

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente
Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional

A Transformada Wavelet na Fusão de Imagens de Sensoriamento
Remoto

Marcelo de Souza Fermino
Orientador: Prof. Dr. Aylton Pagamisse

Presidente Prudente
2013

Marcelo de Souza Fermino

A Transformada Wavelet na Fusão de Imagens de Sensoriamento Remoto

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada e Computacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho para a obtenção do Título de Mestre em Matemática Aplicada e Computacional. Orientador Prof. Dr. Aylton Pagamisse

Presidente Prudente

2013

FICHA CATALOGRÁFICA

F396f Fermino, Marcelo de Souza.
 A fusão de imagens de sensoriamento remoto / Marcelo de Souza
Fermino. - Presidente Prudente : [s.n.], 2013
 83 f.

 Orientador: Aylton Pagamisse
 Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de
Ciências e Tecnologia
 Inclui bibliografia

 1. Transformada wavelet. 2. Fusão de imagens. 3. Sensoriamento
remoto. I. Pagamisse, Aylton. II. Universidade Estadual Paulista. Faculdade
de Ciências e Tecnologia. III. Título.

BANCA EXAMINADORA

Aylton Pagamisse

PROF. DR. AYLTON PAGAMISSE
ORIENTADOR

Maurilio Boaventura

PROF. DR. MAURILIO BOAVENTURA
Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas de São José do Rio Preto

Messias Meneguette Junior

PROF. DR. MESSIAS MENEGUETTE JUNIOR
UNESP/FCT

Marcelo de Souza Fermينو

MARCELO DE SOUZA FERMINO

PRESIDENTE PRUDENTE (SP), 28 DE MARÇO DE 2013

RESULTADO: *APROVADO*

Agradecimentos

A Deus, pelo crescimento na superação dos obstáculos, vitórias alcançadas, e por todos que direta ou indiretamente contribuíram o desenvolvimento desta pesquisa. Especificamente agradeço ao meu pai Sr. Ademir Fermino, minha mãe Sra. Marisa Graciano de Souza Fermino e à minha irmã Beatriz de Souza Fermino, pelo apoio e exemplos de vida primordiais para realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Aylton Pagamisse pela orientação na realização dessa dissertação, pelo exemplo de profissionalismo e por compartilhar seu conhecimento sobre o Processamento Digital de Imagens.

À OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) por seu projeto de Iniciação Científica Jr., juntamente com os professores Dr. Suetônio Meira e Dr. José Roberto Nogueira pela brilhante atuação na tarefa de difundir o conhecimento matemático.

Ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional - *PósMAC* e ao Departamento de Matemática da FCT - UNESP.

Agradeço também ao Prof. Dr. Messias Meneguette, Coordenador do PósMAC.

Aos professores Dr. Paulo Morelato França e Dra. Criastiane Néspoli França pela orientação na parte inicial deste mestrado.

A todos que foram meus professores e certamente deram significativa contribuição na construção do professor em que me tornei.

Aos funcionários da Biblioteca e da Seção de Pós-Graduação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP - Campus de Presidente Prudente.

Deixo também um agradecimento especial a todos que ainda não foram citados, mas que contribuíram, direta ou indiretamente, para a conclusão deste mestrado.

Resumo

No sensoriamento remoto, o desenvolvimento dos sistemas sensores é inerente ao fornecimento de dados com maior quantidade, qualidade e variabilidade, fazendo do processamento digital de imagens um meio para aplicação de métodos matemáticos que aprimoram os resultados já obtidos. Uma característica dos sistemas sensores é a resolução espacial de imagens pancromáticas superior à resolução espacial das imagens multiespectrais. Uma característica dos sistemas sensores é o fornecimento imagens pancromáticas com resolução espacial superior às imagens multiespectrais, cuja fusão busca melhor resolução espacial com menor perda do conteúdo multiespectral. Existem inúmeros métodos de fusão de imagens bem conhecidos, dentre os quais podemos elencar IHS, YUV e métodos baseados em transformadas multiescala. Os métodos tipo IHS baseados na transformada wavelet têm gerado excelentes resultados na busca por minorar a distorção das cores no resultado do processo de fusão. Neste trabalho é apresentado um estudo da utilização da transformada wavelet nos processos de fusão das imagens pancromáticas e multiespectrais dos sistemas sensores CBERS e Quickbird, onde são testados métodos de fusão de imagens já conhecidos e métodos inovadores propostos; é feita uma avaliação visual das imagens fusionadas, aplicando uma primoramento sobre a utilização da transformada wavelet, testando a contribuição de transformações como CLAHE e especificação de histogramas no processo de fusão, minorando distorções de coloração e preservando detalhes espaciais, além de elencar inúmeras perspectivas futuras do trabalho e evidenciar particularidades que devem ser observadas quando um mesmo método é aplicado para imagens coletadas em diferentes sistemas sensores.

Palavras-chave: Processamento Digital de Imagens, Sensoriamento Remoto, Transformada Wavelet, CLAHE, Métodos de Fusão de Imagens.

Abstract

In remote sensing, the development of sensor systems is inherent in the provision of data with greater quantity, quality and variability, making the digital image processing a way for an application of mathematical methods to improve the results already achieved. A feature of the sensors systems is to provide panchromatic images with a better spatial resolution than its multispectral images, whose merger preserves spatial details without multispectral content loss. There are numerous widely known fusion methods, among which we can list IHS, YUV and mustiscale transform based methods. IHS type methods based on wavelet transform has generated excellent results in the search for minimizing color distortions in the merger process. This work presents a study of the use of the wavelets transform in the process of merging panchromatic and multispectral images own sensor system, Quickbird or CBERS, where a visual evaluation of merged images is made, applying an enhancement on using the wavelet transform and testing CLAHE and histogram specification contributions in the fusion process, minimizing possible color distortion and preserving spatial details, beyond to confirm details that must be observed when the same method is applied to data collected at different sensor systems with differences in its spectral bands.

Keywords: Digital Image Processing, Remote Sensing, Wavelet Transform, CLAHE, Image Fusion Methods.

Lista de Figuras

2.1	O comprimento de uma onda.	6
2.2	Simulação para representar imagens com diferentes histogramas	9
2.3	Transformações lineares de intensidade	10
2.4	Equalização com os limites do histograma original	11
2.5	Especificação de histogramas	13
2.6	Histogramas no processo de especificação com Matlab	13
2.7	Especificação de um histograma com uma Normal	14
2.8	Especificação de histograma com uma Rayleigh	14
2.9	(a) Original; (b) (c) e (d) é a aplicação da CLAHE com as distribuições Exponencial, Rayleigh e Uniforme, respectivamente	15
2.10	Princípio da superposição linear (Fonte: [41])	16
2.11	Diagrama de cromaticidade xy do CIE. Fonte: Adaptada de Souto [42]	19
2.12	Imagem colorida para observação das componentes em diferentes espaços de cores	20
2.13	Componentes da Figura 2.12 nos espaços de cores (a)RGB, (b)IHS e (c)YUV	20
2.14	Representação do sólido cubo do espaço de cores RGB	20
2.15	Combinação aditiva das cores primárias RGB.	21
2.16	Componentes RGB	21
2.17	Respectivamente sólido de cores IHS e triângulo de cores IHS [13]	22
2.18	Componentes HSV.	23
3.1	O processamento por Transformadas Integrais (Adaptado de [41])	28
3.2	Gráficos da expansão por série de Fourier	29
3.3	Suavização via FFT	36
3.4	PSF e OTF versus MTF	36
3.5	Wavelet Shannon	39
3.6	Aplicação de um banco de filtros.	42
3.7	Esquema FWT	43
3.8	Esquema IFWT (FWT Inversa)	43
3.9	Análise wavelet bidimensional.	45

3.10	Exemplo análise wavelet.	45
4.1	Esquema do método de fusão de imagens GIHS	49
4.2	Implementação da Fusão IHS modo 1 em (a), e modo 2 em (b).	51
4.3	Esquema do método de fusão de imagens YUV	52
4.4	Esquema do método de fusão de imagens PCA	54
4.5	Processo de fusão com Wavelet decimada e não-decimada	55
4.6	Etapa inicial da fusão IHS-WT	56
4.7	Etapa intermediária da fusão IHS-WT	56
4.8	Etapa final da fusão IHS-WT	57
4.9	Etapa inicial do IHS-WT Reiterado (4.6).	58
4.10	Etapa intermediária do IHS-WT Reiterado.	59
4.11	Etapa final da fusão IHS-WT Reiterado.	60
4.12	Síntese do método IHS	60
5.1	Métodos aditivos de fusão de imagens no sistema QUICKBIRD	63
5.2	Métodos aditivos de fusão de imagens do sistema QUICKBIRD com a CLAHE	64
5.3	Fusão de imagens do sistema CBERS.	65
5.4	Fusão de imagens do sistema CBERS.	66
5.5	Fusão de imagens do sistema QUICKBIRD.	67
5.6	Fusão de imagens do sistema QUICKBIRD.	68

Lista de Abreviaturas e Siglas

CBERS	China Brazil Earth Resources Satellite
CC	Correlation Coefficient
CDF	Cumulative Distribution Function
CIE	International Commission on Illumination
CLAHE	Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization
CMY	Cyan Magenta Yellow
DM	Difference Mean
DWT	Decimated Wavelet Transform
ERGAS	Erreur Relative Globale Adimensionnelle de Synthese
FFT	Fast Fourier Transform
FWT	Fast Wavelet Transform
GIHS	Generalized Intensity-Hue-Saturation
HSV	Hue-Saturation-Value
IFOV	Instantaneous Field Of View
IHS	Intensity-Hue-Saturation
MSS	Multispectral Scanner System
MTF	Modulation Transfer Function
OTF	Optical Transfer Function
PCA	Principal Component Analysis
PDF	Probability Density Function
PSF	Point Spread Function
PTF	Phase Transfer Function
RGB	Red Green Blue
R-IHS-WT	Reiterated IHS-WT
RMSE	Root Mean Square Error
SDD	Standard Deviation of Difference
SR	Sensoriamento Remoto
TM	Thematic Mapper
UIQI	Universal Image Quality Index
WT	Wavelet Transform

Sumário

1	Introdução	1
2	Sensoriamento Remoto e Processamento Digital de Imagens	5
2.1	Sensoriamento Remoto	5
2.2	Processamento Digital de Imagens	8
2.2.1	A especificação de Histograma	11
2.2.2	CLAHE	14
2.2.3	A Convolução	15
2.3	Espaços de Cores	18
2.3.1	Modelo de Cores RGB	20
2.3.2	Modelo de Cores IHS	21
2.3.3	Modelo de Cores YUV	22
2.4	Modelos de conversão entre espaços RGB e IHS	24
3	Fundamentos Matemáticos da Transformada Wavelet	27
3.1	A Transformada de Fourier	27
3.2	O Teorema da Convolução	32
3.3	Fast Fourier Transform	35
3.4	Processamento de Imagens no Espaço de Frequência	35
3.5	Wavelets	37
3.5.1	Fast Wavelet Transform	42
3.5.2	Wavelet Decimada e Não Decimada	44
4	A Fusão de Imagens	47
4.1	Métodos de Fusão	48
4.1.1	Métodos Intensity Hue Saturation e IHS Generalizado	48
4.1.2	Método YUV de Fusão de Imagens	51
4.1.3	Método PCA de Fusão de Imagens	52
4.1.4	Fusão com Transformada Wavelet	53
4.2	O Método Wavelet Reiterado	57

5 Resultados	61
6 Avaliação dos Resultados	69
7 Conclusões e Perspectivas	77

Introdução

Avanços científicos e tecnológicos relativos à construção de sensores e à computação, propiciam o aprimoramento na qualidade dos dados coletados e das informações geradas, impulsionando o desenvolvimento do sensoriamento remoto. Sistemas sensores mais desenvolvidos podem fornecer dados em maiores quantidades, em melhor qualidade e principalmente, com variabilidade, exigindo pesquisas no desenvolvimento de métodos adequados para o processamento de imagens digitais.

Uma característica dos sensores utilizados é a geração de imagens pancromáticas com resolução espacial superior à resolução espacial das imagens multiespectrais. Pesquisas são desenvolvidas no intuito de obter imagens híbridas de imagens multiespectrais e pancromáticas, que são imagens multiespectrais com a resolução espacial superior às imagens multiespectrais originais.

Existem inúmeros métodos desenvolvidos para a fusão de imagens pancromáticas e multiespectrais, dentre os quais existe empenho por amenizar ou excluir a presença de distorções e a formação de artefatos sobre as imagens fusionadas. Uma eficiência superior dos processos de fusão tem sido almejada com o aprimoramento de métodos de fusão de imagens baseados nas transformadas IHS, YUV ou PCA, com a utilização da Transformada Wavelet na extração e inserção das altas frequências de imagens. Neste trabalho existe uma investigação sobre a utilização da Transformada Wavelet em processos de fusão, com atenção à detalhes como o ajustamento e especificação local de histogramas. Vivemos em uma sociedade cujo cotidiano é constituído sob influência do desenvolvimento da tecnologia e acesso à informação. Nessa sociedade o sensoriamento remoto tomou um papel crucial, impondo com veemência e razão a sua difusão no cotidiano das pessoas e em inúmeros campos da pesquisa, assim como no monitoramento de recursos naturais, e é neste contexto que o investimento no desenvolvimento de tecnologias nos sistemas sensores tem obtido avanços consideráveis.

O desenvolvimento dos sistemas de sensoriamento remoto fornece uma imensa gama

de dados com suas respectivas particularidades. Transformar dados em informações, gerar conhecimento, depende da capacidade de processar estes sinais. Gonzalez et al. [12, 13] organizaram o processamento digital de imagens em classes de processos sobre as imagens, que seriam: a aquisição, que envolve um pré-processamento; o realce e filtragem, que se baseia em preferências humanas subjetivas; a restauração, que se baseia em modelos matemáticos objetivos e o processamento de imagens coloridas. Este processamento também engloba a fundamentação da representação de imagens em níveis de resolução variados, a compressão, o processamento morfológico, relativo à extração das características úteis da imagem, os procedimentos de segmentação, a representação e a descrição de objetos e o reconhecimento de objetos. No âmbito do sensoriamento remoto, a imensa variedade dos dados ocorre quando diferentes sistemas sensores ou sensores de um mesmo sistema captam as imagens com diferentes resoluções espaciais, espectrais e radiométricas [34].

O escopo inicial dessa dissertação consiste em organizar a fundamentação teórica e implementar algoritmos na consolidação de uma pesquisa sobre processos já existentes de fusão de imagens provindas dos sistemas sensores CBERS e Quickbird. Sobre este processo de fusão é proposto, implementado e analisado um meio diferenciado de utilização da transformada Wavelet, fornecendo uma imagem fusionada com minoração de possíveis distorções do conteúdo multiespectral.

São investigados métodos como IHS, PCA e IHS-like [45, 46], onde IHS-like representa uma gama de métodos que utilizam o IHS com a contribuição de transformadas, tais como Brovey e Wavelet.

Tanto o método IHS quanto os métodos IHS-like são métodos que utilizam os espaços de cores RGB e IHS, sendo por Tu et al. [46] denominados métodos *Generalized Intensity-Hue-Saturation* (GIHS) para análise das distorções de coloração inerentes aos processos de conversão entre os espaços de cores.

Neste trabalho é apresentado e implementado um método IHS-like, e a avaliação dos resultados obtidos mostram, comparando-se com resultados de outros métodos, maior ganho de resolução espacial e menor variação na componente cuja variação é matematicamente indicada como responsável pelas distorções na coloração [46]. Também é analisada a contribuição da *Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization* (CLAHE) na formação de imagens fusionadas com maior resolução espacial e menor distorção de coloração, ou seja, na consolidação de um processo de fusão com maior eficácia.

O Capítulo 2 consta inicialmente uma contextualização do objeto de estudo deste trabalho que é uma aplicação matemática no sensoriamento remoto, com os conceitos básicos do processamento digital de imagens, o meio pelo qual ocorre a referida aplicação matemática. No Capítulo 3 estão os fundamentos matemáticos de grande relevância do método de fusão de imagens analisado e proposto neste trabalho. A necessária e breve revisão teórica (que deve ocorrer na tarefa de investigar e propor soluções a um desafio diagnosticado previamente), no caso deste trabalho, exige uma atenção especial, uma vez que se trata de

uma dissertação em Matemática Aplicada e Computacional, sobre a fusão de imagens de sensoriamento remoto. No escopo dessa dissertação é utilizada a Transformada Wavelet na extração das altas frequências das imagens, cuja implementação computacional ocorre por meio de uma convolução com a transformada de Fourier. Um simples exemplo citando uma convolução discreta com um filtro restringe muito o conceito matemático da convolução que de fato é utilizado. Parte da fundamentação teórica que explica a exuberante matemática aplicada nos processos envolvidos neste trabalho é exposta neste terceiro capítulo, sobre a convolução, a Transformada de Fourier e a Transformada Wavelet.

No Capítulo 4, que trata propriamente do processo de fusão, é feita, com a utilização dos fundamentos teóricos já expostos, a dissertação dos métodos de fusão mais conhecidos e que foram implementados e analisados, justificando a proposta de um método de fusão de Imagens, denominado nessa pesquisa como método de fusão de imagens Wavelet Reiterado, que é proposto e implementado conforme o que está exposto no Capítulo 5. O Capítulo 5 consta a análise dos resultados obtidos pela implementação dos principais métodos de fusão elencados juntamente com o método proposto, além da avaliação do uso da CLAHE sobre a imagem pancromática nos principais processos de fusão implementados.

Os Capítulos 6 e 7 constam respectivamente, da avaliação quantitativa dos resultados obtidos e das conclusões e perspectivas deste trabalho.

Sensoriamento Remoto e Processamento Digital de Imagens

O pleno conhecimento acerca do processamento digital dos sinais coletados por sensores, como CBERS e Quickbird, requer uma consistente compreensão dos fundamentos básicos do sensoriamento remoto, que assim como inúmeras áreas da ciência, usufrui dos avanços tecnológicos das últimas décadas, aprimorando-se e gerando dados que devem ser processados a fim de maximizar o aproveitamento de recursos investidos.

É a convergência de duas grandes linhas de pesquisa que representa o Sensoriamento Remoto. Segundo Evelyn Novo e Flávio Ponzoni [28] a primeira destas linhas é a aerofotogrametria e a fotointerpretação; a segunda grande linha de pesquisa consiste na pesquisa espacial com seus respectivos avanços tecnológicos. O sensoriamento remoto compõe uma vasta área de pesquisa que utiliza tecnologias avançadas na construção e operação de sistemas sensores. Com o desenvolvimento dos sistemas sensores os tipos de sinais captados evolui, fornecendo dados com maior variabilidade e qualidade.

O processo de aquisição de imagens consiste na atividade do sistema sensor sobre a energia eletromagnética vinda do objeto observado, para então utilizar um sistema de organização, armazenamento, transmissão dos dados, e recepção dos dados [5].

Somente após todo o processo de aquisição da imagem que pode se prosseguir com o processamento das imagens.

2.1 Sensoriamento Remoto

A energia eletromagnética vinda do objeto pode ser emitida pelo próprio objeto, refletida, proveniente de fonte natural ou refletida, proveniente de uma fonte externa ao sistema sensor, ou refletida, proveniente de fonte interna ao sistema sensor.

A forma mais conhecida de energia eletromagnética é a luz. A propagação da energia

eletromagnética, seja esta emitida diretamente do objeto ao sensor, ou emitida de uma fonte ao objeto e refletida pelo objeto ao sensor, expõe esta energia a uma interação com objetos, como a atmosfera, água ou outro meio de propagação, ou interação com o objeto refletor da energia. Nesta interação a energia eletromagnética pode ser absorvida, refletida ou transmitida, com ou sem refração.

A interação da energia eletromagnética proveniente do sol com as plantas clorofiladas é um exemplo facilmente observado. Quando esta energia incide sobre a superfície das plantas clorofiladas, então parte da energia é absorvida para a produção da clorofila, a parte da energia que a planta não absorve é refletida, e corresponde exatamente à energia eletromagnética que percebemos com coloração verde; assim parte da energia que as plantas clorofiladas menos aproveitam é correspondente a cor verde.

De acordo com a teoria ondulatória da física, também citado por Tipler [44], a radiação eletromagnética consiste em um campo elétrico e outro magnético, perpendiculares entre si, e ambos perpendiculares ao sentido da propagação da onda. Os campos elétrico e magnético se propagam em movimento harmônico simples, e se encontram em fase, isto é, eles atingem picos de máximo e mínimo ao mesmo tempo. As ondas eletromagnéticas são ditas transversas.

Pela teoria ondulatória, uma onda pode ser descrita de acordo com seu comprimento, amplitude e frequência. O comprimento de onda consiste na distância entre dois picos

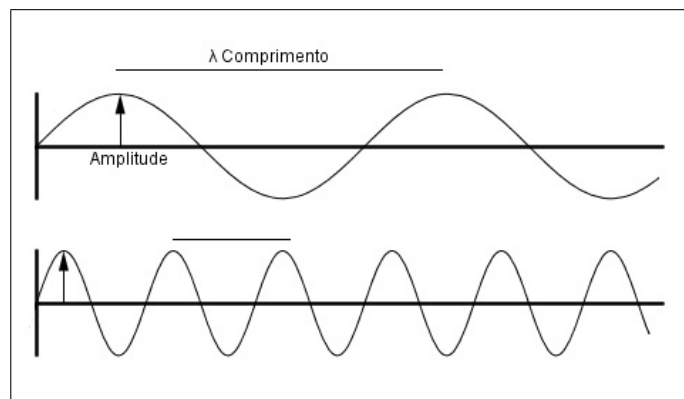


Figura 2.1: O comprimento de uma onda.

sucessivos de uma onda. É exatamente o comprimento de onda que definirá o tipo de onda eletromagnética com a qual estamos detectando.

O conhecimento dos diferentes comprimentos de onda e frequência (em Hertz ou ciclos por segundo) na energia eletromagnética permitiu compreender a utilização desta energia nos mais diversos campos. A observação da interação de objetos observados mediante a emissão de energia eletromagnética em diversos comprimentos de onda também é um excelente recurso na identificação de objetos no sensoriamento remoto [5].

A organização e classificação da energia eletromagnética de acordo com seu comprimento compõem o que denominamos espectro eletromagnético.

As faixas espectrais mais utilizadas no sensoriamento remoto correspondem às faixas da região do azul ($0,4\mu$ a $0,5\mu$), região do verde ($0,5\mu$ a $0,6\mu$), região do vermelho ($0,6\mu$

Sistema sensor		Banda	Resolução Espacial	Resolução Espectral
CBERS	Sensor WFI	Vermelho	260m	0,63 – 0,69 μ m
		IV Próximo	260m	0,77 – 0,89 μ m
	Câmera CCD	Pan	20m	0,51 – 0,73 μ m
		Azul	20m	0,45 – 0,52 μ m
		Verde	20m	0,52 – 0,59 μ m
		Vermelho	20m	0,63 – 0,69 μ m
		IV Próximo	20m	0,77 – 0,89 μ m
	IRMSS	Pan	80m	0,50 – 1,10 μ m
		IV médio	80m	1,55 – 1,75 μ m
		IV médio	80m	2,08 – 2,35 μ m
		IV termal	160m	10,40 – 12,50 μ m
HRC	Pan	2,7m	0,50 – 0,80 μ m	
QuickBird	MS	Azul	2,4 a 2,8m	450 – 520nm
		Verde	2,4 a 2,8m	520 – 600nm
		Vermelho	2,4 a 2,8m	630 – 690nm
		IV próximo	2,4 a 2,8m	760 – 900nm
	PAN	Pan	0,61 a 0,62m	445 – 900nm
Ikonos	MS	Azul	4m	0,45 – 0,52 μ m
		Verde	4m	0,52 – 0,60 μ m
		Vermelho	4m	0,63 – 0,69 μ m
		IV próximo	4m	0,76 – 0,90 μ m
	PAN	Pan	1m	0,45 – 0,90 μ m

Tabela 2.1: Sistemas sensores Cbers, QuickBird e Ikonos, adaptado de [5]

a 0,7 μ), do infravermelho próximo (0,7 μ a 1,3 μ), infravermelho médio (1,3 μ a 8 μ) e infravermelho distante ou emissivo (8 μ a 14 μ).

Em 1982, o LANDSAT 4 começou a operar utilizando o sensor Thematic Mapper (TM) além do Multispectral Scanner System (MSS) [8]. Com a utilização do primeiro sensor TM foram abertas inúmeras possibilidades de aplicação das técnicas desenvolvidas no sensoriamento remoto, por proporcionar uma “resolução espacial mais fina e maior número de faixas espectrais exploradas”[28]. Dentre estas aplicações do sensoriamento remoto existem mapeamentos temáticos e quantificação de parâmetros biofísicos com os dados radiométricos obtidos. Um dos processamentos dos dados coletados consiste na fusão dos sinais de melhor resolução espacial com os de maior resolução espectral na produção de imagens de melhor qualidade com os dados já coletados.

Conforme pode ser observado na Tabela 2.1 as resoluções espacial e espectral dos sistemas sensores variam, e, em geral, para uma resolução espectral menor, há uma resolução espacial melhor. Neste trabalho são utilizadas imagens provenientes dos sensores HRC e CCD do CBERS, e dos sensores MS e PAN do QuickBird.

Dentre as aplicabilidades das informações geradas com o PDI também pode ser elencado o monitoramento de recursos naturais, uma vez que diferentes materiais podem manifestar diferentes reflectâncias para alguma faixa espectral específica.

Uma das definições de sensoriamento remoto mais citadas é: “A ciência de derivar

informações a respeito de um objeto a partir de medidas feitas a distância, sem entrar em contato com o mesmo." ([43] apud [5]). Swain e Davis ainda citam que o sensoriamento remoto consiste nos procedimentos destinados à obtenção de imagens mediante o registro das variações gravimétricas, ondas sísmicas, ondas acústicas e energia eletromagnética constante.

De acordo com Evlyn Novo e Flávio Ponzoni a definição clássica de SR se refere ao *"conjunto de técnicas destinado à obtenção de informação sobre objetos, sem que haja contato físico com eles"*.

Os dados obtidos nos sistemas imageadores possuem variações em suas características, e aferir se imagens geradas são adequadas para um determinado fim exige que se observe e se meça estas características. As características básicas observadas em uma imagem são, a sua resolução espectral, espacial, radiométrica e temporal.

Resolução espacial se refere à menor feição discernível na imagem [13, 23, 34]. No sensoriamento remoto, a área da projeção de um pixel sobre o terreno imageado define a resolução espacial, de modo que a área unitária é inversamente proporcional à resolução espacial. O IFOV (Instantaneous Field of View) ou campo instantâneo de visada de cada sistema sensor indica a resolução espacial da imagens geradas, pois é sobre a área com as dimensões do IFOV que, em um momento, o sistema sensor mede a intensidade da energia eletromagnética emitida ou refletida, resultando na intensidade de um pixel [5, 7].

Faz-se necessário salientar que após a captura dos sinais e formação de uma imagem, é possível redimensionar esta imagem aumentando consideravelmente o número de pixels, contudo o que define a acuidade visual da imagem por meio de sua resolução espacial é a dimensão espacial da representação de cada pixel no momento em que os sinais são captados.

A resolução espectral é correspondente ao número de faixas espectrais obtidas na formação da imagem multiespectral. Quanto maior a resolução espectral, maior o número de faixas, menor o comprimento de cada faixa e maior a capacidade de detectar variações entre estas faixas. A resolução espectral de um sistema sensor imageador é uma particularidade de cada sensor, o que exige que estudos sejam feitos considerando sistemas específicos.

A resolução radiométrica corresponde ao número de bits em que a energia é medida em cada faixa espectral, ou seja, quanto níveis de energia são considerados na representação dos dados coletados. A resolução temporal se refere ao intervalo de tempo entre cada coleta de dados do sistema imageador.

A geração de imagens pancromáticas com resolução espacial maior ocorre devido às limitações dos sistemas sensores que tendem a resultar alta resolução espacial com baixa resolução espectral ou vice-versa [34].

