



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Faculdade de Ciências

Câmpus de Bauru

Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência

LEANDRO JOSUÉ DE SOUZA

**UMA HERMENÊUTICA DA SÉRIE “O PROFESSOR DE
MATEMÁTICA EM AÇÃO”**



Bauru

2023

LEANDRO JOSUÉ DE SOUZA

Uma hermenêutica da Série “O Professor de Matemática em Ação”

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Faculdade de Ciências, Câmpus de Bauru, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência, na Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a. Maria Ednéia Martins

Bauru

2023

Souza, Leandro Josué de.

Uma hermenêutica da Série "O Professor de Matemática em Ação" / Leandro Josué de Souza, 2023

390 p.

Orientadora: Maria Edneia Martins

Tese (Doutorado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2023

Análise de Livros; 2. Hermenêutica de Profundidade; 3. Matemática Recreativa; 4. Formação de Professores. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Bauru



ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE LEANDRO JOSUÉ DE SOUZA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 30 dias do mês de outubro do ano de 2023, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de TESE DE DOUTORADO de LEANDRO JOSUÉ DE SOUZA, intitulada **Uma hermenêutica da série O professor de Matemática em ação: o que circula pelos livros de uma série**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Profa. Assoc. MARIA EDNÉIA MARTINS (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências - Unesp Bauru, Prof. Dr. BRUNO ALVES DASSIE (Participação Virtual) do(a) Departamento de Sociedade, Educação e Conhecimento / Universidade Federal Fluminense, Prof. Dr. FERNANDO GUEDES CURY (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Prof. Dr. ANTONIO VICENTE MARAFIOTI GARNICA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências - Unesp Bauru, Profa. Dra. MARIA CÉLIA LEME DA SILVA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Ciências Exatas e da Terra / Universidade Federal de São Paulo. Após a exposição pelo doutorando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Profa. Assoc. MARIA EDNÉIA MARTINS

Assinado de forma
digital por Maria
Edneia
Martins:26126078896
Dados: 2023.10.30
18:47:31 -03'00'



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Faculdade de Ciências
Campus Universitário de Bauru
Seção Técnica de Pós-Graduação



PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DO ALUNO:
LEANDRO JOSUÉ DE SOUZA.

DE:

"Uma hermenêutica da série O professor de Matemática em ação: o que circula pelos livros de uma série"

PARA:

" Uma hermenêutica da Série "O Professor de Matemática em Ação"".

Bauru, 30 de outubro de 2023.

Assinado de forma digital
por Maria Edneia
Martins:26126078896
Dados: 2023.10.30
18:46:39 -03'00'

Prof. Assoc. Maria Ednéia Martins
Orientador

AGRADECIMENTOS

A finalização de uma tese é, definitivamente, a parte mais difícil de toda a empreitada realizada em uma pós-graduação. Mas a escrita dos agradecimentos não facilita nem um pouco este trabalho. Com a fugacidade da memória, como recordar de todos(as) que nos estenderam às mãos nas horas difíceis desta grande aventura? Aventura que quase enlouquece-nos e, ao mesmo tempo, felicita-nos e amadurece-nos. São tantas as pessoas que gostaria de agradecer, que minha mente começa a se sobrecarregar e levar-me a refletir sobre a impossibilidade de apontar todos(as) aqueles(as) que, direta ou indiretamente, contribuíram com o nosso trabalho. Sendo assim, abaixo tento elencar alguns(algumas) dos(as) principais participantes desta jornada, mas já adianto meu pedido de desculpas por aqueles(las) que não me recordei a tempo de finalizar esses escritos. Talvez eu devesse ir escrevendo, simultaneamente à produção do trabalho, os nomes de cada um que me apoiou...

Quero, em primeiro lugar, agradecer a toda dedicação, apoio, compreensão e parceria que recebi de minha orientadora, Maria Ednéia Martins, que nunca se abdicou de ter dado sua opinião e lutado em prol do sucesso deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Assim, agradecemos a contribuição essencial para a condução desta pesquisa.

Ao Ghoem – Grupo História Oral e Educação Matemática, fonte inesgotável de pessoas interessadas e dispostas a ajudar. Lugar de amizades, de refazimento e de aprendizado. As sugestões e as críticas recebidas nos nossos encontros foram fundamentais na minha constituição como pesquisador e futuro professor do Magistério Superior.

Agradeço aos membros das Bancas Examinadoras de Qualificação e Defesa – professores Vicente, Maria Célia, Bruno, Fernando e Deise. Todos são exemplos de dedicação e trabalho junto ao campo da Educação Matemática, sendo, além de examinadores, modelos a serem seguidos. É inimaginável a quantidade de contribuições, mesmo entre aquelas não acatadas, que me ajudaram a perceber nuances da minha formação e ampliar a confiança na minha capacidade de pesquisador.

Quero agradecer aos membros do Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência, funcionários e docentes, que me ajudaram a resolver problemas e contribuíram com a ampliação dos meus conhecimentos acerca do funcionamento de teorias e de questões

administrativas de um programa de pós-graduação. Com todos eles aprendi sobre a relevância da honestidade acadêmica e da criatividade no trabalho que almejo executar cotidianamente.

Agradeço aos meus orientandos de Iniciação Científica, Diego e Raquel, pela grande dedicação que empregaram nas suas pesquisas e pelas contribuições que trouxeram para o meu trabalho.

Agradeço especialmente à minha esposa, um dos grandes pilares de sustentação de minha vida, confidente de meus temores, dores, anseios, vitórias e grande torcedora pelo meu sucesso.

Agradeço aos meus pais, Silene e Carlos Robson, outros pilares que me fortaleceram diante do meu caminhar. Sem eles, eu não estaria aqui e por isso eu sempre serei grato. Ainda mais, por muito ter de me privar da presença deles, para poder conduzir com esmo esse trabalho. Também agradeço aos demais membros de minha família como irmão, sogro, sogra, cunhadas, tios, tias etc. que de alguma forma torceram e compreenderam minhas ausências. Não poderia me esquecer de agradecer às minhas avós, Catharina e Zilda, que faleceram durante esta jornada, e que não puderam vê-la acabada, mas que zelam por mim de onde estiverem.

Aos queridos amigos de caminhada que sempre torceram e me empurraram à frente: Luís Gustavo, Mírcia, Thiago Micelli, Kátia Guerchi, Mariana Boaretti, Danilo Azevedo, Francisco Senna, Maria Luiza, Ernando Cezar e tantos outros que não tenho espaço suficiente para apontar e nem boa memória para recordar, mas que foram essenciais.

E, finalmente, mas não menos importante: quero agradecer a Deus, que permitiu, com sua infinita bondade, a condução e conclusão exitosa deste trabalho.

RESUMO

Souza, L. J. de. **Uma hermenêutica da Série “O Professor de Matemática em Ação”**. 2023. 390f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência), Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Bauru, SP, 2023.

Este trabalho apresenta uma análise hermenêutica dos cinco volumes da série *O Professor de Matemática em Ação* publicada pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014. Os livros desta série são parte do Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa, que se integra ao Acervo de Livros Antigos do Grupo História Oral e Educação Matemática. Os livros foram publicados por um conjunto de autores, liderados pelo Ruy Madsen Barbosa, reconhecido no campo da Educação Matemática brasileira. O trabalho teve inspiração metodológica na Hermenêutica de Profundidade de John Brookshire Thompson. A tese está estruturada em formato de um conjunto de notas de pesquisa que, de modo geral, se subdivide em três capítulos que retratam os movimentos analíticos da Hermenêutica de Profundidade, que são os movimentos de análise social e histórica, análise formal ou discursiva e (re)interpretação. As notas que compõem a tese tratam, cada uma delas das seguintes temáticas: um estudo sobre a Matemática Recreativa, um estudo da vida dos autores e grupos de pesquisa que se vincularam às obras, um estudo da história por trás do Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa, um texto geral sobre as principais percepções materiais destes volumes e, por fim, uma análise (re)interpretativa que ressalta, como resultado principal, a cultura e a ideologia que perpassam e que são alimentadas pela forma simbólica estudada, evidenciando a presença dessas concepções nos estudos que fizemos visando compreender a própria Matemática Recreativa.

Palavras-chave: Análise de Livros. Hermenêutica de Profundidade. Matemática Recreativa. Formação de Professores.

ABSTRACT

Souza, L. J. de. **A hermeneutics of the Series “O Professor de Matemática em Ação”**. 390f. Dissertation (Ph.D. in Education for Science), School of Sciences, São Paulo State University (UNESP), Bauru, SP, 2023.

This work presents a hermeneutic analysis of the five volumes of a book series called *O Professor de Matemática em Ação*, published by Autêntica Editora between the years of 2009 and 2014. The book series is part of the Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa, which pertains to the Acervo de Livros Antigos of the Grupo História Oral e Educação Matemática research group. The books were published by a group of authors, led by Ruy Madsen Barbosa, who is recognized in the Brazilian field of Mathematics Education. The work was methodologically inspired by John Brookshire Thompson's Depth Hermeneutics. The thesis is structured in the form of a set of research notes which, in general, are subdivided into three chapters that portray the analytical movements of Depth Hermeneutics, which are the movements of social and historical analysis, formal or discursive analysis and (re)interpretation. The notes that make up the whole thesis, each one of them, deal with the following themes: a study of Recreational Mathematics, a study of the lives of the authors and research groups that were linked to the production of the books, a study of the history behind the Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa, a general text on the main material perceptions of these volumes and, finally, a (re)interpretative analysis that highlights, as its main result, the culture and ideology that permeate and are fed by the symbolic form studied, highlighting the presence of these conceptions in the studies we accomplished in order to understand the Recreational Mathematics itself.

Keywords: Book Analysis. Depth Hermeneutics. Recreational Mathematics. Teacher Training.

Sumário

INTRODUÇÃO	14
<i>Eu Autor.....</i>	<i>14</i>
<i>A proposta de hermenêutica para os Livros da Série O Professor de Matemática em</i>	
<i>Ação.</i>	<i>17</i>
<i>Apresentando a tese.....</i>	<i>21</i>
<i>Referências</i>	<i>23</i>
CAPÍTULO I: METODOLOGIA.....	25
UMA METODOLOGIA DE PESQUISA CONSTITUÍDA EM TRAJETÓRIA: A HERMENÊUTICA DE	
PROFUNDIDADE COMO REFERÊNCIA	26
<i>Introdução</i>	<i>26</i>
<i>Expressões Importantes: o que é inspiração metodológica e metodologia em trajetória?</i>	
<i>.....</i>	<i>28</i>
<i>O Referencial Teórico e Metodológico da Hermenêutica de Profundidade</i>	<i>30</i>
<i>Considerações Finais</i>	<i>42</i>
<i>Referências</i>	<i>42</i>
HERMENÊUTICA DE PROFUNDIDADE: DISCUSSÕES TEÓRICAS SOBRE O SEU FAZER	
METODOLÓGICO, LIMITAÇÕES E POTENCIALIDADES	46
<i>Introdução</i>	<i>46</i>
<i>Formas Simbólicas e a Hermenêutica de Profundidade</i>	<i>47</i>
<i>Três abordagens diferentes e possíveis com a Hermenêutica de Profundidade:</i>	
<i>potencialidades e limitações.....</i>	<i>51</i>
<i>Considerações Finais</i>	<i>72</i>
<i>Referências</i>	<i>73</i>
CAPÍTULO II: ANÁLISE SOCIAL E HISTÓRICA	76
MATEMÁTICA RECREATIVA AO LONGO DOS ANOS: UMA EXPRESSÃO POLISSÊMICA	78
<i>Introdução</i>	<i>78</i>
<i>Discussão.....</i>	<i>80</i>
<i>Considerações Finais</i>	<i>98</i>
<i>Referências</i>	<i>100</i>
FORMAÇÃO E ATUAÇÃO PROFISSIONAL DOS AUTORES DA SÉRIE DE LIVROS O PROFESSOR DE	
MATEMÁTICA EM AÇÃO: ELEMENTOS PARA UMA BIOGRAFIA.....	104

<i>Introdução</i>	104
<i>Os autores da Série de Livros O Professor de Matemática em Ação</i>	106
<i>Considerações Finais</i>	127
<i>Referências</i>	129
ALGUMAS IDEIAS DO PROFESSOR RUY MADSEN BARBOSA SOBRE LIVROS DIDÁTICOS E AS EDITORAS QUE ELE PUBLICOU: UMA TRAJETÓRIA ATÉ A SÉRIE <i>O PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AÇÃO</i>	132
<i>Introdução</i>	132
<i>Concepções do autor sobre os livros para o ensino de Matemática</i>	133
<i>Editoras em que Publicou</i>	141
<i>Considerações Finais</i>	148
<i>Referências</i>	151
O ACERVO PESSOAL RUY MADSEN BARBOSA: MOBILIZAÇÃO POR UM GRUPO DE PESQUISA	153
<i>Introdução</i>	153
<i>Discussões teóricas sobre o trabalho com Acervos Pessoais</i>	154
<i>O Acervo de Livros Antigos do Ghoem e o Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa</i>	158
<i>Um acervo: disparando discussões pertinentes à formação de professores</i>	167
<i>Considerações Finais</i>	170
<i>Referências</i>	172
CAPÍTULO III: ANÁLISE FORMAL OU DISCURSIVA	174
ANÁLISE FORMAL DOS VOLUMES DA SÉRIE <i>O PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AÇÃO</i>	177
<i>Introdução</i>	177
<i>Breve Apresentação dos Cinco Volumes</i>	182
<i>Descrições Gerais sobre a Série de Livros</i>	189
<i>Considerações Finais</i>	205
<i>Referências</i>	212
CAPÍTULO IV: (RE)INTERPRETAÇÃO	215
UMA INTERPRETAÇÃO POSSÍVEL DOS LIVROS DA SÉRIE <i>O PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AÇÃO</i>	216
<i>Considerações finais</i>	238
<i>Referências</i>	239
CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O TRABALHO	244

APÊNDICES	252
APÊNDICE 1	253
ANÁLISE DESCRITIVA DO PRIMEIRO VOLUME DA SÉRIE <i>O PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM</i>	
AÇÃO.	253
<i>Introdução</i>	253
<i>Análise Descritiva do Primeiro Volume</i>	254
<i>Considerações Finais</i>	277
<i>Referências</i>	283
APÊNDICE 2	285
ANÁLISE DESCRITIVA DO SEGUNDO VOLUME DA SÉRIE <i>O PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM</i>	
AÇÃO.	285
<i>Introdução</i>	285
<i>Análise Descritiva do Segundo Volume</i>	286
<i>Considerações Finais</i>	308
<i>Referências</i>	314
APÊNDICE 3	315
ANÁLISE DESCRITIVA DO TERCEIRO VOLUME DA SÉRIE <i>O PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM</i>	
AÇÃO.	315
<i>Introdução</i>	315
<i>Análise Descritiva do Terceiro Volume</i>	316
<i>Considerações finais</i>	332
<i>Referências</i>	335
APÊNDICE 4	336
ANÁLISE DESCRITIVA DO QUARTO VOLUME DA SÉRIE <i>O PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM</i>	
AÇÃO.	336
<i>Introdução</i>	336
<i>Descrição</i>	337
<i>Considerações Finais</i>	363
<i>Referências</i>	365
APÊNDICE 5	366
ANÁLISE DESCRITIVA DO QUINTO VOLUME DA SÉRIE <i>O PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AÇÃO.</i>	
.....	366
<i>Introdução</i>	366

<i>Descrição</i>	368
<i>Considerações Finais</i>	385
<i>Referências</i>	389

Introdução

Este primeiro texto visa apresentar uma breve trajetória do autor desta tese, oferecer uma visão panorâmica da pesquisa de doutorado cujo objetivo foi realizar uma hermenêutica da série¹ de livros *O professor de Matemática em Ação*, bem como apresentar informações sobre os capítulos que perfazem esse relatório. Esclarecemos que quando tratando da história deste autor vamos tecê-la na primeira pessoa do singular e os demais textos serão apresentados na primeira pessoa do plural, por entendermos que são frutos de reflexões do autor junto com sua orientadora, com o grupo de pesquisa e outros pares em eventos científicos.

Eu Autor

Por assumir que minha trajetória pessoal e profissional pode auxiliar o leitor a conhecer mais sobre o Eu autor, trago aqui alguns elementos destes meus percursos. Nascido e criado na periferia de São José do Rio Preto, estado de São Paulo, sempre estudei em escolas públicas. No ensino médio estudei em uma Escola Técnica Estadual do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza (CEETEPS). Terminada a Educação Básica, fiz o cursinho popular na UMES – União Municipal dos Estudantes Secundaristas – e entrei no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas (Ibilce) de São José do Rio Preto. Mas, a princípio, eu não pretendia dar aulas.

Terminado o curso fui morar, por aproximadamente quatro anos, nos Estados Unidos, onde acompanhava minha esposa enquanto ela cursava o doutorado. Enquanto estava por lá, aprendi o inglês e atuei como professor por cerca de três anos, tendo a oportunidade de me apaixonar pela profissão de professor. Ao retornar para o Brasil, decidi lecionar aulas de Matemática e me deparei com a triste realidade das escolas públicas brasileiras. Vivenciando

¹ Encontramos muita dificuldade ao tentar compreender a diferença entre uma série e uma coleção de livros. Um dos lugares que encontramos informações foi no site da Câmara Brasileira de Livros, responsável pelo ISBN. Lá, aprendemos a seguinte diferenciação: Coleção é quando a obra é parte de uma continuidade de títulos ou a obra é uma coleção completa. Caso a coleção seja organizada em volumes você pode preencher o número do volume referente a obra a ser atribuída ISBN, além de acrescentar o nome da coleção. Já a Série, assim como na série, pode conter uma continuidade e ser acrescentado um nome série. Veja que essa diferenciação não é muito esclarecedora, e outras definições diferentes foram encontradas em diferentes sites que acessamos, mas sem serem de base acadêmica, o que acabou contribuindo para aumentar as nossas dificuldades. Logo, para evitar problemas teóricos, optamos por utilizar o termo série que é o mesmo utilizado pela Autêntica Editora no caso das obras que estudamos.

essa situação de precariedade das escolas, mas ainda apaixonado pela docência, decidi fazer mestrado para aprimorar minhas capacidades.

O mestrado foi orientado pela minha atual orientadora, a professora Maria Ednéia Martins, e coorientado pelo professor Antônio Vicente Marafioti Garnica. O trabalho, que também foi desenvolvido junto ao programa de pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Unesp de Bauru, teve bolsa de estudos financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e envolveu a tradução e a produção de algumas notas que pudessem contribuir com a produção de hermenêuticas futuras de alguns manuscritos escritos por Charles Sanders Peirce que estavam relacionados com uma Aritmética Elementar desenvolvida por ele, mas que não haviam sido publicados e nem sequer terminados. Os Manuscritos só foram publicados postumamente pela pesquisadora Carolyn Eisele em um livro intitulado *The New Elements of Mathematics by Charles Sanders Peirce* (Souza, 2017).

O contato com meus orientadores, durante o mestrado, me proporcionou uma aproximação com o grupo de pesquisa Ghoem, Grupo História e Educação Matemática, e vejo esse movimento como essencial na minha formação e na formação de todos aqueles que se vinculam ao Grupo. O Ghoem possui membros em várias partes do Brasil e é bastante reconhecido no campo da História da Educação Matemática brasileira e na Educação Matemática, de modo geral.

Junto ao grupo fui me sensibilizando quanto à relevância do movimento de estudo em conjunto, pois a interpelação que se estabelece ajuda a fortalecer seus membros e, conseqüentemente, reverbera positivamente no resultado dos trabalhos produzidos. Assim, percebo que a função do grupo perpassa compreensões coletivas e plurais acerca de algum tema debatido, leituras de textos de variados tipos, temas e graus de dificuldade diversos que podem contribuir com a formação e ação dos seus pesquisadores; além disso, o grupo também funciona como um solucionador de dificuldades encontradas nas pesquisas de cada um dos seus membros, a partir de discussões.

O mestrado também foi muito importante na minha constituição como pesquisador, pois foi através dele que tive a oportunidade de aprender sobre o que era pesquisar, o que era um trabalho acadêmico e, principalmente, aprender sobre o referencial metodológico que mobilizo hoje no meu trabalho de doutorado, a Hermenêutica de Profundidade. Também tive muito contado com o Acervo de Livros Antigos do nosso grupo. Para mim, o Acervo do Ghoem é um arcabouço de possibilidades, ou seja, é um repositório que conta com muitas obras que servem de fontes de pesquisa para vários pesquisadores, em vários momentos de

sua formação. Com todas essas potencialidades de fazer parte de um grupo de pesquisa já maduro e levando em consideração o gosto que adquiri pela pesquisa, optei por continuar minha caminhada de estudos.

Sabendo da relevância das obras do acervo do grupo, pensei em escolher uma de suas obras para investigar. No ano de 2017, com o falecimento do professor Ruy Madsen Barbosa exatamente no dia 6 de julho, o professor José Antônio Lopes (Bigode) herdou parte do seu acervo pessoal e optou por doá-la para o Acervo de Livros Antigos do Ghoem, pela razão da história do autor como professor da Unesp. A doação ocorreu com o consentimento da família do autor, recebendo apoio financeiro da Faculdade de Ciências para transportar as obras de Campinas para Bauru.

Com a chegada dos livros do acervo do professor Ruy ao Acervo de Livros Antigos do Ghoem, o projeto *Contribuições do Professor de Matemática Ruy Madsen Barbosa: organizando e estudando um acervo*, da professora Maria Ednéia, foi aprovado pelo Núcleo de Ensino da Unesp. Este projeto visava contribuir com a organização desses livros e a buscar por maneiras de estudá-los. Eu participei deste projeto e aproveitei para procurar nos materiais do acervo algum livro ou conjunto deles que me interessassem para conduzir minha pesquisa de doutorado. Foi nesse ínterim que entrei em contato com dois volumes, 3 e 5, dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação*². Estes livros me interessaram, pois eram livros que foram produzidos mais ao final da vida do autor, em todos eles o professor Ruy atuava ou como autor ou como coautor e, principalmente, eles refletiam em sua contracapa, uma vontade de trabalhar e oferecer aos seus leitores atividades recreativas que pudessem ser utilizadas no ensino de Matemática da Educação Básica. Assim, escrevi o projeto, participei do processo seletivo do Programa em Educação para a Ciência, no qual já havia cursado o mestrado.

Retornei para o doutorado no ano de 2019 e contei com uma bolsa CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Código de Financiamento 001. Mas nem tudo são flores! E em março de 2020 foram interrompidas as atividades presenciais do nosso Programa, devido ao agravamento do surto de Covid-19, que em seguida foi elevado ao grau de pandemia. A pandemia parou muitas atividades do nosso país, principalmente aquelas consideradas não essenciais, uma decisão difícil e com reverberações bastante alarmantes.

² É importante esclarecer que os demais volumes da série tiveram de ser adquiridos por nós, pois no acervo não havia todos os exemplares. Esses livros faltantes foram adquiridos pela professora Ednéia e gentilmente doados para o acervo do professor Ruy.

Nossa pesquisa não podia ser diferente e a distância do acervo de livros provocou algum impacto na mesma, claro que em menor nível do que aquelas que possuem a necessidade de atividade presencial. Não pudemos ter acesso às demais obras do autor que compõem o acervo, sem contar que essas restrições de acesso também paralisaram a continuação da organização do acervo. Também faltam ser organizados, catalogados e devidamente alocados materiais instrucionais, obras que foram fotocopiadas pelo autor, obras que estão avariadas etc.

Mesmo neste cenário, desenvolvemos nossa pesquisa, cujo relatório apresentamos aqui.

A proposta de hermenêutica para os Livros da Série O Professor de Matemática em Ação.

Figura 01 – Imagem das capas dos cinco volumes da série



Fonte: Site da Autêntica Editora, disponível em <https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/63>.

A pesquisa retratada por esta tese teve o objetivo de realizar uma hermenêutica dos cinco volumes da série *O Professor de Matemática em Ação*. Esses livros foram publicados entre os anos de 2009 e 2014 pela Autêntica Editora. Os dois primeiros volumes são *Conexões e educação matemática – brincadeiras, explorações e ações*, ambos publicados em 2009 e com autoria do professor Ruy Madsen Barbosa; o terceiro volume, *Conexões e educação matemática – belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons*, publicado em 2012, foi escrito pelos professores Ruy Madsen e Claudemir Murari; o quarto volume, *Geoplanos e redes de pontos – conexões e educação matemática*, publicado em 2013, foi escrito por membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP), tendo o professor Ruy Madsen como um dos autores e indicado na capa como coordenador da obra; o quinto e último volume, *Aprendo com jogos: conexões e educação matemática*, publicado em 2014, foi escrito por membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J), tendo o professor Ruy como um dos autores, além de ser indicado na capa do livros como

coordenador (Barbosa, 2009a, 2009b; Murari; Barbosa, 2012; Tiggemann *et al.*, 2013; Rodrigues *et al.*, 2014).

Na contracapa dos livros destaca-se a intenção de trabalhar com recreações matemáticas, o que nos levou a estudos específicos sobre Matemática Recreativa. Outro ponto que nos motivou a analisar essa série foi a participação do professor Ruy Madsen Barbosa na sua produção. Cabe dizer que a ênfase que demos à participação do professor Ruy é devida a ele ser um autor conhecido no cenário brasileiro, sendo que os demais autores têm bem menos publicações. Além disso, conseguimos bem mais informações sobre o professor Ruy do que sobre os demais autores. Ele atuou como professor da educação básica paulista no início de sua carreira, e depois no ensino superior por vários anos, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) de Araraquara, posteriormente encampada pela Unesp e também atuou na Unesp de São José do Rio Preto. Enquanto professor do ensino superior, foi livre docente e terminou sua carreira como professor titular. Além de sua atuação docente, também escreveu vários livros de Matemática, livros didáticos para a educação básica em um momento em que ele mais se vinculava com o Movimento da Matemática Moderna (MMM) e livros voltados para a formação de professores de matemática que abrange desde o período em que atuou no Movimento da Matemática Moderna até o final de sua carreira. Foi membro fundador do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) e do Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CRAEM), grupos que foram polos irradiadores do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Durante este movimento, ele contribuiu com a inserção do conteúdo de Matrizes no Ensino Médio brasileiro. Também atuou, em duas gestões, como presidente da regional paulista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem-SP). Quanto aos demais autores, eles, em geral, eram orientandos de pesquisas, alunos da Unesp de Rio Claro, tanto em pós-graduação quanto em outros âmbitos e colegas de trabalho em outras instituições de ensino superior. Acerca de sua formação, temos que eles possuem formações bastante variadas, que é, inclusive, celebrada na segunda orelha do quarto volume da série como tendo trazido “valorosa experiência” para o grupo de pesquisa, resultando nesta “rica obra”.

Definido o material a ser estudado e realizada esta apresentação inicial sobre sua relevância para a pesquisa, apresentamos nossa motivação pela escolha metodológica. Como no mestrado havíamos trabalhado com a Hermenêutica de Profundidade (HP), referencial idealizado por John Brookshire Thompson (2011), sabíamos das potencialidades deste para analisar os livros da série. Com a tarefa do mestrado concluída e a produção de diversos

textos oriundos deste trabalho³, certamente estávamos mais preparados e confiantes no uso do referencial para analisar os cinco volumes da série, o que certamente foi bem mais complexo do que aquele realizado durante o mestrado. Esta complexidade pode ser pensada em várias perspectivas: são cinco livros, os temas de cada volume são diferentes, sobre vários dos temas não tínhamos domínio e/ou conhecimento, há muitos autores, as abordagens variam nos diferentes volumes, os volumes têm muitas páginas... No entanto, ainda não estava muito clara esta complexidade e os desafios que enfrentaríamos na mobilização da Hermenêutica de Profundidade (HP).

Este referencial foi desenvolvido para analisar o que Thompson (2011) apresenta como a análise de formas simbólicas, que são produções humanas intencionais. Assim, as formas simbólicas podem estar na forma escrita, falada ou imagética, dando ao referencial um amplo leque de possibilidades de análises. Em linhas gerais, podemos explicar a HP como sendo subdividida em três movimentos analíticos distintos, porém que ocorrem em concomitância: análise social e histórica, análise formal ou discursiva e interpretação/reinterpretação, ou apenas (re)interpretação como preferimos nos referir.

A análise social e histórica é o movimento analítico que observa o contexto social e histórico relativo ao período de produção, transmissão e recepção da forma simbólica. Segundo Thompson (2011), as formas simbólicas não surgem num vácuo e sua materialidade representam o momento vivido no período de sua produção, sendo que esse contexto também influi em sua transmissão e recepção. Sendo assim, a forma simbólica é uma reposta do meio em que foi produzida e, portanto, uma análise que se negue a efetuar essas aferições não é outra coisa senão limitada.

A análise formal ou discursiva é o movimento que olha para dentro das formas simbólicas e observa sua materialidade visando perceber as nuances que estão nela contidas. É aqui que é possível perceber maneiras de comunicar que podem estar sendo utilizadas para estabelecer, sustentar ou subverter relações de dominação, além de nos permitir evidenciar a ideologia e a cultura que ela dissemina.

A (Re)Interpretação é um movimento que ocorre por um processo de síntese, alinhavando o que foi analisado nos movimentos anteriores, objetivando a produção de

³ Após o mestrado, com exceção dos trabalhos que produzimos em vários congressos científicos do qual tivemos a oportunidade de participar, os trabalhos mais relevantes produzidos a partir das notas confeccionadas na pesquisa de Souza (2017), foram: Souza, Garnica e Martins-Salandim (2018); Garnica, Souza e Martins-Salandim (2018); Garnica, Souza, Martins-Salandim (2020); Martins, Souza e Garnica (2021) e as notas que foram confeccionadas durante a dissertação, assim como a tradução integral dos manuscritos podem ser encontradas no livro que foi publicado por Souza e Garnica (2021).

afirmações plausíveis acerca da forma simbólica. Essas afirmações são facilitadoras, evidenciadoras e disparadoras de discussões relevantes relativas à forma simbólica em estudo. Essas discussões aproximam o hermenêuta das intenções do autor e permite aos seus leitores uma compreensão mais profunda do que foi a obra analisada e o que está atrelado a sua leitura.

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa fomos nos deparando com algumas questões, que mesmo não se tratando de uma questão de pesquisa, ajudaram a balizar as nossas ações no percurso deste trabalho: O que essa série faz circular acerca da Formação de Professores de Matemática, já que ela se apresenta com essa finalidade? O que ela faz circular sobre Matemática Recreativa, já que tem a pretensão de mobilizá-la? O que a torna esta série relevante ou não para o campo da Educação Matemática? O que estes livros trazem implícitos em si, em termos de vestígios que nos ajudam a melhor compreender a História da Educação Matemática no âmbito brasileiro? São essas e algumas outras, as questões que problematizamos e discutimos no decorrer do nosso trabalho.

Destacamos que fomos surpreendidos pela quantidade de dados que este trabalho gerou e o que foi necessário ser feito para compreender as formas simbólicas em estudo. Muitos destes resultados e estudos que obtivemos, apesar de importantes para a compreensão do que buscávamos, não se presentificam no relatório final. Alguns exemplos, são o estudo aprofundado que fizemos sobre Matemática Recreativa e sobre nomes importantes dela, como é o caso de Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan) e Martin Gardner, que neste relatório ficou apenas retratada por uma discussão acerca da pluralidade de suas definições. É importante constar aqui a existência destes estudos por dois motivos principais: primeiro, sem esses estudos, entendemos que o trabalho da hermenêutica ficaria comprometido, pois a falta deles não permitiria o aprofundamento e a compreensão necessária acerca da Matemática Recreativa e dos principais nomes relacionados com ela no Brasil e no mundo, sendo assim, é um trabalho enorme que fica de lado ou muito resumido em se tratando de sua presença no relatório final de pesquisa; em segundo lugar, devido à quantidade de trabalho e o alto grau de dificuldade na produção desses dados, é muito complexo para o pesquisador em formação compreender e aceitar deixar de fora todos esses procedimentos, buscas e estudos. Outros dados e análises, articulados na forma de notas, deixamos como apêndices nesta tese. Esta escolha se deu por temos conseguido produzir, a partir deles, um texto mais panorâmico sobre a série. Assim, fizemos mais uma etapa de síntese no tratamento dos dados e análises. Sendo assim, durante essa produção final, me vi aprendendo muito e tendo que tomar decisões difíceis quanto ao que de fato entra neste relatório.

Apresentando a tese

Apresentamos a tese em um formato de notas de um diário de pesquisa como fizemos no nosso trabalho de mestrado (Souza, 2017) visando resolver um problema que nos deparamos durante a defesa deste trabalho. Durante a banca de qualificação, entregamos um texto, separado por capítulos que era muito grande e prolixo e que foi, por sua vez, bastante criticado pela sua falta de objetividade. Acatamos a sugestão da banca para escrever o trabalho no formato *multipaper*. No entanto, no exame de defesa, ainda que tenha sido salientada a potencialidade dos textos serem lidos sem uma determinada ordem prévia, destacou-se que aos textos faltava uma estrutura de artigo. Assim, os referidos textos foram renomeados e readequados como notas de um diário de pesquisa, como já havíamos feito na dissertação de mestrado. Assim, essas notas também são textos independentes⁴ e, por essa razão, também oferecerem algumas informações que são repetidas em todas elas, visando deixar a sua leitura o mais independente possível uma da outra.

A decisão de seguir por esse caminho, corrobora com o modo que trabalhamos no mestrado, pois como já dito, neste período nós produzimos uma dissertação que foi escrita por meio de notas independentes que poderiam ser utilizadas, futuramente, para produzir uma hermenêutica dos manuscritos de Charles Sanders Peirce. Essas notas independentes fazem parte do mote da tese *multipaper*, pois os artigos neste formato de trabalho são também independentes. Daí, precisamos apontar que cada uma das notas produzidas, visando contribuir com o referencial teórico e metodológico da Hermenêutica de Profundidade retratam partes dos movimentos analíticos que realizamos nas obras estudadas e que o que basicamente foi feito, foi a alteração do formato de artigos que antes configurava os nossos textos para o formato de notas independentes.

Sobre a estrutura desta tese, temos que os nossos capítulos são temáticos e são compostos por notas independentes, porém criadas na intenção de subsidiar as discussões de acordo com a temática do capítulo que os aloca⁵. Os capítulos, por sua vez, são organizados em resposta às demandas do nosso referencial teórico e metodológico, visando retratar os seus

⁴ Aqui falamos textos independentes no sentido de que os nossos leitores podem ler cada um dos textos que produzimos de acordo com a sua vontade e curiosidade sem, com isso, prejudicar a compreensão total do trabalho. Não temos a intenção de dizer, contudo, que esses textos não possuem alguma relação entre eles que acabam resultando em uma compreensão mais específica do trabalho, no caso, na tese do trabalho.

⁵ Apontamos que a produção de notas independentes produz uma certa repetição em cada delas que é devida à necessidade de estabelecer o cenário da pesquisa.

três movimentos analíticos, somando a isso, um capítulo que discute a nossa inspiração metodológica. Mesmo essas notas sendo independentes, precisamos salientar, alguns paratextos deste relatório final, como a numeração das figuras, dos diagramas e das notas de rodapé, por exemplo, foram mantidas em uma contagem que não se reinicia a cada nova nota, pois acreditamos que essa ininterrupção pode ajudar os nossos leitores a melhor se localizarem durante a sua leitura do trabalho.

Dito isso, temos que o nosso primeiro capítulo traz duas notas que trataram da metodologia de pesquisa que mobilizamos, no caso a HP. Uma das notas, *Uma metodologia de pesquisa construída em trajetória: a Hermenêutica de Profundidade como referência*, aborda a metodologia que foi criada para a análise de nossos objetos de estudo com inspiração na HP. A segunda nota, *Hermenêutica de Profundidade: discussões teóricas sobre o seu fazer metodológico, limitações e potencialidades*, traz discussões de aprofundamento sobre a nossa compreensão acerca da metodologia, bem como discute acerca de limitações e potencialidades que percebemos no uso da HP.

O segundo capítulo versa sobre a análise social e histórica que produzimos sobre os livros da série *O Professor de Matemática em Ação*. Este capítulo possui quatro notas diferentes: *Matemática Recreativa ao longo dos anos: uma expressão polissêmica* que discute sobre as definições de Matemática Recreativa e suas amplas significações. Essa primeira nota é, segundo entendemos, uma discussão muito importante para compreender o movimento que os livros da série se propõem a fazer. Outro texto, intitulado *Formação e atuação profissional dos Autores da Série de Livros “O Professor de Matemática em Ação”*: *elementos para uma biografia*, apresenta os autores dos livros, na medida dos vestígios que encontramos e seus grupos de pesquisa. Na nota *Algumas ideias do professor Ruy Madsen Barbosa sobre livros didáticos e as editoras que ele publicou: uma trajetória até a série “O Professor de Matemática em Ação”*, debatemos acerca das funções atribuídas às editoras e como elas se subdividem no mercado editorial brasileiro. A última nota, *O Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa: mobilização por um grupo de pesquisa*, apresenta o acervo do professor Ruy e potencialidades e limitações que encontramos nele.

O terceiro capítulo é o que apresenta a análise formal ou discursiva do nosso referencial, no qual abordamos as obras de uma maneira geral. Este capítulo é composto por uma única nota, *Análise Formal dos volumes da série “O Professor de Matemática em Ação”*. Essa análise se pautou em análises descritivas de cada um dos cinco volumes da série, as quais apresentamos como cinco notas presentes nos apêndices desta tese.

O quarto capítulo é constituído por uma nota, *Uma interpretação possível dos livros da série “O Professor de Matemática em Ação”*. Esta nota versa sobre a (re)interpretação que fizemos dos textos e é neste texto que trazemos as nossas análises finais e percepções, assim como problematizações mais relevantes do estudo.

Referências

- Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Garnica, A. V. M.; Souza, L. J. de.; Martins-Salandim, M. E. Dos Manuscritos da Aritmética Elementar de Charles S. Peirce: uma breve apresentação e algumas considerações sobre sua tradução. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, p. 322-353, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a02>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.
- Garnica, A. V. M.; Souza, L. J. de.; Salandim, M. E. M. Sobre a aritmética elementar de C. S. Peirce. **Revista Pesquisa Qualitativa**, [S. l.], v. 8, n. 18, p. 454-477, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.33361/RPQ.2020.v.8.n.18.340>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.
- Martins, M. E., Souza, L. J. de., Garnica, A. V. M. Aritmética Elementar de Peirce: uma hermenêutica. In: GARNICA, A. V. M.; MARTINS, M. E. **Sobre interpretação de textos: estudos hermenêuticos em (história da) educação matemática**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2021. p. 133-149.
- Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Souza, L. J. de. **A Aritmética Elementar de Charles Sanders Peirce**: tradução e notas para uma hermenêutica. 276f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/150552>. Acesso em 27 de setembro de 2022.
- Souza, L. J. de.; Garnica, A. V. M.; Martins-Salandim, M. E. Dos Manuscritos da Aritmética Elementar de Charles S. Peirce: um cenário sócio-histórico. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 25, 22 maio 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/5160>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Souza, L. J. de.; Garnica, A. V. M. **A Aritmética Elementar de Peirce: tradução e comentários.** 1. ed. Curitiba: Appris, 2021.

Capítulo I: Metodologia

As duas notas que trazemos a seguir – *Uma metodologia de pesquisa construída em trajetória: a Hermenêutica de Profundidade como referência* e a segunda nomeada *Hermenêutica de Profundidade: discussões teóricas sobre seu fazer metodológico, limitações e potencialidades* – foram escritas objetivando efetuar apontamentos que consideramos importantes sobre a Hermenêutica de Profundidade, desenvolvida por John Brookshire Thompson, no livro *Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa*. Inicialmente, tratamos do procedimento metodológico que inspirou a constituição desta tese e, em segundo lugar, oferecemos apontamentos teóricos que visam esclarecer dúvidas e ampliar compreensões acerca deste referencial, com discussões importantes sobre ele e evidenciando algumas de suas limitações e potencialidades.

Uma metodologia de pesquisa constituída em trajetória: a Hermenêutica de Profundidade como referência

Introdução

Esta nota tem o objetivo de apresentar o referencial metodológico da Hermenêutica de Profundidade (HP), proposto por John Brookshire Thompson (2011) no livro *Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa*, e de abordar sobre como nos inspiramos nele para compor a metodologia da nossa pesquisa de doutorado. Também serão discutidos alguns procedimentos que contribuíram com a produção de dados para as análises efetuadas no trabalho.

A tese foi desenvolvida junto ao programa de pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Unesp de Bauru, foi financiada por meio de bolsa de estudos da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – com o Código de Financiamento 001 e os seus autores são membros do grupo de pesquisa Ghoem – Grupo História Oral e Educação Matemática. Todos esses rótulos, certamente, contribuíram com os principais encaminhamentos teóricos e metodológicos dados a essa pesquisa.

É relevante mencionar que nossa experiência com este referencial se deu no mestrado (Souza, 2017) que objetivou, a seu turno, traduzir e efetuar algumas notas de pesquisa que poderiam ser mobilizadas em um estudo dos manuscritos da Aritmética Elementar de Charles Sanders Peirce. Baseado nas notas produzidas por aquele trabalho, escrevemos alguns artigos, capítulos de livros e um livro que foram bastante importantes, ampliando nossas experiências no uso da HP. Os textos em questão, são: Souza, Garnica e Martins-Salandim (2018); Garnica, Souza e Martins-Salandim (2018); Garnica, Souza e Martins-Salandim (2020); Martins, Souza e Garnica (2021); e as notas que foram confeccionadas durante a dissertação somadas à tradução integral dos manuscritos foram divulgadas em um livro que foi publicado por Souza e Garnica (2021). Elencamos todos esses trabalhos pois acreditamos que eles serviram de exercícios analíticos que certamente nos deram experiência para participarmos do discurso metodológico sobre os usos da HP e contribuíram com nossas percepções acerca deste referencial para os dias atuais.

Essas percepções, além de serem facilitadas pela produção dos trabalhos anteriores, não teriam ocorrido se não fossem os aprendizados que se deram também por meio de muitos estudos que aconteceram tanto solitariamente quanto em grupos de pesquisa e estudo dos

quais participamos⁶. Devemos dar o devido crédito às várias discussões que fizemos com colegas e professores, nos corredores da Unesp, nos intervalos de congressos científicos e em conversas que aconteceram antes ou depois das reuniões e eventos do nosso grupo de pesquisa.

Nossa pesquisa de doutorado teve como objetivo efetuar uma hermenêutica dos cinco volumes de livros da série *O Professor de Matemática em Ação*, publicada pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014. Os Volume 1 e Volume 2, intitulados *Conexões e educação matemática – Brincadeiras, explorações e ações*, são de autoria do professor Ruy Madsen Barbosa (Barbosa, 2009a; 2009b); o Volume 3, *Conexões e educação matemática – Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons*, tem como autores os professores Ruy Madsen e Claudemir Murari (Murari; Barbosa, 2012); o Volume 4, *Geoplanos e redes de pontos – Conexões e Educação Matemática*, foi escrito em coautoria pelos membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP), do qual o professor Ruy era líder (Tiggemann *et al.*, 2013); e o Volume 5, *Aprendo com jogos – Conexões e Educação Matemática*, também foi escrito por membros de um grupo de pesquisa liderado pelo professor Ruy, o Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J) (Rodrigues *et al.*, 2014). Destacamos que os dois grupos são distintos e não possuem intersecção entre os seus membros, a não ser pelo professor Ruy Madsen Barbosa que os liderava e que é autor em ambos os volumes.

O professor Ruy tem uma participação importante em todos os livros, seja como autor, coautor ou referência nos textos apresentados.

Ruy Madsen Barbosa apresenta nesta série obras inovadoras sobre recreações matemáticas e material pedagógico para a sala de aula e para a formação do professor de matemática. Neste quarto volume, Ruy e suas colegas do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP) apresentam diferentes maneiras de explorar, brincar, contar, jogar e manusear objetos representados por pontos, quadrados, polígonos, malhas quadrangulares, geoplanos, entre outros, possibilitando extrair dessas ações educativas as propriedades conceituais matemáticas (Grupo Autêntica, 2013).

Assim, o nome do professor Ruy é evidenciado como coordenador da Série, especialmente nas sessões *Quem Somos*, na apresentação da editora e em algumas das capas e contracapas.

⁶ Uma metodologia de pesquisa construída em trajetória: a *Hermenêutica de Profundidade* como referência e o segundo foi nomeado *Hermenêutica de Profundidade: discussões teóricas sobre seu fazer metodológico, limitações e potencialidades*.

Expressões Importantes: o que é inspiração metodológica e metodologia em trajetória?

Quando falamos em *inspiração metodológica*, a palavra inspiração está aliada à nossa percepção de que o movimento metodológico de qualquer pesquisa não pode ser efetivamente replicado de uma pesquisa para outra⁷. Cada pesquisa é ímpar, seja por seu objeto de pesquisa, principalmente em termos dos vestígios que estão disponíveis para o pesquisador e que permitem que o exercício hermenêutico ocorra de uma determinada maneira e não de outra; seja pelos objetivos, pela pergunta de pesquisa – que também influencia, de acordo com a sua especificidade e grau de elaboração, nas possibilidades de análise do objeto em mãos; seja pelo referencial teórico etc.

Outrossim, o pesquisador se inspira em metodologias de pesquisa já existentes, mobilizando-as e até mesmo criando estratégias de uso que contribuam com os objetivos de análise delineados para sua pesquisa, que é específica. Assim, salientamos que, mesmo que o pesquisador se utilize de uma metodologia já mobilizada por outros, ele precisa, a seu turno, fazer algumas adaptações ou ajustes. Esses ajustes de certa maneira moldam, ou se encaixam, como peças de um jogo de montar, às necessidades da pesquisa, e formam um conjunto de ações ou de exercícios analíticos possíveis que coabitam em um mesmo fazer metodológico, visando responder aos objetivos gerais e específicos presentes no projeto.

Sendo assim, no trabalho do pesquisador, fica implícita a necessidade de uma discussão metodológica que permita ao seu(s) leitor(es) compreender(em) como o referencial metodológico utilizado foi “(re)modelado” ou, ainda, “(re)adaptado” para o efeito de responder às demandas da pesquisa. É por meio desta discussão que o referencial vai se estruturando e, portanto, oferecendo, nesse ínterim, colaboração teórica aos exercícios analíticos de pesquisas futuras. Essas novas pesquisas continuam, por sua vez, a disparar novas considerações, com reflexões metodológicas elaboradas para a execução de seus projetos, que farão parte dos relatórios finais que foram ou serão escritos depois das pesquisas já finalizadas. Assim, estabelece-se um movimento contínuo que se retroalimenta e que certamente despertará novos modos de aplicação metodológica, perfazendo o que não poderia

⁷ Este já era um posicionamento do Ghoem perante os usos e a confecção de uma metodologia para uma determinada pesquisa, principalmente em termos das pesquisas vinculadas com a Metodologia da História Oral. Segundo aprendemos no grupo, a metodologia é singular para cada pesquisa e isso ocorre devido às especificidades de cada objeto de pesquisa. A leitura de Thompson (2011) e os estudos que fizemos de outras teses e dissertações que mobilizaram a HP para efetuar as análises que buscavam de seus objetos de pesquisa nos levaram a perceber ainda mais a assertividade desta postura. Cabe apontar que Thompson (2011) não mobiliza esta terminologia para falar acerca de metodologias de pesquisa e que este conceito é muito empregado pelos membros do nosso grupo de pesquisa e, portanto, pensamos merecer destaque nesta nota.

ser percebido de uma outra forma senão como uma construção metodológica conjunta e em trajetória⁸.

Quando falamos em *metodologia em trajetória*, significa que um referencial, após ser utilizado, reelaborado e discutido em várias pesquisas diferentes sofre, com o passar do tempo, algumas modificações em termos da maneira como ele é compreendido e/ou mobilizado. Essas modificações resultam, a seu turno, no estabelecimento de novos modos de mobilização e quiçá de novas estratégias para efetuar as análises, que por sua vez se tornarão inovações que contribuirão com o desenvolvimento do referencial. Esse fazer metodológico em trajetória pode ser mais bem visto dentro de um determinado fluxo de tempo, quando pesquisadores mais novos revisam o que foi feito em pesquisas anteriores, buscando melhor compreender o referencial. Como consequência, utilizam algumas compreensões advindas dessas apropriações que os ajudam a efetuar uma melhor reelaboração ou readaptação do referencial de acordo com as demandas atuais. É assim que um referencial passa por algumas modificações a depender do campo de pesquisa no qual é mobilizado e do objeto de pesquisa em questão.

No caso do referencial da HP, no qual nos inspiramos, ele é utilizado por Thompson (2011) para analisar a ideologia e a cultura presentes em formas simbólicas criadas para serem utilizadas nos meios de comunicação de massa. Mas dentro do Ghoem este referencial foi primeiramente pensado por Oliveira (2008) para análise de livros didáticos⁹. Este objetivo de estudar livros didáticos foi aprofundado por Andrade (2012), que traduziu e fez uma hermenêutica de um livro não didático, mas voltado a discutir o ensino de matemática, escrito por Lacroix, articulando a HP com os Paratextos Editoriais. Silva (2013), por sua vez, analisou uma série de livros relacionada com o MSG. Já nós, em Souza (2017), traduzimos e analisamos um conjunto de manuscritos que nunca foram publicados por Peirce. Gonzales (2017), por sua vez, expandiu a mobilização da HP ao analisar um tipo de formação de professores – as licenciaturas parceladas – que ocorreu no estado do Mato Grosso do Sul aliando a HP com a História Oral. Azevedo (2017), a seu turno, também somou a HP aos Paratextos Editoriais para estudar livros contemporâneos de uma série preocupada com o “Mundo do Trabalho” e voltada à Educação de Jovens e Adultos, em que criou um paratexto na forma de questionário, visando encontrar detalhes do contexto de produção destas obras.

⁸ O texto seguinte tratará das potencialidades e limitações que percebemos na utilização da HP como referencial teórico e metodológico de pesquisa.

⁹ Livros didáticos, a nosso ver, podem ser considerados meios de comunicação de massa. Essa discussão ocorrerá mais adiante, no item seguinte.

Por fim, Gomes (2019) estudou, via HP, alguns números da revista intitulada *Documenta*, que apresentava os pareceres de pedidos de autorização, conversão e/ou reconhecimento de cursos voltados à formação de professores de Matemática, usando a História Oral para realizar uma entrevista para compreender elementos do processo de elaboração dos referidos pareceres.

Percebemos que os objetos de pesquisa foram sendo modificados no âmbito do nosso grupo de pesquisa, partindo de livros didáticos. E essas modificações certamente geraram adaptações que precisaram ser discutidas no âmbito do grupo, e em especial em cada uma destas pesquisas, esgarçando as compreensões dos pesquisadores acerca dos usos desse referencial. Essa ampliação, a nosso ver, é bastante benéfica para as discussões atinentes ao referencial da HP dentro do grupo, mas também para o campo de atuação da História da Educação (Matemática), no qual encontramos pesquisadores como Cardoso (2009), que analisou por meio deste referencial um conjunto de leis voltadas ao Ensino Médio.

Pensamos que essas discussões permitem uma interlocução mais madura e consistente acerca desse referencial, que está o sempre em tensionamento, amadurecimento, e, por isso mesmo, respondendo cada vez mais às necessidades particulares dos pesquisadores do nosso campo de interesse que buscam nesta metodologia uma forma de interpretar sua(s) forma(s) simbólica(s), que como já dissemos são sempre ímpares em termos de suas características.

O Referencial Teórico e Metodológico da Hermenêutica de Profundidade

A HP é um referencial que possibilita produzir análises acerca do que Thompson (2011) denomina de *formas simbólicas*. Formas simbólicas são produções humanas intencionais, ou seja, são artefatos, livros, aulas, vídeos, propagandas, enfim, tudo que pode ser percebido como tendo sido produzido por alguma pessoa com alguma intencionalidade. Assim, as formas simbólicas vão além dos materiais escritos e isso se dá pelo fato de Thompson (2011) entender que a interpretação do mundo, pelas pessoas, se dá por meio da leitura. Assim, baseado em Paul Ricoeur, o autor vai defender que tudo pode ser percebido como um texto¹⁰. Segundo ele, as construções de caráter simbólico podem ser vistas como textos e, por essa razão, estão sujeitas a interpretação pelos métodos da hermenêutica.

O referencial da HP possui três movimentos analíticos, interligados e concomitantes, porém distintos: Análise Social e Histórica, Análise Formal ou Discursiva e

¹⁰ O texto é algo criado pela leitura daquele que visualiza um determinado objeto na intenção de interpretá-lo ou conhecê-lo. Vale apontar, no entanto, que esse objeto não necessariamente precisa estar na forma de um texto.

Interpretação/Reinterpretação ou, como preferimos dizer, somente (Re)Interpretação¹¹. A Análise Social e Histórica tem o objetivo de reconstituir, com a maior proximidade possível, as condições sociais e históricas estabelecidas em termos do contexto de produção, transmissão e recepção das formas simbólicas. Quando falamos destes diferentes contextos é porque podem existir rupturas espacial e temporal, tanto social quanto histórica, entre esses três momentos. Esses contextos envolvem as formas simbólicas, desde o momento em que são produzidas até quando são mobilizadas e diferentes possibilidades podem se manifestar: ocorrer a produção e não necessariamente a transmissão da forma simbólica; mesmo que a transmissão ocorra, pode não haver a sua recepção pelo público-alvo; depois de ter sido produzida, a forma simbólica pode ter passado algum tempo sem ter sido transmitida para o público e, até mesmo depois de transmitida, pode ter levado algum tempo para ser consumida.

Para Oliveira (2008):

Reconstruir as condições sociais e históricas é diferente de reproduzi-las como se essas fossem um brinquedo de desmontar que podemos recompor para tê-lo novamente tal qual era originalmente. Reconstruir é construir novamente, mas dessa vez, uma apropriação criativa, como uma nova criação. Construo a minha significação das condições sócio-históricas porque toda construção é uma reconstrução, assim como toda interpretação é uma reinterpretação de um campo pré-interpretado (p.39).

Logo, essa reconstrução das condições sociais e históricas não objetiva se tratar de uma reprodução fiel do que essas condições foram, mesmo porque isso seria impossível. Essa reconstrução é uma nova criação, uma construção criativa que se apoia em indícios, teorias e argumentações que a tornam plausíveis. Vale lembrar que, apesar de haver plausibilidade nas constituições sociais e históricas produzidas, ainda é possível haver muitas outras construções, a depender das considerações mobilizadas e da criatividade do pesquisador.

¹¹ Frisamos que a nomenclatura original dada por Thompson (2011) para este último movimento é Interpretação/Reinterpretação. Nossa alteração está relacionada com o fato de que para o autor toda interpretação é uma reinterpretação de um campo já interpretado. Como Thompson é muito cuidadoso na nomenclatura deste movimento, inclusive apontando ambos os processos que ali ocorrem, pensamos ser mais fácil assumir este movimento como sendo reinterpretação, pois é o que efetivamente ocorre quando efetuamos uma hermenêutica. A hermenêutica nada mais é do que um processo de estudo que fomenta várias reinterpretações até o ponto que se está satisfeito com aquelas obtidas e que, então, se decide escrever sobre elas visando transmitir os achados da pesquisa. Tomamos o cuidado, ao efetuar essa alteração, de colocar os parênteses separando as letras re de interpretação visando evidenciar a existência dos dois processos que são cuidadosamente apontados por Thompson. A escolha pelos parênteses está vinculada ao fato de o uso das duas palavras separadas por uma barra ser algo mais utilizado pelos escritores da língua inglesa, o que deve ter sido também adotado pelo tradutor da obra para o português na intenção de manter a estética e as reais intenções do autor. Não ignoramos que o uso da barra separando duas palavras vem ganhando espaço nos textos brasileiros, mas ainda acreditamos que o uso de (Re)Interpretação fica mais adequado para esse efeito, mesmo sendo o uso dos parênteses mais conhecido quando posicionados no final da palavra.

Na proposta da Análise Social e Histórica, a HP propõe cinco exercícios analíticos, ou movimentos de investigação possíveis e relevantes de serem realizados, ainda que outros vieses e movimentos sejam possíveis, a depender da pesquisa em andamento. É preciso que fique bastante claro, porém, que essas sugestões feitas por Thompson (2011) no referencial da HP, precisam ser consideradas cautelosamente pelo hermeneuta, visando decidir quais delas precisarão ou são possíveis de serem efetivamente realizadas, a julgar pelos objetivos da pesquisa, as características e vestígios disponíveis e se podem ou não contribuir com essa análise. Sendo assim, essa avaliação deve ir ao encontro de solucionar as questões de pesquisa, seus objetivos e as características que são encontradas nas formas simbólicas. As cinco sugestões são:

- observar as **Situações Espaço-Temporais** para identificar peculiaridades do espaço e do período em que as formas simbólicas foram produzidas, circularam e foram recebidas. Essas obras, as quais estudamos – a série *O professor de Matemática em Ação* –, são resultado dos acontecimentos do período de sua produção, são oriundas de um contexto específico, respondendo a determinadas demandas e algumas necessidades específicas daquele tempo, refletindo valores e concepções. Nesse sentido, no caso da nossa pesquisa, o fato desses livros terem sido produzidos em São Paulo, em um determinado período, sob um determinado contexto social-histórico-político-cultural, discussões que estavam em voga, assim como do que se pensava naquele período em termos de assuntos como a formação de professores e as necessidades dos professores para aquela época, são aspectos relevantes para a hermenêutica que produzimos.
- compreender os **Campos de Interação** nos permitirá entender as posições e as trajetórias acessíveis e trilhadas pelo(s) nosso(s) autor(es), que de alguma maneira determinaram suas relações interpessoais e as oportunidades acessíveis a ele(s) naquela época. Neste sentido, tomamos uma decisão metodológica que contribuiu para a confecção das nossas análises sociais e históricas relacionadas, principalmente, com a vida do professor Ruy Madsen, que como já mencionamos, é um autor que assume uma posição de destaque na produção dos livros da série em estudo. Para nossas análises biográficas da vida do autor, seguimos o rastro da pesquisa realizada por Milanez (2020), na qual ela indica que há pesquisas para as quais o professor Ruy foi entrevistado:

Tenho consciência de que as entrevistas foram elaboradas com o propósito de cada pesquisador e de que esse propósito, de um modo ou de outro, está nos textos por eles produzidos, com suas impressões e interpretações, mas reinterpretações e aproveitamentos são possíveis, já que há, por exemplo, nessas entrevistas disponíveis, perguntas relacionadas à década de 1960, às atividades desenvolvidas pelo autor, suas crenças, seu trabalho como autor e professor etc. Já nos referimos a isso, mas convém reiterar: cada uma dessas entrevistas nos permite criar um Ruy Madsen Barbosa autor, e elas, junto a outros materiais que conseguimos juntar e organizar, nos permitiram criar o Ruy Madsen autor com o qual dialogamos aqui. Trata-se, portanto, de um autor criado em perspectiva, a partir dos diferentes autores que cada uma das perspectivas já registradas nos permite compor (Milanez, 2020, p. 20).

Corroboramos com Milanez (2020) sobre ser possível mobilizar as entrevistas que Ruy Madsen concedeu a outros pesquisadores, constituídas visando outros objetivos, diferentes dos nossos, para tentar nos aproximarmos de quem foi este autor que trabalhou na produção da série de livros que estudamos. Com a criação do nosso autor em perspectiva, como mencionado pela citação acima, entendemos que nos será possível melhor fundamentar as nossas (re)interpretações, tornando-as mais plausíveis. Cabe aqui mencionar, entretanto, que essas (re)interpretações são verdades parciais. Os documentos indiretamente “falam” com o pesquisador, que os mobiliza de acordo com os seus interesses de pesquisa, no intuito de obter respostas às suas perguntas e “respondendo” aos seus “anseios”. Como defende Marc Bloch (2002) “[...] os textos ou os documentos arqueológicos, mesmo os aparentemente mais claros e mais complacentes, não falam senão quando sabemos interrogá-los” (p. 79). Algumas entrevistas com as quais tivemos contato e que mobilizamos, não foram publicadas nos relatórios de seus pesquisadores, sendo que nos momentos em que tratamos das informações contidas nelas sempre há o devido cuidado de apontar, em notas de rodapé específicas, a procedência dessa informação. Conduzimos nossas análises também tecendo compreensões sobre relações entre os autores e o coordenador da série, os grupos de pesquisas que figuram como autores de dois dos volumes.

- olhar as **Instituições Sociais** que nosso(s) autor(es) transitou(aram), no nosso caso autores dos livros. É aqui que foi possível observarmos, na medida dos vestígios encontrados, as escolas em que estudou(aram) e a influência das mesmas sobre ele(s) e sobre a sociedade, sem nos esquecermos de considerar os locais em que ele(s) lecionou(aram). Temos também quais foram as editoras em que ele(s) publicou(aram) ou tentou(aram) publicar e qual era a relevância ou reconhecimento de cada uma delas; qual era o sistema de ensino vigente e como o(s) nosso(s) autor(es) com ele se relacionava(m); além de observarmos as sociedades de educação da época; os

Programas de Pós-Graduações com os quais os autores estiveram envolvidos etc. Para o caso específico dos autores da série que estamos estudando, por exemplo, temos olhado para a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), o Movimento da Matemática Moderna (MMM), o Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), o Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CRAEM) –, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) de Araraquara, que depois se tornou a Unesp, a Unesp de São José do Rio Preto, a Unesp de Rio Claro – particularmente para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, o Centro Universitário de Rio Preto (UNIRP), o Centro Universitário de Araraquara (UNIARA), o Instituto Municipal de Ensino Superior (IMES) de Catanduva, a Editora L.P.M., a Nobel Editora, a Autêntica Editora, a Livraria da Física etc.

- a **Estrutura Social** nos leva a atentarmos-nos para as assimetrias e simetrias relativas às instituições sociais e aos campos de interação. Aqui vamos evidenciar elementos das estruturas de poder, algumas micro outras macro, que reverberam de forma mais patente sobre os livros analisados e a vida dos autores. Nesse sentido, a título de exemplo, percebemos influências do professor Sangiorgi sobre a vida do professor Ruy, quando o indica para lecionar na FFCL de Araraquara, na liderança que o professor Ruy assumiu diante do CRAEM, assim como de outros grupos que ele liderou e, inclusive, na publicação de livros em coautoria como é o caso do GEP-J e do GGEP, as formações e atuações dos membros destes dois grupos. São situações como essas que interferem diretamente nas possibilidades que os autores tiveram ou deixaram de ter e que certamente contribuíram com a publicação das obras em estudo.
- os **Meios Técnicos de Construção e Transmissão** que visam observar as características da forma simbólica, no nosso caso, os livros publicados: o modo como eles são encadernados, suas diagramações, suas figuras, seus tamanhos e demais elementos, entre outros. Busca-se ao olhar para esses elementos visando perceber sua representatividade para a época em que eles foram produzidos e recebidos pela sociedade, tentando assimilar como as obras se manifestam no mundo e implicações que elas sofrem devido a sua materialidade.

Com essa discussão acerca da Análise Contextual, concordamos com Andrade (2012) sobre a percepção de que o movimento da Análise Social e Histórica extrapola a materialidade dos livros e busca uma aproximação mais sistêmica com as implicações do seu

contexto de produção, transmissão e recepção na manifestação final destes livros – reforçando a concomitância dos movimentos de análise da HP.

Outra análise proposta na HP é a Análise Formal ou Discursiva. Este estudo se volta a analisar as obras em sua materialidade. Durante este movimento, o hermenêuta deve se preocupar em perceber as características estruturais da forma simbólica, assim como seus padrões e relações, que são características que dão ao texto a representatividade que este possui sobre algo. São essas características que dizem ou significam algo acerca de alguma coisa. Nesse sentido, são analisados os elementos que constituem a forma simbólica, sua manifestação e materialidade, sempre levando em consideração que as formas simbólicas são estruturas complexas e articuladas que merecem atenção especial.

É nesse sentido que a HP oferece cinco sugestões de exercícios ou movimentos desta análise, sempre lembrando que essas sugestões devem ser avaliadas pelo hermenêuta acerca de suas necessidades e possibilidades, a depender das características do objeto estudado, assim como dos objetivos gerais e específicos de cada pesquisa. Lembramos ser também uma possibilidade, que o pesquisador inclua outros tipos de análises que lhe aprouverem, sendo estas criadas ou não por ele, em uma tentativa de efetuar um movimento que melhor lhe ofereça respostas para seus questionamentos. Como será possível ver mais adiante, fizemos uma análise formal, do tipo Análise Argumentativa, que mobilizou um movimento diferente do que aqueles propostos por Thompson (2011), pois partiu do que chamamos aqui de **Análise Argumentativa com viés Descritivo** ou apenas **Análise Descritiva**. Dito isto, os cinco movimentos sugeridos por Thompson (2011) são:

- a execução de uma **Análise Semiótica** que vai se ocupar em observar as características estruturais internas do texto e seus elementos constitutivos. Ela busca compreender as razões que levaram o(s) autor(es) a fazer(em) determinadas escolhas, e não outras, para a confecção da obra. Nesse sentido, neste exercício devem ser observados possíveis motivos que induziram ao uso de determinadas figuras e/ou símbolos, assim como a mensagem que esses objetos ajudam a comunicar, quando conjugado ao texto e observados em conjunto.
- é possível efetuar uma **Análise Sintática** que observará o foco das frases e a categorização das palavras, buscando uma compreensão sobre o que o(s) autor(es) quis(eram) dizer com determinados tipos de sentenças. Busca-se entender como a(s) forma(s) simbólica(s) estruturalmente se utiliza(m) da linguagem para dizer o que foi dito.

- também temos a **Análise Narrativa** que busca analisar se a(s) forma(s) simbólica(s) são eficientes ou não em comunicar o que o hermeneuta percebe serem as intenções do(s) autor(es) com a produção da(s) forma(s) simbólica(s) estudada(s).
- a **Análise Argumentativa** é uma possibilidade que vai tentar expor o raciocínio que conduz as discussões da forma simbólica de um tema para outro. Um dos objetivos, assim sendo, é reconstruir e explicitar os padrões de inferência que caracterizam o discurso.
- uma outra é a **Análise de Conversação** que busca interpretar os momentos de interação linguísticas, quando esses momentos existem na(s) forma(s) simbólica(s) estudadas.

Voltando a nos apoiarmos em Andrade (2012), temos que:

[...] a análise formal ou discursiva exige que se considere a forma simbólica como um todo, sendo esse o momento da análise em que se pode perguntar sobre sua intenção. [...] é o momento de investigar sobre ‘o que o texto quer dizer’, ou como o autor prepara, elabora, compõe seu texto para que ele diga o que esse autor quer dizer (p. 37).

Assim, entendemos que a análise formal ou discursiva é um movimento que se atenta para a forma simbólica e para a maneira como ela se estrutura e se presentifica em sua materialidade, buscando atribuir a ela significados que sejam o mais próximo possível, ou melhor ainda, o mais plausível possível do que o autor possa ter pretendido dizer ao produzi-la. Sublinhamos aqui, porém, que as reais intenções de dizer do autor são, mesmo para ele, irrecuperáveis depois da obra ter sido finalizada, pois haverá uma ruptura entre a criação e a interpretação da obra, mesmo que feita pelo autor na sequência da sua finalização, já que ele não é mais a mesma pessoa que a produziu quando é terminada. Não podemos nos esquecer que a memória é fugaz, ou seja, que as intenções de produção podem ter se alterado no decorrer da produção, de modo que não lhe seja possível recuperar as reais intenções que tinha no momento da sua produção.

Acerca do nosso proceder durante a confecção das análises deste movimento analítico, não seguimos as sugestões de análise oferecidas pelo autor, mas fizemos uma análise que tem convergido para o tipo de análises que compreendemos ter sido desenvolvido pela maioria dos membros do nosso grupo de pesquisa. Este tipo de análise, podemos dizer, se trata de uma análise argumentativa com um viés mais descritivo e que preferimos chamar de análise descritiva.

É importante sublinhar que as análises aqui presentes são oriundas de uma descrição cautelosa e bastante detalhada que fizemos da obra e que ocorreu a partir de uma primeira leitura que chamamos de *hermenêutica do cotidiano*. Thompson (2011) defende em seu livro que a interpretação do objeto deve iniciar-se por investigações que ocorrem em um campo pré-interpretado que considera e aceita como os sujeitos do mundo, os leitores da obra, interpretam-na. Ele argumenta que para essas investigações do campo pré-interpretado ocorrer não é necessário a execução de um estudo hermenêutico. Nesse sentido, ele defende que “[...] a hermenêutica da vida quotidiana é um ponto de partida primordial e inevitável do enfoque da HP” (Thompson, 2011, p. 363). Esta interpretação recebe o nome de interpretação da *doxa* que, segundo ele, é sustentada por uma grande quantidade de autores do campo da Hermenêutica e que se trata de um ponto de partida, mas não do final do processo interpretativo.

Quando fizemos a primeira leitura dos livros da série e, paralelamente, produzimos um texto descritivo sobre ela, as intenções e ações presentes foram ler calmamente e cuidadosamente todas as partes dos livros, realizar todas as atividades propostas e verificar suas soluções. Paralelamente a esta leitura, produzimos um texto descritivo e com nossas impressões, do que estávamos encontrando nos volumes da série em estudo. Este texto, em seu início, longo, com muitos pormenores, é o que entendemos ser essa *hermenêutica do cotidiano*. Foi uma leitura desprezensiosa, porém atenta, cautelosa e ativa, que apenas discutiu o que tínhamos condições de fazer no momento daquela leitura, sem que realizássemos problematizações ou pesquisas mais específicas sobre o que encontrávamos nos livros. Nesta leitura, nós nos colocamos nas condições dos leitores que entram em um primeiro contato com os livros e que usam de suas capacidades momentâneas para interpretá-lo. Dados nossos objetivos do doutorado, o estudo da recepção da obra pelo seu público alvo não ocorreu por meio de entrevistas que buscassem saber como seus leitores a compreendem, do modo que sugere Thompson (2011), mas nos colocamos, na medida do possível, na posição deste leitor e relatando nossas observações a partir desta posição.

Continuando por esse caminho natural, depois da escrita deste primeiro texto descritivo, o texto foi aos poucos sendo rebuscado com algumas problematizações, notas de rodapé e discussões de cunho analítico até chegarmos a um formato satisfatório de discussões e descrições. Em seguida, este texto de descrição foi (re)trabalhado entre mim e minha orientadora, antes e após o exame de qualificação, no intuito de aprimorá-lo e de tecer algumas discussões relativas a partes do livro e atividades que se mostravam potentes para a análise. Nesse sentido, os textos descritivos foram terminados, com acréscimos de várias

discussões e alguns parênteses nos quais salientamos algumas relações. Com isso, ele não é, certamente, mais o mesmo texto que produzimos durante a primeira leitura que fizemos das obras, mas um texto mais robusto, mais maduro e mais próximo de seu estágio final, porém, ainda bastante descritivo e extenso.

Terminado este texto, iniciamos a produção dos textos que chamamos de **Análises Argumentativas com viés Descritivo** ou, apenas, **Análises Descritivas** e que basicamente são uma filtragem do que levantamos e discutimos nos textos iniciais, mais descritivos¹². Nessa filtragem, retiramos o excesso de descrição, no intuito de oferecer um melhor fluxo de leitura e de torná-lo menos enfadonho, contemplando mais análises. Mesmo assim, tomamos o cuidado intencional de manter descrições presentes no texto de origem, por dois motivos principais: o primeiro foi deixar os vestígios e as marcas da origem destas análises, ou seja, as marcas do texto descritivo que deu ensejo à produção dessa análise e o segundo foi uma tentativa, também intencional, de dar aos nossos leitores o *tom* que percebemos dos livros, dos seus capítulos e de suas atividades.

Essa questão do *tom* das obras é muito cara para nós, principalmente no caso de retratar obras relacionadas com a Matemática Recreativa, como as que ora analisamos, pois elas rebuscam seus problemas com um *tom* muitas vezes jocoso, desafiador e memorável, na intenção de aguçar e atizar a curiosidade de seus leitores. Esse tipo de estratégia dos textos da Matemática Recreativa é algo que aprendemos com Singmaster (2016, 2021). A questão do *tom* dos livros estudados também aparece quando pensamos no *tom* que o nosso(s) autor(es) assume(m) nas suas obras. Neste caso, essa questão fica ainda mais importante, principalmente quando percebemos, nas obras analisadas, uma tentativa, talvez pedagógica ou ainda mercadológica, de o(s) nosso(s) autor(es) tentar(em) estabelecer uma relação com o seu leitor. O *tom* que queremos destacar não pode ser explicado em palavras, ele deve ser descrito e apresentado aos leitores, e o único meio que encontramos para fazer isso é deixando essas marcas oriundas do texto anterior. A ideia de manter essas marcas, veio de nosso contato com

¹² Importante salientar que essa variante que adicionamos à análise argumentativa, que é sugerida por Thompson (2011), trata-se de uma variante que intencionamos chamar unicamente de análise descritiva. Essas nomenclaturas provêm de um estranhamento nosso de serem as análises que produzimos denominadas apenas de análises argumentativas. Esse estranhamento é fruto das advertências de Oliveira (2008) que são contrárias a concepção de uma Hermenêutica que se baseie unicamente em descrições, como se as descrições já fossem o suficiente para garantir a existência de uma análise. Ao mesmo tempo, nos preocupamos com a necessidade de incorporar descrições nas nossas análises, visando transmitir o que chamamos de *tom* do livro. Esse *tom* explícita, entre outras coisas, o *tom* da relação do autor com o leitor e, portanto, da obra para com seu público. Cabe explicar que a análise argumentativa, a depender da(s) forma(s) simbólica(s), necessita de um apelo maior ou menor às descrições na intenção de demonstrar nuances do material analisado que são importantes e que caso ditas de outra maneira não seriam tão significativas.

as discussões metodológicas referentes à História Oral que ocorriam no nosso grupo de pesquisa, principalmente aquelas que tratavam dos movimentos de transcrição e textualização das entrevistas. Na História Oral, em pesquisas do Ghoem, a textualização, muitas vezes, emprega elementos que são próprios da fala do entrevistado. Compreendemos que essa ação oferece aos leitores da textualização o *tom* pertencente às falas dos depoentes. Baseados nisso, entendemos que as nossas análises, com os traços e vestígios dos textos originais, que além de retratarem as análises que fizemos do que lemos e ressaltarem o que queríamos e acreditávamos que merecia destaque, trazem consigo o *tom* do livro que somente uma descrição permite fazer. Não um *tom* que pode ser dito e resumido em palavras, como já dissemos, mas que é percebido nos indícios e nas pequenas citações que sobreviveram dos textos descritivos originais e que agora perfazem esses novos textos analíticos. De fato, são as citações diretas, as descrições de partes dos capítulos, os apontamentos analíticos destacados, tudo junto, que somados dão o *tom* esperado, ou seja, oferecem o *tom* de quem fora(m) o(s) autor(es) falando com o seu leitor e estabelecendo com ele a relação de cumplicidade e de poder. Esse é um *tom* que é tanto uma característica da Matemática Recreativa e da popularização do conhecimento Matemático via lúdico, quanto uma maneira de motivar a apropriação das ideias presentes na forma simbólica e fazê-las circularem.

Como nosso objetivo era uma análise da série e como nossas análises são produzidas simultaneamente com a produção dos dados – dados e análise estão entremeados – optamos por colocar como apêndices à tese, as cinco notas com as análises mais descritivas de cada volume. Assim, mantivemos no *corpus* da tese uma nota com a Análise Formal ou Discursiva da série – do tipo Análise Argumentativa apresentada no referencial da HP. Nesta análise conseguimos nos desapegarmos mais dos dados, articulando-a de modo mais panorâmico.

No terceiro movimento analítico da HP, **(Re)Interpretação**, a ideia é fazer uma união dos dois movimentos anteriores, até poderíamos dizer que este é um movimento que vem a criar uma *síntese* entre o que foi identificado e pesquisado nos movimentos anteriores. Sendo, assim, entendemos que este movimento possui uma determinada ordem, mesmo que seja caótico o seu trilhar, no sentido de que para haver este movimento de (Re)Interpretação, é preciso que exista um alinhavar entre a análise social e histórica e a análise formal ou discursiva. Esse alinhavar, contudo, só pode ocorrer se vier em seguida aos movimentos anteriores. Ele se dá de maneira caótica, no sentido de que uma simples leitura que faça uma *hermenêutica do cotidiano*, leitura essa superficial, vai ganhando reinterpretações no decorrer dos estudos sociais e históricos que serão aprofundados por um estudo mais minucioso e interno da obra pesquisada e vice-versa. O que queremos dizer é que, à medida que a pesquisa

inicia e que dados vão sendo produzidos, novos significados vão sendo atribuídos à(s) obra(s), sendo até difícil para o hermeneuta perceber suas (re)interpretações.

Nesse sentido, à medida que se avança nos estudos do objeto de pesquisa em questão, existe uma perda da noção de qual movimento está sendo realizado, até porque esses movimentos não têm ordem e uma informação leva a outra – que leva a uma busca, que leva a um estudo, que leva a uma (re)interpretação, que leva a mais estudos, que podem ser internos ou externos à obra, que levam a mais uma (re)interpretação, que ao fim e ao cabo vão aprofundando o nosso conhecer da(s) obra(s)... Mas, mesmo que o conhecimento e a (re)interpretação tenham uma tendência de ir ao infinito, esse processo nunca será tal como foi ou atingirá as reais intenções do autor, pois como já dito, este projeto seria falido mesmo que o próprio autor buscasse recuperar suas reais intenções quando da produção da obra. Para Oliveira (2008) é neste movimento que os significados são criados, funcionando como uma “[...] reflexão sobre os dados obtidos no processo de análise, relacionando contextos e elementos de forma a atribuir um significado à forma simbólica” (p. 43). Logo, será devido à natureza deste movimento e ao modo como ele se entrelaça com os demais que Rolkowski (2006) vai apontá-lo como sendo um processo de pensamento que se dá por *síntese*, ou seja, por meio de uma construção criativa de significados, baseada em um estudo sistematizado que leva a uma compreensão mais elaborada. Aqui, as descobertas contribuem para as (Re)Interpretações, que são escritas como uma narrativa e são apresentadas em um formato linear que muitas vezes escapa ao objetivo de tentar representar efetivamente o quão não-linear e desordenado é a produção dos dados da pesquisa. Merece menção, pensamos, que muitos pesquisadores que utilizaram a HP em suas pesquisas, especialmente aqueles que são educadores matemáticos, argumentam que a (Re)Interpretação, após todo o processo repleto de idas e vindas que permeiam a pesquisa, possibilita escrever o que foi percebido durante as análises anteriores. Assim, esse movimento é aquele que vai refletir acerca do trabalho desenvolvido, destacando relações e conclusões tiradas, lembrando serem elas sempre parciais.

Destacamos que Thompson (2011) deixa para os seus leitores sugestões de como efetivar uma Hermenêutica que ele considera válida para analisar formas simbólicas. Ele é específico em dizer em sua obra que uma análise que considera o contexto em demasia, se esquecendo da análise interna e vice-versa, será sempre uma hermenêutica lacunar, pois a “hermenêutica mais apropriada” está localizada na interrelação destes dois movimentos analíticos. Para isso, como já visto, ele deixa algumas sugestões de exercícios que podem contribuir com a produção de dados para uma hermenêutica, mas que de nenhum modo são

imposições, até mesmo porque ele enfatiza a importância de os hermeneutas se preocuparem em se apropriar da metodologia da maneira que melhor lhes aprouver. Para isto, ele, inclusive, menciona a possibilidade de o hermenauta precisar/poder aliar a HP a algum outro referencial metodológico que possa contribuir mais assertivamente com os objetivos da pesquisa.

Pensamos que essa abertura deve ser mencionada com uma grande ênfase pelos dois motivos principais que seguem. O primeiro é manter o referencial teórico e metodológico da HP sempre atualizado e aberto a novas possibilidades de diálogo que o aperfeiçoariam com o passar do tempo, dependendo das pesquisas que o mobilizassem. Lembramos aqui que toda pesquisa precisa alinhar a sua metodologia ao seu objeto de estudo, que em todos os casos é único e específico. Nesse sentido, as possibilidades de análise, mesmo aquelas sugeridas pelo autor, não necessariamente são possíveis de serem realizadas em todas as pesquisas que visem fazer uma hermenêutica de uma forma simbólica qualquer, mesmo que esta forma simbólica seja do mesmo tipo de uma já utilizada em outra pesquisa. Isso está intimamente atrelado ao fato de os indícios e possibilidades de análise serem ímpares para cada objeto de pesquisa. Aqui vemos claramente as vantagens de uma metodologia que é pensada como uma *inspiração metodológica e em trajetória*, não apenas no âmbito de um grupo de pesquisa, mas também no âmbito de um campo de pesquisa que reúne pesquisadores que pensam suas pesquisas mobilizando um mesmo referencial teórico e metodológico, como é o caso da HP.

O segundo é rechaçar quaisquer considerações que tentem tachar a HP como sendo uma metodologia rígida, baseada em uma “fórmula” de pesquisa que seja pré-fixada em alguns passos que devem ser executados com maestria na intenção última de atingir sucesso em trabalhos de caráter hermenêutico.

No nosso entendimento, são consideradas as possibilidades metodológicas oriundas de cada forma simbólica específica, mesmo porque não é dito, em momento algum, na obra de Thompson (2011), que toda forma simbólica possui a capacidade de ser analisada por quaisquer dos exercícios de análise por ele sugeridos. O autor coloca a HP em um modelo qualitativo de pesquisa, que deve ser pensada em trajetória e de acordo com os dados que vão sendo produzidos no decorrer dela, considerando para isso as especificidades da(s) forma(s) simbólica(s), assim como a possível necessidade de ser aliada a novos métodos para dar conta de responder a questões mais específicas.

Nesse sentido, trazemos à baila reflexões sobre ser esta metodologia bastante maleável às necessidades dos seus pesquisadores e dos objetos de pesquisa envolvidos, oferecendo, inclusive, um grande espaço para que as decisões acerca da pesquisa sejam tomadas em momentos oportunos durante o seu decorrer.

Considerações Finais

O objetivo deste texto foi o de contar como nos inspiramos no referencial teórico e metodológico da Hermenêutica de Profundidade para produzirmos uma metodologia de pesquisa que respondesse a nossa intenção de analisar os cinco volumes da série de livros intitulada *O Professor de Matemática em Ação* publicada pela Autêntica Editora, entre os anos de 2009 e 2014. Escrevemos essa nota também com o intuito de problematizarmos alguns dos processos metodológicos que adotamos durante a confecção de nossos movimentos analíticos, visando principalmente embasar o nosso fazer metodológico e contribuir com aqueles que queiram melhor compreendê-la, estejam eles visando estudá-la ou utilizá-la como *inspiração metodológica* futura.

Entendemos que um dos grandes diferenciais do uso da HP nas pesquisas que visam analisar formas simbólicas relacionadas com o campo da Educação Matemática – ou seja, que visam interpretar formas simbólicas, em um sentido geral, e textos didáticos, em um sentido particular – é a sua vinculação com um estudo das condições sociais que circundam a confecção, transmissão e recepção dessas formas simbólicas. Salientamos, também, que este estudo sociológico acerca dos arredores das formas simbólicas não deixa de lado um estudo criterioso acerca da materialidade da forma simbólica estudada, pois tanto a ênfase exagerada na obra como a ênfase exagerada no seu contexto são falácias suficientemente perigosas que limitam, segundo Thompson (2011), uma interpretação coesa dos objetos de pesquisa.

Um outro destaque que merece atenção com relação ao uso da HP é a capacidade que ela tem de evidenciar a ideologia que permeia a forma simbólica estudada. Esclarecemos, entretanto, que aqui tomamos o termo ideologia como se tratando do uso da forma simbólica como uma maneira de sustentar ou subverter relações de dominação (Thompson, 2011) mas, devido ao espaço que temos para a escrita deste texto, este assunto é abordado em uma segunda nota que escrevemos na intenção de fazer uma discussão mais teórica e, portanto, menos descritiva, acerca deste referencial.

Referências

Andrade, M. M. **Ensaio sobre o Ensino em Geral e o de Matemática em Particular, de Lacroix**: análise de uma forma simbólica à luz do Referencial Metodológico da Hermenêutica de Profundidade. 281f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102111>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Azevedo, D. P. de. **Uma análise de livros didáticos de Matemática da série EJA – Mundo do Trabalho**. 112f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências. UNESP, Bauru, 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/151966>. Acesso em: 02 de maio de 2023.

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Cardoso, V. C. **A Cigarra e a Formiga: uma reflexão sobre a Educação Matemática brasileira da primeira década do século XXI**. 226f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2009. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1609687>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Garnica, A. V. M.; Souza, L. J. De.; Martins-Salandim, M. E. Dos Manuscritos da Aritmética Elementar de Charles S. Peirce: uma breve apresentação e algumas considerações sobre sua tradução. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, p. 322-353, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a02>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Garnica, A. V. M.; Souza, L. J. De.; Salandim, M. E. M. Sobre a aritmética elementar de C. S. Peirce. **Revista Pesquisa Qualitativa**, [S. l.], v. 8, n. 18, p. 454–477, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.33361/RPQ.2020.v.8.n.18.340>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Gonzales, K. G. **Formar Professores que Ensinam Matemática: uma história do movimento das licenciaturas parceladas no Mato Grosso do Sul**. 534f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/151327>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Grupo Autêntica. **Conexões e Educação Matemática – Vol. 4: Geoplanos e redes de pontos**. Belo Horizonte, 2013. Disponível em: <https://grupoautentica.com.br/autentica/livros/conexoes-e-educacao-matematica-vol-4/979>. Acesso em: 13 de setembro de 2023.

Bloch, M. **Apologia da história ou o ofício de historiador**. Rio de Janeiro: J. Zahar, v. 200, p. 1, 2002.

Gomes, L. N. **O que nos conta a revista DOCUMENTA: sobre cursos que formavam professores de Matemática no Brasil (1962 a 1979)**. 184f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/181965>. Acesso em: 20 de janeiro de 2023.

Martins, M. E., Souza, L. J. de., Garnica, A. V. M. Aritmética Elementar de Peirce: uma hermenêutica. In: Garnica, A. V. M.; Martins, M. E. **Sobre interpretação de textos: estudos hermenêuticos em (história da) educação matemática**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2021. p. 133-149.

Milanez, N. C. **A série Matemática, metodologia e complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: um estudo**. 218f. Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/191909>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Oliveira, F. D. **Análise de textos didáticos**: três estudos. 222f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2008. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91113>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Rolkouski, E. **Vida de Professores de Matemática**: (im)possibilidades de leitura. 298f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2006. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102138>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Silva, T. T. P. da. **Os Movimentos da Matemática Moderna**: compreensões e perspectivas a partir da análise da obra Matemática Curso Ginásial do SMSG. 171f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91045>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Singmaster, D. The utility of recreational mathematics. **UMAP Journal**, v. 37, n. 4, p. 339-379, 2016. Disponível em: <http://jnsilva.ludicum.org/HMR1718/DS.pdf>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Singmaster, D. What is Recreational Mathematics? In: SINGMASTER, D. **Adventures in Recreational Mathematics**, World Scientific Publishing. 2021, p. 1-7. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1142/9789811226014_0001. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Souza, L. J. de. **A Aritmética Elementar de Charles Sanders Peirce**: tradução e notas para uma hermenêutica. 276f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/150552>. Acesso em 27 de setembro de 2022.

Souza, L. J. de.; Garnica, A. V. M.; Martins-Salandim, M. E. Dos Manuscritos da Aritmética Elementar de Charles S. Peirce: um cenário sócio-histórico. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 25, 22 maio 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/5160>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Souza, L. J. de.; Garnica, A. V. M. **A Aritmética Elementar de Peirce**: tradução e comentários. 1. ed. Curitiba: Appris, 2021.

Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Hermenêutica de Profundidade: discussões teóricas sobre o seu fazer metodológico, limitações e potencialidades

Introdução

As discussões aqui apresentadas sobre Hermenêutica de Profundidade (HP) são disparadas a partir do livro *Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa*, desenvolvida por John Brookshire Thompson (2011), durante a configuração da metodologia de uma pesquisa de doutorado. Esta pesquisa foi realizada junto ao programa de pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Unesp de Bauru e esteve vinculada com o grupo de pesquisa GH OEM – Grupo História Oral e Educação Matemática. Importante frisar que a pesquisa teve apoio financeiro da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – com o Código de Financiamento 001. Destacamos que já tínhamos mobilizado a HP quando da realização de nossa pesquisa de mestrado, ao analisarmos os Manuscritos da Aritmética Elementar de Charles Sanders Peirce que foram publicados postumamente por Carolyn Eisele (Souza, 2017).

Outros objetivos deste texto são efetuar esclarecimentos acerca dos movimentos de análise da HP e apresentar alguns apontamentos relativos às suas limitações e potencialidade¹³ em termos de pesquisas, voltadas à análise de objetos pertencentes, ou não, ao campo da Educação Matemática.

A pesquisa de doutorado que disparou este texto teve o objetivo principal de realizar uma análise hermenêutica dos cinco livros da série *O Professor de Matemática em Ação* publicados pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014. Em uma breve apresentação, temos que os dois primeiros volumes da série são intitulados *Conexões e educação matemática – Brincadeiras, explorações e ações* e escritos unicamente pelo professor Ruy Madsen Barbosa; o terceiro volume recebeu o título de *Conexões e educação matemática – Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons* e teve uma publicação conjunta entre Ruy Madsen Barbosa e Claudemir Murari; os dois últimos volumes são publicados por dois grupos de pesquisa distintos que possuem um único membro em comum,

¹³ Essa intenção de discutir acerca das potencialidades e limitações da HP surgiu em uma conversa que tivemos com o professor Wagner Rodrigues Valente no XXIII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes da Pós-Graduação em Educação Matemática – que aconteceu na cidade de São Paulo em 2019. Na ocasião o professor Wagner tinha acabado de fazer um parecer sobre o nosso trabalho e ao final das discussões, em conversa breve, relatou que sentia falta dessas discussões em nossos textos. Aproveitamos para agradecer-lo pelas considerações dadas naquele dia.

o professor Ruy Madsen Barbosa. O quarto volume é chamado *Geoplanos e redes de pontos – Conexões e Educação Matemática* e foi escrito pelos membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP). O quinto volume recebeu o nome *Aprendo com jogos – Conexões e Educação Matemática* e foi escrito pelos membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J). Devido à participação do professor Ruy em todos os volumes da série, percebemos seu protagonismo nas publicações das obras, sendo um participante de vanguarda de vários momentos importantes do desenvolvimento do campo da Educação Matemática brasileira (Barbosa, 2009a; 2009b; Murari; Barbosa, 2012; Tiggemann *et al.*, 2013; Rodrigues *et al.*, 2014).

Formas Simbólicas e a Hermenêutica de Profundidade

A HP é um referencial teórico e metodológico que visa contribuir com a análise de formas simbólicas que, segundo Thompson (2011), são criações humanas intencionais, ou seja, são produções que podem ser percebidas como criadas com uma intencionalidade. O autor entende uma forma simbólica como sendo algo material ou imaterial que contém cinco aspectos principais: **intencional**, **referencial**, **contextual**, **convencional** e **estrutural**.

Podemos dizer que toda forma simbólica está impregnada por uma **intenção** que é atrelada a ela por aquele que a produz, pois ela é produzida por um sujeito visando alcançar outro(s) sujeito(s). Nessa produção existe a necessidade de se respeitar algumas regras e **convenções**, que existem e que estão organizadas dentro de uma **estrutura**, pensada como sendo adequada pelos seus membros para que a forma simbólica possa comunicar o que foi intencionado dizer pelo seu produtor. Convenções podem ser tanto impostas como escolhidas pelo autor e dependem da especificidade da forma simbólica – se é um livro, se é um documento jurídico, se é um artigo científico, se é um quadro, se é uma novela, se é uma aula, se é uma propaganda para o rádio, se é uma propaganda voltada à televisão ou ainda se é uma propaganda que circulará no jornal etc. Ao querer comunicar algo, respeitando regras e por meio de uma estrutura, formas simbólicas fazem **referência** a algo em um determinado **contexto**. Entendemos que, além de produções humanas intencionais, as formas simbólicas podem ser tudo aquilo que julgamos ter sido produzido com uma dada intenção, por alguém ou por algo – como uma consciência divina, como quando analisamos textos bíblicos ou até mesmo aqueles produzidos por máquinas programadas para emitir pareceres automatizados.

Baseada em Ricouer, a HP compreende tudo que é construção simbólica como sendo um texto¹⁴. As formas simbólicas, sejam elas escritas, faladas ou imagéticas, são todas algum tipo de texto que está relacionado com o fato de sua interpretação se dar, de certa maneira, na forma de linguagem. Thompson (1987) não vê a linguagem simplesmente como um sistema de signos e símbolos que são utilizados para descrever o mundo, mas como um meio pelo qual os indivíduos agem e se relacionam com o mundo em que vivem. Posicionando a linguagem com a merecida centralidade que lhe é cabida, conseguimos compreender como ideias e significados afetam as atividades e crenças das pessoas e dos grupos de pessoas que habitam o mundo. Assim, a linguagem, por meio das formas simbólicas que a mobiliza em seu favor, circula pelo mundo na forma de enunciados, expressões e palavras faladas ou escritas¹⁵. Essas formas simbólicas podem estabelecer, sustentar ou destruir relações de poder e por essa razão o estudo da ideologia passa a merecer especial atenção para o hermenauta que está efetuando o estudo de uma obra, seja qual for o seu formato. É nesse sentido que a HP foi especialmente desenhada. Tendo as relações de poder como uma de suas principais preocupações, importa-se em explorá-las com bastante interesse e deixá-las em evidência, buscando sublinhar, desobscurecer e demonstrar aquelas que estão envolvidas com as formas simbólicas. Isso leva ao entendimento de que o estudo da ideologia se volta a compreender a linguagem no mundo social, ou seja, o modo como a linguagem se relaciona com o poder, nutrindo-o, sustentando-o e decretando-o. Em suma, Thompson (1987) argumenta acerca da necessidade de se analisar a linguagem para o estudo da ideologia, devido ela ser o meio pelo qual as fontes simbólicas se respaldam para consolidar as relações humanas. Nesse sentido, uma propaganda, mesmo que não tenha fala ou som, e apenas se baseie em imagens, tem na linguagem que lhe é implícita o meio de compreensão da mensagem nela existente. Assim como uma foto, muitas vezes, consegue dizer mais do que palavras, estando em uma relação íntima com a linguagem, principalmente pelo fato dela sempre ser traduzida ou transcrita em palavras por aquele que a interpreta. Nesse sentido, as formas simbólicas recriam relações interpessoais, devido à sua forma altamente variada e complexa de se estruturar.

Dito isto, cabe apontarmos que, segundo Thompson (2011), os aspectos apresentados anteriormente – referencial, intencional, convencional, contextual e estrutural – são

¹⁴ É importante frisar que o texto é algo criado pela leitura daquele que visualiza o objeto na intenção de interpretá-lo ou conhecê-lo. Logo, o objeto não precisa estar na forma de um texto para ser percebido como tal.

¹⁵ As formas simbólicas podem ser: livros, livros didáticos, livros paradidáticos, filmes, programas de TV, comerciais em jornais, revistas, rádio ou TV, aulas, leis etc. É interessante apontar que uma forma simbólica pode ou não ser algo material. Uma aula, por exemplo, é uma forma simbólica que não pode ser limitado a algo palpável.

fundamentais para a confirmação da existência de uma forma simbólica. Claro que nem toda forma simbólica é passível de ser explicitada logo no início da pesquisa, pois a depender do que está sendo estudado, a explicitação da forma simbólica não pode ser realizada com base em um algo material e delimitado. Um exemplo de trabalho que mobilizou uma forma simbólica de difícil delimitação foi o de Kátia Guerchi Gonzales (2017), que estudou as Licenciaturas Parceladas que existiram no estado do Mato Grosso do Sul. Mesmo que essas licenciaturas estivessem ligadas – como estavam – a uma legislação que talvez servisse para delimitar a forma simbólica, as intenções da autora iam além de simplesmente compreender o que estava previsto nela. Ela buscava entender o que foram essas licenciaturas, sendo para isso necessário que mobilizasse um conjunto de depoentes, cujas falas contribuíram para a construção de uma versão histórica a respeito dessa modalidade de formação de professores – sem serem esquecidas, obviamente, as previsões legislativas. Para lidar com essa situação, a autora colocou sua forma simbólica, até então não explicitada, para ser testada pelos movimentos da HP. Ao conseguir gerar interpretações plausíveis do seu objeto de pesquisa, pôde concluir que o que tinha em mãos era de fato uma forma simbólica, ficando mais claro como efetuar a delimitação do que seriam as formas simbólicas do seu trabalho. É necessário esclarecer que a delimitação da forma simbólica, neste caso, foi realizada quando a pesquisa já possuía um grande avanço, ao invés de previamente, como era até então esperado pelos pesquisadores que utilizavam esse referencial metodológico e como foi também o caso da nossa pesquisa. Durante este proceder houve a pressuposição de o objeto de estudo ser uma forma simbólica. A análise pelo referencial teórico-metodológico da HP efetivamente gerou interpretações plausíveis, que contribuíram com a caracterização do objeto de pesquisa como de fato sendo uma forma simbólica, tal como ocorre em um trabalho que envolve a demonstração de um teorema por absurdo – pressupõe-se algo e não havendo inconsistência ou absurdo esse algo é tido como verdadeiro. Este foi outro ponto bastante importante para as pesquisas que mobilizam a HP, podendo ser visto como uma contribuição para o referencial que seria impossível se não fosse a visão de discussão metodológica em trajetória¹⁶.

É importante salientar que a HP, como análise hermenêutica, tem uma vinculação muito forte com a sociologia, mesmo também existindo uma vinculação com a filosofia, como é esperado de todo referencial teórico e metodológico que ambicione contribuir com a produção de uma hermenêutica. Essa vinculação sociológica, segundo pensamos, é o que torna a HP um diferencial no campo de análises hermenêuticas, principalmente na área de

¹⁶ Falamos sobre metodologia em trajetória na nota anterior.

interesse da Educação Matemática. Isso porque para a HP não é possível se pensar em fazer uma hermenêutica de uma forma simbólica sem se atentar para os condicionantes sociais, culturais, históricos, econômicos, políticos e, portanto, contextuais que a cercam. É nesse viés que os estudiosos da HP entendem, indo de acordo com Thompson (2011), a impossibilidade de uma obra não retratar o seu contexto e ser por este influenciada. Sendo assim, entendemos que os elementos sociológicos são muito importantes para compor uma análise plausível de uma forma simbólica, pois eles interferem diretamente no que a obra é e no que ela seria caso esses condicionantes fossem outros. Um exemplo advém da dificuldade de fazer circular um livro didático de matemática sem oferecer aos seus leitores os conteúdos programáticos de matemática estipulados para os alunos dos anos/séries especificados nos documentos oficiais nacionais e estaduais. Claro que é possível que alguém escreva este livro se afastando das normativas vigentes, mas dificilmente este livro promoverá a façanha de atingir um grau significativo de circulação. No campo da Educação Matemática, principalmente no campo da História da Educação (Matemática), a observação dos contextos sociais e históricos que permeiam o período de produção das obras tem contribuído de maneira ímpar com a produção de interpretações plausíveis dos objetos estudados – que são em geral documentos ou livros (didáticos, teóricos ou paradidáticos) voltados ao ensino da Matemática.

Neste texto nós não focaremos em trazer pormenores dos procedimentos sugeridos por Thompson (2011) em cada um dos três movimentos analíticos que ele propõe para o uso da HP como referencial teórico e metodológico de pesquisa¹⁷. Mesmo assim, é importante dizer, de uma maneira geral, que a HP se desenvolve por meio de três movimentos analíticos interconectados e não ordenados, que são: análise social e histórica, análise formal ou discursiva e (re)interpretação¹⁸. A análise social e histórica se responsabiliza por reconstituir

¹⁷ Esses pormenores podem ser encontrados na nota anterior.

¹⁸ Frisamos que a nomenclatura original dada por Thompson (2011) para este último movimento é Interpretação/Reinterpretação. Nossa alteração está relacionada com o fato de que para o autor toda interpretação é uma reinterpretação de um campo já interpretado. Como Thompson é muito cuidadoso na nomenclatura deste movimento, inclusive apontando ambos os processos que ali ocorrem, pensamos ser mais fácil assumir este movimento como sendo reinterpretação, pois é o que efetivamente ocorre quando efetuamos uma hermenêutica. A hermenêutica nada mais é do que um processo de estudo que fomenta várias reinterpretações, até o ponto em que o hermeneuta se satisfaz com aquelas obtidas e decide escrever sobre elas visando transmitir os achados da pesquisa. Tomamos o cuidado, ao efetuar essa alteração, de colocar os parênteses separando as letras re de interpretação, visando evidenciar a existência dos dois processos que são cuidadosamente apontados por Thompson. A escolha pelos parênteses está vinculada ao fato de o uso das duas palavras separadas por uma barra ser algo mais utilizado pelos escritores da língua inglesa, o que deve ter sido também adotado pelo tradutor da obra para o português, na intenção de manter a estética e as reais intenções do autor. Não ignoramos que o uso da barra separando duas palavras vem ganhando espaço nos textos brasileiros, mas ainda acreditamos que o uso de (Re)Interpretação fica mais adequado para esse efeito, mesmo sendo o uso dos parênteses mais conhecido quando posicionados no final da palavra.

as condições sociais e históricas que havia durante os momentos da produção, da transmissão e da recepção das formas simbólicas. Esse movimento é importante, pois as formas simbólicas não se estabelecem em um vácuo e certamente há influências de seu contexto no processo de produção e no resultado delas, como já mencionamos antes. A análise formal ou discursiva é aquela que se preocupa com a materialidade da obra, se ocupando das suas características estruturais, dos seus padrões de escrita, da maneira como ela argumenta fatos, enfim, buscando pela representatividade dos assuntos que aborda; objetiva, na medida do possível, demonstrar as intenções do(s) autor(es) e as ideologias que permeiam a forma simbólica. Quanto à (Re)Interpretação, este movimento entrelaça os movimentos analíticos anteriores, alinhando as descobertas em afirmações plausíveis que tem por finalidade última contribuir com a compreensão de nuances presentes na forma simbólica.

Três abordagens diferentes e possíveis com a Hermenêutica de Profundidade: potencialidades e limitações

A partir daqui, vamos apresentar um pouco de como a HP, de acordo com a maneira que foi arquitetada por Thompson (2011), pode ser desenvolvida para analisar formas simbólicas com três diferentes enfoques, cada um deles relacionado com vieses das informações transmitidas, como é o caso da cultura, da ideologia e da comunicação de massa. Nesse sentido, as formas simbólicas que a HP objetiva analisar são aquelas que estão atreladas a uma cultura, pois são ações, objetos ou expressões significativas de vários tipos produzidas, transmitidas e recebidas em contextos estruturados; possuem um fator ideológico, pois podem mobilizar o significado para interferir em relações de poder, que quando assimétricas, resultam em uma relação de dominação; e, por fim, são disseminadas e recebidas como mídias de comunicação de massa, pois estão de alguma forma vinculadas a um meio de comunicação de massa – são disseminadas em larga escala de acordo com os princípios, limitações e intenções dos seus produtores, que se submetem a este meio por entendê-lo profícuo.

Dados os três principais enfoques analisados pela HP, apontaremos particularidades nas maneiras como as análises destes aspectos são conduzidas em termos práticos. Ressaltaremos, também, os motivos que tornam a HP potente para pesquisadores que desejam utilizá-la na análise de livros e documentos. Nessas discussões tomamos o cuidado de apontar algumas limitações e potencialidades que assumimos na nossa pesquisa, dado o caráter ímpar

desta investigação que está associada à singularidade das características dos nossos objetos e objetivos de pesquisa.

Para Thompson (1988), não existe uma única e simples metodologia que tenha sido criada com o propósito de analisar a cultura, a ideologia e a comunicação de massa, pois esses fenômenos são extremamente complexos e apresentam aspectos que podem ser abordados de muitos modos diferentes. Thompson (1988) vai construir a HP e irá comentar em seus trabalhos algumas maneiras como proceder distintamente no âmbito de seus movimentos analíticos para enfatizar cada um desses enfoques possíveis. Sendo assim, a depender dos interesses do hermenêuta, a HP sofrerá algumas adaptações nos seus três principais movimentos analíticos e nos objetivos de cada um deles, que terá uma intenção peculiar, visando fomentar exercícios de análise que cumpram os propósitos da pesquisa em questão.

Dentro dessa perspectiva, Thompson (1988) vai defender que podemos mostrar como diferentes abordagens para estes fenômenos podem se interrelacionar de um modo sistemático, combinado dentro da HP, que permite vermos suas diferentes nuances. Por essa razão, a HP pode ser vista como um processo de interpretação mediado por técnicas objetivantes, que não substituem o processo de interpretação em si, mas o enriquecem, sem esgotar suas análises, mas aprofundando-as e desenvolvendo-as, respeitando a distinção e a complexidade do objeto de estudo.

O primeiro formato de análise que vamos discutir está relacionado com o uso da HP da forma como já a descrevemos no item anterior e se volta à interpretação da cultura atrelada às formas simbólicas. Com relação ao conceito de cultura assumido pela HP, encontramos em Thompson (2011) uma discussão histórica acerca do desenvolvimento deste conceito. Nela aprendemos que estudo das formas simbólicas, geralmente, ocorre por meio do conceito de cultura e não há muito consenso a respeito do seu significado. Assim, didaticamente, o autor vai apresentar como este conceito se desenvolveu ao longo da história, oferecendo seu significado principal em quatro períodos distintos que ele denominará de *concepção clássica*, *concepção descritiva*, *concepção simbólica* e *concepção estruturada* da cultura.

Na *concepção clássica* da cultura, ele aponta que a “[...] cultura é o processo de desenvolvimento e enobrecimento das faculdades humanas, um processo facilitado pela assimilação de trabalhos acadêmicos e artísticos e ligado ao caráter progressista da era moderna” (p. 170). Esta concepção, de acordo com o autor, parte das discussões que ocorreram entre filósofos e historiadores alemães dos séculos XVIII e XIX, mas com o surgimento da Antropologia, no final do século XIX, temos duas outras concepções, a *concepção descritiva* e a *concepção simbólica* da cultura.

Na *concepção descritiva* “[...] a cultura de um grupo ou sociedade é o conjunto de crenças, costumes, ideias e valores, bem como artefatos, objetos e instrumentos materiais, que são adquiridos pelos indivíduos enquanto membros de um grupo ou sociedade (p. 173). Para discutir a *concepção simbólica*, Thompson (2011) vai apoiar suas considerações principalmente no que está dito nos trabalhos de Clifford Geertz. Partindo deste autor, Thompson (2011) apontará que na *concepção simbólica* a “[...] cultura é o padrão de significados incorporados nas formas simbólicas, que inclui ações, manifestações verbais e objetos significativos de vários tipos, em virtude dos quais os indivíduos comunicam-se entre si e partilham suas experiências, concepções e crenças” (p. 176). Para ele, a *concepção simbólica* serve de ponto de partida para a produção de uma abordagem construtiva no estudo dos fenômenos culturais, mas há nela uma fraqueza principalmente presente nos escritos de Geertz que se apoiam no fato desta teoria dar pouca atenção às relações sociais estruturadas que envolvem os símbolos e ações simbólicas.

Por fim, o último conceito de cultura que, inclusive, é aquele que o autor assume para si, é intitulado por ele mesmo como a *concepção estrutural* da cultura e neste caso ele enfatiza o caráter simbólico dos fenômenos culturais e o fato deles se inserirem em um contexto social estruturado, ou ainda, nas suas próprias palavras “[...] fenômenos culturais, deste ponto de vista, devem ser entendidos como formas simbólicas em contextos estruturados” (p. 181). Dito isto, para o Thompson (2011), a análise cultural é

[...] o estudo das formas simbólicas – isto é, ações, objetos e expressões significativas de vários tipos – em relação a contextos e processos historicamente específicos e socialmente estruturados dentro dos quais, e por meio dos quais, essas formas simbólicas são produzidas, transmitidas e recebidas (p. 181).

O formato de análise que estuda a cultura presente nas formas simbólicas com a HP, segundo entendemos, é aquela que mais tem sido utilizada no campo dos estudos referentes à análise de livros e documentos educacionais no âmbito da História da Educação (Matemática).

A análise da cultura segue a execução dos três movimentos analíticos, relacionando os estudos do contexto da forma simbólica com os estudos acerca da sua estrutura interna. Isso reverbera no desenvolvimento de (re)interpretações criativas e plausíveis que objetivam explicar as intenções presentes nas formas simbólicas e originadas na intenção dos seus produtores. Além disso, considera-se os modos como eles mobilizam os seus elementos

constitutivos para dizer o que intencionavam. Esse processo vai explicar como a cultura é mobilizada e disseminada através das obras.

Dos três principais movimentos de análise já descritos, é o processo de (re)interpretação que constrói suas afirmações sobre os processos de análise social e histórica e o de análise discursiva, baseado nas percepções oriundas desses movimentos analíticos e as empregando para a construção de uma interpretação construtiva e criativa. Por mais rigoroso que esses processos sejam, eles nunca irão abolir a necessidade de uma construção criativa dos significados, que visa oferecer uma explicação interpretativa do que foi representado ou dito pela forma simbólica. Essa interpretação criativa nada mais é do que uma atividade imaginativa que, inevitavelmente, coloca o hermenêuta em uma situação arriscada, graças aos conflitos que podem se estabelecer entre os significados divergentes produzidos pelo hermenêuta e as interpretações dos receptores que fazem parte do mundo social. Somam-se a isso as disputas que podem emergir entre interpretações conflitantes que advenham de estudiosos do mesmo objeto (Thompson, 1988).

A partir dessa compreensão, Thompson (1988; 2011) vai apresentar algumas variações na aplicação do seu método, com modificações mais ou menos pontuais na sua forma de mobilização, mais precisamente no uso dos três movimentos analíticos da HP. Desse modo, pode-se alterar consideravelmente o viés interpretativo, passando a focar nos modos como a ideologia é utilizada nos objetos de pesquisa em estudo e como os meios de comunicação de massa, em que essas formas simbólicas são produzidas para serem veiculadas, se tornam mais ou menos eficazes em produzir os “efeitos” planejados.

Partindo, agora, para o estudo da ideologia, como Thompson (1988) o introduz, este pode ser conduzido segundo o referencial da HP, mas a preocupação em evidenciá-lo dá às análises um movimento diferente daquele presente na análise cultural. A análise da ideologia de uma forma simbólica vai também se basear nas fases da HP, que funcionarão de forma bastante similar ao já explicitado com relação à análise cultural. Neste caso, entretanto, haverá uma alteração de seu objetivo básico, que passará a ser: denunciar as maneiras peculiares que interrelacionam o significado e o poder. Para este efeito, o foco da Análise Social e Histórica será demonstrar como as relações assimétricas de poder estão entrelaçadas com o processo de produção da forma simbólica, sublinhando os acontecimentos nos quais o poder atuou e interferiu neste processo, resultando na forma simbólica em mãos, e não em outra. Por isso

[...] a análise sócio-histórica deve prestar atenção particular às relações de dominação que caracterizam as instituições sociais e os campos de interação. Pois nós estamos interessados nas maneiras em que essas relações são

alimentadas e sustentadas pelas formas simbólicas que circulam no campo social (Thompson, 2011, p. 378);

Já em termos da análise formal ou discursiva, os exercícios de análise propostos se voltarão a evidenciar momentos e pontos presentes na obra em que o significado é utilizado efetivamente para manter ou romper com formas de poder, ou melhor dizendo, “[...] identificar as características estruturais das formas simbólicas que facilitam a mobilização do significado (Thompson, 2011, p. 378). A (Re)Interpretação, por sua vez, buscará explicar como as relações de poder que foram estudadas nos movimentos anteriores resultaram em significados importantes que fazem com que a forma simbólica reforce, estabeleça ou corrompa relações de dominação que se estabeleceram, ou tem o potencial de se estabelecer, entre os seus leitores e os seus “algozes” – o *status quo*. É, então, com a ajuda desta particularização dos objetivos das fases da HP que o autor explica como reorientá-la para analisar a ideologia presente nas formas simbólicas e apresentar como elas sustentam ou subvertem relações de poder. Enfatizamos que esse segundo enfoque de uso da HP também está em segundo lugar entre aqueles mais utilizados para efetuar análise de livros e documentos educacionais no campo da História da Educação Matemática.

Falando mais precisamente das relações de dominação, não podemos deixar de comentar a fluidez que há no estabelecimento e na ruptura dessas relações, pois o que serve para sustentar relações de dominação em um determinado contexto, pode fazer exatamente o contrário em um outro. Por exemplo: o que sustenta uma relação de poder no cenário de uma escola pode não sustentar a mesma relação no âmbito desta comunidade escolar; ou ainda, o que é considerado um argumento válido para professores e cientistas pode não configurar argumento válido para negacionistas da ciência, sendo preciso, neste caso, que outros argumentos sejam criados para o estabelecimento de relações com essas pessoas, pois os argumentos científicos não são aceitos por eles.

Segundo Thompson (1991) o fato de operar com ideologias não dá ao hermenêuta a segurança de afirmar sem dúvidas que a forma simbólica em estudo é ideológica ou não. Isso porque o que o analista pode fazer, muito apropriadamente, é desenvolver uma interpretação que procure destacar as maneiras pelas quais determinadas formas simbólicas, em circunstâncias sócio-históricas específicas, estão ligadas a relações de poder, servindo em alguns casos para estabelecer e sustentar essas relações e em outros casos para contestá-las e desfazê-las. É por isso que ele vai dizer que tentou renovar a tradição de reflexão sobre ideologia, evitando cair em algumas armadilhas como, por exemplo, pensar a ideologia como erro ou ilusão, ou ainda como algo que deve ser contrastado pejorativamente com o

conhecimento científico. Ele buscou evitar a tendência de pensá-la como um cimento social que estabiliza a sociedade, unindo seus membros e fornecendo a eles valores, normas compartilhadas coletivamente etc. Seu único foco foi apontar as maneiras como o significado das formas simbólicas serve para estabelecer e romper relações de dominação em condições contextuais específicas.

Esses argumentos, presentes em Thompson (1991), advêm de uma contestação que foi feita por Locke (1991) a respeito de alguns posicionamentos de Thompson (1988). Locke (1991) questionou se é possível acessar os méritos relativos de diferentes considerações que partem de uma forma simbólica. Sua pergunta foi subsidiada pelo fato de haver interpretações do mundo social e histórico que podem não se alinhar com as categorias de análise do hermeneuta. Disso emergiu a indagação de como o hermeneuta deve proceder para definir se as suas categorias são válidas ou se é preciso definir outras mais apropriadas, frente àquelas que foram estabelecidas pelos receptores do mundo social. Isso sem se esquecer que o hermeneuta está em uma situação privilegiada de fala, pois é ele quem está efetuando as análises e, portanto, é capaz de adotar o seu ponto de vista como sendo o “correto”. Em resposta a esses questionamentos, Thompson (1991) defendeu que as interpretações do hermeneuta devem ser receptivas a argumentos racionais e ao debate. A intenção é convencer e não subjugar o seu “opositor”, um convencimento que deve obedecer ao *princípio da não imposição*¹⁹, que, segundo ele, precisa regradar as condições de justificação de uma interpretação. Essas condições podem utilizar argumentos e evidências de diferentes tipos, visando o convencimento pela plausibilidade de uma interpretação, caminhando ao encontro da razoabilidade dos argumentos que por esse ensejo merecem suporte.

Com isso, Thompson (1991) oferece uma condição muito importante acerca do posicionamento do hermeneuta, enfatizando que no trabalho com interpretações não deve haver uma visão de que o que efetivamente está acontecendo é uma busca pela *verdade* ou pela *falsidade* de uma teoria ou mensagem. Segundo o autor, este é o problema encontrado na argumentação de Locke (1991); ou seja, a busca por encontrar quem está certo em uma

¹⁹ O *princípio da não imposição* defende a necessidade de justificação das interpretações por meio do convencimento racional, sem que exista um movimento de imposição ou sujeição. Essa justificação pelo convencimento só é possível graças a garantia de não haver relações assimétricas de poder entre o intérprete e seus interlocutores. Nesse sentido, o princípio define que não existem critérios que possam ser utilizados para vencer uma discussão e que nenhum argumento, apesar de ser uma condição necessária, pode ser suficiente para tal propósito. Dentro deste cenário, o público fica confortável para aceitar os argumentos que melhor lhes aprouver, sabendo que nada está sendo imposto, mas que apenas o convencimento por meio da racionalidade está efetivamente em jogo. Uma consequência desta situação é que alguns argumentos podem ser efetivos em um determinado cenário, mas em outros não ter efetividade alguma (Thompson, 1987).

determinada discussão. O que está realmente em jogo, argumenta Thompson (1991), é a plausibilidade das interpretações que são mais ou menos perspicazes, mais ou menos suportadas pelas evidências disponíveis. Com isso, avaliar a interpretação deixa de ser um problema de demonstrar sua veracidade ou falsidade e passa a ser um exercício de julgar o que é ou não racional; ou seja, uma discussão com base em argumentos e evidências. O exercício do julgamento racionado, isto é, sem coação, não tenta apresentar uma prova cabal e incontestável, pois, para o autor, existe espaço para discordância e debate; sem contar que os julgamentos, por mais cautelosos que sejam, são falíveis.

Thompson (1991) também argumenta que a interpretação do analista não é superior ou inferior àquela dos leitores leigos, mas é uma interpretação possível, que não está acima de qualquer reprovação e que sequer tem a capacidade de silenciar o debate. Nesse sentido, ele concorda com Locke (1991) com respeito a haver um privilégio tradicionalmente concedido à interpretação dos analistas, um privilégio que é comumente dado sem ser examinado de maneira explícita e autorreflexiva. Mas, para o autor, esse privilégio não deve ser substituído por uma ênfase igualmente unilateral nas considerações dos receptores comuns. Thompson (1991) tem a intenção de traçar um caminho entre esses dois extremos e mostrar que há espaço para uma interação criativa entre aquela vinda do público e a (re)interpretação produzida pelo hermenêuta.

Para Thompson (1988, 2011) a interpretação da ideologia envolve não apenas a projeção de um possível significado, mas também uma alegação de que esse significado serve para sustentar relações de dominação em certas circunstâncias. Interpretar a ideologia é entrar no reino da alegação e contra alegação, da afirmação e contra afirmação, da argumentação e contra argumentação; e isto não é apenas uma projeção, mas é uma intervenção potencial na própria relação social que o objeto procura sustentar. Interpretar uma construção simbólica como ideológica é abrir possibilidade de crítica, não apenas de outras interpretações (incluindo aquelas dos sujeitos comuns que fazem parte do mundo social), mas também das relações de dominação que o significado estabelece. Thompson (1987) já argumentava sobre a necessidade de oferecer uma interpretação que faça uma intervenção, que possa ser defendida e sustentada de alguma maneira. O hermenêuta não pode supor sua interpretação como a única possível ou a única sensível, mas deve supô-la justificável. Ou seja, sua justificativa deve poder ser justificada, caso precise, e essa justificação deve obedecer ao *princípio da não imposição*.

Segundo Thompson (1988) ao longo dos anos, os meios de comunicação de massa têm obtido um grande desenvolvimento que afeta de forma bastante profunda a natureza da

experiência cultural na sociedade. Nesse sentido, cabe uma discussão do que ele entende por comunicação de massa, pois este pode gerar alguns desentendimentos ou incompreensões que, se não devidamente tratados e esclarecidos, podem comprometer a efetividade do trabalho e do uso da HP.

Em primeiro lugar é preciso esclarecer que a comunicação de massa tem a intenção de garantir a transmissão do que Thompson denomina de mensagens significativas. Essas mensagens, frequentemente, são expressas na forma de linguagem, mas também podem ser transmitidas por imagens, gestos e símbolos variados que obedecem a alguns acordos que respeitam a convenções específicas; ou seja, códigos e regras que são compreendidos por ambos os atores de um processo de comunicação do tipo “emissor” e “receptor”. Lembrando que ele anuncia de pronto, em sua teoria, que a forma simbólica não necessariamente é um texto, mas pode possuir outros formatos como já apontamos antes na explicação sobre as formas simbólicas. Um exemplo hipotético do que estamos falando pode ser percebido ao retratar um comercial transmitido no Brasil, mas que mobiliza a língua alemã nas interações entre os seus personagens. Não é preciso muita reflexão para concluir que este comercial não será recebido por grande parte dos brasileiros da maneira mais completa e adequada possível, pois a maioria da nossa população não compreende alemão. Podemos também pensar no caso de um livro que fosse escrito em hebraico, ou ainda que utilizasse uma língua unicamente conhecida por um seleto grupo de pessoas. Este livro também estaria bastante limitado em termos de possibilidades de recepção. Logo, toda mensagem pressupõe um receptor que esteja apto a recebê-la e por essa razão ela obedece a alguns acordos, muitas vezes velados, outras nem tanto, que são conhecidos ou reconhecíveis pelo receptor e que visam garantir a sua compreensão. Estes acordos são denominados por Thompson (2011) de convenções.

Em termos da comunicação cotidiana – reconhecida como comum e que ocorre ao longo de um dia –, grande parte dela acontece por meio de uma interação social face-a-face, ou seja, os indivíduos interagem presencialmente em um mesmo lugar e com isso o emissor da mensagem consegue obter respostas imediatas desta interação, o que contribui com a compreensão dos argumentos do discurso emitidos pelo emissor. Isso porque ao longo do diálogo, pode haver maiores esclarecimentos de informações não compreendidas e até mesmo haver alguma alteração nas estratégias de argumentação. Mas ao se comparar a comunicação de massa com o que ocorre na “comunicação do cotidiano”, temos que a natureza desse processo é bastante distinta. E quanto a isso, Thompson (1988) resalta quatro pontos diferentes que merecem atenção.

O primeiro é que na comunicação de massa as mensagens estão direcionadas a uma audiência que não está presente fisicamente, ou seja, não se encontra no local no qual a mensagem foi ou é produzida. O segundo ponto se relaciona com a natureza do meio técnico em que a mensagem é fixada, pois os meios de armazenamento da comunicação afetam diretamente a natureza da mensagem e delimitam o que pode ou não ser gravado e, portanto, transmitido. Sendo assim, cada um dos recursos midiáticos possíveis como livros, filmes, programas de TV, cartazes, programas de rádio e comerciais de todos os tipos estão limitados pelos tipos de meio técnico que lhe são peculiares. O meio técnico usado no rádio limita a forma simbólica a circular unicamente pelo uso do som, a televisão mobiliza som e imagens – está última tanto estática quanto em movimento –, os jornais utilizam a linguagem escrita e imagens – neste caso somente na forma estática – etc. O terceiro ponto está relacionado com o fato de as comunicações de massa, geralmente, serem passíveis de trocas comerciais, ou seja, possuírem valor mercadológico de compra e venda, mesmo que este valor não seja arcado pelo público-alvo. O quarto, e último, se relaciona com seu potencial de disponibilização para uma audiência muito maior do que aquela que poderia ocorrer nos moldes da comunicação cotidiana (Thompson, 1988).

Thompson faz uma conceituação bastante pertinente sobre comunicação de massa:

Podemos conceber, de maneira ampla, a comunicação de massa como: a produção institucionalizada e a difusão generalizada de bens simbólicos através da transmissão e do armazenamento da informação/comunicação. Ao conceber a comunicação de massa em termos de produção e difusão de bens simbólicos, quero acentuar a importância das formas simbólicas. O que nós descrevemos agora como comunicação de massa é um conjunto de fenômenos e processos que emergiram historicamente através do desenvolvimento das instituições que procuram explorar novas oportunidades de fixação e reprodução dessas formas (Thompson, 2011, p. 288 e 289, *itálico do autor*).

