

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

GUILHERME LELLIS CUELLAR

**Estudo do Ruído de Jato Turbulento Utilizando Modelos de Fonte Acústica Baseados na
Propagação de Pacotes de Ondas**

São João da Boa Vista

2024

Guilherme Lellis Cuellar

**Estudo do Ruído de Jato Turbulento Utilizando Modelos de Fonte Acústica Baseados na
Propagação de Pacotes de Ondas :**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de
Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica
do Campus de São João da Boa Vista, Universidade
Estatual Paulista, como parte dos requisitos para
obtenção do diploma de Graduação em Engenharia
Aeronáutica .

Orientador: Profº Dr. Carlos do Carmo Pagani
Junior

Coorientador: Profº Dr. Igor Albuquerque Maia

São João da Boa Vista

2024

C965e	Cuellar, Guilherme Lellis Estudo do ruído de jato turbulento utilizando modelos de fonte acústica baseados na propagação de pacotes de ondas / Guilherme Lellis Cuellar. -- São João da Boa Vista, 2024 56 p. : il., tabs. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista Orientador: Carlos do Carmo Pagani Junior Coorientador: Igor Albuquerque Maia 1. Engenharia. 2. Aeronáutica. 3. Som. 4. Jatos. 5. Equação de onda Soluções numéricas. I. Título.
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo autor(a).

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ESTUDO DO RUÍDO DE JATO TURBULENTO UTILIZANDO MODELOS DE
FONTE ACÚSTICA BASEADOS NA PROPAGAÇÃO DE PACOTES DE ONDAS**

Aluno: Guilherme Lellis Cuellar

Orientador: Prof. Dr. Carlos do Carmo Pagani Júnior

Banca Examinadora:

- Carlos do Carmo Pagani Júnior (Orientador)
- Edemar Morsch Filho (Examinador)
- Leandra Isabel de Abreu (Examinadora)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Processo nº 90/2024)

São João da Boa Vista, 28 de junho de 2024

Decido este trabalho à minha família, principalmente à minha mãe.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer aos meus familiares, principalmente à minha mãe, que sempre me deu liberdade e me incentivou a trilhar os caminhos que mais me interessassem, apoiou meus estudos e foi bastante compreensiva com o tempo dedicado à graduação.

Gostaria também de agradecer a todos os colegas da minha turma e alguns fora dela, em especial ao Vinícius Altarni, Yago Zampolli e Lucas Tazitu, por terem vivido e compartilhado comigo os diversos desafios que a graduação impôs ao longo desses últimos anos. Foram companhias essenciais para superar as tarefas, sem perder aquele mesmo entusiasmo presente em 2018 ao ingressar no curso.

Como este trabalho representa uma continuação do projeto de iniciação científica, gostaria de agradecer aos colaboradores daquele projeto, em especial Felipe Ramos do Amaral, e João Pedro Rebouças Maia, e ao apoio do processo nº 2021/12698-9, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). As opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade do autor e não necessariamente refletem a visão da FAPESP.

Meus agradecimentos se estendem também aos excelentíssimos professores da Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista (FESJ), os quais tive prazer de ser aluno e aprender muito. Agradecimento especial ao meu orientador, Carlos Pagani, por todo suporte desde os primeiros anos de curso, na iniciação científica e também neste trabalho. Foram interações que agregaram muito no meu desenvolvimento profissional e como pessoa. Agradeço, por fim, ao meu coorientador, Igor Maia, pelos dados de simulações e suporte provido que foram essenciais para a elaboração deste trabalho.

“Somos o que repetidamente fazemos. A excelência, portanto, não é um feito, mas um hábito.”

Aristóteles

RESUMO

Estruturas espacialmente coerentes e organizadas do escoamento produzido por jatos turbulentos têm sido reconhecidas como eficientes mecanismos de geração de som, com padrões de diretividade característicos. Considerações baseadas na analogia acústica de Lighthill, assim como em observações experimentais e simulações numéricas, amparam o uso de fontes estocásticas em linha, estendidas axialmente, baseadas em pacotes de onda Gaussiano, para descrever o campo acústico distante produzido por jatos turbulentos. A base do modelo acústico consiste na utilização da equação da onda não homogênea para relacionar o campo de escoamento hidrodinâmico ao campo de pressão distante. O campo sonoro, relacionado com o modelo em linha baseado em pacote de onda, é numericamente resolvido no âmbito da análise resolvente aplicada ao sistema estocástico, sendo adequada para o tratamento das características relevantes do ruído de jato para números de Mach convectivos subsônicos e supersônicos. Neste trabalho foi realizado uma implementação computacional para simulação numérica de modelos de fontes axialmente coerentes, não compactas e em linha, os quais têm se mostrado adequados para reproduzir, com boa aproximação, os modos de Fourier azimutais axissimétricos do campo sonoro gerado por jatos turbulentos. Um estudo paramétrico foi conduzido com a fonte estocástica simétrica para investigar, numericamente, o padrão de diretividade da fonte e verificar a propriedade de superdiretividade em números de Mach subsônicos. Além disso, uma comparação entre os modelos de fonte com envelope simétrico e assimétrico foi realizada para entender as principais implicações da assimetria da fonte sobre o padrão de diretividade do campo acústico distante. O campo distante foi amostrado por uma antena semicircular composta por dezenove microfones virtuais, e as estimativas de pressão sonoras são apresentadas na forma de densidade espectral de potência. A análise dos resultados permite avaliar a influência dos parâmetros do modelo de fonte estocástica sobre o ruído de jato, bem como o efeito da assimetria do pacote de onda sobre o padrão de diretividade do campo acústico distante.

PALAVRAS-CHAVE: jato turbulento; pacote de onda; campo sonoro.

ABSTRACT

Spatially coherent and organized flow structures produced by turbulent jets have been recognized as efficient sound generation mechanisms with characteristic directivity patterns. Considerations based on Lighthill's acoustic analogy, as well as in experimental observations and numerical simulations, underpin the use of axially-extended stochastic line-sources based on linear Gaussian wavepacket models to describe the far acoustic field, produced by turbulent jets. The acoustic model backbone relies on using the inhomogeneous wave equation to relate the hydrodynamic flow field to the pressure far-field. The sound field related to the wavepacket-based line-source model is numerically resolved in the framework of the resolvent analysis applied to a stochastic system, which is suitable for the treatment of relevant jet noise features in both subsonic and supersonic convective Mach numbers. In this work, a computational implementation was performed for numerical simulation of axially-coherents, noncompacts, line-sources models, which has been shown to be able of reproducing, with good approximation, the axisymmetric azimuthal Fourier modes of the sound field generated by turbulent jets. A parametric study using the stochastic symmetric model was conducted to numerically investigate the directivity pattern and verify the superdirectivity property at subsonic Mach numbers. Moreover, a comparison between the symmetric and asymmetric-envelope source models was carried out to understand the main effects of the source asymmetry on the directivity pattern of the far acoustic field. The far-field was sampled with a semicircular array composed of nineteen microphones, and the pressure estimates are presented in the form of power spectral density. Analysis of the results allows evaluating both the impact of the stochastic source model parameters on the jet noise and the effect of the wave-packet asymmetry on the directivity pattern of the far acoustic field.

KEYWORDS: turbulent jet; wavepacket; sound field.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Evolução da quantidade de voos – mercados doméstico e internacional, 2003-2012	15
Figura 2	Níveis típicos de ruído e valores toleráveis	15
Figura 3	Curvas de Ruído de 75 e 65 do PBZR	16
Figura 4	Ilustração de um jato a mach 0,9 e sua radiação sonora.	17
Figura 5	Pacotes de onda da simulação a Mach 0,9 da Figura 4	18
Figura 6	Pacote de onda Gaussiano	27
Figura 7	PSD da fonte e os envelopes dos pacotes Gaussiano e assimétrico ajustados . .	29
Figura 8	Configuração utilizada para os cálculos	31
Figura 9	Função exponencial demonstrando o pico de radiação para os casos de Machs convectivos subsônicos e supersônicos	33
Figura 10	Fluxograma de cálculo do código	34
Figura 11	Regra do ponto médio	34
Figura 12	Método dos trapézios	36
Figura 13	Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 10$	38
Figura 14	Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 100$	39
Figura 15	Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 500$	39
Figura 16	Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 1000$	39
Figura 17	Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 10000$	40
Figura 18	Pacote de Onda Gaussiano e sua curva de nível de pressão sonora	41
Figura 19	Fonte estocástica e seu SPL	41
Figura 20	CSD numérica e analítica dos observadores	42
Figura 21	Nível de Pressão Sonora para os parâmetros analisados	43
Figura 22	Nível de Pressão Sonora para $L_c/L = 1$ e $L_c/L = 10$	44
Figura 23	Gráficos de convergência da minimização do SSE	45
Figura 24	PSD da LES e pacotes de onda simétrico e assimétrico equivalentes.	46
Figura 25	Obtenção dos parâmetros de c/V e L_c	47
Figura 26	Cross Spectral Density das fontes	47
Figura 27	Nível de pressão sonora do modelo simétrico e assimétrico.	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Funções de Green para os operadores de d’Alembert e de Helmholtz	26
Tabela 2 – Comparação entre os métodos numéricos e as discretizações da fonte	40
Tabela 3 – Parâmetros experimentais	42
Tabela 4 – Faixa de variação dos parâmetros	43
Tabela 5 – Parâmetros dos pacotes de onda obtidos pelo MMQ não linear	46

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
CEAT	Centre d'études aérodynamiques et thermiques
CSD	Densidade Espectral Cruzada - Cross Spectral Density
LES	Simulações de Grande Escala - Large Eddy Simulations
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
NBR	Normas Técnicas Brasileiras
OMS	Organização Mundial da Saúde
PBZR	Plano Básico de Zoneamento de Ruído
POD	Decomposição Ortogonal Própria - Proper Orthogonal Decomposition
PSD	Densidade Espectral de Potência - Power Spectral Density
PZR	Plano de Zoneamento de Ruído
RBAC	Regulamento Brasileiro de Aviação Civil
SPL	Nível de Pressão Sonora - Sound Pressure Level
SPOD	Decomposição Ortogonal Própria Espectral - Spectral Proper Orthogonal Decomposition
SSE	Soma Residual dos Quadrados - Sum of Squared Errors
TGF	Função de Green Personalizada - Tailored Green's Function
UNESP	Universidade Estadual Paulista
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{as}	Amplitude do pacote de onda assimétrico
A	Amplitude do pacote de onda estocástico
θ	Ângulo polar
ν	Coefficiente de viscosidade do fluido
u_i	Componente de velocidade do fluido
L_c	Comprimento de coerência
L	Comprimento de escala
L_{as}	Comprimento de escala do pacote de onda assimétrico
L_m	Comprimento efetivo
δ_{ij}	Delta de Kronecker
ρ	Densidade do fluido
η	Deslocamento da onda
D	Diâmetro do bocal do jato
Δx	Diferença entre dois pontos consecutivos de uma discretização
Δy	Distância dos pontos da fonte discretizada
ϵ_{pm}	Erro de aproximação do método do ponto médio
ϵ_t	Erro de aproximação do método dos trapézios
E_r	Erro relativo
$\mathbb{R}^n$	Espaço Euclidiano
ω	Frequência angular
G	Função de Green
δ	Função delta de Dirac
W	Matriz de quadratura
I	Matriz identidade
M	Número de Mach

M_c	Número de Mach convectivo
k	Número de onda acústico
k_h	Número de onda hidrodinâmico
n_s	Número de pontos da discretização da fonte
n_o	Número de pontos dos observadores (microfones)
Re	Número de Reynolds
St	Número de Strouhal
$\mathcal{F}_s\{\}$	Operador da transformada de Fourier no espaço
$\mathcal{F}\{\}$	Operador da transformada de Fourier no tempo
$L_{onda}\{\}$	Operador de d'Alembert
$L_{Helmholtz}\{\}$	Operador de Helmholtz
$L\{\}$	Operador diferencial linear
$R\{\}$	Operador resolvente
α	Parâmetro de controle do decaimento do pacote assimétrico
L_2	Ponto final do comprimento da fonte discretizada
L_1	Ponto inicial do comprimento da fonte discretizada
$\vec{y}$	Posição da fonte
y_0	Posição do centro do pacote de onda
p	Pressão do fluido
$\mathcal{V}$	Região de amplitude não nula da fonte
T_{ij}	Tensor de tensões de Lighthill
τ_{ij}	Tensor de tensões viscosas
S_0	Termo forçante da equação da onda
S	Termo forçante da equação da onda para pressão
c	Velocidade de fase
c_0	Velocidade de propagação da onda (velocidade do som)
V	Velocidade do escoamento

SUMÁRIO

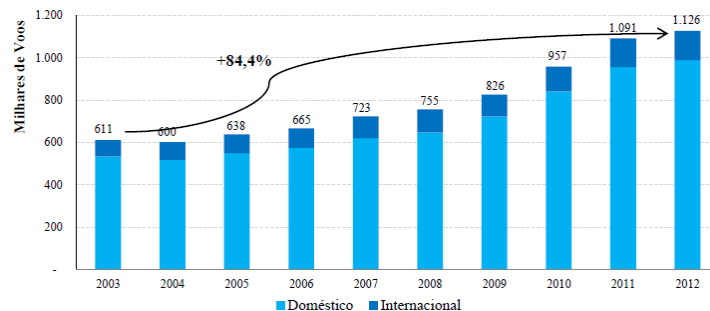
1	INTRODUÇÃO	15
1.1	IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DO RUÍDO	15
1.2	MODELAGEM DE FONTES DE JATOS TURBULENTOS	17
1.3	OBJETIVOS	18
1.4	OVERVIEW DO TRABALHO	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
3	METODOLOGIA	23
3.1	ANALOGIA ACÚSTICA DE LIGHTHILL	23
3.2	EQUAÇÃO DE HELMHOLTZ	24
3.3	FUNÇÃO DE GREEN	25
3.4	MODELOS DE FONTES	26
3.4.1	Pacote de Onda Gaussiano	26
3.4.2	Pacote de Onda Estocástico	27
3.4.3	Pacote de Onda Assimétrico	29
3.5	MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS NÃO LINEAR	30
3.6	CÁLCULO DA PRESSÃO NO CAMPO DISTANTE	30
3.6.1	Cálculo Analítico da Pressão no Campo Distante	32
3.6.2	Simulação Numérica da Pressão no Campo Distante	33
3.6.2.1	Integração Numérica Pela Regra do Ponto Médio	34
3.6.2.2	Integração Numérica Pelo Método dos Trapézios	35
4	ANÁLISES E RESULTADOS	38
4.1	ANÁLISE DOS MÉTODOS NUMÉRICOS	38
4.2	ESTUDO PARAMÉTRICO DA FONTE ESTOCÁSTICA	42
4.3	ESTUDO DA FONTE ASSIMÉTRICA	45
5	CONCLUSÃO	49
	REFERÊNCIAS	51
	APÊNDICE A – SCRIPT GENÉRICO DE CÁLCULO DA PRESSÃO	53

1 INTRODUÇÃO

1.1 IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DO RUÍDO

Os níveis de ruído em centros urbanos tem aumentado cada vez mais, podendo ser causados por diversos fatores, como trânsito, obras, aglomerações. Entretanto, além destas fontes citadas, o ruído causado por aeronaves tem ganhado notoriedade nas últimas décadas, devido ao aumento expressivo das operações aéreas, conforme mostra a Figura 1.

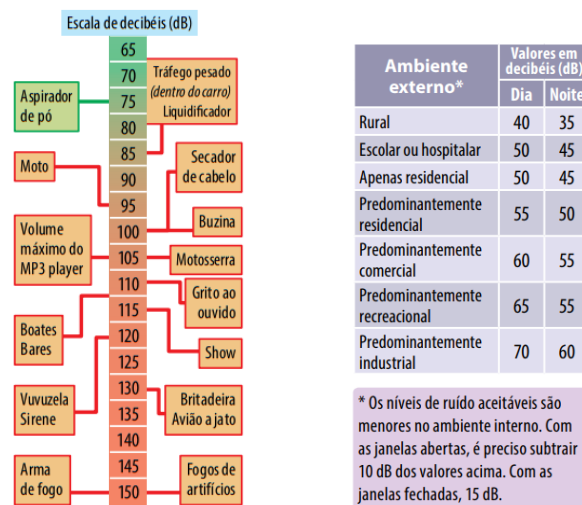
Figura 1 – Evolução da quantidade de voos – mercados doméstico e internacional, 2003-2012



fonte: Anuário do Transporte Aéreo 2012, ANAC.

Para as regiões próximas a aeroportos, o ruído produzido por aeronaves pode causar desconforto auditivos e até mesmo danos permanentes, dependendo do tempo e do nível de exposição. O ruído produzido por aeronaves a jato é entendido pela OMS como um dos mais elevados, conforme mostrado na Figura 2(a), que apresenta uma escala de ruído e exemplos de fontes associadas a esse níveis, evidenciando a seriedade do problema e a necessidade de uma ação no sentido da sua redução.

Figura 2 – Níveis típicos de ruído e valores toleráveis

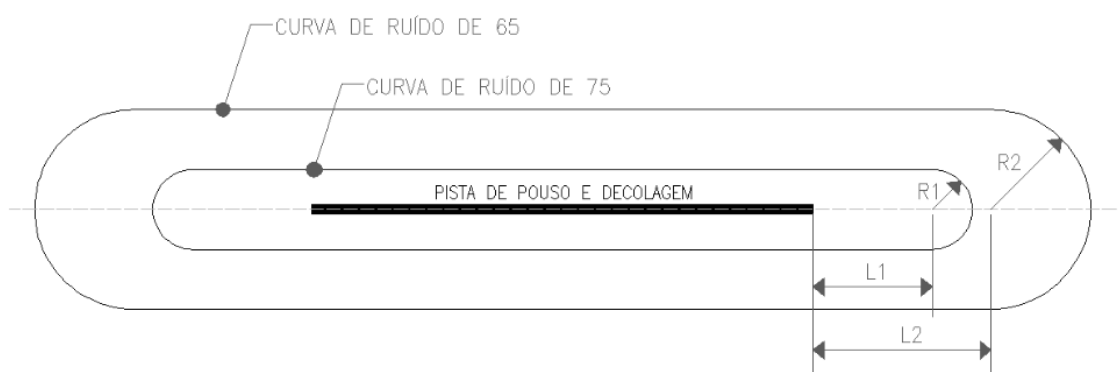


fonte: Compilada pelo autor baseado em (WESTIN, 2018).