2.2 Processamento Digital de Imagens

Quando um objeto é captado por algum sensor, em uma determinada faixa espectral, após todo o processo envolvido na aquisição e transmissão dos dados, o sensor gera uma matriz.

O valor descrito em cada elemento da matriz corresponde à intensidade da radiação eletromagnética captada em um IFOV e representada em um pixel respectivo; a união dos pixels representados por todos elementos da matriz compõe a imagem resultante.

Caso as intensidades da radiação eletromagnéticas sejam captadas em faixas espectrais diferentes, são formadas imagens para cada respectiva faixa espectral, o que permite a organização dos sinais captados em imagens coloridas.

Sobre as matrizes das imagens podem ser realizadas inúmeras operações, tais como convolução [35, 41], transformações nos histogramas dos elementos das matrizes, transformadas e etc.

Para embasar operações realizadas sobre as imagens e que fundamentam parte do processamento digital de imagens, podem ser aferidas uma série de estatísticas, sobre as quais é muito válida a compreensão dos efeitos visuais relacionados.

Consideremos assim uma matriz de N linhas por M colunas. Cada elemento desta matriz será representado por $x_{i,j}$ onde i e j representam respectivamente a linha e a coluna sobre as quais o referido elemento se localiza. Sobre estes dados podemos aferir a média e o desvio padrão das intensidades. Com relação à duas imagens podem ser consideradas também a covariância e correlação entre ambas, que serão melhor abordadas adiante. Sobre o histograma dos valores $x_{i,j}$ algumas características podem ser observadas e algumas transformações podem ser aplicadas.

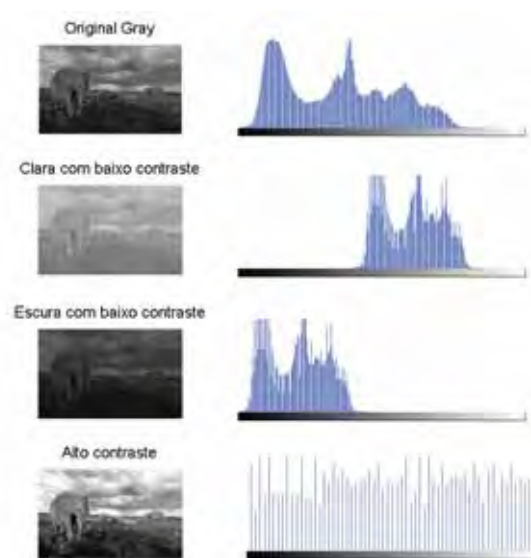


Figura 2.2: Simulação para representar imagens com diferentes histogramas

Na figura 2.2, a imagem denominada “original gray” consiste nos níveis de cinza da imagem original. As demais imagens foram processadas para exemplificar o formato do histograma de uma imagem com diferentes níveis de iluminação e contraste.

Segundo Solomon e Breckon [41], assumindo uma imagem monocromática normalizada e considerando a variável r contínua no intervalo $[0, 1]$, correspondente às intensidades dos pixels das imagens, é possível considerar o histograma normalizado da imagem como uma Probability Density Function (PDF) que define a probabilidade de ocorrência dos valores

de intensidade na vizinhança de r . Esta PDF, para cada intensidade r relaciona p_r , uma probabilidade de ocorrência do nível de intensidade r [12].

Uma transformação capaz de levar uma PDF das intensidades de uma imagem em uma PDF equalizada, isto é, uma PDF representada por $p_s(s) = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq s \leq 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$, é a Cumulative Distribution Function (CDF), denotada do seguinte modo:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw \quad (2.1)$$

Equalizar a PDF significa equalizar a probabilidade de ocorrência de cada intensidade possível, maximizando o contraste.

A seguir estão alguns exemplos dos processamentos implementados com o software Matlab retratando operações sobre o histograma, tais como transformação linear e a especificação de histogramas que serão relevantes para esta pesquisa.

Na Figura 2.3 podem ser observadas transformações lineares sobre o histograma. A imagem original é uma imagem pancromática obtida pelo sistema sensor CBERS. Também é representada a versão equalizada desta imagem e uma transformação que equalizou as frequências dos níveis de intensidade do intervalo $[0, 3; 0, 8]$.



Figura 2.3: Transformações lineares de intensidade

Uma das desvantagens da aplicação da equalização do histograma é o fato de esta, apesar de aumentar o contraste, estender o limite dos níveis de intensidade originais, distorcendo a luminância da imagem.

No exemplo ilustrado na Figura 2.4, no item (a), está a mesma imagem pancromática obtida do sistema sensor CBERS utilizado na Figura 2.3, em (d) está seu respectivo histograma; em (b) e (e) estão respectivamente a imagem (a) equalizada e seu histograma; em (f) pode-se observar o efeito no histograma da equalização respeitando os limites de intensidade do histograma original, isto é, a equalização ocorreu somente entre os valores de intensidade iniciais, preservando assim características iniciais.

Em suma, existem inúmeras transformações sobre as intensidades das imagens, considerando que estas transformações são contínuas, de um intervalo $[Low_{in}, High_{in}]$ em um intervalo $[Low_{out}, High_{out}]$, ambos contidos no intervalo das intensidades possíveis. Para que não haja inversão de características, podemos considerar esta transformação

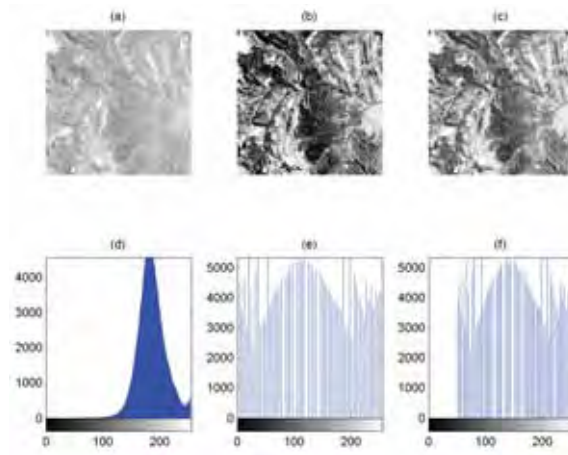


Figura 2.4: Equalização com os limites do histograma original

como uma função monotonicamente crescente sobre seu domínio [41]. Esta função pode ser linear com coeficiente angular uniforme ou não no domínio, seguir algum modelo como a função Gamma, exponencial ou logarítmica. Dependendo da aplicação objetivada no processamento, podem ser desenvolvidas funções não contínuas. Um exemplo de utilização de transformações não contínuas sobre o domínio é o processamento de imagens de mamografia e a própria limiarização, como a limiarização otimizada pelo método de Otsu [30].

2.2.1 A especificação de Histograma

Como explicitado anteriormente, os efeitos das transformações na intensidade dos pixels podem ser observados nos histogramas das imagens. As transformações de intensidade, visando algum determinado efeito, obtêm como resultado outra imagem com um respectivo histograma.

A equalização do histograma consiste em uma transformação obtida com a função cumulativa de distribuição, para a obtenção de uma imagem transformada, cuja função de distribuição de probabilidade da frequência das intensidades de seus pixels seja uniforme. Ou seja, a equalização do histograma consiste em uma transformação que primeiramente especifica o formato do histograma final (uniforme), e a partir desta especificação é que se define a transformação utilizada diretamente sobre os valores das intensidades dos pixels. Este processo no qual se especifica inicialmente o formato genérico do histograma da imagem resultante para gerar a transformação a ser aplicada é chamado de Especificação de Histogramas [41]. O desenvolvimento deste processo se embasa no fato de que para cada imagem, temos uma única *Probability Density Function* (PDF) das intensidades de cada pixel, cada PDF gera univocamente uma *Cumulative Distribution Function* (CDF), que é a transformação capaz de gerar um histograma equalizado (com PDF resultante uniforme).

Somente com a CDF de uma distribuição, é possível determinar unicamente a PDF respectiva. Estas transformações são inversíveis. Com estas informações, determinar a transformação para a geração de uma imagem com um determinado histograma específico

é algo simples [41].

Formalmente no caso contínuo, considerando que o histograma específico ou adequado seja previamente conhecido, deve-se considerar a versão contínua e normalizada do histograma, configurando a PDF da imagem de entrada, denotada por p_{in} . Analogamente, a PDF da imagem resultante já é especificada por p_{out} .

Uma definição matemática da transformação de especificação de histogramas descrita a seguir é melhor detalhado por Solomon e Breckon[41].

Uma função CDF é unicamente determinada para cada PDF. Para p_{in} e p_{out} representando respectivamente os histogramas normalizados das imagens original e resultante, a CDF será determinada do seguinte modo:

$$C_{in}(x') = \int_0^{x'} p_{in}(x) dx \quad (2.2)$$

$$C_{out}(z') = \int_0^{z'} p_{out}(z) dz \quad (2.3)$$

Considerando que estas transformações no histograma são unívocas, é possível, consoante o Teorema Fundamental do Cálculo, observar que um valor no histograma da imagem de saída pode ser determinado por:

$$z' = C_{out}^{-1}(C_{out}(z')) = \left. \frac{d[C_{out}(z')]}{dz} \right|_{z=z'} \quad (2.4)$$

Como as CDFs definem C_{in} e C_{out} , transformações que resultam distribuições uniformes, pode-se aferir que:

$$C_{out}(z') = C_{in}(x') \quad (2.5)$$

Portanto:

$$z' = f(x') = C_{out}^{-1}(C_{in}(x')) \quad (2.6)$$

$$p(j) = \frac{x_j}{N} \quad (2.7)$$

sendo que N é o número total de pixels da imagem, e x_j é a frequência de pixels com valor j . As CDFs serão determinadas do seguinte modo:

$$C_{in}(x') = \sum_{j=0}^{x'} p_{in}(j) = \frac{\sum_{j=0}^{x'} x_j}{N} \quad (2.8)$$

$$C_{out}(z') = \sum_{j=0}^{z'} p_{out}(j) = \frac{\sum_{j=0}^{z'} z_j}{N} \quad (2.9)$$

O histograma especificado pode ser o que for mais conveniente, então pode-se usar desde o histograma de outra imagem como alguma distribuição de probabilidade conhecida.

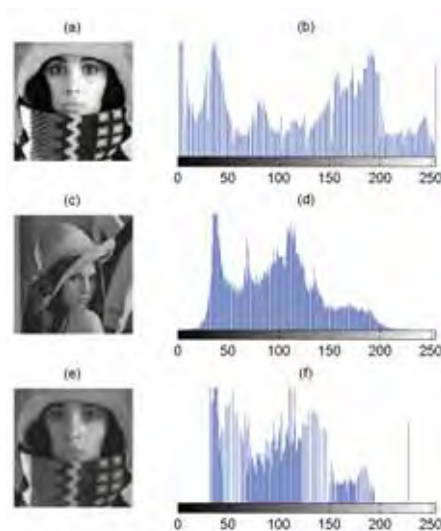


Figura 2.5: Especificação de histogramas

Na Figura 2.5, em (a) e (c) estão imagens com histogramas específicos em (b) e (d). Em (e) está a imagem (a) após ter seu histograma especificado para o formato do histograma da imagem (b); (f) mostra o histograma da imagem resultante, mais próximo do histograma representado no item (d). Neste processo de especificação de histogramas utilizou-se o histograma de uma segunda imagem.

Basicamente se utilizou o PDF das imagens, obtida por meio de seus histogramas. Na implementação deste exemplo é possível comprovar que o histograma da imagem resultante fica consideravelmente próximo do histograma especificado.

A especificação de histogramas pode seguir o formato de alguma PDF determinada.

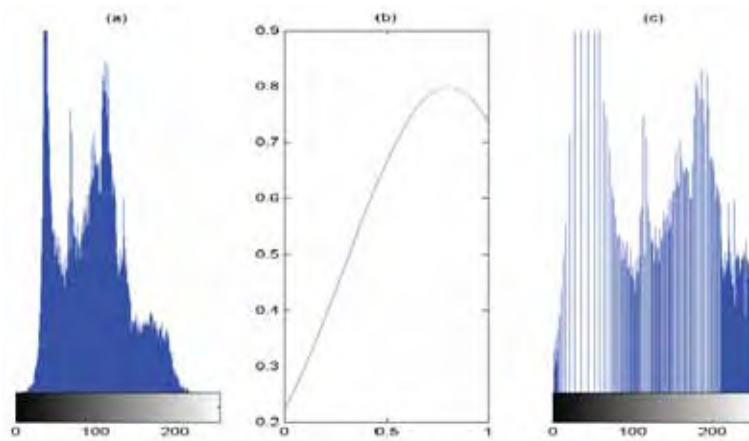


Figura 2.6: Histogramas no processo de especificação com Matlab

Na Figura 2.6 pode-se observar em (a) o histograma original de uma imagem, em (b) uma Normal especificando o formato do histograma a ser obtido, e em (c) o histograma resultante do processo de Especificação. O histograma original é proveniente da imagem (a) da Figura 2.7, e a imagem resultante deste processo é a (b) desta mesma figura.

Outro exemplo de especificação de histogramas implementado está representado na imagem 2.8



Figura 2.7: Especificação de um histograma com uma Normal

A equalização de um histograma é um caso particular de especificação, uma vez que esta consiste em uma especificação sobre uma PDF uniforme. Uma comparação entre estes métodos pode ser observada na figura 2.8, onde, em (a) está uma imagem em níveis de cinza, em (b) a mesma imagem equalizada e em (c) a mesma imagem com histograma especificado sobre uma função densidade de probabilidade Rayleigh.

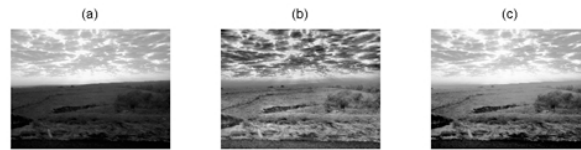


Figura 2.8: Especificação de histograma com uma Rayleigh

2.2.2 CLAHE

A *contrast-limited adaptive histogram equalization* (CLAHE) é, sinteticamente, um modo abrangente de implementação da especificação do histograma.

A execução da CLAHE consiste em, inicialmente selecionar a dimensão de submatrizes da matriz, compondo "subimagens". Sobre cada uma destas subimagens executa-se a especificação do histograma, com a possibilidade de eliminar alguma porcentagem dos níveis de intensidade menos significantes. Após a execução da especificação em cada subimagem os resultados são unidos através de interpolação bilinear. Para uma submatriz correspondente à matriz da imagem, a CLAHE executará a própria especificação do histograma.

A utilização da CLAHE já se mostrou muito útil na análise de radiografias como mamografia [33]. Neste trabalho foi observada a possível contribuição da CLAHE na fusão de imagens multiespectrais e pancromáticas.

No exemplo de utilização da CLAHE ilustrado na figura 2.9 a imagem original está em (a). Em (b), (c) e (d) foi aplicado CLAHE, utilizando respectivamente o histograma específico

das distribuições Exponencial, Rayleigh e Uniforme.



Figura 2.9: (a) Original; (b) (c) e (d) é a aplicação da CLAHE com as distribuições Exponencial, Rayleigh e Uniforme, respectivamente

Para aplicação da CLAHE a imagem foi subdividida em submatrizes de ordem 8, foram eliminados os níveis de intensidade contidos nos 1% dos níveis de intensidade menos significativos; a resolução radiométrica foi mantida em 8 bits; a especificação ainda pode ser executada sobre o intervalo de intensidade original da imagem ou sobre todo o intervalo possível, neste exemplo foi utilizado todo intervalo de intensidade.

2.2.3 A Convolução

A aplicação da transformada wavelet, ao permitir a análise (decomposição) e a síntese (recomposição) das frequências da imagem, pode contribuir significativamente para o processo de fusão de imagens. Para implementar a WT sobre uma imagem é utilizado um banco de filtros passa bandas (gerados por meio do formato de uma função determinada), que é aplicado sobre as imagens pelo processo de convolução. Portanto, a compreensão das contribuições da transformada wavelet para o processo de fusão de imagens é dependente da compreensão deste processo denominado convolução.

Os filtros espaciais são transformações aplicadas sobre imagens onde o valor de cada pixel é calculado a partir do respectivo pixel na imagem original, juntamente com os valores dos pixels de sua vizinhança. Quando algum determinado filtro executa uma combinação linear dos valores dos pixels e de sua vizinhança, este filtro é denominado um filtro linear; caso contrário é denominado filtro não linear. O filtro linear exige, portanto, que se estipule pesos para cada pixel pertencente à vizinhança. Para uma vizinhança de m linhas por n colunas, os pesos estipulados compõem uma matriz denominada filtro, núcleo, janela,

modelo, máscara ou filtro máscara [12, 13, 41].

A máscara utilizada pode ser aplicada através do processo de convolução ou correlação. A correlação consiste basicamente na combinação linear dos valores dos pixel da vizinhança de um determinado pixel para mensurar o valor final de respectivo pixel, tendo por base os valores de um *kernel*. Caso o *kernel* seja rotacionado em 180° , então o processo será denominado convolução [13].

Matematicamente, a formação da imagem consiste em um modelo com uma representação funcional do objeto e uma representação funcional do “processo de captura”, denominado *Point Spread Function* ou Função de Espalhamento Pontual (PSF), além de um ruído presente. A formação da imagem transforma uma distribuição inicial de energia em uma distribuição de energia de saída em algum determinado domínio.

A operação que relaciona ou une estas representações funcionais na formação da imagem é a convolução. Cabe salientar que Sistemas lineares de Imagem são transformações lineares entre as imagens representadas por matrizes [13, 41].

Desse modo, para $f(x', y')$ uma função bidimensional de entrada, e $g(x, y)$ a função bidimensional de saída, a formação linear básica da imagem é descrita pela integral a seguir:

$$g(x, y) = \int \int f(x', y') h(x, y, x', y') dx' dy' \quad (2.10)$$

A integral (ou soma ponderada de todo pixel de entrada) representa cada pixel na imagem de saída. O que pode ser observado na Figura 2.10.

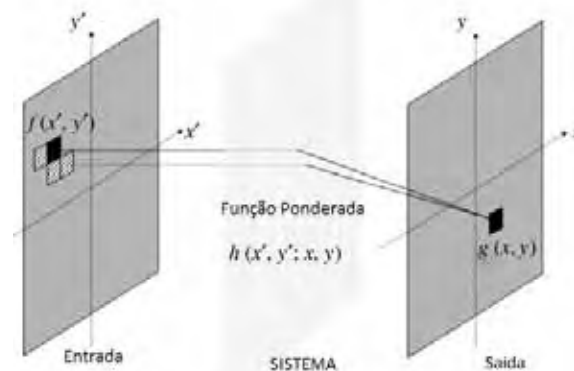


Figura 2.10: Princípio da superposição linear (Fonte: [41])

Na Figura 2.10, adaptada de [41], a função ponderada representa a PDF de uma imagem. Mais precisamente no processamento de imagens, a construção matemática que representa a presença de energia a ser captada em um ínfimo espaço é a Função Impulso ou Delta de Dirac.

$$\delta(x) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{a} \text{rect} \left(\frac{x}{a} \right) = \begin{cases} \infty & \text{se } x = 0 \\ 0 & \text{se } x \neq 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

Esta é uma construção que preserva a unidade de área, isto é, $\int \delta(x)dx = 1$; o deslocamento desta função da origem para algum ponto x_0 pode ser obtida com a função $\delta(x - x_0)$. No caso bidimensional:

$$\delta(x, y) = \begin{cases} \infty & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \end{cases} \quad (2.12)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y) dx dy \quad (2.13)$$

Como o Teorema da Separação [41] mostra que $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x - x_0, y - y_0) dx dy = f(x_0, y_0)$, o PSF pode ser definido como o resultado de um processo de captura de intensidades de energia pode ser definido como:

$$g(x, y) = \int \int \delta(x' - x_0, y' - y_0) h(x, y; x', y') dx' dy' \quad (2.14)$$

$$g(x, y) = h(x, y, x', y') \quad (2.15)$$

Nesta formulação a PSF deveria ser calculada para um número muito grande de combinações de (x, y, x', y') , o que inviabilizaria o processo. Isso exigiu a reformulação de $h(x, y, x', y')$ que considera a diferença $(x - x', y - y')$, resultando: $h(x, y; x', y') = h(x'', y'') = h(x - x', y - y')$

Deste modo, quando o sistema de imagem não varia com o deslocamento (ou posição), a definição da integral de convolução, antes denominada como integral de superposição linear, será:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') h(x - x', y - y') dx' dy' \quad (2.16)$$

Esta integral é definida sobre o domínio real para que ela seja válida sobre todo o suporte de $f(x', y')$.

Denomina-se $g(x, y)$ como a convolução da função $f(x', y')$ pela PSF $h(x, y)$, ou seja $g(x, y) = f(x, y) * * h(x, y)$, onde $h(x, y)$ representa o núcleo da convolução. Neste caso temos exposto o caso geral, para funções não discretas, que abrange uma função discreta, como é o caso das imagem, cujo núcleo de convolução consiste na matriz com os pesos para ponderação das intensidades; núcleos que não podem ser representados por esta combinação linear são denominados filtros não lineares.

Diferentes núcleos de filtros espaciais são utilizados para obtenção de diferentes efeitos. Filtros denominados passa-alta selecionam somente as altas frequências da imagem produzindo agudização, e os filtros passa-baixa enfatizam as baixas frequências, gerando suavização das imagens, o que elimina possíveis ruídos em parcial detrimento da resolução

espacial da imagem.

Os núcleos podem ser constituídos tendo por base alguma PDF, como a Gaussiana; podem ser desenvolvidas sobre a discretização de derivadas parciais detectando as bordas da imagem.

Sobre uma imagem pancromática as altas frequências da imagem podem se obtidas com a diferença entre a imagem e a sua suavização. Ao acrescentar esta diferença pode ser observada uma maior nitidez na imagem.

2.3 Espaços de Cores

No sensoriamento remoto, tão importante quanto os fundamentos da representação digital das cores, é a compreensão dos fundamentos físicos da luz, uma vez que um trabalho minucioso sobre estes fundamentos físicos precede a possibilidade de captação das imagens. Para Gomes e Velho [11], a cor é uma manifestação perceptual da luz, que é uma radiação eletromagnética. A radiação eletromagnética consiste em um campo elétrico e um magnético, perpendiculares entre si, e ambos perpendiculares ao sentido da propagação, em movimento harmônico simples se interceptando em fase [5, 44].

O comprimento desta onda determina se esta é visível ou não, e sendo visível, determina a matiz da coloração percebida, além de determinar particularidades como refletância para algum determinado tipo de objeto. A coloração é um fenômeno psicofísico de interação dos seres humanos com a luz.

A intensidade da radiação eletromagnética visível é detectada por meio de sensores, que são construídos com a capacidade de medir a intensidade da radiação eletromagnética em determinadas faixas espectrais, ou seja, em comprimentos de onda pertencentes a um intervalo específico.

Quando uma imagem é gerada por meio da mensuração da intensidade em mais de uma faixa espectral, simultaneamente, diz-se que se trata de uma imagem multiespectral ou hiperespectral [9, 38]; Caso a mensuração ocorra em uma única faixa espectral, que abranja os comprimentos de onda da radiação eletromagnética visível, a imagem monocromática gerada é dita pancromática.

As imagens multiespectrais e hiperespectrais somente podem ser visualizadas pelo olho humano de dois modos, visualização individual de cada banda monocromática, ou agrupamento das bandas em componentes de um espaço de cores como RGB para representação em cores da imagem [38].

Na representação das cores, que é a síntese do espectro em um espaço finito, são formulados sistemas de coordenadas sobre a base de cores primárias (como a representação RGB) [11]. A representação das cores se embasa no modo como a percepção destas ocorre na visão humana. Pela Teoria de Young-Helmholtz a percepção ocorria em três faixas de frequência que se aproximam das cores vermelho, verde e azul, uma teoria incapaz de explicar experimentos, que somente foram explicados com a teoria de Hering [11]. Pesquisas científicas comprovaram que contribuições de ambas teorias explicam a visão

humana, visão que capta sinais nas faixas aproximadas do verde vermelho, e processa estas informações consoante a crominância (ou matiz), que são as informações sobre a tonalidade, e a luminância; Segundo a a modelagem matemática deste processo, exposto por Gomes e Velho [11], a luminância consiste em um funcional linear sobre o espaço espectral, que por metamerismo define um funcional linear sobre o espaço complementar do núcleo deste funcional em um espaço de cores n-dimensional, mostrando que cada tonalidade pode ser decomposta em crominância e luminância, e definindo conceitos como o sólido de cor (que é a representação do conjunto convexo de cores visíveis em um espaço de cores), mapa de cor, o espaço de cores com suas coordenadas e diagrama de cromaticidade.

A partir dos conceitos já abordados de modo sumário nesta seção foram formalizados sistemas de cores, que são sólidos sobre os quais são definidas coordenadas sobre as cores primárias do espaço de dimensão finita que representa o espaço espectral.

A transformação das coordenadas de uma cor de um sistema de cor para outro consiste na aplicação do Teorema Fundamental da Geometria Projetiva, que faz a mudança de base entre dois espaços projetivos, isto é, a mudança de base do diagrama de cromaticidade de dois sistemas de cor [11].

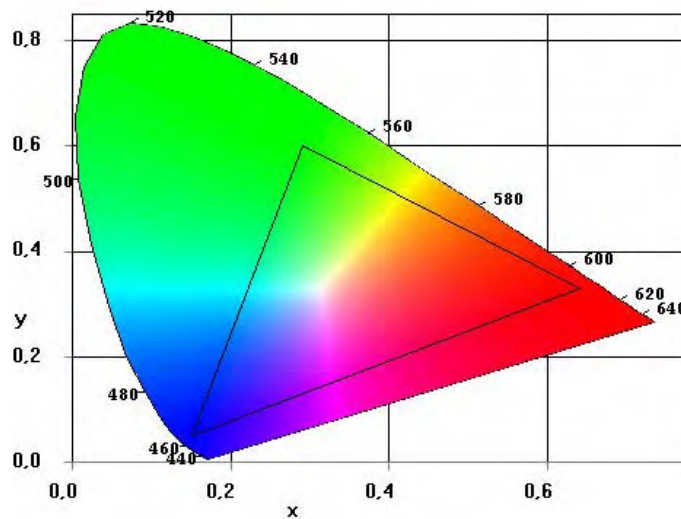


Figura 2.11: Diagrama de cromaticidade xy do CIE. Fonte: Adaptada de Souto [42]

Cabe salientar que as cores primárias não necessariamente são capazes de, por meio de combinação linear, gerar todas tonalidades do espectro, assim como o sistema RGB não gera, isto somente é possível se o comprimento de onda variar, não limitando o espaço a cores primárias [13]. No diagrama de cromaticidade do CIE, representado na Figura 2.11, as cores que o sistema RGB podem gerar estão restritas às cores internas ao triângulo cujos vértices são as cores primárias estabelecidas.

Para a elaboração do diagrama representado na Figura 2.11 a CIE considerou os valores *tristímulus* X , Y e Z para, respectivamente, as intensidades do vermelho, verde e azul; A partir destes valores, as coordenadas $(x, y) = \left(\frac{X}{X+Y+Z}, \frac{Y}{X+Y+Z}\right)$ [17].

Nas próximas seções seguem os sistemas de cor que serão utilizados nesta pesquisa.



Figura 2.12: Imagem colorida para observação das componentes em diferentes espaços de cores

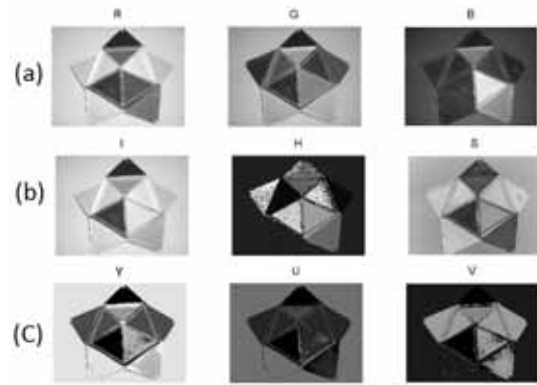


Figura 2.13: Componentes da Figura 2.12 nos espaços de cores (a)RGB, (b)IHS e (c)YUV

Uma representação destes sistemas pode ser visualizada na Figura 2.13, onde estão as componentes da imagem da Figura 2.12 nos espaços de cores RGB(a), IHS (b) e YUV (c).