Logo, as mensagens transmitidas pelos meios de comunicação de massa têm o potencial de serem recebidas por uma audiência maior do que aquela que seria possível face-a-face. Muito desta potencialidade está relacionada com a possibilidade de sua transmissão para pessoas espacialmente e temporalmente dispersas.

Mas existe um fator que merece a nossa atenção e este é o fato de que, apesar de os meios de comunicação de massa estarem dispersos espacialmente para um grupo de pessoas muito grande, seu conteúdo não está ou sequer fica disponível de forma irrestrita. Isso significa que existem barreiras importantes para a recepção dessas mensagens que podem ser percebidas, principalmente, ao se analisar as suas características e aquela dos meios técnicos

usados para presentificá-la. Vale lembrar do exemplo que oferecemos anteriormente sobre o comercial em língua alemã transmitido no Brasil e das diferentes possibilidades que os diferentes meios de comunicação oferecem de mobilização da linguagem presente nas formas simbólicas para a produção das mensagens a serem transmitidas. Para este efeito, não podemos também nos esquecer daquelas mensagens que são produzidas e regulamentadas por organizações estatais – Thompson cita especialmente as estatais que regulamentam alguns canais de televisão britânicos, que, às vezes, exercem seu poder impondo obstáculos na circulação de algumas mensagens (Thompson, 2011). Um outro obstáculo que devemos considerar é o valor comercial da mídia ou do equipamento necessário para a recepção dessas mensagens, que quanto mais alto, mais difícil torna o acesso a essas mensagens pelos menos favorecidos. Outros exemplos de obstáculos que podem atuar diretamente no impedimento de que a disseminação das mensagens seja irrestrita são: língua, idade, gênero, interesses, horário, nível de erudição, conteúdo exclusivo para não deficientes etc.

Nesse sentido, Thompson (1988) argumenta que o termo “massa” pode ser um tanto quanto “enganoso”, pois conota uma grande e irrestrita quantidade de recipientes, os quais não podem ser categorizados de maneira definida, oferecendo a imagem de que suas características são indiferentes para o emissor e o meio de comunicação que está fazendo a transmissão da mensagem. Entretanto, essas mensagens são recebidas por indivíduos específicos situados em contextos sociais e históricos também específicos. É efetuada uma espécie de segregação de quais são aqueles que devem ou não, merecem ou não, precisam ou não as receber. É importante ressaltar também que essas pessoas recebem as mensagens com graus diferentes de atenção e que elas as interpretam de maneira ativa. A diferenciação dos indivíduos que são alvo das mensagens, podemos dizer, está associada a alguns dos seus atributos sociais, como classe, gênero, grau de instrução, raça, credo, idade etc. Sendo assim, o autor defende que não podemos assumir que as mensagens são apropriadas pelos indivíduos comuns da sociedade de maneira uniforme, pois pode haver uma variação sistemática na apropriação por parte deles, variações essas que estão relacionadas com as diferenças socialmente estruturadas que constituem os membros da audiência.

No caso de um livro didático ou de um livro voltado para o ensino, para citar um exemplo mais próximo do nosso campo de interesse, este livro é apropriado por pessoas diferentes. Há, por exemplo, graus diferentes de poder, como no caso da relação de poder existente entre professores e alunos; mas há também outras diferenças, entre eles, que são de cunho social, como é o caso das suas diferenças de gênero e sexualidade. Há aqueles que possuem alguma diferença em termos das suas capacidades cognitivas, como os alunos ou

professores que possuem algum tipo de necessidades educacionais especiais, incluindo aqui aqueles com superdotação. Temos também aqueles que possuem algum fator limitante físico etc. Isso mostra uma audiência toda complexa que, neste caso, pode ainda incluir alguns pais de alunos e até mesmo diretores, supervisores de ensino, produtores de materiais didáticos e criadores de políticas públicas voltadas à educação etc. que podem ter algum interesse na leitura desses materiais.

Logo, pensamos ficar bastante evidente a associação dos livros em geral, e daqueles voltados ao ensino e a aprendizagem da matemática, assim como os de formação inicial ou continuada de professores, em particular, como sendo formas simbólicas voltadas à transmissão da cultura. Até certo ponto, os vemos também atrelados à transmissão de uma ideologia ligada ao pensamento e aos interesses de seus produtores. Além disso, percebemos sua vinculação com um meio de comunicação de massa, mesmo que o seu público-alvo seja um tanto quanto mais restrito do que em outros meios mais amplos. Nesse sentido, a série de livros que estamos estudando é vista por nós como sendo formas simbólicas criadas para um público-alvo específico – professores da educação básica em formação ou já formados que estejam buscando dar continuidade em sua formação, além de professores do ensino superior. Mas além do público-alvo destas obras, temos também aquelas pessoas que inesperadamente entram em contato com elas e que fazem parte de um público possível. Levando em consideração a soma do público-alvo pretendido pelos produtores e aqueles que entram em contato com elas inesperadamente, temos que estes podem ser: professores em formação; professores já formados da educação básica em busca de formação continuada; professores do ensino superior; diretores e supervisores de ensino; produtores de livros didáticos e de políticas públicas voltadas ao ensino; pais de alunos, amantes do estudo da Matemática; estudiosos do Ensino da Matemática; entusiastas da Matemática Recreativa; curiosos que encontraram esses livros nas estantes de uma livraria qualquer ou de uma biblioteca particular, ou ainda, em uma biblioteca pública, etc.

Logo, as considerações anteriores dão-nos a certeza de que os objetos que estamos estudando são, na verdade, obras que foram criadas obedecendo preceitos específicos que as tornam mídias dos meios de comunicação de massa. Elas foram produzidas e difundidas por instituições específicas voltadas a este fim, como é o caso da Autêntica Editora, que trabalha com a produção e divulgação deste tipo de produções: esse conjunto de receptores possíveis, muito maior que aquele possível de ser atingido por uma comunicação cotidiana presencial (maior até do que ambicionavam seus produtores), mas ainda assim restrito; o fato de haver uma separação temporal e espacial entre produção, transmissão e recepção; a existência de

algum valor mercadológico atrelado a eles; a fixação deles por um meio que lhe atribuiu uma existência além da presença física dos seus produtores; são fatores que nos garantem essa certeza.

Além disso, essas obras atuam na disseminação de uma cultura, especialmente a cultura escolar e a cultura voltada à formação inicial ou continuada de professores de matemática, além de, certamente, carregarem marcas ideológicas oriundas das crenças, relações de poder, ambições, valores e contextos dos seus produtores – autor(es), diagramadores, corretores, editores etc. Essas últimas considerações são importantes para justificar a nossa intenção de analisar a cultura, de uma maneira geral, presente nas obras que estudamos e a ideologia, em particular, que estão a elas atreladas.

Voltando à discussão acerca do estudo da forma simbólica, focando agora a comunicação de massa, Thompson (1988) aponta a necessidade de analisá-las como um fenômeno cultural; ou seja, estudá-las em termos das formas e processos historicamente específicos e socialmente estruturados dentro dos quais e por meio dos quais as formas simbólicas são produzidas, transmitidas e recebidas. Nesse sentido, ele distingue a análise das formas simbólicas voltadas aos meios de comunicação de massa por três aspectos: o seu processo de produção e distribuição; a construção da mensagem de mídia; e, por fim, a recepção e apropriação das mensagens.

A constituição desses aspectos, para o autor, é cada um ao seu turno um movimento de análise que não necessariamente considera os demais aspectos. Eles permitem definir análises em três domínios diferentes, sendo possível que exista o foco da nossa atenção para cada um deles em separado. Como cada aspecto pode ser estudado por meio da abstração dos demais, isso implicará na possibilidade de uma análise que não considere algum deles. Desse modo, essa análise possuirá necessariamente alguma limitação e, para que seja completa, será impreterível que o estudo da comunicação de massa relacione os resultados das análises dos três aspectos citados, mostrando como cada um deles contribui com os demais na formalização dos significados pelos quais eles foram constituídos.

Um exemplo dado pelo autor é com relação ao trabalho de análise de programas de televisão. Neste caso, o primeiro aspecto foca nas características que contextualizam a construção da mensagem midiática, ou seja, é realizado um estudo social e histórico acerca do período e dos acontecimentos que cercaram a produção e a transmissão da mensagem. O segundo aspecto efetua um estudo da construção desta mensagem priorizando uma análise formal ou discursiva dela. Por fim, o terceiro aspecto vai se atentar para a recepção e apropriação das mensagens por meio de uma análise social e histórica das circunstâncias

específicas e das condições sociais e históricas diferenciadas dentro das quais os indivíduos recebem essas mensagens, seguida de um estudo cuidadoso, talvez por meio de entrevistas ou de questionários, que vise apreciar o significado atribuído a essas mensagens pelos seus recebedores.

Esta análise dos contextos sociais e históricos dos receptores e do modo como eles estão sendo influenciados não tem comumente ocorrido nas pesquisas do nosso campo, especialmente naquelas que visam analisar documentos ou livros, e isto talvez aconteça devido à dificuldade de produção desses dados e à natureza das formas simbólicas em estudo. Algumas exceções a esta regra são os trabalhos de Bagio (2014), Gonzales (2017) e Gomes (2019).

Viviane Aparecida Bagio teve a intenção de estudar o processo de formação de professores do Estado do Paraná entre 2003 e 2010, almejando conhecer a implantação do conteúdo de Geometrias Não Euclidianas. Observou esse movimento pela perspectiva de como alguns formadores ligados à Secretaria de Estado da Educação do Paraná compreenderam esse processo. Interessante apontar que a autora mobilizou as quatro entrevistas que produziu como sendo quatro (re)interpretações deste movimento, colocando a sua (re)interpretação como uma quinta (Bagio, 2014).

Kátia Guerchi Gonzales buscou interpretar a compreensão do público do que foram as Licenciaturas Parceladas no Mato Grosso do Sul, sem deixar de considerar, para isso, a legislação que regulamentou esse processo de formação. Uma facilidade que ela tinha a seu favor era a existência de um meio como identificar pessoas que tiveram contato com essa formação e ter tido a oportunidade de entrevistá-las (Gonzales, 2017).

Letícia Nogueira Gomes, por sua vez, buscou compreender o que os vários números da revista *Documenta*²⁰ informavam acerca da criação de cursos que formaram professores de Matemática no Brasil entre 1962 e 1979 observando, para isso, os pedidos de autorização, conversão e/ou reconhecimento destes cursos tanto de instituições federais quanto privadas. A autora, assim como a anterior, também teve a oportunidade de entrevistar uma pessoa que

²⁰ A Revista Documenta era um periódico mensal, criado em 1962 e encerrado em 2006, que tinha a responsabilidade de veicular as decisões tomadas pelos membros do Conselho Federal de Educação (CFE), vinculado à época ao Ministério da Educação e Cultura (MEC). Dentre as atribuições deste Conselho, estava avaliava os pedidos de autorização, conversão e/ou reconhecimento de cursos que formavam professores de Matemática em instituições públicas federais ou privadas. A Revista Documenta se ocupava da publicação dos pareceres técnicos e das decisões deste teor. Foi exatamente este quesito que despertou o interesse da pesquisadora citada (Gomes, 2019).

participou deste movimento, no caso um dos conselheiros do Conselho Federal de Educação, que a ajudou a entender os processos de produção desses pareceres (Gomes, 2019).

Já no caso dos livros, por exemplo, uma grande dificuldade para efetuar este exercício analítico seria conseguir demarcar o tempo e o espaço para essa investigação, especialmente pelo fato de ser muito difícil acompanhar o processo da leitura dessas obras e encontrar os seus leitores para enfim efetuar tal pesquisa, especialmente em se tratando de uma pesquisa com caráter historiográfico. Este fator é especialmente importante quando são estudadas obras antigas. Este pode ser um dos motivos de não vermos esse movimento de análise ocorrendo na prática na grande maioria das pesquisas que mobilizam a HP em nosso campo. Uma consequência desta ausência pode ser percebida como uma limitação dos estudos referentes ao enfoque da comunicação de massa presente nas formas simbólicas. Esta carência faz com que o pesquisador se detenha apenas aos contextos de produção e disseminação e à análise interna da obra, finalizando o ciclo hermenêutico com o movimento de (Re)Interpretação, o que remete a uma análise do tipo cultural ou até mesmo ideológica, como já explicado. Vale apontar, entretanto, que geralmente o objetivo das pesquisas que envolvem a HP na área da Educação Matemática, mais precisamente aquelas situadas no campo da História da Educação Matemática, é estabelecer uma interpretação com relação à cultura e à ideologia transmitida pelas formas simbólicas. Esses aspectos são suficientemente analisáveis, como já mencionado antes, pelos movimentos analíticos de estudo do contexto social e histórico, de estudos formais internos da obra e de produção de uma (re)interpretação baseada nesses estudos anteriores.

Cabe frisar que frequentemente analisamos a ideologia em termos das características estruturais da própria mensagem, sem examinar o modo como ela é interpretada pelos indivíduos aos quais é direcionada. Um trabalho que não considere os parâmetros de recepção da mensagem, no entanto, só pode ser insuficiente para salientar as condições que tornam as mensagens midiáticas ideológicas. Sendo assim, o estudo da ideologia na mídia não pode se basear somente em um estudo da produção e construção das mensagens, devendo necessariamente objetivar compreender como a mensagem é recepcionada pelo seu público. Só assim é possível explicar como os significados mobilizados nas mensagens estão vinculados ou não com relações de dominação. Como essas relações são sustentadas ou subvertidas, reforçadas ou destruídas, são questões que só conseguimos responder quando interpretamos a maneira como os indivíduos situados nos contextos sociais e históricos específicos as interpretam. Um fator importante, relacionado com as análises que são produzidas nos moldes da HP, é que elas têm a potencialidade de contribuir, em termos da

análise de livros principalmente, com uma interpretação que colabore com a compreensão dos demais leitores das obras, em especial daqueles que não estão preocupados ou não possuem condições para responder a algumas questões neles presentes – como é o caso dos professores, alunos, diretores, pais de alunos etc. Essa compreensão que as análises dos livros oferecem aos seus leitores tem o potencial de sensibilizá-los a possíveis imposições, subjugações, contradições e manutenções que os livros podem estar alinhados em defender de maneira obscura, na intenção de influenciá-los a colaborar com a manutenção ou ruptura do *status quo*.

Baseando-nos nos estudos da HP que apresentamos acima para analisar tanto os meios de comunicação de massa, como a cultura e a ideologia presente nas formas simbólicas, reforçamos que as análises que efetuamos na interpretação dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação* não buscaram estudar o modo como são atribuídos significados a eles por parte de seus leitores. Portanto, esta pesquisa não se vincula especificamente com a produção de uma análise que englobe o estudo da cultura, da ideologia e da comunicação de massa de modo conjunto. Claro que percebemos as nossas formas simbólicas como objetos culturais, ideológicos e mídias de massa, como já defendido anteriormente. Por essa razão não iremos nos isentar de mencionar, quando houver oportunidade e condições para isso, os possíveis elementos que demonstrem como os sentidos presentes na série podem ou não ser usados para estabelecer relações de dominação e de pontuar as potencialidades das obras em estudo em termos de suas características como mídias de comunicação de massa – isto tudo, com base nos resultados oriundos dos movimentos analíticos que fizemos durante o estudo das formas simbólicas e do seu contexto. Essas argumentações, temos consciência, são limitadas de uma certa maneira a hipóteses que não poderemos efetivamente comprovar, pois esta pesquisa não se ocupou, durante o seu percurso, em estudar a maneira como essas formas simbólicas são ou foram recebidas pelos consumidores/receptores do mundo social. Sendo assim, o nosso estudo está mais vinculado a uma análise cultural e da ideologia presentes nos livros da série do que em produzir uma análise com a finalidade de demonstrar a efetividade dessas mídias de massa na sociedade.

Como já dissemos, o nosso trabalho não se voltou a compreender como as formas simbólicas que analisamos foram recebidas pelos indivíduos do mundo social e alguns dos nossos motivos para esta decisão são: o tempo de duração de um projeto de doutorado e o fato de a nossa intenção de estudar a série *O Professor de Matemática em Ação* não estar intimamente atrelada a uma preocupação em perceber como o sentido presente nestes livros é eficaz para construir ou estabelecer relações assimétricas de poder sobre os seus leitores. Um

obstáculo para a execução desta tarefa advém do fato da nossa forma simbólica ser um livro que não é livro-texto adotado em alguma disciplina ou curso. Isso faz com que não tenhamos condições de selecionar, encontrar e agrupar os seus leitores e até mesmo de tentar aferir o modo como eles utilizam ou utilizaram as informações neles contidas, visto principalmente que os motivos que os levaram à leitura dos livros podem ser muito variados. Pensamos que qualquer tentativa de criar disciplinas que mobilizassem essas obras, visando esse efeito, produziriam resultados um tanto quanto artificiais, mesmo que esta ação pudesse ser vista como positiva, por alguns pesquisadores, servindo até mesmo como um teste que objetiva estudar os efeitos do referencial da HP. Dito isto, temos também que uma amostra dos possíveis leitores, mesmo que mínima, utilizada para a realização de entrevistas objetivando alcançar esse fim, considerando, ainda, as possibilidades imagináveis e já apontadas antes, seria algo impraticável de ser devidamente conduzido. Além disso, entrevistas com número de participantes que possivelmente representaria a menor amostra necessária para essas intenções, é vista por nós como inexequível do ponto de vista de uma pesquisa nas proporções de um doutorado. Sendo, talvez, um trabalho para vários pesquisadores em um projeto maior com duração mais abrangente²¹. Nesse sentido, a nossa hermenêutica assumirá a limitação de não apresentar um estudo mais específico acerca de como os livros desta série estão sendo ou foram recepcionados pelos membros do mundo social.

Observando a limitação que estamos assumindo nessa pesquisa, podemos dizer que a nossa análise é uma análise que focará menos em verificar as relações do significado com o poder em termos de sua eficácia junto ao público. Ela voltar-se-á mais a tratar dos modos como a cultura do ensino de matemática e dos conteúdos da matemática escolar são ou deixam de ser mobilizados pelo autor, sendo disseminados para os seus leitores tal como se presentificam. Além disso, apontará os momentos em que as obras mobilizam o significado para estabelecer, sustentar ou romper relações de dominação, sublinhar instâncias em que o poder interfere nos seus resultados, seja estabelecendo formas específicas de comunicação que o mobilize com um intuito específico, seja em termos dos impedimentos que se estabelecem e que não permitem que tenham outras características ao invés daquelas que se presentificam nelas. Com base nas nossas discussões, entendemos que a nossa análise, pela própria natureza dos dados que produzimos para conduzi-la, pode ser percebida segundo os

²¹ Salientamos que temos a intenção de realizar um projeto com essa envergadura depois de concluído o doutorado, possivelmente para análise um outro conjunto de livros, no caso a coleção *Tendências em Educação Matemática* como nos foi sugerido analisar pelo professor Marcelo de Carvalho Borba em um momento de colaboração que ele nos ofereceu durante a execução deste projeto. Este projeto, teria um design específico considerando as variáveis necessárias para uma execução mais apropriada que permitisse o efeito aqui discutido.

critérios oferecidos por Thompson (1987, 1988, 2011) como uma análise inspirada no referencial da HP, mas com um interesse mais voltado para o seu caráter cultural e ideológico, o que não deixa de estar em acordo com o que preconiza o seu desenvolvedor.

A partir de agora vamos apresentar algumas outras limitações e potencialidades que encontramos acerca da HP em termos da literatura de referência, do campo da Educação Matemática, que utilizamos para aprofundar nossas compreensões sobre ela.

Uma limitação é salientada por Andrade (2021) e está relacionada com a dificuldade de nomear o que são as fases da HP, que nem sempre são utilizadas desta forma pelos pesquisadores que a utilizam, devido à preferência de alguns por outros termos, dentre eles: “instâncias analíticas”, “dimensões”, “momentos”, “movimentos” ou “etapas”. O problema que desemboca nessa variedade de termos está na tentativa de fugir de um significado que pareça dizer que esses movimentos acontecem de uma forma ordenada e fixa – como primeira fase, segunda fase ou terceira fase. Para Thompson (2011), essa linearização da sua metodologia é deveras impossível, devido cada um de seus movimentos analíticos automaticamente mobilizar outros, às vezes de maneira imperceptível e, ao mesmo tempo, irresistível. Segundo percebemos, ao lermos vários relatórios de pesquisa que envolveram uma análise inspirada na HP, o processo de realização das análises, tanto a social e histórica quanto a formal ou discursiva, é um ir e vir durante todo o processo da pesquisa, o que gera, quase que automaticamente, uma nova interpretação da forma simbólica, ou seja, uma reinterpretação dela. É nesse sentido que os pesquisadores que mobilizam a HP percebem que esses exercícios de análise ocorrem quase que de forma paralela, quase que tomando um mesmo espaço. É por isso que eles tentam tão fortemente encontrar novos modos de dizer desses exercícios, buscando novas nomenclaturas e até mesmo formas de formatar seus relatórios finais de pesquisa.

Uma outra limitação advém da necessidade de linearização da escrita em páginas, algo que não necessariamente retrata a maneira como se deu a análise, de como as ideias se alinharam, se agruparam. Nesse sentido:

Esse modo de ser do referencial, quando colocado em prática para a análise de formas simbólicas, tem causado algumas dificuldades quando da necessidade de expressar esses movimentos de pesquisa, já que, de algum modo, é necessário registrar a interpretação, visando torná-la pública. Como registrar um movimento que se constitui de forma não linear, mas cuja elaboração escrita pressupõe uma linearidade? Como comunicar ao leitor que o modo de registro nem sempre é fiel ao modo como a mobilização da HP ocorreu naquela análise, para aquele hermenêuta, naquelas

circunstâncias? Como comunicar ao meu leitor que as fases sugeridas por Thompson não seguem uma ordem, mas, sim, uma “desordem” que eu preciso ordenar para comunicar? Todo movimento hermenêutico parece reduzir-se à elaboração do que é denominado por “interpretação/reinterpretação”, um movimento que repete criando, que é (re)visitado a todo instante, que dispara uma interpretação (dentre as tantas possíveis) que se insinua em todos os momentos do exercício. Na prática, é como se as fases de análise formal (ou discursiva) e a análise sócio-histórica fossem momentos prévios em que se organizam as ideias que configurarão, de modo mais objetivo, a interpretação/reinterpretação, posto que o movimento de interpretar – que ocorre em cada evento singular, em cada momento do processo – não pode ser formalizado, registrado, do modo como (e no instante em que) efetivamente ocorre. Mas o texto da interpretação/reinterpretação nada é sem os textos das análises “anteriores”, e as análises “anteriores” se complementam, se entrelaçam, são sintetizadas, ganham força e coesão no texto da interpretação/reinterpretação. É preciso fazer uma diferenciação, portanto, entre a elaboração dessas fases e a redação do texto que registra essa elaboração. Se a elaboração é, digamos, mais caótica, plena de idas, vindas e voltas, o registro da elaboração, sua forma textual “final” é calma, e pacificamente se rende à linearização (Andrade, 2021, p. 210).

É por isso que Gomes (2019), na sua pesquisa de mestrado, tematiza a influência que existe na forma de estruturar o relatório de pesquisa e constrói uma reflexão acerca dos textos de análise interna, contextual e de (re)interpretação. Para a autora a maneira como o relatório final é construído sofre uma influência das intenções do seu autor de tal forma que contribui diretamente com a maneira que o trabalho será assimilado pelos seus leitores, ou seja, na maneira como os leitores perceberão que o movimento de análise ocorreu. Souza, Dassie e Andrade (2019) também tecem considerações acerca da maneira que os relatórios finais são construídos, sendo alguns deles construídos de uma maneira mais tradicional (por capítulos), outro escrito no formato *multipaper* e um terceiro escrito no formato de um diário de pesquisa.

Ainda cabe dizer, dentro desta discussão, que existem alguns diferenciais, mesmo entre aqueles relatórios que utilizaram um formato mais comum. Isso porque eles se diferenciam no modo como as análises foram constituídas e nas interlocuções feitas com outras metodologias. Esse é o caso de alguns relatórios que mobilizaram entrevistas, mas que as utilizaram de maneiras diferentes para responderem a seus questionamentos, como um que as utilizou para compor sua análise social e histórica, visto que permitem essa percepção; outra que as utilizou para constituir uma análise formal; ou, ainda, uma terceira que as mobilizou para compor sua interpretação/reinterpretação das formas simbólicas consideradas. Nesse viés de discussão, conseguimos enfatizar a variedade de pesquisas e de variáveis que são levadas em consideração quando o intérprete busca tomar uma decisão coerente de como

mobilizará a HP, e até mesmo de como será feita a comunicação de suas análises. Pensamos que aqui encontramos mais um momento em que fica comprovada a flexibilidade existente nesta metodologia de pesquisa, evidenciando, inclusive, que ela é apenas utilizada como inspiração – e nesse sentido a metodologia se coloca como uma forma plástica, ao invés de rígida e fixa.

Outra dificuldade é a tentativa do intérprete de não transformar o exercício de apresentação das suas análises em seus relatórios de pesquisa em uma exaustiva e longa apresentação de trechos recortados e comentados da forma simbólica. Segundo propõe Oliveira (2008), devemos fugir de análises descritivas que parecem um amontoado de trechos selecionados do material original seguidos de comentários. Para ele, essa forma de apresentação quase sempre leva a uma análise superficial. Mesmo com as considerações anteriores, Andrade (2021) considera um erro dizer que esse momento de olhar exaustivo para a forma simbólica, momento este que a desconstrói e a reconstrói trecho a trecho, não seja parte de uma HP. Segundo ela, é exatamente o contrário o que acontece, esta é uma ação necessária, é um bagunçar para entender. Para a autora, o entendimento da essência da forma simbólica faz com que caminhemos por vias que expressem um bastante caótico e demorado percurso, que depois se entrega à calmaria da escrita linear.

Apesar de entendermos ser uma potencialidade do referencial da HP oferecer um combo de três tipos diferentes de análise em um mesmo referencial – uma análise de caráter cultural, uma de caráter ideológico e uma terceira de comunicação de massa – também existe uma limitação que identificamos, inclusive na nossa pesquisa de doutorado: não há um exercício que necessariamente faça uma análise de comunicação de massa tal como Thompson (2011) sugere ser possível. Claro que o fato desta exploração não ocorrer está intimamente atrelado às questões de pesquisa dos produtores destes estudos. Mesmo já sabendo os motivos desta ocorrência, defendemos haver uma necessidade de produção de pesquisas que também considerem a separação que há entre o contexto de produção e de circulação das obras, assim como a necessidade de estudar a maneira como os membros do mundo social assimilam as formas simbólicas analisadas e quais são seus efeitos mais patentes no público. Essa exploração, ao nosso ver, contribui com a avaliação efetiva do referencial da HP, produzindo informações acerca dessa limitação.

Para o caso específico de uma análise dos processos de circulação de uma forma simbólica, temos aqui um ineditismo interessante de ser explorado pelos pesquisadores envolvidos com a HP. Haja vista, muitas vezes o processo de transmissão ser assumido, pelos estudiosos, como algo que ocorre exatamente após o término da produção das formas

simbólicas, o que não é necessariamente verdade. Basta, aqui, considerarmos alguns livros, leis, aulas, manuscritos e/ou programas de televisão que são transmitidos apenas após passados alguns anos de sua produção ou, ainda, considerarmos aqueles que foram produzidos muitos anos atrás e que continuam obtendo sucesso em sua transmissão até os dias de hoje.

Mais precisamente acerca das potencialidades da HP, temos que uma delas é destacada por Bernardino (2016), que nos conta que

A HP nos permitiu uma análise mais profunda, mais ramificada, com diferentes possibilidades e descobertas. A análise sócio-histórica e a busca por materiais que complementassem e respondessem a questionamentos possibilitaram, a nosso ver, uma leitura mais completa da obra. Embora acreditemos que um leitor não possa chegar, em seu estudo, às reais intenções dos autores, acreditamos que a proposta da Hermenêutica de Profundidade nos aproxima, se não da intenção dos autores, da visão que os contemporâneos da publicação da obra tinham dela (Bernardino, 2016, p. 144).

Uma outra potencialidade está no fato de Thompson reconhecer a fragilidade da HP e incentivar que o hermeneuta, ao reconhecer-se em uma situação em que exista uma contribuição positiva de um outro referencial, caso somado a HP, que proceda com essa soma sem qualquer medo. De certo modo, esta abertura para dialogar com outras teorias, mostra mais uma vez a não rigidez da HP, sendo clara a inexistência de amarras neste referencial. Claro que para isso acontecer, o hermeneuta tem que pensar nas suas necessidades e nas potencialidades dessa soma, assim como nas limitações. Segundo Souza, Dassi e Andrade (2019), alguns dos referenciais que têm sido mobilizados, associados à HP, para responder questões *a priori* são os Paratextos Editoriais de Gerard Genette (2009), o Paradigma Indiciário de Carlo Ginzburg (2003), a História Oral, a Nuvens de Palavras utilizada por Reis (2014) e alguns outros trabalhos que apenas indicam entrevistas semiestruturadas, ou ainda o trabalho de Azevedo (2017) que mobilizou um questionário. Quando essas alianças ocorrerem, porém, acreditamos ser de extrema importância que os pesquisadores contribuam com as discussões metodológicas da HP, evidenciando as limitações e potencialidades que observaram com esta soma, objetivando, com isso, contribuir com as pesquisas vindouras que podem se inspirar nessas considerações, que podem ajudar na construção metodológica de outras pesquisas.

Cabe apontar aqui, no entanto, que acreditamos que a HP não é um referencial frágil, no sentido de haver uma limitação facilmente alcançada pelos pesquisadores que a utilizam; o que há é uma abertura para outras possibilidades, quando essas se fazem necessárias. Aqui cabe uma ressalva: para nós, a HP oferece uma oportunidade de suprir a grande maioria das

demandas de pesquisas do nosso campo e, às vezes, o pesquisador pode se equivocar em apressadamente buscar aliar a HP a um outro referencial, por acreditar na necessidade desta soma, sem fazer uma maior reflexão sobre ela. Quando, olhando para trás, vemos muitas pesquisas que se inspiram na HP e que, simultaneamente, se aliaram a algum outro referencial para potencializar as suas análises. Isso pode nos conduzir a uma ação similar. Nossa intenção não é julgar as pesquisas anteriores ou aquelas pesquisas futuras que fizerem algum tipo de associação com outros referenciais, mas, observando os vários trabalhos que lemos e considerando as nossas formas simbólicas, a título de exemplo, defendemos ser importante que os pesquisadores que se envolvem, e aqueles que venham a se envolver com a HP se comprometam com testá-la sem aliados em uma primeira instância, efetuando alguma conjugação apenas quando isso for essencialmente necessário; do contrário, fica difícil estabelecer, por meio das pesquisas, as potencialidades e limitações do referencial. Esse é um dos motivos pelos quais nos detivemos em apenas mobilizar a HP em nossa pesquisa. Seria facilmente explicável associá-la aos Paratextos Editoriais ou ao Paradigma Indiciário, por exemplo, mas isso limitaria a nossa exploração das potencialidades do referencial e o estudo que realizamos acerca dele, que nos fez perceber que essas alianças não eram necessárias, apesar de serem exequíveis e até benigna.

A tradução de alguns textos que algumas pesquisas efetuaram ao mobilizar a HP, podem também ser vistas já como um primeiro momento de análise mais profunda da forma simbólica (Andrade, 2021; Souza, 2017), sendo um fator positivo e potencial. Pois, segundo Andrade (2021):

[...] a leitura de um texto que se pretende traduzir e o ato da tradução trazem à tona a necessidade de uma leitura muito mais minuciosa, incontáveis vezes retomada, cuja natureza é distinta daquela leitura que fazemos de textos escritos em nossa língua (p. 215).

Outra potencialidade é a forma como a mobilização desse referencial tem crescido no Brasil nos últimos anos. Segundo Souza, Dassi e Andrade (2019) as pesquisas que utilizaram a HP entre os anos de 2006 e 2017 se espalharam por vários grupos de pesquisa distintos (GHOEM, HIFEM, HEMEP, GPHM e GEPEMAT), assim como por várias instituições de ensino diferentes (Unesp [Bauru e Rio Claro], Unicamp, UFMS, UFMT, UFABC, UFMG e UFPR). Isso certamente remete a uma maior discussão metodológica e, portanto, a uma ampliação do estudo deste referencial, assim como, a uma maior aceitação do mesmo por parte dos pesquisadores vinculados com o campo da Educação Matemática que começam, cada vez mais, a reconhecer as suas potencialidades.

Considerações Finais

Pensamos que os apontamentos anteriores ajudam a descomplicar algumas das discussões ou dúvidas acerca da HP. Também, a produção deste texto nos ajudou a mobilizar este referencial teórico e metodológico para efetuar análises dos cinco volumes da série *O Professor de Matemática em Ação*, relativas à pesquisa de doutorado que estava em andamento.

Também acreditamos que ele ajuda a argumentar com alguns pesquisadores que se colocam em oposição à mobilização deste referencial como forma de produzir interpretações plausíveis acerca de formas simbólicas ligadas ao campo da Educação Matemática, de uma maneira geral, e da História da Educação (Matemática), em particular. Isso porque, mesmo com as potencialidades apresentadas acima, que não são nada de muito novo entre os pesquisadores que utilizam a HP como referencial teórico e metodológico de pesquisa, existem autores que argumentam contra a necessidade de mobilização da HP para analisar formas simbólicas no campo da Educação Matemática, em especial aquelas que estão na forma de livros. Segundo esses, já existem metodologias mobilizadas para este fim há anos que seriam suficientemente eficazes nesta tarefa. Para eles, o que fazemos ao mobilizar a HP como inspiração para compor as nossas metodologias de pesquisa é reinventar a roda.

O nosso argumento na defesa pelo uso da HP nas pesquisas de nossa área está no fato de que a ciência, em toda a sua história, não se contentou em fazer suas atividades por um único modo, sendo que novos meios de fazer ciência são desenvolvidos e reinventados o tempo todo. Logo, muitos autores vão defender a pluralidade de métodos para trabalhar no meio científico, principalmente devido a cada método diferente trazer potencialidades distintas e ressaltar nuances não pensadas, ou mesmo fazer coisas de maneira mais fácil ou com melhores resultados do que outros, a depender do objeto de pesquisa utilizado. Não queremos aqui defender que a HP faz melhor do que as demais metodologias já existentes, pois esta nunca foi a nossa intenção, mas sim testar as potencialidades de novos modos de fazer pesquisa, que respondam as nossas questões de pesquisa de maneira produtiva e repleta de potencialidades. Para nós, a HP é eficaz em trazer à tona uma análise que se apoia na Sociologia, sem se esquecer da Filosofia. Sendo assim, ela foca o contexto de produção das obras e com a obra em si, visando produzir interpretações plausíveis a partir do encontro destes dois movimentos, o entorno e o interior da obra. Ela também se apoia em trazer à tona o estabelecimento ou a manutenção de relações de dominação expressados pelas formas simbólicas analisadas. O desejo último deste quesito, segundo compreendemos de Thompson

(2011), é fazer com que as pessoas se informem sobre essas relações que perfazem as formas simbólicas estudadas, de modo a poderem tomar decisões mais bem informadas a respeito de como agir e pensar, considerando, para isso, a nova interpretação que é dada pelas pesquisas que se debruçaram sobre o estudo de uma determinada forma simbólica.

Neste sentido, assim como tem acontecido no mundo desde a invenção da roda de madeira, a roda deve, sim, continuar a ser reinventada, como de fato tem sido, para garantir uma maior segurança aos seus usuários e uma maior durabilidade a ela. Mas, também, para garantir um progresso natural e saudável do conhecimento científico a ela atrelado. É essa progressão que garantirá uma pluralidade de tipos de rodas e de seus métodos de fabricação, melhorando-as de modo a fazer a máquina do conhecimento científico continuar “rodando” e crescendo. É por causa do estudo que leva a outros métodos de fazer ciência que existe a progressão do conhecimento científico e das formas de estudar os objetos postos nas pesquisas em Educação Matemática. Desta forma, precisamos sim investir em pesquisas que aprimorem, descubram, reinventem ou criem novos métodos de fazer interpretações de livros, livros didáticos, aulas, leis, enfim, de formas simbólicas. A evolução destes métodos é relevante para o campo da Educação Matemática, principalmente ao considerarmos como as formas simbólicas têm evoluído com o passar dos anos e como a revolução tecnológica tem obrigado os pesquisadores a correrem constantemente atrás de novas maneiras de fazer ciência, visando acompanhar as novidades e os novos modos de fazer e transmitir formas simbólicas.

Um último objetivo nosso, como já mencionamos, foi o de elencar algumas limitações e potencialidades, não nos esquecendo que essa discussão ainda ficará aberta a novas considerações, complementações e modificações, a depender de pontos de vista e objetivos que cercarão o uso deste referencial no futuro.

Referências

Andrade, M. M. Sobre a Hermenêutica de Profundidade: uma atualização. In: Garnica, A. V. M.; Martins, M. E. **Sobre Interpretação de Textos:** estudos hermenêuticos em (história da) educação matemática. Curitiba: Appris Editora, 2021. Cap. 8. p. 203-220.

Azevedo, D. P. de. **Uma análise de livros didáticos de Matemática da série EJA – Mundo do Trabalho.** 112f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/151966>. Acesso em 20 de janeiro de 2023.

Bagio, V. A. **Da escrita à implementação das DCE/PR de matemática:** um retrato feito a cinco vozes e milhares de mãos. 350f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em

Matemática). UFPR, Curitiba, 2014. Disponível em: <https://hdl.handle.net/1884/37250>. Acesso em 27 de abril de 2023.

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Bernardino, C. L. **Números Complexos**: um estudo histórico sobre sua abordagem na série Matemática 2º ciclo. 170f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/138885>. Acesso em 20 de janeiro de 2023.

Genette, G. **Paratextos Editoriais**. Tradução de Álvaro Faleiros. São Paulo: Ateliê Editorial, 2009.

Ginzburg, C. **Mitos, Emblemas, Sinais**: Morfologia e História. Tradução: Federico Carotti. São Paulo: Companhia das Letras, 2003.

Gomes, L. N. **O que nos conta a revista DOCUMENTA**: sobre cursos que formavam professores de Matemática no Brasil (1962 a 1979). 184f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/181965>. Acesso em: 20 de janeiro de 2023.

Gonzales, K. G. **Formar Professores que Ensinam Matemática**: uma história do movimento das licenciaturas parceladas no Mato Grosso do Sul. 534f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/151327>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Locke, S. Depth Hermeneutics: some problems in application to the public understanding of science. **Sociology**, v.25, n.3, p. 375-394, Ago., 1991. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/42857656>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Oliveira, F. D. **Análise de textos didáticos**: três estudos. 222f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2008. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91113>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Reis, D. A. F. **História da Formação de Professores de Matemática do Ensino Primário em Minas Gerais**: estudos a partir do acervo de Alda Lodi (1927 a 1950). 258f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, UFMG, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1843/BUOS-9LVP8T>. Acesso em 20 de janeiro de 2023.

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Souza, L. J. de. **A Aritmética Elementar de Charles Sanders Peirce**: tradução e notas para uma hermenêutica. 276f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/150552>. Acesso em 27 de setembro de 2022.

Souza, L. J. de.; Dassie, B. A.; Andrade, M. M. Alguns apontamentos acerca da mobilização da Hermenêutica de Profundidade como referencial teórico-metodológico em pesquisas em Educação Matemática. In: IV ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2018, Campo Grande. **Anais do ENAPHEM – Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática**. Campo Grande: UFMS, 2019, v.4. p. 1-14. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/6455>. Acesso em: 20 de janeiro de 2023.

Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Thompson, J. B. Language and Ideology: a framework for analysis. **The Sociological Review**, v. 35, n. 3, p. 516-536, Ago, 1987. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.1467-954X.1987.tb00554.x>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Thompson, J. B. A Mass Communication and Modern Culture: contribution to a critical theory of ideology. **Sociology**, v. 22, n. 3, p. 359-383, Ago., 1988. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/42854459>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Thompson, J. B. Depth Hermeneutics and the Analysis of Symbolic Forms: a reply to Simon Locke. **Sociology**, v. 25, n. 3, p. 395-401. Ago., 1991. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/42857657>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Capítulo II: Análise Social e Histórica

Este capítulo foi escrito com a intenção de problematizar algumas das nuances propostas pela Hermenêutica de Profundidade e que estão relacionadas com o que encontramos no percurso de desenvolvimento de nossa pesquisa. Nesse sentido, para compor as notas que seguem, tivemos que efetuar um grande esforço de busca por textos que discutiam a Matemática Recreativa, pois era necessário compreender como esta área define as suas ações e interesses. Também fizemos um grande esforço para compor uma biografia dos autores dos cinco volumes da série *O Professor de Matemática em Ação* e construir um movimento que ocorria dentro dos grupos de pesquisa e que, possivelmente, reverbera nas relações institucionais estabelecidas pelo coordenador da série – o professor Ruy Madsen Barbosa.

Nesse percurso de compreensões, buscamos por entrevistas, realizadas com o professor Ruy, produzidas por pesquisas específicas que visavam objetivos também específicos, diferentes dos nossos. O que fizemos foi uma constituição do professor Ruy em perspectiva e esse movimento foi válido para criarmos um autor que dialogasse conosco, na posição de leitores e hermenêutas. Nesse movimento, tivemos que usar muita criatividade, pois esses documentos, como já dito, tinham um outro foco e foi preciso buscarmos elementos que jogassem luz nas questões que queríamos responder e que iam ao encontro do que percebíamos nos livros da série que estudamos.

Há também algumas pesquisas de iniciação científica que nos dispomos a (co)orientar que visavam responder sobre aspectos que nos eram lacunares. Uma dessas pesquisas foi desenvolvida por Diego Pereira Brasil, que estudou o livro *Revisitando Conexões Matemáticas com Brincadeiras, Explorações e Materiais pedagógicos* publicado por Ruy Madsen Barbosa, pela editora Livraria da Física, em 2012. Como pode ser visto, este é um livro que foi publicado paralelamente aos livros que estudamos e que possui uma conexão temática com eles. Outra pesquisa de iniciação científica que estamos orientando, é a da Raquel Barros Reis. Ela visa compreender nuances do processo de produção destes livros, e para isso está entrevistando alguns dos coautores da série *O Professor de Matemática em Ação*, nos volumes 3, 4 e 5. Alguns elementos que acompanhamos pelas entrevistas nos ajudaram a compreender aspectos do processo de produção da série, modos de trazer a Matemática Recreativa, convites, papéis dos grupos de pesquisa etc.

Um outro movimento que fizemos foi tematizar o Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa, que está alocado no Acervo de Livros do GHOEM, destacando que alguns familiares

escolheram ficar com uma parte das obras. A chegada deste Acervo Pessoal ocorre por doação pelo professor Antônio José Lopes (Bigode). A família doou os livros para o professor Bigode após a morte do professor Ruy em 6 de julho de 2017, e o professor Bigode considerou importante doar o acervo para uma instituição que pudesse disponibilizá-lo para a comunidade acadêmica, considerando ser o professor Ruy um autor reconhecido do campo da Educação Matemática brasileira.

Sendo assim, produzimos quatro notas nas quais constituímos uma versão histórica que ampara nossa intenção de fazer uma hermenêutica dos livros da série em tela. A partir de alguns vestígios sobre este acervo e das obras de autoria do professor Ruy, realizamos interpretações plausíveis.

Os títulos das quatro notas são: i) *Matemática Recreativa ao longo dos Anos: uma expressão polissêmica*; ii) *Formação e atuação profissional dos Autores da Série de Livros “O Professor de Matemática em Ação”: elementos para uma biografia*; iii) *Algumas ideias do professor Ruy Madsen Barbosa sobre livros didáticos e as editoras que ele publicou: uma trajetória até a série “O Professor de Matemática em Ação”* e; iv) *O Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa: mobilização por um grupo de pesquisa*.

Matemática Recreativa ao longo dos anos: uma expressão polissêmica

Introdução

O objetivo desta nota é apresentar uma discussão a respeito da expressão Matemática Recreativa, na perspectiva de alguns trabalhos acadêmicos nacionais e internacionais. Após a apresentação desta discussão, faremos uma delimitação do que aprendemos acerca dos aspectos desta temática, baseando-nos nas definições estudadas. Este texto é parte de uma tese de doutorado escrita no formato de notas de um diário de pesquisa, realizada junto ao programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp), Campus de Bauru, e se vincula ao Grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM). O trabalho recebeu apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Código de Financiamento 001 – e seu objetivo foi realizar uma hermenêutica dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação* que foi publicada pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014 sob a tutela do professor Ruy Madsen Barbosa.

Essa série de livros é constituída por cinco volumes, sendo que o primeiro e segundo são intitulados *Conexões e educação matemática – Brincadeiras, explorações e ações*, e são de autoria do professor Ruy Madsen Barbosa; o terceiro volume recebeu o título *Conexões e educação matemática – Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons* e foi escrito pelos professores Ruy Madsen e Claudemir Murari; o quarto volume, *Geoplanos e redes de pontos – Conexões e Educação Matemática*, foi escrito por membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa e; o quinto, último volume publicado, *Aprendo com jogos – Conexões e Educação Matemática*, escrito por membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (Barbosa, 2009a; 2009b; Murari; Barbosa, 2012; Tiggemann et al., 2013; Rodrigues et al., 2014).

Dos cinco livros, quatro deles informam aos leitores, na contracapa, existir um vínculo com recreações matemáticas, mobilizando-as para ensinar os conteúdos da disciplina. No primeiro volume é dito²²: “Ruy Madsen Barbosa apresenta, na série **O Professor de Matemática em Ação**, obras inovadoras sobre recreações matemáticas e material pedagógico para a sala de aula e para a formação do professor de matemática” (Barbosa, 2009a, **negrito do autor**). Nossa primeira impressão foi a de haver uma necessidade, que era anterior aos

²² As informações das contracapas dos livros, podem ser encontradas na forma de apresentações dos livros no seguinte link <https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/63>. Para acesso a essas apresentações basta clicar na capa do livro que se pretende saber maiores informações.

movimentos de estudo das obras, de compreender o que é a Matemática Recreativa tanto no cenário nacional quanto internacional. Essa necessidade se dá por compreendermos que a obra não é produzida num vácuo e, portanto, não está isenta de influências das pesquisas relativas ao tópico na qual pertence. Esse entendimento é inspirado nas leituras do referencial teórico e metodológico que nos apoia e que foi desenvolvido por John Brookshire Thompson (2011), a Hermenêutica de Profundidade (HP). Importante dizer, que antes deste trabalho, já havíamos usado a HP em nosso Mestrado (Souza, 2017).

Em linhas gerais, a HP possui três movimentos analíticos diferentes, ainda que ocorram em concomitância, denominados: i) Análise Social e Histórica, que visa compreender as nuances de desenvolvimento das obras estudadas; ii) Análise Formal ou Discursiva, que visa observar a estrutura e modos de dizer da obra em si e; iii) (Re)Interpretação, que é o movimento interpretativo que ocorre pela síntese dos movimentos anteriores, para produzir compreensões plausíveis no entrelaçamento das informações percebidas nos movimentos analíticos anteriormente realizados (Thompson, 2011).

Como nossa tese foi escrita em formato de notas de um diário de pesquisa, esta nota é parte de um grupo de outras notas que objetivam oferecer, juntas, uma compreensão que é parte da análise social e histórica dos contextos de produção das obras estudadas. Como a expressão Matemática Recreativa nos era pouco familiar e por considerarmos relevante entendê-la, efetuamos um estudo para compreender sua definição. Assim, discutimos como ela é apresentada academicamente, tanto nacional como internacionalmente. Este trabalho, segundo entendemos, é fruto dessas considerações que, por sua vez, colaboraram com as nossas análises e compreensões acerca dos contextos de produção da série e também serviram de apoio para as nossas (re)interpretações.

Antes do início deste trabalho, no ano de 2018, durante a construção do nosso projeto de pesquisa para o doutorado, realizamos alguns estudos com a intenção de compreender um pouco mais acerca do significado da expressão Matemática Recreativa. Nossa intenção era nos apropriarmos das discussões deste assunto, mas principalmente entender o que é Matemática Recreativa, no intuito de potencializar as nossas análises. Para este estudo utilizamos sites de busca, como o *Google Acadêmico*, o site de *Periódicos da CAPES*, a *Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações* etc., utilizando expressões relacionadas com Matemática Recreativa, Matemática Divertida, Recreações Matemáticas e outras, tanto em língua portuguesa quanto inglesa.

Precisamos esclarecer que nem todos os textos encontrados propunham uma discussão teórica com definição ou conceituação sobre Matemática Recreativa, muitos deles, inclusive,

se ocupavam mais de trazer problemas recreativos e/ou discutir suas soluções. Um dos resultados mais patentes desta empreitada foi perceber a escassez de discussões teóricas sobre a Matemática Recreativa, principalmente no âmbito brasileiro. Havia uma maior quantidade de textos escritos internacionalmente, sendo a maioria redigida em inglês e ou em português de Portugal.

Assim, após ingressar no doutorado, ao ler um texto avaliativo de um aluno da graduação de uma disciplina oferecida por nós ao Departamento de Matemática da Unesp via Estágio Supervisionado em Docência (ESD), surgiu uma nova referência. Essa referência, desconhecida e inesperada até então, nos levou a realizar uma nova busca por textos. Essa busca rendeu a descoberta de novas publicações, principalmente no cenário brasileiro, que foram incorporadas à discussão. Importante esclarecer que o nosso estudo não se trata de uma revisão bibliográfica sobre a Matemática Recreativa e, por isso, ele não se voltou a analisar os trabalhos em si, no intuito de produzir uma análise a seu respeito, e mesmo que não concordássemos com a condução metodológica de alguns trabalhos, não poderíamos deixar de incorporá-los às nossas discussões, principalmente devido haver uma importância de ressaltar a sua existência, até mesmo pela pouca quantidade deles.

Discussão

Nosso estudo se inicia com a apresentação dos artigos internacionais, seguindo uma organização cronológica daqueles que encontramos, em termos da sua ordem de publicação.

Para Charles W. Trigg²³ (1978) a Matemática possui características ligadas à diversão. A resolução de problemas, defende o autor, é uma atividade que traz uma sensação de satisfação e muitos gostam dos seus desafios – bastando observar a popularidade de alguns problemas, como o *Sudoku*²⁴, presentes nas seções de alguns jornais e revistas. Ele diz que esses problemas podem contribuir com a ampliação dos horizontes dos indivíduos. Em seu argumento, afirma entender a Matemática Recreativa como sendo enigmas e jogos que variam desde os mais simples e ingênuos até os problemas mais sofisticados, sendo que alguns deles

²³ Charles Wilderman Trigg foi um engenheiro americano, educador e matemático nascido em 1898 na cidade de Baltimore no estado de Maryland, Estados Unidos. Ele serviu na marinha estadunidense durante a Segunda Guerra Mundial e é considerado um dos principais matemáticos recreativos do século XX.

²⁴ “Apesar de ter surgido desde a década de 70, o *Sudoku* ficou conhecido quando o jornal *The Times* começou a publicá-lo diariamente em sua sessão “*Puzzles*” (quebra-cabeça, enigma), no final de 2004. A partir daí, jornais europeus aderiram à publicação, espalhando-se mundialmente. No Brasil, o jornal *O Estado de São Paulo* reservou um espaço para o *Sudoku*, desde setembro de 2005. Atraindo cada vez mais pessoas, o *Sudoku* é um jogo muito apreciado pelos jovens, de raciocínio e lógica, que estimula o pensamento combinatório” (Suleiman, 2008, p. 109, itálicos do autor).

ainda permanecem sem solução (Trigg, 1978). Com este autor, podemos ver que a Matemática Recreativa se presentifica nos problemas desafiadores e interessantes, que divertem enquanto favorecem o crescimento intelectual daqueles que entram em contato com eles.

De Guzman (1993), a seu turno, vai defender que a matemática é uma atividade polivalente usada, por algum tempo, como elemento disciplinador do pensamento e que serve, hoje, como ferramenta de exploração do mundo e do universo. A matemática, neste caso, tem funcionado como um instrumento de criação de beleza artística e um campo de exercício lúdico entre matemáticos de todos os tempos. Essa componente lúdica, ressaltada pelo autor, tem dado lugar a uma boa parte das criações mais interessantes da matemática. Pela sua natureza, a matemática é um jogo²⁵ e os jogos podem despertar o interesse dos alunos e enfatizar a maneira como os matemáticos experientes se aproximam de qualquer questão de seu campo de atuação, qual seja, análogo a uma criança que investiga um brinquedo novo cheio de curiosidade ante os mistérios que pouco a pouco começam a ser desvendados em um processo prazeroso de descobrimento (De Guzman, 1993). Este autor ressalta a Matemática Recreativa pelo seu viés lúdico, artístico e belo, sendo essas características, grandes aliadas para possibilitar a motivação de alunos, quando de seu uso pedagógico. Um outro detalhe está no seu uso como entretenimento de matemáticos com potencial para produzir inovações no campo da Matemática.

Barve e Barve (2012) apresentam a Matemática Recreativa como uma matemática direcionada para um pouco de diversão e que é voltada para um público leigo²⁶. Segundo os autores, existem duas definições para a maior parte do que quer dizer Matemática Recreativa: (i) Matemática Recreativa é aquela matemática voltada para a diversão, com problemas facilmente compreendidos por uma pessoa leiga, que além de interessantes, podem possuir solução complexa e (ii) Matemática Recreativa é uma matemática divertida e mobilizada como um desvio da Matemática Séria²⁷, que transforma a Matemática Séria em algo compreensível e gostoso²⁸. Essa definição salienta o uso da Matemática Recreativa pelos seus

²⁵ Para De Guzman (1993), o jogo e a matemática possuem as mesmas características no que diz respeito a sua prática.

²⁶ Aquele que não possui formação matemática.

²⁷ Aqui entenderemos por Matemática Séria aquela que não é recreativa.

²⁸ Aqui está incluso os usos pedagógicos da Matemática Recreativa. Segundo os autores, alguns educadores defendem que a Matemática Recreativa tem um grande papel no ensino da Matemática, servindo para eliminar o tédio e o medo da Matemática e, conseqüentemente, contribuindo com o aumento do interesse dos estudantes pela disciplina (Barve; Barve, 2012).

entusiastas não formados, com um forte apelo à popularização da Matemática. É também apontado seu uso como um desvio da matemática séria que potencialmente facilita a sua compreensão, dado o apelo motivacional que lhe intrínseco.

Orlandino da Costa, autor português, define matemática recreativa como “aquela matemática que nos desafia a pensar, nos entretém e nos diverte quando pensamos nela” (Costa, 2014, p. 6). No entanto, ele também concorda que esta definição pode incluir todas as áreas em que os matemáticos de profissão trabalham e especula a necessidade de uma definição melhor. Na sequência, contudo, ele diz que a Matemática Recreativa vai além de jogos e *puzzles* matemáticos, sendo atividades que possuem um caráter lúdico e pedagógico, em que a solução de seus problemas pode ou não envolver o fator de competição. Para ele, nem todo problema exige um conhecimento profundo de matemática e por esta razão as recreações matemáticas atraem a curiosidade das pessoas leigas, que acabam se interessando em estudar os conteúdos matemáticos envolvidos em seus problemas. Dito isto, o autor vai defender que estas características são justamente aquelas que transformam a Matemática Recreativa em uma boa aposta pedagógica, visando a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

É fácil perceber a defesa pelo uso da Matemática Recreativa como um motivador para o ensino e aprendizado da matemática, devido o potencial de motivar por meio do prazer, despertando o interesse tanto de profissionais da área quando de leigos no assunto. Para este autor, a grande presença da matemática no currículo das escolas, principalmente voltada para solução de situações cotidianas, contribui com o desenvolvimento das seguintes dimensões: cultural²⁹, social³⁰, formativa³¹ e política³², que por sua vez resultam em atividades que desafiam a pensar e despertam a curiosidade e a persistência dos estudantes.

²⁹ “A dimensão cultural resulta da transmissão de geração em geração de factos marcantes da história da matemática, do seu contributo para a compreensão e resolução de problemas ao longo dos tempos e do domínio de uma linguagem específica para a compreensão dos fenómenos” (Costa, 2014, p. 2).

³⁰ “Em termos sociais, o ensino de matemática atende aos interesses do tempo em que vivemos, à qualificação do trabalhador e á apropriação do cidadão comum de ferramentas necessárias para o seu dia-a-dia” (Costa, 2014, p. 2).

³¹ “Na dimensão formativa, o ensino de Matemática promove o desenvolvimento da capacidade de raciocinar matematicamente, relacionar conceitos, usar definições, fazer demonstrações e resolver problemas, comunicar e interpretar ideias matemáticas expressas oralmente e por escrito, construir e aperfeiçoar modelos matemáticos e aplicar o que se aprende em Matemática a situações de outras ciências ou da vida quotidiana” (Costa, 2014, p. 2).

³² “Na dimensão política, o ensino de Matemática desempenha um papel na transmissão de valores sociais, na difusão de valores democráticos e de integração social, como a capacidade de cooperação, a atividade crítica e a ação comunicativa” (Costa, 2014, p. 2).

Ainda para esse autor, o trabalho com situações recreativas já originou muitos tópicos sérios da matemática. Por isso, oferece vantagem em termos pedagógicos, ao fornecer uma grande quantidade de problemas de vários contextos, que podem ser trabalhados aliando o lúdico e divertido com o aprendizado dos conteúdos disciplinares da Matemática, principalmente voltados para a Educação Básica. O autor vai lembrar-nos de que estes problemas, geralmente, são baseados na realidade e oferecem aos alunos a percepção de que tudo que está ao nosso redor está envolvido pela matemática.

A utilidade pedagógica da matemática recreativa deriva do destaque que dá à natureza da matemática, que não se resume a uma lista de fórmulas a serem seguidas nas atividades de aprendizagem de conteúdo matemáticos. Bem pelo contrário, a matemática é composta de ideias estruturadas que exigem raciocínio lógico no seu processo de aprendizagem. Com base nesta perspectiva, resolver um bom problema vale mais do que resolver mil exercícios, o que significa que a melhor experiência para aprender consiste na resolução de um bom problema. A matemática recreativa fornece uma variedade de problemas, podendo cada um deles ser alargado ou alterado em função do objetivo que se pretende atingir. Um outro pormenor que caracteriza a utilidade da matemática recreativa é a comunicação de aspectos da história e da cultura da matemática, permitindo que muitos problemas da antiguidade sejam (re)conhecidos e considerados (Costa, 2014, p. 3 e 4).

Lovisa Sumpter (2015) também tenta produzir uma definição acerca da Matemática Recreativa e nesse intuito discute um pouco os componentes que a tornam recreativa. Entretanto, em meio a esta discussão, ela faz uma ressalva, afirmando que algumas questões podem possuir mais de uma resposta. Seguindo este raciocínio ela argumenta que a maioria das definições, que buscam apresentar uma definição para o que vem a ser a Matemática Recreativa, trazem consigo uma indicação que mobiliza o termo “play”. “Play” em inglês, segundo o dicionário online “Linguee”³³ pode ser traduzido pelas palavras: jogar, desempenhar algo, brincar, tocar um instrumento, executar (apertando um botão), interpretar (no sentido de atuar), além de outros menos frequentes, como reproduzir algo, representar, atuar e divertir-se. Não é difícil perceber, pelas informações tiradas do dicionário, a razão pela qual esse termo é de difícil assimilação pelos seus leitores. Considerando os nossos interesses, vamos interpretá-lo como um dentre três termos, podendo ser uma variação deles, que acreditamos melhor representar o seu significado na língua portuguesa, quais sejam: jogar, brincar e divertir.

Voltando a Sumpter (2015), a maioria das definições sobre matemática recreativa tem alguma referência com o termo diversão, tendo nele um componente afetivo conectado à

³³ Este dicionário pode ser acessado pelo link: www.linguee.com.br.

definição, que ressoa nas pesquisas recentes da área. Segundo entendemos, é como se para haver a certeza de estarmos lidando com que é chamado de Matemática Recreativa, fosse necessário a existência de uma componente ligada à diversão, à brincadeira e/ou ao jogo. Nesse sentido, um jogo matemático pode ser visto como Matemática Recreativa, pois tanto o jogo quanto a temática são permeados por um elemento criativo que abrange vários aspectos como pessoa, processo e produto, sem se esquecer da interação existente entre estes aspectos. Assim, a pessoa deve querer resolver o problema, mobilizando para isso uma motivação positiva, o processo de solução precisa ser visto como uma ação alegre e a relação do problema com a sua solução, que nada mais é do que o produto, tem que ao menos ser interessante, mas possivelmente divertido. Aqui é possível perceber a Matemática Recreativa atuando em conjunto com ferramentas de ensino da Matemática como problemas, jogos, enigmas etc., visando colaborar com o ensino por meio da diversão e motivação que proporciona. Sendo assim, um outro aspecto que a autora considera são os benefícios educativos da Matemática Recreativa. Seus tópicos podem vir de diferentes áreas do conhecimento e conteúdos matemáticos, além de poder incluir poemas ou *puzzles*. Aqui, novamente, estamos lidando com um fator subjetivo, pois algo é realizado que necessita de um esforço cognitivo que, por sua vez, é determinado pela relação do indivíduo com o problema.

Resumindo, para Sumpter (2015), uma definição de Matemática Recreativa está em considerá-la uma atividade em que a pessoa quer resolver um problema que se baseia em uma motivação positiva (provavelmente intrínseca ao problema); essa atividade está relacionada com emoções positivas e possui algumas dimensões educacionais, apesar dos seus tópicos pertencerem a vertentes matemáticas distintas. Nesse sentido, a autora entende que a Matemática Recreativa é tanto um modo de trazer prazer, como uma ferramenta para aprender matemática (Sumpter, 2015).

De acordo com Singmaster (2016), a expressão Matemática Recreativa é autoexplicativa, ou seja, as palavras que a compõe já levam a uma compreensão automática acerca do que se está falando. Trata-se de uma matemática que seja divertida, que leve as pessoas a realizarem uma atividade que transmita prazer e descontração, isso quando comparada com as atividades sérias que corriqueiramente se presentificam na vida das pessoas, de uma maneira geral. Este sentido, segundo o autor, abre a possibilidade para uma interpretação que designe por matemática recreativa, quase todo e qualquer tipo de matemática, isso quando se leva em consideração o trabalho dos matemáticos de profissão. É um argumento do autor que os matemáticos, supondo que trabalham com o que gostam,

encontram diversão no que fazem e por essa razão, tudo o que engloba o seu trabalho pode ser definido como uma matemática recreativa (Singmaster, 2016).

É por estes motivos que consideramos que alguns autores de referência nossos, tentam trazer a sua própria definição para a expressão. Ao nosso ver, todos chegam bastante próximos de alcançar o seu objetivo, mas ao mesmo tempo todos acabam fracassando, devido à dificuldade que a expressão possui. Essa dificuldade lhe é peculiar, dada à própria incompreensão de toda a extensão da discussão existente entre os autores da temática e suas crenças com relação às nuances mais particulares do assunto. Observando esta dificuldade, uma das nossas intenções aqui é discutir a expressão, Matemática Recreativa, visando oferecer aos nossos leitores, uma visão ampla das pesquisas sobre essa temática, assim como algumas dificuldades que encontramos na nossa pesquisa e, por fim, tentaremos abranger todas essas leituras em um parágrafo que leve a uma assimilação do que pode ser essa famigerada Matemática Recreativa, em toda a sua amplitude e baseado na nossa percepção. Cabe salientar, porém, que não temos a intenção de oferecer uma definição. Todavia, esforçamo-nos por fornecer uma delimitação, que fosse bastante ampla, para o que os nossos autores de referência parecem compreender acerca do que é a Matemática Recreativa.

Singmaster (2016) aponta que, muitas vezes, os leitores interessados neste tipo de descontração, podem não conseguir resolver os problemas propostos, mas eles devem ser capazes de apreciar a sua solução, mesmo que produzida por algum outro entusiasta no assunto. É um fato interessante o argumento de que o prazer pode não estar intimamente conectado com a produção de uma solução para o problema. Ao tentar resolver e não conseguir solucionar a questão, o interessado em sua solução, se dá por satisfeito em encontrá-la via outrem que a solucionou e ofereceu a resposta em algum meio de comunicação ou até mesmo pessoalmente. Mesmo nessa situação, a solução oferecida por um terceiro também diverte os interessados no assunto.

Refletido acerca das situações-problemas, Singmaster (2016) menciona que alguns exemplos de Matemática Recreativa estão na forma de *puzzles* e outros de problemas. É verdade, entretanto, que para ele, quando a sua solução é muito difícil, a discussão muitas vezes acaba escapando do campo da recreação e se transformando em uma discussão séria, ou seja, acaba perdendo seu viés divertido – alguns exemplos dados por ele são: o Último Teorema de Fermat e o Teorema das Quatro Cores. Afirma o autor, entretanto, que mesmo estes problemas oferecendo grande dificuldade para os interessados na sua solução, ele não deixa de ser um problema que mantém um grande interesse do público mais amplo. Em um

outro texto, Singmaster (2021) aponta isso como se tratando de ponto de fronteira entre a Matemática Recreativa e a Popular.

É interessante pontuar uma ênfase, apontada por Singmaster, que nota haver nas situações-problemas que se presentificam na Matemática Recreativa: a produção do que ele denomina de um problema situado em um contexto que desafia as leis, a moralidade e o que é considerado politicamente correto. Obedecendo essas características, a situação-problema colocada se torna altamente improvável ou até mesmo impossível e, segundo ele, são exatamente essas extravagâncias que a transformam em uma situação-problema memorável. Para o autor, a artificialidade presente na situação-problema elimina complicações desnecessárias, mesmo elas sendo frequentemente originárias da realidade (Singmaster, 2016; Singmaster, 2021).

Dito isto, vamos apontar duas definições que cobrem a maior parte do que significa Matemática Recreativa para Singmaster:

- Matemática Recreativa é aquela matemática que é divertida e popular – ou seja, que seus problemas deveriam ser compreendidos por qualquer pessoa interessada e de formação comum. Nesta situação, as soluções podem ser mais difíceis, mas caso ela seja muito difícil, sua situação pode alterar-se de recreacional para séria;
- Matemática Recreativa é aquela matemática que é divertida e usada pedagogicamente tanto como um desvio da matemática séria ou como um modo de tornar a matemática séria, compreensível e gostosa.

Vejamos, então, que o autor enfatiza a diversão como fator de popularização da Matemática, principalmente em situações que exista um acesso interpretativo para pessoas não especialistas no assunto. Também argumenta haver uma vertente que usa o apelo motivacional das atividades recreativas para ensinar os conteúdos da Matemática, tornando-os mais agradáveis. Mas existem outros pontos interessantes na discussão realizada pelo autor, como o fato de haver entusiasmo com as soluções apresentadas por terceiros, a produção de questões ou problemas vestidos por um cenário muito específico, e até impossível para a realidade, que o torna memorável e instigante.

Voltado à delimitação do que é Matemática Recreativa e o que é Matemática Séria, Trigg (1978) vai defender que a matemática só é recreativa se ela estiver num nível muito elementar, pois na medida em que os problemas começam a alcançar o limite das habilidades matemáticas do leitor/entusiasta, então a matemática começa a perder o seu aspecto divertido. Enquanto o tópico não é muito desenvolvido ele é recreativo para muitos e já quando este se

desenvolve e se torna mais abstrato, então as pessoas começam a considerá-lo menos recreativo. É possível perceber, aqui, uma convergência no pensamento de Trigg (1978) e Singmaster (2016) a este respeito, porém, Singmaster vai apontar que existem problemas mais complexos que também instigam pessoas com um nível de instrução Matemática mais elementar.

Em seguida temos o trabalho de Bártlová (2016), que para nós é um dos trabalhos mais completos em termos de oferecer uma definição sobre o assunto e também é um trabalho que embasa a compreensão de Matemática Recreativa de trabalhos brasileiros publicados a partir de 2019. Para esta autora, a Matemática Recreativa é uma parte da Matemática que inclui qualquer situação – problema, brincadeira, jogo etc. – que tenha um “espírito de diversão”. Geralmente ela é considerada recreativa se possuir um aspecto lúdico, podendo ser compreendida e apreciada pelos não-matemáticos. Uma consequência direta dessa tentativa de definir a Matemática Recreativa, seria uma definição um pouco confusa e fugidia, que provavelmente abrangeria quase todos os tipos de matemática e, portanto, muito geral. A autora classifica o que compreende ser a Matemática Recreativa e nessa classificação aponta a dificuldade de defini-la e a amplitude de seu conceito. Ela sublinha quatro aspectos que de algum modo abrangem a maioria dos tópicos que poderiam ser rotulados como Matemática Recreativa. Ressalta que esses aspectos estão interconectados e se auto influenciam, se sobrepondo consideravelmente, o que implica a inexistência de um limite claro entre eles e o que poderíamos rotular de Matemática Séria. Os aspectos que Bártlová apresenta são: (a) Aspecto Científico-Popular: a Matemática Recreativa é uma parte da Matemática que é divertida e popular. Seus problemas devem ser compreendidos por alguém interessado, mas de característica comum³⁴, mesmo que a sua solução seja difícil. Aqui a Matemática Recreativa torna a Matemática Séria em compreensível e agradável; (b) Aspecto Divertido: a Matemática Recreativa é a Matemática utilizada como um desvio da Matemática Séria, voltada ao divertimento. Esta é aquela parte da Matemática que não é ensinada nas escolas; (c) Aspecto Pedagógico: a Matemática Recreativa pode ser mobilizada no ensino e parece ser de uma grande utilidade pedagógica; e, por fim, (d) Aspecto Histórico: a Matemática Recreativa teve um papel muito importante na História da Matemática e foi responsável pela

³⁴ Aqui a autora se refere a alguém não necessariamente formado em Matemática, ou como apontamos acima: leigo.

origem de várias teorias e conceitos matemáticos ao longo da História³⁵ (Bártlová, 2016). Perceba que a autora salienta a importância histórica da Matemática Recreativa e alguns autores vão apontar o uso da Matemática Recreativa ao lado da História da Matemática como forma de ensinar o conteúdo e contexto de produção de algumas descobertas importante para o campo da Matemática. Sugerem haver, inclusive, diversão em replicar as situações históricas de produção de uma determinada teoria, sem que se esqueça de discutir o contexto da sua criação. Essa mesma autora, ao falar sobre as considerações de Martin Gardner acerca do que vem a ser a Matemática Recreativa, em um outro artigo que, inclusive, está integralmente presente na sua tese, aponta que o autor a definia em um sentido bastante amplo, incluindo nesta definição qualquer coisa que tenha um espírito de diversão (Bártlová, 2014).

Rowlett *et al.* (2019) escreveram um artigo que faz uma revisão de literatura buscando cunhar uma definição de trabalho para a expressão matemática recreativa. Nesse trabalho apontam que alguns autores dizem que a matemática recreativa não requer conhecimento de notação ou terminologia matemática avançada; outros acrescentam uma restrição dizendo que os tópicos da matemática recreativa devem ser acessíveis a todos, permitindo uma exploração significativa que possa interessar a um matemático profissional. Mas destacam, que existem menções de que a matemática recreativa possa facilmente se desviar do que é compreensível por um leitor mais comum, isso apoiado no argumento de que a diversão é um elemento subjetivo e que alguns pesquisadores argumentam que a matemática recreativa pode ser escolhida para conduzir a um estudo mais significativo e sério da matemática, mas a diferenciação entre o que é matemática “recreativa” e matemática “séria” não é algo universalmente aceito. Ainda, segundo eles, para alguns a matemática recreativa é uma atividade de caráter pessoal realizada para entretenimento ou autoeducação – algo diferente da educação formal ou da atividade de pesquisa. Já em discussões acerca dos vínculos educacionais da Matemática Recreativa, eles vão dizer que estes vínculos podem ser menos formais, que a Matemática Recreativa é usada para provocar curiosidade, desenvolver conceitos e habilidades por meio de brincadeiras e que o seu uso pode ser também mobilizado como uma ferramenta motivacional. Nesse sentido, os pesquisadores vão nos contar que alguns autores escrevem apaixonadamente sobre o papel que os *puzzles* tiveram na promoção de seu próprio desenvolvimento matemático inicial.

³⁵ Machiavello *et al* (2014) e Trigg (1978) concordam com Bártlová (2016) que alguns trabalhos a princípio foram desenvolvidos por diversão e se desenvolveram em teorias sérias de estudo dentro da matemática (teoria dos números, topologia, combinatória, probabilidade, teoria dos grafos e teoria dos jogos).

Realizada essa primeira discussão acerca de sua revisão de literatura, os autores vão nos oferecer esta definição de trabalho que cunharam e vão nos lembrar que ela tem uma vinculação com os usos do termo na prática. Logo, para eles:

A matemática recreativa não pode ser tudo o que os matemáticos acham divertido ou interessante, pois isso é muito amplo. Existe um consenso geral de que a matemática recreativa é divertida, no sentido de ser lúdica e agradável. Há concordância, também, que a matemática recreativa pode ser popular e amplamente acessível, mas não que esta seja uma condição necessária. Não aceitamos as definições que deixam de ser lúdicos a partir do momento em que o interesse profissional se dirige a eles, pois prejudicam a prática da matemática recreativa e, particularmente, seu uso na educação. Em vez disso, aceitamos que aqueles com conhecimento matemático especializado podem se envolver em brincadeiras e que uma interface entre matemática recreativa e não recreativa é pessoal e difícil de definir. Existe um forte consenso de que a matemática recreativa pode incentivar o envolvimento e desenvolver habilidades associadas ao aprender e fazer matemática, e que os tópicos recreativos podem ser usados para desenvolver uma compreensão mais profunda de ideias ou conceitos matemáticos, mas não que isso deva ser feito (Rowlett *et al.*, 2019, p. 975 e 976, tradução nossa).

Para esses autores, a Matemática Recreativa não pode ser tudo que é compreendido como divertido e eles também não aceitam que o fato de haver interesse profissional retire desta tarefa seu fator recreativo e de vinculação com este grupo de discussão. Outro ponto importante é que a acessibilidade de compreensão não pode servir de baliza para caracterizar quais atividades são parte da Matemática Recreativa e quais não são. Pensamos que estes autores, trazem uma definição bastante interessante e que, por se tratar de uma revisão bibliográfica, nos ajudam a compreender a expressão observando-a em vários aspectos distintos.

Já para Hussen *et al.* (2020) a Matemática Recreativa é aquela parte da matemática que é divertida e popular, ou seja, aquela em que os problemas devem ser compreensíveis para o leigo interessado, embora as soluções possam ser mais difíceis. Segundo eles, os problemas recreativos têm sido uma fonte de entretenimento e interesse por uma centena de anos, sendo muitas vezes usados como base de problemas matemáticos que desenvolveram e fomentaram habilidades importantes no presente. Uma outra aplicação apontada pelos autores é que seu uso pode fazer que os alunos reflitam em várias implicações durante um processo de tomar decisões, que resulta em escolher uma decisão mais assertivamente após uma reflexão que englobe cenários variados. Eles enfatizam que esta habilidade é bastante necessária para a formação de recursos humanos no século 21 e apontam haver textos e pesquisas que ressaltam

o potencial do uso da Matemática Recreativa em desenvolver o pensamento crítico de alunos, especialmente no campo da Matemática.

Esses autores defendem que se aprende a resolver problemas por meio dos problemas recreativos, argumentando que resolver problemas pode ser encarado como um *hobby* divertido. Essa visão é bastante interessante por ressaltar os problemas recreativos como forma de aprender a resolver problemas no cenário de mobilização da Matemática Recreativa e uma consequência é uma visão da Resolução de Problemas como parte da Matemática Recreativa, ou seja, uma tendência que engloba resolução de problemas e não apenas se alia a ela temporariamente em objetivos específicos. Outro ponto de interesse é apontar que os autores se apoiam, nas suas referências, em Barve e Barve (2012) que já apresentamos.

Merece atenção a visão de empoderamento que é transmitida por Hussen *et al.* (2020), inclusive especificando o uso da Matemática Recreativa para ensinar a resolver problemas, desenvolvendo a capacidade crítica dos estudantes e, também, habilidades de tomada de decisão. Até então, mesmo compreendendo que a Matemática Recreativa tem o potencial de atuação no ensino de Matemática, não havíamos encontrado menções que enfatizassem o potencial mais voltado ao aperfeiçoamento de habilidades importantes, que vão além do aprendizado do conteúdo matemáticos em si.

Carlos Pereira dos Santos, por sua vez, traz algumas considerações que merecem destaque em um artigo que foi escrito a várias mãos, que nos conta que a:

Matemática recreativa é um termo de difícil definição. Relaciona-se com a análise de problemas não-standard ou com a análise de problemas conhecidos através de abordagens pouco comuns. Mas o melhor é mesmo não a tentar definir. As definições tendem a fechar, e a matemática recreativa, na sua gênese, é aberta. Embora possa servir de ponte para a descoberta de conceitos muito importantes, a utilidade não é a sua preocupação: engenho, imaginação e beleza é o que importa. Há quem diga de forma muitíssimo simplista que a matemática recreativa é o assunto que engloba puzzles³⁶ e jogos matemáticos. No entanto, a sua abrangência é bastante mais vasta (Machiavelo et al, 2014, p. 101).

Outro autor deste mesmo texto, Jose Carlos dos Santos, argumenta que uma ideia equivocada a respeito do que é a Matemática Recreativa é a de que esta “[..] se trata de

³⁶ É fundamental apontar que o autor dessa citação não traduz a palavra *puzzle*, possivelmente, devido a profundidade de seu significado na língua inglesa. *Puzzle* pode significar desde um simples jogo de quebra-cabeças até um jogo composto por um conjunto de questões que devem ser respondidas após um cuidadoso raciocínio. Em vários artigos vemos a tradução direta desse termo para quebra-cabeças e acreditamos, partindo de nossa vivência nos Estados Unidos, que um *puzzle* pode querer dizer muito mais do que simplesmente um jogo, mas um mistério, um problema difícil, uma situação complexa etc. Por essa razão, no texto acima, quando mencionando este tipo de atividades, tomamos o cuidado de utilizar a palavra *puzzle*.

Matemática fácil, superficial, sem interesse ou talvez mesmo que não mereça designar-se por Matemática. É claro que pode ser isso tudo” (Machiavelo *et al*, 2014, p. 107). Para ele os problemas que envolvem a Matemática Recreativa podem, frequentemente, ser resolvidos com pouca ou sequer com nenhuma criatividade, bastando o teste de muitas possibilidades. Em alguns casos, todavia, a Matemática Recreativa é vista apenas como um modo lúdico de apresentar alguns problemas matemáticos, mas o autor não deixa que nos enganemos e explica que estes problemas podem também exigir um pensamento mais elaborado e menos trivial (Machiavelo *et al*, 2014). É nesse sentido que citamos os artigos de Alegria (2009)³⁷, Allan (2009)³⁸ e Oliveira (2013)³⁹, que segundo nossas leituras, trabalham com a Matemática Recreativa, mas focam mais na resolução (ou demonstração) de um problema recreativo da matemática, que não necessariamente tem um resultado importante, seja nas teorias matemáticas, seja no ensino da matemática propriamente dito.

A mesma polissemia e falta de uma definição sobre Matemática Recreativa encontramos no âmbito brasileiro, como já visto em Oliveira (2013). Algumas publicações, que ainda que sejam poucas, tratam a Matemática Recreativa e a estudam sob diferentes perspectivas, como Diva Marília Flemming (2004), por exemplo, que apresenta a Matemática Recreativa dentro da teoria de Jogos, voltada para o Ensino de Matemática, entendendo-a como

atividades relacionadas com o ensino, de natureza recreativa, usadas em sala de aula para obtenção de um maior rendimento no processo ensino-aprendizagem de um conteúdo específico ou para o desenvolvimento de competências e habilidades específicas (Flemming, 2004, p. 4).

³⁷ Alegria (2009) apontar alguns usos recreativos da Sequência de Fibonacci e de algumas outras sequências mobilizando, para isso, alguns exemplos didáticos, baseando-se na busca por explicações que ele acredita desenvolver o pensamento lógico dos alunos e, também, incentivar o gosto por conteúdos específicos da matemática que, por sinal, fogem dos conteúdos programáticos já estabelecidos. O autor entende que o foco na aprendizagem acontece a partir de atividades que, no geral, não são usadas no ensino. Seu artigo possui demonstrações e necessita de um pensamento mais elaborado que, a nosso ver, não condiz com a maturidade dos alunos de Educação Básica.

³⁸ Allan (2009) foca na explicação de uma teoria ligada a Matemática Recreativa, usa uma linguagem muito difícil, próxima da demonstração exigindo um conhecimento avançado de matemática dos seus leitores, sendo, portanto, um texto não voltado ao professor de matemática e/ou a seus alunos, mas sim à acadêmicos. Artigos como este mostram uma inacessibilidade que pode ser verificada em muitos trabalhos da Matemática Recreativa, mostrando que esta área não é assim tão simples e ingênua como muitos pensam ou podem pensar.

³⁹ Oliveira (2013) trata de um procedimento de fácil verificação aplicada a números de quatro algarismos e a partir dessa aplicação, transforma seu texto em uma demonstração, que se volta a averiguação da possibilidade de o resultado acontecer em um determinado número de iterações. Aparentemente, este texto não possui uma aplicação, que não seja a curiosidade, para a educação básica. A nosso ver, este problema é um passatempo para matemáticos ou pessoas com mais bagagem de matemática do que pessoas simplesmente leigas no assunto ou professores e alunos da Educação Básica.

Neste caso, a Matemática Recreativa assume uma função bastante específica de motivação e uma ação também específica com foco no desenvolvimento de habilidades pré-estabelecidas para este propósito. O texto afirma que a metodologia de jogos permite ao professor vivenciar processos de planejamento, criação, confecção e implementação dos jogos didáticos. A autora vai defender que “[...] os jogos didáticos treinam o desenvolvimento das operações cognitivas necessárias na atividade escolar, mas não permitem uma aprendizagem direta. A aprendizagem surge a partir do desenvolvimento psíquico anterior do aluno” (Flemming, 2004, p. 5). Logo, aqui vemos os jogos em uma concepção de treinar uma habilidade já adquirida e sem a possibilidade de ocorrer o aprendizado do conteúdo matemático por meio dele.

O trabalho da professora Célia Regina Grando (2000)⁴⁰ vai afirmar o oposto ao apontar, em suas considerações, a possibilidade de aprendizado por meio do uso de jogos. A autora, com exceção de uma única menção à Martin Gardner que coincidentemente é a única menção à expressão Matemática Recreativa do trabalho, também não faz uma discussão substancial a respeito da vinculação dos jogos com a Matemática Recreativa. Essa menção, no entanto, afirma que: “pode-se dizer que os jogos matemáticos ou ‘as matemáticas recreativas’ são matemáticas – não importa de que tipo – carregadas de um forte componente lúdico” (Gardner, 1961, p. XI apud Grando, 2000, p. 2) e isso nos leva a acreditar que a afirmação anterior é suficiente para estabelecer uma compreensão, da autora, de que há relação entre os Jogos e a Matemática Recreativa. Esse apontamento, cabe enfatizar, não é comum nos trabalhos que mobilizam os jogos no ensino da matemática como tendência ou metodologia.

Na sua tese, Grando (2000) salienta a forma como os jogos são usados no ensino de matemática e ao mesmo tempo como seu uso é apontado como recreações para ensinar e aprender matemática. Segundo o trabalho “[...] atividades lúdicas são inerentes ao ser humano. Cada grupo étnico apresenta sua forma particular de ludicidade, sendo que o jogo se apresenta como um objeto cultural” (Grando, 2000, p. 1). As atividades lúdicas são fruto de uma necessidade do homem de sentir prazer e essa necessidade não se altera conforme ele vai envelhecendo. Em nosso dia a dia, conta a autora, é comum várias atividades lúdicas ocorrerem como: ouvir música, cantar, brincar com animal de estimação, fazer caminhada, se equilibrar no meio-fio de uma via etc. e estas são “brincadeiras que fazemos com nós mesmos (Grando, 2000, p. 1).

⁴⁰ A escolha da autora se deu basicamente devido ela ter sido autora da *Apresentação* do primeiro volume da série estudada.

O jogo, naquele trabalho, é visto como uma ferramenta capaz de prender toda a atenção dos jogadores, de maneira que, mesmo atuando como uma distração, durante o jogo, os jogadores se encontram totalmente submersos no ato de jogar. Esse fator é percebido como bastante potente por garantir o foco e a atenção que, se usados de modo adequado, podem contribuir com o aprendizado de conteúdos matemáticos. A autora então vai enfatizar que a intervenção do professor no jogo, com fins pedagógicos, é fundamental para mudar o *status* de um jogo de espontâneo para pedagógico⁴¹.

Grando (2000) aponta que alguns educadores entendem que o envolvimento e a concentração dos alunos durante o jogo já garantem a aprendizagem, o que é, para ela, um equívoco, pois se esquecem que, apesar de o jogo despertar o interesse nos alunos, ele não torna esse jogo útil à aprendizagem sem que exista um planejamento e uma intervenção pedagógica⁴² por parte do professor. Nesse sentido, a autora argumenta que os objetivos do jogo devem ficar claros para os estudantes e que a metodologia que será usada durante as atividades seja adequada ao nível de ensino (Grando, 2000).

A tendência que envolve jogos talvez seja a mais próxima da abordagem da Matemática Recreativa, ou pelo menos é a aproximação mais direta que leva até ela se comparada com as demais. Os Jogos no ensino de Matemática como tendência talvez seja uma das veias mais importantes da Matemática Recreativa e seu crescimento significativo, aqui no Brasil, pode tê-lo transformado em uma teoria distinta e totalmente separada. Alguns poucos trabalhos que envolvem os jogos, dos quais encontramos, estabelecem uma relação de dependência entre ambas as abordagens, pois fazem uma discussão sobre a Matemática Recreativa em seu interior, como é o caso, por exemplo, da dissertação de Suleiman (2008) que coloca os jogos nessa relação de vertente da Matemática Recreativa⁴³. Já a grande maioria

⁴¹ O jogo pedagógico é aquele que está embebido da intenção de desenvolver algum conceito matemático novo ou aplicar algum conceito já aprendido. A intenção do professor deve estar estabelecida no seu plano de ensino que por sua vez deve estar de acordo com o projeto pedagógico da escola.

⁴² O trabalho de Grando (2000) aponta que a intervenção pedagógica é uma maneira de tornar a discussão do jogo proveitosa pedagogicamente, explorando suas nuances e transformando o jogo espontâneo em pedagógico. Assim, a intervenção visa problematizar situações do jogo, desenvolvendo no jogador uma consciência que envolve planejar jogadas, antecipar jogadas dos adversários, criar estratégias para vencer, tornando o sujeito mais do que um simples jogador que joga na base da tentativa e erro, que ela chama de jogar em um caráter nocional, e se torne capaz de elaborar soluções para os problemas do jogo, por meio de um pensamento independente que extrapola a materialidade do objeto. Este jogador, segundo a autora, joga em um caráter conceitual ao invés de nocional, pois pensa abstratamente acerca do jogo, sem depender dele para fazer simulações e tomar decisões.

⁴³ Suleiman (2008) não cunha uma definição própria para a expressão Matemática Recreativa e suas considerações sobre ela são bastante breves e muito vinculadas em: apontar sua importância histórica na produção de teorias sérias da matemática, reconhecer a resolução de problemas como um tema comum desta área

deles não faz nenhuma discussão sobre a Matemática Recreativa em seu interior e, portanto, parecem estabelecer uma independência entre a teoria dos Jogos no ensino da Matemática e da Matemática Recreativa. Mas isso ao nosso ver aconteceu prioritariamente no Brasil, pois no exterior não vemos essa distinção. Nesse raciocínio a Matemática Recreativa se torna mais uma vertente que busca a popularização da Matemática, de um modo geral, e fica com as demais atividades que escapam do escopo dos jogos como as histórias de ficção que envolvem o ensino da Matemática e atividades e situações-problemas divertidas que também se voltam ao ensino de algum conteúdo matemático.

Ainda no Brasil, alguns autores – como Enne Karol Venancio de Souza e John Andrew Fossa (2014) e Moysés Gonçalves Siqueira Filho (2011) analisam os percursos dos livros publicados por Malba Tahan, que fazem parte da matemática recreativa no viés da criação de histórias de ficção, que podemos chamar de literatura, visando aumentar o interesse dos alunos e tornar a matemática mais atraente. Cristiane Coppe de Oliveira (Oliveira, 2007; 2019) olha para as publicações da Revista *Al-Karismi* (1946-1951), organizadas por Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan), que eram voltadas aos professores de educação básica, as quais trazem trabalhos sobre recreações matemáticas, jogos, curiosidades, paradoxos, problemas etc.

José Antônio Lopes, o professor Bigode, trata a Matemática Recreativa como uma subárea da Matemática associada à Cultura e à Educação Matemática. Ele a considera uma linha de pesquisa que merece ser estudada, até mesmo, como uma tendência para o ensino de Matemática. Segundo ele, a Matemática Recreativa possui uma comunidade própria que está relacionada com as áreas de investigação acerca deste tópico e que podem ser percebidas em congressos como o ICME, que possui um Grupo de Trabalho (GT) permanente para discussões dela, uma produção contínua que se presentifica também em alguns eventos. Ele destaca as publicações científicas que discutem problemas e soluções de problemas propostos relacionados com a Matemática Recreativa, além de discussões que se voltam a considerar maneiras de ensinar e aprender matemática com o uso da Matemática Recreativa. Para ele, assim, a Matemática Recreativa vem se constituindo em uma linha de pesquisa dada sua importância para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Segundo o autor, é importante apontar que o principal indexador científico que publica a classificação da matemática e suas

e evidenciar Júlio César de Mello e Souza como o representante brasileiro da Matemática Recreativa. Esta discussão visa subsidiar a dissertação que trata do uso dos jogos no ensino da Matemática.

subáreas, o *Mathematics Subject Classification*, reconhece a Matemática Recreativa, os Jogos e a Popularização da Matemática como uma subárea da Educação Matemática (Lopes, 2018).

Percebamos, aqui, a visão daquele autor sobre a Matemática Recreativa como subárea de duas áreas diferentes, a Matemática e a Educação Matemática. Essas áreas, pensadas como dois campos de investigação diferentes, apesar de haver uma proximidade entre elas, com relação à Matemática e ao desenvolvimento de seus conteúdos, não necessariamente tem realizado uma discussão conjunta no sentido de complementação ou trabalho interdisciplinar, podemos até dizer que há uma rivalidade entre alguns pesquisadores de ambas as áreas. A Matemática Recreativa como uma subárea da Educação Matemática está no fato do autor percebê-la como uma tendência voltada ao ensino da Matemática. Esse vínculo duplo, é uma percepção que também encontramos em nossos estudos, pois muitas vezes nos deparamos com afirmações acerca de haver evidências da funcionalidade do uso da Matemática Recreativa no ensino, percebida com potencial, popular e até motivacional, mas não há uma discussão teórica mais específica do seu uso, vinculada a uma discussão pedagógica que a respalde. Assim, não são oferecidas respostas ou encaminhamentos a respeito de como seria essa possível mobilização com fins educativos. Essa situação nos leva a perceber um vínculo muito mais estabelecido com a Matemática, em termos de campo de investigação e estudo, do que com a Educação Matemática, que recebe uma menção muitas vezes esvaziada de discussões teóricas e metodológicas. Muitos textos que falam das possibilidades para o ensino, por meio da Matemática Recreativa, mencionam a diversão como uma motivação, um modo de amenizar a seriedade e rigor das discussões matemáticas, um desafio intrigante e muitas vezes de fácil resolução. Por outro lado, podendo até ser bastante complexo, o que apresenta uma vinculação muito mais ligada à popularização da Matemática e ao entretenimento com o seu uso do que o estabelecimento de uma Tendência para seu ensino.

Entendemos, pelo que aprendemos na literatura mobilizada, que muitas vezes, a defesa pelo uso da Matemática Recreativa no ensino de conteúdos Matemáticos está ligada ao emprego de problemas, atividades, *puzzles* etc. de teor recreativo para os estudantes resolverem, mas esse não parece ser um processo metodológico claro que sirva de base para a constituição de uma tendência para o ensino da Matemática. Mesmo assim, esta é uma visão defendida que deve ser apontada e considerada, pois há o potencial de ser mais bem desenvolvida, talvez tornando realidade a criação desta tendência.

O trabalho de Nunes (2019), pesquisou e divulgou uma bibliografia do campo da Educação Matemática que tratam sobre a Matemática Recreativa, examinando neles a frequência que o termo aparece nessas publicações; investigou também como a Matemática

Recreativa se presentifica nos documentos oficiais brasileiros; ofereceu exemplos do uso da Matemática Recreativa; estudou a historicidade da Matemática Recreativa e examinou fatores que talvez impeçam seu uso no ensino atual, deixando possíveis soluções para esses empecilhos. A autora, apoiada em Bártlová (2016), define que a

[...] Matemática Recreativa (MR) é uma parte da matemática de sempre, a matemática “séria”, que carrega um traço de diversão. Nela se entrelaçam quatro aspectos de fronteiras indefinidas que podem ser assim nomeados: aspecto científico-popular; aspecto de entretenimento, diversão; aspecto pedagógico e aspecto histórico (Nunes, 2019, p. 33).

Fica claro, pelo que vemos acima, que existe uma influência bastante forte do trabalho de Bártlová (2016) nesta definição, que também se baseia em Martin Gardner (1997), quando ele menciona que a Matemática Recreativa é uma “[...] mathematics presented in a spirit of play”⁴⁴ (Gardner, 1997, p. ix) e de partes da própria definição de Bártlová (2016) que, além de salientar a mesma visão de Gardner, acrescenta uma subdivisão de Matemática Recreativa em quatro aspectos diferentes que se interrelacionam e se sobrepõem: científico-popular, divertido, pedagógico e histórico⁴⁵.

O trabalho de Silva (2020) também buscou definir a expressão Matemática Recreativa e argumenta que o Brasil não é o único país no mundo que sofre com o baixo desempenho de seus estudantes em Matemática. Com isso em mente, ele defende a necessidade de uma transformação na forma de ensinar, deixando de lado a maneira tradicional e engajando cada vez mais diferentes recursos, no objetivo de conquistar a atenção dos alunos durante as aulas da disciplina. Diante desta visão, ele sugere a inserção de jogos, desafios, projetos e outros elementos. A Matemática Recreativa, para ele, vem se popularizando recentemente, mas ainda é pouco conhecida. Sua definição não é simples e muitos pesquisadores se apoiam em palavras difíceis para criá-la. Dito isto ele procura algumas palavras chaves nas definições presentes na bibliografia que ele consultou e durante esta pesquisa ele se preocupou em tomar nota da frequência que essas palavras apareciam. As palavras que ele encontrou foram: divertida, jogos, compreensível, popular, uma matemática para leigos, desvio da matemática séria, alegria e *puzzles*. Em posse desses dados, ele produziu uma definição própria, qual seja “[...] uma matemática que procura desviar da matemática ensinada da forma tradicional, tornando-a mais compreensível até para leigos, desta forma, a matemática se apresenta de

⁴⁴ Tradução Livre: [...] matemática apresentada com um espírito de diversão.

⁴⁵ Lembremos ao leitor que já discutimos anteriormente a visão de Bártlová (2016) sobre a Matemática Recreativa.

forma divertida e popular” (Silva, 2020, p. 11 e 12) e ressaltou não haver uma única definição que seja representativa deste termo.

Outra definição que encontramos é fornecida por Bezerra (2021):

[...] em uma formulação concisa, podemos falar que a MR consiste na busca de promover na sala de aula o aprendizado da Matemática associado à investigação de problemas curiosos, desafiantes e divertidos. Fora da sala de aula, a MR é elemento importante na divulgação científica. Em outras palavras, poderíamos dizer que a MR nas aulas de Matemática procura ir além do aspecto cognitivo, mas, também, desenvolver o aspecto emocional e lógico do aprendizado matemático (Bezerra, 2021, p. 15).

Araújo (2021) define a Matemática Recreativa como sendo aquela que envolve as pessoas por meio da satisfação e do prazer que proporciona e que ao mesmo tempo em que desenvolve a mente e o pensar, também diverte. Um jogo pode se tornar interessante para os pesquisadores da Matemática, pois mesmo não existindo uma aplicação atual para ele, este pode promover discussões vinculadas com a Matemática Recreativa que podem transformá-lo em um instrumento importante para estes mesmos pesquisadores.

Como vimos, o termo é bastante polissêmico e compreendê-lo é um processo bastante difícil, pois há uma grande variabilidade de discussões sobre ele que não necessariamente concordam entre si, a não ser pelo fato de compreender a diversão como eixo central da Matemática Recreativa.

Outra discussão importante é acerca dos principais autores que mobilizaram a Matemática Recreativa. Sobre essa discussão, temos que um dos autores mais importantes e mais reconhecido internacionalmente que trabalhou com a Matemática Recreativa foi Martin Gardner⁴⁶ e os volumes da série que estudamos possuem 15 referências a obras⁴⁷ suas, sendo uma no primeiro volume, oito no segundo volume – ambos livros escritos unicamente pelo professor Ruy – e seis presentes no quinto volume, o segundo volume da série também menciona Martin Gardner em uma das suas notas de rodapé. Lopes (2018) considera Martin Gardner o principal popularizador da Matemática Recreativa de todos os tempos ao lado de Malba Tahan⁴⁸, que para ele merece a segunda posição graças a sua originalidade e longevidade. Souza e Fossa (2014) também posicionam Malba Tahan entre os principais divulgadores da arte recreativa, ao lado de autores como Sam Loyd, Yakov Perelman e Martin

⁴⁶ Falaremos mais deste autor mais à frente em item específico.

⁴⁷ É preciso explicar que as referências dos livros da série são separadas por capítulo o que não impede que um mesmo livro seja referenciado mais de uma vez.

⁴⁸ Falaremos mais deste autor mais à frente em item específico.

Gardner. Segundo Lopes (2018), Souza e Fossa (2014) e Siqueira Filho (2011), Júlio César de Mello e Souza publicou a primeira revista voltada à Matemática Recreativa do Brasil, chamada *Al-Karismi*⁴⁹, sendo que em 1940 iniciou uma página destinada a Matemática Recreativa na revista *Vamos Ler* lançada em 1936 (Siqueira Filho, 2011). Já em termos de citações de obras escritas pelo professor Júlio Cesar de Mello e Souza, temos que este é mencionado na nossa série unicamente no primeiro volume, sendo uma nota de rodapé e duas referências a um mesmo livro em capítulos distintos. Considerando esse comparecimento singelo de obras do professor Júlio Cesar e a presença bastante significativa de Martin Gardner nos livros desta série, não podemos deixar de concluir que este acontecimento é suficiente para explicitar uma vinculação das atividades dessas obras e do professor Ruy com a Matemática Recreativa. Lopes (2018) destaca que a Matemática Recreativa tem sido chamada também de matemática divertida, muito explorada e disseminada nas obras de Malba Tahan, o que nos leva a perceber não ser recente a circulação dessas ideias no Brasil, ainda que a série *O Professor de Matemática em Ação* seja apresentada como composta por obras inovadoras sobre recreações matemáticas e material pedagógico.

Considerações Finais

Após as discussões realizadas, trazemos nossas compreensões sobre o que seja a Matemática Recreativa como um campo de trabalho, estudo e investigação. Vale dizer que essa é mais uma delimitação do que uma definição, portanto, uma síntese que aponta para todos os braços que conseguimos perceber acerca deste tópico de interesse. Sendo assim, para nós, a Matemática Recreativa pode ser alocada como uma subárea da Matemática Pura ou Aplicada, sendo que alguns autores a classificam como uma tendência em Educação Matemática. Quanto a esta última classificação existem algumas divergências, pois existe a percepção da Matemática Recreativa como uma tendência que envolve o uso de jogos, de problemas, da história da matemática, de enigmas etc., e a percepção dela como uma tendência que atua ao lado da resolução de problemas, da história da matemática, dos jogos etc.; mas a grande maioria dos autores a vincula mesmo à diversão e à motivação para ensinar e aprender matemática. Uma compreensão nossa é acerca de uma diferenciação que queremos acrescentar sobre o uso que é feito da Matemática Recreativa no ensino. Para nós, existe uma mobilização mais ativa que chamamos de seu uso pedagógico – neste caso a Matemática

⁴⁹ Segundo Siqueira Filho (2011) nesta revista havia recreações matemáticas, jogos, curiosidades, histórias, problemas, artigos de colaboradores e uma vasta promoção dos livros de Malba Tahan e de alguns de seus colegas. Seu último fascículo foi publicado em 10/1951.

Recreativa é utilizada vinculada às atividades que são discutidas em sala de aula em conjunto com os estudantes – e existe também um uso que denominamos de Popularização da Matemática no Ensino – neste caso a Matemática Recreativa serve como um desafio, uma sugestão de leitura recreativa que trabalha com algum conteúdo específico ou o uso de jogos que envolvem a matemática, podendo até haver um breve apontamento acerca de seu desenvolvimento, mas não há um trabalho mais íntimo e ativo entre a atividade e o ensino de algum conteúdo da Matemática⁵⁰. Não podemos esquecer também daqueles que a vinculam unicamente como diversão visando a descontração e o entretenimento. Neste grupo, encontramos aqueles que são matemáticos de formação e os leigos, ambos, neste caso, mobilizam a Matemática Recreativa com o mesmo fim: o entretenimento. Cabe ressaltar, entretanto, que alguns matemáticos também oferecem um entendimento de que o seu trabalho, nas teorias sérias da matemática, é um tipo de Matemática Recreativa, enquanto alguns teóricos vão defender que esse ponto de vista não funciona bem assim.

É possível, assim, perceber que temos em mãos um campo que possui uma grande quantidade de pessoas, oriundas de posições de fala bastante variadas e que se envolvem com o campo de uma maneira muito íntima, tanto que grande parte delas faz questão de cunhar, segundo a sua opinião e seu ponto de vista, o que é, para ela, essa expressão: Matemática Recreativa. Vemos aqui, de uma forma bastante clara, as relações de poder presentes neste campo. Um campo que vem crescendo em interesse pelos pesquisadores e que como consequência deste crescimento, vem sofrendo uma disputa pelo poder que se evidencia na disputa pela cunhagem de sua própria definição.

Como conseguimos verificar claramente, a expressão Matemática Recreativa, no âmbito da academia, é muito polissêmica, sendo mais desenvolvido fora do nosso país, em especial em se tratando de estudos voltados à Educação Matemática, mesmo que hoje tenhamos percebido um aumento de estudos brasileiros neste assunto. Nesse sentido,

⁵⁰ Nós fizemos essa diferenciação, principalmente após refletirmos acerca daqueles professores que até trazem alguns problemas interessantes para o ambiente escolar, mas que não os discutem. Neste caso, muitas vezes esses problemas são postos na forma de desafio, na sugestão de alguma leitura recreativa que discuta algum conteúdo ou ainda com a mobilização de jogos, mas em todos esses casos não ocorre uma discussão, mas intima entre o problema, livro ou jogo e o conteúdo ensinado. Aqui, pensando no caso dos jogos, o professor não procede como sugere Grando (2000), ou seja, efetuando uma discussão da atividade que envolve tratar sobre as técnicas que podem ser usadas para resolver o problema ou sobre questões teóricas que possam contribuir para esse efeito. Para nós, este uso da Matemática Recreativa é bastante próximo do uso da História da Matemática quando ela serve como um parêntese ao conteúdo, visando apontar fatos históricos interessantes, mas que não estão realmente relacionados com o ensino e a aprendizagem do conteúdo em questão, fazendo nada além de contar um fato interessante ou uma história da descoberta deste conteúdo, mas essa mobilização não envolve o aluno em atividades que o levem a perceber as relações históricas que permearam os acontecimentos vinculados ao desenvolvimento do tema debatido.

evidenciamos a importância desse nosso estudo no âmbito nacional, especialmente visando preencher a lacuna que existe, no âmbito acadêmico, acerca desta temática.

A partir do nosso levantamento sobre Matemática Recreativa notamos diferentes modos de concebê-la e abordá-la, tanto no âmbito nacional quanto no internacional. A produção bibliográfica internacional sobre Matemática Recreativa é bem extensa, particularmente nos Estados Unidos e em Portugal, havendo, inclusive, linha de pesquisa específica para essas investigações, congressos como o *Gathering for Gardner* (G4G) – o qual ocorre desde 1993 em Atlanta nos EUA, em homenagem a Martin Gardner – um ícone da Matemática Recreativa; o *Recreational Mathematics Colloquium* (RCM), em Portugal (Machiavelo *et al*, 2014). Há também periódicos como o *Recreational Mathematics Magazine* e o *Journal of Recreational Mathematics* (que publicou trabalhos até 2014). Também no *International Congress on Mathematical Education* (ICME), que ocorre a cada quatro anos, há um Grupo de Trabalho permanente sobre a Matemática Recreativa.

Referências

Alegría, P. Sucesiones de recurrencia en la matemática recreativa. **Revista Eureka sobre enseñanza y Divulgación de las Ciencias**, [s.l.], v.6, n.3, p.483-490. 2009. Disponível em: <https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/3693>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Allan, N. D. A Matemática Recreativa de Euler: números amigos. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [s.l.], v.9, n.17, p.77-87, abr. 2009. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/171>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Araujo, F. G. M. de. **Contribuições da Matemática Recreativa no Desenvolvimento e Aprendizagem Escolar**. 34f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Centro de Ensino Superior do Seridó, UFRN, Caicó, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/36681>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Bártlová, T. Martin Gardner's Mathematical Life. **Recreational Mathematics Magazine**, n. 2, p. 21-40, 2014. Disponível em: http://pds26.egloos.com/pds/201501/16/93/Recreational_Mathematics_Magazine_RMM_Number2_September_2014_low.pdf#page=22. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Bártlová, T. **History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics**. 148 f. Tese (Doutorado em Matemática). Department of Mathematical Analysis, Charles University, Prague, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.11956/1330>. Acesso em 28 de setembro de 2018.

Barve, V.; Barve, M. Recreational Mathematics. In: Department of Education in Science and Mathematics (Org.). **National Meet on Celebration of National Year of Mathematics**. New Delhi: NCERT, 2012.

Bezerra, M. da. C. A. **A Matemática Recreativa e suas potencialidades didáticas pedagógicas à luz da Teoria da Objetivação**. 2021. 218f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Centro de Ciências Exatas e da Terra, UFRN, Natal, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/37932>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Costa, O. da. **A Matemática Recreativa no Ensino Básico**. 98f. Dissertação (Mestrado em Ciências). Escola de Ciências, Universidade do Minho, Braga, Portugal, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/30282>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

De Guzmán, M. Tendencias innovadoras en educación matemática. **Boletim da SPM**, Madrid, n. 25, p. 9-34, mar. 1993.

Flemming, D. M. Criatividade e Jogos Didáticos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Pernambuco. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Pernambuco: Sbem, 2004. p. 1-11.

Gardner, M. **Penrose tiles to trapdoor ciphers**: And the return of Dr Matrix. Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1997.

Grando, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 239f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/210144>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Hussen, S. *et al.* Critical thinking dispositions in solving recreational mathematics problem: opposite corners. **Journal Of Physics: Conference Series**, [S.L.], v. 1465, n. 1, p. 012071, 1 fev. 2020. IOP Publishing. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1465/1/012071>. Acesso em 27 de setembro de 2022.

Lopes, A. J. A perspectiva Didática da Matemática Recreativa de Malba Tahan. **Revista de Educação Matemática**, [s.l.], v.15, n.19, p.223-234, maio. 2018. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/188>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Machiavelo, A. *et al.* Cinco tributos a Martin Gardner. In: Picado, J.; Martins, P. M. **Boletim da SPM**, v.71, p.97-111, dez. 2014. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/boletimspm/article/view/6806>. Acesso em 28 de setembro de 2018.

Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Nunes, E. M. de A. **Estudo sobre a Matemática Recreativa e sua inserção no ensino de Matemática**. 76f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Centro de Ciências Exatas e da Terra, UFRN, Natal, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/30691>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Oliveira, C. C. de. **A Sombra do Arco-Íris**: um estudo histórico/mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan. 2007. 171f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, USP, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-22022008-114921/pt-br.php>. Acesso em 28 de setembro de 2022.

Oliveira, C. C. de. O discurso pedagógico de Malba Tahan na Revista Al-Karismi: reflexões para a Educação Matemática brasileira. **Revista Matemática e Ciência**. v. 2, n. 1, p. 58-75. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.5752/P.2674-9416.2019v2n1p58-75>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Oliveira, P. E. 6174: um problema com números de quatro algarismos. In: Picado, J.; Martins, P. M. **Boletim da SPM**. v. 68. p. 115-128, maio 2013. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/boletimspm/article/view/3835>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Rowlett, P. *et al.* The potential of recreational mathematics to support the development of mathematical learning. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, [S.L.], v. 50, n. 7, p. 972-986, 5 set. 2019. Informa UK Limited. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/0020739x.2019.1657596>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Silva, A. H. da. **Matemática recreativa de Kaprekar na educação básica**. 98f. Dissertação (PROFMAT). Centro de Ciências Exatas e da Terra, UFRN, Natal, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/29252>. Acesso em: 29 de março de 2022.

Singmaster, D. The utility of recreational mathematics. **UMAP Journal**, v. 37, n. 4, p. 339-379, 2016. Disponível em: <http://jnsilva.ludicum.org/HMR1718/DS.pdf>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Singmaster, D. What is Recreational Mathematics? In: SINGMASTER, D. **Adventures in Recreational Mathematics**, World Scientific Publishing. 2021, p. 1-7. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1142/9789811226014_0001. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Siqueira Filho, M. G. Malba Tahan em: da magia dos contos árabes às recreações matemáticas. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9., 2011, Aracaju. **Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática**. Aracaju: Sbm, 2011. p. 1-10.

Souza, E. K. V. De; Fossa, J. A. O pioneirismo de Malba Tahan na Educação Matemática

brasileira. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA, 14, 2014, Belo Horizonte. **Anais Eletrônico do 14º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia**. Belo Horizonte: UFMG, 2014. p. 1-8.

Souza, L. J. de. **A Aritmética Elementar de Charles Sanders Peirce**: tradução e notas para uma hermenêutica. 276f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/150552>. Acesso em 27 de setembro de 2022.

Suleiman, A. R. **O Jogo e a Educação Matemática**: um estudo sobre as crenças e concepções dos professores de matemática quanto ao espaço do jogo no fazer pedagógico. 260f. Dissertação (Mestrado em Educação Escolar). Faculdade de Ciências e Letras, UNESP, Araraquara, 2008. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/90303>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Sumpter, L. Recreational Mathematics – Only for Fun? **Journal Of Humanistic Mathematics**, [S.L.], v. 5, n. 1, p. 121-138, jan. 2015. Claremont Colleges Library. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5642/jhummath.201501.07>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Trigg, C. W. What is recreational mathematics? **Mathematics Magazine**, [s.l], v.51, n.1, p.18-21, 1978. Disponível em: www.jstor.org/stable/2689642. Acesso em 28 de setembro de 2022.

Formação e atuação profissional dos autores da série de livros *O Professor de Matemática em Ação*: elementos para uma biografia

Introdução

Este texto tem o objetivo de apresentar elementos biográficos que encontramos sobre os autores dos cinco volumes da série de livros intitulada *O Professor de Matemática em Ação*, publicados pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014. O estudo destes elementos tem o objetivo de contribuir com a compreensão da materialidade dos seus cinco volumes, pois as características dos livros estão de certa forma alinhadas com os percursos percorridos pelos seus autores e pelos acontecimentos contextuais e formas de poder com as quais eles estiveram envolvidos durante esse percurso.

O texto foi produzido de acordo com as indicações oriundas do referencial teórico e metodológico utilizado, a Hermenêutica de Profundidade (HP), desenvolvido por John Brookshire Thompson (2011). O referencial, por sua vez, aponta a necessidade de um estudo que vise conhecer o contexto sócio-histórico das obras estudadas. A escrita desta nota permitiu-nos visualizar o potencial que há na produção de um estudo deste teor, principalmente quando visando constituir uma hermenêutica de livros ou de uma série deles. Dentre as sugestões de estudo contextual oferecidas pelo referencial, temos aquelas que indicam o entendimento biográfico da vida dos autores das obras e das relações sociais e de poder que se estabeleceram junto às instituições variadas⁵¹ que permearam a sua produção. Para conhecer este contexto, aliamos aos nossos estudos algumas entrevistas que foram produzidas por outros pesquisadores. Dentre elas, uma entrevista conduzida por uma pesquisa de Iniciação Científica, ainda em andamento, realizada por Raquel Barros Reis e orientada por nós. Todas essas entrevistas contribuíram para melhor compreendermos os autores da série, os modos como os grupos de pesquisa que pertenceram operavam e algumas nuances específicas dos raciocínios que permearam os livros. Tudo isso, para entender os contextos em que viveram e que certamente reverberaram nas suas escolhas, nas decisões que tomaram e, por fim, na materialidade final das obras, pois caso os elementos aqui remontados fossem outros, os volumes desta série também poderiam possuir outras características. Foi fundamental, também, constituirmos um cenário para entender o funcionamento dos grupos de pesquisa dos quais alguns autores ou coautores dos dois últimos volumes eram participantes.

⁵¹ Aqui falamos mais precisamente de estudos pertencentes à Análise Social e Histórica que visam compreender os Campos de Interação, as Instituições Sociais e a Estrutura Social da época de produção da Série em estudo.

Como já dito, a pesquisa foi conduzida com respaldo da HP. Este referencial em linhas gerais, possui três movimentos analíticos distintos e concomitantes que são denominados de Análise Social e Histórica, Análise Formal ou Discursiva e (Re)Interpretação. Esses movimentos analíticos são compostos por estudos específicos que visam apontar nuances relevantes para compreensão do processo de produção das obras estudadas e que colaboram com a sua (re)interpretação. Este texto foi elaborado visando apresentar alguns dados que produzimos e que são necessários para a constituição da Análise Social e Histórica, como já apontado no parágrafo anterior.

Um desses autores, principalmente devido a sua relevância acadêmica no Brasil, permitiu-nos melhor conhecê-lo do que os demais – o professor Ruy Madsen Barbosa. Sobre ele encontramos algumas entrevistas em trabalhos de dissertação ou teses já defendidas e publicadas. Essas entrevistas contribuíram com a produção de uma biografia com maior riqueza de detalhes em relação ao que conseguimos a respeito dos demais autores que participaram da produção desses livros. Foi justamente por essa falta de informações acerca dos demais autores e dos contextos de produção destes livros que nos empenhamos na orientação de uma Iniciação Científica, que já foi descrita anteriormente, e que tem entre seus objetivos justamente produzir dados nesse sentido. Logo, nosso objetivo é entender este cenário no qual os autores circularam, as relações e instituições envolvidas, de acordo com o referencial da Hermenêutica de Profundidade, particularmente com o aspecto contextual que caracteriza a forma simbólica, no nosso caso, a série de livros. Sendo, assim, este texto apresenta, basicamente, a formação dos autores que colaboraram com a escrita dos livros da série de maneira mais específica e, também, um pouco dos contextos que envolvem esses autores e, quando possível, seus grupos de pesquisa em uma trama criada com base historiográfica visando compreender a produção dos livros que são voltados a formação de professores que ensinam Matemática.

Os livros em questão são: volumes 1 e 2 *Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações* (Barbosa, 2009a, 2009b), volume 3 *Conexões e Educação Matemática: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons* (Murari; Barbosa, 2012), volume 4 *Geoplanos e Redes de Pontos: Conexões e Educação Matemática* (Tiggemann *et al.*, 2013) e volume 5 *Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática* (Rodrigues *et al.*, 2014). Nos dois primeiros volumes temos o professor Ruy como o único autor, o terceiro em parceria com o professor Claudemir Murari, o quarto em parceria com os membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP) e o quinto em parceria com os membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J).

A série de livros acima descrita e que ora estudamos é parte de nossa pesquisa de doutorado realizada junto ao programa de pós-graduação em Educação para a Ciência que pertence a Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Bauru. A pesquisa recebeu apoio financeiro, por meio de bolsa de estudos, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Código de Financiamento 001 – e está vinculada ao Grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM). É importante salientar que o formato da tese é na forma de um diário de pesquisa e que esta nota é uma daquelas que constitui o capítulo de análise social e histórica dela.

Os autores da Série de Livros *O Professor de Matemática em Ação*

Iniciamos apresentando um dos autores e organizador desta série, o professor Ruy Madsen Barbosa. Ele, como já dito, escreveu os dois primeiros volumes da série individualmente, o terceiro em coautoria com Claudemir Murari e os demais com membros de grupos de pesquisa diferentes que ele coordenou: o Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP), com quem escreveu o volume 4 e o Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J), com quem ele produziu o volume 5. Nestes últimos volumes, é importante apontar que o nome do professor Ruy aparece na sua capa indicando-o como sendo o coordenador. Assim, há três significados que podem, inclusive, efetivamente ter ocorrido em concomitância:

- Indicar que o professor Ruy coordenava os grupos de pesquisa que escreveram esses livros, como de fato aconteceu, visto dados das sessões *Quem Somos* de cada livro;
- Indicar que o professor Ruy coordenou a produção dos dois últimos livros da série sendo, portanto, o principal responsável por elas;
- Indicar que o professor Ruy coordenou a série e, portanto, os cinco volumes.

O segundo e o terceiro motivos para nós são bastante plausíveis também, pois a capa dos livros poderia, ao invés de acrescentar o nome do professor Ruy como coordenador, apenas indicar o nome do grupo em que o professor também atuava como membro ou ainda apenas indicar o nome de todos os autores juntos, visto não serem muitos. Nesse sentido, esta separação claramente enfatiza a presença do autor na produção do livro na condição de coordenador, sendo que sua presença serve como um importante fator mercadológico e de chancela da obra de modo a ser reconhecida como uma postura bastante clara para a Editora.

Assim, trazemos dados biográficos sobre o professor Ruy Madsen Barbosa. Ele nasceu na cidade de Campinas, interior do estado de São Paulo em 1931. Seu nascimento ocorreu em paralelo com início da expansão universitária no Brasil, em especial no Estado de São Paulo,

que àquela época estava criando seus primeiros cursos de Matemática. Segundo consta, o primeiro curso de Matemática do interior paulista foi instalado na Universidade Católica de Campinas⁵² (UCC) na década de 1940. A criação de cursos de Matemática estava diretamente atrelada ao crescimento do Estado de São Paulo, que culminou na necessidade de maior infraestrutura nas cidades interioranas e, com isso, aumentou a demanda por mão-de-obra qualificada. A necessidade de trabalhadores mais bem preparados, forçou a expansão da educação básica, em especial no nível secundário⁵³, o que consequentemente ampliou a oferta de trabalho para professores de Matemática, levando a uma necessidade de ampliação no número de vagas para o ensino superior em Matemática nas instituições paulistas. Logo, houve uma ampliação do sistema universitário paulista que criou universidades e faculdades, abrindo cursos de licenciatura no interior do Estado e aumentando a demanda por professores de Matemática para esses cursos (Martins-Salandim, 2012).

A formação acadêmica do Ruy, enquanto aluno da educação básica, ocorreu nos arredores da década de 1940 que, segundo Oliveira (1997), foi o período em que o autor cursou o ginásio, um ensino que nosso personagem reconhecia como sendo marcadamente “[...] mecânico, mnemônico e não justificado [...]” (p. 36). Ruy reconhecia seu professor de Matemática como despreparado e com pouca experiência, não compreendendo como ele conseguia atuar em uma escola renomada e bastante tradicional da cidade em que residia, o Colégio Culto a Ciência⁵⁴ de Campinas.

Em um salto temporal, temos nosso personagem realizando o Curso de Preparação de Oficial da Reserva (CPOR) em São Paulo, quando encontra com uma amiga que o convida para cursar Matemática assim como ela na UCC, o que alterou sua primeira intenção que era fazer um curso de engenharia. Logo ele prestou o vestibular e entrou no curso, que segundo ele o transformou em um professor de Matemática. Sendo assim, em 1951 ele entrou no curso

⁵² A USP São Paulo criou o primeiro curso em 1934 e na década de 1940 foram criados um curso na Pontifícia Universidade Católica (PUC) de São Paulo, outro na PUC de Campinas – à época conhecida como Universidade Católica de Campinas (UCC) – e um terceiro na Universidade Mackenzie de São Paulo (Martins-Salandim, 2012).

⁵³ Isto pode ser percebido melhor pela existência de exames de suficiência promovidos pela Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES) que permitiu que professores leigos lecionassem disciplinas nas escolas de educação básica brasileiras. Essa campanha ocorreu em regime emergencial e esteve atrelada à necessidade de professores para lecionar nas escolas de educação básica do país.

⁵⁴ O Colégio Culto a Ciência da cidade de Campinas foi fundado pela Maçonaria da cidade e idealizado pelo maçom Antônio Pompeu de Camargo. Seus objetivos eram “oferecer um aprendizado laico, voltado para a eficiência na formação intelectual de jovens com prevalência da liberdade de pensamento, de culto e de consciência”. Informações retiradas de um jornal chamado Correio Popular da cidade de Campinas datado de 15 de abril de 2015 presente no site da Sociedade Amigos do Culto a Ciência (SACC): https://www.cultoaciencia.com.br/curiosidades?lightbox=image_f3m.

de graduação em Matemática da UCC, hoje Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas)⁵⁵. Segundo Milanez (2020), o professor Ruy se formou primeiramente em bacharelado, no ano de 1953, em um curso de 3 anos de duração, e depois cursou mais um ano para complementar sua formação e receber o título do curso de licenciatura (modelo 3 +1)⁵⁶, no ano de 1954.

Paralelamente à graduação, mais precisamente a partir do seu segundo ano de faculdade, conforme Oliveira (1997), ele começou a lecionar em algumas escolas particulares da cidade de Campinas. Isso só foi possível graças a um registro fornecido pela Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES), após a realização do exame de suficiência que, no seu caso, aconteceu nas dependências da USP-São Paulo, e que lhe cancelaram a condição de lecionar nas disciplinas de matemática e desenho. É interessante mencionar que o professor Ruy foi o único aprovado para lecionar Desenho para o colégio neste exame, e isso o levou a ser convidado a ensinar desenho na UCC, iniciando, com isso, a sua carreira como professor de nível superior (Oliveira, 1997).

Ainda sobre seu período de trabalho e estudos na UCC, conta o professor Ruy que ele trabalhou apenas no curso acima. Depois, ao terminar a graduação, ele saiu de Campinas, devido ter sido aprovado em dois concursos público, que ocorreram consecutivamente, visando preencher vagas para o Magistério Secundário Oficial do Estado de São Paulo, tendo em ambos se classificado em primeiro lugar. Em 1955, ao conquistar a sua primeira aprovação, ele se mudou para cidade paulista de Tietê e no ano seguinte, 1956, ele foi

⁵⁵ Acerca desse curso, conta Ruy a Zanardi (2012) que ele considera que esse curso era um curso que ele considerava fraco no momento da entrevista, mas que mesmo assim ele nunca deixou de ser aprovado em primeiro ou ser o único aprovado em todos os concursos cujos quais participou. Aqui vemos que há uma contradição, ou melhor um contrapeso quando o nosso autor considera o curso que o formou como sendo fraco, mas em compensação ser sempre aprovados nos concursos que competiu.

