



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Campus de Ilha Solteira

Carlos Henrique Vasques

**EFEITOS DE DESCONTINUIDADES NA PROPAGAÇÃO DE ONDAS
EM ESTRUTURAS UNIDIMENSIONAIS**

Ilha Solteira
2013



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Campus de Ilha Solteira

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Carlos Henrique Vasques

**EFEITOS DE DESCONTINUIDADES NA PROPAGAÇÃO DE ONDAS
EM ESTRUTURAS UNIDIMENSIONAIS**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP - Campus de Ilha Solteira, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica. Área de Conhecimento: Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. Dr. Michael John Brennan

Ilha Solteira
2013

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

V335e Vasques, Carlos Henrique.
Efeitos de descontinuidades na propagação de ondas em estruturas unidimensionais / Carlos Henrique Vasques. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2013
116 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2013

Orientador: Michael John Brennan
Inclui bibliografia

1. Propagação de ondas. 2. Estruturas unidimensionais. 3. Monitoramento da integridade estrutural. 4. Descontinuidade.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

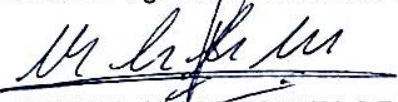
TÍTULO: EFEITOS DE DESCONTINUIDADES NA PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM ESTRUTURAS UNIDIMENSIONAIS

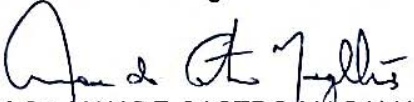
AUTOR: CARLOS HENRIQUE VASQUES

ORIENTADOR: Prof. Dr. MICHAEL JOHN BRENNAN

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica ,
Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. MICHAEL JOHN BRENNAN
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. FABRICIO CÉSAR LOBATO DE ALMEIDA
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. MAX DE CASTRO MAGALHÃES
Departamento de Engenharia de Estruturas / Universidade Federal de Minas Gerais

Data da realização: 09 de dezembro de 2013.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, ao professor Dr. Michael John Brennan pela ótima orientação, confiança, amizade e toda ajuda proporcionada durante o período de Mestrado.

Aos professores da banca examinadora: Dr. Michael John Brennan, Dr. Fabrício César Lobato de Almeida e Dr. Max de Castro Magalhães pela disponibilidade, participação e contribuição para o trabalho.

Ao professor Vicente Lopes Junior por todo apoio durante grande parte da minha graduação e do meu Mestrado.

À Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, bem como o Departamento de Engenharia Mecânica com seus professores e técnicos por todo apoio e aprendizado que adquiri.

Ao GMSINT, Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes, pelo trabalho em equipe e amizade.

À *University of Southampton*, ao *ISVR, Institute of Sound and Vibration Research* e ao professor Dr. Emiliano Rustighi por todo apoio durante meu estágio em pesquisa na Inglaterra.

Ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e ao INCT, Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia pelo apoio financeiro.

A Deus, à minha família e a todos os meu amigos que me apoiaram de diversas formas e fazem parte da minha história pessoal e profissional.

***“O começo de todas as ciências é o
espanto de as coisas serem o que são.”***

Aristóteles.

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo da propagação de ondas em estruturas unidimensionais, como barras e vigas, bem como a metodologia utilizada para a análise de resposta das ondas quando submetidas a descontinuidades estruturais. A motivação deste projeto é o Monitoramento da Integridade Estrutural, *SHM*, técnica utilizada em engenharia para detectar a presença de falhas em estruturas mecânicas em vários tipos de indústrias como: civis, automobilísticas, aeronáuticas, evitando, assim, problemas futuros e gastos monetários. Existem diversas técnicas para a aplicação de *SHM*, uma delas utiliza a propagação de ondas. A utilização de ondas é uma ferramenta bastante procurada por empresas atualmente por ser uma técnica não destrutiva e por caracterizar descontinuidades geométricas. Ondas elásticas dispersam sua energia quando encontram uma descontinuidade, portanto, é possível observar o que acontece nesta divisão através dos coeficientes de reflexão e transmissão. Neste contexto, estes coeficientes são modelados e estudados em duas situações: com ondas longitudinais guiadas por barras e com ondas de flexão guiadas por vigas. Neste trabalho, são modelados diferentes tipos de falhas com arranjos de elementos básicos da mecânica: massa, mola e amortecedor. Os dois tipos de ondas submetidas a esses elementos possuem características específicas observadas inclusive no modelamento matemático. Adicionalmente, elaboram-se estruturas com descontinuidade geométrica para aplicação e correlação dos modelos previamente desenvolvidos visando uma relação de frequências de excitação necessárias para qualificação de diferentes formas de descontinuidades localizada para estrutura de material definido.

Palavras-chave: Propagação de ondas. Estruturas unidimensionais. Monitoramento da integridade estrutural. Descontinuidade.

ABSTRACT

This work presents a study on wave propagation in one-dimensional structures, such as rods and beams, and analyses the effects of structural discontinuities on wave motion. The motivation of this project is the Structural Health Monitoring (SHM), technique used in engineering to detect the presence of damage in mechanical structures in several types of industries like: civil, automobile, aeronautical, thus, avoiding future problems and financial costs. There are several techniques for SHM application, and some of them use wave propagation. The use of waves is a tool sought by companies as a non-destructive technique and for being able to characterise geometric discontinuities. Elastic waves scatter their energy when they reach a discontinuity, and this is characterised by the reflection and transmission coefficients of the discontinuity. In this context, these coefficients are studied for two situations: with longitudinal waves guided by rods and with bending waves guided by beams. In this work, two different types of damage are modelled through basic mechanical elements such as mass, spring and damper. Additionally, structures with geometric discontinuity are investigated and compared with the models previously developed in order to gain physical insight into their dynamic behaviour.

Keywords: Wave propagation. One-dimensional structures. Structural health monitoring. Discontinuity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Aeronave da Força Aérea Americana depois de cair em Dover, EUA.....	16
Figura 2	- Aeronave da ANA durante o pouso de emergência em Kochi, sul do Japão.....	17
Figura 3	- Características de dispersão das ondas relacionadas à falha em uma chapa de alumínio com cinco milímetros de comprimento da falha: (a) após 17 μ s, (b) após 27 μ s e (c) após 47 μ s.....	25
Figura 4	- Movimento de ondas (a) longitudinais e (b) flexionais representadas em um sólido tridimensional.....	34
Figura 5	- Barra uniforme ao longo do eixo x com deslocamento axial u.....	35
Figura 6	- Convenção de sinais para movimento axial.....	35
Figura 7	- Barra com descontinuidade central excitada com onda longitudinal.....	36
Figura 8	- Viga uniforme ao longo do eixo x com deslocamento transversal w e rotação θ	38
Figura 9	- Convenção de sinais para o movimento transversal.....	38
Figura 10	- Viga com descontinuidade central excitada com onda flexional.	39
Figura 11	- Barra infinita com mola axial acoplada e excitada com onda longitudinal.....	45
Figura 12	- Barra com mola axial: elementos particionados.....	45
Figura 13	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro α , de ondas longitudinais em barra com mola axial acoplada.....	47
Figura 14	- Partes real (a) e imaginária (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro α , de ondas longitudinais em barra com mola axial acoplada.....	49
Figura 15	- Barra infinita com amortecedor acoplado e excitada com onda longitudinal.....	50

Figura 16	- Razão de Amplitudes dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro β , de ondas longitudinais em barra com amortecedor acoplado.....	51
Figura 17	- Barra infinita com massa acoplada e excitada com onda longitudinal.....	52
Figura 18	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro γ , de ondas longitudinais em barra com massa acoplada.....	54
Figura 19	- Partes real (a) e imaginária (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro γ , de ondas longitudinais em barra com massa acoplada.....	56
Figura 20	- Barra infinita com mola e amortecedor acoplados e excitada com onda longitudinal.....	57
Figura 21	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com mola e amortecedor acoplados.....	59
Figura 22	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão, em função de α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com mola e amortecedor acoplados.....	60
Figura 23	- Barra com descontinuidade genérica: elementos particionados	62
Figura 24	- Barra infinita com mola, amortecedor e massa acoplados, e excitada com onda longitudinal. Arranjo 1.....	65
Figura 25	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com massa, mola e amortecedor acoplados de acordo com o Arranjo 1 utilizando o Modelo de Rigidez Dinâmica.....	69

Figura 26	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com massa, mola e amortecedor acoplados de acordo com o Arranjo 1 utilizando o Modelo de Rigidez Dinâmica.....	70
Figura 27	- Barra infinita com massa, mola e amortecedor acoplados, e excitada com onda longitudinal. Arranjo 2.....	73
Figura 28	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com massa, mola e amortecedor acoplados de acordo com o Arranjo 2 utilizando o Modelo de Rigidez Dinâmica.....	74
Figura 29	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com massa, mola e amortecedor acoplados de acordo com o Arranjo 2 utilizando o Modelo de Rigidez Dinâmica.....	75
Figura 30	- Viga infinita com mola de torção acoplada e excitada com onda de flexão.....	79
Figura 31	- Viga com mola de torção: elementos particionados.....	79
Figura 32	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro δ , de ondas de flexão em viga com mola de torção acoplada.....	82
Figura 33	- Viga infinita, com massa acoplada, e excitada com onda de flexão.....	83
Figura 34	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro γ , de ondas de flexão em viga com massa acoplada.....	85
Figura 35	- Viga infinita, com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo, excitada com onda de flexão.....	86

Figura 36	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão $CR_{F,2}$, em função do parâmetro δ , para diferentes valores de ε , de ondas flexão em viga com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo.....	88
Figura 37	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão $CT_{F,2}$, em função do parâmetro δ , para diferentes valores de ε , de ondas flexão em viga com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo.....	89
Figura 38	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão $CR_{F,1}$, em função do parâmetro δ , para diferentes valores de ε , de ondas flexão em viga com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo.....	90
Figura 39	- Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão $CR_{F,1}$, em função do parâmetro δ , para diferentes valores de ε , de ondas flexão em viga com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo.....	91
Figura 40	- Barra com seção transversal diminuída.....	94
Figura 41	- Parâmetro K em função da frequência para diferentes valores de α	98
Figura 42	- Viga com seção transversal diminuída.....	99
Figura 43	- Parâmetro Q em função da frequência para diferentes valores de δ	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	- Parâmetros de Rigidez Dinâmica para Sistema do Arranjo 1.....	66
Tabela 2	- Valores atribuídos às grandezas para a obtenção do parâmetro H	68
Tabela 3	- Parâmetros de Receptância para Sistema do Arranjo 1.....	71
Tabela 4	- Valores atribuídos às grandezas para a obtenção da frequência de excitação na barra de Alumínio.....	95
Tabela 5	- Frequências de excitação, em kHz, requeridas para análise de uma barra de alumínio com seção transversal diminuída de comprimento 0,01m.....	97
Tabela 6	- Frequências de excitação, em kHz, requeridas para análise de uma viga de alumínio com seção transversal diminuída de comprimento 0,01m.....	101

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

a	Amplitude da onda
A	Área da seção transversal
c	Velocidade de onda
C	Amortecimento
$CR_{F,1}$	Coeficiente de reflexão de onda de flexão propagante
$CR_{F,2}$	Coeficiente de reflexão de onda de flexão evanescente
CR_L	Coeficiente de reflexão de onda longitudinal
$CT_{F,1}$	Coeficiente de transmissão de onda de flexão propagante
$CT_{F,2}$	Coeficiente de transmissão de onda de flexão evanescente
CT_L	Coeficiente de transmissão de onda longitudinal
E	Módulo de Young
f	Frequência de excitação em Hertz
F	Força axial
H	Parâmetro adimensional de massa, rigidez e impedância
i	Número complexo imaginário puro
I	Momento de inércia
I_E	Corrente elétrica
k_F	Número de onda de flexão

k_L	Número de onda longitudinal
K	Razão de áreas
m	Massa
M	Momento fletor
P	Força externa
Q	Razão de momentos de inércia
RT	Razão Total
S	Rigidez da mola
t	Tempo
u	Deslocamento axial
U	Velocidade
V	Força cisalhante
V_E	Tensão elétrica
w	Deslocamento transversal
x	Eixo axial
Y	Receptância
Z	Rigidez dinâmica
Z_E	Impedância elétrica
Z_M	Impedância mecânica

Letras Gregas

α	Parâmetro adimensional de rigidez longitudinal
β	Parâmetro adimensional de amortecimento longitudinal
γ	Parâmetro adimensional de massa
δ	Parâmetro adimensional de rigidez transversal
ε	Parâmetro adimensional de amortecimento transversal
ζ	Razão de amortecimento
θ	Rotação
λ	Comprimento de onda
ρ	Densidade
ω	Frequência de excitação em rad/s
ω_n	Frequência natural em rad/s

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Introdução	14
1.2	Monitoramento da Integridade Estrutural	15
1.3	O Estado da Arte sobre Métodos <i>SHM</i>	18
1.3.1	<i>Conceitos Básicos</i>.....	18
1.3.2	<i>Métodos Baseados na Frequência</i>.....	21
1.3.2.1	<i>Método da Impedância Eletromecânica</i>	21
1.3.2.2	<i>Método de Propagação de Ondas</i>.....	23
1.3.3	<i>Métodos Baseados no Tempo</i>	26
1.3.4	<i>Métodos Baseados no Domínio Modal</i>	27
1.4	Objetivo do Trabalho	28
1.5	Esboço do Projeto	29
2	SHM BASEADO EM PROPAGAÇÃO DE ONDAS.....	31
2.1	Introdução	31
2.2	Conceitos Básicos e Revisão Bibliográfica	31
2.3	Tipos de Ondas Propagantes	33
2.3.1	<i>Ondas Longitudinais</i>	35
2.3.2	<i>Ondas de Flexão</i>	37
2.4	Coeficientes de Reflexão e de Transmissão das Ondas	40
2.5	Caracterização da Falha.....	41
2.5.1	<i>Modelagem da Falha</i>	42
2.6	Conclusões	43
3	DESCONTINUIDADES EM BARRAS: UTILIZAÇÃO DE ONDAS LONGITUDINAIS	44

3.1	Introdução	44
3.2	Barra com Mola Axial Acoplada	44
3.3	Barra com Amortecedor Acoplado	49
3.4	Barra com Massa Acoplada	52
3.5	Barra com Mola e Amortecedor Acoplados em Paralelo	56
3.6	Formulação Geral para Ondas Longitudinais	61
3.6.1	<i>Modelo de Rigidez Dinâmica</i>	62
3.6.2	<i>Modelo de Receptância.....</i>	63
3.7	Barra com Massa, Mola e Amortecedor Acoplados em Paralelo	64
3.7.1	Arranjo 1	64
3.7.1.1	<i>Utilização do Modelo de Rigidez Dinâmica</i>	65
3.7.1.2	<i>Utilização do Modelo de Receptância.....</i>	71
3.7.2	Arranjo 2.....	73
3.7.2.1	<i>Utilização do Modelo de Rigidez Dinâmica</i>	73
3.7.2.2	<i>Utilização do Modelo de Receptância.....</i>	77
3.8	Conclusões	78
4	DESCONTINUIDADES EM VIGAS: UTILIZAÇÃO DE ONDAS DE FLEXÃO	79
4.1	Introdução	79
4.2	Viga com Mola de Torção Acoplada	79
4.3	Viga com Massa Acoplada.....	84
4.4	Viga com Mola de Torção e Amortecedor de Torção Acoplados em Paralelo.....	87
4.5	Conclusões	93
5	DEFINIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DE EXCITAÇÃO PARA BARRAS E VIGAS COM DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS	94
5.1	Introdução	94
5.2	Barra Infinita com Descontinuidade de Seção Transversal.....	94

5.3	Viga Infinita com Descontinuidade de Seção Transversal	100
5.4	Conclusões	103
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	105
6.1	Conclusões do Trabalho	105
6.2	Propostas para Trabalhos Futuros	107
	REFERÊNCIAS.....	109

1 INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

Várias áreas da Engenharia, tais como construção de edifícios, refinarias de petróleo, sistemas de motores de combustão interna e muitos outros usam vigas, barras e tubos. Estas estruturas incluem frequentemente muitas articulações ou descontinuidades como flanges, suportes, válvulas, bombas e mudanças na seção. Mas outro tipo de descontinuidade que tem sido estudado para aumentar a vida útil destes sistemas mecânicos é o dano. É desejado que um dano seja detectado no momento mais cedo possível, assim, evitando problemas futuros e gastos.

Ensaaios não destrutivos (NDE) de danos em estruturas têm sido de interesse para os engenheiros há muitos anos. O termo “dano” é usado para se referir a uma alteração na estrutura que pode levar um efeito adverso sobre a sua integridade, segurança e desempenho. Danos e falhas em estruturas podem ser caros e catastróficos. Estes tipos de ensaios permitem que os engenheiros inspecionem, avaliem os danos e façam manutenções nas estruturas, assim, aumentando a vida útil e melhorando desempenho e segurança da mesma.

Uma descontinuidade estrutural pode resultar de muitas causas. Um tipo de descontinuidade é a trinca. Estágios iniciais da trinca não podem ser detectados através de métodos tradicionais como inspeções visuais. E várias estruturas ainda são usadas apesar do potencial de apresentarem e acumularem danos, ou mesmo, conterem erros no projeto que possam causar defeitos futuros como fissuras. Portanto, a capacidade de monitorar a condição destes sistemas tornou-se uma área muito importante de pesquisa em termos de economia e segurança nos últimos anos. Esta área é geralmente chamada de *Structural Health Monitoring*, *SHM*, ou em português, Monitoramento da Integridade Estrutural, e inclui três etapas: aquisição,

validação e análise de dados. Este capítulo mostra a definição e uma visão geral sobre este assunto e aborda diferentes formas de monitorar a integridade de uma estrutura. Apresenta também os objetivos e o esboço de todo o trabalho.

1.2 Monitoramento da Integridade Estrutural

Segundo Boller et al. (2009), Monitoramento da Integridade Estrutural é uma combinação de palavras que surgiu nos anos 80. É associada com o que nós estamos acostumados a controlar (monitoramento) vinculado com o que estamos considerando: estruturas de engenharia. Estruturas de engenharia são projetadas para ser seguras. A dificuldade está em construir algo para um caso específico, onde não há conhecimento suficiente em termos de propriedades do material ou ambiente em que a estrutura irá operar.

Como mencionado, é desejável que a falha em uma estrutura seja descoberta o mais breve possível. Existem duas razões principais para a importância de se detectar falhas em um estágio inicial. Primeiramente, estas falhas podem surgir em situações críticas de segurança, tais como em aviões, em reatores nucleares, carro e trens, causando riscos à vida humana e ao meio ambiente. Em segundo lugar, as falhas podem afetar a produção industrial causando a diminuição da qualidade, interrupção da produção e consequentemente, prejuízos (MARQUI, 2007).

Alguns exemplos recentes ganharam bastantes espaços na mídia, enfatizando a necessidade e importância do *SHM* em sistemas. Pode ser mencionado, por exemplo, o avião C-5 Galaxy da força aérea americana, que caiu no dia três de abril de 2006 na base da força aérea de Dover em Delaware nos Estados Unidos. O C-5, fabricado pela Lockheed Martin, é uma das maiores aeronaves e foi usado para transportar grandes cargas. A aeronave normalmente tem uma tripulação de sete pessoas. As causas exatas não foram divulgadas. A Figura 1 mostra o avião no chão com a cabine e a cauda separadas da fuselagem.

Figura 1 - Aeronave da Força Aérea Americana depois de cair em Dover, EUA.



Fonte: Yahoo (2006).

Outro exemplo foi flagrado em uma aeronave da empresa japonesa *All Nipon Airlines (ANA)* com o avião Bombardier DHC-8 em março de 2007, em Kochi, sul do Japão. Como mostra a Figura 2, foi necessária uma aterrissagem de emergência devido a uma falha no trem de pouso. A aterrissagem foi acompanhada em seus momentos finais pelas redes de televisão japonesas e, após sobrevoar durante meia hora sobre a ilha de Shikoku para gastar combustível, o avião pousou com as duas rodas traseiras em uma pista molhada para diminuir as chances de um possível incêndio. O avião da *ANA* tinha saído de Osaka com cinquenta e seis passageiros e quatro tripulantes e, segundo o Ministério dos Transportes, ninguém se feriu.

Figura 2 – Aeronave da ANA durante o pouso de emergência em Kochi, sul do Japão.



Fonte: Aviation Forum (2012).

Estes exemplos ilustram a importância de se desenvolver projetos envolvendo *SHM* que teriam evitado problemas maiores e acidentes na aviação. A indústria aeroespacial tem um dos maiores investimentos em *SHM* uma vez que a falhas ou trincas podem gerar danos catastróficos e muitos prejuízos. Atualmente, 27% dos custos durante a vida útil de uma aeronave de médio porte são destinados à inspeção e reparo (KESSLER, 2002). Essa estatística exclui o custo de oportunidade associado ao tempo de inatividade do avião.

O fundamento de um procedimento de *SHM* é que a presença de danos altera as propriedades físicas do sistema. Há redução de rigidez causada pela presença de trincas, e variações das propriedades geométricas, por exemplo. Isso pode mudar as condições de contorno e a conectividade do sistema. Fatores como estes podem comprometer o desempenho futuro da estrutura e resultar em uma mudança na resposta dinâmica do sistema. Portanto, na definição de falha, está implícito que o problema de diagnóstico é: uma comparação entre dois estados de um sistema, ou seja, um estado sem falha e outro com falha.

1.3 O Estado da Arte sobre Métodos *SHM*

1.3.1 Conceitos Básicos

Como introduzido no Capítulo 1, a manutenção preditiva não destrutiva vem ocupando um espaço de fundamental importância na realidade de indústrias, empresas, nas construções, máquinas a fim de detectar o mais rápido possível a presença de um dano, ou uma trinca que pode se propagar por toda estrutura causando acidentes e gastos. Muitas estruturas de engenharia são utilizadas apesar do grande tempo de vida e da possibilidade de apresentarem danos acumulados, ou mesmo contendo erros de projeto que poderão originar defeitos futuros, como trincas.

Farrar e Worden (2007) definem falha como mudanças no material e nas propriedades geométricas dos sistemas, incluindo mudanças nas condições de contorno e na conectividade do sistema o que afeta o desempenho do mesmo. A falha estrutural pode ser resultado de inúmeras causas. Um tipo de falha estrutural é a trinca. Estágios iniciais de trinca podem não ser detectados por métodos tradicionais, tal como, inspeção visual. Um dano não tem significado sem uma comparação entre dois diferentes estados do sistema, onde um é considerado o inicial, geralmente sadio. Doebling et al. (1998) caracterizou *SHM* em níveis de classificação:

- a) nível 1: Detecta a existência da falha;
- b) nível 2: Detecta e localiza a falha;
- c) nível 3: Detecta, localiza e quantifica a falha;
- d) nível 4: Detecta, localiza, quantifica a falha e então estima a vida útil restante do equipamento.

Portanto, o Monitoramento da Integridade Estrutural é a implementação de uma estratégia de detecção de falhas que avalia e assegura a integridade da infraestrutura na engenharia aeroespacial, civil e mecânica. É uma tecnologia emergente que conduz ao desenvolvimento de sistemas capazes de monitorar sem

danificar a estrutura, ou seja, é uma tecnologia não-destrutiva valendo-se de três etapas básicas, como mencionado: aquisição, validação e análise.

O problema de detecção de falhas é classificado como um problema inverso e consiste em determinar as causas tendo como referência os efeitos. Em problemas inversos, os parâmetros de falha (comprimento e/ou localização) podem ser calculados através da variação da frequência natural, por exemplo. Enquanto, os problemas diretos consistem na determinação da solução a partir da completa descrição das causas (TEBALDI, 2004).

Os primeiros a publicarem artigo em periódicos sobre detecção de falha por medidas de vibração foram Lifshitz e Rotem, (1969), citados por Doebling et al. (1998). Eles observaram a mudança no módulo dinâmico, que pode ser relacionado pela mudança de frequência, como um indicativo de falha. O módulo dinâmico, que é a inclinação da curva tensão-deformação sob cargas dinâmicas, foi calculado para diversas situações.

Shone (2006) mostra que, em resumo, os principais passos para aplicar *SHM* são os seguintes:

- a) estabelecimento de possíveis cenários de danos;
- b) seleção de características do dano;
- c) definição dos dados que devem ser requeridos;
- d) análise numérica e avaliação das características escolhidas;
- e) testes e processamento de dados;
- f) diagnóstico;
- g) prognóstico.

Uma característica é uma variável ou parâmetro que é monitorada, uma mudança estrutural usada para exprimir danos. A sensibilidade da característica escolhida como dano é, portanto, muito importante, porque quanto mais sensível, mais fácil de ser detectado.

As etapas de diagnóstico e prognóstico são muitas vezes separadas da seguinte forma:

- Diagnóstico:

- a) existência: prever a possível existência de danos na estrutura;
- b) localização: prever a localização de dano;
- c) dimensão: prever a extensão do dano;

- Prognóstico:

- a) consequência do dano, ou seja, prever a vida restante da estrutura.

Um sistema de monitoramento *SHM* é projetado com uma aplicação específica em mente. Certos métodos *NDE* podem ser inapropriados para certas estruturas, tipos específicos de danos ou condições ambientais. Certo número de características desejáveis pode ser identificado e alguns exemplos são dados a seguir:

- a) capacidade para detectar danos a partir de medições em qualquer outro local sobre a estrutura (“teledetecção”);
- b) praticidade, adequado para uso sob certas condições de trabalho;
- c) sensibilidade ao dano de pequena escala;
- d) robustez (por exemplo, a mudanças nas condições ambientais ou do trabalho).

Um benefício de detecção remota de danos é que este pode ser detectado usando um número de localizações de medição fixa, que monitoram toda a estrutura. Isto é particularmente útil quando é impraticável, perigoso ou caro para mover dispositivos sensores manualmente.

Nos próximos itens, serão apresentadas diferentes técnicas de monitoramento da saúde estrutural já desenvolvidas.

1.3.2 Métodos Baseados na Frequência

Como citado por Marqui (2007), as primeiras tentativas para detectar mudanças nas frequências naturais foram publicadas por Adams (1978). Mudanças nas propriedades estruturais causam mudanças nas frequências de vibração. Este autor usou a relação da mudança de frequência em dois modos diferentes como uma função apenas da posição da falha e usou esta relação para realizar a localização. Deve ser notado que mudanças das frequências têm limitações práticas significantes para aplicações em alguns tipos de estruturas, pois a baixa sensibilidade nas mudanças das frequências devido às falhas exige medidas precisas, ou que as falhas estejam em um nível acelerado de dano.

1.3.2.1 Método da Impedância Eletromecânica

O conceito básico desta técnica é o uso de altas frequências de vibrações para monitorar mudanças na impedância estrutural, numa área local da estrutura, que pode indicar uma falha. Isto é possível usando sensores e/ou atuadores piezelétricos, os quais fornecem medidas diretamente relacionadas com a impedância eletromecânica da estrutura. Materiais piezelétricos, ou PZTs, como são chamados, possuem uma característica não usual, pertencem à classe dos dielétricos que exibem significativas deformações quando expostos a um campo elétrico (o material funciona como um sensor) e, inversamente, produzem polarização elétrica em resposta a aplicação de tensões mecânicas (aqui o material funciona como um atuador). Estes comportamentos são chamados de efeito piezelétrico direto e efeito piezelétrico inverso respectivamente.

