



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Câmpus de São José do Rio Preto

Ismael da Silva Pena

**Arquitetura de Controle para Gestão de Recursos na
Agricultura de Precisão**

Tese de Doutorado

São José do Rio Preto
2019

Ismael da Silva Pena

**Arquitetura de Controle para Gestão de Recursos na
Agricultura de Precisão**

Tese apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de São José do Rio Preto.

Financiadora: FAPESP - Proc. 2013/25135-6

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Nunes Silva

Coorientador: Prof. Dr. Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira

São José do Rio Preto

2019

P397a Pena, Ismael da Silva
Arquitetura de controle para gestão de recursos na agricultura de precisão /
Ismael da Silva Pena. -- São José do Rio Preto, 2019
91 f. : il., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de
Bióciências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto
Orientador: Geraldo Nunes Silva
Coorientador: Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira

1. Matemática Aplicada. 2. Teoria do controle. 3. Controle preditivo. 4.
Agricultura de precisão. 5. Qualidade ambiental. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Biociências
Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

Ismael da Silva Pena

Arquitetura de Controle para Gestão de Recursos na Agricultura de Precisão

Tese apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de São José do Rio Preto.

Financiadora: FAPESP - Proc. 2013/25135-6

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira
FEUP - Porto
Coorientador

Prof. Dr. Luis Antônio Fernandes de Oliveira
UNESP - Ilha Solteira

Prof. Dr. Valeriano Antunes de Oliveira
UNESP - São José do Rio Preto

Prof. Dr. Moisés Rodrigues Cirilo do Monte
UFU - Ituitaba

Prof. Dr. José Renato Campos
IFSP - Votuporanga

São José do Rio Preto
22 de Fevereiro de 2019

À minha esposa Tássia e minha filha Valentina,

Dedico

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Geraldo Nunes Silva, pela oportunidade concedida e pela confiança depositada ao longo dos vários anos de convivência em que generosamente compartilhou sua experiência e conhecimento. Sou grato pela paciência nos momentos difíceis e pelo incentivo nos momentos de dúvida.

Manifesto meu sincero agradecimento ao Prof. Fernando Lobo Pereira, pelas muitas e relevantes contribuições para a realização deste trabalho, pela constante motivação e por ter gentilmente me recebido em Portugal.

Agradeço ao programa de Pós-Graduação em Matemática, em especial aos professores, pelos ensinamentos e pela agradável convivência. Aproveito também para agradecer aos meus professores de graduação da UNESP de Ilha Solteira por tornar possível trilhar esse caminho. Posso afirmar que após minha iniciação na docência meu respeito e admiração só aumentaram.

Agradeço aos meus pais Clarismindo e Benedita, meu irmão Luciano e minha irmã Priscila pela paciência, compreensão e pelo apoio incondicional nesta e em todas as demais etapas da minha vida. Agradeço também aos familiares de Carneirinho, em especial à minha sogra Maria Lúcia, pelo constante apoio e incentivo.

Minha eterna gratidão à minha esposa e companheira Tássia Tártaro, minha maior incentivadora, por todo amor e carinho que sempre manifestou, por batalhar ao meu lado e por ser tão compreensiva mesmo nos momentos em que estive sobrecarregada. Agradeço por ter concedido a maior graça em minha vida, minha filha Valentina, que me motiva mesmo antes de nascer e que agora me conforta quando nos momentos de ausência diz “papai foi *trabaiá* mamãe”.

Agradeço aos colegas de pós-graduação, em especial aos da “salinha” do Departamento de Matemática Aplicada, pela agradável convivência, incentivo e por compartilhar tantas vivências, desde as disciplinas até a finalização da tese. Agradeço também aos colegas de trabalho do IFSP de Birigui pela compreensão e motivação.

Finalmente, agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, pelo apoio financeiro através da bolsa concedida sob o Processo nº 2013/25135-6, que viabilizou a realização deste trabalho, assim como o fez em minha graduação.

“Mas é do buscar e não achar que nasce o que eu não conhecia [...].”

Lispector (1986, p. 172)

Resumo

Esta tese consiste na investigação de um paradigma de controle para a gestão coordenada de recursos na agricultura em um contexto em que diversas unidades de produção, que buscam o máximo retorno econômico em cada ciclo de produção, são articuladas de forma a garantir a sustentabilidade ambiental e econômico-social de longo prazo. Para isso, utiliza-se um esquema de controle com dois níveis, em que no nível inferior são resolvidos problemas de controle ótimo com restrições para cada uma das unidades de produção e, no nível superior utiliza-se um novo paradigma de Controle Preditivo para promover a coordenação global no sentido de assegurar a sustentabilidade ambiental no longo prazo. A novidade deste esquema de Controle Preditivo com relação aos convencionais consiste no fato de que o modelo do sistema dinâmico associado não está definido a priori, mas surge das decisões de gestão e controle de cada uma das unidades de produção. Além do estudo de algumas propriedades importantes, demonstra-se a existência de solução global que resulta da convergência do esquema global, assim como a estabilidade assintótica do mesmo.

Palavras-chave: Controle ótimo. Controle preditivo. Arquitetura de controle. Estabilidade assintótica. Agricultura de precisão.

Abstract

This Thesis consists of investigating a control paradigm for coordinated management of agricultural resources in a context where a number of production units, which seek the maximum economic return in each production cycle, are articulated to guarantee environmental, social and economic development. For this, a two-level control scheme is proposed, where at the lower level, optimal control problems with constraints are solved for each of the production units, and on the upper level, a new Model Predictive Control (MPC) paradigm is used to promote global coordination to ensure long-term environmental sustainability. The novelty of this MPC scheme over conventional ones is that the associated dynamic system model is not defined a priori, but arises from the management and control decisions made by each of the production units. Besides the study of some important properties for this problem formulation, it is demonstrated the existence of a global solution that results from the convergence of the global scheme, as well as of its asymptotic stability.

Keywords: Optimal control. Model predictive control. Control architecture. Asymptotic stability. Precision agriculture.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Trajetórias dos estados na ausência de aplicação de controles.	60
Figura 2 – Trajetórias dos estados na ausência de aplicação de controles.	60
Figura 3 – Trajetória da variável produção primária para o Ciclo 1 da Situação 2.	62
Figura 4 – Trajetórias das variáveis cultura secundária, plantas daninhas e distância do solo para o Ciclo 1 da Situação 2.	62
Figura 5 – Trajetórias dos controles acumulados para o Ciclo 1 da Situação 2.	63
Figura 6 – Trajetórias dos controles para o Ciclo 1 da Situação 2	63
Figura 7 – Função de comutação para o Ciclo 1 da Situação 2	63
Figura 8 – Trajetória da variável produção primária para o Ciclo 2 da Situação 3.	66
Figura 9 – Trajetórias das variáveis cultura secundária, plantas daninhas e distância do solo para o Ciclo 2 da Situação 3.	66
Figura 10 – Trajetórias dos controles para o Ciclo 2 da Situação 3.	67
Figura 11 – Trajetórias dos controles acumulados para o Ciclo 2 da Situação 3.	67

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros econômicos utilizados nas simulações	57
Tabela 2 – Restrições para os valores instantâneos dos controles e restrição de plantio.	58
Tabela 3 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações sem aplicação dos controles. Os resultados mostram que na ausência de controles há perda de produtividade e piora na qualidade do solo.	59
Tabela 4 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas fixas: ciclos 1 a 3. Estes resultados mostram a necessidade de coordenação.	61
Tabela 5 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas fixas: ciclos 4 a 6. Estes resultados mostram a necessidade de coordenação.	61
Tabela 6 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas variáveis: ciclos 1 a 3.	64
Tabela 7 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas variáveis: ciclos 4 a 6.	65
Tabela 8 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas variáveis: ciclos 7 a 9.	65

Lista de abreviaturas e siglas

BMS	Biomassa Microbiana do Solo
ICLOCS	Imperial College London Optimal Control Software
IPOPT	Interior Point OPTimizer
MOS	Matéria Orgânica do Solo
MPC	Model Predictive Control
MPL	Mathematical Programming Language
PMP	Princípio do Máximo de Pontryagin
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
q.t.p.	quase todo ponto
SPD	Sistema de Plantio Direto

Lista de símbolos

$AC([0, 1]; \mathbb{R}^n)$	classe das funções vetoriais n -dimensionais absolutamente contínuas em $[0, 1]$
\mathcal{L} - q.t.p.	uma propriedade diz-se satisfeita \mathcal{L} - q.t.p. em um conjunto A , quando esta propriedade é válida para todos os pontos de A , com exceção a apenas um subconjunto de A , cuja medida de Lebesgue seja nula
$\ \cdot \ $	norma euclidiana
$\partial^L F$	jacobiana generalizada no sentido do limite
$\partial^C F$	jacobiana generalizada no sentido de Clarke
$N_C(a)$	cone normal limite ao conjunto C no ponto a
$\chi_A(\cdot)$	função indicadora do conjunto A
$diam(S)$	diâmetro do conjunto S
$col(x_1, \dots, x_n)$	vetor coluna formado pelo vetores x_1, \dots, x_n
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	produto interno no \mathbb{R}^n
$lin(x_1, \dots, x_n)$	vetor linha formado pelo vetores x_1, \dots, x_n

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivos	15
1.2	Motivação e Contextualização	16
1.3	Abordagem e Métodos	19
1.4	Contribuições	20
1.5	Organização	21
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	Arquiteturas de Decisão e Controle	23
2.2	Aplicações no Contexto de Controle Ótimo	25
2.3	Controle Não Linear	27
2.4	Conclusões Gerais da Revisão da Literatura	28
3	CONSIDERAÇÕES SOBRE A ARQUITETURA DE CON- TROLE	29
3.1	Arquitetura de Controle	29
3.2	Considerações Sobre a Arquitetura de Controle	30
4	RESULTADOS PRELIMINARES	32
4.1	Controle Ótimo	32
4.1.1	Formulação do Problema	32
4.1.2	Princípio do Máximo de Pontryagin	34
4.2	Controle Preditivo	36
4.2.1	Descrição de um Esquema MPC Representativo	37
4.2.2	Propriedades dos Esquemas MPC	38
5	MODELAGEM DA UNIDADE DE PRODUÇÃO	41
5.1	Dinâmica e Restrições da Unidade de Produção	42
5.2	Restrições na Variável de Estado	46
6	ARQUITETURA DE CONTROLE	48
6.1	Gestão Ótima da Unidade de Produção	48
6.1.1	Formulação do Problema de Controle Ótimo	48
6.1.2	Aplicação do Princípio do Máximo de Pontryagin	50
6.2	Simulações para o Problema da Unidade de Produção	52

6.2.1	Desafios Científico-Tecnológicos na Agricultura e Sistemas de Produção Sustentáveis	52
6.2.2	Simulações	56
6.3	O Problema de Controle Ótimo de Coordenação	67
6.4	O Esquema de Controle Preditivo do Modelo de Coordenação	71
7	CONVERGÊNCIA E ESTABILIDADE	77
7.1	Resultados Preliminares	77
7.2	Estabilidade Assintótica	80
8	CONCLUSÕES	84
	REFERÊNCIAS	86

1 Introdução

1.1 Objetivos

Os objetivos gerais desta tese de doutorado consistem em demonstrar a pertinência de resultados, métodos e algoritmos baseados em Otimização Dinâmica, mais precisamente de Controle Ótimo, na gestão de recursos na agricultura num contexto de definição de estratégias visando assegurar tanto a sustentabilidade ambiental quanto a econômico-social de longo prazo.

Em particular, são focados os desafios inerentes aos seguintes aspectos:

- a) Gestão do conflito entre a necessidade de garantir a competitividade econômica de curto prazo e a de assegurar a sustentabilidade ambiental de longo prazo;
- b) Arbitragem da estratégia de longo prazo para sustentabilidade ambiental e sócio-econômica e as estratégias de decisão e de controle de múltiplos agentes de produção com objetivos de curto prazo e eventualmente conflituosos, condicionados pela realidade geofísica ditada pela geografia, clima e ecossistemas, além de outras restrições induzidas pelas atividades de natureza antropogênica;
- c) Investigação de resultados de Otimização Dinâmica, mais especificamente de convergência e de estabilidade para o controle global do sistema, bem como o desenvolvimento de métodos necessários para atender aos desafios formais específicos inerentes aos problemas acima.

Somando-se a esses, interessa também demonstrar o potencial de uma nova arquitetura de decisão e controle que viabiliza a arbitragem de objetivos diferentes, usualmente fortemente conflitantes em diferentes horizontes temporais.

No decorrer da tese, será efetuada uma discussão para mostrar que mesmo considerando um contexto matemático e computacional focado apenas em um exemplo de pequena dimensão e envolvendo simplificações fortes que o afastam da realidade, a arquitetura de controle proposta e os métodos de síntese de estratégias para gestão de recursos - fatores de produção - são relevantes e deverão ser continuados com recursos para pesquisa e desenvolvimento compatíveis com a relevância social, ambiental e econômica da agricultura. As simplificações aqui consideradas são incontornáveis, no sentido de que, além de serem reduzidos os meios para o programa proposto diante da complexidade do problema geral, a enorme complexidade dos problemas reais poderia obscurecer a relevância dos resultados obtidos e o seu impacto no processo de decisão.

1.2 Motivação e Contextualização

A relevância de otimizar recursos na agricultura é inegável. De fato, a necessidade de alimentar uma população crescente na terra, mantendo um equilíbrio sustentável com o meio ambiente é um dos desafios mais críticos que a humanidade está enfrentando (FARZIN, 2009; MARIAM; GALATY; COFFIN, 2006). Sendo um fato que esta questão geral diz respeito ao problema dos recursos de produção de alimentos e da gestão global dos recursos da terra, transcendendo assim o contexto estrito da agricultura Djezou2009, Farzin2009, Huhtala2011, Mariam2006, Williams2008, é absolutamente claro que a escassez de recursos e os múltiplos impactos, principalmente adversos, no ambiente exigem práticas avançadas de gestão, nas quais a otimização deve ser cada vez mais abrangente e efetiva (GALVAN; PACHECO, 2012; ZILBERMAN, 1982).

Nesse sentido, é grande a motivação da comunidade de pesquisadores que adotam os enormes desafios que surgem na gama extremamente ampla de problemas de pesquisa e gestão inerentes à esse contexto, como atesta uma vasta literatura técnica. Em Pereira et al. (2013) os autores, que incluem os orientadores dessa tese, analisam grande parte dessa literatura e apontam para a importância de uma estrutura global para gestão de recursos na agricultura, a qual o presente trabalho trata de forma mais específica.

Como apontado em Pereira et al. (2013) esses desafios abrangem todo o espectro de questões relevantes: da formulação do problema de otimização - abrangendo a especificação do escopo das interações a serem consideradas, a modelagem da dinâmica do sistema, as restrições dos problemas e critérios de desempenho e o horizonte de tempo de otimização - às abordagens para resolvê-lo, que podem se basear em resultados de otimização e teoria de controle, em especial a caracterização de soluções para sua aproximação, análise de sensibilidade e robustez da solução, bem como as questões numéricas que surgem nos procedimentos computacionais, além da estrutura para integrar a saída gerada em sistemas de apoio à tomada de decisão e controle apropriados. Todos esses aspectos desempenham um papel importante na garantia de que essa estrutura elaborada produza resultados que atendam às expectativas dos usuários finais naturais.

A fim de exemplificar a heterogeneidade das questões, consideremos o contexto particular do problema de manejo de plantas daninhas, (RAFIKOV; BALTHAZAR, 2005; RAFIKOV; LORDELO; RAFIKOVA, 2012; STIEGELMEIER, 2012). Essas referências, entre muitas outras, apontam para as claras vantagens de se usar o controle ótimo. No entanto, fica claro também que a real utilidade de uma ferramenta prática para apoiar a implantação de estratégias de sucesso depende de desenvolvimentos interdisciplinares significativos. Entre esses, destaca-se a modelagem detalhada de fatores intervenientes endógenos e exógenos.

No que diz respeito à primeira classe de fatores, podemos ressaltar as seguintes

questões:

- Consideração detalhada das fases do ciclo de reprodução de culturas e plantas daninhas;
- Função de resposta biológica para diferentes agroquímicos. Mais especificamente, a interação entre os efeitos tanto na eficácia da eliminação de plantas daninhas, quanto na evolução do surgimento de plantas daninhas resistentes;
- Sensibilidade da solução em relação a parâmetros e incertezas de modelagem.

Já com relação à segunda classe, não foi totalmente considerado o impacto na solução obtida com a abordagem de certos fatores, embora possam levar à melhorias na aplicação da abordagem projetada para o problema de controle ótimo de plantas daninhas. Dentre eles destacamos:

- Heterogeneidade espacial, tais como: exposição solar e eólica, morfologia do terreno, composição do solo, distribuição de água subterrânea, etc.;
- Variabilidade meteorológica;
- Interações entre ecossistemas - múltiplas espécies competidoras de plantas daninhas, efeito de múltiplas pragas - que não são apenas inevitáveis, mas podem levar à consideração de estratégias alternativas de controle biológico, possivelmente associadas à aplicação de herbicidas;
- Incorporação de efeitos ambientais - solo, água subterrânea, ar, emissão/sequestro de carbono - que faz sentido considerar em horizontes de tempo muito diferentes;
- Efeitos de fronteira entre produções agrícolas vizinhas.

Fica claro também que ambos os conjuntos de questões exigem não apenas um programa de pesquisa interdisciplinar muito mais elaborado, mas também um esforço colaborativo mais forte com os interessados.

Essas preocupações, juntamente com uma compilação extraída da revisão do estado da arte atual, levaram à especificação de uma série de requisitos a serem atendidos por uma estrutura abrangente, baseada em otimização dinâmica, para apoiar o controle e tomada de decisão.

1. As estratégias de controle ótimo tanto para o horizonte de tempo curto quanto para o longo (ou mesmo infinito) devem ser articulados, apesar das diferentes metas e medidas de desempenho neles consideradas, que poderão ser até mesmo conflitantes. Nesse contexto, a abordagem deve levar a estratégias de tomada de decisão e controle

que sejam ótimas ou tendam à otimalidade no que diz respeito tanto aos retornos de curto prazo quanto ao reinvestimento de parte desses retornos para garantir sustentabilidade que pode, por exemplo, envolver a recuperação ambiental;

2. Escalabilidade no tempo e no espaço. A escalabilidade é necessária não apenas para lidar com a complexidade, mas também com a heterogeneidade de questões a serem tratadas devido às dinâmicas de processo muito diversas a serem consideradas, metas a serem atingidas e critérios de desempenho a serem otimizados que surgem quando as escalas de tempo e espaço mudam. A modularidade é uma característica importante que permite que este requisito seja satisfeito, como destacam, por exemplo, Krawczyk e Serea (2007), Qi (2010), Tomiyama (1985), onde foi necessário empregar uma estrutura de múltiplos estágios para coordenar os vários módulos, a fim de garantir estratégias locais que contribuíssem para objetivos comuns;
3. Descentralização coordenada do sistema de decisão e controle. Esse requisito advém da necessidade de considerar questões específicas locais em uma determinada escala de tempo, com questões desafiadoras compartilhadas que surgem em uma escala de tempo possivelmente diferente. Deve permitir organizar o sistema em um conjunto discreto de nós “independentes”, cada um agindo com informações parciais, mas também de tal forma - induzidos por certos indicadores de coordenação - que geram automaticamente consenso em uma escala maior. Pragas e plantas daninhas, interações no nível do ecossistema, efeitos cruzados de agroquímicos, tanto no ambiente, culturas, plantas daninhas, pragas (com particular interesse para fenômenos de resistência), dinâmica do solo, são, entre outros, fenômenos importantes que se propagam espacialmente e temporalmente, que exigem ações coordenadas de gestão e controle em escalas apropriadas;
4. Adaptabilidade para considerar as tendências das alterações climáticas, outras alterações ambientais, tendências econômicas e sociais, bem como os futuros desenvolvimentos tecnológicos. A necessidade deste requisito é bem explicada em Risbey et al. (1999). Na verdade, as decisões geralmente são tomadas considerando previsões envolvendo dados do passado. Ao considerar modelos que incorporam as percepções mais atualizadas fornecidas pelas múltiplas ciências e tecnologias pertinentes para a coleta e atuação de dados, a otimização aplicada aos processos para apoiar a tomada de decisão e controle produzirá resultados melhor ajustados às expectativas;
5. Robustez da solução em relação às incertezas e perturbações de modelagem. A coleta de dados, as limitações sensoriais e computacionais, bem como o grande número de fatores, alguns dos quais inesperados, que intervêm no interesse dos processos originados pelo homem e pela natureza, implicam a necessidade de modelar incertezas e perturbações. Esse requisito é atendido pelo design de sistemas de

controle apropriados, que pode incluir vários ciclos de controle feedback, bem como escolhas apropriadas de metas e critérios de desempenho.

Esses requisitos estão descritos aqui em termos gerais e relativamente abstratos. Obviamente, eles precisam ser mais detalhados no contexto específico em que uma ferramenta de suporte de controle e gestão baseada em controle ótimo seja projetada. Essa tarefa fará parte da atividade de design da ferramenta em questão.

Resta ainda observar que o contexto em que os requisitos anteriores são considerados e, conseqüentemente, a estrutura de suporte ao controle e tomada de decisão proposta, figura entre os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) do plano de ação que configura a Agenda 2030 proposto pela Organização das Nações Unidas (ONU) em 2015, mais especificamente, o ODS 2 - Fome Zero e Agricultura Sustentável - descrito como

“Objetivo 2. Acabar com a fome, alcançar a segurança alimentar e melhoria da nutrição e promover a agricultura sustentável [...] 2.4 Até 2030, garantir sistemas sustentáveis de produção de alimentos e implementar práticas agrícolas robustas, que aumentem a produtividade e a produção, que ajudem a manter os ecossistemas, que fortaleçam a capacidade de adaptação às mudanças do clima, às condições meteorológicas extremas, secas, inundações e outros desastres, e que melhorem progressivamente a qualidade da terra e do solo”(NAÇÕES UNIDAS, 2015, p. 20).

1.3 Abordagem e Métodos

A abordagem para o cumprimento dos objetivos propostos envolve os seguintes elementos:

- Especificação de um contexto simples para a demonstração da arquitetura do controle e dos métodos de síntese. Nesse sentido, são várias as simplificações consideradas:
 - * Modelagem - variáveis selecionadas e relações entre elas;
 - * Critérios de desempenho do sistema tanto a nível local quanto global;
 - * Omissão das interações entre as unidades de produção, bem como do sistema global considerado com os seus sistemas envolvidos.
- Disponibilidade de toda a informação necessária para apoiar as tomadas de decisão, não sendo efetuadas considerações sobre cenários de observação parcial nem de contextos de caráter preditivo;
- Adoção de hipóteses simples sobre os fatores humanos no processo decisório relativo à gestão das unidades de produção;
- Seleção de ferramentas de controle ótimo, mais especificamente do Princípio do Máximo de Pontryagin (PMP), para a definição de estratégias de controle ótimas para cada uma das unidades de produção;

- Processo decisório do regulador encarregado de garantir a sustentabilidade do sistema como um todo através de um quadro formal de Controle Preditivo.

Naturalmente, essa abordagem condiciona também os métodos a serem adotados para atingir os objetivos propostos. Assim, considerando as limitações do suporte das áreas biológicas e agrônômicas, desde que foram consideradas baseando-se em um contexto hipotético inspirado na literatura, a validação dos métodos adotados foi efetuada apenas por inspeção da evolução dos sistemas, tendo como referência as evoluções descritas na literatura e a garantia de inexistência de contradições.

Finalmente, no que diz respeito às diversas ferramentas matemáticas utilizadas (Análises Funcional, Real, Não Suave e Não Linear), os métodos considerados tratam da verificação das condições de existência de solução, da aplicabilidade dos resultados de Controle Ótimo e da análise comportamental do Controle Preditivo, que essencialmente consiste em assegurar a Convergência e a Estabilidade.

1.4 Contribuições

As contribuições desta tese estão relacionadas com os objetivos propostos, no sentido da contextualização de quadros formais de Matemática Aplicada no quadro extremamente importante de produção de alimentos, através de uma agricultura subordinada à uma estratégia de gestão dos fatores de produção que assegura as interdependentes sustentabilidades ambiental, social e econômica, alinhada com os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável.

Mais precisamente, as contribuições consistem em:

- a) Definição de uma Arquitetura Hierárquica para um sistema inerentemente distribuído cuja forma de implementação poderá ser centralizada ou descentralizada, sendo que, neste último caso, as condições para as estratégias dos diversos decisores devem surgir de um processo de geração de consensos. Esta arquitetura permite não só assegurar a sustentabilidade de cada unidade de produção em cada horizonte de produção, como também arbitrar os objetivos de curto prazo de cada uma delas, incluindo assegurar a respectiva competitividade econômica com o objetivo de assegurar a sustentabilidade ambiental de longo prazo;
- b) Síntese das estratégias de gestão de cada uma das unidades de produção utilizando o Princípio do Máximo de Pontryagin de modo a obter uma formulação em que estas apareçam como função explícita das cotas dos fatores de produção, a serem definidas pela entidade reguladora que coordena o sistema global;

- c) Formulação do sistema de coordenação em um contexto de Controle Preditivo de modo que, mediante a adoção de hipóteses razoáveis, se garanta formalmente as importantes propriedades de convergência e de estabilidade do sistema global para o caso em que o decisor humano se comporta de forma racional, ou seja, atua de forma ótima buscando a maximização do lucro.

1.5 Organização

No Capítulo 2 é feita uma revisão do estado atual dos desenvolvimentos, considerando o domínio da aplicação, arquiteturas de controle na base de sistemas de apoio à decisão e resultados pertinentes de controle ótimo e de controle preditivo. Obviamente, dada a vastidão destas áreas, este capítulo está restrito aos elementos específicos mais próximos do conteúdo desta tese. Uma análise crítica do estado da arte permite contextualizar a relevância dos resultados obtidos.

