

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO NO CONTROLE DA DENGUE

Bettina Fiorini Bannwart

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” para a obtenção do título de Mestre em Biometria.

BOTUCATU
São Paulo - Brasil
Dezembro - 2013

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO NO CONTROLE DA DENGUE

Bettina Fiorini Bannwart

Orientadora: Profa. Dra. **Helenice de Oliveira Florentino Silva**

Co-orientadora: Profa. Dra. **Daniela Renata Cantane**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” para a obtenção do título de Mestre em Biometria.

BOTUCATU
São Paulo - Brasil
Dezembro - 2013

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉC. AQUIS. TRATAMENTO DA INFORM.
DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CAMPUS DE BOTUCATU - UNESP
BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: ROSEMEIRE APARECIDA VICENTE - CRB 8/5651

Bannwart, Bettina Fiorini.

Otimização multiobjetivo no controle da dengue / Bettina Fiorini Bannwart. -
Botucatu, 2013

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de
Biociências de Botucatu

Orientador: Helenice de Oliveira Florentino Silva

Coorientador: Daniela Renata Cantane

Capes: 10104003

1. Dengue - Tratamento. 2. Aedes aegypti - Controle. 3. Saúde pública. 4.
Biometria.

Palavras-chave: Algoritmo genético; Dengue; Otimização multiobjetivo.

Dedicatória

Aos meus queridos e amados pais, Dimas e Sandra.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo dom da vida, pela Sua grandeza ao me mostrar que sou protegida, guiada e iluminada. “Agradeço por me dar abrigo na tempestade, por endireitar o que está torto, por criar saídas onde parece não haver escapatória. Agradeço, Senhor, pela Sua compaixão, pela Sua graça, pela Sua bondade, que estão sempre presentes, me sustentando nos momentos mais difíceis.”

Agradeço aos meus pais, Sandra e Dimas, por todo amor, compreensão, força, amizade, apoio, incentivo e conforto que sempre me proporcionaram. Também às minhas irmãs, Lívia e Paloma, que são meus maiores tesouros, minhas amigas, minha base. À minha querida vó/mãe Zoraide que de tudo fez por mim durante esta jornada e por quem serei eternamente grata.

Agradeço à querida prof^a Dr^a Helenice de Oliveira Florentino Silva pela orientação ímpar destinada a mim, pelos conselhos e apoio também na vida pessoal, pela atenção, pela disponibilidade e principalmente pela amizade que construímos durante o desenvolvimento deste trabalho, alguém por quem sempre terei admiração. Agradeço à prof^a Dr^a Daniela Renata Cantane pela co-orientação e pelas valiosíssimas dicas e sugestões.

Aos professores e funcionários do departamento de Bioestatística, em especial ao Marcos e Arthur pela amizade e imensa colaboração.

Às amigadas que a Biometria me proporcionou: querida Lívia, Luiz e Angelo por toda ajuda e apoio destinados a mim.

Agradeço ao Renan por todo apoio, atenção, carinho, alegrias e conselhos que, apesar de exagerados, contribuíram para esta formação e com certeza, contribuirão para as próximas. Obrigada pela amizade verdadeira e por tudo o que

fez por mim e pela nossa amizade.

À Fapesp e à CAPES pelo apoio financeiro.

Agradeço à todos que de alguma forma contribuíram e apoiaram as minhas escolhas e decisões, pela paciência e pelo estímulo, aos que estão perto e aos que estão longe.

Sumário

	Página
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	x
RESUMO	xi
SUMMARY	xiii
1 INTRODUÇÃO	1
2 DENGUE	3
2.1 A transmissão	4
2.2 Sorotipos do vírus	5
2.3 Ciclo de vida do mosquito	6
2.4 Controle	7
2.4.1 Controle biológico	8
2.4.2 Controle químico	9
2.4.3 Controle mecânico	9
2.4.4 Controle genético	10
3 MODELO MATEMÁTICO	12
4 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	20
4.1 Modelo Multiobjetivo	20
4.2 Problema de Otimização Multiobjetivo (MOP)	22

4.3	Dominância	23
5	ALGORITMO GENÉTICO MULTIOBJETIVO	25
5.1	Introdução	25
5.2	População Inicial	28
5.3	Avaliação	29
5.4	Elite	30
5.5	Seleção	30
5.6	<i>Crossover</i>	32
5.7	Mutação	35
5.8	Migração	36
5.9	Atualização, Finalização e Critério de parada	36
6	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	39
7	CONCLUSÃO	49
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51
8	APÊNDICE	55
A	MÉTODOS NUMÉRICOS	55
A.1	Método Numérico de Runge-Kutta	55
A.1.1	Runge-Kutta de ordem 4	57
A.1.2	Método de Runge-Kutta de ordem 4 para Sistemas de Equações Dife- renciais	58
A.2	Integração Numérica	59
A.2.1	Regra 1/3 de Simpson	60
A.2.2	Regra 1/3 de Simpson Generalizada	61

Lista de Figuras

	Página
1 Disseminação da dengue em escala mundial em 2007.	3
2 Ciclo de vida do <i>Aedes Aegypti</i>	6
3 Dinâmica da população de mosquitos sem o uso de controle.	13
4 Dinâmica da população de mosquitos com a inserção de mosquitos machos estéreis.	15
5 Dinâmica da população de mosquitos utilizando controle químico u_1 e controle genético u_2	16
6 Fluxograma representativo de uma estrutura simples do AG.	27
7 Estrutura do cromossomo definida por matriz de 2 linhas e $tf + 1$ colunas.	28
8 Nível de dominância dos indivíduos representados no espaço objetivo.	30
9 Ilustração do método da Roleta Viciada	31
10 Probabilidade acumulada usando dados do gráfico da Figura 9.	32
11 <i>Crossover</i> de 1 ponto de posição aleatória.	33
12 <i>Crossover</i> de 2 pontos de posição aleatória.	33
13 <i>Crossover</i> uniforme.	34
14 Ilustração de como o operador <i>Crossover</i> age sobre os indivíduos.	34
15 Exemplo de um processo de mutação sofrida em dois genes de cada linha da matriz.	36
16 Conjunto de valores de u_1 otimizados em que cada linha é representada por uma solução do problema.	41
17 Conjunto de valores de u_2 otimizados em que cada linha é representada por uma solução do problema.	42

18	Curva de Pareto obtida pelo Algoritmo Genético Multiobjetivo.	43
19	Variável de controle u_1	44
20	Variável de controle u_2	44
21	Evolução da população na Fase Aquática A.	45
22	Evolução da população de Fêmeas Imaturas I.	46
23	Evolução da população de Fêmeas Fertilizadas F.	46
24	Evolução da população de Machos Naturais M.	47
25	Evolução da população de Machos Estéreis S.	47
26	Área S relacionada à integração I	60

Lista de Tabelas

	Página
1 Vocabulário do AG.	27
2 Pseudocódigo do AG multiobjetivo.	37
3 Parâmetros utilizados no sistema de otimalidade (6).	39
4 Parâmetros utilizados no AG.	40
5 Pseudocódigo do método RK de ordem 4.	58

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO NO CONTROLE DA DENGUE

Autora: BETTINA FIORINI BANNWART

Orientadora: Profa. Dra. HELENICE DE OLIVEIRA FLORENTINO SILVA

Co-orientadora: Profa. Dra. DANIELA RENATA CANTANE

RESUMO

A dengue é uma doença infecciosa febril aguda causada por um vírus da família *Flaviridae* e é transmitida através de mosquito, comumente do gênero *Aedes Aegypti*. Esta doença tem sido atualmente um problema mundial de saúde pública, pois em 45 dias de vida um único mosquito pode contaminar até 300 pessoas e existe uma estimativa da Organização Mundial da Saúde (OMS) que anualmente de 50 a 100 milhões de pessoas se infectam em mais de 100 países em quase todos os continentes, cerca de 550 mil doentes necessitam de hospitalização e 20 mil morrem em consequência da dengue. Desta forma, atualmente a dengue é um assunto de intensa pesquisa, seja na busca de vacinas e tratamentos para a doença ou nas formas eficientes e econômicas de controle do mosquito. Assim, este trabalho apresenta um estudo dos processos biológicos para formulação de modelos matemáticos que descrevem a dinâmica populacional do mosquito transmissor da dengue, visando a investigação de

controles otimizados destes mosquitos. É proposta a utilização de controles químico com uso inseticida e genético com liberação de machos estéreis no ambiente natural. Tal problema de controle ótimo visa a minimização dos investimentos com o inseticida e com a produção de machos estéreis, minimizando também a quantidade de fêmeas fertilizadas e o efeito do inseticida sobre os machos estéreis inseridos na população. É proposto um algoritmo genético para resolução do modelo de controle ótimo aplicado a problemas de combate ao mosquito da dengue e são discutidos os resultados computacionais obtidos.

MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION IN DENGUE CONTROL

Author: BETTINA FIORINI BANNWART

Adviser: Prof. Dr. HELENICE DE OLIVEIRA FLORENTINO SILVA

Co-adviser: Prof. Dr. DANIELA RENATA CANTANE

SUMMARY

Dengue is an febrile infectious disease caused by a virus of the *Flaviridae* family and is transmitted through mosquito, the *Aedes Aegypti* genus is the most common. This disease has been currently a worldwide problem of public health, because about 45 days of life a single mosquito can infect up to 300 people and is an estimate of the World Health Organization (WHO) annually from 50 to 100 million people are infected in over 100 countries from all continents, about 550 thousand patients require hospitalization and 20 thousand die as a result of dengue. Thus, dengue is currently a subject of intense research, whether in the search for vaccines and treatments for the disease or the efficient and economical forms of mosquito control. Thus, this paper presents a study of biological processes for formulation of mathematical models that describe the population dynamics of the mosquito that transmits dengue, aimed at investigating optimized controls these mosquitoes. It is

proposed to use controls with chemical insecticide use and genetic-releasing sterile males into the natural environment. Such optimal control problem aims at minimizing the investments of the insecticide and the production of male-sterile, while also minimizing the amount of fertilized females and the effect of the insecticide on the inserted male-sterile population. We propose a genetic algorithm to solve the model applied to optimal control problems to combat dengue mosquito and discusses the computational results.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente considerada a arbovirose mais comum que atinge o homem, a dengue tem sido motivo de diversas pesquisas no que diz respeito à criação de vacinas, tratamentos eficazes e métodos mais econômicos de controle do mosquito transmissor. O vírus é principalmente transmitido pelo mosquito *Aedes Aegypti* especialmente nas regiões tropicais e subtropicais do mundo onde as condições ambientais favorecem o desenvolvimento e a proliferação do mesmo. Durante os períodos quentes e chuvosos o número de mosquitos no ambiente cresce, resultando assim no aumento de casos de dengue, (Thomé, 2007).

Ainda não existe vacina para a dengue e uma forma eficaz de tratamento da doença ainda permanece em estudos. Assim, o mais importante neste momento é aperfeiçoar as formas de controle do mosquito transmissor.

Os métodos de controle do mosquito mais conhecidos e abordados atualmente são: controle mecânico (em geral, visitas de agentes de saúde nas residências), controle químico (aplicação de inseticidas), controle biológico (uso de predadores e larvicidas biológicos) e controle genético, cuja técnica baseia-se na introdução de mosquitos machos estéreis na população visando reduzir a fertilidade da mesma.

Esteva & Yang (2006) propuseram um modelo matemático que descreve a dinâmica da população de mosquitos (dividida em fase aquática e alada) utilizando o controle genético. Thomé (2007) adaptou este modelo de forma que, além do controle genético, foi inserido também o controle químico aplicado essencialmente na fase adulta do mosquito. Além disso, Thomé (2007) apresentou um funcional que analisa o índice de performance do sistema, criando um problema de

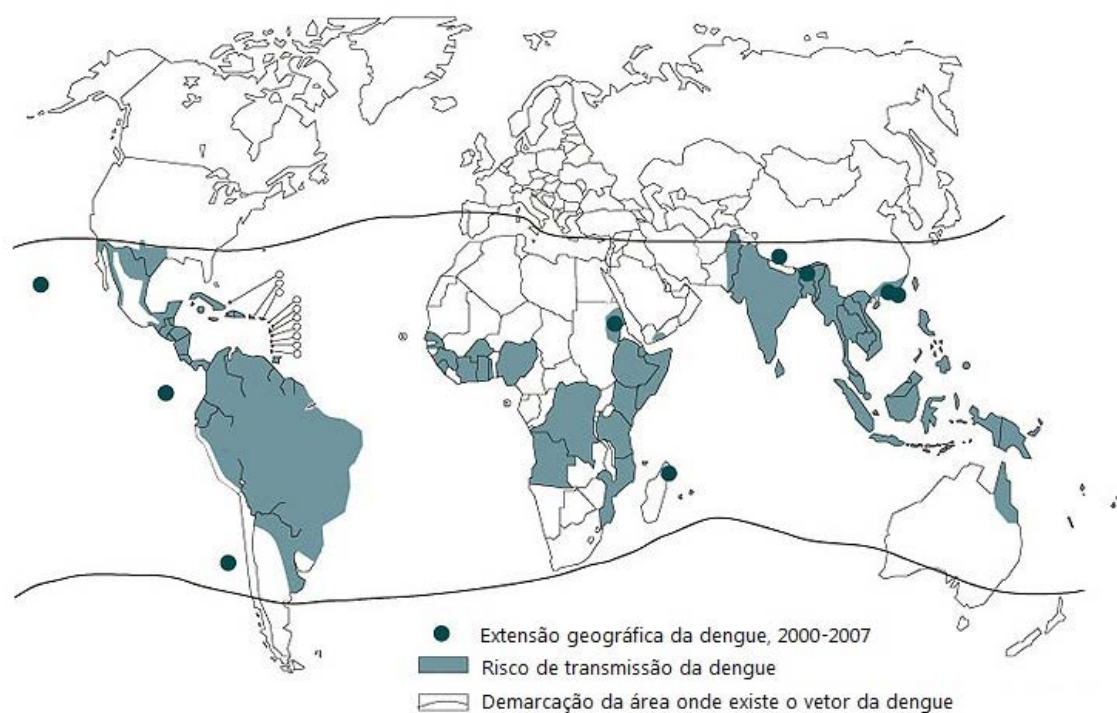
otimização que visa diminuir o custo dependido com os controles.

Os objetivos foram: diminuir a quantidade de fêmeas fertilizadas, preservar a quantidade de machos estéreis inseridos na população e diminuir o custo com os controles aplicados no sistema, ou seja, minimizar o custo com inseticidas e machos estéreis. O presente trabalho propõe, assim, uma abordagem multiobjetivo para o problema de otimização proposto por Thomé (2007) e propõe um algoritmo genético para resolvê-lo.

O trabalho está dividido da seguinte forma: no Capítulo 2 estão descritas as características do mosquito transmissor e da dengue, bem como sua forma de transmissão e métodos de controle. No Capítulo 3 são descritos modelos matemáticos que descrevem a dinâmica da população dos mosquitos transmissores da dengue na presença do controle químico com inseticida e controle genético com a inserção de mosquitos machos estéreis propostos pelos autores Esteva & Yang (2006) e Thomé (2007). No Capítulo 4 é proposto um modelo de otimização multiobjetivo para minimização dos investimentos com controles químico e genético, minimização do número de fêmeas fertilizadas no sistema e maximização a quantidade de machos estéreis que permanece no ambiente (ou minimização do efeito do inseticida sobre os machos estéreis). No Capítulo 5 é proposto um algoritmo genético multiobjetivo para resolução do modelo de otimização apresentado no Capítulo 4. No Capítulos 6 são apresentados os resultados computacionais e no Capítulo 7 são apresentadas as conclusões obtidas no trabalho.