2.3.1 Modelo de Cores RGB

O sistema ou modelo de cor *Red Green Blue* (RGB) consiste na combinação linear das suas componentes espectrais, também denominadas cores primárias: vermelho, verde e azul. Esta combinação é representada por coordenadas cartesianas tridimensionais normalizadas, isto é, cada coordenada representa a proporção da presença de sua respectiva tonalidade, onde a intensidade desta tonalidade varia de nula na origem para máxima em 1, compondo o cubo que é o sólido do sistema RGB representado na figura 2.14 [13].

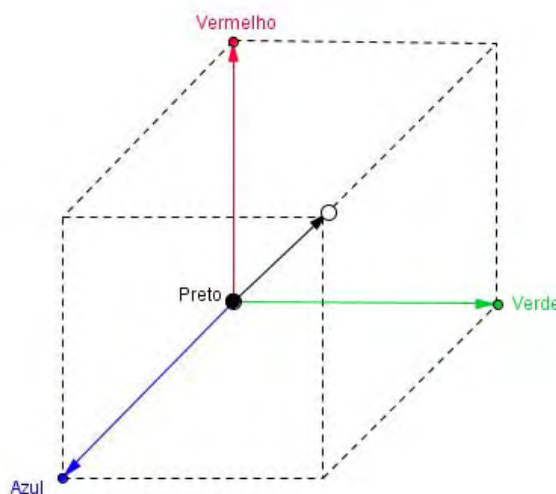


Figura 2.14: Representação do sólido cubo do espaço de cores RGB

A construção deste sistema foi uma consequência direta do fato de que os sensores da visão humana perceberem as faixas espectrais nas regiões das cores primárias do sistema RGB. Segundo Gomes e Velho [11], a CIE adotou este sistema em 1931, com a seguinte base de cores primárias:

$$\begin{aligned}
 P_1(\lambda) &= \delta(\lambda - \lambda_1), \text{ para } \lambda_1 = 700\mu\text{m}(\text{Vermelho}) \\
 P_2(\lambda) &= \delta(\lambda - \lambda_2), \text{ para } \lambda_2 = 546\mu\text{m}(\text{Verde}) \\
 P_3(\lambda) &= \delta(\lambda - \lambda_3), \text{ para } \lambda_3 = 435\mu\text{m}(\text{Azul})
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

O Espaço de Cores RGB pode ser considerado matematicamente um sistema aditivo das cores primárias (vermelho, verde e azul), ilustradas na Figura 2.15.



Figura 2.15: Combinação aditiva das cores primárias RGB.

Na figura 2.16 em (a) está uma imagem original colorida, e em (b), (c) e (d), respectivamente, estão as bandas R, G e B. Nesta imagem pode-se observar a intensidade de cada componente da respectiva imagem.

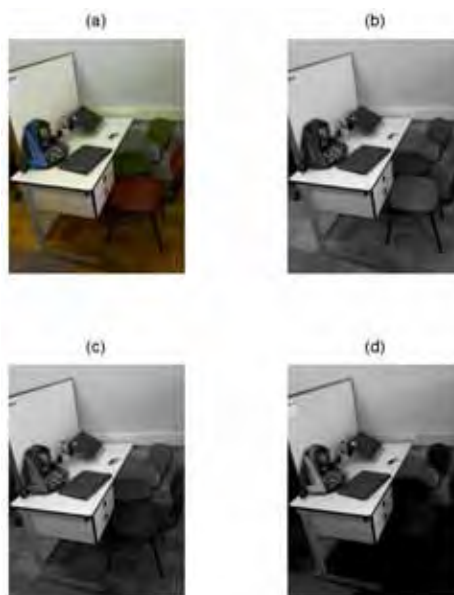


Figura 2.16: Componentes RGB

2.3.2 Modelo de Cores IHS

Como foi dito anteriormente, com o aprimoramento da compreensão da visão humana, a representação das cores se ateu aos conceitos de cromaticidade e luminância. Na cromaticidade se observa os conceitos de pureza e saturação, uma cor com o máximo de saturação corresponde a uma cor pura, sem a mistura da cor branca. A cor branca é

denominada acromática. A luminância e o brilho são relativos aos sistemas de cores, de modo genérico, a luminância representa a intensidade da iluminação, já brilho máximo representa a cor branca e mínimo a cor preta. Na Figura 2.17 está uma representação

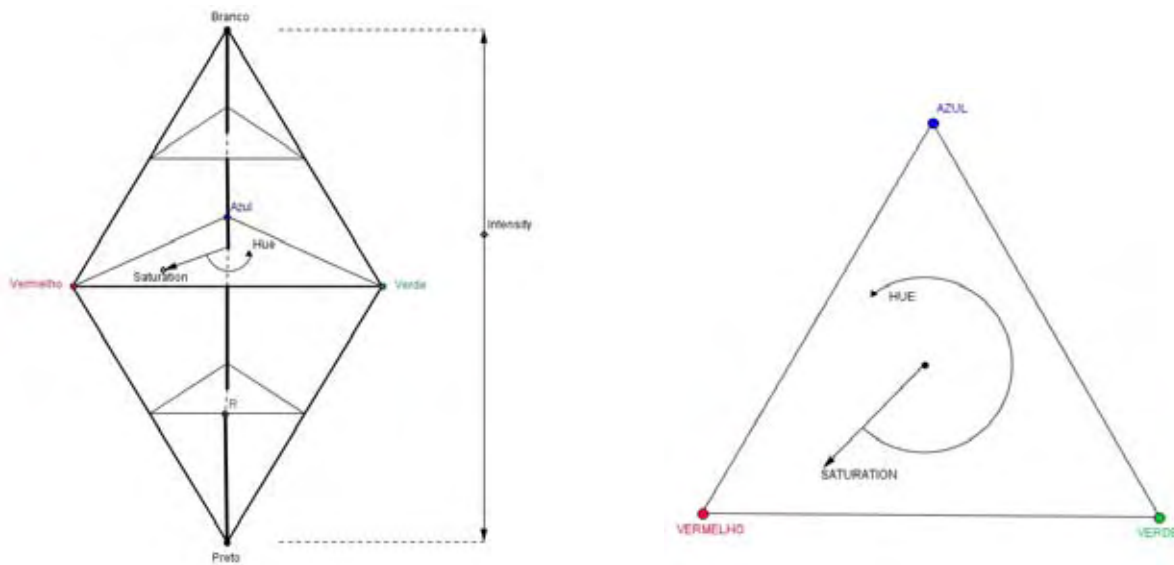


Figura 2.17: Respectivamente sólido de cores IHS e triângulo de cores IHS [13]

do sólido de cor do sistema IHS. IHS é composta pelas componentes *Intensity - Hue - Saturation*, onde a componente *Hue* corresponde à matiz, ou tonalidade da cor. A componente *saturation* informa a pureza da cor, e a componente *intensity* representa a presença de iluminação.

A componente hue varia de 0° a 359° , a saturação e a intensidade variam de 0% a 100%. O formato da matiz, ou plano sobre o qual o sólido de cor do sistema é construído não possui muita importância, podendo este ser triangular (Figura 2.17), hexagonal ou circular [12]. Ao decompor uma imagem em suas componentes segundo o sistema de cores IHS, como pode ser observado na Figura 2.18 (onde em (a) está a imagem original e em (b),(c) e (d) estão respectivamente as componentes *hue*, *saturation* e *intensity*, pode-se observar que a componente mais significativa no que diz respeito a resolução espacial, é a componente I. Muitos métodos de fusão de imagens se utilizam da possibilidade de operar com a resolução espacial de uma componente específica de um espaço de cores com a resolução espacial da imagem pancromática.

Na figura 2.18 em (a) está uma imagem original colorida, e em (b), (c) e (d), respectivamente, estão as componentes H, S, e V.

2.3.3 Modelo de Cores YUV

Um espaço de cores que também busca isolar a luminância da imagem em uma única componente é o YUV, que é o espaço de cores utilizado em sistemas de transmissão televisiva como *Phase Alternation Line* ou *National Television System Committee*. A componente que representa a luminância é a Y. Transmissões televisivas em preto e branco somente utilizam a componente Y. Para transmitir imagens coloridas os receptores

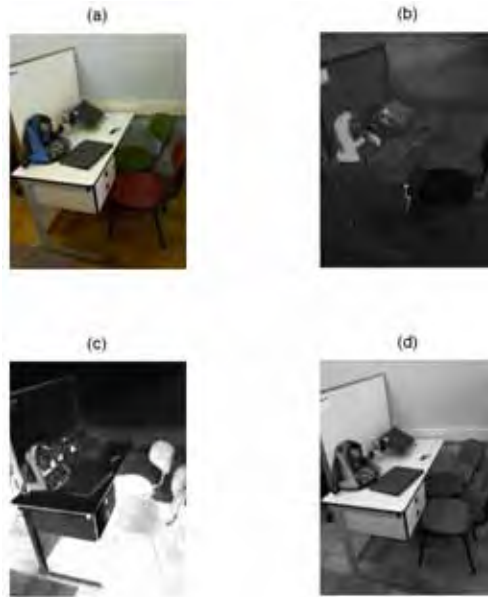


Figura 2.18: Componentes HSV.

da televisões ainda precisam captar e decodificar as informações da cromaticidade nas componentes U e V [17].

O cálculo das componentes YUV de uma imagem colorida, originalmente representado no espaço RGB pode ser representado pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ -0,147 & -0,289 & 0,436 \\ 0,615 & -0,515 & -0,100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

sendo que:

$$U = 0,492(B - Y) \quad (2.19)$$

$$V = 0,877(R - Y) \quad (2.20)$$

Esta operação é também denominada equação para conversão entre os espaços de cores RGB e YUV. Analogamente pode-se representar a operação inversa de conversão, ou seja, a conversão do espaço YUV para RGB novamente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1,140 \\ 1 & -0,39 & -0,581 \\ 1 & 2,0325 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Segundo Jack [17], estas equações são geradas com o intuito de simplificar a implementação na codificação e decodificação dos sinais na transmissão televisiva. Na conversão do espaço YUV para RGB, as intensidades das componentes iniciais não devem ocupar todo intervalo ou *range*, para que não haja perda de informações por *underflow* ou *overflow*, que ocorre

quando os dados ultrapassam, respectivamente, os limites inferior e superior do *range* das componentes RGB.

Por merecer uma maior atenção neste trabalho, os modelos de conversão entre os espaços de cores RGB e IHS estão representados na Seção seguinte.

2.4 Modelos de conversão entre espaços RGB e IHS

Como foi dito no início deste capítulo, o sistema RGB é um dos sistemas de cores mais utilizados na representação digital de imagens. O sistema IHS surgiu como um dos sistemas que representa cada coloração conforme sua luminância e crominância [11], que são sistemas mais próximos do modo como ocorre a visão humana [12]. A conversão entre estes sistemas de cores não possui uma única formulação [46]. A seguir está descrito um dos modelos que é descrito por Pratt [35], um segundo modelo descrito por Tu [46], um terceiro modelo também citado por Tu [46], Gonzalez e Woods [13] e O’Gorman [29], e um quarto que representa a componente intensidade como o máximo valor entre as componentes RGB, descrito por Pradham et al., Smith e Wang et al. [34, 40, 50], modelo este também tido como referência nesta conversão pelos desenvolvedores da linguagem Matlab, mostrando-se o modelo mais adequado e utilizado nas demais conversões deste trabalho.

Segundo Pratt [35], o sistema de coordenadas de cores RGB-IHS ou modelo de conversão RGB-IHS é definido por:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ v1 \\ v2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$H = \arctan\left(\frac{v2}{v3}\right) \quad (2.23)$$

$$S = \sqrt{V1^2 + V2^2} \quad (2.24)$$

E a conversão inversa será:

$$v1 = S \cos(H) \quad (2.25)$$

$$v2 = S \sin(H) \quad (2.26)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{3}{\sqrt{6}} \\ 1 & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{3}{\sqrt{6}} \\ 1 & \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ v1 \\ v2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Este sistema, citado por Tu et al., possui uma diferença na matriz da primeira transformação, que influi na saturação resultante e nos valores da matriz da conversão inversa

[46]:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{\sqrt{2}}{6} & -\frac{\sqrt{2}}{6} & \frac{2\sqrt{2}}{6} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ v1 \\ v2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$H = \arctan\left(\frac{v2}{v1}\right) \quad (2.29)$$

$$I = \sqrt{v1^2 + v2^2} \quad (2.30)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ v1 \\ v2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Também existe um terceiro modelo de conversão não linear a ser citado, que é uma consequência da sobreposição das linhas que representam os níveis de cinza dos respectivos espaços de cores [13, 46], modelo também apresentado por O’Gorman [29]:

$$I = \frac{(R + G + B)}{3} \quad (2.32)$$

$$H = \begin{cases} \cos^{-1}(a) & \text{para } G \geq R \\ 2\pi - \cos^{-1}(a) & \text{para } G \leq R \end{cases} \quad (2.33)$$

Para:

$$a = \frac{(2B - G - R)}{\sqrt{(B - G)^2 + (B - R)(G - R)}} \quad (2.34)$$

$$S = 1 - \frac{3 \min(R, G, B)}{R + G + B} \quad (2.35)$$

Neste modelo de conversão RGB-IHS a componente I é idêntica à componente I dos modelos anteriormente mencionados, a componente H é computada de modo análogo e observa-se uma diferença considerável no cálculo da componente S .

De acordo com Jack [17], o espaço de cores IHS é o melhor para funções de processamento de imagens tradicionais tal como convolução, entre outras que manipulam o brilho, visto que a componente Intensidade é igualmente dependente de R, G e B.

A conversão de imagens entre diferentes espaços de cores deve levar em consideração os erros decorrentes do fato de que muitos valores representados em sistemas como IHS não podem ser representados no sistema RGB normalizado, ou seja, na conversão a intensidade excederia os limites do espaço RGB normalizado (1, 1, 1).

A transformação RGB-IHS pode depender da versão encontrada nos softwares utilizados para o processamento de imagens [12].

No espaço de cores IHS as informações espaciais e espectrais são separadas, de modo que a componente I , que representa a luminância total da imagem, também represente as informações espaciais, enquanto as demais componentes portam as informações espectrais

[32, 34]. Por ser a portadora das principais informações espaciais, a componente intensidade pode ser processada aprimorando a resolução espacial, interferindo minimamente sobre as informações espectrais.

Pradham et al. [34] também expõe um esquema sobre o qual se calcula o valor das componentes no espaço de cores IHS. O esquema representado a seguir é o utilizado pelo software Matlab nas operações de conversão, e é o modelo utilizado nas demais conversões deste trabalho.

Neste modelo de conversão a intensidade de um determinado pixel é definida como sendo o valor máximo entre os pixels da mesma posição nas componentes R, G e B.

Resumidamente, o cálculo dos processos de conversão RGB-IHS e IHS-RGB ocorre do modo a seguir [34, 40, 50].

RGB para IHS:

- $I := \max(R, G, B)$
- $Let X := \min(R, G, B)$
- $S := (IX)/I$, if $S = 0$ return
- $Let r := (IR)/(IX)$, $g := (IG)/(IX)$, $b := (IB)/(IX)$
- If $R = I$ then $H := (if G = X$ then $5 + b$ else $1 - g$);
- If $G = I$ then $H := (if B = X$ then $1 + r$ else $3 - b$), else $H := (if R = X$ then $3 + g$ else $5r$)
- $H := H/6$.

IHS para RGB:

- $H := H * 6$
- $Let J := \text{floor}(H)$, $F := H - J$
- $Let M := I * (1 - S)$
 $N := I * (1 - (S * F))$
 $K := I * (1 - S * (1 - F))$
- $Switch(J)$:
Case 0 : $(R, G, B) := (I, K, M)$,
Case 1 : $(R, G, B) := (N, I, M)$,
Case 2 : $(R, G, B) := (M, I, K)$,
Case 3 : $(R, G, B) := (M, N, I)$,
Case 4 : $(R, G, B) := (K, M, I)$,

Fundamentos Matemáticos da Transformada Wavelet

Parte dos métodos de fusão de imagens estudados, implementados e analisados neste trabalho, consiste na utilização da Transformada Wavelet TW sobre imagens. A TW possui uma fundamentação matemática muito substancial que evoluiu a partir do desenvolvimento da Transformada de Fourier. As Seções deste capítulo sintetizam a matemática envolvida desde a Transformada de Fourier até a análise wavelet de imagens monocromáticas.

3.1 A Transformada de Fourier

O estudo das transformadas de Fourier é essencial para pesquisas que envolvam transformadas como a Wavelet, Z e Laplace, por introduzir o estudo dos sinais no espaço domínio de frequência. A transformada de Fourier é uma transformação integral capaz de propiciar a representação e manipulação de imagens em um domínio particular. A aplicação desta transformada sobre uma função gera uma representação desta função no espaço de frequência, onde transformações e operações são, em geral, realizadas de modo simplificado, conforme ilustração na Figura 3.1.

Basicamente, considerando o fato de as imagens serem sinais bidimensionais, a Transformada Integral de Fourier (ou somente Transformada de Fourier) é uma consequência do fato de que qualquer sinal é uma função (em função do tempo, espaço, etc.), que pode ser representada como a combinação linear de senos e cossenos com variação na amplitude, frequência e período, também denominadas harmônicas. São estas funções harmônicas que compõem o espaço de frequência.

A representação equivalente, válida e completa de uma determinada função no espaço de frequência é uma combinação linear de funções da base deste espaço de frequência, e

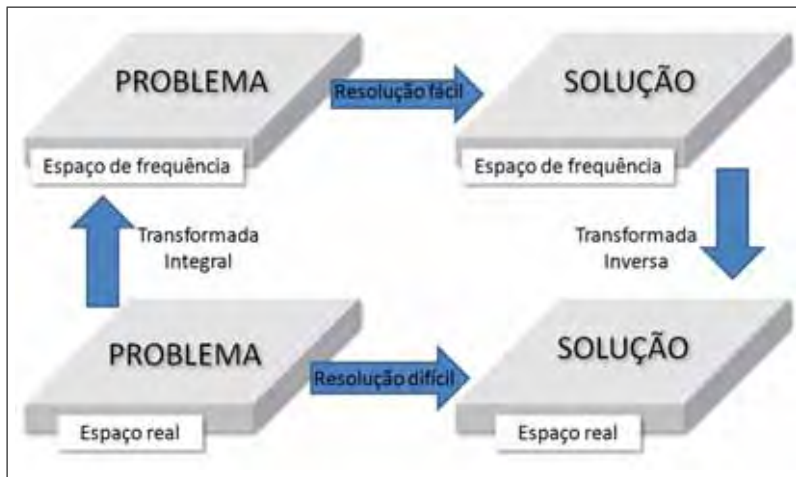


Figura 3.1: O processamento por Transformadas Integrais (Adaptado de [41])

a representação dos pesos que ponderam estas funções da base na combinação linear é denominada espectro de Fourier; mesmo ciente de que, pela teoria, o espectro deve ser infinito, é possível representar um espectro de Fourier finito com acurácia satisfatória [41]. Segundo Gonzalez e Woods [13], a transformada de Fourier é capaz de revelar os atributos da frequência da imagem. Sobre a representação de um sinal (função) no espaço de frequência pode-se desenvolver processamentos como transformação, síntese ou análise, que atuam na amplitude e fase (ou período) das funções harmônicas da base do espaço de frequência.

Solomon e Breckon também citou que os espaços real e de frequência como sendo recíprocos, pois as diversas variações possíveis nos sinais podem ser obtidas com alterações na altitude, período e frequência das componentes harmônicas. Basicamente, a expansão de uma função pela série de Fourier é a versão discreta da Transformada de Fourier desta função, ou seja, o espaço de frequência da série é discreto, enquanto que o espaço de frequência da Transformada é contínuo.

A decomposição ou expansão de uma função unidimensional pela série de Fourier, sendo esta função periódica de período T , é representada por:

$$V(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) \quad (3.1)$$

$$V(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(\omega_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(\omega_n t) \quad (3.2)$$

Geralmente a incógnita t é utilizada quando a função está em função do tempo. Para outras funções a variável pode ser substituída por x e o período por λ .

O valor $\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$ é denominado a frequência espacial das funções base. Na Figura 3.2, em (b), (c) e (d) estão as expansões por série de Fourier de ordens, respectivamente 02, 04 e 07, da função cujo gráfico está em (a).

O espectro de frequência ou Fourier da função é o conjunto dos valores a_n, b_n que ponderam

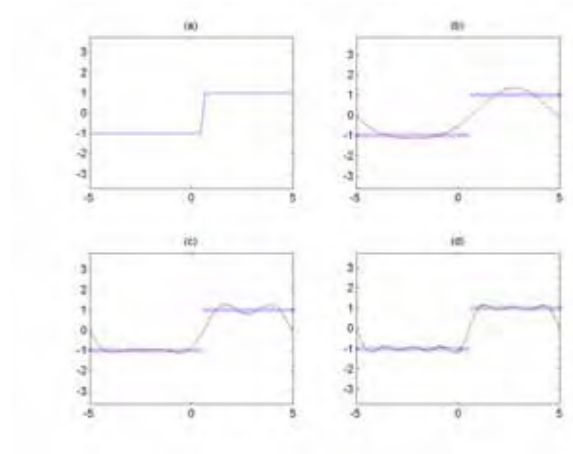


Figura 3.2: Gráficos da expansão por série de Fourier

a utilização das funções base do espaço de frequência. Cabe salientar que a representação exata de um sinal em sua decomposição pela série de Fourier pode ser infinita, o que é representado por um espectro infinito. Contudo pode-se determinar um número finito N de termos da série para o qual o resultado possui acurácia satisfatória. Então, a partir de um número N de termos harmônicos e de um período λ da função, se define o limite do espaço de frequência (*frequency cut-off*) como sendo:

$$k_{CO} = \frac{2\pi N}{\lambda} \quad (3.3)$$

Diante da ortogonalidade da base de Fourier, pode-se demonstrar que, para uma determinada função unidimensional com período λ , os coeficientes a_n e b_n são determinados do seguinte modo:

$$a_n = \frac{2}{\lambda} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} f(x) \cos\left(\frac{2\pi n}{\lambda}x\right) dx \quad (3.4)$$

$$b_n = \frac{2}{\lambda} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} f(x) \sin\left(\frac{2\pi n}{\lambda}x\right) dx \quad (3.5)$$

onde, em algumas representações, com o intuito de gerar simplificação de notação, se considera $k_n = \frac{2\pi n}{\lambda}$.

Pela Fórmula de Euler, a representação de um número complexo em função das funções harmônicas pode também ser representado em função da constante e :

$$e^{it} = \cos(t) + i \sin(t) \quad (3.6)$$

Assim, a representação da expansão de uma função pela série de Fourier para números complexos será:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{i2\pi n}{\lambda}x\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(ik_n x) \quad (3.7)$$

De modo análogo à formulação dos coeficientes da expansão por esta série nos valores reais, obtém-se a formulação dos coeficientes c_n :

$$c_n = \frac{1}{\lambda} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} f(x) \exp\left(\frac{i2\pi n}{\lambda}x\right) dx \quad (3.8)$$

Com a representação da série de Fourier em termos complexos parte do desenvolvimento da Transformada por meio da série de Fourier já está feito.

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{i2\pi n}{\lambda}x\right) = \frac{1}{\lambda} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\lambda c_n) \exp\left(\frac{i2\pi n}{\lambda}x\right) \quad (3.9)$$

Nesta representação λ representa o período da função $f(x)$, pressupondo que esta seja periódica. No entanto, lidamos com inúmeras funções, tais como a imagem, que não são periódicas. Neste caso, o raciocínio que nos permite desenvolver a respectiva série de modo a torná-la útil para funções não periódicas consiste em compreender que uma função não periódica é uma função periódica de período infinito.

O limite do espaço de frequência é dado por $k_{CO} = \frac{2\pi N}{\lambda}$, e evidentemente a variação do espaço entre os termos do somatório é $k_{CO} = \frac{2\pi}{\lambda}$. Portanto, para um período tendendo ao infinito:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi N}{\lambda} = 0 \quad (3.10)$$

o espaço entre os termos do somatório se tornam infinitamente pequenos, em uma função contínua $F(k_x)$, constituindo uma integral.

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x) \exp(ik_x x) dk_x \quad (3.11)$$

Assim, k_x é contínua, $F(k_x)$ representa a ponderação das funções base (harmônicas) e o espectro de Fourier passa a ser contínuo.

Analogamente, a ortogonalidade da base harmônica induz a conclusão de que:

$$F(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-ik_x x) dx \quad (3.12)$$

A transformada de Fourier $F(k_x)$ é um número complexo, e, portanto, pode ser representado na forma polar. Em sua representação polar, a fase, definida a seguir, é dotada de

informações muito relevantes (melhor ilustradas adiante, na Figura 3.4):

$$\varphi(k_x) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im}\{F(k_x)\}}{\text{RE}\{F(k_x)\}} \right] \quad (3.13)$$

Pelas equações apresentadas, pode-se comprovar o quanto a Transformada de Fourier é similar a sua inversa.

Solomon e Breckon [41] ressaltou que não gera alteração nos resultados considerar a forma positiva ou negativa da exponencial utilizada, assim como alterar o fator de 2π , contudo, alguns autores incluem o fator de escalamento $\frac{1}{2\pi}$, utilizando a transformada normalizada.

Como um exemplo desta alteração existe a função $\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1 & \text{se } |x| < a \\ 0 & \text{se } |x| \geq a \end{cases}$ Nesta função, a Transformada de Fourier será:

$$F(k_x) = \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{k_x a}{2}\right) \left(\frac{k_x a}{2}\right)^{-1} = \frac{a}{2\pi} \text{sinc}\left(\frac{k_x a}{2}\right) \quad (3.14)$$

O fator $\frac{1}{2\pi}$ é omitido sem prejuízo de cálculos posteriores.

A transformada de Fourier constitui um operador linear, uma vez que a transformada da soma de funções é a soma das transformadas das funções, assim como a transformação do produto de uma função por um determinado escalar é o produto deste escalar pela transformada desta função.

De modo análogo à transformada de Fourier unidimensional se constitui a Transformada de Fourier bidimensional, que é utilizada no processamento de imagens, uma vez que uma imagem é compreendida como um sinal ou função bidimensional. Esta transformada possui a seguinte representação:

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(f_x, f_y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (3.15)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] dk_x dk_y \quad (3.16)$$

$$F(f_x, f_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (3.17)$$

$$F(k_x, k_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i2\pi(k_x x + k_y y)] dx dy \quad (3.18)$$

Existem inúmeros teoremas que relacionam as relações entre transformações no espaço real e no espaço de frequência de uma transformada de Fourier bidimensional, tais como o Teorema da Adição, do Produto, da Diferenciação, da Fatoração, Similaridade, Rotação, do Laplaciano, de Parseval (sobre a conservação das intensidades em ambos espaços) e da Convolução [41].

3.2 O Teorema da Convolução

O processo de convolução, consoante o já exposto nesta pesquisa, é de uma significância considerável na compreensão e modelagem de processos físicos e dos filtros utilizados no processamento de imagem. Assim, o Teorema da Convolução é senão o mais, um dos mais importantes teoremas no processamento de imagem no espaço de frequência, porque ele relaciona o processo de filtragem no espaço real com um processo equivalente no espaço de frequência, uma vez que ele afirma a equivalência entre a transformada de Fourier da convolução de duas funções com o produto das transformadas de Fourier destas. Este teorema embasou a formulação de efetivas filtrações no domínio de frequência, uma alternativa que expande as ferramentas disponíveis para o processamento de imagens e contribui imensamente nesta atividade.