⁵⁶ O modelo 3+1 de formação nas graduações em Matemática, comumente, designa aqueles cursos de bacharelado em Matemática que depois de seus alunos terem terminadas as disciplinas específicas da Matemática e conquistado seus diplomas de bacharéis, ofereciam mais um ano, entendido como complementar e opcional, com algumas disciplinas pedagógicas. Neste caso, o objetivo era atribuir aos estudantes interessados o título de licenciado em Matemática. Esta prática, apesar de bastante usual no período de ascensão dos cursos de formação de professores de Matemática, são vistos, hoje, como uma prática negativa, principalmente devido este formato claramente estabelecer um lugar de destaque para as disciplinas específica, assim como para o curso na sua modalidade de bacharelado, deixando as disciplinas pedagógicas, e a licenciatura mais especificamente, com uma importância secundária, menor, complementar e opcional. Com esse modo de agir, a licenciatura claramente não é o objetivo principal da instituição ou departamento que a oferece e até mesmo da maioria dos profissionais ligados à instituição. É fácil encontrar, em textos do campo da História da Educação Matemática, informações a respeito de cursos de licenciatura, até mesmo mais atuais, que apesar de não possuírem uma formação na modalidade bacharelado nas respectivas instituições, que dispõe suas disciplinas desta mesma maneira, o que também é visto como uma forma de secundarizar o valor das disciplinas pedagógicas em detrimento das disciplinas específicas da Matemática. Em termos legais, este modelo de formação se estabeleceu, no nosso país, no final da década de 1930 (Martins-Salandim, 2012).

aprovado no segundo concurso que o levou a acumular cargo de professor na cidade de Boituva, também em São Paulo. É nessa época em que atuou como professor da Educação Básica, é importante frisar, que ele vai ser indicado pelo professor Osvaldo Sangiorgi⁵⁷ ao professor doutor Paulo Guimarães da Fonseca⁵⁸, seu conhecido, para assumir vaga de professor de Matemática na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) de Araraquara. Dentre as indicações que recebeu, o professor Paulo escolheu o professor Ruy para essa vaga, a qual ele assumiu em 1960. Ele foi para Araraquara a convite, mas na época ainda não havia o curso de Matemática e seu convite foi para assumir vaga no curso de Química. No entanto, como a instalação desse curso atrasou, ele acabou lecionando Matemática para a Pedagogia e Ciências Sociais por algum tempo. Enquanto trabalhando em Araraquara eles conseguiram levar mais professores de Matemática, e a faculdade foi se desenvolvendo até o momento em que foi aberto o curso de Matemática na instituição, no qual, além de professor, ele atuou como Coordenador do Curso de Matemática e Chefe de Departamento (Martins-Salandim, 2012).

Após a indicação para fazer parte do corpo docente da FFCL de Araraquara, o professor Sangiorgi deu mais uma importante contribuição para a carreira do nosso autor, ao convidá-lo para participar de um curso, que aconteceu na cidade de São Paulo, e que levou ao envolvimento do nosso autor com a criação do GEEM – Grupo de Estudo do Ensino da Matemática (Martins-Salandim, 2012). Já com relação aos grupos de pesquisa que participou e que foram mais proeminentes, segundo conta Milanez (2020) são: o GEEM, no qual ele foi membro fundador e participou da sua primeira e segunda diretoria e pouco depois; em paralelo à sua participação no GEEM, ele liderou o CRAEM – Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática –, que era um grupo que estava ligado ao seu

⁵⁷ Osvaldo Sangiorgi foi um professor de Matemática de grande destaque no Brasil. Ele era Licenciado em Física pela USP em 1943, fez mestrado em Lógica pela Universidade de Kansas em 1961, doutorado em Matemática pela USP em 1973 e livre-docência pela USP em 1977. Como professor, ele atuou no magistério secundário oficial do Estado de São Paulo e da Universidade Mackenzie, além de ter lecionado em universidades do exterior como a Universidade de Kansas nos Estados Unidos e várias outras da América, China, Europa e África. No Brasil, ele alcançou grande destaque, principalmente, ao fundar e ser presidente do GEEM, principal irradiador do ideário do Movimento da Matemática Moderna, sem nos esquecermos de que ele se sobressaiu em diversas áreas da Educação. Em resumo, ele lecionou entre 1954 e 2000, publicou cerca de 84 livros e orientou 30 mestres e 27 doutores em cerca de 25 anos (Lima, 2006).

⁵⁸ Paulo Guimarães da Fonseca era químico, professor da Escola Politécnica da USP e primeiro diretor da FFCL de Araraquara criada em 16 de abril de 1957. O autor veio para Araraquara com o objetivo de criar o curso de Química desta instituição, já cogitado desde a criação da Faculdade de Ciências Farmacêuticas, que recebeu aval de funcionamento, por sua vez, em 27 de agosto de 1960 (decreto 48.906). Interessante apontar que o professor Paulo foi denunciado por atividades subversivas pela comissão interna da Universidade que havia sido instituída no ano de 1964 logo após o Golpe Militar (Informações retiradas de web site: <https://petquimicaunesp.wixsite.com/petquim/historia-do-i-q> em 10 de julho de 2023).

trabalho junto a FFCL de Araraquara. É importante frisar que ambos os grupos se relacionavam à divulgação do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. Enquanto membro do GEEM, o professor Ruy Madsen, desempenhou várias funções, tendo uma participação bastante ativa dentro do grupo, que se efetivava pelo acompanhamento de alguns professores que estavam trabalhando com os novos conteúdos advogados pelo MMM e por meio do oferecimento de cursos de formação continuada aos professores da educação básica – quanto a esses cursos, Lima (2006) aponta que um deles foi o curso de Programação Linear .

Como vimos, o professor Ruy Madsen Barbosa se envolveu muito com o campo da Matemática, pois além de formado nos cursos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática em 1954, ele também concluiu em 1961 o Doutorado em Probabilidade sob orientação do professor Arnaldo Nora Antunes junto a UCC, fez Livre Docência na cidade de Araraquara, no interior de São Paulo, em 1965, pela até então FFCL (Faculdade de Filosofia Ciências e Letras), vinculada ao Instituto Isolado de Ensino Superior, com uma tese relacionada com a área de Programação Linear – subárea da Matemática Aplicada. Também alcançou os títulos de Professor Livre-docente, em 1965, pela FFCL de Araraquara e de Professor Titular pela Unesp – não foi possível estabelecer em qual campus o professor Ruy atuava no momento desta última progressão na sua carreira⁵⁹.

Durante sua vida acadêmica como professor da FFCL de Araraquara, esta instituição na qual ele lecionava e outras dos Institutos Isolados do Estado de São Paulo (IIES) acabaram se transformando na Unesp, uma universidade do tipo multicampi. Essa mudança aconteceu no ano de 1976 e junto com essa criação ocorreram algumas alterações estruturais relacionadas com a distribuição dos cursos da universidade que fizeram com que, no final da década de 1970, o nosso autor precisasse se transferir para o campus da Unesp de São José do Rio Preto, também situado no interior de São Paulo, onde ele atuou até sua aposentadoria em 1986. Segundo entrevista que cedeu a Zanardi (2012), o professor Ruy Madsen se transferiu de campus em 1979, mas apenas se mudou para esta cidade no ano de 1980. Verificando o seu currículo *lattes*, aprendemos que ele trabalhou de 1960 até 1978 no campus de Araraquara e de 1978 até o segundo semestre de 1986 no campus de São José do Rio Preto. Ao compararmos as informações constantes tanto no seu *lattes* quanto às encontradas na

⁵⁹ O currículo *lattes* do professor Ruy Madsen, não oferece condições para precisarmos quando foi que ele se tornou professor titular e, conseqüentemente, não conseguimos apontar em qual campus ele atuava naquela época. Já acerca de sua livre docência, considerando a sua data de sua obtenção, conseguimos inferir exatamente o local em que ele atuava.

entrevista oferecida a Zanardi (2012), entendemos que o professor possivelmente foi transferido oficialmente, via Diário Oficial, em 1976. Ainda de acordo com o trabalho de Zanardi (2012), foi muito difícil para o professor Ruy ver o curso de Matemática ser extinto do campus de Araraquara, principalmente devido à grande inserção que ele tinha nesse campus, lugar em que certamente possuía laços bastante fortes tanto com a comunidade local quanto com a universidade, sendo, inclusive, por uma grande contribuição sua que o prédio onde ocorriam as aulas de Matemática foi construído.

Após aposentado, o professor Ruy foi convidado pelo professor Irineu Bicudo, então diretor do campus de Rio Claro (1989 – 1993), para lecionar neste campus da Unesp. No seu *currículo lattes* consta que depois de aposentado teve vínculo com a Unesp em dois outros momentos, no período de 1987 a 1988, para este período apenas fica especificado que seu vínculo era de colaborador com regime de 40 horas na condição de Professor Titular, mas não especifica o campus em que ele atuou. E um outro período de vínculo no ano de 1994 em que fica especificado que ele foi convidado pelo Departamento de Matemática do IGCE/Unesp-Rio Claro a colaborar com ele prestando serviços como professor de disciplinas, o que o levou a prestar concurso de provas e títulos no dia 07 e 08 de julho de 1994 tendo sido aprovado – segundo o *Diário Oficial* do Estado relativo ao dia 30 de julho de 1994. Mas o professor Ruy alegou, em Zanardi (2012), não ter assumido o cargo, devido à necessidade de ter que se comprometer com o regime de dedicação exclusiva perante a instituição, o que ele não poderia fazer devido outros compromissos assumidos. Ainda em Zanardi (2012) entendemos que ele chegou a ministrar algumas aulas na graduação de Rio Claro, mas acabou sendo deixado de lado, daí o professor Irineu o levou para trabalhar na Pós-graduação, mas, segundo ele, o coordenador da Pós-graduação da época também o deixou de lado. Sobre esse período ele conta que:

Vim para Rio Claro a convite da direção, quem estava na direção era o Irineu Bicudo nessa ocasião. Dei algumas aulas de graduação, mas infelizmente, sempre existe essas coisas mesmo no meio universitário, mais que em outros meios. Todos os meios têm encrascas. Eu fui deixado de lado. O Irineu me levou para trabalhar na Pós-Graduação, mas quem coordenava a Pós-Graduação me deixou de lado. Mas não faz mal, porque depois eu trabalhei e consegui ajudar vários mestrados e doutorados; participei de uma quantidade enorme de mestrados e doutorados. Continuo indo lá, não é por esse fato; mas para seminários, conferências e até Pós-Graduação. Isso aí foi algo que

eu não sei até hoje o que estava havendo por lá. (Zanardi, 2012, p. 163 e 164)⁶⁰.

Aqui vemos claramente outro momento que gerou desconforto para o autor, relacionado com o sentimento de ter sido deixado de lado, referente ao modo como ele sentiu que foi recebido pelos professores de Rio Claro, tanto na graduação quanto na pós-graduação. O fato dele afirmar não ter podido assumir o cargo de docente em 1994 em Rio Claro, deve estar atrelado com compromissos que assumiu com outra instituição de ensino superior como é o caso do Centro Universitário de Rio Preto (Unirp), cujo vínculo durou de 1994 até 1999. Acerca do ano 2000, consta no seu *lattes* que ele se vinculou ao Centro Universitário de Araraquara (Uniara), não indicando uma data de término deste vínculo com a instituição. Segundo informações retiradas de Zanardi (2012), o curso de Matemática desta instituição foi extinto no ano de 2000. Nosso autor também possuiu um vínculo com o Instituto Municipal de Ensino Superior de Catanduva (Imes), antiga Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Catanduva (Fafica) que se iniciou por volta dos anos 2000 (Marques *et al.*, 2007), onde atuou no curso de Licenciatura em Matemática e em uma Pós-graduação intitulada Especialização em Educação Matemática⁶¹. Estimamos que sua vinculação com essa instituição se deu até os arredores de 2013, ano de publicação do quarto volume da série, pois o grupo GGEP tinha vinculação com essa instituição.

Falaremos agora das publicações que tornaram o professor Ruy Madsen reconhecido no mercado editorial brasileiro. Segundo nossos estudos, no *currículo lattes* do autor, ele publicou os seguintes livros apontados abaixo:

- **Descobrimdo Padrões Pitagóricos.** São Paulo: Editora Atual LTDA., 1993.
- **Descobrimdo Padrões em Mosaicos.** São Paulo: Editora Atual LTDA., 1993.
- **Matemática Magistério.** São Paulo: Editora Atual LTDA., 1984.
- **Combinatória e Grafos.** São Paulo: Nobel S. A., 1975.

⁶⁰ Ruy atuou como orientador em curso de Pós-graduação e segundo uma pesquisa que fizemos em seu *Lattes* encontramos que ele orientou três teses de doutorado e nenhum mestrado, mas como pode ser visto pela citação tirada da entrevista concedida a Zanardi ele afirma ter participado de uma “quantidade enorme de Mestrados e Doutorados”. Outra informação relevante é que ele atuou como coorientador no trabalho de Luciana Aparecida Ferrarezi, que não consta no seu *lattes*, o que indica que essa atuação pode ter se dado na condição de coorientador de outras pesquisas, não incluídas no seu *lattes*.

⁶¹ Importante mencionar que no site da Imes de Catanduva, o nome do professor continua aparecendo como docente do curso de Especialização em Educação Matemática com duração de 18 meses. Seu nome surge com a seguinte denominação: Professor Livre-Docente. Esse curso, segundo observamos no site do Instituto, tinha pelo menos três disciplinas de interesse do autor que poderiam ser ministradas por ele: a disciplina chamada Pavimentação e mosaicos; outra intitulada Simetria, espelhos e caleidoscópios e uma terceira que recebe o nome de Materiais pedagógicos e jogos na aprendizagem matemática. Todas essas disciplinas tinham carga horária de 32 horas. Dados retirados do site <https://www.fafica.br/page.php?q=pos/educacao-matematica> em 03/03/2023.

- **Fundamentos da Matemática Elementar.** São Paulo: Nobel S. A., 1974.
- **Programação Linear.** São Paulo: Nobel S. A., 1973.
- **Métodos Numéricos em Sistemas Lineares.** São Paulo: Nobel S. A., 1973.
- **Cálculos Aproximados.** São Paulo: Nobel S. A., 1972.
- **Interpolação Polinomial.** São Paulo: Nobel S. A., 1972.
- **Cálculo de Diferenças Finitas.** São Paulo: Nobel S. A., 1970.⁶²
- **Estatística Elementar.** São Paulo: Nobel S. A., 1968.
- **Geometria Analítica Moderna Plana.** São Paulo: Nobel S. A., 1967.
- **Elementos de Lógica Aplicada ao Ensino Secundário.** São Paulo: Nobel S. A., 1967.
- **Matemática, Metodologia e Complementos para Professores Primários.** São Paulo: LPM, 1966.
- **Combinatória e Probabilidades.** São Paulo: GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática) / LPM, 1964.
- **Um Curso Moderno Elementar de Análise Combinatória.** Araraquara: FFCL Araraquara – Instituto Isolado Ensino Superior do Estado de São Paulo (Hoje UNESP), 1963.

Continuando nossas buscas por maiores informações acerca de suas publicações, temos, na página do Lattes do autor uma lista de 40 livros nos quais o professor Ruy é autor ou coautor. Rodrigues (2010) destaca que ele escreveu diversos livros didáticos que se vinculavam ao Movimento da Matemática Moderna, sendo que alguns deles estavam diretamente relacionados a disciplinas de seu interesse, principalmente devido ter atuado nelas em cursos de formação de professores. A autora também conta que alguns livros do autor se voltavam diretamente à educação básica. Diz Rodrigues (2010) que talvez o primeiro livro didático publicado pelo autor tenha sido o quinto volume da Série *Professor do GEEM* chamado *Combinatória e Probabilidades*. A temática era, segundo consta, bastante próxima àquelas mobilizadas em cursos e palestras que o professor trabalhou durante o MMM promovidos pelo GEEM. Entretanto, o primeiro livro que ele escreveu chamava-se *Um Curso Moderno Elementar de Análise Combinatória* e ele foi publicado junto a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara um ano antes do livro apontado pela autora como sendo o primeiro deles.

⁶² Consta no Lattes do autor que este livro foi publicado juntamente com mais dois autores citados no Lattes como: EsPada Filho, A. & Bellomo, D. P.

Outro título que encontramos é o *Elementos de Lógica aplicada para o Ensino Secundário* publicado em 1968 pela Editora Nobel e que também está vinculado a disciplinas oferecidas nos cursos do GEEM. O livro em questão merece ser mencionado, pois ele foi publicado em seguida à publicação do livro estudado por Milanez (2020) intitulado *Matemática, Metodologia e Complementos para Professores Primários* publicado pela LPM em 1966. Cabe enfatizar, acerca deste último livro, que ele é o primeiro livro do autor que se voltava aos professores do primário. Outro livro apontado no trabalho de Rodrigues (2010) é o *Curso Colegial Moderno*, publicado pela editora Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas (IBEP), por volta do ano de 1968. O livro não está incluso no *Currículo Lattes* do autor, mas uma foto presente no trabalho de Rodrigues, aponta a capa do terceiro volume desta obra como tendo sido escrita em coautoria com Luiz Mauro Rocha⁶³, que neste volume é o seu primeiro autor. Recorrendo a uma busca na *internet*, encontramos as fotos dos demais volumes e descobrimos que o segundo volume foi publicado em coautoria com um terceiro autor, Scipione Di Pierro Neto⁶⁴, os demais autores seguem a ordem do terceiro volume. Já o primeiro volume possui os mesmos três autores do segundo volume, mas a ordem de autoria é diferente: com Scipione primeiro autor, Luiz Mauro segundo autor e o Ruy Madsen terceiro autor. O fato deste livro não pertencer ao *Currículo Lattes* do autor, nos levou a perceber que ele não tinha o costume de apontar as obras que ele escrevia em coautoria, exceção de um único livro intitulado *Cálculo de Diferenças Finitas* publicado pela Nobel em São Paulo no ano de 1970 em coautoria com Antônio Espada Filho⁶⁵ e Douglas Peres Bellomo⁶⁶, que discute a temática do Cálculo Numérico.

⁶³ Luiz Mauro Rocha foi autor de livros didáticos e professor de Matemática em algumas instituições diferentes, dentre elas: a Fundação Santo André, Escola Politécnica da USP e Colégio Estadual de São Paulo (BrItto, 2008).

⁶⁴ Scipione Di Pierro Neto (1926 – 2005) foi um renomado educador brasileiro, autor de livros didáticos e professor de Matemática. Ele cursou Matemática na PUC de São Paulo em 1954 e doutorado em Educação na USP em 1973. Como professor, ele atuou na rede pública do Estado de São Paulo na cidade de Piraju, na FFCL da USP, na FFCL da PUC de São Paulo e trabalhou no Colégio Rio Branco. Foi membro do GEEM e em 1980 fundou sua própria editora denominada Editora Scipione que foi, mais tarde, incorporada pela Editora Ática (Informações retiradas da página do grupo de pesquisa Ghemat : http://www2.unifesp.br/centros/ghemat/paginas/arq_pessoais.htm em 11 de julho de 2023 e Britto (2008)).

⁶⁵ Antônio Espada Filho foi autor de livros didáticos e professor de Matemática. Sua formação é graduação em Matemática pela Universidade Católica de Campinas em 1961, doutorado em Ciências pela FFCL, hoje Unesp, campus de Araraquara em 1968 e livre-docência pela Unesp em 1980. Como professor, lecionou em cidades como Pindorama e São José do Rio Preto. Nesta última, ele atuou principalmente como professor no Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas (Ibilce), campus da Unesp de São José do Rio Preto, onde foi diretor entre os anos de 1986 até 1990. Ele também teve atuação em outras instituições como a Unirp de São José do Rio Preto e teve trabalhos publicados em revistas científicas (Informações retiradas de uma página web denominada *apaginadavida: lembranças, fotos, charges, comentários e notícias do cotidiano*: <http://apaginadavida.blogspot.com/2008/05/antnio-espada-filho-e-antnio-trdico.html> em 11 de julho de 2023)).

O livro anterior, *Cálculo de Diferenças Finitas*, faz parte de uma série de livros chamada *Série Matemática Aplicada*, publicada pela editora Livraria Nobel. Uma foto encontrada na *internet* aponta que ele é o segundo volume desta série. Como é o segundo volume, voltamo-nos novamente na *internet*, em busca das imagens dos demais volumes, e com elas aprendemos que essa série, em sua maioria, trabalha com a temática Cálculo Numérico. Esta série é composta por cinco livros dos quais dois deles possuem coautores, o volume dois, como já apontado, e o quinto volume intitulado *Métodos Numéricos em Sistemas Lineares* que foi escrito em coautoria com Guimarães⁶⁷. Ao refletirmos acerca do nome dado a essa série e dos títulos das obras que a compõem – Estatística Elementar (v.1), Cálculo de Diferenças Finitas (v. 2), Cálculo Aproximados (v. 3), Interpolação Polinomial (v. 4) e Métodos Numéricos em Sistemas Lineares (v. 5) –, pensamos que as discussões presentes na série são todas relacionadas com disciplinas que o professor ministrou enquanto na Unesp, como por exemplo, as disciplinas Probabilidades, Estatística, Cálculo Numérico e Observações etc., que ele lecionou entre os anos de 1960 e 1986 – essas informações foram encontradas no *Currículo Lattes* do autor. Nós acreditamos que esta série supriu uma demanda de livros textos voltados para discussões relacionadas com a Disciplina de Cálculo Numérico, tema central da maioria dos seus volumes. Essa demanda por materiais desta área pode ser percebida pela quantidade de livros em outras línguas existentes no Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa (APRMB) que datam deste período. Os livros foram publicados entre os anos de 1968 e 1973, com dois deles sendo publicados em 1972 (volumes 3 e 4). Merece destaque, entretanto, que não conseguimos encontrar mais volumes dessa série, o que não significa que eles não existam, pois títulos de alguns dos seus livros, como é o caso do livro *Programação Linear*, certamente seria um título interessante para os objetivos dessa série que envolvia temas relacionados com a Matemática Aplicada, mesmo que se afaste um pouco mais das discussões a respeito de Cálculo Numérico. Nós não encontramos maiores informações acerca do livro *Programação Linear* como, por exemplo, uma foto de sua capa

⁶⁶ Douglas Peres Bellomo foi autor de livros didáticos e professor de Matemática. Encontramos um Parecer do Conselho Estadual de Educação (nº 1418/72) que aprovou a proposição realizada pela FFCL de São José do Rio Preto para a sua contratação como professor assistente do Departamento de Matemática. Lá é indicado que o autor é Licenciado em Física pela FFCL da Mackenzie em 1957 e como possuidor de experiência como professor adquirida na FFCL de Araraquara. Interessante apontar que ele foi orientado pelo professor Ruy Madsen Barbosa, seu coautor neste livro, durante a realização do seu doutorado em Matemática que foi concluído em 1974 (Informações retiradas da página denominada *Norm{Ativas}* em 11 de julho de 2023 no link que segue: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CEE-SP_PAR_1418_2001_1972.pdf?query=Ensino%20superior).

⁶⁷ Não conseguimos maiores informações e nem mesmo o nome completo deste autor, enfatizamos também que este livro, apesar de constar no currículo do professor Ruy, ele não menciona haver um coautor.

ou algo do tipo, o que contribuiria com nossa pesquisa indicando se ela faz ou não parte dessa, ou alguma outra série. Cabe enfatizar, entretanto, que esse livro *Programação Linear* é título de um dos cursos que o professor Ruy ofereceu junto ao GEEM e que, assim sendo, ele pode estar vinculado a discussões desse curso, o que é inclusive mais plausível.

Outro livro que o professor escreveu e que contém dois volumes é chamado *Combinatória e Grafos*, publicado pela editora Nobel em 1975. Sublinhamos que ambos os volumes deste livro possuem o mesmo título e que este livro está indicado no *Lattes* do autor. Apesar de ter sido encontrado em sebos *online* que oferecem os livros para venda, não conseguimos imagens do seu segundo volume. Nossa expectativa, na busca por fotos da capa deste volume, era encontrar maiores informações sobre o livro em questão.

Em termos dos livros que se voltaram a trabalhar com a Matemática Recreativa, existem dois livros. Um deles é intitulado *Descobrimdo Padrões em Mosaicos* e foi publicado pela Atual Editora. Esta obra foi publicada em 1993, nós temos no nosso acervo a quarta edição física. O segundo livro que saiu pela mesma editora foi publicado em 1998 com o título *Descobrimdo Padrões Pitagóricos*, encontramos o registro *online* de uma segunda edição, pois não temos este livro em nosso acervo.

O professor Ruy também publicou um livro, em uma parceria da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) de São Paulo com a Uniara⁶⁸ no ano 2000, um livro intitulado *Aprendendo com Padrões Mágicos*. Esta produção se trata de um livro que faz parte de uma série intitulada *Cadernos SBEM-SP Ensino Aprendizagem de Matemática*. Cabe apontar que à época da publicação o nosso autor fazia parte da Diretoria Executiva da SBEM no cargo de Secretário Geral.

Durante o doutorado, tivemos a oportunidade de orientar, eu e minha orientadora, um trabalho de Iniciação Científica realizado por Diego Pereira Brasil (2021) e que objetivou analisar o livro *Revisitando Conexões Matemáticas com Brincadeiras, Explorações e Materiais Pedagógicos* publicado pela Livraria da Física em 2012. Este trabalho nos levou a perceber que o professor Ruy também teve uma vinculação com esta outra editora, que resultou na publicação de quatro livros ao todo, que por sinal foram publicados paralelamente aos livros da série que ora analisamos. Os demais livros publicados são: *Aprendendo Novas e Explorando Antigas Conexões Matemáticas Educacionais* datada de 2012, *Revisitando*

⁶⁸ Centro Universitário de Araraquara (Uniara) foi criada como Associação São Bento de Ensino – ASBE – no ano de 1968. Após a abertura de algumas faculdades, no ano de 1972, foi transformada em Federação das Faculdades Isoladas de Araraquara (Feriara). Anos depois, em 1997, esta instituição conseguiu seu título de Centro Universitário que em 2016 recebeu o nome final de Universidade de Araraquara pela portaria 612/2016 publicada pelo Diário Oficial da União.

Conexões com Jogos: pensamos, aprendemos e divertimo-nos publicado em 2013 em coautoria com Luciana Aparecida Ferrarezi⁶⁹, Fernanda dos Santos Menino e G-JOMAP (Grupo de Estudo e Pesquisa Jogatina Matemática Pedagógica) e, por fim, *Brincar com semelhança e aprender com replicação* publicado em 2014. Merece menção que estes livros também se apoiam em uma abordagem de ensino que envolve a Matemática Recreativa.

Por fim, temos a série que ora estudamos e que também não é descrita no *Currículo Lattes* do autor, publicada pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014 e composta pelos cinco volumes já descritos acima. Ainda com essa mesma editora encontramos um outro livro publicado pelo autor, agora um livro pertencente a outra série intitulada *Tendências em Educação Matemática*, de responsabilidade do professor Marcelo de Carvalho Borba, que recebeu o nome *Descobrimos a Geometria Fractal: para a sala de aula*, publicado em 2007 e que está na sua terceira edição segundo site da editora. O professor Borba nos contou, por *email*, que foi ele quem apresentou o professor Ruy para a editora e que o processo de produção deste livro foi realizado por meio de um convite efetivado por ele ao autor, seguido pela submissão de um manuscrito que depois foi aprovado pela editora. De acordo com as informações que conseguimos junto ao professor Marcelo, a aceitação do livro foi muito boa, portanto, este último livro, devido essa boa recepção pelo público, deve ter servido para cancelar a relevância das ideias do professor Ruy e conquista de um espaço maior para futuras publicações.

Como pode ser percebido, o professor Ruy possui uma grande quantidade de livros publicados em vida, muitos deles não estão indicados no seu *Currículo Lattes*. Certamente, em sua trajetória, ele alcançou relevância no cenário das discussões acerca do ensino de Matemática brasileiro e por essa razão, existem muitos materiais que conseguimos encontrar que tratam sobre a sua vida e, por sua vez, reverberam em termos mais o que falar sobre este autor do que a respeito dos demais coautores que trabalharam nos livros em estudo. Alguns desses materiais dos quais falamos são entrevistas que o autor cedeu a pesquisadores que buscavam informações específicas para suas pesquisas, mas que a seu turno possuem informações relevantes sobre a vida dele e, conseqüentemente, nos ajudou a constituir este cenário.

⁶⁹ Interessante apontar aqui que Luciana Aparecida Ferrarezi também é coautora do professor Ruy no quinto volume da série que estamos estudando, *Aprendo com Jogos: conexões e educação matemática* publicado em 2014 pela editora Autêntica. Outro fato importante é o grupo de pesquisa que é evidenciado nessa publicação da livraria da Física, G-JOMAP, que é diferente dos grupos que ele publicou na série que estudamos, em especial no quinto volume da série em estudo, GEP-J – Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos, grupo que participa Luciana Aparecida Ferrarezi.

Sobre os demais autores, tivemos acesso a menos informações, comparando com a quantidade que conseguimos em relação ao professor Ruy. É interessante apontar, novamente, a pesquisa de Iniciação Científica, em andamento, sendo conduzida por Raquel Barros Reis, com bolsa de estudos da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), orientada por nós, Maria Edneia Martins e Leandro Josué de Souza, com a intenção de entrevistar pelo menos três coautores dos livros desta série, com o objetivo de produzir maiores informações a respeito do cenário que cerca a produção destas obras. A execução desta pesquisa, pode ajudar a revelar mais nuances sobre a vida dos demais coautores e nos permitirá conhecer detalhes importantes dos grupos de pesquisas e demais contextos que envolveram as obras estudadas. Por ora, neste texto, trazemos algumas poucas informações que conseguimos por termos participado da entrevista em questão na condição de orientadores.

O segundo autor que apresentamos é o professor Claudemir Murari. Ele escreveu o terceiro volume da série em coautoria com o professor Ruy Madsen. De acordo com a segunda orelha do livro (Murari; Barbosa, 2012), o professor Murari se licenciou em Matemática pela Unesp de Rio Claro⁷⁰, realizou o mestrado em Matemática na USP de São Carlos sob orientação do professor Irineu Bicudo no ano de 1983, fez o doutorado em Educação Matemática sob orientação de Geraldo Perez e coorientação de Ruy Madsen Barbosa em 1999 na Unesp de Rio Claro. Tornou-se livre-docente em Educação Matemática também pela Unesp de Rio Claro em 2008.

O professor Murari sempre atuou na Unesp de Rio Claro tanto como docente na graduação quanto como docente do programa de pós-graduação em Educação Matemática. Em seu *currículo lattes* consta que ele trabalhou com pesquisas voltadas ao ensino e a aprendizagem da Matemática e orientou dissertações de mestrados e iniciações científicas. É provável que ele tenha se aposentado da Unesp por volta do ano de 2012, pois o currículo do autor aponta ele ter trabalhado como livre docente entre 2008 e 2010, seus últimos orientandos e textos publicados datam de 2011 e a última atualização de seu currículo ocorreu em 21 de janeiro de 2012.

O professor Ruy atuou como coorientador na pesquisa de doutorado do professor Murari e essa pesquisa teve o título *Ensino-Aprendizagem de Geometria nas 7a. e 8a. séries*,

⁷⁰ Essa é uma informação retirada do terceiro volume da série que estudamos e ela diverge do que está em seu *lattes* que apenas indica graduação em Matemática, não especificando o campus da Unesp e nem mesmo ser o curso como modalidade licenciatura. O currículo do autor também menciona que ele recebeu bolsa CNPq, mas não há menção acerca do trabalho de iniciação científica que ele realizou na graduação.

via *caleidoscópios*. Além de sua tese, o professor Murari orientou vários trabalhos que mobilizam o caleidoscópio, sendo cinco trabalhos de mestrado e 11 de iniciação científica. Importante mencionar, também, que a segunda parte do livro trata dos caleidosciclos e ela também foi escrita exclusivamente pelo mesmo autor, todavia sua temática não parece ter alguma relação com a tese em questão e nem mesmo com trabalhos de seus orientandos ou ainda de artigos científicos que produziu⁷¹.

O quarto volume da série foi escrito pelos membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa. O grupo era coordenado pelo professor Ruy Madsen Barbosa e possuía vínculo com o IMES de Catanduva, tendo sido criado por volta dos anos 2000 (Marques *et al.*, 2007) com a intenção de explorar o Geoplano e objetivando colaborar com o ensino de Geometria da Educação Básica. O grupo é composto, em sua grande maioria, por mulheres, sendo o professor Ruy o único homem e líder do mesmo. Nós acreditamos e as autoras conviveram com o Ruy, principalmente enquanto atuaram no IMES, mas algumas delas também podem ter entrado em contato com ele, ou pelo menos tê-lo conhecido, enquanto realizavam atividades de graduação nos campi da Unesp de Rio Claro ou de São José do Rio Preto, todos lugares em que este autor atuou. Segundo consta, todos os membros eram à época da publicação do livro professores ou ex-professores do curso de Licenciatura em Matemática do IMES de Catanduva (LIVRO... 2013). O grupo recebeu apoio para a publicação da obra de um grupo do IMES denominado de *Interciências*, uma Revista Científica da Instituição⁷². A partir de agora, iremos apresentar algumas informações sobre os membros do GGEP:

Iara Suzana Tiggemann é licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal de Santa Maria em 1998, cursou mestrado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul em 2001, com bolsa Capes, sob orientação do professor Alfredo José da Veiga-Neto. Depois de ter publicado o capítulo no livro, ela realizou o doutorado em Educação pela Unesp de Rio Claro em 2021 sob orientação de Romualdo Dias. Em sua carreira, atuou como professora em escolas municipais, estaduais e no IMES de Catanduva, no qual trabalhou até 2011. É atualmente, em 2023, professora do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) da cidade de Catanduva;

Karine Bobadilha Couto é licenciada em Matemática pela Unesp de São José do Rio Preto em 2000, com bolsa PET/Capes/SESu. Realizou o mestrado em Matemática pela

⁷¹ Realizamos buscas nas plataformas do *Google Scholar*, *Scielo* e *Web of Science* e não encontramos publicações do professor Claudemir com a temática Caleidosciclos.

⁷² Essa revista está ativa e recebeu índice B4 na classificação da Capes no quadriênio (2017-2020). Site da revista: <https://www.fafica.br/revista/index.php/interciencia> Acesso em 03/03/2023.

Unicamp em 2003, com bolsa do CNPq, e sob orientação do professor Marcelo Firer. Ela atuou como professora do IMES de Catanduva até 2011 e atualmente, em 2023, atua como professora da FATEC de Catanduva;

Maria Christina Bittencourt de Marques fez Licenciatura em Matemática pela Unesp de Rio Claro em 1974 e Pedagogia pelo IMES de Catanduva em 1988. Ela fez uma especialização em Ensino de Matemática pelo IMES de Catanduva em 1998 sob orientação da professora mestre Rita de Cássica B. Racanicci dos Santos e Mestrado em Educação pelo Centro Universitário Moura Lacerda de Ribeirão Preto em 2004 sob orientação da professora Miriam Cardoso Utsumi. A autora atua como professora do IMES de Catanduva desde 1998 até o momento, 2023, onde atuou como coordenadora do curso de Matemática entre os anos de 2004 até 2007;

Sirlei Tauber de Almeida fez graduação em Matemática pela Unesp de Rio Claro (2000), com bolsa FAPESP. Fez graduação em Física na Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES) (2013) e Mestrado em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro (2003), sob orientação de Claudemir Murari, coautor do terceiro volume da série. Atuou como professora do IMES de Catanduva até 2011 e atualmente, 2023, é professora da FATEC de Catanduva.

Este quarto volume dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação* foi lançado pela Autêntica Editora na 36ª Reunião da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED) que ocorreu em Goiânia no ano de 2013. De acordo com o *currículo lattes* dos seus autores, o grupo publicou principalmente em eventos científicos entre os anos de 2006 e 2008, além de publicações em uma revista científica e na forma do próprio livro que ora analisamos. Podemos dizer que a obra abrange discussões que envolvem atividades voltadas para todos os níveis de ensino – Ensino Fundamental, Médio e Superior.

Tiggemann *et al.* (2006) resume bem os objetivos do grupo, afirmando que:

O Grupo Geoplano de Estudos e Pesquisa (GGEP) do Instituto Municipal de Ensino Superior de Catanduva tem como objetivo criar e organizar atividades educacionais para todos os níveis de ensino, utilizando o material pedagógico geoplano. Dentre as atividades realizadas pelo grupo, foi desenvolvido um estudo bibliográfico sobre a importância da experiência lúdica no desenvolvimento infantil e um levantamento de atividades já existentes com uso do geoplano. A partir disso, criamos uma seqüência de jogos para os anos iniciais do Ensino Fundamental com o referido material. Estão previstas aplicações destes jogos junto aos alunos para perceber se os mesmos são interessantes e instigantes, se estão adequados para as faixas etárias as quais se destinam e se podem desenvolver habilidades cognitivas lógico-empíricas e lógico-formais como foram projetados (p. 1).

Como vemos na citação, no grupo havia estudos voltados a compreender a relevância do uso da ludicidade no ensino, buscas por atividades de ensino que mobilizassem os Geoplanos, momentos para criação de atividades e até a previsão de aplicação das atividades, objetivando verificar o interesse que produziam e sua adequação para o uso no ensino.

Dando sequência na apresentação dos autores dos livros da série, seguindo a ordem cronológica de sua publicação, temos o quinto volume da série escrito pelos membros do Grupo de Estudo e Pesquisa com Jogos (GEP-J) que também foi liderado pelo professor Ruy Madsen Barbosa (RODRIGUES *et al.* 2014). O livro foi publicado em 2014 e recebeu o título *Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática*. Neste caso, também, todas as coautoras do professor Ruy são mulheres e a obra menciona que o grupo é composto por membros de formação diversa de propósito, evidenciando que assim há uma melhor possibilidade de discussão e aprimoramento das ideias do grupo. Os três membros do GEP-J, que atuaram como autores de capítulos, com exceção do Ruy, são:

Carolina Innocente Rodrigues que é graduada em Matemática em 2009 pela UFSCAR, com bolsa de Iniciação Científica do CNPq e foi orientada pela professora Maria do Carmo de Sousa. Ela possui Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia adquirido em 2015 sob a orientação da professora Fabiana Fiorezi de Marco. E após a publicação do livro realizou o doutorado em Educação pela UFSCAR que foi defendido em 2020 sob orientação de Maria do Carmo de Sousa e coorientação de Fabiana Fiorezi de Marco. Teve experiência como professora da educação básica e do ensino superior, sendo que atualmente, 2023, trabalha lecionando pela rede de ensino municipal de Uberlândia;

Luciana Aparecida Ferrarezi é Licenciada em Matemática pelo Centro Universitário de Araraquara (UNIARA) em 1998. Fez mestrado em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro em 2005 sob orientação de Laurizete Ferragut Passos e coorientação de Ruy Madsen Barbosa, com bolsa de estudos da Capes. Fez o doutorado em Educação Escolar pela Unesp de Araraquara em 2010 sob orientação de Edson do Carmo Inforsato. Ela atuou como professora na educação básica e do magistério superior em algumas instituições, como o Centro Universitário de Araraquara (UNIARA) até 2005 e o IMES de Catanduva entre 2006 e 2009, mesmas instituições na qual o professor Ruy Madsen atuou neste período. Atualmente, 2023, ela é professora autora da Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP). Importante salientar que a dissertação de Mestrado produzida pela autora e intitulada *Criando novos tabuleiros para o jogo Tri-Hex e sua validação didático-pedagógica na formação continuada de professores de Matemática: uma contribuição para a Geometria das séries*

finais do ensino fundamental é citada no capítulo escrito por ela e possui relação direta com os jogos discutidos no livro. Outro detalhe importante, é que dentre os trabalhos que a autora publicou junto com o professor Ruy, encontramos um segundo livro, publicado por membros de um segundo grupo relacionado com a temática dos jogos denominado Grupo de Estudo e Pesquisa Jogatina Matemática Pedagógica (G-JOMAP) com data de 2013, portanto, divulgado um ano antes deste quinto volume. Este livro recebeu o nome *Revisitando Conexões em Jogos: pensamos, aprendemos e divertimo-nos* e foi produzido junto à Livraria da Física. O estudo deste livro seria muito interessante e ajudaria a compreender os motivos que levaram a sua publicação por uma editora diferente da Autêntica Editora, já que a produção da série que estudamos já estava em andamento, mas isso foge do escopo desta pesquisa e por essa razão não foi incluída neste trabalho;

Raquel Araiun não possui um *currículo lattes* cadastrado, então nossas informações se resumem ao que está indicado no quinto volume da série estudada. Este texto não informa datas, mas apenas títulos. Ela é licenciada em Matemática pela Universidade de Sorocaba/SP (UNISO) e especialista em Educação Matemática pela UNICAMP. É professora aposentada da rede estadual de ensino paulista e foi membro do Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GETERP) do Departamento de Matemática da UNESP – Rio Claro/SP.

Algumas informações relevantes sobre o GEP-J são que aparentemente este grupo possuía mais membros, mas estes não fizeram parte do quadro de autores. Segundo informações com a entrevista realizada por Raquel Reis com a professora Luciana Ferrarezi, coautora da obra, este grupo se tratava de um grupo institucionalizado da Unesp de Rio Claro. Os grupos deste tipo tinham em seu *DNA*, uma sigla com letras iniciais comuns entre eles, no âmbito da Unesp de Rio Claro, reconhecidos como *GEP's*. Um outro grupo de mesmo teor, só que não oficial, era o G-JOMAP – Grupo de Estudo e Pesquisa Jogatina Matemática Pedagógica. Este grupo, também da Unesp, possuía, segundo a entrevista de Ferrarezi, os mesmos membros que o grupo anterior, GEP-J, e era até mais famoso do que este último, tendo inclusive publicado o livro que já citamos antes junto a Livraria da Física. O livro, como já dito, teve a participação do Ruy Madsen e da Luciana Ferrarezi e recebeu o título *Revisitando Conexões com Jogos: pensamos, aprendemos e divertimo-nos*, tendo sido publicado em 2013. A terceira coautora deste último livro foi Fernanda dos Santos Menino⁷³ e

⁷³ Fernanda dos Santos Menino é licenciada em Matemática pela Unesp de São José do Rio Preto em 1995, especialista em Informática e Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro, sob orientação do professor Marcelo de Carvalho Borba, em 1997, Mestre em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro, sob orientação

ela pode ter sido o membro que não teve o seu nome relevado na página 139 do livro que estudamos e que ofereceu algumas informações sobre o jogo que estava sendo tratado neste momento. A presença desta informação nos fez pensar que o grupo pode possuir ainda mais membros do que aqueles que são autores do livro e da Fernanda Menino, que a entrevista da Luciana revelou ter sido também membro do grupo, pois do contrário, pensamos que esta pessoa teria sido nominalmente mencionada. Mas é importante, aqui, salientar que o livro foi escrito por parte dos integrantes do grupo e não por todos eles, inclusive, a entrevista em questão revela que os dois grupos possuíam os mesmos membros, de modo que a própria autora se confunde em alguns momentos sobre a participação da Fernanda na escrita do quinto volume da série *O Professor de Matemática em Ação* (Reis, 2023, no prelo).

Mesmo com a falta de maiores informações sobre o GEP-J e seus demais membros, temos que o Grupo, de uma maneira geral, tinha como um dos seus objetivos principais, criar e adaptar jogos no intuito de contribuir com os professores e aluno da educação básica e do ensino superior. O Grupo visava, por meio do uso de atividade de caráter lúdico, propiciar momentos de diversão que, se devidamente problematizados, permitissem trabalhar aspectos e ideias do conhecimento matemático, proporcionando, por sua vez, o desenvolvimento e o aprendizado delas com maior facilidade do que usualmente ocorre.

Na sequência vamos discutir dois aspectos que nos chamaram a atenção durante a leitura dos livros desta Série e que de certa maneira retratam os modos de operacionalização dos grupos de pesquisa e um pouco acerca do raciocínio que amparou a produção das obras. Assim, visamos compreender dois aspectos: a falta de um referencial que respalde as aplicações de algumas atividades presentes nos livros em salas de aula, seja essas salas compostas por professores em formação ou por alunos da educação básica e, também, a opção pela não teorização dos aspectos pedagógicos envolvidos no desenvolvimento das atividades.

Um ponto encontrado em nossos estudos deste material foi a presença de informações sobre aplicações das atividades, que aqui chamaremos de testagens, e que não contavam explicitamente no material, com um respaldo metodológico que garantisse uma análise de cunho científico. Dito isto, começamos a nos questionar se as atividades que encontramos nos livros não passaram por um processo de testagem similar ao que havia ocorrido durante o MMM. Vários momentos em alguns volumes da série que estudamos, o(s) autor(es)

da professora Rosa Lucia Sverzut Baroni, em 2001 e Doutora em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro, sob orientação da professora Lourdes de Ia Rosa Onuchic, em 2013. Ela atuou na educação básica paulista e como professora em algumas universidades, dentre elas: Fafica, Unirp, Unifeb, Uniso, IFMG e, atualmente, atua no IFSP, campus de Barretos.

salienta(m) a testagem das atividades junto a oficinas com professores ou ainda a alunos da educação básica, mas não há, nessas explicitações, menções sobre um fazer metodológico que tenha balizado essas aplicações. Não há menções a artigos científicos ou a trabalhos que tenham sido produzidos a este respeito, principalmente em se tratando das testagens mencionadas nos livros. Ao nosso ver, essas testagens eram realizadas mais pela percepção dos aplicadores, junto aos estudantes e professores que participavam das aplicações, do que por um estudo sistematizado que buscasse tematizar os resultados. Assim, percebemos que as atividades desenvolvidas poderiam ser conduzidas de maneira muito próxima do que é apresentado nos trabalhos que lemos e que tratam sobre as aplicações realizadas pelo GEEM durante Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil.

Com os nossos autores de referência sobre esses processos no âmbito do GEEM e/ou do MMM (Burigo, 1989; Oliveira, 1997; Lima, 2006; Rodrigues, 2010), aprendemos que o *modus operandi* usado acerca dessas testagens também não seguiam um rigor metodológico específico que as apoiasse cientificamente para atribuir a elas um valor que reverberasse em uma aceitação acadêmica significativa. Naquele período, essas testagens, no âmbito do GEEM, ocorriam da seguinte maneira: de início um primeiro professor pensava as atividades e dividia-as com o grupo; em seguida, um ou mais membros do grupo se dispunham a aplicar essas atividades em suas próprias salas de aula e reportavam de volta os resultados alcançados; em seguida, estas atividades, eram novamente discutidas, no âmbito do grupo, antes de serem incluídas nas obras e seminários que serviriam para disseminar e, portanto, divulgar essas ideias para o público final. Esse, essencialmente, pode ter sido o modo como ocorreram os testes das atividades dos livros que ora estudamos. Mesmo em momentos em que fica expresso a testagem em sala de aula, pensamos que não é deixado claro, para o leitor, o modo como se deu a sua sistematização ou se havia algum tipo de metodologia que apoiasse cientificamente a prática em questão. Com base nessas informações, consideramos plausível considerar que o movimento de trabalho dentro dos grupos de pesquisa do professor Ruy, mesmo aqueles em que o autor participou mais para o final de sua vida, como é o caso do GGEP, GEP-J e até o G-JOMAP, pode ter sido pautado nessa maneira de operacionalização dos processos de desenvolvimento e testagem das atividades voltadas para os livros publicados (Burigo, 1989; Oliveira, 1997; Lima, 2006; Rodrigues, 2010).

De acordo com a entrevista realizada com a professora Luciana (Reis, 2023, no prelo), também percebemos, por parte do professor Ruy, uma posição de não assumir parâmetros metodológicos para balizar as testagens das atividades. Ela indica, na entrevista, que algumas das atividades que trouxe para o capítulo que escreveu no quinto volume, e que estão

presentes na dissertação que foi coorientada pelo professor Ruy Madsen, foram testados e tiveram o respaldo metodológico necessário. Mas isso não se deu por incentivo do professor Ruy, pois segundo ela, quanto ao desenvolvimento deste trabalho, ficou estabelecido pelo próprio Ruy que haveria uma preocupação com o desenvolvimento e criação das atividades por parte do trabalho realizado com ele e que a sua orientadora trabalharia, com ela, mais focada nos estudos metodológicos e teóricos que deveriam respaldar o trabalho. Isso indica que dentre os interesses do professor Ruy, o trabalho metodológico realmente ocupava um lugar secundário.

Um outro ponto que decidimos apontar é acerca da falta de uma discussão de caráter teórico acerca dos usos das atividades de um ponto de vista pedagógico. Interessante apontar que, mesmo estabelecendo um estudo, dentro do grupo de pesquisa, que retrata a importância da ludicidade no ensino de matemática, como já apontamos anteriormente na nossa última citação que, por sua vez, menciona o modo de operar do GGEP (Tiggemann *et al.*, 2006), os livros da série não fazem este tipo de discussão em termos teóricos. Uma preocupação que se sobressai é estabelecer discussões que versem sobre a prática de ensino dos conteúdos por meio das atividades recreativas, mas em um âmbito mais matemático do que pedagógico, não sendo oferecidas informações acerca de como as aplicações dessas atividades podem ocorrer.

Com o estudo que realizamos em trabalhos que entrevistaram o professor Ruy, tivemos contato com alguns que versavam mais especificamente sobre o GEEM ou sobre o MMM no Brasil, nos anos 1960 a 1980, aproximadamente. Estes textos abordam sobre a maneira que as atividades eram conduzidas naquele tempo. Um dos pontos que nos chamou atenção foi a falta de discussões de caráter pedagógicos pelos divulgadores do MMM, tal como também percebemos nos livros aqui estudados. Burigo (1989) confirma, na sua tese, que o GEEM era composto essencialmente por professores de educação básica e do magistério superior. Dentre os que lecionavam nas universidades, a presença de matemáticos era notória, e estes pareciam possuir um valor maior em detrimento da presença de pedagogos, psicólogos e sociólogos. Segundo esta autora, os cursos produzidos pelo grupo que versavam sobre o conteúdo específico da Matemática eram comumente oferecidos por profissionais especialistas no assunto, com ampla formação matemática e, portanto, profissionais do campo. Já no caso dos cursos que lidavam com assuntos relacionados com outras áreas do conhecimento como a psicologia, por exemplo, esses eram oferecidos ou por matemáticos de formação ou por professores da educação básica sem especialização alguma no assunto abordado. Para a autora:

Essa ênfase na qualidade da matemática a ser ensinada mais do que na precisão de uma proposta pedagógica, uma ênfase não explicitada, pode ser compreendida a partir do discurso do movimento como era desenvolvido, na época, na Europa e nos Estados Unidos (Burigo, 1989, p. 111).

Assim, esta era uma questão que estava alinhada ao Movimento em âmbito internacional e, portanto, era reproduzida no Brasil. A entrevista realizada por Reis (2023, no prelo) com a professora Luciana Ferrarezi, aponta para essa preocupação com o tratamento do conteúdo matemático em detrimento do conteúdo pedagógico na concepção das obras que aqui estudamos. Esse fato, retrata de modo muito próximo o que ocorria no GEEM. De acordo com a depoente, o professor Ruy não queria produzir um livro semelhante aos que já havia no mercado, se referindo mais precisamente àqueles que se ocupavam em fazer um tratamento teórico-pedagógico de seus assuntos. Isso para ele não era essencial para essas obras e seu interesse estava mais relacionado com uma fala que fosse direto ao ponto. De acordo com Luciana, é preciso frisar, o professor Ruy tinha em mente toda a teoria pedagógica e conduzia suas ideias de acordo com elas, mas o foco não era tratar este assunto no livro, de modo que quando foi indagado sobre a possibilidade de fazer uma discussão neste sentido no livro que se tornou o quinto volume da série, decidiu-se pela inclusão de um único parágrafo sobre este assunto. Este parágrafo, segundo nossas análises da obra, se presentifica no texto que inaugura a primeira parte. Deste texto, um trecho nos chamou atenção e retrata bem essa visão: “Quanto aos aspectos educacionais teórico-práticos, preferimos lembrar ao prezado leitor que existem boas obras, e de autores brasileiros! Permitimo-nos citar apenas três”⁷⁴ (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 11).

Vejamos, então, que a questão teórica, principalmente ligada às discussões pedagógicas, são secundarizadas em sua importância e apagadas do conteúdo dos livros desta série de maneira proposital, principalmente por influência do professor Ruy. Esse posicionamento demonstra novamente, a nosso ver, uma permanência do *modus operandi* que ocorria durante o MMM brasileira e até internacional. Isso nos faz notar e salientar que algumas práticas são difíceis de modificar, principalmente quando estão muito atreladas às concepções mais íntimas dos autores ou responsáveis por uma publicação. Outro ponto relevante é a grande autoridade assumida pelo professor Ruy na produção dessas obras. Autoridade esta que é firmada pela sua relação de poder perante os seus demais coautores e

⁷⁴ Os textos citados são um livro chamado *O Jogo e a Matemática no contexto da sala de aula* produzido pela Regina Célia Grando e publicado pela editora Paulus em 2004, outro livro intitulado *Jogo de regras e a resolução de problemas* produzido pela Vera Barros de Oliveira e publicado pela editora Vozes em 2004 e um livro intitulado *Cadernos de Mathema: jogos de matemática* escrito por Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz, Neide Pessoa e Cristiane Ishihara publicado pela editora Artmed em 2007.

que tem, inclusive, o poder de veto sobre o que será ou não publicado. Fica bastante claro, com o que já foi dito, que era ele quem dava o *tom* das características principais das obras desta série. Basta lembrar, que foi ele o responsável pela existência de um único parágrafo, e não um espaço maior, para uma discussão teórica de caráter pedagógico presente no quinto volume da série e requisitado pelas suas coautoras.

Considerações Finais

Como já dito na introdução, este texto objetivou tratar da biografia e da formação dos autores que produziram os livros da série *O Professor de Matemática em Ação*, publicada pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014 e, nesse ínterim, apresentar as instituições que se relacionaram com eles e que os agruparam. Durante este estudo, muitas leituras foram realizadas, com ênfase para a leitura das informações oferecidas pelas obras e para o *currículo lattes* dos autores, ambas fundamentais para conseguir encontrar outros textos que nos ajudassem a tecer nossas compreensões, ou ao menos, esclarecer alguns dados.

É importante salientar, no entanto, que o professor Ruy Madsen assume um papel fundamental na produção destes livros, tendo a Autêntica Editora como responsável pela publicação dessas obras. Cabe apontar que a presença do autor é ressaltada em todos os livros nos quais ele foi coautor, principalmente nos dois últimos, em que ele publicou, em conjunto com os membros de seus grupos de pesquisa GGEP e GEP-J, pois mesmo sendo integrante dos grupos, as capas dos livros ressaltam a presença do autor como coordenador⁷⁵. Isso provavelmente é fruto da sua grande relevância no campo da Formação de Professores de Matemática, em particular, e na publicação de livros que favoreçam uma discussão no âmbito da Matemática e da Educação Matemática, de uma maneira mais geral. Essa relevância, por sua vez, ajudou-nos a constituir uma biografia bastante detalhada do professor Ruy, o que não ocorreu com os demais autores das obras, que talvez por possuírem uma menor relevância no cenário científico brasileiro, possuam também uma menor quantidade de material que digam a seu respeito. Sendo assim, os nossos estudos apenas produziram um reduzido número de informações a respeito dos coautores da obra, como pode ser percebido acima. Também como pode ser visto, existe uma pesquisa de iniciação científica que busca suprir um pouco desta

⁷⁵ Para nós essa ênfase na posição de “coordenador” do professor Ruy tem o duplo significado de indicar que ele era coordenador dos grupos de pesquisa e também de que ele era o coordenador destas obras, ratificando ser por causa dele que as obras receberam espaço na Autêntica Editora e também ser ele o principal idealizador delas, restando para os demais autores um papel menos importante que os faz serem obscurecidos pelo título do grupo ao qual pertencem.

demanda por informações a respeito dos demais autores e dos grupos de pesquisa em que eles trabalharam que está sendo conduzida pela aluna Raquel Barros Reis. Esta pesquisa, já nos ajudou a suprir algumas informações quanto a publicação do quinto volume, mas, infelizmente, nossa pesquisa termina sem a condução das demais entrevistas e, portanto, sem adquirir maiores informações acerca dos demais volumes e autores.

A facilidade de saber sobre a vida do professor Ruy é fruto de um conjunto de documentos que encontramos durante nossa pesquisa. No geral, falamos de alguns trabalhos, entre teses e dissertações, que produziram entrevistas com ele e que trataram de assuntos variados relacionados aos interesses dos seus respectivos pesquisadores. Esses trabalhos tiveram o potencial de colaborar com a nossa pesquisa, graças as informações presentes nas suas entrevistas, que são relevantes para responder aos nossos questionamos sobre a vida do professor Ruy Madsen. Os dados, por sua vez, muitas vezes estavam obscurecidos pelas demandas de seus pesquisadores que eram outras e diferentes das nossas, mas estavam potencialmente ali presentes, bastando-nos apenas questionar os documentos de uma maneira criativa e engenhosa para, assim, jogar luz sobre eles e permitir o reconhecimento das respostas que buscávamos.

É importante ter em mente que os documentos indiretamente falam com o pesquisador, respondendo aos seus anseios, que os mobiliza de acordo com os seus interesses de pesquisa, no intuito de obter respostas as suas perguntas. Como defende Marc Bloch (2002) “[...] os textos ou os documentos arqueológicos, mesmo os aparentemente mais claros e mais complacentes, não falam senão quando sabemos interrogá-los” (p. 79). Nesse sentido, Bloch inspirou-nos de que são as questões que o pesquisador “faz” aos documentos que interferem nas respostas obtidas junto a eles, ou seja, a depender dos nossos interesses, estes documentos podem oferecer respostas que contribuem com o nosso trabalho mesmo que na sua criação não houvesse essa intenção. Logo, essas entrevistas que foram criadas por outros pesquisadores com outros propósitos, são de grande potencial para nós, pois elas podem ajudar a responder algumas de nossas indagações em informações que talvez estejam subliminarmente respondidas no seu interior, mesmo que as perguntas que as originaram não tenham sido criadas para esse fim.

Os nossos interesses, assim, fizeram com que elaborássemos questões diferentes para os documentos já produzidos por esses autores e que a depender da nossa criatividade “flexiona” as questões que foram feitas por eles à época de sua produção. Sendo assim, algumas das informações constantes nessas entrevistas têm o potencial de nos transmitir informações que nos são caras e que nos ajudam a constituir o professor Ruy como pessoa,

aluno, professor, formador de professores, pesquisador, autor de livros e artigos etc. Essa constituição, que é por si só é criativa e razoável, corrobora com a construção das nossas (re)interpretações, tornando-as plausíveis e possíveis, pois geram um contexto que se agrega ao(s) texto(s), ou livro(s), contribuindo com a criação de (re)interpretações dos livros da série, permitindo-nos compreender fatos, decisões, articulações, comentário, apostas, enfim, algumas rupturas e permanências.

Por fim, acreditamos que a apresentação dos autores e seus grupos de pesquisa que oferecemos são bastante importantes por permitirem que compreendamos as condições que eles possuíam durante a produção dos livros e oferecer, ao mesmo tempo, um ângulo de visão a respeito deles que podem possibilitar uma compreensão mais ampla. Pensamos que saber da sua formação, experiências profissionais, interesses e envolvimento com a pesquisa é uma maneira plausível de relacionar autores e obras de um modo que certamente contribui com a interpretação delas, como indicado por nosso referencial da Hermenêutica de Profundidade.

Referências

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Bloch, M. **Apologia da história ou o ofício de historiador.** Rio de Janeiro: J. Zahar, v. 200, p. 1, 2002.

Brasil, D. P. **Uma análise do livro “Revisitando Conexões Matemáticas com Brincadeiras, Explorações e Materiais Pedagógicos” do professor Ruy Madsen Barbosa.** 45f. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2021.

Britto, L. P. de. **Scipione Di Pierro Neto e sua proposta para o ensino da Geometria na Série Curso Colegial Moderno.** 135f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). PUC, São Paulo, 2008. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11324>. Acesso em: 12 de julho de 2023.

Burigo, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60.** 286f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UFRS, Porto Alegre, 1989. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163050>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Lima, F. R. de. **GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a Formação de Professores durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil.** 170f. Dissertação

(Mestrado em Educação Matemática). PUC, São Paulo, 2006. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11069>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

LIVRO sobre Matemática escrito por professores do Imes é lançado em Goiânia. 2013. Elaborada por IMES Catanduva. Disponível em: <https://www.fafica.br/view/lernoticia.php?cod=833>. Acesso em: 02 mar. 2023.

Marques, M. C. B. *et al.* Segmentos e cordas: atividades propostas para geoplano triangular isométrico, para geoplano circular ou para redes de pontos impressas em papel. In: IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2007, Belo Horizonte. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, 2007**. Disponível em: http://www.sbemrevista.com.br/files/ix_enem/Html/posteres.html. Acesso em: 07 de março de 2023.

Martins-Salandim, M. E. **A interiorização dos cursos de matemática no estado de São Paulo: um exame da década de 1960**. 2012. 374f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102107>. Acesso em: 28 de setembro de 2018.

Milanez, N. C. **A série Matemática, metodologia e complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: um estudo**. 218f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/191909>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Oliveira, F. D. **Análise de textos didáticos: três estudos**. 222f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2008. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91113>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Oliveira, M. A. G. **O ensino da Álgebra Elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história**. 133f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas. 1997. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/121172>. Acesso em: 25 de julho de 2023.

Reis, R. B. **O Professor de Matemática em Ação: um estudo a partir de entrevistas com autores**. 2023. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Unesp, Bauru, 2023. No prelo.

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Rodrigues, Z. G. M. **O Movimento da Matemática Moderna na Região de Ribeirão Preto: uma paisagem**. 208.f Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2010. Disponível em: https://crephimat.com.br/visor.php?id_t=155&t=2. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Tiggemann, I. S. *et al.* Jogos com o uso do Geoplano: uma discussão sobre a possibilidade e conveniência de adaptações. In: IX ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006, Caxias do Sul. **Anais do IX Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Caxias do Sul, 2006. Disponível em: <https://1library.org/document/q598kggz-jogos-com-uso-do-geoplano-uma-discussao-sobre-a-possibilidade-e-conveniencia-de-adaptacoes.html>. Acesso em: 02 mar. 2023.

Zanardi, L. S. de. O. **O trânsito de professores durante o processo de criação da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp)**: a questão dos ressentimentos. 256f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102093>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Algumas ideias do professor Ruy Madsen Barbosa sobre livros didáticos e as editoras que ele publicou: uma trajetória até a série *O Professor de Matemática em Ação*

Introdução

O objetivo deste texto é apresentar brevemente algumas ideias acerca dos livros didáticos que o professor Ruy Madsen Barbosa possuía e que foram enunciadas em algumas entrevistas que ele cedeu. O foco neste autor se dá por ele ser o coordenador da série *O professor de Matemática em Ação* que estudamos. Também é alvo deste texto apresentar brevemente as editoras nas quais o autor publicou antes da produção dos livros desta série, na intenção de apresentar como sua produção vai alcançando destaque no cenário de produção de livros brasileiros.

O texto foi criado dentro do contexto de um trabalho de doutorado, realizado junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp) de Bauru, o autor e orientadora são membros do Grupo História Oral e Educação Matemática e o autor recebeu bolsa de estudos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Código de Financiamento 001.

O objetivo da tese em questão foi realizar um estudo hermenêutico dos cinco livros que compõe a série *O Professor de Matemática em Ação*, inspirando-se no referencial teórico-metodológico da Hermenêutica de Profundidade (HP) desenvolvido por John Brookshire Thompson (2011). A HP é constituída por três movimentos analíticos distintos, porém concomitantes, denominados de Análise Social e Histórica, Análise Formal ou Discursiva e (Re)Interpretação. Devido a tese ter sido redigida em formato de notas de um diário de pesquisa, o texto referente à Análise Social e Histórica se subdividiu em algumas notas que visaram, cada uma delas, retratar aspectos específicos do contexto de produção das obras em estudo. O texto aqui apresentado, faz parte daquelas que se referem ao estudo contextual que levou a publicação das obras. Como o professor Ruy Madsen Barbosa é o coordenador da série, acreditamos ser bastante importante retratar algumas de suas ideias acerca dos usos, potencialidades e limitações dos livros usados para o ensino de Matemática, assim como oferecer um breve relato histórico acerca das editoras que este autor publicou e que precederam a publicação das obras estudadas. Com essas discussões, acreditamos oferecer um

retrato de algumas Instituições Sociais⁷⁶ que se relacionaram com o autor e as relações de poder que interferiam no tratamento autor-editora na referida época e essa discussão oferece, por sua vez, um pequeno retrato das nuances que permearam os Campos de Interação⁷⁷ e da Estrutura Social⁷⁸ do período.

Concepções do autor sobre os livros para o ensino de Matemática

Antes de começarmos é preciso esclarecer que as ideias aqui discutidas foram retiradas de algumas entrevistas que o professor Ruy Madsen concedeu para pesquisadores do campo da Educação Matemática, visando suprir demandas específicas de suas pesquisas. Em nossa pesquisa, fizemos um cotejamento das informações constantes nestas entrevistas, de modo a perceber suas ideias em termos de publicações de livros, principalmente didáticos, voltados ao ensino de Matemática. Cabe salientar que existem duas entrevistas que tivemos acesso, mas que não constaram nos relatórios finais das pesquisas que a produziram, foram as entrevistas concedidas à Flainer Rosa de Lima (2006) e à Marco Antônio Geraldo de Oliveira (1997). Sobre as informações constantes nessas entrevistas tomamos o cuidado de destacar, por meio de notas de rodapé, a sua origem e também cuidamos para evitar divulgar alguma informação que pudesse possuir algum teor indiscreto ou comprometedor para autor retratado.

Dito isto, começamos nossas considerações com o trabalho de Oliveira (1997) que nos conta que o professor Ruy tinha uma postura muito reflexiva acerca do uso dos livros didáticos desde o início de sua carreira de professor. Ele possuía um grande conhecimento a esse respeito e uma postura de reflexão bastante valiosa sobre os livros didáticos da época. Este, talvez, tenha sido um dos motivos que o levaram a publicar livros didáticos no final da década de 1960 e começar, outrossim, uma interlocução, via livros, com os professores do ensino básico – seu público-alvo em termos gerais. Claro que esse raciocínio precisa ser relativizado, pois pode ser resultado de duas posturas diferentes do autor: ser um crítico dos livros didáticos de sua época porque ele próprio já era um autor de livros didáticos (em potencial) e, portanto, tinha uma visão particular do que considerava livros didáticos de

⁷⁶ O estudo das Instituições Sociais frequentadas pelo autor permite observarmos, segundo Thompson (2011), as editoras que ele publicou ou tentou publicar e o seu reconhecimento, claro que na medida dos vestígios encontrados.

⁷⁷ O estudo dos Campos de Interação, segundo Thompson (2011), vai permitir entender as posições e as trajetórias acessíveis e de fato trilhadas pelo autor e que de alguma maneira determinaram suas relações interpessoais e as oportunidades acessíveis a ele naquela época.

⁷⁸ O estudo da Estrutura Social, segundo Thompson (2011), permite perceber as assimetrias e simetrias relativas às Instituições Sociais e aos Campos de Interação, evidenciando as estruturas de poder, tanto micro quanto macro, que resultam, de forma mais patente, nos livros analisados e na vida do autor.

“qualidade”; ou justamente o contrário, começou a escrever livros didáticos por já ser um crítico dos livros didáticos de sua época, ou seja, não os reconhecer como possuidores de “boa qualidade”. Segundo a citação abaixo, encontrada no trabalho de Oliveira (1997), conseguimos vislumbrar a forma como o professor critica a forma que os conteúdos dos livros didáticos de sua época eram apresentados:

Consultando alguns livros didáticos, indica o pouco uso dessas provas de Álgebra, já vem a fórmula pronta e o aluno não utiliza o raciocínio e a descoberta, passa a ser para ele um formulário puro e simples, um conjunto de regras (Oliveira, 1997, p. 48).

Oliveira (1997) argumenta que o professor Ruy assimilou o que os livros da época tinham de bom e de ruim para em seguida propor alterações que considerava importantes e inovadoras, como pode se perceber na citação que segue:

[...] nós utilizávamos alguns elementos da proposta do GEEM com outras inovações, um pouco fortes para a época, com propostas inclusas de estudos dirigidos, trabalhos em grupos, trabalhos experimentais. Foi um livro razoavelmente aceito (Oliveira, 1997, p. 48).

Na citação acima, podemos reconhecer algumas características dos livros da série que estudamos como a proposta de trabalhos em grupos e o uso de trabalhos experimentais – acerca deste último caso entendemos trabalhos experimentais como sendo as aplicações realizados em sala de aula, como quando utilizando espelhos e caleidoscópios, por exemplo, como ocorre no terceiro volume da série analisada.

O professor Ruy Madsen, no começo de sua carreira como professor, no início da década 1950, procurou desenvolver desde o início uma outra maneira de ensinar matemática para os seus alunos, tentando encontrar uma abordagem mais condizente com seus princípios. Segundo aponta Oliveira (1997), ele se apropriou de uma abordagem mais fundamentalista para, no caso estudado pelo seu trabalho que foi acerca do ensino de álgebra, ensinar as regras relativas ao transformismo algébrico, e buscou com isso justificar nas suas aulas os porquês e razões para tais regras. Segundo o autor: “Nessa tentativa de fundamentação, Ruy valia-se de justificações lógico-dedutivas e não lógico-estruturais que somente viria a acontecer com o Movimento da Matemática Moderna” (Oliveira, 1997, p. 79). O que nosso autor estava atrás, desse modo, era encontrar uma maneira em que os seus alunos conseguissem compreender e não apenas aceitar as regras que ele ensinava, enfatizando com isso a “obtenção” e a “descoberta” delas. Durante seu processo de ensino, dentro desse modo de operacionalizá-lo,

o professor Ruy geralmente preferia trabalhar por meio de situações-problemas, como podemos perceber pela fala abaixo:

Mas eu posso dizer que na ocasião a gente procurava dar, pelo menos vários professores de matemática, aqueles formados, procuravam dar situações problemas, para que se trabalhasse a situação por uma via de descoberta do equacionamento para posterior solução da equação (Oliveira, 1997, p. 52).

Os apontamentos anteriores apontam uma descrição até bastante precisa da forma como o professor procede em relação a dinâmica de abordagem dos conteúdos da série que analisamos. Seus livros, todos eles, possuem uma miríade de situações-problemas que em sua grande maioria busca incentivar a descoberta de fórmulas ou relações específicas, relativas aos objetivos de aprendizagem em tela em cada um dos seus capítulos. Vale um parêntese aqui, que nos livros que estudamos, de uma forma geral, esse processo de ensino dialogado, entre o professor e seus leitores, acontece por meio de situações-problemas que funcionam como exemplos e, sendo assim, não necessariamente são problemas propostos aos alunos para serem resolvidos por eles e só depois haver uma discussão acerca de sua resolução. No caso dos livros, essas situações-problemas, são apresentadas com essa nomenclatura, mas a percepção que temos delas é que são exemplos, pois já possuem sua resolução logo abaixo, não permitindo aos leitores a busca pela solução por si mesmos. Pensamos que esse formato de discussão, via situações-problemas já resolvidas, está relacionado com o fato de os livros serem voltados a professores em formação continuada ou inicial, e que, portanto, não se trata de um livro já voltado para aplicação direta na educação básica, mais precisamente em sala de aula. Por que, então, levantamos essa questão? Porque entendemos que o uso de situações-problemas já resolvidas como exemplo, é uma abordagem mais de compartilhamento de ideias – ou diálogo – com os professores/leitores já formados ou em formação, visando dividir experiências acerca da maneira como os autores pensam que se deve proceder em um processo de produção de conhecimento em sala de aula no ensino básico. Sendo assim, segundo nossas percepções, no caso de o professor/leitor dos livros tiver o interesse de aplicar as atividades nele constantes em sala de aula, eles as utilizariam, usando ao invés do formato de exemplo e, portanto, já oferecendo-as resolvidas para seus alunos, um formato de problemas ou situações-problemas cabendo aos discentes buscarem suas soluções por meio de discussões em sala de aula. Agindo dessa forma, entendemos que os professores/leitores conseguirão atingir um dos objetivos que o professor Ruy anuncia várias vezes na entrevista que ofereceu a Marco Oliveira, qual seja, o de incentivar a descoberta das regras e relações que deseja que os alunos alcancem, sendo mais preciso: que eles consigam compreender os

“porquês” e os raciocínios por detrás das regras em estudo, e isso também se nota nos artigos escritos por outras pessoas na série que estudamos.

Em outra fala, o professor Ruy oferece um pouco mais do *tom* de como se percebia no processo de ensino e aprendizagem.

Um outro aspecto era alcançar certos objetivos que eu chamaria de objetivos educacionais, conseguir certos ideais, principalmente gosto, a idéia de se descobrir e descobrir coisas. Eu já utilizava nessa época, de tal maneira que os alunos conseguissem descobrir as regras. Já nessas ocasiões eu não usava simplesmente o procedimento didático de preleção simples e interrogatório, era aula bastante dialogada que conduzia o raciocínio do aluno para se descobrir as regras. Estou especificando em Álgebra porque em Geometria o procedimento era parecido. Mas, dava-se bastante ênfase às descobertas de padrões, sendo que na ocasião eu até desconhecia esta busca de descoberta de padrões, mas na verdade era o que eu fazia (Oliveira, 1997, p. 53).

Como podemos ver, o professor Ruy tinha um foco nos seus “objetivos educacionais” que entre outras coisas se voltava a despertar o “gosto” pela Matemática e pela “descoberta” de suas regras tanto no âmbito dos estudos algébricos quanto geométricos, com uma ênfase na “descoberta de padrões”. Um foco interessante era na própria percepção do autor de que suas aulas eram bastante dialogadas, de modo a conduzir o raciocínio dos seus alunos⁷⁹.

Talvez a visão mais crítica dos livros didáticos fizesse do professor Ruy um docente mais independente destes materiais, levando-o a não ficar preso a eles como se fossem “muletas pedagógicas”. Nesse sentido, seu uso dos livros didáticos era mais no sentido de consulta e apoio para a preparação de suas aulas. Conta o professor: “Na verdade, eu nunca nessa ocasião segui exatamente o livro didático, mas era ponto de referência, ainda que às vezes o adotasse e complementava com outras ilustrações ou assuntos” (Oliveira, 1997, p. 45). Mesmos assim, o professor Ruy utilizava esses livros no seu planejamento pedagógico, ou seja, na organização da sequência de suas aulas. Como ele próprio esclarece a seguir:

Eu não fazia plano de aula, mesmo que tinha aprendido isso em disciplinas de educação, e não organizava o plano de aulas, mas organizava a aula de tal maneira que fosse conseguido os objetivos que eu procurava. Era aliado sempre esse preparo ao estudo, eu procurava estudar em vários livros os vários procedimentos utilizados para ter elementos para poder explicar aos alunos ou responder aos alunos uma outra pergunta não prevista. Esse preparo de aulas era feito não aula a aula, e sim sequência de aulas. Nunca preparei uma aula e sim sequências de aulas. A minha atitude era prever a

⁷⁹ O professor Ruy comenta, na íntegra da entrevista que ofereceu à Oliveira (1997), que a álgebra na época da entrevista já tinha uma grande importância, pois ela era essencial para resolver as situações-problemas, produzindo generalizações, em que se saía de uma situação particular e se trabalhava em busca de uma solução numérica para uma situação genérica.

sequência e depois de cada sequência tirar a parte correspondente à aula específica (Oliveira, 1997, p. 47).

Apesar de ser um exercício interessante, disparado por uma informação da citação anterior, não acreditamos ser possível discutir mais pormenorizadamente acerca do fato do autor não preparar planos de aulas, mas sequências de aulas. Uma sequência que tinha como foco os objetivos que ele queria atingir após um determinado número de aulas. Vale apontar que os livros da série, tratam os temas e trazem atividades recreativas, mas não faz apontamentos sobre a quantidade de aulas ou como deveriam ser divididas as atividades apresentadas no momento da sua aplicação pelos professores leitores. Esse fato explica a presença de atividades, em um mesmo capítulo, com diferentes níveis de ensino em termos de seu conteúdo e complexidade.

O professor Ruy, demonstra durante a íntegra da entrevista que concedeu a Marco Oliveira e, também, à entrevista que cedeu a Martins-Salandim (2012) ter clareza acerca das dificuldades que os professores da Educação Básica da época possuíam. Nesse sentido, ele demonstrava possuir uma consciência a respeito da profundidade da problemática que vinha desde a formação de grande parte do professorado e as suas consequências para o ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo consta, um dos principais “vilões” das dificuldades dos professores era o fato deles serem malformados, ou seja, terem um grande nível de desconhecimento acerca dos conteúdos específicos principais da matemática. Segundo o seu raciocínio, esse fato levou ao declínio do uso de demonstrações no ensino de Matemática durante o período discutido na entrevista cedida a Marco Oliveira, de modo a refletir nos textos presentes nos livros didáticos de Matemática e nas aulas de Matemática da Educação Básica. Baseados nas entrevistas oferecidas à Martins-Salandim (2012) e à Marco Oliveira⁸⁰, podemos dizer que o professor Ruy reconhece que a falta de conhecimento dos professores em muito era devida aos Exames de Madureza do passado, que consistiam em uma formação mínima em termos de Matemática, de modo a não garantir que os professores adquirissem os conteúdos matemáticos em quantidade suficiente para lecionar “adequadamente” a disciplina. Para o professor Ruy, os Exames de Madureza eram cursos que contribuíam para que uma pessoa sem diploma, conseguisse o diploma do ginásio e do colegial em um período de um ano e meio. Terminado esse curso, o sujeito estava apto a continuar os seus estudos em nível universitário, só que para isso ele precisava ficar bem colocado em um concurso vestibular.

⁸⁰ As informações aqui constantes, além de retiradas de Martins-Salandim (2012) também foram retiradas da íntegra dessa entrevista que tivemos acesso, mas que não foi publicada juntamente com o relatório final de mestrado de Marco Oliveira.

Claro que ele não conseguiria acesso aos cursos mais concorridos e acabava indo, então, na grande maioria das vezes, cursar as Faculdades de Filosofia, que além de mais baratas para se instalar, eram de mais fácil acesso. Dentre os cursos escolhidos estava o curso de Matemática que em alguns casos consistia em um pouco de revisão dos conteúdos do ginásio e do colégio⁸¹. Nesse sentido, sem saber os conteúdos de maneira mais profunda, os professores ficavam impossibilitados de mobilizar as demonstrações no ensino de Matemática de suas classes. A saída encontrada por eles, então, era utilizar “receitas” das propriedades, de como utilizar fórmulas prontas, regras práticas e algoritmos. Esse era para ele um dos motivos bastante fortes e determinantes para o fim do uso das demonstrações no ensino básico e, conseqüentemente, para a “queda” no nível de ensino das escolas brasileiras. Ainda a esse respeito, ele entendia que o MMM até chegou a fazer um movimento contrário a essa situação, pois dentro do movimento havia uma defesa da necessidade de tudo ser justificado dentro do processo de ensino e essas justificativas deveriam vir dentro de um encadeamento lógico, mas esse movimento acabou não prevalecendo e terminando junto com o MMM.

Também a íntegra da entrevista oferecida a Marco Oliveira⁸² mostra ser possível perceber a atenção dada pelo professor Ruy a exercícios que conseguimos encontrar nas coleções que estamos estudando e que, portanto, podem ser rotulados como relacionados com a Matemática Recreativa. Segundo consta nessa entrevista, para o professor as transformações geométricas oferecem a possibilidade de trabalhar com a geometria de uma maneira mais *global* do que *local*. Conta ele que essa geometria local está relacionada à utilização de figuras, como é o caso do triângulo, por exemplo, e fazer um estudo *in loco* somente a respeito do triângulo e de suas propriedades. Em termos de uma geometria global, esse estudo não se resumiria em ficar estudando exatamente as propriedades do triângulo, mas em realizar um estudo do triângulo aplicado em um todo, que podem ser os mosaicos com triângulos, por exemplo, em que aos poucos vai se particularizando o estudo conforme se percebe o interesse em estudar outros assuntos, como outros tipos de mosaicos, outras faixas, padrões de simetria de faixas, padrões existentes na natureza, na arquitetura, na arte etc. Para o professor Ruy, serão esses tipos de estudos que serão mais férteis e produtivos de serem explorados nas atividades educacionais dos tempos atuais (lembrando que a entrevista se realizou em meados de 1996, e que por volta de 2012 ele publicou a série de livros que estamos estudando e que

⁸¹ Segundo dados tirados da entrevista oferecida à Marco Oliveira, nesse caso ele se referia mais precisamente aos Cursos de Ciências com habilitação em Matemática.

⁸² As informações desse parágrafo foram retiradas da íntegra dessa entrevista que tivemos acesso, mas que não foi publicada juntamente com o relatório final de mestrado do autor.

segundo entendemos satisfazem essa perspectiva de instrução educacional, principalmente por abarcar tais discussões de caráter geométrico).

Ainda mobilizando de acordo a entrevista cedida a Marco Oliveira⁸³, nela descobrimos que segundo a percepção do autor, existe uma “evolução” nos livros didáticos, ou seja, da época da entrevista, principalmente em termos de seu visual, pois desde a entrevista estes contam com cores, algo que remete às cores utilizadas pelas televisões – aparelho no qual as crianças daquele tempo estavam acostumadas a utilizar. Para ele, os assuntos também têm se modificado de modo bastante interessante, sendo segundo avalia “melhores” do que aqueles que eram tratados anteriormente. Ele também aponta a compra dos livros didáticos pelo governo federal e suas avaliações como fatores positivos que vão contribuir com a evolução desses materiais, uma visão que não podemos deixar de apontar como sendo um tanto quanto “precipitada” ou no mínimo “otimista demais”, se for pensado que nem sempre os critérios para tal avaliação estarão de acordo com os melhores interesses dos educandos e dos seus formadores. Por outro lado, nossas análises da série indicaram que o primeiro volume teve uma grande quantidade comprada pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), vinculado ao governo federal. Outro ponto positivo, mesmo estando ainda longe do que parecer ser para o professor Ruy o ideal, é o início do uso da história da matemática nos livros didáticos que ele mesmo comenta como ainda sendo muito esparsas.

Uma crítica que ele faz aos livros didáticos é a respeito da necessidade destes livros possuírem muito mais páginas dedicadas à realização de atividades. Mas, para além dessas atividades, ele argumenta que esses livros, pelo menos os livros dedicados aos professores, precisavam indicar de maneira bastante clara qual é o seu objetivo matemático e que este não seja apenas ser uma atividade educacional, uma atividade lúdica, recreativa etc. Nesse sentido, ele diz ter uma expectativa de que nos livros existam informações que digam claramente quais são os objetivos que se espera alcançar com suas atividades. Para ele, este último item é o que faltava nos livros didáticos da época da entrevista. Em uma reflexão acerca das nossas leituras da série de livros em estudo, não conseguimos perceber esses cuidados ocorrendo na grande maioria dos capítulos que essa série possui. Mesmo que em alguns capítulos de alguns volumes o professor Ruy se dedique a falar da Matemática Subjacente à atividade proposta, nem sempre seus objetivos ficam claros o suficiente em

⁸³ As informações desse parágrafo foram retiradas da íntegra dessa entrevista que tivemos acesso, mas que não foi publicada juntamente com o relatório final de mestrado do autor.

termos de especificar o que o professor/leitor poderá ou deverá alcançar/ganhar/desenvolver com a grande maioria das suas atividades.

Uma discussão interessante que encontramos na íntegra da entrevista cedida à Flainer Lima⁸⁴ refere-se a sua apreciação ao trabalho que envolvia a Resolução de Problemas baseada nas ideias do autor George Polya, que por sinal aparece nas análises de um livro que foi realizada por Diego Pereira Brasil (2021) em um trabalho de Iniciação Científica que nós, eu e minha orientadora, tivemos a oportunidade de orientar⁸⁵. Voltando a entrevista, nela o professor Ruy conta acerca de sempre ficar escondido nos trabalhos do campo da matemática a maneira como um determinado resultado foi descoberto, ou seja, os matemáticos deixam de apresentar nos seus trabalhos os caminhos que deram errado, inclusive isso é recorrente nos livros didáticos. Dito isso, ele afirma, baseado em George Polya – citado nominalmente na sua fala – que esse autor defende que matemáticos, professores e alunos deveriam contar a respeito dos caminhos infrutíferos que encontraram e seguiram e que por isso precisaram ser retomados de um outro modo. Sendo assim, ele afirma, ainda com base em Polya, que os professores, ao utilizar a Resolução de Problemas, devem incentivar qualquer caminho que os alunos tomem, apoiando-os até o momento que for necessário intervir a respeito e apontar que o caminho não está correto, ou não levará a um resultado satisfatório, e precisa ser modificado. Segundo consta nessa fala, para o professor Ruy o método de Resolução de Problemas é ótimo, mas demanda uma boa quantidade de conhecimentos teóricos dos professores, pois se apoiar nele é muito mais trabalhoso dada às situações-problemas poderem ter resposta satisfatória se tomados caminhos distintos e muitas vezes inesperados dos professores. Finaliza sua discussão, apontando que para ele, os professores que vão ao quadro e oferecem aos estudantes o caminho “perfeito” logo de início, não estão formando os seus alunos de modo adequado. Para nós, essa informação é relevante, pois nos livros que estamos estudando percebemos o tempo todo o trabalho com a resolução de problemas. As situações-problemas são o centro da proposta didática do professor Ruy, sem esquecer da atratividade que mobilizam na conjugação desse método com a Matemática Recreativa que está implícita em cada problema dos livros dado seu caráter divertido e desafiador, ou melhor, caráter divertido e desafiador de suas atividades. Com isso, vemos uma grande confiança do

⁸⁴ Entrevista não consta na íntegra no relatório final da autora.

⁸⁵ O trabalho de Iniciação Científica realizado por Diego Pereira Brasil recebeu o título *Uma análise do livro “Revisitando Conexões Matemáticas com Brincadeiras, Explorações e Materiais Pedagógicos” do professor Ruy Madsen Barbosa* e foi finalizado no ano de 2021, junto ao Departamento de Matemática da Unesp de Bauru, sob orientação de Maria Ednéia Martins e Leandro Josué de Souza. No livro analisado nesse trabalho, o professor Ruy menciona os dez mandamentos de George Polya de maneira explícita.

professor Ruy no modo de trabalho inspirado na Resolução de Problemas, em específico nas ideias de George Polya, em conjunto com a Matemática Recreativa.

Terminadas nossas considerações acerca das percepções do professor Ruy acerca dos usos, potencialidades e limitações dos livros didáticos segundo seu entender, vamos em seguida discutir um pouco de editoras com as quais teve contato antes de publicar os livros que estudamos.

Editoras em que Publicou

Um estudo importante que realizamos e que contribuiu com as nossas análises é a tentativa de compreender um pouco da história e das relações do professor Ruy com as editoras na qual ele publicou livros durante sua vida. É preciso esclarecer, entretanto, que este trabalho foi bastante árduo e demandou muitas pesquisas na internet devido o autor não retratar no seu *Currículo Lattes* todos os livros que publicou, sendo, portanto, que esta fonte não era suficiente para apresentar todas as publicações do autor. Dado esse problema, optamos por utilizarmos algumas ferramentas de busca *online*, como o *Google*, procurando por imagens ou sebos de livros que possuísem fotos de livros publicados pelo autor que não foram mencionados no seu *Currículo Lattes*, visando descobrir as editoras com que ele se relacionou. Essa discussão é relevante, porque ela contribui com a compreensão do “valor simbólico” das obras, ou seja, ela demonstra como as obras do autor tem sido recebida pelas editoras que lhe deram espaço e como o autor foi ganhando proeminência e, consequentemente, mais espaço nas mesmas ou em outras editoras. Um fator importante é que as editoras, assim como o autor, também possuem um valor simbólico atrelado a elas, de modo que algumas delas recebem uma maior confiança do público e dos autores de livros, o que também influencia no valor final dos livros para o público e no seu número de vendas. Sendo assim, se um autor possui certa facilidade em publicar livros e se as editoras que abrem espaço para ele possuem certa relevância no cenário editorial, somada a uma grande aceitação do público-alvo dos livros, isso é um forte indicador de que suas publicações circulam bastante e possuem um valor simbólico significativo.

A nossa decisão por fazer uma apresentação acerca das editoras que conseguimos afirmar que publicaram livros de autoria ou coautoria do professor Ruy Madsen está conectada com a busca pela compreensão acerca da “facilidade” ou “dificuldade” do autor de publicar livros ao longo de sua carreira, em especial ao final dela. Segundo nossa compreensão, o autor vai acumulando, ao longo de sua jornada, uma maior ou menor

“notoriedade” que depende diretamente dos resultados alcançados por cada um dos livros que publicou. Dessa maneira, a depender dos resultados de suas primeiras publicações, sua capacidade de publicar mais livros vai ficando cada vez maior ou menor, a depender dos números de vendas e outras constantes que não saberíamos mencionar. Nessa relação, podemos dizer que a aceitação das obras pelo público-alvo, está em uma proporção direta com a relevância dos assuntos discutidos e a demanda por livros com as características específicas e os assuntos tratados pelo seu autor.

Seguindo uma ordem cronológica, a primeira parceria na publicação de livros do autor que encontramos, para além de uma obra que foi publicada junto a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara é com a editora LPM que, segundo consta em seu *Lattes*, publicou quatro livros do professor Ruy nos anos de 1964 e 1966 – um livro e uma série de livros composta por três volumes. Sobre essa editora, não conseguimos muitas informações e o que conseguimos foi do mesmo teor do que está apresentado no trabalho de mestrado de Milanez (2020), com exceção das nossas conclusões embasadas pela leitura da autora, que indica:

Um dos nossos pontos de partida para a análise da Série Matemática, metodologia e complementos para professores primários foi buscar informações acerca da editora da obra, a L.P.M.. Acreditávamos que seria fácil encontrar informações e mesmo a localização da editora, e que minhas inquietações a esse respeito seriam respondidas com um simples e-mail ou ligação telefônica. Não foi assim.

Uma tentativa de pesquisa na internet nos levava insistentemente à editora L&PM, criada em 1974. Havia a possibilidade de esta data estar ligada à sutil alteração de nome, de L.P.M. para L&PM, o que me levou a entrar em contato com a L&PM. Fui informada que precisaria solicitar as informações por e-mail, mas como resposta recebi apenas a página do mesmo site que eu já havia consultado, informando sobre a fundação em 1974. Cheguei ao International Standard Book Number (ISBN) como possível fonte de referência ao pesquisar sobre registros de livros, mas a página eletrônica relativa a esse cadastro dava acesso apenas aos livros mais recentes. O site, entretanto, fornecia um número de telefone para buscas a livros mais antigos. Em contato telefônico com a instituição responsável pelo ISBN, a atendente informou que existiam outros livros dessa mesma editora que eu procurava, a L.P.M., mas nenhum registro dela ou sobre ela, e que isso talvez se devesse a um extravio de documentos – já que se tratava de livros “muito antigos”. De qualquer maneira, além dessa informação, a agência responsável pelo ISBN não tinha como ajudar. Entramos então em contato com a Nobel, pois há referência desta livraria/editora nos livros da Série, que num determinado momento foram publicados por ela. O endereço de ambas (livraria Nobel e L.P.M.) era o mesmo. Entrando em contato com a Nobel, nos informaram não possuírem registro algum sobre a informação que eu procurava. Aparentemente, o GEEM parece ter adotado como editora (ou como uma das principais editoras dos livros do Grupo e de seus membros) a L.P.M., o que

se pode comprovar pela grande quantidade de livros do GEEM por ela publicados dentre os quais um exemplo é o *Matemática Moderna para o Ensino Secundário*, publicado pelo GEEM em 1965 (Milanez, 2020, p. 172 e 173, *itálicos da autora*).

Nós compreendemos que apesar de haver uma possibilidade de a L&PM e a LPM serem a mesma editora, acreditamos que esse não seja o caso devido a própria editora ter sublinhado, em *email* de resposta para Natália Milanez que sua criação é a partir de 1974. Pensamos que se essas editoras tivessem alguma relação, esta estaria especificada na sua história e poderia ter sido facilmente recordada por algum funcionário mais antigo da empresa, alterando o que foi respondido. Nesse sentido, após algumas outras verificações, pensamos que a LPM se fundiu com a editora Livraria Nobel, que é a editora que mais publicou livros do professor Ruy, em um total de 10 títulos diferentes, sendo que um deles possui 2 volumes, totalizando 11 obras publicadas entre 1967 e 1975. Pensar dessa forma, se torna bastante plausível, pois explicaria o grande vínculo do professor Ruy com a Editora Nobel, dado ele ter iniciado suas publicações na então L.P.M, possivelmente, graças ele ter sido um membro do GEEM. Essa nossa ideia se torna mais plausível pelo fato da Editora Nobel ser indicada como a editora de algumas edições dos livros estudados por Milanez (2020) da série *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* que a princípio foi publicada pela LPM, como a citação acima já nos confirmou, evidenciando que ambas indicavam o mesmo endereço. Um ponto bastante interessante evidenciado pelo trabalho da Natália Milanez (2020) é que a L.P.M foi a editora que em geral publicou os livros do GEEM, o que deve ter contribuído com a sua valorização e, consequentemente, com o interesse pela sua aquisição ou fusão com alguma outra editora de relevância do mercado editorial da época. Observando a história da Editora Nobel, no seu *site*, conseguimos confirmar que sua segunda unidade se situava próximo à Universidade Presbiteriana Mackenzie, na Rua Maria Antônia, na cidade de São Paulo. Somado a este fato, temos que o GEEM se localizava no prédio da Universidade Mackenzie, o que nos leva a acreditar que o que pode ter ocorrido é: ou a L.P.M. era uma submarca da Nobel que depois se oficializou como Nobel, ou a L.P.M naquela época foi vendida para a Livraria Nobel que abriu sua segunda unidade no local em que se localizava a então L.P.M., qual seja, próximo a Universidade Mackenzie, na rua Maria Antônia, em São Paulo. Sendo assim, para nós, a L.P.M e a Nobel fazem parte de uma mesma história. Devemos manter em mente, contudo, que possivelmente essa alteração de nome entre a L.P.M. e a Nobel Editora ocorreu em período relacionado com o MMM e acerca disso, nos respaldamos na informação de que os

livros estudados por Milanez (2020), produzidos na década de 1960, informam a depender da edição que nos atentarmos que foram produzidos em uma ou outra dessas duas editoras.

Voltando a falar mais precisamente da Nobel, temos que esta foi fundada em 1943, como já dito acima, pelo italiano Cláudio Milano e sua primeira loja se localizava na Rua Consolação, número 49, no centro de São Paulo. No seu início, essa livraria trabalhava com a venda de livros, materiais de papelaria, elaboração e encadernação de apostilas mimeografadas. O fato de trabalhar com essas apostilas mimeografadas nos chamou atenção, pois a editora pode ter também contribuído com a produção de materiais para os cursos do GEEM, dado sua localização geográfica, sendo possível que ela tenha atuado para além da produção de livros de autores do GEEM que foram publicados pela então L.P.M. Voltando a linha do tempo, em 1992 a empresa adotou o sistema de franquias e por volta dos anos 2000 chegou a um total de 40 lojas espalhadas pelo Brasil e em 2005 iniciou seu processo de internacionalização, abrindo lojas fora do país. Atualmente a empresa possui mais de 230 lojas em 110 cidades de 23 estados brasileiros, incluindo lojas em Portugal, Espanha, México, Angola e Colômbia, possuindo, ao todo, um total de cinco selos editoriais – Nobel, Marco Zero, Studio Nobel, Zastras e Conex – que trabalham com livros de temas variados⁸⁶. Observando a história que conseguimos constituir desta editora, temos que a publicação dos livros do professor Ruy nesta empresa era um fator de grande relevância, sendo a mesma uma editora séria que produzia materiais que tinham uma boa aceitação no cenário editorial daquele período. Possivelmente, a entrada do professor Ruy como autor se deu pela vinculação com o GEEM que se situava na Universidade Mackenzie, próximo a segunda unidade da Livraria Nobel, antiga L.P.M., conforme já apontamos acreditar.

O primeiro convite para publicar livros didáticos do nosso autor foi feito pela livraria Francisco Alves, mas devido à falta de tempo suficiente para a confecção, o convite não foi aceito pelo autor. Ele conta que outro convite chegou, não muito tempo depois, e este, sim, foi aceito. Segundo as informações encontradas, os seus primeiros livros didáticos foram publicados por uma outra editora e estes foram produzidos em conjunto com alguns colegas. Segundo entrevista oferecida a Marco Oliveira, esses livros que foram produzidos tinham como foco o colegial e foram publicados nos anos de 1967, 1968 e 1970, sendo que em 1970

⁸⁶ As informações aqui constantes foram retiradas da seguinte página de internet: <https://mundodasmarcas.blogspot.com/2011/04/livraria-nobel.html> Disponível em 4 de outubro de 2021.

ele também publicou livros voltados ao ginásio juntamente com outro colega⁸⁷. O livro publicado, segundo nossas constatações, deve ter sido o *Curso Colegial Moderno* publicado pelo *Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas* (IBEP) que teve como coautores Scipione Di Pierro Neto e Luiz Mauro Rocha.

Na íntegra da entrevista cedida a Lima (2006)⁸⁸ o professor Ruy conta que a negativa para a produção do primeiro livro apontado acima, para além do prazo que era muito curto, também estava relacionada com a não aceitação, por parte da editora, de efetuar algumas melhorias na obra, que os autores que produziram o mesmo, Ruy Madsen Barbosa e Alcides Boscolo, acreditavam necessárias para aumentar a qualidade do livro, como por exemplo a qualidade do papel, entre outras coisas. Nessa entrevista, o autor deixa bastante claro que essa editora possuía autores expressivos no seu quadro, mas não menciona quem eram eles. Uma pontuação feita pelo professor Ruy foi o fato de a editora estar apenas interessada nos ganhos futuros com a publicação desses livros, o que para nós é relevante, pois demonstra um pouco da situação do mercado editorial da época, suas relações de poder. Cabe salientar que, nessa entrevista, ele comenta que em seguida ele começou a trabalhar em uma outra editora, IBEP, editora que publicava os livros do professor Scipione Di Piero Netto⁸⁹. Acerca desta editora, ele comenta que o convite para trabalhar nela partiu do próprio professor Scipione, depois de o professor Ruy, em um congresso que aconteceu no Instituto Tecnológico da Aeronáutica (ITA), apontar para ele os erros que encontrou em um “boneco” de um livro dele que estava em vias de ser publicado.

Ainda acerca do mercado editorial, o professor Ruy conta na entrevista concedida a Flainer Lima que as editoras em alguns casos procuravam pelos autores para escrever seus livros didáticos, nesse sentido, ele comenta que havia livros que publicou em 2002 que receberam esse tipo de convite. Ele acrescenta, entretanto, que geralmente ocorria o contrário, os autores escreviam os livros e procuravam por uma editora que se interessasse em produzi-los e vendê-los. Para o professor Ruy, o primeiro modo de escrita de livros via convite da editora acontecia geralmente com aqueles autores que já possuíam um certo grau de

⁸⁷ As informações constantes nesse parágrafo foram retiradas na íntegra da entrevista cedida a Marco Oliveira. Cabe ressaltar que esta entrevista não foi publicada na íntegra no trabalho de conclusão de curso e é por essa razão que deixamos especificado nessa nota de rodapé a condição em que nos deparamos com essa informação.

⁸⁸ As informações constantes nesse parágrafo foram retiradas da íntegra da entrevista cedida a Flainer Rosa de Lima. Esta entrevista também não foi publicada junto a íntegra do relatório final de Mestrado que a produziu, assim como a entrevista de Marco Oliveira.

⁸⁹ Segundo informações constantes nessa entrevista, foi depois de ter trabalhado nessa editora que o professor Scipione abriu a sua própria editora que inclusive possuía o seu nome.

reconhecimento público. O que demonstra que ele, por ter publicado livros por meio de convites feitos pela(s) editora(s), era um desses autores que possuía algum reconhecimento público suficiente.

Quanto à IBEP – Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas⁹⁰ – sabemos que ela possuía capital genuinamente brasileiro e foi fundada em 1965 na cidade de São Paulo. Os seus fundadores foram Jorge Antônio Miguel Yunes e Paulo Cornado Marte e tinham por meta renovar os livros didáticos destinados às escolas brasileiras. Uma das suas principais inovações foi a publicação de livros em duas e quatro cores, com foco nas ilustrações que, segundo consta, passaram a ser introduzidas como uma nova linguagem ao conteúdo educacional, aliada ao lúdico. Em 1980 a editora IBEP adquiriu a Companhia Editora Nacional, que havia sido fundada em 1925 pelo escritor Monteiro Lobato e até então já havia se tornado uma grande referência no mercado editorial brasileiro. Essa incorporação, segundo consta, configurou um dos maiores grupos editoriais do país, tendo mantido seu capital totalmente nacional. Logo, aqui novamente vemos uma editora que possui grande relevância no mercado editorial brasileiro, sendo a primeira delas em que o professor Ruy vai trabalhar com a escrita de livros didáticos. Considerando que os três livros nela publicados foram os primeiros livros didáticos produzidos pelo nosso autor, por volta dos anos de 1967, 1968 e 1970⁹¹, é preciso evidenciar que ele já havia publicado outros livros até esse momento, como é fácil perceber nessa discussão que tenta elencar os eventos descritos em uma ordem cronológica. Esses livros, no entanto, não eram voltados a estudantes como os livros publicados pela IBEP que são destinados ao curso colegial, ou seja, para a Educação Básica.

Continuando, a quarta editora que publicou livros do professor Ruy foi a editora Atual, que é parte da mesma empresa da Editora Saraiva⁹². A editora Saraiva foi fundada em 1917 pelo imigrante português Joaquim Ignácio da Fonseca Saraiva que era um apaixonado por livros de direito, produzia livros para a Educação Básica e títulos literários. Por volta de 1973, dois professores e autores de livros didáticos reconhecidos do campo da Matemática, Gelson

⁹⁰ Informações retiradas de: <https://editoraibep.com.br/page/5/quem-somos> Disponível em: 4 de outubro de 2021.

⁹¹ Ele menciona esse fato na íntegra da entrevista que cedeu a Marco Oliveira. Cabe ressaltar que esse acontecimento já foi apontado anteriormente, quando falamos de uma editora que o professor Ruy mais outro autor se recusaram a escrever livros didáticos, evidenciando a necessidade, já naquela época, de garantir a qualidade editorial dos seus livros, o que o levou a recusa do convite.

⁹² Informações retiradas de: <https://educacaobasica.editorasaraiva.com.br/quem-somos/> Disponível em: 4 de outubro de 2021.

Iezzi e Osvaldo Dolce, fundaram a editora Atual que segundo consta na página de *internet* possuía um catálogo “arrojado e de alta qualidade” voltado a trabalhar com material didático e livros literários direcionados ao público infantil e juvenil. Com o passar dos anos, por volta da década de 1990, ambas as editoras em conjuntos, se voltaram a produzir livros variados para além da área jurídica, como Administração, Economia e Marketing, sem contar as suas publicações de livros paradidáticos e didáticos voltados à Educação Básica. De um modo geral, seus livros hoje são destinados a um público de todas as idades contendo livros específicos, acadêmicos, ficção, romance etc. Segundo nossa compreensão, essa editora possui uma certa relevância no cenário editorial brasileiro e, portanto, torna os livros por ela publicados um tanto quanto desejados e considerados confiáveis. Acerca da quantidade de livros publicada pelo professor Ruy nessa empresa, no seu *Currículo Lattes*, encontramos referências a quatro livros diferentes publicados entre nos anos de 1984 e 1993, sendo que um deles possui dois volumes de uma mesma série, *Matemática Magistério*, analisada no mestrado da Tamiris Corrêa Luiz Pereira (2023).

Em seguida o professor Ruy publicou seus livros junto à Autêntica Editora⁹³, sobre ela temos que foi criada em 1997 e se consolidou no mercado editorial como produtora de livros voltados à área acadêmica. No ano de 2011, se transformou em um grupo que recebeu o nome de Grupo Editorial Autêntica, e acerca desse grupo a página da *internet* indica:

Com títulos em áreas variadas, o grupo possui seis editoras: a Autêntica Editora, com foco em livros nas áreas de ciências humanas, literatura brasileira e estrangeira e clássicos infantojuvenis; a Editora Gutenberg, com livros de para jovens e adultos; a Editora Nemo, destinada à publicação de quadrinhos, graphic novels e livros voltados ao universo geek; a Editora Vestígio, com livros de não ficção, romances históricos e títulos de interesse geral; e a Yellowfante, com publicações voltadas para o público infantil. Já a Autêntica Business se dedica à área de negócios, administração, marketing e vendas (Grupo Autêntica, 2022, s/p.).

Mais precisamente acerca da Autêntica Editora, temos que ela conta com mais de 700 publicações com foco no público acadêmico e com os anos passou a publicar obras de cunho nacional e estrangeiro abrangentes e diversificadas contemplando áreas como Astronomia, Cultura Negra, Sociologia, Historiografia, Comunicação, Cinema e Teatro, Biblioteca Escolar, Linguística, Educação etc. Uma outra aposta desta empresa é trabalhar com traduções para a língua portuguesa de obras consideradas relevantes para o cenário nacional. Dito isto, temos que esta editora também é bastante reconhecida do mercado editorial brasileiro e conta

⁹³ As informações desse parágrafo foram retiradas de: <https://grupoautentica.com.br/sobre> Disponível em 4 de outubro de 2021.

com uma grande “fama” no mesmo, sendo considerada uma editora séria e com grande potencial de venda de livros. Esse fato, traz à tona a questão dos livros do professor Ruy terem, por meio desta, uma grande perspectiva de compra e visualização. Os livros aqui publicados foram os cinco volumes da série que estamos estudando, mais um sexto livro voltado a trabalhar com a Geometria Fractal, parte da coleção *Tendências em Educação Matemática*, organizada pelo professor Marcelo de Carvalho Borba, que conta com um total de 32 livros publicados por diferentes autores. Os livros aqui publicados são datados de 2007 até 2014. Uma informação importante é que este último livro foi a ponte de entrada do nosso autor na Autêntica Editora, pois quando o professor Borba o convidou para escrever para a coleção *Tendências em Educação Matemática*, o autor escreveu um livro que teve boa aceitação mercadológica e isso levou a editora a conhecer e, provavelmente, apostar nas ideias do professor Ruy Madsen.

A última editora que conseguimos identificar como tendo livros publicados pelo professor Ruy Madsen foi a Livraria da Física⁹⁴ que foi fundada em 1989 e tem se estabelecido como uma referência na publicação de livros didáticos, paradidáticos e de variados assuntos relacionados com a área acadêmica. Atualmente, cada vez mais, se ouve falar dessa editora, que está alcançando um *status* de empresa séria e possuidora de um catálogo de livros adequados e de qualidade, portanto, conseguindo se consolidar do mercado editorial brasileiro. Uma pontuação que atesta essa qualidade é que a empresa já conquistou o prêmio Jabuti dos anos de 2004, 2011, 2013, 2015 e 2016. Ela já conta com uns cerca de 500 livros publicados e incentiva que professores interessados em publicar entrem em contato com ela enviando seus manuscritos. Nesta editora, que pensamos ser também mais um caso de editora reconhecida no cenário brasileiro, ainda que tenha menos espaço e “fama” que algumas das anteriores, o professor Ruy publicou quatro títulos de livros que datam de 2012 até 2014.

Considerações Finais

Após nossas considerações acerca das concepções relativas à produção de livros e seu uso, somada à apresentação que fizemos de todas as editoras que publicaram livros do professor Ruy, temos aqui condições de tecer algumas observações a respeito do nosso autor que sem esses apontamentos prévios pensamos não ser possível. Nesse caso, acreditamos que

⁹⁴ As informações deste parágrafo foram retiradas da página da editora: <https://www.livrariadafisica.com.br/quemsomos.aspx> Disponível em: 4 de outubro de 2021.

ele pode ser visto como um autor que teve grande relevância no mercado editorial e que conseguiu publicar uma significativa quantidade de livros, graças a ter encontrado portas abertas para a publicação de seus trabalhos que versavam sobre assuntos variados. Isto talvez tenha sido uma ressonância de sua postura perante a produção de livros no nosso país, que para o autor precisava passar por alguma revisão e até pelo seu conhecimento, por meio de contato que teve enquanto formador, com professores da rede básica de ensino.

Imaginamos, como nos informou o professor Marcelo Borba acerca de um dos livros que ele coordenou a produção junto à Autêntica Editora, que era grande a aceitação de seu trabalho por aqueles que compõem o seu público-alvo e que suas discussões eram percebidas como sendo sérias dada à seriedade que percebemos haver na grande maioria das editoras que publicaram seus livros. Possivelmente, essa facilidade em publicar livros, tinha alguma relação com a aceitação de suas obras ao longo de sua carreira e quanto à relevância e pertinência dos assuntos tratados nas mesmas, sem nos esquecer de mencionar a maneira como esses assuntos eram tratados pelo autor, o que nos leva a concluir que seus livros eram bem aceitos pela comunidade que as obras se voltavam a atender.

É importante essa discussão acerca do mercado editorial para termos uma noção mais aproximada de como era mais fácil ou mais difícil para o nosso autor conseguir publicar seus livros e de certa forma juntar mais indícios que nos ajudem a problematizar se seus livros eram vistos como relevantes ou não. Pelo que pudemos perceber, o nosso autor possuía uma grande aceitação que, em geral, pode ser atribuída a um trabalho bastante coeso em termos da publicação de livros, ou um trabalho que supria uma certa demanda de publicação que estava em alta em um determinado momento e que se manteve durante sua vida. Claro que é preciso mencionar que sua fama se deu, a partir dos primeiros livros que produziu junto ao GEEM que de certa forma embasaram a grande relevância que o nosso autor atingiu. Essa sua vinculação com esse grupo serviu como uma espécie de grife, trampolim ou carimbo de qualidade para os seus livros, o que certamente o transformou em uma referência na produção de livros tanto didáticos quanto voltados a formação de professores. Também não podemos deixar de lembrar daqueles livros que se direcionaram, acreditamos, a suprir uma demanda crescente de livros-textos para disciplinas específicas dos cursos superiores de Matemáticas, tanto em nível de bacharelado quanto de licenciatura, que até então não possuíam muitos trabalhos e autores de referência na língua portuguesa⁹⁵.

⁹⁵ Para maiores informações acerca dos livros voltados a se tornarem livros textos das disciplinas lecionadas pelo professor Ruy leia a nota sobre a biografia dos autores da série *O Professor de Matemática em Ação*.

É preciso esclarecer, ou ao menos esmiuçar, no entanto, que toda essa abertura por parte das editoras que optaram por publicar os livros do nosso autor – seja essa publicação via convite das editoras ou envio de manuscrito a elas ou, ainda, uma proposta dele para alguma delas –, não ocorreu graças a uma oportunidade fortuita ou, ainda, por causa de alguma intervenção mais explícita que alguém conhecido possa ter realizado. Essas relações não se deram num vácuo e, assim, são resultado de suas decisões e dos percursos que nosso autor escolheu e vivenciou durante a sua vida e, certamente, são essas decisões que ao fim e ao cabo reverberaram nas oportunidades que lhe foram surgindo e que o transformaram no autor de livros reconhecido. Sendo assim, não podemos deixar de evidenciar que sua situação de autor de livros está intimamente atrelada às relações de poder que interagem com o professor Ruy e que de certa maneira interferem nas oportunidades que lhe são conferidas em seu caminho e que contribuem para esse efeito.

Pormenorizando essas relações, temos que nosso autor cresceu profissionalmente em um ambiente bastante favorável para exercer as atividades que ele se propôs e foi escolhendo trilhar, desde sua decisão de se formar professor no campo da Matemática na graduação que realizou na UCC. Lembremos que naquele tempo, segundo nos conta Martins-Salandim (2012), o campo da Matemática ainda era bastante árido, tendo o nosso autor se formado no primeiro curso de Matemática no interior paulista em um momento em que essa formação se fazia escassa e valiosa, recebendo bastante atenção e incentivos por parte das autoridades governamentais e dos esforços de membros da sociedade brasileira, e em especial paulista, graças à situação política e econômica favorável a esses acontecimentos. Lembremos que naquele tempo, o cenário era de pleno desenvolvimento, com um aumento significativo na importância de algumas cidades do interior paulista, levando à necessidade de mais mão de obra qualificada, o que resultou em um incentivo na abertura de mais cursos voltados à formação de professores de Matemática pelo interior do estado de São Paulo, e no Brasil, em especial cursos de licenciatura.

O objetivo naquele período era estabelecer o estudo da Matemática em âmbito nacional e estadual e ao mesmo tempo capacitar pessoal para preencher as várias vagas que estavam surgindo tanto na indústria, como no comércio, sem nos esquecermos da necessidade de professores secundários e para atuar no ensino superior. É nesse cenário, de ampliação do número de cursos de Matemática especialmente no estado de São Paulo e de ampliação do ensino secundário que o nosso autor se forma e se capacita. Cenário este que podemos somar com a grande escassez de livros de Matemática em língua portuguesa e um ambiente, ainda, bastante carente de pessoas com formação Matemática suficiente para liderar pesquisas e

servir de referências para os professores ainda sem formação específica em Matemática, pelo menos a nível de graduação. Aqui salientamos que o professor Ruy Madsen, além de graduação, possuía doutorado e depois fez livre docência em Matemática, chegando ao cargo de professor Titular. É nesse cenário de efervescência e emergência que acontece a ascensão profissional do nosso autor, ainda mais quando se leva em consideração que ele, além de professor do nível superior público paulista, tinha uma vinculação bastante íntima com o principal grupo de estudos, à época polo irradiador do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, o GEEM. Esse grupo, além de toda a sua importância para o cenário nacional do ensino de Matemática, deu oportunidade ao nosso autor de entrar em contato com um ambiente de professores renomados que também eram ou viriam a ser autores de livros. Portanto, estava presente num ambiente favorável à sua transformação de professor do ensino superior para autor de livros voltados a discutir a Matemática em seus vários âmbitos, isso graças a sua formação que era mais do que suficiente para tal exercício e a sua posição como professor do ensino superior público paulista.

Nesse sentido, podemos claramente vislumbrar, que sua formação e seu percurso em termos de carreira, agem favoravelmente na transformação do professor Ruy em autor renomado de livros. O que acabamos de retratar, de alguma forma, deixa bastante explícito a maneira como as relações de poder ao longo de sua vida vão consolidando cada vez mais a sua notoriedade e lhe oferecem uma maior abertura por parte das editoras que assumem uma posição de grande receptividade para a publicação dos seus livros. O que vai certamente contribuir com a publicação das obras que ora estudamos, pois a notoriedade que o autor atingi certamente abre portas.

Referências

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática:** Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática:** Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Brasil, D. P. **Uma análise do livro “Revisitando Conexões Matemáticas com Brincadeiras, Explorações e Materiais Pedagógicos” do professor Ruy Madsen Barbosa.** 45f. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática), Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2021.

Grupo Autêntica. **Autêntica completa vinte e cinco anos de existência.** Disponível em: <https://grupoautentica.com.br/sobre>. Acesso em: 07 novembro de 2022.

Lima, F. R. de. **GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a Formação de Professores durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**. 170f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC, São Paulo, 2006. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11069>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Martins-Salandim, M. E. **A interiorização dos cursos de matemática no estado de São Paulo: um exame da década de 1960**. 2012. 374f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102107>. Acesso em: 28 de setembro de 2018.

Milanez, N. C. **A série Matemática, metodologia e complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: um estudo**. 218f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/191909>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Pereira, T.C.L. **Um estudo da obra “matemática: magistério”, de Ruy Madsen Barbosa**. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2023.

Oliveira, M. A. G. **O ensino da Álgebra Elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história**. 133f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas. 1997.

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa**. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

O Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa: mobilização por um grupo de pesquisa

Introdução

Este texto tem como objetivo apresentar o Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa (APRMB), doado ao Acervo de Livros Antigos do Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem), que é sediado nas dependências da Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus de Bauru. Visamos, aqui, também tecer comentários, de caráter teórico, que apoiaram os nossos olhares sobre as fontes presentes nesse acervo pessoal, assim como apontar como o acervo está sendo mobilizado no âmbito de nosso grupo de pesquisa, Ghoem, inclusive visando disparar discussões relacionadas com a formação de professores tanto em caráter historiográfico quanto em termos de ações que fomentam a formação continuada de professores que ensinam Matemática na educação básica.

Este texto foi elaborado como parte de uma pesquisa de doutorado desenvolvida no âmbito da Faculdade de Ciências (FC) da Unesp de Bauru, junto ao programa de pós-graduação em Educação para a Ciência. O doutorado em questão foi financiado, por meio de uma bolsa de estudos, pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – código de financiamento 001 – e o objetivo da tese foi realizar um exercício hermenêutico de análise dos cinco volumes da série de livros intitulada *O Professor de Matemática em Ação*, a qual foi publicada pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014, sob a coordenação do professor Ruy Madsen Barbosa.

Nesta série o professor Barbosa escreveu os dois primeiros volumes – *Conexões e Educação Matemática – brincadeiras, explorações e ações* – e dividiu a autoria do terceiro volume da série com o professor Claudemir Murari no livro intitulado *Conexões e Educação Matemática – belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons*. Nos outros dois volumes foi autor e coautor de capítulos juntamente com membros de grupos de pesquisas diferentes que ele coordenou: o quarto volume intitulado *Geoplanos e Redes de Pontos – Conexões e Educação Matemática* escrito pelos membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP)⁹⁶ e o quinto volume, *Aprendo com Jogos – Conexões e Educação*

⁹⁶ O Grupo Geoplano de Estudos e Pesquisa (GGEP) foi instituído no Instituto Municipal de Ensino Superior de Catanduva e tinha a intenção de criar e organizar atividades educacionais para todos os níveis de ensino, utilizando o material pedagógico geoplano. Os membros deste grupo são: Iara Suzana Tiggemann, Karine Bobadilha Couto, Maria Christina Bittencourt de Marques, Sirlei Tauber de Almeida e Ruy Madsen Barbosa (coordenador).

Matemática, escrito pelos membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J)⁹⁷ (Barbosa, 2009a; 2009b; Murari; Barbosa, 2012; Tiggemann *et al.*, 2013; Rodrigues *et al.*, 2014).

O referencial teórico e metodológico que nos inspirou durante a produção dos dados desta pesquisa foi a Hermenêutica de Profundidade (HP), desenvolvido e divulgado por John Brookshire Thompson (2011) no livro *Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa*. O referencial, falando muito brevemente, é constituído por três movimentos analíticos diferentes, mas concomitantes, que são divididos, para efeito de explicação, em análise social e histórica, análise formal ou discursiva e (re)interpretação.

Em um esforço para localizar esta nota dentro do trabalho de doutorado que visou o estudo das obras em questão, vale destacar que ele faz parte de um grupo de notas que foram escritas para uma tese organizada no formato de um diário de pesquisa que visavam melhor entender o contexto de produção, transmissão e recepção das obras analisadas. De acordo com o referencial da HP, esse estudo está alocado dentro do movimento de análise social e histórica da obra que, por sua vez, colabora com a compreensão do percurso trilhado pelos livros analisados nesta tese. Em seguida, tecemos alguns breves apontamentos teóricos que partem de nossas leituras sobre acervos pessoais, realizamos uma apresentação sucinta de como o acervo está sendo estudado pelos membros do grupo de pesquisa e apontamos alguns dados relevantes acerca deste acervo.

Discussões teóricas sobre o trabalho com Acervos Pessoais

O crescente interesse pelos arquivos privados, de acordo com Prochasson (1998), deve-se a uma alteração das práticas historiográficas que aconteceu com o passar dos anos. Segundo o autor, dois fatores influenciam na preferência por esse tipo de documentos: o aumento do interesse por estudos voltados a compreensão de intelectuais e uma mudança na escala de observação do social que levou a um interesse por fontes diferentes e de teor mais qualitativo. Para Heymann (1997), a sedução pelo estudo dos arquivos privados pessoais repousa na expectativa que as pessoas que os mobilizam têm de contato com a experiência de

⁹⁷ O Grupo de Estudo e Pesquisa com Jogos (GEP-J) foi instituído e obedeceu a um caráter de formalidade junto ao campus de Rio Claro da Universidade Estadual Paulista, onde tinha a intenção de criar e organizar atividades educacionais que envolviam jogos que se voltavam ao ensino da Matemática. Os membros deste grupo são: Carolina Innocente Rodrigues, Luciana Aparecida Ferrarezi, Raquel Araium e Ruy Madsen Barbosa (coordenador).

vida dos indivíduos, cuja memória imagina estar acessível nos documentos, como se fossem um repositório seguro dos registros da atenção do criador do acervo, do seu pensamento, da sua preferência, dos seus pecados e das suas virtudes. Este tipo de material nos permite perceber o jogo das forças que define o que é histórico, pois aquele que constitui o acervo não necessariamente produziu todos os documentos existentes nele e nem todos os documentos que guardou, seja recebendo ou produzindo – só faz parte do acervo aqueles que o guardador decidiu guardar por alguma razão. Na verdade, o processo de guarda desses documentos é caótico e não segue um critério consistente ou específico⁹⁸ (Heymann, 1997).

Segundo argumenta Prochasson (1998), os intelectuais e as elites culturais deixam uma massa importante de escritos pessoais, como diários ou textos inéditos – que facilitam trabalhos que visam o entendimento dos bastidores da vida cultural e política de alguém. Para ele, se o arquivo pessoal não transmite uma informação mais verdadeira, ele ao menos nos leva a uma mudança de foco.

O pesquisador que trabalha com esse tipo de fonte precisa se atentar a pelo menos dois equívocos que são apontados por Heymann (1997):

1. Imaginar o arquivo pessoal como o reflexo da trajetória de seu titular, assumindo que através dele seja possível reconstituir todas as atividades desenvolvidas por ele;
2. Imaginar o arquivo como “a memória”, em estado bruto, do titular do acervo, resultado de uma seleção criteriosamente relativa ao que deve ser preservado ou não e de que maneira deve ser preservado ou descartado.

Pensamos que para fugir desses equívocos é preciso um esforço constante do pesquisador de se lembrar que o Acervo Pessoal é, muitas vezes, criado de maneira caótica e sem um padrão que preconize os materiais que merecem ou não serem salvos do tempo. Dentre os motivos que levam a salvaguarda de livros, documentos e outros materiais estão razões muitas vezes ligadas a algum sentimento para com relação ao autor ou ao livro, que pode ser ou não um livro raro, uma cópia que contém uma dedicatória do autor, ou livros que foram ganhos de presente e possuem um valor sentimental oriundo do carinho pelo seu presenteador etc. É executando esse exercício constante de tentar manter essas razões de não cair nos equívocos acima, pois é uma constante ao entrar em contato com cada material tentar

⁹⁸ Esses arquivos são constituídos com razões variadas, divergente da intenção de criar, de fato, um arquivo desse tipo. Esses documentos só acabam se transformando em arquivos públicos ao final da vida do seu acumulador ou por decisão de seus herdeiros. Algumas vezes os próprios detentores dos documentos procuram um lugar para fazer uma doação ou vender os documentos, outras vezes, uma instituição, que reconhece o valor do titular do arquivo, sugere o armazenamento do mesmo sob sua tutela, seja por meio da compra ou de uma doação (Heymann, 1997).

fazer alguma relação com as ideias do autor, que pode por sua vez, nem sequer ter tido a oportunidade ou o interesse de ler a obra em questão, tendo a guardado, por exemplo, por um motivo mais sentimental do que racional. O pesquisador tem que levar em conta a arbitrariedade que muitas vezes atua na configuração final do acervo pessoal, que está de certo modo visceralmente atrelada a independência e variedade de situações que podem ter se apresentado e convencido a pessoa de guardar os mais variados documentos que fazem parte do acervo.

