

UNESP – UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

CARLOS EDUARDO FÉLIX CORREIA

O ESTRUTURALISMO EM LIVROS DIDÁTICOS: SMSG E
MATEMÁTICA - CURSO MODERNO

Rio Claro - SP
2015

UNESP – UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

CARLOS EDUARDO FÉLIX CORREIA

O ESTRUTURALISMO EM LIVROS DIDÁTICOS: SMSG E
MATEMÁTICA - CURSO MODERNO

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Arlete de Jesus Brito.

Rio Claro - SP
2015

CARLOS EDUARDO FÉLIX CORREIA

**O ESTRUTURALISMO EM LIVROS DIDÁTICOS: SMSG E
*MATEMÁTICA - CURSO MODERNO***

Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Profa. Dra. Arlete de Jesus Brito - orientadora - UNESP/RC

Profa. Dra. Heloisa da Silva- UNESP/RC

Profa. Dra. Rosa Lúcia Sverzut Baroni - UNESP/RC

Prof. Dr. Lafayette de Moraes - UNICAMP

Profa. Dra. Maria Ângela Miorim- UNICAMP

Rio Claro, SP, 12 de Maio de 2015

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos especiais à minha querida orientadora Arlete de Jesus Brito pela parceria impressindível neste trabalho. Neste percurso sua orientação foi a letra "a" que faltou no meu teclado, em muitos momentos.

Agradeço aos professores Lafayette de Moraes, Maria Ângela Miorim, Rosa Lucia Sverzut Baroni e Heloisa da Silva pelas importantes contribuições para este trabalho, por ocasião da participação da Banca no Exame Geral de Qualificação no dia 24 de março de 2014 e posteriormente da participação da Comissão Examinadora na Banca de Defesa desta tese no dia 12 de maio de 2015.

Aos professor Vicente M. Garnica e Wagner R. Valente por terem contribuído com a aquisição de materiais importantes para a pesquisa.

Aos colegas do HIFEM - Grupo de Estudos em História e Filosofia da Educação Matemática, pelas oportunidades de debatermos este tema.

À professora Alice Orrú, pela revisão de português. ao professor Paulo Carvalho, pela revisão de inglês.

À minha esposa Cristiane e à minha filha Manuella pela compreensão, paciência e apoio nesta jornada.

Aos professores Antonio Miguel, Rosana Giareta Sguerra Miskulin e Flávia dos Santos Soares, por terem se disponibilizados a participar da suplência da banca de defesa.

À todos aqueles que direta ou indiretamente estiveram ao meu lado nesta trajetória e puderam acompanhar o desenvolvimento deste trabalho.

Foucault insistia na ideia nietzscheana de que tudo é histórico e, portanto, de que nada do que é humano deve escapar ao campo de visão e de expressão do historiador.

(RAGO, 1995, p. 3)

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi analisar como que o estruturalismo esteve presente nas propostas do ensino de Matemática de duas obras para os Ginásios brasileiro entre os anos de 1960 e 1970, quais sejam: o Volume 1 da coleção *SMSG - School Mathematics Study Group - Matemática - Curso Ginásial* e o Volume 1 da obra do Professor Osvaldo Sangiorgi *Matemática - Curso Moderno para os Ginásios*. Ambas começaram a circular no Brasil a partir de 1964. Tomamos por referencial metodológico a Hermenêutica de Profundidade proposto por Thompson (1995) em três dimensões de análise: análise sócio-histórica, análise formal ou discursiva e a interpretação/reinterpretação. Concordamos com Oliveira (2008) que os livros didáticos podem ser considerados como "formas simbólicas" e, portanto, são passíveis de diversas interpretações. Concluimos que o estruturalismo esteve presente nas duas obras analisadas. No livro do SMSG à luz do logicismo, pelo método de raciocínio para a construção dos conceitos matemáticos, neste os estudantes são conduzidos a um modo de estruturar o raciocínio para pensar a Matemática pelo princípio lógico da *dedução*. No livro de Sangiorgi à luz do formalismo, aproximando-se das ideias propostas por Bourbaki em sua obra *Elementos de Matemática*, as quais demonstravam a preocupação com o modo de exposição axiomático, que se procede do geral para o particular em uma apresentação depurada, uma profunda unidade que repousa sobre a Teoria dos Conjuntos e hierarquizada em termos de estruturas abstratas. A preocupação dos autores com os pré-requisitos conceituais, obedecendo às etapas da construção do conhecimento matemático e observando, sobretudo, valores, atitudes, ansiedades, habilidades e motivação, atesta também a presença do estruturalismo psicológico de Piaget nas duas obras.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Estruturalismo. Textos Didáticos de Matemática. Movimento da Matemática Moderna.

ABSTRACT

The goal of this research was to analyze how the structuralism has been present in the mathematics teachings proposal of two works for the Brazilian high school between the years of 1960 and 1970, being: the book 1 of the collection *SMSG – School Mathematics Study Group – Mathematics for Junior High School Course* and the book 1 of the work of Professor Osvaldo Sangiorgi *Mathematics- Modern Course for Junior High School*. Both began to diffuse in Brazil from 1964. We have taken by methodological referential the hermeneutics of profundity proposed by Thompson (1995) in three dimensions of analysis: Social-Historic analysis, formal analysis or discursive analysis and the interpretation-reinterpretation. We agree with Oliveira (2008) that the didactics books can be considered as Symbolic Forms and, thus, are passive of several interpretations. We have concluded that the structuralism has been present in the two analyzed works. In the book of SMSG, under the light of logic, by the method of reasoning to the construction of the mathematics concepts, in this, the students are led to a way of structuring the reason they think the mathematics by the logical principle of deduction. In the book of Sangiorgi, under the light of formalism, approaching the ideas proposed by Bourbaki, in his work *Elements of mathematics* which demonstrate the concern with the axiomatic exposition that proceeds from the general to the private in a depurated presentation, a profound unit that lies on the Theory of Sets and hierarchical in terms of abstract structures. The authors concerns with the conceptual pre-requisites, obeying the phase of the construction of the mathematical knowledge and observing, above all, values, attitudes, anxieties, abilities and motivation, attests also the presence of the psychological structuralism of Piaget in both works.

Key-words: History of Mathematics Education. Structuralism. Didactic Mathematics Texts. Movement of Modern Mathematics

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMPEP	Associação Francesa dos Professores do Ensino Público
BSCS	Biological Science Curriculum Studies
CADES	Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário
CBA	Chemical Bond Approach
CBPM	Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique
CDI	Cálculo Diferencial e Integral
CECIS	Centros de Ensino de Ciências
CEEB	College Entrance Examination Board
CEEB	College Entrance Examination Board
CENP	Centro de Estudos e Normas Pedagógicas
CERHUPE	Centro de Recursos Humanos de Pessoal do Ensino
CIEAEM	Comision Internationale pour L'Etude L'Amelioration de L'Enseignement des Mathematiques
CIEM	Comission Internationale de l'Enseignement Mathematique
CIES	Conselho Interamericano Econômico e Social
CPO	Centro de Pesquisa e Orientação
CSM	Contemporary School Mathematics Project
EDART	Livraria e Editora Ltda - São Paulo
ENS	École Normale Supérieure
EPCAR	Escola Preparatória de Cadetes do Ar
EUA	Estados Unidos da America
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
GHEMAT	Grupo de Pesquisa de Historia da Educação Matemática no Brasil

HIFEM	Grupo de Estudos em História e Filosofia da Educação Matemática
IBECC	Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura
IBECC/SP	Comissão Estadual do IBECC de São Paulo
ICMI	International Commission on Mathematical Instruction
IMUK	Internationalen Mathematische Unterrichts Kommission
INEP	Instituto Nacional de Ensino Pedagógico
MAA	Mathematical Association of America
MAS	American Mathematical Society
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MME	Midlands Mathematical Experiment
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
NSF	National Science Foundation
OEA	Organização dos Estados Americanos
OECD	Organization for European Cooperation and Development
OECE	Organização Europeia de Cooperação Econômica
OEEC	Organization for European Economic Cooperation
PABAAE	Programa Americano Brasileiro de Ajuda ao Ensino Elementar
PPGEM	Programa de Pós Graduação em Educação Matemática
PSSC	Physical Science Study Committee
PUCRJ	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
SEESP	Secretaria de Educação do Estado de São Paulo
SMP	School Mathematics Project
SMSG	School Mathematics Study Group
SOP	Setor de Orientação Pedagógica

SUDENE	Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste
UICSM	University of Illinois Committee on School Mathematics
UMMaP	University of Maryland Mathematics Project
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization
URSS	União das Repúblicas Socialistas Soviéticas
USAID	United States Agency for International Development

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
1.1 A trajetória deste trabalho.....	10
1.2 Pressupostos Metodológicos.....	16
1.2.1 Primeira Dimensão da HP - Análise Sócio Histórica.....	23
1.2.2 Segunda Dimensão da HP - Análise Formal ou Discursiva.....	24
1.2.3 Terceira Dimensão da HP - Interpretação/Re-interpretação.....	27
1.3 Levantamento dos Documentos e distribuição do Trabalho.....	29
2 O CONTEXTO HISTÓRICO.....	35
2.1 O Movimento Modernizador em outros países.....	61
2.2 No Brasil: O MMM - Movimento da Matemática Moderna.....	63
2.2.1 Bolsa Norte Americana para dois Professores brasileiros.....	69
2.2.1.1 Osvaldo Sangiorgi.....	69
2.2.1.2 Lafayette de Moraes.....	77
3 ANÁLISE INTERNA DAS OBRAS.....	83
3.1 Estrutura e Estruturalismo.....	83
3.2 O Estruturalismo segundo Piaget.....	89
3.3 O Estruturalismo do Grupo Bourbaki.....	94
3.4 Breve descrição da obra da obra <i>SMSG - Curso Ginásial</i>	98
3.4.1 Breve descrição do Primeiro Volume.....	107
3.5 Breve descrição da obra <i>Matemática - Curso Moderno para o Ginásio</i>	122
3.5.1 Breve descrição do Primeiro Volume	124
3.6 Análise sob a ótica do Estruturalismo Matemático.....	133
3.8 Análise sob a ótica do Estruturalismo Psicológico.....	166
3.9 As diferenças entre as coleções de Osvaldo Sangiorgi antes e depois do MMM.....	189
3.10 As diferenças entre a coleção nova de Osvaldo Sangiorgi e a coleção do SMSG.....	196
4 (RE) INTERPRETAÇÕES.....	204
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	218
BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	223
ANEXOS.....	225

1 INTRODUÇÃO

1.1 A trajetória deste trabalho

Em 2009 concluímos o Mestrado em Educação com tema na área de Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação do Instituto de Biociências, departamento de Educação da UNESP – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Nossa Dissertação intitulou-se *Formação Continuada de Professores Polivalentes: O Potencial da Análise de Erros no processo Ensino/Aprendizagem da Matemática*, sob a orientação da Professora Dra. Arlete de Jesus Brito. Pesquisamos a análise dos “erros” em Matemática cometidos pelos alunos de terceira e quarta séries do ensino fundamental. O trabalho contou com o levantamento de erros dos alunos de quatro professoras que exerciam a docência nas séries iniciais. Uma delas era formada em Pedagogia e, na época, as outras três estavam completando o curso de Pedagogia. Os erros dos alunos em uma atividade por elas aplicada em sala de aula, configuraram um *corpus* que após análise retornou para as professoras em sessões interativas com o pesquisador com o objetivo de interpretação e (re)significação da atividade docente e do exercício de poder com o qual a cultura avaliativa acomete os professores. Propusemos, por meio da análise dos erros, uma (re)orientação como guia da avaliação e da ação docente de modo a vislumbrar, pela *práxis*, uma possibilidade de formação continuada do Professor Polivalente¹.

A partir dessa pesquisa foram publicados alguns artigos em revistas da área e um livro pela Editora Porto de Ideias com o título: *Matemática, Análise de Erros e Formação Continuada de Professores Polivalentes*, lançado oficialmente no X ENEM

¹ Para mais detalhes, ler CORREIA, C. E. F. **Formação continuada de professores polivalentes: o potencial da análise de erros no processo ensino/aprendizagem da matemática**. Dissertação de Mestrado. PPG Educação. Rio Claro: Unesp, 2009.

- Décimo Encontro Nacional de Educação Matemática na cidade de Salvador, Bahia, em 2010.

Com os resultados alcançados e com essa "experiência", na perspectiva de Jorge Larrosa, como "aquilo que nos passa", no contato com essas professoras, fomos acometidos por vários questionamentos, os quais, poderiam originar uma outra pesquisa, como por exemplo, a verificação *a posteriori* se a prática dessas professoras teriam sido re-significadas a partir deste novo recurso metodológico, o olhar para os erros como algo a ser corrigido na trajetória docente.

Entre os questionamentos, algumas falas das professoras, nas entrevistas e nas sessões interativas, apontaram novas questões para investigação. Em nossas transcrições, nos pareceu claro a deficiência na formação Matemática das professoras envolvidas na pesquisa, uma deficiência menos centrada na metodologia que nos conteúdos desta ciência, uma formação que se iniciava no final da década de 1970 (pelo menos, no caso de três professoras que já lecionavam há vinte anos, contados no momento da pesquisa em 2009).

As professoras afirmaram que, enquanto estudantes, sempre tiveram um "bom" relacionamento com a Matemática durante o ensino primário², entretanto, desde o início do Ginásio³, ao se depararem com as disciplinas fragmentadas e professores "especialistas", cada qual lecionando uma matéria diferente, perceberam um distanciamento, uma quebra no elo entre elas e os assuntos tratados como temas isolados. A queixa, geralmente, acenava para a introdução de fórmulas vazias, sem significado na vida cotidiana, alto grau de rigor na apresentação dos conteúdos, sem motivação alguma, despertando um "desgosto" pela Matemática.

A opção pelo Curso de Magistério, nos relatos, pareceu ser uma "fuga" dessa Matemática, trazendo consigo uma preocupação para nossa investigação: como ensinar às crianças aquilo que não se sabe e de que, paradoxalmente, se tenha tentado fugir o tempo todo?

Em nossa investigação intensificamos esses questionamentos e propusemos uma possibilidade de formação continuada, justamente a partir desta deficiência de conteúdo na formação inicial, a fim de minimizar essa proliferação negativa em relação ao conhecimento matemático.

² Atualmente Ensino Fundamental do Primeiro ao Quinto Ano.

³ Atualmente Ensino Fundamental do Sexto ao Nono Ano.

Uma observação que fizemos nos relatos das professoras aponta para um passado mais distante, o período em que as mães delas estudaram, indicando que o ensino primário era considerado mais "forte" e, naquela época, muitos paravam neste nível, os que continuavam, eram submetidos aos exames de admissão para o ginásio e/ou para o ensino Normal e, tinham "base" para tal. As professoras afirmaram que indagavam suas mães em muitos momentos para sanar certas dúvidas em relação à conteúdos e procedimentos, como por exemplo, a divisão por números de dois ou três algarismos. Segundo as professoras, suas mães possuíam perfeito domínio das quatro operações fundamentais e suas variantes, apenas tendo concluído o chamado "Grupo Escolar"⁴.

A partir dessas novas inquietações, como membro do HIFEM grupo de estudos em História e Filosofia da Educação Matemática, ao qual pertence também minha orientadora, e do fato de trabalharmos as relações entre História e Educação Matemática no Brasil e em outros países, despertou-me o interesse no aprofundamento das questões relacionadas:

- Aos conteúdos de Matemática e às formas que eram apresentados aos alunos do nível Ginásial⁵, na década de 1970;
- Às Estruturas Matemáticas que, aparentemente, tanto complicaram o entendimento e a apreensão desta disciplina por parte dos alunos;
- Aos objetivos de uma reforma, dita necessária, visando a melhoria da aprendizagem Matemática em vários países do globo.

Estas questões nos remeteu especificamente à História da Educação Matemática no Brasil configurando um novo limiar no campo da nossa pesquisa acadêmica, cujo lócus de desenvolvimento se deu no PPGE - Programa de Pós Graduação em Educação Matemática do Câmpus de Rio Claro, da Unesp - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Tal pesquisa está inserida na linha de pesquisa "Relações Entre História e Educação Matemática" sob a orientação Professora Dra. Arlete de Jesus Brito. Seus resultados se materializaram nesta tese que, a princípio, tinha como título *"O Estruturalismo na História da*

⁴ Atualmente Ensino Fundamental de 1º ao 5º ano.

⁵ Na década de 1970, entrou em vigor a Lei de Diretrizes e Base da Educação nº 5692 e a terminologia "Ginásio" deixa de ser usada.

Educação Matemática: O SMSG e o Ginásio no Brasil", mas ao longo do desenvolvimento da pesquisa, em virtude do caráter dinâmico da mesma, alguns "leques" foram se abrindo, redirecionando o foco para além do que havíamos, de início, vislumbrado. Assim sendo, nosso percurso nos conduziu à alteração do título proposto inicialmente, o qual passou a configurar como **"O Estruturalismo em Livros Didáticos: SMSG e Matemática - Curso Moderno"**. A sigla no título aponta para uma investigação acerca das propostas de um Grupo formado no final da década de 1950 nos Estados Unidos, o SMSG - School Mathematics Study Group, que visava a melhoria da aprendizagem Matemática naquele país, produzindo livros didáticos de Matemática que teriam influenciado o ensino de Matemática em vários países, inclusive no Brasil.

Iniciamos nossa investigação pela história dos Movimentos Modernizadores do Ensino da Matemática ao redor do mundo no contexto marcado pelo período da Guerra Fria e da formação de alguns grupos constituídos para propor reformulações da Matemática em alguns países. Destacamos alguns personagens, dentre eles, Jean Dieudonné (1906-1992), membro do Grupo Bourbaki, constituído em 1934 na França, o qual produziu um total de onze livros apresentando uma Matemática única, com base na "estrutura"; e Edward Griffith Begle (1914–1978), diretor do SMSG - School Mathematics Study Group, constituído em 1958, financiado pela NSF - National Science Foundation, na Universidade de Yale nos Estados Unidos da América, responsável pela produção de livros de Matemática para serem testados e utilizados nas escolas norte americanas.

Em colaboração com a Pan American Union e financiados pela NSF - National Science Foundation, o Brasil, na década de 1960, enviou dois professores aos Estados Unidos para tomarem conhecimento da proposta de reformulação do ensino que estava sendo empreendida naquele país. Com o objetivo de fazerem os cursos do SMSG, conhecer sua filosofia, adaptá-la e implantá-la no Brasil. Foram para os EUA, os professores Osvaldo Sangiorgi e Lafayette de Moraes

De acordo com Valente (2008) o professor Osvaldo Sangiorgi participou do "Summer Institute for High School and College Teachers of Mathematics" - Curso de Verão para Professores de Cursos Secundário e Superior de Matemática, realizado pelo Departamento de Matemática da Universidade de Kansas, na cidade de Lawrence, nos Estados Unidos, no período entre junho a agosto de 1960. Quando retornou ao Brasil, empunhou a bandeira da Matemática Moderna, promoveu uma

campanha na mídia em favor do Movimento e reformulou por completo sua coleção de livros didáticos para o Ginásio. Fundou o GEEM, o qual teve sua proposta inspirada na existência do SMSG e passou a ser o propulsor do Movimento⁶ Modernizador do Ensino da Matemática no Brasil.

Autor consagrado de livros didáticos de Matemática para os ginásios pela Companhia Editora Nacional, em meados de 1963, Osvaldo Sangiorgi lançou sua nova coleção com o título *Matemática - Curso Moderno para os ginásios*, com a qual obteve ainda mais sucesso editorial e foi um dos vetores de divulgação do MMM no Brasil.

Também na década de 1960, o professor Lafayette de Moraes foi para Nova York na Fourdan University e fez o curso diretamente no SMSG, onde estavam sendo desenvolvidos os livros didáticos do Grupo e voltou ao Brasil com o compromisso de debruçar-se na tradução e na divulgação dos textos do SMSG, contando com o apoio, nas traduções, da professora Lydia Condé Lamparelli.

De acordo com Valente (2008), naquele período, no Brasil, propôs-se uma nova estruturação do ensino de Matemática a partir do primeiro ano do curso secundário (ginásio)⁷, o que resultou em uma transformação da matemática enquanto disciplina escolar. Entretanto, para esse autor, a iniciativa de introduzir a Matemática Moderna no Brasil, a partir do ginásio, criou expectativas em relação a outro nível escolar: o colégio. Assim sendo, esse autor pesquisou o que ocorreu nas séries finais do ensino secundário brasileiro relativamente à introdução do MMM, tratando da investigação da trajetória da coleção “Matemática – Curso Moderno – 2º. Ciclo” escrito pelos professores Osvaldo Sangiorgi, Renate Watanabe e Jacy Monteiro. Valente (2008) considera que a análise do caminho seguido por essa coleção permitiu iniciar uma problematização de como se deu a configuração de uma nova matemática escolar para as últimas séries do ensino secundário (colégio).

⁶ No Brasil, o Movimento Modernizador de New Mathematics foi denominado "Movimento da Matemática Moderna" e ficou conhecido pela sigla MMM. Expressou-se a partir do ginásio, na época, as quatro primeiras séries do ensino secundário. Com a criação do grupo GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, sob a liderança do Professor Osvaldo Sangiorgi, autor pioneiro de livros didáticos de Matemática para o ginásio, os quais incorporaram o MMM entre os anos de 1960 e 1970.

⁷ Para situar o leitor, estabelecemos aqui uma comparação entre os níveis educacionais do ensino americano da época, a qual estamos recortando na história, e os níveis educacionais do Brasil, incluindo modificações a partir de 2010:

- Elementary School - 4º ao 6º graus - Equivale ao Ensino Fundamental Ciclo I - 1º ao 5º anos
- Junior High School - 7º e 8º graus - Equivale ao Ensino Fundamental Ciclo II - 6º ao 9º anos
- High School - Equivale ao Ensino Médio - 1ª a 3ª séries.

Entretanto, constata que o professor Oswaldo Sangiorgi não obteve sucesso editorial, pelo menos como autoria individual, no colégio, como o obteve no Ginásio.

Concomitantemente, a iniciativa de introduzir a Matemática Moderna no Brasil, a partir do Colégio, se deu por meio das traduções dos livros norte americanos produzidos pelo SMSG, trazidos pelas mãos do professor Lafayette de Moraes por ocasião da sua ida aos Estados Unidos no ano de 1963. Com auxílio da Professora Lydia Condé Lamparelli, as traduções objetivavam a adaptação das obras da série *Mathematic for High School* - Volumes I e II, os quais, nos Estados Unidos, eram destinados aos 9º, 10º, 11º e 12º graus. No Brasil, estas traduções foram configuradas em três livros que compuseram o Ensino Colegial e foram denominados *Matemática - Curso Colegial*, Volumes I, II e III. Posteriormente, foram traduzidas as obras da série *Mathematics for Junior High School* - Volume I, parte I, Volume I parte II, Volume II parte I e Volume II parte II, sucessivamente. Estas traduções foram configuradas em quatro livros que compuseram o Ensino Ginásial e foram denominados *Matemática - Curso Ginásial* - Volumes I, II, III e IV. Os materiais traduzidos e adaptados foram produzidos pelo IBCEC - Instituto Brasileiro de Educação Ciência e Cultura e começaram a circular no Brasil a partir de 1964⁸.

Em nossa pesquisa, optamos pelo nível ginásial por entendermos que para abranger todo o projeto do SMSG, bem como das obras de Oswaldo Sangiorgi, incluindo o curso colegial, seria demasiado para um recorte conciso e claro. Ademais, Valente (2008) já realizou trabalho com as obras do SMSG - curso colegial.

A decisão de analisar apenas o primeiro volume de cada uma das duas coleções, os quais correspondem à primeira série do Ginásio, foi proveniente de acordo comum entre os membros que compuseram a Banca do Exame Geral de Qualificação ao qual este trabalho foi submetido, pelo mesmo motivo.

Nossa pesquisa, portanto, se limitou às Coleções Brasileiras:

- SMSG - Matemática - Curso Ginásial - traduzida e adaptada pelo professor Lafayette de Moraes;
- Matemática - Curso Moderno para os Ginásios - elaborada pelo professor Oswaldo Sangiorgi.

⁸ De acordo com Oliveira Filho (2009, p.54) foram traduzidos cerca de treze Volumes produzidos pelo SMSG.

Com a intenção de analisar as propostas do ensino de Matemática do primeiro Volume do SMSG - Matemática - Curso Ginásial e do primeiro Volume do Matemática - Curso Moderno para os Ginásios, pretendemos verificar de que maneira o estruturalismo esteve presente nestas obras.

Assim, esta tese tem como objetivo:

- Analisar de que modo o estruturalismo esteve presente no primeiro Volume da obra SMSG - Matemática curso ginásial e no primeiro Volume da obra Matemática - Curso Moderno para os Ginásios.

1.2 Pressupostos Metodológicos

Entre as várias metodologias para a análise de livros didáticos, uma que tem sido destacada e adotada em alguns trabalhos recentes se define como **Hermenêutica⁹ de Profundidade**, convencionalmente denotada por (HP). Entre os trabalhos já desenvolvidos que utilizam essa metodologia ressaltamos a dissertação de mestrado defendida por Oliveira (2008), a qual apresenta um mapeamento, do ponto de vista metodológico, das produções em Educação Matemática que enfocam a análise de textos didáticos. Esse autor apresenta um estudo com a intenção de se constituir em um referencial que possa dar suporte à análise de textos didáticos, caracterizando essa modalidade de texto escrito como “forma simbólica”, conforme as diretrizes enunciadas por Thompson (1995). A partir desse estudo, Oliveira (2008) explicita uma elaboração histórico-filosófica do conceito de “formas simbólicas” e apresenta algumas conjecturas teóricas para, a partir da Hermenêutica de Profundidade (HP), discutir possibilidades metodológicas para a análise de livros didáticos¹⁰ voltados ao ensino de matemática. No capítulo em que ele denomina “Estudo Três”, com o título *A produção sobre livros didáticos a partir de alguns grupos de pesquisa em história e educação matemática* o autor ressaltou a importância no processo de análise de livros didáticos, evidenciando os traços que são homogêneos às produções desenvolvidas e assumidas por esse coletivo que é

⁹ Segundo Abbagnano (2007) o termo hermenêutica refere-se à qualquer técnica de interpretação. Essa palavra é frequentemente usada para indicar a técnica de interpretação da Bíblia. Dicionário de Filosofia Nicola Abbagnano (2007, p. 497). Cardoso (2013, p.3) define Hermenêutica de Profundidade (HP) como um referencial metodológico desenvolvido por Thompson (2000) especialmente para analisar discursos veiculados em meios de comunicação de massas. Trata-se de uma análise cultural – análise de formas simbólicas.

¹⁰ O autor denomina esses livros didáticos como manuais.

denominado de “grupo”. A partir desses princípios, procurou compreender o que grupos de pesquisa em Educação Matemática entenderam por análise de textos didáticos e como desenvolveram suas investigações já finalizadas e tornadas públicas.

Para identificar tais grupos, o autor recorreu à base de dados do “Diretório de Grupos de Pesquisa no Brasil” do CNPq utilizando as palavras-chave “História”, “Educação Matemática” e “Livro Didático”, “Livros Didáticos” (no plural), encontrou sete Grupos que, trabalhando em Educação Matemática, se inseriam numa linha de pesquisa que tinham, dentre seus temas, a análise de livros didáticos de matemática. Das fontes selecionadas emergiram 22 trabalhos entre Teses, Dissertações, Artigos e Livros, os quais, o autor considera uma amostragem relevante do que foi produzido no Brasil sob o enfoque da análise histórica de livros didáticos de Matemática.

Como resultado de sua pesquisa, Oliveira (2008), embora afirme não ter a pretensão de julgar os trabalhos estudados, sente a necessidade de expor algumas compreensões possibilitadas por seu estudo. A primeira diz respeito à homogeneidade das referências bibliográficas apresentadas nos trabalhos de cada um dos grupos por ele estudados. As repetidas referências a autores como Gert Schubring, Circe Bittencourt, Wagner Valente, Maria Ângela Miorim, Antonio Miguel, Roger Chartier e Alain Choppin, aponta para uma tentativa de desenvolver pesquisas que se enquadram num viés “mais contemporâneo” de concepção de História, enfocando questões próprias da cultura e da sociedade. Nos textos de Gert Schubring, assim como em trabalhos de *História da Matemática*, como as obras de Carl Boyer, os pesquisadores têm buscado informações acerca do contexto em que as obras didáticas foram produzidas, as questões culturais que envolvem a transmissão do conhecimento e a relação entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Roger Chartier, Alain Choppin e André Chervel também são citados. A abordagem histórica¹¹ abarca quase todos os trabalhos estudados.

A segunda é uma crítica que se direciona aos tipos de análise frente ao livro didático de matemática que o autor identificou: a pragmática e a histórica. Esse autor

¹¹ A expressão “Abordagem histórica” Segundo Oliveira, (2008, p. 206) merece alguns cuidados. Todo trabalho acadêmico, segundo ele, é histórico já que demarca e representa um tempo específico (estando nele enraizado), tem temporalidade. Caracteriza uma abordagem histórica (ou viés histórico) em um trabalho, a postura assumida pelo seu autor. Enquadram-se nesse viés, pesquisas que se proponham considerar, preponderantemente, elementos historiográficos, estudando resquícios do passado a que temos acesso, ou que contribuam para a constituição de uma narrativa histórica em sentido estrito.

explicita o termo "pragmático" e o termo "histórico" alinhando-se aos seus objetivos de pesquisa.

De modo algum caracterizar uma análise como pragmática significa, aqui, caracterizá-la como técnica ou como dissociada de uma reflexão. Por "pragmático" entendemos, sim, algo que visa a um objetivo específico, até mesmo direto, mas que não necessariamente negligencia um pensar teórico, reflexivo, de natureza filosófica. Uma análise será chamada "pragmática" quando for desenvolvida visando, mais diretamente, à utilização do material analisado (no caso deste nosso tema, a análise pragmática do livro didático de matemática visa fundamentar alguém – um professor, um leitor, um estudante, um pesquisador – quanto ao uso do material analisado para suas experiências cotidianas, sugerindo possibilidades de utilização e/ou complementações). O adjetivo "histórico", que nomeará outra forma de abordagem nas análises de livros didáticos, evidencia que onde há temporalidade e registro há, de alguma forma, história, portanto, todas as análises de livros didáticos são "históricas". (OLIVEIRA, 2008, pp.207-208).

Para Oliveira (2008), os trabalhos que apresentam uma função "pragmática" têm por objetivo, a sala de aula. Seu interesse é intervir no processo de ensino-aprendizagem e considera o livro didático um instrumento importante, se não o principal, desse processo. Alguns trabalhos reconstituem o histórico de uma abordagem, ou ainda, de um tema ou conteúdo matemático, com a finalidade de propiciar subsídios didáticos para seu ensino. Normalmente, porém, os trabalhos que têm esse objetivo, pouco articulam as informações acerca da História da Matemática e da Educação Matemática com o conteúdo dos livros didáticos e não são estabelecidas conexões entre os conteúdos apresentados nas obras com as condições sociais e educacionais vigentes à época de sua produção ou utilização.

Os trabalhos que apresentam uma função "histórica" têm por objetivo contribuir para a escrita de uma História da Educação Matemática. Nesse sentido, esse autor constata em seus estudos as possíveis contribuições da análise de livros didáticos: estudo do ensino em uma instituição, a matemática escolar praticada por uma comunidade em determinado período, a escolarização de uma disciplina, a disciplinarização de um conteúdo, as mudanças provocadas por uma reforma educacional, a caracterização de um período da escolarização e os que reconstituem as diferentes abordagens para o ensino de um conteúdo matemático propostas no decorrer do tempo para ser fonte de recursos didáticos para o ensino atual.

Oliveira (2008) assevera que a maioria dos trabalhos por ele analisados não apresenta explicitamente discussões metodológicas - aqueles quando o fazem, baseiam-se, normalmente em Laurence Bardin, Seiji Hariki e Eni Orlandi - e o fato de todos se utilizarem de descrições (de partes) das obras didáticas e não de análise é uma constatação. Percebe também uma estrutura estável nas teses e dissertações, nas quais os capítulos são desarticulados, essencialmente descritivos, sendo apenas um deles acerca da “Análise de Livros Didáticos”. Nas “Considerações Finais”, por fim, são apresentadas, algumas vezes, relações entre o histórico e a “análise”. Essa desarticulação se deve ao fato de os pesquisadores não considerarem o histórico como parte da “análise”.

Com os resultados alcançados por Oliveira (2008) e consequentemente com as críticas por ele estabelecidas, vislumbra-nos o desafio de atingir os objetivos de nossa pesquisa, assim, situamos a (HP) como uma alternativa metodológica para fundamentar nossa pesquisa, concebendo nosso objeto de análise (os Livros Didáticos do SMSG, traduzidos para o português com o título - Matemática curso ginásial e os Livros da Coleção Matemática - Curso Moderno para os Ginásios) como "Formas Simbólicas", segundo definição de Thompson (1995)

- As formas simbólicas são construções carregadas de registros de significados produzidos em condições espaço-psíquico-temporais específicas – e impossíveis de serem identicamente reproduzidas – de um autor.

Cardoso (2013) define Formas Simbólicas como ações, falas, imagens e textos produzidos e reconhecidos como significativos para os sujeitos envolvidos nos contextos de produção, emissão e recepção.

De acordo com Oliveira (2008), os livros didáticos “[...] são tidos como detentores de muitas informações acerca do ensino de matemática àquela época, sendo, portanto, de grande importância para a compreensão do ensino de matemática do período em que foram utilizados”. (OLIVEIRA, 2008, p.58).

Para analisar livros didáticos, Oliveira, (2008) considera pertinente mobilizar o referencial metodológico apresentado por Thompson, o da análise das Formas Simbólicas. Segundo esse autor as formas simbólicas são caracterizadas por cinco aspectos:

1º - Aspecto Intencional: As formas simbólicas são produzidas por e para um sujeito e/ou uma comunidade específica, obedecendo a conjuntos de regras específicos carregados de intenções. Para Thompson (1995) as Formas Simbólicas podem ser percebidas como produzidas por alguém com uma intencionalidade. Dessa maneira, considera que mesmo fenômenos naturais podem ser considerados como formas simbólicas, desde que os sujeitos que as recebem considerem a existência de um sujeito que as produziu. Assim, toda produção humana – dentre elas os livros didáticos – pode ser considerada como Forma Simbólica sendo, portanto, passível de interpretação. Os livros didáticos, nesse sentido, são produzidos por um autor com determinadas intenções, que podem ser passíveis de várias interpretações, como por exemplo, auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Os livros didáticos do SMSG, nesse sentido, foram produzidos por um Grupo de professores dos Estados Unidos da América com a intenção de melhorar e fortalecer o currículo de Matemática das escolas americanas e apresentar uma proposta metodológica para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem desta ciência. As traduções feitas pelo Professor Lafayette de Moraes, da obra do SMSG, carregam o ideal americano na intenção de adaptá-lo à realidade educacional brasileira, com os mesmos objetivos de intervir na melhoria do currículo e no processo ensino e aprendizagem da Matemática. Os livros produzidos pelo Professor Osvaldo Sangiorgi, além destas mesmas intenções, traziam consigo a intenção de se tornarem referência no mercado editorial brasileiro e, portanto, a intenção financeira.

2º - Aspecto Convencional: Uma forma simbólica é uma expressão humana que se dá por meio de técnicas que obedecem a convenções para possibilitar sua comunicação, ou seja, que outras pessoas as compreendam. Segundo Thompson (1995),

A produção, construção ou emprego das formas simbólicas, bem como a interpretação das mesmas pelos sujeitos que as recebem, são processos que, caracteristicamente, envolvem a aplicação de regras, códigos ou convenções de vários tipos. (THOMPSON, 1995, p.185).

No processo de interpretação para a tradução da obra SMSG, o conhecimento profundo da língua original do livro foi um aspecto importante para que o Professor Lafayette pudesse compreender a obra, concordamos com Oliveira (2008), que,

No processo de interpretação, o aspecto convencional é parte da análise que poderíamos chamar de “análise interna” da obra. No caso dos livros didáticos estrangeiros, por exemplo, que tanto influenciaram o início da escolarização no Brasil, o conhecimento profundo da língua original do livro é um aspecto importante para a compreensão da obra. A própria linguagem matemática possui sua convenção bem estruturada que requer habilidade para ser interpretada. (OLIVEIRA, 2008, p.35).

3º - Aspecto Estrutural: Os elementos internos de uma forma simbólica são estruturados, possibilitando a compreensão e a relação entre os mesmos,

As formas simbólicas possuem elementos internos que são convenientemente estruturados e não simplesmente justapostos. “O livro didático possui aspectos estruturais de apresentação dos conteúdos, da resolução de exemplos e da proposta de exercícios, de metáforas e de ilustrações, de métodos didáticos e pedagógicos que são importantes para a análise” (OLIVEIRA, 2008, p. 36).

Além destes, enunciados por Oliveira (2008), a maioria dos livros didáticos possui aspectos estruturais de diagramação, uso de cores, forma de apresentação da ficha catalográfica, do autor, da editora, dos prefácios, do índice, do conteúdo distribuído em capítulos, estes em tópicos, gráficos e ilustrações, sessões de exemplos, de exercícios propostos, de resumo da matéria estudada, de problemas desafios, de respostas aos exercícios propostos e referências bibliográficas.

4º - Aspecto Referencial: As formas simbólicas se referem a algo e junto à intenção do autor está sempre o objeto de sua manifestação. A estrutura do objeto pode, porém, induzir o leitor a um determinado rol de possibilidades interpretativas que, segundo Oliveira (2008),

O objeto matemático compõe o referencial do livro didático, mas é apenas uma de suas faces. Unidos a ele, os aspectos pedagógicos e didáticos compõem a matéria a que se referem os livros didáticos. O livro didático se refere ao conteúdo matemático e às possibilidades metodológicas para o seu ensino. Dessa forma, o objeto referencial

do livro didático de matemática é, ou é por nós pensado como sendo, a educação matemática (OLIVEIRA, 2008, p.36)

O referencial das coleções do SMSG e do Osvaldo Sangiorgi é, portanto, o conteúdo matemático e as possibilidades metodológicas para o seu ensino na primeira série ginásial na época.

5º - Aspecto Contextual: Para Thompson (1995) o contexto social em que a forma simbólica está inserida influencia na sua produção e para compreendê-la é necessário entender os aspectos contextuais do espaço e do tempo em que as mesmas foram produzidas. Dessa forma, para fazer uma leitura plausível de uma forma simbólica é necessário considerar o contexto em que a mesma foi produzida e/ou apropriada. No caso dos livros didáticos, além dos aspectos social, político e cultural, devem ser consideradas as teorias e políticas educacionais da época em que a obra foi elaborada e/ou publicada.

Pelos aspectos descritos acima, concordamos com Oliveira (2008) o qual defende que os livros didáticos podem ser considerados como formas simbólicas e que são passíveis de diversas interpretações, além da obra em si, dos seus aspectos internos, os fatores sociopolíticos, econômicos e culturais da época em que tal livro foi publicado devem ser analisados.

Com essa mesma metodologia, Silva (2013) desenvolveu sua Dissertação de Mestrado intitulada *Os movimentos matemática moderna: compreensões e perspectivas a partir da análise da obra Matemática - Curso Ginásial do SMSG*, junto ao Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Unesp, campus de Rio Claro - SP, concebendo os livros didáticos como formas simbólicas, mobilizando o referencial metodológico da Hermenêutica de Profundidade para interpretá-los. A autora também considera os aspectos formais e o contexto sócio-histórico em que foi produzida a obra que ela focou em seu estudo, buscando compreender e tecer considerações sobre como o contexto pode ter influenciado a elaboração da obra e vice-versa. Essa autora ressalta, ainda, que o processo hermenêutico se dá ciclicamente, ora se apropriando da abordagem discursiva, ora da abordagem sócio-histórica e a todo o momento o hermeneuta interpreta e reinterpreta a forma que tomou como seu objeto de investigação. Ressalta, ainda, que as duas abordagens (contextual e formal) não são, em si, a

análise da forma simbólica, mas sim o que ela denomina pré-análises, pois os movimentos analíticos que compõem a HP não ocorrem de forma linear e, portanto, não se pode afirmar que um ocorre após o outro. Assim, a autora utiliza o termo pré-análises para se referir aos momentos de escrita e organização dessas análises que, ao serem “problematizadas” e “interligadas” pelo hermeneuta, formarão uma análise possível do objeto interpretado. Uma análise possível, pois, segundo a autora, uma forma simbólica possibilita diversas interpretações e mobilizações plausíveis, que dependem de quem, quando e como lê-la.

Cardoso (2013), em suas investigações, aponta que as metodologias Hermenêutica de Profundidade e Paratextos Editoriais mostraram-se bastante profícuas para a compreensão de documentos relacionados à Educação Matemática. Segundo essa autora, a Hermenêutica de Profundidade teve uma participação bastante tímida na Educação Matemática até o momento em que sua tese foi elaborada, em 2009. A autora levanta alguns trabalhos que foram realizados com essa metodologia, no âmbito do Grupo de Pesquisa “História, Filosofia e Educação Matemática – HIFEM” da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, orientados pelo professor Antonio Miguel: Cardoso (2009), Gomes (2008), Bonetto (2008). Outros foram desenvolvidos no Grupo História Oral e Educação Matemática - GH OEM, orientados pelo professor Antonio Vicente M. Garnica, na UNESP, nos câmpus de Bauru e de Rio Claro: Rolkouski (2006), Oliveira (2008)¹², Silva (2010)¹³, Andrade (2012), Oliveira (2011) e a pesquisa de doutorado de Rafael Montoito, concluída em 2013, que elaborou uma tradução crítica da obra *Euclid and His Modern Rivals*, de Lewis Carroll. Cada um deles se apropriou da HP de uma forma diferente, construindo um referencial de análise e de interpretação próprio.

O referencial metodológico da Hermenêutica de Profundidade consiste em três movimentos analíticos, os quais Thompson denomina “dimensões”: a dimensão sócio-histórica, a dimensão formal ou discursiva e a interpretação-reinterpretação.

¹² Já citado

¹³ Já citado

1.2.1 Primeira Dimensão da HP - Análise Sócio-Histórica

A primeira dimensão é chamada de "análise sócio-histórica" e tem como objetivo reconstruir as condições sociais e históricas de produção, circulação e recepção das formas simbólicas, em outras palavras, se concentra no estudo do contexto em que as formas simbólicas (as obras) foram produzidas e apropriadas.

Formas simbólicas não subsistem num vácuo, elas são produzidas, transmitidas e recebidas em condições sociais e históricas específicas. (...) O objetivo da análise sócio-histórica é reconstruir as condições sociais e históricas da produção, circulação e recepção das formas simbólicas. (THOMPSON, 1995, p.366).

Na Análise Sócio-Histórica, Thompson (1995) destaca alguns pontos a serem observados, bem como seus objetivos:

- Situações Espaço-Temporais: Identificar e descrever as situações espaços-temporais em que as formas simbólicas são produzidas e recebidas.
- Campos de Interação: Analisar o campo de interação das formas simbólicas: trajetórias que determinam como as pessoas têm acesso às oportunidades de usar as formas simbólicas - emprego dos recursos disponíveis, esquemas tácitos de conduta, convenções, conhecimento próprio inculcado nas atividades cotidianas.
- Instituições Sociais: Analisar as instituições sociais, isto é, as regras e os recursos em uso nas relações sociais. Examinar as práticas e as atitudes das pessoas que agem a favor da instituição social.
- Estrutura Social: Analisar as estruturas sociais: estabelecer critérios e categorias para examinar as diferenças da vida social.
- Meios Técnicos de Construção e Transmissão: Examinar os meios técnicos de constituição de mensagens e como eles são inseridos na sociedade.

1.2.2 Segunda Dimensão da HP - Análise Formal ou Discursiva

A segunda dimensão é chamada "análise formal ou discursiva" e leva o hermenêuta a considerar os aspectos "internos" da obra analisada, seu conteúdo bem como os paratextos.

Para entendermos o termo paratexto recorreremos à obra intitulada *Paratextos Editoriais* (2009)¹⁴ originalmente em francês *Seuils* [1987], na qual Gérard Genette procede ao estudo das relações transtextuais e define uma dessas categorias, a paratextualidade ou transcendência textual do texto, como "aquilo por meio de que um texto se torna livro e se propõe como tal a seus leitores, e de maneira mais geral ao público" (p.9). Tal conceito compreende o texto em íntima ligação com uma estrutura que o envolve e contribui para que tome forma e produza sentidos. A palavra paratexto é composta do prefixo grego *para*, que designa, semanticamente, uma modificação da palavra texto. Conforme a etimologia de origem, tal prefixo indica algo que se coloca perto de, ao lado de; pode ser usado para exprimir a ideia de tempo, duração. Algo que acontece paralelamente a outra coisa. Na composição da palavra paratexto tem-se uma organização textual que se coloca ao lado de uma outra, com a qual mantém uma relação direta, não de dependência, mas de continuidade. Para Genette (1982), os elementos constitutivos do paratexto são: Título, subtítulos, intertítulos; prefácios, preâmbulos, apresentação, notas marginais, de rodapé, de fim; epígrafes; ilustrações; dedicatórias, tira, entre outros. O paratexto caracteriza-se por possuir uma força discursiva que pode ser determinada em cada caso específico. Um elemento do paratexto pode comunicar uma simples informação, uma intenção ou mesmo uma interpretação. A instância cuja força ilocutória é mais rica e imediata é o título, mas, também o prefácio se oferece, muitas vezes, como um dispositivo criador de regras, de compromissos, de expectativas e até de interpretações fornecidas previamente que condicionarão a leitura.

De acordo com Cardoso (2009), as formas simbólicas têm uma estrutura interna articulada que facilitam ou não a mobilização do significado. A análise formal ou discursiva pode ser feita por uma análise semiótica ou pela análise do discurso.

¹⁴http://www.pgletras.uerj.br/palimpsesto/num10/resenhas/palimpsesto10_resenhas01.pdf, acesso em 09/07/2013.

Na **análise semiótica** estuda-se as relações que compõe o signo e as relações entre o signo e o sistema mais amplo em que ele está inserido.

Na **análise do discurso** estuda-se as características estruturais do discurso, por meio da:

- Análise da conversação
- Análise sintática: analisa como as formas gramaticais atuam no cotidiano nos processos de nominalização e / ou passivização
- Análise da estrutura narrativa: identifica os padrões de um conjunto de narrativas
- Análise argumentativa: identifica as cadeias de raciocínio que levam um tema a outro. Mapeia as afirmações de um discurso em termos de operadores lógicos: implicações, contradições, pressupostos, exclusões, entre outros.

A análise do discurso envolve a reflexão acerca das condições de produção dos textos analisados, as quais, de acordo com Orlandi (1987), o situam em um contexto histórico-ideológico mais amplo. Essa autora defende que a análise de discurso busca desvendar os mecanismos de dominação que se escondem sob a linguagem, não se tratando nem de uma teoria descritiva, nem explicativa, mas com o intuito de constituir uma proposta crítica que problematiza as formas de reflexão anteriormente estabelecidas.

Para nossa análise interna, formal ou discursiva, estamos concebendo os textos matemáticos na sua forma escrita, seus enunciados, como discursos.

Entendemos **discurso**, como queria Foucault (1972, pp.108-109 e p. 135) apud Brito (1999, p. 10) como sendo “um conjunto de *enunciados* que provém de um mesmo sistema de formação” e **enunciado** como sendo “uma função de existência que pertence, em particular, aos signos, e a partir da qual, pode-se decidir, em seguida, pela análise ou pela intuição, se ‘fazem sentido’ ou não, segundo que regra se sucedem ou se justapõem, de que são signos, e que espécie de ato se encontra efetivado por sua formulação (oral ou escrita)”. Ainda pode-se entender que “discurso” não se limita à fala, mas se estende a toda forma de comunicação possível, seja um texto escrito, uma pintura, uma obra de arte, uma música e, em particular, no nosso caso, o discurso Matemático contido nos livros traduzidos das

produções originais do SMSG, e nos livros da coleção Matemática - curso moderno, com seus enunciados e proposições específicos.

Esse material constitui os *documentos* de nosso trabalho.

Para definirmos *documento*, recorremos à Michel Foucault, mais especificamente em *A Arqueologia do Saber*, em que o autor inicia seu texto mencionando que os historiadores começaram a dar uma preferência à longa duração há algumas dezenas de anos antes de 1970 (com os *Annales*), sobrepondo assim, suas pesquisas em relação aos tradicionais objetos da escola metódica¹⁵, tais como os acontecimentos políticos e seus episódios. Há, segundo esse autor, uma distinção que precisa ficar muito clara para o historiador, esta mudança deve residir na relação entre o *documento* e o *monumento*. Se antes, os historiadores viam no *documento*, algo dado, pronto, factual, é preciso que se mude a postura, e que se questione o documento.

Digamos, para resumir, que a história, em sua forma tradicional empreendia “memorizar” os monumentos do passado, transformá-los em documentos, e fazer falar estes traços que, por si mesmos, raramente são verbais, ou dizem em silêncio coisa diversa do que dizem; em nossos dias, a história é o que transforma os documentos em monumentos, e o que, onde se decifravam traços deixados pelos homens, onde se tentava reconhecer em profundidade o que tinha sido, desdobra uma massa de elementos que se trata de isolar, de agrupar, de tornar pertinentes, de estabelecer relações, de constituir conjuntos (FOUCAULT, 1971, p.14).

A postura em relação ao documento deve ficar muito clara, este deve ser “*organizado, recortado, distribuído, posto em séries, desconstruído*”.

Para esse autor, o material principal do historiador é o documento e este não é mais esta matéria inerte a partir da qual a história trata de reconstruir pelo que os homens tenham dito e feito, agora se busca definir o tecido documentário segundo suas unidades, seus conjuntos, suas séries e suas relações.

Entendemos que nossos documentos, os livros didáticos do SMSG e os livros didáticos de Osvaldo Sangiorgi, podem ser considerados, na perspectiva da hermenêutica da profundidade, como “formas simbólicas”, como queria Thompson (1995)

¹⁵ Segundo Dosse (2001, p. 213) para Michel Foucault, a historiografia metódica é aquela que investiga e visa memorizar os monumentos, que são, nada mais do que, grandes feitos, eventos importantes, episódios do passado, de tal forma que, os transformam em documentos oficiais (livros, textos, narrações, registros).

1.2.3 Terceira Dimensão da HP - Interpretação/Reinterpretação

Nesta terceira dimensão de análise, concebendo os livros didáticos analisados como formas simbólicas, de certa forma estamos considerando que eles sejam veículos de comunicação de massa, no sentido de atingir pessoas específicas situadas em contextos sócio-históricos específicos e, portanto, carregados de ideologias. É neste momento que tentamos entender o que foi dito pelas formas simbólicas tentando também desvendar as construções simbólicas e as relações de poder, como queria Thompson.

A terceira dimensão é a interpretação/reinterpretação e se configura mais em uma síntese do que em uma fase da análise propriamente dita, é o movimento que se promove por meio da reflexão sobre os dados obtidos anteriormente, das convergências e divergências detectadas entre os elementos construídos pela aplicação dos movimentos analíticos anteriores, a análise sócio-histórica e a análise formal ou discursiva.

É nesse momento que as relações entre a produção e as formas de produção, as influências do contexto sociopolítico que interferiram no produto final, o livro didático, devem ser construídas. Não apenas nessa fase, mas muito fortemente nela, as relações ideológicas, as formas como o sentido é empregado para estabelecer e sustentar relações de poder, podem ser identificadas. (OLIVEIRA, 2009, p.43).

Para Silva (2013), esse é um momento da análise que se faz na relação entre as análises anteriores, podendo ser, ainda, um arremate do processo interpretativo. No caso dos livros didáticos, é nesse momento que se devem evidenciar as intenções manifestadas pelo autor e o modo como, segundo as compreensões do hermeneuta, essas intenções chegaram aos seus leitores e se transformaram em práticas escolares.

A análise da forma simbólica, no processo metodológico da HP, constitui-se quando olhamos para os seus aspectos internos e contextuais e conseguimos tecer relações entre eles, valendo-nos de um para compreender o outro. Esse movimento de análise desenvolve-se durante a Interpretação/Reinterpretação, que, por sua vez, não ocorre de forma independente dos outros movimentos, nem é meramente posterior a eles, mas percorre todo o processo analítico. (SILVA, 2013, p.30).

Essa autora considera esse momento como sendo o diferencial metodológico das investigações que mobilizam a HP em relação às pesquisas que, apesar de ressaltar o contexto das obras que analisam, não tecem relações entre o contexto e os aspectos internos das obras.

Para Cardoso (2013) nesta terceira dimensão tem-se a síntese, a interpretação ou reinterpretação. Trata-se de construir / reconstruir os significados do discurso. É entender o que foi dito através das formas simbólicas. É desvendar a conexão entre as construções simbólicas e as relações de poder.

De acordo com Cardoso (2013), a mobilização da metodologia apresentada acima tem se mostrado eficiente para a análise de livros didáticos, entretanto, Thompson (1995), ao discorrer e defender o referencial que propõe, comenta que o modo de operacionalização das fases de análise e a eficiência dessa operacionalização depende do pesquisador. Coloca ainda que, apesar de recomendar e defender esse referencial, acredita que ele, por si só, em alguns casos, não dá conta de responder perguntas *a priori* e que, no decorrer do exercício interpretativo, outros métodos podem surgir, sendo alguns mais adequados que outros, dependendo do objeto específico de análise e das circunstâncias da investigação.

1.3 Levantamento dos Documentos e distribuição do trabalho

A primeira fase da pesquisa consistiu em um levantamento bibliográfico acerca dos temas nesta envolvidos. Essa coleta de literatura específica se deu por meio de incursões em bibliotecas, centros de memória, bibliotecas de obras raras; por indicações dos participantes do nosso Grupo de estudos HIFEM - História e Filosofia da Educação Matemática, do Professor Wagner Rodrigues Valente¹⁶, coordenador do GT-8, por ocasião da apresentação do Projeto de Pesquisa no XV EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática realizado em 2011; por indicação da Professora Ivete Baraldi, parecerista do Projeto de Pesquisa apresentado ao PPGEEM por ocasião da

¹⁶ O Professor Wagner Rodrigues Valente, na ocasião, me presenteou com o texto "original" do Professor William Wooton, de 1965, o qual conta a história dos quatro primeiros anos do MSG. William Wooton participou da primeira sessão de escrita do MSG, na Universidade de Yale nos Estados Unidos no ano de 1958. Este texto muito contribuiu para a confecção da primeira parte do segundo capítulo desta tese.

atividade inaugural em março de 2012 e, obviamente, indicações da minha orientadora Arlete de Jesus Brito.

Feito esse levantamento e focando nosso objetivo, o qual a essa altura já se iluminava, fomos remetidos aos nossos documentos específicos para futura análise, a saber, primeiramente aos textos da coleção brasileira Matemática Curso Ginásial, os referidos volumes:

- Matemática Curso Ginásial – Volume I
- Matemática Curso Ginásial – Volume II
- Matemática Curso Ginásial – Volume III
- Matemática Curso Ginásial – Volume IV

Os quais foram traduzidos integralmente dos títulos originais, produzidos pelo MSG - School Mathematics Study Group e publicados pela Yale University Press, New Haven, EUA, respectivamente:

- Mathematics for Junior High School, Volume I, Student's Text, Part I
- Mathematics for Junior High School, Volume I, Student's Text, Part II
- Mathematics for Junior High School, Volume II, Student's Text, Part I
- Mathematics for Junior High School, Volume II, Student's Text, Part II

No início da nossa pesquisa, não tínhamos esses livros originais em mãos. Depois de decorridos três anos do Doutorado, tivemos a notícia que a Professora Lourdes de La Rosa Onuchic havia doado a coleção completa do MSG ao Professor Antônio Vicente Marafioti Garnica, mais especificamente para o GHOM, pelo qual, tivemos acesso às obras que nos interessava, os quatro livros da coleção americana "Mathematics for Junior High School".

Posteriormente, fomos remetidos aos textos da coleção Matemática - Curso Moderno para os ginásios, do professor Osvaldo Sangiorgi e editada pela Companhia Editora Nacional.

- Matemática Curso Moderno – 1º Volume
- Matemática Curso Moderno – 2º Volume
- Matemática Curso Moderno – 3º Volume

- Matemática Curso Moderno – 4º Volume

Trabalhando com este “*corpus*”¹⁷, os resultados alcançados estão aqui distribuídos em capítulos, os quais, metodologicamente, seguem a ordem das três dimensões de análise da (HP) Hermenêutica de Profundidade propostas por Thompson (1995).

O primeiro Capítulo intitulado "O CONTEXTO HISTÓRICO" se apropria da primeira dimensão da HP, a análise socio-histórica, incursionando pelos fatos ocorridos no período que marcaram os eventos do final da Segunda Guerra Mundial. Denominado de Guerra Fria, esse período foi caracterizado por um conflito ideológico entre os Estados Unidos da América e a União das Repúblicas Socialistas Soviéticas, conflito que se iniciou em decorrência das tentativas das duas potências influenciarem outros países acerca de seus sistemas políticos, econômicos e militares. O período da Guerra Fria foi marcado pelo progresso associado às tecnologias de guerra contribuindo para uma maior desconfiança na ciência e na tecnologia como portadoras do progresso para a humanidade. Entretanto o mesmo episódio que assombrou o mundo e quase acabou com o planeta foi o motivador de grande parte do avanço científico e tecnológico do século XX, conseqüentemente, a mesma ciência que continuaria desenvolvendo armas, também beneficiaria a humanidade com muitos de seus subprodutos.

Nos Estados Unidos, na década de 1950, despertou-se a necessidade de investimentos no ensino de ciências de nível médio em face da aparente superioridade dos soviéticos nas ciências. Houve uma movimentação em favor do currículo da escola secundária norte americana, em particular, nas disciplinas de Física, Química, Biologia e Matemática, com o objetivo de preparar melhor os estudantes, promovendo mudanças no conteúdo e nas metodologias de ensino. Os pensadores da comunidade matemática estavam descontentes com o quadro do ensino de Matemática nas escolas secundárias dos EUA, com base nos conteúdos dos cursos oferecidos e o no modo como tais conteúdos eram apresentados, para eles, os conteúdos oferecidos estavam em descompasso com a realidade.

¹⁷ Uma definição apresentada por Barthes do conceito de corpus segue na direção de "uma coleção finita de materiais, determinada de antemão pelo analista, com (inevitável) arbitrariedade, e com a qual ele irá trabalhar". (BARTHES, 1967: 96) In: BAUER, M. W. E GASKELL, G. (2004. P.44).

Neste contexto começaram a surgir projetos em todo o país com o objetivo de melhorar o ensino de Matemática nas escolas, sobretudo as de segundo grau, a fim de elevar o nível dos que ingressam nas universidades. O maior e mais conhecido entre estes projetos desenvolvidos nos Estados Unidos foi o SMSG - School Mathematics Study Group, fundado em março de 1958 com o total apoio do governo americano e da National Science Foundation, o qual tinha como propósito a melhoria do ensino de matemática nas escolas norte americanas. O professor Edward Griffith Begle (1914–1978) foi diretor do SMSG para a origem e para as produções deste grupo, por ocasião dos encontros de verão, os quais ficaram conhecidos como "sessões de escrita". O SMSG produziu, ao longo de vários anos, livros-texto para vários níveis, os quais tiveram grande aceitação por parte dos educadores e foram traduzidos para diversos países.

O tópico “O Movimento Modernizador em outros países” aponta que outros países se envolveram na movimentação em prol das reformas do ensino da matemática que em cada país se tornou conhecido por uma denominação semelhante, por exemplo, nos EUA, pela denominação New Mathematics, enquanto que, no Brasil, ficou conhecido pela expressão Movimento da Matemática Moderna e identificado pela sigla MMM. Esse é o assunto do tópico seguinte, o qual denuncia que o Brasil também se rendeu, aos "encantos da modernização". Ressalta a criação do IBECC - Instituto Brasileiro de Educação Ciência e Cultura e da "Aliança para o Progresso", um programa dos Estados Unidos da América, efetuado entre 1961 e 1970, com o objetivo de promover o desenvolvimento econômico mediante a colaboração financeira e técnica em toda a América Latina. No Brasil, o grande financiador da Aliança para o Progresso foi a USAID - United States Agency for International Development. Os acordos entre a USAID e o MEC - Ministério de Educação e Cultura no Brasil ficaram conhecidos pela sigla MEC/USAID.

O tópico “Bolsa Norte Americana para dois Professores brasileiros”, relata as condições em que os professores Osvaldo Sangiorgi e Lafayette de Moraes foram enviados aos EUA por intermédio da NSF – National Science Foundation e da Pan American Union para fazerem Cursos de Verão, conforme já mencionamos.

No segundo capítulo intitulado "ANÁLISE INTERNA DAS OBRAS" é empregado o segundo movimento analítico do referencial metodológico da Hermenêutica da Profundidade, a análise formal ou discursiva, a qual, leva o hermeneuta a considerar os aspectos internos da obra analisada. Como nosso

objetivo é verificar de que modo o estruturalismo esteve presente nestas duas obras, introduzimos este capítulo com o tópico fundamental "Estrutura e Estruturalismo" com uma aproximação das definições dos construtos "estrutura" e "estruturalismo", perpassando por alguns autores, cada qual em seu domínio, bem como pelas aplicações do estruturalismo nas áreas do conhecimento como a linguística, a antropologia e, sobretudo, a psicologia e a Matemática.

O tópico "O estruturalismo segundo Piaget" evidencia as aproximações que Jean Piaget (1896-1980) traz entre as estruturas da mente e as estruturas da Matemática. Segundo esse autor, é impossível consagrar-se a uma exposição crítica do estruturalismo sem começar pelo exame das estruturas Matemáticas e vários dos conceitos adotados no estruturalismo de Piaget vieram da matemática, principalmente os desenvolvidos pelo grupo Bourbaki.

Para Bourbaki, o princípio ordenador de seu trabalho era a concepção de uma *hierarquia de estruturas*, que vai do simples ao complexo. Portanto, adentrando, sobretudo, no estruturalismo da Matemática, o tópico "O Estruturalismo do Grupo Bourbaki" evidencia os grandes tipos de estruturas, as quais o Grupo denomina *estruturas mães*: as estruturas algébricas, as estruturas de ordem e as estruturas topológicas.

Focamos aqui os "documentos" de nosso trabalho que, pela necessidade de um "recorte"¹⁸, se limitam nos primeiros volumes de cada coleção.

Em um primeiro momento, nos propusemos a uma análise interna do Volume I da Coleção brasileira do *SMSG - Curso Ginásial*, editada pela EDART - Livraria e Editora - São Paulo, em 1967, traduzida integralmente do Volume I - parte I da Coleção norte-americana *SMSG - Mathematics for Junior High School*, editada em 1960/1961 pela YALE University Press, New Haven, EUA. Em um segundo momento, nos propusemos a uma análise interna do primeiro volume da Coleção *Matemática - Curso Moderno para os Ginásios*, do professor Osvaldo Sangiorgi, editada em 1969 pela Companhia Editora Nacional, considerando os aspectos "internos", seus conteúdos, bem como seus paratextos editoriais, nosso objetivo foi interpretá-los e verificar de que modo o estruturalismo esteve presente nestas duas obras.

¹⁸ Em nosso Exame Geral de Qualificação ficou estabelecido que trabalharíamos apenas com os primeiros volumes de cada coleção por entendermos ser impossível fazermos uma análise de cada um dos oito volumes e encerrá-los nesta tese.

Para tanto, separamos o *corpus* em subitens cuja apresentação não obedece à sequência linear na distribuição do conteúdo das obras analisadas. São elas:

- Breve descrição de cada coleção seguida de breve descrição do Primeiro Volume correspondente,
- Análise sob a ótica do Estruturalismo Matemático;
- Análise sob a ótica do Estruturalismo Psicológico;
- As diferenças entre as duas coleções de Osvaldo Sangiorgi e a coleção do SMSG.

Finalizando este trabalho, o terceiro capítulo com o título "(RE)INTERPRETAÇÕES", apropria-se da terceira dimensão de análise do referencial metodológico da Hermenêutica da Profundidade, a Interpretação-reinterpretação, estabelecendo uma reflexão acerca das convergências e divergências dos dados obtidos pela aplicação dos movimentos analíticos anteriores.

Thompson (1995) apresenta a HP para analisar a ideologia da comunicação de massa, isto é, analisar as formas simbólicas em seu aspecto ideológico, o que nos dá uma dimensão crítica, cuja finalidade é revelar como o significado das formas simbólicas serve para estabelecer e sustentar relações de dominação.