2 DENGUE

A dengue é uma doença infecciosa causada por um arbovírus cujo desenvolvimento e proliferação são favorecidos pelas condições ambientais de países de climas tropicais e subtropicais, como ilustrado na Figura 1.



Fonte: Adaptado de Dengue (2013)

Figura 1 - Disseminação da dengue em escala mundial em 2007.

Segundo a Organização Mundial da Saúde (2013), a dengue se tornou uma grande preocupação na saúde pública mundial. Estima-se que 2,5 bilhões de pessoas habitam em mais de 100 países endêmicos e áreas susceptíveis à transmissão

da dengue. A distribuição geográfica dos mosquitos vetores e dos vírus levou ao ressurgimento global da epidemia de dengue nos últimos 25 anos com o desenvolvimento da hiperendemicidade em muitos centros urbanos dos trópicos, (Organização Mundial da Saúde, 2013).

Diversos fatores contribuíram para produzir condições epidemiológicas dos países endêmicos: o rápido crescimento populacional, a migração da zona rural para a região urbana, a infra-estrutura básica inadequada e o aumento de resíduos sólidos que proporcionam habitats para as larvas em áreas urbanas.

No Brasil, a disseminação da doença acontece principalmente no verão até o mês de maio, quando há maior incidência de chuvas. Até o ano de 2005, a epidemiologia da dengue apresentou dois padrões distintos: ondas epidêmicas localizadas em grandes centros urbanos (1986 a 1993) e epidemias/circulação endêmica do vírus em todas as regiões do país (1994 a 2005). Já no ano de 2006 marcou o início de um novo cenário na epidemiologia da doença, caracterizada pela migração de gravidade para crianças, com ápice nas epidemias registradas no ano de 2008, em especial no Estado do Rio de Janeiro, (Teixeira et al., 2008).

Hoje há uma grande preocupação com a dengue hemorrágica, pois de acordo com a Organização Mundial da Saúde (2013), em sua forma mais severa a dengue hemorrágica pode ser uma complicação potencialmente fatal devido ao vazamento de plasma, acúmulo de líquido, dificuldade respiratória, hemorragia grave ou ataque a órgãos como fígado, timo, baço e gânglios linfáticos.

2.1 A transmissão

O *Aedes Aegypti* é um transmissor do vírus com importância epidemiológica. Outro transmissor em potencial é o mosquito *Aedes Albopictus*, no entanto, a transmissão por este vetor é menos comum já que ele não é doméstico e prefere os ocos de árvores para depositar seus ovos, possui hábitos antropofílicos¹ e

¹Adaptado para parasitar ou infectar os seres humanos.

zoofílicos² diurnos e não costuma frequentar domicílios. Já o *Aedes Aegypti* é um mosquito essencialmente doméstico, vive em locais bastante frequentados por pessoas e possui hábitos preferencialmente diurnos, (Teixeira et al., 1999).

Segundo Thomé (2007), a transmissão da doença nos seres humanos é causada pela fêmea adulta do mosquito através do ciclo homem-*Aedes Aegypti*-homem e isso ocorre porque apenas elas são hematófagas (alimentam-se de sangue). A fêmea pica uma pessoa infectada, conserva o vírus cujo período de incubação é de 8 a 12 dias e o retransmite para outras pessoas em todas as picadas que realizar durante sua vida. Copulando com o macho uma vez a fêmea já está apta a realizar entre 150 e 200 posturas de ovos em diversos criadouros, garantindo a dispersão e a preservação da espécie, (Instituto Oswaldo Cruz, 2013).

Em 45 dias de vida, um único mosquito é capaz de contaminar até 300 pessoas e o período de incubação do vírus no ser humano varia de 3 a 15 dias após a picada do mosquito. Não há transmissão por contato direto de um doente ou de suas secreções para uma pessoa sadia, nem através da água ou alimento. No entanto, há relatos de transmissão através de doações de sangue e órgãos e também através da gestação, (Organização Mundial da Saúde, 2009).

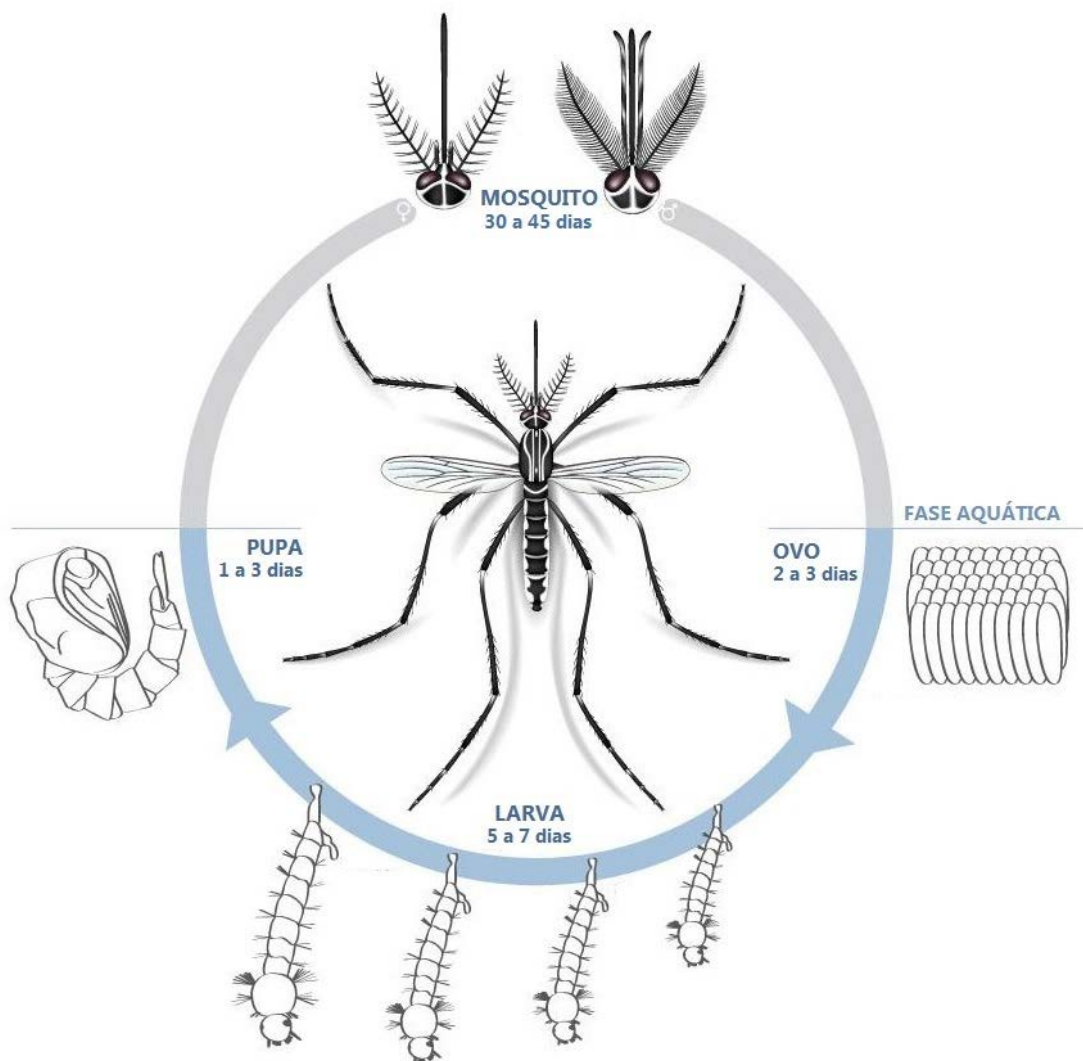
2.2 Sorotipos do vírus

De acordo com Marinho (2013) e Organização Mundial da Saúde (2013), existem quatro sorotipos diferentes do vírus da dengue, denominados DEN-1, DEN-2, DEN-3 e DEN-4. Estes sorotipos pertencem ao gênero *Flavivirus* e são sorologicamente relacionados, porém antigenicamente distintos e um não concede imunidade ao outro, apenas a ele mesmo, assim pessoas que vivem em áreas endêmicas podem contrair a doença até quatro vezes, (Thomé, 2007; Teixeira et al., 1999).

²Infectam preferencialmente os animais.

2.3 Ciclo de vida do mosquito

Assim como ocorre com outros mosquitos, o ciclo do *Aedes aegypti* passa por uma metamorfose completa, composta pelas fases: ovo, larva, pupa e adulto, Figura 2. Pode-se dizer também que este ciclo é dividido em dois estágios: fase aquática (ovos, larvas e pupas) e fase alada (mosquitos adultos).



Fonte: Adaptado de Casa das Ciências (2013)

Figura 2 - Ciclo de vida do *Aedes Aegypti*.

Os mosquitos machos e fêmeas se acasalam logo após emergirem dos

casulos de pupa. Sendo que os machos vivem poucos dias após o cruzamento e alimentam-se de néctar de plantas até morrerem. Já as fêmeas fertilizadas alimentam-se de sangue até que seus ovos amadureçam e, em seguida, utilizam depósitos de águas naturais ou artificiais para a oviposição, preferencialmente locais escuros e não poluídos. Os ovos ainda podem sobreviver vários meses na ocorrência de dessecação e, quando úmidos, eclodem em larvas de 2 a 3 dias conforme a variação da temperatura e do clima.

As larvas possuem quatro estágios (ínstares³) e durante esse período se alimentam de algas e microorganismos filtrados da água. Os estágios larvais passam rapidamente com exceção do último no qual a larva permanece por mais tempo até alcançar a fase pupal. Nesta fase, as pupas não se alimentam e levam até três dias para amadurecerem. Logo após adquirirem a forma alada, os mosquitos estão prontos para acasalarem e iniciar o ciclo novamente.

2.4 Controle

A incidência crescente e amplo alcance geográfico da dengue fazem com que o desenvolvimento de um combate eficaz contra essa doença seja considerado uma prioridade de saúde internacional, (Guy et al., 2011). De acordo com a Organização Mundial da Saúde (2013), não há vacinas preventivas contra a dengue, no entanto estas estão sendo pesquisadas em âmbito mundial e, embora tenha havido recentes progressos e ocorrência de testes em todo mundo, sua conclusão ainda é um desafio.

Dessa forma, a OMS considera o controle e a prevenção, atualmente, as melhores formas de combate à doença. Existem muitas medidas preventivas para impedir que a dengue seja disseminada da população. Com sucesso ou não, elas vêm sendo intensamente aplicadas e/ou estudadas. São exemplos de algumas destas medidas: sistema de alerta de surtos e casos, capacitação para o manejo dos casos clínicos, mobilização social, controles físico (ou mecânico), genético, químico e biológico do mosquito e muitos outros.

³Estágio larval de alguns artrópodes atingido após uma muda ou ecdise.

Para controle da doença, têm sido estudados programas de controle do *Aedes Aegypti*. Atualmente os controles físicos e químicos são os mais intensamente utilizados na prática. Os meios mais utilizados para o controle físico são a diminuição dos criadouros e o alerta da população, e do químico é a aplicação de inseticidas.

Segundo Donalísio & Glasser (2002), o desenvolvimento de resistência de mosquitos aos inseticidas é um processo inevitável. A exposição a dosagens matam os indivíduos suscetíveis e os resistentes sobrevivem e transferem essa capacidade a seus descendentes. Além dos vários mecanismos de resistência presentes nos insetos, que permitem sua sobrevivência após contato com o inseticida, há outra forma chamada de comportamental, que define o processo de seleção de indivíduos com aptidão para evitar total ou parcialmente o contato com doses que seriam letais, (Donalísio & Glasser, 2002).

Assim, nas últimas décadas, vem sendo reiterada a recomendação do controle integrado do *Aedes Aegypti* com implementação descentralizada, envolvendo o poder público e a sociedade. Esse tipo de estratégia teria maior sustentabilidade que aquelas verticais centralizadas e baseadas em um único método. No controle integrado do *Aedes Aegypti*, as medidas preventivas são direcionadas principalmente aos criadouros, constituindo-se de ações simples e eficazes, especialmente aquelas que consistem em cuidados a serem adotados pela população. A tecnologia atualmente em estudo abrange medidas de controle físico, genético, químico e biológico, (Donalísio & Glasser, 2002).

2.4.1 Controle biológico

Dentre as diversas medidas de controle biológico, citamos o uso de predadores e de larvicidas biológicos.

Os predadores do tipo peixes larvófagos são os mais recomendados por sua fácil obtenção e manutenção, especialmente para bebedouros de grandes animais, fossos de elevador de obras, espelhos d'água/fontes ornamentais, piscinas abandonadas e depósitos de água não potável. Segundo a EMBRAPA (2010), o

peixe Barrigudinho, conhecido também como Lebiste, Guarú ou Guppy, possuindo apenas quatro centímetros pertencente à família *Poeciliidae* é uma possível arma na guerra biológica para o controle do mosquito *Aedes Aegypti*, transmissor da dengue, (EMBRAPA, 2010). O peixe em questão resiste à variações de ambiente, tem grande potencial de reprodução facilitando a disseminação e sobrevivência da espécie.

O *Bacillus thuringiensis israelensis*, Bti, é um larvicida constituído de uma bactéria patogênica a um grande número de pragas. A pesquisa foi desenvolvida em Israel, 1978, com o patrocínio da OMS, e muitos produtos com base nesta bactéria tem sido utilizados em programas de controle de moscas e mosquitos, (Ministério da Saúde, 2013). Ainda de acordo com informações do Ministério da Saúde (2013), existe uma rede de monitoramento que avalia o estágio de resistência do *Aedes Aegypti* ao uso de inseticidas. Ao ser detectada a resistência ao uso de organofosforados no município, desencadeia-se o processo de substituição pelo Bti.

2.4.2 Controle químico

No Brasil, o controle químico é um dos mais utilizados, usando inseticidas para controle da população de mosquitos adultos, levando-os a morte. No entanto, o uso intenso de inseticidas eleva o custo do controle, pode afetar a saúde pública e desenvolver resistência nos mosquitos, (Donalísio & Glasser, 2002). Além disso, é indispensável o uso racional e seguro desses larvicidas já que podem causar grandes impactos ambientais. Os inseticidas podem atingir diferentemente as fases do mosquito: o larvicida atinge as fases de larva e pupa do mosquito, enquanto o adulticida é responsável pela indução da mortalidade do adulto através de equipamentos portáteis (dentro das casas) e de equipamentos pesados (pulverização nas ruas).

2.4.3 Controle mecânico

Segundo o Ministério da Saúde (2013), o controle mecânico consiste em práticas capazes de impedir a procriação do mosquito transmissor, tendo como prin-

cipais providências a proteção, a destruição ou a destinação adequada de criadouros, que devem ser executadas sob a supervisão do ACE (agente de combate de endemias) ou ACS (agente comunitário de saúde), prioritariamente pelo próprio morador e/ou proprietário da residência. Esse controle é feito através de coleta de pneumáticos, de resíduos sólidos propícios ao aparecimento de criadouros com destino posterior adequado e de vedação de depósitos armazenadores de água, (Ministério da Saúde, 2013).

2.4.4 Controle genético

Quanto aos métodos de controle genéticos, a utilização de machos estéreis visando reduzir a fertilidade da população local foi usada em testes em campo e tem sido objeto de muitos estudos, apresentando resultados promissores.

Segundo Thomé (2007), insetos estéreis são liberados no ambiente natural de tal maneira que os acasalamentos resultem na produção de ovos inviáveis, ou seja, não serão capazes de atingir a fase adulta, o que deve reduzir a população do mosquito a tal nível que controle a transmissão da dengue. Os insetos se tornam estéreis devido ao uso de agentes que causam mutações tais como a radiação gama.

