



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá

ANA VITÓRIA DE SOUZA

Ideia intuitiva de Limite no Ensino Médio:

Uma proposta com a linguagem de programação LOGO

Guaratinguetá
2024

Ana Vitória de Souza

Ideia intuitiva de Limite no Ensino Médio:

Uma proposta com a linguagem de programação LOGO

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Elisangela Pavanelo.

Guaratinguetá
2024

S729i	Souza, Ana Vitória de Ideia intuitiva de limite no ensino médio: uma proposta com a linguagem de programação LOGO / Ana Vitória de Souza- Guaratinguetá, 2024. 85 f : il. Bibliografia: f. 73-76 Trabalho de Graduação em Matemática (Licenciatura) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2024. Orientadora: Prof^a. Dr^a. Elisangela Pavanelo. 1. Matemática - ensino médio . 2. Sociologia educacional. 3. Matemática financeira. 4. Logo (Linguagem de programação de computador) I. Título. CDU 51:371.3
-------	---

ANA VITÓRIA DE SOUZA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE
DO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADA EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



Profa. Dra. ELISANGELA PAVANELO
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:



Profa. Dra. ELISANGELA PAVANELO
Orientadora/UNESP-FEG



Prof. Dr. ANTONIO CARLOS DE SOUZA
UNESP-FEG



Prof. Dr. CRISTIANO NATAL TONÉIS
UNESP-FEG

Janeiro de 2024

Dedico este trabalho à minha amada família, em especial à Ana Clara, irmã e companheira mais que especial. Aos meus sobrinhos Davi, Nicolas, Sofia e Sara, na esperança de um futuro cheio de descobertas e conquistas.

À minha saudosa e querida avó Teresa, pelo exemplo de mulher forte, alegre e amorosa.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por cuidar de cada detalhe da minha vida, fazendo-me surpreender com Sua bondade e amor inesgotáveis. Foi por Sua graça que iniciei e finalizo esta jornada.

À minha orientadora, Profa. Dra. Elisangela Pavanelo, pelo aprendizado construído neste trabalho e por me incentivar a continuar. Sua orientação e apoio foram cruciais para a conclusão deste trabalho. Admiro profundamente sua dedicação como professora, pesquisadora e mãe.

Aos meus amados pais, primeiros formadores de minha eterna história como aprendiz, por serem apoio e refúgio e pela dedicação à minha trajetória.

Aos meus queridos irmãos e família, agradeço por todo incentivo e amor.

Aos meus tios e primos, pelo significativo apoio nesta etapa. Estendo meus agradecimentos aos demais familiares e amigos.

À minha irmã Ana Clara, em especial, por sempre estar ao meu lado e me fazer acreditar que é possível. Amor igual não há! Estendo meus agradecimentos ao meu amigo Igor por tornar os dias alegres.

Ao meu amado companheiro Bruno, por me incentivar a crescer e buscar o novo. Sua presença me fortaleceu nos dias difíceis e me fez continuar. Agradeço por acreditar em mim e ser um apoio.

À Paloma, amiga que compartilhou seus dias comigo, tornando esta trajetória menos exaustiva. No fim deu tudo certo! Estendo minha gratidão à Karen, Isabelly, Livia e Luanny.

À Mayara, companheira de projeto e estudos. Obrigada pelas contribuições nesta reta final.

Aos professores desta faculdade, que contribuíram significativamente para a minha formação como educadora em Matemática. Em especial, ao Prof. Antonio Carlos, pelas experiências compartilhadas e pela amizade que se desenvolveu ao longo dessa trajetória acadêmica.

Aos professores, funcionários e amigos da Escola Bairro São Miguel. Apesar dos desafios, levo com orgulho cada aprendizado dessa fase para minha vida.

A todos os envolvidos deste trabalho, meu sincero agradecimento.

“Para ser grande, sê inteiro: nada
Teu exagera ou exclui.
Sê todo em cada coisa. Põe quanto és
No mínimo que fazes.
Assim em cada lago a lua toda
Brilha, porque alta vive.”

Ricardo Reis

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma oficina com alunos do Ensino Médio, para explorar a ideia intuitiva de Limite, conceito tradicionalmente apresentado no Ensino Superior, por meio de um trabalho com a linguagem de programação LOGO, especificamente com a versão do *software* SuperLogo 3.0. A proposta de trabalho foi desenvolvida com base na teoria do Construcionismo de Papert, bem como no que se compreende como Pensamento Computacional. A pesquisa é de caráter qualitativo com análise fenomenológica, visando compreender as experiências individuais dos alunos. A interrogação que norteia este trabalho é: Como se mostra a compreensão dos alunos sobre a ideia intuitiva de Limite no desenvolvimento de tarefas com o *software* SuperLogo 3.0? Com a realização das análises, foi possível identificar três categorias que expressam a concepção dos alunos relacionadas às ideias intuitivas de Limite, sendo elas: Infinitamente grande ou pequeno; Tende a; Limitada por um valor. Com os resultados apresentados, entendeu-se que a proposta pode auxiliar os alunos de Ensino Médio na compreensão do conceito de Limite, por meio de um ambiente de explorações e que prioriza uma metodologia ativa, o Construcionismo, na qual o aluno assume a construção de seu próprio conhecimento.

PALAVRAS-CHAVE: Construcionismo; SuperLogo; Pensamento Computacional; Educação Matemática; Tecnologia no Ensino.

ABSTRACT

This study presents the results of a workshop with high school students to explore the intuitive idea of Limit, a concept traditionally presented in higher education, by working with the LOGO programming language, specifically with the SuperLogo 3.0 software version. The work proposal was developed based on Papert's theory of Constructionism, as well as what is understood as Computational Thinking. The research is qualitative in nature, with a phenomenological analysis aimed at understanding the students' individual experiences. The question guiding this work is: How do students understand the intuitive idea of Limit when developing tasks with the SuperLogo 3.0 software? Through the analysis, it was possible to identify three categories that express the students' conception of the intuitive idea of Limit: Infinitely large or small; Tends to; Limited by a value. With the results presented, it is understood that the proposal can help high school students understand the concept of Limit, through an environment of exploration that prioritizes an active methodology, Constructionism, in which the student assumes the construction of their own knowledge.

KEYWORDS: Constructionism; SuperLogo; Computational Thinking; Mathematics Education; Technology in teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Crianças programando a Tartaruga	24
Figura 2 – Ambiente LOGO	26
Figura 3 – Exemplo com comandos de translação e rotação	28
Figura 4 – Exemplo com comandos de traços e operações Matemáticas	29
Figura 5 – Exemplo com comandos de operadores relacionais e lógicos	30
Figura 6 – Exemplo com comando “repita”	31
Figura 7 – Exemplo com comandos “atribua”, “cv” e “mostre”	32
Figura 8 – Exemplo de criação de procedimentos	33
Figura 9 – Procedimento da Tarefa 1	45
Figura 10 – Trajeto da Tartaruga referente à Tarefa 2	46
Figura 11 – Procedimento da Tarefa 2	47
Figura 12 – Representação dos “Palitinhos” da Tarefa 3	48
Figura 13 – Procedimento da Tarefa 3	48
Figura 14 – Desenho referente à Tarefa 4	49
Figura 15 – Procedimento da Tarefa 4	50

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Análise Ideográfica	53
Quadro 2 – Análise Nomotética	61

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	METODOLOGIA	15
2.1	O PESQUISAR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: OS ASPECTOS QUALITATIVOS	15
2.2	PESQUISA QUALITATIVA FENOMENOLÓGICA	17
2.3	ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA.....	18
3	REFENCIAL TEÓRICO	20
3.1	AS CONTRIBUIÇÕES DE PAPERT: CONSTRUCIONISMO E LOGO.....	20
3.1.1	A Linguagem de Programação LOGO	23
3.2	SOFTWARE SUPERLOGO 3.0	25
3.2.1	Ambiente SuperLogo.....	26
3.2.2	Principais Comandos e Recursos	27
3.3	PENSAMENTO COMPUTACIONAL	33
3.3.1	Construcionismo e LOGO: Precursores do Pensamento Computacional	36
3.4	NOÇÃO INTUITIVA DE LIMITE	38
3.4.1	Breve Panorama Histórico do Cálculo.....	39
3.4.2	Noção Intuitiva de Limite no Ensino Médio?	41
4	OFICINA SUPERLOGO 3.0: DESCREVENDO AS TAREFAS	44
4.1	TAREFAS PROPOSTAS	44
4.1.1	Tarefa 1	44
4.1.2	Tarefa 2	46
4.1.3	Tarefa 3	47
4.1.4	Tarefa 4	49
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	52
5.1	DISCUTINDO AS CATEGORIAS	62
5.1.1	Infinitamente Grande ou Pequeno	62
5.1.2	Tende a	65
5.1.3	Limitada por um valor	67
5.2	OBSERVAÇÕES SOBRE PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA OFICINA	69
6	CONCLUSÃO	71
	REFERÊNCIAS	73

APÊNDICE A – Tabela de Comandos	77
APÊNDICE B – Tarefa 1	80
APÊNDICE C – Tarefa 2	81
APÊNDICE D – Tarefa 3	82
APÊNDICE E – Tarefa 4	84
APÊNDICE F – Tabela Auxiliar	85

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho de conclusão de curso é produto de parte dos estudos realizados pela autora junto ao programa de bolsas do Núcleo de Ensino, oferecido pela Pró-reitoria de graduação (PROGRAD) da Universidade Estadual Paulista (UNESP). A participação nesse projeto proporcionou uma imersão nas ideias do Construcionismo de Papert e na linguagem de programação LOGO, além de estudos sobre Pensamento Computacional. Essa experiência possibilitou a pesquisa de temáticas significativas para a Educação Matemática brasileira, visto que a sociedade está cada vez mais imersa e integrada às tecnologias digitais em seu cotidiano.

Fundamentado pelas teorias estudadas, este presente trabalho surge no contexto da investigação sobre novas metodologias e práticas de ensino na área da Matemática. A proposta central consiste em introduzir noções intuitivas sobre Limite a alunos do Ensino Médio.

O estudo do conceito de Limite acontece na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, essencialmente presente nos cursos de Ensino Superior das áreas de Ciências Exatas. Entretanto, a sua complexidade frequentemente emerge como um desafio significativo para os alunos, evidenciando a existência de diversos obstáculos epistemológicos. Autores como Mometti e Leandro (2016), Nunes (2001), Sousa (2014) e Sabatke (2016) destacam esses desafios na compreensão do conceito.

Rafael (2017), em sua dissertação de Mestrado, realizou um estudo que investigou as intervenções metodológicas realizadas por universidades públicas e privadas para reduzir o percentual de não aprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que, de acordo com os dados obtidos, eram altos. A pesquisa revela que as universidades adotam diferentes abordagens para lidar com as dificuldades dos alunos nessa disciplina, "algumas oferecem a ferramenta computacional como facilitador da aprendizagem de Cálculo para os alunos. A disciplina preparatória e a monitoria são intervenções comuns [...]" (RAFAEL, 2017, p. 90).

Os resultados das intervenções apontaram que elas contribuíram para reduzir a reprovação, no entanto, a autora ressalta que "não necessariamente os problemas referentes aos conhecimentos adquiridos pelos alunos foram completamente resolvidos" (RAFAEL, 2017, p. 91). Muitos consideraram as estratégias adotadas como paliativas, destacando a necessidade de reflexão sobre as práticas pedagógicas no ensino do Cálculo. Percebe-se, assim, que se deve ter uma preocupação e cuidado quando se trata de ensino e aprendizagem da disciplina de Cálculo.

O que é observado é que a abordagem tradicional muitas vezes esbarra em dificuldades de compreensão, levando a um afastamento do aluno ao entendimento dos conceitos fundamentais do

Cálculo, como o de Limite, o que pode levar a altos índices de reprovação na disciplina e ainda a desistência dos estudantes em concluir os cursos superiores. Além disso, o aluno pode assumir o conteúdo como uma “coleção de novas regras” sem conexões com estudos escolares anteriores ou aplicações possíveis. Ferreira (2014) entende que essa realidade é consequência de um ensino fragmentado e desmotivador, engendrado por séculos no ensino brasileiro. Portanto, as escolas deveriam realizar um trabalho interdisciplinar e significativo, e que seja apoio para a construção de saberes fundamentais para o futuro do aluno.

Preparar o aluno [...] do ensino médio para que se obtenha esse conhecimento é de suma importância, pois esse conteúdo se encontra altamente conexo com a ciência moderna, bem como a exploração de competência e habilidades Matemáticas que possam a vir ser desenvolvidas pelos próprios alunos (Sousa, 2014, p. 16).

Em uma perspectiva mais ampla, é fundamental reconhecer a importância da Matemática em cada fase educacional. Cada conceito e habilidade matemática adquiridos durante o Ensino Médio desempenham um papel crucial na preparação do estudante para o Ensino Superior, sendo assim, a integração entre essas duas etapas educacionais é vital, permitindo que os alunos desenvolvam uma compreensão profunda dos fundamentos matemáticos e estejam preparados para explorar conceitos mais avançados.

Nesse contexto, ao integrar conceitos do Ensino Médio com as demandas da ciência moderna, cria-se uma ponte de conhecimento capaz de facilitar não só a compreensão dos alunos sobre o Cálculo, mas também o aprofundamento de conhecimentos em diversas áreas da Ciência e suas tecnologias.

Desse modo, este trabalho propõe explorar estratégias com a linguagem de programação LOGO para aproximar os alunos do Ensino Médio ao conceito de Limite, centrando-se no desenvolvimento das ideias intuitivas e dispensando as definições formais. Portanto, desenvolveu-se uma oficina com tarefas que buscam construir uma ponte entre os conceitos abstratos de Limite e a compreensão intuitiva dos alunos. A prática baseada no Construcionismo e nas ideias do Pensamento Computacional proporcionou uma abordagem participativa e construtiva, impulsionando o desenvolvimento conceitual de maneira autônoma.

A interrogação central da pesquisa é: *Como se mostra a compreensão dos alunos sobre a ideia intuitiva de Limite no desenvolvimento de tarefas com o software SuperLogo 3.0?*

Nesse contexto de trabalho, optou-se por uma pesquisa qualitativa com análise fenomenológica que coloca em destaque as construções conceituais dos alunos. O objetivo foi incentivar a compreensão das noções de Limite, promovendo assim uma expansão do

conhecimento e um aprofundamento nos conceitos matemáticos. Os resultados observados não apenas destacam a eficácia dessa abordagem específica, mas também indicam seu potencial adaptativo em outros contextos dentro da Educação Matemática. Essa flexibilidade a torna uma proposta promissora para o desenvolvimento de novas metodologias que atendam às necessidades educacionais atuais.

Este trabalho está estruturado em seis capítulos que apresentam a abordagem metodológica, as bases teóricas deste estudo, a descrição das tarefas propostas na pesquisa, a análise dos dados e os resultados observados.

2 METODOLOGIA

2.1 O PESQUISAR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: OS ASPECTOS QUALITATIVOS

O ato de pesquisar, intrinsecamente humano, representa uma jornada intelectual pela qual o pesquisador busca encontrar significados, alcançar compreensões mais profundas, realizar verificações e interpretar a complexidade de diversas questões que permeiam os cenários social, educacional ou acadêmico, por exemplo. De acordo com Gil (2002), a pesquisa é uma tarefa racional e sistemática que possui técnicas e processos metodológicos com o objetivo de resolver questões, contribuir para o conhecimento existente e, muitas vezes, oferecer soluções para desafios encontrados. Bicudo (1993) destaca a importância de cada pesquisa delimitar procedimentos e objetivos específicos, mas, sobretudo, ressalta “que sempre, ao pesquisar, o pesquisador persiga uma interrogação que faça sentido para ele e cujo significado é elaborado no contexto onde ela foi formulada” (BICUDO, 1993, p. 19).

De acordo com o dicionário de Filosofia, que apresenta uma definição baseada na de John Dewey, um dos grandes nomes da pedagogia e filósofo norte-americano, a pesquisa é “a transformação controlada ou dirigida de uma situação indeterminada em outra, determinada, nas distinções e relações que a constituem, de tal maneira que os elementos da situação originária sejam convertidos numa totalidade unificada” (ABBAGNANO, 2007, p. 584).

A situação inicial pode ser entendida como a interrogação que dá início a toda pesquisa, representando um campo de indagação, inquietação e indefinições. A mudança para outra situação, a de melhor compreensão do pesquisador, revela que a pesquisa é um processo dinâmico e criativo, onde o pesquisador não apenas busca respostas diretas, mas também promove uma compreensão mais profunda e contextualizada do problema investigado.

A tarefa do pesquisador, portanto, não se restringe a um processo técnico, mas é impulsionada por uma curiosidade intrínseca, um desejo de desvendar o desconhecido e contribuir para o avanço do conhecimento em sua área de estudo. E ao fim, há que se destacar que não se consegue alcançar uma situação completamente determinada.

[...] não há uma última resposta, uma solução definitiva, não há compreensão e interpretações plenamente desenvolvidas e que dão conta de todas as dimensões do fenômeno interrogado [...], há sempre o "andar em torno... outra vez e outra ainda...". Há sempre o andar cuidadoso, que solicita rigor e sistematicidade (Bicudo, 1993, p. 18).

Desta forma, é fundamental que em uma pesquisa o pesquisador esteja claro de seus objetivos, calcando-se na constante busca de compreensões e interpretações relacionadas à interrogação feita. Ademais, é preciso compreender que a pesquisa representa muito mais do que uma simples coleta de dados; é uma busca contínua por entendimento, uma exploração que visa lançar luz sobre fenômenos até então não completamente compreendidos.

No campo da Educação Matemática, especificamente, os núcleos de preocupações das pesquisas englobam aspectos tanto da Educação em geral quanto da Matemática.

As pesquisas elaboradas no horizonte da região de inquérito da Educação Matemática trabalham [...] interrogando o compreender matemático, o fazer matemático, os significados sociais, culturais e históricos da Matemática. São, portanto, pesquisas que solicitam domínio compreensivo de um vasto horizonte de conhecimentos, como os horizontes da Psicologia, da História, da Filosofia... e, certamente, da Matemática (Bicudo, 1993, p. 20).

Percebe-se, portanto, que a pesquisa em Educação Matemática perpassa por muitos campos, mas preocupa-se com o processo educacional, o aprendizado, a prática, a construção e os fenômenos que existem nesses processos e nas relações da Matemática com a sociedade. Neste contexto, a área de pesquisa em Educação Matemática segue, predominantemente, o caráter qualitativo.

Entende-se por pesquisa qualitativa aquela que busca compreender um fenômeno em profundidade, trabalhando com descrições, comparações e interpretação. É participativa, permitindo que os participantes (pesquisadores e pesquisados) influenciem os rumos da pesquisa.

[...] quando falo de pesquisa qualitativa, estou falando de uma forma de conhecer o mundo que se materializa fundamentalmente através dos procedimentos conhecidos como qualitativos, que entende que o conhecimento não é isento de valores, de intenção e da história de vida do pesquisador, e muito menos das condições sócio-políticas do momento (Borba, 2004, p. 3).

Portanto, os pesquisadores em Educação Matemática lidam, em grande maioria, com fenômenos que não podem ser quantificados. Na pesquisa qualitativa, a subjetividade é valorizada, reconhecendo que o pesquisador e os participantes são influenciados por valores, intenções e histórias de vida.

Nesse sentido, a abordagem qualitativa destaca a importância de explorar a complexidade e a riqueza das experiências humanas, buscando compreender o significado implícito aos eventos e às interações. Essa interação dinâmica permite que as descobertas evoluam organicamente, respondendo às nuances que emergem durante o processo de pesquisa.

Tendo isto em vista, a pesquisa elaborada neste trabalho caracteriza-se como pesquisa qualitativa em Educação Matemática, uma vez que se busca interpretar as compreensões de alunos sobre a noção intuitiva de Limite, um conteúdo matemático, por meio de tarefas com a linguagem de programação LOGO desenvolvidas na oficina. Além disso, a interrogação central desta pesquisa é: *Como se mostra a compreensão dos alunos sobre a ideia intuitiva de Limite no desenvolvimento de tarefas com o software SuperLogo 3.0?*

Assim, ao adotar uma abordagem qualitativa, esta pesquisa busca capturar a complexidade e a riqueza das percepções dos alunos sobre a noção intuitiva de Limite. As tarefas propostas durante a oficina, aliadas às teorias educacionais e metodológicas escolhidas, proporcionaram uma oportunidade para explorar o fenômeno e o que é percebido (BICUDO, 2012), enriquecendo não apenas a teoria, mas também a prática educacional na área da Educação Matemática.

Neste contexto, este trabalho possui uma abordagem fenomenológica, pois o que se pretende analisar são as percepções dos sujeitos diante do fenômeno educacional, considerando as subjetividades que existem em cada indivíduo e como ele reage ao que é vivenciado e aprendido.

2.2 PESQUISA QUALITATIVA FENOMENOLÓGICA

A pesquisa fenomenológica na educação busca descrever e interpretar a experiência e as percepções do aluno (o sujeito) no ambiente e prática educacional vivenciada (o fenômeno). Essa abordagem de pesquisa demanda rigor na descrição, visando alcançar a essência do fenômeno investigado (FINI, 1994).