Desta forma, visando controlar esse problema e na tentativa de melhorar a qualidade de vida, normas surgiram pelas autoridades e organizações impondo regras para regulamentar o nível de ruído, tanto para regiões urbanas no geral, como a norma ABNT NBR 10151, que descreve o nível aceitável de ruído em diversos ambientes, presente na Figura 2(b), quanto especificamente para a aviação, como os RBAC 36 e 161.

A norma RBAC 36 dispõe de requisitos de ruído para projetos de tipo de aeronaves, como os níveis máximos de ruído permitidos, os pontos de ensaio para medição do ruído, e os procedimentos necessários para os ensaios de certificação, de acordo com a categoria da aeronave. Já o RBAC 161 trata sobre o Plano de Zoneamento de Ruído (PZR) de aeródromos, que regulamenta a elaboração das curvas de ruído, e define como responsabilidade do operador garantir o cumprimento do PZR por todos os agentes envolvidos na utilização do aeródromo. A Figura 3 mostra as curvas de ruído conforme o Plano Básico de Zoneamento de Ruído (PBZR).

Figura 3 – Curvas de Ruído de 65 e 75 do PBZR



fonte: Regulamento Brasileiro de Aviação Civil nº 161, emenda nº 3.

Além das regulamentações, existem programas que definem metas de redução de ruído, como o *Clean Sky 2*, que foi estabelecido em 2014 pela União Europeia, visando, entre outras metas ambientais, o desenvolvimento tecnologias que reduzam de 20 a 30% as emissões de ruído, comparadas com as melhores aeronaves do ano de lançamento do programa (CLEANAVIATION).

Toda essa regulamentação, tendencia mundial de sustentabilidade e demanda de clientes, cada vez mais preocupados com qualidade de vida e meio ambiente, se traduzem em motivação para as empresas de desenvolvimento de aeronaves em incluir metas de redução da emissão de ruído pelos seus produtos, para que eles se tornem mais competitivos no mercado. Desta forma, estudos aeroacústicos mirando o entendimento das principais características do ruído para o desenvolvimento de aeronaves mais silenciosas, se tornam cada vez mais necessários.

Durante a fase de aproximação e pouso o ruído produzido pelas superfícies hipersustentadoras e o trem de pouso podem se tornar dominantes. Já para a decolagem, o motor em alta potência se torna a principal fonte, possuindo diversos pontos de geração, como o jato turbulento que sai do bocal a uma velocidade e se mistura com o escoamento externo em outra velocidade, e as pás dos compressores e turbinas em alta rotação.

Portanto, tendo em vista a contribuição relevante do ruído produzido pelos jatos turbulentos no total gerado por aeronaves, o presente trabalho visa realizar um estudo sobre este tipo de ruído,

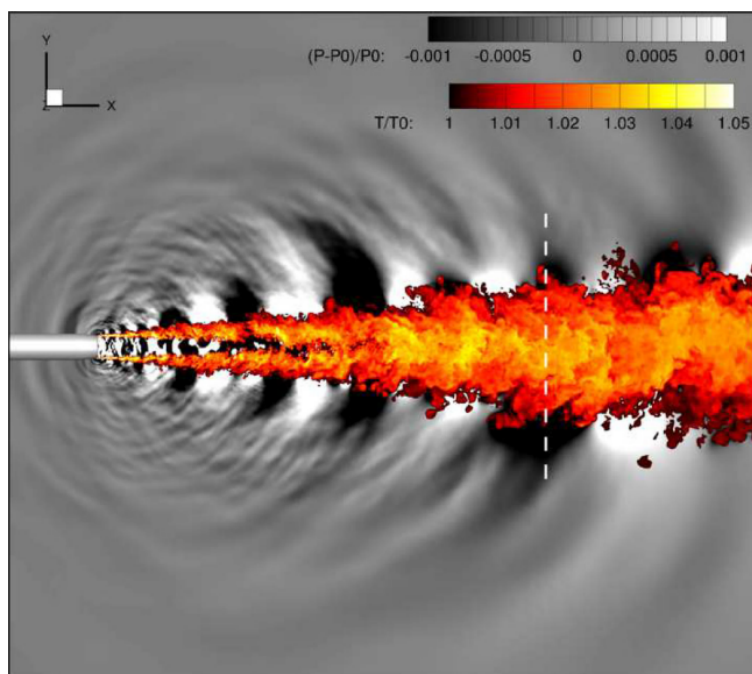
utilizando modelos propostos recentemente no meio acadêmico, para avaliar os principais parâmetros de modelagem e suas influências no nível de pressão sonora medido para escoamentos de jatos turbulentos.

1.2 MODELAGEM DE FONTES DE JATOS TURBULENTOS

A aeroacústica é a área da ciência que estuda o ruído produzido pelo ar em regimes de escoamento turbulento ou pela interação do fluido com superfícies (WIKIPEDIA, 2023). O jato, por sua vez, é um problema de escoamento onde uma massa de fluido é introduzida, por um bocal, com quantidade de movimento maior do que o fluido na região que a recebe, causando a expansão e a mistura dos fluidos nesta região. Para altos números de Reynolds, o escoamento do jato se desenvolve em regime turbulento, gerando oscilações bruscas de pressão e, conseqüentemente, ruído sonoro.

Estudos aeroacústicos da década de 1950 consideraram que escoamentos de jatos são compostos inteiramente por estruturas estocásticas de várias escalas, o que levou à hipótese de que as fontes sonoras desses escoamentos eram espacialmente não correlacionadas e compactas. Entretanto, vários estudos posteriores mostraram que estruturas coerentes dos jatos turbulentos desempenham o papel de fontes sonoras produzindo oscilações de pressão no campo distante (MOLLO-CHRISTENSEN, LAU; FISHER; FUCHS, BREakey et al.). Esse comportamento pode ser observado na Figura 4, gerada com dados de Large Eddy Simulations (LES), onde um campo de pressão mais organizado surge de um escoamento turbulento mais desorganizado.

Figura 4 – Ilustração de um jato a mach 0,9 e sua radiação sonora.

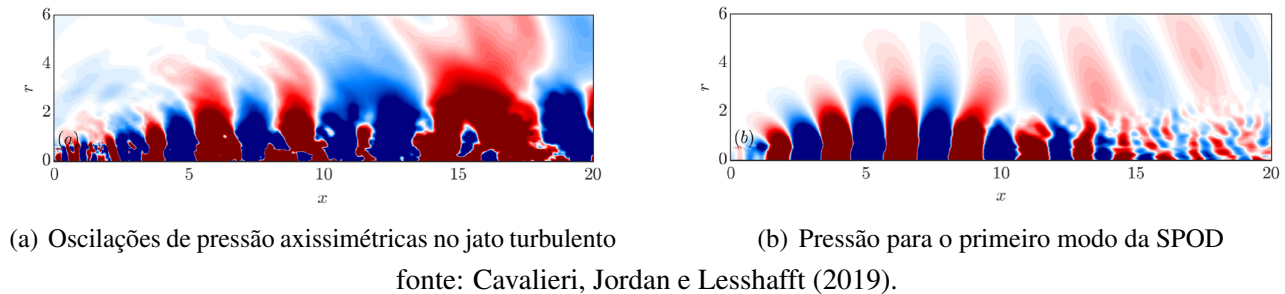


fonte: Cavalieri, Jordan e Lesshafft (2019).

As observações de Crow e Champagne (1971), Moore (1977), entre outros, de que as estruturas coerentes dos escoamentos de jatos turbulentos se propagam como pacotes de onda, foram o ponto de partida para a elaboração de modelos teóricos que representam as fontes sonoras hidrodinâmica

produzindo flutuações de pressão no campo distante. A Figura 5(a) mostra as oscilações de pressão axissimétricas, destacadas em escalas de cinza na Figura 4 dentro do jato, formando estruturas coerentes, e a Figura 5(b) o modo principal da decomposição ortogonal própria espectral (SPOD - Spectral Proper Orthogonal Decomposition) com o formato característico de um pacote de onda.

Figura 5 – Pacotes de onda da simulação a Mach 0,9 da Figura 4



A descrição matemática das oscilações de pressão geradas por jatos turbulentos no campos distante envolve um tensor de nove elementos com o laplaciano de produto de velocidades, o que não torna muito intuitiva a relação entre a fonte e o campo acústico gerado por ela. Desta forma, o surgimento desses modelos aparece como uma alternativa para análises de engenharia que eram realizadas por abordagens mais complexas como Large Eddy Simulations (LES) e testes experimentais. As LES necessitam de grande discretização da malha para representar de forma adequada as diferentes escalas das estruturas do escoamento turbulento, sendo geralmente bastante custosas computacionalmente. Por sua vez, as análises experimentais de medições de ruído de jatos turbulentos, em câmaras anecóicas, costumam ser custosas em termos de disponibilidade de aparatos e instalações que suportem os experimentos.

Portanto, análises podem ser realizadas com os modelos de fontes sonora desenvolvidos, baseados em pacotes de onda, entrando como termo forçante da equação da onda obtida pela analogia de Lighthill, o que permite o cálculo da pressão em observadores situados no campo distante por meio da resolução da equação utilizando a análise resolvente (CAVALIERI; JORDAN; LESSHAFFT, 2019).

1.3 OBJETIVOS

Três modelos de fonte sonora baseados em pacotes de onda são objetos de estudo neste trabalho: pacote de onda Gaussiano, pacote de onda estocástico simétrico e pacote de onda estocástico assimétrico. Desta forma, um dos objetivos é entender os principais parâmetros da modelagem dessas fontes, seus valores típicos e sua influência na representação das fontes de jatos turbulentos reais gerando oscilações de pressão no campo distante. Além disso, a comparação entre o modelo de fonte simétrico e assimétrico é visada para entender as diferenças nas curvas de pressão sonora, para observadores no campo distante, obtidas pela utilização de cada um dos modelos.

Outro objetivo é a implementação computacional da simulação com esses modelos, visando utilizar o código implementado para a geração de um banco de dados que permita o desenvolvimento e treinamento de uma rede neural, construída por um trabalho parceiro, cujo objetivo é a identificação de fontes de jatos turbulentos reais e seus principais parâmetros por meio de sua assinatura acústica.

1.4 OVERVIEW DO TRABALHO

O trabalho está organizado em capítulos, sendo este o primeiro, que apresenta uma breve introdução mostrando a importância do estudo em questão, as origens desta linha de pesquisa e os objetivos do trabalho. O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica realizada visando expandir os conhecimentos relacionados com aeroacústica de jatos turbulentos, para guiar o presente e futuros trabalhos. O terceiro capítulo apresenta a metodologia e as ferramentas utilizadas que justificam os cálculos do trabalho e a forma como foram realizados. O quarto capítulo apresenta as análises e seus resultados, além das discussões pertinentes acerca desses resultados. Por fim, o quinto capítulo apresenta as principais conclusões obtidas no trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta alguns dos principais pontos de uma revisão bibliográfica abrangente, que foi realizada para apoiar o estudo feito em ruído de jatos turbulentos baseados nos modelos de fonte de pacote de onda estocástica. As características principais do escoamento para a modelagem da radiação sonora produzida por jatos turbulentos foram revisadas, partindo de alguns dos mais relevantes artigos encontrados na literatura, para guiar as simulações numéricas e suportar um estudo paramétrico focado na eficiência acústica, diretividade do som, e uma estimativa confiável do nível sonoro no campo distante.

Neste estudo, jatos turbulentos são modelados como um sistema estocástico e, valores estatísticos, relacionados com a hidrodinâmica do campo próximo e com a acústica do campo distante, são derivados do modelo de fonte de pacote de onda em linha proposto por Cavalieri e co-autores (CAVALIERI; AGARWAL e CAVALIERI; JORDAN; LESSHAFFT) e por Maia et al. (2019). Análises de estabilidade linear do escoamento turbulento médio mostraram que grandezas estatísticas (densidade espectral cruzada, por exemplo) relacionadas aos jatos turbulentos podem ser obtidas de estruturas coerentes do escoamento, modeladas como pacotes de onda se propagando à jusante do jato. Entretanto, quando o modelo de pacote de onda de estatística de ponto único e periódico no tempo é aplicado para prever o campo acústico distante produzido por jatos turbulentos, resultados satisfatórios são limitados a escoamentos de jatos supersônicos.

Cavalieri e Agarwal (2014) propuseram um modelo de pacote de onda estocástico e mostraram que uma condição suficiente para uma previsão confiável do campo acústico distante para escoamento subsônico é, além da equivalência entre as médias de amplitude e fase, a correspondência de coerência entre o modelo de pacote de onda estocástico e as oscilações hidrodinâmicas reais do escoamento. Em um jato turbulento real, o decaimento de coerência, devido a oscilações aleatórias para velocidades de convecção subsônicas, levam a um erro maior do que uma ordem de grandeza no nível sonoro no campo distante. O decaimento de coerência produz uma modulação espaçotemporal no envelope do pacote de onda, fenômeno esse denominado *jitter*.

Cavalieri et al. (2011), mostraram a importante função cumprida pelo *jittering* na eficiência acústica em números de Mach subsônicos. A decorrelação parcial do pacote de onda, produzida por esse efeito, leva a uma amplificação do nível sonoro emitido em baixos ângulos polares em Machs subsônicos, devido à redução de interferências destrutivas entre diferentes regiões da fonte sonora (CAVALIERI; JORDAN; LESSHAFFT, 2019). Por outro lado, o *jitter* aumenta a emissão sonora em ângulos polares mais altos (maiores que 60°) em condições de escoamento supersônicos. Desta forma, a inclusão do efeito de *jitter* nas emissões sonoras é um passo importante para a modelagem do campo acústico produzido por jatos turbulentos, obtendo-se uma melhor correspondência entre resultados numéricos e experimentais.

Maia et al. (2019) aplicaram o modelo de pacote de onda estocástico proposto por Cavalieri e Agarwal (2014), em combinação com dados de simulações de grandes escalas (LES), para investigar a função desempenhada pelos principais parâmetros do escoamento, como a modulação de amplitude e

formato de envelope do decaimento de coerência, na assinatura acústica de uma fonte de jato turbulento. A estrutura radial do termo fonte foi obtida por dados de LES. Focando no modo harmônico fundamental ($m = 0$), um pacote de onda Gaussiano assimétrico, com características taxas de crescimento e decaimento, mostraram fornecer melhores correspondências entre os resultados numéricos e os dados experimentais, levando a uma previsão mais precisa do nível sonoro e diretividade em números de Strouhal e ângulos polares pequenos.

Apesar de vários autores focarem em problemas de aeroacústica de jatos livres, pesquisas recentes tem abordado a influência de superfícies sólidas no som radiado por jatos turbulentos. Como uma aplicação prática, considere o problema de redução de ruído de instalação produzido pela incidência de jatos turbulentos em superfícies sólidas, que tem recebido atenção por parte da indústria aeronáutica devido a forte interação entre a asa e o fluxo de saída dos modernos motores aeronáuticos de alta razão de *bypass*. Um modelo analítico clássico, para prever o espalhamento sonoro por corpos sólidos nas proximidades de jatos turbulentos, foi proposto por Curle (1955), o qual basicamente consiste em aplicar a analogia acústica de Lighthill para propagar as oscilações de pressão do campo próximo para o campo acústico distante.

Aparatos experimentais aplicados à medições de parâmetros chave do escoamento e da radiação de ruído de jatos turbulentos foram relatados na literatura. Cavalieri et al. (2012) apresentaram resultados de medições de ruído de jato usando um conjunto de seis microfones circularmente distribuídos e igualmente espaçados. A contribuição dos modos azimutais de Fourier para o ruído no campo distante foi avaliado por meio do movimento axial do conjunto de microfones, com periodicidade azimutal. As medições foram realizadas em números de Mach subsônicos ($0,35 < M < 0,6$). Conjuntos circulares de microfones também foram utilizados para medir as oscilações do escoamento no campo próximo, permitindo relacioná-las com as oscilações de pressão no campo distante.

Piantanida et al. (2016) conduziram experimentos aeroacústicos com placas finas nas proximidades de jato redondos. Medições acústicas foram realizadas com uma antena azimutal transversal de 18 microfones, o que permitiu a aquisição de dados da pressão em uma superfície cilíndrica englobando o sistema jato-placa. Os resultados experimentais mostraram uma dependência quantitativa do nível do campo sonoro espalhado e da eficiência acústica com o número de Mach do escoamento, a distância radial entre o jato e a placa e o ângulo de enflechamento no bordo de fuga. As medições experimentais mostraram bons resultados quando comparadas com os cálculos numéricos obtidos de uma formulação teórica conhecida como *Tailored Green's Function* (TGF), que envolve a convolução entre o campo acústico e o termo fonte, baseado num modelo de pacote de onda cinemático, cujo comprimento de escala característico era comparável com as dimensões principais da seção enflechada.

Trabalhos anteriores, como Crighton e Leppington (1970) e Howe (1993), apontaram a potencial redução no espalhamento acústico quando escoamentos turbulentos interagem com placas elásticas, ao invés de placas rígidas. Mais recentemente, Jaworski e Peake (2013) combinaram propriedades como porosidade e elasticidade para investigar o voo silencioso de corujas. Nilton et al. (2018) consideraram os efeitos de flexão de ondas no espalhamento turbulento por uma placa fina elástica, construída de material compósito. Frequências naturais e modos de vibração foram calculados usando a formulação hierárquica do método dos elementos finitos. Foi mostrado que o espalhamento sonoro é sensível à

manufatura simétrica e ortotrópica das placas de compósitos (lay-up).

Em 2017, BREakey et al. conduziram um estudo experimental em uma instalação anecóica de jato livre no Centre d'études aérodynamiques et thermiques (CEAT), na França, para investigar o efeito do decaimento de coerência na eficiência acústica de jatos turbulentos baseados num modelo de pacote de onda de baixa ordem. O jato foi expelido de um bocal de 50 mm de diâmetro. As medições foram realizadas em Machs subsônicos ($0,4 < M < 0,6$) e números de Reynolds baseados na velocidade do escoamento livre e no diâmetro do bocal, variando de $4,2 \times 10^5$ até $5,7 \times 10^5$. Dados do campo acústico distante foram coletados usando uma antena circular azimutal de seis microfones GRAS 40BP de 1/4 polegadas igualmente espaçados. A baixa resolução espacial aplicada à amostragem dos dados acústicos é justificada com base na detecção local do nível de pico associado ao modo de Fourier axissimétrico de baixa ordem, dominante nas posições dos microfones e dentro da faixa de número de Strouhal experimental. Medições do campo próximo foram realizadas com três antenas azimutais posicionadas axialmente, o que permitiu a decomposição dos sinais de pressão nos modos de Fourier azimutais.

