
Ciências Biológicas

Franciele Lima de Oliveira

**Estudo das Técnicas Inferenciais de Bioestatística com
Aplicação a Dados de Natureza Biológica**



Rio Claro
2013

Franciele Lima de Oliveira

Estudo das Técnicas Inferenciais de Bioestatística com Aplicação a Dados
de Natureza Biológica

Orientador: Prof. Dr. JOSÉ SILVIO GOVONE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Instituto de Biociências da Universidade Estadual
Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - Campus de Rio
Claro, para obtenção do grau de Bacharela em
Ciências Biológicas.

Rio Claro
2013

312
O48e

Oliveira, Franciele Lima

Estudo das técnicas inferenciais de bioestatística com
aplicação a dados de natureza biológica / Franciele Lima
Oliveira. - Rio Claro, 2013

73 f. : il., figs., tabs.

Trabalho de conclusão de curso (bacharelado - Ciências
Biológicas) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de
Biociências de Rio Claro

Orientador: José Silvio Govone

1. Estatística aplicada. 2. Inferência estatística. 3. Testes
de hipóteses. I. Título.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus:

“Por que desde a antiguidade não se ouviu, nem com os ouvidos se percebeu, nem com os olhos se viu um Deus além de Ti, que trabalha para aquele que nele espera”

(Isaías 64:4)

Agradeço ao meu esposo:

Que neste ano me surpreendeu com tanta compreensão e companheirismo, fazendo com que eu o amasse e admirasse ainda mais.

Agradeço aos meus pais:

Que mesmo sabendo das minhas restrições relacionadas ao tempo, não permitiam que eu passasse uma semana se quer, sem tomar um delicioso café na companhia deles.

Afinal, não é isso que realmente importa na vida?

Agradeço aos meus familiares e amigos:

Que além de palavras de incentivo, compreenderam que este momento acabaria em breve, e que logo voltaríamos a jogar conversa fora...

Agradeço ao Prof. Dr. José Silvio Govone:

Que com sua maneira tão doce de lecionar, fez com que despertasse em mim o desejo de fazer este trabalho sobre Bioestatística. Agradeço ainda por, mesmo sabendo das minhas limitações em exatas e da minha ausência devido à distância e ao tempo, não ter economizado esforços para me ajudar.

“E graças a Deus que sempre nos faz triunfar em Cristo,
e por meio de nós manifesta em todo lugar
o cheiro do seu conhecimento”
(2 Coríntios 2:14)

RESUMO

A todo o momento, pesquisadores de diversas áreas do conhecimento buscam propor novos métodos e procedimentos, contestar teorias atualmente aceitas, descobrir novos ativos e fórmulas ou aprimorar aquelas já existentes. Contudo, para que estas novas proposições sejam aceitas na comunidade científica é imprescindível que existam dados que comprovem o estudo realizado. A bioestatística é uma ciência que permite descrever, comparar e fazer inferências a partir destes dados, com certo grau de confiança, tornando uma pesquisa muito mais robusta e confiável. A presente revisão bibliográfica objetiva trazer a bioestatística de uma forma simples, livre da complexidade matemática e com exemplos da biologia, para que qualquer aluno da área de biológicas possa compreender o conteúdo sem grandes dificuldades. O trabalho está basicamente dividido em dois temas: “Estimação de Parâmetros” e “Testes de Hipóteses”, sendo que neste último serão abordados exemplos para os testes paramétricos e não-paramétricos em cada comparação apresentada.

Palavras-chave: Bioestatística. Inferência Estatística. Testes de Hipóteses.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	OBJETIVOS	11
3	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS	12
3.1	ESTIMAÇÃO POR PONTO	12
3.2	ESTIMAÇÃO POR INTERVALO.....	13
3.2.1	Intervalo de confiança para a média populacional (μ)	13
3.2.2	Intervalo de confiança para a diferença de duas médias de populações não correlatas	15
3.2.3	Intervalo de confiança para a diferença de duas médias de populações correlatas ..	16
3.2.4	Intervalo de confiança para uma proporção	18
3.2.5	Intervalo de confiança para a variância populacional	19
4	TESTES DE HIPÓTESES.....	22
4.1	INTRODUÇÃO.....	22
4.2	CONCEITOS.....	22
4.3	TESTE SHAPIRO-WILK DE NORMALIDADE.....	25
4.4	TESTES PARAMÉTRICOS E NÃO PARAMÉTRICOS.....	27
4.5	COMPARAÇÃO DE DOIS GRUPOS INDEPENDENTES	28
4.5.1	Paramétrico: t-student.....	28
4.5.2	Não paramétrico: Mann-Whitney.....	30
4.6	COMPARAÇÃO DE DOIS GRUPOS CORRELACIONADOS	33
4.6.1	Paramétrico: t-student pareado	33
4.6.2	Não paramétrico: Wilcoxon.....	36
4.7	COMPARAÇÃO DE K GRUPOS INDEPENDENTES	38
4.7.1	Paramétrico: ANOVA	38
4.7.1.1	<i>ANOVA com um critério de classificação (One Way)</i>	39
4.7.1.2	<i>Condições para o uso da ANOVA</i>	44
4.7.1.3	<i>Teste de Tukey</i>	44
4.7.2	<i>Não Paramétrico: Kruskal-Wallis</i>	46
4.8	COMPARAÇÃO DE K GRUPOS CORRELACIONADOS	48
4.8.1	Paramétrico: Análise de Medidas Repetidas	48
4.8.2	Não paramétrico: Friedman	51
4.9	TESTE LEVENE PARA HOMOGENEIDADE DE VARIÂNCIAS.....	53
4.10	TESTE QUI-QUADRADO.....	55
4.10.1	Teste de aderência ou de Ajuntamento.....	57
4.10.2	Teste de Independência	58
4.10.3	Teste de comparação de proporções	60
5	CONCLUSÃO.....	63
	REFERÊNCIAS	64
	ANEXOS	65
	ANEXO A – DISTRIBUIÇÃO T-STUDENT	65
	ANEXO B – DISTRIBUIÇÃO NORMAL	67
	ANEXO C – DISTRIBUIÇÃO QUI-QUADRADO	68
	ANEXO D – VALORES DE <i>b</i> PARA O TESTE DE NORMALIDADE DE SHAPIRO-WILK	69

ANEXO E – VALORES CRÍTICOS DA ESTATÍSTICA W DE SHAPIRO-WILK	70
ANEXO F – DISTRIBUIÇÃO F-SNEDECOR $\alpha = 0,05$	71
ANEXO F – DISTRIBUIÇÃO F-SNEDECOR $\alpha = 0,05$ (CONTINUAÇÃO)	72
ANEXO G – VALORES CRÍTICOS PARA A DISTRIBUIÇÃO q , PARA TESTE DE TUKEY	73

1 INTRODUÇÃO

A *Estatística* é uma ciência com um conjunto de métodos, cujos objetivos incluem o planejamento de uma pesquisa científica, observação, coleta, classificação, descrição e análise dos dados, com a possibilidade de extrapolação das conclusões por meio da inferência, auxiliando desta forma a tomada de decisões (BERQUÓ; SOUZA; GOTLIEB, 1981, p. 2; CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 14; AYRES, 2010, p. 27; MAGALHÃES; LIMA, 2010, p. 1).

No estudo da vida, as variáveis estão sujeitas a flutuações aleatórias. Assim, mesmo tomando-se o cuidado de escolher uma amostra homogênea (por exemplo, indivíduos de uma mesma espécie e faixa etária, submetidos às mesmas condições ambientais) é inevitável que se observe variações entre os indivíduos, ou em um mesmo indivíduo em momentos diferentes (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 11).

Considera-se *Bioestatística* a aplicação dos métodos estatísticos à solução de problemas de natureza biológica (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 15). Portanto, a bioestatística é a estatística aplicada às ciências da vida (BERQUÓ; SOUZA; GOTLIEB, 1981, p. 9).

Pode-se dividir a estatística em três grandes áreas: *Estatística descritiva*, *Probabilidade e Inferência estatística*.

A estatística descritiva pode ser definida como um conjunto de técnicas destinadas a descrever e resumir os dados, a fim de que possamos tirar conclusões a respeito das características de interesse (MAGALHÃES; LIMA, 2010, p. 2).

Consiste na coleta, organização e classificação dos dados, e ainda na apresentação dos mesmos em tabelas, gráficos, medidas de tendência central, de variação e de forma (AYRES, 2010, p. 28). As técnicas descritivas devem sempre preceder análises mais complexas, pois além de propiciar a familiarização com os dados, possibilita a detecção de dados interessantes, bem como de valores atípicos (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 33).

A probabilidade pode ser pensada como a teoria matemática utilizada para se estudar a incerteza oriunda de fenômenos de caráter aleatório (MAGALHÃES; LIMA, 2010, p. 2).

A inferência estatística é o estudo de técnicas que possibilitam a extrapolação a um grande conjunto de dados, a partir de conclusões obtidas usualmente de subconjuntos de dimensão muito menor. Ela permite estabelecer faixas de confiança para os resultados de uma pesquisa e fornece métodos que auxiliam a tomada de decisões na presença de incertezas (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 11).

A inferência é indispensável quando existe a impossibilidade de acesso a todo o conjunto de dados, por razões de natureza econômica, ética, física ou temporal (MAGALHÃES; LIMA, 2010, p. 2).

Esta área da estatística abrange dois grandes ramos: a *Estimação de Parâmetros* e os *Testes de Hipóteses*.

2 OBJETIVOS

Devido à dificuldade que muitos alunos do curso de Ciências Biológicas enfrentam ao estudar bioestatística na graduação, e por muitas vezes esta dificuldade perdurar na pós graduação e até mesmo por toda vida, a presente revisão bibliográfica tem o intuito de trazer uma área da bioestatística, a inferência estatística, por meio da estimação de parâmetros e dos testes de hipóteses, de uma forma mais simples, livre da complexidade matemática e com exemplos de pesquisas no campo da biologia.

3 ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Quando o *parâmetro*¹ (populacional) não é conhecido, a partir de uma amostra representativa da população podemos obter um valor que seja o mais próximo possível do mesmo, de forma que ele represente o parâmetro. Podemos também, através de dados amostrais, testar a significância do parâmetro.

Denomina-se *estimação* o procedimento de obtenção de um valor amostral para representar um parâmetro. Este valor amostral chama-se *estimador*, e o valor numérico que o estimador assume numa particular amostra é uma *estimativa*. Existem dois tipos de estimação: *estimação por ponto* e *estimação por intervalo*.

Assim, por exemplo, a média amostral é um estimador da média populacional. Se, numa particular amostra, a média for igual a 80, então, este valor será uma estimativa da média populacional. Numa outra amostra a estimativa poderá ser outro valor, digamos 82.

Para facilitar o entendimento, serão utilizadas as seguintes notações:

Quadro 1 - Notações estatísticas para os parâmetros de uma população e os respectivos estimadores.

Parâmetro	População	Amostra
Média Aritmética	μ	$\bar{x}$
Variância	σ^2	s^2
Desvio Padrão	σ	s
Proporção	ρ	p
Tamanho	N	n

Fonte: Informação verbal².

3.1 ESTIMAÇÃO POR PONTO

Quando um único valor é utilizado para estimar um parâmetro (Média, Proporção, etc.) a estimação se diz por ponto. Assim, o estimador por ponto da média aritmética

¹**Parâmetro:** Termo estatístico que se refere a um valor de uma população, que está sendo investigada, compreendendo todos os seus indivíduos, todas as suas unidades, como por exemplo, a média aritmética (AYRES, 2010, p. 179).

² GOVONE, J. S. Aula de Bioestatística. 26 abr. 2011.

populacional é a média amostral, o estimador por ponto da variância populacional é a variância amostral.

Por se tratar de uma variável aleatória, é importante que o estimador tenha algumas características para que ele seja um bom substituto. De maneira geral, devemos escolher estimadores *não-viciados*. Um estimador $\hat{E}^3$ é considerado não-viciado quando a média aritmética de todos os valores observados nas amostras de tamanho n , obtidas da população P , é igual ao parâmetro E (BERQUÓ; SOUZA; GOTLIEB, 1981, p 306).

3.2 ESTIMAÇÃO POR INTERVALO

Na estimação por intervalo, um conjunto de possibilidades é utilizado para estimar o parâmetro. Dois valores definem um intervalo, no qual podemos depositar certo grau de confiança de que ele contenha o verdadeiro parâmetro desconhecido. A amplitude do intervalo construído depende do *grau de confiança* atribuído pelo pesquisador, do *tamanho amostral* e da *variância dos dados*.

O grau de confiança, denotado por $(1 - \alpha)$, é fixado em cada caso, podendo ser de 90%, 95%, 99% ou outro valor próximo a estes. Se o grau de confiança for de 99%, por exemplo, diz-se intervalo de confiança de 99%. Os intervalos de confiança podem ser monocaudais ou bicaudais.

Serão abordados neste trabalho intervalos de confiança para a média, diferença entre médias de duas populações e para proporção, somente para variáveis com distribuição normal.

Caso a variável não tenha distribuição normal, o intervalo pode ser construído usando a desigualdade de Chebyshev, porém a amplitude do mesmo pode ficar muito grande. Exemplos podem ser encontrados em Kazmier (1982). Outra opção com intenso uso atual, consiste em construir intervalos de confiança utilizando as chamadas técnicas *bootstrap*, introduzidas por Efron & Tibshirani (1993).

3.2.1 Intervalo de confiança para a média populacional (μ)

Consideramos uma amostra de tamanho n da população, calculamos a média $\bar{x}$ e o desvio padrão s . Estabelecido o grau de confiança, encontramos o valor crítico t (tabelado),

³ Para indicar que se está diante de um estimador, utiliza-se o símbolo $\hat{\cdot}$.

na tabela t-student (Anexo A), com $(n - 1)$ graus de liberdade (linha $(n - 1)$ da tabela), que deixa $\alpha/2$ de área à direita.

Portanto, temos o Intervalo de Confiança para a média populacional (μ):

$$\bar{x} - t \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Onde,

$$\bar{x} - t \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{e} \quad \bar{x} + t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

são, respectivamente, o *limite inferior* e o *limite superior* do intervalo de confiança, também chamados de *limites de confiança*.

*Exemplo fictício*⁴:

Com o objetivo de reflorestar a Mata Atlântica, 200 sementes da árvore conhecida como Canafístula (*Peltophorum dubium*) foram cultivadas em laboratório para posteriormente serem transplantadas no ambiente natural. Após 90 dias de cultivo, a média e o desvio padrão amostrais do comprimento foram 105 mm e 2,03 mm, respectivamente. Deseja-se construir um intervalo de confiança de 95% para o comprimento médio populacional das plantas desta espécie, quando cultivadas nestas condições.

Solução:

Inicialmente, encontramos o valor t_{tab} . Como $1 - \alpha = 0,95$, então $\alpha = 1 - 0,95 = 0,05$; $\alpha/2 = 0,025$. Devemos procurar na tabela t-student pela linha $n - 1 = 200 - 1 = 199$, coluna 0,025. Portanto, o valor tabelado é 1,973.

Sabendo que a média amostral $\bar{x} = 105$ mm e o desvio padrão $s = 2,03$ mm, calculamos:

$$\bar{x} - t \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$105 - 1,973 \frac{2,03}{\sqrt{200}} < \mu < 105 + 1,973 \frac{2,03}{\sqrt{200}}$$

⁴ Os exemplos apresentados neste trabalho serão ditos como “fictícios”, pois **não** utilizam valores reais oriundos de uma pesquisa científica.

$$105 - 0,283 < \mu < 105 + 0,283$$

$$104,716 < \mu < 105,283$$

Portanto, o intervalo de confiança de 95%, para o comprimento médio da população de plântulas após 90 dias é (104, 716 ; 105, 283) mm.

A interpretação do intervalo acima consiste no seguinte: se coletássemos todas as amostras de tamanho $n = 200$ de plântulas e para cada amostra construíssemos um intervalo de confiança para a verdadeira média, como feito acima, esperaríamos que, pelo menos 95% dos intervalos construídos conteriam esta média.

3.2.2 Intervalo de confiança para a diferença de duas médias de populações não correlatas

Sejam duas populações P_1 e P_2 , normais e não-correlatas, com médias μ_1 e μ_2 desconhecidas. O intervalo que contém a diferença $\mu_1 - \mu_2$ é obtido da seguinte forma:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \mp t \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}},$$

em que da população P_1 retiramos uma amostra de tamanho n_1 e calculamos a média $\bar{x}_1$ e o desvio padrão s_1 . Da mesma forma com uma amostra n_2 da população P_2 , calculamos $\bar{x}_2$ e s_2 . O valor crítico vem da tabela t-student (Anexo A), coluna $\alpha/2$ e grau de liberdade dado aproximadamente por $gl = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 - 2$.