Estruturalmente, este trabalho foi pensado para ter apenas três capítulos, os quais seguem estritamente a ordem das três dimensões de análise propostas por Thompson (1995). Portanto, neste último, subentendemos conter, implicitamente, uma conclusão acerca das nossas investigações, tendo na sua sequência, as referências bibliográficas e a seção de anexos.

2 O CONTEXTO HISTÓRICO¹⁹

De acordo com Kline (1976), no início dos anos 1950 havia um consenso mundial acerca da insuficiência do ensino de matemática. O nível dos estudantes em matemática era mais baixo que nas outras áreas do conhecimento. A aversão estudantil pelas matemáticas estava consolidada e os adultos não recordavam quase nada das matemáticas que haviam aprendido e não sabiam realizar operações simples com frações. Para esse autor, quando os Estados Unidos entraram na Segunda Guerra Mundial, os militares descobriram que os homens estavam mal preparados em matemática e tiveram que organizar cursos especiais para elevar o nível de conhecimentos.

Segundo Abrantes (2008) os eventos da Segunda Guerra Mundial despertaram em muitos cientistas de países centrais a responsabilidade de uma ação mais ativa no ensino de ciências e no papel que esta teria para o bem estar da humanidade. Segundo esse autor, o fim da Segunda Guerra Mundial em 1945 foi marcado pelo limiar de uma nova era, o período da Guerra Fria, caracterizado por um conflito teórico entre os Estados Unidos da América e a União das Repúblicas Socialistas Soviéticas. Esse conflito se iniciou em decorrência das tentativas das duas potências influenciarem outros países acerca de seus sistemas políticos, econômicos e militares. A União Soviética buscava implantar o socialismo em outros países para que pudessem expandir a igualdade social, enquanto que os Estados Unidos tentavam influenciar outros países com o sistema capitalista que se baseava na democracia e na economia de mercado.

Hobsbawm (2003) corrobora com essa visão em sua obra *Era dos extremos*, dividindo-a em três partes: Parte Um “A Era da Catástrofe”, que vai 1914 até 1945, abordando principalmente as duas primeiras guerras mundiais; Parte Dois “A Era de Ouro”, que vai do fim da Segunda Guerra Mundial até a década de 1970; e a Parte Três “O Desmoronamento”, que vai de 1970 até 1991, com o fim da União Soviética. Essa divisão ajuda a compreender a análise do autor para os acontecimentos que quase levaram a humanidade à extinção, comprometeram irremediavelmente a

¹⁹ Primeira dimensão da (HP): Neste capítulo, é empregado o primeiro movimento analítico do referencial metodológico da Hermenêutica da Profundidade, a análise sócio-histórica, a qual se concentra no estudo do contexto em que as formas simbólicas foram produzidas e apropriadas. Estamos interessados, portanto, no contexto da educação estadunidense que as obras do MSG (nossas formas simbólicas) foram produzidas, bem como a influência dessas obras no Brasil.

saúde do planeta e transformaram o mundo, rompendo com a esperança no futuro que reinou durante o século XIX. Para esse autor, assim como o século XVIII é chamado de século das luzes, o século XX poderia ser chamado de século da guerra.

Segundo Hobsbawm (2003), não é possível compreender o século XX se não se compreender as suas guerras. Por elas podemos explicar a ascensão dos EUA ao posto de maior economia do mundo, a chegada do nazismo de Hitler ao poder e a Guerra Fria. No Breve Século XX sintetiza-se o conhecimento das ciências básicas, a química e a física, para a execução das duas guerras. Também nesse século o ideal de progresso como um elemento de aumento de conforto e melhoria da qualidade de vida foi derrotado e substituído pelo progresso associado às tecnologias de guerra, que permitiram não só o desenvolvimento de armas teleguiadas, como também o desenvolvimento de armas de destruição em massa, a exemplo da bomba atômica, contribuindo para uma maior desconfiança na ciência e na tecnologia como portadoras do progresso para a humanidade.

Para Hobsbawm (2003), se por um lado o socialismo soviético ajudou a resgatar do atraso muitas nações agrárias, como a própria Rússia e a Alemanha; por outro, o capitalismo pode trazer um grande avanço entre as nações que compartilhavam desse modelo. Para o autor o período que vai do lançamento da bomba atômica (1945) até o fim da União Soviética (1991) é denominado de “A Era de Ouro”, tendo como marco divisor a “Guerra Fria”, uma guerra ideológica, sem confrontos bélicos, embora pairasse ainda a possibilidade de uma Terceira Guerra Mundial na qual não haveria vencedor, uma vez que tanto os EUA como a União Soviética possuíam bombas atômicas capazes de destruir todo o planeta Terra. Havia, portanto, uma temeridade por parte de ambas as nações pela presunção da força oposta.

O grande aparato tecnológico oriundo dos esforços de guerra no campo da aviação, das telecomunicações, da informática, entre outros, trazia consigo a esperança das nações desenvolvidas usufruírem desse progresso com segurança, em contrapartida observou-se que:

A crença ocidental tinha como bastante natural após a Segunda Guerra Mundial, de que a Era da Catástrofe não havia chegado ao fim, de que o futuro do capitalismo mundial e da sociedade liberal não estava de modo algum assegurado. HOBBSAWM (2003, p. 228).

Dessa situação surgiu uma política de confronto de blocos, de um lado a URSS, consciente da sua precariedade e insegurança da sua posição diante de um poder mundial dos EUA, e de outro, os EUA conscientes da precariedade e insegurança da Europa Central.

Ainda que nos primeiros anos de pós-guerra não se questionasse a hegemonia dos EUA, “cuja riqueza e poder, eram simplesmente óbvios demais”. A postura da URSS era mais defensiva que ofensiva. (HOBSEBWM, 2003, p. 230).

Entretanto, Hobsbawm (2003) analisa que o conflito entre essas duas nações teria ocorrido mesmo sem a ideologia oposta das duas nações, cuja tese, adotada por alguns diplomatas americanos, como George Kennan, era de que os EUA teriam que conter a Rússia mesmo que esta não fosse comunista, devido à sua intenção de conquistar o mundo.

Durante esse período de 45 anos o mundo assistiu a diversos pequenos conflitos, alguns com envolvimento dos EUA, como a guerra do Vietnã, e outros com o envolvimento da Rússia, como na guerra no Afeganistão. Apesar de todos eles não nos remeterem a uma guerra de alcance mundial, tivemos consequências políticas da guerra fria, com cada um dos líderes do bloco tentando controlar o maior número de nações, atraindo-as às suas causas. Como resultado prático estão a criação das Nações Unidas, a partir da Liga das Nações, e da Comunidade Europeia, que em certa medida, funcionariam como uma blindagem à possibilidade de crise econômica de alcance internacional. (HOBSEBWM, 2003, p. 236).

Segundo o autor, a Guerra Fria transformou o cenário mundial em três aspectos: primeiro, “eliminou ou arrefeceu as rivalidades e conflitos que moldavam a política mundial antes da Segunda Guerra Mundial”; segundo, “congelou a situação mundial, trazendo uma estabilidade maior ao sistema”; e, terceiro, “encheu o mundo de armas que desafia a crença”, não apenas armas de destruição em massa, como também fuzis e metralhadoras, o que levou o mundo a um envolvimento em exportação e tráfico dessas armas, alimentando guerras nos países periféricos ao bloco hegemônico.

As consequências da queda do Muro de Berlim e do fim da União Soviética foram acontecimentos dramáticos que encerraram uma era para todo o mundo, no entanto, as incertezas do que viria a seguir ainda estariam presentes. (HOBSEBWM, 2003 p. 252).

Entretanto, essa mesma tensão gerada pelo conflito entre capitalistas e comunistas também impulsionaria a ciência e a tecnologia de um modo jamais visto durante toda a história humana, beneficiando não apenas a indústria bélica. Sem a ameaça do bloco adversário, o desenvolvimento de satélites e foguetes se daria em outro ritmo. Deslumbrados pelo grande poder destrutivo da bomba, demonstrado em Hiroshima e Nagasaki, os militares americanos concentrariam esforços, e dinheiro, no desenvolvimento de artefatos nucleares, deixando descobertos outros setores de pesquisa. Mas os avanços dos foguetes soviéticos mudaram significativamente essa postura e a primeira ação dos americanos foi o teste nuclear no Atol de Bikini, no Pacífico em 1946. Em resposta, a URSS testou o seu primeiro artefato nuclear em 1949. Na década de 50, a disputa ganhou o espaço sideral e em agosto de 1957, os soviéticos lançaram o R7, o primeiro míssil balístico intercontinental e com a mesma tecnologia, em outubro daquele ano, o mesmo foguete levou o Sputnik, que entrou em órbita espalhando um sinal intermitente pelo espaço, tornando-se o primeiro satélite artificial do mundo. Em dezembro de 1957, os EUA responderiam com o Minuteman, produto de uma safra de mísseis intercontinentais desenvolvidos na América.

Beneficiária do investimento americano na corrida espacial, de acordo com Guerra e Ciência (2002)²⁰ uma das principais contribuições científicas da Guerra Fria viria em outubro de 1958 com a criação da NASA - National Aeronautics and Space Administration, responsável pelos principais feitos espaciais do ocidente, entre eles o projeto Apolo que levou o primeiro homem, o astronauta Neil Alden Armstrong, à Lua, em 1969 em resposta aos soviéticos pelo feito, em 1961, do cosmonauta soviético Iuri Alekseievitch Gagarin ter sido o primeiro homem a viajar pelo espaço a bordo da Vostok 1. É também da NASA o primeiro satélite de comunicações do mundo, o Echo 1, que girou em volta de nosso planeta em 1960 repassando sinais entre duas estações de rádio no solo e, em 1964, os Jogos Olímpicos de Tóquio entraram para a história como os primeiros a serem transmitidos para o mundo via-satélite. Os satélites atuais utilizados na agricultura, meteorologia e em diversas outras áreas devem muito à Guerra Fria que, investindo na espionagem, foi a maior incentivadora das tecnologias de sensoriamento remoto. No campo da eletrônica,

²⁰ GUERRA E CIÊNCIA. **A corrida tecnológica - como a Guerra Fria impulsionou a ciência**, 2002. Disponível em: <<http://www.comciencia.br/reportagens/guerra/guerra07.htm>>. Acesso em 14 de Dez. 2014.

desde 1948, as enormes válvulas utilizadas nos computadores foram substituídas pelos transistores. Só que, com o aumento da complexidade dos circuitos e com a miniaturização cada vez maior dos equipamentos, tornava-se cada vez mais difícil fazer a conexão entre os transistores. Para tanto, o investimento pelo Departamento de Defesa americano em empresas de eletrônica, teve como objetivo aumentar a precisão dos sistemas que guiavam armas de longo alcance, como mísseis e torpedos. Em 1958, a empresa Texas Instruments patenteou uma invenção revolucionária: o circuito integrado. Todos os transistores ficavam conectados em uma única lâmina, o *chip*, componente atualmente presente em relógios digitais, *walkmans* e estações espaciais. Em 1962, o chip de silício recebeu incentivo financeiro da Força Aérea americana, interessada em aprimorar o sistema de direcionamento de seus mísseis balísticos. Por volta de 1970, a Força Aérea já contava com *chips* em seus mísseis e o mundo com a base tecnológica para o surgimento do microcomputador pessoal.

De acordo com Guerra e Ciência (2002), são tantas as invenções oriundas da Guerra Fria que seriam necessárias várias páginas para enumerá-las. Os personagens envolvidos na Guerra Fria que assombrou o mundo e quase acabou com o planeta, poderiam imaginar que esse episódio seria o motivador de grande parte do avanço científico e tecnológico do século XX e, conseqüentemente, a mesma ciência que continuaria desenvolvendo armas, também beneficiaria a humanidade com muitos de seus subprodutos.

Neste contexto da Guerra Fria e da corrida armamentista, Abrantes (2008) baseado em Barra e Lorens (1972) afirma que nos Estados Unidos e Inglaterra, intensificou-se a necessidade de investimentos no ensino de ciências de nível médio em face da aparente superioridade dos soviéticos nas ciências.

Os Estados Unidos, na década de 1950, segundo Wooton (1965), testemunhou uma movimentação em favor do currículo da escola secundária norte americana, em particular, nas disciplinas de Física, Química, Biologia e Matemática, com o objetivo de preparar melhor os estudantes. Um exame minucioso foi feito por especialistas de cada área com o propósito de fornecer "recomendações" de mudanças no conteúdo e nas metodologias de ensino dos mesmos. Com relação à este período, afirma Wooton,

É difícil encontrar outra década na história da educação em que tenha sido dedicada tanta atenção a uma parte tão pequena do currículo por tantas autoridades reconhecidas em todos os níveis de pesquisa e áreas da ciência. (WOOTON, 1965, p.v, tradução nossa)²¹.

A partir destas "recomendações", muitos livros textos foram produzidos por comitês, comissões e grupos, os quais trabalharam correntemente em favor de uma reforma curricular nos Estados Unidos.

Os objetivos de cada um deles são os mesmos, ou seja, uma modificação do currículo existente ao nível do ensino secundário, e inferior, na área do tema com o qual eles estão preocupados. Além disso, a maioria deles já descobriu que a melhor maneira de realizar essa modificação é fornecer um modelo do tipo de melhoria no currículo que desejam, e fornecer este modelo na forma de livros didáticos de amostra. (WOOTON, 1965 p. v- vi, tradução nossa)²².

No início do século XX, nos Estados Unidos, o setor educacional foi alvo de severas críticas e necessitou ser revisto. Em 1914, The National Education Association, nos Estados Unidos, nomeou uma Comissão para atuar na reorganização do ensino secundário, que tinha como função reconsiderar os objetivos da educação secundária nacional. Quatro anos depois, a Comissão elaborou um relatório centrado em sete princípios: saúde, vocação, cidadania, ética, apreciável uso do lazer, vida familiar merecida e domínio dos processos fundamentais. Estes princípios ficaram conhecidos como os "sete princípios cardeais da educação secundária". Para a Comissão estes eram fatores que consideravam o básico para a vida em uma sociedade democrática do século XX. Segundo Wooton (1965, p.2), este relatório teve um efeito profundo sobre o projeto subsequente do currículo das escolas secundárias do país e foi considerado o documento de maior impacto na história da educação americana.

²¹ It is difficult to find another decade in the history of education where so much attention has been devoted to such a narrow part of the curriculum by so many recognized authorities all the research level in the various sciences. (WOOTON, 1965, p. v-vi).

²² The goals of all of them are the same, namely, a modification of the existing curriculum at the high school level and below in the subject area with which they are concerned. Moreover, most of them have discovered that the best way to accomplish this modification is to provide a model of the kind of improved curriculum they desire, and to provide this model in the form of sample textbooks. (WOOTON, 1965. p. v-vi).

A escola secundária norte americana era um veículo de preparação para o ensino superior, praticando o ensino de álgebra, geometria, trigonometria e geometria dos sólidos. Estes conteúdos eram considerados impróprios para uma formação humanística. Após a declaração dos sete princípios ocorreu uma mudança, lenta mas constante, no currículo, diminuindo a quantidade de matemáticas que cada aluno deveria estudar.

Ao longo dos anos 1920-1950, a matemática ensinada nas escolas secundárias dos Estados Unidos refletia a influência de uma filosofia societária e utilitarista. Na maioria dos cursos de matemática, a ênfase foi dada aos procedimentos matemáticos utilizados por consumidores, governo, indústria e comércio, e cada vez menos tempo foi dedicado às considerações teóricas em que se baseiam tais procedimentos. A atenção foi dedicada em grande parte para o estabelecimento das habilidades - a capacidade de executar determinados cálculos comuns. (WOOTON, 1965, p. 3-4, tradução nossa)²³.

Outra consequência desse ponto de vista utilitarista da Matemática foi a mudança dos livros textos utilizados em sala de aula. Wooton (1965) afirma que os livros textos produzidos entre o final dos anos 1800 e início dos anos 1900 foram escritos para uma seleta população. Como as matrículas na escola secundária mudaram em número e em necessidades, a Matemática incluída nos livros textos teve que ser selecionada e foi reduzida a um mínimo absoluto por causa das dificuldades reais de leitura por parte dos estudantes.

Uma aula típica deve consistir de dois ou três exemplos resolvidos seguidos por uma sequência de exercícios práticos, e espera-se que os estudantes apliquem as regras expostas nos exemplos para obter respostas em exercícios. (WOOTON, 1965, p.4, tradução nossa)²⁴.

Segundo esse autor, os estudantes que se utilizavam destes textos desenvolviam uma habilidade para identificar o problema pelo tipo, e posteriormente

²³ Throughout the years 1920-50, then, the mathematics offerings in the secondary schools of the United States reflected the influence of a societal, utilitarian philosophy. In most mathematics courses, emphasis was placed on mathematical procedures of use to consumers, government, industry, and commerce, and less and less time was devoted to the theoretical considerations on which such procedures were based. Attention was devoted largely to the establishment of the skills - the ability to perform certain routine computations. (WOOTON, 1965, p. 3-4).

²⁴ A typical lesson might consist of two or three solved samples followed by a sequence of practice exercises, and students were expected to apply the steps exhibited in the samples to get answers in exercises. (WOOTON, 1965, p. 4).

aplicar a regra apropriada para obter a resposta designada. Portanto, o único requisito para alcançar o sucesso no ensino secundário era, em muitos casos, uma boa memória. Isso pode estar relacionado ao fato que, entre os anos de 1930 a 1950, houve uma mudança na qualificação dos professores de Matemática e a demanda de professores formados em Matemática ultrapassou a oferta. O mercado de trabalho oferecia melhores empregos e melhores salários em outras áreas, conseqüentemente, houve uma migração de profissionais de outras áreas para a atuação na docência, sobretudo, da Matemática. Estes eram considerados despreparados para tal tarefa, formando mal e inculcando atitudes negativas relativas à Matemática nos estudantes americanos.

Em 1950, muitos professores de matemática do ensino secundário estavam ensinando no limite ou além do nível que tinham completado como estudantes. As pessoas cuja formação tinha sido em Educação Física, Inglês, História, ou em serviços domésticos, passaram a atuar como professor de Matemática. (WOOTON, 1965, p.5, tradução nossa)²⁵.

De acordo com Oliveira Filho (2009), os pensadores da comunidade matemática estavam descontentes com o quadro do ensino de Matemática nas escolas secundárias dos EUA, com base nos conteúdos dos cursos oferecidos e o modo como tais conteúdos eram apresentados. Para eles, os conteúdos oferecidos estavam em descompasso com a realidade e o quadro para o futuro era alarmante. Havia ênfase desnecessária na utilidade imediata do que era ensinado.

Antes mesmo de 1950, um grupo pequeno de escolas secundárias e faculdades, segundo Wooton, (1965), começou a trabalhar com o CEEB - College Entrance Examination Board, com o objetivo de estabelecer um programa avançado de Matemática para oferecer aos estudantes. Tal programa, denominado "Estudo para Admissão a Posições Avançadas"²⁶, teve como resultado a reorganização do currículo de Matemática na escola secundária.

Segundo Soares (2001), a partir de 1950, começaram a surgir projetos em todo o país com o objetivo de melhorar o ensino de Matemática nas escolas,

²⁵ By 1950, many high school mathematics teachers were teaching at or beyond the level that they had successfully completed as students. Persons whose training had been in Physical Education, English, History, or homemaking were pressed into service as teacher of Mathematics. (WOOTON, 1965, p.5).

²⁶ School and College Study for Admission with Advanced Standing.

sobretudo as de segundo grau, a fim de elevar o nível dos que ingressam nas universidades. Segundo essa autora, a criação do grupo de estudos da Universidade de Illinois com a sigla UICSM - University of Illinois Committee on School Mathematics, dirigido por Max Beberman²⁷ (1925-1971), em 1951, foi protagonista de uma das primeiras iniciativas para a elaboração de um novo currículo para o ensino de matemática nas escolas secundárias. O UICSM produziu, testou e publicou uma sequência de livros didáticos experimentais, com novos métodos de ensino, com ênfase na precisão da linguagem, nos conceitos e na compreensão, como base da habilidade matemática.

Soares (2001) corrobora com Kline (1976), o qual afirma que em 1952 o UICSM começou a elaborar o novo e moderno plano de matemática que, a princípio somente havia sido concebido para o ensino secundário e foi testado em um grupo experimental. Mais adiante, o Comitê começou a confeccionar um plano que gradualmente se estendeu para a escola primária. Os textos experimentais, fotocopiados, foram finalmente publicados como textos comerciais.

De acordo com Wooton (1965), em 1955 o Comitê de Exames do CEEB recomendou que fosse escolhida uma Comissão de Matemática, composta de professores das escolas secundárias, de faculdades e pesquisadores matemáticos com a tarefa de realizar um estudo sobre as necessidades matemáticas da juventude. A Comissão foi composta por²⁸:

- Carl B. Allendoerfer , University of Washington
- Edwin C. Douglas , The Taft School, Watertown, Connecticut
- Howard F. Fehr, Columbia University
- Martha Hildebrandt, Proviso Township High School, Maywood, Illinois
- Albert E. Meder, Jr., Rutgers University
- Morris Meister, Bronx High School of Science, New York City
- Frederick Mosteller, Harvard University

²⁷ Max Beberman, um educador da Escola Secundária (*High School*), e professor da Universidade de Illinois, desempenhou um papel central no desenvolvimento de um novo currículo de matemática durante as décadas de 1950 e 1960, e como resultado ajudou a elevar os padrões nacionais de matemática. Nasceu em 1925, no Brooklin, Nova York, e morreu aos 45 anos, em 1971, em Illinois. Chefiou o UICSM (*University of Illinois Committee on School Mathematics*), que alterou significativamente os programas de matemática nos Estados Unidos. Os programas do UICSM foram utilizados depois como ponto de partida para a escrita dos livros do MSG.

²⁸ WOOTON, 1965, p. 145.

- Eugene P. Northrup, University of Chicago
- Ernest R. Ranucci, Weequahic High School, Newark, New Jersey
- Robert E. K. Rourke, Kent School, Kent, Connecticut
- George B. Thomas, Massachusetts Institute of Technology
- Albert W. Tucker, Princeton University
- Henry Van Eugen, Iowa State Teachers College
- Samuel S. Wilks, Princeton University

Depois de três anos de intenso trabalho, sob o comando de A. W. Tucker, da Universidade de Princeton, tal Comissão publicou um extenso relatório. Nele,

A Comissão concluiu que a maior parte do currículo tradicional era tanto necessário quanto desejável no mundo moderno, mas outras partes dele eram vestígios inúteis de uma época passada. Além disso, a Comissão observou que o espírito em que a matemática era ensinada na maioria das escolas de ensino médio deixou muito a desejar na compreensão da matemática que está sendo desenvolvida e nas atitudes em relação à matemática, que calam na mente dos alunos. (WOOTON, 1965, p.8)²⁹.

Segundo Kline (1976), em 1959 tal Comissão distribuiu seu informe, o *Program for College Preparatory Mathematics* contendo uma série de apêndices com exemplos de temas recomendados mostrando em detalhes a visão da Comissão acerca do que seria um currículo de Matemática satisfatório. Segundo esse autor, durante os anos de 1955 a 1959 e também durante vários anos depois, os membros da Comissão viajaram o país fazendo propaganda do plano que propunham em seu *Programa*.

Nesse mesmo tempo, o Governo Federal passou a se preocupar com a educação secundária, o que, nos Estados Unidos, normalmente era função dos estados, disponibilizando maior apoio financeiro para a criação de projetos para a renovação e melhoria do currículo e do ensino de Matemática e Ciências nas escolas secundárias.

²⁹ The Commission found that much of the traditional curriculum was both necessary and desirable in the modern world, but other parts of it were useless vestiges of a bygone era. In addition, the Commission noted that the spirit in which mathematics was being taught in most high schools left a great deal to be desired in the understanding of mathematics being developed and in the attitudes toward mathematics being instilled in the minds of the students. (Wooton, 1965, p.8).

De acordo com Kline (1976), a AMS - American Mathematical Society criou em 1958, um grupo de estudos dirigido por Edward Griffith Begle. Em 1959, o NCTM - National Council of Teachers of Mathematics apresentou sua proposta para a renovação e melhoria do currículo, a qual foi publicada na revista *Mathematics Teacher*. Outros grupos tais como o Ball State Project, o University of Maryland Mathematics Project, o Minesota School Science and Mathematics Center e o Greater Cleveland Mathematics Program, prontamente foram organizados e iniciaram seus trabalhos

Segundo Wooton (1965) as questões levantadas pelo NCTM enfatizavam a urgência de reavaliar qual o lugar da Matemática na sociedade, o que deveria constar no currículo de Matemática das escolas e quais os procedimentos institucionais para ajudar os alunos a desfrutar dos benefícios de tal currículo. O NCTM não optou por uma listagem de tópicos e sim, por recomendações gerais sobre quais habilidades deveriam ser desenvolvidas pelos alunos. Os assuntos relevantes eram os fundamentos da Matemática, tópicos “modernos” de Matemática tais como a teoria dos conjuntos, funções, relações, probabilidade, estatística e álgebra linear. Com relação aos métodos, o NCTM apontou para a necessidade de mais ênfase nas experiências que levam à descoberta e ao raciocínio do aluno.

Segundo esse autor, o maior e mais conhecido entre estes projetos desenvolvidos nos Estados Unidos foi o SMSG - School Mathematics Study Group, fundado em março de 1958 com o total apoio do governo americano e da National Science Foundation. A gênese do SMSG é oriunda de duas conferências: a Chicago Conference on Research Potential and Training, patrocinada pela National Science Foundation, ocorrida em 21 de fevereiro de 1958, na cidade de Chicago, estado de Illinois e a Mathematics Meeting of the National Science Foundation, ocorrida no Massachusetts Institute of Technology na cidade de Cambridge, no estado de Massachusetts, no dia 28 de fevereiro de 1958, presidida por Mina Ress, do Hunter College.

A primeira conferência teve por objetivo discutir o problema de demanda concernente à pesquisa matemática. Os profissionais envolvidos acreditavam que os esforços deveriam ser concentrados na formação de pessoal nas faculdades, dado que uma das causas da escassez de pessoas bem formadas era um ensino básico inadequado. Em um esforço para ampliar a participação da comunidade matemática na melhoria do Ensino de Matemática, a Conferência adotou uma resolução para

que, de fato, a sociedade americana tomasse consciência oficial da situação. Tal resolução pedia que o presidente da AMS - American Mathematic Society, após consulta a MAA - Mathematical Association of America e o NCTM - National Council of Teachers of Mathematics, escolhesse um Comitê de matemáticos que teria por função buscar fundos de fontes apropriadas e prosseguir na direção da solução do problema do currículo de Matemática.

A segunda conferência teve por objetivo analisar o currículo de Matemática existente nas escolas dos EUA. A escolha do local foi proposital, de maneira que os participantes pudessem ter contato com os físicos, os quais, em 1956, fundaram o PSCC - Physical Science Study Committee, que tinha, naquele momento, dois anos de valiosa experiência com o currículo escolar. Os membros dessa conferência, que ficou conhecida como Conferência de Cambridge, eram principalmente pesquisadores matemáticos, incluindo os presidentes da AMS - American Mathematical Society e MAA - Mathematical Association of America³⁰.

No dia seguinte, 1º de março de 1958, a Conferência fez recomendações específicas sobre as tarefas com as quais o Comitê da AMS - American Mathematic Society deveria se ocupar:

- Organizar uma sessão de escrita de quatro ou cinco semanas para preparar um plano de ensino detalhado como modelo para o currículo do ensino de matemática no secundário.
- Organizar e preparar a publicação de monografias com tópicos matemáticos de interesse e valor para estudantes da escola secundária.

De acordo com Oliveira Filho (2009), a Universidade de Yale, na cidade de New Haven, no estado de Connecticut, assumiu a liderança institucional do projeto e o professor Edward Griffith Begle³¹, do departamento de Matemática de Yale, aceitou a responsabilidade de direcionar o trabalho. Os membros do Comitê estabeleceram que a organização se chamaria SMSG - School Mathematics Study Group. Esse autor relata que foi com esse nome que buscaram e prontamente receberam, em 7

³⁰ Organização composta inteiramente por matemáticos *seniores* (seja em idade, seja em sofisticação de interesses), oriundos de todas as organizações profissionais de matemática dos EUA, que só se interessavam pela pesquisa em Matemática. Entre seus membros estavam quase todos os importantes matemáticos dos Estados Unidos

³¹ A biografia do professor Edward Griffith Begle e sua participação no SMSG pode ser acessada em <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Begle.html>. Acesso em 8 de Setembro de 2013.

de maio de 1958, uma concessão da NSF - National Science Foundation no valor de US\$ 100.000, com a proposta de projetar um programa prático que iria melhorar o nível geral de instrução da Matemática na escola básica e secundária norte americana.

Vale ressaltar a proximidade das datas em que as ações foram efetivadas. Notamos que entre a primeira e a segunda conferência, as quais deram origem ao SMSG, houve um intervalo de apenas sete dias. Sendo reafirmadas as resoluções da Conferência de Chicago na Conferência de Cambridge, imediatamente no dia seguinte, dia 1º de março, já se tinha as recomendações específicas e, conseqüentemente, o nome institucional SMSG, status que possibilitou a solicitação de recursos financeiros que, em menos de setenta dias, foi concedido pela NSF. Tal fato reforça a tese de que a corrida armamentista teria influenciado fortemente esse processo de reforma, pois para formar cientistas se fazia necessário investir em Educação e tecnologia.

De acordo com Oliveira Filho (2009), o SMSG, em sua composição, contava com o Comitê Aconselhador, o Comitê Executivo e com os Painéis Supervisionados.

O Comitê Aconselhador era composto por profissionais entre professores de matemática universitários e da escola secundária, supervisores de matemática, engenheiros, físicos e administradores escolares.

A função do Comitê Aconselhador era revisar o trabalho do grupo continuamente. O professor Begle participava dos encontros como membro do Comitê e como diretor do SMSG.

O Comitê Executivo³² era formado por cinco membros escolhidos do Comitê Aconselhador, o qual, por ser em número reduzido, tinha mais facilidade de se reunir para tratar de assuntos urgentes.

A escolha dos membros, com uma distribuição geográfica que variava de Massachusetts à Califórnia e de Michigan à Louisiana, incluía profissionais de faculdades, escolas secundárias, públicas e privadas, escolas distritais de vários tipos e tamanhos, o que conferia uma heterogeneidade suficiente para realizar um trabalho de qualidade.

³² Comitê Executivo Original (*Original Executive Committee of Five*) A.A. Alberti, University of Chicago, A.M. Gleason, Harvard University, J.H. Hlavaty, De Witt Clinton High School, A.E. Meder, Rutgers University, R.S. Pieters, Phillips Academy, Andover, Massachusetts.

A sistemática de trabalho do SMSG na construção de seus livros contava com a representatividade dos participantes e suas origens, a sujeição dos textos ao julgamento e a obtenção de consenso de todos.

Os encontros para tal produção foram denominados de "Sessões de Escrita", as quais eram intercaladas entre os períodos de férias escolares e o ano acadêmico, ocasião de experimentação, na qual o material produzido era submetido ao teste em sala de aula.

Segundo Oliveira Filho (2009) a primeira sessão de escrita do SMSG ocorreu na Universidade de Yale no verão de 1958, entre os dias 23 de junho e 19 de julho, contou com 45³³ profissionais sendo estes professores de Matemática, presidentes de departamentos de universidades, pesquisadores, professores de escolas secundárias e supervisores. Também participaram o RAND Corporation, The Bell Telephone Laboratories e a American Association for the Advancement of Science, sob a responsabilidade do professor Edward G. Begle, do departamento de Matemática da Universidade de Yale.

A primeira tarefa do grupo era projetar um esboço detalhado para uma série de livros texto de Matemática para os graus do 9º ao 12º, os quais deveriam servir como exemplo do que o grupo considerou um currículo apropriado aos estudantes do colegial. A segunda tarefa do grupo foi escrever uma série de unidades em tópicos específicos para estudantes dos graus 7º e 8º. Estas unidades seriam testadas no ano acadêmico 1958-1959 e consideradas como guias do projeto completo dos livros texto para estes graus.

Os participantes se subdividiram em sub grupos de oito ou nove participantes, cada subgrupo elaborou o texto para um nível específico: um subgrupo para os graus 7º e 8º e um para cada grau do 9º ao 12º.

Como o interesse da nossa pesquisa centra-se nos graus 7º e 8º (Junior High School) , verificamos que o subgrupo responsável por esses graus atuou sob a liderança de John Mayor da American Association for the Advancement of Science com a responsabilidade de escrever uma série de unidades experimentais de tópicos únicos. Nesta área havia muito o que fazer, pois por muito tempo, a apresentação da matemática do 7º e 8º graus foi considerada pobre, com muita revisão dos graus 5º e 6º, era uma aritmética combinada com alguma aplicação

³³ A relação dos participantes desta primeira sessão de escrita, incluindo o próprio Wooton, consta em anexo.

funcional à vida cotidiana como orçamentos doméstico, taxas, entre outros, contribuindo muito pouco para o entendimento da natureza ou uso da Matemática.

Se havia uma área do currículo escolar que poderia ser referida como o marasmo da educação matemática, a 7^a e 8^a séries pareciam ser o este lugar. Pouco se sabe sobre o que poderia ser feito com os alunos neste nível, porque pouco já havia sido tentado. (WOOTON, 1965, p.21, tradução nossa)³⁴.

Os integrantes do subgrupo dos graus 7º e 8º eram favorecidos por terem sido pioneiros no trabalho no UMMaP - University of Maryland Mathematics Project, study of junior high school mathematics desde setembro de 1957 sob a concessão da Carnegie Corporation. O projeto, segundo Wooton (1965), foi uma das poucas tentativas sérias para criar um novo currículo de matemática no ginásio, de modo a não apenas desenvolver material experimental como também testá-lo em situações em salas de aula. Os profissionais envolvidos naquele projeto disponibilizaram para o SMSG seus materiais e suas experiências. Na verdade, segundo Wooton (1965), o Dr. Mayor, líder do subgrupo, foi também diretor do UMMaP. Este subgrupo decidiu, entretanto, que contrário à proposta do UMMaP, o SMSG deveria abster-se de incluir um tratamento pesado de álgebra em qualquer das unidades dos graus 7º e 8º e em seu lugar, proveria o estudante com experiências enfatizando padrões lógicos, vocabulário matemático, dedução informal e indução. Os membros concordavam que, em cada unidade, as idéias matemáticas desenvolvidas seriam associadas com as aplicações apropriadas, mas que essa preocupação com a aplicação seria secundária, priorizando assim, o ensino e o entendimento dos conceitos básicos. Também decidiram que um estudo informal de geometria era apropriado, com noções de medidas e aproximações, unidades elementares de estatística e probabilidade.

Ao final da primeira sessão de escrita, 13 unidades haviam sido submetidas às críticas e os textos redigidos para os níveis Junior High School (7º e 8º graus) estavam prontos para teste em sala de aula.

³⁴ If there was an area of the school curriculum that could be referred to as the doldrums of mathematics education, the 7th and 8th grades seemed to be the place. Little was known of what could be done with students at this level, because little had ever been tried. (WOOTON, 1965, p.21).

1. O que é Matemática e Por que Você Precisa Saber
2. Numeração
3. Números Naturais e Zero
4. Fatoração e Primos
5. Os Números Racionais não negativos
6. Geometria não Métrica
7. Geometria Informal 1
8. Geometria Informal 2
9. Medidas e Aproximações
10. A Gangorra Científica, ou Matemática no Trabalho em Ciência
11. Tio Sam como um estatístico
12. Possibilidade
13. Sistemas Matemáticos. (WOOTON, 1965, p.27, tradução nossa)³⁵

Uma unidade 4-A - Supplementary Tests for Divisibility and Repeating Decimals foi completada posteriormente e anexada à unidade 4.

Os textos dos graus High School (9º, 10º, 11º e 12º graus) continuaram seu processo de produção. A questão central das discussões do subgrupo do 9º grau era a simbologia, o uso de símbolos na Matemática, que ao final de seus trabalhos havia produzido um esboço de um livro completo de álgebra.

Segundo Wooton (1965), uma das preocupações dessa busca em revisar o currículo matemático era fazer tais símbolos parecerem claros aos estudantes, e substituir seu uso por um princípio que soasse mais lógico, como por exemplo, da representação de número, da diferenciação de número e numeral, o que vem a ser um número e suas diversas representações. Resumidamente, adotaram que um número é uma abstração. Foi assumido que todo livro do SMSG, sem exceção, deveria conter uma discussão sobre o conceito de conjunto em algum ponto do mesmo.

A geometria, questão central do subgrupo do 10º grau que, naquela época, era um dos tópicos mais criticados do currículo da escola secundária, consistia num estudo de figuras em planos e de sólidos em espaços, que era conduzido

³⁵ What Mathematics is and Why You Need to Know It. Numeration. Natural Numbers and Zero. Factoring and Primes. The Nonnegative Rational Numbers. Nonmetric Geometry. Informal Geometry I. Informal Geometry II. Measurement and Approximation. The Scientific Seesaw, or Mathematics at Work in Science. Uncle Sam as a Statistician. Chance. Mathematical Systems. (WOOTON, 1965, p.27).

dedutivamente. Partia-se dos postulados e todo o resto da geometria era construído por meio de teoremas. O subgrupo do 10º grau do SMSG decidiu pela produção de um texto sobre a geometria euclidiana sintética, baseada num sistema de postulados derivados de um conjunto formulado por G. D. Birkhoff, da Universidade de Harvard, em 1940. Ao fim dos trabalhos, o subgrupo havia produzido um esboço completo de um livro de geometria, compreendendo geometria euclidiana sintética, com a adição de postulados métricos

O subgrupo do 11º grau ficou responsável pelo material denominado Matemática Intermediária que consistia da álgebra acrescida de trigonometria com coordenadas e vetores.

O subgrupo do 12º grau, sendo este nível um complemento semestral de álgebra, trigonometria ou geometria espacial, teve seu trabalho facilitado. Este subgrupo tinha alguns membros que ainda estavam trabalhando nos esboços revisados e na preparação de novos esboços de livros didáticos para o 12º grau. Esses profissionais chegaram à conclusão que seria necessário a introdução de um curso alternativo de álgebra moderna e um curso de iniciação ao cálculo neste nível.

Isso deixou o subgrupo da 12ª série na posição de ser capaz de escolher tal assunto como eles desejavam. O assunto que veio naturalmente à mente foi o cálculo. Isso gerou muita discussão desde o início. Foi reconhecido que, naquele momento, que o cálculo poderia provavelmente se tornar um curso padrão no 12º ano ... o grupo decidiu prontamente realizar a produção de dois livros. O primeiro seria, de acordo com as recomendações da Comissão, um texto sobre funções elementares para o primeiro semestre do 12º ano. O segundo texto seria uma introdução à álgebra moderna, isto é, aos "grupos" e "campos". (WOOTON, 1965, p. 36-37, tradução nossa)³⁶.

De acordo com Oliveira Filho (2009, p. 80-81), ao final desta sessão, o subgrupo do 12º Grau havia produzido os seguintes materiais:

³⁶ This left the 12th grade subgroup in the position of being able to choose such subject matter as they desired. The subject matter that came naturally to mind was the calculus. This engendered considerable discussion at the outset. It was generally recognized that in time calculus would probably become the standard course in the 12th grade...the group promptly decided to undertake the production of two textbooks. The first would be, in accordance with the recommendations of the Commission, a text on elementary functions for the first semester of the 12th grade. The second text would be an introduction to modern algebra, that is, to "groups" and "fields". (WOOTON, 1965, p. 36-37).

1. Um tratamento elementar de conjuntos, relações e funções, com exercícios;
2. Um capítulo parcialmente finalizado sobre funções exponenciais e logarítmicas;
3. Um esboço completo sobre funções circulares a partir de um ponto de vista de uma função em espiral;
4. Um esboço completo para um curso de álgebra moderna, com exemplos e exercícios típicos.

Vale ressaltar que outras propostas para o ensino da Matemática ao redor do mundo, como por exemplo, as de Félix Klein (1849-1925) na Alemanha e as de e Nicolas Bourbaki na França, podem ter influenciado as ações do SMSG.

Segundo a pesquisadora Vitti (1998) o desenvolvimento e o ensino da matemática nos séculos XIX e XX contou com a notável contribuição do matemático alemão Christian Félix Klein (1849-1925), o qual, como professor atraiu a atenção de seus alunos ao demonstrar a necessidade de um conhecimento específico da matemática, revelando também preocupações com os aspectos pedagógicos de seu ensino. Ficou conhecido pelos seus trabalhos em geometria não euclidiana, nas relações entre a geometria e a teoria dos grupos e por seus resultados na teoria de funções.

De acordo com Boyer (1974),

A "Teoria dos Grupos" desenvolvida por Klein, tentou trazer um elemento de unicidade à diversidade dos resultados de estudos da época. Klein ficou profundamente impressionado com as possibilidades unificadoras do conceito de grupo e passou boa parte do resto de sua vida desenvolvendo, aplicando e popularizando a noção. A teoria dos grupos tratava de conjuntos discretos de elementos, porém, Klein tinha em mente uma unificação dos aspectos discreto e contínuo da matemática sob o conceito de grupo. Aos vinte e dois anos conheceu em Paris o pesquisador norueguês Sophus Lie (1842-1899), ambos começaram a entender a importância central da teoria dos grupos. Klein concentrou seus estudos em grupos descontínuos enquanto Lie o fez em grupos contínuos. A obra de Klein foi tão importante que algumas figuras do século XIX profetizaram que não só a geometria, mas finalmente toda a matemática, viria a ser contida na teoria dos grupos. BOYER (1974, p. 400-404).

De acordo com Vitti (1998), as ideias de Klein foram divulgadas no livro *Elementary Mathematics from an advanced standpoint*³⁷, o qual demonstra suas preocupações com a elaboração de um conteúdo novo, mais moderno, enfatizando ainda a importância da psicologia para o ensino e a graduação do ensino do intuitivo ao abstrato, sugere ainda a introdução do conceito de função como centro de ensino por desempenhar um papel fundamental em todos os campos que se utilizam das matemáticas. Nas palavras de Klein:

Nós iremos introduzi-lo (o conceito de função) tão logo seja possível com o uso constante dos métodos gráficos, com a representação das relações no sistema xy , que é utilizado como o melhor do curso nas mais diversas aplicações da matemática. Entretanto, para fazer essa inovação, nós precisamos abolir muitos dos “conteúdos tradicionais”³⁸ do ensino, não por não serem interessantes, mas por não serem imprescindíveis para o avanço e para as conexões com a cultura moderna. (Klein, 1945, p. 4).

De acordo com Schubring (2003) em 1908, na cidade de Roma, Itália, foi criada a CIEM - Commission Internationale de L'Enseignement Mathematique que ficou conhecida também pela sigla IMUK - Internationale Mathematische Unterrichts Kommission que apenas em 1954 passaria a ser conhecida pela sigla ICMI - International Commission on Mathematical Instruction. Constituída a comissão, é eleito um comitê central dirigente formado pelos matemáticos Felix Klein, Henri Fehr e George Greenhill cujos objetivos incluem “a reorientação dos métodos de ensino no sentido da intuição e das aplicações”.

O comitê central do IMUK/CIEM organizou vários estudos comparativos a partir dos relatórios vindos dos comitês nacionais dos diversos países participantes. Tais estudos orientam-se pela reforma do ensino de Matemática que vinha ocorrendo na Alemanha, conduzida por Felix Klein. Dentre esses estudos, figuram trabalhos com os seguintes temas: “A fusão dos diferentes ramos da matemática no ensino das escolas médias”, “O rigor no ensino de

³⁷ Este título de refere à edição inglesa editada em 1945 sendo a primeira edição em alemão no ano de 1908.

³⁸ Como fundamento de sua crítica, Klein afirma que o exagero na apreciação dos *Elementos* de Euclides advém de um conceito equivocado da cultura grega e em relação à Matemática. Esta perspectiva errônea deu origem à afirmação, como se tratasse de um dogma, que os gregos se ocuparam principalmente da geometria e que o sistema geométrico construído por eles é de uma perfeição impossível de se superar. Para Klein, esta opinião, conduziu ao culto dos *Elementos*, nos quais se acreditou ser base de todo sistema geométrico completo. Para Klein, o papel verdadeiro dos *Elementos* foi o da introdução ao estudo da geometria e da matemática em geral, com o objetivo, segundo as ideias da escola platônica, de preparação para estudos filosóficos gerais. (Klein, 1931, pág. 252).

matemática nas escolas médias”, “A **intuição** e a **experiência** no ensino de matemática nas escolas médias” (SCHUBRING, 2003, p. 37, grifo nosso).

No caso das propostas para o ensino da Matemática de Bourbaki, temos que, de acordo com Pires (2006), a história do grupo começou em 1920 na ENS - École Normale Supérieure, em Paris. Ali se conheceram cinco dos fundadores de Bourbaki: Henri Cartan (1904-2008), Claude Chevalley (1909-1984), Jean Delsarte (1903-1968), Jean Dieudonné (1906-1992) e André Weil (1906-1998), os quais mostravam-se insatisfeitos com as falhas e insuficiências das obras de Matemática existentes, principalmente com a de Édouard Goursat, Cours d'analyse, cuja primeira edição datava de 1902 e que foi largamente utilizada na França.

Segundo Mashaal (2007) o grupo Bourbaki foi fundado em 10 de dezembro de 1934, no Café Capoulade, situado no Boulevard Saint-Michel, nº 63, no Quartier Latin em Paris. Inicialmente o grupo foi denominado de “Comitê de redaction du traité d'analyse”, posteriormente adotando o pseudônimo de Bourbaki³⁹, cujo objetivo inicial era o de redigir um tratado moderno de análise ligado ao CDI - Cálculo Diferencial e Integral para a licenciatura em matemática. A tarefa foi sendo ampliada e a necessidade de fornecer aos leitores em potencial uma coleção de ferramentas matemáticas fortes e universais tanto quanto possíveis, tornou a obra ambiciosa quanto à natureza e ao conteúdo do tratado. O título “tratado de análise” não se justificava mais e então René de Possel afirmou que o título “tratado de Matemática”, seria mais conveniente e, a obra acabou por se denominar *Elementos de Matemática*, na qual a palavra matemática aparece no singular. A apresentação era axiomática ao mesmo tempo que emergia no seu seio uma certa visão das matemáticas que as considera como um edifício dotado de uma profunda unidade que repousa sobre a teoria dos conjuntos e hierarquizado em termos de estruturas abstratas (algébricas, topológicas, entre outras). O modo de exposição é axiomático e procede do geral para o particular em uma apresentação depurada, os exemplos, pouco abundantes, vêm somente depois. Bourbaki avisa em seu “modo de emprego” que “a utilidade de certas considerações só aparecerá ao leitor quando da leitura de capítulos posteriores, a menos que este possua já conhecimentos bastante desenvolvidos”.

³⁹ O nome Nicolas seria atribuído posteriormente pela sugestão vinda da esposa de Weil.

Segundo Mashaal (2007), a obra de Bourbaki começou a aparecer em 1939-1940. A primeira parte foi publicada como *Fascículo de resultados da teoria dos conjuntos* em 1939, apresentando uma espécie de resumo da teoria dos conjuntos, sem as demonstrações. Os *Elementos de Matemática* contou com mais três volumes publicados em plena Segunda Guerra Mundial. A obra original foi traduzida para outros idiomas e muitos volumes foram objeto de reedições entre os anos 1950-1975. Segundo esse autor, os Elementos de Matemática consistem em 10 Livros, sendo que cada Livro se apresenta em vários volumes:

1. Teoria dos Conjuntos
2. Álgebra
3. Topologia Geral
4. Funções de uma variável real
5. Espaços Vetoriais Topológicos
6. Integração
7. Álgebra Comutativa
8. Variantes Diferenciais e Analíticas
9. Grupos e Álgebra de Lie
10. Teorias Espectrais
11. Elementos de História das Matemáticas⁴⁰

Segundo Mashaal (2007), embora o primeiro livro de Bourbaki seja datado de 1939, a divulgação mundial do estruturalismo matemático proposto pelo grupo, iniciou-se logo após a Segunda Guerra Mundial, em torno de 1950, sendo mais marcante nos anos 1960-1970, quando surgiram, em vários países, grupos de estudo com o objetivo de modernizar o ensino de matemática.

Voltando às propostas do SMSG, Oliveira Filho (2009) assevera que, uma vez terminada a primeira sessão de escrita, o desafio foi preparar o material para ser enviado aos centros⁴¹ e serem submetidos aos testes em salas de aula. Após os testes, os professores preenchiam um questionário contendo o maior número de

⁴⁰ De acordo com Mashaal (2007), nos livros foram incluídas notas para situar os temas tratados na dimensão histórica que, geralmente, figuram no final do capítulo. Mais tarde, estas notas foram reunidas num volume único e publicadas com o título *Elementos de História das Matemáticas* que muitos consideram como 11º Livro.

⁴¹ Um centro era uma cidade ou localidade nas quais os testes seriam realizados sob a supervisão de um diretor designado pelo diretor do SMSG.

informações possíveis sobre o uso do material e as reações tanto dos professores quanto dos alunos. Os questionários eram enviados à direção do SMSG para serem utilizados no próximo verão.

De acordo com Oliveira Filho (2009), a segunda sessão de escrita ocorreu no verão de 1959 entre os dias 15 de junho e 21 de agosto e tiveram locais distintos, o subgrupo dos 7º e 8º graus se encontrou em Ann Arbor na Universidade de Michigan e o restante dos escritores do 9º, 10º, 11º e 12º graus, em Boulder, na Universidade do Colorado. Essa sessão visava ao aperfeiçoamento dos textos escritos no verão de 1958 e testados no ano acadêmico de 1958-1959, a produção de unidades adicionais para testes com a intenção de serem incorporadas a um texto para o 8º grau, e seis manuais do professor.

O *modus operandi* era semelhante ao de Yale, com apenas duas modificações: foi nomeado um Comitê de Coordenação para cuidar da preparação do manuscrito final e do padrão do estilo e das técnicas para equiparação dos livros, e, o subgrupo do 7º e 8º graus teve a inclusão de 17 novos membros, passando de 8 para 25 participantes com a tarefa de, utilizando o material produzido em Yale como ponto de partida, preparar um livro didático completo como amostra para o 7º grau além de produzir unidades adicionais para testes. Cada capítulo de texto ou da unidade experimental seria acompanhado de um comentário para professores.

Ao final da segunda sessão de escrita, os participantes dos graus 7º e 8º, além dos textos denominados "comentários para os professores", haviam produzido o Volume I do *Junior High School Mathematics*, destinado a estudantes do 7º grau e também completaram uma série de unidades de amostra as quais os subgrupos consideraram apropriados para a inclusão no texto do 8º grau e os quais foram encadernados juntos em um único volume, o Volume II do *Junior High School Mathematics*, que foram testados no ano acadêmico de 1959-1960 de forma individual e sequencial. A amostra do texto para o 8º grau só foi escrito no verão seguinte.

Os participantes sentiram que o 7º grau deveria iniciar onde termina o 6º grau e que seu conteúdo deveria se fundamentar cuidadosamente na álgebra e na geometria. No volume do 8.º grau, entre os tópicos abordados estavam sistemas coordenados, equações lineares, notação científica, geometria métrica, números reais, áreas e volumes de figuras planas, sólidos, medidas e estatística.

O subgrupo do 9^a ao 12^o graus, teve seu contingente elevado de 37 para 76 participantes. Os novos participantes de ambos os subgrupos aprenderam com os membros a filosofia e a pedagogia trabalhada em Yale, com o desafio de entregar um terço dos manuscritos aos datilógrafos até meados de junho. Na álgebra do 9^o grau do SMSG os tópicos discutidos compreenderam 14 capítulos. A geometria do 10^o grau continha 16 capítulos e 8 apêndices, acompanhados dos comentários para professores em encartes separados, os quais, eram únicos nos escritos do SMSG. O mais longo livro produzido pelo SMSG foi o livro texto do 11^o grau, com o título Matemática intermediária, continha 15 capítulos e 799 páginas abrangendo trigonometria, álgebra de matrizes, sistemas de números reais, geometria analítica de planos, conceito de função, sistemas simultâneos, sequências, funções exponenciais, logaritmos, funções trigonométricas⁴² e indução matemática. Dois livros foram produzidos pelo subgrupo do 12^o grau:

1. Funções elementares - primeiro semestre, com 5 capítulos e 7 apêndices, aborda o conceito de função do ponto de vista dos conjuntos, funções polinomiais, funções exponenciais, funções logarítmicas e funções circulares.
2. Introdução à álgebra de matrizes - segundo semestre, com 5 capítulos e a seção de exercícios de pesquisa.

Ao final da segunda sessão de escrita, apenas um terço do material estava pronto para teste, o restante ainda ficara por terminar e seria encaminhado para teste posteriormente.

De acordo com Oliveira Filho (2009), em janeiro de 1960, a NSF - National Science Foundation concedeu a doação para o SMSG, com um adicional de US\$ 1.700.000, destinados a cobrir as atividades do ano, já incluindo a próxima sessão de escrita do verão. Com esse acréscimo, o total destinado ao SMSG pela NSF perfazia US\$ 3.000.000 considerando o período de junho de 1958 a setembro de 1960. (OLIVEIRA FILHO, 2009, p. 93).

Ao SMSG foi solicitada uma extensão de seu trabalho para as séries elementares. Assim, o Comitê Aconselhador, reunido em 24 de janeiro de 1959 na

⁴² As funções trigonométricas foram introduzidas a partir da medida de ângulo em vez do comprimento do arco como era desenvolvido no 12^o grau.

Philadelphia, sugeriu que o SMSG patrocinasse uma Conferência de Matemática da Escola Elementar, a qual acabou acontecendo na cidade de Chicago de 13 a 14 de fevereiro de 1959, sendo assistida por 56 profissionais da área.

De acordo com Oliveira Filho (2009), a terceira sessão de escrita aconteceu no verão de 1960 na Universidade de Stanford com o desafio de produzir a escrita de material didático para a Escola Elementar, pois os materiais do 7º ao 12º graus já estavam revisados. Uma especial atenção foi dedicada à elaboração do Guia do Professor, o qual deveria ser o mais detalhado possível. O grupo da escola elementar recebeu duas classes de estudantes de verão e um professor⁴³ do ensino elementar, com os quais as unidades deveriam ser testadas. O trabalho desta sessão resultou em um curso completo para os 4º, 5º e 6º graus. Também merece destaque a presença de um pequeno grupo de psicólogos nesta sessão com o desafio de esboçar um plano sobre pesquisas referente a problemas psicológicos relevantes ao ensino de matemática em relação às atitudes das crianças, motivos, ansiedades e habilidades. Naquele momento o SMSG efetuou um estudo sobre a possibilidade da aplicação da psicologia no desenvolvimento da capacidade intelectual da criança, relacionado com a aprendizagem da matemática e os efeitos das variáveis não intelectivas como valores, atitudes e motivação.

Para o ano acadêmico 1960-1961, o SMSG recebeu muitos pedidos de livros por parte das escolas. Em virtude do trabalho de revisão dos livros empreendido pelo SMSG, foi realizado um acordo com os impressores, de maneira que uma parte dos livros estaria pronta para o início do ano escolar. O custo dos livros para as escolas seria apenas o da impressão e distribuição, sem obtenção de lucro por parte do SMSG. Mais tarde foram conferidos à editora da Universidade de Yale os direitos exclusivos de impressão, propaganda e venda dos livros didáticos revisados.

De acordo com Wooton (1965), os livros do SMSG foram produzidos para serem testados e não havia interesses comerciais, ficaria a cargo dos editores privados encontrarem tal mercado, renunciando o SMSG à tarefa de distribuição dos livros e providenciando a retirada dos seus livros do mercado assim que os livros comerciais de qualidade fossem colocados à venda.

⁴³ As experiências do professor eram incorporadas ao trabalho e forneciam valiosas sugestões ao Guia do Professor.

Mais do que isso, os próprios livros tinham características incomuns em livros do mesmo tipo. Por um lado, a apresentação não fez uso de cor, ilustração, ou qualquer um dos recursos de produção comuns na época. Isso é compreensível, é claro, uma vez que os custos de impressão tiveram de ser mínimos, e a ideia não era publicar livros que competissem com os produzidos comercialmente. Mas a verdade é que as páginas dos livros eram rígidas, as folhas datilografadas e qualquer coisa que chamasse a atenção dos alunos e professores tinham de ser mérito de seu conteúdo. (Wooton, 1965, p. 86, tradução nossa)⁴⁴.

De acordo com Oliveira Filho (2009), a quarta sessão de escrita foi organizada pelo professor Begle na Universidade de Princeton no estado de **New Jersey** no verão de 1961 e durou apenas cinco dias, pois o Conselho Consultivo havia recomendado a elaboração de um livro de Geometria Alternativa. Ao final dessa sessão, ficou pronta a versão do livro didático e também do livro do professor com conteúdo de geometria. O MSG, nessa sessão, também se debruçou em dois projetos de escrita de livros didáticos voltados para os “alunos medianos”⁴⁵. Os projetos foram denominados de 7M e 9M. O projeto 7M foi liderado por Midred Keifer, supervisor das escolas públicas de Cincinnati e consistiu na reescrita dos materiais didáticos dos 7º e 8º graus, o projeto 9M foi liderado por Walter Fleming, da Universidade de Hamline e consistiu na reescrita do material didático do 9º grau. Esse autor afirma que tal reescrita dos materiais consistia em uma apresentação “mais lenta” e “mais pausada” dos conteúdos e fornecia uma quantidade maior de exercícios cuidadosamente desenvolvidos e com um vocabulário mais simples. Esse material foi submetido a testes no ano letivo de 1961-1962.

De acordo com Soares (2001), alguns congressos começaram também a ter preocupações e temáticas voltadas para o ensino primário. Em 1962 a UNESCO fundou e financiou o International Study Group for Mathematics, que organizou três conferências: Stanford, EUA em 1964, Paris, França em 1965 e em Hamburgo em 1966. Em meados da década de 1960 projetos com ênfase no ensino primário foram

⁴⁴ More than this, the books themselves had features unusual in comparable books. For one thing, the presentation made no use of color, illustration, or any of the production features widely prevalent at the time. This is understandable, of course, since the printing costs had to be kept minimal, and there was no thought of having the books competitive with those produced commercially. But the fact remains that the pages of the books were stark, typewritten sheets, and any appeal they would have for students and teachers would have to be merit of their contents. (WOOTON, 1965, p. 86).

⁴⁵ Eram considerados “Alunos Medianos” aqueles alunos que estavam em um grau de aprendizagem em torno de 25% a 75%, em relação ao aproveitamento.

desenvolvidos como o Alef na Alemanha, o Projeto Nuffield, na Inglaterra e o Analogue, na França.

Segundo Oliveira Filho (2009, p.95-96), o SMSG produziu durante o ano acadêmico de 1961/1962 seis monografias, escritas por matemáticos com o objetivo de disseminar a boa Matemática no ensino secundário. Foram elas

1. Números Racionais e Irracionais – Ivan Niven;
2. Cálculo é sobre o que? – W.W. Sawyer;
3. Uma introdução para desigualdades – Edwin Beckenbach;
4. Desigualdades Geométricas – Nicholas D. Kazarinoff;
5. O livro de problemas de competição (olimpíadas): Problemas da competição anual da Escola Secundária e da Associação Matemática Americana, compilados por Charles T. Salkind;
6. O saber dos grandes números - Phillip J.Davis.

Segundo Soares (2001), o SMSG tinha como propósito a melhoria do ensino de Matemática nas escolas, procurando um currículo que oferecesse aos alunos não somente habilidades básicas de Matemática, mas, principalmente um profundo entendimento de sua estrutura. O programa deveria atrair o estudante a fim de aumentar o número de cidadãos “matematicamente habilitados” que futuramente desempenhariam tarefas num cenário onde a ciência e a tecnologia tinha papel fundamental, como afirmou o professor Begle na 1ª Conferência Interamericana de Educação Matemática realizada em Bogotá, na Colômbia no ano de 1961.

A necessidade nos Estados Unidos de pessoas bem preparadas em Matemática, e de um conhecimento geral de Matemática por parte de todos os cidadãos, é tão grande que devem ser feito todos os esforços possíveis para satisfazê-la. A razão para esse esforço não quer dizer que estamos insatisfeitos com o passado, mas, que nós nos damos conta que o futuro requer maior preparação e habilidade Matemática de todos os nossos cidadãos. (BEGLE, 1962, p. 155-162, apud SOARES 2001).

Para que tais objetivos pudessem se concretizar, se fazia necessário investir em treinamento para os professores com o material didático.

De acordo com Oliveira Filho (2009) o SMSG produziu, ao longo de vários anos, livros-texto⁴⁶ para vários níveis, os quais tiveram grande aceitação por parte dos educadores e foram traduzidos para diversos países.

2.1 O Movimento Modernizador em outros países

Em 1968 a OECD Organization for European Economic Cooperation and Development criou o CERI - Centre of Educational Research and Innovations e a UNESCO organizou o primeiro ICME International Congress of Mathematical Education realizado em Lion, França, em 1969.

Para Soares (2001), embora a Conferência de Royaumont⁴⁷ em 1959 tenha sido o grande evento precursor das iniciativas de reformas do ensino de matemática em vários países do mundo, alguns países já vinham manifestando este interesse de forma isolada. Royaumont apenas os reuniu. Pode-se afirmar que após Royaumont outros países iniciaram tais reformas. Como exemplo, essa autora afirma que na Inglaterra, em 1944, surgiram as primeiras iniciativas para a mudança do currículo por meio do Relatório Jeffrey, elaborado pela Mathematical Association composta por matemáticos e professores universitários, sugerindo um currículo unificado das matemáticas (geometria, álgebra e aritmética).

De acordo com Soares (2001) em 1956 as propostas de mudanças se referiram à escola primária, enfatizando o ritmo próprio de cada criança em seu desenvolvimento e as experiências como meio da aprendizagem.

Quanto ao ensino de matemática, Soares (2001) afirma que os primeiros projetos surgiram após Royaumont, com a criação de grupos, no início da década de 1960, como o MME - Midlands Mathematical Experiment, o CSM - Contemporary School Mathematics Project e o SMP - School Mathematics Project. Cada projeto

⁴⁶ Em anexo constam alguns títulos de produção do SMSG levantados por Oliveira Filho (2009).

⁴⁷ O grande marco das atividades ligadas à reforma do currículo e do ensino de matemática em geral foi, segundo Soares (2001), a **Conferência de Royaumont**, na França, em 1959, que teve o apoio da OEEC - Organization for European Economic Cooperation, cujo foco foi o ensino secundário e os países participantes defenderam uma proposta propedêutica para os estudos universitários como instrumento da vida diária, dada à demanda por cientistas e engenheiros bem como as novas aplicações da matemática na indústria e em outros campos da atividade econômica. Cada país participante tinha, pelo menos, três representantes denominados "delegados", a saber, um matemático, um educador da área de matemática do Ministério da Educação e um professor de matemática do ensino secundário. Todos os países, denominados "membros" da Conferência, concordavam com a modernização do ensino e com as reformas do currículo. Nesta Conferência participaram Áustria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, França, Alemanha, Grécia, Reino Unido, Estados Unidos e Iugoslávia. Não se tem registro da participação dos países do "Terceiro Mundo". Entre os congressistas estavam Gustave Choquet, Jean Dieudonné e Lucienne Felix, da França, e, Howard Fehr, E. G. Beagle e Marshall Stone, dos Estados Unidos.

tinha seus livros-texto, os quais eram testados nas escolas antes de serem comercializados. O ensino primário entrou na pauta com o Nuffield Mathematics Teaching Project, criado em 1964, que dava ênfase ao conteúdo e aos métodos de ensino, com o enfoque na aprendizagem pela descoberta (*discovery learning*) com influências dos trabalhos de Jean Piaget e, segundo Howson (1978, *apud* Soares 2001, pp. 32-33), há referências de que o grupo também utilizava os materiais concretos de Zoltan Dienes, apesar de não serem ponto central na filosofia do projeto.

A cidade de Bogotá na Colômbia sediou, em 1961, a primeira Conferência Interamericana sobre Educação, com a participação de vinte e três países objetivando mudanças dos currículos secundários e universitários. Como recomendação da Conferência, foi publicado o Programa Moderno da Matemática para o Ensino Secundário, coordenado pelo norte americano Marshall H. Stone⁴⁸ (1903-1989) e a partir deste Programa se daria o andamento de toda a reforma na América Latina.