Modelos mais antigos, utilizados para representar as estruturas coerentes do escoamento turbulento gerando ruído, se baseavam em um pacote de onda periódico no tempo (CAVALIERI et al., CROW e CRIGHTON). Cavalieri e coautores apresentaram uma interpretação estatística do problema, em um pacote de onda estocástico distribuído axialmente, capaz de representar os efeitos de decaimento coerente em escoamentos turbulentos e, consequentemente, as oscilações no nível de pressão no campo distante em escoamento subsônicos e para baixos ângulos de emissão.

No geral, a formulação teórica e as ferramentas matemáticas apresentadas nos artigos mostrados nesta seção ultrapassam o escopo deste trabalho. Entretanto, uma revisão bibliográfica como esta permite a diversificação, aprofundamento e aplicação dos estudos apresentados neste trabalho tanto do ponto de vista numérico como do ponto de vista experimental. Os valores numéricos adotados no estudo paramétrico e no estudo da fonte assimétrica, descritos nas seções 4.2 e 4.3, respectivamente, são fortemente apoiados pelos estudos realizados por Breakey et al. (2017) e Maia et al. (2019). As configurações experimentais e os parâmetros do escoamento apresentados em Cavalieri et al. (2012), Breakey et al. (2017), Piantanida et al. (2016) e Maia et al. (2019) foram consideradas para as simulações numéricas baseadas em dados hidrodinâmicos e acústicos realísticos.

3 METODOLOGIA

3.1 ANALOGIA ACÚSTICA DE Lighthill

A analogia de Lighthill é uma analogia acústica desenvolvida por Michael James Lighthill, num período pós guerra (1952), onde buscava-se entender melhor e reduzir o ruído produzido pelos turbojatos da época. A analogia parte das duas primeiras equações de Navier-Stokes (conservação da massa e conservação da quantidade de movimento), rearranjando-as de maneira a deixá-las no formato da equação da onda não homogênea, conforme mostrado no desenvolvimento a seguir.

A equação da onda não homogênea é dada por:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \eta = S_0(\vec{x}, t) \quad (1)$$

onde c_0 é a velocidade de propagação da onda, $\eta = \eta(\vec{x}, t)$ é o deslocamento da onda e $S_0(\vec{x}, t)$ é o termo forçante.

As equações de Navier-Stokes em notação indicial, desprezando-se as forças de campo, são dadas por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (3)$$

onde τ_{ij} é o tensor de tensões viscosas, que para o caso de um fluido newtoniano, pode ser modelado da seguinte forma:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (4)$$

Derivando a equação da conservação da massa com relação ao tempo, temos:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{\partial^2(\rho u_i)}{\partial t \partial x_i} = 0 \quad (5)$$

Aplicando o operador divergente na equação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial^2(\rho u_i)}{\partial x_i \partial t} + \frac{\partial^2(\rho u_i u_j)}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} \quad (6)$$

Considerando as condições suficientes para a aplicação do Teorema de Clairaut-Schwarz, e subtraindo a equação (6) da equação (5), chega-se à:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2(\rho u_i u_j)}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} \quad (7)$$

Desta forma, a equação da analogia de Lighthill pode ser obtida subtraindo o termo $c_0^2 \partial^2 \rho / \partial x_i^2$ dos dois lados da equação (sendo c_0 a velocidade do som no ambiente).

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [\rho u_i u_j - \tau_{ij} + (p - c_0^2 \rho) \delta_{ij}] \quad (8)$$

O termo dentro do laplaciano do lado direito da equação (8) é o tensor de tensões de Lighthill, T_{ij} . Portanto, a equação pode ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (9)$$

Comparando esta equação com a equação (1) percebe-se que ambas possuem o mesmo formato, sendo o termo forçante, S_0 , na equação (9) o laplaciano do tensor de Lighthill. Desta forma, a equação pode ser escrita pelo operador de d'Alembert.

$$L_{onda}\{\rho(\vec{x}, t)\} = S_0(\vec{x}, t) \quad (10)$$

Por fim, diferentemente do desenvolvimento apresentado para a analogia acústica de Lighthill, onde a solução da equação era dada em termos da densidade, a equação da onda utilizada nos trabalhos base para este, é escrita em termos da pressão. Desta forma, neste trabalho também é assumido que a pressão é uma solução para o operador de d'Alembert, conforme a equação a seguir.

$$L_{onda}\{p(\vec{x}, t)\} = S(\vec{x}, t) \quad (11)$$

3.2 EQUAÇÃO DE HELMHOLTZ

Partindo da equação da onda não homogênea para a pressão, é possível obter uma equação no formato da equação de Helmholtz não homogênea, também conhecida como a forma da equação da onda independente do tempo, que é utilizada neste trabalho para o cálculo da pressão.

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = S(\vec{x}, t) \quad (12)$$

A transformada de Fourier no tempo de uma função $f(t)$, e sua inversa são dadas pelas seguintes equações, respectivamente:

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (13)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (14)$$

Aplicando a transformada de Fourier na equação (12), temos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \nabla^2 p e^{-i\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} S(\vec{x}, t) e^{-i\omega t} dt \quad (15)$$

Sabendo que a transformada de Fourier da n -ésima derivada de uma função $f(t)$ é dada por $\mathcal{F}\{d^n f(t)/dt^n\} = (i\omega)^n \hat{f}(\omega)$, e invertendo a ordem do laplaciano com o operador da transformada, chega-se a equação de Helmholtz não homogênea para a pressão:

$$\nabla^2 \hat{p}(\vec{x}, \omega) + k^2 \hat{p}(\vec{x}, \omega) = \hat{S}(\vec{x}, \omega) \quad (16)$$

sendo $k = \omega/c_0$, o número de onda acústico.

A equação (16) em termos do operador de Helmholtz fica:

$$L_{Helmholtz} \{\hat{p}(\vec{x}, \omega)\} = \hat{S}(\vec{x}, \omega) \quad (17)$$

3.3 FUNÇÃO DE GREEN

A função de Green, no escopo deste trabalho, é uma função que se aproveita do princípio da superposição de operadores diferenciais lineares para encontrar a solução deste operador. A função de Green é a resposta ao impulso para um determinado operador diferencial linear, ou seja:

$$L\{G(x, \xi)\} = \delta(x - \xi) \quad (18)$$

sendo $G(x, \xi)$ a função de Green entre os pontos x e ξ do espaço euclidiano $\mathbb{R}^n$, e $\delta(x - \xi)$ a função delta de Dirac.

Partindo da equação (18), a solução de um operador diferencial linear qualquer pode ser obtida conforme a demonstração a seguir.

Visando-se obter a solução para a equação a seguir:

$$L\{y(x)\} = f(x) \quad (19)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (18) por $f(\xi)$ e integrando em ξ , temos:

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(\xi) L\{G(x, \xi)\} d\xi = \int_{\mathbb{R}^n} f(\xi) \delta(x - \xi) d\xi \quad (20)$$

Assim, pela propriedade de filtragem da função delta de Dirac, o lado direito representa exatamente a função f aplicada em x , enquanto que o lado esquerdo pode ser rearranjado, uma vez que se trata de um operador linear, de forma que o operador englobe todo o restante.

$$L \left\{ \int_{\mathbb{R}^n} f(\xi) G(x, \xi) d\xi \right\} = f(x) \quad (21)$$

Por fim, comparando as equações (19) e (21), nota-se que a resposta para o operador linear desejada é dada pela seguinte integração:

$$y(x) = \int_{\mathbb{R}^n} f(\xi) G(x, \xi) d\xi \quad (22)$$

A função de Green, portanto, se torna uma poderosa ferramenta para a solução de equações diferenciais lineares pois, basta saber sua expressão para um determinado operador diferencial linear (disponível em diversas tabelas na literatura), para se obter a solução.

Deste modo, surge o operador resolvente, que pode ser pensado como o inverso dos operadores diferenciais lineares, permitindo tratar os problemas baseados nesses operadores na forma de entradas e saídas. O operador resolvente é definido como:

$$R\{\square\} = \int \square G(x, \xi) d\xi \quad (23)$$

As funções de Green para os operadores de d'Alembert (equação da onda), e para o operador de Helmholtz são mostradas respectivamente a seguir (CRIGHTON, 1975).

Tabela 1 – Funções de Green para os operadores de d'Alembert e de Helmholtz

	Operador	Função de Green
d'Alembert	$\frac{\partial^2 G(\vec{x})}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 G(\vec{x}) = \delta(\vec{x})$	$G(\vec{x}) = \frac{\delta(\vec{x} - ct)}{4\pi c \vec{x} }$
Helmholtz	$\nabla^2 G(\vec{x}) + k^2 G(\vec{x}) = \delta(\vec{x})$	$G(\vec{x}) = -\frac{\exp(ik \vec{x})}{4\pi \vec{x} }$

fonte: Elaborada pelo autor com base em (CRIGHTON, 1975).

3.4 MODELOS DE FONTES

Conforme mostrado na seção anterior, uma solução para a equação de Helmholtz não homogênea para a pressão pode ser obtida por meio de uma integral entre o termo forçante (fonte) e a função de Green. Assim, ao longo do tempo, diversos estudos surgiram com o objetivo de se obter um modelo para a fonte que pudesse representar o ruído produzido por escoamentos de jatos turbulentos. Alguns dos modelos estudados na revisão bibliográfica serão aqui abordados e utilizados para o cálculo da pressão por meio da função de Green.

3.4.1 Pacote de Onda Gaussiano

Crow e Champagne (1971) observaram que as estruturas coerentes do escoamento turbulento se propagam como pacotes de onda e produzem oscilações de pressão no campo distante. Esta observação foi a chave para o desenvolvimento dos modelos de fonte sonora baseados em pacotes de onda.

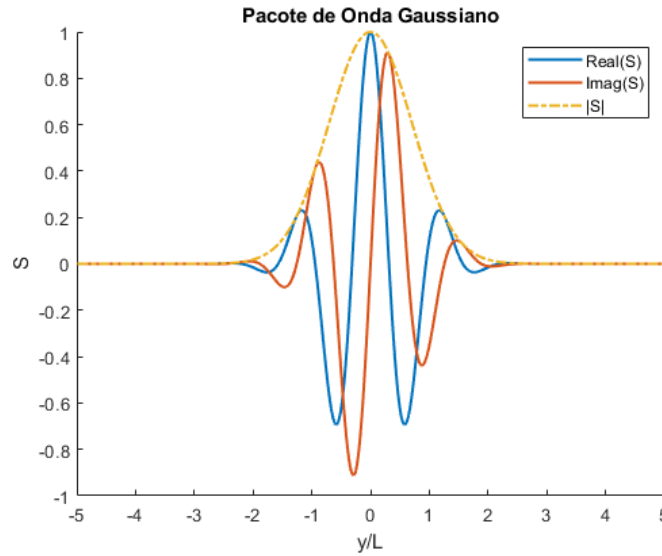
Desse modo, para fins de engenharia e visando simplificar a matemática por trás do cálculo da pressão no campo acústico, que envolve um tensor de tensões de nove componentes, contento o laplaciano do produto de velocidades, conforme mostrado na analogia de Lighthill, Crow (1972) propôs o modelo de pacote de onda em linha periódico no tempo.

$$\hat{S}(\vec{y}, \omega) = \exp(ik_h \vec{y}) \exp[-(\vec{y}/L)^2] \quad (24)$$

onde L é o comprimento de escala e k_h o número de onda hidrodinâmico e $\vec{y}$ é a posição da fonte. Uma dependência temporal exponencial, do tipo $\exp(-i\omega t)$, está implícita, de forma que o pacote de

onda se comporta como uma perturbação harmônica oscilando com frequência angular ω , enquanto se propaga, sem decorrelação, com velocidade de fase $c = \omega/k_h$. A Figura 6 mostra o formato do envelope de um pacote de onda.

Figura 6 – Pacote de onda Gaussiano



fonte: Elaborada pelo autor.

O modelo de Crow é baseado no termo axissimétrico do tensor de Lighthill e é capaz de representar uma característica do ruído produzido por jatos turbulentos chamada *superdiretividade*, onde a pressão sonora apresenta um pico para ângulos polares (θ) pequenos, seguido de um decaimento exponencial conforme este ângulo aumenta.

Neste modelo, o valor do produto entre o número de onda hidrodinâmico e o comprimento de escala, $k_h L$, é o que dita se a fonte será compacta ou não. Por definição, fontes compactas são aquelas em que sua dimensão é muito menor do que o comprimento da onda em uma dada frequência. Logo, como o comprimento de onda é inversamente proporcional ao número de onda, para baixos do produto $k_h L$ temos uma fonte compacta, e para altos valores de $k_h L$ temos uma fonte extensa.

3.4.2 Pacote de Onda Estocástico

Apesar do modelo de pacote de onda periódico no tempo descrito na subseção anterior conseguir representar alguns efeitos importantes do ruído produzido por jatos turbulentos, é interessante, para uma representação mais fiel, considerar a natureza estocástica das oscilações presentes nesse tipo de escoamento. Entretanto, um modelo de fonte, $S(\vec{y}, t)$, que represente essas perturbações seria um função aleatória, o que além de não permitir sua integração para solução da pressão com a abordagem da função de Green, também exclui a possibilidade de se trabalhar no domínio da frequência por meio da transformada de Fourier.

$$\hat{S}(\vec{y}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\vec{y}, t) \exp(-i\omega t) dt \quad (25)$$

Desta forma, devido à dificuldade de utilização de abordagens determinísticas, para a geração de um modelo de fonte estocástico utiliza-se a estatística. Valores como média, variância, funções de auto-correlação (ponto único) e correlação cruzada (dois pontos) são geralmente utilizados para esses problemas. Além dessas citadas e visando trabalhar no domínio da frequência, valores estatísticos importantes na modelagem das fontes para esses problemas são a Densidade Espectral de Potência (Power Spectral Density - PSD) e a Densidade Espectral Cruzada (CSD - Cross Spectral Density), que representam a transformada de Fourier da função de autocorrelação e de correlação cruzada, respectivamente.

Seguindo essa ideia, Cavalieri e Agarwal (2014), propuseram a seguinte CSD para um modelo estocástico de fonte em linha.

$$\begin{aligned} \langle \hat{S}(\vec{y}_1, \omega) \hat{S}^*(\vec{y}_2, \omega) \rangle = & A \exp[ik_h(y_1 - y_2)] \exp \left[-\frac{[(y_1 - y_0)^2 + (y_2 - y_0)^2]}{L^2} \right] \\ & \times \exp \left[-\frac{(y_1 - y_2)^2}{L_c^2} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

onde $y_1 = \vec{y}_1$ e $y_2 = \vec{y}_2$ são pontos para a medida de correlação cruzada entre dois elementos da fonte (na mesma reta), y_0 é a posição do centro do pacote de onda, A é a amplitude do pacote, k_h e L são o número de onda hidrodinâmico e o comprimento de escala, assim como no modelo da subseção anterior, e L_c é um parâmetro introduzido para modelar a aleatoriedade da fonte, representando o comprimento de escala coerente, onde a fonte do jato turbulento permanece significativamente coerente. O termo $\exp[-(y_1 - y_2)^2/L_c^2]$ modela a perda de coerência entre os pontos y_1 e y_2 da fonte devido à dessincronização das oscilações do escoamento turbulento. Os termos $\exp[-[(y_1 - y_0)/L]^2]$ e $\exp[-[(y_2 - y_0)/L]^2]$ representam a amplitude do envelope do pacote de onda em y_1 e em y_2 e o termo $\exp[ik_h(y_1 - y_2)]$ representa a diferença de fase entre esses pontos.

Outro parâmetro apresentado por Cavalieri e Agarwal (2014) é o comprimento efetivo do pacote de onda, dado por:

$$L_m = \sqrt{\frac{L^2}{2(L/L_c)^2 + 1}} \quad (27)$$

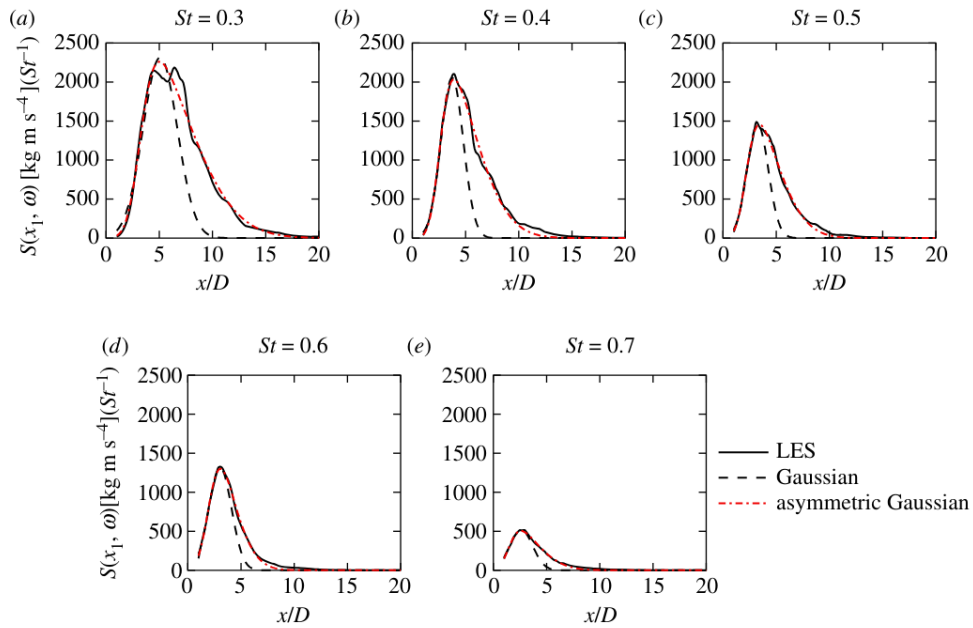
sendo o padrão de diretividade da radiação sonora, neste modelo, governado pelo produto $k_h L_m$.

Para o caso em que $L_c \gg L$, temos que $L_m \rightarrow L$, e a radiação sonora se aproxima bastante daquela observada no pacote de onda harmônico em linha. Já para o caso onde $L_c \ll L$, temos que $L_m \rightarrow 0$, e a fonte é dominada pelo comportamento estocástico das oscilações turbulentas, radiando omnidirecionalmente. Quando $L_c \approx L$, a fonte se comporta de maneira intermediária entre o caso omnidirecional e o caso de pacote de onda harmônico com *superdiretividade*, que é o que geralmente se espera do problema de jatos turbulentos.

