



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"Júlio de Mesquita Filho"

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
Departamento de Física e Química

Programa de Pós-Graduação em Ciência dos Materiais

Influência de uma fenda na dinâmica de vórtices utilizando a teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo

Elwis Carlos Sartorelli Duarte

Orientador: Prof. Dr Rafael Zadorosny

Ilha Solteira
Maio 2013



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"Júlio de Mesquita Filho"

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
Departamento de Física e Química

Programa de Pós-Graduação em Ciência dos Materiais

**Influência de uma fenda na dinâmica de vórtices utilizando a
teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo**

Dissertação apresentada no programa de Pós -
Graduação em Ciência dos Materiais da Faculdade
de Engenharia – UNESP – Campus de Ilha
Solteira, como parte das exigências para obtenção
do Título de Mestre em Ciência dos Materiais.

Área do conhecimento: Física da Matéria
Condensada – Supercondutividade.

Elwis Carlos Sartorelli Duarte

Orientador: Prof. Dr Rafael Zadorosny

Ilha Solteira
Maio 2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

D812i Duarte, Elwis.
Influência de uma fenda na dinâmica de vórtices utilizando a teoria de
Ginzburg-Landau dependente do tempo / Elwis Duarte. -- Ilha Solteira:
2013 [s.n.],
79 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Física da Matéria
Condensada, 2013

Orientador: Rafael Zadorosny
Inclui bibliografia

1. Teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo. 2. Supercondutores
mesoscópicos. 3. Dinâmica de vórtices.



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Influência de uma fenda na dinâmica de vórtices utilizando a teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo

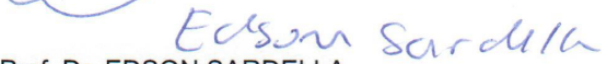
AUTOR: ELWIS CARLOS SARTORELLI DUARTE

ORIENTADOR: Prof. Dr. RAFAEL ZADOROSNY

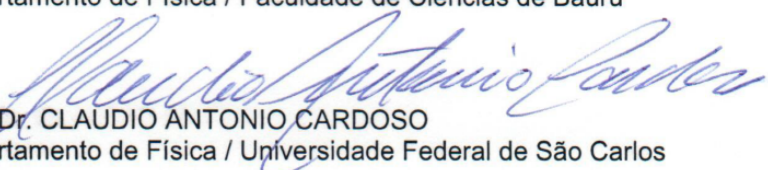
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Ciência dos Materiais ,
Área: FÍSICA DA MATERIA CONDENSADA, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. RAFAEL ZADOROSNY

Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. EDSON SARDELLA

Departamento de Física / Faculdade de Ciências de Bauru


Prof. Dr. CLAUDIO ANTONIO CARDOSO

Departamento de Física / Universidade Federal de São Carlos

Data da realização: 21 de maio de 2013.

Dedico este trabalho com muito amor e carinho aos meus pais, **Aparecida Antônia Sartorelli Duarte** e **Luiz Carlos Duarte**.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, através do cosmo do universo por sempre conspirarem por mim.

Aos meus pais Aparecida Antônia Sartorelli Duarte e Luiz Carlos Duarte pela dedicação total e carinho ao longo de nossa jornada.

Ao meu orientador, Prof. Dr Rafael Zadorosny pela dedicação, paciência, companheirismo e por me dar liberdade de sintetizar conceitos de diversas áreas da física na elaboração deste trabalho.

Aos Profs. Edson Sardella, Paulo Noronha e André Malvezzi, do Departamento de Física da Faculdade de Ciências UNESP/Bauru, por serem os mentores deste projeto e deixarem em minhas mãos para dar continuidade por intervenção do meu orientador Rafael Zadorosny.

Aos funcionários da sessão de pós graduação, funcionários e professores do Departamento de Física e Química(DFQ) da Faculdade de Engenharia UNESP/Ilha Solteira, em especial aos Profs. Ezequiel, Mirian e Cláudio que acompanharam mais de perto este trabalho.

Ao Prof. Cláudio A. Cardoso do Departamento de Física – UFSCAR, por aceitar o convite de fazer parte de minha banca.

Aos meus amigos, João (GDAM), Pirica e Murilo (Gapira), Thais (Tata), Suzana M., Mônica e Loanda, Ariane, Tayla por me acolherem na cidade de Ilha Solteira e me ajudarem com diversos recursos.

Aos meus companheiros de trabalho e amigos do grupo GDAM, pelas discussões sobre supercondutividade, física da matéria condensa, juntos aprendemos muito sobre esses temas.

Aos meus amigos do Departamento de Física e Química (DFQ), pelo apoio, carinho e confiança ao longo deste tempo, Regiane (GDAM), Vivian (GDAM), Gisele (GDAM), Cícero (GDAM), Massayuki, Will, Lincon, Edi, Suzana B, Gabriel, Francine (Fran), Dani, Luiz, Danilo, Alice e em especial a Atair Carvalho pela grande amizade, companheirismo e dedicação em todos os momentos desta jornada.

Aos meus parentes pelo apoio, em especial meus tios Maria e Pico, meus primos Ennio, Elaine e Odair, e também Maria Bethânia (Bete) e Magali que me ajudaram diversas vezes.

Aos meus amigos do curso de Licenciatura em Física da UNIFEV, Vitor (Gzão), Ricardo, Bruna, Laís, Fran, Camila, Euclides, Valdeir, Maycon, Rafael, Ivo, Márcia, Fred, Rodrigo e Murilo pelo apoio, carinho, confiança e aprendizado que tive ao longo destes anos incríveis com cada um de vocês. Aos Profs. Ângelo, Ricardo, Rogério, Paulo, Cachucho, Dione (Maribel), Millena, Graça, Antônio Lopes, Ângela e Alexander (Xandi) por me fornecerem uma base sólida em matemática, pedagogia e, principalmente, física. Obrigado por esses valiosos ensinamentos e pelo carinho, confiança e dedicação ao longo da graduação. Às meninas (os) da biblioteca, em especial Angélica, Bel e Bruna pelo apoio.

Aos meus amigos de Álvares Florence (Gapira), Bebedouro e Ilha Solteira, por todo apoio e carinho ao longo desse tempo.

Aos meus amigos de República (Rep Papo 10 e Rep Federativa) pelo respeito, apoio, carinho e convivência ao dividirmos o mesmo espaço.

À agência de fomento CAPES pela bolsa de estudo, a qual possibilitou dar minha humilde contribuição ao desenvolvimento científico e tecnológico de nosso país.

A todos (as) que me acompanharam de perto ou de longe e que me apoiaram na realização desse trabalho, “aquele abraço”.

A todos, o meu muito obrigado e um grande abraço.

“Não sei o que possa parecer aos olhos do mundo, mas aos meus pareço apenas ter sido como um menino brincando à beira-mar, divertindo-me com o fato de encontrar de vez em quando um seixo mais liso ou uma concha mais bonita que o normal, enquanto o grande oceano da verdade permanece completamente por descobrir à minha frente”. Isaac Newton.

Sumário

1	Introdução	12
2	Estado da Arte	13
2.1	Introdução à supercondutividade	13
2.1.1	Início da supercondutividade	13
2.1.2	O efeito Meissner	13
2.1.3	O calor específico	15
2.1.4	Equações de London	16
2.2	Teoria de Ginzburg-Landau	18
2.2.1	Teoria de transição de fase de Landau	18
2.2.3	Primeira e segunda equação de GL	20
2.2.4	Comprimento de coerência (ξ)	23
2.2.5	Quantização do fluxo	25
2.2.6	Profundidade de penetração (λ)	26
2.2.7	Supercondutores do tipo I e do tipo II	27
2.3.	Supercondutores mesoscópicos	31
2.3.1	Influência da geometria e da superfície	32
2.3.2	Influência de impureza e temperatura	36
2.3.3	Influência de fatores externos	38
3	Modelo teórico e método numérico	41
3.1	Teoria de Ginzburg Landau dependente do tempo, TDGL	41
3.2	Forma adimensional da TDGL e invariância de calibre	42
3.3	Solução numérica das equações da TDGL	43
3.4	Simulações com impurezas	52
3.5	Os parâmetros das simulações	54
4.	Resultados e discussões	57
4.1	Campo crítico H_{c1}	57
4.2	Campo crítico H_{c3}	59
4.3	Regiões com supercondutividade conservadas	61
4.4	Condições para penetração de vórtice pela fenda	62
4.4.1	Dependência da temperatura na primeira penetração	65
4.4.2	Dependência do tamanho da amostra na primeira penetração	69

4.4.3 Perspectivas futuras	73
5. Conclusões	74
Referências	75

Resumo

O estudo de amostras supercondutoras em escala mesoscópica é de grande interesse científico e tecnológico pelos efeitos de confinamento que dela advém, por isso da intensificação dos trabalhos voltados a essa classe de materiais nas últimas décadas. Estas escalas estão próximas aos comprimentos característicos dos supercondutores, i.e., do comprimento de coerência $\xi(T)$ e da profundidade de penetração $\lambda(T)$. Neste trabalho, usamos a Teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo, TDGL, para descrever o parâmetro de ordem e o campo magnético no interior de amostras supercondutoras de seção reta quadrática e comprimento infinito, ao longo do eixo z , sob um campo externo constante. Nestas amostras foi inserido um defeito extenso na forma de uma fenda e, então, os estudos foram focados na análise da influência desta fenda em diversas posições sobre algumas propriedades do material. É importante frisar que a TDGL permite descrever os estados metaestáveis da configuração de vórtices e o equilíbrio é obtido deixando-se o sistema relaxar para o estado estacionário. A discretização das equações TDGL foi embasada no método das variáveis de ligação e, então, as simulações computacionais foram realizadas. Assim, analisamos a influência da fenda, em diferentes posições, na primeira penetração de vórtices e nos campos críticos H_{c1} e H_{c3} . Simulamos amostras de supercondutores do tipo II, $\kappa = 5$, com dimensões mesoscópicas, $10\xi(0) \times 10\xi(0)$ e o campo magnético externo foi variado com passos de $\Delta H = 10^{-3}$ para diversos valores de temperatura. Também foram analisadas as condições nas quais a primeira penetração de vórtice ocorre pela fenda, assim, novas simulações foram realizadas para amostras com tamanhos laterais de $20\xi(0) \times 20\xi(0)$ e $30\xi(0) \times 30\xi(0)$.

Palavras-Chaves: Teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo. Supercondutores mesoscópicos. Dinâmica de vórtices.

Abstract

The study of superconducting samples in a mesoscopic scale is of scientific and technological great interest due to their confinement effects. As a consequence, this fact led to an intensification of works focused in this category of materials in the last decades. Such scale lies in the fundamental superconducting lengths, i.e., the coherence length $\xi(T)$ and the penetration depth $\lambda(T)$. In this work, we use Time Dependent Ginzburg-Landau theory, TDGL, to describe the order parameter and the magnet field inside superconducting samples of square cross section and infinite length, in the z axis, under a constant external magnetic field. In such samples was inserted a long slit-like defect, and thus, we focused our studies on the influence of this slit, positioned in several positions of the border of the sample, in the properties of the material. It is important to emphasize that the TDGL model allows us to describe the metastable states of the vortex configuration and the equilibrium state is obtained by leaving the system rich the stationary state. The discretization of the TDGL equations was obtained by the variable link method. Thus, the computational simulations were carried out and we analyzed the influence of a slit, in several positions, in the first vortex penetrations as well as in the H_{c1} and H_{c3} .critical fields. It were simulated type II superconducting samples, $\kappa = 5$, with mesoscopic dimensions of $10\xi(0) \times 10\xi(0)$. The external applied magnet field was changed in steps of $\Delta H = 10^{-3}$, for several values of temperature. It was also analyzed the conditions for which the first penetration of the vortex occur by the slit. In this interim, we carried out simulations for samples with lateral sizes of $20\xi(0) \times 20\xi(0)$ and $30\xi(0) \times 30\xi(0)$.

Keywords: Time dependent Ginzburg-Landau theory. Mesoscopic superconductors.

Vortex dynamics.

1 Introdução

A física de materiais tornou-se uma das áreas mais investigadas nas últimas décadas tanto teórica quanto experimentalmente. Um setor que teve grande ascensão foi o estudo de materiais de tamanhos nanométricos. No caso particular dos materiais supercondutores, nesta escala temos os denominados supercondutores mesoscópicos, SCmeso, ou seja, materiais cujo tamanho é da ordem do comprimento de coerência $\xi(T)$ e/ou da profundidade de penetração $\lambda(T)$, onde T é a temperatura. Devido às suas reduzidas dimensões, os SCmesos apresentam uma gama de fenômenos exóticos que estão associados à efeitos de confinamento. Assim, os estudos de tais materiais atraem grandes interesses tanto da parte da física básica, como o estudo da dinâmica de vórtices, quanto na parte de aplicações, como o aprisionamento de vórtices.

Neste trabalho foram simuladas cinco amostras mesoscópicas supercondutoras do tipo II bidimensionais (2D) com tamanho lateral de $10\xi(0) \times 10\xi(0)$. Dentre estas, uma amostra homogênea, ou prístina, PR, i.e., sem defeitos e quatro amostras com um defeito em forma de fenda inserido em uma de suas laterais com um comprimento de $4,875\xi(0)$ e espessura de $0,250\xi(0)$. Esta fenda foi, então, deslocada lateralmente com posições $\frac{y}{L}$, com y sendo a distância da fenda da borda inferior e tamanho total L da amostra. Os valores de $\frac{y}{L}$ foram de 0,5; 0,25; 0,125 e 0,0625. As simulações foram feitas utilizando as equações de Ginzburg-Landau dependentes do tempo as quais foram discretizadas pelo método das variáveis de ligação. Este mantém a invariância de calibre de tais equações. As amostras simuladas foram divididas em pequenas células onde as grandezas físicas foram calculadas. Os parâmetros externos escolhidos foram o parâmetro Ginzburg-Landau $\kappa = 5$, ou seja, supercondutores do tipo II e campo externo aplicado a passos de $\Delta H = 10^{-3}$.

Foram analisadas a configuração de vórtices em seu estado estacionário e a região por onde penetram nas amostras com relação às diferentes posições das fendas. Assim, fizemos o levantamento dos campos críticos H_{c1} , este definido como sendo o último campo antes da penetração do(s) vórtice(s), e H_{c3} , definido como sendo o campo acima do qual a supercondutividade em toda a amostra é destruída (incluindo a superficial). Tais estudos foram feitos para diferentes valores de temperatura. Estudamos, ainda, as condições para as quais a primeira penetração ocorra pela fenda. Assim, para melhor compreender tal dinâmica, foram simuladas amostras com tamanhos laterais de $20\xi(0) \times 20\xi(0)$ e $30\xi(0) \times 30\xi(0)$.

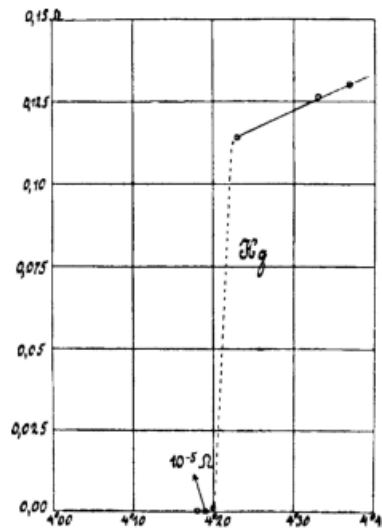
2 Estado da Arte

2.1 Introdução à supercondutividade

2.1.1 Início da supercondutividade

No início do século XX, o estudo da física de baixas temperaturas teve um imenso avanço quando Heike Kamerlingh Onnes conseguiu liquefazer pela primeira vez o hélio em seu laboratório em Leiden, na Holanda. Em 1911, quando estudava a resistividade elétrica de uma amostra de mercúrio em função da temperatura, ele verificou que, abaixo de 4.2 K, a resistividade de tal amostra caía abruptamente à zero, como mostra a Figura 2.1, ou seja, não apresentava dissipação de energia à passagem de corrente elétrica. Desta forma, em 1911 a supercondutividade foi descoberta. Em 1913, Onnes foi agraciado com o Prêmio Nobel (1) por ter liquefeito o He.

Figura 2.1- Resistividade em função da temperatura obtida por Onnes no seu laboratório em Leiden em 1911.



Fonte: Poole et al. (2007).

2.1.2 O efeito Meissner

Um dos fenômenos mais intrigantes ligados à supercondutividade foi descoberto em 1933 por Meissner e Ochsenfeld. Eles observaram que tais materiais também são diamagnetos perfeitos, ou seja, eles expulsam todo o fluxo de campo magnético de seu interior. Portanto, ao

resfriar um material supercondutor abaixo de sua temperatura crítica e na presença de um campo magnético aplicado, $\mathbf{H}$, este é expulso do interior do material. Tal efeito é chamado por efeito Meissner – Ochsenfeld ou simplesmente efeito Meissner (2).

Para analisar as consequências do efeito Meissner, partimos da equação constitutiva envolvendo a indução magnética, $\mathbf{B}$, a intensidade do campo magnético, $\mathbf{H}$, e a magnetização, $\mathbf{M}$.

$$\mathbf{B} = \mu_o(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (2.1)$$

onde μ_o é a permissividade magnética do vácuo.

Podemos, ainda, expressar a eq. (2.1) em termos da suscetibilidade magnética, χ , do meio, ou seja:

$$\mathbf{B} = \mu_o \mathbf{H}(1 + \chi) \quad (2.2)$$

onde temos que $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$

O efeito Meissner nos indica que $\mathbf{B}$ é nulo no interior dos supercondutores, assim, da eq.(2.1) temos:

$$\mathbf{H} = -\mathbf{M} \quad (2.3)$$

Consequentemente, da eq. (2.2) vemos que, para os supercondutores (SCs), $\chi = -1$, no sistema internacional de unidades.

Aplicando o rotacional em ambos os lados da equação (2.3), escrevemos $\mathbf{M}$, em termos da densidade de corrente de blindagem $\mathbf{J}_{sh}$ utilizando a lei de Ampere-Maxwell, onde $\mathbf{E}$ é o campo elétrico:

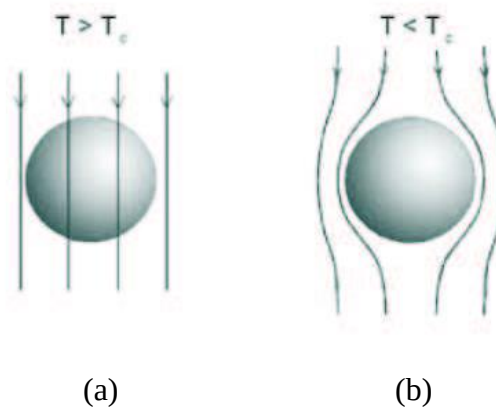
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{sh} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Considerando que $\mathbf{E}$ é constante, i.e., $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$ e, comparando com a equação (2.3) temos que:

$$\mathbf{J}_{sh} = -\nabla \times \mathbf{M} \quad (2.5)$$

Esta equação nos diz que o rotacional de $\mathbf{M}$, é devido a uma corrente de blindagem $\mathbf{J}_{sh}$ esta, por sua vez, gera um campo magnético que expulsa o campo aplicado do interior do material como podemos ver na Figura 2.2. Assim, um supercondutor se difere de um condutor perfeito exatamente pelo fato de que, quando resfriado na presença de um campo magnético, este expulsa todo o fluxo de seu interior.

Figura 2.2- (a) Penetração de campo magnético em uma temperatura maior que a temperatura crítica; (b) Exclusão do campo magnético quando a esfera se encontra em uma temperatura abaixo da temperatura crítica.



Fonte: Ostermann e Pureur (2005).

2.1.3 O calor específico

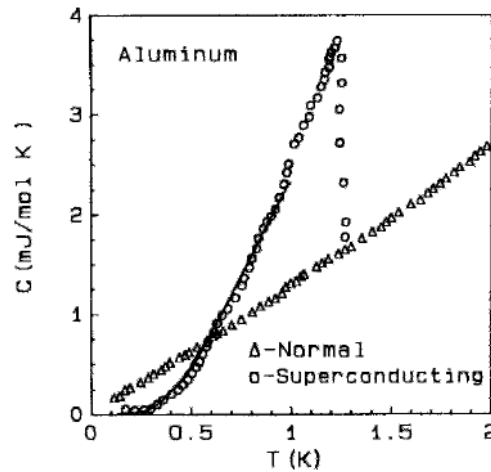
A dependência do calor específico com a temperatura pode ser escrito, em geral, de acordo com o modelo de Debye (2,4),

$$C_n = \gamma T + AT^3 \quad (2.6)$$

onde C_n é o calor específico, no caso dos SCs, do estado normal destes materiais. O termo linear da equação (2.6) é devido à contribuição eletrônica para a condução de calor no material e o termo cúbico é devido aos fônons da rede. γ e A são constantes que dependem do material. Note que, em baixíssimas temperaturas, o termo eletrônico é predominante.

A transição do estado normal para o supercondutor ocorre uma descontinuidade no calor específico como mostra a Figura 2.3, o que evidencia uma transição de primeira ordem, já que C_n é uma derivada primeira de um potencial termodinâmico que não é explicado pelo modelo de Debye (equação 2.6). Abaixo de T_c , C_n apresenta um decaimento exponencial para supercondutores de baixa T_c , conhecidos como supercondutores clássicos que são explicados pela teoria BCS (2).

Figura 2.3- Descontinuidade do calor específico em uma amostra de alumínio ao entrar no estado supercondutor, comparado com o específico do estado normal.



Fonte: Poole et al. (2007).

2.1.4 Equações de London

Em 1935, os irmãos London propuseram uma descrição para o estado supercondutor. Eles fizeram uso da Mecânica e da Eletrodinâmica Clássica para elaborar os primeiros formalismos teóricos a respeito da supercondutividade (4). Como resultado, eles previram que o campo magnético penetra por uma camada superficial no material cujo tamanho é tipicamente λ_L , também conhecido por profundidade de penetração de London. Este comprimento característico depende do material analisado.

Na sequência, apresentaremos o desenvolvimento proposto pelos irmãos London.

A força resultante que atua nos elétrons supercondutores é dada pela 2ª Lei de Newton e, esta, é igual à força elétrica:

$$\mathbf{F} = m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = e \mathbf{E} \quad (2.7)$$

Expressando a velocidade $\mathbf{v}$ em termos da densidade de corrente elétrica:

$$\mathbf{J}_s = n_s e \mathbf{v}, \quad (2.8)$$

E substituindo (2.8) em (2.7), temos:

$$\frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} = \mathbf{E} \quad (2.9)$$

Aplicando o rotacional em ambos os lados da equação (2.9) temos:

$$\left(\frac{m}{n_s e^2} \right) \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{J}_s = \nabla \times \mathbf{E} \quad (2.10)$$

O termo entre parênteses tem dimensão de comprimento e iremos denotá-lo por λ_L .

Pela equação de Maxwell (lei de Faraday), $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, a eq. (2.10) fica:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\Lambda_L \nabla \times \mathbf{J}_s + \mathbf{B}] = 0 \quad (2.11)$$

Dessa expressão vemos que a quantidade entre parêntese é conservada no tempo, ou seja, o termo entre colchetes é constante e, o efeito Meissner, é um caso particular da mesma. Esta é a chamada de *equação de London*.

Assim, o fluxo magnético, de acordo com (2.11), se conserva. Então, os irmãos London propuseram uma solução particular onde o fluxo magnético é nulo no interior do material, i.e., uma situação em que o material está no estado Meissner. Dessa forma, o termo $\Lambda_L \nabla \times \mathbf{J}_s$ produz um campo magnético para cancelar o campo $\mathbf{B}$.

