BIBLIOTECA - UNESP - CAMPUS BAURU

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" -UNESP

FACULDADE DE ENGENHARIA E TECNOLOGIA - FET

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BAURU

"SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO FLUIDODINÂMICO NO INTERIOR DE UM TUBO VERTICAL COM ALETA EM ESPIRAL".

Prof. Dr. ALCIDES PADILHA

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia e Tecnologia do Campus de Bauru, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do Título de Livre-Docente.

Bauru, SP

janeiro de 1997

Nº 687
BIBLIOTECA - UNESP
CAMPUS DE BAURU

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" -UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA E TECNOLOGIA - FET
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BAURU

"SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO FLUIDODINÂMICO NO INTERIOR DE UM TUBO VERTICAL COM ALETA EM ESPIRAL".

Prof. Dr. ALCIDES PADILHA

Engenheiro Mecânico (FEB)

Mestre em Engenharia Mecânica (COPPE/UFRJ)

Doutor em Engenharia Mecânica (UNICAMP)

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia e Tecnologia do Campus de Bauru, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do Título de Livre-Docente.

Bauru, SP

janeiro de 1997

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

FACULDADE DE ENGENHARIA E TECNOLOGIA

CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE BAURU

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO FLUIDODINÂMICO NO INTERIOR DE UM TUBO VERTICAL COM ALETA EM ESPIRAL

Autor: Alcides Padilha
Professor Assistente Doutor
Departamento de Engenharia Mecânica
FET / UNESP - Bauru

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Paulo Cezar Razuk
Presidente da Banca

Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci
Secretário

Genésio José Menon

Prof. Dr. Genésio José Menon
Membro Titular

Prof. Dr. Jayme de Toledo Piza e Almeida Neto
Membro Titular

Prof. Dr. Paulo Magalhães Filho
Membro Titular

Bauru, 09 de janeiro de 1997.

Ficha catalográfica elaborada por:

DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO

UNESP - Campus de Bauru

Padilha,. Alcides

Simulação Numérica do Comportamento Fluidodinâmico no Interior de um Tubo Vertical com Aleta em Espiral. / Alcides Padilha. - Bauru: UNESP, 1997.
180 p.

Tese(Livre Docência). Faculdade de Engenharia e Tecnologia / unesp.

1. Simulação hidrodinâmica.
2. Escoamento de película líquida.
3. Aleta espiral.

À minha família

por compreender a minha ausência
durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Luiz Ferreira Martins

por tudo que tem feito em prol dos mais humildes
e por sua grande contribuição na minha formação.

Agradecimentos

À FAPESP:

Pelo apoio financeiro, a seus relatores, pelas sugestões na proposta do plano inicial e nos relatórios semestrais enviados, e a seus funcionários pela atenção e precisão nas informações fornecidas, contribuindo assim, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho durante o estágio de Pós-Doutorado.

À UNESP:

Pelo afastamento integral e aos Professores do DEM /UNESP - Campus de Bauru pelo apoio e incentivo durante a realização deste trabalho.

À UPC:

Universitat Politécnica de Catalunya e ao Prof. Dr. Bartomeu Sigalés, pela recepção e supervisão no estágio de Pós-Doutorado.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

SUMÁRIO

RESUMO *i*

ABSTRACT *ii*

1. INTRODUÇÃO **01**

1.1. Principais aplicações do escoamento pelicular 01

1.2. Histórico 03

2. OBJETIVOS E PLANO GERAL DO TRABALHO **05**

2.1. Objetivos 05

2.2. Plano geral do trabalho 07

3. DESCRIÇÃO DO TROCADOR SIMULADO **08**

3.1. Dispositivos de formação de película líquida 08

3.2. Hidrodinâmica do trocador simulado 10

3.2.1. Descrição dos diferentes fluxos que aparecem no trocador 12

4. SISTEMA GERAL DE MALHA UTILIZADO NO MODELO HIDRODINÂMICO **17**

4.1. Discretização do líquido na aleta para a resolução do modelo proposto 18

4.2. Discretização do líquido na parede do tubo vertical para resolução do modelo 24

5. MODELO MATEMÁTICO APLICADO EM PROBLEMAS DE FENÔMENOS DE TRANSPORTE **27**

5.1 Equações diferenciais e integrais 27
5.2. Observações sobre a aplicação do método numérico de solução das equações diferenciais 28
5.3. Vantagens do método analítico de solução das equações gerais integradas 30

6. SOLUÇÃO PARA UMA MALHA OU VOLUME DE CONTROLE 32
6.1. Descrição do método do Módulo-ângulo do vetor velocidade 32
6.1.1. Sistema de coordenadas utilizado 36
6.1.2. Expressões específicas dos fluxos para a malha 40
6.1.3. Expressões específicas da quantidade de movimento para a malha 41
6.1.4. Expressões específicas dos fluxos para a parede vertical 43
6.1.5. Expressões específicas da quantidade de movimento para a parede vertical 45

7. SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS RESULTANTES DAS MALHAS NAS SUPERFÍCIES DO TROCADOR 47
7.1. Equações integradas na superficie superior da aleta 47
7.1.1. Equação da continuidade 47
7.1.2. Equação da quantidade de movimento na direção tangencial 50
7.1.3. Equação da quantidade de movimento na direção radial 51
7.2. Equações integradas na superficie inferior da aleta 51
7.2.1. Equação da continuidade 52
7.2.2. Equação da quantidade de movimento na

direção tangencial 52
7.2.3. Equação da quantidade de movimento na direção radial 52
7.3. Equações integradas na superfície da parede vertical 53
7.3.1. Equação da continuidade 54
7.3.2. Equação da quantidade de movimento na direção tangencial 54
7.3.3. Equação da quantidade de movimento na direção radial 55
7.4. Condições de contorno 56
7.4.1.Condição de contorno na superfície sólida 56
7.4.2. Condição de contorno na superfície livre do líquido 56
7.5. Resumo do sistema de equações do modelo matemático 61
7.5.1. Perfil de velocidade na entrada da aleta 61
7.5.2. Equações Integradas 62

8. DESCRIÇÃO GERAL DO PROGRAMA IMPLEMENTADO 65
8.1. Parâmetros principais da implementação 65
8.1.1. Parâmetros externos 66
8.1.2. Parâmetros internos 68
8.2. Partes principais do programa 69
8.3. Parte I. Condições de entrada e cálculos preliminares 71
8.4. Parte II. Resolução sequencial do modelo 72
8.4.1. Descrição do bloco que resolve uma superfície geral do trocador 72
8.4.2. Descrição dos blocos de condições de iteração 74
8.4.3. Descrição do bloco que resolve uma malha (i, j) 78
8.4.4. Descrição das condições de saída 79
8.5. Parte III. Cálculo de resultados 80

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

8.6. Comentários sobre os procedimentos de cálculo 80

9. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS E CONCLUSÕES 84

9.1. Zona não estabilizada devido a entrada progressiva de líquido na aleta. Influência do atrito 85

9.2. Perfis radiais na primeira volta 87

9.3. Evolução do escoamento para um grande número de voltas 91

9.3.1 Influência da forma de distribuição de líquido. Formação de ressaltos estacionários de líquido 91

9.4. Evolução dos ressaltos de líquidos estacionários. Influências na finalização da simulação 105

9.4.1. Estabilidade e instabilidade dos ressaltos de líquido estacionários 105

9.4.2. Pontos de aparecimento de zonas secas. 110

9.5. Influência dos parâmetros geométricos no aparecimento de instabilidades 117

9.5.1. Evolução da estabilidade para uma largura de aleta de 0,01m 117

9.5.2. Evolução da estabilidade para uma largura de aleta de 0,007 m 118

9.6. Dedução do campo de validade de um trocador 122

9.7. Resumo das conclusões 124

9.8. Extensões imediatas e futuras 125

APÊNDICE A 126

APÊNDICE B 131

APÊNDICE C 139

APÊNDICE D 144

APÊNDICE E 147

APÊNDICE F 152

APÊNDICE G 160

APÊNDICE H 174

BIBLIOGRAFIA 178

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 3.1.: Representação esquemática do dispositivo. 9

Fig. 3.2: Diferentes tipos de regimes de um líquido em escoamento sobre a aleta espiral. 11

Fig. 3.3.: Esquema da distribuição de líquido no tubo vertical. (a) vista da superfície superior da aleta e parede do tubo. (b) vista da superfície inferior da aleta e parede do tubo 13

Fig. 3.4: Secção transversal onde são mostrados os diferentes "fluxos". 15

Fig. 4.1. Vista geral entre duas voltas consecutivas da aleta desenvolvida (i = 1 e j = 1, são as condições de contorno, supostas conhecidas). 17

Fig. 4.2: Disposição de setores e zonas ao longo da superfície da aleta. 19

Fig. 4.3: Volta da aleta desenvolvida mostrando a disposição de setores e zonas. 19

Fig. 4.4: Dimensões do volume de controle do líquido situado nas superfícies da aleta. 22

Fig. 4.5: Distribuição das malhas na parede do tubo vertical. 24

Fig. 4.6: Dimensões do volume de controle vertical da parede. 26

Fig. 5.1: Disposição dos eixos coordenados no volume de controle tridimensional (o eixo Z é perpendicular a superfície sólida). 29

Fig. 6.1: Representação dos contornos, sistemas de coordenadas ortogonais e vetores velocidades utilizados nas malhas esquerda, superior e incógnita da aleta. 34

Fig. 6.2: Representação dos vetores velocidades e seus ângulos, em relação ao vetor normal, nos contornos da malha incógnita. 35

Fig. 6.3: Sistemas de coordenadas ortogonais, vetor velocidade e seu respectivo ângulo utilizados na malha incógnita. 36

Fig. 6.4: Representação dos sistemas de coordenadas ortogonais,

ângulos e o vetor velocidade utilizados na malha esquerda. 38
Fig. 6.5: Superfície vertical entre duas voltas da aleta desenvolvida. 39
Fig. 6.6: Representação dos vetores velocidade em uma malha na parede vertical. 44
Fig. 7.1: Disposição das malhas adjacentes necessárias para calcular a malha (i,j). 48
Fig. 7.2: Malha incógnita (i,j) e adjacentes à parede vertical. 53
Fig. 7.3: Tensões e velocidade na interface líquido-gás, perfil parabólico e velocidade máxima na superfície. 57
Fig. 7.4: Continuidade de tensões e velocidade na interface líquido-gás com um perfil linear 60
Fig. 8.1: Diagrama de blocos geral com a divisão em três grandes partes. 70
Fig. 8.2: Diagrama de bloco que resolve sequencialmente cada uma das superfícies. 73
Fig. 8.3: Discretização da superfície da aleta. 74
Fig. 8.4: Método sequencial de resolução de uma superfície qualquer. 76
Fig. 8.5: Perfis de velocidade na direção radial da aleta e axial da parede vertical. 77
Fig. 8.6: Transferência de dados radiais e tangenciais de uma superfície a outra. 77
Fig. 8.7: Diagrama de blocos da resolução iterativa de uma malha incognita (i,j). 78
Fig. 8.8: Esquema do controle de saída durante a resolução da malha (i,j). 79
Fig. 9.1: Comparação entre a velocidade tangencial, no inicio da aleta na primeira volta, e a velocidade axial, na parede do tubo vertical, do líquido de alimentação. 86
Fig. 9.2: Evolução radial da velocidade na primeira volta. 88
Fig. 9.3: Evolução dos ângulos do vetor velocidade na direção radial na primeira volta. 89
Fig. 9.4: Evolução da espessura da película de líquido na primeira volta. 90

Fig. 9.5: Módulo do vetor velocidade da película de líquido, na superfície superior, calculada na malha localizada em P/2 e NR, ao longo das 100 primeiras voltas. 92

Fig. 9.6: Ângulos dos vetores velocidades na malha p/2 e NR, ao longo das 100 primeiras voltas na superfície superior. 93

Fig. 9.7: Evolução do módulo do vetor velocidade na direção radial para 5°, 10°, 15°, 20° e 25° setores ao longo de 140 voltas. 95

Fig. 9.8: Evolução do módulo da componente, na direção radial, do vetor velocidade, ao longo de todos os setores para i=NR, nas voltas 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 18, 21, 24, 27 e 30. 96

Fig. 9.9: Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores, para i=NR, nas voltas 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 18, 21, 24, 27 e 30. 99

Fig. 9.10: Evolução da espessura da película de líquido, em todos os setores para i=NR, nas voltas 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 18, 21, 24, 27 e 30. 100

Fig. 9.11: Evolução da espessura da película de líquido, em todos os setores, para i=NR, nas voltas 7, 9, 11, 13 e 15. 101

Fig. 9.12: Evolução do fluxo tangencial de líquido, em todos os setores para i=NR, nas tres primeiras voltas. 102

Fig. 9.13: Evolução do fluxo radial de líquido, em todos os setores para i=NR, nas tres primeiras voltas. 103

Fig. 9.14: Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores para i=NR, nas 60 primeiras voltas. 106

Fig. 9.15 : Evolução divergente do vetor velocidade, em todos os setores para i=NR, nas nove primeiras voltas. 108

Fig. 9.16: Evolução divergente do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores para i=NR, nas nove primeiras voltas. 109

Fig. 9.17: Evolução dos ângulos dos vetores velocidades em um setor,

com o aparecimento de um ponto seco no setor seguinte. 110

Fig. 9.18: Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores para i=NR, nas 15 primeiras voltas, com 7° de ângulo de hélice. 112

Fig. 9.19: Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores para i=NR, nas 15 primeiras voltas, com 2° de ângulo de hélice. 113

Fig. 9.20: Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores para i=NR, nas 15 primeiras voltas, com 3° de ângulo de hélice. 114

Fig. 9.21: Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores para i=NR, nas 15 primeiras voltas, com 4° de ângulo de hélice. 115

Fig. 9.22: Evolução divergente do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores para i=NR, com 6° de ângulo de hélice. 116

Fig. 9.23: Evolução da estabilidade em função do ângulo de hélice, para uma largura de aleta de 0,01 m, para i=NR. 120

Fig. 9.24: Evolução da estabilidade, em função da largura da aleta, para um ângulo de hélice de 3° e para i=NR. 121

Fig. 9.25: Representação do ponto crítico para um trocador de 0,06 m de diâmetro de tubo 123

SIMBOLOGIA

as	Coeficiente "a" da parábola correspondente a malha i-1,j.
ae	Coeficiente "a" da parábola correspondente a malha i,j-1.
bs	Coeficiente "b" da parábola correspondente a malha i-1,j.
bi	Coeficiente "b" da parábola correspondente a malha i,j-1.
B_x	Forças de volume.
coef	Relação entre o atrito na interface gás e sólido.
$\vec{f}$	Força de volume.
F	Forças de interação em superficie com mudança de direção.
Fr	Número de Froude.
g	Aceleração da gravidade.
n	Localizador de voltas.
H	Altura máxima do tubo.
i	Localizador da malha na direção radial.
j	Localizador de setor.
$\vec{j}$	Vetor fluxo.
K_f	Número de película.
L_i	Comprimento do contorno da malha, i = 1,2,3 e 4.
L	Largura da aleta.
$\dot{m}$	Fluxo de líquido.
NR	Número de malhas na direção radial.
NW	Coeficiente de forma da malha.
p	Pressão.
P	Números de setores em que divide cada volta tanto na superficie superior como na inferior da aleta.
P_n	Componente normal do peso.
R1	Raio interno do tubo.



R2	Raio interno da aleta, ou seja : R2=R1-L.
R1	Raio maior da parte interna do tubo.
R1-R2	Largura da aleta espiral.
Re	Número de Reynolds.
$\overline{\overline{T}}$	Tensor tensão.
u_x	Velocidade radial.
u_Y	Velocidade tangencial.
x, y e z	Eixos do sistema de referência.
Xe	Comprimento de entrada necessária para supor o fluido perfeitamente desenvolvido.
W_e	Número de Weber.
β	Ângulo do vetor velocidade.
βe	Ângulo de saída do vetor velocidade da malha i,j-1.
βs	Ângulo de saída do vetor velocidade da malha i-1,j.
δ	Espessura da película.
δe	Espessura da malha i,j-1. De forma simbólica, a malha esquerda a atual.
δs	Espessura da malha i-1,j. De forma simbólica, a malha superior a atual.
$\Delta\theta$	Ângulo de setor.
σ_{ls}	Tensão superficial líquido-sólido.
σ_{gs}	Tensão superficial gás-sólido.
σ_{lg}	Tensão superficial gás-líquido.
μ	Viscosidade do fluido.
ρ	Massa específica.
φ	Ângulo de hélice.
Γ	Fluxo mássico por unidade de comprimento.



RESUMO

O enfoque deste trabalho é a simulação numérica da performance dinâmica de uma película de líquido descendente no interior de um trocador de calor multifuncional. Este dispositivo consiste de uma aleta espiral fixada dentro de um tubo. O líquido escoa ao longo da aleta e na superfície interna da parede do tubo. A influência dos principais parâmetros de projeto, relacionados à dinâmica do líquido, foi investigada. Demonstra-se neste estudo que a eficiência do molhamento da aleta depende de um pequeno conjunto de parâmetros. Para um determinado fluido, em fluxo constante, a altura do dispositivo, na qual a aleta permanece completamente molhada, depende apenas da inclinação da aleta e da razão entre o diâmetro do tubo e a largura da aleta.

unesp

ABSTRACT

This work focuses on the numerical simulation of the dynamic performance of a falling film in a multifunctional heat exchanger. This device consists on a spirally wound fin fixed inside a tube. The liquid falls through both the tube vertical wall and the fin. The influence of the main operating parameters on this liquid dynamics has been investigated. It is shown in this study that the efficiency of the fin wetting depends on a few number of parameters. For a given fluid at a fixed flow rate the depth at which the fin still completely wetted depends only on the fin slope and on the ratio between the tube diameter and the fin width.

unesp

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são comentadas, resumidamente, as principais aplicações industriais do escoamento de uma película de líquido e alguns trabalhos de pesquisa disponíveis na literatura sobre esse tema.

1.1. PRINCIPAIS APLICAÇÕES DO ESCOAMENTO PELICULAR.

Um dos problemas ecológicos da atualidade é a destruição da camada de ozônio da atmosfera terrestre. O agente causador dessa destruição é o CFC (chlorofluorocarbon) que vaza para a atmosfera, principalmente durante a manutenção de máquinas térmicas, onde esse gás atua como fluido refrigerante. Esse fato está gerando um grande desafio, neste final de século, para a comunidade científica e tecnológica, que é a subtituição do CFC, visando um meio ambiente aceitável.

A crescente atenção com a camada de ozônio motivou rediscussões sobre as aplicações da mistura água-amoníaco dos sistemas de absorção, poucos anos após a substituição dos sistemas de absorção por sistemas de compressão que utilizam o CFC. Entretanto, ainda hoje os refrigeradores a absorção e bombas de calor por absorção-compressão são aplicados, embora em faixas de temperaturas maiores. Assim, independente da investigação dos novos compostos sintéticos, a utilização do sistema de líquido binário água-amoníaco, segundo Pátek et al. [1], continua em pauta.

Dentro das aplicações no campo industrial, o escoamento de um líquido em superfície livre encontra sua principal utilização em trocadores com transferência de calor e massa. A vantagem principal desse tipo de dispositivo é a grande

superfície de contato da fina camada de líquido em circulação, que possibilita altas taxas de transferência de calor e massa, necessitando apenas de um pequeno fluxo de líquido.

Existem duas configurações básicas que apresentam aplicações específicas. Na primeira, o líquido pressurizado circula pelo lado envolvente e a película de líquido à pressão atmosférica pelo interior do tubo, cujas aplicações principais são:

* *Condensadores* de vapor, de vapores orgânicos e de refrigerantes.

* Res*friadores* de líquido mediante camisas.

* Res*friadores de película com água do mar*, que permitem resfriar grandes quantidades de água ou líquido de processo.

* *Evaporadores*, geralmente de misturas. A vantagem desta aplicação é a vaporização a baixas temperaturas.

Devido ao curto tempo de residência do líquido a evaporar sobre a superfície de transferência, esta configuração é indicada especialmente para evaporação de líquidos de baixo calor sensível.

Na segunda configuração, o líquido, como película, circula pelo exterior do tubo e o líquido de processo pelo interior do mesmo, cujas aplicações principais são :

* *Congeladores* para a produção contínua de gelo.

* Res*friadores de absorç*ão, normalmente absorção de gases pela película de líquido em circulação, e o calor de reação da absorção extraído pelo líquido resfriador que circula pelo exterior do tubo.

* *Colunas de umidificaç*ão, destinadas a destilação, medidas de difusividades térmicas, solubilidade de gases etc..



1.2. HISTÓRICO

Nos últimos anos tem-se realizado um considerável número de estudos sobre o escoamento de películas líquidas, todos com aplicações praticamente direta em diferentes tipos de dispositivos, incluindo estudos sobre distintas geometrias e regimes de escoamento. Apresenta-se aqui um resumo das informações mais significativas localizadas e que serão utilizadas ao longo deste trabalho.

Quanto a originalidade do modelo desenvolvido, a partir da literatura consultada, os trabalhos mais próximos são os de Schwarzer et al. [13] e Schwarzer [14] e de Goff et al. [10]. Em ambos foram estudados o fluxo de um líquido em escoamento ao longo de uma espiral situada na parede externa de um tubo vertical. Por outro lado, Schwarzer et al. [13] utiliza este tipo de trocador aplicado a bombas de calor, mas trata a partir de um ponto de vista experimental, sem contudo fornecer resultados claros dos fenômenos hidrodinâmicos. Resumindo, não foi encontrado nenhum trabalho que apresente uma simulação do dispositivo aqui proposto.

Um dos trabalhos mais relacionado com o problema que se pretende modelar é o estudo experimental apresentado por Schwarzer et al. [13] e Schwarzer [14], que analisa o escoamento da película de líquido ao longo de uma aleta espiral fixada no interior de um tubo vertical, e somente apresenta resultados de transferência de calor geral. A principal conclusão desse estudo experimental foi que a eficiência na transferência de calor é muito maior que num trocador convencional.

A resolução do modelo matemático para uma película líquida que flue radialmente sobre uma superficie plana é apresentado por Siwon et al. [18], a partir das equações da quantidade de movimento e da continuidade. É suposto um perfil de velocidade linear, embora não convalida seus resultados experimentalmente.

Yan et al. [22] apresenta estudos teórico-experimentais de transferência de calor e massa para a interface de uma película líquida escoando em um

unesp

canal vertical. Os resultados teóricos fornecidos pelo modelo estão de acordo com os experimentais.

Uma análise teórica do processo combinado de transferência de calor e massa, na absorção de um gás sobre um líquido em regime laminar, é apresentado por Grossman [5]. Uma película de solução líquida, composta de substâncias absorventes e absorvedoras, escoa sobre um plano inclinado com um perfil de velocidades parabólico. São empregados dois métodos de soluções (analítico e numérico) com boa concordância entre seus respectivos resultados.

Rahman et al. [8-9] apresenta resultados numéricos do escoamento de uma película fina sobre uma superfície livre, na presença e na ausência de forças de gravidade. A distribuição da espessura da película é fortemente afetada pela intensidade e orientação da força da gravidade, assim como pelos Números de Reynolds e de Froude. Considera um perfil de velocidades parabólico em um escoamento totalmente desenvolvido.

Kawae et al. [7] apresenta um método numérico para determinação da transferência de massa de vapor de água a baixa pressão para uma película de lítio-água, que escoa em regime laminar e perfil de velocidades plenamente desenvolvido, ao longo de uma parede vertical plana. Neste trabalho teórico foram estudados parâmetros de projetos para operação de máquinas de refrigeração.

A partir destas citações e de outras que serão apresentadas ao longo do texto, pode-se comprovar que não existem simulações numéricas de escoamento de líquidos em trocadores (evaporadores ou não), com uma geometria semelhante à analisada no presente trabalho.



2. OBJETIVOS E PLANO GERAL DO TRABALHO

2.1. OBJETIVOS

O objetivo do trabalho consiste em otimizar a distribuição de um líquido ao longo de uma superfície aletada, de maneira a determinar as condições de se manter uma película líquida em todos os pontos da superfície. O dispositivo, cuja hidrodinâmica pretende-se modelar, consiste de um tubo vertical com aleta interna em espiral, fixada ao tubo e deixando um furo central. Trata-se, portanto, da simulação do comportamento do líquido em escoamento interno a esse dispositivo, a fim de se determinar quais as condições ótimas para que não ocorra nenhum ponto seco, nas superfícies superior e inferior da aleta espiral, nem na parede vertical do tubo.

O que se pretende atingir com essa simulação é a maximização da relação superfície molhada-vazão, a partir da análise dos parâmetros de projeto, o que fornecerá subsídios para otimizar tanto a transferência térmica como a transferência de massa, que se processará no escoamento.

O trabalho, portanto, tem como objetivo a simulação do problema hidrodinâmico. Para atingir esse objetivo é necessário o desenvolvimento dos seguintes tópicos:

* Teoria de fluxos películar em superfície livre.

* Rearranjo das equações de balanço da Mecânica de Fluidos em uma forma mais adequada.

* Estudo da influência dos diferentes fenômenos que ocorrem nas interfaces.

* Discretização do problema e resolução por métodos analíticos de integração.

* Aplicação de métodos numéricos para resolução de problemas não lineares.



É importante salientar que uma das principais dificuldades no desenvolvimento desse estudo foi a obtenção de literatura que reporta-se a solução de problemas semelhantes, ou seja, escoamentos tridimensionais com superfície livre e interação entre as interfaces.

Este estudo constitui a parte fundamental da modelagem de trocadores de calor com aleta interna em espiral, já que, a partir do conhecimento do vetor velocidade e da altura da película em cada ponto, pode-se calcular posteriormente a transferência de calor e de massa, através de um método interativo.

A continuidade deste trabalho, ou seja, o desenvolvimento do modelo completo, considerando a transferência de calor e massa, será utilizado em projeto posterior de um evaporador de alta eficiência, conectando-o em uma bomba de calor que trabalhe com a mistura binária amoníaco-água.

2.2. PLANO GERAL DO TRABALHO

Inicialmente, no Capítulo 3 é apresentada uma descrição da hidrodinâmica, da geometria e dos diferentes tipos de fluxo que ocorrem nas superfícies do dispositivo simulado.

As definições dos parâmetros utilizados em cada malha, no sistema geral de malhas e no domínio de aplicação do modelo matemático são analisados no Capítulo 4.

No Capítulo 5 são apresentadas as equações do modelo matemático para a simulação de qualquer tipo de problema de campo.

A discretização para cada malha ou volume de controle e as equações resultantes, da aplicação das equações gerais da Mecânica dos Fluidos para meios contínuos, são desenvolvidas no Capítulo 6.

No Capítulo 7 são feitas as discretizações das equações integrais resultantes em cada tipo de malha. No final do capítulo é apresentado um resumo do sistema de equações algébricas resultantes.

É feito, no Capítulo 8, uma descrição da forma esquemática e da sequência de cálculo do programa implementado.

Os resultados numéricos obtidos, assim como as conclusões, limitações e extensões futuras deste trabalho, são apresentados no Capítulo 9.

Desenvolvimentos matemáticos complementares, mas que não comprometem a estrutura principal do texto, estão disponíveis nos Apêndices A a H.

As referências que contribuíram, direta ou indiretamente para a elaboração deste trabalho, podem ser consultadas no fim da obra.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

3. DESCRIÇÃO DO TROCADOR SIMULADO

Dentre os aspectos importantes já citados nas aplicações destacam-se os trocadores de calor de alta eficiência, os quais são a linha de pesquisa do presente trabalho.

Para se atingir um aumento na eficiência de um trocador de calor podem ser utilizados dois procedimentos: um rearranjando as estruturas do trocador, para provocar turbulências no escoamento, e outro modificando as geometrias da superfície das aletas radiais ou tangenciais, o que aumenta a área de transferência. Neste trabalho de simulação da hidrodinâmica do trocador pretende-se utilizar o segundo procedimento.

3.1 DISPOSITIVOS DE FORMAÇÃO DE PELÍCULA LÍQUIDA

As condições de entrada do líquido no tubo são essenciais para se conseguir uma boa distribuição de líquido, na parede vertical do tubo que constitui o trocador. A suposição básica adotada é a distribuição uniforme do líquido para conseguir um molhamento completo e uma espessura de película constante em torno de toda a periferia da parede interna do tubo vertical.

Por exemplo, segundo Fulford [4], uma película de água descendente na parede interna de um tubo vertical, sem nenhum tipo de aleta, atinge uma velocidade limite da ordem de 0,8 a 1,4 m/s, com 0,5 mm de espessura, em um tempo muito pequeno.



Assim, conclui-se que o importante é escolher bem o distribuidor ou formador de película na entrada. O modelo proposto não analisa esse aspecto, mas admite, como condições de entrada de líquido na aleta, uma película de líquido plenamente desenvolvida, com uma espessura uniforme, ao longo de todo o perímetro da parede do tubo vertical.

O escoamento no trocador de calor proposto, como pode ser observado no esquema da figura 3.1, consiste de uma película de líquido que escoa pela parede interna do tubo vertical e ao longo das superfícies superior e inferior da aleta espiral, que está fixada na parede interna deste tubo.

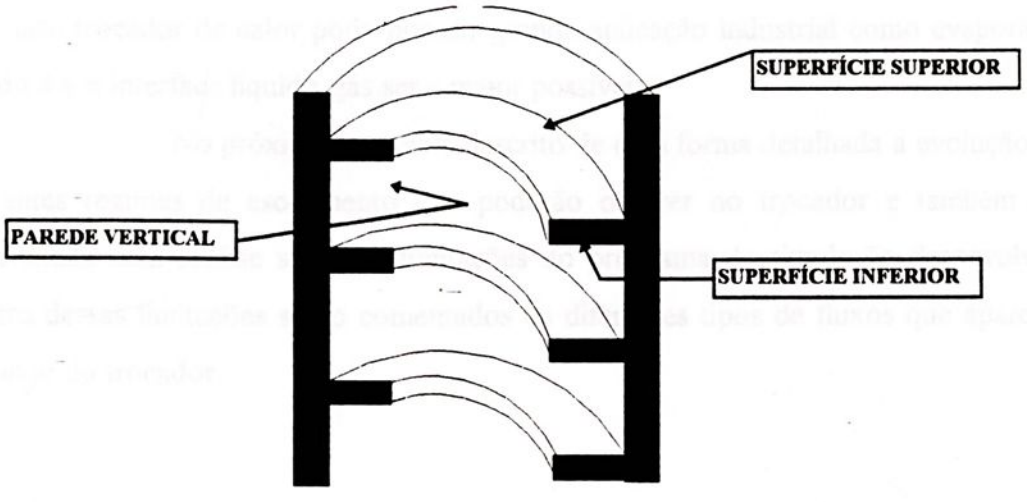


Fig. 3.1. : Representação esquemática do dispositivo.

Dependendo do sistema a ser estudado (evaporador ou condensador) este tubo pode ser aquecido ou resfriado, por meio de um líquido quente ou frio que circula pelo lado externo do tubo.

Esta geometria produz dois efeitos no escoamento do líquido: um devido à ação da gravidade e outro devido ao efeito centrífugo causado pela curvatura da aleta no interior do tubo. Em função do valor do ângulo de hélice da aleta (ângulo de inclinação da aleta fixada na parede do tubo) e das dimensões do trocador será produzido no fluxo um efeito devido a gravidade (escoamento na direção tangencial)

e/ou com tendência ao escoamento na direção radial sobre a aleta, no sentido do centro do tubo.

A presença da aleta em espiral causa uma diminuição na velocidade do líquido, provocando um aumento na espessura da película. Por outro lado, aparece, além do efeito da gravidade, também o efeito centrífugo, fazendo com que o fluxo seja afetado, ou seja, a velocidade atinge sua intensidade máxima junto a parede do tubo vertical.

Outra vantagem que este tipo de configuração de trocador apresenta é o aumento da área de transferência de calor por unidade de volume, o qual, além de favorecer a transferência de calor, diminui o risco de aparecimento de ponto seco. De fato, este trocador de calor pode possuir grande aplicação industrial como evaporador, devido a sua interface líquido-gás ser a maior possível.

No próximo ítem será descrito de uma forma detalhada a evolução dos diferentes regimes de escoamento que poderão ocorrer no trocador e também será apresentada uma análise sobre as limitações do programa de simulação desenvolvido. Dentro dessas limitações serão comentados os diferentes tipos de fluxos que aparecem ao longo do trocador.

3.2 HIDRODINÂMICA DO TROCADOR SIMULADO

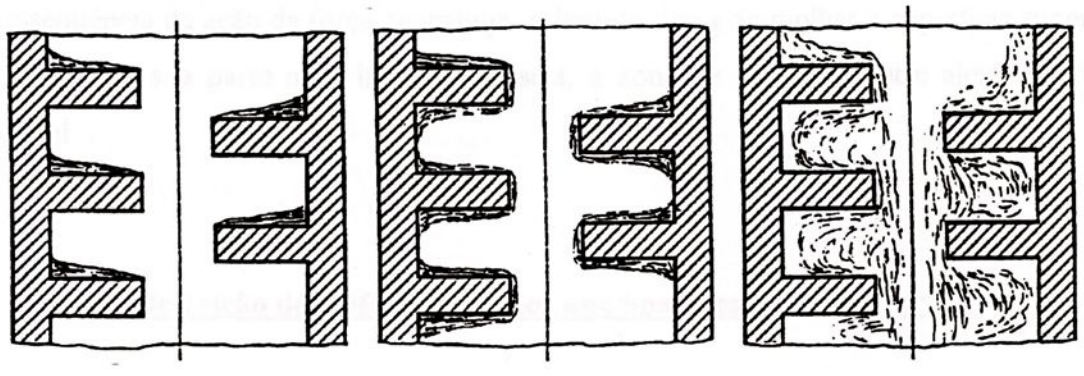
A hidrodinâmica de um trocador de película de líquido descendente ao longo de aleta espiral interna ainda não foi estudada e, portanto, o que se pretende neste trabalho é uma aproximação do problema real através de uma série de hipóteses.

No presente estudo, o fato da aleta espiral localizar-se no interior do tubo dificulta a tomada dos dados experimentais para a validação do modelo. Porém, uma visualização do fenômeno, para diferentes tipos de escoamento, pode ser

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

conseguida mediante iluminação com pequenos pontos de luz no interior do tubo, segundo a figura 3.2, de Schwarzer [14].

A figura 3.2 apresenta, de forma esquemática, os três diferentes tipos de regimes de escoamento. Observa-se a existência de um primeiro regime no qual o líquido, pela influência da gravidade, não chega à extremidade interior da aleta, de maneira que a superfície inferior da aleta permanece seca e portanto se aquecerá ou resfriará excessivamente.



(1) (2) (3)

Fig. 3.2 : Diferentes tipos de regimes de um líquido em escoamento sobre a aleta espiral.

A medida que a vazão de entrada aumenta e/ou diminui-se a ângulo de hélice, chega-se a uma condição em que o líquido escoa para a extremidade interior da aleta, com parte do fluxo atingindo a superfície inferior da mesma. É evidente que a película de líquido irá desprender-se devido a ação da gravidade, a não ser que a tensão superficial, que aparece como consequência das interfaces sólido-líquido e líquido-gás, seja suficiente para suportar o peso da película formada. Assim, a simulação do segundo caso da figura 3.2 constitui o principal objetivo deste estudo, por várias razões de eficiência energética.

Finalmente, aumentando-se excessivamente a vazão de líquido pode-se provocar o desprendimento da película, em consequência da velocidade excessiva e/ou

do excesso de peso do líquido ao entrar na superfície inferior da aleta. O aparecimento destes fenômenos podem ser controlados, geralmente mediante ajustes envolvendo correlações obtidas através do Número de Reynolds, ou mediante o valor da espessura da película líquida nestas regiões.

É muito importante deixar claro que neste estudo procura-se simular as condições em que o líquido molha completamente a aleta e a parede do tubo vertical. Cada etapa da simulação finaliza quando aparece um ponto seco, isto é, , como consequência da ação da força centrífuga, o líquido deixa de molhar a superfície superior da aleta em sua parte mais interior, ou seja, a zona de contorno entre aleta e o furo central.

3.2.1 Descrição dos diferentes fluxos que aparecem no trocador

Na primeira volta, a película de líquido inicial, proveniente do distribuidor e formada ao longo da parede interna do tubo vertical, chega à superfície superior da aleta espiral somente após atingir a condição de plenamente desenvolvida. Na aleta ocorrerá uma mudança de direção do fluxo e o líquido tenderá a deslocar-se para o contorno interior. Este tipo de fluxo será denominado *radial*.

Na figura esquemática 3.3 pode-se observar como o líquido, ao chegar na aleta, devido à força da gravidade, gira na direção tangencial à hélice da aleta, e este fluxo será denominado de *tangencial*. Por outro lado, a própria inércia do líquido faz com que o mesmo siga segundo a direção radial, produzindo-se uma divisão no fluxo. Isto também ocorre na superfície inferior da aleta.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

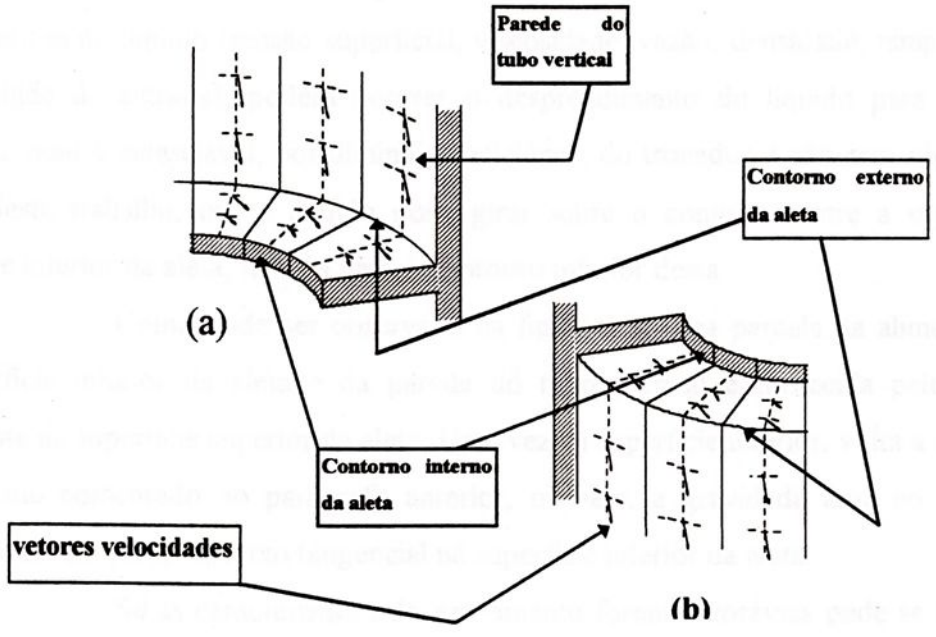


Fig. 3.3. : Esquema da distribuição de líquido no tubo vertical. (a) vista da superfície superior da aleta e parede do tubo. (b) vista da superfície inferior da aleta e parede do tubo

Existem duas orientações de fluxo na aleta: uma *radial* e outra *tangencial* ao longo da hélice da aleta. O fluxo radial na superfície superior da aleta pode chegar até o contorno interno se as condições forem favoráveis. Na superfície inferior o mesmo pode ocorrer, porém atingindo o contorno externo, pois o sentido do escoamento é oposto ao da superfície inferior.

O fluxo tangencial escoa na superfície superior da aleta, e pode ser composto pelo fluxo da volta anterior, quando tratar-se da segunda volta ou posterior e pela parcela do fluxo radial desviado pela gravidade. Na superfície inferior o fenômeno se repete.

O fluxo que entra pelo contorno externo da superfície superior da aleta e que, devido a sua inércia, é capaz de chegar até o contorno interior da aleta, pode apresentar dois tipos diferentes de regimes, o (2) e o (3), como mostrado na figura 3.2.

Em função das características da superfície da aleta (quanto a molhabilidade), e das características do líquido (tensão superficial, viscosidade, vazão, densidade, temperatura e velocidade de entrada), poderá ocorrer o desprendimento do líquido para o furo interior, o qual é indesejável, por diminuir a eficiência do trocador e não será objeto de estudo deste trabalho, ou, o líquido pode girar sobre o contorno entre a superfície superior e inferior da aleta, fluindo para o contorno inferior desta.

Como pode ser observado na figura 3.3, uma parcela da alimentação da superfície inferior da aleta e da parede do tubo vertical é fornecida pelo fluxo procedente da superfície superior da aleta. Uma vez na superfície inferior, volta a ocorrer o fenômeno comentado no parágrafo anterior, ou seja, a gravidade atua no líquido gerando também parte do fluxo tangencial na superfície inferior da aleta.

Se as características do escoamento forem favoráveis pode-se ter, em função da inércia apresentada pelo fluxo radial proveniente da superfície superior e que atinge a superfície inferior, um fluxo que percorre toda superfície inferior da aleta na direção radial. Como se observa na figura 3.3, parte deste fluxo muda sua direção (de radial na superfície inferior para direção axial na parede vertical do tubo), escoando ao longo da parede vertical, constituindo-se na alimentação radial da superfície superior da aleta da próxima volta e, assim, sucessivamente.

Na figura 3.4 é representada uma secção da aleta de uma volta qualquer. Nela pode-se observar, em representação esquemática de forma vetorial, as direções dos fluxos radiais e axiais anteriormente comentados, enquanto os círculos representam as direções dos fluxos tangenciais, que são perpendiculares ao plano do desenho.

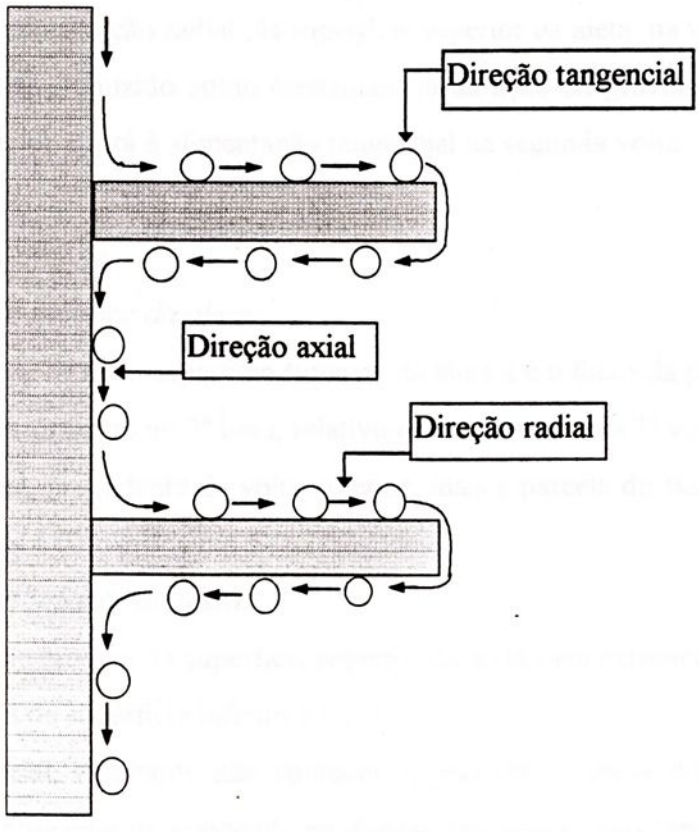


Fig. 3.4: Secção transversal onde são mostrados os diferentes "fluxos".

Em resumo, pode-se afirmar que o escoamento, no tipo de regime estudado, é dividido da seguinte maneira:

Primeira volta da aleta:

Na superfície superior da aleta:

1°. Um fluxo radial inicial que entra na superficie superior da aleta ao longo de toda a primeira volta e é proveniente da película de alimentação, fornecida pelo distribuidor.

2°. Um fluxo tangencial que gira ao longo de toda a aleta e que servirá de alimentação no sentido tangencial para a segunda volta.

Na superfície inferior da aleta:

3° Um fluxo radial que entra na superficie inferior, pela extremidade interior da aleta, proveniente do fluxo radial da superficie superior. Se parte deste fluxo chega ao final

(extremidade exterior da superfície inferior), então escoará através da parede vertical do tubo e constituirá na alimentação radial, da superfície superior da aleta, na volta seguinte.
4° Um fluxo tangencial produzido como consequência da ação da gravidade e que gira ao longo da aleta inferior e será à alimentação tangencial da segunda volta.

Segunda volta e posteriores:

Na superfície superior da aleta:

1°. Um fluxo radial que entra na superfície superior da aleta e é o fluxo da parede vertical do tubo, descrito anteriormente no 3° item, relativo ao escoamento da 1ª volta.
2° Um fluxo tangencial, procedente da volta anterior, mais a parcela do fluxo radial, que pela ação da gravidade é convertida em fluxo tangencial.

Na superfície inferior da aleta:

3°. Um fluxo radial que provém da superfície superior da aleta pela extremidade interna e alimenta o fluxo radial da superfície inferior da aleta.
4°. Um fluxo tangencial, resultante não somente da parcela desviada do fluxo radial, devido à ação da componente da gravidade na direção tangencial, mas também do fluxo tangencial que circula por esta superfície inferior, procedente da volta anterior.