3.4.3 Pacote de Onda Assimétrico

Maia et al. (2019), a partir de dados de LES realizadas com o solver Charles, observaram que o modelo de pacote de onda Gaussiano, apesar de representar de forma mais fidedigna a parte crescente da curva de amplitude da fonte, se afasta significativamente na parte do decaimento do envelope. Assim, um modelo de pacote de onda assimétrico foi proposto, na tentativa de representar melhor a parte decrescente da amplitude da fonte obtida pelos dados de LES. A Figura 7 mostra uma comparação entre as curvas de pacote de onda Gaussiano, pacote de onda assimétrico proposto e a PSD da fonte de dados de LES, para vários números de Strouhal.

Figura 7 – PSD da fonte e os envelopes dos pacotes Gaussiano e assimétrico ajustados



fonte: Maia et al. (2019).

Pela figura é possível observar que o modelo assimétrico apresenta um melhor ajuste com a curva de LES para a região de decaimento que é mais suave do que o pacote simétrico.

A CSD do modelo assimétrico segue basicamente a mesma equação do modelo estocástico, adicionando dois novos termos multiplicativos para causar a assimetria, conforme mostrado na equação a seguir.

$$\begin{aligned} \langle \hat{S}_{as}(\vec{y}_1, \omega) \hat{S}_{as}^*(\vec{y}_2, \omega) \rangle &= \frac{A_{as}}{L_{as}^2} \exp[ik_h(y_1 - y_2)] \exp \left[-\frac{(y_1 - y_0)^2}{L_{as}^2} - \frac{(y_2 - y_0)^2}{L_{as}^2} \right] \\ &\times \exp \left[-\frac{(y_1 - y_2)^2}{L_c^2} \right] \operatorname{erfc} \left[\frac{\alpha(y_1 - y_0)}{\sqrt{2}L_{as}} \right] \operatorname{erfc} \left[\frac{\alpha(y_2 - y_0)}{\sqrt{2}L_{as}} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

onde L_{as} é o comprimento de escala do pacote assimétrico, A_{as} é a amplitude, α é o parâmetro que controla a intensidade do decaimento, y_0 o ponto central do pacote de onda e erfc é a função erro complementar. A PSD pode ser obtida a partir da equação anterior tomando $y_1 = y_2$, resultando em:

$$\langle \hat{S}_{as}(\vec{y}, \omega) \hat{S}_{as}^*(\vec{y}, \omega) \rangle = A_{as} \exp \left[-\frac{2(y - y_0)^2}{L_{as}^2} \right] \operatorname{erfc}^2 \left[\frac{\alpha(y - y_0)}{\sqrt{2}L_{as}} \right] \quad (29)$$

O comprimento de escala do pacote assimétrico, L_{as} , costuma ser maior que o comprimento L do pacote de onda simétrico, como pode ser observado pela Figura 7. Outro ponto importante da representação do modelo, é o ponto central, y_0 . Para uma representação adequada do modelo assimétrico por meio da equação (28), o envelope precisa ser levemente deslocado com relação ao simétrico, para representar adequadamente o crescimento e decaimento da amplitude.

3.5 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS NÃO LINEAR

Para encontrar um conjunto de parâmetros do pacote de onda simétrico (A , y_0 e L) e do assimétrico (A_{as} , y_{0as} , L_{as} e α), que melhor se adequassem aos dados do envelope das perturbações hidrodinâmicas das LES, uma implementação dos métodos dos mínimos quadrados não linear foi utilizada.

O método implementado utiliza um algoritmo de minimização de funções para encontrar o valor mínimo da soma residual dos quadrados (Sum of Squared Errors - SSE), em função dos parâmetros buscados para cada modelo de pacote de onda, ou seja, $SSE = f(A, y_0, L)$ e $SSE_{as} = f(A_{as}, y_{0as}, L_{as}, \alpha)$.

Tendo como base o conjunto de N_{LES} pontos (y , S_{LES}) que descreve o envelope encontrado nas simulações fluidodinâmicas, o cálculo da SSE foi realizado por meio da diferença quadrática entre os valores da PSD das equações (26) e (29) e o valor da PSD da fonte dos dados de LES.

$$SSE = \sum_{i=1}^{N_{LES}} [\langle \hat{S}(y_i, A, y_0, L) \hat{S}^*(y_i, A, y_0, L) \rangle - S_{LES_i}]^2 \quad (30)$$

$$SSE_{as} = \sum_{i=1}^{N_{LES}} [\langle \hat{S}_{as}(y_i, A_{as}, y_{0as}, L_{as}, \alpha) \hat{S}_{as}^*(y_i, A_{as}, y_{0as}, L_{as}, \alpha) \rangle - S_{LES_i}]^2 \quad (31)$$

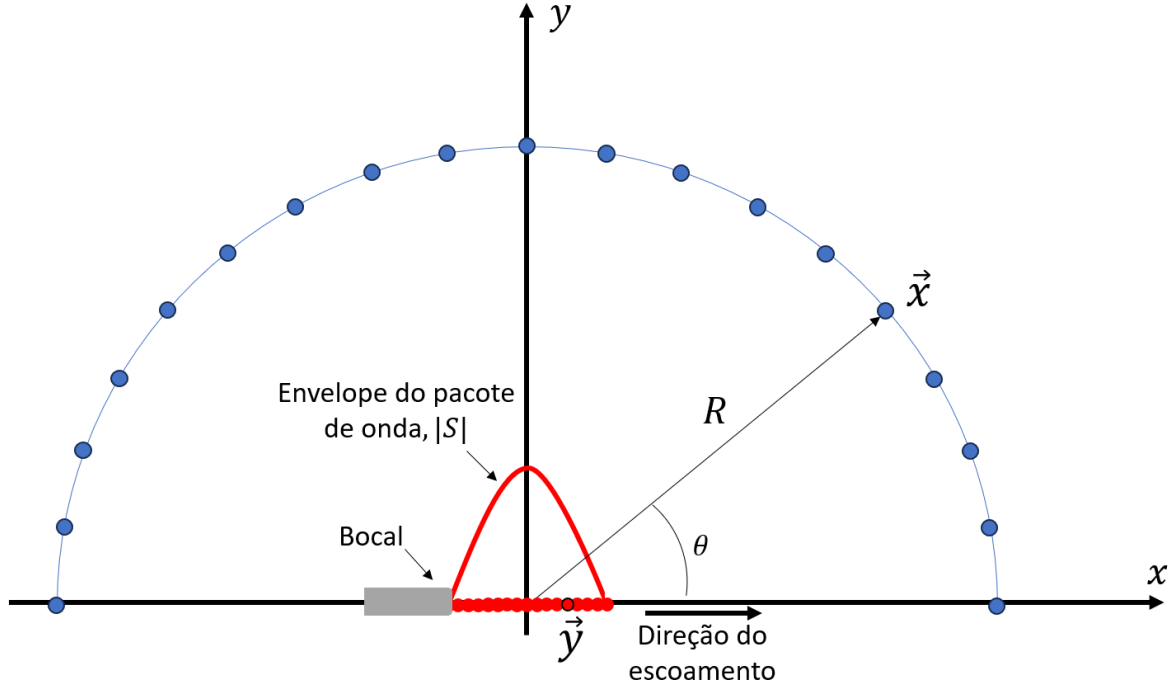
Deste modo, utilizando a função computacional *fminsearch* do MATLAB, os valores dos parâmetros visados podem ser obtidos. Esta ferramenta realiza a minimização por meio da utilização do método de Nelder-Mead (MATHWORKS), e tem como inputs a função que se deseja minimizar (no caso as SSEs), e os valores iniciais das variáveis desta função, devolvendo os valores dessas variáveis que minimizam e o valor mínimo encontrado para a função. O critério de parada padrão, considerado pela função computacional utilizada, é uma variação de 1×10^{-4} no valor do mínimo da função (valor mínimo do SSE) entre uma iteração e outra.

3.6 CÁLCULO DA PRESSÃO NO CAMPO DISTANTE

Uma vez que os modelos estudados são baseados no termo axissimétrico do tensor de tensões, a configuração utilizada para os cálculos busca capturar as oscilações perpendiculares ao eixo da direção do escoamento do jato. A figura a seguir representa a configuração utilizada.

A curva em vermelho representa a amplitude do pacote de onda, discretizado ao longo dos pontos $\vec{y}$, também em vermelho e em cima do eixo x . Os pontos em azul, distribuídos ao longo da semicircunferência, são as posições $\vec{x}$ dos 19 observadores (microfones). O raio da semicircunferência foi definido como $R = 200/(M_c k_h L)$, dependendo dos parâmetros da fonte para garantir que os observadores estejam no campo distante.

Figura 8 – Configuração utilizada para os cálculos



fonte: Elaborada pelo autor.

A pressão pode ser calculada utilizando a abordagem mostrada na seção 3.3, por meio da integral da equação (32).

$$\hat{p}(\vec{x}, \omega) = \int_{\mathcal{V}} \hat{S}(\vec{y}, \omega) G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) d\vec{y} \quad (32)$$

onde $\mathcal{V}$ é a região onde $\hat{S} \neq 0$.

A função de Green, $G(\vec{x}, \vec{y}, \omega)$, que modela a propagação das ondas de pressão sonora de um elemento da fonte situado no ponto y , até um observador no campo distante na posição $\vec{x}$, é dada por:

$$G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = \frac{e^{ik|\vec{x}-\vec{y}|}}{4\pi|\vec{x}-\vec{y}|} \quad (33)$$

Para o modelo estocástico de fonte, onde utiliza-se a CSD da equação (26), a PSD da pressão pode ser obtida por meio da integração dupla, nos pontos $\vec{y}_1$ e $\vec{y}_2$ da fonte, utilizando a função de Green da equação (33) e seu valor complexo conjugado, $G^*(\vec{x}, \vec{y}, \omega)$.

$$\langle \hat{p}(\vec{x}, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}, \omega) \rangle = \iint_{\mathcal{V}} \langle \hat{S}(\vec{y}_1, \omega) \hat{S}^*(\vec{y}_2, \omega) \rangle G(\vec{x}, \vec{y}_1, \omega) G^*(\vec{x}, \vec{y}_2, \omega) d\vec{y}_1 d\vec{y}_2 \quad (34)$$

Uma vez tendo os valores da pressão em cada ponto, pode-se calcular o correspondente nível de pressão sonora (SPL - Sound Pressure Level), conforme a seguinte equação.

$$SPL(\vec{x}) = 10 \log_{10} \left(\frac{\langle \hat{p}(\vec{x}, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}, \omega) \rangle}{P_{ref}^2} \right) \quad (35)$$

Além da PSD, podemos calcular a CSD da pressão considerando os pontos $\vec{x}_1$ e $\vec{x}_2$ dos observadores. Substituindo adequadamente esses pontos nas funções de Green da equação (34) obtém-se seguinte expressão:

$$\langle \hat{p}(\vec{x}_1, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}_2, \omega) \rangle = \iint_V \langle \hat{S}(\vec{y}_1, \omega) \hat{S}^*(\vec{y}_2, \omega) \rangle G(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \omega) G^*(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \omega) d\vec{y}_1 d\vec{y}_2 \quad (36)$$

3.6.1 Cálculo Analítico da Pressão no Campo Distante

Para o pacote de onda Gaussiano, a pressão é calculada analiticamente por meio da equação (32), com a aproximação de campo distante. A solução apresentada por Cavalieri, Jordan e Lesshafft (2019) é dada por:

$$\langle \hat{p}(\vec{x}, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}, \omega) \rangle \approx \frac{1}{16\pi|\vec{x}|^2} L e^{-\frac{1}{2}k_h^2 L^2 (1-M_c \cos\theta)^2} \quad (37)$$

onde M_c é o número de Mach convectivo, definido como a razão entre a velocidade de fase do pacote de onda e a velocidade do som no ambiente, $M_c = c/c_0$, diferentemente do número de Mach convencional, dado pela razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som, $M = V/c_0$.

Como visto anteriormente, o número de onda é dado por $k = \omega/c_0$, já o número de onda hidrodinâmico é dado por $k_h = \omega/c$. Logo, o número de Mach convectivo também representa a relação entre esses dois números de onda: $k/k_h = \omega/c_0 \cdot c/\omega = c/c_0 = M_c$. A relação entre o número de Mach e o número de Mach convectivo é $M_c = 0.6M$ (CAVALIERI; AGARWAL, 2014).

Para o pacote de onda estocástico simétrico, a PSD aproximada é calculada analiticamente por meio da equação (34), conforme mostrado por Cavalieri e Agarwal (2014):

$$\langle \hat{p}(\vec{x}, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}, \omega) \rangle \approx \frac{1}{16\pi|\vec{x}|^2} L_m L e^{-\frac{1}{2}k_h^2 L_m^2 (1-M_c \cos\theta)^2} \quad (38)$$

Analisando as equações (37) e (38), como os observadores são posicionados em pontos ao longo de uma circunferência, $|\vec{x}|$ é constante para qualquer um dos observadores. Assim, como se trata de uma função exponencial, $\exp(-\square)$, quanto menor for o valor do seu argumento, maior é o valor da exponencial. Sendo assim, o máximo da pressão ocorre para o mínimo de $(1 - M_c \cos\theta)^2$. O valor de máximo então ocorre para:

$$\frac{d(1 - M_c \cos\theta)^2}{d\theta} = 2(1 - M_c \cos\theta) M_c \sin\theta = 0 \quad (39)$$

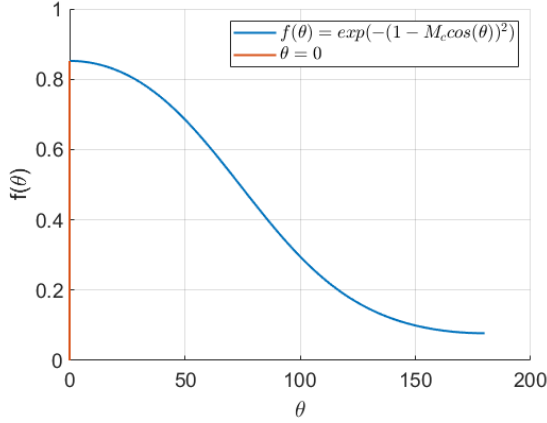
$$\sin\theta = 0 \rightarrow \theta = 0, \theta = \pi \quad (40)$$

$$1 - M_c \cos\theta = 0 \rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{M_c}\right), M_c \geq 1 \quad (41)$$

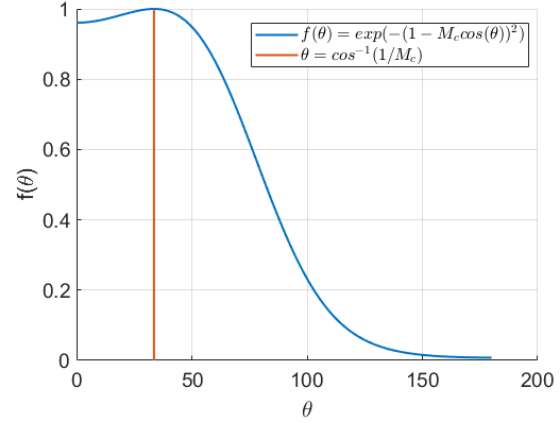
Desta forma, para Machs convectivos subsônicos, o máximo valor da pressão será encontrado para o observador posicionado em $\theta = 0$. Já para valores de M_c supersônicos, o máximo valor da pressão ocorre para um observador posicionado em $\theta = \cos^{-1}(1/M_c)$, que é o ângulo de Mach, relacionado à

formação de ondas de Mach. A Figura 9 mostra os picos para uma função exponencial semelhante às equações (38) e (37).

Figura 9 – Função exponencial demonstrando o pico de radiação para os casos de Machs convectivos subsônicos e supersônicos



(a) Pico em $\theta = 0$ para Machs convectivos subsônicos



(b) Pico em $\theta = \cos^{-1}(1/M_c)$ para Machs convectivos supersônicos

fonte: Elaborada pelo autor.

A solução analítica também é calculada para a CSD dos observadores, por meio da equação (36), conforme mostrado na equação (42) (CAVALIERI; AGARWAL, 2014).

$$\langle \hat{p}(\vec{x}_1, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}_2, \omega) \rangle \approx \frac{1}{8\pi |\vec{x}_1| |\vec{x}_2|} \mathcal{F}_s(-k \cos \theta_1, k \cos \theta_2) \quad (42)$$

onde $\mathcal{F}_s$ é a transformada de Fourier no espaço da CSD do modelo estocástico de fonte:

$$\mathcal{F}_s(k_y, k_z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \hat{S}(\vec{y}_1, \omega) \hat{S}^*(\vec{y}_2, \omega) \rangle e^{ik_y |\vec{y}_1|} e^{ik_z |\vec{y}_2|} d\vec{y}_1 d\vec{y}_2 \quad (43)$$

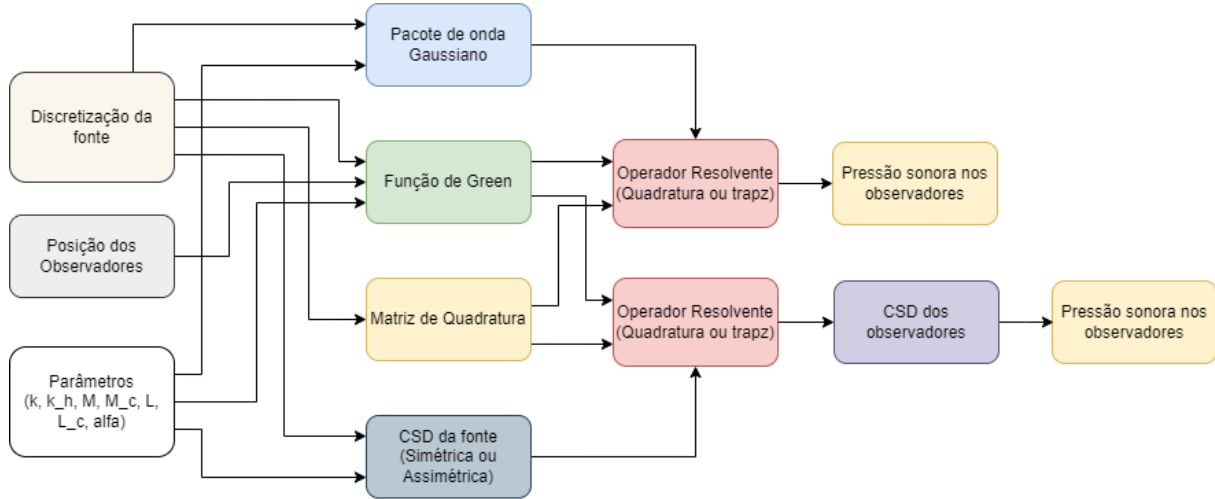
$$\mathcal{F}_s(k_y, k_z) = \frac{1}{2} L_m L \exp \left\{ -\frac{1}{4} L_m^2 \left[(k_y + k_z)^2 \frac{L^2}{L_c^2} + (k_h + k_y)^2 + (k_h - k_z)^2 \right] \right\} \quad (44)$$

3.6.2 Simulação Numérica da Pressão no Campo Distante

O software utilizado para a realização da simulação numérica e geração dos gráficos é o MATLAB. Alguns scripts foram desenvolvidos, com base na metodologia apresentada neste capítulo, para calcular, entre outros valores, a CSD para as flutuações de pressão do termo fonte no campo próximo, e as flutuações de pressão acústica no campo livre distante. Os códigos foram adaptados conforme a necessidade específica de cada análise realizada neste trabalho. Entretanto, um código genérico está disposto no Apêndice A, e o fluxograma que descreve os cálculos deste código é mostrado na Figura 10.

