

RESSALVA

Atendendo solicitação do autor, o texto completo desta tese será disponibilizado somente a partir de 14/02/2022.

Gilberto Rodrigues dos Santos

CONTROLE CHAVEADO E \mathcal{H}_∞ CHAVEADO DE SISTEMAS NÃO
LINEARES INCERTOS DISCRETOS NO TEMPO DESCRITOS POR
MODELOS FUZZY T-S CONSIDERANDO REGIÃO DE OPERAÇÃO E
SATURAÇÃO DOS ATUADORES

Ilha Solteira
2020



Gilberto Rodrigues dos Santos

**CONTROLE CHAVEADO E \mathcal{H}_∞ CHAVEADO DE SISTEMAS NÃO
LINEARES INCERTOS DISCRETOS NO TEMPO DESCRITOS POR
MODELOS FUZZY T-S CONSIDERANDO REGIÃO DE OPERAÇÃO E
SATURAÇÃO DOS ATUADORES**

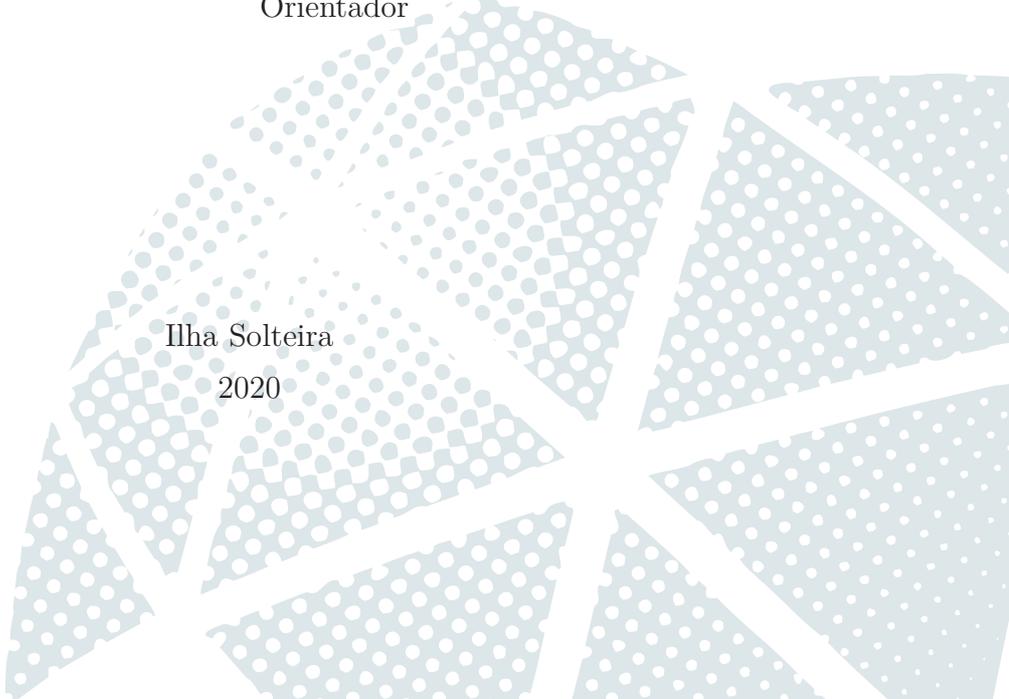
Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Marcelo C. Minhoto Teixeira
Orientador

Ilha Solteira

2020



FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

S237c Santos, Gilberto Rodrigues dos.
Controle chaveado e ~~de~~ chaveado de sistemas não lineares incertos discretos no tempo descritos por modelos fuzzy T-S considerando região de operação e saturação dos atuadores / Gilberto Rodrigues dos Santos. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2020
168 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2020

Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Inclui bibliografia

1. Controle chaveado de sistemas discretos no tempo. 2. Controle ~~de~~. 3. Sistemas não lineares incertos. 4. Saturação do sinal de controle. 5. Sistemas fuzzy Takagi- Sugeno (T-S). 6. Funções de pertinência incertas.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Controle chaveado e H chaveado de sistemas não lineares incertos discretos no tempo descritos por modelos fuzzy T-S considerando região de operação e saturação dos atuadores

AUTOR: GILBERTO RODRIGUES DOS SANTOS

ORIENTADOR: MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

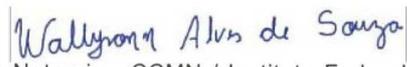
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. EDVALDO ASSUNÇÃO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. RODRIGO CARDIM
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. ROBERTO KAWAKAMI HARROP GALVÃO
Divisão de Engenharia Eletrônica / Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA


Prof. Dr. WALLYSONN ALVES DE SOUZA
Coordenação de Ciências Matemáticas e Naturais - CCMN / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins - IFTO

Ilha Solteira, 14 de agosto de 2020

*Aos meus pais Manoel e Josefa,
à minha irmã Cristiane e à minha esposa Karina
por todo amor, apoio, confiança e incentivo em todos os momentos.
Em especial aos meus filhos Thiago e Rael,
minhas maiores fontes de felicidade e encorajamento.*

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- A Deus, por ter me dado força e saúde para chegar até aqui;
- Aos meus pais Josefa e Manoel, pelo carinho, apoio e incentivo, sem os quais nada disso seria possível. Mãe, lembro quando nos contava que via os filhos das suas patroas se preparando para ir à faculdade, e a senhora se perguntava se um dia seus filhos teriam a oportunidade de cursar um curso superior. Pois bem, aqui estamos. Saiba que a senhora é a maior responsável por nossas conquistas. É nosso exemplo de vida, nossa inspiração, nosso alicerce, nosso grande amor;
- À minha irmã Cristiane, a pessoa mais corajosa, determinada e maravilhosa que conheço. Sua amizade e força, nos trouxeram até aqui;
- À minha esposa Karina, pelo amor, apoio, compreensão e confiança. Minha amiga de todos os momentos, sem a qual essa jornada seria infinitamente mais difícil. A pessoa mais linda e bondosa que Deus poderia colocar na minha vida. Sua presença torna nossas vidas mais leves, felizes e cheia de amor;
- Aos meus filhos Thiago e Rael, minhas maiores fontes de inspirações. Meus lindos e preciosos tesouros, que nos traz orgulho e felicidade em todos os momentos;
- Ao Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, por todo ensinamento, incentivo, confiança, orientação e amizade. Um ser humano excepcional, cuja generosidade, inteligência e elegância são imensuráveis;
- Aos professores do grupo de pesquisa em controle: Edvaldo Assunção, Rodrigo Cardim e Jean Marcos de Souza Ribeiro, pelas contribuições, incentivos e conselhos, pelo acompanhamento nas bancas examinadoras e principalmente pela amizade;
- Aos meus amigos e colegas do Laboratório de Pesquisa em Controle (LPC), que de forma direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste trabalho. A amizade que construímos vai além de qualquer título ou conquistas profissionais;

- À Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS que por meio do meu afastamento, proporcionou a realização do meu doutorado. Aos professores do curso de Matemática do CPAN, por seu compromisso com a educação e por suprir com empenho minha ausência.
- Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), pela oportunidade e acolhimento;
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela oportunidade e apoio financeiro.

*“ Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito.
Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes.”*

Marthin Luther King

RESUMO

Este trabalho dedica-se ao desenvolvimento de projetos de controle chaveado e \mathcal{H}_∞ chaveado para o problema de estabilização local de sistemas não lineares incertos discretos no tempo sujeitos à saturação nos atuadores. Os procedimentos propostos utilizam modelos fuzzy Takagi-Sugeno (T-S) que possuem funções de pertinência dependentes de parâmetros incertos e modelos locais lineares conhecidos, e descrevem exatamente os sistemas não lineares incertos, em uma região de operação no espaço de estados. Baseados em uma função de Lyapunov não quadrática, os métodos propostos oferecem novas condições suficientes em termos de Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs) que asseguram estabilidade assintótica local do ponto de equilíbrio do sistema controlado. Além disso, os projetos de controle fornecem condições para a obtenção de um domínio, de modo que cada trajetória fique nele confinada, por todo o tempo futuro, desde que as trajetórias tenham suas condições iniciais contidas no referido domínio. Os procedimentos dos projetos asseguram a presença desse domínio dentro da região de validade da representação do sistema não linear incerto por modelos fuzzy T-S. Com o intuito de apresentar condições menos restritivas para a estabilização do sistema, o conceito de hiper-retângulos fechados é utilizado. Análises teóricas mostram o desenvolvimento de condições menos restritivas à medida que os projetos de controle chaveado são propostos. Além de serem comparados entre si, por não utilizarem as funções de pertinência para implementação da lei de controle, os projetos de controle chaveado são também comparados a projetos de controle que utilizam um controlador linear invariante no tempo. Levando em consideração a eficiência do controle chaveado na abordagem de sistemas fuzzy T-S incertos, um projeto de controle chaveado que garante um desempenho \mathcal{H}_∞ para uma classe de sistemas não lineares incertos discretos no tempo sujeitos à atuação de sinais de distúrbio, é proposto. Exemplos numéricos, amplamente discutidos na literatura, ilustram a eficácia das metodologias propostas. As simulações mostram que os procedimentos apresentados são resultados relevantes na estabilização, na estimação de um domínio de atração (DA) para o ponto de equilíbrio e na mitigação dos efeitos do distúrbio sobre sistemas não lineares incertos discretos no tempo. Por fim, um exemplo prático apresenta uma implementação da lei de controle chaveada em um sistema de controle de uma suspensão ativa de bancada fabricado pela Quanser[®].