A seguir resumem-se alguns conceitos sobre a circulação do líquido no trocador, para torná-lo mais claro desde o princípio:
1°. A entrada inicial de líquido proveniente do distribuidor só ocorre ao longo da primeira volta e na direção axial, porém a partir da segunda, o líquido que chega na aleta pela parede vertical é procedente da superfície inferior da aleta da volta anterior.
2°. A força motriz que atua no líquido é a da gravidade e é a responsável pelos fluxos nas direções axial e tangencial.
3°. O efeito de rotação do líquido ao longo da hélice da aleta, efeito centrífugo, é mais intenso no contorno externo da aleta (adjacente a parede), onde a velocidade do líquido é maior que no contorno interno da aleta.
4°. Um fenômeno fundamental é a força de atrito que aparece no líquido, tanto entre as diferentes camadas de líquido, bem como entre o líquido e o sólido.



4. SISTEMA GERAL DE MALHA UTILIZADO NO MODELO HIDRODINÂMICO

Uma vez descrito o sistema hidrodinâmico do trocador de calor, com todas suas particularidades apresenta-se agora a formação geral da malha de integração para a simulação numérica.

O capítulo está ordenado de forma a discretizar cada parte do trocador, isto é, a aleta espiral, tanto por sua superfície superior como por sua superfície inferior e a parede do tubo vertical.

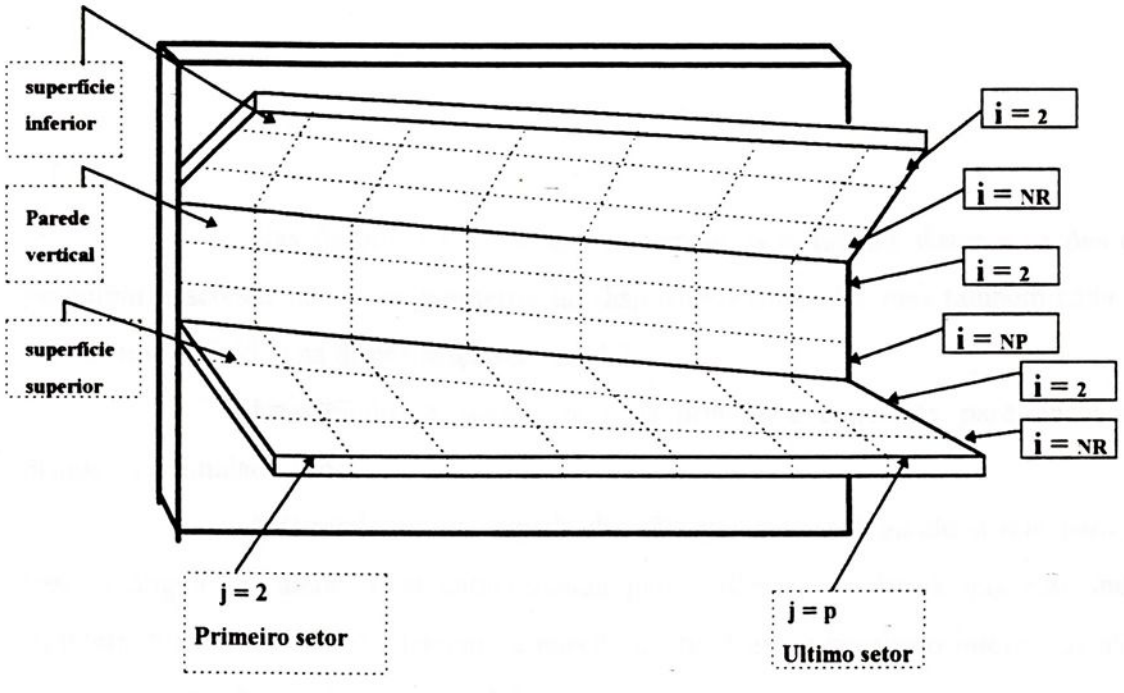


Fig. 4.1. Vista geral entre duas voltas consecutivas da aleta desenvolvida (i = 1 e j = 1, são as condições de contorno, supostas conhecidas).

Assim, descreve-se cada um dos parâmetros que definem a rede e seu sistema de malhas, destacando sua importância nos resultados da simulação.

É importante destacar antes do início desse capítulo, como pode ser observado na figura 4.1, que tanto os elementos de líquido, como os do sólido, se superpõe sobre a mesma superfície e, portanto, a discretização é válida tanto para o modelo matemático do sistema hidrodinâmico como para o do térmico.

No primeiro subítem é apresentado o sistema de malha utilizado nas superfícies da aleta, ou seja, como é tratado o líquido a partir de volumes de controles fixos, calculando-se também as diferentes dimensões que definem as malhas. No segundo subítem é feita a mesma apresentação, mas para a parede do tubo vertical.

4.1 DISCRETIZAÇÃO DO LÍQUIDO NA ALETA PARA A RESOLUÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Nas figuras 4.1 a 4.6 apresentam-se as principais vistas e seções que permitem descrever não só a geometria do dispositivo simulado, mas também cada um dos termos definidos na discretização do modelo.

Lembrando, a seguir, que os principais conceitos para analisar o dispositivo simulado são:

* *Direção radial*, aquela direção que avança segundo o raio para um mesmo ângulo na aleta. Vem caracterizada pelo índice *i*, de forma que este índice aumenta desde o contorno adjacente à parede do tubo até o contorno interno da aleta, como pode ser observado na figura 4.2.

* *Direção tangencial*, aquela direção ao longo da hélice da aleta, ou seja, perpendicular à direção radial. O índice que indica esta direção é *j*, e como pode ser observado na figura 4.3, onde é mostrado uma volta da aleta desenvolvida, este índice inicializa em cada volta desde o valor 2 para o primeiro setor até P para o último.



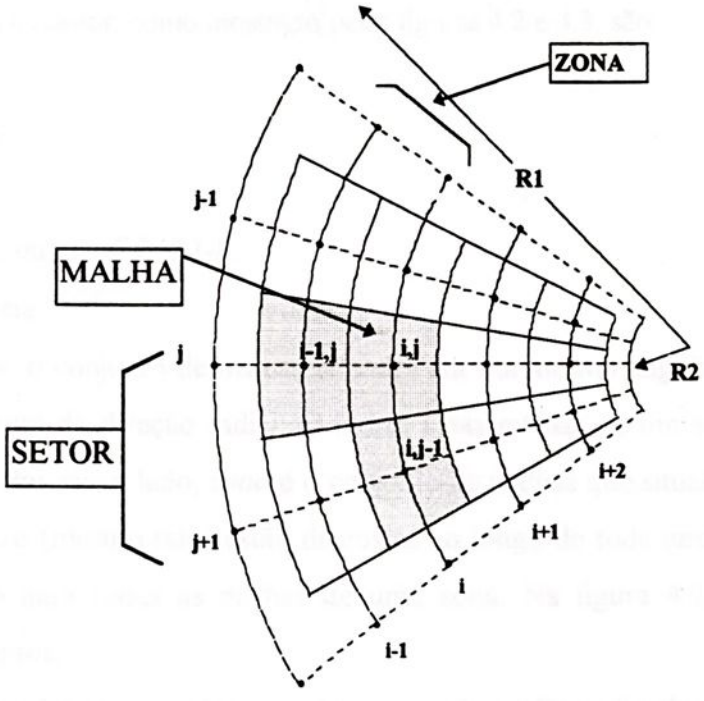


Fig. 4.2 : Disposição de setores e zonas ao longo da superfície da aleta.

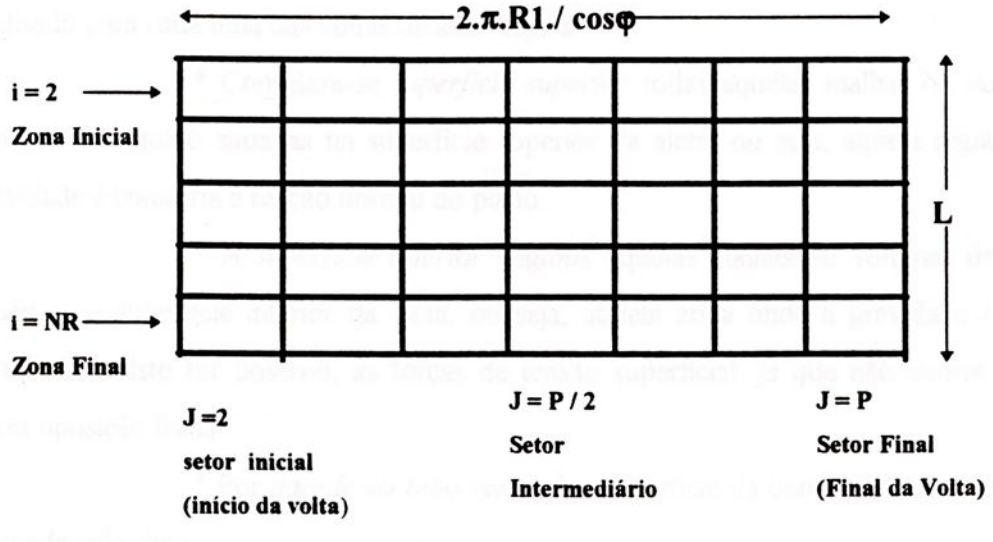


Fig. 4.3 : Volta da aleta desenvolvida mostrando a disposição de setores e zonas.

As principais dimensões geométricas necessárias para a resolução do modelo hidrodinâmico do trocador, como mostrado pelas figuras 4.2 e 4.3, são:

R1 : Raio interno do tubo.

L : Largura da aleta.

R2 : Raio interno da aleta, ou seja: R2=R1-L.

φ : Ângulo de hélice da aleta.

* *Setor*, o conjunto de malhas situadas em um mesmo ângulo com um mesmo valor de j ao longo da direção radial. O índice i das malhas de um setor varia desde o valor 2 até NR. Por outro lado, *zona* é o conjunto de malhas que situadas a uma mesma distância do centro (mesmo raio) estão dispostas ao longo de toda uma volta da aleta, sendo i o mesmo para todas as malhas de uma zona. Na figura 4.2, pode-se observar ambos os conceitos.

* Denominaremos *volta* a cada grupo de malhas situadas tanto na superfície superior como na superfície inferior, do plano de largura **L** e comprimento "**2.π.R1./cosφ**", como a volta desenvolvida da figura 4.3. Para simplificar a rotina de cálculo, trabalhou-se de forma progressiva na obtenção da solução, resolvendo o problema analisado para cada uma das voltas da aleta espiral.

* Considera-se *superfície superior* todas aquelas malhas ou volumes de controle de líquido situadas na superfície superior da aleta, ou seja, aquela região onde a gravidade é contrária a reação normal do plano.

* A *superfície inferior* engloba aquelas malhas ou volumes de controle situadas na superfície inferior da aleta, ou seja, aquela zona onde a gravidade é somente contrária, se isto for possível, as forças de tensão superficial, já que não ocorre nenhuma outra oposição física.

* Por *parede do tubo vertical*, a superfície da parede do tubo vertical não ocupada pela aleta.

* A *distância entre voltas consecutivas* será constante ao longo de toda a aleta e constituirá o *passo da hélice da aleta*.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Os principais parâmetros que definem a malha utilizada para a resolução do modelo hidrodinâmico do trocador, como mostrado pelas figuras 4.3, são:

NR : Número de nós na direção radial em que se divide a superfície da aleta e, portanto, NR-1, o número de malhas na direção radial, tanto para a superfície superior como a inferior da aleta.

P : Número de nós na direção tangencial em que se divide a superfície da aleta em cada uma das voltas, tanto na superfície superior como na inferior. O número de malhas na direção tangencial à hélice da aleta fica então definido por P-1. Este valor de P é fornecido a partir de NR, mediante um *coeficiente de forma* NW, de cujo valor dependerá o formato da malha. Utilizando-se a figura 4.3, obtém-se a expressão que permite o cálculo de P, que é a seguinte:

$$P = (NR - NW)\left|\frac{\left(\frac{2\pi R1}{\cos\varphi}\right)}{L}\right| \qquad (4.1)$$

Pode-se observar que a medida que o valor de NW é diminuído, a malha converge ao quadrado, e no caso de NW=0 a malha é totalmente quadrada. A implantação desta variável NW é interessante e necessária no momento de se resolver o modelo hidrodinâmico, para geração de malhas de formato retangular, visando um maior ajuste pela relevância de um determinado fluxo (radial ou tangencial), obtendo-se assim resultados mais confiáveis.

Da figura 4.4 obtém-se o ângulo de um setor, cujo valor é calculado como:

$$\Delta\theta = 2.\pi /(P\text{-}1) \qquad (4.2)$$

unesp

O fato de se dividir por (P-1) responde a idéia comentada anteriormente, de que o número de setores físicos é igual ao valor de P-1.

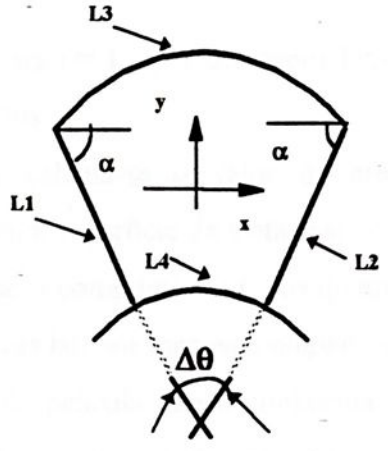


Fig. 4.4 : Dimensões do volume de controle do líquido situado nas superfícies da aleta.

O ângulo α é intrínseco a própria malha e é mostrado na figura 4.4, sendo importante para se calcular os ângulos necessários para se determinar os fluxos e quantidade de movimento. Seu valor é calculado por:

$$\alpha = (\pi - \Delta\theta)/2 \qquad (4.3)$$

i : é o localizador da malha na direção radial, seu valor depende da superfície da aleta em que se está trabalhando, assim:

Aleta superior:

i = 2 Primeira malha ou malha mais externa.

i = NR Última malha ou malha mais interior.

Aleta inferior:

i = 2 Primeira malha ou malha mais interior.

i = NR Última malha ou malha mais exterior.

j : é o localizador de cada setor. Inicia-se em j=2 ao iniciar cada uma das voltas e é igual a P ao finalizar a volta.

n : é o localizador de voltas.

Os valores para i = 1 e j=1 correspondem às condições de contorno e, portanto, são valores conhecidos.

Por último, calcula-se o valor da área do volume de controle, correspondente a interface com a superfície da aleta, para cada malha definida pela tripla (i, j, n) especificada, bem como o comprimento L dos quatro contornos que a delimitam. Neste ponto não se fala em áreas laterais mas em *comprimento dos contornos L1, L2, L3 e L4*, uma vez que a altura da película não é conhecida a priori. Como mostrado na figura 4.4, os comprimentos dos contornos são calculados por:

$$L1 = L2 = |R(i) - R(i-1)| \tag{4.4}$$

$$L3 = \left| \frac{\Delta\theta . R(i-1)}{\cos\varphi} \right| \tag{4.5}$$

$$L4 = \left| \frac{\Delta\theta . R(i)}{\cos\varphi} \right| \tag{4.6}$$

A área da interface do volume de controle com a aleta pode ser calculada por:

$$Area = \frac{\Delta\theta \left| R^2(i-1) - R^2(i) \right|}{\cos\varphi} \tag{4.7}$$

onde φ é o ângulo de hélice da aleta.

4.2 DISCRETIZAÇÃO DO LÍQUIDO NA PAREDE DO TUBO VERTICAL PARA RESOLUÇÃO DO MODELO

Para o caso da parede do tubo vertical a discretização é diferente da aleta. A figura 4.5 mostra como se dispõe cada uma das malhas em que será discretizado o líquido, que escoa pela parede do tubo vertical, procedente da superfície inferior da aleta da volta anterior.

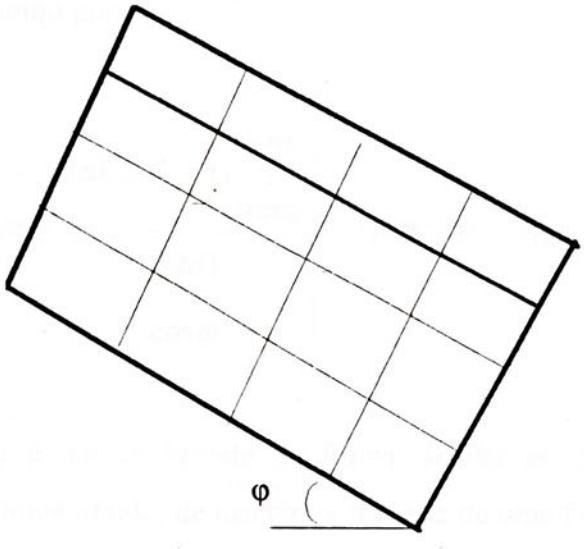


Fig. 4.5 : Distribuição das malhas na parede do tubo vertical.

Utiliza-se também, para a formação das malhas da parede do tubo vertical, um parâmetro de proporcionalidade definido por NP, assim para uma malha do tipo quadrada, o valor do parâmetro que define NP é calculado por:

$$NP = \left| \frac{2.\pi.R1.(P-1)\dfrac{tan\varphi}{\cos\varphi}}{\dfrac{2\pi R1}{\cos\varphi}} \right| = \left|(P-1)tan\varphi\right| \tag{4.8}$$

Sendo $2\pi R1\dfrac{tan\varphi}{\cos\varphi}$ o valor do passo da aleta, ou seja, a altura constante que fica definida entre duas voltas consecutivas da aleta e $2\pi R1 / \cos\varphi$, o valor do arco do contorno externo de uma volta de aleta.

Para variar a forma da malha utiliza-se um novo coeficiente de forma definido por NW2 e obtido por:

$$NP = \left| NW2 \frac{2\pi R1(P-1)\dfrac{tan\varphi}{\cos\varphi}}{\dfrac{2\pi R1}{\cos\varphi}} \right| = \left|NW2(P-1)tan\varphi\right| \tag{4.9}$$

NW2 é um coeficiente de forma, similar ao NW, que serve para deformar a malha quadrada obtida, de maneira a torná-la de uma forma geométrica mais ou menos regular.

Na parede do tubo vertical isto será de vital importância já que nesta região a força predominante é a da gravidade e portanto a tendência do líquido será de desviar para a direção vertical. Isto explica a utilidade de se trabalhar com uma malha de forma retangular, calculando de uma forma mais precisa as variáveis daquela superfície de controle, pela qual circula o líquido. Assim, pode-se utilizar malhas de tamanhos mais reduzido em locais onde o fluxo é considerado mais importante.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

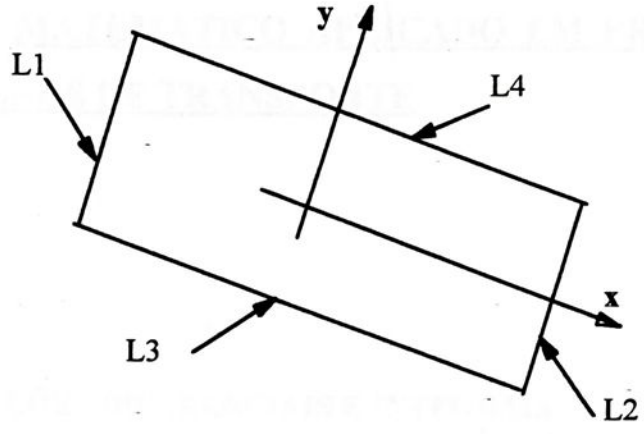


Fig. 4.6 : Dimensões do volume de controle vertical da parede.

Isolando uma malha da parede do tubo vertical pode-se deduzir da figura 4.6, o valor dos comprimentos de contornos de seus lados, como:

$$L1 = L2 = 2\pi R1 \frac{tan\varphi}{\cos\varphi} \tag{4.10}$$

$$L3 = L4 = \frac{\Delta\theta R1}{\cos\varphi} \tag{4.11}$$

Para finalizar, destaca-se um aspecto importante e que está implícito na equação (4.11), é que o valor de NP depende do valor de NR, que é o parâmetro que dita a discretização da aleta. Isto é lógico, já que os comprimentos dos arcos das malhas, na parede do tubo vertical, em contato com as malhas das superfícies superior e inferior da aleta, tem que ser calculada de maneira a possuir os mesmos valores.

5.- MODELO MATEMÁTICO APLICADO EM PROBLEMAS DE FENÔMENOS DE TRANSPORTE

5.1 - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E INTEGRAIS

Neste capítulo serão apresentadas as equações gerais do modelo matemático para simulação de qualquer tipo de problema de campo (escalar ou vetorial). No caso estudado, elas serão aplicadas na simulação de um campo de velocidade de um fluxo de líquido.

No apêndice A é apresentada a equação diferencial geral para problemas de fenômenos de transporte, ou seja, transferência de massa, calor ou quantidade de movimento. A partir das equações diferenciais de balanço, por unidade de volume, que se utiliza na simulação do campo vetorial de velocidades e das hipóteses adotadas,

- 1.- Regime permanente.
- 2.- Propriedades fisicas do líquido constantes.
- 3.- Fluido newtoniano e regime laminar.
- 4.- Peso como a única força de volume.



obtém-se, por integração no volume de controle finito, a seguinte expressão integral da equação da quantidade de movimento:

$$\iint_{SC} \rho \vec{u} u_x d\vec{S} = \iint_{SC} \mu \, grad \, u_x d\vec{S} + \iiint_{VC} \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + B_x \right) dV \qquad (5.1)$$

A equação de conservação da massa que também será resolvida pelo método integral, sujeita as mesmas hipóteses anteriormente descritas, torna-se:

$$\iint_{SC} \vec{u} d\vec{S} = 0 \qquad (5.2)$$

5.2 -OBSERVAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

A solução por diferenças finitas implica na discretização do problema em diferentes domínios ou malhas, com um nó central onde é calculado o valor da variável, que no presente estudo são as componentes do vetor velocidade. A equação diferencial é integrada em cada direção no volume de controle, supondo um perfil de variação da componente em questão ao longo desta direção.

A seguir, são ressaltadas as principais observações na aplicação do método de solução de problemas de escoamento de película fluida em superficie livre:

1.- Uma primeira dificuldade que apresenta o método, para qualquer tipo de regime fluido, é a não linearidade da equação da quantidade de movimento.

2.- A partir dos eixos representados na figura 5.1 (caso tridimensional), entende-se que, no caso estudado, as variações das componentes de velocidade u_x e u_y, nas direções x e y, isto é, $\frac{\partial u_x}{\partial x}$, $\frac{\partial u_x}{\partial y}$, $\frac{\partial u_y}{\partial x}$ e $\frac{\partial u_y}{\partial y}$, são muito menores que as variações em relação à direção z, $\frac{\partial u_x}{\partial z}$, $\frac{\partial u_y}{\partial z}$. Por outro lado, a componente de velocidade u_z, na direção z, é de menor importância que as componentes u_x e u_y. Essas observações implicam nas seguintes relações:

i) $\frac{\partial u_x}{\partial x} << \frac{\partial u_x}{\partial z}$ e $\frac{\partial u_x}{\partial y} << \frac{\partial u_x}{\partial z}$

ii) $\frac{\partial u_y}{\partial x} << \frac{\partial u_y}{\partial z}$ e $\frac{\partial u_y}{\partial y} << \frac{\partial u_y}{\partial z}$

iii) $u_z << u_x$ e $u_z << u_y$

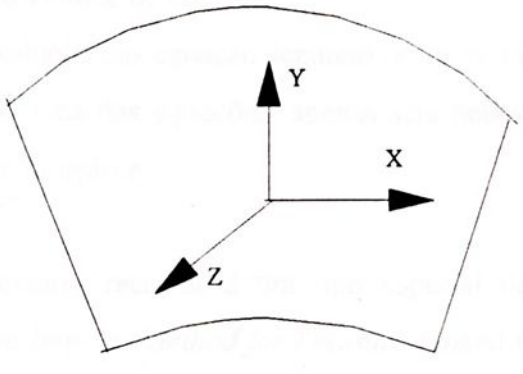


Fig. 5.1: Disposição dos eixos coordenados no volume de controle tridimensional (o eixo Z é perpendicular a superfície sólida).

3.- A altura da superficie líquida (espessura) é desconhecida e isto complica, notavelmente, a aplicação do método numérico, já que é trabalhoso determinar a posição em que a componente u_z pode ser considerada nula ou se é sempre nula. Uma forma de

evitar isto, como explicado em Rahman *et al.* [8-9], é supor uma função que descreva a altura ou espessura do líquido. Entende-se que, devido a geometria do problema e as diferentes possibilidades que podem ocorrer em cada volta da aleta, é difícil encontrar essa função. Siwon *et al.* [18] baseiam-se neste fato para descartar esse método por não ser este considerado o melhor.

5.3 - VANTAGENS DO MÉTODO ANALÍTICO DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES GERAIS INTEGRADAS

Agora são comentadas as vantagens do método analítico de solução das equações 5.1 e 5.2:

1.- Baseado na segunda observação, comentada no ítem anterior, pode-se assumir que dentro de um volume de controle:

- é suficiente a solução das equação segundo os eixos x e y;
- então, em cada uma das equações, apenas será necessário a consideração da variação da velocidade na direção z.

2.- Não é necessário recorrer a um tipo especial de algoritmo, como por exemplo o *SIMPLE: Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations*, desenvolvido por Patankar e Spalding em 1972 (Patankar [12]), já que a pressão existente é apenas a pressão hidrostática e , portanto, conhecida em todos os pontos.

3.- O perfil de velocidade na entrada será considerado parabólico.

4.- Aproximando-se a geometria através de pequenos segmentos de reta pode-se resolver o problema através de coordenadas cartesianas.



5.- O fato de trabalhar com volumes finitos, em vez de diferenças finitas, permite comprovar as equações de conservação ou de balanço em cada um deles.

6.- A sequência de cálculo da solução do escoamento segue um único sentido. Isto quer dizer que o valor em um determinado ponto, vem determinado pelas mudanças nas condições de um único lado deste ponto.

Os problemas de escoamento de fluidos, quando em regime permanente, podem ser considerados, do ponto de vista espacial, como unidimensionais sempre que haja um fluxo predominante. As condições do escoamento em um ponto estarão definidas principalmente pelos valores *a montante*, e sofrerão menor influência dos valores a jusante. Em geral, sempre que o fluxo for rápido, como é o caso, o termo de convecção será muito maior que o de difusão e, portanto, podemos considerar o modelo como de um único sentido. Isto simplifica o problema, permitindo resolução sequencial de cada volume de controle, sem a necessidade de iterações.

Por todas essas considerações é que se adotou o método integral para a solução das equações 5.1 e 5.2, submetidas as condições descritas acima. As equações serão resolvidas a partir da integração simbólica de um suposto perfil de velocidades que só dependerá do eixo z.

unesp

6. SOLUÇÃO PARA UMA MALHA OU VOLUME DE CONTROLE

No capítulo anterior apresentou-se as equações do modelo matemático e o método de solução a ser utilizado foi escolhido e justificado. Neste capítulo, será realizada a discretização do modelo para cada uma das malhas ou volumes de controle. Este capítulo constitui o núcleo central do trabalho, posto que nele serão obtidas as equações resultantes da aplicação das equações gerais da mecânica dos fluidos para meios contínuos em sua forma integral.

No primeiro ítem, rearranja-se o modelo final adotado, descrevendo-o a partir das equações de balanço, insistindo principalmente nos fluxos, conservação da massa e impulso linear (ou quantidade de movimento), que afeta o primeiro membro da equação da quantidade de movimento. Em sequência, dedica-se uma atenção especial ao estudo de todas as forças, tanto de superfície como de volume, que intervém no fenômeno. É portanto, a descrição detalhada do segundo membro da equação geral de balanço de conservação da quantidade de movimento.

6.1 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DO MÓDULO-ÂNGULO DO VETOR VELOCIDADE

A seguir expõe-se as principais suposições do modelo:

1.- O líquido é considerado como um meio contínuo e, portanto, em cada malha existirá um único vetor velocidade de saída. Este vetor sairá com um determinado ângulo

e seu módulo será igual nos contornos B e D da aleta, como indicado nas figuras 6.1 e 6.2.

2.- Ainda que a transferência da quantidade de movimento se realize de forma progressiva ao longo da aleta, ao discretizar o problema considera-se que o valor da espessura do líquido na malha, será o obtido no perfil de saída.

3.- O sistema de coordenadas é único para cada malha e o eixo y podem ser coincidente para as malhas localizadas em um determinado setor (na direção radial), como exemplo as malhas superior e incógnita da figura 6.1. Os eixos também sofrerão variações a medida que o líquido gira ao longo da aleta (na direção tangencial), como exemplo, as malhas esquerda e incógnita, também na figura 6.1, e devido a isto, a realização de correções nos ângulos. As relações geométricas para as correções serão apresentadas posteriormente.

4.- O modelo desenvolvido não utiliza componentes, mas o módulo do vetor velocidade e o ângulo de saída deste, como indicados pela malha incógnita da figura 6.3. Na utilização das equações da quantidade de movimento, os produtos escalares dos respectivos fluxos não são evidentes, já que é preciso obter o ângulo formado entre cada vetor com a normal.

Para a solução de uma malha incógnita são necessárias as características hidrodinâmicas (coeficientes do perfil de velocidade, espessura da película de líquido e ângulo de entrada do líquido) das superficies lateral da malha incógnita (A e C), que evidentemente são provenientes das malhas esquerda e superior. Assim, calculam-se as mesmas características hidrodinâmicas através das superficies da malha incógnita B e D, conforme figura 6.2.

unesp

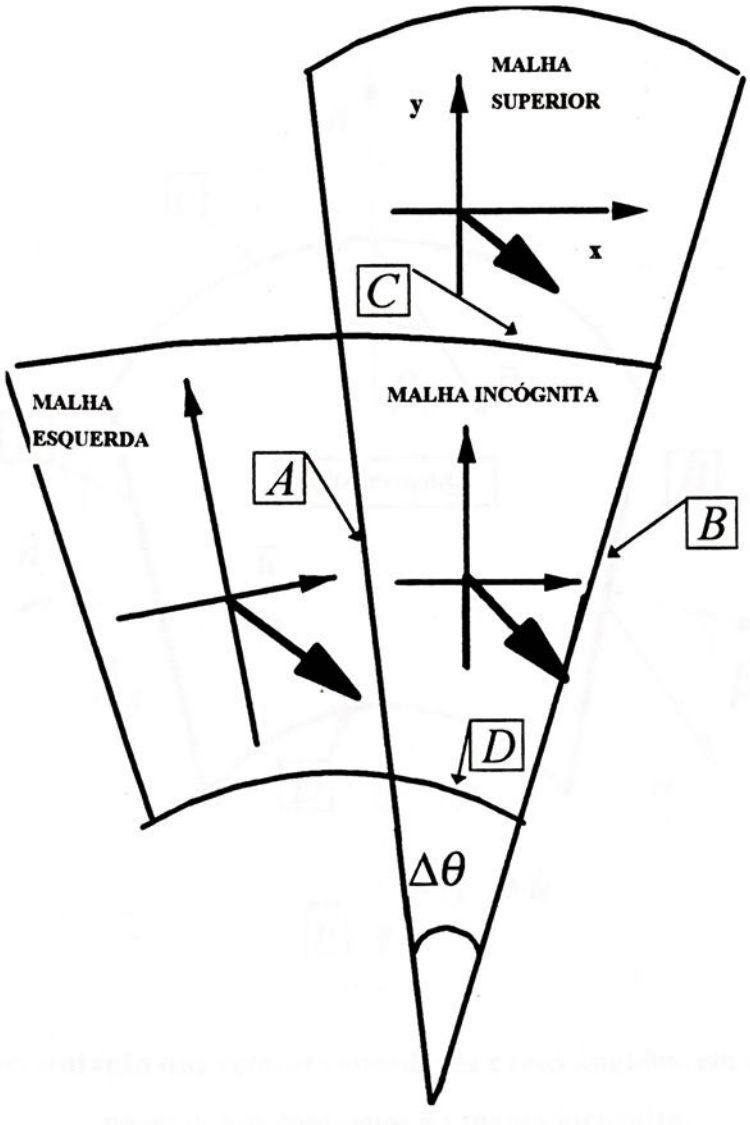


Fig. 6.1: Representação dos contornos, sistemas de coordenadas ortogonais e vetores velocidades utilizados nas malhas esquerda, superior e incógnita da aleta.

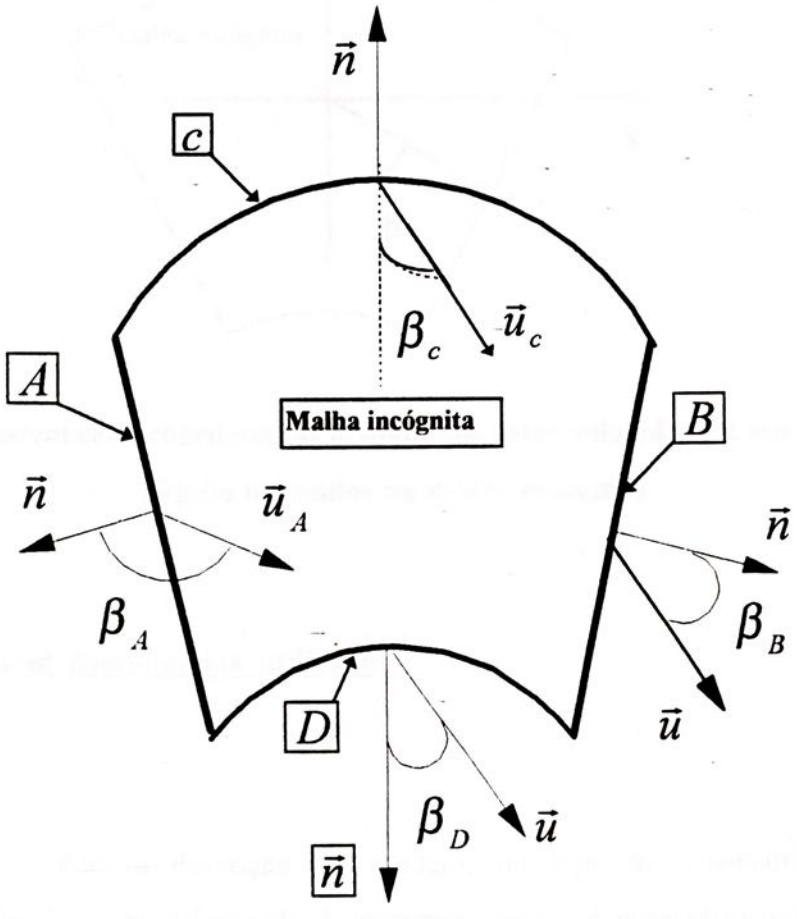


Fig. 6.2: Representação dos vetores velocidades e seus ângulos, em relação ao vetor normal, nos contornos da malha incógnita.

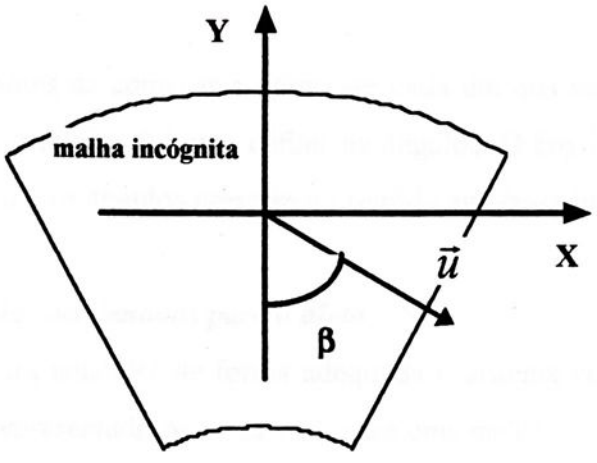


Fig. 6.3: Sistemas de coordenadas ortogonais, vetor velocidade e seu respectivo ângulo utilizados na malha incógnita.

6.1.1 Sistema de coordenadas utilizado

Para a descrição do modelo, ou seja, do chamado método do módulo-ângulo do vetor velocidade da corrente líquida, é necessário indicar qual é o sistema de referência utilizado para resolvê-lo. Porém, antes de descrever o sistema de coordenadas utilizado, é importante deixar claro as relações geométricas no modelo matemático de resolução.

Como já comentado anteriormente, a análise numérica por diferenças finitas impõe a necessidade de se trabalhar com coordenadas curvilíneas, para definir a superfície livre. Ao admitir que a espessura da película é constante ao longo de cada malha e aplicando o método integral, o sistema de coordenadas passa a ser único, para cada superfície discretizada da aleta, ou seja, o sistema de coordenadas não varia no

sentido normal da aleta. Esta observação também é válida para a parede vertical, fazendo com que se possa resolver o complexo sistema tridimensional, utilizando uma referência ortogonal fixa.

Antes de começar a descrever cada um dos sistemas, adota-se o eixo de referência y como referencial para definir os ângulos. O ângulo zero corresponde ao semi-eixo y negativo e os ângulos crescem no sentido anti-horário.

Sistemas de coordenadas para a aleta.

Para entender de forma adequada o sistema comentado, observa-se a figura 6.3, onde é representado os eixos x e y para uma malha.

Pode-se observar como os eixos são centrados e, além disso, o eixo y não é paralelo a nenhuma das superficies de controle laterais, assim, é mais eficiente trabalhar com o próprio módulo do vetor velocidade e seu ângulo ou direção associada, em vez de suas componentes.

É muito importante, não só entender a disposição dos eixos dentro de uma malha mas, também, como estes variam ao longo dos diferentes setores da aleta. Isto é representado nas figuras 6.1 e 6.4, onde se pode comprovar as diferentes disposições dos eixos para cada setor. A diferença de ângulo entre dois eixos é o mesmo que entre dois setores, ou seja o ângulo $\Delta\theta$ é igual a 2π, dividido pelo número de setores menos um, tal como já definido.

Através das figuras 6.1 a 6.2, fica evidente que um mesmo vetor velocidade terá uma componente segundo a tomada de referência de um dado setor, ou na tomada de referência do setor imediatamente posterior. O ângulo de saída β do vetor velocidade, em uma malha, não será exatamente o mesmo de entrada da malha imediatamente posterior, na direção tangencial , mas este ângulo de entrada será igual a $\beta+\Delta\theta$. Este comentário é de vital importância, já que, a partir daqui, é levado em conta o efeito da curvatura da aleta. Também deve ficar claro que esta mudança de sistema de referência, como a mencionada mudança de ângulo, só é aplicada entre malhas com superficies de controles comuns no sentido tangencial, já que, o eixo y das superficies de

unesp

controle comuns no sentido radial, é coincidente e não é preciso nenhuma mudança de ângulo.

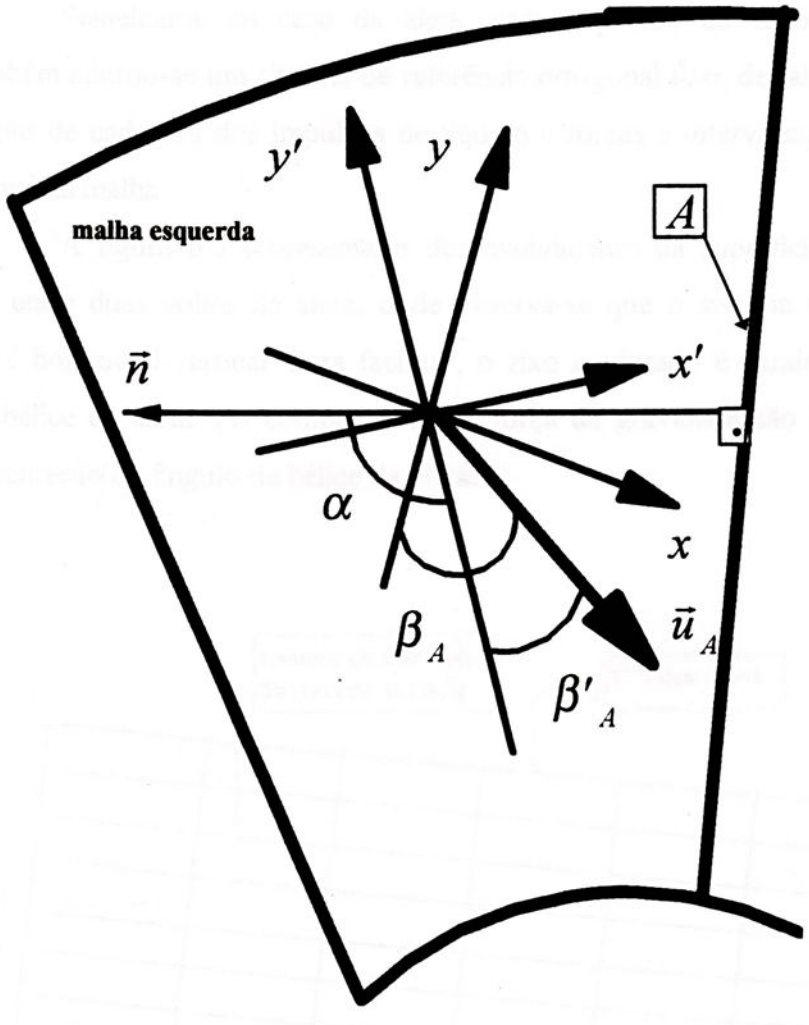


Fig. 6.4: Representação dos sistemas de coordenadas ortogonais, ângulos e o vetor velocidade utilizados na malha esquerda.

Como último comentário, é importante dizer que as suposições anteriores também valem para a superfície inferior da aleta, mudando unicamente a disposição dos vetores velocidade conhecidos e aqueles que são incógnitas.

Sistema de coordenadas para a parede vertical

Semelhante ao caso da aleta, para a parede do tubo vertical do trocador, também adotou-se um sistema de referência ortogonal fixo, de tal maneira que a representação de cada um dos impulsos de líquido e forças a intervirem seja o mais simples possível na malha.

A figura 6.5 representa o desenvolvimento da superfície interna do tubo vertical entre duas voltas da aleta, onde observa-se que o sistema de referência adotado não é horizontal-vertical. Para facilitar, o eixo *x* adotado é paralelo à direção tangencial a hélice da aleta. As componentes da força da gravidade são decompostas segundo a orientação do ângulo de hélice da aleta.

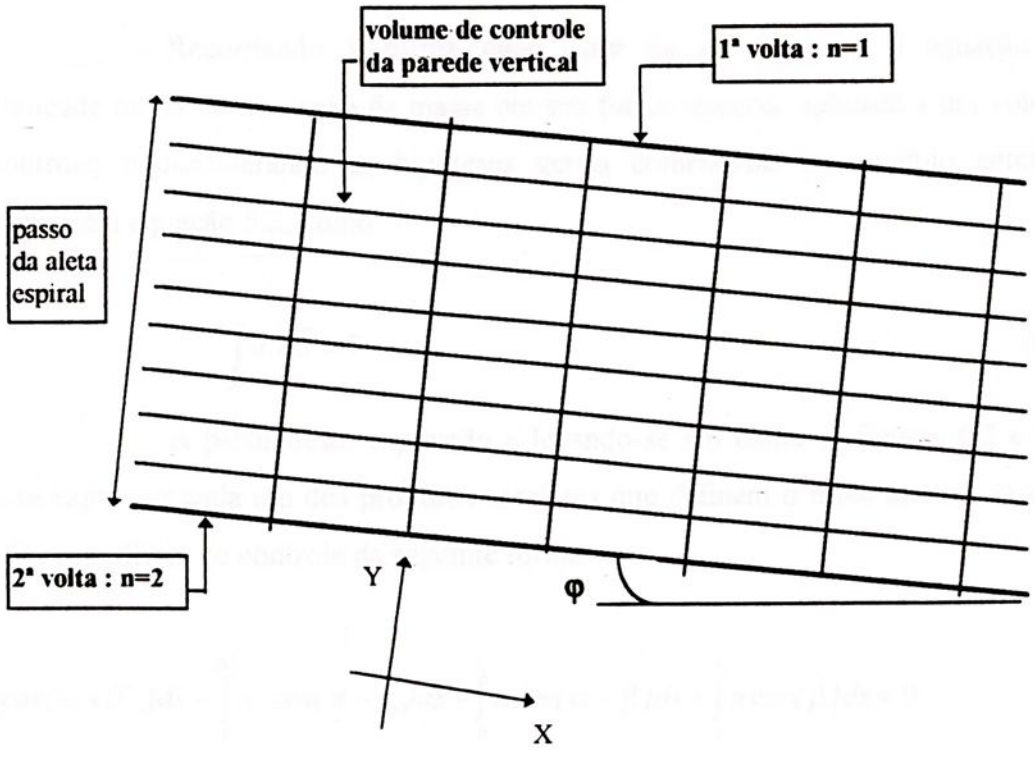


Fig. 6.5: Superfície vertical entre duas voltas da aleta desenvolvida.

Agora não há necessidade de transformação de coordenadas devido ao efeito da curvatura, como o que ocorria na aleta, já que sempre os eixos para cada malha (não só para cada setor) serão paralelos entre si. Além disso, será desconsiderado o efeito da curvatura da superfície interna do tubo vertical, tendo em vista que os fatores predominantes serão a gravidade e o atrito.

A seguir são apresentadas as equações de balanço do modelo hidrodinâmico, enfatizando o segundo membro da equação, ou seja, tudo o que se refere a fluxos e a quantidade de movimento do líquido.

6.1.2 Expressões específicas dos fluxos para a malha

Recordando a forma mais geral de se expressar a equação da continuidade ou da conservação da massa em sua forma integral, aplicada a um volume de controle, e considerando as hipóteses gerais comentadas no capítulo anterior, reescreve-se a equação 5.2, como:

$$\int_{SC} \vec{u}.d\vec{S} = 0 \tag{6.1}$$

A partir desta expressão e levando-se em conta as figuras 6.2 e 6.4, pode-se expressar cada um dos produtos escalares que definem o fluxo através de cada uma das superfícies de controle da seguinte forma:

$$\int_0^{\delta A} u_A \cos(\alpha + \beta'_A) ds + \int_0^{\delta C} u_C \cos(\pi - \beta_C) ds + \int_0^{\delta} u \cos(\alpha - \beta) ds + \int_0^{\delta} u \cos(\beta) ds = 0 \tag{6.2}$$

sendo cada um dos ângulos da equação, aqueles que formam o vetor velocidade com a normal a superfície de controle considerada.