A interrogação nesta abordagem está direcionada ao sujeito que participa da investigação, pois é a partir da descrição de sua experiência que se chega a significações. Visto isso, a interrogação desta pesquisa alinha-se a essa característica, uma vez que busca compreender como alunos de Ensino Médio percebem a noção intuitiva de Limite a partir do trabalho com tecnologia. Esse enfoque tem o potencial de revelar possibilidades para o desenvolvimento do entendimento matemático sobre Limite nessa etapa da Educação Básica. Para tanto, foram consideradas as perspectivas dos alunos em relação ao que foi apresentado e vivenciado por eles.

Na pesquisa fenomenológica, os dados são construídos a partir das experiências vivenciadas pelo sujeito (FINI, 1994). É parte do pesquisador descrever e buscar significados àquilo que foi expresso e percebido pelo sujeito no fenômeno investigado. Sendo assim, gravações, entrevistas e discursos são meios utilizados para obter de modo satisfatório e claro as expressões e relatos dos envolvidos. A descrição ou transcrição do que foi percebido revelam a subjetividade existente em

cada indivíduo e, conseqüentemente, contrastam diferentes significados, os quais cabe ao pesquisador buscar interpretações na análise.

No contexto da pesquisa qualitativa com enfoque fenomenológico, é relevante ressaltar uma característica importante em relação à quantidade de sujeitos envolvidos na experiência investigativa:

Não cabem, aqui, critérios tradicionais de representatividade, uma vez que o sujeito só representa ele mesmo e não se está procurando certezas pela quantidade de diferentes significados. Procura-se a qualidade diferenciada das percepções dos sujeitos sobre suas experiências (Fini, 1994, p. 29).

Isso significa que nesta abordagem não se trabalha com grande número de sujeitos, uma vez que as percepções tendem a ter significados semelhantes, isto é, embora tenha-se expressões e descrições únicas de cada um, a ideia e compreensão do pesquisador tende a certos resultados gerais que, de certa forma, independem da quantidade de pessoas. Além disso, o pesquisador e os sujeitos precisam ter um envolvimento durante o fenômeno investigado, o que é melhor com um número menor de pessoas.

A análise do fenômeno nesta abordagem de pesquisa deve partir da reflexão minuciosa do pesquisador sobre o que foi expresso pelos sujeitos, seja no que foi falado, escrito, percebido e elaborado por eles. O pesquisador busca compreender o que se observa, mas não tem o objetivo principal de explicar ou tomar como verdade única cada descrição, mas buscar significados gerais, que levam à significação ao que é investigado.

Machado (1994) apresenta, pois, dois momentos na análise fenomenológica, definidas por Análise Ideográfica e Análise Nomotética, que serão descritas com mais detalhes no capítulo destinado à análise dos dados.

Por fim, ao definir os significados gerais, o pesquisador elabora o discurso interpretativo e inteligível do fenômeno (MACHADO, 1994), isto é, embasado na teoria que fundamenta sua pesquisa, aliado às significações criadas a partir do fenômeno vivido e percebido pelos sujeitos e por ele, obtém-se os resultados e discussões finais da pesquisa.

2.3 ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA

Este trabalho possui uma abordagem exploratória que, conforme Gil (2002), visa desenvolver e esclarecer conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos para estudos posteriores. Deste modo, os procedimentos metodológicos e técnicos desta

pesquisa iniciaram-se com um estudo bibliográfico, com levantamento de referenciais sobre Construcionismo, linguagem de programação LOGO, PC e noção intuitiva de Limite.

Após o aprofundamento teórico e a exploração no ambiente LOGO e seus comandos por parte da pesquisadora, procedeu-se à elaboração das tarefas para a oficina, as quais estavam embasadas nas teorias do Construcionismo e do Pensamento Computacional, com o objetivo de desenvolver a noção intuitiva de Limite, a partir do trabalho, com a linguagem de programação LOGO. Outro aspecto relevante para a pesquisa abrange a identificação do desenvolvimento do PC pelos alunos.

A oficina foi pensada como ambiente pedagógico para explorar com os alunos do Ensino Médio o *software* SuperLogo por meio do Construcionismo, mas também de criar debates e diálogos ao redor do compartilhamento de ideias entre sujeito-pesquisadora e sujeito-sujeito (da pesquisa). As tarefas tinham o caráter exploratório e problematização como ponto de partida. As perguntas foram elaboradas com a intenção de fazê-los pensar e discutir sobre suas ideias na construção no *software*, mas também as ideias e compreensões que tinham no decorrer das tarefas.

Durante a realização das tarefas, a pesquisadora apenas auxiliava e mediava os alunos na construção do programa no SuperLogo. Além disso, realizava questionamentos para que apresentassem a ideia por trás da elaboração do procedimento, estimulando o pensamento algorítmico, crítico e a reflexão.

O público-alvo pensado para a pesquisa consiste em alunos do Ensino Médio do Colégio Técnico Industrial de Guaratinguetá, vinculado à Faculdade de Engenharia e Ciências da Unesp (Universidade Estadual Paulista). Foi elaborado um formulário virtual pela Google, para que os alunos se inscrevessem na oficina e recebessem certificado posteriormente. A oficina ocorreu em três dias, com duração de duas horas por dia, em média.

Em todos os encontros, a tela do computador usado por cada participante foi gravada e a voz também capturada. Estes registros foram transcritos e analisados para verificar as construções e as percepções dos alunos durante a oficina. Por fim, com os dados obtidos, foi realizada a análise fenomenológica que apresentou os resultados para o fenômeno investigado; ambos serão apresentados adiante.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 AS CONTRIBUIÇÕES DE PAPERT: CONSTRUCIONISMO E LOGO

Para melhor compreender os aspectos deste trabalho, neste capítulo serão apresentados os fundamentos teóricos que embasam as tarefas desta pesquisa, bem como a proposta que se busca desenvolver.

Destaca-se, inicialmente, Seymour Aubrey Papert (1928-2016), educador e matemático sul-africano, um dos pioneiros na abordagem educacional de computadores para crianças, criador da teoria Construcionista e pai da linguagem de programação LOGO. Papert foi graduado em Física e Matemática pela Universidade de Witwatersrand (Joanesburgo, na África do Sul)¹, continuou seus estudos na Universidade de Cambridge (Inglaterra), onde obteve seu Doutorado em Matemática.

Em sua trajetória profissional, Papert desempenhou um papel fundamental no campo da inteligência artificial junto ao professor Marvin Lee Minsky, conhecido como “pai da inteligência artificial”, posteriormente, tornou-se uma figura central no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), onde contribuiu significativamente para o desenvolvimento de ideias revolucionárias na interseção entre tecnologia e educação.

Papert (1985), de forma utópica para a época, previa um futuro tecnológico na sociedade e nas escolas. Desse modo, apresentou sua visão sobre como computadores e a tecnologia em si podem ser transformadores, capazes de contribuir no crescimento intelectual e até mesmo pessoal das pessoas, alterando sua forma de pensar, trabalhar, divertir e aprender. Consequentemente, ele acreditava nas potencialidades que este aparelho poderia proporcionar às crianças, promovendo novas possibilidades de aprendizado.

Embora a tecnologia desempenhe um papel essencial na realização de minha visão sobre o futuro da educação, meu foco central não é a máquina, mas a mente e, particularmente, a forma em que movimentos intelectuais e culturais se autodefinem e crescem (Papert, 1985, p. 23).

Com esse olhar, Papert contribuiu significativamente na abordagem de incorporar o trabalho com computador em sala de aula, considerando-o como um "objeto-de-pensar-com, objetos em que há uma interseção de presença cultural, conhecimento implícito, e a possibilidade de

¹ Graduado em 1949 e obteve um PhD em Matemática em 1952. Recebeu outro título de PhD, também em Matemática, na Cambridge University em 1959

identificação pessoal" (PAPERT, 1985, p. 26). Entendia-se que a criança não dependia desse aparelho para aprender, mas por meio de uma cultura com computadores nas escolas - que estava em ascensão e, atualmente, é realidade -, os impactos gerados no pensar e na construção significativa de conhecimento do aluno eram evidentes e possíveis de se desenvolver.

As ideias de Papert estão embasadas nas de Jean Piaget, um psicólogo suíço conhecido pela teoria do Construtivismo, na qual se trata do estudo de aspectos estruturais biológicos e cognitivos do ser humano, conforme apresentam Santos *et al.* (2021). No início dos anos 1960, Papert trabalhou no MIT com Piaget, onde pode se aprofundar nos estudos da área da educação e desenvolver sua própria teoria.

Em termos gerais, “na perspectiva construtivista de Piaget, o conhecimento não é inato, tampouco acumulado. Ele é resultado de um processo que se desenvolve a partir da ação do sujeito sobre objetos, o que suscita processos adaptativos cada vez mais complexos, ou seja, a construção de conhecimentos” (SANTOS *et al.*, 2021, p. 27). Ao interpretar a teoria de Piaget em prol da Educação e do desenvolvimento cognitivo infantil, compreende-se que as crianças não são meramente receptáculos passivos de informações; em vez disso, elas são pensadoras ativas que constroem ativamente o conhecimento à medida que interagem com o ambiente.

Devido às influências do psicólogo suíço, Papert (1986) desenvolveu sua teoria denominada Construcionismo, uma abordagem educacional para o ensino das Ciências e da Matemática que amplia e reconstrói as ideias Construtivistas ao contexto da tecnologia. Ambas as abordagens compartilham a visão central de que a aprendizagem é um processo ativo e construtivo, entretanto, o Construcionismo adiciona uma visão de que a aprendizagem se torna mais eficaz quando é proporcionada por um contexto consciente em que o aprendiz pode construir suas ideias e representá-las no mundo real. Para o autor, deve-se desenvolver “atividades em que os alunos trabalham para a construção de uma entidade inteligível, em vez da aquisição de conhecimentos e fatos sem um contexto em que possam ser utilizados e compreendidos de forma imersiva” (PAPERT, 1986, p. 8, tradução nossa).

Ademais, Maltempo (2004) ressalta que a proposta de Papert vai além da ideia de *hands-on*, ou “mão na massa”. O ato de construir algo não se resume apenas à manipulação física, mas envolve o engajamento ativo e a crença naquilo que está sendo construído, adicionando dimensões significativas à aprendizagem.

Portanto, um ponto relevante na abordagem de Papert (1986) é que o envolvimento emocional, o apreço estético e a compreensão do contexto sociocultural são tão importantes quanto os fatores cognitivos, ou seja, a afetividade do aluno com a disciplina

é fundamental para o aprendizado:

Grande parte da nossa investigação baseia-se na hipótese de que as crianças (como qualquer outra pessoa) aprenderão melhor a ciência se a utilizarem. Não queremos dizer com isto que podem utilizá-la "quando crescerem". Queremos dizer que devem ser capazes de a usar agora mesmo. E não queremos dizer que eles o usem apenas para realizar tarefas que lhes são impostas pelos professores. Queremos dizer que a utilizam para fins que experimentam como seus (Papert, 1986, p. 9, tradução nossa).

Entende-se que o que se busca é a maior autonomia do aluno para desenvolver de forma ativa seu conhecimento, pois ele tem capacidade para tal, desde que esteja em um ambiente no qual esteja engajado em questões e construções de seu interesse. Em vista disso, Papert (1986) acreditava que o computador e as tecnologias podem viabilizar situações que beneficiem o aluno na construção de projetos e tarefas que desenvolvem seu aprendizado e a reflexão sobre o que se faz.

Valente (1995) ressalta que no ambiente educacional Construcionista, bem como descrito, os alunos possuem relevância central, pois são vistos como construtores ativos que dão significado às informações com base em suas experiências. Nesse contexto, a postura do professor deve ser de facilitador, mediador e auxiliador; deve questionar o aluno motivando-o à curiosidade e à exploração.

A teoria Construcionista de Papert contrastava com as ideias da abordagem Instrucionista, que tinha relação às concepções iniciais derivadas de Skinner², conforme Valente (1995). Inicialmente, a visão predominante era considerar o computador como uma "máquina de ensinar"³. Nessa visão, o computador era encarado como um auxiliar na transmissão de conteúdos disciplinares, seguindo uma abordagem mais tradicional de ensino centrada na instrução.

Papert (1985) apresentou uma ruptura com essa concepção, argumentando que o computador não deve ensinar a criança, mas que ela deve programá-lo, pois, ao realizar essa ação, a criança ao interagir com a máquina e seus códigos torna-se um “falante” dessa linguagem (da máquina) que possibilita um domínio com uma ferramenta tecnológica avançada, mas também desenvolve uma

² Skinner foi um dos pioneiros do Behaviorismo, o qual se baseia no estudo do comportamento humano por meio da interação entre organismo e meio ambiente. As concepções de sua teoria destacam o condicionamento operante, os estímulos externos e os reforços negativos e positivos. O princípio teórico de Skinner surge na Educação após ele perceber a necessidade de haver respostas imediatas em relação às questões realizadas pelos alunos, remetendo ao método da instrução simultânea (FINO, 2016).

³ Tendo em vista a Teoria do Condicionamento (Behaviorismo) de Skinner, essa máquina baseava-se na concepção de instrução programada, proporcionando um reforço positivo. Além disso, “baseia-se igualmente numa teoria sobre o aprendiz, em quem se reconhecem determinadas características que devem ser respeitadas e tidas em conta, e sobre o papel que deve ter o professor (que é o agente reforçador) cuja ação é mediada pela máquina de ensinar” (FINO, 2016, p. 19).

compreensão mais profunda e significativa de conceitos mais amplos e, por vezes, abstratos em várias áreas do conhecimento. Por essa perspectiva é como se a criança “ensinasse a máquina” a fazer o que ela (a pessoa) quer e não o contrário

Pautados em uma visão Construcionista de educação com tecnologias digitais, o trabalho com computador deve fundamentar-se na construção de uma linguagem natural do aluno com o computador e, a partir dessa comunicação, será possível mudar a maneira como as aprendizagens acontecem. Para exemplificar, “a ideia de ‘falar Matemática’ a um computador pode ser generalizada numa visão de aprender Matemática na ‘Matelândia’, isto é, num contexto que está para a aprendizagem da Matemática assim como viver na França está para aprender francês” (PAPERT, 1985, p. 19).

Nesse contexto, Papert desenvolve a linguagem de programação LOGO, idealizada especialmente para educadores e alunos, tornando-se um grande exemplo para explorar e atender os fundamentos educacionais que ele acreditava.

3.1.1 A Linguagem de Programação LOGO

Na década de 60, Papert e outros pesquisadores do MIT desenvolveram a linguagem de programação LOGO, a qual envolve uma prática pautada na teoria Construcionista, pensada especificamente para o ensino. Sendo assim, a linguagem de programação LOGO é adaptada, possui vocabulário simples, processos e comandos menos complexos, além de apresentar resultados gráficos.

A comunicação facilitada entre aluno e computador, presente na LOGO, é essencial, pois torna-se um “[...] interlocutor-de-Matemática ou um interlocutor-de-línguas. Estamos aprendendo a fabricar computadores com os quais as crianças gostam de se comunicar. Quando esta comunicação ocorre, as crianças aprendem Matemática como uma língua viva” (Papert, 1985, p. 18).

O LOGO, embora projetado para ser acessível às crianças, não se restringe a uma linguagem exclusivamente infantil, demonstrando versatilidade ao possibilitar a exploração de conceitos mais avançados.

Inicialmente, o ambiente LOGO permitia que, por meio de comandos e procedimentos listados, programasse os movimentos de um robô, denominado Tartaruga. Desse modo, os comandos de programação tinham um resultado concreto e visual por meio dos traços deixados pela Tartaruga, que possuía em sua estrutura uma caneta. Pode ser visto na figura 1 crianças programando a Tartaruga, a qual deixa rastros de um desenho com várias circunferências.

Conceitos matemáticos - em especial geométricos - eram explorados pelas crianças, transformando a linguagem LOGO e os computadores poderosas tendências para a aprendizagem.

Neste contexto, a Tartaruga é também um "objeto-de-pensar-com" (PAPERT, 1985), pois por meio do seu trajeto e de como ela é programada, as crianças podem construir seus próprios modelos mentais. É como se o aluno se comparasse à tartaruga para resolver os problemas, pensando no processo e ensinando as etapas que devem ser realizadas. Desse modo, a linguagem LOGO se alinha com os princípios do Construcionismo, enfatizando a importância da construção ativa de conhecimento do aluno.

Figura 1 - Crianças programando a Tartaruga



Fonte: Papert (1985, p. 6)

É importante ressaltar que o LOGO se trata de uma linguagem de programação interpretada, o que implica que cada linha do código é lida e executada sequencialmente, que dispensa da necessidade de compilar completamente o código a cada alteração realizada, proporcionando uma agilidade valiosa no desenvolvimento e na experimentação de ideias. Essa característica torna o LOGO uma ferramenta flexível e adaptável, ideal para um ambiente de aprendizado dinâmico e interativo. O modelo algorítmico se constrói ao longo do processo de programação, fazendo com que o indivíduo que programa pense e corrija os comandos.

Entendendo a interação entre aluno e computador no ambiente de aprendizado com LOGO, Valente (1995) caracteriza um ciclo denominado descrição-execução-reflexão-depuração. Consiste na descrição do problema em termos de linguagem LOGO; execução do programa para gerar resultados; refletir se o que foi apresentado é satisfatório, caso não, depurar o programa. O ciclo finaliza quando o programador (aluno) obtém o resultado esperado.

O modelo da descrição-reflexão-depuração permite entender que a grande contribuição do computador é o fato de o aluno poder executar suas ideias numa máquina que fornece

um resultado fiel e preciso sobre o que o aluno realizou. [...] Se algo não saiu como era esperado, esse resultado é fruto somente do que o aluno forneceu. [...] Essa é uma das razões pela qual os comandos do Logo, principalmente os comandos do Logo gráfico, são simples e de fácil assimilação. Isso permite que a tarefa de programação em Logo propicie a descrição das ideias como subproduto do processo de resolver um problema (Valente, 1995, p. 12).

Ao longo dos anos, o desenvolvimento de terminais gráficos possibilitou avanços para a linguagem LOGO, como a implementação de uma interface gráfica. Com isso, os resultados da programação não se limitavam mais aos traços demarcados pelo robô, mas sua representação encontrava-se agora na tela do computador, com movimentos mais rápidos e precisos.

Devido a esses avanços, a linguagem LOGO foi disseminada, tornando-se grande ferramenta de exploração educacional. Além disso, com o passar do tempo, novas tecnologias foram incorporadas ao LOGO e uma delas originou o *software* SuperLogo, assunto que será abordado nas próximas seções.

3.2 SOFTWARE SUPERLOGO 3.0

De acordo com Valente (1995), na década de 70 o LOGO é implementado em microcomputadores em escolas, a partir de um projeto, possibilitando que outras crianças pudessem conhecer e aprender com o LOGO, não se restringindo às tarefas realizadas nos Laboratórios do MIT. Essa ação possibilitou a disseminação da linguagem em diferentes máquinas e para diversos grupos de pesquisa que estudavam o trabalho com a linguagem LOGO nas escolas.

Devido aos desenvolvimentos tecnológicos e os benefícios evidenciados, a linguagem LOGO surge no Brasil por volta de 1982, devido aos trabalhos realizados pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Desde então muitas pesquisas foram realizadas, com estudos sobre o trabalho da linguagem na educação, também sobre a formação de professores em ambientes educacionais com computador e foi pauta em grupos de pesquisa em centros de informática (VALENTE, 1995).

No Brasil, o Núcleo de Informática Aplicada à Educação (NIED), vinculado à UNICAMP, desempenhou papel fundamental para a expansão do LOGO nacionalmente. Possui inúmeras versões adaptadas a cada tipo de microcomputador e sistema operacional de cada época, porém, em 2000, desenvolveram uma versão do *software* chamada SuperLogo⁴ 3.0. Eles foram

⁴ O *software* foi desenvolvido para Windows XP versão 32 bits. A partir do Windows 7, versão 32 bits, cerca de 20% dos comandos e o *help* não funcionam mais.

responsáveis pela tradução⁵ de toda a linguagem LOGO para o português e, devido o *software* pertencer a um programa educativo sem fins lucrativos, é encontrado gratuitamente no site da NIED⁶.

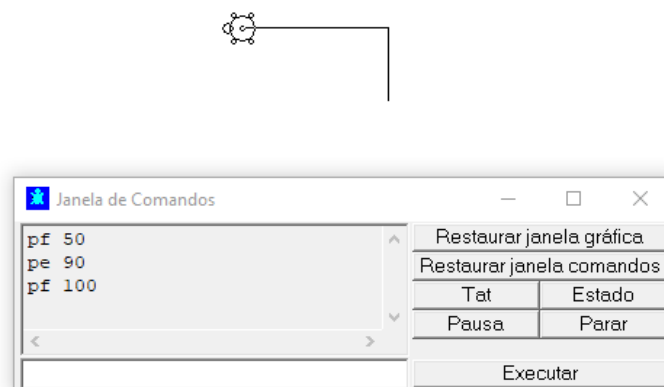
A seguir, será apresentado o ambiente LOGO do *software*, bem como os principais comandos e recursos utilizados nas tarefas realizadas nesta pesquisa.

