

José Antonio Coppe

**Uma Análise Numérica da Relação entre
Estudantes Ingressantes e Formandos do Curso
de Licenciatura em Matemática da Faculdade de
Ciências Unesp de Bauru**

Bauru

2025

José Antonio Coppe

**Uma Análise Numérica da Relação entre Estudantes
Ingressantes e Formandos do Curso de Licenciatura em
Matemática da Faculdade de Ciências Unesp de Bauru**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Bauru, como um dos requisitos para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Licenciatura em Matemática

Departamento de Matemática

Faculdade de Ciências

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP

Orientador: Prof^a. Dr^a. Larissa Ferreira Marques

Bauru

2025

C785a Coppe, José Antonio
Uma Análise Numérica da Relação entre Estudantes Ingressantes e Formandos do Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências Unesp de Bauru / José Antonio Coppe. -- Bauru, 2025
44 p.

Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura - Matemática) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências, Bauru
Orientadora: Larissa Ferreira Marques

1. Matemática. 2. Métodos numéricos. 3. Evasão. 4. Dados institucionais. I. Título.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pela força e pela fé que me guiaram até aqui.

À minha família, especialmente aos meus avós, José e Marines, por todo o amor, pelo sacrifício e por sempre acreditarem em mim. Vocês são a base de tudo.

Aos meus amigos, em especial Ana Beatriz, Diego, Gabriel, Gaspar, Joás, Larissa e Lucas, pela parceria e por tornarem a caminhada mais leve.

À minha orientadora, Prof.^a Dr.^a Larissa Ferreira Marques, pela paciência e pelo direcionamento, e a todos os professores do curso pelos ensinamentos.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para esta conquista, o meu muito obrigado.

“Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível, e de repente você estará fazendo o impossível.”

— São Francisco de Assis

Resumo

A análise do fluxo de entrada e saída de estudantes em cursos de graduação é uma abordagem de grande relevância para a gestão acadêmica e para a melhoria da qualidade do ensino. Esta pesquisa foi motivada pela necessidade de aplicar uma análise quantitativa a esse fenômeno de entrada e conclusão no curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências da UNESP, campus de Bauru. Utilizando dados institucionais, o estudo abrange o período de 1996 a 2016, empregando métodos numéricos para a elaboração de gráficos e modelos. O objetivo é descrever matematicamente a relação histórica entre ingressantes e formandos, fornecendo uma base analítica robusta que possa subsidiar futuras pesquisas e o aprimoramento pedagógico do curso.

Palavras-chave: análise de dados; métodos numéricos; Licenciatura em Matemática.

Abstract

The analysis of student inflow and outflow in undergraduate programs is an approach of great relevance for academic management and for the improvement of teaching quality. This research was motivated by the need to apply a quantitative analysis to this phenomenon of entry and completion in the Licentiate Degree in Mathematics at the School of Sciences of UNESP, Bauru campus. Using institutional data, the study covers the period from 1996 to 2016 and employs numerical methods for the development of graphs and models. The objective is to mathematically describe the historical relationship between incoming students and graduates, providing a robust analytical basis that can support future research and the pedagogical development of the program.

Keywords: data analysis; numerical methods; Mathematics Licentiate.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Porcentagem média de evasão geral nos cursos de graduação da FC para ingressantes via vestibular entre 2014 e 2020	14
Figura 2 – Representação gráfica da interpolação linear entre dois pontos	19
Figura 3 – Representação gráfica do polinômio interpolador quadrático obtido de três pontos	21
Figura 4 – Representação gráfica do polinômio interpolador de Lagrange	23
Figura 5 – Gráfico de dispersão do percentual de concluintes	29
Figura 6 – Arrecadação total e do ICMS no estado de São Paulo, no período de 1994 a 2020, em valores reais	30
Figura 7 – Análise da taxa de concluintes em anos eleitorais municipais	31
Figura 8 – Interpolação polinomial de Lagrange (Períodos 1996–2005 e 2006–2016)	32
Figura 9 – Interpolação polinomial de Newton (Período 1996–2016)	33
Figura 10 – Interpolação polinomial de Newton (Períodos 1996–2005 e 2006–2016) .	33
Figura 11 – Ajuste linear obtido pelo MMQ (1996–2016)	34
Figura 12 – Ajuste exponencial obtido pelo MMQ (1996–2016)	34
Figura 13 – Comparação dos modelos polinomiais ajustados pelo MMQ (1996–2016)	35
Figura 14 – Comparação dos modelos polinomiais ajustados pelo MMQ (1996–2016), sem os outliers	36

Lista de tabelas

Tabela 1 – Fatores associados à evasão	15
Tabela 2 – Conjunto de pontos utilizados na interpolação polinomial	18
Tabela 3 – Série histórica de ingressantes e concluintes da Licenciatura em Matemática da FC/UNESP Bauru (1996–2016)	28
Tabela 4 – Dados de ingressantes e concluintes da Licenciatura em Matemática da FC/UNESP Bauru referentes ao período 2017–2019	29
Tabela 5 – Valores de RMSE associados aos modelos polinomiais ajustados	35
Tabela 6 – Quadro comparativo da extrapolação dos modelos (2017–2019)	36
Tabela 7 – Quadro comparativo da extrapolação dos modelos (2017–2019) – Usando quantidade de pessoas	37

Lista de abreviaturas e siglas

FC	Faculdade de Ciências
ICMS	Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
RMSE	Root Mean Square Error(Raiz quadrada do erro médio)
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
STG	Secção Técnica de Graduação
SPD	Sistema Possível e Determinado

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS	13
2.1	Objetivo geral	13
2.2	Objetivos específicos	13
3	JUSTIFICATIVA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
3.1	Estudos Anteriores sobre Análise de Dados Acadêmicos	16
3.2	Interpolação Polinomial	17
3.2.1	Interpolação Linear	18
3.2.2	Interpolação Quadrática	20
3.2.3	Interpolação de Lagrange	22
3.2.4	Interpolação por Diferenças Divididas de Newton	22
3.3	Método dos Mínimos Quadrados	24
4	METODOLOGIA	27
4.1	Apresentação dos Dados Primários	27
5	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	30
5.1	Eventos históricos que podem ter influenciado os dados	30
5.2	Aplicação de Métodos Numéricos para Modelagem dos Dados	31
5.2.1	Interpolação Polinomial de Lagrange	31
5.2.2	Interpolação Polinomial via Método de Newton	32
5.2.3	Método dos Mínimos Quadrados	33
5.3	Comparação entre os Métodos de Extrapolação	36
5.4	Implicações para a Gestão e para a Formação Docente	37
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
	REFERÊNCIAS	42

1 Introdução

No início do desenvolvimento deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), as primeiras propostas estavam direcionadas ao estudo da taxa de crescimento da tecnologia na educação. Essa escolha se justificava pelo impacto que os avanços tecnológicos vêm exercendo no ambiente escolar, transformando práticas de ensino e aprendizagem. No entanto, após uma busca sistemática em bases de dados, utilizando diferentes indexadores, constatei a escassez de informações quantitativas que possibilitassem a construção de uma modelagem sólida. Como a análise pretendida exigia dados consistentes que indicassem, de forma clara, o crescimento ou o declínio do uso da tecnologia no campo educacional, tornou-se inviável dar continuidade a essa linha de investigação.

Diante dessa limitação, optei por redirecionar o estudo para uma temática igualmente relevante, mas com maior disponibilidade de registros confiáveis: a análise do número de formandos do curso de Licenciatura em Matemática da UNESP, campus de Bauru, no período de 1996 a 2019.

Escolheu-se este intervalo, já que queríamos trabalhar com um período suficientemente grande para observar as variações. Deste total, o período de 1996 a 2016 será utilizado para o estudo, enquanto os anos de 2017, 2018 e 2019 serão utilizados para extrapolação. Não se utilizaram dados de 2020 em diante devido à pandemia da COVID-19; como as atividades foram paralisadas, não teríamos uma representação fiel, já que o contexto era atípico. Esse recorte temporal de vinte e quatro anos permite observar, de maneira abrangente, a dinâmica de formação de professores de Matemática em uma instituição pública de referência, possibilitando reflexões sobre a evolução e a trajetória do curso ao longo do tempo.

Para a realização da pesquisa, foram utilizados documentos institucionais obtidos através da seção técnica de graduação (STG) como a principal fonte de dados. A análise foi conduzida por meio de métodos numéricos, buscando identificar qual técnica oferecia maior precisão na representação do comportamento observado. Dois métodos foram selecionados: a interpolação polinomial e o método dos mínimos quadrados. A interpolação polinomial tem como objetivo encontrar uma função que passe exatamente por todos os pontos de referência, garantindo fidelidade total aos dados disponíveis. Já o método dos mínimos quadrados procura ajustar uma função que, embora não coincida com todos os pontos, minimiza o erro global, oferecendo uma aproximação eficiente e menos suscetível a oscilações abruptas.

Além disso, o uso do software *MATLAB* foi fundamental para a elaboração dos gráficos, a realização dos cálculos e a obtenção de uma equação geral que representasse a

relação entre estudantes ingressantes e concluintes. Esse recurso computacional ampliava a precisão e a clareza da análise, permitindo visualizar padrões de comportamento e tendências ao longo dos anos.

Assim, este trabalho não se limitou à aplicação de ferramentas matemáticas, mas buscou contribuir para a compreensão da dinâmica do curso de Licenciatura em Matemática da UNESP Bauru ao longo de duas décadas. A partir da interpretação dos resultados, pretende-se promover reflexões acerca dos movimentos de ingresso e conclusão de estudantes, destacando aspectos que podem dialogar com políticas de formação docente, permanência estudantil e qualidade da educação superior em Matemática.