Exemplo fictício:

A glicemia⁵ de algumas mulheres gestantes foi verificada 30 minutos após o desjejum e em jejum. Em ambos os casos, foram analisadas 15 gestantes. As gestantes participantes de um grupo não são as mesmas do outro grupo, garantindo a independência entre os grupos. No primeiro grupo (após o desjejum) a média da glicemia $\bar{x} = 168$ mg/dL e a variância $s^2 = 22,3(\text{mg/dL})^2$ foram observadas. Já no segundo grupo, a média e a variância foram $\bar{x} = 97$ mg/dL e $s^2 = 15,21(\text{mg/dL})^2$, respectivamente. Deseja-se construir um intervalo para a população de gestantes, com grau de confiança de 99%, que contenha a diferença entre o valor da glicemia antes e após o desjejum.

⁵**Glicemia:** concentração de glicose no sangue.

Solução:

Inicialmente, encontramos o valor t_{tab} . A coluna é dada por $\alpha/2$; como $1 - \alpha = 0,99$, então $\alpha = 1 - 0,99 = 0,01$, logo $\alpha/2 = 0,005$. O grau de liberdade é dado aproximadamente por $gl = n_1 + n_2 - 2 = 15 + 15 - 2 = 28$. Portanto, $t_{tab} = 2,763$.

Calculamos:

$$\begin{aligned}
 & (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} ; (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) + t \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \\
 & (168 - 97) - 2,763 \sqrt{\frac{22,3}{15} + \frac{15,21}{15}} ; (168 + 97) + 2,763 \sqrt{\frac{22,3}{15} + \frac{15,21}{15}} \\
 & 71 - 4,369 ; 71 + 4,369 \\
 & 66,631 ; 75,369
 \end{aligned}$$

Portanto, o intervalo de confiança de 99% construído para a diferença de média dos valores de glicemia das gestantes, antes e após e desjejum, é (66,631 ; 75,369) mg/dL.

A interpretação é semelhante àquela apresentada para o caso de uma única média (tópico 3.2.1).

3.2.3 Intervalo de confiança para a diferença de duas médias de populações correlatas

Sejam duas populações P_1 e P_2 , normais e não independentes (correlacionadas), onde retiramos uma amostra aleatória de n pares de valores, sendo em cada par, um valor amostral de cada população. Definimos uma nova variável D que é a diferença para cada um dos pares de valores das duas populações P_1 e P_2 . A média aritmética $\bar{D}$ é a estimativa por ponto da diferença das médias $\bar{x}_1$ e $\bar{x}_2$, e s_D é o desvio padrão das diferenças. Logo, o intervalo de confiança é:

$$\bar{D} \mp t \frac{s_D}{\sqrt{n}},$$

onde t vem da tabela t-student (Anexo A), $gl = (n - 1)$ coluna $\alpha/2$.

Exemplo fictício:

Foi realizado um estudo para verificar a resposta imune humoral em 12 cães imunizados contra a cinomose⁶, com uma vacina de vírus atenuado. O desenvolvimento de anticorpos foi analisado após seis e doze meses da última dose da vacina (tabela 1):

Tabela 1 - Resposta imune humoral em cães imunizados contra cinomose.

Cães	Log do Título de anticorpos (base 10)		Diferença
	6 meses após a última dose	12 meses após a última dose	
1	3,498	4,350	-0,852
2	4,512	5,002	-0,490
3	4,010	4,357	-0,347
4	3,695	3,695	0,000
5	4,236	4,360	-0,124
6	5,015	5,450	-0,435
7	4,239	4,010	0,229
8	4,002	3,720	0,282
9	5,578	5,001	0,577
10	3,612	3,420	0,192
11	4,370	4,230	0,140
12	5,001	4,978	0,023

Fonte: Elaboração própria.

Objetiva-se construir um intervalo de confiança de 90% para a diferença entre as médias.

Solução:

Inicialmente, encontramos o valor t_{tab} . Como $1 - \alpha = 0,90$, então $\alpha = 1 - 0,90 = 0,10$; $\alpha/2 = 0,05$. O grau de liberdade é dado por $gl = (n - 1) = 12 - 1 = 11$. Portanto, o valor tabelado é $t_{tab} = 1,796$.

Calculamos a média $\bar{D}$ e o desvio padrão s_D das diferenças:

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = -0,067, s_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{12} (x_i - 0,067)^2}{12 - 1}} = 0,383,$$

E construímos o intervalo:

⁶**Cinomose:** doença viral altamente contagiosa que atinge os cães.

$$\begin{aligned} & \bar{D} - t \frac{SD}{\sqrt{n}} ; \bar{D} + t \frac{SD}{\sqrt{n}} \\ & -0,067 - 1,796 \frac{0,383}{\sqrt{12}} ; -0,067 + 1,796 \frac{0,383}{\sqrt{12}} \\ & -0,067 - 0,199 ; -0,067 + 0,199 \\ & -0,266 ; 0,132 \end{aligned}$$

Portanto, o intervalo construído para a diferença de médias entre as respostas humorais obtidas após seis e doze meses da aplicação da vacina, com 90% de confiança é $(-0,266 ; 0,132)$.

3.2.4 Intervalo de confiança para uma proporção

O mesmo raciocínio utilizado para estabelecermos o intervalo de confiança para a média μ de uma população normal deve ser empregado para estimarmos a proporção π de sucessos em uma distribuição binomial com parâmetros n e π , sendo π desconhecido (BERQUÓ; SOUZA; GOTLIEB, 1981, p 310). O intervalo de confiança aproximando a distribuição binomial pela normal é dado por:

$$p \mp z \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}},$$

onde p é a proporção de sucessos de uma amostra de tamanho n e z é o valor na distribuição normal (Anexo B) que tem à sua direita $\alpha/2$ da área total.

Exemplo fictício:

Em uma escola do ensino médio, aplicou-se uma pesquisa para verificar o nível de conhecimento dos alunos da oitava série sobre sexualidade. Dos 350 alunos entrevistados, somente 45 conseguiram responder todas as questões corretamente. Deseja-se construir um intervalo de confiança de 95% para a proporção de alunos da oitava série que possuem conhecimentos sobre o tema pesquisado.

Solução:

Inicialmente, encontramos o valor de z_{tab} . Como $1 - \alpha = 0,95$, então $\alpha = 1 - 0,95 = 0,05$, logo $\alpha/2 = 0,025$; calculamos $0,5 - 0,025 = 0,475$, este é o valor que devemos procurar na tabela normal. Contudo, diferente da tabela t-sudent, devemos encontrá-lo dentro da tabela. Após encontrarmos o valor, a linha a que ele pertence corresponde aos dois primeiros números do valor z (parte inteira e 1º decimal) e a coluna a que ele pertence ao último número (2º decimal). Portanto, o valor $Z = 1,96$.

Calculamos a proporção amostral p :

$$p = \frac{45}{350} = 0,129$$

Construímos o intervalo:

$$p - z \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + z \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$0,129 - 1,96 \sqrt{\frac{0,129(1 - 0,129)}{350}} ; 0,129 + 1,96 \sqrt{\frac{0,129(1 - 0,129)}{350}}$$

$$0,129 - 0,035 ; 0,129 + 0,035$$

$$0,094 ; 0,164$$

Portanto, o intervalo de confiança de 95% construído para a proporção de alunos da oitava série que possuem conhecimentos sobre sexualidade é (0,094 ; 0,164) ou (9,4% ; 16,4%).

3.2.5 Intervalo de confiança para a variância populacional

Para propormos um intervalo que depositemos 100% ($1 - \alpha$) de confiança de que contenha a verdadeira variância populacional e, por conseguinte, o respectivo desvio padrão, utilizamos a distribuição qui-quadrado (X^2) (Anexo C), a fim de se ter:

$$P \left\{ \frac{(n-1)s^2}{X_{\frac{\alpha}{2}}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{X_{1-\frac{\alpha}{2}}^2} \right\} = (1-\alpha),$$

onde $X_{\frac{\alpha}{2}}^2$ é o valor de X^2 na distribuição com $(n-1)$ graus de liberdade, que deixa $\frac{\alpha}{2}$ de área à sua direita, e $X_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$ deixa $(1-\frac{\alpha}{2})$ de área à sua direita (BERQUÓ; SOUZA; GOTLIEB, 1981, p 315).

Exemplo fictício:

Com intuito de estabelecer um intervalo de confiança de 99% do tempo estimado para o início da produção de antibióticos em uma indústria, foram realizados 20 experimentos com determinada espécie de fungo, simulando as entregas de um fornecedor, onde, embora a espécie fosse a mesma, as gerações poderiam eventualmente variar. O desvio padrão obtido foi de 30 minutos.

Solução:

O valor tabelado $X_{\frac{\alpha}{2}}^2$, apresenta grau de liberdade dado por $gl = (n-1) = 20-1 = 19$; como $\alpha = 1-0,99 = 0,01$, então $0,01/2 = 0,005$. Devemos consultar a tabela qui-quadrado de forma análoga à tabela t-student, ou seja, linha 19, coluna 0,005. Portanto, o valor tabelado $X_{\frac{\alpha}{2}}^2 = 38,6$. Da mesma forma procedemos com $X_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$, ou seja, $gl = 20-1 = 19$, coluna $1-\frac{\alpha}{2} = 1-0,005 = 0,995$. Portanto o valor tabelado $X_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 = 6,84$.

A Variância é dada por: $s^2 = 30^2 = 900(\text{minutos})^2$.

Calculamos o intervalo:

$$\frac{(n-1)s^2}{X_{\frac{\alpha}{2}}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{X_{1-\frac{\alpha}{2}}^2}$$

$$\frac{(20-1)900}{38,6} < \sigma^2 < \frac{(20-1)900}{6,84}$$

$$\frac{17.100}{38,6} < \sigma^2 < \frac{17.100}{6,84}$$

$$443min^2 < \sigma^2 < 2500min^2$$

Portanto, o intervalo de 99% construído para a variância populacional do tempo estimado para o início da produção de antibióticos é $(443 < \sigma^2 < 2500)$ min². Podemos também estabelecer os limites que possam conter o verdadeiro desvio padrão apenas extraindo a raiz: $(21,048 < \sigma < 50)$ min.

4 TESTES DE HIPÓTESES

4.1 INTRODUÇÃO

Em diversas áreas do conhecimento humano há uma busca contínua por novos métodos e procedimentos, que de alguma forma aprimorem aqueles já existentes. Na agricultura, por exemplo, buscam-se variedades resistentes às pragas; na biotecnologia micro-organismos mais eficientes na produção de metabólitos primários ou secundários; na indústria farmacêutica drogas mais seguras e com maior poder de cura (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 174).

Os trabalhos científicos são realizados com objetivos bem estabelecidos, expressos por meio de afirmações que os pesquisadores desejam verificar (CALLEGARI-JACQUES; 2003, p. 54). Em todas as situações citadas anteriormente é necessário comparar os métodos usuais, com novos métodos que estão sendo propostos. Inicialmente, as informações são coletadas para posteriormente serem realizadas inferências a partir das evidências experimentais ou observacionais. Contudo, a decisão final a respeito de uma hipótese está associada a uma probabilidade de erro.

4.2 CONCEITOS

Hipóteses estatísticas são suposições feitas sobre os parâmetros nas populações (CALLEGARI-JACQUES; 2003, p. 55). Pode ser uma afirmação referente ao valor de um parâmetro, a distribuição da probabilidade de uma variável ou quanto à associação entre duas ou mais variáveis.

O *teste de hipóteses* é um procedimento estatístico pelo qual se rejeita ou não uma hipótese, associando-se à conclusão um risco máximo de erro (CALLEGARI-JACQUES; 2003, p. 55). As hipóteses estatísticas são colocadas como:

- a. *Hipótese nula ou de nulidade (H_0)*: é sempre a primeira hipótese a ser formulada, é conservadora e não implica em mudanças. Se esta hipótese for aceita, conclui-se, por exemplo, que não há diferenças entre os parâmetros.
- b. *Hipótese alternativa (H_1)*: é contrária a hipótese nula, é uma hipótese liberal, ou seja, implica em mudanças. Se esta hipótese for confirmada, conclui-se, por exemplo, que há diferenças entre os parâmetros.

A certeza de que a hipótese está correta seria alcançada somente se toda população fosse estudada. Como isto normalmente é impossível, por diversos motivos já abordados na introdução, as decisões devem ser tomadas com base nos resultados obtidos em amostras, que envolverão um risco de afirmar que uma diferença existe sem de fato ela existir ou, contrariamente, afirmar uma igualdade quando ela na verdade não ocorre.

Portanto, toda conclusão oriunda de um teste de hipóteses está sujeita a erros. A figura 1 descreve resumidamente os tipos de erros. Estes podem ser de dois tipos:

- a. *Erro do tipo I*: rejeita-se a hipótese H_0 quando a mesma é verdadeira, ou seja, afirma-se que há uma diferença, quando na verdade ela não existe. Sua probabilidade de ocorrer é igual a α e é fixada pelo pesquisador.
- b. *Erro do tipo II*: não se rejeita a hipótese H_0 quando ela deveria ser rejeitada, ou seja, afirma-se que há uma igualdade, quando na verdade há diferenças. Sua probabilidade de ocorrer é igual a β . Como a probabilidade complementar deste erro representa a probabilidade de se afirmar corretamente que existe uma diferença, quando ela realmente existe, diz-se que $(1 - \beta)$ é o poder estatístico de detectar uma diferença real.

Embora o ideal seja tornar estes erros menores possíveis, cada pesquisador saberá qual deles é mais importante em seu estudo. A fixação da probabilidade destes erros é efetuada pelo pesquisador. Em geral, α é fixo e β o menor possível, sendo que α é chamado de *nível de significância do teste*.

Figura 1 - Tipos de erros associados aos Testes de Hipóteses.

		Situação	
		H_0 verdadeira	H_0 falsa
Decisão	Rejeitar H_0	Erro Tipo I	Sem erro
	Não rejeitar H_0	Sem erro	Erro Tipo II

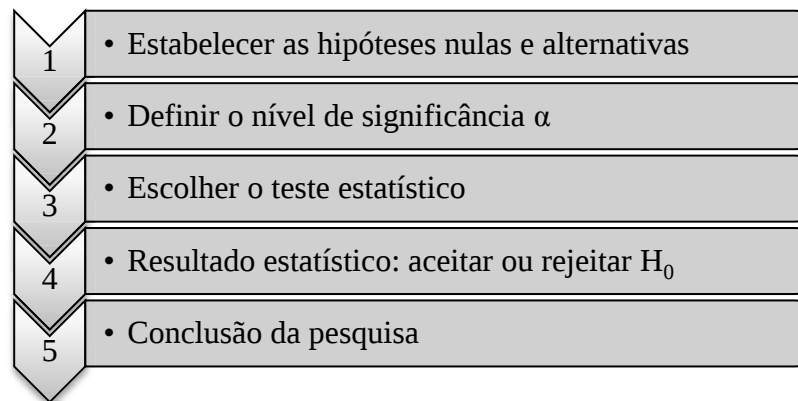
Fonte: (MAGALHÃES; LIMA, 2010, p. 264).

Existem duas maneiras de se expressar a conclusão de um teste de hipóteses. A primeira consiste em comparar o valor da estatística do teste com o valor obtido a partir da distribuição teórica específica para o teste, para um valor pré-fixado do nível de significância (por exemplo, $\alpha = 5\%$, 1% ou outro valor) (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 180).

A segunda, comumente utilizada, consiste em verificar a possibilidade do que foi observado ou resultados mais extremos, sob a hipótese de que H_0 é verdadeira. Este número é chamado de *probabilidade de significância*, *valor-p* ou apenas p . Onde, quanto menor o valor-p, maior a chance de se rejeitar H_0 .

O entendimento dos conceitos descritos acima será aprimorado à medida que os exemplos forem apresentados. A figura 2 apresenta um resumo das etapas de realização dos testes de hipótese.

Figura 2 - Resumo das principais etapas para realização de um Teste de Hipóteses.



Fonte: Elaboração própria.

Exemplo fictício:

Imagine que a concentração de hemácias no sangue de uma pessoa adulta sadia se comporte segundo um modelo normal, com média $\bar{x} = 4,8$ milhões/mm³ e desvio padrão $s = 0,37$ milhões/mm³. Pessoas com anemia, devido à baixa produção destas células no sangue, apresentam uma média $\bar{x} = 3$ milhões/mm³ e desvio padrão $s = 0,37$ milhões/mm³.

Deseja-se verificar se determinado tratamento proposto para combater a anemia é eficaz. Para tanto, uma amostra aleatória de tamanho $n = 45$ de indivíduos doentes é selecionada para ser submetida ao tratamento. As concentrações dos indivíduos da amostra serão representadas por $X_1, \dots, X_{45}$. Sabemos que para $i = 1, 2, \dots, 45$, temos $X_i \sim Normal$, sendo $\mu = 4,8$ ou $\mu = 3,0$ dependendo do tratamento ser ou não eficiente. Se a amostra fornecer um valor baixo, “próximo” a 3 milhões/mm³, teremos evidências de o tratamento não é eficaz. Contudo, se obtivermos um valor “próximo” a 4,8 milhões/mm³, poderemos supor que o tratamento é eficiente.