Duas metodologias foram utilizadas para realizar as integrações numéricas e determinar os níveis de pressão sonora medidos por microfones virtuais: A soma de Riemann de ponto médio e o método dos trapézios. Uma análise e comparação entre os métodos foi realizada (seção 4.1) para a definição de qual seria o mais adequado para o trabalho.

Figura 10 – Fluxograma de cálculo do código

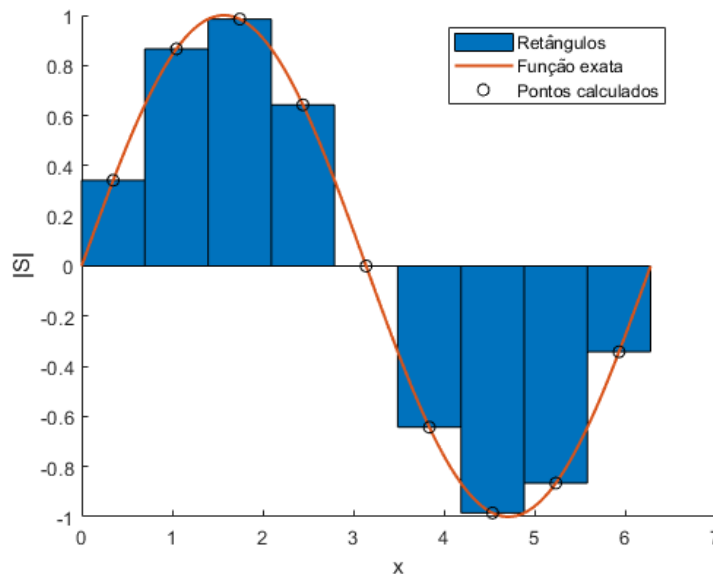


fonte: Elaborada pelo autor.

3.6.2.1 Integração Numérica Pela Regra do Ponto Médio

A regra do ponto médio utiliza uma soma de Riemann para aproximar a integral definida no domínio discreto. A área abaixo da curva é aproximada por retângulos calculados com o valor da função no ponto central, conforme mostrado na Figura 11 e na equação (45).

Figura 11 – Regra do ponto médio



fonte: Elaborada pelo autor.

$$\int_{L_1}^{L_2} f(x)dx = \Delta x \sum_{n=1}^N f(x_n) \quad (45)$$

onde $L_1 + (\Delta x/2) = x_1 < x_2 < \dots < x_N = L_2 - (\Delta x/2)$, sendo L_1 e L_2 os limites do comprimento da fonte e Δx a diferença entre dois pontos consecutivos (considerando aqui pontos igualmente espaçados). Na Figura 11, é mostrada uma curva senoidal com $L_1 = 0$, $L_2 = 2\pi$ e $n_s = 9$. O erro de

aproximação para este método é dado por:

$$\epsilon_{pm} = \frac{h^3}{24} f''(x_0) \quad (46)$$

sendo x_0 um ponto do intervalo h de integração.

Para o cálculo da pressão com esse método, podemos rescrever o operador resolvente no domínio discreto, conforme mostrado na equação a seguir.

$$R = GW \quad (47)$$

onde G é a matriz de dimensões $n_o \times n_s$, sendo n_o o número de pontos dos observadores e n_s o número de pontos da discretização da fonte, que contém os valores da função de Green entre os pontos dos observadores e da fonte; e W é a matriz de quadratura.

Para a fonte em linha discretizada em pontos igualmente espaçados, W pode ser definido como:

$$W = I\Delta y \quad (48)$$

onde Δy é a distância entre os pontos da fonte e I tem dimensão $n_s \times n_s$.

Deste modo, o cálculo da pressão se torna uma multiplicação de matrizes, conforme a equação a seguir.

$$\hat{p} = R\hat{S} \quad (49)$$

$$\hat{p} = GI\Delta y\hat{S} \quad (50)$$

sendo $\hat{S}$ o vetor de dimensão n_s que contém os valores do pacote de onda, e $\hat{p}$ o vetor de n_o elementos contendo a pressão medida em cada um dos observadores.

Para o cálculo da integral dupla da equação (36), o operador resolvente discreto foi aplicado duas vezes conforme a equação a seguir.

$$\langle \hat{p}(\vec{x}_1, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}_2, \omega) \rangle = G^*W(GW \langle \hat{S}(\vec{y}_1, \omega) \hat{S}^*(\vec{y}_2, \omega) \rangle)^T \quad (51)$$

sendo, neste caso, $\langle \hat{S}(\vec{y}_1, \omega) \hat{S}^*(\vec{y}_2, \omega) \rangle$ a matriz $n_s \times n_s$ contendo os valores da CSD da fonte em cada ponto da sua discretização; e $\langle \hat{p}(\vec{x}_1, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}_2, \omega) \rangle$ a matriz $n_o \times n_o$ contendo os valores da CSD dos observadores.

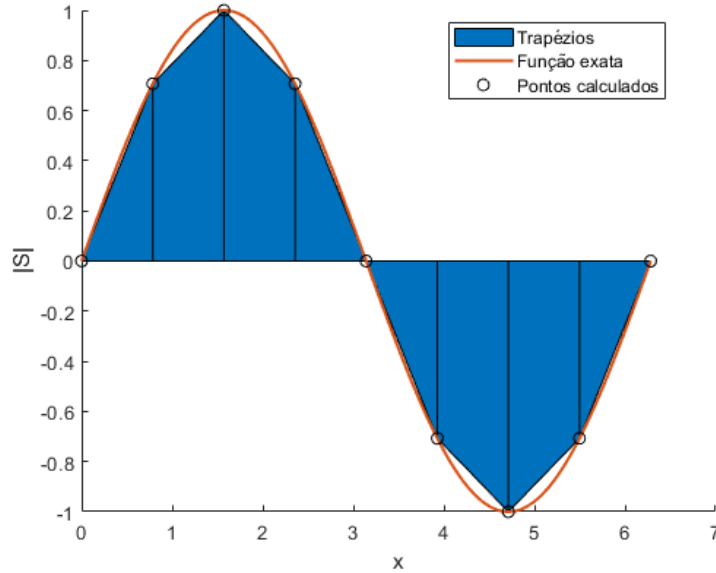
Os n_o elementos do vetor da pressão $\langle \hat{p}(\vec{x}, \omega) \hat{p}^*(\vec{x}, \omega) \rangle$ para o cálculo do SPL correspondem aos valores da CSD em que $\vec{x}_1 = \vec{x}_2 = \vec{x}$, ou seja, a diagonal principal da matriz resultante da integração discreta.

3.6.2.2 Integração Numérica Pelo Método dos Trapézios

A implementação da integração do método dos trapézios utilizou a função *trapz(X,Y)* do MATLAB (MATHWORKS) que recebe como argumentos dois vetores, sendo o X os valores discretizados da

variável de integração e Y os valores do integrando em cada uma das posições de X. Assim, essa função realiza a integração pelo método dos trapézios, que aproxima a área sob a curva por meio de trapézios, somando a área total (partes positivas e negativas), conforme a equação (52) e a Figura 12.

Figura 12 – Método dos trapézios



fonte: Elaborada pelo autor.

$$\int_{L_1}^{L_2} f(x)dx = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (x_{n+1} - x_n) [f(x_n) + f(x_{n+1})] \quad (52)$$

onde $L_1 = x_1 < x_2 < \dots < x_N < x_{N+1} = L_2$. É importante destacar a sutil diferença entre a discretização necessária entre a soma de Riemann de ponto médio e o método dos trapézios para a implementação correta dos dois métodos. Na Figura 12 temos $L_1 = 0$, $L_2 = 2\pi$ e $n_s = 9$. O erro de aproximação para este método é dado por:

$$\epsilon_t = -\frac{h^3}{12} f''(x_0) \quad (53)$$

sendo x_0 um ponto do intervalo h de integração.

O cálculo da pressão por meio da função *trapz* é mostrado no trecho de script a seguir.

```
1 p = trapz(y,WP.*GF); %Gaussian sound pressure
2
3 for i = 1:length(y_2)
4     CSDobs_z(i,:) = trapz(y,CSD(:,i).*GF); %Integral in y_1, the ...
        result is a function of y_2
5 end
6 for j = 1:length(xol)
7     CSMobs_num(j,:) = trapz(z,CSDobs_z(:,j).*conj(GF)); %sound pressure
8 end
```

Para o pacote de onda Gaussiano, é passado o vetor da discretização da fonte, y , no primeiro argumento e uma matriz $n_s \times n_o$, possuindo o produto entre cada elemento do vetor do pacote de onda ($[WP]_{n_s}$) e seu respectivo elemento da matriz da função de Green, $[GF]_{n_s \times n_o}$, para todas as colunas (todos os observadores). Assim, a função realiza a integração dos n_s elementos n_o vezes, resultando na pressão em cada um dos observadores.

O cálculo da CSD, conforme a equação (36), para o modelo estocástico segue um procedimento semelhante. Como o resultado agora é uma matriz, é necessário a utilização de laços para concatenar os vetores resultantes de cada aplicação da função *trapz* e formar as matrizes. Desta forma, a primeira integral é calculada para os valores de y_1 , sendo o integrando o produto entre as linhas da CSD (correspondentes a variação de y_1 , com y_2 constante) com a função de Green entre x_1 e y_1 . Posteriormente é realizado um novo loop para a integração em y_2 , sendo o integrando o produto entre o resultado da integração interior e o conjugado da função de Green entre x_2 e y_2 .

Assim, diferentemente da implementação da regra do ponto médio, que calculava as integrais somente por multiplicação de matrizes, sendo relativamente mais simples, aqui é necessário a utilização de loops para esses cálculo.

4 ANÁLISES E RESULTADOS

4.1 ANÁLISE DOS MÉTODOS NUMÉRICOS

A regra do ponto médio e o método dos trapézios foram implementados em scripts no MATLAB e suas performances foram avaliadas para o cálculo da SPL do modelo de fonte estocástico, visando validar o código e definir o método e a discretização da fonte mais adequada.

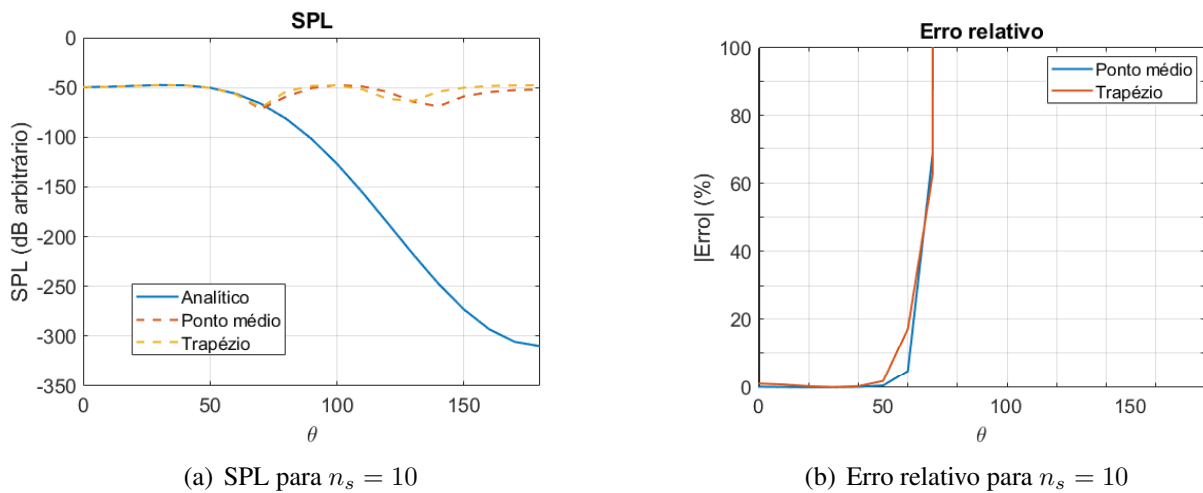
Os parâmetros analisados são o número de elementos da discretização da fonte, n_s , o tempo de execução de cada um dos métodos e o erro, tomando como base de comparação a curva analítica da equação (38). Para isso, um conjunto de parâmetros de entrada foi escolhido, com base nos resultados de Cavalieri, Jordan e Lesshafft (2019), visando causar um decaimento considerável, para se obter uma variação grande no nível de pressão sonora ao longo dos observadores: $L = 1$, $L_c = 10L \rightarrow L_m = \sqrt{100/102}$, $M = 2 \rightarrow M_c = 1, 2$, $k_h = 5 \rightarrow k = 6$, $n_o = 19$, $y_0 = 0$ e $A = 1$. Cinco valores de n_s foram selecionados para a análise: $n_s = 10, 100, 500, 1000, 10000$.

Com esses valores definidos, as curvas de nível de pressão sonora foram calculadas utilizando a regra do ponto médio e o método dos trapézios, além da função analítica da equação (38), e os erros relativos foram calculados com os valores de pressão obtidos, conforme a equação (54).

$$E_r = \frac{|p_{analitico} - p_{numerico}|}{|p_{analitico}|} \times 100 \quad (54)$$

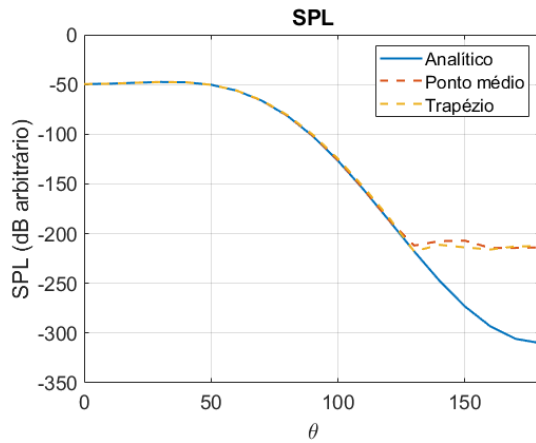
As figuras a seguir apresentam os resultados da análise, sendo as figuras (a) o nível sonoro (em dB arbitrário) medido pelo conjunto de microfones (observadores) da Figura 8 e as figuras (b) o erro relativo calculados com base na pressão em cada um dos microfones.

Figura 13 – Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 10$

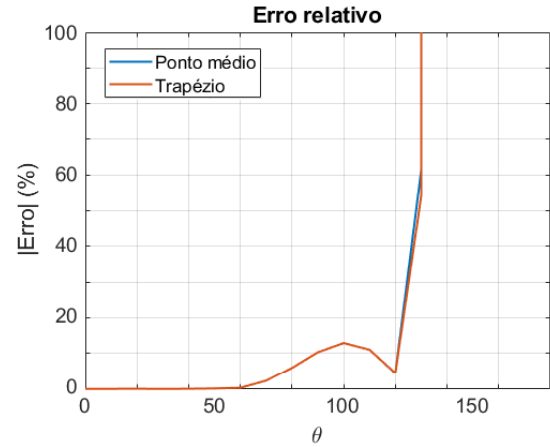


fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 14 – Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 100$



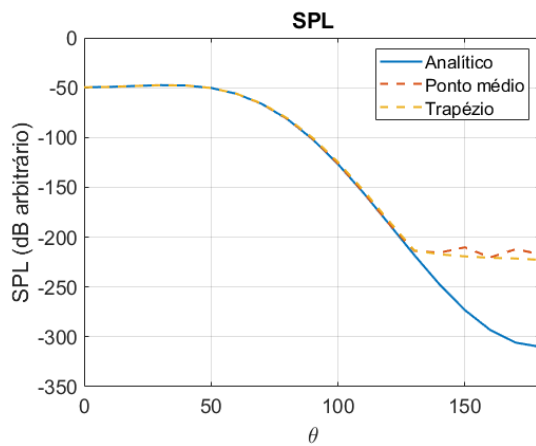
(a) SPL para $n_s = 100$



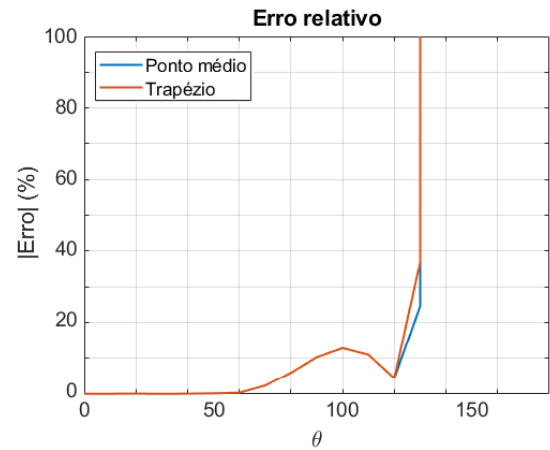
(b) Erro relativo para $n_s = 100$

fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 15 – Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 500$