De 4 a 12 de dezembro de 1966, de acordo com Vitti (1998), foi a vez da cidade de Lima no Peru sediar a Conferência. Stone fez o discurso de abertura se referindo à necessidade de encontrar uma pedagogia específica para ensinar matemática como uma "nova pedagogia". Stone se referiu à preparação de professores para o trabalho em escolas primárias e secundárias como um problema que todos reconheceriam como a chave-mestra para qualquer reforma substancial e permanente no ensino de matemática. Para essa autora, é bem possível que a expressão Educação Matemática passou a ser utilizada nesta época, pois o Movimento Modernizador trazia consigo também essa nova pedagogia e os promotores da reforma alimentavam esperanças no intuito de idealizar os objetivos de forma bem definidas em compasso com o desenvolvimento de uma sociedade moderna. Nas palavras de Stone, que coordenou a reforma:

Se colocarmos à nossa frente um ideal claramente definido, mesmo

⁴⁸ Segundo André Luis Matedi Dias, Marshall H. Stone iniciou seus estudos na Universidade de Harvard em 1922, onde obteve seu doutorado em 1926, sob a orientação de George David Birkhoff (1884-1944), que influenciou bastante o início da sua carreira matemática, desenvolvida principalmente em Harvard. Durante a II Guerra, Stone realizou trabalhos secretos para o Escritório de Operações Navais e para o Departamento de Guerra dos EUA. Após a guerra, assumiu a chefia do Departamento de Matemática da Universidade de Chicago, segundo ele, motivado pela convicção de que era o tempo para uma “fundamental revision of graduate and undergraduate mathematical education.”. Foi neste mesmo período da Segunda Guerra Mundial, que Stone associou-se novamente com Birkhoff, desta vez na tarefa de expandir a influência da matemática norte-americana para a América Latina. (Revista Diálogo Educacional. Curitiba, v. 9, n. 26, p. 61-79, jan./abr. 2009).

que tenhamos que redefini-lo eventualmente à luz da experiência e do conhecimento que progride, então devemos ser capazes de ver qual ação prática é necessária para realizarmos o ideal. Caso o objetivo não seja tal que possa ser conseguido em menos de cinco anos, ou dez, ou eventualmente em vinte, podemos, apesar disso, planejar uma sequência de passos práticos por meio dos quais possamos mover-nos lenta, mas seguramente, em direção à meta. (STONE, apud VITTI, 1998, p. 64).

De acordo com Vitti (1998), na Conferência de Lima, dos tópicos tratados pela reforma, o currículo foi o enfoque principal, e o programa, dito ideal, de acordo com os Pareceres e Conclusões⁴⁹, levou em consideração as idades dos alunos. Além disso, o matemático argentino Luis A. Santaló colocou quatro pontos cruciais para a implantação da reforma na América Latina: convencer os professores da necessidade de renovação do ensino; convencer os pais dos estudantes da importância dessa renovação; preparar os professores para os desafios que o ensino da matemática moderna, porventura, traria; e preparar livros textos para os estudantes.

2.2 No Brasil: O MMM⁵⁰ - Movimento da Matemática Moderna

De acordo com Vitti (1998), seguindo a tendência mundial, o Brasil também se rendeu aos "encantos da modernização". O século XX foi marcado pela crescente urbanização e industrialização brasileira, esse processo de modernização se intensificou a partir da década de 1950 e significou profundas mudanças nas bases sociais e econômicas, de modo que a sociedade deixou de ser agrária para ser industrial. Neste contexto, o IBEEC - Instituto Brasileiro de Educação Ciência e Cultura foi criado no Rio de Janeiro pelo decreto 9.355 de 13 de junho de 1946, com sede no Palácio Itamaraty, como uma Comissão Nacional da UNESCO - United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization no Brasil, cuja finalidade era melhorar a qualidade do ensino das ciências experimentais. Com o propósito de otimizar esse trabalho, o IBEEC criou as Comissões Estaduais, as quais tinham autonomia para a implementação de seus programas, contudo, estas estavam

⁴⁹ O Programa, de acordo com os Pareceres e Conclusões da Conferência de Lima em 1966, encontram-se em Anexo desta Tese.

⁵⁰ A movimentação em prol das reformas do ensino da matemática ao redor do mundo, em cada país se tornou conhecido por uma denominação semelhante, por exemplo, nos EUA, pela denominação New Mathematics, enquanto que no Brasil, ficou conhecido pela expressão Movimento da Matemática Moderna e identificado pela sigla MMM. Desse modo, nas pesquisas desenvolvidas no Brasil, neste contexto, essa terminologia é largamente usada.

vinculadas ao Rio de Janeiro. Em março de 1950, no governo de Adhemar de Barros, nasceu na reitoria da USP a Comissão Estadual de São Paulo do IBCEC, sendo nomeado presidente o médico Raul Briquet. O IBCEC/SP marcou o início de suas atividades com a realização de exposições científicas - feiras de ciências, a criação de clubes de ciências e o patrocínio na produção de kits de ciência, os quais atingiam os professores por meio dos alunos, uma vez que os professores se viam no desafio de dar explicações aos alunos cada vez mais curiosos. Os kits se inseriam em uma excelente política de incentivo e divulgação do ensino de ciências, tendo um custo baixo.

Em 1954, segundo Vitti (1998), o IBCEC/SP iniciou uma atividade de treinamento para professores, ato que se inseriu em uma ação mais ampla da UNESCO no Brasil para a área da educação. O governo dava suporte aos programas do IBCEC/SP por meio da CADES - Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário e do INEP - Instituto Nacional de Ensino Pedagógico. O IBCEC/SP contava também com o apoio da NSF - National Science Foundation e com o suporte da Fundação Ford.

De acordo com Valente (2006), a reforma do ensino de matemática no Brasil foi promovida pelas Universidades, Institutos de Matemática, Grupos de Estudos e pelas autoridades públicas educacionais que compreendiam o Ministério da Educação e Cultura e suas respectivas extensões. De acordo com esse autor, o movimento iniciou-se em 1956 por meio do PABAE - Programa Americano Brasileiro de Ajuda ao Ensino Elementar e inúmeras ações foram desencadeadas a partir de então.

Vitti (1998) assevera que, em 1961, ampliou-se a participação das ciências física, química e biológica no currículo escolar a partir do primeiro ano do curso ginasial por ocasião da LDB - Lei de Diretrizes e Bases nº 4.024, de 21 de dezembro de 1961. Este mesmo ano marcou a criação da "Aliança para o Progresso", um programa dos Estados Unidos da América, efetuado entre 1961 e 1970, com o objetivo de promover o desenvolvimento econômico mediante a colaboração financeira e técnica em toda a América Latina. A sua origem remonta uma proposta oficial do Presidente John F. Kennedy, no seu discurso de 13 de março de 1961, durante uma recepção, na Casa Branca, aos embaixadores latino-americanos. A Aliança duraria dez anos, projetando um investimento de 20 milhões de dólares, principalmente da responsabilidade dos Estados Unidos, mas também

de diversas organizações internacionais, países europeus e empresas privadas. A proposta foi pormenorizada na reunião ocorrida em Punta del Este, Uruguai, de 5 a 17 de agosto de 1961, no CIES - Conselho Interamericano Econômico e Social da OEA - Organização dos Estados Americanos. A Declaração e a Carta de Punta del Este foram ambas aprovadas por todos os países presentes, com exceção de Cuba. A rejeição de Cuba não é de estranhar, já que a Aliança para o Progresso⁵¹ era claramente uma forma de resposta à Revolução Cubana.

Brito (2008) corrobora com o afirmado acima, afirmando que no contexto da Guerra Fria, o lançamento do satélite Sputnik, pelos soviéticos em 1957 e a revolução cubana em 1959, levaram os EUA a criar um mecanismo de alinhamento do bloco capitalista no continente Americano, o qual foi denominado Aliança para o Progresso. Segundo essa autora, esse fato foi confirmado pelo Relatório da Comissão de Desenvolvimento Internacional presidida por Lester B. Pearson a pedido do então presidente do Banco Mundial Robert MacNamara. De acordo com o relatório:

De longe, a maior parte da assistência dos Estados Unidos tem sido prestada a países situados na periferia do mundo Comunista, na América Latina, e em áreas de grande tensão política. (PEARSON, 1971, p.151, apud BRITO, 2008, p.4).

Segundo Vitti (1998), o grande financiador da Aliança para o Progresso no Brasil foi a USAID - United States Agency for International Development, órgão independente do governo federal dos EUA responsável por programas de assistência econômica e humanitária em todo o mundo. A USAID surgiu em 1961 com a assinatura do Decreto de Assistência Externa pelo então Presidente John F. Kennedy, unificando diversos instrumentos de assistência dos Estados Unidos para melhor focar as necessidades de um mundo em acelerada transformação econômica.

De acordo com Arapiraca (1982), a USAID estava estritamente ligada à esfera da educação brasileira, manifestando-se toda uma intenção em legitimar um projeto de transformação modernizadora da educação imposta à nacionalidade brasileira com a finalidade de direcionar sua racionalidade pelo modo de produção capitalista. Logicamente, era uma visão de educação a partir do contexto da sociedade

⁵¹ A Aliança para o Progresso foi extinta em 1969 por Richard Nixon. Disponível em http://pt.wikipedia.org/wiki/Alian%C3%A7a_para_o_Progresso. Acesso em 13 de fevereiro de 2013.

brasileira, historicamente dividida em classes. Segundo esse autor, impuseram-se mudanças radicais no processo de ensino, objetivando modernizá-lo pela internalização da filosofia pedagógica desenvolvida nos EUA.

Relacionamos o projeto de ajuda da USAID com o sistema de ensino médio brasileiro como mais uma fórmula da utilização para fins econômicos do capitalismo norte-americano. Essa constatação se fortaleceu a partir da identificação da nova realidade diplomática desenvolvimentista da Aliança para o Progresso na América Latina pelos EUA, na busca de novos parceiros periféricos. (ARAPIRACA, 1982, p.12-13).

Assim sendo, segundo esse autor, essa apropriação se tornou mais explícita a partir da exigência de que, nos convênios de ajuda da USAID, as partes receptoras dessem publicidade daqueles gestos como uma ação da Aliança para o Progresso na modernização do aparelho educativo, profissionalizando todos os estudantes deste nível de ensino.

Brito (2008) aponta que no Relatório Pearson consta que “grande parte da ajuda bilateral foi, de fato, concedida a fim de alcançar favores políticos a curto prazo e ganhar vantagens estratégicas ou promover exportações do país doador”. (PEARSON, 1971, p.14, apud BRITO, 2008, p.5).

Segundo Romanelli (1984), os acordos entre a USAID e o MEC - Ministério de Educação e Cultura no Brasil ficaram conhecidos pela sigla MEC/USAID. Essa autora sintetiza a importância desses acordos vigentes entre 1964 e 1968, como uma nova era de relações Brasil-EUA a partir do golpe militar de 1964. Os EUA passaram a ditar a política educacional do Brasil sob o manto da modernização com objetivo de integrar o Brasil na expansão do capitalismo ocidental e mantê-lo, todavia, em sua posição periférica.

Brito (2008) aponta a análise feita pelo Relatório Pearson (1971)

Só depois da mudança de governo em abril de 1964, e o estabelecimento de política interna mais coerente, a ajuda ao Brasil tomou caráter contínuo e desenvolvimentista. O novo programa econômico brasileiro, orientado para a eliminação gradual da inflação e distorções graves para a economia atraiu o apoio dos Estados Unidos e de outros concessionários. Os empréstimos da USAID se tornaram mais flexíveis e de mais rápido desembolso. (PEARSON, 1971, p.276, apud BRITO, 2008, p.5).

Brito (2008) demonstrou em sua pesquisa que alguns acordos já estavam em vigor no Brasil mesmo antes do Golpe Militar de 1964, com a atenção dos EUA voltada para o estado do Rio Grande do Norte, uma vez que neste estado brasileiro havia sido instalada uma base militar americana durante a Segunda Guerra Mundial. Segundo essa autora, em 1962 foi firmado um acordo entre a SEEARN - Secretaria de Estado de Educação e Cultura do RN e a USAID, denominado Programa Cooperativo de Educação, dirigido pelo então secretário de educação Francisco Calazans Fernandes com a adoção de valores existentes, na época, acerca da educação como pressuposto para a melhoria das condições de vida da população e para o desenvolvimento econômico da região, entendidos como “progresso”. Assim, o Rio Grande do Norte realizou o conceito de que educação seria investimento ao ser uma das primeiras regiões da América Latina a buscar decididamente alcançar as metas estabelecidas na Carta de Punta Del Leste.

Segundo Arapiraca (1982), com a cooperação estreita de especialistas e instituições norte-americanas, o sistema de ensino brasileiro foi sistematizado com mais rigor nos fundamentos, nos valores e na ética do capitalismo, procurando dissimular os objetivos concretos da utilização do segmento educativo para fins puramente econômicos, ensejando para o povo alternativas de promoção social mais competitivas, ressaltando o individualismo, difundindo a ideia da ascensão social pelo acúmulo do capital humano individual.

O Relatório Pearson, segundo Brito (2008), expressa essa “retificação do indivíduo” na seguinte passagem, segundo a qual “a educação deveria ser orientada para propiciar a cada indivíduo, em qualquer época da sua vida, os instrumentos e experiência para ajustar sua habilidade à sua ambição”. (PEARSON, 1971, p.225, *apud* BRITO, 2008, p.7).

De acordo com Arapiraca (1982), para a implementação desse novo modelo, a USAID contratou os serviços do sistema universitário do Estado da Califórnia, EUA, que, por meio da San Diego State College Foundation, ofereceu os serviços de seus especialistas para atuarem como consultores durante dois anos, tendo a obrigação de orientar a área de planejamento de ensino no nível secundário em âmbitos federal e estadual. Para tanto, foi constituída a EPEM - Equipe de Planejamento do Ensino Médio por especialistas brasileiros e norte-americanos, conforme determinavam os convênios de cooperação, com o objetivo de planejar uma nova ordem educacional no Brasil. Dos estudos do EPEM surgiram vários

projetos, entre eles o PREMEN – Programa de Expansão e Melhoria do Ensino, responsável pela implantação da Escola Polivalente, a qual se propunha a desempenhar um papel que servisse de modelo para a transformação da sistemática de ensino médio em todo o país, inicialmente implantada nos estados de Minas Gerais, Bahia, Espírito Santo e Rio Grande do Sul. Para a implantação do modelo PREMEN houve um envolvimento da *inteligência pedagógica*⁵² em uma série de empreendimentos intelectuais, denominados *conferências*, que possibilitaram sua legalização, como a de Salvador em 1967.

Para Arapiraca (1982) os relatórios e recomendações dos especialistas ao Ministério da Educação, à DES – Diretoria do Ensino Secundário e ao CFE – Conselho Federal de Educação acerca das condições e reclamos do ensino secundário no Brasil, decorrente do desenvolvimento de planos estaduais, resultou igualmente na transformação completa do ensino Médio e Primário com a promulgação da Lei nº 5.692/71, inclusive, com a postura acrítica de educadores colonizados.

A dúvida que permanece é se realmente esse modelo de ensino importado seria o mais viável caso fosse permitida uma ampla discussão por um número maior de educadores e especialistas brasileiros. [...] o modelo educativo adotado, diante da documentação existente, espelha na verdade, mais uma realidade alienígena a que se está querendo alinhar toda a nacionalidade através desse projeto educativo, a Lei 5692/71. (ARAPIRACA, 1982, p. 124).

Segundo Arapiraca (1982), a documentação⁵³ disponível expressa claramente a tentativa político-ideológica, por parte da USAID, de manipular o aparelho escolar brasileiro para legitimar um processo de modernização da sociedade, a fim de possibilitar um alinhamento geopolítico com o neocapitalismo norte-americano no continente. Para esse autor, essa “fórmula” foi idêntica à utilizada nos EUA como alternativa para solucionar os problemas de pressão social das chamadas minorias, naquele país.

⁵² *Inteligência Pedagógica* pode ser definida como o conhecimento técnico e específico dos profissionais que atuam na linha de frente dos processos ensino-aprendizagem. Essa qualificação é proveniente dos estudos, da prática profissional e dos intercâmbios entre especialistas em pedagogia em seu contexto particular de atuação, ou seja, no âmbito escolar. <http://vithais.wordpress.com/2009/12/08/o-que-e-inteligencia-pedagogica/>. Acesso em 08 de janeiro de 2015.

⁵³ Outro dado importante também a ressaltar é a grande lacuna existente na documentação oficial sobre os acordos entre o governo brasileiro e a USAID. Nesta área desenvolvemos um penoso trabalho de cronista. (Arapiraca, 1982, p.14).

O modelo alternativo utilizado pelos EUA conota uma marcante dimensão ideológica na solução dos seus problemas sociais na medida em que, reconhecendo as desigualdades sociais, procura dissimulá-las através de práticas políticas capazes de manter a hegemonia da classe dirigente. É a política de mudar para continuar. Neste sentido, não é de se estranhar que tenha sido justamente a solução aplicada para as minorias locais, nos EUA, a escolhida para o programa da ajuda pela USAID ao segmento educativo brasileiro. O financiamento desse programa é o financiamento da nossa dependência político-econômica aos EUA, na mesma medida em que aqueles programas alternativos aplicados para as minorias nos EUA constituem a legitimação daquelas classes como subalternas na sociedade norte-americana: os negros, índios, porto-riquenhos, entre outros. (ARAPIRACA, 1982, p. 127).

Os interesses dos EUA em legitimar esse processo de modernização da sociedade brasileira por meio de seus financiamentos foram manifestados também pela concessão, pela NSF – National Science Foundation, no início da década de 1960, de bolsas de estudo para que professores brasileiros pudessem realizar cursos nos Estados Unidos.

Destacamos, no próximo tópico, dois professores contemplados: o professor Osvaldo Sangiorgi e o professor Lafayette de Moraes.

2.2.1 Bolsa Norte Americana para dois Professores brasileiros:

2.2.1.1 Osvaldo Sangiorgi

Segundo Valente (2008) acompanhando o crescimento do número de ginásios e da população escolar desse nível de ensino no Brasil, na década de 1950, cresceu também a produção de livros didáticos e a Companhia Editora Nacional, fundada nos anos 1920 por Monteiro Lobato, esteve à frente dessa escalada, reunindo um conjunto de autores que hegemonizaram a produção de livros didáticos de Matemática, entre eles, Jácomo Stávale, Ary Quintella e Osvaldo Sangiorgi.

Ainda segundo Valente (2008), professores de tradicionais colégios intercalavam seu dia-a-dia de aulas regulares com aulas particulares aos filhos de empresários industriais, atividade que constituía importante fonte de renda e fama. As editoras acompanhavam esse movimento e convocavam esses mestres para a escrita de livros didáticos.

Osvaldo Sangiorgi foi exemplo desses professores disputados a peso de ouro pelas famílias abastadas paulistanas. Nascido no dia 9 de maio de 1921, teve sua Licenciatura em Ciências Matemáticas outorgada em 1941 pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras, Seção de Educação, da Universidade de São Paulo. O início de sua vida profissional se deu no Instituto Feminino de Educação Padre Anchieta, uma Escola Normal do bairro do Brás, em São Paulo. A partir de sua experiência didático-pedagógica e da acolhida pela Companhia Editora Nacional, Sangiorgi motivou-se a elaborar uma de suas primeiras publicações, a saber, o livro *Matemática e Estatística*⁵⁴, obra destinada aos institutos de educação e escolas normais.

Sangiorgi entrou na mídia impressa por prestar assessoria para o Departamento de Educação do Estado de São Paulo, na elaboração dos novos programas de matemática e estatística para as escolas normais. A manchete do jornal *A Gazeta* de 14 de junho de 1954 estampou os dizeres:

Reforma do Programa de Matemática e Estatística: deve o professor normalista receber formação matemática diferente – Um programa exequível – Necessidade de reestruturação do ensino normal. (Declarações do professor Osvaldo Sangiorgi, apud VALENTE, 2008, p. 18).

A proposta de Sangiorgi incluía um tratamento prático da Aritmética e da Geometria, bem como as noções fundamentais da Estatística. Tal proposta, objeto da reportagem, foi oficializada pela portaria número 49 de 4 de dezembro de 1954 estabelecendo o Programa de Matemática e Estatística para o curso de formação de professores primários.

De acordo com Valente (2008), apesar do sucesso editorial do livro *Matemática e Estatística*, este não foi o *best-seller* da Companhia Editora Nacional. Este lugar foi ocupado pela coleção de quatro volumes destinada às séries do curso ginásial: *Matemática – curso ginásial*, do mesmo autor, lançado no ano de 1953, com tiragens:

⁵⁴ O texto teve, na primeira edição de abril de 1955, 10030 exemplares. Com reedições anuais, o livro atingiu a 17ª edição em 1965, com tiragens que variaram entre 10000 e 20000 exemplares cada, de acordo com o “Mapa das Edições” da Editora, que hoje pertence ao acervo histórico do IBEP – Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas que, em 1980, adquiriu a Companhia Editora Nacional. (Valente, 2008, p.18).

- Fevereiro de 1953 – 1ª série ginásial: 20213 exemplares⁵⁵
- Julho de 1953 – 2ª série ginásial: 20216 exemplares
- Novembro de 1953 – 3ª série ginásial: 25266 exemplares
- 4ª série ginásial:⁵⁶

A coleção *Matemática – curso ginásial* reportava-se ao parâmetro orientador para o ensino da disciplina estabelecido pelas portarias ministeriais nº 966, de 2 de outubro de 1951 e nº 1045, de 14 de dezembro de 1951, as quais estipulavam o “Programa Mínimo” oriundo das determinações emanadas do Colégio Pedro II do Rio de Janeiro – RJ e legitimadas pelo então Ministro da Educação Simões Filho, protagonista da reforma educacional que levou seu nome nos anos 1950.

Em 1954, momento em que acirrava a rivalidade editorial entre Rio de Janeiro e São Paulo, Sangiorgi publicou na revista *Atualidades Pedagógicas* da Companhia Editora Nacional um artigo com o título “Objetivos do ensino de Matemática” salientando que os tempos mudavam e que havia, sim, necessidade de reformas, mas que seria necessário implantá-las de fato para a colheita de resultados e atacou indiretamente o “Programa Mínimo” vigente advogando que fossem atribuídas cinco horas semanais para o ensino de matemática, ao invés de três.

De acordo com Valente (2008), em 1954, Sangiorgi se tornou assíduo colaborador da revista *Atualidades Pedagógicas*⁵⁷ e suas contribuições com textos, cuja tônica foi a discussão dos programas de ensino de matemática, refletiu diretamente na divulgação de suas obras didáticas até o ano de 1960.

Em 1957, Sangiorgi publicou um artigo intitulado “Programas de Matemática e Estatística para os Cursos Normais” reforçando as ações empreendidas em São Paulo para a modificação dos programas de formação dos professores primários e que, lentamente, foram adotados por outros estados, como o Rio Grande do Sul por ocasião do II Congresso Nacional do Ensino de Matemática realizado em Porto Alegre em julho de 1957. Assim sendo, Sangiorgi também difundia sua obra *Matemática e Estatística* para outros estados, caracterizando os congressos de ensino de matemática como um ambiente importante para a divulgação dos livros didáticos na década de 1950.

⁵⁵ A acolhida foi tão boa que no final do mesmo ano ocorreu uma nova tiragem do primeiro volume de 20167 exemplares. (Valente, 2008, p.19).

⁵⁶ Valente não menciona a tiragem da quarta série. entramos em contato com o IBEP – Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas, entretanto, eles não responderam.

⁵⁷ Como apontam os documentos do APÓS - Arquivo Pessoal de Osvaldo Sangiorgi, que pertencente ao GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática.

Analogamente, Sangiorgi também utilizou os congressos para debater a programação do ensino de matemática para o ginásio, o que trouxe reflexos à sua coleção *Matemática – curso ginásial*.

De acordo com Valente (2008), em 1955, a cidade de Salvador na Bahia sediou o I Congresso de Ensino de Matemática no Brasil e entre os temas estava o Programa Mínimo e sua inexecutabilidade com a carga horária de três horas semanais para o ensino de matemática. Os representantes do Estado de São Paulo foram Osvaldo Sangiorgi e Omar Catunda. De volta a São Paulo, Sangiorgi publicou um artigo na revista *Atualidades Pedagógicas* com o título "Os resultados práticos do I Congresso de Ensino de Matemática no Brasil" relatando sua análise acerca do evento e a sua incumbência da representação de São Paulo: apresentar sugestões de um programa de Matemática para o ginásio, mínimo, de assuntos essencialmente formativos, desenvolvidos em quatro anos letivos com quatro aulas semanais, em substituição ao atual programa de difícil execução.

Em 1957 a cidade de Porto Alegre, RS, sediou o II Congresso Nacional de Ensino de Matemática. Segundo Valente (2008) Sangiorgi apresentou um texto retomando os questionamentos sobre as determinações federais do Colégio Pedro II acerca do Programa de Matemática. O texto trouxe como título "Matemática Clássica ou Matemática Moderna na elaboração dos programas do ensino secundário?"

A principal diferença entre a Matemática Clássica e a Matemática Moderna reside no fato de a primeira ter por base os elementos simples tais como os números inteiros, o ponto, a reta, etc...e a segunda um sistema operatório, isto é, uma série de estruturas (Bourbaki), sobre as quais se assenta o edifício matemático, destacando-se entre elas as estruturas algébricas, as estruturas de ordem e as estruturas topológicas. (SANGIORGI, 1957, p.398-399, apud VALENTE, 2008, p.26).

De acordo com Valente (2008), o pronunciamento de Sangiorgi no Congresso visou à apresentação de sua proposta de reorganização do ensino ginásial e colegial a partir das resoluções da Comissão de Matemática, da qual fazia parte, elaboradas no Encontro de Mestres realizado em São Paulo, em junho de 1957 sob os auspícios da Inspetoria Seccional de São Paulo, subordinada ao Ministério da Educação e Cultura.

Este investimento de Sangiorgi na participação e na promoção de encontros brasileiros para a discussão do programa de ensino de matemática, acesso aos

jornais e revista pedagógica e na promoção de encontros e cursos para professores, o consolidaram como referência para o ensino de matemática.

Este fato é atestado pelo sucesso dos seus livros que, de acordo com o “Mapa das Edições” da Companhia Editora Nacional, em suas últimas tiragens, a Coleção Matemática – curso ginásial – 1ª série, no ano de 1963, atingiu a marca de 134 edições. Cem mil exemplares da 1ª série e cem mil exemplares da 2ª série foram vendidos no ano de 1963. Os volumes da 3ª e 4ª séries foram produzidos até 1965, com vendagem de aproximadamente cem mil exemplares cada, por ano.

Um sucesso editorial de Sangiorgi ainda maior viria a partir de 1963 com o lançamento de uma nova coleção, resultado de um Curso de Verão feito nos Estados Unidos.

Na revista “Atualidades Pedagógicas” setembro-dezembro de 1960, Sangiorgi descreveu a sua experiência em um texto com o título “Cursos de Verão” na página 7, com o subtítulo “esplêndida oportunidade para a renovação dos conhecimentos dos professores e atualização dos programas e métodos de ensino”. Uma breve introdução sobre o artigo, explica:

Declarações do Professor Osvaldo Sangiorgi (visto na foto, à direita em companhia do Professor Russell N. Bradi, diretor do Departamento de Matemática da Kansas University, em frente ao edifício que abriga o conjunto de Computadores Eletrônicos), bolsista brasileiro, participante do Curso de Verão, 1960, para professores do ensino secundário e superior, realizado pelo Departamento de Matemática da U.K., U.S.A, que venceu a bolsa oferecida pela Pan American Union, em colaboração com a National Science Foundation, tendo obtido, após a prestação dos exames finais, classificação “A”, a mais alta distinção conferida a bolsistas que frequentam tais cursos superiores. (Atualidades Pedagógicas, set-dez, 1960, p. 7).

No texto, Sangiorgi descreveu a impressão pessoal que teve do “Summer Institute for High School and College Teachers of Mathematics” - Curso de Verão para Professores de Cursos Secundário e Superior de Matemática, realizado pelo Departamento de Matemática da Universidade de Kansas, na cidade de Lawrence, nos Estados Unidos, no período entre junho a agosto de 1960. Segundo Sangiorgi, os cursos de verão para professores do ensino secundário e superior ofereceram um vasto campo experimental onde eram estudados novos programas e métodos funcionais de ensino que mais se coadunariam com os tempos modernos. Os de

Matemática e de Ciências, em especial, buscavam dentro da atual época de superestrutura científica, o que de mais recente em conteúdo e metodologia se poderia oferecer à presente geração de estudantes sequiosa de maiores estímulos para suas maneiras de pensar e agir. Realizados durante uma boa parte das grandes férias, possibilitaram aos professores o salutar contato com os últimos resultados obtidos pelas Universidades de todo o mundo. No texto Sangiorgi defendeu que no Brasil, como em qualquer país, onde ao professor secundário cabe uma grande parcela na formação dos jovens, que seria importante a realização de cursos análogos, com a participação de professores de Universidades Nacionais e Estrangeiras, que permitiria aos docentes, para melhor desempenho de sua altruística função, haurir de magníficas lições, dentro de programa de moderno conteúdo de Matemática e de novos acordos metodológicos.

Se referindo ao "Summer Institute for High School and College Teachers of Mathematics", na K. U. Sangiorgi primeiramente destacou o grande interesse das Universidades americanas para com o ensino secundário e ressaltou que além da Kansas University, mais cinquenta outras Universidades respondiam pelo êxito dos Cursos de Verão relativos a outras disciplinas. No ensino da Matemática, os estudiosos procuraram restaurar uma nova mentalidade de ensino que levam em conta a psicologia do aluno, a formação específica do professor secundário e superior e a contínua assistência a essa formação. Novos métodos de ensino, programas atualizados, "classes experimentais", uso apropriado de filmes, do rádio, da televisão, aliando a experiência dos mais antigos com a formação dos mais novos na procura da melhor receita para os alunos da época em questão.

Sangiorgi destacou a importância dos recursos financeiros para se levar a cabo tais programas, garantindo numerário suficiente para a estadia e despesas com transporte dos participantes. A importância da prestação de exames ao final do Curso, com a respectiva classificação que ia do conceito A até o E, visava não apenas o aproveitamento dos professores inscritos, como assegurar a sua participação em novos Cursos.

O Curso de Verão ofereceu aos participantes, em quase três meses, as disciplinas:

- Lógica Matemática, Conjuntos e aplicações;
- Introdução à Álgebra Abstrata;
- Geometrias Modernas;

- Análise Estatística;
- Tópicos de Matemática no Ensino Médio e Superior
- Classes Experimentais: constituídas de alunos recrutados de escolas secundárias de diversas cidades norte americanas.

No Curso de Verão Sangiorgi entrou em contato com o matemático George Springer (1924)⁵⁸ e tomou conhecimento da proposta de reformulação do ensino que estava sendo empreendida nos Estados Unidos. Sangiorgi, de volta ao Brasil, promoveu articulações entre professores, a mídia e a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, com vistas à modificação dos programas de Matemática, à semelhança do Summer Institute for High School and College Teachers of Mathematics e reformulou por completo sua coleção de livros didáticos para o Ginásio brasileiro.

De acordo com Valente (2008, p.27), o Jornal *Folha de São Paulo*, notificou na edição do dia 11 de outubro de 1960: "Professores de São Paulo visam à reforma dos programas e métodos do ensino de matemática". Após essa reportagem, as notícias sobre as mudanças que sofreriam a matemática, passaram a ser tema na mídia impressa e os jornais de São Paulo passaram a acompanhar os passos⁵⁹ de Sangiorgi rumo à Matemática Moderna, notificando os cursos para professores com direito à dispensa de ponto, pela Secretaria de Educação, a vinda de pesquisadores estrangeiros para ministrar palestras, congressos, entrevistas e depoimentos de Sangiorgi.

Oliveira e Filho (2009) relata que em 1961, Sangiorgi promoveu um curso em São Paulo, no Instituto Mackenzie pela Secretaria de Educação, conseguindo o apoio da National Science Foundation que garantiu a vinda de George Springer, que proporcionou um respaldo técnico ao curso. A Secretaria de Educação liberou os professores para participarem do curso com dispensa de ponto e cerca de 25 professores participaram. Tal curso, realizado nos meses de agosto e setembro de 1961, lançou o MMM no País começando pela cidade de São Paulo.

⁵⁸ Encontramos apenas a data de nascimento do Professor George Springer em 3 de Setembro de 1924, em Cleveland - Ohio.

⁵⁹ O período de divulgação pelos jornais sobre as ações de Sangiorgi e o MMM cobre os anos de 1963-1968. E. 1963 forma 50 reportagens, em 1964, 59, 1965, 53, 1966, 70, 1967, 66, e 1968, 48. A partir de 1969, o tema MMM deixou de ser interessante aos jornais, dado a queda das reportagens: 1969, 4, 1970, 2, 1971, 2, 1973, 1, 1974, 1 e 1975, 1. (VALENTE, 2008, p.28, apud NAKASHIMA, 2007).

De acordo com Burigo (1989), depois deste curso, em outubro de 1961, Sangiorgi fundou o GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, o qual teve sua proposta inspirada na existência do SMSG e passou a ser o propulsor do MMM no Brasil.

O GEEM, pelas mãos de Sangiorgi, fez apropriações singulares do Movimento, adquirindo independência em relação aos matemáticos e órgãos do exterior e, por isso, Sangiorgi foi fundamental na divulgação do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, sobretudo, em São Paulo, propagando a ideia de que a renovação do ensino era, naquele contexto, ao mesmo tempo possível e necessária. (BURIGO, 2008, p. 43-44).

Sangiorgi, segundo Valente (2008), no IV Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática em Belém, PA em junho de 1962, empregando o nome do GEEM aprovou⁶⁰ o texto "Assuntos Mínimos para um Moderno Programa de Matemática para o Ginásio", o qual ficou conhecido como "Proposta do GEEM"⁶¹.

Valendo-se do reconhecimento que tinha no mercado editorial e da influência na mídia, Sangiorgi tratou de seu interesse, o comercial.

No dia 12 de julho de 1963, o jornal “Folha de São Paulo” deu como manchetes principais a Matemática Moderna. A primeira intitulada “O que é a Matemática Moderna na opinião do diretor do GEEM”, apresentando uma longa entrevista com Sangiorgi que não mencionou seus livros, mas enunciou todas as vantagens e conveniências do ensino de Matemática Moderna ancorada nos últimos avanços científicos. A segunda intitulada “Verdadeira revolução vai sofrer o ensino de Matemática” foi desenvolvida com um texto que logo à primeira frase menciona: “1964 vai ficar na história da cultura brasileira como o Ano 1 da Matemática Moderna”. (VALENTE, 2008, p.28).

De acordo com Villela (2008), o adjetivo “moderno” é utilizado pela primeira vez por Sangiorgi nas publicações de livros de matemática no Brasil.

A primeira publicação envolvendo o adjetivo moderno às propostas de Matemática é devida ao professor Osvaldo Sangiorgi. O Volume I da coleção *Matemática Curso Moderno*, para as séries ginasiais foi

⁶⁰ Relembrando, como já mencionado, antes de apresentar a Proposta em Belém o professor Sangiorgi já havia submetido para aprovação de seus pares, em um encontro de professores em São Paulo, o V Encontro de Mestres, ocorrido as vésperas do IV Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática de Belém, PA. (Valente, 2008).

⁶¹ Anexo I

publicado em São Paulo pela Companhia Editora Nacional. Este livro deflagrou uma avalanche na vendagem e na mudança de rumos de livros didáticos de Matemática desta editora. Com o MMM, surgem novos horizontes para o mercado editorial brasileiro. (VILLELA, 2008, p. 2).

Assim, em meados de 1963, Osvaldo Sangiorgi lançou sua Coleção de livros didáticos para o Ginásio, pela Companhia Editora Nacional, com o título *Matemática - Curso Moderno para os ginásios*⁶².

Villela (2009) afirmou em sua pesquisa que em uma década, entre 1964 e 1973, Sangiorgi vendeu cerca de 4.300.000 exemplares de seus livros para o Ginásio.

De forma articulada, Sangiorgi buscou uma aproximação com a Diretoria do Ensino Secundário e, oferecendo cursos a professores, conferiu um status oficial à sua proposta de ensino de Matemática, obtendo sucesso editorial⁶³ e tornando-se um dos vetores de divulgação do MMM no Brasil.

2.2.1.2 Lafayette de Moraes

De acordo com a *plataforma Lattes* do CNPQ o professor Lafayette de Moraes possui graduação em Matemática pela Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Rio de Janeiro(1953), graduação em Física pela Universidade de São Paulo (1963), especialização em Filosofia pela Universidade de São Paulo (1966), mestrado em Filosofia com o título: *Sobre a Lógica discursiva de Jaskowski* sob a orientação do professor Newton Carneiro Afonso da Costa, pela Universidade de São Paulo (1970), doutorado em Filosofia com o título: *Lógica de Jaskowski e Modelos de Kripke*, sob a orientação do professor Leônidas Hegenberg, pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo(1973) e pós-doutorado em *lógica modal* pela Universidade de Munique na Alemanha (1978).

De acordo com Oliveira Filho (2009) o professor Lafayette de Moraes nasceu em Rio Branco, Acre, em 1929. Aos dois meses de idade, juntamente com seus pais, mudou-se para Manaus e aos onze anos, já concluído o curso primário,

⁶² Em meados de 1963, a Companhia Editora Nacional lançou no mercado de livros escolares 240 mil exemplares do volume 1 para a primeira série do ginásio da coleção Matemática - curso moderno de Osvaldo Sangiorgi. (VALENTE, 2008, p. 28). Essa edição ganhou o "Prêmio Jabuti" na categoria "Ciências Exatas" em 1964. http://pt.wikipedia.org/wiki/Osvaldo_Sangiorgi. Acesso em 29/08/2013.

⁶³Wagner R. Valente, em 2009 aponta que Sangiorgi foi um sucesso editorial no Ginásio, mas, foi um fracasso no Colégial.

mudou-se com a família para o Rio de Janeiro, onde terminou o ensino secundário. Em 1949, aos vinte anos de idade, ingressou no Curso de Matemática da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil, atualmente denominada Universidade Federal do Rio de Janeiro, formando-se em 1953. Em 1954 mudou-se para São Paulo, concorreu e foi aprovado para o cargo de professor de Matemática no Magistério Oficial do Estado de São Paulo. Enquanto atuava como professor, Lafayette de Moraes concluiu o Curso de Graduação em Física pela Universidade de São Paulo em 1963.

Neste mesmo ano, deixou as atividades como professor e foi trabalhar no Departamento de Física da Universidade de São Paulo com o professor Mário Schenberg. Com a suspensão de verbas pela instauração do regime militar no Brasil e a cassação do professor Schenberg, Lafayette prestou concurso no Departamento de Matemática do Instituto Isolado de São José do Rio Preto, SP e foi aprovado para a cadeira de Cálculo Diferencial e Integral e de Geometria Analítica.

Em 1968, com a criação da UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas, Lafayette de Moraes foi trabalhar no IMMEC - Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação, a convite do professor Nilton da Costa. Segundo Oliveira Filho (2009) o professor Lafayette de Moraes, em 1988, deixou a UNICAMP para trabalhar no setor de Pós-Graduação do Departamento de Filosofia e no Departamento de Matemática da PUC - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Nesta trajetória, enquanto professor do Estado de São Paulo, por ocasião das discussões internacionais em prol da melhoria do ensino de Matemática e a criação do SMSG nos Estados Unidos na virada da década de 1950 para 1960, Lafayette de Moraes foi escolhido pelo IBECC - Instituto Brasileiro de Educação, Cultura e Ciências⁶⁴ para ir aos Estados Unidos e também com financiamento da NSF - National Science Foundation, para realizar um curso diretamente no SMSG - School Mathematics Study Group, na Fourdan University em Nova York, onde estavam sendo desenvolvidos os livros didáticos do Grupo.

De acordo com Silva (2013), no período do programa de verão, de julho a agosto, além de participar, obrigatoriamente, dos seminários do SMSG, Lafayette de Moraes fez dois cursos. Um era essencialmente para tomar conhecimento, ler e

⁶⁴ Posteriormente passou a denominar FUNBEC - Fundação Brasileira de Ensino de Ciências.

criticar os textos que, na época, estavam na "versão preliminar". O outro curso foi de Geometria, ministrado por um professor colombiano, que utilizou o livro de Cool Setter. O aproveitamento dos cursos era avaliado mediante testes diários, os quais eram obrigatórios para que os participantes fossem aprovados.

De acordo com Oliveira Filho (2009) Lafayette voltou ao Brasil com o compromisso de debruçar-se na tradução e na divulgação dos textos do SMSG no Brasil, contando com o apoio da professora Lydia Condé Lamparelli, com prioridade para a tradução dos livros do Curso Colegial justificada pela ausência de livros em Matemática Moderna neste nível. Lafayette, juntamente com alguns membros do IBEC, era chamado por algumas escolas que queriam utilizar o material como uma espécie de representante do SMSG no Brasil, como o caso da EPCAR - Escola Preparatória de Cadetes do Ar, da Aeronáutica em Barbacena, MG, e os CECIs - Centro de Ensino de Ciências, em várias capitais do Brasil.

Na época os materiais didáticos dos 7º e 8º graus, Junior High School e dos 9º ao 12º graus, High School, do SMSG já estavam sendo distribuídos nos Estados Unidos. Por esse motivo, o professor Lafayette pôde trazer os livros originais para serem traduzidos.

De acordo com Oliveira Filho (2009), os livros do SMSG traduzidos para o português começaram a circular no Brasil em 1964, parametrizando um currículo⁶⁵ de Matemática para o Ginásio e para o Colegial. Neste mesmo período circularam as publicações de Sangiorgi para o Ginásio.

No total foram traduzidos 15 livros para o português, os quais, não eram vendidos, mas doados para as escolas. Como o programa de ensino no Brasil era diferente do americano⁶⁶, foram feitas adaptações de acordo com programa oficial estabelecido pelo MEC - Ministério de Educação e Cultura, o qual, na época, estabelecia um "Programa Mínimo", instituído, como vimos, pela reforma "Simões Filho" de 1951.

De acordo com Valente (2008) os livros de Sangiorgi, como já mencionado, tiveram sucesso editorial enquanto que as traduções feitas pelo IBEC nem tanto. Talvez pelo fato de que, a produção dos textos pelo IBEC não priorizava o

⁶⁵ Currículo que vigorou desde 1964 até a implantação da LDB 5.692 de 1971. (Oliveira Filho, 2009, p.139).

⁶⁶ Por exemplo, Estatística era um conteúdo abordado nos Estados Unidos, mas não constava no currículo no Brasil. Nos EUA cada estado americano era responsável por seus regulamentos, enquanto que no Brasil, o programa é o mesmo em todo o território nacional. (Lafayette de Moraes, em entrevista cedida à Oliveira Filho, 2009).

interesse comercial e incorporava o caráter experimental dos textos originais do SMSG. Não houve sofisticções nas edições, como por exemplo, capa dura, papel de alta qualidade, ilustrações coloridas, entre outras características que tornariam as publicações "atraentes". A realidade editorial brasileira na época era outra, estávamos em um momento em que a produção didática ganhava sofisticação. Segundo Valente (2008), o novo livro didático de Osvaldo Sangiorgi *Matemática - Curso Moderno* volume I, foi, de fato, novo também em sua materialidade, nova diagramação na apresentação dos conteúdos, no uso de tipos de letras e números diferentes nos tamanhos e nas formas, inclusão de cores, fotografias, desenhos, deixando para trás a estética dos livros de Matemática dos anos 1950.

Silva (2013) aponta, nas palavras do próprio tradutor da obra:

Os livros traduzidos do SMSG, apesar da qualidade do texto, não tinham motivação nenhuma, eram impressos em papel de jornal, não tinha figuras, as poucas que tinham eram esquemáticas, somente os livros dos mestres traziam as respostas dos problemas propostos e também não tinham apelo visual, eram livros comuns, não eram para comercializar, ademais, na "moda", estavam os livros do matemático belga Georges Papy (1920-2011) que eram coloridos, cheios de ilustrações. (LAFAYETTE DE MORAES, 2009, apud SILVA, 2013, p.144-145).

Tais livros acima mencionada pelo professor Lafayette merece destaque. De acordo com o IMACS – Institute for Mathematics and Computer Science⁶⁷, em meados da década de 1950, os matemáticos acadêmicos influentes estavam liderando os esforços para melhorar a qualidade da educação matemática na França. Em paralelo com estes desenvolvimentos, Geroges Papy⁶⁸ tornou-se profundamente interessado em melhorar a qualidade do ensino de matemática ao nível do ensino secundário e assumiu uma posição de liderança na Bélgica do

⁶⁷ <http://www.eimacs.com/blog/2012/01/georges-papy-mathematics-educator-gifted-math-curriculum/>. Acesso em 27 de Dezembro de 2014.

⁶⁸ Georges Papy nasceu em Anderlecht, um pequeno distrito de Bruxelas, na Bélgica, em 4 de novembro de 1920. O país ainda estava se recuperando da Primeira Guerra Mundial que tinha terminado apenas há dois anos. Quando jovem durante a ascensão de Hitler, Georges foi membro das forças de resistência na Bélgica durante 1941-1945, servindo, em especial nas áreas de inteligência e ação. Um educador desde o início, ele ministrou cursos clandestinos para os alunos da Universidade de Bruxelas, durante 1941-1942, e ensinou em uma escola clandestina para os judeus durante 1942-1943, na cidade de Méan, 50 milhas ao sudeste de Bruxelas. Após o fim da II Guerra Mundial, Papy obteve seu doutorado em matemática pela Universidade de Bruxelas, em 1945, obteve o seu diploma de ensino avançado pela Faculdade de Ciências da Universidade de Bruxelas, em 1951. Foi professor titular na Universidade de Bruxelas e se tornou membro do prestigiado Instituto de Estudos Avançados de Princeton, New Jersey.

movimento que ficou conhecido como o New Math, inspirado em parte, pela Conferência de Royaumont em 1959 na França, pela Agência, que em 1963 se tornaria a OECD - Organization for European Cooperation and Development. A Conferência seguinte foi realizada na Iugoslávia, sob a presidência do matemático americano Marshal Stone e deu origem ao currículo de matemática para o ensino secundário, que foi publicado em Paris, em 1961, sob o nome Matemática Moderna.

De acordo com o IMACS, em 1961, Georges Papy fundou o CBPM - Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique. A partir de 1962, Papy foi chamado como um especialista em educação matemática por vários grupos internacionais, incluindo a UNESCO, IBM, e a OECD. Entre 1963-1966 Georges Papy com a colaboração de sua esposa, Frédérique, também matemática, publicou a série inovadora de seis volumes intitulada *Matemática Moderna*, pela Editora Marcel Didier, Bruxelas, Paris, a qual representou uma reforma fundamental do currículo de matemática do ensino secundário da França com base nos temas unificadores de conjuntos, relações, funções e estruturas algébricas (como grupos).

Durante 1960-1970, Georges Papy atuou como presidente da CIEAEM – Comision Internationale pour L'Etude L'Amelioration de L'Enseignement des Mathematiques e foi presidente fundador do Groupe International de Recherche en Pédagogie de la Mathématique.

Seus interesses em Educação Matemática se expandiram para a escola elementar. Em 1967, sob os auspícios da CBPM, Frédérique lecionou em classes experimentais de matemática para crianças de seis anos. Nos anos seguintes, Papy e Frédérique publicaram vários volumes que compreendem uma quantidade de operações anotadas dessas classes experimentais. Os fundamentos matemáticos do trabalho da escola elementar permaneceram semelhantes ao trabalho da escola secundária de Papy, proeminente com o uso de diagramas de setas coloridas para representar as relações e as funções.

A exemplo dos livros de Papy, as novas edições de Sangiorgi, a partir de 1963, foram impressos em duas cores.

Mesmo com tantas diferenças, do início da década de 1960 a meados da década de 1970, os livros didáticos da coleção brasileira *SMSG – Matemática - Curso Ginasial*, traduzidos para o português pelo Professor Lafayette de Moraes e os da coleção *Matemática - Curso Moderno para os Ginásios*, editada pelo Professor

Osvaldo Sangiorgi no mesmo período, de alguma maneira, se fizeram presentes na História da Educação Matemática no Brasil.

É nossa intenção, no próximo capítulo, fazer uma análise interna do primeiro Volume de cada uma destas Coleções, bem como estabelecer uma comparação entre os mesmos. Todavia, como nosso primeiro objetivo é analisar como que, nos apoiando na idéia de estrutura, o estruturalismo esteve presente nas obras analisadas, o próximo capítulo tem como fundamento as definições acerca dos construtos "estrutura" e "estruturalismo" perpassando por alguns autores, cada qual em seu domínio, apresentando a aplicação do estruturalismo nas ciências sociais e submergindo, sobretudo, no estruturalismo da Matemática do Grupo Bourbaki, o qual tinha o objetivo de reorganizar toda a Matemática por meio das estruturas de Grupo.

3 ANÁLISE INTERNA DAS OBRAS⁶⁹

Neste capítulo, é empregado o segundo movimento analítico do referencial metodológico da Hermenêutica da Profundidade, a análise formal ou discursiva, a qual, leva o hermeneuta a considerar os aspectos internos da obra analisada.

Em um primeiro momento, nos propusemos a uma análise interna do Volume I da Coleção brasileira do *SMSG - Curso Ginásial*, editada pela EDART - Livraria e Editora - São Paulo, em 1967, traduzida⁷⁰ integralmente do Volume I - parte I da Coleção norte-americana *SMSG - Mathematics for Junior High School*, editada em 1960/1961 pela YALE University Press, New Haven, EUA.

Em um segundo momento, nos propusemos a uma análise interna do primeiro volume da Coleção *Matemática - Curso Moderno para os Ginásios*, do professor Osvaldo Sangiorgi, editada em 1969⁷¹ pela Companhia Editora Nacional.

Considerando os aspectos "internos", seus conteúdos, bem como seus paratextos editoriais, nosso objetivo foi interpretá-los e verificar de que modo o estruturalismo esteve presente nestas duas obras.

Para tanto, introduzimos este capítulo com uma aproximação das definições dos construtos "estrutura" e "estruturalismo", pespassando por alguns autores, cada qual em seu domínio, bem como pelas aplicações do estruturalismo nas áreas do conhecimento como a linguística, a antropologia e, sobretudo, a psicologia e a Matemática.

3.1 Estrutura e Estruturalismo

O que determina o modo como pensamos, nos relacionamos com os outros, nos comportamos à mesa, nos vestimos e vivemos em família? Será que cultura e sociedade foram historicamente construídas pela ação do homem ou existiriam estruturas ocultas que explicariam nossos hábitos? Para o estruturalismo francês, movimento intelectual que atingiu seu apogeu na segunda metade da década de 1960, a segunda hipótese seria mais viável para investigar tais fenômenos.

⁶⁹ Segunda dimensão da (HP): Análise Formal ou Discursiva.

⁷⁰ Tal tradução foi realizada pelo professor Lafayette de Moraes, com a colaboração da professora Lydia Condé Lamparelli.

⁷¹ Como já mencionado na introdução e com os devidos motivos, esse livro analisado é a 12ª edição.

Segundo Dosse (2007), após a 2ª Guerra Mundial, e particularmente nos anos 1960, o estruturalismo emergiu na França e sua popularidade inicial, nesse país, o levou a se expandir pelo globo. O estruturalismo rejeitava a noção existencialista de liberdade humana radical e, ao invés disso, concentrava-se na maneira que o comportamento humano é determinado por estruturas culturais, sociais e psicológicas. O mais importante trabalho nesse sentido foi o volume de 1949 de *As Estruturas Elementares do Parentesco* (1949)⁷² de Claude Lévi-Strauss (1908-2009) no qual o autor examinou os sistemas de relações de parentesco de um ponto de vista estrutural e demonstrou o quanto organizações sociais aparentemente diferentes eram de fato permutações de algumas poucas estruturas de parentesco. Em 1958, publicou *Antropologia Estrutural*⁷³, uma coleção de ensaios que delineavam seu programa para o estruturalismo. No início dos anos 1960 o estruturalismo como movimento começava a andar com suas próprias pernas e alguns acreditavam que isso ofereceu uma singular abordagem unificada da vida humana que poderia abraçar todas as disciplinas. Roland Barthes (1915-1980) e Jacques Derrida (1930-2004) se concentraram em como o estruturalismo poderia ser aplicado à literatura. O livro de Michel Foucault (1926-1984) *A Ordem do Discurso*⁷⁴ examinou a história da ciência para estudar como estruturas de epistemologia davam forma a como as pessoas imaginavam o conhecimento e o saber. No entanto, Foucault, mais tarde, negaria explicitamente uma pretensa afiliação com o movimento estruturalista. Louis Althusser (1918-1990), fazendo uma leitura estruturalista da obra de Karl Heinrich Marx (1818-1883), combinou marxismo com estruturalismo para criar seu próprio tipo de análise social. Outros autores na França e em outros países têm desde então estendido a análise estrutural a praticamente toda disciplina. A definição de estruturalismo também mudou em consequência do resultado de sua popularidade. Como sua popularidade como movimento passava por altos e baixos, alguns autores se consideravam estruturalistas e logo depois abandonavam o "rótulo". Adicionalmente, o termo teve significados levemente diferentes em inglês e em francês. Nos EUA, por exemplo, Derrida era considerado

⁷² *As Estruturas Elementares do Parentesco* (1949) - Marco fundador da antropologia estrutural, o livro foi escrito durante o exílio nos EUA e sob a direta influência de seus contatos intelectuais e amizade com o linguista Roman Osipovich Jakobson (1896-1982)

⁷³ Lévi-Strauss, C. *Anthropologie structurale*. Paris:Plon. (1958).

⁷⁴ *A Ordem do Discurso* (no original em francês: *L'Ordre du discours*) é um livro que reproduz a aula inaugural ministrada por Michel Foucault ao assumir a cátedra vacante no Collège de France pela morte de Hyppolite em 2 de Dezembro de 1970. http://pt.wikipedia.org/wiki/Ordem_do_Discurso. Acesso em 19/08/2013.

no paradigma do pós-estruturalismo enquanto na França era rotulado como estruturalista. Alguns autores escreveram em vários estilos diferentes. Barthes, por exemplo, escreveu livros claramente estruturalistas e outros que claramente não o eram.

Segundo Dosse (2007) o período entre 1945 e 1966 caracteriza-se como momento ascendente do movimento intelectual que açambarcou todo o vigor do pensamento criativo francês. Entre os personagens marcantes, nessa época, destacam-se os considerados como os "pais do movimento" Claude Lévi-Strauss (1908-2009), Roland Barthes (1915-1980), Michel Foucault (1926-1984) e Jacques Lacan (1901-1981). O ápice do movimento se deu em 1966, pois foram publicados ao mesmo tempo *Les mots et les choses* (1966)⁷⁵ de Foucault, *Écrits*(1966)⁷⁶ de Lacan e *Critique et vérité* (1966) de Barthes.

Para Merquior (1991) o estruturalismo foi um violento ataque ao existencialismo de Jean-Paul Sartre (1905-1980). O existencialismo tinha duas tônicas: o humanismo e o historicismo. Concentrava-se nas peculiaridades da condição humana. Era centrado no sujeito, considerava o contexto e a história. Já o estruturalismo firmou-se no meio intelectual como um anti-historicismo. (Merquior, 1991, p.15).

Para Piaget (2003) o estruturalismo reuniu pensadores de diversas áreas das ciências humanas, a ponto de ser difícil encontrar um núcleo coeso que permita classificá-lo como sistema filosófico. Na verdade, o estruturalismo é mais um método de análise, que consiste em construir modelos explicativos da realidade, chamados estruturas.

Para esse autor, o estruturalismo encontra sua primeira definição, em oposição ao atomismo, que isola termos cujo conjunto é simplesmente sua justaposição. O estruturalismo consiste em procurar as relações que dão aos termos um valor "de posição" em um conjunto organizado. O estruturalismo implica, pois, duas idéias: a de totalidade e a de interdependência. Assume, em todo caso, a atitude totalizante. Mas para totalizar, é preciso colocar em relação aquilo que se deve mostrar também como separável. Assim, a palavra apareceu quando foi

⁷⁵ FOUCAULT, M. *Les mots et les choses: une archéologie des sciences humaines*. Paris: Gallimard, 1966. http://pt.wikipedia.org/wiki/Pa%C3%ADses_Catal%C3%A3es. Acesso em 19/08/2013.

⁷⁶ Em 1966 foi publicada uma coletânea de 34 artigos e conferências, os *Écrits* (Escritos). http://pt.wikipedia.org/wiki/Jacques_Lacan Acesso em 19/08/2013.

necessário designar um método ao mesmo tempo analítico e totalizante. O método permite definir o que faz a singularidade de um conjunto - sua estrutura - e, ao mesmo tempo, fornece os meios de não o fecharmos ali.

O estruturalismo propriamente dito começa quando se admite que conjuntos diferentes podem ser confrontados em virtude de suas diferenças, que se procura então, ordenar. O método consiste, primeiramente, em reconhecer entre os conjuntos organizados diferenças que indiquem a relação comum segundo a qual se definem, em segundo, sobre o eixo semântico, consiste em ordená-las de tal modo que os conjuntos considerados apareçam como variantes uns dos outros e o conjunto desses conjuntos como o produto de uma combinatória.

Para Pouillon (1968) o estruturalismo implica a pluralidade das organizações⁷⁷. Não há mais sentido, pois, em falar-se de uma estrutura própria de cada conjunto ou de uma estrutura que seria, de certo modo, sua imagem composta. A estrutura é essencialmente a sintaxe das transformações que fazem passar de uma variante a outra e é esta sintaxe que dá conta de seu número limitado, da aplicação restrita das possibilidades teóricas. Em cada conjunto organizado e sistematizado, existe, por consequência, uma configuração de elementos mais restrita que o define, ao mesmo tempo em sua singularidade e em sua comparabilidade, porquanto é a variabilidade de tal configuração que o situa entre outros conjuntos definidos segundo o mesmo procedimento.

Segundo Dosse (2007), por estrutura entende-se um sistema abstrato cujos elementos são interdependentes e que permite, observando-se os fatos e relacionando diferenças, descrevê-los em sua ordenação e dinamismo. É um método que contraria o empirismo, que vê a realidade como sendo constituída de fatos isolados. Para o estruturalismo, ao contrário, não existem fatos isolados, mas partes de um todo maior. Assim, compreende-se que:

- Alguns fenômenos podem ser explicados não pelo que deixam à mostra, mas por uma estrutura subjacente.

⁷⁷ Uma organização é uma combinação de elementos, ela é da ordem do fato, não inteligível em si mesma. Só se torna inteligível quando seu arranjo interno (a estrutura no sentido do dicionário) pode, ao contrário, ser apreendido como um entre outros, pois esta é a única maneira de colocar o problema da sua significação. Mas para poder considerar uma organização dada como um caso particular, é necessário poder ordenar a pluralidade dos arranjos reais. (POUILLON, 1968, p. 14).

- Os fatos possuem uma relação interna, de tal forma que não podem ser entendidos isoladamente, mas apenas em relação aos seus pares antagônicos.

Segundo Dosse (2007), o estruturalismo fornece uma abordagem que veio a se tornar um dos métodos mais extensamente utilizados para analisar a língua, a cultura e a sociedade na segunda metade do século XX. Entretanto, "estruturalismo" não se refere a uma "escola" claramente definida de autores, embora o trabalho de Saussure⁷⁸ seja geralmente considerado um ponto de partida. O estruturalismo é melhor visto como uma abordagem geral com muitas variações. Na linguística, como em qualquer movimento cultural, suas influências e seus desenvolvimentos são complexos.

Dosse (2007) afirma que ainda que Saussure fosse, assim como seus contemporâneos, interessado em linguísticas históricas, desenvolveu no *Curso de Linguística Geral* uma teoria geral de semiologia (estudo dos signos). Essa abordagem se concentrava em examinar como os elementos da linguagem se relacionavam no presente "sincronicamente" ao invés de "diacronicamente". Assim ele focou não no uso da linguagem (o falar, ou a *parole*), mas no sistema subjacente de linguagem (idioma, ou a *langue*) do qual qualquer expressão particular era manifestação. Enfim, ele argumentou que sinais linguísticos eram compostos por duas partes:

1. Significante - o padrão sonoro da palavra, seja sua projeção mental ou sua realização física como parte do ato de falar;
2. Significado - o conceito ou o que aquela palavra quer dizer.

Segundo Dosse (2007) de um modo geral, o estruturalismo procura explorar as inter-relações (as estruturas) por meio das quais o significado é produzido dentro

⁷⁸ Segundo Dosse (2007) o termo *estruturalismo* tem origem no *Cours de linguistique générale* (1916) '*Curso de Linguística Geral*' de Ferdinand de Saussure (1857-1913), que se propunha a abordar qualquer língua como um sistema, no qual cada um dos elementos só pode ser definido pelas relações de equivalência ou de oposição que mantém com os demais elementos. Esse conjunto de **relações** forma a estrutura. Ferdinand de Saussure é geralmente visto como o iniciador do estruturalismo, especificamente neste livro de 1916 que influenciou muitos linguistas no período entre a 1ª e 2ª Grandes Guerras.

de uma cultura. De acordo com a teoria estrutural, os significados dentro de uma cultura são produzidos e reproduzidos através de várias práticas, fenômenos e atividades que servem como sistemas de significação. Um estruturalista estuda atividades tão diversas como rituais de preparação e do servir de alimentos, rituais religiosos, jogos, textos literários e não-literários e outras formas de entretenimento para descobrir as profundas estruturas pelas quais o significado é produzido e reproduzido em uma cultura.

Segundo Dosse (2007), ao fazer estudos em literatura, um crítico estruturalista examinará a relação subjacente dos elementos (a estrutura) em, por exemplo, uma história, ao invés de focalizar em seu conteúdo. Um exemplo básico são as similaridades entre '*Amor Sublime Amor*' e *Romeu e Julieta*⁷⁹.

Mesmo que as duas peças ocorram em épocas e lugares diferentes, um estruturalista argumentaria que são a mesma história devido à estrutura similar, em ambos os casos, uma garota e um garoto se apaixonam (+AMOR) apesar de pertencerem a dois grupos que se odeiam (-AMOR), um conflito que é resolvido por suas mortes.

Considere-se agora a história de duas famílias amigas (+AMOR) que fazem um casamento arranjado entre seus filhos apesar deles se odiarem (-AMOR), e que os filhos resolvem este conflito cometendo suicídio para escapar da união. Um estruturalista argumentaria que esta segunda história é uma inversão da primeira, porque o relacionamento entre os valores do amor e dos dois grupos envolvidos foi invertido.

Um estruturalista argumentaria que o significado de uma história se encontra em descobrir esta estrutura ao invés de, por exemplo, descobrir a intenção do autor que a escreveu.

De acordo com Merchior (1991, p. 22), para Claude Lévi-Strauss (1908-2009) numa perspectiva estruturalista, três condições devem ser satisfeitas para que as ciências humanas atinjam a maturidade científica:

⁷⁹ *West Side Story* (br: *Amor, Sublime Amor* — pt: *West Side Story - Amor Sem Barreiras*) é um filme estadunidense de 1961, dos gêneros musical e drama, dirigido por Robert Wise. O filme foi adaptado por Ernest Lehman de uma bem-sucedida peça de teatro da Broadway, estreada em 1957, da autoria de Arthur Laurents e encenada por Jerome Robbins, que foi também o autor da ideia. Tanto a peça teatral, assim como o filme, são uma adaptação livre, ambientada na década de 1950, de *Romeu e Julieta*, de William Shakespeare. http://pt.wikipedia.org/wiki/West_Side_Story. acesso em 19/08/2013.

- Seu objetivo deve ser universal, ou seja, vigente em todas as sociedades conhecidas;
- Seu método deve ser sempre homogêneo, apesar da diversidade das áreas de aplicação; e
- Devem ter o consenso das autoridades sobre a validade dos pressupostos básicos subjacentes a seu método

3.2 O Estruturalismo segundo Piaget

Para Dosse (2007), o estruturalismo define a psicologia como ciência da consciência ou da mente, definição herdada de Wundt (1832-1920)⁸⁰, e mostra-nos que a mente seria a soma dos processos mentais. Edward Titchener (1867-1927)⁸¹ afirmava que cada totalidade psicológica compõe-se de elementos. O objetivo da psicologia, portanto, seria a tarefa de descobrir quais são os elementos mentais, o conteúdo e a maneira pela qual se estrutura.

Três parâmetros estão em relação ao objeto:

1. O que é? - através da análise se chega aos componentes da vida mental;
2. O como? - a síntese mostra como os elementos estão associados e estruturados e que leis determinam essas associações; e
3. O por quê? - investiga a causa dos fenômenos.