A caracterização do que significa ser “próximo” depende, entre outros fatores, da variabilidade da concentração na população (MAGALHÃES; LIMA, 2010, p. 260). Como a

amostra de 45 indivíduos é aleatória, torna-se necessário estudar o problema probabilisticamente.

4.3 TESTE SHAPIRO-WILK DE NORMALIDADE

Existem diversas maneiras de se verificar a normalidade de um conjunto de dados: histograma, box plot, teste qui-quadrado, teste Kolmogorov-Smirnov, teste d'Agostino. Contudo, o teste de Shapiro-Wilk de normalidade geralmente é o mais indicado.

É importante ressaltar que, quando o tamanho amostral for igual ou superior a 30 valores, pressupõe-se que a distribuição da variável na população seja normal (AYRES, 2010, p. 213). Se o tamanho for inferior a 30, esta pressuposição não pode ser assumida.

O teste consiste no seguinte:

$$W = \frac{b^2}{s^2}$$

Inicialmente, formulamos as hipóteses e definimos o nível de significância do teste (α):

$$\begin{cases} H_0: \text{A amostra é oriunda de uma população normal} \\ H_1: \text{A amostra é oriunda de uma população não normal} \end{cases};$$

Ordenamos as n observações da amostra: $x_{(1)}, x_{(2)}, x_{(3)}, \dots, x_{(n)}$, de modo que $x_{(1)}$ seja o menor valor.

Calculamos a soma dos quadrados $s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ e a constante b , sendo que a mesma será determinada da seguinte forma:

$$b = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n/2} a_{n-i+1} (x_{n-i+1} - x_i) & \text{se } n \text{ é par} \\ \sum_{i=1}^{(n+1)/2} a_{n-i+1} (x_{n-i+1} - x_i) & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases},$$

em que a_{n-i+1} são constantes geradas pelas médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra de tamanho n , com distribuição normal. Os valores tabelados podem ser consultados no Anexo D.

O valor crítico vem da tabela Shapiro-Wilk (Anexo E), em que a coluna é dada pelo nível de significância α , e a linha pelo grau de liberdade $gl = n$. Se $W_{\text{calculado}} < W_{\text{tabelado}}$ rejeita-se H_0 ao nível de significância α .

Exemplo fictício:

Sejam os dados ordenados abaixo (tabela 2) referentes à envergadura⁷, em metros, das asas do Tuiuiú (*Jabiru mycteria*), uma ave Ciconiiforme facilmente encontrada no Pantanal Matogrossense. Deseja-se verificar, com nível significância de 5%, a normalidade dos dados amostrais:

Tabela 2 - Dados ordenados da envergadura das asas do Tuiuiú (metros).

Tuiuiú	Envergadura das asas (m)
x_1	2,75
x_2	2,79
x_3	2,84
x_4	2,93
x_5	2,96
x_6	2,99
x_7	3,02
x_8	3,05
x_9	3,10
x_{10}	3,20

Fonte: Elaboração própria.

Solução:

Inicialmente estabelecemos as hipóteses:

- $$\begin{cases} H_0: \text{A amostra é oriunda de uma população normal} \\ H_1: \text{A amostra é oriunda de uma população não normal} \end{cases}$$

Como os dados já estão ordenados, podemos calcular a soma dos quadrados s^2 :

$$s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 0,018$$

Os cálculos para se obter o valor de b foram organizados na tabela 3 para facilitar a compreensão:

⁷**Envergadura das asas:** Maior distância obtida entre as extremidades das asas de uma ave.

Tabela 3 - Cálculo do valor de b para teste de normalidade da amostra.

i	$n-i+1$	a_{n-i+1}	$x_{(n-i+1)}$	$x_{(i)}$	$a_{n-i+1} (x_{(n-i+1)} - x_{(i)})$
1	10	0,5739	3,20	2,75	0,258255
2	9	0,3291	3,10	2,79	0,102021
3	8	0,2141	3,05	2,84	0,044961
4	7	0,1224	3,02	2,93	0,011016
5	6	0,0399	2,99	2,96	0,001197
$b =$					0,41745

Fonte: Elaboração própria.

Calculamos o valor de W :

$$W = \frac{b^2}{s^2} = \frac{0,41745^2}{0,018} = 9,681$$

O valor crítico para $n = 10$ e $\alpha = 0,05$ é $W_{tab} = 0,842$. Como $W_{cal} > W_{tab}$, podemos aceitar a hipótese de nulidade e afirmar que a população é normalmente distribuída.

4.4 TESTES PARAMÉTRICOS E NÃO PARAMÉTRICOS

Muitas técnicas estatísticas utilizadas para estimar parâmetros e testar hipóteses supõem que os valores da variável estudada sejam normalmente (ou pelo menos aproximadamente) distribuídos (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 165). Entretanto, na prática, muitas variáveis não possuem distribuição normal, tornando-se difícil inclusive determinar o tipo de distribuição, já que muitas vezes as amostras não são grandes o suficiente para serem avaliadas.

Os testes paramétricos são utilizados quando as estimativas dos parâmetros possuem distribuição normal. Quando os dados não satisfazem as exigências para os testes paramétricos, torna-se necessário o uso de testes de *distribuição livre*, ou seja, os testes não paramétricos. Estes testes são usados para comparar a distribuição de dados quanto à locação, quanto à variabilidade, ou ainda para avaliar a correlação entre variáveis (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 165).

Os testes não paramétricos são construídos utilizando-se os postos (*rank*) das observações, estando as mesmas ordenadas. Quando há empates, tomamos como posto de cada observação a média dos postos que seriam atribuídos às observações, caso os empates não existissem (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 204).

4.5 COMPARAÇÃO DE DOIS GRUPOS INDEPENDENTES

4.5.1 Paramétrico: t-student

Este teste é indicado quando as variáveis estudadas possuem distribuição normal, onde os parâmetros populacionais (μ_1, μ_2, σ_1 e σ_2) são desconhecidos. Se o desvio padrão σ for desconhecido, ele pode ser estimado por meio do desvio padrão amostral s , mas neste caso, toda a inferência com relação à média deve ser feita usando a distribuição t-student (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 62).

O desvio padrão populacional σ pode ser substituído pelo seu estimador, o desvio padrão amostral s , obtemos assim um erro padrão estimado para a média EP:

$$EP = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Sejam duas populações P_1 e P_2 , com médias μ_1 e μ_2 desconhecidas. As hipóteses a serem testadas são:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

Coletamos uma amostra de tamanho n_1 para P_1 e calculamos a média $\bar{x}_1$ e o desvio padrão s_1 . Procedemos da mesma forma com P_2 e calculamos $\bar{x}_2$ e s_2 .

Calculamos:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Fixada a probabilidade α de erro tipo I, calculamos o t_{tab} que vem da tabela t-student (Anexo A), coluna $\alpha/2$, e grau de liberdade dado aproximadamente por $gl = n_1 + n_2 - 2$.

Se $-t_{\text{tab}} \leq t \leq t_{\text{tab}}$, aceitamos H_0 . Se $t > t_{\text{tab}}$ ou $t < -t_{\text{tab}}$, rejeitamos H_0 .

Exemplo fictício:

Com o objetivo de verificar a eficácia de um novo ativo aplicado em uma base hidratante, realizou-se uma pesquisa com 30 mulheres entre 20 e 50 anos que relatavam ter pele seca. Em 15 mulheres, escolhidas aleatoriamente, foi aplicado o produto com o ativo. Nas demais mulheres foi aplicada somente a base hidratante (placebo). Posteriormente, foi realizado um teste para verificar o potencial de hidratação da pele, cujos resultados estão descritos na tabela 4:

Tabela 4 - Resultados referentes ao teste de hidratação da pele.

Grupo I		Grupo II	
28,32	38,76	27,93	33,02
35,08	37,65	29,32	27,90
42,30	31,78	33,44	32,38
36,45	43,02	31,02	27,99
43,34	41,34	31,56	35,60
29,90	35,09	28,17	32,98
32,44	33,45	34,09	29,77
44,20		29,78	

Fonte: Elaboração própria.

Deseja-se verificar, com nível de significância de 1%, se o ativo promoveu aumento da hidratação na pele das mulheres.

Solução:

Inicialmente, estabelecemos as hipóteses, com a probabilidade $\alpha = 0,01$ de erro tipo I:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

Para encontrarmos o valor t_{tab} devemos procurar pela coluna $\alpha/2 = 0,01/2 = 0,005$ e

graus de liberdade $gl = n_1 + n_2 - 2 = 15 + 15 - 2 = 28$. Portanto, $t_{\text{tab}} = 2,763$.

Calculamos as médias $\bar{x}_1$ e $\bar{x}_2$ e os desvios padrão s_1 e s_2 :

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 36,87; \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 31,00$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 4,98; \quad s_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 2,43,$$

e aplicamos o teste:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{36,87 - 31}{\sqrt{\frac{4,98^2}{15} + \frac{2,43^2}{15}}} = 4,103$$

Como $t > t_{\text{tab}}$ ($4,103 > 2,763$) concluímos que há diferença entre as médias, logo, podemos afirmar, com nível de significância de 1%, que o ativo presente no hidratante promove hidratação da pele.

4.5.2 Não paramétrico: Mann-Whitney

O teste de Mann-Whitney é também conhecido como Wilcoxon-Mann-Whitney ou teste U. Trata-se de uma alternativa não-paramétrica ao teste t-student, quando a variável em estudo não possui distribuição normal. Portanto, neste teste não comparamos parâmetros, mas sim os grupos como um todo.

Inicialmente, consideramos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \text{População 1} = \text{população 2} \\ H_1: \text{população 1} \neq \text{população 2} \end{cases}$$

Este teste consiste em atribuir postos aos dados conforme a ordem de grandeza dos mesmos. Designamos as amostras como X e Y . O menor valor dentro das amostras receberá o posto 1, o segundo o posto 2 e assim sucessivamente. Se houver empates entre os valores, iremos atribuir a média dos postos que receberiam se fossem valores consecutivos, mas não empatados conforme na tabela 5:

Tabela 5 - Postos atribuídos as amostras X e Y.

Amostra X	Postos	Amostra Y	Postos
3	1	4	2
8	4	7	3
11	5	14	6,5
14	6,5	18	8
19	9	25	10
31	13	28	11
40	15	30	12
		34	14
$n_x = 7$	$T = 53,5$	$n_y = 8$	

Fonte: Elaboração própria.

Os valores n_x e n_y correspondem ao tamanho das amostras X e Y, respectivamente, e T a soma dos postos do menor grupo, neste caso, da amostra X. A estatística do teste é a seguinte:

$$MW = n_x n_y + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - T$$

O valor MW obtido deverá ser comparado com um valor tabelado. Para amostras pequenas, este valor vem da tabela *M-Withney*. Quando há ao menos 10 observações em cada grupo, o valor MW vem da tabela normal (Anexo B). Neste caso, a estatística do teste é a seguinte:

$$Z = \frac{T - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (N + 1)}{12}}}$$

Onde n_1 e n_2 referem-se ao menor e maior n , respectivamente e $N = n_1 + n_2$.

Após considerarmos o tamanho da amostra e o nível de significância, devemos aceitar H_0 se: $-Z_{\text{tab}} \leq Z \leq Z_{\text{tab}}$. Caso contrário, concluímos que os grupos diferem.

Exemplo fictício:

A concentração do metal pesado Al (Alumínio) foi estudada em fragmentos musculares de dois grupos de peixes teleósteos, sendo um grupo controle, e outro grupo

oriundo do Rio Piracicaba. Deseja-se verificar, com nível de significância de 5%, se existe diferença na concentração do metal pesado entre os dois grupos.

A tabela 6 apresenta os indivíduos estudados e sua respectiva concentração aproximada de Al no tecido muscular. Note que foram atribuídos postos aos indivíduos conforme exemplificado na tabela 5.

Tabela 6 - Concentração de Al no tecido muscular de peixes teleósteos.

Grupo Controle			Grupo oriundo do Rio Piracicaba		
Indivíduo	Concentração de Al ($\mu\text{g g}^{-1}$ MS)	Posto	Indivíduo	Concentração de Al ($\mu\text{g g}^{-1}$ MS)	Posto
1	25	1	1	245	17
2	48	3	2	65	6
3	110	12	3	550	23
4	67	7	4	342	20
5	200	16	5	75	8
6	95	10,5	6	298	18
7	143	14	7	156	15
8	40	2	8	430	21
9	52	4	9	95	10,5
10	137	13	10	327	19
11	76	9	11	501	22
12	53	5			
<i>n=12</i>			<i>n=11</i>		
			<i>T=179,5</i>		

Fonte: Elaboração própria.

Solução:

Inicialmente, estabelecemos as hipóteses, com a probabilidade $\alpha = 0,05$:

$$\begin{cases} H_0: \text{População 1} = \text{população 2} \\ H_1: \text{população 1} \neq \text{população 2} \end{cases}$$

Como se trata de uma amostra com o número de observações superior a 10 indivíduos em cada grupo, a estatística do teste será aquela utilizada para amostras grandes, onde o valor crítico vem da tabela normal (Anexo B).

Na tabela 6, podemos verificar que os postos já foram atribuídos às amostras e o valor n para os dois grupos já foram somados, assim como o valor T , que se refere à soma dos postos do menor grupo.

Definimos agora o valor Z_{tab} . Para $\alpha = 0,05$ temos que $\alpha/2 = 0,025$, logo $0,5 - 0,025 = 0,475$. Portanto, o valor $Z_{tab} = 1,96$.

Aplicamos agora o teste:

$$Z = \frac{T - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (N+1)}{12}}} = \frac{179,5 - \frac{12 \cdot 11}{2}}{\sqrt{\frac{12 \cdot 11 (23+1)}{12}}} = \frac{113,5}{16,248} = 6,985$$

Como $Z > Z_{tab}$, rejeitamos a hipótese de nulidade e concluimos que há diferença entre os dois grupos de peixes teleósteos.

4.6 COMPARAÇÃO DE DOIS GRUPOS CORRELACIONADOS

4.6.1 Paramétrico: t-student pareado

Este teste tem como objetivo verificar se os dois grupos de escores dos mesmos indivíduos obtidos de amostra aleatória de uma população, cuja variável em questão tenha sido mensurada em nível intervalar ou de razões, têm, por diferença, média igual a zero (AYRES, 2010, p. 262). Este teste é recomendado para amostras inferiores a 30 unidades, onde a variância da população é desconhecida.

Considerando que os mesmos elementos estão presentes antes (X_1) e após a aplicação do estudo (X_2), devemos retirar uma amostra de n pares de observações e calcular as diferenças D entre os valores para cada par, conforme a tabela 7:

Tabela 7 - Diferença entre as médias de amostras correlacionadas.

Elementos	X_1	X_2	$D = (X_1 - X_2)$
A	25	24	1
B	30	29	1
C	29	27	2
D	35	41	-6
E	33	35	-2
F	31	39	-8
G	26	28	-2
H	28	28	0
n = 8 pares de observação			

Fonte: Elaboração própria.

Sejam as hipóteses a serem testadas:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

Calculamos a média das diferenças dos escores $\bar{D}$, o desvio padrão s e posteriormente o valor de t .

$$\bar{D} = \frac{\sum D}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (D - \bar{D})^2}{n}}$$

$$t = \frac{\bar{D}\sqrt{n}}{s}$$

O valor t é comparado com t_{tab} da tabela t-student (Anexo A), grau de liberdade dado por $gl = n - 1$ e coluna $\alpha/2$. Se $-t_{tab} \leq t \leq t_{tab}$, aceitamos H_0 . Se $t > t_{tab}$ ou $t < -t_{tab}$, rejeitamos H_0 .

Exemplo fictício:

Procurou-se estudar a eficiência de determinado medicamento para hipertireoidismo. Em uma amostra de 17 pacientes foi verificado o nível de TSH no sangue (hormônio que estimula a produção de T3 e T4 pela glândula tireóide) antes e após o tratamento. Deseja-se verificar, com nível de significância de 1%, se houve efeito do tratamento nos pacientes:

Tabela 8 - Níveis de TSH no sangue do paciente antes e após o tratamento.

Paciente	Antes do tratamento ($\mu\text{UI/mL}$)	Após o tratamento ($\mu\text{UI/mL}$)	Diferença
1	7,80	5,70	2,10
2	9,00	8,60	0,40
3	11,10	4,54	6,56
4	6,80	6,33	0,47
5	10,40	7,24	3,16
6	9,56	8,40	1,16
7	8,65	3,50	5,15
8	12,30	4,20	8,10
9	13,40	7,50	5,90
10	9,95	9,80	0,15
11	7,52	11,20	-3,68
12	8,50	5,94	2,56
13	7,60	9,30	-1,70
14	6,80	6,80	0,00
15	7,98	4,30	3,68
16	14,70	11,30	3,40
17	13,50	12,40	1,10

Fonte: Elaboração própria.