Palavras-chave: Controle chaveado de sistemas discretos no tempo. Controle \mathcal{H}_∞ . Sistemas não lineares incertos. Saturação do sinal de controle. Sistemas fuzzy Takagi-Sugeno (T-S). Funções de pertinência incertas. Domínio de atração (DA). Desigualdade matricial linear (LMI).

ABSTRACT

This work is dedicated to the development of switched control and \mathcal{H}_∞ switched designs for the local stabilization problem of discrete-time uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. The proposed procedures use Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy models that have membership functions dependent on uncertain parameters and known local linear models, and exactly describe the uncertain nonlinear systems in an operation region in the state space. Based on a non-quadratic Lyapunov function, the proposed methods offer new sufficient conditions in terms Linear Matrix Inequalities (LMIs) that ensure that the equilibrium point of the controlled system is asymptotically stable. In addition, the control designs provide conditions for obtaining a domain such that every trajectory will be confined in this domain, for all future time, as long as the trajectories have their initial conditions contained in the referred domain. The design procedures assure this domain within the region of validity of the representation of the uncertain nonlinear system by T-S fuzzy models. In order to present less restrictive conditions for system stabilization, the concept of closed hyper-rectangles is used. Theoretical analyzes show the development of more relaxed conditions, mainly due to the proposed switched control designs. Besides being compared to each other, since they do not use the pertinence functions to implement the control law, the switched control designs are also compared to control projects that use a linear time-invariant controller. Taking into account the efficiency of the switched control for controlling uncertain fuzzy TS systems, a switched control design procedure that guarantees a performance \mathcal{H}_∞ for a class of discrete-time uncertain non-linear systems subject to the action of disturbance signals is proposed. Numerical examples, widely discussed in the literature, illustrate the effectiveness of the proposed methodologies. The simulations show that the presented procedures are relevant results in the stabilization, in the estimation of an attraction domain (DA) for the equilibrium point and in the mitigation of the disturbance effects on discrete-time uncertain nonlinear systems. Finally, a practical example presents an implementation of the switching control law in a Active Suspension System manufactured by Quanser [®].

Keywords: Switched control of discrete-time systems. \mathcal{H}_∞ control. Uncertain nonlinear system. Control signal saturation. Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model. Uncertain membership functions. Domain of attraction (DA). Linear matrix inequality (LMI).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Interpretação geométrica de estabilidade: a , estável; b , assintoticamente estável; c , instável.	27
Figura 2	Hiper-retângulo simétrico para o caso em que o sistema fuzzy T-S incerto (14) possui três regras.	45
Figura 3	Interpretação gráfica da função $\text{sat}(u_c(k))$, $c \in \mathbb{K}_{n_u}$	64
Figura 4	Representação, no plano, das relações de inclusão entre os conjuntos \mathcal{L} , \mathcal{R} , $\mathcal{S}_\cap = \bigcap_{l=1}^r \mathcal{S}(M_l)$ e $\Omega(G^{-T}P_{z(k)}G^{-1}, \gamma)$, e os possíveis comportamentos de diferentes trajetórias do vetor de estado.	67
Figura 5	Representação, no plano, da relação de inclusão entre os conjuntos \mathcal{L} , \mathcal{R} , \mathcal{H} , \mathcal{S}_\cap , \mathcal{B} e $\Omega(G^{-T}P_{z(k)}G^{-1}, \gamma)$, e uma possível trajetória do estado $x(k)$	83
Figura 6	Relação entre $\phi_i = \phi$, $i \in \mathbb{K}_2$ e o máximo valor de β tal que os Teoremas 13 e 14 são factíveis.	90
Figura 7	Estimativa do DA obtida utilizando o Teorema 12, com $\alpha = 1$, $\gamma = 1$ e $\beta = 1,0161$, sendo as linhas sólidas pretas, trajetórias convergentes para a origem, \bullet , iniciadas em \circ	92
Figura 8	Trajetórias das variáveis de estado para $x(0) = [-0,743 \ 0,841]$, sendo (\circ) : $x_1(k)$ e $(+)$: $x_2(k)$	92
Figura 9	Lei de controle chaveado (17): sinal de controle e $\sigma(k)$, sendo (\star) : $\sigma(k) = 1$ e (\square) : $\sigma(k) = 2$	93
Figura 10	Superfície do conjunto \mathcal{L} e estimativa do DA calculada usando o Teorema 12, com $\gamma = 1$ e $\bar{x}_1 = 50$, em que as linhas sólidas pretas representam as trajetórias de estado que se iniciam em “ \circ ” e convergem para a origem “ \bullet ”.	95