Jean Piaget (1896-1980) publicou em 1968 um livro fundamental nesta área com o título *Le Struturalisme*⁸². Para esse autor, a partir da definição, pela primeira vez, do termo *estruturalismo* por Ferdinand de Saussure, em 1916, tem se dito frequentemente que é difícil caracterizar o estruturalismo, o qual se revestiu de

⁸⁰ Wilhelm Maximilian Wundt (Neckarau, 16 de agosto de 1832 — Großbothen, 31 de agosto de 1920) foi um médico, filósofo e psicólogo alemão. É considerado um dos fundadores da moderna psicologia experimental junto com Ernst Heinrich Weber (1795-1878) e Gustav Theodor Fechner (1801-1889). http://pt.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Wundt. Acesso em 19/08/2013.

⁸¹ Edward Bradford Titchener (1867-1927) foi um psicólogo estruturalista britânico. Estudou em Leipzig, Alemanha com o mestre Wundt. Voltou para o Reino Unido e tentou divulgar a nova psicologia, mas esta não foi aceita pelos demais filósofos da época. Isso o levou aos Estados Unidos onde alunos de todo o país vinham ouvir e estudar sua nova psicologia. http://pt.wikipedia.org/wiki/Edward_Titchener. Acesso em 19/08/2013.

⁸² Referenciamos nesta tese a tradução para o português feita por Moacir Renato de Amorim, "O Estruturalismo" - Piaget (2003).

formas variadas e as “estruturas” invocadas adquiriram significações cada vez mais diferentes nas ciências contemporâneas. Entretanto, parece possível tentar-se uma síntese distinguindo os dois problemas, o do ideal que recobre a noção de estrutura nas diversas variedades do estruturalismo e as intenções críticas que acompanharam o nascimento e o desenvolvimento de cada uma destas variedades, em oposição com as tendências reinantes nas diferentes disciplinas. Assim, com esta dissociação, reconhece-se que existe um ideal comum de inteligibilidade que investigam todos os “estruturalistas”, ao passo que suas intenções críticas são infinitamente variáveis:

- Nas Matemáticas, o estruturalismo se opõe à compartimentagem dos capítulos heterogêneos, reencontrando a unidade graças a isomorfismos⁸³;
- Na linguística, o estruturalismo se distanciou sobretudo das pesquisas diacrônicas, que se apoiam em fenômenos isolados, para encontrar sistemas de conjunto em função da sincronia.

Piaget (2003) quanto à definição de estrutura, apresenta duas aproximações:

- Uma estrutura é um sistema de transformações que comporta leis enquanto sistema, por oposição às propriedades dos elementos, e que se conserva ou se enriquece pelo próprio jogo de suas transformações, sem que essas conduzam para fora de suas fronteiras ou façam apelo a elementos exteriores. Em suma, uma estrutura compreende os caracteres de totalidade, de transformações e de auto-regulação.
- A estrutura deve poder dar lugar a uma formalização.

⁸³ Isomorfismo de Grupos: a idéia por trás desse conceito é a de separar os grupos em classes disjuntas, tais que, as propriedades deduzidas para um particular grupo de uma dada classe possam ser transferidas para todos os grupos dessa classe, e apenas por estes, com uma mudança adequada das notações. Essencialmente, dois grupos de uma mesma classe, são indistinguíveis em tudo que é pertinente à Teoria dos Grupos (e apenas quanto a isso), e, para que dois grupos G e H pertençam à mesma classe, exige-se que se possa definir uma bijeção $f: G \rightarrow H$ que “preserve as operações”. A bijeção garante a necessidade óbvia que G e H tenham a mesma cardinalidade, ao passo que, “preservar as operações” significa, grosso modo, a possibilidade de poder transferir os “cálculos” de um para o outro. DOMINGOS, H. H. ; IEZZI, G. (2003, p. 161).

Segundo Piaget (2003) uma estrutura é formada de elementos que estão subordinados às leis que caracterizam o sistema como tal, e essas leis conferem ao todo, propriedades de conjunto distintas daquelas que pertencem aos elementos. Por exemplo, o conjunto dos números inteiros apresenta propriedades estruturais bem distintas das que pertencem a cada elemento.

Na auto-regulação: (...) as transformações inerentes a uma estrutura não conduzem para fora de suas fronteiras e não engendram senão elementos que pertencem sempre à estrutura e que conservam suas leis. Assim é que, adicionando ou subtraindo um ao, ou, do outro, dois números inteiros absolutamente quaisquer, obtêm-se sempre números inteiros, os quais confirmam as leis do grupo aditivo desses números. É nesse sentido que a estrutura se fecha por si mesma, mas este fechamento não significa absolutamente que a estrutura considerada não possa entrar, a título de subestrutura, em uma estrutura mais ampla (PIAGET, 2003, p.15).

Ainda segundo Piaget (2003), a ideia de estrutura possui uma inteligibilidade intrínseca, pois uma estrutura se basta a si própria e não requer, para ser apreendida, o recurso a todas as espécies de elementos estranhos à sua natureza e as realizações, pois “se chegou a atingir efetivamente certas estruturas e em que sua utilização evidencia alguns caracteres gerais e aparentemente necessários que elas apresentam, apesar de suas variedades” (PIAGET, 2003, p.8).

Merquior (1991) apresenta outro entendimento do conceito de estrutura. A primeira evidência é que o conceito de estrutura apresentado por Merquior e Piaget é divergente. Para o autor,

Uma característica especial da estrutura é que ela circunscreve, não um conjunto de totalidades determinadas, fechadas, mas, pelo contrário, um conjunto aberto de totalidades reais e potenciais. [...] A estrutura pode enriquecer-se aumentando indefinidamente suas possibilidades”. MERQUIOR (1991, p. 60).

O Estruturalismo, segundo Merquior (1991) é definido como:

- Uma corrente de pensamento na ala humanista da academia, que nasceu da linguística moderna e desabrochou na França, principalmente nos anos 60. Devido a gama de áreas intelectuais, não é um movimento unificado, muito menos uma escola. É mais

exatamente um estilo de pensamento do lado humanístico do pensamento⁸⁴. (MERQUIOR, 1991, p.13).

De acordo com Novaes *et al* (2005) o estruturalismo foi uma corrente de pensamento que procurou tornar "mais científicas" e "rigorosas" as pesquisas realizadas na área das ciências humanas, aproximando-as do modelo adotado pelas ciências exatas. Vários dos conceitos adotados no estruturalismo vieram da matemática, principalmente os desenvolvidos pelo grupo Bourbaki⁸⁵. Essas autoras afirmam que na história do Movimento Modernizador do ensino da Matemática, Bourbaki contou com a contribuição de Piaget e que em sua teoria psicogenética já tinha constatado que havia correspondência entre as estruturas do pensamento com as estruturas matemáticas. Segundo elas, para Piaget, as estruturas-mãe, algébricas, topológicas e de ordem, próprias do pensamento matemático eram as mesmas encontradas na gênese do pensamento humano, assim, a teoria de Piaget pode ser considerada estruturalista.

Para Piaget, a preocupação maior da epistemologia genética seria:

Compreender porque a organização do comportamento de classificação e de seriação assume esta ou aquela forma, e por que essas formas sucessivas tendem a converter-se em estruturas lógico-matemáticas - não porque a Lógica ou as Matemáticas tivessem imposto os modelos, a priori, mas porque o sujeito, sem os conhecer, tende por si mesmo a construir formas que lhes são progressivamente isomorfas. (PIAGET, 1975, p.342).

Segundo Piaget (2003) é impossível consagrar-se a uma exposição crítica do estruturalismo sem começar pelo exame das estruturas matemáticas. Se as influências formadoras que puderam intervir nos inícios do estruturalismo linguístico e psicológico não eram de natureza matemática (Saussure inspirou-se na ciência econômica em sua doutrina sobre o equilíbrio sincrônico, e os Gestaltistas⁸⁶ na

⁸⁴ Merquior refere-se ao estruturalismo linguístico.

⁸⁵ Exploraremos o trabalho deste Grupo no tópico 2.3 deste capítulo.

⁸⁶ O gestaltismo ou psicologia da forma nasceu por oposição à psicologia do séc. XIX e critica Wundt. O psicólogo alemão, Wolfgang Kohler (1887- 1967) foi um dos mais famosos teóricos da psicologia da forma. Köhler defende que a psicologia deveria decompor os processos conscientes nos seus elementos constituintes e enunciar as leis que regem as suas combinações e relações. Os elementos mais simples seriam as sensações que, associadas, somadas constituiriam a percepção. **Os gestaltistas partem das estruturas**, das formas: percebem configurações, isto é, conjuntos organizados em totalidade. A teoria da forma considera a percepção como um todo. Primeiro percebem o total depois analisam os elementos ou dos pormenores. **O todo não é a soma das partes** – na realidade estas organizam-se segundo determinadas leis. Os elementos

física), Lévi-Strauss, tirou seus modelos estruturais diretamente da álgebra geral. (Piaget, 2003, p. 19).

De acordo com Piaget (2003) a escola estruturalista nas matemáticas, a dos Bourbaki, procurou subordinar as matemáticas inteiras à ideia de estrutura. As matemáticas clássicas eram formadas por um conjunto de capítulos heterogêneos, tais como, álgebra, teoria dos números, análise, geometria, cálculo das probabilidades, entre outras, firmando-se cada um deles sobre um domínio determinado e sobre objetos definidos por suas propriedades intrínsecas. O fato de que a estrutura de grupo tenha podido se aplicar aos mais diversos elementos, e não somente às operações algébricas, impeliu os Bourbaki a generalizar a pesquisa das estruturas segundo um princípio análogo de abstração. O método dos Bourbaki consistiu, por um procedimento de isomorfização⁸⁷, em separar as estruturas mais gerais, às quais podem submeter-se elementos matemáticos de todas as variedades, qualquer que seja o domínio do qual se os toma emprestado e fazendo inteira e total abstração de sua natureza particular. O ponto de partida de uma tal empresa consistiu, pois, em uma espécie de indução, uma vez que nem o número e nem a forma das estruturas fundamentais procuradas foram deduzidas a priori.

De acordo com esse autor, esse método conduziu à descoberta de três “estruturas-mãe”:

- Estruturas algébricas - cujo protótipo é o grupo, porém com todos os derivados tirados dele (“anéis”, “corpos” etc.).
- Estruturas de ordem - que têm por objeto as relações e cujo protótipo é a “rede” ou “grade” (entrelaçamento), A estrutura reticulada une seus elementos por meio das relações “sucede” ou “precede”, Aplica-se, como o grupo, a um número considerável de casos, por exemplo, ao “conjunto das partes”.
- Estruturas topológicas - fundadas sobre as noções de proximidade, de continuidade e de limite.

Outras estruturas são derivadas destas por combinação de duas estruturas, como por exemplo, a “topologia algébrica”, ou por diferenciação, isto é, impondo axiomas limitativos que definem subestruturas, como por exemplo, os grupos

constitutivos de uma figura são agrupados espontaneamente. Esta organização é, segundo o gestaltismo, essencialmente inatos. [http://www.infopedia.pt/\\$wolfgang-kohler;jsessionid=QZAmY3M7l3gWzYrdkbW2xw__](http://www.infopedia.pt/$wolfgang-kohler;jsessionid=QZAmY3M7l3gWzYrdkbW2xw__). Acesso em 21/08/2013.(grifo nosso).

⁸⁷ Relativo a isomorfismo. Ver nota de rodapé nº 11 deste capítulo.

geométricos, derivando, a título de subgrupos sucessivamente encaixados, do grupo das homeomorfias topológicas, introduzindo a conservação das retas, em seguida das paralelas, depois dos ângulos, etc.

As primeiras operações das quais se serve a criança em seu desenvolvimento, e que derivam diretamente das coordenações gerais de suas ações sobre os objetos, podem precisamente se repartir em três grandes categorias a partir das estruturas-mãe:

- Classificação: à maneira das estruturas algébricas;
- Seriação: por reciprocidade⁸⁸, à maneira das estruturas de ordem;
- Uniões: pelas leis de proximidade, de continuidade e de fronteiras, à maneira das estruturas topológicas.

Esses fatos parecem indicar, portanto, que as estruturas-mãe dos Bourbaki correspondem, às coordenações sensório-motoras necessárias ao funcionamento de toda inteligência e cujas ações instrumentais, até mesmo nas crianças, comportam estruturas, como queria Piaget.

3.3 O Estruturalismo do Grupo Bourbaki

Dieudonné (1982, p. 620, *apud* Pires, 2006) um dos membros do Grupo Bourbaki define as estruturas como sendo as ferramentas para o matemático. Uma vez que haja discernido, nos elementos que estuda, relações que satisfaçam aos axiomas de uma estrutura conhecida, dispõe de imediato de todo o arsenal de teoremas gerais relativos às estruturas desse tipo, sem ter que ocupar seu tempo, tampouco seu talento pessoal em hipóteses inutilmente restritivas devidas às particularidades do problema estudado. O papel que desempenha o matemático em suas investigações, sua familiaridade com os objetos matemáticos e sua intuição são muito favorecidos com a introdução das estruturas e esta é como um vetor que orienta de imediato numa direção inesperada a corrente intuitiva de seu pensamento e sob um novo aspecto clareia a paisagem matemática na qual se

⁸⁸ Seriação é uma operação lógica do pensamento que contempla duas propriedades fundamentais: a reciprocidade (se $a > b$, então, $b < a$) e transitividade (se $a > b > c$, então, $a > c$). Grifo nosso.

move. Assim, no lugar dos compartimentos clássicos, bem delimitados, através das estruturas vê-se inúmeras inter-relações.

De acordo com Pires (2006), para Bourbaki, o princípio ordenador era a concepção de uma *hierarquia de estruturas*, que vai do simples ao complexo, do geral ao particular. No centro estão os grandes tipos de estruturas, aquelas que denomina *estruturas mães*: as algébricas, de ordem e topológicas, como já afirmamos anteriormente.

Cada uma apresenta uma grande diversidade, pois pode-se distinguir entre a estrutura mais geral do tipo considerado, que tem o menor número de axiomas e aquelas que se obtém enriquecendo-a com axiomas suplementares, dos quais cada um aporta novas consequências. A teoria dos grupos, é um exemplo, para além das generalidades válidas para todos os grupos, engendra uma teoria particular dos *grupos finitos* (na qual se agrega o axioma de que o número de elementos do grupo é finito); uma teoria dos *grupos abelianos* (onde entra a propriedade comutativa), bem como uma teoria dos *grupos abelianos finitos* (em que se supõe verificados os dois axiomas concomitantemente).

Do mesmo modo, nos conjuntos ordenados se distinguem aqueles nos quais (como para a ordem dos números inteiros ou dos reais) dois elementos quaisquer são comparáveis (totalmente ordenados). Mas neste último, há os conjuntos chamados bem ordenados (nos quais, como para os inteiros positivos, todo subconjunto tem um “elemento mínimo”). Há o mesmo nas estruturas topológicas.

Há estruturas que poderiam ser chamadas de múltiplas, nas quais, às vezes, intervêm duas ou mais estruturas mães, não simplesmente justapostas (que não traria nada de novo), mas sim combinadas organicamente por um ou vários axiomas que as unem, tal como a álgebra topológica, que estuda as estruturas nas quais apresentam uma ou várias leis de composição e uma topologia, sujeitas à condição que as operações algébricas sejam funções contínuas (para a topologia considerada) dos elementos sobre os quais se aplicam. Não menos importante é a *topologia algébrica*, na qual certos conjuntos de pontos do espaço, definidos por propriedades topológicas, se tomam em si mesmos, elementos sobre os quais operam leis de composição. A combinação das estruturas de ordem e algébrica também é fértil em resultados,

que conduzem de uma parte, à teoria da divisibilidade e dos ideais e por outra parte, à integração.

As teorias particulares, propriamente ditas, nas quais os elementos dos conjuntos considerados não estão adequados às estruturas gerais, recebem um tratamento específico. É onde se encontram as teorias da matemática clássica: análise das funções de variável real ou complexa, geometria diferencial, geometria algébrica, teoria dos números, etc. Estas perdem sua autonomia e são cruzadas, atuam umas sobre outras numerosas estruturas matemáticas mais gerais.

Retomando os trabalhos de Galois (1811-1832) sobre estruturas algébricas, Cantor (1845-1918) e Dedekind (1831-1916) sobre teoria dos conjuntos e Hilbert (1862-1943) sobre axiomática, o grupo Bourbaki teve como objetivo principal, reconstruir o todo da Matemática – clássica e moderna – numa ampla base geral de forma a encerrá-lo como um estudo unificado. Tentando obter a inteligibilidade da Matemática, apresentou uma nova organização desse campo do saber, onde a idéia de estrutura, método axiomático e unidade eram essenciais. Com este propósito, elegeram as três estruturas mães, já citadas.

Pela definição de estrutura apresentada por Piaget (2003) anteriormente, percebe-se que a mais antiga estrutura, conhecida e estudada como tal, foi a de “grupo” inventada por Galois (1811-1832), e que lentamente conquistou as matemáticas do século XIX. Esse autor define a noção de grupo:

Um grupo é um conjunto de elementos (por exemplo, os números inteiros, positivos e negativos) reunidos por uma operação de composição (por exemplo, a adição) tal que, aplicada aos elementos do conjunto, torna a dar um elemento do conjunto; existe um elemento neutro (no exemplo escolhido, o zero), tal que, composto com um outro, não o modifica (aqui $n + 0 = 0 + n = n$) e, sobretudo, existe uma operação inversa (no caso particular a subtração), tal que, composta com a operação direta, fornece o elemento neutro ($+n -n = -n +n = 0$); finalmente, as composições são associativas (aqui $[n + m] + l = n + [m + l]$). (PIAGET, 2003, p. 20).

Em Álgebra, certos resultados se caracterizam por propriedades. Na definição acima aparecem algumas propriedades da adição: fechamento, associatividade, elemento neutro, elemento inverso e comutatividade - esta última apenas para grupo abeliano.

A noção de conjunto à luz das investigações do formalismo lógico⁸⁹, numa nova concepção, faz das estruturas, os únicos objetos da matemática.

Os matemáticos formalistas se interessam pelos “objetos” que são os “elementos” de certos “conjuntos” e entre eles certas “relações”. Eles não fazem questão de definir as palavras, mas simplesmente considerar que estas são as interpretações, cômodas para o espírito, de um sistema de signos submissos a uma sintaxe rigorosa independente de toda interpretação que se queira lhes dar. (DIEUDONNÉ, 1981c, pág. 28 apud PIRES, 2006, p. 92).

Nesta sintaxe figuram de uma parte as regras que são as formalizações da lógica clássica, e de outra parte um certo número de relações colocadas como “verdades” e chamadas “axiomas” da teoria dos conjuntos; estas regras e relações constituem o que se chama resumidamente o sistema ZF- Zermelo-Fraenkel. É necessário juntar a ZF um certo número de relações. Este desenvolvimento constitui, segundo Dieudonné, o que se chama teoria de uma estrutura (ou de uma categoria).

Se, segundo Dieudonné, se quer interpretar estas concepções do ponto de vista clássico, é necessário considerar os axiomas de uma estrutura como as “definições disfarçadas”: fixa-se de modo preciso as propriedades fundamentais dos objetos que se estuda e se interdita de apelar a qualquer que seja outra coisa neste estudo. Foi esse *modus operandi* que levou o Grupo Bourbaki a atingir seus objetivos.

Com base nas definições apresentadas acima, passamos a buscar atingir os nossos objetivos nos debruçando na análise dos dois livros selecionados, o primeiro volume da coleção brasileira *SMSG Matemática Curso Ginásial* e o primeiro volume da coleção *Matemática Curso Moderno para os Ginásios*.

⁸⁹ A escola formalista, criada por volta de 1910 por David Hilbert (1862-1943) – significativamente, esta foi também a data de publicação dos *Principia Mathematica* – obra de três volumes sobre Fundamentos da Matemática escrita por Alfred North Whitehead (1861-1947) e Bertrand Russell (1872-1970) - tinha por objetivo encontrar uma técnica matemática por meio da qual se pudesse demonstrar, de uma vez por todas, que a Matemática estava livre de contradições. Numa palavra, Hilbert propunha fazer a demonstração matemática da consistência da Matemática clássica. A Matemática como uma teoria axiomática se desenvolve a partir de Axiomas e resultados de resultados e, se constitui uma “estrutura”. No método de exposição de “arquitetura” da Matemática na visão de Bourbaki, existem os termos primitivos, que são os axiomas, verdades irrefutáveis que aceitamos sem demonstração e, os termos derivados, que são os teoremas, derivados dos axiomas através da lógica e que devem ser demonstrados para a legitimação de sua veracidade, caso contrário, permanecem como conjecturas abertas até serem demonstradas para os casos gerais.

Separamos o *corpus* em categorias cuja apresentação não obedece à sequência linear na distribuição do conteúdo das obras analisadas. São elas:

- Breve descrição de cada coleção seguida de breve descrição do Primeiro Volume correspondente;
- Análise sob a ótica do Estruturalismo Matemático;
- Análise sob a ótica do Estruturalismo Psicológico;
- As diferenças entre as coleções de Osvaldo Sangiorgi antes e depois do MMM
- As diferenças entre a coleção nova de Osvaldo Sangiorgi e a coleção do SMSG.

3.4 Breve descrição da obra *SMSG - Curso Ginásial*

Para situar o leitor, estabelecemos aqui uma comparação entre os níveis educacionais do ensino americano da época, a qual estamos recortando na história, e os níveis educacionais do Brasil a partir das modificações de 2010⁹⁰.

- Elementary School - Ensino Elementar - 4º ao 6º graus - Equivale ao Ensino Fundamental Ciclo I - 1º ao 5º anos
- Junior High School - Ensino Primário - 7º e 8º graus - Curso Ginásial do ensino secundário - Equivale ao Ensino Fundamental Ciclo II - 6º ao 9º anos
- High School - Ensino Secundário - Equivale ao Ensino Médio - 1ª a 3ª séries.

Embora tenhamos analisado apenas o primeiro volume da Coleção Brasileira, referente à primeira série do Curso Ginásial, atualmente 6º ano, traduzido do

⁹⁰ Com a implantação do Ensino Fundamental de “nove” anos no Brasil o nível correspondente ao Pré III passou a se denominar 1º ano, a 1ª série passou para a denominação de 2º ano, a 2ª série, 3º ano, a 3ª série, 4º ano, a 4ª série, 5º ano, assim, sucessivamente até a 8ª série, 9º ano. A proposta deve ser cumprida por todo País até 2010. lei nº11.274 - sancionada em 6/02/2006 - que altera os artigos 29, 30, 32 e 87 da lei nº 9.394, ela esta explicada em: BRASIL **Ensino Fundamental de 9 anos: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade**. Ministério da Educação. Secretária da Educação Básica. Departamento de Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: FNDE, Estação Gráfica, 2006. In: BRASIL: Presidência da Republica. Planalto - Legislação. CORREIA (2009,p. Iv, grifo nosso).

primeiro volume da coleção americana, referente ao 7º Grau - parte 1, vale ressaltar que:

Catorze unidades experimentais para uso no 7º e 8º graus foram escritas no verão de 1958 e testados aproximadamente por cem professores no ano escolar de 1958-1959 [...] Com base nessa experiência, estas unidades foram revistas durante o verão de 1959 e, com algumas unidades novas, foi escrito um livro modelo para o grau 7 e um livro de unidades experimentais para o grau 8. No ano escolar 1959-60 estes livros para o 7º e 8º graus foram usados por cerca de 175 professores em diversas regiões do país e posteriormente revistas no verão de 1960. (SMSG - Matemática Curso Ginasial, Volume I, 1967, p. xii).

O material produzido para o 7º e 8º Graus norte americano denominado SMSG - Mathematics for Junior High School, fonte para a tradução brasileira deste nível, configura-se em quatro unidades:

1. Mathematics for Junior High School, Volume I, Student's Text, Part I
2. Mathematics for Junior High School, Volume I, Student's Text, Part II
3. Mathematics for Junior High School, Volume II, Student's Text, Part I
4. Mathematics for Junior High School, Volume II, Student's Text, Part II

Das catorze unidades experimentais, esses títulos correspondem, respectivamente, às unidades números 1, 2, 5 e 6. Queremos crer que as unidades restantes são produções suplementares como o Mathematics for Junior High School: Supplementary Units, Edição 1: Supplementary Units, "Commentary for teachers", "Teacher's guide", entre outros.

Na mesma ordem, simultaneamente, temos as traduções destes livros para o Português:

1. Matemática Curso Ginasial – Volume I
2. Matemática Curso Ginasial – Volume II
3. Matemática Curso Ginasial – Volume III
4. Matemática Curso Ginasial – Volume IV

Por mais que tenhamos nos esforçado, não tivemos acesso ao Volume IV da edição brasileira. Incursionamos pelas bibliotecas do CEMPEM, IMECC, UNICAMP, UNESP e GHEMAT. Como já mencionado, conseguimos a Coleção norte americana

no GHODEM, com o professor Antonio Vicente Marafioti Garnica, que tem também a posse da coleção brasileira. Entretanto, curiosamente, não possui o Volume IV da mesma.

Silva (2013) relata em seu trabalho que a dificuldade que teve de encontrar o último volume da coleção brasileira pode ter sido um indicativo de que a mesma não obteve o sucesso esperado, sendo possível que os demais volumes tenham de alguma forma, sido utilizados por alguns professores e que os mesmos tenham optado por não utilizar o último volume na última série ginásial, podendo, se foi esse o caso, a indisponibilidade desse último volume ser resultado da circulação limitada da coleção no Brasil em decorrência da não utilização desses livros.

Entretanto, acreditamos que o Volume IV da Série Matemática Curso Ginásial deve ter sido traduzido integralmente do livro *Mathematics for Junior High School*, Volume II, Part II.

Pela análise do livro original americano, percebemos que o volume IV da série Matemática - Curso Ginásial segue a mesma tendência e padrão estabelecidos nos três volumes anteriores. O que não temos como analisar é o prefácio à edição brasileira, por exemplo, a qual poderia nos fornecer alguns indícios acerca da apropriação e/ou adaptação de seu conteúdo específico à realidade brasileira à época..

Pelo menos dois indícios comprovam que a tradução foi feita:

Um indício está na publicação da revista *Aula Maior*⁹¹, número 8, 1970, página 29, se referindo ao Catálogo de Livros Didáticos da EDART - São Paulo, Livraria e Editora Ltda. Este catálogo, de número 6, alerta os preços de livros válidos até junho de 1970. O subtítulo: "Parte 1: Livros didáticos, kits, dicionários e obras de consulta e referência" anuncia os livros e os preços, em duas colunas. Na parte 1 estão relacionados os livros para o curso primário e na parte 2, os livros para o curso ginásial e, dentre estes, o livro *E-02-6 - MATEMÁTICA PARA O CURSO GINÁSIAL - 4ª Parte* - do School Mathematics Study Group (SMSG) - tradução de Lafayette de Moraes. No local onde configuraria o preço está escrito, entre parênteses: (no prelo).

⁹¹ Fragmento gentilmente cedido pela Professora Maria Ângela Miorim. A Revista *AULA MAIOR* era uma publicação da EDART, para distribuição gratuita, inteiramente voltada para os problemas da divulgação e ensino das Ciências.

O outro indício está na fala do próprio tradutor, o Professor Lafayette de Moraes, em entrevista a Francisco de Oliveira Filho para a confecção de sua dissertação e gentilmente cedida a Silva(2013):

"Fiquei nos Estados Unidos de julho a agosto de 1963, período que eles chamam de programa de verão. Fiquei com a obrigação de traduzir e adaptar os textos do MSG para compensar a bolsa, foi uma espécie de trato, eu tinha que divulgar os textos aqui no Brasil. A Lydia não chegou a ir, ela assumiu o compromisso de traduzir os livros por trabalhar comigo. No total foram traduzidos 15 livros para o Português, **quatro** eram do ginásio, cada volume tinha o do professor, eram chamados de Livro do Mestre, não eram vendidos, eram doados para as escolas, por isso são difíceis de encontrá-los". (Prof. Lafayette de Moraes, apud Silva, 2013, p. 143, grifo nosso).

Entretanto, nas palavras do professor Lafayette de Moraes, o Brasil passava pela ditadura militar, período de intensa repressão e abafamento do debate educacional. Segundo o professor, *"naquela época o IBEC foi invadido e até o diretor foi caçado e preso, a própria EDART sofreu intervenção. Naquela 'bagunça' pode ser que o Volume IV tenha se perdido por lá e talvez nem tenha sido publicado"*. (informação verbal)⁹².

Identificamos um padrão na forma de numeração das páginas dos livros analisados seguindo um estilo na distribuição do conteúdo, a qual segue em uma sequência ordenada obedecendo à série de numeração dos Volumes I e II, assim, os oito primeiros capítulos compõem o Volume I, do capítulo nove ao quatorze, o Volume II. O Volume III foge essa sequência, voltando a numerar o índice do capítulo do um ao seis. Provavelmente, o capítulo sete inicia o Volume IV. Pelo original, a numeração dos capítulos segue a do Volume III, induzindo-nos a conjecturar que os dois volumes abrangem a segunda metade do Junior High School.

No exame preliminar dos volumes, concordamos com Oliveira Filho (2009) que o projeto editorial é simples sem nenhuma sofisticação com relação ao acabamento do material, percebe-se, no interior da obra, a utilização de papel de baixa qualidade, ausência de cores⁹³ e de ilustrações, provavelmente as obras

⁹² Afirmações proferidas pelo Professor Lafayette de Moraes por ocasião da participação como membro da Banca no Exame Geral de Qualificação desta tese, no dia 24 de Março de 2014, no anfiteatro do Departamento de Matemática da Unesp, câmpus de Rio Claro - SP.

⁹³ Com exceção das capas, as quais são compostas por duas cores, roxo e amarelo, os textos das capas estão nas mesmas cores, o título "Matemática" e algumas figuras geométricas seccionadas por um plano, estão sombreadas na cor amarela, enquanto que a referência ao grupo que elaborou o texto "School Mathematics Study Group", ao

traduzidas mantiveram a fidelidade do projeto original dos EUA, os quais tinham caráter experimental e não comercial.

Esses livros começaram a circular no Brasil a partir de 1964, impressos inicialmente pela Universidade de Brasília e, posteriormente, pela Edart Livraria e Editora Ltda, com direitos autorais gerenciados pelo IBECC.

Foi possível identificar algumas características comuns em todos os Volumes analisados, nos quais são apresentados o mesmo prólogo, o mesmo prefácio à edição norte americana e o prefácio à edição brasileira. Este último é o único em que a redação se difere de um volume a outro, pois seu objetivo particular é ressaltar a adaptação de cada volume à realidade brasileira.

Silva (2013) em sua análise observa que “de acordo com o tradutor, os volumes da coleção foram elaborados como uma sequência, esperando-se, assim, que os estudos sejam organizados de acordo com a ordem proposta pelos autores, pois um conteúdo sempre se refere a outro já abordado na coleção”. (SILVA, 2013, p. 33).

O conteúdo dos textos das figuras 1, 2 e 3 abaixo serão analisados posteriormente

No prólogo de cada um dos Volumes, consta o seguinte texto:

Figura 1 - Prólogo

Prólogo

A contribuição crescente da Matemática para a cultura do mundo moderno, bem como sua importância como uma parte vital da educação científica e humanística, tornou necessária a elaboração de um "curriculum" para as nossas escolas.

Com isto em mente, diversas organizações matemáticas dos Estados Unidos cooperaram na formação do School Mathematics Study Group (MSG). O MSG congrega matemáticos de Universidades, professores de matemática de todos os níveis, técnicos em Educação e elementos representativos da Ciência e da Tecnologia. O objetivo geral do MSG é o aperfeiçoamento do ensino de Matemática nas escolas do País. A National Science Foundation destinou fundos substanciais para apoiar este empreendimento.

Um dos requisitos prévios para o aperfeiçoamento do ensino da Matemática em nossas escolas é um curriculum melhorado que leva em conta o crescente uso da Matemática na Ciência, na Tecnologia, em outros campos do conhecimento e, ao mesmo tempo, reflita os recentes avanços registrados na própria Matemática. Um dos primeiros projetos empreendidos pelo MSG foi o de recrutar um grupo de notáveis matemáticos e professores de Matemática para preparar uma série de livros de texto que constituíssem um curriculum melhorado de acordo com as bases indicadas.

Os matemáticos do MSG acham que a Matemática apresentada neste texto é um conhecimento valioso para todo cidadão bem instruído de nossa sociedade, sendo também importante para o estudante pré-universitário em preparação para trabalhos mais avançados no ramo. Ao mesmo tempo, os professores do MSG acham que a apresentação é feita de tal forma que a matéria pode ser rapidamente compreendida pelos alunos.

Na maioria dos casos, a matéria terá um caráter familiar, mas a apresentação e o ângulo sob o qual é vista serão diferentes. Alguns temas serão completamente novos para o curriculum tradicional. A Matemática deve ser considerada como um assunto vivo e sempre dinâmico e não como patrimônio morto que o passado nos legou. Esta saudável fusão do velho e do novo deve conduzir os alunos a uma compreensão superior dos conceitos básicos e da estrutura da Matemática assim como proporcionar um fundamento mais sólido para a compreensão e o uso da Matemática numa sociedade científica.

Isto não significa que este livro seja considerado como o único caminho definitivo de apresentar corretamente a Matemática a estudantes de nível médio. Ao contrário, é uma amostra do tipo de curriculum melhorado que necessitamos e uma fonte de sugestões para os autores de livros de textos comerciais. Esperamos sinceramente que estes textos abram o caminho que inspire logo um ensino mais significativo da Matemática, a Rainha e Escrava das Ciências.

Tal texto é uma tradução "fiel" do original

Figura 2 - Foreword

FOREWORD

The increasing contribution of mathematics to the culture of the modern world, as well as its importance as a vital part of scientific and humanistic education, has made it essential that the mathematics in our schools be both well selected and well taught.

With this in mind, the various mathematical organizations in the United States cooperated in the formation of the School Mathematics Study Group (SMSG). SMSG includes college and university mathematicians, teachers of mathematics at all levels, experts in education, and representatives of science and technology. The general objective of SMSG is the improvement of the teaching of mathematics in the schools of this country. The National Science Foundation has provided substantial funds for the support of this endeavor.

One of the prerequisites for the improvement of the teaching of mathematics in our schools is an improved curriculum--one which takes account of the increasing use of mathematics in science and technology and in other areas of knowledge and at the same time one which reflects recent advances in mathematics itself. One of the first projects undertaken by SMSG was to enlist a group of outstanding mathematicians and mathematics teachers to prepare a series of textbooks which would illustrate such an improved curriculum.

The professional mathematicians in SMSG believe that the mathematics presented in this text is valuable for all well-educated citizens in our society to know and that it is important for the precollege student to learn in preparation for advanced work in the field. At the same time, teachers in SMSG believe that it is presented in such a form that it can be readily grasped by students.

In most instances the material will have a familiar note, but the presentation and the point of view will be different. Some material will be entirely new to the traditional curriculum. This is as it should be, for mathematics is a living and an ever-growing subject, and not a dead and frozen product of antiquity. This healthy fusion of the old and the new should lead students to a better understanding of the basic concepts and structure of mathematics and provide a firmer foundation for understanding and use of mathematics in a scientific society.

It is not intended that this book be regarded as the only definitive way of presenting good mathematics to students at this level. Instead, it should be thought of as a sample of the kind of improved curriculum that we need and as a source of suggestions for the authors of commercial textbooks. It is sincerely hoped that these texts will lead the way toward inspiring a more meaningful teaching of Mathematics, the Queen and Servant of the Sciences.

Em cada um dos Volumes também aparece o mesmo Prefácio da Edição Norte Americana.

Figura 3 – Prefácio da Edição Norte Americana

Prefácio da Edição Norte Americana

As idéias principais de um Curso de Matemática para o primeiro ciclo do Curso Secundário abordados neste texto são: a estrutura da Aritmética sob um ponto de vista algébrico; o sistema dos números reais como um desenvolvimento progressivo; relações métricas e não métricas na Geometria. Através desses tópicos, estas idéias são associadas com as suas aplicações. O importante neste nível são experiências sugestivas que levem a uma apreciação dos conceitos abstratos, do papel da definição, do desenvolvimento do vocabulário preciso e do raciocínio, da experimentação e da demonstração. Progressos relativamente grandes podem ser feitos no trato destes conceitos ainda no primeiro ciclo do curso secundário.

Catorze unidades experimentais para uso no 7º e 8º graus foram escritas no verão de 1958 e testados aproximadamente por cem professores no ano escolar de 1958-1959. Com base nessa experiência, estas unidades foram revistas durante o verão de 1959 e, com algumas unidades novas, foi escrito um livro modelo para o grau 7 e um livro de unidades experimentais para o grau 8. No ano escolar 1959-60 estes livros para o 7º e 8º graus foram usados por cerca de 175 professores em diversas regiões do país e posteriormente revistas no verão de 1960.

A Matemática é fascinante para muitas pessoas pelas oportunidades que oferece para a criação e a descoberta assim como pela sua utilidade. É contínuo e rápido o seu crescimento no sentido de satisfazer tanto a curiosidade quanto às necessidades de aplicação. Os estudantes de ginásio já podem formular questões matemáticas e levantar hipóteses que eles mesmos podem testar e talvez aproveitar algumas; podem também desenvolver processos sistemáticos para tratar problemas sejam ou não problemas de rotina ou de soluções imediatamente determináveis. O reconhecimento destes importantes fatores teve grande importância na seleção do conteúdo e do método encontrados neste texto.

Acreditamos firmemente que a Matemática possa ser estudada com sucesso e satisfação. Nossa esperança é que este texto seja de grande utilidade para todos os professores que o utilizem como meio de atingirem os seus objetivos.

Tal texto é uma tradução "fiel" do original

Figura 4 - Preface

PREFACE

Key ideas of junior high school mathematics emphasized in this text are: structure of arithmetic from an algebraic viewpoint; the real number system as a progressing development; metric and non-metric relations in geometry. Throughout the materials these ideas are associated with their applications. Important at this level are experience with and appreciation of abstract concepts, the role of definition, development of precise vocabulary and thought, experimentation, and proof. Substantial progress can be made on these concepts in the junior high school.

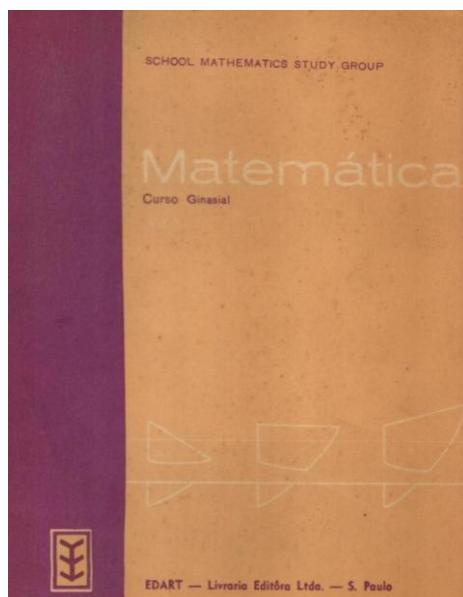
Fourteen experimental units for use in the seventh and eighth grades were written in the summer of 1958 and tried out by approximately 100 teachers in 12 centers in various parts of the country in the school year 1958-59. On the basis of teacher evaluations these units were revised during the summer of 1959 and, with a number of new units, were made a part of sample textbooks for grade 7 and a book of experimental units for grade 8. In the school year 1959-60, these seventh and eighth grade books were used by about 175 teachers in many parts of the country, and then further revised in the summer of 1960.

Mathematics is fascinating to many persons because of its opportunities for creation and discovery as well as for its utility. It is continuously and rapidly growing under the prodding of both intellectual curiosity and practical applications. Even junior high school students may formulate mathematical questions and conjectures which they can test and perhaps settle; they can develop systematic attacks on mathematical problems whether or not the problems have routine or immediately determinable solutions. Recognition of these important factors has played a considerable part in selection of content and method in this text.

We firmly believe mathematics can and should be studied with success and enjoyment. It is our hope that this text may greatly assist all teachers who use it to achieve this highly desirable goal.

3.4.1 - Breve descrição do Primeiro Volume

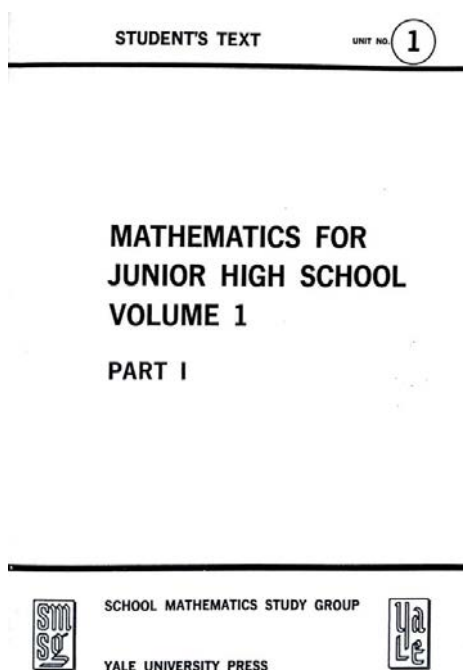
Figura 5 – Capa do primeiro volume da coleção traduzida



Fonte: (SMSG – Matemática Curso Ginásial 1967, capa)

O Volume I da Série *Matemática Curso Ginásial* foi traduzido integralmente do título original ***Mathematics for Junior High School, Volume I, Student's Text, Part I***, publicado pela Yale University Press, New Haven, EUA, cuja capa é mostrada na figura 6 abaixo:

Figura 6 – Capa do primeiro volume da coleção norte americana



Fonte: (SMSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961)

Figura 7 – Ficha catalográfica do primeiro volume da coleção norte americana

Copyright © 1960, 1961 by Yale University.
Printed in the United States of America.

All rights reserved. This book may not
be reproduced, in whole or in part, in
any form, without written permission from
the publishers.

Financial support for the School Mathematics
Study Group has been provided by the National
Science Foundation.

Fonte: (SMMSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961)

Figura 8: Crédito aos Supervisores da sessão de escrita para o 7º e 8º Graus

Mathematics for Junior High School, Volume I

Student's Text, Part I

Prepared under the supervision of the
Panel on Seventh and Eighth Grades
of the School Mathematics Study Group:

R. D. Anderson	Louisiana State University
J. A. Brown	University of Delaware
Lenore John	University of Chicago
B. W. Jones	University of Colorado
P. S. Jones	University of Michigan
J. R. Mayor	American Association for the Advancement of Science
P. C. Rosenbloom	University of Minnesota
Veryl Schult	Supervisor of Mathematics, Washington, D.C.

New Haven and London, Yale University Press

Fonte: (SMMSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961)

A tradução foi autorizada com direitos reservados para o Brasil pelo IBECC-UNESCO, seção de São Paulo. Como já dissemos, o texto foi traduzido por Lafayette de Moraes e Lydia Condé Lamparelli, foi revista e adaptada por Lafayette de Moraes e datilografado por Marianina Malvezzi. Os direitos foram cedidos à EDART Livraria Editora Ltda, pelo IBECC - UNESCO, seção de São Paulo, conforme contrato registrado em São Paulo, no Cartório Adalberto Netto - Registro de Títulos e Documentos, 3º Ofício, sob o número 14.614, no livro X, número 17 e na Secretaria da Biblioteca Nacional, de acordo com as leis vigentes e convenções internacionais subscritas pelo Brasil. (MSG - Matemática Curso Ginásial 1967, p. iv).

No prefácio da Edição Brasileira deste Volume I, o Professor Lafayette de Moraes manifesta que:

Figura 9: Prefácio da Edição Brasileira

Prefácio da Edição Brasileira

A acolhida dispensada à Série de Textos do S.M.S.G. para o Curso Colegial animou o IBECC a lançar a série para o Curso Ginásial com o mesmo espírito que orientou a primeira. Desta vez nos restringimos apenas a um volume, o Volume I do "Mathematics for Junior High School" porque ele corresponde à primeira série do Curso Ginásial.

Um tratamento mais aprofundado que o comum dos textos deste nível é dispensado aos sistemas e às bases de numeração, o que para alguns pode parecer demasiado. Preferimos no entanto reproduzir o texto como no original deixando os eventuais cortes a cargo do professor.

No capítulo referente às unidades de medida, embora tenhamos introduzido alguma modificação pelo uso do sistema métrico, ainda resta farto material empregando as unidades inglesas pela sua aplicação na vida prática.

Os problemas são classificados em três categorias. Os de aplicação de teoria exposta, os que apresentam dificuldade maior, assinalados com (x) e os qualificados como Problema-Desafio cuja solução, em geral, constitui um complemento do material do texto.

Embora escrito para uma realidade diferente da nossa, acreditamos que o texto será de grande utilidade para a juventude estudiosa de nossa terra.

Lafayette de Moraes

Segundo o professor Lagfayette de Moraes, a apropriação, pelo Brasil, dos livros do SMSG, foi um empreendimento do IBECC.

A acolhida dispensada à série de Textos do School Mathematics Study Group - SMSG para o Curso Colegial animou o IBECC a lançar a série para o Curso Ginásial com o mesmo espírito que orientou a primeira. (Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p viii).

A questão da adaptação à realidade brasileira, para além da simples tradução das obras do SMSG, aparece nas palavras do Prof. Lafayette de Moraes, no prefácio à edição brasileira.

No capítulo referente às unidades de medida, embora tenhamos introduzido **alguma modificação** pelo uso do sistema métrico, ainda resta farto material empregando as unidades inglesas pela sua aplicação na vida prática [...] Embora escrito para uma **realidade diferente da nossa**, acreditamos que o texto será de grande utilidade para a juventude estudiosa de nossa terra. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p viii, grifo nosso).

Outro parágrafo que evidencia a adaptação encontra-se na página 97 da edição norte americana, seção 3.9 - "o número zero".

Outro número especial é o zero. Ocasionalmente você ouvirá ele ser chamado por outros nomes, tais como "nada". Quando você atende o telefone uma voz pode dizer "é, um, oito, oh, três?". É claro, o homem não está se referindo à letra "o" e todos nós entendemos que ele quer dizer "um, oito, zero, três". (SMSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961, p. 97).⁹⁴

Esta passagem não consta na tradução. De fato, isso não faz sentido no Brasil. Do mesmo modo, no exemplo da altitude zero, temos:

José tinha um altímetro em seu carro de maneira que podia saber a altitude quando andava pela Serra do Mar. Numa das viagens, ele foi à Santos. Quando lá chegou, José exclamou "Olhe, a altitude é zero!" (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 90).

⁹⁴ Another special number is zero. Occasionally you will hear it called by other names, such as "naught". When you answer a telephone a voice may say "Is this one eight **oh** three?". Of course, the caller is not referring to the letter "**o**" and all of us understand that he means "one eight zero three" (SMSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961, p. 97).

Enquanto que no parágrafo equivalente da edição original americana, consta:

Fred tinha um altímetro em seu carro, então ele pode verificar a altitude enquanto eles viajaram para Rocky Mountains. Em uma de suas viagens de férias eles foram para Salton Sea. Quando o altímetro indica zero, não significa que não ha nada. isso quer dizer que estamos a altitude específica de 999 pés. (MSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961, p. 98).⁹⁵

Observamos também a classificação dos problemas em três categorias:

- Aplicação de teoria exposta
- Dificuldade maior - assinalados com (X)
- Problemas desafio - complemento do material

Quanto ao conteúdo, esses oito primeiros capítulos contidos neste Volume estão distribuídos de acordo com o índice, o qual é apresentado na obra logo após o prefácio da Edição Brasileira. Neste índice, observamos a divisão do texto com a indicação das páginas em correspondência biunívoca com os tópicos.

Notamos que os tópicos introdutórios, os quais vêm antes do índice, como o Prólogo, o Prefácio da Edição Norte Americana e o Prefácio da Edição Brasileira, estão listados aqui, como mostram as próximas duas imagens abaixo:

⁹⁵ Fred had a altimeter in his car so he could check the altitude as they drove in the Rocky Mountains. On one vacation trip they drove to the Salton Sea. When the altimeter indicates zero, it does not mean there is "nothing", it means we are at the specific altitude of 999 feet. (MSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961, p. 98).

Figura 10: Índice folha 1

ÍNDICE

Prólogo	V
Prefácio da Edição Norte Americana	VII
Prefácio da Edição Brasileira	VIII
CAPÍTULO	
1. O QUE É MATEMÁTICA	
1-1. A Matemática como um Método de Raciocínio	1
1-2. Raciocínio Dedutivo	3
1-3. Da Aritmética para a Matemática	4
1-4. Ramos da Matemática	7
1-5. Matemática do Presente	9
1-6. A Matemática como Vocação	10
1-7. A Matemática e Outras Vocações	11
1-8. A Matemática como Recreação	12
1-9. Estrutura da Primeira Série Ginásial	14
2. NUMERAÇÃO	
2-1. Numerais do Homem da Caverna	16
2-2. O Sistema Decimal	21
2-3. Numerais Desenvolvidos e a Notação Exponencial	25
2-4. Numerais na Base Sete	28
2-5. Cálculo na Base Sete	33
2-6. Mudança de Base Dez para a Base Sete	43
2-7. Numerais em Outras Bases	46
2-8. Os Sistemas Binário e Duo-decimal	50
2-9. Resumo	55
3. OS NÚMEROS INTEIROS	
3-1. Os Números Naturais	60
3-2. Propriedades Comutativas dos Números Inteiros	63
3-3. Propriedades Associativas dos Números Inteiros	68
3-4. A Propriedade Distributiva	71
3-5. Conjuntos e a Propriedade do Fechamento	77
3-6. Operações Inversas	81
3-7. A Ordenação e a Reta Numérica	85
3-8. O Número Um	87
3-9. O Número Zero	90
3-10. Resumo	94
4. GEOMETRIA NÃO-MÉTRICA	
4-1. Pontos, Retas e Espaço	97
4-2. Planos	100
4-3. Nomes e Símbolos	104
4-4. Intersecção de Conjuntos	111
4-5. Intersecção de Retas e Planos	114
4-6. Segmentos	118

Fonte: (MSG – Matemática Curso Ginásial 1967, p.iv)

Figura 11: Índice folha 2

4-7.	Separações	121
4-8.	Ângulos e Triângulos	124
4-9.	Correspondências Bi-Univocas	128
4-10.	Curvas Simples Fechadas	132
5.	FATORAÇÃO E NÚMEROS PRIMOS	
5-1.	Números Primos	136
5-2.	Fatores	140
5-3.	Divisibilidade	145
5-4.	Máximo Divisor Comum	148
5-5.	Restos das Divisões	154
5-6.	Revisão	158
5-7.	Mínimo Múltiplo Comum	163
5-8.	Resumo	169
6.	O SISTEMA DOS NÚMEROS RACIONAIS	
6-1.	A História das Frações	174
6-2.	Números Racionais	175
6-3.	Propriedades dos Números Racionais	180
6-4.	Recíprocos	186
6-5.	Usando a Reta Numérica	190
6-6.	Multiplicação de Números Racionais	195
6-7.	Divisão de Números Racionais	200
6-8.	Adição e Subtração de Números Racionais	204
6-9.	Razões Expressas por Números Racionais	215
6-10.	A Notação Decimal	218
6-11.	A Ordenação	222
7.	MEDIDA	
7-1.	Contando e Medindo	225
7-2.	Subdivisão e Medição	230
7-3.	Subdividindo as Unidades de Medida	234
7-4.	Unidades Padrão de Comprimento	239
7-5.	Precisão de Medida e Maior Erro Possível	251
7-6.	Medida de Ângulos	262
7-7.	Resumo	271
8.	ÁREA, VOLUME, PÊSO E TEMPO	
8-1.	Retângulo	273
8-2.	Prisma Retangular	288
8-3.	Outras Medidas	302
8-4.	Sumário	310

Traduzido do original norte americano:

Figura 12: Índice da edição norte americana – folha 1

CONTENTS

FOREWORD	v
PREFACE	1x
Chapter	
1. WHAT IS MATHEMATICS?	1
1- 1. Mathematics as a Method of Reasoning	1
1- 2. Deductive Reasoning	3
1- 3. From Arithmetic to Mathematics	5
1- 4. Kinds of Mathematics	7
1- 5. Mathematics Today	10
1- 6. Mathematics as a Vocation	12
1- 7. Mathematics in Other Vocations	13
1- 8. Mathematics for Recreation	15
1- 9. Highlights of First Year Junior High School Mathematics	16
2. NUMERATION	21
2- 1. Caveman's Numerals	21
2- 2. The Decimal System	26
2- 3. Expanded Numerals and Exponential Notation.	30
2- 4. Numerals in Base Seven	33
2- 5. Computation in Base Seven	39
2- 6. Changing from Base Ten to Base Seven	48
2- 7. Numerals in Other Bases	52
2- 8. The Binary and Duodecimal Systems	56
2- 9. Summary	61
3. WHOLE NUMBERS	67
3- 1. Counting Numbers	67
3- 2. Commutative Properties for Whole Numbers	70
3- 3. Associative Properties for Whole Numbers.	75
3- 4. The Distributive Property	79
3- 5. Sets and the Closure Property	84
3- 6. Inverse Operations	88
3- 7. Betweenness and the Number Line	93
3- 8. The Number One	94
3- 9. The Number Zero	97
3-10. Summary	102

Figura 13: Índice da edição norte americana – folha 2

Chapter		
4.	NON-METRIC GEOMETRY	105
4- 1.	Points, Lines, and Space	105
4- 2.	Planes	108
4- 3.	Names and Symbols	113
4- 4.	Intersection of Sets	122
4- 5.	Intersections of Lines and Planes	125
4- 6.	Segments	131
4- 7.	Separations	134
4- 8.	Angles and Triangles	138
4- 9.	One-to-one Correspondence	142
4-10.	Simple Closed Curves	147
5.	FACTORING AND PRIMES	151
5- 1.	Primes	151
5- 2.	Factors	155
5- 3.	Divisibility	160
5- 4.	Greatest Common Factor	164
5- 5.	Remainders in Division	169
5- 6.	Review	174
5- 7.	Least Common Multiple	178
5- 8.	Summary	183
6.	THE RATIONAL NUMBER SYSTEM	189
6- 1.	History of Fractions	189
6- 2.	Rational Numbers	190
6- 3.	Properties of Rational Numbers	196
6- 4.	Reciprocals	202
6- 5.	Using the Number Line	206
6- 6.	Multiplication of Rational Numbers	212
6- 7.	Division of Rational Numbers	216
6- 8.	Addition and Subtraction of Rational Numbers	220
6- 9.	Ratios Expressed by Rational Numbers	231
6-10.	Decimal Notation	235
6-11.	Ordering	239
7.	MEASUREMENT	243
7- 1.	Counting and Measuring	243
7- 2.	Subdivision and Measurement	249
7- 3.	Subdividing Units of Measurement	254
7- 4.	Standard Units of Length	260
7- 5.	Precision of Measurement and the Greatest Possible Error	275
7- 6.	Measurement of Angles	287
7- 7.	Summary	297
8.	AREA, VOLUME, WEIGHT AND TIME	299
8- 1.	Rectangle	299
8- 2.	Rectangular Prism	316
8- 3.	Other Measures	333
8- 4.	Summary	344
	Tables for Reference	346
INDEX	following page	346

Nota-se abaixo, os componentes do Subgrupo do 7º e 8º Graus do SMSG, finalizado na Segunda Sessão de Escrita na Universidade de Michigan durante o verão de 1959 baseado, em parte, no material preparado na Primeira Sessão de Escrita na Universidade de Yale no verão de 1958. Esta edição data de 1960, preparada na Universidade de Stanford no verão de 1960.

Figura 14: Componentes do subgrupo do 7º e 8º Graus

The preliminary edition of this volume was prepared at a writing session held at the University of Michigan during the summer of 1959, based, in part, on material prepared at the first SMSG writing session, held at Yale University in the summer of 1958. This revision was prepared at Stanford University in the summer of 1960, taking into account the classroom experience with the preliminary edition during the academic year 1959-60.

The following is a list of all those who have participated in the preparation of this volume.

R.D. Anderson, Louisiana State University
 B.H. Arnold, Oregon State College
 J.A. Brown, University of Delaware
 Kenneth E. Brown, U.S. Office of Education
 Mildred B. Cole, K.D. Waldo Junior High School, Aurora, Illinois
 B.H. Colvin, Boeing Scientific Research Laboratories
 J.A. Cooley, University of Tennessee
 Richard Dean, California Institute of Technology
 H.M. Gehman, University of Buffalo
 L. Roland Genise, Brentwood Junior High School, Brentwood, New York
 E. Glenadine Gibb, Iowa State Teachers College
 Richard Good, University of Maryland
 Alice Hach, Racine Public Schools, Racine, Wisconsin
 S.B. Jackson, University of Maryland
 Lenore John, University High School, University of Chicago
 B.W. Jones, University of Colorado
 P.S. Jones, University of Michigan
 Houston Karnes, Louisiana State University
 Mildred Keiffer, Cincinnati Public Schools, Cincinnati, Ohio
 Nick Lovdjieff, Anthony Junior High School, Minneapolis, Minnesota
 J.R. Mayor, American Association for the Advancement of Science
 Sheldon Meyers, Educational Testing Service
 Muriel Mills, Hill Junior High School, Denver, Colorado
 P.C. Rosenbloom, University of Minnesota
 Elizabeth Roudebush, Seattle Public Schools, Seattle, Washington
 Veryl Schult, Washington Public Schools, Washington, D.C.
 George Schaefer, Alexis I. DuPont High School, Wilmington, Delaware
 Allen Shields, University of Michigan
 Rothwell Stephens, Knox College
 John Wagner, School Mathematics Study Group, New Haven, Connecticut
 Ray Walch, Westport Public Schools, Westport, Connecticut
 G.C. Webber, University of Delaware
 A.B. Willcox, Amherst College

Fonte: (SMSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961)

Este primeiro volume da edição brasileira não faz menção aos agentes responsáveis pela produção do texto, e sim à instituição SMSG. Tem formato 18,5 cm x 24,5 cm, um pouco maior que o original que tem formato 15 cm x 20,5 cm, consta como edição preliminar de 1967, contém 311 páginas divididas em oito capítulos, os quais se subdividem em tópicos que seguem uma estrutura semelhante entre si: uma apresentação do tópico - geralmente na forma de um enunciado ilustrativo para a definição, seguido de exemplos, problemas propostos como exercícios⁹⁶ e finalizados com problemas-desafio.

O primeiro capítulo "O que é Matemática", 14 páginas distribuem 9 tópicos: A Matemática como um Método de Raciocínio; Raciocínio Dedutivo; Da Aritmética para a Matemática; Ramos da Matemática; Matemática do Presente; A Matemática como Vocação; A Matemática e outras Variações; A Matemática como Recreação e A Estrutura da Primeira Série Ginásial. Quarenta e dois exercícios são propostos ao longo desse capítulo introdutório, entre estes, 9 são problemas desafios a serem solucionados em sala de aula.

Seguindo a mesma estrutura e, nas palavras do professor Lafayette de Moraes, o mesmo "espírito", em 44 páginas o segundo capítulo é dedicado ao estudo do sistema de numeração, contemplando 9 tópicos: Numerais do Homem da Caverna; O Sistema Decimal; Numerais Desenvolvidos e Notação Exponencial; Numerais na Base Sete; Cálculo na Base Sete; Mudança de Base Dez para a Base Sete; Numerais em Outras Bases; Os Sistemas Binário e Duodecimal e Resumo.

O terceiro capítulo fica a cargo dos Números Inteiros, 37 páginas abordam os temas: Os Números Naturais; Propriedades Comutativas dos Números Inteiros; Propriedades Associativas dos Números Inteiros; A Propriedade Distributiva; Conjuntos e Propriedades do Fechamento; Operações Inversas; A Ordenação da Reta Numérica; O Número Um e O Número Zero. Estes dois números abordados nos últimos dois tópicos são denominados como "números especiais".

O capítulo termina com uma lista de 20 exercícios intitulada "como você está progredindo". A proposta é verificar o conteúdo dos capítulos 2 e 3. 96 exercícios bem elaborados são contemplados neste terceiro capítulo com o objetivo de fixação e verificação da aprendizagem.

⁹⁶ Identificamos na obra o uso da palavra "exercícios" como uma série de problemas propostos para serem resolvidos pelo estudante com o objetivo implícito de otimizar a aprendizagem

O quarto capítulo explora a Geometria Não Métrica em 39 páginas e 10 tópicos: Pontos, Retas e Espaço; Planos; Nomes e Símbolos; Intersecção de Conjuntos; Intersecção de Retas e Planos; Segmentos; Separações; Ângulos e Triângulos; Correspondências Biunívocas; Curvas Simples Fechadas. Esse quarto capítulo contempla o total de 97 exercícios, sendo alguns deles propostos, pela primeira vez, para "discussão em classe".

No quinto capítulo 38 páginas são dedicadas à Fatoração e aos Números Primos em 8 tópicos: Números Primos; Fatores; Divisibilidade; MDC; Restos das Divisões; Revisão; MMC e Resumo.

A palavra "fator" é apresentada como novidade neste material, na página 140, vemos:

A palavra fator é bastante usada em Matemática. “Embora o termo possa ser novo para você, a ideia não é nova, ao invés de chamarmos um dos números de multiplicando e o outro de multiplicador, damos a ambos o mesmo nome, fator”. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 140).

Conceito e critérios de divisibilidade, divisores (MDC) se faz pelo processo de comparação entre os conjuntos de divisores de cada número natural, não mencionando que o conjunto de divisores comum é o conjunto intersecção, e pelo processo da divisão, aqui denominado de "relação entre as partes de um problema de divisão", e posteriormente, as "divisões sucessivas". A lista de exercícios 5.3 na página 147 explora os critérios de divisibilidade de números em diversas bases, inclusive, base doze.

Na seção de revisão, na página 159, é proposto no exercício 4, que o estudante dê o conjunto de todos os fatores comuns de números escritos na base sete.

Múltiplos (MMC) são abordados da mesma maneira, entretanto, não apresenta a forma de determinar o MMC por meio da decomposição simultânea entre os números envolvidos.

O tópico resumo finaliza o quinto capítulo que tem um total de 116 exercícios contemplados neste, sendo que 24 deles são dedicados a atividades de revisão.

No sexto capítulo, 51 páginas tratam do Sistema de Números Racionais em 11 tópicos: A História das Frações; Números Racionais; Propriedades dos Números Racionais; Recíprocos; Usando a Reta Numérica; Multiplicação de Números Racionais; Divisão de Números Racionais; Adição e Subtração de Números

Racionais; Razões Expressas por Números Racionais; A Notação Decimal e A Ordenação.

Na explicação acerca da propriedade distributiva para os números racionais, página 181, é utilizado o "número misto" ($4\frac{1}{5}$), entretanto, não há explicação deste objeto neste livro.

Também não encontramos as denominações para os tipos de fração como, fração própria, fração imprópria, fração aparente, nem as operações de transformações de fração imprópria em número misto e vice e versa.

A notação decimal e a ordenação de números racionais encerram o sexto capítulo, perfazendo o total de 115 exercícios.

O sétimo capítulo é dedicado ao estudo da Medida em 48 páginas contendo 7 tópicos: Contando e Medindo; Subdivisão e Medição; Subdividindo as Unidades de Medida; Unidades Padrão de Comprimento; Precisão de Medida e Maior Erro Possível; Medida de Ângulos e Resumo.

O objetivo deste capítulo é o estudo dos processos para medir grandezas contínuas. Para tanto, a diferença entre grandezas discretas e contínuas é evidenciada pelos autores logo no início deste capítulo, posteriormente são enunciadas as propriedades das grandezas contínuas.

Um resumo dos temas estudados finaliza este capítulo que tem 124 exercícios bem elaborados para a fixação da aprendizagem.

O oitavo e último capítulo deste livro intitulado Área, Volume, Peso e Tempo em 38 páginas apresenta os últimos 4 tópicos: Retângulo; Prisma Retangular; outras medidas como o peso e o tempo, bem como um resumo encerram o último capítulo que tem 123 exercícios, alguns deles considerados difíceis.

Exercícios de revisão são apresentados em categorias:

- Práticas em Processos Aritméticos
- Como você está progredindo?

As duas categorias aparecem no capítulo 3 com o título “Práticas em Processos Aritméticos”, proposta para revisar as operações matemáticas básicas e subsidiar o estudo das operações inversas. O título “Como você está progredindo” retoma os conteúdos abordados nos capítulos anteriores.

No capítulo 5 é proposta uma lista intitulada “Revisão”, retomando os conceitos apreendidos e subsidiando o caráter propedêutico para os demais tópicos.