Utilizando a equação de Maxwell na forma diferencial, Lei de Ampère, $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_s$, na equação (2.11), temos que:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = -\frac{\mu_0}{\Lambda_L} \mathbf{B} \quad (2.12)$$

Pela identidade vetorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$ (5) e como não existem monopolos magnéticos ($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$), a equação (2.12) fica:

$$-\nabla^2 \mathbf{B} = -\frac{\mu_0}{\Lambda_L} \mathbf{B} \quad (2.13)$$

Então:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{\Lambda_L} \mathbf{B} \quad (2.14)$$

O termo $\sqrt{\frac{\Lambda_L}{\mu_0}}$ é o *comprimento de penetração de London* (λ_L)

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{\Lambda_L}{\mu_0}} = \frac{m_s}{n_s e^2 \mu_0} \quad (2.15)$$

Resolvendo a equação diferencial (2.14) temos:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{-r/\lambda_L} \quad (2.16)$$

A equação (2.16) descreve a variação de $\mathbf{B}$ no interior do material, ou seja, λ_L . Assim o comprimento de penetração London, mede o quanto o campo magnético penetra no interior do material. Sendo que $\mathbf{B}$ decresce exponencialmente e, como λ_L é de ordem de nanômetros, o campo penetrado fica restrito às bordas do material, o que resulta em um fluxo magnético nulo em seu interior, que é o efeito Meissner.

2.2 Teoria de Ginzburg-Landau

Em 1950 os físicos soviéticos Ginzburg e Landau desenvolveram uma teoria fenomenológica cujo principal objetivo era explicar o comportamento dos supercondutores quando da presença de campos magnéticos (6). Esta tem sua origem na teoria de transições de fase de segunda ordem desenvolvida por Landau (7) e descreve o estado supercondutor por uma função de onda,

$$\psi(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|\exp(i\theta) \quad (2.17)$$

onde θ é a fase da função de onda. O seu módulo quadrado, $|\psi|^2$, corresponde à densidade dos elétrons supercondutores, n_s , também chamados de superelétrons. A massa e a carga desses superelétrons são, respectivamente, $m_s = 2m_e$ e $q_s = 2e$, onde m_e é a massa do elétron e e a sua carga. Pela teoria de Ginzburg-Landau, GL, obtém-se duas equações fundamentais pelas quais são explicados vários aspectos da supercondutividade. Em 1959 Gor'kov mostrou que a teoria GL poderia ser obtida como um caso limite da teoria BCS (para valores de temperatura próximos a T_c), esta teoria de primeiros princípios proposta em 1957 e que leva as iniciais dos físicos que a desenvolveram Bardeen, Cooper e Schrieffer (8). A teoria GL é de certa forma, simples, porém muito ampla abrangendo inúmeros aspectos da supercondutividade podendo, ainda, ser aplicada a outros sistemas, à dinâmica não linear e até na cosmologia (9).

2.2.1 Teoria de transição de fase de Landau

A estrutura da teoria GL foi baseada na teoria termodinâmica de Landau para transições de fase de segunda ordem. Em 1937 Landau foi o primeiro a propor uma expressão geral para as transições de fase de segunda ordem e as mudanças de simetria de um corpo (7).

Caracterizamos como mudança de simetria as transformações que um corpo sofre, por exemplo, entre diferentes fases como sólido-líquido, na qual ocorrem mudanças na distribuição das moléculas do mesmo. As transições de fase podem ser classificadas como de primeira e de segunda ordem. Na de primeira ordem, há uma mudança abrupta de um estado para outro caracterizado também, segundo a definição de Ehrenfest, por uma descontinuidade na primeira derivada de um potencial termodinâmico adequado. No entanto, em uma transição de fase de segunda ordem, o corpo passa de um estado para outro de forma contínua e, segundo Ehrenfest, a segunda derivada do potencial termodinâmico é descontínua. Assim, em tal mudança não há um calor latente de transição.

A transição supercondutora, na ausência de campos magnéticos, é uma transição de fase de segunda ordem. Vejamos, por exemplo, o elemento nióbio, no qual seus elétrons exibem um comportamento metálico (4) quando sua temperatura está acima do ponto crítico (T_c).

Quando abaixo deste ponto, seus elétrons adquirem uma nova propriedade e passam a interagir atrativamente mediados pelos fônons da rede (2,4,7) e, assim, não dissipam energia por efeito Joule ao se moverem pelo material.

Quando estamos abaixo do ponto crítico, caracterizamos quantitativamente essas mudanças na simetria do corpo por um parâmetro de ordem η , onde temos que, abaixo do ponto crítico, $\eta \neq 0$, e acima deste, $\eta = 0$.

Como a transição de fase de segunda ordem não possui mudanças descontínuas, ou seja, abruptas, as grandezas termodinâmicas, como a energia, por exemplo, variam de forma contínua, e como esta é um potencial termodinâmico (Φ), podemos escrever este potencial em termos de campos termodinâmicos. Então, seja um potencial termodinâmico que depende das quantidades termodinâmicas pressão, P , temperatura, T , - onde estas são grandezas não extensivas - e η extensiva, pois seu módulo depende da posição (10), $\Phi(P, T, \eta)$, onde que, nas proximidades ponto de transição, η é pequeno. Assim, tal potencial pode ser escrito como uma expansão do parâmetro de ordem até a quarta ordem deste.

$$\Phi(P, T, \eta) = \Phi_0 + a_1 I_1(\eta) + a_2 I_2(\eta) + a_3 I_3(\eta) + a_4 I_4(\eta) \quad (2.18)$$

Onde a_1, a_2, a_3 e a_4 são coeficientes dependentes de P e T e $I(\eta)$ é um monômio cujos valores são dados por:

$$I_k = \sum_i \eta_i^k \quad (2.19)$$

onde i representa os componentes do parâmetro de ordem e k um número inteiro referente à ordem do polinômio (10).

Como se trata de uma teoria de transição de fase de segunda ordem, o polinômio de primeira ordem de (2.18) é nulo e, vamos supor que o polinômio de terceira ordem também seja nulo, pois, se o mesmo tiver um valor diferente de zero, teremos pontos de transição contínua e não uma linha de transição (7).

O que leva à condição do potencial ser uma função par:

$$\Phi(-\eta) = \Phi(\eta) \quad (2.20)$$

Assim, (2.18) fica:

$$\Phi(P, T, \eta) = \Phi_0 + a_2 I_2(\eta) + a_4 I_4(\eta) \quad (2.21)$$

Supondo que a_2 não possua valor único até o ponto de transição, podemos fazer uma expansão em Taylor até perto desse ponto (que é a origem), assim, temos a série de Maclaurin. No entanto, Landau definiu que a_2 fosse uma função linear que se anulava em T_c , então:

$$a_2(P, T) = A(P)(T - T_c) + \frac{A(P)(T - T_c)^2}{2!} \dots \quad (2.22)$$

torna-se:

$$a_2 = A(P)(T - T_c) \quad (2.23)$$

onde requeremos $T < T_c$ e $A(P) < 0$ para $\eta \neq 0$.

Reescrevendo (2.21) em termos de (2.23) temos:

$$\Phi(P, T, \eta) = \Phi_0 + A(P)(T - T_c)I_2(\eta) + a_4 I_4(\eta) \quad (2.24)$$

onde $a_4 > 0$ para condição de $T < T_c$.

Baseado nesta teoria foi proposto que, na ausência de campo aplicado sobre um supercondutor, η corresponde a uma função de onda ψ , Φ_0 é a energia livre do estado normal, passando a ser denotada por G_n ; $\Phi(\eta)$ é a energia livre do estado supercondutor ou, na nova notação G_s , e a_2 e a_4 são identificados na teoria GL como sendo os parâmetros α e β , que são constantes fenomenológicas.

Dessa forma temos que:

$$\alpha = \alpha_0(T - T_c) \quad (2.25)$$

onde $A = \alpha_0$.

2.2.3 Primeira e segunda equação de GL

Podemos obter as equações de GL escrevendo as energias do estado supercondutor na presença de um campo magnético aplicado. Para tal, usaremos a energia livre de Gibbs (G), descrita, de forma geral, pela equação 2.26, e que representa a energia total que um sistema termodinâmico tem disponível para execução de trabalho útil. Esta é determinada pela diferença da entalpia e da energia devida à entropia. Alguns autores também descrevem o estado supercondutor pela energia livre de Helmholtz (F), equação 2.27, definida como a diferença entre a energia interna e a energia devida à entropia. Em ambas as notações, a entropia é variada até ser atingido o valor mínimo das respectivas energias (10).

$$G = H - TS \quad (2.26)$$

$$F = U - TS \quad (2.27)$$

onde $H = U + \tau$ é a entalpia, U é a energia interna, τ é o trabalho, T é a temperatura e S é a entropia.

Como a energia livre de Helmholtz não leva em conta o trabalho útil que, no caso de um supercondutor submetido ao campo magnético aplicado, é o trabalho devido à magnetização, então, escreveremos as energias deste estado supercondutor pela energia livre de Gibbs. Frisamos, novamente, que alguns autores como Groop et al. (11), denotam o estado supercondutor pela energia livre de Helmholtz. Contudo, mostraremos adiante que, com o processo de minimização da energia total do estado supercondutor as equações GL independem da energia livre escolhida. Assim, a energia livre do estado supercondutor é dada por (2):

$$G_s = G_n + \frac{1}{V} \int \left\{ \left[\frac{1}{2m_s} (-i\hbar\nabla - e_s \mathbf{A}) \psi^* \cdot (i\hbar\nabla - e_s \mathbf{A}) \psi \right] + \frac{1}{2\mu_o} B^2(\mathbf{r}) - \mu_o \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 \right\} d^3 \mathbf{r} \quad (2.28)$$

onde: G_s é a energia livre supercondutora, G_n é a energia livre do estado normal, os termos, $\langle K \rangle = \left[\frac{1}{2m_s} (-i\hbar\nabla - e_s \mathbf{A}) \psi^* \cdot (i\hbar\nabla - e_s \mathbf{A}) \psi \right] d^3(\mathbf{r}) = \int \frac{1}{2m_s} \psi^* \hat{P}^2 \psi d^3(\mathbf{r})$ é o valor esperado da energia cinética mecânico-quântico de uma partícula carregada, cujo o operador do momentum eletromagnético $\hat{P}$ é obtido através da Lagrangeana (12,13), então:

$$L = T - U = \frac{1}{2} m_s \dot{\mathbf{r}}^2 - e_s \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A} \quad (2.29)$$

Utilizando a equação de Lagrange para obter o momentum temos:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \mathbf{P} = m_s \dot{\mathbf{r}} - e_s \mathbf{A} \quad (2.30)$$

transformando o momentum, $(\mathbf{P})$, em seu correspondente operador temos que $\mathbf{P} = m_s \dot{\mathbf{r}} - e_s \mathbf{A} \rightarrow \hat{P} = -i\hbar\nabla - e_s \mathbf{A}$ (14), onde m_s , e_s e $\mathbf{A}$ são, respectivamente, a massa, a carga dos superelétrons e o potencial vetor; $\frac{1}{2\mu_o} B^2(\mathbf{r})$ e $\mu_o \mathbf{H} \cdot \mathbf{M}$ são as energias magnéticas devidas ao campo penetrado e à energia referente ao trabalho da magnetização responsável pela expulsão do campo; $\alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4$ são as energias do condensado onde α e β são constantes fenomenológicas. Em regiões de supercondutividade perfeita, $\mathbf{B} = 0$ e, então, tem-se que $\mathbf{H} = -\mathbf{M}$.

O estado supercondutor ocorre como uma forma de minimizar a energia do sistema. Assim, a eq. (2.28) pode ser minimizada com relação ao parâmetro de ordem e também com relação ao potencial vetor. Vamos iniciar fazendo a minimização da energia livre com relação ao

parâmetro de ordem. Para tal, fazemos uma derivada funcional, $\frac{\delta G_s}{\delta \psi^*}$, e a igualamos a zero. Assim, utilizamos de métodos variacionais (15), onde a derivada funcional é descrita através da equação de Euler-Lagrange (12,13).

$$\frac{\delta F(y, y', x)}{\delta y} = \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0 \quad (2.31)$$

com $y' = \frac{dy}{dx}$.

Fazendo a correspondência da eq. (2.31) em termos de $\frac{\delta G_s}{\delta \psi^*}$ temos que:

$$\frac{\delta G_s(\psi^*, \psi^{*'}, r)}{\delta \psi^*} = \frac{\partial G_s}{\partial \psi^*} - \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial G_s}{\partial \psi^{*'}} \right) = 0, \text{ onde } \psi^{*'} = \frac{d\psi^*}{dr} \quad (2.32)$$

Como as energias magnéticas independem de ψ^* , a expressão da energia livre fica:

$$G_s = \left[\frac{1}{2m_s} (-i\hbar\nabla - e_s\mathbf{A})\psi^* \cdot (i\hbar\nabla - e_s\mathbf{A})\psi \right] + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 \quad (2.33)$$

Substituindo (2.33) em (2.32) temos a *primeira equação da GL*

$$\frac{1}{2m_s} (-i\hbar\nabla - e_s\mathbf{A})^2\psi + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0 \quad (2.34)$$

A segunda equação GL pode ser obtida de forma semelhante à primeira equação, contudo, a energia livre deve ser minimizada com respeito ao potencial vetor. Para isso, utilizamos mais uma vez os métodos variacionais reescrevendo a equação (2.31) em termos da energia livre e do potencial vetor. Devemos lembrar que, por não existir monopólos magnéticos, o divergente do campo de indução é nulo, assim, podemos definir $\mathbf{B}$ como o rotacional de um vetor qualquer, já que o divergente de qualquer rotacional é nulo. Então, a este vetor chamamos de potencial vetor. (5):

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.35)$$

Com isso, reescrevemos a equação (2.31) de acordo com a (2.35).

$$\frac{\delta G_s(\mathbf{A}, \mathbf{A}', r)}{\delta \mathbf{A}} = \frac{\partial G_s}{\partial \mathbf{A}} - \nabla \times \left(\frac{\partial G_s}{\partial \mathbf{A}'} \right) = 0, \text{ onde } \mathbf{A}' = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.36)$$

Neste caso, os termos da energia do condensado e da energia magnética devido à magnetização são nulos. Substituindo os demais termos de (2.28) em (2.36) temos a *segunda equação da GL*,

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \frac{1}{2m_s} (i\hbar e_s)(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{e_s^2}{m_s} \mathbf{A} |\psi|^2 = 0 \quad (2.37)$$

utilizando a Lei de Ampère podemos escrever $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_s$, então a equação (2.37) fica:

$$\mathbf{J}_s = -\frac{1}{2m_s} (i\hbar e_s)(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e_s^2}{m_s} \mathbf{A} |\psi|^2 \quad (2.38)$$

Assim, a teoria GL é composta por duas equações fundamentais, que estão em função do parâmetro de ordem e do potencial vetor, pelas quais é possível extrair vários parâmetros supercondutores e descrever diversos efeitos desse estado.

2.2.4 Comprimento de coerência (ξ)

Vamos analisar dois casos nos quais não temos influência do potencial vetor, ou seja, $\mathbf{A} = 0$. No primeiro caso, temos uma homogeneidade do parâmetro de ordem em toda amostra, onde a densidade dos superelétrons não sofre variação em função da posição com isso, $\nabla \psi = 0$. Dessa forma, a energia livre de Gibbs do estado supercondutor fica:

$$G_s = G_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 \quad (2.39)$$

Nestas condições, a segunda equação GL se anula, contudo, a primeira equação fica:

$$\alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0 \quad (2.40)$$

Para o caso de regiões normais, temos como solução $\psi = 0$, entretanto, para regiões supercondutoras, ou seja, $\alpha < 0$ e $T < T_c$, temos:

$$|\psi|^2 = \frac{-\alpha}{\beta} = \frac{|\alpha|}{\beta} \quad (2.41)$$

Substituindo as definições de α e β sendo $|\psi|^2 = n_s^*$, temos:

$$n_s^* = \frac{\alpha_0}{\beta_0} \left[1 - \frac{T}{T_c} \right] \quad (2.42)$$

Assim, a densidade dos superelétrons vai depender de quão abaixo de T_c o supercondutor está.

Para o segundo caso onde $\mathbf{A} = 0$, vamos considerar condições de contorno não homogêneas em que há gradientes do parâmetro de ordem, i.e., $\nabla \psi \neq 0$, casos de defeitos, bordas e interface, entretanto, a fase é constante então o gradiente do parâmetro de ordem ficará dependente apenas de seu módulo (equação 2.17) assim, a segunda equação GL torna-se nula. A primeira equação fica com a forma de uma equação diferencial parcial de segunda ordem, com isso temos:

$$\frac{1}{2m_s} \hbar^2 \nabla^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0 \quad (2.43)$$

Considerando um caso unidimensional, como o ilustrado na Figura 2.3 digamos, somente em termos da componente i (uma dimensão) temos a região supercondutora definida para $x > 0$ e, para $x < 0$ temos uma região normal, o vácuo, por exemplo. Em $x = 0$ temos a interface destas duas regiões. Como ψ é uma função de r , o Laplaciano da equação (2.43) em coordenadas cartesianas, porém, unidimensional, fica:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{d^2}{dx^2} \quad (2.44)$$

Reescrevendo a equação (2.43).

$$\frac{\hbar^2}{2m_s} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0 \quad (2.45)$$

Fazendo a mudança de variável (2.46) e substituindo na (2.45) temos:

$$\psi = \sqrt{\frac{|\alpha|}{\beta}} f \quad (2.46)$$

$$\left(\frac{\hbar^2}{2m_s |\alpha|} \right) \frac{d^2 f}{dx^2} + f(1 - f^2) = 0 \quad (2.47)$$

Introduzindo uma variável adimensional

$$\eta = x/\xi \quad (2.48)$$

a equação (2.47) fica com a forma adimensional, assim:

$$\xi^2 \frac{d^2 f}{d\eta^2} + f(1 - f^2) = 0 \quad (2.49)$$

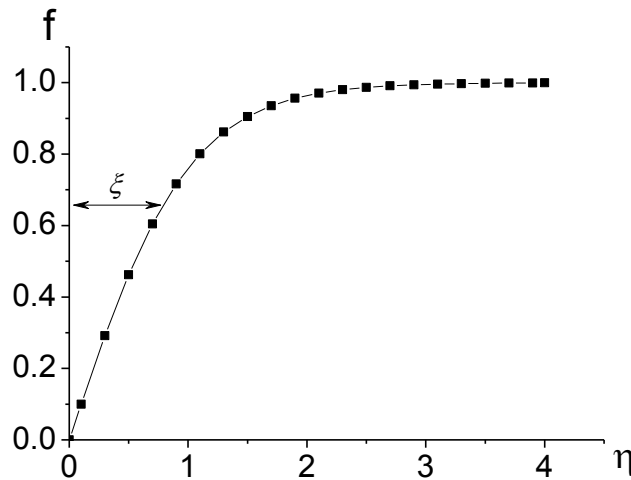
onde

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m_s |\alpha|} \quad (2.50)$$

A equação (2.49) é uma equação diferencial ordinária não linear de segunda ordem, cujas condições de contorno temos $f = 0$ para interface ou estado normal, ou $f = 1$ estado supercondutor, como mostra a Figura 2.3, entretanto, para resolvermos analiticamente, podemos linearizar (2.49), ou aproximações que satisfazem as soluções impostas pelas condições de contorno então, podemos expressar f também (2) como:

$$f = \frac{\tanh \eta}{\sqrt{2}} = \tanh \left(\frac{x}{\sqrt{2} \xi} \right) \quad (2.51)$$

Figura2.3: Variação de f nas proximidades da interface de acordo a equação 2.51.



Fonte: Próprio autor.

O termo ξ da equação (2.50) é um dos comprimentos fundamentais dos supercondutores, chamado de *comprimento de coerência* e que determina regiões nas quais o parâmetro de ordem sofre variações apreciáveis e, tal variação, é representada pela equação (2.51) para $\mathbf{A} = 0$.

O comprimento de coerência é dependente da temperatura, $\xi(T)$, pois o termo α , de acordo com (2.25), tem uma dependência com T , assim reescrevemos a equação (2.50):

$$\xi(T) = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_s\alpha_o(T-T_c)}} = \sqrt{\xi_o^2 \frac{1}{(T-T_c)}} = \xi_o \sqrt{\frac{1}{(T-T_c)}} \quad (2.52)$$

onde $\xi_o = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_s\alpha_o}}$.

2.2.5 Quantização do fluxo

Para uma situação onde o potencial vetor não é nulo, temos uma densidade de corrente não nula, como mostra a equação (2.37). Vamos ainda considerar que existe o gradiente da fase (diferentemente do apresentado na sessão 2.2.4). Assim, se reescrevermos a equação (2.35) em termos da (2.18), o gradiente do parâmetro de ordem fica:

$$\nabla\psi = i\psi\nabla\theta + \exp(i\theta)\nabla|\psi(\mathbf{r})| \quad (2.53)$$

Substituindo (2.53) em (2.37) temos:

$$\mu_o \mathbf{J}_s = \frac{\hbar e_s}{m_s} |\psi|^2 \nabla \theta - \frac{e_s^2}{m_s} \mathbf{A} |\psi|^2 \quad (2.54)$$

Dividindo por $\frac{e_s^2}{m_s} |\psi|^2$ e fazendo uma integral em um contorno fechado, membro a membro, temos:

$$\frac{m_s}{e_s^2} \oint \frac{\mu_o \mathbf{J}_s}{|\psi|^2} d\mathbf{l} = \frac{\hbar}{e_s} \oint \nabla \theta d\mathbf{l} - \oint \mathbf{A} d\mathbf{l} \quad (2.55)$$

A integral de linha em relação ao gradiente da fase admite apenas valores inteiros, $n=1,2,3\dots$, de 2π pois, nas regiões descritas pela integral de linha o parâmetro de ordem assume a mesma configuração. Então, o primeiro termo do lado direito do sinal de igual da equação (2.55) fica:

$$n(h/e_s) = n\Phi_o \quad (2.56)$$

onde Φ_o tem unidade de fluxo magnético no qual, h/e_s é o *quantum de fluxo magnético*. Então, a equação (2.55) adquire a seguinte forma:

$$\frac{m_s}{e_s^2} \oint \frac{\mu_o \mathbf{J}_s}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l} + \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = n\Phi_o \quad (2.57)$$

Isso expressa que a quantidade total de fluxo magnético no interior de um supercondutor é quantizada. Utilizando o teorema de Stokes na integral de contorno fechado do potencial vetor e, fazendo uso da equação (2.35), $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \Phi$, reescrevemos a (2.55) como:

$$\frac{m_s}{e_s^2} \oint \frac{\mu_o \mathbf{J}_s}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l} + \Phi = n\Phi_o \quad (2.58)$$

Temos, assim, que a somatória de n quantum de fluxo é igual à soma do fluxo magnético delimitado pela densidade de corrente supercondutora em uma trajetória fechada.

2.2.6 Profundidade de penetração (λ)

Podemos obter a profundidade de penetração fazendo o gradiente do parâmetro de ordem nulo na 2ª equação da GL, ou seja, consideramos que ψ não varia apreciavelmente em relação à distância, contudo, o potencial vetor é diferente de zero. Fazendo o rotacional em ambos os lados de (2.37), utilizando lei de Ampère e a equação (2.35) temos:

$$-\nabla^2 \mathbf{B} \left(\frac{m_s}{e_s \mu_o |\psi|^2} \right) = -\mathbf{B} \quad (2.59)$$

note que esta é a mesma expressão das equações de London (2.14), a novidade na teoria GL é que $\lambda_L(T)$ é dependente da temperatura.

2.2.7 Supercondutores do tipo I e do tipo II

Em 1957, A. A. Abrikosov publicou um trabalho (16) no qual indicava a possibilidade de que fosse negativa a energia associada à interface entre o estado normal e o supercondutor, o que tornava energeticamente favorável a penetração de fluxo magnético nos supercondutores. Esta verificação pode ser obtida ao analisarmos a densidade de energia superficial (σ_{n_s}) na interface entre os estados normal e supercondutor. Esta pode ser descrita como a variação da densidade superficial da energia livre que, neste caso, chamaremos de G , dada por:

$$\sigma_{n_s} = dG/dA \quad (2.60)$$

onde $G = \int (G_{\text{supercondutor}} - G_{\text{normal}}) d^3\mathbf{r}$

Então, (2.60) torna-se:

$$\sigma_{n_s} = \int (G_{\text{supercondutor}} - G_{\text{normal}}) dz \quad (2.61)$$

As condições de contorno são:

$$G_{\text{normal}} = G_n + \frac{1}{2} \mu_o H_c^2 \text{ para } z < 0 \quad (2.62)$$

$$G_{\text{supercondutor}} = G_n - \frac{1}{2} \beta |\psi^4| + \frac{1}{2\mu_o} B^2 - \mu_o \mathbf{H}_c \cdot \mathbf{M} \text{ para } z > 0 \quad (2.63)$$

onde $z = 0$ é a interface normal-supercondutor. Toda a análise é feita quando o campo aplicado é igual ao campo crítico, $\mathbf{H}_c$. As condições de contorno estão simplificadas pois negligenciamos o termo ao quadrado da energia do condensado e o da energia cinética dos superelétrons.