As medidas de impedância são, geralmente, realizadas em altas frequências, maiores que 10 kHz. O pequeno comprimento de onda nestas frequências permite a detecção de pequenas mudanças na integridade estrutural.

Este método tem sido desenvolvido pela utilização de uma variedade de materiais inteligentes e formam um novo método de avaliação não destrutivo (*NDE - Nondestructive Evaluation*). Diversos tipos de materiais, naturais e sintéticos, exibem propriedades piezelétricas. Dentre eles, pode-se citar (MARQUI, 2007):

- a) cerâmicas piezelétricas: como por exemplo, as cerâmicas *PZT* (Titanato Zirconato de Chumbo) têm sido extensivamente utilizadas como elementos sensores e atuadores distribuídos, aplicados sob a forma de placas;
- b) polímeros piezelétricos: o *PVDF* (Fluorido de Polivinilideno) tem tido larga utilização como sensores distribuídos, aplicados sob a forma de filmes finos.

Muitos trabalhos, principalmente para aplicações aeroespaciais, naval, plataformas e dutos de escoamento têm focado esta técnica de *SHM*. Lopes et al. (2001) apresentou uma metodologia que combina a técnica da impedância elétrica com um modelo de diagnóstico, baseado num processo de otimização, para detectar e localizar falhas estruturais. A localização da falha na estrutura real é obtida através da técnica da impedância elétrica, enquanto, a severidade é obtida através de otimização hierárquica, baseada em um modelo reduzido de estrutura. Giurgiutiu e Zagari (2005) utilizaram o método da impedância elétrica para o monitoramento da saúde estrutural em placas finas e estruturas aeroespaciais com sensores piezelétricos ativos acoplados.

Kim (2006) apresenta um sistema de monitoramento da saúde estrutural baseado na técnica da impedância que emprega transdutores piezocerâmicos desenvolvido com um interesse especial em aplicar para membros estruturais soldados de navios e em estruturas *offshore*. Moura e Steffen (2006) apresentaram um procedimento para encontrar as melhores condições de teste para o monitoramento da integridade estrutural utilizando a técnica da impedância elétrica aplicada em uma estrutura aeronáutica. A falha foi caracterizada pela adição de massa e dois meta-modelos estatísticos, *probabilistic neural network (PNNs)* e *statistic surface responses*, foram usados para representar a falha na estrutura.

Conectado à estrutura, o *PZT* atuador é submetido a um campo elétrico alternado que excita o transdutor e induz vibrações na estrutura. A resposta da estrutura influencia a corrente que passa pelo *PZT* sensor.

A impedância elétrica é definida como sendo a razão entre a tensão elétrica de entrada e a corrente resultante:

$$Z_E(\omega) = \frac{V_E(\omega)}{I_E(\omega)} \quad (1)$$

A impedância mecânica é definida como a razão entre a força aplicada e a velocidade resultante no domínio da frequência:

$$Z_M(\omega) = \frac{F(\omega)}{U(\omega)} \quad (2)$$

Essas impedâncias são acopladas pelo transdutor eletromecânico. Sendo mais fácil medir a impedância elétrica do que a mecânica, esta característica pode ser utilizada com vantagens para muitas aplicações, como por exemplo, em situações onde a FRF (Função de Resposta em Frequência) poderia ser de difícil obtenção.

Assim, a propriedade do acoplamento permite que as informações da impedância mecânica da estrutura sejam extraídas pela impedância elétrica. A vantagem desse método é a possibilidade em se detectar danos em sua fase inicial, pois a estrutura é excitada em altas frequências, ou seja, ondas com pequenos comprimentos de onda, o que torna possível revelar a existência de pequenas variações na estrutura. Uma desvantagem da técnica da impedância eletromecânica é que o sinal de impedância elétrica é sensível não só a presença de danos estruturais, mas também aos níveis de ruído nos sinais e de variações das condições ambientais, como diferenças de pressão e temperatura. Desta forma, para ser implementada, em sistemas reais, a técnica ainda exige várias considerações para garantir robustez.

1.3.2.2 Método de Propagação de Ondas

Os métodos de propagação de ondas adotam um sistema composto de transmissores e receptores para emitir uma onda elástica de tensão em uma estrutura. Mudanças nos sinais recebidos indicam a presença de falha na estrutura. Esta técnica é uma extensão natural das técnicas tradicionais de *NDE* e é muito eficaz em detectar as falhas e danos que aparecem na forma de descontinuidades geométricas. O mais significativo esquema de *SHM* passivo é a emissão acústica (*AE*), já o ativo é o método das ondas de *Lamb*.

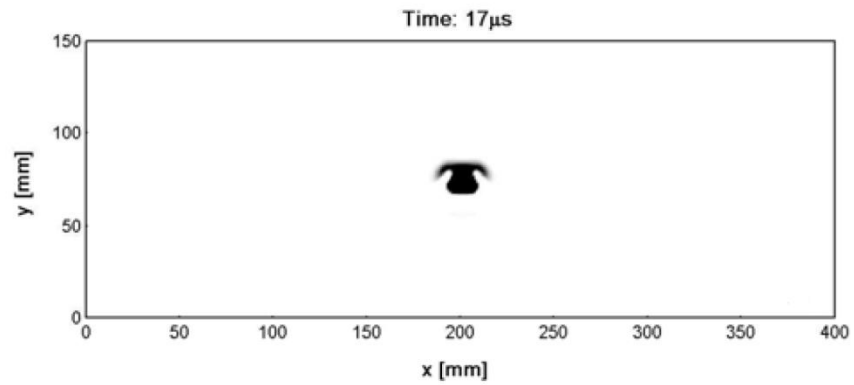
Ondas de *Lamb* são ondas de deformação plana que ocorrem em uma placa livre nas superfícies inferior e superior da placa (INMAN et al., 2005). Elas foram primeiramente descritas por Horace Lamb, daí o nome. Em particular, este método pode oferecer mais informação sobre falhas, em uma estrutura, em termos de localização, severidade e espécie de falha do que os outros métodos. Estas ondas são basicamente vibrações bidimensionais que se propagam em placas, vigas, cascas.

Com materiais piezelétricos, as ondas de *Lamb* são formadas quando o atuador excita a superfície, com um pulso, depois de receber um sinal. Depois que a estrutura é excitada, outra cerâmica piezelétrica é, agora, utilizada como sensor para receber os sinais que vêm de descontinuidades na estrutura, tais como áreas que contenham falhas e limites da estrutura. Se os limites da estrutura e a velocidade das ondas para uma dada frequência são conhecidos, os sinais do limite da superfície podem ser detectados e os sinais provenientes dos defeitos (falhas) aparecem com clareza. Com esses sinais, as falhas são localizadas. Com as várias características do sinal recebido, tais como atraso no tempo de trajeto, frequência, amplitude e, com o uso de certas técnicas de processamento de sinais, tais como redes neurais artificiais, informações sobre a falha podem ser obtidas. O método das ondas de *Lamb* é complexo devido à dispersividade dessas ondas.

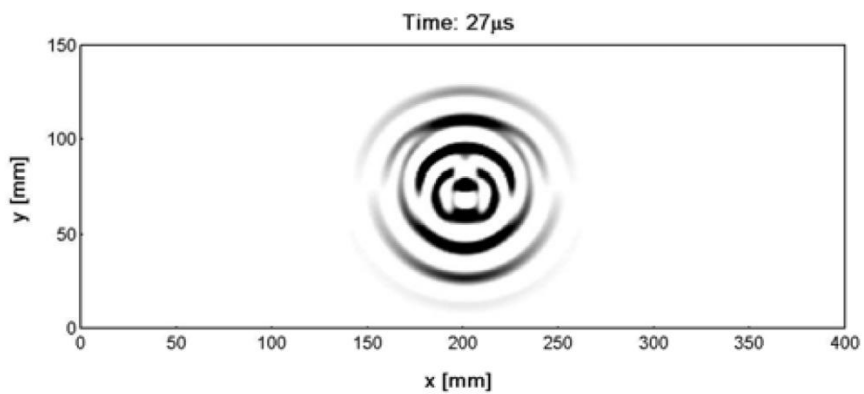
Para monitorar o impacto de danos, Monnier (2006) apresentou um método *SHM* em um painel de carbono/epóxi da *Airbus*. Buscando o aumento da segurança operacional da estrutura foram utilizados sensores piezelétricos integrados via *Lamb Waves*.

Lee e Staszewski (2003) trabalharam em simulações com modelo de propagação de *Lamb Waves* em estruturas metálicas, como viga de alumínio. O foco foi uma análise bidimensional com defeitos tipo rasgo, simulados pelo modelo *LISA* – *Local Interaction Simulation Approach*. A Figura 3 mostra alguns resultados:

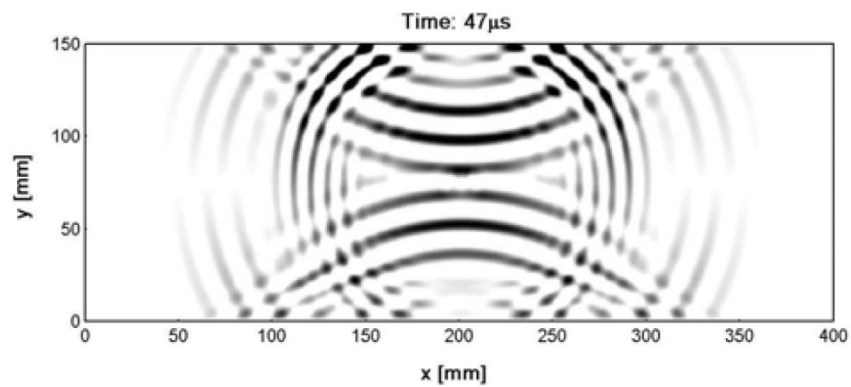
Figura 3 - Características de dispersão das ondas relacionadas à falha em uma chapa de alumínio com cinco milímetros de comprimento da falha: (a) após 17 μs , (b) após 27 μs e (c) após 47 μs .



(a)



(b)



(c)

Fonte: Lee e Staszewski (2003).

A pesquisa mostrou quão complexa pode ser a análise de uma estrutura com dano e o problema em se ter fronteiras perto do sensor.

Giurgiutiu (2005) analisou o mecanismo pelo qual os *PZTs* podem excitar e detectar as ondas de *Lamb*. Então, foi projetado um modelo para simular o mecanismo das ondas de *Lamb* com transdutores piezelétricos. Este modelo foi criado utilizando a Transformada de Fourier no domínio espacial. Os modos das ondas obtidos analiticamente são comparados com os modos experimentais e o artigo é finalizado com a detecção de falhas experimentais em uma placa.

Outro trabalho nesta linha foi desenvolvido por Su e Ye (2005) que utilizaram o método de propagação de ondas de *Lamb* e também Redes Neurais Artificiais (RNAs) para identificar falhas em uma estrutura de fibra de carbono epóxi. Para simulação das ondas, foi gerado um modelo via método dos elementos finitos (MEF) para a estrutura e para a cerâmica piezelétrica (atuador/sensor). A rede neural foi treinada com as medidas de ondas simuladas para a identificação de falhas. Embora não seja apresentado, o objetivo final destes autores é utilizar a rede já treinada para detecção de falhas *online* utilizando as ondas de *Lamb* experimentais.

Franco (2009) mostra que vantagem do uso das ondas de *Lamb* no monitoramento da condição da estrutura é que um par atuador-sensor possui uma grande área de cobertura. A desvantagem dos métodos da onda de *Lamb* é que eles requerem um mecanismo ativo para excitar as ondas e os dados obtidos podem ser mais complicados para serem interpretados do que nos outros métodos (GIURGIUTIU et al., 2003; HAN et al., 2005). Em geral, os métodos de ondas de *Lamb* são os mais eficazes para a determinação *in-situ* da presença e da severidade das falhas em estruturas.

1.3.3 Métodos Baseados no Tempo

Nos métodos baseados no domínio do tempo, medidas de resposta no tempo são usadas para detectar mudanças na massa ou rigidez da estrutura. Existem várias técnicas baseadas no domínio do tempo, algumas se destacaram nos últimos anos, como os observadores de estado, séries temporais, *wavelets*, entre outras.

Os observadores de estado podem detectar o crescimento das falhas presentes nos componentes das máquinas, e podem ser usados como uma técnica de manutenção preditiva, desde que se saiba até que ponto os componentes podem funcionar sem falhar. E, se aliados a um modelo matemático apropriado, os observadores de estado são muito eficientes em localizar a posição da falha no sistema em questão. Assim, pode-se monitorar o funcionamento de componentes das máquinas e acompanhar o desgaste dos mesmos, permitindo que estes continuem funcionando enquanto estiverem dentro de limites aceitáveis de desgaste, sendo estes limites fornecidos pelos fabricantes ou baseados em experiências anteriores. Observadores de estado podem também ser muito úteis na indústria automobilística, detectando falha e monitorando desgaste de componentes de suspensão.

A ideia da utilização de séries temporais, segundo Marqui (2007), é de que danos estruturais resultam em mudança nas características estatísticas do sinal histórico temporal de aceleração, por exemplo. Portanto, a detecção de falhas pode ser feita através de séries temporais de medidas de vibração antes e depois da falha. Tanner et al. (2003) desenvolveu um sistema *SHM* para monitorar junções de uma estrutura tipo *frame*, para isto, analisou o sinal proveniente dos acelerômetros. Os dados de cada junção foram processados por um microprocessador integrado e enviados para uma estação de monitoramento.

Cavalini (2009) explica um pouco sobre a técnica de *wavelets*. Consiste basicamente em decompor um sinal qualquer em uma série de funções de base local chamadas *wavelets*. Sekhar (2003) trabalhou com um eixo rotativo modelado pelo método de elementos finitos. Através das *wavelets*, ele localizou e qualificou a profundidade das trincas. Resultados eficientes foram mostrados.

1.3.4 Métodos Baseados no Domínio Modal

Métodos de detecção de falhas vêm sendo desenvolvidos baseados diretamente nas formas modais ou nas curvaturas das formas modais. Franco (2009) cita que medidas das formas modais podem ser obtidas através de um ponto de excitação e muitos sensores ou uma fibra excitante com um ou mais sensores fixados. Técnicas de análise modal são válidas para a extração das formas modais

para os dados medidos no domínio do tempo. Vários trabalhos procuram analisar frequências naturais, amortecimento modal e modos de vibrar, isto porque estes são facilmente interpretados.

Chen et al. (1995) mostrou a eficiência das mudanças nas frequências naturais para indicar a presença de danos na estrutura. Em seus resultados, as quatro primeiras frequências naturais de um canal de aço foram alteradas em menos de 5%, quando inserido neste sistema um entalhe suficientemente grande a ponto de não suportar a carga para qual ele foi projetado. Palacz et al. (2002) mostraram que a técnica *SHM* baseada na mudança das frequências naturais é beneficiada com o aumento no número de frequências utilizadas. Além disso, eles mostraram que a técnica é suficientemente sensível a pequenos danos.

Várias técnicas de *SHM* baseadas nos modos de vibrar podem apresentar necessidade de uma grande quantidade de pontos de medição. Sabendo disso, Khan et al. (2000) utilizaram um escâner *Lazer Doppler Vibrometer (LDV)* para medir modos de vibrar em vigas de aço e concreto, e uma placa de aço. O *LDV* permite medir sinais de vibração sem que este entre em contato com a estrutura, assim, é possível realizar medições de uma grande quantidade de pontos da estrutura utilizando apenas um escâner.

1.4 Objetivo do Trabalho

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma metodologia em modelos teóricos de ondas longitudinais e flexionais, obtendo suas reflexões e transmissões para analisar diferentes respostas de estruturas mecânicas com diferentes descontinuidades, visando fazer uma conexão com detecção de falhas em estruturas reais. Duas aplicações são desenvolvidas: modelo de ondas longitudinais ou de compressão em barras e modelo de ondas de flexão em vigas. Como modelo de falha, é possível fazer vários arranjos de estruturas do tipo massa, mola e/ou amortecedor que irão interferir na dinâmica estrutural do elemento em questão. A utilização de modelo de barras e vigas infinitas torna o trabalho mais focado, uma vez que, é possível desprezar ressonâncias inerentes às extremidades dessas estruturas. Parâmetros adimensionais são desenvolvidos objetivando uma análise mais específica em relação à análise no domínio da frequência. Posteriormente, são

desenvolvidos modelos de barra e viga com descontinuidade geométrica para correlação com os modelos previamente elaborados e obtenção de frequências de excitação requeridas para aplicação de monitoramento estrutural.

1.5 Esboço do Projeto

A dissertação está estruturada em seis capítulos e referências bibliográficas, detalhados a seguir:

- a) **1 – Introdução:** apresenta a motivação do trabalho e a importância do tema, uma revisão bibliográfica geral sobre métodos de monitoramento da integridade estrutural é introduzida, explicita os objetivos e mostra a estrutura geral da dissertação;
- b) **2 – SHM Baseado em Propagação de Ondas:** apresenta revisão bibliográfica específica sobre o tema de propagação de ondas, e conceitos básicos pertinentes sobre o tema como: número de onda, equações de deslocamento, coeficientes de reflexão e transmissão, caracterização da falha, entre outros;
- c) **3 – Descontinuidades em Barras: Utilização de Ondas Longitudinais:** apresenta metodologia, modelagem e curvas geradas sobre respostas de ondas longitudinais incidentes em barras com descontinuidades como mola, amortecedor e massa, bem como seus acoplamentos. É mostrada a necessidade em se desenvolver parâmetros adimensionais para uma análise mais eficaz dos efeitos obtidos. Uma formulação geral para qualquer tipo de descontinuidade é desenvolvida para o modelo de ondas longitudinais em barras utilizando conceitos de rigidez dinâmica e receptância.
- d) **4 – Descontinuidades em Vigas: Utilização de Ondas de Flexão:** apresenta metodologia, modelagem e curvas geradas sobre respostas de ondas de flexão incidentes em vigas com descontinuidades como mola de torção, amortecedor de torção e massa, bem como seus acoplamentos. Assim como no Capítulo 3, parâmetros adimensionais são obtidos a fim de proporcionar uma análise mais efetiva dos coeficientes de reflexão e de

transmissão. É mostrada a diferença de comportamento entre as respostas destas ondas e as ondas longitudinais.

- e) **5 – Definição de Frequências de Excitação para Barras e Vigas com Descontinuidades Geométricas:** apresenta uma aplicação de estruturas dos tipos barra e viga com regiões localizadas de área da seção transversal diminuída como descontinuidade para a propagação de ondas. Uma correlação é feita com os Capítulos 3 e 4 bem como a utilização dos parâmetros adimensionais elaborados para a qualificação de descontinuidade na geometria e quantificação da frequência de excitação requerida para diferentes situações em uma estrutura com material e dimensões definidos.
- f) **6 – Considerações Finais:** apresenta as principais conclusões e comentários pertinentes do trabalho, adquiridos por observação do que foi desenvolvido no projeto, bem como propostas de continuidade do trabalho.
- g) **Referências:** apresenta as referências do tipo: livros, dissertações de mestrado, teses de doutorados e artigos, utilizadas para a revisão bibliográfica geral bem como teorias indispensáveis ao desenvolvimento do projeto.

2 SHM BASEADO EM PROPAGAÇÃO DE ONDAS

2.1 Introdução

Este capítulo explora a conceituação e a base matemática necessária para o modelamento dos sistemas utilizados no trabalho. Assim, é introduzida a teoria sobre ondas longitudinais e ondas de flexão para a caracterização de descontinuidades. É mostrado também relações sobre coeficientes de transmissão e de reflexão vastamente abordados durante os capítulos. E finalmente, é apresentado o conceito da modelagem de um dano ou uma descontinuidade estrutural.

2.2 Conceitos Básicos e Revisão Bibliográfica

Atualmente, existe um grande interesse, nas indústrias de engenharia, em utilizar métodos de monitoramento estrutural não destrutivos. Este esforço é devido à possibilidade em se empregar um sistema de manutenção preditiva, capaz de evitar descartes de estruturas que foram submetidas a testes. Uma vez que a falha é localizada e identificada, torna-se possível estudar qual seria um passo viável para a melhoria da peça, bem como sua vida útil.

Estruturas mecânicas como barras, vigas, tubos são enormemente utilizadas em diversos sistemas de engenharia como construções, máquinas, equipamentos mecânicos, indústria de petróleo, indústria automobilística, indústria aeronáutica, entre outros. Estes componentes podem possuir falhas, presentes desde suas fabricações, ou devidas a carregamentos e cargas cíclicas. Como manutenção preditiva para estas peças, o Método de Propagação de Ondas tem se mostrado bastante eficiente e visado pelas empresas já que proporciona uma análise que pode ser feita remotamente além de diminuir custos devido ao aumento da vida útil de componentes.

Considerado um dos métodos mais promissores em dinâmica estrutural, o método adota um sistema de transmissão e recepção de ondas que respondem com um comportamento inerente à falha pela qual foram submetidas. O comportamento dinâmico da estrutura pode ser descrito através da resposta de transmissão e reflexão destas ondas. Essas ondas elásticas se propagam por toda a estrutura, uma vez que essa funciona como “guia de ondas”.

Shone (2006) apresenta um método de dispersão de ondas de flexão para detecção de falha baseado em sinal de vibração. Ele analisa resposta de ondas a partir de vigas com descontinuidades modeladas como molas transversais e rotacionais e seus acoplamentos. Além do modelo de ondas, o método de elementos finitos foi bastante utilizado para a caracterização da posição e profundidade do dano. Ele compara resultados numéricos, analíticos e experimentais para a qualificação do dano. Resultados relevantes de dispersão de ondas são apresentados.

Pines (1997) utilizou uma barra unidimensional como modelo e mostrou que as técnicas baseadas em propagação de onda exibem a vantagem de detectar as pequenas mudanças em matrizes de massa e rigidez de forma mais eficaz quando comparadas com modelos de elementos finitos.

Utilizando coeficientes de reflexão e transmissão de ondas, Zhang (2007) analisou respostas para o modelo desenvolvido para identificação de junções em guias de ondas estruturais do tipo viga e tubo. Um modelo de medida de ruído com transdutores foi desenvolvido para simular sua influência sobre os coeficientes. O modelo de Gauss-Newton também foi aplicado no projeto. Os modelos para as estruturas foram apropriados e revelam a tendência de comportamento dos coeficientes de ondas.

Para guias de ondas unidirecionais e não uniformes, Lee et al. (2007) apresentaram uma metodologia de análise utilizando ondas longitudinais em barras e ondas de flexão em vigas Euler-Bernoulli. Em geometrias não uniformes, as propriedades variam rapidamente, mas não ocorre nenhuma conversão no modo de onda. Nesse artigo, a seção transversal do elemento em análise variou em função

do comprimento. Respostas de transmissão de ondas foram obtidas em função de parâmetros formados pelo número de onda e o comprimento da estrutura.

Respostas de ondas para estruturas não uniformes também foram investigadas por Ryue et al. (2010). Para isto, elementos espectrais foram implementados via elementos finitos. Falhas de diferentes profundidades foram modeladas apenas removendo parte dos elementos discretizados. Coeficientes de reflexão e transmissão foram estimados para frequências entre 20 a 40 kHz. Os resultados indicaram que o método não foi tão eficiente para detectar pequenas falhas, então, a alternativa seria usar uma excitação artificial para detecção utilizando coeficiente de reflexão.

Este tipo de métodos, como ultrassom e ondas de superfície, é geralmente utilizado em aplicações industriais. Nestes métodos, o comprimento de onda deve ser bem menor do que as dimensões da estrutura de análise.

Há um método chamado Emissão Acústica (*AE*), ele é baseado na medição de *Lamb Waves* que se propagam pela estrutura. *AEs* são ondas de tensão, ou seja, são formadas quando existe uma aplicação de carga, e podem ser usadas para detectar pequenas falhas, mas é necessário constante monitoramento.

Estas ondas se dispersam quando encontram uma descontinuidade na estrutura, e este método visa excitar a estrutura e captar as “parcelas” destas ondas em uma região longe do campo de falha. Existem alguns problemas em se utilizar *Lamb Waves*, como por exemplo, a dificuldade em se determinar as reflexões das ondas devido ao grande número de modos de ondas em sistemas reais.

2.3 Tipos de Ondas Propagantes

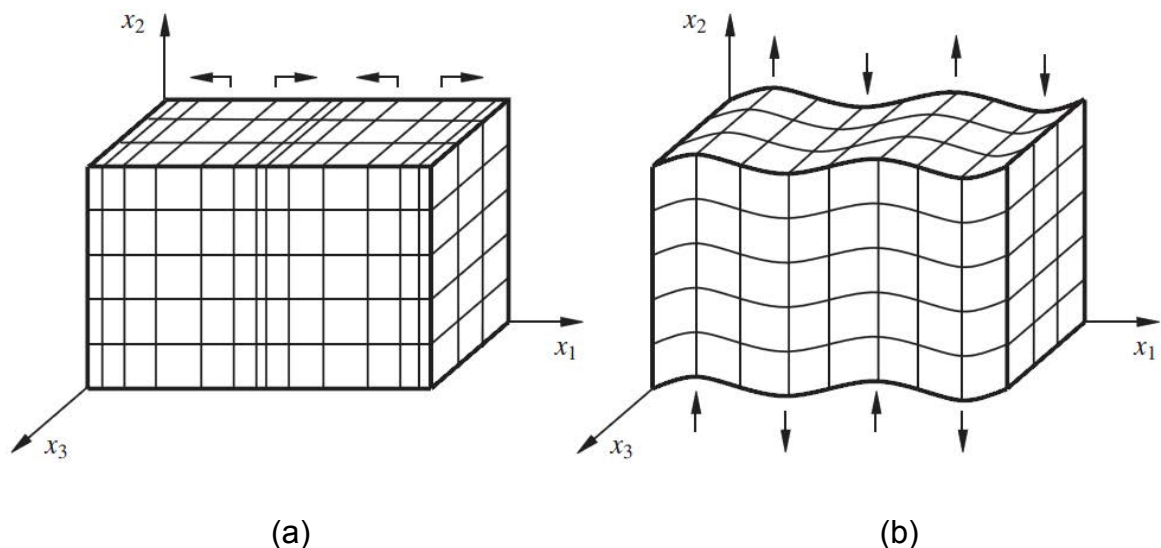
A vibração de uma estrutura pode ser descrita em termos do campo de onda. Ondas carregam energia pela estrutura a uma dada frequência e cada tipo de onda é caracterizado pelo “número de onda”. Como mencionado anteriormente, as ondas se dispersam quando encontram alguma descontinuidade, mas esta dispersão é diferente dependendo do tipo da onda.

Em geral, para monitoramento da integridade estrutural, três tipos de ondas são mais utilizados, segundo Liu (2010): ondas longitudinais, ondas transversais e ondas de flexão:

- a) ondas longitudinais, também conhecidas como ondas de compressão, possuem direção de propagação igual à direção de movimento de partícula;
- b) ondas transversais são aquelas cuja direção de propagação é perpendicular à direção do movimento de partícula;
- c) ondas de flexão, também conhecidas como ondas flexíveis, são as mais comuns em sistemas reais e causam deslocamento e momento fletor na estrutura.