Esta técnica, conhecida como *Sterile Insect Technique (SIT)*, foi desenvolvida pelo entomólogo americano Edward Knippling em meados da década de 50, e tem se mostrado muito eficiente no controle de pragas agrícolas, aparecendo como uma medida alternativa para a técnica usual de aplicação de inseticida, que além de promover resistência do inseto ao produto químico, é não seletiva, ou seja, prejudica outras espécies que vivem no mesmo habitat do mosquito, (Thomé, 2007). Devido à distribuição espacial heterogênea dos criadouros do vetor da dengue, há dificuldade em aplicar na prática este tipo de controle genético, visto que quando as indústrias fabricam estes indivíduos em grande escala, elas precisam libertá-los imediatamente na natureza, devido ao curto tempo de vida do vetor, (Thomé, 2007).

No Brasil, em 2005, foi realizada com sucesso a liberação de moscas estéreis com objetivo de combater a mosca-das-frutas *Ceratitis Capitata*, conhecida

em todo o mundo como mosca-do-mediterrâneo ou moscamed. Os custos por hectare para utilização da moscamed esterelizada é em média 20% superior do que o uso do agrotóxico e a liberação dos machos estéreis é feita através de aeromodelos monitorados por controle remoto. A pesquisa com o *Aedes Aegypti* transgênico começou no país em 2010, com a adaptação do mosquito em laboratório da Universidade de São Paulo. O Projeto *Aedes* Transgênico (PAT) realizado em parceria com a empresa britânica Oxitec, desenvolveu a primeira linhagem do *Aedes* modificado.

Entre os anos de 2011 e 2012, foi realizado um projeto piloto em dois bairros de Juazeiro (BA) - Mandacaru e Itaberaba - cujo índice de proliferação do mosquito é considerado alto. A técnica mostrou-se bem sucedida apresentando uma redução de 90% da população do mosquito em aproximadamente 6 meses, (Ministério da Saúde, 2012). Ainda está em estudo a aplicação desta técnica em cidades de médio e grande porte a fim de mensurar a redução da doença na população, verificar a melhor maneira de adaptação do mosquito no ambiente e adequar o transporte e a logística do mesmo.

Pode-se notar que a dengue é um assunto de intensa pesquisa, seja na busca de vacinas, tratamentos eficazes ou em uma forma econômica de controle do mosquito. Estes estudos podem muitas vezes serem facilitados com o uso de modelos matemáticos, os quais podem auxiliar na obtenção de estimativas e no entendimento da dinâmica populacional dos mosquitos. Assim, o capítulo 3 apresenta alguns estudos relativos a esses tipos de modelos.

3 MODELO MATEMÁTICO

Esteva & Yang (2006) e Thomé (2007) propuseram modelos que analisam o impacto da aplicação de inseticida e da inserção dos machos estéreis na natureza. Os machos estéreis não apresentam qualquer risco aos seres humanos, já que apenas as fêmeas podem picar e transmitir a doença.

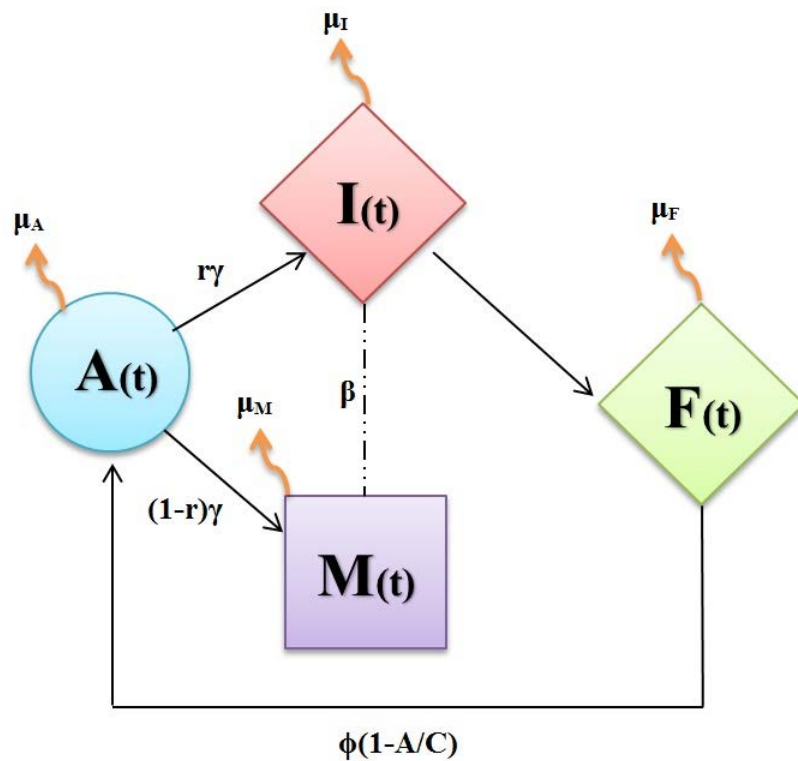
Para descrever a dinâmica da população com os controles aplicados, os autores consideram o ciclo de vida dos mosquitos divididos em fase aquática (ovos, larva, pupa) e fase alada (mosquitos adultos). Consideram também o controle genético com introdução de mosquitos machos estéreis na fase alada esterilizados pela técnica de irradiação, e a inserção de inseticidas na população *Aedes Aegypti*. O resultado esperado é a redução da população do inseto e/ou até o seu desaparecimento do ambiente.

O modelo proposto por Esteva & Yang (2006) descreve a dinâmica dos mosquitos nas fases aquática e alada utilizando as seguintes notações para tamanhos das populações:

- $A(t) \rightarrow$ População de mosquitos na Fase Aquática, no tempo t ;
- $I(t) \rightarrow$ População de mosquitos Fêmeas Imaturas no tempo t ;
- $F(t) \rightarrow$ População de mosquitos Fêmeas Fertilizadas no tempo t ;
- $U(t) \rightarrow$ População de mosquitos Fêmeas Não-Fertilizadas no tempo t ;
- $M(t) \rightarrow$ População de mosquitos Machos Naturais, no tempo t ;
- $S(t) \rightarrow$ População de mosquitos Machos Estéreis, no tempo t

São considerados no modelo as taxas de mortalidade dadas por μ_A (fase aquática), μ_I (fêmea imatura), μ_F (fêmea fertilizada), μ_U (fêmea não-fertilizada), μ_M (macho natural) e μ_S (macho estéril), as taxas de oviposição ϕ das fêmeas fertilizadas, C mede a capacidade do meio (nutrientes, espaço, criadouros), taxa γ com que o mosquito evolui para fase alada, taxa β_S de acasalamento entre machos estéreis e fêmeas imaturas.

As populações de mosquitos fêmeas imaturas $I(t)$ e machos naturais $M(t)$ são originadas da evolução da fase aquática para a alada a uma taxa γ a uma proporção r e $(1-r)$ respectivamente. A taxa de encontro dos machos naturais com as fêmeas é β e do cruzamento destes surge a população de fêmeas fertilizadas $F(t)$. Esta população alimenta a fase aquática a uma taxa $\phi(1 - A/C)F$, em que ϕ é a taxa de oviposição intrínseca e C é a capacidade do meio relacionada com o número de nutrientes, espaço, etc. A Figura 3 ilustra esta dinâmica.



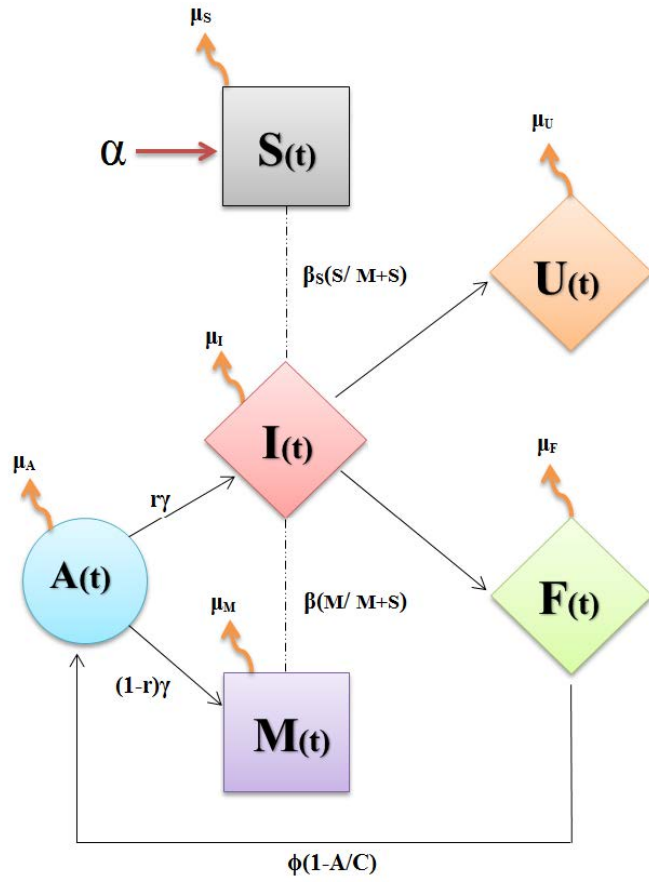
Fonte: Adaptado de Barsante et al. (2011)

Figura 3 - Dinâmica da população de mosquitos sem o uso de controle.

O modelo matemático (1) descreve esta dinâmica populacional e está apresentado a seguir.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \phi(1 - A/C)F - \gamma A - \mu_A A \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - \beta I - \mu_I I \\ \frac{dF}{dt} = \beta I - \mu_F F \\ \frac{dM}{dt} = (1 - r)\gamma A - \mu_M M \end{array} \right. \quad (1)$$

Com a inserção de mosquitos estéreis no meio ambiente a uma taxa α , cria-se uma população de machos estéreis S e a probabilidade de encontro entre fêmeas imaturas com machos naturais M torna-se igual a $\left(\frac{M}{(M + S)}\right)$. A taxa *per capita* com que as fêmeas são fertilizadas é dada por $\left(\frac{\beta M}{(M + S)}\right)$. Segundo Esteva & Yang (2006) a probabilidade de encontro de machos estéreis com fêmeas imaturas não depende apenas do número de mosquitos machos irradiados e é dada por $\left(\frac{pS}{(M + S)}\right)$, em que p , $0 < p < 1$, é a proporção com que os mosquitos estéreis são colocados nos locais adequados. A taxa de acasalamento efetiva dos mosquitos estéreis é dada por $q\beta$, com $0 \leq q \leq 1$. A taxa *per capita* com que as fêmeas imaturas cruzam com mosquitos estéreis S é dada por $\left(\frac{\beta_S S}{(M + S)}\right)$, em que $\beta_S = pq\beta$. Assim, a dinâmica populacional com a inserção de machos estéreis está esquematizada na Figura 4 e o modelo matemático para esta dinâmica proposto por Esteva & Yang (2006) está apresentado em (2).



Fonte: Adaptado de Barsante et al. (2011)

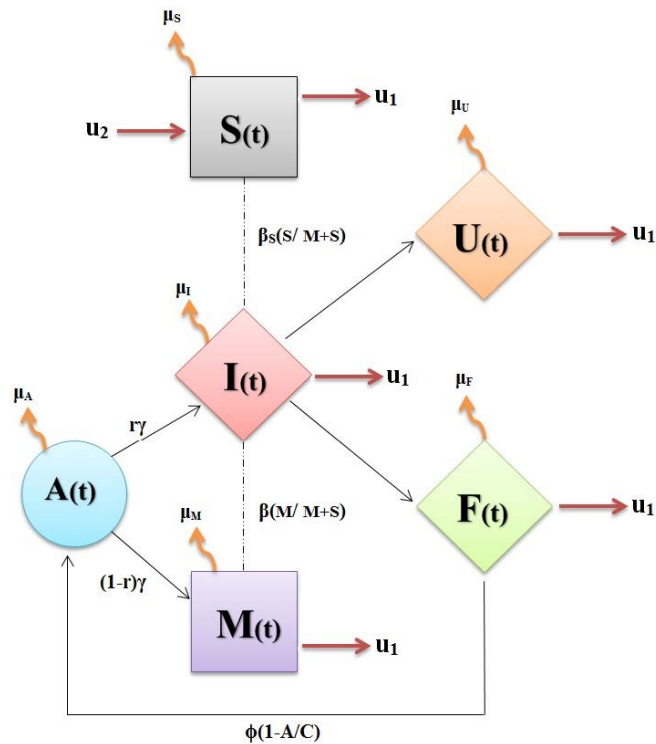
Figura 4 - Dinâmica da população de mosquitos com a inserção de mosquitos machos estéreis.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \phi(1 - A/C)F - \gamma A - \mu_A A \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - \frac{\beta M I}{M + S} - \frac{\beta_S S I}{M + S} - \mu_I I \\ \frac{dF}{dt} = \frac{\beta M I}{M + S} - \mu_F F \\ \frac{dM}{dt} = (1 - r)\gamma A - \mu_M M \\ \frac{dS}{dt} = \alpha - \mu_S S \end{array} \right. , \quad (2)$$

No sistema 2 acima a equação da variável de estado U (População de Mosquitos Fêmeas Não-Fertilizadas) está desacoplada do sistema dinâmico, ou seja, as demais equações não dependem dela, e é descrita por:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\beta_S SI}{M + S} - \mu_U U$$

Thomé (2007) fez uma adaptação no modelo (2) e além do controle genético com inserção de machos estéreis, utilizaram também o controle químico com uso de inseticida aplicado na fase adulta do mosquito. A Figura 5 esquematiza a dinâmica de mosquitos apresentada por Thomé (2007) utilizando o controle químico com inseticida e o controle genético com inserção de machos estéreis representados por $u_1(t)$ e $u_2(t)$, respectivamente, cujas funções são variantes no tempo t .



Fonte: Adaptado de Barsante et al. (2011)

Figura 5 - Dinâmica da população de mosquitos utilizando controle químico u_1 e controle genético u_2 .

O modelo matemático apresentado para esta dinâmica de mosquitos está apresentado em (3).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \phi(1 - A/C)F - \gamma A - \mu_A A \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - \left[\frac{\beta M}{M + S} + \frac{\beta_S S}{M + S} + (\mu_I + u_1) \right] I \\ \frac{dF}{dt} = \frac{\beta M I}{M + S} - (\mu_F + u_1)F \\ \frac{dM}{dt} = (1 - r)\gamma A - (\mu_M + u_1)M \\ \frac{dS}{dt} = u_2 - (\mu_S + u_1)S \end{array} \right. \quad (3)$$

As condições de equilíbrio para o sistema (3) foi amplamente discutida e está apresentada em Thomé (2007).

Para o estudo da qualidade do controle químico e genético otimizado, Thomé (2007) propôs o uso do índice de performance J apresentado em (4).

$$J = J[u_1, u_2] = \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2 - c_4 S^2) dt \quad (4)$$

Em que c_1 , c_2 , c_3 e c_4 representam respectivamente a importância relativa ao uso de inseticidas u_1 , importância relativa à liberação de mosquitos estéreis u_2 , importância relativa à presença de fêmeas fertilizadas F e importância relativa à preservação de machos estéreis S no ambiente.

Os custos podem admitir um caráter econômico, social, ambiental, entre outros, dependendo do interesse no uso do modelo.

A discussão está em torno do alto custo do controle com mosquitos estéreis comparado ao custo com inseticida. No entanto, o uso de inseticidas pode causar efeitos como danos à saúde e ao meio ambiente, além de desenvolver a resistência nos mosquitos. Dessa forma, as variáveis u_1 e u_2 representam os custos no

processo do controle do mosquito: o custo de aplicação de inseticida e de inserção de machos estéreis.

O problema de controle ótimo consiste em determinar u_1 e u_2 do sistema (3) de forma que minimizem o funcional (4), ou seja minimizem o custo com inseticida e com mosquitos estéreis, minimizando também a quantidade de fêmeas fertilizadas preservando o máximo possível a quantidade de mosquitos estéreis introduzidos.