O Capítulo 3 apresenta e discute a formulação do complexo problema de controle enunciado em termos gerais nos objetivos. Inicia-se o capítulo com a apresentação dos requisitos geralmente presentes em cenários realistas que apontam para os desafios de modelagem e identificação (com ênfase para a intervenção do ser humano), de controle, de otimização, de coordenação e de complexidade. Com base nestas considerações e tendo em vista tornar efetivo o esforço de pesquisa, conclui-se sobre a necessidade de considerar um cenário mais simples, assumindo a uniformidade de modelos que, por sua vez, serão muito simplificados considerando: (i) a racionalidade dos decisores distribuídos, (ii) o número de variáveis e a relação entre elas e (iii) relação entre os subsistemas entre si e o sistema global.

O Capítulo 4 apresenta e discute um conjunto de resultados Matemáticos que desempenham um papel importante no desenvolvimento das contribuições da tese. Nesse contexto destaca-se o Princípio do Máximo de Pontryagin, que oferece condições necessárias de otimalidade. Observa-se que, no caso dos modelos simplificados que consideramos, estas condições são também suficientes e permitem especificar a dinâmica de cada unidade de produção que o agente coordenador ou regulador vê. O outro grande corpo de resultados relevante para os resultados obtidos nesta tese é o Controle Preditivo. Neste último, além da formulação, serão considerados resultados de convergência e de estabilidade.

No Capítulo 5 é apresentada a modelagem de uma unidade de produção agrícola que servirá de elemento nuclear para a aplicação da arquitetura de controle que permitirá a síntese de estratégias de gestão e controle ótimo dentro de um determinado ciclo de produção, além de sustentabilidade ao longo do tempo motivada por fatores econômicos, sociais e ambientais. Inicialmente consideramos a modelagem da dinâmica e das restrições de estado e controle impostas ao sistema. Dada a complexidade de uma unidade de

produção, consideramos simplificações significativas na dinâmica e nas restrições de estado e controle. Apesar das simplificações adotada no modelo, buscou-se manter sua representatividade, no sentido que, para um certo tipo de valores de estados iniciais razoáveis e controles aplicados, seu comportamento aproximado é significativo para o problema que norteia esta tese.

No Capítulo 6 é apresentada a estrutura para fluxo decisório para gerar as estratégias de controle, tanto no nível do gestor de cada unidade de produção quanto no do regulador que especifica as respectivas cotas dos fatores de produção. Nessa fase, o problema é formulado em termos gerais abstratos em que as dinâmicas dos modelos de cada unidade de produção são conhecidos, tendo como hipótese a racionalidade dos decisores. Também, são apresentados um conjunto de resultados de simulações para um exemplo de uma unidade de produção que ilustram a influência da coordenação das cotas dos fatores de produção.

No Capítulo 7 são apresentados e demonstrados resultados de convergência e de estabilidade assintótica da arquitetura de controle apresentada no Capítulo 6 para o caso de agentes racionais. A abordagem adotada é uma adaptação das usadas na análise de problemas em tempo infinito e esquemas de controle preditivo.

Finalmente, o Capítulo 8 apresenta uma síntese das contribuições desta tese e da sua contextualização tanto no campo do domínio das aplicações quanto no contexto das Teorias da Otimização e Controle como áreas da Matemática Aplicada e o seu impacto nos Sistemas de Apoio à Decisão. Este capítulo inclui ainda uma coleção de desafios e objetivos que naturalmente se colocam na sequência dos trabalhos do programa de doutorado que deram origem a esta tese.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Arquiteturas de Decisão e Controle

A preferência geral por abordagens de análise e concepção de arquiteturas de decisão e controle baseadas em otimização é consensual. No entanto, o caminho para sua implantação está longe de ser simples e consensual. É intuitivo que uma metodologia sistêmica seja essencial para garantir que os modelos incorporem todos os fatores determinantes resultantes de uma análise exaustiva, que pode abranger várias questões de natureza social, legal e administrativa que precisam ser consideradas.

Assim, um desafio importante consiste na forma de abordar a grande complexidade através de uma caracterização adequada da solução do problema de controle com base no estado da arte dos resultados de controle ótimo com procedimentos computacionais tratáveis. Uma das questões-chave é que estamos lidando com um problema econômico importante que requer a gestão ótima de tecnologias de produção alternativas que terão que ser associadas a estratégias de controle intertemporais para sistemas dinâmicos interatuantes. As referências Doole (2006), Krawczyk e Serea (2007), Qi (2010), Tomiyama (1985) apontadas a seguir tratam dos avanços no controle ótimo que recorreram a arranjos arquitetônicos para lidar com estas questões.

A abordagem sistêmica adotada em Qi (2010) formula problemas de otimização e controle ótimo com o fim de otimizar os componentes de rendimento botânico com valor econômico tomando como base um modelo de crescimento de planta estrutural funcional em termos da dinâmica fonte-dreno. Este modelo engloba todos os ingredientes pertinentes que abrangem tanto os componentes de rendimento botânico (o conjunto de órgãos da planta) e ecológicos (todos os fatores bióticos que afetam o crescimento da planta, como plantas daninhas e pragas), como os outros fatores ambientais (água, luz, temperatura, umidade, composição do solo, etc.). Para lidar com a complexidade, o autor organiza o problema geral em uma estrutura hierárquica que leva em consideração a rede de fatores de interação considerados no modelo geral. Primeiro, para um dado conjunto de condições ambientais, os fatores endógenos são otimizados e, então, para o genótipo da planta, os fatores ambientais exógenos são controlados de forma otimizada. No que diz respeito aos fatores bióticos ambientais foram consideradas as interações entre o crescimento das plantas e as pragas que, por sua vez, têm sua própria dinâmica de desenvolvimento. Um dos principais desafios aqui é garantir a compatibilidade desse modelo com o modelo da planta em termos de escalas espaciais e temporais. Os resultados da otimização podem fornecer diretrizes para melhorar os modos de cultivo.

A arquitetura adotada em Qi (2010) segue de perto o proposto em Tomiyama (1985) em um contexto mais abstrato em economia. Nesse caso, com a finalidade de otimizar as decisões de investimento de uma empresa cujos bens de capital estão sujeitos a um atraso de entrega, formula-se um problema de controle ótimo com um funcional de desempenho que depende de argumentos com retardo no tempo. O autor mostra que, sob um conjunto de hipóteses razoáveis, esse problema pode ser convertido em um problema de controle ótimo de dois estágios. Krawczyk e Serea (2007) também consideram condições necessárias para problemas de dois estágios ao lidar com o “problema de adoção de nova tecnologia”. Nesse caso, uma solução ótima para a maximização da utilidade precisa conter informações sobre o tempo, no qual a mudança tecnológica ocorrerá junto com as estratégias de controle ótimas antes e depois da mudança. Como estratégia para incorporar o fato de que a mudança tecnológica só pode ocorrer se a função valor “nova tecnologia” dominar a função valor “tecnologia antiga” após a comutação, caracteriza-se a função valor usando o fato de seu hipografo (conjunto de pontos “abaixo” do gráfico) ser o kernel de viabilidade de um certo problema auxiliar.

Já em Doole (2006) é apresentado um algoritmo computacional flexível e eficiente baseado em um conjunto de condições necessárias derivadas para sistemas multifases de tempo finito. Com base nas condições necessárias da Teoria de Controle Ótimo para problemas multifásicos, a ilustração do gerenciamento prático dada por esse algoritmo é fornecida através da aplicação em um complexo problema de rotação de culturas.

A importância de uma arquitetura apropriada fica também evidenciada ao lidar com a otimização na gestão de recursos para problemas complexos, como os que surgem na agricultura, devido ao fato de que geralmente as decisões envolvem múltiplos interesses conflitantes, diferentes conjuntos de partes interessadas, com impactos que, em geral, se manifestam em diferentes horizontes de tempo. Um exemplo que aborda uma instância desses desafios foi apresentado em Huhtala e Laukkanen (2011). Aqui, a modelagem de controle ótimo foi usada para analisar, em uma estrutura dinâmica, como os recursos públicos devem ser alocados para a proteção da água em pequena escala na agricultura ou, alternativamente, para investimentos em grandes estações de tratamento de águas residuais para controlar as cargas de fontes pontuais (poluentes lançados no ambiente através de lançamentos individualizados, como esgotos sanitários). No contexto considerado, é mostrado como os danos ambientais da concentração de nutrientes afetam o momento ótimo de investimento na capacidade de tratamento de águas residuais, a taxa de redução da carga de nutrientes de fontes pontuais versus não pontuais e as políticas ótimas de troca de controle de poluição não pontual apenas para controle de ambas, fontes não pontuais e pontuais. Deve-se observar, no entanto, que a análise se torna extremamente mais complexa se uma estrutura única, muito mais geral, abrangendo vários problemas de gerenciamento e controle forem considerados.

Uma excelente análise revelando a complexidade da tomada de decisões e controle na agricultura é fornecida em Risbey et al. (1999). Realizada no contexto da agricultura australiana, esta pesquisa mostra a necessidade de políticas cada vez mais adaptativas, que contemplem a evolução das percepções do estado do sistema e dos processos intervenientes nas múltiplas escalas espaciais e temporais, bem como o papel crescente das mudanças ambientais para as quais a variabilidade climática desempenha um papel relevante. Os resultados da análise mostram que a suposição usual de informações perfeitas e desempenho adaptativo excessivo leva a decisões e estratégias direcionadas à otimização que não serão sustentáveis em longo prazo. Assim, os autores recomendam fortemente a adoção de uma estrutura geral para representar processos que permitam maior complexidade para lidar com informações limitadas, aversão ao risco, interações entre escalas, atribuição errônea de causa e efeito, plano de fundo e identificação de objetivos. As conclusões não sugerem a impossibilidade ou redução do papel da otimização, mas apontam para a necessidade de preservar a capacidade de se adaptar de forma robusta com referência a um objetivo que, em última instância, deve resultar de considerações sociais e políticas.

O trabalho elaborado por Farzin (2009), embora em um contexto mais geral, tem grande relevância para a definição de uma estrutura geral de tomada de decisões em larga escala na agricultura, pois constitui um sério aviso para o design voltado à otimização mono-objetivo de sistemas de suporte de gestão e controle. Em Farzin (2009), argumenta-se que o caminho de desenvolvimento ótimo no sentido do critério maximin de justiça intergeracional é muito exigente para ser prático e, até mesmo, muito caro para os economicamente menos competitivos. Assim, sugere-se uma política de desenvolvimento que siga a abordagem do crescimento ótimo, mas adote certas medidas para mitigar desigualdades intergeracionais e intrageracionais no bem-estar social.

2.2 Aplicações no Contexto de Controle Ótimo

Em Gorddard, Pannell e Hertzler (1995) um problema de controle ótimo é formulado para encontrar a combinação de medidas de controle não químicos, de forma a otimizar o compromisso entre lucros a curto prazo e efeitos adversos a longo prazo que advêm da resistência a herbicida de plantas daninhas comuns em culturas de trigo na Austrália. Através de um problema de controle ótimo em tempo discreto, simples, mas representativo, verifica-se que para a estrutura de custos de controle considerada, a melhor estratégia consiste numa combinação de controles químicos e não químicos. No entanto, como estudos de campo da cultura de trigo em Manalil et al. (2011) demonstram, a resistência a herbicida da planta daninha pode se desenvolver muito rapidamente se uma mortalidade suficientemente elevada delas não for garantida. Isso pode acontecer se as taxas de herbicida forem muito baixas e medidas de controle adicionais não forem adotadas.

Em Jones e Cacho (2000) considera-se abordagens estáticas e dinâmicas para o controle de plantas daninhas através da aplicação de um único herbicida. Para o caso dinâmico, os problemas de controle ótimo são formulados para contextos determinísticos e estocásticos. O Princípio do Máximo de Pontryagin e a Programação Dinâmica são utilizados na resolução dos problemas de controle ótimo considerados. No topo de considerações pertinentes sobre os efeitos das incertezas e das condições meteorológicas na função dose resposta do herbicida, os autores concluem que, para o caso representativo de aveia selvagem, a abordagem dinâmica é significativamente superior e, assim, sistemas integrados de gestão devem incorporar tais abordagens para determinar a combinação ideal de opções de controle de plantas daninhas.

Em Kompas e Chu (2010) considera-se problemas de controle ótimo em horizonte infinito muito simples - determinísticos e estocásticos - para a gestão otimizada de plantas daninhas invasoras. O Princípio do Máximo de Pontryagin é usado para determinar o tipo de controles *bang-bang*, expresso em termos de regras simples, especificando os tipos de terreno onde uma planta invasora deve ser primeiro impedida de se estabelecer, e sob que condições o controle deve ser iniciado. Ponderando os benefícios marginais e custos de várias ações de controle, três potenciais estratégias de controle são possíveis: contenção, erradicação e nenhuma ação.

Em Stiegelmeier (2012) um problema de otimização dinâmica é formulado para determinar a aplicação ótima - no sentido de maximizar o retorno econômico da cultura ao longo de vários ciclos de produção, minimizando os impactos ambientais - de dois herbicidas para controlar a infestação da erva *Bidens Subalternans* numa cultura de milho, tendo em conta o efeito da resistência que se desenvolve ao longo do tempo. Uma vez que variáveis inteiras e contínuas estão presentes, o problema é convertido no âmbito de programação não linear mista inteira (PNLIM) e resolvido por um método *branch and bound*. Assim, este trabalho melhora de forma significativa os resultados de Gorddard, Pannell e Hertzler (1995) e Jones e Cacho (2000).

Com o objetivo de maximizar o retorno econômico da colheita com efeitos mínimos dos pesticidas no ambiente, Wetzstein et al. (1985) formulam um problema de controle ótimo para definir estratégias de gestão otimizada para controlar múltiplas populações de pragas interatuantes que afetam a produção agrícola. O Princípio do Máximo de Pontryagin é usado para derivar soluções teóricas para o problema, ilustrando o impacto dos vários tipos de estratégias na gestão ótima de pragas. O controle ótimo desempenha um papel fundamental na definição de uma estratégia de gestão desenvolvida em Rafikov e Balthazar (2005) para manter a densidade da população de pragas num equilíbrio abaixo do nível de prejuízo econômico. A estratégia ótima para a gestão da praga é organizada em dois componentes. Enquanto na primeira o Princípio do Máximo de Pontryagin é usado para conduzir o ecossistema de pragas a um equilíbrio no nível desejado, a Programação

Dinâmica é usada na segunda para estabilizar o ecossistema neste nível, minimizando o funcional de custo quadrático que penaliza os desvios deste nível.

Em Christiaans, Eichner e Pethig (2007) um problema de controle ótimo é formulado para determinar o retorno ótimo da colheita através da aplicação de pesticidas e fertilizantes num ecossistema com duas espécies numa relação predador-presa: ratos se alimentam de grãos e os cereais alimentam-se dos nutrientes do solo e dos fertilizantes aplicados. Uma análise exaustiva baseada no Princípio do Máximo de Pontryagin permite aos autores discutir políticas de controle ótimo, levando o ecossistema a um equilíbrio de curto prazo que depende do uso de fertilizantes e pesticidas e, assim, uma função da produção agrícola é definida. Os autores concluem que se a pretensão for maximizar o valor do lucro corrente, então a erradicação de pragas nunca é ótima e, dependendo dos preços dos pesticidas e do grão, é ótimo não usar pesticidas, ou usar uma quantidade moderada de pesticidas ou, então, aplicar um controle de *chattering*. No entanto, se for levado em conta apenas o estado estacionário da população de ratos, então pode ser ótimo erradicar os ratos ou, dependendo dos preços, bem como da função de produção de grãos, usar ou não uma quantidade moderada de pesticidas.

2.3 Controle Não Linear

Estratégias de controle de pragas impulsivas foram consideradas para resolver problemas em que é importante considerar as ações de controle para dinâmicas muito rápidas que levam à trajetórias descontínuas. Um modelo de gestão integrada de pragas controlado impulsivamente por controles biológicos e químicos é considerado em Georgescu e Moroşanu (2007). Os controles são aplicados de forma periódica e consideram o efeito não-linear causado pela aplicação do controle biológico.

A teoria de Thomas Floquet para equações diferenciais ordinárias impulsivas é empregada para obter a estabilidade assintótica global da condição de susceptibilidade da erradicação de pragas em termos da solução de certa desigualdade. Ao longo da mesma linha, a teoria Thomas Floquet também é usada em Rafikov, Lordelo e Rafikova (2012) para o controle de pragas na cana de açúcar. Em Liu, Zhang e Gao (2010) e Pei, Ji e Li (2010) os autores apresentam uma análise da dinâmica de um modelo de controle impulsivo para controle de pragas através da combinação de pesticidas e do controle biológico que considera a estrutura etária da população de pragas e também o efeito de retardo.

Existe ainda um grande âmbito para a aplicação de resultados sofisticados sobre controle ótimo impulsivo, conforme Arutyunov (2000) e Pereira e Silva (2000) e referências nestas contidas.

2.4 Conclusões Gerais da Revisão da Literatura

Dado o atual estágio de desenvolvimento observado na revisão bibliográfica acima, justifica-se propor uma estrutura de decisão e controle para um sistema de várias fazendas produtoras articulando a otimização da gestão de recursos (agrotóxicos e controle biológico) no sentido de maximizar o bem comum de longo prazo inerente à sustentabilidade ambiental com a maximização do retorno econômico de curto prazo para cada uma das fazendas. A arquitetura de controle permite a gestão da complexidade através da decomposição do problema de controle ótimo complexo numa coleção de subproblemas mais simples. Esta estrutura de decisão e controle proposta traz desafios teóricos profundos ligados ao desenvolvimento de novas condições necessárias de otimalidade para problemas de controle em horizonte infinito bem como o estudo de estabilidade assintótica.

3 Considerações sobre a Arquitetura de Controle

Apresentamos neste capítulo os elementos de caráter geral necessários para a concepção de uma estrutura de controle que garanta os objetivos indicados na introdução e que constituem a essência das contribuições desta tese. Como discutido anteriormente, os objetivos gerais são bastante ambiciosos, de modo que para atingi-los completamente seriam necessários recursos que não estão disponíveis para este trabalho. Como exemplo dessas limitações citamos a ausência de componentes científicas multidisciplinares (biológica, agrônômica, meteorológica, geológica, entre outras) e da componente econômica e social, bem como do contexto geral das políticas públicas.

Mesmo restringindo a um dado contexto local muito particular, as dificuldades inerentes à modelagem, coleta de dados, complexidade computacional, efeito de perturbações, etc (elementos necessários para a estrutura de controle proposta), são muito significativas. Assim, para não perder de vista os objetivos fundamentais desta tese, focamos apenas nos requisitos gerais de uma arquitetura de controle considerada como quadro geral de base para a proposta no Capítulo 6.

3.1 Arquitetura de Controle

A Arquitetura de Controle envolve as componentes hierarquicamente articuladas listadas a seguir. Antes, deve-se notar que a forma de implementação poderá ser centralizada ou descentralizada. Na primeira, toda informação necessária para o planejamento e para a coordenação deve estar concentrada num só nó de processamento, enquanto que na segunda o processamento necessário pode ser distribuído por vários nós que deverão interagir entre si de forma iterativa para atingir um consenso ótimo global.

Dito isso, para facilitar a exposição consideramos a versão centralizada. Todavia, a opção por uma ou por outra depende da relação de custo-benefício entre requisitos considerados para os sistema global: volume de comunicações, capacidade de processamento máximo de cada nó, rapidez de resposta, robustez do sistema a falhas e a perturbações, segurança, entre outros.

- Camada de planejamento.

O nível mais alto da estrutura. Considera as questões mais globais, utilizando informações do sistema fornecidas pela camada de coordenação e de outras fontes externas para gerar os objetivos de longo prazo que serão enviados para a camada

de coordenação. Nem sempre possui um horizonte de planejamento predeterminado, sendo executada sempre que inconsistências significativas forem identificadas no plano atual pela camada de coordenação, ou pela evolução significativa do conhecimento pertinente gerado externamente.

Os dados à disposição na camada de planejamento também permitem a atualização de modelos globais que possam ser necessários para preservar alvos de planejamento significativos, relacionados aos dados pertinentes predominantes e ao desempenho de execução dos vários subsistemas.

- Camada de coordenação.

Recebe as metas da camada de planejamento e gera metas de prazo mais curto para cada um dos subsistemas que estão sendo coordenados. Também recebe dados de status de cada um desses subsistemas, integra e fornece dados de feedback para a camada de planejamento. Ainda, quando as metas de planejamento não estão sendo consideradas, a camada de coordenação pode atuar na geração descentralizada de “consenso” entre os vários subsistemas, sendo que essas operações podem envolver procedimentos de otimização. Este será o caso considerado.

- Camada do sistema ou camada de execução.

Em cada um desses subsistemas, um problema setorial de otimização de recursos (possivelmente controle ótimo) é resolvido levando-se em consideração o funcional de desempenho local, dinâmica e restrições, bem como os indicadores fornecidos pela camada de coordenação e, possivelmente, com interação com alguns subsistemas vizinhos.

Apesar da amplitude de abordagens permitidas por essa estrutura, usualmente tem-se as estratégias projetadas para maximizar retornos (geralmente em um sentido econômico), sendo as metas de “bem comum”, como a sustentabilidade ambiental, consideradas (no sentido de otimização de longo prazo) através da “orientação” fornecida pela camada de coordenação. Deve-se observar ainda que as mudanças das metas de coordenação podem exigir alterações operacionais ou estruturais no subsistema, que implicam na atualização do modelo correspondente.

3.2 Considerações Sobre a Arquitetura de Controle

No que diz respeito à arquitetura de controle, algumas questões pertinentes devem ser consideradas:

- Esta estrutura modular permite lidar com a heterogeneidade espacial e também com a evolução ao longo do tempo decorrente da evolução dos contextos socioeconômicos

e ambientais. Isso garante que a adaptabilidade seja construída no processo de tomada de decisão e geração de estratégias de controle nos vários níveis, bem como o requisito de escalabilidade. Quanto à esta última, pode-se compor uma estrutura mais ampla composta por blocos com um certo subsistema associado, sendo cada bloco formado por uma estrutura em camadas como acima.

- A camada de coordenação garante a articulação de metas de curto prazo no nível de subsistema, com metas mais longas abordadas pelo nível de planejamento. Ainda, é esta camada que fornece as restrições de viabilidade física e econômicas para o nível do subsistema que serão consideradas no problema de otimização do nível de planejamento. Como cada subsistema gera estratégias de controle resolvendo um problema de otimização com dados “locais”, mesmo com metas indicadas pela camada de coordenação, tem-se que a tomada de decisão é descentralizada.
- Finalmente, a robustez fica caracterizada pela capacidade de geração de consenso incorporada e pelos procedimentos de otimização adotados nos vários níveis da arquitetura de tomada de decisão proposta.

Para o trabalho descrito nesta tese adotamos uma versão simplificada da arquitetura exposta, composta pelo nível de coordenação e pelo nível dos subsistemas, estruturada de forma hierárquica. A camada superior otimiza um problema de controle em tempo discreto com objetivo de sustentabilidade ambiental de longo prazo e prescreve restrições para os subsistemas no nível inferior, que buscam maximizar seu retorno econômico no curto prazo resolvendo um problema de controle ótimo de tempo contínuo. Ainda, a dinâmica do nível superior possui peculiaridades que dependem da comunicação simultânea com o nível inferior, como será descrito no Capítulo 6.

4 Resultados Preliminares

Neste capítulo são apresentados e discutidos um conjunto de resultados relacionados à duas teorias que desempenham um papel fundamental na formulação e demonstração das propriedades essenciais da arquitetura de controle que definem as contribuições desta tese. Dada a amplitude e profundidade das teorias abordadas, tratamos aqui, de forma introdutória, apenas os elementos essenciais que fundamentam os capítulos subsequentes. Dentre as muitas referências para Controle Ótimo, citamos Clarke et al. (1998), Pereira (2006), Pontryagin, Boltyanskii e Gamkrelidze (1962), Sontag (1998), Vinter (2010). Já para Controle Preditivo, Camacho e Bordons (2004), Holkar e Waghmare (2010), Pereira et al. (2013), Mayne et al. (2000), Rawlings e Mayne (2009).

4.1 Controle Ótimo

Nessa seção abordamos apenas os resultados essenciais da Teoria de Controle Ótimo relacionados aos capítulos posteriores. O Controle Ótimo trata a questão de calcular uma função, dependente do tempo ou do tempo e do estado do sistema, que minimiza (maximiza) um determinado funcional de desempenho, sujeito a um conjunto de restrições que podem incluir equações diferenciais ordinárias na variável de estado e, possivelmente, restrições estáticas no controle e no estado, ou conjuntas nestas.

4.1.1 Formulação do Problema

O paradigma de controle ótimo envolve os seguintes ingredientes:

- Funcional de Desempenho - Pode ser uma função custo a minimizar ou uma função lucro a maximizar e representa um critério para verificar o comportamento do sistema permitindo, em conjunto com a dinâmica, a determinação de uma forma de manipulá-lo.
- Equação da Dinâmica do Sistema - A evolução de um sistema dinâmico é caracterizada pela variação do estado ao longo do tempo. Em termos físicos, o termo dinâmico vem do fato de existirem “armazenamentos de energia” no sistema que afetam o seu comportamento. A resposta destes sistemas a partir de um dado instante depende não só da ação de controle (estímulo exógeno) desde esse instante inicial mas também do estado nesse instante. Uma vez especificada uma estratégia de controle e o estado inicial, esta equação, tipicamente diferencial ordinária, permite determinar completamente a evolução temporal da variável de estado.

- Restrições no Controle - Um sistema dinâmico poderá ser afetado por sinais não controláveis (perturbações), determinísticos ou aleatórios, e por sinais de controle. Estes representam a componente de intervenção premeditada no sentido de alterar o comportamento do sistema de forma a atingir um certo objetivo com um desempenho ótimo.
- Restrições na Variável do Estado - Estas condições representam restrições ou objetivos impostos à evolução do sistema e que terão de ser satisfeitos para que uma dada estratégia de controle seja considerada admissível. Exemplos destas restrições são os conjuntos de estados de chegada ou de partida e o fato de, em qualquer instante, o estado ter que pertencer a um determinado conjunto.

O estado inicial e os instantes inicial e final do intervalo de tempo durante o qual se pretende calcular a estratégia de controle ótima poderão estar pré-determinados ou serem variáveis de escolha, sendo o problema de controle em tempo mínimo considerado como uma instância particular deste último caso. Há ainda outros tipos de elementos que podem ser considerados, como restrições isoperimétricas e restrições conjuntas no estado e no controle, a depender do objetivo pretendido.