Muitos livros mostram a importância da utilização dos modelos de ondas como e Fahy (2007) e Rao (2008). Neste trabalho, foram utilizados os modelos de ondas longitudinais e ondas de flexão, que reúne movimentos longitudinais e transversais. A Figura 4 mostra o movimento de ondas longitudinais e transversais.

Figura 4 – Movimento de ondas (a) longitudinais e (b) transversais representadas em um sólido tridimensional.



Fonte: Hagedorn et al. (2007).

2.3.1 Ondas Longitudinais

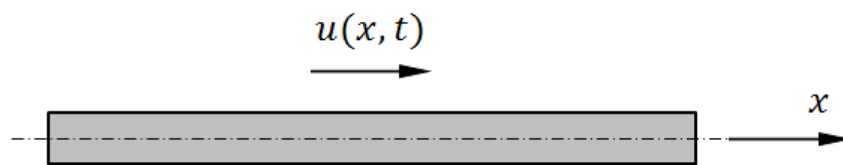
Para ondas longitudinais, a estrutura utilizada como guia de onda é a barra, pois barras são solicitadas apenas por forças normais de tração ou compressão (desde que atendidas às hipóteses que permitam considerar seus nós como ideais). Essa aproximação afirma que a seção transversal permanece constante sob tensão axial, portanto, a distribuição de tensões ao longo da área da seção transversal mantém-se constante e tensões de cisalhamento são desprezíveis. E como mencionado, esta hipótese é mais precisa quando o comprimento de onda é muito maior do que as dimensões da seção transversal da barra.

Para uma barra uniforme, como mostra a Figura 5, a equação do movimento é:

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = P \quad (3)$$

onde E é o Módulo de Young, A é a área da seção transversal da barra, u é o deslocamento axial, x é o eixo axial da barra, ρ é a densidade do material, t é o tempo e P é a força axial externa aplicada por unidade de comprimento.

Figura 5 – Barra uniforme ao longo do eixo x com deslocamento axial u .



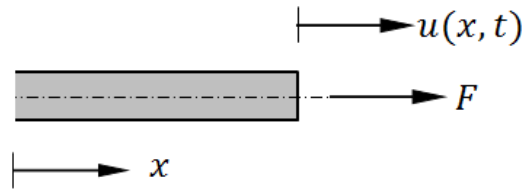
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para esta formulação, a força axial interna é dada por:

$$F = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4)$$

A convenção de sinais é ilustrada na Figura 6:

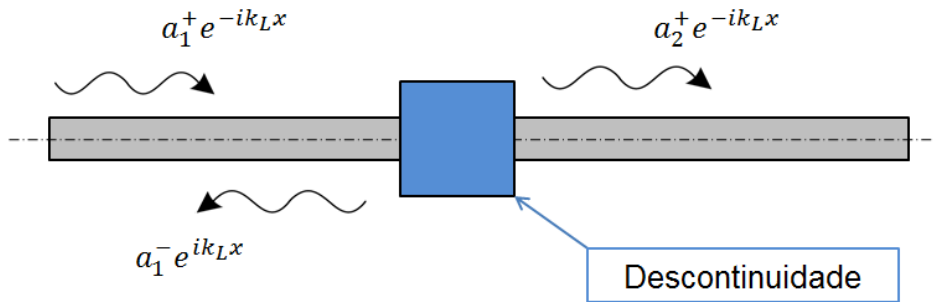
Figura 6 – Convenção de sinais para movimento axial.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Quando essa onda longitudinal incidente atinge uma descontinuidade na barra, ela gera duas outras ondas: uma refletida e uma transmitida, como mostra a Figura 7.

Figura 7 – Barra com descontinuidade central excitada com onda longitudinal.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nesta Figura, a_1^+ é a amplitude da onda incidente, a_1^- é a amplitude da onda refletida e a_2^+ é a amplitude da onda transmitida. Os números subscritos indicam o lado da barra em que a onda se encontra em relação ao centro, e os sinais sobrescritos indicam o sentido da onda; k_L é o número de onda longitudinal definido por:

$$k_L = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (5)$$

onde ω é a frequência de excitação dada em radianos por segundo. O número de onda é relacionado com a velocidade de onda c :

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (6)$$

Como a frequência é dada por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{\lambda} \quad (7)$$

onde λ é o comprimento de onda, então, tem-se que o número de onda também pode ser expresso por:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (8)$$

O número de onda é inversamente proporcional ao comprimento de onda e diretamente proporcional à frequência, o que indica uma mudança da fase no movimento da onda por unidade de comprimento na direção da propagação.

Considerando uma vibração livre, a força externa P pode ser igualada a zero. A solução geral para a equação (9), que expressa o deslocamento em função das ondas, é definida por:

$$u(x, t) = (a_1^+ e^{-ik_L x + i\omega t} + a_1^- e^{ik_L x + i\omega t} + a_2^+ e^{-ik_L x + i\omega t}) \quad (9)$$

Observa-se que as amplitudes das ondas são em função do eixo x e do tempo t . Entretanto para uma situação estacionária, pode-se assumir $t = 0$, motivo pelo qual não há componente temporal indicada na Figura 7. Desmembrando a equação, é possível separar a contribuição das ondas para o lado esquerdo e direito da barra como mostram as equações (10) e (11).

$$u_1(x < 0) = (a_1^+ e^{-ik_L x} + a_1^- e^{ik_L x}) \quad (10)$$

$$u_2(x \geq 0) = (a_2^+ e^{-ik_L x}) \quad (11)$$

Desta forma, é possível analisar, em particular, o comportamento da barra em cada lado.

2.3.2 Ondas de Flexão

Para ondas de flexão, a estrutura utilizada como guia de onda é a viga, pois vigas, quando solicitadas transversalmente, têm seu eixo deformado verticalmente, ou seja, a configuração geométrica do seu eixo modifica-se. A forma de

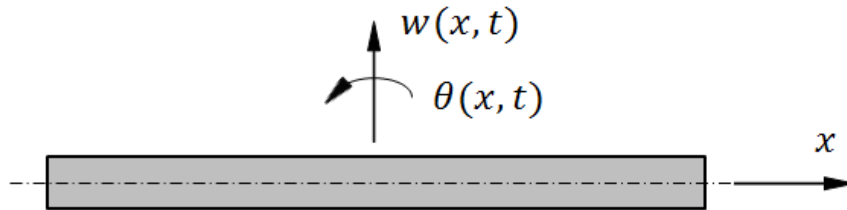
carregamento da viga faz com que ela seja, principalmente, solicitada pela força cortante e pelo momento fletor. Neste modelo, os comprimentos de onda também devem ser bem maiores do que as dimensões da seção transversal.

Para uma viga uniforme, como mostra a Figura 8, a equação do movimento é:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P \quad (12)$$

onde I é o momento de inércia transversal da viga e w é o deslocamento transversal.

Figura 8 - Viga uniforme ao longo do eixo x com deslocamento transversal w e rotação θ .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

onde θ é definido como:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (13)$$

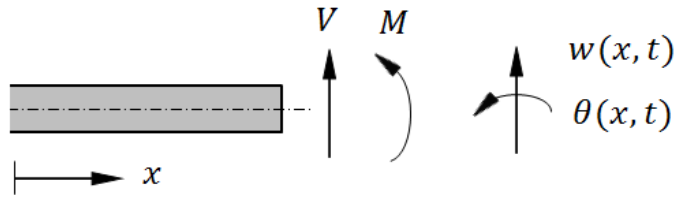
Para esta formulação, uma força interna cisalhante e um momento fletor são gerados e definidos a seguir:

$$M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (14)$$

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} = -EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \quad (15)$$

A convenção de sinais é definida na Figura 9.

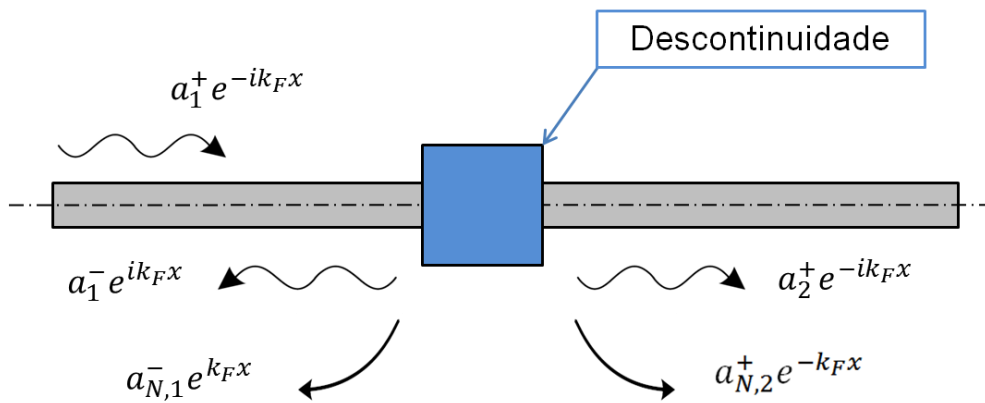
Figura 9 – Convenção de sinais para o movimento transversal.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Quando uma onda flexional atinge uma descontinuidade, ela gera quatro outras ondas: duas evanescentes e duas propagantes, como mostra a Figura 10:

Figura 10 - Viga com descontinuidade central excitada com onda flexional.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nesta Figura, $a_{N,1}^-$ é a amplitude da onda evanescente refletida, $a_{N,2}^+$ é a amplitude da onda evanescente transmitida, (N vem do inglês, “nearfield”). Uma característica das ondas evanescentes é o fato de terem um decaimento exponencial de sua amplitude com a distância e não dispersarem potência em campos remotos, o que faz com que sejam desconsideradas quando o campo de análise é longe da falha; k_F é o número de onda de flexão definido por:

$$k_F = \sqrt[4]{\frac{\rho A \omega^2}{EI}} \quad (16)$$

Considerando uma vibração livre, a força externa P pode ser igualada a zero, como no caso anterior. A solução geral para a equação (17), que expressa o deslocamento em função das ondas, é definida por:

$$w(x, t) = (a_1^+ e^{-ik_F x + i\omega t} + a_1^- e^{ik_F x + i\omega t} + a_{N,1}^- e^{k_F x + i\omega t} + a_2^+ e^{-ik_F x + i\omega t} + a_{N,2}^+ e^{-k_F x + i\omega t}) \quad (17)$$

Novamente, para um caso estacionário, a parcela do tempo pode ser desconsiderada. E para uma melhor análise as parcelas de cada parte da viga podem ser desmembradas:

$$w_1(x < 0, t) = (a_1^+ e^{-ik_F x} + a_1^- e^{ik_F x} + a_{N,1}^- e^{k_F x}) \quad (18)$$

$$w_2(x \geq 0, t) = (a_2^+ e^{-ik_F x} + a_{N,2}^+ e^{-k_F x}) \quad (19)$$

Analisar o deslocamento da estrutura em função de ondas é uma maneira bastante útil e prática para realizar modelagem das condições de contorno de diferentes falhas, como será mostrado nos próximos capítulos.

2.4 Coeficientes de Reflexão e de Transmissão das Ondas

Qualquer descontinuidade pode ser caracterizada por seus coeficientes de reflexão e transmissão de ondas, que descrevem como as ondas incidentes se dispersam. Os coeficientes podem depender da frequência, do tipo de onda incidente, e até do ângulo incidente ou da energia de dissipação na descontinuidade.

Estes coeficientes nada mais são do que a razão de amplitudes entre o que é refletido sobre o que é incidido, e o que é transmitido sobre o que é incidido e mostram como a energia de excitação é dispersa:

$$\text{Coeficiente de Reflexão} = CR = \frac{\text{Amplitude da Onda Refletida}}{\text{Amplitude da Onda Incidida}}$$

$$\text{Coeficiente de Transmissão} = CT = \frac{\text{Amplitude da Onda Transmitida}}{\text{Amplitude da Onda Incidida}}$$

Portanto, ondas longitudinais possuem um coeficiente de reflexão e um de transmissão:

$$CR_L = \frac{a_1^-}{a_1^+} \quad (20)$$

$$CT_L = \frac{a_2^+}{a_1^+} \quad (21)$$

enquanto que as ondas flexionais possuem dois coeficientes de reflexão e dois de transmissão:

$$CR_{F,1} = \frac{a_1^-}{a_1^+} \text{ e } CR_{F,2} = \frac{a_{N,1}^-}{a_1^+} \quad (22)$$

$$CT_{F,1} = \frac{a_2^+}{a_1^+} \text{ e } CT_{F,2} = \frac{a_{N,2}^+}{a_1^+} \quad (23)$$

Como as amplitudes das ondas são complexas, os coeficientes também são complexos. E são determinados pelas características do guia de onda e da descontinuidade em questão.

2.5 Caracterização da Falha

Como mencionado previamente, a base de *SHM* é uma análise da estrutura em questão com e sem falha como método de comparação. Falhas mudam propriedades físicas do sistema, bem como suas condições de contorno. Assim, para modelar um sistema *SHM*, é necessário saber que tipo de dano seria localizado, portanto, a caracterização da falha é um quesito fundamental.

Shone (2006) cita referências que caracterizam modelos de falhas, e mostra que a falha geralmente é modelada das seguintes maneiras:

- a) mudança localizada na flexibilidade estrutural (aumento da flexibilidade);
- b) mudança localizada na massa;
- c) mudança localizada no amortecimento (aumento do amortecimento).

A mudança na flexibilidade ocorre quando a trinca é formada e a energia elástica armazenada na estrutura é liberada. Portanto, essa mudança pode ser relacionada com a taxa de liberação de tensão energética e o fator de intensidade de tensão.

Mudanças na massa podem ocorrer se a falha é severa, fazendo com que parte da estrutura se rompa. Esse é um efeito que pode ocorrer em concretos que foram danificados, estruturas metálicas que sofreram corrosão ou até em materiais compósitos, nos quais as camadas podem se despedaçar.

Mudanças localizadas no amortecimento ocorrem devido a mecanismos de dissipação no campo da falha, como por exemplo, comportamento termo elástico e fricção.

2.5.1 Modelagem da Falha

O ponto de partida deste trabalho é saber que tipo de falha será estudado. Modelar a falha de uma estrutura é uma ferramenta bem útil, pois é possível ter um parâmetro de comparação com resultados experimentais, e a avaliação com o modelo pode ser interessante para estimar parâmetros da falha. O modelo pode ser usado para estimar quão sensível certa característica pode ser à falha e então exprimir quão importante esta característica é para a detecção de falhas.

O comportamento da falha a baixas frequências pode ser modelado como uma mudança na rigidez local do campo da falha. Geralmente, respostas não lineares não são incluídas no modelo e é assumido que, em baixas frequências, mudanças na massa e no amortecimento não são tão relevantes quando comparadas à mudança de rigidez.

Um modelo mostrado em várias referências, como em Rizos et al. (1990), é o de agrupamento de molas. Com molas transversais, longitudinais e rotacionais, este modelo relaciona mudanças locais de energia de uma falha tipo entalhe com a rigidez de mola.

Sinha et al. (2002) mostra a rigidez da viga sendo calculada de acordo com seu comprimento. A falha causa redução em sua rigidez que depende do seu tipo e

tamanho. Outra aproximação pode ser usada para simular falha, fazendo com que o módulo de elasticidade da estrutura reduza-se proporcionalmente ao seu tamanho.

Modelos analíticos assumem usualmente um tipo de falha particular. O modelo de molas aglomeradas, como citado anteriormente, vêm de análises do comportamento estático de um entalhe ou rasgo em uma viga sob carga. Neste caso, é assumido que este entalhe é aberto, e assim, a mudança de rigidez é constante em relação ao tempo e à frequência. Este modelo é considerado bastante preciso a baixas frequências. Modelos numéricos oferecem a vantagem de modelar a falha com mais detalhes, além de oferecer uma melhor análise da resposta dinâmica do sistema.

2.6 Conclusões

Este capítulo abordou uma revisão bibliográfica específica sobre a utilização de ondas elásticas propagantes em estruturas. As equações introduzidas sobre deslocamento em função das amplitudes das ondas, bem como as equações de coeficientes de transmissão e de reflexão são de suma importância para vários trabalhos sobre ondas e são fundamentais para mostrar os efeitos de descontinuidades causados nas respostas das ondas como será mostrado nos capítulos seguintes.

3 *DESCONTINUIDADES EM BARRAS: UTILIZAÇÃO DE ONDAS LONGITUDINAIS*

3.1 Introdução

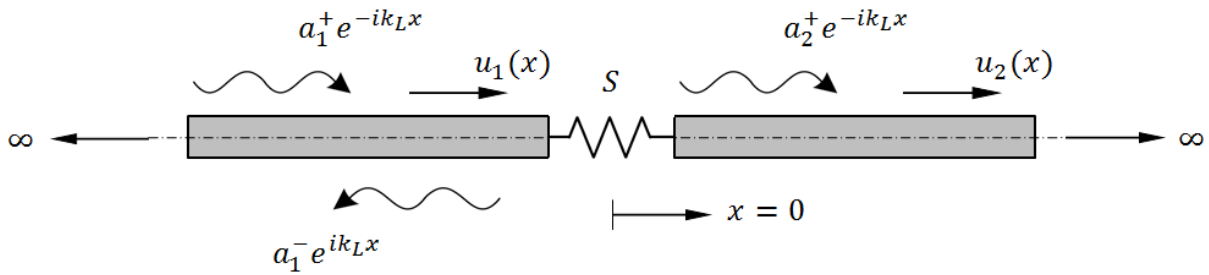
Como mencionado no Capítulo 2, descontinuidades em estruturas podem ser modeladas através de elementos básicos da Mecânica como massa, mola e amortecedor. Dependendo do tipo do dano em análise, é possível utilizar estes elementos isoladamente ou acoplados. Este capítulo mostra estes elementos conectados em barras infinitas, apresentando a modelagem e o sistema de coeficientes de transmissão e reflexão destas ondas, podendo ser visualizado o comportamento das curvas para diferentes descontinuidades. É também apresentada uma formulação geral que pode ser aplicada em barras infinitas com diferentes descontinuidades. Como forma de averiguação, foram elaborados dois modelos: um de rigidez dinâmica e um de receptância.

3.2 Barra com Mola Axial Acoplada

A utilização de barras infinitas mostra-se interessante para uma análise mais precisa sobre respostas de ondas, uma vez que estas estruturas dispersam energia continuamente sem a interferência de reflexões ou ressonâncias provindas das extremidades. Mead (1998) mostra modelagens e importantes equacionamentos sobre estruturas infinitas, bem como estruturas semi-inifinitas.

Considerando uma barra infinita ao longo do eixo x , uma mola axial, com rigidez S , é acoplada de forma a conectar duas partes da barra, como mostra a Figura 11. Intuitivamente, quando a onda longitudinal incidente atingir a mola, duas ondas serão geradas.

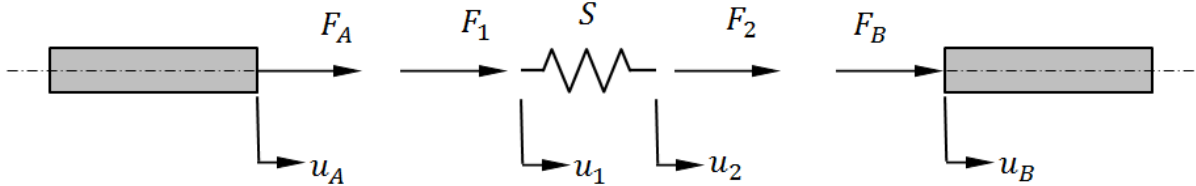
Figura 11 – Barra infinita com mola axial acoplada e excitada com onda longitudinal.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nesta Figura, u_1 e u_2 são os deslocamentos axiais de cada lado da barra definidos nas equações (10) e (11). Para entender a metodologia em encontrar as condições de contorno para esta situação, é interessante dividir cada elemento do modelo como mostra a Figura 12.

Figura 12 – Barra com mola axial: elementos particionados.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A Figura mostra as forças que agem sobre cada partição do sistema, bem como seus graus de liberdade. Desta forma, algumas suposições podem ser feitas, como:

$$\begin{aligned} u_A &= u_1 & F_A &= -F_1 \\ u_B &= u_2 & F_B &= -F_2 & F_1 &= -F_2 \end{aligned} \quad (24)$$

$$F_A = EA \frac{\partial u_A}{\partial x} \quad F_B = -EA \frac{\partial u_B}{\partial x} \quad (25)$$

e,

$$F_1 = S(u_1 - u_2) \quad F_2 = S(u_2 - u_1) \quad (26)$$

Utilizando estas relações, é fácil chegar às condições de contorno que são as seguintes:

$$EA \frac{\partial u_1}{\partial x} = S(u_2 - u_1) \quad (27)$$

$$EA \frac{\partial u_2}{\partial x} = S(u_2 - u_1)$$

Com as condições de contorno definidas, e utilizando as equações de deslocamento axial, criou-se um sistema de equações para os coeficientes de reflexão e transmissão para este caso:

$$\begin{bmatrix} S + iEAk_L & -S \\ S & -S - iEAk_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -S + iEAk_L \\ -S \end{Bmatrix} \quad (28)$$

Resolvendo este sistema linear, é possível fazer uma análise dos coeficientes em termos da frequência, já que o número de onda é diretamente proporcional àquela. Entretanto, uma análise mais apropriada seria obtida se a respostas da onda estivesse em função de um parâmetro adimensional, ao invés da frequência, que relacionasse características da mola e da barra.

Para tanto, os termos mostrados na equação (28) foram divididos pela rigidez S e a relação (2.6) foi utilizada, gerando um parâmetro adimensional:

$$\alpha = \frac{EA}{\lambda_L S} \quad (29)$$

O parâmetro α relaciona a rigidez relativa da barra por unidade de comprimento de onda com a rigidez da mola. Utilizando α , um novo sistema linear é montado adimensionalmente:

$$\begin{bmatrix} 1 + i2\pi\alpha & -1 \\ 1 & -1 - i2\pi\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 + i2\pi\alpha \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (30)$$

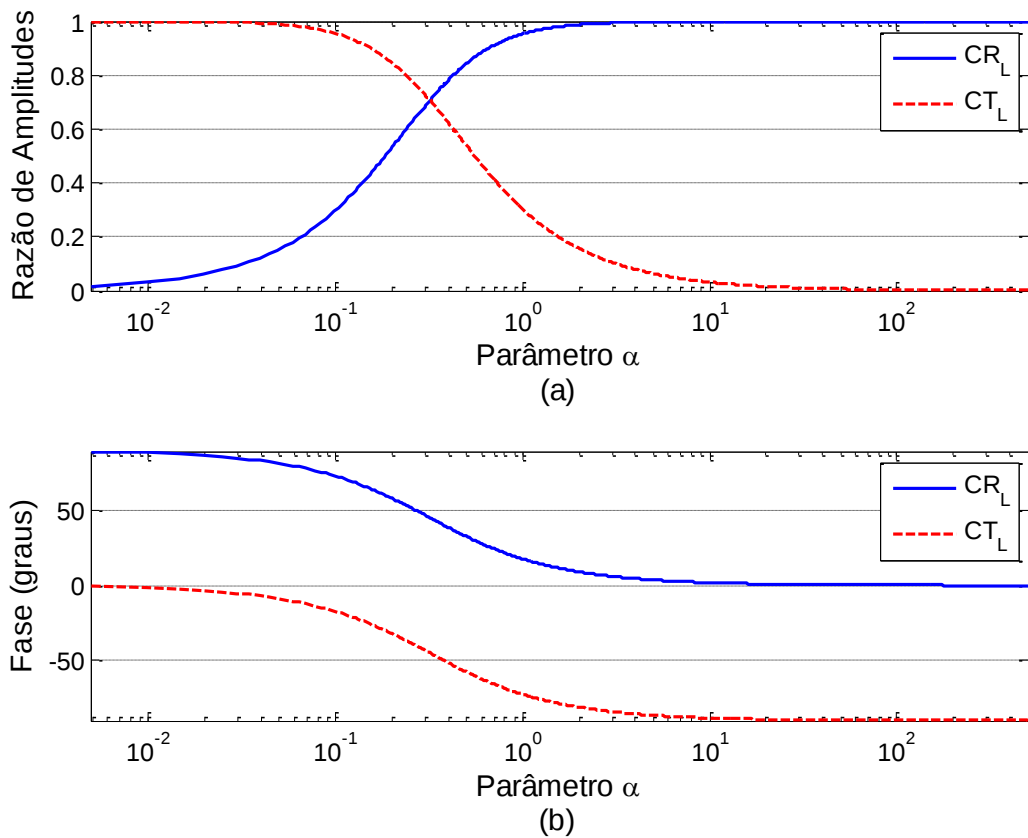
Resolvendo este sistema, encontraram-se as relações finais para os coeficientes de reflexão e transmissão:

$$CR_L = \frac{\pi\alpha}{\pi\alpha - i} \quad (31)$$

$$CT_L = \frac{-i}{\pi\alpha - i} \quad (32)$$

Dessa forma, é possível analisar as respostas de quanto da energia incidente é refletida e quanto é transmitida na barra em função do parâmetro α , como mostra a Figura 13.

Figura 13 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro α , de ondas longitudinais em barra com mola axial acoplada.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O parâmetro α é inversamente proporcional à rigidez da mola, portanto, através do gráfico da Figura 13(a), é possível notar que para valores baixos de α , ou seja, altos valores de rigidez externa quando comparados à rigidez relativa da barra,

o coeficiente de transmissão é muito mais alto em relação ao coeficiente de reflexão, isto é, quanto maior a rigidez da mola, mais energia é transmitida para o lado direito da barra. Para baixos valores de α , a mola pode ser comparada como uma parte da barra que não sofreu diminuição de sua rigidez local. E inversamente, quanto maior α , mais energia é refletida.

Outro ponto importante a ser considerado é de que através da modelagem utilizada para a adimensionalização do sistema da equação (28) até o conhecimento do parâmetro mostrado na equação (29), nota-se que α é diretamente proporcional a k_L , e, por conseguinte, diretamente proporcional à frequência. Desta forma, à medida que α aumenta, a frequência de excitação também aumenta. Quando a mola vibra a uma frequência alta, a energia não consegue ser transmitida ao longo da barra, o que faz com que a reflexão seja maior, alcançando razões que culminarão a um.

