_boundaries_R=number_of_boundaries_R+1
      ENDIF
      IF(Convection_R) THEN
          number_of_boundaries_R=number_of_boundaries_R+1
      ENDIF
!
      IF(number_of_boundaries_R.GT.1) THEN
          WRITE(*,*) '----- This is a bidimensional problem -----'
          WRITE(*,*) 'Please set only one boundary in the right side'
          STOP
      ENDIF
!
!      Checking the number of boundaries specified in the south side
!
      IF(Prescribed_Temperature_S) THEN
          number_of_boundaries_S=number_of_boundaries_S+1
      ENDIF
      IF(PRESCRIBED_FLUX_S) THEN
          number_of_boundaries_S=number_of_boundaries_S+1
      ENDIF
      IF(Convection_S) THEN
          number_of_boundaries_S=number_of_boundaries_S+1
      ENDIF
!
      IF(number_of_boundaries_L.GT.1) THEN
          WRITE(*,*) '----- This is a bidimensional problem -----'
          WRITE(*,*) 'Please set only one boundary in the south side'
          STOP

```

```

ENDIF
!   Checking the number of boundaries specified in the north side
!
  IF(Prescribed_Temperature_N) THEN
    number_of_boundaries_N=number_of_boundaries_N+1
  ENDIF
  IF(PRESCRIBED_FLUX_N) THEN
    number_of_boundaries_N=number_of_boundaries_N+1
  ENDIF
  IF(Convection_N) THEN
    number_of_boundaries_N=number_of_boundaries_N+1
  ENDIF
!
  IF(number_of_boundaries_N.GT.1) THEN
    WRITE(*,*) '----- This is a bidimensional problem -----'
    WRITE(*,*) 'Please set only one boundary in the north side'
    STOP
  ENDIF
!-----
!   Computing the grid space in the x direction
  dx=Lx/nx
!   Computing the grid space in the y direction
  dy=Ly/ny
!   Computing the grid space in the z direction
  dz=Lz/nz
!-----
!
  WRITE(*,*) 'Checking grid'
!   Verifying the grid spacing
  IF (dx.ne.dy) THEN
    if(abs(dx-dy).le.small)then
      WRITE(*,*) ''

      WRITE(*,*) '=====
      WRITE(*,*) 'Attention, there was a rounding error in the
values of dx and dy.'
      WRITE(*,*) 'To continue the solution, it will be assumed:
dx = dy.'
      WRITE(*,*) 'Be aware that this may result in errors in
the solution.'

      WRITE(*,*) '=====
      WRITE(*,*) ''
      dx=dy
    else
      WRITE(*,*) '----- The current version of this program
only deals with equally spaced cells -----'
      WRITE(*,*) 'Please set dx==dy'
      WRITE(*,*) 'dx=',dx
      WRITE(*,*) 'dy=',dy
      STOP
    endif
  ENDIF
  WRITE(*,*) 'Grid Checked'
!
  RETURN
!
!#####
  END SUBROUTINE
!#####
  END MODULE

```

C.3 GOLDEN_SECTION_MODULE

```

!
!   use Data_Type_Module
!   use Direct_Problem_Module
!
!   CONTAINS
!#####
!   subroutine golden_section
!#####
!
!       use Data_Type_Module
!       use Direct_Problem_Module
!
!       implicit none
!
!       This routine computes the inverse problem using the golden section
!       method for the inverse problem
!
!       integer i,j,N
!       Local Variables
!       double precision tau,F1,F2,FSA
!       double precision qlower,qupper,q1,q2,qlsa
!
!-----
!   Assuming Values Initial Values
!-----
!
!       F1=0.d0
!       F2=0.d0
!       FSA=0.d0
!       tau=3.81966d-1
!       q1=0.d0
!       q2=0.d0
!       qlower=0.d0
!       qupper=1.d9
!
!       N= -2.078*log(1.0d-07)+3.d0;
!
!       WRITE(*,*)'First Call of direct problem'
!       WRITE(*,*)'Initial Upper Flux = ',qupper
!       WRITE(*,*)'Initial lower Flux = ',qlower
!       WRITE(*,*)''
!-----
!   First Iteration of the Golden Section Method
!-----
!
!       q1=(1-tau)*qLower+tau*qupper
!       call direct_problem(q1)
!       F1=FS
!
!       WRITE(*,*)''
!       WRITE(*,*)'===== '
!       WRITE(*,*)'FIRST Golden Section iteration was succefully performed'
!       WRITE(*,*)'===== '
!
!       q2=tau*qLower+(1-tau)*qupper
!       call direct_problem(q2)
!       F2=FS
!

```

```

WRITE(*,*)''
WRITE(*,*)'===== '
WRITE(*,*)'SECOND Golden Section iteration was succefully performed'
WRITE(*,*)'===== '
!
!-----
! Other Iterations
!-----
!
DO i=3,N-1
    if (F1>F2) then
        qLower=q1
        q1=q2
        F1=F2
        q2=tau*qLower+(1-tau)*qupper
        call direct_problem(q2)
        F2=FS
    else
        qupper=q2
        q2=q1
        F2=F1
        q1=(1-tau)*qLower+tau*qupper
        call direct_problem(q1)
        F1=FS
    endif
    WRITE(*,*)''

    WRITE(*,*)'===== '
    WRITE(*,*)'The total number of iterations in the Golden Section
routine is =', (N-1)
    WRITE(*,*)'The current iteration of the Golden Section routine
is =', i
    WRITE(*,*)'The current Upper flux is =', qupper
    WRITE(*,*)'The current Lower flux is =', qlower

    WRITE(*,*)'===== '
    ENDDO
!
! Computing the mean value
qsa=(q1+q2)*0.5;
!-----
! Calling the Direct Problem for the last time
!-----
call direct_problem(qsa)
!
FSA=FS
!
! Writring the result
WRITE(*,*)''
WRITE(*,*)'----- '
WRITE(*,*)'===== '
WRITE(*,*)'THE ESTIMATED FLUX IS', qsa
WRITE(*,*)'!!Hope it will work!!'
WRITE(*,*)'===== '
WRITE(*,*)'----- '

RETURN
!#####
end subroutine
!#####
END MODULE

```