Inserindo a (2.63) e a (2.62) na (2.61) temos:

$$\sigma_{n_s} = \int -\frac{1}{2} \beta |\psi^4| + \frac{1}{2\mu_o} B^2 - \mu_o \mathbf{H}_c \cdot \mathbf{M} - \frac{1}{2} \mu_o H_c^2 dz \quad (2.64)$$

Substituindo (2.1) em (2.64), vem:

$$\sigma_{n_s} = \int -\frac{1}{2} \beta |\psi^4| + \frac{1}{2} \mu_o \mathbf{M}^2 dz \quad (2.65)$$

Quando a energia do condensado conseguir suprir a energia necessária para a expulsão do fluxo magnético que, por sua vez, é dada em função da magnetização, teremos uma “tensão superficial” negativa $\sigma_{n_s} < 0$, e o sistema é denominado por supercondutor do tipo II. Entretanto, quando temos $\sigma_{n_s} > 0$, o supercondutor é do tipo I. No ano de 1950, Ginzburg e Landau denotaram a equação 2.65 em termos de $\xi(T)$ e $\lambda_L(T)$ onde esta se anulava para $\kappa = 1/\sqrt{2}$.

Aqui, κ é conhecido como parâmetro de Ginzburg-Landau e é dado pela razão entre a profundidade de penetração e o comprimento de coerência. Dessa forma, em termos do parâmetro de Ginzburg-Landau, temos que, para $\kappa < 1/\sqrt{2}$ o supercondutor é do tipo I e para $\kappa > 1/\sqrt{2}$ é do tipo II (2).

$$\kappa = \lambda_L(T)/\xi(T) \quad (2.66)$$

Nos supercondutores do tipo II, o fluxo magnético penetra de forma quantizada, que foi demonstrado por A.A Abrikosov (16), onde um quantum desse fluxo é dado por (2.56) e vale $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \times 10^{-15}$ Webber.

Quando esse quantum de fluxo magnético está no interior do material, ele possui um núcleo no estado normal, $|\psi|^2 = 0$, o qual é circundado por correntes que o impedem de se espalhar pelo material supercondutor, que é descrito pela equação (2.58). Assim, a esse conjunto de núcleo no estado normal, mais correntes que o circundam, chamamos de vórtice. O diâmetro típico de um vórtice é de $2\xi(T)$. Na Figura 2.4 temos uma ilustração de um vórtice. A extensão pela qual as correntes que circundam o núcleo se espalham é determinada por $\lambda_L(T)$. Tais materiais possuem, essencialmente, dois campos críticos, um campo crítico inferior, H_{c1} , que corresponde ao campo aplicado limite para o estado Meissner, ou seja, onde não ocorre a penetração de vórtices e, para campos maiores que H_{c1} , até um campo crítico superior, H_{c2} , ocorre a penetração de vórtices e, a este estado denominamos por estado misto. Quando o campo aplicado atinge o valor de H_{c2} , ocorre uma sobreposição dos núcleos dos vórtices e, então, a supercondutividade “bulk” é extinta. Assim, o termo da esquerda da equação (2.58) é nulo, já que nestas condições não temos mais a forma circuital das correntes supercondutoras delimitando os n quantum de fluxo.

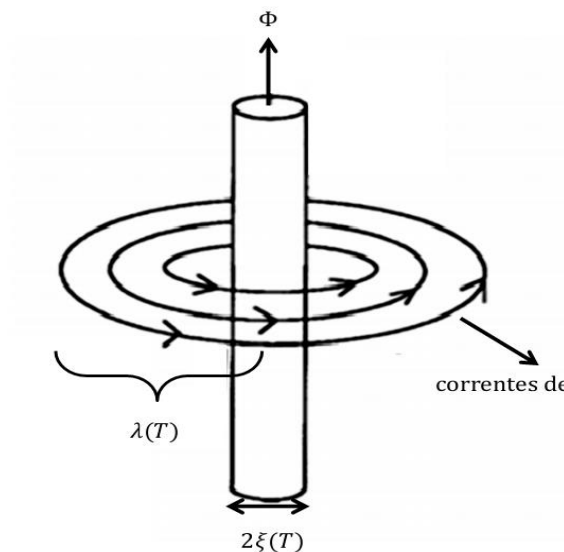
Dessa forma, a equação (2.56) fica:

$$\Phi = n\Phi_0 \quad (2.67)$$

Assim, o fluxo total que penetra no interior do material acontece de forma contínua, e não mais de forma discreta (quantizada) como mostrado na equação (2.58).

No caso dos supercondutores do Tipo I, tem-se apenas um campo crítico, H_c , conhecido por campo crítico termodinâmico, acima do qual a supercondutividade é destruída.

Figura 2.4- A estrutura de um vórtice, núcleo rodeado por correntes de blindagem.



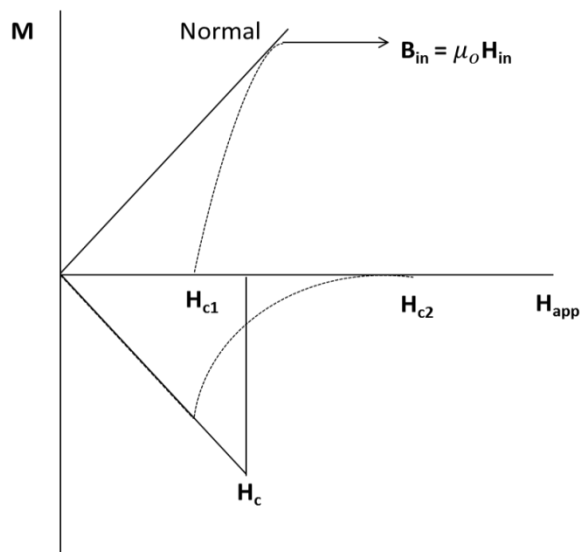
Fonte: Poole et al. (2007).

Os campos críticos têm uma dependência com a temperatura, ou seja, quanto mais abaixo a temperatura estiver de T_c , maior será o campo crítico. Usualmente esta dependência é parabólica e é dada por:

$$H_c(T) = H_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (2.67)$$

O comportamento de $\mathbf{M}$ em relação aos campos $\mathbf{H}$ e $\mathbf{B}$, como mostra a Figura 2.5, vão depender se o supercondutor é do tipo I ou do tipo II. Para SCs do tipo I temos somente o campo crítico termodinâmico H_c , entretanto para os SCs do tipo II o H_{c1} indica o fim do estado Meissner, no qual além deste campo o supercondutor passa ter regiões de estado normal onde o campo interno é igual ao campo aplicado $B_{in} = \mu_0 H_{in}$. Por fim, o campo H_{c2} indica a destruição da supercondutividade bulk.

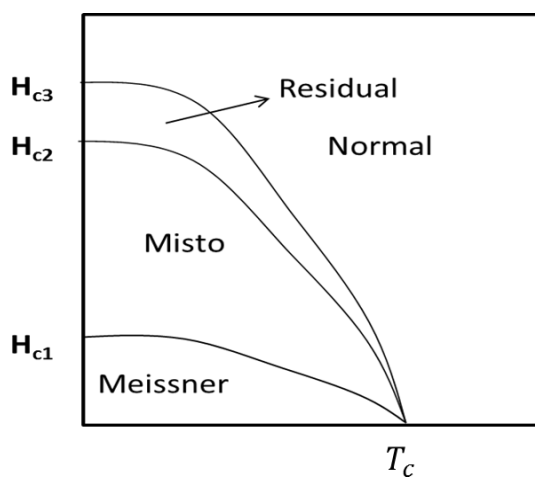
Figura 2.5- A relação entre o campo aplicado e os campos críticos H_{c1} e H_c que definem o estado Meissner para os supercondutores do tipo II e do tipo I respectivamente e H_{c2} que indica a destruição da supercondutividade bulk.



Fonte: Poole et al. (2007).

Entretanto, para os supercondutores do Tipo II, pode haver uma supercondutividade residual na superfície do material a qual é destruída quando o campo aplicado atinge o valor de H_{c3} e, então, a amostra, como um todo, vai para o estado normal. A Figura 2.6 mostra um esquema simples da dependência do campo com a temperatura para um supercondutor (2).

Figura 2.6: Diagrama de fases de um material supercondutor do tipo II mostrando a dependência com a temperatura dos campos H_{c1} e H_{c2} e H_{c3} .



Fonte: Poole et al. (2007).

2.3. Supercondutores mesoscópicos

Nas últimas décadas o desenvolvimento da nanotecnologia fez com que surgisse grande interesse no estudo de supercondutores nessa escala de tamanhos, os quais denominamos por supercondutores mesoscópicos. Várias alterações quanto às propriedades destes materiais e à dinâmica de vórtices vem à tona devido a efeitos de confinamento que surgem em dimensões muito reduzidas.

Em geral, a interação entre vórtices é repulsiva devido, principalmente, ao fato de que as correntes que os circundam fluem no mesmo sentido. Tal interação é representada pela força de Lorentz que dependem da posição($\mathbf{r}$) onde os vórtices se encontram [17-19], em amostras volumétricas e homogêneas, a rede formada pelos vórtices no interior dos supercondutores apresenta uma geometria hexagonal, também conhecida por rede de Abrikosov.

Contudo, se no material houver centros de ancoramento, *pinning centers* em inglês, a configuração dos vórtices será muito afetada. Os centros de pinning são constituídos por defeitos estruturais, presença de impurezas, estequiometria inadequada de oxigênio, planos de macla, defeitos artificiais como buracos (antidots, em inglês) entre outros. Assim, a dinâmica de vórtices é altamente influenciada pela competição entre a força de Lorentz, devida às interações entre eles, e a força de pinning, ou seja, a força que mantém tais entes aprisionados. Essa última é dependente da temperatura e, quanto mais próximo o material estiver da temperatura crítica, menor a influência da força de pinning sobre os vórtices. Isso se deve ao fato de que a energia térmica provoca uma maior agitação dos vórtices, além de aumentar o tamanho de seu núcleo e, dependendo do seu valor (que é proporcional à temperatura do material), o vórtice pode adquirir energia suficiente para se desprender do centro de pinning (20). Todos esses efeitos sofrem, também, grande influência do tamanho e da geometria da amostra quando as dimensões desta estão nos limites de $\xi(T)$ ou $\lambda_L(T)$.

Em recente trabalho (21-22) foi demonstrado que, ao contrário do que usualmente se poderia suspeitar, as escalas de tamanho para as quais um material supercondutor pode ser considerado macro ou mesoscópico difere significativamente dos seus comprimentos característicos, i.e., do comprimento de coerência, $\xi(T)$, e/ou da profundidade de penetração, $\lambda_L(T)$, onde T é a temperatura. Tal resultado foi obtido pela simulação de amostras homogêneas e de geometria quadrada resolvendo-se as equações de Ginzburg-Landau dependentes do tempo, TDGL.

É interessante notar, ainda, que em tais materiais a superfície se torna tão relevante que interfere, inclusive, na configuração dos vórtices (21-22).

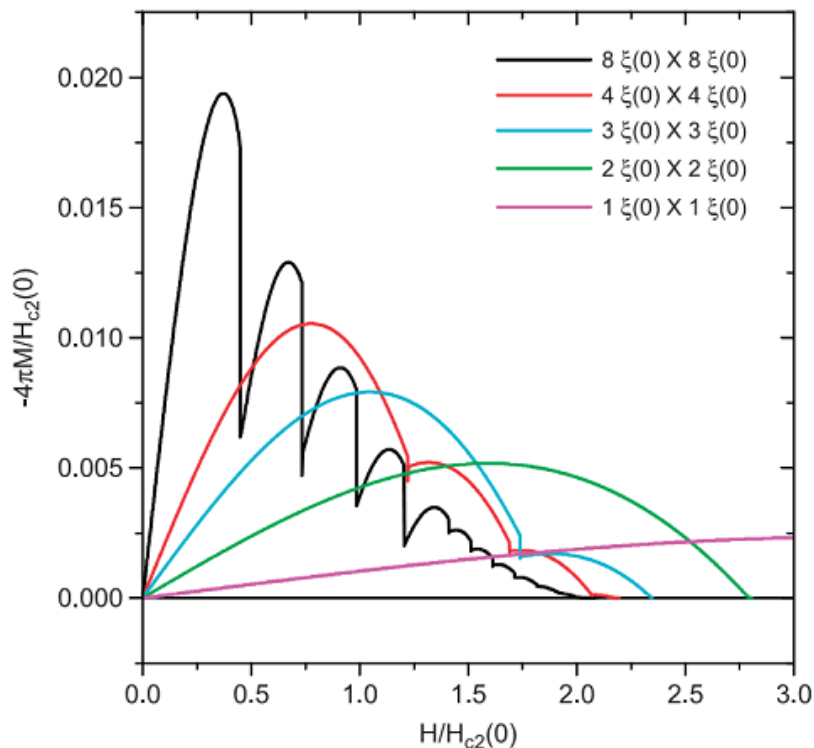
Trabalhos teóricos e experimentais mostram comportamentos exóticos com respeito aos efeitos de confinamento como aumento considerável nos campos críticos, formação de vórtices gigantes, ou seja, vórtices com mais de um quantum de fluxo em seu núcleo (23-25), penetração não quantizada, cuja ocorrência se atribui a dois fenômenos, um deles sendo devido ao efeito do tamanho finito da amostra, onde, perto da borda, a penetração se dá em frações de do quantum de fluxo e o outro fenômeno é a blindagem não linear do campo aplicado na presença das correntes de blindagem (26); convívio de vórtice e anti-vórtice (as correntes que os circulam fluem em sentido oposto ao do vórtice) que aparecem em certas condições induzidos pela simetria da amostra, onde torna-se energeticamente favorável a reorganização de sua estrutura poligonal (27). Fatores internos (defeitos), externos (características do campo magnético aplicado) e de interface (28), exercem influência nos efeitos de confinamento e nas propriedades eletromagnéticas desses materiais.

2.3 1 Influência da geometria e da superfície

A geometria e superfície da amostra é um fator importante na dinâmica de vórtices de materiais mesoscópicos, pois elas têm influência direta na região na qual o vórtice irá penetrar e também no seu arranjo no interior do material. Este último aspecto pode, também, sofrer influências da presença de correntes de transporte, forças de pinning e flutuações térmicas. O campo crítico H_{c3} também tem seus valores alternados dependendo da configuração geométrica da amostra (29).

Simulações com diferentes tamanhos de amostra mostram que há um tamanho limite para nucleação de um vórtice no material, como mostra a Figura 2.10. Nela temos as curvas de magnetização em função do campo aplicado onde a penetração de vórtice é identificada pela descontinuidade na curva. A penetração de vórtice ocorre, para uma amostra homogênea e quadrada, a partir de um tamanho de $3\xi(0) \times 3\xi(0)$. Mesmo em $\frac{T}{T_c} = 0$ este é o tamanho mínimo necessário para que haja a penetração de um vórtice (30).

Figura 2.10- Gráfico típico da penetração de vórtice em supercondutores mesoscópicos.



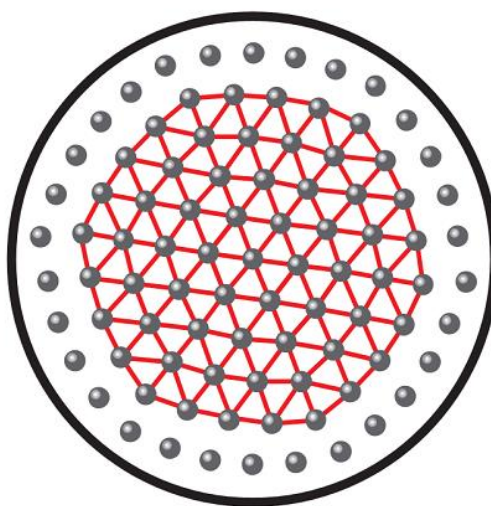
Fonte: Sardella et al. (2008).

Materiais que não apresentam superfície homogênea têm valores alterados dos campos críticos H_{c1} e H_{c3} bem como da vorticidade que é a quantidade de quantum de fluxo que estão no material. Para uma superfície côncava, H_{c1} sofre um decréscimo enquanto que H_{c3} sofre um acréscimo com o aumento da concavidade, pois, neste caso, as correntes de blindagem estão mais distribuídas no formato côncavo. Já, se a superfície for convexa, ocorre o inverso, isto é, H_{c3} tem um decréscimo enquanto que H_{c1} apresenta um acréscimo com o aumento da convexidade. Neste caso, temos uma densidade de correntes de blindagem na parte central do formato convexo onde temos uma maior incidência de linhas de campo magnético. Para uma superfície irregular há um decréscimo no valor de H_{c1} e pouca modificação no H_{c3} . Para os três tipos de superfície são verificados a formação de vórtice gigante, onde, as superfícies côncavas e convexas tem a mesma vorticidade. A Ref.(31) traz um estudo detalhado do que foi descrito.

Em estudos feitos com amostras com geometria circular é demonstrado que a possibilidade de se obter altos campos críticos (32-36) e, quando seu tamanho está próximo à transição de um regime de vórtices “bulk e mesoscópico”, a simetria do arranjo de vórtices de Abrikosov é quebrada devido a efeitos de confinamento. Em tais situações, a interação das correntes de

blindagem do material com os vórtices, no caso de discos, faz com que estes se organizem em camadas concêntricas ou conchas (37). No entanto, como mostra a Figura 2.11, no limite de transição de meso-macro o arranjo de vórtices torna-se triangular na configuração de equilíbrio tendo semelhança com a rede de Abrikosov. Já nas regiões de contorno do disco, os vórtices seguem a geometria do contorno da amostra, as denominadas conchas. Em determinadas condições, devido ao efeito de confinamento, os vórtices podem, ainda, se fundir e formar estados de vórtices gigantes (38).

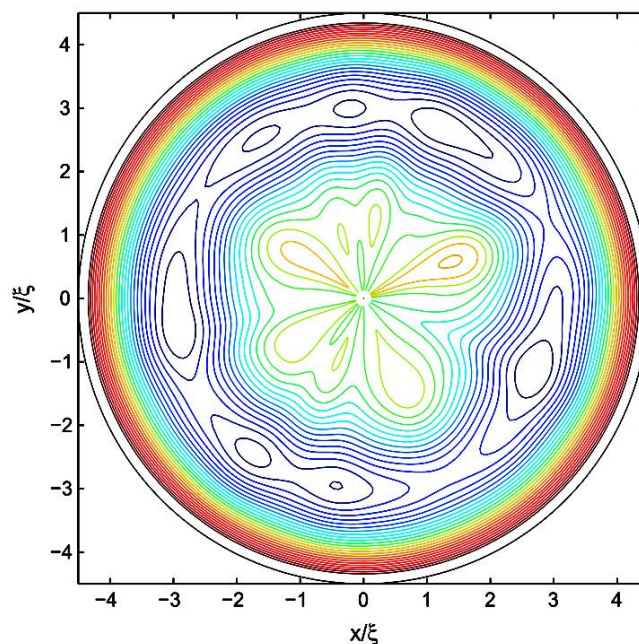
Figura 2.11- Distribuição de vórtices (pontos cinzas) no limite meso-bulk.



Fonte: Connolly et al. (2009).

Para amostras em forma de um setor circular de largura angular (Θ) em $\frac{T}{T_c} = 0$ o H_{c1} não sofre alterações consideráveis com relação ao ângulo (Θ), já H_{c3} é praticamente igual para $\Theta > 90^\circ$ e aumenta com $\Theta < 90^\circ$. No limite Θ tendendo a zero não há matéria de vórtices, pois a dimensionalidade do sistema é muito baixa para que haja penetração de vórtice. Para diversos Θ , há a formação de vórtices gigantes (39). Do ponto de vista experimental, a Ref. (18) mostra a transição de estados de vórtices múltiplos para o estado de vórtices gigantes num disco supercondutor mesoscópico. No caso de amostra circular com superfície irregular do tipo rugosa, temos que, o H_{c1} tem o mesmo valor para rugosidade $> 10\%$ e aumenta consideravelmente para valores menores que 10% , pois as distribuições das correntes de blindagem ficam mais uniformes, como mostra a Figura 2.12. É interessante notar que não há estado de vórtice gigante no centro de discos com superfície irregular, tal irregularidade é responsável pela assimetria nas correntes de blindagem e, consequentemente, pela distribuição assimétrica dos vórtices (40).

Figura 2.12- Assimetria formada pelas correntes no centro do disco o que mostra que não tem vórtice gigante.



Fonte: Aguiar et al. (2012).

Estudos realizados com anéis mostram que, quanto mais fino for o anel, mais diamagnético ele será. Isto se deve a efeitos de confinamento que permitem às correntes de blindagem atuar de forma mais efetiva (41). Para uma sessão anelar, os campos críticos H_{c1} e H_{c3} aumentam com o inverso da espessura do anel para um dado Θ , mas quando a espessura é constante e temos uma variação em Θ , H_{c3} é praticamente constante para $\Theta > \pi/2$ e H_{c1} aumenta quando Θ diminui.

Em estudos feitos com discos mesoscópicos, Geim *et al.*, mostraram experimentalmente que o tipo e a ordem da transição de fase dependem do tamanho do disco. Tais transições são devidas à variação do momento angular, L , dos superelétrons, ou seja, a variação de P em uma região de contorno fechada. Assim, as transições de primeira e segunda ordem são definidas, respectivamente, quando há uma descontinuidade na magnetização (já que esta é uma derivada primeira de um potencial termodinâmico) e quando a mesma é contínua (42). As Refs (42,43) também apresentam uma análise teórica das transições em regiões de estado normal-supercondutor e em regiões com vórtices, respectivamente. Para tal, o parâmetro de ordem, ψ , é expandido em termos de L .

É digno de nota que, em muitas situações onde temos uma interface, por exemplo, supercondutora-metal, aparece um termo b que é conhecido como o comprimento de extrapolação de De Gennes e que mede o quanto os superelétrons extrapolaram da superfície, isto é, quando a interface não é o vácuo, onde é possível determinar diversas condições de contorno para materiais supercondutores.

Pela teoria GL a condição de contorno é:

$$\hat{n} \cdot [(i\hbar\nabla - e_s\mathbf{A})]\psi = 0 \rightarrow \text{para o vácuo} \quad (2.68)$$

De Gennes encontrou a seguinte expressão:

$$\hat{n} \cdot [(i\hbar\nabla - e_s\mathbf{A})]\psi = \frac{-i\hbar}{b}\psi \rightarrow \text{para uma interface qualquer} \quad (2.69)$$

Onde, para os determinados valores de b , que é sempre um número real, temos as seguintes interfaces b (28):

$b > 0 \rightarrow$ interface supercondutor-metal

$b < 0 \rightarrow$ interface supercondutor-supercondutor

$b = 0 \rightarrow$ interface supercondutor-ferromagnético

$b = \infty \rightarrow$ interface supercondutor-vácuo

Por exemplo, um disco supercondutor do tipo II tem o comportamento de um tipo I para valores $0 < b \leq 2,5$. Outras análises para casos de geometria circular podem ser encontrados na Ref. (44).

2.3.2 Influência de impureza e temperatura

A penetração, localização e configuração de vórtices sofrem grandes alterações quando temos presença de defeitos (impurezas) e também da variação de temperatura. $\frac{T}{T_c} \neq 0$. Além disso, dados experimentais mostram que a temperatura altera com rapidez as características das transições de fase (26), tanto na transição supercondutor-normal, quanto nas características do estado misto.