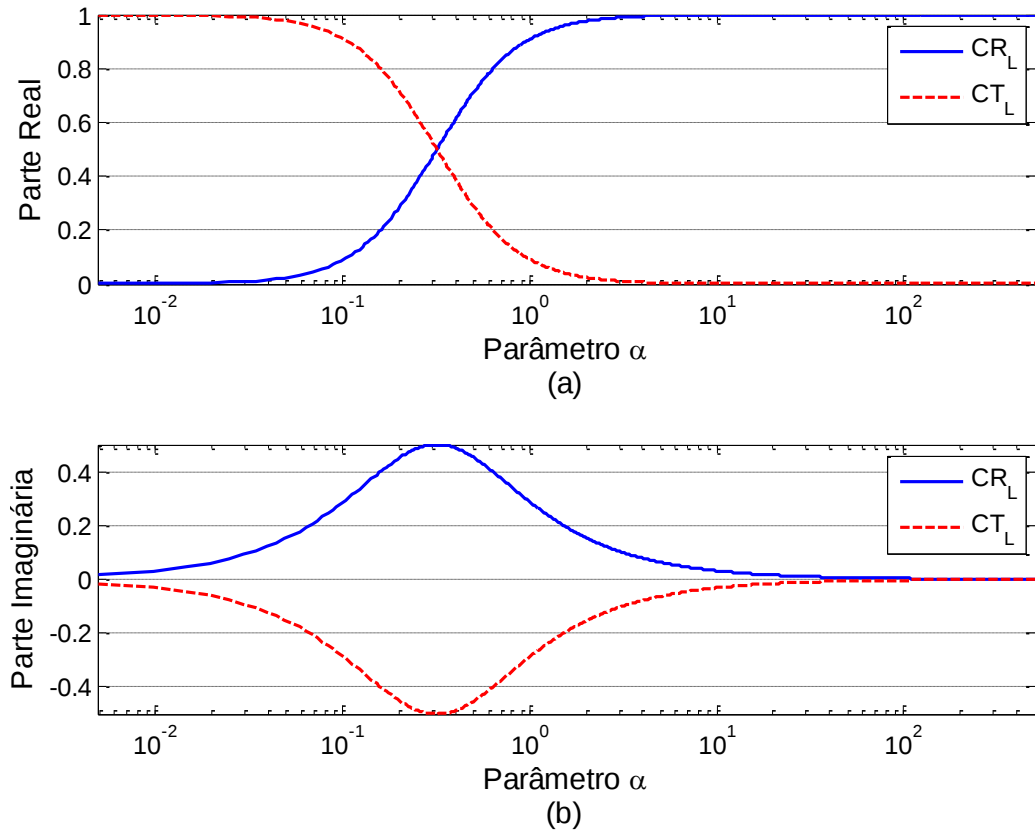
As curvas se encontram em um ponto onde a razão de amplitudes é cerca de 0,707, ponto onde a reflexão e a transmissão contribuem razões de 50% cada, analisado pela relação

$$\text{Razão Total} = RT = \sqrt{CR^2 + CT^2} \quad (33)$$

Neste ponto, α é cerca de 0,3, ou seja, a rigidez da mola é um terço da rigidez da barra.

Pelo gráfico da fase, Figura 13(b), é possível notar que para coeficientes próximos de um, não há grandes defasagens. E à medida que a curva tende a zero, a defasagem chega a 100°. A Figura 14 mostra as partes real e imaginária dos coeficientes.

Figura 14 – Partes real (a) e imaginária (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro α , de ondas longitudinais em barra com mola axial acoplada.



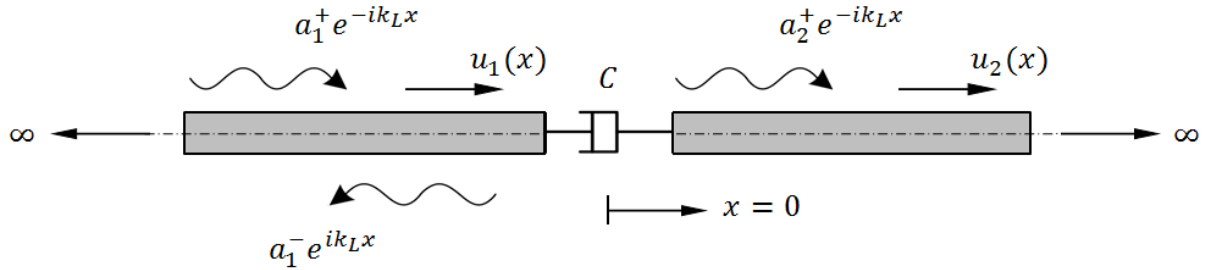
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pela Figura, é possível notar uma contribuição maior da parte real dos coeficientes quando comparada à parte imaginária.

3.3 Barra com Amortecedor Acoplado

Considerando uma barra infinita ao longo do eixo x , um amortecedor, de amortecimento C , é acoplado de forma a conectar duas partes da barra, como mostra a Figura 15.

Figura 15 – Barra infinita com amortecedor acoplado e excitada com onda longitudinal.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Analogamente à modelagem (3.1), as forças inerentes ao amortecedor são:

$$F_1 = C \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial t} \right) \quad F_2 = C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \quad (34)$$

Portanto, as condições de contorno para este caso são:

$$EA \frac{\partial u_1}{\partial x} = C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \quad (35)$$

$$EA \frac{\partial u_2}{\partial x} = C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right)$$

Novamente, com as condições de contorno definidas, e utilizando as equações de deslocamento axial, criou-se um sistema de equações para os coeficientes de reflexão e transmissão para este caso:

$$\begin{bmatrix} i\omega C + iEAk_L & -i\omega C \\ i\omega C & -i\omega C - iEAk_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -i\omega C + iEAk_L \\ -i\omega C \end{Bmatrix} \quad (36)$$

Para encontrar o parâmetro adimensional neste caso, os termos do sistema (36) foram divididos por $i\omega C$. Utilizando a relação de número de onda indicado na equação (5), obteve-se o novo parâmetro adimensional:

$$\beta = \frac{A\sqrt{E\rho}}{C} \quad (37)$$

Este parâmetro relaciona a impedância da barra com o amortecimento externo. Utilizando este novo parâmetro, o novo sistema de equações é:

$$\begin{bmatrix} 1 + \beta & -1 \\ 1 & -1 - \beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 + \beta \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (38)$$

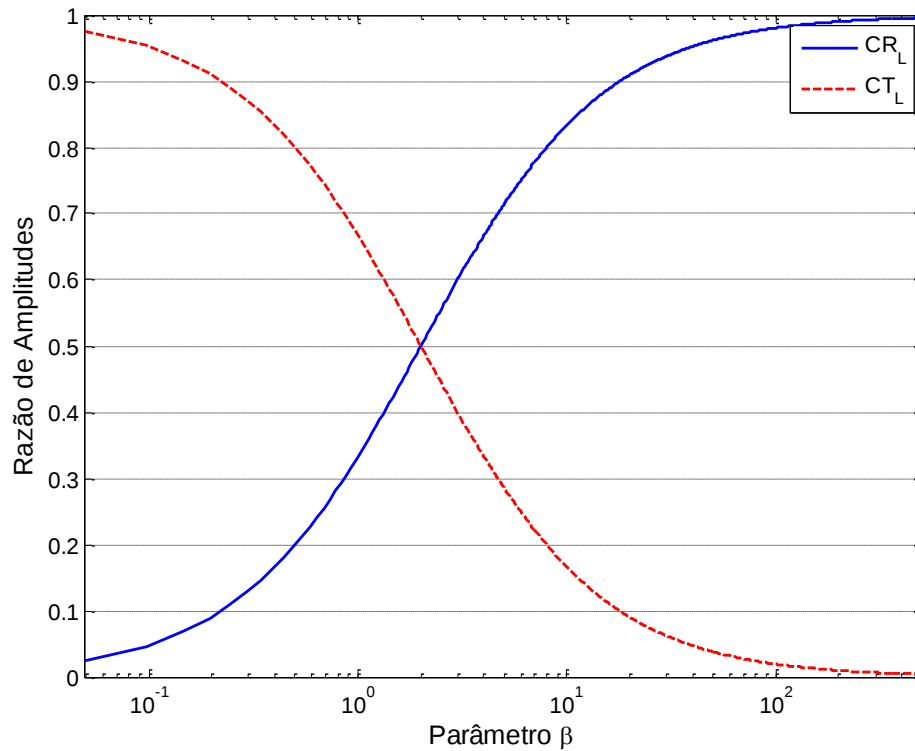
Resolvendo este sistema, encontraram-se as relações finais para os coeficientes de reflexão e transmissão:

$$CR_L = \frac{\beta}{\beta + 2} \quad (39)$$

$$CT_L = \frac{2}{\beta + 2} \quad (40)$$

Com estes novos coeficientes, as respostas das ondas foram analisadas como mostra a Figura 16.

Figura 16 – Razão de Amplitudes dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro β , de ondas longitudinais em barra com amortecedor acoplado.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Como visto, o parâmetro β é inversamente proporcional à impedância da barra, então, pelo gráfico da Figura 16, nota-se que para baixos valores de β , ou seja, alto amortecimento externo quando comparado à impedância da barra, o coeficiente de transmissão é muito maior e o coeficiente de reflexão, quase mínimo. Portanto, quanto maior o amortecimento, mais energia é transmitida pela barra, e quanto menor o amortecimento, mais energia é refletida.

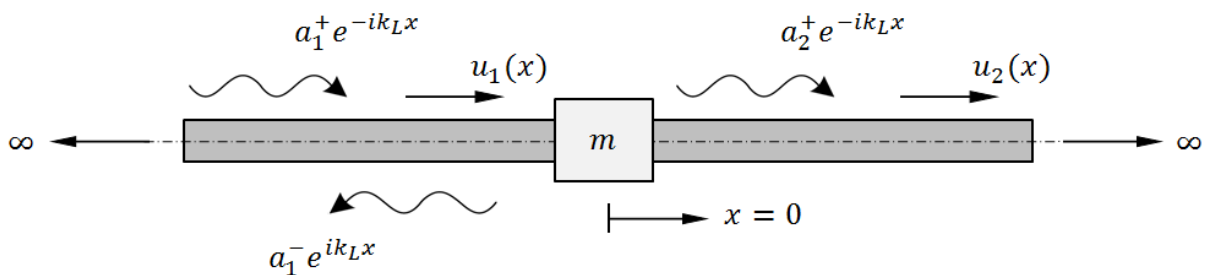
As curvas se encontram em um ponto onde a razão de amplitude é 0,5. Neste ponto, β é aproximadamente igual a 2, o que indica que a reflexão tem a mesma magnitude da transmissão quando o amortecimento da barra é o dobro do amortecimento externo.

Pelas equações (39) e (40), é possível perceber que os coeficientes não possuem parte imaginária, e não são dependentes da frequência o que a não necessidade em se plotar o gráfico de fase.

3.4 Barra com Massa Acoplada

Considerando uma barra infinita ao longo do eixo x , uma massa m é acoplada de forma a conectar duas partes da barra, como mostra a Figura 17.

Figura 17 – Barra infinita com massa acoplada e excitada com onda longitudinal.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Neste caso, a manipulação das forças é um pouco diferente, dado que a massa é um elemento rígido, as forças atuantes devem ser relacionadas pela 2ª Lei de Newton:

$$F_1 + F_2 = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (41)$$

Visto que os deslocamentos dos dois lados da barra são o mesmo, as condições de contorno para este modelo são:

$$u_1 = u_2 \quad (42)$$

$$EA \frac{\partial u_2}{\partial x} - EA \frac{\partial u_1}{\partial x} = m \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}$$

Então, o sistema de equações que relaciona os coeficientes para este caso são:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -iEAk_L & m\omega^2 - iEAk_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -iEAk_L \end{Bmatrix} \quad (43)$$

A partir deste sistema, pôde-se encontrar o parâmetro adimensional. Os termos foram divididos por $iEAk_L$ e as relações mostradas nas equações (5) e (8) foram utilizadas.

$$\gamma = \frac{\rho A \lambda}{m} \quad (44)$$

Este parâmetro relaciona a massa relativa da barra por unidade de comprimento de onda em relação à massa externa adicionada. Com ele, o novo sistema adimensional de equações para os coeficientes é:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 - i2\pi\gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (45)$$

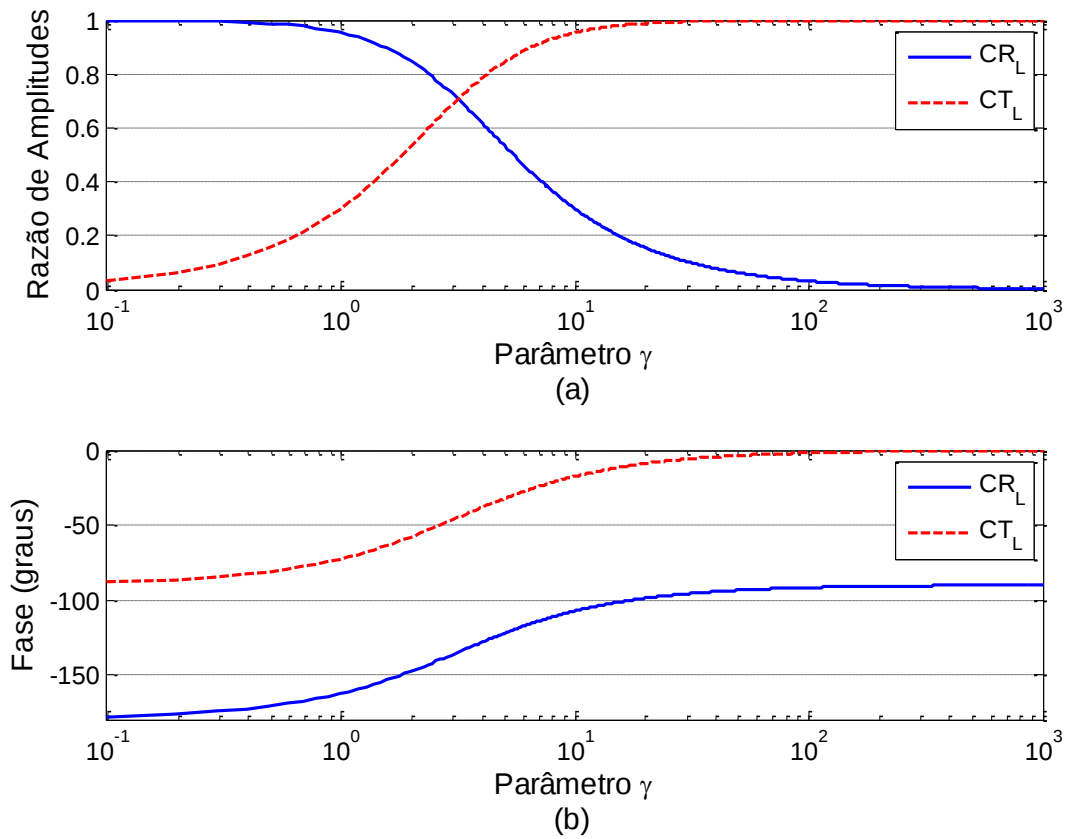
E resolvendo este sistema, os coeficientes de reflexão e transmissão para o caso com a massa é:

$$CR_L = \frac{1}{-1 + \frac{i\gamma}{\pi}} \quad (46)$$

$$CT_L = \frac{\frac{i\gamma}{\pi}}{-1 + \frac{i\gamma}{\pi}} \quad (47)$$

As respostas das ondas foram analisadas em relação ao parâmetro γ como mostra a Figura 18.

Figura 18 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro γ , de ondas longitudinais em barra com massa acoplada.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O caso da massa é oposto aos dois casos anteriores, pois, à medida que a massa, ou ponto de massa, aumenta, a reflexão aumenta e a transmissão diminui, pois a massa não permite que a energia se propague pela barra. A presença de uma massa muito pequena na barra pode ser desconsiderada, ou seja, a barra pode ser considerada uniforme, sem descontinuidade. Por isso que para valores baixos de γ

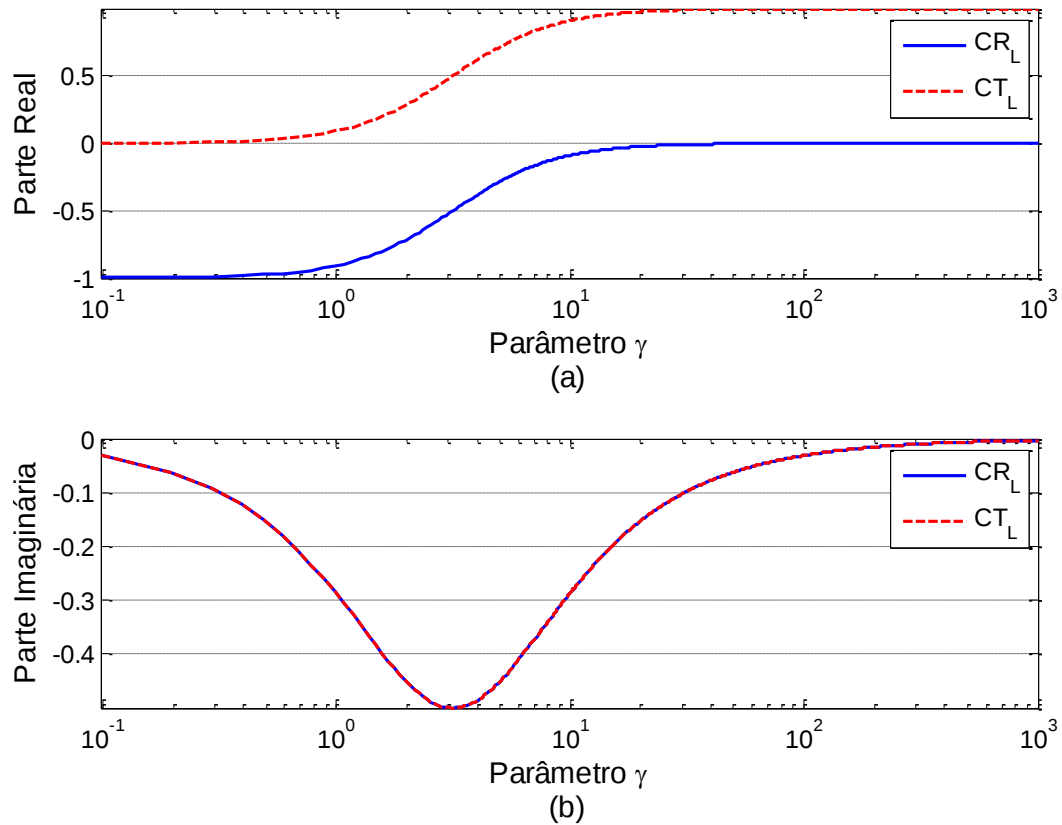
(alto valor de massa externa), o coeficiente de reflexão CR_L fica em torno de 1 enquanto que o coeficiente de transmissão CT_L fica em torno de zero. E para altos valores de γ (baixo valor de massa externa), ocorre o oposto.

Assim como α , γ também é diretamente proporcional à frequência, portanto à medida que γ aumenta, a frequência de excitação também aumenta, entretanto, desta vez, com altos valores de frequência, a energia se transmite com mais facilidade pelo ponto de massa, se propagando para o lado direito da barra e aumentando, assim, a transmissão.

Como no caso da mola, as curvas para o problema com a massa também se encontram em um ponto onde a razão de amplitudes é 0,707. Todavia, o valor de γ , neste ponto é de 3, portanto, a reflexão e a transmissão são idênticos quando a massa relativa da barra é três vezes maior do que a massa adicionada.

A Figura 18(b) mostra que a variação da fase dos coeficientes varia em torno de 100° , mas diferentemente do que acontece com a mola, neste caso, a defasagem aumenta, com o aumento de γ . O gráfico das partes real e imaginária dos coeficientes é mostrado na Figura 19.

Figura 19 – Partes real (a) e imaginária (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro γ , de ondas longitudinais em barra com massa acoplada.

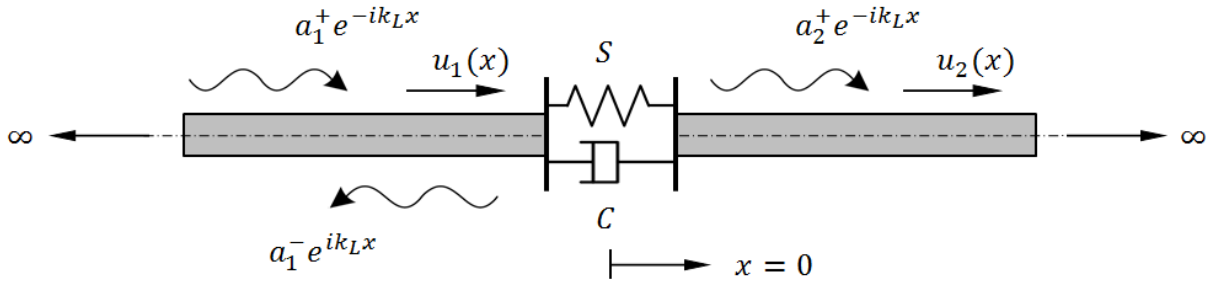


Fonte: Elaboração do próprio autor.

3.5 Barra com Mola e Amortecedor Acoplados em Paralelo

Neste momento, acoplamentos de elementos mecânicos básicos tornam-se interessantes para modelar descontinuidades mais reais em estruturas. Considerando uma barra infinita ao longo do eixo x , uma mola e um amortecedor longitudinais são acoplados paralelamente de forma a conectar as duas partes da barra, como mostra a Figura 20.

Figura 20 – Barra infinita com mola e amortecedor acoplados e excitada com onda longitudinal.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nesta situação, as forças de cada elemento indicadas nas equações (24) e (32) são somadas, desta forma, é possível definir as condições de contorno:

$$EA \frac{\partial u_1}{\partial x} = C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) + S(u_2 - u_1) \quad (48)$$

$$EA \frac{\partial u_2}{\partial x} = C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) + S(u_2 - u_1)$$

Similarmente, desenvolvendo-se a modelagem a partir das condições de contorno, define-se o sistema de equações que fornece os coeficientes de reflexão e transmissão.

$$\begin{bmatrix} S + i\omega C + iEAk_L & -S - i\omega C \\ S + i\omega C & -S - i\omega C - iEAk_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -S - i\omega C + iEAk_L \\ -S - i\omega C \end{Bmatrix} \quad (49)$$

Para adimensionalizar as equações, neste caso, utilizaram-se os parâmetros α e β definidos anteriormente pelas equações (29) e (37) respectivamente. Primeiramente, os termos foram divididos pela rigidez S da mola, e em seguida, foram relacionadas à equação (5) com a equação manipulada (50) apresentada a seguir:

$$k_L = \frac{2\pi\alpha S}{EA} \quad (50)$$

Logo, a remodelagem do sistema da equação (49) é dada por:

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} + i2\pi\alpha & -1 - \frac{i2\pi\alpha}{\beta} \\ 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} & -1 - \frac{i2\pi\alpha}{\beta} - i2\pi\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 - \frac{i2\pi\alpha}{\beta} + i2\pi\alpha \\ -1 - \frac{i2\pi\alpha}{\beta} \end{Bmatrix} \quad (51)$$

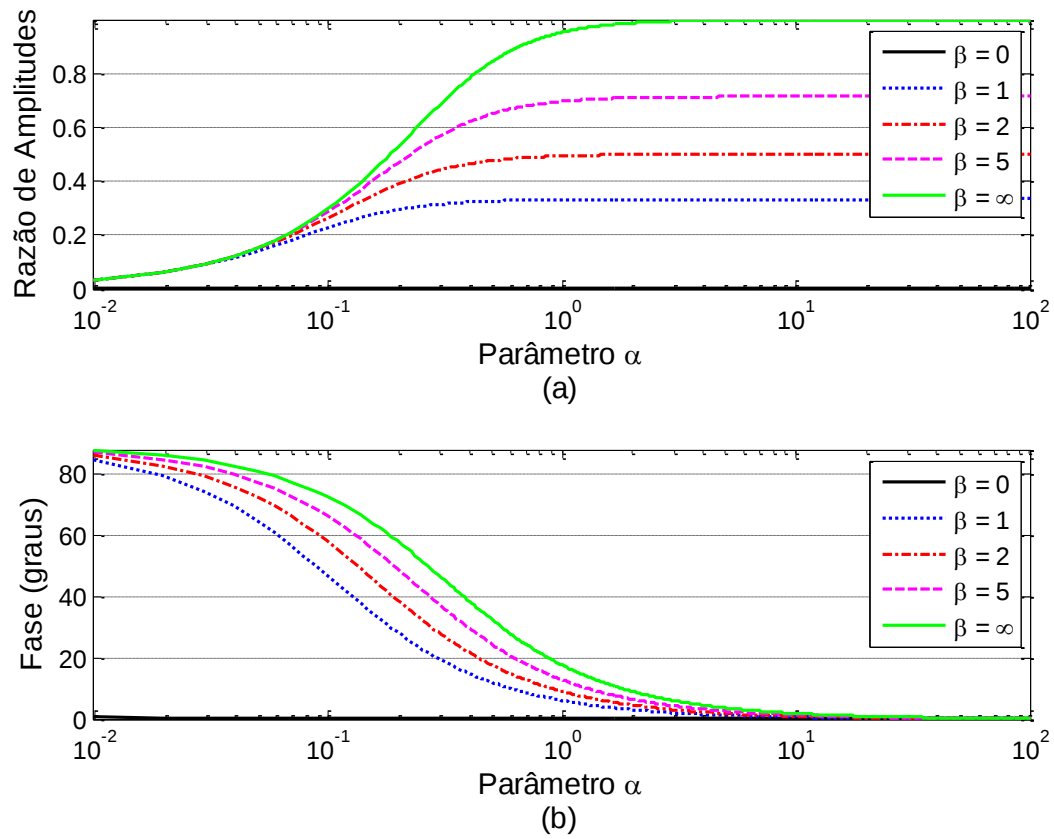
Resolvendo-se este sistema linear, os coeficientes para o modelo são:

$$CR_L = \frac{\beta}{\beta + \frac{\beta}{i\pi\alpha} + 2} \quad (52)$$

$$CT_L = \frac{\frac{\beta}{i\pi\alpha} + 2}{\beta + \frac{\beta}{i\pi\alpha} + 2} \quad (53)$$

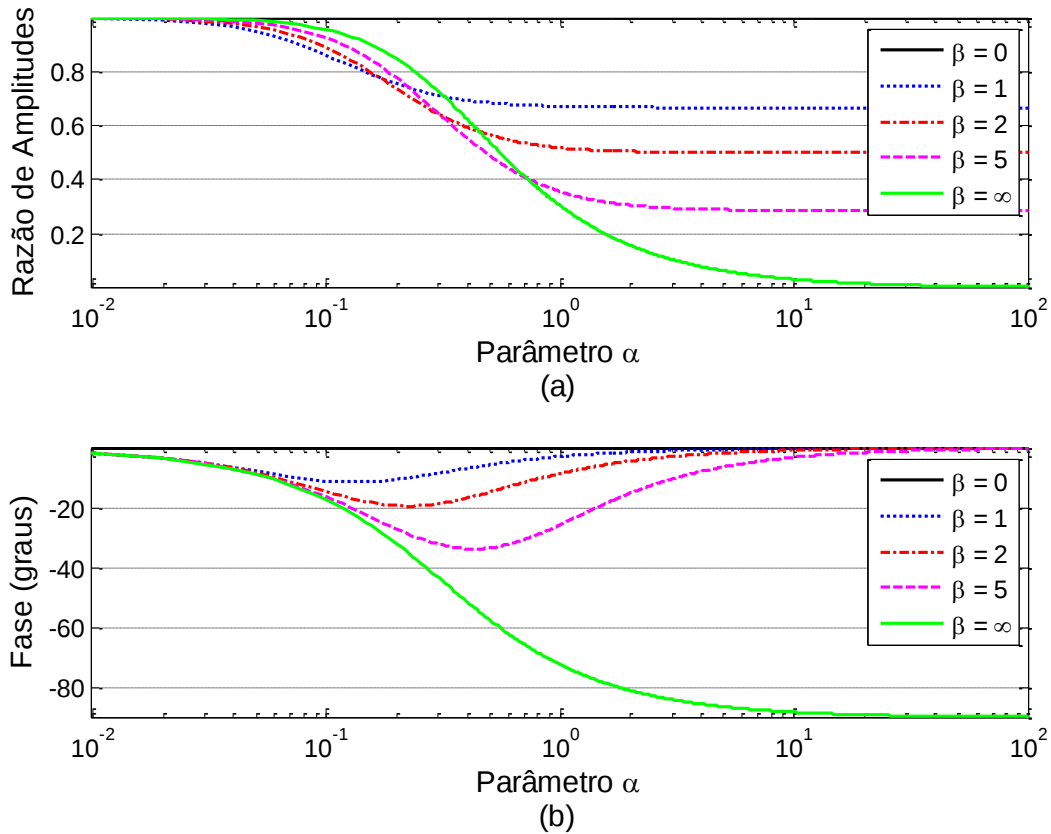
Estes coeficientes relacionam termos referentes à mola e à rigidez da relativa barra com termos referentes ao amortecedor e à impedância da barra. Assim, uma maneira mais eficaz de se analisar este caso é gerar curvas em função de α para diferentes valores de β . As Figuras 21 e 22 mostram os coeficientes de reflexão e de transmissão respectivamente.