3.2.1 Ambiente SuperLogo

O ambiente do *software* SuperLogo 3.0 se estrutura em duas janelas distintas (Figura 2): a janela de comandos, onde o usuário insere as instruções e comandos para a Tartaruga e recebe mensagens de erro, e a janela gráfica, que exibe visualmente as ações realizadas pela Tartaruga em resposta aos comandos; essa janela representa um plano coordenado sem eixos desenhados e, assim que o *software* é aberto, a Tartaruga gráfica encontra-se na posição (0,0), no centro.

A divisão de duas janelas permite uma interação intuitiva e imediata, onde os usuários podem observar diretamente os resultados de suas instruções na representação gráfica da Tartaruga.

Figura 2 - Ambiente SuperLogo



Fonte: A autora

O erro é bem-visto no ambiente LOGO - consideramos aqui “ambiente LOGO” tanto o espaço virtual do *software* quanto o em sala de aula, ambos considerados meios e “objetos-de-

⁵ Ao deter os direitos da linguagem LOGO, os pesquisadores da UNICAMP (NIED) desenvolveram versões do *software* nas quais os comandos podem ser dados em português.

⁶ Acesse o link para realizar o download do *software*: <https://www.nied.unicamp.br/biblioteca/super-logo-30/>

pensar-com” -, pois é por meio do erro que o aluno reflete sobre seu processo e busca novas formas para solucionar o problema, fazendo com que a Tartaruga conclua o que se espera.

Os erros e os acertos, referindo-se à LOGO, não estabelecem o sucesso ou insucesso da programação, mas sim apresentam no concreto como os pensamentos, as ideias e esquemas podem ser elaborados e se fazem jus a execução desejada ou não. Desse modo, ao programar, os erros são considerados etapas para a execução, pois, através de tentativas, as estratégias podem ser verificadas (Santos *et al.*, 2021, p. 31).

Portanto, ensinando o computador (programando), o aluno aprende. Conforme destaca Papert (1985), a Tartaruga é concebida para ser facilmente programável, enquanto proporciona um ambiente propício ao desenvolvimento do pensamento crítico e lógico.

3.2.2 Principais Comandos e Recursos

Com o objetivo de apresentar e familiarizar o leitor com a linguagem de programação LOGO, neste capítulo serão abordados os principais comandos e recursos que foram utilizados na oficina realizada nesta pesquisa: comandos de movimento (translação e rotação), de traços, operações Matemáticas, estruturas condicionais, comandos de repetição, atribuição e criação de procedimentos.

No SuperLogo 3.0, como mencionado anteriormente, a linguagem de programação é traduzida para a língua portuguesa. Desse modo, os comandos utilizados podem ser descritos por termos que são intuitivos e assimilados com a língua materna, contribuindo na compreensão do que se faz e facilitando a programação do aluno.

Portanto, para fazer a Tartaruga se deslocar para frente, o comando utilizado deve ser “para frente” ou a abreviação “pf”. E a mesma ideia funciona para o comando “para trás” ou “pt”, que translada a Tartaruga para trás. Nesses movimentos, a Tartaruga locomove quantos pixels forem declarados, demarca seu trajeto e conserva a direção e o sentido que estava anteriormente.

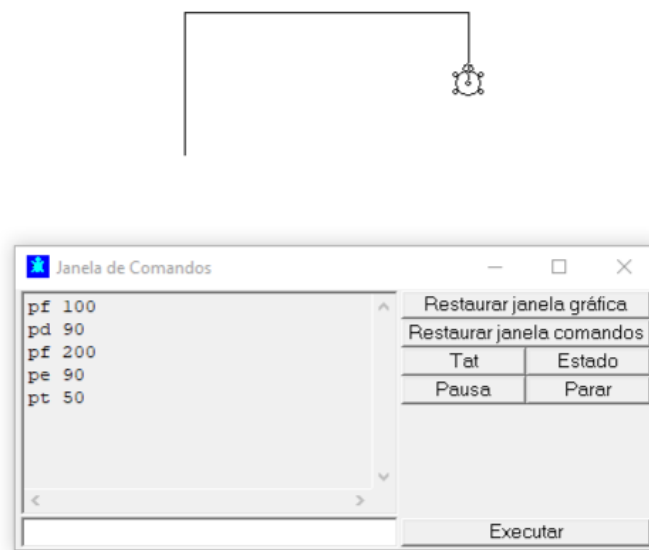
Além desses movimentos, há o “mudexy”, que faz com que a Tartaruga se mova para as coordenadas declaradas pelo usuário. Devido a janela gráfica representar um plano cartesiano, o comando “mudexy” permite a mudança de posição, escolhendo primeiro o valor do eixo da abscissa e, depois, o da ordenada, ou seja, permite o deslocamento para o ponto de coordenadas (x, y). Ainda nesta ideia, há o comando “paracentro” ou “pc” que retorna a Tartaruga à posição (0, 0).

Os comandos de rotação fazem com que a Tartaruga se desloque em um dado ângulo de amplitude em torno de seu centro de rotação. Assim, para rotacionar no sentido horário, basta

utilizar o comando “paradireita” ou “pd” e determinar os graus de rotação. Já no sentido anti-horário, “paraesquerda” ou “pe”.

Uma sequência de comandos faz com que a Tartaruga (Figura 3) ande 100 pixels para frente, rotacione 90 graus para a direita, ande para frente 200 pixels, rotacione a esquerda com um ângulo de 90 graus novamente e ande 50 pixels para trás. Percebe-se que ao fim, a Tartaruga permanece com o sentido e direção determinados anteriormente.

Figura 3 - Exemplo com comandos de translação e rotação



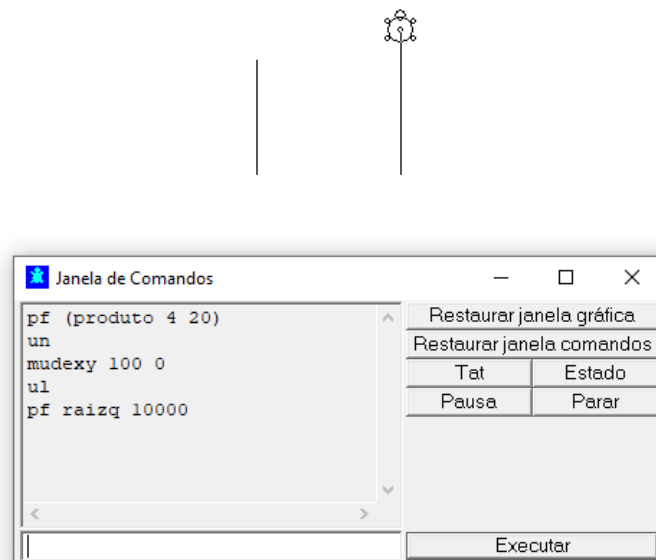
Fonte: A autora

Alguns comandos de traços importantes são o “usenada”, “uselapis” e “useborracha”. O primeiro, podendo ser abreviado por “un”, realiza deslocamentos sem traços da Tartaruga. O “uselapis”, ou “ul”, faz com que a Tartaruga faça registros gráficos de seu deslocamento ou retorne ou traços caso tenha usado “un”. O último, representado também pela abreviação “ub”, apaga os registros gráficos.

O SuperLogo executa várias operações Matemáticas, como adição ($a + b$), subtração ($a - b$), multiplicação ($a \cdot b$), divisão ($\frac{a}{b}$), potenciação (a^b), raiz quadrada ($\sqrt[a]{a}$), exponencial (e^a), logaritmo de base 10 ($\log_{10} a$), logaritmo natural ($\ln a$), tangente ($\tan \theta$), seno ($\sin \theta$), cosseno ($\cos \theta$), entre outras. Em grande parte deles deve-se escrever o comando que se quer, pressionar a barra de espaço, declarar o primeiro valor, barra de espaço novamente e o segundo valor. Pode-se pedir para apresentar o valor na janela de comandos utilizando o

comando “mostre” ou os resultados podem ser medidas para transladar ou rotacionar a Tartaruga, por exemplo.

Figura 4 - Exemplo com comandos de traços e operações Matemáticas



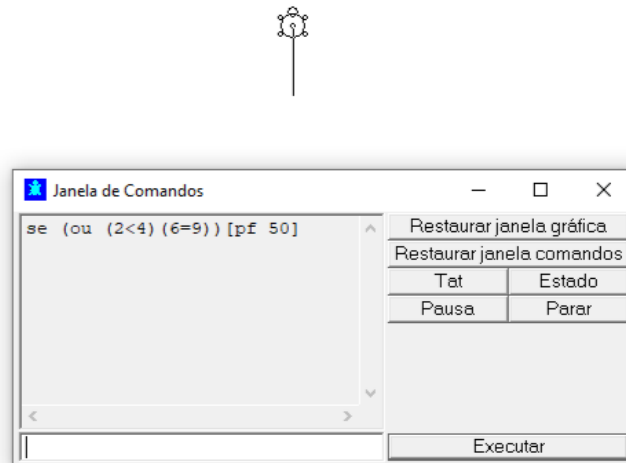
Fonte: A autora

Na Figura 4 a Tartaruga move para frente 80 pixels, por meio da operação “produto”, deixa de usar a caneta com o “un” e move para a posição de coordenadas (100,0); retorna a demarcar os traços com o comando “ul” e anda para frente 100 pixels, devido a operação raiz quadrada de 10000.

Comandos condicionais na linguagem LOGO proporcionam uma abordagem para controlar a execução de comandos com base em condições específicas. A Tartaruga, ao ser programada, responde apenas se uma condição definida pelo usuário for atendida. Isso é alcançado mediante o uso de operadores relacionais, como "igual", "maior" e "menor", que estabelecem as condições para a execução de ações. Além disso, os operadores lógicos, como "ou", "e" e "não", podem ser empregados para criar outras condições. Por exemplo, o comando “se” executa uma lista de instruções se a condição especificada for satisfeita, e os comandos “pare” e “pause” podem interromper ou pausar a execução de um procedimento. Essa flexibilidade proporciona ao programador um controle sobre o fluxo de execução, permitindo respostas dinâmicas da Tartaruga conforme as condições pré-estabelecidas.

Na figura abaixo, exemplifica-se o uso dos operadores. Se as condições dentro dos parênteses forem satisfeitas, isto é, se o valor numérico dois é menor que quatro, ou se seis é igual a nove, faça a Tartaruga mover-se 50 pixels para frente.

Figura 5 - Exemplo com comandos de operadores relacionais e lógicos

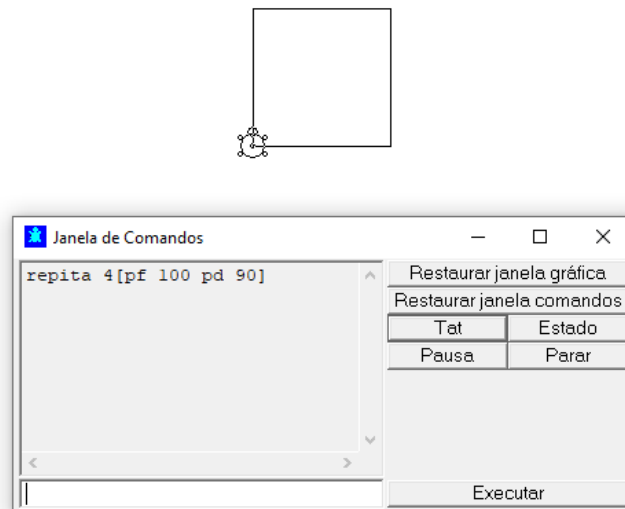


Fonte: A autora

A linguagem LOGO inclui recursos de laços de repetição. Para tanto, há o comando "repita", que é utilizado para criar um loop, uma estrutura de repetição, que executa uma série de comandos um número específico de vezes. Essencialmente, o "repita" é uma forma eficaz de simplificar e encurtar o código quando se deseja executar uma sequência de comandos várias vezes. Ele ajuda a evitar a repetição manual do mesmo conjunto de comandos e contribui para um código mais conciso e legível.

Com a Figura 6 exemplifica-se um caso de repetição para a construção de um quadrado de lado 100 pixels.

Figura 6 - Exemplo com comando “repita”

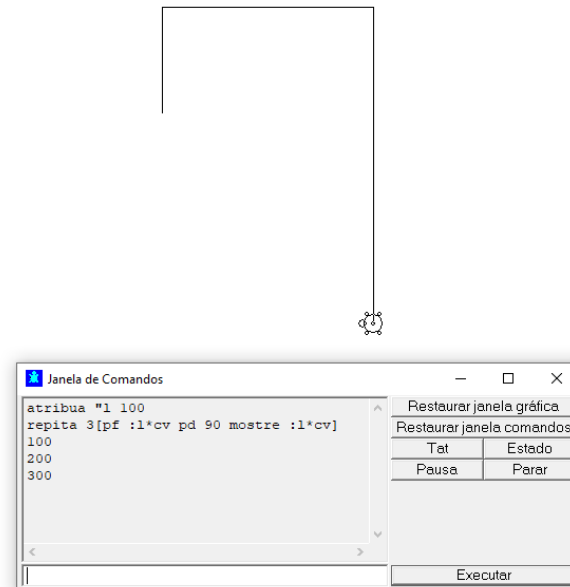


Fonte: A autora

No SuperLogo, assim como em outras linguagens de programação, as variáveis são usadas para armazenar e manipular valores que podem ser utilizados e modificados em diferentes partes do programa. Neste contexto, existe o comando “atribua”, que é usado para atribuir um valor a uma variável. Ao utilizar este comando, deve-se informar o nome da variável, precedida por aspas duplas e o valor que se deseja atribuir a ela. Em outros casos, como operações com variáveis e “mostre” a variável, deve-se informar a variável após inserir dois pontos.

Ainda pensando em variáveis, há o comando “contevezes” ou “cv”. Seu valor atribui valores de acordo com a progressão das repetições, ou seja, é um comando muito utilizado quando se trabalha com o “repita”. Assim, na primeira repetição do laço, “cv” tem valor igual 1, na segunda repetição a variável se altera para 2, na terceira passa a ser 3, e assim sucessivamente até completar as específicas vezes.

Figura 7 - Exemplo com comandos “atribua”, “cv” e “mostre”



Fonte: A autora

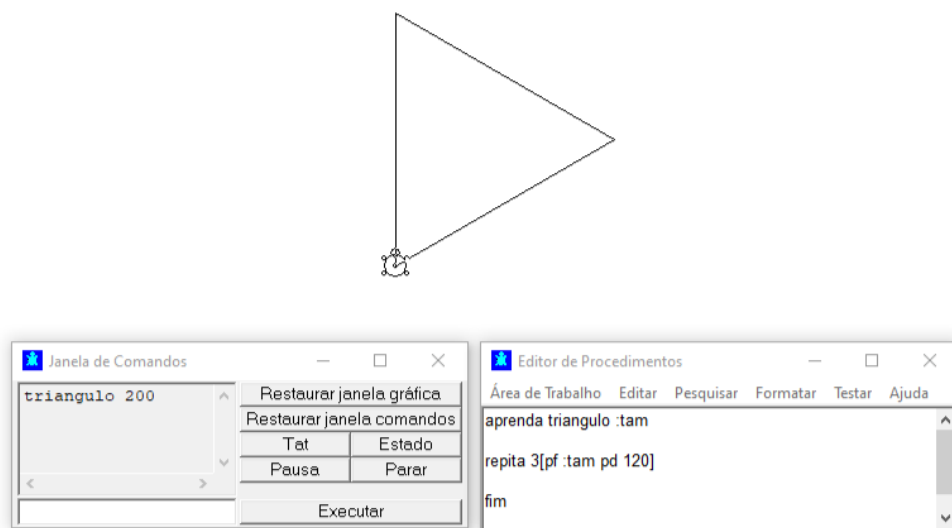
Percebe-se que no exemplo apresentado na Figura 7, inicialmente cria-se uma variável “l” e atribui a ela o valor 100. Posteriormente, o comando “repita” faz com que a Tartaruga refaça o passo de: mover-se para frente o valor de “l” multiplicado por “cv” (que na primeira repetição terá valor 1, logo, a Tartaruga andará 100 pixels para frente), depois rotacione para a direita com um ângulo de 90 graus e mostre, na janela de comandos, o valor que ela deslocou. Portanto, no primeiro loop a Tartaruga deslocou-se para frente 100 pixels, no segundo 200 e no terceiro 300 pixels.

No *software* SuperLogo 3.0, a criação de procedimentos é uma parte fundamental da programação. Procedimento é um conjunto de instruções ensinadas ao SuperLogo que recebe um nome e se propõe a executar determinada ação e podem ser chamados e executados posteriormente. Permite melhor organização do programa, tornando-o mais modular e de fácil entendimento, além de contribuir na reutilização de instruções.

Uma maneira de se criar procedimentos é acessando no “Menu” a opção “Procedimento”. Inicia-se com o comando “aprenda”, o nome que o identifica, posteriormente o bloco de comandos que definem o que a Tartaruga fará e, para encerrar o procedimento, “fim”. Dessa forma, quando desejar que as instruções sejam feitas, basta escrever na janela de comandos o nome do procedimento e executá-lo, assim a Tartaruga irá seguir os comandos já definidos.

Abaixo, a Figura 8 ilustra um procedimento que permite a Tartaruga desenhar um triângulo equilátero com tamanho de lado que o usuário desejar. Portanto, o “tam” é uma variável que recebe o valor determinado posteriormente, quando o procedimento for chamado. Com o comando “repita”, ordena-se ao LOGO que, por 3 vezes, faça com que a Tartaruga se mova para frente quantos pixels dor declarado pelo usuário e rotacione com ângulo de 120 graus para a direita. Devido a rotação da Tartaruga seguir o eixo de simetria da cabeça dela, o ângulo utilizado é o externo ao polígono.

Figura 8 - Exemplo de criação de procedimento



Fonte: A autora

Vale ressaltar que ao fim deste trabalho, encontra-se uma tabela de comandos do LOGO, apresentando o nome e abreviação, a função e exemplos com sintaxe de cada um deles (vide Apêndice A).

Expostos os principais comandos e recursos da linguagem de programação LOGO incluídos no SuperLogo 3.0 e utilizados nas tarefas da oficina que serão apresentadas mais adiante, seguimos com a discussão teórica que embasam esta pesquisa.

3.3 PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Em 2006, a autora americana Jeannette Wing, que atualmente ocupa o cargo de vice-presidente executiva de pesquisa e é professora de Ciência da Computação na Universidade de

Columbia, publicou o trabalho intitulado “Computational Thinking”, no qual institui o termo Pensamento Computacional (PC). Segundo Wing (2006), PC refere-se a uma habilidade cognitiva essencial para lidar com problemas e realizar tarefas utilizando conceitos fundamentais da ciência da computação. Essa abordagem destaca a importância de desenvolver uma mentalidade analítica e algorítmica, que envolve a representação de dados, a projeção de sistemas e a criação de soluções por meio de processos algorítmicos capacitando os indivíduos a enfrentarem questões complexas de maneira estruturada e eficiente.

O PC transcende a mera competência técnica em programação, tornando-se uma habilidade essencial para a humanidade do século XXI, indo além do campo da Ciência da Computação e se tornando uma habilidade valiosa em diversos contextos educacionais e profissionais. O “pensamento computacional é uma habilidade fundamental para todos, não somente para cientistas da computação. À leitura, escrita e aritmética, deveríamos incluir pensamento computacional na habilidade analítica de todas as crianças” (WING, 2006, p. 2).

Alguns autores convergem às ideias de Wing. Por exemplo, Brackmann (2017) destaca o PC pela capacidade de decomposição de problemas complexos em partes menores, identificação de padrões e relações entre dados, de abstração de informações relevantes, além da capacidade de pensar de maneira lógica e algorítmica para resolver problemas. Estas quatro principais características (decomposição, identificação de padrões, abstração e algoritmos) são consideradas pilares para atingir o objetivo principal do PC: a resolução de problemas.

Para Bråting e Kilhamn (2021), o PC não se limita apenas à compreensão de algoritmos e programação, ele representa uma abordagem mais ampla, uma mentalidade que visa desenvolver habilidades fundamentais para a resolução de problemas. Isso inclui decompor problemas, reconhecer padrões e soluções, abstração, colaborar eficazmente, trabalhar em equipe e a habilidade de projetar sistemas de maneira lógica criativa e testar soluções de maneira sistemática; competências que são consideradas cruciais para o sucesso na sociedade contemporânea.

Conforme definido pela International Society for Technology in Education (ISTE) e Computer Science Teachers Association (CSTA) em 2011, o Pensamento Computacional é delineado como um método abrangente de abordar problemas e as características incluem (mas não se limitam a):

- Formular problemas de forma que nos permita utilizar um computador e outras ferramentas para ajudar a resolvê-los.
- Organizar e analisar logicamente os dados.
- Representar os dados através de abstrações, tais como modelos e simulações.
- Automatizar soluções através do pensamento algorítmico (uma série de passos ordenados).

- Identificar, analisar e implementar soluções possíveis com o objetivo de obter a combinação mais eficiente e eficaz de passos e recursos.
- Generalizar e transferir este processo de resolução de problemas para uma grande variedade de problemas. (ISTE; CSTA, 2011, tradução nossa).

Apesar dos esforços contínuos para definir claramente o Pensamento Computacional, críticos argumentam que seu significado ou métodos de mensuração ainda não estão totalmente estabelecidos. No entanto, essas características encapsulam as habilidades fundamentais que compõem o Pensamento Computacional, oferecendo uma estrutura para aplicar esses conceitos em diversos domínios e situações.