As variações de funcionais a serem otimizados dão origem a várias formulações do problema de controle ótimo:

- Bolza - funcional composto pela soma da componente integral com a componente da função do estado no instante final e inicial;
- Mayer - funcional composto apenas pela componente função do estado no instante final e inicial;
- Lagrange - funcional composto apenas pela componente integral.

No entanto, considerando hipóteses adequadas, é sempre possível converter um tipo em outro.

Aqui, escolhemos considerar a formulação de Mayer.

$$\begin{aligned}
 (\tilde{P}) \quad & \text{Minimizar } g(x(0), x(1)) \\
 & \text{através da escolha de um controle } u \in \mathcal{U} \\
 & \text{à qual corresponde uma trajetória } x \in AC([0, 1]; \mathbb{R}^n), \\
 & \text{ambos satisfazendo:}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \quad \mathcal{L}\text{-q.t.p. em } [0, 1], \tag{4.2}$$

$$((x(0), x(1)) \in C, \tag{4.3}$$

$$h(t, x(t)) \leq 0, \quad \forall t \in [0, 1] \tag{4.4}$$

$$u(t) \in \Omega, \quad \mathcal{L}\text{-q.t.p. em } [0, 1], \tag{4.5}$$

sendo que $\mathcal{U} := \{u \in L^\infty([0, 1]; \mathbb{R}^m) : u(t) \in \Omega\}$ e as demais funções e conjuntos que definem o problema são especificados em detalhes na subseção seguinte, onde também são especificadas as hipóteses a serem satisfeitas para garantir que o problema está bem definido, ou seja, assegurar a existência e unicidade da solução da equação diferencial para cada tripla $(x(0), x(i), u)$ bem como a existência de solução do problema de controle ótimo (\tilde{P}) . Para clarificar a notação, $AC([0, 1]; \mathbb{R}^n)$ denota a classe das funções vetoriais n -dimensionais absolutamente contínuas em $[0, 1]$. Além disso, uma propriedade diz-se satisfeita \mathcal{L} -q.t.p. em um conjunto A , quando esta propriedade é válida para todos os pontos de A , com exceção a apenas um subconjunto de A , cuja medida de Lebesgue seja nula.

Um dos objetivos importantes da Teoria de Controle Ótimo consiste em obter caracterizações da solução do problema em conjunto com propriedades como não-degenerescência, sensibilidade, regularidade de soluções, como subsídio para a construção de algoritmos que possam calcular de forma eficiente a solução. A dificuldade em obter formas ou condições explícitas com informação satisfatória para a determinação direta da solução tem sido uma das grandes motivações para o progresso da Teoria do Controle Ótimo. Nesse contexto, destaca-se a análise das condições de otimalidade que, de um modo geral, são de dois tipos: necessárias ou suficientes e, para determinadas classes muito restritas, necessárias e suficientes. Nesta seção, abordamos apenas as condições necessárias de otimalidade, uma vez que estas são as mais relevantes para o desenvolvimento desta tese.

Ainda, deve-se ressaltar que a existência de solução para o problema (\tilde{P}) , ou seja, um processo de controle (x^*, u^*) admissível - que satisfaz as restrições (4.2)-(4.5) - e em relação ao qual não existe qualquer outro processo de controle (x, u) satisfazendo $g(x, u) < g(x^*, u^*)$, é essencial para assegurar o significado das condições necessárias de otimalidade.

4.1.2 Princípio do Máximo de Pontryagin

Para estabelecer as condições necessárias para o problema (\tilde{P}) consideramos o seguinte conjunto de hipóteses no contexto da abordagem não suave do problema que, para facilitar a exposição, é formulado em termos globais:

- H1) A função $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é Lipschitz contínua em todo o seu domínio;
- H2) A função $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ é Lipschitz contínua em x para todo o $(t, u) \in [0, 1] \times \Omega$ e Lebesgue \times Borel mensurável em (t, u) para todo o $x \in \mathbb{R}^n$;
- H3) A função $h : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ é contínua em t para todo o $x \in \mathbb{R}^n$ e Lipschitz contínua em x para todo o $t \in [0, 1]$;
- H4) Os conjuntos $C \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ e $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ são fechados.

As condições necessárias de otimalidade na forma de um Princípio do Máximo de Pontryagin para solução do problema (\tilde{P}) são formuladas no seguinte resultado.

Teorema 4.1 (Princípio do Máximo de Pontryagin (VINTER, 2010)). *Seja (x^*, u^*) um processo de controle ótimo para o problema (\tilde{P}) . Então existe um multiplicador $(p, \nu, \lambda) \in AC([0, 1]; \mathbb{R}^n) \times C^*([0, 1]; \mathbb{R}_0^{k,+}) \times \mathbb{R}_0^+$ satisfazendo as seguintes condições:*

- Não trivialidade:

$$\|p\| + \|\nu\| + \lambda > 0;$$

- Equação adjunta:

$$-\dot{p}^T(t) \in \left[p^T(t) + \int_{[0,t)} \zeta(s)\nu(ds) \right] \partial_x^C f(t, x^*(t), u^*(t))$$

\mathcal{L} -q.t.p. em $[0, 1]$;

- Condições de fronteira:

$$\left(p(0), -p(1) - \int_{[0,1]} \zeta(s)\nu(ds) \right) \in N_C(x^*(0), x^*(1)) + \lambda \partial^L g(x^*(0), x^*(1));$$

- Condição do máximo: $u^*(t)$ maximiza em Ω o mapa

$$u \rightarrow p^T(t)f(t, x^*(t), u)$$

\mathcal{L} -q.t.p. em $[0, 1]$.

Aqui $\zeta(t) \in \partial_x^{C,>} h(x^*(t), t)$ \mathcal{L} -q.t.p., sendo que $N_A(a)$ denota o cone normal limite ao conjunto A no ponto a como primeiro definido por Mordukovich, (MORDUKHOVICH, 1976), e $\partial^L F(z)$, $\partial^C F(z)$, e $\partial^{C,>} F(z)$ são, respectivamente, as Jacobianas generalizadas de $F : \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}^j$ para z no sentido do limite, no sentido de Clarke, e um certo subconjunto do gradiente generalizado no sentido de Clarke.

Note que a condição do máximo constitui um processo de eliminação do controle uma vez que, sendo $u^* : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^m$ tal que

$$p^T(t)f(t, x^*(t), u^*(t)) \geq p^T(t)f(t, x^*(t), u)$$

para todo o $u \in \Omega(t)$, \mathcal{L} -q.t.p. em $[0, 1]$, tem-se definida implicitamente a estratégia de controle $u^*(t) = \bar{u}(x^*(t), p(t))$.

Sob determinadas condições, a resolução de (\tilde{P}) equivale à resolução do seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{aligned} -\dot{p}^T(t) &= p^T(t) \partial_x^C f(t, x^*(t), \bar{u}(x^*(t), p(t))), \\ (p(0), -p(1) - \int_{[0,1]} \zeta(s)\nu(ds)) &\in N_C(x^*(0), x^*(1)) + \lambda \partial^L g(x^*(0), x^*(1)), \\ \dot{x}^*(t) &= f(t, x^*(t), \bar{u}(x^*(t), p(t))), \\ (x^*(0), x^*(1)) &\in C. \end{aligned}$$

Obviamente, nem sempre é fácil utilizar estas equações. Deste modo, no caso geral não linear e de dimensões razoáveis, tem-se, tipicamente, que recorrer a algoritmos numéricos iterativos. Um algoritmo de otimização genérico conceitualmente simples baseado no Princípio do Máximo - que, para facilidade de exposição é considerado para o caso sem restrições de estado e $C = \{x_0\} \times \mathbb{R}^n$ - é apresentado em seguida.

- Passo 1. Selecionar uma estratégia de controle inicial u .
- Passo 2. Calcular o par trajetória e variável adjunta, (x, p) , utilizando as relações (4.2), (4.3), equação adjunta, e as condições de fronteira
- Passo 3. Verificar se $u(t)$ satisfaz a condição do máximo.

Caso positivo o algoritmo termina.

Caso negativo prossegue para o Passo 4.

- Passo 4 Atualizar a função de controle de forma a baixar o valor da função custo.
- Passo 5 Preparar a nova iteração e retomar o Passo 2.

Um método para resolver problemas de controle ótimo baseado no princípio do máximo, como descrito no algoritmo anterior, pode ser encontrado em Vasil'ev e Tyatyushkin (1981).

Se a complexidade do problema for pequena e a regularidade dos multiplicadores for razoável, é possível extrair informação suficiente para a determinação da solução por meio de uma análise qualitativa das condições de otimalidade sujeitas às restrições do problema.

4.2 Controle Preditivo

A necessidade de otimizar o desempenho de um sistema de controle dinâmico em um contexto de perturbações ambientais leva à necessidade de combinar controle feedback com otimização do funcional de desempenho em um determinado horizonte de tempo, escolhido com base no nível de perturbações e no grau de subotimalidade esperado durante o intervalo de tempo geral de interesse. Isso deu origem ao surgimento do agora popular Controle Preditivo Baseado em Modelo, usualmente denotado por MPC, um acrônimo para o termo em inglês *Model Predictive Control*. Nessa abordagem, o estado precisa ser amostrado (medido) para que se possa considerar o efeito de perturbações próximas à trajetória de controle ótimo. Sendo assim, o horizonte de controle - isto é, o horizonte de tempo no qual a estratégia de controle otimizado previamente calculada é aplicada - deve ser pequeno. Obviamente, esse procedimento leva a mecanismos de design de MPC que

permitam o controle do grau de subotimalidade. Esta e outras hipóteses nos dados do problema garantem algumas propriedades essenciais do comportamento do esquema MPC, conforme será mencionado na próxima subseção.

4.2.1 Descrição de um Esquema MPC Representativo

O MPC é um esquema de controle no qual a ação de controle para o subintervalo de tempo corrente - o horizonte de controle - é obtida, em cada instante de amostragem, resolvendo online um problema de controle ótimo em um determinado horizonte de tempo - o horizonte de previsão - com a variável de estado inicializada na melhor estimativa corrente, atualizada com o último valor amostrado. Uma vez que a otimização produz uma sequência de controle ótimo, o controle no primeiro horizonte de controle dessa sequência é aplicado à planta. Então, decorrido esse período, o processo é repetido. Para ilustrar o algoritmo MPC, seja t_0 o tempo inicial, x_0 a estimativa de estado inicial associado, T o horizonte de previsão para otimização do controle e Δ o horizonte de controle. Assim, o esquema MPC é dado por:

1. Inicialização. Considere t_0 o tempo corrente e x_0 a estimativa do estado corrente associado. Configure os parâmetros ou condições iniciais especificando T , Δ , parâmetros iniciais do filtro (no caso de os dados amostrados exigirem filtragem), controle inicial para o procedimento de otimização de controle recursivo, pesos do funcional de custo, estimativas de parâmetros do modelo, etc.
2. Amostre a variável de estado para o tempo t_0 e gere a estimativa do estado associado, x_0 .
3. Calcule a estratégia ótima de controle u^* no horizonte de previsão $[t_0, t_0 + T]$, resolvendo o problema de controle ótimo (\bar{P}) .
4. Aplique o controle ótimo obtido durante o horizonte de controle corrente, $[t_0, t_0 + \Delta]$.
5. Deslize o tempo por Δ , ou seja, $t_0 = t_0 + \Delta$, e adéque parâmetros e modelos conforme necessário.
6. Vá para o Passo 2.

Agora, descrevemos uma formulação geral típica do problema de controle ótimo (\bar{P}) . Para um dado intervalo fixo $[t_i, t_f]$, considere:

$$\begin{aligned}
 (\bar{P}) \text{ Minimizar} \quad & g_0(x(t_f)) + \int_{t_i}^{t_f} f_0(t, x(t), u(t)) dt \\
 \text{sujeito a} \quad & \dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)) \quad \mathcal{L}\text{-q.t.p. em } [t_i, t_f] \\
 & u(t) \in \Omega \quad \mathcal{L}\text{-q.t.p. em } [t_i, t_f] \\
 & x(t_i) \in C_i \quad x(t_f) \in C_f,
 \end{aligned}$$

sendo que $g_0 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é o funcional de custo terminal, $f_0 : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ é o integrando do custo de estágio e $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ representa a dinâmica do sistema de controle. Aqui $C_f \subset \mathbb{R}^n$ é o conjunto alvo desejado. Observe que o ponto inicial da variável de estado é uma variável de decisão, sendo assim, a minimização ocorre em todo o conjunto inicial $C_i \in \mathbb{R}^n$.

Como apontado na seção anterior, uma maneira de resolver o problema (\tilde{P}) é usando as condições do Princípio Máximo de Pontryagin (PMP) juntamente com as restrições do problema. Como mencionado, a condição de maximização permite a eliminação da variável de controle, reduzindo o problema de controle ótimo original para um problema de valor de fronteira com $2n$ equações, formado pelos sistemas primal e adjunto. Assim, um procedimento recursivo para resolver um problema de valor de fronteira de $2n$ equações, baseado no Princípio do Máximo de Pontryagin, produz uma estratégia de controle ótimo de malha aberta.

Deve-se ressaltar que esta abordagem configura um procedimento de eliminação, pois qualquer processo de controle viável que satisfaça as condições do PMP é apenas um extremo, isto é, um candidato a solução para o problema de controle ótimo. Ou seja, o PMP descarta do conjunto de candidatos a solução de controle ótimo todos os processos de controle que não satisfazem suas condições. Normalmente, uma etapa adicional é necessária para selecionar o processo de controle ótimo do conjunto de extremos.

4.2.2 Propriedades dos Esquemas MPC

Aqui, listamos algumas propriedades que foram investigadas para o MPC motivadas pela ampla gama de aplicações:

- Propriedades de Estabilidade - Tais propriedades são fortemente desejáveis, pois quando não se verificam podem conduzir o sistema ao longo de trajetórias com baixo desempenho. A existência ou não dessas propriedades dependem da forma como o esquema MPC é projetado. Dada a sua importância, a estabilidade do MPC tem sido amplamente estudada e conta atualmente com uma variedade de resultados disponíveis. Estes resultados são de natureza diversa, pois dependem não só da noção de estabilidade adotada, mas também da abordagem utilizada para estabelecer o MPC, assim como da configuração específica escolhida para o sistema.

Existem várias abordagens para mostrar que os esquemas de MPC geram sequências de controladores feedback tais que as trajetórias correspondentes convergem para um equilíbrio no infinito. Inicialmente os estudos foram direcionados para sistemas de controle afins. Mais recentemente, quase sempre utilizando os resultados para a classe de sistemas anterior, as propriedades de estabilidade de vários tipos (exponencial,

assintótica, etc.) foram provadas para sistemas de controle não lineares gerais sob diferentes conjuntos de hipóteses sobre os dados do problema.

A linearização da dinâmica em torno dos pontos de equilíbrio produzindo um sistema de controle linear por partes e uma abordagem baseada no custo terminal com hipóteses que garantem controlabilidade próxima ao equilíbrio, são algumas das técnicas usadas para comprovar a estabilidade. Dentre as muitas técnicas, destacam-se duas abordagens fundamentalmente diferentes. Uma utiliza as chamadas restrições estabilizantes (custo terminal e conjunto de restrição terminal para o estado) no problema de otimização, de forma que a trajetória predita possa ser explicitamente forçada para uma vizinhança do equilíbrio, onde um controlador estabilizante é conhecido (MAYNE, 2013). A outra garante implicitamente que a trajetória ótima predita termina em uma vizinhança estabilizante do equilíbrio através de uma escolha adequada do horizonte de predição (BOCCIA; GRÜNE; WORTHMANN, 2014). A primeira possui a vantagem de possibilitar a estabilização do sistema utilizando horizontes de predição curtos, todavia depende de se conhecer um conjunto terminal e função custo terminal associada adequada, muitas vezes difícil de se estabelecer, podendo ainda implicar em perda de desempenho do controlador, uma vez que tais restrições modificam o problema de otimização. A segunda, por outro lado, produz melhores aproximações do custo de horizonte infinito e também melhor desempenho. No entanto, problemas com horizontes muito longos podem produzir excessiva complexidade computacional.

Apesar das diferenças inerentes às duas abordagens, existe entre elas uma interessante conexão, haja vista que a verificação sistemática dos pressupostos de ambos os métodos pode ser realizada usando os mesmos métodos numéricos, como mostra Darup e Cannon (2015).

- Otimalidade - É sempre uma propriedade almejada. Para sistemas afins com custos quadráticos, o problema de controle ótimo de malha aberta reduz-se a um programa quadrático para o qual existem pacotes de software eficientes que geram uma solução global para tal problema de controle. Para sistemas de controle dinâmicos não lineares, a usual falta de convexidade torna o problema muito mais difícil. Os algoritmos de programação não linear normalmente geram apenas soluções locais de modo que o esquema MPC deve ser tal que os processos de controle gerados permaneçam próximos das soluções globais. Sendo assim, é importante que se tenha condições garantindo a estabilidade do esquema MPC para processos de controle viáveis próximos às soluções do problema de controle ótimo.
- Robustez - É a capacidade do sistema de controle satisfazer uma dada especificação na presença de incertezas, sendo necessária na maioria das aplicações práticas. Em Rawlings e Mayne (2009) a robustez é investigada em vários contextos, especialmente

no que diz respeito à estabilidade. A abordagem aqui consiste em mostrar que a função de Lyapunov de controle para o sistema nominal de malha fechada mantém a propriedade de descida para perturbações suficientemente pequenas. Vários tipos de robustez foram considerados: controle de malha aberta minimax, controle de realimentação, robustez inerente e tubos de trajetória. O principal desafio consiste em garantir o desempenho do esquema MPC na presença de incertezas. Para isso, algumas abordagens foram consideradas:

- Substituir a trajetória de referência por um tubo. Neste esquema de MPC, a trajetória de referência é substituída por um tubo de trajetórias, então são gerados controles de realimentação para manter a trajetória real dentro do tubo (MAYNE et al., 2000);
- Incorporar um procedimento de estimação dentro do esquema MPC. Essa abordagem foi considerada em Rawlings e Mayne (2009) para sistemas com perturbações aditivas de estado e de saída limitadas.

5 Modelagem da Unidade de Produção

Neste capítulo apresentamos a modelagem de uma unidade de produção agrícola tendo em mente não apenas a gestão ótima dentro de um determinado ciclo de produção, mas também sua sustentabilidade ao longo do tempo, considerando uma arquitetura de controle apropriada (especificada no próximo capítulo) que permite seu controle coordenado motivado por fatores econômicos, sociais e ambientais.

Inicialmente consideramos a modelagem da dinâmica e das restrições de estado e controle impostas ao sistema. Dada a complexidade de uma unidade de produção, faz sentido adotar simplificações significativas tanto nas variáveis consideradas quanto na natureza de suas inter-relações. Além disso, a ausência de estudos biológicos específicos necessários, assim como das análises do sistema que permitam a evolução precisa do espaço e do tempo das variáveis de interesse, são também uma forte razão para as simplificações. No entanto, devemos ressaltar que, apesar da grande simplificação adotada no modelo, buscamos manter sua representatividade, no sentido que, para um certo tipo de valores de estado iniciais razoáveis e controles aplicados, cuja identificação de parâmetro foi realizada de maneira ad hoc, seu comportamento aproximado é significativo para o problema que norteia esta tese, ou seja, conciliar objetivos de curto prazo - geralmente econômicos - de cada unidade de produção com a sustentabilidade ambiental de longo prazo. No capítulo seguinte ilustramos a qualidade do modelo com alguns estudos de simulação.

Aqui, discutimos o modelo escolhido para descrever o comportamento de uma unidade de produção genérica ao longo de um dado ciclo de produção. A lógica da abordagem é que o gestor da unidade de produção tem que tomar decisões oportunas à medida que a cultura cresce e suas condições ambientais evoluem. O comportamento do sistema é determinado por um sistema de controle cuja trajetória depende das condições iniciais e da política de controle escolhida pelo gestor. No entanto, este está sujeito a restrições de fronteira na trajetória de estado e nos controles. Embora o modelo seja variante no tempo no decorrer do ciclo de produção, ele permanece o mesmo para cada um dos ciclos.

Finalmente, uma consideração importante diz respeito ao fato de que o esforço de coordenação é exercido através da especificação das cotas de agroquímicos (agrotóxicos e fertilizantes) e controles biológicos para cada produtor em cada ciclo de produção.

5.1 Dinâmica e Restrições da Unidade de Produção

Para não sacrificar a principal contribuição desta tese, consideramos para a dinâmica um modelo linear tanto no estado quanto nas variáveis de controle que evoluem durante o ciclo de produção, cujo período de tempo é considerado normalizado para o intervalo $[0, 1]$. Obviamente, temos ciência de que a realidade física é muito mais complexa.

O modelo linear permite obter uma forma fechada para a solução do problema, utilizada para construir um procedimento iterativo que leva à formulação da dinâmica do problema coordenador, descrito no Capítulo 6. Porém, os coeficientes são funções variantes no tempo e linear por partes, permitindo um comportamento mais representativo dos fatores de produção durante o ciclo. Esta abordagem mitiga o conflito existente, em muitas situações, entre a linearidade do modelo e sua representação da realidade.

O estado do sistema é descrito pela variável $x \in \mathbb{R}^8$, cujas componentes são as seguintes:

- x_1 é a quantidade, para o tempo $t \in [0, 1]$, de produto primário;
- x_2 é a quantidade, para o tempo $t \in [0, 1]$, de produto secundário inerente ao controle biológico;
- x_3 é a quantidade, para o tempo $t \in [0, 1]$, de plantas daninhas, consideradas endêmicas;
- x_4 é uma medida escalar agregada do estado de “saúde” do solo que, aqui, de forma simplista, reflete a sustentabilidade ambiental no sentido dos ecossistemas do solo se encontrarem em pontos de equilíbrio estáveis, e que designamos de \mathbf{S} ;
- x_5 é a fração de terra cultivável (ou, equivalentemente, nutrientes disponíveis), atribuída a x_1 para $t \in [0, 1]$;
- x_6 é a quantidade consumida de fertilizante para $t \in [0, 1]$;
- x_7 é a quantidade consumida de agrotóxico para $t \in [0, 1]$;
- x_8 é a quantidade de controle biológico utilizada para $t \in [0, 1]$.

A especificação de x_4 pode ser dada pela medida da qualidade do solo em termos da evolução natural (ou seja, sem a intervenção humana) de todos os ecossistemas do solo para um equilíbrio sustentável. Assim, \mathbf{S} é o conjunto de todos os valores para os quais todos os ecossistemas do solo naturalmente evoluem para um equilíbrio sustentável dentro de um certo intervalo de tempo. O valor de x_4 coincide com o de $d_{\mathbf{S}}^s(x_4)$, sendo que $d_{\mathbf{S}}^s(\cdot)$ denota a "distância com sinal" de um ponto com relação a um conjunto convexo e fechado \mathbf{S} , referindo-se ao mínimo da distância Euclidiana do ponto a fronteira do conjunto em

questão, caso o ponto seja exterior ao conjunto, e ao simétrico desta, caso contrário. Sem perda de generalidade, assumimos $\mathbf{S} := [-S, 0]$.

Os controles são representados pela variável $u \in \mathbb{R}^3$ com as componentes especificadas a seguir:

- u_1 é a quantidade de fertilizante para incrementar a produtividade;
- u_2 é a quantidade de agrotóxico para combater as plantas daninhas;
- u_3 é a quantidade de sementes do produto biológico (cultura secundária) introduzida no sistema.

Do que foi definido pode-se observar que as quantidades totais consumidas durante o ciclo de produção, x_6, x_7 e x_8 , são obtidas integrando-se os controles, ou seja, satisfazem \mathcal{L} - q.t.p. o seguinte sistema de equações diferenciais

$$\begin{aligned}\dot{x}_6 &= u_1 \\ \dot{x}_7 &= u_2 \\ \dot{x}_8 &= u_3\end{aligned}$$

As restrições pontuais nos controles com relação ao tempo são $u_i(t) \in [0, \bar{U}_i]$, para todo $t \in [0, 1]$, $i = 1, 2, 3$, sendo \bar{U}_i o valor máximo fisicamente permitido do controle i . Note que, em nosso modelo, não consideramos a água necessária para o crescimento da cultura, pois assumimos que essa é fornecida pela natureza. A razão para essa simplificação, considerando que se trata de uma hipótese que geralmente é altamente não linear, é manter o modelo o mais simples possível, de modo que as principais contribuições dessa tese possam ser facilmente compreendidas.

Além disso, assumindo que x_2 e x_5 não são afetados por qualquer um dos x_i 's, $i = 1, \dots, 5$ - o primeiro por causa de sua insensibilidade às cinco primeiras componentes do estado e o último porque é totalmente definido pelo seu valor inicial - e considerando a interdependência natural das outras componentes do estado em relação às variáveis de estado e controles, definimos a dinâmica

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad x(0) = x_0,$$

sendo que as componentes de $f : [0, 1] \times \mathbb{R}^8 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^8$ são dadas por:

- $f_1(t, x, u) = -a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - a_{14}x_4 + a_{15}x_5 + b_{11}u_1 - b_{12}u_2$
- $f_2(t, x, u) = b_{23}u_3$
- $f_3(t, x, u) = -a_{31}x_1 - a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + b_{31}u_1 - b_{32}u_2$

- $f_4(t, x, u) = a_{41}x_1 - a_{42}x_2 + a_{43}x_3 - b_{41}u_1 - b_{42}u_2$
- $f_5(t, x, u) = 0$
- $f_6(t, x, u) = u_1$
- $f_7(t, x, u) = u_2$
- $f_8(t, x, u) = u_3$

Aqui todos os a_{ij} 's e b_{ij} 's são não negativos e, a priori, podem depender do tempo.