O livro totaliza 843 exercícios, distribuídos como mostra o quadro abaixo:

Quadro 1: Distribuição dos exercícios do primeiro volume da coleção traduzida do SMSG

Capítulo	Título	Maior Dificuldade	Problemas Desafio	Para discussão em classe	Revisão	Total
1	O que é Matemática	0	9	6	0	42
2	Numeração	7	9	0	0	115
3	Os Números Inteiros	2	1	0	32	96
4	Geometria não métrica	12	6	12	0	97
5	Fatoração e Números Primos	13	2	0	24	116
6	O Sistema dos Números Racionais	12	0	5	0	115
7	Medida	3	1	38	0	124
8	Área, Volume, Peso e Tempo	8	2	15	0	138
Total Geral		57	30	76	56	843

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados da obra (SMSG – Matemática Curso Ginásial 1967)

Não há respostas aos exercícios propostos, estas estão, provavelmente, no "Livro do Mestre" o qual o Professor Lafayette de Moraes se referiu, entretanto, não tivemos acesso a essa obra.

Não há Referências Bibliográficas embora haja no original norte americano, que no primeiro volume é contemplada na página 19, são seis "Bibliography General" e mais seis "Bibliography Advanced".

Figura 15: Bibliografia do primeiro volume da coleção norte americana

19

Bibliography

General

1. Adler, Irving. MATHEMATICS, THE STORY OF NUMBERS, SYMBOLS AND SPACE. New York: Golden Press, 1958.

Recreation

1. Bakst, Aaron. MATHEMATICS: ITS MAGIC AND MASTERY. New York: D. Van Nostrand Company, 1941.
2. Glenn, William H. and Johnson, Donovan A. FUN WITH MATHEMATICS. New York: Webster Publishing Company, 1960.
3. Heath, Royal. MATHEMAGIC. New York: Dover Publications, 1953.
4. Merrill, Helen. MATHEMATICAL EXCURSIONS. New York: Dover Publications, 1957. Paperbound.
5. Mott-Smith, Geoffrey. MATHEMATICAL PUZZLES FOR BEGINNERS AND ENTHUSIASTS. New York: Dover Publications, 1954. Paperbound.
6. Wylie, C.R. 101 PUZZLES IN THOUGHT AND LOGIC. New York: Dover Publications, 1957. Paperbound.

Advanced

1. Bell, Eric T. MEN OF MATHEMATICS. New York: Simon and Schuster, 1937.
2. Boehm, George A.W. and the Editors of Fortune. THE NEW WORLD OF MATH. New York: Dial Press, 1959.
See especially pp. 17-46 (The New Mathematics).
3. Courant, Richard and Robbins, Herbert. WHAT IS MATHEMATICS? New York: Oxford University Press, 1943.
4. Kline, Morris. MATHEMATICS IN WESTERN CULTURE. New York: Oxford University Press, 1953.
See especially pp. 3-12 (General Concepts), pp. 21-39 (Deductive Reasoning), pp. 359-369 (Probability).
5. Newman, James R. * THE WORLD OF MATHEMATICS. New York: Simon and Schuster, 1953.
6. Sawyer, W.W. PRELUDE TO MATHEMATICS. Baltimore: Penguin Books, 1957.

Fonte: (MSG - Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960, 1961, p. 19)

3.5 - Breve descrição da obra *Matemática - Curso Moderno para o Ginásio*:

Neste tópico nos propusemos a uma descrição interna da obra do Professor Osvaldo Sangiori *Matemática - Curso Moderno para o Ginásio* publicada pela Companhia Editora Nacional, em São Paulo - SP, percebemos, como constatou Valente (2008), uma variedade de edições⁹⁷, as quais, supostamente compunham as diferentes coleções.

Em nossa busca por esse material não conseguimos encontrar os quatro volumes de uma mesma edição e/ou coleção, assim, compramos um em cada sebo, a saber:

O primeiro volume pertence à coleção editada em 1969, pela Companhia Editora Nacional, configurando-se na 12ª edição⁹⁸ revista e ampliada, 371 páginas. Esta edição homenageia a Primeira Olimpíada de Matemática do Estado de São Paulo, em 1967, uma realização do GEEM - Grupo de Estudos do Ensino de Matemática de São Paulo em convênio com a Chefia de Serviço do Ensino Secundário e Normal do Departamento de Educação de São Paulo.

Figura 16: Capa do primeiro volume da Coleção de Osvaldo Sangiorgi



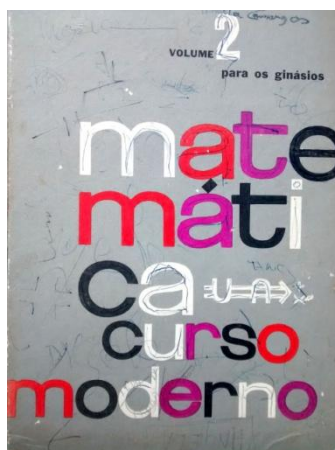
Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, capa)

⁹⁷ O sucesso da obra é confirmado pelas novas edições do primeiro volume: em 1965, mais de 250 mil novos livros são editados e assim, anualmente, o livro tem tiragens na casa dos 250 mil exemplares, até 1967, alcançando a sua 10ª edição, como atesta o “Mapa de Edições” da Editora. No que toca às edições do *Guias*, destinados aos professores, de acordo com os arquivos da Cia. Editora Nacional, o primeiro volume é lançado em março de 1964, com tiragem de mais de cinco mil exemplares. Em 1965, já seriam 12 mil. Em média, até o início dos anos 70, anualmente foram publicados cinco mil exemplares de cada volume. (Valente, 2008 p. 31).

⁹⁸ Após ter feito o trabalho com a 12ª edição, consegui uma edição mais antiga, a 6ª edição de 1966. Entretanto, em nada se modifica em relação ao conteúdo, apenas a cor marrom no interior, no lugar do verde da edição analisada e a capa. Portanto, não refizemos as imagens por serem as mesmas.

O segundo volume que tivemos acesso pertence à coleção editada em 1966, 3ª edição, 271 páginas. Esta edição destaca o agradecimento do autor a todos aqueles que, direta ou indiretamente, colaboraram na feitura deste livro, em particular, aos colegas do GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, pelas magníficas sugestões e discussões de certos tópicos neste presentes.

Figura 17: Capa do segundo volume



Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 3 ed. Vol. 2. São Paulo: Editora Nacional, 1966, capa)

O terceiro volume pertence à coleção editada em 1967, 2ª edição revista, 314 páginas. Esta edição é em homenagem ao V Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, realizado de 10 a 19 de janeiro de 1966 no CTA - Centro Tecnológico da Aeronáutica em São José dos Campos - SP, o qual teve a coordenação do GEEM - Grupo de Estudos do Ensino de Matemática de SP.

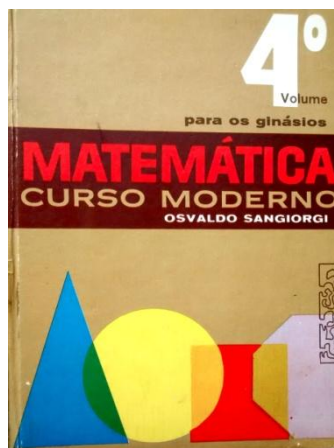
Figura 18: Capa do terceiro volume



Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 2 ed.revista. Vol. 3. São Paulo: Editora Nacional, 1967, capa)

O quarto volume pertence à coleção editada em 1968, 2ª edição, 247 páginas. Esta edição homenageia a Segunda Conferência Interamericana de Educação Matemática, realizada de 2 a 12 de dezembro de 1966 em Lima, Peru.

Figura 19: Capa do quarto volume



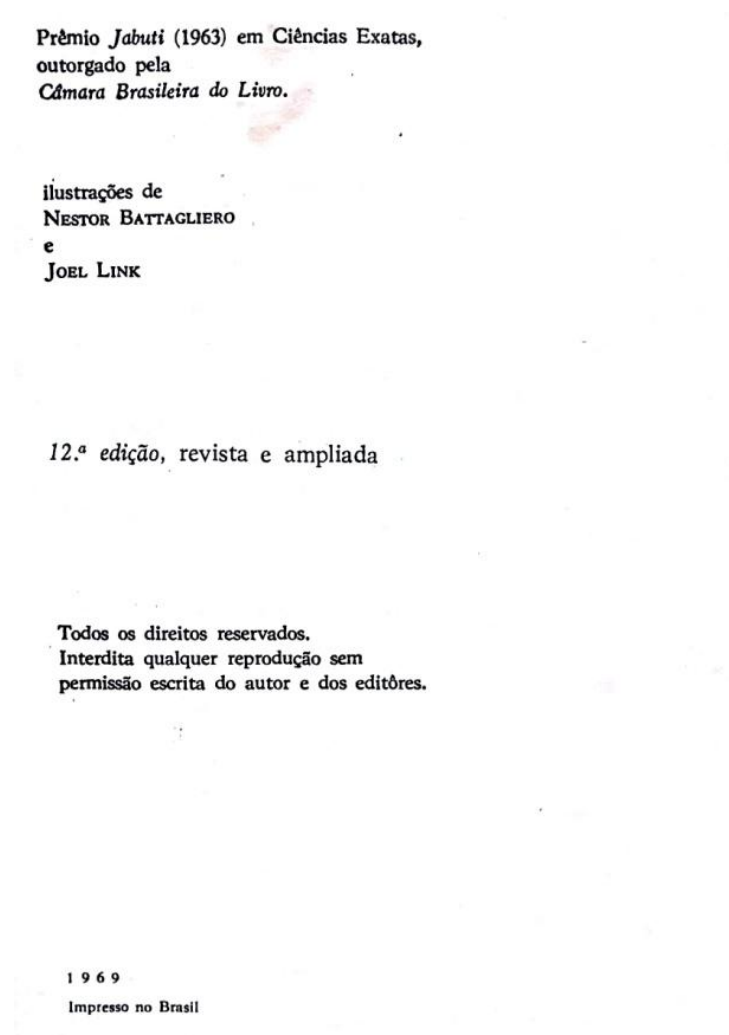
Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 2 ed. São Paulo: Editora Nacional, 1968, capa)

Em todos os volumes, a apresentação segue o mesmo padrão, apenas mudando o conteúdo apresentado, estando de acordo com a Proposta do GEEM aprovada pela Diretoria do Ensino Secundário do MEC - Ministério da Educação e Cultura no Curso de Treinamento Básico para Professores Secundários, realizado em Brasília de 25 a 30 de novembro de 1963. As capas são coloridas e apresentam figuras geométricas, com exceção do primeiro.

3.5.1 Breve descrição do Primeiro Volume

A primeira edição ganhou o Prêmio Jabuti em Ciências Exatas, em 1963 outorgado pela Câmara Brasileira do Livro, essa Informação consta nas edições posteriores.

Figura 20: página que consta o Prêmio Jaboti outorgado em 1963 e o número desta edição



Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969)

Neste primeiro volume, como uma espécie de apresentação do livro, notamos a preocupação do autor em enfatizar os assuntos a serem desenvolvidos na primeira série dos Ginásios.

Figura 21: Assuntos para seres desenvolvidos neste primeiro volume

PROGRAMA
para um
CURSO MODERNO
de
MATEMÁTICA
(Para os cursos ginasiais)*

Os seguintes assuntos, para serem desenvolvidos na Primeira Série dos Ginásios, são distribuídos nos seguintes itens:

1. noções de conjunto; operações com conjuntos; relações;
2. número natural; numerais de um número — sistemas de numeração — bases;
3. operações (operações inversas) com os números naturais — propriedades estruturais;
4. divisibilidade — múltiplos e divisores; números primos; fatoração completa;
5. conjunto dos números racionais; números fracionários — operações (operações inversas); propriedades estruturais;
6. estudo intuitivo das principais figuras geométricas planas e espaciais — sistemas de medidas: decimal e não-decimais.

Tais itens, explicados neste Volume 1, fazem parte da programação dos *Assuntos Mínimos para um Moderno Programa de Matemática para os Ginásios*, ratificados no 5.º Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática, promovido pelo GEEM de São Paulo (janeiro de 1966, São José dos Campos — SP), bem como seguem as sugestões para o *Desenvolvimento da Matemática para a Primeira Série Ginasial*, publicadas pelo Departamento de Educação do Estado de São Paulo (D. O. de 19-1-65) e, de um modo geral, atendem às *Recomendações sobre Currículos para o Ensino Médio* da Segunda Conferência Interamericana de Educação Matemática (dezembro de 1966, Lima, Peru).

(*) Designação genérica do 1.º ciclo dos cursos médios, compreendendo os Ginásios, os Ginásios Modernos, os Ginásios Experimentais, os Ginásios Vocacionais, os Ginásios Industriais, os Ginásios Comerciais e os Ginásios Pluricurriculares.

O volume 1 de Sangiorgi, contém um Prefácio, com um texto destinado aos alunos: “Uma palavra para você que inicia o ginásio”. Em forma de uma carta ao estudante, Sangiorgi enfatiza a nova matemática, a qual iria ser estudada com prazer:

Figura 22: Prefácio

**Uma palavra para você
que inicia o ginásio . . .**



Meu caro estudante:

Você, provavelmente, já foi iniciado no estudo da *Matemática* de um modo diferente daquele pelo qual seus irmãos e colegas mais velhos estudaram.

Sabe por quê?

Porque *Matemática*, para eles, na maioria das vezes, era um “exagêro de cálculos”, “problemas complicados, trabalhosos e fora da realidade” que a tornavam, quase sempre, um *fantasma*!

Hoje, na Era Atômica em que vivemos, isto é trabalho para as máquinas (os fabulosos computadores eletrônicos de que tanto falam os jornais . . .), razão pela qual você vai aproveitar o seu precioso tempo aprendendo o verdadeiro *significado* e as belas *estruturas* da *Matemática Moderna*. Então, você perceberá, por exemplo, uma certa *semelhança* entre o modo de raciocinar em *Matemática* e nas outras matérias de seus estudos, como Português, História, Geografia, Ciências, Música, Educação Física, etc.

Fazer conhecer *Matemática* dessa forma é o principal objetivo dêste livro em que você vai começar a estudar e que se completará com o auxílio indispensável de seu professor.

Vamos, pois, estudar *Matemática* com prazer!

Felicidades e até o próximo ano.

OSVALDO SANGIORGI

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969)

O conteúdo do primeiro volume é distribuído de acordo com o índice da matéria, exposta no livro.

Figura 23: Índice da matéria - folha 1

Índice da matéria

1

- Noção de conjunto; relação de pertinência, 3
- Subconjuntos; relações de inclusão, 10
- Conjuntos iguais; relação de igualdade, 13
- Operações com conjuntos, 15
- APÊNDICE 1 — *Partição de 1 conjunto*, 29
- Correspondência biunívoca (ou um a um) no conjunto dos números naturais (N), 32
- Primeira idéia de número natural, 35
- Numerais de um número, 43
- Sucessão dos números naturais, 47
- Estrutura de ordem; reta numerada, 50
- Sistemas de numeração; bases, 57
- Sistema de numeração decimal. Valor posição, 58
- Sistemas de numeração antigos e modernos, 64
- Experimentos em diversas bases, 69

Classes Experimentais — Laboratório de Matemática, 75

APÊNDICE 2 — *Transformação de bases*, 78

3

- Conjunto dos números racionais (Q), 201
- Números fracionários; frações, 201
- Classe de equivalência entre frações, 214
- Estrutura de ordem nos números fracionários, 221
- Operações; propriedades estruturais, 228
- Problemas de aplicação; estruturas, 249
- Representação decimal dos números racionais, 257
- Numerais decimais; operações, 262
- Dízimas periódicas; geratrizes, 268-272
- Potenciação e radiciação, 275
- APÊNDICE 3 — *Número racional absoluto*, 280

Figura 24: Índice da matéria - folha 2

Operações no conjunto dos números naturais (N),	85
Adição de números naturais; propriedades estruturais,	86
Subtração; associação de adições e subtrações,	94
Expressões numéricas — “pontuação”. Problemas de aplicação,	101
Multiplicação de números naturais; propriedades estruturais,	105
Divisão; associação de multiplicações e divisões,	117
Problemas de aplicação; estruturas,	129
Potenciação e radiciação de números naturais,	139-145

Divisibilidade no conjunto N ; relações “múltiplo de”, “divisor de”,	149
Critérios de divisibilidade; propriedades dos restos,	152
Números primos; números compostos,	162
Fatoração completa,	167
Técnica operatória da radiciação; raiz quadrada,	176
Operações: maximização e minimização; propriedades estruturais,	183-188

Medidas. Sistemas usuais,	284
Sistema Métrico Decimal (S.M.D.),	290
Comprimento de poligonais; circunferência,	298-301
Unidades de área,	304
Áreas das principais figuras planas,	309
Unidades de volume; medidas de capacidade,	326-329
Volumes dos principais sólidos; áreas laterais,	332
Unidades de massa,	345

Sistemas de medidas não-decimal,	350
Medida do tempo; de ângulos planos,	351-353
Sistema Inglês de Medidas (S.I.M.),	358
Conversões; operações com números não-decimais,	361-364

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969)

Na análise acerca da estrutura do livro observamos que cada um dos quatro capítulos é dividido em partes, isso é perceptível pelas “chaves”, entretanto, cada parte tem um título, o qual não aparece aqui, com subtítulos divididos por tópicos⁹⁹.

O primeiro capítulo contém 80 páginas sendo subdividido em três partes.

A primeira parte - Conjuntos e Relações contempla 44 exercícios de fixação, 10 exercícios exploratórios, 21 testes de atenção e 12 exercícios de aplicação, esta primeira parte contempla 87 exercícios.

A segunda parte - Conjunto dos Números Naturais contempla 32 exercícios, sendo 19 de fixação, 5 de aplicação e o testes de atenção.

A terceira parte - Sistemas de Numeração e base contempla 41 exercícios, sendo 31 de fixação e 10 denominados práticas com o Sistema de Numeração Decimal (grupo 23, p. 62). Encerra-se, portanto, o primeiro capítulo com 160 exercícios.

O segundo capítulo contém 118 páginas sendo subdividido em duas partes.

A primeira parte - Operações com números naturais. Propriedades estruturais contempla 113 exercícios de fixação, 7 de aplicação e 37 testes de atenção. Observamos a introdução de 25 exercícios na forma de problemas. Assim, essa primeira parte contempla 182 exercícios.

A segunda parte - Divisibilidade no Conjunto N contempla 112 exercícios, sendo 107 de fixação e 5 de aplicação, finalizando o segundo capítulo com o maior número de exercícios, 294 exercícios.

O terceiro capítulo contém 84 páginas sendo subdividido em duas partes.

A primeira parte - Conjunto dos números racionais (naturais e fracionários) contempla 47 exercícios, sendo 41 de fixação, 3 de aplicação e 3 exploratórios.

A segunda parte - Operações com números racionais contempla 104 exercícios, sendo 75 de fixação, 3 de aplicação e 27 problemas, encerrando também o terceiro capítulo com 151 exercícios no total.

O quarto capítulo "Medidas" contém 89 páginas, embora o índice aponte dois grupos, o mesmo é apresentado em uma única parte, motivo pelo qual tem título.

⁹⁹ Os subtítulos vão tendo um destaque como se fossem capítulos, escritos na cor preta e os respectivos tópicos vão sendo numerados e destacados na cor verde, retomando a numeração a cada subtítulo. Exemplos e exercícios resolvidos são observados no final de cada tópico, os quais antecedem as respectivas listas de exercícios.

Os 174 exercícios deste capítulo, os quais estão divididos em 114 de fixação, 43 de aplicação e 17 exploratórios, encerram o livro com o total de 779 exercícios.

Aplicações usando equivalência aparecem como "novidade" para o estudante. Expressões numéricas envolvendo as quatro operações são exploradas à altura da página 124, problemas de aplicação de "estruturas" diversas na página 130, potenciação na página 139, radiciação na página 145, divisibilidade no conjunto N , números primos e fatoração à partir da página 148, maximização (MDC) com os divisores comuns em intersecção de conjuntos finitos e minimização (MMC) como intersecção de conjuntos infinitos, bem como as propriedades estruturais dessas duas operações, na página 191 o autor apresenta a disposição prática de Euclides para determinar o maior divisor comum. O conjunto dos números racionais é abordado no terceiro capítulo, abarcando os números fracionários, classes de equivalência entre frações, estrutura de ordem nos números fracionários, operações com números fracionários, propriedades estruturais, problemas de aplicação, representação decimal dos números racionais, dízimas periódicas, problemas de aplicação, operações com números decimais, geratrizes.

O livro termina com o quarto capítulo abarcando o sistema de medidas, o qual finaliza com áreas e medidas (Sistema Métrico Decimal e não decimais), com várias figuras e ilustrações, bem como com 174 exercícios, parcela que compõe os 779 exercícios do livro distribuídos como mostra o quadro 2 abaixo:

Quadro 2 – Distribuição dos exercícios do primeiro volume da obra de Osvaldo Sangiorgi

Cap	Par te	Título	Fixaçã o	Explorató rios	Teste de Aten ção	Aplica ção	Problemas	Total
1	1	Conjun tos e Rela ções	44	10	21	12	0	87
	2	Conjun to dos Núme ros Naturais	19	0	8	5	0	32
	3	Siste mas de Numera ção: bases	31	0	0	10	0	41
2	1	Opera ções com Núme ros Naturais Proprie dades strutu rais	113	0	37	7	25	182
	2	Divisibi lidade no Conjun to N	107	0	0	5	0	112
3	1	Conjun to dos Núme ros Racio nais	41	3	0	3	0	47
	2	Opera ções com Núme ros Racio nais	75	0	0	2	27	104
4	1	Medidas	114	17	0	43	0	174
To tal			544	30	66	87	52	779

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados da obra (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969)

No livro não há respostas dos exercícios propostos, estas estariam em obra separada. No caso da obra do professor Osvaldo Sangiorgi, Valente (2008) afirma que para cada volume da coleção, há o "guia do mestre":

O lançamento da coleção de matemática moderna para o ginásio tem, ainda, um outro aspecto que, à época, pode ser considerado inovador. A nova coleção retoma um elemento que há muito havia deixado de fazer parte das obras didáticas para o ensino de matemática: o Livro do Mestre. Para tanto, acompanha cada volume da *Matemática – curso moderno*, um guia para professores. Assim, são publicados os *Guia para uso dos professores*, volumes 1, 2, 3 e 4. Neles, Sangiorgi expressa a didática da matemática moderna, buscando *guiar* os professores no trabalho pedagógico com os novos temas. Os *Guias* apresentavam: “1 - Observações de ordem pedagógica; 2 – Referências bibliográficas; 3 – Respostas às questões propostas no livro”. (VALENTE 2008, p.607).

3.6 Análise sob a ótica do Estruturalismo Matemático

Pelas definições de estrutura e de estruturalismo, apresentadas no primeiro tópico deste capítulo, entende-se estruturalismo como um conjunto formal de relações, um sistema, no qual cada um dos elementos só pode ser definido pelas "relações de equivalência" ou "de oposição" que mantém com os demais elementos.

Esse conjunto de relações forma a estrutura, a qual entende-se como um sistema abstrato cujos elementos são interdependentes o que permite, observando-se os fatos e relacionando diferenças, descrevê-los em sua ordenação e dinamismo.

Vimos que, para o estruturalismo não existem fatos isolados, mas partes de um todo maior. O estruturalismo, propriamente dito, começa quando se admite que conjuntos diferentes podem ser confrontados em virtude de suas diferenças, que se procura então, ordenar, de tal modo que os conjuntos considerados apareçam como variantes uns dos outros e o conjunto desses conjuntos como o produto de uma combinatória. Em um conjunto organizado, implica, pois, duas idéias: a de totalidade e a de interdependência.

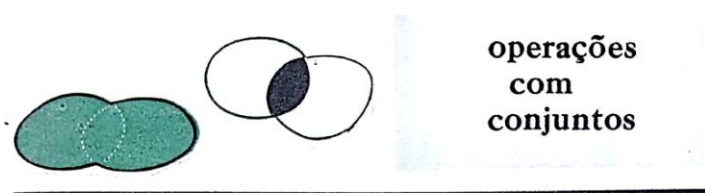
As estruturas algébricas e de ordem estão presentes nas duas obras analisadas, sobretudo, no enfoque da teoria dos conjuntos, mais fortemente evidenciada na obra do Professor Osvaldo Sangiorgi, que, já no primeiro capítulo, entra neste terreno, a partir das noções de *conjunto*, *subconjunto*, *correspondência*

biunívoca, conjuntos disjuntos, conjuntos equipotentes, bem como as relações de pertinência e inclusão.

No livro do Sangiorgi¹⁰⁰, o primeiro capítulo inicia com a noção de conjunto e as relações de pertinência com a apropriação da simbologia e a representação entre chaves, conjuntos unitários, conjuntos vazios, conjuntos infinitos, subconjuntos e a relação de inclusão.

As operações com conjuntos são ilustradas por meio de diagramas de Venn e definidas, como mostra a figura abaixo:

Figura 25: Operação com conjuntos



6. Conjunto-Universo. Diagrama de Venn

O conjunto dos alunos que constituem a 1.ª Série A de seu colégio, por exemplo, faz parte de um conjunto mais amplo — o conjunto de todos os alunos do colégio — que é suposto como *Conjunto-Universo* (fig. 3).

Para ajudar a “ver” as relações entre conjuntos, bem como as operações a serem estudadas entre eles, usa-se o *Diagrama de Venn*(*), onde um retângulo e sua região interior representam o Universo U . Os subconjuntos de U são representados por círculos (ou outras curvas simples fechadas) pertencentes à região interior do retângulo.

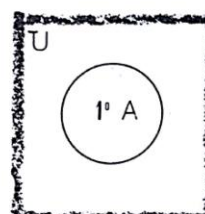


FIG. 3

OBSERVAÇÃO: Você pode sempre escolher o *Conjunto-Universo* que, em determinada situação, fornece todos os elementos que constituem os conjuntos relacionados com essa situação. Se forem conjuntos numéricos, o conjunto-Universo será de números; se forem conjuntos que envolvem homens ou mulheres, o conjunto-Universo será de pessoas, etc.

7. Operações: intersecção, reunião, complementação e produto cartesiano

1. INTERSECÇÃO ($\cap$)

Sejam, por exemplo, os conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 3, 5\}$$

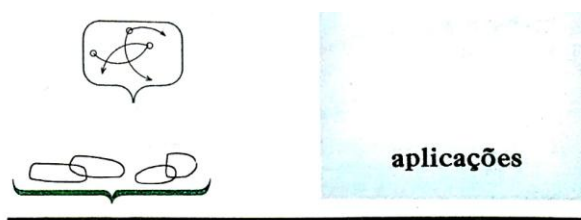
(*) JOHN VENN (1834-1883) — Logicista inglês.

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p.15)

Percebemos que a linguagem da Teoria dos Conjuntos, bem como sua simbologia, passa a fazer parte da obra a partir das primeiras definições.

O primeiro capítulo apresenta algumas aplicações, com diagramas:

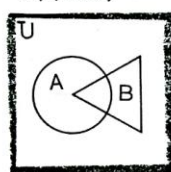
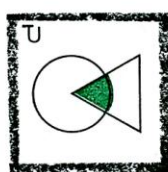
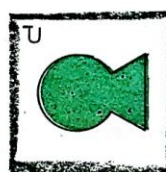
¹⁰⁰ A partir daqui, neste capítulo faremos referência, de um lado “o livro do Sangiorgi” para designar o primeiro volume da coleção *Matemática Curso Moderno para os Ginásios* e de outro “o livro do SMSG para designar o primeiro volume da coleção *SMSG – Matemática Curso Ginásial*.

Figura 26: Diagramas de Venn

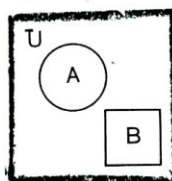
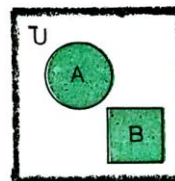
PRÁTICAS MODERNAS — Grupo 12

1. Considerando como Conjunto-Universo o retângulo e sua região interior, colorir no diagrama correspondente o resultado da operação indicada:

1.º) (Modelo)

 $A \text{ e } B \text{ dados}$  $A \cap B$  $A \cup B$

2.º) (Modelo)

 $A \text{ e } B \text{ dados}$  $A \cup B$

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 22)

Observamos a palavra "modernas" evidenciando que a proposta acima seria "nova" para os alunos. Percebemos que essa "novidade" está relacionada tanto ao conteúdo (pois apenas neste nível é apresentado) quanto à metodologia baseada nos estudos mais recentes (da época), visando à melhoria do ensino de Matemática nas escolas.

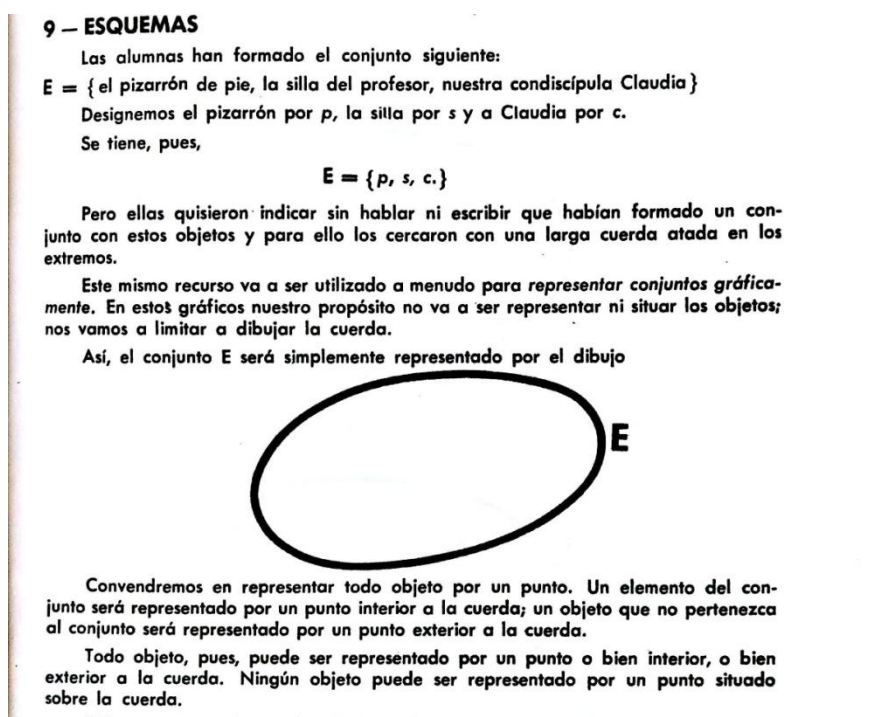
Como vimos no capítulo anterior, entre 1963-1966 Geroges Papy com a colaboração de sua esposa, Frédérique, também matemática, publicou a série inovadora de seis volumes intitulada *Matemática Moderne*, pela Editora Marcel Didier, Bruxelas, Paris, a qual representou uma reforma fundamental do currículo de matemática do ensino secundário da França com base nos temas unificadores de conjuntos, relações, funções e estruturas algébricas (como grupos). Encontramos uma edição em espanhol com o título *Matemática Moderna* - Tomo I, do livro do Papy, em sua quarta edição, traduzida (diretamente do original *Matemática Moderne*

- Editora Marcel Didier, Bruxelas, Paris, 1964) por Delia Pigretti e revisada por Jorge Bosch, editada pela Editorial Universitária de Buenos Aires, 1972.

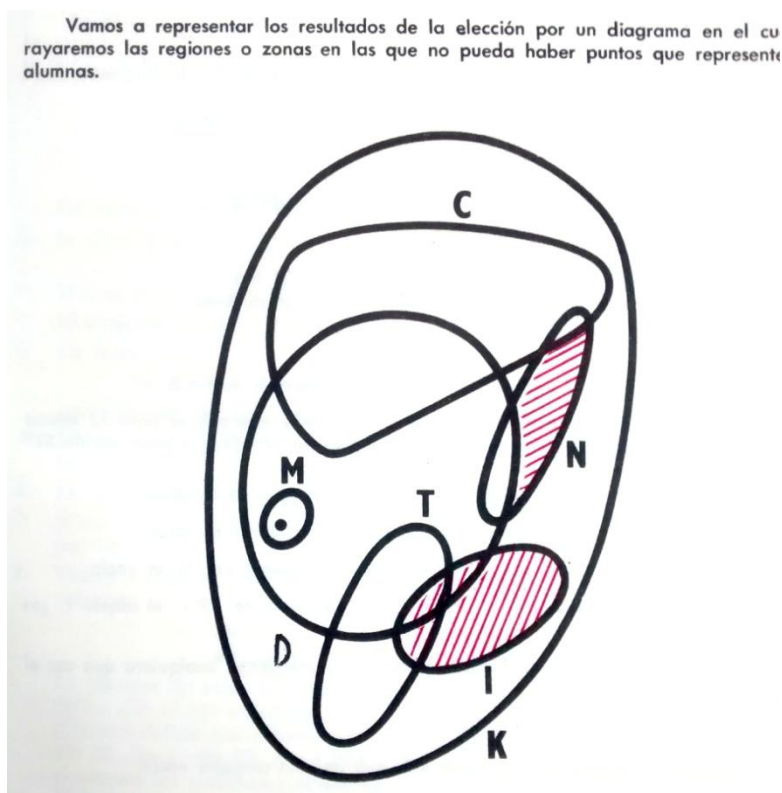
O conteúdo é listado no final do livro, que neste Tomo I, aborda em seus capítulos, Conjuntos; Partes; Operações (Intersecção, União e Diferença); Álgebra de Conjuntos; Partições; Primeiros Elementos de Geometria; Relações; Propriedades importantes de certas Relações; Composição de Relações; Equivalência; Ordens; Funções; Permutações; Transformações no Plano; Projeções Paralelas e Ordem (incluindo o Teorema de Pasch); Cardinais (incluindo o Teorema de Dedekind); Adição; Multiplicação; O Sistema de Numeração Binário; Os Inteiros Racionais; Equipotência; Translações (incluindo vetores); Simetrias Centrais; Grupos.

Relacionando o capítulo sobre Conjuntos do livro de Sangiorgi com o livro de Papy, percebemos que ambos apresentam aplicações com diagramas, no caso de Papy, ora denominado diagrama, ora denominado esquema, como mostra a figura abaixo:

Figura 27: Esquemas



Fonte: Matemática Moderna. 4. Ed. Tomo I. Editorial Universitária de Buenos Aires, 1972, p.5.

Figura 28: Diagramas

Fonte: Matemática Moderna. 4. Ed. Tomo I. Editorial Universitária de Buenos Aires, 1972, p.9.

No livro de Sangiorgi, o autor chama a atenção do estudante para as *relações* entre conjuntos, as quais gozam das propriedades: *reflexiva, simétrica e transitiva*, como a *equipolência*, por exemplo. "[...] Relações deste tipo denominam-se *relações de equivalência* e são de muita importância em toda a Matemática". (Matemática - curso moderno, V. 1, 1969, p.34). Fato que enaltece a importância desta teoria, a qual fundamenta toda a Matemática presente neste volume.

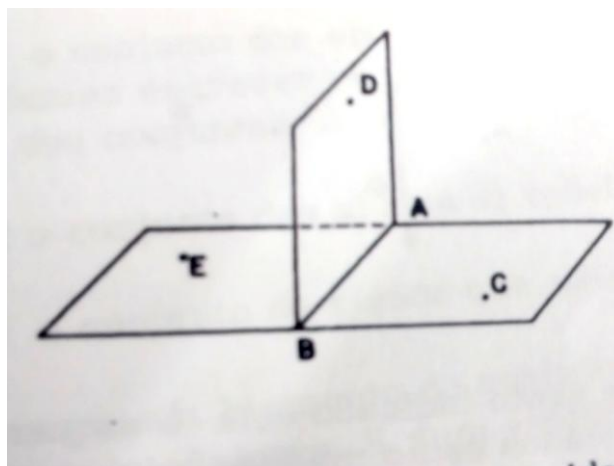
Vimos com Pires (2006) que a noção de conjunto à luz das investigações do formalismo lógico, numa nova concepção, faz das estruturas os únicos objetos da matemática.

Os matemáticos formalistas se interessam pelos "*objetos*" que são os "*elementos*" de certos "*conjuntos*" e entre eles certas "*relações*". Eles não fazem questão de definir as palavras, mas simplesmente considerar que estas são as interpretações, cômodas para o espírito, de um sistema de signos submissos a uma sintaxe rigorosa independente de toda interpretação que se queira lhes dar. (DIEUDONNÉ, 1981c, pág. 28 apud PIRES, 2006, p. 92).

Assim, nos livros analisados, sobretudo no livro de Sangiorgi, percebemos a presença do estruturalismo à luz do formalismo, dessa linguagem dos "símbolos", como os conectivos lógicos, os quantificadores e os operadores sobre conjuntos, bem como a linguagem específica da Teoria: *disjuntos, universo, unitário, vazio, partição, equipotentes, coordenáveis, e suas relações, equivalência, inclusão, ordem, igualdade*. Conceitos também presentes no livro de Papy.

No livro do SMSG, essa linguagem dos símbolos e das terminologias não está tão explícita, mas o livro explora a Teoria dos Conjuntos a partir da intersecção de dois planos, no capítulo 4 referente à Geometria não métrica, no tópico 4.3 – nomes e símbolos, na página 107, tem-se o desenho representando uma página de um livro na vertical. O desenho sugere a intersecção de dois planos, um que contém a capa e a contra capa do livro e outro contendo uma única página. Já que existe mais de um plano, é necessário atribuir nomes, marcando letras em alguns pontos da figura abaixo:

Figura 29: Desenho sugerindo a intersecção de dois planos



Fonte: (SMSG – Matemática Curso Ginásial 1967, p. 107)

Por uma propriedade já enunciada na página 102, “três pontos quaisquer não alinhados estão somente em um plano”, as letras A, B e D sugerem a folha vertical formando o plano ABD. Seguindo esse mesmo arranjo, tem-se a capa do livro como o plano ABC. Ainda tem-se que o plano ABC = plano ABE.

Os autores do SMSG anunciam que a noção de conjunto será útil para ajudar a explicar o que entendemos por “igual” quando aplicado deste modo. Assim, na página 111, o tópico 4.4 tem como tema a intersecção de conjuntos, introduzindo algumas ideias sobre conjuntos, usando, pela primeira vez, o símbolo $\cap$ para representar a operação de intersecção.

Os exercícios 7 e 8, da seção 4.4 – exercícios, propõem a verificação, pelo aluno, das propriedades estruturais das operações entre conjuntos, sem as terem trabalhado, por meio de problemas mais elaborados, como pode ser observado na figura abaixo:

Figura 30: Problema-Desafio

114 - Matemática - I

- b. A intersecção dos conjuntos descritos neste exercício é fechada em relação à adição? Por que?

8. PROBLEMA-DESAFIO

Explique porque a "intersecção" goza da propriedade de fechamento e também das propriedades comutativa e associativa. Em outras palavras, se X , Y e Z são conjuntos, explique porque:

- a. $X \cap Y$ é um conjunto
- b. $X \cap Y = Y \cap X$
- c. $(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$.

Fonte: (SMSG – Matemática Curso Ginasial 1967, p. 114)

Uma lista de exercícios finaliza cada seção com a proposta de desenvolver a capacidade de raciocinar matematicamente para além da simples fixação do conteúdo estudado. Esse fato já se evidencia desde o primeiro capítulo, no qual, a maioria dos exercícios envolve a mobilização de estratégias de decisões baseadas no “raciocínio lógico”.

Embora essa preocupação em definir os objetos da teoria dos conjuntos e suas propriedades estruturais seja menos evidente no SMSG, à luz do formalismo, o estruturalismo está presente à luz do logicismo. Os estudantes são conduzidos a um modo de estruturar o raciocínio para pensar a Matemática pelo princípio lógico da

dedução, procedimento que parte de um conceito geral para aplicá-lo a um fato particular.

No livro do SMSG o estudante é surpreendido por perguntas e curiosidades, é incentivado a realizar pesquisas para potencializar a compreensão e algumas proposições incitam o estudante a deduzir propriedades e verificar suas veridades, como vimos no exemplo acima.

De acordo com Silva (2013), um dos diferenciais da obra do SMSG em relação às outras obras destinadas para o mesmo nível de ensino, no que diz respeito ao conteúdo, é a opção por uma abordagem de vários tópicos a partir do conceito de “*conjunto*”, ainda que essa opção não seja tão sintomática, segundo essa autora, considerando a coleção do SMSG como uma das precursoras na divulgação do Movimento Matemática Moderna.

Em vários aspectos, esse livro se diferencia do que se tem tomado como “modelo” para os livros de Matemática produzidos sob a égide do Movimento Matemática Moderna: a simbologia é usada de modo econômico; não se percebe o enfoque hegemônico da teoria dos conjuntos que se diz caracterizar os livros “do Movimento”; os exercícios são diversificados e criativos; as explicações pautam-se, em boa parte das vezes, em exemplificações do mundo cotidiano e das práticas diárias nas quais a Matemática está envolvida; ainda que haja formalização, ela é introduzida, contextualizada. (SILVA, 2013, p. 84).

Concordamos com Silva (2013) e ressaltamos que a estrutura do livro do SMSG tem uma apresentação sequencial, valendo-se constantemente da metodologia da retomada de conteúdos já vistos como propedêutica para o estudo de novos conceitos. O livro relaciona conceitos matemáticos “novos” e “antigos”, mobilizando, em alguns momentos, a história da matemática e sua transformação ao longo do tempo. A interdisciplinaridade entre a Matemática e as diferentes áreas do conhecimento, também é um diferencial do SMSG em relação aos outros livros da época. No prólogo já se anunciava:

Esta saudável fusão do velho e do novo deve conduzir os alunos a uma **compreensão superior dos conceitos básicos e da estrutura da Matemática**, assim como proporcionar um fundamento mais sólido para a compreensão e o uso da Matemática numa sociedade científica. (SMSG – Matemática Curso Ginasial, 1967, p. iii, grifo nosso).

Nota-se neste paratexto o anúncio da presença das novas estruturas da Matemática na obra, com o objetivo de aprofundar o entendimento do que já se conhece de “conteúdo familiar” de uma maneira superior, apresentando quais são as estruturas que estão por trás das relações e operações matemáticas, por meio de suas propriedades.

No livro do MSG, percebemos a ênfase na estrutura da Matemática também nas primeiras linhas do prefácio da edição norte americana, com a afirmação:

As ideias principais de um Curso de Matemática para o primeiro ciclo do Curso Secundário abordados neste texto são: a **estrutura da aritmética sob o ponto de vista algébrico**". (MSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. xii, grifo nosso).

Tais estruturas, neste paratexto, entendidas estruturas algébricas, relacionadas a grupo, (anéis, corpos, etc.), como queria Bourbaki.

Na sequência, na afirmação *"através destes tópicos, estas ideias são associadas com as suas aplicações"*. (MSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. xii), vemos a preocupação dos autores com a aplicação do conteúdo estudado às situações próximas da realidade dos alunos e, aos poucos, partindo do pensamento abstrato para atingir o concreto, evidenciando o uso do pensamento dedutivo, do geral para o particular.

Neste caso, Dosse (2007) entende essa estrutura como um sistema abstrato em que seus elementos são interdependentes e que permite, observando-se os fatos e relacionando diferenças, descrevê-los em sua ordenação e dinamismo. É um método que contraria o empirismo, que vê a realidade como sendo constituída de fatos isolados.

No tópico 1-4 "Ramos da Matemática" (p.7), os autores justificam a criação, pelos matemáticos, de novos ramos da Matemática por meio da tentativa de resoluções de problemas, que devem ser acrescentados ao acervo sempre crescente do conhecimento matemático. Aritmética, Trigonometria, Álgebra e Geometria Plana, são alguns exemplos que os autores citam como sendo ramos da Matemática, evidenciando que, naquela época, existiam mais de oitenta ramos da Matemática.

Na sequência analisamos o paratexto: *"O importante neste nível são as experiências sugestivas que levem a uma apreciação dos conceitos abstratos, do papel da definição, do desenvolvimento do vocabulário preciso e do raciocínio, da*

*experimentação*¹⁰¹ e da *demonstração*". (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. xii).

Neste recorte, já que se refere ao vocabulário preciso, alguns construtos específicos merecem destaque.

Definição¹⁰² é um enunciado que declara o significado de um termo (uma palavra, frase ou um conjunto de símbolos).

Demonstração¹⁰³, pode ser encarado como uma resposta a um "por que?" sobre um enunciado matemático.

Vimos com Edward Titchener (1867-1927) que cada totalidade psicológica compõe-se de elementos mentais providos de conteúdo e da maneira pela qual se estrutura. Os três parâmetros que estão em relação ao objeto, para esse autor, são:

1. O que é? - através da análise se chega aos componentes da vida mental;
2. O como? - a síntese mostra como os elementos estão associados e estruturados e que leis determinam essas associações;
3. O por quê? - investiga a causa dos fenômenos.

Os autores do SMSG enfatizam o papel do matemático e orientam a ação do estudante.

¹⁰¹ O termo *experimentação* será explorado no tópico 3.7 pelo fato de pertencer à outra categoria de análise, a saber, o pragmatismo.

¹⁰² A palavra *definição* carrega muitos significados e muitas variações como vemos em Abbagnano (2007, p.235): **DEFINIÇÃO** (gr. ὁποϋ, ὁπου ὌϚ; lat. *Definitio*; in. *Definition*; fr. *Définition*; ai. *Definition*; it. *Definizione*). Declaração da essência. Distinguem-se diversos conceitos de D., que correspondem aos diversos conceitos de *essência* (v.), mais precisamente: 1º conceito de D. como declaração da essência substancial; 2º conceito de D. como declaração da essência nominal; 3º conceito de D. como declaração da essência-significado.

¹⁰³ Em Abbagnano (2007, p.239), **DEMONSTRAÇÃO** (in. *Demonstration*; fr. *Démonstration*; ai. *Demonstration*; it. *Dimostrazione*). O termo D. e seu conceito (ἀποδείξις, lat. *demonstratio*) foram introduzidos na Lógica por Aristóteles (*Top.*, I, 100 a 27; *An. post.*, I, 2 e *passirri*) como silogismo que deduz uma conclusão de princípios primeiros e verdadeiros ou de outras proposições deduzidas silogisticamente de princípios primeiros e evidentes. Sua estrutura formal é a do silogismo; distingue-se, porém, do silogismo dialético porque, como dirão os lógicos medievais, *facit scire*, é demonstrativa da essência das coisas através do conhecimento das suas "causas". Substancialmente é esse o conceito de D. que passou para a filosofia moderna. Mas, enquanto do ponto de vista gnosiológico se acentuaram os caracteres de *necessidade* e *evidência intuitiva* da D. (Descartes, Kant), do ponto de vista lógico evidenciou-se o caráter de *dedução* formal a partir de premissas (Descartes, Leibniz), o que distingue a D. (cujo tipo ou ideal continua sendo a D. matemática) de outros gêneros de prova. Na Lógica contemporânea, o termo D. não é muito usado: em geral designa uma seqüência de enunciados tais que cada um deles é um enunciado primitivo ou então é diretamente derivável de um ou mais enunciados que o precedem na seqüência (CARNAP, *Logical Syntax of Language*, § 10). Durante muito tempo a D. foi considerada a própria essência da *ciência* (v.)

Os matemáticos raciocinam desta maneira. Eles demonstram proposições da forma "se, então". Raciocinando, eles demonstram que se algo é verdadeiro, então, algo mais deve ser verdadeiro. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 1).

No tópico "Matemática como um Método de Raciocínio", temos o recorte:

O que é na verdade esta Matemática da qual se fala tanto hoje em dia? É a arte de contar e calcular? É desenhar figuras e medi-las? **É uma linguagem que usa símbolos como um código misterioso?** Não, Matemática não é nenhuma dessas coisas. Ela as inclui, porém, é muito mais que todas elas. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 1, grifo nosso).

Esse tipo de questionamento "*É uma linguagem que usa símbolos como um código misterioso?*" parece estabelecer um contraponto entre o logicismo e o formalismo em Matemática. Conjecturamos, portanto, que a concepção de Matemática no SMSG tem uma perspectiva logicista, pois se funda no raciocínio dedutivo, a partir das regras da lógica.

Matemática é um modo de pensar, um modo de raciocinar. Algumas partes da Matemática envolvem experimentação e observação, mas a maioria delas usa o raciocínio dedutivo. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 1).

No livro do SMSG, o construto "raciocínio lógico" é empregado no texto sem aprofundamento conceitual do mesmo.

Mediante raciocínio lógico você frequentemente pode encontrar todos os diferentes modos por meio dos quais um problema pode ser resolvido. Às vezes, raciocinando, você pode demonstrar que o problema não tem solução. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 1).

Vimos que Bourbaki define as estruturas como sendo as ferramentas para o matemático. Uma vez que haja discernido, nos elementos que estuda, relações que satisfaçam aos axiomas de uma estrutura conhecida, dispõe de imediato de todo o arsenal de teoremas gerais relativos às estruturas desse tipo, sem ter que ocupar seu tempo em hipóteses restritivas devidas às particularidades do problema estudado.

Essa conjectura pode ser sustentada na sequência. Primeiro, com a sugestão de um conjunto de 4 exercícios e 3 problemas desafios, propostos para serem resolvidos mediante raciocínio, com a seguinte orientação:

Todos os problemas dados nos exercícios 1 -1 a seguir podem ser resolvidos mediante raciocínio. **Cálculo algum é necessário**, embora você possa se valer de algum desenho se achar conveniente. Tente resolvê-los. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 1, grifo nosso).

Posteriormente, o tópico 1-2 "Raciocínio Dedutivo" é seguido por um conjunto de exercícios:

Você pode resolver outros tipos de problemas mediante raciocínio dedutivo. Suponha que a sua classe seja formada por trinta alunos. Você pode demonstrar que pelo menos dois deles aniversariam no mesmo mês? Você pode provar isto de diversas maneiras sem saber os dias dos aniversários de quaisquer deles. Uma das maneiras é raciocinando assim: Imagine doze caixas, uma para cada mês do ano; imagine também que seu professor escreva o nome de cada aluno num pedaço de papel e coloque-os nas caixas convenientes. Se nenhuma caixa contiver mais que um papelzinho, então não poderá haver mais que doze nomes no total. Como existem trinta nomes, então, pelo menos uma caixa deverá conter mais que um nome. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 1).

Este é um princípio lógico denominado "Princípio da Casa dos Pombos"¹⁰⁴, ou seja, suponhamos que temos n casas. Se tivermos $n+1$ pombos, significa dizer que em alguma casa teremos mais de um pombo.

Com a sugestão de que cada problema dos exercícios 1-2 possa ser resolvido pelo processo descrito acima, a ideia da Teoria dos Conjuntos pode ser experimentada pelo aluno pela *correspondência biunívoca* de cada caixinha com cada mês do ano. Essa metodologia de uso das caixinhas pode ter outra abordagem: a fundamentação da estrutura do sistema numérico, também explorado no próximo tópico desta tese.

No tópico "Da Aritmética para a Matemática", parece claro a preocupação acerca da concepção de Matemática como um método de raciocínio. A história de

¹⁰⁴ LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M.L. Matemática Discreta. 3.ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

Karl Friedrich Gauss e sua precoce descoberta¹⁰⁵ na Aritmética é utilizada para justificar o papel da Matemática como método de raciocínio lógico para além da experimentação de casos particulares, em busca de generalizações.

Muitas vezes em Matemática experimentamos para descobrir a maneira geral de resolver um conjunto inteiro de problemas. Depois que o método geral é descoberto, tenta-se provar que ele é lógico e correto por raciocínio lógico. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 4).

Como vimos, o próprio Piaget (2003) reconhece que “nas matemáticas, o estruturalismo se opõe à compartimentagem dos capítulos heterogêneos, reencontrando a unidade graças a isomorfismos”. (PIAGET, 2003, p. 7). Segundo o autor, as matemáticas clássicas eram formadas por um conjunto de capítulos heterogêneos, tais como, álgebra, teoria dos números, análise, geometria, entre outras e que “uma estrutura é um sistema de transformação que comporta leis enquanto sistema, por oposição às propriedades dos elementos, uma estrutura compreende os caracteres de totalidade, de transformações e de auto-regulação”. (PIAGET, 2003, p. 8).

Como vimos, Bourbaki generalizou a pesquisa das estruturas segundo um princípio análogo de abstração por um procedimento de isomorfização, separando as estruturas mais gerais e fazendo total abstração de sua natureza particular. O ponto de partida consistiu em uma espécie de indução, uma vez que nem o número e nem a forma das estruturas fundamentais procuradas foram deduzidas a priori. Tal método conduziu à descoberta das três “estruturas-mãe”: algébricas; de ordem e topológicas.

Cada uma apresenta uma grande diversidade, pois se pode distinguir entre a estrutura mais geral do tipo considerado, que tem o menor número de axiomas e aquelas que se obtém enriquecendo-a com axiomas suplementares, dos quais cada um aporta novas consequências, como a teoria dos grupos, por exemplo, o qual inclui a teoria particular dos grupos finitos, agregando um axioma: o número de elementos do grupo é finito.

O livro do SMSG é apresentado ao estudante abarcando a “Estrutura da Primeira Série Ginásial”, afirmando que durante o ano, neste nível, o aluno terá

¹⁰⁵ Gauss quando tinha 10 anos de idade e descobriu um método para adicionar números inteiros, o qual entrou para a História e ficou conhecido como o Método de Gauss.

pouco a pouco uma melhor compreensão do que realmente é Matemática, tendo a oportunidade de utilizar o raciocínio dedutivo enfatizando a importância das representações simbólicas para os “objetos matemáticos” tais como números, frações, pontos, retas, planos, entre outros, e aponta que:

Mediante raciocínio dedutivo, demonstramos que a partir de certas condições dadas, segue-se, necessariamente, uma conclusão definida. Na aritmética você aprendeu como demonstrar proposições sobre números. Se uma sala possui 7 filas de carteiras com 5 carteiras cada fila, então, temos um total de 35 carteiras na sala. Você sabe que isso é verdade sem contar as carteiras ou sem ter de ver a sala. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 1).

Vimos que para Bourbaki as “estruturas de ordem” têm por objeto as relações (entrelaçamento), como a estrutura reticulada que une seus elementos por meio das relações “sucede” ou “precede” e aplica-se a um número considerável de casos como o “conjunto das partes”, por exemplo, na sua forma geral de reversibilidade a reciprocidade.

O livro do Sangiorgi contempla essa abordagem, como podemos observar na página 49.

Figura 31: Estrutura de ordem

Para as relações de desigualdade: $< e >$, não valem as propriedades reflexiva e simétrica.

Agora:

- 1) *a estritamente menor que a é falso para qualquer a ($a < a$ é falsa!)*
- 2) *a estritamente menor que b acarreta que b estritamente menor que a é falso ($a < b \implies b < a$ é falsa!)*
- 3) *se a estritamente menor que b e b estritamente menor que c, então a estritamente menor que c é verdadeiro (Propriedade transitiva: $a < b$ e $b < c \implies a < c$ é verdadeira!)*

A desigualdade $<$ (ou $>$), por possuir essas três propriedades, é denominada **relação de ordem estrita**.

Na mesma página, Sangiorgi apresenta exemplos:

Figura 32: exemplos de estrutura de ordem

Exemplos:

$8 \geq 5$ é verdadeira, pois $8 > 5$ é verdadeira (não importa que $8 = 5$ seja falsa)

$3 \geq 9$ é falsa, pois $3 > 9$ é falsa e $3 = 9$ é falsa

Para a relação de *ordem geral* " $\leq$ " (ou " $\geq$ ") valem as propriedades:

reflexiva: $a \leq a$

e *transitiva:* $a \leq b$ e $b \leq c \implies a \leq c$

Não vale a propriedade *simétrica* ($a \leq b \implies b \leq a$ é falsa!)

A relação " $\leq$ " (ou " $\geq$ ") é denominada de *ordem geral*, pois todos os números naturais de um conjunto podem ser ordenados.

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 22)

Para Bourbaki, nos "conjuntos ordenados" se distinguem aqueles nos quais dois elementos são comparáveis e caso haja conjunto o qual admita um elemento mínimo, ou seja, admita "o primeiro elemento", então este conjunto será dito um "conjunto bem ordenado", a exemplo do subconjunto do conjunto dos números inteiros não negativos, a saber, o conjunto dos números naturais.

No livro do Sangiorgi, essa estrutura é observada na página 51.

Figura 33: Conjunto bem ordenado

No conjunto dos números naturais (N) a *relação de ordem geral* " $\leq$ " (*menor que ou igual a*) constitui um *critério* que permite *ordená-los*, e nestas condições os números naturais *ordenados* passam a formar a **sucessão dos números naturais**:

$$\{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots \}$$

Está assim presente a primeira **estrutura de ordem** (crescente) conhecida desde que aprendemos a contar, onde:

1. *Qualquer número natural tem um sucessivo*
(Exs.: 1 é sucessivo de 0; 2 é sucessivo de 1; 3 é sucessivo de 2; . . .)
2. *Zero não é sucessivo de nenhum número natural, por isso é o menor dos números naturais*
3. *Não existe o maior dos números naturais, por isso a sucessão;*

é infinita. $\{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \}$

OBSERVAÇÕES:

- 1.ª) Se 9 é o sucessivo ou o sucessor de 8, então 8 diz-se o antecessor de 9.
- 2.ª) Se a é um número natural, então:
 $a + 1$ indica o seu sucessivo
e $a - 1$ indica o seu antecessor (desde que a não seja 0).

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 51)

Percebemos que Sangiorgi enuncia alguns dos "cinco axiomas de Peano", embora não enuncie o primeiro axioma, o qual inclui o zero no conjunto, fica implícito nos outros enunciados, portanto, que o "zero" pertence ao conjunto dos números naturais, sendo este, "o primeiro elemento" ou elemento mínimo deste conjunto "bem ordenado".

A definição de Números Inteiros, na página 61 do livro do SMSG, a princípio nos incomodou.

Vamos admitir que nosso primeiro número natural é o 1. Se quisermos falar sobre todos os números naturais **e o zero**, chamaremos este conjunto de números de "números inteiros". (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 61, grifo nosso).

Se quisermos admitir o número "um" como o primeiro elemento do Conjunto dos Números Naturais, contradizendo o primeiro axioma de Peano, sem problemas,

además, os livros de Análise não incluem o zero no conjunto dos números Naturais¹⁰⁶.

Recorremos ao texto original¹⁰⁷ do SMSG e, na página 68 consta "counting numbers", que poderia ser "números contáveis" ou "números de contagem" como traduzido acima.

Entendemos que os autores estejam se referindo aos inteiros não negativos, pelo fato que, em nenhum momento, neste volume, são abordados os números inteiros não positivos. Todas as propriedades enunciadas e os exercícios propostos compreendem os números inteiros não negativos, isto é, o Conjunto dos Números Naturais.

Comparamos a afirmação: *"zero não é um número natural"*¹⁰⁸. SMSG - *Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 87*), com a afirmação *"zero is not a counting number"*. (SMSG - *Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961, p. 95*) e reforçamos nossa conjectura de que a palavra "counting" se traduz por "contável".

Queremos crer que a frase *"chamaremos esse conjunto de números, Números Inteiros"* (SMSG - *Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 61*), indica uma convenção. Además, os exemplos e exercícios, com relação a este tópico, permitem a verificação das propriedades nas formas corretas.

Na página 64 tem-se bem claro o que é uma convenção:

Muitos símbolos são usados para simplificar a escrita matemática. Qualquer símbolo pode ser introduzido e usado se primeiro convencionarmos o que o símbolo significa e sempre usá-lo com esse significado. O "ponto" para multiplicação é um bom exemplo desse fato. (SMSG - *Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 64*).

Outro recorte do livro do SMSG que fortalece nossa conjectura de convenção está reproduzido na imagem abaixo.

¹⁰⁶ Afirmações proferidas pela Professora Rosa S. Barone por ocasião de sua participação como membro da Banca no Exame Geral de Qualificação desta tese, no dia 24 de Março de 2014, no anfiteatro do Departamento de Matemática da Unesp, câmpus de Rio Claro - SP.

¹⁰⁷ Lets us agree that the first **counting number** is 1. If we wish to talk about all the counting numbers and zero we call this set of numbers the "**whole numbers**". (SMSG - *Mathematics for Junior High School, volume I, part I, 1960,1961, p. 68, grifo nosso*).

¹⁰⁸ Sabemos que o primeiro dos cinco axiomas de Peano, inclui o zero como "o primeiro elemento" do conjunto dos Números Naturais.

Figura 34: exemplo de convenção no SMSG

Você acha que a subtração goza da propriedade comutativa? Para verificar isso devemos perguntar se $a - b$ é igual a $b - a$ para todos os números inteiros a e b . Se pudermos encontrar ao menos um par de números inteiros para os quais isso não seja verdadeiro, então a subtração não poderá gozar da propriedade comutativa: $6 - 9$ é igual a $9 - 6$? Não. Pois $(9 - 6)$ é 3 e não existe número inteiro igual a $(6 - 9)$.

Fonte: (SMSG – Matemática Curso Ginásial 1967, p. 66)

Na frase "*não existe nenhum inteiro igual a $(6 - 9)$* ", (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 66), fica claro que não está sendo considerado o intervalo dos inteiros não positivos.

Pela definição da noção de grupo apresentada por Piaget (2003), temos que:

Um grupo é um conjunto de elementos (por exemplo, os números inteiros, positivos e negativos) reunidos por uma operação de composição (por exemplo, a adição) tal que, aplicada aos elementos do conjunto, torna a dar um elemento do conjunto; existe um elemento neutro (no exemplo escolhido, o zero), tal que, composto com um outro, não o modifica (aqui $n + 0 = 0 + n = n$) e, sobretudo, existe uma operação inversa (no caso particular a subtração), tal que, composta com a operação direta, fornece o elemento neutro ($+n - n = -n + n = 0$); finalmente, as composições são associativas (aqui $[n + m] + l = n + [m + l]$). (PIAGET, 2003, p. 20).

No livro do SMSG, na página 78, o Conjunto dos Números Naturais é explorado para potencializar a apreensão da propriedade do Fechamento.

Figura 35: Propriedade do fechamento

Agora usaremos o conjunto dos números naturais para nos ajudar a entender outra nova ideia para conjuntos. Esta é a ideia de fechamento. Se adicionarmos dois números naturais quaisquer, a soma é um certo número natural. Por exemplo: $7 + 9 = 16$, $234 + 543 = 777$, onde cada soma é um número natural. Se a soma de dois elementos quaisquer de um conjunto é um elemento do conjunto, dizemos que o conjunto é fechado em relação à adição. Como a soma de dois números naturais quaisquer é um número natural, o conjunto N dos números naturais é fechado em relação à adição. Devemos realçar aqui que dois quaisquer significa todo par de elementos. O conjunto $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ não é fechado em relação à adição, pois, podemos achar dois números do conjunto cuja soma não está no conjunto. Por exemplo: $5 + 6 = 11$ e 11 não está no conjunto. O conjunto $M = \{21, 22, 23, 24\}$ é fechado em relação à adição? Justifique a sua resposta. Note que se existe pelo menos um par de elementos em M cuja soma não está em M , então M não é fechado em relação à adição. O fechamento diz respeito a uma propriedade de conjuntos em relação a uma operação dada. Não é necessário que o conjunto seja o dos números naturais. A operação pode não ser a adição. Por exemplo, seja T o conjunto de todos os números naturais que terminam em 0 (zero) ou 5 (cinco). Este conjunto é fechado em relação à multiplicação. Não é fechado em relação à divisão pois, por exemplo, $(20 \div 5)$ não é um elemento de T .

Fonte: (SMSG – Matemática Curso Ginásial 1967, p. 78)

Nas palavras do professor Lafayette de Moraes, "o estruturalismo não tem nível semântico, apenas nível sintático e, o zero no conjunto sacrifica a intuição, porém, não sacrifica a estrutura". (informação verbal)¹⁰⁹.

Embora o primeiro ciclo do curso ginásial não contemple o Conjunto dos Números Inteiros propriamente dito, pois não mencionam os "números não positivos", sendo os "não negativos" os Naturais, vimos com Piaget (2003) que aqueles conjuntos apresentam propriedades estruturais bem distintas:

As transformações inerentes a uma estrutura não conduzem para fora de suas fronteiras e não engendram senão elementos que pertencem sempre à estrutura e que conservam suas leis. Assim é que, adicionando ou subtraindo um ao, ou, do outro, dois números inteiros absolutamente quaisquer, obtêm-se sempre números inteiros, os quais confirmam as leis do grupo aditivo desses números. É nesse sentido que a estrutura se fecha por si mesma, mas este fechamento não significa absolutamente que a estrutura considerada não possa entrar, a título de subestrutura, em uma estrutura mais ampla (PIAGET, 2003, p.15).

¹⁰⁹ Afirmações proferidas pelo Professor Lafayette de Moraes por ocasião da participação como membro da Banca no Exame Geral de Qualificação desta tese, no dia 24 de Março de 2014, no anfiteatro do Departamento de Matemática da Unesp, câmpus de Rio Claro - SP.