Com o aumento da temperatura, a quantidade de vórtices que penetram na amostra cai juntamente com o valor do campo crítico e, conseqüentemente, a vorticidade do sistema. Entretanto, com a diminuição da temperatura, ocorre o processo inverso. Para amostras mesoscópicas sem defeitos e de geometria quadrada, em baixas temperaturas, $\frac{T}{T_c} = 0.125$, dois

vórtices penetram na amostra ao mesmo tempo e, ainda, vórtices gigantes são formados apenas para valores $\frac{T}{T_c} < 0.875$ (23) ao se manter o tamanho fixo. Amostras circulares apresentam propriedades similares às amostras quadradas, diferenciando apenas em aspectos como, por exemplo, o arranjo de vórtices e um maior H_{c1} para uma dada temperatura (45). Em ambos os casos, a magnetização varia linearmente com a temperatura.

Similarmente ao que ocorre com a diminuição da intensidade do campo magnético, com a diminuição da temperatura, $T < T_c$, na presença de um campo fixo (procedimento de Field Cooling), também é possível alterar o estado de vórtices do interior do material. Tal procedimento é um recurso eficiente para distinguir os estados de vórtices pelo fato de que, com a diminuição da temperatura, pode haver a junção de dois ou mais vórtices formando um vórtice gigante. Alternativamente, com o aumento de T , ocorre a diminuição do número vórtices na formação de um vórtice gigante (46). Isso se deve à densidade de correntes de blindagem (J_{sh}) que são dependentes de T , como vimos na teoria GL. Assim, por exemplo, com o aumento de T , J_{sh} decai no contorno (perímetro) da amostra o que, conseqüentemente, ocasiona a expulsão de vórtice, alterando o estado de vórtice gigante.

O comportamento dos vórtices e das linhas de fluxo também é alterado quando o material possui defeitos. Por exemplo, em regiões não supercondutoras (defeitos) Mkrtchyan e Schmidt (47) mostraram que o máximo de linhas de fluxo (N_{LF}) no interior de um defeito colunar é diretamente proporcional ao raio do defeito e inversamente ao diâmetro do vórtice:

$$N_{LF} = R/2\xi \quad (2.70)$$

Simulações numéricas (48) mostram que N_{LF} excedem o valor imposto pela equação (2.70), onde foram feitas simulações para diversos valores κ . Isso ocorre porque, em tal equação, não se leva em consideração as linhas de fluxo remanescentes no exterior do material. Uma análise teórica mostra que tal equação é um caso limite quando o raio do defeito é bem menor que λ , ou seja, quando temos uma cavidade pequena. Entretanto, caso a cavidade seja grande, a quantidade N_{LF} não possui característica linear, como descrito por (2.70) (49).

O tamanho do defeito em relação ao tamanho da amostra exerce influência em estados de vórtices gigantes, para um disco com um buraco no centro, temos que, se o disco for grande em relação ao buraco, não há estados de vórtices gigantes para um determinado campo aplicado e, também, se o buraco não for simétrico, não há estados de vórtices gigantes, mesmo em pequenos discos (50), pois em ambos os casos aumentaríamos a região efetiva de movimento de vórtices.

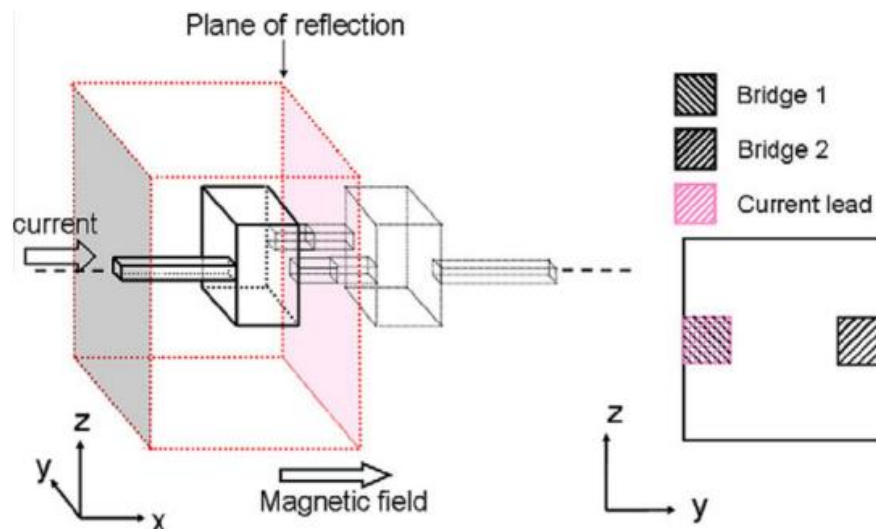
Um comportamento diferente da penetração de vórtice ocorre quando temos um defeito no seu interior e um campo aplicado significativamente alto. Neste caso, os primeiros vórtices que entram formam uma barreira de Bean-Livingston, que é a diferença entre a energia da superfície devido ao campo aplicado e a energia provida pelas correntes de blindagem para a expulsão do fluxo magnético. Assim, os primeiros vórtices que penetraram pelo defeito contribuem para blindar a entrada de novos vórtices então, quando se aplica um campo magnético significativamente alto ocorre a penetração de diversos vórtices de uma só vez, já que a energia na superfície torna-se muito alta, como mostra um estudo teórico realizado com esferas supercondutoras (51).

Quando utilizamos um defeito incorporando a ele uma condição de contorno de De Gennes b , ele muda a velocidade do vórtice e do anti-vórtice e seu processo de colisão ocorre perto do defeito, por exemplo, a velocidade do anti-vórtice diminui com o decréscimo do valor de b , porém, isso sempre ocorre para valores acima de zero, pois, assim, temos uma interface supercondutor/metal (28).

2.3.3 Influência de fatores externos

Fatores externos como a aplicação de correntes de transporte na presença de campos magnéticos podem ser úteis no desenvolvimento de nano dispositivos supercondutores. Resultados teóricos (52) mostram que há uma variação da corrente de transporte, quando um campo magnético é aplicado na mesma direção da corrente, como mostra a Figura 2.13. No trabalho citado, foram feitas duas pontes e amostras em três dimensões sendo que, somente a espessura da ponte e da amostra foram alteradas.

Figura 2.13- Modelo para o cálculo, que será efetuado na região denotada com pontos vermelhos.



Fonte: Asai et al. (2010).

Foi observado que o valor da corrente aumenta conforme a ponte fica mais espessa e a amostra fica mais fina. Obtém-se, então, uma densidade de corrente crítica maior, pois há uma maior concentração de correntes de blindagem, então, resultando um maior campo crítico. Assim, podemos aumentar a intensidade da corrente de transporte submetida a um dado campo aplicado, onde a intensidade do campo crítico é obtido através da Lei de Ampère (53).

O acoplamento de materiais supercondutores (supercondutores de dois gaps ou bandas) também afeta o tamanho dos vórtices. Para um acoplamento Josephson, por exemplo, em discos supercondutores, o tamanho do vórtice irá depender do tamanho do disco, onde, no regime mesoscópico, devido ao confinamento, o tamanho do vórtice decai juntamente com a diminuição do disco para uma dada temperatura e acoplamento. Quando não temos acoplamento, o tamanho do vórtice é descrito somente em função da temperatura, como mostra a teoria GL. No entanto, para discos com dezenas de $\xi(0)$, o efeito de confinamento não é evidente e o tamanho do vórtice passa a depender tanto do acoplamento quanto da temperatura.

Para a uma dada temperatura, à medida que a intensidade do acoplamento decai, o vórtice fica maior, isso para o caso de um disco cujo tamanho não sofre a influência do efeito de confinamento (35). Outro fenômeno interessante que ocorre quando o acoplamento é de baixa intensidade é um estado de vórtice fracionário, onde há diferentes vorticidades para cada uma das bandas ou gaps. Para mais detalhes de supercondutores com mais de uma banda ou gap, veja Ref (54).

A divisão de vórtices gigantes em vórtices individuais também pode ser induzida, como relatado na Ref. (55). Em tal trabalho foram estudados discos supercondutores, nos quais foram colocados em suas superfícies um triângulo magnético constituído de cobre e platina e, quando um determinado valor de campo magnético foi aplicado paralelo ao plano de magnetização deste triângulo, houve a dissociação de um vórtice gigante, de vorticidade igual a três, em três vórtices individuais. Estes, então, se arranjam em uma geometria triangular a qual foi induzida pela geometria do material magnético em cima das amostras. No entanto, para um campo aplicado negativo, o processo é o inverso, i.e., o efeito de confinamento do disco é predominante e temos um estado de vórtice gigante com vorticidade igual a três. Quando esse fenômeno é analisado do ponto de vista teórico, utilizando a teoria de Ginzburg- Landau, os resultados tem uma excelente concordância com o experimental.

Alguns estudos foram desenvolvidos envolvendo situações nas quais há um campo magnético alternado aplicado. Na Ref.(56) foi estudada, teoricamente, uma amostra mesoscópica quadrada, onde o processo de nucleação de vórtice segue a geometria da amostra se a mesma for homogênea. Foram, também, analisadas a dissipação de energia devido à movimentação dos vórtices (efeito Joule) e a relaxação com o parâmetro de ordem. O efeito da dissipação em supercondutores mesoscópicos se difere dos macroscópicos, pois no primeiro temos mudanças significativas a cada vórtice penetrado.

A penetração de vórtices colabora com a dissipação, entretanto, logo após a penetração, a dissipação diminui devido à interação entre os vórtices e a condição de contorno do supercondutor. Esta, então, volta a aumentar conforme o campo aumenta.

Quando se tem defeitos na superfície das amostras há um favorecimento da nucleação de vórtices nestas regiões, onde há também, uma maior dissipação de energia quando comparado com outras regiões. Além disso, a presença de defeitos quebra a simetria de penetração de vórtices, e a vorticidade é diferente de amostras homogêneas (56).

3 Modelo teórico e método numérico

3.1 Teoria de Ginzburg Landau dependente do tempo, TDGL

Diversos trabalhos teóricos em supercondutividade (22-24,39-41) utilizam as incorporações que Schmid fez na teoria GL e que foram publicadas em 1966 (57). Em tal trabalho é atribuída uma taxa de variação temporal ao parâmetro de ordem e ao potencial vetor. Dessa forma há a possibilidade de acompanhar a evolução de vórtices em estados metaestáveis, ou seja, estados entre dois estados estacionário consecutivos. Com isso, as duas equações da GL ficam dependentes do tempo. Também foi feita a inclusão do potencial escalar que acarreta um sistema supercondutor na presença de uma corrente de transporte. Tais equações foram chamadas de TDGL, que vem do inglês *Time Dependent Ginzburg-Landau*, ou seja, Ginzburg-Landau Dependente do Tempo.

Assim, a 1ª equação TDGL é

$$\frac{\hbar^2}{2m_s D} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\hbar e_s \Phi \right) \psi = - \frac{\delta G_s}{\delta \psi^*} \quad (3.1)$$

e a 2ª equação TDGL

$$\beta \left(\nabla \Phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = - \frac{\delta G_s}{\delta \mathbf{A}} \quad (3.2)$$

onde: Φ é o potencial escalar, β é a condutividade elétrica, D é um coeficiente de difusão, o termo entre parênteses em (3.2) é o campo elétrico, $\mathbf{E}$, de acordo com a lei de Faraday.

O lado direito de (3.1) e (3.2) correspondem respectivamente à 1ª e à 2ª equações GL. A equação (3.2) também pode ser descrita em termos das densidades de correntes, que fica da seguinte forma:

$$\mathbf{J} = \beta \mathbf{E} + \mathbf{J}_s \quad (3.3)$$

Utilizamos as equações TDGL para determinar a variação do parâmetro de ordem e o equilíbrio da configuração de vórtices em estados estacionários, mas, também podemos obter os estados não estacionários dos vórtices e do parâmetro de ordem. No centro do vórtice o campo magnético local é máximo e sua configuração é calculada em condições infinitesimais de campo magnético aplicado. Com isso, obtemos o estado estacionário do parâmetro de ordem, o campo magnético local ou interno e, conseqüentemente, a configuração de equilíbrio dos vórtices.

3.2 Forma adimensional da TDGL e invariância de calibre

Neste modelo teórico trabalhamos com as equações TDGL em sua forma adimensional, isto é, as equações (3.1) e (3.2) são normalizadas em termos de seus comprimentos fundamentais. Tais transformações podem ser encontradas nas Refs. (10,22,30,39).

Fazendo a manipulação algébrica necessária obtemos:

$$(\frac{\partial}{\partial t} + i\kappa\Phi)\psi = (\frac{1}{i\kappa}\nabla - \mathbf{A})^2\psi + \psi(1 - |\psi|^2) \quad (3.4)$$

$$\beta(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla\Phi) = \mathbf{J}_s - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.5)$$

onde $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ é o campo magnético local e, β é a condutividade elétrica, κ é o parâmetro de Ginzburg-Landau e Φ é o potencial escalar, pela Lei de Ampère, $\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J}$, a forma adimensional da densidade de corrente supercondutora é:

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{2i\kappa}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) - \mathbf{A}|\psi|^2 \quad (3.6)$$

Também podemos escrever (3.6) da seguinte maneira:

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{2\kappa} \text{Re}(\psi^*(-i\nabla - \mathbf{A})\psi) \quad (3.7)$$

onde tomamos a parte real na expressão (3.7), Φ é escolhido como nulo para todos os tempos e posições e as condições de contorno são:

$$\mathbf{n} \cdot (-i\nabla - \mathbf{A})\psi = 0 \quad (3.8)$$

$$\mathbf{J}_s \cdot \mathbf{n} = 0$$

Neste caso não temos condição de contorno de De Gennes, e a região externa do supercondutor é o vácuo.

A uma distância muito longe do material supercondutor temos:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{H} \text{ quando } \mathbf{r} \rightarrow \infty \quad (3.9)$$

A invariância de gauge (calibre) são transformações efetuadas nas equações que não alteram as propriedades das grandezas físicas analisadas. Uma das mudanças de calibre que pode ser feita é:

$$\psi' = \psi e^{ik\chi} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\chi \quad (3.11)$$

$$\Phi' = \Phi - \frac{\partial\chi}{\partial t} \quad (3.12)$$

onde χ é uma função em termos de $(\mathbf{r}, t)$, ou seja: $\chi(\mathbf{r}, t)$. Para provar a tal invariância temos que substituir as equações (3.10, 3.11, 3.12) nas duas equações da TDGL. Dessa forma veremos que não há alterações na forma final das equações.

3.3 Solução numérica das equações da TDGL

As equações TDGL não podem ser resolvidas analiticamente. Dessa forma, recorreremos à sua solução numérica onde tomamos como base o trabalho de Gropp e colaboradores, publicado em 1996 (11), o qual se trata da simulação numérica em supercondutores do tipo II através das equações TDGL, utilizando o método de variáveis de ligação (ψ - U). Tal método emprega o uso de um campo auxiliar U , onde cada um de suas componentes está associado a uma componente do potencial vetor que, em coordenadas cartesianas, fica:

$$U_{x(x,y,z)} = \exp(-ik \int_{x_0}^x A_x(\xi, y, z) d\xi) \quad (3.13)$$

$$U_{y(x,y,z)} = \exp(-ik \int_{y_0}^y A_y(x, \eta, z) d\eta) \quad (3.14)$$

$$U_{z(x,y,z)} = \exp(-ik \int_{z_0}^z A_z(x, y, \zeta) d\zeta) \quad (3.15)$$

Então reescrevemos cada componente do potencial vetor em termos dos campos auxiliares. Para o caso de amostras em duas dimensões, que é o nosso caso, negligenciamos a componente U_z .

Fazendo uma derivada das equações (3.13) e (3.14), expressamos as componentes A_x e A_y do potencial vetor em termos dos campos auxiliares U_x e U_y , respectivamente:

$$A_x = -\frac{1}{ik} \left(U_x^* \frac{\partial U_x}{\partial x} \right) \quad (3.16)$$

$$A_y = -\frac{1}{ik} \left(U_y^* \frac{\partial U_y}{\partial y} \right) \quad (3.17)$$

onde utilizamos as seguintes propriedades do campo auxiliar: a de ser complexo e a de ser unimodular, i.e., $U_x^{-1} = U_x^*$ e $U_y^* = U_y^{-1}$.

$$A_u = -\frac{1}{ik} \left(U_u^* \frac{\partial U_u}{\partial u} \right) \quad (3.18)$$

Onde o índice u indica as coordenadas x, y .

Como o campo auxiliar e o parâmetro de ordem estão em função das coordenadas espaciais e do tempo (as quais não estão explícitas), podemos utilizar a regra do produto para escrever a seguinte expressão:

$$\frac{1}{i\kappa} \frac{\partial(U_u \psi)}{\partial u} = \frac{1}{i\kappa} \frac{\partial U_u}{\partial u} \psi + \frac{1}{i\kappa} \frac{\partial \psi}{\partial u} U_u \quad (3.19)$$

comparando (3.19) com (3.18) temos:

$$\frac{1}{i\kappa} \frac{\partial(U_u \psi)}{\partial u} = -A_u U_u \psi + \frac{1}{i\kappa} \frac{\partial \psi}{\partial u} U_u \quad (3.20)$$

e utilizando a propriedade $U_u^* = U_u^{-1}$, vem:

$$\frac{1}{i\kappa} U_u^* \frac{\partial(U_u \psi)}{\partial u} = \frac{1}{i\kappa} \frac{\partial \psi}{\partial u} - A_u \psi \quad (3.21)$$

Substituindo (3.21) em (3.4) e (3.6), reescrevemos as equações da TDGL em termos do campo auxiliar.

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{\kappa^2} \sum_{u=x,y} U_u^* \frac{\partial^2(U_u \psi)}{\partial u^2} - \psi + |\psi|^2 \psi \quad (3.22)$$

$$\beta \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right) + \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J}_{su} = \frac{1}{2i\kappa} \left[\left(U_u^* \psi^* \frac{\partial(U_u \psi)}{\partial u} \right) - \left(U_u \psi \frac{\partial(U_u^* \psi^*)}{\partial u} \right) \right] \quad (3.23)$$

Esse método tem a importante característica de preservar a invariância de gauge das equações TDGL. Agora iremos modelar o sistema que será constituído de uma malha supercondutora. Para isso, suporemos uma amostra isotrópica bidimensional, em que a_x e a_y são as dimensões das células unitárias que compõem a malha. Dessa forma, as regiões de contorno para tais condições estarão em um intervalo dado por:

$$\Omega_{ij} = x_i < x < x_{i+1}, y_j < y < y_{j+1} \quad (3.24)$$

No qual

$$\begin{aligned} x_i &= x_1 + (i-1)a_x \\ y_j &= y_1 + (j-1)a_y \end{aligned} \quad (3.25)$$

Temos que o tamanho das coordenadas é dado em função do tamanho da célula unitária onde: $i = 1 \dots n_x + 1$ e $j = 1 \dots n_y + 1$.

Temos que a região supercondutora $\Omega_{i,j}^{SC}$ está dentro do espaço delimitado por (3.24) entretanto, no perímetro da malha não conseguimos calcular diretamente as grandezas físicas. Estas são obtidas pela estimativa das partir das grandezas físicas que estão dentro de uma região efetiva, como exemplificado Figura 3.1, cujos intervalos são:

$$\begin{aligned}\Omega_{sc i,j} &= x_1 + \frac{1}{2}a_x < x < x_{n-1} + \frac{1}{2}a_x ; \\ y_1 + \frac{1}{2}a_y &< y < y_{n-1} + \frac{1}{2}a_y\end{aligned}\quad (3.26)$$

São nestes intervalos de contorno que serão calculadas as grandezas físicas pertinentes do problema. Para fins de discretização, especificaremos quais as variáveis que iremos utilizar e onde as calcularemos na malha. Para cada variável temos:

Parâmetro de ordem:

$$\psi_{ij} \quad i = 1 \dots N_x + 1; j = 1 \dots N_y + 1 \quad (3.27)$$

Variável de ligação:

$$\begin{aligned}U_{x,ij} &= U_x(x_{i+1}, y_j) U_x^*(x_i, y_j) \\ U_{y,ij} &= U_y(x_i, y_{j+1}) U_y^*(x_i, y_j)\end{aligned}\quad (3.28)$$

onde:

$$\begin{aligned}U_{x,ij} &= \exp\left(-i\kappa \int_{x_i}^{x_{i+1}} A_x(\xi, y, z) d\xi\right) \\ U_{y,ij} &= \exp\left(-i\kappa \int_{y_j}^{y_{j+1}} A_y(x, \eta, z) d\eta\right)\end{aligned}\quad (3.29)$$

O potencial vetor e a respectiva localização dos componentes deste são:

$$\begin{aligned}A_{xij} &= A_x\left(x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j\right), i = 1 \dots N_x; j = 1 \dots N_y + 1 \\ A_{yij} &= A_y\left(x_i, y_j + \frac{1}{2}a_y\right), i = 1 \dots N_x + 1; j = 1 \dots N_y\end{aligned}\quad (3.30)$$

O campo de indução magnética:

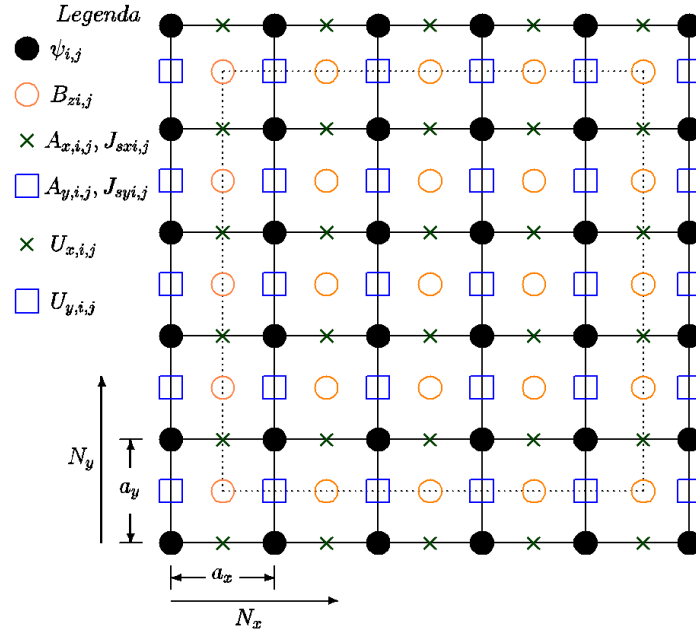
$$B_{zij} = B_z\left(x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j + \frac{1}{2}a_y\right) \quad i = 1 \dots N_x; j = 1 \dots N_y \quad (3.31)$$

A densidade de supercorrente J_s :

$$\begin{aligned}J_{sxi j} &= J_{sx}\left(x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j\right) \quad i = 1 \dots N_x; j = 1 \dots N_y + 1 \\ J_{syi j} &= J_{sy}\left(x_i, y_j + \frac{1}{2}a_y\right) \quad i = 1 \dots N_x + 1; j = 1 \dots N_y\end{aligned}\quad (3.32)$$

A Figura 3.1 mostra a malha de discretização e os pontos onde são calculadas as grandezas físicas referentes às equações de (3.28) a (3.32). Onde N_x , N_y determinam o número total de células unitárias em cada direção por toda a amostra, a_x e a_y são as dimensões da célula unitária.

Figura 3.1- Malha supercondutora bidimensional.



Fonte: próprio autor

Generalizando (3.29) em termos de u , temos que seus limites de integração correspondem às dimensões de uma célula unitária, assim:

$$U_{uij} = \exp(-ik a_u A_{uij})$$

logo

$$A_{uij} = \frac{1}{-ik a_u} \ln U_{uij} \quad (3.33)$$

Para expressarmos B_z em termos dos campos auxiliares, faremos algumas transformações. Utilizando o teorema de Stokes temos que:

$$\exp\left(-ik \int_s B_z dx dy\right) = \exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}) \quad (3.34)$$

Expandindo (3.34) em séries de Taylor até o segundo termo, obtemos uma função linear então:

$$\exp\left(-i\kappa \int_s B_z dx dy\right) = 1 - i\kappa B_{zij} a_x a_y \quad (3.35)$$

sendo a integral de superfície $a_x a_y$ correspondente à área de uma célula unitária.