2 Objetivos

2.1 Objetivo geral

O objetivo central deste trabalho é analisar o fluxo de ingresso e de conclusão de estudantes no curso de Licenciatura em Matemática da Unesp Bauru, no período de 1996 a 2016, por meio da construção de modelos numéricos que possibilitem a visualização, a interpretação e a comparação entre diferentes métodos aplicados aos dados. A partir dessa perspectiva, busca-se compreender o comportamento histórico do curso, identificando tendências, oscilações e padrões relacionados às taxas de entrada e de conclusão ao longo dos anos.

2.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral, estabelecem-se os seguintes objetivos específicos:

1. Comparar os resultados obtidos por meio da interpolação polinomial e do método dos mínimos quadrados, verificando qual técnica apresenta maior precisão e adequação aos dados analisados.
2. Avaliar a fidelidade de cada método matemático na representação do comportamento histórico do curso.
3. Investigar como os métodos numéricos podem contribuir para a análise e interpretação de informações educacionais.
4. Fornecer subsídios para a compreensão da trajetória formativa no curso de Licenciatura em Matemática, considerando fatores que influenciam tanto o ingresso quanto a conclusão dos estudantes.

3 Justificativa e Fundamentação Teórica

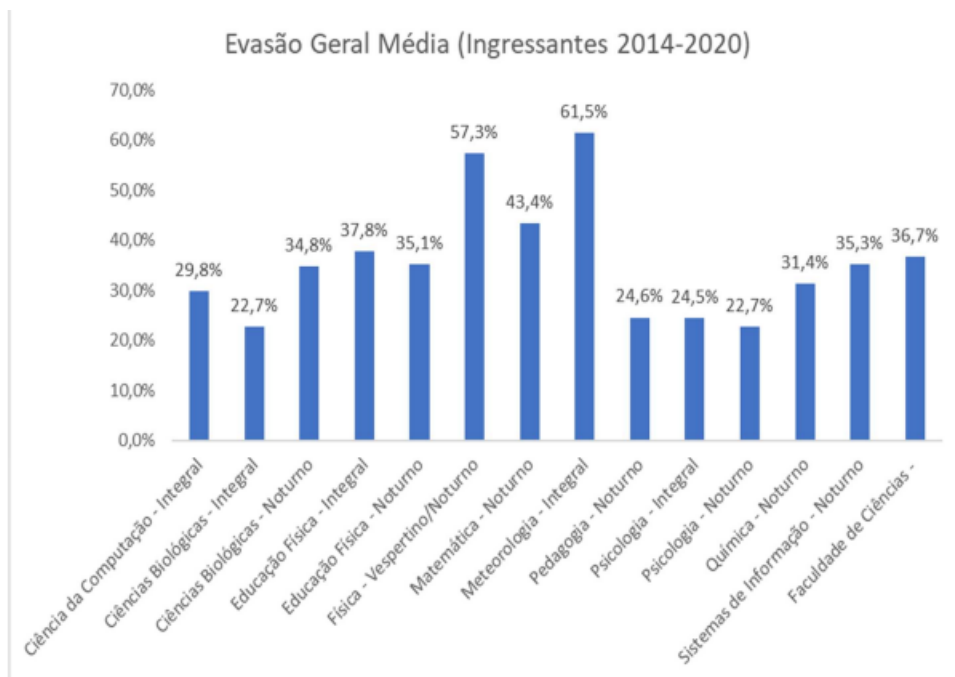
A exploração deste tema é fundamental para compreender o funcionamento do curso no período analisado, por meio de gráficos gerados a partir de diferentes métodos numéricos. Os resultados deste estudo podem ser utilizados para avaliar diversos aspectos da formação acadêmica e identificar possíveis pontos de melhoria no curso. Além disso, torna-se possível observar tendências, como a variação da demanda ao longo dos anos.

Optou-se pelo uso de métodos numéricos porque, conforme afirma Cunha e Castro:

Devemos destacar que a resolução de modelos matemáticos é muitas vezes complexa, envolvendo fenômenos não lineares, podendo tornar impossível a descoberta analítica de soluções. Nestes casos, os métodos numéricos são ferramentas imprescindíveis para a aproximação das soluções. Portanto, o Cálculo Numérico é fundamental na formação de profissionais das áreas de ciências exatas e engenharias. (Cunha e Castro, 2010, p. 7)

Um dos desafios enfrentados pelos cursos de graduação, incluindo o de Matemática, é a evasão, como apresentado em Hashimoto (2023) (vide Figura 1).

Figura 1 – Porcentagem média de evasão geral nos cursos de graduação da FC para ingressantes via vestibular entre 2014 e 2020



Fonte: (Hashimoto, 2023, p. 51)

Observa-se a dimensão do problema, uma vez que, em média, 43,4% dos estudantes que ingressam por vestibular no curso de Matemática acabam evadindo. Isso reforça a importância de analisar o fluxo de estudantes sob outra perspectiva.

O curso de Matemática destaca-se por apresentar índices de evasão superiores aos de outras licenciaturas, o que evidencia a gravidade do problema nessa área. Esse abandono é um fenômeno complexo e, segundo Hoffmann, Fantinel e Queiroga (2025), seus determinantes podem ser sistematizados em quatro eixos principais: fatores socioeconômicos, acadêmico-pedagógicos, institucionais e subjetivos, conforme detalhado no quadro a seguir.

Tabela 1 – Fatores associados à evasão

Fatores Socioeconômicos	<ul style="list-style-type: none"> a) Conciliar trabalho e estudo – necessidade de sustentar família b) Dificuldades econômicas – deslocamento entre campi e de casa à universidade
Fatores Acadêmico-pedagógicos	<ul style="list-style-type: none"> a) Reprovações b) Não aprendizagem de conceitos matemáticos da educação básica c) Dificuldade com matemática universitária/acadêmica d) Nível de exigência das disciplinas e) Didática/Methodologia f) Avaliação – nível de exigência g) Rigidez docente h) Falta de empatia i) Distanciamento professor aluno
Fatores Institucionais	<ul style="list-style-type: none"> a) Estrutura universitária b) Coordenação de ensino c) Horários de funcionamento do curso e dependências da instituição d) Ausência da oferta de serviços institucionais de apoio aos estudantes e) Falha na comunicação de procedimentos e normas acadêmico-administrativas. f) Ausência de integração da universidade com a educação básica
Fatores Subjetivos	<ul style="list-style-type: none"> a) Fator vocacional, não identificação/insatisfação com o curso b) Opção por mudança de curso c) Problemas pessoais d) Segurança nas mediações da universidade para deslocamentos a pé ou via transporte e) Insatisfação com mercado de trabalho, falta de perspectiva profissional f) Desvalorização profissão docente

Fonte: (Hoffmann, Fantinel e Queiroga, 2025, p. 14)

Diante da complexidade exposta no quadro, torna-se evidente que a evasão não é um evento isolado, mas o resultado de uma interação dinâmica entre vulnerabilidades socioeconômicas, desafios pedagógicos e questões institucionais. Essa multiplicidade de

fatores gera flutuações no fluxo de estudantes que nem sempre seguem padrões lineares ou intuitivos.

Nesse contexto, a aplicação de Métodos Numéricos, proposta neste trabalho, justifica-se não apenas como um exercício matemático, mas como uma estratégia. Ao modelar as curvas de ingresso e conclusão (1996-2016), busca-se traduzir essa realidade complexa em dados analisáveis, permitindo visualizar o impacto acumulado desses fatores ao longo do tempo. Assim, os modelos matemáticos apresentados a seguir servem como ferramentas para notarmos essa variabilidade.

O tema deste projeto possui grande relevância social, pois traz uma visão quantitativa sobre o fluxo de estudantes no curso de Licenciatura em Matemática. O uso de modelos numéricos permite compreender como ocorre a grande variação de entrada e saída de estudantes no curso, que pode ser influenciada pela evasão. Dessa forma, este estudo fornece dados que podem embasar futuras discussões de como e por que ocorre essa variação no fluxo

Ao identificar padrões de evasão ou distorções no tempo de conclusão, torna-se possível gerar informações importantes para aprimorar a gestão acadêmica e o apoio aos estudantes. O Projeto Político-Pedagógico (currículo 1507 – 2023) destaca que:

(...) os alunos serão protagonistas em atividades extensionistas, incorporando no perfil profissional compreensões e experiências em temáticas e problemas de relevância social, trazendo à baila no processo formativo os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU, em particular o da educação de qualidade. (Departamento de Matemática, 2023, p. 7)

Tal diretriz evidencia a importância de pesquisas sobre o próprio curso, contribuindo para o planejamento de ajustes e inovações curriculares.

Além disso, o regulamento de TCC estabelece, entre seus objetivos:

Complementar a formação acadêmica do discente, propiciando o desenvolvimento da capacidade de aplicação dos conceitos e teorias apropriados pelo licenciando durante o curso, de forma integrada, por meio da execução de um projeto de pesquisa vinculado à área de Formação do Professor que ensina Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. (Departamento de Matemática, 2021, p. 2)

Esta diretriz reforça a relevância de estudos que investigam a formação docente.

3.1 Estudos Anteriores sobre Análise de Dados Acadêmicos

No trabalho de Hashimoto (2023, p. 6), “O perfil dos alunos evadidos dos cursos de graduação da Faculdade de Ciências – campus de Bauru – UNESP e as possíveis

contribuições para políticas voltadas ao enfrentamento desse problema na educação superior pública”, o autor apresenta uma análise qualitativa das razões que levam à evasão. Utilizando dados do questionário socioeconômico da VUNESP, do sistema de graduação da Unesp e de um questionário aplicado aos alunos evadidos, seu objetivo foi traçar o perfil dos estudantes que abandonam os cursos da FC.

De forma semelhante, Barroso e Falcão (2004) realizaram um estudo sobre a evasão no curso de Física da UFRJ, buscando identificar suas principais causas e investigar estratégias para reduzir tais índices. A abordagem utilizada também foi predominantemente qualitativa.