A variável de controle considerada no problema de controle ótimo $u_1(t)$ está associada ao investimento em inseticidas no instante t e $u_2(t)$ relacionada ao investimento com a produção e liberação de mosquitos estéreis no instante t . Assim, a parcela $c_1 u_1^2$ mede o custo com inseticida, $c_2 u_2^2$ mede o custo com a produção e liberação de mosquitos estéreis, $c_3 F^2$ mede o custo social, peso dado ao número de fêmeas fertilizadas e a ultima parcela $-c_4 S^2$ está associada ao custo de perda de machos estéreis devido ao uso de inseticida. Os coeficientes c_i , $i = 1, 2, 3$ e 4 , funcionam como pesos de cada parcela e os quadrados nas variáveis ampliam os efeitos de grandes variações. Thomé (2007) utilizou as condições de equilíbrio (5), para o sistema (3), por ele estudadas como condições iniciais, visto que estas são atingidas na pior situação possível do ponto de vista da dengue e o controle é assim aplicado partindo da situação onde o mosquito se alastrou na natureza.

$$\left\{ \begin{array}{l} A(0) = A_0 = \frac{C(R-1)}{R} \\ I(0) = I_0 = \frac{r\gamma A_0}{\mu_I + \beta} \\ F(0) = F_0 = \frac{\gamma + \mu_A C A_0}{\phi(C - A_0)} \\ M(0) = M_0 = \frac{(1-r)\gamma A_0}{\mu_M} \\ S(0) = S_0 = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

em que $R = \frac{\phi r \gamma \beta}{(\gamma + \mu_A)(\beta + \mu_1)\mu_F}$.

A taxa básica de reprodutividade representada por R é uma das grandezas mais importantes na epidemiologia e é definida como o número médio de casos secundários decorrentes de um processo primário em uma população totalmente susceptível e mede o potencial máximo de reprodução para uma doença infecciosa, (Keeling & Rohani, 2008). Ainda de acordo com Keeling & Rohani (2008), se $R > 1$ compreende-se que a infecção atingiu seu período endêmico.

Para resolução do problema de controle ótimo, que consiste em minimizar o funcional (4), sujeito ao sistema (3) e às condições iniciais (5), Thomé (2007) utilizou o Princípio Máximo de Pontryagin⁴ para determinar a formulação do controle ótimo u_1 e u_2 . Desta forma ele obteve um problema de otimalidade estendido formado pelas restrições já existentes que são sistema de estado (3) e as condições iniciais (5), juntamente com um sistema adjunto, cujas variáveis adjuntas dificultam a solução numérica deste problema, pois estas apresentam comportamento instável.

Assim propomos uma outra abordagem multiobjetivo para este problema e um algoritmo genético para resolução deste, os quais estão discutidos nos capítulos a seguir.

⁴Utilizado na teoria de Controle Ótimo, pode ser interpretado como um teorema de multiplicadores de Lagrange em espaços de dimensão finita.

4 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

4.1 Modelo Multiobjetivo

Problemas de otimização que apresentam dois ou mais objetivos são chamados problemas multiobjetivos. Neste capítulo propomos uma abordagem multiobjetivo para o problema de controle ótimo do mosquito da dengue, utilizando controle com inseticida e com mosquitos machos estéreis. Este problema consiste em determinar $u_1 = u_1(t)$ e $u_2 = u_2(t)$ relacionados, respectivamente, aos controles químico e genético no período $0 \leq t \leq T$, em que T é o período total de controle. Tal problema está definido na forma:

minimize $J(u_1, u_2) = [J_1, J_2, \dots, J_k]$

sujeito a

Sistema (3);

Condições iniciais (5);

Condições finais sobre algumas variáveis do sistema (3);

Condições de não-negatividade: $0 \leq u_1(t) \leq 1$ e $u_2(t) \geq 0$, para todo $0 \leq t \leq T$.

Os funcionais $J_1, J_2, \dots, J_k$ (k inteiro e maior ou igual a 2) estão relacionados com os objetivos propostos. Alguns objetivos que podem ser considerados são:

1. Minimizar o custo com inseticidas;
2. Minimizar o custo despendido com machos estéreis;
3. Minimizar a quantidade de fêmeas fertilizadas no sistema;

4. Maximizar o número de mosquitos estéreis que permanecem no ambiente;

Observação: Podem ser considerados outros objetivos ou mais de um objetivo no mesmo funcional.

Como exemplo, um problema de determinar o controle ótimo utilizando dois objetivos seria o problema mostrado em (6):

$$\min J_1 = J_1[u_1, u_2] = \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2) dt$$

$$\max J_2 = J_2[u_1, u_2] = \frac{1}{2} \int_0^T (c_4 S^2) dt$$

sujeito a

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \phi(1 - A/C)F - \gamma A - \mu_A A \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - \left[\frac{\beta M}{M+S} + \frac{\beta_S S}{M+S} + (\mu_I + u_1) \right] I \\ \frac{dF}{dt} = \frac{\beta M I}{M+S} - (\mu_F + u_1)F \\ \frac{dM}{dt} = (1-r)\gamma A - (\mu_M + u_1)M \\ \frac{dS}{dt} = u_2 - (\mu_S + u_1)S \\ A(0) = A_0 = \frac{C(R-1)}{R} \\ I(0) = I_0 = \frac{r\gamma A_0}{\mu_I + \beta} \\ F(0) = F_0 = \frac{\gamma + \mu_A C A_0}{\phi(C - A_0)} \\ M(0) = M_0 = \frac{(1-r)\gamma A_0}{\mu_M} \\ S(0) = S_0 = 0 \\ \text{em que } R = \frac{\phi r \gamma \beta}{(\gamma + \mu_A)(\beta + \mu_1)\mu_F} \\ \text{Não negatividade, } 0 \leq u_1(t) \leq 1 \text{ e } u_2(t) \geq 0, \forall t. \end{array} \right. \quad (6)$$

O item a seguir dedica-se a mostrar os elementos básicos da teoria multiobjetivo e posteriormente é proposto algoritmo genético para resolução do problema de otimização (6).

4.2 Problema de Otimização Multiobjetivo (MOP)

Segundo Reeves & Beasley (1993) uma técnica heurística de otimização é inspirada em processos intuitivos que procuram boas soluções sem se comprometer com a otimalidade. As heurísticas ainda podem ter seu desempenho melhorado desde que combinadas com características particulares do problema, assim chamadas de *metaheurísticas*.

Para Freitas et al. (2009), metaheurísticas representam um conjunto de algoritmos heurísticos genéricos estudados desde 1970, baseando-se em ideias de diversas fontes para realizar a busca pela solução dos problemas de otimização. Ele não busca a melhor solução para o problema - a solução ótima - no entanto, o uso destes métodos são oportunos em se tratando de problemas com mais de uma função de satisfação: **problemas multiobjetivo**, como é o caso deste trabalho.

Dentre as vantagens das metaheurísticas, destaca-se a facilidade na implementação além de possuírem ótima performance em problemas combinatoriais e fornecerem soluções de ótima qualidade em problemas de alto grau de dificuldade à um baixo custo operacional. Dentre as várias metaheurísticas difundidas, temos *Simulated Annealing* (SA), Colônias de Formigas, Colônia de Abelhas, Busca Tabu e o Algoritmo Genético (AG) - ou *Genetic Algorithm*.

Um Problema de Otimização Multiobjetivo (MOP-*Multi-objective Optimization Problem*), como o próprio nome sugere é um problema que envolve mais de uma função objetivo a ser minimizada ou maximizada simultaneamente.

Segundo Deb & Kalyanmoy (2001), um MOP pode ser definido como um problema de procurar um vetor de variáveis de decisão que satisfaz certas restrições e otimiza um vetor cujos elementos são funções objetivos. Tais funções fornecem objetivos usualmente **conflitantes**.

Considerando n funções-objetivo que formam o vetor $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T$, a forma geral do problema de otimização multiobjetivo é:

$$\begin{aligned} \min/\max \quad & f(x) \\ \text{sujeito a} \quad & g_k(x) \geq 0, k = 1, \dots, K; \\ & h_m(x) = 0, m = 1, \dots, M; \\ & x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, \end{aligned}$$

sendo x um vetor de variáveis de decisão tal que $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ representando a solução, K e M são, respectivamente, o número de restrições de desigualdade e de igualdade do problema, $x_i^{(L)}$ e $x_i^{(U)}$ representam os limites inferior e superior da variável x_i .

Neste tipo de problema, há duas classes possíveis de soluções:

- As que apresentam desempenhos ruins comparadas às demais, sob os objetivos simultaneamente considerados; e
- As que, quando comparadas às demais, são melhores em um ou mais objetivos, também chamadas **soluções eficientes**.

De acordo com Coello (2010), raramente acontece o caso de um único ponto otimizar simultaneamente todos os objetivos. Portanto, a noção de otimização adotada neste caso é o proposto por Francis Ysidro Edgeworth em 1881 e generalizado por Vilfredo Pareto em 1896, daí o nome **Pareto-Ótimo**.

Basicamente, emprega-se a relação de dominância de Pareto para comparar as soluções factíveis do problema. Para isso, definimos:

4.3 Dominância

Definição: A solução x_1 domina a solução x_2 se ocorrer (considerando um problema de minimização):

- $f_m(x_1) \leq f_m(x_2)$ em todas as funções-objetivo, ($\forall m, m = 1, 2, \dots, M$).
- $f_m(x_1) < f_m(x_2)$ em pelo menos uma função-objetivo, (para algum $m \in 1, \dots, M$).

Uma solução que não é dominada por nenhuma outra é chamada **solução não dominada** ou solução eficiente formando o conjunto Pareto-Ótimo. Já a Fronteira de Pareto é o conjunto dos valores das funções objetivos cujas soluções pertencem ao conjunto Pareto-Ótimo.

A busca pela solução de problemas multiobjetivos tem gerado estudos importantes dentro da Pesquisa Operacional. Segundo Coello (2010), apesar da grande quantidade de métodos de programação disponíveis na literatura para a solução de MOP, a aplicabilidade tende a ser limitada (ao se deparar com funções objetivas diferenciáveis ou então com a Fronteira de Pareto), daí vem a motivação para o uso de abordagens alternativas, como os **algoritmos evolucionários**.

Estes algoritmos são considerados uma boa opção pois adotam uma população de soluções, o que permite encontrar elementos do conjunto Pareto-Ótimo em uma única geração enquanto em outros métodos, uma única solução não-dominada é gerada por vez, (Coello, 2010). Segundo Coello (2010), os algoritmos evolucionários tendem a ser menos susceptíveis à descontinuidade, adquirindo uma vantagem significativa frente aos demais métodos de programação.

5 ALGORITMO GENÉTICO MULTIOBJE- TIVO

5.1 Introdução

Neste capítulo propomos um algoritmo genético multiobjetivo para a solução do problema (6).

Goldberg (1953) define Algoritmo Genético como um algoritmo evolutivo de busca baseado em mecanismos de seleção e genética naturais, ou seja, uma metaheurística que possui analogia com a natureza. A ideia central do algoritmo é explorar informações históricas sobre pontos antigos sobre os novos a fim de melhorar o desempenho da busca. Isso é feito através de processos iterativos, em que cada iteração é chamada geração.

O AG, desenvolvido pioneiramente nos trabalhos de John Henry Holland (década de 70), inspira-se na teoria de evolução das espécies de Charles Darwin, privilegiando a sobrevivência dos indivíduos mais aptos procurando preservar, no processo de seleção de espécies, aqueles que possuem características mais desejáveis. Nos anos 80, David Goldberg, aluno de Holland, consegue o primeiro sucesso em aplicação industrial de Algoritmos Genéticos. Desde então, estes algoritmos vêm sendo aplicados com sucesso nos mais diversos problemas de otimização.

De acordo com a teoria Darwinista, “os que sobrevivem e geram descendentes são aqueles selecionados e adaptados ao meio devido às relações com os de sua espécie e também ao ambiente onde vivem. A cada geração, a seleção natural favorece a permanência das características adaptadas, constantemente aprimoradas e constantemente melhoradas. É a evolução das espécies”. O AG busca exatamente

a simulação desde processo seletivo que ocorre na natureza: a reprodução, diversificação e a sobrevivência do mais apto, (Aliano Filho, 2012).

O método diferencia-se dos demais algoritmos devido a quatro características:

- Trabalha com múltiplas soluções;
- Busca uma população de pontos, e não um único ponto;
- Utiliza informações de recompensa - função objetivo - e não derivadas, continuidade, convexidade ou outro conhecimento auxiliar. Isso faz do AG um método mais canônico do que muitos sistemas de busca;
- Usa regras de transição probabilísticas e não determinísticas.

Tais características, em conjunto, conferem robustez ao algoritmo e consequentemente vantagem sobre outras técnicas comumente usadas, (Goldberg, 1953). Além disso, o AG constitui um método de busca aleatória funcionando melhor que heurísticas comuns quando se dispõe de pouca informação sobre o espaço de busca.

De acordo com Goldberg (1953), um algoritmo genético simples que confere bons resultados na prática é composto pelos operadores: **seleção**, **crossover** (cruzamento) e **mutação** que fazem a solução evoluir no sentido da otimização. No caso do crossover, os indivíduos escolhidos cruzam dando origem a novos indivíduos através da recombinação de partes dos cromossomos dos pais. E, por fim, a mutação confere diversidade aos indivíduos prevenindo a convergência para ótimos locais.

O vocabulário a seguir, Tabela 1, descrito por Goldberg (1953) será necessário para na compreensão do método:

Tabela 1. Vocabulário do AG.

Linguagem Natural	AG
Indivíduo	Solução
População	Conjunto de indivíduos
Geração	Iteração
Cromossomo	Estrutura que representa a solução
Gene	Unidade do cromossomo
Alelo	Valor do gene
Aptidão do indivíduo	Valor da função objetivo de cada indivíduo

Goldberg (1953) considera o algoritmo dividido em partes, como vemos a seguir na Figura 6.

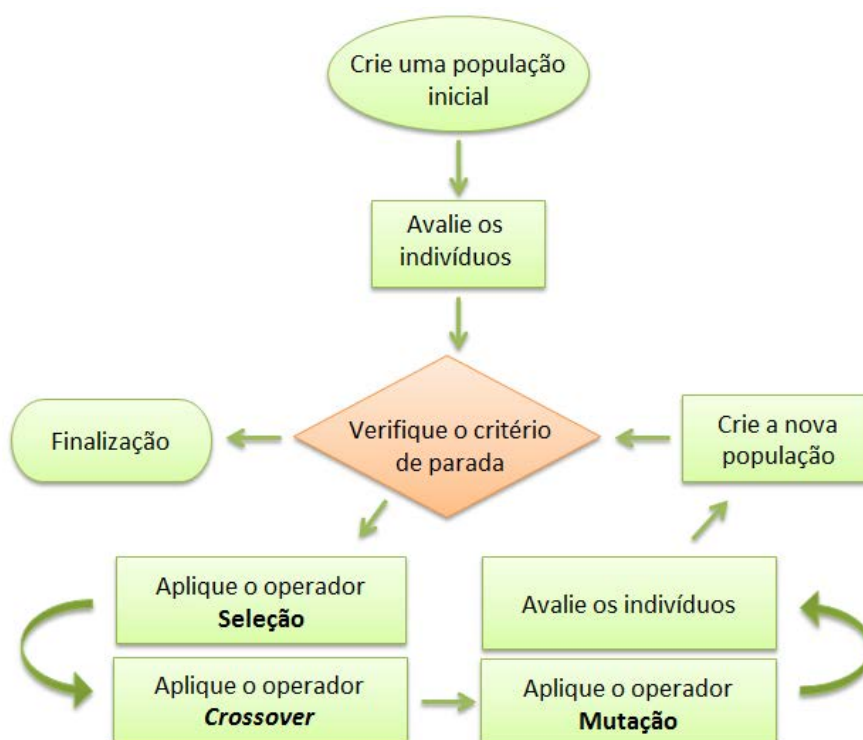


Figura 6 - Fluxograma representativo de uma estrutura simples do AG.