No caso da aplicação da operação inversa da adição, a subtração, $(a - b)$ entre dois elementos a e b do Conjunto dos Números Naturais, teremos, pela terceira "*lei da tricotomia*", a saber, $a < b$, incondicionalmente, números não positivos e, por definição, esse novo conjunto é denominado o Conjunto dos Números Inteiros, denotado por $\mathbb{Z} = \{(a - b) \mid a \in \mathbb{N} \text{ e } b \in \mathbb{N}\}$.

No MSG, no exercício 18 na página 153, aparece mais uma convenção dos autores, "*vamos usar o símbolo Δ para a operação MDC*". Assim, para quaisquer números a e b tem-se que $a\Delta b = \text{MDC de } a \text{ e } b$. Bem elaborado, propõe questionamentos acerca das propriedades fechamento, comutativa e associativa em relação à operação Δ ¹¹⁰.

Outra convenção dos autores é observada no exercício 1 da lista 6.2 na página 178 que solicita ao aluno dar um exemplo de cada uma das espécies de número, na seguinte ordem:

- a) Número natural
- b) Número inteiro
- c) Um número inteiro que não seja natural
- d) Um número racional que não seja número inteiro

Devemos lembrar que, para solucionar este exercício, este livro estabelece a convenção que o "zero" não pertence ao conjunto dos Números Naturais.

No livro do MSG os alunos vão sendo conduzido para as definições nos próprios exercícios, como no caso do exercício 5 na página 274, que define como comprimento a medida do lado maior e o menor, como largura. Essa é mais uma convenção do livro, pois,

Frequentemente em discussões sobre outras curvas simples fechadas a distância total ao redor delas é chamada comprimento da curva ao invés de perímetro. Entretanto, como dissemos, para um retângulo a palavra comprimento indica o comprimento do lado maior. Aqui utilizaremos o termo nesta acepção. (MSG - Matemática Curso Ginasial, Volume I, 1967, p 274).

No livro do Sangiorgi, na apresentação do Conjunto dos Números Naturais, podemos perceber o uso destas terminologias e, ainda, a preocupação do autor com relação à diferença entre os construtos "número" e "numerais".

¹¹⁰ $a\Delta b = b\Delta a$? e $a\Delta(b\Delta c) = (a\Delta b)\Delta c$?

A mente humana, pondo de lado a *qualidade* (carteiras, alunos, nomes,...) dos elementos que figuram nos *conjuntos equipotentes* e apoiando-se tão somente na *correspondência biunívoca* existente entre seus elementos, destaca a permanência de uma propriedade comum: a *quantidade* ou *número de elementos*, também chamado número natural. Também denominado *cardinal* de um conjunto. **As expressões usadas com frequência, tais como: *número inteiro* ou *número inteiro absoluto*, serão substituídas, com vantagem, nesta nova reformulação pela única denominação *número natural*.** Como o nome *número inteiro* entender-se-á, mais tarde, o elemento pertencente ao conjunto $\mathbb{Z}$, também denominado *conjunto dos números inteiros relativos* que será estudado posteriormente. (SANGIORGI, 1969, p.35, grifo nosso).

A diferença é que Sangiorgi inclui o "zero" no conjunto, como queria Giuseppe Peano (1858 – 1932) e ainda satisfazendo a propriedade do elemento neutro das estruturas fundamentais. Logo na página 37, o autor anuncia esse fato:

Figura 36: O zero no Conjunto $\mathbb{N}$

Todos os números naturais usados para representar os diversos conjuntos finitos *equipotentes* entre si formam também um conjunto: o **conjunto dos números naturais**, que será indicado por:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

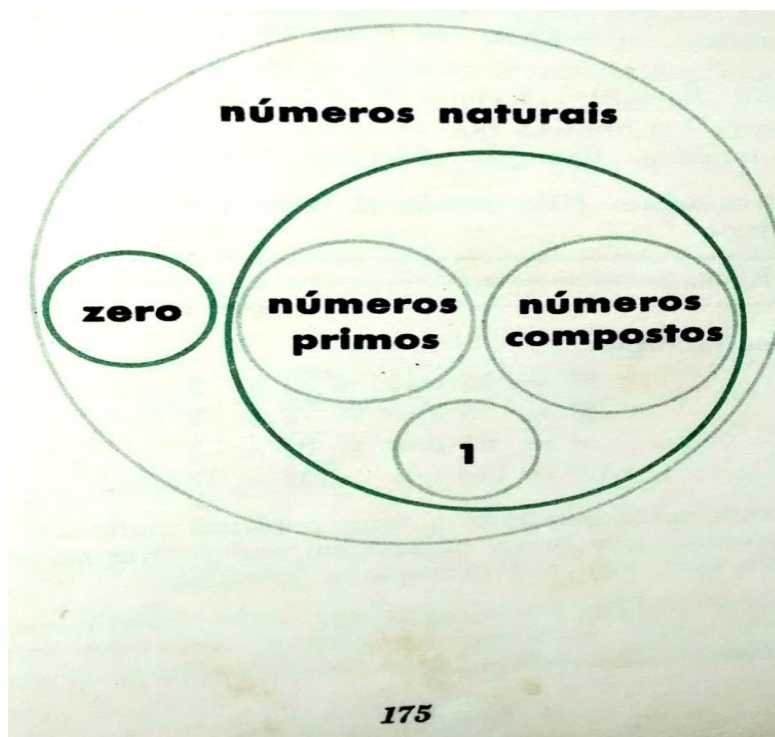
Quando do conjunto $\mathbb{N}$ se retira o 0, então o novo conjunto obtido é indicado por:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

Tanto $\mathbb{N}$ como $\mathbb{N}^*$ são conjuntos *infinitos*.

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 37)

Posteriormente, na página 173, aparece o diagrama novamente evidenciando a inclusão do zero no Conjunto dos Números Naturais.

Figura 37: Diagrama - O zero no Conjunto $\mathbb{N}$ 

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 173)

Todos os *conjuntos equipotentes* estão em correspondência biunívoca com os símbolos *indo-arábicos*, em particular, o número de elementos do *conjunto vazio* (*nenhum elemento*) está em correspondência biunívoca com o símbolo 0 . Fato que o denota “elemento mínimo” e, como queria Bourbaki, faz do Conjunto dos Números Naturais um conjunto “bem ordenado”.

Vimos ainda que em Álgebra, certos resultados se caracterizam por propriedades de operações como, fechamento, comutativa, associativa, elemento neutro, elemento inverso aditivo (oposto), elemento inverso multiplicativo (recíproco) e, de propriedades de relações como, reflexiva, simétrica, antissimétrica e transitiva.

No livro do SMSG o conceito de “recíproco” de um número racional é explorado por meio da propriedade associativa em relação à multiplicação, no exemplo da página 187 temos:

Figura 38: Elemento inverso multiplicativo (recíproco)

Vimos que os números naturais e os números como $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{29}$ têm recíprocos. $\frac{3}{4}$ tem recíproco? Existe um número que multiplicado por $\frac{3}{4}$ resulte 1? Você pode saber a resposta do estudo de Aritmética.

Sabemos que $\frac{3}{4} \cdot 4 = 3$ e $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$ de modo que

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} \cdot (4 \cdot \frac{1}{3}) &= (\frac{3}{4} \cdot 4) \cdot \frac{1}{3} \\ &= (3) \cdot \frac{1}{3} = 1,\end{aligned}$$

pela propriedade associativa.

Vemos que se $\frac{3}{4}$ for multiplicado por $4 \cdot \frac{1}{3}$ o produto é igual a 1.

Mas, $4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$. Portanto, o recíproco de $\frac{3}{4}$ é $\frac{4}{3}$.

Qual é o produto $\frac{7}{8} \cdot \frac{8}{7}$? Por que? Podemos verificar que o produto é

1, lembrando que $\frac{8}{7} = 8 \cdot \frac{1}{7}$,

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{8}{7} = \frac{7}{8} \cdot (8 \cdot \frac{1}{7}) = (\frac{7}{8} \cdot 8) \cdot \frac{1}{7} = 7 \cdot \frac{1}{7} = 1.$$

Fonte: Elaborado pelo autor direto da obra (SMSG – Matemática Curso Ginásial 1967, p. 187)

No livro do SMSG, a ênfase na explicação com uso da propriedade associativa da multiplicação induz o aluno a compreender a estrutura, para posteriormente perceber que a multiplicação de um número racional $\frac{a}{b}$ pelo seu inverso multiplicativo $\frac{b}{a}$ (recíproco) resulta no elemento neutro¹¹¹ da multiplicação como produto. Assim os exemplos levam a conclusão que

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \text{ desde que nem } a \text{ nem } b \text{ sejam nulos.}$$

Do mesmo modo, ainda no livro do SMSG usando propriedades, demonstram-se as operações de multiplicação e divisão de dois números racionais e posteriormente, as operações de adição e subtração entre números racionais.

No trabalho com a Área do retângulo, define-se a medida de área como o número de regiões quadradas fechadas. Inicialmente, se o comprimento é medido em centímetros, é proposta a região fechada determinada pelo quadrado de um

¹¹¹ Aqui convencionado "elemento identidade" para a multiplicação.

centímetro de lado. A partir dessa ideia, é proposto um retângulo com 6 unidades de comprimento e 3 unidades de largura para o aluno perceber que a região fechada retangular pode ser coberta por 18 unidades quadradas de área A , isto é, $A=18$.

Vale ressaltar a forma como a propriedade comutativa em relação à multiplicação emerge de uma provocação dos autores a partir da exposição de duas figuras na forma de tabela.

Se você contou observando que cada fila tem 6 quadrados e que há 3 fileiras, você obteve o número de unidades quadradas A na área escrevendo $A=3 \times 6$. Se você contou dizendo que há 3 quadrados em cada coluna e 6 colunas, você obteve $A=6 \times 3$. Essas respostas são iguais? Se forem, que propriedade dos números racionais isso ilustra? (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 278).

No livro do Sangiorgi, na representação tabular da página 28, é possível perceber a preocupação do autor com a "visualização", pelo aluno, que a propriedade comutativa não se aplica ao produto cartesiano entre de dois conjuntos distintos.

Figura 39: Produto cartesiano

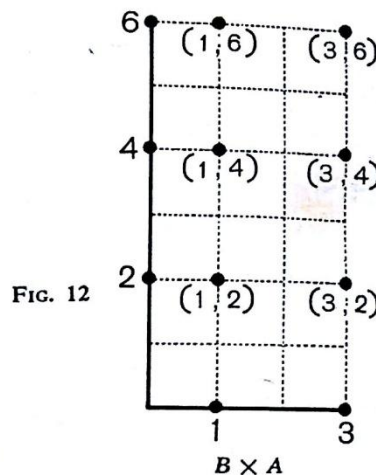
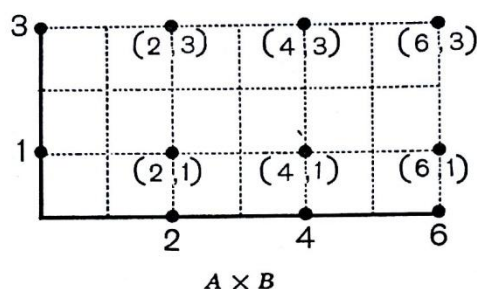
É sempre possível uma representação *tabular* do produto cartesiano, mediante uma tábua que dá, graficamente, a totalidade dos *pares ordenados* do produto $A \times B$ de dois conjuntos.

Exemplos:

Construir a representação *tabular* dos produtos $A \times B$ e $B \times A$ (fig. 12), onde:

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 3\}$$



Observe, facilmente, pela representação *tabular* que:

$$A \times B \neq B \times A$$

ou seja, o produto cartesiano não goza da propriedade comutativa.

Você pode, ainda, calcular o produto cartesiano de *um conjunto por si mesmo*. Assim, por exemplo, dado o conjunto:

$$A = \{1, 2, 3\}$$

temos (fig. 13):

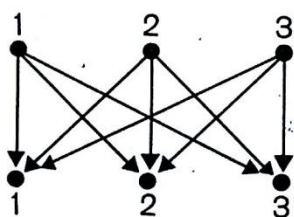


Fig. 13

$$A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO — GRUPO 14

- Dados os conjuntos: $A = \{2, 3, 5\}$ e $B = \{4, 9\}$, calcular:
 - $A \times B$
 - $B \times A$
 - $A \times A$
 - $B \times B$
- Construir, de cada um dos produtos cartesianos do exercício anterior, a representação *tabular* respectiva.

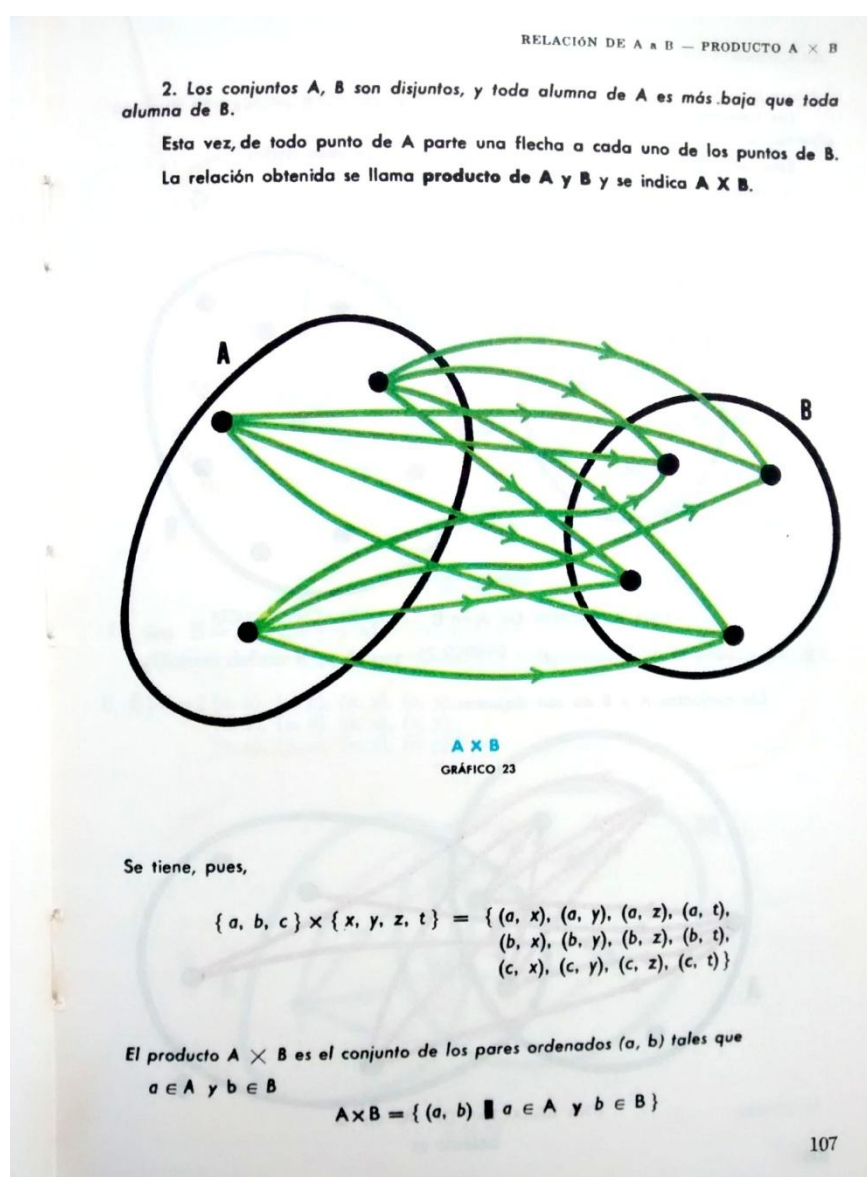
Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 28)

No enfoque formalista, as entidades matemáticas não têm existências por si mesmas, como no enfoque logicista. Uma estrutura formal é uma teoria que tem certos axiomas. Não importa o que se refiram as entidades matemáticas, o que importa é como se vai estruturar o seu funcionamento sintático. O enfoque formalista envolve um estudo da linguagem que se utiliza para formalizar essa teoria em si mesma. Neste sentido, no livro de Sangiorgi observamos a presença do

estruturalismo, na perspectiva formalista, como queria Bourbaki, ademais, foram eles que introduziram o símbolo $\emptyset$ para o conjunto vazio.

Percebemos que no livro do SMSG esta abordagem acerca das operações entre conjuntos não está presente, pois as únicas operações envolvendo conjuntos que se serve o livro, de forma tímida, são a reunião e a intersecção. Em contrapartida, o livro de Papy contempla a maioria das operações entre conjuntos, inclusive o produto.

Figura 40: Produto entre conjuntos – abordagem em Papy



No livro de Papy tal abordagem não se utiliza do plano cartesiano, apenas os diagramas. Por isso a operação $A \times B$, sendo A e B conjuntos, é denominada, apenas, produto.

Como vimos, segundo Dieudonné, nesta sintaxe formalista tem-se o sistema ZF- Zermelo-Fraenkel, no qual figuram, de uma parte, as regras que são as formalizações da lógica clássica, e de outra parte, certo número de relações colocadas como "verdades" e chamadas "axiomas" da teoria dos conjuntos. Foram eles também que usaram largamente a noção de partição de conjuntos, presentes na obra de Sangiorgi, como pudemos observar no apêndice da página 29:

Figura 41: Partição de um conjunto

3. No exercício 1, $A \times B = B \times A$ é uma sentença verdadeira ou falsa? E a sentença $A \times A = A \times A$?
4. Dados os conjuntos: $X = \{4\}$, $Y = \{1, 2\}$ e $E = \{a, b, c\}$, calcular:
 - 1.º) $X \times Y$ 2.º) $X \times E$ 3.º) $E \times Y$ 4.º) $E \times E$
5. De quantas maneiras posso fazer um lanche tendo, de um lado: uma guaraná e uma gasosa, e de outro lado: um sanduíche de queijo e um sanduíche de presunto?

APÊNDICE I

Partição de um conjunto

- 1.º *Exemplo:* Seja A o conjunto das meninas da 1.ª Série Ginásial (pode ser nossa classe!) e B o conjunto dos meninos dessa 1.ª Série.

O conjunto C dos alunos da 1.ª Série é a reunião dos conjuntos A e B :

$$A \cup B = C$$

sendo A (conjunto das meninas) e B (conjunto dos meninos) *disjuntos*, isto é:

$$A \cap B = \emptyset$$

Nestas condições, dizemos que:

Os conjuntos A e B constituem uma *partição* do conjunto C

- 2.º *Exemplo:* Dados os conjuntos:

$$I = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \quad (\dots \text{ dos números ímpares})$$

$$P = \{0, 2, 4, 6, \dots\} \quad (\dots \text{ dos números pares})$$

onde: $I \cup P = N$ (conjunto dos números naturais)

$$I \cap P = \emptyset \quad (\dots \text{ são disjuntos})$$

temos que:

O conjunto dos números ímpares e o conjunto dos números pares constituem uma *partição* no conjunto dos números naturais.

- 3.º *Exemplo:* Seja X o conjunto dos alunos de um Ginásio onde:

$$A = \{\text{alunos da 1.ª Série}\}$$

$$B = \{\text{alunos da 2.ª Série}\}$$

$$C = \{\text{alunos da 3.ª Série}\}$$

$$D = \{\text{alunos da 4.ª Série}\}$$

Outras terminologias marcantes da Teoria dos Conjuntos, como "união", "complementação", "intersecção", "produto cartesiano", "relação", "conjuntos disjuntos", "correspondência biunívoca", "conjuntos equipotentes", bem como o uso dos símbolos dos operadores, também são evidentes na obra de Sangiorgi. Quando menciona "conjuntos equipotentes", Sangiorgi enuncia, na página 34, as propriedades que caracterizam a "relação de equipotência", afirmando que são muito importantes em toda a Matemática:

Figura 42: Relação de Equipotência

como: o conjunto dos *nomes* dos alunos (ou de seus *números*) que figuram na chamada de classe. Assim, seguindo as flechas, você verifica a correspondência *biunívoca* existente entre os conjuntos *A* (alunos), *B* (nomes) e *C* (carteiras) (fig. 17) e estará empregando uma das *propriedades* que caracterizam a *equipotência* entre conjuntos, chamada *transitiva*:

$$\text{se } A \text{ eq } B \text{ e } B \text{ eq } C \text{ então } A \text{ eq } C$$

Outras *propriedades* dos conjuntos *equipotentes*:

Reflexiva: $A \text{ eq } A$ (todo conjunto é *equipotente a si mesmo*).

Basta lembrar, por exemplo, que no conjunto dos alunos de sua classe podemos fazer corresponder cada aluno consigo mesmo!

Simétrica: se $A \text{ eq } B$ então $B \text{ eq } A$

Se o conjunto de alunos está em correspondência *biunívoca* com o conjunto de carteiras, mudando o sentido das flechas você verifica que o conjunto de carteiras está em correspondência com o conjunto dos alunos.

Resumindo, a *equipotência* entre conjuntos goza das seguintes *propriedades*:

reflexiva: $A \text{ eq } A$

simétrica: se $A \text{ eq } B \implies B \text{ eq } A$

transitiva: se $A \text{ eq } B \text{ e } B \text{ eq } C \implies A \text{ eq } C$

O símbolo lógico $\implies$ é o da *implicação*, que se lê: "implica" ou "acarreta".

OBSERVAÇÃO: Relações como a *equipotência* entre conjuntos, que gozam das *propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva*, denominam-se *relações de equivalência* e são de muita importância em toda a Matemática.

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 34)

Na ordem, Sangiorgi exemplifica para o aluno que, no conjunto *A* dos alunos de sua classe, pode-se fazer corresponder cada aluno consigo mesmo (*reflexiva*); se o conjunto *A* dos alunos está em correspondência *biunívoca* com o conjunto *B* das carteiras, mudando o sentido das flechas, verifica-se que o conjunto *B* das

carteiras está em correspondência biunívoca com o conjunto A dos alunos (*simétrica*); acrescentando um terceiro conjunto, o conjunto C dos nomes dos alunos que figuram na lista de chamada de classe, verifica-se a correspondência biunívoca existente entre os conjuntos A dos alunos, B das carteiras e C dos nomes (*transitiva*).

Na página 47, no tópico sucessão dos números naturais e estrutura de ordem, para definir a relação de equivalência, Sangiorgi recorre às propriedades da relação de igualdade entre conjuntos equipotentes. Considerando dois conjuntos equipotentes A e B , que podem ser A : *conjunto de alunos* e B : *conjunto de carteiras*. Neste caso a correspondência entre A e B é biunívoca, não sobrando carteira vazia, como também nenhum aluno fica em pé. Para definir a relação de igualdade com os números naturais, dizer que se a e b são dois números naturais e a e b são iguais, o apelo são para os símbolos (conectivos lógicos) e para as propriedades, em uma perspectiva mais formalista. Para a igualdade valem as seguintes propriedades:

reflexiva: $a = a$

simétrica: $a = b \rightarrow b = a$

transitiva: $a = b \text{ e } b = c \rightarrow a = c$

Com tais propriedades, a igualdade é uma *relação de equivalência*.

Sangiorgi, na página 48, define a Relação de Desigualdade com números naturais: Dois números naturais são diferentes ou desiguais quando a eles corresponderem conjuntos finitos *não-equipotentes*. É o caso, por exemplo, de um conjunto A (de alunos) estar em correspondência biunívoca somente com uma parte de um conjunto B (de carteiras). Agora sobrarão necessariamente carteiras vazias, e diremos que o número a que corresponde ao conjunto A é menor que o número b que corresponde ao conjunto B ou que o número b é maior que o número a . E afirma que para as relações de desigualdade $<$, $>$ não valem as propriedades *reflexiva* e *simétrica*.

No livro do SMSG, para potencializar a compreensão do sistema de numeração decimal, é apresentado o sistema de numeração em outras bases.

Nesta seção você estudará um sistema de notação com uma base diferente. Isso aumentará sua compreensão dos números decimais. Suponha que encontremos em Marte pessoas que possuem sete dedos. Ao invés de contar por grupos de dez, um marciano poderá contar por grupos de sete. (SMSG - Curso Ginásial, 1967, p., 28).

Algumas figuras simples são apresentadas para ilustrar esses agrupamentos, na página 28, por exemplo.

Figura 43: Numerais na base sete

2-4. Numerais na Base Sete

Você conhece e usa numerais decimais há bastante tempo, e por isso talvez ache que sabe tudo a respeito deles. Algumas de suas características entretanto podem ter lhe escapado simplesmente porque os numerais lhe são muito familiares. Nesta seção você estudará um sistema de notação com uma base diferente. Isto aumentará a sua compreensão dos numerais decimais.

Suponha que encontremos em Marte pessoas que possuem sete dedos. Ao invés de contar por grupos de dez, um marciano poderá contar por grupos de sete. Vejamos como escrever numerais na notação sete. Desta vez planejamos trabalhar com grupos de sete. Olhe para os x's abaixo e note como eles estão agrupados de sete em sete com alguns x's deixados de lado.



Figura 2-4a.

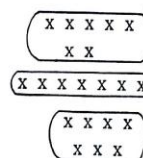


Figura 2-4b.

Na Figura 2-4a vemos um grupo de sete e mais cinco. Escrevemos o numeral 15_{sete} . Neste numeral, o 1 indica que há um grupo de sete, e o cinco, que há 5 unidades.

Na Figura 2-4b quantos grupos de sete existem? Quantos x's são deixados para fora dos grupos de sete? O numeral que representa este número de x's é 34_{sete} . O 3 representa os três grupos de sete, e o 4 representa os 4 x's separados. O índice "sete" simplesmente serve para indicar que estamos trabalhando com base sete.

Fonte: Elaborado pelo autor direto da obra (MSG – Matemática Curso Ginásial 1967, p. 28)

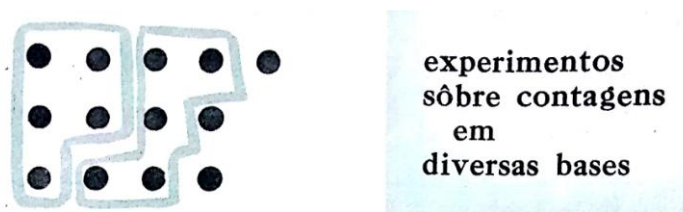
Quarenta e oito exercícios distribuídos em 15 páginas (p. 31-46) exploram as operações na base sete, incluindo mudança da base dez para a base sete. Posteriormente são explorados os numerais em outras bases, o binário e o duodecimal.

A análise destes tópicos nos leva a crer que os sistemas de numeração em bases diferentes eram bem explorados, provavelmente, para potencializar o desenvolvimento e o entendimento das estruturas algébricas. Entretanto, tal conteúdo é considerado demasiado pelo próprio tradutor da obra e, fiel ao original do MSG, a adaptação à realidade brasileira é deixada a cargo do professor em sala de aula, como podemos perceber nas palavras do Prof. Lafayette de Moraes, logo no prefácio à edição brasileira.

Desta vez nos restringimos apenas a um volume, o Volume I do "Mathematics for Junior High School" porque ele corresponde à primeira série do Curso Ginásial. Um tratamento mais aprofundado que o comum dos textos deste nível é dispensado aos sistemas e às bases de numeração, **o que para alguns pode parecer demasiado**. Preferimos, no entanto reproduzir o texto como no original deixando eventuais cortes a cargo do professor. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p viii, grifo nosso).

No livro de Sangiorgi, as estruturas algébricas do sistema de numeração e as contagens em diversas bases, também merecem destaque. O tópico "experimentos sobre contagens em diversas bases" aborda o sistema de numeração decimal, valor posicional, compara sistemas de numeração antigos e modernos, aborda experimentos sobre contagem em diversas bases e o princípio da posição geral, traz muitas figuras ilustrando a possibilidade de "construir" sistemas diferentes do decimal.

Figura 44: Numerais em diversas bases



7. Contagens em bases diversas. Princípio da Posição Geral

Os conjuntos de pontos desenhados nas figuras que se seguem serão agrupados de acordo com as perguntas feitas. Para escrever o número resultante da contagem dos pontos de qualquer conjunto, vamos valer-nos dos *numerais indo-arábicos*, isto é, dos *algarismos* com que estamos acostumados a trabalhar, e mais o Princípio da Posição Geral, que diz:

Todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades de ordem imediatamente superior às desse outro.

É evidente que as unidades representadas pelo algarismo de ordem imediatamente superior vão depender da base adotada para efetuar a contagem dos pontos.

Com essa introdução, preste agora bastante ATENÇÃO:

1. No conjunto de pontos (fig. 27), quantos grupos de dez existem? Quantos pontos sobram?

Observe que, reunindo esses pontos em grupos de dez (em qualquer ordem!), você obtém: um grupo de dez e sobram oito pontos. Então o número resultante na base dez é:

18_{dez}

Como se trata de contagem no usual Sistema de Numeração Decimal, pode-se dispensar de escrever a base dez como índice, logo abaixo do número encontrado. Logo:

18_{dez} ou simplesmente:
18 (lê-se: "dezoito")

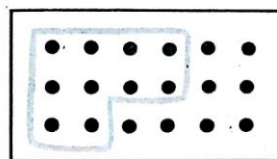


FIG. 27

As mesmas propriedades que são verificadas nas operações entre elementos de conjuntos podem ser verificadas nas operações entre conjuntos.

No livro de Sangiorgi a definição da operação de adição é apresentada como operação União entre dois conjuntos, levando em consideração, sua "cardinalidade", como mostra a figura abaixo,

Figura 45: A soma como reunião entre conjuntos

ADIÇÃO

2. Operação: *adição*; resultado: *soma*

Consideremos dois conjuntos A e B , finitos e disjuntos:

$$A = \{*, \triangle, \square\} \quad \text{onde} \quad n(A) = 3$$

$$B = \{\circ, \nabla\} \quad \text{onde} \quad n(B) = 2$$

sendo $A \cap B = \emptyset$ (... porque os conjuntos são *disjuntos*, isto é, não possuem elementos comuns)

Formando a **reunião** desses conjuntos, obtemos:

$$S = A \cup B = \{*, \triangle, \square, \circ, \nabla\} \quad \text{onde} \quad n(S) = 5 \quad \text{ou} \quad n(A \cup B) = 5$$

Considere, agora, o *número de elementos* (que é um *número natural*) de cada um desses conjuntos:

$$\begin{array}{ccc} (A, B) & \longrightarrow & S \\ \downarrow & & \downarrow \\ 3 & & 2 \\ & & \downarrow \\ & & 5 \end{array}$$

e adote a seguinte *lei* como operação **adição**:

a que associa ao par $(3, 2)$, formado pelo *número de elementos* dos conjuntos dados, o *número de elementos* do conjunto-reunião, isto é, 5.

Indicação: $(3, 2) \longrightarrow 3 + 2 = 5$

onde: 3 e 2 são os *têrmos* da operação e se chamam **parcelas**

$+$ é o sinal conhecido da *adição*

5 é o *resultado* da operação, denominado **soma**

Outros exemplos. Pela operação *adição*, temos:

$$(1, 8) \longrightarrow 1 + 8 = 9$$

$$(7, 0) \longrightarrow 7 + 0 = 7$$

e, de um modo geral:

$$(a, b) \longrightarrow a + b = s$$

onde os *têrmos* a e b são as **parcelas** e o *resultado* s , a **soma**.

ATENÇÃO:

A *adição* é denominada uma *operação binária* porque, atuando sobre dois *números naturais*, produz *sempre* um *terceiro número natural* (resultado).

Posteriormente, apresenta-se a tábua da adição na base dez, como técnica de cálculo para a obtenção da soma de dois "cardinais" (números naturais quaisquer).

Figura 46: A tábua da adição

numa tabela, denominada *tábua da adição*:

	+	0	1	2	3	4	5	6	.	.	.
0	0	1	2	3	4	5	6	.	.	.	.
1	1	2	3	4	5	6	7	.	.	.	.
2	2	3	4	5	6	7	8	.	.	.	.
3	3	4	5	6	7	8	9	.	.	.	.
4	4	5	6	7	8	9	10	.	.	.	.
5	5	6	7	8	9	10	11	.	.	.	.
6	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
7	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Prática: Procura-se o *resultado* (que é a soma) no *cruzamento* das linhas horizontal e vertical, que "passam" pelos números operados (figuram na primeira coluna e primeira horizontal).

4. Adição de vários números naturais

Sejam os conjuntos A , B e C , disjuntos dois a dois:

$$A = \{a, b, c, d, e\} \quad \text{onde} \quad n(A) = 5$$

$$B = \{m, n\} \quad \text{onde} \quad n(B) = 2$$

$$C = \{x, y, z\} \quad \text{onde} \quad n(C) = 3$$

$$\text{Como: } A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e, m, n, x, y, z\} \quad \text{onde } n(A \cup B \cup C) = 10$$

$$\text{e } A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C \quad \text{temos: } 5 + 2 + 3 = (5 + 2) + 3$$

Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 88)

Notamos que o tópico 4 explora não apenas a operação de adição envolvendo o número de elemento de cada conjunto (parcela da adição), como também prova a propriedade associativa entre os conjuntos

Sangiorgi segue a mesma apresentação das tábuas para as operações de subtração, multiplicação e divisão, evidenciando os elementos neutros e, no caso da divisão, quando não existe o quociente, a lacuna é preenchida com o símbolo (?).

No livro do SMSG na página 121 é deixada para o aluno, como problema desafio, a explicação acerca das propriedades de fechamento, comutativa e associativa da reunião de dois ou mais conjuntos.

9. *Explique porque a “reunião” goza das propriedades do fechamento, comutativa e associativa. Em outras palavras, se X , Y e Z são conjuntos, explique porque: $X \cup Y$ um conjunto; $X \cup X = Y \cup X$; $(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$.*

10. *Mostre para todo conjunto X temos: $X \cup X = X$. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p 121).*

Entretanto, o livro não menciona a cardinalidade e nem define as operações deste modo.

Em nossa análise percebemos que as duas obras se diferenciam em alguns aspectos e faremos algumas comparações no tópico 3.10 desta tese.

Entretanto, antes passaremos à análise das duas obras sob a ótica do estruturalismo psicológico.

3.8 Análise sob a ótica do Estruturalismo Psicológico

Nesta contribuição mútua entre a Matemática e a Psicologia, reportemos a Valente (2008), o qual assevera que uma das primeiras ações com vistas à reformulação do ensino da Matemática foi a criação, em 1950, da CIEAEM - Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques. Foi pela iniciativa de Caleb Gattegno (1911–1988), matemático, pedagogo e filósofo da Universidade de Londres, que se reuniram, entre outros, matemáticos como Jean Dieudonné, Gustave Choquet, André Lichnerowicz e o psicólogo Jean Piaget.

De acordo com Piaget (et al.1955, apud Valente, 2008) a Comissão foi criada com a intenção de estudar as possibilidades de melhorar a qualidade do ensino e aprendizagem da Matemática na época.

Valente (2008) aponta que a primeira contribuição coletiva dessa Comissão materializou-se na obra *L'enseignement des mathématiques*, que reuniu textos de J.

Piaget, E. W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet e C. Gattegno, publicada em 1955. O primeiro capítulo da obra foi escrito por Piaget: "*Les structures mathématiques et les structures opératoires de l'intelligence*". No texto, o autor aborda o que caracteriza como questão antiga da filosofia ocidental: "saber se as conexões matemáticas são engendradas pela atividade interna da inteligência ou se elas provêm da ação inteligente sobre o mundo exterior" (PIAGET et al., 1955, p.11, apud VALENTE, 2008). Para Piaget, se a questão é tratada em termos da psicologia genética, há uma renovação do problema, com a contribuição dos matemáticos do grupo Bourbaki, que trazem como papel fundamental, a noção de *estrutura*. Desse modo, o texto busca precisar em que sentido as estruturas matemáticas fundamentais consideradas pelos matemáticos, correspondem às estruturas elementares da inteligência, sendo as primeiras um prolongamento formalizado e não a expressão direta das segundas (PIAGET et al., 1955, p. 17, apud VALENTE, 2008).

O estudo de Piaget considera que:

Se o edifício matemático repousa sobre as *estruturas*, que correspondem além do mais às estruturas da inteligência é, então, sobre a organização progressiva dessas estruturas operatórias que é preciso estar baseada a didática matemática. (PIAGET et al., 1955, p. 32, apud VALENTE, 2008).

Vimos que, para Piaget (2003), nas Matemáticas, o estruturalismo se opõe à compartimentagem dos capítulos heterogêneos, reencontrando a unidade graças a isomorfismos e, segundo esse autor, é impossível consagrar-se a uma exposição crítica do estruturalismo sem começar pelo exame das estruturas matemáticas. Para esse autor, a escola estruturalista das matemáticas, a dos Bourbaki, procurou subordinar as matemáticas inteiras à ideia de estrutura por um procedimento de isomorfização e esse método conduziu à descoberta das três "estruturas-mãe": Estruturas algébricas - cujo protótipo é o grupo; Estruturas de ordem - que têm por objeto as relações "sucede" ou "precede" e cujo protótipo é a "rede" ou "grade" (entrelaçamento) e as Estruturas topológicas - fundadas sobre as noções de proximidade, de continuidade e de limite, entre outras estruturas que são derivadas destas.

Para Novaes (*et.al*, 2005), a matemática dos Bourbaki estruturada por meio das três estruturas-mãe levaria a uma "economia de pensamento".

Segundo Piaget (2003), as primeiras operações das quais se serve a criança em seu desenvolvimento, e que derivam diretamente das coordenações gerais de suas ações sobre os objetos, podem precisamente se repartir em três grandes categorias a partir das estruturas-mãe:

- Classificação: à maneira das estruturas algébricas;
- Seriação: por reciprocidade, à maneira das estruturas de ordem e;
- Uniões: pelas leis de proximidade, de continuidade e de fronteiras, à maneira das estruturas topológicas.

Vimos que esses fatos parecem indicar, portanto, que as estruturas-mãe dos Bourbaki correspondem às coordenações sensório-motoras, necessárias ao funcionamento de toda inteligência e cujas ações instrumentais, até mesmo nas crianças, comportam estruturas, pois para Piaget, a preocupação maior da epistemologia genética seria:

Compreender porque a organização do comportamento de "classificação" e de "seriação" assume esta ou aquela forma, e por que essas formas sucessivas tendem a converter-se em estruturas lógico-matemáticas, não porque a Lógica ou as Matemáticas tivessem imposto os modelos, *a priori*, mas porque o sujeito, sem os conhecer, tende por si mesmo a construir formas que lhes são progressivamente isomorfas. (PIAGET, 1975, p. 342).

De acordo com Piaget (1975) a *classificação* é uma operação lógica, fundamental no desenvolvimento do pensamento, de forma que sua importância não se refere apenas à sua relação com o conceito de número, pois intervém na construção de todos os conceitos que constituem a estrutura intelectual humana. Para esse autor classificar é “juntar” por semelhanças e “separar” por diferenças, tem caráter qualitativo, pois apenas a qualidade do "objeto" importa. A frase "gosto de cães" provoca tal operação lógica no pensamento incluindo no conjunto imaginado, todos os cães, separando todos os outros objetos que não sejam cães.

De acordo com esse autor, a *seriação*, assim como a *classificação*, constitui aspecto importante do pensamento lógico. Seriar é ordenar diferenças, é estabelecer relações entre elementos que diferem em certos aspectos. Normalmente teríamos sons de acordo com os timbres, ordenando-os do mais agudo ao mais

grave, teríamos veículos de diferentes datas de fabricação, do mais antigo ao mais moderno, etc. A *seriação* pode ser feita na ordem crescente ou decrescente. Tem como propriedades fundamentais:

- Transitividade: quando se estabelece uma relação entre um elemento de uma série e o seguinte e, deste com o posterior, pode-se deduzir a relação entre o primeiro e o último elemento dessa série. Por exemplo, se um veículo A é mais antigo que B, e B é mais antigo que C, então A é mais antigo que C. Em símbolos: $A > B > C \rightarrow A > C$.

- Reciprocidade: cada elemento de uma série tem uma relação tal com o elemento imediato que, ao inverter a ordem da comparação, tal relação também se inverte. Por exemplo, se A é um automóvel mais antigo que B, então B é mais moderno que A. Em símbolos: $A > B \rightarrow B < A$.

Nota-se que a operação de *seriação* corresponde à segunda “estrutura mãe” dos Bourbaki, a “estrutura de ordem”, cujo protótipo é a rede. A relação “ $\leq$ ” (ou “ $\geq$ ”) é denominada *relação de ordem geral* para todos os objetos de um conjunto que podem ser ordenados e, ainda, se esse conjunto admite um primeiro elemento, este conjunto é denominado *bem ordenado, como queria Bourbaki*.

No livro do Sangiorgi essa abordagem está fortemente presente a partir da página 47, no tópico “sucessão dos números naturais” e “estrutura de ordem”. Entretanto, a ideia de cardinalidade como a quantidade de elementos que um conjunto contém, já fornece o entendimento que um conjunto de quatro elementos precede um conjunto de cinco elementos se estes estiverem na ordem crescente. Mais do que isso, estando estes conjuntos em correspondência biunívoca com os símbolos indo arábicos, 4 e 5, respectivamente, fica subentendido que o 4 precede o 5, daí o entendimento do conceito de número, como queria Piaget, uma classificação de 4 objetos incluídos em um primeiro conjunto por alguma “característica qualitativa” e uma classificação de 5 objetos incluídos em um segundo conjunto, da mesma maneira. Temos então “classes de conjuntos”, a classe do conjunto de quatro elementos e a classe do conjunto de cinco elementos.

Para Piaget (1975) ao serarmos números estamos seriando “classes de conjuntos”, e não elementos ou conjuntos particulares, estabelecendo uma relação entre as classes, de tal forma que se ordenadas na ordem crescente, a classe do

“quatro” estará antes da classe do “cinco” e esta, antes da classe do “seis” e assim por diante.

Para Piaget (1975) o conceito de número se deriva das operações lógicas de classificação e seriação, não se reduzindo apenas a uma delas. Entretanto, no terreno qualitativo, não se seria e se classifica ao mesmo tempo. Para esse autor, o número é uma construção mental. Ele é construído pela repetida adição de “uma unidade” e, com isso, a operação de adição já está incluída na construção numérica pela criança.

A construção do conhecimento matemático, para Piaget (1975) envolve três tipos de conhecimentos:

1. Conhecimento Físico – É o conhecimento dos objetos do mundo exterior. As propriedades físicas de um objeto (cor, peso, entre outras) são conhecimentos empíricos, adquiridos por meio da observação.
2. Conhecimento Social – São convenções estabelecidas socialmente (25 de dezembro é Natal). Sua natureza é preponderantemente arbitrária, pois alguns povos legitimam outros não. São conhecimentos passados pela transmissão entre indivíduos.
3. Conhecimento Lógico Matemático – Consiste em relações criadas pelo sujeito. Deriva das ações do sujeito sobre o mundo.

Para Piaget (1975) o conhecimento se desenvolve mediante uma construção progressiva das estruturas lógicas, embora sejam diferentes a lógica e a forma de pensar da criança e do adulto. Entretanto, todo o seu estudo tem origem em pressupostos biológicos bem determinados que se relacionam com os conceitos de *adaptação*, *organização*, *formação de estrutura* e a *tendência de auto-regulação* dos seres vivos. Para esse autor, o desenvolvimento cognitivo se produz por meio da *adaptação* dos *organismos* ao meio. Por causa da *tendência* biológica dos seres vivos à *auto-regulação*, são desenvolvidos certos mecanismos adaptativos envolvendo novas organizações, que levam a uma mudança interna, além das novas interações com o ambiente, chamadas de *assimilação* e *acomodação*.

- Assimilação – é o processo por meio do qual os esquemas internos são aplicados sobre os objetos. Este objeto passa a ser conhecido pelo indivíduo apenas quando for assimilado por um ou mais esquemas.
- Acomodação – consiste na modificação dos esquemas internos como resultado de uma experiência ativa com os objetos, levando em conta qualidades particulares desse objeto.

Para Piaget (1975) entre o meio e as respostas do indivíduo existem estruturas que determinam os seus comportamentos. *Esquemas, operações e estruturas*, são conceitos que, estabelecidos por esse autor, quando mudam, despregam-se e se reorganizam durante o desenvolvimento, dando origem às possibilidades intelectuais do indivíduo.

Para Piaget (1975) a *abstração* pode ser *empírica* ou *reflexiva*:

- Abstração empírica (ou simples) – o indivíduo se concentra numa certa propriedade do objeto e ignora as demais. Quando se centra na cor, deixa de lado o peso, o material, o tamanho, entre outros, do objeto.
- Abstração reflexiva (ou construtiva) – envolve a construção de uma relação entre objetos. Relação não tem existência na realidade externa. A abstração reflexiva é uma construção verdadeira feita pela mente.

No entanto, segundo esse autor, na realidade psicológica do indivíduo, uma não existe sem a outra. A relação de “diferente” não existe se o indivíduo não observar diferentes propriedades nos objetos. O mesmo acontece com a relação “cinco”, esta relação não poderia ser construída se o indivíduo pensasse que objetos separados se comportam como gotas de água que juntas formam um todo novamente.

Segundo Piaget (1975), para que o indivíduo seja capaz de “ler” fatos da realidade externa, ele precisa de estrutura lógico matemática construída pela abstração reflexiva (ou construtiva).

Para Piaget (1975) todo o conhecimento, em particular o conhecimento lógico matemático, deriva das nossas ações sobre o mundo. A base de todas as formas lógico matemáticas de inteligência depende inicialmente da manipulação de objetos.

No entanto, essas ações também se realizam mentalmente e são depois de algum tempo internalizadas.

Piaget (1975) cita o exemplo de conhecimento lógico matemático com a diferença constatada quando um indivíduo se depara com duas contas, uma vermelha e outra azul. Esta diferença é criada mentalmente quando o indivíduo coloca os objetos em relação. A diferença não está na conta vermelha nem na azul, o indivíduo percebe a diferença porque as coloca uma em relação à outra. Outro exemplo citado por esse autor diz que, para um indivíduo reconhecer que um peixe é vermelho, ele precisa reconhecer o vermelho de outras cores e o peixe de outros objetos.

Para Piaget (1975) os dois tipos de abstrações podem parecer sem grande importância enquanto uma criança esta aprendendo números pequenos, por exemplo, até dez. No entanto, quando ela chega a números como 999 e 1000, quando já não dispõe desse número de objetos, é por meio da abstração reflexiva que a criança constrói relações e entende números bem maiores, apesar de não tê-los visto antes.

Conjecturamos que essa perspectiva construtivista de Piaget esteja presente na obra de Sangiorgi com tópicos voltados para a aprendizagem por meio do "concreto", como por exemplo, o tópico "laboratório de Matemática", o qual sugere um local onde se concentrariam as atividades "práticas" com a confecção de "caixinhas" e o uso de grãos (feijão, milho) para a aprendizagem da contagem em sistemas de numeração de diversas bases. Essa metodologia explora a aprendizagem de qualquer base de numeração pelo mecanismo de "troca" por uma unidade, imediatamente superior, no momento em que a "casa" na qual se está trabalhando, atinge o número "máximo" de unidades. Esse número "máximo" é definido pela base em que se está trabalhando, por exemplo, a base "sete" não pode conter mais que sete unidades em cada "casa", bem como não podem ser usados mais que sete símbolos, como os indo-arábicos, para estarem em correspondência biunívoca com cada "casa" ou "classe de equivalência do cardinal" em questão.

No tópico "classes experimentais - Laboratório de Matemática", Sangiorgi explica que:

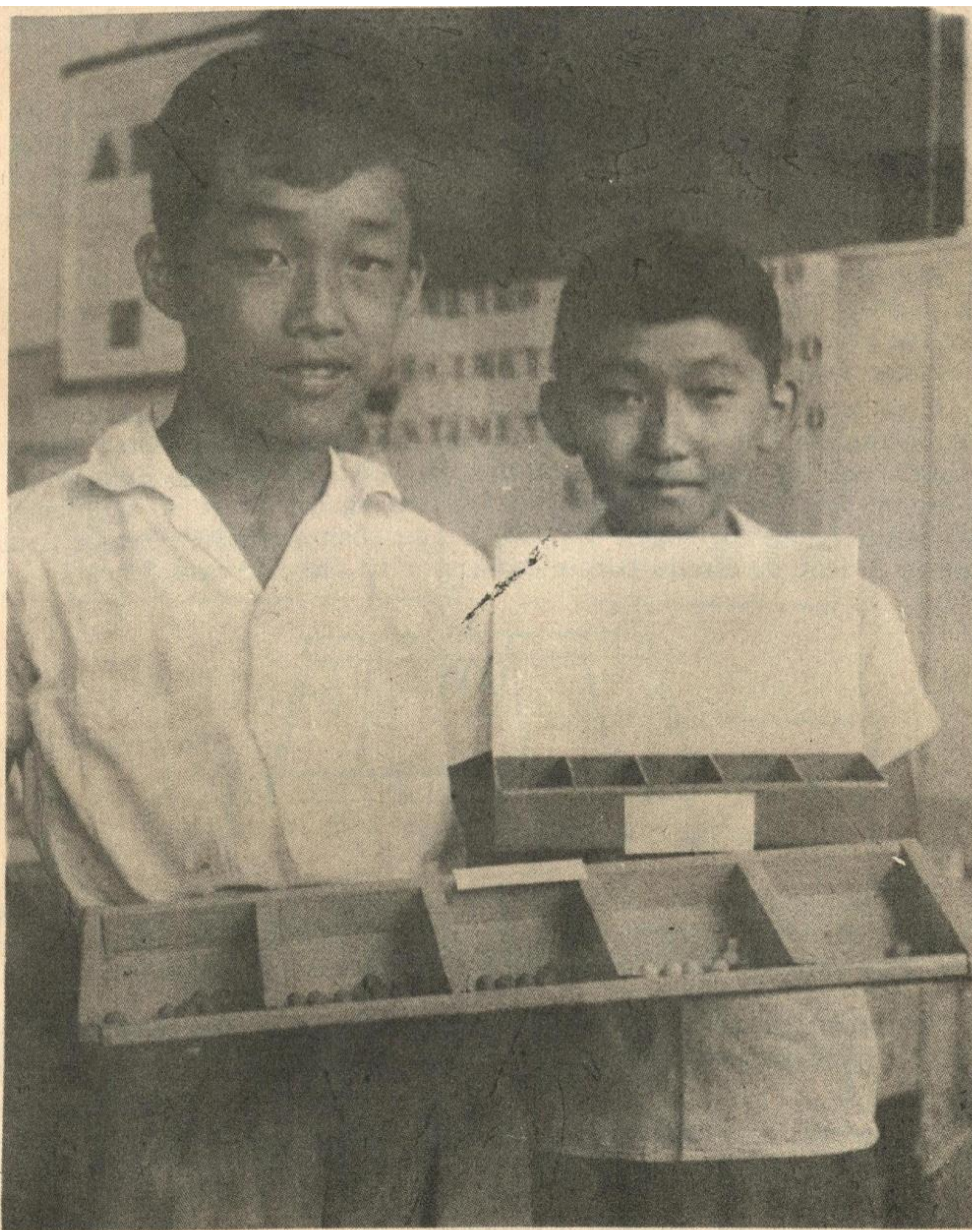
A finalidade é propiciar um contato "concreto" com as ideias de conjunto e de relações, que constituem matéria importante para o

desenvolvimento da Matemática Moderna e a iniciação de um Laboratório de Matemática, que seria o local onde se concentrariam as atividades práticas, traria, sem dúvida, um novo interesse pelo conhecimento "de perto" de certas partes da Matemática, a começar pelas contagem dos elementos de um conjunto. Essa contagem, em qualquer base, já foi feita através de "desenhos" reunindo-se em grupos os pontos de um conjunto. Agora nossa **"experiência"** pode ser concretizada com uma caixinha de madeira, ou mesmo uma série de caixas de fósforos ligadas entre si, que tenham repartições iguais e que chamaremos de "casas" na seguinte ordem: da direita para a esquerda, primeira casa, segunda casa terceira casa, e assim por diante. Vamos supor que você tenha um conjunto de feijões e queira contá-los usando o Sistema de Numeração de base quatro. Que é necessário você lembrar antes de começar a contagem? O seguinte: 1º) usar somente os quatro primeiros algarismos 0,1,2 e 3 para escrever qualquer número na base quatro; 2º) usar o princípio da posição para a base quatro: todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades quatro vezes maiores que a desse outro. Agora podemos começar a contagem: Coloquemos os feijões, um a um, na primeira casa da caixinha até o máximo de quatro, ao colocarmos o quarto feijão na primeira casa, retiramos todos de uma vez e colocamos apenas um feijão na casa imediatamente à esquerda, a segunda casa. Para não fazer confusão, é preferível colocar um grão maior na segunda casa, um grão de milho, por exemplo, a fim de caracterizar melhor que agora são unidades de segunda ordem. (1969, p. 75, grifo nosso).

Este procedimento auxilia na apreensão da estrutura do sistema numérico.

O livro de Sangiorgi contém algumas fotografias ilustrando a experiência com as caixinhas. A figura abaixo mostra dois alunos com a *caixinha de numeração* descrita no texto acima.

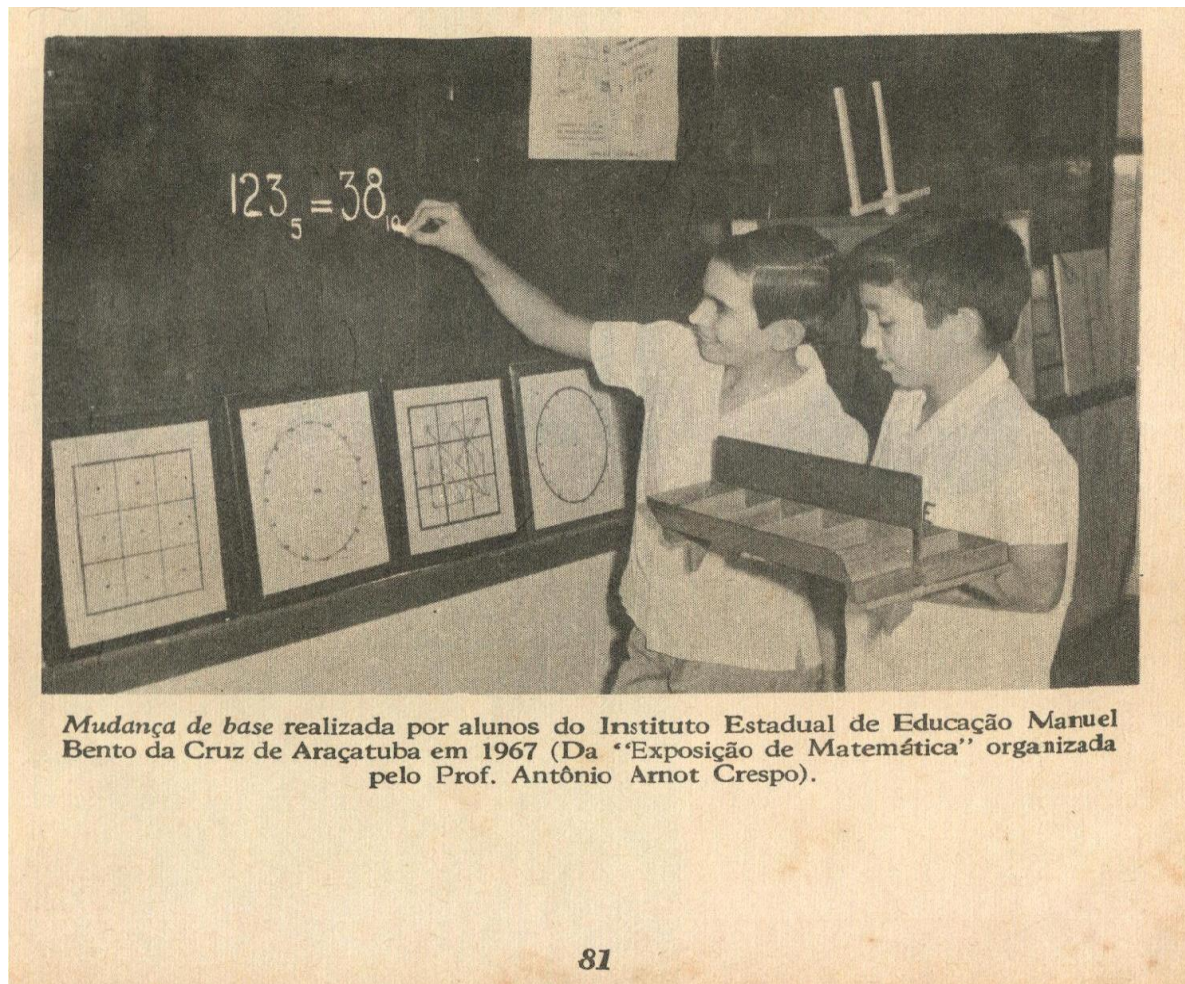
Figura 47: Caixinha de numeração



Caixinha de numeração, auxiliar prático para escrever números em *qualquer base*.
(Da “Exposição de Matemática”, iniciada a partir de 1961, pelo Prof. João W. Inkis,
no Colégio Estadual de Pereira Barreto, Estado de São Paulo.)

A imagem abaixo mostra dois alunos do Instituto Estadual de Educação Manoel Bento da Cruz de Araçatuba realizando uma operação de mudança de base.

Figura 48: Operação de mudança de base



Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969, p. 81)

Nota-se a preocupação com a "aplicação", no sentido de "experimentação" para Sangiorgi.

Com relação às atividades práticas enaltecendo a experiência, vale ressaltar as contribuições da filosofia de John Dewey¹¹² (1859-1952).

¹¹² John Dewey nasceu em Burlington, principal cidade do estado americano de Vermont, em 20 de outubro de 1859. Com quinze anos terminou os estudos secundários, e ingressou aos dezesseis para cursar artes. Estudou fisiologia na universidade de Vermont, e tomou contato com as teses darwinistas. Nessa época de estudos despertou seu interesse pela filosofia. Em 1879 bacharelou-se em artes e iniciou seu trabalho como professor em escolas de sua região. No ano de 1882 foi para Baltimore, no estado de Maryland, onde ingressou na Universidade John Hopkins e doutorou-se em filosofia no ano de 1884 defendendo sua tese sobre a Psicologia de Kant. No ano da conclusão de seu doutorado começou a lecionar na universidade de Michigan permanecendo lá até 1894. Em Michigan leu William James, especialmente a obra *Princípios de Psicologia*. Dewey reordenou seu pensamento a partir de James onde a consciência aparece utilizando uma continuidade, possuindo estados transitórios, "processos" e não elementos estanques. A mente é instância de mediação entre o organismo e o

De acordo com Cunha (1994), o Pragmatismo de John Dewey¹¹³ (1859-1952) consiste em uma crítica à filosofia considerada por ele como tradicional, a qual pode ser descrita pelas ideias de Platão baseadas na visão de mundo que consiste no dualismo entre o mundo sensível e o mundo inteligível. O mundo sensível consistia no mundo das experiências, das transformações, da criação, da descoberta, marcado pela dúvida, pela incerteza, ao qual ascendemos pelos sentidos. No mundo inteligível, ao qual ascendemos pela razão, está a ideia, o conceito, a forma perfeita das coisas, a certeza, a verdade. Dessa concepção platônica decorre uma filosofia educacional, na qual o aluno deve ascender a esse mundo das verdades já prontas, já definidas, que não se transformam às verdades acabadas, decorrendo que, aquele que tem mais saber, que está mais próximo das verdades, tem mais poder sobre aqueles que não sabem. Assim, o professor aparece como figura central, aquele que tem poder por saber, pois já alcançou aquele mundo racional, inteligível. As relações pedagógicas dentro desta concepção são unidirecionais, ou seja, do professor para o aluno. O aluno está ali como receptor do conteúdo escolar, o qual, supostamente contém a verdade. Segundo Dewey, acompanhando essa concepção filosófica, acompanhou também o ensino denominado de tradicional, centrado na figura do professor que tem a verdade, que tem o poder na sala de aula, e o aluno, como um ser passivo que está recebendo essa verdade, a qual nega o mundo da experiência imediata, o mundo empírico.

meio social. Dewey definiu-se pelo pragmatismo filosófico. Em 1894 foi lecionar na universidade de Chicago, quando criou um laboratório de ensino em que os alunos podiam experimentar na prática a utilidade dos conhecimentos estudados em sala de aula. O laboratório abalou a educação tradicional permitindo a liberdade dos alunos, o professor não mais ficava como centro do processo de aprendizagem. Frente ao modelo de educação tradicional centrado na ordem e na disciplina, o laboratório de Dewey parecia caótico. Em 1904 Dewey deixou a universidade de Chicago devido a discordâncias com a escola laboratório e ingressou em 1905 como professor da Universidade de Columbia, em Nova Iorque onde permaneceu até 1930, deixando as atividades acadêmicas como professor emérito. Datam desse período suas obras: *Democracia e Educação* (1916), *Ensaio sobre Lógica Experimental* (1916), *Reconstrução em Filosofia* (1920), *Experiência e Natureza* (1925), *Busca da Certeza* (1929) e *Como Pensamos* (1933). Dewey teve uma intensa produção acadêmica, suas obras somam aproximadamente cem, entre livros, artigos e outros estudos publicados. Percorreu durante as duas primeiras décadas do século XX vários países: China, Turquia, Japão, a antiga União Soviética e o México com suas concorridas conferências. Dewey morreu no dia primeiro de Junho de 1952, em Nova Iorque aos 92 anos de idade, deixando o legado de um pensamento original em filosofia e em educação com vasta produção acadêmica. (CUNHA, 1994).

¹¹³ O pensamento deweyano em filosofia é classificado como integrante do pragmatismo norte-americano, no qual junto com William James (1842-1910) e Charles Sanders Peirce (1839-1914), John Dewey (1859-1952) é um dos pioneiros e mais ilustres representantes. Em educação seu pensamento, aliado com o de outros educadores como Montessori, Decroly, Pestalozzi, Claparède e Piaget, é responsável pela origem do movimento de renovação das ideias de das práticas pedagógicas conhecido como escola nova. (CUNHA, 1994).

Segundo Cunha (1994), a crítica de Dewey à filosofia tradicional consiste na negação do dualismo estabelecido por Platão, ou seja, a separação entre o mundo sensível, que é desvalorizado na concepção da filosofia tradicional, e o mundo inteligível. Dewey discorda dessa visão metafísica transcendental e diz que não precisamos recorrer à essa esfera metafísica para justificar, entender e transformar o mundo em que vivemos. Dewey valoriza a experiência, ao contrário da filosofia tradicional que valoriza essa razão distanciada da experiência do homem comum. Toda a concepção educacional de Dewey é voltada para lidar com a experiência, o conceito fundamental de Dewey é, portanto, a experiência, para ele nós podemos lidar com a experiência de modo racional sem tem que recorrer a uma esfera metafísica. Fundamenta a vivência do aluno e do professor neste mundo sensível, acreditando que é possível encontrar os valores que necessitamos para viver neste mundo mesmo.

Para Dewey (1959) a palavra pragmatismo significa a preocupação em lidar com as coisas práticas. Nessa concepção filosófica o significado da palavra assume um caráter não individualista, porque é pensada sempre que o indivíduo, nas suas decisões, nas suas concepções morais, nos seus valores, está vinculado diretamente ao grupo social. Para esse autor, o pragmatismo é antes de qualquer coisa um modo de conhecer, uma proposta metodológica para os processos do conhecimento.

Conhecer é uma percepção das conexões de um objeto, que o torna aplicável em dada situação. Difere em muito do empirismo sensacionalista de Bacon e Locke. A experiência, conceito fundamental, requer o pensamento que faz a conexão com o que estava separado, isto é, sujeito e objeto, homem e natureza, inteligência e ação, teoria e prática, saber e fazer. Nesse sentido a experiência é experimental, útil, e a razão por sua vez confere significados ao que foi aprendido. (DEWEY, 1959 p. 373).

De acordo com Dewey (1959), a verdade para o pragmatismo é um conhecimento humano possível, longe do realismo metafísico, que afirma estar a verdade na realidade, e ao mesmo tempo distante também do idealismo absoluto, que afirma ser pautada a verdade de um conhecimento por uma ideia de verdade que lhe permita fazer tal afirmação. Com o pragmatismo a verdade deixa de estar num mundo à parte da experiência humana, para inserir-se definitivamente no horizonte da vida útil e prática estando, pois, a serviço dos indivíduos e das

comunidades humanas. O conhecimento passa a ser visto como uma elaboração humana, nela está presente o conceito de verdade.

No livro do SMSG, o paratexto recortado do prefácio da edição norte americana já anuncia:

A Matemática é fascinante para muitas pessoas pelas oportunidades que oferece para a **criação e a descoberta** assim como pela sua **utilidade**. É contínuo e rápido o seu crescimento no sentido de satisfazer tanto a curiosidade quanto às necessidades de aplicação. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. xii, grifo nosso).