Nesta pesquisa, no entanto, optou-se por uma abordagem estritamente quantitativa já que:

Uma vantagem da pesquisa quantitativa é que ela permite o estudo de muitos casos para determinados aspectos em um período relativamente curto e que seus resultados são extremamente generalizáveis. (Flick, 2012, p. 25)

A análise apoiou-se exclusivamente em dados numéricos, como o número de ingressantes e concluintes, tratados por meio de gráficos e modelos matemáticos. Assim, não tivemos a pretensão de interpretar elementos subjetivos, mas sim investigar o comportamento macro do fluxo estudantil no curso de Licenciatura em Matemática.

Segundo Cunha e Castro (2010), os métodos numéricos são essenciais para resolver modelos complexos, especialmente aqueles que envolvem fenômenos não lineares, como ocorre na modelagem do fluxo de estudantes. Nesse sentido, sua aplicação torna-se particularmente relevante na análise do fluxo de estudantes, pois permite aproximar comportamentos reais, identificar tendências e interpretar variações que não seriam facilmente captadas por métodos analíticos tradicionais.

3.2 Interpolação Polinomial

A interpolação polinomial é uma técnica matemática que, a partir de um conjunto discreto de pontos, permite construir uma função contínua que passa exatamente por todos eles. O objetivo é obter um polinômio que represente o comportamento dos dados, facilitando a análise e a estimativa de valores intermediários.

Para ilustrar este método numérico, considere o conjunto de dados da Tabela 2:

Segundo Barroso et al. (1987), diversos métodos podem ser utilizados para construir o polinômio interpolador, tais como a interpolação linear, a interpolação quadrática e métodos gerais, como o de Lagrange. Para as definições apresentadas a seguir, adotam-se como referência os trabalhos de Barroso et al. (1987) e Cunha (2003).

Tabela 2 – Conjunto de pontos utilizados na interpolação polinomial

i	x_i	y_i
0	x_0	y_0
1	x_1	y_1
2	x_2	y_2
\vdots	\vdots	\vdots
n	x_n	y_n

Fonte: Adaptado de Barroso et al. (1987)

Quando se utiliza um número muito elevado de pontos, os polinômios resultantes podem apresentar oscilações significativas, especialmente nas extremidades do intervalo, fenômeno conhecido como *Fenômeno de Runge*. Por essa razão, métodos como os *splines*, os quais empregam diversos polinômios de baixo grau, são frequentemente preferidos na prática, uma vez que permitem maior estabilidade numérica e melhor controle local sobre o ajuste.

Além disso, vale destacar que, embora a interpolação polinomial garanta que o polinômio resultante passe exatamente por todos os pontos, essa fidelidade nem sempre conduz ao melhor modelo representativo do fenômeno estudado. Em muitas aplicações, especialmente quando há ruído nos dados ou quando o comportamento do sistema é complexo, técnicas de ajuste aproximado, como o *Método dos Mínimos Quadrados*, podem produzir resultados mais robustos e interpretáveis. Assim, a escolha do método de modelagem numérica deve considerar não apenas a exatidão do ajuste, mas também a estabilidade da solução e a natureza dos dados analisados.

Outro ponto interessante, justificado pelo teorema da unicidade, que afirma que:

Para um conjunto de $n + 1$ pontos distintos $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, existe um único polinômio $P(x)$ de grau no máximo n que interpola todos esses pontos.

3.2.1 Interpolação Linear

A interpolação linear é o método mais simples de interpolação polinomial e consiste em determinar um polinômio de grau 1 que passe por dois pontos distintos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) , com $x_0 \neq x_1$. A existência e a unicidade desse polinômio são garantidas pelo fato de que dois pontos distintos determinam uma única reta.

O polinômio interpolador de grau 1 possui a forma geral:

$$P_1(x) = a_1x + a_0.$$

Impondo as condições de interpolação:

$$P_1(x_0) = y_0, \quad P_1(x_1) = y_1,$$

obtêm-se os coeficientes:

$$a_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \quad a_0 = y_0 - a_1 x_0.$$

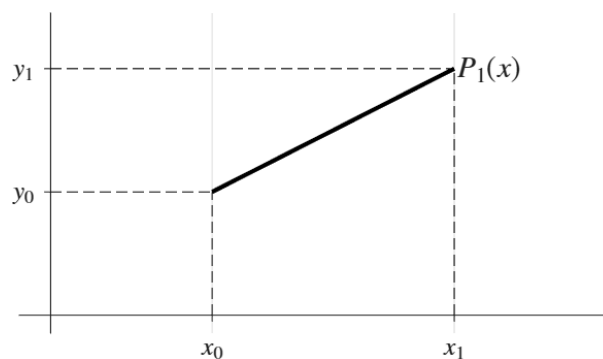
Assim, o polinômio interpolador linear é dado por:

$$P_1(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0). \quad (3.1)$$

A equação (3.1) representa exatamente a reta que conecta os pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) .

Geometricamente, a interpolação linear corresponde à construção da *reta secante* entre os dois pontos dados. O valor aproximado da função no intervalo $[x_0, x_1]$ é obtido pela projeção do ponto x sobre essa reta. Esse método funciona bem quando a função original não apresenta grande curvatura no intervalo considerado.

Figura 2 – Representação gráfica da interpolação linear entre dois pontos



Fonte: De autoria própria

A Figura 2 ilustra geometricamente o comportamento do polinômio interpolador linear entre dois pontos.

De acordo com a teoria dos erros da interpolação polinomial, o erro da interpolação linear pode ser escrito como:

$$f(x) - P_1(x) = \frac{f''(\xi)}{2}(x - x_0)(x - x_1), \quad \xi \in (x_0, x_1). \quad (3.2)$$

A expressão (3.2) indica que o erro depende da concavidade da função, isto é, de $f''(x)$.

A interpolação linear é amplamente utilizada devido à sua simplicidade, baixo custo computacional e estabilidade numérica. É especialmente útil em:

- tabelas numéricas;
- aproximações rápidas em pequenos intervalos;
- construção de interpoladores por partes, como os *Splines Lineares*.

No entanto, apresenta limitações importantes:

- pode produzir erros significativos em funções muito curvas;
- não garante suavidade entre subintervalos, o que pode gerar gráficos com quebras de inclinação;
- não é adequada para modelos que exigem alta fidelidade ou precisão global.

3.2.2 Interpolação Quadrática

A interpolação quadrática é utilizada quando se deseja captar a curvatura presente nos dados. Diferentemente da interpolação linear, que utiliza apenas dois pontos, a interpolação quadrática determina o único polinômio de grau 2 que passa exatamente por três pontos distintos (x_0, y_0) , (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , com $x_0 \neq x_1 \neq x_2$.

O polinômio interpolador quadrático possui a forma geral:

$$P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0.$$

Impondo as condições de interpolação:

$$P_2(x_0) = y_0, \quad P_2(x_1) = y_1, \quad P_2(x_2) = y_2,$$

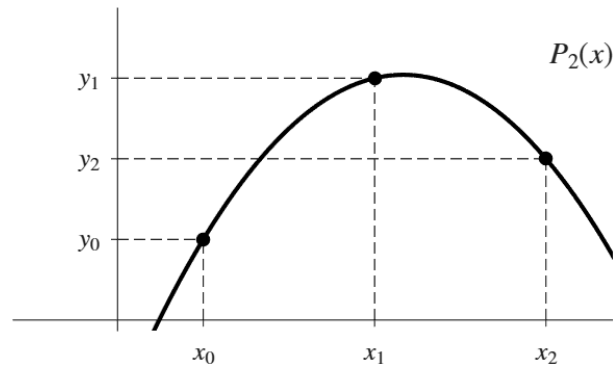
obtem-se o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} a_2x_0^2 + a_1x_0 + a_0 = y_0, \\ a_2x_1^2 + a_1x_1 + a_0 = y_1, \\ a_2x_2^2 + a_1x_2 + a_0 = y_2. \end{cases}$$

A solução desse sistema fornece os coeficientes a_2 , a_1 e a_0 . Além disso, notemos que esse sistema sempre será um Sistema Possível e Determinado (SPD), pois sua matriz de coeficientes é uma matriz de Vandermonde (cujo determinante é não nulo para pontos distintos).

A interpolação quadrática permite ajustar uma parábola aos dados, capturando mudanças de concavidade e comportamentos mais curvos do que a interpolação linear. Ela é particularmente útil quando a função subjacente apresenta variações suaves, mas não lineares.

Figura 3 – Representação gráfica do polinômio interpolador quadrático obtido de três pontos



Fonte: De autoria própria

A Figura 3 ilustra a parábola que passa exatamente pelos três pontos considerados. O erro teórico associado à interpolação por um polinômio de grau 2 é dado por:

$$f(x) - P_2(x) = \frac{f^{(3)}(\xi)}{3!}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2), \quad \xi \in (x_0, x_2).$$

Essa expressão mostra que:

- o erro depende da terceira derivada da função, isto é, da taxa de variação da concavidade;
- se a função real for aproximadamente quadrática no intervalo, o método fornece excelente aproximação;
- quanto maior a oscilação da função, maior a probabilidade de erro.

A interpolação quadrática é frequentemente utilizada:

- em tabelas de engenharia e física que exibem comportamento curvo;
- em problemas onde é importante capturar a concavidade da função;
- como bloco intermediário na construção do interpolador de Newton.

Entretanto, apresenta limitações:

- pode introduzir oscilações indesejáveis quando aplicada fora do intervalo dos pontos;
- não necessariamente melhora a aproximação global quando se insere mais pontos (início do Fenômeno de Runge);
- é pouco eficiente quando existem muitos pontos, justificando o uso de Splines.