Supondo que o vetor velocidade seja constante, ao longo de cada uma das superfícies e que, portanto, só depende da espessura do líquido, a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\Delta R\int_0^{\delta A} u_A(z)\cos(\alpha+\beta'_A)dz + R_c\Delta\theta\int_0^{\delta C} u_C(z)\cos(\pi-\beta_C)dz + \Delta R\int_0^{\delta} u(z)\cos(\alpha-\beta)dz$$
$$+R_d\Delta\theta\int_0^{\delta} u(z)\cos(\beta)dz = 0 \qquad (6.3)$$

É importante notar como se aplica o modelo anteriormente explicado, já que se considera um único vetor de saída com um único ângulo e uma única altura, tanto para a superfície B como para a D, como se pode observar na figura 6.2.

A partir da expressão (6.3), e com a suposição de um perfil de velocidades, integram-se as equações, obtendo-se um sistema de equações algébricas.

Por último, é importante observar como a equação também responde de forma intuitiva à idéia de que os fluxos que entram são iguais aos fluxos que saem, já que os cossenos das superfícies de entrada A e C são negativos e os de saída B e D positivos.

6.1.3 Expressões específicas da quantidade de movimento para a malha

A equação 5.1 na forma integral, tal como foi apresentada no capítulo anterior, é agora apresentada como uma expressão mais genérica, ou seja, a expressão vetorial:

unesp

$$\iint_{SC} \rho \vec{u}(\vec{u}.\vec{n})dS = \iiint_{VC} \rho \vec{f}\, dV + \iint_{SC} \left(\overline{\overline{T}}\,\vec{n}\right)dS \tag{6.4}$$

sendo $\overline{\overline{T}}$ o tensor tensão e $\vec{f}$ a força de volume.

Os termos do lado direito da equação 6.4 correspondem as interações do tipo superficial (atrito) e o efeito volumétrico (peso), que aparecem na malha e são apresentados nos Apêndices B, C, E, F e G. Agora, limita-se a calcular para cada malha, o valor das quantidades de movimento de cada um dos quatro fluxos.[1]

Por isto, sem considerar, por enquanto, nenhum tipo de perfil para a função velocidade, pode-se resolver de novo o produto escalar correspondente e depois projetar a velocidade, que ainda permanece na forma vetorial, para obter assim a equação do impulso para cada um dos eixos. O resultado final é representado nas duas equações seguintes:

-Segundo o eixo *x*:

$$\rho \Delta R \int_0^{\delta_A} u_A^2 \, sin(\beta'_A)\, cos(\alpha + \beta'_A)dz + \rho R_c \Delta\theta \int_0^{\delta_c} u_c^2 \, sin\beta_c \, cos(\pi - \beta_c)dz +$$

$$+\rho \Delta R \int_0^{\delta} u^2(z)\, sin\beta \, cos(\alpha - \beta)dz + \rho R_D \Delta\theta \int_0^{\delta} u^2(z) sin(\beta)\, cos(\beta)dz = \sum F_s^x + \sum F_v^x \tag{6.5}$$

-Segundo o eixo *y*:

---

[1]Deve se observar que a representação dos ângulos considera uma malha da superfície superior da aleta. Analogamente, pode-se realizar o desenvolvimento com uma malha da superfície inferior ou uma malha da parede.

unesp

$$\rho \Delta R \int_0^{\delta_A} u_A^2 \cos(\beta'_A) \cos(\alpha + \beta'_A) dz + \rho R_c \Delta\theta \int_0^{\delta_c} u_c^2 \cos\beta_c \cos(\pi - \beta_c) dz +$$

$$+\rho \Delta R \int_0^{\delta} u^2(z) \cos\beta \cos(\alpha - \beta) dz + \rho R_D \Delta\theta \int_0^{\delta} u^2(z) \cos(\beta) \cos(\beta) dz = \sum F_s^y + \sum F_v^y \quad (6.6)$$

O resultado da aplicação do produto escalar antes da decomposição faz surgir o módulo da velocidade ao quadrado. Isto implica que será admitido perfis de velocidades polinomiais, que por outro lado é o mais lógico e usual [2], e obter-se-á, como resultado da integração, um conjunto de polinômios de alto grau. O sistema de equações assim obtido poderá gerar problemas de convergência e de estabilidade de soluções. Será um ponto a ser levado em conta, no momento de selecionar um método de solução para resolver o problema global.

Semelhantemente à equação da continuidade, as equações 6.5 e 6.6, de conservação da quantidade de movimento, poderão ser entendidas de maneira intuitiva, pois, significa que o impulso do líquido, que entra no volume de controle (superfícies A e C), somado ou diminuído das forças que atuam neste líquido, dependendo do sentido de atuação, será igual ao impulso ou quantidade de movimento do líquido que sai do volume de controle. É interessante deixar claro que essas expressões são semelhantes para a malha nas diferente superficies, isto é, superior e inferior da aleta, exceto o valor dos ângulos que serão diferentes.

6.1.4 Expressões específicas dos fluxos para a parede vertical

Uma vez desenvolvidas as expressões para a malha da superficie da aleta, também serão desenvolvidas as expressões para a malha da superficie da parede

[2] Tal e como fazem, por exemplo, Siwon *et al.* [18] ou Grossman [6].

interna do tubo vertical. A partir da figura 6.6, pode-se escrever as expressões dos fluxos, como consequência do produto escalar de cada vetor velocidade, com o correspondente vetor normal a superfície de controle.

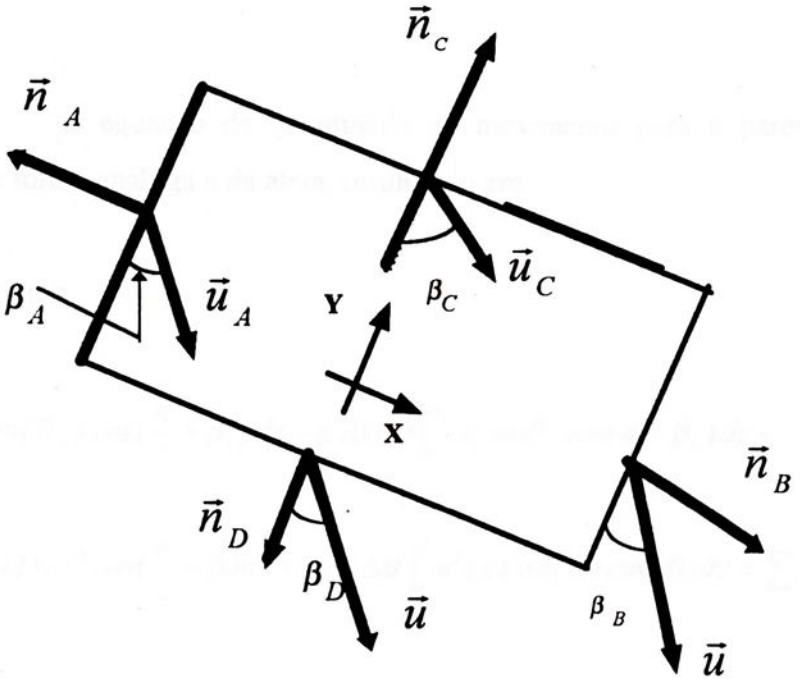


Fig. 6.6: Representação dos vetores velocidade em uma malha na parede vertical.

A expressão da equação da continuidade resultante é:

$$\rho \Delta H \int_0^{\delta_A} u_A(z)\cos(\frac{\pi}{2}+\beta_A)dz + \rho R1\Delta\theta \int_0^{\delta_c} u_c(z)\cos(\pi-\beta_c)dz + \rho \Delta H \int_0^{\delta} u(z)\cos(\frac{\pi}{2}-\beta)dz +$$

$$+\rho R1\Delta\theta \int_0^{\delta} u(z)\cos(\beta)dz = 0 \qquad (6.7)$$

Como se pode verificar, a equação 6.7 é muito similar a equação correspondente para a aleta.

6.1.5 Expressões específicas da quantidade de movimento para a parede vertical

A equação da quantidade de movimento para a parede vertical, é construída de forma análoga a da aleta, resultando em:

-Segundo o eixo *x*:

$$\rho \Delta H \int_0^{\delta_A} u_A^2 \, sin(\beta_A) cos(\frac{\pi}{2} + \beta_s) dz + \rho R1 \Delta\theta \int_0^{\delta_c} u_c^2 \, sin\beta_c \, cos(\pi - \beta_c) dz +$$

$$+\rho \Delta H \int_0^{\delta} u^2(z) \, sin\beta \, cos(\frac{\pi}{2} - \beta) dz + \rho R1 \Delta\theta \int_0^{\delta} u^2(z) \, sin(\beta) cos(\beta) dz = \sum F_s^x + \sum F_v^x \tag{6.8}$$

-Segundo o eixo *y*:

$$\rho \Delta H \int_0^{\delta_A} u_A^2 \, cos(\beta_A) cos(\frac{\pi}{2} + \beta_s) dz + \rho R1 \Delta\theta \int_0^{\delta_c} u_c^2 \, cos\beta_c \, cos(\pi - \beta_c) dz +$$

$$+\rho \Delta H \int_0^{\delta} u^2(z) \, cos\beta \, cos(\frac{\pi}{2} - \beta) dz + \rho R1 \Delta\theta \int_0^{\delta} u^2(z) \, cos(\beta) cos(\beta) dz = \sum F_s^y + \sum F_v^y \tag{6.9}$$

Pode ser verificado aqui, a semelhança entre as expressões para a malha da parede interna do tubo vertical, equações 6.8 e 6.9, e as expressões para a malha

da aleta, que apresentam mudanças apenas em algum ângulo ou algum valor de longitude. A maior diferença entre a aplicação do modelo na parede vertical e na na aleta, está nas forças que atuam em cada uma delas, como será discutido no próximo capítulo.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

7. SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS RESULTANTES DAS MALHAS NAS SUPERFÍCIES DO TROCADOR

7.1 EQUAÇÕES INTEGRADAS NA SUPERFÍCIE SUPERIOR DA ALETA

Supondo a expressão do perfil parabólico para a velocidade como:

$$u(z) = az^2 + bz + c \tag{7.1}$$

Este polinômio é utilizado, a partir de agora, para qualquer região do trocador, ou seja, não somente para a aleta espiral mas também para a parede do tubo vertical.

A constante *c* é sempre nula, pois na superfície da aleta a velocidade é nula, isto é, u(z=0)=0.

7.1.1 Equação da continuidade

No capítulo 6 foram apresentadas as expressões associadas a equação da continuidade para uma malha da superfície superior, ou seja:

$$\rho\Delta R\int_0^{\delta_A} u_A(z)\cos(\alpha+\beta'_A)dz + \rho R_C\,\Delta\theta\int_0^{\delta_C} u_C(z)\cos(\pi-\beta_C)dz + \rho\,\Delta R\int_0^{\delta} u(z)\cos(\alpha-\beta)dz +$$

$$+\rho R_D\,\Delta\theta\int_0^{\delta} u(z)\cos(\beta)dz = 0 \tag{7.2}$$

Para desenvolver esta expressão na sua forma algébrica é preciso explicar algumas notações que serão utilizadas agora e nos próximos ítens.

A partir da figura 7.1, pode-se definir os parâmetros de cada uma das malhas que influem nos cálculos da malha incógnita (i,j).

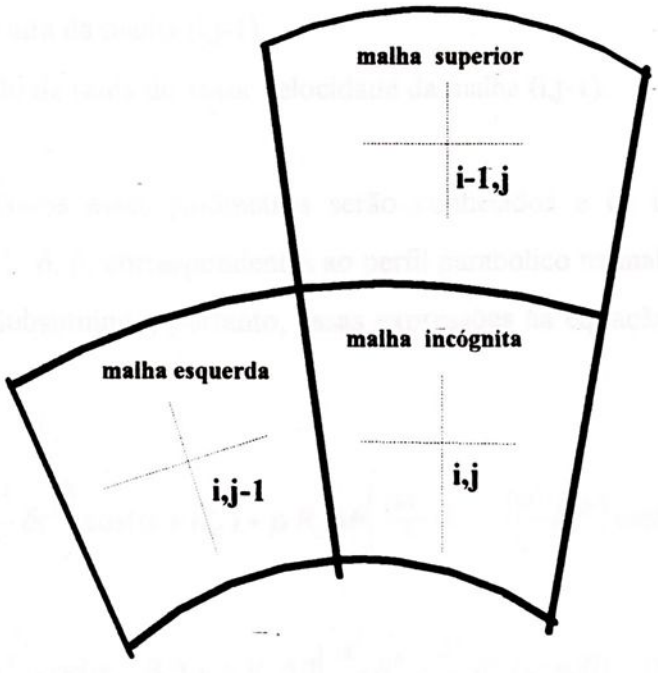


Fig. 7.1: Disposição das malhas adjacentes necessárias para calcular a malha (i,j).

Os coeficientes da parábola na malha superior (s), (i-1, j), associado ao perfil de velocidade u(z), são definidos por:

as: Coeficiente "a" da parábola correspondente a malha (i-1,j).

bs: Coeficiente "b" da parábola correspondente a malha (i-1,j).

δs: Espessura da malha (i-1,j).

βs: Ângulo de saída do vetor velocidade da malha (i-1,j).

De forma análoga, os coeficientes da parábola da malha esquerda (e), (i,j-1), associados ao perfil u(z), são definidos por:

ae : Coeficiente "a" da parábola correspondente a malha (i,j-1).

be : Coeficiente "b" da parábola correspondente a malha (i,j-1).

δe : Espessura da malha (i,j-1).

βe : Ângulo de saída do vetor velocidade da malha (i,j-1).

Todos esses parâmetros serão conhecidos e os únicos coeficientes incógnitas serão a, b, δ, β, correspondentes ao perfil parabólico na malha (i,j).

Substituindo, portanto, essas expressões na equação 7.2 e integrando, obtém-se:

$$\rho \Delta R\left(\frac{ae^3}{3}\delta e^3 + \frac{be^2}{2}\delta e^2\right)\cos(\alpha + \beta'_e) + \rho R_C \Delta\theta\left(\frac{as^3}{3}\delta s^3 + \frac{bs^2}{2}\delta s^2\right)\cos(\pi - \beta_S) +$$

$$\rho \Delta R\left(\frac{a^3}{3}\delta^3 + \frac{b^2}{2}\delta^2\right)\cos(\alpha - \beta\ ) + \rho R_D \Delta\theta\left(\frac{a^3}{3}\delta^3 + \frac{b^2}{2}\delta^2\right)\cos(\beta) = 0 \qquad (7.3)$$

Esta é a primeira equação algébrica e está associada às malhas da superficie superior.

7.1.2 Equação da quantidade de movimento na direção tangencial

A partir da equação 6.5, que se repete a seguir:

$$\rho\Delta R\int_0^{\delta_A} u_A^2\,\mathrm{sen}(\beta'_A)\cos(\alpha+\beta'_A)dz+\rho R_C\Delta\theta\int_0^{\delta_C} u_C^2\,\mathrm{sen}\,\beta_C\cos(\pi-\beta_C)dz+$$

$$+\rho\Delta R\int_0^{\delta} u^2(z)\,\mathrm{sen}\,\beta\cos(\alpha-\beta)dz+\rho R_D\Delta\theta\int_0^{\delta} u^2(z)\,\mathrm{sen}(\beta)\cos(\beta)dz=\sum F_s^x+\sum F_v^x \tag{7.4}$$

Impondo os perfis parabólicos, equação 7.1, as expressões das forças (apêndices B, E e F), obtém-se :

$$\rho\Delta R\left(\frac{ae^2}{5}\delta e^5+\frac{be^2}{3}\delta e^3+\frac{2aebe}{4}\delta e^4\right)\mathrm{sen}\,\beta_e\cos(\alpha+\beta_e)+\rho R_C\Delta\theta\left(\frac{as^2}{5}\delta s^5+\frac{bs^2}{3}\delta s^3+\frac{2asbs}{4}\delta s^4\right)_S$$

$$\mathrm{sen}\,\beta_s\cos(\pi-\beta_s)+\rho\Delta R\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\mathrm{sen}\,\beta\cos(\alpha-\beta)+\rho R_D\Delta\theta\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)$$

$$\mathrm{sen}\,\beta\cos(\beta)=-\mu\,Area\,\mathrm{sen}\,\beta\left(2b+2a\delta\right)+\rho g\,\mathrm{sen}\,\varphi\,Area\,\delta+\frac{1}{2}\rho g\Delta R\cos\varphi\left(\delta i^2-\delta^2\right) \tag{7.5}$$

A variável *Area*, da expressão 7.5, refere-se a área da superfície da aleta ocupada por uma malha.

unesp

7.1.3 Equação da quantidade de movimento na direção radial

A equação da quantidade de movimento na direção radial é similar à equação (7.5) apenas ocorrendo a troca do senβ pelo cosβ e, também, observa-se que nesta direção não aparece a componente do peso, sendo escrita da seguinte forma:

$$\rho\Delta R\left(\frac{ae^2}{5}\delta e^5+\frac{be^2}{3}\delta e^3+\frac{2aebe}{4}\delta e^4\right)\cos\beta_e\cos(\alpha+\beta_e)+\rho R_C\Delta\theta\left(\frac{as^2}{5}\delta s^5+\frac{bs^2}{3}\delta s^3+\frac{2asbs}{4}\delta s^4\right)_S$$

$$\cos\beta_s\cos(\pi-\beta_s)+\rho\Delta R\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\cos\beta\cos(\alpha-\beta)+\rho R_D\Delta\theta\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)$$

$$\cos\beta\cos(\beta)=-\mu Area\cos\beta\left(2b+2a\delta\right)+\frac{1}{2}\rho g\Delta\theta\left(R_C\delta i^2-R_D\delta^2\right)$$

(7.6)

Através das equações 7.4, 7.5 e 7.6 e das condições de contorno é possível montar um sistema algébrico para solução, tendo como incógnitas as quatro variáveis (a ,b ,β e δ), que definem uma *malha incógnita*.

7.2 EQUAÇÕES INTEGRADAS NA SUPERFÍCIE INFERIOR DA ALETA

Utilizam-se as mesmas equações desenvolvidas no item anterior, mas com produtos escalares diferentes, devido ao sentido de resolução na superficie inferior ser contrário ao da superficie superior, assim, calcula-se as variáveis da malha incógnita (i,j), dispostas também de forma distinta.

unesp

7.2.1 Equação da continuidade

A expressão da equação da continuidade é similar à equação 7.3, exceto em relação aos ângulos, e é:

$$\rho \Delta R\left(\frac{ae^3}{3}\delta e^3+\frac{be^2}{2}\delta e^2\right)\cos(\alpha+\beta_e)+\rho R_D\Delta\theta\left(\frac{as^3}{3}\delta s^3+\frac{bs^2}{2}\delta s^2\right)\cos(\beta_s)+$$

$$\rho \Delta R\left(\frac{a^3}{3}\delta^3+\frac{b^2}{2}\delta^2\right)\cos(\alpha-\beta\ )+\rho R_C\Delta\theta\left(\frac{a^3}{3}\delta^3+\frac{b^2}{2}\delta^2\right)\cos(\pi-\beta)=0 \qquad (7.7)$$

7.2.2 Equação da quantidade de movimento na direção tangencial

$$\rho\Delta R\left(\frac{ae^2}{5}\delta e^5+\frac{be^2}{3}\delta e^3+\frac{2aebe}{4}\delta e^4\right)\operatorname{sen}\beta_e\cos(\alpha+\beta_e)+\rho R_D\Delta\theta\left(\frac{as^2}{5}\delta s^5+\frac{bs^2}{3}\delta s^3+\frac{2asbs}{4}\delta s^4\right)_s$$

$$\operatorname{sen}\beta_s\cos(\beta_s)+\rho\Delta R\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\operatorname{sen}\beta\cos(\alpha-\beta\ )+\rho R_C\Delta\theta\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)$$

$$\operatorname{sen}\beta\cos(\pi-\beta)=-\mu Area\operatorname{sen}\beta\left(2b+2a\delta\right)+\rho g\operatorname{sen}\varphi Area\delta+\frac{1}{2}\rho g\Delta R\cos\varphi\left(\delta i^2-\delta^2\right) \qquad (7.8)$$

unesp

7.2.3 Equação da quantidade de movimento na direção radial

$$\rho\Delta R\left(\frac{ae^2}{5}\delta e^5+\frac{be^2}{3}\delta e^3+\frac{2aebe}{4}\delta e^4\right)\cos\beta_e\cos(\alpha+\beta_e)+\rho R_D\Delta\theta\left(\frac{as^2}{5}\delta s^5+\frac{bs^2}{3}\delta s^3+\frac{2asbs}{4}\delta s^4\right)_s$$

$$\cos\beta_s\cos(\beta_s)+\rho\Delta R\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\cos\beta\cos(\alpha-\beta)+\rho R_C\Delta\theta\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)$$

$$\cos\beta\cos(\pi-\beta)=-\mu Area\cos\beta(2b+2a\delta)+\frac{1}{2}\rho g\left(R_D\delta i^2-R_C\delta^2\right)$$

(7.9)

7.3 EQUAÇÕES INTEGRADAS NA SUPERFÍCIE DA PAREDE VERTICAL

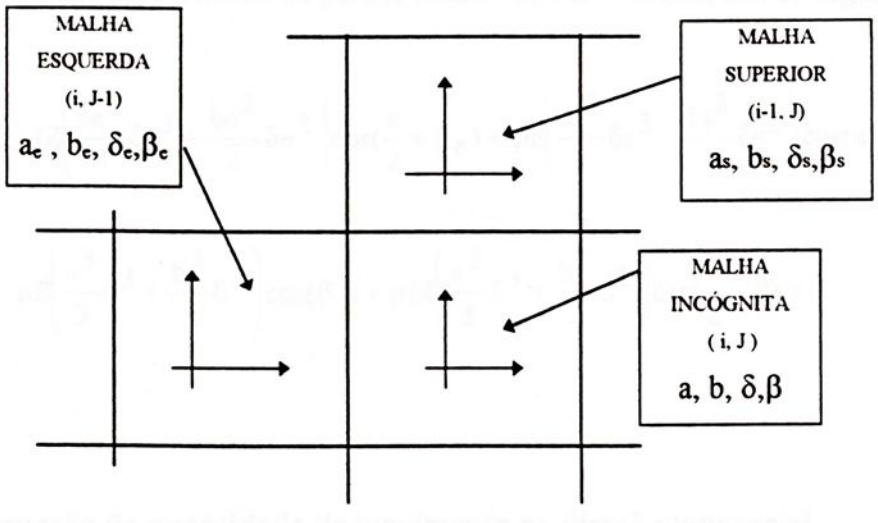


Fig. 7.2: Malha incógnita (i,j) e adjacentes à parede vertical.

Na figura 7.2 são mostradas as malhas da parede interna do tubo vertical. Pode-se comprovar que a idéia é a mesma da aplicada para superficie da aleta

(tanto superior como inferior), exceto que agora o peso tem componentes nas direções x e y, como pode ser verificado nas equações da quantidade de movimento.

As dimensões da malha na parede vertical são apresentadas no ítem 4.2, que agora foram reescritas sob uma nova a notação para torná-la mais lógica para a programação:

$$S = \frac{R1\Delta\theta}{\cos\varphi} = L3 = L4 \tag{7.10}$$

$$IZ = \frac{2\pi R1\tan\varphi}{\cos\varphi} = L1 = L2 \tag{7.11}$$

$$\text{Area} = S\,IZ \tag{7.12}$$

7.3.1 Equação da continuidade

Semelhante à equação da continuidade das malhas da aleta, a equação da continuidade para a malha da parede interna do tubo vertical fica da seguinte forma:

$$\rho IZ\left(\frac{ae^3}{3}\delta e^3 + \frac{be^2}{2}\delta e^2\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta_e\right) + \rho S\left(\frac{as^3}{3}\delta s^3 + \frac{bs^2}{2}\delta s^2\right)\cos(\pi - \beta_s) +$$

$$\rho S\left(\frac{a^3}{3}\delta^3 + \frac{b^2}{2}\delta^2\right)\cos(\beta\ ) + \rho IZ\left(\frac{a^3}{3}\delta^3 + \frac{b^2}{2}\delta^2\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 0$$

(7.13)

7.3.2 Equação da quantidade de movimento na direção tangencial

Neste caso, um eixo de referência será paralelo à direção tangencial da aleta e o outro eixo é perpendicular à posição tangencial da aleta, para todas as malhas

na parede. A força peso, em relação à parede vertical, apresenta componentes em ambas as direções, por isso, aparece nas equações 7.14 e 7.15, a seguir.

$$\rho IZ\left(\frac{ae^2}{5}\delta e^5+\frac{be^2}{3}\delta e^3+\frac{2aebe}{4}\delta e^4\right)\text{sen}\beta_e\cos(\frac{\pi}{2}+\beta_e)+\rho S\left(\frac{as^2}{5}\delta s^5+\frac{bs^2}{3}\delta s^3+\frac{2asbs}{4}\delta s^4\right)_s$$

$$\text{sen}\beta_s\cos(\pi-\beta_s)+\rho IZ\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\text{sen}\beta\cos(\frac{\pi}{2}-\beta)+\rho S\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)$$

$$\text{sen}\beta\cos(\beta)=-\mu Area\,\text{sen}\beta\,(2b+2a\delta)+\rho g\,\text{sen}\varphi\,Area\,\delta \qquad (7.14)$$

7.3.3 Equação da quantidade de movimento na direção radial

Esta direção é denominada radial tendo em vista que está associada ao fluxo radial da superfície da aleta.

$$\rho IZ\left(\frac{ae^2}{5}\delta e^5+\frac{be^2}{3}\delta e^3+\frac{2aebe}{4}\delta e^4\right)\cos\beta_e\cos(\frac{\pi}{2}+\beta_e)+\rho S\left(\frac{as^2}{5}\delta s^5+\frac{bs^2}{3}\delta s^3+\frac{2asbs}{4}\delta s^4\right)_s$$

$$\cos\beta_s\cos(\pi-\beta_s)+\rho IZ\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\cos\beta\cos(\frac{\pi}{2}-\beta)+\rho S\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)$$

$$\cos\beta\cos(\beta)=-\mu Area\cos\beta(2b+2a\delta)+\rho g\delta Area\cos\varphi \qquad (7.15)$$

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

7.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

É evidente que as equações apresentadas anteriormente constituem a base para a solução do problema, mas, também, a solução de um sistema de equações do modelo matemático de um fenômeno físico requer a imposição de condições de contorno, para especificar o problema completamente.

Portanto, as condições de contorno são imprescindíveis e permitirão completar o sistema de equações, uma vez que, até agora, obteve-se somente três equações[1] para as quatro incógnitas[2].

7.4.1 Condição de contorno na superfície sólida

Esta condição foi suposta, implicitamente, nos desenvolvimentos prévios das equações, dando-lhes maior simplicidade, assim :

Para $z=0 \longrightarrow u(z)=0 \longrightarrow c=0$

7.4.2 Condição de contorno na superfície livre do líquido

O atrito na superfície livre do líquido é considerado nulo, embora possa também ser considerado valores não nulos do atrito na superfície livre do líquido. Assim, a condição de contorno é dada por:

---

[1] Conservação da massa e das quantidades de movimento.

[2] Os dois coeficientes da parábola a e b, o ângulo β e a espessura δ.

$$\vec{\tau}_z = \mu \left. \frac{d\vec{u}}{dz} \right|_{z=\delta} = 0 \qquad (7.16)$$

Evidentemente, para se calcular de forma correta o valor do atrito, deve-se incluir na solução do modelo todo efeito do gás que está em contato com o líquido, o qual está fora do alcance deste estudo.

Sem dúvida, o que satisfaz as seguintes equações:

$$\tau_{liq}\Big|_{z=\delta} = \tau_{gas}\Big|_{z=\delta} \qquad \text{e} \qquad u_{liq}\Big|_{z=\delta} = u_{gas}\Big|_{z=\delta} \qquad (7.17)$$

como se observa na figura 7.3.

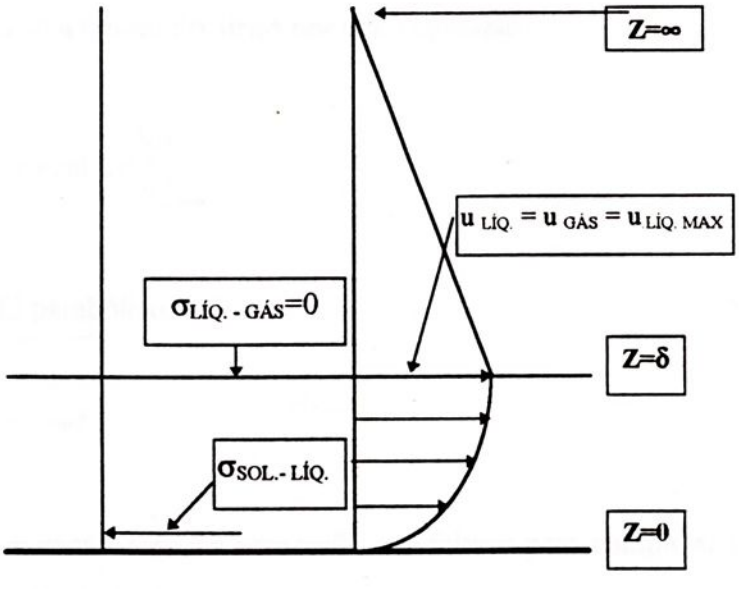


Fig. 7.3: Tensões e velocidade na interface líquido-gás, perfil parabólico e velocidade máxima na superfície.

O fato do atrito na superfície do líquido ser considerado nulo, fará com que a parábola resultante tenha seu valor máximo nesta superfície. Outra situação extrema seria aquela em que o atrito do líquido na interface com o gás fosse o mesmo que na interface com o sólido.

A equação apresentada a seguir, permite definir o atrito na superfície livre do líquido, gerado pelo interação do gás, como uma proporção do valor do atrito do líquido na superfície sólida, ou seja:

$$\tau_{liq}\Big|_{z=\delta} = coef\,\tau_{liq}\Big|_{z=0} \tag{7.18}$$

onde,

coef : razão entre o atrito líquido/gás e líquido/solido.

Portanto, sustituindo-se a tensão do atrito por sua expressão:

$$\mu\frac{\partial u}{\partial z}\Big|_{z=\delta} = \text{coef}\ \mu\frac{\partial u}{\partial z}\Big|_{z=0} \tag{7.19}$$

que aplicando o perfil parabólico, tem-se:

$$2a\delta + b = coef\ b \tag{7.20}$$

A equação 7.20 é a expressão que faltava para completar o sistema de quatro equações a quatro incógnitas.

Agora, entende-se a expressão da força de atrito colocada no ítem anterior, já que o valor total do atrito no volume de controle tem que ser a soma do atrito na interface com o gás e da interface com o sólido, por isso:

unesp

$$F_{atrito} = F_{atrito_{liq/sol}} + F_{atrito_{liq/gas}} = Area\left(\tau_{liq}\Big|_{z=0} + \tau_{liq}\Big|_{z=\delta}\right) =$$

$$= Area\mu\left(\frac{\partial u(z)}{\partial z}\Big|_{z=0} + \frac{\partial u(z)}{\partial z}\Big|_{z=\delta}\right) = Area\mu\left[b + (2a\delta + b)\right] = 2Area\mu(b + a\delta) \tag{7.21}$$

Evidentemente, esta força total é paralela ao vetor velocidade e, por isto, nas equações da quantidade de movimento aparece a expressão anterior multiplicada pelo cosseno ou seno do ângulo correspondente.

Ao se calcular os casos limites, pode-se comprovar a grande contribuição da expressão anterior no modelo.

Se a razão for coef=0 na equação 7.20, então:

$$2a\delta + b = 0 \tag{7.22}$$

e, portanto:

$$b = -2a\delta \tag{7.23}$$

que substituído na equação 7.21, fornece:

$$F_{atrito} = Area\mu b = F_{atrito_{liq/gas}} \tag{7.24}$$

Este caso fonece uma parábola com máximo na superficie livre. Em outro caso extremo, se razão for coef=1:

$$2a\delta + b = b \tag{7.25}$$

a qual corresponde a constante a=0, assim:

$$F_{atrito} = Area\mu 2b = F_{atrito_{liq/gas}} + F_{atrito_{liq/sol}} \tag{7.26}$$

unesp

Esta é a situação onde a força de atrito nas interfaces líquido-sólido e líquido-gás são iguais e, portanto, o perfil pode tornar-se linear, de maneira semelhante ao mostrado na figura 7.4.

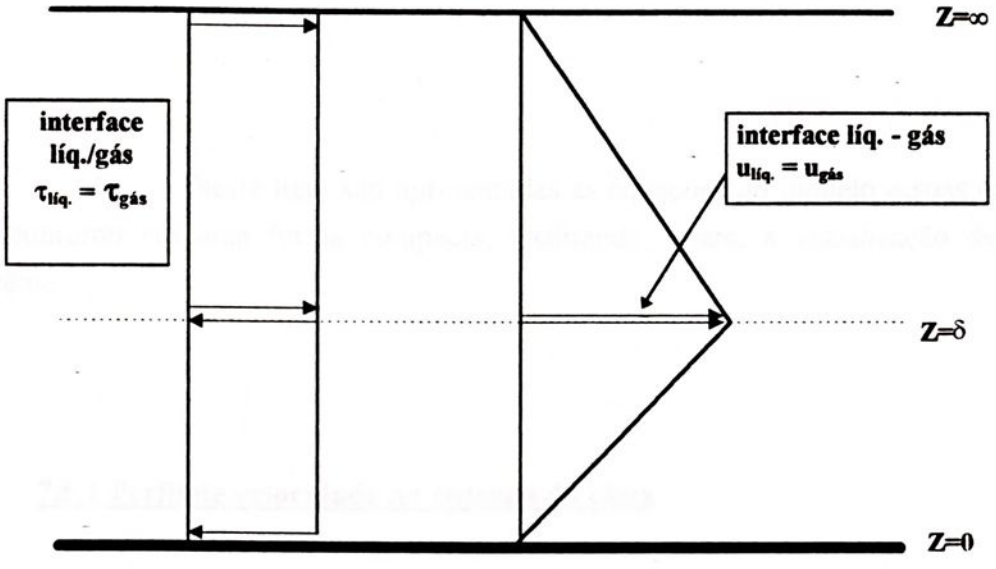


Fig. 7.4: Continuidade de tensões e velocidade na interface líquido-gás com um perfil linear.

7.5 RESUMO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DO MODELO MATEMÁTICO

Neste ítem são apresentadas as equações do modelo e suas condições de contorno em uma forma compacta, facilitando, assim, a visualização de todo o sistema.

7.5.1 Perfil de velocidade na entrada da aleta

O perfil de velocidade inicial, ou seja, o perfil de velocidade na entrada da superficie superior da aleta, na primeira volta, é dado pela solução da equação do balanço de forças, entre atrito e peso na parede vertical, segundo Fulford [4], como:

$$u(z) = \frac{\rho g \delta^2}{\mu}\left[\frac{z}{\delta}\left(\frac{z}{\delta}\right)^2\right] \tag{7.27}$$

e a espessura da película de líquido como :

$$\delta = 1{,}44\left(\frac{\nu^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \mathrm{Re}^{\frac{1}{3}} \qquad \text{onde} \qquad \mathrm{Re} = \frac{\dot{m}}{\pi D \mu} \tag{7.28}$$

7.5.2 Equações Integradas

Considerando a equação 7.27, como o perfil de velocidade na alimentação e os perfis de velocidades parabólicos em todos os volumes de controle, tem-se :

* Os parâmetros conhecidos **as**, **bs**, **δs** e **βs**, da malha superior.
* Os parâmetros conhecidos **ae**, **be**, **δe**. e **βe**, da malha esquerda.
* Os parâmetros desconhecidos **a, b, δ** e **β** da malha incógnita.

Assim, o sistema de equações não lineares, resultante da integração das equações de balanços em um volume de controle, resulta em :

Equação da continuidade:

$$F1\left(\frac{ae^3}{3}\delta e^3+\frac{be^2}{2}\delta e^2\right)+F2\left(\frac{as^3}{3}\delta s^3+\frac{bs^2}{2}\delta s^2\right)+F3\left(\frac{a^3}{3}\delta^3+\frac{b^2}{2}\delta^2\right)$$
$$+F4\left(\frac{a^3}{3}\delta^3+\frac{b^2}{2}\delta^2\right)=0 \qquad (7.29)$$

Equação da quantidade de movimento na direção tangencial :

$$F1\left(\frac{ae^2}{5}\delta e^5+\frac{be^2}{3}\delta e^3+\frac{2aebe}{4}\delta e^4\right)\operatorname{sen}\beta_e+F2\left(\frac{as^2}{5}\delta s^5+\frac{bs^2}{3}\delta s^3+\frac{2asbs}{4}\delta s^4\right)$$
$$\operatorname{sen}\beta_s+F3\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\operatorname{sen}\beta+F4\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right) \qquad (7.30)$$
$$\operatorname{sen}\beta=F5-\mu Area\operatorname{sen}\beta(2b+2a\delta)+\rho g\operatorname{sen}\varphi Area\delta$$

unesp

Equação da quantidade de movimento na direção radial :

$$F1\left(\frac{ae^2}{5}\delta e^5+\frac{be^2}{3}\delta e^3+\frac{2aebe}{4}\delta e^4\right)\cos\beta_e+F2\left(\frac{as^2}{5}\delta s^5+\frac{bs^2}{3}\delta s^3+\frac{2asbs}{4}\delta s^4\right)_s\cos\beta_S$$

$$+F3\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\cos\beta+F4\left(\frac{a^2}{5}\delta^5+\frac{b^2}{3}\delta^3+\frac{2ab}{4}\delta^4\right)\cos\beta=F6+$$

$$\rho g\,\mathrm{sen}\varphi\, Area\,\delta-\mu\, Area\cos\beta\,(2b+2a\delta) \qquad (7.31)$$

As relações dos coeficientes F1, F2, F3, F4, F5 e F6 são obtidas da tabela 7.1. Evidentemente, como o sistema é composto por quatro incógnitas, a quarta equação é obtida pela aplicação do perfil parabólico, nas interfaces do volume de controle, ou seja:

1ª. A velocidade na superfície sólida é nula :

$$\text{Para } Z = 0 \quad , \quad u_X(z) = 0 \quad \text{e} \quad u_Y(z) \qquad (7.32)$$

2ª. O atrito na interface líquido-gás é considerado nulo :

$$\frac{\partial u_k(z)}{\partial Z} = 0 \quad , \quad k = x \text{ ou } y \qquad (7.33)$$

unesp

Tabela .7.1 : Coeficientes do sistema de equações do modelo.

	Superfície superior	Superfície inferior	Parede vertical
F1	$\rho\,\Delta R\,\cos(\alpha+\beta_e)$	$\rho\,\Delta R\,\cos(\alpha+\beta_e)$	$\rho\dfrac{2\pi R1\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\cos\varphi}\cos(\dfrac{\pi}{2}+\beta_e)$
F2	$\rho\,R_C\,\Delta\theta\,\cos(\pi-\beta_s)$	$\rho\,R_D\,\Delta\theta\,\cos(\beta_s)$	$\rho\dfrac{R1\Delta\theta}{COS\varphi}\cos(\pi-\beta_s)$
F3	$\rho\,\Delta R\,\cos(\alpha-\beta)$	$\rho\,\Delta R\,\cos(\alpha-\beta)$	$\rho\dfrac{R1\Delta\theta}{COS\varphi}\cos(\beta)$
F4	$\rho\,R_D\,\Delta\theta\,\cos(\beta)$	$\rho\,R_C\,\Delta\theta\,\cos(\pi-\beta)$	$\rho\dfrac{2\pi R1\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\cos\varphi}\cos(\dfrac{\pi}{2}-\beta)$
F5	$\frac{1}{2}\rho g\,\Delta R\cos\varphi\left(\delta i^2-\delta^2\right)$	$\frac{1}{2}\rho g\,\Delta R\cos\varphi\left(\delta i^2-\delta^2\right)$	0
F6	$\frac{1}{2}\rho g\,\Delta\theta\left(R_C\,\delta i^2-R_D\,\delta^2\right)$	$\frac{1}{2}\rho g\,\Delta\theta\left(R_D\,\delta i^2-R_C\,\delta^2\right)$	0

Assim, as equações 7.29 a 7.33 constituem o sistema de equações algébricas não-lineares do modelo matemático proposto, cuja solução é obtida pelo método iterativo de Newton-Raphson, Carnahan [3].

8. DESCRIÇÃO GERAL DO PROGRAMA IMPLEMENTADO

Uma vez aplicada a cada malha, as equações que regem o problema apresentado, descreve-se neste capítulo, de forma esquemática, a sequência de cálculo do programa implementado. É necessário acrescentar que neste capítulo não se entrará em detalhes algorítmicos da programação, mas será descrito de forma modular (mediante uma divisão em *partes* e *blocos*) a maneira como se resolveu o modelo proposto.

Como em toda aplicação de computação, no primeiro ítem é definido os parâmetros utilizados na implementação, ou seja, quais as variáveis de entrada, os principais parâmetros internos ao programa e que resultados serão obtidos. No segundo, é explicado o diagrama de blocos geral que seguirá o programa para a resolução do modelo. Na sequência apresentar-se-á cada um dos principais blocos, nem sempre associados diretamente às subrotinas, nas quais se divide a implementação. Por último, explicar-se-á quais foram os principais problemas apresentados na execução do programa, assim como as necessidades de velocidade de processamento dos cálculos e de memória requerida.

8.1 PARÂMETROS PRINCIPAIS DA IMPLEMENTAÇÃO

Entende-se por parâmetros, todas aquelas variáveis do programa que se relacionam com os conceitos físicos de forma direta, ou definem a malha a realizar, mas cujo valor influi de uma forma ou outra diretamente nos resultados.

Na implementação realizada, a grande maioria dos parâmetros são variáveis de entrada, ou seja, parâmetros externos, que podem ser modificados desde a

entrada do programa. Existe, ainda, um pequeno grupo de parâmetros que influe nos resultados e sua modificação só é possível acessando a estrutura interna do programa.

8.1.1 Parâmetros externos

Dentro deste grande grupo é necessário distinguir aqueles parâmetros que definem as propriedades do líquido, os parâmetros geométricos, outros que fornecem as condições de funcionamento e, por último, aqueles que definem a malha em todas as superfícies. Passa-se a seguir a descrever cada um destes grupos de parâmetros.

Parâmetros que definem propriedades do líquido

As únicas propriedades necessárias para se resolver o modelo hidrodinâmico são:

μ: Viscosidade do líquido (Pa s) : **MU**[1].

ρ: Densidade do líquido (kg/ m^3) : **RO**[1]

σ_{ls}: Tensão superficial líquido-gás (N/m) : **TSLG**[1]

σ_{ls}: Tensão superficial líquido-sólido (N/m) : **TSLS**[1]

Parâmetros dados pelas condições de operação do trocador.

Os parâmetros que são descritos, a seguir, vem a ser as condições de operação do trocador, ou seja, são parâmetros fixados pelas condições de projeto. Portanto, esses parâmetros serão fixados a fim de se conseguir as condições de máxima superficie molhada.

---

[1] Nome da variável utilizada no programa.

unesp

Desses parâmetros, dois são geométricos, ou seja:

R1: Raio interno da aleta (m) : **R1**

H: Altura máxima do tubo do trocador (m) : **H**

Os outros parâmetros de entrada de operação são:

$\dot{m}$: fluxo (kg/s) : **FLUXO**

coef: Relação entre o valor do atrito na interface gás-líquido e sólido-líquido : **coef**

Parâmetros geométricos internos

Estes parâmetros são modificáveis para se obter, se isto for possível, para determinadas características externas dadas, um trocador com uma superfície molhada máxima. São parâmetros que não interessam àqueles que utilizam o trocador já otimizado, mas para quem busca, mediante a simulação, as condições ótimas de funcionamento, são os principais graus de liberdade de que se dispõe na análise.

R1-R2: Largura da aleta espiral (m) : **ALETA**.

φ : Ângulo de hélice da aleta : FI

Parâmetros que constituem a rede.

A rede sobre a qual será discretizado o modelo é construída a partir de uma única variável exterior, ou seja:

NR: Número de pontos e (NR-1) o número de malhas que será dividida a aleta na direção radial. A partir daqui se calculará todas as demais variáveis que serão utilizadas para formar as malhas.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

8.1.2 Parâmetros internos

São os parâmetros que, em princípio, não são accessíveis diretamente, mas podem ser trocados no interior da rotina onde estão situados. São dois grupos de parâmetros:

Parâmetros que afetam a forma da malha (coeficientes de forma), basicamente dois:

NW: A forma das malhas da superficie da aleta, dependerão do seu valor : **NW.**

NW2: Terá a mesma função da variável interna anterior, mas para as malhas da parede vertical : **NW2**.

Parâmetros que afetam a precisão dos resultados.