Wing (2008) e Brackmann (2017) ainda destacam que o Pensamento Computacional não tem a intenção de fazer com que seres humanos pensem como computadores, mas sim desenvolver a capacidade de resolver problemas de forma eficiente e inteligente, utilizando características fundamentalmente humanas, como a criatividade e a abstração. Essa perspectiva apresenta a interação das duas partes: “computadores são tediosos e enfadonhos; humanos são espertos e imaginativos. Nós humanos tornamos a computação empolgante” (WING, 2006, p. 4).

Tendo isso em vista, verifica-se o quão fundamental é desenvolver o PC nas escolas, para estudantes de todas as idades. Assim, o Pensamento Computacional ganhou destaque na Educação, especialmente na Matemática, por seu potencial para desenvolver habilidades para a resolução de problemas. Contudo, são raros os estudos contemporâneos com foco no aprendizado de ideias Matemáticas por meio da programação ou com tarefas que envolvam o PC (BRACKMANN, 2017; SOUZA, BARBOSA e PAVANELO, 2023, no prelo).

Em nível nacional, destacam-se as menções do termo “Pensamento Computacional” presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) promulgada em 2017, principal documento orientador da Educação Brasileira. O termo é encontrado exclusivamente na área de Matemática, como competência e/ou habilidade a ser desenvolvida no Ensino Fundamental e aprimorada no Ensino Médio. A BNCC associa essa habilidade com o desenvolvimento de competências relacionadas ao letramento matemático.

De acordo com o documento, o PC “envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos” (BRASIL, 2018, p. 474).

Presume-se que, a partir da publicação da BNCC, houve um significativo aumento de pesquisas relacionadas a PC na educação Matemática brasileira (SOUZA, BARBOSA e PAVANELO, 2023, no prelo). Diversos trabalhos buscaram desenvolver o PC com tarefas envolvendo a criação de games e a programação de computadores que, por sua vez, reforçam o

pensamento algorítmico, o raciocínio lógico e a criatividade. Porém, ainda há um caminho vasto para explorar o PC na educação Matemática, inclusive sua inserção em currículos escolares, como disciplina ou tema transversal (VALENTE, 2016).

Souza, Barbosa e Pavanelo (2023, no prelo) apontam sobre as contradições que ainda existem em relação à compreensão e entendimento sobre PC e sugerem que o termo seja mais abordado e aprofundado nos cursos de formação inicial e continuada de professores, visto que é uma habilidade fundamental para o aprendiz e a sociedade contemporânea.

[...] observou-se que o Pensamento Computacional ainda é abordado de forma superficial e está intrinsecamente relacionado à programação de computadores, isto é, apenas por meio da programação o PC é desenvolvido, o que nem sempre acontece. [...] ainda existem contradições sobre o entendimento a respeito de PC, principalmente quando se trata de compreender que ele é uma habilidade capaz de gerar outras que fundamentam a ação do aprendiz no contexto contemporâneo, como a formulação, decomposição e resolução de problemas por meio de raciocínio lógico, de estruturas algorítmicas, da abstração e da criatividade, não se limitando apenas à programação de computadores. (Souza, Barbosa e Pavanelo, 2023, no prelo).

Portanto, é válido que pesquisas nesta área sejam cada vez mais desenvolvidas, verificando como acontece o aprendizado quando o PC está envolvido e como deve ser a prática do professor. À medida que a sociedade avança, a dependência de tecnologia continuará a aumentar. Assim como ressalta Wing (2006), o Pensamento Computacional não é apenas uma habilidade do presente, é uma preparação para enfrentar os desafios futuros e contribuir para um mundo cada vez mais tecnológico.

3.3.1 Construcionismo e LOGO: Precursores do Pensamento Computacional

O pioneiro a usar a terminologia “Pensamento Computacional” foi Papert (1985, p. 217) “Seus computadores simplesmente não tinham a potência necessária para os tipos de atividades mais envolventes e compartilháveis. Sua visão de como integrar o pensamento computacional na vida diária estava insuficientemente desenvolvido”. Papert (1985) demonstrou essas potencialidades por meio do que chamou Construcionismo, aprendizagem mediada pelo computador desde as possibilidades com LOGO, enquanto Wing (2006) aponta para o Pensamento computacional como uma estratégia para modelar soluções e resolver problemas em diferentes áreas.

As contribuições de Papert por meio da criação da linguagem de programação LOGO e a definição de Construcionismo podem ser relevantes aspectos associados ao desenvolvimento da ideia do Pensamento Computacional.

Com propostas precoces diante da sociedade que possuía pouco acesso às tecnologias digitais, por volta da década de 1960, Papert inovou metodologias de ensino, implementando a ideia de que as tecnologias podem ser usadas para o ensino da Matemática, não só para fornecer informações, dados ou instruções, mas que poderia ser usada para estimular a imaginação, experimentação, exploração e expressão de uma criança.

A partir da teoria do Construcionismo, Papert acreditava que o aluno devia ser agente ativo na construção de seu conhecimento por meio do uso de computadores. Nessa concepção, o aprendizado do aluno passa a ser através do ensinar o computador, isto é, ao aprenderem a programar, também estão programando para aprender. A resolução e formulação de problemas passa por um processo de programação de computador, mas também de criatividade, de reflexão, de pensamento lógico e algorítmico, ideias estruturadas e abstração, aspectos associados ao Pensamento Computacional.

No ambiente LOGO [...]: a criança, mesmo em idade pré-escolar, está no controle - a criança programa o computador. E ao ensinar o computador a "pensar", a criança embarca numa exploração sobre a maneira como ela própria pensa. Pensar sobre modos de pensar faz a criança tornar-se um epistemólogo, uma experiência que poucos adultos tiveram (Papert, 1985, p. 35).

Pode-se dizer que as ideias de Papert tinham características do que hoje conhecemos ser o Pensamento Computacional. O entendimento de ambas as concepções leva a semelhanças em sua forma de definir o trabalho de tecnologias em sala de aula e da construção de conhecimento do aluno.

De forma a relacioná-los, consideremos o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração, definido por Valente (1995) e discutido anteriormente em relação à interação entre aluno e computador no ambiente de aprendizado com o LOGO à luz do Construcionismo. Segundo o próprio autor, entende-se que:

As ações do ciclo não foram caracterizadas como conceitos do “pensamento computacional”, porém elas têm sido úteis para explicitar as tarefas que o aprendiz realiza na interação com as tecnologias digitais e ajudam a entender como a interação com as tecnologias digitais contribuem para o desenvolvimento do pensamento computacional (Valente, 2016, p. 872).

Diante dessas considerações, é possível verificar que as concepções de Papert acerca do LOGO e do Construcionismo não só transformaram a visão sobre o ensino de Matemática, mas também desbravaram perspectivas para a utilização da tecnologia em ambientes educacionais. Essas abordagens revelam-se instrumentos para educadores que almejam promover o Pensamento Computacional, capacitando os alunos a desempenharem um papel ativo na construção do conhecimento em um cenário cada vez mais digitalizado.

3.4 NOÇÃO INTUITIVA DE LIMITE

Em diferentes cursos de ensino superior nas áreas de Ciências Exatas e suas tecnologias, a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral é estabelecida como um pilar essencial. Presente em currículos de cursos como Engenharia, Física, Matemática e áreas correlatas, o Cálculo oferece uma base teórica e prática para compreender fenômenos naturais, modelar sistemas complexos e desenvolver soluções quantitativas (SOUSA, 2014). Assim, a presença do Cálculo Diferencial e Integral reflete a importância dessa disciplina como um instrumento fundamental para a formação de profissionais capacitados nas áreas.

Conforme Machado (2016), o estudo de Limites é premissa essencial para o entendimento de conceitos mais avançados do Cálculo, incluindo diferenciação, integração e série infinita. Ao compreender o Limite de uma função à medida que a variável se aproxima de um determinado valor, os estudantes ganham a capacidade de analisar o comportamento de funções em pontos específicos. Isso é fundamental para entender como as grandezas variam e acumulam, revelando propriedades fundamentais para a diferenciação e integração, permitindo a modelagem Matemática de diversos fenômenos.

Entretanto, muito se fala e é percebido as dificuldades e obstáculos de aprendizagem e de ensino na disciplina de Cálculo, o que reflete em altos índices de reprovação e desistência de alunos, ou na incompreensão de conceitos fundamentais, a começar pelo Limite (SOUSA, 2014). Em contrapartida, há propostas que buscam amenizar esses impactos, sejam na formação de professores, na mudança de metodologias no ensino superior ou até mesmo na abordagem da ideia de alguns conceitos para alunos de Ensino Médio da educação básica, sendo esse o objetivo do presente trabalho.

Antes de apresentar tais propostas, a seguir será apresentado um breve panorama histórico do desenvolvimento do conceito de Limite e do Cálculo.

3.4.1 Breve Panorama Histórico do Cálculo

Os conceitos relacionados ao Cálculo “têm tanto alcance e tantas implicações no mundo moderno que talvez seja correto dizer que sem algum conhecimento deles dificilmente hoje uma pessoa poderia considerar-se culta” (EVES, 2011, p. 417). O desenvolvimento do Cálculo e a formalização dos conceitos que o constituem – Limite, Derivada e Integral – foram sendo desenvolvidos ao longo da história da Matemática por muitos estudiosos que moldaram esse campo matemático, passando por ideias mais intuitivas até o que é definido como formal e ensinado hoje. Segundo Eves (2011), desde sua consolidação no século XVII, o Cálculo Diferencial e Integral se firmou como sendo a realização mais extraordinária e reconhecida para a História da Matemática.

Boyer (1992, apud RIBEIRO, 2018) apresenta que os estudos envolvendo as ideias presentes do Cálculo, em especial de Limite, tiveram início com os antigos gregos, notavelmente por Hípias, com a descoberta da incomensurabilidade, por Zenão de Eleia que, no século V a.C., introduziu quatro paradoxos que provocaram reflexões sobre a natureza infinita, e por Eudoxo e Arquimedes, com as experiências do método da Exaustão, como meio de demonstrar e obter fórmulas de áreas e volumes, que abordavam em sua estrutura séries infinitas. Para Eves (2011), Arquimedes trabalhou de maneira mais elegante de todos da antiguidade, se aproximando da atual e verdadeira integração.

No decorrer dos tempos, houve explorações relacionadas às ideias de infinito, porém, no século XVI e XVII retorna com grande intensidade o desenvolvimento dos conceitos principais do Cálculo. Desde então, nomes como Kepler, Galilei, Cavalieri, Torricelli, Barrow e Fermat fizeram significativas contribuições para o campo, mesmo que com ideias ainda não muito formalizadas e conceituadas (FERREIRA, 2014).

Ademais, é dedicado a Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz a criação do Cálculo Diferencial e Integral, ambos com obras independentes e formuladas no século XVII. De acordo com Sabatke (2016), Newton utilizou o infinitésimo em seu Cálculo e foi o primeiro a reconhecer a necessidade do Limite. As contribuições de Leibniz são destacadas pelas notações e fórmulas para Derivadas e Integrais, bem como o Teorema Fundamental do Cálculo, noções utilizadas até hoje. Por meio do desenvolvimento desses conceitos, “problemas desafiadores de geometria foram resolvidos; mais e mais aplicações do Cálculo à ciência, principalmente física e astronomia, foram descobertas; e novos campos da Matemática, especialmente equações diferenciais e o cálculo de variações, foram criados” (SABATKE, 2016, p. 37). O Cálculo, como concebido por Newton e

Leibniz, trouxe uma nova perspectiva para a análise de taxas de variação e acumulação. Suas notações e abordagens trouxeram clareza a problemas que anteriormente pareciam insolúveis.

Outras contribuições foram surgindo para o melhor entendimento, definição e conceituação do Cálculo. No século XIX, as discussões sobre a natureza dos infinitesimais e a fundamentação das técnicas de Cálculo se tornaram debates centrais. Nesse período destacam-se estudiosos como d’Alambert, Bernoulli, Euler e Riemann (SABATKE, 2016; SOUSA, 2014).

Por fim, a consolidação do conceito de Limite ocorreu devido contribuições de Cauchy, Bolzano e Weierstrass. Segundo Ferreira (2014), eles trouxeram rigor matemático à ideia de como as quantidades podem se aproximar indefinidamente. Especificamente em relação ao Limite, Cauchy apresentou o seguinte conceito baseado nas ideias de d’Alambert:

Chamamos quantidade variável aquela que consideramos capaz de assumir diversos valores diferentes sucessivamente. Por outro lado, chamamos quantidade constante aquela que assume um valor fixo e determinado. Quando os valores sucessivamente atribuídos a uma variável aproximam-se indefinidamente de um valor fixo, de modo que eles finalmente difiram deste valor tão pouco quanto quisermos, esse último valor é chamado limite de todos os outros. Assim, por exemplo, a área do círculo é o limite para o qual convergem as áreas de todos os polígonos regulares inscritos, se o número de seus lados aumentar cada vez mais (...) indicaremos o limite para o qual converge determinada variável pela abreviação “lim” escrita antes da variável em questão (Baron, 1985c, p. 46, apud Sabatke, 2016, p. 39).

Essa afirmação pode ser compreendida como uma ideia intuitiva de Limite, que não utiliza dos formalismos matemáticos do Cálculo - a definição por meio de funções, do uso de épsilons e deltas.

Como é apresentado por Sabatke (2016), Weierstrass, baseado nos estudos de Cauchy, formaliza o Limite do Cálculo propondo a seguinte definição: “O número L é o limite da função $f(x)$, onde $x = x_0$ se, dado qualquer número arbitrariamente pequeno ε , outro número δ possa ser encontrado tal que para todos os valores de x diferindo de x_0 por menos que δ , o valor de $f(x)$ diferir de L por menos que ε (BOYER, 1949, p. 287, apud SABATKE, 2016, p. 40).

Após séculos de estudos, a definição anterior é considerada formalizada e encontra-se em muitos livros de Cálculo atualmente. Todavia, são os conceitos e ideias envolvidas nessa definição que geram confusão e dificuldades para o entendimento de muitos ao serem introduzidos ao Cálculo.

Em nossa experiência docente e discente identificamos várias dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem do conceito de limite. E vemos que algumas dessas dificuldades já estavam presentes no contexto histórico, tal como a dificuldade de se trabalhar com grandezas infinitesimais e com a noção do infinito (Sabatke, 2016, p. 45).

Assim, vê-se o quão necessário é buscar formas para melhorar a compreensão desses conceitos, mesmo sendo uma dificuldade atravessada pela história da Matemática. Embora exija esforços e gere espanto para grande parte de professores e estudantes, uma proposta é a abordagem de ideias intuitivas de Limite no Ensino Médio como forma de preconizar as ideias que fundamentam o Cálculo, e mais do que isso, aprofundar ideias Matemáticas já discutidas nessa etapa de ensino.

3.4.2 Noção Intuitiva de Limite no Ensino Médio?

No histórico do ensino no Brasil, o Cálculo já esteve presente nos currículos da Educação Básica, porém, com o passar das reformas educacionais e com o discurso de que era um conteúdo que demandava muito tempo, a abordagem sugerida em nível nacional se perdeu (FERREIRA, 2014; MACHADO, 2016; RIBEIRO 2018).

Entretanto, muitas pesquisas retomam à ideia dos benefícios de trabalhar os conceitos de Cálculo, em especial Limites, com alunos do Ensino Médio, mas não com os formalismos matemáticos que são abordados no ensino superior. Devido aos conceitos serem abstratos e às dificuldades de aprendizado existentes dos estudantes, uma abordagem inicial com a definição formal não funcionaria como origem cognitiva adequada, podendo se tornar uma barreira para o entendimento dos alunos. Desta forma, sugere-se introduzir as noções e ideias intuitivamente.

Será que de fato devemos iniciar o estudo do Cálculo no Ensino médio? A princípio a resposta para essa pergunta poderá ser não, pois considerando o Cálculo com todo seu formalismo e rigor, é inviável para o nível de Educação Básica. Porém, se deixarmos de lado a maior parte do rigor matemático, e abordar o Cálculo de uma maneira intuitiva [...], facilitará o entendimento do mesmo, e ainda será de grande valia aos estudantes que escolherem cursar graduações na área de exatas, pois o contato prévio com alguns conceitos e aplicações auxiliarão na disciplina de Cálculo I (Ribeiro, 2018, p. 22).

Outro ponto defendido é que, "inserindo o cálculo no ensino médio, fazendo com que o aluno entre em contato com a disciplina mais cedo, diminuiria a grande taxa de evasão dos cursos superiores que tem como base fundamental o cálculo" (SOUSA, 2014, p. 13).

Vale ressaltar que o objetivo dos trabalhos que sugerem a introdução das ideias intuitivas que envolvem o conceito de Limite e Cálculo não é o de favorecer apenas futuros estudantes das ciências exatas, mas revelar que, ao trabalhar com essas noções, outros conceitos matemáticos e físicos são aprofundados, como sequências, funções, geometria (plana e espacial), variações de tempo e espaço, além de incentivar os alunos a conhecerem e explorarem conhecimentos da

atualidade (SOUSA, 2014; SILVA NETO, 2006). O que se propõe é “algo que vá fugir das técnicas usuais, priorizando a reflexão dos conceitos, por parte dos alunos, familiarizando com as novas simbologias e que desperte a curiosidade dos discentes” (SOUSA, 2014, p. 14).

Ademais, Ferreira (2014), Machado (2016), Ribeiro (2018) e Silva Neto (2006) apostam em metodologias de aprendizagem via recursos computacionais na abordagem do conceito de Limite no Ensino Médio. Acredita-se que o trabalho com tecnologias neste processo de aprendizagem pode ser uma “forma de estimular processos em que alunos sejam vistos como principais protagonistas de sua aprendizagem” (SILVA NETO, 2006, p. 10). Pode-se, portanto, recordar às ideias Construcionistas e de Pensamento Computacional descritos anteriormente neste trabalho.

Outro aspecto que merece destaque é a proposta de desenvolver o intuitivo dos conceitos. No contexto histórico da filosofia, a intuição pode ser compreendida através de diversas características, entretanto, em termos gerais, é apresentada como uma forma de conhecimento marcada pela relação imediata e efetiva com o objeto.

Na filosofia contemporânea⁷, entende-se que somente pela intuição não é possível garantir uma referência evidente de um conhecimento ao seu objeto. Entretanto, a característica que se destaca é a da intuição como uma habilidade que leva à compreensão e construção de novas ideias, mesmo sem uma concepção racional prévia.

Assim, o “intuitivo” é o oposto ao “racional” e, em particular, ao “exato” e ao “formal”. Entretanto, o intuitivo e o formal são apenas os extremos de uma ampla escala. Além disso, as intuições nunca saem do nada, mas culminam em processos de aprendizagem e pesquisa. E, se promissoras, poderão amiúde ser exatificadas. Isto prova que a intuição e, em geral, a primeira etapa do processo da formação de conceitos. Ademais, a prática da razão fortalece a intuição. O estudioso experiente desenvolve um “sentimento” intuitivo — embora nunca infalível (Gregorio, 2024).

Conforme Abbagnano (2007), Poincaré destaca a importância da intuição na criação e inovação, especialmente na Matemática. Ele afirma que a lógica é essencial para a demonstração, mas a intuição desempenha um papel fundamental na invenção. A relação entre lógica e intuição é apresentada como duas faculdades complementares, ambas indispensáveis em suas respectivas funções: a lógica proporciona certezas e é o instrumento da demonstração, enquanto a intuição é o instrumento da invenção.

Siddiqui (2021), compreende a intuição como uma abordagem informal,

⁷ A filosofia contemporânea é o período filosófico atual, que teve início por volta do século XIX, caracterizado por um foco marcante na racionalidade e na cientificidade, refletindo os avanços da ciência e da razão ao longo dos séculos (ABBAGNANO, 2007).

que melhora a compreensão de ideias matemáticas e amplia os limites do pensamento matemático para além do próprio assunto, e para dentro do conjunto do senso comum. O impacto exato da intuição no pensamento matemático nunca foi medido até os dias de hoje, mas é um fato bem conhecido que foi a intuição inicial de Newton e Leibnitz sobre a taxa de variação e a área sob a curva que deu origem ao Cálculo. Só mais tarde é que formalizaram estas ideias (Siddiqui, 2021, p. 731, tradução nossa)

Segundo Gregório (2024), na Matemática, o termo "noção" é utilizado para representar o conhecimento das ideias essenciais que formam as bases a partir das quais se constrói todo o corpo matemático. Essas noções colaboram para a compreensão e desenvolvimento de conceitos matemáticos mais complexos e estão ligadas com a ideia de intuição.

Uma definição é matematicamente suficiente para restaurar um conceito, mas em termos de conhecimento, não captura todos os aspectos do conceito. Para uma ideia completa do que é o conceito de limite, devem ser examinadas em detalhe as várias maneiras em que o usamos em todas as subáreas da Matemática, considerando o cálculo de limites, as demonstrações da "passagem para o limite", os resultados que podem ser aproximações etc. (Mometti e Leandro, 2016, p. 3).

Nota-se que para uma compreensão sobre o Limite, deve-se retomar a ideias mais intuitivas do conceito presentes também em outros estudos da Matemática, como em Geometria, em séries e sequências, funções e na ideia de aproximações (que leva à noção de tendência e Limite). Por meio dessas ideias intuitivas é possível gerar uma base eficiente para a compreensão do conceito quando a definição formal for apresentada posteriormente.