Em geral, segundo Solomon e Breckon, a forma dos filtros no espaço de frequência é mais simples e frequentemente gera melhores resultados.

Sinteticamente, o Teorema da Convolução institui que para $f(x, y)$ e $h(x, y)$ duas funções no domínio espacial, cujas respectivas transformadas de Fourier são respectivamente $F(k_x, k_y)$ e $H(k_x, k_y)$. Seja F a transformada de Fourier. Então:

$$F(f(x, y) * h(x, y)) = F(k_x, k_y) \cdot H(k_x, k_y) \quad (3.19)$$

Um segundo modo de representação do Teorema de Convolução pode ser representado por:

$$F(f(x, y) \cdot h(x, y)) = F(k_x, k_y) * H(k_x, k_y) \quad (3.20)$$

Esta segunda representação possui uma maior aplicabilidade no campo do processamento ótico da imagem, não no digital [41].

A demonstração deste Teorema, assim como a revisão dos conceitos de convolução e de Transformada de Fourier, foi adaptada de Yitzhak Katznelson [19].

Em resumo, a Integral de Lebesgue é uma generalização da Integral de Riemann, e por se tratar de uma construção matemática generalizada, sua utilização agrega abrangência aos resultados de uma demonstração. Pode-se dizer que para o Processamento Digital de Imagens, a vantagem na utilização das integrais de Lebesgue consiste na possibilidade de utilização de domínios abstratos para as variáveis e integração em um maior número de funções não contínuas [24, 36].

Denotemos por $L^1(L)$ ao conjunto das funções Lebesgue Integráveis. Esta consideração será útil, uma vez que toda função Lebesgue Integrável é Riemann Integrável. Cabe ressaltar que diante da ausência de classificação, a integral utilizada neste trabalho é a de Riemann. Ao demonstrar o teorema sobre o conjunto L , este é válido tanto para os Reais, como para os complexos.

Denotaremos, para $f \in L^1(L)$:

$$\|f\| = \|f\|_{L^1} = \|f\|_{L^1(L)} = \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx \quad (3.21)$$

A transformada de Fourier F de f será denotada por:

$$F(\alpha) = \int f(x) \exp(-i\alpha x) dx, \text{ para } \alpha \in \mathbb{R} \quad (3.22)$$

Como já foi mencionado na seção 3.1, o fator $\frac{1}{2\pi}$ é facultativo, e sua exclusão é feita por meio da normalização do fator, nesta demonstração, pela medida de Lebesgue sobre o conjunto T , que pode, arbitrariamente, representar \mathbb{R} . O teorema será demonstrado para uma função (ou sinal) unidimensional, e considerar-se-á a demonstração para a transformada bidimensional de modo análogo.

Consideremos também que:

$$h(x) = f(x) * g(x) = \int f(x-t)g(t)dt \quad (3.23)$$

Onde h é denominada a convolução das funções f e g .

Teorema:

Hipótese: Assuma $f, g \in L^1(L)$ e considere que $f(x-t)g(t)$ é integrável *q.t.p.*, i.e. somente não é válida em subconjuntos de medida nula, onde $t \in T$.

Considere $h = f * g$ (convolução) e $F(\alpha)$, $G(\alpha)$ e $H(\alpha)$ as respectivas transformadas de Fourier das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$.

Tese: Então $H(\alpha) = F(\alpha) \cdot G(\alpha)$, para todo α .

Demonstração:

$$H(\alpha) = \int h(x) \exp(-i\alpha x) dx = \int f(x) * g(x) \exp(-i\alpha x) dx \quad (3.24)$$

$$= \int \left(\int f(x-t)g(t)dt \right) \exp(-i\alpha x) dx \quad (3.25)$$

$$= \int \int f(x-t)g(t) \exp(-i\alpha x) dt dx \quad (3.26)$$

$$= \int \int f(x-t)g(t) \exp\{-i\alpha(x-t+t)\} dt dx \quad (3.27)$$

$$= \int \int f(x-t) \exp\{-i\alpha(x-t)\} g(t) \exp(-i\alpha t) dx dt \quad (3.28)$$

Pelo Teorema de Fubini:

$$\begin{aligned} & \int \int f(x-t) \exp\{-i\alpha(x-t)\} g(t) \exp(-i\alpha t) dx dt \\ &= \int f(x-t) \exp\{-i\alpha(x-t)\} dx \int g(t) \exp(-i\alpha t) dt \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$= \int f(x) \exp(-i\alpha x) dx \int g(t) \exp(-i\alpha t) dt \quad (3.30)$$

$$= F(\alpha) \cdot G(\alpha) \quad (3.31)$$

■

Cabe reiterar que com o Teorema da Convolução, um filtro que consiste em uma convolução no espaço real será equivalentemente aplicado como uma multiplicação no espaço de frequência. Uma PSF, no contexto da captação da imagem, consiste no processo que das informações do objeto gera a distribuição das informações a serem armazenadas nos pontos da imagem. Em um sistema linear de imagem (ou de imageamento), a PSF pode ser compreendida como a resposta da entrada da intensidade de energia de um ponto. Em um sistema linear (que para Castleman corresponde a qualquer tipo de “processamento” de imagens) onde a entrada é uma imagem digital, no processo de filtragem, o núcleo do filtro corresponde à PSF [3].

Mais precisamente, se $f(x, y)$ representa a imagem de entrada e $h(x, y)$ corresponde à PSF do sistema, então, a imagem resultante (de saída) será $g(x, y) = f(x, y) ** h(x, y)$.

Então:

$$\{g(x, y)\} = G(k_x, k_y) = \{f(x, y) ** h(x, y)\} = F(k_x, k_y) \cdot H(k_x, k_y) \quad (3.32)$$

onde $G(k_x, k_y)$ é o espectro de Fourier da imagem de saída, também denominado solução. $F(k_x, k_y)$ é o espectro de Fourier da imagem de entrada e $H(k_x, k_y)$ é a *Optical Transfer Function* OTF, pois é a função que determina a transferência dos valores do espectro de Fourier da imagem de entrada para o Espectro de Fourier da imagem de saída.

Uma sequencia de filtragens em uma imagem é representada pela convolução sucessiva por inúmeros filtros:

$$F\{h_1(x, y) * h_2(x, y) * \dots * h_n(x, y)\} = H_1(k_x, k_y) \bullet H_2(k_x, k_y) \bullet \dots \bullet H_n(k_x, k_y) \quad (3.33)$$

De modo genérico a OTF é uma função complexa, que pode ser representada do seguinte modo:

$$H(k_x, k_y) = |H(k_x, k_y)| \exp\{\varphi(k_x, k_y)\} \quad (3.34)$$

Onde $|H(k_x, k_y)|$ é denominada MTF, que evidencia a “magnitude da transmissão” no espaço de frequência, e $\exp\{\varphi(k_x, k_y)\}$ é denominada PTF (*Phase Transfer Function*), pois evidencia a fase da transmissão no espaço de frequência. A OTF também é normalizada

para maximizar a transmissão. Um maior detalhamento do estudo da MTF não será explorado por não pertencer ao escopo desta pesquisa.

3.3 Fast Fourier Transform

Apesar de o cálculo analítico da transformada de Fourier não abranger todas as funções sobre as quais se desenvolve processamento, esta transformada é implementada de modo viável e preciso em diversos softwares, implementação denominada *Fast Fourier Transform* (FFT) [41].

A compreensão plena e a fluência na utilização da FFT para o desenvolvimento de pesquisas depende do quanto se compreende a representação desta transformada no espaço de frequência, o que é abordado nas seções 3.1, 3.2 e 3.4.

A FFT *“is simply an algorithm (i.e., a particular method of performing a series of computations) that can compute the discrete Fourier Transform much more rapidly than other available algorithms.”* (Oran 1974) [2]. Este algoritmo é executável no Matlab, e é com este algoritmo que as transformadas de Fourier deste trabalho serão computadas.

3.4 Processamento de Imagens no Espaço de Frequência

A representação de um dado nos domínios espacial e de frequência, que são bidimensionais, é feita pelas respectivas coordenadas. No domínio espacial as coordenadas são (x, y) e no domínio de frequências, as coordenadas são (k_x, k_y) que determinam a ponderação ou contribuição da função $\exp\{-i2\pi(k_x x + k_y y)\}$ da base para o sinal (função, imagem e etc) que esta sendo representado de modo equivalente do espaço de frequência.

Assim, o início da implementação da transformada de Fourier consiste em considerar um domínio de frequência para que possam ser calculados os valores de $F(k_x, k_y)$, que compõem de fato a transformada de Fourier. Pela transformada de Fourier, para cada sinal bidimensional (imagem), o resultado será um sinal complexo em função de (k_x, k_y) no plano de frequência, valores que ponderarão o resultado da função $\exp\{-i2\pi(k_x x + k_y y)\}$ para cada ponto (k_x, k_y) do domínio de frequência. Estes dados, por serem complexos, podem ser representados através de seu módulo e de sua fase. Com estes dados é possível reconstruir o sinal inicial através das funções harmônicas, efetuando a transformada de Fourier Inversa.

Neste processo, é possível que a imagem seja filtrada não somente em sua representação em seu domínio espacial, mas também em sua representação equivalente no domínio de frequência. Isto é possível porque sobre o espaço de frequência é possível o desenvolvimento de sistemas lineares de imagem, como o intuito de controlar a magnitude e a fase da respectiva transformada.

Como foi mencionado na Seção 3.2 os processamentos que se embasavam na convolução de imagem por um determinado núcleo, podem ser equivalentemente processadas no espaço de frequência.

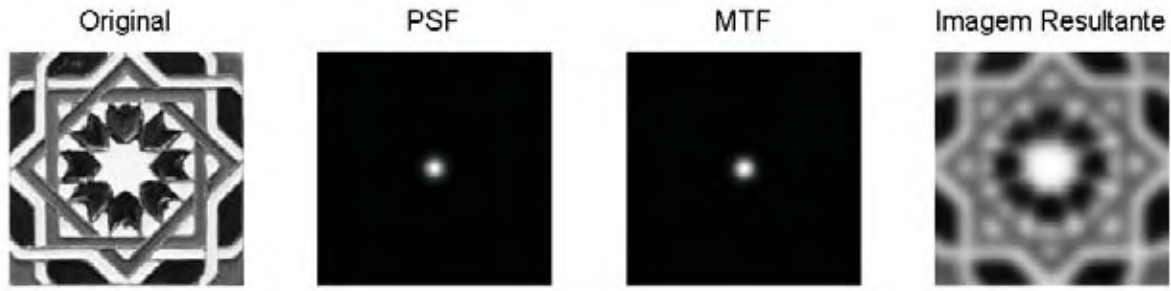


Figura 3.3: Suavização via FFT

Na figura 3.3, a primeira imagem é a original, sobre a qual será feita a convolução. A imagem denominada PSF corresponde ao núcleo com o qual a imagem deve ser convoluída, que neste caso é uma Gaussiana, *Modulation Transfer Function* (MTF) corresponde ao módulo da OTF, que é a PSF no espaço de frequência. Efetuando o produto de OTF pela imagem representada no espaço de frequência, e aplicando a inversa da transformada de Fourier foi obtida a imagem resultante. Podemos comprovar que o resultado obtido foi de fato a suavização da imagem.

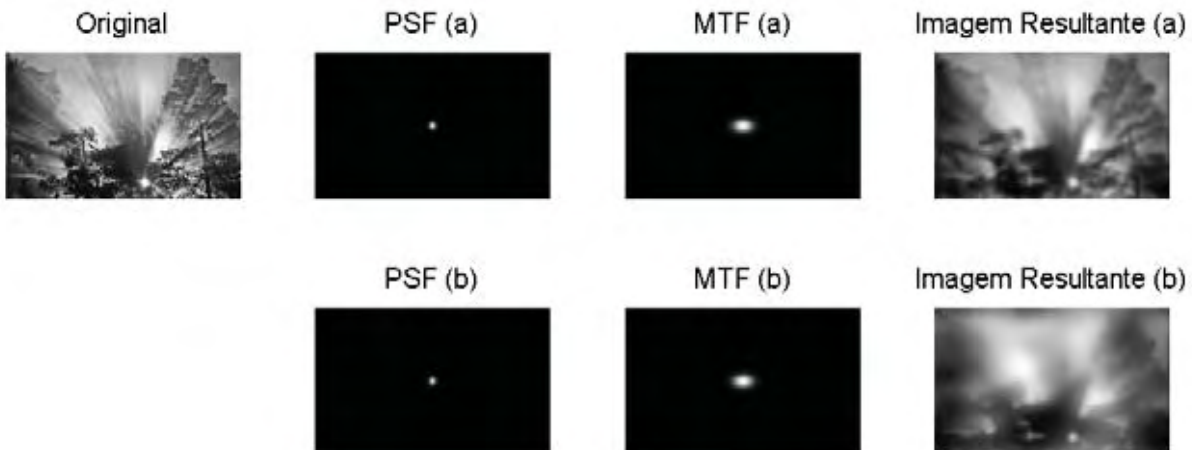


Figura 3.4: PSF e OTF versus MTF

A representação de um sinal bidimensional no espaço de frequência é feita sobre o conjunto dos números complexos, na sua observação é feita através do seu módulo, o que seria o módulo do espectro de Fourier. Analogamente temos a observação da representação do núcleo da transformação no espaço de frequência. A figura 3.4 mostra dois processamentos (a) e (b) de uma mesma imagem. Em ambos casos a PSF e a MTF coincidem, porém no exemplo (b) foi feita uma alteração na *Phase Transfer Function* (PTF) da OTF, explicitando que apesar de a maioria das representações de algum sinal no espaço de frequência ser representado por seu módulo, muita informação do espectro deste sinal está em sua PTF.

3.5 Wavelets

A transformada wavelet se desenvolveu em um contexto já aprimorado pelas inúmeras contribuições da análise de frequência gerada pelo trabalho de Joseph Fourier, e trouxe a superação de limitações da transformada de Fourier, por observar a escala na análise de frequência, o que na análise de um sinal ameniza a possível presença de ruídos. A primeira menção de uma função, hoje conhecida como wavelet foi feita por Alfred Haar, em 1909. Posteriormente, com o trabalho do Centro de Física Teórica de Marselha e Jean Morlet houve uma formalização desta classe de funções. A análise wavelet ganhou contribuições imprescindíveis de inúmeros pesquisadores ligados a Meyer [27]. O principal algoritmo conhecido para o desenvolvimento da análise wavelet foi proposto por Mallat em 1988, e a aplicação e estudo dessa classe de transformadas tem sido estudada constantemente por inúmeros pesquisadores de inúmeras áreas, fazendo com que esta transformada se aprimore e seja aplicada nos mais diversos campos [12, 13].

A transformada de Fourier é capaz de expor o que Gonzalez [12, 13] denominou atributos da frequência na imagem. A transformada Wavelet, por sua vez, expandiu esta capacidade para os atributos espaciais da imagem, se popularizando por permitir a obtenção de excelentes resultados em inúmeros campos de pesquisa. Segundo Castleman [3], a difusão da transformada wavelet ocorreu por permitir excelentes resultados na compressão de imagens e detecção de características, como bordas e texturas.

Neste trabalho é estudada a transformada wavelet discreta no processamento digital de imagens. A seguir é desenvolvida a caracterização da transformada wavelet como apresentado por Gonzalez E Woods [13].

Os principais conceitos tratados nesta seção, no que se refere às equações e funções, foram estudados tendo como referência o trabalho de Mallat [25].

É importante ressaltar que na implementação da transformada wavelet rápida proposta por Mallat, a transformada wavelet discreta é reescrita como uma convolução circular, que por sua vez é calculada com a transformada de Fourier rápida.

A transformada wavelet consiste em não somente uma transformada, mas um conjunto ou classe de transformadas ou famílias de transformadas que podem variar em toda a estrutura ou natureza das funções da base ortogonal ou da base dual empregadas. A variedade entre as transformadas não permite a escrita generalizada das transformadas wavelet, contudo, estas possuem algumas propriedades básicas que as caracterizam como wavelet, uma vez que as funções que compõem sua base não consistem em funções harmônicas, mas em funções que representam pequenas ondas.

Ainda de acordo com os conceitos apresentados por Mallat, a transformada wavelet é capaz de decompor um sinal em wavelets transladadas e wavelets dilatadas, o que permite a localização no tempo-frequência em variados suportes de tempo, permitindo a análise de variados tipos de sinais. Castleman também cita que cada ponto do espaço tempo-frequência corresponde a cada uma das possíveis “componentes” da decomposição de uma sinal, e que correspondem às funções com dilatação e translação da função

wavelet mãe, ponderadas com os coeficientes representados pelas coordenadas dos pontos, considerando a dimensão tempo do sinal [3].

Um exemplo onde se pode observar a necessidade de considerar a variável tempo além da variação da frequência de sinais é o som, uma vez que este consiste na variação da frequência de sinais no tempo. Segundo Mallat [25], é através de uma localização limitada no tempo e na frequência de funções elementares em que transformações elementares decompõem as propriedades do som. E as transformadas wavelets são um excelente meio para decomposição ou análise da estrutura de sinais no tempo-frequência.

Wavelet se define como uma função cujo quadrado é Lebesgue integrável normalizada e centrada em zero. é portanto uma função sobre o espaço de Hilbert, $L^2(\mathbb{R})$, $\psi \in L^2(\mathbb{R})$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \text{ e } \|\psi\| = \langle \psi, \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \overline{\psi(t)} dt = 1 \quad (3.35)$$

A função wavelet, que satisfaz a inúmeras condições (citadas por Gonzalez e Woods [12] e dissertadas mais adiante) é conhecida como função “mãe” ψ , e é construída tendo por base uma função “pai” φ , também denominada “scaling function”.

Por exemplo existe a *Real Shannon Wavelet* ou real *sin c* wavelet, cujas funções “pai” e “mãe”, respectivamente, estão representadas a seguir, onde a função “pai” é a função *sin c* normalizada:

$$\varphi(x) = \text{sin } c(x) = \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi x} \quad (3.36)$$

$$\psi(x) = \frac{\text{sen}(2\pi x) - \text{sen}(\pi x)}{\pi x} \quad (3.37)$$

Na figura 3.5, em (a) e (b) temos, respectivamente, a representação das funções “pai” e “mãe” da Wavelet Shannon.

No caso complexo temos, segundo Cattani [4]:

$$\varphi(x) = \frac{e^{\pi i x} - e^{-\pi i x}}{2\pi i x} \quad (3.38)$$

$$\psi(x) = \frac{e^{4\pi i x} - e^{-2\pi i x}}{2\pi i x} \quad (3.39)$$

De modo generalizado, podem ser compostas através da translação pelo fator k e dilatação pelo fator j , as funções também conhecidas como wavelet filhas, definidas por Cattani [4] como:

$$\psi_k^n(x) = 2^{\frac{n}{2}} \psi(2^n x - k) \quad (3.40)$$

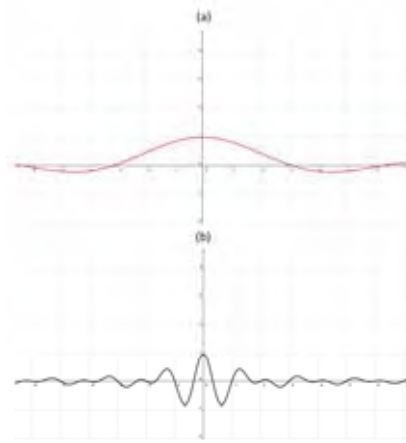


Figura 3.5: Wavelet Shannon

Mallat [25] define que a coleção (*dictionary*) de informações que localizam valores no espaço tempofrequência é composta pela translação e dilatação de ψ por respectivamente j e k , das funções wavelet, funções também normalizadas, e conhecidas por funções “filhas”:

$$D = \left\{ \psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{k}} \psi \left(\frac{t-j}{k} \right) \right\}_{j \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{R}^+} \quad (3.41)$$

Castleman [3] também cita que o fator de dilatação (“*scale factor*”) assegura o fato de as normas de todas as funções da base de uma transformada wavelet serem iguais, o que nos permite somente exigir propriedades necessárias à função wavelet mãe, ou às funções da base (propriedades citadas mais adiante). No caso real:

$$\left\| \psi \left(\frac{t-j}{k} \right) \right\| = \sqrt{\langle \psi_{k,j}, \psi_{k,j} \rangle} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \psi \left(\frac{t-j}{k} \right) \right|^2 dt} = \sqrt{a} \|\psi(t)\| \quad (3.42)$$

Define-se então a transformada wavelet de uma função $f \in L^2(\mathbb{R})$, no tempo j e na escala k como:

$$Wf(k, j) = \langle f, \psi_{k,j} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{k}} \bar{\psi} \left(\frac{t-j}{k} \right) dt = f * \frac{1}{\sqrt{k}} \bar{\psi} \left(\frac{-j}{k} \right) = f * \psi_k(j) \quad (3.43)$$

Aplicando a transformada de Fourier sobre a transformada wavelet tem-se:

$$FWf(k, j) = F\{f * \psi_k(j)\} = F\{f\}F\{\psi_k(j)\} \quad (3.44)$$

onde $F\{\psi_k(j)\}$ é a OTF de um filtro.

Considerando que as imagens digitais são um sinal discreto, cabe salientar como é a discretização desta transformada.

Para $f(t)$, um sinal contínuo sobre o intervalo $[0, 1]$, a discretização consiste em um sinal $f[t_i]$, discreto, obtido pela aplicação de um filtro passa baixas em uma amostragem uniforme de N intervalos, isto é uma “partição” ou amostragem uniforme. A escala sobre este sinal é um j , onde $\frac{1}{N} < j < 1$ e $j = 2^{\frac{m}{n}}$, onde n é uma escala intermediária em cada $[2^m, 2^{m+1}]$.

Para $\psi(t)$ uma wavelet com suporte contido em $[-\frac{k}{2}, \frac{k}{2}]$. Consideremos $1 \leq j = 2^{\frac{m}{n}} \leq \frac{N}{k}$; a escala j é maior que 1 para que a amostragem de intervalos esteja contida no respectivo suporte. Neste caso, a wavelet discreta dilatada por $j = 2^{\frac{m}{n}}$ é:

$$\psi_{[n]} = \frac{1}{\sqrt{j}} \psi\left(\frac{n}{j}\right) \quad (3.45)$$

As propriedades que as funções wavelet discretas bidimensionais devem satisfazer foram citadas por Gonzalez e Woods, no caso de um sinal bidimensional, que estão detalhadas adiante: A decomposição no produto de duas funções unidimensionais, o dimensionamento (*scaling*) por algum fator e a possibilidade de translação deste, ou seja, os núcleos destas transformadas serão [13]:

$$\psi^H(x, y) = \psi(x)\varphi(y) \quad (3.46)$$

$$\psi^V(x, y) = \varphi(x)\psi(y) \quad (3.47)$$

$$\psi^D(x, y) = \psi(x)\psi(y) \quad (3.48)$$

$$\varphi(x, y) = \varphi(x)\varphi(y) \quad (3.49)$$

onde o fator de dilatação é binário e o fator de translação é inteiro, sobre, respectivamente, as funções wavelet mãe e pai (*scaling*):

$$\psi_{j,k} = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j x - k) \quad (3.50)$$

$$\varphi_{j,k} = 2^{\frac{j}{2}} \varphi(2^j x - k) \quad (3.51)$$

A compatibilidade de multiresolução, dispõe sobre as propriedades das funções pai, que são: A ortogonalidade para translações inteiras; A única função que pode ser representada em qualquer escala é a nula, $f(x) = 0$; Qualquer função pode ser representada, com precisão arbitrária, quando o número de parcelas da soma tende ao infinito.

A ortogonalidade, dita que a sequência $\{\psi_{j,k}(x)\}$ forma uma base dual e ortonormal, e conforme citado anteriormente, de funções quadrado integráveis e um-dimensional mensuráveis [25]. Assim, pela composição de uma base, temos que a representação de um sinal nesta base é única, e a representação da base dual das funções pai e mãe wavelet é, respectivamente, $\widehat{\varphi}_{j,k}(x)$ e $\widehat{\psi}_{j,k}(x)$.

Castleman [3] também disserta sobre as propriedades das funções wavelet e de sua transformada. Cita a definição de uma função wavelet ortonormal. Ou seja, uma função $\psi(x)$ é uma wavelet ortonormal se o conjunto das funções $\{\psi(j, k)\}$, para $-\infty < j, k < \infty$ inteiros formarem uma base para $L^2(\mathbb{R})$ e $\langle \psi_{j,k}, \psi_{l,m} \rangle = \delta_{j,k} \delta_{l,m}$, formalizando que qualquer função $f(x)$ quadrado Lebesgue integrável poderá ser escrita como a combinação linear das funções $\psi_{j,k}$ da base, cujos coeficientes numéricos $c_{j,k}$ de $\psi_{j,k}$ é dado por $\langle f(x), \psi_{j,k}(x) \rangle$. Quando uma função wavelet possui coeficiente de dilatação equivalente a uma potência de base 2 (como 2^j) e coeficiente de translação diádico (como $k/2^j$), diz-se que esta função wavelet é uma wavelet diádica.

O desenvolvimento da transformada wavelet discreta foi propiciado pelo desenvolvimento da teoria de “banco de filtros”, da análise “tempo-escala” com a representação em pirâmide e sub-banda de codificação.

Na decomposição de um sinal, segundo Castleman [3], a aplicação de uma banco de filtros passa-bandas é precursora da análise tempo-frequência.

O sinal de entrada é filtrado por cada filtro passa-bandas do banco. Considerando o resultado da aplicação em um sinal unidimensional $g_i(x)$ por cada filtro como $H_i(x)$, temos que um filtro ideal seria aquele onde:

$$\sum_{i=1}^{\infty} H_i(x) = 1 \text{ e } \sum_{i=1}^{\infty} g_i(x) = f(x) \quad (3.52)$$

No caso real:

$$g_i(x) = \langle f(t), h_i(t - x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t), h_i(t - x) dt \quad (3.53)$$

Quando se deseja amenizar os efeitos de ruídos presentes nas imagens, podemos utilizar um banco de filtros de suavização, conforme ilustração na Figura 3.6.

Antes do desenvolvimento da análise wavelet, e já com o intuito de sanar as limitações inerentes da análise de Fourier, foram desenvolvidos métodos denominados multiresolução. Estes métodos precursores da transformada wavelet consideram também as características de imagens (como pontos, bordas e linhas) que não são oscilatórias. Castleman [3] mostra que estes métodos procuram explorar a multiresolução presente nas imagens.

A detecção das bordas de uma imagem, por exemplo, pode ser feita em diferentes “escalas”, isto é, ela pode considerar a variação “brusca” do nível máximo para o mínimo, ou pode

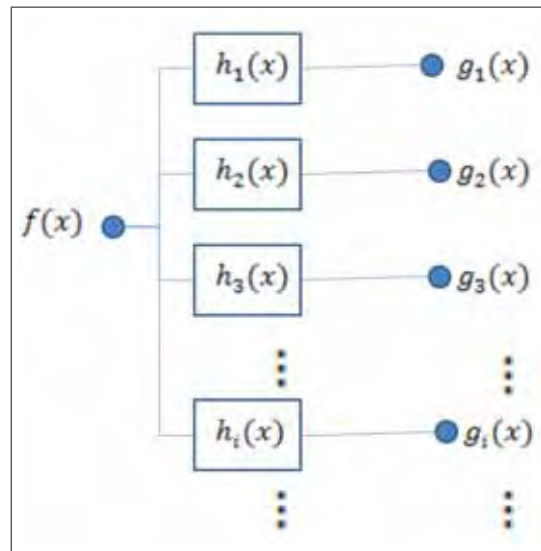


Figura 3.6: Aplicação de um banco de filtros.

considerar uma determinada distância com uma variação gradual mínima.

A detecção de algumas características de imagens é aprimorada quando é possível separar as diferentes frequências das imagens, através de filtragens que geram imagens com resolução espacial menor, compondo assim “pirâmides” na representação destes processos, pirâmides presentes nos resultados de inúmeros algoritmos como o Laplaciano, o “*Lower, Aliasing and Upper Half Band*” e principalmente, a *Fast Wavelet Transform* - FWT.