Figura 11	Estimativas do DA obtido por diferentes métodos de maximização: Em cinza, obtido utilizando o Teorema 12, com $\gamma = 1$ e $\bar{x}_1 = 50$; Em ciano usando o procedimento proposto em (LEE, 2013); Em vermelho obtido utilizando o procedimento apresentado em (CAO; LIN, 2003).	96
Figura 12	Trajetória das variáveis de estado para $x(0) = [13,78 \ -820 \ -170]^T$, sendo (\circ) : $x_1(k)$, $(+)$: $x_2(k)$ e (\star) : $x_3(k)$	97
Figura 13	A lei de controle chaveada (17): esforço do controle e $\sigma(k)$, sendo (\times) : $\sigma(k) = 1$, (\square) : $\sigma(k) = 2$, (\diamond) : $\sigma(k) = 3$, (\star) : $\sigma(k) = 4$, (\circ) : $\sigma(k) = 5$, (∇) : $\sigma(k) = 6$, $(*)$: $\sigma(k) = 7$ e (\triangle) : $\sigma(k) = 8$	97
Figura 14	Representação do pêndulo invertido	98
Figura 15	Estimativas do DA obtidas com o Teorema 12, utilizando diferentes valores para a taxa de decaimento α : $\alpha = 1$ (sem taxa de decai- mento), conjunto elipsoidal preto; $\alpha = 0,9$, conjunto elipsoidal azul; $\alpha = 0,8$, conjunto elipsoidal vermelho.	100
Figura 16	Estimativa do DA obtida utilizando o Teorema 12, com taxa de decaimento $\alpha = 0,9$, $\gamma = 1$, $\bar{x}_1 = \pi$, $\bar{x}_2 = 15$, $\rho = 120$ e $M = 2,5$. As linhas sólidas pretas, trajetórias convergentes para a origem, \bullet , iniciadas em \circ	101
Figura 17	Trajetórias das variáveis de estado $x(0) = [-\frac{\pi}{3} \ 5]^T$, sendo (\circ) : $x_1(k)$ e $(+)$: $x_2(k)$	102
Figura 18	Lei de controle chaveado (17): sinal de controle e $\sigma(k)$, sendo $(+)$: $\sigma(k) = 1$, (\circ) : $\sigma(k) = 2$, (\times) : $\sigma(k) = 3$, (\square) : $\sigma(k) = 4$, (\diamond) : $\sigma(k) = 5$, (\triangle) : $\sigma(k) = 6$, (\star) : $\sigma(k) = 7$, $(*)$: $\sigma(k) = 8$	102
Figura 19	Estimativa do DA obtida utilizando o Teorema 14, com $\alpha = 1$, $\gamma = 1$, $\beta = 52$, $\rho = 3$ e $ \Delta h_i(z(k)) \leq \phi_i = 0,1$, $i \in \mathbb{K}_4$, e as superfícies dos conjuntos \mathcal{L} e $\mathcal{S}_\cap = \bigcap_{l=1}^r \mathcal{S}(M_l)$	106
Figura 20	Estimativa do DA calculado usando o Teorema 14, com $\mu_1 = 10$, $\gamma = 1$, $\beta = 52$, $\rho = 3$, $ \Delta h_i(z(k)) \leq \phi_i = 0,1$, $i \in \mathbb{K}_4$, onde as linhas sólidas pretas representam as trajetórias de estado que se iniciam em “ \circ ” e converge para a origem “ \bullet ”.	107