3.2.3 Interpolação de Lagrange

A interpolação de Lagrange é uma formulação clássica para a construção de um polinômio interpolador que passe exatamente por um conjunto de $n + 1$ pontos distintos

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n).$$

O método evita a resolução direta de sistemas lineares ao introduzir polinômios de base especialmente construídos para assumir o valor 1 em um ponto e 0 nos demais.

Assim, o polinômio interpolador de grau máximo n é dado por:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x), \quad (3.3)$$

em que cada $L_i(x)$ é denominado *polinômio fundamental de Lagrange* e possui a forma:

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}. \quad (3.4)$$

A estrutura dos polinômios $L_i(x)$ garante que:

$$L_i(x_j) = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j, \\ 0, & \text{se } i \neq j, \end{cases}$$

o que implica que cada termo $y_i L_i(x)$ contribui exclusivamente para o valor do polinômio no ponto x_i . Dessa forma, o método fornece uma interpretação clara da interpolação como combinação ponderada dos valores observados.

Além de ser conceitualmente simples, a fórmula de Lagrange é útil em análises teóricas e implementação em casos de poucos pontos. Entretanto, para conjuntos grandes de dados, tende a ser numericamente instável e computacionalmente custosa, sendo preferíveis métodos como diferenças divididas de Newton ou interpolações locais (por trechos).

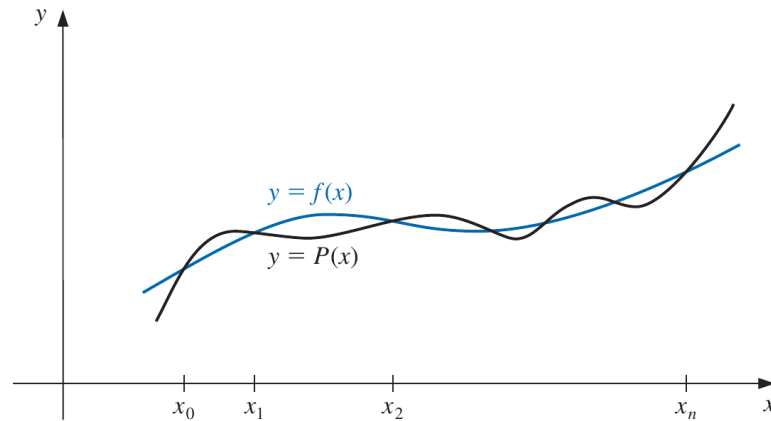
3.2.4 Interpolação por Diferenças Divididas de Newton

O método de Newton para interpolação polinomial utiliza as *diferenças divididas* para construir o polinômio interpolador de forma incremental e computacionalmente eficiente. Diferentemente da forma de Lagrange, a forma de Newton permite a adição de novos pontos sem necessidade de recalcular todo o polinômio, característica particularmente útil em aplicações numéricas.

O polinômio interpolador na forma de Newton é dado por:

$$P_n(x) = C_0 + C_1(x - x_0) + C_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + C_n(x - x_0) \dots (x - x_{n-1}),$$

Figura 4 – Representação gráfica do polinômio interpolador de Lagrange



Fonte: (Burden, Faires e Castro, 2016, p. 103)

em que os coeficientes C_k são determinados pelas diferenças divididas de ordem k , definidas recursivamente por:

$$f[x_i] = y_i,$$

$$f[x_i, x_{i+1}] = \frac{f[x_{i+1}] - f[x_i]}{x_{i+1} - x_i},$$

$$f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] = \frac{f[x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] - f[x_i, \dots, x_{i+k-1}]}{x_{i+k} - x_i}.$$

Assim, cada coeficiente do polinômio é dado por:

$$C_k = f[x_0, x_1, \dots, x_k].$$

Assim como ocorre em qualquer interpolação polinomial, o método de Newton também está sujeito a um erro associado à aproximação da função real por um polinômio. Seja $P_n(x)$ o polinômio interpolador de grau n construído a partir dos pontos $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$. O erro da interpolação é dado por:

$$E_n(x) = f(x) - P_n(x).$$

Sob a hipótese de que a função f possui derivadas contínuas até a ordem $n + 1$ no intervalo considerado, o erro pode ser expresso pela fórmula clássica da interpolação polinomial:

$$E_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_n), \quad (3.5)$$

para algum ξ pertencente ao intervalo que contém todos os pontos x_0, \dots, x_n e também o ponto x .

A expressão (3.5) mostra que o erro depende de dois fatores principais:

- o valor da derivada de alta ordem $f^{(n+1)}(\xi)$, que pode ser grande em funções com rápidas variações;
- o produto $(x - x_0) \cdots (x - x_n)$, que cresce rapidamente à medida que x se afasta dos pontos da tabela.

Além disso, o método está sujeito a problemas numéricos que podem intensificar o erro:

- Fenômeno de Runge: oscilações significativas do polinômio, especialmente quando muitos pontos igualmente espaçados são utilizados.
- Cancelamento numérico: o cálculo das diferenças divididas envolve subtrações entre valores próximos, o que pode gerar perda de significância e acúmulo de erro de arredondamento.
- Distribuição inadequada dos pontos: pontos muito próximos ou distantes podem tornar o termo do erro excessivamente grande.

Por essas razões, embora o método de diferenças divididas seja eficiente e conveniente para atualizar o polinômio com novos pontos, sua precisão depende fortemente da suavidade da função e da escolha adequada dos nós de interpolação. Em aplicações práticas, alternativas como splines ou o uso de pontos de Chebyshev tendem a produzir aproximações mais estáveis.

3.3 Método dos Mínimos Quadrados

O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) é uma técnica amplamente utilizada para ajustar funções a conjuntos de dados experimentais ou observacionais, especialmente quando tais dados apresentam variabilidade, ruído ou não seguem exatamente um padrão determinístico. Diferentemente dos métodos de interpolação, o MMQ não exige que a função ajustada passe por todos os pontos; em vez disso, busca representar da melhor forma possível a tendência geral do fenômeno.

A ideia central do MMQ consiste em minimizar a soma dos quadrados dos resíduos, definidos como as diferenças entre os valores observados y_i e os valores ajustados pelo modelo \hat{y}_i . Para um conjunto de n pontos (x_i, y_i) , o objetivo é determinar os parâmetros

do modelo que minimizam a função erro:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}(x_i))^2.$$

O MMQ apresenta diferentes formas de aplicação, dependendo da natureza do problema e do modelo escolhido. A seguir, apresentam-se brevemente as principais categorias de aplicação do MMQ.

MMQ Linear

O MMQ linear consiste no ajuste de uma função da forma $f(x) = ax + b$ aos dados. É o modelo mais simples e amplamente utilizado quando há indícios de que a relação entre as variáveis seja aproximadamente linear.

MMQ Polinomial

No MMQ polinomial, ajusta-se um polinômio de grau n que melhor se aproxima dos dados, sem a necessidade de interpolação. Esse modelo é útil quando os dados apresentam curvatura mais acentuada.

MMQ Matricial (Equações Normais)

A formulação matricial do MMQ permite expressar o problema como um sistema linear do tipo:

$$A^T A \mathbf{c} = A^T \mathbf{y},$$

conhecido como *equações normais*. É a abordagem mais geral e utilizada para ajustar funções lineares nos parâmetros.

MMQ Não Linear

O MMQ não linear é empregado quando o modelo depende de forma não linear dos parâmetros. Nesses casos, o problema normalmente exige métodos iterativos, como Gauss–Newton ou Levenberg–Marquardt.

Métricas de Avaliação

Para avaliar a qualidade do ajuste, utilizam-se métricas como:

- **RMSE** (*Root Mean Square Error - Raiz quadrada do erro médio*), que mede o erro médio quadrático entre o modelo e os dados;

A Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE) é calculada conforme a Equação 3.6:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (3.6)$$

onde:

- n representa o número total de observações;
 - y_i é o valor real (observado) da amostra i ;
 - \hat{y}_i é o valor predito (estimado) pelo modelo para a amostra i .
- **R^2** , que indica o grau de explicação da variabilidade dos dados pelo modelo ajustado.

O Coeficiente de Determinação (R^2) é dado pela Equação 3.7:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.7)$$

onde:

- y_i é o valor real (observado);
- \hat{y}_i é o valor predito pelo modelo (o y com chapéu);
- \bar{y} é a média aritmética dos valores reais observados.

Assim, o Método dos Mínimos Quadrados constitui uma ferramenta essencial para a análise de dados, permitindo extrair tendências globais e desenvolver modelos matemáticos capazes de representar com maior precisão os fenômenos observados no contexto real.

4 Metodologia

O presente capítulo descreve os procedimentos metodológicos adotados ao longo do estudo, contemplando as etapas de coleta, organização e análise dos dados. Inicialmente, apresenta-se a base de informações utilizada, composta pelos registros anuais de ingressantes e concluintes no período em análise, que servem como ponto de partida para toda a investigação. Na sequência, são detalhados os métodos estatísticos e numéricos empregados para examinar a relação entre ingresso e conclusão, bem como os critérios que fundamentam a escolha dessas técnicas.

4.1 Apresentação dos Dados Primários

Como etapa inicial da metodologia, realiza-se a apresentação e organização dos dados institucionais que servem de base para todas as análises subsequentes. Dado que o objetivo deste trabalho é investigar a relação entre o número de ingressantes e o número de concluintes do curso, optou-se por trabalhar com os dados anuais disponíveis para o período de 1996 a 2016.

Para a obtenção dos dados deste estudo, foi necessária primeiramente a criação de um projeto de pesquisa, que deixasse claros os dados buscados, para que seriam utilizados e de que forma. Após a escrita desse projeto, foi necessário obter a aprovação da Diretoria da Faculdade de Ciências (FC) de Bauru. Com a aprovação, os dados foram solicitados através da Seção Técnica de Graduação (STG). Após isso, o setor realizou a coleta dos dados e nos enviou o solicitado.