Solução:

Na tabela 8 podemos observar os níveis de TSH no sangue dos pacientes, antes e após o tratamento, assim como a diferença entre estes valores. Note que os 17 pacientes foram submetidos ao exame antes e após o uso da medicação.

Consideramos as seguintes hipóteses a serem testadas, com nível de significância $\alpha = 0,01$:

$$\begin{cases} H_0: \mu_{\text{antes}} = \mu_{\text{após}} \\ H_1: \mu_{\text{antes}} \neq \mu_{\text{após}} \end{cases}$$

O valor crítico t_{tab} é dado por: graus de liberdade $gl = n - 1 = 17 - 1 = 16$, coluna $\alpha/2 = 0,01/2 = 0,005$. Portanto, $t_{tab} = 2,921$.

Calculamos a média das diferenças $\bar{D}$ e o desvio padrão s . Posteriormente, aplicamos o teste:

$$\bar{D} = \frac{\sum D}{n} = 2,27$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(D - \bar{D})^2}{n}} = 2,95$$

$$t = \frac{\bar{D}\sqrt{n}}{s} = \frac{2,27 \cdot \sqrt{17}}{2,95} = 3,173$$

Como $t > t_{\text{tab}}$ ($3,176 > 2,921$), rejeitamos a hipótese de nulidade e concluímos que existe uma diferença entre as médias, o que nos permite inferir que houve efeito do tratamento.

4.6.2 Não paramétrico: Wilcoxon

O teste Wilcoxon, também conhecido como teste T, destina-se a comparar dados obtidos de uma mesma variável em situações distintas, ou seja, os dados são obtidos através de um esquema de pareamento. O teste baseia-se em dois fundamentos: no sentido e na magnitude das diferenças entre os pares amostrais, onde cada par de escores representa um posto (AYRES, 2010, p. 271).

Inicialmente, devemos organizar os dados com os respectivos pares e calcular a diferença entre as observações de cada par. Os sinais das diferenças devem ser ignorados. Em seguida, devemos atribuir postos às diferenças e calcular a soma dos postos S de todas as diferenças, sendo elas negativas ou positivas.

Para amostras pequenas, inferiores a 25 pares, o valor-p é obtido através de uma tabela especial. Para amostras grandes, a estatística do teste tem distribuição aproximadamente normal, com média e desvio padrão equivalentes à:

$$\bar{x}_S = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$s_S = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

O valor de Z deve ser comparado com o valor do percentil da distribuição gaussiana (normal) (Anexo B) (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 207).

$$Z = \frac{S - \bar{x}_S}{s_S}$$

Após considerarmos o tamanho da amostra e o nível de significância, devemos aceitar H_0 se $-Z_{\text{tab}} \leq Z \leq Z_{\text{tab}}$. Caso contrário, concluímos que os grupos diferem.

Exemplo fictício:

Com o objetivo de verificar o grau de conhecimento sobre a higienização das mãos, um professor de ciências semeou em placas de petri amostras da mão direita, coletadas com um *swab* estéril, de 30 crianças escolhidas aleatoriamente. A coleta foi realizada antes e após o ensino sobre higienização das mãos com sabonete comum. Deseja-se verificar, com nível de significância de 5%, se a aula ministrada gerou mudanças na forma de higienizar as mãos. A tabela 9 apresenta o número de unidades formadoras de colônia (UFC) nas duas ocasiões:

Tabela 9 - UFC da flora da mão direita das crianças antes e após o ensino sobre lavagem das mãos.

Criança	UFC Antes da aula	UFC Após da aula	$ d $	Postos	Criança	UFC Antes da aula	UFC Após da aula	$ d $	Postos
1	4	2	2	4	16	9	3	6	14,5
2	11	6	5	12	17	12	2	10	19,5
3	8	1	7	16,5	18	11	6	5	12
4	5	4	1	2	19	17	6	11	21,5
5	7	3	4	8,4	20	8	4	4	8,4
6	10	7	3	5,5	21	10	1	9	18
7	6	0	6	14,5	22	16	2	14	27,5
8	13	8	5	12	23	4	3	1	2
9	18	0	18	30	24	7	0	7	16,5
10	15	2	13	25,5	25	19	5	14	27,5
11	14	1	13	25,5	26	8	7	1	2
12	20	3	17	29	27	12	8	4	8,4
13	9	5	4	8,4	28	17	5	12	23,5
14	16	6	10	19,5	29	14	3	11	21,5
15	7	4	3	5,5	30	13	1	12	23,5
				218,3					246,3

Fonte: Elaboração própria.

Solução:

Observe que na tabela 9, além das UFC oriundas das mãos das crianças antes e após a aula sobre higiene das mãos, foi calculada a diferença $|d|$ entre as UFC e atribuído postos para estas diferenças.

Inicialmente, estabelecemos as duas hipóteses:

$\begin{cases} H_0: \text{A aula ministrada não produziu alterações nos postos obtidos a partir do experimento} \\ H_1: \text{A aula ministrada produziu alterações nos postos obtidos a partir do experimento} \end{cases}$

O valor crítico para amostras grandes, acima de 25 pares, vem da tabela normal (Anexo B). Sendo $\alpha/2 = 0,10/2 = 0,05$, logo, $0,5 - 0,05 = 0,450$. Portanto, devemos procurar pelo valor tabelado igual a 0,450: $Z_{tab} = 1,65$.

Calculamos a média e o desvio padrão:

$$\bar{x}_s = \frac{n(n+1)}{4} = \frac{30(30+1)}{4} = 232,5$$

$$s_s = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}} = \sqrt{\frac{30(30+1)(2 \cdot 30 + 1)}{24}} = \sqrt{\frac{930 \cdot 61}{24}} = 48,618$$

Aplicamos o teste:

$$Z = \frac{S - \bar{x}_s}{s_s} = \frac{464,6 - 232,5}{48,618} = 4,774$$

O valor S refere-se à soma de todos os postos atribuídos as diferenças, sendo elas positivas ou não: $S = 218,3 + 246,3 = 464,6$.

Como $Z > Z_{tab}$ rejeitamos a hipótese de nulidade e concluímos que a aula ministrada gerou mudanças na forma como as crianças higienizaram as mãos.

4.7 COMPARAÇÃO DE K GRUPOS INDEPENDENTES

4.7.1 Paramétrico: ANOVA

Em diversas situações, o pesquisador deseja comparar duas médias amostrais, ou seja, dois grupos experimentais. Neste sentido, o teste t-student é frequentemente utilizado. Entretanto, existem experimentos onde é necessário comparar mais de duas populações, simultaneamente, com relação à mesma variável quantitativa.

Suponha que K grupos estão sendo comparados no mesmo experimento, onde $K = 2, 3, 4, \dots$, a hipótese nula a ser testada é $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K$. Neste caso, aplicar o teste

t-student entre os grupos, comparando-os dois a dois, tornar-se inadequando, pois a probabilidade de se cometer um erro do tipo I aumenta com o número de médias que estão sendo comparadas (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 153). Ou seja, quando se fixa $\alpha = 5\%$, a probabilidade mantém-se a 0,05 se a comparação for efetuada apenas entre duas médias, passando para 0,14 se a comparação for feita entre três médias e 0,26 entre quatro médias, e assim por diante (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 153).

Esta situação pode ser evitada aplicando-se a técnica de comparação chamada Análise de Variância, também conhecida como ANOVA. A partir deste teste é possível comparar a média de vários grupos experimentais em uma única vez, podendo verificar se há ao menos uma diferença entre os grupos. Posteriormente, pode-se verificar quais populações são diferentes, sem alterações no nível de significância do teste.

A ANOVA consiste em um procedimento que decompõe, em vários componentes identificáveis, a variação total entre os valores obtidos no experimento (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 154), ou seja, a soma dos quadrados total é decomposta em componentes associados às fontes ou causas de variação (AYRES, 2010, p. 277).

Um dos modelos de ANOVA analisa os dados a um critério de classificação: *Tratamento (One Way)*. Outra técnica para analisar os dados de um bloco completo randomizado é chamado Análise de Variância com dois critérios (*Two way*), uma vez que uma observação é categorizada na base de dois critérios: o *Bloco* a que ela pertence e o grupo do *Tratamento* que está vinculada (AYRES, 2010, p. 290). Esta última técnica não será abordada no presente trabalho.

4.7.1.1 ANOVA com um critério de classificação (*One Way*)

Neste modelo, a variação total equivale à variação entre a média de vários grupos, juntamente com a variação observada entre as unidades experimentais de um mesmo grupo ou tratamento (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 154). Ou seja:

$$\text{Variação total} = \text{Variação entre tratamentos} + \text{Variação dentro dos tratamentos}.$$

A variação entre tratamentos representa o efeito dos diferentes tratamentos e é estimada pela *Variância Entre*. Enquanto que a variação dentro dos tratamentos representa as diferenças individuais nas respostas e é estimada pela *Variância Dentro*, também chamada de *Variância Residual* ou ainda *Variância do Erro Experimental*.

O teste tem por objetivo verificar a hipótese de igualdade entre as médias em *k* grupos, em que as médias podem ser diferentes, mas a variação entre os indivíduos é igual em todas

as populações que estão sendo comparadas. Resumidamente, deseja-se testar a hipótese de igualdade entre as médias ($H_0: \mu_A = \mu_B = \dots = \mu_K$), supondo homocedasticidade, ou seja, $\sigma^2_A = \sigma^2_B = \dots = \sigma^2_k = \sigma^2$ (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 154).

Espera-se que se houver diferença entre os tratamentos, a *variância entre* seja maior que a *variância dentro*. Assim, o resultado da divisão da variância entre pela variância dentro deve ser superior a 1. Este resultado, chamado de *razão F de variâncias*, deve ser comparado com um valor tabelado para rejeitar ou não H_0 .

Os cálculos para a obtenção das variâncias entre e dentro são trabalhosos. Inicialmente devemos verificar a hipótese a ser testada. Por exemplo, para três grupos A, B e C:

$$\begin{cases} H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C \\ H_1: \begin{cases} \mu_A \neq \mu_B, \text{ ou } \mu_A \neq \mu_C, \text{ ou } \mu_B \neq \mu_C \\ \mu_A \neq \mu_B \neq \mu_C \end{cases} \end{cases}$$

A variabilidade total dos dados poderá ser escrita da seguinte forma (figura 3):

Figura 3 - Variabilidade Total dos Dados.



Fonte: Elaboração própria.

Portanto,

$$SQT = SQG + SQR$$

O que se segue são as fórmulas para calcular SQT, SQG e SQR:

$$SQT = \sum x_{ij}^2 - \frac{T^2}{n}$$

$$SQG = \frac{T_A^2}{n_A} + \frac{T_B^2}{n_B} + \frac{T_C^2}{n_C} \dots - \frac{T^2}{n}$$

$$SQR = SQT - SQG$$

As variações numéricas individuais feitas sobre as unidades experimentais são designadas por X_{ij} , onde o índice i ($i = 1, 2, 3, \dots, k$) refere-se as unidades experimentais ou número de grupos (k), e j ($j = 1, 2, 3, \dots, n_i$) ao número de repetições dentro de cada unidade experimental ou grupo. O total T_i representa a soma dos valores do i -ésimo grupo, $i = 1, 2, \dots, k$; T consiste na soma total dos valores, considerando todos os grupos, e $n = (\sum n_i)$ é o número total de unidades experimentais.

Os graus de liberdade das estimativas da variância total, entre grupos e dentro são dados, respectivamente, por: $GLTotal = (\sum n_i) - 1$, $GLEntre = k - 1$ e $GLResidual = (\sum n_i) - k = GLDentro$.

Segue agora as fórmulas para se verificar a variância dos grupos:

$$QMG = \frac{SQG}{GLEntre}$$

$$QMR = \frac{SQR}{GLDentro}$$

O cálculo para a razão F de variâncias é dado da seguinte forma:

$$F = \frac{QMG}{QMR}$$

O resultado do valor F é comparado com F_{tab} da tabela F-snedecor (Anexo F), onde a coluna é dada por $GLEntre = k - 1$ e a linha por $GLResidual = (\sum n_i) - k$. A tabela fornecida neste trabalho é para $\alpha = 0,05$. Se $F \leq F_{tab}$ aceitamos H_0 , se $F > F_{tab}$ rejeitamos H_0 .

Exemplo fictício:

Para verificar, com nível de significância de 5%, a influência dos hormônios vegetais na germinação de sementes, foi realizado um experimento com quatro grupos. No primeiro grupo, o grupo controle, não foi adicionado nenhum hormônio; no segundo grupo foi adicionada determinada concentração de auxina, no terceiro, giberelina e no quarto, citocinina. Em cada placa de petri foram colocadas 15 sementes de uma mesma espécie, sendo que as condições de temperatura, luz e volume de água adicionado foram semelhantes nos quatro grupos. Após sete dias de experimento, verificou-se quantas sementes germinaram.

Solução:

Inicialmente, estabelecemos as hipóteses. Desejamos saber se algum dos três hormônios pode influenciar (promover ou inibir) a germinação de sementes:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \\ H_1: \begin{cases} \mu_1 \neq \mu_2 \text{ ou } \mu_1 \neq \mu_3 \text{ ou } \mu_1 \neq \mu_4 \text{ ou } \mu_2 \neq \mu_3 \text{ ou } \mu_2 \neq \mu_4 \text{ ou } \mu_3 \neq \mu_4 \\ \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4 \end{cases} \end{cases}$$

Para facilitar os cálculos, os dados foram organizados na tabela 10:

Tabela 10 - Influência dos hormônios vegetais na quantidade de sementes germinadas.

	Grupo 1 Controle	Grupo 2 Auxina	Grupo 3 Giberelina	Grupo 4 Citocinina	Total
	<i>i=1</i>	<i>i=2</i>	<i>i=3</i>	<i>i=4</i>	
	7	9	12	5	
	4	10	13	3	
	9	8	15	6	
	6	10	17	4	
	3	12	13	7	
	8	11	14	2	
	5	9	12	5	
Resultados	4	13	15	4	
	6	11	14	3	
	9	9	11	2	
	8	12	15	3	
	8	10	12	6	
	7	10	16	3	
	4	12	10	4	
	*	7	9	*	
n_j	14	15	15	14	58
$\sum x = T_j$	88	153	198	57	496
$\sum x^2$	606	1599	2684	263	5152
$\bar{x}$	6,29	10,20	13,20	4,07	
s	1,94	1,60	2,17	1,49	

Fonte: Elaboração própria.

Nota: * Contaminação por fungos durante o experimento.

Seguiremos a mesma ordem dos cálculos demonstrada anteriormente. Inicialmente, calculamos a soma dos quadrados totais (SQT). Observe que $\sum T_j$, $\sum x^2$ e n já foram calculados na tabela 10, portanto:

$$SQT = \sum x_{ij}^2 - \frac{T^2}{n} = 5152 - \frac{496^2}{58} = 910,34$$

Calculamos a soma dos quadrados entre os grupos (SQG):

$$SQG = \frac{T_1^2}{n_1} + \frac{T_2^2}{n_2} + \frac{T_3^2}{n_3} + \frac{T_4^2}{n_4} - \frac{T^2}{n}$$

$$= \frac{88^2}{14} + \frac{153^2}{15} + \frac{198^2}{15} + \frac{57^2}{14} - \frac{496^2}{58} = 4959,41 - 4241,66 = 717,75$$

e a soma dos quadrados dentro dos grupos (SQR):

$$SQR = SQT - SQG = 910,34 - 717,75 = 192,59$$

Posteriormente, calculamos a variância entre os grupos (QMG) e dentro dos grupos (QMR):

$$QMG = \frac{SQG}{GLEntre} = \frac{717,75}{4 - 1} = 239,25$$

$$QMR = \frac{SQR}{GLDentro} = \frac{192,25}{58 - 4} = 3,57$$

Finalmente, calculamos o valor de F :

$$F = \frac{QMG}{QMR} = \frac{239,25}{3,37} = 67,08$$

O valor crítico (F_{Tab}) a ser encontrado é dado por: coluna: $GLEntre = k - 1 = 3$; linha: $GLResidual = (\sum n_i) - k = 54$. Portanto, $F_{Tab} = 2,76$.

Como $F > F_{tab}$ ($67,08 > 2,76$) rejeitamos H_0 , ou seja, com nível de significância $\alpha = 0,05$, houve diferença entre as médias.

A tabela 11 apresenta resumidamente os resultados da análise de variância:

Tabela 11 - Análise de variância realizada com os dados a tabela 10.

Causas de variação	SQ	GL	QM	F_{calc}	F_{tab}
Entre tratamento	717,75	3	239,25	67,08	2,76
Dentro (resíduos)	192,59	54	3,57		
Total	910,34	57			

Fonte: Elaboração própria.

4.7.1.2 Condições para o uso da ANOVA

Para a aplicação da técnica ANOVA, os dados devem satisfazer algumas condições: é necessário que as variâncias das populações sejam homogêneas (homocedasticidade), as populações devem ser independentes e a distribuição de probabilidade da variável deve ser normal para cada população.