Aqui concordamos com Cunha (1994), que para o pragmatismo o conhecimento possui significado útil, isto é, está relacionado com a experiência vivida, com a descoberta, procura responder aos possíveis problemas que a experiência venha apresentar.

O paratexto abaixo também aponta a preocupação dos autores do SMSG com a "utilidade" da Matemática.

Um dos oitenta ramos da Matemática que está interessando os matemáticos e que também é **útil** para problemas atuais é o estudo da chance ou probabilidade. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 7, grifo nosso).

Cardoso (2009), relatando sua própria experiência como aluna do nível básico, afirma que os questionamentos sobre as possíveis aplicações da Matemática em outros campos do saber ou nas atividades do dia-a-dia, eram fortemente presentes nos discursos discentes. Os professores, segundo essa autora, diziam que tudo o que se aprendia nas aulas de Matemática eram conhecimentos úteis e logo apareceria a aplicação desejada. Essa estratégia foi repetida por essa autora enquanto professora de Matemática a partir de sua Licenciatura em Matemática em 1985, por ocasião dos mesmos questionamentos dos seus alunos.

Mais tarde, em sua pesquisa de doutorado, Cardoso (2009), analisando as questões de Matemática dos ENEM - Exames Nacionais de Ensino Médio¹¹⁴,

¹¹⁴ Os ENEM – Exames Nacionais de Ensino Médio são um dos instrumentos de avaliação do Ensino Médio Brasileiro e vêm sendo aplicados, anualmente, pelo INEP, desde 1998. Participam voluntariamente deles os estudantes do 3º ano desse nível de ensino, de todo o território nacional. O objetivo desta avaliação é servir de termômetro para a qualidade do ensino escolar e não de avaliar capacidades individuais. Porém, com o passar

constatou que os conhecimentos matemáticos eram requisitados dentro de situações-problema que, geralmente, retratavam um fato do cotidiano, ou do contexto de alguma outra ciência (física, química, biologia ou geografia), requeriam uma Matemática “aplicada”. Consequentemente, nos exames estava pressuposto que a Matemática deveria ser apresentada nas escolas de ensino médio como uma das ferramentas que o aluno deve ter à sua disposição para resolver problemas de outras ciências, ou de suas atividades diárias. Para essa autora a nova situação considera uma concepção de Matemática diferente da perspectiva euclidiana¹¹⁵. Em alguns discursos escolares atuais, como no caso dos ENEMs, o conhecimento matemático é apresentado como uma **ferramenta útil** em outras áreas de conhecimento com a finalidade de conhecer mais e melhor o universo (físico, geográfico, cultural, etc...). Assim, conclui essa autora, o valor do conhecimento matemático estaria nas utilidades e nas possíveis aplicações a outras áreas.

Detectamos ainda, no livro do SMSG, essa preocupação dos autores com a concepção de Matemática como ferramenta útil, a qual se justifica no tópico “Matemática do Presente”, com a aplicação da Matemática aos negócios e às Indústrias, como da telefonia, da aviação, do petróleo, bem como nas universidades e organismos governamentais.

Antes da Segunda Guerra Mundial quase todos os matemáticos eram empregados como professores nas escolas e colégios. Desde então, o mundo da Matemática e o mundo dos matemáticos mudaram bastante. Atualmente existe um número de matemáticos que jamais houve. No 1º e 2º ciclos do curso secundário existem mais de 50.000 pessoas que ensinam Matemática. Há mais de 5.000 professores empregados em colégios e universidades. Mas agora (1960), nos negócios, nas indústrias e no governo dos Estados Unidos, há mais de 20.000 pessoas trabalhando como matemáticos. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 10-11).

Essa aplicação da matemática, com esse dado de, aproximadamente, vinte mil matemáticos empregados nas indústrias e no governo dos Estados Unidos no

dos anos, a nota do ENEM começou a ser aceita – como parte ou totalidade – nos processos seletivos de diversas escolas públicas e privadas de Ensino Superior.

¹¹⁵ Para Cardoso (2009) “perspectiva euclidiana” é a forma de conceber conceitos matemáticos como ideias prontas e imutáveis, de origem externa ao indivíduo (podem ter surgido na mente brilhante de um matemático genial ou no mundo platônico das formas), e que devem ser apresentadas ao aluno em teorias axiomatizadas. Assim, o texto euclidiano é iniciado por conceitos primitivos e axiomas, seguidos de definições, teoremas e demonstrações. No caso da Matemática Escolar temos ainda os exercícios padronizados de aplicação do conceito matemático em questão.

ano de 1960¹¹⁶, também é justificada devido ao avanço revolucionário sofrido pela tecnologia e pela ciência, inclusive no período pós-guerra, início do período marcado pela Guerra Fria.

Em contrapartida, de acordo com Cunha (1994) a ideia básica do pensamento de Dewey sobre educação está centrada no desenvolvimento da capacidade de raciocínio e espírito crítico. Essa visão encontrava-se em contraste com o modelo do “sistema fabril” que enfatizava o papel dos estudantes como matéria prima passiva a ser moldada pelos professores, pelos métodos de ensino apoiados na repetição e pelas matérias escolares divorciadas do conteúdo social. Suas ideias de educação progressiva foram duramente perseguidas durante a Guerra Fria quando a preocupação dominante era criar uma elite intelectual científica e tecnológica, para fins militares.

No livro do SMSG, os tópicos "Matemática como Vocação" e "A Matemática e Outras Vocações" sugerem, como queria Dewey, a inserção do aluno no mundo da pesquisa, coletando dados durante o ano, estimulando o contato com as fontes de informações extraclasse (jornais, revistas, enciclopédias, artigos, entre outros) em específico, jornais e revistas matemáticas e técnicas, notadamente estrangeiras. Mostrando a importância do saber matemático nas relações interdisciplinar.

A Matemática está agora sendo largamente **utilizada** em campos tais como Estudos Sociais, Ciências Médicas, Psicologia, Geologia e Administração de negócios. O raciocínio matemático e muitos ramos da Matemática são **úteis** em todos esses campos. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 12, grifo nosso).

Com esse argumento surge a preocupação com a justificativa acerca da importância da aprendizagem da Matemática, verificada no paratexto da página 12 do livro do SMSG:

Muitas aplicações de computadores eletrônicos em negócios e indústria estão a cargo de pessoas que devem aprender algo mais em Matemática e cálculo para desempenharem com eficiência as suas funções. Para trabalhar em tais empregos exige-se que você conheça bastante Matemática. Em suma, para entender estas fases da vida moderna e para apreciá-las suficientemente a fim de ser um **cidadão útil**, você necessitará saber cada vez mais Matemática.

¹¹⁶ O fato de o mercado oferecer melhores salários e oportunidades ao Matemático fora da sala de aula, como foi mencionado no primeiro capítulo desta Tese, foi um dos elementos que comprometeu o ensino de Matemática na época, pois, profissionais de outras áreas, desqualificados para a docência, tiveram que assumir o papel do professor em caráter excepcional.

(MSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 12, grifo nosso).

Os autores do MSG afirmam que essa é uma das maiores razões deste livro estar sendo escrito, pois, segundo eles:

Nós sabemos que você necessitará conhecer mais Matemática do que seus pais ou que seus professores aprenderam. Esperamos fornecer-lhe uma boa base para todos os seus estudos futuros em Matemática e outras ciências e ao mesmo tempo dividiremos com você o **prazer que se pode encontrar ao descobrir e usar seus conhecimentos matemáticos**. (MSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 12, grifo nosso).

Este “prazer” em estudar Matemática entra em uma dimensão psicológica afetiva que não é o escopo desta pesquisa. Entretanto, algumas observações foram possíveis neste sentido.

Vimos que na terceira sessão de escrita dos livros originais do MSG no verão de 1960 na Universidade de Stanford, EUA, o destaque foi para a presença de um pequeno grupo de psicólogos. Naquele momento o MSG efetuou um estudo sobre a possibilidade da aplicação da psicologia no desenvolvimento da capacidade intelectual da criança, relacionado com a aprendizagem da matemática e os efeitos das variáveis não intelectivas como valores, atitudes, ansiedades, habilidades e motivação.

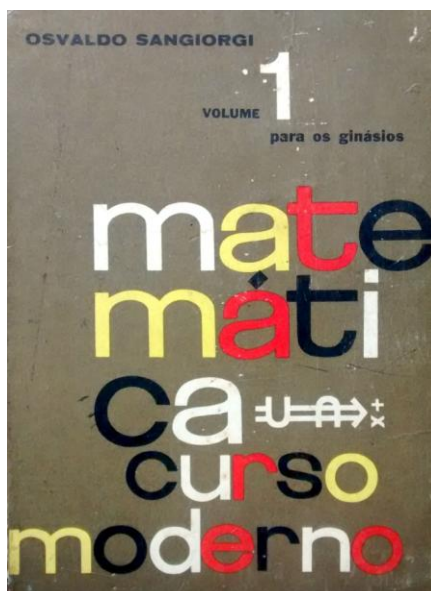
No livro do MSG, o prefácio à edição norte americana anuncia:

Os estudantes de ginásio já podem formular questões matemáticas e levantar hipóteses que eles mesmos podem testar e talvez aproveitar algumas; podem também desenvolver processos sistemáticos para tratar problemas, sejam ou não problemas de rotina ou de soluções imediatamente determináveis. O reconhecimento destes importantes fatores teve grande importância na seleção do conteúdo e do método encontrados neste texto". (MSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. xii).

Nesta perspectiva, a aprendizagem da Matemática e o desenvolvimento desses processos podem se potencializar por meio da visualização de diagramas, sobretudo com o uso de cores. A proposta do livro do Sangiorgi, embora use apenas duas cores no seu interior, parece se aproximar mais desta metodologia, ademais, este é um dos diferenciais da “nova” coleção do autor a partir da introdução dos

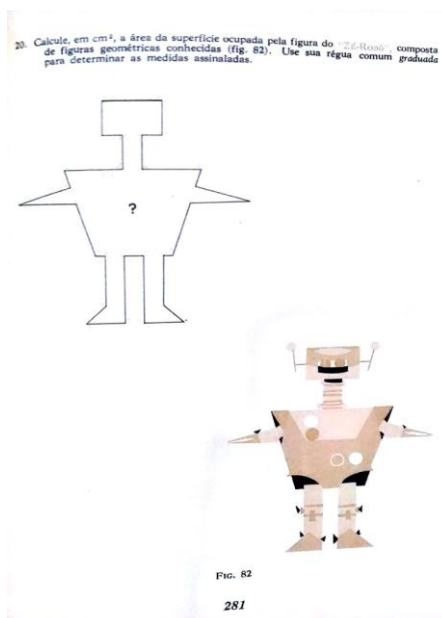
tópicos modernos também relacionados ao conteúdo de Matemática. A capa da primeira edição tem cinco cores: preto, branco, vermelho e amarelo, em fundo marrom.

Figura 49: Capa do primeiro volume



Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 6 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1966)

Figura 50: Interior do livro – o preto em contraste com dois tons de marrom

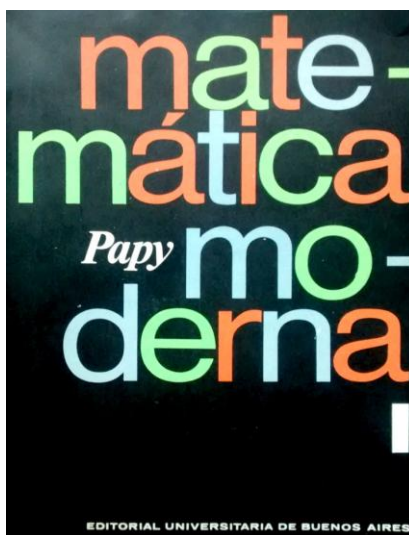


Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 6 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1966, p.281)

Notamos, além das duas cores, a metodologia lúdica na aprendizagem para o cálculo de áreas das figuras planas, as quais formam o “Zé Robô”, na página 281.

Talvez essa novidade editorial estivesse no início de sua trajetória. Podemos perceber uma semelhança com a capa nas cores verde, cinza, branco, laranja e preto, do livro do Georges Papy editado na Argentina em 1968.

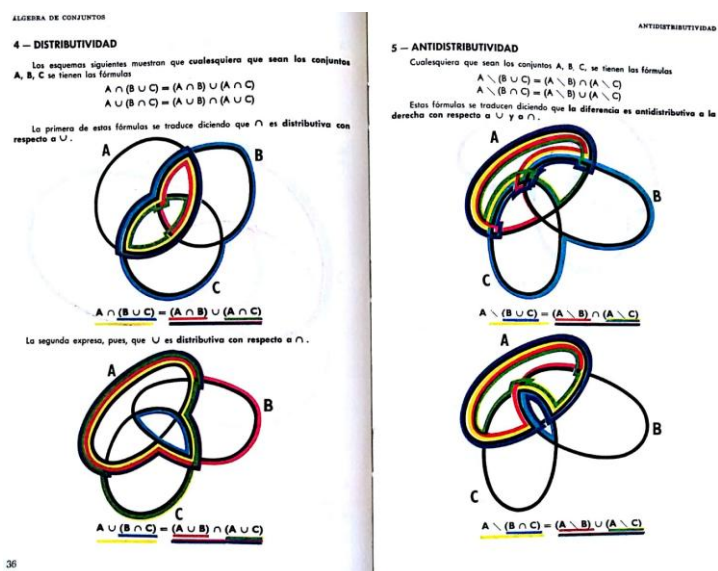
Figura 51: Capa do primeiro volume da coleção de Papy



Fonte: Matemática Moderna. 4. Ed. Tomo I. Editorial Universitaria de Buenos Aires, 1972.

Entretanto, seu interior com papel de melhor qualidade contempla mais cores. No tópico das propriedades distributivas e anti distributivas das operações com conjuntos, por exemplo, tal fato pode ser verificado na construção dos diagramas:

Figura 52: Interior do livro nas cores verde, vermelho, azul, amarelo, preto, laranja e lilás



Fonte: Matemática Moderna. 4. Ed. Tomo I. Editorial Universitaria de Buenos Aires, 1972, p. 36-37.

No livro do Sangiorgi, logo no início no texto destinado aos alunos: “Uma palavra para você que inicia o ginásio” em forma de uma carta, o autor se aproxima do estudante, apresentando a obra como algo novo, diferente da Matemática que os irmãos e os colegas mais velhos tiveram, com exagero de cálculos, problemas complicados, trabalhosos e fora da realidade, tornando-a um fantasma. O autor segue em seu argumento afirmando que pelo fato de *“vivermos na Era Atômica”* (data em questão) isso seria trabalho para os *“fabulosos computadores eletrônicos”* que os jornais tanto mencionavam. Assim, sem o desperdício de tempo, poderiam aprender o verdadeiro significado e as belas estruturas da Matemática Moderna, como queria Bourbaki. Nesta mensagem aos alunos, Sangiorgi explicita sua convicção nas teorias modernas piagetianas da aprendizagem, que fazem paralelo com a nova organização da matemática a ser ensinada e que valem para as outras disciplinas e, menciona a aprendizagem prazerosa.

Então, você perceberá, por exemplo, uma certa *semelhança* entre o modo de raciocinar em Matemática e nas outras matérias de seus estudos, como Português, História, Geografia, Ciências, Música, Educação Física etc. Fazer conhecer *Matemática* dessa forma é o principal objetivo deste livro em que você vai começar a estudar e que se completará com o auxílio indispensável de seu professor. Vamos, pois, estudar Matemática **com prazer!** (SANGIORGI, 1969, p. iii, grifo nosso).

No livro do SMSG, no prefácio da edição norte americana, os autores também mencionam que a Matemática seria estudada com satisfação:

Acreditamos firmemente que a Matemática possa ser estudada com sucesso e **satisfação**. Nossa esperança é que este texto seja de grande utilidade para todos os professores que o utilizem como meio de atingirem os seus objetivos. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. xii, grifo nosso).

No tópico “A Matemática como Recreação” a metodologia lúdica é abordada com a apresentação das duas primeiras figuras do livro, na forma de diagramas do “problema das pontes de Königsberg”, relacionada à cidade alemã com este nome.

Figura 53: Metodologia lúdica

Durante muitos milhares de anos várias pessoas têm estudado por diversão vários tipos de problemas. Um bom exemplo disto é o problema das Pontes de Königsberg. No começo do século XVIII a cidade de Königsberg (Alemanha) estava ligada por sete pontes. Muitas pessoas da cidade nesse tempo estavam interessadas em saber se era possível andar pela cidade de maneira a cruzar cada ponte somente uma vez.

Pelo diagrama que mostra as tais pontes, você pode descobrir se isto pode ser feito ou não? Você pode estar interessado em saber que um matemático resolveu esta questão no ano de 1736.

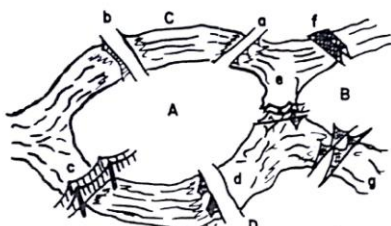


Fig. 1-8a.

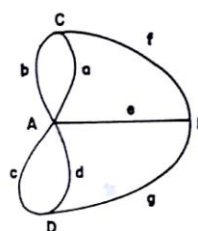


Fig. 1-8b.

A Figura 1-8b o ajudará ver as várias maneiras de andar através da cidade usando as pontes para ir de uma parte de terra firme à outra. Represente a parte de terra ao norte por C e a parte de terra ao sul por D. A é a ilha e B é a terra à leste. As linhas que partem de A, C, D e B mostram caminhos através das pontes para as várias partes da cidade. As pontes estão representadas por a, b, c, d, e, f, g. Dos pontos B, C e D saem três caminhos juntos e no ponto A cinco caminhos se encontram.

Vários ramos da Matemática foram desenvolvidos por matemáticos como um resultado de seus trabalhos em problemas como este.

Fonte: (SMSG – Matemática Curso Ginásial 1967, p. 13)

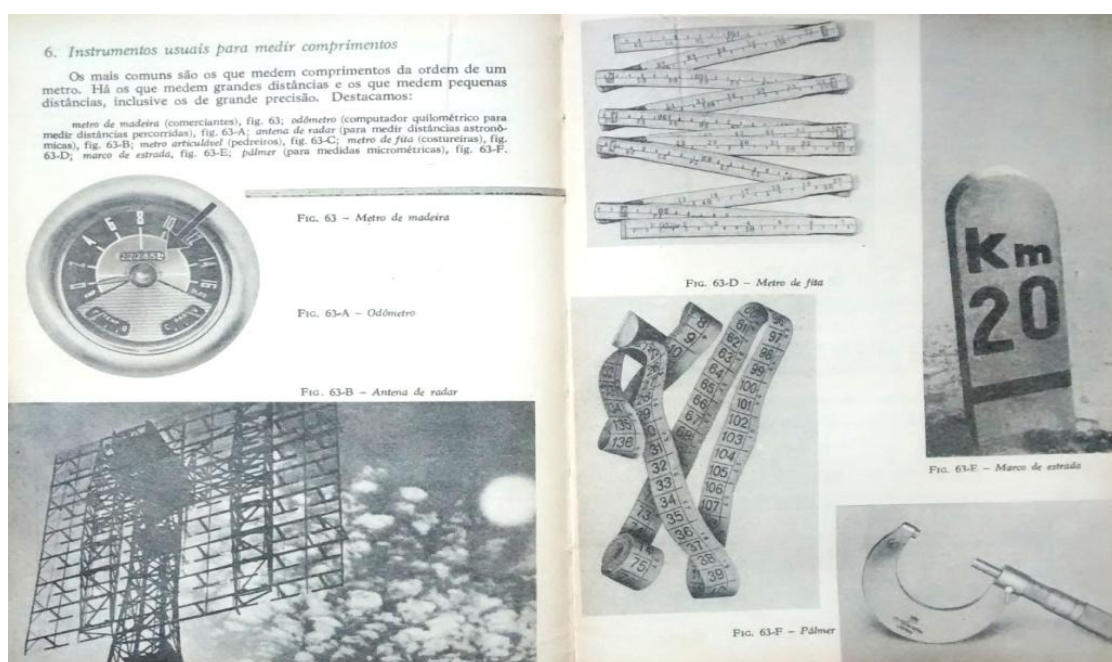
No livro do SMSG há, em alguns momentos, a preocupação dos autores com os pré-requisitos conceituais, obedecendo às etapas da construção do conhecimento matemático, como queria Piaget. Na maioria dos casos o aluno vai sendo conduzido pelos exercícios provocativos e explicações intercaladas entre estes. Como por exemplo, no estudo dos retângulos a ideia de perímetro é trabalhada retomando o conteúdo do capítulo anterior acerca das medidas de comprimentos das curvas e ilustrada pelo exemplo da distância percorrida por uma formiga que inicia sua trajetória em um dos cantos desse retângulo, caminhando ao longo de seus lados até atingir o ponto de partida. A geometria não métrica, sem o uso da ideia de distância ou medida, introduz a noção intuitiva de ponto, espaço e reta, sem definições precisas, bem como a relação destes com o plano. Os exemplos intuitivos acerca de o ponto poder ser pensado como a ponta de um lápis, da reta como a trajetória de um corvo, ou ainda, dois alunos segurando um cordão, vão conduzindo ao entendimento das propriedades do espaço.

No livro do SMSG percebemos essa metodologia também no segundo tópico do sétimo capítulo, o qual trata das divisões de segmentos, sendo necessário estabelecer a unidade de medida. Os autores propõem, a princípio, que os alunos utilizem as mãos e os pés como unidades de medida para medir as carteiras e a sala de aula, comparando as medidas com os demais colegas, os quais percebem variações nos resultados. Isso conduz ao entendimento da necessidade de uma unidade padrão, assunto do terceiro tópico, no qual são apresentadas algumas unidades antigas definidas com base em membros do corpo, como a jarda, a braça e a milha. Os autores então explicam que o sistema métrico foi desenvolvido de forma a se tornar padrão para todos os países, embora nem todos o usem. Vale ressaltar a metodologia proposta para a apreensão gradativa do conhecimento de forma contextualizada, partindo do concreto para o abstrato.

Na sequência, pouco a pouco os alunos vão sendo levados a conhecer vários instrumentos de medidas como o micrômetro, o transferidor, entre outros, bem como conceitos como erro máximo possível na medida e precisão.

No livro de Sangiorgi, esse conteúdo sobre unidades de medida também segue esta metodologia, contudo, é enriquecida por fotografias, como mostra a figura abaixo:

Figura 54: fotografia de vários instrumentos de medida



Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969)

Com relação à essa metodologia da aprendizagem de forma gradativa, segundo Valente (2008) Piaget afirmava que:

O recurso à experiência e à ação, e de modo geral à pedagogia dita ativa, entre os procedimentos de iniciação matemática, não comprometem em nada o **rigor dedutivo** posterior do pensamento matemático, bem ao contrário: o preparam, fornecendo-lhe bases reais e não simplesmente verbais. (PIAGET et al., 1955, p. 33, apud VALENTE, 2008, grifo nosso).

Nesta análise, no livro do SMSG, a intersecção de dois planos é abordada por meio de um desenho evidenciando que o resultado dessa intersecção, se não for um conjunto vazio, é uma reta. Este tópico traz, em nota de rodapé, na página 117, a informação acerca do uso das letras do alfabeto grego para designar planos, bem como as letras maiúsculas e minúsculas do alfabeto latino para designar retas e pontos. Os autores afirmam que isso tornará mais fácil o estudo da Geometria quando o aluno tiver que estudar as **demonstrações de teoremas**. Tal nota também menciona o uso dos símbolos de operações entre conjuntos ($\alpha \cap \beta$).

Entretanto, no livro do SMSG, o tópico dedicado ao Prisma Retangular retoma os conceitos do capítulo 4 sobre dois planos que se interceptam, os dois primeiros parágrafos definem todas as características desta figura espacial, como faces (cada uma das faces é um plano), faces opostas (planos paralelos), arestas (retas - intersecção de dois planos), vértices (pontos em que três arestas se encontram) e o quinto parágrafo conclui que o comprimento destas arestas nas três direções possíveis são chamadas comprimento, largura e altura. Sendo possível determinar a área de todas as faces (regiões retangulares fechadas), a soma das áreas de todas as faces é chamada área da superfície do prisma retangular. Muita informação em pouco mais de meia página. Entretanto, conjecturamos que, como certos conceitos já teriam sido trabalhados anteriormente, supostamente os pré-requisitos para tal entendimento estariam supostamente satisfeitos.

Percebemos, nos dois livros analisados, aproximações e distanciamentos, seja na perspectiva filosófica e/ou na metodologia, seja na exposição dos conteúdos.

No livro do SMSG, a presença do estruturalismo psicológico pode ser percebida desde a elaboração dos originais, por ocasião da terceira sessão de escrita no verão de 1960 na Universidade de Stanford, EUA, com a participação de psicólogos envolvidos nos estudos sobre a possibilidade da aplicação da psicologia

na aprendizagem da matemática, observando, sobretudo, valores, atitudes, ansiedades, habilidades e motivação.

Percebemos também a preocupação dos autores com os pré-requisitos conceituais, obedecendo às etapas da construção do conhecimento matemático, como queria Piaget.

Os autores também enfatizam a concepção de Matemática como ferramenta útil, bem como as oportunidades que oferece para a criação, para a descoberta e pela sua aplicação aos negócios e às Indústrias. O aluno vai sendo conduzido pelos exercícios provocativos os relacionado com a experiência vivida, sendo motivado a pesquisar e a estudar a Matemática com satisfação.

No livro de Sangiorgi, o estruturalismo psicológico está presente nos tópicos voltados para a aprendizagem por meio do *concreto*, como por exemplo, o tópico "laboratório de Matemática", no qual concentram as atividades práticas com o uso das caixinhas e dos grãos de feijão, ou milho, para potencializar a aprendizagem dos sistemas de numeração de diversas bases. Este procedimento permite a apreensão da estrutura do sistema numérico, passando pela classificação, seriação, abstração empírica e atingindo a abstração reflexiva.

A preocupação com a "aplicação" da Matemática, no sentido de utilidade, é menos evidente que no sentido de "experimentação" na obra de Sangiorgi. No início do livro, no texto destinado aos alunos: "Uma palavra para você que inicia o ginásio" Sangiorgi explicita sua convicção nas teorias modernas piagetianas da aprendizagem apresentando a obra como algo novo, com uma nova organização da matemática a ser ensinada e enfatiza a aprendizagem prazerosa.

A proposta do livro de Sangiorgi, embora use apenas duas cores no seu interior, intenta potencializar a aprendizagem por meio da visualização de diagramas, figuras, fotografias e atividades lúdicas, como a do "Zé Robô", na página 281.

A perspectiva construtivista de Piaget está fortemente presente no livro de Sangiorgi a partir da página 47, no tópico "sucessão dos números naturais" e "estrutura de ordem", envolvendo a operação de *seriação*, a qual corresponde à segunda *estrutura mãe* dos Bourbaki, a "estrutura de ordem".

As inovações na obra de Sangiorgi foram feitas após a sua participação no curso de verão nos EUA em 1960. Em nossa análise tentamos identificar o que teria sido proposto nesta nova coleção que não constasse na coleção anterior.

3.9 As diferenças entre as coleções de Osvaldo Sangiorgi antes e depois do MMM

Em nossa análise, com os olhos voltados para o estruturalismo, tentamos identificar o que, de fato, teria mudado entre a antiga coleção *Matemática - Curso Ginásial* e a nova coleção *Matemática - Curso Moderno para os ginásios*, do professor Osvaldo Sangiorgi.

Valente (2008) afirma que Sangiorgi, por ocasião do II Congresso Nacional de Ensino de Matemática em 1957 na cidade de Porto Alegre, RS, demonstrou estar em dia com a discussão internacional sobre o ensino de matemática, constituindo um preâmbulo que serviu de introdução às sugestões para o programa de matemática trazido por ele no II Congresso. A aproximação de Sangiorgi com as discussões internacionais teria se dado pela leitura da obra *L'enseignement des mathématiques*¹¹⁷. Sangiorgi, àquela altura, à vista da interrogação “Matemática Clássica ou Matemática Moderna, na elaboração dos programas do ensino secundário?” considerou a mudança dos programas de matemática relativamente à matemática moderna:

Cremos que as teorias cada vez mais complexas, a que é conduzida a investigação moderna, revelam-se pouco susceptíveis de virem ser já incorporadas no ensino secundário. É evidente, e os fatos nos têm provado, que a tendência é caminhar no sentido de satisfazer o anseio das novas gerações que estão vivendo num mundo ultramoderno, onde as ciências físico-matemáticas recebem continuamente novos e substanciosos impulsos. Mas - e é esse nosso pensamento - essa modelação aos tempos novos deve ser gradativa, a fim de serem evitados malefícios decorrentes de transformações radicais. (SANGIORGI, 1959, p. 399, apud VALENTE, 2008, p.26).

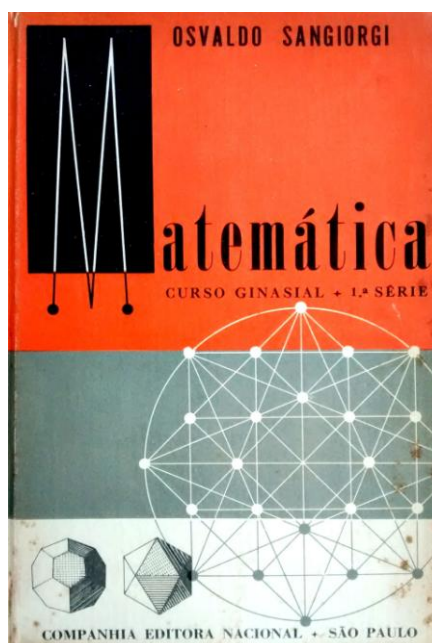
Entretanto, essa opinião teria mudado após o estágio que Sangiorgi realizou nos Estados Unidos em 1960.

Como vimos, 1964 foi o ano 1 dos novos livros didáticos de Matemática Moderna para o ginásio, de modo pioneiro no Brasil, escrito por Osvaldo Sangiorgi. Portanto, as ultimas tiragens do Volume 1 da coleção antiga para a primeira série ginásial, foram produzidos em 1963 com a 134ª edição.

¹¹⁷ Obra que reuniu textos de J. Piaget, E. W. Beth, J Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet e G. Gattegno, publicada em 1955.

Para nossa análise conseguimos a 130ª edição da coleção antiga, também de 1963.

Figura 55: Capa do primeiro volume da coleção anterior ao MMM



Fonte: Matemática – Curso Ginásial. 130. Ed. V. 1. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1963.

Percebemos que o tratamento dado neste volume, com relação aos conteúdos, se difere do primeiro volume da nova coleção Matemática - Curso Moderno para os Ginásios. As estruturas da Teoria dos Conjuntos, bem como dos numerais escritos em outras bases, como os de base sete, por exemplo, não fazia parte do conteúdo desta obra.

Nota-se no paratexto abaixo, como já mencionado, que a coleção Matemática – curso ginásial reportava-se ao parâmetro orientador para o ensino de Matemática estabelecido pelas portarias ministeriais nº 966, de 2 de outubro de 1951 e nº 1045, de 14 de dezembro de 1951, as quais estipulavam o “Programa Mínimo” oriundo das determinações emanadas do Colégio Pedro II do Rio de Janeiro – RJ e legitimada pela Reforma Simões Filho, que era Ministro da Educação nos anos 1950.

Figura 56: Programa do primeiro volume da coleção anterior ao MMM – folha 1

PROGRAMA DE MATEMÁTICA

Primeira Série Ginásial

Portarias Ministeriais: 966, 2/10/51 e 1045, 14/12/51

I) Números inteiros; operações fundamentais; números relativos

1. Noção de número natural, grandeza, unidade, medida. Numeração; numeração falada; numeração escrita. Sistema decimal. Valor absoluto e valor relativo dos algarismos.
2. Adição. Propriedades. Processos de abreviação. Prova.
3. Subtração. Propriedades. Prova. Complemento aritmético de um número.
4. Multiplicação. Propriedades. Processos de abreviação. Prova. Potência de um número. Produto e quociente de potências de mesma base.
5. Divisão. Divisão aproximada. Propriedades. Processos de abreviação. Prova.
6. Números relativos; interpretações. Adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação dos números relativos; regras práticas.

II) Divisibilidade aritmética

1. Múltiplos e divisores. Divisibilidade. Princípios fundamentais. Caracteres de divisibilidade por 10 e suas potências; por 2, 4 e 8; por 5 e 25; por 3 e 9; por 11. Propriedades elementares dos restos. Provas por um divisor.
2. Números primos e números compostos; números primos entre si. Crivo de Eratóstenes. Reconhecimento de um número primo. Decomposição de um número em fatores primos. Número divisível por dois ou mais números primos entre si dois a dois; aplicação à divisibilidade.
3. Máximo divisor comum. Algoritmo de Euclides. Simplificação. Propriedades.
4. Mínimo múltiplo comum. Relação entre o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum. Propriedades.

Fonte: Matemática – Curso Ginásial. 130. Ed. V. 1. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1963.

Figura 57: Programa do primeiro volume da coleção anterior ao MMM – folha 2

14

III) Números fracionários

1. Fração. Fração ordinária e fração decimal. Comparação de frações; simplificação, redução ao mesmo denominador. Operações com frações ordinárias.
2. Frações decimais; números decimais. Propriedades dos números decimais; operações. Conversão de fração ordinária em número decimal e vice-versa. Número decimal periódico.

IV) Sistema legal de unidades de medir; unidades de medidas usuais

1. Unidade legal de comprimento; múltiplos e submúltiplos usuais. Área; unidade de área; unidade legal; múltiplos e submúltiplos usuais. Área do retângulo, do paralelogramo, do triângulo, do trapézio e do círculo; fórmulas. Volume: unidade de volume; unidades legais; múltiplos e submúltiplos usuais. Volume do paralelepípedo, do prisma, da pirâmide, do cilindro, do cone e da esfera; fórmulas. Pêso e massa; unidade legal; múltiplos e submúltiplos usuais. Densidade; aplicações.
2. Unidades de ângulo e de tempo. Unidades inglesas e norte-americanas mais conhecidas no Brasil. Números complexos; operações.
3. Unidade de velocidade. Velocidade angular.

Fonte: Matemática – Curso Ginásial. 130. Ed. V. 1. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1963.

Na apresentação dos números inteiros no primeiro capítulo, p.23, a ideia de "coleção" de figurinhas, de livros, entre outros, apenas é utilizada como conjuntos e objetos de mesma espécie, justificando a necessidade de contar, sem apelar para as ideias de "cardinalidade", "relação de pertinência", noções de "conjuntos" e "subconjuntos", nem tampouco de "correspondência biunívoca".

No tratamento sobre sucessão de números inteiros, neste volume os Números Naturais são escritos a partir do algarismo 1, com a ideia de "número sucessivo", coloca-se reticências a direita do último número para representar que existem outros números que o seguem. No caso de não se possuir figurinhas ou livros, o nome usado para indicar essas ausências de objetos é zero, o qual acrescentado aos Números Naturais obtém-se a sucessão 0, 1, 2, 3, 4, ... , como

observamos anteriormente no livro do SMSG, denominada sucessão dos números inteiros. Como vimos, Sangiorgi na nova coleção inclui o zero no Conjunto dos Números Naturais.

No tópico "igualdade" e "desigualdade", p.24, apenas é utilizada a idéia imediata que "dois números são iguais quando ocupam a mesma posição na sucessão dos números inteiros", caso contrário, são "desiguais".

Na nova coleção, influenciada pelo estruturalismo, a "igualdade" é definida como sendo uma "relação de equivalência" a qual satisfaz às propriedades "reflexiva", "simétrica" (no caso da igualdade a "anti-simétrica") e "transitiva".

Entre as páginas 47 e 52, (figura 31: Estrutura de ordem) há um tratamento acerca da estrutura de ordem pela aplicação da relação de desigualdade, sendo que para as relações $<$ e $>$ não valem as propriedades reflexiva e simétrica, apenas a transitiva e, com esse resultado, a desigualdade é denominada relação de ordem estrita". A partir daí, se define a "relação de ordem geral" " $\leq$ " e " $\geq$ ", a qual, valem as propriedades reflexiva e transitiva, não vale a propriedade simétrica.

Entretanto, foi no Curso de Verão, na Universidade do Kansas que Sangiorgi teria se encantado com esta modalidade pedagógica, as Classes Experimentais, a qual ele próprio destaca no artigo que escreveu para a Revista Atualidades Pedagógicas sobre as impressões que teve do Curso.

No artigo publicado na revista *Atualidades Pedagógicas* Sangiorgi ressaltou importância das Classes Experimentais nos Estados Unidos pelo fato de inicialmente serem testados os novos programas que se pretendiam tornar efetivos por determinado tempo, bem como novos métodos de ensino, às classes de alunos recrutados de diversos Estados e que permitiam concluir acerca dos resultados que seriam, ou não, aplicados num determinado ano letivo. Esses alunos participavam como alunos bolsistas e, portanto, hóspedes das Universidades, recebendo no final do Curso, em sessão solene com a participação dos pais, um "Certificado de Estudos de Classe Experimental".

Para Sangiorgi, as Classes Experimentais se configuraram em verdadeiros laboratórios de pesquisas educacionais sendo uma das partes mais importantes do Curso de Verão. Sangiorgi participou dos estudos das Classes dos 9º e 11º Graus, equivalentes ao 3º ginásial e 3º científico, respectivamente. Os resultados constituíram matéria-prima para a nova orientação que se buscava para ensinar Matemática.

Sangiorgi comparou a formação Superior em Matemática dos professores secundários (High School e College) dos U.S.A. pelo College of Liberal Arts and Sciences, equivalente à formação dos professores secundários do Brasil pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, complementada por especialização em Didática em Seções de Educação. O Curso de Verão organizado pelo Departamento de Matemática da U.K., se situou dentro de um alto nível de informação, procurando destacar “o que se deve ensinar”, caracterizando novos programas de Matemática e “como ensinar”, caracterizando novos métodos de ensino.

O emprego dos recursos que a didática moderna possuía (método heurístico, uso de filmes apropriados, de televisão, de livros didáticos bem organizados, de laboratórios experimentais, entre outros) constituíam metas a serem vencidas pelos Cursos de Férias, afirmou Sangiorgi, sugerindo que o Brasil pudesse criar condições próprias para a realização de Cursos nos moldes que se assemelham ao Summer Institute for High School and College Teachers of Mathematics do qual participou, sobretudo, tendo a possibilidade da colaboração direta da Pan American Union e da National Science Foundation, órgãos americanos com interesse em patrocinar a realização de Cursos de Verão, ou de Inverno em diversos países da das Américas.

Percebemos que esse tópico foi incluído com o título "Classes Experimentais - Laboratório de Matemática" a partir da 60ª edição e também permaneceu na nova coleção a partir do 1º volume de 1963.

Este tópico remete àquela metodologia psicológica da aprendizagem, contextualizando o concreto na construção do conhecimento, como queria Piaget. Ademais, como já vimos, para esse autor, as primeiras operações das quais se serve a criança em seu desenvolvimento, e que derivam diretamente das coordenações gerais de suas ações sobre os objetos, podem precisamente se repartir em três grandes categorias a partir das estruturas-mãe dos Bourbaki: Classificação; Seriação e Uniões.

Chegamos à conclusão que, de fato, a obra de Osvaldo Sangiorgi teve uma inovação dos conteúdos a partir da nova coleção de 1963 - *Matemática - Curso Moderno para os ginásios*, no que diz respeito à abordagem estruturalista, notadamente pela linguagem da Teoria dos Conjuntos e pelas Estruturas Algébricas e de Ordem. Haja vista que até as definições das operações fundamentais de adição

e multiplicação foram definidas como relações binárias entre dois (ou mais) conjuntos envolvendo as operações conjuntistas de "união" e "produto cartesiano", respectivamente.

A título de curiosidade, essa mesma abordagem é feita no livro "Matemática Discreta" da Coleção Schaum¹¹⁸, um livro atualmente destinado ao ensino superior.

Em nossa análise também percebemos a presença de notas históricas nas duas obras analisadas. Por exemplo:

No livro do SMSG, no primeiro tópico do segundo capítulo o aluno é oportunizado a estudar os números desde as marcas (símbolos) feitas pelos povos primitivos em pedras, madeiras, cordas, entre outros, as quais representavam a ideia primitiva de numeral. Sistemas antigos de numeração como o egípcio, o romano e o babilônio, e as relações desses com os numerais usados atualmente, são enfatizados pelos autores, bem como a observação de como os números se comportam quando adicionados ou multiplicados, destacando as operações e algumas propriedades que sempre se verificam para a adição e multiplicação, bem como novos símbolos são incorporados.

O segundo tópico evidencia o desenvolvimento histórico do Sistema Decimal e o aparecimento dos dez símbolos indo arábicos, o valor absoluto e o valor relativo que esses símbolos ocupam em um número, bem como a ideia de ordem e classe na escrita e leitura de um numeral.

O primeiro tópico acerca dos Números Naturais inicia com um texto discorrendo sobre a necessidade de o homem primitivo aprender a contar, desenvolvendo a prática de associar objetos ou elementos de um conjunto com elementos de outro conjunto, conduzindo a ideia da cardinalidade de um conjunto estar em correspondência biunívoca com os símbolos indo-arábicos, ditos "Números de Contagem", os quais os autores denominaram, neste texto, "Números Naturais".

No livro do Sangiorgi, também encontramos essa metodologia no final do tópico sobre conjuntos, apresenta uma nota histórica sobre George Cantor, afirmando que "ele foi o famoso fundador da Teoria dos Conjuntos que hoje participa de toda a Matemática. Nascido na Rússia em 1845 é considerado matemático alemão, pois passou na Alemanha a maior parte de sua vida, onde veio a falecer em 1918". (Matemática Curso Moderno, 1969, p. 30).

¹¹⁸ LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M.L. Matemática Discreta. 3.ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

Também presente no início do tópico sobre número natural com a história dos primitivos pastores estabelecendo a correspondência biunívoca entre o conjunto das ovelhas e o conjunto de pedras (ou qualquer outro objeto) para ilustrar a noção de *conjuntos equipotentes*. (p.37):

3.10 As diferenças entre a coleção nova de Osvaldo Sangiorgi e a coleção do SMSG.

O volume I da Série *SMSG Matemática Curso Ginásial* foi traduzido integralmente do título original *SMSG Mathematics for Junior High School, Volume I, Student's Text, Part I*, publicado pela Yale University Press, New Haven, EUA. A tradução foi autorizada com direitos reservados para o Brasil pelo IBECC-UNESCO, seção de São Paulo. O texto foi traduzido por Lafayette de Moraes e Lydia Condé Lamparelli. Os direitos foram cedidos à EDART Livraria Editora Ltda, pelo IBECC.

A obra traduzida manteve a fidelidade do projeto original dos EUA. A utilização de papel de baixa qualidade, a ausência de cores e de ilustrações, marca a simplicidade do projeto editorial que tinha caráter experimental e não comercial. Tem formato 18,5 cm x 24,5 cm, um pouco maior que o original que tem formato 15 cm x 20,5 cm, consta como edição preliminar de 1967, contém 311 páginas. Oito capítulos são distribuídos no primeiro volume obedecendo ao projeto original norte americano com algumas adaptações à realidade brasileira.

A coleção do Professor Osvaldo Sangiorgi *Matemática - Curso Moderno para o Ginásio* foi publicada pela Companhia Editora Nacional, em São Paulo – SP. O primeiro volume contém 371 páginas distribuindo o conteúdo de acordo com a Proposta do GEEM aprovada pela Diretoria do Ensino Secundário do Ministério da Educação e Cultura no Curso de Treinamento Básico para Professores Secundários, realizado em Brasília de 25 a 30 de novembro de 1963.

No livro do SMSG não há respostas aos exercícios propostos, estas estariam, provavelmente, no "Livro do Mestre" e não há Referências Bibliográficas embora haja no original norte americano.

No livro de Sangiorgi também não há respostas dos exercícios propostos, estas estariam em obra separada, o "guia do mestre": e também não há Referências Bibliográficas.

No livro do MSG a preocupação em definir os objetos da Teoria dos Conjuntos e suas propriedades estruturais é menos evidente, à luz do formalismo, a simbologia é usada de modo econômico, não se percebe o enfoque hegemônico de tal Teoria que se diz caracterizar os livros do MM. Entretanto, em vários aspectos, esse livro se diferencia do que se tem tomado como “modelo” para os livros de Matemática produzidos sob a égide do Movimento Matemática Moderna: a interdisciplinaridade entre a Matemática e as diferentes áreas do conhecimento, as estruturas (algébricas, relacionadas a grupo, anéis, corpos, etc.) que estão por trás das relações e operações matemáticas, por meio de suas propriedades. O estruturalismo está presente no MSG à luz do logicismo, pelo método de raciocínio para a construção dos conceitos matemáticos. Os estudantes são conduzidos a um modo de estruturar o raciocínio para pensar a Matemática pelo princípio lógico da *dedução*, procedimento que parte de um conceito geral para aplicá-lo a um fato particular.

No livro de Sangiorgi a Teoria dos Conjuntos é abordada formalmente, com sua simbologia, como os conectivos lógicos, os quantificadores e os operadores sobre conjuntos, bem como sua terminologia: *disjuntos, universo, unitário, vazio, partição, equipotentes, coordenáveis, e suas relações, equivalência, inclusão, ordem, igualdade*. As relações entre conjuntos são apresentadas e definidas observando as propriedades: *reflexiva, simétrica e transitiva*. O estruturalismo está presente no livro de Sangiorgi à luz do formalismo¹¹⁹.

Este fato associa-se às ideias propostas por Bourbaki em sua obra *Elementos de Matemática*, as quais demonstravam a preocupação com o modo de exposição axiomático, que se procede do geral para o particular em uma apresentação depurada, uma profunda unidade que repousa sobre a Teoria dos Conjuntos e hierarquizada em termos de estruturas abstratas. Por outro lado, a abordagem do conteúdo por meio das “estruturas mãe” visa desenvolver a estrutura do pensamento, potencializando o pensamento lógico matemático e a aprendizagem, como queria Piaget em sua teoria psicogenética.

¹¹⁹ O enfoque formalista requer uma teoria que tenha axiomas e envolve um estudo de uma linguagem para formalizá-la. Neste enfoque as entidades matemáticas não têm existências por si mesmas. O trabalho dos formalistas consiste no uso dessa linguagem para tratar de seus símbolos. O formalismo é muito atrativo pelo fato de se estar trabalhando com entidades que não se referem a nada, pode se construir todo um aparato matemático dessa maneira e permite fazer demonstrações esteticamente elegantes.

Este fato associa-se também com as ideias propostas por Klein (1945) as quais demonstravam suas preocupações com a elaboração de um conteúdo novo, mais moderno, enfatizando ainda a importância da psicologia para o ensino e a graduação do ensino do intuitivo ao abstrato. À frente da presidência do ICMI - International Commission on Mathematical Instruction, Klein insistia no objetivo acerca da reorientação dos métodos de ensino de Matemática observando a “intuição” e as “aplicações”.

No livro do SMSG a abordagem acerca das operações entre conjuntos não está presente, pois as únicas operações envolvendo conjuntos que se serve o livro, de maneira informal, são a reunião e a intersecção.

No livro de Sangiorgi as operações com conjuntos são bem exploradas e ilustradas por meio de diagramas. O autor manifesta sua preocupação com a "visualização", pelo aluno, da operação produto entre conjuntos, apresentando o plano cartesiano, facilitando o entendimento, por exemplo, que a propriedade comutativa não se aplica ao produto cartesiano entre dois conjuntos distintos. Sangiorgi se aproxima da exposição feita no livro de Papy, o qual contempla a maioria das operações entre conjuntos, inclusive o produto. Entretanto, no livro de Papy tal abordagem não se utiliza do plano cartesiano, apenas os diagramas. Por isso a operação $A \times B$, sendo A e B conjuntos, é denominada, apenas, produto. Também estão presentes no livro de Papy as terminologias e símbolos da Teoria dos Conjuntos, bem como as propriedades estruturais das operações e das relações.

Os dois volumes analisados, referentes à primeira série do curso ginásial, apresentam o Conjunto dos Números Naturais convencionando tais números como "inteiros". A diferença entre as duas obras está na inclusão do "zero" no conjunto.

Para os autores do SMSG, os números naturais são maiores ou igual a "um" e, se incluir o "zero" este conjunto passa a ser denominado de inteiros.

Para o professor Osvaldo Sangiorgi, o "zero" pertence ao Conjunto dos Números Naturais e, em caso de sua exclusão, usa-se o símbolo N^* para denotar o conjunto tal como queriam os autores do SMSG apenas com o símbolo N .

Os dois livros analisados trabalham com o Sistema de Numeração em outras bases. Entretanto o livro do SMSG aprofunda mais no tema, propondo operações com numerais em outras bases, sobretudo, na base sete. Quarenta e oito exercícios distribuídos em 15 páginas (p. 31-46) exploram as operações na base sete, incluindo

mudança da base dez para a base sete. Posteriormente são explorados os numerais em outras bases, o binário e o duo-decimal.

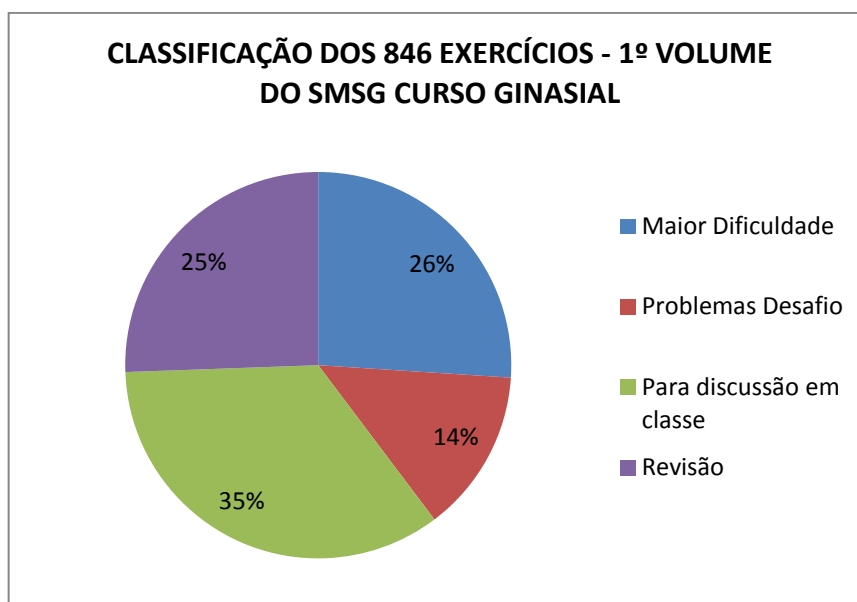
Os dois livros analisados trabalham com a ideia de *correspondência biunívoca* da Teoria dos Conjuntos com a aplicação prática usando as caixinhas de madeira, ou de papelão.

No livro do SMSG é sugerido que cada compartimento da caixinha esteja em correspondência biunívoca com cada mês do ano, no exemplo dos alunos de uma sala que, supostamente, aniversariam no mesmo mês. É o Princípio da Casa dos Pombos, conforme já mencionamos anteriormente.

No livro de Sangiorgi é sugerido que cada compartimento da caixinha esteja em correspondência biunívoca com uma quantidade de grãos de feijão, ou milho, para representar as ordens de numeração dos Sistemas de Numeração em diversas bases. É o caso do Laboratório Experimental, também mencionado anteriormente.

Quanto aos exercícios propostos nas duas obras, observamos que os 846 exercícios contidos no primeiro volume do SMSG se classificam em quatro categorias.

Figura 58: Gráfico dos exercícios do livro do SMSG

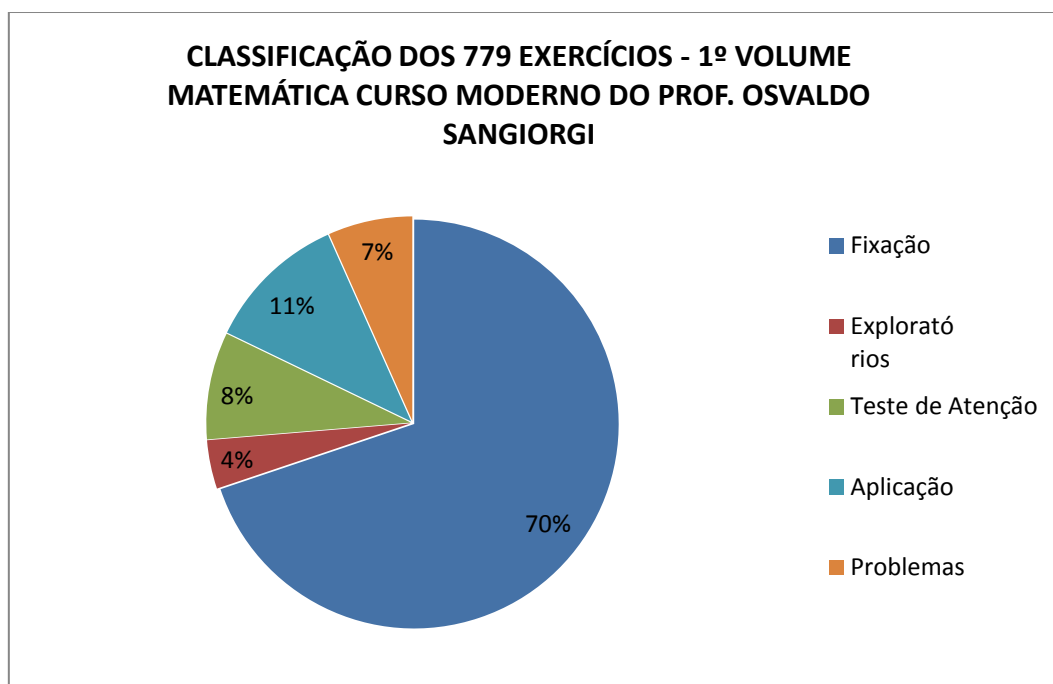


Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados contidos na obra (SMSG – Matemática Curso Ginasial 1967)

Enquanto que, dos 779 exercícios contidos no primeiro volume da obra Matemática – Curso Moderno, a maioria é voltada para a fixação da teoria estudada, entretanto, há uma parcela de problemas relacionados à aplicação contextualizada

da teoria, como mostra o gráfico abaixo, distribuindo os exercícios do livro em cinco categorias.

Figura 59: Gráfico dos exercícios do livro de Sangiorgi

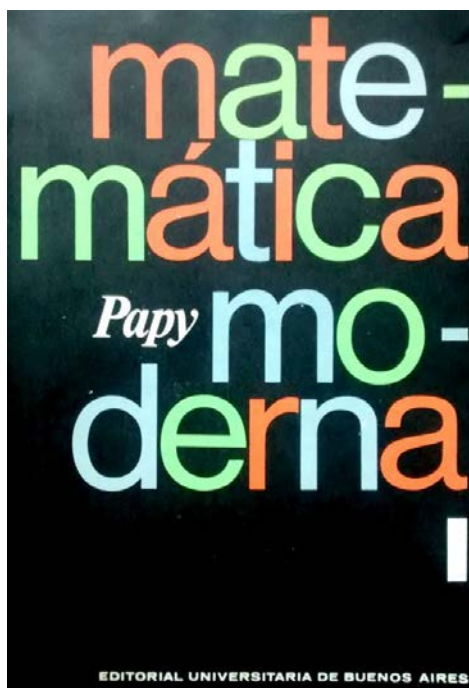


Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados contidos na obra (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 12 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1969)

Pelo gráfico percebemos a preocupação de Sangiorgi com os exercícios de fixação do conteúdo abordado em cada tópico, modalidade que se diferencia da obra do MSG, onde os exercícios são distribuídos nas quatro categorias.

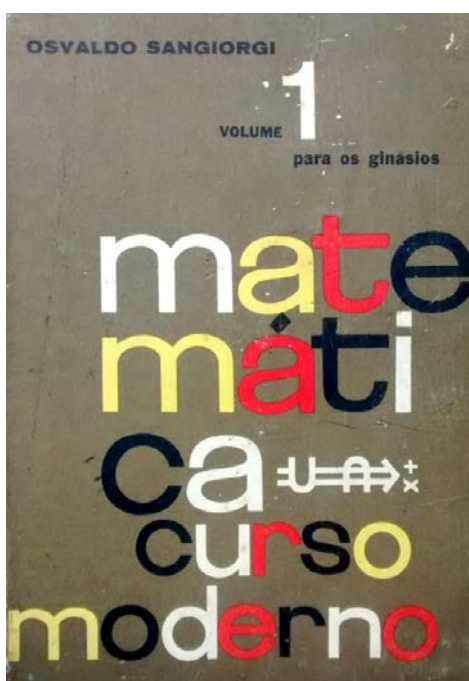
O livro de Sangiorgi se assemelha ao livro do Papy. Estes, portanto, diferem do MSG. Inclusive a diagramação da capa e o uso das cores.

Figura 60: Capa do primeiro volume da coleção de Papy



Fonte: (Matemática Moderna. 4. Ed. Tomo I. Editorial Universitária de Buenos Aires, 1972)

Figura 61: Capa do primeiro volume da coleção de Sangiorgi



Fonte: (Matemática Curso Moderno para os Ginásios. 6 ed. Vol. 1. São Paulo: Editora Nacional, 1966)

Conjecturamos que na França o Movimento Modernizador para o Ensino da Matemática tenha sofrido a influência do Grupo Bourbaki.

Pelo livro do Papy é possível perceber que logo no primeiro volume da coleção que o conteúdo é mais denso que no Sangiorgi, inclui alguns tópicos a mais, como por exemplo: álgebra de conjuntos (incluindo nota histórica sobre Georg Cantor), relações em um conjunto de conjuntos, imagem de um conjunto por uma relação, composições de relações, orientação do plano, funções (incluindo injetivas, sobrejetivas e bijetivas), composições de funções, grupo das permutações de um conjunto (incluindo nota histórica sobre Evariste Galois), Transformações em um plano, projeções paralelas e ordem (incluindo o Teorema de Pasch), o tópico dos cardinais (incluindo o Número " δ " e o Teorema de Dedekind), grupo das translações, vetores, subgrupos, grupo das simetrias centrais e das translações, grupos (incluindo grupos cíclicos e equações em um grupo). Tal conteúdo é distribuído na perspectiva formalista do estruturalismo matemático, como é possível verificar na página 241.

Figura 62: Formalismo em Papy

4 — EL NÚMERO δ

Llamemos δ al cardinal de ω .

$$\delta = \# \omega = \# \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}.$$

Sabemos que:

Dos conjuntos tienen el mismo cardinal ssi existe una biyección que aplica uno sobre el otro.

La aplicación $\omega \rightarrow 2\omega : x \rightarrow 2x$ es una biyección.

Luego $\# 2\omega = \# \omega = \delta$.

Acabamos de ver que el conjunto infinito ω tiene el mismo cardinal que una de sus partes propias.

Fonte: (Matemática Moderna. 4. Ed. Tomo I. Editorial Universitária de Buenos Aires, 1972, p. 241)

Com relação às coleções *SMSG Matemática Curso Ginasial* traduzida pelo professor Lafayette de Moraes e *Matemática Curso Moderno para os Ginásios* do professor Osvaldo Sangiorgi, percebemos nas duas obras que, embora haja algumas convergências em conteúdos em ambas as obras, há também algumas

divergências, como a perspectiva estruturalista, a metodologia e o modo de exposição.

Percebemos também que o conteúdo é rico, porém bastante denso para o nível a qual se propõe tais materiais.

Embora referindo-se aos livros do *SMSG*, a análise de Wooton (1965), já citada, vale também para o livro *Matemática Curso Moderno para os Ginásios*.

Com estilo de escrita de texto que exige do aluno um grau de leitura apurado para acompanhar as lições, continham uma incomum quantidade de textos se comparados com os livros didáticos tradicionais. Continham seis ou sete vezes mais o material expositivo e requeria uma habilidade de leitura sem precedente. (WOOTON, 1965, p. 86).

O que será que Wooton (1965) diria do livro do Papy?

No próximo capítulo nos apropriaremos da terceira dimensão de análise do referencial metodológico da Hermenêutica da Profundidade proposto por Thompson, a Interpretação-reinterpretação, buscando estabelecer uma reflexão acerca das aplicações dos movimentos analíticos anteriores.

4 (RE) INTERPRETAÇÕES¹²⁰

Para Thompson (1995) analisar a ideologia da comunicação de massa significa analisar as formas simbólicas em seu aspecto ideológico, o que nos dá uma dimensão crítica, cuja finalidade é revelar como o significado das formas simbólicas serve para estabelecer e sustentar relações de dominação.

Mobilizando o referencial metodológico proposto por esse autor para analisar discursos veiculados em meios de comunicação de massa, focando as formas simbólicas em uma análise cultural em relação aos contextos que as produzem, transmitem e recebem, sobretudo, em seu terceiro movimento analítico, o da Interpretação/reinterpretação, concebendo os livros didáticos analisados como formas simbólicas, de certa forma estamos concebendo que eles sejam veículos de comunicação de massa, no sentido de atingir pessoas específicas situadas em contextos sócio-históricos específicos e, portanto, carregados de ideologias.

É neste momento que tentamos interpretar as formas simbólicas buscando uma reflexão acerca das convergências e/ou divergências dos dados obtidos pela aplicação dos movimentos analíticos anteriores, tentando desvendar as construções simbólicas e as relações de poder, apresentando alguns "arremates" acerca dos levantamentos e análise dos dados obtidos nesta pesquisa.

Em nossa pesquisa percebemos que os livros didáticos do MSG foram produzidos em um contexto social marcado pela necessidade de mudança de paradigma no ensino de matemática nos Estados Unidos da América, em decorrência de uma pretensa desvantagem americana frente aos soviéticos no período da Guerra Fria. Uma desvantagem marcada pelo despreparo dos cientistas, bem como dos alunos egressos da escola secundária em relação à disciplina de Matemática. Daí a necessidade de investimentos por parte dos norte americanos em ciência e na tecnologia aplicada aos setores sociais.

Como vimos no paratexto da página 12 do livro do MSG:

Muitas aplicações de computadores eletrônicos em negócios e indústria estão a cargo de pessoas que devem aprender algo mais em Matemática e cálculo para desempenharem com eficiência as suas funções. Para trabalhar em tais empregos exige-se que você conheça bastante Matemática. Em suma, para entender estas fases

¹²⁰ Terceira Dimensão da (HP): enfoque ideológico.

da vida moderna e para apreciá-las suficientemente a fim de ser um cidadão útil, você necessitará saber cada vez mais Matemática. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. 12).

Segundo Hobsbawm (1995), “nenhum período da história foi mais penetrado pelas ciências naturais nem mais dependente delas do que o século XX. Contudo, nenhum período, desde a retratação de Galileu, se sentiu menos à vontade com elas. Este é o paradoxo que tem de enfrentar o historiador do século”. (HOBSBAWM, 1995, p. 504).

Hobsbawm (1995) problematiza a questão da evolução científica e tecnológica e as ramificações dessas novas descobertas destacando o crescimento na quantidade de cientistas e nos investimento em ciência. Segundo esse autor, até 1910 havia cerca de 8 mil físicos e químicos entre alemães e britânicos no mundo, porém no fim da década de 1980 o número de cientistas e engenheiros empenhados em pesquisa e desenvolvimento experimental era estimado em cerca de 5 milhões, dos quais 1 milhão se achava nos EUA, principal potência científica, e 1,5 milhão na Europa, com maior concentração na URSS. Para esse autor, embora os cientistas continuassem a formar uma fração minúscula da população, mesmo nos países desenvolvidos, o número deles continuou a crescer¹²¹ e essa “mão de obra científica e tecnológica potencial” refletiu essencialmente a revolução educacional da segunda metade do século XX.

Segundo Hobsbawm (1995) apesar de 90% dos trabalhos científicos serem publicados em quatro idiomas, a saber, inglês, russo, francês e alemão, os EUA tomou o lugar da Europa como a principal referência em ciência, tendo levado, entre 1933 e 1970, 77 Prêmios Nobel de Ciências. Esse autor relata o surgimento de cientistas não europeus, predominantemente do Leste Asiático e centros de pesquisa em ex-colônias europeias (Argentina, Canadá, Austrália), porém aproximadamente um terço destes não aparece representando seu país de origem, mas sim, como cientistas americanos, isso se deve ao fato de as ciências naturais falarem uma única língua universal e operarem sob uma única metodologia, ademais os EUA, país altamente desenvolvido, investia quantias astronômicas de dinheiro público nestas atividades.

¹²¹ Esse número de cientistas quase dobrou até o final da década de 1990 representando 2% da população global, e talvez 5% da população norte americana. (HOBSBAWM, 1995, p. 505).