Figura 21	Trajетórias das variáveis de estado para $x(0) = [51,67 \ 12 \ -6]^T$, sendo (\circ) : $x_1(k)$, $(+)$: $x_2(k)$ e (\star) : $x_3(k)$	107
Figura 22	A lei de controle chaveada (17): esforço do controle e $\sigma(k)$, sendo (\times) : $\sigma(k) = 1$, (\square) : $\sigma(k) = 2$, (\diamond) : $\sigma(k) = 3$ e (\star) : $\sigma(k) = 4$	108
Figura 23	Variação das funções de pertinência $h_2(z(k))$ e $h_4(z(k))$, em que (\diamond) : $\Delta h_2(z(k))$ e (\times) : $\Delta h_4(z(k))$	108
Figura 24	Estimativa do domínio de atração obtida utilizando o Teorema 14, com $v = 5$, $\gamma = 1$, $\alpha = 1$ e $ \Delta h_i(z(k)) \leq \phi_i = 0,8$, $i \in \mathbb{K}_4$, sendo as linhas sólidas pretas, trajetórias convergentes para a origem, \bullet , iniciadas em \circ	110
Figura 25	Representação do chaveamento da lei de controle (17), sendo (\times) : $\sigma(k) = 1$, (\square) : $\sigma(k) = 2$, (\diamond) : $\sigma(k) = 3$ e (\star) : $\sigma(k) = 4$	111
Figura 26	Comparação entre os custos garantido \mathcal{H}_∞ proporcionados pelo Teorema 15 e o Corolário 3, para diferentes valores de β	136
Figura 27	Estimativas do DA obtidas utilizando o Teorema 15 (conjunto elipsoidal azul) e o Corolário 3 (conjunto elipsoidal vermelho), com $\alpha = 1$, $\gamma = 1$, $\varphi = 1$, $\gamma_0 = \frac{0,5\gamma}{\varphi}$ e $\beta = 0,95$	138
Figura 28	Estimativa do domínio de atração obtida utilizando o Teorema 15, com $\gamma = 12$, $\varphi = 2$, $\gamma_0 = 0,1\varphi^{-1}\gamma$, $\rho = 1$ e $ \Delta h_i(z(k)) \leq \phi_i = 0,2$, $i \in \mathbb{K}_4$	144
Figura 29	Estimativa do domínio de atração obtida utilizando o Teorema 15, com $\gamma = 12$, $\varphi = 2$, $\gamma_0 = 0,1\varphi^{-1}\gamma$, $\rho = 1$, $ \Delta h_i(z(k)) \leq \phi_i = 0,2$, $i \in \mathbb{K}_4$, e $w(k) = 0$, sendo as linhas sólidas pretas, trajetórias convergentes para a origem, \bullet , iniciadas em \circ , para $v_1 = 0,3$	145
Figura 30	Conjuntos $\cap_{i=1}^4 \Omega(G^{-T}P_iG^{-1}, \gamma_0 + \varphi^{-1}\gamma)$ e $\cap_{i=1}^4 \Omega(G^{-T}P_iG^{-1}, \gamma_0)$, obtidos utilizando o Teorema 15, com $\gamma = 12$, $\varphi = 2$, $\gamma_0 = 0,1\varphi^{-1}\gamma$, $\rho = 1$, $ \Delta h_i(z(k)) \leq \phi_i = 0,2$, $i \in \mathbb{K}_4$, e $w(k) \neq 0$, $\ w(k)\ _2^2 = 12$, sendo as linhas sólidas verdes, trajetórias convergentes para a origem, \bullet , iniciadas em \circ , para $v_1 = 0,3$	146