Contudo, por se tratar de um procedimento estatístico robusto, ela fornece resultados confiáveis mesmo com considerável heterocedasticidade (desde que os tamanhos amostrais sejam iguais ou aproximadamente iguais), e em situações em que os dados tenham distribuição desviada da normal (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 157). Entretanto, se os dados afastarem excessivamente das condições pressupostas, o ideal é utilizar um teste não paramétrico.

4.7.1.3 Teste de Tukey

O teste de Tukey, também conhecido como DHS – Diferença Honestamente Significativa – é utilizado quando o F obtido é significativo (AYRES, 2010, p. 287). Trata-se de um procedimento complementar à ANOVA, cujo objetivo é encontrar quais as médias que, comparadas duas a duas, diferem significativamente entre si. O método de Tukey evita o aumento no nível de significância devido ao grande número de comparações efetuadas (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 158).

Para aplicar o teste é necessário inicialmente calcular a diferença, em módulo, entre cada par de média. Posteriormente, estima-se o erro padrão EP de cada diferença entre médias dos grupos A e B, conforme a fórmula abaixo:

$$EP = \sqrt{\frac{QMR}{2} \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)},$$

onde QMR é o Quadrado Médio de Resíduos (Variância Dentro) e A e B referem-se a duas amostras quaisquer.

Calcula-se o teste q para cada diferença entre médias:

$$q_{\text{calc}} = \frac{|\bar{x}_A - \bar{x}_B|}{EP}$$

O valor crítico de q é obtido através da tabela de Tukey (Anexo G), para um nível α de significância, k grupos e GL dentro (resíduo). No teste de Tukey, o valor crítico é o mesmo para todas as comparações entre as médias. Se $q > q_{\text{tab}}$ rejeita-se H_0 .

Exemplo fictício:

Daremos continuidade ao exemplo anterior utilizado no teste de ANOVA. Neste sentido, desejamos saber qual média diferiu significativamente entre os pares de médias observados: $\mu_1 \neq \mu_2, \mu_1 \neq \mu_3, \mu_1 \neq \mu_4, \mu_2 \neq \mu_3, \mu_2 \neq \mu_4, \mu_3 \neq \mu_4$.

Solução:

Para facilitar a apresentação dos resultados, visualizaremos os cálculos para a diferença em módulo do primeiro par de médias, o erro padrão e, finalmente, a estatística do teste. Os cálculos para as outras médias serão apresentados na tabela 12.

$$d_{12} = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2| = |6,29 - 10,20| = 3,91$$

$$EP = \sqrt{\frac{QMR}{2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} = \sqrt{\frac{3,57}{2} \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{15} \right)} = 0,2463$$

$$q_{\text{calc}} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{EP} = \frac{|6,29 - 10,20|}{0,2463} = 15,895$$

Tabela 12 - Teste de Tukey para os dados da tabela 10.

Comparação	$ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 $	$n_1; n_2$	EP (Tukey)	q_{calc}	q_{tab}	Conclusão
μ_1 vs μ_2	$ 6,29-10,20 =3,91$	14;15	0,2463	15,895	3,737	Médias diferem
μ_1 vs μ_3	$ 6,29-13,20 =6,91$	14;15	0,2463	28,078	3,737	Médias diferem
μ_1 vs μ_4	$ 6,29-4,07 =2,21$	14;14	0,2547	8,692	3,737	Médias diferem
μ_2 vs μ_3	$ 10,20-13,20 =3,00$	15;15	0,2378	12,617	3,737	Médias diferem
μ_2 vs μ_4	$ 10,20-4,07 =6,13$	15;14	0,2463	24,887	3,737	Médias diferem
μ_3 vs μ_4	$ 13,20-4,07 =9,13$	15;14	0,2463	37,069	3,737	Médias diferem

Fonte: Elaboração própria.

O valor crítico de q foi obtido através da tabela de Tukey (Anexo G), para um nível α de significância, k grupos e GL_{dentro} (resíduo). Neste exemplo, $\alpha = 0,05$, $k = 4$ e $GL_{dentro} = 54$.

4.7.2 Não Paramétrico: Kruskal-Wallis

O teste de Kruskal-Wallis é uma prova não-paramétrica utilizada quando os dados amostrais não são normalmente distribuídos com igual variância, ou quando os valores se apresentam mensurados em nível ordinal (“ranks” ou postos) (AYRES, 2010, p. 297). Este teste compara três ou mais amostras dos mesmos tamanhos ou desiguais. Como suposição para sua aplicação, o teste requer que haja independência entre os grupos.

A estatística do teste é:

$$x^2 = \frac{12}{N(N+1)} \sum \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

onde n_i refere-se ao tamanho de cada amostra, $N = \sum n_i$ = número total de indivíduos e R_i = soma dos postos de cada amostra, sendo os postos atribuídos aos dados de acordo com a ordem de magnitude dos mesmos, de maneira semelhante ao teste Mann-Whitney.

Quando as amostras são grandes ou há mais que 5 grupos, a estatística do teste tem uma distribuição que se aproxima da qui-quadrado (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 181). O valor X^2_{tab} vem da tabela qui-quadrado (Anexo C), coluna α , grau de liberdade $gl = (k - 1)$, sendo $k = 2, 3, 4, \dots$, o número de grupos a serem comparados. Se $x^2 \leq x^2_{tab}$ aceitamos a igualdade entre os grupos, caso contrário rejeitamos a igualdade.

Exemplo fictício:

Com o intuito de demonstrar como ocorre a seleção natural, um professor de evolução propôs um experimento aos 29 alunos presentes na sala, para simbolizar a alteração na coloração das mariposas *Biston betularia* após a Revolução Industrial.

A sala de aula foi dividida em três grupos. Foram cortados, com auxílio de um furador, grande quantidade de círculos pequenos de papel jornal, folha de sulfite branca e folha preta, sendo que cada grupo de alunos, separados aleatoriamente, ficaram com um tipo de papel.

Todos os alunos tiveram que colocar os papéis cortados em uma superfície coberta com jornal. O professor acionou o cronômetro para que os alunos coletassem, um a um, os papéis cortados esparramados sobre o jornal, simbolizando predadores que capturam suas presas. Os resultados estão descritos na tabela 13:

Tabela 13 - Quantidade de papel coletado sobre o jornal.

Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
Papel branco/jornal		Papel preto/jornal		Jornal/jornal	
Quantidade coletada	Postos	Quantidade coletada	Postos	Quantidade coletada	Postos
25	16	38	20	12	3
15	6	29	19	13	4
17	9	54	27	21	13,5
24	15	48	24	16	8
27	18	39	21	18	10,5
21	13,5	42	22	15	6
28	19	53	26,5	11	2
19	12	49	25	15	6
26	17	53	26,5	9	1
		47	23	18	10,5
$n=9$	$\sum R_1=125,5$	$n=10$	$\sum R_2=234$	$n=10$	$\sum R_3=64,5$

Fonte: Elaboração própria.

Deseja-se verificar, com nível de significância de 10%, se há diferença entre os grupos.

Solução:

Inicialmente, estabelecemos as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \text{Os grupos são iguais} \\ H_1: \text{Os grupos não são iguais} \end{cases}$$

Observe que a tabela 13 fornece a quantidade de papeis coletados por cada aluno dos três grupos. Em seguida, foi atribuído postos para estes resultados. A soma dos postos R_i dentro de cada grupo também já foi calculada.

Aplicamos agora a estatística do teste:

$$x^2 = \frac{12}{N(N+1)} \sum \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

$$x^2 = \frac{12}{29(29+1)} \left(\frac{125,5^2}{9} + \frac{234^2}{10} + \frac{64,5^2}{10} \right) - 3 \cdot 30 = 15,40$$

O valor crítico X^2_{tab} é dado por: coluna $\alpha = 0,10$, $gl = k - 1 = 2$. Portanto, $X^2_{\text{tab}} = 4,61$.

Como $X^2 > X^2_{\text{tab}}$ rejeitamos a hipótese de igualdade entre os grupos. Para este exemplo, existiram diferenças entre coletar os diferentes tipos de papel na superfície coberta por jornal.

Quando rejeitamos a hipótese nula, a comparação dos grupos dois a dois para detectar as possíveis diferenças pode ser feita pelo teste Student-Newman-Keuls, o qual não será abordado neste trabalho.

4.8 COMPARAÇÃO DE K GRUPOS CORRELACIONADOS

4.8.1 Paramétrico: Análise de Medidas Repetidas

O teste de análise de medidas repetidas é aplicado quando a variável é normalmente distribuída e existe a mesma correlação entre indivíduos em diferentes tempos. Neste caso, não há independência entre os valores dos diferentes tempos, já que as medidas estão nas mesmas unidades experimentais. Por exemplo, a atividade enzimática de um micro-organismo em diferentes momentos de uma fermentação.

Seja p o número de respostas da mesma unidade experimental, e $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p$ as médias populacionais da variável, nos tempos $t_1, t_2, \dots, t_p$.

As hipóteses a serem testadas são:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_p \\ H_1: \mu_j \neq \mu_{j+1}, \text{ para algum } j = 1, 2, \dots, p-1 \end{cases}$$

Seja X_{ij} a i -ésima observação do j -ésimo, em que $j = 1, 2, \dots, p$; $i = 1, 2, \dots, n$; sendo n o número de respostas do grupo.

Considerando o vetor de médias: $\bar{y}' = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2, \bar{X}_2 - \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_{p-1} - \bar{X}_p)$, temos que:

$$y_{ij} = X_{ij} - X_{ij+1},$$

onde $\bar{x}_j$ é a média amostral do j -ésimo grupo.

Seja S a matriz de variâncias e covariâncias de y :

$$S = \begin{pmatrix} Var(y_1) & Cov(y_1 y_2) & \cdots & Cov(y_1 y_p) \\ Cov(y_1 y_2) & Var(y_2) & \cdots & Cov(y_2 y_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(y_1 y_p) & Cov(y_2 y_p) & \cdots & Var(y_p) \end{pmatrix},$$

onde,

$$Var(y_j) = \sum_{i=1}^n \frac{(y_{ij} - \bar{y}_j)^2}{n-1},$$

$$cov(y_j, y_{j+1}) = \sum_{i=1}^n \frac{(y_{ij} - \bar{y}_j)(y_{ij+1} - \bar{y}_{j+1})}{n-1}$$

Calculamos a estatística T^2 -Hotelling:

$$T^2 = n \times \bar{y}' \times S^{-1} \times \bar{y}$$

onde, $\bar{y}'$ é o vetor transposto do vetor $\bar{y}$ e S^{-1} é a matriz inversa da matriz S .

Posteriormente, calculamos a estatística F :

$$F = \frac{n-p+1}{(n-1)(p-1)} T^2$$

A estatística F tem distribuição F-Snedecor, com $(p - 1)$ e $(n - p)$ graus de liberdade. Se $F \leq F_{tab}$, aceitamos H_0 .

Exemplo fictício:

Deseja-se verificar, com nível de significância de 5%, a atividade de uma enzima proteolítica, comumente presente no estômago de carnívoros, no decorrer do processo digestivo, supondo normalidade e homogeneidade das correlações entre os tempos. Após a adição de uma substância protéica no meio, em condições controladas de pH e temperatura, a atividade enzimática foi medida nos tempos 0, 1 e 2, conforme a tabela 14:

Tabela 14 - Atividade enzimática em diferentes momentos após a adição de uma substância protéica.

Tempo	Experimentos					
	A	B	C	D	E	F
0	12	23	17	10	12	14
1	17	26	21	20	21	25
2	13	22	17	19	22	25

Fonte: Elaboração própria.

Solução:

Inicialmente estabelecemos as hipóteses:

$$H_0: \begin{pmatrix} \mu_1 - \mu_2 \\ \mu_2 - \mu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Calculando $y_{ij} = X_{ij} - X_{ij+1}$ temos que:

y_{i1}	-5	-3	-4	-10	-9	-11
y_{i2}	4	4	4	1	-1	0

Na tabela 15 foram colocados os resultados para os cálculos das médias $\bar{y}_j$, variâncias $Var(y_{ij})$ e covariância $Cov(y_{i1}, y_{i2})$, sendo que a fórmula para estes cálculos já foram demonstradas no início da explicação do teste:

Tabela 15 - Cálculos da média, variância e covariância para as diferenças entre os tempos 1 e 0, 2 e 1 dos experimentos.

	$y_{ij} = X_{ij} - X_{ij+1}$						$\bar{y}'$	Var (y_{ij})	Cov (y_{i1}, y_{i2})
y_{i1}	-5	-3	-4	-10	-9	-11	-7	11,6	7,2
y_{i2}	4	4	4	1	-1	0	2	5,2	

Fonte: Elaboração própria.

Colocamos agora os valores na matriz S para posteriormente calcularmos a matriz inversa S^{-1} :

$$S = \begin{pmatrix} 11,6 & 7,2 \\ 7,2 & 5,2 \end{pmatrix}$$

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} 0,613 & -0,850 \\ -0,850 & 1,368 \end{pmatrix}$$

Aplicamos a estatística T^2 -Hotelling:

$$T^2 = n \times \bar{y}' \times S^{-1} \times \bar{y} = 6(-7 \quad 2) \begin{pmatrix} 0,613 & -0,850 \\ -0,850 & 1,368 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix} = 355,85$$

Calcularemos F :

$$F = \frac{n - p + 1}{(n - 1)(p - 1)} T^2 = \frac{(6 - 3 + 1)}{(6 - 1)(3 - 1)} 355,85 = 142,34$$

F_{tab} vem da tabela F-Snedecor (Anexo F), com $(p - 1) = 3 - 1 = 2$ e $(n - p) = 6 - 3 = 3$ graus de liberdade. Portanto, $F_{tab} = 9,55$.

Como $F > F_{tab}$, rejeitamos H_0 e concluímos que não há igualdade entre as médias nos três tempos observados, ou seja, a atividade proteolítica da enzima difere nos diferentes tempos estudados.

4.8.2 Não paramétrico: Friedman

O teste não paramétrico de Friedman é utilizado para dados mensurados em nível ordinal, abrangendo duas ou mais amostras relacionadas. Este procedimento também é conhecido como Dupla Análise de Variância por Postos (AYRES, 2010, p. 295).

Os dados devem apresentar uma dupla disposição em linhas e colunas, correspondendo aos indivíduos e as condições experimentais, respectivamente. Para cada elemento atribuem-se postos conforme a ordem de grandeza dos dados. Em caso de empates, atribuímos aos dados a média dos postos que seriam atribuídas se eles estivessem em sequência. Não é necessária a suposição de independência entre os grupos.

Segue a estatística do teste:

$$F = \left[\frac{12}{Nk(k+1)} \sum_{j=1}^k R_j^2 \right] - 3N(k+1),$$

onde N representa o número de linhas (repetições), k o número de colunas (grupos) e R_j a soma dos postos da coluna j .

O valor tabelado vem da tabela qui-quadrado (Anexo C), grau de liberdade dado por $gl = (k - 1)$ e coluna α . Se $F \leq X_{tab}^2$, aceita-se H_0 .

Exemplo fictício:

Em um experimento, diferentes intensidades de corrente elétrica (A, B, C e D) foram aplicadas diretamente no músculo da coxa de três rãs, a fim de se verificar o tempo, em décimos de segundo, de reação (contração) do músculo ao estímulo elétrico:

Tabela 16 - Tempo de reação do músculo da coxa das rãs aos estímulos elétricos.

Tempo de reação aos estímulos								
Indivíduos	A	Postos	B	Postos	C	Postos	D	Postos
1	9	4	3	2	5	3	2	1
2	8	3	2	2	9	4	1	1
3	5	3	4	2	6	4	3	1
n=3		10		6		11		3

Fonte: Elaboração própria.

Deseja-se saber, com nível de significância de 10%, se as diferentes intensidades de estímulos elétricos produzidos geram o mesmo tempo de reação músculo ao estímulo.

Solução:

Inicialmente estabelecemos as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \text{As diferentes intensidades de estímulos produzem o mesmo tempo de reação} \\ H_1: \text{As diferentes intensidades de estímulos não produzem o mesmo tempo de reação} \end{cases}$$

Note que na tabela 16 já foram atribuídos os postos. Diferente dos testes explicados anteriormente, os postos são atribuídos aos valores dentro de uma mesma linha, assim, o menor valor recebeu o posto 1 e o maior valor da linha o posto 4.

O valor crítico X_{tab}^2 é dado por: linha $gl = k - 1 = 4 - 1 = 3$, e coluna $\alpha = 0,10$. Portanto, $X_{tab}^2 = 6,25$.