Os cérebros do mundo que na Era das Catástrofes fugiram da Europa por motivos políticos, desde 1945 foram drenados dos países pobres para os ricos, sobretudo, por motivos econômicos. Isso é natural, pois nas décadas de 1970 e 1980 os países capitalistas desenvolvidos gastaram quase três quartos de todos os orçamentos do mundo em pesquisa e desenvolvimento. (HOBBSAWM, 1995, p.506).

Nossa investigação constatou que no final da década de 1950 o governo americano investiu também em projetos que pudessem ser exequíveis para a melhoria do currículo e dos métodos de ensino dessas ciências, compreendendo várias disciplinas¹²², entre elas a Matemática, priorizando o *high school* e, posteriormente, aos outros níveis escolares daquele país.

Vimos com Oliveira Filho (2009) que com o adicional de US\$ 1.700.000 doados em janeiro de 1960 pela NSF - National Science Foundation ao SMSG, perfazia o total de US\$ 3.000.000 considerando o período de junho de 1958 a setembro de 1960. (OLIVEIRA FILHO, 2009, p. 93).

É evidente que esse contexto social estava arraigado pelos aspectos social, político e cultural (como os eventos da Segunda Guerra Mundial que despertaram em muitos cientistas a responsabilidade de uma ação mais ativa no ensino de ciências e no papel que esta teria para o bem estar da humanidade, e também como a suposta inferioridade dos americanos frente aos soviéticos na corrida espacial no período da Guerra Fria) que tanto influenciou as teorias e políticas educacionais da época, influenciando, portanto, fortemente a produção destes livros didáticos em questão.

Vimos que o maior projeto desenvolvido nos EUA para a melhoria do currículo e do ensino da Matemática foi o SMSG – School Mathematics Study Group fundado em março de 1958. Notamos que as duas conferências que deram origem ao SMSG ocorreram em datas muito próximas. A Chicago Conference on Research Potential and Training ocorreu no dia 21 de fevereiro de 1958 na cidade de Chicago em Illinois e a Mathematics Meeting of the National Science Foundation ocorreu no dia 28 de fevereiro de 1958 no MIT – Massachusetts institute of Technology na cidade de Cambridge. Apenas uma semana de diferença e, no dia seguinte ao da Conferência

¹²² Os projetos mais importantes de reforma de ensino médio norte americano, iniciados no final da década de 1950, entre os quais o PSSC – Physical Sciences Study Committee, o BSCS – Biological Sciences Curriculum Study, o CBA – Chemical Bond Approach e o SMSG – School Mathematics Study Group. (BARRA E LORENS, 1972, *apud*, ABRANTES, 2008).

de Cambridge, já se tinha as recomendações específicas sobre as tarefas para o Comitê da AMS – American Mathematics Society. Os membros do Comitê foram responsáveis pela denominação do SMSG e, em menos de setenta dias, no dia 7 de maio de 1958 a NSF liberou a primeira concessão de U\$ 100.000 para o projeto.

Em nossa pesquisa constatamos que, no Brasil, o lançamento da coleção traduzida do SMSG, em 1964, é marcado por um contexto de parceria com agências, fundações e governo norte americanos por meio dos acordos MEC/USAID e a Aliança para o Progresso, que possibilitou a ida do professor Lafayette de Moraes a Nova York, para a realização de um curso no SMSG, por meio de uma bolsa da Pan American Union e da National Science Foundation, com o objetivo de tomar ciência do projeto, das propostas de conteúdo e de ensino da Matemática para as escolas americanas, trazer os livros para o Brasil, traduzi-los, adaptá-los e disponibilizá-los para edição e circulação nas escolas brasileiras.

Vimos que, de acordo com Arapiraca (1982), o Brasil foi fortemente influenciado pelas ideias norte americanas para a reforma educacional por intermédio da USAID - United States Agency for International Development, a qual objetivava legitimar um projeto de transformação da educação brasileira com a finalidade de direcionar sua racionalidade pelo modo de produção capitalista. Segundo esse autor, impuseram-se mudanças radicais no processo de ensino, objetivando modernizá-lo pela internalização da filosofia pedagógica desenvolvida nos EUA.

Constatamos que as bolsas da NSF – National Science Foundation para a participação dos professores brasileiros Lafayette de Moraes e Osvaldo Sangiorgi em cursos nos EUA por ocasião dos primeiros anos de existência do SMSG foram fundamentais para que o Brasil já sofresse as influências desse projeto.

Vimos com Soares (2001) que alguns países, entre eles o Brasil, buscaram renovar o ensino da Matemática por meio da introdução de tópicos das mais recentes descobertas matemáticas entre os séculos XVIII e XIX no ensino secundário, tais como a teoria dos conjuntos, lógica e o estudo das estruturas fundamentais da Matemática, algébricas, topológicas e de ordem.

Para Pires (2006), este movimento teve como fatores principais: a influência da corrente estruturalista na Matemática, centralizada pelo grupo francês Nicolas Bourbaki (como pudemos perceber no tópico “2.6 - Análise sob a ótica do Estruturalismo Matemático” do segundo capítulo desta tese) e o desenvolvimento

da pesquisa matemática, tendo em vista o desenvolvimento científico e tecnológico durante e após a Segunda Guerra Mundial (como referenciado no primeiro capítulo desta tese).

Vimos com Vitti (1998) que desde o início do processo de reforma, as intenções de romper com as idéias do passado eram muito evidentes com a necessidade de apresentar uma matemática mais útil (Como pudemos perceber no tópico “2.7 - Análise sob a ótica do Estruturalismo Psicológico” o qual aborda a perspectiva pragmática na análise, do segundo capítulo desta tese).

Em uma abordagem psicológica, o que se esperava do MMM é que dele resultassem subsídios para a formação do homem do futuro, formar pessoas que soubessem lidar com toda a tecnologia que os tempos vindouros trariam. Isso elucida a razão pela qual a matemática encabeçou a lista de uma reforma pedagógica no século XX, pois ela era a base geral de uma cultura voltada para a ciência e a tecnologia. Era preciso atualizar essa linguagem e as estruturas das matemáticas para que os avanços tecnológicos pudessem ser entendidos, como por exemplo, a “máquina de Turing”¹²³, um dispositivo teórico conhecido como *máquina mundial*, que foi concebido pelo matemático britânico Alan Turing (1912-1954) muitos anos antes de existirem os modernos computadores digitais. Turing também se envolveu na construção de máquinas físicas para quebrar os códigos secretos das comunicações alemãs durante a II Guerra Mundial.

Neste aspecto os reformadores perceberam que para a utilização dessa matemática, era preciso ensinar os jovens a abstraírem o conhecimento, para tanto,

¹²³ Trata-se de um dispositivo imaginário embasado por uma teoria revolucionária do seu autor, o britânico Alan Mathison Turing, concebida aos 24 anos de idade. A máquina de Turing formou a estrutura básica para fundamentar a ciência da computação moderna e a computabilidade. Foi responsável anos depois, pelo reconhecimento da comunidade científica, declarando Turing com o título simbólico de “pai da computação”. A teoria foi publicada pela primeira vez em 1936, num artigo intitulado "On Computable Numbers, with an Application on the Entscheidungsproblem", em resposta ao tratamento do problema da decisão, formulado por Hilbert. Turing estudava na universidade de Princeton, Nova Jersey-EUA. Apesar da máquina de Turing não ter sido implementada fisicamente, na totalidade pelo seu autor, o processo computacional foi matematicamente demonstrado e provado no artigo. Turing explicitou um dispositivo lógico que ele chamou de "automatic machine" (ou “a-machine”), capaz de ler, escrever e apagar símbolos binários em uma fita de comprimento ilimitado e dividida por quadrados de igual tamanho. Uma cabeça de leitura/gravação se moveria em qualquer direção ao longo da fita, um quadrado por vez, e uma unidade de controle poderia interpretar uma lista de instruções simples, movendo-se para a direita ou esquerda. A regra executada determina o que se convencionou chamar de estado da máquina. O conceito de máquina de Turing é semelhante ao de uma fórmula ou equação. Assim, há uma infinidade de possíveis máquinas de Turing, cada uma correspondendo a um método definido ou algoritmo. Turing propôs que cada algoritmo, formalizado como um conjunto finito de instruções bem definidas, pudesse ser interpretado e executado por um processo mecânico.
http://www.ufrgs.br/alanturingbrasil2012/Maquina_de_Turing.pdf. Acessado em 5/01/2015.

investiram no segundo objetivo do movimento, a reformulação dos métodos de ensino.

Kline (1976), com relação à preparação dos professores, nos EUA, para a implantação do novo programa, apontou que atacar o currículo primeiro, não deveria ser a questão central da reforma, e afirmou:

Não temos professores suficientemente habilitados, portanto o ensino em muitas partes do país se apresenta lamentavelmente fraco. Como o professor é pelo menos tão importante quanto o currículo, o dinheiro, o tempo e a energia dedicados à reforma do currículo poderiam muito bem terem sido dedicados à melhoria do professorado. (KLINE, 1976, p.40).

Com relação à preparação dos professores para a implantação do novo programa no Brasil, recorremos à informação de Vitti (1998) que em dezembro de 1966, na conferência de Lima, estiveram presentes, representando o país, Osvaldo Sangiorgi e Martha Maria de Souza Dantas compartilhando da opinião de que havia também muitas dificuldades a serem enfrentadas pelo Brasil, no que diz respeito ao ensino da Matemática Moderna, entre elas, o despreparo dos professores frente à nova proposta de ensino de matemática.

Neste período, de acordo com Vitti (1998) em que estavam em vigor as reformas propostas por Sangiorgi e Dantas na Conferência de Lima, o Brasil sofria uma crise gerada pelo crescimento da demanda efetiva da educação, pela implantação da indústria de base (que criou uma variedade de novos empregos, o que promoveu também o êxodo rural) e o crescimento desordenado das cidades.

Vitti (1998) assevera ainda que, apesar das dificuldades, o aperfeiçoamento dos professores se realizou em diversas regiões. No Rio Grande do Sul, pelo CPO - Centro de Pesquisa e Orientação Educacional; no Rio de Janeiro a PUCRJ - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro e o Ministério de Educação e Cultura fundaram o Centro de Treinamento de Professores de Matemática do Rio de Janeiro; na Bahia pelo apoio da SUDENE - Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste; no Ceará pelo Instituto de Matemática da Universidade Federal do Ceará e, no estado de São Paulo, pelo GEEM e da Secretaria de Educação de São Paulo, que contava com mais de sessenta mil professores que contemplavam cursos também pela televisão pelo programa TV Escolar, mantidos pela SEESP.

Segundo Vitti (1998), dentre as medidas tomadas pelo governo junto às

entidades educacionais consta o lançamento no dia 31 de outubro de 1967, na Universidade Mackenzie, em São Paulo, as bases para a Primeira Olimpíada de Matemática Moderna destinada aos alunos da escola secundária. Também para o concurso de ingresso ao Magistério Secundário Oficial que recrutavam professores para o ensino secundário do Estado e para os concursos de ingressos dos estudantes às Faculdades diversas, passou a ser exigido conteúdo moderno em suas provas de matemática.

Quanto à aceitação dos livros do SMSG, por parte dos professores brasileiros, Oliveira Filho (2009) assevera que não foi das melhores. A falta de um trabalho de divulgação e de planejamento para o oferecimento do "novo" causou um descompasso da materialidade dos livros traduzidos em relação à expectativa da cultura escolar. Os professores alegavam que os textos não despertavam motivação alguma, sem ilustrações, apenas contendo algumas figuras esquemáticas. Segundo esse autor, os professores brasileiros avaliaram o texto do SMSG como tendo um nível muito elevado em termos de conteúdo, apresentado de uma maneira muito sofisticada em relação ao modelo de prática já consolidada.

Os trabalhos de Oliveira Filho (2009) e Silva (2013) já haviam chegado a essa conclusão em relação à obra do SMSG. Em nossa análise, concordamos com esses autores e identificamos ainda que o conteúdo da coleção *Matemática Curso Moderno para os Ginásios* do professor Osvaldo Sangiorgi também se mostra superior ao nível que se propõe, motivo pelo qual teria causado, segundo Kline (1976), demasiado desinteresse nas atividades matemáticas em sala de aula.

Segundo Kline (1976) os alunos que tiveram o ensino da Matemática Moderna não sabiam mais como somar face ao insucesso registrado nas questões mais simples.

Um pai perguntou ao filho de oito anos quanto era $5+3$. A resposta que recebeu foi $5+3=3+5$ segundo a propriedade comutativa da adição. Espantado tornou a fazer a pergunta, dando-lhe um outro fraseado: mas quantas maçãs são 5 maçãs e 3 maçãs? A criança não compreendeu bem que "e" significa "mais" e, portanto, perguntou: O senhor quer dizer 5 maçãs mais 3 maçãs? O pai apressou-se a dizer que sim e esperou ansioso a resposta. Oh, não tem importância se se fala sobre maçãs ou livros - disse o filho, $5+3=3+5$ em qualquer dos casos. (Kline, 1976, pp. 17-18).

Em nossas investigações constatamos no recorte da página 91 da tradução do MSG a existência desse tipo de apelo à propriedade comutativa, desta vez, da operação de multiplicação, sendo um dos fatores o zero. No primeiro exemplo, notamos que houve argumento, entretanto, não houve no segundo. Esse fato requer a eficiência do professor em sala de aula.

Figura 63: Ênfase na aplicação da propriedade comutativa

Vejamos como se comporta o número especial zero em relação à multiplicação. O que poderia significar $3 \cdot 0$? Podemos pensar no número de cadeiras de 3 salas com cada sala tendo zero cadeiras. Assim, qualquer número de salas que têm zero cadeiras, teria zero como número total de cadeiras. Podemos expressar esta idéia simbolicamente escrevendo $C \cdot 0 = 0$, onde C é um número natural qualquer.

O produto $0 \cdot 3$ é sempre mais difícil de explicar. Sabemos, pela propriedade comutativa da multiplicação, que $3 \cdot 0 = 0 \cdot 3$ e já vimos que $3 \cdot 0 = 0$ e portanto devemos ter $0 \cdot 3 = 0$ se quisermos que a propriedade comutativa da multiplicação seja verdadeira para todos os números inteiros. Se a é um número inteiro qualquer, podemos expressar isto escrevendo $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$. Se a for zero devemos ter $0 \cdot 0 = 0$.

Um princípio muito importante está expresso nos símbolos acima, mas pode não ser reconhecido à primeira vista. Você observou que se o produto de dois ou mais números inteiros é zero, então um dos números deve ser zero? Por exemplo, $4 \cdot 5 \cdot 0 = 0$. Em Matemática este fato é usado constantemente.

Fonte: Elaborado pelo autor direto da obra (MSG – Matemática Curso Ginásial 1967, p. 91)

Kline (1976), em relação à nova proposta americana, já havia observado que os alunos não tinham oportunidades de empregar esse tipo de conteúdo no dia-a-dia, a menos que se tornassem um cientista profissional, matemático ou engenheiro.

Parafraseando Vitti (1998), Osvaldo Sangiorgi, lembrando a famosa sentença do professor Omar Catunda, um dos representantes do Brasil na Conferência de Bogotá em 1961, quando ao invés do “*Abaixo Euclides*” preconizado pelo professor Dieudonné, propôs para o Brasil de então, “*Pelo menos Euclides*”, o que mostrou que o Brasil apesar de se encontrar numa fase progressista na economia, apresentava um quadro pouco animador na educação. De acordo com essa autora, nas décadas de 1960 e 1970, período em que experimentávamos a matemática

moderna, os currículos visavam ao desenvolvimento da abstração, do rigor lógico, pela aplicação de um vocabulário da matemática e de uma linguagem precisa, objetiva e abstrata, em detrimento das aplicações práticas.

Em contrapartida, nossa análise apontou a preocupação dos idealizadores do SMSG para com a necessidade de aplicação, que no paratexto recortado do prefácio da edição norte americana já anunciava:

A Matemática é fascinante para muitas pessoas pelas oportunidades que oferece para a criação e a descoberta assim como pela sua utilidade. É contínuo e rápido o seu crescimento no sentido de satisfazer tanto a curiosidade quanto às **necessidades de aplicação**. (SMSG - Matemática Curso Ginásial, Volume I, 1967, p. xii, grifo nosso).

Em seguida, nas páginas 10 e 11 com a aplicação da Matemática aos negócios e às Indústrias, como da telefonia, da aviação, do petróleo, bem como nas universidades e organismos governamentais.

Entretanto, Vitti (1998) afirma que esse divórcio entre a matemática e suas aplicações foi o fato que identificou a matemática com a dedução e a estrutura axiomática e lhe conferiu um caráter de independência perante outras ciências. Segundo essa autora, o próprio Stone chegou a proclamar que a "única ideia verdadeiramente revolucionária é o descobrimento de que a Matemática é totalmente independente do mundo físico".

Vimos com Valente (2008) que Sangiorgi realizou um contraponto da matemática moderna com a matemática clássica, afirmando que enquanto a chamada Matemática Clássica resolvia um determinado problema com "fórmulas prontas", a Matemática Moderna, criando "estruturas gerais", colocou-se num ponto de vista bem mais amplo, deixando a solução dos problemas particulares como exercício de suas poderosas ferramentas, porém, isso dificultava o entendimento por parte dos alunos.

Kline (1976), ao tentar aproximar-se o máximo da situação vivida pelos alunos, compreendendo suas limitações e o quanto a apresentação da matemática pelo método dedutivo poderia aumentar as suas dificuldades na aprendizagem, afirma que, aquilo que os reformadores consideravam como uma contribuição para o ensino resultou numa "estrutura artificial" e complicada de teoremas e axiomas, sem vínculos com as necessidades reais dos estudantes. Segundo ele,

O propósito dessa estrutura era satisfazer as necessidades dos matemáticos profissionais que insistem na estrutura dedutiva, mas nunca fora planejada como uma abordagem pedagógica. Contudo, são essas fundações lógicas que a nova matemática emprega para cultivar a compreensão. (KLINE, 1976, p. 61).

Desse modo, segundo Kline (1976), o estudante seria levado a acreditar que a matemática foi criada por gênios que começam dos axiomas partindo para os teoremas, sentindo-se humilhado e confundido por ser incapaz de raciocinar desta maneira. Esse autor afirma que o próprio investigador, na matemática ou em outra ciência, não trabalha desta maneira dedutiva rígida, pelo contrário, utiliza-se de expedientes heurísticos. Afirma que há inúmeros exemplos de matemáticos que descobriram teoremas da maior importância, os quais, não puderam provar. Diz Kline,

A lógica sozinha é tão incapaz de conduzir a novas idéias como a gramática sozinha é incapaz de conduzir à poesia [...] o estilo lógico e formal é uma das influências mais desvitalizadoras no ensino da matemática escolar e a apresentação lógica e ordenada da matemática pode ter uma atração estética para o matemático mas serve como anestésico para o estudante. (KLINE, 1976, pp. 70-71).

Valente (2008) aponta que o próprio Piaget que defendia a "construção" gradativa do conhecimento matemático, na obra *L'enseignement des mathématiques*, em seu prefácio já anunciava:

O problema do ensino de matemática se coloca hoje em termos que ultrapassam fronteiras. As diferenças devidas às culturas são menos importantes que as semelhanças resultantes da "estrutura" da ciência e do pensamento matemático. (PIAGET et. al. 1955, p. 8, apud VALENTE, 2008, p. 611).

Burigo (1989) aponta que as críticas mais significativas ao MMM no Brasil começariam a aparecer após uma década de trabalho utilizando a Matemática Moderna. Segundo essa autora, os educadores brasileiros condenavam o fato de o Brasil permitir que sua educação fosse baseada em modelos educacionais de outros países, sobretudo, dos Estados Unidos, que não tiveram aprovação satisfatória nos próprios locais de origem e eram prejudiciais pelo exagerado desligamento da realidade e por ser excessivamente moderno. O MMM foi experimentado no sistema educacional brasileiro sem levar em conta a diversidade cultural e sem ajustes ou

adaptação à realidade local.

Segundo Arapiraca (1982), o sistema de ensino brasileiro foi sistematizado com mais rigor nos fundamentos, nos valores e na ética do capitalismo norte americano, procurando dissimular os objetivos concretos da utilização do segmento educativo para fins puramente econômicos. Esse autor relata que os documentos expressam a tentativa político-ideológica, por parte da USAID, de manipular o aparelho escolar brasileiro legitimando o alinhamento geopolítico com o neocapitalismo norte-americano com uma “fórmula” idêntica à utilizada nos EUA como alternativa para solucionar os problemas de pressão social da minoria excluída, naquele país.

Para Arapiraca (1982) ficou evidente que se realmente o programa de ajuda bilateral fosse dirigido no sentido de proporcionar o desenvolvimento independente do Brasil, a partir da exploração de suas potencialidades culturais, o processo jamais teria sido o de copiar modelos educacionais, como se fez. O que era de se esperar, na verdade, era um programa de ajuda em que fosse possível observar e experimentar criticamente os mais modernos avanços metodológicos para a conquista do conhecimento científico já desenvolvido pelos Estados Unidos, e não a exportação de soluções alternativas já superadas.

Diante de tantas dificuldades, a virada da década de 1970 para 1980 assinalou o fim do MMM. Assinalou também o fim do sucesso editorial de Sangiorgi.

Vimos com Valente (2008) que em 1970 Osvaldo Sangiorgi lançou a série colegial de Matemática Moderna, a Coleção *Matemática - Curso Moderno - 2º ciclo* (Científico e Clássico), pela Companhia Editora Nacional, em co-autoria com os professores L. H. Jacy Monteiro e Renate G. Watanabe. A Coleção para o segundo ciclo parece não ter tido vida longa e, alguns anos depois, Sangiorgi se retirou da co-autoria, entrando em seu lugar, o professor Paulo Boulos e a obra passou por reformulações. Entretanto, o projeto de levar a Matemática Moderna para esse nível de ensino, parece não ter tido êxito editorial. Os finais da década de 1970 não contavam mais com o apelo tão incisivo da mídia e o MMM dava sinais de seu esgotamento.

Em 1971 entrou em vigor uma nova legislação nacional do ensino, a Lei 5.692/71 que fixou as novas diretrizes e bases para o ensino de primeiro e segundo graus, fato que comprometeu o lançamento da edição modificada do curso moderno de matemática para o primeiro ano ginasial de Osvaldo Sangiorgi, tal lançamento

teve que ser adiado para atender os quesitos da nova legislação. (VALENTE, 2008). A partir do ano letivo de 1972 foi extinto o exame de admissão e criado o primeiro grau de oito anos, deixando para trás, o antigo ginásio, bem como as obras didáticas destinadas a este nível de ensino, assim, a Coleção *Matemática - Curso Moderno* teria seus dias contados. Em 12 de agosto de 1974, a Companhia Editora Nacional enviou um documento ao professor Osvaldo Sangiorgi pedindo consentimento para o descarte de aproximadamente 25 mil exemplares em estoque, entre os quatro níveis de ensino, com escoamento nulo. Sangiorgi concordou e assinou o documento, fato que marcou o fim das obras pioneiras de Matemática Moderna no Brasil.

A última tentativa editorial de Osvaldo Sangiorgi se configurou no lançamento de uma nova coleção *Matemática (5, 6, 7 e 8) para cursos de primeiro grau* de acordo com a LDB 5.692 de 11/08/1971. Entretanto o "novo Sangiorgi" não teve números elevados para as suas edições, bem como para suas vendas. Em 1979, novas alterações sofreu a coleção de 5ª à 8ª séries do 1º grau e teve sua divulgação acompanhada do texto,

O que de Matemática - conteúdo e formação - deve participar do núcleo comum dos currículos do ensino do 1º Grau (5ª à 8ª séries)? Uma resposta a este desafio é dada nos novos livros didáticos do Professor Osvaldo Sangiorgi, introdutor da reformulação do ensino de Matemática no Brasil, após prolongada participação nos movimentos de reestruturação do sistema didático da matéria em todo o mundo. Face aos grandes desencontros de programas de Matemática, entre diversos Estados, onde **exagerada abstração tomou lugar principal - como se todos os alunos fossem transformarem-se em matemáticos profissionais** - tornou-se necessário voltar mais atenção para o cálculo e para a resolução de problemas, sendo esta a orientação da nova série Matemática, cuja coleção completa está à disposição dos professores para o ano letivo de 1979. (Documento do arquivo histórico da Companhia Editora Nacional, *apud* VALENTE, 2008, p. 37, grifo nosso).

Este texto, segundo Valente (2008) pode ter sido escrito pelo próprio Sangiorgi e proporcionou uma espécie de balanço do MMM.

Em nossas investigações constatamos que os próprios precursores da entrada da Matemática Moderna no Brasil admitiram que os conteúdos estavam em descompasso com os níveis de ensino aos quais a obra se destinava. Por parte do professor Osvaldo Sangiorgi, pelo recorte acima. O professor Lafayette de Moraes,

em entrevista a Oliveira Filho em 2009, em relação ao insucesso do SMSG, bem como a influência negativa dos EUA no Brasil, afirma que;

O projeto de priorizar o estudo das estruturas matemáticas e estudar os vários conceitos a partir da noção de Grupos e Anéis era bom, só tinha gente importante trabalhando, eram professores universitários de alto nível, porém, eles não tinham contato com as escolas de grau elementar e médio, eram professores de pós-doutorado nos EUA, por isso a proposta não foi bem sucedida. As ideias da Matemática Moderna foram aceitas sem muita análise no Brasil, como aqui as pessoas gostam de novidades e as ideias do movimento afetaram o mundo inteiro, nós professores brasileiros não tivemos senso crítico e achávamos que aqueles novos caminhos poderiam resolver todos os nossos problemas. **Apesar da boa intenção, a influência norte americana não foi positiva para o Brasil, pois não era adequada à nossa realidade.** O maior absurdo que se cometeu, em relação à pedagogia, e que resultou no fracasso da Matemática Moderna, foi só se preocuparem com a Matemática e não com as pessoas. **Não se preocuparam se os alunos tinham condições para entender os conteúdos abordados.** A Lydia Lamparelli desenvolveu um livro, no tempo do IBECC, com conceitos que se um aluno de onze anos entendesse, poderia ir direto para o pós-doutorado, as definições que ela, Adolfo Walter P. Cunha e Pedro Alberto Moretin apresentaram para operação é mais abstrata que a do Bourbaki, a definição estruturalista é difícil entender, eu que participei desse processo de forma intensa, posso dizer que **o estruturalismo em Matemática foi uma loucura.** Os professores não aceitaram a coleção do SMSG no Brasil, apesar da qualidade do texto, **pois os conteúdos abordados estavam acima do nível do pessoal que o utilizava,** por isso que a coleção foi um fracasso. (Lafayette de Moraes, *apud* Silva, 2013, pp.136-147, grifo nosso).

O professor Lafayette de Moraes afirmou na entrevista a Oliveira Filho em 2009 que, apesar do fracasso da Matemática Moderna e, conseqüentemente, da coleção do SMSG, ele acredita que esses livros teriam influenciado a produção de autores brasileiros como o Sangiorgi e o Scipione e, apesar da não aceitação do SMSG pela maioria, o material foi utilizado pelos professores da Unicamp, pela EPCAR - Escola Preparatória de Cadetes da Aeronáutica, em Barbacena - MG, bem como por ele próprio na Escola Estadual Caetano de Campos, enquanto professor daquela instituição, entretanto, afirmou Lafayette, eram escolas diferenciadas e o nível dos alunos era muito bom.

O fim do Movimento nos Estados Unidos da América, segundo Vitti (1998), foi oficializado no segundo Congresso da ICMI - International Commission on Mathematical Instruction, em 1972, com o reconhecimento do fracasso pelos próprios promotores da reforma incluindo Dieudonné e por instituições respeitáveis

como a AMPEP - Associação Francesa dos Professores do Ensino Público. A partir desse reconhecimento, o que restou foi o conteúdo e os professores frente aos alunos, sem nenhum estímulo.

No Brasil, segundo Vitti (1998), o ano de 1976 marcou os últimos suspiros do MMM com a realização do último curso de formação e aperfeiçoamento de professores pelo GEEM. Neste ano também foi publicado no Brasil o livro de Morris Kline - *O Fracasso da Matemática Moderna*, foi também o ano do Terceiro Congresso Internacional de Educação Matemática, o qual contou com 21 professores brasileiros compondo a maior delegação latino americana. Para essa autora, o fim do MMM no Brasil foi marcado pelo silêncio. Silêncio que denunciava as dificuldades dos profissionais envolvidos com o movimento em estabelecer seus critérios e diretrizes.

Silêncio que não pode contaminar as pesquisas na área da Educação Matemática neste país.

No processo de nossa pesquisa, um sentimento de angústia nos acompanhou, certamente por conhecermos nosso limite, não apenas pelo prazo a cumprir, senão, pelos leques que vão se abrindo a nossa frente no desenvolvimento do tema. Tantas são as possibilidades de variantes que, em nenhuma delas nos debruçamos com a intenção de esgotá-las, o que seria, outrossim, impossível.

Entretanto, um recorte se fez necessário, aprofundando em alguns tópicos em detrimento de outros, deixando para trás, algumas lacunas e para o devir, a possibilidade do limiar de uma nova pesquisa a partir delas.

Pretendemos ter contribuído com a História da Educação Matemática, sobretudo no Brasil, no processo de formação de novos pesquisadores a partir desta pesquisa, visto que uma pesquisa nunca se encerra em si, como um conhecimento pronto e acabado, dando margem a novas formulações, novas inferências e conjecturas, mantendo assim, o caráter dinâmico da História.

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi e Ivone Castilho Benedetti. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- ABRANTES, A.C.S. de. **Ciência, Educação e Sociedade**: o caso do Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura (IBECC) e da Fundação Brasileira de Ensino de Ciências (FUNBEC). Tese (Doutorado em Historia das Ciências) – Casa de Oswaldo Cruz, Fiocruz, Rio de Janeiro. 2008. 312 f.
- ARAPIRACA, J. O. **A USAID e a educação brasileira**. São Paulo: Autores Associados; Cortez, 1982.
- BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher 1974.
- BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução Elza Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher 1996.
- BURIGO, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Dissertação de Mestrado. Porto Alegre: UFRGS, 1989.
- BURIGO, E. Z. **O Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: encontro de certezas e ambigüidades. In: REVISTA Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006, pp. 35 - 47.
- BURIGO, E. Z. A modernização possível e necessária da matemática escolar, segundo Osvaldo Sangiorgi. In: VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume, 2008, p.43-69.
- BRITO, A. J. **A USAID e o Ensino de Matemática no Rio Grande do Norte**. In: BOLEMA. Boletim de educação matemática. Ano 21, nº 30. Rio Claro:Unesp. 2008.
- BRITO, A. J. **O quadrivium na obra de Isidoro de Sevilha**. Tese (Doutorado em Educação). FE/UNICAMP. Campinas. 1999.
- CARDOSO, V. C. **A cigarra e a formiga**: uma reflexão sobre educação matemática brasileira na primeira década do século XXI. 2009. 212 f. Tese de Doutorado em Educação, Universidade de Campinas – UNICAMP, 2009.
- CARDOSO, V. C. **A hermenêutica de profundidade como possibilidade metodológica para as pesquisas em educação matemática**. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ISSN 2178-034X, Julho de 2013.
- CORREIA, C. E. F. **Formação continuada de professores polivalentes**: o potencial da análise de erros no processo ensino/aprendizagem da matemática. Dissertação de Mestrado. PPG Educação. Rio Claro: Unesp, 2009.

_____. **Matemática: análise de erros e formação continuada de professores polivalentes.** São Paulo: Porto de Idéias. 2010.

CUNHA, M. V. **John Dewey: Uma Filosofia para Educadores em Sala de Aula.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

D'AMBRÓSIO, B. S. **The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education.** Tese de Doutorado. Indiana, USA, Indiana University, 1987.

DEWEY, J. **Como Pensamos.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959.

DOMINGUES, H. H. **A Demonstração ao longo dos Séculos.** In: BOLEMA, v.18, p.55-68, 2002.

DOMINGUES, H. H. IEZZI, G. **Álgebra Moderna.** 4.ed. São Paulo: Atual, 2003.

DOSSE, F. **História do Estruturalismo. I. O Campo do signo, 1945/1966.** São Paulo: Ensaio; Campinas, SP: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1993.

DOSSE, F. **Historia do Estruturalismo. V.1. O Campo do Signo.** Bauru - SP: Edusc, 2007.

DOSSE, F. **Historia do Estruturalismo. V.2. O Canto do Cisne.** Bauru - SP: Edusc, 2007.

FOUCAULT, M. **A Arqueologia do Saber.** Rio de Janeiro: Vozes, 1972.

GENETTE, G. **Palimpsestes. La littérature au second degré.** Paris: Seuil. 1982.

GENETTE, G. **Paratextos Editoriais.** Tradução de Álvaro Faleiros. Cotia, SP: Ateliê Editorial, 2009.

GUERRA E CIÊNCIA. **A corrida tecnológica - como a Guerra Fria impulsionou a ciência,** 2002. Disponível em: <<http://www.comciencia.br/reportagens/guerra/guerra07.htm>>. Acesso em 14 de Dez. 2014.

HOBBSBAWM, E. **Era dos Extremos: o Breve Século XX (1914-1991).** São Paulo: Companhia das Letras, 2003.

KLEIN, F. **Matemática Elemental Desde um Punto de Vista Superior,** v.1. Coleção Biblioteca Matemática. Madrid, 1927.

KLEIN, F. **Matemática Elemental Desde um Punto de Vista Superior,** Tomo II. Tradução de R. Fontanilla. Madrid: Nuevas Gráficas S/A, 1931.

KLEIN, F. **Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint.** New York: Dover Publications, 1945.

KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna.** São Paulo, SP: Ibrasa, 1976.

_____. **El Fracaso de la Matemática Moderna: ¿por qué Juanito no sabe sumar?** México: Siglo XXI de Espana Editores S/A, 2007.

MASHAAL, M. **Bourbaki uma sociedade secreta**. Trad. Maria Ribeiro Ferreira. Casal de Cambra, Portugal: Editora Caleidoscópio. 2007.

MERQUIOR, J. G. **De Praga a Paris**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1991.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MIORIM, M. A; VILELA, D. S. (Orgs). **História, Filosofia e Educação Matemática: práticas de pesquisa**. Campinas: Editora Alínea, 2009.

NOVAES, B; PINTO, N. B; FRANÇA, I. S. **Estruturalismo e Matemática Moderna: dilemas e implicações para o ensino**. PUCPR, 2005.

OLIVEIRA, F. D. DE. **Análise de textos didáticos: três estudos**. Dissertação de Mestrado em educação matemática. Rio Claro: Unesp/IGCE, 2008.

OLIVEIRA FILHO, F. **O School Mathematics Study Group e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**. Dissertação de Mestrado, PPGEM, São Paulo: Universidade Bandeirantes de São Paulo, 2009.

ORLANDI, E. P. **A linguagem e seu funcionamento: as formas do discurso**. Campinas: Ed. Pontes, 1987.

PIAGET, J. et al. **L'enseignement des mathématiques**. Suisse: Delachaux & Niestlé S. A., 1955.

PIAGET, J; INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. 2 ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

PIAGET, J. **O Estruturalismo**. Trad. Moacyr Renato de Amorim. Rio de Janeiro: DIFEL, 2003.

PIRES, M. N. M. **Fundamentos teóricos do pensamento matemático**. Curitiba: IESDE, 2004.

PIRES, R. C. **A Presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo**. Tese de Doutorado. São Paulo: PUC, 2006.

POUILLON, J. et. al. **Problemas do Estruturalismo**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1968.

QUEIROZ, A. M. N. F.; RUBSTAIN, C.; MONKEN, R. C.; RODRIGUES, V. M. F. **Estruturas Algébricas**. In: BOLETIM GEPEM. Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Junho de 1982.

RAGO, M. **O Efeito-Foucault na Historiografia Brasileira**. Tempo Social; Rev. Sociol. USP, p. 67-82, outubro de 1995.

ROMANELLI, O. O. **História da educação no Brasil**. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 1984.

SILVA, M. C. L. da. **Movimento da Matemática Moderna**: possíveis leituras de uma cronologia. In: REVISTA Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006, pp. 49 - 64.

SILVA, T. T. P. da. **Os movimentos matemática moderna**: compreensões e perspectivas a partir da análise da obra "Matemática-Curso Ginásial" do SMSG. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Rio Claro: 2013.

SMSG - SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. **Mathematics for Junior High School. Volume I. Part I**. New Haven and London: Yale University Press, 1960,1961.

SMSG - SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. **Mathematics for Junior High School. Volume I. Part II**. New Haven and London: Yale University Press, 1960,1961.

SMSG - SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. **Mathematics for Junior High School. Volume II. Part I**. New Haven and London: Yale University Press, 1960,1961.

SMSG - SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. **Mathematics for Junior High School. Volume II. Part II**. New Haven and London: Yale University Press, 1960,1961.

SMSG - SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. **Matemática Curso Ginásial. Vol I**. Trad. Lafayette de Moraes, Lydia Conde Lamparelli e colaboradores. São Paulo: Edart, 1967.

SMSG - SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. **Matemática Curso Ginásial. Vol II**. Trad. Lafayette de Moraes. Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências, 1967.

SMSG - SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. **Matemática Curso Ginásial. Vol III**. Trad. Lafayette de Moraes. São Paulo: Edart, 1969.

SCHUBRING, G. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha. In: VALENTE, W. R. (org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. São Paulo, SP: SBEM. v.1, 2003.

SOARES, F. S. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: avanço ou retrocesso? Dissertação de Mestrado, Departamento de Matemática: Rio de Janeiro: PUC-RJ, 2001.

THOMPSON, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: Teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. Tradução do Grupo de Estudos sobre Ideologia, Comunicação e Representações Sociais. Petrópolis: Vozes, 1995.

THOMPSON, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**. 5.ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2000.

VALENTE, W. R. **A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil**: um tema para estudos históricos comparativos. In: Revista Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006, pp. 19 – 34.

VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume/CNPq/GHEMAT, 2008.

VALENTE, W. R. **Osvaldo Sangiorgi e o movimento da matemática moderna no Brasil**. Curitiba: Revista Diálogo Educacional, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

VILLELA, L. M. A. **Mapa das edições de livros didáticos de matemática**: Cia. Editora Nacional, 1964-1978. São Paulo: GHEMAT, 2008. Mimeografado.

VILLELA, L. M. A. **GRUEMA: uma contribuição para a História da Educação Matemática no Brasil**. Tese de Doutorado pela Universidade Bandeirantes de São Paulo. São Paulo: UBSP, 2009.

VITTI, C. M. **Movimento da Matemática Moderna**: memórias, vaias e aplausos. Tese de Doutorado – UNIMEP, SP. 1998.

WOOTON, W. **The Making of a Curriculum**. New Haven and London, Yale University Press, 1965.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

BAUER, M. **Análise de conteúdo**. Petrópolis: Ed. Vozes, 2004, pp.189-217.

BAUER, M. W; GRASKELL, G. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Tradução: Pedrinho A. Guareschi. Petrópolis: Vozes, 2002.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1979.

BOLETIM GEPEM. Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Junho de 1982.

BICUDO, I. **Demonstração em Matemática**. In: BOLEMA, v.18.p.79-91, 2002.

BOLEMA. Boletim de educação matemática. Ano 15, nº 18. Rio Claro:Unesp. 2002.

BOLEMA. Boletim de educação matemática. Ano 21, nº 30. Rio Claro:Unesp. 2008.

BRAGA, C. **Função, a alma do ensino da Matemática**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006.

_____. **O processo inicial de disciplinarização de função na matemática do ensino secundário brasileiro**. Dissertação de Mestrado em educação matemática. São Paulo: PUCSP, 2003.

BRITO, A. J. **Geometrias não-euclidianas: um estudo histórico-pedagógico**. Dissertação (Mestrado em Educação). FE/ UNICAMP. Campinas, 1995.

BRITO, A. J; CRUZ, S. S. L; FERREIRA, J. P. C. **A Inserção do Movimento da Matemática Moderna na UFRN**. In: REVISTA Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006, pp. 91 – 100.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 4 ed. Lisboa: Gradiva, 2002.

CARVALHO, A. M. F. T. de. **Fundamentos teóricos do pensamento matemático**. Curitiba: IESDE, 2004.

CHARTIER, R. **A História Cultural entre práticas e representações**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1990.

CERTEAU, M. DE. **A Escrita da História**. Tradução de Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da Teoria à Prática**. 11.ed. Campinas: Papirus, 2004.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Higino H. Domingues. São Paulo: Editora Unicamp, 1995.

FISCHER, M. C. B. **A Experiência das Classes-Piloto organizadas pelo GEEMPA, ao tempo da Matemática Moderna**. In: REVISTA Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006, pp. 101 – 112.

GILL, R. **Análise de discurso**. In: BAUER, M. W; GRASKELL, G. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Tradução: Pedrinho A. Guareschi. Petrópolis: Vozes, 2002, pp. 244-270.

LEVI-STRAUSS, C. **As estruturas Elementares do Parentesco**. Petrópolis/São Paulo, Editora Vozes/EDUSP, 1976.

LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M.L. **Matemática Discreta**. 3.ed. Porto Alegre: Bookman, 2013

OLIVEIRA, M. C. A. de. **Professores de Matemática ao tempo do Movimento da Matemática Moderna: perspectiva de pesquisa**. In: REVISTA Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006, pp. 79 – 90.

PINTO, N. B; FERREIRA, A. C. C. **O Movimento Paraense de Matemática Moderna: o papel do NEDEM**. In: REVISTA Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006, pp. 113 – 122.

REVISTA Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006.

SARTRE, J. P. **Critique de la raison dialectique**. Paris: Gallimard, 1960.

SOARES, F. S. **Fontes para a História da Educação Matemática: IMPRENSA E A MATEMÁTICA MODERNA**. In: REVISTA Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18, mai-ago, 2006. Curitiba: Champagnat, 2006, pp. 65 – 78.

SALGUEIRO E. de M. **Michel Foucault: uma crítica historiográfica em a Arqueologia do Saber**. In: Revista História em Reflexão: Vol. 3 n. 6 – UFGD - Dourados. jul/dez 2009.

STRIJK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Tradução de João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1989.

VOGT, C. A corrida tecnológica - como a Guerra Fria impulsionou a ciência. In: Guerra e Ciência, <http://www.comciencia.br/reportagens/guerra/guerra07.htm>, 2002. Acesso em 21 de Dezembro de 2014.

ANEXO I PROPOSTA DO GEEM

45

Assuntos Mínimos para um Moderno Programa de Matemática para o Colégio

Orientação e Sugestões para o seu Desenvolvimento

Introdução

Segundo a mesma orientação sugerida para o desenvolvimento dos 24 itens sobre assuntos mínimos de um programa de Ginásio, são agora apresentados mais 18 itens destinados ao curso colegial em 3 anos. Atendendo novamente a flexibilidade do currículo e a continuidade que deve prevalecer no ensino dos diversos assuntos, o professor poderá programar o número de itens que achar mais conveniente por série de Colégio.

Como caráter de sugestão e atendendo-se as razões já expostas (programa de Ginásio), poder-se-ia desenvolver, em classes normais, 6 itens por série.

Não é preciso ressaltar que, nas sugestões que acompanham os itens, de acordo com o que já foi iniciado no programa do primeiro ciclo, continuam presentes e agora com mais intensidade - aqueles conceitos que têm caracterizado a modernização da linguagem Matemática dentro do espírito de unificação de seus diversos assuntos, tais como o de conjuntos e operações, estruturas (de ordem, algébricas, topológicas), amparadas com uma notação mais ampla de símbolos lógicos.

Sugestões

- 1 - No estudo do trinômio, ressaltar o aspecto gráfico e nas aplicações, as inequações do 2º grau.
- 2 - Ressaltar a significação de medida de arco e de ângulo em radianos. No estudo das funções, destacar as relações entre elas e as propriedades de simetria e periodicidade. Introduzir a noção de vetor no estudo do teorema das projeções.
- 3 - Discussão das soluções, levando em conta a periodicidade.
- 4 - Examinar os casos simples de resolução de triângulos.

Assuntos Mínimos

- 1 - Função do 2º grau. Estudo completo do trinômio do 2º grau e aplicações.
- 2 - Coordenadas de um ponto da circunferência com centro na origem, Funções trigonométricas.
- 3 - Identidade, equações e inequações trigonométricas simples.
- 4 - Lei dos senos e co-senos; aplicações.
- 5 - Introdução à Geometria Espacial: espaço e semi-espaço; paralelismo e perpendicularismo de retas e planos.
- 6 - Diedros, triedros e ângulos poliedricos.
- 7 - Poliedros: prismas, pirâmides e troncos. Propriedades geométricas.
- 8 - Corpos redondos.

9 - A Noção de seqüência deve preceder a de progressões. Após o conceito e notações, seguem-se as operações com seqüências, onde devem ser examinadas as estruturas algébricas (grupo aditivo e espaço vetorial). A idéia de convergência, preferivelmente, será dada no caso das progressões geométricas.

9 - Noção de seqüência de números reais. Progressões.

10 - Noção de potência no campo real. Operações inversas. Logaritmos.

11 - Análise Combinatória e aplicações.

12 - Elementos de Geometria Analítica plana. Equação da reta e equação da circunferência. Equações reduzidas das cônicas.

13 - Medidas dos sólidos geométricos.

14 - Sistema de equações lineares. Noção de matrizes aplicações.

15 - Números complexos: operações fundamentais, propriedades.

16 - Estudo dos polinômios.

17 - Equações algébricas.

10 - Dar noções intuitivas, que permitam deduzir as principais propriedades, que serão utilizadas nas aplicações a outras ciências.

18 - Noção de limite, continuidade e derivadas. Elementos de cálculo integral aplicações ao cálculo de áreas e volumes.

São Paulo, junho de 1962

Comissão de Estudo:

Prof. Luiz Mauro Rocha - Relator

Prof. Osvaldo Sangiorgi

Prof. Omar Catunda

Prof. Benedito Castrucci

Prof. Maria Antonieta Belfort de Mattos Rizzo

Prof. Carlos Galante

Prof. Alcides Boscolo

Prof. Manúcia Libman

Prof. Rubener da Silva Freitas

Prof. Ruy Madison Barbosa

ANEXO II

OBJETIVOS E CONCLUSÕES DA CONFERÊNCIA DE ROYAUMONT

França, 1959

Quanto aos objetivos da Conferência de Royaumont, encontra-se nos relatos de Moon, (1996, *apud* Soares, 2001, pp. 27-28), alguns fragmentos:

- Esclarecer e resumir os principais pensamentos em Matemática e o currículo de Matemática na escola elementar e no ensino secundário, recrutar e treinar professores de Matemática para as necessidades de pesquisa em educação Matemática.
- Especificar (i) os propósitos da educação matemática; (ii) quais as mudanças desejáveis a serem feitas quanto ao conteúdo a ser ensinado; (iii) novos objetivos, novos materiais e novos métodos de ensino e (iv) dar treinamento adicional adequado aos professores de Matemática em vista das novas mudanças.
- Indicar procedimentos e métodos específicos que devem ser levados em consideração em qualquer país visando obter uma reserva – tanto em número quanto em qualidade – de matemáticos para o ensino e pesquisa e pessoas matematicamente competentes na ciência, na indústria e no governo.
- Sugerir uma ação de acompanhamento das atividades propostas tanto a nível nacional quanto internacional.

Como conclusões da Conferência, temos por Fehr (1971, pp. 9-10, *apud* Soares, 2001 pp. 28-29):

- O que se necessita não é um programa de álgebra separado dos outros de aritmética, de geometria, de trigonometria e de análise, e sim um programa que combine os conteúdos daqueles dando unidade a Matemática. Os conceitos fundamentais são os de conjunto, relação, função e operação; as estruturas fundamentais são as de grupo, anel, corpo e espaço vetorial.
- O simbolismo moderno para conjuntos, relações e aplicações deve adotar-se tão logo seja possível, e sua aplicação deve ser feita de um modo coerente e contínuo.
- Deve-se dar maior importância ao emprego de representações gráficas e aos novos tipos delas.
- Grande parte da álgebra tradicional, de pouca ou nenhuma aplicação no estudo posterior de Matemática, deve ser eliminada.
- A geometria euclidiana tradicional ou sintética deve ser modificada em grande parte, e até eliminada, em favor de outros métodos de estudo do espaço.
- Deve-se eliminar o curso separado de trigonometria, e seu conteúdo deve incorporar-se aos programas de álgebra, de geometria e de análise. Oferecida desta maneira passa a ser uma parte da Matemática unificada.
- Em análise, o estudo das desigualdades, limites, diferenciação, integração e funções, deve ser parte da Matemática do ensino secundário. A maneira de abordar este estudo não tem porque ser rigorosa ao extremo pode fazer-se intuitiva e correta. A ênfase deve estar nas técnicas de cálculo, apoiadas na compreensão da teoria em que se baseia.
- A probabilidade e a inferência estatística, juntamente com a análise combinatória do ponto de vista dos conjuntos, de funções de conjuntos e espaços amostrais constitui um novo campo muito apropriado para ser tratado na escola secundária.
- É preciso contar com um grupo de peritos composto de pessoas de distintos países ao que se recomenda a elaboração de programas detalhados do ensino de Matemática para as escolas secundárias.

ANEXO III

A CONFERÊNCIA DE LIMA - PERU

4-12 de DEZEMBRO DE 1966

Defendendo a unificação do ensino, dos tópicos tratados pela reforma, o currículo era enfoque principal, e o programa, dito ideal, de acordo com os Pareceres e Conclusões (In Ferh, 1969, pp. 318-319, *apud* Vitti, 1998, pp. 66-67) e com as idades dos educandos, teria os seguintes tópicos incluídos:

Entre 12 e 15 anos:

1. Noção de conjunto, operação com conjuntos.
2. Relações - funções, equivalência, ordem e composição.
3. O anel dos inteiros, potência, divisibilidade.
4. Operação binária, ilustração do conceito de grupo, problemas do tipo $ax=b$, aplicação à geometria e à sistema de números.
5. Introdução progressiva e descritiva dos axiomas da geometria da incidência, paralelismo, ordenação, projeção paralela e translação.
6. Introdução progressiva e descritiva aos números racionais e reais. Equações lineares e quadráticas.
7. Espaço vetorial do plano.
8. Coordenadas, equação da reta, desigualdades, semi-planos e algumas aplicações.
9. Formas de representação de uma função - tabela, gráfico, expressões analíticas, operações com funções numéricas.
10. Geometria métrica do plano, produto escalar, teorema de Pitágoras.
11. Geometria analítica com bases ortogonais - reta, circunferências, entre outras.
12. Resolução de sistemas de equações lineares.

Entre 15 e 18 anos:

1. Estudo dos números reais.
2. Espaço euclidiano, bases ortogonais, desigualdades de Cauchy-Schwartz.
3. Transformação linear no plano - matrizes 2×2 , o grupo das transformações ortogonais, semelhança.
4. Números complexos.
5. Trigonometria.
6. Análise combinatória, noções de probabilidade.
7. Algoritmo de Euclides, teorema da unicidade da fatoração.
8. Polinômios, teorema do resto.
9. Introdução, progressiva e descrição de alguns conceitos topológicos usados em análise elementar.
10. Funções contínuas, limites e séries.
11. Derivada de funções de uma variável, aplicações.
12. Integração - de preferência como limite de somatório.
13. Funções elementares especiais - exponenciais, logarítmicas, circulares.
14. Determinantes.
15. Geometria no espaço usando o espaço vetorial euclidiano tridimensional.
16. Probabilidades e estatística elementar.

ANEXO IV

Participantes da Conferência de Chicago¹²⁴ 21 de Fevereiro de 1958

- A.A. Albert, University of Chicago
- H.F. Bohnenblust, California Institute of Technology
- W.L. Chow, Johns Hopkins University
- Leon Cohen, National Science Foundation
- Richard Courant, New York University
- Bowen Dees, National Science Foundation
- J.L. Doob, University of Illinois
- Samuel Eilenberg, Columbia University
- John Gergen, Duke University
- G.A. Hedlund, Yale University
- M.R. Hestenes, University of California at Los Angeles
- Edwin Hewitt, University of Washington
- Harry C. Kelly, National Science Foundation
- S.C. Kleene, University of Wisconsin
- L.H. Loomis, Harvard University
- S. MacLane, University of Chicago
- E.J. McShane, University of Virginia
- W.T. Martin, Massachusetts Institute of Technology
- C.B. Morrey, Jr., University of California
- B.J. Pettis, University of North Carolina
- T. Rado, Ohio State University
- P.C. Rosenbloom, University of Minnesota
- H. Royden, Stanford University
- Norman Steenrod, Princeton University
- M.H. Stone, University of Chicago
- F.E. Ulrich, Rice Institute
- H.S. Wall, University of Texas
- A.D. Wallace, Tulane University
- Hassler Whitney, Institute for Advanced Study, Princeton University
- R.L. Wilder, University of Michigan
- J.W.T. Youngs, Indiana University
- Daniel Zelinsky, Northwestern University

¹²⁴ Wooton, 1965, pp. 145-146

ANEXO V

Participantes da Conferência de Cambridge¹²⁵ 28 de Fevereiro de 1958

- A.A. Albert, University of Chicago
- D.B. Anderson, State College of North California
- R.V. Bartz, Massachusetts Institute of Technology
- E.G. Begle, Yale University
- Lipman Bers, New York University
- R.H. Bing, University of Wisconsin
- Frederic Bohnenblust, California Institute of Technology
- Richard Brauer, Harvard University
- S.S. Cairns, University of Illinois
- Willian Duren, University of Virginia
- F.L. Friedman, Massachusetts Institute of Technology
- A.M. Gleason, Harvard University
- A.G. Hedlund, Yale University
- P.W. Hemily, National Science Foundation
- H.C. Kelly, National Science Foundation
- E.J. McShane, University of Virginia
- W.T. Martin, Massachusetts Institute of Technology
- E.E. Moise, University of Michigan
- G.B. Price, University of Kansas
- Mina Ress, Hunter College
- P.C. Rosenbloom, University of Minnesota
- G.B. Thomas, Jr., Massachusetts Institute of Technology
- A.W. Tucker, Princeton University
- R.J. Walker, Cornell University
- J.L. Walsh, Harvard University
- R.L. Wilder, University of Michigan
- S.S. Wilks, Princeton University
- J.R. Zacharias, Massachusetts Institute of Technology

¹²⁵ Wooton, 1965, pp. 146-147

ANEXO VI

Participantes do Advisory Committee ¹²⁶

- A.A. Albert, University of Chicago
- F.B. Allen, Lyons Township High School, La Grange, Illinois
- E.G. Begle, Yale University
- Lipman Bers, New York University
- S.S. Cairns, University of Illinois
- G.F. Carrier, Harvard University
- W.L.Duren, Jr., University of Virginia
- Howard Fehr, Columbia University
- H.V. Funk, Columbia University
- A.M. Gleason, Harvard University
- J.H.Hlavaty, Dewitt Clinton High School, New York City
- P.S. Jones, University of Michigan
- L.Clark Lay, Pasadena City College
- K.O. May, Carleton College
- J.R. Mayor, American Association for the Advancement of Science
- A.E.Meder, jr., Rutgers University
- E.E. Moise, University of Michigan
- P.M. Naghdi, University of California
- Richard Pietres, Phillips Academy, Andover, Massachusetts
- G.B Price, University of Kansas
- R.E.K Rourke, Kent School, kent, Connecticut
- A.W. Tucker, Princeton University
- Henry Van Engen, University of Wisconsin
- A.D. Wallace, Tulane University
- E.L. Walters, William Penn Senior High School, York, Pennsylvania
- Marie S.Wilcox, Thomas Carr Howe High School, Indianapolis, Indiana
- M.W.Zemansky, The College of the City of New York, New York

¹²⁶ Wooton, 1965, p. 148

ANEXO VII

Participantes da primeira sessão de escrita - verão de 1958¹²⁷ Yale University, New Haven, Connecticut, USA. 23 de junho - 19 de julho

- F.B. Allen, Lyons Township High School, La Grange, Illinois
- E.F. Beckenbach, The RAND Corporation
- R.H. Bing, University of Wisconsin
- J.A. Brown, State University Teachers College, Oenonta, N.Y.
- Hope Chipman, University High School, Ann Arbor, Michigan
- Mary P. Dolciani, Hunter College
- E.C. Douglas, The Taft School, Watertown, Connecticut
- E.A. Dudley, North Haven High School, North Haven, Connecticut
- Florence Elder, Hempstead High School, West Hempstead, N.Y.
- W.E. Ferguson, Newton High School, Newtonville, Massachusetts
- Joyce D. Fontaine, North Haven High School, North Haven, Connecticut
- E. Glenadine Gibb, Iowa State Teachers College
- R.A. Good, University of Maryland
- Lenore John, University High School, University of Chicago
- B.W. Jones, University of Colorado
- M.L. Keedy, University of Maryland
- Marguerite Lehr, Bryn Mawr College
- Eunice Lewis, Laboratory High School, University of Oklahoma
- M. Albert Linton, Jr., William Penn Charter School, Philadelphia, Pa.
- J.R. Mayor, American Association for the Advancement of Science
- K.G. Michaels, North Haven High School, North Haven, Connecticut
- E.E. Moise, University of Michigan
- E.P. Northrop, University of Chicago
- O.J. Peterson, Kansas State Teachers College, Emporia, Kansas
- R.S. Pieters, Phillips Academy, Andover, Massachusetts
- H.O. Pollak, Bell Telephone Laboratories, Murray Hill, New Jersey
- G.B. Price, University of Kansas
- Persis Redgrave, Norwich Free Academy, Norwich, Connecticut
- D.E. Richmond, Dartmouth College
- C.E. Richart, Yale University
- P.C. Rosembloom, University of Minnesota
- M.F. Rosskopt, Teachers College, Columbia University
- Harry Ruderman, Bronx High School of Science, Bronx, N.Y.
- Veryl Schult, District of Columbia Public Schools
- Henry Swain, New Trier Township High School, Winnetka, Illinois
- A.W. Tucker, Princeton University
- H.E. Vaughan, University of Illinois
- John Wagner, University of Texas
- R.J. Walker, Cornell University
- A.D. Wallace, Tulane University
- **William Wooton**, Verdugo Hills High School, Tujunga, California

¹²⁷ wooton, 1965, pp. 149-150

ANEXO VII

Alguns títulos de produção do SMSG, levantados por Oliveira Filho (2009) em sua pesquisa. O autor comenta que teve dificuldade em encontrar os livros originais produzidos pelo SMSG e sua busca se recorreu ao acervo do Centro de Documentação do Grupo de Pesquisa de Educação Matemática no Brasil - GHEMAT, sites da internet¹²⁸ e em Wooton (1965).

- Mathematics for Junior High School – Units 3-8 (livros destinados aos 7º 8º graus; nível ginásial brasileiro, unidades 5 a 8)
- First Course in Algebra – Units 9-12 (livro inicial em álgebra, nível ginásial, unidades 9 a 12)
- Geometry – Units 11-16 (série de Livros destinados ao ensino da Geometria - os Volumes I e II desta série foram utilizados na compilação dos livros traduzidos do SMSG para o colegial; livros destinados ao *High School* (Ensino Colegial) - Intermediate Mathematics – Units 17-20 (trata-se de livros para o 11º grau; *High School* (Escola Secundária); os Volumes I e II desta serie foram utilizados na compilação dos livros traduzidos do SMSG para o colegial; unidades 17 a 20)
- Elementary Functions – Units 21-22 (livro destinado a Escola Secundária); também foi utilizado na compilação dos livros traduzidos do SMSG; unidades 21 e 22
- Mathematics for the Elementary School – Grades 4º a 6º - Units 25-36; livros destinados a Escola Elementar – unidades 25-36
- Introduction to Secondary School Mathematics – Units 37-42 – pelo que se percebe são livros destinados a introdução de conteúdos para a Escola Secundária; provavelmente foram utilizados entre os 8º e o 9º graus (entre o ginásio e o colegial); unidades 37 a 42
- Introduction to Algebra – Units 43-46 – percebe-se que é um livro introdutório ao estudo da álgebra, mas não há como saber em que nível era utilizado. Pela numeração da unidade, podemos inferir que ele era usado no ensino colegial, uma vez que a outra série de livros já citada (First Course in Algebra) tinha numeração para as unidades de 9 a 12
- Geometry with Coordinates – Units 48-19 – podemos inferir que eram utilizados na Escola Secundária e em nível mais adiantado do que os livros da Serie Geometry ja listada, que tinha a numeração de unidades de 11 a 16
- Mathematics for the Elementary School – Books – 1-3 – Units 51-59 – livros destinados a escola elementar e também podemos inferir que em nível mais elevado do que a série anteriormente citada, em função da numeração das unidades
- Programed First Course in Algebra – Units 60-63 – série que guarda semelhanças com a serie já relatada (First Course in Algebra), mas de numeração superior; inferimos então que se destina a um grau superior
- Analytic Geometry – Units 64-65 – série de Livros destinados ao estudo da geometria Analítica, voltado a Escola Secundaria; unidades 64 e 65
- Calculus – Units 66-71 – livros destinados ao estudo do cálculo, provavelmente utilizado no 12º grau, uma vez que a Escola Secundária era tratada nos 9º, 10º e 11º graus.

Livros que o autor não comenta e não estão numerados por séries

- Algorithms, Computation and Mathematics
- Calculus of Elementary Functions
- Essays on Number Theory
- Experimental Units for Grades Seven and Eight
- Geometry Units for Elementary School
- Introduction to Probability
- Junior High School Mathematics Units
- Mathematics and Living Things
- Mathematics for the Elementary School, Selected Units
- Mathematics through Science
- Probability for Primary Grades
- Probability for Intermediate Grades

¹²⁸ Disponível em: <<http://www.lib.utexas.edu/taro/utcah/00284/00284-P.html>>. Acesso em: 22 de julho de 2009.

- Programmed Brief Course in Mathematics for the Elementary School Teachers

Livros do acervo do GHEMAT

- Mathematics for the Elementary School – Grade 4 – Part I – Unit 25
- Mathematics for the Elementary School – Grade 4 – Part II – Unit 26
- Mathematics for the Elementary School – Grade 5 – Part I – Unit 29
- Mathematics for the Elementary School – Grade 5 – Part II – Unit 30
- Mathematics for the Elementary School – Grade 6 – Part I – Unit 33
- Mathematics for the Elementary School – Grade 6 – Part II – Unit 34
- Mathematics for the Elementary School – Book 1 – Unit 52
- Mathematics for the Elementary School – Book 2 – Unit 54
- Mathematics for the Elementary School – Book 3 – Unit 56
- Mathematics for the Elementary School – Book 3 – Part 2 – Unit 57
- Mathematic for the Junior High School – Volume I – Teacher's Commentary – Part I – Unit 3
- Mathematic for the Junior High School – Volume I – Student's Text – Part II – Unit 2
- Mathematic for the Junior High School – Volume II – Student's Text – Part I – Unit 5
- Mathematic for the Junior High School – Volume II – Teacher's Commentary – Part I – Unit 7
- Introduction to Secondary School Mathematics – Volume I – Teacher's Commentary – Unit 39
- Introduction to Secondary School Mathematics – Volume II – Student's Text – Part II – Unit 41

Livros traduzidos para o espanhol

- Matemática para La Escuela Secundaria – Geometria – Parte I
- Matemática para La Escuela Secundaria – Geometria – Parte II

Livros traduzidos para o português

- Matemática Curso Ginásial – Volume I
- Matemática Curso Ginásial – Volume II
- Matemática Curso Ginásial – Volume III
- Matemática Curso Colegial – Volume I
- Matemática Curso Colegial – Volume II
- Matemática Curso Colegial – Volume III
- Matemática – Curso Colegial – Volume III – Guia do Professor - Parte A
- Matemática – Curso Colegial – Volume III – Guia do Professor - Parte B

Produção do SMSG apurada no livro *The Making of a Curriculum*, de William S. Wooton (lembremos de que o livro em questão aborda somente os quatro primeiros anos de existência do Grupo)

- *Elementary School* - 4º, 5º e 6º graus
- *Junior High School* Volume I - 7º grau
- *Junior High School* Volume II - 8º grau
- Intermediate Mathematics - Algebra - 9º grau
- Intermediate Mathematics - Geometry - 10º grau
- Intermediate Mathematics - Trigonometry and Algebra - 11º grau
- Elementary Functions - 12º grau
- Matrix Algebra - 12º grau

Livros adquiridos em sites na Internet:

- Mathematics For High School – Intermediate Mathematics – Teacher's Commentary – Part I
- Mathematics For High School – Intermediate Mathematics – Teacher's Commentary – Part II
- Mathematics For High School – Introduction To Matrix Algebra – Student's Text
- Geometry Part I – Teacher's Commentary
- Geometry Part II – Teacher's Commentary
- Elementary Functions – Teacher's Commentary.