De forma mais compacta, podemos escrever

$$f(t, x, u) = A(t)x + B(t)u,$$

sendo que, para simplificações futuras, torna-se conveniente escrever as matrizes $A(t)$ e $B(t)$ estruturadas em blocos, como segue:

$$A(t) = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{bmatrix} \text{ e } B(t) = \begin{bmatrix} B_{11}(t) \\ B_{21}(t) \end{bmatrix}.$$

Considerando o exposto, temos

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12} & -a_{13} & -a_{14} & a_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & a_{33} & 0 & 0 \\ a_{41} & -a_{42} & a_{43} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = 0 \in \mathbb{R}^{5 \times 3}, A_{21} = 0 \in \mathbb{R}^{3 \times 5}, A_{22} = 0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} b_{11} & -b_{12} & 0 \\ 0 & 0 & b_{23} \\ b_{31} & -b_{32} & 0 \\ -b_{41} & -b_{42} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{e } B_{21} = I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

Ainda que tenhamos optado pelo modelo linear pelos motivos apontados anteriormente, o fato dos coeficientes serem variantes no tempo possibilita a representação de um comportamento mais coerente com a realidade. Por exemplo, para efeito prático a eficiência do fertilizante aplicado ao solo varia durante o ciclo de produção, sendo natural esperar que ela cresça em um momento inicial, atinja o máximo e depois decaia, podendo até mesmo ser nula no final do ciclo. Dessa forma, o coeficiente variante permite ponderar a atuação do controle ao longo do tempo.

Outro aspecto relevante da dinâmica está relacionado ao crescimento da cultura primária na ausência de interferência de outros fatores. Se a totalidade de recursos está disponível, ou seja, $x_5(0) = 1$, temos

$$\dot{x}_1(t) = a_{15}(t),$$

sendo que $a_{15}(t) := h_1(t)$ pode ser interpretada como a taxa na qual os nutrientes e minerais do solo e da atmosfera são transformados na cultura primária x_1 à medida que o tempo decorre em “condições neutras ou nominais”, isto é, na ausência da interferência de fatores “externos”. Isso requer um modelo intra-anual do crescimento “nominal” da cultura com uma taxa de crescimento $h_1(t)$ definida por partes. Sem qualquer desvio das condições externas normais (padrões climáticos anormais, solo desequilibrado, pragas, etc.), as plantas da cultura têm necessidades diferentes de nutrientes, água e exposição solar, em diferentes estágios de desenvolvimento. Por uma questão de simplicidade de ilustração, sem sacrificar a ideia essencial, consideramos

$$h_1(t) = \sum_{i=1}^3 \delta_i(t) \chi_{[t_{i-1}, t_i)}(t), \quad (5.1)$$

onde $t_0 = 0$, $0 < t_1 < t_2 < t_3$, $t_3 = 1$, e $\chi_C(t)$ é a função indicadora do conjunto $C \subset [0, 1]$.

A cada momento o agricultor seleciona uma estratégia - uma quantidade de fertilizante, de agrotóxico ou controle biológico como uma função do tempo dentro do ciclo de produção - que rende o lucro máximo para o final do ciclo de produção, levando em consideração o estado atual de saúde da cultura, além de outros fatores, como qualidade do solo e previsão de desvios do padrão normal do clima.

A maneira (positiva ou negativa) que a taxa de crescimento de cada componente da variável de estado é afetada pelas demais variáveis fica especificada a partir dos coeficientes das matrizes A e B. Agora, a estimativa dos valores específicos que fazem com que este modelo melhor reflita a evolução natural observada ou esperada será discutida na próxima seção.

É importante notar que, no final do ciclo de produção, há uma descontinuidade na variável de estado. Isso se deve ao fato de que, ao final de cada ciclo de produção, há a colheita e preparação do solo para o próximo ciclo de produção. Por formalização, consideramos $[0, 1)$ como o período de produção, ou seja, o último instante do período de produção $j - 1$ é 1^- , e o primeiro instante do período de produção j é 0 . Assim, temos $x^j(0) = x^{j-1}(1^-) + \Delta x_{j-1}^j$ sendo que Δx_{j-1}^j - que na verdade é uma variável de decisão com seis componentes predeterminadas - é definida por

$$\Delta x_{j-1}^j = \text{col}(-x_1^{j-1}(1^-), x_2^j(0) - x_2^{j-1}(1^-), 0, 0, \quad (5.2)$$

$$x_5^j(0) - x_5^{j-1}(1^-), -x_6^{j-1}(1^-), -x_7^{j-1}(1^-), -x_8^{j-1}(1^-)). \quad (5.3)$$

Para o caso em que $a_{15} = h_1(t)$ é o único coeficiente dependente do tempo, podemos fazer $A = \bar{A} + A_{1,5}$, sendo que \bar{A} só difere de A pela substituição de $a_{15}(t)$ por 0 e $A_{1,5} = [a_{ij}]$ com $a_{15} = h_1(t)$ dado por (5.1), e $a_{ij} = 0$ para $(i, j) \neq (1, 5)$.

Seja $h(t) = \text{col}(h_1(t), 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^8$. Então, a dinâmica do sistema se torna:

$$\dot{x} = \bar{A}x + Bu + h(t).$$

Conseqüentemente, para $t \in [0, 1)$, temos

$$x(t) = e^{\bar{A}t}x(0) + \int_0^t e^{\bar{A}(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + \tilde{x}^1(t), \quad (5.4)$$

sendo que $\tilde{x}^1(t) = \int_0^t e^{\bar{A}(t-\tau)}h(\tau)d\tau$.

5.2 Restrições na Variável de Estado

Fixemos um determinado ciclo de produção j . As restrições de controle pontuais intraciclo de produção já foram introduzidas na seção anterior. Também já estão presentes as restrições de estado iniciais e finais para o ciclo de produção. Obviamente, como restrições de estado inicial, temos que $x_i(0) = 0$ para $i = 1, 6, 7, 8$, e

- $x_2^j(0) = x_{2,0} \geq 0$,
- $x_3^j(0) = x_{3,0} = x_3^{j-1}(1^-) \geq 0$,
- $x_4^j(0) = x_{4,0} = x_4^{j-1}(1^-) \geq -S$, para algum $S > 0$,
- $x_5^j(0) = x_{5,0} \in [0, 1]$,

com $x_{2,0} + x_{5,0} \leq 1$. Quanto às restrições do estado final, dada a monotonicidade temporal da biomassa tanto da cultura principal x_1 quanto do produto secundário x_2 devido ao uso do controle biológico, temos, independentemente de x_3 , que

$$\gamma^T x(1) \leq K,$$

sendo que $\gamma_i = 0$ para $i = 3, \dots, 8$ e γ_1, γ_2 , e K são determinadas constantes positivas. As quantidades máximas totais de agroquímicos U_1 and U_2 e o mínimo total de controle biológico U_3 são estabelecidas pela camada superior para o ciclo de produção considerado, conforme será detalhado na próxima seção.

De maneira mais sintética, para o ciclo de produção j , temos $x(0) \in C_0^j$ e $x(1) \in C_1^j$, sendo que C_0^j é dado por

$$C_0^j = \{(0, x_2, x_3, x_4, x_5, 0, 0, 0) : x_2 \geq 0, x_3 = x_3^{j-1}(1^-) \geq 0, \\ x_4 = x_4^{j-1}(1^-) \in [-S, \infty), x_5 \in [0, 1]\}$$

e C_1^j por

$$C_1^j = \{x \in \mathbb{R}^8 : \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 \leq K, x_6 \leq U_1^j, x_7 \leq U_2^j, x_8 \geq U_3^j\}.$$

Finalmente, é importante observar aqui que U_1^j , U_2^j e U_3^j representando os limites impostos no uso total de controles dentro do ciclo de produção j , são definidos pela camada de coordenação superior com o objetivo de arbitrar de forma justa o conflito entre as metas econômicas individuais de curto prazo e o objetivo comum de sustentabilidade de longo prazo.

6 Arquitetura de Controle

Neste capítulo apresentamos a arquitetura de controle que possibilita a conciliação do lucro econômico de curto prazo de cada uma das unidades de produção distribuídas, com o objetivo comum global de longo prazo que consiste em preservar o equilíbrio ambiental.

A arquitetura proposta tem duas camadas. A camada inferior é definida na instância mais simples de duas unidades de produção agrícolas distintas, mas com estrutura similar, e supõe-se que:

- Não há competição entre elas por participação no mercado;
- Cada uma tem como objetivo a maximização de seu lucro em cada ciclo de produção (são racionais) usando agroquímicos (pesticidas e fertilizantes) e controle biológico;
- A única interação entre elas é devido ao impacto que ocasionam ao meio ambiente.

A camada superior promove o equilíbrio ambiental no longo prazo, prescrevendo cotas de agroquímicos e controle biológico para cada uma das unidades em cada ciclo de produção.

Essas camadas serão descritas nas próximas duas seções.

6.1 Gestão Ótima da Unidade de Produção

Como mencionado na introdução, o cenário em que os decisores das unidades de produção são racionais é uma suposição razoável que serve como base para uma primeira abordagem para mostrar como a arquitetura proposta gera as estratégias de controle pretendidas.

Iniciamos pela formulação do problema de controle ótimo necessário para calcular a estratégia ótima de controle intraciclo de produção. Depois, encontramos a solução geral aplicando as condições do Princípio do Máximo de Pontryagin para este problema.

A necessidade de coordenação para garantir a sustentabilidade é ilustrada nos resultados de simulação da Seção 6.2.

6.1.1 Formulação do Problema de Controle Ótimo

Agora, consideramos uma versão simplificada - mas ainda realista - do problema de controle ótimo intra-anual da unidade de produção que o gestor da unidade de produção tem que resolver para determinar o retorno econômico máximo em cada operação do ciclo de produção. Para isso, definimos o funcional de custo que é dado simplesmente pelo

simétrico da diferença entre a receita total obtida no ciclo e as despesas totais associadas, ou seja,

$$J(x(0), x(1^-), u) = -c^T x(1^-),$$

sendo que as componentes de $c \in \mathbb{R}^8$ são tais que $c_1 > 0$ e $c_2 \geq 0$, com c_1 obviamente maior que c_2 e $c_3 = c_4 = 0$. Também, c_5, c_6, c_7 e c_8 são negativos, desde que representam os custos unitários, respectivamente, da cultura principal, dos fertilizantes, dos pesticidas e do controle biológico. Considerando a dinâmica e as restrições apresentadas no Capítulo 5, o problema de controle ótimo é formulado como

$$\begin{aligned} (P) \text{ Minimizar} \quad & J(x(0), x(1^-), u) \\ \text{sujeito a} \quad & \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ & x(0) \in C_0, \quad x(1^-) \in C_1 \\ & u(t) \in \Omega := \prod_{i=1}^3 [0, \bar{U}_i] \end{aligned}$$

Do que foi mencionado na seção de modelagem da unidade de produção, os valores iniciais das componentes de estado x_2 e x_5 são, juntamente com os controles u_i , $i = 1, 2, 3$, variáveis de decisão. As demais componentes do estado inicial para um dado ciclo k , ou são predefinidas para um dado valor fixo, como é o caso de x_1, x_6, x_7, x_8 que são fixadas em 0, ou dependem do ciclo de produção anterior, como ocorre com x_3 e x_4 cujos valores $x_3(0)$ e $x_4(0)$ no ciclo k são, respectivamente iguais a $x_3(1^-)$ e $x_4(1^-)$ no ciclo $k - 1$. Assim, existe uma descontinuidade entre o final de um dado ciclo e o início do que se segue, especificada por uma aplicação de *reset*, dada por $\mathbf{R}^k(x) := x + \Delta x_{k-1}^k$.

Note que as quantidades U_i , $i = 1, 2, 3$, que aparecem na especificação do conjunto C_1 são definidas, para cada ciclo, pela camada de coordenação, responsável por garantir a sustentabilidade ambiental de longo prazo. Assim, faz sentido considerar $\bar{U}_i > U_i$ para $i = 1, 2, 3$. Além disso, a camada de coordenação deve garantir que essas quantidades permitam a viabilidade de cada unidade de produção, ou seja, denotando por \hat{x} o ótimo, a desigualdade $-J(\hat{x}(0), \hat{x}(1^-), \hat{u}) \geq (r_1 + r_2)I$ deve ser verificada. Aqui, I é o investimento total na unidade de produção, r_2 é a taxa de custos financeiros incorrida e r_1 é o retorno “razoável” do investimento. A restrição de viabilidade econômica é importante não só pelo viés financeiro mas também pelo social, pois busca garantir que a atividade agrícola seja compensatória, evitando que o investimento seja aplicado em atividades diversas, agravando o problema de produção de alimentos.

Dessa forma, a viabilidade econômica é no sentido de garantir não só o lucro, mas

Antes de prosseguir com a aplicação do Princípio do Máximo para o problema, uma vez que múltiplas unidades de produção diferentes e múltiplos ciclos de produção têm que ser considerados, empregaremos como superíndices símbolos do alfabeto grego para as unidades de produção (α, β , etc.) e o número j para enumerar o ciclo de produção.

Como exemplo, o problema (P^ζ) representa o problema (P) para a unidade de produção ζ . Para indicar que o problema é aplicado no ciclo de produção j , usaremos $(P^{\zeta,j})$. Da mesma forma $x^{\zeta,j}(t)$ representa o estado da unidade de produção ζ , no ciclo de produção j , no momento t , sendo sua componente associada ao estado do solo denotada por $x_4^{\zeta,j}(t)$. Quando não houver a necessidade de especificação os superíndices serão omitidos.

6.1.2 Aplicação do Princípio do Máximo de Pontryagin

Seja (\hat{x}, \hat{u}) a solução para o problema (P) . A aplicação do Princípio do Máximo garante a existência de um multiplicador (p, λ) , com $\lambda \geq 0$ e $p \in AC([0, 1]; \mathbb{R}^8)$, que é não trivial, ou seja, $|p(\cdot)| + \lambda > 0$ e satisfaz:

- Equação adjunta:

$$-\dot{p}^T(t) = p^T(t)A(t).$$

- Condições de fronteira e transversalidade:

$$p(0) \in N_{C_0}(\hat{x}(0)), \quad \text{e} \quad -p(1) \in -\lambda c + N_{C_1}(\hat{x}(1)).$$

- Condição de maximização:

$$\hat{u}(t) \text{ maximiza a aplicação } v \rightarrow p^T(t)B(t)v \text{ } [0, 1) \text{ q.t.p em } \Omega.$$

Para usar estas condições para projetar um algoritmo de otimização precisamos determinar cada um dos objetos envolvidos. Considerando a natureza das restrições e as hipóteses sobre as decisões do esquema de coordenação, como a viabilidade econômica das unidades de produção, concluímos que os dados de (P) satisfazem não só a compatibilidade das condições de contorno, mas também a controlabilidade em cada ponto final, de forma que as condições não degenerem. Assim, sem perda de generalidade, assumimos que $\lambda = 1$.

Prosseguimos agora com a definição dos cones normais. Temos

$$N_{C_0}(\hat{x}(0)) = \{\zeta_0 \in \mathbb{R}^8 : \zeta_{i,0} \in \mathbb{R}, \text{ para } i = 1, 6, 7, 8, \text{ e } \zeta_{i,0} \text{ satisfaz } (*), \text{ para } i = 2, 3, 4, 5\},$$

sendo $(*)$ tal que,

- $\zeta_{2,0} \leq 0$ se $\hat{x}_{2,0} = 0$ e 0, caso contrário;
- $\zeta_{3,0} \leq 0$ se $\hat{x}_{3,0} = 0$ e 0, caso contrário;
- $\zeta_{4,0} \leq 0$ se $\hat{x}_{4,0} = -S$ e 0, caso contrário;
- $\zeta_{5,0} \leq 0$ se $\hat{x}_{5,0} = 0$, $\zeta_{5,0} \geq 0$ se $\hat{x}_{5,0} = 1$ e 0, caso contrário.

Agora,

$$N_{C_1}(\hat{x}(1)) = \{\zeta_1 \in \mathbb{R}^8 : \zeta_{i,1} = 0, \text{ para } i = 3, 4, 5, \text{ e } \zeta_{i,1} \text{ satisfaz (**), para } i = 1, 2, 6, 7, 8\},$$

sendo (**) tal que,

- $\zeta_{1,i} = \begin{cases} 0 & \text{se } \gamma_1 \hat{x}_{1,1} + \gamma_2 \hat{x}_{2,1} < K, \text{ para } i = 1, 2; \\ \zeta_{i,1} = \alpha \gamma_i, \forall \alpha > 0 & \text{se } \gamma_1 \hat{x}_{1,1} + \gamma_2 \hat{x}_{2,1} = K, \text{ para } i = 1, 2; \end{cases}$
- $\zeta_{i,1} \geq 0$ se $\hat{x}_{i,1} = U_i$ e 0 para $\hat{x}_{i,1} < U_i$, com $i = 6, 7$;
- $\zeta_{8,1} \leq 0$ se $\hat{x}_{8,1} = U_8$ e 0 para $\hat{x}_{8,1} > U_8$.

O próximo passo é o cálculo da equação adjunta. Para facilitar a notação, vamos considerar os subíndices a e b correspondendo, respectivamente, às primeiras 5 e às últimas 3 componentes do vetor. Ainda, denotamos por $\Phi(t_1, t_0) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ a matriz de transição de estado associada com o sistema $\dot{x}_a = A_{11}(t)x_a$ no intervalo $[t_0, t_1]$. Claramente $\Phi(t_0, t_0) = I \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$.

Examinando a dinâmica, concluímos que

$$-\dot{p}_a^T(t) = p_a^T(t)A_{11}(t) \quad \text{e} \quad \dot{p}_b^T(t) = 0.$$

Logo

$$\begin{aligned} p_a^T(t) &= p_a^T(1)\Phi(1, t), \\ p_b^T(t) &:= p_b^T, \quad \forall t \in [0, 1], \end{aligned}$$

sendo

- $p_a^T(1) = (-\alpha\gamma_1 + c_1, -\alpha\gamma_2 + c_2, 0, 0, c_5)$;
- $p_b^T = (-\zeta_{1,6} + c_6, -\zeta_{1,7} + c_7, -\zeta_{1,8} + c_8)$.

A condição de transversalidade no tempo inicial permite a redução do número de parâmetros arbitrários pela relação

$$p_a^T(0) = p_a^T(1)\Phi(1, 0) \in \mathbb{R} \times \{\zeta_{0,2}\} \times \{\zeta_{0,3}\} \times \{\zeta_{0,4}\} \times \{\zeta_{0,5}\}.$$

Do exposto acima, concluímos que a condição de maximização garante, Lebesgue q.t.p em $[0, 1]$, que $\hat{u}(t)$ maximiza em Ω a “função comutação” dada por

$$v \rightarrow (p_a^T(t)B_{11}(t) + p_b^T)v.$$

Dadas as restrições de controle e o valor inicial para as variáveis de estado definidas pelo ciclo de produção anterior, essas condições caracterizam totalmente a estratégia ótima

- controle e valor do estado inicial para cada variável de decisão de estado inicial - para cada unidade de produção.

Além disso, é importante observar que, ao otimizar seu próprio comportamento, o conjunto de unidades de produção está definindo automaticamente o modelo de evolução que o coordenador no nível superior requer para direcionar o sistema global para um equilíbrio ambiental sustentável, prescrevendo os limites de controle U_i , $i = 6, 7, 8$, para cada uma das unidades de produção. A formulação deste problema é tratada na próxima seção.

Como observado acima no capítulo de modelagem, para o caso em que $a_{15} = h_1(t)$ é o único coeficiente dependente do tempo, a dinâmica no problema (P) pode ser substituída por

$$\dot{x} = \bar{A}x + Bu + h(t), \quad t \in [0, 1].$$

Desde que $h(\cdot)$ é uma função pré-determinada, ou seja, não depende das variáveis de estado ou controle, o Princípio do Máximo permanece o mesmo com a matriz A substituída pela matriz \bar{A} .

6.2 Simulações para o Problema da Unidade de Produção

A fim de exemplificar o comportamento do modelo da unidade de produção, motivados pela literatura apresentada a seguir, estabelecemos uma situação hipotética com dados obtidos através de um procedimento de identificação direto, minimizando o erro entre o comportamento do modelo e aquele esperado de uma representação simplificada de uma unidade de produção real, para uma gama significativa de condições iniciais e estratégias de controle e limites nos controles. A literatura utilizada trata do sistema de plantio direto, cultivo consorciado de culturas no manejo de plantas daninhas e os efeitos na aplicação de fertilizantes minerais e agrotóxicos, bem como o impacto no meio ambiente. A motivação e contextualização estão expostas na Subseção 6.2.1. Na Subseção 6.2.2 são apresentados os dados obtidos e a análise das simulações.

6.2.1 Desafios Científico-Tecnológicos na Agricultura e Sistemas de Produção Sustentáveis

A necessidade de aumento da produção de alimentos coloca-se como uma questão desafiadora sobre diversos aspectos, dentre eles a necessidade de expansão das áreas cultivadas. No entanto, essa expansão não deve considerar somente a incorporação de áreas agrícolas, mas também o aproveitamento de áreas degradadas o que, segundo Pereira et al. (2013), implica em aumento da demanda por novas tecnologias de produção no sentido de reduzir impactos ao ambiente e promover ganho de produtividade, mantendo o balanço

energético da cultura. Nesse contexto, faz-se necessário considerar também sistemas de produção sustentáveis e conservacionistas que contribuam com melhorias nas condições físicas, químicas e biológicas do solo, e também com o aumento da produtividade.

Apontando nessa direção, o sistema de plantio direto (SPD) pode ser considerado uma prática de conservação no sentido de reduzir perdas do solo e do carbono orgânico. Além disso, por ser um sistema de manejo com baixo revolvimento do solo, produz aumento do teor de matéria orgânica do solo (MOS), que por sua vez eleva a biomassa microbiana do solo (BMS) (LOURENTE et al., 2011).

Com relação a BMS, Knupp e Ferreira (2011) ressaltam sua importância como indicador biológico uma vez que é capaz de responder rapidamente às alterações no solo, além de ser sua principal fonte de enzimas, responsabilizando-se assim pela maioria das atividades biológicas desse sistema.

Neste contexto, o emprego de adubos verdes e/ou plantas de cobertura se destaca entre as técnicas sustentáveis que visam maximizar o aproveitamento e os benefícios da matéria orgânica do solo (CALEGARI et al., 1993). Por se estabelecer como um conjunto de ações integradas, a técnica oferece grandes benefícios ao solo e sistemas agrícolas em geral, como: proteção contra erosão, elevação da taxa de infiltração e aumento da capacidade de retenção de água, recuperação da sua estrutura, adição de matéria orgânica, promoção do aumento do teor de nitrogênio, controle de nematoides, aumento e diversificação da comunidade de microrganismos do solo, incremento da capacidade de reciclagem e mobilização de nutrientes lixiviados ou pouco solúveis em camadas mais profundas do solo (MERCANTE et al., 2012).

Ainda em relação à matéria orgânica do solo, em Ribeiro et al. (2011) afirmam que a manutenção da qualidade depende de constante aporte de material orgânico por meio do emprego de adubos verdes. Em um trabalho de revisão da literatura, os autores abordam assuntos ligados aos estoques de carbono, nitrogênio e à influência das espécies de adubos verdes no solo e concluem que um manejo eficiente, que explora o máximo potencial em fornecer condições mais favoráveis ao cultivo, deve considerar a diversidade de espécies de cobertura associada ao SPD, sucessão, rotação e consórcio de cultivos.

Dentre as técnicas que visam sistemas de produção sustentáveis, associado ao SPD, o consórcio de cultivos além de permitir o emprego de plantas de cobertura desempenha um papel amplo no sistema de produção. A técnica consiste no cultivo simultâneo de duas ou mais espécies com diferentes ciclos e arquiteturas vegetativas, exploradas concomitantemente na mesma área e num mesmo período de tempo, sendo que não necessariamente tenham sido semeadas ao mesmo tempo. As plantas podem competir de forma intra-específica ou interespecífica por recursos como água, luz e nutrientes, sendo que a produção das culturas pode ser afetada de forma variável, dependendo da duração da competição. A compatibilidade entre espécies, a fertilidade do solo, a ocorrência de plantas

daninhas e a competição entre as espécies consorciadas pelos recursos do meio podem influenciar o estabelecimento e a produção satisfatória das culturas. Dentre os principais benefícios dessa prática destacam-se o melhor aproveitamento do uso de fertilizantes, a proteção contra erosão do solo, a diminuição da infestação de plantas daninhas e também o aumento da produção em uma mesma estação de crescimento (BUSATO; BUSATO, 2011).

Diversas culturas têm sido empregadas em sistema de consórcio, não se restringindo inclusive a cultivos agrícolas. Daronco, Melo e Machado (2012) destacam a importância da técnica na restauração de ecossistemas ripários, pois o consórcio de espécies florestais com cultivos agrícolas torna-se uma técnica de recuperação que também é atrativa para o agricultor, uma vez que otimiza a produção e o retorno econômico por unidade de área em um dado período de tempo.

Um aspecto importante do sistema em consórcio diz respeito à exploração da capacidade competitiva de uma cultura secundária em detrimento das plantas daninhas, podendo ser utilizada como cobertura verde desde que muitas dessas coberturas além de melhorar as propriedades físicas e químicas do solo, como ressaltado anteriormente, possuem grande poder inibitório sobre determinadas invasoras, mesmo após o corte e formação de uma cobertura morta sobre o solo. Dessa forma, desde que consideradas as especificidades entre as culturas e as espécies de plantas daninhas presentes na área de cultivo, pode-se obter redução de insumos como fertilizantes minerais e agrotóxicos.

Considerando a necessidade de conhecer as inter-relações entre as plantas envolvidas no cultivo e que muitas espécies podem ser utilizadas com essa finalidade (no caso específico das leguminosas, em Mateus e Wutke (2006) pode-se encontrar as principais espécies utilizadas como cobertura verde no estado de São Paulo), existe uma variedade de estudos que analisam os efeitos da cultura secundária na produção da cultura principal e na população de plantas daninhas.

Silva et al. (2013), ao avaliarem a população e a distribuição de plantas daninhas na cultura de café arábica consorciado com três cultivares de noqueira-macadâmia, seis anos após o plantio, em Dois Córregos (SP), verificaram que a arborização pode, além de beneficiar os cafezais reduzindo a velocidade dos ventos, diminuir a necessidade de controle sobre as plantas daninhas uma vez que diminui a radiação incidente sobre estas. Nesse estudo o cultivo de café consorciado com noqueira-macadâmia apresentou um número de plantas daninhas 33% menor que no cultivo de café solteiro. Na projeção da copa e entre a projeção das copas da noqueira-macadâmia houve, em média, 82% de redução na ocorrência de plantas daninhas em comparação com o café solteiro.