Aplicamos o teste:

$$F = \left[\frac{12}{Nk(k+1)} \sum_{j=1}^k R_j^2 \right] - 3N(k+1)$$

$$= \left[\frac{12}{3 \cdot 4 \cdot (4+1)} \right] \cdot [(10)^2 + (6)^2 + (11)^2 + (3)^2] - 3 \cdot 3(4+1) = (0,2 \cdot 266) - 45 = 8,2$$

Como $X_{tab}^2 < F$, concluímos que a diferença é estatisticamente significativa, rejeitando-se a hipótese de nulidade. Ou seja, há diferença significativa entre o tempo de resposta do músculo da coxa da rã, mediante as diferentes intensidades do estímulo elétrico.

4.9 TESTE LEVENE PARA HOMOGENEIDADE DE VARIÂNCIAS

Um grande número de processos estatísticos desenvolvidos para testar a homogeneidade entre as variâncias foram propostos; o teste de Levene é comumente encontrado e pouco afetado em casos de distribuição não normal (ZAR, 2010, p.153).

Uma conversão comum é empregar diferenças para cada X em relação à média do grupo, por exemplo, $|X_{ij} - \bar{X}_i|$ ou $|X_{ij} - \text{mediana do grupo } i|$ (ZAR, 2010, p.154).

Para realizar o teste, calculamos primeiro $\sum x_i$ de ambos os grupos e a $\sum |x_i - \bar{x}|$, neste exemplo foi colocada a média $\bar{x}$, podendo ser utilizada outra medida de centro. A seguir, realizamos uma ANOVA com os dados das diferenças, da mesma forma como fizemos no tópico 4.7.1.1. Posteriormente, calculamos t e aceitamos a homogeneidade das variâncias se $t \leq t_{tab}$. Caso contrário, rejeitamos a homocedasticidade.

Para facilitar o entendimento do teste, os cálculos serão explicados no exemplo.

Exemplo (ZAR, 2010, p.155):

Deseja-se testar a homogeneidade das variâncias, com nível de significância de 5%, para dois tipos de armadilhas utilizadas para coletar mariposas. A média de mariposas coletadas nas armadilhas 1 e 2 são $\bar{x}_1 = 36,45$ mariposas e $\bar{x}_2 = 57,70$ mariposas, respectivamente. Os dados são apresentados na tabela 17:

Tabela 17 - Quantidade de mariposas coletadas nos dois tipos de armadilhas.

Armadilha 1		Armadilha 2	
X_i	$ x_i - \bar{x} $	X_i	$ x_i - \bar{x} $
41	4,55	52	5,7
35	1,45	57	0,7
33	3,45	62	4,3
36	0,45	55	2,7
40	3,55	64	6,3
46	9,55	57	0,7
31	5,45	56	1,7
37	0,55	55	2,7
34	2,45	60	2,3
30	6,45	59	1,3
38	1,55		
401	39,43	577	28,40

Fonte: (ZAR, 2010, p. 55).

Solução:

Inicialmente, estabelecemos as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

A partir dos dados fornecidos na tabela 17, é possível verificar o total $\sum x_i$ de mariposas coletadas nas armadilhas 1 e 2, bem como o total das diferenças $\sum |x_i - \bar{x}|$ entre as mariposas coletadas e a média de mariposas coletadas em cada grupo.

Encontramos agora, as médias $\bar{x}'_1$ e $\bar{x}'_2$ para as diferenças encontradas, considerando $n_1 = 11$ e $n_2 = 10$, e a soma dos quadrados SS'_1 e SS'_2 :

$$\bar{x}'_1 = \frac{39,43}{11} = 3,59$$

$$\bar{x}'_2 = \frac{28,40}{10} = 2,84$$

$$SS'_1 = \sum_{i=1}^{11} (x_1 - \bar{x})^2 = 77,25 \text{ mariposas}^2$$

$$SS'_2 = \sum_{i=1}^{10} (x_1 - \bar{x})^2 = 35,44 \text{ mariposas}^2$$

Calculamos a variância s_p^2 e o desvio padrão $s'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$ para as diferenças:

$$s_p^2 = \frac{77,25 + 35,44}{10 + 9} = 5,93 \text{ mariposas}^2$$

$$s'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{5,93}{11} + \frac{5,93}{10}} = 1,06 \text{ mariposas}^2$$

Aplicamos o teste:

$$t = \frac{\bar{x}'_1 - \bar{x}'_2}{s'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{3,59 - 2,84}{1,06} = 0,71$$

O valor tabelado vem tabela t-student (Anexo A). Coluna dada por $\alpha/2 = 0,05/2 = 0,025$ e linha dada por $gl = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = 10 + 9 = 19$. Logo, $t_{tab} = 2,093$. Como $t \leq t_{tab}$, aceitamos a hipótese H_0 de homocedasticidade das variâncias. Ou seja, a variância do número de mariposas coletadas é a mesma usando qualquer uma das armadilhas.

4.10 TESTE QUI-QUADRADO

Quando os dados são mensurados em nível ordinal e, sobretudo, nominal, um dos testes estatísticos mais empregados é o chamado qui-quadrado, tanto para uma amostra, como para duas amostras independentes (AYRES, 2010, p. 305).

A partir deste teste é possível, por exemplo, verificar se a frequência com que um determinado acontecimento é observado em uma amostra desvia significativamente ou não, da frequência com que ele é esperado segundo alguma teoria (teste de aderência) (BEIGUELMAN, B, 1988, p. 59).

Pode-se também comparar a distribuição de certos acontecimentos em diferentes amostras, a fim de avaliar se as proporções observadas desses acontecimentos permitem considerá-los como sendo independentes dessas amostras, ou se elas devem ser consideradas como dependentes da procedência das amostras (teste de independência) (BEIGUELMAN, B, 1988, p. 59), etc.

A tabela 18 apresenta dados genéricos envolvendo a comparação de dois grupos onde a resposta de interesse é dicotômica: a ocorrência ou não de um evento. Sendo a, b, c, d frequências absolutas das categorias.

Tabela 18 - Distribuição quanto à ocorrência de um evento.

Grupo	Ocorrência do evento		Total
	Sim	Não	
I	A	B	$n_1 = a + b$
II	C	D	$n_2 = c + d$
Total	$m_1 = a + c$	$m_2 = b + d$	$n_1 + n_2 = N$

Fonte: (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 181)

Se não há diferença entre as proporções de ocorrência do evento nos dois grupos, então:

$$\frac{a}{n_1} = \frac{c}{n_2} = \frac{a + c}{n_1 + n_2} = \frac{m_1}{N}$$

A partir destas igualdades podemos escrever:

$$a = \frac{m_1 \times n_1}{N}, \quad b = \frac{m_2 \times n_1}{N}, \quad c = \frac{m_1 \times n_2}{N}, \quad d = \frac{m_2 \times n_2}{N}$$

Observamos aqui dois conjuntos de valores: os observados (O_i) denotados por A, B, C e D , e os esperados (E_i) calculados sob a hipótese de igualdade (independência) das proporções de sucesso entre os grupos, dados pelas expressões anteriores (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 182).

A discrepância entre os valores observados e esperados das quatro entradas de uma tabela 2 x 2 podem ser medidos através da seguinte expressão:

$$X^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

O valor obtido com o teste deve ser comparado com o valor tabelado (Anexo C). Se $X^2 \geq X_{\text{tab}}^2$ rejeita-se a hipótese de igualdade (independência) entre os grupos. Em situações de indecisão acerca dos resultados obtidos podemos aumentar a amostra (se possível) ou mudar a probabilidade de α .

O teste qui-quadrado não é indicado quando as frequências esperadas são baixas. Quando isto ocorre podemos juntar as classes, se possível. Outra possibilidade é aplicar a *Correção de Continuidade* ou *Correção de Yates*, visto que a distribuição de frequências observadas, que é discreta, está sendo aproximada pela distribuição qui-quadrado, que é contínua (SOARES; SIQUEIRA, 2002, p. 185). As expressões diferem entre si apenas pelo fator de correção de continuidade:

$$X_{C^2} = \frac{N \left(|ad - bc| - \frac{N}{2} \right)^2}{m_1 m_2 n_1 n_2}$$

4.10.1 Teste de aderência ou de Ajuntamento

O objetivo deste teste é verificar se uma distribuição observada de frequências (O) ajusta-se a uma distribuição de valores esperados segundo determinada teoria (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 133). Os dados são organizados em tabelas simples com apenas uma entrada.

Exemplo fictício:

Deseja-se verificar, com nível de significância de 95%, se o produto do cruzamento entre as flores heterozigotas branca e rosa (Aa) da boca de leão (*Mirabilis jalapa*), seguem a proporção 1:2:1 para as flores rosa (AA), branca e rosa (Aa) e branca (aa), respectivamente. A frequência observada durante o experimento e a esperada estão apresentadas na tabela abaixo:

Tabela 19 - Frequências observadas e esperadas do cruzamento entre heterozigotas da boca de leão.

	Freq O	Freq E
Rosa (AA)	42	37,5
Rosa e branca (Aa)	67	75
Branca (aa)	39	37,5
Total	150	150

Fonte: Elaboração própria.

Solução:

As hipóteses a serem testadas são:

$$\begin{cases} H_0: \text{Verifica-se a proporção } 1:2:1 \\ H_1: \text{Não verifica-se a proporção } 1:2:1 \end{cases}$$

Sendo $k = 3$, o número de categorias da variável e $\alpha = 0,05$, a probabilidade de erro do tipo I, o valor crítico (X_{tab}^2) vem da tabela qui-quadrado (Anexo C), $gl = k - 1 = 2$ e coluna $\alpha = 0,05$. Portanto $X_{tab}^2 = 5,99$.

Aplicamos a estatística do teste:

$$X^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(42 - 37,5)^2}{37,5} + \frac{(67 - 75)^2}{75} + \frac{(39 - 37,5)^2}{37,5} = 1,453$$

Como $X_{tab}^2 > X_{calc}^2$ aceitamos H_0 e concluímos que a proporção 1:2:1 se aplica aos dados analisados.

4.10.2 Teste de Independência

Este teste é utilizado para testar a correlação entre variáveis categóricas. Os indivíduos de uma amostra são estudados quanto a duas variáveis quantitativas, e os dados são organizados em uma tabela de contingência, em que as linhas e as colunas representam as categorias das duas variáveis em análise (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 137).

Exemplo fictício:

Deseja-se verificar, com nível de significância de 1%, se a temperatura influencia a determinação do sexo nas tartarugas. Os dados obtidos em um experimento estão descritos na tabela 20:

Tabela 20 - Influência da temperatura na determinação do sexo nas tartarugas.

Sexo	Temperatura		Totais
	$\leq 29^{\circ}\text{C}$	$\geq 30^{\circ}\text{C}$	
M	78	67	145
F	56	93	149
Totais	134	160	294

Fonte: Elaboração própria.

Solução:

Inicialmente, estabelecemos as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \text{A determinação de sexo e a temperatura são independentes} \\ H_1: \text{A determinação de sexo e a temperatura não são independentes} \end{cases}$$

Calculamos da frequência esperada⁸:

$$a = \frac{m_1 \times n_1}{N} = \frac{134 \cdot 145}{294} = 66,09$$

$$b = \frac{m_2 \times n_1}{N} = \frac{160 \cdot 145}{294} = 78,91$$

$$c = \frac{m_1 \times n_2}{N} = \frac{134 \cdot 149}{294} = 67,91$$

$$d = \frac{m_2 \times n_2}{N} = \frac{160 \cdot 149}{294} = 81,09$$

Aplicamos o teste:

$$X^2 = \frac{(78 - 66,09)^2}{66,09} + \frac{(67 - 78,91)^2}{78,91} + \frac{(56 - 67,91)^2}{67,91} + \frac{(93 - 81,09)^2}{81,09} = 7,79$$

Neste exemplo, X_{tab}^2 é dado pela coluna $\alpha = 0,01$ e grau de liberdade $gl =$ (nº de linhas da tabela de dados - 1) · (nº de colunas da tabela de dados - 1) = (2 - 1) · (2 - 1) = 1. Portanto, $X_{tab}^2 = 6,63$.

⁸ Para compreender melhor as denominações utilizadas nos cálculos, observe a tabela 18.

Como $X_{calc}^2 > X_{tab}^2$ rejeitamos H_0 e concluímos que há influência da temperatura na determinação do sexo nas tartarugas, ou seja, as variáveis não são independentes.

4.10.3 Teste de comparação de proporções

Este teste é utilizado para comparar duas ou mais proporções em relação à determinada variável quantitativa. Os dados são organizados em tabelas de contingência, onde as linhas representam as amostras e as colunas, as categorias da variável. Neste teste, o pesquisador pode escolher a quantidade de dados que levantará para cada amostra.

O objetivo do teste é verificar se a proporção de indivíduos em cada categoria é a mesma nas diferentes populações amostradas, ou seja, se as populações não diferem com relação a variável estudada (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 134).

Exemplo fictício:

Um estudo realizado com formigas objetivou verificar a ocorrência de três subfamílias de formigas no cerrado. Três cidades desta região foram observadas. Deseja-se verificar, com nível de significância de 10%, se as frequências das subfamílias de formigas coletadas diferem nas três cidades observadas.

Solução:

Neste caso, a melhor estimativa para a proporção é reunir os dados referentes a uma subfamília nas três regiões e assim estimar a proporção desta subfamília no cerrado, por exemplo, foram encontradas 130 formigas da subfamília Formicinae nas três cidades, logo a proporção estimada para esta subfamília na região do cerrado é dada por $130/217 = 0,60$ (ou 60%).

Observe os dados coletados na tabela 21:

Tabela 21 - Distribuição de três subfamílias de formigas em três cidades do cerrado.

Cidade	Subfamílias de formigas			Total
	Formicinae	Myrmecinae	Dilichoderinae	
A	38	15	14	67
B	49	22	9	80
C	43	19	8	70
Total	130	56	31	217

Fonte: Elaboração própria.

Inicialmente estabelecemos as hipóteses:

- $\{H_0$: Não existe diferença na distribuição de subfamílias nas cidades observadas
 H_1 : Existe diferença na distribuição de subfamílias nas cidades observadas

A frequência esperada também poderá ser estimada da seguinte maneira: se em um total de 217 formigas foram observadas 130 formigas da subfamília Formicinae, em uma amostra de 67 formigas da cidade A espera-se encontrar:

$$E = \frac{130 \times 67}{217} = 40,13 \text{ formigas da Subfamília Formicinae,}$$

Assim, a fórmula geral para cada número esperado em cada casela⁹ da tabela de contingência, é:

$$E = \frac{\text{total da coluna} \times \text{total da linha}}{\text{total geral}}$$

Como cálculos semelhantes a estes foram apresentados no teste de independência, a aplicação do teste qui-quadrado será demonstrada na tabela 22:

Tabela 22 - Cálculo do qui-quadrado para o teste de heterogeneidade entre as localidades.

<i>Freq O</i>	<i>Freq E</i>	$(O - E)$	$(O - E)^2$	$(O - E)^2 / E$
38	40,14	-2,14	4,57	0,11
49	47,93	1,07	1,15	0,02
43	41,94	1,06	1,13	0,03
15	17,29	-2,29	5,25	0,30
22	20,65	1,35	1,84	0,09
19	18,06	0,94	0,88	0,05
14	9,57	4,43	19,61	2,05
9	11,43	-2,43	5,90	0,52
8	10,00	-2,00	4,00	0,40
217	217,00	0,00		3,57 = X^2_{calc}

Fonte: Elaboração própria.

A determinação do valor calculado do teste foi:

⁹ Casela é o cruzamento de cada linha com cada coluna na tabela.

$$X^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}, \text{ sendo } E = \frac{\text{total da coluna} \times \text{total da linha}}{\text{total geral}}$$

O valor crítico do teste é determinado pelo número de graus de liberdade da tabela de contingência: $gl = (L - 1)(C - 1)$, onde L refere-se ao número de linhas da tabela, ou seja, número de categorias da variável que está nas linhas da tabela; e C ao número de categorias que está na coluna. Logo, $gl = (3 - 1)(3 - 1) = 4$. Portanto, com nível de significância $\alpha = 0,10$, $X_{tab}^2 = 7,78$.

Como $X_{calc}^2 < X_{tab}^2$, aceitamos a hipótese de nulidade, ou seja, não existe diferença entre a distribuição de subfamílias de formigas nas cidades do cerrado que foram observadas.

5 CONCLUSÃO

A partir dos testes e exemplos demonstrados nesta revisão bibliográfica, torna-se ainda mais evidente a importância da estatística nas pesquisas científicas.

É importante enfatizar que seja definida qual análise estatística será utilizada e qual o tamanho da amostra seria o ideal, dentro das possibilidades da pesquisa, antes do pesquisador iniciar um estudo. A definição prévia destes aspectos evita problemas futuros, como por exemplo, um resultado sem significado estatístico.

Embora existam cada vez mais programas, ou mesmo facilidades através do Excel, para se efetuar os testes de hipóteses, onde os relatórios são gerados em segundos, sem a necessidade de efetuar os cálculos a mão, é extremamente importante que o pesquisador saiba, de fato, analisar os resultados gerados.

Um pesquisador que, além de sua área de atuação, possui conhecimentos básicos sobre estatística, consegue defender com mais propriedade sua pesquisa e torna-se mais crítico diante de novos estudos e teorias.