5.2 População Inicial

Os indivíduos, cromossomos ou soluções na população inicial podem ser gerados construtiva ou aleatoriamente. Para isto é necessário definir o tamanho da população e uma estrutura para estes cromossomos. Normalmente, utiliza-se a aleatoriedade para gerar a população garantindo a diversidade genética dos indivíduos e abrangendo um maior espaço de solução. A forma construtiva é usada quando se almeja uma melhora no desempenho do método, pois ela garante o recebimento de indivíduos com características desejadas, (Aliano Filho, 2012).

De acordo com Aliano Filho (2012), o tamanho da população é escolhido de acordo com a necessidade do problema, no entanto, um baixo número de indivíduos pode convergir a um ótimo local e, por outro lado, muitos indivíduos fazem com que o AG perca sua eficiência computacional.

Para resolução do problema de otimalidade (6) propomos um algoritmo genético onde é gerada uma população inicial com n indivíduos. Os indivíduos da população, também chamados de cromossomos ou soluções, são definidos por matrizes contendo duas linhas e $(t_f + 1)$ colunas. A primeira linha é referente aos valores da variável de decisão do problema de controle u_1 e a segunda referente a u_2 . Cada coluna é referente a um valor do tempo discretizado em $t_0, t_1, t_2, t_3, \dots, t_f$, ou seja, do tempo inicial t_0 até o tempo final t_f . Assim, cada elemento (gene) (i, j) , $i = 1, 2$ e $j = 0, 1, \dots, f$, desta matriz (cromossomo) representa o valor da variável u_i no tempo t_j como ilustra a Figura 7

Os cromossomos são ilustrados na Figura 7.

	t_0	t_1	t_2	...	t_f
$u_1(t)$	$u_1(t_0)$	$u_1(t_1)$	$u_1(t_2)$	...	$u_1(t_f)$
$u_2(t)$	$u_2(t_0)$	$u_2(t_1)$	$u_2(t_2)$	...	$u_2(t_f)$

Figura 7 - Estrutura do cromossomo definida por matriz de 2 linhas e $t_f + 1$ colunas.

Esta população evolui de acordo com operadores genéticos de seleção,

cruzamento (*crossover*) e mutação, de forma que promova uma tendência dos indivíduos representarem soluções cada vez melhores à medida que o processo evolutivo continua.

5.3 Avaliação

A avaliação tem a finalidade de estabelecer uma medida de qualidade para o indivíduo. Cada indivíduo é avaliado de acordo com sua aptidão ou *fitness*. No algoritmo proposto, a avaliação dos indivíduos da população é feita usando um valor atribuído ao nível de dominância em que está a solução.

Visto que o problema (6) é multiobjetivo, pode-se determinar, dentre as soluções da população, as soluções dominadas e não-dominadas da seguinte forma:

Sejam u^* e u^{**} soluções da população, se $J_1(u^*) < J_1(u^{**})$ e $J_2(u^*) > J_2(u^{**})$ então diz-se que u^* domina u^{**} . Se u^* não for dominada por qualquer outra solução da população, diz-se que u^* é uma solução **não-dominada ou eficiente**.

Todas as soluções não-dominadas na população recebem o nível de dominância igual a 1. Para determinar as soluções com nível de dominância igual a 2, retira-se todas as soluções de nível 1 da população e determina quais são as soluções não-dominadas do conjunto restante. Para determinar as de nível 3, faz o mesmo procedimento, retirando as soluções de níveis 1 e 2 da população. Desta forma pode-se classificar todas as soluções da população a partir do nível de dominância, conforme mostra a Figura 8.

A aptidão ou *fitness* do indivíduo é inversamente proporcional ao nível de dominância. Bons indivíduos tem nível de dominância iguais ou próximo de 1. Assim é sugerido o cálculo do *fitness* de cada indivíduo na forma:

$$f_i = \frac{1}{nível(i)}$$

em que f_i é o *fitness* do indivíduo i , $nível(i)$ é o nível do indivíduo i .

As soluções com *fitness* igual a 1 comporão a elite em cada geração.

Uma solução aproximada para o conjunto de soluções não-dominadas

do problema (6) será dada pela elite da última geração.

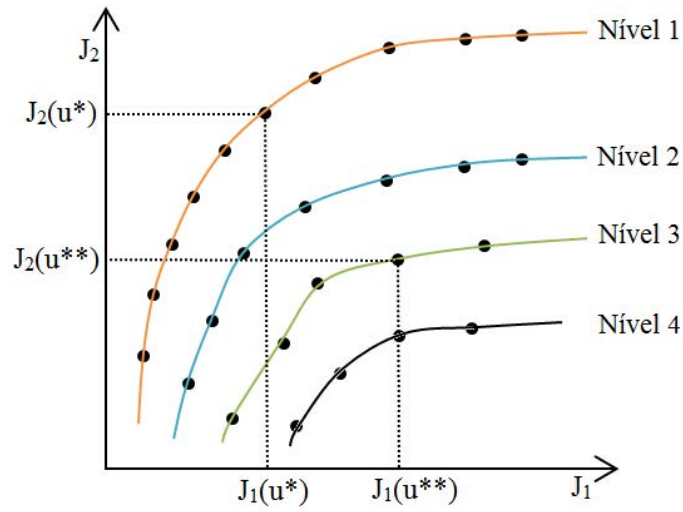


Figura 8 - Nível de dominância dos indivíduos representados no espaço objetivo.

5.4 Elite

Um dos operadores de maior importância no AG, a elite possui o objetivo de armazenar os melhores cromossomos impedindo que os processos de seleção, crossover, mutação e migração modifiquem totalmente a característica inicial da população. Este operador é atualizado a cada geração, se necessário, ao encontrar soluções cada vez melhores.

No AG proposto, todos os indivíduos que apresentam o *fitness* igual a 1 farão parte da elite. A elite da última geração será a melhor aproximação da Fronteira de Pareto.

5.5 Seleção

A seleção elege os cromossomos, dando maior chance aos indivíduos de melhor *fitness* para realizarem o próximo passo: crossover. A seleção pode ser feita de várias maneiras, o método utilizado neste problema é apresentado a seguir.

Roleta Viciada

O método emprega o princípio de probabilidade de sobrevivência do indivíduo mais apto. É usada uma probabilidade de seleção proporcional ao seu *fitness*, (Reeves & Beasley, 1993). Os indivíduos de melhor *fitness* possuem melhores chances de serem escolhidos, enquanto os de pior *fitness* tem suas chances reduzidas. A probabilidade do i -ésimo indivíduo ser selecionado é medida da forma:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Os indivíduos considerados de melhor aptidão recebem uma maior fatia na roleta de forma a aumentar suas chances de serem escolhidos, enquanto os outros recebem uma fatia menor. Na Figura 9, os indivíduos **a**, **b**, **c** e **d** estão dispostos na roleta com suas respectivas aptidões. Observe que o indivíduo **a** possui maiores chances de ser selecionado:

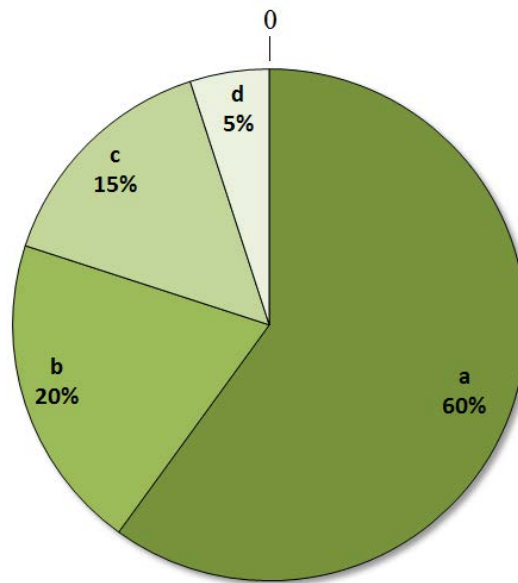


Figura 9 - Ilustração do método da Roleta Viciada

Depois de associadas as fatias a cada indivíduo, sorteia-se um número r no intervalo $[0, 1]$ e em seguida compara seu valor com a probabilidade acumulada q_j , com $q_0 = 0$ e $q_j = \sum_{k=1}^j p_k$, $j = 1, 2, \dots, n$, em que n é o número total de indivíduos.

Assim, se $q_{j-1} \leq r \leq q_j$, o indivíduo selecionado deve ser j .

Para ilustrar, sejam sorteados dois valores de r , $r = 0,127$ e $r = 0,862$. Ao compararmos seus valores na faixa da probabilidade acumulada, Figura 10, os indivíduos escolhidos seriam **a** e **c**.

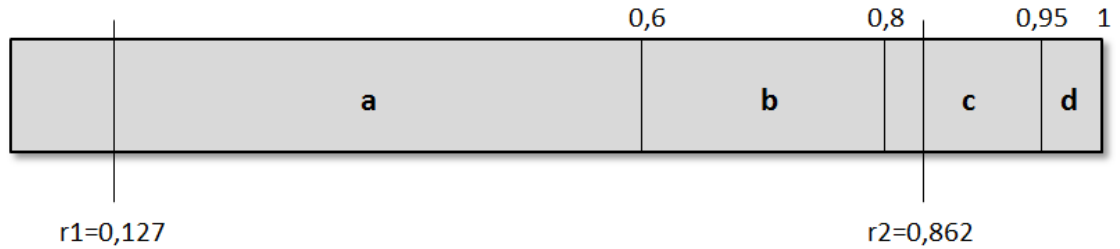


Figura 10 - Probabilidade acumulada usando dados do gráfico da Figura 9.

No algoritmo proposto utilizou-se o método da roleta para fazer a seleção dos indivíduos que participarão do *crossover*.

5.6 *Crossover*

O *crossover*, operador primário da reprodução, acontece quando dois indivíduos da população intermediária são selecionados (pais) e pareados para formar novos indivíduos (filhos) a partir da troca dos genes dos indivíduos selecionados, (Goldbarg & Luna, 2005).

Não há garantias de que o *crossover* gere soluções melhores que os indivíduos pais, no entanto, as soluções são aquelas que sobreviveram a algum processo de seleção e que possivelmente transmitirão boas características à nova geração.

De acordo com a literatura, o *crossover* é aplicado segundo uma certa probabilidade, chamada **taxa de crossover**, que varia entre 60% a 90%. Os três tipos de *crossover* que mais se destacam são:

1. ***Crossover* de 1 ponto:** é o tipo mais comum e o mais presente em algoritmos.

Dois pais são pareados, um ponto de corte é escolhido aleatoriamente e então

dois filhos são obtidos a partir da troca de informações. Na Figura 11, os pais $P1$ e $P2$ geram dois filhos $F1$ e $F2$ a partir de um ponto de corte aleatório.

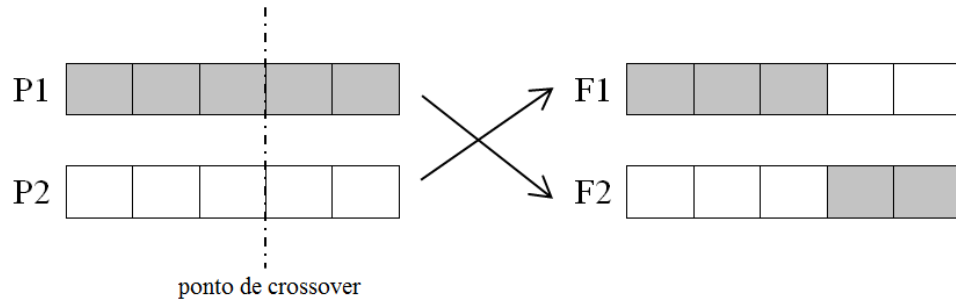


Figura 11 - *Crossover* de 1 ponto de posição aleatória.

2. ***Crossover* de n-pontos:** extensão do *crossover* de 1 ponto.

Neste caso, são sorteados n pontos de corte para a troca do material genético.

Exemplo para $n = 2$ encontra-se na Figura 12.

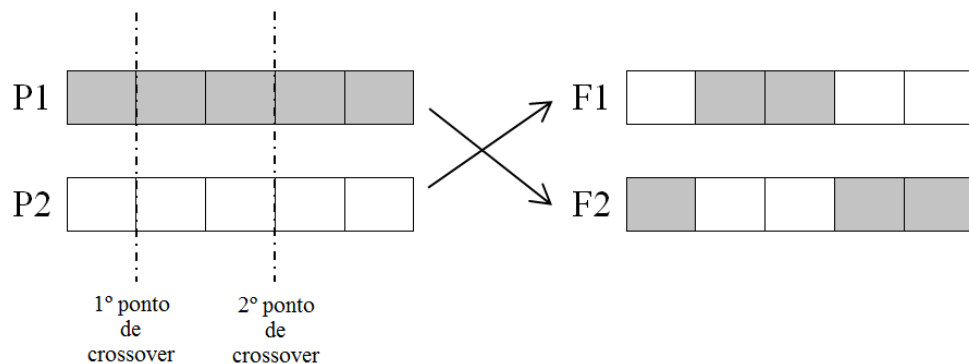


Figura 12 - *Crossover* de 2 pontos de posição aleatória.

3. ***Crossover* uniforme:** Para cada par de pais é gerada uma sequência de números aleatórios $0 - 1$. Se os números forem 1's então copia-se a informação gênica do PAI-1 e se forem zeros copia-se do PAI-2. O outro filho é obtido inversamente, Figura 13.

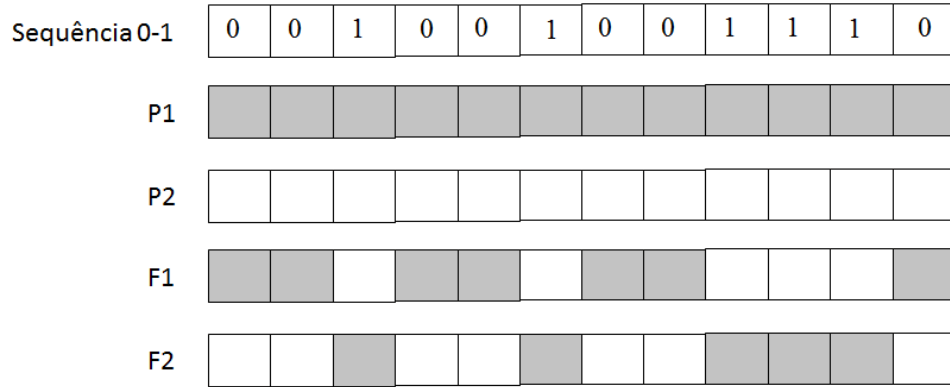


Figura 13 - *Crossover* uniforme.

Para a implementação do algoritmo genético proposto neste trabalho foi usado o método de *crossover* de 1 ponto. A ilustração de como foi realizado o operador está na Figura 14.