Numerosas aplicações no processamento de imagens são obtidas através deste algoritmo rápido, proposto por Mallat, que encontra um modo mais “ágil” de determinar os coeficientes da transformada wavelet.

As propriedades das funções wavelet permitem que as próprias funções wavelet mãe e pai possam ser escritas como sendo a combinação linear de si mesmas, com dupla resolução, utilizando os vetores “scaling” e os vetores wavelet $h_\varphi(n)$ e $h_\psi(n)$, obtidos por uma aproximação computacional iterativa da transformada wavelet discreta, ou seja:

$$\varphi(x) = \sum_n h_\varphi(n) \sqrt{2} \varphi(2x - n) \quad (3.54)$$

$$\psi(x) = \sum_n h_\psi(n) \sqrt{2} \psi(2x - n) \quad (3.55)$$

3.5.1 Fast Wavelet Transform

De modo Análogo à construção da FFT temos o desenvolvimento da FWT, que é um algoritmo proposto por Mallat [25] em 1998, que implementa a transformada wavelet discreta e sua inversa; É um modelo clássico na comunidade de processamento de sinais. Nesta seção está uma sumária abordagem deste método e de seu esquema, uma vez que será através deste algoritmo que a DWT será implementada nesta pesquisa.

Na Figura 3.7 está ilustrado o processo da aplicação do banco de filtros na FWT discreta em uma imagem [12]. Nesta figura podemos ainda citar que:

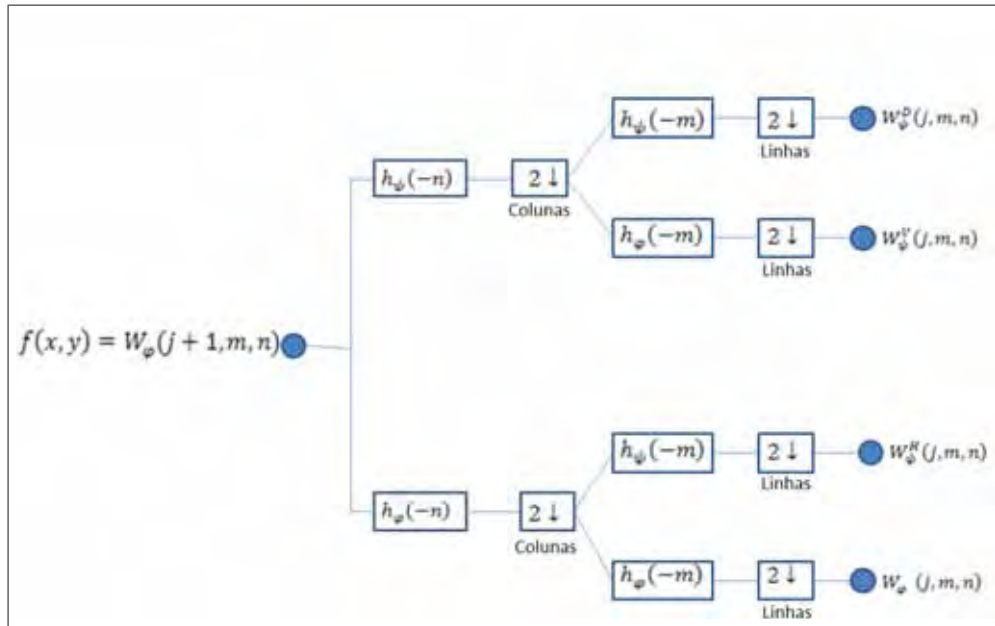


Figura 3.7: Esquema FWT

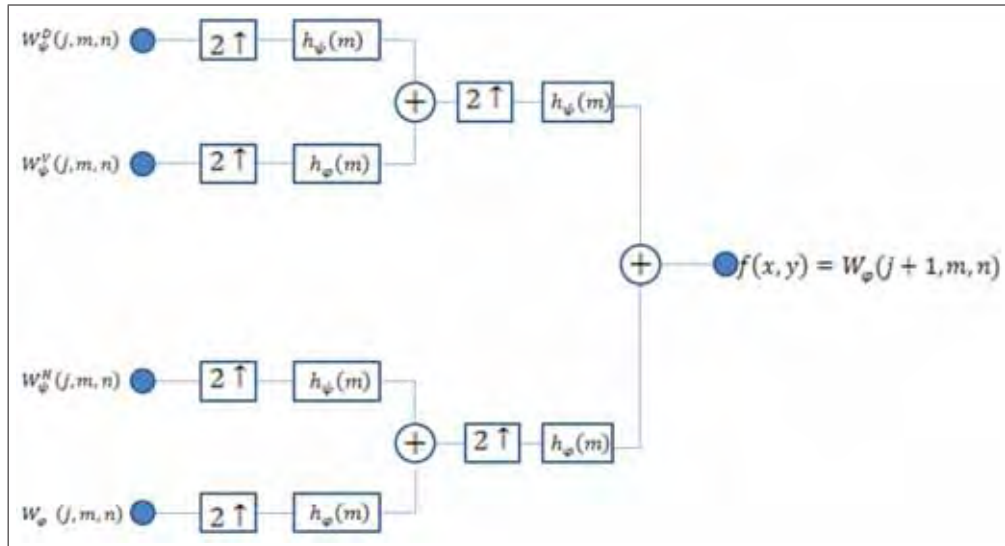


Figura 3.8: Esquema IFWT (FWT Inversa)

$$W_{\psi}^H(j, m, n) = h_{\psi}(-m) * \left[h_{\varphi}(-m) * W_{\varphi}(j+1, m, n) \Big|_{n=2k, k \geq 0} \right] \Big|_{m=2k, k \geq 0} \quad (3.56)$$

Este processo também é denominado análise por banco de filtros; o processo responsável pela recomposição da imagem por meio da transformada wavelet inversa é denominada síntese pelo banco de filtros, e está representada no esquema ilustrado na Figura 3.8.

Neste esquema, os vetores “*scaling*” e os vetores wavelet, respectivamente, $h_{\varphi}(n)$ e $h_{\psi}(n)$, possuem uma significância imprescindível.

O vetor “*scaling*” é um filtro passa-baixas discreto “*impulse response*” com algumas restrições, e é deste vetor que se desenvolve a “*scaling function*”, também conhecida como função pai.

Diante do fato de que este vetor possuirá um número finito de entradas não nulas, então as funções wavelet pai e wavelet mãe terão suporte compacto.

O vetor “scaling” pode ser obtido a partir da função “scaling”, uma vez que a coleção de funções obtidas pela translação discreta desta função é ortonormal (instantaneamente ou através da normalização destas funções), ou seja:

$$\langle \varphi(t - m), \varphi(t - n) \rangle = \delta_{m,n} \quad (3.57)$$

Então para $\varphi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}}\varphi(2^j t - k)$, temos:

$$h_\varphi(k) = \langle \varphi_{1,0}(t - m), \varphi_{0,k}(t - n) \rangle \Big|_{j=0,1,\dots, k=0,1,\dots,(2^j-1)} \quad (3.58)$$

E $h_\psi(k) = (-1)^k h_\varphi(-k + 1)$, de modo que $\psi(t) = \sum_k h_\varphi(k)\varphi(2t - k)$.

Novamente, no caso discreto, tem-se que a transformada wavelet de uma função aleatória é dada por:

$$c_{j,k} = \sum_i f(i\Delta t)\psi_{j,k}(i\Delta t) \text{ e } f(i\Delta t) = \sum_{i,j} c_{j,k}\psi_{j,k}(i\Delta t) \quad (3.59)$$

Para a Shannon wavelet ou Sinc wavelet observada anteriormente, o cálculo dos vetores “scaling” e “wavelet” são, respectivamente:

$$h_\varphi(k) = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi k}{2} \right) \text{ e } h_\psi(k) = \sqrt{2}\delta(k) - h_\varphi(k) \quad (3.60)$$

As relações entre as funções presentes na transformada wavelet, que são tema de muito estudo, ainda diferem muito com relação à implementação, por exemplo, o algoritmo proposto por Mallat para a implementação da FWT é diferente do algoritmo proposto por Castleman. Na figura 3.9 está sintetizado o modo como a transformada wavelet é implementada sobre uma imagem representada em 3.10, cujo banco de filtros ilustrado é também representado na Figura 3.8. A imagem representada na Figura 3.10 mostra como resultado da aplicação do banco de filtros as imagens com as altas frequências, e na parte superior esquerda a imagem suavizada, ou seja, a imagem sem suas altas frequências.

Analogamente à aplicação da transformada de Fourier, após a análise wavelet, é possível o processamento simples de parte dos sinais, de modo que após a síntese dos sinais em, novamente, uma imagem, sejam obtidos aprimoramentos consideráveis sobre a imagem inicial.

3.5.2 Wavelet Decimada e Não Decimada

Na decomposição via alguma transformada wavelet, a composição de novos sinais pode ocorrer de modo decimado ou não decimado. A forma decimada é a análise wavelet explanada anteriormente como *Discrete Wavelet Transform* - DWT ou FWT.

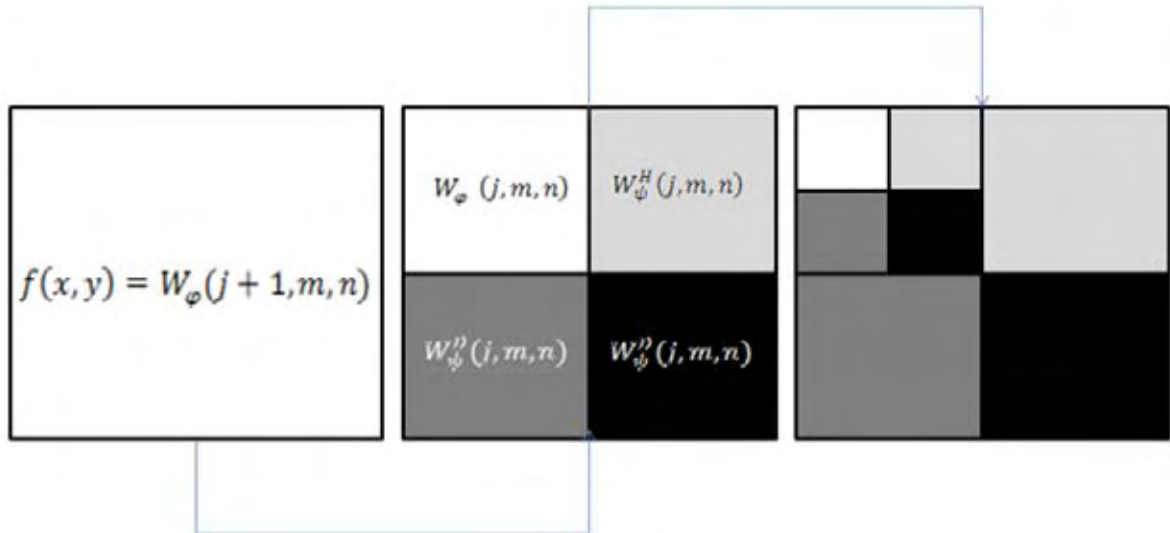


Figura 3.9: Análise wavelet bidimensional.

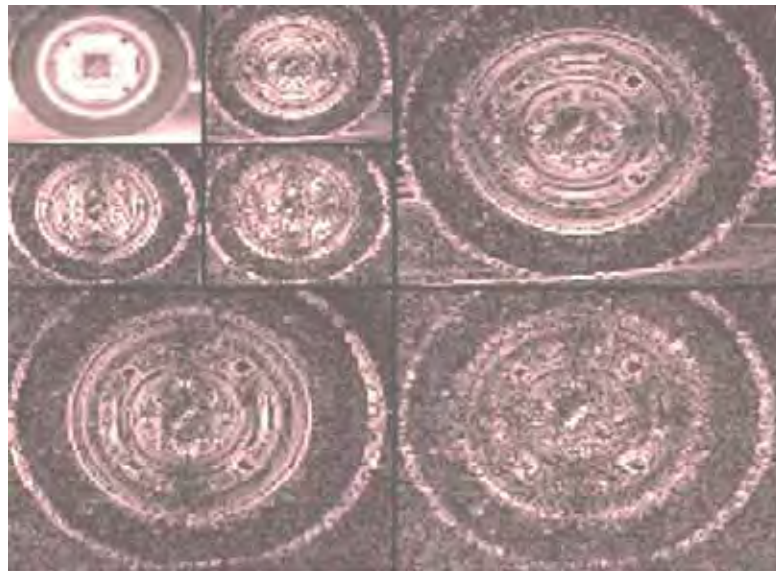


Figura 3.10: Exemplo análise wavelet.

Na decomposição decimada, conforme pode ser observado nas figura 3.9 e 3.10, o sinal de saída é menor que o sinal de entrada, exigindo uma etapa de subamostragem em cada decomposição e fazendo da superposição de sinais de saída de sucessivas decomposições de um mesmo sinal, uma pirâmide [3].

A decomposição wavelet não-decimada ou estacionária é uma versão modificada da decomposição já abordada nesta pesquisa. Nesta versão procurou-se retirar a subamostragem presente em cada decomposição. Segundo Fowler [10], esta versão possui uma longa história, na qual este mesmo método foi descoberto independentemente, recebendo inúmeras denominações para o mesmo processo, tais como transformada wavelet estacionária, transformada wavelet quase-contínua, transformada wavelet discreta redundante, transformada wavelet *shift-invariant*, transformada wavelet *overcomplete* e transformada wavelet *frames*. E para a implementação foram desenvolvidos inúmeros algoritmos para

a geração de coeficientes completos, que de modo genérico segue os moldes do algoritmo *Á-trous*, eliminando a diminuição da resolução das imagens por, automaticamente, incluir valores nulos na imagem de saída, ou seja, incluindo valores nulos (*trous*) sobre a imagem suave. Na decomposição não-decimada a superposição das imagens gera uma pilha, ao invés de uma pirâmide, uma vez que o número de coeficientes nos diferentes níveis de escala será constante [31].

Esta conservação da resolução ocorre porque para cada projeção é efetuada uma dilatação do sinal resultante [25]. Os dados originais da imagem, isto é, a imagem de entrada, corresponde ao nível zero da análise multiescala, e para cada execução da decomposição, o sinal de entrada é dilatado inicialmente com valores nulos, e então decomposto. Pela diferença entre duas imagens resultantes se obtém as imagens denominadas coeficientes de detalhes, ou seja, são separadas as altas frequências.

Neste trabalho é utilizada a versão decimada da transformada wavelet, uma vez que a diferença na resolução espacial da imagem analisada e de sua suave é estrategicamente imbuída no processo de fusão proposto no capítulo seguinte.

A Fusão de Imagens

É válido reiterar que os dados coletados por sistemas sensores adquirem, com o constante desenvolvimento tecnológico, um aumento crescente em quantidade e qualidade, exigindo profissionais que se empenham no processamento dos sinais coletados no intuito de gerar informações com a melhor qualidade possível.

Uma característica da maioria dos sistemas sensores espaciais imageadores é o fato de que a medida em que seus sensores atingem uma maior precisão espacial, estes possuem menor sensibilidade espectral; analogamente, uma maior precisão espectral em sensores não ocorre com maior aprimoramento na resolução espacial. Esta característica faz do desenvolvimento de métodos de fusão de imagens com diferentes características algo de grande interesse, por capacitar o fornecimento de dados de qualidade superior a partir dos sinais captados pelos sensores já desenvolvidos [34].

Portanto, o objetivo que norteia o desenvolvimento de métodos de fusão de imagens é unir o aprimoramento da resolução espacial a imagens multiespectrais, com o ideal de obter resultados com o máximo de aproveitamento destas informações e o mínimo de distorções e perdas.

Fusão de imagens se refere ao processo de combinação de mais de uma imagem que contenha as principais informações destas. O resultado da fusão é uma imagem com um teor de informações elevado em relação às imagens iniciais [22]. O processo de fusão é organizado de modo a conservar as informações que as imagens apresentam de melhor, aumentando a utilidade da imagem fusionada [34] ou híbrida [9].

Pradham [34] ainda cita que a Fusão de Imagens compõe uma área extremamente vasta, que se refere a fusão de vários tipos de imagem com informações complementares, destinada a inúmeras aplicações, como estudos urbanos e ambientais [37].

Nas aplicações do Sensoriamento Remoto, algoritmos são desenvolvidos para fundir imagens das bandas multiespectrais e pancromáticas formando uma imagem com as

melhores características destas.

Devido a limitações técnicas de hardware, as imagens de sensoriamento remoto tendem a ter uma resolução espacial alta e resolução espectral baixa, ou vice-versa [53], uma vez que medição da radiância sobre uma banda espectral maior reduz o número de bandas espectrais, e é sobre uma banda espectral maior que se consegue um sinal sobre um IFOV menor [9, 14]. Em suma, desse modo se configura o conflito entre a resolução espacial e espectral [34], e é sobre este conflito que a fusão das imagens pancromáticas e multiespectrais se desenvolve.

Neste trabalho as fusões de imagens implementadas ocorrem com imagens multiespectrais e pancromáticas de um mesmo sistema sensor.

4.1 Métodos de Fusão

A necessidade de fundir as imagens de sensoriamento remoto é inerente ao desenvolvimento dos sistemas sensores que trouxe maior variabilidade de imagens captadas. Entre os principais métodos utilizados podem ser destacados os métodos GIHS (Generalized Intensity Hue Saturation), PCA (Principal Component Analysis) e Wavelet. Considerando-se de antemão os pre-requisitos necessários para um processo de fusão de imagens eficaz, tais como imagens obtidas em um intervalo de tempo mínimo possível e um registro de qualidade, nesta parte do trabalho é feita uma síntese dos esquemas de fusão mais conhecidos, com a exposição do conflito presente na maioria dos métodos de fusão, e uma proposta inédita com bons resultados. Basicamente, o método proposto, denominado Wavelet-Reiterado consiste em um método que busca responder ao fato de alguns métodos minimizarem distorções espectrais em detrimento da resolução espacial ou vice-versa.

Nesta seção estão descritos os esquemas dos métodos elencados, e parte destes métodos faz referência às equações expostas no Capítulo 2 deste trabalho, com relação às equações referentes às conversões entre os espaços de cores, que são a base dos processos de fusão descritos.

4.1.1 Métodos Intensity Hue Saturation e IHS Generalizado

O método de fusão de imagens IHS, é na verdade um caso específico do método GIHS ou IHS generalizado. O método de fusão de imagens GIHS consiste, de modo sumarizado, em executar a conversão da imagem multiespectral para o sistema de cores IHS, substituir as informações da componente intensidade por uma nova imagem de melhor resolução espacial e efetuar a conversão para o sistema de cores inicial [46].

Consoante o esquema ilustrado na Figura 4.1, inicialmente se dispõe de uma imagem colorida de resolução espacial inferior (LR), representada no espaço de cores RGB, e uma imagem monocromática de resolução espacial superior (HR) dotada de informações espaciais, que corresponde á imagem pancromática. É feita a conversão da imagem colorida para espaço de cores IHS. A componente I é processada, gerando a componente Intensidade “HR pro.”, já dotada das informações espaciais da imagem monocromática com melhor resolução espacial; no caso do método IHS, simplesmente se substitui a

componente I pela imagem pancromática. Com as componentes H e S já redimensionadas, é feita a conversão das componentes “HR pro.”, H e S, para o espaço de cores RGB, resultando na imagem híbrida [9] ou fusionada.

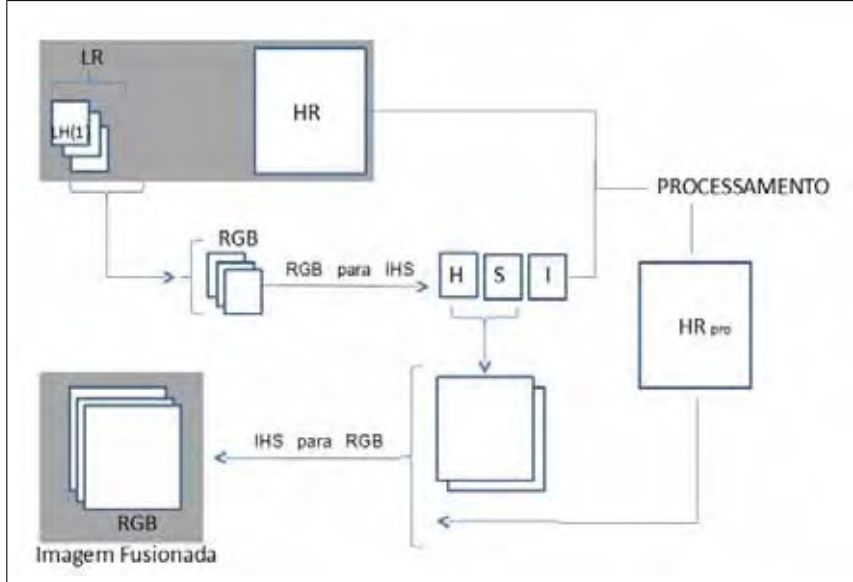


Figura 4.1: Esquema do método de fusão de imagens GIHS

A aplicação deste método é decorrente do fato de que a conversão via IHS separa em uma de suas componentes as principais informações referentes à resolução espacial [34], conforme analisado anteriormente.

Segundo Tu et al. [46], as equações que descrevem este método de fusão de imagens são as equações a seguir.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-\sqrt{2}}{6} & \frac{-\sqrt{2}}{6} & \frac{2\sqrt{2}}{6} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_0 \\ G_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 \\ v1_0 \\ v2_0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

onde se considera (R_0, G_0, B_0) as componentes da imagem colorida ou multiespectral já reamostrada, ou seja, nas dimensões da imagem I_{res} no espaço de cores RGB; I_0 corresponde à componente intensidade da mesma imagem representada no espaço de cores IHS; $v1_0$ e $v2_0$ são a base para o cálculo das componentes H e S no espaço de cores IHS, conforme o que está detalhado na Seção 2.4.

A componente I_0 é substituída por uma nova componente I_{res} , que no esquema ilustrado

anteriormente é representado por I_{pro} , com uma melhor resolução espacial. Então:

$$\begin{bmatrix} R_{res} \\ G_{res} \\ B_{res} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{res} \\ v1_0 \\ v2_0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 + (I_{res} - I_0) \\ v1_0 \\ v2_0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 + \delta \\ v1_0 \\ v2_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 + \delta \\ G_0 + \delta \\ B_0 + \delta \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

para $\delta = I_{res} - I_0$.

Portanto, a imagem fusionada pode também ser obtida pela soma como a diferença δ , de modo que as componentes H e S sejam conservadas. Contudo, ao converter as coordenadas resultantes para o espaço de cores IHS as alterações nas componentes referentes à matiz são evidentes [46].

Matematicamente as equações 4.3 e 4.4 são equivalentes, contudo elas representam modos diferentes de implementação do método de fusão de imagens IHS, ou seja, é possível implementar a mesmo método de fusão simplesmente efetuando a conversão inversa do espaço de cores ou somar a diferença δ às componentes iniciais redimensionadas.

Considerando a conversão do espaço IHS para RGB, segundo TU et al., o modo 1, da Equação 4.3 consiste no produto pela matriz na conversão do espaço de cores IHS para RGB com a nova componente intensidade, ou seja, no modo 1 se efetua a conversão inversa com as componentes já redimensionadas e com a nova componente intensidade. O modo 2, representado pela equação 4.4 não faz a multiplicação pela matriz, pois ao calcular a nova componente, determina-se $\delta = I_{res} - I_0$, este valor é somado a cada uma das componentes RGB já redimensionadas. Um exemplo dos resultados da implementação de ambos modos está ilustrado na Figura 4.2.

Neste trabalho, seguindo o esquema para a implementação do método de fusão de imagens IHS representado na Figura 4.1, é utilizado o modo 1 de aplicação, onde, após o cálculo da componente I portadora de um número maior de informações espaciais visíveis, é feita a conversão para o espaço de cores RGB, uma vez que a utilização do modo 2 depende exclusivamente da utilização do meio de conversão IHS-RGB descrito por Tu et al. [46]. Inúmeros trabalhos foram desenvolvidos utilizando este método de fusão, no entanto o fato de informações espectrais estarem presentes na imagem pancromática, e de informações espaciais estarem presentes nas imagens multiespectrais é revelado através de distorções ou surgimento de artefatos nas imagens resultantes [14], o que tem uma maior incidência quando a realização da fusão ocorre a partir de sensores diferentes, com variação entre as

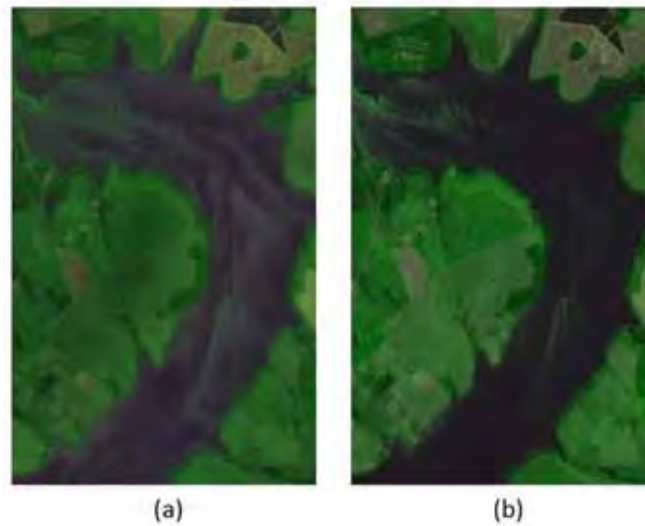


Figura 4.2: Implementação da Fusão IHS modo 1 em (a), e modo 2 em (b).

as frequências captadas nas faixas espectrais e pancromática.

Muitas pesquisas foram desenvolvidas no intuito de amenizar ou anular a presença destas distorções. Um estudo do surgimento destas distorções será melhor analisada por meio das investigações desenvolvidas por Tu et al. [46] e Zhang [53] sobre a origem das distorções pela variação da componente saturação.

Choi [6] propôs um método no qual um parâmetro exercia controle sobre a proporção de informações espectrais e espaciais fusionadas. Parâmetro este já investigado e apresentado por Tu et al.[45] com a apresentação do método IHS-Brovey.

Neste contexto, a utilização do método IHS e PCA na fusão de imagens baseados na decomposição wavelet tem obtido sucesso para o fim específico de executar a fusão entre imagens multiespectrais e pancromática de sistemas sensores como Ikonos [14].

O método de fusão de imagens GIHS consiste na substituição da componente *intensity* por outra imagem com as propriedades desejadas. No caso da fusão de imagens destinada ao sensoriamento remoto, no método IHS, a substituição utiliza a imagem pancromática, dotada de uma resolução espacial superior, contudo o método GIHS também pode ser utilizado no PDI somente para aprimorar uma imagem substituindo a componente I por uma versão processada desta mesma componente.

4.1.2 Método YUV de Fusão de Imagens

Conforme explanado na Seção 2.3.3, o espaço de cores YUV, assim como o IHS, busca separar a luminância da crominância, e é a componente luminância que contém as principais informações espaciais [34]. O processo de fusão YUV é análogo ao IHS, a diferença consiste no fato de que a componente na qual é inserida as informações espaciais ou que é substituída por uma imagem com resolução espacial superior é a componente Y. No esquema ilustrado na Figura 4.3 temos que a imagem multiespectral de baixa resolução espacial, *Low resolution* (LR), representado no espaço de cores RGB é convertida para o

espaço de cores YUV, onde as componentes UV são simplesmente redimensionadas para que fiquem compatíveis à imagem pancromática ou de alta resolução, *High resolution* (HR). A componente Y é processada juntamente com a imagem HR ou simplesmente substituída gerando a componente “HR proc.” ou HR. processada. As componentes HR proc., U e V são convertidas para o espaço de cores RGB, gerando a imagem fusionada.