São aqueles parâmetros que constituem a tolerância de saída (parada) utilizados nos métodos numéricos empregados e são basicamente dois:

TOL: Tolerância de saída para os incrementos da variável independente (incógnitas) do sistema não linear a resolver : **TOL.**

TOL2: Tolerância de saída das funções (equações do sistema) : **TOL2.**

TOLMAX: Tolerância de saída no cálculo do sistema por "overflow". Suporá a aparição de um ponto seco e portanto o final da simulação : **TOLMAX.**



A razão de não deixar esses parâmetros modificáveis externamente deve-se basicamente a duas razões:

- Desconhecimento da ordem de grandeza necessário destas variáveis, para o correto funcionamento do programa.
- Possibilidade de erros quanto as funções que realizam cada uma delas.

8.2 PARTES PRINCIPAIS DO PROGRAMA

Neste ítem é mostrado o diagrama de blocos que pretende resumir o funcionamento do programa. Para sua melhor compreensão dividiu-se o diagrama em três partes claramente diferenciadas, como é mostrado na figura 8.1.

Na primeira parte está o que é relativo a entrada de dados, comprovação de hipóteses de trabalho e cálculo das condições de entrada. Na parte posterior se resolve o núcleo do programa de uma forma sequencial, levando em conta a parte iterativa que se supõe na resolução de cada uma das malhas. Nesta mesma parte se analisam em cada malha as razões pela qual o programa pode finalizar os cálculos; a partir daí começa a terceira e última parte, na qual se calculam os resultados de saída.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

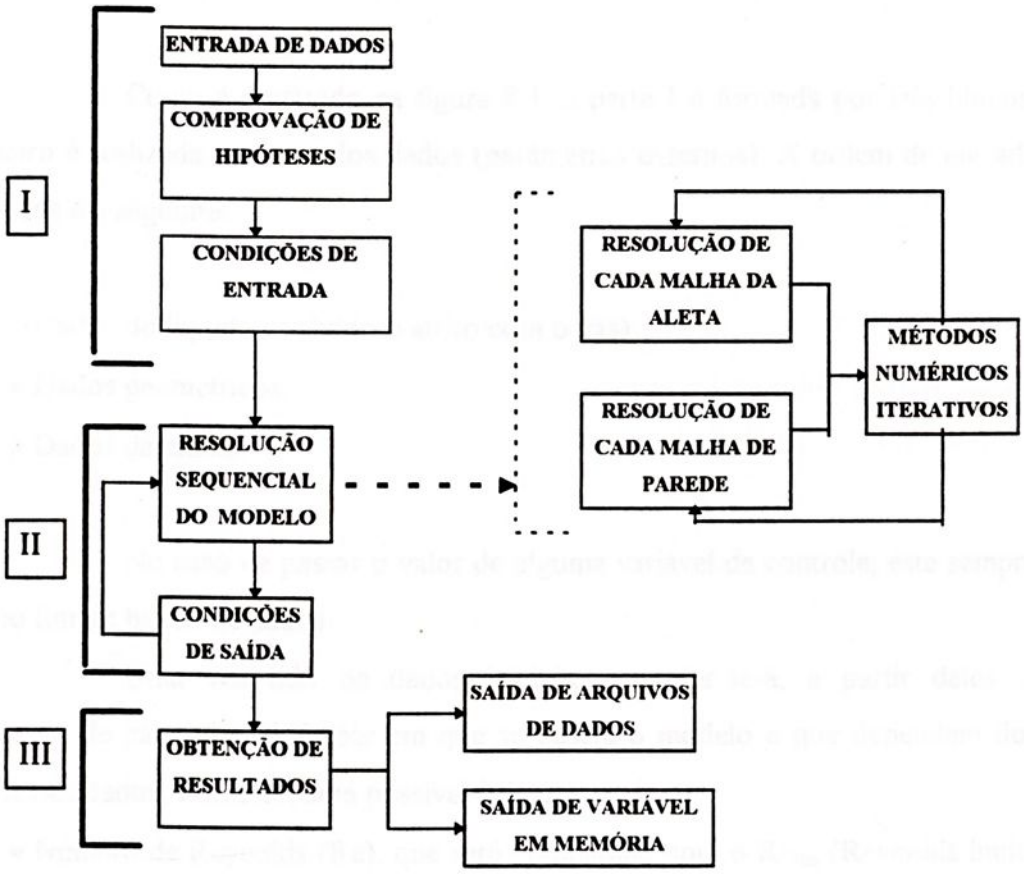


Fig. 8.1: Diagrama de blocos geral com a divisão em três grandes partes.

A seguir é explicada a função de cada uma das partes referenciadas por I, II e III.

8.3 PARTE I. CONDIÇÕES DE ENTRADA E CÁLCULOS PRELIMINARES

Como é mostrado na figura 8.1, a parte I é formada por três blocos. No primeiro é realizada a leitura dos dados (parâmetros externos). A ordem de entrada desses dados é a seguinte:

- Dados do líquido (incluído o atrito com o gás).
- Dados geométricos.
- Dados da malha.

No caso de passar o valor de alguma variável de controle, este sempre entrará no fim do banco de dados.

Uma vez lido os dados iniciais, proceder-se-á, a partir deles, a comprovação de parte das hipóteses em que se baseia o modelo e que dependem dos valores desses dados. Portanto, será possível calcular:

- Número de Reynolds (Re), que será comparado com o $Re_{lím}$ (Reynolds limite da faixa do escoamento laminar), a partir da equação correspondente. Isto determinará o tipo de regime de trabalho laminar ou laminar ondulado. Tal como é explicado nos Apêndices D e G, esta comprovação pode também ser feita mediante o número de Weber (We), ainda que isto seja menos intuitivo.
- O Número de Froude (Fr), indica a situação acima ou abaixo do ponto crítico (falta ou excesso) de líquido.
- O Xe é o comprimento de entrada necessário para supor a película líquida perfeitamente desenvolvida (Apêndice D).

Uma vez comprovadas as hipóteses será construída a rede de cálculo, distribuindo-se as malhas ao longo da largura e do comprimento da aleta.

O último bloco desta primeira parte calcula o perfil parabólico de velocidades em cada uma das primeiras malhas do contorno externo da aleta, situadas na superfície superior da mesma, ao longo da primeira volta.

8.4 PARTE II. RESOLUÇÃO SEQUENCIAL DO MODELO

Esta sub-seção descreve o bloco mais importante desta parte e, talvez, também do programa, já que nele serão resolvidos, de modo sequencial, cada uma das voltas da espiral.

Na figura 8.2 é mostrado qual o processo seguido pelo programa para resolver cada uma das superfícies pelas quais circula o líquido. Em primeiro lugar é resolvido a superfície superior da aleta, posteriormente, mediante algumas condições de iteração que será comentado no ítem a seguir, resolve-se a superfície inferior (sempre dentro da mesma volta). Uma vez resolvida toda a volta da aleta, passa-se a calcular a parede vertical para então reiniciar uma nova volta da aleta e, assim, sucessivamente.

A seguir, será descrito de forma mais detalhada, como é obtida a solução de uma superfície (superfície superior, inferior, ou parede) e, também, um bloco de condição de iteração.

8.4.1 Descrição do bloco que resolve uma superfície geral do trocador

Evidentemente as expressões de solução do modelo serão diferentes em função do tipo de superfície que se está resolvendo, porém, o aspecto funcional do algorítmo de resolução será praticamente similar.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Para entender de forma mais clara o processo de solução é necessário voltar a figura 4.2, que agora se reproduz aqui como figura 8.3, onde se mostra que cada setor é constituido pelas malhas como mesmo índice *j* e variação do índice *i* ao longo do raio.

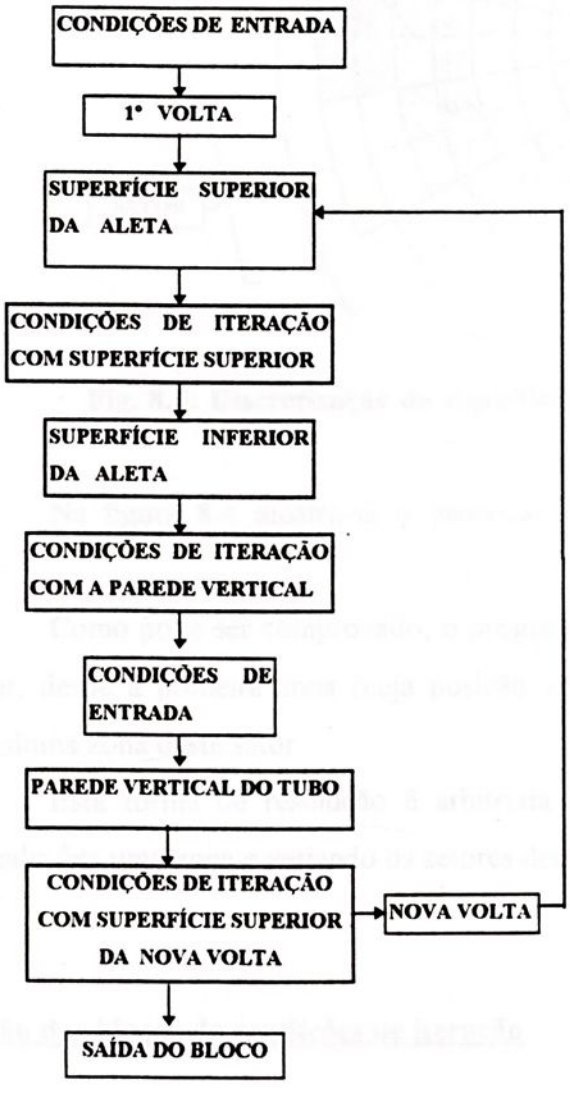


Fig. 8.2: Diagrama de bloco que resolve sequencialmente cada uma das superfícies.

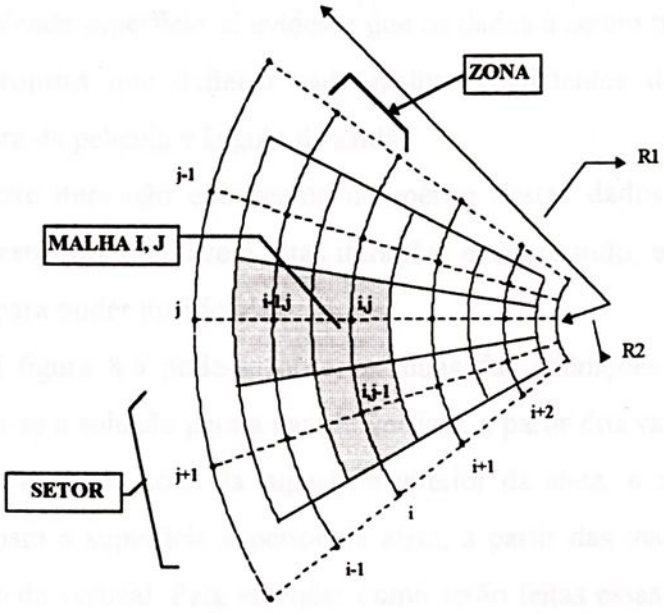


Fig. 8.3: Discretização da superfície da aleta.

Na figura 8.4 mostra-se o processo de solução de uma superfície qualquer.

Como pode ser comprovado, o programa resolve as malhas dentro de um dado setor, desde a primeira zona (cuja posição variará em função da superfície tratada) até a última zona deste setor.

Esta forma de resolução é arbitrária e que, em princípio, pode-se resolver tomando fixa uma zona e variando os setores dentro desta.

8.4.2 Descrição dos blocos de condições de iteração

como se observa na figura 8.2, existem três importantes blocos funcionais (chamados condições de iteração) nesta segunda parte, cuja missão é a de transferir dados da parte final de uma superfície para a parte inicial da superfície seguinte

a ser resolvida. Cada um destes três blocos serve como uma condição de partida para começar uma determinada superfície. É evidente que os dados a serem transferidos serão as características próprias que definem cada malha (coeficientes do polinômio de velocidades, espessura da película e ângulo de saída).

Neste ítem não entraremos no mérito destes dados (serão vistos a seguir), mas sim na estrutura que fazem estas iterações e, sobre tudo, em saber quais as hipóteses utilizadas para poder justificá-las.

Na figura 8.5 pode-se observar duas das condições de iterações. A primeira, como inicia-se a solução para a parede vertical, a partir dos valores obtidos nas malhas, pertencentes a última zona da superfície inferior da aleta, e a segunda, como inicia-se a solução para a superfície superior da aleta, a partir das malhas situadas nas últimas zonas da parede vertical. Para entender como serão feitas essas iterações tem-se que observar que ao iteragir as condições finais da superfície anterior com as iniciais da seguinte, *não se resolve nenhuma malha da nova superfície*, mas só serão dados os valores de entrada (i = 1, j =1), para poder começar a resolver esta. Por esta razão, tanto o primeiro setor como a primeira zona de qualquer dos três tipos de superfície, começarão a numerar-se por 2, reservando-se o código 1 para receber os dados conhecidos da condição de iteração.

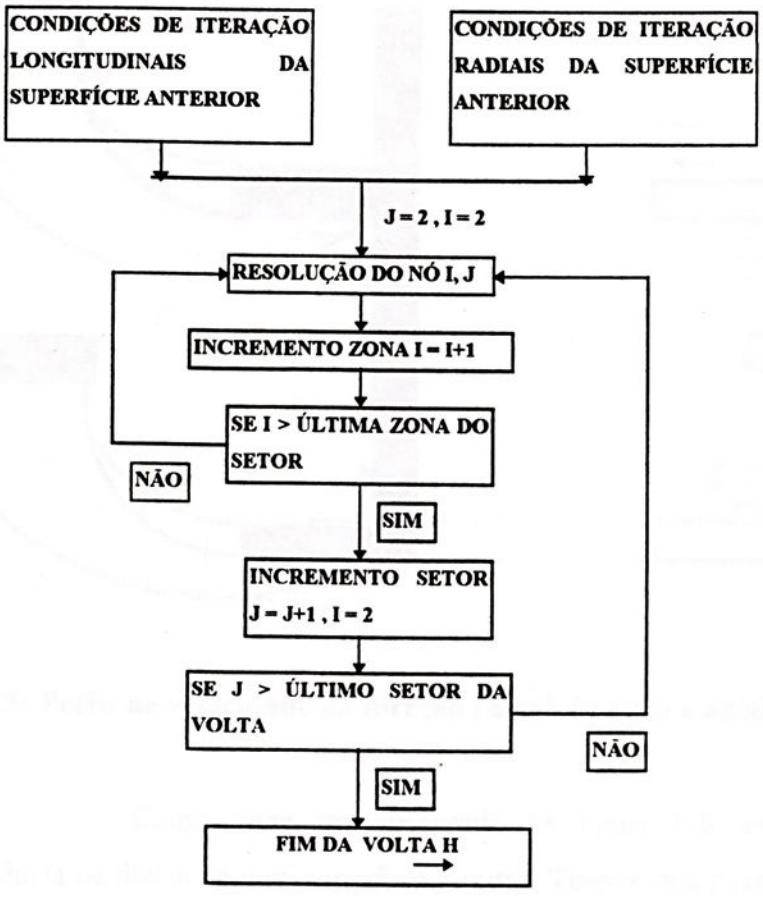


Fig. 8.4: Método sequencial de resolução de uma superfície qualquer.

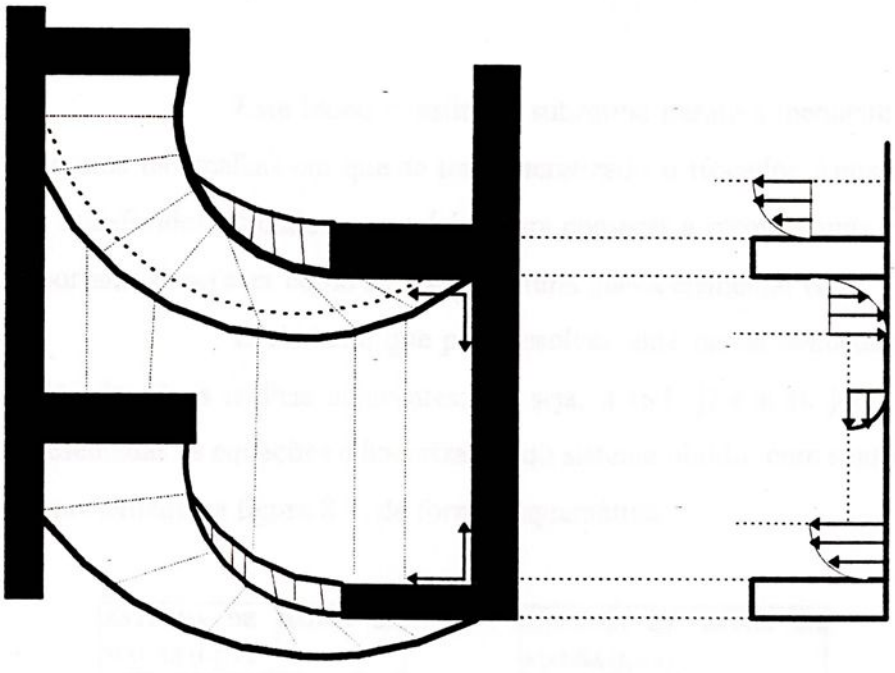


Fig. 8.5: Perfis de velocidade na direção radial da aleta e axial da parede vertical.

Como pode ser observado na figura 8.6, existem dois tipos de transferência de dados de uma superfície a outra. Tem-se que passar os dados radiais da superfície anterior e os dados longitudinais da mesma superfície mas da volta anterior.

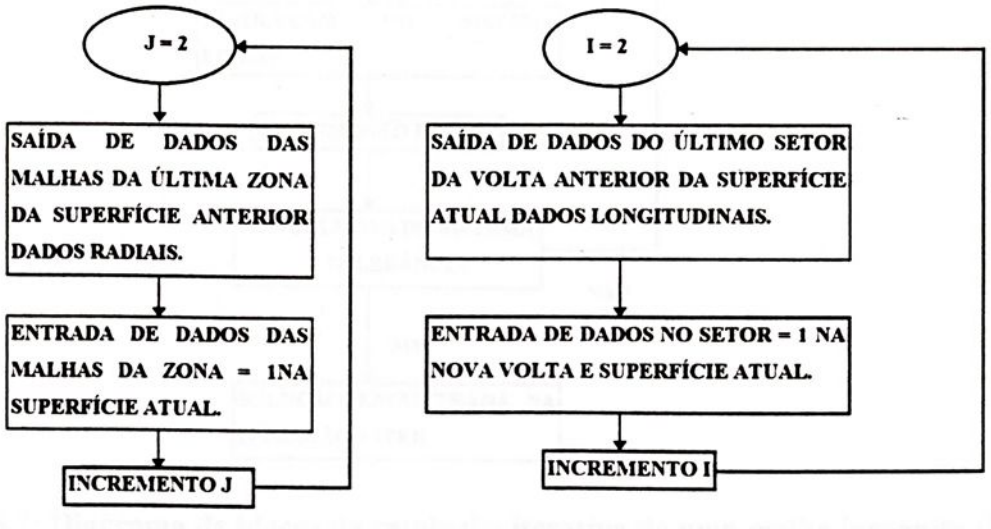


Fig. 8.6: Transferência de dados radiais e tangenciais de uma superfície a outra.

8.4.3 Descrição do bloco que resolve uma malha (i, j)

Este bloco constitui a subrotina iterativa mediante a qual se resolverá cada uma das malhas em que se tem discretizado o trocador. Uma vez explicado como são transferidos os dados necessários para começar a resolver uma superfície, ou seja, é importante descrever como se resolverá uma malha elementar (i, j).

É evidente que para resolver uma malha elementar, falta conhecer os dados das duas malhas adjacentes; ou seja, a (i-1, j) e a (i, j-1). A partir daqui são apresentadas as equações e linearização do sistema obtido, com suas iterações. Esta idéia é representada na figura 8.7, de forma esquemática:

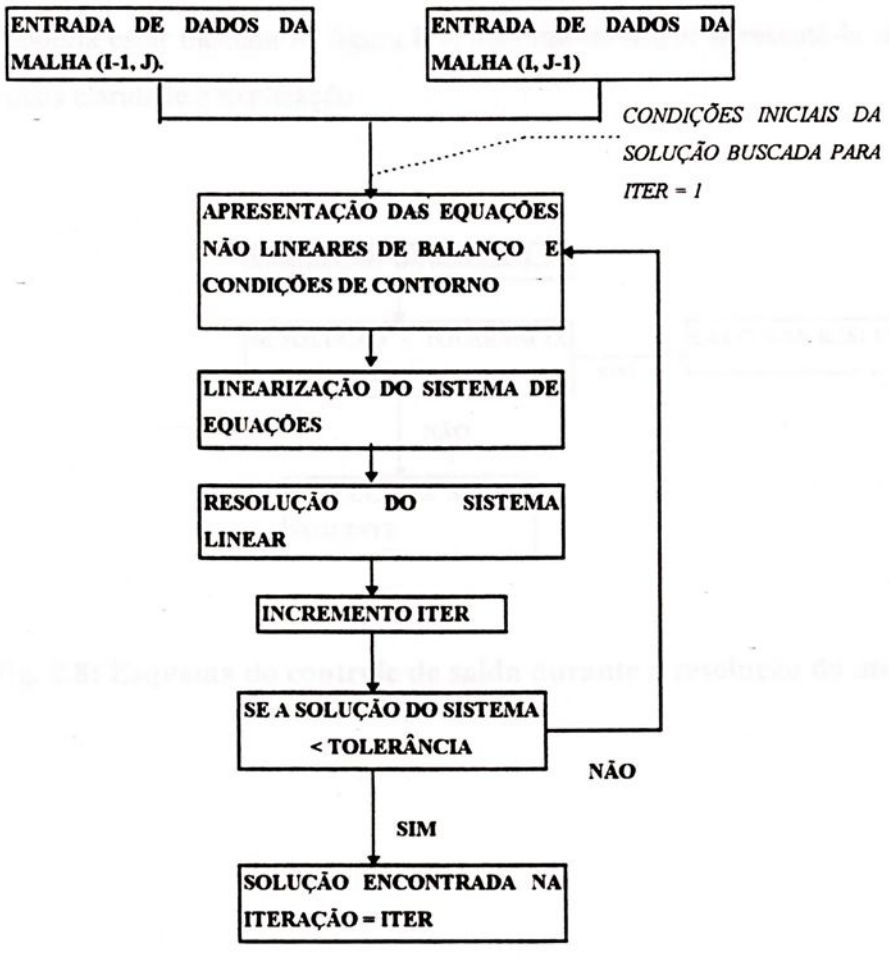


Fig. 8.7: Diagrama de blocos da resolução iterativa de uma malha incognita (i,j).

8.4.4 Descrição das condições de saída

Constitui o último grande bloco dentro desta 2ª parte do diagrama funcional da figura 8.1. Estas condições serão comprovadas em cada uma das malhas resolvidas, de forma que, em qualquer momento, pode-se produzir uma finalização da simulação. Essa comprovação das condições de saída verifica a divergência da solução do sistema de equações não-lineares para definir a finalização da simulação. No capítulo 9 será feita a apresentação dos resultados obtidos e, também, a exemplificação das condições de finalização da simulação através dos resultados numéricos.

A figura 8.8 mostra onde se controla esta condição de saída. Esta figura poderia estar incluída na figura.8.7, mas optou-se por apresentá-la separadamente dando mais claridade a explicação.

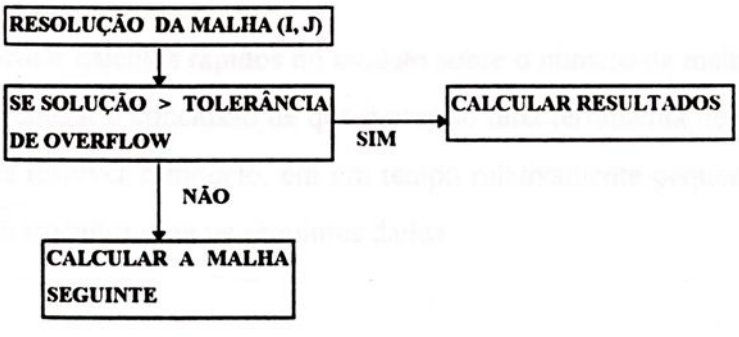


Fig. 8.8: Esquema do controle de saída durante a resolução da malha (i,j).

8.5 PARTE III. CÁLCULO DE RESULTADOS

Ao contrário da anterior, esta Parte III é muito simples de entender e de resolver, já que a única coisa que ela faz é calcular desde a primeira malha, na primeira volta, até o ponto de parada, se é que existe, o valor do fluxo que circula.

É interessante adiantar que, em determinadas circunstâncias, é possível que não apareça um ponto de parada da simulação, o que ocorre quando o escoamento se estabiliza, e a simulação é finalizada quando a solução para um determinado número de voltas especificado é calculada, indicando no final o valor das variáveis estabilizadas.

8.6 COMENTÁRIOS SOBRE OS PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO

Ao executar cálculos rápidos no modelo sobre o número de malhas que se deve resolver, pode-se chegar a conclusão de que é preciso uma ferramenta de cálculo potente que seja capaz de resolver o modelo, em um tempo relativamente pequeno. Por exemplo, suponhamos um trocador com os seguintes dados:

H= 0,5 m

φ= 5°

R1= 0,03 m

L (largura da aleta)= 0,015m

Tomando um valor do parâmetro NR= 7 obtém-se uma longitude das zonas, segundo a equação 4.1:



$$\Delta R = \frac{L}{(NR-1)} = \frac{0{,}015}{(7-1)} = 0{,}0025 = 2{,}5mm$$

Por outro lado, fazendo o coeficiente de forma NW = 2, o número de setores por volta obtido, segundo a equação 4.1, é de:

$$P = (NR - NW)\left|\frac{2\pi R1}{\cos(\varphi)L}\right| = 70 \text{ setores/volta.}$$

e a dimensão tangencial da malha mais exterior (equação 4.5) torna-se:

$$L3 = \frac{\Delta\theta\, R1}{\cos(\varphi)} = \frac{2\pi\, R1}{(P-1)\cos(\varphi)} = 2{,}74 \text{ mm}$$

Por último, fazendo o coeficiente de forma NW2 =1 obtém-se para a parede vertical, segundo a equação 4.9:

$$NP = \left| NW2 \frac{(P-1)2\pi R1 \dfrac{tan\varphi}{\cos\varphi}}{\dfrac{2\pi R1}{\cos\varphi}} \right| = \left| NW2(P-1)tan\varphi \right| = 6 \text{ zonas verticais}$$

Para concluir apresenta-se na tabela 8.1, o número de malhas por volta :

Tabela 8.1: Distribuição do número de malhas em cada superfície

	Setores por volta	Zonas por volta	Zonas verticais por volta	Total malhas por volta
SUPERFÍCIE SUPERIOR DA ALETA	70	6	____	420
SUPERFÍCIE INFERIOR DA ALETA	70	6	____	420
PAREDE VERTICAL	70	____	6	420
			Total	1260

A partir dos dados do trocador pode-se calcular o número de voltas da hélice como:

$$NV = \left| \frac{0,5}{2\pi R1 tan\varphi} \right| = 30 \text{ voltas}$$

Portanto, o número total de malhas, supondo que a simulação se complete ao longo de todo trocador, será de:

$$N° \ \ total \ \ de \ \ malhas = 30x1260 = 37800$$

Se por outro lado, supõe-se 6 o número médio de iterações necessárias para resolver cada malha, calcula-se rapidamente o número total de sistemas lineares 4x4 a serem resolvidos:

$$N^o \ total \ de \ sistemas \ lineares = 6 \ x \ 37800 = 226800$$

Por exemplo, para resolver um sistema linear utilizando-se a forma iterativa de Gauss-Seidel, cuja convergência é mais lenta que a de Newton-Raphson, e supondo um valor médio de 15 iterações, tem-se:

$$n^o\ total\ de\ iterações\ =\ 15\ x\ 226800 = 3.024.000$$

. Observou-se que o tempo de execução seria muito grande em um micro-computador convencional (PC-486, 66 Mhz, 4 Mb RAM), assim a simulação foi desenvolvida em um VAX 7000.

Além do problema da velocidade (tempo de processamento) existe outro problema muito mais evidente que é o da memória (aramzenamento de dados), devido ao tamanho das variáveis indexadas (vetores de três componentes), necessária para armazenar os resultados de cada uma das malhas. O programa final ocupa em memória RAM muito além dos 20 Mb de um micro-computador convencional.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

9. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS E CONCLUSÕES

Neste capítulo serão apresentadas as principais conclusões extraídas pela análise dos resultados fornecidos pela simulação do modelo. Devido à grande quantidade de resultados que o modelo fornece, é necessário selecionar cuidadosamente os resultados para conseguir uma exposição clara e eficaz. Este é um dos principais objetivos deste capítulo que, por meio de gráficos adequados, apresenta uma idéia clara dos fenômenos que aparecem na hidrodinâmica deste tipo de dispositivo. Lembrando sempre que a principal meta do trabalho é a obtenção de relações paramétricas, em função dos parâmetros geométricos e de funcionamento, para atingir o máximo de molhamento da superfície, ou seja, diminuir as zonas secas.

Uma alternativa para obter conclusões seria a geração de tabelas de resultados a partir dos parâmetros que caracterizam o escoamento e o dispositivo analisado (Número de Reynolds, largura da aleta, ângulo de hélice, etc.) e determinar graficamente onde ocorre um possível ponto seco. Esta opção seria pouco precisa, por não apresentar uma visão geral dos fenômenos físicos que ocorrem e também pouco eficiente, já que a quantidade de informações obtidas da resolução do modelo é muito grande. Desse ponto de vista, o último gráfico[1], onde são relacionados a largura da aleta, o ângulo de hélice e o número de Reynolds, correspondentes ao aparecimento de pontos de secagem, é o mais interessante do ponto de vista técnico. Nesse gráfico estão concentradas a maior parte das conclusões sobre os fenômenos que serão apresentados ao longo desse capítulo.

A seguir é apresentada uma descrição do comportamento dos perfis radiais dos vetores de velocidade, seus ângulos e espessura da película de líquido em cada malha, para a primeira volta. Posteriormente será comentado qual a influência do atrito na velocidade do líquido e como será atingido um estado

---

[1] Figura 9.25.

estabilizado ou independente da posição. O núcleo do capítulo apresenta as explicações referentes à formação de ressaltos estacionários de líquido ao longo das voltas da aleta e a influência da relação ângulo de hélice-largura da aleta na estabilidade do escoamento, a qual influe no aparecimento de pontos secos ou, pelo contrário, para que valores do módulo e direção do vetor velocidade e espessura da película ocorre a estabilização do escoamento.

Na série de gráficos apresentados nesse capítulo, os resultados numéricos obtidos da solução do modelo matemático são representados por diferentes pontos (símbolos), unidos por segmentos de retas, para identificar cada grupo de resultados, cujo significado concreto é explicado em cada caso.

9.1 ZONA NÃO ESTABILIZADA DEVIDO A ENTRADA PROGRESSIVA DE LÍQUIDO NA ALETA. INFLUÊNCIA DO ATRITO

Devido a forma de distribuição do líquido ao longo da aleta é evidente que se produzirá uma zona instável, ou transitório espacial, nos primeiros setores da superficie superior da primeira volta. Nesses primeiros setores, o termo acumulativo do fluxo, consequência do fluxo tangencial que vai sendo gerado, é praticamente nulo. Isto fica claro na figura 9.1 que apresenta a comparação entre a velocidade tangencial de escoamento da película líquida ao longo da aleta na primeira volta (curvas 2 e 4) e o módulo da velocidade vertical do líquido de alimentação (representado pelas curvas 1 e 3). As curvas 1 e 2 correspondem a viscosidade 2.10^{-4}Pa.s e as curvas 3 e 4 correspondem a viscosidade 8.10^{-4}Pa.s. Observa-se um pequeno aumento da velocidade tangencial no ínicio da primeira volta com rápida estabilização e em valores inferiores ao módulo da velocidade vertical de alimentação.

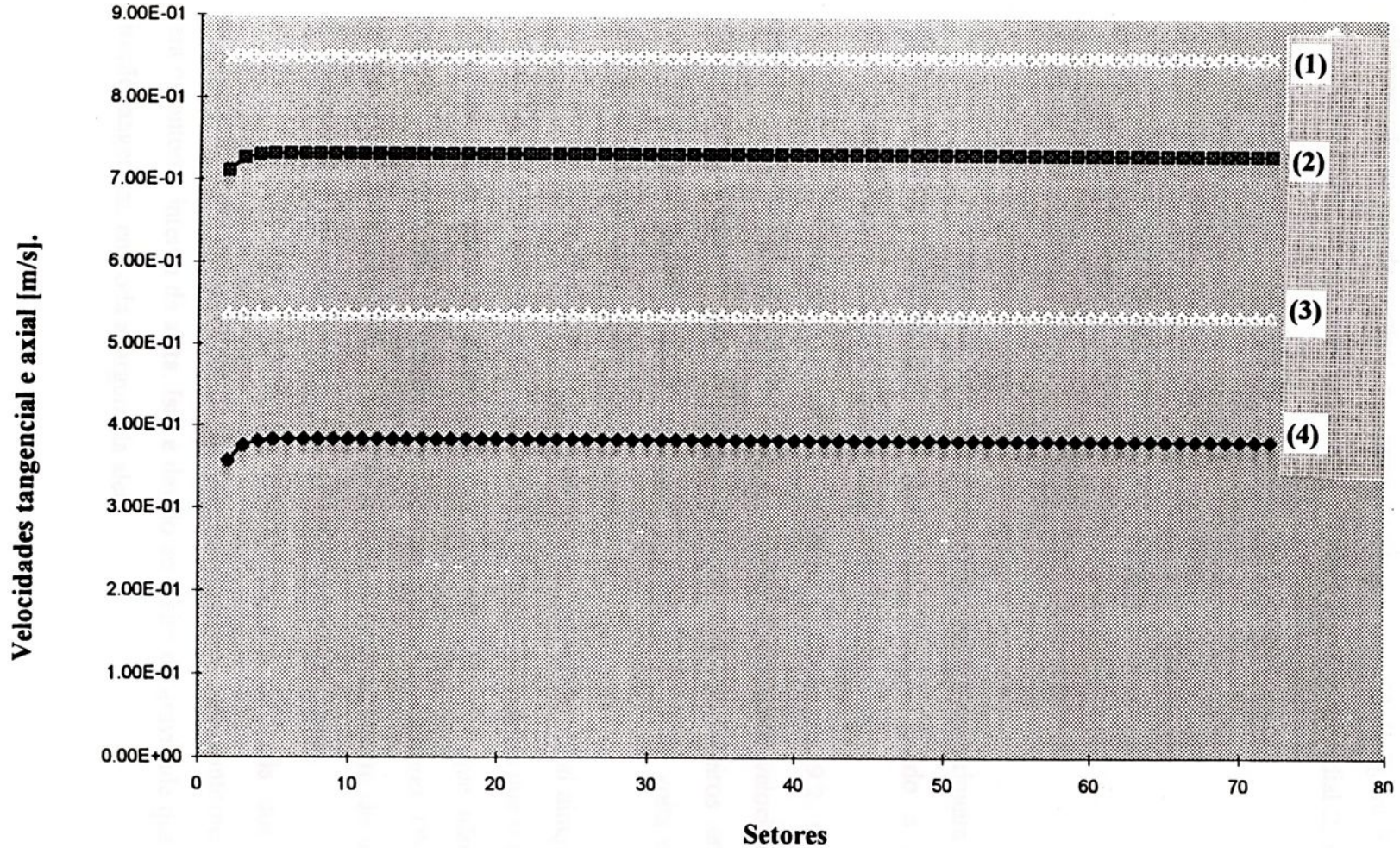


Fig. 9.1 : Comparação entre a velocidade tangencial, no início da aleta na primeira volta, e a velocidade axial, na parede do tubo vertical, do líquido de alimentação.

Pode também ser observado o efeito de frenagem devido ao giro do líquido sobre a aleta, comparando-se o módulo da velocidade do líquido de alimentação na parede vertical, que corresponde a curva (3) da figura 9.1, com a velocidade radial no contorno externo da primeira volta, zona radial 2, mostrado na figura 9.2.

9.2 PERFIS RADIAIS NA PRIMEIRA VOLTA

A razão de se calcular os perfis radiais, na primeira volta, é mostrar o comportamento das variáveis nesta direção, devido a falta de alimentação de líquido na direção tangencial no início desta volta.

Cada uma das curvas, mostradas nas figuras 9.2, 9.3 e 9.4, indicam os perfis de velocidades radiais, ângulos dos vetores velocidades e a espessura da película de líquido, respectivamente, nos 15 primeiros setores da primeira volta. A primeira curva representa o primeiro setor da volta e, assim, sucessivamente até o setor 15.

Na figura 9.2 observa-se como a velocidade radial diminui até o interior da aleta, ou seja, no sentido do interior do tubo. É evidente que o efeito da gravidade desvia parte do fluxo para a direção tangencial e que não ocorre variações nos perfis de velocidades, à medida que se muda de setores. Observa-se na figura 9.3 que a partir do 5° setor já se tem o estabelecimento de um valor constante do ângulo do vetor velocidade ao longo da direção radial.

A figura 9.3 mostra que os ângulos de saída dos vetores velocidades aumentam ao longo da direção radial, isto é , do contorno externo para o contorno interno da aleta. Isto é devido ao efeito da gravidade que atua na direção tangencial, em toda a largura da aleta.



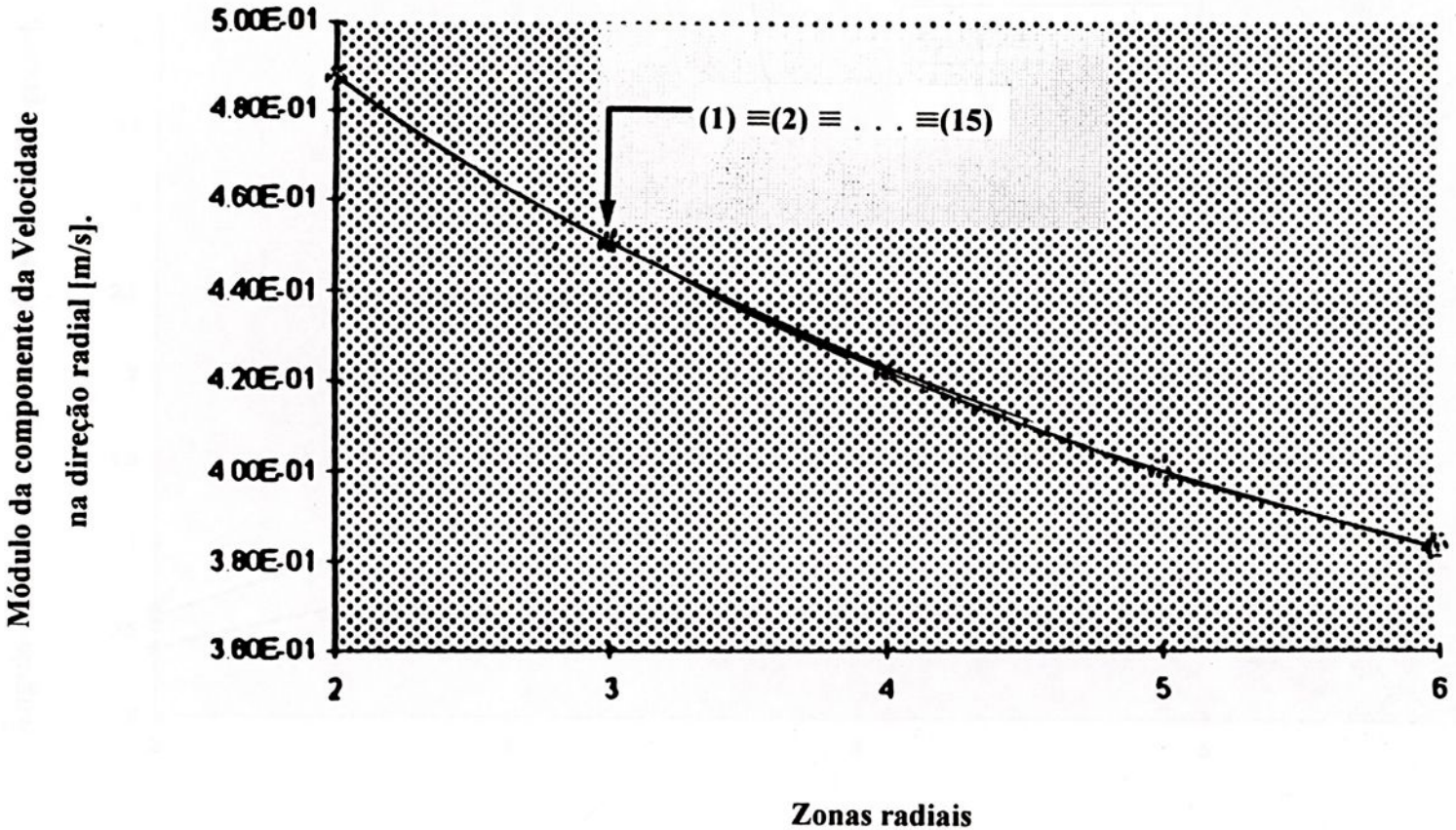


Fig. 9.2 : Evolução radial da velocidade na primeira volta.

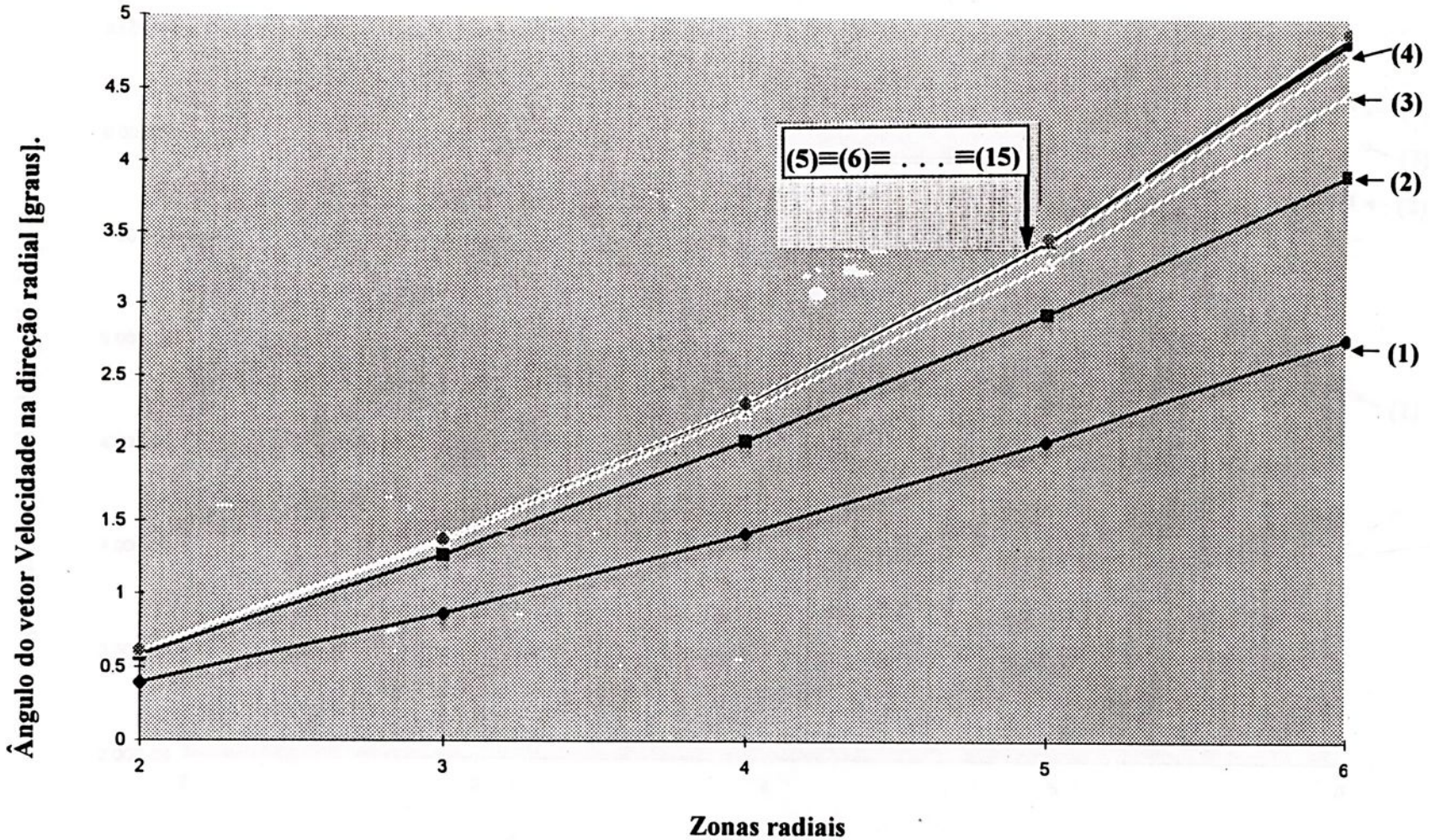


Fig. 9.3 : Evolução dos ângulos do vetor velocidade na direção radial da primeira volta.