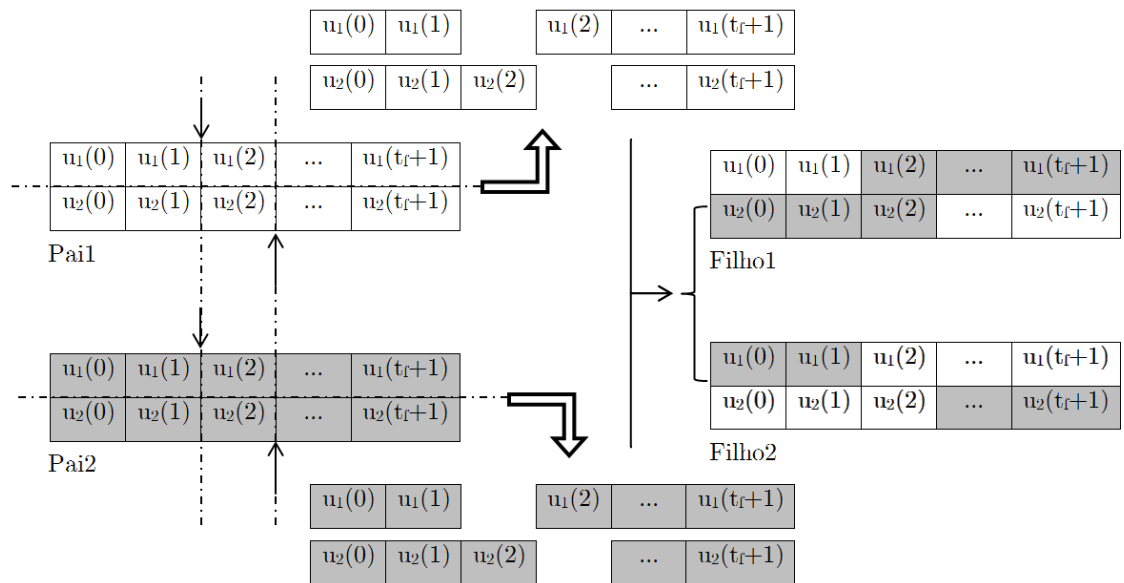


Figura 14 - Ilustração de como o operador *Crossover* age sobre os indivíduos.

5.7 Mutação

Finalizado o processo do *crossover*, a população é submetida a outro operador, a mutação, que modifica um ou mais genes do cromossomo. De acordo com Goldberg (1953) *apud* Aliano Filho (2012), a importância deste processo está em garantir alternativas de exploração, mantendo um nível mínimo de abrangência na busca e impedir a convergência prematura, além de manter a diversidade da população.

O procedimento da mutação é o estabelecimento de uma probabilidade de ocorrência, de preferência uma baixa probabilidade ($p_m \leq 5\%$), para que não se perca as boas informações genéticas da população.

Neste trabalho, a mutação foi feita seguindo os passos:

1. Define-se aleatoriamente, através da probabilidade de mutação (pm), quais indivíduos da atual geração sofrerão mutação;
2. Sorteia-se se a mutação em cada indivíduo será realizada em u_1 ou u_2 ou em ambos (u_1 e u_2);
3. Sorteia-se quantas e quais colunas serão trocadas por um novo valor;
4. Sorteia-se o valor que cada gene vai receber, ou seja, o valor a ser inserido nas linhas e colunas sorteadas na matriz (indivíduo).

Na Figura 15, os segundos e quintos genes foram sorteados para sofrer mutação.

$u_1(t)$	0.1	1.3	0.5	2.3	2.8	0.4	0.1	1.2	1.1
$u_2(t)$	0.01	0.01	0.08	0.07	0.02	0.04	0.05	0.04	0.03

$\downarrow$

$u_1(t)$	0.1	0.8	0.5	2.3	3.1	0.4	0.1	1.2	1.1
$u_2(t)$	0.01	0.02	0.08	0.07	0.01	0.04	0.05	0.04	0.03

Figura 15 - Exemplo de um processo de mutação sofrida em dois genes de cada linha da matriz.

No final deste processo, é obtida uma nova população. Esta população passará pelo processo da avaliação e terá os indivíduos da elite atualizados.

5.8 Migração

O operador migração é executado quando existir a necessidade de renovação de uma subpopulação. A fim de evitar a convergência à um ótimo local, a migração é utilizada com o objetivo de diversificar a população, assim como a mutação.

No AG proposto, a migração é realizada substituindo os indivíduos repetidos ou com valores dos objetivos muito próximos, por novos indivíduos criados aleatoriamente. Além de evitar repetições, esta prática oferece diversidade aos indivíduos.

5.9 Atualização, Finalização e Critério de parada

Segundo Goldberg (1953), os indivíduos que passaram pelos operadores genéticos *crossover*, mutação e migração serão inseridos na população inicial e os melhores cromossomos serão preservados (os piores serão exterminados) de acordo com o tamanho da população criada inicialmente, ou seja, a população retorna ao seu tamanho original. Essa nova população corresponderá à população inicial da próxima geração. Este processo continua até que um critério de parada pré-estabelecido seja

satisfeito, que pode ser um número fixo de gerações ou uma finalização para casos onde não há melhoria significativa na população.

Neste trabalho, o critério de parada do AG corresponde ao final do processo das G gerações estabelecidas para o algoritmo.

Um pseudocódigo do AG é ilustrado na Tabela 2.

Tabela 2. Pseudocódigo do AG multiobjetivo.

Algoritmo *AG*

```

1  $g \leftarrow 0$ ;
2 Gere a população inicial popINICIAL;
3 Avalie popINICIAL;
4 Separe a elite =  $u^*$ ;
5   enquanto (os critérios de parada não estiverem satisfeitos) faça
6      $g \leftarrow g + 1$ ;
7     Aplique a Seleção;
8     Aplique o Crossover;
9     Aplique a Mutação;
10    Crie a nova população pop(g);
11    Avalie os indivíduos da pop(g);
11    Atualize a elite;
12    Aplique a Migração;
13    Analise o critério de parada;
14  fim enquanto
15 Apresente a elite como solução do problema
16 fim AG

```

Uma grande vantagem da utilização do algoritmo genético para otimização do problema (6) é a facilidade de inserção de restrições, como por exemplo

a inserção de condição final sobre as variáveis de estado do sistema (3). As restrições, em geral, dificultam muito a utilização de métodos tradicionais de resolução de equações diferenciais.

Neste trabalho é proposto a seguinte restrição para o número de fêmeas fertilizadas:

$$F(t) \leq F_{fixo}, \text{ para todo } t \geq t_{fixo}$$

em que F_{fixo} pode ser um valor de referência para $F(t)$ e t_{fixo} um valor qualquer desejado para t .

6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

O algoritmo genético multiobjetivo foi implementado utilizando o software MATLAB 7.14.0.739 (R2012a) em um computador Intel® Core™2 Duo 2GB de memória RAM do Laboratório Científico de Informática (LCI) do Departamento de Bioestatística do Instituto de Biociências de Botucatu.

Os parâmetros a seguir, Tabela 3, retirados de Thomé (2007), foram utilizados para implementar o sistema de otimalidade (6). Neste trabalho as integrais no problema (6) foram resolvidas utilizando o Método 1/3 de *Simpson* e o sistema (4) com as condições iniciais (5) foi resolvido com o uso do Método de Runge-Kutta de ordem 4, estes métodos estão descritos no Apêndice A.1.2 deste trabalho.

Tabela 3. Parâmetros utilizados no sistema de otimalidade (6).

ϕ	C	γ	r	β	β_S	μ_A	μ_I	μ_F	μ_M	μ_S	t_{fixo}	F_{fixo}
0,50	13	0,07	0,50	1	0,70	0,05	0,05	0,05	0,10	0,10	60	0,10

Utilizando os dados da Tabela 3 nas equações (5), foram determinadas as condições iniciais, que estão apresentadas a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} A(0) = 8,3200 \\ I(0) = 0,2773 \\ F(0) = 5,5467 \\ M(0) = 2,9120 \\ S(0) = 0 \end{array} \right.$$

Na Tabela 4 encontram-se os parâmetros utilizados na implementação do algoritmo genético.

Tabela 4. Parâmetros utilizados no AG.

n	G	T	P	pm	pc
500	250	120	10^{-16}	0,05	0,80

em que

n é o número de indivíduos da população;

G é o número de gerações;

T é o período total de aplicação do controle;

P é a penalização utilizada nos indivíduos infactíveis;

pm é a probabilidade de um indivíduo sofrer mutação, e

pc é a porcentagem de indivíduos selecionados para o *crossover*

A população inicial foi construída aleatoriamente com $u_1(t)$ variando no intervalo $[0; 1]$ e $u_2(t)$ variando no intervalo $[0; 10 * M(0)]$, com $t = 0, 1, 2, \dots, 120$. Esta variação escolhida para $u_2(t)$ baseia-se na prática da técnica *SIT* que utiliza uma faixa de inserção de mosquitos machos estéreis variando de 5 a 10 vezes o número de machos naturais na população, para ter uma grande vantagem dos machos estéreis sobre os machos naturais. Foi escolhido $M(0)$ pois no tempo inicial ocorre o maior número de machos naturais na população. A variação de $u_1(t)$ como definida, permite infactibilidades no sistema, mas por outro lado esta variação faz com que haja maior investigação no espaço de busca de soluções. Assim, o AG proposto utiliza tal intervalo para $u_1(t)$ e insere penalidades sobre as soluções infactíveis.

O problema multiobjetivo (6) foi resolvido utilizando o AG proposto com os dados anteriormente apresentados. As Figuras 16 e 17 apresentam o conjunto de todos os valores otimizados de $u_1(t)$ e $u_2(t)$, respectivamente.

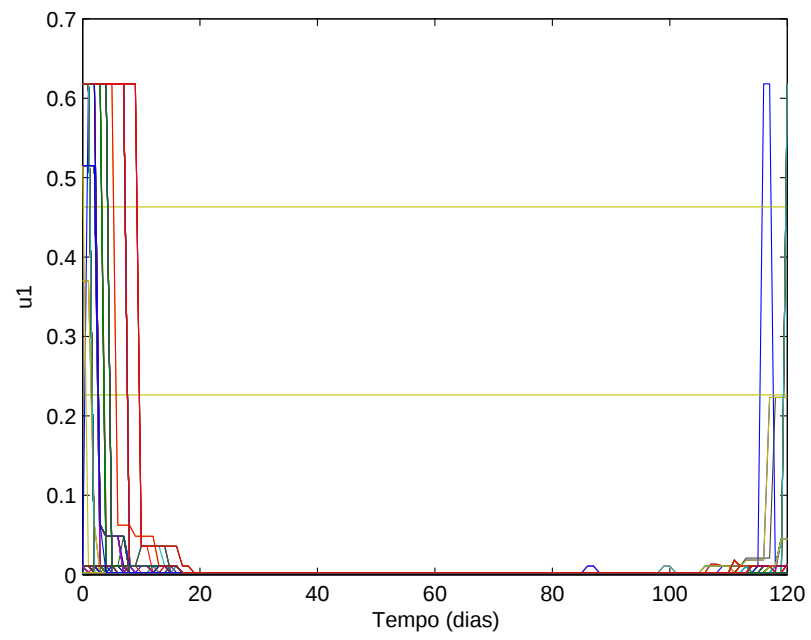


Figura 16 - Conjunto de valores de u_1 otimizados em que cada linha é representada por uma solução do problema.

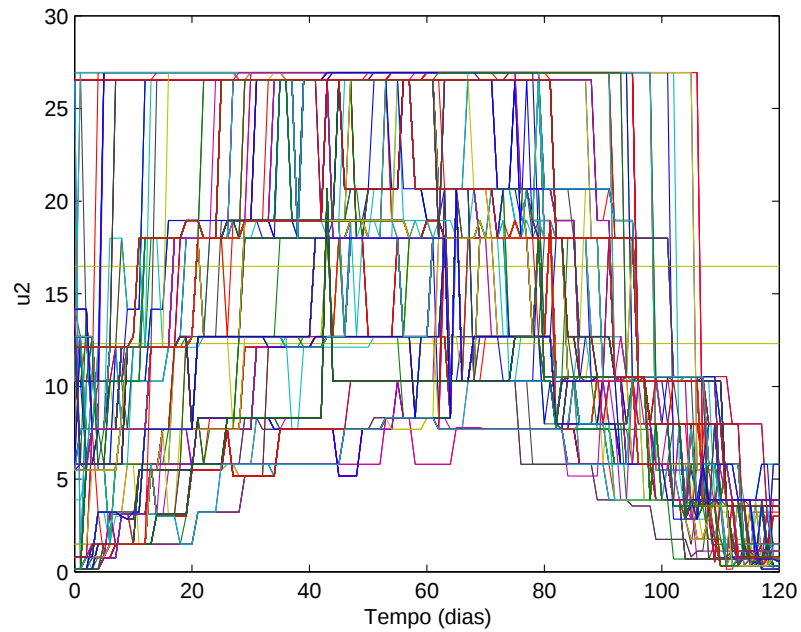


Figura 17 - Conjunto de valores de u_2 otimizados em que cada linha é representada por uma solução do problema.

Observa-se na Figura 16 que o AG sugere uma maior aplicação do controle u_1 nos primeiros 20 dias e, em seguida, reduz esta quantidade para níveis muito baixos. Na Figura 17, observa-se que para a inserção de mosquito machos estéreis foi sugerida uma grande quantidade do controle na faixa de 20 a 100 dias.

Com todos os valores otimizados de $u_1(t)$ e $u_2(t)$ foi construída a Curva de Pareto e esta está apresentada na Figura 18.

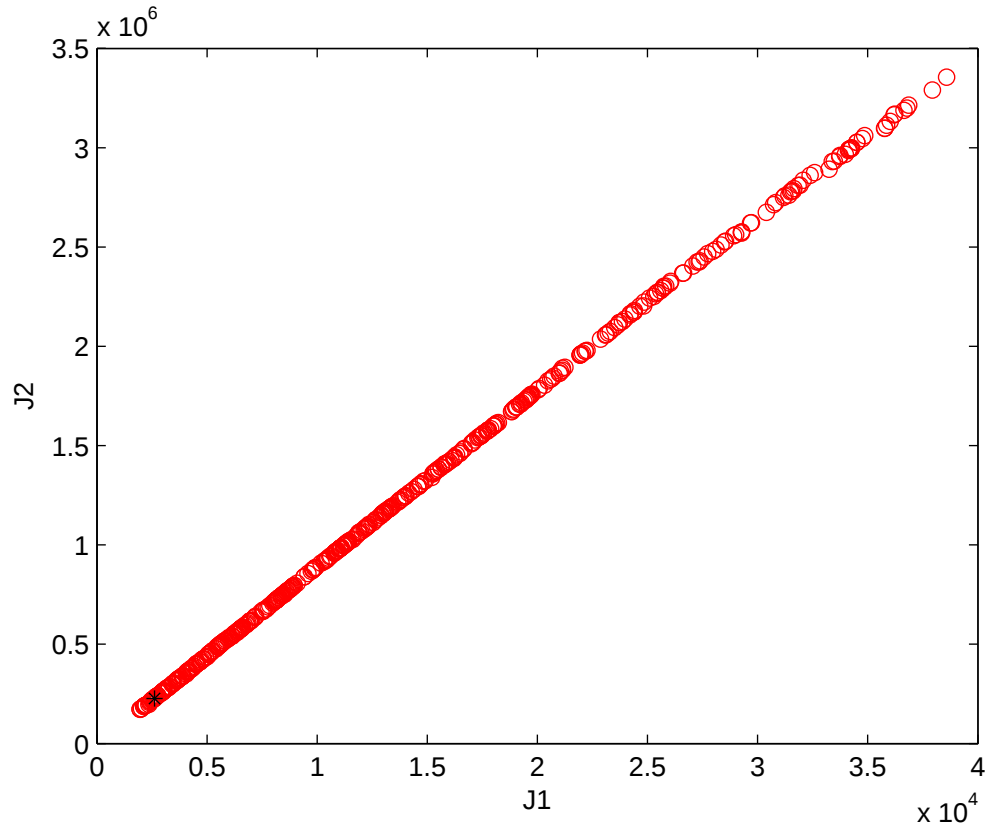
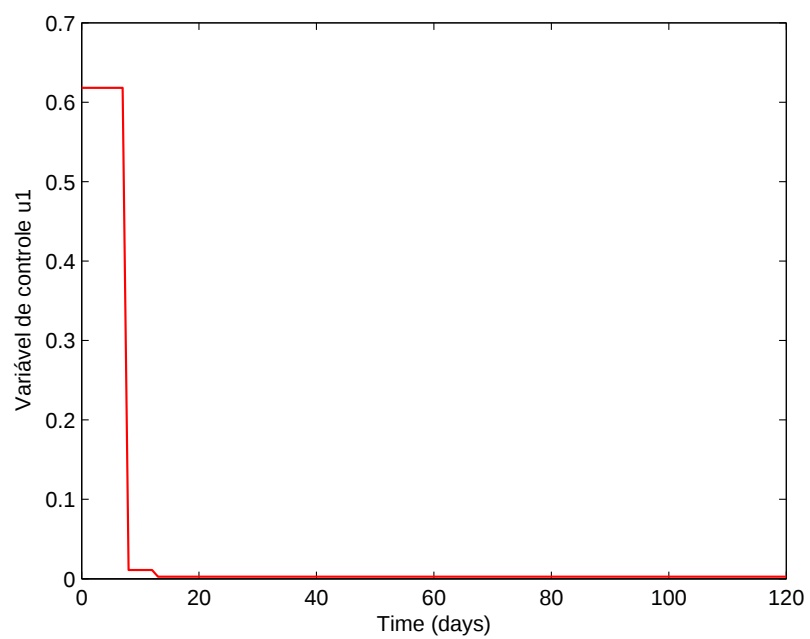
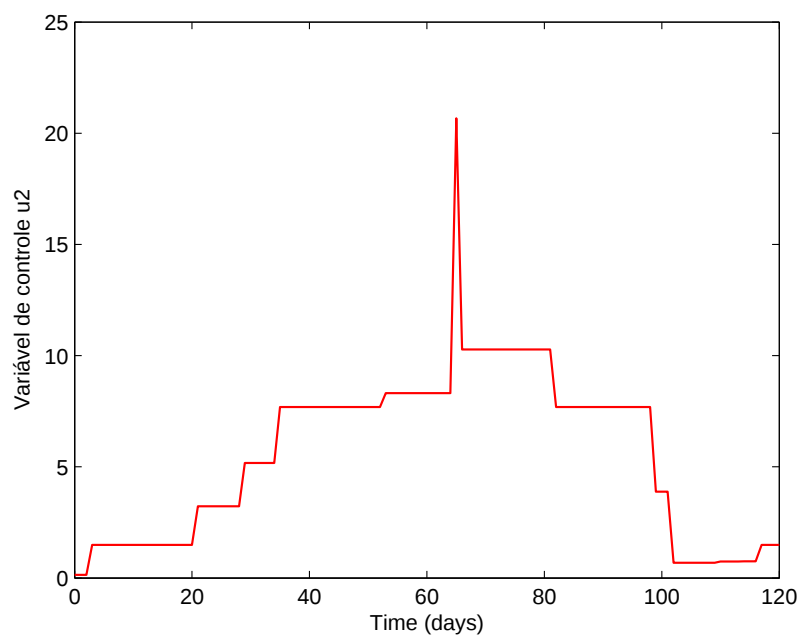