A integral de linha da equação (3.34) e a equação (3.33) nos permitem calcular o valor de B_{zij} para cada célula unitária utilizando as variáveis de ligação em x e y no contorno da célula unitária, como mostra a Figura 3.1. Dessa forma, temos dois campos auxiliares em x e y :

$$\exp(-i\kappa \oint_{cel} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}) = U_{x;i,j+1}^* U_{y;i,j}^* U_{x;i,j} U_{y;i+1,j} = W_{zij} \quad (3.36)$$

onde utilizamos o termo abreviativo W_{zij} . Comparando (3.36) com (3.35) temos:

$$B_{zij} = \frac{1 - U_{x;i,j+1}^* U_{y;i,j}^* U_{x;i,j} U_{y;i+1,j}}{i\kappa a_x a_y} = \frac{1 - W_{zij}}{i\kappa a_x a_y}. \quad (3.37)$$

A discretização da componente x da densidade de corrente (3.26), em termos das variáveis discretas, de acordo com (3.32), fica:

$$J_{sxi,j} = \frac{1}{2i\kappa} \left[(U_x^* \psi^*)(x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j) \left(\frac{\partial U_x \psi}{\partial x} \right) (x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j) \right] \\ - \left[U_x \psi(x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j) \left(\frac{\partial U_x^* \psi^*}{\partial x} \right) (x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j) \right] \quad (3.38)$$

Primeiramente, vamos aproximar $(x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j)$ pelo valor médio de (x_i, y_j) e (x_{i+1}, y_j) que é o próximo ponto onde é efetuado o cálculo em relação a um ponto de referência. Assim temos que:

$$U_x \psi(x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j) = \frac{1}{2}(U_{xij} \psi_{i+1,j} + \psi_{ij}) \quad (3.39)$$

Para o termo diferencial, vamos utilizar a definição de derivada aplicada aos pontos (x_i, y_j) e (x_{i+1}, y_j) fazendo uma aproximação para a dimensão da componente x da célula unitária, assim:

$$\frac{\partial U_x \psi}{\partial x} (x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j) = \frac{U_{xij} \psi_{i+1,j} - \psi_{ij}}{a_x} \quad (3.40)$$

Substituindo (3.30) e (3.39) em (3.38) temos:

$$J_{sxi,j} = \frac{1}{2i\kappa a_x} (U_{xij} \psi_{ij}^* \psi_{i+1,j} - U_{xij}^* \psi_{ij} \psi_{i+1,j}^*) \quad (3.41)$$

Para J_{syij} temos que:

$$J_{syij} = \frac{1}{2ik} (U_y^* \psi^*) \left(x_i, y_j + \frac{1}{2} a_y \right) \left(\frac{\partial U_y \psi}{\partial y} \right) \left(x_i, y_j + \frac{1}{2} a_y \right) - U_y \psi \left(x_i, y_j + \frac{1}{2} a_y \right) \left(\frac{\partial U_y^* \psi^*}{\partial y} \right) \left(x_i, y_j + \frac{1}{2} a_y \right) \quad (3.42)$$

Utilizando o procedimento análogo ao do cálculo de $J_{sxi j}$, temos:

$$U_y \psi \left(x_i, y_j + \frac{1}{2} a_y \right) = \frac{1}{2} (U_{yij} \psi_{i,j+1} + \psi_{i,j})$$

e

$$\left(\frac{\partial U_y \psi}{\partial y} \right) \left(x_i, y_j + \frac{1}{2} a_y \right) = \frac{U_{yij} \psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{a_y} \quad (3.43)$$

Assim, J_{syij} torna-se:

$$J_{syij} = \frac{1}{2ika_y} (U_{yij} \psi_{ij}^* \psi_{i,j+1} - U_{yij}^* \psi_{ij} \psi_{i,j+1}^*) \quad (3.44)$$

As condições de contorno externo da amostra homogênea bidimensional serão descritas na sequência.

Para o campo de indução:

$$B_{z;1,j} = H ; B_{z;N_x,j} = H \quad j = 2 \dots N_y$$

$$B_{z;i,1} = H ; B_{z;i,N_y} = H \quad i = 2 \dots N_x \quad (3.45)$$

onde H é o campo magnético aplicado, assim, no perímetro da amostra, o campo de indução é igual ao campo aplicado.

O parâmetro de ordem em $i = 1$ e $i = N_{x+1}$ temos:

$$\psi_{1,j} = U_{x;1,j} \psi_{2,j} \quad j = 2 \dots N_y \rightarrow \text{borda esquerda (oeste da amostra)}$$

$$\psi_{N_x+1,j} = U_{x;N_x-1,j}^* \psi_{N_x,j} \quad j = 2 \dots N_y \rightarrow \text{borda direita (leste da amostra)}, \quad (3.46)$$

O parâmetro de ordem em $j = 1$ e $j = N_{y+1}$ temos:

$$\psi_{i,1} = U_{y;i,1} \psi_{i,2} \quad i = 2 \dots N_x \rightarrow \text{borda de cima (norte da amostra)}$$

$$\psi_{i,N_y+1} = U_{y;i,N_y-1}^* \psi_{i,N_y} \quad i = 2 \dots N_x \rightarrow \text{borda de baixo (sul da amostra)} \quad (3.47)$$

As condições de contorno do parâmetro de ordem apresentadas em (3.46) e (3.47) não incluem os “cantos” da amostra, como mostra a Figura 3.1. Para tais fins, iremos calculá-las utilizando uma média dos valores de seus pontos vizinhos. Então, para os quatro cantos temos:

$$\begin{aligned}
\psi_{1,1} &= \frac{1}{2}(\psi_{2,1} + \psi_{1,2}) \\
\psi_{1,Ny+1} &= \frac{1}{2}(\psi_{2,Ny+1} + \psi_{1,Ny-1}) \\
\psi_{Nx+1,1} &= \frac{1}{2}(\psi_{Nx-1,1} + \psi_{Nx+1,2}) \\
\psi_{Nx+1,Ny+1} &= \frac{1}{2}(\psi_{Nx-1,Ny+1} + \psi_{Nx+1,Ny-1})
\end{aligned} \tag{3.48}$$

O cálculo do campo auxiliar no perímetro da amostra é obtido através de seus pontos vizinhos de acordo com a equação (3.36), assim, temos para U_x e U_y respectivamente:

$$\begin{aligned}
U_{x;i,1} &= U_{x;i,2} U_{y;i+1,1}^* U_{y;i,j} \exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}) ; i = 2 \dots Nx - 1 \\
U_{x;i,Ny+1} &= U_{x;i,Ny-1} U_{y;i,Ny}^* U_{y;i+1,Ny} \text{conj}[\exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})] ; i = 2 \dots Nx - 1 \\
U_{y;1,j} &= U_{x;1,j+1}^* U_{x;1,j} U_{y;2,j} \text{conj}[\exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})] ; j = 1 \dots Ny \\
U_{y;Nx+1,j} &= U_{x;Nx,j+1}^* U_{x;Nx,j} U_{y;Nx-1,j} \exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}) ; j = 1 \dots Ny
\end{aligned} \tag{3.49}$$

onde o termo *conj* significa que estamos fazendo o conjugado da função complexa entre colchetes.

Entretanto, o conjunto de equações (3.49) não levam em conta os cantos do campo auxiliar que é obtido de maneira análoga, porém, os termos denotados com V estão atrasados em um passo de tempo em relação aos termos com U nesta nossa aproximação, assim:

$$\begin{aligned}
U_{x;1,1} &= U_{x;1,2} U_{y;2,1}^* V_{y;1,1} \exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}) \\
U_{x;1,Ny+1} &= U_{x;1,Ny} V_{y;1,Ny}^* U_{y;2,Ny} \text{conj}[\exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})] \\
U_{x;Nx,Ny+1} &= U_{x;Nx,Ny} U_{y;Nx,Ny}^* V_{y;Nx+1,Ny} \text{conj}[\exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})] \\
U_{x;Nx,1} &= U_{x;Nx,2} V_{y;Nx+1,1}^* U_{y;Nx,1} \exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Dessa forma, temos as condições de contorno apresentadas pela equação (3.24), as quais determinam o perímetro da amostra.

Por fim, faremos a discretização referente às equações (3.22) e (3.23). De acordo com as condições de contorno da equação (3.26), vamos fazer a discretização, primeiramente, para cada célula unitária e, em seguida, para toda a malha. Assim, temos:

$$\int_{y_j+1/2a_y}^{y_j+1/2a_y} \int_{x_i-1/2a_x}^{x_i+1/2a_x} (\psi - |\psi|^2 \psi) \rightarrow (\psi_{ij} - |\psi_{ij}^2| \psi_{ij}) \text{ para célula unitária} \tag{3.51}$$

em toda malha o termo referente ao condensado fica:

$$\sum_{j=2}^{Ny} \sum_{i=2}^{Nx} (\psi_{ij} - |\psi_{ij}^2| \psi_{ij}) \tag{3.52}$$

Para o termo da energia cinética, primeiramente vamos fazer uma aproximação da derivada parcial utilizando o método das diferenças finitas onde a série de Taylor será truncada na derivada de segunda ordem (15), pois corresponde ao operador da energia cinética. Então temos:

$$f(x) - f(a) = \frac{\partial^2(U_x\psi)}{\partial x^2} \frac{(x-a)^2}{2!} \quad (3.53)$$

como $f(x) = (U_x\psi_{i+1j})$, $f(a) = \psi_{ij}$ e $x - a = a_x$ para a célula unitária, substituindo-as em (3.53), temos:

$$\frac{\partial^2(U_x\psi)}{\partial x^2} = \frac{(U_{x;i+1j}\psi_{i+1j} - 2\psi_{ij} - U_{x;i-1j}\psi_{i-1j})}{(a_x)^2} \quad (3.54)$$

o termo $2!(U_x\psi_{i+1j} - \psi_{ij}) = (U_{x;i+1j}\psi_{i+1j} - 2\psi_{ij} - U_{x;i-1j}\psi_{i-1j})$ pois, no caso dessa aproximação de segunda ordem, pegamos dois pontos vizinhos para um dado valor de i , tendo como referência um certo U_{xij} e ψ_{ij} .

Vamos expressar genericamente (3.54) e, em toda malha, o termo da energia cinética fica:

$$\int_{\Omega_{sc}} \frac{\partial^2(U_u\psi)}{\partial u^2} = \sum_{j=2}^{N_y} \sum_{i=2}^{N_x} \frac{(U_{x;i+1j}\psi_{i+1j} - 2\psi_{ij} - U_{x;i-1j}\psi_{i-1j})}{(a_x)^2} + \frac{(U_{y;ij+1}\psi_{ij+1} - 2\psi_{ij} - U_{y;ij-1}\psi_{ij-1})}{(a_y)^2} \quad (3.55)$$

substituindo (3.55) em (3.22) e utilizando a equação (3.28) obtemos:

$$\frac{1}{\kappa^2} \sum_{u=x,y} U_u^* \frac{\partial^2(U_u\psi)}{\partial u^2} \rightarrow \frac{1}{\kappa^2} \sum_{j=2}^{N_y} \sum_{i=2}^{N_x} \sum_{ciclica} \left| \frac{U_{xij}\psi_{i+1j} - 2\psi_{ij} - U_{x;i-1j}^*\psi_{i-1j}}{a_x^2} \right| \quad (3.56)$$

onde utilizamos o processo de permutação cíclica das coordenadas.

Por último, o cálculo da densidade de corrente total, que em nosso caso é o de um sistema 2D, fica:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{\partial B_{zij}}{\partial y} \hat{i} - \frac{\partial B_{zij}}{\partial x} \hat{j} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{1-W_{zij}}{ika_x a_y} \hat{i} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{1-W_{zij}}{ika_x a_y} \hat{j}. \quad (3.57)$$

onde o valor de B_{zij} foi substituído pelo valor da equação (3.37). Fazendo as aproximações das derivadas com as dimensões da célula unitária, a equação 3.57 fica:

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{1-W_{zij}}{ika_x a_y} \hat{i} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{1-W_{zij}}{ika_x a_y} \hat{j} = \frac{W_{zij} - W_{zi-1j}}{ika_x^2 a_y} - \frac{W_{zij} - W_{zj-1}}{ika_x^2 a_y} \quad (3.58)$$

Neste ponto temos os elementos que nos permitem escrever as equações de movimento da TDGL em termos de $\mathbf{U}$ e ψ , bem como as condições de contorno e as variáveis discretas. Assim, para a primeira equação da TDGL, temos:

$$\frac{\partial \psi_{ij}}{\partial t} = (\mathcal{E}_\psi[\psi, \mathbf{U}])_{ij} \quad (3.59)$$

onde $(\mathcal{E}_\psi[\psi, \mathbf{U}])_{ij}$ corresponde às equações (3.52) e (3.56). Para a malha supercondutora, temos:

$$(\mathcal{E}_\psi[\psi, \mathbf{U}])_{ij} = \sum_{j=2}^{N_y} \sum_{i=2}^{N_x} \left[(1 - |\psi_{ij}^2|) \psi_{ij} + \frac{1}{\kappa^2} \sum_{ciclica} \left| \frac{U_{xij} \psi_{i+1j} - 2\psi_{ij} - U_{x;i-1j}^* \psi_{i-1j}}{a_x^2} \right| \right] \quad (3.60)$$

Para a equação de movimento da segunda equação da TDGL, temos que transformar a taxa de variação do potencial vetor no tempo em termos do campo auxiliar. Então, fazendo a derivada da componente U_{xij} da equação (3.33) em relação ao potencial vetor, temos:

$$\frac{\partial U_{xij}}{\partial A_{xij}} = -i\kappa a_x [\exp(-i\kappa a_x A_{xij})] = -i\kappa a_x U_{xij} \quad (3.61)$$

utilizando o operador $\frac{\partial}{\partial t}$, e comparando com a equação (3.29) temos:

$$\frac{\partial U_{xij}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (U_{xij} U_{xi+1j}^*) = -i\kappa a_x \frac{\partial A_{xij}}{\partial t} \quad (3.62)$$

de acordo com a segunda equação da TDGL temos que:

$$\frac{\partial A_{xij}}{\partial t} = \frac{1}{\beta} \left(J_{sxij} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{1-W_{zij}}{i\kappa a_x a_y} \hat{t} \right) \quad (3.63)$$

substituindo o termo entre parênteses pelas equações (3.41) e (3.58) temos:

$$\frac{\partial U_{xij}}{\partial t} = \frac{-i}{\beta} U_{xij} \left[\text{Im}(U_{xij} \psi_{ij}^* \psi_{i+1j}) - \kappa a_x \frac{B_{zij} - B_{zij-1}}{a_y} \right] \quad (3.64)$$

Vamos denotar o termo entre colchetes pela notação $(\mathcal{E}_U[\psi, \mathbf{U}])_{ij}$, portanto:

$$\frac{\partial U_{xij}}{\partial t} = \frac{-i}{\beta} U_{xij} (\mathcal{E}_U[\psi, \mathbf{U}])_{ij} \quad (3.65)$$

a equação de movimento para U_{yij} é obtida de maneira análoga.

A evolução temporal das equações (3.58 e 3.64) são obtidas por meio da integração numérica por passo, ou seja, fixamos um tempo (t), e somamos um pequeno intervalo de tempo (Δt), então temos:

$$\begin{aligned} \int_0^{t+\Delta t} \partial \psi_{ij} &= \int_0^{t+\Delta t} (\mathcal{E}_\psi[\psi, \mathbf{U}])_{ij} \partial t \rightarrow \\ \psi_{ij}(t + \Delta t) &= \psi_{ij}t + (\mathcal{E}_\psi[\psi, \mathbf{U}])_{ij} \Delta t \end{aligned} \quad (3.66)$$

onde: $(\mathcal{E}_\psi[\psi, \mathbf{U}])_{ij}t = \psi_{ij}t$ é o parâmetro de ordem em um passo de tempo anterior ao do termo com Δt . Para U_{xij} temos:

$$\int_0^{t+\Delta t} \frac{\partial U_{xij}}{U_{xij}} = \int_0^{t+\Delta t} \frac{-i}{\beta} (\mathcal{E}_U[\psi, \mathbf{U}])_{ij} \partial t \rightarrow$$

$$U_{xij}(t + \Delta t) = U_{uij}(t) \exp\left(\frac{-i}{\beta} (E_U[\psi, \mathbf{U}])_{ij}\right) \Delta t \quad (3.67)$$

o componente U_{yij} é obtido de maneira análoga.

3.4 Simulações com impurezas

O desenvolvimento do algoritmo do método numérico descrito na sessão (3.3) é aplicável, quando temos amostras homogêneas (sem defeitos). No entanto, quando se quer analisar a dinâmica de vórtices em amostras com algum tipo de defeito é necessário acrescentar novas funções que descrevam a localização e o tamanho do defeito, além disso, é necessário reformular as condições de contorno externas e acrescentar condições de contorno internas, pois, em regiões de contorno dos defeitos, as grandezas físicas supercondutoras não são calculadas diretamente. Na Figura 3.2 é mostrada a malha com o tipo de defeito abordado neste trabalho, i.e., defeito em forma de fenda.

Construímos, então, um conjunto de funções as quais chamamos de funções impurezas que descrevem a localização dos defeitos dadas por:

$$\begin{aligned} jW &= (N_x/v + 1) + n(\alpha/a_y) \\ jS &= (N_y/v + 1) - n(\gamma/a_y) \\ jN &= (N_y/v + 1) + n(\gamma/a_y) \\ jE &= N_x + 1 \end{aligned} \quad (3.68)$$

onde: jW, jS, jN, jE representam respectivamente as coordenadas ao oeste, sul, norte e leste a partir do centro da amostra; v é um número inteiro que determinará o quão longe do centro a fenda estará; n é um número inteiro múltiplo da célula unitária e determina a espessura da fenda, pois, para o tamanho do defeito são admitidos somente números inteiros da célula unitária; α e γ são múltiplos das dimensões da célula unitária associados à distâncias da fenda ao centro da amostra e à espessura da fenda, respectivamente; a_x e a_y são as dimensões da célula unitária em cada direção e, N_x e N_y , o número de células unitárias em cada coordenada.

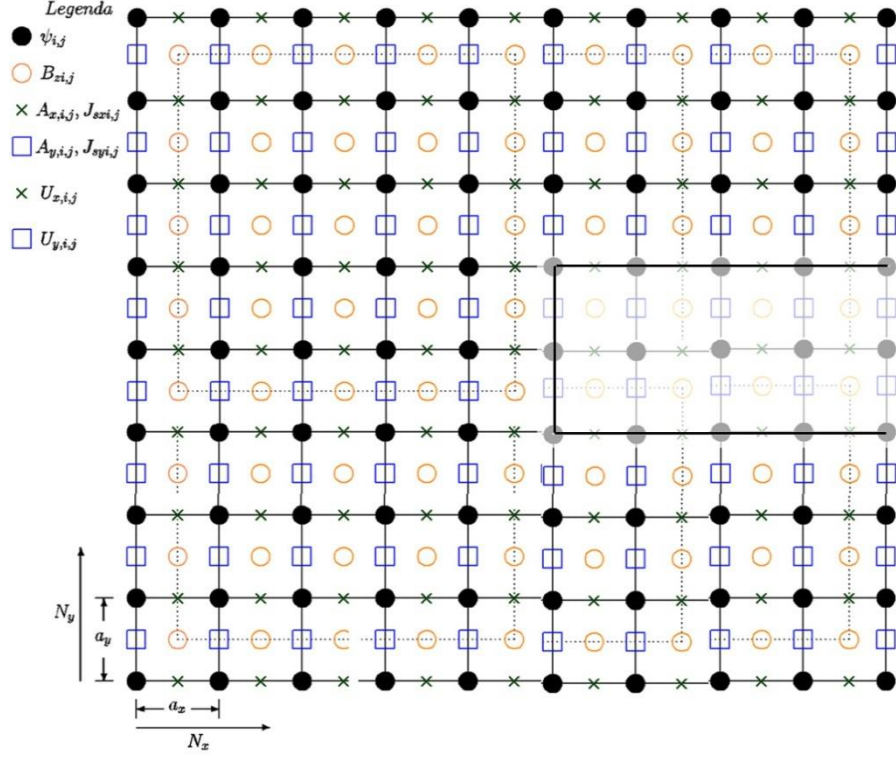
$$\begin{aligned} N_x &= l_x/a_x \\ N_y &= l_y/a_y \end{aligned} \quad (3.69)$$

Neste trabalho a fenda possui localização é calculada através das coordenadas em (jW, jE) e (jS, jN). No qual, nosso referencial é o centro da amostra Então, as equações (3.68) ficam:

$$jW = (N_x/2 + 1) + n(\alpha/a_y)$$

$$\begin{aligned}
 jS &= (N_y/v + 1) - n(\gamma/a_y) \\
 jN &= (N_y/v + 1) + n(\gamma/a_y) \\
 jE &= N_x + 1
 \end{aligned}
 \tag{3.70}$$

Figura 3.2- Malha supercondutora com uma fenda (região esbranquiçada).



Fonte: Próprio autor.

As condições de contorno externas nas amostras com fenda são análogas às que fizemos para a malha homogênea:

Parâmetro de ordem: $j = jN + 1 \dots n_y$ e $j = 2 \dots jS - 1$

$$\psi_{nx+1,j} = U_{x;nx,j}^* \psi_{nx,j}$$

$$\psi_{nx+1,jN} = \frac{1}{2}(\psi_{nx+1,jN+1} + \psi_{nx,jN})$$

$$\psi_{nx+1,jS} = \frac{1}{2}(\psi_{nx+1,jS-1} + \psi_{nx,jS})$$

(3.71)

Campo auxiliar: $j = 2 \dots jS - 2$ e $j = jN + 1 \dots n_y$

$$U_{y;nx+1,j} = U_{x;nx,j+1} U_{x;nx,j}^* U_{y;nx,j} \exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})$$

(3.72)

$$U_{y;nx+1,jN} = U_{x;nx,jN+1} V_{x;nx,jN}^* U_{y;nx,jN} \exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})$$

$$U_{y;nx+1,jS-1} = U_{x;nx,jS-1} V_{x;nx,jS}^* U_{y;nx,jS-1} \exp(-ik \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})$$

As condições de contorno internas nas amostras com fenda são dadas por:

Parâmetro de ordem:

$$j = jN + 1 \dots jS - 1$$

$$\psi_{jW,j} = U_{x;jW,j}^* \psi_{jW-1,j}$$

$$i = jW + 1 \dots jE - 1$$

$$\psi_{i,jS} = U_{y;i,jS-1}^* \psi_{i,jS-1}$$

$$\psi_{i,jN} = U_{y;i,jN} \psi_{i,jN+1}$$

(3.73)

Campo auxiliar:

$$j = jN - 1 \dots jS$$

$$U_{y;jW,j} = U_{x;jW-1,j+1} U_{x;jW,j}^* U_{y;jW-1,j} \exp(-i\kappa \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})$$

$$i = jW \dots jE - 1$$

$$U_{x;i,jN} = U_{x;i,jN+1} U_{y;i+1,jN}^* U_{y;i,jN} \exp(-i\kappa \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})$$

$$U_{x;i,jS} = U_{x;i,jS-1} U_{y;i,jS-1}^* U_{y;i+1,jS-1} \text{conj}[\exp(-i\kappa \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})]$$

(3.74)

3.5 Os parâmetros das simulações

Definir os parâmetros iniciais das simulações são muito importantes, pois definem o que desejamos analisar. Neste trabalho, simulamos cinco sistemas diferentes, os quais são formados por um cilindro infinito de base quadrada já que não consideramos os efeitos de desmagnetização. Destas cinco amostras, uma é homogênea, a qual denominamos prístina, PR, e quatro possuem defeitos em forma de fenda. A Figura 3.3 mostra as diferentes posições da fenda para cada amostra, onde o número que acompanha a letra F é a razão de y/L sendo y a distância do centro fenda até a borda inferior da amostra e L o tamanho lateral do sistema como um todo. A largura e o comprimento são calculados através das funções impurezas $jN - jS$ e $jE - jW$ respectivamente. As unidades como comprimento, tamanho e largura estão normalizadas pelo comprimento de coerência $\xi(0)$. O campo magnético em função de $H_{c2}(0)$ e a temperatura em função da temperatura crítica T_c .