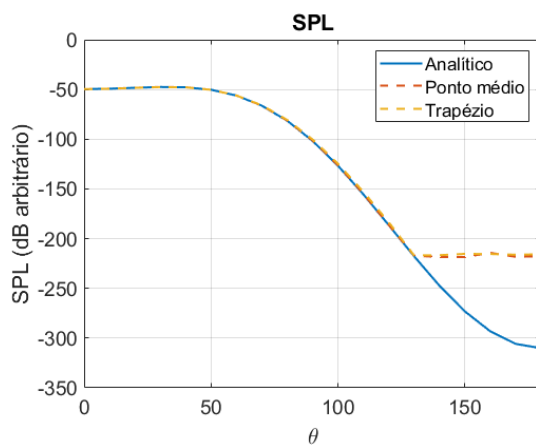
(a) SPL para $n_s = 500$



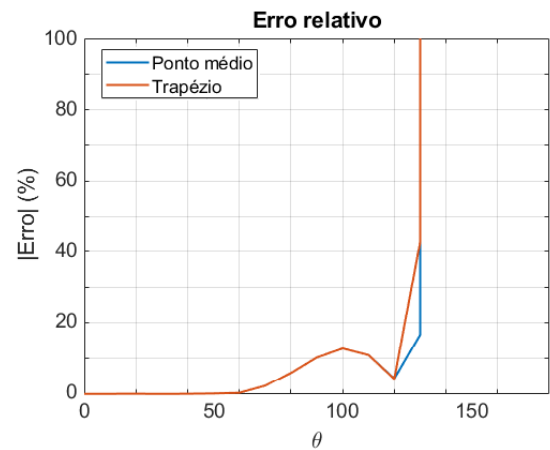
(b) Erro relativo para $n_s = 500$

fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 16 – Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 1000$



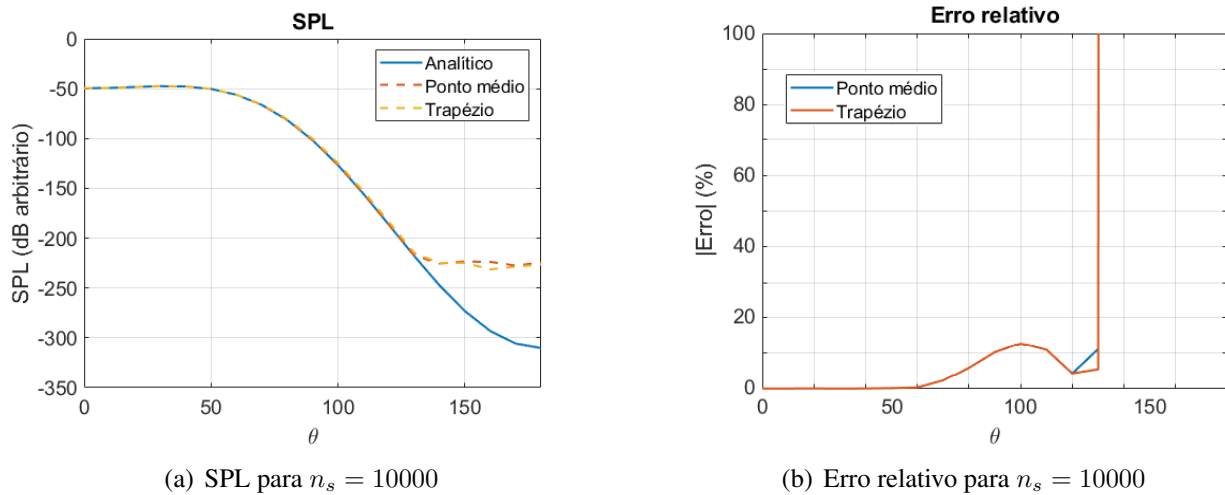
(a) SPL para $n_s = 1000$



(b) Erro relativo para $n_s = 1000$

fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 17 – Comparação do SPL entre a regra do ponto médio e o método dos trapézios para $n_s = 10000$



fonte: Elaborada pelo autor.

Por meio da análise das figuras é possível observar que mesmo para uma discretização bem grande da fonte, para altos ângulos polares, nesta configuração de parâmetros as curvas numéricas divergem da analítica. Após em torno de 100 pontos da fonte, aumentar cada vez mais a discretização não parece melhorar visualmente a discordância observada.

Essas discordâncias provavelmente acontecem por erros numéricos, uma vez que a ordem de grandeza dos valores de pressão nos observadores, para esse conjunto de parâmetros selecionados (intencionalmente), varia de 10^{-5} até 10^{-31} , o que leva a erros de arredondamento nas operações numéricas. Entretanto, essas discrepâncias acontecem para ângulos polares bem elevados, gerando valores de nível sonoro extremamente baixos, se tornando irrelevantes para as análises propostas neste trabalho.

Uma tabela comparativa foi construída, com base na observação das figuras, para se definir qual método e qual discretização da fonte utilizar. Os valores de erro foram observados até $\theta = 130^\circ$, para desconsiderar a parte discrepante da curva. A simulação numérica foi feita no computador pessoal, configurado com um processador Intel Core i5 2,5 GHz e 8 GB de RAM 2133 MHz.

Tabela 2 – Comparação entre os métodos numéricos e as discretizações da fonte

n_s	Ponto médio		Trapézio	
	Erro máximo (%)	Tempo (s)	Erro máximo (%)	Tempo (s)
100	61,36	0,025010	54,06	0,027588
500	24,39	0,081839	36,82	0,140201
1000	16,64	0,205261	42,72	0,354610
10000	12,80	33,334701	12,80	44,127405

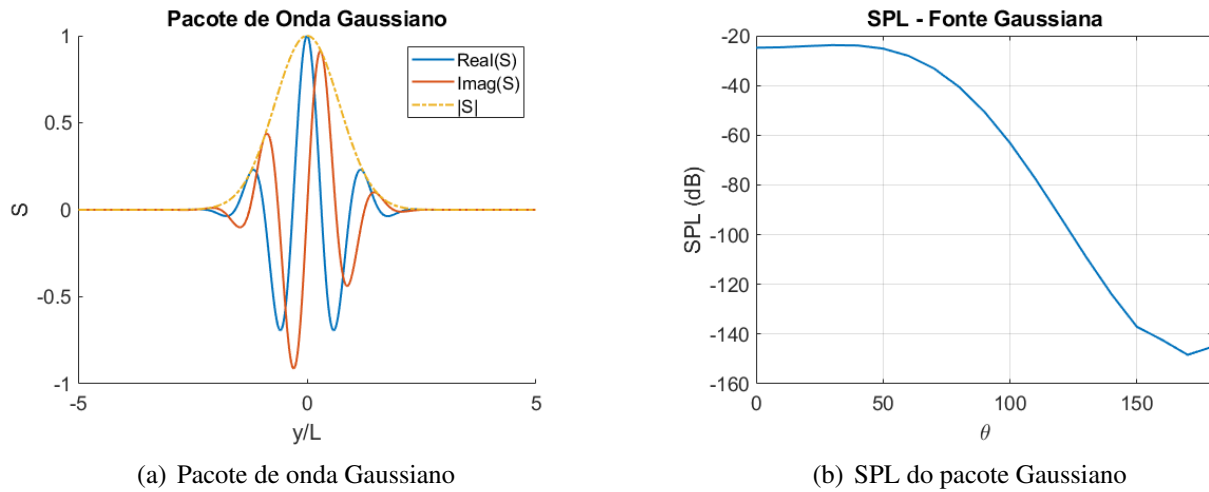
fonte: Elaborada pelo autor.

Considerando que um dos objetivos da elaboração do código foi a sua utilização para a geração de dados visando o treinamento de uma rede neural de um trabalho parceiro, o tempo de execução do código deve ser levado em consideração. Por meio da análise dos gráficos, para $n_s = 100$ já é possível observar uma boa concordância entre as duas metodologias até $\theta = 120^\circ$. A partir desse número de

pontos da fonte, as maiores diferenças acontecem para valores iguais ou superiores a $\theta = 130^\circ$, o que pode ser visto na tabela (erro máximo). Assim, a configuração escolhida foi $n_s = 500$ com o método do ponto médio, que apresentou uma execução mais rápida do que $n_s = 1000$, com erro em $\theta = 130^\circ$ menores do que $n_s = 100$.

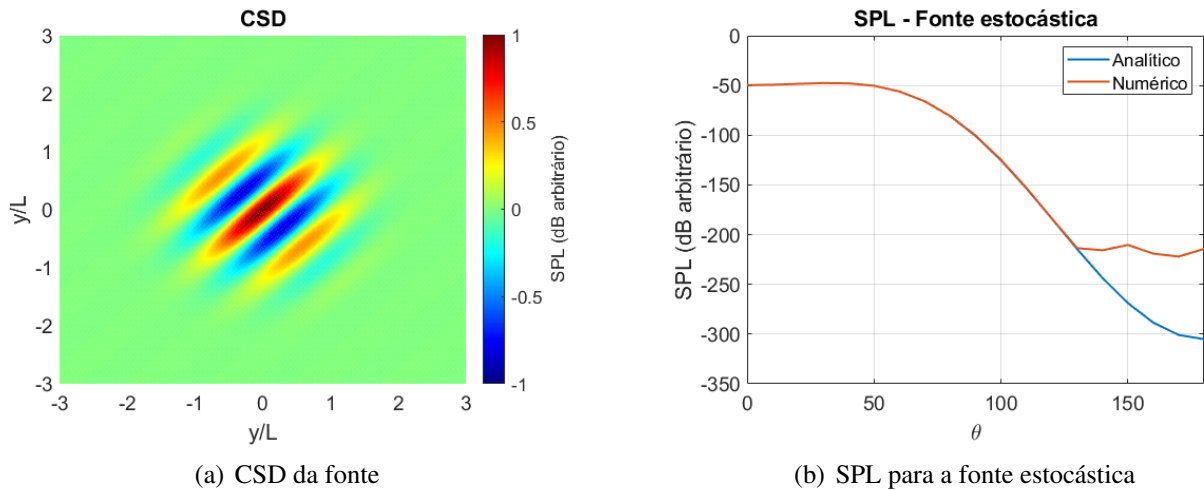
Por fim, um conjunto de saídas do código para a configuração escolhida ($n_s = 500$ e método do ponto médio), calculadas conforme o fluxograma da Figura 10 e com os parâmetros do modelo utilizados nesta análise, é mostrado nas figuras a seguir, explicitando a funcionalidade e a validade do script.

Figura 18 – Pacote de Onda Gaussiano e sua curva de nível de pressão sonora



fonte: Elaborada pelo autor.

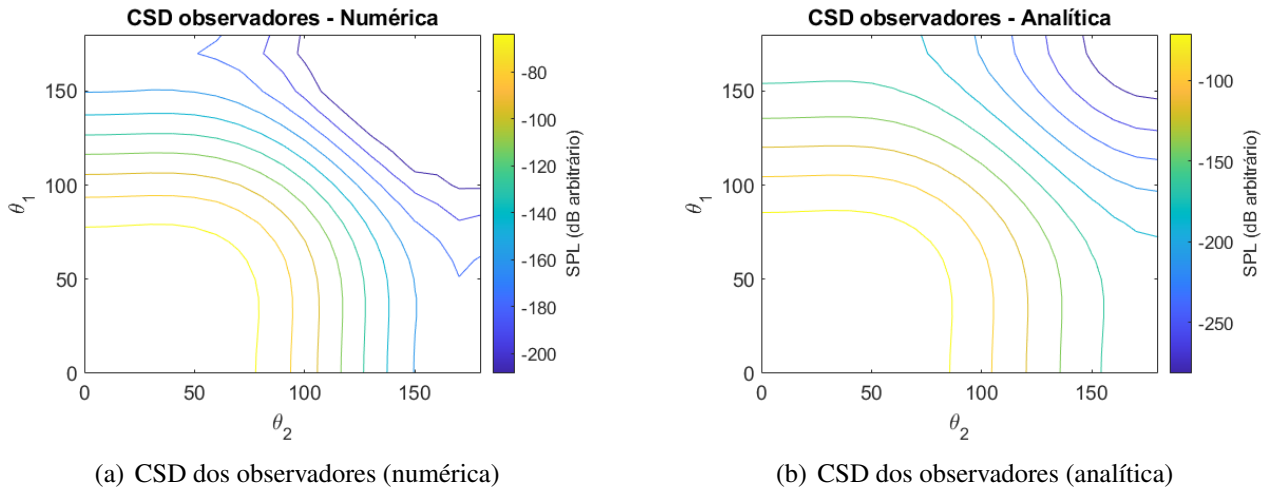
Figura 19 – Fonte estocástica e seu SPL



fonte: Elaborada pelo autor.

Vale a pena destacar aqui o pico de radiação presente no ângulo de Mach, capturado pela integração numérica na SPL na Figura 18(b) e na Figura 19(b), conforme demonstrado na equação (41). Na Figura 20(a) é possível observar os erros numéricos observados e discutidos também para os gráficos de SPL da análise (Figura 13 - Figura 17), sendo os contornos para altos valores de θ_1 e θ_2 menos suave quando comparados com esses contornos na Figura 20(b).

Figura 20 – CSD numérica e analítica dos observadores



fonte: Elaborada pelo autor.

4.2 ESTUDO PARAMÉTRICO DA FONTE ESTOCÁSTICA

Um estudo paramétrico foi realizado visando atingir três objetivos principais: a) verificar quando a implementação numérica do modelo de pacote de onda estocástico é capaz de prever algumas das características mais relevantes do campo acústico distante produzido por jatos turbulentos, b) produzir uma base de dados para treinar uma rede neural de um trabalho paralelo, capaz de reconhecer pacotes de ondas de dados acústicos experimentais ou numéricos, e c) identificar os parâmetros relevantes do modelo e definir os limites de variação apropriados para representar adequadamente as características relevantes do ruído produzido por jatos turbulentos.

Como um passo inicial deste estudo, uma investigação do papel desempenhado pelos parâmetros adimensionais M , L_c/L e $k_h L_m$, no nível sonoro e na diretividade polar produzida pelos pacotes de onda estocásticos, foi realizada, onde novamente, M é o número de Mach, L é o comprimento de escala do pacote, L_c é o comprimento coerente, L_m é o comprimento efetivo e k_h é o número de onda hidrodinâmico, conforme apresentado no capítulo de metodologia (3).

Valores de referência para L e L_c foram obtidos de um estudo experimental relatado por Breakey et al. (2017). A Tabela 3 apresenta os parâmetros L e L_c como uma função do diâmetro do bocal do jato, D ($D = 50 \text{ mm}$ foi adotado no experimento), assim como valores numéricos para L_m e a razão L_c/L , para números de Strouhal (baseados no diâmetro do bocal e na velocidade do escoamento livre) de 0,4 e 0,6, e número de Mach de 0,6.

Tabela 3 – Parâmetros experimentais

St	L	L_c	L_c/L	L_m
0,4	1,5D	1,7D	1,13	0,41
0,6	1,3D	1,4D	1,08	0,38

fonte: Elaborada pelo autor baseado em dados presentes em Breakey et al. (2017).

De acordo com a quarta coluna da Tabela 3, os valores experimentais da razão entre L_c/L se aproximam da unidade, o que é correspondente a pacotes de onda parcialmente coerentes, coincidindo com o comportamento físico de ruído em jatos turbulentos (CAVALIERI; JORDAN; LESSHAFFT,

2019). Assim, baseado nessas considerações L_c/L foi definido com 1 neste estudo. O parâmetro adimensional $k_h L_m$ foi variado entre 0,1 até 5,1. Os números de Mach de 0,4, 0,6, 0,8 e 0,9 são tipicamente utilizados em experimentos aeroacústicos com jatos turbulentos e, portanto, foram selecionados para este estudo paramétrico. A Tabela 4 resume a definição dos parâmetros.

Tabela 4 – Faixa de variação dos parâmetros

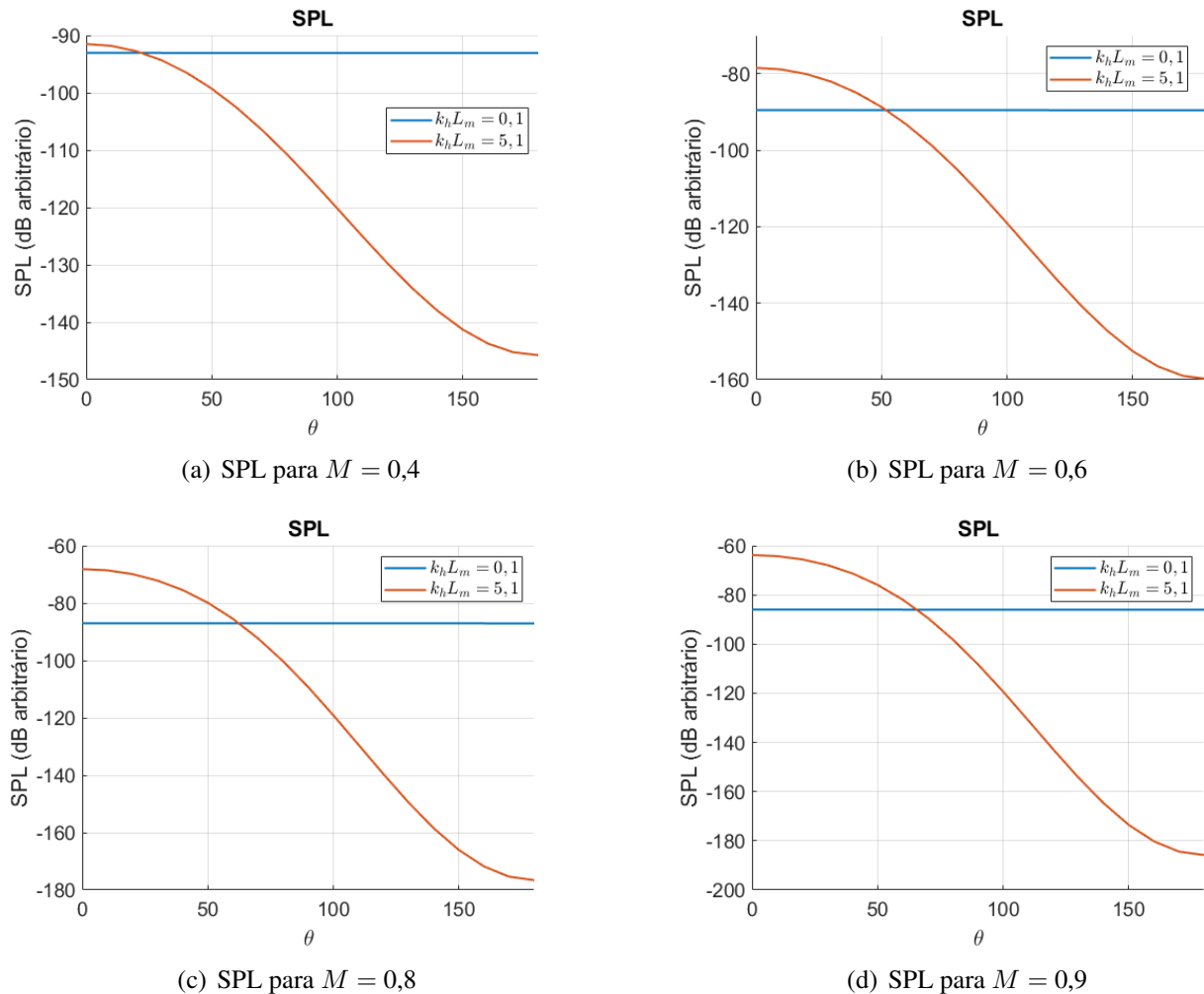
Parâmetro	Faixa de variação	Passo
$k_h L_m$	0,1 - 5,1	0,25
Mach	0,4 - 0,9	0,2 e 0,1

fonte: Elaborada pelo autor.