Também focando no controle de plantas daninhas em sistemas de cultivo consorciado, Dan et al. (2012) analisam sistemas de Integração Lavoura-Pecuária baseados na consorciação entre culturas anuais com espécies forrageiras em que se destaca o consórcio

do milho com braquiária. Os autores consideram a competição interespecíficas entre as espécies utilizadas no consórcio e os efeitos da utilização de subdoses de herbicidas no manejo integrado de plantas daninhas e concluem que um sistema bem implantado produz um controle satisfatório de plantas daninhas.

A preocupação com o controle de plantas daninhas se justifica dado que estas podem provocar perdas de 90% na cultura quando nenhum método de controle é empregado e, por outro lado, o gasto com manejo das plantas daninhas podem superar 12% do custo de produção agrícola, atuando como um dos maiores responsáveis pelo uso de defensivos agrícolas, dado que a principal estratégia de controle é ainda baseada na aplicação de herbicidas. Conseqüentemente, é grande a preocupação dos ambientalistas com a combinação entre alta demanda de métodos químicos e baixo emprego de métodos de controle alternativos, muitas vezes explicada pela falta de conhecimento básicos em temas importantes para o manejo de plantas invasoras como biologia, ecologia, dinâmica das plantas daninhas, dinâmica da resistência e impactos ambientais, culminando assim no uso indiscriminado de herbicidas e aumento significativo na probabilidade de contaminação ambiental (KARAM, 2007).

Embora seja crescente o número de pesquisas relacionadas ao manejo de plantas daninhas, desde que na prática o método químico de controle é o mais utilizado e os estudos nesse segmento focam prioritariamente a maximização dos lucros de produção, de forma que as preocupações relacionadas aos recursos naturais e aos impactos ambientais causados pela técnica de controle aplicada tem sido secundárias (STIEGELMEIER, 2012).

As considerações expostas aqui somam-se as já citadas nos capítulos iniciais e evidenciam a necessidade de pesquisas no sentido de otimizar a produção com técnicas ambientalmente sustentáveis, ainda que estas se apresentem de forma desafiadora sobre diversos aspectos.

Tomando como base os trabalhos citados anteriormente, considera-se uma situação teórica onde a cada ciclo o agricultor busca maximizar seu lucro com o plantio de determinada cultura (cultura principal), sujeito ao uso de uma quantidade máxima de fertilizante e de agrotóxico. Além disso, deverá executar o cultivo consorciado obedecendo o plantio de uma quantidade mínima de determinada cultura secundária que traga benefícios ambientais (mais especificamente para o solo). No contexto geral, os limites superiores de fertilizantes e agrotóxicos, bem como o limite inferior da cultura secundária serão, a cada ciclo, fornecidos pelo problema coordenador, determinados por um modelo baseado em controle preditivo que busca a longo prazo estabilidade para um equilíbrio sustentável, representado pela qualidade do solo.

Importa destacar ainda, como pode ser percebido nos trabalhos citados anteriormente e como bem ressalta Vezzani e Mielniczuk (2009), a influência do solo na qualidade ambiental e na sustentabilidade agrícola, justificando assim a escolha do mesmo como

referência para sustentabilidade pelo viés apresentado nesta tese.

6.2.2 Simulações

Além dos trabalhos citados na seção anterior, outros também serviram de suporte para estabelecer os dados para as simulações. Para a interação das plantas daninhas e os efeitos da adubação e da matéria seca no solo usamos (ARF et al., 2012; BORGES, 2006; CARDOSO; BENTO; MORESKI, 2014; ERASMO; AZEVEDO; GARCIA, 2004; GARCIA et al., 2016; PADOVAN; CARNEIRO; MOTTA, 2014). Para balizar os coeficientes técnicos e os limites globais dos controles, considerando as simplificações do problema, (CRUZ et al., 2010; ALVARENGA; GONTIJO NETO; CRUZ, 2011; VALENTINI et al.,).

Considerando a análise citada anteriormente, obtivemos por simulações o seguinte conjunto de valores para as matrizes A e B :

$$A_{11}(t) = \begin{bmatrix} 0,0 & -0,0105 & -a_{13}(t) & -a_{14}(t) & a_{15}(t) \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ -a_{31}(t) & -0,3 & 0,6 & 0,0 & 0,0 \\ -a_{41}(t) & -4,8 & 0,2 & 0,0 & 0,0 \end{bmatrix},$$

$$B_{11}(t) = \begin{bmatrix} b_{11}(t) & -0,5 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 420,0 \\ 3,1 & -940,0 & 0,0 \\ -15 & -990,0 & 0,0 \end{bmatrix},$$

sendo que

- $a_{13}(t) = 0,57t\chi_{[0, \frac{3}{10})} + (0,1767 - 0,019t)\chi_{[\frac{3}{10}, \frac{6}{10})} + (0,3705 - 0,342t)\chi_{[\frac{6}{10}, 1]}$;
- $a_{14}(t) = 0,075t\chi_{[0, \frac{1}{5})} + (0,009 + 0,03t)\chi_{[\frac{1}{5}, \frac{7}{10})} + (0,1 - 0,1t)\chi_{[\frac{7}{10}, 1]}$;
- $a_{15}(t) = 12,5t\chi_{[0, \frac{1}{5})} + (1,5 + 5t)\chi_{[\frac{1}{5}, \frac{7}{10})} + (1,6667 - 1,6667t)\chi_{[\frac{7}{10}, 1]}$;
- $a_{31}(t) = 0,27t\chi_{[0, \frac{1}{5})} + (-0,054 + 0,54t)\chi_{[\frac{1}{5}, \frac{7}{10})} + (0,261 + 0,09t)\chi_{[\frac{7}{10}, 1]}$;
- $a_{41}(t) = 45t\chi_{[0, \frac{1}{5})} + (5,4 + 18t)\chi_{[\frac{1}{5}, \frac{7}{10})} + (60 - 60t)\chi_{[\frac{7}{10}, 1]}$;
- $b_{11}(t) = 12,15t\chi_{[0, \frac{1}{10})} + 1,215\chi_{[\frac{1}{10}, \frac{35}{100})} + (1,82925 - 1,755t)\chi_{[\frac{35}{100}, 1]}$.

Os parâmetros econômicos estão descritos na Tabela 1 e representam:

- c_1 - receita bruta por tonelada do produto principal;
- c_2 - receita bruta por tonelada de matéria seca da cultura secundária;
- c_3 - custo de produção da cultura primária no ciclo;

- c_6 - custo por tonelada de fertilizante;
- c_7 - custo por tonelada de agrotóxico;
- c_8 - custo por tonelada de semente da cultura secundária.

O custo c_5 é calculado pela multiplicação do custo de produção por tonelada da cultura principal por $\int_0^1 a_{15}(t)dt$, sendo que a integral representa a produção obtida sem a interferência das demais variáveis, considerando $x_5(0) = x_5(1^-) = 1$, ou seja, que a totalidade de recursos por hectare (porção de terra cultivável) está disponível.

Tabela 1 – Parâmetros econômicos utilizados nas simulações

Parâmetro	Valor ($t\ ha^{-1}$)
c_1	683,00
c_2	40,00
c_3	0,00
c_4	0,00
c_5	-460,00
c_6	-220,00
c_7	-6.800,00
c_8	-1.200,00

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observação 6.1. *Algumas hipóteses adicionais são adotadas por simplificação:*

- O ciclo de produção inicia com o plantio da cultura principal;*
- Os fertilizantes utilizados estão agrupados em um único composto, denominado simplesmente fertilizante. O mesmo se aplica aos agrotóxicos;*
- Na determinação dos custos já estão incluídos os valores do insumo e do custo operacional.*

Na Tabela 2 estão especificados os valores das restrições instantâneas que os controles devem satisfazer, sendo relacionados com restrições ambientais ou capacidade operacional de aplicação. O parâmetro γ_1 representa a proporção entre o uso da terra cultivável e a produção primária, por hectare. O parâmetro γ_2 representa a proporção entre o uso da terra cultivável e o produto secundário, por hectare. O parâmetro K representa a porção de terra cultivável por hectare. Estes valores são considerados constantes para todos os ciclos de produção.

Para obter a solução numérica utilizamos o método de otimização direta, sendo que o problema é discretizado e então são aplicados os métodos de programação não linear. Para isso utilizou-se o *Imperial College London Optimal Control Software (ICLOCS)*

Tabela 2 – Restrições para os valores instantâneos dos controles e restrição de plantio.

Limites	Valor
\bar{U}_1 (t ha ⁻¹)	2,50
\bar{U}_2 (t ha ⁻¹)	0,03
\bar{U}_3 (t ha ⁻¹)	0,08
γ_1	45
γ_2	8
K	100

Fonte: Elaborada pelo autor.

versão 1.2.1 (FALUGI; KERRIGAN; WYK, 2010). Esta é uma interface de controle ótimo, implementada no Matlab[®], que chama o *Interior Point OPTimizer (IPOPT)* que é um pacote de programa de código aberto para otimização não linear em larga escala. Em Paiva (2013) e Paiva (2014) pode-se encontrar mais informações sobre os pacotes de programas mais utilizados na solução de problemas de controle ótimo com restrições, incluindo os utilizados aqui. Para mais informações sobre o IPOPT recomendamos Vigerske e Wächter (2016) e Wächter (2009).

O intervalo do tempo foi tomado com tamanho igual a 1, em uma divisão de $N = 1000$ nós, com tamanho do passo $\Delta t = 0,001$ e utilizando o método trapezoidal de integração. O erro relativo para a convergência foi definido em $\epsilon_{rel} = 10^{-9}$.

As simulações foram realizadas considerando ciclos de produção consecutivos, onde os estados iniciais de cada ciclo foram mantidos constantes, reproduzindo o comportamento de *reset* descrito em (5.2) na Seção 5.1, com exceção da componente que representa a distância do estado do solo ao conjunto de sustentabilidade. No início de cada ciclo, esta componente do estado inicial assume o valor obtido no final do ciclo anterior. Dessa forma, o valor das componentes do final de cada ciclo juntamente com as cotas aplicadas, representam um processo que satisfaz a dinâmica do coordenador, embora de forma não otimizada e para uma única unidade de produção.

Foram consideradas três situações para ilustrar o modelo. Na primeira, apenas para evidenciar a dinâmica, foram simulados três ciclos de produção sem aplicação de controles. Obviamente, do ponto de vista prático essa situação não ocorre pois o agricultor busca sempre controlar o processo. Os resultados são mostrados na Tab. 3. Na segunda, foram impostas cotas fixas para o fertilizante e agrotóxico, ao longo de seis ciclos. Os valores foram escolhidos de forma a representar uma situação onde os limites são próximos das aplicações usuais, de forma que não são considerados restrições severas ao agricultor, tampouco foi imposta a obrigação do uso da cultura secundária. As Tab.4 e 5 mostram os resultados. Finalmente, na terceira situação foram considerados nove ciclos, mas desta vez as cotas assumem valores distintos ao longo dos ciclos, inclusive impondo cota mínima para a aplicação do controle biológico. Este procedimento ilustra como o coordenador

pode atuar para diminuir a distância do estado do solo ao conjunto de sustentabilidade. Os resultados são mostrados nas Tab.6, 7 e 8.

6.2.2.1 Situação 1

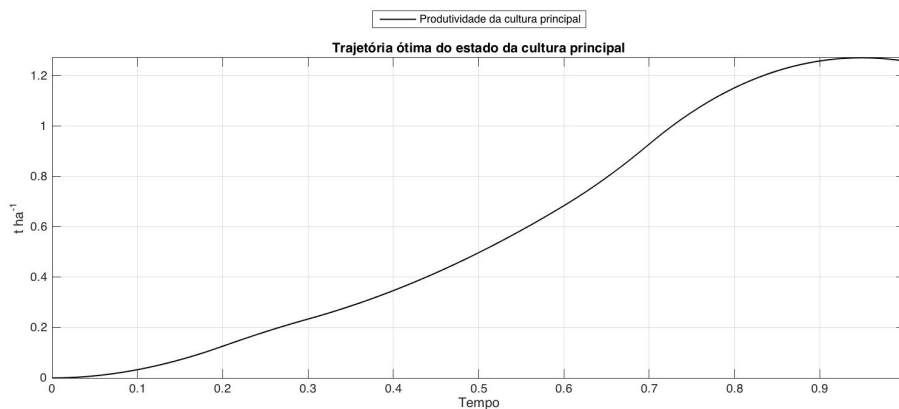
Na primeira situação foram simulados três ciclos de produção sem a aplicação de controles, iniciando com o solo em condições ideais ($x_4 = 0$). Os resultados são mostrados na Tab. 3 e evidenciam o comportamento da dinâmica. Podemos perceber a degradação do solo mesmo sem a aplicação de fertilizantes e agrotóxicos, ocasionada pela cultura principal, embora de forma menos significativa quando comparada com a situação seguinte, com o uso dos controles. As Fig. 1 e 2 exibem o comportamento das trajetórias da produção primária, plantas daninhas e distância do solo ao conjunto de sustentabilidade, respectivamente.

Tabela 3 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações sem aplicação dos controles. Os resultados mostram que na ausência de controles há perda de produtividade e piora na qualidade do solo.

	Ciclo 1		Ciclo 2		Ciclo 3	
U_1	0		0		0	
U_2	0		0		0	
U_3	0		0		0	
	Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim
Produtividade ($t ha^{-1}$)	0	1,2588	0	1,1046	0	0,9639
Cultura secundária ($MS t ha^{-1}$)	0	0	0	0	0	0
Plantas daninhas ($plantas m^{-2}$)	10	18,0230	10	18,0475	10	18,0698
Distância do solo	0	9,1844	9,1844	17,5613	17,5613	25,2017
Fração do solo	1	1	1	1	1	1
Fertilizante consumido ($t ha^{-1}$)	0	0	0	0	0	0
Agrotóxico consumido ($t ha^{-1}$)	0	0	0	0	0	0
Controle biológico ($t ha^{-1}$)	0	0	0	0	0	0
Lucro ($R\$ ha^{-1}$)	399,78		294,45		198,37	

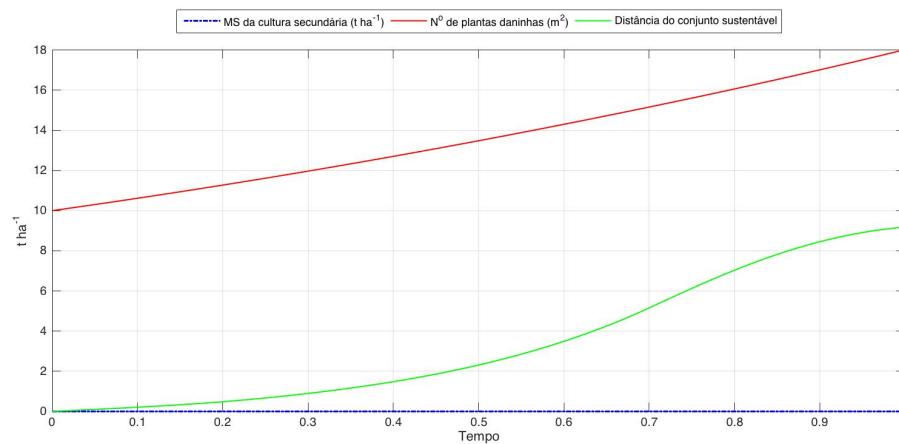
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 1 – Trajetórias dos estados na ausência de aplicação de controles.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 2 – Trajetórias dos estados na ausência de aplicação de controles.



Fonte: Elaborada pelo autor.

6.2.2.2 Situação 2

Como pode ser percebido nas tabelas Tab. 4 e Tab. 5, no primeiro ciclo o estado do solo inicia em condições ideais e o lucro máximo é obtido sem que a restrição do fertilizante se torne ativa. Porém, o cultivo associado ao uso de fertilizantes e agrotóxicos provoca a degradação do solo ao longo dos ciclos seguintes. À medida que o estado inicial do solo piora, além de utilizar as cotas máximas de fertilizantes e agrotóxicos, o processo de otimização aumenta a aplicação de controle biológico. Ainda assim a produtividade é decrescente ao longo dos ciclos. Isso ocorre porque o impacto no estado do solo no longo prazo não foi considerado na otimização em cada ciclo, evidenciando a importância de coordenar a aplicação dos agroquímicos ao longo de vários ciclos.

As Fig. 3, 4, 5 e 6 mostram o comportamento das trajetórias durante o Ciclo 1. Podemos perceber a influência da aplicação dos controles nas trajetórias de estado. Por

Tabela 4 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas fixas: ciclos 1 a 3. Estes resultados mostram a necessidade de coordenação.

		Ciclo 1		Ciclo 2		Ciclo 3	
Cotas	U_1	0,500		0,500		0,500	
	U_2	0,007		0,007		0,007	
	U_3	0		0		0	
		Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim
Produtividade ($t\ ha^{-1}$)		0	2,2222	0	2,0224	0	1,7235
Cultura secundária (MS $t\ ha^{-1}$)		0	0	0	1,1238	0	2,8055
Plantas daninhas (plantas m^{-2})		10	7,8119	10	8,4751	10	7,8867
Distância do solo		0	24,4026	24,4026	46,8924	46,8924	60,0313
Fração do solo		1	1	1	1	1	1
Fertilizante consumido ($t\ ha^{-1}$)		0	0,2534	0	0,5000	0	0,5000
Agrotóxico consumido ($t\ ha^{-1}$)		0	0,0070	0	0,0070	0	0,0070
Controle biológico ($t\ ha^{-1}$)		0	0	0	0,0027	0	0,0067
Lucro (R\$ ha^{-1})		954,44		805,47		663,73	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 5 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas fixas: ciclos 4 a 6. Estes resultados mostram a necessidade de coordenação.

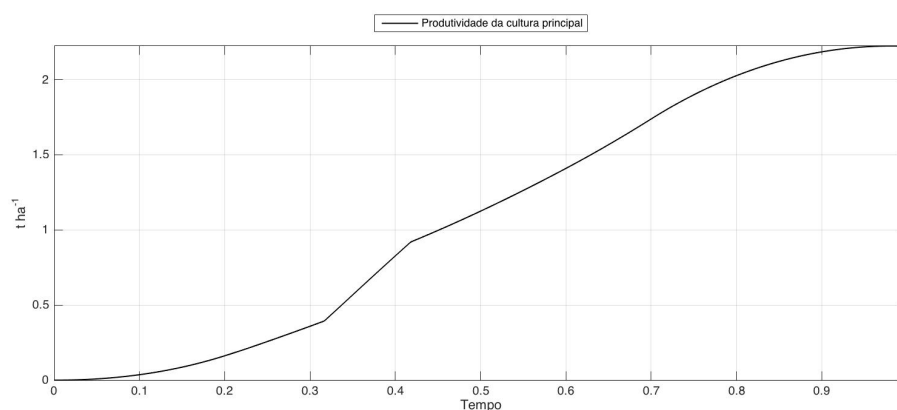
		Ciclo 4		Ciclo 5		Ciclo 6	
Cotas	U_1	0,500		0,500		0,500	
	U_2	0,007		0,007		0,007	
	U_3	0		0		0	
		Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim
Produtividade ($t\ ha^{-1}$)		0	1,5452	0	1,4386	0	1,3748
Cultura secundária (MS $t\ ha^{-1}$)		0	3,8083	0	4,4078	0	4,7670
Plantas daninhas (plantas m^{-2})		10	7,5567	10	7,3667	10	7,2555
Distância do solo		60,0313	67,7922	67,7922	72,4083	72,4083	75,1656
Fração do solo		1	1	1	1	1	1
Fertilizante consumido ($t\ ha^{-1}$)		0	0,5000	0	0,5000	0	0,5000
Agrotóxico consumido ($t\ ha^{-1}$)		0	0,0070	0	0,0070	0	0,0070
Controle biológico ($t\ ha^{-1}$)		0	0,0091	0	0,0105	0	0,0113
Lucro (R\$ ha^{-1})		579,22		528,68		498,41	

Fonte: Elaborada pelo autor.

exemplo, a Fig. 6 mostra a aplicação de agrotóxico durante, aproximadamente, o primeiro quarto do ciclo. Neste mesmo período notamos na Fig. 4 o decréscimo do número de plantas daninhas e o distanciamento do solo da sustentabilidade. Da mesma forma, na Fig. 3 podemos perceber uma elevação da taxa de produção no período de aplicação do fertilizante.

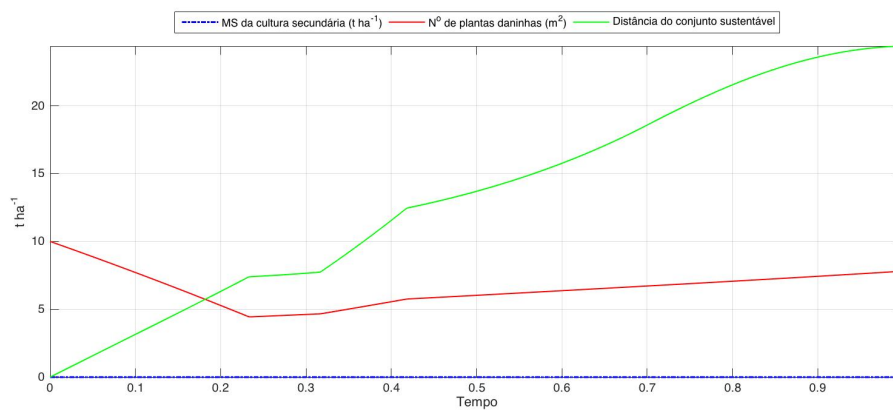
A solução analítica do problema de controle da unidade de produção possui um comportamento do tipo *bang-bang*, como verificamos na Subseção 6.1.2. A Fig. 7 evidencia esse comportamento, onde podemos comparar o sinal da função de comutação com a aplicação dos controles.

Figura 3 – Trajetória da variável produção primária para o Ciclo 1 da Situação 2.



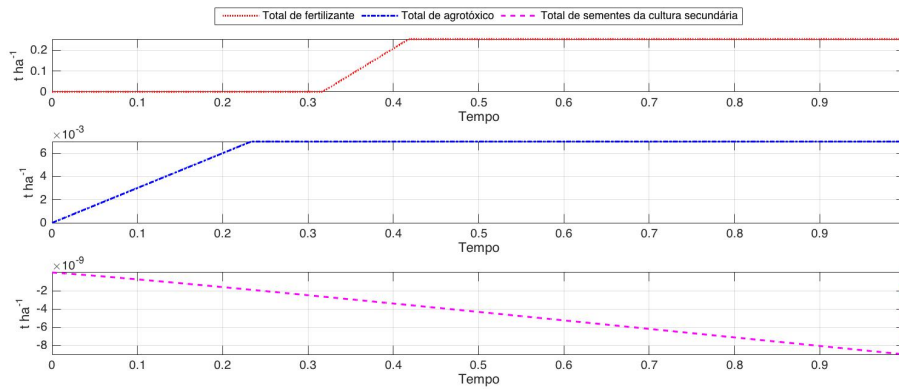
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4 – Trajetórias das variáveis cultura secundária, plantas daninhas e distância do solo para o Ciclo 1 da Situação 2.



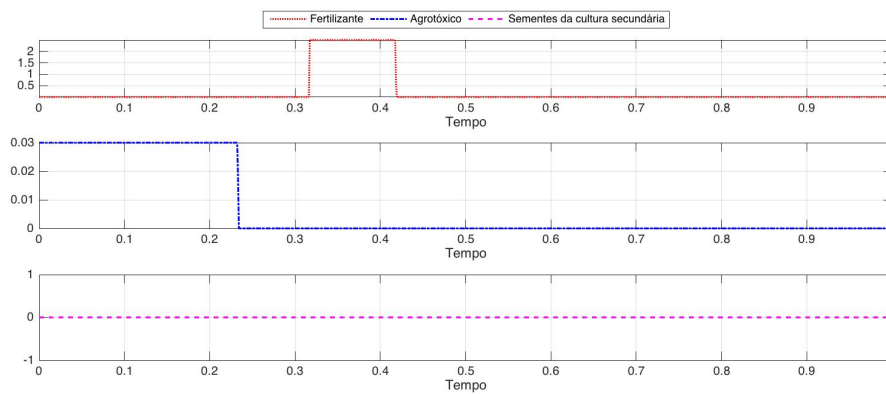
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5 – Trajetórias dos controles acumulados para o Ciclo 1 da Situação 2.



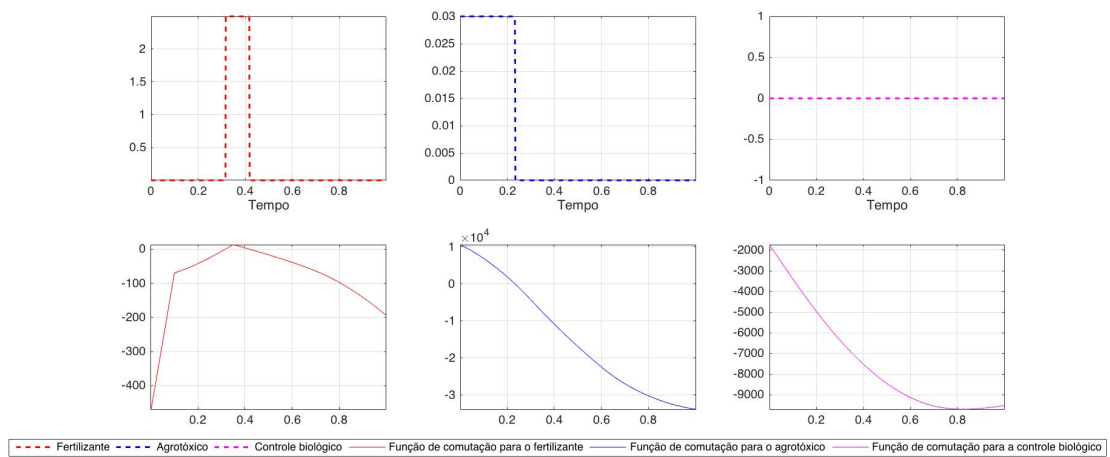
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6 – Trajetórias dos controles para o Ciclo 1 da Situação 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 7 – Função de comutação para o Ciclo 1 da Situação 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

6.2.2.3 Situação 3

No terceiro conjunto de simulações exibidos nas Tab. 6, 7 e 8 as cotas variam em cada ciclo de produção. O Ciclo 1 inicia como na situação anterior, mas a partir do segundo ciclo as cotas de fertilizante e agrotóxico são alteradas em função da degradação do solo. Durante os três primeiros ciclos a distância do conjunto de sustentabilidade cresce, porém de forma mais contida do que o observado na situação anterior. A partir do Ciclo 4 a distância torna-se decrescente, sendo que a partir do Ciclo 5 são impostas cotas mínimas para a aplicação de controle biológico.