Figura 18 - Curva de Pareto obtida pelo Algoritmo Genético Multiobjetivo.

A Curva de Pareto é construída utilizando o conjunto das soluções não-dominadas obtidas na otimização do problema multiobjetivo (6) pelo algoritmo genético proposto neste trabalho. Esta curva, obtida pelo processo multiobjetivo, fornece uma variedade de soluções que permitem explorar as mais diversas opções de investimentos otimizados.

A título de ilustração, são apresentados os valores encontrados para as variáveis de controle $u_1(t)$ e $u_2(t)$ de uma solução eficiente específica, representada por “*” na Curva de Pareto da Figura 18.

Figura 19 - Variável de controle u_1 .Figura 20 - Variável de controle u_2 .

Pode ser observado nas Figuras 19 e 20 que a estratégia otimizada sugerida pelo algoritmo genético com este investimento específico em J_1 e J_2 foi utilizar grande quantidade de inseticida no início do processo de controle e posteriormente, baixar esta quantidade de inseticida a um nível muito baixo. Com relação ao controle genético, a estratégia foi aumentar gradativamente a inserção de mosquitos machos estéreis no vigésimo dia e manter em nível alto em quase todo processo. Esta estratégia otimizada para $u_1(t)$ e $u_2(t)$ permitiu um decrescimento em todos os segmentos da população de mosquitos naturais, Figuras 21-24, e permitiu a preservação dos machos estéreis no ambiente, Figura 25.

A seguir são apresentadas as Figuras 21-25 que exemplificam a evolução respectivamente das populações de mosquitos na fase aquática, de fêmeas imaturas, fêmeas fertilizadas, machos naturais e machos estéreis, para um ponto representativo na Curva de Pareto, representado por “*” na Figura 18.

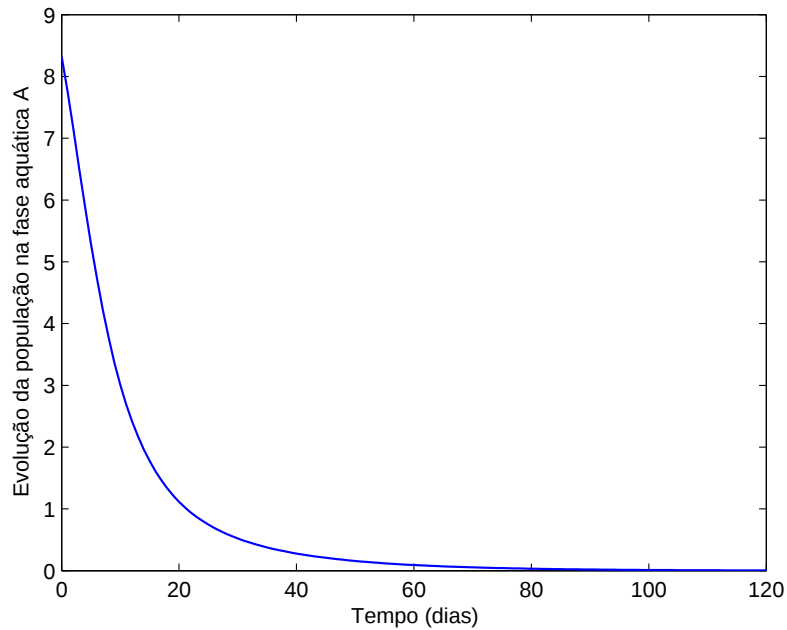


Figura 21 - Evolução da população na Fase Aquática A.

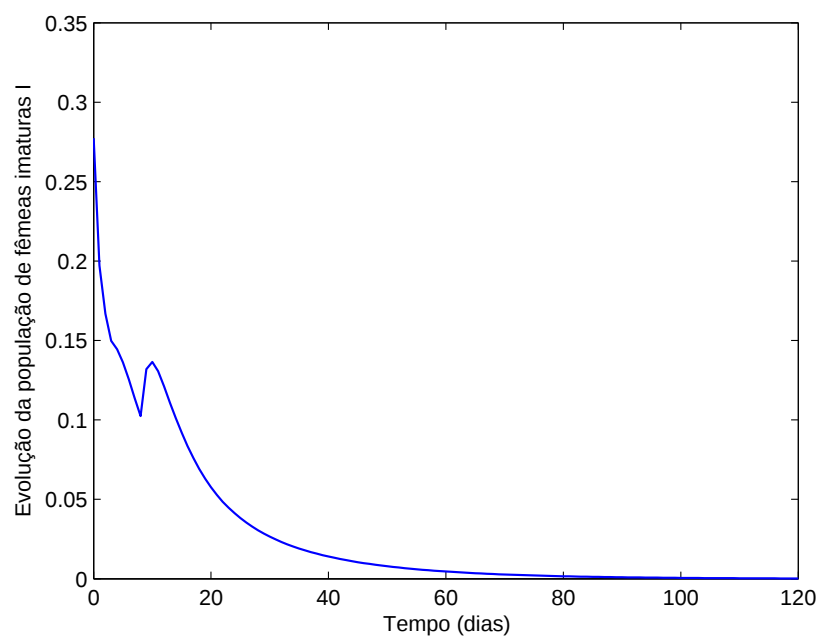


Figura 22 - Evolução da população de Fêmeas Imaturas I.

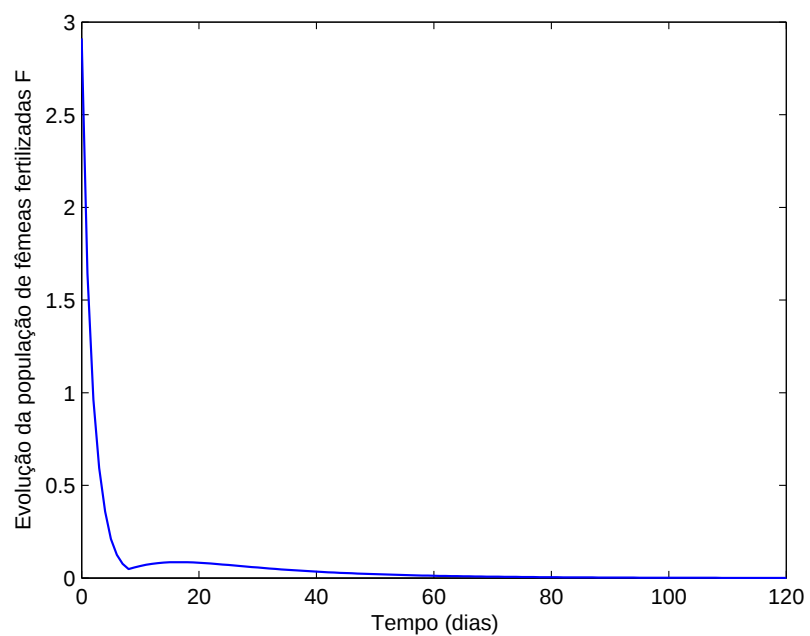


Figura 23 - Evolução da população de Fêmeas Fertilizadas F.

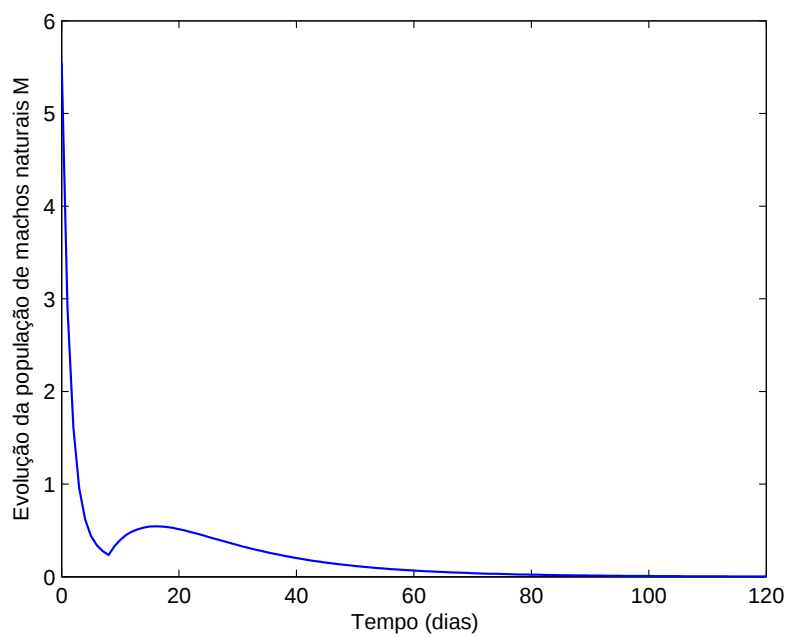


Figura 24 - Evolução da população de Machos Naturais M.

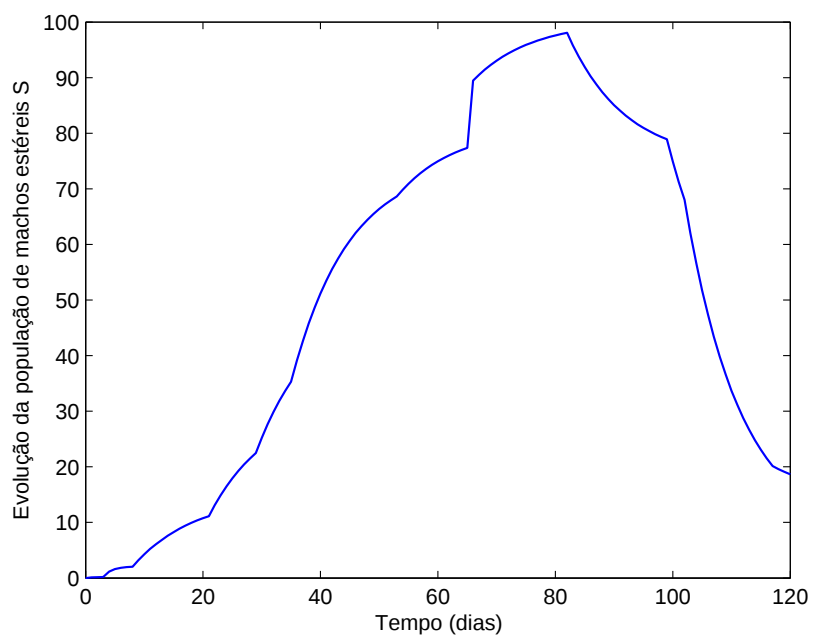


Figura 25 - Evolução da população de Machos Estéreis S.

Os resultados obtidos pelo AG multiobjetivo apresentam soluções eficientes, as quais são calculadas considerando diversos níveis de investimento nos objetivos propostos, variando de pequenos a grandes investimentos, dando ao tomador de decisões liberdade para optar pelo investimento mais apropriado ao seu interesse, seja ele econômico, social ou ambiental.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho abordou o estudo dos processos biológicos e matemáticos de um modelo matemático que descreve a dinâmica populacional do mosquito transmissor da dengue e do modelo multiobjetivo para auxiliar na otimização da aplicação dos controles químico (utilizando inseticida) e genético (com liberação de machos estéreis no ambiente natural) deste mosquito, visando a diminuição dos custos com inseticida e com a produção de machos estéreis, minimizando a quantidade fêmeas fertilizadas e preservando os machos estéreis. Foram propostas técnicas numéricas utilizando algoritmos genéticos para resolução do modelo de controle ótimo multiobjetivo aplicado a problemas de combate ao mosquito da dengue. Por fim, foram discutidos os resultados computacionais obtidos com a aplicação do algoritmo proposto.

Na abordagem mono-objetivo (Thomé (2007)) a análise do comportamento dos controles sobre a função objetivo e as variáveis de estado do sistema é feita considerando diferentes situações de acordo com a necessidade de cada peso na função objetivo, necessitando assim de um número elevado de simulações. Na abordagem multiobjetivo, as soluções eficientes são calculadas considerando diversos níveis de investimento, variando sua importância no objetivo, de pequenos a grandes investimentos, dando ao tomador de decisões liberdade para optar pelo investimento mais apropriado ao seu interesse, seja nos custos econômicos ou nos impactos sociais e ambientais de cada controle.

Neste trabalho, para ilustração da técnica multiobjetivo foi implementado o problema de otimização multiobjetivo com 2 funcionais, mas o AG proposto pode ser facilmente implementado com mais de 3 funcionais, de acordo com o inte-

resse do usuário, sem nenhuma mudança em sua estrutura.

O AG proposto apresenta grande flexibilidade na inserção de restrições no problema de controle ótimo, o que em geral dificulta a resolução dos sistemas de equações diferenciais. Isto permitiu um grande ganho em termos de controle das variáveis de estado devido a inserção de condições finais para F . Outra vantagem é a penalização sobre soluções infactíveis que permitiu maior exploração da região de factibilidade.

O AG é de fácil implementação e mostrou-se uma boa ferramenta para determinação de controles otimizados para o problema em questão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALIANO FILHO, A. Metaheurísticas em um problema de rotação de culturas. Botucatu-SP, 2012. 136p. Dissertação (Mestrado) - UNESP.