Figura 21 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com mola e amortecedor acoplados.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 22 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão, em função de α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com mola e amortecedor acoplados.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Através dos gráficos, é possível notar que, indiferentemente do valor de β , para baixos valores de α , a reflexão é sempre baixa e a transmissão, sempre alta, similar ao que acontece com o caso da mola, o que indica que para baixos valores de α , ou altos valores de rigidez externa, a reação da mola é muito mais importante e domina o sistema, em relação ao amortecedor. Percebe-se também que a partir de α igual a 1, os coeficientes de reflexão e transmissão mantêm um valor constante para dados β s.

À medida que α aumenta, a ação do amortecedor passa a ser relevante. Quando β é próximo de zero, significa que o amortecimento externo é muito alto (dado pela equação (37)), por isso, neste caso a energia é toda transmitida pela barra, e o coeficiente de reflexão é nulo. Para β igual a 1, ou seja, a impedância da

barra é o mesmo do amortecimento externo, a reflexão começa a aumentar se α aumenta, participando em 30% da energia. Intuitivamente, conforme β eleva-se, a reflexão tende a aumentar e a transmissão a diminuir, até que chega um ponto no qual $\beta \rightarrow \infty$. Para valores muito altos de β , o amortecimento externo é praticamente nulo, e a resposta fica semelhante à situação onde só há a mola.

Outra análise que pode ser feita é que para baixos valores de α e baixos valores de β , a frequência é baixa, e para altos valores destes parâmetros, a frequência é alta. Desta forma, quando as amplitudes destes parâmetros são opostas, (ou seja, α baixo com β alto ou β baixo com α alto), a reflexão é sempre baixa e a transmissão é sempre alta. É notável também, pelos gráficos das Figuras 21(b) e 22(b), que a defasagem diminui nos coeficientes de reflexão e aumenta nos coeficientes de transmissão à medida que a frequência se eleva.

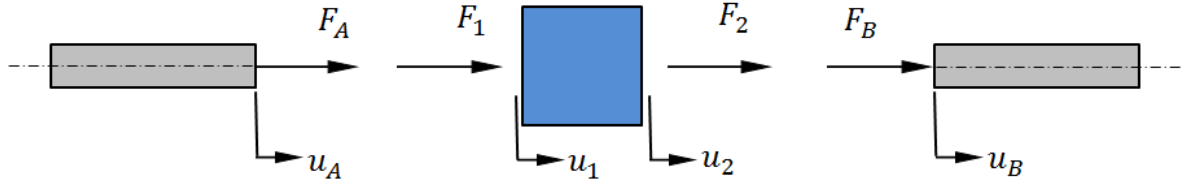
3.6 Formulação Geral para Ondas Longitudinais

Para sistemas mais complexos, como acoplamentos de vários elementos mecânicos, a resolução torna-se extensa e passível a erros. Portanto, para solucionar este caso de maneira mais eficaz, foram desenvolvidas duas modelagens gerais utilizando rigidez dinâmica e receptância. Duas aproximações foram feitas como método de comparação.

A rigidez dinâmica e a receptância são ferramentas poderosas em dinâmica estrutural. Permitem que as estruturas sejam subdivididas, mas não possuem as limitações do método de elementos finitos. Os tópicos a seguir mostrarão uma modelagem geral para ondas longitudinais e que pode ser usada para qualquer descontinuidade ou acoplamento de descontinuidades, inclusive para os casos mostrados anteriormente.

Para realizar uma formulação geral, foi utilizado um modelo de barra com uma descontinuidade genérica com forças e deslocamentos axiais como mostra a Figura 23.

Figura 23 – Barra com descontinuidade genérica: elementos particionados.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A Figura mostra as forças internas do sistema, F_A e F_B são forças de reação inerentes à barra e F_1 e F_2 são as forças atuantes na descontinuidade. O modelo é idêntico ao apresentado na equação (24):

$$\begin{aligned}
 u_A &= u_1 & F_A &= -F_1 \\
 u_B &= u_2 & F_B &= -F_2 & F_1 &= -F_2 \\
 F_A &= EA \frac{\partial u_A}{\partial x} & F_B &= EA \frac{\partial u_B}{\partial x}
 \end{aligned} \tag{24}$$

E utilizando as equações (10) e (11), juntamente com as equações que serão apresentadas em cada aproximação a seguir, o modelo pode ser desenvolvido.

3.6.1 Modelo de Rigidez Dinâmica

A rigidez dinâmica é uma razão que relaciona a força aplicada em um sistema com seu respectivo deslocamento. Portanto, pelo modelo da Figura 23, a relação de rigidez dinâmica é dada por:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \tag{54}$$

que pode ser escrita na forma vetorial:

$$\mathbf{f} = \mathbf{Z}\mathbf{u} \tag{55}$$

onde Z é a rigidez dinâmica da descontinuidade utilizada.

Desenvolvendo-se a manipulação matemática já mencionada, foi possível obter o sistema que relaciona os coeficientes de reflexão e de transmissão aos parâmetros da matriz de rigidez dinâmica.

$$\begin{bmatrix} Z_{11} + iEak_L & Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{22} + iEak_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -Z_{11} - iEak_L \\ Z_{21} \end{Bmatrix} \quad (56)$$

Resolvendo-se este sistema, os novos coeficientes gerais de reflexão e transmissão foram obtidos em função dos parâmetros de rigidez dinâmica:

$$CR_L = \frac{Z_{12}Z_{21} - Z_{11}Z_{22} - E^2A^2k_L^2 + iEak_L(Z_{22} - Z_{11})}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} - E^2A^2k_L^2 + iEak_L(Z_{22} + Z_{11})} \quad (57)$$

$$CT_L = \frac{-i2Eak_LZ_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} - E^2A^2k_L^2 + iEak_L(Z_{22} + Z_{11})} \quad (58)$$

Com este novo modelo, torna-se preciso apenas obter os parâmetros de rigidez dinâmica para a análise dos coeficientes.

3.6.1 Modelo de Receptância

O modelo de receptância é o inverso do modelo de rigidez dinâmica, ou seja, é a razão que relaciona o deslocamento aplicado ao sistema com sua respectiva força desenvolvida. Portanto o modelo de receptância é descrito a seguir:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (59)$$

que pode ser escrito na forma vetorial:

$$\mathbf{u} = \mathbf{Y}\mathbf{f} \quad (60)$$

onde Y é a receptância da descontinuidade utilizada.

Desenvolvendo-se a manipulação matemática, foi possível obter o sistema que relaciona os coeficientes de reflexão e de transmissão aos parâmetros da receptância.

$$\begin{bmatrix} 1 + Y_{11}iEAk_L & Y_{12}iEAk_L \\ Y_{21}iEAk_L & 1 + Y_{22}iEAk_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_L \\ CT_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 + Y_{11}iEAk_L \\ Y_{21}iEAk_L \end{Bmatrix} \quad (61)$$

Resolvendo-se este sistema, os novos coeficientes gerais de reflexão e transmissão foram obtidos em função dos parâmetros de receptância:

$$CR_L = \frac{1 + E^2 A^2 k_L^2 (Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}) + iEAk_L (Y_{22} - Y_{11})}{-1 + E^2 A^2 k_L^2 (Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}) - iEAk_L (Y_{22} + Y_{11})} \quad (62)$$

$$CT_L = \frac{-i2EAk_L Y_{21}}{-1 + E^2 A^2 k_L^2 (Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}) - iEAk_L (Y_{22} + Y_{11})} \quad (63)$$

Com este novo modelo, torna-se preciso apenas obter os parâmetros de receptância para a análise dos coeficientes.

3.7 Barra com Massa, Mola e Amortecedor Acoplados em Paralelo

Dois arranjos foram feitos para esta situação, como mostram as Figuras 24 e 27, respectivamente:

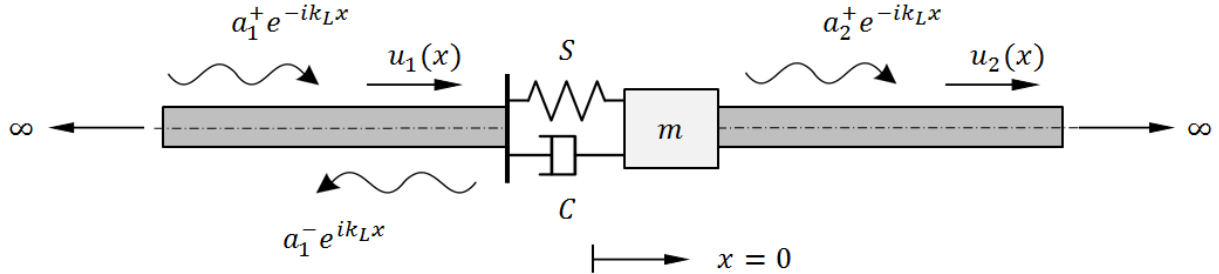
- a) arranjo 1: mola, amortecedor e massa;
- b) arranjo 2: massa, mola e amortecedor.

Esta investigação foi feita, também, para analisar a influência da posição da massa na propagação de ondas sob o sistema.

3.7.1 Arranjo 1

A partir do sistema mostrado no item 3.4, uma massa é adicionada. Considerando uma barra infinita ao longo do eixo x , uma mola, um amortecedor e uma massa são acoplados paralelamente de forma a conectar as duas partes da barra, como mostra a Figura 24.

Figura 24 – Barra infinita com mola, amortecedor e massa acoplados, e excitada com onda longitudinal. Arranjo 1.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para este caso, as condições de contorno são desenvolvidas considerando que as forças envolvidas do lado esquerdo da barra são diferentes às do lado direito, devido à presença da massa. Portanto, as condições são:

$$EA \frac{\partial u_1}{\partial x} = C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) + S(u_2 - u_1) \quad (64)$$

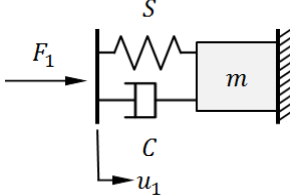
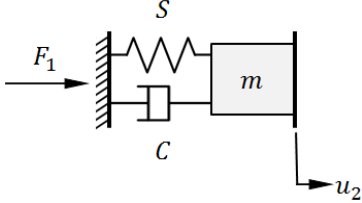
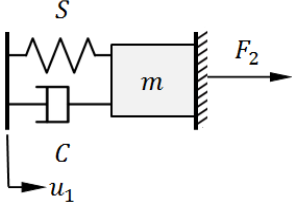
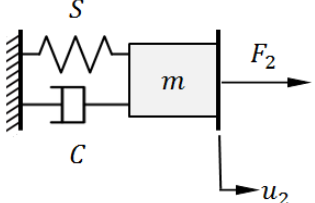
$$C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) + S(u_2 - u_1) - EA \frac{\partial u_2}{\partial x} = m \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}$$

Para se utilizar o modelo geral apresentado no item 3.6, é necessário obter os parâmetros Z e/ou Y do sistema massa-mola-amortecedor da descontinuidade.

3.7.1.1 Utilização do Modelo de Rigidez Dinâmica

Para obter a matriz de rigidez dinâmica da descontinuidade do modelo, é necessário separar o sistema em quatro situações, devido aos quatro parâmetros requeridos, como mostrado na Tabela 1:

Tabela 1 – Parâmetros de Rigidez Dinâmica para Sistema do Arranjo 1.

Definição do Parâmetro	Sistema	Valor
$Z_{11} = \frac{F_1}{u_1} \Big _{u_2=0}$		$Z_{11} = S + i\omega C$
$Z_{12} = \frac{F_1}{u_2} \Big _{u_1=0}$		$Z_{12} = -S - i\omega C$
$Z_{21} = \frac{F_2}{u_1} \Big _{u_2=0}$		$Z_{21} = -S - i\omega C$
$Z_{22} = \frac{F_2}{u_2} \Big _{u_1=0}$		$Z_{22} = S + i\omega C - m\omega^2$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Portanto, a matriz de rigidez dinâmica $\mathbf{Z}$ é:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} S + i\omega C & -S - i\omega C \\ -S - i\omega C & S + i\omega C - m\omega^2 \end{bmatrix} \quad (65)$$

Com a matriz definida, é necessário manipular os termos para adimensionalizá-los. Para tanto, os termos foram divididos pela rigidez S , e os

conceitos de frequência natural e razão de amortecimento, definidos a seguir pelas equações (66) e (67) respectivamente, foram utilizados.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{S}{m}} \quad (66)$$

$$\zeta = \frac{C}{2m\omega_n} \quad (67)$$

Desenvolvendo-se a manipulação matemática, um novo parâmetro adimensional foi encontrado:

$$H = \frac{2m\omega_n}{A\sqrt{E\rho}} = \frac{2\sqrt{mS}}{A\sqrt{E\rho}} \quad (68)$$

A partir do parâmetro H , observou-se a seguinte relação:

$$\zeta H = \frac{1}{\beta} \quad (69)$$

Assim, os termos da nova matriz $\hat{\mathbf{Z}}$ de rigidez dinâmica podem novamente ser analisados em função de α e β .

$$\hat{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{Z}}{S} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} & -1 - \frac{i2\pi\alpha}{\beta} \\ -1 - \frac{i2\pi\alpha}{\beta} & 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} - (\pi\alpha H)^2 \end{bmatrix} \quad (70)$$

O parâmetro H foi utilizado como uma constante para uma barra de alumínio considerando o Sistema Internacional, portanto o valor das grandezas utilizadas para sua obtenção é mostrado na Tabela 2 abaixo.

Tabela 2 – Valores atribuídos às grandezas para a obtenção do parâmetro H .

Grandeza	Símbolo	Valor atribuído
Massa	m	5 kg
Rigidez da mola	S	50 N/m
Área da seção transversal	A	$6 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
Módulo de Young do Alumínio	E	70 GPa
Densidade do Alumínio	ρ	2700 kg/m^3

Fonte: Elaboração do próprio autor.

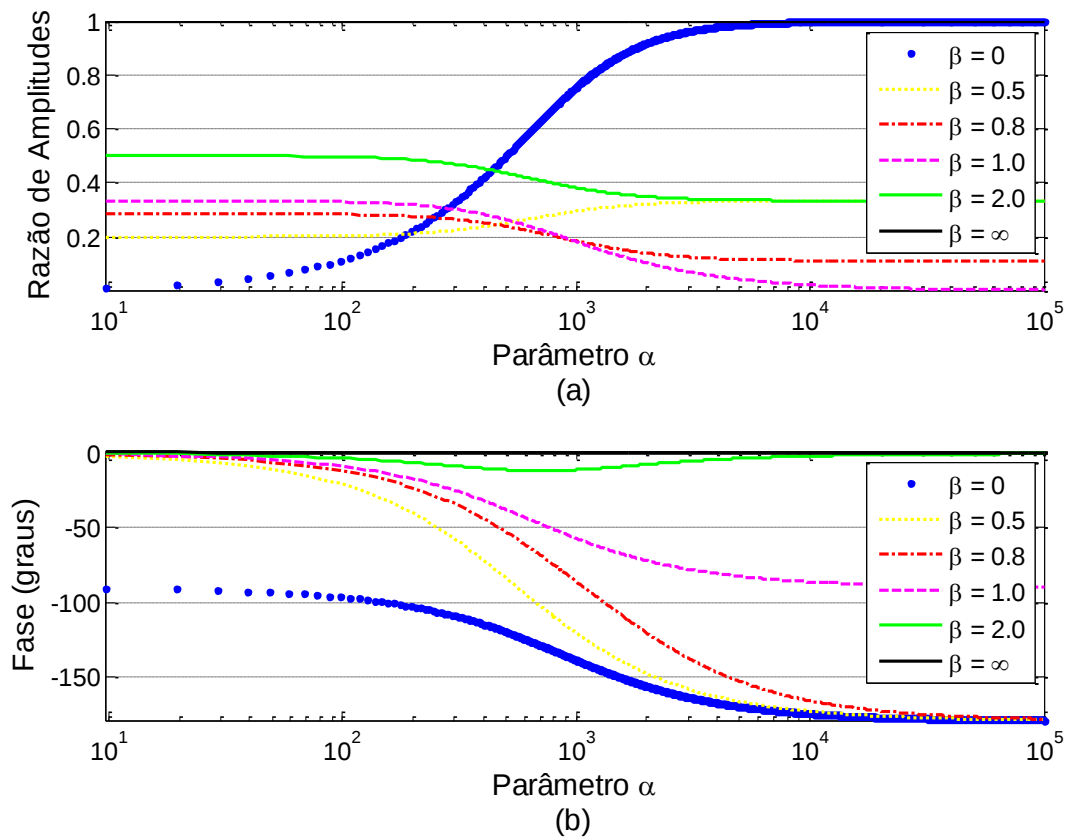
Substituindo estes novos parâmetros nas equações (57) e (58), os novos coeficientes de reflexão e de transmissão em função de α e β são obtidos.

$$CR_L = \frac{-1 + \left(\frac{1}{2\pi\alpha}\right)^2 (\hat{Z}_{12}\hat{Z}_{21} - \hat{Z}_{11}\hat{Z}_{22}) + \left(\frac{i}{2\pi\alpha}\right)(\hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{11})}{-1 + \left(\frac{1}{2\pi\alpha}\right)^2 (\hat{Z}_{11}\hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12}\hat{Z}_{21}) + \left(\frac{i}{2\pi\alpha}\right)(\hat{Z}_{11} + \hat{Z}_{22})} \quad (71)$$

$$CT_L = \frac{\frac{-i\hat{Z}_{21}}{\pi\alpha}}{-1 + \left(\frac{1}{2\pi\alpha}\right)^2 (\hat{Z}_{11}\hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12}\hat{Z}_{21}) + \left(\frac{i}{2\pi\alpha}\right)(\hat{Z}_{11} + \hat{Z}_{22})} \quad (72)$$

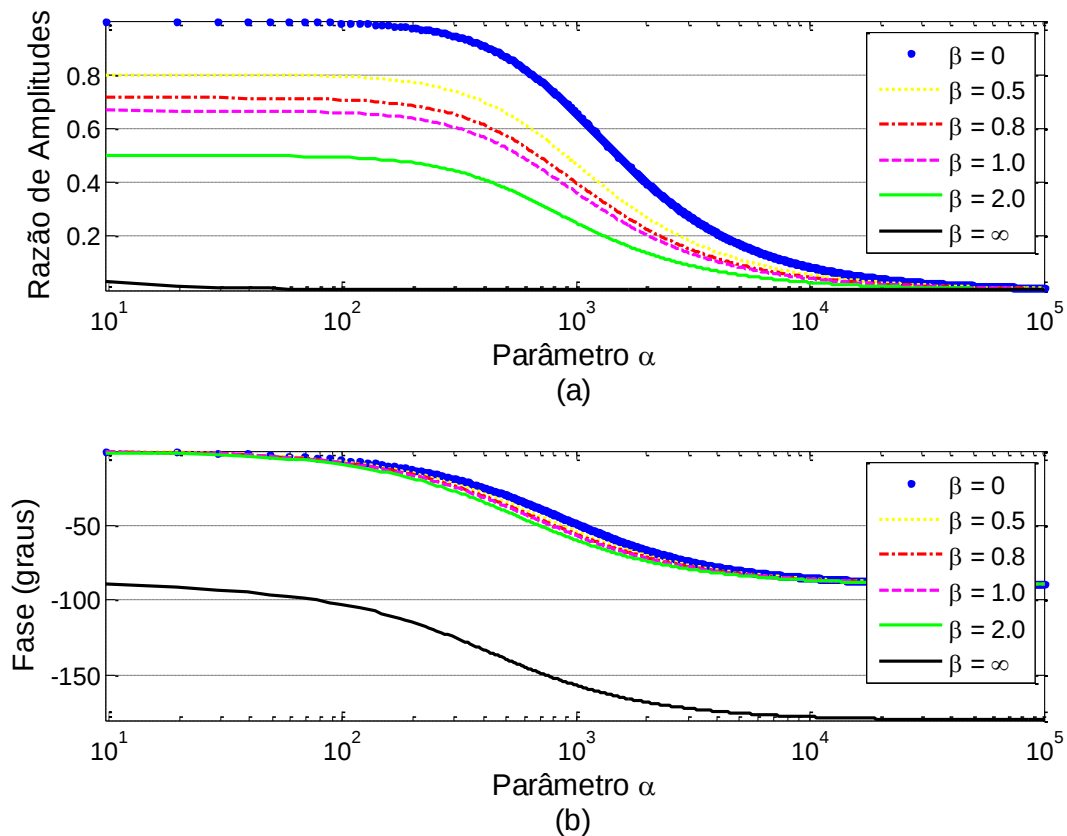
Com estes novos coeficientes, foram geradas curvas novamente em função de α para diferentes valores de β . Os resultados são mostrados nas Figuras 25 e 26 a seguir.

Figura 25 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com massa, mola e amortecedor acoplados de acordo com o Arranjo 1 utilizando o Modelo de Rigidez Dinâmica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 26 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com massa, mola e amortecedor acoplados de acordo com o Arranjo 1 utilizando o Modelo de Rigidez Dinâmica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Através dos gráficos, é possível notar que na região de valores baixos de α , a reflexão se comporta crescente com o aumento de β , afinal se β aumenta, o amortecimento externo diminui, o que faz com que energia seja mais refletida. Entretanto, à medida que α aumenta, as curvas não se comportam mais com o mesmo padrão. Até $\beta \sim 0,6$ a reflexão tende a crescer e manter certo valor. Para valores maiores de β , a reflexão começa a diminuir. Para valores de β entre aproximadamente 0,6 e 0,9, as curvas caem, e para β acima de 1, as curvas voltam a subir até atingir a reflexão total em $\beta = \infty$.

Já o gráfico da transmissão, mostrado na Figura 26, possui um padrão bem definido. A razão de amplitudes tende a diminuir, em região de baixo α , à medida

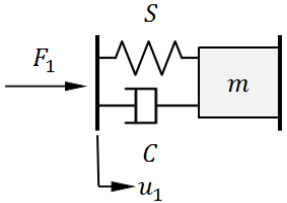
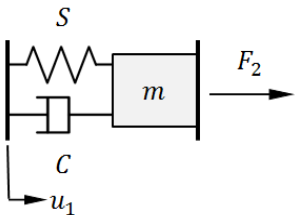
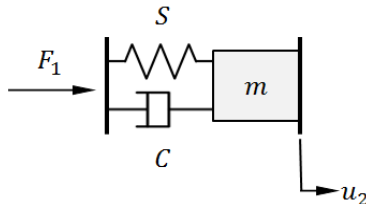
que β aumenta, isso porque o amortecimento externo diminui. E na região de alto α , todas as curvas convergem à zero, pois a rigidez da mola é baixa. É possível notar, que para altas frequências, ou seja, altos valores de α , a parte esquerda da barra se comporta como livre.

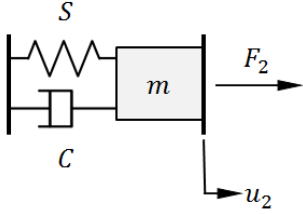
3.7.1.2 Utilização do Modelo de Receptância

Para obter a matriz de receptância da descontinuidade do modelo, novamente, é necessário separar o sistema em quatro situações, devido aos quatro parâmetros requeridos, como mostrado na Tabela 3, observando que estes parâmetros são o inverso dos parâmetros do modelo anterior.

$$[Y] = [Z]^{-1} \quad (73)$$

Tabela 3 – Parâmetros de Receptância para Sistema do Arranjo 1.

Definição do Parâmetro	Sistema	Valor
$Y_{11} = \frac{u_1}{F_1} \Big _{F_2=0}$		$Y_{11} = \frac{S + i\omega C - m\omega^2}{-m\omega^2(S + i\omega C)}$
$Y_{12} = \frac{u_1}{F_2} \Big _{F_1=0}$		$Y_{12} = \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)}$
$Y_{21} = \frac{u_2}{F_1} \Big _{F_2=0}$		$Y_{21} = \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)}$

$Y_{22} = \left. \frac{u_2}{F_2} \right _{F_1=0}$		$Y_{22} = \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)}$
---	---	--

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Portanto, a matriz de receptância Y é:

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{S + i\omega C - m\omega^2}{-m\omega^2(S + i\omega C)} & \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)} \\ \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)} & \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)} \end{bmatrix} \quad (74)$$

Com a matriz Y estabelecida, é necessário manipular os termos para adimensionalizá-los. Para tanto, os termos foram multiplicados pelo termo $(-m\omega^2)$, e as relações (68) e (69) foram utilizadas. Assim, os termos da nova matriz $\hat{Y}$ de receptância podem novamente ser analisados em função de α e β .

$$\hat{Y} = Y(-m\omega^2) = \begin{bmatrix} 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} - (\pi\alpha H)^2 & 1 \\ 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (75)$$

Substituindo estes parâmetros nas equações (57) e (58), os novos coeficientes de reflexão e de transmissão em função de α e β são obtidos.

$$CR_L = \frac{1 + \left(\frac{2}{\pi\alpha H^2}\right)^2 (\hat{Y}_{11}\hat{Y}_{22} - \hat{Y}_{12}\hat{Y}_{21}) - \left(\frac{i2}{\pi\alpha H^2}\right)(\hat{Y}_{22} - \hat{Y}_{11})}{-1 + \left(\frac{2}{\pi\alpha H^2}\right)^2 (\hat{Y}_{11}\hat{Y}_{22} - \hat{Y}_{12}\hat{Y}_{21}) + \left(\frac{i2}{\pi\alpha H^2}\right)(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{11})} \quad (76)$$

$$CT_L = \frac{\frac{i4\hat{Y}_{21}}{\pi\alpha H^2}}{-1 + \left(\frac{2}{\pi\alpha H^2}\right)^2 (\hat{Y}_{11}\hat{Y}_{22} - \hat{Y}_{12}\hat{Y}_{21}) + \left(\frac{i2}{\pi\alpha H^2}\right)(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{11})} \quad (77)$$

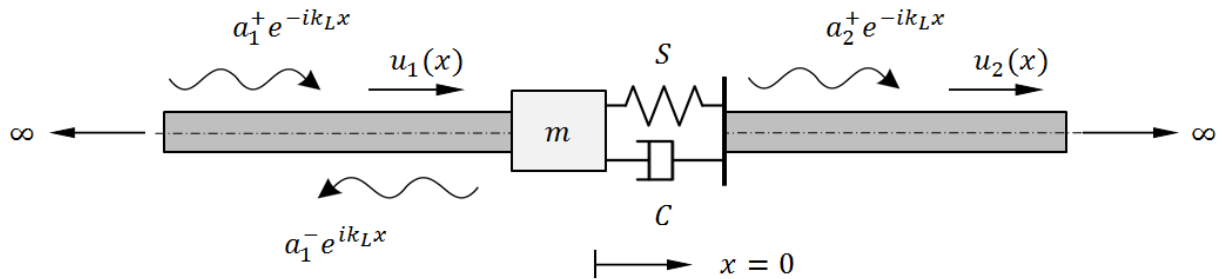
Com estes novos coeficientes, foram geradas curvas em função de α para diferentes valores de β . Os resultados foram idênticos aos mostrados nas Figuras

(25) e (26) para o método da rigidez dinâmica. Portanto, o modelo teve um método de comparação que se mostrou plausível.