Com isso, se buscou neste trabalho apresentar uma abordagem mediada pela tecnologia digital para o ensino de Matemática, com o objetivo de fazer com que alunos do Ensino Médio desenvolvam ideias intuitivas que envolvem o conceito de Limite, tradicionalmente presente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, em cursos da área de Ciências Exatas.

Nesse contexto, foi desenvolvida uma oficina com tarefas que envolviam construção de procedimentos na linguagem de programação SuperLogo 3.0, a fim de auxiliar a compreensão da ideia intuitiva de Limite. A partir de um ambiente livre da obrigatoriedade de formalizações do Cálculo Diferencial e Integral, as percepções e reflexões dos alunos participantes tornou-se prioridade. Além disso, a oficina apresenta práticas baseadas nas ideias Construcionista, na linguagem LOGO e no Pensamento Computacional.

4 OFICINA SUPERLOGO 3.0: DESCREVENDO AS TAREFAS

A oficina ocorreu nos espaços cedidos pela Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá (FEG), com o objetivo de atender alunos do Ensino Médio (1º, 2º e 3º anos) do Colégio Técnico Industrial de Guaratinguetá (CTIG). Participaram da oficina 3 alunos do 2º ano de dois cursos distintos. Estes alunos afirmaram já ter experiência com diferentes linguagens de programação, exceto a LOGO. As discussões realizadas e as percepções descritas pelos sujeitos participantes durante as tarefas foram de grande valia e geraram resultados para a pesquisa.

Cada aluno realizou a oficina com um notebook, no qual eram construídas as programações no *Software* SuperLogo. A tela foi gravada para as análises posteriores.

A oficina iniciou-se com uma breve apresentação sobre a história de Papert e a linguagem de programação LOGO e, posteriormente, os alunos participantes realizaram o download do *software* e foram convidados a explorar e conhecer o ambiente LOGO.

4.1 TAREFAS PROPOSTAS

As tarefas iniciais da oficina tinham o intuito de gerar familiaridade nos alunos com a linguagem de programação LOGO, apresentando os principais comandos e recursos. Essas tarefas não serão expostas, visto que o objetivo da pesquisa é o de apresentar aquelas que desenvolveram as ideias intuitivas de Limite e que revelaram as percepções dos alunos.

Este estudo optou por não empregar uma abordagem baseada exclusivamente em funções para desenvolver a ideia de Limite. Nesta proposta coube desenhar e propor quatro tarefas que buscam explorar esse tema por meio do estudo de sequências e da geometria (vide Apêndices B, C, D e E). Duas dessas tarefas (2 e 4) foram baseadas nas atividades do Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “Robótica Educacional no Ensino de Matemática”, de Henrique Maciel Cayres (2022). As outras duas foram elaboradas pela pesquisadora especificamente para esse estudo. Na sequência, serão detalhadas todas as tarefas em questão.

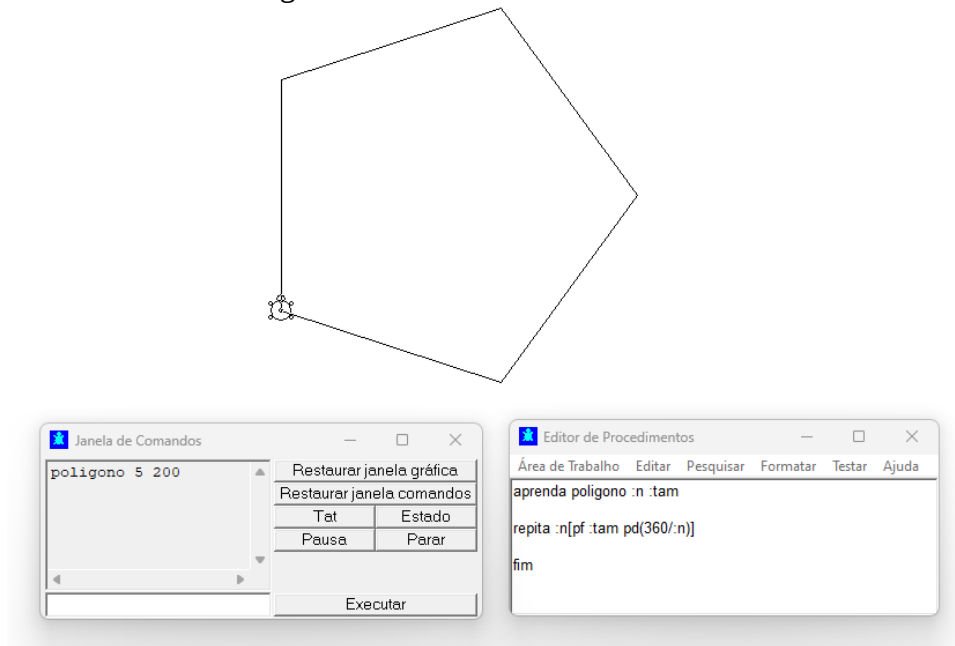
4.1.1 Tarefa 1

A primeira tarefa, “Polígono”, consiste na construção de polígonos regulares (Figura 9). Os alunos tinham que criar e executar um procedimento no qual o usuário devia escolher tanto o

número de lados desse polígono (n) quanto o tamanho do lado (tam), ou seja, trabalhar com duas variáveis.

Nesta tarefa os alunos discutiram e relembrou conceitos de geometria, especialmente os ângulos internos e externos de um polígono, e elaboraram o conjunto de comandos para a visualização dos polígonos.

Figura 9 - Procedimento da Tarefa 1



Fonte: A autora

Durante e após a criação do procedimento, foram feitos questionamentos em relação à variação de valores no tamanho do polígono e no número de lados. Tais questionamentos são apresentados no Quadro 1 e no Apêndice B.

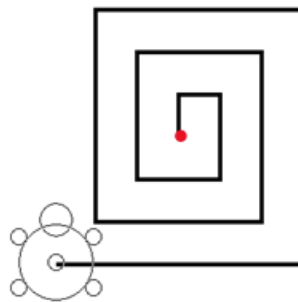
Com essa tarefa, propôs-se a investigação do que aconteceria com a medida do perímetro caso a variável “tam” crescesse ou diminuísse o quanto se queira; e o que aconteceria com o polígono com a variação do valor de “n”.

O objetivo foi explorar as ideias de crescimento e decrescimento de valores e quais impactos podiam gerar na figura, bem como em suas medidas. Explorando a geometria (área primitiva no desenvolvimento de Limite e Cálculo), foi possível analisar percepções dos alunos em relação à noção de infinito e Limite.

4.1.2 Tarefa 2

A Tarefa 2, chamada “Caminho da Tartaruga”, apresenta uma problemática inicial: criar um procedimento que faça a Tartaruga percorrer a figura já determinada, sabendo apenas seu ponto de partida (ponto vermelho) e o primeiro movimento executado, um deslocamento de 10 pixels para frente.

Figura 10 - Trajeto da Tartaruga referente à Tarefa 2



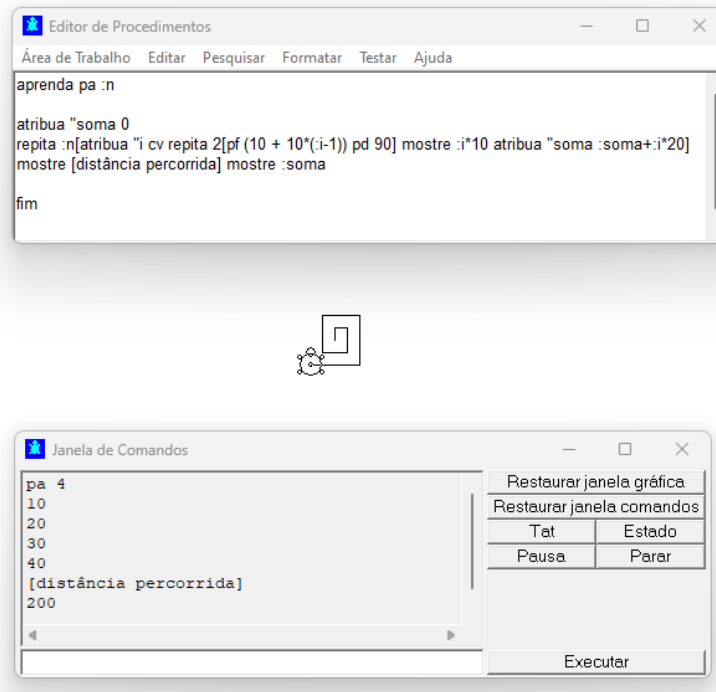
Fonte: A autora

Como apresentado na Figura 10, nota-se que a Tartaruga realiza um par de deslocamentos de 10 pixels para frente e, após um acréscimo em relação à medida anterior, desloca-se novamente seguindo o par feito anteriormente. Essa característica permanece. Se considerarmos cada par de deslocamentos como uma etapa, é possível perceber que a diferença entre a medida percorrida da etapa 1 com a etapa 2 é a mesma com a etapa 3. Sendo assim, a Tartaruga segue esse padrão sucessivamente, desenvolvendo um desenho que caracteriza uma Progressão Aritmética (PA).

Além de desenvolver uma discussão sobre PA, objetivou-se analisar e debater sobre algumas percepções referentes à sequência e aos valores envolvidos quando mais e mais etapas eram realizadas. Para tanto, os alunos deviam editar o procedimento, de modo que, em cada passo, o programa apresentasse na janela de comandos o trajeto total deslocado pela tartaruga até o passo realizado.

Na Figura 11 encontra-se um exemplo de procedimento para a realização da tarefa. É mencionado um exemplo, pois assim como em outros casos, os alunos criaram procedimentos diferentes, mas que representaram a mesma figura.

Figura 11 - Procedimento da Tarefa 2



Fonte: A autora

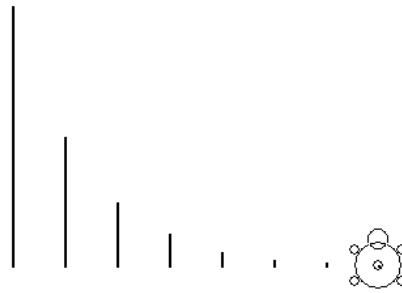
Com essa tarefa, os alunos puderam analisar os valores da soma dessa PA e contribuíram com muitas percepções relevantes para a pesquisa em termos de noção intuitiva de Limite e infinito. As discussões e as ideias expressas pelos alunos referentes às perguntas realizadas durante a tarefa serão apresentadas mais adiante.

4.1.3 Tarefa 3

A terceira tarefa, “Palitinhos”, apresenta o seguinte caso: imagine que se tenha 2 palitos de tamanhos iguais e que um deles será quebrado ao meio sucessivas vezes. Isto é, tem-se um inteiro, o outro será dividido ao meio, e dessa metade, divide-se novamente, e assim quantas vezes se queira. Qual será a soma final de todos esses palitos divididos, mais o palito inteiro?

Assim como na tarefa anterior, apresenta um desenho base para recriar a representar a situação, conforme Figura 12.

Figura 12 - Representação dos “Palitinhos” da Tarefa 3

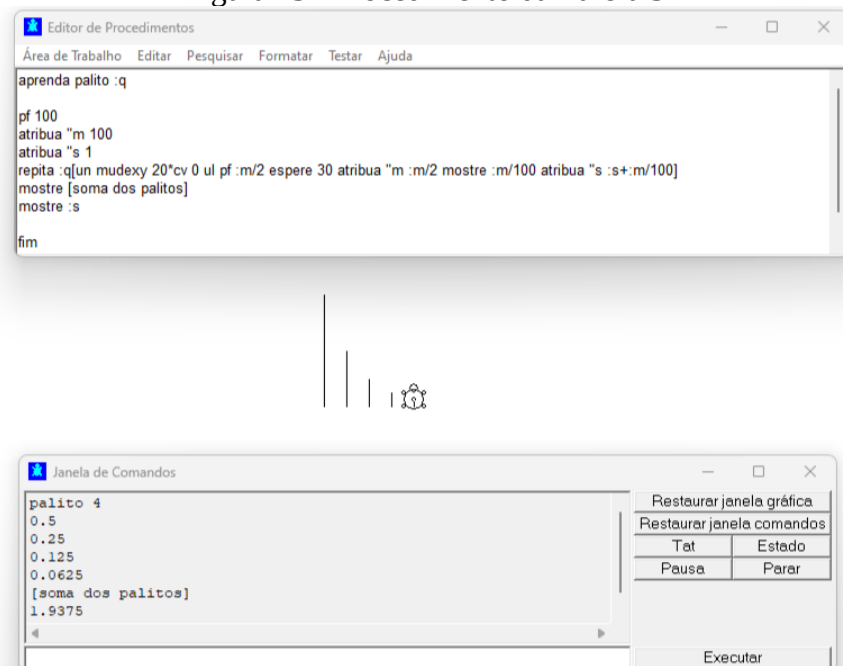


Fonte: A autora

Desse modo, os alunos deviam criar um procedimento que representasse a situação, formando na janela gráfica um desenho semelhante ao da Figura 12. O procedimento também devia permitir ao usuário, a definição do número de vezes que o palito seria dividido. Além disso, devia ser apresentado na janela de comandos o valor da medida que o palito tem ao longo de cada divisão e, por fim, a soma total dos palitos.

O objetivo da tarefa consiste em provocar os alunos em relação aos valores dos palitos divididos quando o número de repetições era cada vez maior, bem como o valor da soma final dessa sequência infinita. Além disso, levá-los a perceber que a tarefa se trata da descrição de uma Progressão Geométrica de razão $\frac{1}{2}$. Na figura abaixo tem-se um exemplo de procedimento que represente a Tarefa 3.

Figura 13 - Procedimento da Tarefa 3



Fonte: A autora

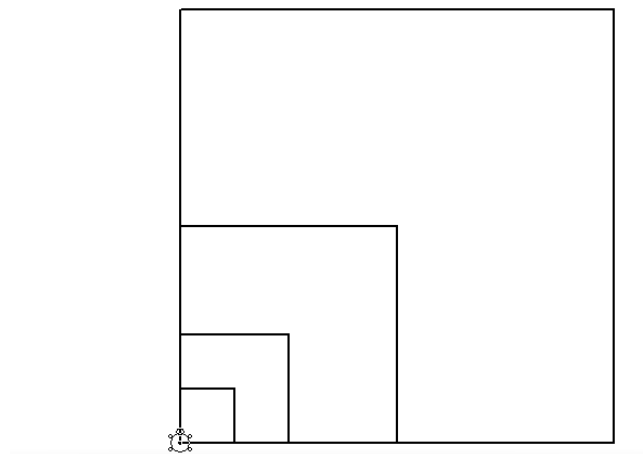
Nota-se no exemplo apresentado na Figura 13 que, devido os traços da Tartaruga serem em função de pixels, programou-se para que ela andasse para frente 100 pixels. Entretanto, para trabalhar com números menores, a pesquisadora optou por realizar a divisão por 100 nas variáveis “m” (de medida) e “s” (de soma), solução aceita pelos alunos.

Os alunos realizaram a tarefa ajudando um ao outro na construção do procedimento e compartilhando suas percepções. As discussões em relação à ideia de infinito e valor máximo foi de grande valia nesta tarefa, e serão apresentadas nos resultados da pesquisa.

4.1.4 Tarefa 4

Na Tarefa 4, intitulada “Quadrados diminuindo”, o desenho apresentado na Figura 14 devia ser refeita pelos alunos, assim como na Tarefa 2. Porém, no procedimento, a Tartaruga tinha que traçar um quadrado com lado e área qualquer. Posteriormente, deviam criar um quadrado com um quarto da área da forma anterior e repetir esse procedimento sucessivamente, conforme a figura abaixo:

Figura 14 - Desenho referente à Tarefa 4



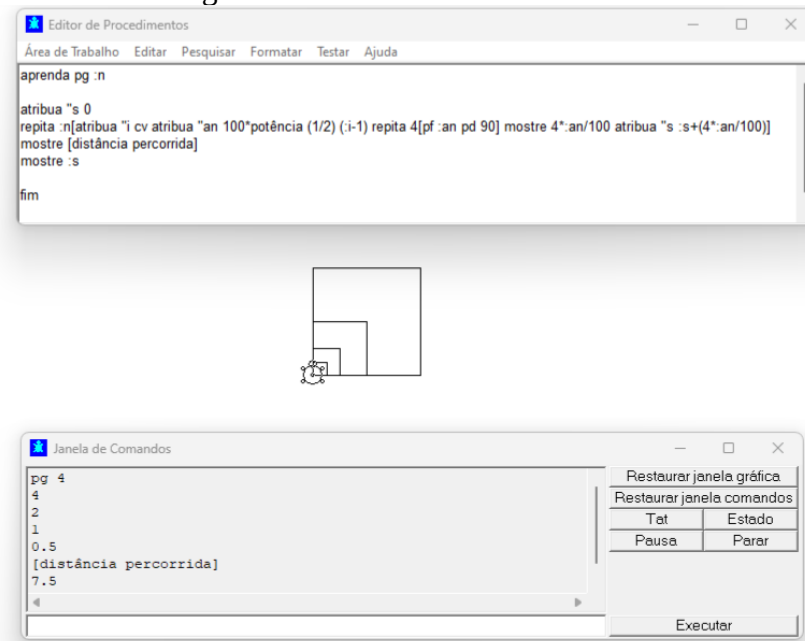
Fonte: A autora

É possível perceber que os lados dos quadrados são sempre metade de seus antecessores. Levando isso em consideração, tem-se novamente uma representação de uma PG de razão $\frac{1}{2}$.

As tarefas 2, 3 e 4 acompanhavam uma tabela que guiou os alunos na análise das relações entre as etapas. Essa abordagem foi fundamental para identificar termos gerais e para desenvolver a compreensão de como construir a estrutura de programação no LOGO (vide Apêndice F).

Ainda nesta tarefa, foi proposto um aprimoramento no procedimento, de modo que a Tartaruga traçasse uma quantidade de quadrados determinada pelo usuário, apresentando na janela de comandos os valores dos lados de cada quadrado e o valor do deslocamento total da Tartaruga. A Figura 15 apresenta um exemplo de procedimento para a Tarefa 4:

Figura 15 - Procedimento da Tarefa 4



Fonte: A autora

Novamente, assim como explicado na tarefa anterior, foram feitas divisões por 100 nas variáveis " a_n " (tamanho do lado do quadrado no n termo) e " s " (soma) para trabalhar com números menores e facilitar na análise da tarefa.

A proposta da tarefa constou estudar os valores apenas dos lados e da distância percorrida total, porém os alunos desejaram analisar os valores da área de cada quadrado e a área total também. A descrição das discussões desta tarefa será apresentada adiante.

Vale ressaltar que ao fim das tarefas sobre PA e PG foi introduzido uma explicação referente a cada uma delas, mostrando como encontrar o termo geral e a soma. Embora os alunos já tenham estudado PA e PG em sala de aula (por serem alunos do 2º ano do ensino médio), em nenhum momento eles utilizaram as fórmulas para a realização da tarefa, o que foi comentado e percebido, inclusive por eles.

Contudo, nesta última tarefa, após os alunos já terem finalizado o procedimento, foi feita uma comparação com os valores encontrados no LOGO com o resultado da fórmula da soma de

uma PG decrescente. Essa análise contribuiu também para o entendimento dos alunos e para expressar os conceitos construídos por eles durante as tarefas.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Depois de finalizada a oficina, os vídeos gravados foram assistidos com o intuito de recordar e analisar as construções elaboradas pelos alunos participantes e destacar momentos que atendiam os objetivos da pesquisa.

Sabe-se que a análise fenomenológica passa por dois momentos: a análise Ideográfica e a análise Nomotética.

Na primeira, a partir das descrições dos sujeitos diante do fenômeno vivenciado, o pesquisador busca compreender as ideias essenciais e criar as *unidades de significados*, as quais levam em consideração as questões individuais dos sujeitos e que são favoráveis para a investigação. Nesta etapa, o pesquisador age de forma analítica e interpretativa para descrever a experiência do pesquisado e criar os grupos de significados.

Posteriormente, realizando a síntese interpretativa destas unidades, cria-se categorias que agrupam temas, reduzindo as ideias e buscando uma generalização que caracteriza a essência do fenômeno investigado, particularidade da próxima análise.

Faz-se então, [...] uma síntese das proposições consistentes apresentadas nas expressões reveladoras do pensar do sujeito, constituindo agrupamentos por temas, entendidos como categorias abertas. Este movimento caracteriza-se pela busca da essência ou da estrutura do fenômeno (Machado, 1994, p. 41).

Desse modo, após a transcrição, iniciou-se a primeira etapa da análise. Enquanto se lia o texto, as principais falas e ideias dos sujeitos foram destacadas, identificando-as da seguinte maneira: letra A (de aluno) seguida pelo número 1, 2 ou 3, representando cada um dos três alunos participantes e, a letra F (de fala) com a numeração sequenciada de suas respectivas falas.

A seguir, o Quadro 1 apresenta um processo da análise, expondo as falas destacadas que expressam as percepções dos alunos nas tarefas, as quais são consideradas unidades de significados, podendo contribuir para responder o questionamento deste trabalho.