A Tabela 3 sintetiza essas informações, incluindo o percentual de concluintes, que representa a proporção entre o total de alunos que ingressaram e aqueles que concluíram em cada ano. A partir desses dados, é possível realizar uma análise mais ampla do período de 1996 a 2016. Calculando-se a média das proporções anuais entre ingressantes e concluintes, obtém-se aproximadamente 55% de alunos formados, o que implica uma média de 45% de evasão. Esse valor se aproxima do índice de 43,4% reportado por Hashimoto (2023) para o período de 2014 a 2020, indicando consistência entre diferentes levantamentos.

O gráfico apresentado na Figura 5 auxilia na visualização da dispersão dos dados, permitindo identificar comportamentos atípicos, como o ocorrido no ano de 2000, quando o número de concluintes superou o de ingressantes. Esse resultado provavelmente se deve ao acúmulo de estudantes que finalizaram o curso após ultrapassar o tempo regular de conclusão.

Com base nessas informações, procedeu-se à implementação dos métodos numéricos

Tabela 3 – Série histórica de ingressantes e concluintes da Licenciatura em Matemática da FC/UNESP Bauru (1996–2016)

Ano	Ingressantes	Concluintes	Concluintes (%)
1996	40	19	47,50%
1997	40	21	52,50%
1998	40	21	52,50%
1999	40	25	62,50%
2000	40	46	115,00%
2001	40	30	75,00%
2002	40	27	67,50%
2003	40	28	70,00%
2004	40	31	77,50%
2005	40	20	50,00%
2006	40	33	82,50%
2007	40	26	65,00%
2008	40	36	90,00%
2009	44	24	54,55%
2010	40	22	55,00%
2011	40	20	50,00%
2012	44	26	59,09%
2013	46	18	39,13%
2014	44	15	34,09%
2015	44	19	43,18%
2016	46	17	36,96%

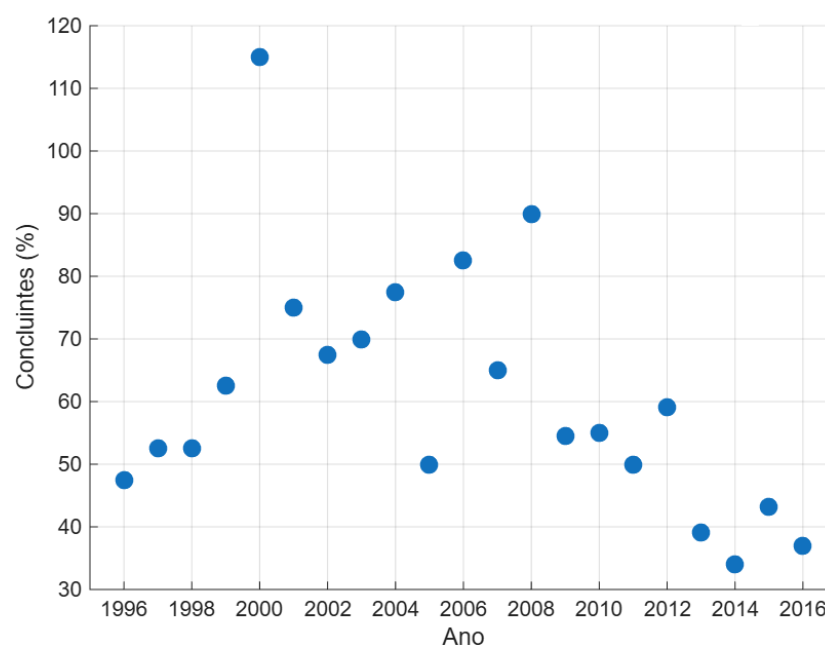
Fonte: De autoria própria

no *Matlab*. No próximo capítulo, os resultados obtidos serão comparados a fim de identificar qual método apresenta maior aderência aos valores reais observados. Para esta análise, foram utilizados os dados dos anos de 2017, 2018 e 2019 (conforme pode ser observado na Tabela 4). Após esse procedimento, foi possível avaliar qual método se mostrou mais representativo.

Além disso, deve-se considerar que a ideia inicial deste trabalho era mapear o fluxo de ingressantes e concluintes de maneira fiel às trajetórias reais dos estudantes. Idealmente, isso exigiria o acompanhamento individual de cada aluno, desde o ano de ingresso até o ano de conclusão, possibilitando uma análise longitudinal precisa. Entretanto, essa abordagem não pôde ser implementada, uma vez que os dados institucionais disponíveis não permitiam realizar esse tipo de rastreamento individualizado.

Diante dessa limitação, adotou-se uma alternativa metodológica baseada em dados

Figura 5 – Gráfico de dispersão do percentual de concluintes



Fonte: De autoria própria

Tabela 4 – Dados de ingressantes e concluintes da Licenciatura em Matemática da FC/UNESP Bauru referentes ao período 2017–2019

Ano	Ingressantes	Concluintes	Concluintes (%)
2017	51	13	23,49%
2018	53	25	47,17%
2019	44	14	31,82%

Fonte: De autoria própria

agregados. Dessa forma, a análise compara o número total de alunos que ingressaram em determinado ano com o número total de alunos que concluíram o curso nesse mesmo período, permitindo desenvolver os modelos numéricos apesar das restrições impostas pela base de dados.

5 Apresentação e Análise dos Resultados

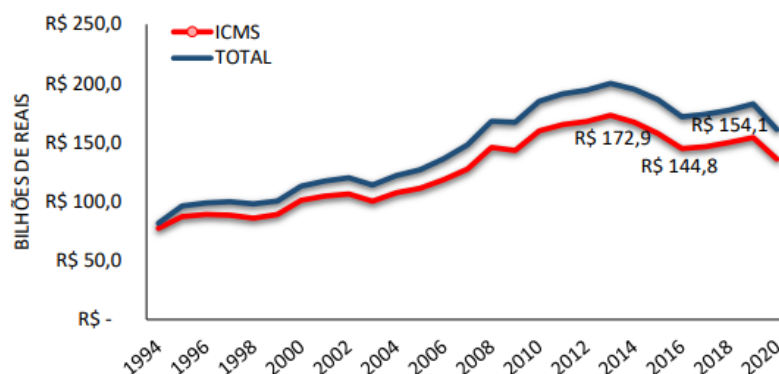
O presente capítulo tem por objetivo investigar se fatores externos, especialmente de natureza histórica, econômica ou político-institucional, podem ter influenciado o comportamento das séries de ingressantes e concluintes analisadas. Para isso, são apresentados e discutidos eventos que potencialmente poderiam produzir impactos relevantes nos dados, tais como variações no financiamento público ou ciclos eleitorais. A intenção não é estabelecer relações causais definitivas, mas identificar possíveis correlações ou padrões que auxiliem na compreensão das flutuações observadas ao longo do período estudado.

5.1 Eventos históricos que podem ter influenciado os dados

Uma hipótese inicial é que o volume de investimento recebido pela universidade esteja relacionado aos índices de evasão. Ao analisar a origem das verbas, observa-se que as universidades públicas paulistas são financiadas a partir da arrecadação do Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS), conforme estabelece o Decreto nº 29.598, de 2 de fevereiro de 1989 (São Paulo (Estado), 1989).

A Figura 6 apresenta a evolução da arrecadação total do estado de São Paulo, com destaque para o ICMS, no período de 1994 a 2020. Esses dados permitem observar tendências macroeconômicas relevantes, como períodos de crescimento contínuo e oscilações associadas a crises econômicas. A análise dessa série histórica é particularmente importante, pois o financiamento das universidades estaduais paulistas depende diretamente da arrecadação do ICMS, o que possibilita investigar eventuais relações entre o volume de recursos disponíveis e indicadores acadêmicos, como taxas de conclusão e evasão.

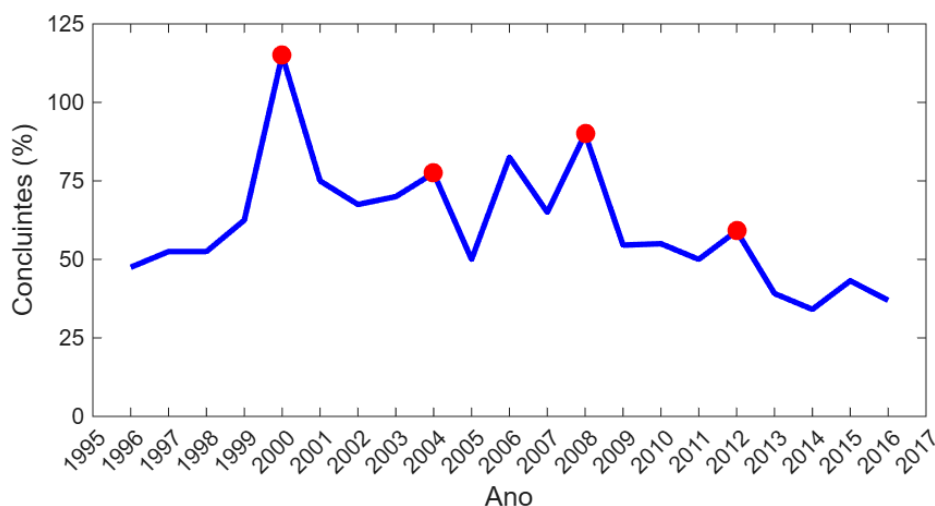
Figura 6 – Arrecadação total e do ICMS no estado de São Paulo, no período de 1994 a 2020, em valores reais



Fonte: (Pinto, Lima e Gurgel, 2020, p. 2)

Ao observar a Figura 6, nota-se que a hipótese inicial não se sustenta. Observa-se um aumento consistente na arrecadação ao longo dos anos, o que, caso estivesse diretamente correlacionado às taxas de conclusão, deveria refletir também um crescimento no número de formandos nos anos mais recentes; algo que não se verifica nos dados do curso analisado, já que, enquanto o ICMS cresce, o número de concluintes diminuiu.