Tabela 6 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas variáveis: ciclos 1 a 3.

		Ciclo 1		Ciclo 2		Ciclo 3	
Cotas	U_1	0,500		0,380		0,300	
	U_2	0,007		0,0045		0,004	
	U_3	0		0		0	
		Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim
Produtividade (t ha^{-1})		0	2,2222	0	1,7599	0	1,6613
Cultura secundária (MS t ha^{-1})		0	0	0	2,6008	0	7,4234
Plantas daninhas (plantas m^{-2})		10	7,8119	10	11,2470	10	11,0026
Distância do solo		0	24,4026	24,4026	34,5374	34,5374	39,7922
Fração do solo		1	1	1	1	1	1
Fertilizante consumido (t ha^{-1})		0	0,2534	0	0,3800	0	0,3000
Agrotóxico consumido (t ha^{-1})		0	0,0070	0	0,0045	0	0,0040
Controle biológico (t ha^{-1})		0	0	0	0,0062	0	0,0177
Lucro (R\$ ha^{-1})		954,44		724,38		723,15	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por fim, devemos observar que a soma dos lucros obtidos nos seis primeiros ciclos da Situação 3, apesar das limitações nos controles, totaliza R\$4.382,29, enquanto que no mesmo período, na Situação 2, a soma dos lucros resultou em R\$4.209,95. Esta diferença está relacionada ao horizonte considerado na otimização, no sentido que, na Situação 2, a otimização é realizada sem preocupação com o estado inicial do ciclo seguinte. Na Situação 3, as cotas são impostas com a preocupação de reduzir a distância do estado do solo ao conjunto de sustentabilidade no longo prazo. Este é justamente o papel do coordenador.

As Fig. 8, 9, 10 e 11 referem-se a simulação para o Ciclo 2 da terceira situação e podem ser comparadas com as Fig. 3, 4, 5 e 6 que representam também o Ciclo 1 da terceira situação. Por exemplo, com a redução da cota de fertilizante no Ciclo 2, o modelo inicia a aplicação deste antes do ocorrido no Ciclo 1, como mostram as Fig. 6 e 11. Também, em função da redução da cota de agrotóxico, o modelo aplica controle biológico, de forma que a trajetória do estado do solo que antes era monótona crescente (Fig. 4), no Ciclo 2 possui um intervalo de decrescimento (Fig. 9).

Tabela 7 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas variáveis: ciclos 4 a 6.

		Ciclo 4		Ciclo 5		Ciclo 6	
Cotas	U_1	0,200		0,200		0,200	
	U_2	0,003		0,003		0,003	
	U_3	0		0,012		0,012	
		Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim
Produtividade ($t\ ha^{-1}$)		0	1,3183	0	1,3262	0	1,3262
Cultura secundária ($MS\ t\ ha^{-1}$)		0	5,0844	0	5,0400	0	5,0400
Plantas daninhas ($plantas\ m^{-2}$)		10	12,0405	10	11,2660	10	11,1627
Distância do solo		39,7922	32,2875	32,2875	21,6236	21,6236	10,5132
Fração do solo		1	1	1	1	0,9415	0,9415
Fertilizante consumido ($t\ ha^{-1}$)		0	0,2000	0	0,0230	0	0
Agrotóxico consumido ($t\ ha^{-1}$)		0	0,0030	0	0,0030	0	0,0030
Controle biológico ($t\ ha^{-1}$)		0	0,0121	0	0,0120	0	0,0120
Lucro ($R\$ ha^{-1}$)		607,54		639,50		733,28	

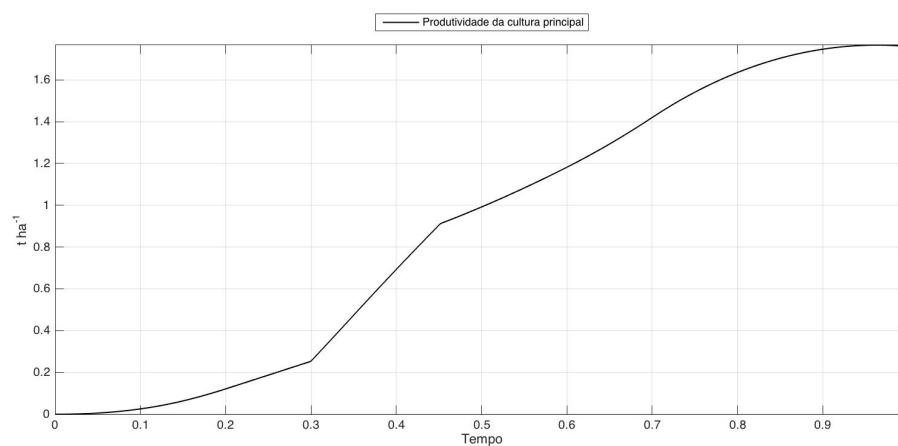
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 8 – Condições iniciais e resultados obtidos nas simulações com aplicação dos controles e cotas variáveis: ciclos 7 a 9.

		Ciclo 7		Ciclo 8		Ciclo 9	
Cotas	U_1	0,150		0,150		0,200	
	U_2	0,0025		0,025		0,0034	
	U_3	0,008		0,010		0,00835	
		Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim
Produtividade ($t\ ha^{-1}$)		0	1,6249	0	1,4756	0	1,5988
Cultura secundária ($MS\ t\ ha^{-1}$)		0	3,3600	0	4,2000	0	3,5070
Plantas daninhas ($plantas\ m^{-2}$)		10	12,9972	10	12,2328	10	11,0020
Distância do solo		10,5132	9,9384	9,9384	2,7880	2,7880	-0,0132
Fração do solo		1	1	0,9572	0,9572	0,9307	0,9307
Fertilizante consumido ($t\ ha^{-1}$)		0	0,1105	0	0	0	0
Agrotóxico consumido ($t\ ha^{-1}$)		0	0,0025	0	0,0025	0	0,0034
Controle biológico ($t\ ha^{-1}$)		0	0,0080	0	0,0100	0	0,0083
Lucro ($R\$ ha^{-1}$)		733,28		706,48		770,95	

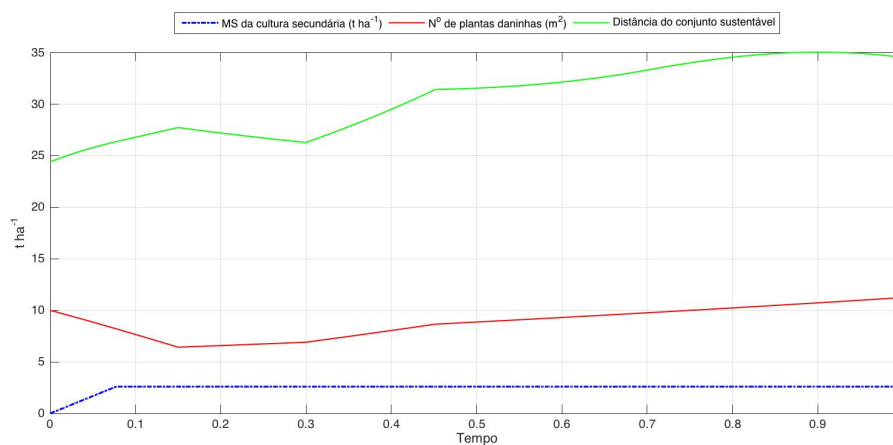
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 8 – Trajetória da variável produção primária para o Ciclo 2 da Situação 3.



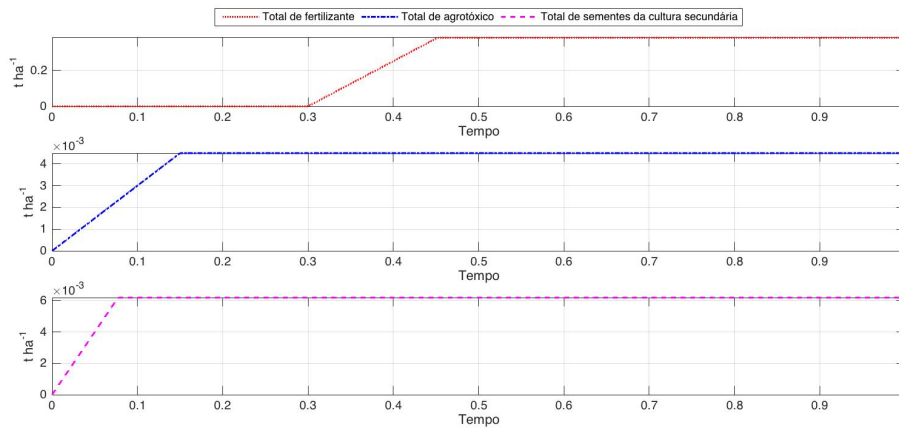
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 9 – Trajetórias das variáveis cultura secundária, plantas daninhas e distância do solo para o Ciclo 2 da Situação 3.



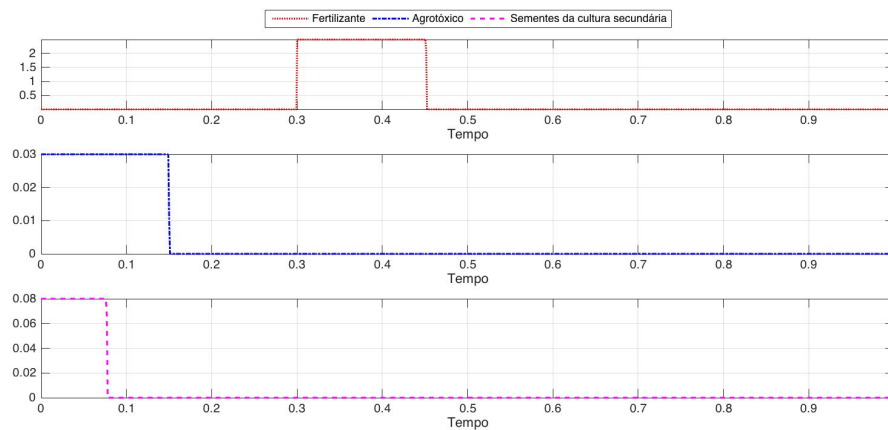
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 10 – Trajetórias dos controles para o Ciclo 2 da Situação 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 11 – Trajetórias dos controles acumulados para o Ciclo 2 da Situação 3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

De modo geral, embora as simulações tenham sido realizadas apenas para uma unidade de produção e somente com a otimização intraciclo, os resultados mostram a influência da coordenação das cotas na dinâmica do solo ao longo dos ciclos, evidenciando a necessidade de uma estrutura de controle coordenada que atue de forma ótima para garantir a viabilidade econômica das unidades de produção em cada ciclo e a sustentabilidade ambiental no longo prazo.

6.3 O Problema de Controle Ótimo de Coordenação

Como mencionado anteriormente, o papel do coordenador global é, por um número de ciclos de produção, prescrever a quantidade máxima de agroquímicos U_1 e U_2 e o

mínimo de controle biológico U_3 para cada unidade de produção, a fim de conduzir o sistema global para um equilíbrio sustentável de longo prazo (ou seja, “quando $t \rightarrow \infty$ ”).

Observamos um detalhe referente à notação utilizada para o tempo: enquanto o período foi indicado por um índice superior no contexto de tempo contínuo, a partir de agora, indicaremos por um índice inferior, pois no contexto do nível de coordenação ele se refere ao tempo discreto.

Para formular o problema de controle ótimo de coordenação, para um dado $N \in \mathbb{N}$, temos os ciclos $k = 1, \dots, N$, sendo que o ciclo de produção denotado por k é $[k-1, k)$, os controles associados para a camada de coordenação são $U_k = \text{col}(U_{1,k}, U_{2,k}, U_{3,k})$, representando os limites para os dois agroquímicos e para o controle biológico a serem utilizados pelas diversas unidades de produção.

Lembramos, da seção anterior, que há uma descontinuidade da variável de estado entre o final de cada ciclo de produção e o início do próximo. Isso é representado pela aplicação de *reset* de decisão $\mathbf{R}^k(x) := x + \Delta x_{k-1}^k$, sendo que Δx_{k-1}^k torna-se totalmente definido pela decisão ótima calculada no nível inferior por cada gestor da unidade de produção.

No que segue, no nível de coordenação, consideramos x_k^ζ como sendo o valor de estado $x^\zeta(t)$ da unidade de produção ζ , com $t = 1^-$, no k -ésimo ciclo de produção.

Ainda, por considerar que este problema é facilmente escalável para um número finito de unidades de produção, adotamos um cenário simplificado com apenas duas delas: α e β .

Neste contexto, o problema de coordenação consiste em calcular as duas sequências $\{U_k^\alpha\}_{k=1}^N$ e $\{U_k^\beta\}_{k=1}^N$ resolvendo o problema

$$(P^c) \quad \text{Minimizar} \sum_{k=1}^N [\pi^{\alpha,k}(x_{4,k}^\alpha - x_{4,k-1}^\alpha) + \pi^{\beta,k}(x_{4,k}^\beta - x_{4,k-1}^\beta)] \quad (6.1)$$

sujeito a

$$x_k^\alpha = F(\mathbf{R}(x_{k-1}^\alpha), U_k^\alpha) \quad (6.2)$$

$$x_k^\beta = F(\mathbf{R}(x_{k-1}^\beta), U_k^\beta) \quad (6.3)$$

$$x_{k-1}^\alpha + \Delta x_{k-1}^{\alpha,k} \in C_0^\alpha, \quad x_k^\alpha \in C_1^\alpha \quad (6.4)$$

$$x_{k-1}^\beta + \Delta x_{k-1}^{\beta,k} \in C_0^\beta, \quad x_k^\beta \in C_1^\beta \quad (6.5)$$

$$\bar{J}^{\alpha,k} \geq s^{\alpha,k} \quad (6.6)$$

$$\bar{J}^{\beta,k} \geq s^{\beta,k} \quad (6.7)$$

para $k = 1, \dots, N$

$$x_{4,N} \in \mathbf{S} \quad (6.8)$$

sendo

- a) O funcional de custo (6.1) a ser minimizado representa o “comportamento injusto” das unidades de produção no período. Para ver isso claramente, observe que cada parcela representa a deterioração do ambiente ponderada pelo lucro relativo ao investimento dado $\pi^{\zeta,k} = \frac{\bar{J}^{\zeta,k} - s^{\zeta,k}}{I^{\zeta,k}}$, $\zeta = \alpha, \beta$, sendo $\bar{J}^{\zeta,k}$ o simétrico do custo do problema de controle ótimo para a unidade de produção ζ (P^ζ), isto é, $-J^\zeta(x^\zeta(0), x^\zeta(1^-), u) = c^T x^\zeta(1^-)$ para o ciclo de produção k . Por sua vez, $s^{\zeta,k} = (r_1^{\zeta,k} + r_2^{\zeta,k})I^{\zeta,k}$ é o retorno “razoável” da unidade de produção ζ para o ciclo de produção k , sendo r_1 , r_2 e I , respectivamente, a taxa de custos financeiros, a taxa de retorno e o investimento total, como definidos na Subseção 6.1.1.

Note ainda que se $\bar{J}^{\zeta,k} = s^{\zeta,k}$, ou seja, a unidade de produção ζ não tem um lucro operacional no ciclo de produção k , então seu impacto no meio ambiente (representado aqui pela qualidade do solo) não é considerado, quer tenha degradado ou quer tenha melhorado o ambiente. Isso faz sentido devido ao fato de que as unidades de produção são consideradas racionais, ou seja, otimizam seus próprios recursos tanto no caso de aumento quanto no caso diminuição de danos causados ao meio ambiente;

- b) As dinâmicas (6.2) e (6.3), $x_k^\zeta = F(\mathbf{R}(x_{k-1}^\zeta), U_k^\zeta)$, $\zeta = \alpha, \beta$, são obtidas resolvendo o problema de controle ótimo ($P^{\zeta,k}$) em função dos limites dos controles U_k^ζ disponíveis para a unidade de produção ζ ;
- c) As restrições (6.6), e (6.7) são impostas para garantir a sustentabilidade econômica de cada unidade de produção;
- d) A restrição (6.8), sendo que $x_4(N)$ é a média ponderada

$$\frac{I^{\alpha,N} x_{4,N}^\alpha + I^{\beta,N} x_{4,N}^\beta}{I^{\alpha,N} + I^{\beta,N}}, \quad (6.9)$$

garante que a convergência desejada para a sustentabilidade ambiental seja buscada pelas estratégias de coordenação. A existência de solução para o problema de controle ótimo de coordenação pressupõe que, para o estado inicial do ambiente $x_{4,0}$, N é suficientemente grande para garantir que haja uma política de controle de coordenação guiando x_4 para o conjunto \mathbf{S} .

O item *b*) requer considerações adicionais. As aplicações (6.2), e (6.3) são obtidas resolvendo ($P^{\zeta,k}$), $\zeta = \alpha, \beta$, respectivamente, que corresponde ao problema (P^ζ) para o período k , como discutido na Seção 6.1.

Como ambos os problemas são desacoplados e idênticos, por simplificação, consideramos o índice superior genérico ζ na discussão que leva à especificação da aplicação F^ζ , que descreve a dinâmica discreta (6.2) e (6.3) a ser considerada pela camada de coordenação.

Seja (x_k^*, u_k^*) o processo ótimo de controle para $(P^{\zeta,k})$. Aplicando a dinâmica de tempo contínuo intraciclo no contexto discreto da camada de coordenação, temos $x_k^\zeta = x_k^{\zeta,*}(1^-)$, e $x_k^{\zeta,*}(0) = \mathbf{R}(x_{k-1}^{\zeta,*}(1^-))$. Assim, o estado da unidade de produção ζ é guiado de $x_{k-1}^{\zeta,*}$ para $x_k^{\zeta,*}$ resolvendo $(P^{\zeta,k})$. Logo,

$$x_k^\zeta = \Phi^\zeta(1, 0)\mathbf{R}(x_{k-1}^\zeta) + \int_0^1 \Phi(1, t)B(t)u_k^{\zeta,*}(t)dt \quad (6.10)$$

sendo que $u_k^{\zeta,*}$ satisfaz a condição de maximização das condições necessárias de otimalidade estabelecidas na seção anterior, as restrições de controle $u_k^{\zeta,*}(t) \in \prod_{i=1}^3 [0, \bar{U}_{i,k}^\zeta]$, bem como as restrições $x_{i,k}^{\zeta,*}(1) \leq U_{i-5,k}^\zeta$, $i = 6, 7$, $x_8^*(1) \geq U_{3,k}^\zeta$, e $\gamma_1^\zeta x_{1,k}^{\zeta,*}(0) + \gamma_2^\zeta x_{2,k}^{\zeta,*}(1) \leq K^\zeta$.

Note que a aplicação F tem uma estrutura afim, além disso, fazendo uma redução de escala para $u_{i,k}^{\zeta,*}$, ou seja, $u_{i,k}^{\zeta,*} = U_{i,k}^\zeta \bar{u}_{i,k}^{\zeta,*}$, temos $\bar{u}_{i,k}^{\zeta,*} \in \left[0, \frac{\bar{U}_{i,k}^\zeta}{U_{i,k}^\zeta}\right]$.

Considerando que

$$B^\zeta(t)u_k^{\zeta,*}(t) = \sum_{i=1}^3 b_i^\zeta(t)u_{i,k}^{\zeta,*}(t) = \sum_{i=1}^3 b_i^\zeta(t)U_{i,k}^\zeta \bar{u}_{i,k}^{\zeta,*}(t),$$

sendo $b_i^\zeta(t)$ a i -ésima coluna de $B^\zeta(t)$, e denotando:

- $\Phi_1^\zeta = \Phi^\zeta(1, 0)$, o operador de transição de estado para a unidade de produção ζ ;
- $\Phi_{2,U_k^\zeta}^\zeta = \text{lin}(\Phi_{2,U_k^\zeta}^{\zeta,i} : i = 1, 2, 3)$ sendo que o vetor coluna $\Phi_{2,U_k^\zeta}^{\zeta,i}$ é dado por

$$\Phi_{2,k}^{\zeta,i} = \int_0^1 \Phi^\zeta(1, t)b_i^\zeta(t)\bar{u}_{i,k}^{\zeta,*}(t)dt, \quad (6.11)$$

e $U_k = \text{col}(U_{i,k} : i = 1, 2, 3)$, obtemos a dinâmica discreta dada por

$$x_k^\zeta = F^\zeta(\mathbf{R}(x_{k-1}^\zeta), U_k^\zeta) = \Phi_1^\zeta \mathbf{R}(x_{k-1}^\zeta) + \Phi_{2,U_k^\zeta}^\zeta U_k^\zeta. \quad (6.12)$$

Note que a matriz Φ_1^ζ é constante, enquanto que a matriz $\Phi_{2,U_k^\zeta}^\zeta$ depende da estratégia ótima de controle gerada por cada unidade de produção no ciclo k .

Agora, para o caso em que $a_{15} = h_1(t)$ e todos os outros coeficientes de A não dependem do tempo, podemos fazer $A = \bar{A} + A_{1,5}$, como consideramos na seção de modelagem. Assim, para o ciclo de produção k , a dinâmica discreta (6.12) torna-se

$$x_k^\zeta = F^\zeta(\mathbf{R}(x_{k-1}^\zeta), U_k^\zeta) = \Phi_1^\zeta \mathbf{R}(x_{k-1}^\zeta) + \Phi_{2,k-1}^\zeta U_k^\zeta + \Phi_3^\zeta.$$

sendo, agora,

- $\Phi_1^\zeta = e^{\bar{A}^\zeta}$;

- $\Phi_{2,U_k^\zeta}^\zeta = \int_0^{1^-} e^{\bar{A}^\zeta(1-\tau)} B^\zeta(t) \bar{u}_k^{\zeta,*}(t) dt;$
- $\Phi_3^\zeta = \int_0^{1^-} e^{\bar{A}^\zeta(1-\tau)} h(\tau) d\tau.$

Obviamente, nessa formulação 1^- pode ser trocado por 1 , desde que só funções Lebesgue integráveis estão sendo consideradas, de forma que Φ_3^ζ é nada mais que o valor de $\tilde{x}^{\zeta,1}(1)$ (ver 5.4), que permanece constante para todos os ciclos de produção.

6.4 O Esquema de Controle Preditivo do Modelo de Coordenação

Nesta seção apresentamos o esquema de Controle Preditivo - comumente designado de MPC - que gerará a estratégia de controle coordenada global, definida por uma sequência $\{(U_k^\alpha, U_k^\beta)\}_{k=1}^\infty$. Serão impostas hipóteses nos dados do problema para garantir que a sequência de estados associada às unidades de produção $\{col(x_k^\alpha, x_k^\beta)\}_{k=1}^\infty$ são tais que $\{x_4^k\}$ permanece no conjunto \mathbf{S} se $k > \bar{k}$, para algum \bar{k} suficientemente grande.

O contador de iterações MPC é indicado por κ e corresponde ao ciclo de produção atual.

Assumimos também que um valor factível inicial para a variável de estado geral $x_0 = col(x_0^\alpha, x_0^\beta)$ é conhecido.

Para um dado M denote por $\mathcal{U}_\kappa^M = col(\mathcal{U}_\kappa^{\alpha,M}, \mathcal{U}_\kappa^{\beta,M})$, e por $\mathcal{U}_\kappa^{\zeta,M}$ a sequência de controles do nível superior $\left\{U_{\kappa+i}^\zeta\right\}_{i=0}^{M-1}$.

O esquema MPC é descrito como segue:

1. Inicialização.

- * Sejam N o número de ciclos de produção da otimização MPC, 1 o horizonte de controle e $\bar{\varepsilon} > 0$ um número pequeno, que serve como limiar de distinção (“threshold”) entre os valores calculados e amostrados da variável de estado. Considere $x_0 = col(x_0^\alpha, x_0^\beta)$.
- * Seja $\kappa = 1$.
- * Seja $U_{\kappa,I} = col(U_{\kappa,I}^\alpha, U_{\kappa,I}^\beta) \in \mathbb{R}^{6N}$, sendo

$$U_\kappa^\zeta = col(U_{\kappa,1}^{\zeta,max}, U_{\kappa,2}^{\zeta,max}, U_{\kappa,3}^{\zeta,min}) \in \mathbb{R}^{3N}$$

tal que os conjuntos de processos de controles admissíveis para (P_κ^α) e para (P_κ^β) satisfazendo as restrições no estado terminal, bem como as restrições (6.6) e (6.7) de (P^c) , são não vazios.

- * Calcule uma sequência \mathcal{U}_κ^N factível, no sentido de que existem soluções viáveis para os problemas de nível inferior.
Este passo requer um esquema iterativo que será detalhado separadamente no Algoritmo 1.
- 2. Resolva (P^c) no horizonte de otimização discreto $[\kappa, \kappa + N - 1]$.
Este passo requer um esquema iterativo que será detalhado separadamente no Algoritmo 2.
- 3. Aplique a estratégia ótima obtida no primeiro horizonte de controle, ou seja, no horizonte de produção κ .
- 4. Amostre o valor da variável de estado geral no final do horizonte de produção κ , ou seja, para o tempo 1^- do κ -ésimo horizonte e atribua seu valor a \bar{x} .
- 5. Seja $\kappa = \kappa + 1$, e:
 - * Considere o novo estado inicial atribuindo o valor da variável de estado amostrada à x_0 , ou seja, faça $x_0 = \bar{x}$.
 - * Atualize \mathcal{U}_κ^N . Se $\|\bar{x} - x_\kappa\| > \bar{\varepsilon}$, então mantenha $U_{\kappa,I}$ como no Passo 1., caso contrário faça

$$U_{\kappa,I} = \text{col}(\bar{U}_{\kappa,2}^N, \bar{U}_{\kappa,3}^N, \dots, \bar{U}_{\kappa,N}^N, U_{\kappa,I,N}).$$
 - * Execute o Algoritmo 1.
- 6. Vá para o Passo 2.