Heymann (1997) argumenta em defesa da existência dos equívocos que aponta, afirmando que:

[...] a idéia de unidade poderia ser atribuída à ilusão de um acúmulo documental pautado sempre pelos mesmos critérios, concomitante e homogêneo com relação aos ‘fatos’ relevantes da vida do titular, além de orientado para constituir uma fonte para a pesquisa histórica. Nesse caso, o encadeamento narrativo poderia ser comparado à seqüência descritiva dos inventários, nos quais as unidades documentais são geralmente apresentadas seguindo a cronologia da trajetória do titular. Não há menção às lacunas documentais, à história da constituição daquele acervo – na qual podem ter atuado outros agentes além do titular –, nem às opções que orientam o trabalho arquivístico e definem um particular arranjo dos documentos entre os vários possíveis (p. 45).

Reis (2014) vai ao encontro do que estamos tentando discutir ao argumentar que um arquivo privado ou acervo pessoal é o resultado do acúmulo de determinados documentos dentro do universo daquilo que foi produzido ou recebido por uma instituição ou pessoa e esta, por algum motivo, decidiu guardá-los. Refletindo acerca do nosso acervo, a constituição do mesmo se deu por um indivíduo, Ruy Madsen Barbosa, em cujo acervo pessoal estavam alguns dos livros que estudamos e outras obras e materiais que ele guardou por motivos que, hoje, são para nós irrecuperáveis. É importante correlacionar essas informações com aquelas que temos a respeito do guardador dos documentos do acervo e principal autor dos livros que ora analisamos. Sendo assim, o professor Ruy Madsen é considerado como um intelectual e isso pode ser justificado, principalmente, pela sua ampla experiência no trabalho como pesquisador e autor de livros, tendo, inclusive, alcançado renome ao redor destes adjetivos no campo da Educação Matemática brasileira. Esses documentos, por sua vez, são muito íntimos para o autor, devido não haver uma intenção de atingir algum nível de oficialidade com eles.

É interessante uma comparação feita por Heymann (1997) a respeito dos arquivos pessoais com as biografias, pois segundo ele os arquivos pessoais estão também sujeitos a revisões e reinterpretções, pois pode haver “[...] diversos critérios que orientem a acumulação e a ordenação dos documentos pelo titular ao longo do tempo, e esses critérios

variam segundo as avaliações táticas do tempo presente, relativas a projetos assim como a posições sociais ocupadas pelos indivíduos” (p. 46 e 47), ou seja, vemos aqui o “caos” entrando em ação, ao interferir nas razões que levam o acumulador a guardar ou não determinados materiais, a depender de sua posição social e intenções no decorrer do tempo.

Um exemplo que trazemos de nossa própria reflexão é: se hoje o guardador de um Acervo Pessoal está trabalhando na produção de um livro de caráter filosófico, ele tende então naturalmente a acumular materiais que se relacionem com o assunto que irá tratar e caso futuramente, terminado ou não o livro anterior, ele tiver a necessidade de produção de um segundo livro de outro teor, digamos que este irá tratar de sociologia, então suas razões para acumular documentos se alteram consideravelmente, continuando ou não a existir os motivos anteriores, ou seja, agora ele pode não mais guardar livros de caráter filosófico ou pode continuar guardando livros desse caráter por ter adquirido apreço sobre eles, ou por ter ainda interesse em produzir conhecimento sobre este assunto, mas certamente ele irá ter um novo foco. Aqui não estamos considerando, é claro, a possibilidade de ele já ter anteriormente interesse em guardar obras de cunho sociológico e não estamos considerando a possibilidade do guardador, ao finalizar a escrita do primeiro livro, decidir se desfazer dos materiais acumulados para produzi-lo e então passar a guardar somente os materiais visando a produção do seu segundo livro. Pensamos que com esse exemplo prático, fica bastante claro como é dinâmico o processo de alteração de foco do acumulador do acervo pessoal, em termos das decisões que o levam a guardar ou não determinados materiais. Quanto a esta dinamicidade dos critérios que levam alguém a guardar livros em um acervo, existem situações muitas vezes esquecidas de serem consideradas de tão simplórias que são, mas que podem atuar nessa decisão como é o caso de não haver espaço para guardar mais livros na sua própria casa ou escritório, o fato de não mais haver interesse nos livros já lidos ou também a situação de destruição total ou parcial do acervo por causa de algum acidente como incêndio ou ainda outros como empréstimos não devolvidos, assim como roubo de exemplares, por exemplo.

Dito isto, entendemos que a percepção dos acervos pessoais, segundo nossas considerações anteriores, nos ajuda a comprometermo-nos com este de maneira mais acertada. Após esses estudos, passamos a vislumbrá-los como um conjunto de documentos guardados por uma pessoa que podem nos oferecer maneiras potentes de compreender esta pessoa, mas que por sua vez possui algumas limitações, colocando-nos, inclusive, em uma posição de maior humildade intelectual em relação aos questionamentos que podemos fazer na direção destes acervos e quanto as expectativas de respostas que possivelmente poderemos obter a partir do olhar para eles.

O Acervo de Livros Antigos do Ghoem e o Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa

Para escrever a respeito deste Acervo Pessoal, nos baseamos em dois textos que escrevemos em coautoria com outros pesquisadores e que foram publicados em dois congressos diferentes que pensamos ter sido relevantes para a disseminação das potencialidades deste acervo: o primeiro deles foi publicado nos anais do XIV Encontro Paulista de Educação Matemática (Souza; Luiz; Azevedo, 2020) e o segundo deles foi publicado nos anais do V Congresso Nacional de Formação de Professores e XV Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores (Souza; Azevedo; Martins, 2021).

O Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa (APRMB)⁹⁹ é, hoje, parte do Acervo de Livros Antigos do Ghoem localizado no campus de Bauru da Unesp. O Acervo do Ghoem, como é conhecido e reconhecido no meio acadêmico, em especial no campo da História da Educação Matemática, foi constituído primeiramente pela vazão de uma ideia que se iniciou com o professor Antonio Vicente Marafioti Garnica nos idos dos anos 2000. Como o professor Vicente tinha, já naquela época, um interesse peculiar por livros antigos sendo, inclusive, um colecionador dessas obras, a constituição deste acervo, em termos dos seus primeiros passos, acabou não sendo algo muito difícil ou até mesmo distante das expectativas do pesquisador, digamos até que este foi um processo bastante natural que foi amadurecido aos poucos e que também aos poucos foi ganhando corpo, partindo de um pesquisador, que criou e liderou o próprio grupo de pesquisa ao qual pertence. Até então, o Ghoem tinha um foco voltado à implementação da História Oral como metodologia de pesquisa no campo de Educação Matemática, visando a produção de fontes historiográficas que disparariam, por sua vez, pesquisas relacionadas com os interesses dos integrantes do grupo. Dito isto, foi no ano de 2007, que o nosso grupo de pesquisa inicia efetivamente a constituição do acervo e logo de início sua organização fica vinculada a projetos de extensão universitária e de iniciação científica que contribuíram com importantes sistematizações, principalmente, em termos de sua maneira de catalogação, classificação, cuidados de higienização etc. (Hirata, 2009) que perdurou por anos – 2007 até o momento.

Nos dias de hoje o Acervo de Livros Antigos recebe visitas de pesquisadores membros da comunidade acadêmica como um todo, principalmente daqueles interessados em estudar obras específicas nele presentes. Em especial as obras deste acervo são mobilizadas em trabalhos de pesquisadores sênior ou em processo de formação nos mais variados níveis de

⁹⁹ Esse modo de nomear os acervos pessoais tem sido utilizado pelo Ghemat – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática.

pesquisa – iniciação científica, mestrado, doutorado e até mesmo projetos de extensão e de ensino – que estejam vinculados, ou não, ao nosso grupo de pesquisa.

Como todo acervo de livros, o Acervo de Livros Antigos do Ghoem não poderia deixar de assumir dois importantes objetivos que permeiam todos os acervos de uma maneira geral: a necessidade/desejo de ampliação do seu portfólio e a manutenção adequada deste. Cabe ressaltar que esses dois objetivos são por nós vistos como sendo objetivos naturais e até mesmo bastante saudáveis para um acervo de livros, pois seguindo estes objetivos é possível oportunizar a salvaguarda de uma quantidade cada vez maior de obras de interesse, além de contribuir de forma mais patente com a manutenção e a problematização da memória educacional do nosso país, visto não ser este acervo pensado para ser constituído apenas com a intenção pura e simples de contemplação inútil, mas com razões de ser que envolvem a problematização e mobilização sistematizada de seu conteúdo em pesquisas de cunho acadêmico voltadas a lançar compreensões acerca das alterações e permanências ocorridas geograficamente e por um determinado tempo – período – no campo da Educação Matemática brasileira.

Dito isto, uma das maneiras com as quais o acervo em questão continuou crescendo e sendo ampliado foi por meio de livros que foram comprados e alguns outros doados por membros do próprio grupo, da comunidade acadêmica e pela população em geral dos arredores do campus da Unesp de Bauru ou por intermédio de alguém que sabe da existência dele. Como é de se esperar, em algumas dessas incorporações recebemos um volume maior e mais significativo de obras de uma só vez do que em muitas outras ocasiões e por isso, essas adições se tornam mais relevantes de serem lembradas devido às especificidades que coabitam esses acontecimentos, pois muitas vezes deixam marcas importantes que alteram de algum modo características deste acervo. Por essa razão tomamos o cuidado de registrar, aqui, algumas dessas aquisições lembrando principalmente o conteúdo que foi adquirido e a sua data de incorporação ao acervo – constituindo parte de um histórico mais específico acerca dos materiais presentes no mesmo. Em termos da história do acervo, temos duas aquisições que foram maiores e que são ao nosso ver principais: em 2014 tivemos, a pedido de pesquisadores do grupo, a doação de uma série completa da *Revista Documenta* que foi produzida pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e no ano de 2017 tivemos a nossa última grande “aquisição” que foi realizada pelo professor Antônio José Lopes (Bigode), que havia herdado do professor Ruy Madsen Barbosa os livros pertencentes ao seu acervo pessoal. Essa doação, segundo o autor entende, deve ter ocorrido por razões ligadas ao fato de o professor Ruy possuir interesses e princípios mútuos de pesquisa para com ele, mais

precisamente por estarem interessados, há mais de duas décadas, no estudo e trabalho com a Matemática Recreativa.

Segundo aprendemos com o professor Bigode, ao observar a riqueza do acervo do professor Ruy, ele logo percebeu o interesse que haveria em compartilhar o mesmo para que ele pudesse ser estudado e colocado à disposição da comunidade acadêmica. Ele sabia que havia, já à época, dois grupos importantes que tinham o foco no trabalho com documentações e na História da Educação Matemática, o Ghemat e o Ghoem, e optou por doar o acervo, claro que com o consentimento da esposa do professor Ruy, para o Ghoem que é um grupo vinculado à Unesp, portanto, ligado a uma instituição do interior paulista. Este motivo tinha respaldo no fato de o professor Ruy ter construído sua carreira no interior do Estado de São Paulo, inclusive na própria Unesp. Importante esclarecer, que desde o início das tratativas a respeito da doação dos livros para o Ghoem já ficou implícita uma ideia de fomentar pesquisas visando a problematização das obras deste acervo.

Uma observação fundamental acerca deste acervo está no fato dele ser um acervo parcial dos livros do professor Ruy, pois a sua biblioteca, depois de oferecida ao professor Bigode, um dos netos do autor, que é professor de matemática na Universidade de Brasília (UnB), pediu para ficar com uma parte dos livros que lhe eram de interesse.

Ainda sobre esta última doação, precisamos salientar que ela não teria acontecido não fosse o trabalho do professor Bigode e o trabalho em parceria com o Ghoem do Departamento de Matemática e da Faculdade de Ciências, ambos da Unesp de Bauru, que contribuíram financeiramente com o transporte dos livros da cidade de Campinas para Bauru, ambas localizadas no estado de São Paulo e distantes uma da outra por cerca de 260 quilômetros.

Desde a chegada do acervo em 2017, houve alguns acontecimentos, decisões, dificuldades e enfrentamentos que o nosso grupo de pesquisa estava confrontando àquela época e que certamente afetaram os cuidados tomados com o APRMB. O primeiro deles é que a partir de 2016 os projetos de extensão do Ghoem, que tinham por objetivo manter um(a) aluno(a) bolsista se empenhando na manutenção do acervo, realizando tarefas como separação, higienização, catalogação e atendimento ao público, deixaram de ser aprovados no âmbito da Unesp, sendo necessário que os membros do grupo que estivesse disponíveis se voluntariassem a participar de um mutirão que intencionou efetuar uma primeira separação do material recém-chegado, efetuando o que entendemos ser uma primeira organização e adequação desse materiais em um local seguro e mais apropriado, até mesmo para evitar perdas ou danos nos materiais presentes.

Até a chegada dos livros, podemos dizer que o Acervo de Livros Antigos do grupo possuía uma forma bastante bem definida de trabalho e organização, que foi desafiada pela chegada do APRMB dado sua materialidade. Alguns exemplos destas modificações são que antes destes materiais chegarem, todos os livros do acervo eram originais e antigos, nenhum deles eram cópias, não havia documentos de outro teor ou sequer materiais em outros formatos que não livros ou apostilas. A chegada do acervo transformou essas características, sendo necessárias algumas reflexões que nos levaram a efetuar adequações e alterações na estrutura do nosso portfólio que precisou e, em alguns casos, ainda precisam ser revisitadas/repensadas. Exemplos disso, são como alocar os livros não originais que foram fotocopiados pelo autor, livros com data de publicação mais recentes, materiais de outro teor que não seja livros – caso de alguns materiais instrucionais – e, por fim, a necessidade de alterar a forma de catalogação online dos livros, que a partir de então precisou pontuar, no sistema, quais eram exatamente os livros e materiais que faziam, ou não, parte do APRMB.

Após a realização do mutirão que aconteceu no final de 2017 e que levou a uma primeira organização e alocação das obras do acervo, a professora Maria Edneia Martins coordenou, em colaboração com alguns membros do grupo – Antonio Vicente Marafioti Garnica, Tamiris Corrêa Luiz, Natalia Cristina Milanez e Leandro Josué de Souza – um projeto submetido e aprovado pelo *Núcleo de Ensino da Unesp*, intitulado *Contribuições do professor de Matemática Ruy Madsen Barbosa: organizando e estudando um acervo*, que permitiu que as atividades de organização do acervo pessoal continuassem a ocorrer em 2018, com a ajuda de uma bolsa de iniciação científica que foi concedida à aluna Tamiris Corrêa Luiz, à época cursando o último ano da graduação. Alguns dos demais participantes do projeto, pensamos ser importante mencionar, como é o caso de Milanez e o autor desta tese, eram participantes que tinham o interesse de perceber possibilidades de pesquisa e, por isso, seus objetivos eram pensar em projetos futuros para sua própria formação acadêmica, no caso projetos de mestrado e de doutorado respectivamente. Voltando ao trabalho de iniciação científica, iniciado por Luiz (2019), além de trabalhar na organização dos livros originais presentes no acervo, a autora trouxe em seu relatório final alguns números que nos permitem caracterizar os materiais que perfazem o APRMB.

[...] cerca de 400 materiais relacionados à jogos matemáticos, dentre eles livros, revistas, pentaminós, dominós de quadriláteros, além de objetos antigos como compassos e espelhos; aproximadamente 600 obras relacionadas à conteúdo matemático específico, à educação matemática, teses, dissertações, dentre elas obras do próprio Ruy Madsen e de exemplares recebidos por ele e que compunham parte do seu Acervo

peçoal. Também separamos aproximadamente 400 obras do tipo revistas, boletins e informativos relacionados à matemática, dicionários e afins (Luiz, 2019, p. 2).

O relatório de iniciação científica de Luiz (2019) e, também, o artigo publicado nos anais do XIV Encontro Paulista de Educação Matemática escrito por Souza, Luiz e Azevedo (2020) apontam que o APRMB conta com obras que datam desde 1919 até 2014 e que este Acervo Pessoal possui cerca de 711 livros originais totais¹⁰⁰ que foram catalogados no sistema online do Ghoem durante o limitado tempo de trabalho para a finalização do projeto da Tamiris Luiz. Dentre os livros que foram catalogados, 440 foram escritos em português (datam de 1936 até 2014), 171 em inglês (datam de 1930 até 2004), 51 em francês (datam de 1924 até 1980), 27 em espanhol (datam de 1941 até 1996), 15 em italiano (datam de 1919 até 1955) e 7 em alemão (datam de 1954 até 1972).

As informações anteriores, como podemos observar, enfatizam uma quantidade bastante significativa de obras em língua estrangeira. Grande parte delas são de períodos mais próximos da graduação e do início da carreira do professor Ruy, e esses dados nos servem para inferir sobre a escassez de livros escritos em língua portuguesa voltados aos estudos de graduação. Essa falta de obras em língua portuguesa, certamente influenciava os professores, principalmente aqueles que trabalhavam no ensino superior e levava-os a adquirirem livros em outras línguas para suprirem essa demanda. Esse fato também contribuía para que esses professores, naquela época, desenvolvessem habilidades de compreensão, pelo menos em nível básico, de outras línguas estrangeiras. Segundo consta no *Currículo Lattes* do professor Ruy, ele compreendia, falava, lia e escrevia em três línguas diferentes: o inglês, o francês e o espanhol. É necessário, entretanto, efetuarmos uma relativização, e apontarmos a necessidade de considerar que esta procura por obras em outros idiomas também poderia estar atrelada aos temas nos quais esses professores, em especial o professor Ruy, precisavam abordar em suas aulas, no sentido de que livros relacionados com alguns tópicos possuíam uma maior ou menor demanda a depender do assunto, ou seja, alguns temas eram mais facilmente encontrados em língua portuguesa do que outros, já outros tópicos eram tão raros que sequer existiam livros que os abordavam mesmo ao considerar livros escritos em outras línguas. Para efeito das relações que queremos demonstrar com esta discussão, temos que dos 440 livros

¹⁰⁰ Salientamos aqui que a autora conseguiu catalogar todos os livros originais pertencentes ao acervo durante seu trabalho de Iniciação Científica, sendo que obras do tipo Anais, Boletins de Matemática e Revistas, assim como materiais instrucionais, ainda não foram catalogados, principalmente devido ao tempo de trabalho de uma Iniciação Científica, mas também, em um segundo plano, devido aos problemas desencadeados pela pandemia de Covid-19 que paralisou os trabalhos nas instituições públicas de ensino superior durante 2020 e 2021 inteiros.

escritos em língua portuguesa, datados como publicados até 1960 – ano de início da carreira docente do professor Ruy na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara (FFCL) –, temos cerca de 58 livros publicados, contrastando com quase 50% mais livros publicados no mesmo período em outras línguas – 91 livros estrangeiros contando com todos os diferentes idiomas encontrados. Essas informações, pensamos, nos servem para evidenciar a significativa menor quantidade de livros oferecidos em língua portuguesa em comparação com aqueles em língua estrangeira, indo ao encontro do que vários autores da Educação Matemática já apontaram em seus trabalhos quando mencionam a escassez de livros de matemática no mercado editorial brasileiro para o período referente ao início do desenvolvimento dos cursos de Matemática no país (Souza; Luiz; Azevedo, 2020). Entendemos que estas informações ressaltam algumas das formas como os Acervos Pessoais podem ser observados, gerando problematizações como as anteriores, que nos ajudam a inferir, averiguar e salientar algumas considerações que para nós do campos da História da Educação (Matemática) são bastante relevantes e contribuem, pela própria natureza desses dados, a melhor compreender as possibilidades e obstáculos disponíveis e fundamentais de serem ultrapassados pelo nosso autor durante sua carreira de pesquisador/professor/autor.

No acervo geral do Ghoem temos três livros de autoria do professor Ruy. Já no seu Acervo Pessoal temos 43 livros, mas não possuímos exemplares de todos os livros publicados por ele. Do APRMB o Ghoem já tem cadastrado no catálogo *online* 711 livros de diferentes autores. Dentre os livros que possuímos, não é difícil verificar a existência de uma separação dos principais interesses à que se voltam essas obras, lembrando que toda separação nesse sentido não consegue demarcar precisamente as intenções do autor por haver a coabitação de interesses diferentes, mesmo assim entendemos que é possível subdividir os objetivos das obras publicadas pelo autor tendo por referência o ano de 1980, colocando dessa maneira um antes e um depois desta data como separação desses objetivos. Nesse sentido, antes de 1980 observamos obras com um foco mais voltado à discutir a Matemática Aplicada, talvez buscando transformar notas de aulas criadas pelo autor em livros de referência para disciplinas específicas que lecionou em cursos da área de exatas de uma maneira geral e Matemática em particular, que também talvez esteja relacionada com a escassez de livros deste teor escritos em língua portuguesa durante o período em questão; e após 1980 vemos claramente uma mudança de rumo que coloca as principais discussões do autor no caminho da Educação Matemática mais precisamente – importante dizer que não queremos afirmar, aqui, que antes desse período não houve discussões vinculadas com o ensino e aprendizagem de Matemática, mas que o foco principal não parecia ser este (lembrando que as discussões aqui

também não foram constituídas pela leitura integral de todas as obras, mas dos títulos das mesmas). Outra percepção que nos foi possível sublinhar está relacionada com o fato de que quanto mais próximo do final de sua carreira, mais precisamente em se tratando de livros publicados a partir dos anos de 1993, mais observamos obras deste autor se aproximando de assuntos voltados à popularização da matemática, vinculando-se de modo cada vez mais patente às discussões que mobilizam a Matemática Recreativa, em uma tentativa de tornar as aulas de Matemática mais significativas, interessantes e agradáveis para os alunos sendo, com isso, mais produtivas para os professores (Souza; Luiz; Azevedo, 2020). Talvez essa mudança de rumo para a Matemática Recreativa, possua um vínculo íntimo com a consolidação de sua carreira de autor e pesquisador, além da de professor, ou até mesmo com sua aposentaria. Esses fatos, pensamos nós, podem ter oferecido ao nosso autor uma maior autonomia para pesquisar assuntos que mais tivesse interesse e sentisse mais prazer em discutir. Informações como essas, ao nosso ver, permite-nos novamente salientar a relevância do estudo desses Acervos, principalmente pelo fato de por meio do acesso a eles, ser possível discutir modificações nas concepções e interesses do autor em questão. Isso também poderá ser percebido ao se ler os trabalhos em andamento e já finalizados que estudam(ram) coleções de livros específicas publicadas pelo autor em períodos diferentes como é o caso dos trabalhos de Milanez (2020), que retrata os arredores de 1960; o da Tamiris Luiz Corrêa, que se aproxima dos arredores de 1980; e até mesmo o nosso, que juntamente com as Iniciações Científicas de Diego Pereira Brasil e de Raquel Barros Reis, que se vincula ao estudo de obras publicadas nos arredores de 2010 e, portanto, mais recentes.

Luiz (2019) informa, em seu relatório de iniciação científica, que ainda faltavam ser catalogados cerca de 400 materiais e que estes não o foram devido à falta de tempo para o término da Iniciação Científica. Dentre os materiais que necessitam de catalogação temos trabalhos do tipo Anais, Revistas e Boletins de Matemática. Outro dado interessante acerca deste acervo de livros é destacado pelo artigo, também resultado da Iniciação Científica anterior, escrito por Luiz e Martins-Salandim (2020) que nos conta que:

[...] dos materiais já cadastrados, o professor Ruy figura em 50 delas, sendo autor individual de 38 e coautor nas demais. Suas produções já catalogadas variam do ano de 1952 a 2014 e tematizam tanto metodologias para ensino de Matemática e Educação Matemática quanto conteúdos específicos de matemática como a circunferência, matrizes, cálculo numérico, combinatória, geometria analítica, estatística, frações contínuas, padrões e fractais (p. 222).

Em seguida, uma característica que pensamos ser bastante marcante do APRMB e que aponta para os interesses do professor Ruy, lembrando que esses interesses são inferências que não necessariamente correspondem exatamente a maneira de pensar do nosso acumulador sobretudo devido à natureza dos materiais presentes nos acervos pessoais e como eles são acumulados de maneira caótica, como já mencionamos acima. Aqui falamos de uma apresentação das três principais categorias de livros presentes no acervo e cadastrados no sistema do Ghoem, que certamente demonstram um pouco dos interesses do autor de uma maneira geral. Segundo consta, as três categorias mais volumosas são: a categoria *Diversos* que conta com 211 obras – aqui temos obras como anais, atas e relatórios; curiosidades, paradidáticos e apoio; história da matemática; dicionários; exemplares “para o ensino”; e preparatórios para admissão¹⁰¹ –; a próxima categoria é denominada de *Geometria* e possui 110 obras e em terceiro lugar temos a categoria *Álgebra* que conta com 92 obras (Souza; Luiz; Azevedo, 2020).

Após discutir um pouco das características quantitativas deste acervo, queremos apresentar algumas pesquisas que foram instauradas com base nas obras presentes no APRMB e que se estabeleceram por motivos variados. Segundo compreendemos, essas pesquisas salientam a riqueza de discussões que são possíveis de ocorrer e serem realizadas junto ao trabalho com um acervo pessoal. Nesse sentido, iniciaremos apresentando a pesquisa de mestrado, já concluída, da Natalia Cristina Milanez (2020) que estudou a série de livros *Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários* publicada nos arredores de 1960 pelo professor Ruy e que foi orientada pelo professor Antonio Vicente Marafioti Garnica; temos ainda uma segunda pesquisa realizada pela aluna Tamiris Corrêa Luiz Pereira (2023), novamente sob orientação da professora Maria Edneia Martins, agora em nível de mestrado, pesquisa que está ainda em andamento e que busca analisar a série *Matemática: magistério* publicada nos anos de 1980 também pelo nosso autor; e, por fim, temos esta pesquisa de doutorado, orientada pelo professora Maria Edneia Martins, que está estudando a série de livros *O Professor de Matemática em Ação* publicada pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014 e que tem no professor Barbosa um autor que participou de todas as edições e que parece ter coordenado os volumes que não publicou sozinho. Cabe enfatizar que todas essas pesquisas apresentadas sob o guarda-chuva do acervo pessoal que acabamos de mencionar estão relacionadas com aquele primeiro projeto de sistematização e

¹⁰¹ Lembramos, aqui, que essas categorias já existiam no sistema do grupo e estão relacionadas com outros cadastros, portanto, elas retratam a amplitude das obras que são inseridas nelas, sem significar que todos os materiais possíveis desta categoria sejam efetivamente materiais pertencentes ao APRMB.

organização do APRMB que apresentamos antes e que se vincula ao *Núcleo de Ensino da Unesp*.

Óbvio que nem todas as pesquisas realizadas no âmbito do Ghoem estão relacionadas com o projeto do *Núcleo de Ensino da Unesp* e a partir de agora, apresentaremos outras quatro pesquisas que mobilizaram o acervo fora deste projeto. A primeira delas foi a pesquisa de iniciação científica realizada pelo aluno Diego Pereira Brasil (2021) e que foi orientada por Maria Ednéia Martins e Leandro Josué de Souza, sendo que esta pesquisa foi concluída no ano de 2021 e visou estudar o livro *Revisitando Conexões Matemáticas com Brincadeiras e Materiais Pedagógicos* publicado em 2012. A curiosidade pelo estudo desta obra, está relacionada com a nossa pesquisa de doutorado, por este se tratar de um livro que foi publicado no mesmo período que aqueles que estamos estudando, mas em uma editora diferente. Outra iniciação científica, ainda em andamento, é o trabalho da Raquel Barros Reis (2023, no prelo), também orientada pelos professores Maria Ednéia Martins e Leandro Josué de Souza. Essa pesquisa possui bolsa de estudos da FAPESP e está vinculada com este projeto de doutorado, pois objetiva produzir pelo menos três entrevistas com autores vivos dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação*, visando compreender melhor as discussões de bastidores da produção dessas obras.

Outra atividade que envolveu a mobilização deste acervo são dois projetos de extensão realizados e aprovados junto a Unesp, os quais foram coordenados pela professora Maria Edneia Martins. Estes projetos problematizaram a preservação da memória educacional presente no acervo do Ghoem e do APRMB, em particular. Em relação ao projeto de extensão cujo foco foi o APRMB, o objetivo foi atuar diretamente na formação de professores que ensinam Matemática em um colégio de caráter privado do estado de São Paulo Assim, mobilizando as obras presente no acervo pessoal, colocou estas em um movimento de estudo que visasse ir além da simples contemplação, preservação e problematização hermenêutica do seu conteúdo, mas em um esforço conjunto permitir que profissionais da educação básica tivessem contato com esses materiais e por meio de uma atitude ativa dos professores, em que eles iriam escolher o que aprender e como aprender, criar releituras de atividades propostas nos livros do acervo, visando sanar dificuldades e problemas encontrados nas suas próprias trajetórias em salas de aula¹⁰². É interessante apontar que este projeto foi renovado para o ano seguinte, agora incorporando o trabalho com professores da rede pública de uma escola

¹⁰² É preciso salientar que este projeto de extensão recebeu um adendo de mais um ano e que ele foi realizado com outra instituição de ensino, agora pública, o que ao nosso ver demonstra a potencialidade deste trabalho que pode se tornar um carro chefe de mobilização dos acervos do grupo, principalmente o APRMB.

estadual e ampliando o foco para o acervo todo do Ghoem. Acreditamos que a renovação deste projeto certamente colaborou em assegurar a relevância destas atividades que mobilizam os acervos pessoais de uma maneira bastante peculiar e importante.

É interessante dizer também que o projeto de extensão anterior deu vazão a um outro trabalho de doutorado que ainda está em andamento, no âmbito de nosso grupo de pesquisa e da FC de Bauru. Ele está sendo desenvolvido pelo doutorando Danilo Pires de Azevedo e objetiva estudar os dados produzidos pelo projeto de extensão supracitado e ainda produzir mais dados relativos a este projeto por meio de entrevistas, e com isso efetuar uma discussão acerca das potencialidades de um acervo pessoal quando este é utilizado de forma ativa na formação continuada de professores da educação básica e na formação de alunos de graduação, mestrado e doutorado da Unesp.

Um acervo: disparando discussões pertinentes à formação de professores

Um texto publicado por nos anais do V Congresso Nacional de Formação de Professores e XV Congresso Estadual sobre Formação de Educadores realizado *online*, embasa as discussões que pretendemos fazer neste item (Souza; Azevedo; Martins, 2021). Este texto teve a intenção de apresentar a maneira como as pesquisas que foram realizadas junto ao APRMB, no âmbito do nosso grupo de pesquisa, dispararam discussões vinculadas à formação de professores e como temos cuidado dessas discussões. Aqui cabe frisar que as pesquisas vinculadas com a temática do acervo pessoal do professor Ruy, são as mesmas que embasaram as discussões que podemos encontrar no artigo de Souza, Luiz e Azevedo (2020) e que são aquelas mesmas que já retratamos no item anterior. O que vai mudar nas discussões relativas a este item são que as potencialidades retratadas serão voltadas a enfatizar discussões possíveis para a área da formação de professores.

Nesse texto defendemos que as pesquisas que foram/estão sendo desenvolvidas no âmbito deste acervo pessoal dispararam, ao nosso ver, duas formas diferentes de se trabalhar com a formação de professores. Em um primeiro momento, enfatizamos o Projeto de Extensão e a pesquisa do Danilo Pires de Azevedo que visam, de certo modo, compreender esse acervo de livros, por meio de uma formação continuada de professores que ensinam Matemática. Nesse projeto, intencionou-se “a ida proposital do acervo à escola” visando gerar, por meio dos anseios dos professores da educação básica que foram revelados por um formulário eletrônico endereçado a eles e que indagou sobre suas dificuldades e interesses, visando produzir oportunidades de soluções possíveis às suas reais necessidades, em um

trabalho fundamental de escuta de suas angústias e só depois produzir uma ação que seria disparada pelos materiais presentes no acervo pessoal e que serviriam de respostas para os professores por meio da criação de releituras criativas produzidas por eles próprios, mas em interação constante com os pesquisadores oriundos da universidade. Tudo isso em um movimento que poderíamos descrever como sendo de simbiose, ou seja, um movimento de formação continuada tanto dos professores da escola privada quando daqueles vinculados à universidade, sendo que neste caso, todos os envolvidos estariam se beneficiando.

Nessa primeira maneira de olhar para o acervo, toda a comunidade de professores e universitários trabalham em regime de cooperação, de modo que os professores participantes são partícipes de sua formação, possuindo uma atuação ativa desde o seu início e totalmente atrelada com os seus interesses. Com este projeto, para além do trabalho de formação continuada, um dos nossos objetivos alcançados, pensamos, foi oferecer aos professores participantes uma visão que passa a perceber a historicidade que envolve e se presentifica nos livros do acervo e a possibilidade de sua mobilização, principalmente por meio de releituras que as atualizem e as tornem significativas para o mundo de hoje, elevando com isso a sensibilização perante os acervos pessoais e os ricos conhecimentos que invariavelmente os constituem.

Ainda sobre este projeto, Souza, Azevedo e Martins (2021) salientam que:

[...] o projeto, permitiu a vivência de experiências particulares fundamentais, que evidenciam as diferenças presentes na formação de cada um, suas potencialidades dado as experiências de vida e de formação de cada um dos envolvidos, além da ênfase indireta na relevância que merece ser dada na diversidade de ideias, formação, interesses e valores, pois está é uma formação calcada na dialética e no estudo colaborativo entre seus membros, que se pauta em uma visão de relação escola-universidade plenamente horizontal (p. 431).

Uma segunda modalidade, e a esta a nossa pesquisa pertence, se constitui por aquelas pesquisas que foram disparadas pelo objetivo de estudar, por meio de uma hermenêutica, alguma série de livros ou algum livro produzido pelo autor em momentos específicos de sua vida e que, em última instância, podem ser percebidos como irradiações do seu pensamento e de suas concepções acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática – formação de professores de matemática ou de professores que ensinam matemática. Sempre lembrando que essas coleções e livros possuem uma forte influência social e histórica e por isso estão intimamente correlacionadas com as demandas de ensino, leis, concepções e ideais vigentes a cada época; sem nos esquecermos das influências e subversões que os constituem e que interferem diretamente no resultado da sua produção. Sendo assim, elas são construções

humanas intencionais que estão socio-historicamente atreladas a um período de produção, disseminação e recepção específicos que não necessariamente coincidem, além do fato de responderem as demandas específicas do período de sua criação.

Não podemos deixar de enfatizar, acerca desse segundo grupo de pesquisas, o papel de relevância que assume a metodologia da HP (Thompson, 2011) que aqui é utilizada como inspiração teórica e metodológica para dar conta de responder as questões de pesquisa específicas de cada pesquisador. Aqui, este referencial assume uma importância ímpar pela sua vinculação com a Filosofia, como a grande maioria das teorias hermenêuticas possui, mas principalmente com a Sociologia que nos faz considerar questões de caráter social e histórico de maneira interconectada com o conteúdo presente na obra, visando por meio dessa interconexão produzir afirmações e asserções plausíveis e devidamente ancoradas nos movimentos de análise social e histórica e de análise formal ou discursiva.

O fato da HP contribuir com um estudo da ideologia que se presentifica na obra estudada, também nos serve muito bem, principalmente em termos de desnudar as intenções presentes nos livros e nas coleções de livros, sendo que estes objetivos estão muitas vezes implícitos na tarefa de perscrutar à que vem um livro ou uma série de livros específicas, ou seja, o que ela busca disseminar, que relações de poder ela subverte ou reproduz – lembrando que não existe obra neutra e sempre existem relações de poder que estão incorporadas nas formas simbólicas, por mais singela ou ingênua que ela possa parecer.

Claro que as análises dos trabalhos citados visam o estudo de livros e coleções de livros como um todo e não se resumem unicamente em problematizar as concepções de formação de professores presentes nas obras. Nesse sentido, para além das discussões voltadas à formação de professores, as pesquisas que visam analisar os livros em questão buscam evidenciar o que eles são, defendem, reforçam, confrontam, subvertem, ensinam, propõe, convencem, rechaçam entre outras coisas. Desse modo, em um dos seus âmbitos, que não deixa de ser um dos principais deles, as compreensões acerca da formação de professores de alguma forma emergem e necessitam ser problematizadas mesmo que este objetivo não esteja dentre as questões que dispararam o interesse pelo estudo das obras ou sequer seja um interesse consciente e explícito do pesquisador.

É muito importante salientar que essas questões sobre a formação de professores surgem nas pesquisas em questão pelo simples motivo delas deixarem bastante claro que estão:

[...] intimamente atrelada com o objetivo principal dessas obras que explicitamente destacam serem voltadas para um público-alvo bastante específico, qual seja, os professores em formação na graduação ou aqueles que estão em busca de um complemento para sua formação através da leitura desses livros. Cabe mencionar que esses livros se propõem, assim como o seu autor, a difundir maneiras de ensinar e aprender, que consideram relevantes e eficazes de serem reproduzidas na educação básica e, contudo, procuram influenciar na prática educativa de seus leitores a partir do contato com esses livros. Dito isso, pensamos ter ficado claro que a vinculação dessas pesquisas com a temática da Formação de Professores está dada pela própria intenção do autor dos livros em atuar nesse campo, contribuindo com a formação por meio da disseminação de suas ideias aos professores em formação inicial ou continuada atuantes principalmente nas escolas de educação básica (Souza; Azevedo; Martins, p. 427).

Com isso fica bastante clara a potência do trabalho junto a acervo pessoais neste item, visando atestar a eficácia deste trabalho com o objetivo de fomentar discussões acerca da Formação de Professores de Matemática (ou que ensinam matemática), seja por meio de trabalhos que envolvam o estudo da ideologia presente nas obras publicadas pelo autor, seja no trabalho de mobilização das obras do acervo junto a formação continuada de professores no âmbito da Educação Básica. O que não podemos deixar de enfatizar é o fato deste acervo, pelo menos no âmbito do nosso grupo de pesquisa, estar sendo mobilizado em diversos níveis de pesquisa, que partem desde a iniciação científica, passando pelo mestrado e doutorado e, perpassando trabalhos vinculados a projetos de extensão e ensino, envolvendo um conjunto bastante diversificado e heterogêneo de atores como professores sêniores, estudantes de graduação e pós-graduação e professores da educação básica dispostos a continuar se formando. Acreditamos que esta diversidade de ideias, *backgrounds* e formas de pensar, certamente é um outro ponto relevante a ser apontado, visto contribuir com o uso desse acervo pessoal de livros em diversos âmbitos de ensino, com diferentes atores, contribuindo assim com a formação “integral” desses atores.

Considerações Finais

Este texto objetivou trazer apontamentos que consideramos relevantes acerca de como o nosso grupo de pesquisa, o Ghoem, tem compreendido teoricamente o trabalho com acervo. Assim, assinalamos para algumas questões que devem povoar a mente dos pesquisadores que lidam com este tipo de fonte, além de apresentar como o Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa foi incorporado ao Acervo de Livros Antigos do Ghoem, trazendo várias modificações a sua configuração original e como ele, atualmente, tem sido mobilizado pelos membros do grupo para produzir conhecimentos para o campo da História da Educação

(Matemática) brasileira, sem se esquecer, aqui, de evidenciar a contribuição com a discussão de questões relacionadas com a formação de professores que ensinam matemática, tanto em âmbito inicial quanto continuado.

Continuando nossas considerações, acreditamos ser essencial deixar o seguinte apontamento retirado do texto de Souza, Luiz e Azevedo (2020):

Uma potencialidade dos acervos pessoais, que merece destaque, é o fato de nele estar circunscrito o panorama das temáticas que o professor Ruy entrou em contato e priorizou em vida; uma amostra da diversidade de materiais que ele se preocupou em guardar, sendo está uma amostra da amplitude de seus interesses e das sistematizações que efetivamente produziu, mesmo que saibamos que podem haver neste acervo livros ou materiais que ele não utilizou, não sequer leu ou não leu por completo e, portanto, que não serviriam de uma amostragem fiel de tudo que ele de fato primava, mas apenas do que ele de fato acreditava que merecia ser guardado dos efeitos dramáticos do tempo, por acreditar no “seu potencial” para o futuro, ou outro motivo, seja este qual for. É por isso que defendemos que o estudo e a mobilização de acervos pessoais nas pesquisas em História da Educação (Matemática) vão de encontro com as tendências atuais desta área de investigação e que a sua organização e disponibilização, além de revelar aspectos relevantes da vida do autor que o salvaguardou, também oferece pistas do cenário educacional do nosso país (p. 1668 e 1669).

Dito isto, enfatizamos a potencialidade deste acervo para o caso dele ser adequadamente e criativamente questionado por pesquisadores interessados em seus materiais, podendo, a depender das questões produzidas, transmitir aos pesquisadores que o mobilizam uma miríada de informações que são tão múltiplas quanto podem ser múltiplas as maneiras criativas de interrogá-lo. Apoiados em Bloch (2002), afirmamos que são os questionamentos que fomentam respostas que por sua vez produzem problematizações relevantes para o nosso campo de ação e, portanto, para a nossa pesquisa, podendo ou não oferecer respostas a uma pergunta, ou ao menos, indicar caminhos para as respostas procuradas.

Vale a pena sublinhar que a sistematização dos acervos pessoais como este, dispara discussões que acreditamos frutíferas e fundamentais, relacionadas à preservação e à problematização da memória educacional, do patrimônio cultural, científico e histórico brasileiro. Algo sumariamente relevantes para nós, membros da academia, que temos sofrido embates políticos muito indignos vindos de alguns estratos da nossa sociedade vinculada à desinformação, ao obscurantismo e ao negacionismo científico, que por sua vez já causou milhares de mortes de conterrâneos que foram vítimas da Covid-19 no nosso país – lembrando que aqui apenas falamos dos números que retratam aquelas que foram

efetivamente contabilizadas. Tudo isso fruto de uma exaltação maligna da ignorância e da mediocridade.

Referências

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Bloch, M. **Apologia da história ou o ofício de historiador.** Rio de Janeiro: J. Zahar, v. 200, p. 1, 2002.

Brasil, D. P. **Uma análise do livro “Revisitando Conexões Matemáticas com Brincadeiras, Explorações e Materiais Pedagógicos” do professor Ruy Madsen Barbosa.** 45f. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática), Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2021.

Heymann, L. Q. Indivíduo, Memória e Resíduo Histórico: uma reflexão sobre arquivos pessoais e o caso Filinto Müller. **Revista Estudos Históricos**, v. 10, n. 19, p. 41-66, jul. 1997. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/reh/article/view/2041>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Hirata, V. **Catálogo de Livros Antigos: Um Exercício em Educação Matemática.** 70f. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática), Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2009. Disponível em: http://www2.fc.unesp.br/ghoem/trabalhos/14_6_catalogacao_livros_antigos_hirata.pdf. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Luiz, T. C. **Acervo pessoal do professor Ruy Madsen Barbosa: contribuições para a História da Educação Matemática.** 14f. Relatório Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática), Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2019.

Luiz, T. C., Martins-Salandim, M. E. Memórias da Educação Matemática brasileira: o acervo pessoal do professor de Matemática Ruy Madsen Barbosa. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 17, p. 216-226, fev. 2020. Disponível em: <https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v17a17-memorias-da-educacao-matematica.pdf>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Milanez, N. C. **A série Matemática, metodologia e complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: um estudo.** 218f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/191909>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons.** Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Pereira, T.C.L. **Um estudo da obra “matemática: magistério”, de Ruy Madsen Barbosa.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2023.

Prochasson, C. “Atenção Verdade!” Arquivos Privados e Renovação das Práticas Historiográficas. **Revista Estudos Históricos da Fundação Getúlio Vargas**, Número especial “Arquivos Pessoais”. v.11, n. 21, p. 105-127, 1998. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/reh/article/view/2064>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Reis, D. A. de. F. **História da formação de professores de matemática do ensino primário em Minas Gerais:** estudos a partir do acervo de Alda Lodi (1927 a 1950). 258f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, UFMG, Belo Horizonte, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1843/BUOS-9LVP8T>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Reis, R. B. **O Professor de Matemática em Ação: um estudo a partir de entrevistas com autores.** 2023. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Unesp, Bauru, 2023. No prelo.

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos:** Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Souza, L. J. de.; Luiz, T. C.; Azevedo, D. P. de. O Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa: potencialidades para a educação matemática. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2020, São Paulo. **Anais XIV Encontro Paulista de Educação Matemática - EPEM.** São Paulo: Sbem, 2020. p. 1660-1671. Disponível em: <https://www.even3.com.br/xivepem2020/>. Acesso em: 29 set. 2022.

Souza, L. J. de.; Azevedo, D. P. de.; Martins, M. E. Potencialidades de um Acervo Pessoal de Livros de Matemática na Formação de Professores. In: V CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES E XV CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 5, 2021, São Paulo. **Anais [do] V Congresso Nacional de Formação de Professores e XV Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores.** São Paulo: Unesp, 2021. v. 2, p. 423-432. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/234826>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos:** Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna:** teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Capítulo III: Análise Formal ou Discursiva

Neste capítulo apresentamos uma única nota, um texto mais panorâmico que contempla uma análise argumentativa sobre as nossas percepções acerca da série. Para produzirmos este texto nos balizamos por outras cinco notas, presentes nos Apêndices desta tese, que são textos mais descritivos de cada um dos volumes da série de livros *O Professor de Matemática em Ação*. Não é preciso dizer que este processo foi bastante moroso e foi trabalhoso para ser executado. A princípio, pela leitura do referencial, parece que essas análises ocorrem como um passe de mágica e que basta, ao hermeneuta interessado, efetuar a leitura dos objetos de estudo, seguida de algumas anotações e já estar habilitado de produzir, com apenas isso, as suas análises formais. Mas não é nada parecido com isso esse processo. Pelo menos para nós não foi, o processo, como descrevemos abaixo, foi bastante detalhado, rigoroso, específico e demandou uma quantidade de tempo e paciência.

A confecção dos primeiros textos obedeceu a um rigoroso processo de leitura e estudo que respeitaram, por sua vez, nossa inspiração nos apontamentos feitos pela Hermenêutica de Profundidade. Nesse sentido, primeiro fizemos o que ele chama de uma leitura da *doxa*, ou hermenêutica do cotidiano, visando aprender sobre o conteúdo dos livros. Nesta leitura, que não é uma leitura desleixada e passiva, mas uma leitura ativa. Lemos todos os conteúdos e paratextos dos livros e, também, resolvemos todas as atividades propostas. Quanto à resolução das atividades, tomamos o cuidado de verificar se as respostas dadas pelo(s) autor(es) acerca de algumas delas estavam iguais ou não¹⁰³.

Feita esta hermenêutica do cotidiano, iniciamos um processo de estudo particularizado, nos ocupando das partes do texto em separado, visando observar nuances importantes relativas ao encadeamento de ideias, observando os momentos de interação do(s) autor(es) com seus leitores. Atentamo-nos às questões metodológicas de ensino e aprendizagem dos conteúdos implicitamente mobilizadas nos textos, ocupamo-nos de analisar as figuras e as imagens etc. Outro detalhe importante é que nos ocupamos de manter algumas descrições dos livros, objetivando representar o que chamamos, aqui, de *tom* das obras. O seu modo de escrita é bastante peculiar, tanto na escolha das palavras quanto nos modos de interação com o público, algo que percebemos muito atrelado à Matemática Recreativa. Tudo isso, gerou muitas notas de rodapé, muitas observações e problematizações que deixaram cada um destes textos muito grande, com cerca de 80 páginas, cada um.

¹⁰³ Uma observação importante é que nem todas as atividades dos volumes da série oferecem uma resposta dada pelo(s) seu(s) autor(es).

Após a complementação das ideias dos textos descritivos, efetuamos uma adequação deles, diminuindo as descrições e ressaltando algumas das discussões que efetuamos no texto maior. Com essa adequação, tentamos manter o total de páginas de cada texto, em aproximadamente 35 páginas. Por fim, colocamos os textos na forma de notas que são aqui oferecidos para apreciação dos nossos leitores, seja no *corpus* da tese ou como apêndice.

É relevante tecer essas compreensões, aqui, pois elas representam a forma como efetivamente trabalhamos com os textos criados a partir dos livros estudados. Também é interessante o fato de que cada texto, a seu turno, teve uma abordagem de trabalho e um resultado bastante diferente um do outro. Daí se percebe, claramente, que não houve um modelo seguido como forma de trabalhar com eles e, também, que não usamos nenhum deles como base para a criação dos demais. Mesmo assim, houve algumas informações que são discutidas na mesma ordem e algumas decisões parecidas em cada um deles, que são fruto de uma configuração textual. O que efetivamente respeitamos foi a discussão de acordo com o momento em que os elementos dos livros surgiam, obedecendo, assim, a ordem dada pelo(s) autor(es) e editora nas suas páginas. As diferenças na forma final dos textos, acreditamos, são resultado de nosso amadurecimento durante a confecção de cada um deles, mas também do modo ímpar como cada livro posiciona a relevância de seus conteúdos e como eles valorizam características específicas que são difíceis de tabular, resumir e deixar de lado.

Caso o nosso leitor, tenha interesse pela ordem de leitura de cada livro e, portanto, sobre a produção da primeira versão dos textos, temos que cronologicamente essa ordem foi o estudo do quinto volume, terceiro volume, primeiro volume, segundo volume e quarto volume, respectivamente. A diferença na ordem, esteve ligada à dois fatores principais:

A princípio, o nosso acervo apenas possuía os volumes cinco e três. Logo, tivemos que esperar pela chegada dos demais, que ocorreu por meio da sua compra, e esse processo demorou um pouco.

Outra questão, foi a pandemia de Covid-19, que aconteceu em 2020, e que atrapalhou o nosso acesso aos livros que estavam dentro do Acervo do Ghoem, na Universidade.

Uma outra questão relevante é que, durante a execução do projeto de pesquisa, nós havíamos comprado os livros na forma de *e-book*, pois não estávamos morando em Bauru no ano de 2018. Logo, nós utilizamos esse livro, durante o início da pandemia para iniciar os trabalhos de análise, e quando os livros do acervo chegaram às nossas mãos, nós atualizamos as informações para aquelas que perfazem à versão física. Devido a esta ocorrência que só aconteceu com os volumes três e cinco, nós tomamos o cuidado de fazer alguns

apontamentos, sobre algumas diferenças que encontramos nos textos de cada uma dessas versões.

Análise Formal dos volumes da série *O Professor de Matemática em Ação*

Introdução

Esta nota tem por objetivo apresentar uma análise argumentativa dos cinco volumes da série *O Professor de Matemática em Ação*, publicados pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014. Entre os objetivos secundários deste texto está a intenção de discutir nuances existentes em todos os volumes e fazer um apanhado geral da série, inspirados no referencial teórico e metodológico da Hermenêutica de Profundidade (HP), desenvolvido por John Brookshire Thompson (2011) no livro *Ideologia e cultura moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa*. Dentro desta perspectiva metodológica, os escritos deste trabalho fazem parte da Análise Formal ou Discursiva, um dos três principais movimentos interpretativos propostos pelo referencial. No viés desta análise, fazemos o que chamamos de uma Análise Argumentativa. Na Análise Argumentativa é preciso observar a harmonia da obra e se atentar para a sequência de seus assuntos, a estrutura de sua apresentação, a sua coerência interna, enfim, correlacionar suas partes visando tornar explícitos os padrões de inferência que caracterizam o seu discurso (Souza, 2017).

Em termos mais específicos este texto é constituído a partir de análises descritivas apresentadas em cinco notas que constituem os apêndices desta tese que foi desenvolvida junto ao programa de pós-graduação em Educação para a Ciência, da Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp) de Bauru. O trabalho em questão teve o objetivo de efetuar uma hermenêutica de todos os volumes da série *O Professor de Matemática em Ação*, está vinculado ao Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem) e recebeu financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – código de financiamento 001.

A série em tela foi publicada entre os anos de 2009 e 2014 pela Autêntica Editora. O primeiro e o segundo volumes foram publicados em 2009, em 30 de junho e em 2 de outubro, respectivamente. Ambos recebem o mesmo título que é *Conexões e educação matemática – Brincadeiras, explorações e ações*. Esses dois volumes são de autoria única do professor Ruy Madsen Barbosa (Barbosa, 2009a; 2009b) e abrem a série que é um canal de divulgação de ideias de formação de professores entre o autor e abre as portas da Autêntica Editora¹⁰⁴ para

¹⁰⁴ Cabe mencionar que a Autêntica Editora publicou um primeiro livro em parceria com o professor Ruy Madsen junto à coleção *Tendências em Educação Matemática* de responsabilidade editorial do professor Marcelo de Carvalho Borba, professor da Unesp de Rio Claro e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática desta mesma instituição. Este livro foi publicado a convite do editor.

os demais volumes. Cabe dizer que este autor é apresentado em uma posição de destaque nas publicações da série, tanto nas capas, nas sinopses, nas Apresentações dos livros e na página da Editora Autêntica na *internet*. O terceiro volume publicado três anos depois, em 10 de outubro de 2012, é intitulado *Conexões e educação matemática – Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons* e tem como autores os professores Claudemir Murari e Ruy Madsen Barbosa (Murari; Barbosa, 2012). O quarto volume, publicado em 27 de setembro de 2013, recebeu o título *Geoplanos e redes de pontos – Conexões e Educação Matemática*. Este livro foi escrito em regime de coautoria pelos membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP), do qual o professor Ruy era líder (Tiggemann *et al.*, 2013). O quinto volume, publicado em 29 de maio de 2014, tem o título *Aprendo com jogos – Conexões e Educação Matemática*. Este livro, assim como o anterior, também foi escrito por membros de um grupo de pesquisa liderado pelo professor Ruy, o Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J) (Rodrigues *et al.*, 2014). Destacamos que os dois grupos são distintos e não possuem intersecção entre os seus membros, a não ser pelo professor Ruy que os liderava e que é coautor em ambos.

De acordo com informações adquiridas junto a Autêntica Editora¹⁰⁵ identificamos que os livros da série toda foram vendidos um total de 24.800 exemplares. Destes, 20.294 foram do primeiro volume, 1.351 do segundo, 852 do terceiro, 828 do quarto e 480 do quinto volume. É interessante apontar que em 2010, o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE)¹⁰⁶ fez uma compra de 19.066 exemplares.

Todos os livros possuem tamanho 155 x 225 milímetros e o número de suas páginas variam de no mínimo 155 páginas – segundo volume – até 203 páginas – quarto volume. As capas dos livros, como podemos perceber na *figura 2* (abaixo), mobilizam cores vivas e chamativas que são atraentes e que transmitem, principalmente com as fotos que as acompanham – cheias de cores e de figuras geométricas – a coexistência da diversão e do

¹⁰⁵ As informações adquiridas só foram possíveis graças a contribuição do professor Marcelo de Carvalho Borba que é o editor da série de livros *Tendências em Educação Matemática*, via troca de mensagens pelo *email*. Essa série de livros possui um livro publicado pelo professor Ruy Madsen que foi o primeiro trabalho deste autor junto a Autêntica Editora. Como este trabalho foi realizado sob a coordenação do professor Borba, fizemos um pedido particular a ele para ajudar-nos a obter maiores informações junto a editora. Nosso pedido foi prontamente aceito e ele colocou-nos em contato direto com Thiago Junqueira e Rejane Santos, representantes da editora, que nos ofereceram as informações em tela.

¹⁰⁶ O Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação é uma autarquia federal criada em 21 de novembro de 1968 vinculada ao Ministério da Educação (MEC) fiscalizada pelo Estado, mas com autonomia de gestão. Ele é basicamente um órgão de execução de políticas públicas responsável por várias atribuições. Entre suas atribuições está a execução da maioria das ações e programas do MEC relativos à Educação básica – como alimentação e do transporte escolar – além de ter uma atuação na educação profissional e tecnológica e até mesmo no ensino superior.

prazer com a Matemática. Aqui vemos claramente um apelo ao belo e ao destaque que as cores promovem com o efeito de indicar prazer e chamar a atenção dos possíveis leitores. Vemos um apelo que busca despertar um sentimento afetivo para com as obras. Esse despertar afetivo está relacionado ao modo que Sumpter (2015) define uma das maneiras de reconhecer o uso da Matemática Recreativa¹⁰⁷. No mesmo sentido, temos também essa característica nos títulos das obras, que inclusive já apontamos antes, e que ressaltam, dentro desta mesma linha de pensamento, palavras como: ações, belo, brincadeiras, caleidoscópios, caleidosciclos, caleidostrótons, geoplanos, jogos, explorações. As palavras destacadas mostram uma visão de aprendizado que vemos, na Educação Matemática, como aprendizado ativo dos alunos. Esse aprendizado almeja um afastamento da passividade e do que já vinha sendo realizados por anos, demonstrando uma ligação com linhas de pensamento diferenciadas e, portanto, inovadoras como a própria sinopse dos livros destaca na maioria deles.

Figura 02 – Imagem das capas dos cinco volumes da série



Fonte: Site da Autêntica Editora, disponível em <https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/63>.

Há também, tanto nas capas quanto nas contracapas, uma orelha com informações que visam despertar o interesse pelas obras, principalmente em termos de efetuar um apelo mercadológico.

Nas contracapas são apresentadas sinopses de alguns volumes¹⁰⁸ – volumes um, dois, quatro e cinco mais especificamente – como “[...] obras inovadoras sobre recreações matemáticas e material pedagógico para a sala de aula e para a formação do professor de matemática”. Estabelecendo desde cedo sua vinculação com a Matemática Recreativa e com o

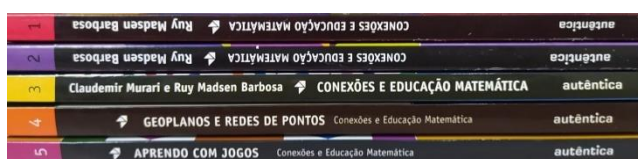
¹⁰⁷ Lovisa Sumpter (2015) vai dizer, em seu trabalho, que a maioria das definições sobre matemática recreativa tem alguma referência com o termo diversão, tendo nele um componente afetivo, uma motivação positiva, conectado a definição, que ressoa nas pesquisas recentes da área. Segundo entendemos, é como se para haver a certeza de estarmos lidando com que é chamado de Matemática Recreativa, fosse necessário a existência de uma componente ligada à diversão, à brincadeira e/ou ao jogo.

¹⁰⁸ A sinopse dos livros são todas escritas em terceira pessoa, indicando não terem sido produzidas pelos autores. No seu interior, em geral, há um convite à leitura e um breve relato acerca dos conteúdos da obra.

uso de materiais pedagógicos, alguns manipulativos, na sala de aula. E tem mais, a série já se colocava como um conjunto de livros voltados à formação dos professores que ensinam matemática, dedicando a este público a sua intenção primeira.

As lombadas dos livros são de cor preta, com exceção de um pequeno retângulo que pode tanto ser da cor da capa quanto de cor diversa. Neste retângulo há indicação do número de cada volume. A parte preta, de maneira geral, possui o nome da editora, o título principal dos livros e o logotipo da série, sendo que os três primeiros volumes indicam, também, o nome dos seus autores.

Figura 03: Lombadas de todos os livros da série



Fonte: Fotografia produzida por nós.

As páginas da ficha catalográfica de cada obra, que é sempre a página de número quatro, seguiram o novo acordo ortográfico da língua portuguesa, em vigor desde 2008¹⁰⁹. Cada livro possui um único ISBN que é diferente para cada um dos volumes. Este fato nos chamou atenção, pois de acordo com o site da Agência Brasileira de ISBN, nas séries e coleções que possuem a divisão por volumes é sugerido a emissão de dois ISBN's, um registro único para todo o conjunto de publicações e um outro registro para cada um dos volumes do conjunto da respectiva obra (Câmara Brasileira do Livro, [s.d.]). Além disso, encontramos nas fichas catalográficas informações de várias pessoas que participaram da produção da série, assumindo diferentes papéis. Os nomes que surgem são de Diogo Droschi, Alberto Bittencourt, Cecília Martins, Ana Carolina Lins, Eduardo Soares, Livia Martins, Aline Sobreira, Tamara Lacerca, Christiane Costa, Danilo Jorge da Silva e Rejane Dias. Rejane aparece como Editora Responsável das três últimas obras, mas os volumes um e dois não fornecem um nome para esta função.

Os livros também possuem, todos eles, uma *Apresentação* que trata dos livros enfatizando suas nuances e pontos importantes. Essa *Apresentação* é sempre redigida por um pesquisador reconhecido do campo da Educação Matemática brasileira, alguém que parece possuir uma relação de grande proximidade com aquele que consideramos ser o autor

¹⁰⁹ O acordo foi criado em 1990 e foi obtendo aceitação dos países de língua portuguesa aos poucos, sendo que ele só foi aceito por Portugal, último país a ratificá-lo, em maio de 2008. Atualmente este acordo é o único formato da língua portuguesa aceito no Brasil desde 2016.

principal das obras. Ao nosso ver, este autor é o professor Ruy Madsen Barbosa, que foi quem participou da publicação e escrita de todos os volumes e que nos últimos é salientado, nas suas capas, com o papel de coordenador. Mesmo sendo coordenador dos grupos de pesquisa que escreveram os dois últimos livros, ele foi também o coordenador da escrita dos livros em geral, pois para nós o espaço conquistado junto a Autêntica Editora é conferido a ele, graças a confiança adquirida junto a Editora que é estendida aos demais autores que coparticipam da produção dos três volumes finais.

Os autores que produziram as apresentações dos livros foram, em ordem cronológica, a professora Regina Célia Grando, à época da Universidade São Francisco; Miriam Godoy Penteado, à época da Unesp de Rio Claro; Ubiratan D'Ambrosio, à época da Unesp de Rio Claro e outras instituições; Rosana Gianretta Sguerra Miskulin, à época vinculada à Unesp de Rio Claro; e, por fim, o professor Mauro Carlos Romanatto, à época vinculado a Unesp de Araraquara. Perceba que todos eles são nomes relevantes do campo da Educação Matemática e que certamente dão às obras uma chancela bastante importante, principalmente em termos mercadológicos e de divulgação.

Os volumes desta série de livros são um material de difícil alocação nas classificações dos diferentes tipos de funções literárias editoriais que podem ser atribuídas a uma obra. Isso ocorre devido algumas características neles presentes, muito relacionadas ao seu foco que é: ser uma obra voltada à discussão do processo de ensino e aprendizagem da matemática de uma maneira mais descontraída e motivadora e, também, não haver neles indicações de que tenham sido criados com o propósito de se tornarem livros textos de disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática, mas, sim, livros que propõem uma formação via o próprio livro, portanto, autodidata. Como os livros de Matemática Recreativa, as obras vendem a ideia de que seus materiais pedagógicos e sua abordagem são suficientes para atrair a motivação dos alunos e evidenciam um tipo de ensino alternativo, talvez complementar, que sirva como uma ferramenta para os professores da Educação Básica. Nesse sentido, em nossas primeiras leituras, nos questionamos se não se tratavam de livros paradidáticos, em uma tentativa de esgarçar o significado de paradidáticos, para significar livros voltados à professores em formação, que se esgueiravam dos assunto enfadonhos que permeiam a discussão teórica sobre o ensino e aprendizagem de Matemática e iam logo para as discussões acerca das atividades matemáticas, somando a isso algumas reflexões práticas e metodológicas baseadas mais na experiência dos seus autores do que em conhecimentos fundamentados pela teoria pedagógica vigente no campo da Educação Matemática.

Essas características das obras estudadas, inclusive, distanciam elas de livros da área como é o caso da coleção *Tendências em Educação Matemática*, que possui características bastante diferentes. Essa diferenciação pode até mesmo se tratar de um ponto em favor da publicação dos livros desta série, pois eles provavelmente respondem a uma demanda específica do mercado editorial brasileiro, qual seja, serem livros que vão direto ao assunto, tratam do conhecimento específico da matemática e falam da experiência de seus autores, alguns renomados, evitando discussões teóricas sobre o ensino e aprendizagem. Então, a princípio nós flertamos com o termo paradidático, mas nos desapegamos dele por não os reconhecermos mais desta maneira, após algumas leituras que fizemos, como um texto de Dalcin (2007) que define paradidáticos como:

De modo geral e abrangente, os livros paradidáticos de Matemática são livros temáticos que têm a declarada intenção de ensinar, porém, ensinar de forma lúdica. Tais livros podem ser utilizados paralelamente ao livro didático ou mesmo vir a substituí-lo em alguns momentos. Foram surgindo e sendo incorporados ao sistema escolar brasileiro, na maioria das vezes pela força da propaganda das editoras (p. 27).

O nosso desapego, se deu principalmente pelo fato de os livros desta série não servirem diretamente de suporte para materiais didáticos da educação básica e também não visarem ensinar os conteúdos da educação básica, mesmo que tenham outras características que os aproximem. Logo, eles não são livros didáticos e nem paradidáticos, muito menos livros textos, mas livros ligados à Formação de Professores via livro. Quanto a essa formação via livro, esta é, para nós, um tipo de formação que vemos como relevante e bastante usual neste meio, já que em nosso país o trabalho de formação continuada de professores não tem sido assumido como uma política pública, com recursos bem definidos e com continuidade.

Breve Apresentação dos Cinco Volumes

Nesta nossa apresentação das obras, objetivamos dar aos nossos leitores uma ampla visão acerca delas e de suas principais características. Cabe mencionar que essa composição textual é bastante sucinta e não é capaz de traduzir o *tom* das obras da maneira como acreditamos que deveria ocorrer. É por essa razão que trazemos a descrição de cada volume em notas separadas que visam detalhar cada um deles.

Volume 1: *Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações*

Este livro tem apenas o professor Ruy Madsen Barbosa como autor. Os dois capítulos que compõem a primeira parte são iniciados com uma discussão que envolve a lógica. Nesta

parte, a lógica aparece de forma bastante leve, envolvendo discussões que requerem uma atenção especial às informações oferecidas pelos enunciados dos problemas e, também, apresentam uma forma de diálogo, com um *tom* jocoso, *tom* de brincadeira, instigando os leitores a se envolverem com esse tema. Interessante apontar que no subitem *Avisos Autorreferentes* e *Famílias Lógicas de Figuras*, presentes também nos dois primeiros capítulos, há uma grande quantidade de *Enigmas de Lógica Proposicional*.

A segunda parte do volume 1 possui três capítulos que trabalham com coloração de polígonos; coloração de cubos e outros poliedros; e termina discutindo a coloração de cubos e paralelepípedos constituídos por cubos menores. Nesta parte há uma discussão muito ligada ao conceito de *simetria* de vários tipos e às *classes de equivalência*. Nas classes de equivalência estão figuras que possuem um mesmo padrão de coloração e que são representadas por uma figura modelo. Essa figura modelo permite que, a partir dela, possa-se produzir as demais utilizando o conceito de rotação e de reflexão. O conjunto de figuras de uma mesma classe são contadas uma única vez quando se busca o número total de colorações possíveis de criar em uma determinada figura.

A terceira parte do livro possui cinco capítulos que tratam do uso de Algarismos e números com foco nas operações básicas – adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação – além da possibilidade de utilização de recursos como os parênteses. Deste modo, os enunciados oferecem algumas especificidades como o resultado e os Algarismos que devem ser utilizados, visando que os leitores trabalhem unicamente com as operações, objetivando concluir com sucesso o desafio posto pelo autor. Interessante que a partir dessas atividades, a obra conduz a discussão que leva ao princípio do trabalho com equações. Nas últimas atividades são oferecidas operações como soma, subtração, multiplicação e divisão com alguns Algarismos faltantes e pede-se para os leitores recuperarem as operações.

Por fim, na quarta e última parte, denominada *Miscelânias* temos três capítulos que vão trabalhar com temas e conceitos diferentes. O primeiro deles vai mobilizar problemas que envolvem a divisão de figuras em uma determinada quantidade de figuras iguais. O segundo traz algumas atividades divertidas que envolvem redes de pontos do tipo circulares, quadrangulares e triangulares isométricas. O último capítulo do livro é intitulado *Isolamentos* e traz para discussão uma brincadeira na qual visa-se colocar números prefixados em disposições com restrição de contiguidade. Esta última parte é bem diferente das demais por não haver, entre os capítulos, um fio condutor que os conecte, como ocorre nas demais partes do volume 1.

Finalizando a descrição deste volume, cabe salientar a presença da lógica nas três primeiras partes da obra, o que dá uma conexão interessante entre a grande maioria dos seus capítulos. Mesmo participando das três partes mencionadas, salientamos que a mobilização da lógica, em cada uma delas, ocorre de maneira e propósitos diferentes.

Volume 2: Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações

Este livro é composto por três partes, sendo que duas delas não possui um título específico como ocorre em todas as partes do livro anterior. Dito disto, a primeira parte – sem título – oferece um total de quatro capítulos que se contextualizam ao redor do tema da proporção áurea. O primeiro capítulo se inicia trabalhando com o que é chamado de *triângulos companheiros* – aqueles com angulação 36° , 72° e 72° e 36° , 36° e 108° . A partir da discussão destes triângulos são feitas discussões que envolvem a produção de figuras construídas por meio do uso de peças deste tipo, em uma condução que vai chegar na discussão da *proporção áurea*, passando pela apresentação da divina proporção. Feito isso, os dois últimos capítulos desta primeira parte vão trabalhar com a *Sucessão de Fibonacci*, mais especificamente, mesmo que ela já tenha aparecido muito brevemente no primeiro capítulo. Cabe lembrar que essa sucessão é produzida obedecendo a proporção áurea. É interessante apontar que o terceiro capítulo também discute os *Números Ubíquos* – aqueles relacionados com a Sucessão de Fibonacci e encontrados na natureza.

Antes de prosseguirmos, foi muito interessante para nós, perceber como o fluxo das atividades e discussões do primeiro capítulo, desta parte, é incomum. A Sucessão de Fibonacci é trabalhada de modo peculiar, curioso e ao mesmo tempo distante do que vemos usualmente em livros de Matemática ou em atividades de sala de aula. Consideramos este tema altamente complexo e elaborado para ser tratado na educação básica e aqui ele é trabalhado de forma excepcionalmente leve, criativa e inédita pelo autor, como é proposto pelo uso das recreações matemáticas.

A segunda parte possui um título específico que é *Uma família-P de materiais pedagógicos*. O nome é devido aos seus quatro capítulos que trabalham com peças específicas que são denominadas com o prefixo *Poli*, sendo os títulos de cada capítulo uma destas peças – *Poliminós*, *Poliamondes*, *Polihexes* e *Policubos*. Essas peças são, as três primeiras figuras planas geradas pela conexão de quadrados, triângulos equiláteros e hexágonos congruentes conectados. O último capítulo, *Policubos*, é uma extensão espacial do que foi trabalhado nos capítulos anteriores, portanto, figuras geradas pela conexão de cubos idênticos. É interessante apontar que as atividades aqui mobilizadas são bastante atraentes e vários problemas

historicamente reconhecidos são abordados. Os problemas que falamos possuem tanto reconhecimento que chegam a ter o nome de seus proponentes como é o caso do *Problema de Dudeney* e dos *Problemas de Reeve/Tyrrell*. Há até um acréscimo aos membros da família-P, realizado pelos autores, e que está relacionado com células losangulares (rombos).

A terceira e última parte, que não recebe nome, poderia ser chamada de *Miscelâneas* como aconteceu no primeiro volume, pois a ela se relacionam dois capítulos que não possuem uma conexão, o que é, inclusive, apontada na página inaugural desta parte. Seu primeiro capítulo, *Dobrando tiras*, traz uma brincadeira que envolve usar um conjunto de retângulos congruentes coloridos e numerados nas duas faces, ligados uns aos outros seguindo uma ordenação. “A questão que se coloca, de natureza recreativa e motivadora, é a obtenção de dobraduras para tiras de um dado comprimento, fixadas as ordenações” (Barbosa, 2009b, p. 141). Dito isso, as atividades do capítulo tratam da descoberta da quantidade de dobraduras possíveis e impossíveis de serem realizadas. O último capítulo é o décimo e intitula-se *Aprendendo com Balanças*. Nele existem alguns desafios relacionados com o uso de balanças de um e de dois pratos, que são bastante interessantes. Esses problemas, segundo entendemos, além de servir para trabalhar com massas, pode despertar o raciocínio lógico dos estudantes. No geral as atividades oferecem algumas informações e requerem que os alunos/leitores tomem alguma decisão que envolve descobrir a pilha que tem cubos mais leves; descobrir, com uma única pesagem, as massas dos cubos de cada pilha; construir uma tabela de medidas para pesar corpos com uma limitada quantidade de pesos pré-fixados etc.

Volume 3: Conexões e Educação Matemática: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons

O terceiro volume possui três partes e cada uma delas trabalha com um dos instrumentos que nomeia a obra e foi escrita por um dos seus autores: a primeira parte trabalha com os caleidoscópios e foi escrita por Claudemir Murari; a segunda utiliza os caleidosciclos e foi escrita pelo mesmo autor e; a terceira parte trabalha com os caleidostrótons e foi escrita por Ruy Madsen Barbosa.

Na primeira parte, que envolve pelo menos a metade das páginas do livro, temos o trabalho com os caleidoscópios que se divide em seis capítulos cujos títulos já refletem a temática que abordam. Essa parte inicia, no primeiro capítulo, que vai tratar dos espelhos, do conceito de simetria e outros conceitos relevantes que serão usados nas atividades dos próximos capítulos. Na sequência, são trabalhadas atividades com espelhos simples no segundo capítulo, seguida por atividades com dois espelhos no terceiro e são discutidas

atividades que envolvem pavimentações do plano no quarto capítulo. Mais ao final desta parte, temos os dois últimos capítulos que tratam de dois caleidoscópios diferentes, os caleidoscópios planos e os caleidoscópios generalizados. Importante salientar que as discussões desta parte são bastante rebuscadas e envolvem um trabalho bastante significativo com conteúdo que exige um nível elevado de elaboração mental e maturidade do raciocínio matemático por parte dos alunos. Claro que no início, essas discussões não são tão exigentes, mas o nível delas se eleva de forma bastante rápida. Ao nosso ver, até mesmo alunos da Licenciatura em Matemática podem encontrar grandes dificuldades para acompanhar o raciocínio presentes em algumas discussões existentes nesta parte. Interessante apontar, também, que o autor desta parte, Claudemir Murari aponta ser o criador do Caleidoscópio Educacional Modificado em um artigo seu com data de 1995.

A segunda parte, como já apontado, trata dos caleidosciclos e é composta por três capítulos que discutem a origem desses anéis de tetraedros, que podem sem ditos objetos ou brinquedos. O autor argumenta em favor do seu uso já no primeiro capítulo; ensina a construí-lo, no segundo capítulo; e no terceiro capítulo, oferece uma discussão bastante rebuscada sobre a matemática que envolve esses objetos. Neste capítulo, as explicações são repletas de deduções, demonstrações e mobilização de várias fórmulas. Ao nosso ver, a discussão presente nele não necessariamente é passível de ser mobilizada na educação básica de escolas públicas brasileiras.

A terceira parte trabalha com os caleidostrótons e possui quatro capítulos que, no caso dos dois primeiros, discutem a descoberta desses objetos ou brinquedos, a criação de novas peças e a produção de mosaicos por meio deles. Os dois últimos capítulos envolvem a construção de poliminós com peças deste instrumento e atividades que envolvem padrões de simetria em faixas. Segundo consta no livro, no Brasil, dois autores introduziram os caleidostrótons no país como brinquedo pedagógico. Um deles foi o próprio o professor Ruy Madsen, em parceria com outro pesquisador que é apenas apontado como Silva. Segundo consta, eles juntamente com uma empresa de São José do Rio Preto/SP chamada Lógica Brinquedos Educativos, lançaram este jogo.

Volume 4: *Geoplanos e Redes de Pontos: Conexões e Educação Matemática*

Este é o maior livro da série, constituído por dezesseis capítulos divididos em seis partes, cada uma delas com um título próprio. Importante mencionar que nesta obra, todas as partes foram escritas coletivamente por membros do GGEP, Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa. Este grupo, tinha como coordenador o professor Ruy Madsen Barbosa e seus

demais integrantes que participaram da escrita, segundo consta no livro, foram: Iara Suzana Tiggemann, Karine Bobadilha Couto, Maria Christina Bittencourt de Marques e Sirlei Tauber de Almeida.

A primeira parte possui dois capítulos. No primeiro capítulo é realizada uma ambientação sobre o trabalho com os geoplanos. Em seguida são realizadas algumas atividades iniciais que envolvem as simetrias. O texto é bastante adequado e possui uma ordem de atividades muito pertinente para o trabalho na educação básica, pois o grau de dificuldade das atividades é aumentado aos poucos.

A segunda parte é composta por três capítulos que vão discutir conceitos como áreas, comprimentos e perímetros, sendo que o último deles trabalhará com a conhecida *Fórmula de Pick*. É interessante dizer que esta parte começa com discussões mais fundamentais, passíveis de compreensão para os alunos do quarto ano, como os próprios autores comentam. Mesmo assim, percebemos uma elaboração progressiva que culmina com atividades que envolvem demonstrações mais elaboradas, que ganham um grau de rebuscamento que podem levá-las às séries dos anos finais do Ensino Fundamental e até do Médio. Entretanto, é preciso dizer, as atividades que abordam especificamente a dedução de fórmulas podem até mesmo serem utilizadas em cursos de Licenciatura em Matemática. Nesse sentido, percebemos, mais para o final desta parte, um nível de elaboração que pode não ser muito adequado aos alunos da educação básica.

Na sequência temos a terceira parte que é composta por dois capítulos e que trata de caminhos e recobrimentos em redes quadrivértices e isométricas, respectivamente. Essa parte traz de volta o trabalho com atividades que envolvem o conceito de simetria e outras que buscam uma generalização para a descoberta de uma fórmula que visa encontrar o número de recobrimentos em uma rede de pontos específica, tanto quadrivértice quanto isométrica. Outro conceito que reaparece aqui e já trabalhado em outros volumes é o conceito de *classes de equivalência*.

A quarta parte, por sua vez, possui três capítulos que trabalham com figuras em redes quadrivértices e isométricas. O foco é encontrar o número máximo de figuras específicas que podem ser confeccionadas em cada tamanho determinado das redes de pontos dadas. Mesmo que o foco de algumas atividades seja para o Ensino Fundamental, encontramos aqui, também, um raciocínio mais elaborado. Isso significa que algumas discussões exigem uma compressão maior dos estudantes, inclusive daqueles graduados ou graduandos em Matemática. Isso ocorre, porque esta parte faz um uso sistemático da prova por *indução finita* que é uma técnica muito usada em cursos ligados às ciências exatas.

A quinta parte possui quatro capítulos que focam em redes circulares até então não trabalhadas no livro. Os títulos dos três primeiros capítulos, segundo entendemos servem para identificar boa parte do que é tratado nesta parte: *Ângulos em estrelados inscritos*, *Contagem de cordas* e *Estrelados contínuos e descontínuos*. No quarto capítulo é utilizada uma outra tabuada da multiplicação associada a representações gráficas que envolvem redes circulares. Essa tabuada se relaciona com o conceito $a \equiv b \pmod{m}$. Nesta parte percebemos, novamente, o uso do conceito de simetrias, mas em especial, vemos uma forte tentativa de despertar o senso de estética e beleza nos estudantes. Essa estética, não precisamos nem apontar, relaciona-se com o despertar da motivação e da curiosidade nos leitores e alunos.

A sexta e última parte é chamada de *Miscelâneas* pelos mesmos motivos já apontados nas descrições do primeiro e segundo volumes. Esta parte possui dois capítulos, um que trabalha com triangulações e extensões. Segundo consta, o “[...] estudo será realizado com triângulos cujos lados não se cruzam e possuem por vértices pontos interiores ou vértices do polígono” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 175), mas o capítulo também estenderá o conceito de triangulações para figuras como o quadrado e o pentágono. O último capítulo trabalha com peças do jogo de xadrez em redes quadrangulares, mais especificamente com recobrimentos produzidos pela peça denominada cavalo, que anda no formato de um L .

Volume 5: *Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática*

Este volume é dividido em seis capítulos, os quais se subdividem em duas partes. A primeira possui quatro capítulos e cada membro do GEP-J – Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos – se responsabilizou pela escrita de um deles. Nesta parte são apresentados um total de 21 jogos, os três primeiros capítulos apresentam cinco jogos cada e o quarto capítulo apresenta seis jogos¹¹⁰.

A segunda parte possui dois capítulos escritos por todos os autores em conjunto. A segunda parte é constituída por sete jogos ao todo, que estão alocados unicamente no sexto capítulo, visto que o quinto não apresenta jogo algum. Logo, no livro todo temos 28 jogos. O quinto capítulo não trata de um jogo, mas apresenta um texto recreativo, com objetivo de ser engraçado e que brinca com algumas nomenclaturas de alguns números. Este texto se aproximando mais de “um glossário de termos” com tipos de números que soam diferentes ou curiosos. As explicações acerca desses nomes são realizadas de uma maneira bastante

¹¹⁰ É interessante mencionar que o quarto capítulo foi escrito pelo Ruy Madsen e essa diferença na quantidade de jogos, mesmo que não tenha sido o objetivo, demonstra uma maior relevância dele no livro, já que ele apresentou um jogo a mais do que o permitido para as demais autoras do livro.

descontraída que visa, ao nosso ver, aguçar o interesse dos leitores por eles. As brincadeiras do quinto capítulo mobilizam jogos de palavras que são usados de forma irreverente buscando dar um *tom* recreativo ao texto. Quanto ao *tom* do texto, é possível percebê-lo nas seguintes frases: “Ora! Como pode algum número ser chamado ‘um milhão’? Só se o número faz parte de uma espiga bem grande!” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 125), “Eta! Laterais? Esses números nos parecem, sob ‘novos olhares’, elementos que se esgueiram ou fogem cautelosamente pelos lados, enquanto os outros vão diretamente, cortando caminho pela diagonal” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 125) e “Número nupcial?! Na Matemática vai haver núpcias, casamentos, ou chegamos atrasados para a festa?” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 127). Observando as frases, é fácil perceber um *tom*, talvez até brincalhão demais, que visa agradar os leitores mais jovens, em uma tentativa de despertar a curiosidade pela investigação. O objetivo deste capítulo é apontado, na primeira orelha do livro, como “[...] no Capítulo V, temos algumas páginas preparadas com a intenção de divertir os leitores com *nomes curiosos*”.

É interessante apontar que o segundo capítulo do livro, redigido pela Luciana Aparecida Ferrarezi, apresenta cinco jogos: *Frações*, *Calculadora de Produto*, *Calculadora de Potência*, *Três em Linha com novos diagramas* e *Ternas Triangulares*. Estes jogos, mais especificamente os quatro primeiros, possuem relação íntima com a dissertação de mestrado que ela produziu na Unesp de Rio Claro, em 2005, intitulada *Criando novos tabuleiros para o jogo Tri-Hex e sua validação didático-pedagógica na formação continuada de professores de Matemática: uma contribuição para a Geometria das séries finais do ensino fundamental*. Esta dissertação teve orientação de Laurizete Ferragut Passos e coorientação de outro autor do livro, o Ruy Madsen (Ferrarezi, 2005).

Sobre o livro temos uma grande variedade de jogos, alguns com nomes curiosos como *Diagramas Bicromáticos com Triângulos Monocromáticos* e *Jogos de Conexão com sabor Topológico* que além de pouco populares usam terminologias muito específicas. Mas há exceções quando o próprio nome do jogo já possui a palavra jogo ou jogos no seu título como: *Jogos da Balança*, *Jogos da Soma Mágica*, ou ainda, *Quatrilho: jogo da tabuada de multiplicar*; outros exemplos surgem quando o nome do jogo remete a um jogo já comumente reconhecido, como *Ludo das Tampinhas* ou *Bola na Lata*.

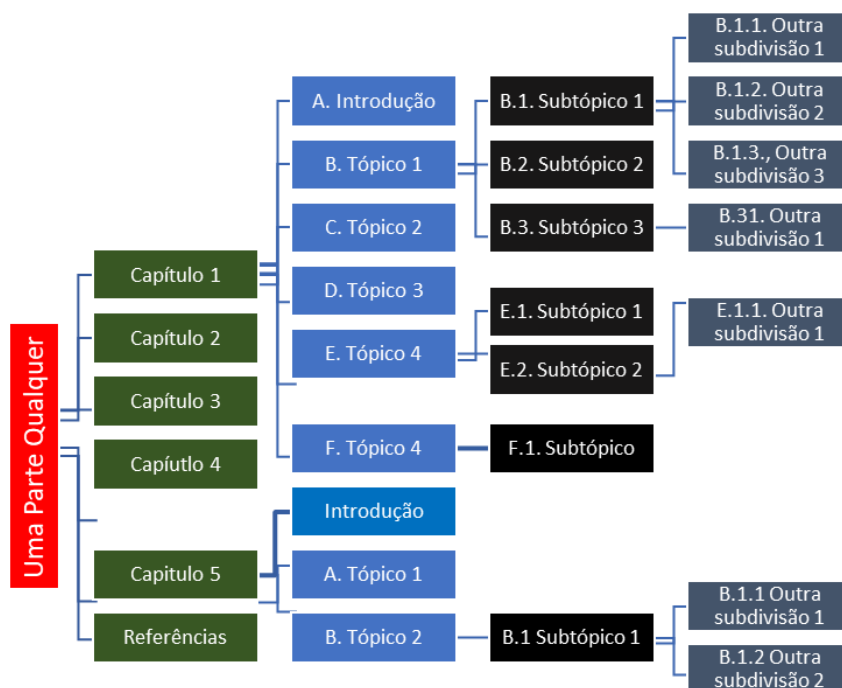
Descrições Gerais sobre a Série de Livros

Iniciaremos nossas considerações tecendo alguns apontamentos acerca da estrutura que permeia os volumes da série. Em geral, o texto principal de cada livro é hierarquizado por

tópicos que podem ou não ser subdivididos e essas subdivisões, também, podem ou não receber outras subdivisões. Assim, um capítulo, no geral, se subdivide em itens hierarquizados por letras maiúsculas *A, B, C, D* etc., que ao seu turno se subdividem em subitens escritos em letras maiúsculas e acompanhadas de um número *A.1, A.2, A.3* etc., que também podem possuir suas subdivisões *A.1.1, A.1.2, A.1.3* etc. As subdivisões podem ou não possuir subtítulos que não são hierarquizados, assim como os capítulos podem possuir uma *Introdução* que seja ou não hierarquizada por meio de uma letra. Essa é uma descrição da estrutura geral dos capítulos, mas é claro que existem capítulos com algumas diferenças e peculiaridades específicas. Esta disposição que relatamos nós vemos como positiva, pois permite um certo grau de homogeneidade na estrutura das obras – capítulos, partes e volumes – que colabora com os leitores que estudam mais de uma delas. Isso porque essa homogeneidade estrutural presente nas obras produz uma espécie de identidade que é esperada em toda série de livros e que contribuiu com a sua leitura.

Para exemplificar essa estrutura, nós, produzimos o diagrama abaixo com a intenção de mostrar para os nossos leitores como percebemos o comportamento da estrutura geral dos capítulos dos livros aqui descritos. Queremos lembrar que a ilustração produzida abaixo é uma representação da estrutura geral dos volumes e, portanto, se trata de uma montagem fictícia não encontrada em nenhuma das obras em específico.

Diagrama 01: Generalização da Estrutura dos Capítulos dos Volumes da Série



Fonte: Baseado na hierarquização dos capítulos dos cinco volumes.

Quanto ao texto, este apresenta um *tom* bastante informal que, apesar de fazer uso de um português gramaticalmente correto, proporciona alguns momentos de descontração que parece incompatível com o público-alvo: professores de Matemática. Esse *tom* descontraído não incomoda, mas parece sugerir que as atividades apresentadas já são designadas para serem diretamente aplicadas aos estudantes. Essa pode ter sido uma estratégia adotada, ou seja, já oferecer as atividades em sua forma final. Assim, não necessariamente é realizada uma formação em que os leitores tenham, depois, que reestruturar suas ações de acordo com os seus objetivos específicos. Um problema que acreditamos se atrelar a esta conduta, seria o fato de os leitores, talvez, encontrarem dificuldades futuras em aplicar essas atividades como elas já estão ou até mesmo de lidarem com questionamentos e modos de proceder dos seus alunos que sejam fruto da espontaneidade e que fujam do que foi retratado/ensaiado nos livros da série. Lembrando que o uso de metodologias ativas, por exemplo, requer dos professores um maior e diferente tipo de preparo das aulas. Não que estejamos sugerindo que a Matemática Recreativa seja uma metodologia de ensino ou sequer uma tendência, mas que as mobilizações sugeridas por ela não permitem uma postura passiva dos alunos.

Um dos pontos bastante marcantes nas discussões apresentadas nesta série é que elas, muitas vezes, são propostas pelo que chamamos de problemas disparadores. Esses problemas, ao nosso ver, são atividades que objetivam aguçar a curiosidade dos leitores/alunos. Sendo assim, antes desses problemas, o(s) autor(es) oferecem o mínimo de discussões teóricas e explicações acerca de definições e nomenclaturas que serão usadas no capítulo ou na parte que o apresenta como um todo. Essas discussões teóricas se resumem ao mínimo necessários e são fundamentais para a continuidade das discussões, agora, em termos práticos.

Perceba que esse processo é contrário ao proposto, atualmente, quando trabalhando com a Resolução de Problemas, pois nesta tendência o estudo começa diretamente pela proposição de uma situação-problema que produzirá a motivação e a necessidade de trabalhar com os conteúdos matemáticos específicos em um momento posterior a sua introdução. Será somente no final do trabalho que haverá uma sistematização rigorosa, do conteúdo, pelo professor. Esse apontamento visa, justamente, evidenciar o distanciamento que há entre as atividades do livro e a tendência citada. Acreditamos que a decisão por trabalhar com os problemas deste modo, pode ter se dado devido ao público-alvo dos livros ser exatamente os professores e não os seus alunos. Cabendo a eles a decisão por quais meios querem introduzir os conteúdos, sendo que talvez, as informações iniciais que apontamos existam antes da proposição dos problemas justamente com o objetivo de ajudar os seus leitores a iniciar as discussões pretendidas.

Muitas das discussões presentes na obra são explicadas por meio de problemas que já trazem consigo uma solução detalhada e que funcionam como exemplos. Esses exemplos assumem a função de um modelo dos modos de resolução de um tipo específico de atividade relacionado ao tópico em discussão. As discussões desses problemas, trazem consigo, implicitamente, apontamentos teóricos e racionalizações bastante interessantes que dão aos problemas uma maior leveza, ainda assim, retendo a atenção dos leitores e ao mesmo tempo sanando a curiosidade despertada pela proposição dos problemas. Eles são efetivos, pois se esgueiram dos assuntos menos atraentes, ou entediantes, vinculados às teorias matemáticas que são, aqui, tratadas conjuntamente com os problemas e as atividades propostas. Em termos de efetividade, pensamos que a estratégia funciona muito bem, pois enquanto ocorre a explicação da solução de um determinado problema, o aluno tende a prestar maior atenção na aula, devido a curiosidade despertada pela atividade recreativa em si. Essa curiosidade, por sua vez, é resolvida com a solução apresentada pelo texto principal da obra.

Singmaster (2016) assinala que não é apenas a resolução de um determinado problema pelo próprio interessado que é capaz de produzir uma sensação de prazer. Na verdade, o encontro e estudo de uma solução, mesmo que produzida por terceiros, pode levar a este mesmo efeito, pois a solução resolve um problema criado pela curiosidade do leitor quando entrou em contato com ela. De outra maneira, caso houvesse uma discussão teórica mais profunda, objetivando ensinar aos estudantes o conteúdo necessário para resolver determinados problemas que seriam oferecidos *a posteriori*, possivelmente o interesse dos alunos seria muito menor. É justamente o problema que instiga primeiro e que depois é resolvido e discutido pelo autor, sanando a curiosidade despertada *a priori*, que dá a leveza necessária às atividades proposta e que interessa aos estudantes.

Cabe considerar, aqui, entretanto, que estes livros são voltados à formação de professores, e até por essa razão, podemos dizer que essa estratégia colabora em “cativar” os leitores. Uma crítica possível, é relativa ao fato de o livro, mesmo sem intenção, dar margem a uma interpretação de que a matemática considerada entediante, teórica e difícil, deve ser deixada de lado, ou até excluída, do ambiente escolar. Nesta compreensão, a teoria precisa ser substituída por exemplificações que sirvam de modelo para a resolução de determinadas situações, algo um tanto quanto tecnicista, ao nosso ver. Não acreditamos que esta seja a intenção do(s) autor(es), mas a ambiguidade existe e precisa ser apontada.

Outra discussão importante trazida por Singmaster (2012; 2016) é que nas situações-problemas vinculados à Matemática Recreativa há uma especificidade. Em alguns destes problemas, ele aponta que geralmente as leis, a moralidade e o que é considerado

politicamente correto é desafiado pelo proponente da atividade. Com essas características o autor defende que as situações-problemas se transformam em algo altamente improváveis ou até mesmo impossíveis. Essas extravagâncias, para ele, tornam a situação-problema memorável. A artificialidade presente na situação-problema elimina complicações desnecessárias, mesmo elas sendo frequentemente originárias da realidade (Singmaster, 2016; Singmaster, 2021). É isso que torna possível a resolução dos problemas, pois se todas as variáveis de um problema real estivessem em jogo, não haveria diversão envolvida e o problema seria impraticável ou não-recreativo. Visualizando por este prisma, conseguimos perceber essa característica em grande número de atividades dos livros aqui estudados, pois eles propõem situações peculiares, que fogem do esperado e que as tornam recreativas e, conseqüentemente, desafiam os leitores, aguçam a sua curiosidade e os motivam a resolvê-las. E mesmo que não consigam, ao menos encontrar uma solução, já serve como recreação, pelo que já foi dito.

Essa característica presente nas atividades, ou seja, essa situação toda controlada e especial que a torna memorável, nos ajuda a perceber os problemas dos livros como vinculados à Matemática Recreativa, mesmo que não seja este o caso para todos eles. A Matemática Recreativa é difícil de definir, quiçá de perceber o seu uso e às vezes, temos de recorrer a compreensão de Sumpter (2015). Para ela, sua verificação depende da percepção do prazer e no despertar de uma relação de afetividade positiva entre a proposta do problema, o trabalho na sua resolução e o agente interessado.

O texto, em alguns de seus capítulos ou partes, assume um *tom* bastante burlesco e essa percepção está relacionada ao modo como algumas atividades são apresentadas aos leitores. Nós também percebemos esse *tom* durante nossos estudos sobre a Matemática Recreativa. Durante nossas pesquisas, ele aparecia em muitos problemas e atividades que envolviam essa temática e parecia tentar instigar a curiosidade e a necessidade de uma interação do leitor. Em termos descritivos, podemos dizer que esta maneira de dizer muitas vezes parece ácida, mas simultaneamente desafiadora. Uma frase que muito chamou a nossa atenção a este respeito, para dar um exemplo, é: “Estudar a situação paradoxal e, caso sua ‘cuca’ não tenha esquentado demais nem estourado, continuar o raciocínio” (Barbosa, 2009a, p. 12).

Os exercícios, situações-problemas ou somente problemas oferecidos na obra, em sua grande maioria, trazem consigo a resolução, que algumas vezes é servida juntamente com a sua discussão. Ora, já tendo despertado a motivação dos alunos de entender o problema e compreender a resposta, fica evidente que este modo de tratar o leitor é efetivo e proposital.

Mesmo assim, fica mais uma vez a dúvida se o livro é para os leitores, professores em formação, ou para os alunos dos leitores. Pensamos que são para ambos, para os professores, buscando materiais e também para que eles as utilizem com seus alunos, pois já estão em um estado final, prontas para o uso. Uma ressalva, pelo menos, é acreditarmos que com os estudantes, as respostas não serão dadas de pronto, como o livro faz com seus leitores. Muitas vezes, ao longo do livro, o(s) autor(es) defende(m) que as respostas sejam exercitadas pelos alunos primeiro, e diante da dificuldade deles, somente depois de algum tempo oferecer uma intervenção. Um exemplo que esclarece este fato está presente no oitavo capítulo do segundo volume, terceira parte, item A (Atividades). Aqui são oferecidas três atividades ao todo, sendo que na primeira é recomendado “Observação: Nesta primeira atividade, talvez, será preciso que o professor ‘ajude’ um pouco os alunos, por exemplo, indicando [...]” (BARBOSA, 2009a, p. 93) e na atividade seguinte temos a indicação “Observação: [...] Nesta atividade e na seguinte é mais conveniente deixá-los à procura da descoberta desenvolvendo a imaginação e a criatividade” (Barbosa, 2009a, p. 93), deixando evidente a intenção do autor.

Ainda acerca das atividades, vemos em algumas delas a ênfase no trabalho em grupos, apresentando uma visão organizacional, da sala de aula, fora do padrão comum: aquela com carteiras organizadas em fileiras com os alunos sentados um atrás do outro sozinhos, quietos e prestando atenção no professor. “NOTA: Para cada grupo de alunos será conveniente pelo menos 10 conjunto dessas quatro peças, recortadas em cartolina, papel cartão, madeira fina ou E.V.A., e cada tipo de uma cor” (Barbosa, 2009b, p. 12). Esta citação, além da estrutura da sala de aula, claramente também demonstra a importância do uso de material manipulativo, fazendo, inclusive, sugestões precisas a respeito de sua confecção, que em alguns capítulos podem ser ainda mais precisas:

Será necessário que se tenha disponível os 10 cubos diferentes com coloração completa de duas cores. Recomendamos empregar cubos de madeira com aresta de 3 cm, bem lixados para ficarem bem lisos, e pintados com as cores azul e vermelho (preto e cinza no texto), usando tinta plástica. No uso em sala de aula, seriam convenientes vários conjuntos, pelo menos um para cada grupo de alunos realizarem suas tarefas sobre mesas de estudo em grupo. Neste caso, os cubos seriam confeccionados por alguma carpintaria, asseguramos a um pequeno custo para 500 ou até milhares, e posteriormente pintados pelo professor com a colaboração de alunos. Contudo, abaixo relacionamos as planificações novamente dos 10 padrões com duas cores, na hipótese da construção dos cubos em cartolinas” (Barbosa, 2009a, p. 57).

Reparemos que o autor, neste trecho, é muito mais específico quanto às características dos cubos, chegando mesmo a sugerir: a utilização de madeira para construção das peças, com

medidas específicas e com aspectos específicos. Para isso, ele sugere que sejam bem lixadas para ficar bem lisas e depois pintadas de modo a formar conjuntos de 10 cubos pintados em padrões diferentes com tinta plástica. Estas especificações, pensamos, são muito rigorosas, e além de visar o sucesso da atividade em sala de aula, dão o *tom* da maneira como elas eram pensadas pelo professor Barbosa, fazendo-nos crer, inclusive, que também havia o objetivo de torná-las bonitas e atrativas, esteticamente falando, visando aguçar o interesse dos estudantes.

A citação acima, além de mencionar que a configuração da sala de aula deve ser em grupos, inclusive aponta que as mesas devem servir a este propósito e que cada grupo deve receber um conjunto dessas peças para resolverem as atividades juntos. Além do mais, o autor se ateve até mesmo a explicitar que a quantidade de peças produzidas, caso se escolha encomendá-las em alguma carpintaria, poderia reduzir o custo de sua produção, na medida que fossem adquiridas em maior quantidade. Ao que ele indica, entre 500 e 1000 peças, pode levar a uma redução no valor de fabricação.

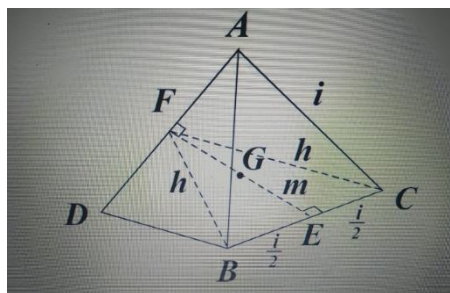
Quanto ao nível de dificuldade das atividades e das discussões realizadas nas obras, temos que elas tentam obedecer a uma coerência de iniciar com algo de menor dificuldade e se elaborar, aos poucos, até chegar em algumas discussões mais complexas. O terceiro e o quarto volumes, por exemplo, são obras que foram pensadas em conjunto maiores de capítulos que seguem a um determinado raciocínio, principalmente no caso do quarto volume que trata unicamente dos Geoplanos. Neste último, os primeiros capítulos, como já dito acima, fazem uma ambientação, seguida de discussões menos complicadas e segue para discussões mais elaboradas, havendo nesse interim algumas atividades que envolvem, até mesmo, a dedução de fórmulas utilizando o *Processo de Indução Finita*. Esse aumento gradativo do nível de dificuldade, não pode ser sempre percebido de um capítulo para outro como ocorre nos volumes citados, mas dentro de um determinado capítulo ou parte, há um esforço para este tipo de proceder. Isso ocorre devido nem todas as partes de todos os livros terem alguma relação entre si e mesmo alguns capítulos, cada um ao seu turno, não possuem um raciocínio que segue a uma ordem de conteúdos tal qual na educação básica. Esta questão é bastante perceptível no quinto volume, mas também em alguns capítulos dos dois primeiros volumes; principalmente naquelas partes conhecidas como *Miscelâneas*, em que os capítulos não são correlacionados com um fluxo maior de ideias.

Merece menção, também, que o terceiro volume da série é de longe aquele que possui discussões mais elaboradas de todos os livros. O que, inclusive, já foi mencionado na descrição geral apresentada acima. O livro em si, é óbvio, possui atividades que exigem um raciocínio mais elementar e, portanto, mais voltado ao Ensino Fundamental, mas esse não é o

caso da grande maioria delas. Salientamos, que algumas seriam até mesmo de difícil compreensão para aqueles leitores já licenciados em Matemática. No terceiro volume, são as duas primeiras partes, escritas pelo professor Claudemir Murari, que apresentam a matemática mais complexa de toda a série. Acreditamos que a presença desses cálculos mais difíceis pode ser um indício de o autor, não ter muita compreensão do nível da formação dos professores da educação básica brasileira, principalmente daqueles que tem atuado nas escolas públicas. Uma percepção que tiramos daqui, é que talvez o terceiro volume não tenha sofrido um debate no âmbito de um grupo de pesquisa. Esse fato pode ter contribuído com o seu distanciamento das discussões feitas, pelo autor, quando em comparação com aquelas feitas nos demais livros, em que certamente ocorreu contribuições que se originaram nos grupos de pesquisa. Temos até indícios de que, ao menos, algumas atividades dos primeiros dois volumes, escritos unicamente pelo professor Ruy, tenham sido debatidas no âmbito de grupos de pesquisa que o autor coordenava à época. Essa cooperação dos grupos de pesquisa na escrita dos livros, certamente, deve ter alguma relação com a formação acadêmica e pessoal dos participantes desses grupos, que no geral varia significativamente. Inclusive o quarto e o quinto volumes enfatiza as diferenças de formação e pessoais dos integrantes do GGEP e GEP-J, como sendo algo positivo para a construção das obras.

Ainda sobre as atividades que envolvem um raciocínio mais elaborado, cabe enfatizar que algumas delas oferecem um nível mais aligeirado de detalhamento do raciocínio utilizado. Situações como esta ocorrem principalmente nas explicações encontradas no terceiro volume. Isso quer dizer que algumas explicações dificultam o entendimento, principalmente dos leitores que possuem um conhecimento dos conteúdos matemáticos menos amadurecido. Um exemplo, encontrado na segunda parte do terceiro volume, mais precisamente em *A.1. Caleidosciclos Regulares*, terceiro capítulo, mostra bem essa situação. Ali, enquanto tratando de uma Análise Matemática do objeto em questão, baseado na figura 4 tirada do livro e apresentada abaixo, o professor Murari faz o seguinte cálculo: $h^2 = \left(\frac{i}{2}\right)^2 + m^2 = i^2 - \left(\frac{i}{2}\right)^2$ ou $i = m\sqrt{2}$, sendo i o lado dos triângulos e h a altura (Murari; Barbosa, 2012).

Figura 04: Imagem do livro que ilustra o cálculo



Fonte: Imagem retirada de Murari e Barbosa (2012, p. 133).

Observando a expressão e a imagem acima temos que as relações que mobilizam o *Teorema de Pitágoras* não são explicadas, ou apontadas, de forma facilitada. Pelo contrário, ela é dificultada pela maneira que as equações são apresentadas. Veja bem, no seu formato elas prejudicam a interpretação dos cálculos, pois não é muito difícil perceber, por exemplo, que a expressão $h^2 = \left(\frac{i}{2}\right)^2 + m^2$ está relacionada com a aplicação do *Teorema de Pitágoras* sobre o triângulo CFE. Contudo, é muito mais difícil perceber a aplicação deste teorema na equação implícita $h^2 = i^2 - \left(\frac{i}{2}\right)^2$ que advém da equação $i^2 = h^2 + \left(\frac{i}{2}\right)^2$ relacionada diretamente ao uso do *Teorema de Pitágoras* no triângulo AFC. Apontamos esta situação, pois ela é bastante exemplar do que é comumente visto nos livros textos de disciplinas específicas da Matemática Pura ou Aplicada presente nos cursos de formação inicial de professores Matemática. Esses livros, ao assumir a facilidade de percepção de algumas relações que muitas vezes parecem triviais para os autores, mas que não são, acabam dificultando a compreensão dos seus leitores. Essas relações, usualmente, complicam a compreensão do conteúdo por aqueles com maior dificuldade de assimilação e menor maturidade de raciocínio. Essa atitude, enfatiza o proceder do matemático ao invés daquela de um educador matemático, pois este se ocupa em expressar o andamento dos cálculos de modo mais didático e, portanto, explicitando as suas movimentações sem aligeirar passos.

Uma outra discussão é que, para nós, existe a impressão de que os capítulos foram produzidos de acordo com os materiais pedagógicos estabelecidos para serem discutidos em cada obra. Com isso, primeiro houve a decisão do material e depois do conteúdo que seria trabalhado, pois muitas vezes a organização dos capítulos não parece possuir uma relação íntima entre os conteúdos mobilizados neles e o que é definido nos documentos curriculares oficiais que estabelecem a ordem dos conteúdos a serem ensinados de acordo com a série. Desta maneira, depois de decidido o material pedagógico, passou-se a demonstrar o seu uso

no tratamento de todos os conteúdos possíveis. Um exemplo é o quinto volume que apresenta alguns jogos, em determinados capítulos, que tratam de conteúdos variados da educação básica, sem que existam entre esses jogos a percepção de obedecer a uma determinada sequência de conteúdos que sirva como sequência didática. Exceção para o sexto capítulo que parece demonstrar alguma relação entre os jogos ali envolvidos¹¹¹.

Existem nas obras algumas estratégias de interação mais direta entre o autor e seu público que visam: oferecer “macetes” adquiridos pelo(s) autor(es) em suas experiências de sala de aula, tratar de maneiras de operacionalizar algumas atividades, fazer indicações de possibilidades e variações de formas de trabalhar etc. Uma destas estratégias consistem em alguns momentos, tópicos ou subtópicos, que possuem o termo *Comentários* usualmente em seu título ou apenas em negrito no início de um parágrafo. Esses *Comentários*, geralmente, levam ao leitor conselhos experienciais do(s) autor(es) relacionados a discussão em tela.

Além dos *Comentários*, em vários momentos nos cinco volumes, encontramos em muito maior número algumas “NOTAS” – escritas de várias formas diferentes. Estas “*Notas*” surgem sempre destacadas – em negrito, em itálico, com sublinhado ou somente escrita com letras maiúsculas a depender da obra – espalhadas por todos os volumes da série e elas tem a função de chamar a atenção dos leitores para algumas informações que geralmente poderiam passar despercebidas. Essas “*notas*”, assumem funções muito específicas ao longo dos capítulos, como apontar algum fato relevante que está sendo explicado, trazer alguma informação a mais acerca do que está sendo trabalhado, mencionar a existência de variações de algum problemas ou até respostas para um destes ou ainda informar que uma determinada informação será oferecida mais adiante etc. Nesse sentido, basicamente acreditamos que essas “*notas*” têm a função de apontar para os leitores alguma informação que o professor Ruy quer tratar breve e pontualmente em algum dado momento, dando ênfase a ela.

O *tom* dessas interações, *notas* e *comentários*, podem ser percebidos quando o autor diz as seguintes frases que retiramos dos cinco volumes para exemplificar algumas delas:

¹¹¹ Os jogos do sexto capítulo, situados na segunda parte do quinto volume, possuem uma certa relação entre si. Os três primeiros se relacionam pelo conteúdo números primos e a divisão, que é uma forma de identificar os números primos. O próximo jogo, *Números Perfeitos: Deficientes e Abundantes* também mobiliza a divisão ao somar os divisores de um número para testar se este é perfeito, deficiente ou abundante. O jogo seguinte, *Números Amigáveis*, mobiliza novamente a soma dos divisores de um número, neste caso a soma dos divisores do suposto número amigo, para identificar se dois números dados são amigáveis ou não. O próximo, chamado *Primos entre Si*, também utiliza a divisão para verificar se há divisores em comum entre os números e assim analisar se dois números são primos entre si ou não. O último jogo da sequência, chamado *Números Felizes*, não trabalha com a divisão, mas avança no conteúdo a partir do pretexto de trabalhar com números que gozam de nomes diferentes, mobilizando a potenciação, a soma das potências dos algarismos de um número para identificar se ele é um número feliz ou não.

“Além da motivação emergente das atividades de coloração, o professor pode explorar [...]” (Barbosa, 2009a, p. 51)¹¹², “Dois professores posteriormente entraram em contato conosco narrando suas experiências em sala de aula [...]” (Barbosa, 2009a, p. 66)¹¹³, “NOTA: Não conseguimos obter o 4 e o 5 com três algarismos 0 nem com três algarismos 1. Comunique se descobrir “(Barbosa, 2009a, p. 76, maiúsculas do autor), “**NOTA 2:** O professor deve esclarecer os alunos que tiras de comprimento [...] (BARBOSA, 2009b, p. 142, **maiúsculas e negrito do autor**), “*Nota:* Estudo análogo conduz para k espelhos à desigualdade [...]” (Murari; Barbosa, 2012, p. 91, *itálico dos autores*), “*Nota:* Verifica-se que os mosaicos são diferentes, os desenhos formados são desiguais, e não ficam iguais com rotações ou reflexões [...] (Barbosa, 2012, p. 151, sublinhado dos autores), “*Comentário:* Os professores poderão trabalhar a resolução do Problema I dialogando com os alunos a fim de descobrir [...]” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 103, *itálico dos autores*) e “**Nota:** Todas as ternas e os respectivos esboços devem ser entregues em folha de papel” (Ferrarezi, 2014, p. 48, **itálico e negrito dos autores**). Essas frases, acreditamos, dão o *tom* exato dessas interações do autor com seus leitores. Acreditamos que estes momentos são fundamentais para direcionar os leitores e ampliar a compreensão do texto, pois muitas vezes são realizados apontamentos que além de oferecer maiores informações, também ajudam a situar os leitores, sendo que alguns destes apontamentos, inclusive, partem da experiência dos autores e são fundamentais para a formação e aperfeiçoamento dos professores.

Também analisamos a relevância que assumem as figuras, imagens, diagramas, tabelas, enfim, tudo aquilo que não está na forma escrita, mas que possui apelo visual e que pertencem ao texto principal. Segundo apreendemos na leitura dessas obras, o(s) autor(es) e a editora fazem um excelente trabalho de incorporação desses recursos visuais ao corpo do texto. Ao nosso ver, esses recursos sempre atuam colaborando com texto, seja auxiliando na sua explicação, seja o próprio recurso uma explicação completa¹¹⁴. Acreditamos que houve um excelente trabalho de incorporação das imagens e diagramas, não havendo muitos

¹¹² Esta frase é antecedida pelo subtítulo: “**COMENTÁRIOS PARA A SALA DE AULA**” (Barbosa, 2009a, p. 51, **maiúsculas e negrito do autor**).

¹¹³ Esta frase é antecedida pelo subtítulo “**COMENTÁRIO**” (Barbosa, 2009a, p. 66, **maiúsculas e negrito do autor**).

¹¹⁴ As figuras, muitas vezes, funcionam como uma espécie de explicação do resultado de determinados exercícios, bastando que o autor apenas apresente o diagrama composto por uma ou mais figuras para servir de resposta a alguma atividades propostas no texto.

momentos, que percebemos essas imagens como desconexas ou gratuitas, mesmo que existam alguns exemplos deste tipo¹¹⁵.

As figuras, para ser mais específico, são geralmente condizentes com o texto principal dos cinco volumes e contribuem com ele sendo, inclusive, convidadas pelo texto a participar da narrativa, na função de uma ilustração. Dito isto, fica evidente o papel das figuras como forma de expressão que assume enorme importância nas discussões e, ainda, na facilitação do diálogo entre autor e leitor, pois em alguns casos uma figura acaba representando e dizendo mais do que várias palavras ou parágrafos.

Ainda sobre as figuras, algumas vezes percebemos o uso de nomenclaturas específicas para cada uma delas, como: Figura 1, Figura 2, ..., etc. Esses títulos servem para que o(s) autor(es) consiga(m) evocar uma determinada imagem já posta em alguma parte do livro com maior facilidade. Essa evocação convida a imagem a participar da explicação que ocorre no texto principal e facilita a compreensão do leitor, que consegue acompanhar melhor as discussões colocadas. Com ou sem o uso dessas nomenclaturas, pois não há uma homogeneização acerca do uso deste recurso entre os volumes e até mesmo entre as partes de um mesmo volume, percebemos o uso sistemático das imagens e este uso é certamente muito bem-organizado no corpo do texto principal. Tratando especificamente das duas primeiras partes do terceiro volume, escritas pelo professor Claudemir, aqui elas são lembradas pelo texto, nominalmente, com frases do tipo: “Lembrar que o lugar (a linha) em que foi colocado o espelho na FIG. 4 para formar a FIG. 5 é chamado de *Eixo de Simetria*” (Murari; Barbosa, 2012, p. 29, *itálico dos autores*). Essa boa sistematização também pode ser verificada na terceira parte do livro, escrita pelo professor Ruy, que não faz uso dessas nomenclaturas, mas alia os recursos visuais tão bem quanto a parte anterior: “Para melhor ilustrarmos, a figura ao lado exhibe a aplicação de uma translação refletida. Notar que as três primeiras simetrias isoladas não conseguem levar a figurinha da lua até a lua inferior” (Murari; Barbosa, 2012, p. 165). Veja que os textos evocam o olhar dos leitores para as figuras, clamando pela sua atenção, mesmo que os “expectadores” não as tenham notado ou decidido ignorá-las em um primeiro momento. Essas imagens são fundamentais para a compreensão da discussão e graças a costura realizada pelo texto, os leitores não poderão deixar de apreciá-las.

¹¹⁵ Alguns exemplos dessas imagens estão alocados na página 69 do primeiro volume e apresenta a imagem do número quatro e uma senhora sentada nele, retratando *A velhinha de quatro-quatros* e a imagem de um senhor comendo um biscoito no formato de um oito situada na página 73, retratando o item *O senhor Biscoito, não biscoito*. As imagens são desnecessárias para apresentar o texto, mas elas conversam com o texto e tratam dele.

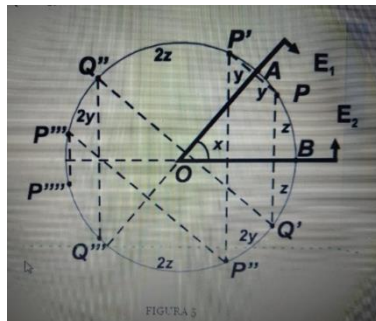
Claro que também existem momentos em que as explicações não dão conta, sozinhas, de serem claras o suficiente sem a ajuda de algum recurso visual. A falta do respaldo técnico oferecido pelas imagens, pode até impossibilitar a compreensão de algumas considerações do texto. Um exemplo notável pode ser visto abaixo e está presente no terceiro volume.

Temos, então:

- 1) O ponto P e todas as suas imagens produzidas pelos espelhos pertencem a essa circunferência, pois $OP = OP' = OQ'$ por simetria em relação a cada espelho. O mesmo vale para os outros pontos Q'' , Q''' , P'' , P''' , etc.
- 2) P' é a imagem de P em E_1 ; Q' é a imagem de P em E_2 e P'' é a imagem de P' em E_2 ; Q'' é a imagem de Q' em E_1 . Pela isometria reflexional temos: $P''Q' = P'P = 2y$. Analogamente, $Q''P' = Q'P = 2z$, continuando esse processo sucessivamente.
- 3) Considerando que as imagens são marcadas alternadamente a partir de P com medidas $2y$ e $2z$, podemos ver que só teremos coincidência de imagens se $2y + 2z = 2x$ dividir 360° . Na figura acima, os pontos P'''' e Q''' (imaginários) não coincidem. Nesse caso dizemos que esses pontos se localizam atrás dos espelhos (ou não estão nos campos visuais de E_1 e E_2) [...] (Murari; Barbosa, 2012, p. 42).

Essa citação surge, no texto, após a figura que segue:

Figura 05: Imagem da figura anterior a citação acima no livro



Fonte: Imagem retirada de Murari e Barbosa (2012, p. 41).

É fácil verificar que sem o auxílio da figura, fica muito mais difícil de compreender os apontamentos realizados e apresentados na citação acima. As figuras em casos como esse conseguem transmitir todas as minúcias apresentadas nas explicações de uma maneira muito mais interessante. Com este exemplo, pensamos que fica demonstrada a relevância das figuras nas obras, principalmente no terceiro volume que é aquele com as discussões mais difíceis de toda a série, como já dito antes.

Uma questão importante de se observar em um livro são as suas notas de rodapé¹¹⁶. Este recurso oferece informações de suma importância para o trabalho do hermenêuta, pois

¹¹⁶ Dois livros foram analisados primeiramente em sua versão *on-line* e depois em sua versão física – volumes 3 e 5. Isso se deu devido ao *lockdown* que levou ao fechamento das Universidades brasileiras por causa da

complementam, orientam e comentam partes do texto, oferecendo informações essenciais a sua compreensão e, portanto, a sua análise. No primeiro volume elas estão num total de 18; o segundo volume é o que possui a maior quantidade delas, 31; em compensação o terceiro é o que tem menor quantidade de notas, 3; o quarto volume possui 17 e o quinto têm um total de 8 notas de rodapé. Nos cinco livros, ao observarmos cada uma delas, percebemos que elas assumem funções específicas que visam enriquecer o conteúdo presente no texto principal. Com isso, elas aperfeiçoam o que é dito nos textos de cada obra e assumem alguns objetivos principais que são, por nós, subdivididos em ao menos quatro especificidades: (i) algumas notas se ocupam em *enriquecer o texto com informações complementares* como, por exemplo, apontar quando um texto foi aplicado em determinadas escolas, indicar alguma citação no idioma original, fornecer dados de caráter biográfico, bibliográfico ou vindos da História da Matemática; (ii) outras assumem a função de *esclarecer alguma informação relevante ao texto*, como explicar significados de termos ou expressões e indicar a localização de uma determinada discussão ou resposta; (iii) um terceiro tipo são aquelas que intentam *sugerir leituras voltadas ao aprofundamento teórico*, visando aclarar alguma demonstração ou curiosidades relativas ao texto; e por fim, temos (iv) uma quarta característica que é *oferecer sugestões e indicações de caráter pedagógico* com dicas, sugestões e orientações específicas deste teor. Nossa intenção, é claro, não foi esgotar todas as possibilidades de classificação dessas notas, nem sequer realizar um estudo muito aprofundado sobre elas, mas apresentar alguns objetivos possíveis de serem notados dado o seu teor e, com isso, demonstrar os focos principais que conseguimos vislumbrar acerca da maneira como elas assumem determinadas funções no texto.

As referências oferecidas nos livros da série geralmente aparecem ao final dos volumes, sendo este o caso para os quatro primeiros e no quinto volume elas surgem ao final da apresentação de cada jogo. Cabe lembrar que no quinto volume, cada capítulo apresenta uma determinada quantidade de jogos. Outro detalhe é que nem todos os capítulos dos quatro primeiros livros possuem alguma referência bibliográfica, assim como também acontece com os jogos apresentados no quinto volume. É importante dizer, contudo, que existem citações que não são referenciadas nos livros e vice-versa, o que demonstra uma falta de cuidado neste quesito. Outra questão importante é que os volumes três e quatro, oferecem, em alguns capítulos, o que o(s) autor(es) denomina(m) de *Indicações Bibliográficas*, que nada mais são

pandemia de coronavírus que ocorreu em 2020. Nestes livros pudemos verificar várias diferenças entre a versão *on-line* e a física, dentre elas que a versão física apresenta notas de rodapé enquanto a versão *on-line* possui notas de fim de mesmo teor.

do que sugestões de leituras visando aprofundamento teórico ou complemento de informações. Acerca dessas *Indicações* é preciso enfatizar que no quarto volume, algumas delas possuem alguns comentários que as acompanham demonstrando o interesse do(s) autor(es) em oferecê-las. Um exemplo é:

GRUPO GEOPLANO DE ESTUDO E PESQUISA. Sugestões de atividades educacionais usando o geoplano entre muitas possíveis. *Revista de Educação Matemática*, São Paulo: SBEM-SP, ano 8, n6-7, p. 63-68, 2001-2002.

Comentário: Entre várias sugestões, estuda o problema do número de triângulos em redes 3 x 3 (p. 67). Esse trabalho foi o primeiro do GGEP, na ocasião constituído só de três membros (F. S. Menino, M. C. B. de Marques e R. M. Barbosa) (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 108, *maiúsculas e itálicos dos autores*).

Acerca das referências como um todo, é importante dizer que existem 15 referências à Martin Gardner e 2 à Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan) no conjunto dos cinco volumes. Esse apontamento demonstra mais uma vez a vinculação dos livros aqui estudados com a Matemática Recreativa que tem em Martin Gardner o maior e mais reconhecido autor desta área no mundo e em Malba Tahan o maior autor desta área no Brasil.

Um outro fator que nos chamou atenção quando observamos as referências foi a grande quantidade de autocitações e autorreferências que encontramos nos livros da série. Observando somente do ponto de vista das Referências temos um total de 48 autorreferências de livros variados, incluindo obras repetidas – já que as referências são por capítulos ou jogos. Já quanto às *Indicações Bibliográficas* apontadas acima, temos um total de 7 autorreferências¹¹⁷. É preciso frisar que as autorreferências são na maioria trabalhos do professor Ruy Madsen, mas que existem também, entre elas, várias de autoria do professor Claudemir e também algumas de outros coautores que colaboraram com a escrita dos dois últimos volumes. Essa informação é relevante pois traz à tona algumas questões como a disseminação de trabalhos anteriores, talvez em um apelo mercadológico; temos também a questão de estabelecer uma notoriedade acerca dos assuntos tratados; entre outras.

Dizem o(s) autor(es) em alguns volumes que as atividades foram testadas junto algum público. Um destes momentos é retratado por um *Comentário* presente no primeiro volume da série que informa aos leitores que “Várias das atividades estudadas neste capítulo foram colocadas em prática numa oficina pedagógica com um grupo de professores-alunos de um curso de especialização de Psicologia e com um grupo de alunos de licenciatura em

¹¹⁷ Os trabalhos aqui contabilizados apenas incluem aqueles que estão nas Referências ou nas Indicações Bibliográficas; não sendo considerados, portanto, aqueles que estão oferecidos em *Notas*, *Notas de Rodapé* e *Comentários* presentes no corpo do texto.