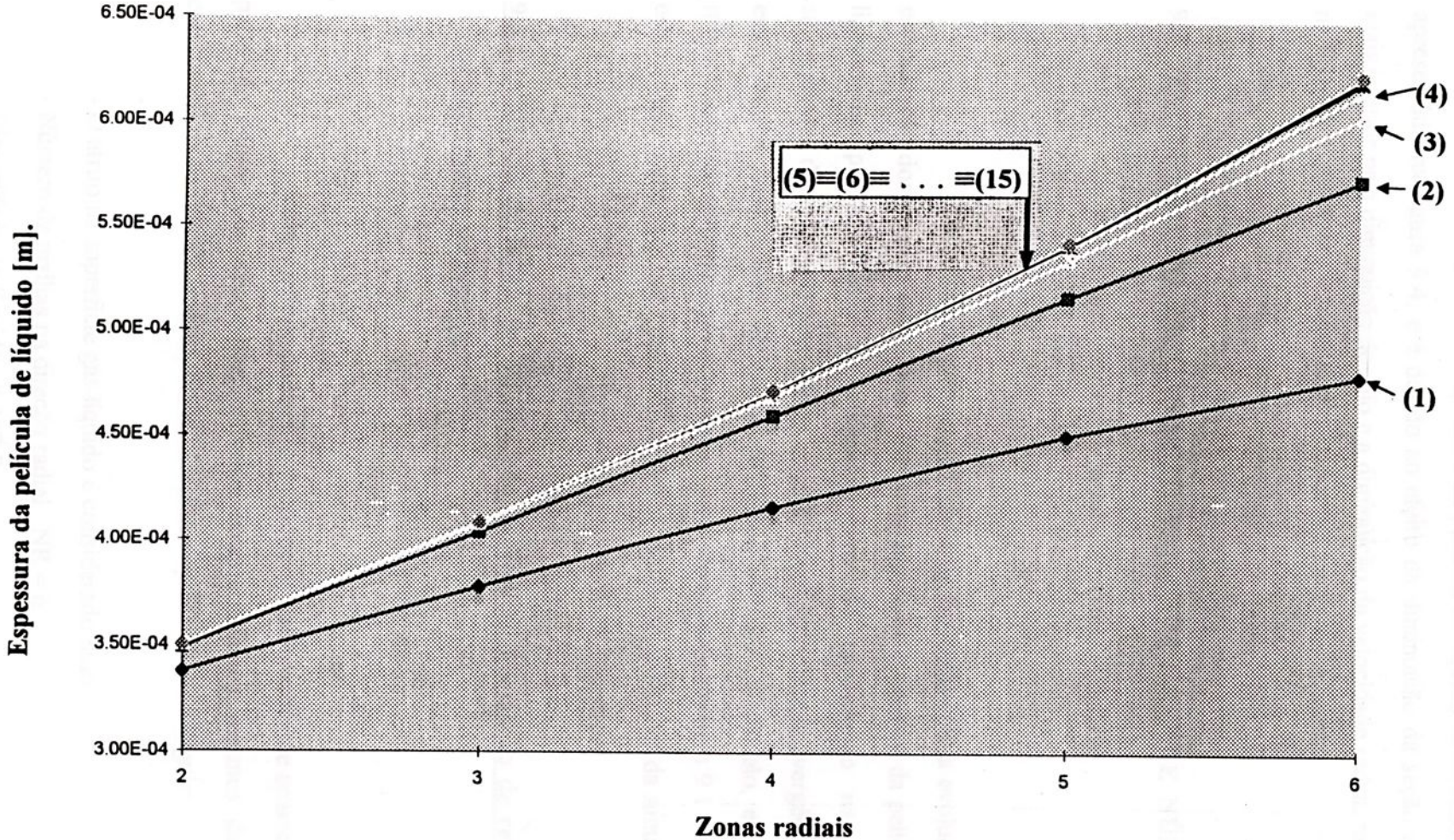


Fig. 9.4 : Evolução da espessura da película de líquido na primeira volta.

O aumento da espessura da película de líquido na direção radial é apresentado na figura 9.4, e é devido ao efeito da diminuição da seção na zona mais interior pela diminuição do raio e a diminuição da velocidade radial, mostrada na figura 9.2.

9.3 EVOLUÇÃO DO ESCOAMENTO PARA UM GRANDE NÚMERO DE VOLTAS

Em princípio, pensava-se que uma vez conhecida a evolução e a estabilização dos vetores velocidades, dos seus ângulos e espessura da película de líquido na primeira volta, o comportamento do escoamento nas voltas subsequentes dependeria pouco desses valores, ou ocorria uma convergência para esses valores. Sem dúvida, aproximadamente do previsto no modelo, existe um transitório espacial muito mais importante que o comentado no item 9.1 e de cuja estabilidade, como será visto mais adiante, dependerão os resultados da simulação.

9.3.1 Influência da forma de distribuição de líquido. Formação de ressaltos estacionários de líquido

Para o estudo adequado de todos os fenômenos que aparecerão a partir de agora é imprescindível trabalhar sempre com os mesmos dados e características de funcionamento, como os valores apresentados a seguir:

- O atrito na superficie gás-líquido é considerado nulo.
- Número de malhas na direção radial : NR = 6.
- Viscosidade do líquido : 8.10^{-4} Pa.s.

- Fluxo: 0,02 kg/s.
- Raio interior do tubo: R1 = 0,03 m.
- Largura da aleta: a = 0,007 m.
- Ângulo de hélice da aleta: $\varphi = 4°$.

Observa-se que o aparecimento de instabilidade espacial não é evidente, e em princípio não foi percebida até a representação das variáveis para um grande número de voltas, como é mostrado na figura 9.5.

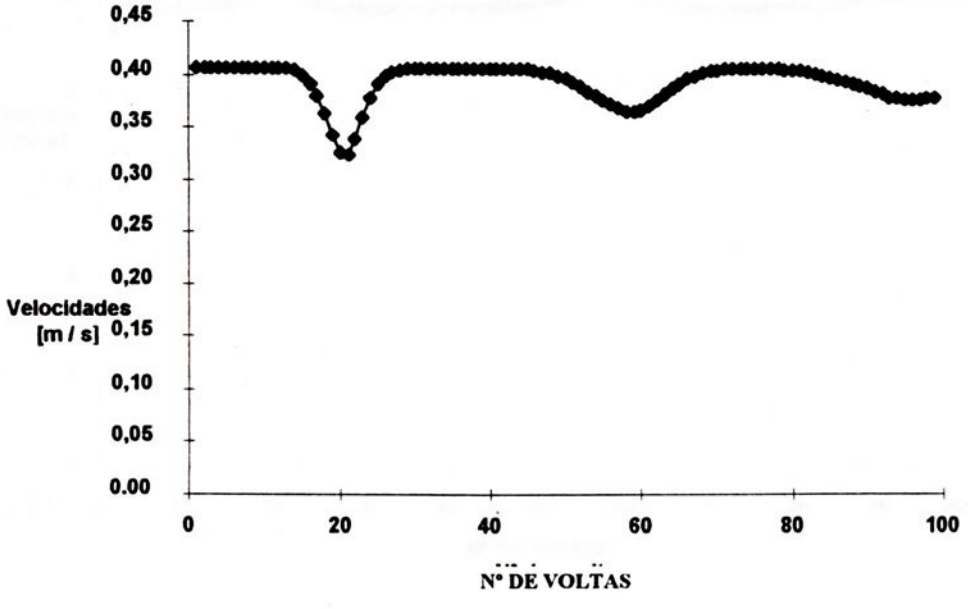


Fig. 9.5 : Módulo do vetor velocidade da película de líquido, na superfície superior, calculada na malha localizada em P/2 e NR, ao longo das 100 primeiras voltas.

Nesta figura é apresentado o módulo do vetor velocidade do líquido, na superfície superior da aleta, para o mesmo setor (ponto médio da volta em P/2) e no contorno interno da aleta (i = NR), para as 100 primeiras voltas.

Pode-se observar como o valor atingido na primeira volta mantém-se até aproximadamente a volta 15, a partir da qual a velocidade começa a diminuir de forma progressiva até um mínimo (em torno da volta 20), para posteriormente de forma simétrica voltar a atingir o valor inicial. Este processo se

repete depois de 40 voltas, aproximadamente, mas com amplitude menor. Na figura 9.6 pode-se observar a evolução do ângulo de saída do vetor velocidade para as mesmas malhas que na figura 9.5, e os dois primeiros pontos da curva correspondem aos valores dos ângulos das duas primeiras voltas do setor médio.

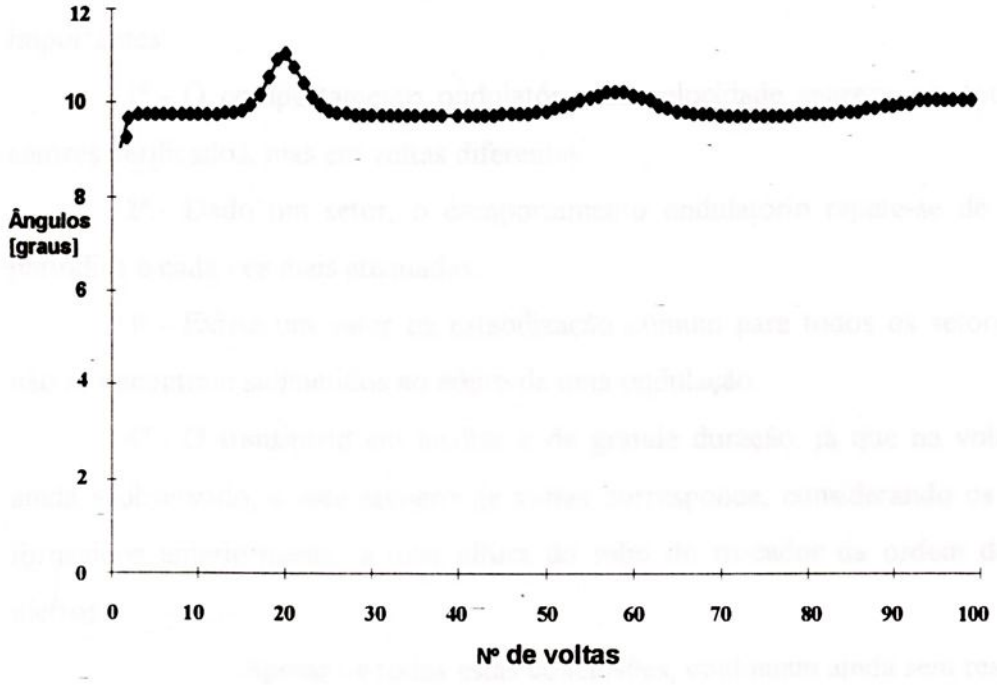


Fig. 9.6: Ângulos dos vetores velocidades na malha p/2 e NR, ao longo das 100 primeiras voltas na superfície superior.

A partir destes resultados podem surgir várias perguntas, como:

a- Qual a causa deste comportamento ondulatório?

b- Por que se repete a cada certo intervalo de voltas?

c- Aparece somente no setor intermediário?

d- Como se transmite este comportamento ondulatório?

Para responder estas perguntas é necessário investigar mais profundamente os resultados e, assim, apresentar conclusões mais interessantes.

Então, o passo seguinte foi o de investigar se este comportamento ondulatório só aparece para o setor p/2, para o qual é apresentada a figura 9.7, que representa a velocidade em cinco malhas, todas situadas na zona mais interior (contorno interno da aleta), ou seja i = NR, nos setores 5°, 10°, 15°, 20° e 25° de cada volta, para as 140 primeiras voltas.

A partir da figura 9.7, pode-se extrair as primeiras conclusões importantes:

1°.- O comportamento ondulatório da velocidade aparece em todos os setores verificados, mas em voltas diferentes.

2°.- Dado um setor, o comportamento ondulatório repete-se de forma periódica e cada vez mais atenuadas.

3°.- Existe um valor de estabilização comum para todos os setores que não se encontram submetidos ao efeito de uma ondulação.

4°.- O transitório em analise é de grande duração, já que na volta 140 ainda é observado, e este número de voltas corresponde, considerando os dados fornecidos anteriormente, a uma altura do tubo do trocador da ordem de 1,84 metros.

Apesar de todas estas conclusões, continuam ainda sem respostas três das quatro perguntas apresentadas, ou seja, os itens **a**, **b** e **d** . Para respondê-las é preciso representar a evolução, não de uma determinada malha em diferentes voltas, mas desenvolver todos os setores de uma volta, a fim de vizualizar como evolui o ressalto na direção tangencial. É isto que é representado na figura 9.8 que mostra, ao longo da zona i=NR (contorno interno da aleta), como evoluem as velocidades para as voltas 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 18, 21, 24, 27 e 30.

É muito importante observar as diferenças entre as figuras 9.7 e 9.8, já que nesta última o que interessa é a evolução de um elemento de líquido ao longo de uma determinada volta, enquanto que na figura 9.7, o que é feito é "ver passar" o líquido situando-se no mesmo ponto para diferentes voltas.

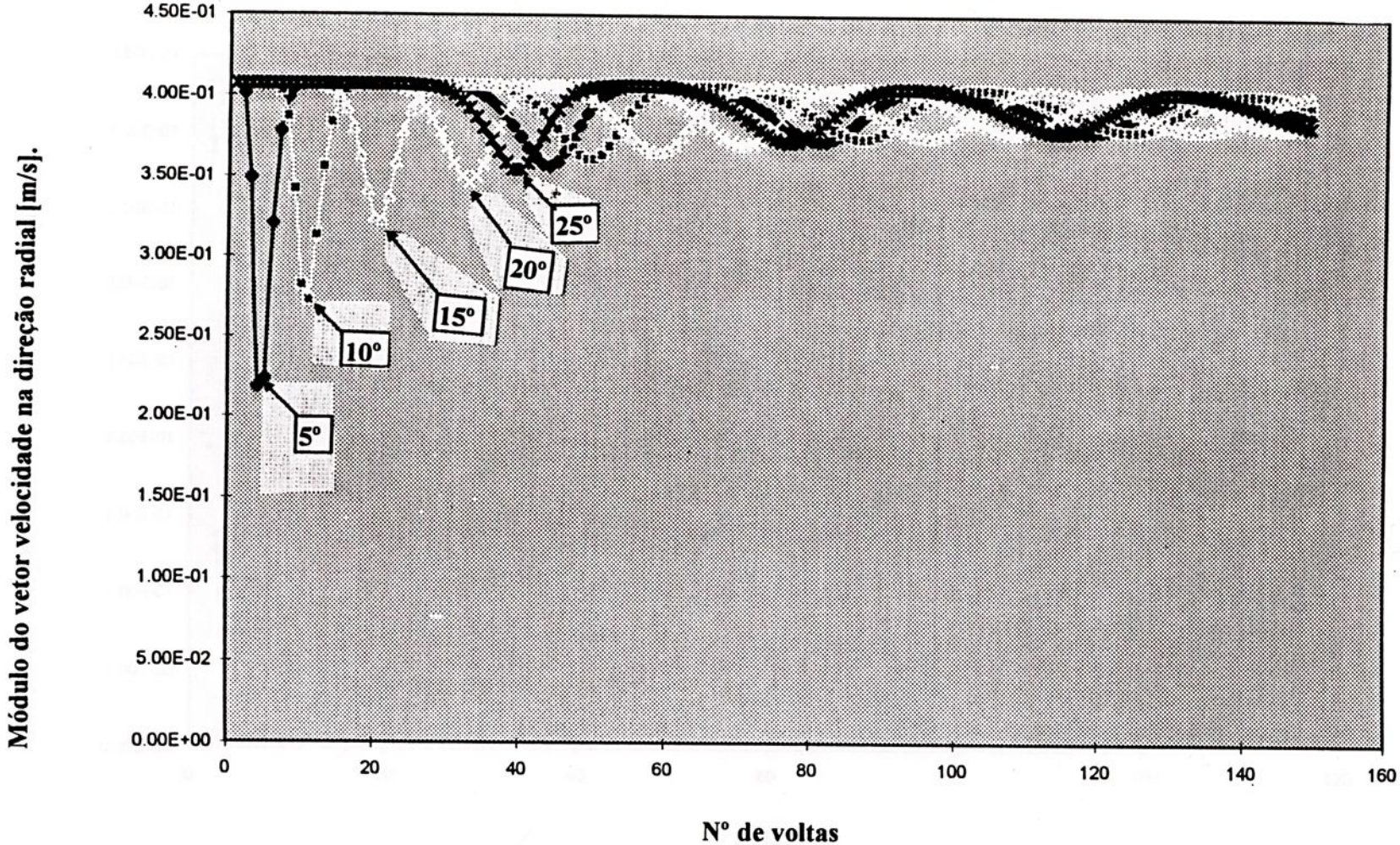


Fig. 9.7 : Evolução do módulo do vetor velocidade na direção radial para os 5°, 10°, 15°, 20° e 25° setores ao longo de 140 voltas.

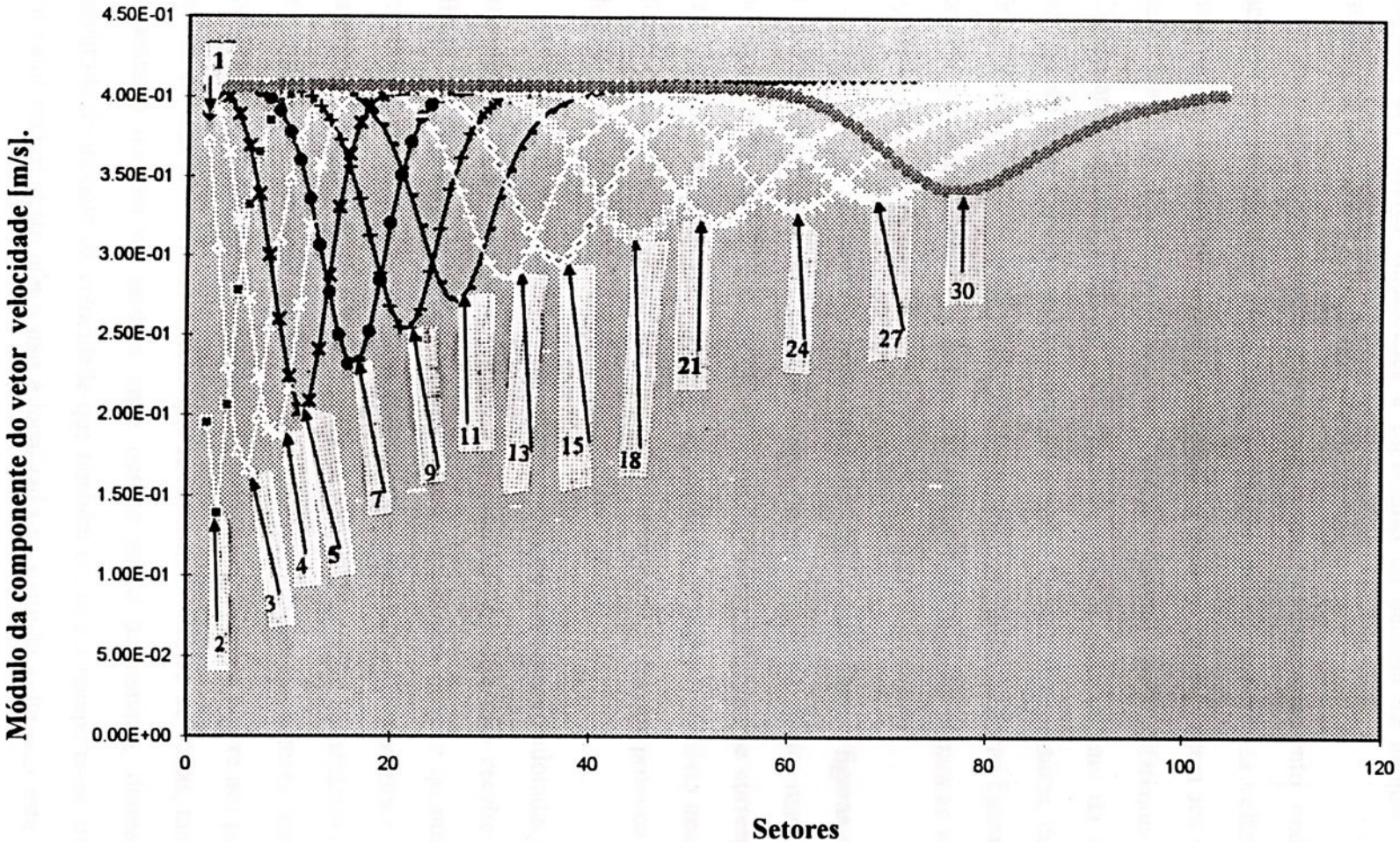


Fig. 9.8 : Evolução do módulo da componente, na direção radial, do vetor velocidade, ao longo de todos os setores para i = NR, nas voltas 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 18, 21, 24, 27 e 30.

Para entender o que é concluído desses resultados é importante apresentar gráficos que, para uma situação análoga ao da figura 9.8, se obtenha os ângulos dos vetores velocidades e espessuras da película de líquido, que são mostrados nas figuras 9.9 e 9.10, respectivamente.

A primeira observação é que o comportamento ondulatório aparece em setores mais avançados, a medida que se percorre as voltas, como mostrado na figura 9.10, já que estes ressaltos também correspondem aos ressaltos tangenciais da figura 9.8, em um mesmo ponto, para diferentes voltas. Comparando-se com a figura 9.9, observa-se que a cada mínimo da onda de velocidade corresponde a um máximo do ângulo. Quanto as espessuras, devido ao fator de escala, não se pode distinguir corretamente sua evolução na figura 9.10, e por isto que é apresentado na figura 9.11, somente as espessuras para as voltas 7, 9, 11, 13 e 15.

A primeira conclusão importante dessas últimas figuras constitui a resposta da pergunta (**a**), ou seja , o que causa a produção destes ressaltos. Ao observar na figura 9.8, a curva (1) não apresenta ressaltos, já que corresponde a primeira volta da aleta, mas apresenta somente um pequeno transitório inicial. Que diferença substancial existe entre a primeira e a segunda volta que provoca o início destes mínimos?

A resposta a isto, está na forma de alimentação adotada, já que o **primeiro setor da segunda volta é o primeiro setor que não recebe líquido direto do distribuidor** e, portanto, só receberá o pouco fluxo e quantidade de movimento radial que não tenha sido desviado tangencialmente, por efeito do peso na primeira volta. O fluxo e a quantidade de movimento radial no primeiro setor da primeira volta, por não possuir termo de acumulação de setores anteriores, tornam-se muito pequeno. Assim, a origem destas ondulações ocorre nos primeiros setores da segunda volta. A medida que se aumenta o número de voltas, também se aumenta o número de setores onde ocorre ponto de mínimo, diminuindo a amplitude do módulo da velocidade que também começa a recuperar-se até atingir um valor estável. Este efeito não é localizado na segunda volta mas esta falta de alimentação se propagará, principalmente via radial, ou seja, pela superfície inferior



e pela parede vertical, até a terceira volta, para que o efeito do peso, que sempre atua no sentido de avanço de setores, ou seja na direção tangencial, faça com que o ressalto apareça ligeiramente adiantado em relação a volta anterior.

Para comprovar a propagação radial pode-se, também, representar a distribuição de ângulos, velocidades e espessura de película, tanto na superfície inferior bem como na parede vertical e observa-se que, também ali, aparece este fenômeno ondulatório.

Nas figuras 9.12 e 9.13 são apresentados as distribuições dos **fluxos** tangenciais e radiais, respectivamente, para as 3 primeiras voltas, como indicadas pelas curvas (1), (2) e (3). Observa-se que o fluxo tangencial é muito mais sensível ao número de voltas e de menor intensidade que o radial , o qual sem dúvida apresenta ressaltos de maiores intensidades.

Uma questão interessante a ser explicada é: como este efeito provocado pela forma de alimentação, exclusivamente para a primeira volta, gera todas essas irregularidades na distribuição do fluxo de líquido? A explicação que se tem encontrado pode ser observada na figura 9.9, onde é mostrado a evolução dos ângulos dos vetores velocidades, ao longo de cada uma das voltas estudadas. Sem dúvida, a partir da figura 9.9 pode-se apresentar duas considerações:

a) Se o fenômeno ondulatório for ignorado, chega-se a conclusão de que o aumento progressivo da circulação tangencial, devido ao efeito gravitacional, é devido aos ângulos dos vetores velocidades para as malhas situadas em setores estabilizados, ou seja, fora do ressalto. Esses ângulos dos vetores velocidades aumentam na primeira volta, não atingindo valores superiores a 5°, e na segunda volta o valor é de aproximadamente 8°, até que se estabiliza nas voltas seguintes em um valor próximo a 10°. Sem dúvida, embora esta consideração seja importante, o funcionamento geral do modelo ainda não responde as perguntas feitas no parágrafo anterior.

unesp

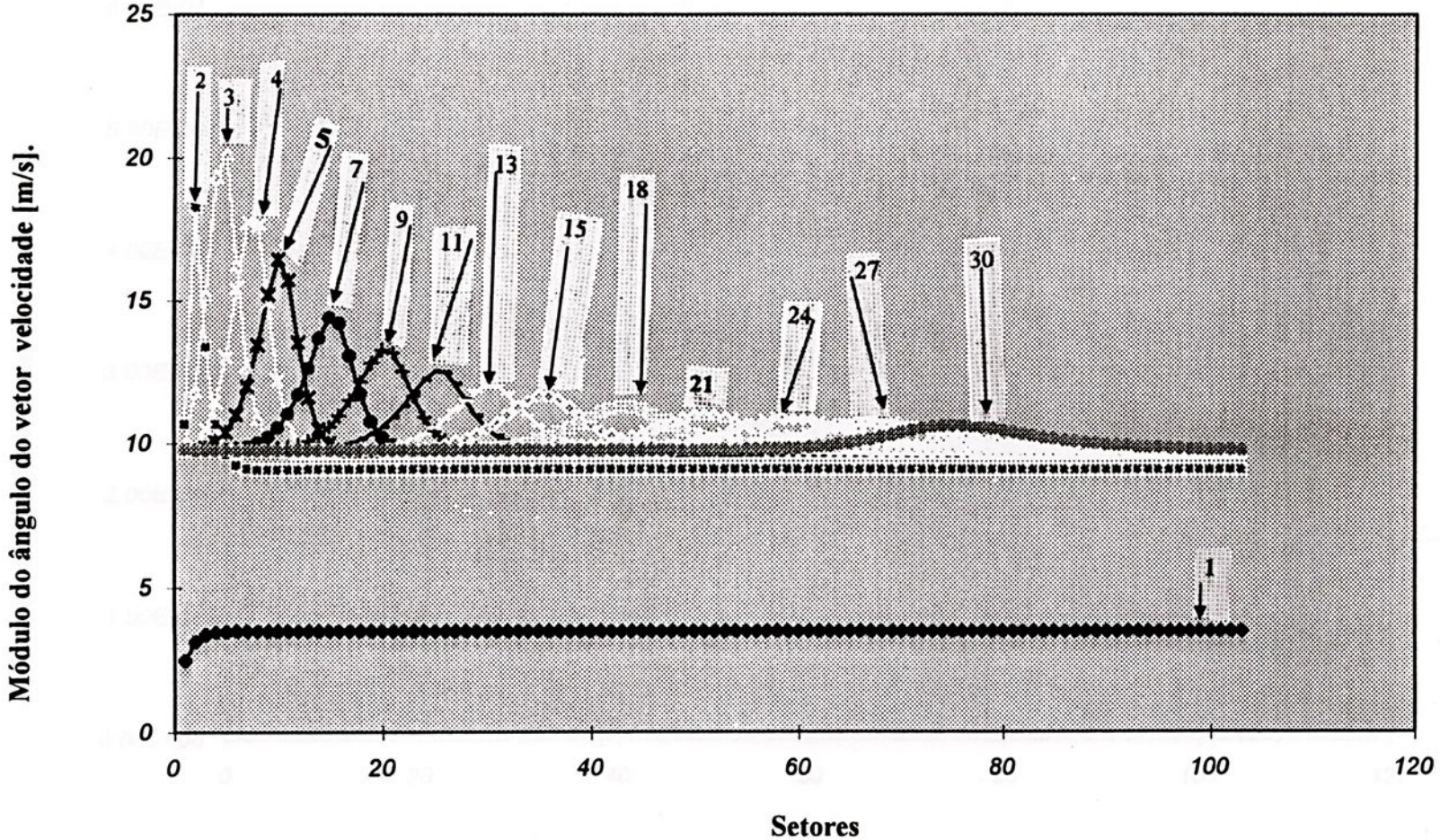


Fig. 9.9 : Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores, para i = NR, nas voltas 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 18, 21, 24, 27 e 30.

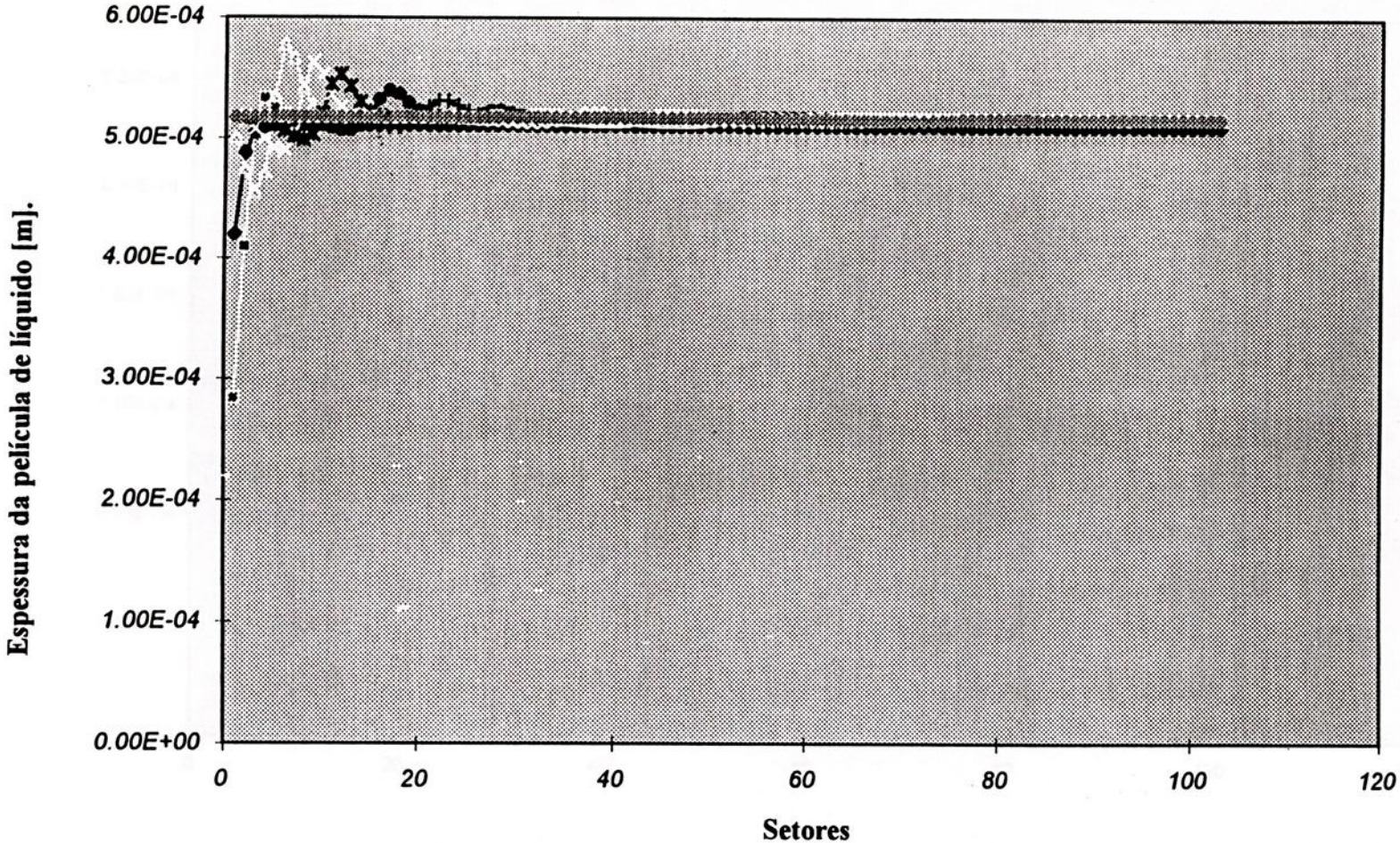


Fig. 9.10 : Evolução da espessura da película de líquido, em todos os setores para i = NR, nas voltas 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 18, 21, 24, 27 e 30.

BIBLIOTECA - UNESP
CAMPUS DE BAURU
Nº 687

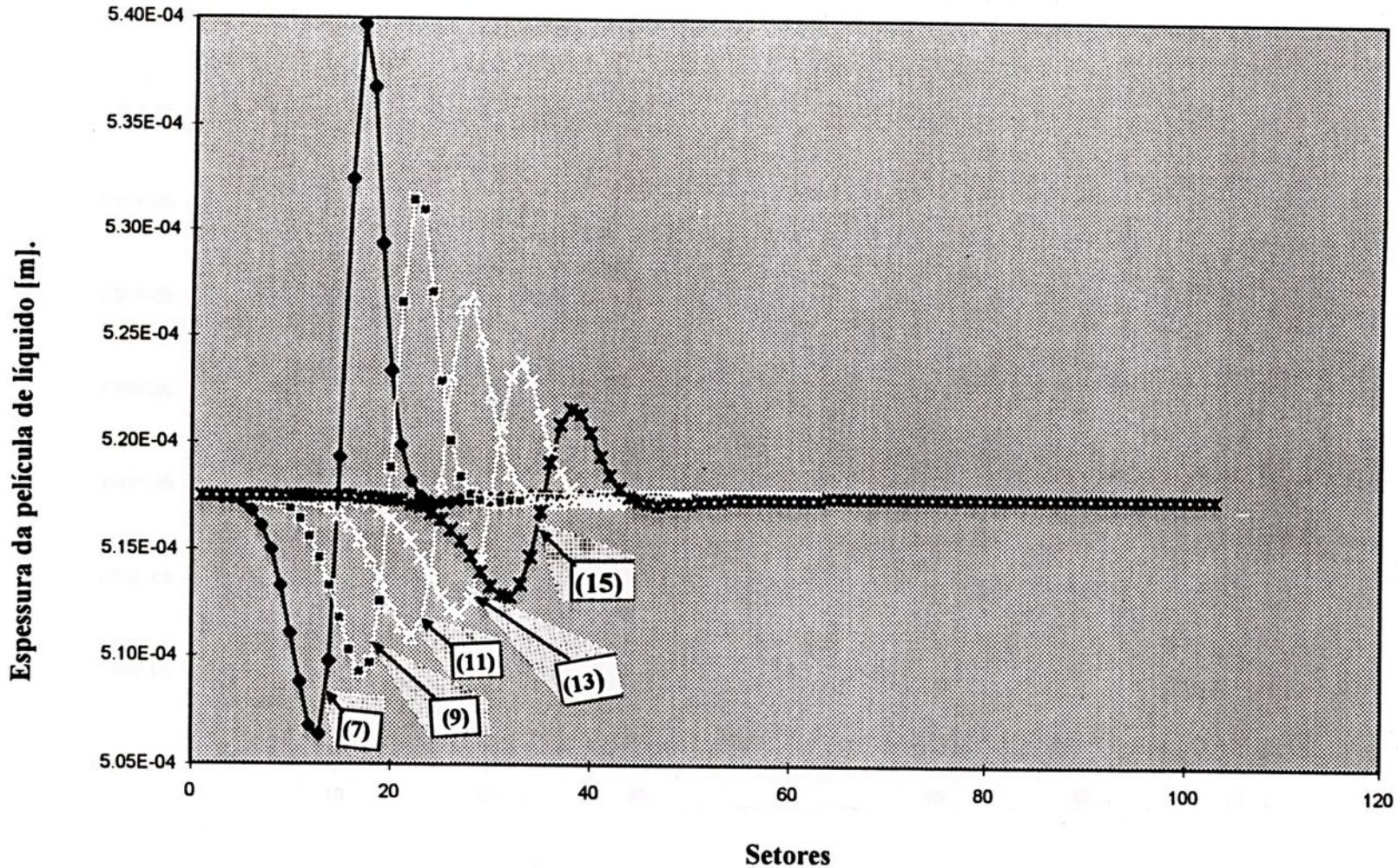


Fig. 9.11 : Evolução da espessura da película de líquido, em todos os setores, para i = NR, nas voltas 7, 9, 11, 13 e 15.

BIBLIOTECA - UNESP
CAMPUS DE BAURU
N.º 687

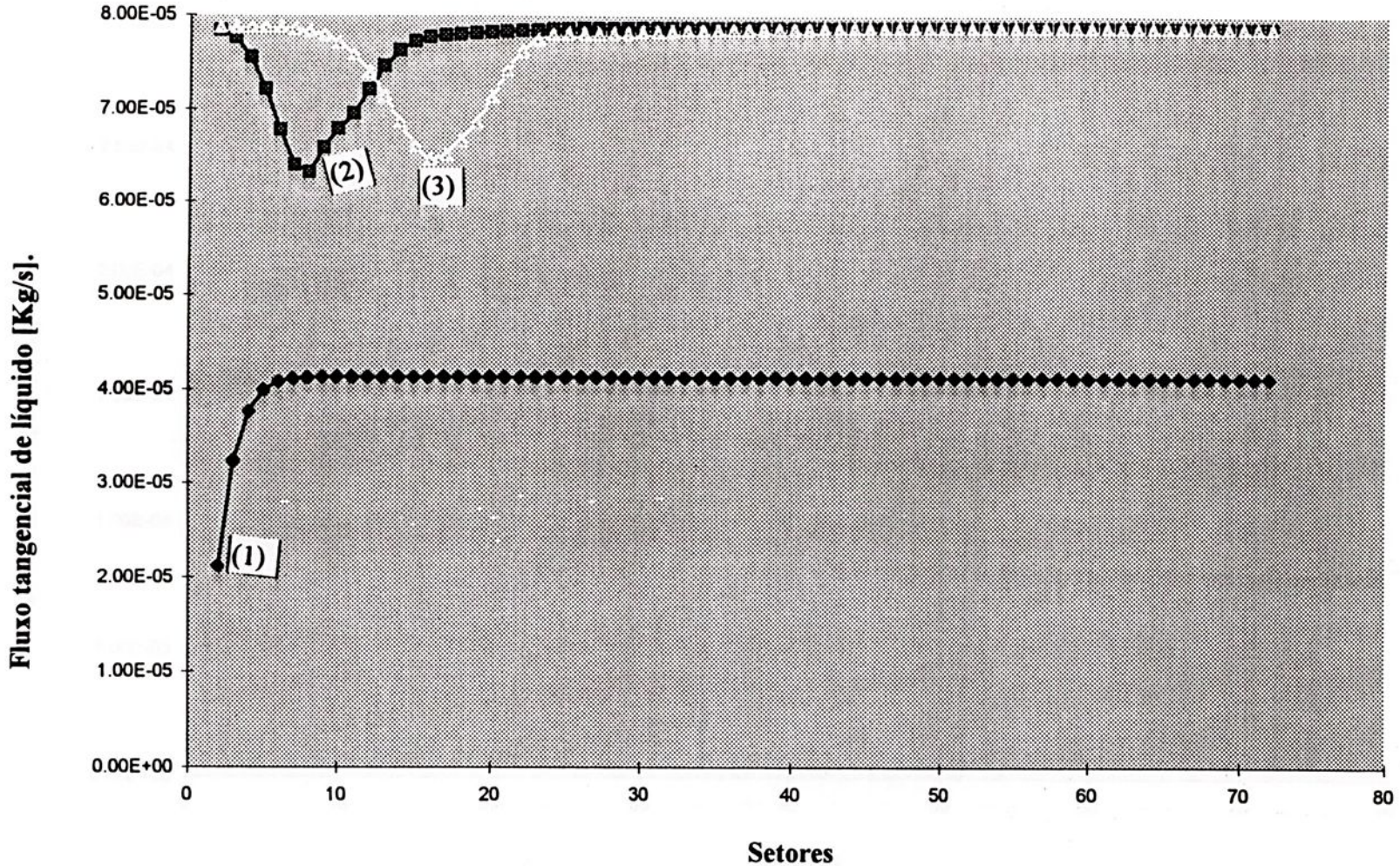


Fig. 9.12 : Evolução do fluxo tangencial de líquido, em todos os setores, para i = NR, nas tres primeiras voltas.

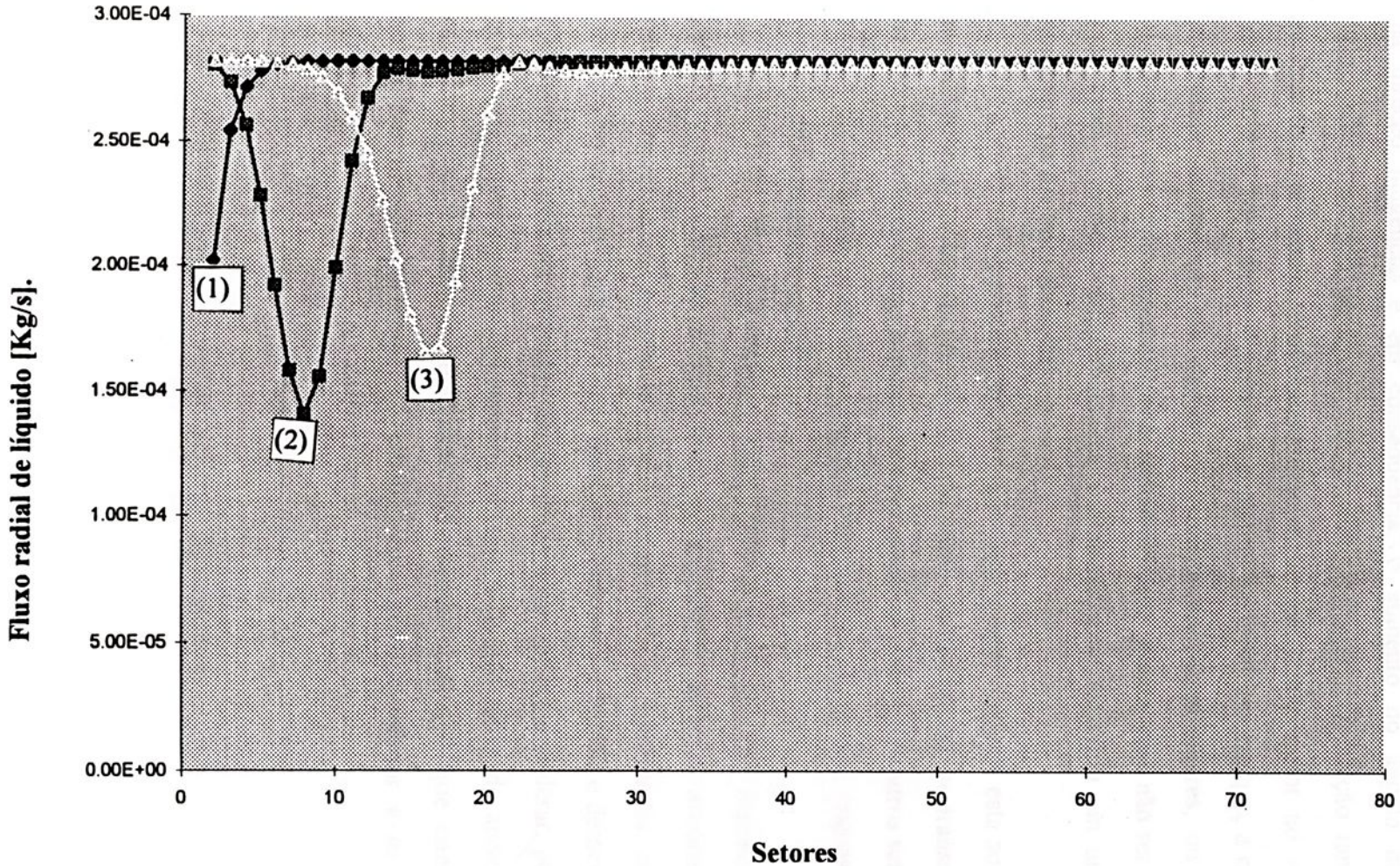


Fig. 9.13 : Evolução do fluxo radial de líquido, em todos os setores, para i = NR, nas tres primeiras voltas.

b) Nos pontos em que ocorre uma minimização de fluxo, a quantidade de movimento radial torna-se pequena, devido a atuação muito mais efetiva do peso na direção tangencial e em consequência, o aumento do ângulo do vetor velocidade observado na figura 9.9. O efeito do peso, na direção tangencial, realimenta o problema, provocando uma diminuição ainda maior no valor da velocidade. A velocidade só voltará a aumentar no momento em que, a causa da progressiva acumulação de inércia, proveniente de outros setores, ou seja, a quantidade de movimento radial, seja suficientemente grande, para não ser afetada pelo peso, e então o ângulo começa a diminuir e se estabiliza em um valor constante para o resto da volta.

A resposta a pergunta apresentada anteriormente, está no fato de que a variação do ângulo provocada pelo efeito de entrada vai se transmitindo, devido a atuação conjunta do peso e da acumulação de inércia de outros setores. O peso tende sempre a aumentar os ângulos dos vetores velocidades, enquanto que, o termo de acumulação estabiliza-o.

Também merece comentário a evolução das espessuras da película, como mostrado na figura 9.10, apresentando pontos de máximos e de mínimos, relativos aos pontos de inflexão da parábola de velocidades, passando por zero no mínimo desta. Isto quer dizer que, enquanto o líquido é desacelerado, a espessura da película aumenta, até que começa novamente a acelerar, ponto no qual, a espessura diminui rapidamente até que o líquido deixa de acelerar e a espessura volta a aumentar novamente. Finalmente, observa-se que estes perfis podem ser igualmente estudados, também na superficie inferior e na parede vertical.