Embora este algoritmo MPC tenha a configuração dos esquemas MPC usuais, há um quesito chave que o diferencia desses. Mais precisamente, essa diferença se deve ao fato de que o modelo de tempo discreto da dinâmica utilizada na especificação do problema de controle ótimo (P^c) depende da solução dos problemas de nível inferior (P^ζ) , $\zeta = \alpha, \beta$. Assim, a solução para (P^c) deve ser encontrada em conjunto com os coeficientes da variável de controle e sua dinâmica. Isto é atingido pelo Algoritmo 2.

No entanto, primeiro apresentamos o Algoritmo 1 utilizado no Passo de Inicialização do esquema MPC proposto, que permite calcular um conjunto de restrições de controle inicial factível para (P^ζ) , $\zeta = \alpha, \beta$, para os períodos $k = 1, \dots, N$. O Algoritmo 1 é executado para cada período k , com $k = 1, \dots, N$, a fim de encontrar uma sequência de controles para o problema de coordenação, $\{U_k\}$ com $U_k = (U_k^\alpha, U_k^\beta)$, para um dado estado inicial $x_0 = \text{col}(x_0^\alpha, x_0^\beta)$, e, para $k = 1, \dots, N$, existem controles e estados iniciais factíveis

- $(u_k^\alpha, \mathbf{R}^\alpha(x_{k-1}^\alpha))$ para (P_k^α) , e

- $(u_k^\beta, \mathbf{R}^\beta(x_{k-1}^\beta))$ para (P_k^β) ,

satisfazendo as restrições (6.6) e (6.7) de (P^c) , tais que, para N suficientemente grande,

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) \leq \bar{\gamma}_1(d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k-1}) + \bar{\gamma}_2) \quad (6.13)$$

para algum $\bar{\gamma}_1 \in (0, 1)$, e um dado $S = \text{diam}(\mathbf{S})$,

$$\bar{\gamma}_2 = -\frac{\bar{\gamma}_1 - 1}{\bar{\gamma}_1(\bar{\gamma}_1^N - 1)} \left(\frac{S}{2} + \bar{\gamma}_1^N d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,0}) \right). \quad (6.14)$$

Não é difícil checar que, para o caso de igualdade em (6.13), para qualquer $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,0})$, existe um $N \in \mathbb{N}$ suficientemente grande, e um $\bar{\gamma}_1 \in (0, 1)$ tais que $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,N}) = -\frac{S}{2}$.

O Algoritmo 1 pode ser descrito pelo seguinte esquema iterativo:

1. Inicialização. Sejam $x_0 = \text{col}(x_0^\alpha, x_0^\beta)$ e $k = 1$.
2. Cálculo de $\mathcal{U}_\kappa^N = \{\bar{U}_k\}_{k=1}^N$ que, além de garantir que são não vazios os conjuntos de processos de controle admissíveis para (P_k^α) e para (P_k^β) satisfazendo as restrições (6.6) e (6.7), são tais que (6.13) vale.
Fixe $\bar{\gamma}_{1,k} \in (0, 1)$ levando em conta o valor de N selecionado na otimização do MPC (que é assumido suficientemente grande) para o valor de $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,0})$, e calcule $\bar{\gamma}_{2,k}$ com (6.14).
3. Faça $j = 0$ e $\{U_{k+i}^j\}_{i=0}^{N-1} = U_{\kappa,I}$.
4. Calcule x_k resolvendo (P_k^ζ) com limites $U_k^{\zeta,j}$ nos controles e nas condições iniciais x_{k-1}^ζ , para $\zeta = \alpha, \beta$.
5. Se a condição (6.13) não é satisfeita, vá para o Passo 7, caso contrário vá para o Passo 6.
6. Se $k = N$, então
 - * $\mathcal{U}_\kappa^N = \{U_k^j\}_{k=1}^N$,
 - * $x_k = x_k(1^-)$,

e pare, pois a sequência inicial de controles a ser prescrita para os problemas de controle ótimo do nível inferior com restrições factíveis foi encontrada, caso contrário faça $k = k + 1$ e vá para o Passo 2.

7. Atualize os limites dos controles U_k^j .

Faça $U_k^{j+1} = U_k^j - \delta^j \Delta_4 U_k^j$, sendo que

- * $\Delta_4 U_k^{j-1}$ é uma aproximação para o gradiente normalizado de $x_{4,k}$ com respeito a U_k^j que é dado pelas transpostas das quartas linhas de $\Phi_{2,k}^\zeta$, $\zeta = \alpha, \beta$.
- * O número $\delta^j > 0$ é suficientemente pequeno para garantir que (i) os conjuntos de processos de controle admissíveis para (P_k^α) e para (P_k^β) que satisfazem as restrições (6.6) e (6.7) de (P^c) são não vazios, enquanto (ii) obrigam a aproximação a satisfazer a condição (6.13).

8. Faça $j = j + 1$ e vá para o Passo 4.

Devemos notar que as considerações anteriores sobre o problema global implicam em um certo desacoplamento das componentes $(x_{4,k}^\alpha, x_{4,k}^\beta)$ das demais componentes do estado, no sentido que existe um número inteiro N suficientemente grande que permite guiar $x_{4,k}$ para qualquer ponto em \mathbf{S} enquanto preserva (6.6) e (6.7). Isso, junto com as construções do Algoritmo 1, garante que ele sempre converge para uma sequência $\{\bar{U}_k\}_{k=1}^N$ satisfazendo as propriedades enunciadas. Assim, só precisamos, para cada valor de κ , calcular \mathcal{U}_κ^N no esquema MPC descrito acima.

Agora, uma vez que já temos valores iniciais adequados para as restrições de controle \mathcal{U}_κ^N para cada etapa de otimização do esquema MPC, estamos em posição de resolver (P^c) . Como mencionado acima, esse processo requer o cálculo conjunto das soluções para os problemas de controle ótimo de nível inferior (P^α) e (P^β) e das restrições de controle \mathcal{U}_κ^N .

É justamente esse o papel do Algoritmo 2, que é inicializado com $\mathcal{U}_\kappa^N = \{\bar{U}_k\}_{k=\kappa}^{N+\kappa}$. Este algoritmo será abordado a seguir.

No esquema MPC, fixamos um determinado valor de κ para o qual vamos resolver o (P^c) .

A ideia central do Algoritmo 2 consiste em usar um procedimento iterativo para gerar, para um determinado valor de estado inicial e para cada k , um “consenso” entre as soluções para o problema de nível inferior gerando o modelo para (P^c) , e o novo valor de estado inicial factível, e, para um problema de otimização próximo de (P^c) , mas linear em U_k uma vez que o seu coeficiente entra com o valor \bar{U}_k^j calculado na iteração em j anterior, determinar uma sequência de valores aproximando as restrições às três componentes da variável de estado de cada unidade de produção. Este desacoplamento permite lidar com a interdependência entre os problemas de controle ótimo nos níveis inferior e superior.

Para facilitar a notação, consideramos $\{U_k^j\}_{k=1}^N = \{\bar{U}_k\}_{k=\kappa}^{N+\kappa}$, para $j = 0$, como as restrições de controle iniciais, sendo j o contador de iteração do Algoritmo 2. Consideramos também x_0 como a variável de estado inicial (que é o valor final da variável de estado no tempo final do horizonte de controle do MPC imediatamente antes da otimização atual do MPC).

O Algoritmo 2 é como segue.

1. Inicialização.

Faça $j = 1$. Considere um dado x_0 , um número pequeno $\varepsilon > 0$ (o limitador para a precisão da solução), um número $\nu^j \in (0, 1)$ (o tamanho do passo a ser ajustado durante o processo iterativo, digamos, ajustando proporcionalmente à extensão da descida do custo da iteração anterior), e $\{U_k^j\}_{k=1}^N$ dado pelo Algoritmo 1.

2. Cálculo das transições de estado (dinâmica) para (P^c) .

Para $k = 1, \dots, N$, resolva a sequência de problemas de controle ótimo de nível inferior (P^ζ) , $\zeta = \alpha, \beta$, com os dados correspondentes devidamente extraídos de (x_{k-1}, U_k^j) para cada k . Note que a solução para (P^ζ) para o período k depende da obtida no período $k - 1$. Esta etapa fornece a dinâmica discreta (mais precisamente, Φ_{2, U_k} e Δ_{k-1}^k , $k = 1, \dots, N$) para o problema ótimo de coordenação (P^c) para a estimativa atual da restrição de controle U_k^j .

3. Obtenha $\{\tilde{U}_k^j\}_{k=1}^N$ resolvendo

$$(P^{c,j}) \quad \text{Minimizar} \quad \sum_{k=1}^N [\pi^{\alpha,k}(x_{4,k}^\alpha - x_{4,k-1}^\alpha) + \pi^{\beta,k}(x_{4,k}^\beta - x_{4,k-1}^\beta)]$$

sujeito a

$$x_k^\zeta = \Phi_1^\zeta \left(x_{k-1}^\zeta + \Delta x_{k-1}^{\zeta,k,j} \right) + \Phi_{2, U_k^{\zeta,j}}^\zeta U_k^\zeta, \quad (6.15)$$

para $\zeta = \alpha, \beta$, para $k = 1, \dots, N$

e todas as demais restrições de (P^c) .

Observe que, neste problema, $\Phi_{2, U_k^{\zeta,j}}^\zeta$ e $\Delta x_{k-1}^{\zeta,k,j}$ permanecem constantes, ou seja, $(P^{c,j})$ é resolvido só com respeito às variáveis (x_k^ζ, U_k^ζ) para $\zeta = \alpha, \beta$, e $k = 1, \dots, N$.

4. Se, para $k = 1, \dots, N$, $\|\tilde{U}_k^j - U_k^j\| \leq \varepsilon$, então faça $\bar{U}_\kappa^N = \{\tilde{U}_k^j\}_{k=1}^N$ e pare, já que os limites de controle a serem prescritos para cada uma das unidades de produção para o horizonte de controle atual foram encontrados com a precisão especificada, caso contrário vá para o Passo 5.5. Se o custo associado com $\{\tilde{U}_k^j\}_{k=1}^N$ para $(P^{c,j})$ é menor do que aquele associado a $\{U_k^j\}_{k=1}^N$ para $(P^{c,j-1})$, então vá para o Passo 6. Caso contrário, faça $\nu^j = \frac{1}{2}\nu^j$, e repita a iteração anterior (com os dados indexados por $j - 1$) no Passo 2.6. Ajuste ν^j , e faça $U_k^{j+1} = U_k^j + \nu^j \frac{\tilde{U}_k^j - U_k^j}{\|\tilde{U}_k^j - U_k^j\|}$.7. Faça $j = j + 1$ e vá para o Passo 2.

É importante observar que a convergência desse procedimento depende fortemente do fato de que as metas de (P^c) e as de (P^α) e (P^β) são de natureza conflitante. Enquanto

os problemas de controle ótimo de nível inferior tentam extrair o máximo das restrições de controle atuais, promovendo nesse processo o aumento do funcional de desempenho de (P^c) em cada um dos N horizontes de controle, o problema de nível superior de coordenação redefine as restrições de controle dos problemas da camada inferior para cada ciclo de produção a fim de atender às metas desejadas. Esse antagonismo leva a recursão em j a gerar, para cada k , restrições de controle $\{U_k\}$ tais que o processo de controle geral de dois níveis leva $x_{4,k}$ a $x_{4,N}$ satisfazendo $d_{\mathfrak{S}}^s(x_{4,N}) = -\frac{S}{2}$, enquanto que os problemas da camada de nível inferior geram processos de controle de tempo contínuo em cada ciclo de produção que são economicamente viáveis e, além disso, fazem o máximo com as restrições de controle fornecidas.

7 Convergência e Estabilidade

Neste capítulo discutimos as propriedades de convergência e estabilidade do esquema MPC proposto para o problema de controle global considerado no capítulo anterior, ou seja, para o caso em que os tomadores de decisão de cada uma das unidades de produção são racionais. Lembramos que um gestor da unidade de produção é considerado racional se, para cada ciclo de produção (digamos, k), ele toma uma decisão de controle, ou seja, estado inicial e atuação de controle, que é uma solução para o correspondente problema de controle ótimo $(P^{\zeta,k})$, para $\zeta = \alpha, \beta$. Isso, por sua vez, está refletido na dinâmica para o problema de coordenação multiciclo global, pois afeta as transições de estado que devem ser consideradas no cálculo da previsão da variável de estado geral e, como consequência, sua solução. No entanto, essa solução é a sequência de N limites de restrições de controle que, em geral, afetam a solução para $(P^{\zeta,k})$, para $\zeta = \alpha, \beta$.

Essa característica diferencia o esquema MPC definido no capítulo anterior dos esquemas MPC convencionais, sendo a natureza dessa distinção abordada pelo procedimento recursivo no Algoritmo 2 utilizado para resolver (P^c) .

Neste capítulo analisamos ainda algumas propriedades chave do esquema MPC proposto. Na primeira seção, abordamos alguns resultados preliminares que são necessários na prova dos principais resultados. A seção seguinte diz respeito à convergência e estabilidade do esquema MPC.

7.1 Resultados Preliminares

Para cada horizonte de otimização de (P^c) , o Algoritmo 1 gera uma sequência inicial de restrições de controle factíveis $\mathcal{U}_{N,\kappa}$ para o horizonte N que depende do estado inicial do sistema e que garante a existência de estratégias de controle para ambos os (P^ζ) , $\zeta = \alpha, \beta$ com as seguintes propriedades.

- $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) \leq \gamma_1(d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k-1}) + \gamma_2)$.
- $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,N}) = -\frac{S}{2}$.

Isso segue do fato de que estamos usando um algoritmo de máxima descida de primeira ordem para escolher a sequência de restrições de controle que promovem a descida do valor de $x_{4,k}$, enquanto garante a factibilidade do controle e do estado dos problemas de controle (P^ζ) , $\zeta = \alpha, \beta$ e (P^c) . Isso é possível porque os preços unitários de x_1 e x_2 são

assumidos suficientemente altos, a relação entre x_4 e as restrições de controle é afim e as restrições de estado relativas à x_4 são inativas antes do valor alvo ser alcançado.

Considerando a natureza do funcional de custo, o método de direção de descida iterativo para resolver (P^c) naturalmente retorna uma sequência de restrições de controle para (P^ζ) , $\zeta = \alpha, \beta$, que não piora as condições acima, no sentido de não aumentar a distância com sinal de $x_{4,k}$ a \mathbf{S} e garantir que $d_{\mathbf{S}}^\zeta(x_{4,k}) \leq d_{\mathbf{S}}^\zeta(x_{4,k-1})$. Como o horizonte de controle é apenas de tamanho 1, o processo se repete com o novo estado inicial x_k cuja função da quarta componente leva a um valor mais próximo de \mathbf{S} do que o correspondente para o ciclo de produção $k - 1$.

Agora, vamos considerar o Algoritmo 2 que resolve o problema de coordenação (P^c) . Iniciamos com uma nova forma de representar o funcional de custo de (P^c) , que se mostrará útil na sequência.

Proposição 7.1. *O funcional de custo a ser minimizado em (P^c) pode ser escrito como*

$$\langle \bar{\Pi}^k, \mathbf{A}x_k + \mathbf{B}_{U_k}U_k + \Delta x_{k-1}^k \rangle_{k=1}^N \quad (7.1)$$

e as restrições especificadas pela dinâmica de (P^c) podem ser facilmente descritas por

$$x_k = \Phi_1 x_{k-1} + \Phi_{2,U_k}U_k + \Phi_1 \Delta x_{k-1}^k \quad (7.2)$$

sendo que

- $\bar{\Pi}^k = \text{lin}(\pi^{\alpha,k} e_{8,4}^T, \pi^{\beta,k} e_{8,4}^T)$, sendo $e_{8,4}^T$ a transposta do quarto vetor canônico em \mathbb{R}^8 ;
- $x_k = \text{col}(x_k^\alpha, x_k^\beta)$, $U_k = \text{col}(U_k^\alpha, U_k^\beta)$, $\Delta x_{k-1}^k = \text{col}(\Delta x_{k-1}^{\alpha,k}, \Delta x_{k-1}^{\beta,k})$,
- $\Phi_1 = \text{diag}(\Phi_1^\alpha, \Phi_1^\beta)$, $\Phi_{2,U_k} = \text{diag}(\Phi_{2,U_k}^\alpha, \Phi_{2,U_k}^\beta)$;
- $\mathbf{A} = \text{diag}(A^\alpha, A^\beta)$, $\mathbf{B}_{U_k} = \text{diag}(B_{U_k}^\alpha, B_{U_k}^\beta)$;

e, para $\zeta = \alpha, \beta$;

- $A^\zeta = (I - (\Phi_1^\zeta)^{-1})$, e $B_k^\zeta = (\Phi_1^\zeta)^{-1} \Phi_{2,U_k}^\zeta$.

Demonstração: Considerando a definição da aplicação de *reset*, ou seja, $\mathbf{R}(x_{k-1}^\zeta) = x_{k-1}^\zeta + \Delta x_{k-1}^{\zeta,k}$, as dinâmicas dadas por (7.2) são obtidas diretamente daquelas de (P^c) .

A expressão (7.1) não é tão imediata, mas também é fácil de ser derivada. Novamente, usando a definição da aplicação de *reset*, (7.2), escrevendo $x_{k-1}^\zeta = (\Phi_1^\zeta)^{-1} x_k^\zeta + (\Phi_1^\zeta)^{-1} \Phi_{2,U_k}^\zeta U_k^\zeta + \Delta x_{k-1}^{\zeta,k}$. Juntando as componentes α e β , concluímos que

$$x_k - x_{k-1} = (I - \Phi_1^{-1}) x_k + \Phi_1^{-1} \Phi_{2,U_k} U_k + \Delta x_{k-1}^k. \quad (7.3)$$

Como o custo considera a quarta componente de x_k^ζ , a definição de $\bar{\Pi}^k$ garante que (7.1) é equivalente ao funcional de custo de (P^c) . \square

O Algoritmo 2 é um procedimento iterativo construído para determinar a existência de valores $\{U_k\}_{k=1}^N$, solução para (P^c) , e $(x_k, u_k)(\cdot)$, solução para $(P_k^\zeta : \zeta : \alpha, \beta)$, para $k = 1, \dots, N$, superando sua interdependência. Isso se deve ao fato de que a dinâmica de (P^c) depende da solução dos problemas de controle ótimo de nível inferior que, por sua vez, dependem da solução para o problema de controle ótimo do nível superior.

O próximo resultado garante o bom funcionamento do procedimento.

Proposição 7.2. *O procedimento iterativo do Algoritmo 2 tem um limite e é único.*

Demonstração: Primeiro, note que a interdependência discutida acima é eliminada na formulação de $(P^{c,j})$, para o qual os valores de $\Delta x_{k-1}^{k,j}$ e Φ_{2,U_k^j} foram determinados na iteração anterior. A estratégia da demonstração é mostrar que $(P^{c,j})$ se aproxima de (P^c) quando $j \rightarrow \infty$.

Ao considerar a Proposição 1, pode-se notar que ambos, $(P^{c,j})$ e $(P_k^\zeta : \zeta : \alpha, \beta)$, para $k = 1, \dots, N$, têm funcionais de custo, dinâmicas e restrições terminais que são afins nas variáveis de estado e de controle.

O fato de que os conjuntos atingíveis são conjuntos convexos, as funções de custo são afins e todas as restrições, de controle e estado terminal, definem poliedros convexos, garante automaticamente a existência de soluções únicas para cada um desses problemas de controle ótimo.

É importante lembrar o contexto do procedimento iterativo e considerar as seguintes observações associadas:

1. O problema $(P^{c,j})$ incorpora em sua dinâmica um valor que depende de $\bar{U}^j = \{U_k^j\}_{k=1}^N$, que é a solução da iteração anterior, e gera $\{\tilde{U}_k^j\}_{k=1}^N$ minimizando este funcional de custo (7.1). Considerando as restrições de estado terminal de $(P^{c,j})$, é imediato concluir que a sequência $\{\bar{U}^j\}$ assume valores em um conjunto compacto e, por construção (Passo 4), é tal que a sequência associada de custos mínimos de $\{(P^{c,j})\}$ é monótona decrescente. Uma vez que o funcional de custo é afim, seus valores são limitados inferiormente em qualquer conjunto compacto e, assim, existe algum $\bar{U} = \lim_j \bar{U}^j$ tal que o custo em \bar{U} é menor que o custo em qualquer termo da sequência gerada $\{U^j\}$;
2. Para cada um dos problemas $\{(P_k^\zeta : \zeta : \alpha, \beta)\}_{k=1}^N$, deve-se observar a interdependência temporal através das relações de estado terminal. Para a sequência $\{U_k^{\zeta,j}\}_{k=1}^N$ gerada

ao resolver a sequência de problemas $(P^{c,j})$, tem-se uma sequência de pares

$$\left\{ \left(\Delta x_{k-1}^{\zeta,k,j}, u_k^{\zeta,j}(\cdot) \right) \right\}_{k=1}^N$$

que satisfaz as condições de otimalidade da Subseção 6.1.2 do Capítulo 6, e determina a sequência de coeficientes $\{\Phi_{2,U_k}^{\zeta}\}_{k=1}^N$, que, juntamente com $\{\Delta x_{k-1}^{\zeta,k,j}\}_{k=1}^N$, entram como parâmetros na especificação de cada $(P^{c,j})$.

A partir da interpretação do multiplicador associado às condições de otimalidade aplicadas à solução para (P) apresentada na Subseção 6.1.2 do Capítulo 6, como o gradiente da função valor em relação à solução (a base para a análise de sensibilidade da solução no que diz respeito às perturbações nas restrições do estado terminal, juntamente com a unicidade da solução), tem-se que $U^j \rightarrow \bar{U}$ implica que $\hat{x}^j \rightarrow \hat{x}$. Note que a linearidade de (P) e o fato de que as restrições de estado terminal “perturbado” serem simples (do tipo “caixa”) facilitam a utilização dessa propriedade. Transpondo então essa conclusão para toda a cadeia de processos de controle temporalmente interconectados para os períodos $k = 1, \dots, N$, que inclui o impacto nas aplicações de *reset* para incluir o valor da variável de estado inicial ótima factível para cada período, temos que, para $\zeta = \alpha, \beta$,

$$\lim_j \left\{ \left(\Delta x_{k-1}^{\zeta,k,j}, u_k^{\zeta,j}(\cdot) \right) \right\}_{k=1}^N = \left\{ \left(\Delta x_{k-1}^{\zeta,k}, u_k^{\zeta}(\cdot) \right) \right\}_{k=1}^N,$$

e, também devido à unicidade da solução para o problema de controle ótimo de nível superior, que $\lim_j (P^{c,j}) = (P^c)$. Isto conclui a demonstração. \square

Agora, estamos prontos para abordar o principal resultado deste capítulo: Estabilidade Assintótica.

7.2 Estabilidade Assintótica

Nesta seção mostramos que o esquema MPC proposto e descrito no Capítulo 6 converge na ausência de perturbações.

Definição 7.1. *O esquema MPC apresentado na Seção 6.4 é dito ser assintoticamente estável se existe algum $\mathbf{K} \in \mathbb{N}$ suficientemente grande, tal que para qualquer $\tilde{\mathbf{K}} > \mathbf{K}$, a solução de (P^c) é tal que*

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) < 0, \quad \forall k \in [\tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{K}} + N].$$

É importante lembrar que, na ausência de perturbações, a solução para (P^c) é única. Além disso, a definição acima se verifica se existe \mathbf{K} tal que $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) < 0, \forall k > \mathbf{K}$.

Teorema 7.1. *Suponha que os dados dos problemas de controle ótimo sejam tais que exista uma solução do Problema de Controle Ótimo com um equilíbrio no infinito e que a condição de controlabilidade assegurada pelo Algoritmo 1 se verifica. Então a estrutura de controle de dois níveis é assintoticamente estável.*

Demonstração: Das considerações acima, é claro que a convergência do esquema MPC proposto - cujos dados são tais que a existência de uma solução em equilíbrio é garantida - depende da existência de sequências $\{\bar{\gamma}_{1,k}\}_{k=1}^N$ e $\{\bar{\gamma}_{2,k}\}_{k=1}^N$ satisfazendo as relações (6.13) e (6.14) do Capítulo 6.

Considerando o pior caso (a igualdade) em (6.13) do Capítulo 6, concluímos facilmente por indução finita que

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,N}) = \bar{\gamma}_1^N d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,0}) + \bar{\gamma}_2 \sum_{i=1}^N \bar{\gamma}_1. \quad (7.4)$$

Usando o fato de que $\sum_{i=1}^N \bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_1 \frac{1 - \bar{\gamma}_1^N}{1 - \bar{\gamma}_1}$, concluímos, trocando $\bar{\gamma}_2$ por sua definição em (6.14) do Capítulo 6, que

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,N}) = -\frac{S}{2}.$$

Porém, desde que as escolhas de $\bar{\gamma}_1$ e $\bar{\gamma}_2$ no Algoritmo 1 em um dado período dependem do valor da quarta componente da variável de estado do período anterior, é necessário uma análise mais detalhada para determinar as condições sob as quais, para um dado $N \in \mathbb{N}$ suficientemente grande, temos que x_4 está no interior do conjunto \mathbf{S} ao fim de um certo número de passos, digamos $M \in \mathbb{N}$.