Matemática” (Barbosa, 2009a, p. 66). Informações como esta são relevantes, pois demonstram uma preocupação do(s) autor(es) em testar algumas das atividades, visando compreender como seria a sua recepção por alunos e professores da Educação Básica. É preciso esclarecer, entretanto, que nenhum dos volumes aqui estudados menciona como ocorriam essas testagens, o que nos indica que possivelmente não havia uma sistematização que fosse respaldada por alguma metodologia de pesquisa específica voltada para este fim.

Em entrevista realizada por Raquel Barros Reis (2023, no prelo), aluna de Iniciação Científica com pesquisa em andamento e orientada por ambos os autores desta nota, a professora Luciana Aparecida Ferrarezi, coautora do quinto volume, cedeu algumas respostas que esclareceram sobre este fato. Na entrevista aprendemos que o professor Ruy foi coorientador de sua pesquisa de mestrado, orientada pela professora Laurizete Ferragut Passos, e que ele deixou claro que trabalharia com ela apenas a parte de produção das atividades enquanto as questões teóricas e metodológicas específicas de aplicação e produção de dados ficaria a cargo do trabalho realizado em conjunto com sua orientadora. Talvez aqui exista uma maneira de agir acerca dessas testagens que acompanha o autor desde o Movimento da Matemática Moderna (MMM), pois, segundo Elisabete Zardo Burigo (1989), os envolvidos neste movimento também não se preocupavam com esse tipo de sistematização. Aprendemos também com a Luciana Ferrarezi que alguns jogos que ela apresentou no capítulo que escreveu do quinto volume sofreram uma apreciação baseada em metodologia de pesquisa, pois este era o interesse investigativo de sua dissertação de Mestrado. Esta pesquisa mobilizou, em sua metodologia a pesquisa bibliográfica, realizou oficinas com professores e entrevistas semiestruturadas com alguns dos participantes dessas oficinas. Mas como já dissemos, o trabalho realizado pelo professor Ruy não tratou dessa questão teórica e metodológica relativa às testagens das atividades.

Não podemos nos esquecer de mencionar, também, que não foi apenas a entrevista realizada com Ferrarezi que nos ajudou a compreender o processo de produção dos livros em estudo. Existem, em algumas páginas das obras desta série, algumas marcas que colaboraram com o nosso entendimento desse processo. Um exemplo presente no primeiro volume, nos ensina que uma determinada investigação, localizada no décimo segundo capítulo, página 133, foi desenvolvida junto ao GGEP nos anos de 2005 e 2006, ou seja, pelo menos três anos antes da publicação do primeiro volume e cerca de 8 anos antes da publicação do quarto volume escrito pelo próprio grupo de pesquisa. Este é um indício forte, que os dois primeiros livros, escritos pelo professor Ruy, tiveram, pelo menos em algumas de suas partes, alguma

contribuição, mesmo que indireta, das atividades realizadas em grupos que este autor coordenava à época.

Temos ainda outras informações, como na página 113 do segundo volume, posição em que é retratado que até o dia 29/09/2006 não havia a intenção de escrever um capítulo sobre a temática dos Polihexes. Está ideia apenas surgiu no dia seguinte e foi graças ao êxito na confecção e solução de algumas atividades que se optou por escrever este capítulo. Ainda neste volume, também temos, na página 117, que a ideia para o acréscimo de mais um membro para a *Família-P*, constituída pelos rombos, ocorreu somente no final da produção do sétimo capítulo que tratava dos Polihexes. Já no quarto volume, na *Introdução* do livro, situada logo após a *Apresentação*, aprendemos um pouco sobre a dinâmica de atividades do GGEP como, por exemplo, o que levou a decisão pela publicação deste livro. Segundo consta, ela foi fomentada pela participação, dos seus membros, em congressos, que permitiu perceberem haver um interesse sobre essa temática.

Considerações Finais

Ao efetuarmos os exercícios anteriores que se atentaram a responder algumas demandas a respeito das percepções relativas às descrições dos livros¹¹⁸, nós conseguimos perceber como se deram as movimentações de alguns elementos específicos que fazem parte da constituição de cada obra em particular e da série de uma maneira geral. Um desses elementos que nos chamaram a atenção foi a questão da linguagem e da movimentação dos autores pelos diferentes tipos de linguagem que são utilizadas ao longo das páginas dos volumes desta série.

A linguagem, nos livros, assume particularidades bastante interessantes, pois existem momentos em que percebemos algumas alterações no seu padrão que ocorre ao longo das discussões apresentadas, por exemplo: em alguns momentos é encontrado um *tom* mais brincalhão e de chacota, que visa desafiar os leitores; temos momentos em que o *tom* é mais formal e, no geral, esses momentos estão relacionados com as discussões matemáticas mais próximas das demonstrações de algumas propriedades discutidas pelo(s) autor(es); temos também momentos em que a linguagem aproxima seu *tom* ao padrão encontrado na educação básica, aqui vemos esse padrão nas interações do(s) autor(es) com o leitor, que se apoiam em noções experienciais do(s) mesmo(s), visando transmitir dicas de como proceder no processo

¹¹⁸ Para maiores detalhes dessas discussões, ler os apêndices que retratam mais pormenorizadamente cada um dos livros da série.

de ensino e aprendizagem da matemática por meio das atividades sugeridas, essa certa informalidade é benéfica em aproximar ambos os atores, autor(es) e leitor, criando uma relação de cumplicidade entre eles; e, por fim, não podemos nos esquecer de apontar que é perceptível o trânsito do(s) autor(es) por esses diferentes tons, especialmente quando explicando alguma situação-problema que vai se formalizando aos poucos até chegar em uma demonstração mais formal e, com isso, a linguagem acaba tendo de acompanhar o enredo da narrativa em tela.

Esses diferentes tons, pensamos nós, servem de estratégias que funcionam bem quando se busca evitar deixar o texto monótono, o que ajuda na sua leitura, mas também quando se intenciona demonstrar os diferentes movimentos que perfazem o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Talvez aqui, até exista uma intenção, do(s) autor(es) de ensinar os professores, seus leitores, a aprenderem a transitar por esses diferentes tons de linguagem, visando melhorar a capacidade deles de ensinar. Isso talvez, em prol, de contribuir com uma melhor estruturação das aulas desses leitores, por meio de uma reflexão acerca das diferentes linguagens que envolvem, ou podem envolver, o processo de ensino e aprendizagem. Merece menção que esses diferentes tons também se relacionam a quais são o(s) autor(es) que escreveu(ram) cada uma das obras, pois elas acabam sendo ímpares nesse sentido.

Aproveitando essa discussão a respeito da linguagem. O estudo descritivo que realizamos, também permitiu aguçarmos nossas percepções relacionadas com o regime de autoria dos diferentes livros desta série. Veja, os dois primeiros volumes foram escritos individualmente por Ruy Madsen. O terceiro volume foi escrito pela dupla de professores Claudemir e Ruy, sendo que cada parte do livro foi escrita por um deles em separado. Já quanto aos dois últimos volumes, estes foram escritos por dois grupos de pesquisa diferentes, com autores também diferentes e apenas um autor em comum, o professor Ruy Madsen. O regime de autoria destes últimos livros, também ocorreu de maneira diversa, sendo o primeiro escrito por todos os seus autores em conjunto, enquanto o segundo sofreu uma subdivisão nos quatro primeiros capítulos, em que cada autor do livro escreveu um deles e os demais capítulos foram escritos por todos juntos. Essas informações são importantes para nós, pois elas revelam diferenças no regime de escrita de cada livro, havendo aqueles que são escritos em um regime de autoria individual, portanto, é pensado individualmente, enquanto outros foram escritos em um regime de autoria coletivo, ou seja, pensados coletivamente.

Isso certamente reverbera no modo como os textos são produzidos pelos seus autores e nos estilos de escrita que também assumem especificidades distintas, contribuindo com uma

produção que enfatiza nuances particulares dos conteúdos matemáticos trabalhados, entre outras coisas. Com essas percepções, conseguimos compreender o motivo que colaborou para que as Análises Descritivas que produzimos, de cada volume, tenham alcançado resultados bastante diferentes. Cada uma delas, com exceção daquelas dos dois primeiros volumes, que foram produzidos de acordo com um mesmo regime de autoria, qual seja, por um único autor, possuem um estilo de escrita e um formato similar que resultam em uma análise descritiva também bastante próxima; o que não ocorre com os volumes que possuem regimes de autoria distintos. Claro que essa relação também está atrelada com o fato de irmos mudando nosso estilo de escrita e percepções com o passar do tempo, mas essencialmente as nossas descrições não resultaram em um texto parecido, mesmo que sejam padronizadas em sua essência – cuidados, objetivos, leitura ativa e interessada, entre outras.

Dado esses diferentes regimes de autoria, enfrentamos alguns problemas quanto ao modo de citar e referenciar as obras estudadas nos nossos textos. Essas complicações são oriundas das subdivisões existentes nas responsabilidades de escrita dos diferentes capítulos e partes dos livros, principalmente pelo fato de nas fichas catalográficas dos três últimos livros estar indicado que todos os autores são coautores, mas o interior de alguns deles retratar uma divisão dessas responsabilidades que é realizada entre suas partes ou seus capítulos que acabaram sendo escritos por um autor específico, enquanto outros livros e capítulos foram escritos pelo conjunto de todos os autores responsáveis por ele. Essas questões, dificultaram o nosso trabalho para efetuar citação e referência das obras, pois como prosseguir com uma separação das referências e citações do professor Claudemir Murari que escreveu duas partes e do professor Ruy Madsen que escreveu apenas a terceira parte do terceiro volume, sendo que ambos são catalogados como coautores do livro como um todo, não havendo o estabelecimento de um organizador? E como proceder para o caso do quinto volume? Veja que essas características são bastante específicas e dificultam o processo de descrição dos livros, citação, referência, constituição de um interlocutor durante a leitura etc.

Outro detalhe que nos saltou aos olhos é que esse regime de autoria também interferiu no tempo necessário para publicação dos textos. Os dois primeiros volumes foram publicados com diferença de poucos meses, enquanto o terceiro demorou cerca de três anos para ser efetivamente publicado e já os demais foram publicados um a cada ano a partir da publicação do terceiro.

Continuando nessa linha de análise, percebemos que a forma de condução das atividades propostas é também significativamente distinta entre os diversos volumes e de acordo com os seus autores – regime de autoria. Assim, eles trabalham o conteúdo proposto

de maneira diferente e enfatizam algumas ações ao invés de outras. Isso é perceptível, por exemplo, no terceiro volume que possui um trabalho muito grande com alguns materiais pedagógicos – caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons – que são mobilizados em suas atividades em um nível bastante elaborado de discussões matemáticas, de um teor mais sério e, portanto, menos recreativo. Já nos demais volumes, que possui uma menor elaboração das suas atividades, o foco é maior nas recreações. Mesmo assim, entre esses quatro livros, há algumas pequenas diferenças que são perceptíveis, como: o quarto volume, que trabalha com geoplanos, foca bastante na construção e manipulação desses materiais, mas de uma forma diferente da manipulação dos caleidoscópios no terceiro volume e distinto da manipulação dos pentaminós no segundo volume. Ainda sobre essas diferenças, vamos verificar que o primeiro volume vai dispensar um maior tempo em reflexões que abarcam o pensamento lógico e o raciocínio matemático, inclusive com possibilidade de atividades individuais¹¹⁹ em maior número que noutros volumes, claro que com menor robustez que o terceiro volume, mas o segundo volume, a seu turno, defenderá uma interação maior do professor, com atividades mais voltadas a trabalhar em grupo e com um foco maior na investigação, ainda assim, algumas vezes abarcando a lógica, mas de uma maneira também distante daquela que ocorre no primeiro volume.

De uma maneira geral esses livros possuem um conteúdo divertido que tem um apelo a aspectos afetivos positivos e, portanto, pode ser situado dentro do campo das atividades da Matemática Recreativa (Sumpter, 2015). Há também nas suas atividades muitos jogos e problemas prazerosos que fazem jus a essa alocação, pois conseguimos vislumbrar, neles, as características que os nossos estudos da Matemática Recreativa apontaram como, por exemplo, a definição dada por Bártlóvá (2016)¹²⁰. Lembrando que aqui, as atividades recreativas servem ao propósito de evitar as discussões enfadonhas realizadas comumente pelos professores de Matemática quando ensinando alguns conteúdos dessa disciplina. Assim, é visto um uso da diversão, do manipulativo, dos jogos, do belo etc. para motivar e engajar os alunos no processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

¹¹⁹ Mesmo sugerindo que suas atividades sejam realizadas em grupo, neste volume percebemos a possibilidade delas serem realizadas de modo individual com maior possibilidade do que em outros.

¹²⁰ Para ela a Matemática Recreativa é uma parte da Matemática que inclui qualquer situação – problema, brincadeira, jogo etc. – que tenha um “espírito de diversão”. Dentro dessa visão ela subdivide a Matemática Recreativa em quatro aspectos que não são totalmente disjuntos, mas que possuem ou podem possuir pontos de intersecção. Esses aspectos são: **Aspecto Científico-Popular:** relacionado com uma parte da Matemática que é divertida e popular; **(b) Aspecto Divertido:** relacionado com uma Matemática utilizada como um desvio da Matemática Séria e voltada ao divertimento; **(c) Aspecto Pedagógico:** relacionado com a sua mobilização no ensino; e, por fim, **(d) Aspecto Histórico:** relacionado ao papel muito importante da Matemática Recreativa na História da Matemática ao originar várias teorias e conceitos matemáticos ao longo da História (Bártlóvá, 2016).

Um dos fatos interessantes que aprendemos em nossos estudos sobre a Matemática Recreativa, está relacionado com a falta de uma discussão metodológica e até mesmo teórica acerca de sua vertente educacional. Nosso estudo, encontrou muitos textos vinculados com a Matemática Aplicada e a História da Matemática que visaram propor ou resolver um ou alguns problemas, em uma discussão muitas vezes apenas no âmbito matemático que para nós era infrutífera tanto para as teorias mais densas da Matemática quando para as teorias Educacionais. Isso pode ser percebido nos volumes dessa série, que apesar de citar alguns nomes de teóricos da Educação Matemática¹²¹, acaba se silenciando em evidenciar seus modos de trabalhar, suas concepções principais e os usos metodológicos que melhor conviriam para a aplicação de seus pensamentos em sala de aula. Como nos contou Luciana Ferrarezi, na entrevista concedida à Raquel, fazer essas discussões não era e nunca foi uma intenção do professor Ruy, líder das publicações desta série e, portanto, delineador dos seus objetivos. Para ele, isso tudo seria mais do mesmo, mais do que vinha sendo feito e sua intenção era modificar isso e dar aos seus leitores a prática, pura e simplesmente. Existem vestígios desta crença, presentificadas no quinto volume desta série e que trazemos abaixo. Segundo acreditamos, essa citação, claramente destacada esta maneira de pensar a formação de professores de matemática:

Quanto aos aspectos educacionais teórico-práticos, preferimos lembrar ao prezado leitor que existem boas obras, e de autores brasileiros! Permitimo-nos citar apenas três:

GRANDO, R. C. *O Jogo e a Matemática no contexto da sala de aula*. São Paulo: Paulus, 2004.

OLIVEIRA, V. B. *Jogos de regras e a resolução de problemas*. Rio de Janeiro: Vozes, 2004.

SMOLE, K. S. *et al. Cadernos do Mathema: jogos de matemática*. Porto Alegre: Artimed, 2007-2008. v. 2-3 (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 11, *maiúsculas e itálicos dos autores*)

Mesmo havendo esse posicionamento de evitar discussões vindas das teorias pedagógicas, não podemos deixar de evidenciar que estão presentes na estrutura dos textos, vários momentos de interação do(s) autor(es) com seus leitores, visando indicar caminhos de como proceder na condução das atividades. Nesse sentido, existem algumas indicações que

¹²¹ Alguns nomes de teóricos da área de Ensino de Ciências e Matemática são mencionados no corpo dos textos dos volumes desta série e alguns outros escreveram as suas *Apresentações*. Dentre estes nomes, temos: Katia Stocco Smole, Ole Skovsmose, Regina Célia Grandó, Miriam Godoy Penteado, Ubiratan D'Ambrosio, Rosana Giarretta Sguerra Miskulin e Mauro Carlos Romanatto.

trazemos, aqui, e que retiramos apenas do segundo volume¹²² visando oferecer apenas alguns exemplos que retratam esses elementos. O primeiro deles está na sugestão de trabalhos em grupos e de oferecer um conjunto de peças iguais para cada grupo como escrito em Barbosa (2009b, p. 139), temos interações que defendem que os professores aguardem a descoberta de algumas relações pelos próprios alunos antes de intervir na sua resolução como encontrado em Barbosa (2009b, p. 120), temos dicas aos docentes indicando o momento de aproveitar alguma discussão para explorar outros tópicos em Barbosa (2009b, p. 142), um cuidado dos autores em apontar os tipos de problemas mais adequados para determinadas séries e idades e o que fazer para aumentar o seu grau de dificuldade presente em Barbosa (2009b, p. 121) etc. Todas essas orientações vindas diretamente dos autores são oriundas das experiências que eles tiveram como desenvolvedores das atividades, algumas delas testadas em oficinas e salas de aula, e de como eles visualizam a aplicação das atividades que propõem. Óbvio que segundo entendemos, eles não fazem um debate seguro respaldado pelas teorias da Educação Matemática, mas existe essa preocupação em ensinar os seus leitores a se “portarem” como professores na condução das atividades. Um aprendizado, compreendemos, que parte da experiência de sala de aula e de formadores de professores adquirida ao longo de sua carreira acadêmica.

Mesmo com os momentos em que há a sugestão de leitura de autores da Educação Matemática, como ocorre no quinto volume, ou momentos em que os autores dialogam muito brevemente com outros autores desta área, temos que frisar que esses diálogos parecem contraditórios com as ideias defendidas pela maioria desses autores, pois eles, como atuantes dentro do campo da Educação Matemática tendem a defender posicionamentos que parecem ser contrários àqueles assumidos pelo(s) autor(es) das obras. Um exemplo são as ideias do professor Ole Skovsmose que defendem a inserção de uma visão crítica da Matemática e dos temas sociais nas suas atividades, outro é a questão da professora Grando que tematiza como, a depender da mobilização que se faz dos jogos, os níveis de elaboração mental dos alunos atingem patamares diferentes e quais são aqueles níveis de compreensão mais desejados de serem alcançados pelos alunos. Veja que tanto Skovsmose quanto Grando não se preocupam exclusivamente com a internalidade da Matemática, oferecendo contribuições que se fundamentam em questões presentes em outros campos do saber. A partir disso, entendemos que existe, por parte do(s) nosso(s) autor(es) um conhecimento das teorias da Educação

¹²² Segundo nossas percepções, o segundo volume é aquele que mais discute as relações e os modos de se portar dos professores perante as atividades propostas, se tratando de um exemplar perfeito para nós pautarmos nesses apontamentos. Em contrapartida, a nosso ver, o terceiro volume é o mais árido deste tipo de discussões.

Matemática, que inclusive é expresso na entrevista concedida por Luciana Ferrarezi (Reis, 2023, no prelo), mas que há um esvaziamento dessas considerações e interrelações vindas de outras áreas do saber, no interior dos livros desta série que retrata, por sua vez, uma decisão refletida e proposital dele(s).

Nós, como pesquisadores do campo da Educação Matemática, aprendemos com os posicionamentos e as atividades mobilizados nesta série que a Matemática Recreativa acaba se tornando um grupo de atividades divertidas, mas sem um enfoque crítico e muito menos apoiada em um embasamento teórico e metodológico relativo às ações professorais quanto ao seu uso em sala de aula. Como essas obras se voltam a formação de professores, elas discutem conteúdos específicos do âmbito matemático, porém, são bastante limitadas em termos das explicações que oferecem acerca de concepções de ensino e maneiras de ensinar e aprender Matemática com o uso da Matemática Recreativa, ou melhor dizendo, dos recursos pedagógicos aqui mobilizados. Este, pensamos, seria um dos principais objetivos desses livros que se voltam a trabalhar com a formação de professores e a oferecer ferramentas para que eles melhor exerçam a sua profissão. Isso é visto aqui, quando materiais pedagógicos e atividades recreativas são ofertados aos leitores sem maiores discussões teóricas relacionadas com o ensino de Matemática e a *práxis* do professor desta disciplina. Em compensação, esbanja-se suposições práticas e até algumas demonstrações do campo da Matemática *per se*, sem se esquecer de efetuar apontamentos experienciais que surgem das reflexões do(s) autor(es) das obras, mas sem o apoio teórico dos autores que publicam na área de ensino.

Em um outro âmbito, ao refletirmos sobre as tendências de ensino e aprendizagem da Matemática, passamos a entender, segundo nossas interpretações do artigo de Dário Fiorentini (1995), que essas obras possuem características que nos levam a lembrar daqueles autores que usualmente trabalham com as metodologias ativas no ensino da Matemática e que se utilizam delas se apoiando no belo, no colorido, no palpável, no prático etc., para atrair a atenção dos alunos. Segundo este trabalho, percorrendo sobre o que aprendemos acerca de uma visão de trabalho apoiada nas metodologias ativas, aprendemos que as características das obras aqui estudadas podem vincular-se tanto com uma visão de ensino Empírico-Ativista quanto Construtivista.

Depois de estudarmos essas ações que demonstram uma aproximação ora com uma dessas duas visões de ensino e em determinados momentos com outra, como a Formalista Moderna, por exemplo (Fiorentini, 1995), conseguimos afirmar, nesta análise argumentativa, que essa é uma série de livros que não dialoga com outras tendências da Educação Matemática e com a própria perspectiva de Formação de Professores que essa área professa.

Essa perspectiva da qual tratamos, é amplamente aceita e divulgada na área da Educação Matemática, até mesmo em se tratando das discussões que ocorrem em âmbito internacional. Cada vez mais, essas teorias se ocupam com a presença das questões sociais, culturais, políticas, ideológicas etc. e deixam de lado aquelas questões relacionadas apenas com a internalidade da Matemática e da formação daqueles que ensinam seu conteúdo.

É interessante apontar que essas ideias de formação de professores que vão na contramão das ideias dessa série de livros, são bem aceitas pelos autores que redigiram as apresentações dos cinco volumes aqui estudados. Esse fato nos levou a estranhar como nenhum deles faz um posicionamento mais contundente a este respeito ao serem chamados a apresentar essas obras. Ao não fazerem nenhum tipo de comentário a este respeito, esses autores acabam chancelando o posicionamento presente nelas, que vai contra alguns ideais que eles defendem em seus textos acadêmicos e linhas de pesquisa. Um exemplo disso está na *Apresentação* redigida pelo professor Ubiratan D'Ambrósio, que liderou as discussões sobre etnomatemática no Brasil, e que não faz nenhum apontamento acerca da importância de atribuir a essas atividades algum viés que se ocupasse com as questões étnicas, por exemplo, dado a ausência dessas discussões no livro que ele apresenta, volume 3, coincidentemente o mais internalista de todos. Acreditamos que os apresentadores poderiam levar para o público dessas obras a importância destas questões, mesmo que as obras não lancem mão dessas discussões, oportunizando, aos leitores, uma reflexão sobre questões como essas, mesmo que apenas operacionalizadas no texto de apresentação dos livros, pois para nós é obvio a intenção de apagamento deste tipo de discussão, como parte de um conjunto de ideias de como se deve trabalhar com a Matemática Recreativa no âmbito da Formação de Professores via livros. É fácil perceber que a escrita dessas apresentações pelos autores que, além de relevantes na Educação Matemática possivelmente foram escolhidos por essa razão, pode apoiar justamente a aceitação dessas ideias que estamos explicitando. Logo, nos livros desta série, é como se esse tipo de discussão fosse perfumaria, dentro do que realmente importa nesse tipo de formação.

Referências

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Bártlová, T. **History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics**. 148 f. Tese (Doutorado em Matemática). Department of Mathematical Analysis, Charles University, Prague, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.11956/1330>. Acesso em 28 de setembro de 2018.

Burigo, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 286f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UFRS, Porto Alegre, 1989. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163050>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Câmara Brasileira do Livro. **Agência Brasileira do ISBN**: Aplicações específicas. São Paulo, [s.d.]. Disponível em: <https://www.cbldados.org.br/isbn/aplicacao-do-isbn/>. Disponível em: 13 de setembro de 2023.

Dalcin, A. Um olhar sobre o paradidático de matemática. **Zetetike**, Campinas, v. 15, n. 1, p. 25-45, 2009. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647014>. Acesso em: 16 de setembro de 2023.

Ferrarezi, L. A. Capítulo 2. In: Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v., p.35-52. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Ferrarezi, L. A. **Criando novos tabuleiros para o jogo Tri-Hex e sua validação didático-pedagógica na formação continuada de professores de matemática**: uma contribuição para a geometria das séries finais do ensino fundamental. 147.f Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2005. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91007>. Acesso em: 20 de abril de 2023.

Fiorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetike**, v. 3, n. 4, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Reis, R. B. **O Professor de Matemática em Ação**: um estudo a partir de entrevistas com autores. 2023. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Unesp, Bauru, 2023. No prelo.

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Sumpter, L. Recreational Mathematics – Only for Fun? **Journal Of Humanistic Mathematics**, [S.L.], v. 5, n. 1, p. 121-138, jan. 2015. Claremont Colleges Library. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5642/jhummath.201501.07>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Singmaster, D. The utility of recreational mathematics. **UMAP Journal**, v. 37, n. 4, p. 339-379, 2016. Disponível em: <http://jnsilva.ludicum.org/HMR1718/DS.pdf>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Singmaster, D. What is Recreational Mathematics? In: SINGMASTER, D. **Adventures in Recreational Mathematics**, World Scientific Publishing. 2021, p. 1-7. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1142/9789811226014_0001. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa**. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Capítulo IV: (Re)Interpretação

A (Re)Interpretação, no referencial da Hermenêutica de Profundidade, é o movimento analítico de atribuição de significados que reverberam na produção de um texto que se volta a interligar as compreensões advindas dos movimentos da Análise Social e Histórica e da Análise Formal ou Discursiva. Tal texto tem a função de tecer discussões plausíveis a partir do que foi percebido nos demais movimentos, explicitando percepções, algumas das quais, geralmente, despercebidas quando se faz uma hermenêutica do cotidiano, ou quando se atenta mais a um dos aspectos anteriores do que ao outro. Isso não necessariamente implica ser esse um texto que discute e abarca tudo o que foi apontado nos textos anteriores.

Desta forma, tudo o que foi estudado passa por um processo de reflexão, de sistematização e estabelecimento de relações, visando atribuir significados ao que foi estudado. Aqui é possível trazer percepções mais gerais sobre a função dos livros da série que estudamos, bem como aspectos da cultura e da ideologia que permeiam os cinco volumes da obra analisada.

Uma interpretação possível dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação*

O objetivo, aqui, é trazer uma sistematização de nossas percepções relacionadas aos cinco volumes da série *O Professor de Matemática em Ação* (Barbosa, 2009a; Barbosa, 2009b; Murari; Barbosa, 2012; Tiggemann *et al.*, 2013; Rodrigues *et al.*, 2014) que, pensamos, são estudos que preenchem algumas lacunas, criam sentido e reverberam no campo da História da Educação (Matemática). Na espinha dorsal das discussões aqui aventadas julgamos que alguns pontos são, já de início, relevantes, quais sejam: as influências do professor Ruy Madsen Barbosa na confecção e como personagem central na tomada de decisões relativas à série; algumas estratégias de elaboração dos livros, utilizadas pelos autores possivelmente visando legitimidade, reconhecimento e até mesmo notoriedade; as ideias a respeito de Formação de Professores que os autores promovem na obra; a presença da Matemática Recreativa como força motriz das atividades dos livros e, por fim, o volume de vendas e a demanda mercadológica pelos livros desta série. Durante todo o texto, ressaltaremos como os autores, o contexto de produção da obra e as principais decisões tomadas e nela manifestas, entre outros detalhes, reverberam na sua materialidade, permitindo que ela se apresente como essa obra, e não outra.

Dentre nossas intenções, apresentamos aqui discussões de como a ideologia e a cultura estão imbricadas nos livros. Para isso, foi necessário atentarmos para as várias ramificações e nuances presentes no cenário de produção da obra, assim como para sua materialidade, almejando evidenciar a cultura e a ideologia nela presentes. O principal aliado na produção destes dados foi o próprio referencial teórico e metodológico da Hermenêutica de Profundidade (HP), que permitiu explicitar e produzir afirmações plausíveis acerca da forma simbólica aqui em estudo.

Começamos nossas discussões tecendo apontamentos sobre a influência do professor Ruy Madsen Barbosa na produção dos livros, assim como assinalando o modo como as oportunidades e experiências que ele teve durante a vida acabaram sendo essenciais para a produção, publicação e disseminação desta série.

A HP, como referencial metodológico que nos inspira, exige que observemos atentamente o contexto de produção, transmissão e assimilação das formas simbólicas estudadas. Não nos ocupamos com a questão da assimilação, pois isso fugiria do escopo de nossa pesquisa, exigindo abordagens metodológicas alternativas e complementares já que a assimilação diz respeito ao modo como uma determinada forma simbólica é recebida em certa comunidade, por certo público – no caso, um público-leitor. Para considerar de modo

minimamente adequado os contextos de produção e o que os autores parecem entender como sendo o cerne do que se quer comunicar com a forma simbólica, a HP indica a necessidade de um estudo sistemático das situações e espaços temporais, dos campos de interação, das instituições sociais e da estrutura social de uma determinada época (relacionada, obviamente, à existência da forma simbólica), mas principalmente uma investigação acerca de como essas tantas questões interferem na publicação/produção/circulação das obras e em sua materialidade.

Por meio deste estudo é possível analisar como a cultura e a ideologia se imbricam na forma simbólica, permitindo que relações de poder se estabeleçam, sejam mantidas, reforçadas ou rompidas. Também é possível considerar como os autores parecem pretender transmitir ideias específicas e como, amarrada a esses tantos fatores, a publicação dos livros em questão tem o seu caminho facilitado ou dificultado, a depender das necessidades e demandas do mercado editorial brasileiro e do reconhecimento (ou não) de seus autores. Os livros foram publicados no Brasil, por uma editora conhecida entre os educadores matemáticos, a Autêntica Editora, entre os anos de 2009 e 2014. Um dos pontos relevantes para a produção destes livros é a influência do professor Ruy, especialmente quando observamos que sua experiência e o seu renome atuam de modo a favorecer o surgimento de maiores oportunidades de publicação para as suas pesquisas. Mas é importante ressaltar que essa possível notoriedade dada à obra pelo nome do pesquisador-autor foi sendo criada aos poucos, tanto quanto foi sendo criado, gradualmente, com o tempo, o reconhecimento do autor no decorrer de toda uma carreira.

Logo, entendemos que para participar do processo de publicação de livros e textos científicos em periódicos, assim como para poder exercer o direito de falar e ser ouvido na academia, é preciso que o interessado alcance algum destaque, popularidade, reconhecimento ou notoriedade. Neste sentido, a importância dos indivíduos que pertencem a um determinado grupo é marcante e expressiva, a depender de suas intenções e trânsito. Deste modo, o espaço alcançado pelos autores desta série foi conquistado ou substancialmente valorizado devido ao respeito que o professor Ruy Madsen, de alguma forma, alcançou no meio acadêmico. Seus méritos e bem provavelmente as circunstâncias e oportunidades que ele soube aproveitar no decorrer de sua vida fertilizou o solo no qual se construiu uma reputação, o que, certamente, em decorrência, rendeu a ele oportunidades relevantes para a publicação de suas pesquisas com maior facilidade. Com esse reconhecimento, ele conseguiu ocupar espaços em instituições, tanto públicas quanto privadas; fundar e liderar grupos de pesquisa com membros

que se interessavam por aprender com ele e, além do mais, ter a possibilidade de publicar em conhecidas editoras nacionais, como a Nobel, a Atual, a Autêntica e a Livraria da Física.¹²³

Considerando a leitura das obras e a presença do Ruy Madsen como coautor de todos os volumes, ele assume nestes livros uma função maior do que a de simples autor e coautor. Nossas observações, somadas às informações oferecidas pela professora Luciana Aparecida Ferrarezi (Reis, 2023, no prelo), em entrevista, nos permitem perceber que ele, além ser o principal autor de todos os livros da série, assumia também a dupla função de coordenar a produção dos livros, operando como um editor de cada volume. Isso fica manifesto nas capas dos dois últimos volumes, em que ele é apontado como coordenador. Nas páginas finais dos livros, nas sessões *Quem Somos*, registra-se que sua função era a de coordenador e líder dos grupos de pesquisa, o que justifica manter seu nome na capa, nesta posição, se não houvesse uma implicação mais significativa, já que os livros possuem apenas cinco e quatro autores, respectivamente, o que não impediria a indicação de todos eles nas capas ou a menção aos grupos de pesquisa. O destaque ao nome de Ruy Madsen Barbosa, assim, extrapola o sentido de seu nome ser o de um autor entre outros autores, sublinhando sua responsabilidade direta, específica e especial como o responsável direto por elas e a razão dos livros existirem.

A porta de entrada do autor na Autêntica Editora foi a publicação do livro *Descobrimos a Geometria Fractal: para a sala de aula*, produzido em 2006 a convite do professor Marcelo de Carvalho Borba, da Unesp de Rio Claro, editor responsável pela coleção *Tendências em Educação Matemática* que, inclusive, faz os convites para os autores dessa coleção *Tendências*. Segundo o professor Marcelo Borba, em conversa conosco via *email*, o livro teve uma boa recepção do público, a julgar pelo volume de vendas. Isso contribuiu para que houvesse um convite, por parte da Autêntica Editora, para a produção de outras obras pelo autor. São, portanto, os resultados alcançados pelas obras do autor, medido em vendas, e o bom trânsito do professor Ruy no campo da Educação Matemática que estabeleceram inicialmente uma relação de confiança e vínculo entre ele e a Autêntica Editora.

A venda de livros, o interesse do público pelas obras, e o trânsito de Ruy Madsen na comunidade de educadores matemáticos é que retroalimentam seu reconhecimento no cenário editorial.

¹²³ As informações acerca dos demais autores – que assinam capítulos, mas não são trazidos em destaque, por exemplo, nas páginas iniciais ou na capa dos livros que compõem a obra – podem ser encontradas no texto *Formação e atuação profissional dos autores da série de livros “O Professor de Matemática em Ação” elementos para uma biografia*, parte do capítulo de *Análise Social e Histórica*.

Ruy Madsen Barbosa nasceu em Campinas, em 1931. Durante sua graduação o país, mais particularmente o estado de São Paulo, passava por um período de grandes alterações culturais e econômicas. O crescimento das cidades interioranas e consequentemente a ampliação da demanda por mão de obra levava ao crescimento da procura por professores na educação básica e no ensino superior (Martins-Salandim, 2012). Os professores de Matemática com formação em nível superior naquele período, eram raros, e isso pode ser comprovado pela implementação de ações emergenciais no campo da Educação, como a criação dos cursos da Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES) que ofereciam condições, por meio dos exames de suficiência, de professores leigos lecionarem nas escolas. O professor Ruy concluiu dois desses cursos, que permitiram a ele atuar lecionando Desenho e Matemática. Essa condição capacitou-o para trabalhar como professor de Desenho, enquanto cursava a graduação em Matemática. Sua função de professor de Desenho ocorreu na própria universidade da qual era estudante, a Universidade Católica de Campinas (UCC), atual Pontifícia Universidade Católica (PUC) da cidade, na situação de professor do magistério superior (Oliveira, 1997; Martins-Salandim, 2012; Milanez, 2020).

Campinas foi a primeira cidade do interior paulista a possuir um curso de formação superior em Matemática, o quarto do estado. Até então havia cursos de Matemática somente na cidade de São Paulo, sendo o primeiro deles o da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (USP) e dois outros localizados, um na Universidade Católica, hoje também PUC, outro na Universidade Mackenzie (Martins-Salandim, 2012). Assim, aparentemente, também seu local de residência contribuiu para a formação de um cenário bastante favorável aos estudos e, somado a este cenário, dada a carência de profissionais formados em Matemática, ele pode optar pelas melhores possibilidades para a carreira de professor.

Tão logo graduou-se, após assumir o cargo de professor da educação básica no magistério estadual paulista nas cidades de Tietê, em 1955, e Boituva, em 1956, ele foi indicado pelo professor Osvaldo Sangiorgi para lecionar na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL), até então Instituto Isolado de Ensino Superior do Estado de São Paulo (IIES), localizado em Araraquara. O diretor da instituição, à época, era Paulo Guimarães da Fonseca, conhecido de Sangiorgi, que o convidou, em 1960, para lecionar no curso de Química, posto que ainda não havia curso de Matemática na instituição. Lá ele trabalhou por vários anos. Quando a instituição foi transformada em uma das unidades da Unesp (Universidade Estadual Paulista), no ano de 1976, o professor Ruy foi compulsoriamente transferido, alguns anos

depois, para o Campus de São José do Rio Preto¹²⁴. Essa foi uma experiência traumática, porém necessária, devido às mudanças que ocorriam nos Institutos Isolados por razão da criação da Unesp (Martins-Salandim, 2012; Zanardi, 2012).

Enquanto professor do ensino superior, o cenário daquela época era de precariedade em termos dos materiais de trabalho. Havia, além de outros problemas, a falta de livros-texto produzidos em língua portuguesa, o que levou o professor Ruy a atuar neste ramo (Souza; Luiz; Azevedo, 2020). Assim, suas primeiras publicações visam suprir a demanda por livros-texto das disciplinas que ele lecionava na graduação. Foi também como professor do ensino superior que ele atuou em grupos de estudo e pesquisa importantes no cenário da Educação Matemática brasileira, como o GEEM – Grupo de Estudo do Ensino de Matemática –, e o CRAEM – Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática –, que contribuíram para a divulgação do ideário do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. Posteriormente, ele liderou outros grupos, como o Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J) e o Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP) – os dois últimos tiveram como membros os coautores dos volumes 4 e 5 da série *O Professor de Matemática em Ação*. A influência de ter atuado em grupos como o GEEM é notória na carreira do professor Ruy, como ele mesmo afirma reiteradamente. Ele também compôs a diretoria da divisão paulista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) por alguns anos. Após a aposentadoria, o professor Ruy, além de ter mantido a atuação em várias instituições de ensino superior privadas e públicas, também continuou sua função de autor de livros. Alguns dos que ele publicou eram destinados a disciplinas vinculadas à Matemática Aplicada. Vários outros tiveram como foco a formação de professores que ensinam matemática e, mais ao final de sua vida, atou na divulgação de atividades vinculadas à Matemática Recreativa, ainda no âmbito de Formação de Professores, como é o caso da série que estudamos. Destacamos que há nuances de Matemática Recreativa em outras publicações, como uma datada dos anos 1980, a série *Matemática: magistério*, estudada por Pereira (2023).

Percebemos que, durante sua trajetória, o professor Ruy pode optar pelo caminho a seguir, estando em um cenário educacional caracterizado pela carência de professores tanto para a escola básica quanto para o ensino superior. É também interessante mencionar que o autor colaborou com a formação de mão de obra qualificada ao longo de sua carreira. Isso pode ser percebido por sua atuação como professor, mas também pelas publicações conjuntas

¹²⁴ Há indícios que foi possível a ele escolher entre os campi de São José do Rio Preto e Rio Claro, tendo a opção recaído sobre o primeiro. Essa escolha deu-se mais pelos vínculos de amizade e de pesquisa que ele mantinha com professores desta instituição.

que ele realizou com seus orientandos e membros dos grupos de pesquisa que liderou. Os coautores que trabalharam com ele na produção da obra que estudamos são bons exemplos dessa relação orientador/orientandos. Dois dos coautores, inclusive, tiveram o professor Ruy Madsen como coorientador: Claudemir Murari no doutorado, e Luciana Aparecida Ferrarezi no mestrado, em pesquisas realizadas junto ao programa de pós-graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro. Essas informações nos parecem relevantes por evidenciar a contribuição do professor Ruy para a formação de quadros especializados em docência e pesquisa. A publicação em regime de coautoria tem sido uma estratégia bastante potente e eficiente para fazer circular os conhecimentos gerados em instâncias específicas de pesquisa. Essa mesma estratégia, obviamente, também pode ser percebida em outros campos do conhecimento, como a Matemática Aplicada, a Engenharia, a Ciência da Computação e a Medicina.

As experiências vividas pelo professor Ruy Madsen em sua carreira contribuíram significativamente para que a relação dele com seus coautores seja a de um influenciador, emprestando autoridade e tomando decisões nos grupos de trabalho e pesquisa. O professor Ruy, segundo pessoas que com ele conviveram, era bastante cortês e tinha uma excelente relação com os orientandos (Reis, 2023, no prelo). Por outro lado, Luciana Ferrarezi, relata em Reis (2023, no prelo) que quando foi a ele sugerida a possibilidade de produção de um texto de caráter didático-pedagógico para o quinto volume da série aqui estudada, ele apenas concedeu um único parágrafo para o tratamento desse tema, afirmando que não queria contaminar o texto com esse tipo de discussão. Aqui, fica evidenciada uma relação de poder muito importante no que diz respeito à elaboração dos livros que estudamos. O professor Ruy tinha a autoridade, exercida um tanto quanto autoritariamente, para vetar ideias de seus coautores e, assim, definir as principais linhas a serem seguidas para os livros da série.

Essa relação de liderança da qual falamos não se estabelece apenas com aqueles coautores que o tiveram como um coorientador nas suas pesquisas de graduação ou pós-graduação, mas também com aqueles que participavam dos grupos de pesquisa por ele liderados. Dada essa relação de poder imposta, parece natural que também houvesse tomadas de decisões arbitrárias pelo professor Ruy Madsen na trajetória de publicação dos livros da série, posto que ele, atuando como detentor do espaço na editora, distribuía esse espaço entre seus companheiros de empreitada.

É importante salientar, contudo, que simultaneamente à produção dos livros desta série, há quatro outros livros de mesmo teor publicados pela Editora Livraria da Física. Os livros em questão são: *Aprendendo novas e Explorando antigas Conexões Matemáticas*

Educacionais, publicado em 2012; *Revisitando Conexões Matemáticas com brincadeiras, explorações e materiais pedagógicos*¹²⁵, também de 2012; *Revisitando Conexões com Jogos: pensamos, aprendemos e divertimo-nos*¹²⁶, de 2013; e; *Brincar com semelhança e Aprender replicação*, de 2014. Interessante apontar sobre o terceiro livro, publicado em 2013, que ele possui teor parecido com o quinto volume da série que estudamos, ambos, porém, produzidos por grupos de pesquisa com diferentes denominações (e, consequentemente, siglas), como, nesse caso, o Grupo de Estudo e Pesquisa Jogatina Matemática Pedagógica (G-JOMAP). Segundo informações dadas em entrevista pela professora Luciana, também coautora neste livro, o GEP-J e o G-JOMAP eram essencialmente o mesmo grupo de pesquisadores vinculados à Unesp de Rio Claro (Reis, 2023, no prelo). O que os diferenciava era que o primeiro tinha um *status* mais oficial dentro da universidade. Somente dois autores se mantêm em ambos os livros – os professores Ruy e Luciana.

Os autores desta série em estudo, principalmente o professor Ruy, também possuíam publicações na forma de artigos científicos, como é usual ocorrer aos que trabalham em instituições acadêmicas. Buscando compreender a vinculação entre a produção dos livros e a produção científica de seus autores, principalmente no que diz respeito ao tema “Matemática Recreativa”, procuramos por periódicos voltados a esse assunto. No âmbito internacional existem periódicos e até congressos voltados a discussões desta temática. No Brasil, contudo, não há nem mesmo muitas pesquisas de mestrado e doutorado sobre o assunto. Disso, aparentemente, decorre que os livros são um meio efetivo de divulgação da Matemática Recreativa no país, já há muitos anos, mas principalmente desde o período de produção dos livros desta série. Não havia periódicos para a divulgação da Matemática Recreativa no Brasil na época da publicação destes livros e ainda não há, atualmente, periódicos específicos para esse fim¹²⁷, algo que, já o dissemos, não ocorre no exterior¹²⁸. Também consideramos, aqui,

¹²⁵ Este livro foi estudado pelo aluno Diego Pereira Brasil (2021) em Iniciação Científica conduzida junto ao Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Unesp de Bauru e orientada pelo ator desta tese e por sua orientadora.

¹²⁶ A professora Luciana Aparecida Ferrarezi é coautora de Ruy Madsen nessa obra.

¹²⁷ Temos informações sobre a existência de periódicos que não tiveram grande sobrevida em anos bem anteriores às publicações dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação*, como foi o caso da revista *Al-Karismi*, de responsabilidade do professor Júlio Cesar de Mello e Souza, publicada entre os anos de 1946 e 1951, com um total de oito volumes publicados. Outra revista que também teve uma vida breve foi a *Lilaváti*, também de responsabilidade do professor Júlio César, com um único volume publicado (Oliveira, 2007).

¹²⁸ A produção bibliográfica internacional sobre Matemática Recreativa é bem extensa, particularmente nos Estados Unidos e em Portugal, havendo periódicos específicos como o *Recreational Mathematics Magazine* e o *Journal of Recreational Mathematics* (que publicou trabalhos até 2014). Existem também congressos específicos como o *Gathering for Gardner (G4G)* – que ocorre desde 1993 em Atlanta, nos EUA, em homenagem a Martin Gardner –, o *Recreational Mathematics Colloquium (RCM)*, em Portugal (Machiavello *et al*, 2014) e congressos

que não havia muitas pesquisas envolvendo Matemática Recreativa e ensino da Matemática até o início de nosso trabalho, no âmbito brasileiro, segundo as buscas que, à época, fizemos sobre isso. Esse pode ser um fator que limitam a possibilidade de publicação de trabalhos vinculados à Matemática Recreativa em periódicos que fujam de um viés historiográfico, já que muitos dos trabalhos sobre esta temática se ligam ao estudo das obras do professor e autor Júlio Cesar de Mello e Souza, autor de grande repercussão no cenário brasileiro e historicamente significativo para a História da Educação Matemática no Brasil.

Quanto ao tema “Formação de professores”, os livros aqui estudados são bastante claros quanto à intenção de oferecer sugestões de atividades que podem ser efetivamente aplicadas, visando viabilizar um modo de ensino mais envolvente e divertido. A grande quantidade de autocitações utilizadas pelo(s) autor(es) desta série pode tanto indicar uma carência de autores de referência como um desejo dele(s) se tornar(em) referência(s) no assunto em âmbito nacional.

Como nos foi possível perceber, a constituição do professor Ruy como professor, pesquisador e autor de livros, assim como o seu percurso em determinadas instituições permitiram a ele uma notoriedade e um reconhecimento que reverbera em sua relação com seus coautores e outros atores sociais com os quais ele teve contato ao longo da vida de autor e pesquisador. Os volumes da série parecem deixar isso bastante claro, como também são esclarecedoras, nesse sentido, as entrevistas realizadas por Reis (2023, no prelo). Tudo isso, certamente proporcionou a ele, autor, circunstâncias e oportunidades. A própria elaboração textual dos livros demonstra o cuidado dos autores, principalmente do professor Ruy, com uma reputação a zelar. Esse será o tópico da nossa próxima discussão, mais relacionada ao modo como a obra foi escrita, sua materialidade e aos resultados que, a partir do que propõem os autores, podemos conceber como táticas nos livros elaborados.

No que diz respeito às estratégias de elaboração textual dos livros sob análise, é importante realçar pontos que nos chamaram a atenção posto que segundo nossa perspectiva, ela, a elaboração textual, assume a função de realçar e colocar em foco a notoriedade dos autores da série *O Professor de Matemática em Ação*, principalmente e mais particularmente, do professor Ruy Madsen. Falamos, aqui, das autocitações, automenções ou auto-referências e das sugestões e convites feitos para que os leitores possam entrar em contato com outros

mais abrangentes, como o *International Congress on Mathematical Education* (ICME), que ocorre a cada quatro anos, e que mantém um Grupo de Trabalho permanente sobre a Matemática Recreativa.

textos dos próprios autores, principalmente para conhecer e divulgar resultados de pesquisas do professor Ruy que, segundo eles, trazem elucidações relevantes que podem enriquecer as discussões presentes nos livros da série ou, ainda, preencher lacunas deixadas nesses livros de maneira proposital, segundo argumentam. Assim, em princípio, foi o uso reiterado destes artifícios que nos chamou muito a atenção¹²⁹. Essa estratégia de elaboração textual pode também ser vista como uma tentativa de dar visibilidade e reafirmar a notoriedade dos autores e das obras, mas também pode ser apenas um modo julgado apropriado para que o leitor se aprofunde nos temas indicados, tendo à mão textos de mesmo teor e estilo.

A literatura chama a prática do(s) autor(es) de um texto de citar outros textos seus de autocitação. Já os convites para a leitura de outros textos, o que também pode ser feito em uma autocitação, traz à cena um outro tema, qual seja, aquele que, em literatura, chama-se de intertextualidade. Zani (2003) explica que a intertextualidade ocorre por meio de três estratégias distintas: a citação¹³⁰, a alusão¹³¹ e a estilização¹³². Fischer, Ferreira e Silva (2020) – cujas referências são Boch e Grossmann (2002), Ioannidis (2015), Hyland e Jiang (2018) e Hyland (2003) – indicam que as autocitações podem ser controversas, inapropriadas, excessivas e desbalanceadas ao promoverem uma visão de um único ponto de vista, sendo também vistas como ato de vaidade, autopromoção, enganadoras e com alto potencial para distorcer fatos. Nesse sentido, algumas teorias consideradas equivocadas e despidas de comprovação podem, também equivocadamente, receber aceitação ou permitir a refutação de teorias seriamente concebidas (Ioannidis, 2015; Hyland; Jiang, 2018).

Por outro lado, Hyland e Jiang (2018) afirmam que as autocitações são parte substancial de toda citação acadêmica, o que dá a elas um merecido lugar de discussão. Devido a essas controvérsias, alguns têm sido contra a contabilização deste tipo de citação nos levantamentos tornados cada vez mais comuns no mundo científico, pois estatísticas que mensuram o impacto acadêmico muitas vezes acabam contribuindo com premiações para autores, instituições de ensino e canais de divulgação científica.

¹²⁹ Agradecemos Karine Rios de Oliveira Leite que nos ajudou a encontrar textos sobre essa temática.

¹³⁰ A “*citação* confirma ou altera o sentido do discurso mencionado e faz-se presente também em outros meios, como no teatro que cita as artes plásticas, no cinema que recorre ao teatro e nas artes plásticas que citam a própria História da Arte.” (Zani, 2003, p. 123, *itálico do autor*).

¹³¹ A “*alusão* não se faz como uma citação explícita, mas sim, como uma construção que reproduz a ideia central de algo já discursado e que, como o próprio termo deixa transparecer, alude a um discurso já conhecido do público em geral” (Zani, 2003, p. 123, *itálico do autor*).

¹³² A “*estilização* é uma forma de reproduzir os elementos de um discurso já existente, como uma reprodução estilística do conteúdo formal ou textual, com o intuito de reestilizá-lo” (Zani, 2003, p. 123, *itálico do autor*).

Hyland (2003) afirma que existem poucos artigos que não incluem nenhuma autocitação e, segundo ele, estudos mostraram que os autores tendem a citar mais o seu próprio trabalho do que o trabalho de outros. As autocitações também ocorrem por outros motivos como quando os autores possuem um longo histórico de envolvimento em uma determinada área de atuação, já são muito citados, e tentam publicar fora de sua área de especialização, sendo ainda maior quando crescem na carreira e, conseqüentemente, começam a publicar mais textos sobre o assunto.

Na série em tela, seu autor principal, o professor Ruy Madsen, já era bastante estabelecido profissionalmente e certamente tinha experiência suficiente, além de publicações anteriores que poderiam ser trazidas e citadas nos livros da série *O Professor de Matemática em Ação*.

As autocitações também podem funcionar como uma ferramenta de *marketing* e propaganda profissional, levando ao fortalecimento da posição defendida e garantindo uma maior visibilidade do trabalho que pode, por sua vez, contribuir com novas citações vindas agora dos seus leitores. Neste caso, há um apelo à credibilidade do autor, que com ações como essa pode levar a uma ênfase em sua notoriedade e visibilidade profissionais (Ioannidis, 2015; Hyland; Jiang, 2018; Hyland, 2003). Hyland (2003) aponta que, ao se colocar como parte da literatura citada, os autores conseguem aumentar sua autoridade de maneira a construir uma identidade sólida em termos da área de estudo em questão e de aumentar a possibilidade de o trabalho escrito ser aceito.

Percebemos nisso uma relação com o que nosso exercício hermenêutico traz sobre o professor Ruy e seus coautores, já que o primeiro era autor estabelecido, tendo também atuado em atividades voltadas à formação de professores. Mesmo possuindo publicações relacionadas à Matemática Recreativa desde muito tempo, ele ainda não tinha grande reconhecimento no que diz respeito a esta temática, não sendo, portanto, referência neste assunto. Ele certamente dominava conceitos e técnicas que ancoravam as discussões a serem propostas nos livros, mas não possuía grande visibilidade e não era citado como participante ativo de um grupo especializado ou voltado aos estudos sobre Matemática Recreativa. Trabalhando com esse tema, e não havendo quem trabalhasse especificamente nessa especialidade, a publicação desta série faz com que ele surja como autor reconhecido neste tópico, uma referência no assunto. Essa autoridade que as automenções criam e alimentam objetiva tanto atingir um público-alvo, professores em formação, quanto outros autores que não o conheciam, possibilitando um reconhecimento.

Em termos da autocitação como fator de autopromoção, visibilidade, propaganda ou estabelecimento de um certo renome, mencionamos a crescente pressão que paira sobre os pesquisadores e que se relaciona à necessidade de terem de comprovar sua experiência e estabelecer suas credenciais por meio da citação de seus trabalhos. Há uma grande necessidade de aumentar certos índices, especificamente desenvolvidos na intenção de registrar e divulgar a quantidade de citações de um determinado artigo, autor, revista ou instituição, buscando dar visibilidade e comprovar o que se tem chamado de “impacto acadêmico”. Esse tipo de ação contribui com a construção da credibilidade e o estabelecimento da notoriedade de autores e de todo o meio que os envolve, e acaba levando a um interesse nos próprios leitores (Hyland; Jiang, 2018; Hyland, 2003).

Importante mencionar, contudo, que quanto maior forem esses índices, mais louvados e premiados são os autores, revistas e instituições nas posições de destaque, implicando aumento dos espaços para publicação de textos; maior quantidade e maior volume de financiamento para as pesquisas; promoções de trabalho (crescimento na carreira); maior interesse de alunos buscando orientação no âmbito das pesquisas de graduação e pós-graduação que, inclusive, reverberam nas possibilidades de escolha dos recursos humanos mais bem preparados para tal processo etc. Nenhum destes pontos pode ser desconsiderado, pois estão intimamente atrelados às relações de poder que permeiam a relação dos autores com editoras, instituições, revistas, financiamento etc. Para Hyland e Jiang (2018), essas questões têm se tornando mercadoria cada vez mais valiosa no mundo altamente competitivo da academia e tem, por essa razão, se transformado em um fator chave, um modelo, para aqueles que querem crescer nas suas carreiras.

Essas discussões indicam algumas possibilidades que ajudam a compreender as autocitações, as automenções e as indicações e, também, os convites para leitura de outros textos dos mesmos autores, que se fazem presentes nos livros da série *O professor de Matemática em Ação*. Desse ciclo de auto-referências participam também os coautores, como é o caso do professor Claudemir Murari (volume 2 e 3), da professora Luciana Aparecida Ferrarezi (volume 5), e de autores de textos assinados pelos grupos de pesquisa a que pertencem (volume 1 e 4). Isso tem um impacto positivo tanto diante das editoras quanto diante dos leitores, de modo que pode surgir, desta ação, um aumento no número de vendas e outras propostas para escrever mais livros, além de possibilitar outros inúmeros convites. Uma característica dos volumes da série que reforça essa ideia é a presença de alguns paratextos que robustecem o apelo mercadológico e estatísticos das conquistas de seus autores, principalmente do professor Ruy Madsen. Esse apelo certamente contribui com o

convencimento do público quanto a compra e a aceitação das obras, justificando, inclusive, as vendas de 19066 exemplares para o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação¹³³.

Como pode ser notado, as estratégias presentes nos livros têm um propósito possível que alimenta a construção da autoridade, de uma maneira geral, dos autores dessas obras, e, em particular, de Ruy Madsen Barbosa. Essas questões são muito caras para as análises conduzidas segundo o referencial da HP, pois elas demonstram claramente como as estratégias presentes nos textos, percebidas numa análise argumentativa da forma simbólica, vão contribuir diretamente com a manutenção e o estabelecimento de relações de poder que, por sua vez, vai gerar frutos no contexto social e histórico dos autores, abrindo a possibilidade de oportunidades ímpares para a divulgação de resultados de pesquisa, reforçando ainda algumas crenças sobre como ensinar e aprender matemática, realçando e promovendo o que os autores pensam ser uma cultura escolar e matemática. Na sequência discutiremos sobre as visões de formação de professores que podem ser percebidas nos livros desta série e como elas aparentemente reverberam ou podem reverberar nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Nos volumes da série, os textos se mostram bastante cuidadosos e recalcitrantes quanto às discussões de cunho teórico relacionado às teorias de ensino e de aprendizagem da Matemática comumente debatidos na comunidade de educadores matemáticos. Esse silêncio com relação a essas discussões, segundo Luciana Ferrarezi, em entrevista, deve-se ao fato de o professor Ruy Madsen não querer fazer livros semelhantes aos livros comumente encontrados na área, segundo sua avaliação. Esse “tipo de discussão” não é julgado nem fértil nem necessário, segundo Ruy Madsen, cabendo aos leitores buscarem por si mesmos fontes nessa direção que ele decide extirpar de suas produções. Já nos referimos, aqui, à afirmação feita pela professora Luciana Ferrarezi, na mesma entrevista, sobre ter havido um pedido das coautoras, direcionado ao professor Ruy, para inserir uma discussão didático-pedagógica em determinado volume, tendo sido a elas permitido usar um único parágrafo para uma pequena introdução nesse sentido (Reis, 2023, no prelo). Trata-se do parágrafo à página 11 do quinto

¹³³ O Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação é uma autarquia federal criada em 21 de novembro de 1968 e vinculada ao Ministério da Educação (MEC) que, fiscalizada pelo Estado, possui autonomia de gestão. Ele é basicamente um órgão de execução de políticas públicas responsável por várias atribuições, dentre elas se ocupar com a alimentação e o transporte escolar e, segundo entendemos, dentre algumas outras está, ou ao menos esteve no seu escopo, durante o período de publicação dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação*, o oferecimento de material de formação para os professores da rede pública de educação. A informação sobre esta venda de exemplares para o FNDE foi adquirida em comunicação, via *email*, com representantes da Autêntica Editora.

volume, em que, num brevíssimo texto, faz-se uma apresentação do grupo, fala-se um pouco da estrutura dos capítulos e há referências a aspectos educacionais que levam a sugestão de leituras complementares: “Quanto aos aspectos educacionais teórico-práticos, preferimos lembrar ao prezado leitor que existem boas obras, e de autores brasileiros! Permitimo-nos citar apenas três...” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 11).

Dos trabalhos cujos autores entrevistaram o professor Ruy, tivemos contato com alguns que versavam mais especificamente sobre o GEEM ou sobre o MMM no Brasil (Burigo, 1989; Lima, 2006; Oliveira, 1997; Rodrigues, 2010). Estes textos contam sobre como as atividades eram conduzidas naquele grupo de pesquisa. O que nos chamou atenção em alguns desses textos foi exatamente a ausência de questionamento/problematização do caráter pedagógico da proposta como defendida pelos divulgadores do MMM, do mesmo modo que percebemos essa lacuna nos livros aqui estudados.

Dito isto, o fato de preferir focar discussões específicas da matemática em detrimento de discussões de natureza teórico-pedagógica parece marcar a produção de Ruy Madsen. A professora Luciana Ferrarezi, entretanto, aponta que o professor Ruy tinha em mente toda uma abordagem pedagógica ainda que não as mobilizasse intencionalmente nas suas discussões (Reis, 2023, no prelo).

O apagamento das discussões pedagógicas é também muito claro nos artigos acerca da Matemática Recreativa. Muitos deles trazem uma discussão voltada à resolução de problemas recreativos, alguns deles, inclusive, indicando a possibilidade de uso em atividades educativas, mas sem qualquer discussão teórica ou metodológica¹³⁴. Mesmo Bártlová (2016)¹³⁵, cuja tese aborda esse tema, vinculando-o, às vezes, a possíveis aplicações em sala de aula, não faz uma discussão suficiente a respeito do seu uso em termos teóricos e/ou metodológicos. O que ela faz, além de estabelecer uma definição de matemática recreativa muito utilizada por alguns autores brasileiros (Nunes, 2019; Santos, 2019), é apresentar alguns jogos considerando um entorno histórico, ensinando suas regras e ressaltando a importância da Matemática Recreativa para a História da Matemática, como precursora de teorias sérias e importantes da Matemática (Bártlová, 2016). Assim como ela, muitos outros autores se atêm a discutir definições sobre Matemática Recreativa, seja com o objetivo de

¹³⁴ É nesse sentido que citamos os artigos de Alegría (2009), Allan (2009) e Oliveira (2013), que segundo nossas leituras, trabalham com a Matemática Recreativa, mas focam mais na resolução (ou demonstração) de um problema recreativo da matemática, que não necessariamente tem um resultado importante, seja nas teorias matemáticas, seja no ensino da matemática propriamente dito.

¹³⁵ Acreditamos que este trabalho seja um dos mais importantes sobre a temática da Matemática Recreativa que encontramos nas nossas pesquisas, pois é referenciado várias vezes por vários autores.

cunhar sua própria definição ou de problematizar essas definições, visando reconhecer seu uso nos problemas e atividades propostos (De Guzman, 1993; Gardner, 1997; Barve; Barve, 2012; Costa, 2014; Sumpter, 2015; Bártlová, 2016; Machiavelo *et al.*, 2014; Singmaster, 2016; 2021; Nunes, 2019; Silva, 2020). Outros autores trabalham com documentos educacionais, visando verificar se há ou não, neles, apoio ou motivação para o uso da Matemática Recreativa em sala de aula (Sumpter, 2015; Nunes, 2019). Um dos raros trabalhos que discute a definição de Matemática Recreativa, mas faz uma discussão didática e pedagógica mais aprofundada e até propõe atividades que efetivamente foram aplicadas em sala de aula com professores em formação, é Bezerra (2021). Cabe apontar, entretanto, que essas aplicações são operacionalizadas por meio de duas outras teorias, a do Labor Conjunto e a da Ética Comunitária da Teoria da Objetivação. Assim, não há nos artigos com os quais tivemos contato, uma posição de que a Matemática Recreativa, para além da produção de atividades, esteja fundamentada em seu caráter pedagógico.

Sendo assim, entendemos que a Matemática Recreativa propõe uma discussão internalista que traz à cena relações e padrões matemáticos e, deste modo, a série de livros estudada se apresenta como uma contribuição para a formação de professores tendo essas ideias como pano de fundo. Na Matemática Recreativa apresentada e defendida na obra em questão são propostos alguns tipos de relações, mas elas não se relacionam com o cotidiano ou com outros campos do saber. Logo, ela se preocupa em legitimar-se de um ponto de vista interno, em suas relações com a Matemática, os conceitos matemáticos e os fazeres matemáticos. Seu objetivo, segundo se depreende dessas considerações, não é dialogar com o cotidiano ou com outras áreas do conhecimento. Apoiamo-nos em Fiorentini (1995) para apontar que diferentes tendências convivem no campo da educação matemática, sendo que nesta série de livros que estudamos aqui, os aspectos étnicos, sociais, culturais e críticos não se mostram, não são problematizados, e não estão vinculados à Matemática Recreativa, como ocorre em outras tendências em Educação Matemática que se pautam na importância do diálogo inter-temático e entre distintas áreas. Talvez a ausência dessa vinculação entre uma proposta de ensino e algo que dê lastro pedagógico a essa proposta tenha levado a Autêntica Editora, que visa discutir as tendências para o Ensino de Matemática, a não incluir essa série entre os livros da coleção *Tendências em Educação Matemática*. De acordo com nossa percepção, essa coleção busca temas que promovam diálogos com outras áreas do conhecimento, considerando aspectos vinculados às questões étnicas, sociais, culturais, defendendo abordagens críticas no campo da Educação Matemática.

Das nossas discussões até aqui, podemos ressaltar que no cenário editorial relativo ao período de publicação dos livros da série *O Professor de Matemática em Ação* já havia livros em quantidade significativa tratando de vários assuntos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática, muitos deles (incluídos também dissertações, artigos e teses) tematizando os jogos e outros materiais e atividades lúdicas. A Matemática Recreativa surge, em paralelo a outras publicações do campo, defendendo uma posição internalista, em sentido contrário ao que se percebe no discurso da área, cujo movimento tem sido claro na defesa da inclusão de temáticas mais gerais, de natureza política e social, de gênero e étnicas, por exemplo.

Por se tratar de livros que oferecem dicas, sugestões, atividades, modos de confeccionar materiais pedagógicos, enfim, ações voltadas à sala de aula, mas que se esquivam de uma discussão mais diretamente relacionada às questões educacionais, principalmente no que tange a sua ligação com o ensino e aprendizagem da Matemática, grande é a dificuldade de caracterizar a série de livros, aqui em análise, no panorama da produção escrita e do mercado editorial voltado à Educação Matemática, bem como é grande a dificuldade de defender as concepções defendidas na série como próprias a esse campo. Ainda assim, podemos considerar a obra como sendo pretensamente vinculada à Formação de Professores, muito embora seja também difícil defender essa perspectiva visto que as disposições dos livros, nesse sentido, são vagas e lacunares, dada a inexistência de uma discussão de natureza pedagógica. Deve-se também considerar, nessa síntese, a existência de tópicos, nos livros – como é o caso da *Sucessão de Fibonacci* – que sequer fazem parte do cotidiano escolar para o qual os professores são formados e no qual atuarão.

Discussões acerca do ensino e da aprendizagem são muito caras aos pesquisadores da Educação Matemática, chegando a caracterizar a intenção profícua da própria área de pesquisa e de ação prática. A falta de uma discussão neste sentido pode não só impedir que os leitores sejam capazes de adaptar as atividades para as salas de aula reais, mobilizando conteúdos diferentes daqueles abordados nas obras, como também pode impedir a vinculação clara entre essa obra e o próprio campo da Educação Matemática numa concepção que vai além de vê-la apenas como um acervo de estratégias de ensino, no mais das vezes, descontextualizadas e pouco fundamentadas do ponto de vista educacional. Em outras palavras, a lacunaridade dos livros, no que diz respeito à falta de discussão pedagógica, pode levar os leitores a apenas reproduzirem as atividades oferecidas do modo como são propostas, sem nenhuma reflexão sobre essas atividades e sem a possibilidade de readaptá-las e reconfigurá-las para (e em) práticas didáticas mais substanciais.

Uma outra questão que parece merecer atenção, no campo da discussão sobre o vínculo entre a série estudada e a formação de professores de matemática, é o fato de os autores dos livros, em alguns momentos, mencionarem ter havido a aplicação prévia de algumas atividades (que aqui chamaremos de “testagens”), mas que não são descritas nem especificadas de modo a podermos avaliar essa estratégia que, como se sabe, era uma das prerrogativas do MMM, que indicava a necessidade de aplicação prévia de suas propostas de ensino com alunos e professores. A ausência de detalhes sobre as testagens, dizíamos, inviabiliza não apenas uma avaliação de como a estratégia ocorreu, mas a avaliação da própria estratégia como relevante, legítima e significativa. Entende-se, entretanto, que a ausência de considerações sobre essas testagens não é casual, já que essa foi uma questão pensada pelo grupo de autores. Segundo a entrevista realizada com Luciana Ferrarezi (Reis, 2023, no prelo), o professor Ruy não assumia parâmetros metodológicos no balizamento das testagens. Ferrarezi, em sua entrevista, afirma que algumas atividades por ela elaboradas para seu capítulo no quinto volume, já estavam elaboradas em sua dissertação, coorientada por Ruy Madsen. Os jogos em questão foram devidamente testados segundo metodologia própria, mas isso não ocorreu por incentivo do professor Ruy. Segundo ela, o professor Ruy dividiu o seu trabalho em duas partes, a primeira – o desenvolvimento e a criação das atividades – a ser orientada por ele, e outra – relativa às questões teóricas e metodológicas – que ela realizaria sob a direção de sua orientadora, a professora Laurizete Ferragut Passos. Esse é mais um exemplo de que, para o professor Ruy, o trabalho metodológico ou ocupava um lugar secundário ou tratava-se de um campo no qual ele optou por não transitar.

Deste modo, com esses argumentos, é possível perceber como as visões de formação de professores se entremeiam às discussões presentes nos livros desta série, disseminando formas de perceber a matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem. Considerando o referencial da HP, isso vai repercutir nos modos com que os leitores veem ou podem começar a ver a Matemática e o seu ensino.

Os autores usualmente valem-se, na obra, da expressão “recreações matemáticas”, não estabelecendo direta e necessariamente um vínculo entre a obra aqui estudada e a Matemática Recreativa. Esse vínculo existe, mas só pode ser percebido a partir de um estudo, como o que realizamos aqui, em outro dos textos que compõem essa tese, sobre algumas definições e caracterizações sobre a expressão Matemática Recreativa. Um dos referenciais que usamos é assinado por Lovisa Sumpter (2015), e tem foco nas técnicas utilizadas para ensinar e aprender Matemática. Segundo esta autora, uma característica importante das atividades vinculadas à Matemática Recreativa, e também um modo de reconhecê-las, é a produção –

nos que entram em contato com elas – de um sentimento afetivo positivo. A autora usou essa concepção para reconhecer a presença da Matemática Recreativa em documentos oficiais de alguns países. Para isso, ela buscou por termos e expressões que denotassem a presença de um despertar de sentimentos afetivos positivos. Assim, ao encontrarmos, em vários momentos dos cinco volumes desta série, um apelo a este tipo de sentimento, assumimos que as atividades propostas são (ou podem ser) ligadas à Matemática Recreativa, pois não são poucos os termos e expressões que encontramos durante nossas leituras que salientam aspectos positivos e atrativos do ensino de Matemática aliado à Matemática Recreativa: *motivação*, material manipulativo *bonito*, *brincando* e aprendendo, *interessantes* atividades educacionais, *recreação* matemática, *passatempo recreativo*, *vantajosa*, *jogar* com a própria Matemática...

Bártlová (2016) é outra autora que também estuda de modo panorâmico a expressão Matemática Recreativa, chegando a uma definição bastante mobilizada em trabalhos produzidos no Brasil. Para ela, de uma maneira geral, a Matemática Recreativa é uma parte da Matemática que inclui qualquer situação – problema, brincadeira, jogo etc. – que tenha um “espírito de diversão”, sendo ela vista como recreativa quando possui um aspecto lúdico que pode levá-la a ser compreendida e apreciada por não-matemáticos. Mas a mesma autora também considera a dificuldade de definir essa expressão e aponta para a impossibilidade de uma definição fechada, definitiva, completa. Assim, ela argumenta que a amplitude deste conceito implica considerar quatro aspectos que, de alguma maneira, abrangem a maioria dos tópicos que poderiam estar vinculados ao que se tem chamado de Matemática Recreativa: (a) o aspecto Científico-Popular (a Matemática Recreativa é divertida e popular, com problemas passíveis de serem entendidos por alguém interessado, que não é especialista, mesmo que a solução seja (ou que exista uma solução) difícil.; (b) o aspecto Divertido (a Matemática Recreativa é a Matemática utilizada como um desvio da “Matemática Séria”, voltada ao divertimento e que, portanto, não está presente nas escolas; (c) o aspecto Pedagógico (a Matemática Recreativa pode ser usada no ensino e parece ter grande utilidade pedagógica); e, por fim, (d) o aspecto Histórico (a Matemática Recreativa teve um papel muito importante na História da Matemática e dela originaram-se várias teorias e conceitos matemáticos (Bártlová, 2016). Observando esta caracterização, também conseguimos perceber as características das atividades presentes nos livros que estudamos, principalmente quando consideramos haver um apelo para a diversão, uma busca por atenuar as discussões vistas como enfadonhas, o uso do lúdico etc.

O objetivo dos livros aqui sob análise é notadamente posicionar-se como fonte de recreações matemáticas e de materiais pedagógicos para uso em sala de aula, com o foco no ensino de matemática de uma maneira agradável e até mesmo prazerosa. Essa afirmação está explicitada já na sinopse da contracapa de quatro dos cinco volumes (“Ruy Madsen Barbosa apresenta, nesta série de obras inovadoras sobre recreações matemáticas, material pedagógico para a sala de aula e para a formação do professor de matemática”) (Rodrigues *et al.*, 2014). Tem-se, ainda, que a série é voltada a um público bastante peculiar: leitores interessados em aprender formas diferenciadas de ensinar conteúdos matemáticos e produzir ou mobilizar, em sala de aula, materiais específicos para este fim. Logo, além de se aproximar da Matemática Recreativa, também reconhecemos, nestes livros, a presença forte de uma intenção de operar junto à formação de professores de matemática, principalmente a formação escolarizada, num ambiente institucional, em que os livros desempenham papel central.

Durante nossa pesquisa tentamos entender a expressão Matemática Recreativa, que até então desconhecíamos. Trata-se de expressão à qual, com o tempo, foram agregados vários significados, segundo os autores (Bártlová, 2016; Barve; Barve, 2012; Bezerra, 2021; Costa, 2014; De Guzmán, 1993; Flemming, 2004; Gardner, 1997; Grando, 2000; Hussen *et al.*, 2020; Machiavelo *et al.*, 2014; Nunes, 2019; Rowlett *et al.*, 2019; Silva, 2020; Singmaster, 2016; Singmaster, 2021; Suleiman, 2008; Sumpter, 2015; Trigg, 1978) que tomamos como referência para compreendê-la. Segundo esses autores, a Matemática Recreativa é um campo que pode ser visto como uma subárea da Matemática Pura ou Aplicada, sendo que alguns inclusive a classificam como uma tendência em Educação Matemática. Fica estabelecido com relativa clareza que, para alguns desses autores, a Matemática Recreativa é uma tendência que envolve o uso de jogos, de problemas, da história da matemática, de enigmas etc. Para outros autores, ela é uma tendência que atua ao lado da resolução de problemas, da história da matemática, dos jogos etc.; mas a grande maioria dos autores a vincula com a diversão e com a motivação para ensinar e aprender matemática. Podemos pensar, então, no uso da Matemática Recreativa no ensino. Segundo nossa compreensão, para os autores em questão parece haver uma mobilização pedagógica da Matemática Recreativa – mais frequentemente citada nos textos que tomamos como referência – e um uso voltado à Popularização da Matemática no Ensino. Há autores que a vinculam unicamente à diversão, visando à descontração e ao entretenimento. Integram este último grupo tanto matemáticos profissionais quanto leigos, ambos, nesse caso, entretanto, concebendo a Matemática Recreativa com o mesmo fim: o entretenimento. Cabe ressaltar, contudo, que alguns matemáticos também

oferecem um entendimento de que o seu trabalho, no campo teórico da Matemática, é um tipo de Matemática Recreativa, enquanto outros autores afirmam ser um exagero essa afirmação.

Na série de livros aqui em análise não há uma definição do que seja Matemática Recreativa, mas como já dissemos, seus autores atrelam essa expressão a várias adjetivações e palavras que denotam e enfatizam uma motivação gerada quando se recorre à Matemática Recreativa. Ainda assim, podemos dizer que essa série apresenta aos seus leitores várias possibilidades de perceber o que seja a Matemática Recreativa com a qual a série lida. Essas definições são mobilizadas e contribuem com a reprodução de determinados pressupostos, de modo que a cultura e a ideologia imbricadas nos textos que discutem Matemática Recreativa são similares às encontradas nos livros da série estudada. Assim, percebemos alguns diferentes usos da Matemática Recreativa sendo abordados ao longo dos livros que estudamos como, por exemplo, no terceiro volume da série, no qual se opera com uma Matemática Recreativa mais voltada aos matemáticos (puros e aplicados), focando-se numa discussão mais algébrica.

Há autores que discutem a Matemática Recreativa e defendem o seu uso pelo público leigo, com atividades divertidas, e na obra aqui analisada, há momentos em que essa concepção vem à cena. Nos dois primeiros volumes, por exemplo, vemos claramente uma certa oscilação entre essas diferentes caracterizações do que seja a Matemática Recreativa. Então, podemos afirmar que as atividades e discussões atreladas à Matemática Recreativa, presentes nesta série de livros, confirmam a polissemia da expressão e a pluralidade de usos, o que nos parece notável pois, de alguma forma, os autores da série incorporam os vários pontos de vista defendidos pelos autores que especificamente trabalham com Matemática Recreativa e são referência sobre esse assunto. Nos livros, as atividades mostram-se ora mais lúdicas, ora mais instigantes, ora mais práticas, ora mais teóricas, mas mantêm-se restritas à perspectiva de propor ações para um leitor – mais especificamente um professor – em formação.

Refletindo sobre a linguagem encontrada nos problemas que envolvem a Matemática Recreativa, na série em análise, temos que, mais do que a presença de palavras que evidenciam o despertar de um sentimento afetivo positivo do público com relação às atividades propostas, há, também, o estabelecimento de uma linguagem específica. Aqui nos referimos ao uso da linguagem que encontramos nos enunciados dos problemas propostos. Alguns utilizam-se de um linguajar que, inclusive, em alguns pontos dos livros da série, beira o “jocosos”, o que opera como recurso para evidenciar o desafio, a esperteza ou superioridade daquele que propõe o problema, impondo um *tom* similar àquele de expressões do tipo “você nunca vai adivinhar”, “você não vai conseguir fazer”, “duvido que faça”. Um exemplo disso é

a frase “Estudar a situação paradoxal e, caso sua ‘cuca’ não tenha esquentado demais nem estourado, continuar o raciocínio” (Barbosa, 2009a, p. 12). Este *tom*, apesar de evidenciar uma dúvida, coloca um desafio que pode ter o potencial de instigar e de despertar, no leitor, um desejo de solucionar o problema.

Singmaster (2016; 2021) faz uma discussão muito interessante sobre um princípio atrelado à linguagem que envolve a construção dos problemas da Matemática Recreativa. Para ele, os problemas recreativos estão situados em um contexto que desafia as leis, a moralidade e o que é considerado politicamente correto. Ao possuir essas características, a situação torna-se altamente improvável e as extravagâncias do problema o transformam em algo memorável. Esse artifício elimina complicações vistas como desnecessárias, mesmo quando os problemas partem de situações “reais”, e pode fazer com que o problema seja atrativo tanto para o público leigo em Matemática quanto para o público especializado. Todos, a seu turno, acabam se interessando por esses problemas, devido sua composição peculiar, atraente e desafiadora.

Um outro recurso que encontramos nas atividades da série e que realça aspectos que percebemos em nossas leituras sobre Matemática Recreativa, é não haver uma preocupação com o que pode ou não ser aplicado na vida real. Isso está muito ligado ao que Singmaster (2016) aponta. Portanto, mesmo que as atividades possam ter nascido de uma situação real, implícita na gênese de sua criação, elas são reescritas a partir de uma releitura desse evento real, mantendo, entretanto, o potencial de contribuir com a solução de problemas reais num futuro próximo ou distante. O objetivo principal é despertar uma discussão que não necessariamente leve a algum “lugar” sério, e a busca pela solução não necessariamente estará relacionada a uma compreensão mais profunda da realidade, com uma ação transformadora e, portanto, crítica sobre a vida cotidiana. Ela está, todavia, vinculada a uma compreensão mais profunda da matemática e de algumas teorias que fundamentam a solução dessa atividade, visando à diversão que proporcionam e a aprendizagem de algum conteúdo. Logo, não há necessariamente uma intenção crítica ou de promover críticas, não há um posicionamento apoiado em problematizações que vão além daquela especificamente proposta pelos problemas, nem uma mobilização que vise tirar os alunos de um estado de alienação ou questionar situações do mundo real para que possam, a partir disso, tomar posição.

Outro ponto que se pode depreender da leitura das obras estudadas é o domínio de seus autores quanto a algumas questões de teor histórico, como, por exemplo, sobre precursores da Matemática Recreativa. Essa também é uma característica dos textos que tomamos como referência para conhecer aspectos da Matemática Recreativa: é usual a apresentação de algumas histórias que têm a função de servir como exemplo e que, por isso,

são constantemente repetidas. Dentre essas histórias há aquela sobre a criação da Teoria da Probabilidade, bem como alguns problemas envolvendo jogos de aposta que se mostraram importantes para a indústria de seguros, um *puzzle* elaborado a partir do problema das *Sete pontes de Königsberg* que deu origem à teoria dos grafos, entre outros. Quanto aos principais precursores, no âmbito internacional, é sempre lembrado o nome de Martin Gardner, e no âmbito brasileiro o nome do professor Júlio Cesar de Mello e Souza (Malba Tahan). Vale apontar, contudo, que trabalhos de Martin Gardner são lembrados com certa frequência nas referências de alguns livros da série – computa-se um total de 15 referências. Entretanto, o professor Júlio Cesar (ou seu pseudônimo Malba Tahan) aparece em apenas três momentos e em apenas um único volume das obras estudadas.

Como apontamos, a Matemática Recreativa parece ser fonte de alguns pressupostos que embasam uma visão internalista da Matemática, segundo a qual a sua mobilização, tanto nas esferas do ensino quanto na discussão de problemas interessantes vinculados ao entretenimento, à diversão e ao lúdico acontecem sem que se tome partido por desenvolver, no leitor, algo que se poderia chamar “espírito crítico”. Não é diferente no que diz respeito aos livros da série que estudamos aqui: ela também incorpora essa visão internalista, ainda que defendendo a importância de uma matemática divertida, não enfadonha, neutra, algumas vezes utilitarista e distante das discussões sobre temas sociais. Essa perspectiva, segundo nos parece, está em desacordo com as visões mais contemporâneas de algumas tendências do campo da Educação Matemática. Isso, considerando Thompson (2011), certamente repercutirá de alguma forma na visão de matemática daqueles que se aproximarem da Matemática Recreativa e que potencialmente poderão assumir uma posição de defesa desses mesmos pressupostos.

As demandas mercadológicas do período em que os livros da série foram produzidos exigem considerações que podem ser feitas a partir da colaboração da própria Editora e das informações que nos foram dadas pelo professor Marcelo de Carvalho Borba que, nesse caso, mostra-se como um intermediador entre autores, série e editora. Em contato por *email*, a Autêntica Editora nos disponibilizou informações sobre o volume de produção e vendas de cada livro.

Tabela 01: Quantidade de livros impressos e vendidos em cada volume

Livro	Total Impressos	Unidades Vendidas	Vendas FNDE
Volume 1	20700	20294	19066
Volume 2	1600	1351	-
Volume 3	1000	852	-
Volume 4	1000	828	-
Volume 5	500	480	-

Nota: Dados obtidos por troca de *email* com a Autêntica Editora

Pela tabela acima podemos perceber que as vendas foram significativas, representando, acreditamos, uma grande aderência entre o conteúdo dos livros da série e às demandas mercadológicas da época. A impressão ou edição de mais volumes é outro fator a justificar o papel positivo que a série teve no mercado, pelo menos durante certo período. Posto ter havido uma diminuição na tiragem das publicações, com o passar dos anos, também supomos que o fato de não ter havido mais publicações pode ser resultado de uma de duas possibilidades: ou a editora não se interessou mais em publicar outras obras, ou não houve mais submissões por partes dos autores. Esta última afirmação se justifica pela proximidade da publicação do último volume (2014) com o ano de falecimento do professor Ruy Madsen (2017), o que também se apoia na ideia de ser ele quem decidia sobre os rumos da Série.

Os números representam uma boa aceitação mercadológica, mas principalmente a potencialidade de obras envolvendo temas próximos à Matemática Recreativa. Ensinar de modo significativo, por meio de recreações matemáticas, certamente não é uma promessa desprezível, ainda mais quando se trata de uma disciplina escolar notável por um quadro de fracasso, manifestado pelo alto índice de reprovações e pelos resultados ruins em avaliações de grande escala nacionais e internacionais. O número de exemplares do primeiro volume – tanto os produzidos quanto os vendidos – pode ter motivado a confiança no sucesso da empreitada, o que certamente contribuiu para a publicação de mais volumes. Ainda assim, a quantidade da tiragem diminuiu progressivamente no decorrer dos anos, o que pode ser fruto de um interesse menor do público pelos demais volumes ou apenas um retraimento do mercado editorial. A professora Luciana Ferrarezi (Reis, 2023, no prelo), em sua entrevista, relata que a Autêntica Editora arcou com todos os custos de produção dos livros, sendo os autores desobrigados de contribuir financeiramente com a produção deles (as parcerias editora-autores têm sido usuais no mercado editorial). Para os autores há o pagamento de

valores calculados a partir do volume de vendas, encaminhados de tempos em tempos aos autores responsáveis.

No Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa (APRMB)¹³⁶ há alguns manuscritos que, até onde sabemos, nunca foram publicados. Esses manuscritos têm como títulos *Brincando, Explorando e Aprendendo com Dominós e Tangran* (em duas versões, uma com data de 2010 e outra de 2011); e *Brincando, Explorando e Aprendendo com Palitos*, datado de 2011. O conteúdo destes livros não foi analisado, pois fugia do escopo do nosso trabalho. Sequer sabemos quantos manuscritos foram produzidos por Ruy Madsen e/ou se há versões diferentes de um mesmo manuscrito e/ou para qual editora esses manuscritos foram produzidos. A última questão faz sentido dado que entre os textos inacabados que encontramos há dois deles, um posteriormente publicado pela Editora Autêntica e outro para a Livraria da Física.

Considerações finais

Nossa tese, como já dito, envolve o estudo dos cinco volumes da *Série O Professor de Matemática em Ação*, publicados pela Autêntica Editora entre 2009 e 2014. Este texto, que compõem a tese, é, ainda que parcialmente, uma (Re)Interpretação nos moldes dos movimentos exigidos pelo referencial da Hermenêutica de Profundidade. Buscamos, aqui, analisar como algumas interferências do contexto de produção das obras e dos textos de referência mobilizados para a elaboração da série se impõem no resultado de cada volume. Pode-se perceber, em resumo, as relações de poder que se estabelecem tanto a partir da figura do professor Ruy Madsen, quanto do contexto editorial da época, bem como pudemos perceber algumas concepções centrais manifestadas claramente na obra, em especial, a manifestação de um viés internalista de conceber e tratar a Matemática a partir da opção por mobilizar a Matemática Recreativa.

O texto argumenta em favor de que o renome e a notoriedade dos autores e das instituições envolvidas desempenham papel central nas oportunidades que surgem e na capacidade de produção e publicação dos livros, assim como na sua aceitação pelo público-alvo. Nosso trabalho, em síntese, pretende entender como ideologia e cultura estão imbricadas na série de livros *O professor de Matemática em Ação* e como, implícita ou explicitamente,

¹³⁶ Este acervo é parte do Acervo de Livros antigos do nosso grupo de pesquisa, o Ghoem, e está alocado no campus de Bauru da Unesp. O APRMB nos foi passado pelo professor José Antônio Lopes (Bigode) a quem, inicialmente, o acervo havia sido doado pela família quando da morte do professor Ruy Madsen, ocorrida em 6 de julho de 2017.

ideologia e cultura estão também imbricadas aos estudos sobre Matemática Recreativa. Assim, ao assumir trabalhar com a Matemática Recreativa, os autores também assumem, consequentemente, os posicionamentos oriundos e presentes nos textos sobre a Matemática Recreativa que, apesar de variados e muitas vezes confusos e conflitantes, trazem, de modo reiterado, algumas ideias centrais que se mantêm. Nos livros da série *O Professor de Matemática em Ação* está subjacente a opção por partir do concreto em direção ao abstrato, por aumentar a complexidade das discussões de maneira gradual, a importância de apoiar-se em problemas lúdicos para despertar o interesse dos alunos, a necessidade de realçar a presença do belo como forma de motivação etc.; mas não há qualquer mobilização de teorias ou pontos de vista educacionais. A problematização educacional, voltada a compreender elementos próprios às ações de ensinar e aprender ficam/são silenciadas. Essa atitude chama a atenção pois vai na contramão do que se tem defendido, via de regra, no campo da Educação Matemática. A ausência de questionamentos do campo da Educação e da Educação Matemática pode levar a um utilitarismo tecnicista.

Ainda assim, não podemos nos eximir de apontar que as obras dessa série trazem para o debate formas de ensinar e aprender que podem ser utilizados pelos professores, ainda que a ausência de posicionamentos críticos, visando à formação no sentido mais pleno do termo, lamentavelmente, seja uma das principais características da obra.

Referências

Alegría, P. Sucesiones de recurrencia en la matemática recreativa. **Revista Eureka** sobre enseñanza y Divulgación de las Ciencias, [s.l.], v.6, n.3, p.483-490. 2009. Disponível em: <https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/3693>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Allan, N. D. A Matemática Recreativa de Euler: números amigos. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [s.l.], v.9, n.17, p.77-87, abr. 2009. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/171>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Bártlová, T. **History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics**. 148 f. Tese (Doutorado em Matemática). Department of Mathematical Analysis, Charles University, Prague, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.11956/1330>. Acesso em 28 de setembro de 2018.

Barve, V.; Barve, M. Recreational Mathematics. In: Department of Education in Science and Mathematics (Org.). **National Meet on Celebration of National Year of Mathematics**. New Delhi: NCERT, 2012.

Bezerra, M. da. C. A. **A Matemática Recreativa e suas potencialidades didáticas pedagógicas à luz da Teoria da Objetivação**. 2021. 218f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Centro de Ciências Exatas e da Terra, UFRN, Natal, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/37932>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Boch, F.; Grossmann, F. Referir-se ao discurso do outro: alguns elementos de comparação entre especialistas e principiantes. **Scripta**, v. 6, n. 11, p. 97-108, 28 out. 2002. Disponível em: <http://periodicos.pucminas.br/index.php/scripta/article/view/12452>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Brasil, D. P. **Uma análise do livro “Revisitando Conexões Matemáticas com Brincadeiras, Explorações e Materiais Pedagógicos” do professor Ruy Madsen Barbosa**. 45f. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2021.

Burigo, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 286f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UFRS, Porto Alegre, 1989. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163050>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Costa. O. da. **A Matemática Recreativa no Ensino Básico**. 98f. Dissertação (Mestrado em Ciências). Escola de Ciências, Universidade do Minho, Braga, Portugal, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/30282>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

De Guzmán, M. Tendencias innovadoras en educación matemática. **Boletim da SPM**, Madrid, n. 25, p. 9-34, mar. 1993.

Fiorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetike**, v. 3, n. 4, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Fischer, A.; Ferreira, K. M.; Silva, R. da. Escrita acadêmica em artigos científicos: autocitação em diferentes áreas disciplinares. **Revista on line de Política e Gestão Educacional**, v. 24, n. 3, p. 1257–1271, 2020. Disponível em: <https://periodicos.fclar.unesp.br/rpge/article/view/14160>. Acesso em: 29 set. 2022.

Flemming, D. M. Criatividade e Jogos Didáticos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Pernambuco. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Pernambuco: Sbem, 2004. p. 1-11.

Gardner, M. **Penrose tiles to trapdoor ciphers: And the return of Dr Matrix**. Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1997.

Grando, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 239f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/210144>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Hussen, S. *et al.* Critical thinking dispositions in solving recreational mathematics problem: opposite corners. **Journal Of Physics: Conference Series**, [S.L.], v. 1465, n. 1, p. 012071, 1 fev. 2020. IOP Publishing. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1465/1/012071>. Acesso em 27 de setembro de 2022.

Hyland, K. Self-citation and self-reference: credibility and promotion in academic publication. **Journal of the American Society for Information Science and Technology**, v. 54, n. 3, p. 251-259, jan. 2003. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/asi.10204>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Hyland, K.; Jiang, F. K. Changing patterns of self-citation: cumulative inquiry or self-promotion? **Text & Talk**, v. 38, n. 3, p. 365-387, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1515/text-2018-0004>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Ioannidis, J. P. A generalized view of self-citation: direct, co-author, collaborative, and coercive induced self-citation. **Journal of psychosomatic research**, v. 78, n. 1, p. 7-11, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jpsychores.2014.11.008>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Lima, F. R. de. **GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a Formação de Professores durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**. 170f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC, São Paulo, 2006. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11069>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Martins-Salandim, M. E. **A interiorização dos cursos de matemática no estado de São Paulo: um exame da década de 1960**. 2012. 374f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102107>. Acesso em: 28 de setembro de 2018.

Machiavelo, A. *et al.* Cinco tributos a Martin Gardner. In: PICADO, J.; MARTINS, P. M. **Boletim da SPM**, v.71, p.97-111, dez. 2014. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/boletimspm/article/view/6806>. Acesso em 28 de setembro de 2018.

Milanez, N. C. **A série Matemática, metodologia e complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: um estudo**. 218f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/191909>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Nunes, E. M. de A. **Estudo sobre a Matemática Recreativa e sua inserção no ensino de Matemática**. 76f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática).

Centro de Ciências Exatas e da Terra, UFRN, Natal, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/30691>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Oliveira, C. C. de. **A Sombra do Arco-Íris: um estudo histórico/mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan**. 2007. 171f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, USP, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-22022008-114921/pt-br.php>. Acesso em 28 de setembro de 2022.

Oliveira, M. A. G. **O ensino da Álgebra Elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história**. 133f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas. 1997.

Oliveira, P. E. 6174: um problema com números de quatro algarismos. In: Picado, J.; Martins, P. M. **Boletim da SPM**. v. 68. p. 115-128, maio 2013. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/boletimspm/article/view/3835>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Reis, R. B. **O Professor de Matemática em Ação: um estudo a partir de entrevistas com autores**. 2023. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Unesp, Bauru, 2023. No prelo.

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Rodrigues, Z. G. M. **O Movimento da Matemática Moderna na Região de Ribeirão Preto: uma paisagem**. 208.f Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2010. Disponível em: https://crephimat.com.br/visor.php?id_t=155&t=2. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Rowlett, P. *et al.* The potential of recreational mathematics to support the development of mathematical learning. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, [S.L.], v. 50, n. 7, p. 972-986, 5 set. 2019. Informa UK Limited. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/0020739x.2019.1657596>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Pereira, T.C.L. **Um estudo da obra “matemática: magistério”, de Ruy Madsen Barbosa**. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2023.

Santos, A. O. **Vida, Pensamento e Obras do Professor Júlio Cesar de Mello e Souza – Malba Tahan: o ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do século XX**. 217f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, UFU, Uberlândia, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2019.912>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Silva, A. H. da. **Matemática recreativa de Kaprekar na educação básica**. 98f. Dissertação (PROFMAT). Centro de Ciências Exatas e da Terra, UFRN, Natal, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/29252>. Acesso em: 29 de março de 2022.

Singmaster, D. The utility of recreational mathematics. **UMAP Journal**, v. 37, n. 4, p. 339-379, 2016. Disponível em: <http://jnsilva.ludicum.org/HMR1718/DS.pdf>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Singmaster, D. What is Recreational Mathematics? In: SINGMASTER, D. **Adventures in Recreational Mathematics**, World Scientific Publishing. 2021, p. 1-7. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1142/9789811226014_0001. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Souza, L. J. de.; Luiz, T. C.; Azevedo, D. P. de. O Acervo Pessoal Ruy Madsen Barbosa: potencialidades para a educação matemática. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2020, São Paulo. **Anais XIV Encontro Paulista de Educação Matemática - EPEM**. São Paulo: Sbem, 2020. p. 1660-1671. Disponível em: <https://www.even3.com.br/xivepem2020/>. Acesso em: 29 set. 2022.

Suleiman, A. R. **O Jogo e a Educação Matemática**: um estudo sobre as crenças e concepções dos professores de matemática quanto ao espaço do jogo no fazer pedagógico. 260f. Dissertação (Mestrado em Educação Escolar). Faculdade de Ciências e Letras, UNESP, Araraquara, 2008. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/90303>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Sumpter, L. Recreational Mathematics – Only for Fun? **Journal Of Humanistic Mathematics**, [S.L.], v. 5, n. 1, p. 121-138, jan. 2015. Claremont Colleges Library. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5642/jhummath.201501.07>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Trigg, C. W. What is recreational mathematics? **Mathematics Magazine**, [s.l], v.51, n.1, p.18-21, 1978. Disponível em: www.jstor.org/stable/2689642. Acesso em 28 de setembro de 2022.

Zanardi, L. S. de. O. **O trânsito de professores durante o processo de criação da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp)**: a questão dos ressentimentos. 256f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102093>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Zani, R. Intertextualidade: considerações em torno do dialogismo. **Em Questão**, v. 9, n.1, p. 121–132, 2003. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/EmQuestao/article/view/65>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

Considerações Finais sobre o Trabalho

Neste trabalho nós optamos por fazer uma análise hermenêutica sobre a série de livros intitulada *O Professor de Matemática em Ação* que foi publicada pela Autêntica Editora entre os anos de 2009 e 2014. No começo do trabalho, não sabíamos que a nossa forma simbólica seria tão complexa e isso trouxe-nos alguns desafios para aplicar e utilizar a Hermenêutica de Profundidade, o referencial teórico e metodológico que nos inspirou neste trajeto. Assim, tivemos que fazer algumas escolhas, no decorrer do nosso processo interpretativo, como efetuar diversos burilamentos nos textos de análise descritiva dos cinco volumes estudados e, ainda, optar por alocar esses textos nos apêndices do trabalho, devido eles não fazerem, diretamente, parte dos objetivos da nossa pesquisa de analisar uma série de livros específica, mas serem um meio, ou ainda um caminho, para se chegar até esses objetivos. A saber, o nosso objetivo foi olhar para a série de livros como um todo e não para cada um dos volumes individualmente. Logo, tínhamos uma forma simbólica e não cinco formas simbólicas. Isso pode parecer não importante, mas faz toda a diferença, principalmente em termos de tornar mais multifacetado o nosso objetivo de estudo. Devido à complexidade da forma simbólica, o nosso movimento de pesquisa não era possível sem que houvesse os estudos individualizados de cada um dos livros em tela. Sendo assim, fica evidente as razões que levam esses textos para os apêndices do trabalho, sem tirar deles a sua importância na constituição dos dados de nossa pesquisa dentro do movimento de Análise Formal ou Discursiva da HP.

Logo após concluída a definição do material a ser estudado, precisamos esclarecer que a nossa motivação pela escolha metodológica de trabalhar com uma inspiração na HP, se deu graças, no mestrado, já termos mobilizado este referencial e, por isso, já sabermos das suas potencialidades para analisar uma série de livros. Até porque já havia, naquele momento, trabalhos que utilizaram formas simbólicas de mesmo teor, ou seja, que já analisaram uma coleção de livros, como é o caso do trabalho de mestrado da Tatiane Tais Pereira da Silva que analisou uma coleção de livros no âmbito de nosso grupo de pesquisa, o Grupo História Oral e Educação Matemática. Mesmo nos sentindo mais preparados para assumir essa empreitada, aprendemos com o caminhar da pesquisa que o trabalho do doutorado foi bastante mais complexo do que aquele que realizamos durante o mestrado, o que de certa maneira tornou única essa jornada.

Quando mencionamos a complexidade da nossa forma simbólica, assim como dissemos na nossa *Introdução*, estamos revelando que esta forma simbólica possui várias perspectivas, como: são cinco livros, os temas de cada volume são diferentes, sobre vários dos

seus temas não tínhamos domínio e/ou conhecimento, há muitos autores, as abordagens variam nos diferentes volumes, os volumes têm muitas páginas... No entanto, no início da aventura do doutorado, não estava muito clara esta complexidade e os desafios que enfrentaríamos na mobilização da Hermenêutica de Profundidade (HP). Olhando com os olhos do hoje, percebemos que essas questões exigiram um repensar sobre a nossa forma de mobilizar o nosso referencial para dar conta da forma simbólica específica que tinham em mãos.

Assim, durante a execução da análise social e histórica, percebemos que não seria possível conduzir a mesma com a devida coerência, se não houvesse a produção de um estudo – uma nota – que buscasse retratar o que estava sendo discutido sobre a Matemática Recreativa, ou seja, como ela se dava nacional e internacionalmente. Foi a partir deste estudo que tivemos alguma noção do que esperar das obras em análise. Sem saber sobre as definições de Matemática Recreativa e toda a amplitude dessa expressão, não poderíamos nem sequer reconhecê-la durante a leitura dos livros da série. Vale lembrar que ao iniciar a escrita do projeto de pesquisa não tínhamos ouvido falar em Matemática Recreativa. Por essa razão, compreender essa expressão se tratava de uma questão de sobrevivência na pesquisa. Então já percebemos aqui que este foi um primeiro avanço em um movimento diferenciado da nossa inspiração metodológica na HP, que foi exatamente tentar compreender toda a temática que envolve o trabalho com a Matemática Recreativa no âmbito do Brasil e do mundo, visando estruturar os nossos movimentos interpretativos durante o percurso deste trabalho.

Outros movimentos importantes foram: efetuar um estudo sobre o contexto de produção das obras e outro sobre a biografia dos autores relacionados com a publicação dos livros em questão. Para este segundo movimento, reaproveitamos algumas entrevistas que o professor Ruy ofereceu a alguns pesquisadores e que ofereceram, por sua vez, subsídios para constitui-lo em perspectiva. O difícil foi fazer um levantamento minimamente descente acerca dos outros autores. Isso levou a ideia de oferecer um projeto de Iniciação Científica que hoje orientamos e que ainda está em andamento, com o intuito de tentar produzir alguns dados sobre essas questões contextuais que envolvem os demais autores e âmbitos de produção dos volumes que tiveram a participação de coautores. Em terceiro lugar, também foi necessária a produção de um estudo sobre os acervos pessoais, pois a mobilização desses materiais, em pesquisas como a nossa, exige certos cuidados relacionados com as características deste tipo de acervos

Uma outra questão foi a necessidade de descrever as obras, produzindo, na sequência o que denominamos de Análises Descritivas que reverberaram na produção de nossa Análise

Formal ou Discursiva, por meio de uma Análise Argumentativa. Este certamente foi um dos nossos grandes aprendizados. Pudemos perceber, nesse movimento, que a Análise Formal se dá por meio de um processo sofrido, de leitura e releitura de descrição e lapidação dos dados produzidos e com isso, na produção de um texto que foi resultado de um exercício moroso e de muita paciência que, devido as peculiaridades de nossa forma simbólica, não ocorreram da mesma forma que na pesquisa de mestrado que tínhamos realizado. Foi esse quesito que tornou a nossa pesquisa, uma aventura ímpar.

Outro detalhe importante é que a pesquisa, desde o seu início, ofereceu subsídios para percebermos que os nossos dados eram produzidos simultaneamente às análises, que no geral estão entremeadas. Conforme o hermenêuta se debruça sobre os seus próprios textos, lapida, amadurece, em exercícios que poderíamos dizer como (Re)Interpretação, vai produzindo sínteses e separando os dados das análises. Esse exercício e essas percepções se deram na trajetória da nossa pesquisa, por termos mobilizado uma forma simbólica extensa, complexa, diversa..., que exigiu um repensar sobre a própria forma como vínhamos pensando a HP.

Dito isto, é possível dizer que os movimentos de análise se interconectaram na pesquisa, pois pudemos verificar, nos nossos exercícios hermenêuticos, que os movimentos da análise social e história e também formal ou discursiva aconteciam simultaneamente, devido à diversidade de tema e autores, e por se tratar de uma série de livros com temas diversos e nos quais a Matemática Recreativa é mobilizada de diferentes e variadas maneiras – como já apontavam nossos estudos sobre a dificuldade de defini-la e praticá-la.

Ao mobilizarmos a HP para efetuar as nossas (Re)Interpretações, tivemos as percepções necessárias para identificar qual ideologia e cultura estavam imbricadas na série de livros *O professor de Matemática em Ação*, que por sinal ancoravam uma concepção de formação de professores bastante específica. Essa ideologia e cultura, segundo percebemos são as próprias características encontradas nos textos que lemos sobre a Matemática Recreativa que responde sobre alguns dos pressupostos do campo e da formação de professores oferecida nas obras.

Assim, é importante lembrar, os nossos leitores, sobre quais foram as questões que nortearam, não o tempo todo, mas de maneira geral o nosso trabalho:

1. O que essa série dissemina sobre a Formação de Professores de Matemática, já que ela se apresenta com essa finalidade?
2. O que ela dissemina sobre Matemática Recreativa, já que tem a pretensão de mobilizá-la?
3. O que torna esta série relevante ou não para o campo da Educação Matemática?

4. O que estes livros trazem implícitos em si, em termos de vestígios que nos ajudam a melhor compreender a História da Educação Matemática no âmbito brasileiro?

Quanto à primeira pergunta, essa série dissemina um conjunto de ideias de formação de professores que se distancia de toda uma área do conhecimento denominada Educação Matemática. Assim, mesmo que seus autores, e inclusive os títulos dos volumes da série, digam pertencer a esta área, as concepções de formação de professores defendidas são distintas das discussões realizadas por outros pesquisadores desta área, tanto em âmbito nacional quanto internacional. Nos volumes desta série existe uma defesa de formação de professores por meio da internalidade da Matemática e, portanto, distante das principais questões que tem habitado os debates dos principais autores da área. Questões essas que estão relacionadas com as relações do conhecimento com a política, a ideologia, a sociologia, a cultura, a etnicidade, as relações de gênero etc. Assim, essa série acabou se tornando uma forma simbólica que se propõe a discutir um tipo de formação de professores de matemática que apenas tem o foco nos conteúdos específicos desta disciplina e em conhecimentos e experiências dos seus autores que visam dar dicas sobre como ensinar e aprender matemática, sem se comprometerem com discussões caras para os educadores matemáticos de sua época.

Sobre a Matemática Recreativa, a série estudada, reproduz ideias distintas que pertencem aos vários significados das várias definições que encontramos durante o nosso estudo sobre este campo do conhecimento. Assim, vemos permeados nos livros, momentos em que as atividades são mais lúdicas, mais rígidas, mais instigantes, mais concretas, mais abstratas, mais próxima dos jogos, mais desafiadoras, mais informativas etc. Mas tudo isso acontece, também dentro de uma concepção internalista da Matemática, pois as suas atividades não visam dialogar com outros campos do conhecimento e discutir questões étnicas, políticas, sociais, culturais etc. Essas ideias, por sua vez, são disseminadas por meio de livros que se voltam a formação de professores e acabam defendendo ideias contrárias a este campo, mas conseguem publicação pois encontram ressonância a elas dentro do mercado editorial e por haver aqueles que comungam com elas e que acreditam que elas sejam realmente o que interessa no processo de formação de professores de Matemática.

Em termos da relevância desta série para o campo da Educação Matemática, vemos nela um posicionamento que encontra eco dentro do campo, pois as características da obra e a autoridade de seus autores, são suficientes para conseguir espaço para a propagação de seus discursos, em um exemplo claro de relações de poder e de capital cultural dos autores, principalmente do professor Ruy Madsen, principal autor da série. Esse espaço permite a

divulgação das ideias internalista de formação de professores e de atividades para o ensino e aprendizagem da matemática que constituem o pensamento dos seus autores. A existência deste pensamento, dado a sua publicação em uma editora de tamanho respeito, demonstra que há espaço do mercado editorial para tais crenças, além do mais, existe uma aceitação para elas, mesmo que promovam reflexões que vão na contramão de pesquisas de vanguarda realizadas dentro do campo da Educação Matemática, que atestam formas de pensar que são distantes das defendidas nos livros desta série.

Já sobre os vestígios que nos ajudam a compreender a Educação Matemática, temos que estes vestígios se presentificam na existência de uma série de livros que retrata, em menor escala, as pesquisas sobre a Matemática Recreativa, e por isso, ajuda-nos a compreender a ideologia e a cultura que está impregnada nesta obra e quais são suas intenções, perigos e cuidados que devemos ter com ela. Além do mais, conseguimos verificar que existe um aumento no número de pesquisas sobre a Matemática Recreativa, que não necessariamente estão conscientes dessas nuances que nós apontamos, mas que seria fundamental, para fomentar debates nesse sentido.

Assim pudemos verificar que algumas questões que encontramos em nossos estudos são rígidas em termos da Matemática Recreativa, como é o caso da internalidade das suas discussões e uma concepção de formação de professores que está relacionada com a formação pela via dessa internalidade. Em compensação, existem elementos que são mais flexíveis que estão relacionados com as diferentes definições da Matemática Recreativa e que, por sua vez, reproduzem o trabalho mobilizado por ela, como constituído de uma Matemática algumas vezes mais séria, mais indutiva, mais intuitiva, mais motivacional, mais estratégica, mais informativa, entre outras características. E isso só é possível de ser percebido graças as análises serem produzidas de maneira concomitantes.

Assim, em síntese, nossa tese visa a entender como ideologia e cultura estão imbricadas na série de livros *O professor de Matemática em Ação* e como, implícita ou explicitamente, ideologia e cultura estão também imbricadas aos estudos sobre Matemática Recreativa (um dos temas centrais à série de livros) com os quais tomamos contato durante o desenvolvimento dessa pesquisa.

As principais contribuições que percebemos, neste trabalho, para o campo da Educação Matemática e da História da Educação Matemática, é constatar que os avanços presentes nas pesquisas dessas áreas, principalmente no caso da Educação Matemática, nem

sempre contribuem com a alteração das concepções dos professores de matemática, mas principalmente acabam não repercutindo entre os pesquisadores que se ocupam em discutir a formação de professores. Inclusive, os pesquisadores que discutem a Matemática Recreativa, cujo próprio nome oferece indícios de uma preocupação em contribuir com uma maneira menos penosa de ensinar e aprender Matemática, ou ao menos de lidar com ela, e que, por sua vez, sugere estar de acordo com os principais pressupostos da Educação Matemática, mas acaba, na verdade, se mostrando evidentemente na contramão do que tem sido dito pelos principais autores deste campo.

Outra contribuição, senão a principal delas, é que o nosso estudo demonstra a possibilidade de visualização e compreensão das ideias presentes em um determinado tópico de estudo, por meio do estudo hermenêutico de uma série de livros vinculados a este tema. De certo modo, entendemos que o conjunto dos livros em estudo se tratam, ou podem ser percebidos, como uma representação em escala menor e, portanto, micro, de todo um debate maior (macro) e que está imbricado das ideias que temos a intenção de estudar. Esse resultado permite, segundo entendemos, reconhecer a representatividade desses materiais e, portanto, a necessidade de estudos hermenêuticos que se debrucem sobre materiais deste tipo visando compreender a disseminação de ideias específicas pertencentes ao um tópico também específico. Desse modo, segundo compreendemos, oferecemos alguns subsídios que incentivam e defendem pesquisas deste teor, no campo da História da Educação (Matemática) em particular e da Educação Matemática de maneira geral, tanto aqueles estudos que tenham como objetivo a compreensão de assuntos específicos em uma perspectiva histórica, quanto em uma perspectiva não historiográfica.

Em termos mais específicos da História da Educação Matemática, vemos uma falta de pesquisas que contemplem um estudo com esse viés sobre a formação de professores disseminada pelas discussões sobre a Matemática Recreativa. E assim, esperamos ter contribuído suficientemente, para demonstrar alguns dos principais cuidados que devemos ter ao nos inserirmos nesse tópico de estudo e o que é preciso ser debatido, para que esta temática comece a produzir alguns efeitos mais bem delineados dentro das discussões sobre formação de professores via livro.

Continuando a falar sobre as nossas contribuições, é interessante, como aparece em alguns dos nossos resultados, que estudando a Matemática Recreativa, nós acabamos caindo em discussões relativas ao nosso campo de ação, a Educação Matemática. Com isso,

acabamos discutindo se há espaço para esse tipo de discussões, e vemos que sim, inclusive em uma mesma editora que publica uma coleção inteira e enorme de livros que caminham, no geral, em outra direção à desta série que estudamos. Falamos aqui da coleção *Tendências em Educação Matemática*. E isso tudo está visceralmente relacionado com a autoridade dos autores dos livros, principalmente do seu autor principal, o professor Ruy Madsen Barbosa. Temos que lembrar, aqui, que a Autêntica é uma das principais editoras do nosso país e por essa razão, suas publicações são tomadas com um grande respeito pelos seus leitores.

Para finalizar, é interessante falar um pouco sobre a nossa experiência na produção de uma tese no formato *multipaper*, apresentada na banca de defesa e reestruturada depois da banca. Essa configuração, sugerida pelo professor Antônio Vicente Marafioti Garnica na nossa banca de qualificação, foi bastante desafiadora porque nos fez sair da zona de conforto que tínhamos e da nossa prolixidade, trabalhando diretamente na nossa capacidade de síntese. Talvez este tenha sido o motivo que levou o professor Vicente a propor esse formato para a tese, pois tínhamos, até então, um trabalho com 570 páginas, mas que além de muito prolixo e repetitivo, pecava pela falta de uma estrutura melhor e possuía algumas discussões desnecessárias que o tornava não objetivo. Essas discussões desnecessárias, não significa que não deveria ter havido um movimento de pesquisa no sentido delas, mas que mesmo com o seu estudo, neste caso necessário para a compreensão dos livros, a sua presença no relatório final de pesquisa era desnecessária. Resumindo, digo daqueles elementos que são necessários de se conhecer, mas não necessários de aparecer. Então, o professor Vicente acabou permitindo, com sua sugestão, um desafio que nos colocou em um movimento de síntese e objetividade, que contribui bastante com nosso desenvolvimento como pesquisadores, aprendendo a avaliar o que importa ser dito e o que não merece ser acrescentado no trabalho final. Foi uma verdadeira e tortuosa lição de desapego.

Mas durante a banca de defesa, tivemos que lidar com um outro problema também apontado pelo professor Vicente. Os artigos que foram produzidos não estavam com folego suficiente para serem publicáveis, o que subtraía do exercício parte de sua potencialidade. Neste sentido, em discussão com a banca, optamos por transformar a tese *multipaper* em uma tese composta por notas de um diário de pesquisa, como havíamos feito no mestrado. Assim, mantivemos a potencialidade de o nosso leitor poder ler a tese a partir de qualquer texto, mas também evitávamos manter o erro encontra no formato *multipaper*. Vale lembrar, entretanto

que o exercício anterior, não foi de todo perdido, pois permitiu uma melhor estruturação da tese e uma maior objetividade de nossa parte. Mas mesmo com a reestruturação para o formato de notas de um diário de pesquisa, é obvio que isso não significa que o nosso trabalho de aperfeiçoamento está acabado, pois longe de estarmos excelentes neste exercício, ao menos nossas habilidades nesse sentido se tornaram muito melhores do que eram antes deste treinamento de escrita.

APÊNDICES

Apêndice 1

Análise Descritiva do primeiro volume da série *O Professor de Matemática em Ação*.

Introdução

Esta nota tem o objetivo de apresentar uma análise descritiva do primeiro volume da série¹³⁷ *O Professor de Matemática em Ação*. Este volume é de autoria de Ruy Madsen Barbosa¹³⁸ – coordenador da série – e publicado pela Autêntica Editora em 30 de junho de 2009 com o título *Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações*. É relevante dizer que este livro foi publicado no mesmo ano que o segundo volume da série que recebeu o mesmo título (Barbosa, 2009b) também escrito por este autor, mas que será analisado somente em outra nota. O texto é parte dos apêndices de uma tese de doutorado que foi escrita em formato de notas de um diário de pesquisa e que objetivou efetuar uma análise hermenêutica dos cinco volumes da referida série que foi publicada entre os anos de 2009 e 2014. A tese tem vínculo institucional com o Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus de Bauru; é produzida junto ao Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem) e recebeu apoio financeiro, por meio de bolsa de estudos, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) – código de financiamento 001.

O referencial teórico e metodológico que inspirou a nossa metodologia foi a Hermenêutica de Profundidade (HP) desenvolvido por John Brookshire Thompson (2011). Em linhas gerais, podemos afirmar que a HP possui três movimentos analíticos distintos, porém concomitantes e interconectados, didaticamente denominados de Análise Social e Histórica, Análise Formal ou Discursiva e (Re)Interpretação. Cada um destes movimentos se volta a observar, por meio de alguns exercícios analíticos específicos, aspectos diferentes da obra como: o seu contexto de produção, a sua materialidade e, de posse destes dois estudos, o hermeneuta se lança a produzir afirmações plausíveis que possam contribuir com uma

¹³⁷ O que geralmente chamamos de coleção, desde a confecção do nosso projeto de pesquisa e em pesquisas que publicamos em eventos científicos deste então, e que o livro intitula como a “série” *O Professor de Matemática em Ação*, para nós nada mais é do que dois termos com um mesmo fim, possuidores de um mesmo significado.

¹³⁸ Ruy Madsen Barbosa se formou em bacharelado e licenciatura em Matemática pela Universidade Católica de Campinas (UCC), fez Doutorado em Probabilidade na UCC e Livre Docência na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Araraquara. Foi membro fundador do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) e do Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CRAEM), grupos que foram polos irradiadores do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. Durante este movimento, ele contribuiu com a inserção do conteúdo de Matrizes no Ensino Médio brasileiro e também atou, em duas gestões, como presidente da regional paulista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem-SP).

(re)interpretação dos textos analisados e, com isso, produz um aprofundamento abrangente acerca deles.

Este texto apresenta uma Análise Descritiva do primeiro volume da série que compõe um conjunto de notas que servem de subsídios para a produção de uma Análise Formal ou Discursiva da série. A intenção dessa análise é observar atentamente a materialidade dos volumes analisados, ou seja, é um estudo interno dos livros, em que observamos sua estrutura, evidenciamos e problematizamos algumas de suas características que serviram para produzir um material analítico potente visando a criação de uma Análise Formal ou Discursiva que vai reverberar na produção de (Re)Interpretações plausíveis da série, que se tornarão a própria análise hermenêutica.

A Análise Descritiva em si tem sido uma das maneiras que os membros de nosso grupo, Ghoem, tem lidado com a condução da Análise Formal ou Discursiva das Formas Simbólicas analisadas por eles, quando inspirados metodologicamente pela HP. Mas até então não havia uma nomenclatura específica que sistematizasse tal fato. A nossa opção por essa análise se deu devido nossa intenção de oferecer aos nossos leitores o que chamamos, por falta de uma melhor definição, do *tom* da obra analisada. Esse *tom*, segundo, entendemos, só é possível de ser comunicado com a ajuda de uma descrição aliada à várias citações diretas de elementos presentes no livro que ressaltam a comunicação que se pretende do autor com seu leitor. Entremeadado nas descrições e citações, se encontram nossas notas analíticas, como poderá ser observado na sequência.

Análise Descritiva do Primeiro Volume

Figura 06: Capa do primeiro volume da coleção



Fonte: Site da Autêntica Editora, disponível em <https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/63>.

O livro possui tamanho 155 x 225 milímetros, padrão para a série, e um total de 160 páginas. Sua capa é vermelha, o que não aparenta significação diferenciada, a não ser o fato de ser uma cor predominante e bastante chamativa. A *Apresentação* do livro foi redigida pela

professora Regina Célia Grando¹³⁹, docente, à época, do Programa de Mestrado em Educação da Universidade São Francisco de Itatiba/SP; sua especialidade é trabalhar com jogos no ensino da Matemática. A autora afirma que a matemática escolar é vista por muitos alunos como “[...] um conteúdo pronto, acabado e incontestável” (Grando, 2009, p. 7) e que ensinar, para estes, consistia em resolver listas de exercícios e aplicar fórmulas. Segundo ela,

O professor Ruy Madsen Barbosa vai, neste livro na ‘contramão’ dessa visão, propondo situações em que se possa brincar com a matemática de forma séria, observando regularidades, registrando processos e resultados e matematizando situações, mas sem perder a ludicidade e o prazer em aprender matemática” (Grando, 2009, p. 7).

Dessa forma, ela vê essa obra como um vetor que vai em direção inversa ao senso comum e que busca modificar a visão dos alunos acerca da educação básica, e porque não a visão de seus professores. Apresenta-se para eles ferramentas que vão na contramão da maioria, ou seja, algo que mostre que os conteúdos da matemática não estão prontos e nem sequer acabados. Essa é uma visão que coloca o autor do livro como pertencente a um grupo de professores que não se contenta com esse tipo de educação – aqui apoiados em Fiorentini (1995) estamos nos referindo aos formalistas clássicos e os formalistas modernos – se aproximando com isso de algumas das demais correntes existentes, como os empírico-ativistas e/ou os construtivistas¹⁴⁰.

¹³⁹ Regina Célia Grando se graduou em Matemática em 1990 pela Unicamp e teve como orientadora a professora Beatriz Silva D’Ambrósio, cursou o Mestrado em Educação pela Unicamp em 1995 sob a orientação de Sergio Aparecido Lorenzato, em 2000 concluiu o Doutorado em Educação na Unicamp sob a orientação de Lucila Diehl Tolaine Fini e, por fim concluiu o seu Pós-doutorado na Unesp. Atuou como presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM-Nacional) entre 2016 e 2019 e hoje atua como professora titular do Departamento de Metodologia de Ensino e do Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica da UFSC, sendo líder de dois grupos de pesquisa: o GEPPROFEM – Grupo de Estudos e Pesquisa em Processos Formativos em Educação Matemática – e o ICEM – Grupo de Estudo de Insubordinação Criativa em Educação Matemática.

¹⁴⁰ De acordo com Fiorentini (1995), as ideias atreladas à Tendência Empírico-Ativista, que é base de uma metodologia ativa, portanto, oposta à visão Formalista Clássica, faz que esta tendência tenha o papel de facilitar e orientar o processo de ensino e aprendizagem; o aluno se torna o centro deste processo, que inclusive parte de uma ponderação acerca do desenvolvimento psico-biológico dos alunos; as atividades são desenvolvidas, geralmente, em grupos pequenos, por meio de rico material didático e em ambiente estimulante; na Tendência Empírico-Ativista é possível verificar que no uso de jogos e experimentos, além do contato visual, há o contato tátil e da manipulação. O pressuposto em questão, é conhecido do meio acadêmico e dos educadores por meio do jargão “aprender fazendo” e nele a aprendizagem é vista como passível de ocorrer por generalizações ou abstrações baseadas na intuição e na indução. Os métodos de ensino da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas são aqueles que dão margem para o trabalho desta Tendência satisfazendo estes pressupostos. O fato de enfatizar a utilização dos sentidos no processo de ensino e aprendizagem, no entanto, afastam a ideia Empírico-Ativista da Tendência Construtivista, que ao nosso ver é bastante próxima das atividades realizadas por pesquisadores que defendem a Matemática Recreativa. A tendência construtivista, por sua vez, substituiu a prática mecânica, mnemônica e associacionista por uma prática que objetiva, por meio do uso de materiais concretos, construir estruturas do pensamento lógico-matemático e/ou à construção de conceitos. Aqui é pressuposto que o pensamento não possua fronteiras, ocorrendo por construção, desconstrução e reconstrução de

Outro ponto da citação que merece destaque, é o fato de que para desviar dessa matemática pronta e acabada, o autor mobiliza a ludicidade para que seja possível, com isso, brincar com essa matemática séria e, conseqüentemente, torná-la agradável e interessante. Aqui podemos vislumbrar indícios claros de uma vinculação com a Matemática Recreativa, em especial quando se busca utilizar essa ludicidade como um desvio dos assuntos desagradáveis de se conversar relativos à Matemática, tornando-os agradáveis. Isso se dá por meio de jogos ou brincadeiras, sem contar no fato de esta estratégia se voltar como uma ferramenta pedagógica potente, segundo nosso entendimento. Pensamos que essas ideias, vão ao encontro com a percepção de Matemática Recreativa oferecida tanto por Bártilová (2016)¹⁴¹ quanto por Barve e Barve (2012)¹⁴², para citar apenas alguns nomes, quando estes tentam descrever os principais aspectos que observam na Matemática Recreativa. Sumpter (2015) também vai apontar, em seu trabalho, o uso de termos como prazer e diversão como termos vinculados a componentes afetivos que servem para identificar o uso da Matemática Recreativa no ensino de Matemática.

maneira sistemática e cíclica; as estruturas do pensamento não são impostas ao aluno e também não são percebidas como inatas, mas como resultado de uma construção interna que ocorre em longas etapas de reflexão e de interação do aluno com o mundo, seus pares e com seus interlocutores; há uma negação de que o conhecimento possa advir das experiências e dos sentidos, mas por meio de uma interação/reflexiva do homem com o meio e/ou com atividades, sendo, portanto, diversa da percepção Empírico-Ativista; a construção humana é vista como construída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis, priorizando mais o processo que o produto do conhecimento; os conteúdos são úteis, mas não indispensáveis para o aprendizado e para o desenvolvimento do pensamento, de modo que o erro é visto como positivo e de grande valor pedagógico. Para o construtivista, o conhecimento é ativamente construído pelo sujeito e não passivamente recebido do ambiente e o conhecimento é um processo adaptativo que organiza o mundo experiencial do aluno que não é um mundo preexistente e independente da sua mente (Fiorentini, 1995).