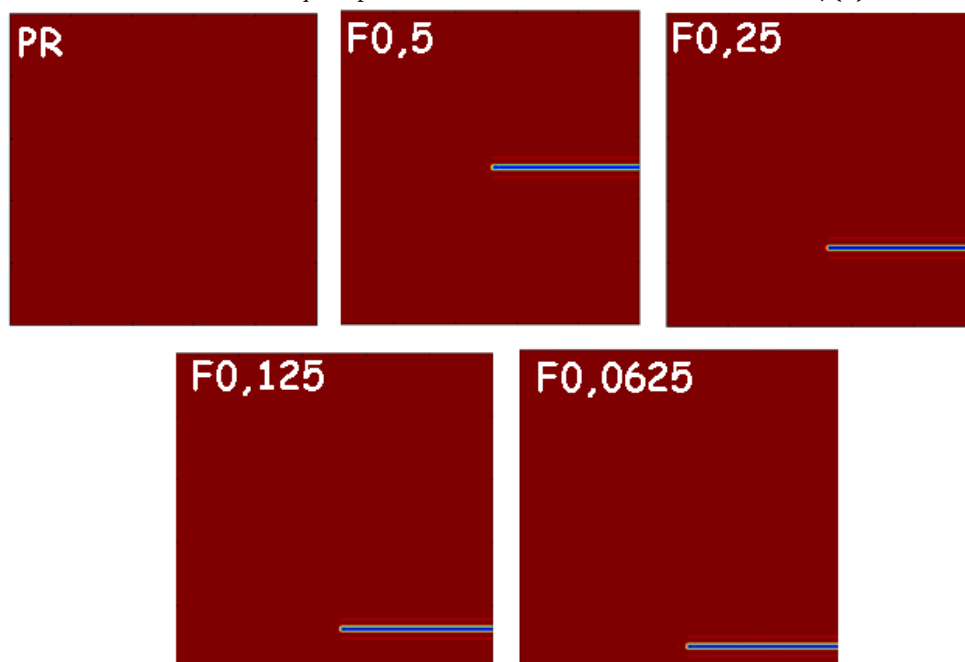
Neste trabalho os tamanhos laterais da célula unitária, a_x e a_y , foram escolhidos como sendo $0,125\xi(0)$, onde α e γ também receberam o valor de $0,125\xi(0)$. Dessa forma, a espessura e o comprimento da fenda possuem respectivamente o valor de $w = 0,250\xi(0)$ e $x = 4,875\xi(0)$ já que o tamanho lateral da amostra é $L = 10\xi(0)$. As condições iniciais são que toda a amostra se encontra no estado Meissner e em regiões onde temos o defeito, o campo local é igual ao campo aplicado ($\mathbf{H}$), a evolução do campo aplicado foi a passos $\Delta H = 10^{-3}$. Alguns outros valores utilizados foram $\Delta t = 1$ e $\beta = 1$. Frisando que cada passo foi dado após o sistema atingir o estado estacionário para um determinado campo. Em geral iniciamos as simulações estipulando o campo inicial como sendo zero. Repetimos o mesmo processo para diferentes posições da fenda e de T/T_c . O comprimento da fenda foi mantido inalterado, bem como o parâmetro de Ginzburg-Landau, $\kappa = 5$, que experimentalmente corresponde ao da liga Pb-In, o qual, $\xi(0) = 30nm$ e $\lambda(0) = 150nm$ (2) para todas as simulações. Entretanto, a largura da fenda e o tamanho da amostra foram alterados para os fins que serão descritos na sessão (4.4). As condições de contorno são as descritas na sessão (3.3), no entanto, fizemos uma adaptação ao método $(\psi - U)$ de tal modo a levar em conta a presença da fenda. A Figura 3.3 mostra os sistemas estudados.

As regiões em vermelho na Figura 3.3 são regiões supercondutoras, enquanto as regiões em azul são o defeito em forma de fenda. Nas simulações foram admitidas as seguintes condições iniciais:

$$\begin{aligned}
 \text{Campo de indução:} \quad & j = jS \dots jN - 1 \text{ e } i = jW \dots jE - 1 \rightarrow B_{zij} = \mathbf{H} \\
 & i = jW \dots jE - 2 \rightarrow B_{zijN} = \mathbf{H} \\
 & i = jW \dots jE - 2 \rightarrow B_{zijS-1} = \mathbf{H} \\
 & j = jS \dots jN - 1 \rightarrow B_{zjW-1j} = \mathbf{H}
 \end{aligned} \tag{3.76}$$

Neste trabalho analisamos a influência de uma fenda em diferentes posições, como mostrado na Figura 3.3, sobre os campos críticos H_{c1} e H_{c3} . Também analisamos sua influência na dinâmica e as condições para ocorrer a primeira penetração de vórtice pela fenda em diferentes temperaturas, i.e., tanto para $T/T_c = 0$ quanto para $T/T_c \neq 0$. Neste trabalho, nos referimos ao estado Meissner como o estado onde não há vórtice nucleado no interior do material.

Figura 3.3- Amostras simuladas neste trabalho, i.e., a prístina, PR, e com fenda, F, em diferentes posições. Para todas as amostras aqui representadas, o tamanho lateral é de $L = 10\xi(0)$.



Fonte: Próprio autor

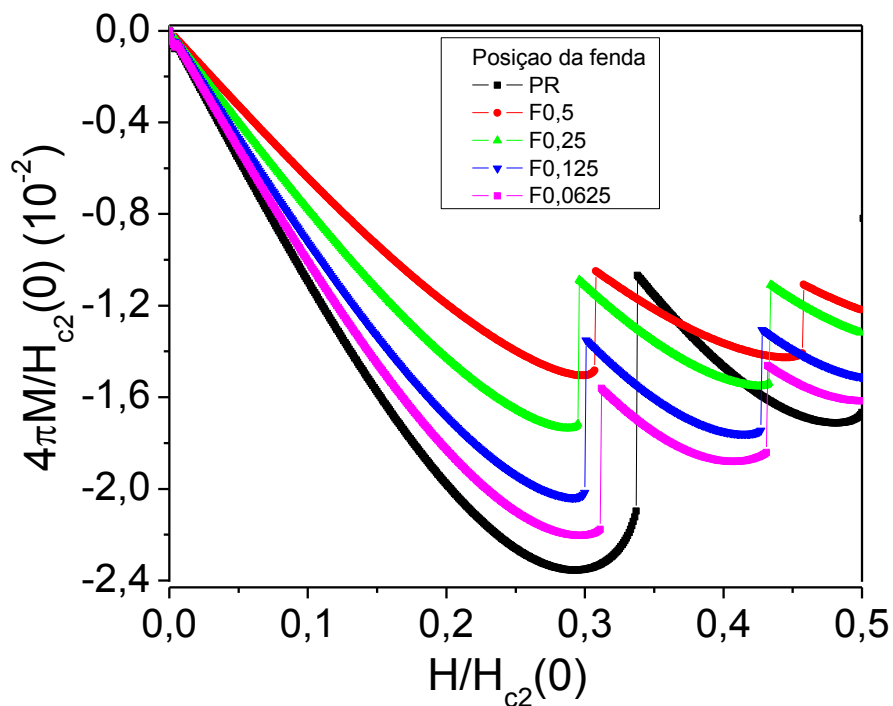
4. Resultados e discussões

4.1 Campo crítico H_{c1}

Analizamos as primeiras penetrações e, conseqüentemente, o campo acima do qual ocorre a primeira penetração de vórtice. A este campo denominamos por campo crítico H_{c1} .

A Figura 4.1 mostra as curvas de magnetização em função do campo aplicado dos cinco sistemas simulados na região onde ocorrem as primeiras penetrações de vórtices. Tais penetrações são identificadas nas curvas por uma descontinuidade típica dos supercondutores mesoscópicos, onde, a primeira descontinuidade marca o fim do estado Meissner. Assim, o campo anterior à penetração efetiva do vórtice é o valor de H_{c1} .

Figura 4.1- Primeiras penetrações de vórtices para $T/T_c = 0$.



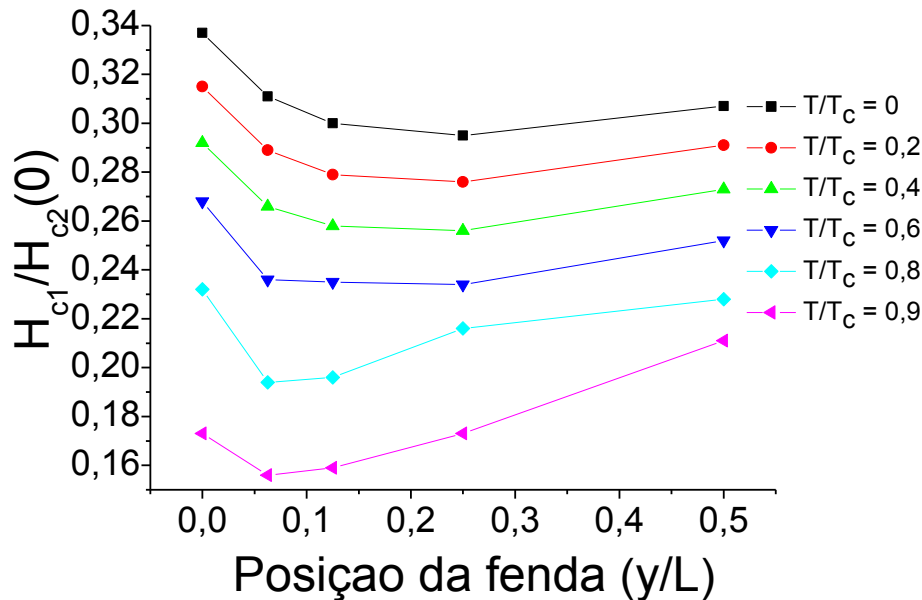
Fonte: Próprio autor.

Pela Figura 4.1 notamos que, conforme a posição da fenda se aproxima da borda da amostra, a respectiva curva $M(H)$ se aproxima da resposta da PR para baixos campos. Contudo, vemos que em toda a extensão de campos analisada, as amostras com fenda apresentam duas penetrações e a PR apenas uma. Como será mostrado mais adiante, enquanto na primeira

penetração da PR dois vórtices são nucleados, a presença da fenda induz a penetração de apenas um vórtice nas outras amostras. O mínimo das curvas é resultado de um atraso na penetração de vórtice devido a sua interação repulsiva (análogo à interação repulsiva entre fios com uma corrente elétrica no mesmo sentido) que ocorre em dimensões mesoscópicas (21). Cada ponto do gráfico de magnetização em função do campo aplicado foram plotados para passos de $\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$, para obtermos uma curva homogênea.

Em $T/T_c = 0$, vemos que a posição da fenda exerce bastante influência no valor de H_{c1} , pois afeta a distribuição das correntes de blindagem na amostra, quanto mais próxima a fenda estiver de uma das bordas da amostra, maior será o valor de H_{c1} . Este, por sua vez, tende a um valor máximo que, no presente caso, é o valor obtido para a PR (ver Figura 4.2). É como se a fenda, no limite em que tende à borda da amostra, se tornasse invisível para H_{c1} , ou seja, $\lim_{y \rightarrow 0} H_{c1} \cong H_{c1máx}$, para $\frac{T}{T_c} = 0$, isso acarretaria uma distribuição das correntes de blindagem quase idêntica com a amostra PR.

Figura 4.2- Variação do H_{c1} com a posição da fenda.



Fonte: Próprio autor

Nota-se ainda que a dependência de H_{c1} com a posição da fenda não é linear, ou seja, partindo-se da fenda no meio da amostra, o valor de H_{c1} tem um comportamento decrescente conforme esta se aproxima de uma das bordas da amostra; passa, entretanto, por um mínimo

local e volta a crescer, atingindo o valor máximo para a amostra PR. No caso de $T/T_c = 0$, H_{c1} passa por um mínimo em $\frac{y}{L} = 0,25$ e, então, volta a aumentar. No entanto, quando temos $\frac{T}{T_c} = 0,9$, o comportamento descrito no parágrafo anterior apresenta algumas diferenças. Na Figura 4.2, notamos que a amostra PR não possui o maior valor de H_{c1} e, o mínimo local deste campo crítico é atingido para a amostra F0,0625. Contudo, mesmo não sendo o valor máximo, que agora é dado pela fenda F0,5 H_{c1} aumenta novamente para a PR. Neste caso, a amostra F0,5 é a que apresenta o maior valor de H_{c1} , ou seja, em altas temperaturas, a posição da fenda onde se consegue a melhor blindagem da amostra, pelo menos para a primeira penetração de vórtice, é a apresentada pela F0,5. A distribuição das correntes de blindagem na amostra devido a influência da fenda em F0,5 atua de forma mais eficiente no processo de blindagem do vórtice neste caso.

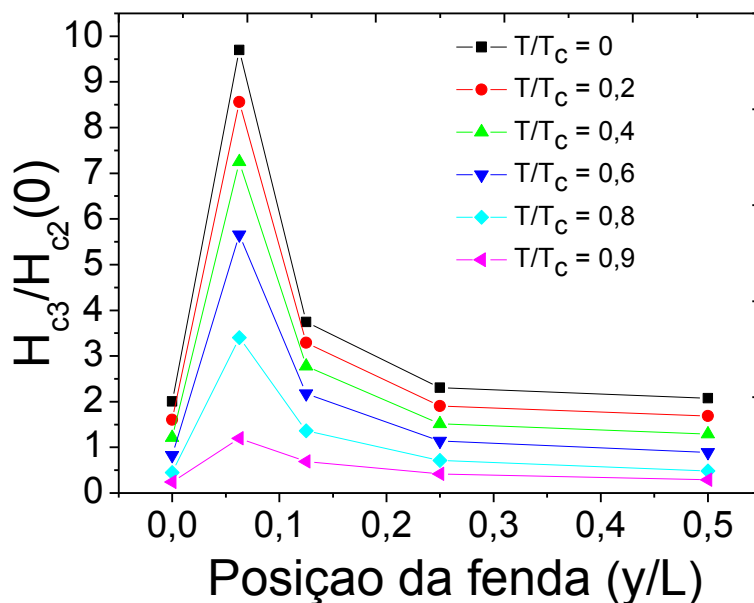
Isto pode estar relacionado ao fato de que, com o aumento da temperatura, os vórtices também aumentam seu tamanho devido à degradação das correntes de blindagem. Assim, a fenda passa a dificultar a primeira penetração destes entes. Em outras palavras, é como se a fenda posicionada no centro da amostra, particionasse a mesma e, então, toda a dinâmica de penetração passa a ocorrer como se tivéssemos duas amostras, mas agora, com $4,875\xi(0)$ de tamanho lateral no eixo y . Ou seja, nesse caso haveria uma blindagem maior da amostra como se esta fosse constituída de duas partes menores com características de efeitos de confinamento próprias desse novo tamanho, como os demonstrados nas Refs. (22,23).

Nas demais amostras, a posição da fenda faz com que a distribuição de correntes de blindagem não atuem com tanta eficiência como na F0,5, o que acaba facilitando a penetração de vórtice, diminuindo assim o valor de H_{c1} .

4.2 Campo crítico H_{c3}

A posição da fenda contribui para o aumento de H_{c3} em todos os casos analisados, como pode ser observado na Figura 4.3. No entanto, um fenômeno interessante é o grande aumento de H_{c3} que ocorre conforme a fenda se aproxima de uma das bordas da amostra. Isso se deve ao fato de que, nas regiões abaixo da fenda a supercondutividade fica preservada, pois temos uma maior blindagem ao campo magnético aplicado do que nas demais regiões da amostra, assim, acabam elevando o valor H_{c3} . Lembrando que não estamos considerando os efeitos de desmagnetização.

Figura 4.3- Variação do H_{c3} com a posição da fenda.

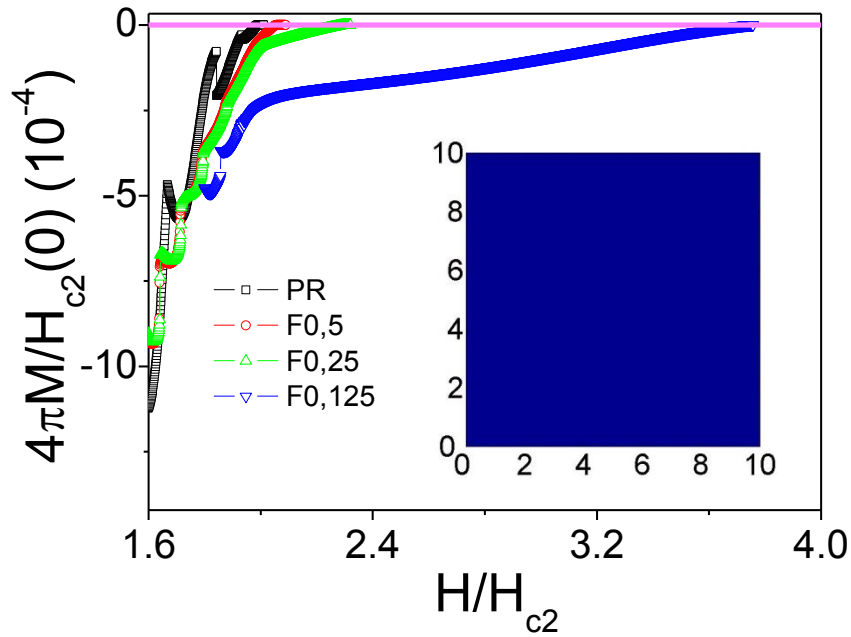


Fonte: Próprio autor.

Então quanto mais próximo da borda da amostra está a fenda, maior é campo aplicado muito maior é necessário para destruir a supercondutividade abaixo da fenda. Assim, a supercondutividade de tal região fica mais preservada para um determinado campo aplicado do que o restante da amostra.

Cabe frisar que o valor de H_{c3} foi escolhido como o campo para o qual a curva de magnetização atinge o valor de $\frac{4\pi M}{H_{c2}(0)} = -2 \times 10^{-8}$ para todas as amostras. A Figura 4.4 mostra as curvas de magnetização em função do campo aplicado com destaque à região de onde H_{c3} foi determinado. O inset de tal figura mostra a imagem de uma amostra no valor de magnetização mencionado. Uma observação plausível deve ser feito com relação aos valores de H_{c3} na figura 4.4 é que se tivéssemos o efeito de desmagnetização tais valores seriam menores.

Figura 4.4- Critério da magnetização para determinar H_{c3} para $T/T_c = 0$.

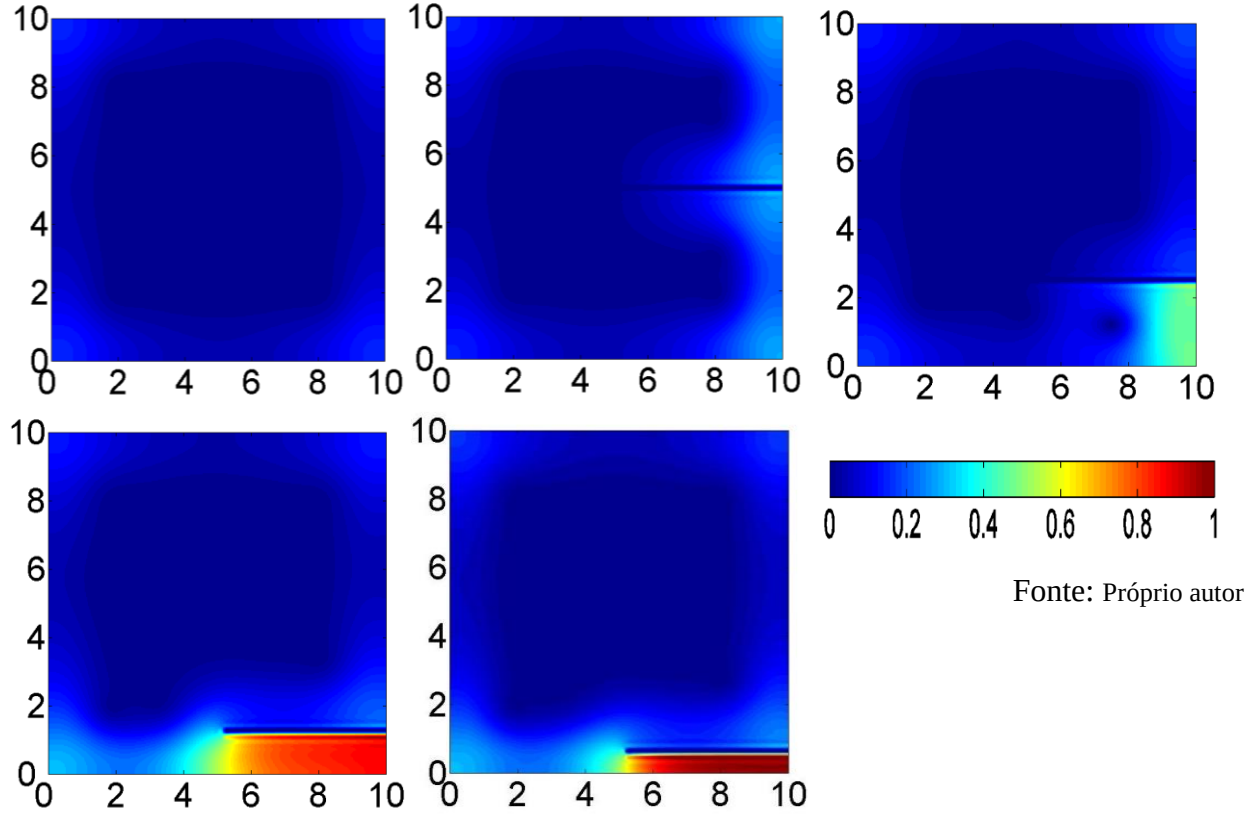


Fonte: Próprio autor.

4.3 Regiões com supercondutividade conservadas

Além da supercondutividade ser preservada nas regiões imediatamente abaixo das fendas, para as amostras F0,125 e F0,0625 foi observado que a presença das fendas induz uma extensão da supercondutividade superficial para regiões paralelas à fenda. Para melhor exemplificar essas regiões, a Figura 4.5 mostra a variação do parâmetro de ordem para o campo $H/H_{c2} = 1,965$ em $T/T_c = 0$. Escolhemos tal campo, pois ele mostra com clareza as regiões de supercondutividade superficial induzida.

Figura 4.5- Distribuição da densidade de superelétrons em $H/H_{c2} = 1,965$ para $T/T_c = 0$.



Fonte: Próprio autor

Note que na Figura 4.5, para as amostras F0,125 e F0,0625, há uma região abaixo da fenda que permanece com $|\psi|^2$ inalterado, ou seja, vermelho escuro e, à esquerda da fenda, $|\psi|^2$ passa por variações em seu valor (representado pela cor ciano) os quais não chegam a ser nulos (azul escuro). Nota-se, também, que não há a formação de vórtices, como na amostra F0,25, pelo fato de tal região possuir tamanhos de $1,25\xi(0)$ e $0,625\xi(0)$, respectivamente, sendo, assim, menor que o próprio tamanho do núcleo de um vórtice, i.e., $2\xi(0)$.