Figura 7 – Análise da taxa de concluintes em anos eleitorais municipais



Fonte: De autoria própria

Outra hipótese considerada é a influência dos ciclos eleitorais sobre os índices de conclusão. Ao examinar a Tabela 3, nota-se que os anos de 2000, 2004, 2008 e 2012, coincidentes com eleições municipais, aparecem como picos locais na série histórica, sugerindo um possível aumento no número de concluintes nesses períodos.

Na Figura 7, foi feito um gráfico de linha que destaca os anos onde ocorrem eleições de prefeito, o que nos confirma de forma visual que, de fato, nesses anos ocorrem picos locais de concluintes.

5.2 Aplicação de Métodos Numéricos para Modelagem dos Dados

Inicialmente, serão aplicados aos dados os métodos de Lagrange, Newton e Mínimos Quadrados, de modo a gerar diferentes representações gráficas. A partir desses resultados, busca-se analisar e comparar a capacidade de cada método em modelar o comportamento observado na série, identificando qual abordagem fornece a representação mais consistente com os dados disponíveis.

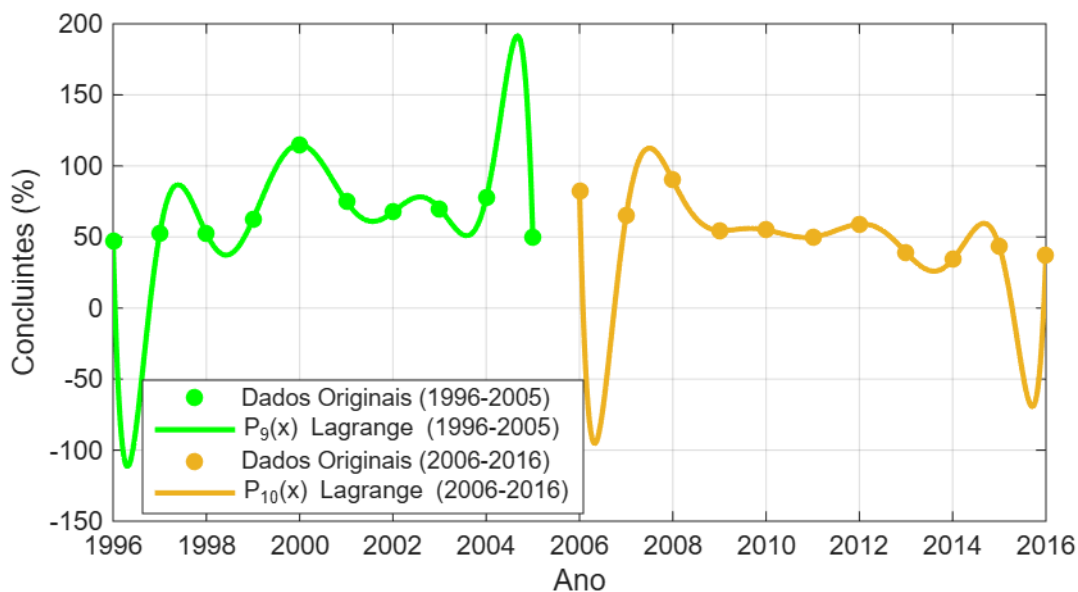
5.2.1 Interpolação Polinomial de Lagrange

A aplicação da interpolação polinomial pelo método de Lagrange ao conjunto completo de 21 pontos implicaria na construção de um polinômio de grau 20. Polinômios

de grau elevado tendem a apresentar forte instabilidade numérica, fenômeno conhecido como fenômeno de Runge, que pode gerar oscilações significativas entre os pontos interpolados. Mesmo a redução do grau não elimina completamente esse comportamento, o que dificulta a interpretação dos resultados.

Diante dessa limitação, optou-se por segmentar a série histórica em dois intervalos, 1996–2006 e 2007–2016, permitindo uma análise mais estável e representativa para cada período.

Figura 8 – Interpolação polinomial de Lagrange (Períodos 1996–2005 e 2006–2016)



Fonte: De autoria própria

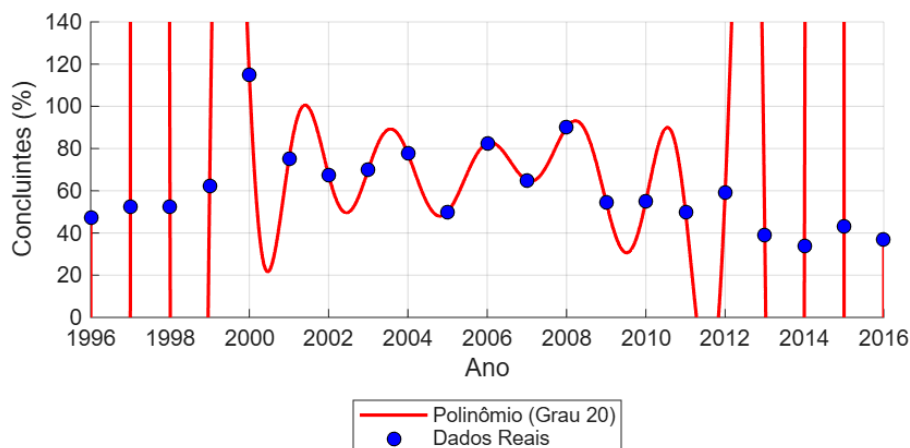
Na Figura 8, é feita a representação do polinômio de Lagrange de grau 9 (em verde) e do polinômio de Lagrange de grau 10 (em laranja). As bolinhas verdes e laranjas representam os dados originais, e as linhas mostram o comportamento dessas funções passando pelos pontos.

5.2.2 Interpolação Polinomial via Método de Newton

Na interpolação polinomial pelo método de Newton, o gráfico obtido utilizando todos os pontos apresenta oscilações significativas, dificultando uma análise clara do comportamento dos dados, como podemos notar na figura 9. Por essa razão, opta-se novamente por dividir o conjunto em dois períodos distintos.

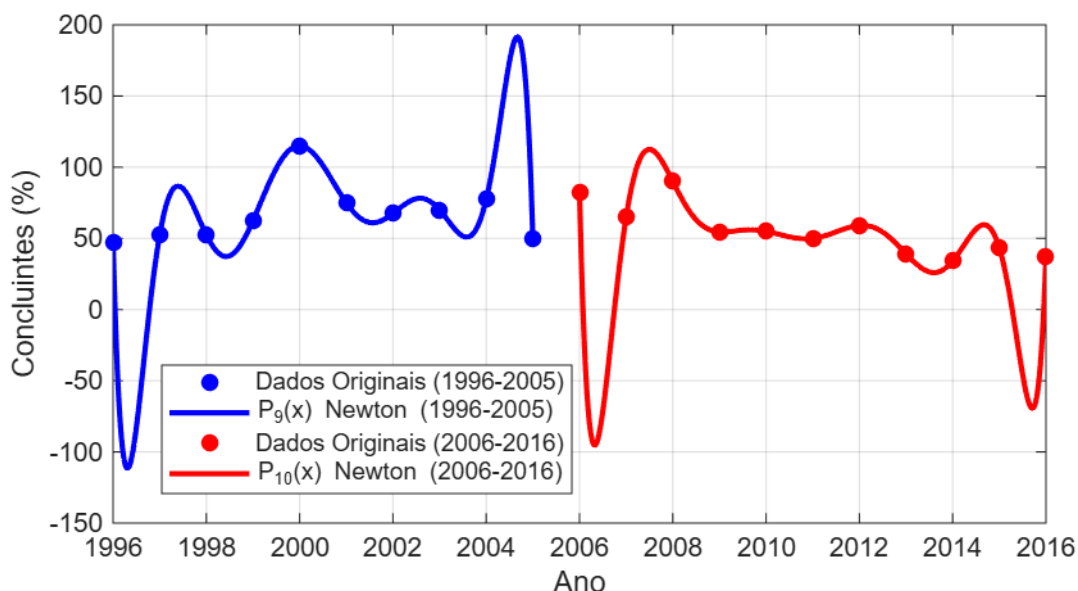
Dessa forma, observa-se que, independentemente de ser utilizado o método de Lagrange ou o método de Newton, o polinômio resultante será o mesmo, desde que se utilizem os mesmos pontos. Como se pode notar, as Figuras 8 e 10 são idênticas, confirmando o que foi dito anteriormente pelo teorema.

Figura 9 – Interpolação polinomial de Newton (Período 1996–2016)



Fonte: De autoria própria

Figura 10 – Interseção polinomial de Newton (Períodos 1996–2005 e 2006–2016)



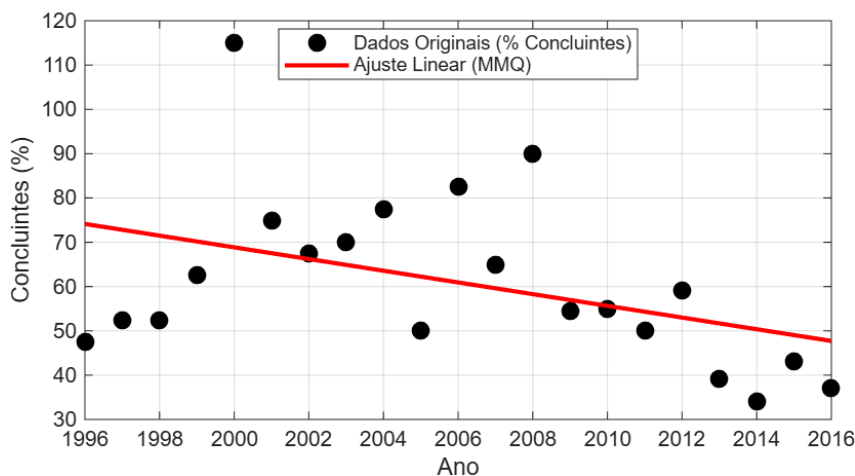
Fonte: De autoria própria

5.2.3 Método dos Mínimos Quadrados

Nesta etapa, aplica-se o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) para aproximar os dados originais por meio do ajuste de funções matemáticas. O objetivo consiste em identificar a função que melhor representa o comportamento dos dados, minimizando o erro entre os valores observados e os valores estimados pelo modelo. Para a análise, serão considerados três tipos de ajuste: linear, exponencial e polinomial.