¹⁴¹ Bártilová (2016) tenta classificar o que entende ser a Matemática Recreativa e nessa classificação aponta a dificuldade de defini-la e a amplitude de seu conceito. Ela sublinha quatro aspectos que de algum modo abrangem a maioria dos tópicos que poderiam ser rotulados como Matemática Recreativa e ressalta que eles se interconectam e se auto influenciam, se sobrepondo consideravelmente. Os aspectos que Bártilová apresenta são: (a) Aspecto Científico-Popular: a Matemática Recreativa é uma parte da Matemática que é divertida e popular. Seus problemas devem ser compreendidos por alguém interessado, mas de característica comum⁷, mesmo que a sua solução seja difícil. Aqui a Matemática Recreativa torna a Matemática Séria em compreensível e agradável; (b) Aspecto Divertido: a Matemática Recreativa é a Matemática utilizada como um desvio da Matemática Séria, voltada ao divertimento. Esta é aquela parte da Matemática que não é ensinada nas escolas; (c) Aspecto Pedagógico: a Matemática Recreativa pode ser mobilizada no ensino e parece ser de uma grande utilidade pedagógica; e, por fim, (d) Aspecto Histórico: a Matemática Recreativa teve um papel muito importante na História da Matemática e foi responsável pela origem de várias teorias e conceitos matemáticos ao longo da História.

¹⁴² Barve e Barve (2012) apresentam a Matemática Recreativa como uma matemática direcionada para um pouco de diversão e voltada a um público leigo. Segundo os autores, existem duas definições para a maior parte do que quer dizer Matemática Recreativa: (i) Matemática Recreativa é aquela matemática voltada para a diversão, com problemas facilmente compreendidos por uma pessoa leiga, que além de interessantes, podem possuir solução complexa e (ii) Matemática recreativa é uma matemática divertida e mobilizada como um desvio da Matemática Séria, que transforma a Matemática Séria em algo compreensível e gostoso.

Grando (2009), na *Apresentação*, fala mais precisamente acerca do livro como um todo num primeiro momento e, em seguida, a respeito de cada uma das suas partes. Segundo ela,

[...] o autor nos convida a brincar com atividades de forma a nos envolvermos com reflexões e investigações, produzindo a matemática. As situações-problemas, atividades, explorações e investigações propostas neste livro, buscam colocar professores e alunos em ação, no movimento do pensamento genuinamente matemático (Grando, 2009, p. 7).

Para ela, o autor propõe brincadeiras que trazem implícitas em seu DNA a necessidade de refletir e investigar, visando o envolvimento dos alunos. Para isso, os alunos e professores são colocados em um movimento, que surge a partir das atividades propostas, que os fazem mobilizar um “[...] pensamento genuinamente matemático” (Grando, 2009, p. 7) sem que para isso, se percebam em uma atividade monótona e desestimulante.

Depois ela tematiza a estrutura básica do livro (que é dividido em quatro partes) e são apresentadas as análises de como ela percebe o funcionamento dessas partes. E afirma que as partes da obra foram organizadas de maneira didática, de modo que cada uma delas serve de subsídio às partes que seguem. Mas ela adverte que este subsídio não se relaciona aos seus conteúdos, mas aos “[...] processos de pensamento matemático envolvidos em cada uma delas” (Grando, 2009, p. 7).

No final da *Apresentação* é dito que o diferencial do livro está relacionado com as suas atividades não serem convencionais aos alunos, mas também aos professores, permitindo que ambos trabalhem juntos, no processo de investigação.

Dessa forma, o professor de matemática se coloca em ação, duplamente: em uma ação relacionada à sua prática pedagógica e em outra que diz respeito ao envolvimento nas atividades matemáticas aqui propostas (Grando, 2009, p. 8).

A argumentação de Grando está centrada na defesa do crescimento conjunto de professores e estudantes, através das atividades de sala de aula. Algo que ela percebe nas atividades do livro é essa possibilidade de crescer, especialmente junto dos estudantes, o que está diretamente associada à saída dos professores de suas zonas de conforto, se permitindo aprender elementos e pontos de vista novos de acordo com o desenvolvimento das atividades sugeridas no livro. Entendemos, junto com Skovsmose (2000) que esta postura não é muito confortável para a maioria dos professores, mas concordamos que seja de fato inovadora, dado a crença vinda do senso comum de que o professor tem que ser fonte segura do saber específico. Mesmo assim, não deixa de ser um complicador o fato de o professor ser colocado

em uma posição de maior fragilidade e insegurança, devido haver maior necessidade de preparo do professor, pois essas atividades aumentam as possibilidades de questionamentos inesperados que o professor pode não estar preparado para responder a contento aos seus estudantes. Cabe ressaltarmos, então, que essas considerações presentes no livro nos provocam, como pesquisadores da Educação Matemática, a rever a formação de professores de Matemática tal como ela é atualmente.

Também notamos a percepção da autora da *Apresentação* quanto à possibilidade do aperfeiçoamento da prática de ensino do professor ao mobilizar as atividades do livro. Aqui, conseguimos ver uma corrente de pensamento dentro das pesquisas em Educação Matemática, que lidam com a questão do professor ser reflexivo quanto a sua própria prática, sendo essa prática um motor que, além de funcionar no processo de ensino e aprendizagem, retroalimenta a prática do professor que sempre a coloca em xeque, buscando aperfeiçoá-la. Veja bem, estamos falando de propostas que colocam o professor como pesquisador de sua própria prática, vendo a sala de aula como um espaço que visa a melhoria da qualidade de ensino. Percebemos aqui, novamente, uma aproximação com as ideias empírico-ativistas, até mesmo construtivistas, conforme estudo de Fiorentini (1995).

Na sequência, partimos para o estudo das partes e dos capítulos do livro. As partes são inauguradas por uma ou duas páginas de abertura que, geralmente, possuem a nomeação da parte inaugurada (Primeira Parte, Segunda Parte, Terceira Parte ou Quarta Parte) seguida pelo seu título em letras grandes, sendo que as letras do título são maiores que aquelas mobilizadas na nomeação da parte apresentada. Depois disto, encontramos um quadro cinza que possui uma frase ou estrofe de impacto. Essa formatação é a mesma em todas as páginas inaugurais, exceto na primeira, que possui, além disso, uma pequena introdução que coloca o leitor a par do que será discutido e algumas sentenças de teor divertido envolvendo a lógica.

Analisando as sentenças das páginas inaugurais, nenhuma delas tem uma relação direta com a temática desenvolvida em cada uma das partes. Para nós elas buscam levar os leitores a um estado de reflexão acerca do processo de ensino e aprendizagem. Dito isto, para nós é intenção das frases é que essas reflexões atingissem os professores-leitores do livro, promovendo neles algumas sensibilizações impossíveis de serem efetivamente apontadas por nós, devido às peculiaridades relativas à leitura de cada um dos leitores do livro que pode dispersar, transcender ou focar em questões muito específicas da educação ao entrar em contato com cada uma delas.

É interessante apontar que a Primeira Parte, cujo título é “*Descobrimos a Lógica*” oferece a seguinte frase:

Ouço e esqueço.
Vejo e lembro.
Faço e entendo (Barbosa, 2009a, p. 9).

A citação acima ressalta a necessidade do uso dos sentidos, ou ainda, da mobilização de mais de um deles no processo de ensino e aprendizagem, mas atribui também uma intensidade relacionado à maneira que cada um desses sentidos contribui com o aprendizado, ou seja, a audição é menos potente do que a visão que é, por sua vez, menos eficaz do que fazer a atividade, pois fazendo é possível se mobilizar mais de um sentido, mas além disso, mobiliza a reflexão sobre o que se está fazendo. Dito isto, considerando novamente o artigo de Fiorentini (1995), percebemos nessas palavras uma vinculação com as ideias atreladas à Tendência Empírico-Ativista, que é base de uma metodologia ativa, portanto, oposta a visão Formalista Clássica; aqui o professor assume um papel de facilitar e orientar o processo de ensino e aprendizagem; o aluno se torna o centro deste processo, que inclusive parte de uma ponderação acerca do desenvolvimento psico-biológico dos alunos; as atividades são desenvolvidas, geralmente, em grupos pequenos, por meio de rico material didático e em ambiente estimulante; na Tendência Empírico-Ativista é possível verificar que no uso de jogos e experimentos, além do contato visual, há o contato tátil e da manipulação. O pressuposto em questão, é conhecido do meio acadêmico e dos educadores por meio do jargão “aprender fazendo” e nele a aprendizagem é vista como passível de ocorrer por generalizações ou abstrações baseadas na intuição e na indução. Os métodos de ensino da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas são aqueles que dão margem para o trabalho desta Tendência satisfazendo estes pressupostos. O fato de enfatizar a utilização dos sentidos no processo de ensino e aprendizagem, no entanto, afastam a ideia desta frase da Tendência Construtivista, que ao nosso ver é bastante próxima das atividades realizadas por pesquisadores que defendem a Matemática Recreativa, principalmente devido essa tendência negar que o conhecimento possa ocorrer mediante recursos como a experiência e os sentidos.

Ainda sobre a apresentação da primeira parte, temos uma pequena introdução do tema e alguns enigmas lógicos, que convidam o leitor a “arejar as mentes” (Barbosa, 2009a, p. 9) de uma maneira específica “DIVERTINDO-SE LOGICAMENTE” (Barbosa, 2009a, p. 9, maiúsculas do autor). Dentre elas, destacamos:

4. Anotações após calorosa sessão de uma câmara de vereadores.
 1. **Fica aprovada a construção da nova estação rodoviária.**
 2. **Fica aprovado que a nova estação será construída com os materiais da velha.**
 3. **Fica aprovado que a antiga continuará funcionando até que a nova esteja pronta** (p. 10, negritos do livro).

Continuando nossos apontamentos, fica claro o uso das frases para motivar a leitura do capítulo e até para convencer acerca da necessidade de se estudar Lógica, pois existem nelas erros de raciocínio que levam ao impedimento da execução das tarefas que elas propõem. Esses erros engraçados podem motivar o leitor ao estudo da Lógica, que busca evitar constrangimentos futuros. Veja que no exemplo acima, fica claramente impossível construir a nova estação rodoviária, visto que esta não pode parar de funcionar até que a estação nova esteja terminada, mas a nova estação precisa dos materiais da estação anterior para ser construída, o que impossibilita a efetivação do projeto, dadas as condições de construção e funcionamento da estação velha.

Interessante apontar que ao disponibilizar, na obra, uma discussão que saliente a importância do uso da Lógica no cotidiano, o autor se reaproxima da Tendência Construtivista que, segundo Fiorentini (1995), busca a mobilização de aspectos estruturais e lógicos ao invés de um caráter pragmático. Não pensamos ser possível conciliar as ideias do autor com outras tendências que também evidenciam o uso da Lógica como é o caso das tendências formalistas clássica e moderna, além da tecnicista, com as demais ideias presentes nesse livro, por serem baseadas em concepções bastante distantes daquelas propostas nas atividades do livro (Fiorentini, 1995). Logo, baseando-nos nas discussões das duas últimas citações diretas que fizemos acima, concluímos que o autor transita e é afetado por essas duas tendências, mais pela primeira do que pela última, sem assumir um maior compromisso teórico com nenhuma delas ao longo do livro.

Adentraremos agora na discussão sobre cada uma das partes do livro e seus respectivos capítulos. Optamos por este formato, devido à variedade temática de cada uma delas. No caso deste volume, cada uma das suas partes, como já foi dito, se voltam a estudar um tópico muito específico da matemática. A primeira parte, *Descobrimos a Lógica*, possui dois capítulos que abordam a Lógica como principal temática e que são intitulados: *Raciocinando Lógica* e *Enigmas de Lógica Proposicional*. Com relação ao primeiro capítulo, este basicamente possui três tópicos principais que são: A (Avisos Autorreferentes), B (Virando Cartões Frente-Verso) e C (Família Lógicas de Figuras).

O primeiro item trabalha com três avisos autorreferentes que, a princípio, possuem um truque relacionado à sua veracidade ou falsidade que desemboca em uma situação paradoxal, que não é um paradoxo. Interessante apontar o tipo de linguajar usado no problema do segundo aviso que recomenda “Estudar a situação paradoxal e, caso sua ‘cuca’ não tenha esquentado demais nem estourado, continuar o raciocínio” (Barbosa, 2009a, p. 12). Salientamos o *tom* jocoso da situação anterior, que convida o leitor a continuar o raciocínio

“[...] caso sua ‘cuca’ não tenha esquentado demais nem estourado[...]” (Barbosa, 2009a, p. 12). Aqui surgiu-nos uma questão, será mesmo que este livro é voltado para professores em formação? Parece um texto mais voltado aos alunos destes professores do que aos professores em si. É bem verdade que este “modo de falar” é bem cabido para os alunos – crianças e jovens – e também para curiosos da Matemática Recreativa que de certa forma já estão acostumados com este linguajar. Este jeito de falar é comum de alguns almanaques infantis e, por que não, de alguns textos vinculados com a temática e objetiva aguçar o interesse pela resolução de algum problema recreativo. Dito isto, por essa ser uma “maneira de falar” frequentemente encontrada em problemas recreativos, consideramos este um modo de se expressar particular de problemas deste tipo, que é, por sua vez, eficaz em fazer circular suas ideias. Os problemas recreativos, em seus enunciados, possuem uma vinculação com o desafio, e com este *tom* o desafio se torna mais ousado e até capcioso. Este jeito de dizer mexe com o ego do leitor e o motiva a buscar uma solução para o problema como se essa solução fosse um modo de autoafirmar a sua capacidade.

Apresentada as atividades, no final deste capítulo, o autor oferece o seguinte comentário:

Comentário: O leitor deve ter inferido que atividades com famílias de figuras, além das vantagens inerentes, preparam o aluno para uma aprendizagem com significado de classes usuais de figuras planas da geometria euclidiana. Podem até serem empregadas atividades análogas com quadros de duas ou mais classes (Barbosa, 2009a, p. 19, **negrito do autor**).

A citação acima é uma interação do professor Ruy com os seus leitores que oferece dicas importantes que, inclusive, podem contribuir com a prática pedagógica deles. Este comentário, de uma certa maneira, oferece uma aproximação do autor com seu público – os professores –, ao abrir um parêntese nas discussões das atividades e direcionar considerações diretamente para seus leitores. Cabe dizer que o livro possui mais comentário como este e alguns deles serão discutidos aqui futuramente.

O segundo capítulo “[...] é dedicado ao estudo de alguns enigmas decorrentes de situações-problemas de lógica proposicional com seus conectivos, agrupados em quatro séries, num total de 16 enigmas” (Barbosa, 2009a, p. 21). Para o autor o emprego dos conectivos precisa de apenas “[...] alguns conhecimentos e informações sobre preposições simples e compostas [...]” (Barbosa, 2009a, p. 21). Quanto aos enigmas, Barbosa (2009a) afirma:

Aconselhamos não abusar quantitativamente deles em aula, é preferível estudar poucos pelo método da resolução de problemas, para que os alunos aprendam de maneira segura as diferentes formas de conectivos usuais em matemática. O seu uso exagerado pode afastar o educando da motivação (p. 21).

A ressalva do autor surge em *tom* de conselho. Para nós, este tipo de intervenção é importante por oferecer aos leitores um pouco da maneira como o autor acredita que devem ser realizadas as atividades propostas. Ele também sugere o uso da Resolução de Problemas como um aliado importante nesta tarefa, deixando a entender que assim o conteúdo será ministrado de uma forma segura. Cabe-nos apontar que alguns teóricos que discutem a Matemática Recreativa, utilizam a Resolução de Problemas como metodologia de aplicação das suas atividades no ensino. O autor ainda argumenta que o estudo destes enigmas proporcionará aos estudantes um “grande desenvolvimento do raciocínio” (Barbosa, 2009a, p. 21) e contribuirá com a fixação que ele acredita necessária para a “*completabilidade* da análise dos casos” (Barbosa, 2009a, p. 21, *itálico do autor*) algo que ele considera muito importante em matemática.

Acerca dos conectivos, o autor diz que

Abordaremos nos enigmas a conjunção ‘...e...’ (verdadeira só no caso de ambas as proposições serem verdadeiras), a *disjunção inclusiva* ‘...ou...’ (falsa só no caso de ambas serem falsas), a *disjunção exclusiva* ‘ou...ou...’ (verdadeira só no caso de uma única componente ser verdadeira) e a *condicional* ‘se...então...’ (falsa só no caso de a primeira ser verdadeira e a segunda falsa). Aliás, são aquelas básicas para os teoremas ou propriedades da matemática. Escolhemos como recurso para as resoluções o emprego de tabelas-verdades (p. 21, *itálicos do autor*).

Esse é o único momento em que o autor faz uma discussão explícita da teoria mobilizada e mesmo aqui vemos um maior vínculo com as discussões da Matemática Pura do que das questões relacionadas com o Ensino de Matemática. Outra questão importante é o fato de o autor acreditar que para o trabalho com teoremas ou propriedades matemáticas, basta a mobilização destes quatro conectivos. Ressaltamos que para nós faltou a apresentação do conectivo “se e somente se”, um conectivo lógico também muito importante para esta finalidade. O autor finaliza a introdução sugerindo aos seus leitores a leitura de quatro livros nacionais, sendo um deles de sua autoria, “Barbosa (1974)” – *Fundamentos da Matemática Elementar*.

Terminada a introdução, o autor segue para a apresentação das quatro séries de enigmas: *Série I: Notas de Alunos*, *Série II: Paridade*, *Série III: Ordenação de Números* e *Série IV: Sarcófagos e Tesouros*. Durante a apresentação dessas séries, merece ser sublinhado

a atitude do autor em pedir, nos enigmas 4 e 16, que o leitor busque por seus enunciados em outras fontes, no caso em um livro de sua autoria, “Barbosa (2005, p.16)” (Barbosa, 2009a, p. 23) e “[...] página 26 de Barbosa (2005)” (Barbosa, 2009a, p. 26).

O *tom* dos enigmas são de quatro tipos: i) enigmas que trabalham na busca de descobrir a “verdade” com relação a algumas afirmações; ii) enigmas que se voltam a trabalhar com paridade dos números na forma de incógnitas; iii) enigmas que se voltam ao trabalho com ordenação de números, ou seja, tentando ordenar um conjunto de números oferecidos pelos problemas na forma de incógnitas e, por fim; iv) aqueles que mobilizam encontrar o tesouro em sarcófagos, evitando morrer com um pó mortal que os impede de abrir qualquer um a esmo, utilizando para isso afirmações presentes nos sarcófagos e avisos na parede. Em geral, pensamos que estes enigmas são motivadores da curiosidade, permitindo com isso a busca pela resposta, pois ela está quase que dita – “na ponta da língua” –, precisando apenas de um pouco de raciocínio lógico para se chegar à solução. Devido sua solução não exigir um raciocínio muito elaborado, mas certamente, e de uma maneira bem positiva, motivar e ao mesmo tempo trabalhar com o raciocínio lógico dos alunos, não necessitando de um pensamento matemático como pré-requisito, vemos estes enigmas como uma atividade muito interessante para ser aplicada pelo professor em suas aulas, principalmente quando considerando a ludicidade de alguns deles.

Segundo a professora Regina Célia Grando, na *Apresentação* do livro:

Na primeira parte, denominada **Descobrimo a lógica**, o autor inicia com frases, questões e aspectos sobre lógica que permeiam o senso comum, muitos deles bastante engraçados e que evidenciam a escassez de um raciocínio lógico presente nos discursos das pessoas. Trata da lógica matemática formal, com suas formas particulares de registro e propriedades, mostrando as contribuições do pensamento lógico matemático para realizar ações como: classificar, agrupar e identificar semelhanças e diferenças. Decifrar enigmas e encontrar “pistas” na resolução de algumas atividades lógicas possibilita melhorar a comunicação em matemática e desenvolve o raciocínio dedutivo” (Grando, 2009, p. 7, **negrito do autor**).

A descrição da autora da *Apresentação* resume bem os objetivos com estas atividades. Uma ênfase é sobre a grande utilidade da mobilização do pensamento lógico dentro dos processos de comunicação do saber matemático. Desse modo, a lógica permite a comunicação dos resultados matemáticos, assim como dos processos que o envolvem visando que eles sejam compreensíveis pelos sujeitos e evitando armadilhas como duplo sentido e argumentações fracas no embasamento destas discussões. É importante salientar o valor dado à lógica ao dizer que ela contribui com o desenvolvimento do pensamento matemático

dedutivo – cabe apontar que este tipo de pensamento é aquele apoiado em métodos científicos e visa: observar, analisar e testar hipóteses visando chegar a uma conclusão sobre o que está sendo analisado.

A segunda parte do livro, intitulada *Coloração*, trabalha com a coloração de polígonos e poliedros, como bem retrata a *Apresentação* do livro:

Na segunda parte, **Coloração**, evidencia-se a possibilidade de produzir matemática a partir de uma brincadeira de coloração de polígonos e poliedros. Dessa forma, brincando de colorir partes de polígonos, faces de poliedros e construindo paralelepípedos e cubos com cubos coloridos, alunos e professores exploram as diferentes maneiras de coloração. A cada atividade realizada novos problemas são propostos (Grando, 2009, p. 7, **negrito do autor**).

O terceiro capítulo do livro, primeiro da segunda parte, é intitulado *Coloração de Polígonos Regulares e outros Polígonos*. Este capítulo está subdividido em quatro itens: *A* (Polígonos Regulares), *B* (Quadrados e Retângulos – Atividades), *C* (Outros Polígonos) e *D* (Colorindo Vértices ou Lados). O primeiro destes itens possui um pouco de discussão teórica apresentando definições e propriedades importantes para uma boa compreensão das atividades propostas. A principal discussão que embasa todas as atividades do capítulo é sobre a formação de figuras por meio da rotação ou reflexão de uma primeira figura – *simetria rotacional* e *simetria reflexional*. Conta o autor, que nas atividades seguintes, não serão contabilizadas como um novo *padrão de coloração* aquelas figuras que podem ser criadas desta forma, pois elas pertencem a uma mesma *classe de equivalência*. “Do ponto de vista educacional é mais conveniente dizer que cada classe de equivalência tem o mesmo *padrão de coloração*, e cada figura que tenha o mesmo padrão será representante da classe” (Barbosa, 2009a, p. 34, *itálicos do autor*). Perceba que esta frase faz uma inferência lógica, portanto, utilizando o uso da lógica em suas indicações e, de certo modo, se ligando com o tratamento da lógica que é dado na primeira parte.

Um detalhe importante é que a maioria das atividades deste capítulo menciona o uso de peças para a sua explicação. No quarto item, por exemplo, o autor recomenda o uso de varetas de uma mesma cor representando os lados da figura e bolas de isopor coloridas representando os vértices, no segundo caso os materiais são os mesmos, mas são as varetas que são coloridas ao invés das bolas de isopor que são sempre brancas. No início deste item temos a seguinte informação “No caso de não se empregar apenas desenhos, estas atividades produzem alto grau de motivação nos alunos, já que possibilitam o emprego de material manipulativo bonito” (Barbosa, 2009a, p. 40). Perceba o apelo à estética dos materiais usados

que visa realçar o interesse das crianças em manipulá-los. Fica clara também a crença de que a manipulação dos polígonos torna os problemas mais atrativos e, portanto, mais significativos para os alunos, contribuindo com o aumento da motivação. “A grande vantagem reside no fato de o aluno poder movimentar os seus polígonos, rotacionando-os ou reflexionando-os ao redor de algum eixo [...]” (Barbosa, 2009a, p. 40). Aqui, os alunos mobilizam mais de um único sentido no objetivo de refletir sobre os problemas oferecidos, o que aumenta, conseqüentemente, o nível de atenção e motivação, como já ficou inferido na frase que inaugurou a primeira parte do livro, ao despertar-nos para o uso dos sentidos nas atividades de ensino. Juntando todas essas percepções, fica evidente a visão de ensino presente na Tendência Empírico-Ativista que é muito reconhecida pelo pressuposto “aprender fazendo”, não ficando de fora, também, as ideias presentes no construtivismo, principalmente sua modalidade mais atual que defende um conhecimento ativamente construído que considera como a criança/aluno aprende ou constrói seus conceitos matemáticos, por meio de materiais potencialmente ricos que atuam desencadeando conflitos cognitivos e abstrações reflexivas (Fiorentini, 1995).

O quarto capítulo possui uma pequena *Introdução* e depois se subdivide em dois itens: A (Pintando as Faces de Cubos) e B (Descobrimos Mínimos de Cores). O item A, é constituído pela discussão de 12 *Situações-problemas* e uma *Situação-problema especial*, todas apresentando soluções, algumas com discussões mais profundas, outras com dicas de resolução que servem de modelo e/ou guia para resoluções deste tipo de atividade. O Professor Ruy utiliza *hexaminós* – “6 quadrados conectados pelo menos por um lado” (Barbosa, 2009a, p. 47) – como planificações que ilustram a resolução dos exercícios. Ao final deste item, o autor oferece o que chama de “Comentários para a sala de aula” (Barbosa, 2009a, p. 51) e que traz algumas dicas para os professores:

Além da motivação emergente das atividades de coloração, o professor pode explorar bastante o tema CUBO. Assim, é conveniente conceitua-lo como hexaedro regular (seis faces quadradas); contar os vértices (oito), contar arestas (12); contar arestas concorrentes em cada vértice (três), contar triedros (oito tri-retângulos); verificar a Fórmula de Euler para poliedros regulares ($V + F = A + 2$); mostrar que a fórmula é válida para redes planas onde V é substituído pelo número N de nós, F pelo número R de regiões e A pelo número S de segmentos ($N + R = S + 2$, onde para R é contada a grande região); estendê-la para qualquer número de arcos (Ar), conectando dois nós; estendê-la para árvores (só existe a grande região, e o desenho é conexo) (maiúsculas do autor).

Logo, o professor Ruy oferece aos seus leitores uma sequência didática do que pode ser realizado para maximizar as potencialidades das atividades oferecidas no capítulo,

estendendo a mesma para o ensino das propriedades dos cubos. Um acréscimo importante é que para o professor, caso a receptividade dos alunos seja favorável, estas atividades podem também ser ampliadas para colorações de outros poliedros regulares – tetraedro e o octaedro – e prismas retos de vários tipos de bases.

O item *B* basicamente trabalha ao redor da seguinte questão central: “Qual é o número mínimo de cores para colorir determinados elementos de um poliedro, desde que não se tenham dois elementos da mesma espécie vizinhos com a mesma cor?” (Barbosa, 2009a, p. 51). Nele, existem duas “NOTAS”, a mais importante delas é a primeira que sugere o aproveitamento do assunto para ensinar sobre *condições suficientes e condições necessárias*.

O quinto capítulo e último desta segunda parte está subdividido em três itens: *A* (Introdução), *B* (Primeiro Grupo de Atividades: Cubos Duplos) e *C* (Segundo Grupo de Atividades: Cubos Monocoloridos). Na *Introdução*, temos algumas explicações muito descritivas a respeito dos materiais necessários para o perfeito andamento dos estudos em sala de aula. Segundo consta:

Será necessário que se tenha disponível os 10 cubos diferentes com coloração completa de duas cores. Recomendamos empregar cubos de madeira com aresta de 3 cm, bem lixados para ficarem bem lisos, e pintados com as cores azul e vermelho (preto e cinza no texto), usando tinta plástica. No uso em sala de aula, seriam convenientes vários conjuntos, pelo menos um para cada grupo de alunos realizarem suas tarefas sobre mesas de estudo em grupo. Neste caso, os cubos seriam confeccionados por alguma carpintaria, asseguramos a um pequeno custo para 500 ou até milhares, e posteriormente pintados pelo professor com a colaboração de alunos. Contudo, abaixo relacionamos as planificações novamente dos 10 padrões com duas cores, na hipótese da construção dos cubos em cartolinas” (Barbosa, 2009a, p. 57).

Repare bem que o professor Ruy, neste trecho, é muito específico quanto às características dos cubos, chegando mesmo a sugerir que os cubos sejam confeccionados em madeira com uma medida específica e que sejam lixados de forma a ficarem bem lisos e depois pintados de modo a formar conjuntos de 10 cubos pintados em padrões diferentes com tinta plástica. Estas especificações, pensamos, são muito rigorosas, e além de visar o sucesso da atividade em sala de aula, dão o *tom* da maneira como elas eram pensadas pelo professor autor, fazendo-nos crer, inclusive, que também havia o objetivo de torná-las peças bonitas e atrativas, esteticamente falando. Ressaltando o que já foi dito antes, sobre a crença do autor quanto ao uso de “material manipulativos bonitos” (Barbosa, 2009a, p. 40). O professor também menciona como acredita que deve ser configurada a sala de aula para o sucesso das atividades, ou seja, disposta em grupos. Ele, inclusive, sugere que as mesas dos alunos devam

servir a este propósito e que cada grupo deve receber um conjunto dessas peças para resolverem as atividades. Além do mais, temos uma dica do autor sobre o fator quantidade de peças produzidas em uma carpintaria versus o custo reduzido para fabricação de uma determinada quantidade, ele argumenta que entre 500 e 1000 peças, pode haver uma redução no valor de fabricação.

O capítulo todo possui quatro “NOTAS”, as duas primeiras trazem informações que contribuem com a compreensão da solução do problema ao qual pertencem e as duas últimas trazem informações a respeito de quando, data e hora, as duas atividades a que se referem foram criadas e resolvidas pelo autor do livro – é importante dizer que não conseguimos compreender os motivos que levam o autor a apontar a data e o horário de criação e resolução destes dois problemas. Haveria, talvez, uma tentativa de evidenciar a descoberta da solução, antes de algum outro autor?

Por fim, ao final do terceiro item, temos um *Comentário* que informa aos leitores que “Várias das atividades estudadas neste capítulo foram colocadas em prática numa oficina pedagógica com um grupo de professores-alunos de um curso de especialização de Psicologia e com um grupo de alunos de licenciatura em Matemática” (Barbosa, 2009a, p. 66), trazendo a cena uma informação importante sobre as atividades deste capítulo, qual seja, a de que estas foram apresentadas e testadas com alunos. Esta informação é relevante, pois demonstra que estas atividades não são atividades que nunca saíram “do papel”, mas que de alguma maneira foram testadas e validadas pelo autor em uma sala de aula.

Grando descreve a terceira parte da seguinte forma na *Apresentação*:

Na parte intitulada **Brincando e aprendendo com algarismos e números**, o autor retoma as brincadeiras com algarismos que se repetem (4 quatuos, 8 oitos, 6 seis, etc.) e as analisa matematicamente. Explora, ainda, as variações das operações para obter resultados interessantes, como 1.000, 100 e 1 e as atividades de adivinha em criptoaritmias. O interessante dessas atividades é que elas invertem a ordem das expressões numéricas convencionalmente trabalhadas no ensino fundamental; ou seja, os números a serem operados são conhecidos e os resultados também, o que se tem de pensar é qual(is) operação(ções) são necessárias para se obter o resultado desejado. Como o próprio autor caracteriza: são atividades recreativas geradoras de conhecimento” (Grando, 2009, p. 7 e 8, **negrito do autor**).

Aqui Grando realça o que considera uma inovação no modo de abordar o ensino das operações, oferecendo os números a serem operados e os resultados desejados, mas deixando que os alunos aprendam e aperfeiçoem o uso das operações para atingir os resultados esperados de maneira autônoma. Esse é um modo interessante de colocar em evidência as operações e maximizar a compreensão sobre elas. Nessa situação, eles não precisam se

preocupar com os conceitos que envolvem os números presentes na operação. O interessante aqui é a fixação dos números e a quantidade de vezes que eles devem aparecer em uma operação, já sabendo o resultado, só restando manipular as operações utilizando os números dados na quantidade pedida, buscando uma forma de chegar ao resultado esperado. Essa prática é muito adequada, pois ajuda a fixar conceitos e perceber falhas de compreensão acerca das operações, pois os números não são variáveis que devem ser mexidas a esmo, dando a possibilidade de os alunos trabalharem unicamente focados nas operações e em suas funcionalidades.

O sexto capítulo, no geral, pede-se aos leitores que façam cálculos utilizando um mesmo algarismo por uma determinada quantidade de vezes na busca de um resultando específico, variando apenas as operações utilizadas. Sua pequena *Introdução*, aguça a curiosidade dos leitores dizendo que iniciará “[...] brincando com algarismos, recorrendo a uma recreação matemática já clássica como recurso gerador de motivação” (Barbosa, 2009a, p. 69). Cabe destacar que as palavras “brincando” e “motivação” transmitem aos leitores a ideia de aprendizagem fácil e irresistível. Para além destas palavras que indicam divertimento, não podemos deixar de apontar mais uma vez a vinculação com a Matemática Recreativa, ao citar o uso de “[...] uma recreação matemática já clássica” (Barbosa, 2009a, p. 69). Estes são elementos importantes que devem ser destacados por darem o *tom* do capítulo. Em seguida o autor esclarece quais os tipos de atividades que podem ser esperadas no decorrer deste capítulo, quais sejam “Usaremos cálculos numéricos realizados com números dados por algarismos iguais” (Barbosa, 2009a, p. 69) e diz mais, segundo ele é possível que as operações mobilizadas pelos alunos sejam ou não fixadas pelo docente a depender do conhecimento dos alunos. O nome destas atividades é o mesmo que identifica o título do capítulo: *Algarismania*.

Outra informação relevante oferecida pelo autor quando diz “Empregaremos, para começar, quatro algarismos 4, conforme temos agido em módulos de cursos de pós-graduação e oficinas pedagógicas para professores de Matemática, Educação, Psicologia; ou mesmo, nos últimos anos, a alunos de licenciatura em Matemática” (Barbosa, 2009a, p. 69), ressaltando, mais uma vez, que os recursos do livro têm sido testados e aperfeiçoados em salas de aulas, em diversas situações e com públicos variados.

Temos também um *Comentário* que transmite aos leitores informações importantes que contam que eles podem determinar as operações que serão mobilizadas pelos alunos para efetuar as tarefas e que as atividades poderem ser destinadas a “fixação” de conteúdo ou a “introdução de novos conceitos e propriedades” (Barbosa, 2009a, p. 71). Uma outra

informação presente neste *Comentário* explica que até o número 10 é possível obter soluções utilizando apenas as operações soma, subtração, multiplicação e divisão e os sinais de reunião ().

Uma das “NOTAS” deste capítulo merece destaque, ela pede que, caso os leitores obtenham soluções que o autor não encontrou, as comuniquem. Esta nota é relevante por colocar o autor em uma situação de interdependência com seus leitores, visando a atualização do seu conhecimento e uma possível atualização das atividades do livro, talvez, objetivando uma nova edição. Aqui também percebemos uma atitude de humildade do autor, se colocando como alguém falível na resolução destas situações específicas. Cabe dizer, entretanto, que o envio de respostas pelos leitores, era uma prática comum de alguns jornais que se dedicavam a publicação deste tipo de trabalhos, inclusive algumas colunas sob a tutela do professor Júlio Cesar de Mello e Souza, como podemos ver na citação seguinte:

Para compor esta seção do jornal Última Hora, intitulada ‘Malba Tahan – ao alcance de todos – Matemática Recreativa’, Malba Tahan contava com a colaboração, solicitada por ele mesmo, de seu público leitor, de problemas ou curiosidades inéditos e com eles promovia uma série de concursos (Siqueira Filho, 2011, p. 8).

O próximo capítulo, sétimo do livro, é intitulado *1.000, 100, 99, 1, Etc.!* Ele está subdividido por uma *Introdução*, e pelos itens *A* (Atividades Recreativas: Objetivo 1000), *B* (Atividades Recreativas: Objetivo 100), *C* (E por que não com objetivo 99?) e *D* (E o Número 1?). A *Introdução* esclarece que este capítulo é uma sequência do raciocínio usado no capítulo anterior, que antes buscava usar um certo número por uma quantidade de vezes determinada para obter resultados que iam de 1 a 10 e que agora, fixará o resultado, segundo os subtítulos dos itens de *A* até *D*, podendo variar as operações, mas devendo usar todos os números de 1 a 9 uma única vez, sem esquecer nenhum deles. Essas atividades, pensamos nós, mais uma vez ressaltam a importância da lógica localizada na primeira parte da obra, principalmente com relação ao seu uso na definição das estratégias que serão usadas, buscando descobrir a solução das atividades. Ainda sobre o capítulo, o autor diz:

Neste sétimo capítulo cuidaremos de outras obtenções, principalmente do 1000, do 100, do 99 e do 1; pois consideramos que tais cálculos permitem um bom desenvolvimento da imaginação, desde que, ainda que *aparentemente utilizem tentativa* (acerto ou erro), há objetivos definidos com metas parciais, quando emerge uma *busca criativa e preestabelecida* (Barbosa, 2009a, p. 85, *itálicos do autor*).

Cada um dos três primeiros itens são constituídos por duas, seis e três atividades respectivamente. O último, entretanto, que trata do número 1, possui um objetivo que segundo

o autor é incomum e que é utilizado, por ele, experimentalmente em suas palestras e aulas. Neste item, ele enfatiza que, “[...] em geral, as soluções propostas apresentam uma só estratégia, a de isolar o próprio algarismo 1 e adicionar uma ou mais parcelas nulas” (Barbosa, 2009a, p. 91) e depois de alguns exemplos, ele adentra em outro modo de solução explicando que “Poucos isolam uma unidade com uma potência de expoente zero e adicionam também parcela nula” (Barbosa, 2009a, p. 91), em seguida, após alguns exemplos, ele comenta que, “[...] raramente, nos apresentamos soluções com uma potência de expoente zero, mas de uma base que reúna todos os algarismos restantes [...]” (Barbosa, 2009a, p. 92) e, por fim, passados outros exemplos, ele diz que lembra seus alunos da possibilidade de uso da “[...] potência de base 1 [...]” (Barbosa, 2009a, p. 92). Nas citações anteriores podemos verificar um pouco do tratamento dado ao item e, de uma maneira mais geral e bem mais direta, essa discussão também reflete um pouco do modo como são discutidos os itens anteriores.

O oitavo capítulo do livro é intitulado *Somas e Produtos com Números Iguais – Problema de Kordemsky*. Este capítulo se subdivide em uma *Introdução* e nos itens: *A* (Atividades), *B* (Existiria alguma estratégia?), *C* (E fixados o número de termos e o resultado?) e *D* (Nota Histórica). Na *Introdução* o autor ressalta a existência de atividades que envolvem igualdades, com a seguinte especificidade: de um lado utiliza-se apenas a soma e do outro somente a multiplicação, somando a isto temos apenas o envolvimento dos mesmos algarismos em ambos os lados com o objetivo de obter o mesmo resultado. É baseado em atividades deste tipo que ele fará todas as demais discussões do capítulo ao longo dos próximos itens.

No item *A*, temos três atividades que se relacionam com o caso das igualdades apresentados na *Introdução* e as duas primeiras delas possuem, cada uma, uma observação. Essas observações apresentam aos leitores a maneira como, segundo o professor Ruy, o professor pode intervir na sua resolução juntamente com os seus alunos. Na primeira observação ele indica a dificuldade de os alunos sozinhos, sem dicas, resolverem a situação, sendo necessário, talvez, o oferecimento de uma ou duas dicas, ou oferecer a possibilidade de repetir um mesmo algarismo ou ainda dizer ao aluno que o resultado desta igualdade deve ser oito. No caso da segunda observação, o professor recomenda que o aluno tente resolvê-la sozinho, uma vez que já realizou a primeira atividade, pois com isso ele desenvolverá sua criatividade e imaginação. Pensamos que esse tratamento demonstra a maneira como o autor intervém nas atividades de sala de aula, ou ao menos como ele acredita que essas intervenções devem ser efetivadas.

No item *B* o professor Ruy busca levar os leitores ao encontro de uma estratégia para a resolução de exercícios deste tipo, no *C* ele apresenta dois problemas que fixam o número de termos utilizados e o resultado esperado e o item *D* fala um pouco da fonte que o inspirou a escrever este capítulo que foi um livro de Boris Anastas'evich Kardemsky. O autor ainda ressalta que este tipo de problema é “[...] fértil no ensino e aprendizagem de matemática, se bem trabalhado” (Barbosa, 2009a, p. 96), mas não sabemos ao certo o que ele quis dizer com “se bem trabalhado”.

O nono capítulo do livro chama-se *Recuperando Operações – Criptoaritmia*. Este capítulo está subdividido em três itens que são a *Introdução* e *A* (Primeiro Grupo (Forma Tradicional)) e *B* (Segundo Grupo (Forma Nova)). Na *Introdução* o autor conta que “Os problemas deste capítulo consistem na substituição, por algarismos, dos símbolos colocados nas lacunas assinaladas em operações, de tal forma que forneçam o resultado correto” (Barbosa, 2009a, p. 97). Esse tipo de atividade é chamado, segundo o autor, de *Criptoaritmia* ou Cripta-aritmética, nome que lembra “segredos com números” ou “números escondidos”. Não podemos deixar de ressaltar que nessas atividades, novamente, o uso da lógica é bastante necessário. Ainda sobre esses problemas, a *Introdução* explica que alguns matemáticos especialistas prepararam algumas operações, na forma de exercícios, em que o número de lacunas é maior do que o número de algarismos disponíveis e elevaram o grau de dificuldade deste tipo de problema, fazendo com que a sua resolução deixe de ser simples passatempos recreativos e se tornem verdadeiros “quebra-cabeças” ou “esquenta-cucas”.

O capítulo 10 se intitula *Descobrimos Passo a Passo*. Este capítulo possui os itens, *Introdução*, *Problema 1: Números Irmãos*, *E Mudando a Ordem das Informações*, *Problema 2: Número Misterioso*, *Problema 3: Um Número de Sete Algarismos*, *Exercícios* e *Respostas dos Exercícios*. Na *Introdução* o autor comenta que as atividades desta *linha de ação* é “[...] bastante propícia para o trabalho em sala de aula [...]” (Barbosa, 2009a, p. 105) e acrescenta que no caso deste livro ele se voltará mais especificamente ao trabalho com questões numéricas, mas que há também a possibilidade delas serem mobilizadas com questões geométricas ou algébricas deixando essas possibilidades de discussão para um trabalho futuro, mas enfatiza que “[...] o colega professor saberá fazê-lo após ler estas páginas” (Barbosa, 2009a, p. 105), mostrando confiança na capacidade dos professores-leitores de pensarem essas atividades por conta própria sem a necessidade delas serem abordadas neste capítulo.

Ainda na *Introdução*, o professor Ruy esclarece que “Iniciaremos com um problema sobre a busca de números dadas algumas informações ou indícios (*clues*, como americanos preferem)” (Barbosa, 2009a, p. 105). Em seguida, ele enfatiza que este tipo de atividade

permite ao professor trabalhar com a recapitulação, temas transversais, estabelecer posturas e desenvolver hábitos, entre outros objetivos educacionais. Para nós, é importante expor a grande diversidade de objetivos que podem ser abrangidos por este tipo de atividade na visão do nosso autor.

No decorrer do capítulo, o autor oferece ao leitor uma discussão a respeito da importância da ordem dos passos neste tipo de problema e como a sua alternância pode refletir na diminuição ou no aumento da dificuldade de resolução de problemas. Segundo ele:

Do ponto de vista da matemática, devemos obter a mesma resposta; isso é intuitivo, os números gozam dessas propriedades independentemente da ordem em que elas são observadas. Porém, uma ordem das informações poderá ser vantajosa ou não, conforme a facilidade ou a dificuldade na utilização de uma informação no lugar de outra, o que pode ser de real importância na formação dos alunos (Barbosa, 2009a, p. 106 e 107).

A citação aponta a importância da ordenação dos passos. Essa ordenação é uma potente forma de aumentar a significância do aprendizado para os alunos, ensinando a eles que o grau de dificuldade dos problemas pode depender da ordem em que os passos são seguidos. Por outro lado, destaca que este tipo de variação também contribui para que os alunos mudem sua perspectiva em relação aos problemas que encontram durante as atividades de aula, em termos de quais passos devem ou não – podem ou não – ser seguidos de acordo com suas intenções. Caso não haja uma ordem pré-estabelecida pelo exercício e inexistindo essa ordem, a busca por qual ordem de execução é a melhor – mais rápida, mais direta, mais fácil, mais intuitiva –, podendo levar os alunos a despertar percepções importantes. Dentre estas percepções, temos não haver necessariamente uma ordem correta para a resolução de um exercício, que existe mais de um caminho que leva à resposta correta e a percepção de que algumas estratégias podem exigir mais ou menos passos/trabalho dependendo do raciocínio utilizado pelo matemático. Esse raciocínio, às vezes, pode atuar em seu favor até mesmo fazer com que ele não precise mobilizar todos os indícios oferecidos pelos problemas para a sua resolução.

Uma observação relevante acerca da terceira parte deste livro, é que as atividades, discussões e capítulos nela presentes, contribuem com o amadurecimento dos alunos. Esse amadurecimento se dá em termos da maneira como eles visualizam determinadas operações e seus resultados, preparando-os para lidarem com demonstrações de teoremas e propriedades tão caras aos matemáticos. Pensamos isto, pois, muitas vezes, é necessário que o matemático, para demonstrar algo, consiga, através do seu amadurecimento teórico, visualizar outras formas, muitas vezes incomuns, e até mesmo bem diferentes de se reescrever um determinado

número ou uma determinada operação. São usadas estratégias aritméticas, como multiplicar e dividir por um mesmo número, ou desmembrar alguma operação, reescrevendo-a de outra forma. Isso para a formação de uma nova maneira de visualização daquele cálculo, que o ajude a encontrar outros modos, ou relações, de resolver o problema em mãos.

Sobre a quarta parte do livro, na *Apresentação*, Grando comenta:

A quarta e última parte é denominada **Miscelânea**. Como o próprio nome sugere, são atividades diversificadas que envolvem a divisão de figuras em partes iguais, reconhecimento de padrões com palitos, atividades com poliminós, divisão de figuras padrão modelo, trabalho com redes de pontos (geoplano quadrangular, isométrico e circular) e jogos de isolamento que possibilitam trabalhar com a árvore de possibilidades e o pensamento combinatório, conteúdo do ensino médio temido por muitos alunos (Grando, 2009, p. 8, **negrito da autora**).

Esta é uma unidade que varia muito em termos de assuntos e propósitos educacionais, nos quais se colocou atividades interessantes que não tinham fôlego suficiente para cada uma delas se tornarem uma parte em si com mais de um capítulo e separada das demais. Nesse sentido, cabe ressaltar que os capítulos desta parte não possuem uma relação entre seus temas como aconteceu com os anteriores que trataram pelo menos de um tema maior específico.

O primeiro capítulo desta parte é o de número 11 do livro e é intitulado *Divisão de Figuras em Partes Iguais*. Sua constituição é de uma *Introdução*, *Atividade Modelo*, *Atividades Práticas* e *Soluções de algumas Situações-Problemas*. A *Introdução* discute a maneira como o professor Ruy Madsen Barbosa concluiu ser interessante utilizar este tipo de atividade no ensino e o processo pelo qual ele passou para o amadurecimento desta ideia. O autor explica o tipo de problema tratado e comenta ser ele bastante comum, acrescentando que o problema visava a divisão de uma determinada figura em quatro partes iguais e que estas figuras que subdividiam a figura original eram semelhantes a ela. Em seguida ele comenta que alguns anos antes da publicação desta obra, ao ler “Berloquin (1973)” (Barbosa, 2009a, p. 118), ele se deparou com um problema de “divisão de figuras não retangulares em apenas duas partes iguais” (Barbosa, 2009a, p. 118). A partir disso, ele verificou que alguns outros problemas também não tinham a exigência de que as partes iguais fossem semelhantes à original. Daí ele continuou seu estudo e conseguiu descobrir outras formas de dividir as figuras em um número maior de partes e tentou estender a ideia para outras figuras. Com isso percebeu, e se convenceu, da possibilidade de transformar essas ideias em atividades educacionais. Segundo o autor, seu sentimento foi de que essas atividades desenvolvem habilidades relacionadas à percepção espacial dos alunos e facilitam a introdução ou a fixação de conceitos relacionados à área.

Após contar essas percepções, leituras e investigações que o levaram a perceber o quanto essas atividades são potentes para o ensino de matemática, o autor passa a contar um pouco de como ele percebe o uso dessas atividades dentro do cenário educacional e o raciocínio que envolve e apoia este trabalho, como segue:

Adaptamos nosso texto com a finalidade de gestão de atividades em sala de aula, procurando contemplar uma abordagem investigativa das situações pelos alunos. Na tentativa de deixá-lo em concordância com os dizeres da Dra. Miriam G. Penteado (UNESP), uma atividade-modelo é fornecida buscando mostrar, num cenário fictício, como o estudante *seria conduzido a experimentar, reformular e explorar a situação em investigação*. Nesse mister o leitor perceberá um papel preponderante dado aos polígonos, no caso das experimentações e reformulações, e ao desenvolvimento da criatividade dos alunos. Também aspectos exploratórios mereceram cuidados, desde aqueles de contagem até os de soluções encadeadas sucessivamente. De acordo com o pensar da Dra. Regina C. Grando (Univ. São Francisco), procuramos com as atividades propostas envolver os estudantes não os restringindo ao fato de jogar nas diversas situações-problema, mas, ao procurar solucioná-las, *que eles joguem com a própria Matemática, realizando reflexões matemáticas, experimentando, reformulando e explorando a matemática subjacente*. Assim, procuramos fazer as palavras do Dr. Ole Skovsmose (Univ. Aalborg) um dos objetivos maiores deste capítulo, orientamo-nos em conseguir conexão entre **Matemática, Brincadeira e Criatividade** (Barbosa, 2009a, p. 119, *itálicos e negritos do autor*).

Notemos que na citação anterior, o professor deixa claro a maneira como ele estrutura este capítulo e oferece ao seu leitor a compreensão da base de seu pensamento, em termos de teorias educacionais que o fundamentam, para fazer o que faz da maneira que faz. Veja que esse tipo de comentário não é comum e não está presente nas atividades oferecidas nos capítulos anteriores, sendo por essa razão fundamental que ressaltemos aqui essa discussão. O professor transmite ao seu leitor o modo como ele trabalha com a transmissão do conhecimento – ou como ele acredita que o conhecimento deve ser transmitido – e a maneira como ele pensa e se utiliza das atividades que propõe neste capítulo, algo que inclusive podemos estender para os capítulos anteriores dado a forma como eles se constituem. Nesse sentido, podemos perceber que o autor os organiza, em termos dinâmicos, por meio de uma atividade-modelo, ou um conjunto delas, que tem o objetivo de mostrar – ou servir de exemplo – à maneira como o leitor – ou o aluno do seu leitor – deve se portar diante de atividades similares a essa atividade modelo. Depois de realizadas as explicações pertinentes à essa(s) atividade(s) modelo(s), são oferecidas algumas atividades que dão oportunidades aos leitores “[...] experimentar, reformular e explorar a situação em investigação” (Barbosa, 2009a, p. 119), como defende a professora Miriam G. Penteado em algum(ns) do(s) seu(s)

texto(s). Enfatizamos que essa atividade que serve de modelo, a nosso ver, é o local em que se concentram as discussões mais teóricas acerca dos tópicos pertinentes a cada um dos capítulos. Como já dissemos, as introduções, quando existentes, apenas discutem brevemente, algumas definições ou propriedades, sem ir muito a fundo nessas explicações, deixando as discussões mais teóricas para serem mobilizadas através dessas atividades modelo.

Ainda dentro desta citação ele também busca apoio da professora Regina C. Grando para ressaltar que as atividades que ele oferece aos alunos propõe que eles se envolvam nas situações-problemas fazendo-os jogar com a própria Matemática, realizando, assim, reflexões, experimentações, reformulações e explorações acerca dela. Aqui o autor utiliza o pensamento presente na tese da professora Grando, que argumenta a necessidade do jogo não apenas ser usado recreativamente na base da tentativa e erro, mas sistematizado visando gerar compreensões matemáticas mais elaboradas obtidas por meio de problematizações produzidas pela intervenção do professor (Grando, 2000). Pensamos aqui, que o objetivo é dar leveza às discussões sérias por meio do lúdico, mas mantendo uma sistematização e discussão matemática. Nesse sentido, um assunto sério é tratado de maneira prazerosa. Tendo este objetivo como meta, o professor busca atender a uma orientação de Skovsmose que ressalta a necessidade de conectar “a Matemática, a Brincadeira e a Criatividade” (Barbosa, 2009a, p. 119).

Um último ponto desta citação que queremos dar atenção, e aqui limitamos nossas considerações a este capítulo, é a importância atribuída ao uso dos poliminós na resolução de uma situação-problema que pode ajudar na solução de várias outras atividades possíveis. Essa relevância dos poliminós poderá ser vista, mais especificamente, na resolução da segunda situação-problema da atividade modelo que mobiliza diferentes tipos de “pentaminós” – poliminós de cinco partes – buscando, com eles, encontrar um que contribua com a divisão da figura padrão, segundo as diretrizes apresentadas no enunciado do problema, visando a divisão desta em uma determinada quantidade de partes iguais – aqui falamos em iguais em termos das medidas e formas.

O décimo segundo capítulo é chamado *Redes de Pontos* e divide-se em *Introdução*, *A* (Cordas em Redes Circulares), *B* (Caminhos em Redes Quadrangulares) e *C* (Divisão de Hexágonos em Redes Triangulares Isométricas). A *Introdução* tece comentários acerca do que é um “geoplano (ou uma prancha de pinos)” (Barbosa, 2009a, p. 127), que, no caso, “[...] é um material pedagógico para a sala de aula” (Barbosa, 2009a, p. 127) que pode ser classificado em três tipos: redes quadrangulares, triangulares isométricas e circulares. O autor optou por usar redes de pontos, já que equivalem ao “papel de pontos” e permite o uso de

lápiz e borracha no lugar dos elásticos. Na sequência, cada um dos itens seguintes aborda uma das redes de pontos específica e cada um deles possui atividades de teor distinto. É notável que a discussão das atividades oferece aos leitores encaminhamentos bastante ricos e informativos que parecem oriundos da experiência do autor e que servem de “dicas” ou “atalhos” para os professores-leitores. Esses “atalhos”, inferimos, funcionam como indicativo aos professores-leitores que os conduzem ao sucesso seguro das atividades.

Neste item, também encontramos informações relevantes sobre a confecção do item e do capítulo que contam sobre o grupo de pesquisa que escreveu o quarto volume desta série¹⁴³. Neste parágrafo o autor diz:

A criação, a investigação e a discussão foram desenvolvidas pelo Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP) do IMESC, em 2005 e no início de 2006, composto pelos docentes pesquisadores: Ms. Iara S. Tiggermann, Ms. Karine Bobadilha, Ms. Sirlei Tauber e Ms. Maria Christina. B. de Marques; grupo que tivemos a oportunidade de coordenar. Em particular, essa situação problema foi tema desenvolvido mais especificamente por Maria Christina e pelo autor do livro (Barbosa, 2009a, p. 133).

O último capítulo é o décimo terceiro e é intitulado *Isolamentos*. Este capítulo está subdividido em *Introdução* e os itens denominados: *A* (Conceitos), *B* (Estratégias), *C* (Descobrimos Isolamentos em Diagramas não Retilíneos) e *D* (Atividades Práticas e Teóricas). Na *Introdução* o autor conta não ter encontrado informação acerca da gênese desta brincadeira, com a exceção de um artigo publicado em 1974 por Donald T. Piele, que oferece uma variedade de diagramas. No entanto, no referido artigo não se discute nenhuma estratégia para a sua execução, sendo indicado pelos seus editores que o aluno deveria ter uma boa capacidade de lidar com o procedimento de tentativa e erro, para trabalhar com essas atividades. Segundo consta, o objetivo do jogo é “[...] colocar números prefixados em disposições com restrições de contiguidade” (Barbosa, 2009a, p. 141), ou seja, utilizando os números definidos pelo enunciado do problema e o diagrama dado, o objetivo é colocar os números fornecidos nos lugares reservados a eles dentro do diagrama de modo que nenhum desses números possuam como vizinho um número que seja consecutivo a ele.

Passados os 13 capítulos do livro, o professor apresenta as suas *Referências* subdivididas por capítulos. É interessante apontar que não são oferecidas referências para todos os capítulos, sendo que aqueles que não as possuem são os de número 4, 5, 8, 9 e 10. Destaque para 14 referências do próprio autor, duas outras do GGEP, grupo que também

¹⁴³ Todos os nomes citados são coautores do volume mencionado.

inclui o professor Ruy; uma referência a um trabalho de Martin Gardner e duas referências de um mesmo livro do professor Júlio César de Mello e Souza.

Considerações Finais

Os capítulos, como fica claro na descrição acima, não possuem uma configuração similar entre eles, a distribuição dos seus itens e do modo como eles são elencados não é análoga. No geral, os capítulos são subdivididos em alguns itens e subitens, mas eles não seguem propriamente uma regra que obedece a um mesmo formato ou características. Nos chamou a atenção que a maioria dos capítulos possui uma *Introdução*, seguida de itens principais que são elencados como *A, B, C ...* como ocorreu com os capítulos 4, 7, 8, 9, 12 e 13; já outros também possuem essa *Introdução*, mas não possui os seus demais itens elencados no formato *A, B, C, ...* como acontece com os capítulos 2, 6, 10 e 11; o capítulo 5 possui uma *Introdução* e inicia por ela a ordenação dos seus itens, considerando a *Introdução* como sendo o item *A*; já os capítulos 1 e 3 não possuem *Introdução* e todos os itens são elencados com as letras *A, B, C*. Logo, não há uma formatação homogênea de organização e apresentação e os itens principais dos capítulos também não seguem um padrão e podem ou não possuir subdivisões.

Também nos chamou a atenção o *tom* informal do texto, que apesar de mobilizar um português gramaticalmente correto, apresenta momentos de descontração em que as brincadeiras não parecem se dirigir a um público predominantemente professor, pois o *tom* ao invés de profissional soa mais próximo daquele de um jovem em busca de descontração. Talvez, aqui, exista uma sugestão de que a formação dos professores de matemática deva ser de alguma forma mais divertida e leve, o que também é bastante plausível. Uma frase que chama a atenção é “Estudar a situação paradoxal e, caso sua ‘cuca’ não tenha esquentado demais nem estourado, continuar o raciocínio” (Barbosa, 2009a, p. 12). Nesse sentido, levantamos a questão do público do livro, que depois, com o avançar da leitura, vai se mostrando mais adequado a professores, como está sugerido em sua *Apresentação*, sinopse e orelhas de livro. Queremos ressaltar, mais uma vez, que este tipo de linguajar, é um encontrado comumente nos *puzzles* presentes nos almanaques que mobilizam a Matemática Recreativa e até mesmo palavras-cruzadas, um palavreado mais lúdico e instigador que envolve alguns problemas recreativos de modo geral.

Existem alguns momentos de interação entre o autor do livro e o seu público, que oferecem a eles dicas, “macetes” adquiridos por meio de experiências do autor, que contam

acerca da maneira de operacionalizar atividades, indicando possibilidades e variações das mesmas etc. Nesse sentido, temos em alguns momentos, subtópicos que são intitulados *Comentários* que geralmente levam ao leitor uma palavra direta do autor. Essas interações são percebidas quando o autor diz: “Além da motivação emergente das atividades de coloração, o professor pode explorar [...]” (Barbosa, 2009a, p. 51), ou ainda quando apresenta “Dois professores posteriormente entraram em contato conosco narrando suas experiências em sala de aula [...]” (Barbosa, 2009a, p. 66), ou também quando diz na “NOTA” do capítulo 6 “Não conseguimos obter o 4 e o 5 com três Algarismos 0 nem com três Algarismos 1. Comunique-se para descobrir” (Barbosa, 2009a, p. 76) ou, para finalizar, quando informa que “O leitor observará que até o número 10 é possível obter soluções [...]” (Barbosa, 2009a, p. 71) etc.

É fato que o autor não faz muitas discussões teóricas profundas sobre Matemática em seus capítulos, utilizando a *Introdução* do livro como um lugar de pouca discussão nesse sentido, deixando para este item apenas discussões fundamentais que a nosso ver ficariam desconexas caso fossem realizadas nos demais itens. Essas discussões, no entanto, quando ocorrem se voltam mais a esclarecimentos relativos à Matemática do que ao seu ensino e aprendizado, característica que parece permear a obra como um todo que se ausenta de uma discussão teórica relativa aos interesses do Ensino de Matemática. Os outros itens, mobilizam mais exercícios-modelo que servem de exemplo para a resolução de atividades parecidas ou próximas, sendo nas explicações destes exercícios que são efetivamente apontadas as discussões teóricas e voltadas a resolução deles. Para nós, é interessante que a discussão teórica acaba ocorrendo de maneira indireta, ou ainda “camuflada”, e utilizando-se da ludicidade, envolvendo com ela o leitor por meio da sua curiosidade e pelo seu interesse em descobrir a maneira de solucionar o problema. Nesse sentido, pensamos que esta aproximação é profícua e interessante, por envolver a ludicidade e a motivação do leitor na descoberta de maneiras novas e diferentes de lidar com um determinado problema, “metamorfosando” o “sério” em “prazeroso”.

O autor estrutura a maioria dos conteúdos do livro, oferecendo aos leitores um modo de trabalhar que acreditamos peculiar, pois alia problemas recreativos e a Resolução de Problemas, tornando-se de certa maneira na base de seu trabalho. Segundo entendemos, o autor transmite os conteúdos organizando as atividades, situações-problemas e exercícios do texto à maneira de atividades-modelo como dissemos acima, ou um conjunto de exemplo que objetiva oferecer aos leitores como resolver as atividades postas e mobilizar um raciocínio análogo para resolver atividades similares. Como este é um livro voltado a formação de professores, a grande maioria das atividades possuem respostas dadas pelo autor e alguns dos

raciocínios das soluções são oferecidos de maneira discutida, oportunizando a troca de experiências, autor-leitor, no desenvolvimento das soluções dos problemas em tela. As atividades que chamamos de atividades-modelo são percebidas por nós como o centro das discussões teóricas e são voltadas a ensinar os tópicos matemáticos trabalhados pelo autor, de modo mais leve. Veja bem, os problemas recreativos têm a função de instigar o estudante a aprender e a discussão das atividades leva ele a experienciar o aprendizado, por meio da Resolução de Problemas, de forma mais leve. Aqui vale apontar novamente que as discussões em formato dialogado são dos conteúdos matemáticos específicos e não há uma discussão teórica pedagógica que apoie esta maneira de desenvolver os conteúdos.

As figuras, imagens, diagramas, tabelas, enfim, tudo aquilo que não está na forma escrita de um texto corrido, sendo, portanto, de apelo visual, e que pertence ao texto principal, ao nosso ver, são utilizadas pelo autor e editora de maneira bem incorporadas ao texto e sempre atuando no sentido de colaborar com ele, seja ajudando na explicação, seja ela própria uma espécie de explicação¹⁴⁴. Sendo assim, acreditamos que houve um excelente trabalho de incorporação das imagens e diagramas presentes, não havendo muitos momentos, a nosso ver, que essas imagens são vistas como desconexas ou gratuitas, mesmo que existam duas delas que acreditamos irrelevantes, mas que condizem com o texto em questão, se aliando a ele de forma orgânica¹⁴⁵. As figuras, em geral, são todas condizentes com o texto principal e contribuem com ele sendo, inclusive, convidadas pelo texto principal a fazer parte da narrativa, na função de uma ilustração.

As “NOTAS”, itens escritos em letras maiúsculas e encontrados ao longo dos treze capítulos deste livro, chamam a atenção dos leitores para algumas informações que geralmente poderiam passar batidas e assume funções muito específicas ao longo do capítulo. Para além de chamar a atenção do leitor para algum fato relevante que está sendo explicado, traz alguma informação a mais acerca do que está sendo falado, informando a existência de mais variações de problemas ou de respostas para um destes ou, ainda, informar que uma determinada informação será oferecida mais adiante. Nesse sentido, basicamente, essas “NOTAS” têm a função de chamar a atenção para alguma informação que o professor Ruy queira tratar brevemente naquele momento, dando ênfase a ela.

¹⁴⁴ As figuras, muitas vezes, funcionam como uma espécie de explicação do resultado de determinados exercícios, bastando que o autor apenas apresente o diagrama da resposta correta.

¹⁴⁵ Essas imagens estão alocadas no sexto capítulo do livro intitulado *Algarismania* e apresenta a imagem do número quatro e uma senhora sentada nele (p. 69), retratando *A velhinha de quatro-quatro* e a imagem de um senhor comendo um biscoito no formato de um oito (p. 73), retratando o item *O senhor Bisoito, não biscoito*. As imagens são desnecessárias para apresentar o texto, mas elas conversam o texto e tratam dele.

Já no caso das notas de rodapé, temos que elas possuem várias funções que enriquecem as informações presentes no texto, em geral, no sentido de aperfeiçoá-lo. Assim, percebemos que elas completam informações e esclarecem significados de alguns termos, como acontece com as notas 1, 4 e 14; sugerem leituras que ajudem na compreensão, como acontece com as notas 16 e 17; indicam leituras para melhor compreender algum tópico discutido no texto, como ocorre na nota 24; explica um cálculo, como ocorre na nota 3; apresentam informações de cunho bibliográfico sobre obras citadas no corpo do texto, como nas notas 6, 7, 9 e 10; trazem informações que complementam outras informações presentes no texto principal, como ocorre com a nota 8 que explica qual a disciplina de Licenciatura em Matemática que serviu para testar as atividades em questão; trazem discussões de cunho pedagógico que contribuem com os leitores no intuito de oferecer a eles sugestões quanto à aplicação da atividade em questão, como ocorre com as notas 11, 12 e 18; além de, por fim, servirem para apresentar a citação original de um texto traduzido pelo autor, como as notas 13 e 15. Nossa intenção não foi esgotar todas as possibilidades de classificação dessas notas, mas apresentar algumas possíveis dado o seu teor e, com isso, demonstrar alguns focos que conseguimos vislumbrar sobre a maneira como elas assumem determinadas funções, segundo nossas percepções.

Destacamos também a importância que o autor dá à lógica neste primeiro volume, sempre propondo atividades que envolvem raciocínio lógico e trazendo algumas discussões sobre o uso e relevância dos conectivos.

Encontramos alguns erros durante nossas análises, que embora importantes, não iremos apontar todos eles, pois alguns são relativos à uma revisão menos cautelosa ou sugerem alguma possível ambiguidade. Essas reflexões sobre os erros encontrados também são resultado do esforço que fizemos em resolver todas as atividades propostas, visando nos aproximarmos mais do livro

Apontaremos apenas dois erros que nos parecem merecer atenção. O oitavo enigma do segundo capítulo:

Situação: São dados números diferentes para os quais foram feitas duas afirmações *falsas*:

Afirmação 1: X é o maior ou y é o maior.

Afirmação 2: Z é o maior ou x é o menor.

Enigma: Descobrir a ordem crescente dos números (Barbosa, 2009a, p. 24, negrito e itálico do autor).

O erro foi verificado quando tentamos resolver o enigma e percebemos que é impossível encontrar a sua solução, pois considerando somente as informações dadas, temos a

seguinte situação: como as duas afirmações são falsas, temos que a primeira nos informa que x não é o maior e y não é o maior, já a segunda diz que z não é o maior e que x não é o menor, resta-nos, então, apenas incertezas quanto qual seria a letra de maior valor e qual seria a de menor valor, sem que consigamos definir efetivamente qual é a ordenação de cada uma dessas incógnitas. Chegado a este impasse, vamos em busca da solução deste enigma no final do capítulo e percebemos que na verdade o que ocorreu foi um erro sobre uma das afirmações acima, pois na resolução do livro é dito que a “Afirmação 1” possui uma *disjunção inclusiva* e que a “Afirmação 2” possui uma *disjunção exclusiva*, o que nos indica que a primeira afirmação possui o conectivo “...ou...”, como de fato está escrito, enquanto a segunda afirmação possui o conectivo “ou...ou...”. Pensando dessa forma, a “Afirmação 1” fica como está, mas a “Afirmação 2” fica alterada para “Ou z é o maior, ou x é o menor”. Logo, para a segunda afirmação ser falsa, os dois conectivos que ela possui têm que ser verdadeiros ou ambos têm que ser falsos. No caso de ambos serem falsos, a solução fica idêntica à já estudada anteriormente incorrendo nos mesmos problemas que levam ao insucesso na busca pela solução, mas no caso de ambos serem verdadeiros, então temos que z é o maior e x é o menor, e considerando a primeira afirmação – que diz que x não é o maior e y não é o maior – conseguimos efetivamente chegar a uma solução por meio da seguinte ordenação: $x < y < z$. Acreditamos que este foi um erro da editora ou um erro de digitação do autor que passou despercebido na leitura da “contraprova”, pois a solução do exercício presente no final do capítulo está correta, mesmo assim, este é um erro que não podíamos deixar de fora dos nossos apontamentos.

Outro erro que apontamos é a respeito da solução deixada pelo professor Ruy para o exercício que ele intitulou de *Uma Situação Diferente*, presente no final do nono capítulo. O problema (p. 102, negrito do autor) em questão diz o seguinte:

UMA SITUAÇÃO DIFERENTE

Os valores de $\diamond$, $\heartsuit$, $\clubsuit$, $\spadesuit$ são diferentes. Descubri-los!

$\spadesuit \spadesuit \spadesuit \spadesuit$	
$\heartsuit \heartsuit \heartsuit \heartsuit$	+
$\clubsuit \clubsuit \clubsuit \clubsuit$	
$\clubsuit \diamond \diamond \diamond \clubsuit$	

Uma, dentre as várias soluções possíveis, oferecida para este exercício no final do capítulo especifica os seguintes valores para cada um dos símbolos: $\spadesuit = 7$, $\heartsuit = 9$, $\clubsuit = 1$, e $\diamond = 8$, argumentando que substituindo os símbolos pelos valores, vamos chegar a seguinte situação:

$$\begin{array}{r}
 7777 \\
 9999 + \\
 1111 \\
 \hline
 78887
 \end{array}$$

Refletindo sobre o resultado, percebemos que é impossível que este resultado esteja correto, pois definitivamente não é possível formar o 78 nas casas dos milhares desta operação. A solução correta é 18887, assim, pela proposta do exercício, a figura na posição das unidades no resultado teria que ser espada e não paus.

No entanto, nos parece que o desafio era mesmo encontrar resultados nos quais os algarismos extremos fossem iguais entre si e os três algarismos centrais fossem iguais entre si e diferentes dos extremos. Explorando a sugestão dada pelo autor de ir substituindo o símbolo ♣ por 1, depois por 2 e assim por diante, chegamos a seis resultados possíveis com o símbolo ♣ = 1, fazendo permutações. O símbolo ♣ não pode assumir outros valores, pois no resultado ele aparece na dezena de milhar, sendo impossível a soma de três algarismos de 1 a 9, distintos, gerarem dezena de milhar maior que um.

Assim, duas soluções possíveis são:

i) ♠ = 7, ♥ = 3, ♣ = 1 e ♦ = 2

$$\begin{array}{r}
 7777 \\
 3333 + \\
 1111 \\
 \hline
 78887
 \end{array}$$

ii) ♠ = 3, ♥ = 7, ♣ = 1 e ♦ = 2

$$\begin{array}{r}
 3333 \\
 7777 + \\
 1111 \\
 \hline
 78887
 \end{array}$$

Em linhas gerais, o livro é escrito de acordo com uma vertente de ensino próxima as concepções empírico-ativistas e construtivistas, como já discutido antes, ou seja, há um grande apelo ao uso de recursos coloridos, belos e palpáveis, transformando o aprendizado em um processo de pegar, averiguar, testar e tudo mais que for possível, visando tirar, das aulas de matemática, o que é visto como enfadonho, abstrato e doloroso.

Mesmo dentro desta perspectiva, não podemos deixar de enfatizar o fato de este livro ser uma obra voltada a formação de professores que ensinam matemática na educação básica. Por isso, era esperado dela uma discussão de cunho pedagógico mais específica, o que não acontece no decorrer do livro, com exceção de momentos em que o autor faz alguns comentários voltados aos seus leitores, nos quais retrata um pouco de suas experiências ou que faz sugestões sobre a confecção de peças, organização da sala de aula etc. Esse fator, faz com que a obra, pelo menos para pesquisadores localizados no campo de investigação do Ensino de Ciências e Matemática, mais particularmente aqueles pertencentes à Educação

Matemática, facilmente percebem certa contradição ao se falar para professores em formação, sem oferecer a eles uma formação teórica mais robusta apoiada em teóricos do ensino.

Dado o silenciamento destas discussões, vemos uma aproximação formativa, muito mais ligada ao desenvolvimento da matemática, pura e até mesmo aplicada, dos professores em formação, objetivando o uso dessas atividades com os seus respectivos alunos, muito mais em uma perspectiva de replicação do que de capacitação para a criação de outras relações. Assim, essa formação não ensina os professores a pensar dentro de uma perspectiva educacional que mobilize a Matemática Recreativa como forma de ensinar e aprender matemática, mas mostra como os conteúdos matemáticos da educação básica podem ser explorados por vias recreativas, o que não necessariamente dá aos professores uma autonomia perante a essas atividades, de modo a emponderá-los com maneiras de modelarem e adaptarem as atividades aprendidas às suas necessidades reais de sala de aula, que muitas vezes diferem daquelas mobilizadas no interior do livro.

Referências

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Bártlová, T. **History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics**. 148 f. Tese (Doutorado em Matemática). Department of Mathematical Analysis, Charles University, Prague, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.11956/1330>. Acesso em 28 de setembro de 2018.

Barve, V.; Barve, M. Recreational Mathematics. In: Department of Education in Science and Mathematics (Org.). **National Meet on Celebration of National Year of Mathematics**. New Delhi: NCERT, 2012.

Fiorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetike**, v. 3, n. 4, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Grando, R. C. Apresentação. In: Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009., 1. v., p. 7-8. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Grando, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 239f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/210144>. Acesso em: 27 de setembro de 2022.

Siqueira Filho, M. G. Malba Tahan em: da magia dos contos árabes às recreações matemáticas. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9., 2011, Aracaju. **Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática**. Aracaju: Sbhbm, 2011. p. 1-10.

Skovsmose, O. Cenários para investigação. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>. Acesso em: 07 de novembro de 2022.

Sumpter, L. Recreational Mathematics – Only for Fun? **Journal Of Humanistic Mathematics**, [S.L.], v. 5, n. 1, p. 121-138, jan. 2015. Claremont Colleges Library. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5642/jhummath.201501.07>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Apêndice 2

Análise Descritiva do segundo volume da série *O Professor de Matemática em Ação*.

Introdução

Este texto é uma análise descritiva do segundo volume da série¹⁴⁶ *O Professor de Matemática em Ação* que foi escrito por Ruy Madsen Barbosa¹⁴⁷ e publicado pela Autêntica Editora em 2 de outubro de 2009, sob o título *Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações* (Barbosa, 2009b). Seu título, cabe esclarecer, é o mesmo do primeiro volume e a obra também foi escrita pelo mesmo autor (Barbosa, 2009a)¹⁴⁸. Este texto faz parte de um conjunto de notas presentes nos apêndices de uma tese escrita no formato de notas de um diário de pesquisa e que objetivou analisar os cinco volumes da série em tela, publicada entre os anos de 2009 e 2014. A tese possui vínculo institucional com o Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus de Bauru; é produzida junto ao Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem) e recebeu apoio financeiro, por meio de bolsa de estudos, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) – código de financiamento 001.

A metodologia da tese teve inspiração no referencial teórico e metodológico da Hermenêutica de Profundidade (HP) que foi desenvolvido por Jonh Brookshire Thompson (2011). De maneira geral, o referencial possui três movimentos analíticos diferentes que ocorrem de maneira conectada e concomitante, didaticamente denominados, pelo autor, de Análise Social e Histórica, Análise Formal ou Discursiva e (Re)Interpretação. Cada um dos movimentos analíticos apontados acima, buscam se atentar para algumas nuances da(s) obra(s) analisada(s), como, respectivamente, o seu contexto de produção, a sua materialidade e, interconectando os resultados de cada um dos movimentos anteriores, produzir

¹⁴⁶ O que geralmente chamamos de coleção, desde a confecção do nosso projeto de pesquisa, e que o livro intitula de a “série” *O Professor de Matemática em Ação*, para nós nada mais é do que dois termos com um mesmo fim, possuidores de um mesmo significado.

¹⁴⁷ Ruy Madsen Barbosa se formou em bacharelado e licenciatura em Matemática pela Universidade Católica de Campinas (UCC), fez Doutorado em Probabilidade na UCC e Livre Docência na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Araraquara. Foi membro fundador do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) e do Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CRAEM), grupos que foram polos irradiadores do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. Durante este movimento, ele contribuiu com a inserção do conteúdo de Matrizes no Ensino Médio brasileiro e também atou, em duas gestões, como presidente da regional paulista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem-SP).

¹⁴⁸ A análise deste texto foi realizada no texto anterior.

(re)interpretações plausíveis que possam aprofundar a compreensão sobre a(s) forma(s) simbólica(s) analisada(s).

Este texto apresenta uma Análise Descritiva do segundo volume da série que compõe um conjunto de notas que servem de subsídios para a produção de uma Análise Formal ou Discursiva da série. A intenção dessa análise é observar atentamente a materialidade dos volumes analisados, ou seja, é um estudo interno dos livros, em que observamos sua estrutura, evidenciamos e problematizamos algumas de suas características que serviram para produzir um material analítico potente visando a criação de uma Análise Formal ou Discursiva que vai reverberar na produção de (Re)Interpretações plausíveis da série, que se tornarão a própria análise hermenêutica.

A Análise Descritiva tem sido utilizada pelos membros do Ghoem para conduzir, inspirados metodologicamente pela HP, as Análise Formal ou Discursiva da(s) sua(s) Forma(s) Simbólica(s), mas até então esse uso não havia sido sistematizado e recebido uma nomenclatura específica. A nossa opção por essa análise se deu pela nossa intenção e necessidade de imprimir ao texto o que chamamos, por falta de uma melhor definição, do *tom* da obra analisada. Esse *tom*, segundo entendemos, só é possível de ser comunicado com a ajuda de uma descrição aliada ao uso de citações diretas de itens retirados do livro, que demonstram, juntos, o relacionamento que se estabelece entre autor e leitor. O texto é uma análise, pois entremeado nas descrições e citações, são acrescentadas notas analíticas que o problematizam.

Análise Descritiva do Segundo Volume

Figura 07: Capa do Segundo Volume da Série.



Fonte: Site da Autêntica Editora, disponível em <https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/63>.

O livro possui tamanho 155 x 225 milímetros, que é padrão para a série, e um total de 155 páginas. A capa do livro é roxa, para nós sem significação aparente, porém é uma cor chamativa, assim como o vermelho do volume um. O *Sumário*, que indica a localização da

Apresentação, das três partes e seus respectivos capítulos e as *Referências*¹⁴⁹, difere do volume um, pelo fato de nem todas as suas partes recebem um título que lhe é peculiar, somente a segunda possui um que é *Uma família-P de materiais pedagógicos*. Isto ocorre, acreditamos, devido os tópicos de cada parte da obra variarem de modo a não demonstrar uma correlação maior de um capítulo para outro, mesmo que exista um eixo norteador que é seguido. No caso da segunda parte, todos os capítulos apresentam um novo material pedagógico semelhante como os poliminós, poliamondes, polihexes e policubos. Já as demais partes não possuem um título que realce uma relação mais próxima entre seus capítulos, mesmo na primeira parte, por exemplo, onde o capítulo 1 e 2 mobilizam os triângulos companheiros e há neles uma indicação que leva à sequência de Fibonacci, mobilizada nos capítulos 3 e 4. Mesmo assim, de uma forma ou de outra, todos os capítulos acabam tangenciando a discussão acerca da Proporção Áurea e a Sequência de Fibonacci, como uma consequência natural.

A *Apresentação* do livro foi redigida pela professora Miriam Godoy Penteado¹⁵⁰, docente, à época, do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro/SP. O texto possui uma única página, sendo, portanto, bastante sucinto. Segundo a autora da *Apresentação*, este livro trata de uma continuação do livro anterior e oferece atividades que visam “[...] explorar, problematizar e tirar conclusões [...]” (Penteado, 2009, p. 7) de temas variados relacionando os mesmos com a Matemática que neles existe. Segundo ela, no livro encontramos curiosidades embasadas matematicamente, contextualizadas historicamente e uma bibliografia complementar para o aprofundamento dos estudos.

Para Penteado, as atividades que o Ruy mobiliza “[...] privilegia a construção do conhecimento a partir da resolução de problemas abertos” (Penteado, 2009, p. 7). Aqui, evidenciando a utilização de problemas abertos e da metodologia de resolução de problemas como promotora do engajamento dos alunos nas atividades e como mola propulsora da construção de conhecimento matemático de seus leitores. Ainda segundo a autora da

¹⁴⁹ Um quadro com os itens do *Sumário* pode ser encontrado na descrição do segundo volume presente nos anexos.

¹⁵⁰ Miriam Godoy Penteado se graduou em Matemática em 1984 pela Unesp, fez Mestrado em Educação Matemática pela Unesp sob orientação de Luiz Roberto Dante em 1990, doutorado em Educação sob orientação de Lucila Schwantes Arouca pela Unicamp em 1997, Pós-doutorado na Grã-Bretanha na Universidade de Bristol e Livre Docência na Unesp de Rio Claro no ano de 2009. Atuou como professor da Unesp desde 1995 até se aposentar e hoje atua como professora voluntária no Departamento de Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, onde é professora e orientadora do programa de pós-graduação em Educação Matemática. Sua área de investigação é na área de inclusão, na perspectiva da educação matemática crítica, com foco no ensino e na aprendizagem de matemática na escola e na formação de professores.

Apresentação, o livro “[...] está em sintonia com as tendências mais atuais de um currículo centrado no aprendiz e que pode ser utilizado nos mais variados contextos educacionais” (Penteado, 2009, p. 7), evidenciando que o professor Ruy estava atento às principais tendência voltadas ao ensino da matemática. Além disso, destaca, que também se ocupava de retransmitir esse conhecimento para os seus leitores, ensinando os mesmos a mobilizá-los em suas atividades de sala de aula, por meio das mobilizações existentes no livro.

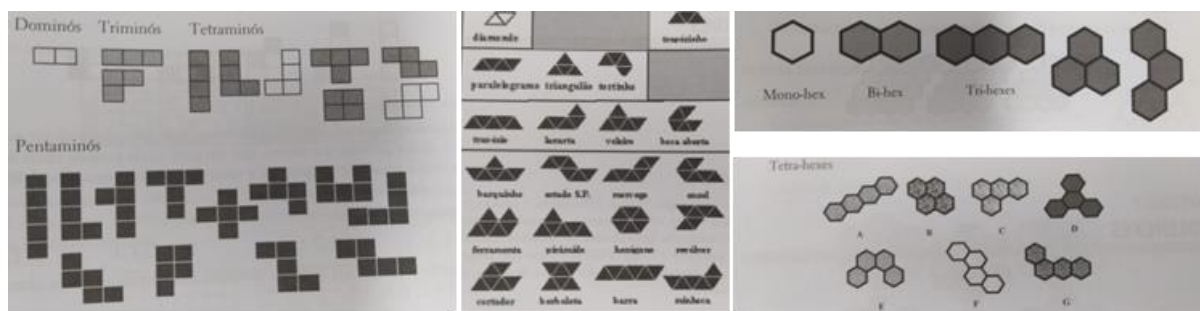
Durante a leitura da *Apresentação* encontramos alguns elogios de Penteado sobre o livro como “[...] texto de agradável leitura, com ilustrações e citações que revelam a competência e o senso de humor do professor Ruy Madsen” (Penteado, 2009, p. 7) ou “Certamente, este é um material rico para o professor inserir em sua aula de forma a estimular o aluno a se engajar com a experimentação e a descoberta da matemática” (Penteado, 2009, p. 7) ou quando fala que este livro “É um convite e um excelente apoio para a ação intelectual” (Penteado, 2009, p. 7). Ao final da *Apresentação*, ela argumenta que o volume se volta para aqueles que gostam de resolver problemas e de se manter próximo da matemática, independente do currículo ou da escola aos quais se vinculem.

O livro subdivide-se em três partes, com dez capítulos no total, estando quatro deles na primeira parte, quatro outros na segunda parte e os demais na terceira parte. Apontamos ainda, que todas as partes foram escritas pelo mesmo autor, Ruy Madsen Barbosa. Essa informação é relevante por ser este volume um dos dois únicos que foram escritos por um único autor¹⁵¹.

Cada uma das partes do livro possui uma primeira página inaugural, similar ao que ocorre no primeiro volume. No geral, essas páginas oferecem um título que indica a qual parte se refere e uma sentença de impacto atribuída a alguém conhecido. Uma exceção é encontrada na página de abertura da segunda parte que oferece mais informações para além dos itens já descritos como: um título específico para esta parte “UMA FAMÍLIA-P DE MATERIAIS PEDAGÓGICOS” (Barbosa, 2009b, p. 79) e uma pequena apresentação do que será estudado “quatro materiais pedagógicos que temos denominado Família-P, distribuídos em quatro capítulos” (Barbosa, 2009b, p. 79) que são apresentados por meio de quatro palavras: Poliminós, Poliamondes, Polihexes e Policubos (extensão espacial dos poliminós).

¹⁵¹ O volume 3 possui um coautor e os volumes 4 e 5 são escritos juntamente com outros autores pertencentes a dois grupos de pesquisas diferentes, um grupo no livro 4 e outro grupo no livro 5, dos quais o professor Ruy atuou como coordenador.

Figura 08: Poliminós, Poliamondes, Polihexes



Fonte: Figuras retiradas de Barbosa (2009b, p. 83, 102, 113 e 114)

Sobre esses materiais, o autor menciona que os dois primeiros são trabalhados no Brasil, sendo o segundo menos que o primeiro, já o terceiro e o quarto são mais trabalhados no exterior, sendo o terceiro bem menos desenvolvido do que o quarto deles.

O primeiro capítulo recebe o nome de *Triângulos Companheiros* e trata desta temática, chegando, ao seu final ao tratamento do que é conhecido como a *Divina Proporção*. O capítulo é subdividido em sete itens que são elencados de A até G e cada um deles possui ou não algumas outras subdivisões. Cabe enfatizar que este primeiro capítulo não possui uma *Introdução*. No primeiro item, A (Formas Angulares de Triângulos), explica-se quais são os tipos de triângulos mais conhecidos, destacando os triângulos retângulos, os triângulos isósceles de medidas 90° , 45° , 45° e o triângulo escaleno de medidas 90° , 60° , 30° . Segundo o autor, outras duas medidas de triângulos que também merecem especial atenção são os triângulos isósceles de medidas angulares 36° , 72° , 72° e 36° , 36° , 108° , por se tratar de um “[...] versátil material pedagógico” (Barbosa, 2009b, p. 11). Dito isto o autor passa a tratar da decomposição destes dois últimos triângulos, mostrando como ela leva à formação de outros dois triângulos que possuem um a forma 36° , 72° , 72° e o outro a forma 36° , 36° , 108° , ou seja, “[...] o triângulo de uma das formas angulares se decompõe em dois triângulos, respectivamente um de cada forma [...]” (Barbosa, 2009b, p. 12) e por isso estes triângulos recebem o nome de *Triângulos Companheiros* ou TC.

Feita esta primeira discussão o autor passa para o próximo item, B (Construindo uma sucessão de Triângulos Companheiros), no qual efetua a divisão de um triângulo em outros dois tipos de forma continuada, até conseguir separar os triângulos encontrados em peças distintas que ele denomina de peças A, B, C e D. Em uma “NOTA” o autor incita que os alunos sejam divididos em grupos e que cada grupo de alunos receba 10 conjuntos dessas quatro peças, sendo que estas devem ser confeccionadas em “[...] cartolina, papel cartão, madeira fina ou E.V.A. e cada tipo com uma cor” (Barbosa, 2009b, p. 12), vemos aqui uma determinação bem específica sobre a construção das peças, mostrando uma preocupação com

a aparência e o modo de preparar o material. Também notamos a ênfase do autor no uso do trabalho em grupo e do trabalho com materiais manipulativos, bastante relacionado com as tendências de ensino empírico-ativistas e construtivistas, de acordo com o explicado em Fiorentini (1995)¹⁵².

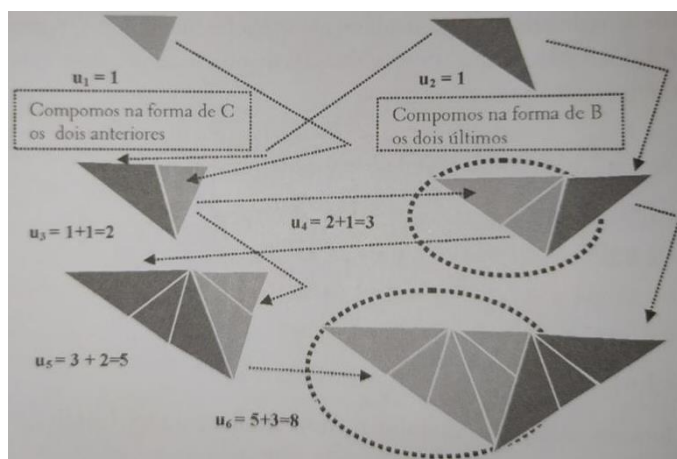
O item *C* (Investigando as Peças) recomenda investigações após a distribuição do conjunto de peças aos alunos. Em *D* (Atividades de Construção com Triângulos Companheiros) são oferecidas quatro séries de atividades diferentes e um grupo de atividades deixadas aos leitores. Cabe apontar, contudo, que as atividades apresentadas aos leitores e as atividades propostas não são de alto nível de dificuldade, provavelmente dando espaço para as discussões seguintes que se mostram mais elaboradas. O próximo item é o *E* (Matemática Subjacente) e este possui o subtítulo *Relações Métricas entre os lados*. Nele o autor tece alguns comentários e apresenta alguns cálculos relativos a algumas relações e percepções que podem ser tiradas do trabalho com os lados obtidos na primeira decomposição do triângulo. Basicamente, uma das conclusões apontadas pelo autor é “A parte maior está para a parte menor assim como o todo está para a parte maior” (Barbosa, 2009b, p. 20). Dessa relação o autor apresenta que o segmento maior é denominado de *segmento áureo* e ele utiliza a letra grega $\tau \approx 1,618$ para indicar a razão dessa primeira conclusão.

¹⁵² De acordo com Fiorentini (1995), as ideias atreladas à Tendência Empírico-Ativista, que é base de uma metodologia ativa, portanto, oposta à visão Formalista Clássica, faz que esta tendência tenha o papel de facilitar e orientar o processo de ensino e aprendizagem; o aluno se torna o centro deste processo, que inclusive parte de uma ponderação acerca do desenvolvimento psico-biológico dos alunos; as atividades são desenvolvidas, geralmente, em grupos pequenos, por meio de rico material didático e em ambiente estimulante; na Tendência Empírico-Ativista é possível verificar que no uso de jogos e experimentos, além do contato visual, há o contato tátil e da manipulação. O pressuposto em questão, é conhecido do meio acadêmico e dos educadores por meio do jargão “aprender fazendo” e nele a aprendizagem é vista como passível de ocorrer por generalizações ou abstrações baseadas na intuição e na indução. Os métodos de ensino da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas são aqueles que dão margem para o trabalho desta Tendência satisfazendo estes pressupostos. O fato de enfatizar a utilização dos sentidos no processo de ensino e aprendizagem, no entanto, afastam a ideia Empírico-Ativista da Tendência Construtivista, que ao nosso ver é bastante próxima das atividades realizadas por pesquisadores que defendem a Matemática Recreativa. A tendência construtivista, por sua vez, substituiu a prática mecânica, mnemônica e associacionista por uma prática que objetiva, por meio do uso de materiais concretos, construir estruturas do pensamento lógico-matemático e/ou à construção de conceitos. Aqui é pressuposto que o pensamento não possua fronteiras, ocorrendo por construção, desconstrução e reconstrução de maneira sistemática e cíclica; as estruturas do pensamento não são impostas ao aluno e também não são percebidas como inatas, mas como resultado de uma construção interna que ocorre em longas etapas de reflexão e de interação do aluno com o mundo, seus pares e com seus interlocutores; há uma negação de que o conhecimento possa advir das experiências e dos sentidos, mas por meio de uma interação/reflexiva do homem com o meio e/ou com atividades, sendo, portanto, diversa da percepção Empírico-Ativista; a construção humana é vista como construída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis, priorizando mais o processo que o produto do conhecimento; os conteúdos são úteis, mas não indispensáveis para o aprendizado e para o desenvolvimento do pensamento, de modo que o erro é visto como positivo e de grande valor pedagógico. Para o construtivista, o conhecimento é ativamente construído pelo sujeito e não passivamente recebido do ambiente e o conhecimento é um processo adaptativo que organiza o mundo experiencial do aluno que não é um mundo preexistente e independente da sua mente (Fiorentini, 1995).

Importante apontar a indicação da referência “Barbosa (1993, p. 77)” (Barbosa, 2009b, p. 22) para os leitores interessados na prova de uma conclusão que ele havia feito e na sequência deduzir uma sucessão muito conhecida pelos matemáticos: a *Sucessão de Fibonacci*. Importante dizer que é recorrente nos livros desta série o uso da autocitação de trabalhos diferentes, especialmente aqueles que são partes de livros já publicados pelo autor. Essa autocitação, pode ser tanto uma estratégia mercadológica do autor, no intuito de divulgar suas obras anteriores ou ainda uma oportunidade de enfatizar sua autoridade no assunto, como também pode ser uma estratégia pedagógica que visa incentivar os professores-leitores a lerem outros livros no assunto ou, ainda, perceberem a necessidade de ampliarem suas leituras e pesquisar por outros trabalhos de mesmo teor.

Pensamos ser interessante apontar como o autor trabalhou com a Sucessão de Fibonacci neste capítulo, principalmente do modo como ele fez no item *F* (Curiosidade). Conta ele que, relendo algumas de suas anotações de “12/11/96, às 18h23”, encontrou uma “[...] sucessão de figuras empregando só triângulos companheiros, que expressa de uma maneira curiosa a sucessão de Fibonacci $u_1, u_2, u_3, u_4, \dots$ ” (Barbosa, 2009b, p. 22). É curioso como cada composição fornece de maneira alternada os triângulos $36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$ e $36^\circ, 36^\circ, 108^\circ$, como podemos visualizar na figura que segue:

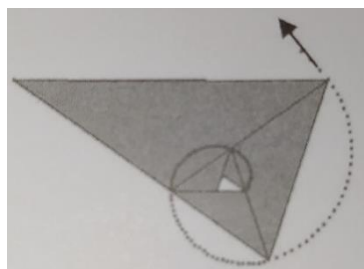
Figura 09: Sequência de Fibonacci feita com Triângulos Companheiros



Fonte: Barbosa (2009b, p. 22).

O item seguinte é o *G* (Sobre a Média e a Extrema Razão) e o seu título já indica qual tratamento é dado a ele. Dentre as discussões presentes neste item, temos uma que se intitula *Triângulos Áureos* que encaminha o capítulo para o seu final que termina no subtítulo *Espiral Áurea Triangular*, subitem que ensina a produzir a espiral que segue:

Figura 10: Espiral Áurea Triangular



Fonte: Barbosa (2009b, p. 27).

Para nós o fluxo das atividades e discussões deste capítulo é bastante interessante e por essa razão as trouxemos resumidamente. A maneira como é trabalhada a Sucessão de Fibonacci é bastante peculiar, curiosa e ao mesmo tempo distante do que vemos usualmente nos trabalhos acadêmicos ou nas atividades utilizadas nas salas de aula – no ensino superior. Este é um tema que é bastante complexo e elaborado para ser tratado na Educação Básica e aqui ele é trabalhado de forma bastante leve, criativa e inédita pelo autor, como é a proposta das recreações matemáticas.

O capítulo 2 recebe o título de *Peças de Penrose e Máscara do Batman* e é iniciado por uma *Introdução*. Nela ele trata sobre a mobilização de certas peças empregadas por Penrose¹⁵³, mas que serão utilizadas como material pedagógico. Neste início, o professor Ruy também se preocupa em dizer que por ele foi acrescentada uma nova peça que denominou de *Máscara do Batman*, um nome atrelado ao mundo imaginário dos super-heróis, um vínculo com o mundo da fantasia¹⁵⁴.

Figura 11: Máscara do Batman



Fonte: Barbosa (2009b, p. 30).

Em seguida temos o item A (Pipa, Asa-delta e Rombos)¹⁵⁵ que são nomes de algumas peças que foram criadas por Penrose e que são confeccionadas utilizando, cada uma delas,

¹⁵³ Físico-matemático, ganhou o prêmio Nobel de Física em 2020.

¹⁵⁴ Cabe salientar que esta nova peça se utiliza de triângulos companheiros em sua confecção.

¹⁵⁵ Rombos são losangos.

dois triângulos companheiros. O item explica como se confecciona cada uma e para isso utiliza as peças confeccionadas e usadas no capítulo anterior¹⁵⁶. Ao final do item ele aponta, por meio de figuras, a maneira final como se apresentará as peças em questão. No subtítulo *Máscara do Batman* explica-se como se confecciona a peça que remete à máscara utilizada pelo herói. O item *C* (Construindo Figuras usando Pipas, Asas-Deltas e Rombos) apresenta figuras com algumas legendas sob elas. Ao final, o autor deixa a seguinte informação “**Comentários educacionais:** Além das construções, são adequadas explorações dos ajustes das peças componentes das figuras em seus centros” (Barbosa, 2009b, p. 31, **negrito do autor**) evidenciando a percepção de que seus leitores, professores em formação inicial ou continuada, necessitam efetuar discussões sobre algumas características das figuras criadas. Isso como forma de fomentar debates relevantes aos interesses do conteúdo, ao invés de oferecer aos estudantes respostas prontas, como ele mesmo faz ao sugerir no item *C* do capítulo 1, que os professores façam uma investigação das peças criadas.

O item *D* (Ampliando Radialmente as Figuras (Conservando as Simetrias)) oferece oito figuras diferentes que servem de ilustrações no sentido do título e que utilizam apenas as peças modelo que o professor retirou do trabalho de Penrose. Depois temos o item *E* (Construindo Figuras com a Máscara) com cinco figuras com legendas sobre as figuras formadas. No item *F* (Figuras combinando Máscara do Batman com peças de Penrose) temos a apresentação de figuras que foram construídas respeitando o enunciado presente no título do item. Abrimos um parêntese para dizer que todas as figuras oferecidas possuem tons de cinza e preto que permitem aos leitores distinguir as figuras de Penrose ou do professor Ruy que compõem a figura de modo a possibilitar sua replicação pelos leitores. Em seguida, o item *G* (Sobre Penrose) vai contar um pouco da história de quem foi Penrose e seus interesses. Em *H* (Tesselações com peças de Penrose) o item é subdividido em duas partes, uma que apresenta quatro ilustrações de tesselações criadas com rombos (losangos) e a outra que apresenta também quatro ilustrações que foram criadas com pipas e asas-deltas. O último item é o *I* (Um pouco da Matemática Subjacente às razões entre as peças de Penrose) e nele o autor busca, em um primeiro momento, descobrir a área de uma pipa formada por duas peças de Triângulos Companheiros do tipo A e de uma asa-delta formada por duas peças de Triângulos Companheiros do tipo B e depois faz um cálculo da razão da área da pipa para a área da asa-

¹⁵⁶ Aqui estamos nos referindo ao conjunto de peças que tratamos quando apresentando o capítulo 1 e que foram indicados pelo professor Barbosa para entregar dez conjuntos para cada grupo de alunos. Cabe lembrar que essas peças eram divididas em quatro tipo A, B, C, D e E (ver Capítulo 1, item *B – Construindo uma sucessão de Triângulos Companheiros*), todas retiradas de subdivisões de um primeiro triângulo isóscele de ângulos 36°, 72°, 72° que no texto recebe o nome de peça A.

delta e chega ao valor $\tau_4 \approx 1,618$, que nada mais é do que a razão áurea, segundo o que foi apresentado no capítulo anterior. Em seguida, o autor faz o cálculo da razão entre um rombo magro grande e um rombo gordo grande que são confeccionados, respectivamente, pelas mesmas peças que foram usadas anteriormente e que por essa razão deveriam oferecer o mesmo resultado, mas no caso desta parte oferece o resultado $\tau_4 \approx 1,1618$, o que nos faz acreditar que aqui houve um erro de digitação. O autor finaliza essa última parte dizendo que de maneira análoga, encontraríamos a mesma razão se estivéssemos calculando a razão entre rombos pequenos. Cabe salientar que neste item existem duas “NOTAS” que basicamente visam explicar que as provas oferecidas ao leitor são produzidas pelo professor Ruy e não por Penrose, mesmo que a razão citada seja encontrada em “PENROSE, 1978, 1979, 1984” (Barbosa, 2009b, p. 36). Esta informação merece menção, pois se trata de um aprofundamento do trabalho de Penrose pensado e criado pelo nosso autor.

O terceiro capítulo é chamado *Sucessão de Fibonacci – Números Ubíquos* e trata um pouco mais a respeito dessa sequência. Na *Introdução* é apresentado o seu foco como sendo: “[...] fornecer ao educador ou mesmo ao matemático interessado um maior número de informações e desenvolvimento mais detalhado” (Barbosa, 2009b, p. 39). Vejamos que o público-alvo esperado vai além do educador matemático e abrange também os matemáticos interessados no assunto. Não nos surpreende essa expectativa, pois como apontamos nas discussões sobre a Matemática Recreativa, este campo é bastante explorado por matemáticos de formação. O capítulo subdivide-se em itens de A até D e seus subtítulos são A (A Sucessão de Fibonacci – conceito e gênese), B (Os números de Fibonacci na natureza), C (Ubiquidade dos números de Fibonacci em problemas) e D (Matemática Subjacente à sucessão de Fibonacci). Em resumo, como é possível verificar nos subtítulos, os itens vão tratar sobre a Sucessão de Fibonacci e atividades que podem ser mobilizadas relativas a ela. Dentre as discussões, o autor faz referência à sucessão de Lucas, criada por Édouard Lucas¹⁵⁷, e apresenta um pouco da *Gênese* da sequência de Fibonacci que surgiu pela primeira vez em um

¹⁵⁷ François Édouard Anatole Lucas nasceu em 1842 na cidade de Amiens na França e faleceu em 1891 após um acidente com um pedaço de porcelana que atingiu seu rosto e causou uma grave infecção. Desde cedo se reconheceu nele um grande talento para a matemática que o levou a estudar num dos mais conceituados institutos de ensino superior da França, a *École Normale Supérieure* em 1861. Após formado, lecionou matemática sequencialmente no *Lycée of Moulins*, *Lycée Saint-Louis* e *Lycée Charlemagne*. Na matemática, desenvolveu trabalhos em várias áreas, principalmente na Teoria dos Números e na Matemática Recreativa. Dentre suas contribuições estão a *Série de Lucas* – uma generalização da *Sequência de Fibonacci* – e a prova recíproca do *Pequeno Teorema de Fermat*. Como entusiasta da Matemática Recreativa, escreveu vários volumes para o *Récréations Mathématiques* em que apresentou trabalhos como o *Problema das Torres de Hanói* que anos depois recebeu a sugestão do formato de jogo (PoNtes; Gobbi; Souza, 2018).

livro de Cálculos chamado *Liber Abaci*, escrito por Leonardo Pisano¹⁵⁸. O texto também informa sobre o problema que deu origem a essa sequência, relacionado com a criação de coelhos, e apresenta algumas maneiras de solucionar o problema.

Em seguida é apresentado como o número de Fibonacci aparece na natureza. Interessante assinalar a grande frequência que esses números são vistos na natureza, o que os fazem ser conhecidos como *ubíquo*. Segundo o autor, esse fato também acontece com outros números e sucessões numéricas, como é o caso do número π (pi) em geometria plana ou espacial. Na sequência encontramos nove situações-problemas distintas, consideradas pelo autor como “inesperadas”, as quais são apresentadas juntamente com a sua resolução. As situações oferecidas são bastante diversas, nos permitem verificar a peculiaridade e como são atípicos os assuntos possíveis de serem trabalhados. Esse fato, para nós, comprova o quanto o trabalho com a Sucessão de Fibonacci pode render discussões variadas e estimulantes junto aos estudantes de todos os níveis de ensino. Isso acontece, pensamos nós, pois existe uma grande amplitude de aplicações e de assuntos que envolvem esse tema e que podem despertar o interesse dos alunos. Inclusive, mobilizando a interdisciplinaridade, como quando é reconhecida a sucessão de Fibonacci nas medidas existentes em algumas plantas. Esse fato, inclusive, pode ser usado pelo professor como uma vantagem para mobilizar o ensino e a aprendizagem de vários conteúdos diferentes dentro de um mesmo tema chave.

No último item temos uma discussão da *Matemática Subjacente à Sucessão de Fibonacci* por meio de doze atividades – 11 problemas e uma situação-problema – que exploram as relações ou propriedades da sucessão em estudo. É interessante que o texto destaca que “Procuraremos descobri-las; só após as tentativas forneceremos suas provas”

¹⁵⁸ O professor Barbosa discute um pouco da História deste autor, dizendo que: “Leonardo de Pisano, como era conhecido, nasceu em Pisa, Itália, em 1175, na mesma época da construção da famosa torre inclinada, de onde vem seu nome. Quando ainda era menino, viajou pelo norte da África com seu pai, Guglielmo Bonacci, coletor oficial de um entreposto de mercadores, em Bougie (Argélia). Lá teve um educador que lhe ensinou os numerais indo arábicos e, provavelmente, reconheceu a sua vantagem sobre os numerais romanos. Na mocidade empreendeu viagens pela costa mediterrânea, visitando Egito, Grécia, Constantinopla, indo até a Síria e o sul da França, tendo a oportunidade de comparar os métodos de cálculo. [...] De volta e convencido da superioridade da matemática que tinha adquirido, escreveu seu *Liber Abaci*, sob o nome de Fibonacci, oriundo da contração de Filho (do latim *Filius*) e Bonacci, dedicando-se à adoção do sistema numérico indo-arábico” (BaRbosa, 2009b, p. 40). Em outras fontes que encontramos aprendemos que ele também era conhecido como Leornado Fibonacci, Leonardo de Pisa ou Leonardo Bigollo, entretanto, seu ano de nascimento, nestas duas fontes é datada como sendo o ano de 1170 e não 1175 como diz o professor Barbosa. Segundo essas fontes ele faleceu por volta de 1250 e seu pai é retratado como um mercador de sucesso. Aprendemos também, que como ele trabalhou resolvendo problemas matemáticos para a corte, ele era um protegido do imperador Frederico II, sendo que essa proteção lhe garantiu a possibilidade de aprofundar seus conhecimentos matemáticos. Seus principais feitos, um já foi levantado pelo nosso autor, a escrita do livro *Liber Abaci* que contribuiu com a introdução nos algarismos arábicos na Europa e a segunda foi o desenvolvimento da Sequência de Fibonacci. Nossas outras fontes foram duas páginas da web que seguem: (https://www.ebiografia.com/leonardo_fibonacci/) e (<http://www.mat.uc.pt/~mat1131/Fibonacci.html>).

(Barbosa, 2009b, p. 55). Cabe apontar que o professor resolve e prova a grande maioria dos problemas acima, deixando a cargo do leitor a resolução, ou pesquisa da solução, de três deles – 6, 7 e 9. Para estes o professor faz uma pequena discussão e deixa a sugestão do uso de uma inferência para encontrar as suas fórmulas gerais, mas não chega a efetuar a demonstração. No problema 9, deixa indicado que a sua prova pode ser realizada com ajuda da técnica indução completa. Já para o problema 7, mais uma vez orienta o seu leitor a procurar pela sua solução em Barbosa (1993) – esta referência é um livro chamado *Descobrendo padrões em Mosaicos*, publicado pela editora Atual em São Paulo. Um dado curioso sobre este livro é que ele é citado em vários momentos no decorrer das nossas análises dessa série. Ao final deste item temos um *Comentário Final* que informa o leitor sobre algumas curiosidades, diretamente vinculadas à História que rodeia a Sucessão de Fibonacci e que, ao nosso ver, sublinha sua relevância. O capítulo termina com seis atividades que para nós são exercícios de fixação destinados ao treinamento dos leitores. Neles, ao final, o autor oferece as respostas destas atividades na sua forma algébrica, mas não tece nenhum outro comentário acerca delas. Para nós, estas respostas apenas servem de parâmetro para os leitores saberem se a solução que chegaram estava correta ou não.

O quarto capítulo, e último desta primeira parte, recebe o nome *Aplicações Complementares da Secção Áurea e Fibonaccianos*. Este não é um capítulo que deixa atividades ou exercícios para seus leitores, no sentido de treinar alguma propriedade mais específica. Ele parece mais com um último capítulo que poderia ser chamado de Miscelâneas sobre a Sucessão de Fibonacci e que visa apresentar algumas últimas relações que podem ser interessantes de serem usadas em sala de aula como desafios, por exemplo. A relação entre os quatro itens é que usam a geometria ou relações geométricas associadas à sucessão de Fibonacci.

A primeira parte chamada A (Triângulos 5-Congruentes, mas não Congruentes), trata de responder se é possível que dois triângulos distintos possam ter cinco elementos congruentes (entre lados e ângulos) sem que ambos os triângulos sejam congruentes. Segundo o autor, esse problema gerou certo incômodo na comunidade acadêmica devido à existência das propriedades de congruência de triângulos que comprovam a existência de congruência entre dois triângulos utilizando apenas três elementos de congruências que são específicos de triângulos quaisquer (um exemplo é ambos possuírem o mesmo valor para todos os seus lados, caso LLL). Um erro da comunidade foi não levar em consideração a possibilidade de os três ângulos serem congruentes, o que comprova semelhança e deixa a possibilidade de haver dois lados congruentes, o que não necessariamente comprova congruência dos seus lados, mas

a sua proporcionalidade – uma proporcionalidade não arbitrária. É a partir desta *Introdução* que o autor faz todas as discussões pertinentes, demonstrando a exatidão dessa sentença. Os caminhos seguidos por ele comprovam que há uma razão de semelhança no caso dos lados dos triângulos se comportarem como uma Progressão Geométrica e a partir daí ele prova, por meio da condição de existência dos triângulos, a possibilidade de haver uma sucessão de números que seguem uma determinada lei de formação que respondem a essa demanda. No caso ele utiliza a razão áurea para buscar por essa lei, associando esta com a razão de semelhança. A partir daí ele associa essa sucessão que ele está buscando com a Sucessão de Fibonacci, criando fórmulas para o seu uso. Neste item, ele novamente mobilizará a Sucessão de Lucas e a Sucessão de Fibonacci Generalizada (3, 1, 4, 5, 9, 14, 23, ...) para comprovar que estas sucessões também funcionam segundo este raciocínio. Salientamos, aqui, a utilização criativa e bastante sofisticada, feita pelo autor, que traz de volta conceitos que já foram abordados, mas que neste caso desenvolvem atividades ainda bastante distintas das anteriores, mas ainda assim, recreativas.

Em *B* (Ternas Pitagóricas) o autor apresenta uma maneira de produzir ternas pitagóricas – que são aquelas do tipo $a^2 = b^2 + c^2$ – que segundo ele são úteis para que os professores consigam montar problemas que versem sobre as relações métricas dos triângulos retângulos. O autor inicia procurando uma maneira de encontrar os catetos do triângulo e vai na Sucessão de Fibonacci, novamente, encontrar um meio de tirar fórmulas para o descobrimento dos valores desses catetos. Segundo consta no livro, a maneira de fazer isso é pegando quatro números seguidos da sucessão de Fibonacci e o primeiro cateto virá do produto dos extremos desses números e o outro cateto virá do dobro do produto dos números intermediários¹⁵⁹. O próximo item, *C* (Decomposição de Quadrados de Fibonacci), trabalha com a decomposição de um Quadrado de Fibonacci de uma ordem específica – cabe dizer que a ordem do quadrado de Fibonacci é o valor do lado do quadrado – em quadrados de Fibonacci de ordem menor, sendo que é sempre preciso fazer um esforço para que o novo quadrado seja o de maior tamanho possível. Deste esforço, o professor produziu duas relações acerca dessas decomposições, uma relativa à quantidade de cada um dos quadrados menores possíveis de serem retirados do quadrado original e outra relativa à quantidade de quadrados retirados ao todo de cada decomposição de um quadrado original. O item *D* (Paradoxo)

¹⁵⁹ Cabe aqui apontar a existência de um erro na explicação desta parte, pois de início o professor Ruy anunciou que se tratava do produto dos extremos e do produto dos números intermediários para se encontrar os catetos, se esquecendo de mencionar que este último precisava ser multiplicado por dois. Salientamos que este erro apenas ocorre no primeiro parágrafo do item denominado de Um Formulário para os Catetos, sendo apresentado corretamente logo em seguida quando o autor oferece três exemplos de como proceder com este cálculo.

basicamente trata da junção de duas figuras diferentes que possuem um pequeno detalhe que as diferencia e que impede que a sua junção seja exata, causando um pequeno vão, que leva o observador a ter um problema em sua percepção visual, quando as observa separadas e quando as observa juntas.

O capítulo cinco, primeiro da segunda parte, é denominado *Poliminós* e está subdividido em 9 partes, começando pela letra A (Introdução) em que conceitua, classifica e apresenta a gênese dos Poliminós. “Os poliminós são geometricamente caracterizados como figuras planas geradas pela conexão de quadrados congruentes (iguais) pelo menos por um lado” (Barbosa, 2009b, p. 81) e em termos classificatórios, se baseiam na “[...] simples contagem dos quadrados que os compõem” (Barbosa, 2009b, p. 81) e suas denominações são do tipo dominós, triminós, tetraminós, pentaminós, hexaminós etc. Na sua gênese aprendemos que o nome desta figura foi dado por Solomon Wolf Golomb¹⁶⁰ em 1953. Para Ruy é “[...] importante lembrarmos o grande desenvolvimento dos poliminós com vários trabalhos de natureza matemática e recreativa de diversos pesquisadores” (Barbosa, 2009b, p. 81) e ele termina mencionando “o grande divulgador Martin Gardner” (Barbosa, 2009b, p. 81). Martin Gardner é um ícone da Matemática Recreativa. As citações anteriores mostram a vinculação dos poliminós com a matemática recreativa por meio de trabalhos de “diversos pesquisadores” (Barbosa, 2009b, p. 81), o que corrobora nossas afirmações acerca da vinculação dos trabalhos do nosso autor com o uso da Matemática Recreativa voltado ao ensino e aprendizagem de Matemática e na formação de professores, inicial e continuada.

No tópico B (Poliminós e Educação) o professor Ruy fala que:

¹⁶⁰ Solomon Wolf Golomb nasceu na cidade de Baltimore, estado de Maryland nos Estados Unidos no ano de 1932. Era poliglota, um especialista na etimologia de várias palavras e expressões oriundas de variadas línguas. Possuía uma excelente memória que sempre o serviu até o final de sua vida em 2016. Mas a sua grande paixão era pela Matemática, particularmente a combinatória, teoria dos números e a álgebra abstrata. Partindo destes tópicos, ele trabalhou com problemas práticos de teorias da comunicação e da informação, radar, criptografia e outros campos relacionados com a exploração do espaço. Iniciou seus estudos na Universidade Johns Hopkins em 1949 e se graduou em Matemática com honras em 1951, cursando o dobro de disciplinas do que os todos os estudantes da universidade. Sua pós-graduação iniciou com um ano na John Hopkins, seguidos de três anos em Harvard onde ele recebeu o título de *Ph.D.* após um período estudando fora do país. Este curso no exterior ocorreu graças a uma bolsa de estudos da *Fulbright* que o enviou para estudar na Universidade de Oslo. Durante sua pós-graduação, ele que era um grande entusiasta de resolver *puzzles* durante toda sua vida, trabalhou com um problema envolvendo formas contíguas que cobriam completamente um tabuleiro de damas com a exceção de seus cantos. A partir deste trabalho surgiu a teoria e o jogo dos poliminós. Esta teoria ganhou grande destaque quando foi publicada na coluna *Mathematical Games* escrita por Martin Gardner na revista *Scientific American*. Seu amor pelos *puzzles* também o levou a trabalhar como Editor de *puzzles* matemáticos em um jornal escrito pela *Information Theory Society*. Neste jornal ele promoveu exercícios intelectualmente desafiadores e agradáveis por longo tempo. Em vida, ele foi membro da *National Academy of Sciences*, *National Academy of Engineering* e *American Academy of Arts and Sciences*. Recebeu dois dos mais prestigiosos prêmios da Teoria da Informação: *IEEE Claude Shannon Award* e *IEEE Richard Hamming Award*, sendo também honrado por duas academias russas e recebendo títulos de doutor honorários de várias universidades ao redor do mundo (ViTerbi, 2018).

O despertar educacional dos poliminós logo se fez presente em razão de sua fácil construção, notável adequação e diferentes atividades e objetivos distintos, com sua característica altamente motivadora. As publicações em revistas de ensino e aprendizagem de matemática ou específicas de matemática atestam sua importância e utilização nos vários países (Barbosa, 2009b, p. 82).

Destacamos o quão grande era o engajamento do professor Ruy com a temática e o quanto ele acreditava na sua potencialidade, pois claramente defende o uso dos poliminós na Educação, assim como aponta as características, que segundo ele, marcavam esses materiais – fácil construção, notável adequação e altamente motivadores. Outro destaque é que nosso autor acompanhava, segundo nossa leitura, esse tipo de publicações em revistas de ensino e aprendizagem de matemática e em revistas específicas da matemática em âmbito internacional, uma vez que não tínhamos vasta publicação nacional. Ainda neste item, o autor fala um pouco sobre a chegada dos poliminós ao Brasil e menciona trabalhos que ele mesmo publicou sobre o assunto. O item termina com uma lista de cinco trabalhos, quatro dos quais são publicados por ele individualmente ou em parceria com outros pesquisadores, sobre a temática, em uma lista que ele mesmo denota como “[...] provavelmente incompleta” (Barbosa, 2009b, p. 82, *itálicos e maiúsculas do autor*):

BARBOSA, R. M.; SILVA, E. A.; DOMINGUES, H. H. Atividades Educacionais com tetraminós. *Projeto Tetraminó*, UNIRP (apresentado em forma de cinco comunicações ao V – ENEM, Aracajú, 1995).

BARBOSA, R. M.; BARBOSA, M. R. D. Janela para tetraminó T virtual em SLOGOW, e mosaicos. *Revista de Educação Matemática*, 3, 1997, p. 71-73, BARBOSA, R. M. *Poliminós*, Série materiais pedagógicos e jogos, Fasc. n.1 – IMES/Catanduva.

BARBOSA, M. R. D.; BARBOSA, R. M. Uma janela para construir e colorir mosaicos de tetraminós L em SLOGOW. *Resumos*, V EPEN/SBEM-SP, 1998, p. 191-194.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Poliminós. *INTERCIÊNCIA/Ciências Exatas*, ano 4, n. 2, 2004, p. 95-102.

Os dois próximos itens, *C* (Contagem e Listagem) e *D* (Construção de Peças), como os subtítulos já mencionam, falam da quantidade e formas de contabilizar as peças e maneiras de construí-las com informações bastante detalhadas como as que seguem:

O material a ser empregado na construção pode ser desde cartolina ou papel cartão até E.V.A. (emborrachado), mas os cortes precisam ser feitos com o máximo de cuidado. Nós temos preferido usar peças quadradas de madeira com aproximadamente 0,5 cm de altura, o que se consegue em qualquer carpintaria ou marcenaria por um preço barato, 1.000 unidades, devendo ser lixadas, depois conectadas com cola madeira para a formação das peças e finalmente coloridas, se for o caso. Todavia, o professor tem uma alternativa com o uso do papel quadriculado (Barbosa, 2009b, p. 83).

Mais uma vez o autor é bastante específico nas diretrizes de confecção das peças, o que mostra o grau de atenção e riqueza de detalhes que ele quer. Algo, inclusive, já destacado por nós em outros momentos e próximo dos ideais atrelados à tendência de ensino empírico-ativistas. Perceba que, além de sugestões de como o material deve ser confeccionado, ele também fala sobre como adquiri-los e oferece alternativas de uso, demonstrando um grande zelo e riqueza de detalhes¹⁶¹.

Na sequência o item *E* (Sucessões de Poliminós) apresenta uma atividade que pode ser realizada com tetraminós ou pentaminós. No item *F* (Atividades com Triminós) temos três atividades e ao seu final encontramos uma “NOTA” (Barbosa, 2009b, p. 86) que informa o leitor que “O trabalho completo relativo a esta atividade foi experimentado pelos meus colegas Elizabete e Jairo com alunos de licenciatura em Matemática da PUCC em 1992-1993” (Barbosa, 2009b, p. 86). É importante destacar que sobre essas aplicações não há maiores informações sobre o seu desenvolvimento, mas destacamos que o GEEM, durante o Movimento da Matemática Moderna, criava atividades que eram aplicadas e pelo que nossas pesquisas indicam, não eram balizadas por algum método específico de validação científica.

O item seguinte, *G* (Atividades com Tetraminós), oferece sete atividades, sendo que na quinta afirma ser muito fácil o encontro das suas soluções e apenas diz que elas só seriam interessantes “[...] para crianças bem jovens das séries iniciais, então não cuidaremos desse item” (Barbosa, 2009b, p. 88). Essa afirmação nos intrigou, pois, a ideia do livro é servir de material para a formação do professor de Matemática, mas essa sentença salienta não haver um interesse em estabelecer um diálogo, naquele momento, com os professores/pedagogos que ensinam matemática. O próximo item é o *H* (Atividades com Pentaminós) e nele é realizada uma discussão sobre os 12 tipos de pentaminós e o fato da sua construção ser muito “dispendiosa” e “difícil”, levando os professores, ao invés de construírem-os, mobilizarem o papel quadriculado, ou ainda utilizarem pentaminós comercializados no Brasil em caixas com uma peça de cada tipo. Em seguida são oferecidas três atividades, sendo a primeira delas *O problema de Dudeney*. Sobre esta o autor faz uma discussão voltada à história do problema sugerido por Henry Ernest Dudeney¹⁶² que era: “Recobrir um tabuleiro quadriculado 8x8 com as 12 peças ‘pentaminós’ e um ‘tetraminó’ quadrado” (Barbosa, 2009b, p. 91).