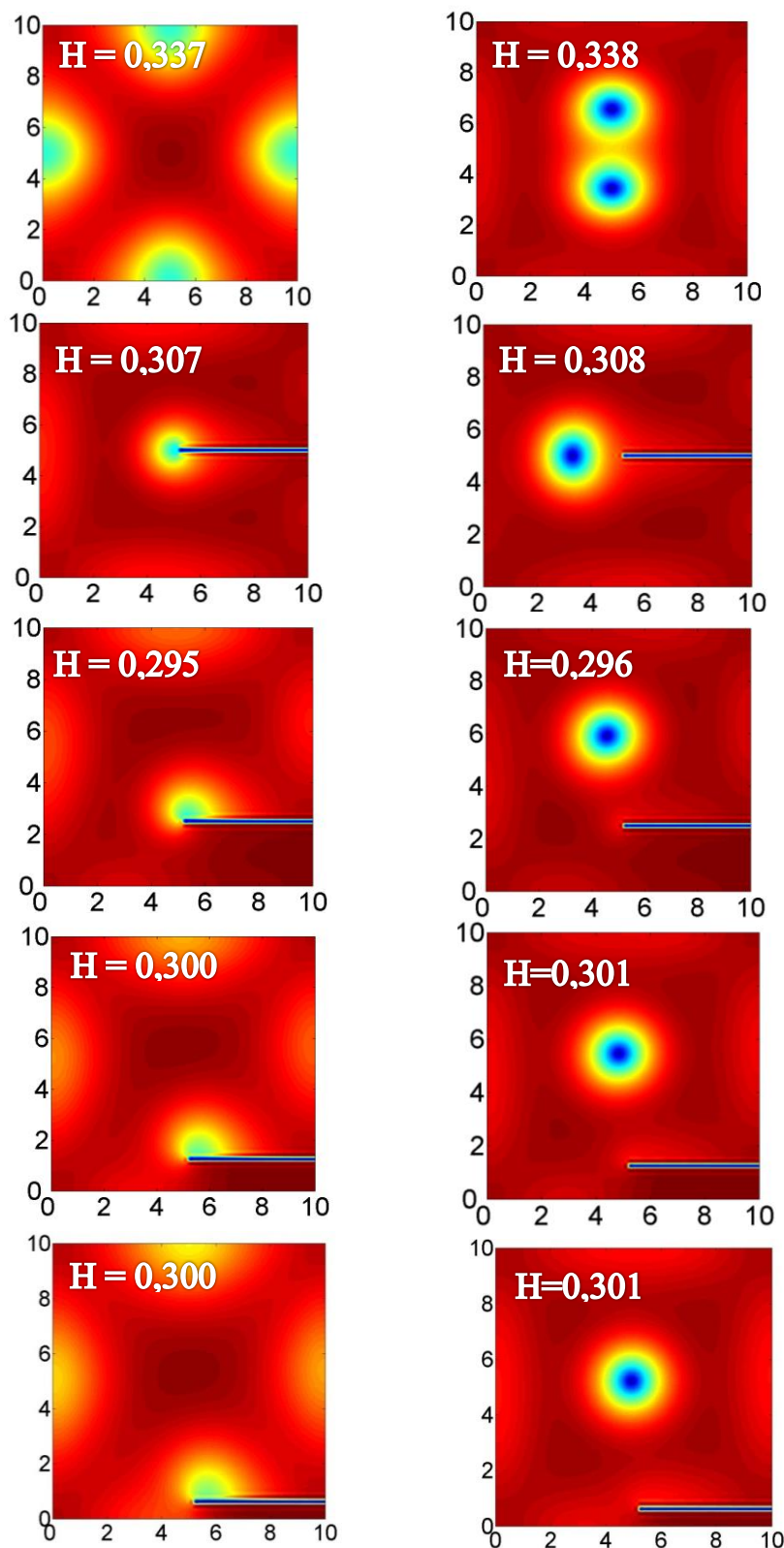
4.4 Condições para penetração de vórtice pela fenda

Examinamos a primeira penetração de vórtice e as condições para as quais esta penetração ocorre pela fenda. Analisamos, então, tanto a influência da temperatura, espessura e localização da fenda, quanto à influência do tamanho da amostra, mantendo, contudo, o parâmetro de Ginzburg-Landau $\kappa = 5$ e o tamanho da fenda $4,875\xi(0)$ constantes.

Na Figura 4.6 é mostrada a configuração do parâmetro de ordem no estado estacionário em H_{c1} e $H_{c1} + 0,001$ referentes à primeira descontinuidade nas curvas da Figura 4.1. Fica evidenciada a região onde ocorre a penetração que, no caso das amostras com defeitos, ocorre pela fenda em todos os casos. Demonstramos então que, neste caso, os defeitos agem como um canal preferencial para a penetração de vórtices. Ressaltamos ainda que, na amostra PR há a nucleação de dois vórtices na primeira penetração enquanto que, nas amostras com fenda, ocorre a penetração de apenas um vórtice, ou seja, a presença de uma fenda longa na amostra pode adiantar a penetração (diminuir H_{c1}), porém, a vorticidade envolvida em tal dinâmica é menor.

Voltando à Figura 4.6, as regiões das amostras que possuem uma coloração ciana, são as regiões mais prováveis para a penetração de vórtices, as quais trataremos como nascentes de vórtices. Esses resultados foram obtidos mantendo a espessura da fenda fixa em $0,250\xi(0)$ e a temperatura em $\frac{T}{T_c} = 0$, condição esta que, como descrito pela teoria GL, o vórtice tem o menor tamanho possível.

Figura 4.6- Variação da densidade de superelétrons durante a primeira penetração de vórtices, onde as colunas da esquerda e da direita são respectivamente o estado estacionário de H_{c1} e de $H_{c1} + 0,001$.



Fonte: Próprio autor.

4.4.1 Dependência da temperatura na primeira penetração

Ao analisar os resultados da primeira penetração de vórtice para $\frac{T}{T_c} \neq 0$, vemos que esta se dá em todas as amostras somente para valores de $\frac{T}{T_c} \leq 0,4$, como mostra a Tabela 4.1. Acima de tal temperatura, a penetração ou não penetração pela fenda sofre alteração de acordo com a localização desta. Ressaltamos, novamente, que o tamanho da amostra e a espessura da fenda foram mantidos fixos em $10\xi(0) \times 10\xi(0)$ e $0,250\xi(0)$ respectivamente.

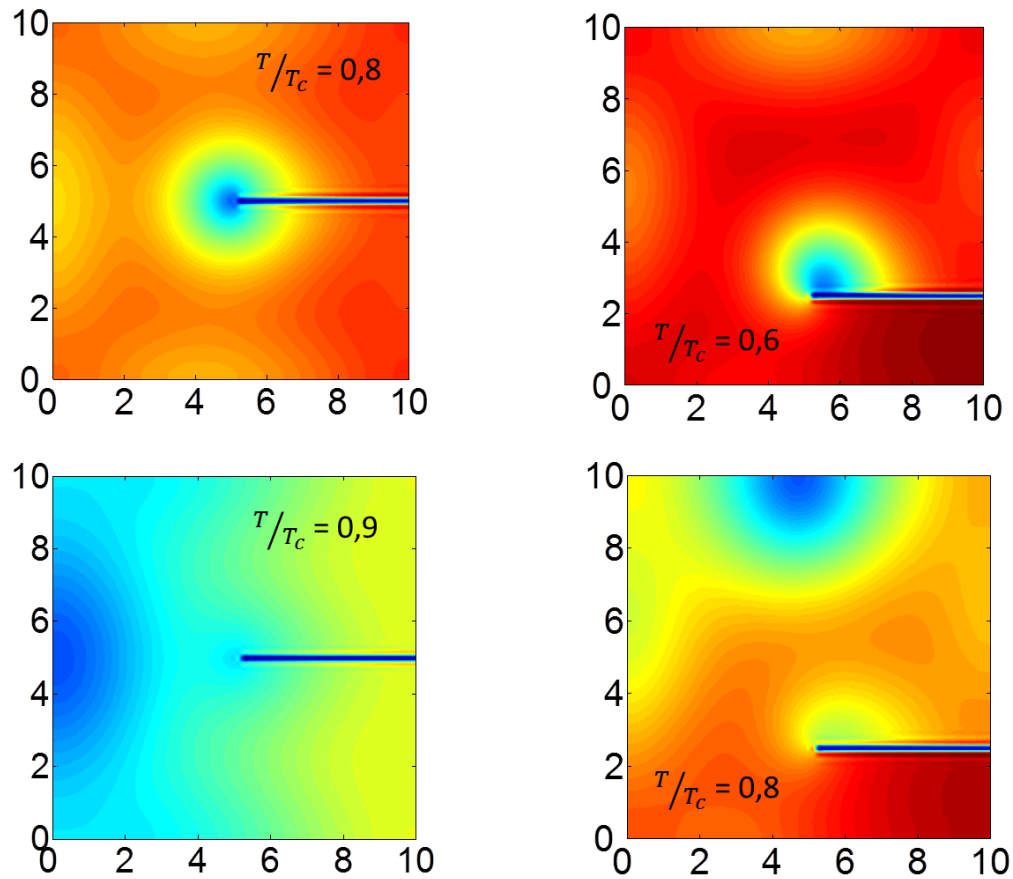
Tabela 4.1- Condições nas quais a primeira penetração ocorreu pela fenda.

Temperatura	Penetração pela fenda
$T/T_c = 0$	todas
$T/T_c = 0,2$	todas
$T/T_c = 0,4$	todas
$T/T_c = 0,6$	F0,5; F0,25; F0,125
$T/T_c = 0,8$	F0,5
$T/T_c = 0,9$	nenhuma

Fonte: Próprio autor

Notamos que há uma temperatura limite para cada amostra na qual a primeira penetração não mais ocorre pela fenda. Podemos concluir dessa análise que tanto o tamanho do vórtice, que está relacionado com a variação de temperatura, quanto a posição geométrica de uma fenda em uma amostra mesoscópica, são fatores essenciais para se obter um controle da primeira penetração, ou seja, quanto maior o tamanho do vórtice, maior tem que ser a área aos arredores da fenda para que haja a penetração através dela. A Figura 4.7 mostra as nascentes de vórtice para as amostras F0,5 e F0,25 evidenciando as temperaturas limiares de penetração pela fenda ou por uma das faces.

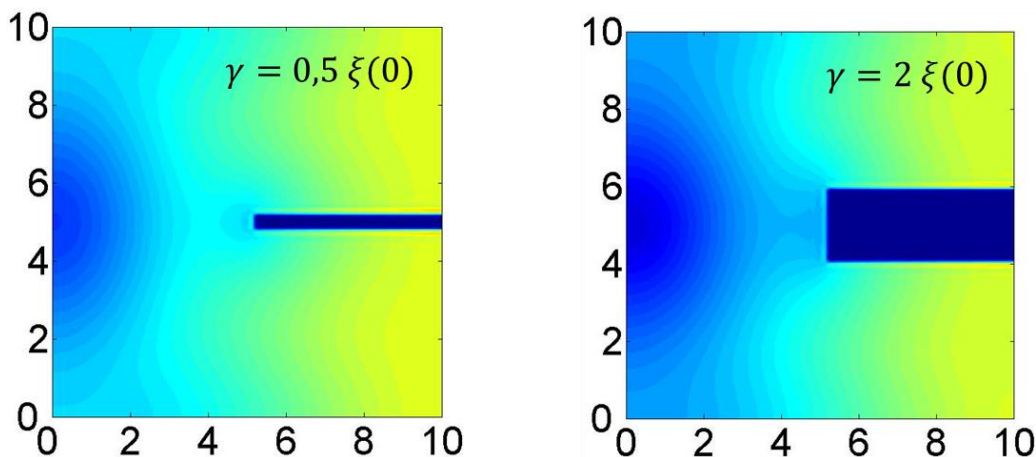
Figura 4.7- Estado não estacionário de nascente de vórtices, amostra F0,5 e F0,25 respectivamente.



Fonte: Próprio autor.

Pelo fato da espessura da fenda ser de apenas $0,25\xi(0)$, para analisar a influência desta na primeira penetração, simulamos algumas amostras com fendas mais espessas, como mostrado na Figura 4.8. Aumentamos, então, a espessura da fenda w para a amostra F0,5 mantendo a temperatura fixa em $\frac{T}{T_c} = 0,9$. Os resultados mostram que a não penetração do vórtice pela fenda independe de sua espessura. Como vemos na Figura 4.8, a penetração do vórtice ocorre pela face oposta à da fenda.

Figura 4.8- Nascente de vórtice com a variação da espessura da fenda para F0,5 e $\frac{T}{T_c} = 0,9$.



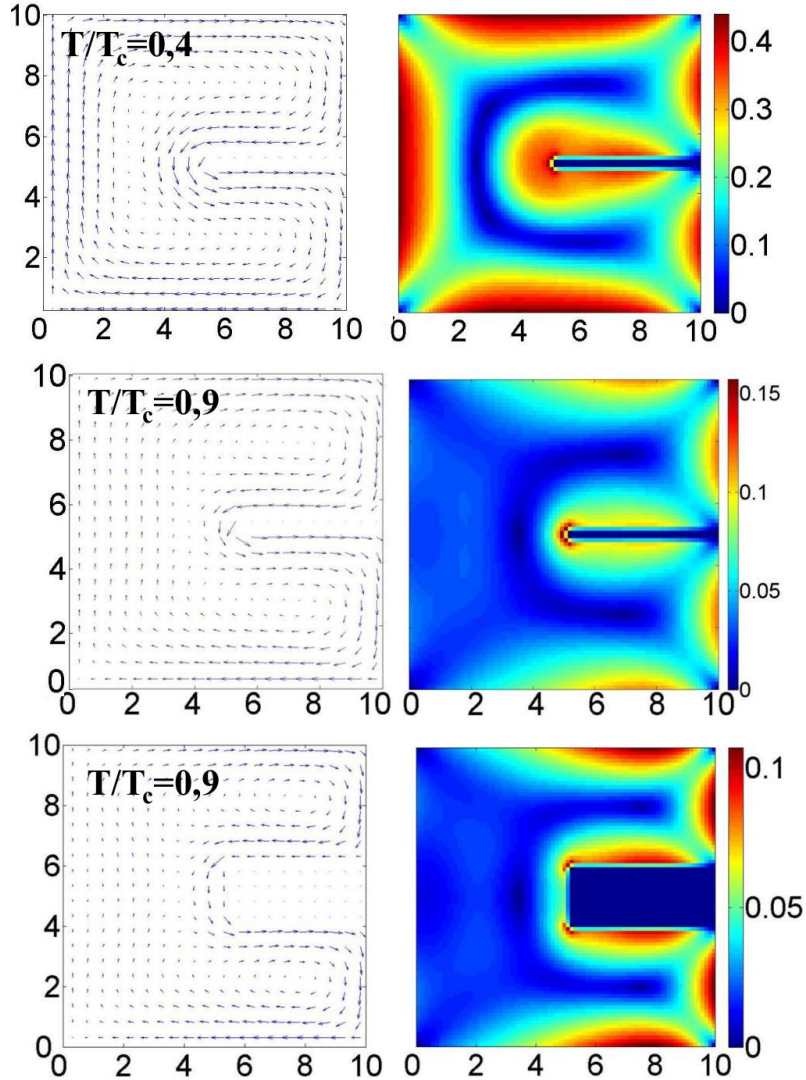
Fonte: Próprio autor

Ainda com relação à variação de espessura da fenda, note na Figura 4.8 que, aumentando a espessura desta, na realidade estamos interferindo na forma geométrica da amostra. Para o caso de $w = 2\xi(0)$ isso se torna mais evidente e, então, a fenda não mais exerce a função de ser um defeito no material e passa a ser parte da superfície do mesmo. Estas análises foram feitas mantendo o tamanho da amostra constante $10\xi(0) \times 10\xi(0)$.

O fato dos vórtices não penetrarem pela fenda é que, com o aumento da temperatura, há uma grande degradação das correntes de blindagem. Contudo, no contorno da fenda há muitos cantos e, conseqüentemente, um aumento da densidade de correntes de blindagem. Esse aumento é causado pelo fato de haver uma aglutinação das correntes ao contornar os cantos e as quinas do conjunto amostra e fenda. A Figura 4.9 mostra a disposição e a intensidade das correntes para a amostra F0,5 em $\frac{T}{T_c} = 0,4$ e $0,9$ (imagem superior e do meio) como podemos observar a intensidade das correntes de blindagem é maior em $\frac{T}{T_c} = 0,9$ do que em $\frac{T}{T_c} = 0,4$ nos arredores da fenda (cantos e bordas) assim, a primeira penetração de vórtice se dá na região com menor blindagem. Para a amostra com fenda de espessura $w = 2\xi(0)$ em $\frac{T}{T_c} = 0,9$ (imagem inferior), com a mesma temperatura que a amostra F0,5 (imagem do meio) o aumento da espessura da fenda faz com que a intensidade de correntes de blindagem nos contornos da fenda sejam maiores do que na F0,5. Percebemos que aumentando a espessura da fenda para um tamanho

fixo da amostra, diminuimos a superfície acima e abaixo da mesma, o que aumenta a intensidade das correntes de blindagem em seus arredores.

Figura 4.9- Correntes de blindagem em direção em sentido (imagem a esquerda) e em módulo (imagem da direita) para F0,5 com $w = 0,25\xi(0)$ e $w = 2\xi(0)$ em $\frac{T}{T_c} = 0,9$.



Fonte: Próprio autor.

Em uma determinada temperatura, $\frac{T}{T_c} \geq 0,6$, por exemplo, (veja Tabela 4.1), podemos ver que quanto mais longe do centro da amostra estiver a fenda, mais baixa é a temperatura onde ocorre a penetração do vórtice pela fenda. Veja, por exemplo, as amostras F0,125 e F0,0625 onde a temperatura limite para que a penetração ocorra pela fenda são respectivamente de $\frac{T}{T_c} = 0,6$ e $\frac{T}{T_c} = 0,4$.

Os dados da Tabela 4.1 concordam com o fato de que o tamanho da região ao redor da fenda influi para a penetração de vórtice por tal defeito. Ou seja, quanto menor for pelo menos uma das superfícies delimitadas pela fenda, menor será a temperatura para a qual o vórtice deixa de penetrar por tal fenda.

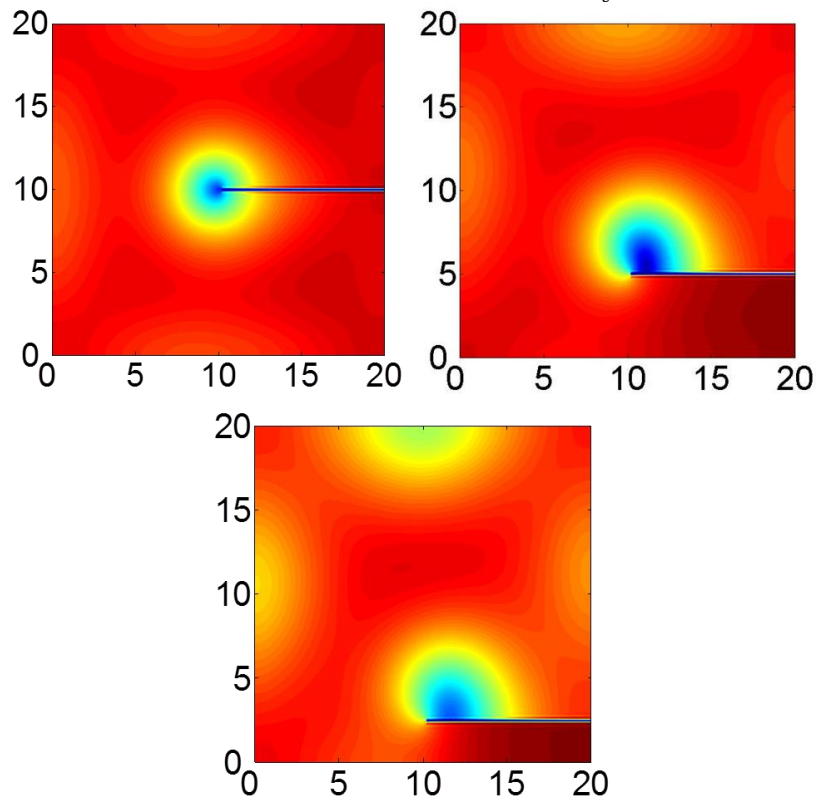
Quanto menor a superfície ao redor da fenda mais efetiva é blindagem, pois a densidade de correntes de blindagem é maior. Assim, um vórtice cujo tamanho está acima da temperatura limite para uma das amostras, encontrará maior resistência para nuclear nesta região do que na superfície oposta da fenda, como na F0,5, ou acima da fenda, para F0,25, F0,125 F,0,0625.

4.4.2 Dependência do tamanho da amostra na primeira penetração

Nesta seção mostraremos a influência do tamanho da amostra para os casos da seção (4.4.1) em que não houve penetração de vórtice pela fenda. Quando aumentamos o tamanho da amostra para $20\xi(0) \times 20\xi(0)$ mantendo inalterada a espessura da fenda, porém, com profundidade de $9,875\xi(0)$, e a relação $\frac{y}{L}$ foi mantida inalterado, portanto utilizar a mesma nomenclatura apresentada na Figura 3.3. O comportamento verificado para a primeira penetração foi bem distinto, como pode ser observado na Figura 4.10.

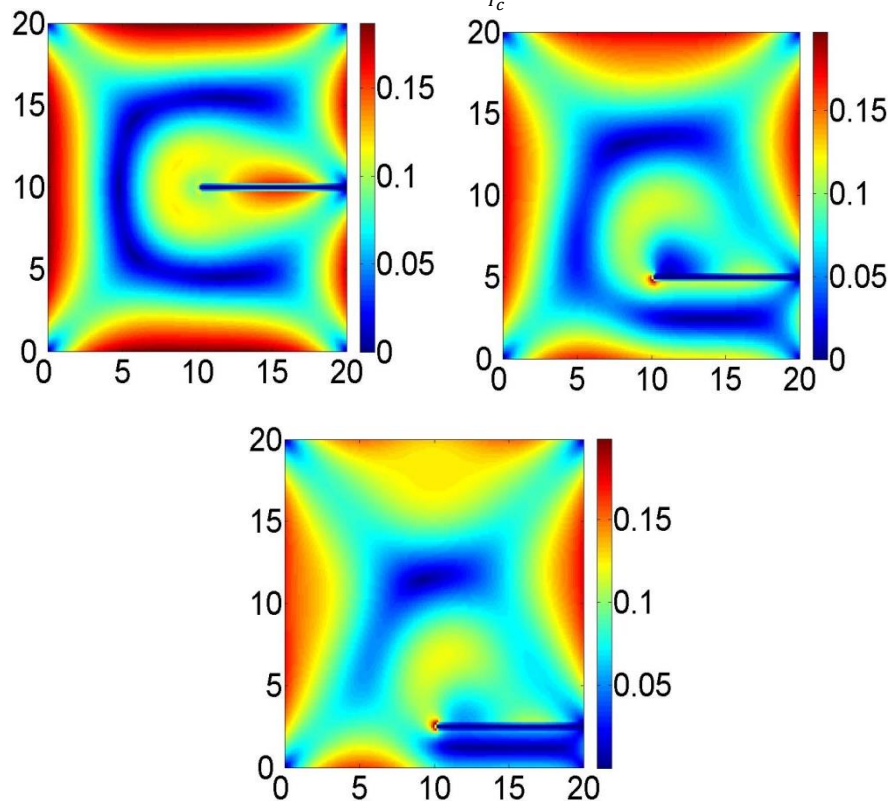
Ao dobrar o tamanho lateral das amostras a superfície da mesma foi aumentada em quatro vezes se comparada com a amostra $10\xi(0) \times 10\xi(0)$. Juntamente com isso, a superfície nos arredores da fenda também aumentou, o que possibilitou a penetração do vórtice pela fenda. Esse aumento também proporcionou uma melhor acomodação das correntes de blindagem nos contornos da fenda, tornando sua menor que nas demais regiões de contorno da amostra, facilitando assim, a penetração pela fenda, como mostrado na Figura 4.11.

Figura 4.10- Nascente de vórtice para uma amostra $20\xi(0) \times 20\xi(0)$ em $\frac{T}{T_c} = 0,9$ para estados não estacionários.



Fonte: Próprio autor

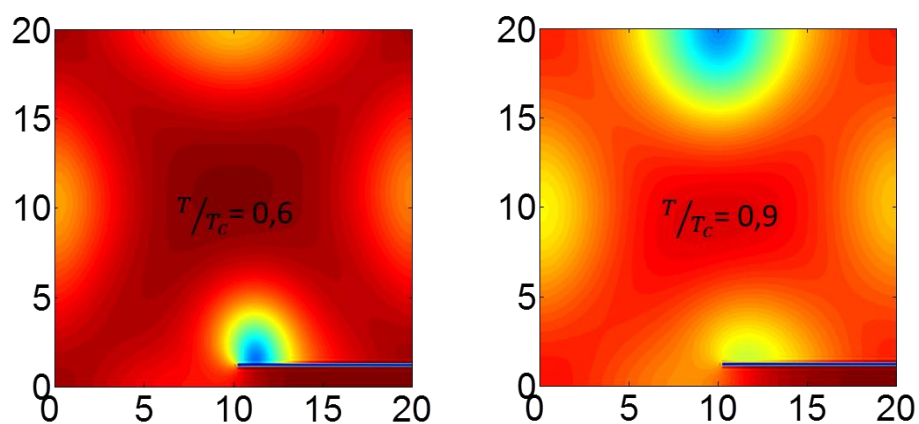
Figura 4.11- Densidade de correntes de blindagem em $\frac{T}{T_c} = 0,9$ para F0,5, F0,25 e F0,125.