A combinação de todos os parâmetros mostrados na Tabela 4 somam 84 amostras com informações de padrões de radiação sonora preditos pelo modelo estocástico de pacote de onda. Os resultados foram obtidos pela integração numérica com a regra do ponto médio e $n_s = 500$, conforme definido na análise anterior, e $y_0 = 0$, para avaliar a capacidade desses parâmetros selecionados de representar a emissão sonora polar de jatos turbulentos por meio do modelo estocástico.

A Figura 21 mostra o SPL (em dB arbitrário) em função do ângulo polar, θ para alguns dos parâmetros definidos anteriormente.

Figura 21 – Nível de Pressão Sonora para os parâmetros analisados

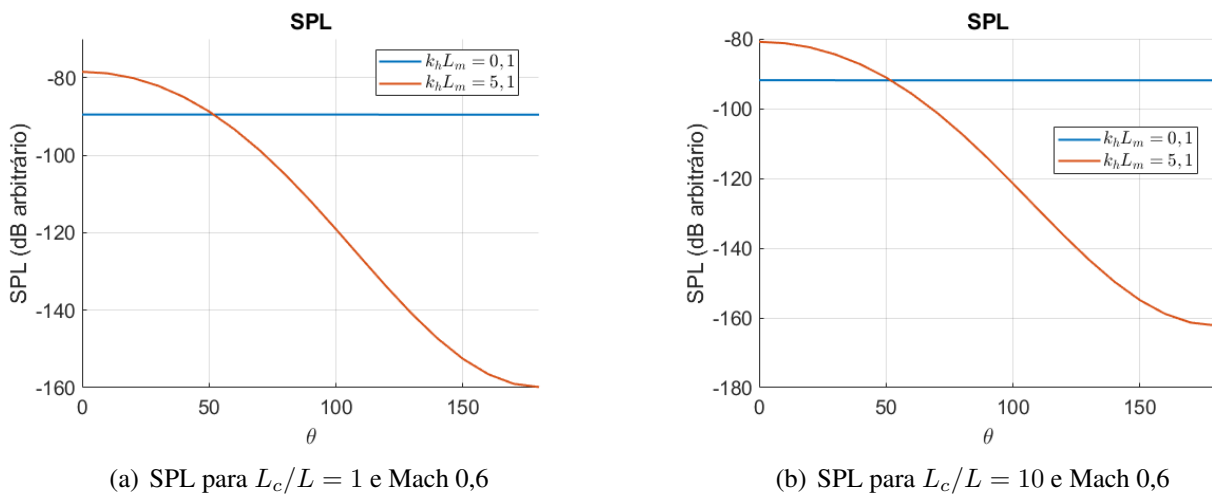


fonte: Elaborada pelo autor.

De acordo com a Figura 21, para $k_h L_m = 0, 1$, os pacotes de onda se comportam como uma fonte acústica compacta, com uma emissão sonora omnidirecional, uma vez que cada frente de onda produz o mesmo nível de pressão sonora, independentemente da coordenada polar do microfone virtual. Já para o outro extremo, ou seja, $k_h L_m = 0, 5$, a diretividade sonora caracteriza uma fonte espacialmente estendida, com altos níveis de emissão em ângulos polares pequenos, seguida de uma grande redução em altos ângulos polares. O nível sonoro aumenta com o aumento do número de Mach.

A Figura 22 apresenta resultados para $L_c/L = 1$ e $L_c/L = 10$, sendo o último correspondente a uma fonte de jato turbulento altamente coerente. Os resultados mostram uma alta correspondência entre o padrão de diretividade para $L_c/L = 1$ e $L_c/L = 10$. Portanto, o comportamento do campo acústico distante parece ser governado pelo parâmetro $k_h L_m$, dentro da faixa de valores abordado aqui. Resultados preliminares para pequenos valores de L_c/L (uma fonte pouco coerente) combinado com altos valores de $k_h L_m$ (fonte estendida espacialmente), levaram a um padrão de radiação polar inconsistente para o problema. No âmbito de um estudo paramétrico, esses resultados mostraram que o parâmetro $k_h L_m$ e o número de Mach são suficientes para modelar a emissão sonora, com base em estimativas de PSD.

Figura 22 – Nível de Pressão Sonora para $L_c/L = 1$ e $L_c/L = 10$



fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados mostram que a emissão sonora de uma fonte compacta acontece para $k_h L_m = 0, 1$, e de uma fonte estendida para $k_h L_m = 5, 1$. A diretividade da fonte dependendo dos valores de $k_h L_m$ não foi explicitamente discutida em Cavalieri e Agarwal (2014) e Cavalieri, Jordan e Lesshafft (2019), mas os resultados do presente estudo mostram que a dependência da fonte estocástica em relação ao parâmetro $k_h L_m$ é similar àquela do modelo de pacote de onda Gaussiano no parâmetro $k_h L$. Os resultados apresentados na Figura 22 permitem a redução do conjunto de execuções para auxiliar o treinamento da rede neural, dado que um padrão similar de diretividade é obtido independentemente do pacote ser parcialmente ou altamente coerente, ou seja, valor unitário ou alto de L_c/L . Por fim, é importante notar a relevância do parâmetro de número de onda hidrodinâmico em representar o comportamento do pacote de onda, uma vez que se trata de um parâmetro do escoamento que pode ser relacionado com o número de Strouhal experimental.

4.3 ESTUDO DA FONTE ASSIMÉTRICA

A fonte assimétrica foi estudada visando realizar uma comparação dela com o modelo estocástico simétrico, e entender a influência, no nível de pressão sonora no campo distante, do decaimento mais representativo na amplitude da fonte que esse modelo é capaz de apresentar.

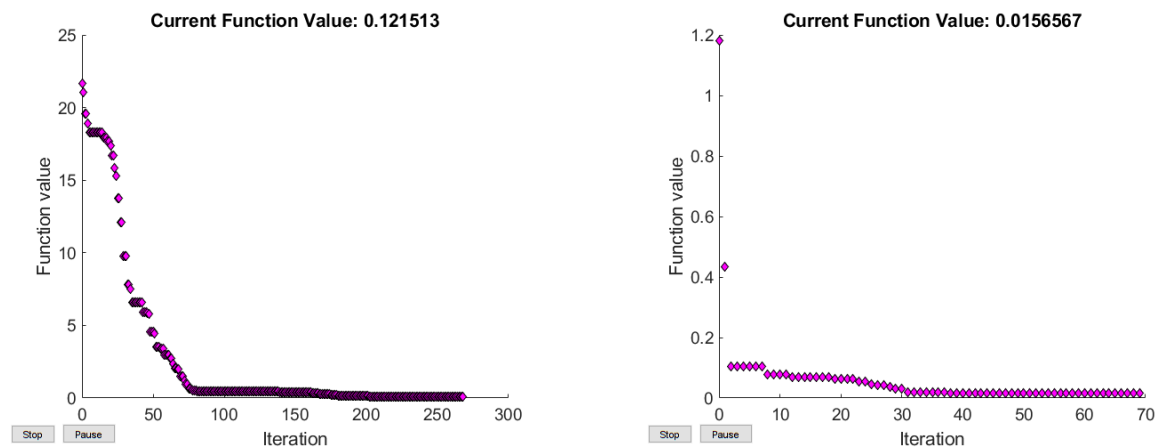
Para isso, dados de LES (MAIA et al., 2019) foram utilizados para a obtenção de parâmetros do modelo de pacote de onda simétrico (A , y_0 e L) e do assimétrico (A_{as} , y_{0as} , L_{as} e α), que gerassem a fonte que melhor se adequa ao PSD da LES, por meio da minimização das diferenças quadráticas (SSE).

A curva de PSD de LES para $St = 0,4$, disposta na Figura 7, foi escolhida para esta análise na tentativa de utilizar o caso de maior diferença no envelope dos pacotes. A curva foi normalizada pelo seu valor máximo, uma vez que para a análise proposta apenas o formato das curvas são relevantes, tratando-se de dBs arbitrários. Além disso, a PSD das simulações teve seu pico (unitário) centralizado em $y = 0$, para gerar pacotes de onda com y_0 próximos da origem, garantindo coerência com a configuração de simulação da Figura 8.

Tendo em vista que o pacote de onda simétrico apresenta uma boa correspondência com a parte crescente da curva (MAIA et al., 2019), os valores da PSD da LES considerados para a execução do método dos mínimos quadrados não linear, para este caso, foram até o pico da fonte, garantindo um melhor alinhamento na região crescente, apesar da maior discrepância para a parte decrescente. Já para o pacote de onda assimétrico, os parâmetros foram obtidos com toda a extensão da PSD da fonte das simulações fluidodinâmicas. Além disso, os chutes iniciais foram definidos da seguinte forma: as amplitudes A e A_{as} como o valor do pico da PSD de LES, o y_0 e o y_{0as} como 0 (uma vez que o pico da PSD foi levado para a origem), o comprimento L_{as} como metade do comprimento do pacote de LES, L como o comprimento inteiro, e α como 1. A Tabela 5 apresenta os valores de chute inicial utilizados.

Deste modo, utilizando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) não linear, descrito na seção 3.5, os valores para os parâmetros das fontes simétrica e assimétrica foram obtidos e estão dispostos na Tabela 5. A Figura 23 apresenta o processo de convergência da função *fminsearch* ao longo das iterações para a minimização do SSE dos pacotes de onda simétricos e assimétricos.

Figura 23 – Gráficos de convergência da minimização do SSE



(a) Pacote assimétrico com $St = 0,4$. SSE: 0,1215.

(b) Pacote simétrico com $St = 0,4$. SSE: 0,0157.

fonte: Elaborada pelo autor.

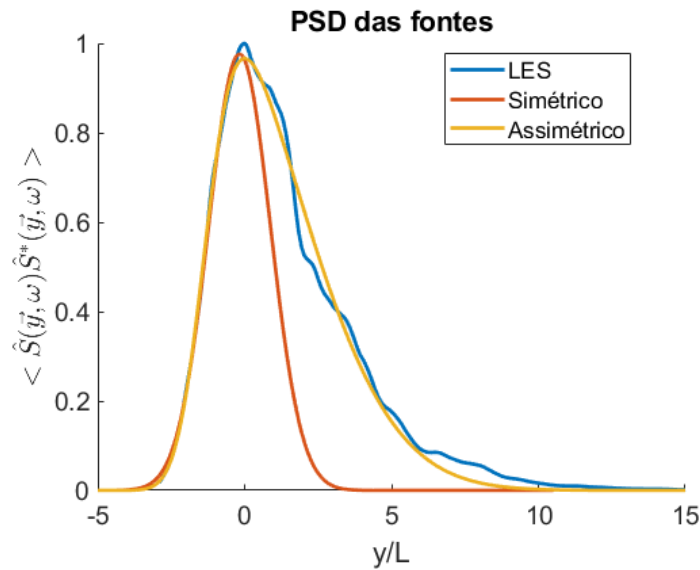
Tabela 5 – Parâmetros dos pacotes de onda obtidos pelo MMQ não linear

Parâmetro	A_{as}	y_{0as}	L_{as}	α	A	y_0	L
Chute Inicial	1,00	0,00	1,02	1,00	1,00	0,00	2,04
Valor Final	13,52	-1,80	6,72	-6,78	0,98	-0,17	2,10

fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 24 mostra a PSD da fonte da simulação fluidodinâmica juntamente com os pacotes de onda simétrico e assimétrico calculados com os parâmetros obtidos na Tabela 5.

Figura 24 – PSD da LES e pacotes de onda simétrico e assimétrico equivalentes.



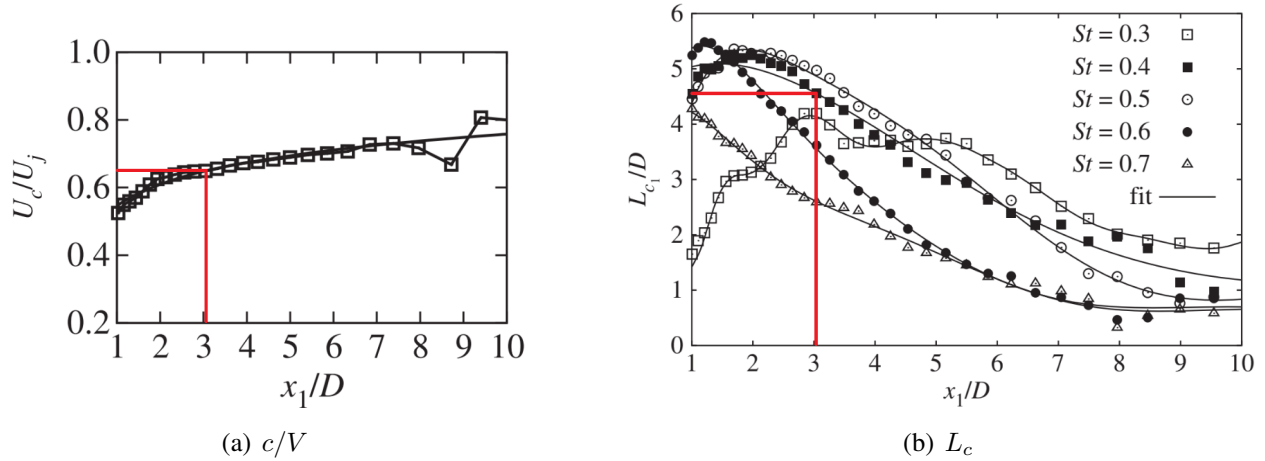
fonte: Elaborada pelo autor.

Tendo os parâmetros calculados por meio da PSD, é possível utilizá-los para calcular a CSD da fonte e, posteriormente, calcular o nível de pressão sonora nos observadores no campo distante. Para isso, alguns parâmetros precisam ainda ser definidos, como o M_c , k_h , L_c .

A escolha desses valores seguiu os resultados obtidos por Maia et al. (2019) (tendo como ponto de referência a posição de pico da fonte, $y = 3,04$), uma vez que os demais parâmetros dos modelos da fonte também partiram do mesmo trabalho. O número de Mach utilizado no artigo e também utilizado aqui é de 0,4, o que, tendo a razão $c/V = 0,65$ (Figura 25(a)) leva a $M_c = 0,26$. O número de onda hidrodinâmico foi calculado com base na equação (55) como sendo $k_h = 3,87 \rightarrow k = 1,01$, e o $L_c = 4,6$ foi calculado com base na Figura 25(b). Os valores de diâmetro utilizados para adimensionalizar os parâmetros em Maia et al. (2019) foram omitidos nos equacionamentos deste trabalho, mas são inerentemente levados em consideração uma vez que a obtenção dos parâmetros pelo MMQ já partem de dados adimensionalizados pelo diâmetro.

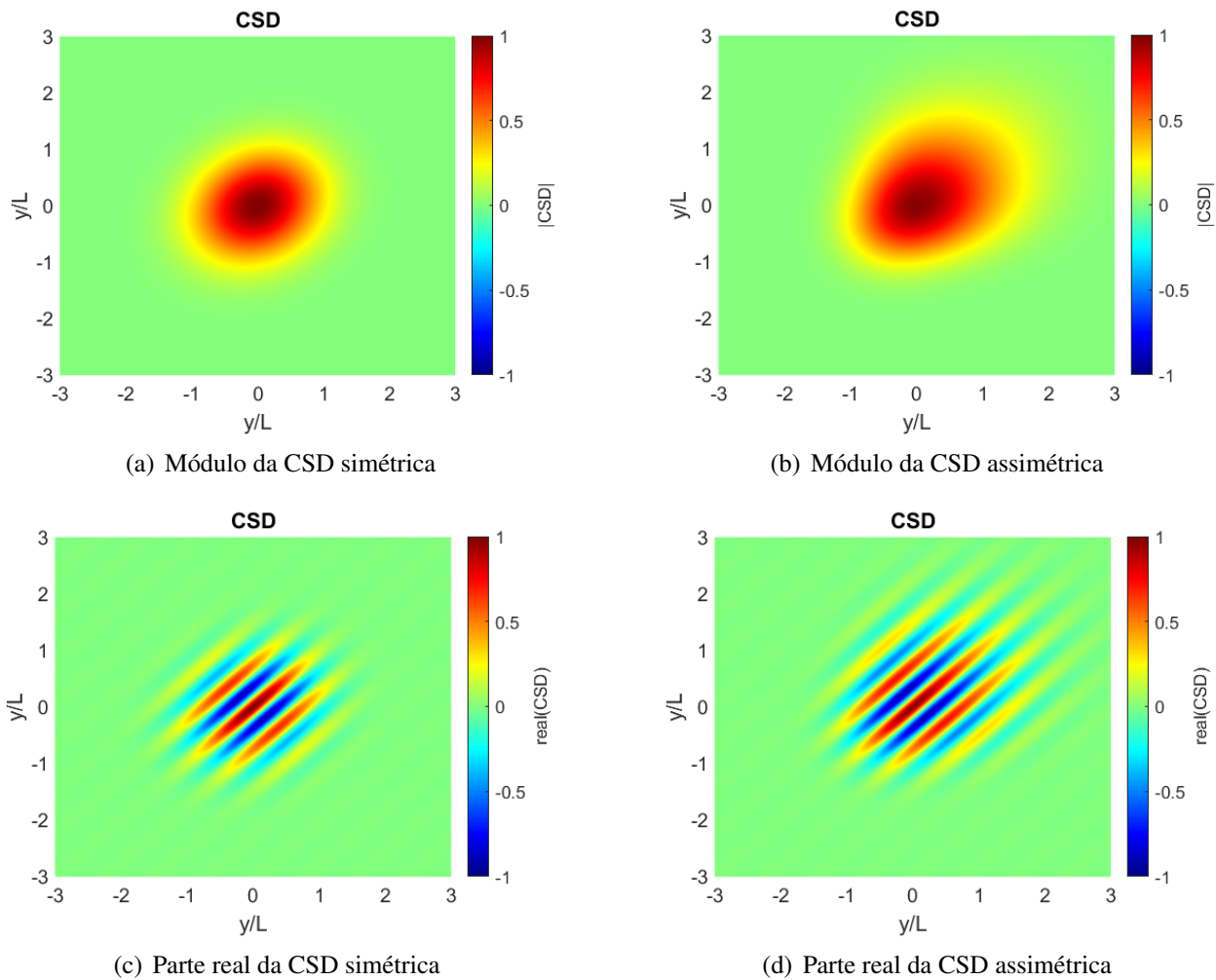
$$k_h = \frac{2\pi St}{c/V} \quad (55)$$

Desta forma, com os parâmetros definidos, as CSDs dos pacotes de onda simétrico e assimétrico foram calculadas e estão presentes na Figura 26.