¹⁶¹ Há um parágrafo parecido no primeiro volume, vide nota anterior.

¹⁶² Henry Ernest Dudeney, nasceu 1857 e faleceu em 1930. Vindo de uma família com tradição no ensino da Matemática, não é de se estranhar que tenha obtido fama na publicação de trabalhos matemáticos. Era um amante do xadrez desde muito jovem e logo se interessou por problemas acerca deste jogo. Dos 9 aos 10 anos publicou alguns problemas em um jornal local e nas suas horas vagas estudava matemática, a história da matemática, em especial a história dos puzzles matemáticos, o que o levou a ser um ávido resolvidor de puzzles.

O último item, *I* (Ordem de um Poliminó), basicamente conceitua o que o título indica: “Qual número mínimo de réplicas congruentes de um dado poliminó seriam necessárias para se construir um retângulo?” (Barbosa, 2009b, p. 95). Cabe enfatizar que se o poliminó já possui a forma retangular, sua ordem é 1 e no caso da impossibilidade de se efetuar essa construção, então é dito que sua ordem é não definida. No decorrer das explicações são oferecidas algumas atividades e realizadas discussões acerca do que são famílias de poliminós – conjunto de poliminós com certa característica em comum – terminando com o texto *Um pequeno Catálogo de Ordens* em que são apresentadas algumas figuras de poliminós e a sua respectiva ordem.

O capítulo 6 é chamado *Poliamondes* e está subdividido em cinco itens que vão de *A* até *E*, sendo que o primeiro deles é denominado *A* (Introdução), tal como ocorre no capítulo anterior. Aqui o professor contextualiza a instituição do termo poliamondes por Thomas O’Beirne¹⁶³. O item *B* (Conceitos, Contagem e Listagem) diferencia os poliamondes dos poliminós pelas figuras geométricas que os constituem. Os poliminós são gerados por quadradinhos e “Os Poliamondes são gerados pela conexão, pelo menos por um lado, de triângulos equiláteros congruentes” (Barbosa, 2009b, p. 101). Em seguida ele ensina a sua nomenclatura, de acordo com a quantidade de triângulos equiláteros que compõem a figura – diamonde, triamonde, tetriamonde, pentiamonde, hexiamonde etc. – e termina o item com uma listagem relativa à quantidade de figuras que podem ser construídas de acordo com a quantidade de triângulos equiláteros que as constituem. Cabe apontar que esta listagem está na forma de um quadro com um desenho representando as figuras possíveis, assim como suas nomenclaturas.

O item *C* (Balanceamento) traz a seguinte definição: “Um poliamonde é balanceado se e só se, colorindo células adjacentes uma com preto e outra com cinza, então o número de células pretas é igual ao número de células cinzas” (Barbosa, 2009b, p. 103) e que “No caso

Nunca frequentou a Universidade, mas seu gosto pela matemática e pelo xadrez, o levou a escrever artigos para revistas e participar de um grupo que incluía a participação de Arthur Conan Doyle. Em seus escritos utilizava o pseudônimo “Sphinx”. Um dos seus relacionamentos era com Sam Loyd e ocorria por meio de correspondências. Juntos ambos formavam os dois principais criadores de puzzles matemáticos e recreações de seu tempo, interessante dizer que Dudeney ficou muito bravo com Loyd ao descobrir que este publicava seus puzzles com sob o seu próprio nome. Informações retiradas de (<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Dudeney/>).

¹⁶³ Não tivemos sucesso em angariar muitas informações sobre Thomas O’Beirne com exceção de que ele era um matemático escocês, que se interessava pela matemática recreativa, nascido em 1915 na cidade de Glasgow na Escócia e quanto ao ano de sua morte, não encontramos informações. A respeito de sua vida, aprendemos que ele escreveu uma coluna semanal para uma revista britânica chamada *New Scientist* denominada *Puzzles and Paradoxes* que deu nome a um livro publicado em 1965 pela *Oxford University Press* também intitulado *Puzzles and Paradoxes* e que se trata de uma republicação de artigos produzidos para a coluna desta revista que foram publicados entre janeiro de 1961 e fevereiro de 1962.

de desigualdade denominamos o poliamonde de não balanceado” (Barbosa, 2009b, p. 103). Em seguida, ele faz a discussão de uma situação-problema que visa mostrar como se estabelece as figuras que irão ou não fazer parte da pavimentação de uma determinada figura maior. O item *D* (Os Problemas de Reeve/Tyrrell) está subdividido em duas partes: *Losango-60°* e *Hexágono Regular*. Neste item o professor, basicamente, conta as informações que retirou do trabalho dos autores que nomeiam esta parte, quando estes contribuíram com soluções para o rombo-60° de lado seis unidades e para a construção de um hexágono regular com hexiamonde. Na sequência vem *E* (Construindo Polígonos Usuais) que oferece 6 Atividades com Tetriamondes e 19 Atividades com Hexiamondes.

O capítulo 7, *Polihexes*, está subdividido em três partes elencadas como *A*, *B* e *C*, sendo que a primeira delas é denominada *A* (Introdução). Nela o autor apresenta que até o dia 29/09/06 ele não possuía uma previsão de criação de um capítulo que tratasse deste tema, ele seria apenas de mencioná-lo, devido seu desenvolvimento ainda incipiente. Mas no dia 30/09/06, ficou resolvido que iriam tentar buscar algumas atividades educacionais acerca da temática o que acabou se tornando viável e de resultado significativo, de modo que este capítulo foi criado. O item *B* (Conceitos e Contagem) conceitua os Polihexes: “Os Polihexes constituem uma extensão plana dos poliminós. Eles são gerados pela conexão, pelo menos por um lado, de hexágonos regulares congruentes” (Barbosa, 2009b, p. 113). Daí ele apresenta sua nomenclatura, de padrão análogo ao que ocorreu com os poliminós e os poliamondes, ou seja “[...] um *bi-hex* (dois hexágonos), três *tri-hexes* (três hexágonos), sete *tetra-hexes* (quatro hexágonos), 22 *penta-hexes* (cinco hexágonos), *hexa-hexes*, *hepta-hexes*, etc. Um só hexágono é chamado de *mono-hex* ou simplesmente *hex*” (barbosa, 2009b, p. 113).

O último item do capítulo é o *C* (Atividades Educacionais) e basicamente se subdivide em quatro partes, sendo que as três primeiras são compostas por atividades que se voltam ao trabalho com um objetivo comum, como trabalhar com formas Paralelogrâmicas, Trapezoidais Isósceles e com a Forma Irregular Simétrica. O último subtópico é denominado *Existência de um novo membro da Família-P* e aqui o professor Ruy trata da criação, por ele, de um novo membro da Família-P. Essa afirmação pode ser confirmada com a seguinte citação: “Desconhecemos e obviamente não previmos um capítulo para um novo membro da Família-P de materiais pedagógicos” (Barbosa, 2009b, p. 117), mostrando claramente que esse novo membro foi uma criação deles, por não terem encontrado este em suas pesquisas. Cabe dizer que esse novo membro trata de peças construídas com células “losangulares (rombos)”, como ele mesmo menciona na conceituação: “‘Polirrombos’ são figuras planas geradas pela conexão, pelo menos por um lado, de losangos (rombos) congruentes” (Barbosa,

2009b, p. 117). Para o professor, suas classes receberiam sua nomenclatura, também de acordo com a quantidade de peças que as compõem, seguindo a seguinte ordem: birrombos, trirrombos, tetrarrombos etc. Cabe apontar que existe uma diferença no tratamento com esse novo membro, pois os losangos, nesse caso, podem assumir os ângulos de 30° , 45° ou 60° , havendo, portanto, segundo o professor Ruy, uma necessidade do estudo de cada um deles. Em seguida ele sugere a leitura de um artigo que escreveu acerca da temática e intitulado *Sobre um especial tetriamonde e sua aplicação como material pedagógico*, publicado na *Revista Ciência e Tecnologia* da UNISAL em 2006. Segundo consta nos seus comentários, nesse artigo eles trabalharam com o tetriamonde “tortinho” que para ele corresponde ao birrombo- 60° .

O último capítulo desta segunda parte é o capítulo 8 e ele é intitulado *Policubos* e nele encontramos dez subdivisões, ao todo, que vão de *A* até *J*. A primeira delas, denominada *A* (Introdução), inicia apontando que os Policubos nada mais são do que a “extensão espacial” (Barbosa, 2009b, p. 119) dos poliminós. Eles são gerados pela conexão de cubos que possuem a “mesma medida das arestas e são conectados pelo menos por uma das faces” (Barbosa, 2009b, p. 119). Quanto a sua classificação, que é análoga ao dos poliminós, poliamondes e polihexes, ela se baseia no número de cubos que constitui a figura e podem ser chamadas de bicubos, tricubos, tetracubos etc. A figura composta por apenas um cubo é chamada de monocubo.

O item *B* (Listagem e Contagem) apresenta um quadro que mostra as figuras possíveis de serem formadas por um bicubo, por tricubos e por tetracubos. Em seguida o professor fala da possibilidade de se classificar os Policubos de acordo com a suas alturas e termina essa seção com uma “NOTA” argumentando ser importante deixar a descoberta dos tipos de Policubos a cargo dos alunos. Em seguida temos o item *C* (Gênese) que conta, citando “Gardner (1961)” (Barbosa, 2009b, p. 120), quem foi Theodore Katsanis¹⁶⁴, da cidade de Seattle, que foi quem sugeriu um jogo que consistia no preenchimento de uma caixa de tamanho $2 \times 4 \times 4$ por um conjunto de peças que ele nomeou de *quadracubes*. No item *D*

¹⁶⁴ Theodore Katsani viveu entre os anos de 1925 e 2017. Em vida, amava matemática, caminhar, esquiar, dançar e o aeromodelismo. Em termos da matemática, quando jovem, gostava de álgebra e geometria que o levou ao amor pelos problemas matemáticos interessantes. Seus títulos acadêmicos foram: bacharelado em Engenharia Aeronáutica (1948), Mestrado em Matemática (1963) e Doutorado em Matemática (1967). Seu trabalho foi em grande parte voltado a Engenharia sendo que chegou a trabalhar em empresas como a Boeing e a NASA, mas a matemática sempre ocupou o espaço de hobby na sua vida. Informações retiradas principalmente de seu obituário (<https://funerals.coop/obituaries/2017-obituaries/march-2017/theodore-katsanis.html>) e de um documento online criado pela AMA – Academy of Model Aeronautics (<https://www.modelaircraft.org/sites/default/files/files/KatsanisTheodoreTed.pdf>).

(Preenchimento de Caixas) o professor Ruy comenta que os problemas voltados ao preenchimento de caixas com face superior aberta, foram substituídos por problemas equivalentes a esses, como são aqueles voltados à construção de paralelepípedos retos regulares com os mesmos tipos e formatos de Policubos. Um comentário interessante feito pelo autor é que: “No futuro, ao aumentar o número de peças, crescerá a dificuldade. É óbvio que para as séries iniciais o problema não aparecerá, pois trabalharão com poucas peças” (Barbosa, 2009b, p. 121). Como podemos ver, o autor toma o cuidado de ressaltar quais tipos de problemas são mais adequados a uma determinada série/idade e até mesmo dizer como é feito para elevar o grau de dificuldade dos problemas desse tipo. Essas noções são importantes, para os professores em formação continuada por meio de livros, pois ajuda-os a atingirem familiaridade e uso destes problemas.

No item seguinte, *E* (Codificação), o autor apresenta aos seus leitores uma maneira de codificar os desenhos que representam as soluções dos problemas deste tipo, para evitar a necessidade de sempre ter de empregar desenhos em perspectiva quando trabalhando com essas figuras no papel. Os três próximos subitens *F* (Atividades Iniciais), *G* (Trabalhando com Tetracubos) e *H* (Preenchimento de Caixas com Tetracubos + ...). Neles são oferecidas atividades, sendo todas elas oferecem uma discussão que acompanha as soluções, com auxílio de figuras formatadas segundo às notações ensinada pelo autor no item *E*, contribuindo, portanto, com a sua compreensão. Em seguida temos o *I* (Construções com o conjunto “Soma”) apresenta o que é o conjunto soma “[...] conjunto constituído de seis peças tetracubos e uma tricubos, **todas côncavas**, nomeado por Piet Hein (seu criador) de ‘*Soma Cubes*’” (Barbosa, 2009b, p. 126, **negrito** e *italico* do autor). Este item possui dois subitens, *Gênese* e *Formas de Ambientes Humanos*. No primeiro deles o professor Ruy conta um pouco de quem foi Piet Hein¹⁶⁵ (1905-1996) e deixa aos seus leitores uma citação direta de uma frase de Ole Skovsmose, presente em “(Barbosa, 2005)” que é “Ele vislumbrou como sua pequena família de policubos poderia compor um cubo. E essa percepção abriu uma enorme variedade de diferentes possibilidades. Piet Hein representa a conexão entre matemática,

¹⁶⁵ Piet Hein nasceu na Dinamarca em 1905 e faleceu em 1996. Vindo de uma família de acadêmicos, se tornou um cientista e um artista. Estudou em uma escola proeminente de ensino secundário chamada Metropolitanskolen, estudou pintura na *The Royal University of Fine Arts* na Suécia onde não se formou e também estudou Física Teórica sob orientação de Niels Bohr – um amigo da família – na *The University of Copenhagen* onde também não se formou. Não tendo se graduado, trabalhou com pintura, poesia, arquitetura, design e matemática. Entre seus trabalhos: inventou maravilhas técnicas e jogos – como o jogo Hex – além de ter contribuído com o campo da arquitetura e do design (MaArup, 2005).

brincadeira e criatividade” (BARBOSA, 2009b, p. 127). O último item é o *J* (Trabalhando com Pentacubos) que busca trabalhar com essas figuras.

O próximo capítulo, 9, é o primeiro da terceira e última parte do livro e recebe o título de *Dobrando Tiras*. Este capítulo se subdivide em cinco partes que são elencadas pelas letras de A até E. A primeira, A (Introdução), se subdivide em: *Gênese Histórica e Comentários* e a outra, *Material*. A primeira subparte trata da origem das “dobraduras de estampas” (Barbosa, 2009b, p. 139) que são problemas vistos como “[...] problema recreativo” (Barbosa, 2009b, p. 139). O autor cita o tratamento dado a este tipo de problema por Martin Gardner, no entanto ele afirma que “Historicamente, o problema parece ter surgido com a denominação ‘timbres-poste’ (selos do correio), o que nos parece natural visto que os selos eram em geral adquiridos em tiras” (Barbosa, 2009b, p. 139). O subitem seguinte trata da confecção dos materiais e da sua distribuição que devem ser compostos por “Conjuntos de retângulos congruentes, com medidas de aproximadamente 10 cm x 6 cm, sendo um para cada aluno ou grupo de alunos, preferencialmente coloridos, e necessariamente numerados nas duas faces” (Barbosa, 2009b, p. 139). Mais uma vez, aqui, verificamos uma descrição bastante específica que continua na sequência, quando o autor tece comentários acerca das cores desses materiais – que vai de A até F –, da numeração que os retângulos devem possuir – de 1 a 6 – e da quantidade de retângulos total a serem confeccionados, 18, especificando detalhadamente as suas características em termos da numeração que devem receber segundo sua cor. Por fim, ele termina sugerindo “Com fita adesiva formar tiras de retângulos na ordem numérica, deixando um pequeno espaço entre cada dois retângulos consecutivos para permitir dobras” (Barbosa, 2009b, p. 140).

Em *B* (*Dobrando Tiras*) o professor ilustra como dobrar as tiras de uma determinada forma e pensar na sua leitura sobre a forma que os números daquela dobradura foram justapostos. Pensando no exemplo, o autor conseguiu a ordem 3421, ou seja, o número três ficou na frente do quatro que ficou na frente do dois e o um ficou por último e a sua dobradura invertida que consiste em fazer a leitura partindo do um e chegar à ordem 1243. No próximo subitem o autor menciona que:

A questão que se coloca, de natureza recreativa e motivadora, é a obtenção de dobraduras para tiras de um dado comprimento, fixadas as ordenações. Porém, é importante uma prática inicial com uma tira de pequeno comprimento como é o caso daquela de comprimento 3, que só possui $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ ordens (Barbosa, 2009b, p. 141).

O próximo item é o C (Trabalhando com tiras de comprimento 4) que traz uma atividade que recomenda procurar por dobraduras como foi feito na “atividade de aprendizagem” (Barbosa, 2009b, p. 141) do item anterior e que anotem as dobraduras obtidas e suas respectivas invertidas, sendo, inclusive, encorajado mostrar as respostas na frente para os demais colegas. Por fim, o professor salienta que se as 16 possibilidades não forem obtidas em um tempo considerado suficiente, é necessário passar para a atividade seguinte. A próxima atividade, pede para “Descobrir se existem as dobraduras 1324 ou 4231” (Barbosa, 2009b, p. 141). Em uma “NOTA 1” o autor salienta não haver dobraduras nessas ordens, mas sugere que algum aluno tente explicar o motivo. Existe, nessa atividade, um quadro cinza com os seguintes dizeres: “Não é possível encontrar a dobradura correspondente, já que, para dispor o n. 1 na frente dos retângulos n.3 e n.2, nessa ordem, o retângulo de n. 4 o impede” (Barbosa, 2009b, p. 141). Em seguida é oferecida uma “NOTA 2” sugerindo que o professor explique para os discentes que tiras de comprimento 4 possuem $4! = 24$ ordens, mas $24 - 16 = 8$ ordens que não permitem dobraduras. Uma sugestão presente nessa nota é que “O docente pode aproveitar essa oportunidade para explorar a fórmula de contagem, introduzindo o conceito de fatorial (Barbosa, 2009b, p. 142). O próximo subitem, de título *Dobraduras possíveis e impossíveis* explica que “Chamamos de *dobradura possível* e de *dobradura impossível* para um dado comprimento n à ordenação dos números inteiros de 1 a n , para a qual existe ou não, respectivamente, dobradura correspondente da tira de comprimento n ” (Barbosa, 2009b, p. 142). E em seguida ele coloca a seguinte questão: “Para um dado n , quais são as dobraduras possíveis e quais são as dobraduras impossíveis?” (Barbosa, 2009b, p. **negrito do autor**) e oferece duas propriedades:

Propriedade 1: Se uma dobradura é possível, sua invertida é possível.

Propriedade 2: Se uma dobradura é impossível, sua invertida é impossível.

O item C termina com a *Atividade 3*: “Descobrir todas as dobraduras impossíveis de tiras de comprimento 4” (Barbosa, 2009b, p. 142). Em seguida ele oferece suas soluções na forma de sequência de números. O item D (Trabalhando com Tiras de comprimento 5 ou 6) é constituído por 4 atividades. Uma discussão presente é acerca de as tiras de comprimento 5 possuírem 120 ordens diferentes, das quais 50 são dobraduras possíveis e 70 são dobraduras impossíveis e no caso das tiras de comprimento 6 o número de ordens diferentes vai para 720, sendo apenas 144 delas possíveis de serem feitas. A conclusão apontada é que quanto maior a tira, menor é a razão de dobraduras possíveis quando comparadas com a quantidade de

dobraduras impossíveis. Nessa discussão, são citados trabalhos de John Koehler¹⁶⁶, datado de 1968, que oferece o número de dobraduras obtidos via recursos computacionais. O último item é o *E* (Estratégias) e basicamente trata de duas estratégias que levam à descoberta se uma determinada ordem fornecida pelo enunciado de uma atividade é possível ou impossível.

O próximo capítulo é o de número 10 e este é o último capítulo desta terceira parte e, também, do livro. Seu título é *Aprendendo com Balanças* e ele está subdividido em duas partes *A* (Balanças com Mostrador) e *B* (Economizando pesos aferidos). A primeira dessas partes inicia apresentando três situações-problemas que serão oferecidas aos leitores dizendo que são “[...] desafios para serem propostos aos alunos” (Barbosa, 2009b, p. 147) e que o seu intuito é desenvolver o raciocínio dos estudantes. Para ele: “Esses desafios são caracterizados por pilhas de cubos nas quais cada uma de suas peças componentes possuem o mesmo peso, mas se diferem por pilhas” (Barbosa, 2009b, p. 147). Logo em seguida são oferecidas as três situações-problemas, dentro de um subitem chamado *Desafios*. Cada uma delas oferece uma pequena situação que explica a situação em que o leitor deve se imaginar e um problema para ser resolvido por ele. Segue abaixo um exemplo delas:

Situação: Você dispõe de uma balança com mostrador variando de grama em grama e de três pilhas com quatro cubos cada uma. Sabemos que duas pilhas possuem os cubos com 10 gramas cada um, mas uma pilha tem os seus cubos com apenas 9 gramas.

Problema: Como faria para descobrir com uma só pesagem qual é a pilha que tem os cubos mais leves? (Barbosa, 2009b, p. 147, **negritos do autor**).

Depois de apresentadas as situações-problemas, o autor oferece as soluções de cada uma delas, fazendo uma discussão escrita a seu respeito. É interessante ressaltar que esses três problemas estão presentes no Volume 5 chamado *Aprendendo com Jogos: conexões e educação matemática* da mesma série, mais especificamente na apresentação do segundo jogo apresentado no capítulo 4 intitulado *Jogos de Balança*¹⁶⁷ (Rodrigues *et al*, 2014). Neste

¹⁶⁶ John E. Koehler, ou Padre John E. Koehler como também era conhecido, cursou a educação básica na *St. Leo's Grade Schools* e na *Bellarmino High School*. Estudou na *Jesuit Novitiate* e foi ordenado padre em 1965 pela *Society of Jesus*. Ele também recebeu o título de Doutor em Matemática pela Universidade de Washington. Trabalhou como professor na *Ball State*, na *Seattle Preparatory School*, no *Hunter College* e na *Seattle University*. Segundo consta ele possuía uma extraordinária capacidade para a matemática e sempre tivera notas máximas nos cursos que fazia pois transformava os trabalhos e provas em jogos. John faleceu em 2013 aos 79 anos de idade. Informações retiradas de seu obituário (<https://www.tributearchive.com/obituaries/11565706/Fr.%20John%20Thomas-Koehler>) e da seguinte página da internet (<http://www.prepfortomorrow.org/?pageID=3&storyNum=22>).

¹⁶⁷ Para mais informações sobre esse capítulo presente no quinto volume dessa série, leia a nota com a análise descritiva que realizamos sobre esse livro.

volume ele trata desses como desafios e no quinto volume como jogos que mobilizam balanças.

O próximo item está subdividido em quatro subpartes: *Introdução*, *Atividades*, *Soluções* e, por fim, *Gênese*. Na primeira delas o autor faz uma pequena introdução que diz que essa seção usará uma balança de dois pratos e alguns pesos específicos. Na segunda parte o autor oferece aos leitores algumas atividades, num total de quatro e uma atividade denominada de *Atividade especial*. Um exemplo de atividade oferecida aos leitores é: “Usando quatro pesos de 1 kg e um de 9 kg, construir uma tabela correspondente para se pesarem copos de 1 kg até 13 kg” (Barbosa, 2009b, p. 150). Na próxima subparte são oferecidas as soluções das atividades, sem que existam grandes discussões e a última subparte, chamada *Gênese*, conta um pouco da origem desse tipo de problemas, começando pelo trabalho de Claude Gaspar Bachet¹⁶⁸. Segundo o autor, depois dele ter analisado alguns problemas relacionados com “moedas falsas” presentes em um livro chamado “*Puzzles and Paradoxes*” publicado por Thomas H. O’Beirne, em 1965, ele conseguiu verificar “[...] uma analogia com o problema de pesos aferidos de Bachet” (Barbosa, 2009b, p. 152). Nesse estudo foi apresentado um procedimento que pode ser adaptado e mobilizado para descobrir as pesagens de todos os copos “[...] da faixa limitada pela soma dos pesos da sucessão de potência de 3” (Barbosa, 2009b, p. 152) são deixadas algumas *Ilustrações* no final do capítulo.

Terminado o último capítulo o autor oferece aos seus leitores as *Referências* que mobilizou, separadas por capítulos. Cabe apontar que essa é uma prática comum da série e que nesse caso existem referências para todos os capítulos do livro, algo que não ocorre em todos os volumes da série.

Considerações Finais

Os capítulos do livro não seguem uma formatação fixa, exceto pelo fato de todos eles, em algum momento elencar por meio de letras do alfabeto do tipo maiúscula seus principais tópicos. Alguns deles não apresentam uma *Introdução* enquanto outros possuem essa

¹⁶⁸ Claude Gaspar Bachet nasceu em 1581 e faleceu em 1638. Órfão desde os seis anos, foi criado pela Ordem dos Jesuítas em uma casa que pertencia ao Duque de Savoy. Ele entrou para a ordem dos Jesuítas em 1601 e no ano seguinte, ao adquirir uma doença, saiu dessa ordem. Casou-se com Philiberte de Chabeu em 1620 e teve 7 filhos. Em síntese, foi um matemático francês que escreveu livros voltados a trabalhar com puzzles e truques matemáticos que serviram de base para quase todos os livros subsequentes relacionados com a Matemática Recreativa. Em vida, ele também trabalhou com Teoria dos Números, traduziu para o Latim o texto *Arithmetica* do autor Diophantus originalmente escrito em Grego em 1621. Informações retiradas online (<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bachet/>).

Introdução que pode ser encontrada de duas formas diferentes: em uns a *Introdução* não recebe a primeira letra do alfabeto; já em outros ela é elencada com a letra A. Este é um elemento interessante, pois acontece em outros volumes da série. Ressaltamos, ainda, que alguns dos tópicos principais de cada capítulo podem ou não ser subdivididos em um ou mais subtítulos. Outro apontamento relevante é que o tamanho dos tópicos do livro pode variar consideravelmente, podendo haver desde o tamanho de um simples parágrafo ou alcançar algumas páginas.

Neste volume, assim como nos demais, as figuras assumem uma importância crucial como forma de exemplificação e ilustração do que está sendo discutido e ensinado pelo texto. Têm, inclusive, uma participação muito significativa na apresentação das soluções de algumas atividades e situações-problemas presentes no livro, no sentido de que a solução de muitas delas se resumem ao uso de uma única ou mais figuras. Nesse sentido, acreditamos que fica evidente o papel das figuras como forma de expressão que assume enorme importância nas discussões presentes e acreditamos que podemos, inclusive, afirmar na facilitação do diálogo do autor com os seus leitores. As figuras conversam e são, geralmente, convidadas a “falar” pelo texto escrito, de modo a haver uma certa dependência deste para com elas.

Em termos da linguagem, percebemos, como acontece em outros volumes, uma linguagem mais próxima do leitor, que não necessariamente chega a ser informal, mas que dá a impressão de que o autor e seu leitor, muitas vezes, estão apenas “conversando”, havendo momentos de interação que o autor faz sugestões aos leitores do que deve ou não ser feito em sala de aula como quando lemos: “Além das construções, são adequadas explorações dos ajustes das peças componentes das figuras em seus centros” (Barbosa, 2009b, p. 31), ou quando comenta que “No futuro, ao aumentar o número de peças, crescerá a dificuldade. É óbvio que para as séries iniciais o problema não aparecerá, pois trabalharão com poucas peças” (Barbosa, 2009b, p. 121) e, por fim, temos também trechos em que ele tece comentários na forma de dicas ou sugestões, que vêm da sua experiência particular, como os que seguem: “O docente pode aproveitar essa oportunidade para explorar a fórmula de contagem, introduzindo o conceito de fatorial (Barbosa, 2009b, p. 142) ou quando indica que “Além de atividades de descoberta de todos tipos de policubos é interessante o emprego de atividades de sucessão quando a partir de um tetracubo obter sucessivamente os outros 7, *deslocando* apenas um dos cubos componentes em cada transição” (Barbosa, 2009b, p. 122, *itálicos do autor*), ou ainda quando comenta mais especificamente do modo de confecção de um determinado produto educacional:

O material a ser empregado na construção pode ser desde cartolina ou papel cartão até E.V.A. (emborrachado), mas os cortes precisam ser feitos com o máximo de cuidado. Nós temos preferido usar peças quadradas de madeira com aproximadamente 0,5 cm de altura, o que se consegue em qualquer carpintaria ou marcenaria por um preço barato, 1.000 unidades, devendo ser lixadas, depois conectadas com cola madeira para a formação das peças e finalmente coloridas, se for o caso. Todavia, o professor tem uma alternativa com o uso do papel quadriculado (Barbosa, 2009b, p. 83).

Os Exercícios oferecidos, em sua grande maioria, vêm com as respectivas resoluções, algumas delas com discussões e outras apenas a resposta em forma numérica ou na forma de figura, porém, nem sempre a(s) figura(s) basta(m) para compreensão da resolução.

No livro os exercícios, atividades e situações-problemas oferecem discussões mais pormenorizadas que pensamos atuar como exemplos de como alguns tipos de problemas podem ser resolvidos. Entendemos que o autor mobiliza esses exemplos como forma de discutir o conteúdo de modo implícito e mais leve, visando desviar de assuntos menos atraentes, ou entediantes, vinculados às teorias matemáticas mobilizadas juntamente com os problemas e atividades propostos. Em termos de efetividade, pensamos que essa estratégia funciona bem, pois enquanto explica a solução de um determinado problema recreativo, o aluno tende a prestar mais atenção devido ao fator curiosidade despertado pela atividade. Singmaster (2016) aponta, em seus textos, que não apenas a efetiva resolução do problema pelo próprio leitor é capaz de produzir a sensação de prazer, mas o encontro de uma solução mesmo que produzida por terceiros pode ter o mesmo efeito, dado ela sanar a curiosidade do leitor. Cabe considerar, aqui, entretanto, que este livro é voltado à formação de professores, e até por essa razão, podemos dizer que essa estratégia colabora em “cativar” os leitores. Uma crítica que pensamos ser possível de ser feita, é relativa ao fato de o livro, mesmo sem querer, dá margem a uma interpretação de que a matemática considerada chata, ou seja, aquela que realiza uma discussão teórica e difícil, deva ser excluída do ambiente escolar, algo que não pensamos ser a intenção do autor, mas existe tal ambiguidade.

Uma outra discussão importante é a respeito das notas de rodapé presentes no livro, num total de 31 – a maior quantidade de notas de rodapé de todos os volumes da série. Fazendo uma análise mais geral dessas notas, temos que elas possuem a função de complementar o texto principal de alguma maneira. Sendo um pouco mais específicos, cada uma delas têm uma especificidade um pouco diferente, como: algumas notas se preocupam em enriquecer o texto com dados biográficos, bibliográficos ou de âmbito da História da Matemática – aqui, mais voltado à história do desenvolvimento de alguma questão, tema ou conteúdo sendo trabalhado – as notas que entendemos se voltar a essa função são as notas 2,

5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 16, 19, 23 e 26; outro tipo de função que essas notas assumem são de trazer informações complementares ao texto esclarecendo alguma informação, abreviatura, datas de aplicação de atividade etc. essas são as de número 1, 3, 4, 12, 13, 17, 18, 20, 24, 25, 27, 29 e 30; existem também notas que fazem indicações de leituras para aprofundamento teórico, entendimento mais pormenorizado de demonstrações e curiosidades, exemplos delas são as notas 14, 21, 22 e 31; e por último temos uma nota que se volta a fornecer dicas, sugestões ou indicações de caráter pedagógico, qual seja, a nota de número 28.

Ainda sobre as notas de rodapé, uma pontuação que queremos fazer é a respeito da semelhança existente entre as notas 21 e 22 que basicamente oferecem indicações de leitura para maiores informações acerca de um mesmo conteúdo que é: Funções Geradoras. Cabe enfatizar que ambas oferecem o mesmo texto Barbosa 1974/1975, mas a nota 21 é mais completa e oferece aos leitores uma segunda opção de leitura: Santos; Mello; Murat, 1995. A nota 21 surge ao final da seguinte sentença: “Daremos apenas um esboço da prova da fórmula de Binet, empregando funções geradoras;²¹ talvez a linha usada por Moivre” (Barbosa, 2009b, p. 60) e a nota 22 surge ao final do seguinte subtítulo: “PROBLEMA 11: A mesma tendência da razão em termos consecutivos da sucessão de Fibonacci Generalizada²²” (Barbosa, 2009b, p. 62). Como podemos ver, a nota 21 está intimamente ligada às palavras que denotam o conteúdo das “funções geradoras”, o que justifica sua necessidade, já no caso da nota 22 está se liga ao enunciado de um problema que não fala especificamente de função geradora, mas a resolução do problema da qual ela pertence mobiliza uma.

Uma outra nota que nos chama atenção é a nota 23, mas nesse caso, ela nos chamou atenção por fazer referência ao *SMSG – School Mathematics Study Group*, grupo cujo qual o GEEM – Grupo de Estudo do Ensino da Matemática –, grupo que o professor Ruy foi um membro fundador e que teve grande relevância dentro do cenários educacional brasileiro voltado ao ensino de Matemática, se apoiou para oferecer cursos aos professores brasileiros visando implementar no contexto nacional o Movimento da Matemática Moderna (MMM) estudado, por eles, via relações com o SMSG.

O texto também oferece algumas “NOTAS”, escritas em letras maiúsculas e espalhadas ao longo dos capítulos, que chamam a atenção para algumas informações específicas e pontuais que o autor intenciona comunicar ao longo dos capítulos. Geralmente essas “NOTAS” chamam atenção do leitor para alguma explicação relevante, trazem alguma informação complementar, informam a existência de mais variações dos problemas etc. Assim, elas servem como um campo “observação” usado visando grifar alguma informação que o autor trata breve e pontualmente em um determinado momento.

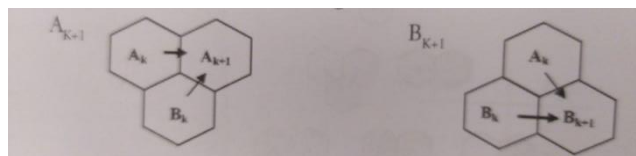
Além dessas “NOTAS”, temos os “Comentários” que integram alguns subtítulos de capítulos e que oferecem alguns esclarecimentos, ou ainda algumas sugestões, que partem do autor em um *tom* amigável e de troca de experiências. Esses comentários, geralmente, estão incorporados nos subtítulos de modo não padronizado e neles o autor se posiciona com dicas, ressalvas e relatos que partem da sua experiência e que, segundo entendemos, se propõem em colaborar com a prática docente dos leitores.

Em termos das Referências, temos alguns fatos curiosos, como haver a citação de nove trabalhos distintos do próprio autor, para além daqueles que ele sugere de leitura no item *B* do quinto capítulo do livro. Para nós esse fato pode estar intimamente ligado ao momento na sua carreira do autor de maior maturidade e, portanto, a obra vem ao encontro desse momento e busca demonstrar essa maturidade, convergindo várias discussões caras do autor que ocorreram ao longo de sua produtiva carreira e que, talvez, até precisem ser oferecidas aos leitores em formação de uma maneira mais sistematizada. Outro motivo pode ser dar visibilidade aos trabalhos, uma vez que em vários momentos essas citações aparecem, tanto neste volume como em outros, e o autor acaba afirmando que seus resultados são originais e, portanto, resultados que contribuem com o crescimento dos estudos voltados a Matemática Recreativa, ainda que a expressão Matemática Recreativa, possa não fazer parte dos artigos ou livro citados. Também merece atenção haver várias referências a obras de Martin Gardner, certamente um dos maiores divulgadores da Matemática e com certeza um ícone da Matemática Recreativa no mundo, mais uma vez confirmando a vinculação do nosso autor a este campo de investigação. Vale apenas apontar, também, que existe nas Referências uma grande quantidade de obras que não são escritas em língua portuguesa, nem produzidas no Brasil, o que nos leva a crer na grande inserção do autor no cenário internacional de investigação dessa temática.

Acerca dos erros que encontramos durante nosso estudo, claro que não trataremos todos eles, mas somente aqueles que consideramos mais relevantes. No terceiro capítulo, subitem C, situação-problema 9, encontramos um erro na ilustração. O erro é apenas na imagem, pois a discussão do problema e sua solução algébrica não seguem o ilustrado. A figura basicamente consiste em duas fileiras de alvéolos (hexagonais) e uma abelha que caminha sobre eles, saindo do canto esquerdo superior seguindo sempre à direita para o próximo alvéolo que pode estar em frente ao alvéolo que ela está presente ou na diagonal superior/inferior direita a depender da posição anterior da abelha. Dito isto, o erro encontrado pode ser visualizado na figura abaixo e como pode ser percebido, o desenho à esquerda, está em desacordo com o desenho à direita. Pois no primeiro, B_k se encontra entre o A_k e o A_{k+1} , o

que não ocorre com a imagem à direita, que possui o A_k entre o B_k e o B_{k+1} e, portanto, a frente do B_k .

Figura 12 – Ilustração com erro presente na Situação-Problema 9



Fonte: Imagem retirada de Barbosa (2009b, p. 54).

Outra questão está no problema seguinte da mesma seção. Nele a tentativa de comprovar que “Dada uma sequência f_{i-1} , f_i , f_{i+1} , f_{i+2} de quatro termos consecutivos da sucessão de Fibonacci, então $(f_{i+1})^2 - (f_i)^2 = f_{i+2} \cdot f_{i-1}$ ” (Barbosa, 2009b, p. 57). Quando o autor realiza a prova direta desse problema, ele afirma que: “Fatorando a diferença de quadrados do primeiro membro, temos $(f_{i+1})^2 - (f_i)^2 = (f_{i+1} + f_i)(f_{i+1} - f_i)$, e usando em cada fator convenientemente e recorrente obtemos $f_{i+2} \cdot f_{i-1}$ ” (Barbosa, 2009b, p. 57). Assim, observemos que na parte relativa soma, da diferença de quadrados, temos $(f_{i+1} + f_i) = f_{i+2}$, como acertadamente foi apontado pelo autor no primeiro membro da multiplicação resultante, pois na sucessão de Fibonacci, a soma dos termos i mais o termo $i+1$, resulta no próximo item da direita, que é $i+2$. Já no caso da parte relativa à diferença, da diferença de quadrados, temos que a equação fica $(f_{i+1} - f_i) = f_{i-1}$, pois na sucessão de Fibonacci o termo $i+1$ subtraído de i resulta em $i-1$ – termo imediatamente à esquerda desses dois termos. Logo, o resultado seria $f_{i+2} \cdot f_{i-1}$, como queríamos demonstrar na inferência e não como ficou registrado no livro. Acreditamos que houve um erro de digitação.

O livro analisado, de uma maneira geral, obedece a uma vertente de ideias e concepções de ensino que Fiorentini (1995) denomina de concepções empírico-ativistas e construtivistas e que em geral trabalham com um apelo visual ao belo e ao uso de objetos manipulativos, tornando o aprendizado um processo de manipulação, testes e ações, em suma, ligadas ao prazer a à tentativa de tirar a monotonia das aulas de matemática.

Em termos do mercado de livros voltados a formação de professores que ensinam Matemática, a obra não visou oferecer uma discussão de caráter mais teórico acerca das concepções de ensino e aprendizagem, portanto, pedagógicas acerca do que é tratado e como é tratado e isso.

Dado este silêncio de discussões acerca do Ensino de Matemática e suas teorias, vemos que as argumentações teóricas presentes no livro apenas se estabelecem muito mais no campo da Matemática, Pura ou Aplicada, e esta é uma característica que reconhecemos nos

estudos que fizemos sobre a Matemática Recreativa¹⁶⁹. Deste modo, este posicionamento parece moldar um discurso que defende que matemática na forma de jogo e brincadeiras, enfim, envolvida pela ludicidade, já é suficiente para tornar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática atrativa e eficiente, mesmo que esse movimento se dê sem que exista um respaldo das teorias educacionais.

Referências

- Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009b. 2. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Fiorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetike**, v. 3, n. 4, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.
- Penteado, M. G. Apresentação. In: Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 2. v., p. 7 (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendendo com Jogos**: Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Singmaster, D. The utility of recreational mathematics. **UMAP Journal**, v. 37, n. 4, p. 339-379, 2016. Disponível em: <http://jnsilva.ludicum.org/HMR1718/DS.pdf>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.
- Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.
- Viterbi, A. Solomon Wolf Golomb 1932–2016. **Ieee Transactions On Information Theory**, [S.L.], v. 64, n. 4, p. 2837-2838, abr. 2018. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/tit.2017.2763831>. Acesso em: 29 de setembro de 2022.

¹⁶⁹ Ler nota referente a Matemática Recreativa.

Apêndice 3

Análise Descritiva do terceiro volume da série *O Professor de Matemática em Ação*.

Introdução

Essa nota efetua uma análise descritiva do terceiro volume da série¹⁷⁰ *O Professor de Matemática em Ação* escrito, em coautoria, pelos professores Claudemir Murari¹⁷¹ e Ruy Madsen Barbosa¹⁷² e publicado pela Autêntica Editora em 10 de outubro de 2012 sob o título *Conexões e Educação Matemática: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons* (Murari; Barbosa, 2012). O texto é parte de um conjunto de notas que integram os apêndices de uma tese escrita em formato de um diário de pesquisa que almejou analisar os volumes da série em tela que foi publicada entre os anos de 2009 e 2014. A tese tem vínculo institucional com o Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus de Bauru; é produzida junto ao Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem) e recebeu apoio financeiro, por meio de bolsa de estudos, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) – código de financiamento 001.

O trabalho se inspirou metodologicamente na Hermenêutica de Profundidade (HP) desenvolvida por Jonh Brookshire Thompson (2011) e resumida em três movimentos analíticos distintos, entretanto, concomitantes e interconectados: Análise Social e Histórica, Análise Formal ou Discursiva e (Re)Interpretação. As análises, respectivamente, observam o contexto de produção da(s) obra(s), a(s) sua(s) materialidade(s) e, interconectando ambos os anteriores, produz asserções plausíveis que colaboram com uma melhor compreensão dela(s).

¹⁷⁰ O que geralmente chamamos de coleção, desde a confecção do nosso projeto de pesquisa, e que o livro intitula de a “série” *O Professor de Matemática em Ação*, para nós nada mais é do que dois termos com um mesmo fim, possuidores de um mesmo significado. Sendo assim, mobilizaremos ambos de forma livre durante a nossa descrição.

¹⁷¹ Claudemir Murari é licenciado em Matemática pela Unesp de Rio Claro, mestre em Matemática pela USP de São Carlos, doutor e livre-docente em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro. Seu doutorado foi orientado pelo professor Geraldo Perez e coorientado pelo professor Ruy Madsen Barbosa, coautor deste terceiro volume. Ele atuou como docente do departamento de Matemática e do Programa de pós-graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro.

¹⁷² Ruy Madsen Barbosa se formou em bacharelado e licenciatura em Matemática pela Universidade Católica de Campinas (UCC), fez Doutorado em Probabilidade na UCC e Livre Docência na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Araraquara. Foi membro fundador do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) e do Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CRAEM), grupos que foram polos irradiadores do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. Durante este movimento, ele contribuiu com a inserção do conteúdo de Matrizes no Ensino Médio brasileiro e também atou, em duas gestões, como presidente da regional paulista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem-SP).

Neste fazer metodológico, o texto é parte de um conjunto de notas que subsidiam a composição da Análise Formal ou Discursiva dos cinco volumes da série, sob o apoio metodológico da HP. Neste texto apresentamos uma Análise Descritiva¹⁷³ do terceiro volume que visa observar atentamente a sua materialidade, evidenciar sua estrutura, problematizar algumas de suas características que serviram para produzir um material analítico que respaldou, a seu turno, a produção de uma Análise Interna da série de livros, reverberando, por sua vez, em (Re)Interpretações plausíveis dessa série.

Análise Descritiva do Terceiro Volume

Figura 13: Capa do Terceiro Volume da Série.



Fonte: Site da Autêntica Editora, disponível em <https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/63>.

Iniciamos esta análise utilizando a versão *online* do terceiro volume, sendo que compramos esta versão durante o período de elaboração do projeto de pesquisa. Com o surgimento da pandemia de Covid-19 no Brasil e no mundo, levando as atividades presenciais da universidade a uma paralisação, precisamos desta versão para elaborar o primeiro texto analítico internos dos volumes 3 e 5 das obras em estudo, até que os livros físicos chegassem. Depois de tê-los em mãos, tomamos o cuidado de adicionar as considerações necessárias sobre a versão física, mas observando esse acontecimento como uma oportunidade, vamos aqui também apontar algumas percepções que diferenciam as duas versões.

Este volume possui 174 páginas e 155 x 225 milímetros – medida padrão dos livros da série. A capa é azul e sua cor é bastante chamativa, como nos demais exemplares, o que pode remeter ao uso do colorido e do belo, característica apreciada pelos autores que trabalham com as metodologias ativas no ensino da Matemática. Essa característica, para Fiorentini

¹⁷³ A escolha por esta análise se deu devido a nossa intenção e necessidade de imprimir ao texto o que chamamos de *tom* da obra analisada. Esse *tom*, segundo entendemos, só é possível de ser comunicado com a ajuda de uma descrição aliada ao uso de citações diretas pertencentes ao livro e que demonstram, juntos, o relacionamento que se estabelece entre autor e leitor. O texto é analítico, pois entremeado nas descrições e citações, há notas analíticas que o problematizam e discutem.

(1995), se vincula a uma das perspectivas de ensino denominadas por ele empírico-ativista ou construtivista¹⁷⁴. A contracapa, de mesma cor, apresenta pequena sinopse da obra que evidência a participação de seus autores, afirmando que eles são “reconhecidos no meio educacional por suas contribuições em vários trabalhos, alguns deles em conjunto – seja de pesquisa, seja de orientação –, e reúnem-se nesta obra sobre o amplo tema **Belas Formas**” (Murari; Barbosa, 2012, contracapa, **negritos do autor**) evidenciando a experiência de ambos. A sinopse também elogia de modo impactante os autores ao dizer que “Os autores analisam, de maneira detalhada, atraente e acessível, a beleza intrínseca nos subtemas **Caleidoscópios**, **Caleidosciclos** e **Caleidostrótons**”. Mais uma vez, dando lastro ao entendimento e a uma vinculação com as teorias empírico-ativistas ou construtivistas, ao evidenciar a beleza que permeia os instrumentos pedagógicos tratados na obra. Em seguida é enfatizado que o livro é o único que aborda esse assunto no Brasil e possivelmente no mundo, objetivando trabalhar com o que é referenciado pelo texto como “notáveis recursos” que funcionam na forma de “motivadores” e “auxiliares no ensino e na aprendizagem da geometria plana e espacial”. Apesar de a sinopse ser bastante breve, ela é vista como bastante impactante, cheia de elogios e faz promessas, talvez, muito difíceis de serem cumpridas, isso se considerarmos que algumas discussões presentes na obra não são fáceis e nem mesmo muito atraentes de serem realizadas com os alunos, a não ser pelo fato de construir figuras e

¹⁷⁴ De acordo com Fiorentini (1995), as ideias atreladas à Tendência Empírico-Ativista, que é base de uma metodologia ativa, portanto, oposta à visão Formalista Clássica, faz que esta tendência tenha o papel de facilitar e orientar o processo de ensino e aprendizagem; o aluno se torna o centro deste processo, que inclusive parte de uma ponderação acerca do desenvolvimento psico-biológico dos alunos; as atividades são desenvolvidas, geralmente, em grupos pequenos, por meio de rico material didático e em ambiente estimulante; na Tendência Empírico-Ativista é possível verificar que no uso de jogos e experimentos, além do contato visual, há o contato tátil e da manipulação. O pressuposto em questão, é conhecido do meio acadêmico e dos educadores por meio do jargão “aprender fazendo” e nele a aprendizagem é vista como passível de ocorrer por generalizações ou abstrações baseadas na intuição e na indução. Os métodos de ensino da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas são aqueles que dão margem para o trabalho desta Tendência satisfazendo estes pressupostos. O fato de enfatizar a utilização dos sentidos no processo de ensino e aprendizagem, no entanto, afastam a ideia Empírico-Ativista da Tendência Construtivista, que ao nosso ver é bastante próxima das atividades realizadas por pesquisadores que defendem a Matemática Recreativa. A tendência construtivista, por sua vez, substituiu a prática mecânica, mnemônica e associacionista por uma prática que objetiva, por meio do uso de materiais concretos, construir estruturas do pensamento lógico-matemático e/ou à construção de conceitos. Aqui é pressuposto que o pensamento não possua fronteiras, ocorrendo por construção, desconstrução e reconstrução de maneira sistemática e cíclica; as estruturas do pensamento não são impostas ao aluno e também não são percebidas como inatas, mas como resultado de uma construção interna que ocorre em longas etapas de reflexão e de interação do aluno com o mundo, seus pares e com seus interlocutores; há uma negação de que o conhecimento possa advir das experiências e dos sentidos, mas por meio de uma interação/reflexiva do homem com o meio e/ou com atividades, sendo, portanto, diversa da percepção Empírico-Ativista; a construção humana é vista como construída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis, priorizando mais o processo que o produto do conhecimento; os conteúdos são úteis, mas não indispensáveis para o aprendizado e para o desenvolvimento do pensamento, de modo que o erro é visto como positivo e de grande valor pedagógico. Para o construtivista, o conhecimento é ativamente construído pelo sujeito e não passivamente recebido do ambiente e o conhecimento é um processo adaptativo que organiza o mundo experiencial do aluno que não é um mundo preexistente e independente da sua mente (Fiorentini, 1995).

tirar delas algumas relações mais simples. Cabe ressaltar que no livro há momentos de discussões bastante elaborados e difíceis de serem acompanhados até mesmo por licenciados em Matemática, como é o nosso caso.

O *Sumário* mostra que o volume possui uma *Apresentação*, três partes subdivididas em uma quantidade específica, porém assimétrica, de capítulos; sendo seis deles localizados na primeira parte, três na segunda e quatro na terceira, totalizando treze capítulos. Todas as partes do livro recebem um título específico e terminada a apresentação dos capítulos temos, ao final, a indicação das *Referências*. Apontamos que as páginas deste livro são divididas de modo não equivalente, sendo que o professor Claudemir Murari foi quem obteve o maior espaço de todo o livro, aproximadamente 80%, logo, há mais discussões reservadas para os caleidoscópios do que para os caleidostrótons, por exemplo. Vale pontuar, que o professor Ruy foi coorientador de doutorado do professor Claudemir, em um trabalho voltado a mobilização dos Caleidoscópios no ensino de geometria na escola básica, mais precisamente no Ensino Fundamental II (sétima e oitava séries) e que o professor Claudemir orientou várias pesquisas, no decorrer de sua carreira, que envolveram os Caleidoscópios. O professor Murari enfatiza que “No Brasil, o Prof. Ruy Madsen Barbosa é um dos pesquisadores que se destacaram no estudo de espelhos e caleidoscópios” (Murari; Barbosa, p. 70).

A *Apresentação* foi redigida pelo professor Ubiratan D’Ambrósio e nela existem elogios aos autores adjetivando-os de “prestigiosos especialistas” e ressalta a sua criatividade, considerando Ruy um “velho amigo de algumas décadas” (D’Ambrósio, 2012, p. 7), ressaltando o longo período de amizade entre eles e o classificando como um pesquisador reconhecido. Ele também deixa clara sua consideração por Claudemir Murari, ao classificá-lo como um “discípulo [de Ruy], que, mais jovem, é igualmente reconhecido” (D’Ambrósio, 2012, p. 7, colchetes nossos). Em uma escrita nostálgica do autor da *Apresentação*, ele relembra conversas que teve com o professor Ruy ao longo dos seus vários anos de amizade e aponta

[...] a convicção de que a esperança de uma melhoria efetiva da educação dependia de uma boa formação matemática dos jovens que ingressavam na carreira de professor. Continuamos com essa convicção, e este livro é uma resposta a isso, pois atingirá, sem dúvida, professores em formação (D’Ambrósio, 2012, p. 7).

Sublinhamos que existe uma crença na boa formação matemática dos professores como uma das maneiras de alcançar a melhoria na qualidade da educação. Mesmo não questionando que um ensino de matemática mais bem elaborado contribui com a qualidade do

professor em formação, não podemos esquecer da necessidade de uma maior ênfase e qualidade nas discussões das teorias pedagógicas que o orientam. Não parece haver, nesta citação, uma recordação da importância das qualidades pedagógicas na formação do professor, algo que talvez derive da formação de ambos, mesmo que sejam reconhecidos educadores matemáticos do nosso tempo.

Após esses apontamentos, o autor faz uma explicação do que vem a ser os caleidoscópios, ou calidoscópios, e após a descrição dos mesmos, acaba os caracterizando como “brinquedos com características artísticas /.../ [com] um enorme potencial educativo” (D’Ambrósio, 2012, p. 7, colchete nosso) que potencializam o ensino de tópicos que ele considera sofisticados da Geometria Elementar como é o caso do ensino da simetria: a mais fundamental noção da Geometria. Cabe enfatizar aqui a percepção do professor D’Ambrósio que percebe que os autores colocam o uso do caleidoscópio como o de “[...] um grande auxiliar para a Educação Matemática” (D’Ambrósio, 2012, p. 7). Essa visão traz marcas das concepções empírico-ativistas e construtivistas de ensino.

Em seguida, o autor da *Apresentação* comenta um pouco da história do desenvolvimento desse objeto que data da publicação de um livro no ano de 1816 pelo Sir David Brewster (1781-1868), membro da *Royal Society* inglesa, e sobre como ele chegou às primeiras ideias acerca do desenvolvimento desse objeto nos arredores de 1814. Ainda de acordo com D’Ambrósio, os autores “fazem um estudo detalhado da matemática reconhecida na elaboração das belas formas que caracterizam esses instrumentos” (D’Ambrósio, 2012, p. 8), explorando, com isso, o fascínio que esses geram nas pessoas que entram em contato com eles, despertando a curiosidade a respeito de temas como a Geometria das Transformações – que para D’Ambrósio é um dos temas mais importantes do estudo da Geometria.

Para Ubiratan a linguagem do livro é fácil e atraente, sem prejudicar a precisão e o rigor de um texto que se volta a discutir matemática. Interessante apontar, no entanto, que quando o autor da *Apresentação* salienta a linguagem atraente, porém enfatiza a permanência do rigor e da precisão, vemos uma percepção bastante Matemática, que o próprio Ruy, em entrevista para Oliveira (1997)¹⁷⁵, admite não ser mais uma de suas preocupações. Ele diz ao seu entrevistador que suas primeiras experiências possuíam algumas limitações e atitudes que depois ele conseguiu superar ao longo de sua carreira, esclarecendo que em princípio tinha um

¹⁷⁵ As informações desse parágrafo foram retiradas da íntegra dessa entrevista que tivemos acesso, mas que não foi publicada juntamente com o relatório final de mestrado do autor.

foco muito grande no rigor e na precisão da matemática e que depois ele acabou conseguindo substituir esse foco por uma maior ênfase na descoberta.

Eu chego a pensar hoje que o trabalho desenvolvido naquela época deveria ser melhorado, porque eu fiz várias reformulações. Eu diria que eu era muito mais exigente do que sou agora. Eu dava muita ênfase na precisão e no rigor e hoje eu daria mais ênfase a outro aspecto, o da descoberta (Oliveira, 1997, p. 43).

Ainda nesta entrevista, para o autor não é necessário esse foco na precisão nem no rigor, pois o professor durante o “caminhar” da disciplina e das atividades propostas vai tendo a possibilidade de lapidar os conceitos e as definições que os alunos vão criando ao longo das atividades, de modo a chegar no que chama de uma “frase perfeita”, ou seja, uma frase tão precisa e rigorosa quanto for necessária. Nesse sentido, entendemos que o professor compreende a formação desses conceitos de uma maneira bastante colaborativa e que pode ser aperfeiçoada aos poucos, sem que o foco fique voltado à proposição de um conceito pronto e acabado em sua forma final.

Ubiratan, ainda na *Apresentação*, aponta que o livro possui divisões relativas a qual autor escreveu determinado capítulo e, por conseguinte, cada uma de suas partes, mas esta divisão, segundo ele, aparentemente não interfere na unidade do texto e na fluidez de sua leitura. Um ponto interessante é que o autor da *Apresentação* chama atenção para as referenciais existentes no livro que a seu ver são um convite ao aprofundamento teórico que os autores fazem aos leitores da obra:

No Capítulo 1, o autor trata dos elementos básicos das transformações geométricas que se reconhecem ao analisar o que se passa quando um ente geométrico é colocado frente a um espelho. Discute simetrias, translações, rotações, reflexões e orientação como relacionadas à atribuição de um sentido ao ente geométrico. Esses são os conceitos básicos sobre o qual repousa o estudo da Geometria das Transformações. Passa em seguida ao estudo de espelhos simples e de dois espelhos articulados, usando os conceitos apresentados no primeiro capítulo. Em seguida, estuda as pavimentações do plano, os caleidoscópios planos e os caleidoscópios generalizados. Para isso, apresenta as noções básicas da Geometria Esférica e das tesselações esféricas. São temas de grande riqueza geométrica, mas raramente tratados nos cursos dos ensinos fundamental e médio, e mesmo no ensino superior. Só essa Primeira Parte constituiria um excelente texto de Geometria ([As informações desse parágrafo foram retiradas da íntegra dessa entrevista que tivemos acesso, mas que não foi publicada juntamente com o relatório final de mestrado do autor (D’Ambrósio, 2012, p. 9).

Aqui cabe enfatizar que aparentemente a apresentação do livro foi escrita após uma leitura cautelosa da obra, como já é de se esperar, visando tecer comentários atentos acerca do

conjunto da mesma e de suas potencialidades, fazendo *links* com o que é comumente ensinado nas escolas e universidades brasileiras e ressaltando, para isso, os conteúdos trabalhados pelo autor dos capítulos relativos à primeira parte, no caso Claudemir Murari. D'Ambrósio (2012, p. 9) termina suas considerações afirmando:

Este é um livro escrito com elegância, matematicamente preciso, com excelentes ilustrações e que trata de temas pouco comuns nos ensinamentos fundamental, médio e mesmo superior, mas de grande beleza e enorme potencial pedagógico. Sem dúvida, tem-se aqui uma importante contribuição à literatura científica brasileira.

Na sequência, os autores trazem as partes e capítulos do livro. Relembramos que o livro é subdividido em três partes e treze capítulos no total. Apontamos ainda que as duas primeiras partes foram escritas por Claudemir Murari e a terceira foi escrita pelo professor Ruy Madsen Barbosa.

As páginas de “rosto” de cada parte do livro possuem informações específicas como: a escrita de qual parte se trata, seu título, o nome do autor que a escreveu, uma pequena nota que resume as discussões e uma pequena introdução que apresenta o título de cada capítulo pertencente a ela. Na folha que apresenta a primeira parte encontramos a indicação sobre ser a primeira parte e o título *Caleidoscópios*, em letras grandes, seguida pelo nome do seu autor Claudemir Murari. O quadro cinza que brevemente resume esta parte informa que “Na primeira parte trataremos dos ESPELHOS e CALEIDOSCÓPIOS, que se constituem em recursos didáticos muito interessantes para o ensino e aprendizagem de vários conceitos de geometria” (Murari; Barbosa, 2012, p. 11) e em seguida temos uma pequena apreciação do capítulo que basicamente conta que os caleidoscópios são instrumentos constituídos por espelhos, de dois a quatro, que auxiliam no estudo de vários conceitos, como: “polígonos, poliedros, pavimentações, simetrias e transformações geométricas, entre outros temas” (Murari; Barbosa, 2012, p. 11). Ainda nessa apreciação encontramos quatro imagens e a apresentação dos títulos de cada um dos seis capítulos que compõem sua estrutura básica.

Na folha que apresenta a segunda parte encontramos os escritos que informam de qual parte se trata, seu título, seguido pelo nome do autor desta parte, Claudemir Murari. Em seguida temos um quadro com um breve resumo da parte que diz que “A segunda parte será dedicada aos caleidosciclos, instrumentos educacionais constituídos de, no mínimo, seis tetraedros que, apesar de se assemelharem-se a brinquedos, ensejam várias possibilidades, de estudo de conceitos geométricos importantes” (Murari; Barbosa, 2012, p. 117). Em seguida,

fazem uma apreciação final que comunica que os caleidosciclos são interessantes recursos pedagógicos, apresentam quatro imagens e os títulos de cada um dos três capítulos.

Na apresentação da terceira parte temos os escritos que a identificam, seu título e o nome do autor, Ruy Madsen Barbosa. Em seguida vem o quadro cinza que apresenta o resumo da parte dizendo “Nesta terceira e última parte focalizaremos o caleidostróton; um material pedagógico muito bom para uso desde a pré-escola até o ensino médio” (Barbosa, 2012, p. 139). Essa afirmação precede uma pequena apreciação acerca desta parte, abordando a constituição destes objetos e a sua introdução pelo professor Barbosa e Silva, lançados pela Lógica Brinquedos Educativos de São José do Rio Preto/SP. Trazem duas imagens e a apresentação dos títulos dos seus quatro capítulos.

Destacamos que cada uma das partes trata de um instrumento (material pedagógico) específico partindo daquele que é mais conhecido, o caleidoscópio, indo em direção ao menos conhecido, o caleidostróton, e se estrutura em capítulos que discutem esses instrumentos em níveis cada vez mais profundos. Além disso, salientam as maneiras de construção dos mesmos e a suas potencialidades em termos de discussões matemáticas que partem, como dito, dos níveis mais básicos e que avançam e se elaboram cada vez mais com o passar da leitura de forma gradativa.

Assim, nos primeiros capítulos da primeira parte, são trabalhados os espelhos, o conceito de simetria e outros conceitos importantes antes de prosseguir com maior segurança e passar à discussão acerca dos caleidoscópios propriamente ditos. O autor inicia pela história e construção e termina tratando dos caleidoscópios generalizados, logo após fazer uma discussão acerca dos caleidoscópios planos. Cabe ressaltar que essa forma de entregar o conteúdo a que se propõe pode também ser percebida ao longo das outras duas partes do livro, sempre partindo de discussões mais básicas e elaborando as mesmas conforme a continuidade da leitura – o que também foi observado pelo professor Ubiratan D’Ambrósio na apresentação. Nesse sentido percebemos um encadeamento das discussões e das ideias, pertinente e coerente, além de claramente gradual em termos de profundidade e dificuldade.

Acerca das demais partes, temos que a segunda parte, que também é escrita pelo professor Claudemir Murari, trata dos Caleidosciclos e inicia, como esperado, por uma discussão que ensina acerca da sua origem e argumenta em favor do seu uso no ensino. Na sequência, o autor passa para a discussão sobre a construção do instrumento explicando nuances dos caleidosciclos fechados ou aberto constituídos por um determinado número de tetraedros. São realizados apontamentos sobre ornamentos e por fim, no terceiro capítulo, que encerra a segunda parte, é explanado sobre a quantidade de tipos de caleidosciclos.

A terceira, e última, parte é a única que foi escrita pelo professor Ruy Madsen e ela trabalha com os caleidóstrótons, peça mais desconhecida entre as três retratadas no livro, e logo de início é explicado o que são elas, sua construção e nesse processo são trabalhados mosaicos, padrões de políminós com peças de caleidóstrótons, discussão que se encerra no quarto capítulo que discute sobre padrões de simetrias em faixas.

No fluxo da leitura do livro, encontramos nos capítulos a citação de vários trabalhos que são oriundos de artigos escritos pelos próprios autores, sendo que alguns merecem ser destacados, pois alguns destes trabalhos publicados por eles, ressaltam a inserção deles e as suas colaborações para o campo no qual os tópicos aqui abordados pertencem. Alguns exemplos destes trabalhos que gostaríamos de evidenciar são as obras “Barbosa e Murari (1996)” (Murari; Barbosa, 2012, p. 97) que trata da pavimentação ornamental que eles descobriram e que é trabalhada neste texto, a obra “Murari (1995, p.11-15)” (p.74) que propõe o uso do caleidoscópio educacional modificado que, inclusive, foi proposto por eles neste artigo e o texto “Murari (1999)” (p. 87) que apresenta um novo modo para a obtenção de bases quando tratando de bases geradoras e bases transformadas. A nosso ver, esses apontamentos são exemplos “vivos” de alguns dos trabalhos dos autores que são mobilizados no corpo do texto, principal para que de certa forma, além de respaldar o texto com dados “sérios” vindos de investigações científicas, também demonstrem a inserção deles nas discussões em curso com relação à Matemática Recreativa. Além disso, nossos autores são colaboradores das discussões que essa temática se propõe a fazer, deixando claro que não se limitam a discussões superficiais, mas se colocam diante de discussões profundas acerca dela que também são objeto de suas pesquisas e interesses de maneira que eles, inclusive, atuam nela com publicações que colaboram com a sua inovação e o seu crescimento.

A escrita é agradável para a leitura e de uma certa maneira informal, talvez ele seja até um pouco mais formal do que encontramos nos demais volumes. Na versão *online*, devido sua escrita das fórmulas serem em letras muito maiores do que as demais letras que compõem o texto principal do livro, temos momentos em que o uso de muitas expressões matemáticas acaba fazendo com que o leitor necessariamente precise redobrar a sua atenção para evitar se perder. Vale lembrar, entretanto, que na versão física desse livro, esse problema não acontece e a leitura do livro é muito mais agradável, inclusive as figuras assumem uma proporção bonita e bastante estética. Um outro fator negativo que encontramos durante a leitura do livro está ligado a alguns problemas como o de uma fórmula presente nele que pode ser exemplificado pela sua expressão na página 41 com a seguinte notação $n \frac{(360 \ r)}{\hat{x}} n'$ quando a

fórmula que o autor mobiliza é $n = \frac{(360 - r)}{\hat{x}} + n'$. Um outro problema que identificamos em vários pontos do livro, que ocorre exclusivamente na sua versão online, é quando se busca representar um ângulo da seguinte forma $\hat{x}$ ou $\hat{y}$ – a notação em questão busca representar o ângulo com a letra minúscula escrita sob um acento circunflexo. Segundo visualizamos, em vários pontos do livro, o texto acaba por fazer essa representação de ângulo com o acento circunflexo colocado ao lado da letra em questão. Isso, por exemplo, é o que acontece na equação $2\hat{y} = 2\hat{z} = \hat{x}$ que na página 44 do livro (versão online) fica: $2y^{\wedge} = 2z^{\wedge} = x^{\wedge}$.

Percebemos durante a leitura do livro momentos de interação entre os autores e os seus leitores que tratam dos estudos realizados por eles e que são oferecidos aos leitores tecendo comentários acerca de algumas das relações que eles percebem com os tópicos ensinados nas escolas, dividindo suas experiências com relação a estas atividades:

Seria interessante preencher uma tabela semelhante a essa com os alunos. Ela poderá ser elaborada de duas maneiras: para ser totalmente completada pelos alunos ou faltando alguns elementos, para que eles busquem a resposta para os dados faltantes (Murari; Barbosa, 2012, p. 48).

O uso de apenas um espelho permite situações de aprendizagem interessantes, oportunizando circunstâncias adequadas e favoráveis para que o ensino se desenvolva de uma maneira informal, promovendo e aguçando a visualização do espaço. /.../ As atividades se desenvolvem através de situações, em que se devem explorar todas as possibilidades de colocação do espelho para articulação das ideias desejadas” (Murari; Barbosa, 2012, p. 28).

E um último exemplo é quando os autores mencionam a sua própria experiência e oferecem sugestões que contribuem com o sucesso das práticas de seus leitores:

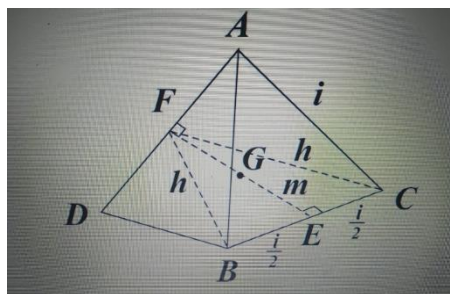
O espelho simples, como o próprio nome exprime, pode ser um pedaço qualquer de espelho, geralmente retangular. Pelas nossas experiências, recomendamos um espelho com 9 cm de largura por 15 cm de comprimento. Sugerimos que no reverso desse pedaço de espelho seja colado um papelão ou material emborrachado, para diminuir a fragilidade do vidro que sustenta a parte espelhada e, também, para a proteção do usuário no manuseio do espelho (Murari; Barbosa, 2012, p. 28).

Queremos evidenciar, aqui, que essas interações confirmam uma aproximação autor-leitor produzindo uma cumplicidade entre eles. Assim, estabelece-se uma relação de confiança que é reforçada pelas dicas, sugestões, que objetivam o sucesso das atividades e que partem das experiências dos autores.

Percebemos que algumas implicações relacionadas aos cálculos executados pelos autores são feitas de forma muito aligeirada o que dificulta o entendimento. Nesse sentido,

um exemplo é a discussão presente no item A.1. *Caleidosciclos Regulares*, do terceiro capítulo, quando, baseado na figura 22 do livro, apresenta-se o seguinte cálculo: $h^2 = \left(\frac{i}{2}\right)^2 + m^2 = i^2 - \left(\frac{i}{2}\right)^2$ ou $i = m\sqrt{2}$, sendo i o lado dos triângulos e h a altura (Murari; Barbosa, 2012, p.133).

Figura 14: Imagem ilustrativa usada para o cálculo citado



Fonte: Imagem retirada de Murari e Barbosa (2012, p. 133).

Observando a expressão e a imagem acima temos que as relações que mobilizam o Teorema de Pitágoras não são explicadas de forma facilitada como que a expressão $h^2 = \left(\frac{i}{2}\right)^2 + m^2$ que está relacionada com a aplicação do Teorema de Pitágoras sobre o triângulo formado por CFE, sendo equivalente à expressão $h^2 = i^2 - \left(\frac{i}{2}\right)^2$ que advém da equação $i^2 = h^2 + \left(\frac{i}{2}\right)^2$ relacionada diretamente ao uso do Teorema de Pitágoras no triângulo AFC, além da passagem direta para $i = m\sqrt{2}$.

Quando analisando o Capítulo 4 do livro, mais especificamente o item D – *Pavimentação Uniforme (Regular)*, percebemos a mudança de assunto de Pavimentação com objetos regulares de maneira uniforme para Pavimentação com objetos irregulares de maneira uniforme, algo que acontece de certa forma subitamente. Ao nosso ver a frase que marca essa alteração de assunto é a que diz “*Outra questão sugerida é: Quais triângulos ou quadriláteros irão pavimentar o plano?*” (Murari; Barbosa, 2012, p. 63, *itálicos do autor*). Como não foram abordados polígonos irregulares é difícil perceber a mudança de assunto, pois a definição dada tratava de polígonos convexos congruentes, como aqueles que são regulares, mas na figura 11 encontramos exemplos de polígonos côncavos e a figura-vértice que não é um polígono regular.

Nas páginas 71 e 72, mais precisamente no capítulo 5 intitulado *Caleidoscópios Planos* no item B que possui o mesmo título, encontramos a apresentação de alguns cálculos relativos aos ângulos que devem possuir os três espelhos que constituem esse instrumento.

Nesses cálculos temos a expressão $\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} = 1$, supondo $n_1 \leq n_2 \leq n_3$, com $n_1 \geq 2$ (pois se $n_1 = 1$, o triângulo em questão teria a soma de seus lados maiores do que 180° , ou seja, $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} > 180^\circ$).

Seguindo estas considerações, temos os seguintes cálculos que partem de suas considerações e que realizamos em seguida com o acréscimo de alguns pormenores:

Assim, $\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \geq 1 \Rightarrow \frac{3}{n_1} \geq 1 \Rightarrow n_1 \leq 3$ daí o autor tira que se $n_1 \geq 2$ e $n_1 \leq 3$ então $n_1 = 2$ ou $n_1 = 3$.

No caso de $n_1 = 2$ e levando em consideração a condição de $n_2 \leq n_3$, acontece o seguinte: $\frac{1}{2} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_2} \geq 1 \Rightarrow \frac{2}{n_2} \geq 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{n_2} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 \leq 4$, chegando a obtenção de $n_2 = 3$ ou $n_2 = 4$, pois caso $n_2 = 2$ teríamos a seguinte situação $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{n_3} = 1$, com $n_3 \in \mathbb{N}$ (impossível).

Para efeitos da discussões que nos propomos aqui, não é necessário continuar com a apresentação dos demais cálculos realizados pelo autor, mas apenas sublinhar que nos cálculos ou considerações anteriores o autor não informa que esses n_i com i variando entre 1 e 3, tinham que ser números naturais, ou números inteiros positivos, pois mesmo que essas conclusões não sejam difíceis de serem percebidas com uma certa reflexão, devido a necessidade futura de este n ser dividido por 180° para encontrar o valor de um ângulo entre os espelhos do caleidoscópio ($\hat{a}$, $\hat{b}$ ou $\hat{c}$) e sabendo-se, com isso, que não existe nesse caso específico um número negativo que represente esses ângulos ou ainda que a divisão por zero vai gerar uma indeterminação impossibilitando a formação de um ângulo entre esses espelhos.

Para ser mais detalhista, mais adiante no livro, estas condições são apresentadas em cálculos futuros de mesmo teor, mais especificamente nas páginas 91 quanto é feito o estudo do Caleidoscópio de quatro espelhos e na página 103 por duas vezes seguidas quando é feito o estudo do Caleidoscópio generalizado e nesses casos o autor especifica a necessidade de n_i ser um número inteiro positivo, no primeiro caso (página 91), e ser inteiro, no segundo e terceiro casos (página 103), mesmo que nestes últimos não mencione a necessidade deste valor ser um número diferente de zero e, portanto, positivo, o que é bem melhor do que acontece com o caso aqui descrito. Mas essa discussão é posterior à discussão da qual tratamos. Feita esta discussão, pensamos que neste cálculo faltou o esclarecimento de algumas condições com relação a variável n_i , necessariamente ser um número natural ou inteiro positivo, pois pode haver dúvidas tanto dos leitores do livro quanto dos seus estudantes com relação aos motivos que levam a essa necessidade. Sendo assim, seria preciso que os leitores do livro

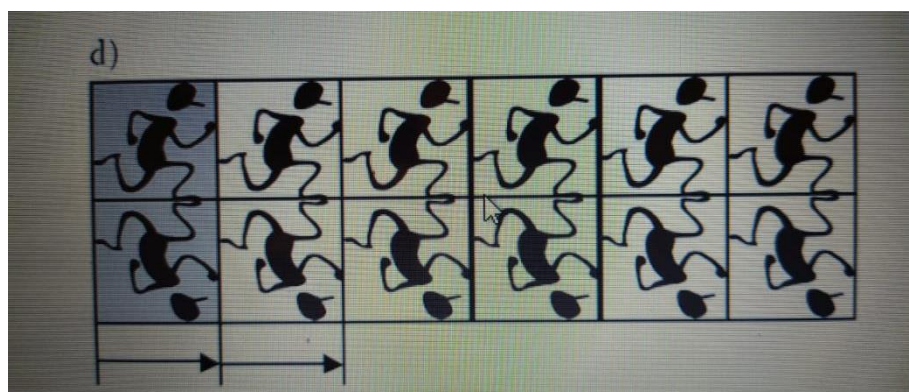
respondessem à essa dúvida da seguinte forma: no caso $n_2 = 2$ teríamos a seguinte situação $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{n_3} = 1 \Rightarrow \frac{1}{n_3} = 0$, (que leva a uma indeterminação), mas como é condição do cálculo que $n_3 \in \mathbb{N}$ (o que é impossível com $n_2 = 2$), temos que ou $n_2 = 3$ ou $n_2 = 4$, pois caso seu valor seja dois não teríamos uma solução aceitável.

Há também um erro quando o autor diz

A existência de translação e de reflexão com eixo horizontal paralelo ao vetor da translação também nos conduz à existência de **translação refletida**; já que, após a translação, se fizermos a reflexão, a parte superior se sobrepõe à inferior e reciprocamente a inferior se dispõe exatamente em cima da superior. Portanto, existe translação refletida de vetor da componente translação igual ao vetor da translação da faixa (Murari; Barbosa, 2012, p.168, grifos nossos e **negrito do autor**).

Quando falando a respeito da seguinte faixa:

Figura 15: Imagem da faixa mencionada na citação anterior



Fonte: Imagem retirada de Murari e Barbosa (2012, p. 167).

Pensamos que ao invés de querer dizer que “a parte superior se sobrepõe à inferior e reciprocamente a inferior se dispõe exatamente em cima da superior”, entendemos que o autor queria na verdade dizer que a parte inferior se dispõe exatamente abaixo, ou embaixo, da superior, algo que faz mais sentido.

O livro possui três notas de fim na versão *online* que são notas de rodapé na versão impressa. O teor delas, em ambas as versões, são o mesmo e as nossas análises apontam que das três apenas uma possui um caráter complementar, buscando trazer informações novas para o leitor, que vão além do que o autor diz no texto, esta é a nota de número dois que amplia os conhecimentos do leitor a respeito do que é equivalência. A nota de número três explica o motivo que levou o autor a pintar de cinza o fundo dos quadradinhos usados na figura, ou seja, ajudar nas explicações sobre as faixas e a primeira nota, curiosamente um erro que também ocorre na versão *online* do quinto volume –, é uma explicação sobre em que posição,

no próprio texto principal, o leitor pode encontrar maiores informações a respeito da definição de base de um caleidoscópio. Ressaltamos que nas versões impressas de ambos os volumes, a nota 1 está corretamente redigida, sem o erro presente na versão online “11”.

As imagens presentes no livro, e por imagens estamos nos referindo a todo e qualquer recurso visual que mobilize fotos ou desenhos de qualquer natureza, são todas muito bem colocadas, sempre sendo chamadas a participar da leitura pelo texto principal. Nesse sentido, cabe citar uma diferença entre as imagens que são mobilizadas pelo professor Murari e aquelas utilizadas pelo professor Barbosa. Segundo percebemos, no primeiro caso, escrito pelo professor Murari que redigiu as duas primeiras partes do livro, ele mobilizou como recurso de escrita dar nome as figuras – Figura 1, Figura 2, Figura 3..., sendo que em todo capítulo ele reinicia a contagem das figuras que voltam a se chamar Figura 1, Figura 2, Figura 3... – enquanto o autor da terceira parte não utiliza nenhuma nomenclatura específica para suas imagens, a não ser em momentos que utiliza mais de uma imagem em um mesmo conjunto de figuras que são mobilizados por uma mesma explicação, que neste caso ficam denominadas 1, 2, 3 e 4, por exemplo, mas mesmo que não nomeie cada uma delas, estas não deixam de ser citadas ou convocadas a participar da leitura, pelo autor, no corpo do texto. Com ou sem o uso das nomenclaturas, percebemos o uso sistemático das imagens e este uso é certamente muito organizado no corpo do texto principal que especificamente no caso das duas primeiras partes são chamadas a participar do texto, nominalmente, com frases do tipo “Lembrar que o lugar (a linha) em que foi colocado o espelho na FIG. 4 para formar a FIG. 5 é chamado de *Eixo de Simetria*” (Murari; Barbosa, 2012, p. 29, *itálico do autor*) ou ainda na frase “As pavimentações por triângulos equiláteros e quadrados na FIG. 4 são diferentes das pavimentações da FIG. 6, na qual os vértices dos triângulos e quadrados coincidem com os pontos médios dos lados dos outros quadrados e triângulos” (Murari; Barbosa, 2012, p. 62), mas também podemos verificar uma boa sistematização das figuras na terceira parte do livro que foi escrita pelo professor Ruy, claro que sem se utilizar de nomenclaturas específicas para as figuras, quando o autor se refere, por exemplos, da seguinte maneira: “Para melhor ilustrarmos, a figura ao lado exibe a aplicação de uma translação refletida. Notar que as três primeiras simetrias isoladas não conseguem levar a figurinha da lua até a lua inferior” (Murari; Barbosa, 2012, p. 165) ou quando diz “Observando esta faixa, verifica-se que um conjunto de duas peças é que se repete pela aplicação sucessiva de uma **translação**” (Murari; Barbosa, 2012, p. 166, **negrito do autor**). Veja que os textos evocam o olhar dos leitores para as figuras, clamando pela sua atenção, mesmo que os “expectadores” não as tenham notado ou decidido ignorá-las em um primeiro momento, mesmo assim elas são a nosso ver tão

fundamentais para a compreensão dele, graças a esta costura que os autores fazem, que não permite que os leitores deixem de apreciá-las mesmo que por um instante.

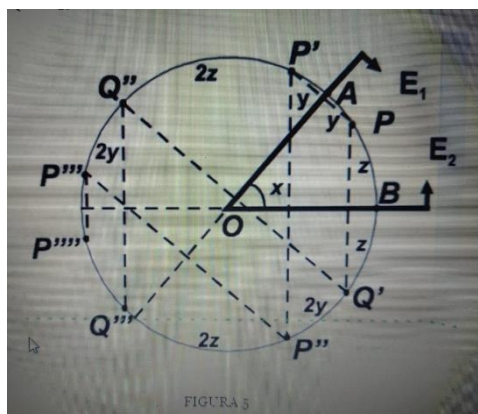
Claro que também precisamos apontar que existem momentos que as explicações do texto não dão conta, sozinhas, de serem claras o suficiente para que os leitores não precisem da ajuda de algum recurso visual, ou seja, de algum respaldo técnico oferecido pelas imagens mobilizadas pelos autores. Em alguns casos, para nós, foi difícil compreender as considerações do texto, em determinados momentos, sem que uma figura que represente todas as minúcias apresentadas nas explicações escritas. Um exemplo notável desta situação pode ser visto logo abaixo e claramente nos leva a perceber a necessidade do auxílio da imagem para a compreensão do que está escrito. Veja abaixo:

Temos, então:

- 1) O ponto P e todas as suas imagens produzidas pelos espelhos pertencem a essa circunferência, pois $OP = OP' = OQ'$ por simetria em relação a cada espelho. O mesmo vale para os outros pontos Q'' , Q''' , P'' , P''' , etc.
- 2) P' é a imagem de P em E_1 ; Q' é a imagem de P em E_2 e P'' é a imagem de P' em E_2 ; Q'' é a imagem de Q' em E_1 . Pela isometria reflexional temos: $P''Q' = P'P = 2y$. Analogamente, $Q''P' = Q'P = 2z$, continuando esse processo sucessivamente.
- 3) Considerando que as imagens são marcadas alternadamente a partir de P com medidas $2y$ e $2z$, podemos ver que só teremos coincidência de imagens se $2y + 2z = 2x$ dividir 360° . Na figura acima, os pontos P'''' e Q''' (imaginários) não coincidem. Nesse caso dizemos que esses pontos se localizam atrás dos espelhos (ou não estão nos campos visuais de E_1 e E_2) [...] (Murari; Barbosa, 2012, p. 42).

Essa citação surge, no texto, logo após a figura que apresentamos a seguir:

Figura 16: Imagem da figura anterior a citação acima no livro



Fonte: Imagem retirada de Murari e Barbosa (2012, p. 41).

Em vários itens dentro dos capítulos do livro, os autores deixam alguns exercícios que podem servir para fixar o conteúdo, treinar o aprendizado e até mesmo para avaliar a

aprendizagem desse conteúdo. Estes exercícios, no geral, surgem ao final de alguns subitens dos capítulos do livro, mas em alguns capítulos eles chegam a ser um item ou um subitem por si mesmo. Alguns destes exercícios tem um nível de dificuldade muito fácil como essas atividades:

Considere a FIG. 12 para responder às perguntas:

1) Se o ΔPQR fosse transladado conforme as situações abaixo, qual seria a mudança nas coordenadas dos pontos que definem essas diferentes translações?

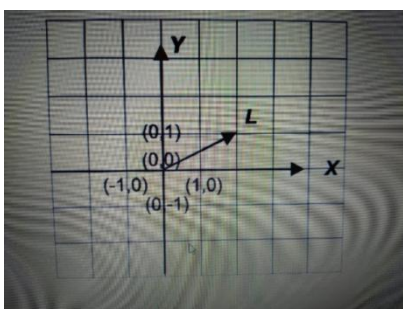
- a) 7 unidades para a direita na direção horizontal e duas unidades para cima, na direção vertical;
- b) 2 unidades para a direita na direção horizontal e uma unidade para baixo, na direção vertical;
- c) 3 unidades para baixo na direção vertical e quatro unidades para a esquerda, na direção horizontal;
- d) m (número real positivo) unidades para a direita, na direção horizontal, quais as coordenadas do $\Delta P'Q'R'$? (Murari; Barbosa, 2012, p. 19 e 20)

E outras já são um pouco mais difíceis de se executar e requerem um pensamento matemático mais elaborado, como:

4) Imaginar o vetor de translação $\overrightarrow{OL}$ de coordenadas $(x,y) = (2, 1)$, como na figura abaixo. Responder:

- a) Quais as coordenadas dos pontos P e Q transladados por $\overrightarrow{OL}$, onde $P = (0,1)$ e $Q = (2, -2)$?
- b) Encontrar o ponto (x, y) , que ao ser transladado por $\overrightarrow{OL}$ determina o ponto $(2, -1)$ (Murari; Barbosa, 2012, p. 20 e 21).

Figura 17: Ilustração relacionada com o exercício 4



Fonte: Imagem retirada de Murari e Barbosa (2012, p. 21).

Temos também atividades que exigem uma execução mais mecânica como os dois próximos exemplos de exercícios que dizem para “Construir mosaicos com as peças A, B e C” (Murari; Barbosa, 2012, p. 147) ou quando o autor pede para “Construir dois mosaicos de sua criatividade com a peça F” (Murari; Barbosa, 2012, p. 147).

Outros tipos de exercícios que merecem ser destacados são aqueles que pertencem a um conjunto de exercícios lançados pelos autores que possuem um viés mais reflexivos e que

recebem o nome de “Para Pensar”. Há cinco exercícios ao todo localizados em pequenos quadros na cor cinza e divididos em dois capítulos da primeira parte do livro: três destes exercícios estão no primeiro capítulo e são: “Será que por uma translação, um vetor de translação é transformado nele próprio?” (Murari; Barbosa, 2012, p. 21); “A combinação de duas reflexões obtidas através de eixos de reflexão paralelos resultará, necessariamente, em qual transformação do plano?” (Murari; Barbosa, 2012, p. 23), ou ainda “Se tivermos duas reflexões sucessivas de uma figura, realizando-se através de eixos concorrentes (isto é, que se cruzam), teremos invertida a orientação dessa figura?” (Murari; Barbosa, 2012, p. 24) e dois outros exercícios se dividem ao longo do terceiro capítulo e são: “Será que a distância entre dois espelhos paralelos altera o resultado das reflexões do objeto colocado entre os espelhos [sic]?” (Murari; Barbosa, 2012, p. 38) e, por último, “Será que os espelhos virtuais funcionam como espelhos, produzindo imagens do objeto que está sendo refletido pelos espelhos originais?” (Murari; Barbosa, 2012, p. 42).

Depois de apreciados os exercícios citados nos parágrafos anteriores, podemos afirmar que existem vários tipos de exercícios neste volume, que são de variados níveis de dificuldade e que servem tanto para fixar, testar e aprofundar o entendimento do leitor com respeito ao seu conteúdo, quanto para serem utilizados pelos seus leitores para fixar, testar e aprofundar os conhecimentos transmitidos aos seus alunos ou ainda servirem de molde para a confecção de mais exercícios de teor parecido. Cabe salientar que alguns poucos exercícios dados pelo autor possuem resposta, o que reforça uma ideia de serem voltados aos alunos dos seus leitores e outros poucos possuem dicas de resolução, mas a grande maioria não possui nem dicas nem respostas prontas, cabendo aos seus leitores refletirem sobre as discussões realizadas e criarem seus próprios gabaritos. Este fato foge um pouco do que percebemos nos volumes 1 e 2, por exemplo, em que encontramos uma grande maioria de exercícios com respostas.

Ao nos atentarmos para as *referências* encontradas no livro, basicamente o autor as divide em dois tipos: um primeiro tipo que eles chamam de *indicações bibliográficas* e que basicamente visam indicar a leitura de algumas obras com o intuito de contribuir com o aprofundamento teórico dos seus leitores – nestas indicações encontramos várias dissertações de mestrado da Unesp de Rio Claro e um total de seis trabalhos que possuem pelo menos um dos autores do livro como autor ou coautor da obra. Uma observação importante é que nenhum dos trabalhos indicados nesse tipo de referência, que separa as suas indicações por capítulo no item que remete a estas indicações, são trabalhos repetidos.

Já no segundo tipo de *referências*, trazem os trabalhos que de certa forma embasam a escrita dos nossos autores. Do total de trinta e duas *referências* presentes no livro, que neste caso também são subdivididas por capítulos, encontramos um total de 10 trabalhos que são de pelo menos um dos autores deste livro, sem nos esquecer de mencionar que alguns dos trabalhos presentes nessas *referências bibliográficas* são dissertações e teses defendidas na Unesp de Rio Claro, como por exemplo, a tese do professor Murari defendida em 1999.

De acordo com nossas observações, percebemos claramente que os autores possuem uma grande inserção nos estudos de interesse desta obra, isso baseado nos vários trabalhos publicados acerca do assunto e que compõem as referências que os citam. Cabe ressaltar que alguns dos trabalhos são artigos publicados em revistas científicas, outros são livros publicados por pelo menos um dos autores e existe até uma tese de doutorado de um dos autores do livro, sendo que não podemos deixar de mencionar o fato de alguns dos artigos referenciados serem artigos apresentados em congressos nacionais. Sendo assim, esse fato atesta a relevância que os autores possuem dentro do cenário dos assuntos abordados pelo livro, pois, existe uma ampla variedade de textos que servem de referência e que são publicados por pelos menos um deles, que extrapolam aqueles artigos menos relevantes que geralmente são publicados em anais de congressos científicos, ou seja, falamos daqueles publicados em revistas científicas nacionais e/ou internacionais.

Agora com relação a todas as demais leituras que embasam este livro, temos que encontramos nas referências bibliográficas do mesmo várias obras publicadas tanto no âmbito nacional como, também, no internacional – escritas tanto em língua inglesa quanto espanhola – entre essas referências, o que demonstra que nossos autores possuem um vasto cabedal de conhecimento a respeito dos tópicos que tratam no livro e do que vinha sendo discutido tanto no Brasil como no Mundo, sendo então possuidores de grande inserção nessa área de estudo, atuando inclusive como divulgadores da mesma no Brasil, como conseguimos perceber claramente pela discussão apresentada no parágrafo anterior.

Considerações finais

Respalado por vários trabalhos de cunho internacional – em inglês e espanhol – e também nacional, publicados entre artigos de revistas, dissertações e teses, e livros; o terceiro volume desta série certamente merece uma atenção especial, sobretudo quando dentre os livros que participam das suas referências bibliográficas estão vários trabalhos com que pelo menos um de nossos autores atuam como participantes sendo na posição de autores ou

coautores. Este fato, a nosso ver, aumenta a credibilidade da obra em termos de representar as principais discussões acadêmicas dos tópicos aos quais se coloca como um divulgador. Com a leitura da obra, também pudemos verificar, pelo que contam os autores, a presença de trabalhos deles que, além de originais, trazem contribuições importantes para as discussões caras a essa obra como a descoberta de uma pavimentação ornamental nova, a proposição do caleidoscópio educacional modificado e a apresentação de um novo método de obtenção de bases geradoras e transformadoras. Enfim, cabe-nos ressaltar que as referências, tanto na forma de indicação de leituras visando o aprofundamento quanto em seu uso no apoio das discussões da obra servem como um destaque da inserção dos autores nas discussões que versam, tanto no cenário brasileiro quanto internacional, acerca da temática do livro.

Com base nas discussões aventadas acima, temos que a obra é um livro “bem” escrito, que usa uma discussão de fácil acesso e uma ampla gama de imagens que tem a função de ajudar na sua compreensão. Estas figuras, como já dito antes, são o tempo todo chamadas a cena pelos autores para ajudar na visualização das explicações as quais o texto se propõe, se voltando a esclarecer algumas delas que ficam de certa forma obscurecidas quando se tenta a compreensão da mensagem unicamente pelo viés literário, mas não há figuras de todos os objetos/recursos citados.

De certa maneira, mesmo que a escrita seja agradável e não muito complicada, o texto é escrito em português formal e em alguns pontos da versão *online* apresenta dificuldades de compreensão dado existir momento em que o texto principal se mistura com as várias fórmulas e notações matemáticas relacionadas à cálculos mobilizados nele, como já foi dito antes, e que surgem em uma formatação desproporcional àquela do texto base. Nesse caso, essa versão do livro apresenta suas fórmulas e notações matemáticas com caracteres de tamanho muito exagerados que acabam dificultando a leitura do texto ao misturar, algumas vezes, as muitas fórmulas presentes nos cálculos utilizados na obra.

O livro possui um número pequeno de notas (de fim no caso da edição on-line e de rodapé do caso da edição impressa), ao todo três, que são usadas para três fins específicos: uma para complementar uma informação, outra para indicar a posição em que está uma determinada informação no próprio livro e uma terceira que expõe as razões que levam à pintura de um ou mais quadradinhos nas figuras iniciais das faixas.

Apesar de cuidadoso no uso das figuras de seu livro, o livro não toma o mesmo cuidado com a explicação dos cálculos nele presentes, havendo momentos em que informações relevantes que deviam pertencer às considerações e definições principais antes da apresentação dos cálculos são esquecidas de serem mencionadas dificultando a compreensão

– aqui estamos a nos referir especificamente do esquecimento de definir n_i , com i variando de 1 até 3, como sendo um número natural ou um número inteiro positivo na discussão já apontada no texto acima. Não podemos deixar de lembrar, aqui, dos momentos em que os cálculos são aligeirados e/ou esquecem-se de indicar qual é a sua procedência e de certa forma dificultam, por falta de maiores esclarecimento que claramente só podem ser fruto do encurtamento do seu tamanho e do seu detalhamento talvez por motivos editoriais, algo que algumas vezes é fundamental para compreensão e coerência, especialmente quando levando-se em conta a situação da formação de professores no Brasil das últimas centenas de anos até os dias atuais: muitas vezes aligeirada, inconstante, emergencial e/ou lacunar.

Outros problemas são relativos a erros na escrita de notações de fórmulas que não aparecem escritas de maneira própria como quando uma fórmula surge sem os sinais como igualdade, subtração e adição (p. 41) ou também quando um ângulo é representado pelos autores com um acento circunflexo logo acima de uma letra minúscula, como por exemplo “â”, e em vários momentos aparece com esse acento ao lado da letra como acontece somente na edição on-line – na qual aparece da seguinte forma “a^” –, sem nos esquecer ainda do “giro de 180o” (p. 169) que certamente significava “giro de 180°” e ao fato de o autor falar que uma determinada figura está “em cima” de outra e na verdade querer dizer que esta figura está “abaixo” ou “embaixo”.

Os exercícios do livro apresentam, a princípios, vários níveis de dificuldade, sendo tanto voltados aos seus leitores como aos alunos deles, visto que o livro se diz voltado a professores em formação. Também acreditamos que o livro pode ser um livro interessante para aqueles bacharéis em matemática ou até mesmo para curiosos da área que interessados em assuntos afins buscam entretenimento. Esse grupo que pensamos para além de professores em formação, segundo a nossa concepção buscam se entreterem com assuntos que fazem parte do seu rol de curiosidade ou por diversão pura em aprender algo novo ou ainda algo curioso e até então impensado por eles. Assim, pensamos que estes exercícios também podem se voltar como uma forma de entreter leitores que vem até esse livro por curiosidade apenas e não com o intuito de melhorar a sua prática pedagógica ou algo do tipo. Cabe ressaltar que os assuntos aqui tratados são vistos por nós como assuntos que geralmente interessam a professores dos mais variados níveis da educação básica e até mesmo para professores que se voltam a ensinar nas universidades de nosso país, especialmente quando percebemos em nossa leitura o uso de tópicos como vetores, versores, transposição de imagens e rotação de figuras etc., assuntos esses que são estimados da Geometria Analítica e da Álgebra Linear, por exemplo.

Não podemos deixar de mencionar que este volume, diferente dos demais, é o volume com o teor de suas discussões percebidos por nós como bastante complexos, difíceis de serem mobilizadas no ensino dos conteúdos da Educação Básica. Nesse sentido, percebemos, ou acreditamos, que este livro seria de maior utilidade para uso com alunos da graduação, na formação inicial de professores de matemática, para debater pontos específicos e treinar habilidades diferentes para o ensino dos conteúdos. Dito tudo, pensamos que esta é uma obra de assunto atraente e motivador, que tem um caráter recreativo e prático, vindo de variadas experiências, tanto aquelas teóricas como outras de cunho prático que se utilizam de instrumentos específicos para colaborar com a melhoria da qualidade do ensino de Matemática em nosso país. Esses instrumentos são conhecidos como os caleidoscópios, os caleidosciclos e os caleidostrótons que contribuem com a compreensão e o ensino de vários conceitos e propriedades matemáticas, sem esquecer da física, colaborando, conseqüentemente, com a “melhoria” na qualidade do ensino proposto por aqueles que a essas práticas se rendem.

Referências

- D’Ambrósio. Apresentação. In: Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v., p. 7-9. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Fiorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetike**, v. 3, n. 4, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.
- Murari, C.; Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática**: Belas formas em caleidoscópios, caleidosciclos e caleidostrótons. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, 3. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Oliveira, M. A. G. **O ensino da Álgebra Elementar**: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história. 133f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas. 1997.
- Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Apêndice 4

Análise Descritiva do quarto volume da série *O Professor de Matemática em Ação*.

Introdução

Este texto é parte dos apêndices de uma tese de doutorado escrita em formato de um diário de pesquisa, que objetivou analisar os volumes da série *O Professor de Matemática em Ação*, produzida entre os anos de 2009 e 2014. A tese tem vínculo institucional com o Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus de Bauru; é produzida junto ao Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem) e recebeu apoio financeiro, por meio de bolsa de estudos, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) – código de financiamento 001.

O referencial teórico e metodológico que inspirou a nossa metodologia foi a Hermenêutica de Profundidade (HP) desenvolvido por John Brookshire Thompson (2011), que, em linhas gerais, possui três movimentos analíticos distintos, porém concomitantes e interconectados, didaticamente denominados de Análise Social e Histórica, Análise Formal ou Discursiva e (Re)Interpretação. Cada um deles observa, por meio de alguns exercícios analíticos específicos, aspectos diferentes da(s) obra(s) como: o seu contexto de produção, a(s) sua(s) materialidade(s) e, de posse destes dois estudos, o hermeneuta se lança a produzir afirmações plausíveis que possam contribuir com a elaboração de uma (re)interpretação do(s) texto(s) analisado(s).

O objetivo desta nota é apresentar uma Análise Descritiva¹⁷⁶ do quarto volume¹⁷⁷, que foi produzido pelos membros do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP), publicado pela Autêntica Editora em 27 de setembro de 2013 sob a coordenação do professor Ruy

¹⁷⁶ A Análise Descritiva em si tem sido uma das maneiras que os membros de nosso grupo têm lidado com a condução da Análise Formal ou Discursiva das Formas Simbólicas analisadas por eles quando inspirados metodologicamente pela HP, mas até então não havia uma nomenclatura específica que sistematizasse tal fato. A nossa opção por essa análise se deu devido nossa intenção de oferecer aos nossos leitores o que chamamos, por falta de uma melhor definição, do *tom* da obra analisada. Esse *tom*, segundo, entendemos, só é possível de ser comunicado com a ajuda de uma descrição aliada à várias citações diretas de itens presentes no livro que ressaltam o tratamento que se estabelece entre autor e leitor. Entremeados nas descrições e citações, se encontram nossas notas analíticas, como poderá ser observado na sequência.

¹⁷⁷ O que geralmente chamamos de coleção, desde a confecção do nosso projeto de pesquisa, e que o livro intitula de a “série” *O Professor de Matemática em Ação*, para nós nada mais é do que dois termos com um mesmo fim, possuidores de um mesmo significado. Sendo assim, mobilizaremos ambos de forma livre durante a nossa descrição.

Madsen Barbosa¹⁷⁸ e sob o título *Geoplano e Redes de Pontos: Conexões e Educação Matemática*. Os autores da obra, para além do professor Ruy Madsen são: Iara Suzana Tiggemann¹⁷⁹, Karine Bobadilha Couto¹⁸⁰, Maria Christina Bittencourt de Marques¹⁸¹ e Sirlei Tauber de Almeida¹⁸² (Tiggemann *et al.*, 2013). Essa análise do quarto volume observou a materialidade deste livro, contribuindo com a produção de um estudo interno de todas as obras e, por sua vez, acaba colaborando com a produção de uma (Re)Interpretações da série.

Descrição

Figura 18: Capa do quarto volume da série



Fonte: Site da Autêntica Editora, disponível em <https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/63>.

O livro possui tamanho 155 x 225 milímetros, padrão da série e um total de 203 páginas. A capa é verde escura, em tom bastante vivo, que remete à utilização do belo e do

¹⁷⁸ Ruy Madsen Barbosa se formou em bacharelado e licenciatura em Matemática pela Universidade Católica de Campinas (UCC), fez Doutorado em Probabilidade na UCC e Livre Docência na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Araraquara. Foi membro fundador do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) e do Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CRAEM), grupos que foram polos irradiadores do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. Durante este movimento, ele contribuiu com a inserção do conteúdo de Matrizes no Ensino Médio brasileiro e também atuou, em duas gestões, como presidente da regional paulista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem-SP).

¹⁷⁹ Iara Suzana Tiggemann é licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal de Santa Maria (1998), cursou mestrado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul com bolsa Capes (2001) e depois de ter publicado o livro realizou o doutorado em Educação pela UNESP (2021). Em sua carreira ela atuou como professora em escolas municipais, estaduais e também como professora do IMES de Catanduva até 2011. Hoje é professora do Instituto Federal de São Paulo (IFSP).

¹⁸⁰ Karine Bobadilha Couto é Licenciada em Matemática pela UNESP com bolsa Capes (2000), realizou o mestrado em Matemática pela Unicamp com bolsa do CNPq (2003), atuou como professora do IMES de Catanduva até 2011 e hoje é professora da FATEC de Catanduva.

¹⁸¹ Maria Christina Bittencourt de Marques fez Licenciatura em Matemática pela Unesp (1974), Pedagogia pelo IMES de Catanduva (1988), especialização em Ensino de Matemática pelo IMES de Catanduva (1998) e Mestrado em Educação pelo Centro Universitário Moura Lacerda de Ribeirão Preto (2004). Atuou como professora estatutária do IMES de Catanduva desde 1998, onde coordenou o curso de Matemática de 2004 até 2007.

¹⁸² Sirlei Tauber de Almeida fez graduação em Matemática pela Unesp de Rio Claro com bolsa FAPESP (2000), graduação em Física na Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES) em 2013 e Mestrado em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro sob orientação de Claudemir Murari (2003). Atuou como professora do IMES de Catanduva até 2011 e hoje é professora da FATEC de Catanduva.

colorido como uma forma de atrair a atenção das pessoas, talvez até mesmo apelando para a impressão da obra oferecer elementos divertidos. Essa característica faz lembrar dos autores que usualmente trabalham com as metodologias ativas no ensino da Matemática e que se utilizam do belo e do colorido para atrair atenção dos alunos. Em Fiorentini (1995) aprendemos que esta característica pode possuir vinculação tanto com uma visão de ensino empírico-ativista quanto construtivista¹⁸³.

A orelha da capa principal, oferece dois parágrafos que tratam dos Geoplanos: um informa que “O geoplano, material criado pelo matemático inglês, Caleb Gattegno, consiste numa prancha com pinos e elásticos, usados para produzir formas geométricas no plano” e argumenta que estes recursos, no formato que for “[...] certamente contribuem para o ensino criativo de matemática”. O autor conta também que o livro “[...] oferece um rico material pedagógico, com atividades que contribuem para desenvolver as potencialidades dos alunos, com vistas à melhor compreensão do conteúdo estudado, a partir dos geoplanos e das redes de pontos”.

O próximo parágrafo aponta a obra como fundamental para os professores do ensino fundamental e médio, por possuir possibilidades diversas no ensino, propondo interações, visando desenvolver a criatividade dos alunos e assinala dois grandes objetivos: explorar um material destinado ao ensino da matemática, especialmente na área de geometria, e promover

¹⁸³ De acordo com Fiorentini (1995), as ideias atreladas à Tendência Empírico-Ativista, que é base de uma metodologia ativa, portanto, oposta à visão Formalista Clássica, faz que esta tendência tenha o papel de facilitar e orientar o processo de ensino e aprendizagem; o aluno se torna o centro deste processo, que inclusive parte de uma ponderação acerca do desenvolvimento psico-biológico dos alunos; as atividades são desenvolvidas, geralmente, em grupos pequenos, por meio de rico material didático e em ambiente estimulante; na Tendência Empírico-Ativista é possível verificar que no uso de jogos e experimentos, além do contato visual, há o contato tátil e da manipulação. O pressuposto em questão, é conhecido do meio acadêmico e dos educadores por meio do jargão “aprender fazendo” e nele a aprendizagem é vista como passível de ocorrer por generalizações ou abstrações baseadas na intuição e na indução. Os métodos de ensino da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas são aqueles que dão margem para o trabalho desta Tendência satisfazendo estes pressupostos. O fato de enfatizar a utilização dos sentidos no processo de ensino e aprendizagem, no entanto, afastam a ideia Empírico-Ativista da Tendência Construtivista, que ao nosso ver é bastante próxima das atividades realizadas por pesquisadores que defendem a Matemática Recreativa. A tendência construtivista, por sua vez, substituiu a prática mecânica, mnemônica e associacionista por uma prática que objetiva, por meio do uso de materiais concretos, construir estruturas do pensamento lógico-matemático e/ou à construção de conceitos. Aqui é pressuposto que o pensamento não possua fronteiras, ocorrendo por construção, desconstrução e reconstrução de maneira sistemática e cíclica; as estruturas do pensamento não são impostas ao aluno e também não são percebidas como inatas, mas como resultado de uma construção interna que ocorre em longas etapas de reflexão e de interação do aluno com o mundo, seus pares e com seus interlocutores; há uma negação de que o conhecimento possa advir das experiências e dos sentidos, mas por meio de uma interação/reflexiva do homem com o meio e/ou com atividades, sendo, portanto, diversa da percepção Empírico-Ativista; a construção humana é vista como construída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis, priorizando mais o processo que o produto do conhecimento; os conteúdos são úteis, mas não indispensáveis para o aprendizado e para o desenvolvimento do pensamento, de modo que o erro é visto como positivo e de grande valor pedagógico. Para o construtivista, o conhecimento é ativamente construído pelo sujeito e não passivamente recebido do ambiente e o conhecimento é um processo adaptativo que organiza o mundo experiencial do aluno que não é um mundo preexistente e independente da sua mente (Fiorentini, 1995).

a manipulação do geoplano em aulas como forma de suprir a urgente demanda por um ensino mais estimulante da disciplina. Vemos, novamente, argumentos em favor de uma ação diferenciada do professor, possivelmente buscando tirar os alunos da passividade, comumente presente nas metodologias que não exigem um posicionamento ativo destes. Essa representação, novamente, representa uma visão próxima de uma percepção empírico-ativista ou construtivista de ensino.

A orelha da contracapa apresenta, sucintamente, os membros do GGEP, apontando seus principais títulos e se atendo mais às qualidades do currículo do professor Ruy. Aqui Ruy é apontado como coordenador do grupo conjugado com a seguinte fala “[...] extenso currículo, com títulos, produtividade científica e material pedagógico”. Em seguida é ressaltada a diversidade formativa dos membros do grupo que, segundo consta, trouxe à obra uma “[...] valorosa experiência, ampliando e reforçando a união do GGEP”.

Na contracapa temos a sinopse que indica que o professor Ruy apresenta nesta série “obras inovadoras sobre recreações matemáticas e material pedagógico para a sala de aula e para a formação do professor de matemática”. Perceba que há uma ênfase na apresentação da obra pelo coordenador do grupo e não pelo grupo como um todo. Esta citação é idêntica à presente na sinopse no início do primeiro, segundo e quinto volumes. A sinopse ainda destaca algumas informações que apontam que na obra “[...] Ruy e suas colegas do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP) apresentam diferentes maneiras de explorar, brincar, contar, jogar e manusear objetos representados por pontos, quadrados, polígonos, malhas quadrangulares, geoplanos, entre outros, possibilitando extrair dessas ações educativas as propriedades conceituais matemáticas”. A sinopse termina com uma apresentação bastante breve das seis partes do livro.

O *Sumário* do livro mostra que há nele uma *Apresentação* e uma *Introdução*, seguida de seis partes, cada uma com uma quantidade específica de capítulos. Neste sumário, todas as partes recebem um título específico e os títulos de cada capítulo também. Ao final temos as *Referências*, os *Anexos* e, por fim, um item chamado *Quem Somos*.

A *Apresentação* foi escrita pela professora Rosana Giarretta Sguerra Miskulin¹⁸⁴, docente, à época, do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em

¹⁸⁴ Rosana Giarretta Sguerra Miskulin é Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP) em 1974, Mestre em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) em 1994, Doutora em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) em 1999 com bolsa CAPES e Livre-docente pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Atuou no College of Education da University of New Mexico nos Estados Unidos como professora pesquisadora visitante entre 1996 e 1997 e realizou Pós-doutorado na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) em 2003 com bolsa FAPESP. Atualmente é Professora da

Educação Matemática da UNESP de Rio Claro/SP. O texto ocupa aproximadamente uma página e meia e começa afirmando que falar do livro, da matemática e dos seus autores é uma tarefa ao mesmo tempo “complexa” e “prazerosa”. A Matemática é “[...] abordada teórico-metodologicamente de forma lúdica e inovadora” (Miskulin, 2013, p. 7). Mais uma vez, nas palavras da professora Rosana, temos uma relação com a Matemática Recreativa relativa à percepção da mobilização de uma maneira lúdica de abordagem para o ensino.

A vinculação das obras com a Matemática Recreativa é um exercício que temos feito no decorrer das descrições de todas as obras a fim de embasar a afirmação acerca da vinculação dos livros analisados com essa expressão e suas implicações para o ensino. O que tentamos compreender é como os autores desta série compreendem e se apropriam da Matemática Recreativa nessas obras. Cabe enfatizar que para nós, no início da pesquisa, Matemática Recreativa se tratava de uma expressão polissêmica e, portanto, movediça que estamos buscando melhor compreender e definir.

Ainda na apresentação é destacado:

[...] a obra nos revela, pouco a pouco, seu coordenador, o professor Ruy Madsen Barbosa, um professor de Matemática, um *expert* em Matemática e um educador matemático, que propõe, junto às colegas do Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP), maneiras criativas de ensinar e aprender Matemática, por meio de atividades educacionais” (Miskulin, 2013, p. 7).

É notável a relevância que assume a participação do professor Ruy como coordenador do grupo atuando na forma de um *marketing* velado que busca certificar a obra e ao mesmo tempo sua expertise. Vale observar o apagamento das demais participantes do grupo, todas mulheres, que são mencionadas indiretamente como colegas do autor em vez de coautoras, professoras, membros do grupo etc. Isso também é notado na *Apresentação*, na qual se destaca que o livro começa a ganhar contornos específicos e a revelar o seu coordenador. Essa fala representa uma relação de poder desigual dos autores, que parece ser visível até para a autora da *Apresentação* que materializa essa percepção em palavras. Como o coordenador do grupo já havia produzido outros três livros desta série, sendo dois deles individualmente, possibilitou a ele mais destaque, além de ser um professor e pesquisador mais experiente e conhecido no campo da Educação Matemática

Sobre este volume, destaca-se que:

[...] Em continuidade com os livros anteriores da série, este volume apresenta diferentes maneiras de explorar, brincar, contar, jogar e manusear objetos – entes matemáticos –, representados por pontos, quadrados, polígonos, malhas quadrangulares, geoplanos, entre outros, possibilitando extrair dessas ações educativas as propriedades conceituais matemáticas (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 7).

Na citação acima, mais uma vez notamos palavras que levam ao entendimento de haver atividades instigantes e interessantes para serem propostas aos alunos. Esses termos, possuem um apelo a afetividade que Sumpter (2015) defende como característico da Matemática Recreativa. Essas palavras ressaltam a presença do lúdico, como quando vemos as palavras “[...] explorar, brincar, contar, jogar e manusear objetos” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 7), algo muito mais atrativo do que ouvir, ler, escrever, copiar, fazer exercícios, decorar e aplicar conhecimento.

Continuando, a autora da *Apresentação* oferece aos leitores como percebe a obra, afirmando:

Este livro é extremamente importante e necessário aos professores de Matemática, àqueles que preferem ensinar por meio de atividades educativas – problemas abertos capazes de criar um contexto de ensino e aprendizagem em sala de aula no qual os alunos, principais atores do processo educativo, através da resolução de problemas, podem levantar conjecturas e hipóteses sobre os principais elementos propostos. Assim, as atividades descritas neste livro relacionam-se a problemas significativos, que possibilitam aos alunos interagir com situações desafiantes, dialogar com os elementos dos problemas e criar verdadeiras heurísticas¹⁸⁵. A definição e a redefinição de seus procedimentos e a reavaliação de seus objetivos insere os alunos em uma investigação por possíveis e prováveis soluções. As relações conceituais matemáticas que as atividades incitam vão pouco a pouco tomando forma e definindo propriedades e teoremas matemáticos” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 7).

Percebemos na citação que o livro é entendido como uma obra que além de importante, pode servir de ferramenta para contribuir com a formação dos professores que ensinam Matemática. Deste modo, por meio das atividades educativas contidas nele, os professores serão capazes de oferecer aos seus alunos atividades significativas e que possam levar os estudantes à pesquisa. Essas atividades trazem um desafio quanto ao aprendizado da matemática, sendo, portanto, mais atrativa que outras comumente encontradas no ensino dessa disciplina. Em última instância, é possível interpretar que o livro contribuirá com o

¹⁸⁵ “Heurístico (do gr. *heuriskern*: encontrar) 1. Que se refere à descoberta e serve de ideia diretriz numa pesquisa, de enunciação das condições da descoberta científica. 2. Diz-se que um método é heurístico quando leva o aluno a descobrir aquilo que se pretende que ele aprenda: a maiêutica socrática é, por excelência, um método heurístico” (MARCONDES; JAPIASSÚ, 2006).

aprendizado do aluno que nem sequer se dará conta de que está estudando algo. Sendo assim, na visão da autora da *Apresentação*, os subterfúgios para o ensino e aprendizagem da matemática, aqui presentes, possibilitam um ensino diferenciado e qualitativamente promissor

Por fim, Miskulin (2013) esclarece que as atividades do livro são próprias para alunos do ensino fundamental, médio e até mesmo para licenciandos, mas podem também ser usadas por “professores que ensinam e pesquisam Matemática em todos os níveis” (p. 7). Isso ressalta a ampla utilidade das atividades e o amplo espectro do público-alvo da obra algo que certamente chama a atenção e que de certa forma reforça o interesse pelo livro. Na sequência o texto termina apresentando alguns tópicos tratados no livro e convida os professores-leitores ao desafio de “[...] desvendar em sala de aula essa ação educativa!” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 8).

Em seguida temos uma *Introdução* e merece menção que este é o único livro da série que antes de iniciar as suas partes e capítulos possui uma *Introdução*. Os demais volumes apenas oferecem a *Apresentação*, redigida por algum autor de renome do campo da Educação Matemática, seguida diretamente pelas suas partes e capítulos. A *Introdução* possui cerca de três páginas e meia e não é assinada por nenhum dos autores do livro. O texto inicia por uma epígrafe e é seguida pelo subtítulo *A – Para Início de Conversa*. A epígrafe, atribuída a Leonardo da Vinci, diz: “Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 9). Posteriormente, o texto começa tratando da epígrafe, dizendo que ela expressa “[...] a atividade do incansável professor Ruy Madsen Barbosa, idealizador deste grupo de pesquisa e deste livro. Em torno dele, a partir dele, contra ele e com ele pensamos, projetamos, criamos e transformamos atividades com uso do geoplano” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 9). Essa citação nos faz pensar que esse texto, provavelmente, foi escrito por uma, mais de uma ou até mesmo todas as coautoras do volume 4, membras do GGEP. Disso, destacamos, como vimos percebendo pelos indícios nas capas e sinopse de outros volumes da série, o professor Ruy era o líder do grupo e deste volume.

Esse texto traz algumas informações a respeito do grupo de pesquisa, sua composição por três professoras formadas em Matemática e uma formada em Pedagogia, com “[...] experiências profissionais e pessoais bastante diversas” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 9). A aproximação de seus membros se deu devido todos terem lecionado num mesmo curso de licenciatura, vinculado ao Instituto Municipal de Ensino Superior (IMES) de Catanduva-SP. Afirmar-se que o grupo se reunia desde 2005 no intuito de estudar um material voltado ao ensino da Matemática, especialmente orientado à Geometria. No grupo de pesquisa havia atividades individuais – que consistiam em “[...] estudos, revisões bibliográficas,

levantamento de atividades já existentes e criação e adaptação de situações educacionais com uso do geoplano” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 9) – e coletivas – que se voltavam à “[...] socialização, discussão, avaliação e reorganização das propostas” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 9). As sistematizações ocorriam em reuniões informais, de periodicidade irregular e suscitaram a produção de alguns artigos publicados em revistas científicas e algumas apresentações em eventos. Diz o texto, que no local em que o grupo apresentou trabalhos, havia uma sensação da necessidade de uma maior divulgação do geoplano e é dessa sensação que surgiu a ideia de criação do livro. Assim, a obra veio suprir “uma demanda no ensino de Matemática” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 9) percebida pelos membros do grupo de pesquisa.

Na sequência, o texto traz uma discussão que vai desde a explicação do que vem a ser um geoplano quadrangular – uma “[...] prancha quadrada com pinos dispostos em linhas e colunas equidistantes” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 10) –, o geoplano circular – uma “[...] prancha-base com pinos fixos, dispostos em círculo (ou círculos), a uma mesma distância uns dos outros, e um pino central” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 10) – e o geoplano isométrico – uma prancha em que “[...] os pinos não estão dispostos em linhas e colunas, mas de forma alternada” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 10) –, até a explicação de que os elásticos coloridos servem para representar segmentos que possuem dois pinos em suas extremidades. Terminada as explicações, são apresentadas as concepções do grupo que tenta apoiar as suas posições em termos das atividades e da forma como compreendem a produção do conhecimento junto aos alunos.

Segundo o texto os geoplanos são um apelo estético para os estudantes que podem promover experiências geométricas para alunos a partir dos 5 anos de idade. Nesse sentido, o GGEP tem buscado criar atividades com os geoplanos, visando mobilizar ativamente os estudantes – a mobilização ativa, aqui, é aquela que promove uma interação do sujeito com o objeto de conhecimentos em dois níveis: objetiva¹⁸⁶ e subjetiva¹⁸⁷.

A *Introdução* defende que a manipulação dos materiais didáticos não se relaciona diretamente com a aprendizagem dos alunos, pois a materialidade, apesar de envolver e entreter os estudantes, não é o bastante para garantir a reflexão acerca do processo no qual estão imersos. Sendo assim, o texto se apoia em Kamii (2005), segundo (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 11) para concluir que “[...] o conhecimento não é ‘transferido’ verbalmente para a

¹⁸⁶ Interação Objetiva – “[...] contato com o objeto, percepção visual e tátil, manipulação, experimentação, etc.” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 11).

¹⁸⁷ Interação Subjetiva – “[...] reflexão, problematização, análise, síntese, raciocínio indutiva, elaboração de teste de inferência, construção de conceitos, etc.” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 11).

mente do aluno, como supunham as vertentes tradicionais de ensino. Isso significa que o conteúdo que o professor apresenta precisa ser trabalhado, refletido, reelaborado pelo aprendiz”. Em fechamento a essa ideia, o texto argumenta que não basta o professor, os colegas de classe e os materiais didáticos contribuírem para que o estudante aprenda, pois não existe algo que consiga substituir “[...] a atuação do próprio aluno na tarefa de construir significados sobre os conteúdos da aprendizagem” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 11).

Trazendo de volta a discussão sobre a interação do sujeito com os objetos em dois níveis distintos, objetivo e subjetivo, é interessante apontar estrategicamente aqui, que esses níveis de interação demonstram a possibilidade de vinculação do pensamento dos autores com a tendência empírico-ativista e com o construtivismo. No primeiro caso, por evidenciar o uso da manipulação, percepção visual e tátil e experimentações e no segundo caso há uma aproximação pela defesa do uso dos objetos, há uma busca pela reflexão, problematização, análise e síntese, que podem também ocorrer sem que existam objetos manipuláveis. No caso de não haver objetos manipuláveis, os problemas envolvem o pensamento acerca de objetos possíveis, mas nem sempre existentes no mundo físico. Com o que foi apresentado no parágrafo acima, fica evidente uma busca pela atuação ativa dos estudantes durante as aulas e de acordo com o teor das discussões, que mencionam não ser suficiente a manipulação dos materiais didáticos, vemos uma maior ligação maior com a tendência construtivista. Neste caso o raciocínio e o exercício mental têm o seu momento secundário, mas tão importante quanto na etapa anterior que dá foco no uso de materiais concretos.

O texto também chama a atenção para o fato de nas propostas oferecidas pelos professores, existirem concepções específicas de sujeito, de educação, de conhecimento e de Matemática e que nem sempre essas concepções estão claras para os docentes quando eles utilizam um determinado material. Quanto a isso o texto reflete que: “Não é nosso objetivo julgar essas concepções e crenças, mas sim apontar que o uso de materiais alternativos deve suscitar reflexões teórico-pedagógicas antes, durante e após sua aplicação” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 11 e 12).

Todavia, sabemos que, apesar das críticas que o ensino tradicional vem sofrendo, professores de Matemática não contam com material pedagógico de apoio em abundância para as suas aulas. Muitas vezes o problema não reside na falta de clareza por parte do professor de como explorar um material de diferentes formas, de como deixar o livro didático um pouco de lado para propor atividades que promovam maior envolvimento dos alunos para a efetiva compreensão do conteúdo. A dificuldade inicial parece residir na falta de material disponível nas escolas para o número de alunos existentes numa sala de aula”.

A citação anterior levanta outro problema que não é exatamente a falta de entendimento dos professores acerca do uso de alguns materiais e nem mesmo a inexistência de materiais que possam ser usados na sala de aula, mas a falta de quantidade de materiais suficiente para serem usados de maneira mais produtiva. Um exemplo disso, que o autor desta tese possui de seus tempos de trabalho na escola pública básica é muitas vezes ser preciso esperar por um dia com menor número de alunos para poder aplicar um jogo ou algo do tipo, pois não havia material suficiente para todos. Vale apontar que essa necessidade ainda é premente até os dias atuais.

Continuando a leitura, a *Introdução* argumenta que o geoplano é um desses materiais que nem sempre estão disponíveis em quantidade suficiente nas escolas. Dito isto, é sugerido o uso de redes impressas de papel para suprir essa demanda. Na busca para salientar pontos positivos dessa substituição, o texto afirma que essas redes impressas são mais práticas, possuem um menor custo e são de fácil aquisição. Em seguida apresenta-se rapidamente a forma de organização do livro dizendo que:

Este livro está dividido em seis partes, num total de 16 capítulos. O tema geoplano foi tratado de diferentes maneiras, abrangendo conteúdos matemáticos compatíveis a todas as séries do ensino básico. O leitor encontrará, em todos os capítulos, diversas atividades que buscam desenvolver diferentes conceitos matemáticos e habilidades mentais (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 12).

Antes de terminar, cabe enfatizar que a primeira nota de rodapé desse livro está presente na *Introdução* e informa que existe uma diferenciação entre tarefas e atividades: “A primeira corresponde à proposta enunciada pelo docente; à medida que envolve e mobiliza os alunos, transforma-se em atividade” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 12), mas que para efeito desse texto não haverá nenhuma distinção entre esses dois termos. Outro ponto é que esse é o único livro da série que se propõe a oferecer uma discussão mais teórica acerca de seus pressupostos. Vemos nele uma tentativa de embasar as percepções dos autores quanto à sala de aula e às recreações matemáticas que são sugeridas no livro.