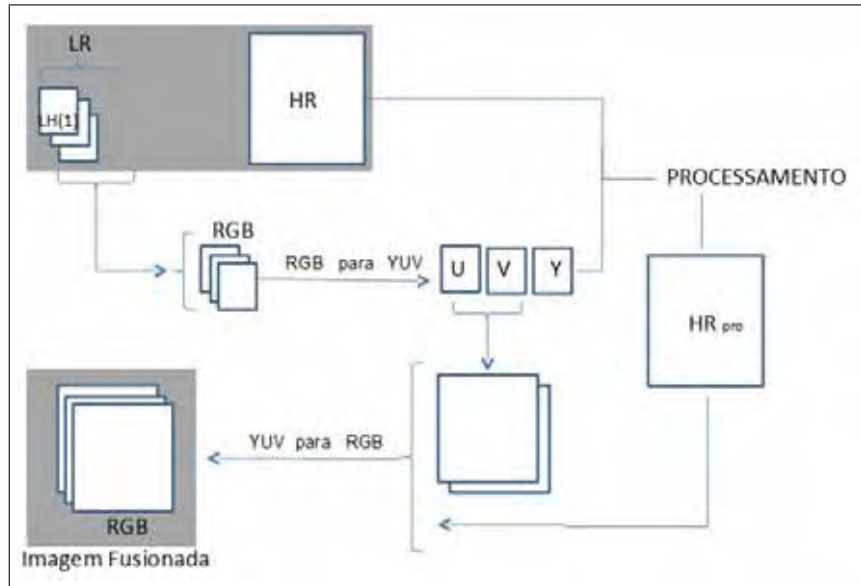


Figura 4.3: Esquema do método de fusão de imagens YUV

4.1.3 Método PCA de Fusão de Imagens

Os dados captados pelos sistemas sensores, de modo geral, são gerados com faixas multiespectrais próximas o que implica na presença de informações redundantes nestas imagens. A utilização do PCA é feita para a geração de componentes mais independentes ou descorrelacionadas possíveis [46].

No processo de fusão via PCA a primeira componente é a detentora dos dados mais correlacionados, e por consequência, das principais frequências referentes à resolução espacial; Tu et al. [46] utiliza PCA juntamente com IHS; O PCA também pode ser utilizado para a inserção de informações espaciais obtidas com a decomposição wavelet [14].

Este método consiste basicamente em, após lidar com imagens que possuam o mesmo número de linhas e colunas, decompor estas em novas componentes minimamente correlacionadas entre si, efetuar substituição dos dados na primeira componente (detentora das principais informações espaciais), e converter novamente esta imagem resultante para o espaço de cores sobre a qual esta estava representada inicialmente.

O cálculo das coordenadas ortogonais obtidos pelo método PCA é dado pela seguinte

transformação linear sobre dados no espaço de cores RGB:

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_0 \\ G_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} PC1 \\ PC2 \\ PC3 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$H = \tan^{-1} \left(\frac{PC3}{PC2} \right); S = \sqrt{PC2^2 + PC3^2} \quad (4.6)$$

onde a matriz $\Phi = [\phi_{ij}]$ é a matriz de autovetores da matriz de covariância entre as componentes da imagem.

Deste modo, após a substituição a alteração dos dados da $PC1$ a conversão inversa é dada por:

$$\begin{bmatrix} R_0 \\ G_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \Phi^T \begin{bmatrix} PC1' \\ PC2 \\ PC3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Como a matriz utilizada na conversão envolve cálculos estatísticos de segunda ordem e o cálculo dos autovetores, a análise matemática das possíveis distorções resultantes do processo de fusão de imagens não é trivial.

O PCA não é considerado um espaço de cores padrão, contudo pode ser considerado um espaço de cores adaptativo [1, 18]. Em algumas áreas a PCA é conhecida como *Hotelling transform* ou *Karhunen-Leove transform* no caso discreto; De modo sumário, consiste em organizar os dados em componentes com o mínimo de correlação possível entre eles, ou seja, consiste na projeção do espaço de cores em uma base na qual a variância da projeção é maximizada.

O esquema ilustrado na Figura 4.4 ilustra a fusão de imagens via PCA, onde os processos são análogos aos dos métodos IHS e YUV, com a diferença de efetuar as conversões RGB-PCA e PCA-RGB, onde a primeira componente, denominada $Pc(1)$ é a componente da imagem multiespectral detentora das principais informações espaciais, assim como a componente I do espaço IHS e a componente Y do espaço YUV.

4.1.4 Fusão com Transformada Wavelet

A transformada Wavelet possibilita a decomposição dos sinais de uma imagem e permite frequências ou detalhes de uma imagem sejam reconstruídos ou inseridos sobre outra imagem, então a Transformada Wavelet e métodos de fusão como IHS e YUV são utilizados concomitantemente.

Simplesmente substituir a componente do espaço de cores (IHS ou YUV) detentora de maior informação espacial pela imagem pancromática, fazia com que a possível disparidade entre as informações espaciais da imagem pancromática e as informações espaciais das demais componentes comprometesse a imagem fusionada com a presença de artefatos. A transformada wavelet faz com que não seja necessário substituir completamente uma

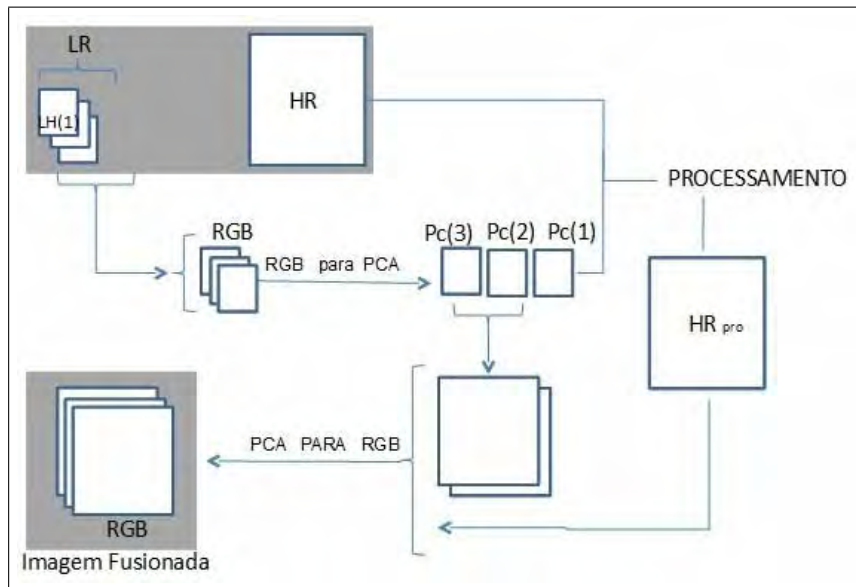


Figura 4.4: Esquema do método de fusão de imagens PCA

componente pela imagem pancromática, pois torna possível a inserção de informações da imagem pancromática sobre uma das componentes da imagem multiespectral, reduzindo a presença de artefatos nas imagens fusionadas [14].

Inúmeros métodos podem ser utilizados na inserção de detalhes extraídos via transformada wavelet para a melhora da resolução espacial de imagens pancromáticas. O maior problema enfrentado por esta abordagem que utiliza a transformada wavelet decimada é a presença de artefatos nas imagens resultantes.

Gonzalez-Audícana et al [14] se fundou nesta extração de detalhes via transformada wavelet para propor inúmeros métodos de fusão de imagens. As imagens resultantes do processo de fusão são consideravelmente melhores se a utilização da imagem pancromática de melhor resolução espacial não consistir na substituição das componentes intensidade ou $PCA1$, mas sim se esta fornecer detalhes a serem acrescentados nas imagens, detalhes selecionados via a decomposição wavelet.

O processo de inserção de informações sobre uma das componentes da imagem multiespectral ocorre por meio da análise e da síntese wavelet. A análise e a síntese wavelet pode ocorrer de modo decimado ou não decimado. O modo decimado faz com que a razão entre as dimensões dos sinais extraídos e da imagem original seja $\frac{1}{2}$. Já no modo não decimado ou “Á-trous”, antes de efetuar a análise a imagem é redimensionada, adicionando-se valores nulos à imagem, de modo que, após à análise a dimensão dos sinais é a mesma da imagem inicial, conforme indicado na Figura 4.5 [14].

Na Figura 4.5 (Adaptada de [14]), PAN representa a imagem pancromática com resolução espacial superior e MS(1) representa a componente da imagem multiespectral que possui maior quantidade de informações espaciais, que depende do espaço de cores utilizado. Na análise os sinais são discernidos horizontalmente e verticalmente por *high-H* e *low-L*. “Modelo” significa a possibilidade de não somente substituir “Pan-HH” por “MS-HH”. As setas para direita significam a aplicação da WT e para a esquerda significam a aplicação

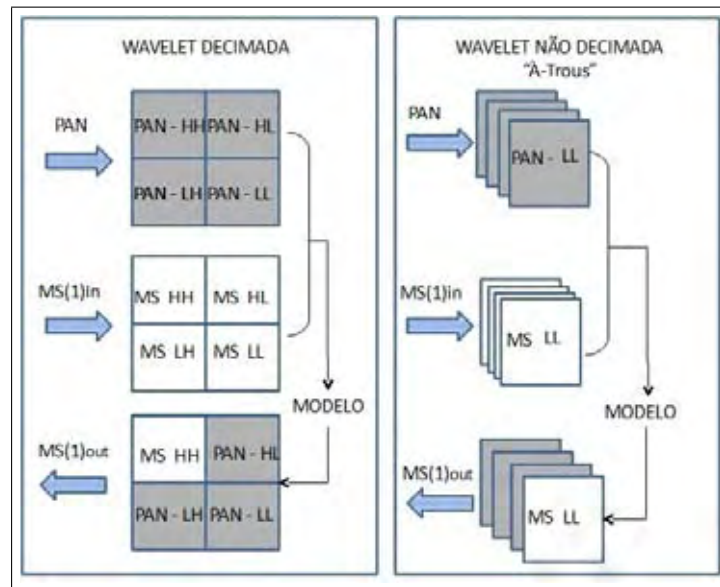


Figura 4.5: Processo de fusão com Wavelet decimada e não-decimada

da síntese, ou inversa da respectiva transformada.

Contudo o esquema para o processo de fusão da Figura 4.5 é elaborado para fusão entre imagens com as mesmas dimensões, o que no sensoriamento remoto exigiria redimensionamento direto das dimensões da imagem multiespectral para em seguida efetuar a análise wavelet, de modo que a suave (LL) desta imagem (que corresponde à imagem original com as altas frequências já extraídas) tenha as dimensões da suave da imagem pancromática. Neste trabalho são utilizadas imagens dos sistemas sensores CBERS e QUICKBIRD. Nas imagens CBERS a resolução espacial da imagem pancromática é aproximadamente $2,5m$, 2^3 vezes menor que a resolução espacial das imagens das bandas espectrais de $20m$, ou seja, a imagem digital pancromática de um mesmo local possuirá dimensões 2^3 vezes maiores, sem redimensionamento. Nas imagens QUICKBIRD, devido à uma resolução espacial das imagens multiespectrais superior, esta diferença cai para 2^2 .

A primeira etapa da representação detalhada da fusão de imagens com a transformada wavelet para as imagens CBERS consta na Figura 4.6, onde o espaço de cores IHS é considerado de modo genérico, uma vez que em qualquer outro espaço de cores utilizado o objetivo será isolar a maior parte das informações espaciais em uma das componentes, representado pela componente I.

Após a primeira etapa a imagem LL(3) é substituída pela componente I, e então é feita a síntese wavelet, conforme ilustrado na Figura 4.7.

A última etapa do processo de fusão consiste em efetuar a conversão do espaço IHS para o RGB, utilizando a componente I com as informações espaciais já inseridas, consoante ilustração da Figura 4.8

Como a pesquisa se embasa no processamento de imagens captadas em diferentes faixas espectrais, um pré-processamento é necessário, que consiste em efetuar uma reamostragem dos dados coletados além de observar a compatibilidade das resoluções para o modelo de fusão a ser utilizado.

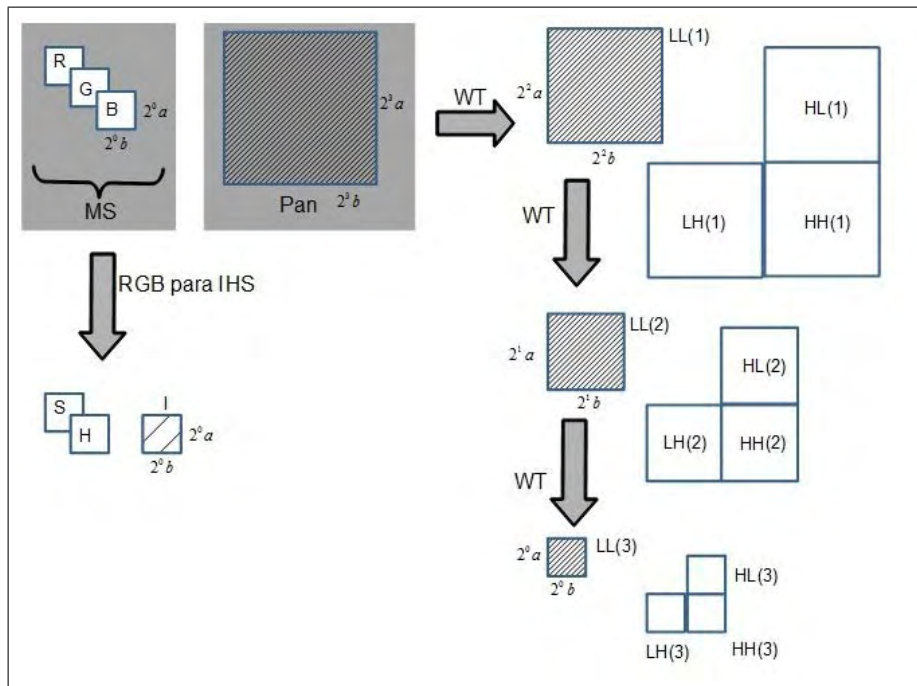


Figura 4.6: Etapa inicial da fusão IHS-WT

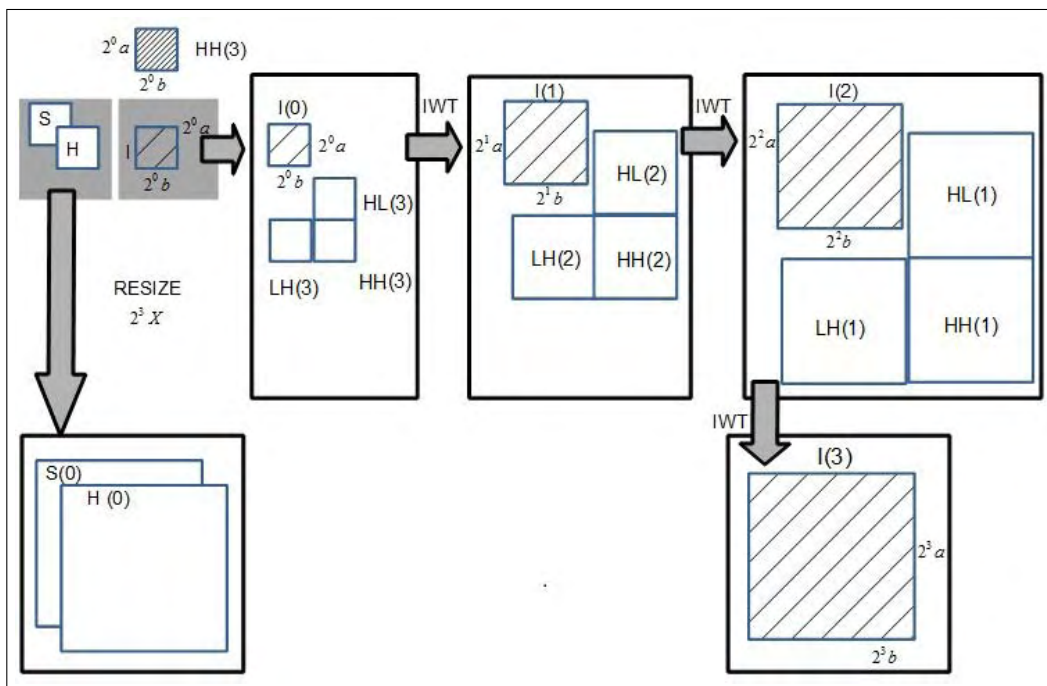


Figura 4.7: Etapa intermediária da fusão IHS-WT

Em suma, a fusão que utiliza Wavelet+IHS consiste em fazer a reamostragem das imagens multiespectral de baixa resolução espacial com a pancromática de alta resolução espacial, converter coordenadas RGB para IHS, inserir informações espaciais na componente intensidade via a análise e síntese wavelet e efetuar a conversão para o sistema de cores RGB novamente.

No caso da fusão utilizando Wavelet+PCA, basicamente, ao invés de efetuar a conversão para o sistema de cores IHS, executa-se a análise PCA, e se considera a componente PCA(1) como sendo a responsável por conter a maior parte das informações, recebendo os

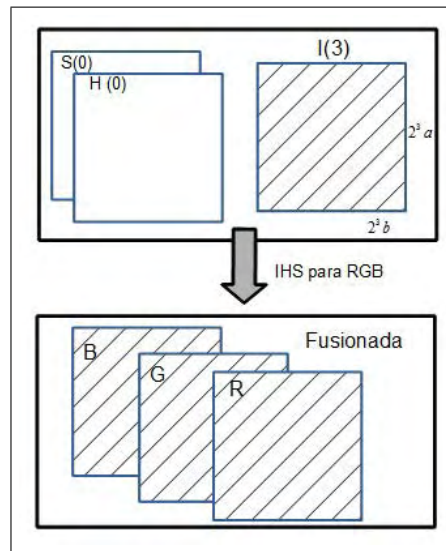


Figura 4.8: Etapa final da fusão IHS-WT

detalhes que a análise wavelet da imagem pancromática fornece.

4.2 O Método Wavelet Reiterado

Conforme a seção 4.1.4, a utilização de transformadas integrais, como a WT, no processo de fusão de imagens surgiu mediante a necessidade de minimizar distorções do conteúdo multiespectral que geram artefatos nas imagens fusionadas [9, 46].

Segundo Fonseca et al. [9] a consideração dos aspectos descritos a seguir é necessária para a produção de imagens fusionadas com qualidade:

- A aquisição das imagens MS e Pan deve ocorrer em datas próximas para que condições de iluminação ou mudanças naturais ou da ação humana não comprometam a fusão.
- A banda pancromática utilizada deve abranger as bandas multiespectrais utilizadas, no intuito de prevenir distorções espectrais.
- O registro das imagens MS e Pan deve ocorrer com precisão menor que 0,5 pixel.

Quando a razão entre as imagens fusionadas é maior que 4 o processo de fusão se torna mais complexo, devido ao registro e aos processos de redimensionamento [9].

Um dos métodos de fusão mais difundidos entre a comunidade de Sensoriamento Remoto é o IHS, também muito utilizado como procedimento padrão em muitos pacotes comerciais [46].

Na escolha entre os métodos de fusão a serem empregados também se configura um conflito, entre um método que conserve plenamente o conteúdo espacial mas gere distorções no conteúdo espectral, e um método que conserve o conteúdo espectral mas não consiga inserir plenamente o conteúdo espacial.

A imagem híbrida resultante deve obter a maior conservação do conteúdo espacial juntamente com uma boa conservação das informações espectrais. A substituição das

altas-frequências da imagem multiespectral pode inserir informações espaciais da imagem pancromática, contudo também gera perdas no conteúdo espectral [9].

A implementação do método IHS-WT já é conhecida por superior conservação do conteúdo multiespectral em relação ao método IHS [6, 9, 45, 46]. A avaliação de métodos como IHS-WT consiste em mensurar a aproximação entre a componente I da imagem híbrida e a imagem pancromática, mesmo que a plena semelhança entre estas imagens não garanta a conservação do conteúdo espectral, em geral observado por análise qualitativa.

O método proposto e analisado neste trabalho consiste em uma utilização diferenciada da WT no processo de fusão, aprimorando a conservação das informações espaciais características do método IHS e reduzindo as disparidades entre as informações espaciais e espectrais da imagem fusionada.

Este método foi denominado Wavelet Reiterado ou IHS-WT Reiterado, e as etapas de sua realização estão descritas a seguir:

Inicialmente é necessário obter as componentes no espaço de cores IHS da imagem multiespectral e realizar a análise da imagem pancromática, assim como representado na Figura 4.6. A razão entre as imagens de maior e menor resolução espacial deve sempre ser 2^x , para $x \in \mathbb{N}$. No caso das imagens do sistema sensor CBERS a razão é 2^3 , que é utilizada no modelo genérico descrito nas ilustração do esquema genérico descrito nas ilustrações 4.9, 4.10 e 4.11.

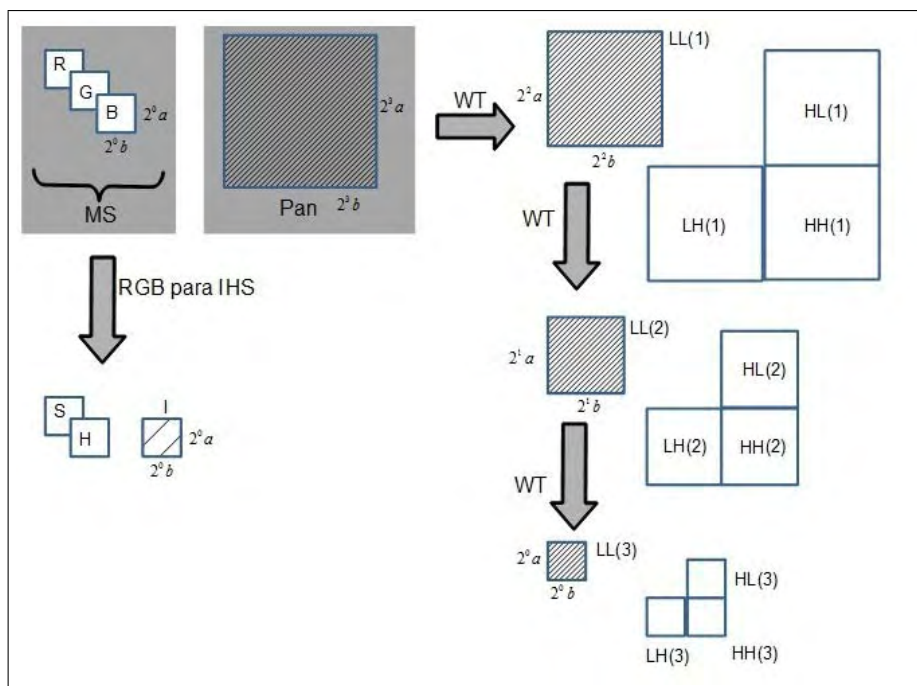


Figura 4.9: Etapa inicial do IHS-WT Reiterado (4.6).

A etapa descrita na Figura 4.10 descreve a diferença substancial do método IHS-WT Reiterado do método IHS-WT.

No método IHS-WT Reiterado as conversões entre os espaços de cores IHS-RGB não ocorrem somente no final do processo, elas ocorrem a cada redimensionamento de ordem 2. Com estas conversões as componentes H e S da imagem multiespectral tornam-se mais

compatíveis com as informações espaciais inseridas por cada imagem suave resultante da análise wavelet e por último pela imagem pancromática. Ou seja, por este processo de conversões reiteradas também se insere informações espaciais presentes nas componentes H e S, reduzindo a presença de distorções do conteúdo multispectral e a presença de artefatos, mas garantindo a presença integral das informações da imagem pancromática.

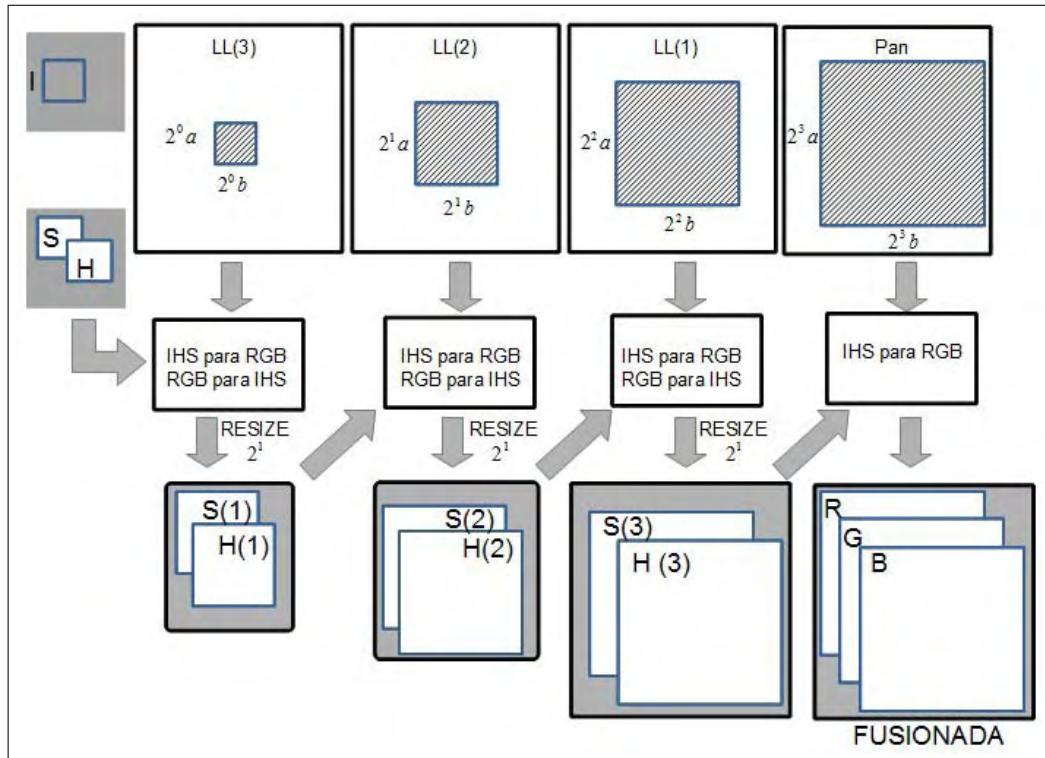


Figura 4.10: Etapa intermediária do IHS-WT Reiterado.

De modo resumido, utiliza-se cada uma das imagens suaves já obtidas. As bandas H e S da imagem multispectral, juntamente com a suave de dimensões compatíveis, são convertidas para o espaço RGB, e em seguida as componentes IHS são calculadas novamente, compondo componentes H e S, que por sua vez são redimensionadas na razão 2 e passam novamente por este processo com a imagem suave de dimensões compatíveis, já dotada das altas frequências que a imagem suave utilizada anteriormente não possuía. Pode-se estabelecer um paralelo entre as Figuras 4.7 e 4.10, onde se observa claramente que as componentes H e S no método IHS-WT não sofrem alteração até a última conversão IHS-RGB, enquanto que no método IHS-WT Reiterado as componentes H e S já compartilham informações espaciais da imagem pancromática antes da última conversão IHS-RGB, onde a imagem pancromática é utilizada na íntegra, inserindo o máximo de informações espaciais disponíveis.

As Figuras 4.8 e 4.11 retratam, respectivamente, a última conversão IHS-RGB dos processos de fusão IHS-WT e IHS-WT Reiterado. No método IHS-WT é utilizado $I(3)$ (componente intensidade da imagem multispectral com altas frequências da pancromática inseridas), $S(0)$ e $H(0)$, componentes da imagem multispectral redimensionadas. No método IHS-WT Reiterado são utilizadas as componentes Pan integralmente no lugar

da componente I , e as componentes $H(3)$ e $S(3)$ denotam componentes da imagem multiespectral que já compartilham informações espaciais da imagem pancromática.