No Quadro 1, foram inseridas as perguntas (numeradas sequencialmente para cada tarefa) e uma breve descrição das quatro tarefas, intercaladas com as unidades de significados. Na primeira coluna do quadro encontra-se a identificação das falas dos alunos, na segunda a transcrição de cada uma delas, na terceira a interpretação e descrição feita pela pesquisadora referente às ideias expressas pelos sujeitos e, na quarta coluna, as ideias nucleares.

As ideias nucleares foram constituídas durante a análise Ideográfica, na qual buscou-se compreender o fenômeno investigado. Ela sintetiza a ideia e essência da fala do sujeito a partir da interpretação realizada pelo pesquisador. Essa abordagem visou descrever as unidades de significado conforme a perspectiva dos participantes, fornecendo contribuições essenciais para a segunda fase da análise.

Quadro 1: Análise Ideográfica

(continua)

Identificação	Fala do sujeito	Asserção articulada	Ideia Nuclear
TAREFA 1 – POLÍGONO Criar e executar um procedimento para construir polígonos regulares com tamanho de lado qualquer.			
P1: O que acontece com o valor do perímetro de um polígono em que o número de lados permanece, mas o tamanho dos lados aumenta cada vez mais?			
A1F1	Só vai expandir ou diminuir.	O aluno A1 percebe que, como o polígono irá expandir, o valor do perímetro também irá crescer. Além disso, pensou no caso contrário, de diminuição.	Valores que crescem e decrescem muito.
A2F1	<i>(Pensa no triângulo)</i> Mas eu acho que é isso mesmo. Se começar com 100 [medida do tamanho], o perímetro vai ser 300. Com 200, vai ser 600. Então ele [perímetro] vai aumentar proporcionalmente ao tamanho do lado. Se duplicar o lado, duplica também o perímetro; e se diminuir também.	O aluno A2 faz projeções dos valores do perímetro e percebe que quanto mais o lado aumenta, mais ainda cresce o valor do perímetro.	Crescimento e decrescimento com o valor que se queira.
A2F2	Cresce exponencial.	O valor do perímetro irá crescer muito com o passar do aumento do tamanho do lado. Ao pensar no gráfico de uma função exponencial, o aluno A2 entende que irá crescer rápido.	Crescimento rápido.
P2: Se pensarmos que o tamanho do lado está crescendo e crescendo cada vez mais, o perímetro se aproxima de qual valor? E ao contrário, se diminuirmos cada vez mais?			

(continuação)

A1F2	Ao infinito. E não vai chegar a ter um valor. Com números imensos de lado o perímetro será n [número de lados] vezes o tamanho do lado.	Executando o procedimento, o aluno A1 percebe que a medida do tamanho do polígono (tam) tem relação com o valor do perímetro (P). Ele associa à seguinte regra: $P=n*\text{tam}$. Assim, conclui que o perímetro vai para o infinito, uma vez que o tamanho do lado cresce.	Aproxima-se de valores infinitamente grandes.
A2F3	Infinito. E não tem um valor existente.	O aluno A2 também percebe que o valor do perímetro tende a infinito. Além disso, ao dizer que “não tem um valor existente”, tem a ideia de que não tem um valor limite, ele só cresce.	Chega-se a valores muito grandes, indeterminados.
A2F4	<i>(Pensa no caso de o tamanho diminuir cada vez mais)</i> Ele vai ficar cada vez menor e vai tender a zero.	No caso de diminuição, o aluno A2 compreende que não haverá valores negativos, pois não existe medida de tamanho negativo. Assim, pensando que o menor valor que a medida do lado pode assumir é zero, ele conclui que o perímetro tenderia a zero também.	Tende a zero.
P3: O que acontece quando o número de lados do polígono aumenta cada vez mais?			
A1F3	Vai tender a virar um círculo, porque o círculo tem infinitos lados, então quanto maior o número de lados mais próximo ele vai ficar de um círculo.	O aluno A1, antes de executar o procedimento, afirma que a figura do polígono tenderá a uma circunferência ⁸ .	Valores infinitamente grandes, mas se aproximando de uma circunferência.
A2F5	Então, basicamente: quanto mais lado, menor o ângulo que terá entre eles, até que o ângulo fica, tipo, 0. Daí só aumenta mais uma linha. Vai ter vários lados com ângulos muito pequenos, mas que somam 360° . Tanto que uma hora não tem mais lado e tem o círculo com 360° .	Após ambos executarem o procedimento, e considerando a relação que encontraram entre ângulo interno e número de lados do polígono, o aluno A2 apresenta sua interpretação do caso.	Valores infinitamente grandes e pequenos, mas se limitam à circunferência.

⁸ A circunferência é o lugar geométrico dos pontos do plano que têm a mesma distância a um dado ponto fixo. O círculo é a região delimitada pela circunferência, mais seu interior, isto é, uma figura geométrica plana que possui área. Portanto, considera-se que são termos que não remetem ao mesmo objeto matemático. É correto considerar nesta tarefa que a figura é uma circunferência, porém o termo “círculo” foi utilizado de forma ambígua, o que foi desconsiderado na discussão.

(continuação)

A1F4	(Complementa A2) Não, uma hora vai ter infinitos lados.	O aluno A1 toma como equivocada a ideia final do colega A2 e complementa afirmando sobre os “infinitos lados de um círculo”.	Valores infinitamente grandes e pequenos. Aproxima-se de uma circunferência.
A2F6	Sim, infinitos lados com ângulos muito pequenos.	Concordando à fala do colega A1, o aluno A2 corrige-se, e percebe que enquanto um valor tende a infinito, outro tende a zero, um valor fixo.	Ideia de sequência infinita, mas tendendo a um limite.
P4: Quanto maior o número de lados do polígono mais ele se aproxima de uma circunferência ou ele se torna realmente uma?			
A2F7	Eu acho que ele vira uma circunferência. Porque, tipo, tem infinitos lados.	Analisando a figura formada no SuperLogo, o aluno A2 afirma que o polígono se torna uma circunferência.	Equívoco na ideia de tendência.
A1F5	Sim, infinitos lados vira um círculo, mas se a gente for colocar um valor aqui ele nunca vai ser realmente um círculo, porque não dá para a gente colocar o infinito aqui.	O aluno A1, analisando a ideia anterior, contraria o colega A2, dizendo que não será uma circunferência, de fato. Além disso, compreende que o infinito não é representado no conjunto dos números reais.	Aproxima-se de uma circunferência.
A2F8	(Complementa A1) É, porque ele tende a ser um círculo, mas não necessariamente é um círculo. Ele é um círculo até dar um zoom nele, né? Porque como o círculo tem infinitos lados você teria que dar um zoom infinito, só que nenhum dos dois acontece.	O aluno A2 reformula sua ideia, dizendo agora que há tendência de ser uma circunferência, mas não se torna uma. Ele faz uma análise nos arredores da figura, nos ângulos internos e nos encontros dos lados, que o fazem ainda ser um polígono.	Análise nos arredores do objeto matemático que se aproxima de um círculo.
TAREFA 2 – CAMINHO DA TARTARUGA Criar e executar um procedimento de forma que em um único comando a tartaruga trace um desenho semelhante ao já apresentado, porém prolongando-o até atingir um passo determinado pelo usuário e que apresente na janela de comandos o trajeto total deslocado pela tartaruga até o passo realizado.			

(continuação)

P1: Há alguma relação entre as variáveis do primeiro e do segundo procedimento utilizado? Essa relação se mantém ao comparar o terceiro procedimento com o segundo? E ao comparar qualquer procedimento em relação ao seu procedimento anterior? Em caso positivo, qual seria essa relação?			
A1F6	No passo 1 a distância percorrida é 20, ou seja, dobrou. No passo 2 a distância percorrida é 60, triplicou; passo 3, quadruplica; passo 4, quintuplica. Então o que está fazendo é basicamente: a medida e multiplicar pelo número de passos mais 1 [$a_n = 10 \cdot (n+1)$]. Então é uma progressão aritmética, que vai crescendo 10 cada vez.	O aluno A1 compreende no decorrer da tarefa que essa sequência é uma PA, com deslocamentos progressivos de 10 pixels. Em termos de PA, poderíamos descrever $a_n = (10 + 10 \cdot (n-1)) \cdot (n+1)$, na qual mostra o deslocamento no passo anterior, mais o acréscimo de 10 e a multiplicação percebida pelo aluno, de $(n+1)$.	Razão da PA crescente.
P2: Qual seria o valor do comprimento total da figura caso ela se estendesse por mais e mais procedimentos?			
A1F7	Ia tender a infinito. Se fosse um número muito grande [de repetições do procedimento] o resultado ia ser muito maior. Então se o número $[n]$ já tendesse a infinito, o resultado [valor da soma] ia tender a infinito também.	O aluno A1 percebe uma relação no valor da soma total (S) do trajeto feito pela tartaruga com o número de passos realizados (n). Ele considera a seguinte relação: $S = (n+1) \cdot (10 + 10(n-1))$.	O valor cresce ao infinito.
P3: Temos multiplicação de números cada vez maiores. Então, em cada etapa do trajeto da tartaruga, ela se desloca muito, tendendo a infinito. Pensem no seguinte: o valor da soma desses deslocamentos terá um valor específico quando n tende a infinito?			
A1F8	Não. Se você pedir um valor específico, ela vai ter um resultado específico, mas se pensar que vai ir para o infinito, a soma também vai, então não chega a ser um valor.	O aluno A1 percebe que definindo valores, o deslocamento total terá um valor específico. Mas pensando no crescimento indefinido, ele tende a infinito, impossibilitando a definição de um valor fixo e definido.	Crescimento muito grande com o valor que se queira.
A3F1	Não vai. Ela tenderia a infinito.	O aluno A3 compreende que o valor cresce indefinidamente, tendendo a infinito.	Tende a infinito.
TAREFA 3 – PALITINHOS Criar e executar um procedimento de forma que a tartaruga represente a situação dos palitos dividido. O programa deve apresentar na janela de comandos as medidas que esse palito tem ao longo de cada divisão e a soma total dos palitos.			
P1: Qual será a soma final de todos esses palitos divididos mais o palito inteiro?			

(continuação)

A1F9	Vai dar sempre 2, né? Porque não está saindo nada, só está dividindo em mais partes.	Antes de criar o procedimento, o aluno A2 apresenta sua interpretação do caso.	Permanência do valor mesmo após divisões.
P2: O que observam nos valores da medida do palito dividido com o passar dos procedimentos? E com o valor da soma?			
A1F10	<i>(Executa o procedimento com 5 divisões. O último valor do palito dividido é 0,03125 e a soma 1,96875).</i> O palito está diminuindo. [A soma], arredondando, dá sempre 2.	Analisando os valores apresentados pelo <i>software</i> , o aluno A1 percebe que há diminuição do tamanho do palito, mas a soma está se aproximando de um valor específico.	Decrescimento de valores. Aproximando-se de 2.
A1F11	<i>(Executa o procedimento com 10 divisões. O último valor do palito dividido é 0,0009765625 e a soma 1,9990234375).</i> Vai diminuindo o tamanho do palito e a soma está se aproximando de 2.	O aluno A1 permanece na ideia de que o valor está se aproximando de um certo número.	Decrescimento e somatório de valores muito pequenos. Aproximando-se cada vez mais de 2.
A3F2	Chegando perto de 2.	O aluno A3 compreende que a soma desses palitos está se aproximando de 2.	Aproximando-se de 2.
P3: Vamos aumentar cada vez mais as divisões dos palitos. O que percebem em relação ao valor da medida do palito e da soma?			
A1F12	<i>(Executa com 50 divisões)</i> Está tendendo a zero agora [o tamanho dos palitos].	Analisando com um número maior de divisões, o aluno A1 conclui que o tamanho dos palitos se aproxima de 0. À medida que n [número de repetições] cresce indefinidamente, o valor de a_n [tamanho dos palitos em cada repetição] vai se aproximando, vai tendendo, vai convergindo para 0. Então, quando n tende a infinito, a_n tende a zero.	Tende a zero.

(continuação)

A3F3	A soma é 2. E podemos dividir o palito infinitamente.	O aluno A3 compreende que, no computador, o palito pode ser dividido infinitamente, e que a soma desses infinitos valores se aproxima de 2.	Somas infinitas, mas que se aproximam de um valor.
P4: Como você explica o que está acontecendo?			
A3F4	Eu acho que tem a ver com alguma coisa sobre n menos 1. É tipo assim: soma infinitamente os valores, e vai tender muito perto desse valor, mas não vai ser esse valor. Ou seja, se somasse todas as partes divididas do palito ele voltaria [ao formato inteiro], mas só as partes separadas não.	Percebe-se que o aluno A3 busca uma interpretação da soma de uma Progressão Geométrica limitada quando diz “alguma coisa sobre n menos 1”. Além disso, compreende que a soma dos infinitos valores que tendem a 0, tenderá a 2.	Ideia de soma limitada de PG.
P5: Pensem nos valores da soma da tarefa da PA e da tarefa do palitinho: O que há de diferente nos valores dessas somas? O que as caracteriza como diferentes?			
A1F13	Essa soma nunca vai ser infinita [a soma dos palitos]. Ela vai ser dois, porque você não está fazendo nada novo, assim... você só está pegando o que tem e dividindo mais. Então não vai mudar.	Permanecendo na ideia inicial que teve, o aluno A1 diz que essa soma não cresce infinitamente com o passar dos procedimentos.	Valor da soma não tende a infinito.
A3F5	Ela tem um limite [a do palitinho].	Verificando os resultados obtidos, o aluno A3 conclui que essa soma é limitada.	Sequência limitada.
A3F6	Porque pode dividir quantas vezes quiser, mas a soma final não vai mudar, tem um limite. Tipo, é o máximo que pode chegar.	O aluno A3 percebe que à medida que n cresce indefinidamente a soma vai se aproximando, vai tendendo, vai convergindo para 2, sendo esse o valor limite da soma. É, portanto, uma PG limitada.	Valor máximo.
A3F7	Uma é limitada e a outra não.	Comparando as somas, o aluno A3 conclui que uma delas possui um valor limite [tarefa 3] e a outra tende a infinito [tarefa 2].	Convergência e divergência.
TAREFA 4 – QUADRADOS DIMINUINDO Criar e executar um procedimento de forma que em um único comando a tartaruga trace uma quantidade de quadrados determinada pelo usuário, seguindo o mesmo processo da imagem apresentada. Além disso, fazer com que, ao traçar cada quadrado, o programa apresente na janela de comandos o trajeto total deslocado pela tartaruga.			

(continuação)

P1: Qual seria a medida do lado do 7º quadrado traçado? E do 10º? Podemos generalizar de modo a encontrar essa medida para qualquer passo?			
A3F8	Sim, L [medida do lado do quadrado inicial] dividido por 2 elevado a n [número do passo].	O aluno A3 percebe uma relação e compreende no decorrer da tarefa que é uma PG de razão $\frac{1}{2}$ (considerando a medida do lado do quadrado).	Razão da PG decrescente.
P2: Caso o processo de construção de quadrados siga indefinidamente, o que ocorre com o lado dos quadrados? Ele se aproxima de algum valor? E quanto à área?			
A3F9	Está decrescendo.	Analizando a figura que é formada na janela gráfica, o aluno A3 conclui que as medidas diminuem.	Valores que decrescem muito.
A1F14	É. Está tendendo a zero.	O aluno A1 complementa a ideia do colega e diz que a medida tende a 0.	Tende a zero.
A3F10	[A área] está tendendo a zero também, porque se o lado está para zero, a área também.	Analizando a figura formada em cada repetição e pensando no cálculo da área e no valor do lado do quadrado que está tendendo a 0, o aluno A3 percebe que a área também tende a 0.	Variáveis que tendem a zero.
P3: Qual seria o comprimento total deslocado pela tartaruga caso ela traçasse 20 quadrados? E caso traçasse 100? E se traçasse mais e mais quadrados, tanto quanto se queira, o que vai acontecendo com o comprimento total deslocado pela tartaruga?			
A1F15	Vai aumentar bastante.	O aluno A1 diz que irá crescer, porém está equivocado. Suponha-se que tenha pensado no n [número de passos/repetições], que realmente crescerá bastante.	Equívoco na ideia de tendência.
A3F11	Vai chegar mais perto de 2 vezes o perímetro do primeiro quadrado.	Após analisar os valores apresentados na tela, o aluno A3 contrapõe o colega, revelando que, embora n cresça infinitamente, o deslocamento total da tartaruga será $2 \cdot (4 \cdot \text{tam})$, onde tam é o tamanho do primeiro quadrado.	Tendência à constante 2.

(continuação)

A1F16	O perímetro do primeiro deu 1024. A distância total deu 2047,999... Então é o que ele disse mesmo, o dobro do perímetro [do primeiro quadrado], porque 1024×2 dá 2048. Então está tendendo a esse valor. <i>(A1 utiliza, inicialmente, lado de quadrado 256 pixels e fez 20 repetições)</i>	O aluno A1 executa o procedimento e verifica aquilo que o colega falou, mostrando que a soma tende à 2048.	Tende a um valor limite.
P4: Pensando na área. Se aumentarmos o número de quadrados, qual vai ser o valor da soma das áreas, levando em consideração o primeiro quadrado de lado 100 pixels?			
A1F17	A área do primeiro deu 10000. A soma total deu 133,333... Ah! Está colocando $\frac{1}{3}$ da área original! Está tendendo a isso. <i>(A1 redefine a medida do primeiro quadrado para 100 pixels).</i>	Novamente, analisando os resultados apresentados na janela de comandos, o aluno A1 percebe que o valor 133,33333... possui uma dízima periódica e tem relação com $\frac{1}{3}$ do valor da área do primeiro quadrado.	Tendência a um valor limitado.
A3F12	É. Eu coloquei 100 [pixels como tamanho do lado] e está dando 1,333... É a primeira área mais $\frac{1}{3}$ dela. <i>(Ao fim do procedimento decidiu-se dividir os valores das somas por 100 para trabalhar com números menores e por essa razão o valor da soma está como 1,333...).</i>	Aqui o aluno A3 complementa a ideia anterior do colega, colocando o valor inteiro 1 mais o $\frac{1}{3}$ da área do primeiro.	Aproximando de um valor limite.
P5: Vocês percebem alguma característica dessas somas, da área e da distância percorrida? Aumentamos cada vez mais o valor das repetições [n] e o que aconteceu com esses valores?			
A1F18	Foi de 1 mais $\frac{1}{3}$ [a soma total da área]. Então ela chega a um limite.	Ao dizer da característica da soma da área, o aluno A1 quer mostrar que ela terá um valor limite, ou seja, é uma sequência limitada.	Soma limitada.

(conclusão)

DISCUTINDO SOBRE A SOMA LIMITADA DA PG: Utilizando a fórmula $slim = \frac{a_1}{1-q}$, onde a_1 é o valor do primeiro termo e q a razão; substituímos os valores ($a_1 = 4$ e $q = \frac{1}{2}$) e encontramos os valores das somas fornecidos pelo LOGO a partir do procedimento criado por eles, resultando 8. Analisamos o somatório do perímetro: $4 + 2 + 1 + 0,5 + 0,25 + 0,125 + \dots$ e buscamos entender o valor final da soma.			
A1F19	<i>(Pensando nos valores a partir de 0,5 e adiante, perguntou-se sobre a soma destes números)</i> Tende a 1.	Ao observarmos o somatório, o aluno A1 compreende que a soma $0,5 + 0,25 + 0,125 + \dots$ tende a 1. Além de estudarmos os valores apresentados pelo LOGO, ele cria sua percepção da soma de infinitos valores que tendem a 0, mas que somados tendem a 1.	Ideia de sequência infinita, mas tendendo a um limite.
A1F20	Então somando 4, 2, 1 e 1, a soma dá 8.	Entusiasmado com o resultado, o aluno A1 compreende, agora com o cálculo na lousa, o que foi verificado pelo <i>software</i> a partir do procedimento criado por eles mesmo.	Soma infinita, mas tendendo a um limite.

Fonte: A autora

Após realizar a análise ideográfica, iniciou-se a análise nomotética. Nessa análise procura-se definir aspectos gerais, não mais individuais, como na Análise Ideográfica. Isso significa que, embora haja as descrições de cada sujeito e a interpretação e categorização do pesquisador por unidade de significado, agora entende-se que existem tendências de aspectos e significados gerais do fenômeno observado pelo pesquisador, as quais contribuirão para os resultados da pesquisa, consideradas como *categorias abertas*. A análise dessas categorias revela convergências e divergências. “As convergências passam a caracterizar a estrutura geral do fenômeno. As divergências indicam percepções individuais resultantes de modos pessoais de reagir mediante agentes externos” (MACHADO, 1994, p. 43).

Assim, interpretam-se agora as ideias nucleares que carregam as unidades de significados, verificando aquelas que convergem em ideias gerais, permitindo a definição das categorias abertas, que contribuem para o entendimento do fenômeno investigado.

A interpretação das ideias nucleares permitiu constituir três categorias abertas, consideradas essenciais no fenômeno investigado desta pesquisa. Para revelar os resultados desta fase da análise, o Quadro 2 apresenta as ideias nucleares que se convergem, agrupadas na primeira coluna pelas unidades de significado identificadas pelas falas dos sujeitos e, por fim, o tema das categorias abertas definidas.