3.7.2 Arranjo 2

Assim como mostrado no Arranjo 1, os mesmos elementos foram utilizados no Arranjo 2, porém com uma configuração diferente como mostra a Figura 27.

Figura 27 – Barra infinita com massa, mola e amortecedor acoplados, e excitada com onda longitudinal. Arranjo 2.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para este caso, assim como no arranjo anterior, as condições de contorno foram desenvolvidas considerando que as forças envolvidas do lado esquerdo da barra são diferentes às do lado direito, devido à presença da massa. Portanto, as condições são:

$$C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) + S(u_2 - u_1) - EA \frac{\partial u_1}{\partial x} = m \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (78)$$

$$EA \frac{\partial u_2}{\partial x} = C \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) + S(u_2 - u_1)$$

3.7.2.1 Utilização do Modelo de Rigidez Dinâmica

Analogamente ao Arranjo 1, a metodologia para encontrar os parâmetros da matriz de rigidez dinâmica para este caso foi o mesmo. É possível notar que em relação ao modelo anterior, os parâmetros Z_{11} e Z_{22} apenas mudam de posição:

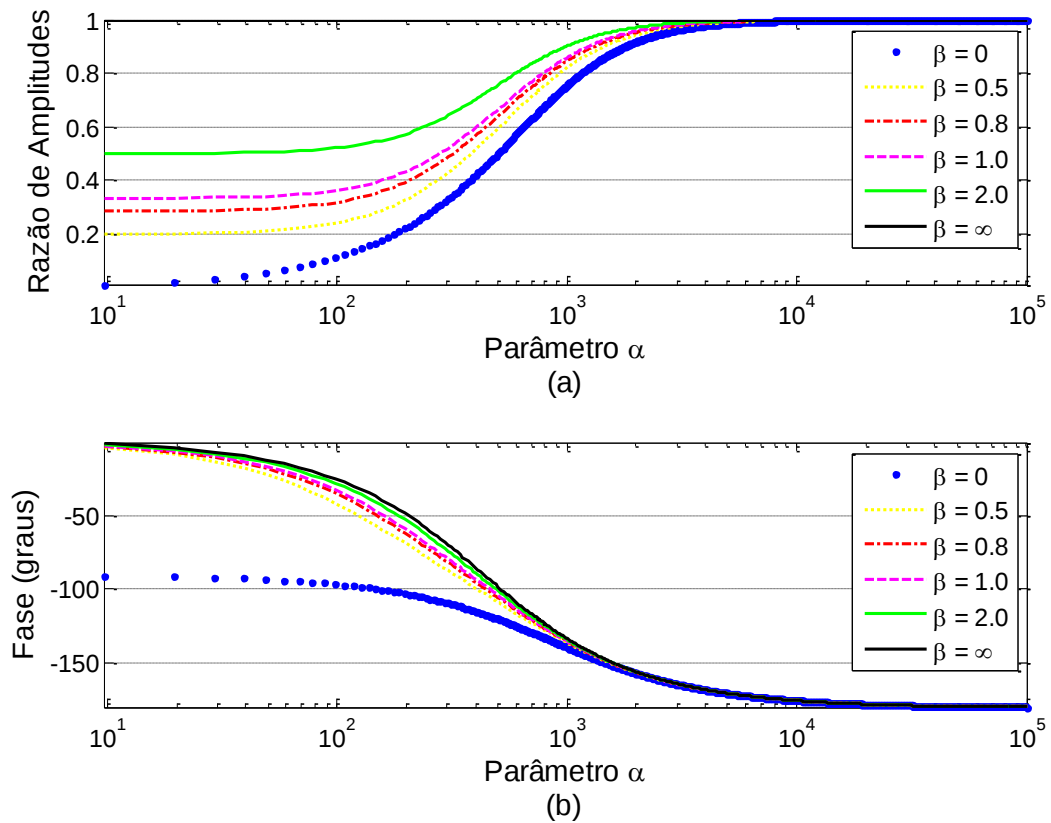
$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} S + i\omega C - m\omega^2 & -S - i\omega C \\ -S - i\omega C & S + i\omega C \end{bmatrix} \quad (79)$$

Os novos parâmetros adimensionalizados são:

$$\hat{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{Z}}{S} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} - (\pi\alpha H)^2 & -1 - \frac{i2\pi\alpha}{\beta} \\ -1 - \frac{i2\pi\alpha}{\beta} & 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} \end{bmatrix} \quad (80)$$

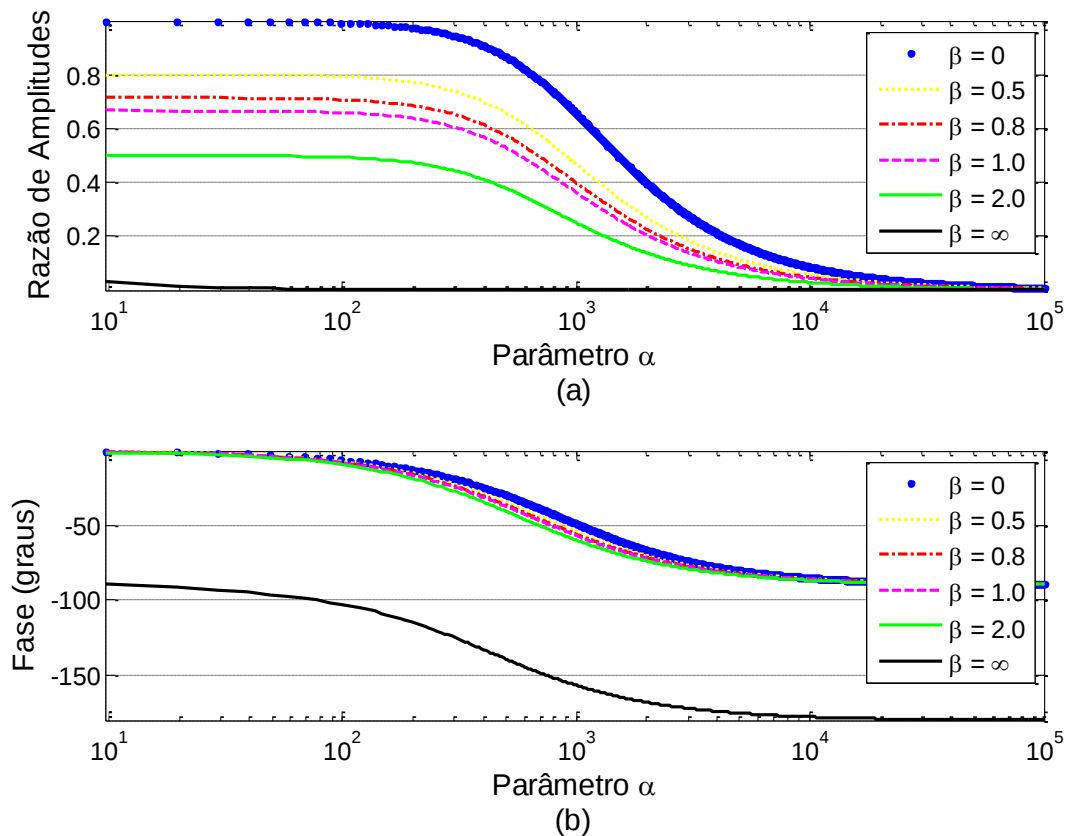
Os coeficientes de reflexão e de transmissão continuam iguais aos mostrados nas equações (71) e (72). Portanto, as novas curvas, utilizando-se a matriz da equação (79) são apresentadas nas Figuras 28 e 29.

Figura 28 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com massa, mola e amortecedor acoplados de acordo com o Arranjo 2 utilizando o Modelo de Rigidez Dinâmica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 29 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão, em função do parâmetro α , para diferentes valores de β , de ondas longitudinais em barra com massa, mola e amortecedor acoplados de acordo com o Arranjo 2 utilizando o Modelo de Rigidez Dinâmica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para o Arranjo 2, observa-se uma mudança significativa nas curvas de reflexão, em região de baixo valor de α , a rigidez da mola é alta, por isso a reflexão é baixa. É notado que conforme β aumenta, a reflexão tende a aumentar, devido à diminuição do amortecimento externo. Para altos valores de α , todas as curvas convergem para 1, o que mostra que a mola tem um papel muito mais significativo do que o amortecimento.

A transmissão, neste caso, mantém-se idêntica à transmissão do Arranjo 1, isto é, para região de baixo α , a transmissão é alta e tende a diminuir com o aumento de β , e conforme α aumenta, todas as curvas tendem a zero, o que comprova novamente o efeito mais significativo da mola em relação ao amortecedor.

É possível observar o comportamento das curvas em função da frequência, portanto, a baixas frequências a energia das ondas tende a se transmitir mais eficazmente para o outro lado da barra enquanto que, a altas frequências a energia é mais refletida. Entretanto, é possível perceber que para baixas frequências, a participação do amortecedor é relevante, assim, com a mudança nos valores de β , as curvas tendem a, não mais, seguir este padrão. Para altas frequências, a parte esquerda da barra se comporta como engastada devido à presença da massa.

3.7.2.2 Utilização do Modelo de Receptância

A metodologia para encontrar os parâmetros da matriz de receptância é a mesma. É possível notar que em relação ao arranjo anterior, os parâmetros Y_{11} e Y_{22} são opostos:

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)} & \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)} \\ \frac{S + i\omega C}{-m\omega^2(S + i\omega C)} & \frac{S + i\omega C - m\omega^2}{-m\omega^2(S + i\omega C)} \end{bmatrix} \quad (81)$$

E a matriz com os parâmetros adimensionais é:

$$\hat{Y} = Y(-m\omega^2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta} - (\pi\alpha H)^2 & \frac{1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta}}{1 + \frac{i2\pi\alpha}{\beta}} \end{bmatrix} \quad (82)$$

Os coeficientes de reflexão e de transmissão continuam iguais aos mostrados nas equações (76) e (77). As curvas geradas foram idênticas às mostradas nas Figuras 28 e 29 para o método da rigidez dinâmica. Assim, o método de comparação também foi satisfatório para este arranjo.

Observação final: a formulação geral foi aplicada a todos os modelos mostrados no Capítulo 3 como forma de comparação. Resultados equivalentes foram obtidos.

3.8 Conclusões

Este capítulo mostrou os efeitos e diferenças nas respostas de ondas longitudinais quando submetidas a descontinuidades em barras. A elaboração dos parâmetros adimensionais foi eficaz, uma vez que, o sistema era composto de barra infinita e, desta forma, foi possível realizar uma análise onde a qualificação do dano fosse diretamente proporcional à qualificação da barra, mesmo se tratando de uma estrutura de geometria indefinida.

Foi possível observar como a reflexão e a transmissão das ondas se comportam quando encontram diferentes descontinuidades e como isto é proporcional à severidade da descontinuidade em relação à estrutura em si.

A formulação geral para ondas longitudinais mostrou-se necessária no momento em que o acoplamento das descontinuidades tornou-se complexo, aumentando significativamente a dificuldade de manipulação dos parâmetros. Os modelos de rigidez de dinâmica e receptância podem ser comparados como forma de averiguação do resultado e é possível utilizar os modelos para diferentes acoplamentos de massa, mola e amortecedor.

Ondas longitudinais, como mostrado, dividem-se em duas outras ondas quando encontram alguma barreira em suas guias, por isso, apenas uma reflexão e uma transmissão devem ser analisadas. Ondas de flexão, por sua vez, além destas duas, formam ainda mais outras duas ondas evanescentes como será visto no Capítulo 4.

4 *DESCONTINUIDADES EM VIGAS: UTILIZAÇÃO DE ONDAS DE FLEXÃO*

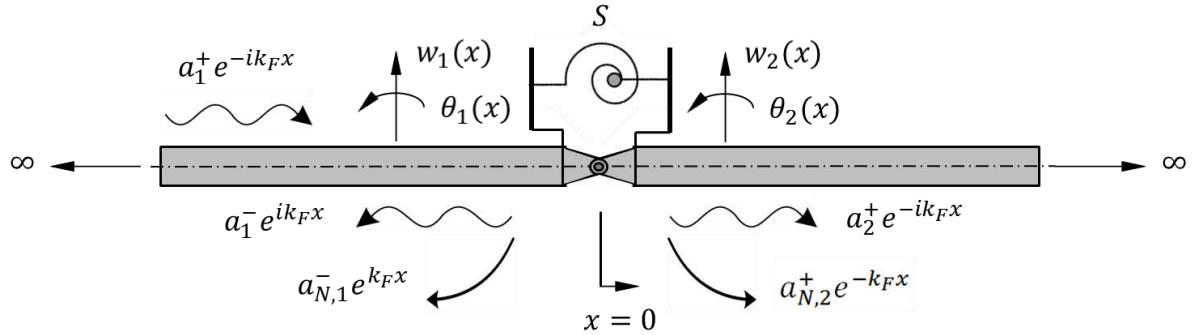
4.1 Introdução

Neste capítulo, serão apresentados formulações e modelos de elementos de descontinuidade conectados a vigas infinitas. A utilização de vigas infinitas, assim como para as barras, é importante para uma análise mais precisa sobre respostas de ondas. Como visto no Capítulo 2, ondas flexionais geram quatro ondas quando encontram uma descontinuidade, por isso, agora, quatro respostas serão apresentadas nos resultados. Os elementos de mola e amortecedor, desta vez, são adotados como de torção para interação com ondas de flexão.

4.2 Viga com Mola de Torção Acoplada

Considerando uma viga infinita ao longo do eixo x , uma mola de torção, com rigidez S , é acoplada de forma a conectar duas partes da viga, como mostra a Figura 30. A mola de torção foi selecionada para simular a abertura de uma trinca, por exemplo, devido a movimentos de flexão. Como este tipo de mola permite deslocamentos axiais e transversais, as duas semi-vigas foram conectadas com pinos, impedindo o movimento axial e permitindo oscilação transversal. Assim como mencionado anteriormente, quando a onda de flexão incidente atingir a mola, quatro ondas serão geradas.

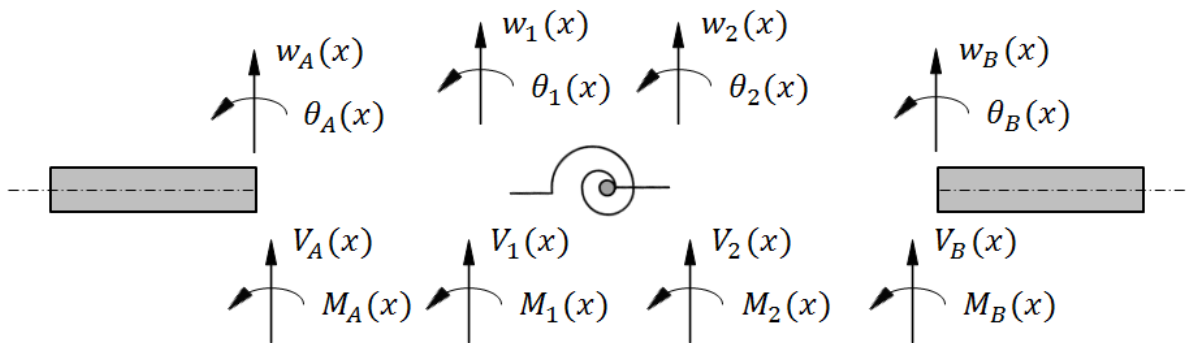
Figura 30 – Viga infinita com mola de torção acoplada e excitada com onda de flexão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nesta Figura, w_1 e w_2 são os deslocamentos transversais e θ_1 e θ_2 são as inclinações em relação ao eixo x de cada lado da viga, definidos nas equações (18), (19) e (13) respectivamente. Para entender a metodologia em encontrar as condições de contorno para esta situação, assim como mostrado no Capítulo 3, é interessante dividir cada elemento do modelo como mostra a Figura 31.

Figura 31 – Viga com mola de torção: elementos particionados.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A Figura mostra as forças cisalhantes e os momentos fletores de cada parte do sistema particionado, bem como seus respectivos graus de liberdade. Desta forma, as seguintes suposições podem ser adotadas:

$$\begin{aligned}
 w_A &= w_1 & V_A &= -V_1 \\
 w_B &= w_2 & V_B &= -V_2 & V_1 &= -V_2
 \end{aligned} \tag{83}$$

$$\begin{aligned}
\theta_A &= \theta_1 & M_A &= -M_1 \\
\theta_B &= \theta_2 & M_B &= -M_2 & M_1 &= -M_2
\end{aligned} \tag{84}$$

$$\begin{aligned}
M_A &= EI \frac{\partial^2 w_A}{\partial x^2} & M_B &= -EI \frac{\partial^2 w_B}{\partial x^2} \\
V_A &= EI \frac{\partial^3 w_A}{\partial x^3} & V_B &= -EI \frac{\partial^3 w_B}{\partial x^3}
\end{aligned} \tag{85}$$

e,

$$M_1 = S \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} - \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) \quad M_2 = S \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} - \frac{\partial w_1}{\partial x} \right) \tag{86}$$

Utilizando-se este conjunto de equações, foi possível obter as condições de contorno para o sistema.

$$w_1 = w_2$$

$$EI \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = S \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} - \frac{\partial w_1}{\partial x} \right) \tag{87}$$

$$EI \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = S \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} - \frac{\partial w_1}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3}$$

Trabalhando-se com as condições de contorno, foi desenvolvido o sistema que relaciona os quatro coeficientes referentes às duas ondas propagantes e às duas ondas evanescentes.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ S + EIk_F & S & iS - EIk_F & iS \\ S & S + EIk_F & iS & iS - EIk_F \\ 1 & 1 & -i & -i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_{F,2} \\ CT_{F,2} \\ CR_{F,1} \\ CT_{F,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ iS + EIk_F \\ iS \\ -i \end{Bmatrix} \tag{88}$$

A mesma metodologia de adimensionalização, aplicada no Capítulo 3, foi utilizada aqui. Para adimensionalizar o sistema da equação (88), os termos foram

divididos pela rigidez S da mola de torção a relação da equação (8) foi utilizada. O parâmetro adimensional encontrado foi:

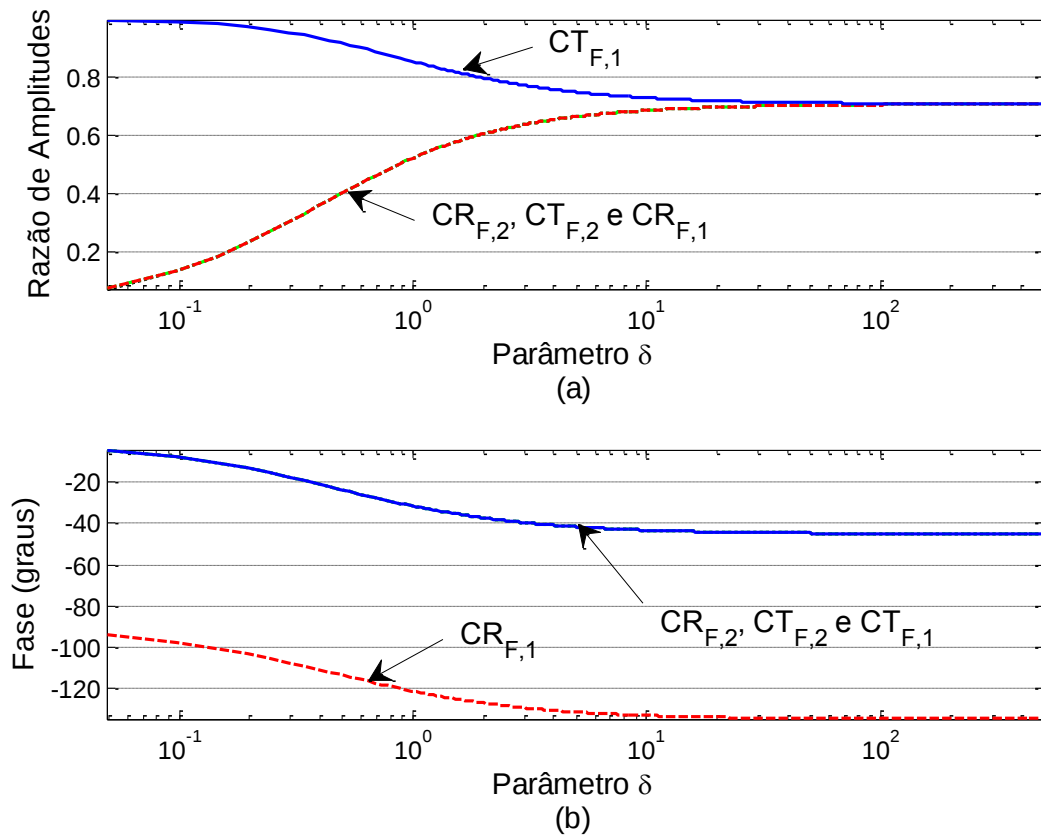
$$\delta = \frac{EI}{\lambda_F S} \quad (89)$$

Assim como α , δ também é um parâmetro que relaciona a rigidez da mola com a rigidez relativa da viga por unidade de comprimento. Utilizando δ , um novo sistema de equações é montado.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 + 2\pi\delta & 1 & i - 2\pi\delta & i \\ 1 & 1 + 2\pi\delta & i & i - 2\pi\delta \\ 1 & 1 & -i & -i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_{F,2} \\ CT_{F,2} \\ CR_{F,1} \\ CT_{F,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ i + 2\pi\delta \\ i \\ -i \end{Bmatrix} \quad (90)$$

Resolvendo-se este sistema linear, foram geradas as curvas dos coeficientes em função do parâmetro δ , mostradas na Figura 32.

Figura 32 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro δ , de ondas de flexão em viga com mola de torção acoplada.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Como é possível perceber pela Figura 32, em baixas frequências, as curvas se comportam similarmente às curvas do caso da mola axial em ondas longitudinais, ou seja, o coeficiente de transmissão da onda propagante $CT_{F,1}$ começa alto, em torno de 1, e diminui com o aumento de δ , enquanto que as demais curvas começam baixo, em torno de zero, e aumentam com o aumento de δ .

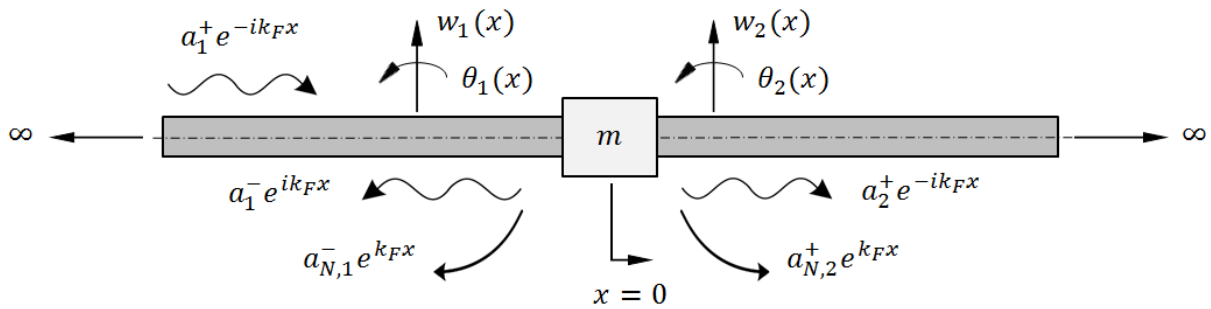
Diferentemente das ondas longitudinais, as curvas não tendem a valores extremos para altos valores de δ , e sim, convergem para o valor de 0,707. Isto acontece, pois a energia da onda é proporcional ao quadrado de sua amplitude, e esta amplitude é a média entre a força cisalhante e o momento fletor. Como a região da descontinuidade é “travada” pelos pinos, o momento fletor é cancelado, por isso o

valor de convergência. Nesta região também, a rigidez da mola de torção é baixa, por isso a diminuição do coeficiente de transmissão e o aumento das outras ondas.

4.3 Viga com Massa Acoplada

Considerando uma viga infinita ao longo do eixo x , uma massa m é acoplada de forma a conectar duas partes da viga, como mostra a Figura 33.