Por se tratar do modelo mais simples dentre os considerados, o ajuste linear conduz à seguinte função aproximada:

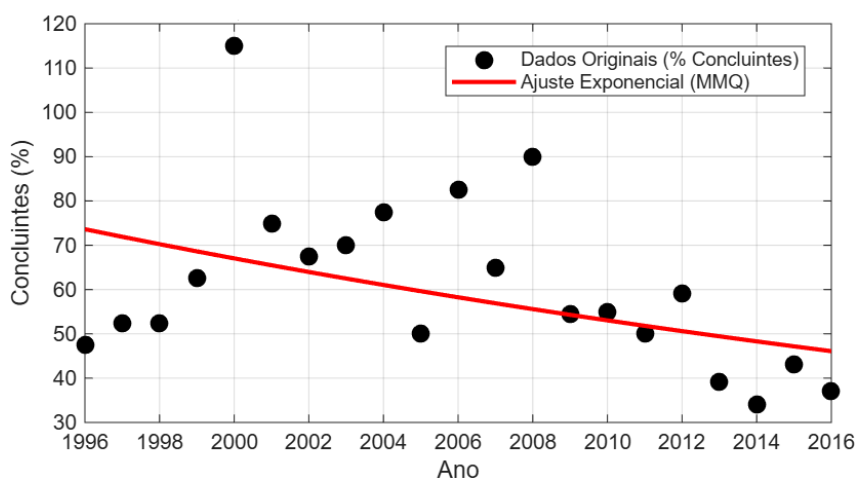
Figura 11 – Ajuste linear obtido pelo MMQ (1996–2016)



Fonte: De autoria própria

$$I(\text{Ano}) = -1,3207 \cdot \text{Ano} + 2710,3075.$$

Figura 12 – Ajuste exponencial obtido pelo MMQ (1996–2016)



Fonte: De autoria própria

O ajuste exponencial obtido pode ser representado pela função:

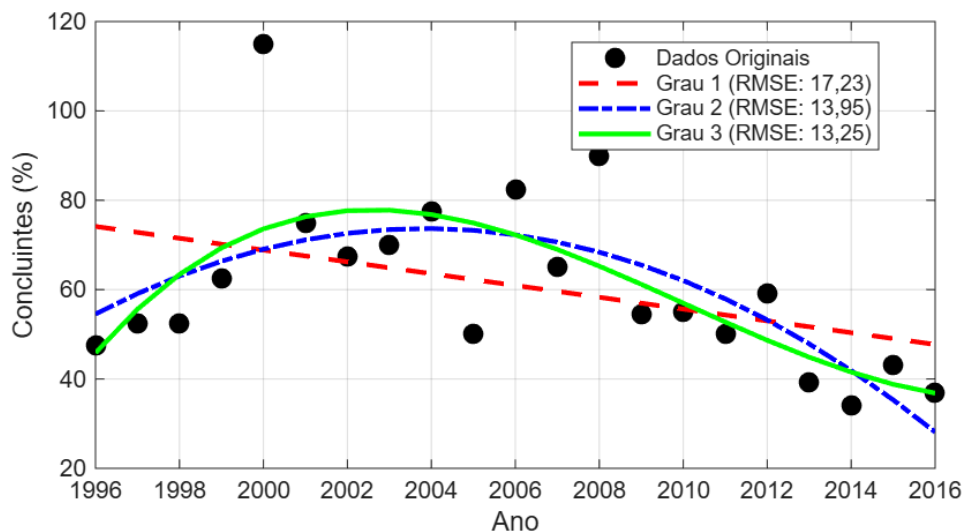
$$y = 73,6136 \cdot e^{-0,0234x'}$$

em que $x' = \text{Ano} - 1996$.

Para avaliar o desempenho dos modelos polinomiais, utilizou-se a métrica da Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE — *Root Mean Square Error*), amplamente adotada para mensurar a qualidade de um ajuste. Em termos práticos, o RMSE indica a “distância média” entre os dados observados e a curva ajustada.

Como o objetivo é encontrar o polinômio de baixo grau que melhor se ajusta aos dados, compararemos os ajustes de grau 1, 2 e 3, verificando qual deles apresenta o menor RMSE.

Figura 13 – Comparação dos modelos polinomiais ajustados pelo MMQ (1996–2016)



Fonte: De autoria própria

Os valores encontrados para o erro quadrático médio (RMSE) estão apresentados na Tabela ??.

Mesmo que pareça que a diferença entre os métodos seja grande, pode-se notar que, ao considerarmos as taxas de 'pessoas por ano', a diferença real é de poucas unidades.

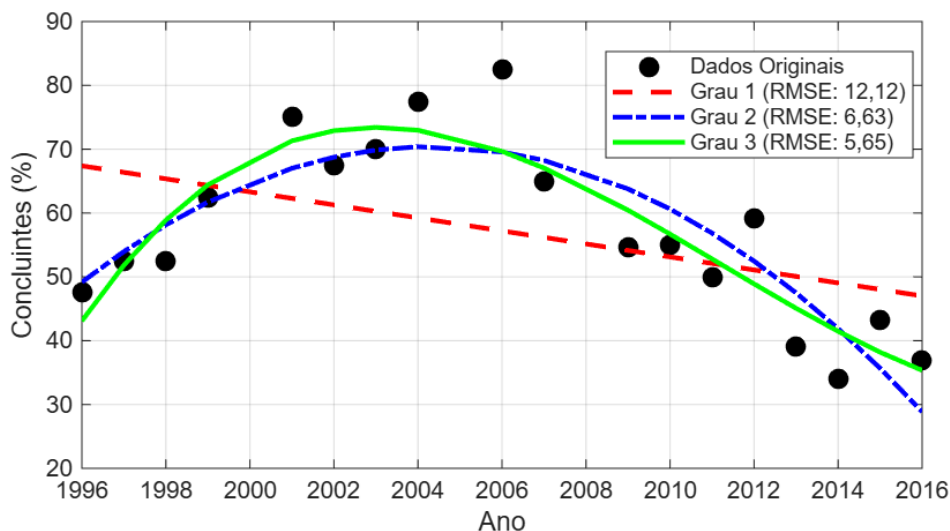
Tabela 5 – Valores de RMSE associados aos modelos polinomiais ajustados

Modelo	RMSE
Grau 1 (Linear)	17,2291
Grau 2 (Quadrático)	13,9510
Grau 3 (Cúbico)	13,2461

Fonte: De autoria própria

Observa-se, portanto, que entre os modelos avaliados, o polinômio de grau 3 apresentou o melhor desempenho, pois obteve o menor valor de RMSE. Outra comparação interessante consiste em analisar o cenário sem os outliers, ou seja, desconsiderando os dados de 2000, 2005 e 2008. Ao analisar a Figura 5, percebe-se que, de fato, ocorre uma melhora no ajuste.

Figura 14 – Comparação dos modelos polinomiais ajustados pelo MMQ (1996–2016), sem os outliers



Fonte: De autoria própria

5.3 Comparação entre os Métodos de Extrapolação

Com base nas funções analisadas, a extrapolação para os anos de 2017, 2018 e 2019 apresenta diferenças significativas entre as distintas abordagens de modelagem, conforme resumido na Tabela 7.

Tabela 6 – Quadro comparativo da extrapolação dos modelos (2017–2019)

Método	2017	2018	2019
Dados reais	23,49%	47,17%	31,82%
Interpolação por Newton (Grau 20)	8409,94%	86630,27%	493671,44%
Ajuste Linear	46,46%	45,13%	43,81%
Ajuste Exponencial	45,03%	43,99%	42,99%
Ajuste Polinomial (Grau 3)	35,75%	35,73%	36,93%

Fonte: De autoria própria

Tabela 7 – Quadro comparativo da extrapolação dos modelos (2017–2019) – Usando quantidade de pessoas

Método	2017	2018	2019
Dados reais	12	25	14
Interpolação por Newton (Grau 20)	4289	45915	217216
Ajuste Linear	24	24	20
Ajuste Exponencial	23	24	19
Ajuste Polinomial (Grau 3)	19	19	17

Fonte: De autoria própria

A análise da Tabela 7 evidencia, de forma clara, as limitações e capacidades de cada método quando aplicados à extrapolação. Vejamos:

- **Interpolação de Newton:**

Ao gerar um polinômio de grau 20 para 21 pontos, o método torna-se altamente instável fora do intervalo dos dados. Esse comportamento, característico do *Fenômeno de Runge*, faz com que o polinômio assuma valores completamente distorcidos na extrapolação, como os 493.671,44 previstos para 2019, o que inviabiliza seu uso para qualquer finalidade preditiva.

- **Ajustes Linear e Exponencial:**

Ambos são modelos de tendência que descrevem apenas o comportamento geral de queda da série histórica. No entanto, por serem funções monotônicas, não conseguem representar oscilações locais relevantes, como o aumento expressivo observado no dado real de 2018 (47,17%). Dessa forma, capturam a direção global, mas falham em reproduzir variações anuais significativas.