Quadro 2: Análise Nomotética

Agrupamento de ideias convergentes	Categorias abertas
A1F1, A2F1, A2F2, A1F2, A2F3, A1F4, A1F6, A1F8, A3F7, A3F9	Infinitamente grande ou pequeno ⁹
A2F4, A1F3, A2F7, A1F5, A2F8, A1F7, A3F1, A3F2, A1F10, A1F11, A1F12, A1F14, A3F10, A1F15, A3F11, A1F16	Tende a
A2F5, A2F6, A1F9, A3F3, A3F4, A1F13, A3F5, A3F6, A3F7, A3F8, A1F17, A3F12, A1F18, A1F19, A1F20	Limitada por um valor

Fonte: A autora

5.1 DISCUTINDO AS CATEGORIAS

Nesta seção será discutida as categorias abertas definidas, interpretando as falas e percepções dos alunos diante das tarefas propostas, as quais permitem a compreensão do fenômeno. Entende-se que as três categorias encontradas “Infinitamente grande ou pequeno”, “Tende a”, e “Limitada por um valor” resumem as expressões dos alunos sobre as ideias intuitivas de Limite desenvolvidas nas tarefas da oficina.

As categorias fundamentam e podem nos ajudar a compreender a interrogação deste trabalho: *Como se mostra a compreensão dos alunos sobre a ideia intuitiva de Limite no desenvolvimento de tarefas com o software SuperLogo 3.0?*

A seguir encaminha-se para uma discussão sobre as categorias determinadas de modo a encaminhar uma interpretação sobre as percepções dos alunos com embasamentos nos estudos teóricos, trazendo clareza sobre o que foi apresentado por eles e abrangendo os significados para o fenômeno investigado.

5.1.1 Infinitamente Grande ou Pequeno

⁹ Neste estudo foi trabalhado o pequeno não como valor negativo, mas o positivo que tende a zero.

Na análise das falas dos alunos identificou-se a ideia de números crescendo ou decrescendo muito, que descrevem esta categoria, revelando que eles foram capazes de interpretar a proposta das tarefas, visto que em todas elas esse assunto esteve presente.

A utilização do termo infinito na Matemática remete-se a uma ideia conceitual teórica e muitas vezes abstrata para manipular quantidades e realizar análises (MACHADO, 2016). Os estudos envolvendo o conceito de infinito estiveram presente por séculos na história da Matemática e pode-se destacar um dos paradoxos de Zenão, o de Aquiles e a tartaruga, o qual explora ideias em torno do infinito e do movimento.

Imagina-se uma corrida entre Aquiles, o herói grego mais rápido, e uma tartaruga. Aquiles dá à tartaruga uma vantagem, concedendo-lhe uma certa distância de início. No entanto, Zenão argumenta que, mesmo que Aquiles seja muito mais rápido, ele nunca alcançará a tartaruga. A lógica do paradoxo baseia-se em dividir o percurso restante entre Aquiles e a tartaruga em uma série infinita de partes. A cada etapa, Aquiles se aproxima de onde a tartaruga estava, mas a tartaruga avança um pouco também. Portanto, como há infinitas etapas para realizar, Aquiles se aproximará da tartaruga, mas nunca a alcançará, e ambos se aproximam ao ponto de chegada.

Para Silva Neto (2006), esse paradoxo destaca questões sobre o conceito de infinito e a convergência infinita. Na resolução moderna, essas ideias são tratadas usando conceitos matemáticos como séries infinitas e Cálculo.

O argumento de Zenão foi um passo significativo para a ideia da definição de limite e, 24 séculos depois, essa ideia se consolidaria, evidenciando que as duas sucessões infinitas – as posições de Aquiles e as da tartaruga – convergem, isto é, aproximam-se ou têm como limite o mesmo número (Silva Neto, 2006, p. 24).

O paradoxo ajuda a ilustrar o conceito intuitivo sobre o infinito¹⁰, que buscou-se desenvolver em todas as tarefas da oficina, em especial as que abordaram sequências. Esse conceito foi observado em grande parte das falas dos alunos, inclusive em outras categorias.

Nunes (2001) aponta alguns obstáculos epistemológicos relativos à noção de Limite, dentre eles, destaca-se o “Horror ao Infinito”, que expressa a insuficiência da forma como enxergamos o infinito, a qual impede uma compreensão absoluta sobre o conceito, em especial o infinito atual.

Aristóteles introduziu duas representações conceituais sobre infinito: o infinito atual e o potencial. Mometti e Leandro (2016) apresentam essas particularidades que impulsionaram a noção de infinito e, conseqüentemente, de Limite e Cálculo. O infinito potencial pode ser entendido como aquele que segue um processo contínuo e sem fim; já o infinito atual possui uma

¹⁰ Leia <https://opessoa.fflch.usp.br/sites/opessoa.fflch.usp.br/files/FiFi-17-Cap05.pdf>.

totalidade, é como se algo fosse direcionado para um lugar muito longe, mas que teria um fim, um lugar de destino, um limite.

Em Nunes (2001) e Mometti e Leandro (2016) pode-se exemplificar alguns casos que remetem ao “Horror ao Infinito” levando em consideração agora a definição de infinito atual: dificuldades na noção de conjuntos infinitos, o comportamento e os valores assumidos por sequências - em especial as “limitadas”, convergentes -, os infinitésimos - quantidades infinitamente pequenas -, e sobre a própria noção de Limite.

O infinito é um “lugar misterioso” onde a coincidência ocorre, contudo, não conseguimos enxergá-lo, pois é uma construção puramente linguística. Não temos como chegar a esse lugar misterioso, não temos como “ver” o que ocorre lá e, muito menos, nos apoiar em situações reais que nos permitam fazer inferências diretas por mapeamentos primários como as metáforas básicas. É, simplesmente, um lugar novo e diferente, onde só o pensamento em processos finitos não dão conta e nem só os pensamentos em processos iterativos sem fim. Acreditamos que, somente quando o sujeito realizar uma montagem conceitual a partir de inferências desses dois tipos de pensamentos e conseguir operar nesse lugar misterioso, sem ficar preso a nenhum deles, ou seja, operar com uma construção mental nova, ou num Espaço Mental novo, sobre o infinito, é que ele aceitará, sem maiores dificuldades, o infinito atual ou o infinito em ato (Mometti e Leandro, 2016, p. 10).

Ao analisar as falas dos alunos, percebeu-se algumas confusões que revelam as dificuldades em compreender e ‘enxergar’ o infinito. Porém, também foi possível destacar expressões coerentes e bem observadas por eles, como crescimentos ou decrescimentos muito grandes, o infinito potencial e atual, além da ideia de o infinito não ser representado como um valor numérico.

“Só vai expandir ou diminuir” (A1F1).

“Cresce exponencial” (A2F2).

“Ao infinito. E não vai chegar a ter um valor. Com números imensos de lado o perímetro será n [número de lados] vezes o tamanho do lado” (A1F2).

“[...] uma hora vai ter infinitos lados” (A1F4).

“[...] Se você pedir um valor específico, ela vai ter um resultado específico, mas se pensar que vai ir pro infinito, a soma também vai, então não chega a ser um valor” (A1F8).

“Está decrescendo” (A3F9).

Algumas dessas falas remetem a ideias iniciais na observação dos alunos, principalmente quando se tratava de valores que tendiam a algum valor. Primeiramente era declarado por eles que estava crescendo ou diminuindo (A1F1, A1F4, A3F9), e só depois verificavam com o procedimento criado e executado no SuperLogo que, em certos casos, os valores se aproximavam de algum número (valor). Dessa forma, verifica-se que a compreensão de infinito se constrói e se desenvolve uma noção intuitiva de Limite.

A fala A2F2 apresenta uma explicação do aluno para dizer que os valores cresciam cada vez mais. Ele utiliza como imagem conceitual o gráfico de uma função exponencial, que pode ser um conceito mais próximo para ele e que melhor descreveria o que foi percebido. Pode-se considerar que essa fala se refere a uma construção da noção intuitiva de infinito, que, por sua vez, é base para a noção intuitiva de Limite.

Por fim, uma das falas desta categoria que merece destaque é a A3F7 – que também é agrupada em outra categoria -, na qual é descrita a percepção de um dos alunos em relação ao valor da soma da tarefa 2, relativo à PA, e ao da tarefa 3 “Palitinhos”, dizendo que “uma é limitada e a outra não”.

Ao afirmar isto, o aluno remete à ideia de sequência convergente e divergente, sendo a primeira aquela pela qual os termos convergem para um número, considerado limite da sequência, e a segunda, a que assume valores cada vez maiores, ou seja, infinitamente grandes. Assim, ao comparar as somas e dizer que uma possui Limite e a outra não, o aluno revela que desenvolveu a noção intuitiva de Limite para distinguir e definir cada uma delas.

Portanto, através da análise das ideias agrupadas nesta categoria, pode-se verificar que, por meio das tarefas, as noções sobre infinito e sequências foram expressas pelos alunos, mesmo sem apresentar os formalismos matemáticos, e por isso, podem ser estimuladas nesta fase de ensino.

5.1.2 Tende a

No contexto da Matemática, a expressão “tende a” é frequentemente usada para descrever o comportamento de uma sequência, uma função ou um processo à medida que uma variável se aproxima de um determinado valor ou ao infinito. Ao conhecer a história do Cálculo percebeu-se que a definição do Limite envolveu o estudo e compreensão de tendência de valores. Pode-se destacar o caso do paradoxo de Zenão descrito anteriormente, o método da Exaustão de Arquimedes, que remete à proposta da Tarefa 1 da oficina deste trabalho, além do estudo de sequências e funções.

Observou-se que durante as tarefas, os alunos expressaram ideias de tendência com diferentes termos, sendo esses os principais utilizados: aproximam de, chegam perto de e tendem a. Essas expressões foram agrupadas nesta categoria pois, além de remeter à ideia de tendência, reforçam um conceito fundamental de Limite.

Na Tarefa 1, quando questionados sobre o que aconteceria com o polígono quando o número de lados fosse cada vez maior, eles visualizaram os resultados gráficos do procedimento criado no

SuperLogo e compreenderam que se aproximaria de uma circunferência. Algumas falas apresentam percepções interessantes:

“Vai tender a virar um círculo, porque o círculo tem infinitos lados, então quanto maior o número de lados mais próximo ele vai ficar de um círculo” (A1F3)
 “Eu acho que ele vira uma circunferência. Porque, tipo, tem infinitos lados” (A2F7)
 “Sim, infinitos lados vira um círculo, mas se a gente for colocar um valor aqui ele nunca vai ser realmente um círculo, porque não dá pra gente colocar o infinito aqui” (A1F5).
 “É, porque ele tende a ser um círculo, mas não necessariamente é um círculo. Ele é um círculo até dar um zoom nele, né? Porque como o círculo tem infinitos lados você teria que dar um zoom infinito, só que nenhum dos dois acontece” (A2F8).

Percebe-se que os alunos, nesta fase da tarefa, ainda não definiram a circunferência como Limite desse polígono de infinitos lados, mas compreenderam que cada vez mais se aproximava da figura.

Ademais, a fala A2F7 foi interpretada pela pesquisadora como equivocada em relação à compreensão de tendência, sendo um caso que remete à confusão sobre a ideia de infinito atual (MOMETTI e LEANDRO, 2016). Ao dizer que “vira uma circunferência”, o aluno considera que o polígono se torna uma figura que possui características específicas, sendo uma delas, a ausência de lados. Nesta fala é possível perceber que há engano do aluno ao pensar que, embora a variável n cresça infinitamente e o polígono tenda a ser uma circunferência (ou ainda, sua imagem fique tão semelhante), ele nunca se torna uma circunferência realmente. Porém, após realizarem análises em torno do objeto matemático, os próprios alunos reconhecem o equívoco e se explicam novamente, como é analisado na fala A2F8.

Nas outras tarefas, quando os alunos utilizavam as expressões de tendência, em grande parte estavam em um contexto de definir crescimentos de sequências que tendiam ao infinito ou a valores específicos, que, por sua vez, ainda não eram entendidos como valores Limites.

“Vai diminuindo o tamanho do palito e a soma está se aproximando de 2” (A1F11).
 “Chegando perto de 2” (A3F2).
 “Está tendendo a zero agora [o tamanho dos palitos]” (A1F12).
 “Vai chegar mais perto de 2 vezes o perímetro do primeiro quadrado” (A3F11).
 “O perímetro do primeiro deu 1024. A distância total deu 2047,999... Então é o que ele disse mesmo, o dobro do perímetro [do primeiro quadrado], porque 1024×2 dá 2048. Então está tendendo a esse valor” (A1F16).

Se essas situações fossem representadas de forma geral por símbolos e termos matemáticos, seria do tipo: “Seja a_n os termos de uma sequência, onde n pertence ao conjunto dos números reais ($\mathbb{N}$). Se $a_n \rightarrow x$ (lê-se a_n tende a x) quando $n \rightarrow \infty$, então x é o limite da sequência, para onde

ela converge”. Fazendo uma comparação sobre o que se entende dessa representação e o que foi declarado pelos alunos, nota-se uma semelhança de ideias, mesmo sem o formalismo matemático.

Ainda, considerando uma definição de D’Alambert na busca da formalização do Limite, a qual diz que “uma quantidade é o limite de uma outra quantidade quando a segunda puder se aproximar da primeira dentro de qualquer precisão dada, não importa quão pequena, apesar da segunda quantidade nunca exceder a quantidade que ela aproxima” (FERREIRA, 2014, p. 27). Essa afirmação revela ideias premissas, utilizando inclusive termos como “aproxima”, muito utilizado pelos alunos e que, pela definição atual, são definidas por “tende a”.

Desse modo, entende-se que os alunos foram capazes de criar significados sobre tendência de valores e noção intuitiva de Limite por meio das tarefas, validando o que se buscou desenvolver neste trabalho.

5.1.3 Limitada por um valor

Nesta categoria foram agrupadas as falas que fazem menção às ideias intuitivas de Limite, que expressam o sentido de valor máximo, limitado por algo e convergência de valores, manifestadas na Tarefa 1, ao trabalhar geometricamente, e nas Tarefas 3 e 4, ao explorar as representações de PG decrescente.

Analisando a construção do conceito em relação às noções de Limite expressas pelos alunos no decorrer das tarefas, observou-se que, em grande parte, o seguinte processo acontecia: inicialmente, discutiam sobre os valores que cresciam ou decresciam infinitamente, posteriormente, analisavam para onde os valores iam tender e, por fim, concluíam se eram limitados ou não. Os conceitos não foram abordados de forma isolada, mas expressos de maneira inter-relacionada.

Como visto na história do Cálculo, o conceito de Limite é constituído pela compreensão das ideias que compreendem o infinito e a tendência, o que se verificou também na construção de conceito dos alunos nas tarefas da oficina. Levando em consideração essa perspectiva, acredita-se que esta categoria aberta, apresenta ideias organizadas e claras dos alunos ao desenvolver as noções intuitivas de Limite.

Ao fim da primeira tarefa, os alunos apresentaram as seguintes falas:

“Então, basicamente: quanto mais lado, menor o ângulo que terá entre eles, até que o ângulo fica, tipo, 0. Daí só aumenta mais uma linha. Vai ter vários lados com ângulos

muito pequenos, mas que somam 360° . Tanto que uma hora não tem mais lado e tem o círculo com 360° ” (A2F5).

“Sim, infinitos lados com ângulos muito pequenos” (A2F6).

A exploração dos alunos diante da figura gerada no LOGO permitiu compreender ideias complexas e abstratas, sem mesmo mencionar os conceitos formais de Cálculo. As falas remetem à ideia de grandezas variáveis, sendo o número de lados, e grandezas constantes, os limites do ângulo para zero e da figura para circunferência (FERREIRA, 2014). A fala A2F5 exemplifica a compreensão do aluno referente às complexas grandezas envolvidas, que encaminha para a noção de Limite.

Além disso, entende-se que ideias de sequência infinita e limitada foram abordadas, ainda que a tarefa fosse referente à área da Geometria. Portanto, verifica-se que é possível desenvolver a ideia intuitiva de Limite em muitos casos no ensino médio.

Ao estudar a representação decimal de números racionais infinitos e periódicos, já se faz uso implícito do conceito de limite. Nessa mesma linha, ao apresentar os números irracionais e reais também é necessário em diversos pontos citar a ideia de limite. [...] Também é possível verificar a aplicabilidade de limite ao estudar sequências, em particular e em maior grau ao estudar a soma de uma série convergente (progressão geométrica com razão (q) definida por $(0 < |q| < 1)$. [...] Ao estudar Geometria plana, é possível embutir às noções de limite ao inserir o conceito de grandezas incomensuráveis, ao demonstrar o Teorema de Tales e conseqüentemente ao aplicá-lo ao estudo de semelhança de triângulos e finalmente ao introduzir o estudo de áreas de figuras planas (círculo e suas partes, segmento parabólico, hipérboles, etc.), em particular aquelas que apresentam pelo menos um lado curvilíneo (Ferreira, 2014, p. 30-31).

Nas outras tarefas, o conceito de limite foi abordado intuitivamente via sequência e série, diferente do que se vê em Cálculo I nos cursos de Ensino Superior, em que o limite é visto através de funções. A partir das falas dos alunos, entende-se que possuem uma noção de limite como sendo um número máximo, pelo qual se aproxima muito, mas que jamais é atingido.

“Porque pode dividir quantas vezes quiser, mas a soma final não vai mudar, tem um limite. Tipo, é o máximo que pode chegar” (A3F6).

“Uma é limitada e a outra não” (A3F7).

“A área do primeiro deu 10000. A soma total deu 133,333... Ah! Está colocando $\frac{1}{3}$ da área original! Está tendendo a isso” (A1F17)

“Foi de 1 mais $\frac{1}{3}$ [a soma total da área]. Então ela chega a um limite” (A1F18).

Essas ideias fazem alusão ao conceito de Cauchy, na qual revela que se à medida que os valores sucessivamente atribuídos a uma variável se aproximam de um ponto específico, esse último valor é chamado limite de todos os outros. “No entanto, esta mesma noção de limite, encontra-se associado ainda a ideias intuitivas, como: 1) valores sucessivos; 2) aproximar-se

indefinidamente; e, 3) diferença tão pequena quanto se queira” (MOMETTI e LEANDRO, 2016, p. 7). Entretanto, por mais que sejam noções ainda intuitivas, elas remetem ao que se entende por Limite, e podem ser elaboradas futuramente ao apresentar a definição formal.

Uma das falas que apresenta uma ideia equivocada em relação ao Limite é a A1F13, resposta ao questionamento sobre o que diferenciava os valores da soma da Tarefa 3 com a Tarefa 2: “Essa soma nunca vai ser infinita [a soma dos palitos]. Ela vai ser dois, porque você não está fazendo nada novo, assim... você só está pegando o que tem e dividindo mais. Então não vai mudar”. A soma será infinita, pois os palitos seriam divididos infinitamente, entretanto, é o valor da soma que não tende a infinito, sendo limitada por 2. Esta confusão pode estar presente também na concepção formal de Limite quando trabalhado com funções, contudo, gerando discussões precoces como a abordagem proposta neste trabalho, os alunos serão capazes de assimilar essas ideias e reduzir possíveis erros e enganos de conceitos.

As representações gráficas das sequências por meio da linguagem de programação LOGO contribuíram para a melhor visualização e compreensão do que é analisado e percebido pelos alunos. Percebe-se que os alunos já tinham conhecimento sobre PA e PG, como apresentado na seguinte fala:

“Eu acho que tem a ver com alguma coisa sobre n menos 1. É tipo assim: soma infinitamente os valores, e vai tender muito perto desse valor, mas não vai ser esse valor. Ou seja, se somasse todas as partes divididas do palito ele voltaria [ao formato inteiro], mas só as partes separadas não” (A3F4).

Entretanto, as fórmulas não foram utilizadas durante a criação dos procedimentos, o que não impediu a conclusão das tarefas e o alcance dos objetivos, bem como a apresentação das discussões relacionadas à ideia de Limite.

5.2 OBSERVAÇÕES SOBRE PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA OFICINA

Percebeu-se, durante a realização das tarefas da oficina, que habilidades relacionadas ao Pensamento Computacional estavam presentes e podem vir a ser estimuladas nos alunos. Ao analisar as gravações das telas dos computadores, foi possível perceber que eles exploraram os comandos ao realizar os exemplos propostos e outras construções criadas por eles mesmos.

As tarefas iniciavam com uma problematização, que buscaram despertar a exploração, a criatividade e a abstração dos alunos, aspectos fundamentais do PC. Os códigos elaborados pelos alunos não eram iguais, revelando que a construção de conhecimento é feita de forma singular por

cada sujeito, isto é, a utilização da linguagem LOGO os possibilitou desenvolver formas para resolver os problemas propostos nas tarefas e fazer sua própria interpretação e descrição dos conceitos.

Ao desenvolverem códigos para resolução dos problemas identificou-se o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração quando, primeiro, os alunos pensavam individualmente ou com os colegas sobre a situação da tarefa e depois criavam a estrutura algorítmica na linguagem LOGO; posteriormente, executavam o programa, verificando se os resultados satisfaziam o que se queria; quando não, identificavam as falhas (que podem ser tanto os erros de sintaxe e os apontados pelo *software*, quanto os de representação gráfica) e reorganizavam ou corrigiam a lista de comandos. O procedimento criado era considerado finalizado por eles quando os resultados gráficos e os numéricos eram coerentes e cumpriam a proposta da tarefa.