Figura 33 – Viga infinita, com massa acoplada, e excitada com onda de flexão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para este arranjo, a modelagem apresentada nas equações (83), (84) e (85) são igualmente válidas. Agora as forças se relacionam diferentemente:

$$V_1 + V_2 = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (91)$$

Como o ponto de massa é um elemento rígido, os deslocamentos, as inclinações e os momentos são respectivamente iguais para ambos os lados da viga como mostram as condições de contorno:

$$w_1 = w_2$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\partial w_2}{\partial x}$$

(92)

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2}$$

$$EI \frac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} - EI \frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3} = m \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2}$$

Com as condições de contorno definidas, foi desenvolvido o sistema que relaciona os quatro coeficientes referentes às duas ondas propagantes e às duas ondas evanescentes.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & i & i \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ EI k_F^3 & m\omega^2 + EI k_F^3 & -iEI k_F^3 & m\omega^2 - iEI k_F^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_{F,2} \\ CT_{F,2} \\ CR_{F,1} \\ CT_{F,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ i \\ 1 \\ -iEI k_F^3 \end{Bmatrix} \quad (93)$$

Para adimensionalizar o sistema da equação (93), os termos foram divididos pelo termo $m\omega^2$ e as relações apresentadas nas equações (8) e (16) foram utilizadas. O parâmetro adimensional encontrado foi o mesmo utilizado na seção 3.3:

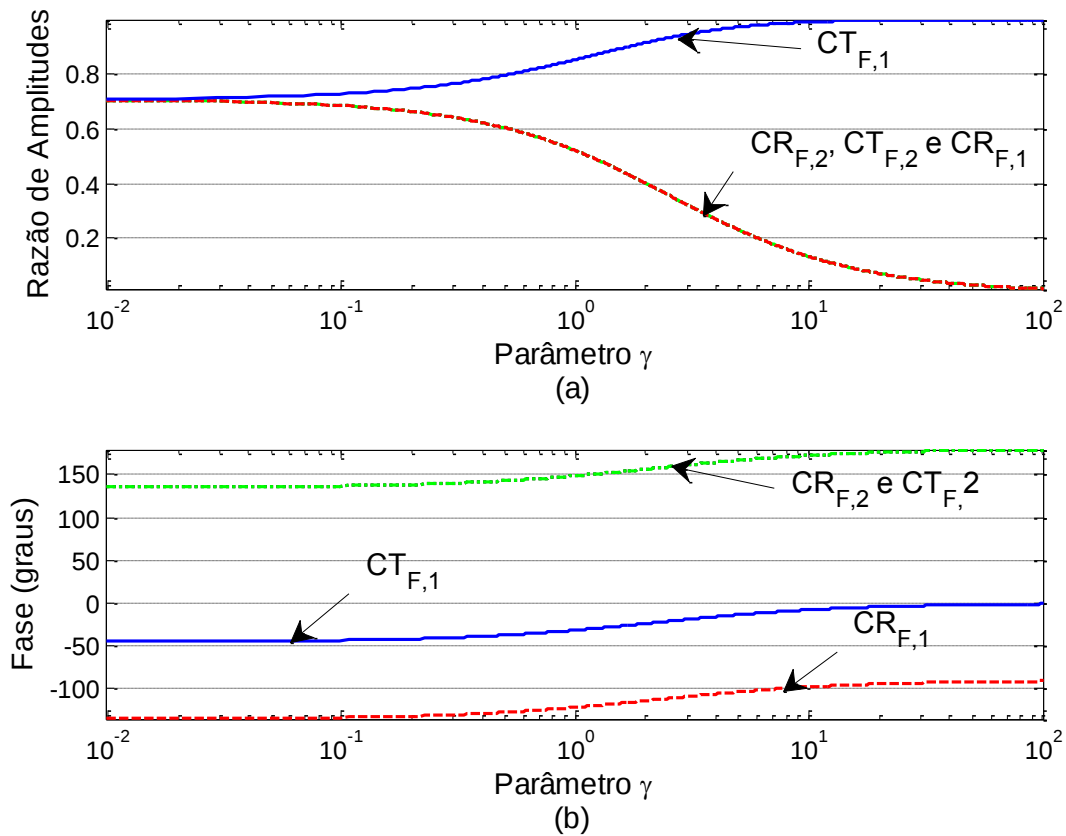
$$\gamma = \frac{\rho A \lambda}{m} \quad (44)$$

Assim, utilizando o parâmetro da equação (44) no sistema (93), um novo sistema de relações para os coeficientes foi obtido:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & i & i \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ \frac{\gamma}{2\pi} & 1 + \frac{\gamma}{2\pi} & -i\frac{\gamma}{2\pi} & 1 - i\frac{\gamma}{2\pi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_{F,2} \\ CT_{F,2} \\ CR_{F,1} \\ CT_{F,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ i \\ 1 \\ -i\frac{\gamma}{2\pi} \end{Bmatrix} \quad (94)$$

Resolvendo-se este sistema linear, foram geradas as curvas dos coeficientes em função do parâmetro γ , mostradas na Figura 34.

Figura 34 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão e de transmissão, em função do parâmetro γ , de ondas de flexão em viga com massa acoplada.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

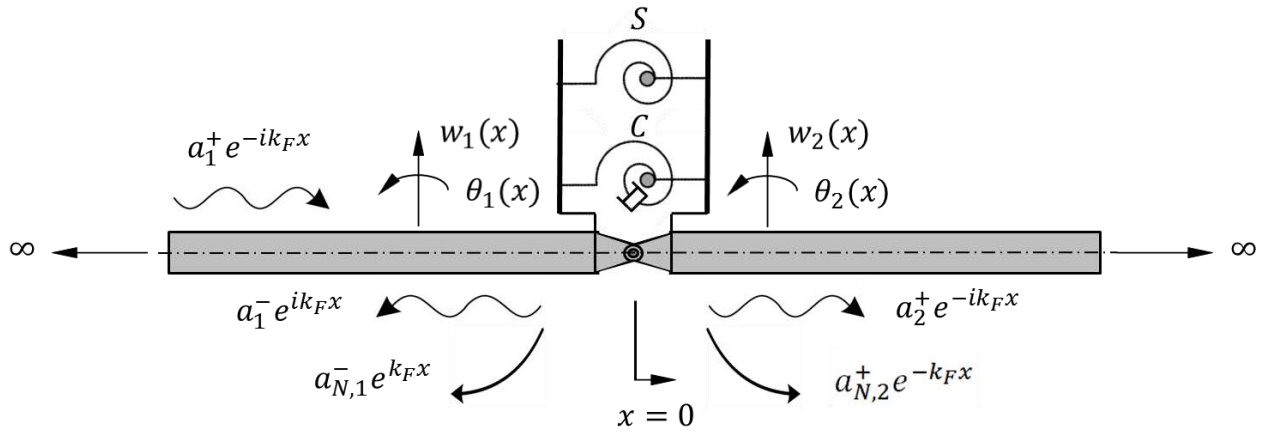
Pelo gráfico acima, é possível perceber que para baixos valores de γ , todas as curvas estão em torno do ponto 0,707. Isto se deve porque nesta região, o valor da massa é alto quando comparado ao valor da massa por unidade de comprimento de onda. Dessa forma, assim como explicado no caso anterior, as amplitudes são convergidas pelo fator de $\sqrt{2}/2$.

À medida que γ aumenta, a massa diminui e a frequência de excitação aumenta, colaborando para um aumento na transmissão e uma diminuição na reflexão como mostram as curvas.

4.4 Viga com Mola de Torção e Amortecedor de Torção Acoplados em Paralelo

É possível analisar o comportamento de ondas com descontinuidades mais complexas através dos acoplamentos de elementos mecânicos. A partir do modelo apresentado no tópico anterior, um amortecedor de torção foi conectado em paralelo com a mola de torção de modo a conectar as duas partes da viga como mostra a Figura 35.

Figura 35 – Viga infinita, com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo, excitada com onda de flexão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A modelagem apresentada nas equações (83), (84) e (85) podem ser aplicadas para este caso também, entretanto a relação da equação (86) deve ser implementada.

$$\begin{aligned}
 M_1 &= S \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} - \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) + C \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial t \partial x} - \frac{\partial^2 w_2}{\partial t \partial x} \right) \\
 M_2 &= S \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} - \frac{\partial w_1}{\partial x} \right) + C \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial t \partial x} - \frac{\partial^2 w_1}{\partial t \partial x} \right)
 \end{aligned} \tag{95}$$

Assim, obtiveram-se as condições de contorno:

$$w_1 = w_2$$

$$EI \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = S \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} - \frac{\partial w_1}{\partial x} \right) + C \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial t \partial x} - \frac{\partial^2 w_1}{\partial t \partial x} \right) \quad (96)$$

$$EI \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = S \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} - \frac{\partial w_1}{\partial x} \right) + C \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial t \partial x} - \frac{\partial^2 w_1}{\partial t \partial x} \right)$$

$$\frac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3}$$

Com as condições de contorno, foi obtido o sistema que relaciona os quatro coeficientes referentes às duas ondas propagantes e às duas ondas evanescentes.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ S + i\omega C + EIk_F & S + i\omega C & iS - \omega C - EIk_F & iS - \omega C \\ S + i\omega C & S + i\omega C + EIk_F & iS - \omega C & iS - \omega C - EIk_F \\ 1 & 1 & -i & -i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_{F,2} \\ CT_{F,2} \\ CR_{F,1} \\ CT_{F,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ iS - \omega C + EIk_F \\ iS - \omega C \\ -i \end{Bmatrix} \quad (97)$$

Com o objetivo de adimensionalizar o sistema da equação (93), os termos foram divididos pela rigidez S da mola de torção e as relações das equações (8), (16) e (89) foram utilizadas. O parâmetro adimensional encontrado foi:

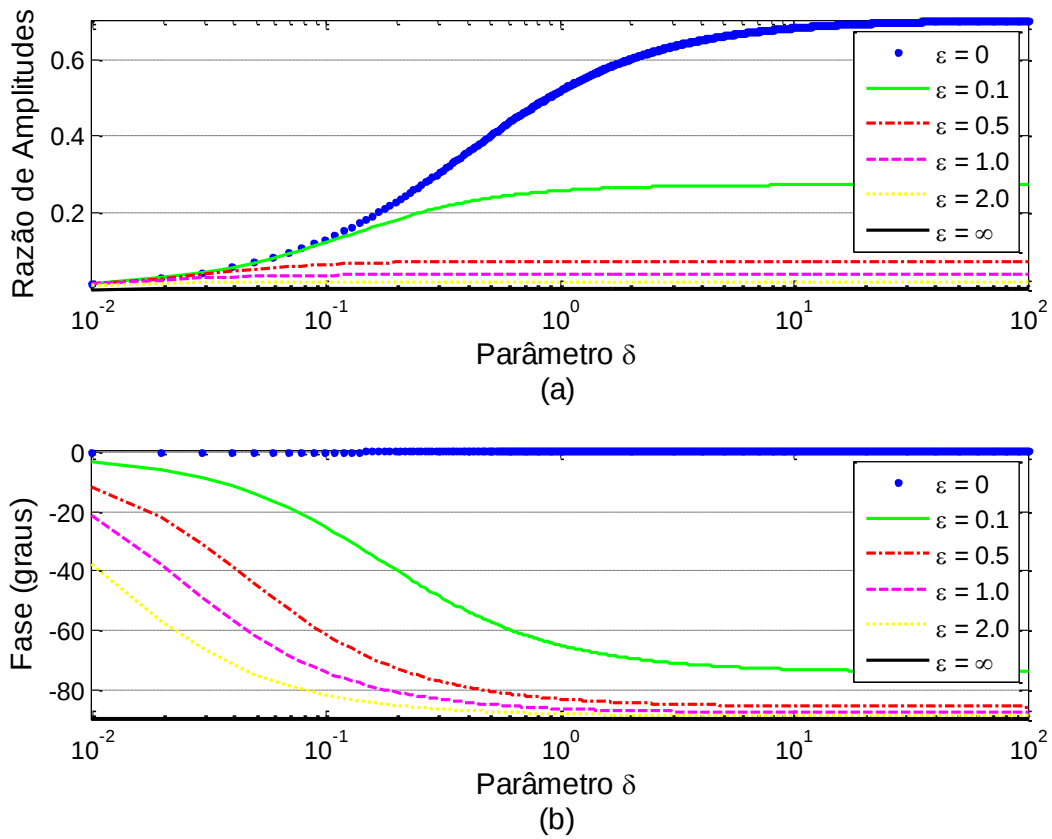
$$\varepsilon = \frac{C}{\sqrt{EI\rho A\lambda^2}} \quad (98)$$

Assim, o parâmetro ε relaciona o amortecimento externo com o amortecimento relativo da viga por unidade de comprimento. Utilizando este novo parâmetro o sistema da equação (97) torna-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 + i4\pi^2\delta\varepsilon + 2\pi\delta & 1 + i4\pi^2\delta\varepsilon & i - 4\pi^2\delta\varepsilon - 2\pi\delta & i - 4\pi^2\delta\varepsilon \\ 1 + i4\pi^2\delta\varepsilon & 1 + i4\pi^2\delta\varepsilon + 2\pi\delta & i - 4\pi^2\delta\varepsilon & i - 4\pi^2\delta\varepsilon - 2\pi\delta \\ 1 & 1 & -i & -i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} CR_{F,2} \\ CT_{F,2} \\ CR_{F,1} \\ CT_{F,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ i - 4\pi^2\delta\varepsilon + 2\pi\delta \\ i - 4\pi^2\delta\varepsilon \\ -i \end{Bmatrix} \quad (99)$$

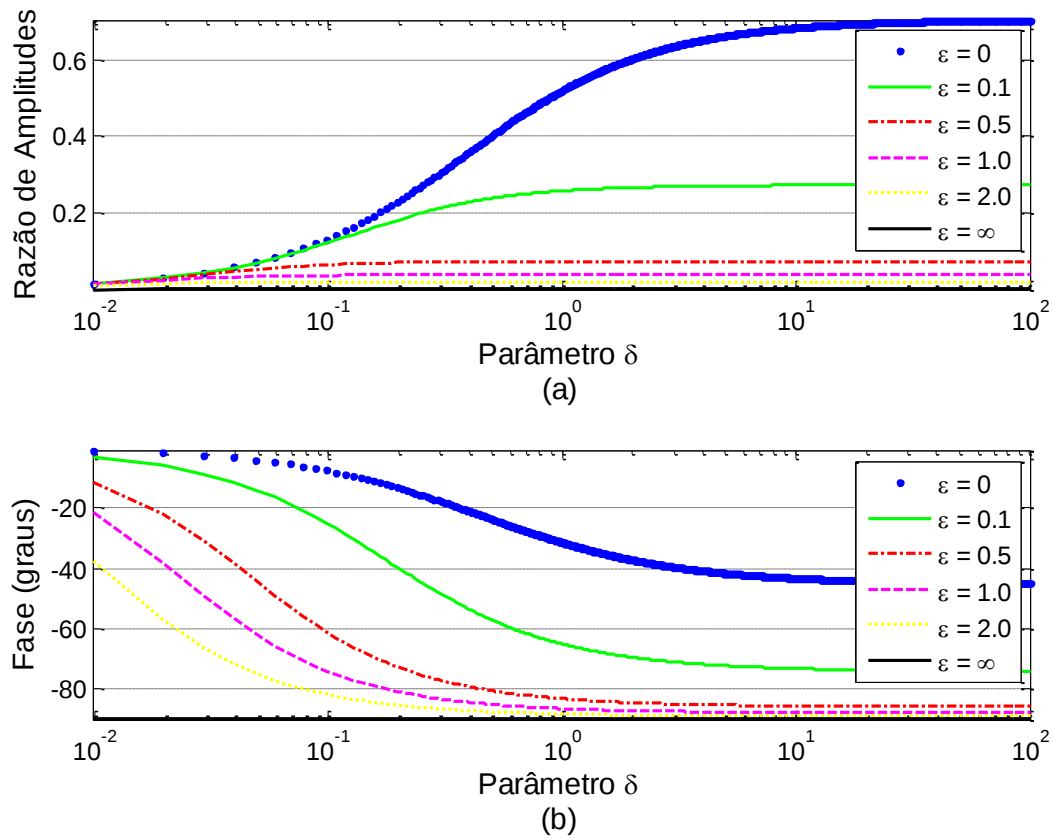
Resolvendo-se este sistema linear, foram geradas as curvas dos coeficientes em função do parâmetro δ para diferentes valores de ε , mostradas nas Figuras 36, 37, 38 e 39.

Figura 36 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão $CR_{F,2}$, em função do parâmetro δ , para diferentes valores de ε , de ondas flexão em viga com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo.



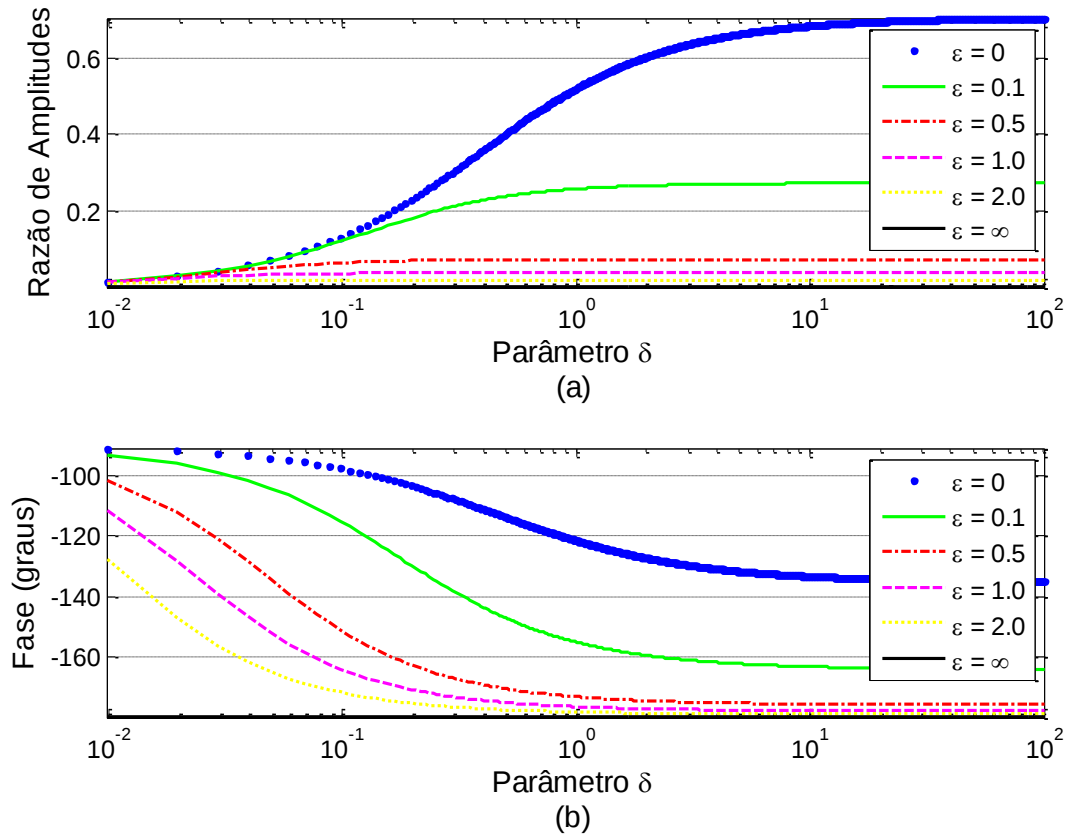
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 37 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão $CT_{F,2}$, em função do parâmetro δ , para diferentes valores de ε , de ondas flexão em viga com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo.



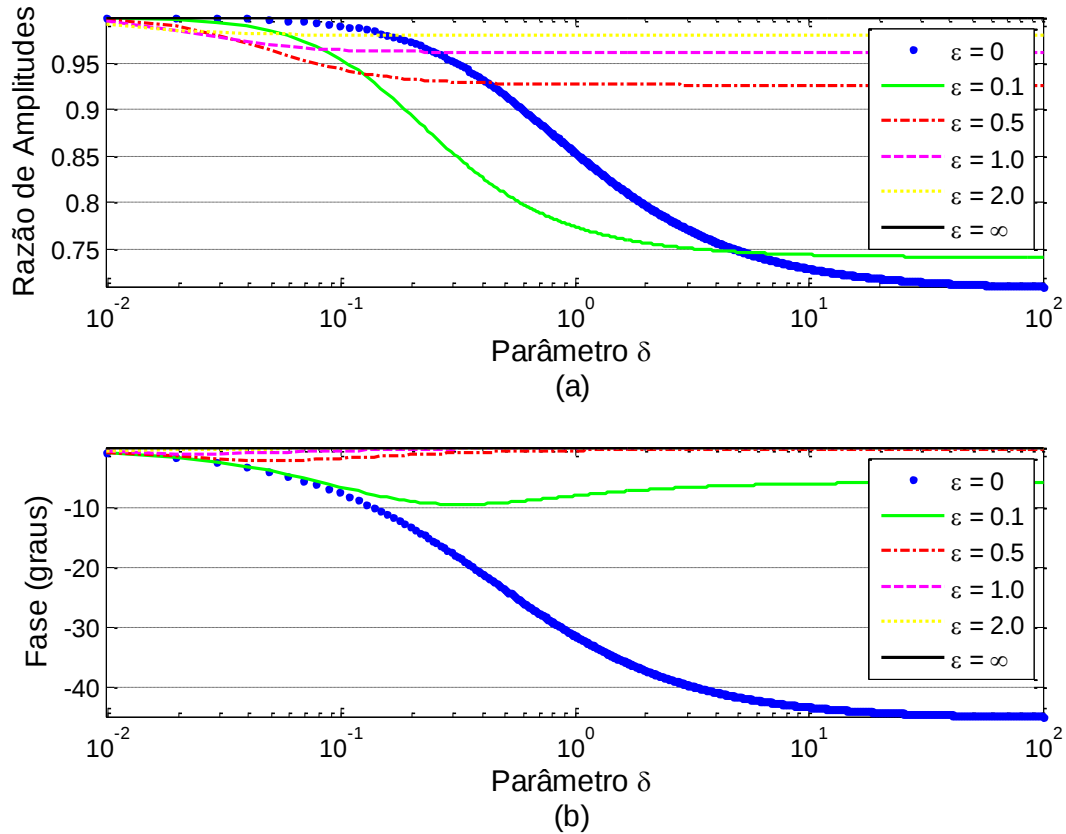
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 38 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de reflexão $CR_{F,1}$, em função do parâmetro δ , para diferentes valores de ε , de ondas flexão em viga com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 39 – Razão de Amplitudes (a) e fase (b) dos coeficientes de transmissão $CR_{F,1}$, em função do parâmetro δ , para diferentes valores de ε , de ondas flexão em viga com mola de torção e amortecedor de torção acoplados em paralelo.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Como é possível notar pelo comportamento dos gráficos, os coeficientes das ondas evanescentes e da propagante refletida mostrados nas Figuras 36, 37 e 38 apresentam a mesma razão de amplitudes com a variação de δ e ε , com pequenas diferenças nos gráficos da fase. Estes coeficientes apresentam baixos valores para baixos valores de δ indiferentemente ao valor de ε . À medida que ε aumenta, ou seja, o amortecimento externo aumenta em relação à impedância da viga, as curvas diminuem de amplitude na região em que δ possui valores mais elevados. Isto se deve ao fato de que, nesta região, a rigidez externa é baixa e um aumento de ε significa um aumento de C .

Já a Figura 39, mostra o coeficiente de transmissão referente à onda propagante, a qual indica altas razões de amplitudes para baixos valores de C . Na

região de altos valores de δ , as curvas começam com baixos valores e tendem a aumentar proporcionalmente ao valor de ε adotado. Altos valores de ε indicam um alto amortecimento, o que contribui para a dispersão de energia através da viga, por isso, para $\varepsilon \rightarrow \infty$, a razão de amplitudes gira em torno de 1.

4.5 Conclusões

Este capítulo mostrou os efeitos e diferenças nas respostas de ondas de flexão quando submetidas a descontinuidades em vigas. Os parâmetros adimensionais foram elaborados similarmente aos do capítulo 3, mas desta vez, considerando a viga como guia de onda.

É notável o ponto de convergência das curvas referentes aos sistemas de viga com mola e viga com massa. Isto se deve, pois a energia de onda é proporcional ao quadrado de sua amplitude, e esta convergência se dá uma vez que o momento fletor é suprimido devido à utilização dos pinos no sistema, ou no caso da massa, ao fato de ser um elemento rígido.

As ondas evanescentes geradas tem um decaimento bem rápido, portanto, são mais relevantes quando o monitoramento da descontinuidade é realizado próximo à descontinuidade. É observado também que os coeficientes de reflexão e transmissão destas ondas são bem parecidos com o coeficiente de reflexão da onda propagante, o que mostra um efeito pequeno quando comparado com a energia inerente às ondas propagantes.

Antes de realizar um teste de monitoramento, deve-se imaginar o tipo de descontinuidade que se procura, para desta forma, preparar um ambiente de análise mais eficaz para a captação. Assim, o Capítulo 5 mostra descontinuidades geométricas em barras e vigas e lista faixas de frequências de excitação necessárias para a análise de diferentes parâmetros adimensionais explorados nos Capítulos 3 e 4.

5 *DEFINIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DE EXCITAÇÃO PARA BARRAS E VIGAS COM DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS*

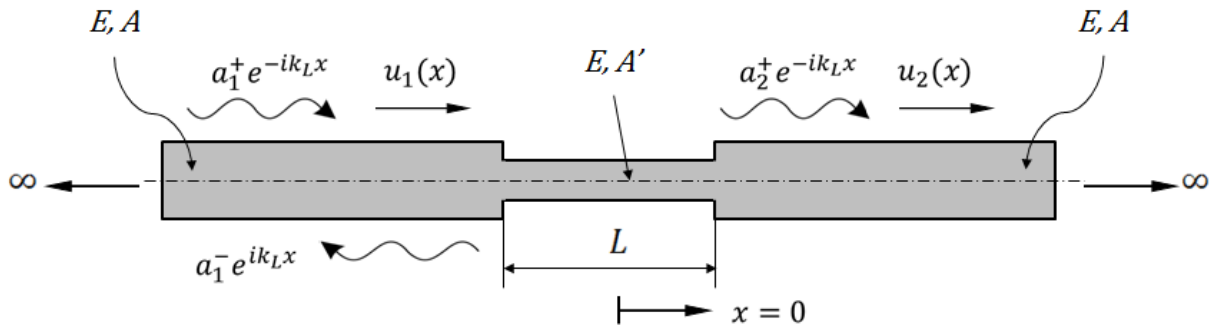
5.1 Introdução

Neste capítulo, será apresentada a modelagem de descontinuidades geométricas em barras e vigas, isto é, valendo-se da variação da seção transversal destas estruturas, serão analisadas as respostas de ondas longitudinais e ondas de flexão. Desta forma, uma correlação será feita com a abordagem anterior, a qual utilizou elementos fundamentais da mecânica para causar a restrição na propagação das ondas. Com isto, será possível quantificar a frequência de excitação necessária para a avaliação de uma estrutura com uma descontinuidade definida, obtendo um equacionamento tangível para o monitoramento da integridade estrutural.

5.2 Barra Infinita com Descontinuidade de Seção Transversal

Considerando uma barra infinita ao longo do eixo x , com módulo de elasticidade E e seção transversal A , esta possui uma região de comprimento L com seção transversal reduzida para A' como mostra a Figura 40. Esta barra é excitada por uma onda longitudinal, que ao encontrar esta descontinuidade geométrica, se divide em transmissão e reflexão como trabalhado nos capítulos anteriores.

Figura 40 – Barra com seção transversal diminuída.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

É possível relacionar esta diminuição da seção transversal com uma diminuição de rigidez local da barra assim como mostrado no primeiro exemplo do Capítulo 3. Com isto, é plausível a correlação do parâmetro α , previamente explicitado, com este modelo atual.

$$\alpha = \frac{EA}{\lambda_L S} \quad (29)$$

Neste caso, a rigidez local S da região modificada da barra pode ser expressa por:

$$S = \frac{EA'}{L} \quad (100)$$

Substituindo a equação (100) na equação (29), tem-se que:

$$\alpha = \frac{L}{\lambda_L} \frac{A}{A'} \quad (101)$$

Denominando:

$$K = \frac{A'}{A} \quad (102)$$

obtém-se o comprimento de onda λ como:

$$\lambda_L = \frac{L}{\alpha K} \quad (103)$$

Agora, valendo-se da relação da equação (7):

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (7)$$

onde c é a velocidade de onda dependente do material, é possível relacionar a frequência de excitação da estrutura com as características do material da barra e os dados sobre a região descontínua da mesma:

$$f = \frac{\alpha c K}{L} \quad (104)$$

Assim, tem-se a frequência de excitação necessária para a qualificação de diferentes tipos de descontinuidade em barra.