REFERÊNCIAS

- AYRES, M. Elementos de Bioestatística: A seiva do açaizeiro. Belém: Editora Belém, 2010.
- BERQUÓ, E. S; SOUZA, J. M. P; GOTLIEB, S. L. D; Bioestatística. 2. ed. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda., 1981.
- BEIGUELMAN, B. Curso Prático de Bioestatística. Ribeirão Preto: Revista Brasileira de genética, 1988.
- BÍBLIA, N. T. 2 Coríntios. In BÍBLIA. Português. Bíblia Sagrada contendo o Antigo e o Novo Testamento. Tradução de João Ferreira de Almeida. 2. Ed. Santo André: Geográfica, 2002. cap. 2, vers. 14.
- CALLEGARI-JACQUES, S. M. Bioestatística: Princípios e Aplicações. Porto Alegre: Artmed, 2003.
- EFRON, B.; TIBSHIRANI, R, An Introduction to the Bootstrap, Chapman and Hall, New York, 1993.
- KAZMIER, L.J. Estatística Aplicada à Economia e Administração. McGraw-Hill, 1982.
- MAGALHÃES, M. N; LIMA, A. C. P. Noções de Probabilidade e Estatística. 7. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2010.
- PORTAL ACTION (São Carlos). Estatcamp [2011]. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/>>. Acesso em: 20 out. 2013.
- SOARES, J. F.; SIQUEIRA, A. L. Introdução à Estatística Médica. 2. ed. Belo Horizonte: Coopmed, 2002.
- VIEIRA, S. Bioestatística: Tópicos Avançados. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.
- ZAR, J. H. Biostatistical Analysis. 5. ed. New Jersey: Pearson, 2010.

ANEXOS

ANEXO A – Distribuição t-student

ν	$\alpha(2): 0.50$ $\alpha(1): 0.25$	0.20 0.10	0.10 0.05	0.05 0.025	0.02 0.01	0.01 0.005	0.005 0.0025	0.002 0.001	0.001 0.0005
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.321	318.309	636.619
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.327	31.599
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.215	12.924
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
31	0.682	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.022	3.375	3.633
32	0.682	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.015	3.365	3.622
33	0.682	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.008	3.356	3.611
34	0.682	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.002	3.348	3.601
35	0.682	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	2.996	3.340	3.591
36	0.681	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	2.990	3.333	3.582
37	0.681	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715	2.985	3.326	3.574
38	0.681	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	2.980	3.319	3.566
39	0.681	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708	2.976	3.313	3.558
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
41	0.681	1.303	1.683	2.020	2.421	2.701	2.967	3.301	3.544
42	0.680	1.302	1.682	2.018	2.418	2.698	2.963	3.296	3.538
43	0.680	1.302	1.681	2.017	2.416	2.695	2.959	3.291	3.532
44	0.680	1.301	1.680	2.015	2.414	2.692	2.956	3.286	3.526
45	0.680	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	2.952	3.281	3.520
46	0.680	1.300	1.679	2.013	2.410	2.687	2.949	3.277	3.515
47	0.680	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685	2.946	3.273	3.510
48	0.680	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682	2.943	3.269	3.505
49	0.680	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680	2.940	3.265	3.500
50	0.679	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496

Fonte: (ZAR, 2010, p. 678).

ANEXO A – Distribuição t-student (continuação)

ν	$\alpha(2): 0.50$ $\alpha(1): 0.25$	0.20 0.10	0.10 0.05	0.05 0.025	0.02 0.01	0.01 0.005	0.005 0.0025	0.002 0.001	0.001 0.0005
52	0.679	1.298	1.675	2.007	2.400	2.674	2.932	3.255	3.488
54	0.679	1.297	1.674	2.005	2.397	2.670	2.927	3.248	3.480
56	0.679	1.297	1.673	2.003	2.395	2.667	2.923	3.242	3.473
58	0.679	1.296	1.672	2.002	2.392	2.663	2.918	3.237	3.466
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
62	0.678	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657	2.911	3.227	3.454
64	0.678	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655	2.908	3.223	3.449
66	0.678	1.295	1.668	1.997	2.384	2.652	2.904	3.218	3.444
68	0.678	1.294	1.668	1.995	2.382	2.650	2.902	3.214	3.439
70	0.678	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	2.899	3.211	3.435
72	0.678	1.293	1.666	1.993	2.379	2.646	2.896	3.207	3.431
74	0.678	1.293	1.666	1.993	2.378	2.644	2.894	3.204	3.427
76	0.678	1.293	1.665	1.992	2.376	2.642	2.891	3.201	3.423
78	0.678	1.292	1.665	1.991	2.375	2.640	2.889	3.198	3.420
80	0.678	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
82	0.677	1.292	1.664	1.989	2.373	2.637	2.885	3.193	3.413
84	0.677	1.292	1.663	1.989	2.372	2.636	2.883	3.190	3.410
86	0.677	1.291	1.663	1.988	2.370	2.634	2.881	3.188	3.407
88	0.677	1.291	1.662	1.987	2.369	2.633	2.880	3.185	3.405
90	0.677	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	2.878	3.183	3.402
92	0.677	1.291	1.662	1.986	2.368	2.630	2.876	3.181	3.399
94	0.677	1.291	1.661	1.986	2.367	2.629	2.875	3.179	3.397
96	0.677	1.290	1.661	1.985	2.366	2.628	2.873	3.177	3.395
98	0.677	1.290	1.661	1.984	2.365	2.627	2.872	3.175	3.393
100	0.677	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
105	0.677	1.290	1.659	1.983	2.362	2.623	2.868	3.170	3.386
110	0.677	1.289	1.659	1.982	2.361	2.621	2.865	3.166	3.381
115	0.677	1.289	1.658	1.981	2.359	2.619	2.862	3.163	3.377
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
125	0.676	1.288	1.657	1.979	2.357	2.616	2.858	3.157	3.370
130	0.676	1.288	1.657	1.978	2.355	2.614	2.856	3.154	3.367
135	0.676	1.288	1.656	1.978	2.354	2.613	2.854	3.152	3.364
140	0.676	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611	2.852	3.149	3.361
145	0.676	1.287	1.655	1.976	2.352	2.610	2.851	3.147	3.359
150	0.676	1.287	1.655	1.976	2.351	2.609	2.849	3.145	3.357
160	0.676	1.287	1.654	1.975	2.350	2.607	2.846	3.142	3.352
170	0.676	1.287	1.654	1.974	2.348	2.605	2.844	3.139	3.349
180	0.676	1.286	1.653	1.973	2.347	2.603	2.842	3.136	3.345
190	0.676	1.286	1.653	1.973	2.346	2.602	2.840	3.134	3.342
200	0.676	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	2.839	3.131	3.340
250	0.675	1.285	1.651	1.969	2.341	2.596	2.832	3.123	3.330
300	0.675	1.284	1.650	1.968	2.339	2.592	2.828	3.118	3.323
350	0.675	1.284	1.649	1.967	2.337	2.590	2.825	3.114	3.319
400	0.675	1.284	1.649	1.966	2.336	2.588	2.823	3.111	3.315
450	0.675	1.283	1.648	1.965	2.335	2.587	2.821	3.108	3.312
500	0.675	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586	2.820	3.107	3.310
600	0.675	1.283	1.647	1.964	2.333	2.584	2.817	3.104	3.307
700	0.675	1.283	1.647	1.963	2.332	2.583	2.816	3.102	3.304
800	0.675	1.283	1.647	1.963	2.331	2.582	2.815	3.100	3.303
900	0.675	1.282	1.647	1.963	2.330	2.581	2.814	3.099	3.301
1000	0.675	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
∞	0.6745	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	2.8070	3.0902	3.2905

Fonte: (ZAR, 2010, p. 679).

ANEXO B – Distribuição Normal

		Segunda decimal de z_c										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Parte inteira e primeira decimal de z_c	0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359	0,0
	0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753	0,1
	0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141	0,2
	0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517	0,3
	0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879	0,4
	0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224	0,5
	0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549	0,6
	0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852	0,7
	0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133	0,8
	0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389	0,9
	1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621	1,0
	1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830	1,1
	1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015	1,2
	1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177	1,3
	1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319	1,4
	1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441	1,5
	1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545	1,6
	1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633	1,7
	1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706	1,8
	1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767	1,9
	2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817	2,0
	2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857	2,1
	2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890	2,2
	2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916	2,3
	2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936	2,4
	2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952	2,5
	2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964	2,6
	2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974	2,7
	2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981	2,8
	2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986	2,9
	3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990	3,0
	3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993	3,1
	3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995	3,2
	3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997	3,3
	3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998	3,4
	3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	3,5
	3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	3,6
	3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	3,7
	3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	3,8
	3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	3,9

Fonte: (MAGALHÃES; LIMA, 2010, p. 371).

ANEXO C – Distribuição Qui-Quadrado

ν	$\alpha: 0.999$	0.995	0.99	0.975	0.95	0.90	0.75	0.50	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
1	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	0.102	0.455	1.323	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828
2	0.002	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	0.575	1.386	2.773	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	13.816
3	0.024	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	1.213	2.366	4.108	6.251	7.815	9.348	11.341	12.838	16.266
4	0.091	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	1.923	3.357	5.385	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	18.467
5	0.210	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	2.675	4.351	6.626	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750	20.515
6	0.381	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	3.455	5.348	7.841	10.645	12.592	14.449	16.811	18.548	22.458
7	0.599	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	4.255	6.346	9.037	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	24.322
8	0.857	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	5.071	7.344	10.219	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	26.124
9	1.152	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	5.899	8.343	11.389	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	27.877
10	1.479	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	6.737	9.342	12.549	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	29.588
11	1.834	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	7.584	10.341	13.701	17.275	19.675	21.920	24.721	26.757	31.264
12	2.214	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	8.438	11.340	14.845	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	32.909
13	2.617	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	9.299	12.340	15.984	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	34.528
14	3.041	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	10.165	13.339	17.117	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	36.123
15	3.483	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	11.037	14.339	18.245	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801	37.697
16	3.942	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	11.912	15.338	19.369	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267	39.252
17	4.416	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	12.792	16.338	20.489	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718	40.790
18	4.905	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	13.675	17.338	21.605	25.989	28.869	31.526	34.803	37.156	42.312
19	5.407	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	14.562	18.338	22.718	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582	43.820
20	5.921	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	15.452	19.337	23.828	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997	45.315
21	6.447	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	16.344	20.337	24.935	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401	46.797
22	6.983	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	17.240	21.337	26.039	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796	48.268
23	7.529	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	18.137	22.337	27.141	32.007	35.172	38.076	41.636	44.181	49.728
24	8.085	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	19.037	23.337	28.241	33.196	36.415	39.364	42.989	45.559	51.179
25	8.649	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	19.939	24.337	29.339	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928	52.620
26	9.222	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	20.843	25.336	30.435	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290	54.052
27	9.803	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	21.749	26.336	31.528	36.741	40.113	43.195	46.961	49.645	55.476
28	10.391	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	22.657	27.336	32.620	37.916	41.337	44.461	48.273	50.993	56.892
29	10.986	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	23.567	28.336	33.711	39.087	42.557	45.722	49.581	52.336	58.301
30	11.588	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	24.478	29.336	34.800	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672	59.703
31	12.196	14.458	15.655	17.539	19.281	21.434	25.390	30.336	35.887	41.422	44.985	48.232	52.191	55.003	61.098
32	12.811	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	26.304	31.336	36.973	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328	62.487
33	13.431	15.815	17.074	19.047	20.867	23.110	27.219	32.336	38.058	43.745	47.400	50.725	54.776	57.648	63.870
34	14.057	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	28.136	33.336	39.141	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964	65.247
35	14.688	17.192	18.509	20.569	22.465	24.797	29.054	34.336	40.223	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275	66.619
36	15.324	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	29.973	35.336	41.304	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581	67.985
37	15.965	18.586	19.960	22.106	24.075	26.492	30.893	36.336	42.383	48.363	52.192	55.668	59.891	62.883	69.346
38	16.611	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	31.815	37.335	43.462	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181	70.703
39	17.262	19.996	21.426	23.654	25.695	28.196	32.737	38.335	44.539	50.660	54.572	58.120	62.421	65.476	72.055
40	17.916	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	33.660	39.335	45.616	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766	73.402

Fonte: (ZAR, 2010, p. 672).

ANEXO D – Valores de b para o teste de normalidade de Shapiro-Wilk

$i \setminus N$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.7071	0.7071	0.6872	0.6646	0.6431	0.6233	0.6052	0.5888	0.5739
2		0.0000	0.1677	0.2413	0.2806	0.3031	0.3164	0.3244	0.3291
3				0.0000	0.0875	0.1401	0.1743	0.1976	0.2141
4						0.0000	0.0561	0.0947	0.1224
5								0.0000	0.0399

$i \setminus N$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.5601	0.5475	0.5359	0.5251	0.5150	0.5056	0.4968	0.4886	0.4808	0.4734
2	0.3315	0.3325	0.3325	0.3318	0.3306	0.3290	0.3273	0.3253	0.3232	0.3211
3	0.2260	0.2347	0.2412	0.2460	0.2495	0.2521	0.2540	0.2553	0.2561	0.2565
4	0.1429	0.1586	0.1707	0.1802	0.1878	0.1939	0.1988	0.2027	0.2059	0.2085
5	0.0695	0.0922	0.1099	0.1240	0.1353	0.1447	0.1524	0.1587	0.1641	0.1686
6	0.0000	0.0303	0.0539	0.0727	0.0880	0.1005	0.1109	0.1197	0.1271	0.1334
7			0.0000	0.0240	0.0433	0.0593	0.0725	0.0837	0.0932	0.1013
8					0.0000	0.0196	0.0359	0.0496	0.0612	0.0711
9							0.0000	0.0163	0.0303	0.0422
10									0.0000	0.0140

Fonte: (PORTAL ACTION, 2011).

ANEXO E – Valores críticos da estatística W de Shapiro-Wilk

		Nível de significância α								
		0.01	0.02	0.05	0.10	0.50	0.90	0.95	0.98	0.99
Tamanho da Amostra, n	3	0.753	0.756	0.767	0.789	0.959	0.998	0.999	1.000	1.000
	4	0.687	0.707	0.748	0.792	0.935	0.987	0.992	0.996	0.997
	5	0.686	0.715	0.762	0.806	0.927	0.979	0.986	0.991	0.993
	6	0.713	0.743	0.788	0.826	0.927	0.974	0.981	0.986	0.989
	7	0.730	0.760	0.803	0.838	0.928	0.972	0.979	0.985	0.988
	8	0.749	0.778	0.818	0.851	0.932	0.972	0.978	0.984	0.987
	9	0.764	0.791	0.829	0.859	0.935	0.972	0.978	0.984	0.986
	10	0.781	0.806	0.842	0.869	0.938	0.972	0.978	0.983	0.986
	11	0.792	0.817	0.850	0.876	0.940	0.973	0.979	0.984	0.986
	12	0.805	0.828	0.859	0.883	0.943	0.973	0.979	0.984	0.986
	13	0.814	0.837	0.866	0.889	0.945	0.974	0.979	0.984	0.986
	14	0.825	0.846	0.874	0.895	0.947	0.975	0.980	0.984	0.986
	15	0.835	0.855	0.881	0.901	0.950	0.975	0.980	0.984	0.987
	16	0.844	0.863	0.887	0.906	0.952	0.976	0.981	0.985	0.987
	17	0.851	0.869	0.892	0.910	0.954	0.977	0.981	0.985	0.987
	18	0.858	0.874	0.897	0.914	0.956	0.978	0.982	0.986	0.988
	19	0.863	0.879	0.901	0.917	0.957	0.978	0.982	0.986	0.988
	20	0.868	0.884	0.905	0.920	0.959	0.979	0.983	0.986	0.988
	21	0.873	0.888	0.908	0.923	0.960	0.980	0.983	0.987	0.989
	22	0.878	0.892	0.911	0.926	0.961	0.980	0.984	0.987	0.989
	23	0.881	0.895	0.914	0.928	0.962	0.981	0.984	0.987	0.989
	24	0.884	0.898	0.916	0.930	0.963	0.981	0.984	0.987	0.989
	25	0.888	0.901	0.918	0.931	0.964	0.981	0.985	0.988	0.990
	26	0.891	0.904	0.920	0.933	0.965	0.982	0.985	0.988	0.990
	27	0.894	0.906	0.923	0.935	0.965	0.982	0.985	0.988	0.990
	28	0.896	0.908	0.924	0.936	0.966	0.982	0.985	0.988	0.990
	29	0.898	0.910	0.926	0.937	0.966	0.982	0.985	0.988	0.990
	30	0.900	0.912	0.927	0.939	0.967	0.983	0.985	0.988	0.990

Fonte: (PORTAL ACTION, 2011).