9.4 EVOLUÇÃO DOS RESSALTOS DE LÍQUIDOS ESTACIONÁRIOS. INFLUÊNCIAS NA FINALIZAÇÃO DA SIMULAÇÃO

Em todos os comentários feitos até agora pode-se comprovar que os ressaltos estacionários de líquidos estão sendo amortecidos, como apresentado na figura 9.14, pela evolução dos ângulos dos vetores velocidades, para as 60 primeiras voltas (cada volta é constituída por 70 setores). Comprova-se, então, que o ressalto tende a estabilizar-se, mas não a desaparecer. Por outro lado, o período é admitido como constante (100 setores) e não necessariamente coincidente com o número de setores de uma volta.

Observa-se, também pela figura 9.14, que a amplitude da curva dos ângulos dos vetores velocidades apresenta um comportamento instável nos 300 primeiros setores, para em seguida sofrer um processo de amortecimento, convergindo para um valor em torno de 11^0, após 60 voltas da aleta.

9.4.1 Estabilidade e instabilidade dos ressaltos de líquido estacionários

Sem dúvida, tudo o que foi comentado neste capítulo é importante para entender a física do problema, mas não explicita na solução onde ocorrerá o ponto seco, que é um fator fundamental como resultado prático. Será mostrado em seguida como os ressaltos estacionários de líquido podem ser instáveis, produzindo ponto seco, ou seja, o ponto de finalização da simulação.

Para obter conclusões desse tipo, os próximos resultados serão apresentados graficamente, para os mesmos parâmetros admitidos no ítem 9.3.1, exceto que a largura da aleta será aumentada de 0,007 m para 0,01 m.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

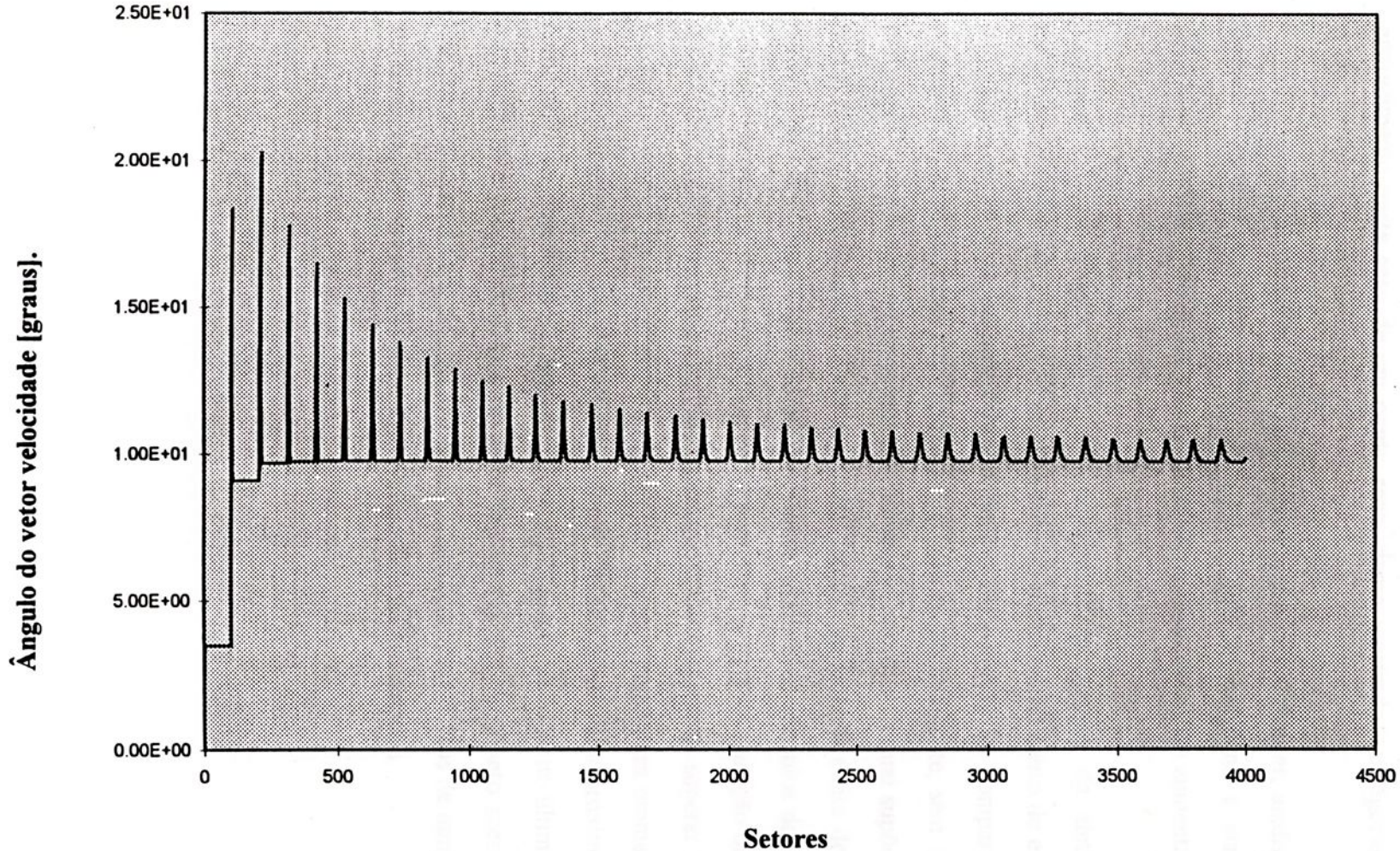


Fig. 9.14 : Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores, para i = NR, nas 60 primeiras voltas.

O programa estava preparado para representar 15 voltas, igualmente ao que foi feito nas figuras 9.8, 9.9 e 9.10, mas finalizou-se na volta 9, devido ao aparecimento neste caso de um ponto seco, como mostrado nas figuras 9.15 e 9.16.

A primeira conclusão imediata que se pode obter, analisando as figuras 9.15 e 9.16 é que a simulação revela que o fenômeno é claramente divergente e os ressaltos agora não se amortecem, mas continuam aumentando em módulo.

É lógico pensar que o aumento da largura da aleta tenha influenciado de forma decisiva na instabilidade do problema. O efeito de entrada é o mesmo que no caso estável, como pode ser comprovado ao comparar-se as segundas e terceiras voltas das figuras 9.8 e 9.15 respectivamente, sem dúvida a partir da 3ª volta o mínimo de velocidade começa a aumentar, o qual supõe-se que seja o início da instabilidade. Devido a maior largura da aleta, o efeito do peso é maior (tem maior espaço para atuar) e portanto, aumenta os ângulos dos vetores velocidades de uma forma excessiva, de tal maneira que se a acumulação de inércia (quantidade de movimento de setores anteriores), não é capaz de superar o efeito do peso, o ângulo irá aumentando ao longo das voltas. Chegará um momento que um destes ângulos de saída dos vetores velocidades atinge um valor próximo a 90°, como pode ser observado nas figuras 9.16 e 9.17, constituindo-se no último ponto calculado pelo programa, já que no setor seguinte ocorre um ponto seco. Outro aspecto interessante da figura 9.15, é que de novo aparecem pontos de mínimos de velocidades, que se correspondem com os de máximos dos ângulos.



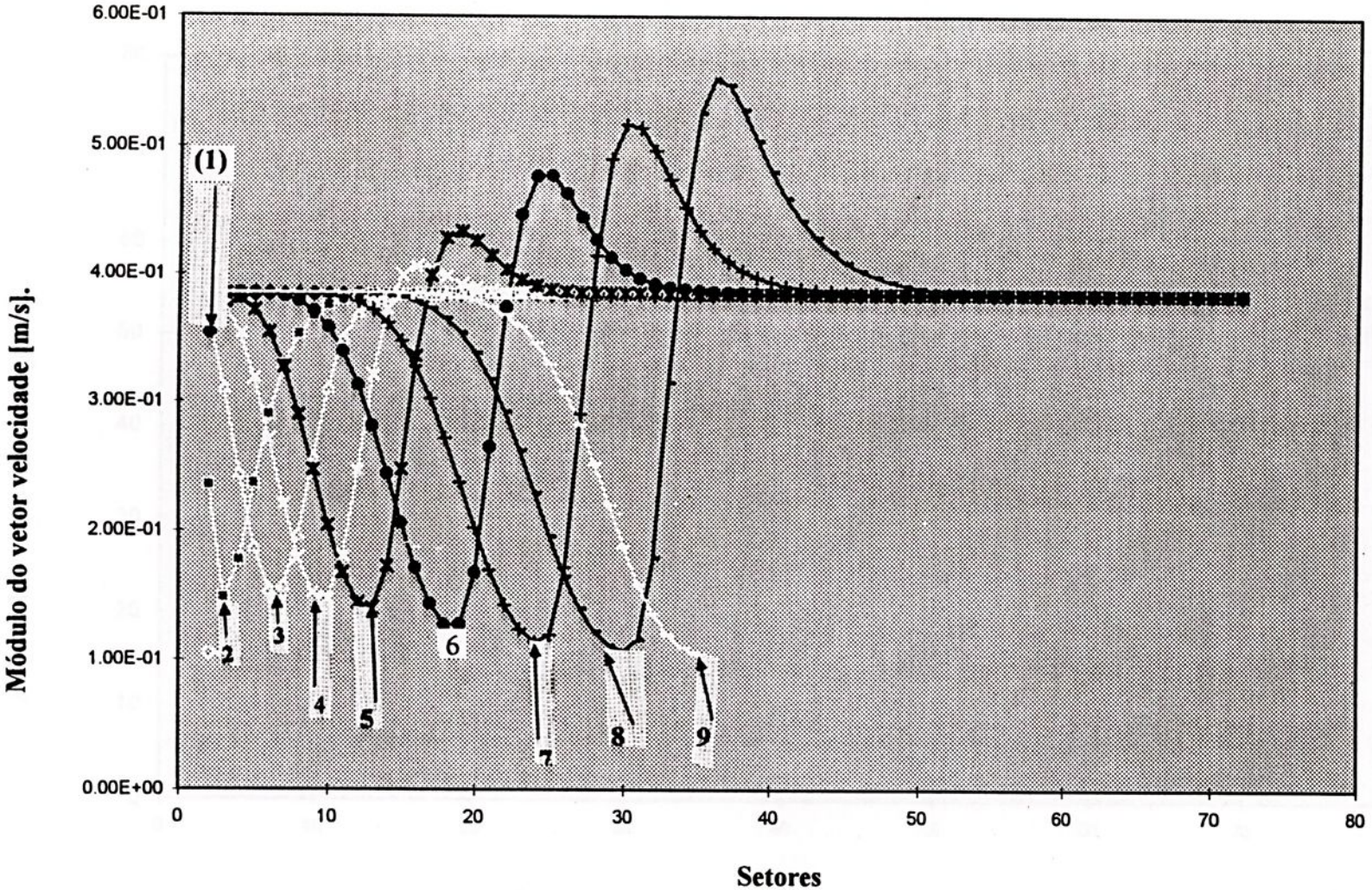


Fig. 9.15 : Evolução divergente do vetor velocidade, em todos os setores, para i = NR, nas nove primeiras voltas.

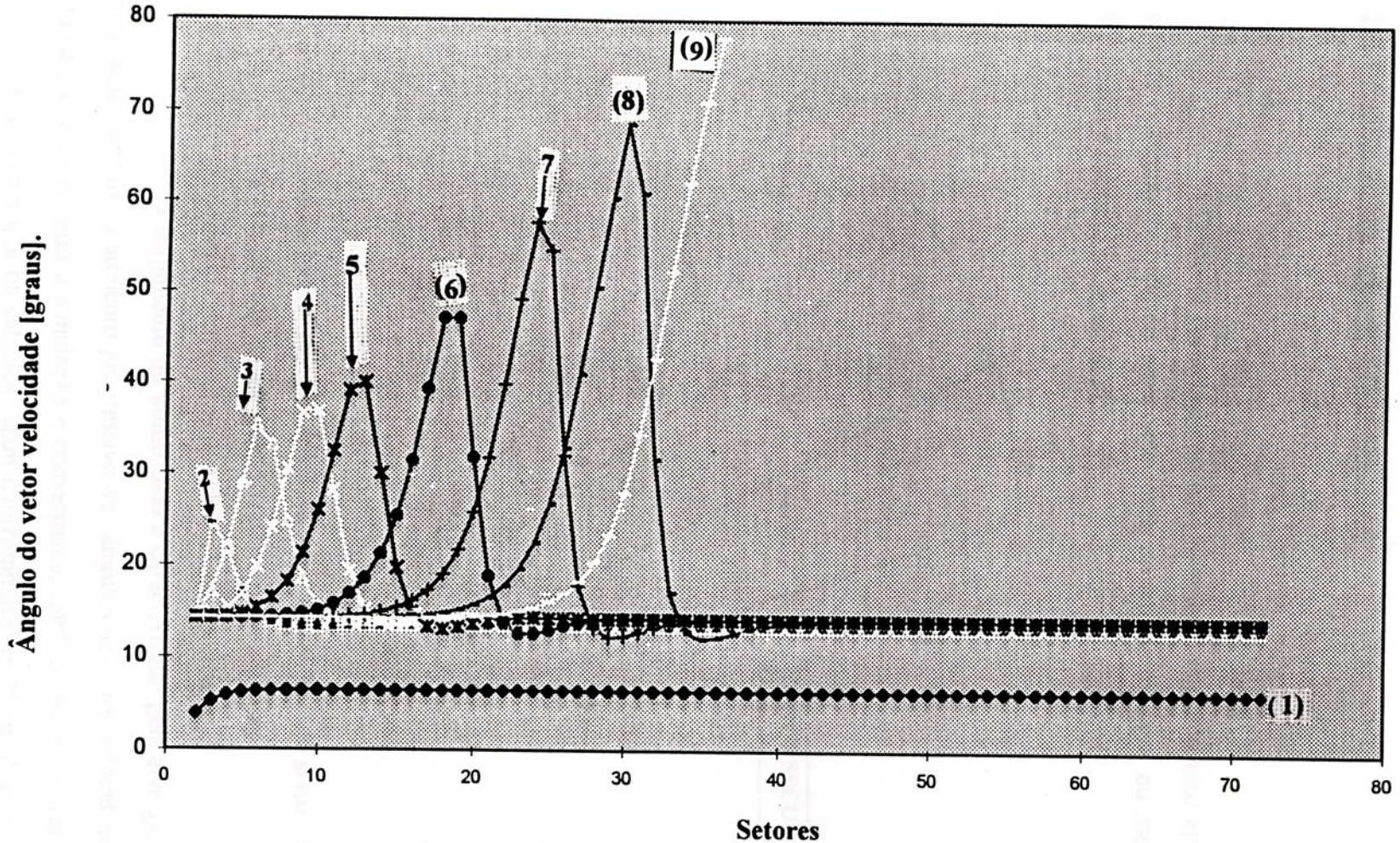


Fig. 9.16 : Evolução divergente do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores, para i = NR, nas nove primeiras voltas.

9.4.2 Pontos de aparecimento de zonas secas.

Como já comentado no ítem anterior, um ponto seco aparecerá quando o ângulo de saída do vetor velocidade do líquido for igual ou maior que 90°, como é indicado na figura 9.17.

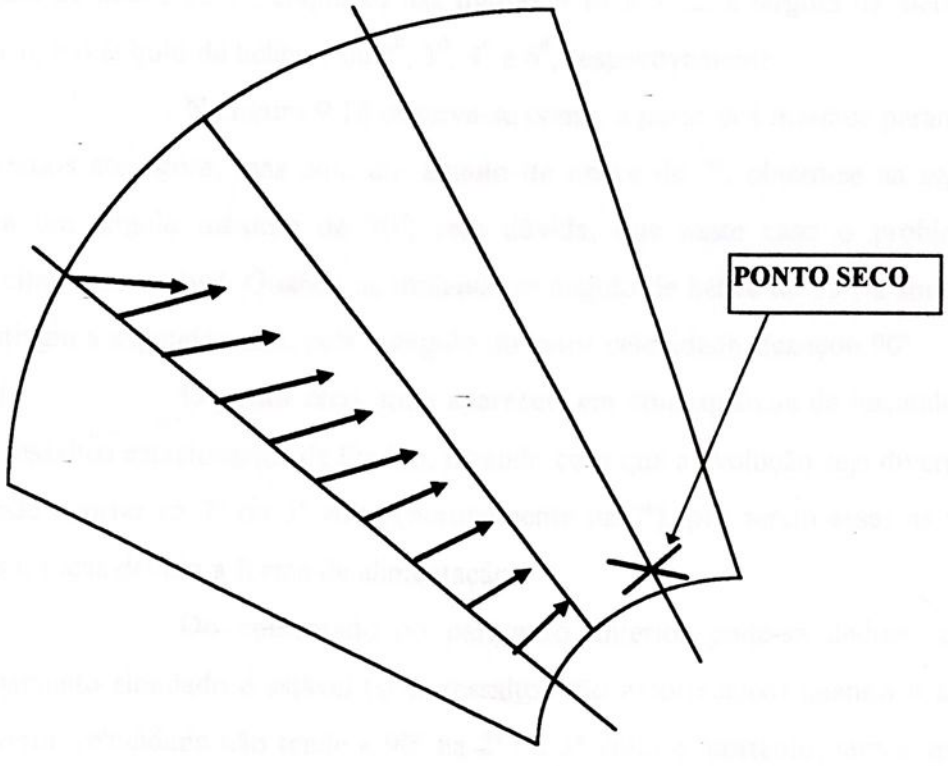


Fig. 9.17: Evolução dos ângulos dos vetores velocidades em um setor, com o aparecimento de um ponto seco no setor seguinte.

O surgimento do ponto seco é caracterizado pela divergência na simulação, devido ao aumento progressivo dos ângulos do vetor velocidade. Sem dúvida, mesmo quando a simulação é convergente, também pode ocorrer ponto seco, fazendo com que os cálculos sejam interrompidos na 2ª ou 3ª volta, como

consequência de um grande aumento no ângulo, devido ao efeito de entrada do líquido na superfície superior da aleta.

As figuras 9.18 e 9.19 representam os ângulos dos vetores velocidades, nos pontos mais críticos da superfície superior, ou seja, na zona NR (contorno interno da aleta), para setores ao longo de várias voltas. Os perfis apresentados nesses diagramas, construídos pelos valores dos ângulos dos vetores velocidades e calculados em cada ponto da malha, são representados por pontos (símbolos) unidos por segmentos de reta. Na figura 9.18 observa-se o comportamento periódico do fenômeno, para uma largura da aleta de 0,007 m e ângulo de hélice de 7^0, enquanto nas figuras 9.19 a 9.22, a largura da aleta é de 0,01 m e o ângulo de hélice é de 2^0, 3^0, 4^0 e 6^0, respectivamente.

Na figura 9.18 observa-se como, a partir dos mesmos parâmetros utilizados até agora, mas com um ângulo de hélice de 7°, obtem-se na segunda volta um ângulo máximo de 70^0, sem dúvida, que neste caso o problema é perfeitamente estável. Quando se utilizou um ângulo de hélice de 15°, a simulação só atingiu a segunda volta, pois o ângulo do vetor velocidade alcançou 90°.

O ponto seco pode aparecer, em consequência de instabilidades nos ressaltos estacionários de líquido, fazendo com que a evolução seja divergente, e pode ocorrer na 2ª ou 3ª volta (normalmente na 2ª), por serem essas as voltas mais críticas devido a forma de alimentação.

Do comentado no parágrafo anterior pode-se deduzir que o escoamento simulado é estável (seus ressaltos são amortecidos) quando o ângulo do vetor velocidade não tende a 90° na 2ª ou 3ª volta e, portanto, nunca aparece ponto seco em termos da hidrodinâmica do escoamento.

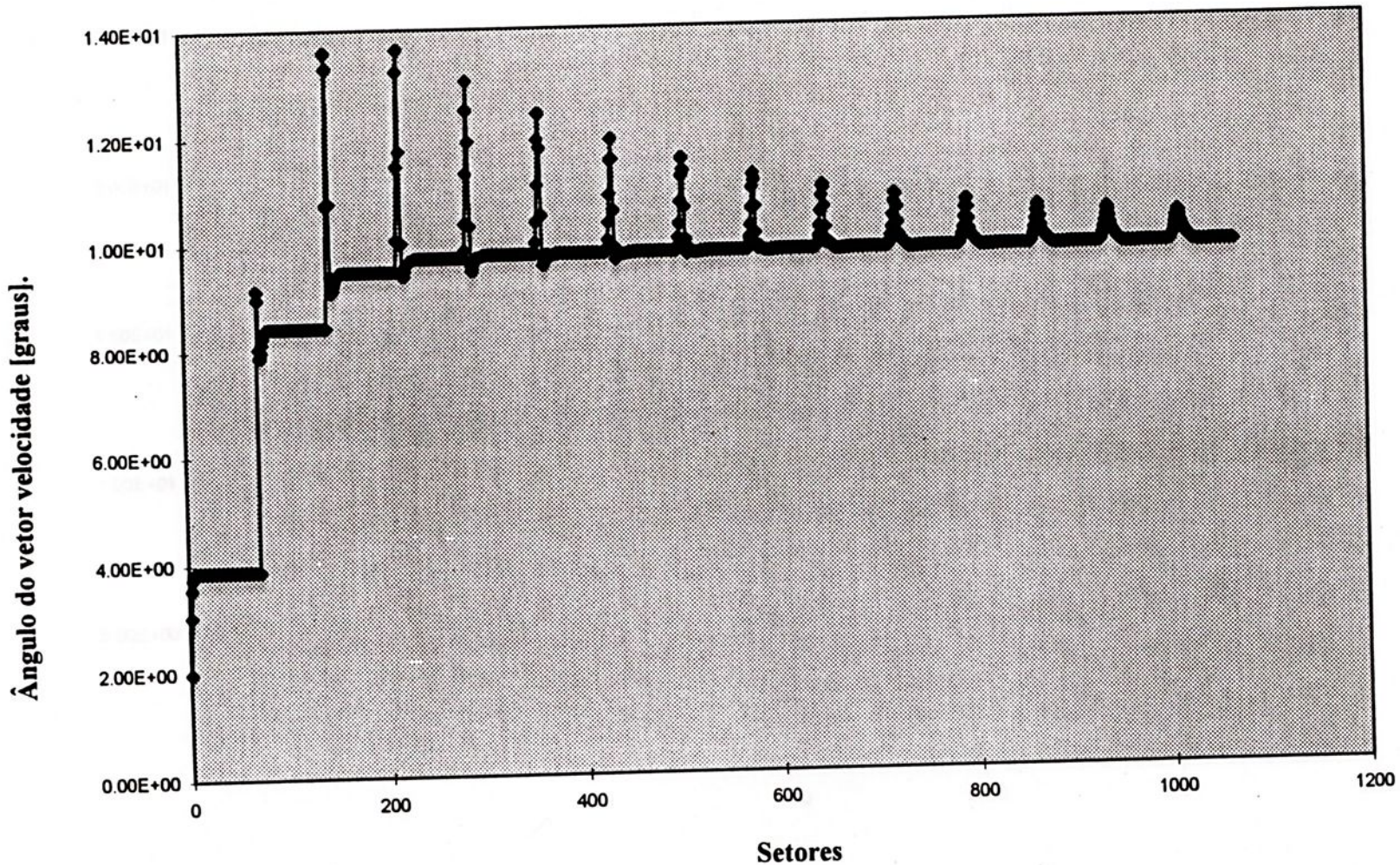


Fig. 9.19 : Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores, para i = NR, nas 15 primeiras voltas, com 2° de ângulo de hélice.

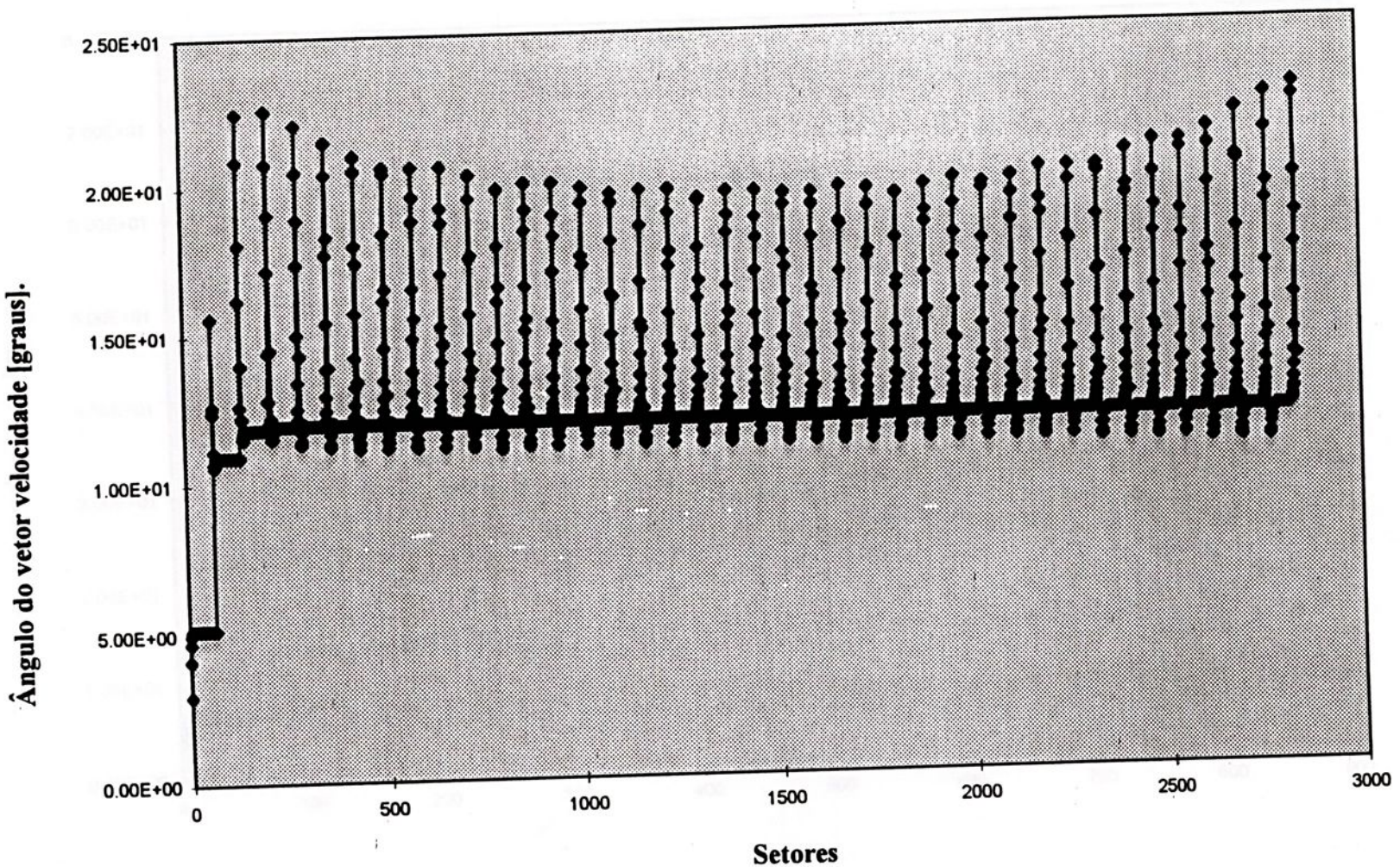


Fig. 9.20 : Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores, para i = NR, nas 15 primeiras voltas, com 3° de ângulo de hélice.

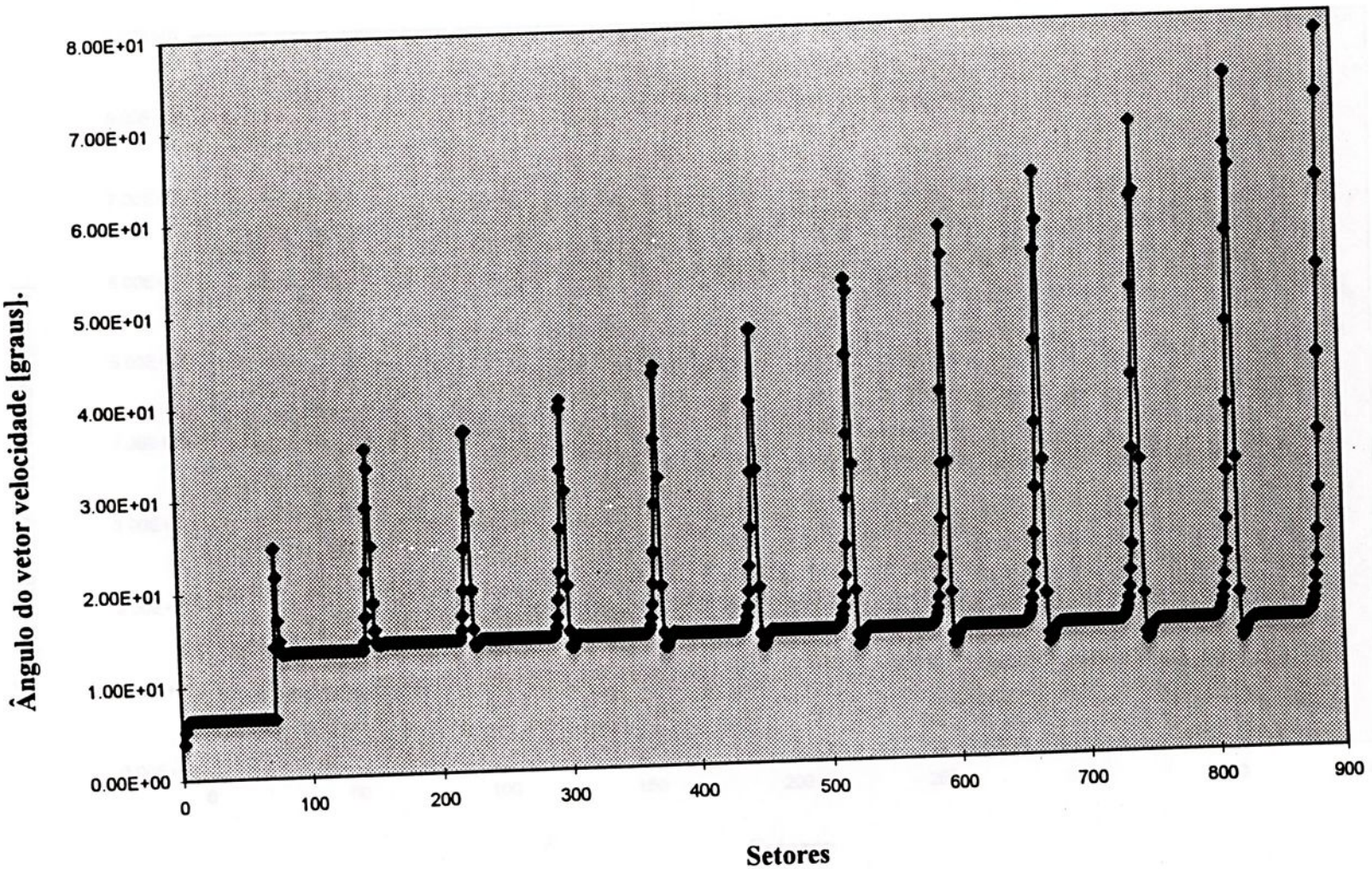


Fig. 9.21 : Evolução do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores, para i = NR, nas 15 primeiras voltas, com 4° de ângulo de hélice.

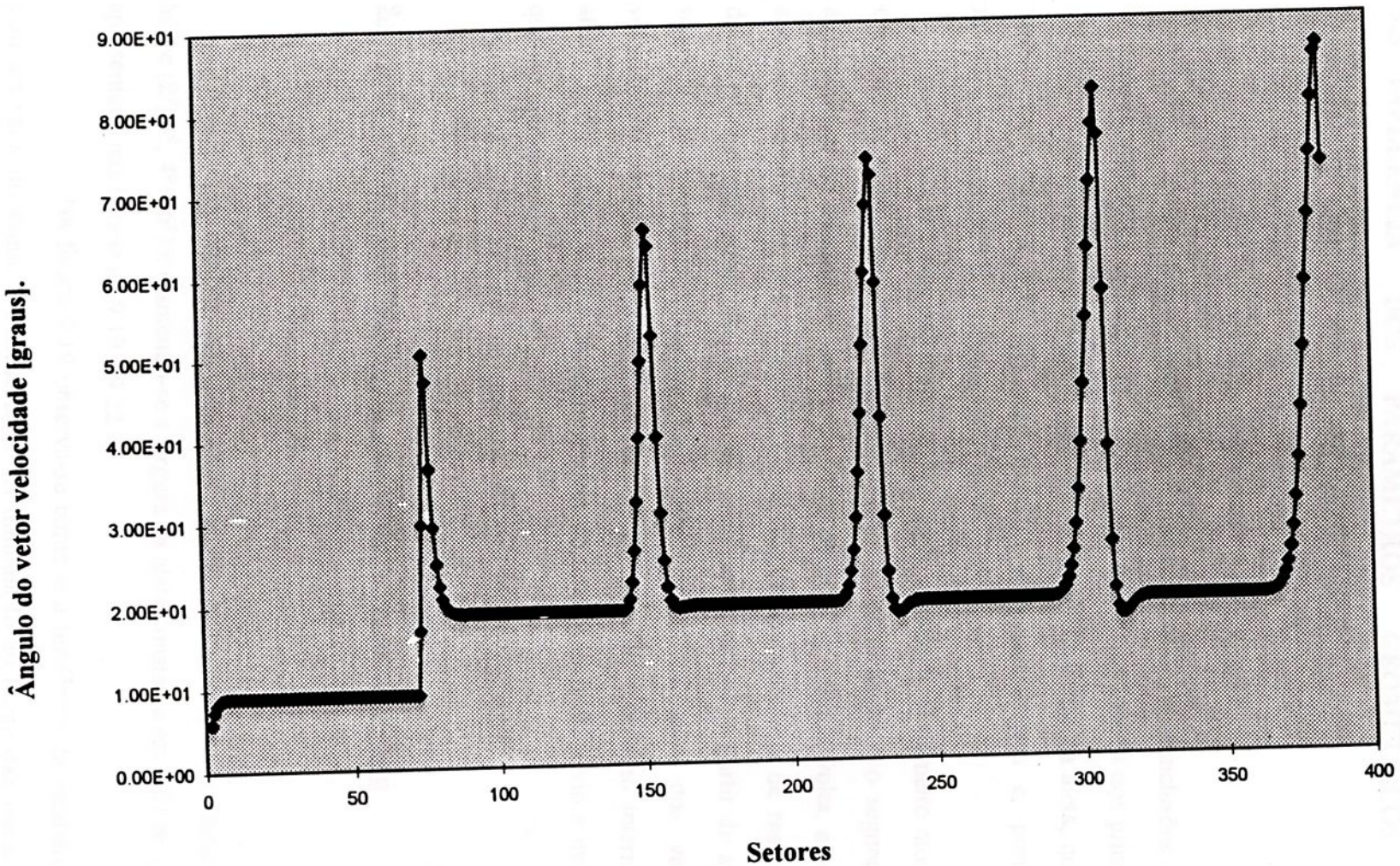


Fig. 9.22 : Evolução divergente do ângulo do vetor velocidade, em todos os setores, para i = NR, com 6° de ângulo de hélice.

9.5 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS NO APARECIMENTO DE INSTABILIDADES

Um dos aspectos mais importantes para as conclusões finais consiste no estudo da evolução da estabilidade, segundo a variação dos principais parâmetros geométricos, ou seja, a largura e o ângulo de hélice da aleta, quando ambos aumentam, a ação do peso torna-se mais significativa e, portanto, favorecem a passagem por estados instáveis.

Em seguida, expõe-se dois casos concretos. O primeiro mostra a evolução da estabilidade até a desestabilização do escoamento e o segundo, o aparecimento do ponto seco, devido ao valor de pico na segunda volta, antes de atingir a instabilidade. Para evitar que uma quantidade excessiva de resultados dificultem a compreensão dos fenômenos, serão apresentados, a partir de agora, somente os resultados correspondentes aos ângulos de saída dos vetores velocidades, ou seja, nas malhas situadas na posição NR (contorno interno da aleta). Isto é suficiente para se ter uma idéia do fenômeno ondulatório e mostrar quando aparecerá um ponto seco.

9.5.1 Evolução da estabilidade para uma largura de aleta de 0.01m

A estabilidade, será agora analisada variando-se o ângulo de hélice (2°, 3°, 4° e 6°) e mantendo-se a largura da aleta constante em 0,01 m, como apresentado nas figuras de 9.19 a 9.22.

Na figura 9.19 observa-se como é a tendência da estabilização para um valor do ângulo de hélice de 2°. A diminuição ao longo das voltas, dos

valores de picos de máximos dos ângulos dos vetores velocidades, são indícios significativos de que o problema acabará se estabilizando.

Quando se realizou uma simulação para o ângulo de hélice de 2,5°, o transitório espacial se prolonga, mas acaba alcançando a estabilidade, para alguns valores de ângulos do vetor velocidade estáveis em torno de 11°.

A figura 9.20 apresenta o que ocorre para um ângulo de hélice de 3°, onde não se chega à estabilidade (observa-se como os picos diminuem, não desaparecendo totalmente para em seguida aumentar novamente), assim, atingi-se o ângulo de hélice limite, onde de fato o problema já é instável e ocorre o ponto seco na volta 54.

Ao aumentar o ângulo de hélice para 4°, a divergência é observada desde o princípio e o problema finaliza na volta 13, tal e como é mostrado na figura 9.21.

Para finalizar, aumenta-se o ângulo de hélice para 6°, então a divergência é muito mais rápida e só atinge a 5ª volta, como é mostado na figura 9.22.

9.5.2 Evolução da estabilidade para uma largura de aleta de 0,007 m

Para não saturar mais ainda o capítulo com resultados, continua-se o estudo da evolução de um caso similar ao apresentado no subítem 9.5.1. Sem dúvida, como pode ser observado através da figura 9.18, já utilizada em outras observações, que nunca se chegará aos casos de divergência ou instabilidade.

A título de conclusão pode-se afirmar que aumentando-se o ângulo de hélice, para cada valor de largura da aleta, são fornecidos dois casos que encerram a simulação:

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

a) O problema diverge a partir de um determinado ângulo de hélice e a simulação é concluída em um ponto cada vez mais próximo do contorno externo da aleta (próximo a parede do tubo vertical).

b) O problema está dentro da zona de convergência, mas a partir de um determinado valor do ângulo de hélice finaliza a simulação, devido ao valor de pico do ângulo na segunda volta, causado pelo efeito de entrada do líquido nesta volta.

Evidentemente, para qualquer valor de ângulo de hélice, que não produza nenhum dos dois fenômenos anteriores, a simulação será estável e haverá molhamento total para qualquer número de voltas.

Para finalizar este ítem, é interessante observar a figura 9.23 na qual apresentam-se os perfis dos ângulos dos vetores velocidades em função do número de voltas da aleta, para uma pequena faixa crítica de valores do ângulo de hélice (2,5° a 3,1°). Pode-se observar que, a medida que se aumenta o ângulo de hélice, o problema tende a divergência. Observa-se como a saída da zona de convergência é muito sensível a uma pequena variação do ângulo de hélice. Para ângulo de hélice maiores que 3^0 tem-se a zona de instabilidade, em caso contrário, o sistema é convergente para qualquer valor do ângulo de hélice.

Na figura 9.24 é representado o inverso da figura 9.23, ou seja, fixando o ângulo de hélice em 3° e aumentando progressivamente a largura da aleta (0,008m, 0,009m, 0,0095m, 0,01m, 0,011m e 0,012m) até atingir o valor crítico da estabilidade, para uma largura de aleta de 0,01 m. Larguras de aleta menores são sempre estáveis (não aparece ponto seco) e larguras maiores apresentam os pontos secos mais próximos do contorno externo da aleta e com menor número de voltas, ou seja, diminui a altura do tubo do trocador. Por exemplo, na figura 9.24, para um valor de ângulo de hélice constante de 3° e uma largura de aleta de 0,01m, a altura crítica do trocador é de 0,58 metros.

unesp

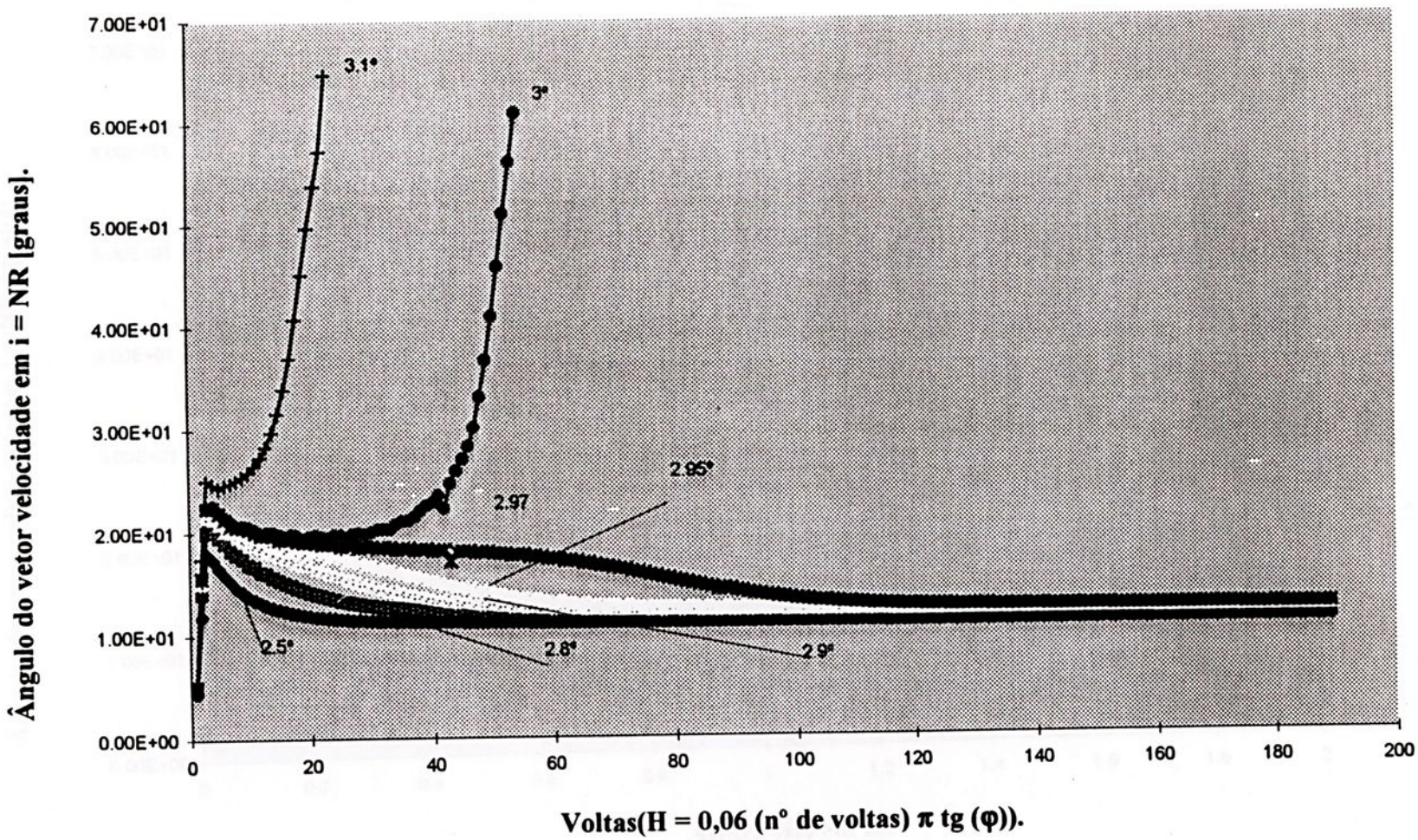


Fig. 9.23 : Evolução da estabilidade em função do ângulo de hélice, para uma largura de aleta de 0,01m, para i = NR.