A postura da pesquisadora na oficina remete às ideias da teoria Construcionista de Papert - que fundamentam o PC -, permitindo a autonomia dos alunos na construção dos programas no SuperLogo e mais do que isso, na concepção dos conceitos trabalhados nas tarefas.

Os alunos revelaram que já tiveram experiências com outras linguagens, porém desconheciam a linguagem de programação LOGO. Afirmaram que, embora tenha características bem particulares, a linguagem e sintaxe utilizadas tornam-na fácil de programar e de compreender:

Ela é diferente, mas eu achei mais fácil. Porque quando a gente aprende lá [com outras linguagens], a gente aprende a lógica de programação e a gente não vê, tipo, a representação visual. Quando é conta é só número, essas coisas. E aqui tem representação visual, que fica mais fácil de entender (Um dos alunos participantes da pesquisa).

Portanto, a abordagem proposta permite aos alunos uma melhor significação dos conceitos e o desenvolvimento do PC, habilidade tão fundamental para a sociedade contemporânea.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, propõe-se uma abordagem tecnológica no ensino de Matemática para alunos de Ensino Médio como forma de se discutir ideias intuitivas sobre o conceito de Limite.

Para tanto, foi elaborada uma oficina que possibilitou a exploração do trabalho com a linguagem de programação LOGO, por meio da versão do *software* SuperLogo 3.0, com o intuito de verificar se a noção intuitiva de Limite era desenvolvida pelos alunos de Ensino Médio, os quais ainda não tinham contato com os conceitos de Cálculo.

A teoria do Construcionismo de Papert fundamentou a elaboração das tarefas da oficina e da criação de um ambiente pedagógico que despertasse interesses e autonomia dos alunos em significar e construir seu próprio conhecimento. Além disso, buscou-se explorar as ideias sobre Pensamento Computacional, identificando o desenvolvimento das habilidades fundamentais do PC nos alunos durante a realização das tarefas.

Este trabalho seguiu uma pesquisa de caráter qualitativo com enfoque fenomenológico, com a interrogação norteadora *“Como se mostra a compreensão dos alunos sobre a ideia intuitiva de Limite no desenvolvimento de tarefas com o software SuperLogo 3.0?”*.

Após o desenvolvimento da oficina, realizou-se as análises Ideográfica e Nomotética dos dados - as transcrições das falas e observações dos alunos durante a oficina. Identificou-se, portanto, três categorias que revelam as percepções dos alunos sobre a noção intuitiva de Limite, sendo elas: Infinitamente grande ou pequeno, Tende a e Limitada por um valor.

Na primeira categoria, os alunos expressaram a ideia de números crescendo ou decrescendo muito, relacionados à noção de infinito na Matemática. A expressão "tende a", presente na segunda categoria, foi utilizada pelos alunos para descrever o comportamento de sequências ou processos à medida que uma variável se aproxima de um determinado valor ou ao infinito. Eles compreenderam que os valores das sequências se aproximam de um limite específico, mesmo que esse limite não seja atingido. Na terceira categoria os alunos expressaram a ideia de valores limitados por algum número específico. Eles entenderam que, apesar dos valores das sequências crescerem ou decrescerem infinitamente, esses valores tendem a se aproximar de um limite máximo ou mínimo.

Por meio da análise, pode-se verificar que, embora identificadas dificuldades e confusões, os alunos do Ensino Médio desenvolveram as ideias intuitivas de Limite, expressando suas percepções sobre noções de infinito, aproximação, valores máximos. Assim, ao estimular a

compreensão desses conceitos nesta etapa de ensino, mesmo que de forma intuitiva, os alunos são preparados para conceber a definição formal futuramente apresentada.

Conclui-se que as categorias refletem a construção gradual da compreensão dos alunos sobre o conceito de Limite, respondendo a interrogação realizada na pesquisa e evidenciando a importância das tarefas da oficina no desenvolvimento de sua intuição matemática. Ademais, é possível trabalhar com alunos do Ensino Médio, conceitos considerados complexos, porém com uma forma adaptada, sem os formalismos matemáticos. Além de permiti-los conhecer um dos conceitos fundamentais da Matemática contemporânea e despertar interesses na área, outros conteúdos que são abordados no currículo podem ser aprofundados.

Espera-se que a proposta aqui apresentada possa gerar novas reflexões por parte de pesquisadores e professores da área em Educação Matemática, pois adaptações na metodologia e abordagens pedagógicas devem ser realizadas, de modo a permitir aprendizagens mais significativas aos alunos, seja no Ensino Básico ou no Ensino Superior.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. Tradução de Alfredo Bossi e Ivone Castilho Benedetti. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia**, Curitiba, v. 5, n. 2, p.15-26, maio/ago. 2012. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1185>. Acesso em: 26 nov. 2023.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. **Pro-posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p.18-23, mar. 1993.

BORBA, M. C. A pesquisa qualitativa em educação matemática. *In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED*, 27., 2004, Caxambu, MG. **Anais [...]**. Caxambu: ANPED, 2004. p. 1-18. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/228889292_A_PESQUISA_QUALITATIVA_EM_EDUCACAO_MATEMATICA. Acesso em: 26 nov. 2023.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de tarefas desplugadas na educação básica**. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/172208>. Acesso em 26 nov. 2023.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 26 nov. 2023.

BRÅTING, K.; KILHAMN, C. Exploring the intersection of algebraic and computational thinking. **Mathematical thinking and learning**, Philadelphia, v. 23, n. 2, p. 170-185, 2021. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10986065.2020.1779012>. Acesso em: 26 nov. 2023.

CAYRES, H. M. **Robótica educacional no ensino de matemática**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Faculdade de Engenharia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2022.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FERREIRA, A. M. **Resgate da inserção das noções elementares do cálculo (em particular, das noções de limite) durante o ensino médio**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufes.br/items/38a375b1-0ecd-454a-be8f-12146638d2ba>. Acesso em: 26 nov. 2023.

FINI, M. I. Sobre a pesquisa qualitativa em educação, que tem a fenomenologia como suporte. *In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. Pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico*. Piracicaba: Unimep, 1994. p. 23-33.

FINO, C. N. Inovação pedagógica e ortodoxia curricular. **Revista tempos e espaços em educação**, São Cristóvão, v. 9, n. 18, p. 13-22, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufs.br/revtee/article/view/4959>. Acesso em: 20 fev. 2024

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GREGÓRIO, S. B. Intuição. In: GREGÓRIO, S. B. **Dicionário de filosofia**. [s.l.], [s.d.]. Disponível em: <https://sites.google.com/view/sbgdicionariodefilosofia/intui%C3%A7%C3%A3o>. Acesso em: 16 jan. 2024.

International society for technology in education (ISTE); Computer science teachers association (CSTA). **Operational definition of computational thinking for K-12 education**. Arlington: ISTE, 2011. Disponível em: https://cdn.iste.org/www-root/Computational_Thinking_Operational_Definition_ISTE.pdf. Acesso em: 26 nov. 2023.

MACHADO, F. M. **Noções de cálculo I no ensino médio**: uma proposta de intervenção curricular. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2016. Disponível em: <https://observatoriodeeducacao.institutounibanco.org.br/api/assets/4e11aff4-9ca4-48c2-b884-b696f283ae57/>. Acesso em: 26 nov. 2023.

MACHADO, O. V. M. Pesquisa qualitativa: modalidade fenômeno situado. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **Pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Unimep, 1994. p. 35-46.

MALTEMPI, M. V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Editora Cortez, 2004. p. 264-282.

MOMETTI, A. L.; LEANDRO, E. J. Argumentos e metáforas sobre o infinito no ensino de cálculo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo, 2016, Sociedade brasileira de educação matemática; Universidade Cruzeiro do Sul. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6678_2769_ID.pdf. Acesso em 10 jan. 2024

NUNES, M. N. F. **Sequências numéricas**: um estudo da convergência através de tarefas. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11173>. Acesso em 26 nov. 2023.

PAPERT, S. **Constructionism**: a new opportunity for elementary science education. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, The Epistemology and Learning Group. Proposta para a National Science Foundation, 1986.

PAPERT, S. **Logo**: computadores e educação. São Paulo: Editora Brasiliense, 1985.

RAFAEL, R. C. **Cálculo diferencial e integral**: um estudo sobre estratégias para redução do percentual de não aprovação. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017. Disponível em:

<https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/5519/1/rosanecordeirorafael.pdf>. Acesso em 15 mar. 2024.

RIBEIRO, H. C. **Cálculo**: uso de recursos computacionais para inserir conceitos de limites, derivadas e integrais no ensino médio. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2971>. Acesso em: 26 nov. 2023.

SABATKE, J. M. **Construção do conceito de limite**: ideias e contextos. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Centro de Ciências Tecnológicas, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2016. Disponível em: <https://sistemabu.udesc.br/pergamumweb/vinculos/000018/0000182a.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2023.

SANTOS, E. O.; GROSS, G. F. S.; ALBERTONI, N. R. M.; KALINKE, M. A. Construtivismo e construcionismo no trabalho com robótica educacional: a vista de um ponto, a partir de nosso ponto de vista. **Revista pesquisa qualitativa**, São Paulo, v. 9, n. 20, p. 21-39, 2021. Disponível em: <https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/389>. Acesso em: 10 fev. 2024.

SIDDIQUI, N. Mathematical intuition: impact on non-math major undergraduates. **Bolema**: boletim de educação matemática, Rio Claro, v. 35, n. 70, p. 727-744, maio 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/JZPtJYBhGFGSVVzLTXWFmkg/>. Acesso em: 20 fev. 2024.

SILVA NETO, J. P. S. **Um estudo sobre o ensino de limite**: um tratamento computacional com aplicações. 2006. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11065>. Acesso em: 26 nov. 2023.

SOUSA, K. R. Q. **Cálculo**: uma proposta possível para o ensino médio. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Mato Grosso, Barra do Garças, 2014. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=1492&id2=908. Acesso em: 26 nov. 2023.

SOUZA, A. V.; BARBOSA M. Y.; PAVANELO, E. Um estudo sobre pensamento computacional a partir dos trabalhos apresentados no ENEM. In: CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 6.; CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 16. 2023, Águas de Lindóia. **Anais [...]**. Águas de Lindóia: Pró-reitoria de Graduação Universidade Estadual Paulista, 2023. No prelo

VALENTE, J. A. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista e-Curriculum**, São Paulo, v. 14, n. 3, p. 864-897, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/29051>. Acesso em: 26 nov. 2023.

VALENTE, J. A. **O professor no ambiente LOGO**: atuação e formação. Campinas: UNICAMP/NIED, 1995.

WING, J. Computational thinking and thinking about computing. **Philosophical transactions of the Royal Society A**. London, v. 366, n. 1881, p. 3717-3725, 2008. Disponível em: <https://royalsocietypublishing.org/doi/full/10.1098/rsta.2008.0118>. Acesso em: 26 nov. 2023.

WING, J. Pensamento computacional: um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. **Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia**, Ponta Grossa, PR, v. 9, n. 2, p. 1-10, maio/ago. 2006. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711>. Acesso em: 20 out. 2023.

APÊNDICE A – Tabela de Comandos

COMANDO	ABREVIACÃO	FUNÇÃO	EXEMPLO
parafrente	pf	Deslocamento para frente a tantos pixels se queira	pf 100
paratras	pt	Deslocamento para trás a tantos pixels se queira	pt 200
paracentro	pc	Retorna a posição (0,0)	pc
mudexy		Deslocamento para o ponto de coordenadas (x,y), mantendo o ângulo da tartaruga.	mudexy 100 200
paraesquerda	pe	Gira para a esquerda de acordo com seu eixo de simetria em um ângulo específico	pe 45
paradireita	pd	Gira para a esquerda de acordo com seu eixo de simetria em um ângulo específico	pd 90
usenada	un	Deslocamento sem traços	un pf 200
uselapis	ul	Deslocamento com registros gráficos ou retorna ou traços caso tenha usado un	un pf 100 pd 90 ul pf 100
useborracha	ub	Apaga registros gráficos	pf 100 ub pt 50
mostre		Mostra na janela de comando o resultado de uma operação Matemática ou o valor de uma variável	mostre soma 9 4 mostre :f (onde f é uma variável)
rotule		Escreve caracteres na tela	rotule [texto]
espere		Provoca uma pausa antes de executar o próximo comando	repita 3 [pf 50 pd 90 espere 40 pf 50 pe 90 espere 40]
soma		Retorna o valor da soma dos números especificados	mostre soma 50 60
	+	idem acima	pf 7+6
diferença		Retorna o resultado da diferença entre dois números	mostre diferença 500 600
	-	idem acima	pd 180-90 pf 50
produto		Retorna o produto dos números especificados	mostre produto 3 2
	*	idem acima	mostre 50*35
quociente		Retorna o quociente da divisão inteira de dois números	mostre quociente 4 2
	/	idem acima	pf -300/10

resto		Retorna o valor do resto da divisão inteira de dois números	mostre resto 38 5
inteiro	int	Retorna somente a parte inteira de um número	mostre int 9.632
arredonde		Retorna número arredondado para o inteiro mais próximo	mostre arredonde 5.8963
raiz quadrada	raizq	Calcula a raiz quadrada de um número	mostre raizq 144
potência		Calcula a potência entre dois números, sendo o primeiro número a base e o segundo número o expoente	mostre potência 2 32
exponencial		Retorna e (2.718281828) elevado à potência indicada	mostre exponencial 5
log10		Retorna o logaritmo na base 10 do número indicado	mostre log10 2
ln		Retorna o logaritmo natural (base e) do número indicado	mostre ln 2
pi		Retorna o valor de pi (3.1415965358679)	mostre pi
tangente	tan	Retorna a tangente de um ângulo (em graus)	mostre tan 45
	tanrad	Retorna a tangente de um ângulo (em radianos)	mostre tanrad pi/4
seno	sen	Retorna o seno de um ângulo (em graus)	mostre sen 45
	senrad	Retorna o seno de um ângulo (em radianos)	mostre senrad pi/2
cosseno	cos	Retorna o cosseno de um ângulo (em graus)	mostre cos 60
	cosrad	Retorna o cosseno de um ângulo (em radianos)	cosrad pi
repita		Executa n vezes os comandos contidos em lista	repita 4[pe 45 pf 80]
contevezes	cv	Fornece e assume o número de repetições já realizadas pelo comando repita	repita 3[mostre cv]
atribua		Define valores para as variáveis	atribua "a 5+9
OPERADORES LÓGICOS	e	Retorna a palavra verdadeiro se os parâmetros de entrada forem verdadeiros. Caso contrário, retorna a palavra falso	mostre e 2<5 5>10
	ou	Retorna a palavra verdadeiro se uma das entradas for verdadeira. Caso contrário retorna falso	mostre ou 2<5 3>2

	não		Retorna a palavra verdadeiro se o predicado for falso. Caso contrário, retorna a palavra falso	mostre não 3<5
OPERADORES RELACIONAIS	Igual	=	Retorna a palavra verdadeiro se os parâmetros de entrada forem iguais. Caso contrário, retorna a palavra falso	mostre 3=8
	Maior	>	Retorna a palavra verdadeiro se a condição for verdade. Caso contrário retorna falso	mostre ou 5>2
	Menor	<	Retorna a palavra verdadeiro se a condição for verdade. Caso contrário, retorna a palavra falso	mostre não 20<15
se			Executa a lista de instruções se a condição for satisfeita	se (ou 1<2 1=2) [pf 100]
pare			Faz com que o procedimento pare. Pode ser usado para finalizar o comando “se”	aprenda recur :t se (:t<2)[pare] pf :t pe 60 recur :t/2 fim
pause			Faz com que o procedimento pause, apenas.	

APÊNDICE B – Tarefa 1

TAREFA

- Crie e execute um procedimento que construa um triângulo equilátero com 100 pixels de lado.
- Edite e execute o procedimento anterior para que o lado seja uma variável, a qual o usuário deverá escolher posteriormente.
- Crie e execute um procedimento que construa um hexágono regular de lado da escolha do usuário.



APRIMORANDO A TAREFA

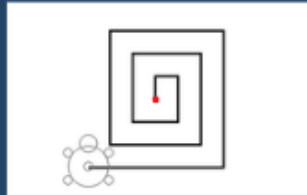
- Crie e execute um procedimento para construir polígonos regulares com tamanho de lado qualquer.
- O que acontece com o polígono quando se tem o número de lados definido e apenas o tamanho dos lados aumenta cada vez mais? O que acontece com o valor do perímetro desse polígono? Esse valor existe? É um número? Como você o descreveria?
- Antes de executar o procedimento, o que você acha que acontece quando o número de lados do polígono aumenta cada vez mais?
- Agora execute o procedimento aumentando cada vez mais, o quanto se queira, o número de lados do polígono. O que acontece? Como você explicaria o que ocorre?



APÊNDICE C – Tarefa 2

TAREFA

- Faça com que a tartaruga digital percorra a seguinte figura abaixo. Para isso, considere que a tartaruga tem seu ponto de partida coincidindo com o ponto vermelho e que o primeiro movimento a ser executado por ela é deslocar-se 10 pixels para frente.



programa unesp

TAREFA

- Sabe-se inicialmente que a tartaruga realiza deslocamentos de 10 pixels. Durante o trajeto, há alguma alteração no comprimento desses deslocamentos? Essas alterações seguem algum padrão de crescimento ou decrescimento?
- Seria possível realizar o traçado de cada etapa, que possuem mesmo comprimento, por meio de um procedimento? Em caso positivo, realize esta tarefa e indique quais seriam as variáveis.
- Há alguma relação entre as variáveis do primeiro e do segundo procedimento utilizado? Essa relação se mantém ao comparar o terceiro procedimento com o segundo? E ao comparar qualquer procedimento em relação ao seu procedimento anterior? Em caso positivo, qual seria essa relação?

observação: utilize a tabela para te ajudar durante toda a tarefa!

programa unesp

TAREFA

- Crie um procedimento de forma que em um único comando a tartaruga trace um desenho semelhante ao já apresentado, porém prolongando-o até atingir um passo determinado pelo usuário.
- Caso o trajeto fosse prolongado seguindo as mesmas ideias já discutidas, qual seria o comprimento do deslocamento da tartaruga no oitavo procedimento utilizado? E no décimo?
- Qual o comprimento total da figura, ou seja, o trajeto total percorrido pela tartaruga?
- Edite o procedimento criado, de modo que faça com que, em cada passo, o programa apresente na janela de comandos o trajeto total deslocado pela tartaruga até o passo realizado.
- Qual seria o comprimento total da figura caso esta se estendesse por mais e mais procedimentos?

programa unesp

APÊNDICE D – Tarefa 3

TAREFA

- Imagine que se tenha 2 palitos de tamanhos iguais e que um deles será quebrado ao meio sucessivas vezes. Isto é, tem-se um inteiro, o outro será dividido ao meio, e dessa metade, divide-se novamente, e assim quantas vezes se queira. Qual será a soma final de todos esses palitos divididos, mais o palito inteiro? Vamos criar um procedimento.





TAREFA

- Crie um procedimento que represente essa situação. O usuário decidirá o número de vezes que o palito será dividido. Faça com que o programa apresente a medida que esse palito tem ao longo de cada divisão. E por fim, apresente a soma total dos palitos.





TAREFA

- O que você observa nos valores da medida do palito dividido com o passar dos procedimentos?
- Quantas vezes pode-se dividir esse palito?
- E com os valores da soma, o que se observa?
- Como você explica o que acontece?

QUESTIONAMENTO

Pense nos valores da soma da tarefa da PA e da tarefa do palito:

- O que há de diferente nos valores dessas somas?
- Como você considera cada uma delas?

APÊNDICE E – Tarefa 4

+

TAREFA

+

• Faça com que a tartaruga trace um quadrado com lado e área qualquer. Posteriormente faça com que ele trace um quadrado com um quarto da área do quadrado anterior e repita esse procedimento sucessivamente, conforme a imagem abaixo.



programa unesp

+

+

TAREFA

+

• Durante o trajeto, há alguma alteração no comprimento do lado dos quadrados? Essas alterações seguem algum padrão de crescimento ou decrescimento?

• Seria possível realizar o traçado de cada quadrado por meio de um procedimento? Em caso positivo, realize esta tarefa.

observação: utilize a tabela para te ajudar!

programa unesp

+

+

TAREFA

+

• Crie um procedimento de forma que em um único comando a tartaruga trace uma quantidade de quadrados determinada pelo usuário, seguindo o mesmo processo da imagem aqui trabalhada. Posteriormente, faça com que, ao traçar cada quadrado, o programa apresente na janela de comandos o trajeto total deslocado pela tartaruga.

• Qual seria o lado do sétimo quadrado traçado? E do décimo?

• Caso o processo de construção de quadrados siga indefinidamente, o que ocorre com o lado dos quadrados, ele tende a algum valor? E quanto à área?

• Qual seria o comprimento total deslocado pela tartaruga caso esta traçasse 20 quadrados? E caso traçasse 100? E se traçasse mais e mais quadrados, tanto quanto se queira, o que vai acontecendo com o comprimento total deslocado pela tartaruga?

programa unesp

+

APÊNDICE F – Tabela Auxiliar

PASSO	COMANDO DO DESENHO	MEDIDA	DISTÂNCIA PERCORRIDA
1			
2			
3			
4			
5			
...	...	...	...
n			