- **Ajuste Polinomial de Grau 3:**

Entre os modelos avaliados, o polinômio cúbico apresentou o desempenho mais consistente. Sua maior flexibilidade permitiu representar uma curvatura mais complexa do que aquela obtida pelos modelos linear ou exponencial. Embora também não tenha capturado o pico de 2018, foi o método que mais se aproximou do comportamento real da série, fornecendo para 2019 (36,93%) a estimativa mais compatível com os valores observados.

5.4 Implicações para a Gestão e para a Formação Docente

Este estudo, ao aplicar Métodos Numéricos para modelar o fluxo de estudantes na Licenciatura em Matemática da UNESP/Bauru (1996-2016), oferece mais do que uma

série histórica de entrada e conclusão no curso. Definir as funções que descrevem a relação entre ingressantes e formandos permitiu visualizar matematicamente a dinâmica da evasão, demonstrando que o professor de matemática pode e deve utilizar seu conhecimento específico (modelagem, estatística, análise numérica) para auxiliar na compreensão da realidade escolar.

O trabalho evidencia também a aplicabilidade de Métodos Numéricos na análise de dados educacionais, apontando para a necessidade de uma formação docente que integre conhecimentos específicos (o rigor matemático) e conhecimentos pedagógicos.

Uma das contribuições diretas desta pesquisa para a formação de professores reside na possibilidade de utilizar os próprios dados gerados como material didático contextualizado. Os gráficos de fluxo de estudantes, construídos via métodos numéricos, constituem informações reais para o ensino de conceitos matemáticos fundamentais na graduação. A seguir, detalham-se as possibilidades de exploração desses dados em diferentes componentes curriculares:

No Ensino de Funções: Os dados históricos de ingresso e conclusão permitem o estudo de funções reais de variável discreta. Em vez de trabalhar apenas com expressões algébricas descontextualizadas (como $f(x) = x^2 + 1$), o professor formador pode propor aos licenciandos que analisem a relação entre a variável tempo (anos) e a variável quantidade (alunos).

- **Aplicação Prática:** Identificação de domínios e imagens, análise de intervalos de crescimento e decrescimento (períodos de alta e baixa na evasão). Isso permite discutir o conceito de função não apenas como uma regra de correspondência, mas como uma ferramenta para descrever a evolução de um fenômeno real.

Em Cálculo Numérico: Sendo a base metodológica deste TCC, a disciplina de Cálculo Numérico é o ambiente natural para a aplicação destes resultados. Os dados brutos da Seção Técnica de Graduação representam um conjunto de pontos discretos que, por si sós, não definem uma curva contínua.

- **Aplicação Prática:** Os gráficos gerados podem ser utilizados para ensinar Ajuste de Curvas (Método dos Mínimos Quadrados) e Interpolação Polinomial. O estudante pode ser desafiado a encontrar o polinômio que melhor se ajusta à taxa de evasão do curso, discutindo o erro associado à aproximação e a capacidade preditiva do modelo. Isso transforma o exercício de "ajustar uma reta" em uma investigação sobre a tendência de permanência no curso.

Contribuição para a Modelagem Matemática: Por fim, essa abordagem insere-se na

perspectiva da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Ao utilizar dados do próprio curso, rompe-se com a artificialidade de problemas fabricados, permitindo que o professor vivencie o ciclo completo da modelagem: a coleta de dados reais, a simplificação, a matematização (escolha do método numérico), a resolução e, crucialmente, a interpretação crítica dos resultados. Essa vivência é formativa, pois dá ferramentas para o licenciando replicar essa prática investigativa em sua futura atuação na Educação Básica.

6 Considerações Finais

Após as análises realizadas neste trabalho, observou-se uma diminuição significativa no número de estudantes que concluem a Licenciatura em Matemática ao longo dos anos. Destaca-se o ano de 2000, único período em que o número de concluintes superou o de ingressantes (115%), configurando-se como um *outlier*. As causas dessa tendência de queda são variadas e não constituíram o foco principal desta investigação.

Do ponto de vista metodológico, a principal conclusão é que um modelo matemático mais complexo não é, necessariamente, superior para fins de previsão. Esse fato foi evidenciado pela Interpolação Polinomial de Grau 20 que, embora reproduza exatamente todos os pontos observados, mostrou-se inadequada para a extrapolação. Tal inadequação se manifestou nos resultados altamente instáveis para os anos de 2017 a 2019, em conformidade com o Fenômeno de Runge. Em contraste, o ajuste polinomial de Grau 3, obtido pelo Método dos Mínimos Quadrados, revelou maior robustez e forneceu uma representação mais consistente da tendência dos dados.

É importante mencionar uma limitação metodológica relevante: a proposta inicial de acompanhar o fluxo de forma individualizada, identificando quando cada estudante ingressou e quando concluiu, não pôde ser executada devido às restrições dos dados disponíveis. Assim, optou-se por utilizar os dados de forma agregada, comparando o total de ingressantes e concluintes em cada ano, o que constitui uma aproximação do fenômeno real.

Apesar dessa limitação, o trabalho alcançou seus objetivos, permitindo visualizar o fluxo de entrada e saída ao longo dos anos e comparar diferentes abordagens de modelagem matemática. Considerando os resultados obtidos, o modelo que apresentou melhor adaptabilidade e desempenho preditivo para este conjunto de dados foi o ajuste polinomial de Grau 3 pelo Método dos Mínimos Quadrados. Nesse contexto, vale ressaltar que outra abordagem promissora para futuras investigações seria a interpolação por *Splines*. Por utilizar polinômios de baixo grau em intervalos, essa técnica tende a suavizar os gráficos e mitigar o Fenômeno de Runge, o que poderia proporcionar uma extrapolação ainda mais refinada do que a obtida pelos métodos globais aqui testados.

Além disso, este trabalho mostra como a análise numérica pode contribuir para a formação de professores. O estudo prova que o professor de matemática pode usar seus conhecimentos específicos para entender a realidade escolar por meio de dados gerados em sua própria prática. Essas informações coletadas em sala de aula podem fundamentar a escrita de artigos ou até mesmo subsidiar pesquisas de mestrado voltadas ao estudo do ambiente escolar. Mais do que isso, os dados gerados aqui podem servir como material

didático real para o ensino, substituindo exemplos artificiais.

Referências

- BARROSO, L. C. et al. *Cálculo Numérico: com aplicações*. 2. ed. São Paulo: Harbra, 1987.
- BARROSO, M. F.; FALCÃO, E. B. M. Evasão universitária: o caso do instituto de física da ufrj. In: *IX Encontro Nacional de Pesquisa em Ensino de Física*. [s.n.], 2004. v. 9, p. 1–14. Acesso em: 01 nov. 2024. Disponível em: <<https://www.if.ufrj.br/~carlos/pef/materiais/marta-epf2004-evasao-co12-2.pdf>>.
- BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D.; CASTRO, H. M. Á. d. *Análise Numérica*. 10. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016. 879 p. Xvi p., il.
- CUNHA, F. G. M.; CASTRO, J. K. S. *Cálculo Numérico*. Fortaleza: UAB/IFCE, 2010. Coordenação: Cassandra Ribeiro Joye. E-book. ISBN 978-85-475-0012-2. Acesso em: 03 nov. 2024. Disponível em: <<https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/430185/2/Calculo%20Numerico.pdf>>.
- CUNHA, M. C. d. C. *Métodos Numéricos*. 2. ed. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2003. (Livro-texto). 2ª edição, revista e ampliada. Brochura. ISBN 852680636X.
- Departamento de Matemática. *Regulamento do Trabalho de Conclusão de Curso para o Curso de Matemática – Licenciatura (Apêndice I)*. Bauru, SP: Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2021. Acesso em: 01 nov. 2024. Disponível em: <https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/graduacao/regulamento-tcc_2021_lic-em-mat_para-apreciacao-do-cons-curso.pdf>.
- Departamento de Matemática. Projeto Pedagógico, *Apresentação do Projeto Político Pedagógico (currículo 1507-2023)*. Bauru, SP: Faculdade de Ciências, UNESP, 2023. Acesso em: 03 nov. 2024. Disponível em: <<https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/graduacao/ppp-1507.pdf>>.
- FLICK, U. *Introdução à metodologia de pesquisa*. Porto Alegre: Penso, 2012. E-book. Acesso em: 29 out. 2024. ISBN 9788565848138. Disponível em: <<https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788565848138/>>.
- HASHIMOTO, M. S. *O perfil dos alunos evadidos dos cursos de graduação da Faculdade de Ciência-Câmpus Bauru-UNESP e as possíveis contribuições para políticas voltadas ao enfrentamento desse problema na educação superior pública*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Artes, Comunicação e Design, UNESP, Bauru, 2023. Acesso em: 03 nov. 2024. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/243561>>.
- HOFFMANN, D. S.; FANTINEL, P. C.; QUEIROGA, R. M. Estado do conhecimento sobre permanência e evasão nos cursos de licenciatura em Matemática no Brasil. *Contribuciones a Las Ciencias Sociales*, v. 18, n. 8, p. 01–19, 2025. Disponível em: <<https://share.google/aae4NRr2CiQusVgfJ>>. Acesso em: 01 dez. 2025.
- PINTO, T. P.; LIMA, C. Z. d.; GURGEL, A. C. *Análise dos impactos do aumento do ICMS para a economia de São Paulo e do Sudeste*. São Paulo: FGV Agro, 2020. 14 p. Acesso em: 01 dez. 2024. Disponível em: <https://agro.fgv.br/sites/default/files/2023-03/2020.12%20-%20Relat%C3%B3rio%20-%20Aumento%20do%20ICMS%20em%202020_1.pdf>.

São Paulo (Estado). *Decreto Estadual n.º 29.598*, de 02 de fevereiro de 1989. Dispõe sobre providências visando a autonomia universitária. 1989. Diário Oficial do Estado de São Paulo. Acesso em: 01 nov. 2024. Disponível em: <<https://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/decreto/1989/decreto-29598-02.02.1989.html>>.