Para tornar o modelo exequível, podem-se atribuir as características da estrutura de modo a obter uma relação de frequências a serem aplicadas. As seguintes características, mostradas na Tabela 4, foram adotadas:

Tabela 4 – Valores atribuídos às grandezas para a obtenção da frequência de excitação na barra de Alumínio.

Grandeza	Símbolo	Valor atribuído
Velocidade de onda	c	5000 m/s
Comprimento da região com área da seção transversal diminuída	L	0,01 m

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com estes valores, obtém-se a relação de frequência para as características propostas:

$$f = 5.10^5 \alpha K \quad (105)$$

A partir desta equação, gerou-se a Tabela 4 com as frequências em Hz que deveriam ser utilizadas para análise de estruturas com as características citadas de forma a averiguar a região descontínua.

É necessário observar que para valores de α muito baixos, a reflexão é mínima, ou seja, esta é uma situação em que a estrutura não teria praticamente mudança em sua seção transversal. Assim, considerou-se:

$$\alpha \geq 0,1 \quad (106)$$

Correlacionando as equações (103) e (106), tem-se o valor mínimo do comprimento de onda para um resultado razoável:

$$\lambda_L \leq \frac{L}{0,1K} \quad (107)$$

Adicionalmente, é relevante considerar a relação:

$$\frac{L}{\lambda_L} \geq 0,5 \quad (108)$$

Esta relação 108 é importante para garantir que se trata de um sistema que considera apenas mudança de rigidez, e não adição de massa. Com estas imposições, os valores em vermelho da Tabela 5 são frequências que não devem ser utilizadas em um monitoramento por não satisfazerem as relações anteriores.

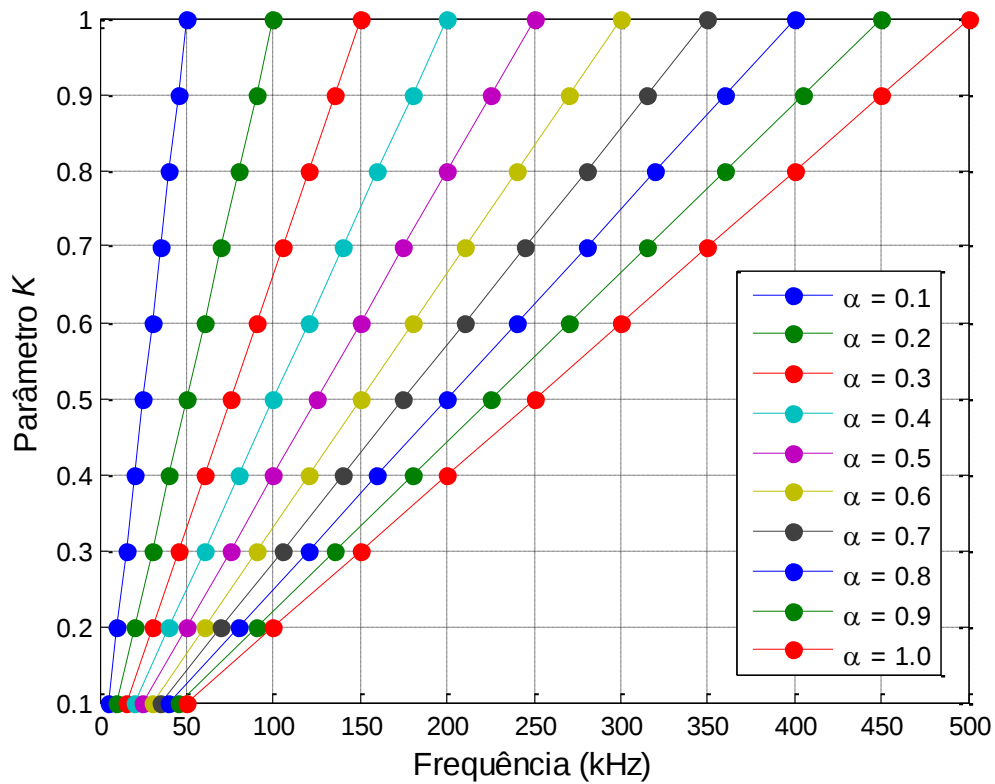
Tabela 5 – Frequências de excitação, em kHz, requeridas para análise de uma barra de alumínio com seção transversal diminuída de comprimento 0,01m.

α/K	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
0,2	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0,3	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
0,4	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
0,5	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250
0,6	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
0,7	35	70	105	140	175	210	245	280	315	350
0,8	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
0,9	45	90	135	180	225	270	315	360	405	450
1,0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com estes valores, foi possível elaborar o gráfico da Figura 41, para melhor ilustrar a tendência do parâmetro de áreas K em função da variação de frequência e de α :

Figura 41 – Parâmetro K em função da frequência para diferentes valores de α .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

É notável que o parâmetro K varia proporcionalmente com a frequência e α , e à medida que α aumenta, as curvas tendem a ter uma inclinação maior de forma que para regiões de seção transversal muito menor quando comparadas com as demais partes da barra, as frequências de excitação necessárias para análise e captura da descontinuidade devem ser mais baixas. Por conseguinte, à medida que K aumenta, ou seja, a seção transversal da região descontínua não é tão menor do que a área da seção do restante da barra, a coleta de dados deve ser feita com frequências mais altas.

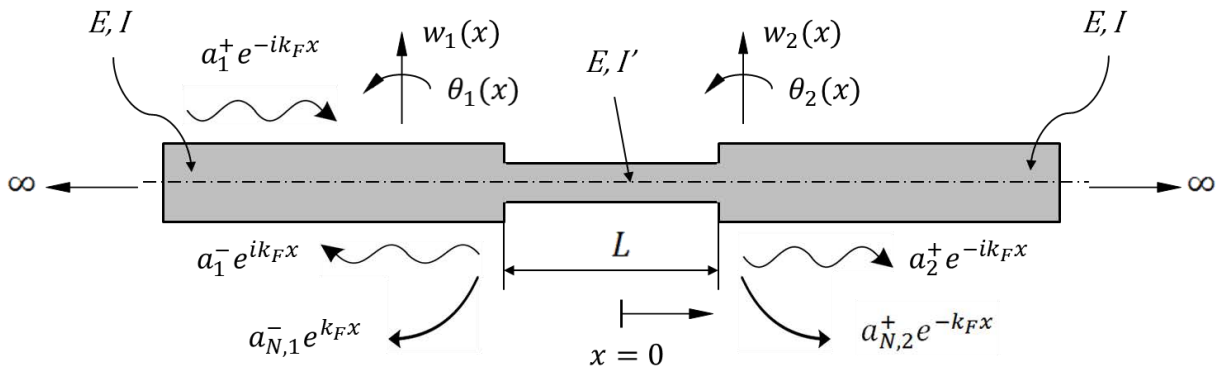
Por exemplo, para analisar uma barra que possui uma região de comprimento de 10 cm com área da seção transversal sendo metade da seção transversal do restante da estrutura, é necessária uma faixa de frequência que varia entre 0 e 250 kHz, dependendo da rigidez local da barra. Enquanto que, para a análise de uma região que possui uma área apenas 10% menor do que às demais seções, é necessária uma faixa de frequência de excitação que varia entre 50 e 450 kHz.

É intuitivo realizar que, altos valores de K significam baixa variação de seção, portanto, é necessária uma frequência com pequeno comprimento de onda para a captação da descontinuidade, portanto, altas frequências são requeridas.

5.3 Viga Infinita com Descontinuidade de Seção Transversal

Similarmente à formulação apresentada no item anterior, nesta seção será apresentada uma viga com certa região delimitada com a área da seção transversal diminuída de forma a causar uma descontinuidade geométrica no sistema e, por conseguinte, um empecilho na propagação de ondas de flexão, como mostra a Figura 42.

Figura 42 – Viga com seção transversal diminuída.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Como trabalhado nos capítulos anteriores, em vigas, a característica inerente utilizada para a modelagem é o momento de inércia I , também proporcional à área da seção transversal, e I' indicado é o momento de inércia da região descontínua.

Utilizando o parâmetro adimensional δ , apresentado no Capítulo 4, é possível correlacionar também este modelo com o modelo de mola espiral, ou seja, a região com descontinuidade numa viga pode ser entendida como uma redução local de rigidez.

$$\delta = \frac{EI}{\lambda_F S} \quad (89)$$

Para a rigidez local S , é adotada a seguinte equação:

$$S = \frac{2EI'}{L} \quad (109)$$

Substituindo-se a equação (109) na equação (89), tem-se que:

$$\delta = \frac{L}{2\lambda_F} \frac{I}{I'} \quad (110)$$

Denominando:

$$Q = \frac{I'}{I} \quad (111)$$

obtém-se o comprimento de onda como:

$$\lambda_F = \frac{L}{2\delta Q} \quad (112)$$

Novamente, valendo-se da equação (7) que relaciona velocidade com comprimento de onda, a frequência de excitação para o modelo atual fica:

$$f = \frac{2\delta c Q}{L} \quad (113)$$

Utilizando-se os valores da Tabela 4 para viga de alumínio, a relação de frequência mostrada acima, torna-se:

$$f = 1.10^6 \delta Q \quad (114)$$

Assim, é possível saber a frequência de excitação em *Hz* necessária para analisar uma viga com as características mencionadas. Observa-se que esta frequência é proporcional ao dobro da frequência apresentada para o modelo de barra na equação (105) devido à rigidez da viga apresentada na equação (109).

Aqui também, eliminou-se a faixa de baixos valores de δ , uma vez que valores muito baixos representam reflexão de onda muito baixa.

$$\delta \geq 0,1 \quad (115)$$

Portanto, o valor mínimo do comprimento de onda deve ser:

$$\lambda_F \leq \frac{L}{0,2Q} \quad (116)$$

A relação da equação (108) continua válida para garantir uma análise de redução de rigidez. Então, os valores em vermelho apresentados na Tabela 6, não devem ser aplicados por não satisfazerem tal relação.

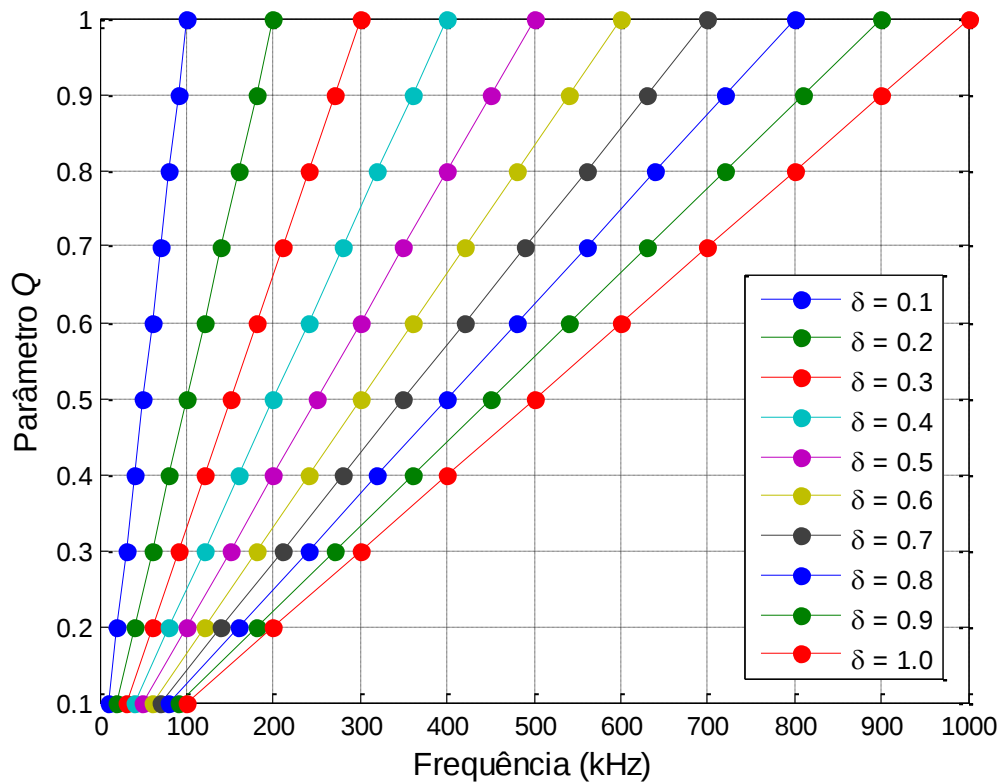
Tabela 6 – Frequências de excitação, em kHz, requeridas para análise de uma viga de alumínio com seção transversal diminuída de comprimento 0,01m.

δ/Q	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0,2	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
0,3	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
0,4	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
0,5	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
0,6	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
0,7	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700
0,8	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
0,9	90	180	270	360	450	540	630	720	810	900
1,0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com estes valores, foi elaborado o gráfico da Figura 43 que ilustra o comportamento do parâmetro Q em função da frequência.

Figura 43 – Parâmetro Q em função da frequência para diferentes valores de δ .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O comportamento das curvas é similar ao sistema com barra, entretanto as frequências requeridas são duas vezes maior do que o caso anterior para dados δ e Q , chegando ao valor de 1000 kHz para a configuração máxima dos parâmetros.

Este método é prático e pode ser desenvolvido para outras abordagens como por exemplo mudança de massa na estrutura, podendo então ser correlacionado com os casos apresentados nos Capítulos 3 e 4 e assim fornecendo informações sobre a frequência necessária para o monitoramento de forma a tornar mais eficaz a definição prévia de parâmetros para experimentação.

5.4 Conclusões

Este capítulo trabalhou com descontinuidades geométricas em barras e vigas e para isto, a seção transversal destas estruturas foi diminuída. A elaboração se baseou em uma razão entre a região descontínua e a área do restante da estrutura. Uma correlação desta região foi feita com os modelos apresentados nos Capítulos 3

e 4, uma vez que uma descontinuidade também pode ser, por exemplo, uma diminuição local de rigidez.

Então, as Tabelas 5 e 6 listaram as frequências de excitação necessárias para poder captar a descontinuidade específica em um sistema de monitoramento. Estas frequências foram obtidas levando-se em consideração a condição de que o comprimento da região com área modificada seja pelo menos o dobro do comprimento de onda de excitação. Em caso contrário, a onda não sofrerá efeito em sua trajetória. Por isso, as frequências em vermelho, embora calculadas, devem ser descartadas para utilização.

É possível notar pelos valores das tabelas que altas frequências abrangem a grande parte da análise por possuírem um comprimento de onda pequeno e desta forma, conseguem captar diferentes obstáculos em seu caminho.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões do Trabalho

Este projeto de Mestrado buscou desenvolver um estudo sobre ondulatória e conceitos elementares da Mecânica. A motivação do trabalho foi contribuir com a modelagem de sistemas passíveis à aplicação de *SHM*. Desta forma, diferentes modelos de falhas foram aplicados a estruturas unidimensionais a partir de elementos da mecânica, e as respostas de ondas longitudinais e de flexão foram simuladas em ambiente Matlab[®].

Os dois modelos de ondas adotados foram independentemente utilizados, ou seja, ondas longitudinais foram utilizadas em barras devido à solicitação axial e ondas de flexão foram utilizadas em vigas devido à solicitação transversal. É notável que, apesar deste trabalho ter mostrado a atuação de cada onda separadamente, essas ondas, muito usualmente, geram os dois tipos de ondas simultaneamente, como por exemplo, em materiais piezelétricos, bastante comuns em ambiente laboratorial.

Utilizar parâmetros adimensionais que relacionassem características inerentes à estrutura com características do modelo da falha, como mostrado nos Capítulos 3 e 4, foi uma forma mais efetiva de proporcionar uma análise da resposta das ondas em relação à gravidade da falha, ou em relação à evolução da falha como elemento descontínuo, embora, observações referentes à variação da frequência também puderam ser feitas, já que a frequência de excitação influencia na propagação das ondas.

Desta forma, o Capítulo 3 mostrou o comportamento de ondas longitudinais com a presença de descontinuidades estruturais. Estas ondas seguiram um padrão

de resposta e variaram proporcionalmente com os parâmetros adimensionais utilizados. Os parâmetros α , β e γ foram imprescindíveis no projeto por delimitar a quantificação de rigidez, amortecimento e massa, já que se tratava de estruturas infinitas.

O desenvolvimento de uma modelagem generalizada para os coeficientes de ondas longitudinais mostrou-se seguro e relevante por ser aplicável a diferentes tipos de descontinuidades de forma simples, apenas com a manipulação de parâmetros de rigidez dinâmica e receptância, e por servir como método comparativo a respostas previamente obtidas.

O Capítulo 4, de forma similar, procurou estudar o comportamento de ondas de flexão frente a descontinuidades. Estas ondas são mais complexas em relação às anteriores e seguem um padrão diferente de respostas, por possuírem um grau de liberdade a mais em sua modelagem e por terem como característica a presença de forças cisalhantes e momentos fletores (diferentemente das anteriores que apresentam apenas forças axiais em um único grau de liberdade). Ondas evanescentes geradas são utilizadas em análises onde o ponto de monitoramento é próximo da descontinuidade. Isto porque, possuem um decaimento muito rápido diferentemente das ondas propagantes.

Os parâmetros adimensionais δ e ε foram desenvolvidos similarmente aos do capítulo 3, para uma análise mais eficaz da estrutura infinita, mas desta vez, levando-se em consideração o momento de inércia da viga, diferentemente do capítulo anterior que utilizou a área de seção transversal da barra.

É observado o ponto de convergência de 0,707 em ambos os capítulos no momento em que as curvas contribuem com a mesma energia, uma vez que esta é proporcional ao quadrado da amplitude da onda. Entretanto, no capítulo 4 este ponto de convergência torna a curva uma constante, pois a parcela de energia referente ao momento fletor da viga é suprimida pela utilização de pinos, deixando a descontinuidade com um grau de liberdade a menos.

Os efeitos causados nas respostas das ondas devido às descontinuidades foram ilativos para a identificação destas. De acordo com o aumento da reflexão, percebe-se quão pertinente é o efeito da descontinuidade sobre a estrutura, pois, a

curva de transmissão pode ser encarada como uma *baseline* de uma estrutura completamente saudável.

No Capítulo 5 foi desenvolvida uma modelagem capaz de possibilitar uma relação entre o estudo feito sobre ondas com situações mais tangíveis em monitoramento estrutural. Para isto, foi definida uma estrutura com especificações do material, bem como informações sobre a região de dano.

Valendo-se dos parâmetros adimensionais α e δ elaborados nos capítulos 3 e 4, foi possível criar um link entre modificação local de rigidez com modificação local de área da seção transversal. Assim, foram desenvolvidos modelos que levam em consideração a relação entre as condições da estrutura com as condições da região de descontinuidade, fornecendo a frequência de excitação mínima requerida para a análise de qualificação do dano do sistema, favorecendo a aplicação de *SHM*. Como consulta, as Tabelas 5 e 6 podem ser utilizadas para casos definidos de experimento. Assim, estas tabelas podem ser usadas como consulta antes de estabelecer os sistema de monitoramento.

O foco do trabalho foi expor o comportamento de ondas frente a descontinuidades estruturais e abordar a manipulação de equações e parâmetros destas ondas. Os resultados obtidos com os modelos de equação criados são fundamentais para o entendimento sobre ondas elásticas e para discernir características estruturais que devem ser levadas em consideração para a realização de um monitoramento. O estudo também pode ser utilizado como referência para o desenvolvimento de outros projetos como listados no item seguinte.

6.2 Propostas para Trabalhos Futuros

Como continuidade deste trabalho, os seguintes projetos podem ser desenvolvidos:

- a) modelagem e simulação de estrutura abordando a propagação de ondas longitudinais e de flexão simultaneamente para análise dos efeitos de uma onda sobre outra. Exemplo: materiais piezelétricos utilizados para captação de ondas elásticas;

- b) experimento laboratorial simulando viga infinita através da supressão de ressonâncias provindas das extremidades. Isto pode ser conseguido através da utilização de areia e espuma como mostrado tese de Shone, 2006;
- c) experimento laboratorial para a implementação de estrutura com descontinuidade geométrica como apresentado no Capítulo 5. As TLeabelas 5 e 6 podem ser utilizadas para a decisão prévia da frequência de excitação utilizada;
- d) modelagem de estruturas finitas, ou seja, que levam em consideração os efeitos de ressonâncias das extremidades do sistema, assim, elaborando um resultado mais realístico;
- e) modelagem e experimento com placas possuindo descontinuidades geométricas. A abordagem de estrutura infinita pode também ser adotada para melhor visualização dos efeitos de alterações estruturais nas respostas das ondas.

REFERÊNCIAS

ADAMS, R. D.; CAWLEY, P.; PYE, C. J.; STONE, B. J. . A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures. **Journal of Mechanical Engineering Science**, London, v. 20, p. 93-100, 1978.

BOLLER, C.; CHANG, F.; FUJINO, Y. **Encyclopedia of structural health monitoring**. New York: Wiley, 2009. v.1, p. 3-4.

CAVALINI JUNIOR, A. A. **Monitoramento da integridade estrutural de sistemas mecânicos via observador de estado modal**. 2009. 206 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.

CHEN, H. L.; SPYRAKOS, C. C.; VENKATESH, G. Evaluating structural deterioration by dynamic response. **Journal of Structural Engineering**, New York, v. 121, n. 8, p. 1197-1204, 1995.

DOEBLING, S. W.; FARRAR, C. R.; PRIME, M. B. A summary review of vibration based in damage detection identification methods. **Shock and Vibration Digest**, Thousand Oaks, v. 30, n. 2, p. 91-105, 1998.

FAHY, F.; GARDONIO, P. **Sound and structural vibration**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

FARRAR, C. R.; WORDEN, K. An introduction to structural health monitoring. **Philosophical Transactions of Royal Society**, London, v. 365, n. 1851, p. 303-315, 2007. DOI:10.1098/rsta.2006.1928.

FRANCO, V. R. **Monitoramento da integridade em estruturas aeronáuticas utilizando a metodologia das ondas de lamb**. 2009. 202 f. Dissertação(Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.

GIURGIUTIU, V.; BAO, J.; ZHAO, W. Piezoelectric-wafer active-sensor embedded ultrasonics in beams and plates. **Experimental Mechanics**, New York, v. 43, n. 4, p. 428-449, 2003.

GIURGIUTIU, V.; ZAGRAI, A. Damage detection in thin plates and aerospace structures with the electro-mechanical impedance method. **Structural Health Monitoring**, London, v. 4, n.(2), 2005.

GIURGIUTIU, V. Tuned lamb wave excitation and detection with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 16, n. 4, p. 291-305, 2005.

GONSALEZ, C. G. **Metodologias para reconhecimento de padrões em sistemas SHM utilizando a técnica da impedância eletromecânica (E/M)**. 2012. 116 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012.

HAGEDORN, P; DASGUPTA, A. **Vibrations and waves in continuous mechanical systems**. New York: Wiley, 2007

HAN, J.; KIM, C.; KIM, J. The propagation of lamb waves in a laminated composite plate with a variable stepped thickness. **Composite Structures**, London, v. 76, n. 4, p. 388-396, 2005.

INMAN, D. J.; FARRAR, C. R.; LOPES, V., Jr; STEFFEN, V., Jr. **Damage prognosis for aerospace, civil and mechanical systems**. Nova Jersey: John Wiley and Sons, 2005.

KESSLER, S. S. **Piezoelectric based in damage detection of composite materials for structural health monitoring systems**. 2002. n. 200 Tese (Doutorado em Aeronáutica) – Institute of Technology, Cambridge, 2002.

KHAN, A. Z.; STANBRIDGE, A. B.; EWINS, D. J. Detecting damage in vibrating structures with a scanning LDV. **Optics and Lasers in Engineering**, London, v. 32, n. 6, p. 583–592, 2000.

KIM, M. H. Smart health monitoring systems with application to welded structures using piezoceramic and fiber optic transducers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 17, n. 1, 2006.

LEE, S.-K.; MACE, B.R.; BRENNAN, M.J. Wave propagation, reflection and transmission in non-uniform one-dimensional waveguides. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 304, n. 1-2, p. 31-49, 2007.

LEE, B. C.; STASZEWSKI, W. J. Modelling of lamb waves for damage detection in metallic structures: part II: wave Interactions with damage. **Smart Materials Structures**, Bristol, v. 12, n. 5, 2003.

LIU, Y. **Adaptive-passive control of flexural waves on beams using tunable damping**. 2010. n. 78. Tese (Mestrado em Structural Vibration) – Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Southampton, 2010.

LOPES JÚNIOR, V. ; TURRA, A. E.; MÜLLER, H. H.; BRUNZEL, F.; INMAN, D. J. A new methodology of damage detection by electrical impedance and optimization technique. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS - Diname, 9., 2001, Florianópolis. **Proceedings...** Florianópolis: [s. n.], 2001. p. 311-316.

MARQUI, C. R. **Modelagem de estruturas piezelétricas para aplicação em localização de falhas**. 2007. 237 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia

Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

MEAD, D. J. **Passive vibration control**. Southampton-UK: Wiley, 1998, 540 p.

MONNIER, T. Lamb waves: based impact damage monitoring of a stiffened aircraft panel using piezoelectric transducers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 17, p. 411-421, 2006.

MOURA, J. R. V.; STEFFEN JÚNIOR, V. Impedance-based health monitoring for aeronautic structures using statistical meta-modeling. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 17, p. 1023-1036, 2006.

PALACZ, M.; KRAWCZUK, M. Vibration parameters for damage detection in structures. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 249, n. 5, p. 999-1010, 2002.

PINES, D.J. The use of wave propagation models for structural damage identification. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON STRUCTURAL HEALTH MONITORING, 1999, Stanford. **Proceedings...** Stanford: Stanford University, 1997, p. 665-677.

RAO, S. **Vibrações mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2008.

RIZOS, P. F.; DIMAROGONAS, A. Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 138, n. 3, p. 381-388, 1990.

RYUE, J.; THOMPSON, D. J.; WHITE, P. R.; THOMPSON, D. R. Wave reflection and transmission due to defects in infinite structural waveguides at high frequencies. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 330, n. 8, p. 1737-1753, 2010.

SEKHAR, A. S. Identification of a crack in a rotor system using model-based wavelet approach. **Structural Health Monitoring**, Newbury Park, v. 2, n. 4, p. 293-308, 2003.

SHONE, S. **A flexural wave scattering method for damage detection in beams**. 2006. n. 230 Tese (Doutorado em Structural Vibration) – Institute of Sound and Vibration Research – ISVR, University of Southampton, Southampton, 2006.

SINHA, J.; FRISWELL, M.; EDWARDS, S. Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 251, n. 1, p. 13-38, 2002.

SU, Z.; YE, L. Lamb wave propagation based on damage identification for quasi-isotropic CF/EP composite laminates using artificial neural algorithm: part I: methodology and database development. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 16, n. 2, p. 97-111, 2005.

TANNER, N. A.; WAIT, J. R.; FARRAR, C. R.; SOHN, H. Structural health monitoring using modular wireless sensors. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 14, n. 1, p. 43-56, 2003.

TEBALDI, A. **Detecção de falhas estruturais usando atuadores e sensores piezelétricos e algoritmo genético**. 2004. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.

ZHANG, B. **Joint identification in structural waveguides using wave reflection and transmission coefficients**. 2007. n. 216 Tese (Doutorado em Structural Vibration) – Institute of Sound and Vibration Research – ISVR, University of Southampton, Southampton, 2007.