ANEXO F – Distribuição F-Snedecor ($\alpha = 0,05$)

gl do Denominador	gl do Numerador											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26	2,23
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,24	2,20
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,22	2,18
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,17	2,13
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09
32	4,15	3,29	2,90	2,67	2,51	2,40	2,31	2,24	2,19	2,14	2,10	2,07
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,29	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05
36	4,11	3,26	2,87	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,11	2,07	2,03
38	4,10	3,24	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00
42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,03	1,99
44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98
46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,15	2,09	2,04	2,00	1,97
48	4,04	3,19	2,80	2,57	2,41	2,29	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,99	1,95
55	4,02	3,16	2,77	2,54	2,38	2,27	2,18	2,11	2,06	2,01	1,97	1,93
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92
65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,15	2,08	2,03	1,98	1,94	1,90
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97	1,93	1,89
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,91	1,88
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,89	1,85
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,96	1,91	1,87	1,83
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,85	1,82
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	2,06	1,98	1,93	1,88	1,84	1,80
400	3,86	3,02	2,63	2,39	2,24	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,81	1,78
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,11	2,02	1,95	1,89	1,84	1,80	1,76
infinito	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75

Fonte: (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 229).

ANEXO F – Distribuição F-Snedecor $\alpha = 0,05$ (continuação)

gl do Denominador	gl do Numerador											
	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	infinito
1	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	254
2	19,42	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,48	19,49	19,49	19,49	19,50
3	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,59	8,58	8,56	8,55	8,54	8,53	8,53
4	5,87	5,84	5,80	5,77	5,75	5,72	5,70	5,68	5,66	5,65	5,64	5,63
5	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,44	4,42	4,41	4,39	4,37	4,36
6	3,96	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,73	3,71	3,69	3,68	3,67
7	3,53	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,29	3,27	3,25	3,24	3,23
8	3,24	3,20	3,15	3,12	3,08	3,04	3,02	2,99	2,97	2,95	2,94	2,93
9	3,03	2,99	2,94	2,90	2,86	2,83	2,80	2,77	2,76	2,73	2,72	2,71
10	2,86	2,83	2,77	2,74	2,70	2,66	2,64	2,60	2,59	2,56	2,55	2,54
11	2,74	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,51	2,47	2,46	2,43	2,42	2,40
12	2,64	2,60	2,54	2,51	2,47	2,43	2,40	2,37	2,35	2,32	2,31	2,30
13	2,55	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,22	2,21
14	2,48	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19	2,16	2,14	2,13
15	2,42	2,38	2,33	2,29	2,25	2,20	2,18	2,14	2,12	2,10	2,08	2,07
16	2,37	2,33	2,28	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	2,07	2,04	2,02	2,01
17	2,33	2,29	2,23	2,19	2,15	2,10	2,08	2,04	2,02	1,99	1,97	1,96
18	2,29	2,25	2,19	2,15	2,11	2,06	2,04	2,00	1,98	1,95	1,93	1,92
19	2,26	2,21	2,16	2,11	2,07	2,03	2,00	1,96	1,94	1,91	1,89	1,88
20	2,22	2,18	2,12	2,08	2,04	1,99	1,97	1,93	1,91	1,88	1,86	1,84
21	2,20	2,16	2,10	2,05	2,01	1,96	1,94	1,90	1,88	1,84	1,83	1,81
22	2,17	2,13	2,07	2,03	1,98	1,94	1,91	1,87	1,85	1,82	1,80	1,78
23	2,15	2,11	2,05	2,01	1,96	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	1,76
24	2,13	2,09	2,03	1,98	1,94	1,89	1,86	1,82	1,80	1,77	1,75	1,73
25	2,11	2,07	2,01	1,96	1,92	1,87	1,84	1,80	1,78	1,75	1,73	1,71
26	2,09	2,05	1,99	1,95	1,90	1,85	1,82	1,78	1,76	1,73	1,71	1,69
27	2,08	2,04	1,97	1,93	1,88	1,84	1,81	1,76	1,74	1,71	1,69	1,67
28	2,06	2,02	1,96	1,91	1,87	1,82	1,79	1,75	1,73	1,69	1,67	1,65
29	2,05	2,01	1,94	1,90	1,85	1,81	1,77	1,73	1,71	1,67	1,65	1,64
30	2,04	1,99	1,93	1,89	1,84	1,79	1,76	1,72	1,70	1,66	1,64	1,62
32	2,01	1,97	1,91	1,86	1,82	1,77	1,74	1,69	1,67	1,63	1,61	1,59
34	1,99	1,95	1,89	1,84	1,80	1,75	1,71	1,67	1,65	1,61	1,59	1,57
36	1,98	1,93	1,87	1,82	1,78	1,73	1,69	1,65	1,62	1,59	1,56	1,55
38	1,96	1,92	1,85	1,81	1,76	1,71	1,68	1,63	1,61	1,57	1,54	1,53
40	1,95	1,90	1,84	1,79	1,74	1,69	1,66	1,61	1,59	1,55	1,53	1,51
42	1,94	1,89	1,83	1,78	1,73	1,68	1,65	1,60	1,57	1,53	1,51	1,49
44	1,92	1,88	1,81	1,77	1,72	1,67	1,63	1,59	1,56	1,52	1,49	1,48
46	1,91	1,87	1,80	1,76	1,71	1,65	1,62	1,57	1,55	1,51	1,48	1,46
48	1,90	1,86	1,79	1,75	1,70	1,64	1,61	1,56	1,54	1,49	1,47	1,45
50	1,89	1,85	1,78	1,74	1,69	1,63	1,60	1,55	1,52	1,48	1,46	1,44
55	1,88	1,83	1,76	1,72	1,67	1,61	1,58	1,53	1,50	1,46	1,43	1,41
60	1,86	1,82	1,75	1,70	1,65	1,59	1,56	1,51	1,48	1,44	1,41	1,39
65	1,85	1,80	1,73	1,69	1,63	1,58	1,54	1,49	1,46	1,42	1,39	1,37
70	1,84	1,79	1,72	1,67	1,62	1,57	1,53	1,48	1,45	1,40	1,37	1,35
80	1,82	1,77	1,70	1,65	1,60	1,54	1,51	1,45	1,43	1,38	1,35	1,32
100	1,79	1,75	1,68	1,63	1,57	1,52	1,48	1,42	1,39	1,34	1,31	1,28
125	1,77	1,73	1,66	1,60	1,55	1,49	1,45	1,40	1,36	1,31	1,27	1,25
150	1,76	1,71	1,64	1,59	1,54	1,48	1,44	1,38	1,34	1,29	1,25	1,22
200	1,74	1,69	1,62	1,57	1,52	1,46	1,41	1,35	1,32	1,26	1,22	1,19
400	1,72	1,67	1,60	1,54	1,49	1,42	1,38	1,32	1,28	1,22	1,17	1,13
1000	1,70	1,65	1,58	1,53	1,47	1,41	1,36	1,30	1,26	1,19	1,13	1,08
infinito	1,69	1,64	1,57	1,52	1,46	1,39	1,35	1,28	1,24	1,17	1,11	1,00

Fonte: (CALLEGARI-JACQUES, 2003, p. 230).

ANEXO G – Valores críticos para a distribuição q , para Teste de Tukey ($\alpha = 0,05$)

ν	$k : 2$	3	4	5	6	7	8	9	10
1	17.97	26.98	32.82	37.08	40.41	43.12	45.40	47.36	49.07
2	6.085	8.331	9.798	10.88	11.74	12.44	13.03	13.54	13.99
3	4.501	5.910	6.825	7.502	8.037	8.478	8.853	9.177	9.462
4	3.927	5.040	5.757	6.287	6.707	7.053	7.347	7.602	7.826
5	3.635	4.602	5.218	5.673	6.033	6.330	6.582	6.802	6.995
6	3.461	4.339	4.896	5.305	5.628	5.895	6.122	6.319	6.493
7	3.344	4.165	4.681	5.060	5.359	5.606	5.815	5.998	6.158
8	3.261	4.041	4.529	4.886	5.167	5.399	5.597	5.767	5.918
9	3.199	3.949	4.415	4.756	5.024	5.244	5.432	5.595	5.739
10	3.151	3.877	4.327	4.654	4.912	5.124	5.305	5.461	5.599
11	3.113	3.820	4.256	4.574	4.823	5.028	5.202	5.353	5.487
12	3.082	3.773	4.199	4.508	4.751	4.950	5.119	5.265	5.395
13	3.055	3.735	4.151	4.453	4.690	4.885	5.049	5.192	5.318
14	3.033	3.702	4.111	4.407	4.639	4.829	4.990	5.131	5.254
15	3.014	3.674	4.076	4.367	4.595	4.782	4.940	5.077	5.198
16	2.998	3.649	4.046	4.333	4.557	4.741	4.897	5.031	5.150
17	2.984	3.628	4.020	4.303	4.524	4.705	4.858	4.991	5.108
18	2.971	3.609	3.997	4.277	4.495	4.673	4.824	4.956	5.071
19	2.960	3.593	3.977	4.253	4.469	4.645	4.794	4.924	5.038
20	2.950	3.578	3.958	4.232	4.445	4.620	4.768	4.896	5.008
24	2.919	3.532	3.901	4.166	4.373	4.541	4.684	4.807	4.915
30	2.888	3.486	3.845	4.102	4.302	4.464	4.602	4.720	4.824
40	2.858	3.442	3.791	4.039	4.232	4.389	4.521	4.635	4.735
60	2.829	3.399	3.737	3.977	4.163	4.314	4.441	4.550	4.646
120	2.800	3.356	3.685	3.917	4.096	4.241	4.363	4.468	4.560
∞	2.772	3.314	3.633	3.858	4.030	4.170	4.286	4.387	4.474
ν	$k : 11$	12	13	14	15	16	17	18	19
1	50.59	51.96	53.20	54.33	55.36	56.32	57.22	58.04	58.83
2	14.39	14.75	15.08	15.38	15.65	15.91	16.14	16.37	16.57
3	9.717	9.946	10.15	10.35	10.53	10.69	10.84	10.98	11.11
4	8.027	8.208	8.373	8.525	8.664	8.794	8.914	9.028	9.134
5	7.168	7.324	7.466	7.596	7.717	7.828	7.932	8.030	8.122
6	6.649	6.789	6.917	7.034	7.143	7.244	7.338	7.426	7.508
7	6.302	6.431	6.550	6.658	6.759	6.852	6.939	7.020	7.097
8	6.054	6.175	6.287	6.389	6.483	6.571	6.653	6.729	6.802
9	5.867	5.983	6.089	6.186	6.276	6.359	6.437	6.510	6.579
10	5.722	5.833	5.935	6.028	6.114	6.194	6.269	6.339	6.405
11	5.605	5.713	5.811	5.901	5.984	6.062	6.134	6.202	6.265
12	5.511	5.615	5.710	5.798	5.878	5.953	6.023	6.089	6.151
13	5.431	5.533	5.625	5.711	5.789	5.862	5.931	5.995	6.055
14	5.364	5.463	5.554	5.637	5.714	5.786	5.852	5.915	5.974
15	5.306	5.404	5.493	5.574	5.649	5.720	5.785	5.846	5.904
16	5.256	5.352	5.439	5.520	5.593	5.662	5.727	5.786	5.843
17	5.212	5.307	5.392	5.471	5.544	5.612	5.675	5.734	5.790
18	5.174	5.267	5.352	5.429	5.501	5.568	5.630	5.688	5.743
19	5.140	5.231	5.315	5.391	5.462	5.528	5.589	5.647	5.701
20	5.108	5.199	5.282	5.357	5.427	5.493	5.553	5.610	5.663
24	5.012	5.099	5.179	5.251	5.319	5.381	5.439	5.494	5.545
30	4.917	5.001	5.077	5.147	5.211	5.271	5.327	5.379	5.429
40	4.824	4.904	4.977	5.044	5.106	5.163	5.216	5.266	5.313
60	4.732	4.808	4.878	4.942	5.001	5.056	5.107	5.154	5.199
120	4.641	4.714	4.781	4.842	4.898	4.950	4.998	5.044	5.086
∞	4.552	4.622	4.685	4.743	4.796	4.845	4.891	4.934	4.974

Fonte: (ZAR, 2010, p. 723).

ANEXO G – Valores críticos para a distribuição q , para Teste de Tukey (continuação).

v	$k : 20$	22	24	26	28	30	32	34	36
1	59.56	60.91	62.12	63.22	64.23	65.15	66.01	66.81	67.56
2	16.77	17.13	17.45	17.75	18.02	18.27	18.50	18.72	18.92
3	11.24	11.47	11.68	11.87	12.05	12.21	12.36	12.50	12.63
4	9.233	9.418	9.584	9.736	9.875	10.00	10.12	10.23	10.34
5	8.208	8.368	8.512	8.643	8.764	8.875	8.979	9.075	9.165
6	7.587	7.730	7.861	7.979	8.088	8.189	8.283	8.370	8.452
7	7.170	7.303	7.423	7.533	7.634	7.728	7.814	7.895	7.972
8	6.870	6.995	7.109	7.212	7.307	7.395	7.477	7.554	7.625
9	6.644	6.763	6.871	6.970	7.061	7.145	7.222	7.295	7.365
10	6.467	6.582	6.686	6.781	6.868	6.948	7.023	7.093	7.159
11	6.326	6.436	6.536	6.628	6.712	6.790	6.863	6.930	6.994
12	6.209	6.317	6.414	6.503	6.585	6.660	6.731	6.796	6.858
13	6.112	6.217	6.312	6.398	6.478	6.551	6.620	6.684	6.744
14	6.029	6.132	6.224	6.309	6.387	6.459	6.526	6.588	6.647
15	5.958	6.059	6.149	6.233	6.309	6.379	6.445	6.506	6.564
16	5.897	5.995	6.084	6.166	6.241	6.310	6.374	6.434	6.491
17	5.842	5.940	6.027	6.107	6.181	6.249	6.313	6.372	6.427
18	5.794	5.890	5.977	6.055	6.128	6.195	6.258	6.316	6.371
19	5.752	5.846	5.932	6.009	6.081	6.147	6.209	6.267	6.321
20	5.714	5.807	5.891	5.968	6.039	6.104	6.165	6.222	6.275
24	5.594	5.683	5.764	5.838	5.906	5.968	6.027	6.081	6.132
30	5.475	5.561	5.638	5.709	5.774	5.833	5.889	5.941	5.990
40	5.358	5.439	5.513	5.581	5.642	5.700	5.753	5.803	5.849
60	5.241	5.319	5.389	5.453	5.512	5.566	5.617	5.664	5.708
120	5.126	5.200	5.266	5.327	5.382	5.434	5.481	5.526	5.568
∞	5.012	5.081	5.144	5.201	5.253	5.301	5.346	5.388	5.427
v	$k : 38$	40	50	60	70	80	90	100	
1	68.26	68.92	71.73	73.97	75.82	77.40	78.77	79.98	
2	19.11	19.28	20.05	20.66	21.16	21.59	21.96	22.29	
3	12.75	12.87	13.36	13.76	14.08	14.36	14.61	14.82	
4	10.44	10.53	10.93	11.24	11.51	11.73	11.92	12.09	
5	9.250	9.330	9.674	9.949	10.18	10.38	10.54	10.69	
6	8.529	8.601	8.913	9.163	9.370	9.548	9.702	9.839	
7	8.043	8.110	8.400	8.632	8.824	8.989	9.133	9.261	
8	7.693	7.756	8.029	8.248	8.430	8.586	8.722	8.843	
9	7.428	7.488	7.749	7.958	8.132	8.281	8.410	8.526	
10	7.220	7.279	7.529	7.730	7.897	8.041	8.166	8.276	
11	7.053	7.110	7.352	7.546	7.708	7.847	7.968	8.075	
12	6.916	6.970	7.205	7.394	7.552	7.687	7.804	7.909	
13	6.800	6.854	7.083	7.267	7.421	7.552	7.667	7.769	
14	6.702	6.754	6.979	7.159	7.309	7.438	7.550	7.650	
15	6.618	6.669	6.888	7.065	7.212	7.339	7.449	7.546	
16	6.544	6.594	6.810	6.984	7.128	7.252	7.360	7.457	
17	6.479	6.529	6.741	6.912	7.054	7.176	7.283	7.377	
18	6.422	6.471	6.680	6.848	6.989	7.109	7.213	7.307	
19	6.371	6.419	6.626	6.792	6.930	7.048	7.152	7.244	
20	6.325	6.373	6.576	6.740	6.877	6.994	7.097	7.187	
24	6.181	6.226	6.421	6.579	6.710	6.822	6.920	7.008	
30	6.037	6.080	6.267	6.417	6.543	6.650	6.744	6.827	
40	5.893	5.934	6.112	6.255	6.375	6.477	6.566	6.645	
60	5.750	5.789	5.958	6.093	6.206	6.303	6.387	6.462	
120	5.607	5.644	5.802	5.929	6.035	6.126	6.205	6.275	
∞	5.463	5.498	5.646	5.764	5.863	5.947	6.020	6.085	

Fonte: (ZAR, 2010, p. 724).