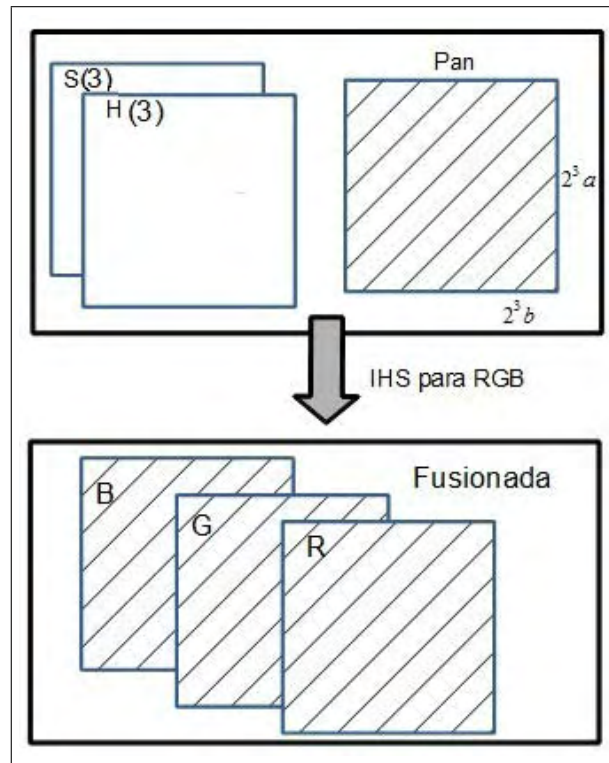


Figura 4.11: Etapa final da fusão IHS-WT Reiterado.

Comparando as Figuras 4.10 e 4.10 pode-se observar como a WT é utilizada a fim de aprimorar o método IHS, na busca pela conservação das informações espaciais da imagem pancromática com o mínimo de distorções do conteúdo espectral.

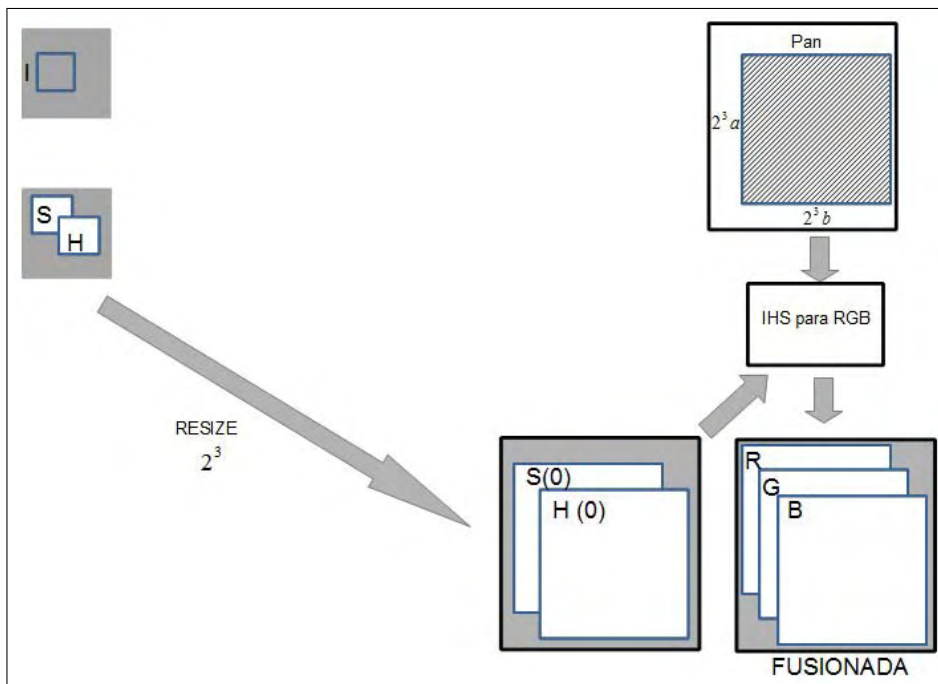


Figura 4.12: Síntese do método IHS

Resultados

Foram implementados inúmeros algoritmos, observando resultados dos processos de fusão aditivos, tais como IHS, YUV e PCA, ou aprimorados com a utilização da transformada wavelet na inserção de informações espaciais.

Entre os métodos que utilizam a transformada wavelet foi implementado o modo tradicional, como IHS-WT e YUV-WT, além do modo reiterado proposto neste trabalho, tais como IHS-WT Reiterado ou R-IHS-WT.

Todos os métodos aplicados na fusão de imagens multiespectrais e pancromáticas foram analisados quanto à contribuição da CLAHE (Contrast-limited adaptive histogram equalization) ou especificação local com a distribuição Rayleigh, aplicada sobre a imagem pancromática. Conforme pode ser observado nas figuras a seguir, as contribuições que a CLAHE traz sobre processos aditivos aproximam as imagens resultantes das imagens híbridas geradas com a utilização de transformadas integrais como a Wavelet. Também é observado o efeito da utilização da CLAHE associada à Transformada Wavelet.

Na seção 5 são expostos somente os principais resultados obtidos, sobre os quais são aferidas considerações obtidas com a aplicação dos algoritmos implementados.

São utilizadas imagens multiespectrais (MS) e Pancromáticas (Pan) dos sistemas sensores CBERS e QUICKBIRD. A razão entre a resolução espacial das imagens MS e Pan do CBERS é 2^3 enquanto que a mesma razão das imagens do sistema QUICKBIRD é 2^2 , pois a resolução espacial da imagem multiespectral do sistema QUICKBIRD é superior à do sistema CBERS.

Na Figura 5.1 estão em (a) e (b), respectivamente, as imagens Multiespectral e Pancromática do QUICKBIRD. Nos demais itens estão as imagens híbridas resultantes dos métodos (c)IHS, (d)YUV e (e)PCA. Os itens (f)IHS-Adaptada, (g)YUV-Adaptada e (h)PCA-Adaptada denotam as imagens resultantes quando a imagem pancromática utilizada teve seu histograma especificado pelo histograma das I, Y ou P(1), que são as componentes nos diferentes espaços de cores que concentram as principais informações

espaciais da imagem multiespectral.

Métodos de fusão de imagens já incluem um pré-processamento, onde adaptações como esta especificação de histogramas ou adaptação das médias ou variâncias dos histogramas podem ser incluídas, contudo, assim como a administração de diferentes medicamentos concomitantemente pode comprometer a análise do efeito de um determinado medicamento, neste trabalho foi implementado e exposto, individualmente, cada possível alteração no pré ou pós-processamento, tal como a especificação local do histograma da pancromática ou especificação dos componentes da imagem híbrida com relação aos histogramas da multiespectral.

Comprova-se mediante análise da Figura 5.1 que, de fato, o método IHS apresenta melhores resultados com imagens CBERS em relação aos métodos YUV e PCA, onde se nota a presença de uma considerável distorção do conteúdo espectral.

O considerável efeito da aplicação da CLAHE sobre a imagem pancromática pode ser observado em cada imagem híbrida da Figura 5.2, onde é evidente um resultado superior na utilização do método IHS com a CLAHE, uma vez que a especificação local de histogramas da componente dotada das principais informações espaciais permite maior visibilidade das informações espectrais [34].

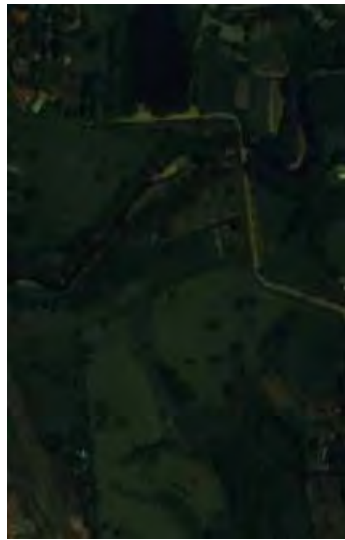
No item (a) IHS-CLAHE da Figura 5.1, onde se observou uma imagem híbrida de qualidade superior em relação às representadas nos itens (b) e (c), também se observa uma pequena variação no conteúdo espectral que consiste em um tom ciano em parte da vegetação.

Fonseca et al. [9] citou que algo importante no processo de fusão de imagens é a necessidade de a banda pancromática utilizada abranger as bandas multiespectrais, no intuito de prevenir distorções espectrais.

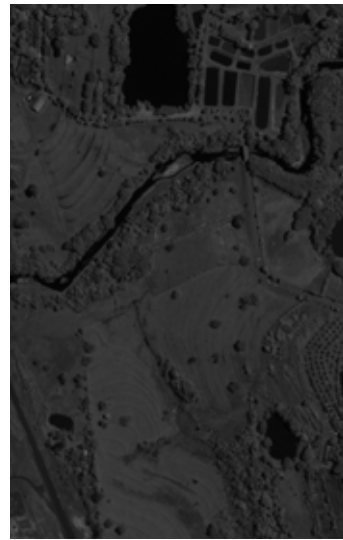
No caso das imagens obtidas pelo sistema sensor QUICKBIRD, a faixa espectral da imagem pancromática é de $0,445mm$ a $0,90mm$ e as faixas das componentes multiespectrais SÃO $0,45mm - 0,52mm$ para azul, $0,52mm - 0,60mm$ para verde e $0,63mm - 0,69$ para vermelho [8]. Ou seja, a componente pancromática abrange também a banda do infravermelho próximo, e em decorrência deste fato, variações na refletância da vegetação que podem ser detectadas na radiação eletromagnética da região do infravermelho próximo geram distorções na imagem híbrida em relação à imagem multiespectral, tal como o tom ciano em partes da vegetação da Figura 5.1(a).

A aplicação dos métodos de fusão analisados sobre imagens (MS e Pan) do sistema sensor CBERS pode ser observada nas Figuras 5.3 e 5.4.

Na Figura 5.3 em (a) e (b) estão, respectivamente as imagens multiespectral e pancromática; em (c) e (d) estão as imagens híbridas resultantes do processo de fusão IHS e YUV, por onde novamente se comprova que o método IHS se mostra mais viável que o YUV; em (e) e (f) estão os resultados das fusões IHS e YUV com a aplicação da CLAHE sobre a imagem pancromática, nota-se novamente que com o espaço de cores YUV a imagem ainda carece de aprimoramentos sobre sua luminância e crominância.



(a) Multispectral



(b) Pancromática



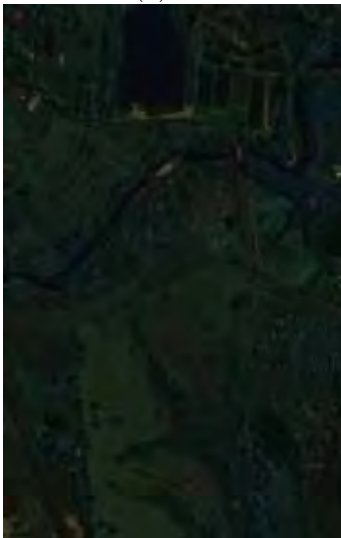
(c) IHS



(d) YUV



(e) PCA



(f) IHS Adaptado



(g) YUV Adaptado



(h) PCA Adaptado

Figura 5.1: Métodos aditivos de fusão de imagens no sistema QUICKBIRD

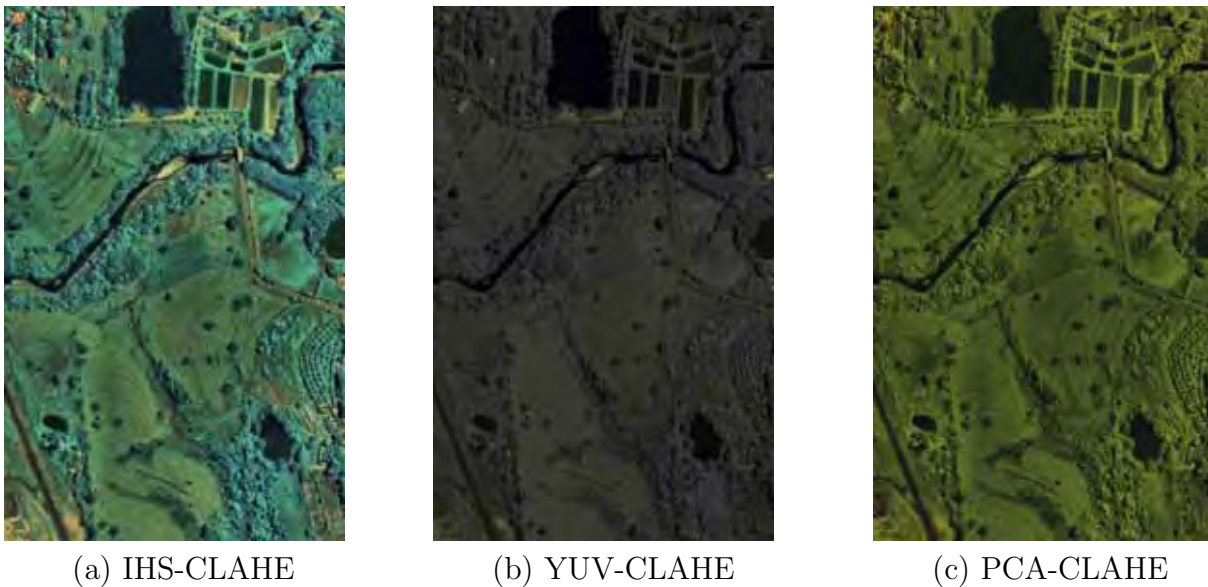


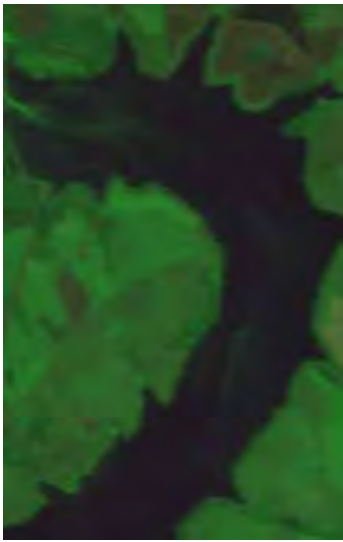
Figura 5.2: Métodos aditivos de fusão de imagens do sistema QUICKBIRD com a CLAHE

No item (g) da Figura 5.3 está o resultado da Fusão IHS com a introdução das altas frequências via análise (decomposição) e síntese (composição) com a WT, conforme descrito por Tu et al. [46], o que já inclui pós processamento, como correção da média e da variância da componente intensidade resultante. Em (h) e (i) estão as imagens híbridas dos processos IHS e YUV com a WT aplicada no modo reiterado, conforme proposto neste trabalho, e nos itens (a) e (b) da Figura 5.4 se encontra as imagens fusionadas pelo método IHS e YUV com WT Reiterado, incluindo a aplicação da CLAHE sobre a imagem pancromática, apresentando resultados de boa qualidade, em especial no método que utiliza o YUV, ou seja, nestes testes, o espaço de cores YUV apresentou resultados superiores somente com a utilização do WT Reiterado aliado à CLAHE. Em (c) se encontra a imagem híbrida representada no item (b), com um pós-processamento, que especifica os histogramas da imagem no espaço RGB com os histogramas da imagem MS, ou seja, consiste na imagem com as informações espaciais inseridas e com o máximo de semelhança nas informações espectrais.

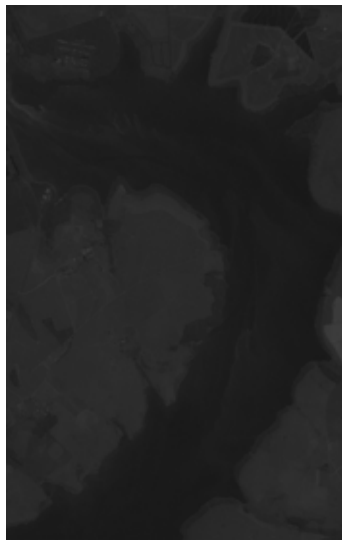
As Figuras 5.5 e 5.6 ilustram os resultados dos métodos de fusão de imagens do sistema QUICKBIRD, comparando resultados no desenvolvimento dos algoritmos com os espaços de cores IHS e YUV. Em 5.5 (a) e (b) estão respectivamente as imagens multiespectral e pancromática, e em (c) e (d) as híbridas pelos métodos IHS e YUV.

Na Figura 5.6, em (a) e (b) estão os resultados das fusões IHS e YUV com a CLAHE aplicada sobre a imagem pancromática utilizada. Em (c) está a o imagem híbrida obtida com o método YUV-WT Reiterado e em (d) está mesma imagem com as componentes RGB especificadas no histograma das componentes da imagem multiespectral. Os mesmos resultados, porém utilizando o espaço de cores IHS, podem ser observados na Figura 5.6, nos itens (e) e (f).

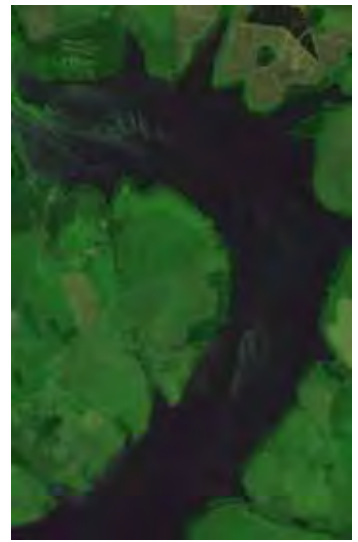
Nesta seção, expondo os principais resultados obtidos nos testes implementados, pode-se



(a)MS



(b)Pan



(c)IHS



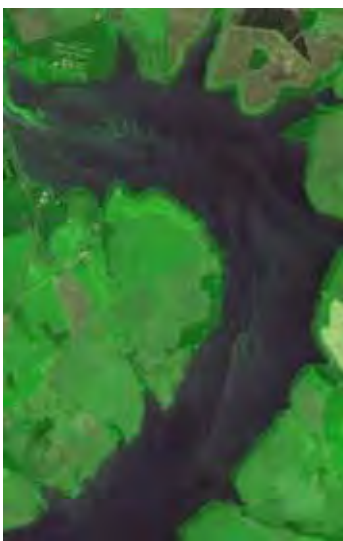
(d)YUV



(e)IHS CLAHE



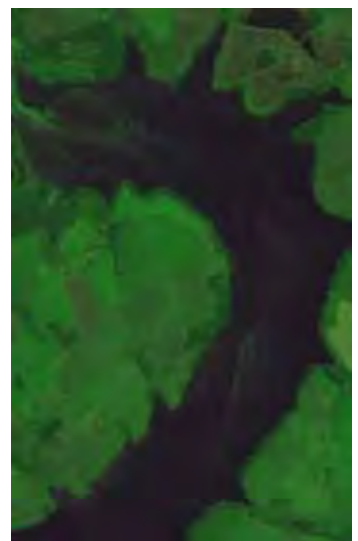
(f)YUV CLAHE



(g)IHS-WT



(h)R-IHS-WT



(i) (R-YUV-WT)

Figura 5.3: Fusão de imagens do sistema CBERS.

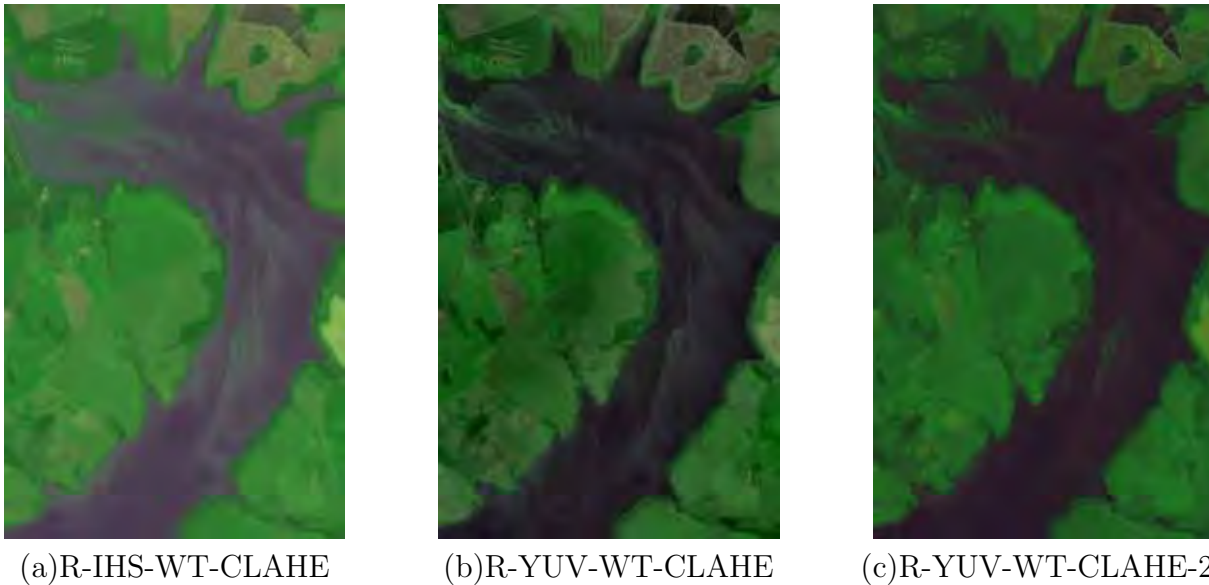


Figura 5.4: Fusão de imagens do sistema CBERS.

comprovar que, de fato, a utilização do espaço de cores IHS nos processos de fusão de imagens multiespectrais e pancromáticas gera resultados que qualitativamente ou visualmente são superiores, dispensando um maior empenho em pós-processamentos que corrijam distorções espectrais mais observadas na aplicação de métodos que utilizam YUV ou PCA. Como exceção, está a utilização do espaço YUV no método YUV-WT Reiterado em imagens provenientes do sistema sensor CBERS.

A aplicação de métodos desenvolvidos com a WT de modo reiterado, conforme esquema proposto neste trabalho, tem resultado em imagens híbridas com ganhos significativos na introdução das altas frequências da imagem pancromática, se mostrando um método viável e recomendável.

A aplicação da CLAHE com a distribuição Rayleigh sobre a imagem pancromática melhorou nitidamente os resultados obtidos, tanto em métodos puramente aditivos quanto em métodos que utilizam a Transformada Wavelet, merecendo destaque.



(a) Multiespectral



(b) Pancromática



(a) IHS



(b) YUV

Figura 5.5: Fusão de imagens do sistema QUICKBIRD.



(a) IHS-CLAHE



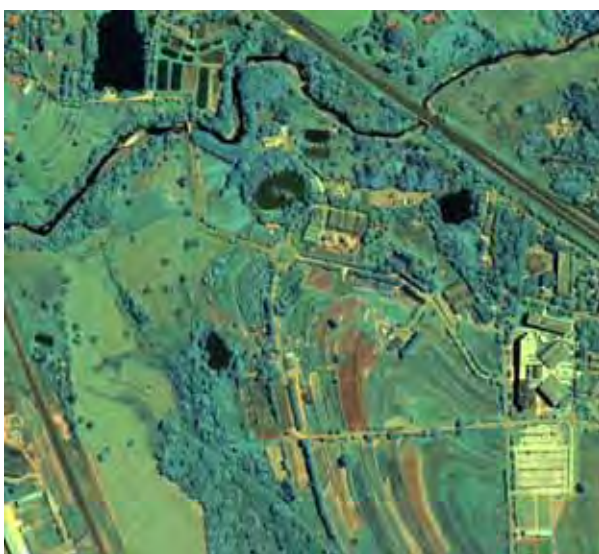
(b) YUV-CLAHE



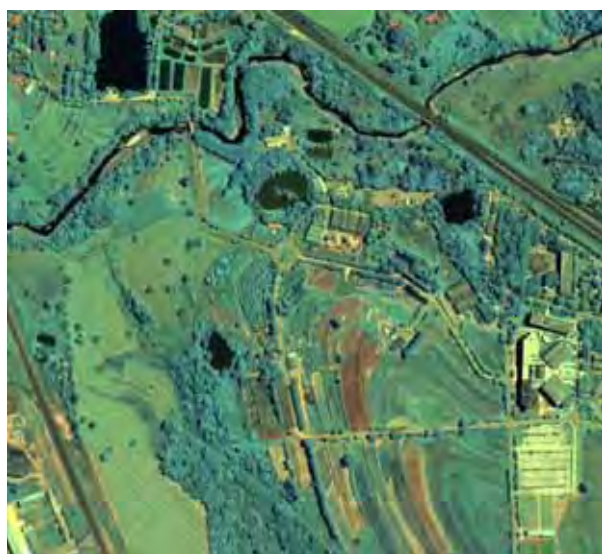
(c) R-YUV-WT



(d) R-YUV-WT-CLAHE-2



(e) R-IHS-WT



(f) R-IHS-WT-CLAHE

Figura 5.6: Fusão de imagens do sistema QUICKBIRD.

Avaliação dos Resultados

Em geral, os resultados obtidos a partir de métodos que utilizam um banco de filtros capaz de inserir as altas frequências sobre a componente intensidade redimensionada (tais como métodos IHS-WT e YUV-WT) tem mostrado uma performance superior perante métodos puramente aditivos [22].

A avaliação qualitativa não é representada por índices matemáticos rigorosos, pois se baseia principalmente na visualização, classificando a imagem híbrida em níveis excelente, bom, razoável, ruim ou muito ruim [9, 37].

Na Seção 4.1 é avaliado qualitativamente a contribuição da CLAHE e da utilização da Transformada Wavelet, não exatamente inserindo altas frequências sobre a componente I (ou Y), mas inserindo gradativamente (reiteradamente) informações nas componentes H e S (ou U e V), visando inserir plenamente as informações da imagem pancromática com o máximo de aproveitamento da resolução espacial disponível. A avaliação quantitativa que permite a mensuração das informações espaciais inseridas e das informações espectrais conservadas é discutida neste capítulo.

Segundo Tu et al. [46], até 2001 a avaliação dos resultados obtidos era restrita à métricas estatísticas. Desde então a comparação quantitativa dos métodos vem permitindo a avaliação dos diferentes graus de distorção presentes nos resultados.

A avaliação qualitativa se refere à qualidade da imagem resultante, observando o surgimento de artefatos e distorções, e a avaliação quantitativa é relativa aos parâmetros estatísticos aferidos nas imagens [9, 53].

Segundo Pradham [34], três questões principais devem ser abordadas no processo de fusão de imagens multiespectrais e pancromáticas, também denominado pan-sharpening;

- O modo de extração das informações espaciais;
- O modo de inserção destes detalhes sobre os dados multiespectrais;

- O meio de avaliação da qualidade da imagem com sua resolução espacial aprimorada pelo processo de fusão.

Um índice de qualidade considerado eficiente deve se constituir pelos seguintes escopos[34, 49]:

- Contextualmente, contribuir para a busca pelo melhor meio de inserção das informações espaciais da imagem pancromática, determinando parâmetros otimizados.
- Favorecer ações que otimizem os índices (ou combinação de índices) elencados para mensurar a qualidade das imagens híbridas.

Dentre diferentes métodos e índices de avaliação utilizados (que por sua vez são dependentes da aplicação objetivada na fusão) a avaliação sempre ocorre tomando-se por base uma imagem que deve ser assumida como ideal, comparando as características espaciais e espectrais entre a imagem ideal e a imagem fusionada [9]. Contudo a imagem ideal não é disponível na maioria dos casos, assim como nos testes implementados neste trabalho. São descritos a seguir alguns dos índices que são elencados no intuito de medir a diferença entre as bandas da imagem fusionada e a imagem de referência ou ideal [9, 14].

O coeficiente de correlação ou *Correlation Coefficient* (CC) mede a correlação entre a radiância das componentes da imagem híbrida e as respectivas componentes da imagem ideal, de modo que um valor próximo a 1 indica imagens altamente correlacionadas [9, 15, 53].

O coeficiente de correlação é calculado do seguinte modo:

$$C_c = \frac{\sum_{i=1}^{a \cdot b} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{a \cdot b} (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{a \cdot b} (y_i - \bar{y})^2}} \quad (6.1)$$

onde x_i e y_i são os valores dos pixels homólogos entre componentes respectivas da imagem híbrida e da imagem ideal [15].