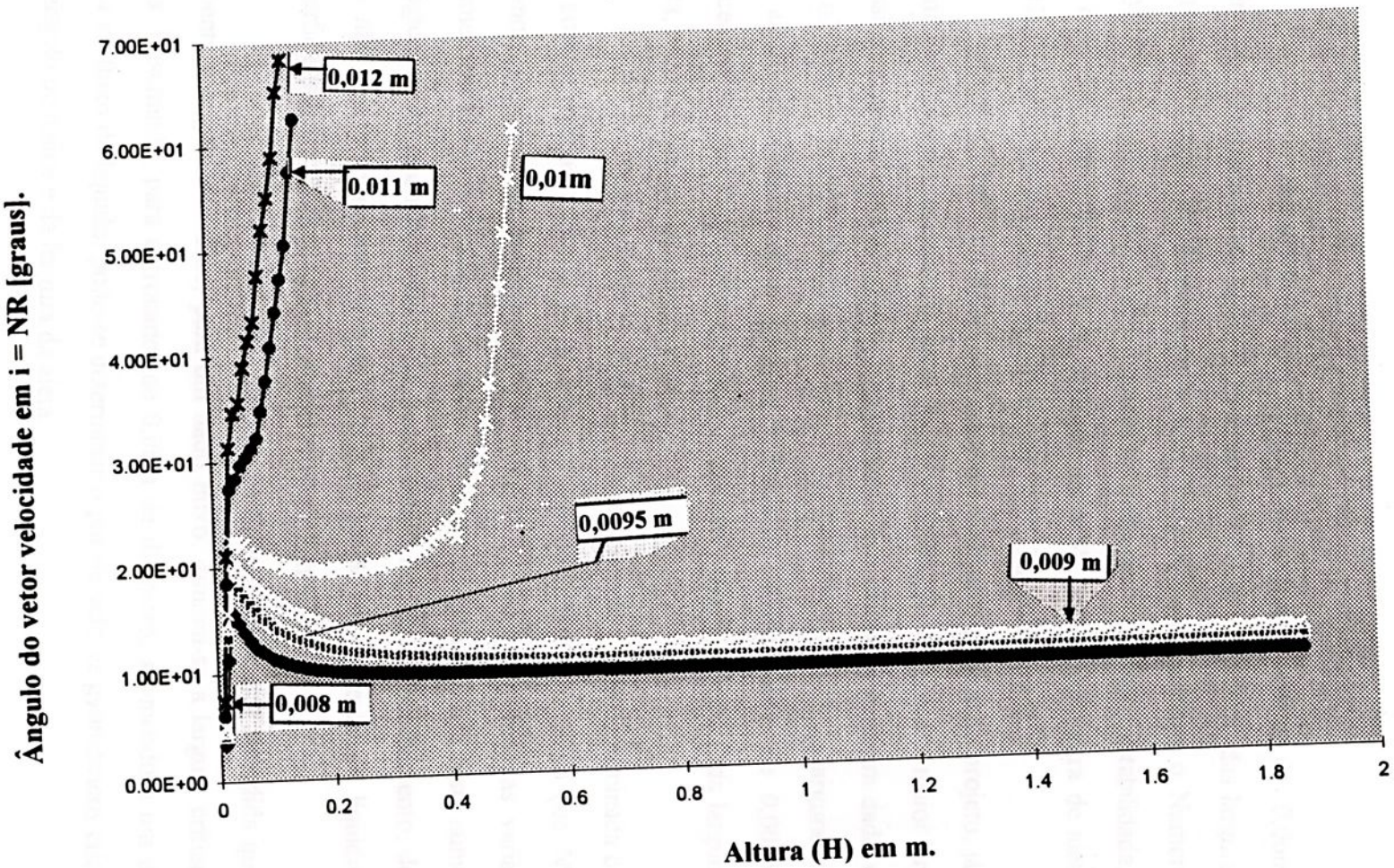


Fig. 9.24 : Evolução da estabilidade, em função da largura da aleta, para um ângulo de hélice de 3° e para i = NR.

9.6. DEDUÇÃO DO CAMPO DE VALIDADE DE UM TROCADOR

Repetindo-se os cálculos para um trocador de 0,06m de diâmetro, apresenta-se na figura 9.25 somente os pontos críticos, das larguras da aleta como função de ângulos de hélices, mantendo-se constante o Número de Reynolds em cada perfil, ou seja, aqueles pontos onde é perdida a estabilidade, que no caso das figuras 9.23 e 9.24 corresponde a 3°, para uma largura de aleta de 0,01m, obtendo-se um ponto da curva para Re = 132, da figura 9.25.

Esta é a figura que resume a aplicação prática do projeto, já que fornece de uma forma rápida, a partir de um dado ângulo de hélice, a maior largura possível de aleta, sem que apareça ponto seco. Por exemplo, para um dado valor do número de Reynolds igual a 132 e um ângulo de hélice de 5°, a largura crítica da aleta acima da qual o trocador começa a secar-se seria de 0,0075 m; evidentemente, pode-se também efetuar o cálculo a partir de uma dada largura da aleta, para encontrar o ângulo de hélice.

Na figura 9.25, cada fluxo corresponde a uma determinada curva de pontos críticos. Observa-se claramente que aumentando o fluxo (ou N° de Reynolds) os pontos críticos também aumentam , ou seja, uma das variáveis geométricas (largura ou ângulo de hélice) aumenta, fixando a outra. Este aumento é lógico, posto que um aumento de fluxo sempre favorece o molhamento, desde que não seja ultrapassado o limite de sustentação da película de líquido na superficie inferior da aleta (o que não ocorre em nenhum caso).

Outra conclusão imediata da figura 9.25 é que a medida que se aumenta o ângulo de hélice, para um dado fluxo, diminui-se a largura crítica da aleta. Resumindo, para o trocador de 0,06m de diâmetro, submetido a um dado valor de fluxo de líquido, pode-se determinar o par de valores geométricos críticos do ângulo de hélice e da largura da aleta.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

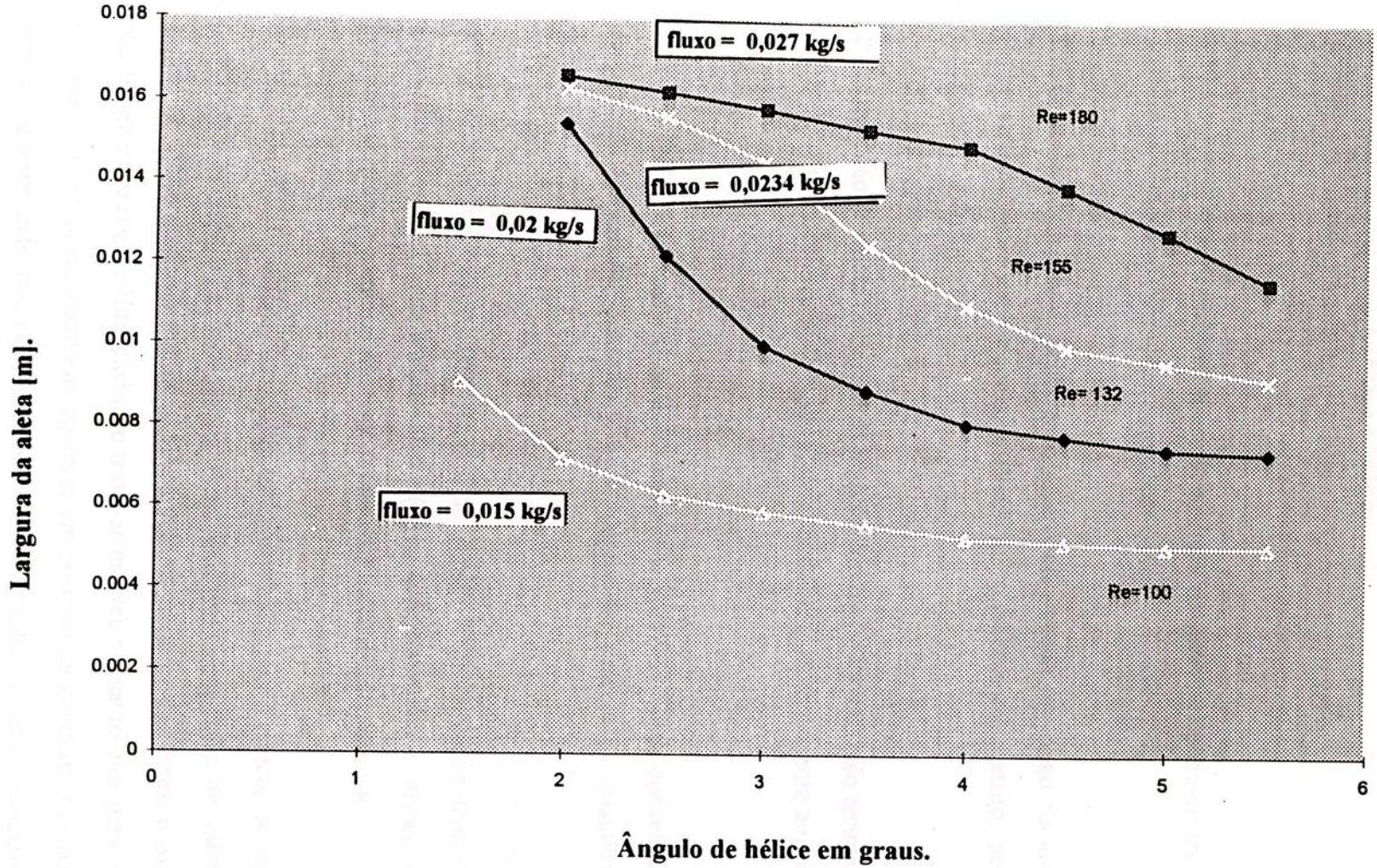


Fig. 9.25 : Representação do ponto crítico para um trocador de 0,06 m de diâmetro de tubo.

9.7 RESUMO DAS CONCLUSÕES

A partir do exposto ao longo do capítulo, pode-se resumir as conclusões obtidas nos seguintes pontos concretos:

1°.- O líquido tem sua velocidade diminuída ao circular ao longo da aleta, até atingir uma situação estável, consequência do equilíbrio entre atrito, peso e a própria inércia do líquido.

2°.- A situação de estabilidade, citada no ítem anterior, é afetada pelo aparecimento de um ressalto estacionário de líquido, devido à alimentação somente ao longo da 1ª volta.

3°.- Este ressalto estacionário pode diminuir, ou aumentar, (caso convergente ou divergente) em função dos efeitos contrapostos do peso e da quantidade de movimento.

4°.- O primeiro ponto seco aparecerá quando, devido a uma situação divergente, o ângulo do vetor velocidade em uma malha (da superficie superior da aleta) torna-se 90°, ou seja quando o líquido move-se totalmente na direção tangencial.

5°.- Para uma dada vazão e um raio do tubo, existe um ponto crítico, ou seja, um ponto onde aparece uma zona seca, correspondente a uma dupla de valores do ângulo de hélice e a largura da aleta. Para valores menores que estes, o trocador não secará e seu regime hidrodinâmico torna-se estável, enquanto que, para valores maiores, o ponto de secamento irá aparecer em posições cada vez mais próximas à entrada, apresentando altura do trocador totalmente molhado cada vez menores.



6°.- Para uma dada configuração geométrica, o modelo é capaz de calcular a altura máxima possível, que corresponde à estabilização total do fluxo, isto é, com todas as superfícies do trocador cobertas por uma película de líquido.

7°.- Os resultados obtidos pela aproximação por um perfil linear não diferem dos obtidos ao se supor um perfil de velocidades parabólico.

9.8 EXTENSÕES IMEDIATAS E FUTURAS

Do que foi exposto neste trabalho, pode-se claramente perceber que este tópico de pesquisa e desenvolvimento é bastante recente pois, apesar da sua grande aplicabilidade, não existe ainda definida uma metodologia de projeto. De uma maneira geral é um assunto aberto, necessitando para o seu completo entendimento um grande esforço teórico-experimental.

Em continuidade a este trabalho, encontra-se em pleno desenvolvimento alguns tópicos como:

- Estudo dos modelos matemáticos relativos ao evaporador e ao condensador para completar este projeto.

- Nova concepção deste trabalho, a partir de aleta espiral externa ao tubo, utilizando o método numérico dos elementos finitos para solução do novo modelo matemático.

- Construção de um protótipo para obtenção de resultados experimentais para a validação dos modelos propostos.



APÊNDICE A

EQUAÇÃO DIFERENCIAL GERAL QUE REGE QUALQUER PROBLEMA DE FENÔMENOS DE TRANSPORTE

Desenvolvem-se, nesse apêndice, as equações gerais do modelo matemático para um campo de velocidade de um fluxo de líquido.

Adota-se o volume de controle diferencial como mostrado na figura A.1. Considera-se que o vetor fluxo $\vec{J}$ de uma determinada variável extensiva cruza o volume de controle. Decompondo-se esse vetor fluxo em cada uma de suas componentes cartesianas, chega-se ao fluxo líquido por unidade de volume em cada direção. Como exemplo, na direção x será expresso por $\left(\frac{\partial J_x}{\partial x}\right)$. Executando a somatória das componentes nas direções xyz tem-se:

$$\frac{\partial J_x}{\partial x}+\frac{\partial J_y}{\partial y}+\frac{\partial J_z}{\partial z}=\operatorname{div}\vec{J}=\vec{\nabla}.\vec{J} \qquad \text{(A.1)}$$

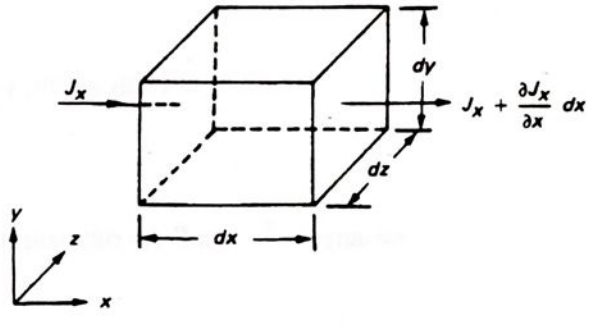


Fig. A.1: Balanço de fluxo através de um volume de controle (componente na direção x).

Se Φ é a variável extensiva, de um fluido que se desloca com velocidade $\vec{u}$, o fluxo dessa variável devido ao deslocamento do fluido será dado por:

$$\vec{j}_c = \rho \vec{u} \Phi \tag{A.2}$$

onde o subíndice *c* refere-se ao termo denominado *fluxo de convecção* $\vec{j}_c$. Ao ocorrer variações espaciais no valor específico de Φ e/ou em uma variável intensiva diretamente relacionada, existe outro termo denominado *fluxo de difusão* $\vec{j}_d$, cuja expressão é dada por:

$$\vec{j}_d = -T \operatorname{grad} \Phi = -T \vec{\nabla} \Phi \tag{A.3}$$

Outro termo que influe na variável extensiva Φ, ao longo do volume de controle, é a variável tempo, ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \Phi) \tag{A.4}$$

Portanto, se a estes termos adiciona-se o termo fonte *S*, que reflete a produção da variável Φ por unidade de volume, dentro do volume de controle, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \Phi) + \operatorname{div} \vec{j} = S \tag{A.5}$$

expressão que pela decomposição do fluxo $\vec{j}$, torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \Phi) + \operatorname{div}\left[\left(\rho \vec{u}\, \Phi\right) + \left(-T \operatorname{grad} \Phi\right)\right] = S \tag{A.6}$$



ficando escrita na forma final, como a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \operatorname{div}\left(\rho\vec{u}\Phi\right) = \operatorname{div}\left(T \operatorname{grad}\Phi\right) + S \qquad \text{(A.7)}$$

O interessante dessa expressão, equação A.7, é que qualquer fenômeno de transferência pode ser representado. Na tabela A.1, aplicável ao regime laminar, esta expressão é relacionada ao fenômeno descrito.

Tabela A.1: Aplicações da equação geral de fenômenos de transporte.

Φ: Variável extensiva específica.	S: Termo fonte	T grad Φ: Termo de difusão.	Tipo de equação.
1(massa total)	0	0	Conservação da massa.
x_i (fração de massa da componente i da mistura)	S_i :quantidade de componente i que aparece como consequência de reação química.	D grad x_i: Lei de Fick sendo D o coeficiente de difusão.	Conservação das espécies.
u_x: Componente do vetor velocidade.	B_x: Forças de volume e outros termos de atrito.	μ grad u_x: Lei de Newton. Sendo μ a viscosidade do fluido	Conservação da quantidade de movimento.
h: Entalpia específica.	Q: Termo de energia devido a fenômenos de radiação ou trabalhos de fluxo.	λ grad T: Lei de Fourier (calor por condução). Sendo λ a condutividade do material	Conservação da energia.

Quando é estudado somente o problema hidrodinâmico e pela consideração de que o sistema é isotérmico, utiliza-se a 1ª e 3ª linha da Tabela A.1, ou seja , a equação da conservação da massa e a equação do balanço de forças ou conservação da quantidade de movimento.

EQUAÇÕES DO CAMPO DE VELOCIDADE

Apresentam-se, agora, as duas equações diferenciais de balanço, por unidade de volume, para a solução do campo vetorial de velocidades:

Equação diferencial da quantidade de movimento para a componente u_x:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_x) + \operatorname{div}(\rho \vec{u} u_x) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u_x) - \frac{\partial p}{\partial x} + B_x \qquad \text{(A.8)}$$

Equação diferencial da conservação da massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0 \qquad \text{(A.9)}$$

Aplicam-se agora as seguintes hipóteses adotadas para o modelo:

- Regime permanente, isto é, as variáveis não dependem da variável tempo, $\frac{\partial [\,]}{\partial t} = 0$.
- Propriedades físicas constantes.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Assim, a equação da conservação da massa, equação A.9, torna-se:

$$\operatorname{div}\vec{u} = 0 \tag{A.10}$$

e pela substituição da equação A.10 resultante na equação A8, obtem-se a forma final da equação da quantidade de movimento, como a seguir:

$$\rho\,\vec{u}\,\operatorname{div}(u_x) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u_x) - \frac{\partial p}{\partial x} + B_x \tag{A.11}$$

Esta é a equação diferencial geral do modelo matemático do volume de controle. Agora integrando a equação A.11 e aplicando o teorema de Gauss-Ostrogradsky em um volume de controle finito, obtem-se a expressão na forma integral da equação da quantidade de movimento:

$$\iint_{SC} \rho\,\vec{u}\,u_x d\vec{S} = \iint_{SC} \mu \operatorname{grad} u_x\, d\vec{S} + \iiint_{VC}\left(-\frac{\partial p}{\partial x} + B_x\right) dV\,, \tag{A.12}$$

que é a equação principal para obter o perfil de velocidades.

APÊNDICE B

ESTUDO DAS FORÇAS NO VOLUME E SUPERFÍCIES DE CONTROLE

Neste apêndice será desenvolvido, de forma mais detalhada, cada uma das forças que atuam sobre as superficies de controle.

B.1 Forças de superfície

Em cada uma das superficies de controle, as quais delimitam o volume de controle ou malha, aparecerão uma série de interações em consequência do efeito de contato, seja na interface sólido-líquido, líquido-líquido ou líquido-gás. A interface sólido-líquido é definida pela base do volume de controle, ou seja, onde a película de líquido está em contato com a aleta ou com a parede interna do tubo vertical. A superficie de controle ou interface líquido-gás é exatamente oposta à anterior, ou seja, é a superficie do líquido em contato com o gás, e as interfaces de contato líquido-líquido são as superficies de controle entre os volumes de controle (malhas) que discretizam o líquido. Para entender a origem de todas essas interações, deve-se analisar a expressão das forças de superficie na forma para o tratamento integral, a seguir:

$$\sum \vec{F}_s = \iint_{sc} \left(\overline{\overline{T}}\vec{n}\right) dS \qquad \text{(B.1)}$$

unesp

e recordar a decomposição do tensor tensão $\overline{\overline{T}}$ realizada para um líquido, isto é, uma componente corresponde ao estado de tensão normal (pressão hidrostática) e a outra que corresponde as tensões tangenciais, relacionadas ao tensor deslocamento. Em notação vetorial tem-se:

$$\overline{\overline{T}}\vec{n} = -p\vec{n} + \overline{\overline{\tau}}\vec{n} \tag{B.2}$$

e portanto,

$$\sum \vec{F}_s = -\int_{sc} p\vec{n}dS + \int_{sc} \overline{\overline{\tau}}\vec{n}dS \tag{B.3}$$

Levando em conta, por um lado, que o efeito da pressão só é devido a altura hidrostática e que, portanto, esta força será nula na interface líquido-gás e por outro lado, que a força vertical devido a pressão na interface sólido-líquido se anulará com a reação da superficie sólida e, portanto, não será considerada, pode-se escrever a equação B.3 da seguinte forma:

$$-\iint_{SA}(p\vec{n})dS + \iint_{SA}(\overline{\overline{\tau}}\vec{n})dS - \iint_{SC}(p\vec{n})dS + \iint_{SC}(\overline{\overline{\tau}}\vec{n})dS - \iint_{SB}(p\vec{n})dS + \iint_{SB}(\overline{\overline{\tau}}\vec{n})dS -$$
$$-\iint_{SD}(p\vec{n})dS + \iint_{SD}(\overline{\overline{\tau}}\vec{n})dS + \iint_{SS}(\overline{\overline{\tau}}\vec{n})dS + \iint_{SG}(\overline{\overline{\tau}}\vec{n})dS = \sum \vec{F}_s \tag{B.4}$$

sendo A, B, C e D as superficies líquido-líquido e SS e SG as superficies sólido-líquido e gás-líquido, respectivamente.

Ao analisar a expressão, equação B.4, observa-se como as forças de pressão só aparecem nas interfaces líquido-líquido. As forças de atrito, devido as tensões tangenciais, aparecem não só nas interfaces líquido-líquido mas também nas superficies de controle correspondentes as interfaces com o sólido e com o gás. Uma pergunta

evidente, agora, seria: é lógico que apareçam forças de atrito com o gás e com o sólido, mas como se entende a aparição de tensões tangenciais líquido-líquido?

A resposta deve ser obtida pensando que as integrais do tensor tensão só serão nulas quando o vetor normal for paralelo ao vetor velocidade que atravessa a superficie[1]. O vetor velocidade, tanto de entrada como de saída, não é sempre normal a superficie de controle e, portanto, podem surgir tensões tangenciais entre o líquido do interior do volume e o do exterior deste. É evidente que no meio contínuo essas tensões anulam-se umas as outras por ação e reação, **mas ao isolar um volume de controle é preciso considerá-las.** A disposição dessas tensões é mostrado na figura B.1, onde observa-se as direções aproximadamente paralelas em superficies opostas, em função da geometria da malha.

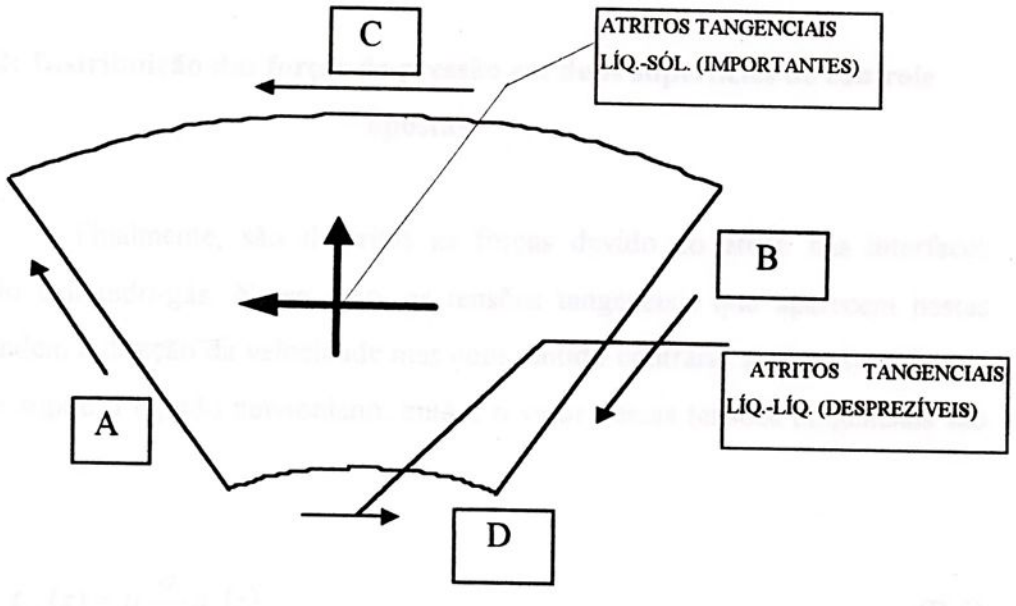


Fig. B.1: Distribuição de forças de atrito nas superfícies de controle.

Quanto as forças de pressão, ou seja, as devido às componentes de tensão normal, são simples de calcular, já que são proporcionais a altura do líquido com

---

1 [1] A razão disto é a definição do tensor tensão que está relacionado as velocidades de deformação através das próprias derivadas do vetor velocidade.

superfície livre. Essa força de pressão submete o volume de controle a uma "compressão" devido aos elementos de líquidos vizinhos e, por isso, atuam em sentidos opostos, como claramente se observa na figura B.2.

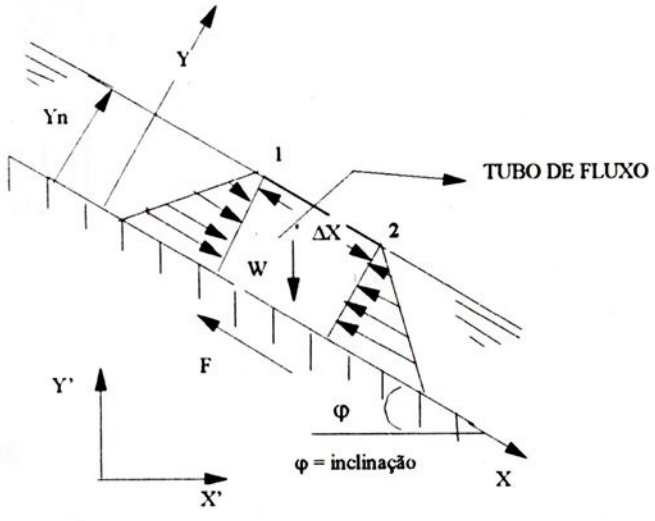


Fig. B.2: Distribuição das forças de pressão em duas superfícies de controle opostas.

Finalmente, são descritas as forças devido ao atrito nas interfaces sólido-líquido e líquido-gás. Nesse caso, as tensões tangenciais que aparecem nestas interfaces tendem a direção da velocidade mas com sentido contrário a esta. Ao aplicar a hipótese que supõe o líquido newtoniano, então, o valor dessas tensões tangenciais são dadas por:

$$\tau_{xz}(z) = \mu \frac{\partial}{\partial z} u_x(z) \tag{B.5}$$

$$\tau_{yz}(z) = \mu \frac{\partial}{\partial z} u_y(z) \tag{B.6}$$

onde x e y são os eixos do sistema de referência e z é a variável que define a altura da película de líquido.

O atrito na interface sólido-líquido e na gás-líquido, que atua na direção x, é escrito da seguinte forma:

$$\tau_x(z) = \mu \frac{\partial u_x(z)}{\partial z}\bigg|_{z=0} \tag{B.7}$$

$$\tau_x(z) = \mu \frac{\partial u_x(z)}{\partial z}\bigg|_{z=\delta} \tag{B.8}$$

B.2 Forças de volume

Considera-se que a única força de volume é a força peso, mas este termo pode incluir qualquer tipo de força proporcional à massa do líquido gerada por ação de um certo campo. No caso da força peso está bem definida por unidade de volume como $\rho\vec{f}$, sendo:

$$\vec{f} = -\vec{\nabla}(gz) \tag{B.9}$$

e, portanto, o termo relativo as forças de volume em sua forma integral tem a seguinte expressão:

$$\sum \vec{F}_v = -\iiint_{vc} \rho\vec{\nabla}(gz)dV \tag{B.10}$$

É fácil desenvolver esta integral, equação B.10, sem recorrer a nenhuma hipótese adicional. Ela pode ser decomposta, segundo a figura B.2, como a seguir:

unesp

$$-\iiint_{vc} \rho\vec{\nabla}(gz)dV = -Area\int_0^{\delta} \rho g sin(\varphi)dz\,\vec{i} - Area\int_0^{\delta} \rho g\cos(\varphi)dz\,\vec{k} \qquad \text{(B.11)}$$

A primeira integral do segundo membro corresponde à componente da força peso, segundo o eixo *x*, que é a força impulsora do líquido, enquanto que a segunda integral é a componente segundo o eixo normal a aleta, componente que, por anular-se com a reação da aleta, não influi no problema.[2]

B.3 Forças de inércia

Estas forças apareceriam no caso em que o sistema de referência estudado fosse não inercial. Nesse caso, deveria ser considerado forças fictícias, consequência do campo de aceleração existente no líquido para esta referência. Assim, apareceriam uma força do tipo centrífugo e uma força de Coriolis. Quando o sistema de eixos coordenados é fixo a cada malha, não é preciso levar em conta essas forças.

B.4 Forças de interação

Este tipo de força deve ser considerado quando ocorre mudanças bruscas de direção no escoamento do líquido e aparecem como consequência da aplicação da equação da quantidade de movimento.

---

2 [2] De fato, este balanço de forças constitui a equação da quantidade de movimento segundo o eixo normal a aleta que seria simplesmente : $0 = R_n + P_n$ onde P_n é a componente normal do peso e R_n .é a reação da superfície sólida.

Se um líquido possui uma determinada quantidade de movimento, em uma certa direção e sentido, e em um certo instante perde esta por encontrar-se com um obstáculo e tem que variar de direção, aparecerá sobre este líquido uma força de interação produzida pela parede sobre ele e, portanto, também uma reação correspondente do líquido sobre a parede. Isto pode ser entendido mais facilmente na figura B.3.

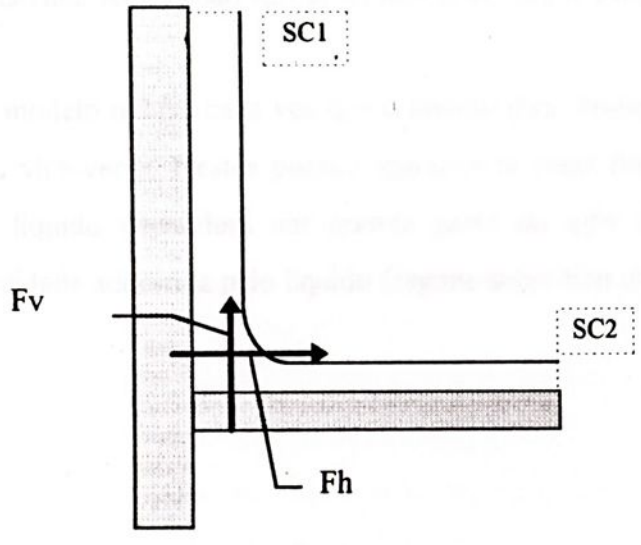


Fig. B.3: Forças de interação que aparecem em um cotovelo com um líquido em superfície livre.

Supõe-se um volume de controle, como o da figura B.3, e no momento de aplicar a equação da quantidade de movimento no referido volume de controle teremos a seguinte expressão:

$$\iint_{sc1} \vec{u}_1(\vec{u}_1\vec{n})dS + \iint_{sc2} \vec{u}_2(\vec{u}_2\vec{n})dS = \sum \vec{F}_s \qquad \text{(B.12)}$$

Evidentemente as velocidades v_1 e a v_2 são perpendiculares entre sí e, portanto, ao aplicar a equação anterior em cada componente, resultará:

$$\iint_{sc1} u_1^2 dS = F_1 \qquad \text{(B.13)}$$

$$\iint_{sc2} u_1^2 dS = F_2 \qquad \text{(B.14)}$$

Obtém-se, assim, duas forças segundo cada um dos eixos, onde F_1 é conhecida a princípio, posto que se conhece o valor da quantidade de movimento de entrada, enquanto que em princípio, o valor de F_2 não é conhecido e constituirá uma incógnita a mais do sistema. Ambas são forças de interação que o sólido exerce sobre o líquido.

No modelo ocorre cada vez que o líquido gira, desde a parede vertical até a aleta espiral ou vice-versa. Nestes pontos apareceram essas forças de interação, cujo efeito sobre o líquido dependerá em grande parte do tipo de regime, como consequência da velocidade adquirida pelo líquido (regime subcrítico ou supercrítico).

APÊNDICE C

ESTUDO DAS FORÇAS DE TENSÃO SUPERFICIAL DO LÍQUIDO

C.1 Forças de tensão superficial

Este tipo de força aparece devido as forças moleculares de coesão que ocorrem nas interfaces. Nessas interfaces, estas forças tendem a permanecer em equilíbrio e implicam numa modificação do perfil da superficie.

No problema estudado, este fenômeno aparecerá tanto na interface sólido-líquido como na líquido-gás, isto é, nas superficies da película e atuará em conjunto com o atrito, que é uma força contrária ao movimento.

O ponto mais crítico do problema, em que atua este tipo de força e que precisa ser analisado com cuidado, são as condições da película de líquido que circula pela superficie inferior da aleta. É interessante, tratar este fenômeno com um pouco de atenção para extrair alguns tipos de conclusões e atribuir um possível límite sobre a capacidade de sustentação desta película de líquido favorecida pelas forças de tensão superficial.

unesp

Sustentação de camadas de líquido em paredes horizontais inferiores

Na figura C.1, observa-se a disposição da força de sustentação, neste caso representado por tensões, em cada uma das interfaces de forma que:

σ_{ls}: tensão superficial líquido-sólido.

σ_{gs}: tensão superficial gás-sólido.

σ_{lg}: tensão superficial gás-líquido.

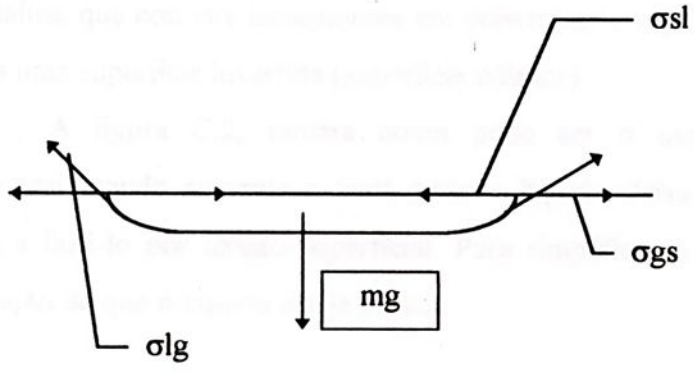


Fig. C.1: Tensões superficiais que aparecem em uma gota de líquido.

Para que ocorra equilíbrio a seguinte expressão deve ser satisfeita:

$$\sigma_{gs} = \sigma_{lg} \cos\theta + \sigma_{ls} \qquad \text{(C.1)}$$

e isto fará com que a gota estenda-se ou desprenda, até atingir um ângulo de equilíbrio. Sem dúvida, por outro lado, o valor da tensão superficial tem que ser capaz de sustentar todo o peso da gota líquida formada:

$$mg = \sigma_{lg} sin\theta \qquad \text{(C.2)}$$

Este balanço nos fornece uma idéia clara e muito importante para o projeto. A sustentação da película de líquido será maior quando o molhamento do líquido no sólido for melhor. A razão é evidente, se σ_{ls} é muito maior que σ_{gs}, então para que ocorra o

equilíbrio de forças o ângulo θ tenderá a um valor maior que 90°, com o qual a superfície da gota passa a ser côncava e o raio desta diminui. Como o valor da força devido a tensão superficial é proporcional ao perímetro, diminuirá a capacidade de sustentação e se sustentará menos película de líquido. Disto pode-se apresentar a seguinte conclusão:

Para conseguir películas invertidas de líquido deve se buscar líquidos que molhem o sólido, ou seja, tenham um valor de θ menor que 90°, e também tenham um alto valor de σ_{lg}. É evidente, que a explicação de tudo isso está relacionado com o objetivo da análise, que consiste basicamente em determinar a capacidade de manter um certo fluxo em uma superfície invertida (superfície inferior).

A figura C.2, mostra como pode ser o esquema do problema apresentado, considerando somente a zona onde o líquido deixa de sustentar-se por atrito e passa a fazê-lo por tensão superficial. Para simplificar o estudo, admite-se a seguir a suposição de que o líquido esteja parado.

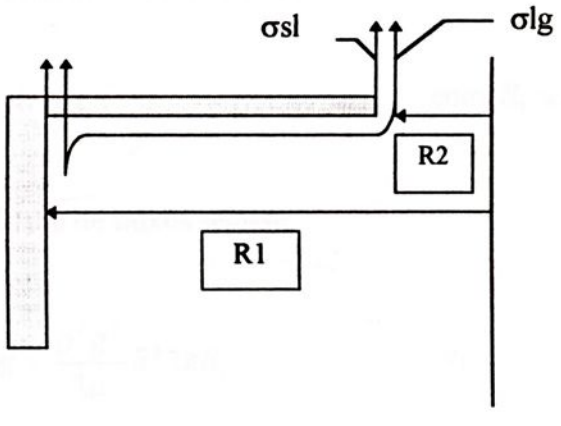


Fig. C.2: Forças devido a tensões superficiais e ao peso que aparecem na superfície inferior da aleta.

O balanço de forças nos fornece:

$$mg = 2\pi\left[R_1\sigma_{sl} + (R_1 - \delta)\sigma_{gl} + R_2\sigma_{sl} + (R_2 - \delta)\sigma_{gl}\right] \qquad \text{(C.3)}$$

admitindo $R_1 - \delta \approx R_1$ y $R_2 - \delta \approx R_2$

e levando em conta que:

$$mg = \pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)h\rho g \qquad \text{(C.4)}$$

obtém-se um valor de h:

$$h = \frac{2\left(\sigma_{sl} + \sigma_{gl}\right)}{(R_2 - R_1)\rho g} \qquad \text{(C.5)}$$

Ao supor a existência de um fluxo estacionário, a expressão anterior, equação C.5, não muda quando supõe se que o valor da quantidade de movimento do líquido que entra na superficie de controle e que sai sejam praticamente iguais. Portanto, a expressão obtida considerando um fluxo será:

$$\dot{m}g = 2\pi r h \mathrm{u}(r)\rho g \qquad \text{com } R_1 \le r \le R_2 \qquad \text{(C.6)}$$

e impondo agora a igualdade de fluxos tem-se:

$$2\pi r h \mathrm{u}(r)\rho g = \frac{\rho^2 g^2}{3\mu}\delta^3 2\pi R_1 \qquad \forall r \qquad \text{(C.7)}$$

sendo δ a espessura da película na região de queda vertical.

Impondo agora o valor de h, obtido anteriormente, para o valor de r $=R_1$, resulta que:

$$\mathrm{u}(R_1) = \frac{\rho^2 g^2}{3\mu}\delta^3 \frac{(R_2 - R_1)}{2(\sigma_{sl} + \sigma_{gl})} \qquad \text{(C.8)}$$

unesp

e além disso as velocidades no extremo r = R_1, devem coincidir com seu valor médio, $u(R_1) = \bar{u}_A$, por ser igual a área de passo, o qual nos fornece outra equação para utilizar. Empregando esta igualdade e sabendo-se que:

$$\vec{u}_A = \frac{\rho g \delta^2}{3\mu} \tag{C.9}$$

acaba-se por obter:

$$\delta_{max} = \frac{2\left(\sigma_{sl} + \sigma_{gl}\right)\right)}{\rho g (R_2 - R_1)} \tag{C.10}$$

que representa o máximo valor admissível de δ na entrada para se conseguir a sustentação na superfície invertida.

A partir daqui pode-se deduzir qual o valor máximo de fluxo que pode ser desviado sem que ocorra queda de líquido:

$$\dot{m}_{max} = \frac{\rho^2 g}{3\mu} \delta_{max}^3 2\pi R_1 = \frac{8}{\mu \rho g^2} \left(\frac{\sigma_{sl} + \sigma_{gl}}{R_2 - R_1} \right)^3 2\pi R_1 \tag{C.11}$$

Todas essas deduções aproximadas serão úteis para a simulação.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

APÊNDICE D

COMPRIMENTO DE ENTRADA

D.1 Hipóteses do comprimento de entrada

Supõe-se que o escoamento na entrada é perfeitamente desenvolvido, isto é, um perfil de velocidades estabilizado do fluido e que, portanto, permanece constante. Por essa consideração, o comprimento de entrada deve ser superior ao estabelecido por Yilmaz e Brauer [23], os quais apresentam uma expressão que fornece a distância de aceleração, onde a película de líquido ainda não está completamente desenvolvida. Esta expressão é:

$$Xe^{*} = 0.67(\mathrm{Re})^{\frac{4}{3}} \tag{D.1}$$

onde o número de Reynolds é definido como:

$$\mathrm{Re} = \frac{\Gamma}{\mu} \tag{D.2}$$

sendo Γ o fluxo mássico por unidade de comprimento:

$$\Gamma = \frac{\dot{m}}{2\pi R} \tag{D.3}$$

unesp

de modo que, o comprimento adimensional Xe^* é dada por:

$$Xe^* = Xe\left(\frac{g\sin\varphi}{3\nu^2}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{D.4}$$

Com esta expressão e supondo os seguintes valores:

Re=200

$\mu=4.10^{-4}$ kg/(sm)

$\rho=1000$ kg/m^3

$\varphi=90°$

obtém-se um comprimento de entrada de Xe=28,6 mm. Esse valor indica o comprimento mínimo de entrada da alimentação do trocador, antes de chegar a aleta, pois este será o valor mínimo para supor um perfil de velocidades do fluido perfeitamente desenvolvido na entrada da aleta espiral.

Desenvolvendo-se a expressão anterior, equação D.4, em função do fluxo total, ou seja:

$$Xe = 0.67\left(3\frac{\dot{m}^4}{(2\pi R)^4 \rho^2 g\sin\varphi\mu^2}\right)^{\left(\frac{1}{3}\right)} \tag{D.5}$$

Pode-se constatar que as distâncias obtidas comprovam que as hipóteses de supor o fluxo com perfil de velocidade estabelecido na entrada, não exige grandes mudanças no trabalho de Schwarzer [14].

Sem dúvida, é importante acrescentar que as experiências prévias de Schwarzer [14] demonstram que aparecem diferenças substanciais entre estes comprimentos de entrada em função do tipo de distribuidor utilizado.

unesp

D.2 Tipo de regime de escoamento do fluido

Uma hipótese importante é aquela que apresenta o tipo de regime de trabalho do fluido que considerado no modelo. Segundo a teoria de escoamento em película, dentro da dinâmica de películas de fluidos descendentes, existem três tipos de regimes: laminar, laminar ondulado e turbulento.

Fulford [4] apresenta alguns critérios aproximados que definem as mudanças de regime de escoamento, em função do número de *Re*, para fluidos comuns:

a) Existe fluxo laminar com uma superficie lisa para Re< 5.

b) Aparecerá fluxo laminar com ondas na superficie para o intervalo: 5 <Re< 400.

c) O fluxo será completamente turbulento para Re> 400.

Esses limites são somente estimativos, já que o aparecimento de ondulações sofre influência da velocidade do gás exterior, bem como, também dos valores de tensão superficial e de condições iniciais de distribuição (alimentação).

Para o modelo proposto supõe-se, em princípio, fluxo laminar, sem ondas superficiais, embora o limite de Re é ampliado até 200, já que segundo alguns pesquisadores, como por exemplo Rahman et al. [8-9], a hipótese de escoamento laminar em modelos com *Re* em torno de 200, não produz grandes diferenças nos resultados. Além disso, o tratamento dessas ondulações é muito complexo, segundo o trabalho de Yan-Lin [22] e está fora das aspirações deste trabalho.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

APÊNDICE E

HIPÓTESES APLICADAS EM RELAÇÃO AS FORÇAS DE PRESSÃO

Neste apêndice são explicadas quais as principais hipóteses aplicadas em relação as forças de superfície, mais especificamente às forças de pressão que aparecem em um volume de controle.

As forças de superfície são, basicamente, de dois tipos: as normais e as tangenciais em função da componente da tensão considerada. A tensão normal constitui o conceito de **pressão**, enquanto que a tangencial o conceito de **atrito**.

E.1 Influência das forças de pressão

A influência das pressões no volume de controle, como esquematizado na figura E.1, só depende da altura da película do líquido, por tratar-se de uma superfície livre. Os diagramas de pressão exercida pelas malhas vizinhas são lineares e as forças resultantes tem sentidos contrários e, supondo uma espessura de película constante, a resultante destas forças é nula.

Ao se considerar o modelo como um meio contínuo, ou seja uma diminuição contínua e não discreta da espessura da película, como suposto no modelo, o cálculo desta força de pressão resultante, ao isolar o volume de controle, será desenvolvido a partir daqui.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

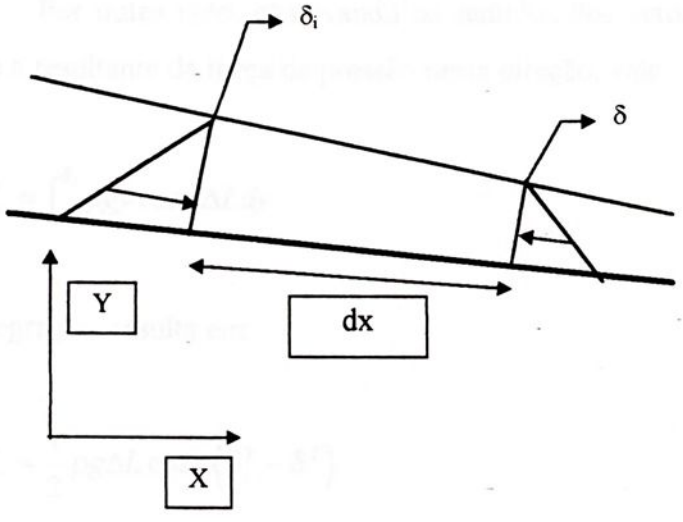


Fig. E.1: Diagrama de pressões em uma superfície livre com perdas de carga.

A expressão para as forças de pressão utilizada é:

$$\sum \vec{F}_n = \iint_{sc} (p\vec{n})\,\mathrm{d}S \qquad \forall \text{ SC.} \tag{E.1}$$

Para desenvolver esta expressão, devemos escrever a pressão como uma função da altura hidrostática. Aplicando a expressão, equação E.1, nas duas superfícies de controle (SC) da figura E.1, tem-se:

- para a SC1:

$$\int_0^{\delta_i} \rho g y \cos\varphi \Delta L dy \tag{E.2}$$

-para a SC2:

$$\int_0^{\delta} \rho g y \cos\varphi \Delta L dy \tag{E.3}$$

Por outro lado, observando os sentidos dos vetores normais, pode-se comprovar que a resultante da força de pressão nesta direção, vale:

$$F_n = \int_{\delta}^{\delta_i} \rho g y \cos\varphi \Delta L dy \tag{E.4}$$

que, após a integração, resulta em:

$$F_n = \frac{1}{2}\rho g \Delta L \cos\varphi \left(\delta_i^2 - \delta^2\right) \tag{E.5}$$

ou seja, resulta em uma força dirigida no sentido positivo de *x*, segundo a figura E.1.