Figura 25 – Obtenção dos parâmetros de c/V e L_c 

fonte: Extraída de Maia et al. (2019) e modificada pelo autor.

Figura 26 – Cross Spectral Density das fontes



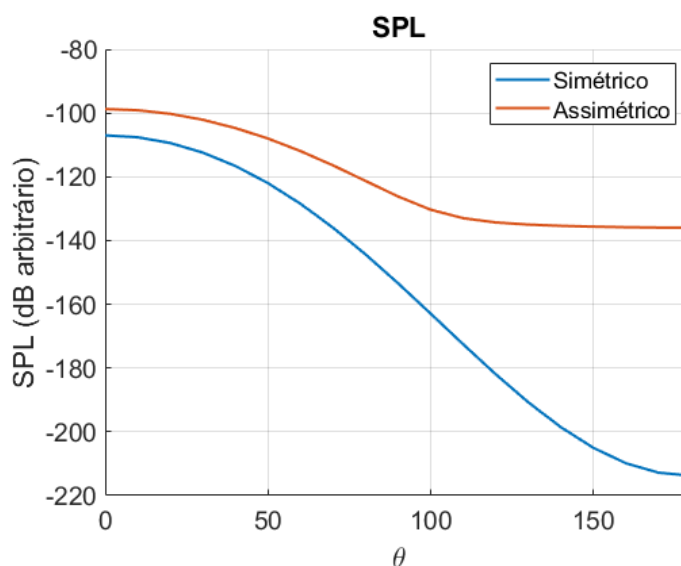
fonte: Elaborada pelo autor.

Por meio desta figura é possível observar a assimetria tanto no módulo quanto na parte real da CSD do pacote assimétrico. Além disso, conforme comentado anteriormente, o pacote de onda assimétrico possui no geral maior comprimento de escala quando comparado com o pacote de onda simétrico, o

que é necessário para um decaimento mais lento e pode ser observado tanto na Tabela 5, na Figura 26 e na Figura 24.

Partindo dessas CSDs das fontes, foi possível calcular o nível de pressão sonora no campo distante, conforme disposto na figura Figura 27.

Figura 27 – Nível de pressão sonora do modelo simétrico e assimétrico.



fonte: Elaborada pelo autor.

Por meio da figura, é possível observar que o modelo de fonte assimétrica apresenta maior nível de pressão em toda a extensão do campo medido pelos 19 microfones, uma vez que as perturbações da fonte no sistema crescem com aproximadamente a mesma amplitude, mas permanecem mais altas por um comprimento maior do pacote, após o pico e na parte do decaimento do envelope. Além disso, enquanto o modelo simétrico apresenta um decaimento mais brusco até quase toda a extensão dos observadores, o modelo assimétrico aparenta seguir este decaimento para ângulos polares mais baixos, apresentando uma maior característica de omnidirecionalidade para ângulos polares mais altos.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta um estudo sobre o ruído de jato turbulento produzido por modelos de fonte baseados no conceito de pacotes de ondas, e analisa as características de amplitude e diretividade do campo acústico distante em termos de parâmetros que modelam o comportamento estocástico e de simetria da fonte. O modelo periódico no tempo de fonte em linha proposto por Crow e Champagne (1971), Moore (1977), entre outros, permite a determinação do campo de pressão distante por meio da solução da equação da onda no domínio da frequência, utilizando a análise resolvente. Uma descrição mais realista do campo sonoro gerado por jatos turbulentos é obtida considerando os pacotes de onda estocástico simétrico e assimétrico, propostos por Cavalieri e Agarwal (2014) e Maia et al. (2019), respectivamente, a partir da identificação e modelagem matemática dos fenômenos hidrodinâmicos e acústicos subjacentes, os quais levam em consideração os efeitos da decorrelação existentes nas oscilações de pressão do campo próximo em jatos turbulentos. Os modelos estocásticos permitem a uma estimativa de estatística de dois pontos para as oscilações do escoamento no campo próximo (CSD da fonte) e para as oscilações de pressão no campo distante.

Uma rotina computacional composta por vários scripts em MATLAB foi implementada para a simulação numérica dos modelos de pacote de onda. Os principais resultados foram apresentados em termos da densidade espectral de potência utilizando medições virtuais em um ponto (PSD) e dois pontos (CSD), tanto das oscilações do escoamento do campo próximo quanto das oscilações de pressão do campo distante. O uso da função de Green de campo livre para propagar as flutuações de pressão da posição do pacote de onda para os microfones virtuais cobrindo uma grande faixa de ângulos polares permitiu a determinação do padrão de diretividade das fontes. O comprimento de escala, o comprimento coerente, o número de onda hidrodinâmico, o número de Mach e o número de Strouhal são parâmetros essenciais para determinar o comportamento do campo acústico produzido por pacotes de onda estocásticos.

Resultados numéricos foram obtidos tanto pela função interna do MATLAB *trapz* quando pela aplicação da análise resolvente discreta, resultando na integração por quadratura com a regra do ponto médio. Os dois métodos foram comparados e com base nos objetivos deste trabalho a regra do ponto médio foi escolhida como método para as integrações numéricas. Um estudo paramétrico foi conduzido para identificar as funções desempenhadas por cada parâmetro selecionado, assim como suas faixas significativas de variação, em caracterizar o pacote de onda estocástico pelas estimativas densidade espectrais de potência (apresentadas em nível de pressão sonora) das oscilações de pressão do campo distante. Uma vez que o campo de aeroacústica de jatos turbulentos preferencialmente lida com quantidades adimensionais, atenção foi tomada para definir valores numéricos consistentes com aplicações práticas.

Os resultados mostraram que fontes espacialmente estendidas e parcialmente coerentes ($L_c/L \approx 1$), em condições de escoamento subsônico, produzem padrões de diretividade com alta emissão em baixos ângulos polares, seguidos e um decaimento exponencial conforme aumenta-se o ângulo polar. Essa característica de jatos turbulentos, corretamente representada pelo modelo de pacote de onda

é chamada de superdiretividade. Os resultados obtidos do estudo paramétrico são consistentes com dados reportados na literatura e serão aplicados em um estudo colaborativo para o treinamento de uma rede neural de reconhecimento de fontes de jatos turbulentos a partir da sua assinatura acústica.

Por fim, uma análise comparativa entre os modelos de fonte estocásticas assimétrica e simétrica foi realizada. A influência do decaimento mais suave do envelope assimétrico, seguindo o comportamento dos dados de LES pela utilização de parâmetros que minimizassem o erro quadrático, levou a um aumento do nível sonoro no campo distante, e a um padrão de decaimento mais suave do que aquele apresentado pelo pacote simétrico. A utilização do modelo de fonte assimétrico combinado com a presença de alguma geometria de superfície sólida, para medir o espalhamento sonoro utilizando a *Tailored Green's Function*, é visada como uma possibilidade de estudo para trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

- BREAKEY, D. E. et al. Experimental study of turbulent-jet wave packets and their acoustic efficiency. **Physical Review Fluids**, v. 2, n. 12, p. 124601, 2017.
- CAVALIERI, A. V.; AGARWAL, A. Coherence decay and its impact on sound radiation by wavepackets. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 748, p. 399–415, 2014.
- CAVALIERI, A. V. et al. Jittering wave-packet models for subsonic jet noise. **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, n. 18-19, p. 4474–4492, 2011.
- CAVALIERI, A. V. et al. Axisymmetric superdirectivity in subsonic jets. **Journal of fluid Mechanics**, v. 704, p. 388–420, 2012.
- CAVALIERI, A. V.; JORDAN, P.; LESSHAFFT, L. Wave-packet models for jet dynamics and sound radiation. **Applied Mechanics Reviews**, v. 71, n. 2, p. 020802, 2019.
- CLEANAVIATION. **High Level Objectives**. Disponível em: <<https://www.clean-aviation.eu/clean-sky-2/programme-overview-and-structure/high-level-objectives>>.
- CRIGHTON, D.; LEPPINGTON, F. Scattering of aerodynamic noise by a semi-infinite compliant plate. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 43, n. 4, p. 721–736, 1970.
- CRIGHTON, D. G. Basic principles of aerodynamic noise generation. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 16, n. 1, p. 31–96, 1975.
- CROW, S. Acoustic gain of a turbulent jet. meeting of division of fluid dynamics. **American Physical Society, Paper IE 6, Univ. Colorado, Boulder**, 1972.
- CROW, S. C.; CHAMPAGNE, F. H. Orderly structure in jet turbulence. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 48, n. 3, p. 547 – 591, 1971.
- CURLE, N. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences**, v. 231, n. 1187, p. 505–514, 1955.
- HOWE, M. The compact green's function for a semi-infinite elastic plate, with application to trailing edge noise and blade–vortex interaction noise. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 94, n. 4, p. 2353–2364, 1993.
- JAWORSKI, J. W.; PEAKE, N. Aerodynamic noise from a poroelastic edge with implications for the silent flight of owls. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 723, p. 456–479, 2013.
- LAU, J. C.; FISHER, M. J.; FUCHS, H. V. The intrinsic structure of turbulent jets. **Journal of Sound and Vibration**, v. 22, n. 4, p. 379 – 384, 1972.
- MAIA, I. A. et al. Two-point wavepacket modelling of jet noise. **Proceedings of the Royal Society A**, v. 475, n. 2227, p. 20190199, 2019.
- MATHWORKS. **Optimizing Nonlinear Functions**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/matlab/math/optimizing-nonlinear-functions.html#bsgqp6p-11>>.
- MATHWORKS. **trapz**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/trapz.html>>.

MOLLO-CHRISTENSEN, E. Jet noise and shear flow instability seen from an experimenter's viewpoint. **ASME J. Appl. Mech**, v. 34, n. 1, p. 1 – 7, 1967.

MOORE, C. J. The role of shear-layer instability waves in jet exhaust noise. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 80, n. 2, p. 321 – 367, 1977.

NILTON, M. M. et al. Acoustic scattering by finite composite plates. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 144, n. 3, p. 1170–1179, 2018.

PIANTANIDA, S. et al. Scattering of turbulent-jet wavepackets by a swept trailing edge. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 140, n. 6, p. 4350–4359, 2016.

WESTIN, R. **Agência Senado - Poluição sonora prejudica a saúde e preocupa especialistas**. 2018. Disponível em: <[WIKIPEDIA. **Aeroacústica — Wikipédia, a enciclopédia livre**. 2023. \[Online; accessed 30-dezembro-2023\]. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Aeroac%C3%BAstica&oldid=67210252>>.](https://www12.senado.leg.br/noticias/especiais/especial-cidadania/poluicao-sonora-prejudica-a-saude-e-preocupa-especialistas/poluicao-sonora-prejudica-a-saude-e-preocupa-especialistas#:~:text=As%20pessoas%20come%C3%A7am%20a%20perder,auditivas%20%C3%A9%20lenta%20e%20irrevers%C3%ADvel.>></p>
</div>
<div data-bbox=)

APÊNDICE A – SCRIPT GENÉRICO DE CÁLCULO DA PRESSÃO

```

1 %% General script for the sound radiation by turbulent jets
2 clc
3 clear variables
4 close all
5
6 %% Input
7 % Parameters
8 M = 0.4; %Mach number
9 L = 1; %Amplitude length scale
10 Lc = 1*L; %Correlated length scale
11 kh = 5; %hydrodynamic wave number
12
13 Mc = 0.6*M; %Convective mach number
14 k = kh*Mc; %Wave number
15 Lm = sqrt(L^2*Lc^2/(2*L^2 + Lc^2)); %Effective length
16
17 A = 1; % Amplitude
18 alpha = -6; % Assymetric Decay parameter
19 y0 = 0; % Central position of the source
20
21 % Discretization - Observer
22 n_o = 19; % Number of observers
23 R = 200/(Mc*kh*L); %Observer arc radius |
24 theta = linspace(0,pi,n_o)'; %Polar angle
25 xo = R.*[cos(theta),sin(theta)]; %Observer positions on the cartesian plane
26
27 % Discretization - Source
28 n_s = 500; % Number of points of the source
29 L1 = -5*L;
30 L2 = 5*L;
31 Dy = ((L2-L1)/n_s);
32 y = L1+Dy/2:Dy:L2-Dy/2; %Discrete positions of the source
33 ys = [y',zeros(size(y))']; %y Source positions on the cartesian plane
34
35 %% Calculation
36 %%% Sound pressure of the Gaussian WP
37 %Symetric
38 WP = A*(exp(1i*kh.*y).*exp(-(y/L).^2)).'; %Gaussian wave packet
39 % Assymetric
40 % WP = (A/(L^2)*exp(1i*kh.*(y-y0)).*exp(-2*(y-y0).^2./L^2)...
41 %      ...
42 %      .*erfc(alpha.*(y-y0)./(L*sqrt(2))).*erfc(alpha.*(y-y0)./(L*sqrt(2))))).';
43

```

```

44 GFy = zeros(length(y),length(xo));
45 for j = 1:length(xo)
46     for i = 1:length(y)
47         GFy(i,j) = ...
            1/(4*pi*norm(xo(j,:)-ys(i,:)))*exp(1i*k*norm(xo(j,:)-ys(i,:))); ...
            %Green Function
48     end
49 end
50
51 W_y = eye(n_s)*(L2-L1)/n_s; % Weight Matrix
52 p = GFy.'*W_y*WP; % Resolvent Analysis
53
54 %%% CSD (source)
55 CSD = zeros(length(y),length(y));
56 for i = 1:length(y)
57     % Symetric
58     CSD(i,:) = A*exp(1i*kh.*(y(i)-y)).*exp(-(y(i)-y0)^2+(y-y0).^2)/L^2)...
59         .*exp(-(y(i)-y)/Lc).^2); %Cross-spectral Density
60     % Assymetric
61     % CSD(i,:) = ...
        A/(L^2)*exp(1i*kh.*(y(i)-y)).*exp(-(y(i)-y0)^2+(y-y0).^2)/L^2)...
62     % ...
        .*erfc(alpha/sqrt(2)*((y(i)-y0)/L)).*erfc(alpha/sqrt(2)*((y-y0)/L)).*exp(-(y(i)-y)
63 end
64
65 %%% Analytical Stochastic SPL
66 ps = zeros(1,length(theta));
67 for i = 1:length(theta)
68     ps(i) = 1/(16*pi*norm(xo(i,:))^2)*Lm*L...
69         *exp(-0.5*kh^2*Lm^2*(1-Mc*cos(theta(i)))^2); %Stochastic pressure
70 end
71
72 %%% Analytical CSD (observers)
73 CSM = zeros(length(xo),length(xo));
74 F_CSD = @(y,z) 0.5*Lm*L*exp(-0.25*Lm^2*((y+z)^2*L^2/Lc^2 + (kh + y)^2 + ...
        (kh - z)^2));
75 for i = 1:length(xo)
76     for j = 1:length(xo)
77         CSM(j,i) = 1/(8*pi*norm(xo(j,:))*norm(xo(i,:)))...
78             *F_CSD(-k*cos(theta(j)),k*cos(theta(i)));
79     end
80 end
81
82 %%% Numeric CSD (observers)
83 W_z = W_y; % Weight Matrix
84 CSM_z = GFy.'*W_y*CSD;
85 CSM_num = CSM_z*(conj(GFy).'*W_z).';
86
87 %%% Numeric Stochastic SPL

```

```

88 ps_num = diag(CSM_num);
89
90 %% Figures
91 figure(1) %Source and observer visualization
92 plot(ys(:,1),ys(:,2),'rx','Linewidth',1.5)
93 hold on
94 plot(xo(:,1),xo(:,2),'ko','Linewidth',1.5)
95 plot(y/L,abs(WP),'--','Linewidth',1.5)
96 xlabel('x axis (dimensionless)')
97 ylabel('y axis (dimensionless)')
98 title('Source and Observer Distribution')
99 legend('Source','Observers')
100
101 figure(2) %Gaussian WP
102 hold on
103 title('Gaussian Wave-packet')
104 plot(y/L,real(WP),'Linewidth',1.5)
105 plot(y/L,imag(WP),'Linewidth',1.5)
106 plot(y/L,abs(WP),'-.','Linewidth',1.5)
107 legend('Real(S)','Imag(S)','|S|')
108 ylabel('S')
109 xlabel('y/L')
110
111 figure(3) %SPL Gaussian WP
112 plot(theta*180/pi,20.*log10(abs(p/max(p))), 'Linewidth',1.5)
113 xlabel('\theta')
114 ylabel('SPL (dB)')
115 title('SPL')
116
117 figure(4) %CSD
118 mesh(y,y,real(CSD))
119 axis([-3 3 -3 3 -1 1])
120 colorbar
121 caxis([-1 1])
122 view(2)
123 title('CSD')
124 ylabel('y/L')
125 xlabel('y/L')
126 colormap(jet)
127
128 figure(5) %Pressure of Stochastic WP
129 plot(theta*180/pi,20.*log10(abs(ps)), 'Linewidth',1.5)
130 hold on
131 plot(theta*180/pi,20.*log10(abs(ps_num)), '--', 'Linewidth',1.5)
132 title('SPL')
133 xlabel('\theta')
134 ylabel('SPL (dB)')
135 legend('Analytical', 'Numeric')
136

```

```
137 figure(6) % Numeric CSM
138 contour(theta.*180/pi,theta.*180/pi,20.*log10(abs(CSM_num)),10)
139 colorbar
140 view(2)
141 title('Numeric CSM')
142 ylabel('\theta_1')
143 xlabel('\theta_2')
144
145 figure(7) % Analytical CSM
146 contour(theta.*180/pi,theta.*180/pi,20.*log10(abs(real(CSM))),10)
147 colorbar
148 view(2)
149 title('Analytical CSM')
150 ylabel('\theta_1')
151 xlabel('\theta_2')
```