O *Universal Image Quality Indicator* (UIQI) consiste em um índice relacionada à correlação entre as componentes:

$$UIQI = \frac{4\sigma_{F_i R_i} \cdot \mu_{F_i} \cdot \mu_{R_i}}{(\sigma_{F_i}^2 + \sigma_{R_i}^2) [(\mu_{F_i})^2 + (\mu_{R_i})^2]} \quad (6.2)$$

Sendo $\sigma_{F_i R_i}$ a covariância entre as componentes R_i e F_i . As variáveis μ e σ representam, respectivamente, a média e o desvio padrão das imagens [9, 48].

Outro parâmetro utilizado para mensurar a proximidade entre imagens é a média da diferença, ou *Difference Mean* (DM), que equivale à média da diferença. Ou seja, para $X = X_{ideal} - X_{híbrida}$, tem-se $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$. DM é também denominado em alguns livros como sendo média bias [34].

Outro indicador da qualidade da imagem fusionada é o desvio padrão da diferença [9], ou *Standard Deviation of the Difference Image* (SDD) [6, 14, 21, 39]. Se SDD for nula

ou próximo de zero, isso indica menor variação entre as componentes, e no caso de uma componente que represente a luminância, um valor SDD nulo indica que a diferença entre as imagens é somente uma questão de iluminação.

Segundo Gonzalez-Audícana et al. [14], BIAS é a diferença entre as médias da imagem fusionada e da imagem original (com baixa resolução), relativa à média da imagem original, ou seja: $bias_{relative} = \frac{\mu_{LR} - \mu_{HR}}{\mu_{LR}}$. O SDD é utilizada de modo relativo à média da imagem original, ou seja, $SDD_{relative} = \frac{\sigma(LR-HR)}{\mu_{LR}}$. Gonzalez-Audícana et al. ainda menciona outros índices que unem as informações DM e SDD, tais como *Relative Average Error* (RASE), *Root-Mean-Square Error* (RMSE) e *Erreur Relative Globale Adimensionnelle de Synthèse* (ERGAS).

$$RMSE^2(B_i) = bias^2(B_i) + SDD^2(B_i) \quad (6.3)$$

$$RASE = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (DM^2(R_i) + SDD^2(R_i))} \quad (6.4)$$

$$ERGAS = 100 \frac{h}{l} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{DM^2(R_i) + SDD^2(R_i)}{\mu_i^2} \right)} \quad (6.5)$$

sendo B_i correspondente à i -ésima banda da imagem, μ corresponde á radiância média das N bandas espectrais (e μ_i sendo a média da i -ésima banda); h e l correspondem, respectivamente, às resoluções espaciais da imagem pancromática e da imagem multiespectral. Na maioria dos índices desenvolvidos se sintetiza numericamente a similaridade da imagem híbrida com uma imagem tida como referencial ou ideal, ou a similaridade com a imagem multiespectral original com o intuito de medir a presença de distorção da imagem multiespectral. Contudo no caso da fusão de imagens de sensoriamento remoto não é disponibilizada uma imagem referencial, e a similaridade com a imagem multiespectral pode garantir a detecção de distorções espectrais, contudo, se a similaridade existe plenamente em todas bandas, a única assertiva a se aferir é a ausência de inserções de informações espaciais, ou seja, a ausência da fusão de fato.

Neste trabalho a avaliação é feita separadamente, em cada uma das componentes das imagens híbridas no espaço de cores IHS.

Com relação à componente I, onde se reúne a luminância, se observa a similaridade com a imagem pancromática, uma vez aspiramos maior aproveitamento do conteúdo espacial disponível. As componente H e S, nas quais se reúne as informações que definem prioritariamente a crominância, é avaliada a variação em relação ás respectivas componentes da imagem multiespectral original, pois menor alteração sobre as componentes H e S indica menor alteração no conteúdo multiespectral.

Conforme citado anteriormente, define-se a avaliação qualitativa como sendo produto

da observação dos resultados e de sua classificação em virtude desta visualização, e a avaliação quantitativa como sendo desenvolvida por meio de índices matematicamente rigorosos. Também são construídos índices que buscam representar em um único número a proximidade ou não de da imagem multiespectral híbrida com uma imagem multiespectral de referência.

Nas tabelas deste capítulo estão os valores da DM e da SDD de cada componente da imagem fusinada, mensurando a proximidade da componente *Intensity* com a imagem pancromática, e das componentes *Hue* e *Saturation* com as respectivas componentes da imagem multiespectral original.

A vantagem desta comparação individual consiste na avaliação individual das informações espaciais inseridas na componente I e do conteúdo espectral presente nas demais componentes. Por efetuar a observação componente a componente, a compreensão da diferença entre componentes para mensurar a respectiva proximidade pode utilizar a própria visualização da *Difference Image*, além da DM e do SDD.

Dois dos testes desenvolvidos são representados nas Tabelas 6.1 a 6.4.

	DM(I)	DM(H) _(10⁻⁴)	DM(S) _(10⁻⁴)
IHS	0,142	-5,0041	-60
IHS-CLAHE	0,1414	4,4688	-0,4125
IHS-CLAHE-ESP	0,1415	1,618	-16
YUV	0,1419	1098	1156
PCA	0,1417	-4956	6021
R-IHS-WT	0,1408	-0,94006	-3,9223
R-IHS-WT-CLAHE	0,1408	-0,97756	-3,8313
R-IHS-WT-ESP	0,1414	-638	843
R-IHS-WT-CLAHE e ESP	0,1414	-638	843
R-YUV-WT	0,1415	5,8764	0,0035
R-YUV-WT-CLAHE	0,1415	9,8389	0,0121
IHS-WT	0,141	7,7135	0,0017

Tabela 6.1: DM de uma imagem do sistema sensor CBERS

Os métodos cuja sigla se inicia com “R” são métodos implementados no modo reiterado proposto neste trabalho. A sigla CLAHE indica que a CLAHE com a distribuição Rayleigh foi aplicada sobre a imagem pancromática utilizada na fusão e ESP indica que no final do processo de fusão os histogramas das componentes RGB da imagem híbrida foram especificados para o histograma da respectiva componente da imagem multiespectral original.

Sabe-se que quanto menor o valor da DM, maior a similaridade entre a componente I e a imagem pancromática, indicando melhor inserção das informações espaciais.

Observando os valores da DM(I) da imagem CBERS, a maior média foi obtida com o método IHS, e a menor média foi R-IHS-WT, seguido de IHS-WT, e com a terceira menor média estão os métodos IHS-CLAHE, R-IHS-WT especificado e R-IHS-WT-CLAHE especificado. Esses resultados evidenciam que no método R-IHS-W com $DM(I) = 0,1408$,

	SDD(I)	SDD(H)	SDD(S)
IHS	7,2645	0,0381	0,0114
IHS-CLAHE	7,2262	0,0087	0,0053
IHS-CLAHE-ESP	7,1777	0,0254	0,0097
YUV	7,258	0,0832	0,1412
PCA	7,2453	0,2242	0,2158
R-IHS-WT	7,207	0,0278	0,0137
R-IHS-WT-CLAHE	7,207	0,0278	0,0138
R-IHS-WT-ESP	7,1903	0,1271	0,1031
R-IHS-WT-CLAHE e ESP	7,1903	0,1271	0,1031
R-YUV-WT	7,183	0,027	0,0476
R-YUV-WT-CLAHE	7,1907	0,0381	0,0114
IHS-WT	7,2262	0,0087	0,0053

Tabela 6.2: SDD de uma imagem do sistema sensor CBERS

a componente I está mais próxima da imagem pancromática, seguida do IHS-WT, com $DM(I) = 0,1410$, e com $DM(I) = 0,1414$ estão os métodos IHS-CLAHE, R-IHS-WT-ESP e R-IHS-WT-CLAHE e ESP.

Esses resultados evidenciam que no modo reiterado a componente I obtém mais informações espaciais, a aproximando mais da imagem pancromática. Também se comprova o quanto a WT utilizada no processo de fusão contribui muito para a inserção das informações espaciais. Pode-se também observar que a aplicação da CLAHE com a distribuição Rayleigh sobre a imagem pancromática traz contribuições para a inserção de informações espaciais próximas às contribuições da utilização da WT.

Observando os valores resultantes do SDD(I), que variam pouco em relação aos diferentes métodos testados. O menor SDD(I) foi obtida com o método IHS-CLAHE-ESP ($SDD(I) = 7,1777$), seguido do método R-YUV-WT e dos métodos que utilizam a WT de modo reiterado, mostrando a viabilidade da adoção do modo reiterado ao utilizar a WT no processo de fusão.

Conforme explicitado anteriormente, a SDD(I) nula indica que a diferença entre as componentes é uma variação na iluminação, e uma variação maior indica que informações espaciais da imagem pancromática foram perdidas no processo de fusão.

Quanto à componente *Hue*, resultados considerados de boa qualidade manifestaram variação, indicando variações consequentes da alteração sobre as informações espaciais presentes nesta componente.

Tu et al. estudaram as distorções espectrais das imagens nos métodos tipo IHS ou GIHS, que consistem nos métodos que utilizam a conversão sobre o espaço de cores IHS para efetuar a fusão de imagens. Após a conversão inversa, em um dos métodos de conversão Tu et al. mostraram que a componente na qual a conversão inversa não garante uma transformação inversa efetiva é a componente S. Tu et al. atribuíram a distorção da coloração à variação na saturação. Portanto é relevante observar o método cuja variação na saturação é minimizada, sem causar detrimento à fusão das informações espaciais.

Claramente, nas imagens híbridas dos métodos YUV e PCA (conforme figura 5.3) houve a presença de distorção da coloração ou do conteúdo espectral. Esta distorção também pode ser observada na Tabela 6.1, onde a variação no valor $DM(S)$ obteve variações 0,1156 e 0,6021, respectivamente.

Com as menores variações estão IHS-WT, R-YUV-WT, R-YUV-CLAHE, IHS-CLAHE e R-IHS-WT-CLAHE, variando pouco entre eles, uma vez que a variação entre estes valores corresponde à 0,065% da amplitude dos valores $DM(S)$.

Quanto à $SDD(S)$, com os menores valores estão os métodos IHS-CLAHE e IHS-WT, com $SDD(S) = 0,0053$, evidenciando novamente as contribuições que a aplicação da CLAHE traz ao processo de fusão das imagens. Entre os demais métodos com os menores valores de $SDD(S)$ estão os métodos IHS-CLAHE-ESP ($SDD(S) = 0,0097$), IHS e R-YUV-CLAHE ($SDD(S) = 0,0114$), R-IHS-WT ($SDD(S) = 0,0137$). Entre os menores valores de $SDD(S)$ citados a variação ocorre em menos de 4% da variação total dos valores de $SDD(S)$.

Com os maiores valores estão as imagens híbridas dos métodos YUV (0,1412) e PCA (0,2158), nas quais visualmente ficou notável a presença de distorção de coloração.

Portanto, diante de todas as assertivas aferidas, tem-se que o modo reiterado de utilização da WT no processo de fusão de imagens está presente na intersecção entre os bons resultados obtidos na análise componente a componente, comprovando as vantagens da inserção das informações espaciais nas componentes detentoras da crominância (consoante o método proposto neste trabalho) com redução na possibilidade de distorção do conteúdo espectral. Os valores DM e SDD , componente a componente, obtidos com dados provenientes do sistema sensor Quickbird estão nas Tabelas 6.3 e 6.4.

	$DM(I)$	$DM(H)_{(10^{-4})}$	$DM(S)_{(10^{-4})}$
IHS	0,169	1,5949	0,0026
IHS-CLAHE	0,1681	0,023632	-0,13235
IHS-CLAHE-ESP	0,1693	-0,42509	-2,0458
YUV	0,169	1101	-2800
PCA	0,1692	577	278
R-IHS-WT	0,1677	-0,95574	-5,0188
R-IHS-WT-CLAHE	0,1677	-0,91379	-5,6805
R-IHS-WT-ESP	0,1693	73	295
R-IHS-WT-CLAHE e ESP	0,1693	-55	209
R-YUV-WT	0,1693	-2,5148	126
R-YUV-WT-CLAHE	0,1693	-2,5959	9,7208

Tabela 6.3: DM de uma imagem do sistema sensor QUICKBIRD

No caso das imagens obtidas pelo sistema sensor QUICKBIRD a variação dos valores $DM(I)$ e $SDD(I)$ foi muito menor pois a resolução espacial das imagens multiespectrais já é superior, sendo a razão entre a resolução espacial da pancromática e a resolução da imagem multiespectral igual a 4, enquanto que no CBERS esta razão é 8.

Os menores valores foram obtidos com os métodos

	SDD(I)	SDD(H)	SDD(S)
IHS	14,8391	0,0138	0,0114
IHS-CLAHE	14,7647	0,0047	0,0053
IHS-CLAHE-ESP	14,8679	0,0121	0,0097
YUV	14,8407	0,1535	0,1412
PCA	14,8609	0,1538	0,2158
R-IHS-WT	14,7230	0,023	0,0137
R-IHS-WT-CLAHE	14,7230	0,0226	0,0138
R-IHS-WT-ESP	14,8665	0,0612	0,1031
R-IHS-WT-CLAHE e ESP	14,8677	0,1071	0,1031
R-YUV-WT	14,8656	0,1559	0,0476
R-YUV-WT-CLAHE	14,8691	0,1415	0,0883

Tabela 6.4: SDD de uma imagem do sistema sensor QUICKBIRD

Observando a componente *hue*, a DM(H) apresentou valores superiores para os métodos YUV e PCA (0,1101 e 0,0577). A variação entre os valores DM(H) dos demais métodos não supera 6,88% da variação total entre os valores DM(H), comprovando a distorção espectral observada na utilização destes métodos.

No caso da componente saturação grandes variações se mostraram como indício de distorções espectrais, contudo, imagens híbridas de boa qualidade também apresentaram variação considerável, decorrente do fato de a componente S também portar informações espaciais, o que reforça a necessidade de considerar a adaptação desta componente à inserção das informações espaciais da imagem pancromática no processo de fusão, exatamente conforme proposto no modo reiterado da fusão de imagens com a WT.

Conclusões e Perspectivas

Na sociedade contemporânea os dados e informações geradas por meio do sensoriamento remoto são de considerável relevância. Neste contexto existe um *trade-off* decorrente de limitações de ordem técnica dos sistemas sensores, que consiste na obtenção de sinais com alta resolução espacial e baixa resolução espectral, ou vice-versa, ou seja, o desenvolvimento de uma maior precisão na resolução espacial ocorre em detrimento de uma maior precisão na resolução espectral. Desse modo, os sistemas sensores fornecem imagens multiespectrais com resolução espacial inferior à resolução espacial de imagens pancromáticas.

Na fusão de imagens de sensoriamento remoto o escopo é a inserção de informações espaciais na imagem multiespectral com a ausência de distorções espectrais, tais como alterações na coloração ou surgimento de artefatos.

Neste trabalho são testados métodos de fusão de imagens multiespectrais com imagens pancromáticas de resolução espacial superior, tais como IHS, YUV, PCA e IHS-WT. A utilização da transformada wavelet tem tido destaque em muitas pesquisas, demonstrando que sua utilização na fusão de imagens torna a fusão mais eficiente e eficaz.

Consoante uma fundamentação matemática consistente, também representada neste trabalho, a transformada wavelet discreta é aplicada por meio da convolução de filtros passa-altas e passa-baixas que extraem as altas frequências das imagens.

Além do teste de métodos de fusão de imagens de sensoriamento remoto já conhecidos, neste trabalho é proposto um método singular de fusão de imagens, que utiliza a transformada wavelet de modo diferenciado, com reiteradas conversões entre espaços de cores que permitem uma maior adaptação de todas componentes às altas frequência que são inseridas no processo de fusão de imagens.

A análise qualitativa e quantitativa do método proposto (denominado R-IHS-WT ou IHS-WT Reiterado) evidencia que o resultado desse processo é de excelente qualidade e, de acordo com os índices DM e SDD (aplicados componente a componente), as imagens

híbridas resultantes possuem bons resultados na inserção das informações espaciais sem comprometimento do conteúdo espectral da imagem.

Tanto a avaliação visual (qualitativa) quanto a avaliação quantitativa (por meio dos índices matemáticos) mostrou que a especificação local de histogramas (CLAHE) com a distribuição Rayleigh sobre a imagem pancromática, aliado aos métodos testados, traz significativas contribuições na eficácia das fusões implementadas.

Em síntese, as principais contribuições desse trabalho, além da reunião de parte consistente da fundamentação teórico matemática envolvida e da avaliação dos métodos de fusão de imagens já conhecidas, é o desenvolvimento e avaliação de um novo meio de utilização da WT para implementação do processo de fusão de imagens de sensoriamento remoto. O método R-IHS-WT demonstrou viabilidade frente ao desafio de aprimorar a melhora na resolução espacial e minorar possíveis distorções das informações espectrais.

Dentre as perspectivas deste trabalho estão o teste de modos diferenciados de implementação da fusão de imagens, o estudo de um maior número de casos específicos de fusão que tenham demonstrado maior distorção espectral nos processos de fusão já difundidos, a aplicação dos métodos já avaliados com imagens oriundas de outros sistemas sensores, além da investigação da utilização da CLAHE em processos de fusão destinado a diferentes aplicações.

Entre as perspectivas futuras deste trabalho está a implementação e análise dos métodos testados com a Wavelet não Decimada e com imagens oriundas de sistemas sensores diferentes, avaliando as vantagens da aplicação do inovador método reiterado proposto neste trabalho.

Referências Bibliográficas

- [1] ABADPOUR, a.; KASAEI, S. A New Parametric Linear Adaptive Color Space and its PCA? Based Implementation. In. **International Workshop on Computer Vision - IPM**, Tehran, 2004.
- [2] BRIGHAM, E. Oran. **The fast Fourier Transform**. Englewoods Cliffs: Pretience-Hall, 1974
- [3] CASTLEMAN, K. R. **Digital Image Processing**. New Jersey: Pretience-Hall, 1996.
- [4] CATTANI, C. Shannon Wavelets Theory. **Mathematical Problems in Engineering**, p. 24, 2008.
- [5] CENTENO, J. A. S. **Sensoriamento Remoto e Processamento de Imagens Digitais** Curitiba: Ed. UFPR, 2004.
- [6] CHOI, M. A new intensity-hue-saturation fusion approach to image fusion with a tradeoff parameter. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**. v.44, n.6, p. 1672-1682, jun. 2006.
- [7] CROSTA, A. P. **Processamento digital de imagens de sensoriamento remoto**. Campinas: IG/UNICAMP. 1992, 170p.
- [8] EMBRAPA MONITORAMENTO POR SATÉLITE. **Sistemas Orbitais de Monitoramento e Gestão Territorial**. Campinas: Embrapa Monitoramento por Satélite, 2009. Disponível em: <<http://www.sat.cnpm.embrapa.br>>. Acesso em: 19 set. 2011.
- [9] FONSECA, L. M. G. ; NAMIKAWA, L. M. ; CASTEJON, E. F. ; CARVALHO, L. A. S. ; PINHO, C. M. D. ; PAGAMISSE, A. Image Fusion for Remote Sensing Applications. In: Yufeng Zheng (Org.). **Image Fusion and Its Applications**: InTech, 2011 p. 153-178.

- [10] FOWLER, J. E. The Redundant Discrete Wavelet Transform and Additive Noise. **IEEE Transactions on Signal Processing Letters**. v.12, n.9, p. 629-632, set. 2005.
- [11] GOMES, j.; VELHO, L. **Computação Gráfica: Imagem**. Rio de Janeiro: IMPA, 2002.
- [12] GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E.; EDDINS, S. L. **Digital Image Processing Using Matlab**. New Jersey: Prentice Hall, 2004.
- [13] GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. **Digital Image Processing**. New Jersey: Prentice Hall, 2008.
- [14] GONZÁLEZ-AUDÍCANA, M.; SALETA, J. L.; CATALÁN, R. G.; GARCÍA, R. Fusion of Multispectral and Panchromatic Images Using Improved IHS and PCA Mergers Based on Wavelet Decomposition. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**. v.42, p. 1291-1299, jun. 2004.
- [15] HEGDE, G. P.; DEGDE, N.; MURALIKRISHNA, I. V. Measurement of Quality Preservation of Pan-sharpened Image. **International Journal of Engineering Research and Development**. v. 2, n. 10, p. 12-17, 2012.
- [16] IBGE. **Introdução ao Processamento Digital de Imagens**. Rio de Janeiro: IBGE, 2001. (Manuais Técnicos em Geociências n.9).
- [17] JACK, K. **Video demystified: a handbook for the digital engineer**. Eagle Rock: LLH Technology Publishing, 2001.
- [18] JOLLIFFE, I. T. **Principal Component Analysis**. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [19] KATZNELSON, Y. **An introduction to Harmonic Analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1968.
- [20] LEDLEY, R.S.; BUAS, M.; GOLAB, T.J. Fundamentals of true-color image processing. **Proc. 10th IEEE Conf. on Pattern Recognition**. Los Alamos, v.1, p. 791-795, 1990.
- [21] LEONARDI, F.; OLIVEIRA, C. G.; FONSECA, L. M. G.; ALMEIDA, C. M. Fusão de Imagens CBERS 2B: CCD-HRC. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, XIV, 2009, Natal. **Anais...** Natal: INPE, 2009, p. 6951-6958.
- [22] LI, H.; MANJUNATH, B. S.; MITRA, S. K. Multisensor image fusion using the wavelet transform. In. **Proc. of the IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)**. v. 1, P. 51-55, 1994.

- [23] LILLESAND, T. M.; KIEFER, R. W. **Remote sensing and image interpretation**. 2. ed. New York:John Wiley & Sons, 1994.
- [24] MAGALHÃES, M. N. **Probabilidade e Variáveis Aleatórias**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2006.
- [25] MALLAT, S. **A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way**. 2. ed. Burlington:Elsevier, 2008.
- [26] MAY, A. M. B.; PINDER, J. E.; KROH, G. C. A comparison of Landsat Thematic Mapper and SPOT multi-spectral imagery for the classification of shrub and meadow vegetation in northern California, U.S.A. **International Journal of Remote Sensing**. v.18, n.18, p. 3719-3728, dec. 1997.
- [27] MISITI, M.; MISITI, Y.; OPPENHEIM, G; POGGI, J. **Wavelet Toolbox: For Use with MATLAB**. Natick: The MathWorks, 1997. Disponível em: < http://www.mathworks.com/help/pdfdoc/wavelet/wavelet_u.pdf > . Acesso em: 3 mar. 2011.
- [28] NOVO, E.M.L.M; PONZONI, F.J. **Introdução ao Sensoriamento Remoto**. São José dos Campos, SP: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais ? INPE, 2001.
- [29] O’GORMAN, L.; SAMMON, M.; SEUL, M. **Practical algorithms for image analysis: description, examples, programs and projects**. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 2007.
- [30] OTSU, N. A thresholding selection method from gray-level histograms **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v.9, n.1, p. 62-66, 1979.
- [31] PAPA, J. P.; MASCARENHAS, N. D. A.; FONSECA, L. M. G. Image Restoration using non-decimated wavelet transform and row-actions projections. In: BRAZILIAN SYMPOSIUM ON COMPUTER GRAFICS AND IMAGE PROCESSING, XVIII, 2005, Natal. **Anais...** Natal: SIBGRAPI-UFRN/SBC, 2005.
- [32] PARK, J. H.; KIM, K. O.; YANG, Y. K. Image fusion using multiresolution analysis. In: **International Geoscience and Remote Sensing Symposium**, v. 2, p. 864-866, 2001.
- [33] PISANO, E. D.; ZONG, S.; HEMMINGER, B. M.; DELUCA, M.; JOHNSTON, R. E.; MULLER, K.; BRAEUNING, M. P.; PIZER, S. M. Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization Image Processing to Improve the Detection of Simulated Spiculations in Dense Mammograms. **Journal of Digital Imaging**. Chapel Hill, v.11, n.4, p. 193-200, nov. 1998.

- [34] PRADHAM, Pushkar; YOUNAN, Nicolas H.; KING, Roger L. In: STATHAKI, Tania. **Image fusion: Algorithms and Applications**. Londres: Elsevier, 2008. p. 393 - 428.
- [35] PRATT, W. K. **Digital Image Processing: PIKS Scientific inside**. 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.
- [36] ROYDEN, H. L. **Real Analysis**. New York: Macmilian Publishing Company, 1988.
- [37] SHO, W.; ZHU, C.; TIAN, Y.; NICHOL, J. Wavelet-based image fusion and quality assessment. **International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation**, v. 6, p. 241-251, 2005.
- [38] SILVA, P. Q. **Reconhecimento automático de alvos em imagens multiespectrais e hiperespectrais baseado em modelo, nos eigenspaces e na KLT - Karhunen-Loève Transform**. 2003. Tese (Doutorado em Geociências Aplicadas) - Instituto de Geociências, Universidade de Brasília, Brasília, 2003.
- [39] SILVA, F. C. **Implementação e avaliação de métodos de fusão para geração de imagens coloridas de alta resolução**. 2009. 91 f. Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) - INPE, São José dos Campos, 2009.
- [40] SMITH, A. R. Color gamut transform pairs. In: 5th ANNUAL CONFERENCE ON COMPUTER GRAPHICS AND INTERACTIVE TECHNIQUES, 1978, New York. **Anais...** New York: ACM, 1978. p. 12-19.
- [41] SOLOMON, C.; BRECKON, T. **Fundamentals of Digital Image Processing: A Practical Approach with Examples in Matlab**. Chichester: John Wiley & Sons, 2011.
- [42] SOUTO, Roberto Pinto. **Segmentação de imagem multiespectral utilizando-se o atributo matiz**. São José dos Campos: INPE, 2000. Disponível em www.obt.inpe.br/pgsere/Souto-R-P-2000/publicacao.pdf. Acesso em: 16 out. 2006.
- [43] SWAIN, P.; DAVIS, S. **Remote Sensing: The quantitative Approach**. New York: Mc. Graw-Hill, 1978.
- [44] TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros: eletricidade e magnetismo**. Tradução: Fernando Ribeiro da Silva, Mauro Esperanza Neto. Rio de Janeiro: LTC, 2006.
- [45] TU, T; CHENG, W; CHANG, C.; HUANNING, P; CHANG J. Best Tradeoff for High-Resolution Image Fusion to Preserve Spatial Details and Minimize Color

-
- Distortion. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**, Taoyuan, v.4, p. 302-306, 2007.
- [46] TU, T.; SU, S; SHYU, H; HUANG, P. A new look at IHS-like image fusion methods. **Information Fusion**, Taoyuan, v.2, p. 177-186, 2001.
- [47] WALD, L. Quality of high resolution synthesized images: is there a simple criterion?. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUSION OF EARTH DATA, 2000, Sophia Antipolis. **Anais...Nice: SEE/URISCA**, 2000. 168 p.
- [48] WANG, Z.; BOVIK, A. C. A Universal Image Quality Index. **IEEE Signal Processing Letters**, v.20, n.5, p. 1-4, mar. 2002.
- [49] WANG, Q.; SHEN, Y.; ZHANG, J. K. A nonlinear correlation measure for multivariable data set. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 200, n. 3-4, p. 287-295, 2005.
- [50] WANG, Q.; SHEN, Y.; ZHANG, Y.; ZHANG, J. Q. Fast quantitative correlation analysis and information deviation analysis for evaluating the performances of image fusion techniques. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 53, n. 5, p. 1441-1447, 2004.
- [51] WANG, Z.; ZIOU, D.; ARMENAKIS, C.; LI, D.; LI, Q. A comparative analysis of image fusion methods. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v.43, n.6, p. 1391-1402, jun. 2005.
- [52] WEEKS, M. **Digital Signal Processing Using Matlab and Wavelets**. Hingham: Infinity Science Press LLC, 2007.
- [53] ZHANG, Y. Methods for Image Fusion Quality Assessment - A review, Comparison and Analysis. In: THE INTERNATIONAL ARCHIVES OF THE PHOTOGRAMMETRY, REMOTE SENSING AND SPATIAL INFORMATION SCIENCE, v.37, 2008, New Brunswick. **Anais...** New Brunswick: Departament of Geodesy and Geomatics Angineering of the University of New Brunswick, 2008. p. 1101-1109.