Do ponto de vista energético, esta queda de pressão, acompanhada da diminuição da altura Δh, é invertida ao aumentar a velocidade e as perdas de carga por atrito.

Se agora observamos a figura E.2, que mostra a superfície entre duas malhas vizinhas, a única diferença é que as alturas são discretas e, portanto a pressão de entrada será aferida pela altura da malha adjacente. Os resultados obtidos anteriormente continuam válidos, se bem que agora só tem sentido se aplicados nas fronteiras do volume de controle, enquanto que no caso real, valem para duas superfícies quaisquer separadas por um diferencial dx. Para se ter a ordem de grandeza do efeito dessa força de pressão no modelo, mostra-se a seguir um cálculo comparativo entre o peso de líquido de uma malha e a força de pressão correspondente.

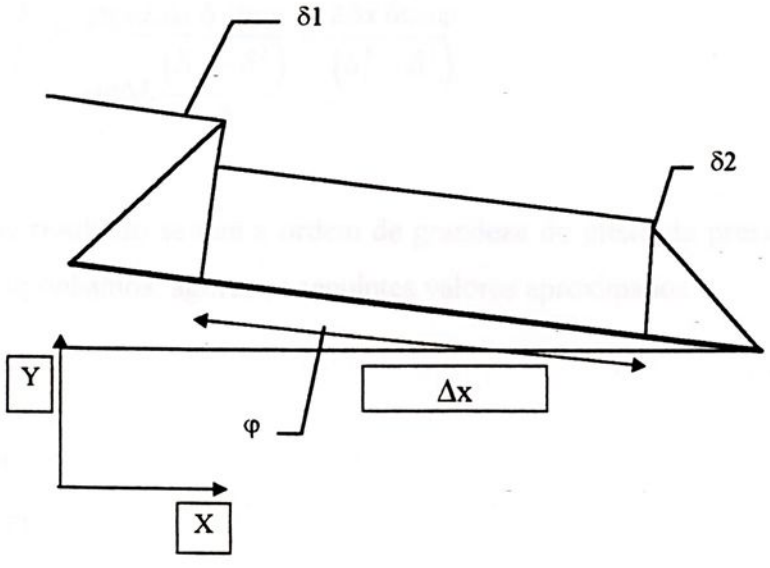


Fig. E.2: Diagrama de pressões no caso do modelo discretizado.

Para o caso discreto atual, o valor do peso é obtido a partir da expressão a seguir:

$$\sum \vec{F}_v = -\iiint_{vc} \rho \vec{\nabla}(gz) dV \tag{E.6}$$

e levando em conta só a componente x, fica:

$$F_{v_x} = P = \Delta L \Delta x \int_0^{\delta} \rho g \sin\varphi dz \tag{E.7}$$

que, integrado resulta em,

$$P = \rho g \Delta L \Delta x \, \delta \sin\varphi \tag{E.8}$$

O quociente entre ambas as forças valerá:

$$\frac{P}{F_x} = \frac{\rho g \Delta L \Delta x \, \delta \, sin\varphi}{\rho g \Delta L \dfrac{\left(\delta_i^2 - \delta^2\right)}{2}} = \frac{2\Delta x \, \delta sin\varphi}{\left(\delta_i^2 - \delta^2\right)} \qquad \text{(E.9)}$$

A partir desse resultado se tem a ordem de grandeza do efeito da pressão em relação a força peso. Suponhamos, agora, os seguintes valores aproximados:

$\delta_i = 8{,}4.10^{-4}$ m

$\delta = 8{,}2.10^{-4}$ m

$\Delta x = 3{,}0.10^{-3}$ m

$\varphi = 7°$

Isto nos fornece uma relação de : $\frac{P}{F} = 18{,}06$, ou seja, a força devida ao peso é da ordem de 20 vezes maior que a devida a diferença de pressões. A influência desta força de pressão não será decisiva e sua inclusão ou não estará subordinada a precisão exigida na simulação.

APÊNDICE F

HIPÓTESES APLICADAS EM RELAÇÃO AS FORÇAS DE ATRITO

Influência das forças de atrito

Neste apêndice serão explicadas quais as principais hipóteses aplicadas em relação as forças de superficie, mais especificamente às forças de atrito que aparecem em um volume de controle.

As forças de superficie basicamente são de dois tipos: as normais e as tangenciais em função da componente da tensão considerada. A tensão normal constitui o conceito de **pressão**, enquanto que a tangencial o conceito de **atrito**.

As tensões tangenciais aparecem como consequência da interação entre diferentes interfaces e atuam na direção paralela a superficie. Dentro das interfaces (superficies de controle) de uma malha podem-se distinguir dois tipos bem diferenciados:

Superficies de controle líquido-líquido:

Constituem-se nas quatro superficies de controle A, B, C e D, situadas perpendicularmente à aleta. Como se observa na figura B.1, estas tensões tem a direção da própria superficie, mas o seu sentido é contrário ao valor da velocidade. Sem dúvida, seu valor depende da variação da velocidade com a direção normal à superficie considerada. De fato, esta variação de velocidade nas direções x e y (segundo a figura 6.3) é muito pequena em relação a variação na direção z (normal a figura B.1).

unesp

Pode-se fazer um cálculo dos valores da força tangencial, através de uma equação similar à equação E.1, como a seguir:

$$\sum \vec{F}_t = \iint_{sc} \left(\overline{\overline{\tau}}\vec{n}\right) dS \qquad \text{(F.1)}$$

calculando o valor da tensão tangencial resultante:

$$\sum \vec{F}_t = \iint_{sc} \vec{\tau}\, dS \qquad \text{(F.2)}$$

e decompondo-se este vetor nas componentes, segundo os eixos de referência[1], tem-se:

$$F_{tx} = \iint_{scx} \tau_{xy} dS_x \text{ e} \qquad F_{ty} = \iint_{scy} \tau_{yx} dS_y \qquad \text{(F.3)}$$

e sabendo-se que:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{du_x}{dy} \qquad \text{e} \qquad \tau_{yx} = \mu \frac{du_y}{dx} \qquad \text{(F.4)}$$

portanto, utilizando a figura B.2,resulta em:

$$F_{tx} = \int_0^{\delta} \mu \frac{du_x}{dy} \Delta R \cos\alpha dz \text{ e} \qquad F_{ty} = \int_0^{\delta} \mu \frac{du_y}{dx} \Delta R sin\alpha dz \qquad \text{(F.5)}$$

---

[1] Levar em conta que o produto escalar fica implícito ao calcular o vetor tensão $\vec{\tau}$ e é por isto que aparecem as superficies projetadas, ou seja, ao calcular o valor da força em cada direção tem que se multiplicar pela área projetada segundo o eixo.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

já que a superficie de controle que se está estudando é formada pela própria película de líquido e, portanto, o límite superior de integração tem que ser a espessura deste.

Em definitivo, observa-se que o valor destas forças depende basicamente da variação da velocidade nestas duas direções. Para entender de uma forma mais intuitiva as expressões anteriores, deve-se pensar em que a força de atrito sobre uma superficie tangencial a ela depende da variação da velocidade na direção normal à referida superficie. Por isto, quando a velocidade é normal à superficie de controle, o atrito tangencial é nulo e não existe variação da velocidade na direção tangencial. Em nosso caso, isso não ocorre, já que a velocidade atravessa as superficies de controle formando um ângulo diferente de 90°.

Sem dúvida, é dificil encontrar na literatura trabalhos numéricos sobre problemas tridimensionais e a maioria dos autores simplificam algumas das variações da velocidade frente a outra predominante[2]. Neste problema, pode-se considerar como direção predominante de variação da velocidade o eixo z.

Por outro lado, o valor das derivadas das equações F.5 não dependem do valor de x e y em uma superficie de controle, já que supõe-se um único perfil ao longo de toda a superficie lateral. Portanto, integrando-se as expressões anteriores chega-se que:

$$F_{tx} = \mu \frac{du_x}{dy} \Delta R \delta \cos\alpha \tag{F.6}$$

$$F_{ty} = \mu \frac{du_y}{dx} \Delta R \delta \sin\alpha \tag{F.7}$$

Para se ter uma ordem de grandeza sobre o valor destas forças de atrito, devido a interação líquido-líquido, é necessário o cálculo desta derivada. A partir da expressão do peso da equação E.8, pode-se calcular em termos comparativos, o valor desta força.

---

[2] Como por exemplo Rahman et al. [8 -9], Siwon et al. [18]

Por exemplo, para F_{tx} (analogamente para F_{ty}):

$$\frac{P}{F_{tx}} = \frac{\rho g \sin\varphi \Delta R \Delta X \delta}{\mu \frac{dv_x}{dy} \Delta R \cos\alpha \delta} = \frac{\rho g \sin\varphi \Delta X}{\mu \frac{dv_x}{dy} \cos\alpha} \qquad \text{(F.8)}$$

Como dados de referência, pode-se supor:

$$\frac{du_x}{dy} = 0{,}02 \frac{m/s}{m} = 0{,}02\, s^{-1}$$

$\mu = 4{,}0.10^{-4}$ Pa.s

$\varphi = 7°$

$\alpha = 88°$

$\Delta X = 3.10^{-3}$ m

obtém-se um valor de : $\frac{P}{F_t} = 457$, valor suficientemente grande para poder desprezar esta tensão tangencial. A hipótese de não considerar esta tensão tangencial fica, então, justificada.

Interface[3] sólido-líquido:

Como se comentou no ítem anterior, o atrito na superficie de controle depende da variação do vetor velocidade na direção normal à superficie. No caso da interface sólido-líquido, o gradiente de velocidade é considerável já que este passa de nulo, na superficie do sólido, a altos valores, poucos décimos de milímetro depois.

---

[3] A diferença entre superficie de controle e interface é que esta última é aquela superficie de controle que separam meios em diferentes fases. Das quatro superficies de controles analisadas na malha, duas delas são interfaces (aquela que separam o sólido do líquido e aquela que separa gás do líquido).

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

A grande variação do vetor velocidade ocorre na direção z e é, por isto, que esta força terá um valor muito mais considerável que a anterior.

Para obter uma expressão que forneça o valor deste atrito, procedemos como no caso anterior. Sobre esta superficie teremos um vetor força de atrito que, de novo, valerá:

$$\sum \vec{F}_t = \iint_{sc} \left(\overline{\overline{\tau}} \vec{n} \right) dS \qquad \text{(F.9)}$$

desenvolvendo este produto, para a superficie da base da aleta (cuja normal coincide com o eixo z), tem-se:

$$\sum \vec{F}_t = \iint_{sc} \vec{\tau}\, dS \qquad \text{(F.10)}$$

descompondo este vetor segundo os eixos[4] x e y :

$$F_{tx} = \iint_{scx} \tau_{xz} dS \quad \text{e} \qquad F_{ty} = \iint_{scx} \tau_{yz} dS \qquad \text{(F.11)}$$

e a partir do que se tem comentado:

$$\tau_{xz} = \mu \frac{du_x}{dz} \qquad \text{e} \qquad \tau_{yz} = \mu \frac{du_y}{dz} \qquad \text{(F.12)}$$

---

[4] O fato de que, agora, o vetor tensão $\vec{\tau}$ ser sempre paralelo à superficie faz que o cálculo cada uma das componentes da força resultante inclua a multiplicação pela superficie total, mas não por sua projeção.



Portanto,

$$F_{tx} = \mu \frac{du_x}{dz} \Delta R \, \Delta x \qquad \text{e} \qquad F_{ty} = \mu \frac{du_y}{dz} \Delta R \, \Delta x \tag{F.13}$$

Pode-se calcular, de novo, a importância relativa desta força frente ao peso, tomando, por exemplo, a expressão da F_{tx}:

$$\frac{P}{F_{tx}} = \frac{\rho g \, \Delta R \Delta X \delta \, sin\varphi}{\mu \left. \frac{du_x}{dz} \right|_{z=0} \Delta R \Delta X} = \frac{\rho g \delta \, sin\varphi}{\mu \left. \frac{du_x}{dz} \right|_{z=0}} \tag{F.14}$$

Para os valores tomados anteriormente podemos calcular esta relação:

$\mu = 4{,}0.10^{-4}$ Pa.s

$\varphi = 7°$

$\delta = 8.10^{-4}$ m

$$\left. \frac{du_x}{dz} \right|_{z=0} = 500$$

Obtém-se um valor de : $\frac{P}{F_x} = 4{,}8$, o qual serve para demostrar que é preciso levar em conta o atrito sólido-líquido no modelo, já que seu valor é representativo em relação ao efeito do peso.

Interface gás-líquido:

Nesta superficie de controle, ou interface, o desenvolvimento realiza-se da mesma maneira que no caso anterior, já que será suposto que a superficie livre do líquido é perfeitamente perpendicular ao eixo z.

A diferença principal desta interface com respeito ao atrito sólido-líquido é que nesse caso é necessário o cálculo do gradiente de velocidade na superficie do líquido, diferentemente do caso anterior, onde o gradiente era calculado na superficie do sólido. Uma pergunta surge: que diferença será produzida nos resultados ?

Este gradiente de velocidade será evidentemente muito menor que aquele que ocorre na superficie do sólido, onde o líquido passa de uma velocidade zero a velocidades consideráveis em uma curta distância. Sem dúvida, aqui se deve garantir a continuidade de velocidades e de tensões, pela qual a velocidade do gás, situado imediatamente acima do líquido, será a mesma que a da última camada de líquido, o que implica que este gradiente não será muito grande.

Na figura F.1, pode-se comprovar a continuidade das tensões e velocidades na interface líquido-gás. Esta figura é importante para entender a resolução do sistema de equações finais e será explicado, mais adiante, detalhadamente.

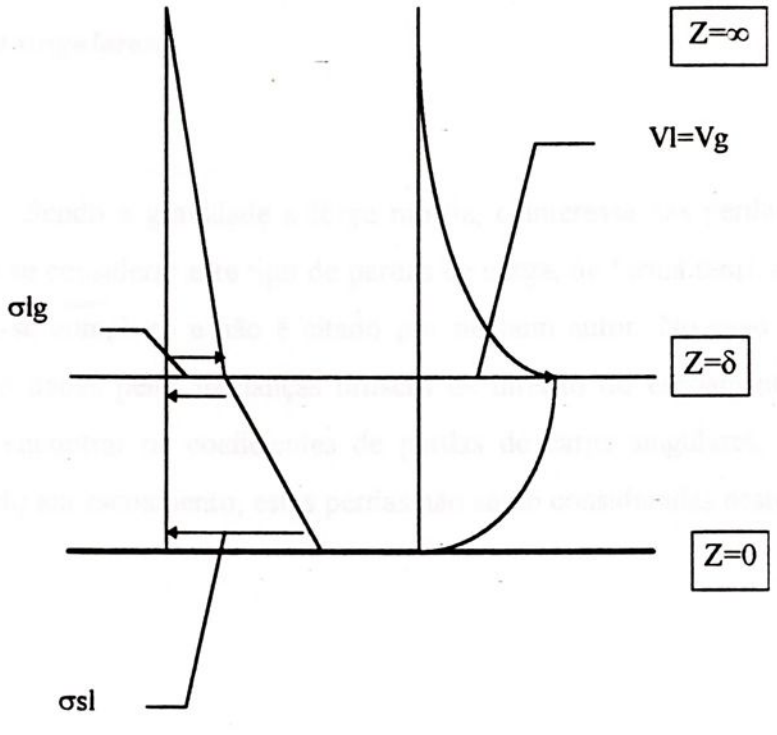


Fig. F.1: Continuidade de velocidades e tensões entre a fase líquida e a fase gás.

O valor de $\left.\frac{du_x}{dz}\right|_{z=\delta}$ ou de $\left.\frac{du_y}{dz}\right|_{z=\delta}$ dependerá de como o perfil de velocidades do gás evolui, desde seu valor idêntico ao do líquido, em $z=\delta$, até a velocidade nula, em $z=\infty$.

Fica fora do alcance deste estudo, o cálculo do valor da derivada da velocidade em $z=\delta$, posto que, para isto, terá que resolver a região do gás, assim tem-se que supor um valor para o atrito entre líquido e gás. É evidente que este valor tem que ser menor que o do atrito sólido-líquido. De fato alguns autores: Kawae et al. [7], Rahman et al. [8-9] ou Grossman [5], consideram nulo o valor deste atrito, para simplificar o modelo, eliminando uma força de pouca influência nos resultados. Portanto, o modelo tratará este atrito em função da influência que possa ter a forma do movimento do gás (convecção natural, forçada, etc).

Perdas de carga singulares:

Sendo a gravidade a força motriz, o interesse nas perdas de carga é relativo, mas ao se considerar este tipo de perdas de carga, de forma teórica e numérica, o sistema torna-se complexo e não é citado por nenhum autor. No caso em questão, estas perdas são dadas pelas mudanças bruscas de direção do escoamento do fluido. Como é difícil encontrar os coeficientes de perdas de carga singulares, válidos para películas de fluido em escoamento, estas perdas não serão consideradas neste modelo.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

APÊNDICE G

HIPÓTESES APLICADAS EM RELAÇÃO AS FORÇAS DE INTERAÇÃO, TENSÃO SUPERFICIAL E CELERIDADE

G.1 INFLUÊNCIA DAS FORÇAS DE INTERAÇÃO

As forças de interação aparecem como consequência das mudanças bruscas de direção do escoamento do fluido. Elas são, em princípio, desconhecidas já que não correspondem a nenhuma expressão geral e ,como todas as forças de interação, terão que ser calculadas para cada direção, mediante a variação da quantidade de movimento do fluido. O estudo dessas forças de interação supõe a realização de uma discretição diferente na zona de mudança de direção. Uma possível discretização é representada na figura G.1, através da qual pode-se calcular o valor da força de interação que aparece em cada malha. Evidentemente, isto aumenta mais a complexidade do problema e, em princípio, não parece ser necessário, como será discutido a seguir.

Um fluxo em escoamento permanente com superficie livre pode apresentar vários tipos de regimes em função do valor de sua velocidade, em função do valor da aceleração da onda de gravidade associada, e a importância relativa dessas forças depende do valor do número de Froude, definido como o quociente entre a velocidade do fluido e a aceleração da onda de gravidade associada.

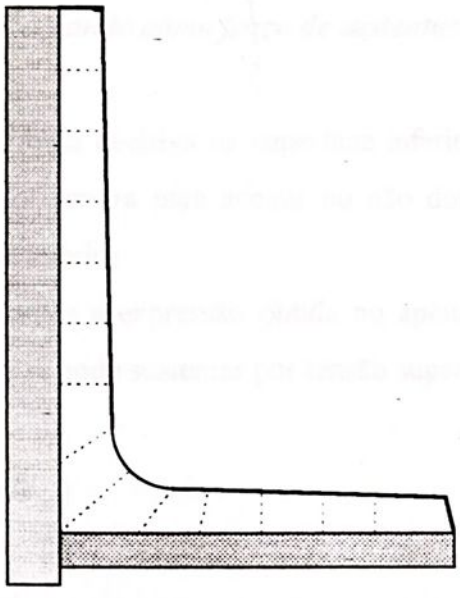


Fig. G.1: Discretização de uma mudança de direção do fluido.

Se Fr<1, pode ocorrer um pequeno distúrbio (Streeter et al [19]), como no caso estudado, pois a mudança brusca de direção pode deslocar a montante e provocar mudanças nas condições locais. Em tal caso, se diz que são as condições de a jusante as que controlam o fluxo. Se Fr>1, então a onda de pressão se desloca mais lentamente que o próprio fluido, no qual as mudanças nas condições da jusante não afetam as condições da montante, o que implica dizer, que o fluxo é controlado pela montante, isto é, se o fluido segue um regime de Fr>1, o efeito de mudança de direção não afetará bruscamente o fluxo posterior à mudança.

As condições de entrada indicam que o fluido seguirá, geralmente, um regime supercrítico e é, por esta razão, que não se levou em conta este tipo de força.

G.2 INFLUÊNCIA DA TENSÃO SUPERFICIAL

É a última força de superficie a ser considerada e seu efeito apresentará vários aspectos, alguns muito mais importantes que outros.

Tensão superficial atuando como força de sustentação vertical:

Será uma força decisiva na superfície inferior da aleta, na direção do eixo z e, portanto, seu valor servirá para aceitar ou não determinados fluxos obtidos numericamente na superfície inferior.

Se recordamos a expressão obtida no apêndice C, que indica qual a máxima altura do fluido que se pode sustentar por tensão superficial:

$$\delta_{max} = \frac{2\left(\sigma_{sl} + \sigma_{gl}\right)}{\rho g\left(R_2 - R_1\right)} \qquad \text{(G.1)}$$

pode-se entender como esta depende de forma direta do valor da tensão superficial (tanto da interface sólido-líquido como gás-líquido). Nota-se que a espessura possível a ser sustentada pela tensão superficial, depende inversamente da largura da aleta e do peso específico do fluido.

Portanto, o valor desta espessura máxima permitida terá que ser considerada cada vez que se obtiver um resultado. Como já foi citado, para se obter grandes espessuras de líquido (não esquecendo que o principal objetivo da simulação é maximizar a zona molhada) é conveniente ter um líquido e um sólido cuja tensão superficial seja alta.

Pode-se calcular, de forma simples, o valor dessa espessura máxima a partir da expressão G.1. Por exemplo, utilizando alguns valores como:

R2= 0,03m

R1=0,022m

$\rho = 1000\ kg/m^3$

$\sigma_{ls} = 1{,}2.10^{-2}\ N/m$

$\sigma_{gl} = 5{,}0.10^{-2}\ N/m$

obtém-se um valor de δ_{max}= 0,00155 m. Este será o valor máximo da espessura permitida na superfície inferior da aleta. Apesar dos métodos numéricos fornecerem espessuras maiores, será obedecido δ_{max} como um límite físico dos resultados.

Forças de tensão superficial tangenciais ao fluido.

Essas forças tem sua origem na interação molecular, que aparece nas interfaces e que tendem a mudar a sua forma.

É importante não confundir estas interações com as forças de atrito, uma vez que as forças de tensão superficial só aparecem nas superfícies que separam meios diferentes (interfaces), enquanto que as de atrito aparecem em todo o fluido. O fato de estudá-las na superfície é consequência da aplicação do método integral, no qual só se considera as interações nas superfícies de controle, sejam elas interfaces ou não. É evidente que o atrito existirá tanto na superfície de controle como no interior do volume de controle, mas a força interna não será considerada.

Uma vez comentada esta importante observação, deve-se avaliar como o problema é afetado pelas forças de tensão superficial, que aparecem como consequência das interfaces sólido- líquido e líquido-gás.

Para entender esta influência e poder dar uma referência válida que permita decidir sobre sua importância, tem-se que voltar ao tipo de regime, relativo ao número de Reynolds. Efetivamente, na faixa do número de Re de regime laminar ondulado, ou seja, onde aparecem ondulações na superfície do fluido, ocorrem dois tipos diferentes de forças, a gravidade, que tende a manter as linhas de corrente do fluido, e a força de tensão superficial, que tende a reduzir a superfície para levá-la até a mínima energia.



A partir de determinadas condições, essas forças de tensão superficial afetarão a transmissão do momento, e, por sua vez, a transferência de calor e massa[1]. É importante dar alguns limites, em função de alguns parâmetros adimensionais, que indiquem as condições de aparição das ondulações. Evidentemente, as condições de trabalho do modelo desenvolvido devem estar dentro desses limites, porque como já foi citado, não será simulado o regime ondulatório.

Para obter esses limites é conveniente utilizar o Número de Weber (We), o qual relaciona as forças de inercia e a de tensão superficial em uma superficie livre, que, segundo Fulford [4], é definido por:

$$We = \frac{(Re)^{\left(\frac{5}{3}\right)}}{\left(3K_f\right)^{\left(\frac{1}{15}\right)}} \tag{G.2}$$

onde K_f é o número de película, definido por:

$$K_f = \frac{\rho\sigma^3}{g\mu^4} \tag{G.3}$$

Portanto, somente é necessário valores límites deste Número de We, indicando cada um dos regimes. Yilmaz e Brauer [23] apresentam alguns valores limites de Re para cada um dos regimes:

$$Re_{ws} = 0.306K_f^{\left(\frac{1}{10}\right)} \tag{G.4}$$

Para Re maiores que Re_{ws} começa a produzição de ondas senoidais.

---

[1] A influência relativa destas ondulações na transferêcia de calor e massa em relação a do momento são dadas pelos Números de Prandtl (Pr) e Schmidt (Sc) definidos na superfície livre.

A partir desta relação e utilizando a definição de We pode-se encontrar a expressão que fornecerá o valor deste número para as condições limites anteriores. Ou seja:

$$We = \frac{(0.306)^{\frac{5}{3}} K_f^{\frac{5}{30}}}{(3K_f)^{\frac{1}{15}}} \tag{G.5}$$

portanto, a expressão que indica o início das ondulações em função do número de Weber será:

$$We_{ws} = 0.129\, K_f^{\frac{1}{10}} \tag{G.6}$$

Por outro lado, para Números de Re maiores que:

$$\mathrm{Re}_{w2} = 1.35 K_f^{\left(\frac{1}{10}\right)} \tag{G.7}$$

as ondas formadas começam a ser irregulares e distorcidas, com uma tendência a formar ondas secundárias, embora o escoamento ainda seja laminar.

Procedendo da mesma forma, obter-se-á uma expressão em função do número de We:

$$We_{w2} = 1.53 K_f^{\frac{1}{10}} \tag{G.8}$$

Por último, para o aparecimento do regime turbulento fornece a seguinte relação para o valor de transição de Re:

$$\mathrm{Re}_{w3} = 35 K_f^{\left(\frac{1}{10}\right)} \tag{G.9}$$

o qual fornece a seguinte expressão para o Número de We:

$$We_{w3} = 348\, K_f^{\frac{1}{10}} \qquad \text{(G.10)}$$

a partir da qual as ondas confundem-se entre si e pode ser considerado como fluxo turbulento.

Observe como os limites de mudança de regime não indica o Número de Re, mas o Número de We, já que não se atingiu o problema onde as turbulências aparecem como consequência de valores das forças de inercia (quantidade de movimento), muito maiores que os atritos (típico da circulação de fluidos por condutos fechados), mas que aparecem por altas relações de forças de inércia frente a tensão superficial (típico de circulação de fluidos com superficie livre).

A pergunta que pode aparecer é: se é o Número de We o que marca as mudanças, por que se toma o Número de Re como referência para saber em que regime se encontra? A razão é que ambos estão relacionados e o Número de Re é o mais utilizado e apresenta a maior quantidade de informação. Portanto, deve ficar claro que, para cada tipo de fluido, ou seja, para cada valor do Número de película K_f, existirão alguns valores límites de Re que indicarão a passagem de laminar a turbulento. O fato de tomar como valores límites de 100 ou 400 corresponde a aplicar as equações anteriores em fluidos como a água.

Portanto, suponhamos um fluido de trabalho como as seguintes características:

ρ=1000 kg/m^3

μ=2,0.10^{-4} Pa s

σ=5,0.10^{-2} N/m

Os valores límites de Re possíveis para poder ser simulado com o programa, o qual tem-se suposto que trabalha em regime laminar, serão:

Re_{w2}=27

Re_{w3}=680

valores que se encontram entre 100 e 400, são propostos pelo modelo como valores de Re arredondados para indicar a passagem de laminar ondulado por um lado e começo das turbulências por outro. Lembrando que o valor de Re estará limitado em 200, admitindo valores onde aparecem certas ondulações, embora estas não serão consideradas no modelo.

Tudo isto também poderia ser feito calculando o número de We, a partir de um fluxo, de um raio R1 e de algumas características do fluido. Se este Número está acima dos valores resultantes das equações G.8 e G.9, então estaria fora dos limites.

Por exemplo, dado um fluxo, um raio externo e as características do fluido que se acaba de utilizar:

$\dot{m} = 0{,}012 kg / m^3$

R1=0,036m

obtém-se: Re=265, que estaria dentro do intervalo.

Como conclusão de todo este estudo, deve ficar explícito que não se considerará o efeito das forças de tensão superficial, porque sempre serão adotadas condições onde estas não interferem.

A hipótese de desprezar a tensão superficial dentro dos límites do Número de We é aplicada por Rahman et al. [8-9] e Thomas et al. [20] em seus modelos numéricos, embora não demonstrem que o fluxo com o qual trabalharam esteja dentro do campo de velocidade laminar.

G.3 INFLUÊNCIA DAS ONDAS DE GRAVIDADE (CELERIDADE)

Antes de começar este ítem, deve-se comentar a diferença entre as ondulações, definidas anteriormente, e as ondas. As ondulações, que indicavam a passagem de regime transitório a turbulento, aparecem como consequência do efeito da tensão superficial, a partir de um determinado valor da inércia (quantidade de movimento do próprio fluido). As ondas de gravidade aparecem como resultado do movimento de um sólido através da superficie do fluido, ou vice-versa; são ondas transversais que se propagam longe da perturbação, sem serem afetadas pela tensão superficial.

Devido a grande complexidade do estudo nos limitamos a citar, aqui, o valor da aceleração destas ondas na superficie livre:

$$c = \sqrt{gy} \tag{G.11}$$

onde y é a altura da película de fluido[2].

Define-se o Número de Froude como:

$$\mathrm{Fr} = \frac{\overline{u}}{\sqrt{gy}} \tag{G.12}$$

onde $\overline{u}$ é a velocidade média correspondente ao perfil considerado.

Pode-se verificar a analogia existente entre este Número e o de Mach (correspondente ao fluxo compressível), no qual um fluxo com Fr>1 será denominado supercrítico e com Fr<1, subcrítico.

---

[2]Esta expressão e a teoria só são válidas para camadas de líquido muito finas, como é o caso em estudo.

Que aplicação pode ter todas estas considerações no modelo a resolver? Seguindo com a analogia anterior, pode-se esperar que a consequência de uma certa perturbação apareça, de forma similar a onda de choque do fluxo compressível, uma onda ou ressalto hidráulico na superficie livre do líquido. Este ressalto hidráulico pode ser produzido quando existe um fluxo supercrítico (Fr>1) que encontre uma obstrução ou uma mudança brusca na área da seção transversal. Este ressalto provocará uma mudança de regime passando o fluxo a subcrítico com outras condições de trabalho.

Dada a importância deste fenômeno em nosso modelo, parece oportuno fazer uma descrição, de forma breve, das equações que regem o fenômeno. Inicialmente, supõe-se valores médios da velocidade e aplica-ses as equações da quantidade de movimento e da continuidade, a uma configuração como a mostrada na figura G.2.

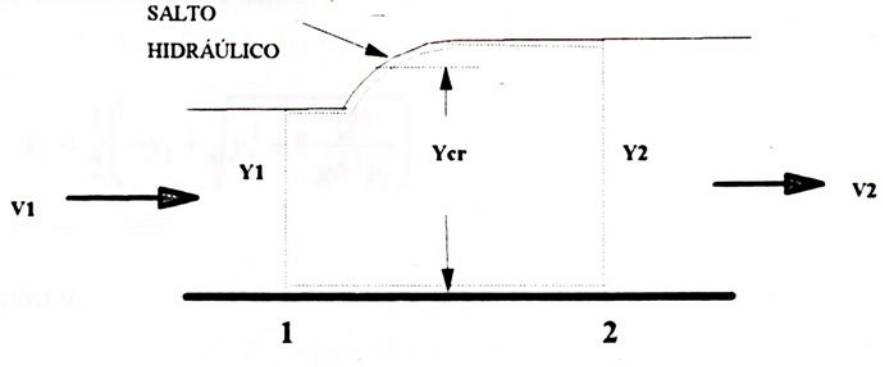


Fig. G.2: Volume de controle tomado para deduzir a expressão do ressalto hidraúlico.

Equação da continuidade[3]:

$$V_1 b y_1 = V_2 b y_2 \qquad \text{(G.13)}$$

[3] Considera-se a coordenada y como vertical para deduzir as expressões do ressalto hidraúlico.

sendo b o perímetro molhado, em nosso caso seria $2\pi R1$.

Por outro lado, a equação da quantidade de movimento repercute como as diferenças de pressões (únicas forças consideradas), invertendo-se ao variar a quantidade de movimento.

$$\frac{\gamma y_1^2 b}{2} - \frac{\gamma y_2^2 b}{2} = \rho Q(V_1 - V_2) \tag{G.14}$$

Combinando estas duas equações obtém-se:

$$y_2 = \frac{1}{2}\left(-y_1 + \sqrt{y_1^2 + 8\frac{Q^2}{gb^2 y_1}}\right) \tag{G.15}$$

impondo como condição de saída:

$$y_1 < \frac{1}{2}\left(-y_1 + \sqrt{y_1^2 + 8\frac{Q^2}{gb^2 y_1}}\right) \tag{G.16}$$

e explicitando y_1:

$$y_1 < \left(\frac{Q^2}{gb^2}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{G.17}$$

Chamando[4] $\Gamma_u = \frac{Q}{b}$, a equação anterior torna-se:

---

[4] Não confundir $\Gamma = \frac{\dot{m}}{2\pi R1}$ com $\Gamma_u = \frac{\dot{m}}{2\pi R1\rho} = \frac{Q}{2\pi R1}$

$$y_1 < \left(\frac{\Gamma_u^{\,2}}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{G.18}$$

Se definimos a energia específica como:

$$E_{sp} = \frac{V^2}{2g} + y \tag{G.19}$$

pode-se demostrar (Shames [15]) que o mínimo desta energía será obtida quando:

$$y_{mn} = \left(\frac{\Gamma_u^{\,2}}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{G.20}$$

correspondendo uma velocidade mínima de:

$$v_{mn} = \sqrt{g y_{mn}} \tag{G.21}$$

Velocidade que coincide com a aceleração das ondas de gravidade da equação . Portanto pode-se por a equação como:

$$y_1 < y_{CR} \tag{G.22}$$

sendo y_{CR} a altura da capa de líquido, quando a velocidade deste é a crítica, ou seja coincide com a aceleração da onda de gravidade.

A conclusão é: *se a espessura y_2 tem que ser maior que y_1, como consequência de um ressalto hidraúlico, o fluxo tem que ser supercrítico a montante do ressalto.*

N.º 687
BIBLIOTECA - UNESP
CAMPUS DE BAURU

Portanto, a condição a comprovar, para que apareça ressalto hidraúlico no modelo, será o Número de Fr. Se este for maior que 1, em função das condições do fluxo a jusante (estreitamentos, obtruções etc), poderá produzir ou não o ressalto.

O verdadeiro problema de todo este fenômeno não está tanto em calcular o valor das condições na saída do ressalto mas em encontrar o ponto onde este será produzido. Siwon e Ennaqui [18] apresentam um trabalho de um jato unidimensional onde não se chega a estudar o efeito do ressalto hidraúlico pela complexidade em sua determinação. Thomas et al. [20] estudam o efeito do ressalto hidraúlico a partir das equaões de balanço resolvidas para um caso particular, obtendo o ponto do ressalto adimensionalizando as equações e buscando pontos onde seja possível uma dupla solução.

Devido a complexidade da geometría do problema (não se trata de um problema unidimensional mas tridimensional), consideraremos o efeito do ressalto hidráulico só para comparar resultados e seu ponto de localização virá dado de forma experimental (portanto, fica fora dos objetivos deste trabalho).

De todas as maneiras, deve ficar claro que o fato de trabalhar com fluido supercrítico não implica, necessariamente, na formação do ressalto hidraúlico. Tudo dependerá das condições com que o fluxo se encontra a jusante.

Para ter uma ordem de grandeza do valor do Número de Froude com o que se vai trabalhar, pode-se fazer um exemplo simples:

$\dot{m} = 0{,}015 kg / m^3$

R1=0,035m

$\mu = 6{,}0.10^{-4}$ Pa.s

$$\mathrm{Re} = \frac{\Gamma}{\mu} = \frac{\Gamma_u}{\nu} = 113; \qquad \text{sendo} \qquad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gy}} = \frac{\Gamma_u}{y\sqrt{gy}} = 6{,}1$$

o qual indica que o regime é laminar e supercrítico.

APÊNDICE H

DEDUÇÃO DO PERFIL DE VELOCIDADES INICIAL

Neste apêndice será dada coerência a uma das hipóteses mais importantes do modelo: a que supõe o perfil parabólico. Aqui será deduzido, de forma analítica, a expressão do perfil de velocidades de um fluido, escoando de forma unidirecional sobre um plano inclinado com superficie livre. Este resultado será de grande utilidade como condição inicial do problema a resolver e para comprovar a hipótese do perfil parabólico.

Para esta hipótese, representa-se esquematicamente a circulação na figura H.1, e apresenta-se as equações diferenciais que regem o movimento com as seguintes restrições:

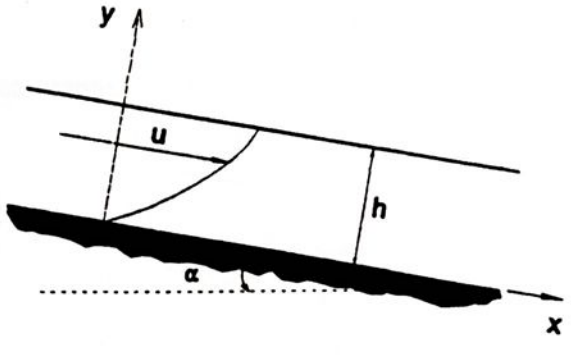


Fig. H.1: Esquema de fluido em superfície livre.

- v (velocidade na direção do eixo z)=0

$$\frac{\partial}{\partial z} >> \frac{\partial}{\partial x} \qquad \text{(H.1)}$$

unesp

Com a qual a equação da continuidade fica reduzida a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{H.2}$$

e as de quantidade de movimento:

-segundo o eixo x:

$$u(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \rho g sin\alpha \tag{H.3}$$

a qual fica reduzida a:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \rho g sin\alpha \tag{H.4}$$

-segundo o eixo z, diretamente:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g sin\alpha \tag{H.5}$$

Da equação (H.5), pode-se obter que p= C_0= cte e que substituida na equação (H.4), fica:

$$\frac{\partial C_0}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \rho g sin\alpha \tag{H.6}$$

Portanto:

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\rho g \sin\alpha \qquad \text{(H.7)}$$

Esta equação, que integrada duas vezes, com as seguintes condições de contorno:

$$z=0 \quad , \quad u=0 \qquad \text{(H.8)}$$

$$z=\delta \quad , \quad \mu \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \qquad \text{(H.9)}$$

resulta em:

$$u(z) = \frac{g \sin\alpha}{2\nu}(2\delta z - z^2) \qquad \text{(H.10)}$$

A expressão, que nos dá o perfil parabólico de velocidades, é válida para quaisquer pendente e, portanto, para a parede vertical (α=90°). É importante entender quais as condições de contorno que serão impostas para resolver o perfil. Primeiramente será suposto *velocidade nula na superfície sólida* e atrito *nulo na superfície livre.*

A partir desta expressão pode-se deduzir expressões úteis para o modelo a desenvolver. Quanto a espessura da película de fluido, existem três formas equivalentes de expressar esta expressão:

a) Deduzida diretamente das equações anteriores (Brun et al. [2]):

$$\delta = \left(\frac{3\mu \dot{m}}{\rho^2 2\pi R 1 g} \right)^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(H.11)}$$

b) Em função do número de Re (Nusselt [11]):

N.º 687
BIBLIOTECA - UNESP
CAMPUS DE BAURU

$$\delta = 1.44\left(\frac{\nu^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \mathrm{Re}^{\frac{1}{3}} \tag{H.12}$$

c) Por último, esta expressão pode ser escrita de forma adimensional (Shwarzer et al. [13] e Shwarzer [14]), para compará-la com outros modelos similares:

$$\delta^+ = 1.732\,\mathrm{Re}^{\frac{1}{2}} \tag{H.13}$$

onde:

$$\delta^+ = \delta\frac{\sqrt{\delta g \sin\alpha}}{\nu} \tag{H.14}$$

Evidentemente, esta expressão só vale para Re laminares. Se o Re for tal que o regime começa a ser ondulado então terá que ser aplicado a expressão deduzida na teoria de Kapitza [6].

Outra expressão interessante é a que fornece o valor médio da velocidade segundo este perfil:

$$\overline{u} = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} u(z)dz = \frac{\rho g}{\mu}\frac{\delta^2}{3} \tag{H.15}$$

que fornece o valor do seguinte fluxo:

$$\dot{m} = 2\pi R1\,\rho\, g\int_0^{\delta} u(z)d\,z = \frac{\rho^2\, g^2\delta^3}{3\mu} \tag{H.16}$$

Todas estas expressões serão de muita utilidade para poder iniciar os processos iterativos nos quais se baseia o programa de simulação resultante.

unesp

BIBLIOGRAFIA

1. PÁTEK, J., and KLOMFAR, J., *Simple Functions for Fast Calculations of Selected Thermodynamic Properties of the Ammonia-Water System*, Int. J. Refrig., vol.18, Nº 4, pp.228-234, 1995.

2. BRUN, A. E., MARTINOT-LAGARDE, A., and MATHIEU, L., *Mecánica de los Fluidos*, Editora Labor, S. A., pp.745, 1979.

3. CARNAHAN, B., LUTHER, H. A., and WILKES, J. O., *Applied Numerical Methods*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 429, 1979.

4. FULFORD, G. D., *Handbook of Heat and Mass Transfer, vol. 2: Mass Transfer and Reator Design*, Editor Nicholas P. Cheremisinoff, 1964.

5. GROSSMAN G., *Simultaneous Heat and Mass Transfer in Films Absorption under Laminar Flow*, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 26, Nº 3, pp. 357-371, 1983.

6. KAPITZA, P. L., *Handbook of Heat and Mass Transfer, vol. 2: Mass Transfer and Reator Design, Design* , Editor Nicholas P. Cheremisinoff, 1963.

7. KAWAE, N., SHIGEHI, T., KANEMARU, K. and YAMADA, T., *Water Vapor Evaporation into Laminar Film Flow of a Lithium Bromide-Water Solution (Influence of Variable Properties and Inlet Film Thickness on Absorption Mass Transfer Rate)*, Scripta Technica, INC., pp.58-70, 1989.

8. RAHMAN, M. M., FAGHRI, A., and HANKEY, W. L., *Computation of the Free Surface Flow of a Thin Liquid Film at Zero and Normal Gravity*, Numerical Heat Transfer, vol. 17, pp. 53-71, 1990.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

9. RAHMAN, M. M., FAGHRI, A, *Analysis of Heating and Evaporation from a Liquid Film Adjacent to a Horizontal Rotating Disk,* ASME, vol. 3, pp. 47-55, 1992.

10. GOFF, H. L., SOETRISNANTO, A., SCHWARZER, B. P., and GOFF P. L., *A New Falling Film Evaporator with Spiral Fins,* The Chemical Engineering Journal, N° 50, pp. 169-171, 1992.

11. NUSSELT, W., *Handbook of Heat and Mass Transfer, vol. 2: Mass Transfer and Design,* Editor Nicholas P. Cheremisinoff, 1910.

12. PATANKAR, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, pp.197, 1980.

13. SCHWARZER, B. P., RAHBAR, M. S. and GOFF P. L., *A Spiral Fin Tube: A Novel Type of Falling Film Heat and Mass Exchanger,* EUROTHERM SEMINAR N° 33, Recent Developments in Heat Exchanger Technology, Paris, 13-14 October, 1993.

14. SCHWARZER, B. P., *Pompes a Chaleur a Absorption Multi-Etagees pour la Production du Chaud ou Froid,* These Docteur de INPL, France, 1992.

15. SHCHEKLEIN, S. E.and VEL`KIN, *Experimental Investigation of the Effect of Low-Frequency Fluctuations of the Liquid Flow Rate on the Minimum Irrigation Density in Film Flow,* Plenum Publishing Corporation, vol. 55, N° 1, pp. 73-76, 1989.

16. SHAMES, Y. H., *Mechanics of Fluids,* McGraw-Hill, Inc., pp.692, 1982.

17. SIGALÉS, B., *Convecció Sense Canvi de Fase,* Edicions UPC, 1990.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

18. SIWON, B., and ENNAQUI, M., *Calculating Hidrodynamics Problems for a Liquid Film Flowing Radially on a Flat Horizontal Surface, International Journal of Numerical Methods in Fluids,* John Wiley & Sons, Ltda, vol. 13, pp.655-666, 1991.

19. STREETER, V. L., and WYLIEY, *Mecánica de los Fluidos,* McGraw-Hill, S. A., pp.775, 1979.

20. THOMAS, S., HANKEY, W., and FAGHRI, A., *One-Dimensional Analysis of Plane and Radial Thin Film Flow Including Solid-Body Rotation,* Numerical Heat Transfer With Personal Computers and Supercomputing , vol.110, pp. 103-111, 1989.

21. VIRTO, L. A., *Mecànica de Fluids. Fonaments* I., Edicions UPC, pp. 463, 1993.

22. YAN, W. M., LIN, T. F. and TSAY, Y. L., *Evaporative cooling of Liquid Film Though Interfacial Heat and Mass Transfer in a Vertical Channel -I. Experimental Study, II. Numerical Study,Int. J. Heat Mass Transfer, vol.34, Nº 4/5, pp.1105-1111, 1113-1124, 1991.*

23. YILMAZ, T., and BRAUER, H., *Handbook of and Mass Transfer, vol. 2: Mass Transfer and Reator Design,* Editor Nicholas P. Cheremisinoff, 1979.

24. AUBANELL, A., BENSENY, A., and DELSHAMS, A., *Útiles Básicos de Cálculo Numerico,* Editora Labor Universitaria, pp. 465, 1993.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

0810000687