Sobre o estudo das partes e dos capítulos do livro, temos que ele é subdividido em seis partes e dezesseis capítulos, sem haver especificação dos autores de cada parte ou capítulo, como acontece nos demais volumes. Sendo assim, imaginamos uma produção conjunta, em regime de coautoria entre os membros do GGEP. A título de exemplo, o terceiro volume e o quinto evidenciam quem são os autores que escreveram cada uma das suas partes (Murari; Barbosa, 2012) ou capítulos (Rodrigues *et al.*, 2014). Essa organização é uma das pistas de que o livro não possui relação com os demais. Isso demonstra, talvez, não ter havido uma

reflexão antecipada que buscasse uma unidade de estrutura que pode ser estendida entre todos os livros. Ao nosso ver, o que havia era a intenção de manter a série produzindo obras que servissem ao objetivo de oferecer materiais didáticos para ensino de matemática de maneira a mobilizar aulas diferenciadas e prazerosas. E é nesse fluxo que vemos o professor Ruy dando vazão à produção das obras, lembrando que os volumes 1 e 2 são de autoria única do professor Ruy que os publicou em 2009, o volume 3 é dele e de um coautor e o volume 5 trabalha com outro grupo de pesquisa, mas da mesma forma que neste, ou seja, com Ruy como coordenador.

Cada uma das partes deste livro possui uma página inaugural, sendo cinco delas bastante parecidas – primeira, segunda, terceira, quinta e sexta partes. Essas basicamente possuem a indicação de qual é a parte, o seu título e a indicações dos capítulos que a ela pertencem. Já a quarta parte, ela possui um algo a mais, uma pequena introdução que diz: “Nessa parte trataremos de algumas atividades nas quais as situações-problema consistem em descobrir *quais e quantas* figuras, solicitadas sob alguma condição, são possíveis de se obter em uma rede de pontos” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 99, *itálicos dos autores*) e que visa, segundo interpretamos, demonstrar o que será encontrado nela.

A primeira parte do livro possui dois capítulos. O primeiro que recebe o título *Figuras no Geoplano ou em Redes de Pontos* e que é subdividido em 4 partes. No geral, o capítulo oferece atividades introdutória que servem para ambientar os alunos no uso dos geoplanos, tanto na forma de material manipulável quanto na forma de rede de pontos no papel. A primeira parte, A (Reprodução de Figuras), oferece um conjunto de atividades para o geoplano quadrivértice ou redes quadrangulares de pontos impressas voltadas às séries iniciais do ensino fundamental que consistem em replicar figuras. O item B (Redes de Pontos Numeradas) oferece atividades voltadas para redes de pontos quadrivértices e numeradas, que intencionam explorar sequências numéricas. Aqui há uma *Sugestão para o professor* que indica solicitar para os alunos fazerem alguns procedimentos específicos com as sequências já encontradas.

Solicitar aos alunos que, após terem escrito a sequência circulem:

- a) com o lápis vermelho, os números pares;
- b) com o lápis amarelo, os pares de números consecutivos;
- c) com o lápis azul, os múltiplos de 3;
- d) com o lápis verde, os números primos (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 20).

O item C (Reprodução de Figuras Geométricas) afirma ser “[...] uma boa ideia utilizar-se da rede de pontos ou do geoplano para introduzir conceitos básicos de Geometria nas

classes e séries iniciais” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 22). Dito isso o tópico se subdivide em três conjuntos de atividades que exploram Quadriláteros (C.1), Triângulos (C.2) e Polígonos (C.3)¹⁸⁸. O capítulo termina no item D (Indicações Bibliográficas) que basicamente oferece as referências de três trabalhos, duas internacionais (inglês), para seus leitores.

O segundo capítulo é intitulado *Aprendendo Simetrias* e é o último da primeira parte. Ele está subdividido em três itens. A (Introdução ao Estudo de Simetrias) que sugere “atividades para geoplanos quadrivértices e redes de pontos do mesmo tipo. O objetivo é introduzir e explorar os conceitos que envolvem o estudo das simetrias” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 29). Interessante é a utilização de duas imagens, as letras *H* e *K*, que são prometidas pelos autores como favoráveis no ensino dos conceitos de simetria, eixo de simetria e simetria axial. Em seguida temos algumas atividades sobre simetria no item B (Atividades). A segunda atividade sugere “Se julgar conveniente, o professor poderá aplicar atividades semelhantes às descritas, para geoplanos ou redes isométricas” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 31). Esse comentário é interessante pois dá uma certa flexibilidade as atividades em termos da sua função, oferecendo modos de reciclá-las. O capítulo termina no item C (Sugestões de Simetria no Geoplano) que oferece algumas fotos tiradas do trabalho de Rosemeire Bressan apresentado no *I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia*, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná em 2009. Aqui são usadas três fotografias que apresentam exemplos de simetria. Cabe enfatizar, porém, que as fotografias não oferecem uma boa visualização.

Antes de continuarmos, é importante mencionar que para nós essa parte oferece uma ordem de atividades que acreditamos ser bastante pertinente para o trabalho com alunos da educação básica, especialmente aqueles dos anos iniciais. Isso porque os capítulos oferecerem um aumento gradativo do grau de dificuldade das suas discussões, passando por uma ambientação muito intuitiva do uso dos geoplanos, no primeiro capítulo, e atividades iniciais sobre simetrias, explicando o que são e como trabalhar com elas, que cremos serem bastante adequadas e oportunas, para o caso do segundo capítulo.

A segunda parte começa no terceiro capítulo chamado *Áreas*. O capítulo está subdividido em duas partes: A (O que é uma área?) que introduz o tópico área e os objetivos

¹⁸⁸ No item há um erro na seguinte sentença: “Durante a execução das duas atividades acima descritas, o professor deverá levar os alunos a observarem que todos os quadriláteros reproduzidos são quadrados, isto é, têm os quatro lados do mesmo comprimento e os quatro ângulos internos retos” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 23, maiúsculas do autor). Apesar do erro ortográfico na palavra comprimento, o erro que nos interessa advém do fato de a segunda atividade possuir dois itens, algo que pensamos que o autor se esqueceu de considerar. O item a possui apenas quadrados, mas o item b possui apenas retângulos, o que torna a informação errada, pois não há apenas quadriláteros do tipo quadrado.

das atividades do item. Quanto aos objetivos é dito “[...] levar os alunos a determinarem a área de polígonos demarcados em um geoplano de rede quadrangular (ou em uma rede quadrangular de pontos impressos em papel)” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 35). Por fim, recomenda-se aplicá-las em salas do 4º ano do Ensino Fundamental. O item B (Atividades) oferece atividades e discussões acerca da maneira de calcular a área de algumas figuras. Aqui é verificado se a imagem ocupa um ou mais quadradinhos inteiros e a parte dela que ocupa uma ou mais metades de um quadradinho. As atividades basicamente solicitam a determinação de áreas específicas de algumas figuras, mas de todas uma se destaca e pede o cálculo da área de um “polígono qualquer”. A resolução é oferecida de dois modos: um que se apoia na decomposição da figura em quadradinhos e depois na soma das áreas decompostas e outra que delimita um retângulo ao redor da figura e usa a área total do retângulo criado, subtraindo dele a área externa à figura (que não a cobre). Aqui são incluídos a contagem dos quadradinhos parcialmente cobertos. Os dois modos oferecem diferentes caminhos que podem contribuir com a construção de um pensamento mais elaborado dos estudantes, por sobra e por falta.

O quarto capítulo é denominado *Comprimentos e Perímetros* e está subdividido em três partes. Antes de iniciar, os autores fazem algumas discussões “Preliminares”, nas quais argumentam a facilidade de encontrar os comprimentos de segmentos presentes em redes quadrivértices do tipo horizontal e vertical, mas, contudo, ressaltam sobre a dificuldade de encontrar os números irracionais que correspondem aos segmentos inclinados. O primeiro item, A (Redes Quadrivértices), possui um subtítulo A.1 (Procedimento de Descoberta) que se subdivide em: A.1.1 (Usando a relação pitagórica) voltada a alunos que já aprenderam o Teorema de Pitágoras; A.1.2 (Sem o uso da relação pitagórica) voltada a alunos que ainda não o conhecem; A.1.3 (Variante de A.1.2 com o emprego da Fórmula de Pick) que usa a fórmula sem maiores explicações $[A = F: 2 + I - 1]$ ¹⁸⁹ e A.1.4 (Propriedade dos lados de polígonos semelhantes) que trabalha com a seguinte propriedade: “A razão das áreas de dois polígonos semelhantes é igual ao quadrado da razão dos lados homólogos dos polígonos” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 42). Os autores afirmam que essa propriedade infelizmente aparece muito pouco nos livros didáticos e que raramente ela é empregada em sala de aula “[...] devido à dificuldade de seu estudo” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 42). Na sequência a propriedade é testada com quadrados, retângulos e triângulos equiláteros, levando à conclusão de que: “A razão das áreas de dois quadrados ou de dois triângulos equiláteros é igual ao quadrado da

¹⁸⁹ Essa fórmula será trabalhada melhor no próximo capítulo.

razão dos seus lados (e a razão das áreas de dois retângulos semelhantes é igual ao quadrado da razão de lados homólogos)” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 45)¹⁹⁰.

O item *B* (Aplicando a Propriedade em Redes Isométricas) pautado na validade da propriedade anterior, utilizada com as redes quadrivértices, agora é mobilizada em situações que envolvem redes triangulares isométricas (de mesma medida). Aqui, após alguns exemplos, temos uma atividade que emprega uma variante da Fórmula de Pick [$A = F + 2(I - 1)$]. Na sequência temos *C* (Perímetros) que se subdivide em 5 partes: *C.1* (Em Números Inteiros e em Irracionais) que explica que:

Toda poligonal aberta ou fechada simples, dada por lados não inclinados em relação à rede de pontos quadrivértices, tem o perímetro em número inteiro [...]

Todas as poligonais com algum lado inclinado em relação à rede de pontos têm perímetro irracional [...] (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 49).

Depois vem *C.2* (Igualdade de Perímetro para Áreas Iguais?) que trata da confusão que as vezes há entre os conceitos de área e perímetro; *C.3* (Perímetros Máximos em Redes $N \times N$) dividido em *C.3.1* (Em números inteiros) e *C.3.2* (Em número irracional) que trabalham com o fato de caso não existe segmento inclinado o valor do perímetro é irracional e do contrário é racional; *C.4* (Uma nova Atividade sobre Perímetros) com ilustrações que exemplificam um tipo de atividade que consiste em ensinar um modo de encontrar poligonais dado o valor do perímetro, partindo desse valor para descobrir a quantidade de segmentos necessários para a formação das poligonais¹⁹¹; e, por último, *C.5* (Isso valeria reciprocamente?), que tenta responder a seguinte situação:

Dada uma poligonal fechada, a ela corresponde um número p de pontos não utilizados igual à diferença entre o número de pontos da rede e o de segmentos da poligonal. A questão recíproca que se propõe é a seguinte: *separados quaisquer p pontos da rede, a eles corresponderá o mesmo perímetro?* (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 56, **negrito** e *itálicos do autor*),

¹⁹⁰ Em A.1.4 encontramos um erro de digitação na página 42, quando são comparados dois quadrados usando a expressão: $A_2 : A_1 = (4\blacksquare) : (1\blacksquare = 4 : 1)$. É fácil perceber a falta de um parêntese após o último $\blacksquare$, que concertando deixa a equação: $A_2 : A_1 = (4\blacksquare) : (1\blacksquare) = 4 : 1$.

Outro erro está neste raciocínio: $A_Y : A_1 = (1\blacksquare + 4 \text{ metades de } (2\blacksquare : 1\blacksquare)) = (5\blacksquare) : (1\blacksquare) = 5 : 1 = 5$, presente na página 46. O erro ocorre quando não é apontado a divisão de $(1\blacksquare + 4 \text{ metades de } (2\blacksquare : 1\blacksquare))$ por $(1\blacksquare)$, pois é fácil verificar, na continuação dessa igualdade, que teremos $(5\blacksquare) : (1\blacksquare)$. Assim, o raciocínio fica: $A_Y : A_1 = (1\blacksquare + 4 \text{ metades de } (2\blacksquare : 1\blacksquare)) : (1\blacksquare) = (5\blacksquare) : (1\blacksquare) = 5 : 1 = 5$.

¹⁹¹ Sabendo o perímetro é possível descobrir a quantidade de segmentos necessários no formato vertical ou horizontal combinados e quantos segmentos inclinados serão necessários, se for o caso – lembrando que a existência de segmentos inclinados está relacionada com a presença de um ou mais números irracionais.

A resposta à questão é *não* e por meio de um contraexemplo temos a conclusão de não ser possível construir quaisquer duas poligonais fechadas com o mesmo perímetro, mas sim com o mesmo número de segmentos. Aqui termina o capítulo.

O quinto capítulo, intitulado *Fórmula de Pick: extensões e aplicações*, está subdividido em sete partes. A primeira, *A* (Introdução), relembra o que foi feito no terceiro capítulo e apresenta que o foco é discutir a Fórmula de Pick. Essa fórmula é considerada fácil e notável quando mobilizada no âmbito educacional, pois ela o encontro da área de polígonos, na rede de pontos, reduzindo a atividade à contagem dos pontos que pertencem ao contorno e ao seu interior. O item *B* (Descobrimo a Fórmula de Pick) discute o significado das incógnitas da fórmula, seguida pela subdivisão *B.1* (Com $I=0$); *B.2* (Com $I=1$); *B.3* (Com $I=2$) e *B.4* (Com I qualquer). A variação de I está relacionada aos pontos interiores da figura, sendo que *B.4* generaliza os dados anteriores que leva a uma fórmula ($A = \frac{F}{2} + I - 1$). Por fim, temos *B.5* (*Aplicações Imediatas*) que oferece atividades de aplicação desta fórmula. Em seguida temos o item *C* (Extensão para Rede Isométrica) que utiliza um raciocínio análogo ao anterior, agora, trabalhando com uma rede triangular isométrica e que oferece três alternativas de fórmula que podem ser usadas em redes de tipos diferentes¹⁹².

$$A_{triangular} = \frac{[F + 2(I - 1)]}{1}$$

$$A_{quadrivértice} = \frac{[F + 2(I - 1)]}{2}$$

$$A_{pentagonal} = \frac{[F + 2(I - 1)]}{3}$$

$$A_{hexagonal} = \frac{[F + 2(I - 1)]}{4}$$

O item *D* (Polígonos com “Furos”) utiliza figuras com outros polígonos no seu interior que são considerados “furos”. O objetivo é encontrar uma fórmula, que proceda da fórmula de Pick, e que consiga excluir a área desses polígonos interiores. O item oferece duas fórmulas uma para rede quadrivértice [$A = \frac{F}{2} + I - 1 + k$] e outra para rede isométrica [$A = F + 2(I - 1 + k)$]. Em *E* (*Aplicações a Relações Pitagóricas*) temos “[...] uma sucessão de aplicações da Fórmula de Pick” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 65) voltadas a servirem de ferramenta educacional de comprovação das relações pitagóricas tanto em redes

¹⁹² Os autores apontam que esta fórmula só vale se a fronteira do polígono estiver com todos os seus lados com os extremos em pontos contíguos da rede.

quadrivértices quanto isométricas. *F* (Provando (+ou-)!) foca em oferecer “[...] linhas de ação, um esboço” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 69) para maneiras diferentes de demonstrar a Fórmula de Pick. São apresentadas três linhas de ação que coincidem com as três subdivisões do item *F*: *F.1* (Prova de Coxeter), *F.2* (Prova por Triangulação de Euler) e, por fim, *F.3* (Prova por Diferenças Finitas). Vale apontar que a última demonstração é de autoria do professor Ruy Madsen Barbosa. O capítulo termina com *G* (Indicações Bibliográficas) e aqui são deixadas nove referências, três com títulos em português e o restante em inglês.

Percebemos novamente nesta segunda parte que há uma ordem progressiva no nível de dificuldade das discussões que, segundo os próprios autores, se iniciam com atividades voltadas para o quarto ano do ensino fundamental. É interessante apontar que apesar de iniciar com explicações possíveis de serem mobilizadas com alunos do quarto ano dos anos iniciais, vemos uma elaboração progressiva das atividades que terminam com atividades de demonstração. As atividades ganham uma complexidade que pode servir para trabalhos em séries mais avançadas do Ensino Fundamental e até do Ensino Médio. Nas atividades mais elaboradas, é usado um processo de dedução de fórmulas muito comum na matemática que parte de valores menores e são aumentados controladamente até chegar a uma generalização que sirva para um valor qualquer, conduzindo, portanto, à descoberta da fórmula procurada. A presença de atividades mais rebuscadas e demonstrações, apesar de trazer benefícios aos estudantes e de serem incorporadas de maneira bastante facilitada pelos modos como as discussões ocorrem no texto, são de uso bastante incomum com alunos da educação básica, principalmente no âmbito da educação pública.

A terceira parte é composta por dois capítulos e o primeiro, sexto do livro, é intitulado *Caminhos e Recobrimentos em Redes Quadrivértices*. O capítulo todo mobiliza uma única rede de pontos que é a rede Quadrivértice, como explicita seu título. O texto possui três partes principais: *A* (Conceitos Básicos) que efetua uma espécie de revisão de alguns conceitos “geométricos básicos” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 75), com foco no seu uso nas atividades subsequentes. O item *B* (Caminhos e Recobrimentos) explica o que é um caminho e o que é um recobrimento. Aqui há um breve resumo do que será tratado no capítulo, dizendo haver discussões sobre recobrimentos em redes quadradas de vários tamanhos e também o uso de redes isométricas de vários tamanhos¹⁹³. Em seguida este item se subdivide em 4 subpartes:

¹⁹³ Precisamos esclarecer, contudo, que esse capítulo apenas trata de redes quadradas, sendo a segunda informação incorreta. Apenas o próximo capítulo tratará de recobrimentos em redes isométricas. Pensamos que essa informação é um indício de que os capítulos 6 e 7 eram, a princípio, projetados para ser um único capítulo que foi, depois, desmembrado em dois.

B.1 (Recobrimentos em Redes Quadradas), B.2 (Classes de Equivalência), B.3 (Um Procedimento Estratégico) e B.4 (Contando Recobrimentos). O último item é o C – Atividades, que oferece cinco atividades¹⁹⁴.

O sétimo capítulo é chamado *Caminhos e Recobrimentos em Redes Isométricas* e ele basicamente faz um tratamento muito parecido ao que foi feito no capítulo anterior com redes quadradas, mas agora trabalhando com as redes isométricas. Em termos da forma como trabalha, o texto é bem semelhante, inclusive em suas subdivisões, só havendo a adaptação das atividades para o tipo de rede em questão. Sendo assim, seu primeiro item é A (Recobrimentos em Redes Isométricas); seguido por B (Classes de Equivalência) que ainda possui B.1 (Classes de Equivalência para Recobrimentos numa Rede Isométrica 2 x 2 x 2), B.2 (Classes para Recobrimentos numa Rede Isométrica 3 x 3 x 3), B.3 (Classes de Equivalência para Recobrimentos numa Rede Isométrica 4 x 4 x 4) e B.4 (Contando Recobrimentos); terminando o capítulo com o item C (Atividades) que oferece cinco atividades sem sugestão de discussão ou resultado. Isso, talvez, devido às atividades do capítulo anterior servirem de modelo para a resolução destas.

A terceira parte do livro, traz de volta o conceito de simetria, mas com ela há a mobilização de um pensamento dedutivo que leva o aluno a pensar em maneiras de generalizar o número de recobrimentos nos vários tamanhos possíveis de redes de pontos para se trabalhar. Outro conceito trabalhado é o de *Classes de Equivalência* que é bastante explorado em outros capítulos de outros volumes da série. Este conceito é utilizado em conjunto com o conceito de simetria somando ainda a utilização de procedimentos específicos, rotação e reflexão, aplicados em figuras. O objetivo, aqui, é excluir aquelas imagens que podem ser produzidas quando um desses procedimentos são aplicados em uma figura representativa de uma classe. Nas palavras dos autores:

Com isso, exemplificamos o que iremos chamar de classes de equivalência: Se um recobrimento existe, podemos obter novos recobrimentos diferentes com mesma estrutura fazendo com ele reflexões horizontais e verticais e rotações de 90°, 180° e 270°. A esse conjunto de recobrimentos de mesma estrutura damos o nome de classes de equivalência (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 79).

¹⁹⁴ Uma observação é que na primeira atividade, item e, existe um erro na discussão que os autores propõem, pois está escrito que foi oferecida uma ordem de leitura do recobrimento dado, pedindo que o leitor ofereça apenas uma notação de ordem, o que não efetivamente ocorreu, tornando errada a discussão devido ao não oferecimento dessa ordem pré-fixada.

A quarta parte, chamada *Quais e Quantos?* possui três capítulos. O primeiro, ou oitavo do livro, que é denominado *Figuras em Redes Quadrivértices*. Nele, os autores subdividem o mesmo em cinco itens principais. O item A (Atividades Preparatórias Simples) que oferece atividades e soluções, que funcionam como exemplos. As figuras são usadas para apresentar as soluções, não oferecendo uma discussão mais profunda. As figuras, ao seu turno, são suficientes para transmitir claramente a resolução sem a necessidade de maiores discussões. Cada atividade oferece uma rede quadrangular limitada (quadrada) com alguns pontos faltantes e solicita que os leitores descubram a quantidade de quadrados possível de ser confeccionada, utilizando todas as estratégias possíveis. O item B (Segmentos) discute sobre a quantidade de segmentos possíveis de serem construídos em uma rede quadrangular 3x3. Feito isso, eles apontam a solução utilizando algumas figuras e em seguida comentam:

Os professores poderão trabalhar a resolução do Problema 1 dialogando com os alunos a fim de descobrir quantos existem de cada tipo. É claro que a obtenção pode ser feita, por exemplo, considerando-se os tipos pelo comprimento dos segmentos; aliás, no capítulo 4 tratamos de como descobrir o comprimento dos segmentos inclinados. No caso, teríamos cinco tipos, com comprimentos: 1, 2, $\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$ (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 103).

E oferecem, ainda, mais informações, como:

A resolução anterior é adequada ao nível fundamental, porém o problema “quantos” pode ser tratado como questão de combinatória no ensino médio. Vejamos: temos um conjunto de nove pontos, e a cada vez usamos dois (os extremos), portanto o número total de combinações de um conjunto de nove elementos tomados cada vez um subconjunto de 2 elementos que é dado por: $C_{9,2} = 9^{(2)}/2! = 9.8/1.2 = 36$ (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 103).

Veja que essas são dicas de trabalho muito importantes que dividem experiências e ideias, visando contribuir com práticas de sala de aula dos leitores. São oferecidas, para as atividades, aplicações que servem para os ensinos fundamental e médio. Merece ênfase a amarração do conteúdo com temas já tratados em outros capítulos – como o quarto capítulo. Pensamos que esse tipo de interação, quando ocorre, é bastante benéfica por contribuir efetivamente com a formação dos professores, mas isso não ocorre em todos os capítulos do livro e nem mesmo em todos os capítulos dos demais volumes. Em C (Triângulos) abordam-se as possibilidades de construção de triângulos usando os vértices de uma rede quadrada 3 x 3. Cabe salientar que sua solução é oferecida por tipos de triângulos. Em seguida, há mais uma interação com os leitores através de um “Comentário” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 104) que sugere a exploração dessa atividade mobilizando as nomenclaturas dos triângulos segundo seus lados ou ângulos. Perceba, mais uma vez, quão profícuos são esses

apontamentos por tratarem de possibilidades para as atividades. Aqui também temos a mobilização das *Classes de Equivalências* para ensinar a fazer a contagem de cada tipo de triângulo encontrando os diferentes tipos que representam uma classe e rotacionando-os visando subtrair este valor do total de triângulos encontrado. Outro fator interessante é o trabalho voltado ao Ensino Médio que é trabalhado com ajuda do conteúdo de combinações ($C_{n,3}$) ressaltando a necessidade de excluir dessa contagem os casos em que os três pontos são colineares.

No item seguinte, *D* (Quadriláteros), começa-se questionando: “Quais e quantos quadriláteros é possível construir com todos os vértices em pontos da rede 3×3 ?” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 105). Segundo os autores, uma maneira mais fácil de resolver é separando os quadriláteros por tipos e é por isso, e também talvez para facilitar a discussão da solução, que os autores fazem isso subdividindo o item em cinco partes: *D.1* (Quadrados), *D.2* (Retângulos (que não são quadrados)), *D.3* (Paralelogramos (que não são retângulos)), *D.4* (Trapézios) e *D.5* (Quadriláteros (que não são Paralelogramos nem Trapézios)). Como é fácil perceber, as subdivisões correspondem aos tipos de quadriláteros possíveis de serem convencionados pela rede de pontos. Por fim, temos *E* (Indicações Bibliográficas) que basicamente oferece aos leitores três indicações de leitura com comentários.

O nono capítulo é chamado *Quadrados em Rede Qualquer Limitada* e ele está subdividido em duas partes. Em *A* (Quadrados em Redes $N \times N$) o item explica que o seu objetivo é estudar “[...] quais e quantos quadrados podemos construir numa rede $n \times n$ ” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 109). Dito isso os autores falam que o seu intuito é chegar a uma generalização do que ocorreu no item *D* do capítulo anterior. Há dois níveis de discussão neste capítulo: nível de ensino fundamental e nível de ensino médio. Assim, temos *A.1* (Quadrados com lados Horizontais), que se divide em *A.1.1* (Nível: ensino fundamental) e *A.1.2* (Nível: ensino médio (ou licenciatura)). A principal diferença, aqui, é a sugestão da prova da fórmula encontrada em *A.1.1*, usando indução finita, em *A.1.2*¹⁹⁵.

¹⁹⁵ Encontramos um erro na demonstração da fórmula ($QH_{kkk} = \frac{(k-1)k(2k-1)}{6}$) em *A.1.2*, pois para efetuar essa demonstração, os autores se utilizaram de um recurso que basicamente consiste em criar quadrados horizontais de tamanho j em uma rede de pontos de tamanho k ou $k-1$ – lembrando que eles estão tentando efetuar a demonstração utilizando indução finita. Não vamos entrar nos detalhes mais pormenorizados dessa demonstração, que basicamente possui um raciocínio correto, mas apenas apontaremos o ponto em que exatamente se encontra o erro em questão. Nesse sentido, em um determinado momento, se supõe que j pode assumir alguns valores, dentre eles, $j=1, j=2, j=3, \dots, j=k$. É exatamente na suposição de que j pode ser igual a k que se encontra o erro em questão, pois se estamos em uma rede de pontos de tamanho k e j é um lado qualquer de um quadrado com extremos em dois pontos dessa mesma rede, o valor máximo que j pode assumir é $k-1$, pois do contrário j seria o lado de um quadrado com medida 0, o que não faz sentido algum em geometria. Cabe

Em seguida vem A.2 (Quadrados com os lados Inclínados) e, aqui, como no anterior, existe as subdivisões: A.2.1 (Nível: ensino fundamental) e A.2.2 (Nível: ensino médio (ou licenciatura)) que utilizam uma forma parecida de raciocínio daquela usada em A.1.2 para demonstrar a fórmula encontrada. Aqui a demonstração é bem mais complexa.

Em uma reflexão acerca das demonstrações apresentadas em A.1.2 e A.2.2. Segundo nossas percepções, os cálculos efetuados envolvem muitas abstrações para efetuá-lo e compreender o que foi realizado. O tratamento apresentado, por sua vez, também não parece compatível com o que, em geral, se aborda no ensino médio. Talvez por isso é declarado que essas abordagens sejam também voltadas para licenciandos – em Matemática. Veja bem, até mesmo para licenciandos que possam ter possuído uma formação mais lacunar, algo que no Brasil não podemos considerar como uma exceção, inferimos que essas atividades talvez sejam de um grau de dificuldade bastante elevado. Em relação a outro cenário, talvez aqui fique evidenciado o caráter mais elaborado de algumas atividades da Matemática Recreativa. Segundo eles, muitas vezes elas são vistas como uma Matemática fácil e superficial, que muitas vezes se resume a um teste de um grande número de possibilidade (ou hipóteses), o que é bem diferente do realizado aqui.

A próxima parte é A.3 (*Indicações Bibliográficas*) e lá são indicadas algumas bibliografias, em língua inglesa, junto com comentários. Nos comentários é dito que as leituras demonstram o que foi provado no texto, por outros autores, de um modo diferente. O item B (Impossibilitando Construir Quadrados) se subdivide em duas subpartes B.1 (Introdução) e B.2 (Atividades). B.1 propõe algumas “brincadeiras” (p. 118) que

[...] consistem na eliminação de pontos de uma rede de modo a impossibilitar a formação de todos os quadrados possíveis de se construir tendo todos os vértices em pontos da rede. O desafio principal é descobrir o número mínimo de pontos que devem ser eliminados e quais devem ser esses pontos (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 118, *itálicos do autor*),

Já B.2 oferece cinco atividades para que os leitores resolvam e ao final são dadas suas soluções com exceção da quinta que é deixada a cargo do leitor.

O décimo capítulo é chamado *Triângulos em Redes Isométricas* e ele está subdividido em quatro partes. A primeira, A (Atividades Preparatórias Simples), oferece três problemas utilizando redes isométricas. O objetivo, como o título informa, é propiciar uma preparação para as discussões subsequentes. Em B (Triângulos em Redes Isométricas) há duas

frisar, no entanto, que este pode ter sido apenas um erro de digitação encontrado, pois os demais cálculos estão corretos.

subdivisões: *B.1* (Rede $3 \times 3 \times 3$) e *B.2* (Rede $4 \times 4 \times 4$). A questão aqui é quantos triângulos podem ser formados em uma rede isométrica de cada tamanho. Aqui novamente temos duas maneiras distintas de realizada essa contagem – uma usando imagens separadas dos diferentes tipos de triângulos possíveis (equilátero, isósceles e escaleno) e outra é usando combinatória e subtraindo o valor da quantidade de imagens com três pontos alinhados. Lembrando, pelo já visto no capítulo anterior, que a solução via imagens é voltada ao ensino fundamental e a que utiliza combinatória é para o ensino médio. O item *C* (Triângulos Equiláteros em Redes $N \times N \times N$) busca por uma generalização e em *C* temos *C.1* (Indicação Bibliográfica) que indica uma leitura e faz um comentário de um texto internacional (em inglês) que visa apontar a resolução de um problema que inspirou a solução apresentada e supostamente original. Por fim, temos o item *D* (Triângulos Equiláteros Especiais em $N \times N \times N$) que se divide em três partes e defende efetuar um estudo “supostamente original” (p. 130) que responder sobre a quantidade de triângulos equiláteros possíveis de se construir em uma rede isométrica qualquer, sendo eles de dois tipos – ponta para cima e ponta para baixo. Daí, temos três partes: *D.1 – Triângulos Equiláteros com Lados Unitários (ocupam rede $2 \times 2 \times 2$)*, *D.2 – Triângulos Equiláteros com lado 2 (ocupam rede $3 \times 3 \times 3$)* e *D.3 – Triângulos Equiláteros com lado k* . Importante dizer que a nota de rodapé 10, aponta que uma das fórmulas foi descoberta por um dos membros do grupo em 2008, mas não oferecido seu nome¹⁹⁶.

Na quarta parte encontramos novamente um grupo de atividades que, apesar de haver algumas delas que sirvam para o ensino fundamental, possuem um viés mais elaborado. Essas atividades, pensamos, exigem mais compreensão por parte dos estudantes e leitores, inclusive no caso daqueles que estejam no ensino superior. Sublinhamos o uso da *indução finita*, que é muito utilizada em demonstrações matemática visando comprovar a validade de alguma fórmula deduzida após algumas experimentações.

Em seguida temos o primeiro capítulo da quinta parte do livro – *Explorando Redes Circulares* – com o título *Ângulos em estrelados inscritos*. O item possui um único subitem que já inicia logo após o seu título principal, que é *A* (Uma Situação-Problema Curiosa). O item de início oferece a “situação-problema” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 137) que serve como um exemplo usado para efetuar as discussões que serão, em seguida, promovidas no restante do capítulo.

¹⁹⁶ Aqui temos evidências de que o GGEP não era unicamente composto pelos autores deste livro, pois imaginamos que haveria indicação de qual deles fez a descoberta no caso de ser um dos autores.

Situação: É dado um estrelado de cinco pontas inscrito numa circunferência com rede de pontos não igualmente espaçados.

Problema: Determinar a soma dos ângulos das cinco pontas (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 137).

A resolução é discutida com grandes detalhes e um dos principais conceitos utilizado é que os espaçamentos das pontas do estrelado não interferem no resultado da soma dos seus ângulos. O outro conceito importante é que os valores dos ângulos inscritos são a metade dos ângulos centrais. Em seguida o item se subdivide em três outras subpartes: A.1 (Atividades); A.2 (Descobrimos uma Fórmula), que desenvolve a fórmula para solucionar problemas como esse ($S_{n,i} = [n - 2(i + 1)]180^\circ$); e, por fim, temos A.3 (Comentário) que apresenta a seguinte fala:

Com base em oficina pedagógica realizada com professores do ensino fundamental e do ensino médio quando esse estudo estava ainda em estágio inicial, verificamos que o assunto é bastante motivador e permite explorar vários temas relacionados da Geometria (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 141).

Como podemos observar o tema foi explorado junto a professores do ensino fundamental e médio, o que certamente dá maior credibilidade acerca da sua eficácia. Importante também considerar, entretanto, que isso não garante que o tema funcionará dentro da sala de aula só porque seus professores aprovaram as atividades. Claro que o teste demonstra uma certa aprovação e verificação das suas potencialidades, como é ressaltado pelos próprios autores ao dizer que se trata de uma atividade bastante motivadora e que pode ser usada para “explorar vários temas relacionados da Geometria” (TIGGEMANN *et al.*, 2013, p. 141).

O décimo segundo capítulo recebeu o nome de *Contagem de Cordas* e está subdividido em quatro partes. A (Preliminares) que discute o que servirá de base para os itens que seguem. Nele, basicamente é especificado que em uma circular: n é o número de pontos, nesse caso igualmente espaçados e é apresentado a seguinte notação $c_{n,k}$ para representar uma rede circular. O item seguinte, B (Máximo de K), se subdivide em duas partes: B.1 (Obtendo a Fórmula) que apresenta uma fórmula para encontrar o valor máximo de k pontos intermediários para uma rede de n pontos e B.2 (Atividades) que oferece três atividades que pedem para construir cordas com comprimentos máximos ou com comprimentos mínimos com uma determinada quantidade específica de pontos presentes na rede circular. O item C (Descobrimos Configurações com Cordas) possui o subitem: C.1 (Situação-Problema) que apresenta:

Situação: É dada uma rede circular de n pontos.

Problema: Determinar todas as configurações com p cordas em cruzamentos e sem extremo comum (TIGGEMANN *et al.*, 2013, p. 145).

São esse tipo de problemas que darão o *tom* das três atividades seguintes. Em seguida temos *D* (Matemática Relacionada) que apresenta a matemática que os autores perceberem se relacionar com as atividades propostas no capítulo. Apesar de não haver uma subdivisão oficial, a discussão desse item se subdivide em três questões, sendo que para a última os autores indicam a leitura do décimo segundo capítulo do primeiro volume dessa série, pois lá existe um estudo realizado pelo professor Ruy e a professora Maria Christina B. Marques, para aqueles leitores interessados em verificar essa discussão matemática. Cabe ressaltar que não é a primeira vez que os livros da série sugerem como parte da discussão a leitura de textos constante em outro livro da mesma série ou em outro trabalho externo a ela.

O capítulo seguinte é o décimo terceiro – *Estrelados Contínuos e Descontínuos* – e ele é subdividido em cinco partes. A primeira, *A* (Introdução), faz uma pequena discussão de alguns conceitos que, depois, serão mobilizados no decorrer do capítulo. Esses conceitos são apresentados com a ajuda de dois exemplos que utiliza uma rede circular para construir dois estrelados. Ainda nesse item, temos a seguinte “Nota”:

O professor poderá aproveitar os dois exemplos para realizar algumas explorações sobre polígonos inscritos; por exemplo, que o primeiro é contínuo e o segundo é descontínuo (observar que este é constituído de duas pentagonais fechadas, formando dois estrelados). Aliás, se o estrelado empregasse cordas do tipo $c_{10,1}$, também seria descontínuo, mas composto por dois pentágonos regulares. Quantos lados cruzam cada um de seus lados? No caso dos descontínuos é melhor para a visualização usar cores diferentes para os componentes (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 153).

Perceba que nesta nota os autores mais uma vez interagem com o público, oferecendo conselhos e sugestões de diferentes modos para eles explorarem as atividades propostas. Reforçamos que essas interações são bastante ricas e contribuirão com a formação dos professores. Elas oferecem ideias que servem contribuem na problematização e/ou reflexão acerca da própria prática docente dos leitores, incentivando-os, acreditamos, a fazer uso da criatividade para potencializá-las.

O item *B* (Fórmula do Número de Cruzamentos) faz algumas considerações que levam ao estabelecimento de uma fórmula para a contagem dos *nós* existentes nos cruzamentos dos lados de um determinado estrelado ($NC_{n,k} = n \cdot k$). O próximo item, *C* (Contagem de Nós, Regiões e Arestas), logo de início é visto como “[...] apropriado para o ensino médio e as licenciaturas, mas o professor poderá empregar as fórmulas para conferir trabalhos de alunos

do ensino fundamental” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 154). Dito isto, são dadas, por meio de algumas deduções, três fórmulas para identificar a quantidade de *nós* [$N = n(k + 1)$], de *regiões* [$R = n(k + 1) + 1$ ou ainda $R = N + 1$] e de *arestas* [$A = 2N$ ou $A = 2n(k + 1)$] de polígonos estrelados.

Em seguida, são oferecidas algumas ilustrações e uma “Nota” que indica que as imagens referentes as soluções dos resultados dos exemplos anteriores possui um outro propósito que não é o de apenas apresentar as suas soluções, mas “incentivar o interesse pelo desenvolvimento estético diante do belo” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 155), isso porque as imagens oferecidas para os leitores utilizam o preenchimento de algumas de suas partes com cores diferentes que tornam as figuras bastante harmônicas e agradáveis de contemplar. É fácil perceber o apelo à beleza como uma maneira de despertar experiências artísticas nos estudantes, algo bastante utilizado pelas tendências de ensino empírico-ativistas.

O item *D* (Contagem de Polígonos Contínuos e Descontínuos) mobiliza dois exemplos para efetuar uma discussão que introduz a Fórmula de Euler para auxiliar na determinação de estrelados contínuos¹⁹⁷. O capítulo termina com o item *E* (Comentários sobre Prova da Fórmula da Função de Euler) que indica três referências para o “leitor interessado” (TIGGEMANN *et al.*, 2013, p. 162). Essas são referências brasileiras, que apresentam, três maneiras diferentes de demonstrar a Fórmula de Euler.

O último capítulo dessa parte e o décimo quarto do livro, é intitulado *Brincando e Aprendendo com Resíduos* e está subdividido em quatro partes. A primeira delas, *A – Aprendendo Outra Tabuada da Multiplicação*, começa recordando algo já usado antes, o conceito de congruência nas representações gráficas e explica que aqui ele será aplicado no conceito na multiplicação. Em seguida, é sugerido um treinamento do modo de multiplicar que será usado e que é definido: “Dois números inteiros **a** e **b** são congruentes (ou cômugros) segundo um inteiro não nulo **m** (chamado módulo), e escrevemos $a \equiv b \pmod{m}$, se e só se a diferença entre **a** e **b** for um múltiplo de **m**” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 163). O item *B* (Associando Representações Gráficas), se divide em *B.1* (Aprendendo) e *B.2* (Investigando Diagramas). *B.1* mobiliza exemplos que usam as tabelas de tabuada aprendidas para verificar representações gráficas e *B.2* que se subdivide em *B.2.1* (Fator Principal = 2) e *B.2.2* (Fator Principal = 3) – ambos trabalham com a verificação das representações gráficas de circunferências que utilizam um valor fixo para o fator principal e gradualmente aumentam o

¹⁹⁷ Interessante apontar que a Fórmula de Euler é: $\Phi(n) = n \cdot (1 - 1/a_1) (1 - 1/a_2) \dots (1 - 1/a_r)$, sendo a_j os fatores primos de n .

valor do módulo. O item C (Indicações Bibliográficas) tece alguns comentários e indica três trabalhos internacionais (em inglês) que segundo interpretamos levam a outras fontes para consulta sobre o tema e que tratam de outras propriedades. O último item do capítulo é o D (Um complemento Artístico) que segundo consta é uma representação diferente da anterior. O objetivo, aqui foi de desenvolver o “senso estético e a sensação prazerosa do belo” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 171) nos estudantes.

Importante salientar que a quinta parte é o local em que surgem as primeiras discussões e atividades que envolvem as redes circulares, até então não trabalhadas no livro. Nela também há a mobilização do conceito de simetria, que certamente é muito utilizado pelo autor não apenas neste livro como em outros volumes da série. É bastante interessante verificar como este conceito está entremeado em várias atividades recreativas das obras estudadas. O interessante aqui, entretanto, é o forte apelo às figuras que são utilizadas com o intuito de despertar, nos estudantes, um senso de estética e beleza que claramente demonstra um apelo que desperta motivação e muita curiosidade nos alunos.

Em seguida temos a sexta e última parte – *Miscelânea* – e seu primeiro capítulo chama-se *Triangulações e extensões*. O capítulo possui 8 subdivisões e a primeira delas, A (Introdução), que adianta que aqui será encontrado:

[...] polígonos com vértices em redes de pontos ao acaso, portanto, em particular, poderão ser redes quadrivértices ou triangulares isométricas. O estudo será realizado com triângulos cujos lados não se cruzam e possuem por vértice pontos interiores ou vértices do polígono. Ao conjunto de triângulos que satisfazem essas condições chamaremos de triangulação do polígono. Estudaremos também extensões com quadrângulos (quadriláteros) e pentágonos (pentaláteros) (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 175).

Em B (Conceituação) os autores tratam de *rede de pontos ao acaso* e também de *triangulação*. A principal função do item é apresentar a seguinte situação-problema: “É possível triangular o interior de um polígono com triângulos, com vértices nos pontos interiores ou nos pontos da fronteira do polígono, cujos lados não se cruzam? Qual o número máximo de triângulos?” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 176) que serve de pergunta diretriz do capítulo todo. Em C (Aprendendo a Triangular) são apresentados três casos de triangulações diferentes em polígonos convexos. O último trabalha com I pontos interiores, sendo apontado que trabalhos voltados para o ensino fundamental, deveriam trabalhar com a contagem direta das figuras, já para o ensino médio existe uma função exclusiva para esses cálculos. O item D (Descobrimos a Fórmula) mostra a dedução dessa fórmula voltada para trabalhar com o ensino médio. O item E (E os Polígonos Côncavos?) possui dois subitens: E.1 (Superando

Facilmente Dificuldades) que ensina a superar a dificuldade de trabalhar com polígonos côncavos por meio da separação dele em polígonos convexos para, então, aplicar, em cada novo polígono convexo, as triangulações específicas de cada caso; e *E.2* (E a Fórmula para Côncavos?) que ensina ser possível usar a mesma fórmula usada para trabalhar com polígonos convexos. Segundo eles, a prova realizada usando a Fórmula de Euler não distingue entre polígono convexo ou côncavo. O próximo item é o *F* (Atividades) que oferece atividades sem respostas ou dicas de solução. O item *G* (E Fórmula para Arestas Interiores?) oferece duas fórmulas distintas para o encontro das Arestas Interiores, uma que mobiliza a Fórmula de Euler ($A_I = V + 3I - 3$) e outra que advém da subtração dessa fórmula pelo número de triângulos ($A_I = T + I - 1$). Por fim, temos *H* (Quadrangulações e Pentagulações?) que estende o conceito das triangulações para quadrangulações e pentagulações.

O último capítulo do livro, décimo sexto, é chamado *Xadrez em Redes Quadrivértices* e está subdividido em duas partes. Antes de começar, contudo, os autores lembram que em capítulos anteriores eles trabalharam com a produção de caminhos em redes quadrivértices que objetivavam efetuar o recobrimento de uma determinada rede dada, assegurando que não ocorresse nenhum cruzamento. Eles enfatizam que nesse capítulo o estudo se voltará a um “novo tipo de recobrimento. Usaremos uma peça do jogo de xadrez para realizar os caminhos, utilizando, claro, o seu movimento regular no jogo” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 185). Em seguida temos *A* (O Jogo de Xadrez) que se dedica a explicar um pouco a respeito do jogo e sua história nos subitens: *A.1* (Um pouco de História) e *A.2* (O Tabuleiro, as Peças e seus Movimentos). O item *B* (Recobrimentos Caminhando com Peça do Xadrez) se subdivide em 5 partes. *B.1* (Aprendendo) que apresenta como deve ser confeccionado o recobrimento de uma rede dada, no caso das redes 3x4 e da rede 3x3. *B.2* (Atividades de Recobrimento em Redes de Pontos em Cruz), *B.3* (Atividades de Recobrimento em Redes da Forma 3 x N) e *B.4* (Atividades de Recobrimento em redes da Forma 4 x N) que oferecem atividades específicas de acordo com seu título. Na última, porém, em um quadro cinza aprendemos que ela será relevante para o tratamento de um *Problema Maior* que é *B.5* (Atividades de Recobrimento em Redes da Forma N x N). *B.5* vai oferecer um conjunto de quatro atividades, sendo três com solução discutida pelos autores, com exceção da terceira. A quarta atividade mobiliza uma rede 8 x 8, mesmo tamanho de um tabuleiro de xadrez oficial, e oferece quatro soluções diferentes. O capítulo termina com os seguintes dizeres:

MARAVILHA?

Não. Caso existissem 8 (de 8 x 8) maravilhas do mundo, esta seria a oitava para a nossa satisfação pessoal, orgulhosos de sua criação. É

maravilhosamente belo gostar de Matemática e fazer Matemática. Ela sempre nos surpreende prazerosamente (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 195, maiúsculas do autor).

Aqui os autores deixam bastante claro o amor pela disciplina e o prazer que sentem em discutir e encontrar soluções para problemas que trabalham com a Matemática. Refletindo sobre seus dizeres, imaginamos que estão retratando a Matemática Recreativa, que de uma certa forma prende a atenção e ao mesmo tempo diverte, nem sempre se tratando de uma Matemática muito elaborada, mas podendo ser bastante trabalhosa. Pensamos que os autores procuram evidenciar esse sentimento, buscando talvez cativar os leitores pela matemática e despertar o gosto por ela.

Ainda sobre este capítulo, queremos enfatizar a seguinte citação:

[...] agora vamos trabalhar com formas retangulares $3 \times n$ com $n > 6$. Notaram? A verdade é que tentamos mas não descobrimos a solução nem uma justificativa para o fato; cremos que as formas 3×5 e 3×6 não possuam solução, mas ficaremos agradecidos se o leitor encontrar a solução ou a causa da não existência (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 191).

Veja que os autores tentaram, mas não conseguiram resolver este caso, demonstrando sua falibilidade e os colocando em uma posição de humildade para com o público. Este é um posicionamento horizontal, acreditamos, que é muito defendido em discussões acerca da relação ideal entre professor e aluno de muitas tendências para o ensino da matemática. Percebemos, aqui, o que parece ser uma posição de não se colocarem como especialistas que sabem de tudo e infalíveis. Essa é uma característica que merece ênfase, pois aproxima o leitor do autor, em termos de *expertise*.

Terminado o capítulo, na página 197 encontramos as *Referências*, aqui também, como acontece nos demais volumes, separadas capítulos. Cabe evidenciar que nesse caso, são oferecidas referências para a *Introdução* e para a segunda, terceira, quarta e sexta partes do livro, mais especificamente os capítulos 5, 6, 9 e 15. Continuando, temos um conjunto de *Anexos* com “papéis de pontos necessários: circular, quadrivértice e isométrico” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 199) para serem utilizados visando servirem para resolver as atividades propostas. Imaginamos que o uso delas deve se dar por meio de fotocópias, objetivando oferecê-las aos estudantes ou leitores na intenção de trabalharem na resolução das atividades deixadas. Virando a página, encontramos a última folha impressa com o título *Quem Somos* que apresenta os autores.

Considerações Finais

Nosso objetivo, aqui, é apontar as nossas percepções deste quarto volume da série *O Professor de Matemática em Ação*. Dito isso, uma primeira discussão é a respeito das notas de rodapé, que são um total de 17. As notas de rodapé não são meros acessórios que participam de um livro gratuitamente. Elas trazem, consigo, informações de suma importância para o trabalho do hermenêuta, pois complementam, orientam e comentam partes do texto, oferecendo informações essenciais a sua compreensão e, portanto, a sua análise.

Uma análise geral das notas desta obra, nos levou a verificar que elas almejam complementar as informações do texto principal. Sendo um pouco mais específicos quanto aos seus objetivos, conseguimos perceber pelo menos quatro especificidades que de certa forma diferenciam um pouco as notas acima. São elas: (i) algumas notas se ocupam em enriquecer o texto com dados de caráter biográfico, bibliográfico ou vindos da História da Matemática – as notas 3, 4 e 15 –; (ii) outras assumem a função de esclarecer alguma informação relevante ao texto – as notas 2, 6, 8, 10, 11, 13, 14 e 16 –; (iii) um terceiro tipo são aquelas que sugerem leituras voltadas ao aprofundamento teórico, visando aclarar alguma demonstração ou curiosidade relativa ao texto – como é o caso das notas 7 e 9 –; e por fim, temos (iv) uma quarta característica destas notas que são aquelas que oferecem sugestões e indicações de caráter pedagógico aos seus leitores – como é o caso das notas 1, 5, 12 e 17.

Temos também que as figuras presentes no livro são elementos de suma importância para a assimilação das discussões que se presentificam no corpo do texto. Elas, inclusive, são usadas com muita propriedade pelos autores. Cabe apontar, que existe até mesmo momentos em que as figuras são chamadas a agir de modo a contribuir com a explicação de algum conteúdo. Pelo fato de as atividades desse livro, em geral, envolverem o manusear de imagens, seja em um geoplano ou em uma rede de pontos específica, pensamos que as figuras oferecidas assumem um papel de destaque muito importante, principalmente quando consideramos que alguns exercícios são respondidos pelos autores, com o uso de apenas figuras que mobilizam setas e outros elementos para apresentar a sua solução. Muitas atividades, nem sequer são respondidas com a mobilização de frases de qualquer natureza que não seja uma única imagem ou um conjunto delas e isso já é suficiente.

Em termos da linguagem, percebemos, como acontece em outros volumes da série, um estilo de escrita que está bem próximo do leitor. Esse estilo não necessariamente chega a ser informal, mas ele “dá a impressão” de que o autor e seu leitor, muitas vezes, estão apenas dialogando. Há nele momentos de interação que o autor quase parece estar junto dos leitores,

indicando a eles o que deve ou não ser feito em sala de aula; como quando lemos: “A resolução anterior é adequada ao nível fundamental, porém o problema ‘quantos’ pode ser tratado como questão de combinatória no ensino médio” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 103), ou ainda quando diz “Se julgar conveniente, o professor poderá aplicar atividades semelhantes às descritas, para geoplanos ou redes isométricas” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 31); e um último exemplo é quando diz “É interessante representar graficamente os polígonos de posse das cadeias” (Tiggemann *et al.*, 2013, p. 162). Nós, na posição de hermeneutas, percebemos esses comentários como que se parecendo com uma dica que o mestre oferece ao aluno quando em uma aula prática e ambos estão geograficamente próximos. Sem contar, a naturalidade com que esses comentários surgem no texto e como eles conseguem fazer “toda a diferença” com relação a interpretação da leitura, pois eles complementam a abordagem com uma informação que parece vir diretamente do que está na mente dos autores do livro, e que sem esse comentário não haveria a possibilidade de resgatar esse pensamento.

Uma característica que consideramos fundamental e que já apontamos nas nossas descrições de outros livros da série, e até mesmo em certos momentos dessa descrição, é a de que às vezes as atividades deixadas e que são de alguma forma discutidas ou que são solucionadas pelos autores, seja essa solução efetuada com uma discussão mais pormenorizada ou apenas por meio de um desenho, servem como uma espécie de modelo da forma de resolver um determinado tipo de atividade. Se não um modelo, pelo menos como uma espécie de exemplo que oferece o *modus operandi* do raciocínio que circunda a solução da atividade. Sem elas provavelmente os autores iriam necessariamente ter de oferecer aos leitores uma discussão mais teórica dos assuntos tratados. Nesse sentido, essas discussões mais teóricas são, de certo modo substituídas por esse tipo de *atividade discutida* que além de funcionar muito bem, de certa forma deixa mais leve as discussões teóricas que deveriam acontecer caso essas atividades não existissem. Pensamos que essas atividades, contribuem com a manutenção do interesse dos alunos, pois entendemos que eles não devem se interessar muito pelas discussões de cunho mais teórico. Claro que não podemos ser ingênuos e pensar que essa forma de *exposição do conteúdo*, baseado em algo aplicado e palpável, por meio de atividades como essa, sejam substitutos permanentes das discussões teóricas. Muitas vezes essas discussões são fundamentais para a elaboração do pensamento matemático dos estudantes; principalmente quando trabalham com teorias “clássicas” da matemática. Pensar assim, reduziria o ensino da matemática a um viés utilitarista e superficial que certamente prejudicaria a formação do pensamento matemático dos alunos.

Referências

- Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Bártlová, T. **History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics**. 148 f. Tese (Doutorado em Matemática). Department of Mathematical Analysis, Charles University, Prague, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.11956/1330>. Acesso em 28 de setembro de 2018.
- Ferrarezi, L. A. **Criando novos tabuleiros para o jogo Tri-Hex e sua validação didático-pedagógica na formação continuada de professores de matemática: uma contribuição para a geometria das séries finais do ensino fundamental**. 147.f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2005. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91007>. Acesso em: 20 de abril de 2023.
- Fiorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetike**, v. 3, n. 4, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.
- Miskulin, R.G.S. Apresentação. In: Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v., p. 7-8. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Sumpter, L. Recreational Mathematics – Only for Fun? **Journal Of Humanistic Mathematics**, [S.L.], v. 5, n. 1, p. 121-138, jan. 2015. Claremont Colleges Library. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5642/jhummath.201501.07>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.
- Tiggemann, I. S. *et al.* **Geoplanos e Redes de Pontos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, 4. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).
- Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa**. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

Apêndice 5

Análise Descritiva do quinto volume da série *O Professor de Matemática em Ação*.

Introdução

Este texto é parte dos apêndices de uma tese de doutorado que foi escrita em formato de um diário de pesquisa e que almejou analisar todos os volumes da série *O Professor de Matemática em Ação* produzida entre os anos de 2009 e 2014. A tese tem vínculo institucional com o Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências (FC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus de Bauru; é produzida junto ao Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem) e recebeu apoio financeiro, por meio de bolsa de estudos, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) – código de financiamento 001.

O objetivo desta nota é apresentar uma análise descritiva do quinto volume da série¹⁹⁸ em tela, que foi escrito pelos membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J) sob coordenação do professor Ruy Madsen Barbosa¹⁹⁹ e publicado pela Autêntica Editora em 29 de maio de 2014 com o título *Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática*. Os autores da obra, para além do professor Ruy Madsen são: Carolina Innocente Rodrigues²⁰⁰, Luciana Aparecida Ferrarezi²⁰¹ e Raquel Araiium²⁰² (Rodrigues *et al.*, 2014).

¹⁹⁸ O que geralmente chamamos de coleção, desde a confecção do nosso projeto de pesquisa, e que o livro intitula de a “série” *O Professor de Matemática em Ação*, para nós nada mais é do que dois termos com um mesmo fim, possuidores de um mesmo significado. Sendo assim, mobilizaremos ambos de forma livre durante a nossa descrição.

¹⁹⁹ Ruy Madsen Barbosa se formou em bacharelado e licenciatura em Matemática pela Universidade Católica de Campinas (UCC), fez Doutorado em Probabilidade na UCC e Livre Docência na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Araraquara. Foi membro fundador do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) e do Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CRAEM), grupos que foram polos irradiadores do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. Durante este movimento, ele contribuiu com a inserção do conteúdo de Matrizes no Ensino Médio brasileiro e também atou, em duas gestões, como presidente da regional paulista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem-SP).

²⁰⁰ Carolina Innocente Rodrigues é graduada em Matemática (2009) pela UFSCAR com bolsa de Iniciação Científica do CNPq, possui Mestrado Profissional em Ensino de Ciências em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2015) e doutorado em Educação pela UFSCAR (2020). Teve experiência como professora da educação básica e do ensino superior, sendo que hoje trabalha lecionando pela rede de ensino municipal de Uberlândia.

²⁰¹ Luciana Aparecida Ferrarezi cursou Licenciada em Matemática pelo Centro Universitário de Araraquara (UNIARA), fez mestrado em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro sob orientação conjunta de Laurizete Ferragut Passos e Ruy Madsen Barbosa com bolsa Capes (2005) e fez doutorado em Educação Escolar pela Unesp de Araraquara (2010). Ela atuou como professora na educação básica e do magistério superior e dentre os trabalhos que publicou junto com o professor Ruy, encontramos um segundo livro publicado conjuntamente com os membros de outro grupo relacionado com a temática dos jogos chamado Grupo de Estudo e Pesquisa Jogatina Matemática Pedagógica (G-JOMAP). O livro foi produzido pela Livraria da Física em 2013 com o título *Revisitando Conexões em Jogos: pensamos, aprendemos e divertimo-nos*.

O referencial teórico e metodológico que inspirou a nossa metodologia foi a Hermenêutica de Profundidade (HP) desenvolvido por John Brookshire Thompson (2011). Este referencial, em linhas gerais, possui três movimentos analíticos distintos, porém concomitantes e interconectados, didaticamente denominados, pelo autor, de Análise Social e Histórica, Análise Formal ou Discursiva e (Re)Interpretação. Cada um destes movimentos se volta a observar, por meio de alguns exercícios analíticos específicos, aspectos diferentes da(s) obra(s) como: o seu contexto de produção, a(s) sua(s) materialidade(s) e, de posse destes dois estudos, o hermeneuta se lança a produzir afirmações plausíveis que possam contribuir com a confecção de uma (re)interpretação do(s) texto(s) analisado(s) e, com isso, de um aprofundamento abrangente acerca dele(s).

Aqui apresentamos uma Análise Descritiva²⁰³ do quinto volume que é parte de uma das notas que se prestam a observar a materialidade dos livros da série. Na tese, o texto assume a responsabilidade de contribuir com o movimento de produção de um estudo interno dessa obra que fomentará, a seu turno, uma Análise Formal ou Discursiva da série, contribuindo com a produção de (Re)Interpretações da série de livros estudada que, por sua vez, se tornarão uma análise hermenêutica.

Antes de passarmos ao próximo item, precisamos esclarecer que essa Análise Descritiva é fruto de uma leitura do livro *online*²⁰⁴ comprado durante a elaboração do projeto de pesquisa que foi submetido ao processo seletivo do programa de Pós-graduação ao qual nos vinculamos. A análise iniciou por esta versão, pois estávamos impossibilitados, dado o distanciamento social ocorrido com a pandemia de Covid-19 que impediu o acesso às Universidades e de acessar fisicamente o acervo do grupo, lugar onde são guardadas as obras físicas. Como já havíamos comprado os volumes 3 e 5 (versão *online*), primeiramente

²⁰² Raquel Araium é Licenciada em Matemática pela Universidade de Sorocaba/SP (UNISO), Especialista em Educação Matemática pela UNICAMP, é professora aposentada da rede estadual de ensino paulista e foi membro do Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GETERP) do Departamento de Matemática da UNESP – Rio Claro/SP.

²⁰³ A Análise Descritiva em si tem sido uma das maneiras que os membros de nosso grupo têm lidado com a condução da Análise Formal ou Discursiva das Formas Simbólicas analisadas por eles quando inspirados metodologicamente pela HP, mas até então não havia uma nomenclatura específica que sistematizasse tal fato. A nossa opção por essa análise se deu devido nossa intenção de oferecer aos nossos leitores o que chamamos, por falta de uma melhor definição, do *tom* da obra analisada. Esse *tom*, segundo, entendemos, só é possível de ser comunicado com a ajuda de uma descrição aliada à várias citações diretas de itens presentes no livro que ressaltam o tratamento que se estabelece entre autor e leitor. Entremeados nas descrições e citações, se encontram nossas notas analíticas, como poderá ser observado na sequência.

²⁰⁴ Este fato ocorreu também com a produção das análises descritivas do terceiro volume, dado já termos acesso a estes dois livros nas versões online. Como conseguimos acesso aos demais volumes há tempo, as descrições dos volumes 1, 2 e 4 ocorreram baseadas unicamente nos materiais físicos.

realizamos as análises utilizando-os, enquanto aguardávamos o acesso ao acervo. Quando tivemos acesso aos livros físicos, fizemos as devidas adequações para oferecer os apontamentos necessários acerca das obras físicas, mas tomamos a primeira análise, que usou a versão *online*, como uma oportunidade para demarcar algumas diferenças que percebemos entre ambas as versões. Logo, existem neste texto alguns apontamentos deste teor que pensamos enriquecer ainda mais o material.

Descrição

Figura 19: Capa do primeiro volume da série



Fonte: Site da Autêntica Editora, disponível em <https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/63>.

Este texto caracteriza o quinto volume da série que possui um total de 173 páginas e tamanho 155 x 225 milímetros que é padrão da série. A capa do livro é de cor amarelo queimado em tom bastante vivo, que pode remeter ao uso do colorido e do belo, característica apreciada por autores que trabalham com as metodologias ativas no ensino da Matemática. Fiorentini (1995) aponta esta característica como sendo uma possível vinculação com uma das perspectivas de ensino denominadas empírico-ativista ou construtivista²⁰⁵. Na capa

²⁰⁵ De acordo com Fiorentini (1995), as ideias atreladas à Tendência Empírico-Ativista, que é base de uma metodologia ativa, portanto, oposta à visão Formalista Clássica, faz que esta tendência tenha o papel de facilitar e orientar o processo de ensino e aprendizagem; o aluno se torna o centro deste processo, que inclusive parte de uma ponderação acerca do desenvolvimento psico-biológico dos alunos; as atividades são desenvolvidas, geralmente, em grupos pequenos, por meio de rico material didático e em ambiente estimulante; na Tendência Empírico-Ativista é possível verificar que no uso de jogos e experimentos, além do contato visual, há o contato tátil e da manipulação. O pressuposto em questão, é conhecido do meio acadêmico e dos educadores por meio do jargão “aprender fazendo” e nele a aprendizagem é vista como passível de ocorrer por generalizações ou abstrações baseadas na intuição e na indução. Os métodos de ensino da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas são aqueles que dão margem para o trabalho desta Tendência satisfazendo estes pressupostos. O fato de enfatizar a utilização dos sentidos no processo de ensino e aprendizagem, no entanto, afastam a ideia Empírico-Ativista da Tendência Construtivista, que ao nosso ver é bastante próxima das atividades realizadas por pesquisadores que defendem a Matemática Recreativa. A tendência construtivista, por sua vez, substituiu a prática mecânica, mnemônica e associacionista por uma prática que objetiva, por meio do uso de materiais concretos, construir estruturas do pensamento lógico-matemático e/ou à construção de conceitos. Aqui é pressuposto que o pensamento não possua fronteiras, ocorrendo por construção, desconstrução e reconstrução de maneira sistemática e cíclica; as estruturas do pensamento não são impostas ao aluno e também não são percebidas como inatas, mas como resultado de uma construção interna que ocorre em longas etapas de reflexão e de interação do aluno com o mundo, seus pares e com seus interlocutores; há uma negação de que o

encontramos os dizeres que identificam os autores, que são os membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Jogos (GEP-J) e o professor Ruy Madsen Barbosa, especificado entre parênteses, como sendo o seu coordenador. O termo coordenador é mais bem explicado na sessão *Quem Somos* que apresenta brevemente o currículo de todos os autores do livro, quando se destaca que o professor Ruy era o coordenador do grupo GEP-J. Cabe-nos frisar, entretanto, que o fato de o seu nome ser mobilizado na ficha catalográfica do livro e, também, na sua capa especificando a condição de coordenador e deixando de apontar, nesta última, os nomes dos demais autores, mas apenas o nome do grupo, nos indicam também que o professor Ruy atuou como um coordenador ou liderança para a produção da obra em si. Mesmo esse autor sendo um membro do grupo, a sua indicação na capa da obra como coordenador é uma ênfase quanto à sua participação na produção da obra que inferimos estar diretamente ligada à questões mercadológicas que se atrelam a relevância do autor, pois ele já era bem estabelecido e reconhecido do mercado editorial com várias obras publicadas ao longo de sua carreira que, por sua vez, transmite um maior nível de confiança para o público, e talvez também exista o fato do espaço para publicação ser à princípio dado a ele, pela editora, desde a publicação do primeiro volume, podendo ser esta especificação que surgiu tanto como uma exigência do autor ou até da própria editora na intenção de manter uma certa homogeneidade entre as obras que se ligam pelo elo da presença deste autor em todos os volumes, sem dar ênfase ao nome de todos os autores do grupo de pesquisa que participaram desta empreitada.

A orelha da capa do livro é de cor preta e traz três parágrafos, sendo que o primeiro deles apresenta o Grupo como sendo “[...] composto propositalmente por membros de formação diversa, para que seus componentes tenham mais e melhores possibilidades de trocas de ideias e consequentes contribuições”.

Na contracapa há uma pequena sinopse que indica que o professor Ruy oferece nesta série “obras inovadoras sobre recreações matemáticas e material pedagógico para a sala de aula e para a formação do professor de matemática”. A frase também está presente em outros volumes como 1, 2 e 4. Ressaltamos a ênfase em dizer que o professor Ruy apresenta as atividades e não os autores em conjunto é que o fazem, mais uma vez apontando a

conhecimento possa advir das experiências e dos sentidos, mas por meio de uma interação/reflexiva do homem com o meio e/ou com atividades, sendo, portanto, diversa da percepção Empírico-Ativista; a construção humana é vista como construída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis, priorizando mais o processo que o produto do conhecimento; os conteúdos são úteis, mas não indispensáveis para o aprendizado e para o desenvolvimento do pensamento, de modo que o erro é visto como positivo e de grande valor pedagógico. Para o construtivista, o conhecimento é ativamente construído pelo sujeito e não passivamente recebido do ambiente e o conhecimento é um processo adaptativo que organiza o mundo experiencial do aluno que não é um mundo preexistente e independente da sua mente (Fiorentini, 1995).

centralidade que há neste autor como forma de embasar sua participação. A sinopse apresenta o que se pode esperar desse volume, explicando, entre outras coisas, que o livro é subdividido em duas partes, a primeira delas oferecendo jogos propostos pelos quatro componentes do grupo de pesquisa separadamente e a segunda que “[...] leva o leitor a interpretar denominações não pelo seu aspecto usual, mas sim pelo aspecto divertido dos números, e termina com um capítulo dedicado a mais jogos, todos relativos a números primos”. O último parágrafo, por sua vez, informa que o livro evita tratar de aspectos teóricos da educação, mas que o grupo criou nele “[...] ações educativas das quais é possível extrair propriedades conceituais matemáticas”.

Dentro do livro temos o *Sumário* que indica que ele possui uma *Apresentação* e depois se subdivide em duas partes com uma quantidade específica de capítulos, sendo que o número deles é desigual em cada uma delas. Nos capítulos são oferecidos os títulos dos jogos que serão apresentados e o *Sumário* termina indicando a página *Quem Somos* como a última sessão da obra.

Na sessão *Apresentação* é feita uma exposição geral dos capítulos do livro, abordando um pouco da sua estrutura e dos seus conteúdos, sem adentrar muito na dinâmica interna dos capítulos. Além disso, nessa sessão são tratadas algumas informações da teoria de jogos e algumas visões que partem do autor da apresentação, sendo que é este o único lugar no qual isso é abordado. Destacamos que a *Apresentação* foi escrita pelo professor Dr. Mauro Carlos Romanatto²⁰⁶, professor da Faculdade de Ciências e Letras da UNESP de Araraquara, à época. Salientamos também que esse texto ocupa um espaço de duas páginas e meia e que o seu autor destaca a coletânea de jogos que foram criados ou adaptados pelo grupo GEP-J e que foram escolhidos para compor os seis capítulos que compõem a obra. Ele enfatiza que a finalidade do livro é “[...] propiciar aos professores e estudantes atividades lúdicas que, uma vez jogadas e problematizadas, permitem trabalhos com ideias e aspectos do conhecimento matemático” (Romanatto, 2014, p. 7).

Antes de apresentar os capítulos propriamente ditos, o autor da *Apresentação* fala um pouco mais do que entende ser o papel dos jogos em sala de aula. Segundo ele “[...] jogar e

²⁰⁶ Mauro Carlos Romanatto se licenciou em Física pela Universidade Federal de São Carlos em 1974, se especializou em Metodologia do Ensino na Área de Ciências, conclui o mestrado em Educação pela Universidade Federal de São Carlos em 1987 sob a orientação de Fermino Fernandes Sisto e terminou seu doutorado em Educação sob orientação de Décio Pacheco em 1997. Atuou como professor da UNESP em Araraquara e Membro da Diretoria Executiva da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, regional de São Paulo - 2006-2007. Do mais ele possui uma ampla participação no campo da Educação Matemática brasileiro, com publicações de artigos em revistas, livros, congressos etc.; além de orientações e participações em comissões e cargos administrativos para docentes.

brincar (imaginar, distrair-se) são atividades muito sérias e necessárias ao pleno desenvolvimento social, cultural e emocional de crianças, jovens e adultos” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 7) e ele ainda argumenta que os jogos pressupõem a existência de regras que basicamente possuem duas características: suficiência – aquilo que o jogador pode fazer – e consistência – inexistência de uma contradição entre as regras. Nesse sentido, é possível comparar os jogos – com as suas regras – e as regras presentes no conhecimento científico. Logo, segundo ele “As definições, as propriedades e os procedimentos, em um campo do saber, necessitam de suficiência e de consistência tanto em seu discurso científico quanto em sua conformidade com a experiência” (Romanatto, 2014, p. 7). Nesse viés, para ele, jogar é preparar o estudante para vivenciar o que há de essencial na atividade científica.

Um apontamento relevante sobre essa discussão é a aproximação desta visão com as observações tecidas por Sumpter (2015). Esta autora aponta para o apelo que há, nos trabalhos que se envolvem com a Matemática Recreativa, a componentes afetivos que se corporificam em termos como prazer e diversão. Esses termos surgem, na primeira citação do parágrafo anterior na variação das palavras jogar, brincar, imaginar e distrair. Esse apelo a emotividade do leitor/aprendiz, que produz uma sensação afetiva positiva, atua instigando-os a aprender, em uma tentativa de atenuar as sensações negativas comumente produzidas durante o ensino da Matemática. Nesse sentido, Sumpter (2015) aponta essa questão como uma maneira relevante de reconhecer o envolvimento da atividade de ensino com o que é proposto pela Matemática Recreativa.

A apresentação também tece elogios que demonstram a visão de Romanatto acerca do uso dos jogos, a saber: é uma “promissora metodologia [que] /.../ procura resgatar do lúdico noções, princípios e procedimentos matemáticos” (Romanatto, 2014, p. 7). Segundo consta, o autor da *Apresentação* percebe a possibilidade de associar o jogo à resolução de problemas, entendendo que o jogo é uma metodologia que motiva, desafia e envolve o jogador em suas atividades. Quanto ao inventor dos jogos, Romanatto argumenta que ele expressa concepções de mundo, de sociedade e de educação através destes recursos. Quanto ao trabalho do professor, o texto exprime que os jogos possuem dois momentos, um primeiro momento em que o conteúdo de ensino é visto como sendo o próprio jogo (aqui a atividade do jogo prevalece) e um segundo momento em que a problematização do jogo, ou melhor, de suas atividades, deve associar o jogo aos assuntos matemáticos. Nesse sentido,

[...] talvez não devessem existir jogos associados explicitamente a certos conteúdos matemáticos, mas sim jogos que, por meio de problematizações

de suas atividades, permitissem ao professor trabalhar certos conceitos e princípios matemáticos (Romanatto, 2014, p. 8).

Para o autor questões como “Para que conteúdo matemático serve esse jogo?” ou “Para que faixa etária esse jogo é indicado?” (Romanatto, 2014, p. 8) devem ser relativizadas, pois seu uso depende diretamente da problematização que é feita pelo professor que mobiliza o jogo. Uma sugestão deixada ao leitor que deseja trabalhar com jogos é que “[...] quem for utilizar o jogo em sala de aula deve tê-lo jogado bastante, pois assim poderá participar, intervir e vivenciar as atividades e as situações” (Romanatto, 2014, p. 8). E o autor termina sua fala acerca dos jogos na sala de aula comentando que o uso dos jogos leva os alunos à competição e que este fator pode ser percebido como negativo, o que além de importante, deve ser levado em consideração, mas ele confronta essa crítica dizendo que o uso de duplas pode suavizar essa questão de vencedor e de perdedor, mas acima de tudo, segundo ele, a vida cotidiana precisa que os alunos saibam lidar com a derrota e com a vitória. Abordando mais diretamente as partes e os capítulos do livro, ele conclui com um *mea culpa* a respeito do campo da Educação Matemática dizendo:

A Educação Matemática em sala de aula deveria ser criativa e envolver significativamente os estudantes na busca por soluções para problemas ou desafios, por meio de ideias e procedimentos o âmbito da Matemática e, também, mostrar essa ciência como uma atividade da mente humana cuja essência é a busca de padrões e ordem. Essa perspectiva para a Educação Matemática é um dever e um dos grandes desafios apresentados aos professores que ensinam Matemática na educação básica (Romanatto, 2014, p. 9).

É importante ressaltar, aqui, da fala citada acima, que esse *mea culpa*, está no fato de o autor acreditar que o papel da Educação Matemática deveria “envolver significativamente os estudantes” (Romanatto, 2014, p. 9), portanto, aqui, percebemos claramente um sentimento de não cumprimento desse dever, algo que parece ser muito básico para o autor e que, dessa forma, o incomoda a ponto de explicitar no texto, especialmente quando enfatiza que “Essa perspectiva para a Educação Matemática é um dever e um dos grandes desafios apresentados aos professores que ensinam Matemática na educação básica” (Romanatto, 2014, p. 9).

Um ponto também perceptível e que deve ser ressaltado da citação acima é quanto a crença na relação das aulas de matemática nas escolas serem criativas e estarem ligadas ao uso de problemas e desafios. Aqui conseguimos perceber uma vinculação das ideias dos autores deste livro, por meio desta citação de Romanatto, com a Matemática Recreativa, especialmente no que tange ao modo como Bártlová (2016) tenta definir esta área de estudo, a Matemática Recreativa, segundo alguns dos seus aspectos, que para ela são impossíveis de

serem evidenciados sem a explicação de que seus limites se interconectam de alguma forma devido à natureza desta área. Assim, esta autora define esta área como possuindo quatro aspectos: *Aspecto Científico Popular* – que é uma matemática divertida e popular, que pode ser compreendida por aqueles interessados, mas de características comuns, tornando a matemática séria em algo agradável e compreensível –, *Aspecto Divertido* – que se volta à diversão como um desvio da matemática séria, geralmente não ensinada nas escolas –, *Aspecto Pedagógico* – que evidencia a grande vantagem de mobilizar a Matemática Recreativa nas escolas com propósitos pedagógicos e, por fim, *Aspecto Histórico* – que busca indicar a grande quantidade de áreas de estudo sérios da Matemática que se originaram de uma brincadeira, um jogo ou um desafio propostos no passado. De acordo com esses apontamentos conseguimos perceber o uso de atividades que mobilizam a criatividade e os desafios para envolverem os alunos no aspecto pedagógico, no aspecto científico popular e, também, no aspecto divertido da Matemática Recreativa, que funcionam, cada um deles, como um apelo em prol do seu uso. Aqui, podemos novamente evidenciar a visão de Sumpter (2015) quanto ao apelo a afetividade dos alunos visando ensinar.

Outro ponto proveniente também dessa citação é vislumbrarmos como o autor percebe a matemática em termos filosóficos. Para ele a Matemática é “uma atividade da mente humana cuja essência é a busca de padrões e ordem” (Romanatto, 2014, p. 9), que segundo a nossa visão, aproxima este autor, em termos de suas ideias, do construtivismo – que percebe a matemática como uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais e possíveis; em que o seu conhecimento, o conhecimento matemático, não se produz isoladamente pelo sujeito; em que o mundo físico também não é a fonte do conhecimento matemático; e que o conhecimento matemático se dá na ação/interação/reflexão do homem com o meio (Fiorentini, 1995). O autor termina a sessão de *Apresentação*, elogiando o livro, ao se referir a ele como “[...] um excelente material, em que as características de uma efetiva prática pedagógica com a Matemática estão contempladas” (Romanatto, 2014, p. 9), e convidando o leitor a “jogar, pensar e aprender” (Romanatto, 2014, p. 9) com ele.

Na sequência, terminada a *Apresentação*, há uma página que se repete no início de cada parte que subdivide este livro. Na página referente à primeira parte, há um quadro que antecede os capítulos e que serve como uma introdução. Nesse quadro os autores da obra explicam haver um total de 21 jogos de regras distribuídos entre os quatro capítulos que ficam à disposição do professor ou licenciando. Para cada jogo são apresentadas suas regras e ilustrações, um pouco da matemática que envolve o jogo, variantes dos mesmos e comentários

relativos à sua gênese, além de indicar algumas referências. Para aqueles leitores que buscam entender aspectos educacionais teórico-práticos a respeito dos jogos, os autores do GEP-J, por meio do livro, indicam a leitura de outros autores brasileiros, afirmando haver boas obras nesse cenário a este respeito e deixam três indicações de leituras: *O Jogo e a Matemática no contexto de sala de aula* de Regina Célia Grando, *Jogos de regras e a resolução de problemas* de Vera Barros de Oliveira e *Cadernos do Mathema: jogos de matemática* Volumes 2 e 3 de Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz e Estela Milani. Cabe enfatizar, que os autores do livro se limitam a oferecer essas indicações de leitura a respeito dos aspectos educacionais, mas não fazem, efetivamente, uma discussão teórica a seu respeito.

Na página de apresentação da segunda parte também encontramos um quadro parecido, mas com a seguinte frase: “Divertindo-se e aprendendo através de jogos de números com nomes curiosos” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 121). Este texto de apresentação, diferentemente do que ocorreu na primeira parte, pensamos, tem a intenção de não mais apresentar esta parte, mas convidar o leitor a se envolver com ela.

O livro todo é dividido em seis capítulos que são subdivididos em duas partes. A primeira parte possui quatro capítulos e cada um deles é de responsabilidade de um membro do grupo GEP-J, oferecendo um total de 21 jogos. A segunda parte é composta por dois capítulos escritos, cada um deles, por quatro membros do grupo em conjunto. Na segunda parte há um total de sete jogos alocados no capítulo 6, visto que o capítulo 5 não chega a apresentar um jogo. Logo, ao todo, são apresentados 28 jogos que, de maneira geral, cada capítulo exibe uma quantidade específica deles, com exceção do quinto capítulo que não trata de um jogo, mas se aproxima mais de “um glossário de termos”, explicados ao leitor de uma maneira descontraída, visando aguçar o interesse. Este capítulo busca um *tom* engraçado que pode ser percebido pelos seguintes trechos evidenciados a seguir: “Ora! Como pode algum número ser chamado ‘um milhão’? Só se o número faz parte de uma espiga bem grande!” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 125), ou ainda “Eta! Laterais? Esses números nos parecem, sob ‘novos olhares’, elementos que se esgueiram ou fogem cautelosamente pelos lados, enquanto os outros vão diretamente, cortando caminho pela diagonal” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 125) e, por fim, “Número nupcial?! Na Matemática vai haver núpcias, casamentos, ou chegamos atrasados para a festa?” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 127). Claramente é possível perceber um *tom* de brincadeiras, talvez até jocoso demais, que visa, de certa forma, agradar os leitores mais jovens, em uma tentativa de despertar a curiosidade pela investigação, junto aos autores, dos nomes curiosos dos números em discussão. É inclusive realizado, no site da Editora e na primeira orelha do livro, o seguinte esclarecimento a respeito do objetivo deste capítulo que

diz que nele “[...] temos algumas páginas preparadas com a intenção de divertir os leitores com nomes curiosos”²⁰⁷.

O segundo capítulo do livro, redigido pela professora Luciana Aparecida Ferrarezi, trata de cinco dos jogos denominados *Frações*, *Calculadora de Produto*, *Calculadora de Potência*, *Três em Linha com novos diagramas* e *Ternas Triangulares*. (Ferrarezi, 2012). Percebemos que estes jogos, mais especificamente os quatro primeiros, possuem relação com o trabalho de Mestrado da autora intitulado *Criando novos tabuleiros para o jogo Tri-Hex e sua validação didático-pedagógica na formação continuada de professores de Matemática: uma contribuição para a Geometria das séries finais do ensino fundamental*, defendida junto à Unesp de Rio Claro no ano de 2005, com orientação da professora Laurizete Ferragut Passos e coorientação do professor Ruy Madsen (Ferrarezi, 2005).

Observando os jogos tratados no livro, percebe-se que há uma grande variedade deles, alguns com nomes curiosos, como é o caso do jogo *Diagramas Bicromáticos com Triângulos Monocromáticos* e *Jogos de Conexão com sabor Topológico*. São nomes pouco populares, haja vista o uso de terminologias de campos muito específicos, os quais quase sempre não remete a algo divertido. Mas há exceções, quando no próprio nome encontramos a palavras jogo(s), como em *Jogos da Balança*, *Jogos da Soma Mágica*, ou ainda, *Quatrilho: jogo da tabuada de multiplicar*; outros exemplos surgem quando encontramos um nome que se parece com o nome de um jogo geralmente conhecido pelo professor ou interessado, como é o caso de *Ludo das Tampinhas* ou *Bola na Lata*.

Nem todos os jogos deixam claro os conteúdos que trabalham, mas fizemos, na tabela abaixo, um levantamento dos conteúdos apontados em cada uma das discussões destes jogos²⁰⁸ para contribuir para essa discussão.

Tabela 02: Conteúdos mobilizados por Jogo

Nome do Jogo	Conteúdo
Ludo das Tampinhas	Contagem, correspondência um-a-um.
Memória Geométrica	Figuras Geométricas, Classificação por lados e Sentidos e

²⁰⁷ Citação retirada, no dia 20 de maio de 2020, diretamente da Página on-line da Editora Autêntica, sob o seguinte link: <https://grupoautentica.com.br/autentica/livros/aprendo-com-jogos/1079>. Cabe apontar que esta frase também está presente na primeira orelha do livro.

²⁰⁸ Aqui, procuramos no livro por palavras-chaves que representassem o conteúdo percebido pelos autores como possível de ser abordado em cada um dos jogos apresentados – nesse levantamento nos baseamos no que estava escrito nas discussões dos jogos partindo do seu título e buscando por palavras-chaves que destaquem ou indiquem a possível mobilização de um conteúdo matemático específico. Salientamos que pode ter havido conteúdos mobilizados que não percebemos em nossa leitura, mas é preciso esclarecer que não foi nosso objetivo esgotar todas as possibilidades, mas apenas evidenciar uma grande quantidade deles.

	Nuances.
Multiplicação Egípcia	Multiplicação e Potência de dois.
Quarteto Super Trunfo	Generalização e percepção de sequências e padrões – pré-álgebra.
Que Número Falta?	Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, soma e multiplicação.
Frações	Frações próprias e impróprias e frações equivalentes.
Calculadora de Produtos	Multiplicação e aproximação
Calculadora de Potências	Potenciação
Três em Linha com Novos Diagramas	Nomenclaturas da Geometria Euclidiana como: altura, ceviana, mediana, bissetriz, ortocentro, baricentro, encentro e excentro.
Ternas Triangulares	Propriedades como todo lado dos triângulos são menores que a soma dos demais e a menor distância entre dois pontos é uma reta, propriedades das ternas e função geral para contagem das ternas.
Bola na Lata	Soma, Multiplicação, Subtração, Potenciação, dependendo das operações definidas para o jogo.
Caça Produto	Multiplicação
Número Secreto	Vários conteúdos dependendo das perguntas dos jogadores. De um modo geral, propriedades de números: pares, primos, maior, menor, divisível etc.
Quadrilho: Jogo da Tabuada de Multiplicar	Multiplicação
Tabuada da Velha	Multiplicação
Procurando o Dividendo	Divisão e Multiplicação (múltiplo).
Jogos de Balança	Soma, Multiplicação e Unidades de peso.
Jogos de Soma Mágica	Soma e equações.
Jogos de Conexão com sabor Topológico	Intervalo, inferência, Progressão Aritmética.
Dominação não transitiva	Propriedade Transitiva, Probabilidade e frequência relativa.
Diagramas Bicromáticos com Triângulos Monocromáticos	Combinação e Triângulos, Polígonos Regulares e Diagonais de Polígonos.
Procurando Números Primos	Definição de Números Primos e suas propriedades
Falando Primo	Números Primos
Primos Gêmeos	Definição de Números Primos Gêmeos, Crivo de Eratóstenes e Reconhecimento direto de primos
Números Perfeitos: Deficientes e Abundantes	Definições de Números Perfeitos, Abundantes e Deficientes, divisão
Números Amigáveis	Definição de Números Amigos, Divisão, Divisores de um número
Primos entre Si	Definição de Números Primos entre Si, Divisão, Divisores, Divisores Comuns, Máximo Divisor comum
Números Felizes	Definição de Números Felizes, Potência, Soma dos Quadrados dos Algarismos de um Número.

Fonte: Informações retiradas de palavras chaves encontradas nas apresentações dos jogos.

Observando a tabela cima percebemos que os jogos podem contribuir com o trabalho de uma ampla variedade de temas, simultaneamente, principalmente quando levamos em consideração jogos que envolvem mais conteúdos, como é o caso do *Primos entre Si*, *Número Secreto*, *Bola na Lata* e *Três em Linha com Novos Diagramas*. Alguns jogos são mais específicos e se voltam a trabalhar com menos conteúdos, ou apenas um deles, como é o caso daqueles que trabalham com o conteúdo números primos, tratado nos jogos: *Procurando Números Primos*, *Falando Primo* e *Primos Gêmeos*. Assim, percebemos uma riqueza de possibilidades de trabalho com os jogos, seja em termos de contribuir com o ensino de vários conteúdos interrelacionados, seja no trabalho com um conteúdo mais específico, que depende das necessidades do professor. Outro detalhe importante é a possibilidade de um conjunto de jogos servir para trabalhar alguns conteúdos que se inter-relacionam e assim, contribuir com o trabalho de um conjunto de temáticas por meio de um combinado destes jogos.

Apontamos que nessa primeira parte do livro não parece haver uma ligação interna entre os jogos de um mesmo capítulo com relação aos seus conteúdos. Assim, os capítulos um, dois, três e quatro não procuraram estabelecer algum tipo de interconexão mais íntima entre seus jogos. O capítulo seis, entretanto, mobiliza um mesmo grupo de atividades, que em comum podem ser, pensamos, um exemplo de conjunto de atividades recreativas, ou de jogos. Neste caso, eles têm alguma relação em comum e podem fazer parte de um mesmo plano de aula – ou sequência didática –, envolvendo, no caso, a descoberta dos números com diferentes nomes. Aqui, trabalham em comum com números primos, divisão, divisibilidade, máximo divisor comum e fatoração – todos eles conteúdos que de certa forma se entrecruzam e que são ensinados de maneira aproximada nos currículos.

Pensamos que os jogos deste sexto capítulo possuem uma certa relação um com o outro, no sentido que um leva o outro em consideração, como ocorre na apresentação do segundo jogo deste capítulo, *Falando Primo*, que cita o jogo já apresentado anteriormente pelos autores, *Procurando Números Primos*, dizendo “Depois de procurar números primos no jogo anterior, podemos usá-los num joguinho movimentado e vibrante. Seu objetivo educacional é obter a fixação de números primos em ordem crescente, mas brincando” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 137). Ou ainda quando observamos a ligação de seus conteúdos, que nos três primeiros jogos trabalham com números primos e o conteúdo divisão e os três seguintes que vão continuar trabalhando com assuntos relacionados à divisão, como divisores, divisores comuns e máximo divisor comum. O único jogo que se afasta um pouco do plano que vinha sendo seguido por meio da mobilização de tópicos relacionados à divisão, mas que ainda assim podemos ver nele uma certa continuidade com o que vinha sendo proposto, isso

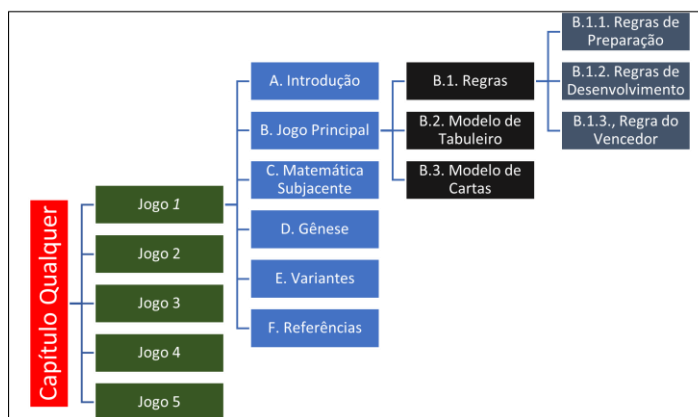
considerando a sequência dos tópicos matemáticos presentes nos guias curriculares, assinala como o próximo conteúdo a ser ensinado, depois da divisão, a potenciação; e que além do mais dá continuidade ao fluxo de trabalho proposto pela sequência didática, que é trabalhar com os nomes diferentes para números com certas características, temática central que serve de motivação para o uso de todos os jogos dessa sequência, inclusive do último deles, *Números Felizes*, que trabalha com a potenciação e a soma dos quadrados dos algarismos de um número.

Ao fim e ao cabo, percebemos que os conteúdos do sexto capítulo se relacionam nos três primeiros jogos pelo conteúdo números primos e a divisão, que é uma forma de identificar os números primos, pois “Um número é primo se e só se possuir apenas dois divisores: o *divisor universal e ele próprio*” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 135, *itálicos do autor*). O próximo jogo, *Números Perfeitos: Deficientes e Abundantes* também mobiliza a divisão ao somar os divisores de um número para testar se este é perfeito, deficiente ou abundante. O jogo que vem em seguida, *Números Amigáveis*, mobiliza novamente a soma dos divisores de um número, neste caso a soma dos divisores do suposto número amigo, para identificar se dois números dados são amigáveis ou não. Mais um jogo é apresentado, *Primos entre Si*, também utiliza a divisão para verificar se há divisores em comum entre os números e assim conseguir analisar se dois números são primos entre si ou não. O último jogo da sequência, *Números Felizes*, não trabalha com a divisão, mas avança no conteúdo a partir do pretexto de trabalhar com números que gozam de nomes diferentes, mobilizando a potenciação, a soma das potências dos algarismos de um número para identificar se ele é um número feliz ou não. Esta é uma sequência didática factível para alunos do Ensino Fundamental II e que pode introduzir várias temáticas – definições, fixação de várias propriedades e cálculos que ajudam os alunos a aprender mais sobre os números, de uma maneira geral, e sobre a divisão, em particular.

Todos os capítulos, exceção ao quinto, são constituídos por jogos. Estes jogos, são vistos por nós como subtítulos dos capítulos e eles por sua vez possuem alguns subitens, na intenção de melhor apresentá-los. É preciso destacar, aqui, que nenhum capítulo segue um formato totalmente rígido e fixo, no sentido de possuir todos os subtítulos, ou seja, seus subtítulos não são estanques, seja em termos da sequência de seu aparecimento, seja pelo fato de, às vezes, eles não possuírem as mesmas subdivisões. Desse modo, a apresentação de cada um dos jogos possui alguns itens que são comumente encontrados, falando de uma maneira mais geral, como: *Introdução, Jogo Principal, Matemática Subjacente, Gênese, Variantes e Referências*. Cada um destes itens, podem ou não possuir subdivisões próprias, como por

exemplo acontece com o subitem *Jogo Principal*, que geralmente aponta: *Número de Jogadores, Materiais, Regras do Jogo* – que por sua vez possui algumas subdivisões como *Regras de Preparação, Regras de Desenvolvimento e Regras do Objetivo ou do Vencedor* ou ainda *Finais*. Essas ideias podem ser mais bem observadas no seguinte diagrama:

Diagrama 02: Generalização dos Capítulos do Livro²⁰⁹



Fonte: Baseado em uma generalização da maneira que os capítulos do livro se constituem.

A *Introdução* não está presente em todos os jogos, sendo que ela surge primeiro nos dois últimos jogos do segundo capítulo e quando ela aparece, introduz alguns comentários ou definições importantes que devem ser conhecidas antes do jogo ser jogado como no caso que segue:

Conhecida a propriedade que expressa: *Qualquer lado de um triângulo é menor que a soma dos outros dois* (FIG.1), acrescentamos ao tema a necessidade do conhecimento do caso particular que *em todo triângulo, o maior lado é menor que a soma dos outros dois*; e o conceito do perímetro (soma de todos os lados). Essa propriedade pode ser estendida para polígono (FIG. 2), dada a sua equivalência. *O caminho mais curto entre dois pontos é o segmento de reta com extremos nesses pontos* (Ferrarezi, 2014, p. 47, *itálicos do autor*).

Algumas informações encontradas nas *Introduções* são usadas antes mesmo de serem mais bem explicadas, como quando o autor fala “Usaremos nesses jogos somente balanças com mostrador” (Barbosa, 2014, p. 85), sendo que somente no item *Jogo Principal* existirá uma relevância para esta informações por ser nele que são tratados os materiais necessários para o jogo. Devido a isso, o livro precisou duplicar a informação que fica disponível, com um pouco mais de detalhe neste último item, mas mesmo assim presentes nos dois locais mencionados; ou ainda quando diz “Aos lados e às diagonais do polígono regular (ou

²⁰⁹ Muitos dos subitens mencionados, algumas vezes, transpõe-se seus limites e abarcam pontos que são na verdade parte de um outro subitem, não havendo um padrão.

aproximadamente regular) chamaremos, indistintamente, de *arestas*” (Barbosa, 2014, p. 115, *itálicos do livro*), sendo que já existe o item *Matemática Subjacente*, que possui o propósito de discutir essas informações.

O subitem denominado *Jogo Principal* é algumas vezes chamado de *O Jogo*. Neste subitem, conseguimos visualizar informações como o número de jogadores, o material necessário, são oferecidas imagens que representam o tabuleiro dos jogos, ou as cartas que serão usadas nele. Pode ainda, apenas representar a planificação de alguns dados que não seguem o padrão comum, como no jogo *Dominação não transitiva* que utiliza dados com configurações específicas que devem ser produzidos pelo professor ou alunos. Neste item, também encontramos um subtítulo que é denominado de *Regras* e que geralmente se subdivide em *Regras de Preparação* – ou *Regras Gerais* –, *Regras de Desenvolvimento* e *Regra do Objetivo* – que também pode receber os nomes de *Regra do Vencedor* ou *Regra Final* dependendo do jogo e do autor que o apresenta. Em dois jogos, também encontramos um item chamado *Regras de Atribuição de Pontos*, este geralmente surge quando a resposta certa vale uma quantidade de pontos e a errada recebe um valor diferente. Para nós, este item apresenta o que é necessário saber para construir e para jogar o jogo, assim como podemos encontrar exemplos de como o jogo é jogado, ou exemplos de construção de materiais a ele relacionados.

No subitem *Matemática Subjacente*, sua função varia muito ao longo do livro, podendo apresentar uma revisão dos conteúdos trabalhados no jogo ajudando o professor a relembrar estes conteúdos. Trazem propriedades que auxiliam na jogabilidade ou na correção das respostas dos alunos, resolução de situações específicas dos jogos e, às vezes, apontamentos acerca de algumas curiosidades, demonstrações, dedução de fórmulas que podem ser apresentadas aos alunos pelo professor. O item *Gênese*, por sua vez, trata da criação do jogo, de que lugar ele surgiu, quem o inventou, em que outros jogos ou textos ele se baseou. Neste item encontramos algumas citações, como no jogo *Frações* que se baseou em um texto de “Barson (1992)” (Ferrarezi, 2014, p. 38) intitulado *Three-in-a-Row*. O o jogo *Ternas Triangulares* que emergiu de problemas propostos por “Liu (1968)” (Ferrarezi, 2014, p. 51) em um livro chamado *Introduction to Combinatorial Mathematics*. Ou ainda, no jogo *Que Número Falta?* que teve seu tabuleiro adaptado de uma tabela criada por “Boécio (1091, b)” (Rodrigues, 2014, p. 33), cuja referência não está presente no livro, constando apenas a sua citação. Os apontamentos deste item procuram ilustrar elementos que serviram de base para criação de alguns dos jogos ou que apresentam outros. Alguns jogos são apresentados mobilizando, ainda que brevemente, a História da Matemática. Já o item *Variantes* apresenta

algumas variantes para o jogo em questão, nesse sentido, às vezes ele apresenta algumas possíveis formas de se trabalhar o jogo que o tornam mais fácil ou mais difícil, apresenta algumas sugestões de fichas que podem substituir as fichas primeiramente utilizadas, ou ainda oferece maneiras de jogar que trabalham com outros conteúdos ou que aprofundam o conteúdo inicial.

Por último, apresentamos o item *Referência*. Este item apresenta os livros que embasaram as discussões de cada jogo, sendo que nem todos os jogos o possuem. No entanto, algumas discussões de alguns jogos trazem citações e dentre estas citações algumas possuem a referência ao trabalho citado neste item e outras não, inclusive, não aparecendo em lugar algum do livro. O caso de citações que não são referenciadas no livro pode ser comprovado no jogo *Quarteto Super Trunfo* em que a autora faz referência a “Post, Behr e Lesh (1995)” (Rodrigues, 2014, p. 28), mas não a apresenta no subitem *Referências* relativo ao jogo no qual é citado, nem no capítulo que este jogo é apresentado, nem sequer em outra parte qualquer do livro, seja em forma de nota ou referência bibliográfica. Outro exemplo de citação que não possui referência é “Boécio (1091, b)” (Rodrigues, 2014, p. 33). Na maioria dos casos, entretanto, não são feitas citações a trabalhos específicos diretamente no texto, mas constam no item *Referências* alguns dos trabalhos que embasaram a discussão dos jogos.

Observando as referências da obra, algumas percepções que nos chamaram atenção é o fato de haver vários jogos que foram apresentados pelos autores deste livro que não possuem referências bibliográficas em suas apresentações apontadas para o leitor, inclusive não existe nenhuma referência indicada no capítulo 3. Ao contrário do que acontece nos capítulos 1 e 2, respectivamente, que possuem, em todos os jogos apresentados, referências bibliográficas ao final de cada um dos seus itens. Fazendo um *link* com a promessa existente no quadro dado na primeira parte do livro que diz: “Tal escolha nos conduziu automaticamente a colocar à disposição do professor ou licenciando, em cada jogo, suas regras e ilustrações, um pouco da matemática subjacente, variantes e, se possível, algo de sua gênese, como alguma indicação ou uma simples referência bibliográfica” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 11), ainda assim, nove dentre os 21 jogos da primeira parte não as apresentam.

Acerca dos itens *Matemática Subjacente*, *Gênese*, *Variantes* e *Referências*, cabe uma ressalva, pois eles não estão presentes na discussão de todos os jogos, assim como acontece com o item *Introdução*, mas estes são certamente mais estáveis. É relevante dizer que às vezes conseguimos perceber a discussão presente ou referente a um destes itens, digamos o item *Matemática Subjacente*, sem que este item seja propriamente enunciado, mas apenas claramente discutido na apresentação de um determinado jogo. A discussão referente a um

item pode, em algum dos casos, estar inserido implicitamente em outro item, como os itens *Matemática Subjacente* ou *Gênese* por exemplo, no caso do jogo *Calculadora de Produtos*, que são tratados, assim como as suas *Referências* no subitem *Variantes*. Já no jogo *Que Número Falta?*, acontece algo diferente, pois apesar de haver o item *Matemática Subjacente*, que aponta discussões como: “Toda sequência que tiver essa lei de formação é denominada *progressão aritmética* (PA)” (Rodrigues, 2014, p. 32, *itálicos do livro*) e “Toda sequência que tiver essa lei de formação é denominada *progressão geométrica* (PG)” (Rodrigues, 2014, p. 33, *itálico do livro*), notadamente nomeando, ou melhor definindo o que vinha sendo discutido antes. Ele também traz parte dessa sua discussão, no caso a sentença, “Nesse jogo simples, procuramos reunir, basicamente, PA e PG, mas também é possível trabalhar somas e multiplicações em sua essência” (Rodrigues, 2014, p. 33), no item *Gênese*.

Nesse sentido, mesmo havendo uma predeterminação das funções destes itens, há uma certa flexibilidade dentro deles que nos impede de dizer que eles tenham sido realmente mobilizados, no livro, de modo fixo e inflexível, como parece sugerir a citação “Tal escolha nos conduziu automaticamente a colocar à disposição do professor ou licenciado, em cada jogo, suas regras e ilustrações, um pouco da matemática subjacente, variantes e, se possível, algo de sua gênese, como alguma indicação ou uma simples referência bibliográfica” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 11). Sendo assim, acreditamos que estes itens serviram de baliza para os autores dos capítulos, mas cada um utilizou de forma livre e criativa.

Quanto às notas presentes no livro, estas na versão digital são todas *notas de fim*, e estão alocadas ao final da apresentação de cada um dos jogos e não ao final de cada um dos capítulos, como geralmente esperado, ou ao final do livro, como acontece em alguns livros fora dessa série. No caso da versão física essas nossas são todas notas de rodapé que seguem o fluxo do texto principal. Com as análises percebemos que o número de notas é pequeno sendo um total de oito. Das oito notas, três delas estão presentes na primeira parte do livro e as cinco restantes pertencem a sua segunda parte. Na primeira parte, os autores que as mobilizam são Luciana Aparecida Ferrarezi e Ruy Madsen Barbosa. Podemos dizer que seis das oito notas presentes são de cunho explicativo ou complementar ao conteúdo apresentado pelo autor – clarificando alguma obscuridade, ou complementando alguma informação –, as notas que percebemos ter essas características são as notas de número 1, 2, 4, 5, 7 e 8 – e duas delas divergem deste propósito, quais sejam as notas de número três – que sugere a leitura de uma obra do professor Ruy e que, portanto, sugere um aprofundamento teórico acerca do que está sendo discutido no texto principal – e a nota de número seis – que possui um fator histórico, apresentando Eratóstenes, sendo então uma nota que visa complementar o texto principal com

dados oriundos da História da Matemática. Pensamos que de uma maneira geral o foco das notas é explicar algo que pode ser complementado e/ou está obscuro e este foco pode ser percebido como consistente ao longo de todo o livro.

Diferente dos demais capítulos, o quinto é escrito com uma linguagem de mais fácil compreensão, até mesmo com o uso de algum recurso literário que se distingue dos demais e seus modos específicos de entregar o texto. Talvez isso se dê, pela alteração da voz literária, se é que podemos chamar assim, uma alteração que se deve pela participação conjunta de todos os autores do grupo, algo que ocorre nos quatro primeiros capítulos. Pensamos nisso, pois todos os autores assinam este capítulo. Na nossa visão os autores trazem à tona uma espécie de glossário, ou vocabulário, de vários termos que eles dizem terem sido advindo de um refazer dos estudos “[...] sob ‘novos olhares’” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 125), algo que de certa forma nos incomodou, pois são novos olhares sobre que tópicos ou aspectos? Seriam estes “novos olhares” sobre os capítulos anteriores? Seria um novo olhar sobre textos específicos que servem de inspiração para a escrita destes outros capítulos? Seria uma demanda da editora? Mas afinal, por que nos intrigamos tanto com esses novos olhares? Aparentemente o texto explicita, define, ainda sem tanta formalidade, vários “números que possuem nomes curiosos” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 125). Esses nomes, na maioria dos casos não estão explícitos nos capítulos anteriores, o que a nosso ver poderia fazer com que uma releitura criasse uma necessidade de um glossário, mas ao que parece não é este o caso. Alguns dos números tratados neste texto e que não encontramos nos demais capítulos são: números laterais, números dedos, números figurados, números primos gêmeos, números amigáveis e números felizes. Estes números aparecem na apresentação do livro, mas temos que nos atentar que esta é escrita após a configuração final dos capítulos do livro e que a parte em que eles aparecem, nesta apresentação, é justamente aquela que apresenta o quinto capítulo.

O capítulo é subdividido em três partes, quais sejam *Primeiro Grupo*, *Referências* e *o E o Segundo Grupo*, que basicamente se referem ao modo como é abordado esses diferentes números, subdivididos em dois grupos, para efeito da apresentação do autor. Cabe aqui enfatizar que no primeiro grupo ele trata dos números milhões, trilhões, laterais, diagonais, dedos, figurados e nupcial; e no segundo grupo ele trata dos números primos, primos gêmeos, perfeitos, deficientes, abundante, amigáveis e felizes. Em termos do segundo grupo, quando este termina de ser explicado, existe um quadro que diz, não terem eles se preocupado em conceituar matematicamente estes números pertencentes a este segundo grupo de números para então fazer isso em seguida em uma coletânea de jogos reunidos sob uma ou poucas

características em comum – isso é feito no sexto capítulo –, o que indica uma perda de função de se falar nestes números, na segunda parte do quinto capítulo.

Referente ao corpo escrito deste capítulo, em particular aquele referente ao primeiro grupo de números, temos várias citações que são encontradas no item referencias, algo que nem sempre aconteceu nos capítulos anteriores; mas um fato merece atenção, dentre as referências²¹⁰ temos três que não fazem parte das citações apresentadas no capítulo. No texto que advém do subtítulo “E o Segundo Grupo”, este não possui citação alguma e, portanto, não possui um item de referências particular a ele, como acontece com o primeiro, talvez isso se dê devido ao tratamento que será dado posteriormente a estes números do segundo grupo no capítulo seis.

Como já dito antes, a Editora Autêntica esclarece os objetivos deste quinto capítulo, dizendo que nele “[...] temos algumas páginas preparadas com a intenção de divertir os leitores com nomes curiosos”²¹¹. Cabe dizer, contudo, que este capítulo não busca definir os números de uma maneira formal. É apresentado nele, o que nos parece ser um glossário que entendemos ter o objetivo de ser engraçado. Estes números ficam, então, sendo percebidos de uma maneira muito pragmática e panorâmica, passando a impressão de haver a necessidade de um aprofundamento teórico maior por meio da leitura dos textos referenciados no texto principal. Como sentimos que para compreender melhor esses números existe a necessidade de ler os textos que chamaremos “textos de apoio”, sugeridos pelos autores, pensamos que o

²¹⁰ Referências presentes no capítulo: Ávila, G. Grandezas incomensuráveis e números irracionais. *Revista do Professor de Matemática*, n. 5, p. 6-11, 1984. Barbosa, R. M. *Descobrendo padrões pitagóricos*. São Paulo: Atual, 1993. Barbosa, R. M. Uma introdução histórico-pedagógica dos incomensuráveis e irracionais com base em prova direta da incomensurabilidade do lado e diagonal do quadrado. In: *Reunião do Grupo Internacional de Estudo sobre Relações entre História e Pedagogia da Matemática*, Lorena, 1998. Barbosa, R. M. Sobre a incomensurabilidade do lado e diagonal do quadrado Analisada pela antifairesis, em concordância com Theon de Smyrna. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 1999, Vitória. *Anais...* Vitória, 1999a. p. 586-600. BARBOSA, R. M. Sobre a propriedade da alternância de áreas para a prova final da concordância entre Parmênides e Theon. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 1999, Vitória. *Anais...* Vitória, 1999b. p. 373-379. Barbosa, R. M. Sobre o irracional $\sqrt{3}$ com prova geométrica no hexágono regular e presença de “antifairesis” e “proposição Parmênides”. *Interciência*, ano 1, n. 1, 2001. Domingues, H. H. *Fundamentos de aritmética*. São Paulo: Atual, 1991. Erickson, G. W.; Fossa, J. *Estudos sobre o número nupcial*. Natal: SBHMat, 2001. Fossa, J. Números laterais e diagonais. In: ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2.; SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2., Águas de São Pedro, 1997. *Anais...* Águas de São Pedro: SBHMat, 1997. p. 229-246. Fowler, D. H. *The Mathematics of Plato's Academy: A New Reconstruction*. New York: Oxford University Press, 1990. Ore, O. *Number Theory and Its History*. New York: Dover, 1988. THEON OF SMYRNA. *Mathematics Useful for Understanding Platô*. Translated by R. & D. Lawlor. San Diego: Wizards Bookshelf, 1979. Dentre os autores referenciados, aqueles que foram efetivamente citados, em ordem cronológica, são: Fowler (1990), Fossa (1997), Barbosa (1998, 1999a e 1999b), Barbosa (2001), Ore (1998), Domingues (1991) e, por fim, Erickson e Fossa (2001).

²¹¹ Citação retirada, no dia 20 de maio de 2020, diretamente da Página on-line da Editora Autêntica, sob o seguinte link: <https://grupoautentica.com.br/autentica/livros/aprendo-com-jogos/1079>. Cabe salientar que essa informação também está presente da primeira orelha do livro.

capítulo não possui muita serventia no sentido de explicar os números que mobiliza ou de esclarecê-los aos seus leitores.

Considerações Finais

Apresentaremos agora questionamentos, dúvidas e percepções que nos saltaram aos olhos durante a leitura do livro e a reflexão sobre ele. Para nós, essa obra se trata de um livro que aparentemente foi pensado com capítulos que visam apresentar jogos voltados ao ensino da Matemática e constituídos por itens e subitens claramente hierarquizados e fixos, ou seja, supostamente criados para constituir todas as discussões dos jogos mobilizados e pensados de acordo com um propósito predefinido anteriormente a sua escrita. Percebemos, com os apontamentos acima, que o propósito dos seus itens e subitens, que inclusive fica evidenciado no quadro que introduz a primeira parte do livro, não efetivamente acontece – “Tal escolha nos conduziu automaticamente a colocar à disposição do professor ou licenciando, em cada jogo, suas regras e ilustrações, um pouco da matemática subjacente, variantes e, se possível, algo de sua gênese, como alguma indicação ou uma simples referência bibliográfica” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 11). Claro que aqui supomos a constituição da qual falamos, baseados no que lemos e evidenciamos acima e na nossa percepção ao mostrarmos momentos em que é possível claramente localizar a existência implícita das discussões relativas a algum(ns) item(s) que não é(são) efetivamente citado(s) separadamente e localizados, dessa maneira, nos itens supostamente definidos. Também demonstramos a falta de alguns itens na apresentação de determinados jogos.

O livro é escrito de uma forma simples e não se utiliza de um vocabulário matemático muito formal, algo que é uma característica positiva, em termos das reclamações comumente realizadas por professores que buscam se inteirar ou procurar auxílio de textos escritos por acadêmicos, em momentos de formação continuada e/ou inicial. Um exemplo da não preocupação com o rigor matemático está ao se propor a utilização de figuras que têm o papel de servir de modelo, ou exemplo, da confecção de tabuleiros do jogo, ou de fichas que serão usadas pelos jogadores. Em vários capítulos, encontramos cartas que são exemplificadas por meio de imagens, mas estas imagens não necessariamente são respaldadas por uma discussão acerca de como elas devem ser/foram criadas, se esquecendo de apresentar, com isso, concepções que foram mobilizadas para a sua criação. Nesse sentido, mesmo havendo um desenho, que muitas vezes supre a fala, por ser simples e servir de exemplos do que deve ser feito, pensamos que a discussão do que foi feito contribuiria mais com a preparação do jogo

pelo professor ou alunos que os desejam confeccionar – evidenciando o pensamento por trás dos exemplos, melhorando com isso a qualidade destes exemplos por meio da discussão deles.

Existem alguns desenhos, ou imagens, no interior do livro, que aparentemente não tem uma função que não seja a de parecer divertido. Nesses casos, o desenho não está sendo mobilizado pelo texto e não está servindo de modelo para apresentar algo de importante sobre o jogo. Situações como essas fogem do que encontramos nas análises que produzimos dos demais volumes, em que a imagens se mostraram muito bem mobilizadas pelo texto principal do livro. Exemplos desses desenhos são o uso de dois bonecos em posições diferentes, um fazendo um sinal de estar ouvido algo e o outro apontando algo; em outro momento, dois bonecos, um entregando uma flor ao outro e os dizeres “A resposta é sim” (Barbosa, 2014, p. 93), apesar de haver abaixo uma relação entre os dizeres que apontamos antes e a figura dentro do fluxo do texto, ou seja, seguindo a explicação do capítulo, a parte do desenho é totalmente desconectada da parte escrita anteriormente ou depois da citação anterior, pois no texto principal ninguém está entregando uma flor para ninguém, nem fazendo um pedido que essa relação desenho-texto possa enriquecer, o que pode levar o leitor, ao contrário do esperado, a se sentir confuso; outro desenho remete a um árbitro levantando a mão de um jogador em um sinal que caracteriza a apresentação de um vencedor, mas que novamente não se trata do que está aparentemente acontecendo no fluxo do texto principal e, um último exemplo, é um desenho de alguém mirando e acertando um alvo sem relações com a discussão do texto. Claro que existem outros exemplos de desenhos que não têm muita relação com o texto ou nenhuma relação com ele, mas esses, pensamos, fornecem uma ideia do que estamos tratando.

Claro que apesar de haver imagens que não têm uma função clara na obra, existem aquelas que ajudam a explicar o que está acontecendo no texto principal, como de fato ocorre nos demais volumes, de forma majoritária. Um exemplo são aquelas imagens que exemplificam a planificação de um dado no jogo *Dominação não transitiva*, ou quando se exemplifica o tabuleiro no jogo *Ludo das Tampinhas*, ou ainda quando se apresenta um modelo das cartas objetivo deste mesmo jogo. De uma forma geral, os desenhos do livro são muito pertinentes e contribuem com o entendimento do que está sendo tratado, inclusive, preenchendo lacunas no texto escrito, mas em outros momentos eles aparecem de forma gratuita, sem nenhuma intenção aparente, que não seja a de parecer divertido e acabam, por vezes, confundindo mais do que ajudando.

Terminada essa apreciação dos desenhos, passamos a apreciar os materiais que são utilizados pelos jogos, no sentido de perceber se estes jogos são realmente replicáveis de modo fácil pelos professores. Pudemos perceber que a maioria dos jogos podem ser confeccionados pelos professores sem muitos problemas, exigindo materiais como papel cartão ou cartolina, folhas de sulfite, canetas, tampinhas de garrafa *PET* entre outras coisas, mas também encontramos alguns poucos jogos que necessitam de alguns materiais menos comuns, ou mais elaborados e, portanto, mais difíceis de serem encontrados como uma balança com mostrador em gramas, cubos confeccionados em madeira ou papel com um peso específico, dados com configurações específicas em madeira ou papel, latas e bolas de tênis. Podemos considerar que a execução da grande maioria dos jogos é tranquila devido os materiais que são utilizados em suas construções. Acreditamos que esta é uma característica importantes dos jogos escolhidos para esse livro que podem ser percebidos, inclusive, como jogos que incluem o cenário das instituições públicas de ensino brasileiras que, no geral, são carentes de recursos entre outras coisas.

Saindo dessa questão e entrando um pouco mais na amarração dos conteúdos apresentados no livro e nas suas discussões relativas às teorias dos jogos, o autor, na introdução da primeira parte do livro, fala da importância e da relevância de autores brasileiros como Grando, Oliveira e Smole, mas não apresenta discussões teórico-práticas deles, discussões que poderiam enriquecer o livro e melhor embasar seus argumentos em prol do uso dos jogos. Para evitar essas discussões eles preferem deixar a cargo de seu leitor este trabalho dizendo: “Quanto aos aspectos educacionais teórico-práticos, preferimos lembrar ao prezado leitor que existem boas obras, e de autores brasileiros!” (Rodrigues *et al.*, 2014, p. 11). Ainda acerca deste assunto, no *site* da editora e na orelha da capa do livro encontramos a seguinte fala:

Em todos os textos evitamos cuidar de discussões redundantes sobre aspectos teóricos dos jogos no ensino-aprendizagem. Preferimos detalhar as regras de preparação ou de desenvolvimento, os materiais utilizados e até o objetivo final desses jogos. E em vários deles notam-se esclarecimentos da matemática relacionada ou subjacente”²¹².

Já que este é um livro que se coloca como um material pedagógico, pensamos que discussões desse teor deveriam fazer parte da suas páginas, além do mais, ao se voltar à

²¹² Citação retirada, no dia 20 de maio de 2020, diretamente da Página *on-line* da Editora Autêntica, sob o seguinte link: <https://grupoautentica.com.br/autentica/livros/aprendo-com-jogos/1079>. Cabe acrescentar que essa informação também está presente na primeira orelha do livro.

formação inicial e continuada de professores de matemática, deveria ao menos fazer ou apontar relações específicas que são caras ao campo da Educação Matemática, algo que também não é realizado pelos seus autores, exceto no caso da *Apresentação* do livro feita pelo professor Romanatto, que tece alguns comentários a este respeito.

Ainda nesse sentido de ter deixado faltar, nós também tivemos algumas dificuldades de compreender o motivo da existência do item chamado *Matemática Subjacente* e a sua relação com a fala do professor Romanatto, na apresentação do livro, que diz que “[...] talvez não devessem existir jogos associados explicitamente a certos conteúdos matemáticos, mas sim jogos que, por meio de problematizações de suas atividades, permitissem ao professor trabalhar conceitos e princípios matemáticos” (Romanatto, 2014, p. 8). Entendemos o fato de não se querer fixar o jogo a um determinado conteúdo, até mesmo para evitar cercear a criatividade dos professores, mas a partir do momento que se propõe a trabalhar com a matemática subjacente ao jogo no livro, evidenciando, inclusive, um subitem para isso, pensamos que todos os jogos que surgissem com esse subitem em seu *DNA* deveriam trazer, pelo menos a título de exemplo, quais foram os conteúdos que foram pensados no momento da aplicação deste jogo – se é que houve algum testes deles – ou da escrita da apresentação do jogo para o livro, juntamente com uma problematização do mesmo. Claro que em alguns casos os autores fazem essa discussão, mas como já dissemos acima, em outros vários momentos esta parte fica restrita a apresentação de alguma demonstração ou da dedução de algumas fórmulas matemáticas. Há casos em que são apresentadas algumas definições ou propriedade, ou ainda a revisão de algum conteúdo, sem dar maiores exemplos acerca de conteúdos que poderiam servir para utilização e/ou para a problematização do jogo em questão. Nesse sentido, pensamos que a função deste item, *Matemática Subjacente*, não ficou muito bem esclarecida, delimitada ou definida aos leitores do livro, que possivelmente quisessem compreender, com a sua leitura, os motivos que fazem o uso de um determinado jogo relevante para o ensino de um certo conteúdo. Dessa maneira, alguns dos jogos apresentados no livro, segundo pensamos, deixam de servir de bons exemplos para professores em formação ampliarem suas ferramentas pedagógicas.

Considerando as discussões acima, interpretamos que este foi um livro escrito por meio da reunião de materiais produzidos por um grupo de pesquisa, o GEP-J, e levados por eles a publicação. Mesmo que exista uma estrutura do livro, ela não foi devidamente discutida para que todos os autores do livro tivessem uma ideia bastante clara das suas funções, para que assim conseguissem melhor as mobilizar de acordo com o que ficou estabelecido para o seu uso e o de cada um dos subitens que perfazem, ou deveriam pertencer, a cada um dos

capítulos do livro. Percebemos uma falta de reflexão sobre algumas das figuras do livro, uma falta de sistematização escrita de outras figuras e, por fim, a falta de discussões acerca do alinhamento dos jogos com o campo da Educação Matemática e sua teoria. Eles transmitem uma Matemática aparentemente neutra e higienizada de um viés ideológico crítico, a não ser que pensemos que o melhor entendimento dos conteúdos matemáticos seja suficiente para formar uma pessoa crítica.

Há um silêncio sobre as teorias educacionais que nos faz pensar que os autores acreditam ser possível pensar o uso de jogos, sem falar de jogos, mas apenas jogando. Ao nosso ver, parece haver uma defesa do jogo, sem maiores reflexões. Pensando nisso, chegamos à conclusão de que pelo menos este livro, não forma o professor no sentido de contribuir com a elevação da sua compreensão acerca dos jogos no ensino de Matemática, mas apenas oferece-lhe um compêndio, uma caixa de ferramentas que pode ser usada a esmo sem maiores precauções e reflexões.

Percebemos que os jogos aqui apresentados mobilizam os conteúdos e conceitos matemáticos, se apoiando no ato de brincar, distrair, motivar e decorar os conteúdos que objetiva ensinar, usando para esse efeito a diversão que o jogo oferece. No entanto, deixa o restante das tarefas relacionadas ao processo de ensino para o professor fazer sozinho, ou seja, os autores não fazem uma costura dos objetivos centrais dos jogos com os demais objetivos relativos ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos e da maneira como este jogo colabora ou não com o ensino de um ou mais conteúdos, interconectando esses objetivos às teorias matemáticas, e ainda mais importante às teorias educacionais que mobiliza. E o que fica de Matemática Recreativa? A nosso ver, de Matemática Recreativa fica a intenção proposta na sinopse do primeiro volume: “Ruy Madsen Barbosa apresenta, na série **O Professor de Matemática em Ação**, obras inovadoras sobre recreações matemáticas e material pedagógico para a sala de aula e para a formação do professor de matemática” (Barbosa, 2009, contracapa, **negritos do autor**). Os materiais pedagógicos não associam sua existência às teorias pedagógicas, esperando que seus leitores façam isso sozinhos e além disso não existe uma demonstração pormenorizada de como seriam realizadas as replicações das brincadeiras que os jogos se propõem a realizar ou um exemplo de como esses jogos seriam efetivamente mobilizados – em que momentos, com que finalidades etc.

Referências

Barbosa, R. M. **Conexões e Educação Matemática: Brincadeiras, explorações e ações**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 1. v. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Barbosa, R. M. Capítulo 4. In: Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v., p.77-120. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Bártlová, T. **History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics**. 148 f. Tese (Doutorado em Matemática). Department of Mathematical Analysis, Charles University, Prague, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.11956/1330>. Acesso em 28 de setembro de 2018.

Ferrarezi, L. A. Capítulo 2. In: Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v., p.35-52. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Ferrarezi, L. A. **Criando novos tabuleiros para o jogo Tri-Hex e sua validação didático-pedagógica na formação continuada de professores de matemática: uma contribuição para a geometria das séries finais do ensino fundamental**. 147.f Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2005. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91007>. Acesso em: 20 de abril de 2023.

Fiorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetike**, v. 3, n. 4, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Romanatto, M. C. Apresentação. In: Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v., p.7-9. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Rodrigues, C. I. Capítulo 1. In: Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v., p.13-34. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Rodrigues, C. I. *et al.* **Aprendo com Jogos: Conexões e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 5. v., p. 11 e p.121-173. (Série O Professor de Matemática em Ação).

Sumpter, L. Recreational Mathematics – Only for Fun? **Journal Of Humanistic Mathematics**, [S.L.], v. 5, n. 1, p. 121-138, jan. 2015. Claremont Colleges Library. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5642/jhummath.201501.07>. Acesso em: 28 de setembro de 2022.

Thompson, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa**. 9. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.