ARENALES, S.; DAREZZO, A. **Cálculo Numérico: Aprendizagem com Apoio de Software**. 1. ed. São Paulo: CENGAGE Learning, 2010. 364p.

BARSANTE, L. S.; CARDOSO, R. T. N.; ACEBAL, J. L. Otimização do Controle de Gastos com Inseticidas e Machos Estéreis no Combate da Dengue através do Algoritmo Genético. **SBPO**, 2011.

CASA DAS CIÊNCIAS. *Aedes Aegypti*. Disponível em <<http://imagem.casadasciencias.org/mosquito2.jpg>>. Acesso em 08 de Agosto de 2013., 2013.

COELLO, C. A. C. Fundamentals of Evolutionary Multi-Objective Optimization. **Evolutionary Computation Group**, p.1–23, 2010.

CUNHA, M. C. C. **Métodos Numéricos**. 2. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2000.

DEB, K.; KALYANMOY, D. **Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001.

DENGUE. Extensão geográfica da dengue. *http* : [//www.dengue.org.br/dengue_mapas.html](http://www.dengue.org.br/dengue_mapas.html). Acesso em 19 de Agosto de 2013, 2013.

DONALÍSIO, M. R.; GLASSER, C. M. Vigilância entomológica e controle de vetores do dengue. **Revista Brasileira de Epidemiologia**, v.5, n.3, 2002.

EMBRAPA. Embrapa entra na guerra contra o mosquito da dengue. <<http://www.embrapa.br/imprensa/noticias/2010/fevereiro/4a-semana/embrapa-entra-na-guerra-contra-o-mosquito-da-dengue/>>. Acesso em 19 de Setembro de 2013., 2010.

ESTEVA, L.; YANG, H. M. Control of Dengue Vector by the Sterile Insect Technique Considering Logistic Recruitment. **TEMA Tend. Mat. Apl. Comp.**, v.7, n.2, p.259–268, 2006.

FRANCO, N. B. **Cálculo Numérico**. Campinas: Pearson Prentice Hall, 2006.

FREITAS, F. G.; MAIA, C. L. B.; COUTINHO, D. P.; CAMPOS, G. A. L.; SOUZA, J. Aplicação de Metaheurísticas em Problemas de Engenharia de Software: Revisão de Literatura. **II Congresso Tecnológico Infobrasil**, 2009.

FÍSICA COMPUTACIONAL. Integral. Disponível em <<http://fiscomp.if.ufrgs.br/images/9/9c/Integral.jpg>>. Acesso em 19 de Setembro de 2013., 2013.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda., 2005.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. The University of Alabama: Addison-Wesley, 1953.

GUY, B.; SAVILLE, M.; LANG, J.; SIQUEIRA, J. B.; BRICKS, L. F. Desenvolvimento de uma vacina tetravalente contra dengue. **Revista Pan-Amaz Saude [online]**, v.2, n.2, p.51–64, 2011.

INSTITUTO OSWALDO CRUZ. Dengue vírus e vetor. Disponível em <<http://www.ioc.fiocruz.br/dengue/textos/oportunista.html>>. Acesso em 09 de Agosto de 2013., 2013.

KEELING, M. J.; ROHANI, P. **Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals**. New Jersey: Princeton University Press, 2008. 385p.

MARINHO, L. A. C. Sintomas da Dengue. Disponível em <http://www.dengue.org.br/dengue_sintomas.html>. Acesso em 09 de Agosto de 2013., 2013.

MINISTÉRIO DA SAÚDE. Mosquito transgênico combaterá a dengue. <<http://portalsaude.saude.gov.br/portalsaude/noticia/6020/162/mosquito-transgenico-combatera-a-dengue.html>>. Acesso em 08 de Agosto de 2013., 2012.

MINISTÉRIO DA SAÚDE. Diretrizes Nacionais para a Prevenção e Controle de Epidemias de Dengue. <http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/diretrizes_dengue_controle.pdf>. Acesso em 19 de Setembro de 2013, 2013.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. DENGUE Guidelines for diagnosis, treatment, prevention and control., 2009.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. Dengue and dengue haemorrhagic fever. Disponível em <<http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs117/en/>>. Acesso em 09 de Agosto de 2013, 2013.

REEVES, R. C.; BEASLEY, J. E. Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems. **London: Blackwell Scientific Publications**, 1993.

TEIXEIRA, M. G.; BARRETO, M. L.; GUERRA, Z. Epidemiologia e medidas de prevenção do Dengue. **Inf. Epidemiol. Sus** [online], v.8, n.4, p.5–33, 1999.

TEIXEIRA, M. G.; COSTA, M. C.; COELHO, G.; BARRETO, M. L. Recent shift in age pattern of dengue hemorrhagic fever, Brazil. **Emerging Infectious Diseases**, v.14, n.10, 2008.

THOMÉ, R. C. A. Controle Ótimo Aplicado na Estratégia de Combate ao *Aedes Aegypti* Utilizando Inseticida e Mosquitos Estéreis. Campinas, 2007. 136p. Tese de doutorado - Universidade Estadual de Campinas.

8 APÊNDICE

A MÉTODOS NUMÉRICOS

Aqui serão apresentadas técnicas e conceitos matemáticos e computacionais necessários na resolução do trabalho.

A.1 Método Numérico de Runge-Kutta

O Runge-Kutta é o método mais utilizado dentre os apropriados para calcular a solução aproximada de problemas de valor inicial (PVI) devido sua simplicidade, precisão e versatilidade nas aplicações, (Cunha, 2000). Este método pode ser entendido como um aperfeiçoamento do método de Euler, com uma estimativa melhorada da derivada da função.

Desenvolvido em 1901 por dois matemáticos alemães Carl David Tolmé Runge (1856-1927) e Wilhelm Kutta (1867-1944), o método apresenta precisão equivalente ao método de Taylor, com a vantagem de evitar o cálculo de derivadas de ordem elevada evitando a complexidade analítica e um significativo esforço computacional.

De acordo com (Arenales & Darezzo, 2010), o método de Runge-Kutta é baseado na avaliação da função $f(x, y)$ em alguns pontos.

Definição Seja o PVI:

$$\begin{cases} y'(x) &= f(x, y) \\ y(x_0) &= y_0 \end{cases}$$

O método geral de Runge-Kutta de R-estágios é definido por:

$$y_{n+1} = y_n + h\phi_R(x_n, y_n, h),$$

em que

$$\phi_R(x_n, y_n, h) = c_1 k_1 + c_2 k_2 + \dots + c_R k_R,$$

$$c_1 + c_2 + \dots + c_R = 1,$$

com

$$k_1 = f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = f(x_n + ha_2, y_n + h(b_{21}k_1))$$

$$k_3 = f(x_n + ha_3, y_n + h(b_{31}k_1 + b_{32}k_2))$$

$\vdots$

$$k_R = f(x_n + ha_R, y_n + h(b_{R1}k_1 + \dots + b_{R,R-1}k_{R-1})),$$

sendo

$$a_2 = b_{21}$$

$$a_3 = b_{31} + b_{32}$$

$$a_4 = b_{41} + b_{42} + b_{43}$$

$\vdots$

$$a_R = b_{R1} + b_{R2} + \dots + b_{R,R-1}.$$

A aproximação de y_{n+1} é calculada a partir de y_n e uma “média” de valores da função $f(x, y)$ em vários pontos e os parâmetros c_R , a_R e b_{rs} podem ser escolhidos de modo que o método tenha a mesma ordem de um método de Taylor, definindo a ordem do método de Runge-Kutta.

A.1.1 Runge-Kutta de ordem 4

Dentre os métodos de Runge-Kutta, o de quatro estágios é o mais utilizado na solução numérica de problemas com equações diferenciais ordinárias, por ser uma combinação de simplicidade, alta precisão e economia. Na definição de Franco (2006), o método é dado por:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2(k_2 + k_3) + k_4)$$

onde

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_n, y_n), \\ k_2 &= f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1), \\ k_3 &= f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + h(b_{31}k_1 + b_{32}k_2)), \\ k_4 &= f(x_n + h, y_n + h(b_{41}k_1 + b_{42}k_2 + b_{43}k_3)). \end{aligned} \tag{7}$$

conhecido como **método de Runge-Kutta de ordem 4**.

Os parâmetros $c_1, c_2, c_3, c_4, a_1, a_2, b_{21}, b_{31}, b_{41}, b_{42}$ e b_{43} são determinados a partir de k_1, k_2, k_3 e k_4 por Taylor, em torno do ponto (x_n, y_n) até a ordem 4, expressando o método da seguinte forma:

$$y_{n+1} = y_n + (\dots)h + (\dots)h^2 + (\dots)h^3 + (\dots)h^4 + O(h^5)$$

e, então, iguala-se os coeficientes de h, h^2, h^3 e h^4 com o método de Taylor de ordem 4. Abaixo temos sua representação algorítmica, Tabela A.1.1.

Tabela 5. Pseudocódigo do método RK de ordem 4.

Dados	y_0, h e $f(x, y)$
1	<u>Para</u> $k = 0, 1, 2, \dots$, <u>faça</u>
2	$m_0 = hf(x_k, y_k)$
3	$m_1 = hf\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{m_0}{2}\right)$
4	$m_2 = hf\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{m_1}{2}\right)$
5	$m_3 = hf(x_{k+1}, y_k + m_1)$
6	$y_{k+1} = y_k + \frac{1}{6}(m_0 + 2m_1 + 2m_2 + m_3)$

A.1.2 Método de Runge-Kutta de ordem 4 para Sistemas de Equações Diferenciais

Para resolver um Sistema de Equações Diferenciais, Franco (2006) considera um sistema de n equações diferenciais de primeira ordem:

$$\begin{cases} y_1' = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ y_2' = f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \vdots \\ y_n' = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{cases} \quad (8)$$

podendo ser escrito da forma:

$$y' = f(x, y)$$

onde y , y' e f são vetores cujas componentes são y_i , y_i' e f_i , com $i = 1, 2, \dots, n$. Da mesma forma que nas equações diferenciais foi necessário impor uma condição inicial, para que o sistema apresente uma única solução, temos então:

$$y(x_0) = y_0$$

Para resolver o sistema (8) pelo método de Runge-Kutta de ordem 4, devemos calcular a cada passo:

$$y_{n+1} = y_n + h\phi_R(x_n, y_1^n, y_2^n, \dots, y_m^n, h)$$

em que

$$y_{n+1} = \begin{bmatrix} y_{1(n+1)} \\ y_{2(n+1)} \\ \vdots \\ y_{m(n+1)} \end{bmatrix}, y_n = \begin{bmatrix} y_{1(n)} \\ y_{2(n)} \\ \vdots \\ y_{m(n)} \end{bmatrix}, \phi_R = \begin{bmatrix} \phi_{R1} \\ \phi_{R2} \\ \vdots \\ \phi_{Rm} \end{bmatrix}, h \in \mathbb{R}$$

sendo

$$\phi_{R,i}(x_n, y_i^n, \dots, y_m^n) = c_1 k_{1(i)} + c_2 k_{2(i)} + c_3 k_{3(i)} + c_4 k_{4(i)}$$

$$i = 1, \dots, m$$

com

$$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = 1$$

e

$$k_{1(i)} = f_i(x_n, y_1^n, y_2^n, \dots, y_m^n)$$

$$k_{2(i)} = f_i\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_1^n + \frac{1}{2}hk_{1(i)}, y_2^n + \frac{1}{2}hk_{1(i)}, \dots, y_m^n + \frac{1}{2}hk_{1(i)}\right) \quad i = 1, \dots, m$$

$$k_{3(i)} = f_i\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_1^n + \frac{1}{2}hk_{2(i)}, y_2^n + \frac{1}{2}hk_{2(i)}, \dots, y_m^n + \frac{1}{2}hk_{2(i)}\right)$$

$$k_{4(i)} = f_i(x_n + h, y_1^n + hk_{3(i)}, y_2^n + hk_{3(i)}, \dots, y_m^n + hk_{3(i)})$$

A.2 Integração Numérica

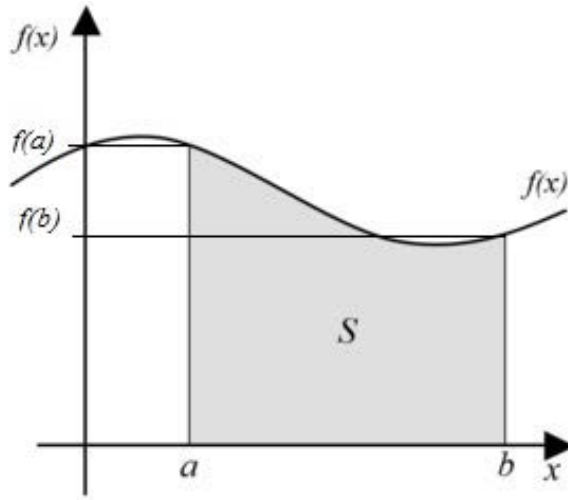
Outro conceito matemático relevante para este estudo é a integração numérica. Segundo Franco (2006), integrar numericamente uma função $y = f(x)$ num dado intervalo $[a, b]$ consiste, em geral, em integrar um polinômio $P_n(x)$ que aproxime $f(x)$ no dado intervalo. De maneira geral, temos:

$$I = \int_a^b f(x)dx,$$

onde $f(x)$ é contínua com derivadas contínuas em $[a, b]$. Quando possível, determina-se a primitiva $F(x)$ de $f(x)$, tal que $F'(x) = f(x)$ e o valor da integral será:

$$I = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

Graficamente, pode-se relacionar a integral $I = \int_a^b f(x)dx$ com a área S representada na Figura 3, considerando a função $f(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$, entre a curva e o eixo das abcissas.



Fonte: Física Computacional (2013)

Figura 26 - Área S relacionada à integração I

A.2.1 Regra 1/3 de Simpson

Em Franco (2006), para estabelecer a fórmula de Simpson, interpola-se $f(x)$ usando um polinômio de 2º grau (polinômio de Lagrange) que coincide com essa função nos pontos x_0, x_1 e x_2 . Em seguida, toma-se $n = 2$, $x_0 = a$, $x_1 = (a + b)/2$ e $x_2 = b$ no polinômio considerado, obtendo:

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x) = \sum_{k=0}^2 f_k h C_k^2 \quad (9)$$

de forma que, integrando os polinômios de 2º grau, estabelece-se os pesos da fórmula de Simpson:

$$w_0 = \int_{x_0}^{x_2} \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} dx = \frac{h}{3}$$

$$w_1 = \int_{x_0}^{x_2} \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} dx = \frac{4h}{3}$$

$$w_2 = \int_{x_0}^{x_2} \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} dx = \frac{h}{3}$$

O cálculo das integrais pode ser simplificado lembrando que $x_1 - x_0 = h$, $x_2 - x_1 = h$ e $x_2 - x_0 = 2h$. Substituindo os valores de C_k^2 , $k = 0, 1, 2$ em (9), obtemos:

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x) dx \simeq h \left[\frac{1}{3} f(x_0) + \frac{4}{3} f(x_1) + \frac{1}{3} f(x_2) \right]$$

ou seja,

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x) dx \simeq \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

fórmula conhecida como **Regra de 1/3 de Simpson**.

A.2.2 Regra 1/3 de Simpson Generalizada

A generalização da Regra de 1/3 de Simpson para integração em um intervalo $[a, b]$ é feita dividindo este intervalo em um número par $(2n)$ de subintervalos de tamanho $h = \frac{b-a}{2n}$ em que $a = x_0$ e $b = x_{2n}$ em cada 2 subintervalos consecutivos.

Assim:

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} f(x) dx \approx \frac{h}{3} \left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \dots + \right. \\ \left. 2f(x_{2n-2}) + 4f(x_{2n-1}) + f(x_{2n}) \right]$$

sendo esta a **Regra de 1/3 de Simpson Generalizada**.