Assim, considerando o esquema MPC descrito, $\bar{\gamma}_{1,k}$ e $\bar{\gamma}_{2,k}$ denotando a dependência das constantes $\bar{\gamma}_1$ e $\bar{\gamma}_2$ em cada período k , a estimativa anterior para M períodos torna-se

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,M}) = \prod_{i=1}^M \bar{\gamma}_{1,i} d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,0}) + \sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=i}^M \bar{\gamma}_{1,j} \right) \bar{\gamma}_{2,i}, \quad (7.5)$$

sendo que

$$\bar{\gamma}_{2,k} = -\frac{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}{\bar{\gamma}_{1,k}(1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N)} \left(\frac{S}{2} + \bar{\gamma}_{1,k}^N d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) \right). \quad (7.6)$$

Agora, estamos prontos para determinar estimativas para aproximação de $x_{4,k}$ para \mathbf{S} , para $k = 1, 2, \dots$

Usando o pior caso em (6.13) no Capítulo 6, e a equação (7.6), obtemos

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k+1}) = \frac{\bar{\gamma}_{1,k} - \bar{\gamma}_{1,k}^N}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N} d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) - \frac{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N} \frac{S}{2}. \quad (7.7)$$

Escolhendo um número $r_k < \frac{\bar{\gamma}_{1,k} - \bar{\gamma}_{1,k}^N}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}$ tal que $0 < r_k < 1$ (o que é possível pois, para $N > 1$ razoavelmente grande, temos $\frac{\bar{\gamma}_{1,k} - \bar{\gamma}_{1,k}^N}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}} > 1$), concluímos que

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k+1}) = r_k d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}), \quad \forall x_{4,k} \in C_{4,k}^{r_k}, \quad (7.8)$$

sendo que $C_{4,k}^{r_k} = \left\{ z \in \mathbb{R} : d_{\mathbf{S}}^s(z) \leq \frac{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}{\bar{\gamma}_{1,k} - \bar{\gamma}_{1,k}^N - r_k(1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N)} \frac{S}{2} \right\}$ representa o domínio de atração.

Considerando que $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,M}) = \left(\prod_{k=0}^{M-1} r_k \right) d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,0})$, é claro que se iniciarmos com algum $x_{4,0} \in C_{4,0}^{r_0}$ com $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,0}) > 0$, existe um número $M \in \mathbb{N}$ tal que $x_{4,M}$ está arbitrariamente próximo de \mathbf{S} .

No entanto, isso não garante que haja um número $\mathbf{K} \in \mathbb{N}$ para o qual $x_{4,k}$ está no interior de \mathbf{S} para todo $k > \mathbf{K}$. Para que isso ocorra, precisamos de uma estimativa mais precisa da taxa de decrescimento da função $k \rightarrow d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k})$ para o qual é possível mostrar a propriedade de controlabilidade necessária para determinar tal \mathbf{K} .

Considere um número $\delta \in \mathbb{R}$, $0 < \delta < 1$, e organize (7.7) como se segue:

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k+1}) = \left[\frac{\bar{\gamma}_{1,k} - \bar{\gamma}_{1,k}^N}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N} d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) - \delta \frac{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N} \frac{S}{2} \right] - (1 - \delta) \frac{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N} \frac{S}{2}. \quad (7.9)$$

A primeira parcela da equação (7.9) pode ser abordada como antes. Ou seja, podemos escolher algum $0 < s_k < 1$ que satisfaz $s_k < \frac{\bar{\gamma}_{1,k} - \bar{\gamma}_{1,k}^N}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}$ e considerar o conjunto de atração $\bar{C}_{4,k}^{s_k} = \left\{ z \in \mathbb{R} : d_{\mathbf{S}}^s(z) \leq \frac{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}{\bar{\gamma}_{1,k} - \bar{\gamma}_{1,k}^N - s_k(1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N)} \delta \frac{S}{2} \right\}$ tal que $\forall x_{4,k} \in \bar{C}_{4,k}^{s_k}$, temos

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k+1}) \leq s_k d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) - (1 - \delta) \frac{S}{2} \frac{1 - \bar{\gamma}_{1,k}}{1 - \bar{\gamma}_{1,k}^N}. \quad (7.10)$$

Agora, iterando, obtemos, para algum $l \in \mathbb{N}$, obtemos

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k+l}) \leq \left(\prod_{i=0}^{l-1} s_{k+i} \right) d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) - (1 - \delta) \frac{S}{2} \sum_{j=1}^l \left(\prod_{i=j}^{l-1} s_{k+i} \right) \frac{1 - \bar{\gamma}_{1,k+j-1}}{1 - \bar{\gamma}_{1,k+j-1}^N}. \quad (7.11)$$

Novamente, consideremos o pior caso, ou seja, $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) > 0$ e a equação (7.11) é satisfeita com igualdade. Para ver que l pode ser tal que $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k+l})$ torna-se negativa, note

que, apesar do decaimento exponencial do termo positivo, e do crescimento monótono do módulo do termo negativo, isto não é suficiente para garantir que $x_{4,k+l}$ esteja no interior do conjunto \mathbf{S} para algum $l \in \mathbb{N}$ suficientemente grande. Em outras palavras, o módulo do termo negativo se torna maior do que o positivo na desigualdade anterior. Para facilitar a notação, seja $a(j) = 1 - \bar{\gamma}_{1+k+j}$, $b(j) = \bar{\gamma}_{1+k+j} - \bar{\gamma}_{1+k+j}^N$, e $c(j) = 1 - \bar{\gamma}_{1+k+j}^N$. Então, usando o fato que $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k}) = \delta \frac{S}{2} \frac{a(0)}{b(0) - r_k c(0)}$, e considerando a igualdade em (7.11), escrevemos

$$d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k+l}) = \frac{S}{2} \left(\prod_{i=1}^{l-1} s_{k+i} \right) \left[\frac{s_k \delta a(0)}{b(0) - r_k c(0)} - (1 - \delta) \sum_{j=1}^l \frac{a(j-1)}{c(j-1)} \right]. \quad (7.12)$$

Como $b(0) - r_k c(0) > 0$ e todas as demais quantidades na equação (7.12) estão no intervalo aberto $(0, 1)$, se considerarmos $M_l = \min_{j=1,2,\dots} \left\{ \frac{a(j-1)}{c(j-1)} \right\}$, observando que $M_l > 1, \forall l \in \mathbb{N}$, podemos concluir que o limite bem conservativo para l

$$l = \frac{\delta s_k a(0)}{(1 - \delta) M_l (b(0) - r_k c(0))}$$

garante que $d_{\mathbf{S}}^s(x_{4,k+m}) < 0$ para todo $m \geq l$.

Isto conclui a demonstração. □

8 Conclusões

Esta tese consiste na investigação de um paradigma de controle para a gestão coordenada de recursos na agricultura em um contexto em que diversas unidades de produção que buscam o máximo retorno econômico em cada ciclo de produção são articuladas de forma a garantir a sustentabilidade ambiental e econômico-social de longo prazo.

A principal contribuição consiste na utilização de um esquema de controle com dois níveis, em que no nível inferior são resolvidos problemas de controle ótimo com restrições para cada uma das unidades de produção e, no nível superior, é utilizado um novo paradigma de Controle Preditivo (MPC) para promover a coordenação global no sentido de assegurar a sustentabilidade ambiental no longo prazo. A novidade deste esquema de MPC com relação aos convencionais consiste no fato de que o modelo do sistema dinâmico associado não está definido a priori, mas surge das decisões de gestão e controle de cada uma das unidades de produção. Além do estudo de algumas propriedades importantes, foi demonstrada a existência de solução global que resulta da convergência do esquema global, assim como a estabilidade assintótica do mesmo.

Uma outra contribuição importante foi a formulação do problema geral. Com relação a esse aspecto, enfatizamos a definição de modelos e a obtenção de resultados de simulação. Uma vez que tratava-se apenas de uma prova de conceito, optamos por escolher modelos muito simples que facilitassem a percepção dos resultados, mas que ao mesmo tempo fossem representativos no sentido de constituir uma imitação razoável de comportamentos de sistemas reais. Por outro lado, se as funções objetivo consideradas são naturais, as restrições traduzem de forma minimamente realista as transições entre os ciclos de produção.

Os métodos utilizados foram essencialmente os de análise e de otimização dinâmica e controle.

Em um contexto mais amplo, destacamos o esforço em mostrar a pertinência para a sociedade do problema de aplicação considerado através de uma ampla revisão dos trabalhos em torno desta problemática. Embora sejam muitos os trabalhos apontando a necessidade do uso de técnicas de otimização e controle, pode-se perceber que, com exceção de alguns cujos autores são da equipe de orientação desta tese, não havia qualquer desenvolvimento precursor da abordagem aqui proposta. Nesse mesmo contexto, ressaltamos a relevância da estrutura proposta de suporte ao controle e tomada de decisão para a gestão de recursos na agricultura para o quadro dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável descrito no Capítulo 1, uma vez que o modelo formulado considera a viabilidade econômica das

unidades de produção de forma ótima enquanto garante a sustentabilidade ambiental, favorecendo a atratividade econômica da produção de alimentos de forma sustentável.

Obviamente, este esforço tem muitas possibilidades de expansão em diversas direções, dentre as quais:

- Modelagem: Interessa considerar modelos mais realistas, sendo fundamental a interação mais intensa com especialistas nas áreas de agronomia e biologia. Como apontado na Introdução, existem aspectos muito importantes a serem incorporados, tais como a irrigação, multiplicidades de produtos em cada unidade de produção, dinâmicas de produção não lineares, propagação de pragas mais variadas, fenômenos de resistência, heterogeneidade dos solos e a dinâmica freática, entre outros. Ainda na modelagem pode-se considerar paradigmas em que as unidades de produção competem entre si e/ou em que os preços variam refletindo o equilíbrio entre a oferta e a procura.
- Com relação ao sistema de coordenação pode-se considerar o cenário sem a restrição da racionalidade dos decisores em cada unidade de produção, inserindo incertezas no modelo. Neste contexto, a emergência do modelo do sistema dinâmico do problema de coordenação deve envolver aspectos totalmente diferentes dos que aqui foram considerados, apontando para o uso de técnicas de processos estocásticas, entre outras.
- Vertente computacional, que além da implementação de algoritmos, requer também um esforço de modelagem e simulação direcionado para a validação experimental (em um contexto de simulação) da abordagem considerada nesta tese ou resultante da expansão nas direções apontadas acima.

Referências

- ALVARENGA, R. C.; GONTIJO NETO, M. M.; CRUZ, J. C. *Integração Lavoura-Pecuária - ILP e Integração Lavoura-Pecuária-Floresta - iLPF*. CRUZ, J.C. (Ed.). Cultivo do milho. Sete Lagoas, 2011. Disponível em: <http://www.cnpms.embrapa.br/publicacoes/milho_7_ed/integrac>. Acesso em: 26/03/2017.
- ARF, O.; GITTI, D. d. C.; ARF, M. V.; RODRIGUES, R. A. F.; SÁ, M. E. de; BUZETTI, S. Época de Semeadura da Crotalária juncea e Crotalária spectabilis Intercaladas nas Entrelinhas da Cultura do Milho em Sistema Plantio Direto. In: *XXIX CONGRESSO NACIONAL DE MILHO E SORGO*. Águas de Lindóia: [s.n.], 2012. p. 1960–1966.
- ARUTYUNOV, A. *Optimality conditions: Abnormal and degenerate problems*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2000.
- BOCCIA, A.; GRÜNE, L.; WORTHMANN, K. Stability and feasibility of state constrained MPC without stabilizing terminal constraints. *Systems and Control Letters*, v. 72, p. 14–21, 2014. ISSN 01676911.
- BORGES, I. D. *Marcha de absorção de nutrientes e acúmulo de matéria em cultivares de milho*. 115 p. Tese (Doutorado em Agronomia) — Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2006.
- BUSATO, C.; BUSATO, C. C. M. Crescimento inicial da cultura do milho em cultivo consorciado. *Enciclopédia Biosfera, Centro Científico Conhecer*, Goiânia, v. 7, n. 13, p. 307–316, 2011.
- CALEGARI, A.; MONDARDO, A.; BULISANI, E. A.; WILDER, L. d. P.; COSTA, M. B. B. da; ALCÂNTARA, P. B.; MIYASAKA, S.; AMADO, T. J. C. Adubação verde no sul do Brasil. *Rio de Janeiro: Assessoria e Serviços a Projetos em Agricultura Alternativa*, p. 346, 1993.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Control Predictivo Pasado, Presente y Futuro. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, v. 1, n. 3, p. 5–28, 2004. ISSN 1697-7920.
- CARDOSO, R. A.; BENTO, A. S.; MORESKI, H. M. Influência da adubação verde nas propriedades físicas e biológicas do solo e na produtividade da cultura de soja. *Semina: Ciências Biológicas e da Saúde*, Londrina, v. 35, n. 2, p. 51–60, 2014.
- CHRISTIAANS, T.; EICHNER, T.; PETHIG, R. Optimal pest control in agriculture. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, v. 31, n. 12, p. 3965–3985, 2007.

- CLARKE, F. H.; LEDYAEV, Y. S.; STERN, R. J.; WOLENSKI, P. R. *Nonsmooth Analysis and Control Theory*. Secaucus, NJ: Springer-Verlag New York, 1998. ISBN 0-387-98336-8.
- CRUZ, J. C. I.; PEREIRA FILHO, I. A.; ALVARENGA, R. C.; GONTIJO NETO, M. M.; VIANA, J. H. M.; OLIVEIRA, M. F. d. W.; MATRANGOLO, W. J. R.; ALBUQUERQUE FILHO, M. R. de. Cultivo do Milho. *Embrapa Milho e Sorgo, Sistemas de Produção*, Embrapa Milho e Sorgo Sete Lagoas, Sete Lagoas, MG, v. 2, p. 10, 2010.
- DAN, H. D. A.; SILVÉRIO, R.; JÚNIOR, D. O.; CONSTANTIN, J.; GOMES, L.; DAN, D. M.; BRAGA, G.; BRAZ, P.; BALBINOT, E. Controle de plantas daninhas em sistemas de cultivo consorciados. *Revista Brasileira de Herbicidas*, v. 11, n. 1, p. 108–118, 2012.
- DARONCO, C.; MELO, A. C. G. de; MACHADO, J. A. R. Consórcio de espécies nativas da floresta estacional semidecidual com mandioca (*Manihot sculenta* Crantz) para restauração de mata ciliar. *Revista Árvore, Viçosa*, v. 36, n. 2, p. 291–299, 2012. ISSN 0100-6762.
- DARUP, M. S.; CANNON, M. A missing link between nonlinear MPC schemes with guaranteed stability. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, v. 54rd IEEE, n. Cdc, p. 4977–4983, 2015. ISSN 07431546.
- DOOLE, G. J. *Numerical Optimisation of Multiple-Phase Systems Incorporating Transition Costs*. Sydney, Australia, 2006.
- ERASMO, E. A. L.; AZEVEDO, W. R.; GARCIA, E. Potencial de espécies utilizadas como adubo verde no manejo integrado de plantas daninhas. *Planta Daninha, Viçosa*, v. 22, n. 39, p. 337–342, 2004.
- FALUGI, P.; KERRIGAN, E.; WYK, E. V. *Imperial college london optimal control software user guide (ICLOCS)*. London, England, UK, 2010.
- FARZIN, Y. H. Sustainability and Optimality: Theory and Implications for Development Policy. *Department of Agricultural and Resource Economics*, Davis, CA, p. 27, 2009.
- GALVAN, C.; PACHECO, I. Review. Advantages and disadvantages of control theories applied in greenhouse climate control systems. *Spanish Journal of Agricultural Research*, v. 10, n. 4, p. 926–938, 2012.
- GARCIA, B. D. J.; FRESCHI, J. P. B.; GARCIA, T. P.; LIMA, R. S. T. R. D. C. Avaliação das variáveis agronômicas do milho semeado em sistema de plantio direto sobre influência de diferentes coberturas vegetais. In: *1º Encontro Internacional de Ciências Agrárias e Tecnológicas Crise: tecnologias para a superação de desafios no setor agrário*. Dracena: UNESP, 2016. p. 230–237.

- GEORGESCU, P.; MOROȘANU, G. Pest regulation by means of impulsive controls. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier, v. 190, n. 1, p. 790–803, 2007.
- GORDDARD, R. J.; PANNELL, D. J.; HERTZLER, G. An optimal control model for integrated weed management under herbicide resistance. *Australian Journal of Agricultural Economics*, v. 39, n. 1, p. 71–87, 1995.
- HOLKAR, K. S.; WAGHMARE, L. M. An Overview of Model Predictive Control. *International Journal of Control and Automation*, v. 3, n. 4, p. 47–64, 2010.
- HUHTALA, A.; LAUKKANEN, M. Optimal control of dynamic point and non-point pollution in a coastal ecosystem: agricultural abatement versus investment in waste water treatment plants. *MTT Agrifood Research Finland*, 2011.
- JONES, R.; CACHO, O. A Dynamic Optimisation Model of Weed Control. In: *44 Annual Conference of the Australian Agricultural and Resource Economics*. Sydney: [s.n.], 2000. p. 1–17.
- KARAM, D. Importância do ensino da disciplina de plantas daninhas na formação dos profissionais da área agrícola. In: *SIMPÓSIO INTERNACIONAL AMAZÔNICO SOBRE PLANTAS DANINHAS, 1*. Belém: Embrapa Amazônia Oriental, 2007. p. 9–18.
- KNUPP, A. M.; FERREIRA, E. P. B. Eficiência da quantificação do carbono da biomassa microbiana por espectrofotometria comparada ao método titrimétrico. *Revista Brasileira de Ciências Agrárias, Recife*, v. 6, n. 4, p. 588–595, 2011.
- KOMPAS, T.; CHU, L. *A rule of thumb for controlling invasive weeds: an application to hawkweed in Australia*. Australia, 2010. 70 p.
- KRAWCZYK, J. B.; SEREA, O.-S. A viability theory approach to a two-stage optimal control problem of technology adoption Jacek. In: *Joint Meeting of the AMS-NZMS*. Wellington, New Zealand: Victoria University of Wellington, 2007.
- LISPECTOR, C. *A paixão segundo GH*. 10. ed. [S.l.]: Nova Fronteira, 1986.
- LIU, B.; ZHANG, Q.; GAO, Y. The dynamics of pest control pollution model with age structure and time delay. *Applied Mathematics and Computation*, v. 216, p. 2814–2823, 2010.
- LOURENTE, E. R. P.; MERCANTE, F. M.; ALOVISI, A. M. T.; GOMES, C. F.; GASPARINI, A. S.; NUNES, C. M. Atributos microbiológicos químicos e físicos de solo sob diferentes sistemas de manejo e condições de cerrado. *Pesquisa Agropecuária Tropical, Goiânia*, v. 41, n. 1, p. 20–28, 2011.

MANALIL, S.; BUSI, R.; RENTON, M.; POWLES, S. B. Rapid Evolution of Herbicide Resistance by Low Herbicide Dosages. *Weed Science*, v. 59, n. 2, p. 210–217, 2011. ISSN 0043-1745.

MARIAM, Y.; GALATY, J.; COFFIN, G. Strategic Decision-Making: Adoption of Agricultural Technologies and Risk in a Peasant Economy. *MPRA - Munich Personal RePEc Archive*, n. 387, 2006.

MATEUS, G. P.; WUTKE, E. B. Espécies de Leguminosas Utilizadas como Adubos Verdes. *Pesquisa & Tecnologia*, v. 3, n. 1, 2006.

MAYNE, D. An apologia for stabilising terminal conditions in model predictive control. *International Journal of Control*, v. 86, n. 11, p. 2090–2095, 2013. ISSN 0020-7179.

MAYNE, D.; RAWLINGS, J.; RAO, C.; SCOKAERT, P. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, v. 36, n. 6, p. 789–814, 2000. ISSN 00051098.

MERCANTE, F. M.; SILVA, R. F. da; RICHETTI, A.; MARANHO, E.; PEZARICO, C. R. Rendimento de grãos de milho cultivado em consórcio com adubos verdes sob condições de baixa aplicação de insumos. *Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento*, Dourados, MS, v. 61, p. 24, 2012.

MORDUKHOVICH, B. S. Maximum principle in the problem of time optimal response with nonsmooth constraints. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Elsevier, v. 40, n. 6, p. 960–969, 1976.

NAÇÕES UNIDAS. Transformando nosso mundo: A agenda 2030 para o desenvolvimento sustentável. *Resolução adotada pela Assembléia Geral*, Assembléia Geral das Nações Unidas Nova York, 2015. Disponível em: <<https://nacoesunidas.org/pos2015/agenda2030/>>. Acesso em: 09/03/2019.

PADOVAN, M. P.; CARNEIRO, L. F.; MOTTA, I. d. S. Dinâmica de Acúmulo de Massa e Nutrientes pela Crotalaria juncea para Fins de Adubação Verde e o Estádio Adequado para seu Manejo. In: *Agroecol.* Dourados, MS: Cadernos de Agroecologia, 2014. v. 9, n. 4, p. 1–12.

PAIVA, L. T. d. F. R. *Optimal Control in Constrained and Hybrid Nonlinear Systems*, Project Report. 2013.

PAIVA, L. T. d. F. R. *Numerical Methods for Optimal Control and Model Predictive Control*. 125 p. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2014.

- PEI, Y.; JI, X.; LI, C. Pest regulation by means of continuous and impulsive nonlinear controls. *Mathematical and Computer Modelling*, Elsevier, v. 51, n. 5, p. 810–822, 2010.
- PEREIRA, F. L. Introdução ao Controlo Óptimo. In: *Proceedings of the Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications(DINCON 2006)*, Guaratinguetá, SP, Brazil. [S.l.: s.n.], 2006. p. 49.
- PEREIRA, F. L.; FONTES, F. A.; FERREIRA, M. M.; PINHO, M. D. R.; OLIVEIRA, V. A.; COSTA, E.; SILVA, G. N. An Optimal Control Framework for Resources Management in Agriculture. *Conference Papers in Mathematics*, v. 2013, p. 1–15, 2013. ISSN 2314-4777.
- PEREIRA, F. L.; SILVA, G. N. Necessary conditions of optimality for vector-valued impulsive control problems. *Systems & Control Letters*, v. 40, n. 3, p. 205–215, 2000.
- PEREIRA, W.; LEITE, J. M.; HIPÓLITO, G. S.; SANTOS, C. L. R.; REIS, V. M. Acúmulo de biomassa em variedades de cana-de-açúcar inoculadas com diferentes estirpes de bactérias diazotróficas. *Revista Ciência Agronômica, Fortaleza*, v. 44, n. 2, p. 363–370, 2013.
- PONTRYAGIN, L.; BOLTYANSKII, V.; GAMKRELIDZE, R. *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. New York: Wiley-Interscience, 1962. ISBN 2881240771.
- QI, R. *Optimization and Optimal Control of Plant Growth: Application of GreenLab Model for Decision Aid in Agriculture*. 220 p. Tese (PhD in Engineering) — Ecole Centrale Paris, 2010.
- RAFIKOV, M.; BALTHAZAR, J. M. Optimal pest control problem in population dynamics. *Computational & Applied Mathematics*, v. 24, n. 1, p. 65–81, 2005.
- RAFIKOV, M.; LORDELO, A. D. S.; RAFIKOVA, E. Impulsive biological pest control strategies of the sugarcane borer. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2012, 2012.
- RAWLINGS, J. B.; MAYNE, D. Q. *Model Predictive Control : Theory and Design*. [S.l.]: Nob Hill Publishing, 2009. 576 p. ISBN 978-0-9759377-0-9.
- RIBEIRO, P. H.; SANTOS, J. V. V. M.; COSER, S. M.; NOGUEIRA, N. O.; MARTINS, C. A. d. S. Adubação verde, os estoques de carbono e nitrogênio e a qualidade da matéria orgânica do solo. *Revista verde de agroecologia e desenvolvimento sustentável*, v. 6, n. 1, p. 43–50, 2011.
- RISBEY, J.; KANDLIKAR, M.; DOWLATABADI, H.; GRAETZ, D. Scale, context, and decision making in agricultural adaptation to climate variability and change. *Mitigation*

and *Adaptation Strategies for Global Change*, Kluwer Academic Publishers, v. 4, n. 2, p. 137–165, 1999. ISSN 13812386.

SILVA, V. d. C.; PERDONÁ, M. J.; SORATTO, R. P.; NEGRISOLI, E. Ocorrência de plantas daninhas em cultivo consorciado de café e nogueira-macadâmia 1. *Pesquisa Agropecuária Tropical, Goiânia, Goiânia*, v. 43, n. 4, p. 441–449, 2013.

SONTAG, E. D. *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite-Dimensional Systems*. Second. [S.l.]: Springer-Verlag New York, 1998.

STIEGELMEIER, E. W. *Modelo de otimização para o controle de plantas daninhas usando programação não linear inteira mista*. 93 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade de São Paulo, 2012.

TOMIYAMA, K. Two-stage optimal control problems and optimality conditions. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 9, p. 317–337, 1985.

VALENTINI, L.; ANDRADE, W. E. d. B.; FERNANDES, G. M. B.; FILHO, B. F. d. S.; NETO, S. A. *Milho - Recomendações técnicas*. Disponível em: <<http://www.pesagro.rj.gov.br/milho.html>>. Acesso em: 26/03/2017.

VASIL'EV, O.; TYATYUSHKIN, A. A method for solving optimal control problems based on the maximum principle. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, v. 21, n. 6, p. 14–22, jan 1981. ISSN 00415553.

VEZZANI, F. M.; MIELNICZUK, J. Uma visão sobre qualidade do solo. *Revista Brasileira de Ciência do Solo*, Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, v. 33, n. 4, p. 743–755, aug 2009. ISSN 0100-0683.

VIGERSKE, S.; WÄCHTER, A. *Introduction to Ipopt: A tutorial for downloading, installing, and using Ipopt*. 2016. 95 p. Disponível em: <<https://projects.coin-or.org/Ipopt/browser/stable/3.12/Ipopt/doc/documentation.pdf?format=raw>>. Acesso em: 26/03/2017.

VINTER, R. *Optimal Control*. Boston: Springer, 2010. 520 p. ISBN 9780817680862.

WÄCHTER, A. Short Tutorial: Getting Started With Ipopt in 90 Minutes. In: *Combinatorial Scientific Computing*. [S.l.]: Dagstuhl Seminar Proceedings 09061, 2009. p. 1–17. ISBN 1862-4405. ISSN 1862-4405.

WETZSTEIN, M. E.; SZMEDRA, P.; MUSSER, W. N.; CHOU, C. C. J. Optimal agricultural pest management with multiple species. *Northeastern Journal of Agricultural and Resource Economics*, Northeastern Agricultural and Resource Economics Association, v. 14, n. 1, p. 71–77, 1985.

ZILBERMAN, D. The Use and Potential of Optimal Control Models in Agricultural Economics. *Western Journal of Agricultural Economics*, v. 07, p. 395–406, 1982.