Fonte: Próprio autor

O único caso da Tabela 4.1 para o qual não temos penetração pela fenda, para a amostra $20\xi(0) \times 20\xi(0)$ em $\frac{T}{T_c} = 0,9$, é o caso da F0,0625, onde que utilizando a relação $\frac{y}{L}$ temos que a fenda esta posicionada a $1,25\xi(0)$ da borda inferior da amostra, como mostra a Figura 4.12. Notemos que $\frac{T}{T_c} = 0,6$ que o vórtice penetra pelo defeito o que não ocorria em $10\xi(0) \times 10\xi(0)$, em ambos as amostras o vórtice possui o mesmo tamanho, entretanto, as correntes de blindagem estão distribuídas de qual forma que são menos intensas no contorno da fenda.

Figura 4.12- Estado não estacionário para F0,0625 tamanho de $20\xi(0) \times 20\xi(0)$.



Fonte: Próprio autor.

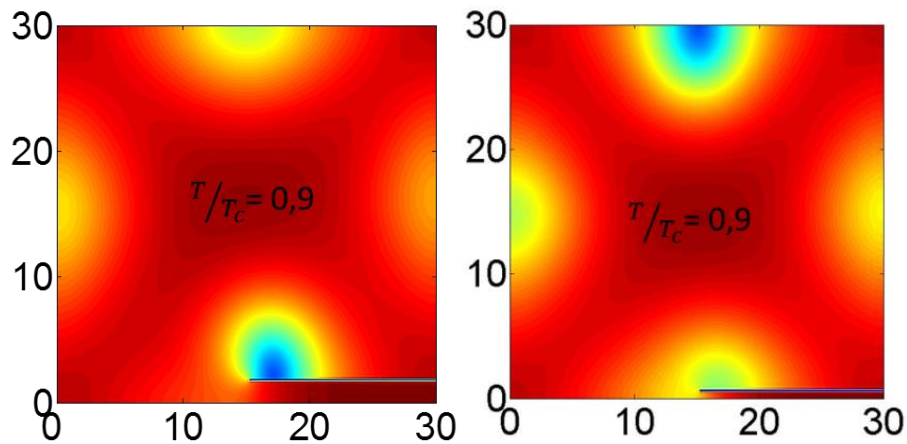
Ao aumentar o tamanho da amostra para $30\xi(0) \times 30\xi(0)$, que corresponde a um aumento superficial de nove vezes com relação à amostra base do nosso estudo, i.e., $10\xi(0) \times 10\xi(0)$, houve penetração de vórtice pela fenda mesmo em $\frac{T}{T_c} = 0,9$ mantendo-se a mesma razão da posição da fenda com relação à borda inferior da amostra, ou seja, $\frac{y}{L} = 0,0625$. Tal razão corresponde a uma distância de $1,875\xi(0)$ da borda inferior. A Figura 4.13 mostra uma comparação da F0,0625 com uma outra amostra de mesmo tamanho, contudo, com a fenda posicionada em $\frac{y}{L} = \frac{1}{48}$, ou seja, a uma distância de $0,625\xi(0)$ da borda inferior. Observamos, então, que na F0,0625 a nucleação ocorre pela fenda. Porém, na amostra com a fenda situada $\frac{y}{L} = \frac{1}{48}$ a penetração ocorreu por uma das superfícies da amostra.

No caso da F0,0625 a superfície ao redor da fenda aumentou, porém, a densidade de corrente de blindagem diminuiu, oferecendo menor resistência à penetração de vórtice se comparado com as demais regiões da amostra, como mostrado na Figura 4.14. Entretanto, ao

deslocarmos a fenda para $\frac{y}{L} = \frac{1}{48}$, a região abaixo desta ficou menor, ocasionando, então, um aumentando das correntes de blindagem. Dessa forma, a penetração de vórtice não ocorreu pela fenda, como também mostrado na Figura 4.14. Vale notar que esta configuração é a mesma da F0,0625, ou seja, o tamanho da amostra não é fator determinante para que a penetração ocorra pela fenda e, sim, a distância desta à borda da amostra.

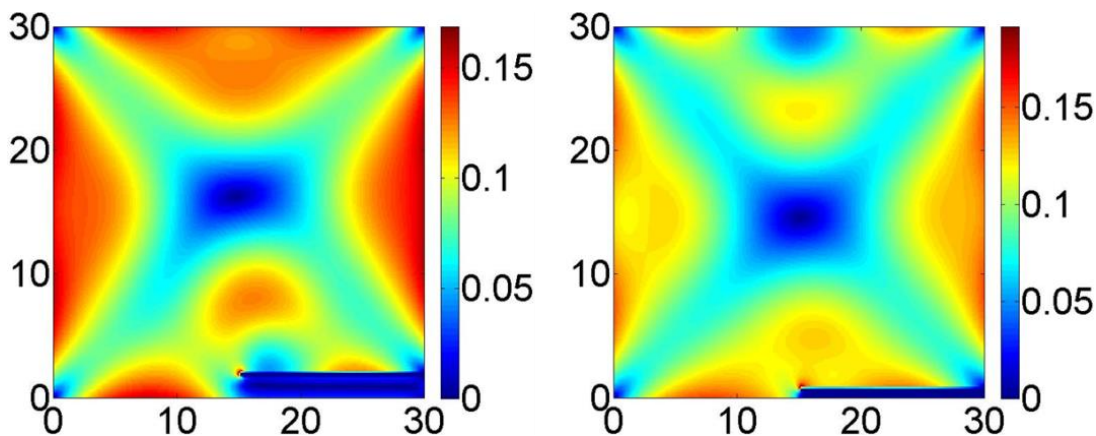
Com isso, o controle da penetração do vórtice pela fenda pode ser feito tanto pela mudança da disposição lateral da fenda quanto mantendo-a fixa em determinada razão do tamanho lateral da amostra, $\frac{y}{L}$, e, então aumentar o tamanho da amostra para um determinado valor de temperatura. Em ambos os casos estamos variando a superfície ao redor da fenda que é o fator determinante para a penetração ocorrer pela fenda, pois, assim, a densidade de corrente de blindagem ao redor da fenda também é afetada. Como ilustrado nas figuras da intensidade da densidade de corrente nas amostras, e com as análises feitas com foco na primeira penetração de vórtice podemos concluir que a densidade de corrente de blindagem é inversamente proporcional à superfície ao redor da fenda.

Figura 4.13- Nascente de vórtice na fenda para F0,0625 e $\frac{y}{L} = \frac{1}{48}$ de tamanho $30\xi(0) \times 30\xi(0)$.



Fonte: Próprio autor.

Figura 4.14- Densidade de correntes de blindagem fenda para $F0,0625$ e $\frac{y_f}{\xi(0)} = \frac{1}{48}$ de tamanho $30\xi(0) \times 30\xi(0)$.



Fonte: Próprio autor

Genericamente, o controle da penetração de vórtices por uma fenda pode ser feita variando o parâmetro termodinâmico de temperatura ou então a posição da fenda e /ou tamanho da amostra.

4.4.3 Perspectivas futuras

Neste trabalho mantivemos o comprimento da fenda inalterado chegando até o centro das amostras em todos os casos analisados. Uma proposta é fazer simulações para $\frac{T}{T_c} = 0,9$ e $L = 10\xi(0)$ com diversos tamanhos de comprimento da fenda, e analisar possíveis mudanças na dinâmica de penetração.

Podemos, ainda, variar o tamanho da amostra em x e manter y fixo e vice versa para ver a influência de ambos os casos na nucleação de vórtice pela fenda.

Pode-se também avaliar quantitativamente o tamanho mínimo em x e y para que haja penetração pela fenda para diversos tamanhos e espessura desta em $\frac{T}{T_c} = 0,9$.

Como o material supercondutor analisado é controlado pelo valor do parâmetro de Ginzburg-Landau (κ), há a possibilidade de se analisar a dinâmica de penetração para diversos valores de κ .

Pode-se ainda, fazer simulações com maior quantidade de defeitos e em outros lados da amostra e também usar uma quantidade maior de defeitos além de resolver as equações da TDGL em três dimensões.

5 Conclusões

Partindo da solução numérica das equações da TDGL para uma amostra homogênea fizemos a inserção de um defeito em forma de fenda modificando, assim, as condições de contorno de tais soluções. Fizemos simulações computacionais para amostras bidimensionais com o defeito descrito em cinco posições diferentes e comparamos com uma amostra homogênea. Tais análises foram efetuadas para diversos valores de temperatura. Assim, foram feitas análises dos campos críticos e das condições para as quais a primeira penetração de vórtice ocorre pela fenda.

Concluimos que a inserção de um defeito de dimensões nanométricas em forma de fenda em certas condições de temperatura, posição e tamanho de amostra, atua como um local preferencial para a penetração de vórtices. A presença desta em um supercondutor mesoscópico interfere nos valores de campo da primeira penetração, H_{c1} , e também no campo de destruição completa da supercondutividade remanescente nas bordas da amostra, ou seja, H_{c3} . Com relação aos valores de H_{c1} em $\frac{T}{T_c} = 0$, a fenda interfere de tal forma que a primeira penetração ocorre para campos menores se comparado com a PR. Contudo, conforme a fenda é aproximada de uma das bordas da amostra, o valor de H_{c1} se aproxima do valor da PR. Já com relação a H_{c3} , a presença da fenda aumenta o valor de tal campo pelo fato desta aumentar a superfície da amostra em uma de suas bordas e, conseqüentemente, tal região sofre mais os efeitos de confinamento devido a um aumento da densidade de corrente de blindagem. Especificamente, no caso das amostras F0,125 e F0,0625, notamos que nas regiões abaixo da fenda, a supercondutividade é conservada mesmo para altos campos e, além disso, a fenda induz a presença de um estado supercondutor superficial remanente em regiões adjacentes a ela.

Demonstramos ainda que a espessura da fenda dificulta a penetração do vórtice por ela. Contudo, controlando parâmetros como a temperatura, posição da fenda e o tamanho da amostra, é possível criar situações nas quais a fenda se torna um canal preferencial para penetração de vórtice. Esse controle da penetração de vórtices por defeitos no material é de grande importância para possíveis dispositivos baseados nesses entes. Assim, o presente estudo pode vir a contribuir para possíveis aplicações de materiais supercondutores mesoscópicos.

Referências

- 1 MEISSNER, W; OCHSENFELD, R. Ein neuer effekt bei eintritt der supraleitfähigkeit. **Naturwissenschaften**, Berlin, v. 21, n. 44, p. 787-788, 1933.
- 2 POOLE JUNIOR, C. P. et al. **Superconductivity**. 2. ed. Amsterdam: Elsevier, 2007. 670 p.
- 3 OSTERMANN, F.; PUREUR, P. **Supercondutividade**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2005. 78 p.
- 4 OLIVEIRA, I; VITOR, L. B. de J. **Introdução a física do estado sólido**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011. 507 p.
- 5 HEITZ, R. J; MILFORD, J; FREDERICK, C. W. R. **Fundamentos da teoria eletromagnética**. 9. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1982. 516 p.
- 6 GINZBURG, V. L. On the theory of superconductivity. **Nuovo Cimento**, Bologna, v. 2 ,n. 6, p. 1235-1250, 1950.
- 7 LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. **Statistical physics**. 3. ed. Oxford: Pergamon Press, 1980. part 1, 544 p.
- 8 Gor'kov, L. P. Microscopic derivation of the Ginzburg-Landau equations in the theory of superconductivity. **Sov. Phys. JETP**, New York, v. 9, n. 6, p.1364-1367, 1959.
- 9 SHAMENKO, A. A; MILOSEVIC, M.V; PEETERS, F. M; VAGOV, A.V Extended Ginzburg-Landau formalism for two-band superconductors. **Phys Rev. Lett.** New York, v. 106, n. p. 047005, 2011.
- 10 OLIVEIRA, M. J. de. **Termodinâmica**. São Paulo: Livraria da Física, 2005. 365 p.
- 11 GROPP, W. D.; KAPER, H. G.; LEAF, G. K.; LEVINE, D. M.; PALUMBO, M.; VINOKUR, V. M. Numerical simulation of vortex dynamics in type-II superconductors. **J. Comput.Phys.** Amsterdam, v. 123, n. 22, p. 254-266, 1996.
- 12 LEECH, J. W. **Mecânica analítica**. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Universidade de São Paulo,1971. 157 p.
- 13 THORNTON, S. T.; MARION, J. B. **Dinâmica clássica de partículas e sistemas**. 5. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011. 575 p.
- 14 COHEN-TANNOUDJI, C.; DIU, B.; LALOE, F. **Quantum mechanics**. 2. ed. Paris-France: John Wiley & Sons, 1977. v. 1, 898 p.
- 15 ARFKEN, G. B; WEBER, H. J. **Essential mathematical methods for physicists**. 5. ed. Amsterdam: Elsevier Academic, 2004.994 p.

- 16 ABRIKOSOV, A. A. On the magnetic properties of superconductors of the second group. **Sov. Phys. – JETP**, New York, v. 5, n. 6, p. 1174-1182, 1957.
- 17 BRANT, E. H. Vortex-vortex interaction in thin superconducting films. **Phys. Rev. B**, New York, v. 79, n.13, p. 134526, 2009.
- 18 MILOŠEVIC, M.V.; GEURTS, R. The Ginzburg–Landau theory in application. **Physica C**, Amsterdam, v. 470, n. 19, p.791-795 2010.
- 19 SARDELLA, E. Coexistence of different types of vortex lines in anisotropic superconductors. **Physica C**, Amsterdam, v. 275, n. 3-4, p. 231-237, 1997.
- 20 GOTO, H.; KONO, K. Observation of vortex expulsion in mesoscopic superconducting disks. **Physica E**, Amsterdam, v. 40, n. 2, p.339- 342, 2007.
- 21 ZADOROSNY, R.; SARDELLA, E; MALVEZZI, A.L.; LISBOA-FILHO, P.N.; ORTIZ, W. A. Crossover between macroscopic and mesoscopic regimes of vortex interactions in type-II superconductors. **Phys.Rev.B**, New York, v. 85, n. 21, p. 214511, 2012.
- 22 ZADOROSNY, R.; SARDELLA, E .; MALVEZZI, A. L.; LISBOA FILHO, P. N.; ORTIZ, W. A. Change of the vortex lattice symmetry in the vicinity of the macro-to-mesoscopic threshold. **Physica C**, Amsterdam, v. 479, p.154 -156, 2012.
- 23 SARDELLA, E; MALVEZZI, A. L.; LISBOA FILHO, P. N; ORTIZ, W. A. Temperature-dependent vortex motion in a square mesoscopic superconducting cylinder: Ginzburg-Landau calculations. **Phys.Rev.B**, New York, v. 74, n. 14, p. 014512, 2006.
- 24 KANDA, A.; BAELUS, B. J.; PEETERS, F. M; KADOWAKI, K.; OOTUKA, Y. Experimental evidence for giant vortex states in a mesoscopic superconducting disk. **Phys.Rev.Lett**, New York, v. 93, n. 25, p. 257002, 2004.
- 25 CREN, T.; SERRIER-GARCIA, L.; DEBONDRITTER, F.; RODITCHEV, D. Vortex fusion and giant vortex states in confined superconducting condensates. **Phys.Rev.Lett**, New York, v. 107, n. 9, p. 097202, 2011.
- 26 GEIM, A. K.; DUBONOS, S.V.; GRIGORIEVA, I. V.; NOVOSELOV, K. S.; F.M. PEETERS, F. M.; SCHWEIGERT, V. A. Non-quantized penetration of magnetic field in the vortex state of superconductors . **Nature**, London, v. 407, n. 6800, p. 55-57, 2000.
- 27 CHIBOTARU, L. F.; CEULEMANS, A.; BRUYNDONCK, V.; MOSCHALKOV, V. V. Symmetry-induced formation of antivortices in mesoscopic superconductors. **Nature**, London, v. 408, n. 6814, p.833-835, 2000.
- 28 BARBA-ORTEGA, J. SARDELLA, E. AGUIAR, J. A. Vortex–Antivortex Dynamics in a Mesoscopic Superconducting Prism with a Centered Antidot. **J SupercondNovMag**, New York, n. 1-2, v. 24, p. 97-100, 2011.

- 29 SCHWEIGERT, V. A.; PEETERS, F. M. Influence of the confinement geometry on surface superconductivity. **Phys. Rev. B**, New York, v. 60, n. 5, p. 3084–3087, 1999.
- 30 LISBOA FILHO, P. N.; MALVEZZI, A. L.; SARDELLA, E. Minimum size for the occurrence of vortex matter in a square mesoscopic superconductor. **Physica B**, Amsterdam, v. 403, n. 5-9, p.1494-1496, 2008.
- 31 VIDEIRA PASCOALITA, M. C.; SARDELLA, E.; LISBOA FILHO, P. N. Vortex dynamics in mesoscopic superconducting square of variable surface. **Physica C**, Amsterdam, v. 470, n. 3, p. 206-211, 2010.
- 32 PALACIOS, J.J. Vortex lattices in strong type-II superconducting two-dimensional strips. **Phys. Rev. B**, New York, v. 57, n. 10, p. 10873, 1998.
- 33 GRIGORIEVA, I.V.; ESCOFFIER, W.; RICHARDSON, J.; VINNIKOV, L. Y.; DUBONOS, S.; OBOZNOV, V. Direct observation of vortex shells and magic numbers in mesoscopic superconducting disks. **Phys. Rev. Lett**, New York, v. 96, n. 7 p. 077005, 2006.
- 34 GRIGORIEVA, I. V.; ESCOFFIER, W.; MISKO, V. R.; BAEUS, B. J.; PEETERS, F. M.; VINNIKOV, L.Y.; DUBONOS, S. V. Pinning-induced formation of vortex clusters and giant vortices in mesoscopic superconducting disks. **Phys. Rev. Lett**, New York, v. 99, n. 14, p. 147003, 2007.
- 35 GEURTS, R.; MILOSEVIC, M. V.; PEETERS, F. M. Vortex matter in mesoscopic two-gap superconducting disks: Influence of Josephson and magnetic coupling. **Phys. Rev. B**, New York, v. 81, n. 21, p. 214514, 2010.
- 36 LIN, N. S.; MISKO, V. R.; PEETERS, F. M. Dynamics of multi shell vortex structures in mesoscopic superconducting corbino disks. **Phys. Rev. B**, New York, v. 81, n. 13, p. 134504, 2010.
- 37 CONNOLLY, M. R.; MILOSEVIC, M. V.; BENDING, S. J.; CLEM, J. R.; TAMEGAI, T. Continuum vs. discrete flux behaviour in large mesoscopic $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ disks. **Euro. Phys. Lett**, Paris, v. 85, n. 1, p. 17008, 2009.
- 38 SCHWEIGERT, V. A.; PEETERS, F. M.; SINGHADEO, P. Vortex phase diagram for mesoscopic superconducting disks. **Phys. Rev. Lett**, New York, v. 81, n. 13, p. 2783–2786, 1998.
- 39 SARDELLA, E; LISBOA FILHO, P. N.; MALVEZZI, A. L. Vortices in a mesoscopic superconducting circular sector. **Phys. Rev. B**, New York, v. 77, n. 10, p. 104508, 2008.
- 40 BARBA-ORTEGA, J.; SARDELLA, E.; AGUIAR, J. A.; BRANT, E. H. Vortex state in a mesoscopic flat disk with rough surface. **Physica C**, Amsterdam, v. 479, n. 1, p. 49-52, 2012.
- 41 BARBA-ORTEGA, J.; SARDELLA, E.; AGUIAR, J. A. Superconducting state in a mesoscopic segment ring. **Physica C**, Amsterdam, v. 480, n. 1, p. 118-122, 2012.

- 42 SCHWEIGERT, V. A.; PEETERS, F. M. Phase transitions in thin mesoscopic superconducting disks. **Phys.Rev.B**, New York, v. 57, n. 21 p. 13817-13832, 1998.
- 43 PALACIOS, J. J. Vortex matter in superconducting mesoscopic disks: Structure, magnetization, and phase transitions. **Phys.Rev.B**, New York, v. 58, n. 10, p. R5948-R5951, 1998.
- 44 BARBA-ORTEGA, J.; SARDELLA, E.; AGUIAR, J. A. Superconducting boundary conditions for mesoscopic circular samples. **Supercon.Sci.Technol**, Bristol, v. 24, n. 1 p. 015001, 2011.
- 45 BARBA-ORTEGA, J.; SARDELLA, E.; AGUIAR, J. A. Temperature-dependent vortex matter in a superconducting mesoscopic circular sector. **Physica C**, Amsterdam, v. 470, n. 21, p. 1964-1967, 2010.
- 46 BAELUS, B. J.; KANDA, A.; PEETERS, F. M.; OOTUKA, Y.; KADOWAKI, K. Vortex-state-dependent phase boundary in mesoscopic superconducting disks. **Phys.Rev.B**, New York, v. 71, n. 14, p. 140502, 2005.
- 47 MKRTCHYAN, G. S.; SCHMIDT, V. V. Interaction between a cavity and a vortex in a superconductor of the second kind. **Soviet Physics JETP**, New York, v. 34, n. 1, p. 195-197, 1972.
- 48 DORIA, M. M.; ANDRADE, S. C. B. de; SARDELLA, E. Maximum Number of Flux Lines inside Columnar Defects. **Physica C**, Amsterdam, v. 341-348, n. 2, p. 1199-1200, 2000.
- 49 SARDELLA, E.; FREIRE, R. A.; LISBOA-FILHO, P. N. Vortices in superconductors with a columnar defect: Finite size effects. **Physica C**, Amsterdam, v. 421, n. 1-4, p. 41-48, 2005.
- 50 BAELUS, B. J.; PEETERS, F. M.; SCHWEIGERT, V. A. Vortex states in superconducting rings. **Phys. Rev. B**, New York, v. 61, n. 15, p. 9734-9747, 2000.
- 51 BEN XU; MILOSEVIC, M. V.; PEETERS, F. M. Second-order multiple-quanta flux entry into a perforated spherical mesoscopic superconductor. **Phys.Rev.B**, New York, v. 82, n. 21, p. 214501, 2010.
- 52 ASAI, H.; YAMAMOTO, T.; WATANABE, S. Switching behavior of superconducting current injected from quasi-one-dimensional leads into mesoscopic samples. **Physica C**, Amsterdam, v. 470, n. 19, p. 949-952, 2010.
- 53 PUREUR NETO, PAULO. **Supercondutividade e materiais supercondutores**. Porto Alegre: UFRGS, 2004. 193 p.
- 54 NAGAMATSU, J.; NAKAGAWA, N.; MURANAKA, T.; ZENITANI, Y.; AKIMITSU, J. Superconductivity at 39 K in magnesium diboride. **Nature**, London, v. 410, n. 6824, p. 63-64, 2001.

- 55 GOLUBOVIC, D. S.; MILOSEVIC, M. V.; PEETERS, F. M.; MOSHCHALKOV, V. V. Magnetically induced splitting of a giant vortex state in a mesoscopic superconducting disk. **Phys.Rev.B**, New York, v. 71, n. 18 p. 180502, 2005.
- 56 ALEXANDER, D.; HERNÁNDEZ, D. D. Dissipation spots generated by vortex nucleation points in mesoscopic superconductors driven by microwave magnetic fields. **Phys.Rev. B**, New York, v. 77, n. 22, p. 224505, 2008.
- 57 SCHIMID, A. A Time Dependent Ginzburg-Landau Equation and its Application to the Problem of Resistivity in the Mixed State. **Phys.Kondens.Materie**, Berlin, v. 5, n. 4, p. 302-317, 1966.