Figura 31	Conjunto $\cap_{i=1}^4 \Omega(G^{-T} P_i G^{-1}, \varphi^{-1} \gamma)$ obtido utilizando o Teorema 15, com $\alpha = 1$, $\mu_1 = 10$, $\gamma = 1$, $\beta = 40$, $\rho = 3$, $ \Delta h_i(z(k)) \leq \phi_i = 0,2$, $i \in \mathbb{K}_4$, e $w(k) \neq 0$, $\ w(k)\ _2^2 = 12$, sendo a linha s3lida vermelha, trajet3rias convergentes para a origem, \bullet , iniciada na origem, para $v_1 = 0,3$	147
Figura 32	Rela33o entre $\varepsilon_r(k) = \left(\frac{\sum_{k=0}^{\infty} y^T(k)y(k)}{\sum_{k=0}^{\infty} w^T(k)w(k)} \right)^{\frac{1}{2}}$ e o custo garantido $\varepsilon = 5,26545$	148
Figura 33	Sistema de suspens3o ativa.	149
Figura 34	Resposta din3mica de z_s [placa azul] e z_{us} [placa vermelha] para o perfil da pista z_r [placa de prata].	157
Figura 35	Resposta din3mica de $u(t)$ e ganho do controlador escolhido em cada instante de tempo com a lei de controle chaveada.	157

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Comparação de factibilidade para β	61
Tabela 2	Comparação de factibilidade para β	90
Tabela 3	Parâmetros do modelo do pêndulo invertido.	98
Tabela 4	Relação entre Taxa de decaimento e volume do elipsoide obtido. . .	99
Tabela 5	Custo garantido \mathcal{H}_∞ calculado com o Teorema 15 e com o Corolário 3, para diferentes β	136
Tabela 6	Custo garantido \mathcal{H}_∞ e ϖ_i , $i \in \mathbb{K}_4$, calculados com o Teorema 15 e com o Corolário 3, para diferentes β	137
Tabela 7	Parâmetros do sistema de suspensão ativa.	150

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

LMI	Linear Matrix Inequalities
PDC	Compensaco Distribuída Paralela
BMI	Bilinear Matrix Inequalities
T-S	Takagi-Sugeno
FLF	Função de Lyapunov fuzzy
TVM	Teorema do Valor Médio
DA	Domínio de Atração

LISTA DE SÍMBOLOS

I	Matriz identidade com dimensão apropriada.
\mathbb{N}	Conjunto dos números naturais.
\mathbb{K}_r	Conjunto $\{1, 2, \dots, r\} \subset \mathbb{N}$, dos primeiros r números naturais.
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais.
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Conjunto das matrizes reais de dimensão $n \times m$.
\mathbb{R}^n	Conjunto dos vetores reais $n \times 1$.
$\Delta h(z(k))$	Varição $h(z(k+1)) - h(z(k))$.
M^T	Transposto da matriz real M .
$M \geq (>)0$	Matriz M simétrica e semi-definida (definida) positiva.
$M \leq (<)0$	Matriz M simétrica e semi-definida (definida) negativa.
$M_{(l)}$	l -ésima linha de uma matriz M .
$diag\{M_1, \dots, M_r\}$	Matriz bloco diagonal formada pelas matrizes $M_i, i \in \mathbb{K}_r$.
$Nul(M)$	Espaço nulo ou núcleo de uma matriz M .
$ z $	Valor absoluto de um número real z .
$\ \xi\ $	Norma euclidiana do vetor $\xi \in \mathbb{R}^n$; $\ \xi\ = \sqrt{\xi^T \xi}$.
$\ \xi(k)\ _2$	Norma 2 de $\xi(k) \in \mathbb{R}^n$, igual a $\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} \xi^T(k) \xi(k)}$.
ℓ_2	Espaço de sinais $\xi(k)$ Lebesgue mensuráveis tais que $\ \xi(k)\ _2 < \infty$.
$co\{a_1, \dots, a_r\}$	Conjunto das combinações convexas dos vetores $a_i, i \in \mathbb{K}_r$.
e_i	Vetor $n \times 1$, com “1” no i -ésimo componente e “0’s” nos demais.
$\nabla f(x)$	Vetor gradiente $\left[\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right]$.
$sign(\cdot)$	Função sinal definida como $sign(b) = \begin{cases} 0, & \text{se } b = 0 \\ \frac{b}{ b }, & \text{se } b \neq 0 \end{cases}$.
$M_{z(k)}$	$\sum_{i=1}^r h_i(z(k)) M_i$ com $h_i(z(k)) \geq 0$ e $\sum_{i=1}^r h_i(z(k)) = 1$.
$M_{\mu(k)}$	$\sum_{t=1}^{2^r} \delta_t(z(k)) M_t$ com $\delta_t(z(k)) \geq 0$ e $\sum_{t=1}^{2^r} \delta_t(z(k)) = 1$.
$M_{z(k)\mu(k)}$	$\sum_{i=1}^r \sum_{t=1}^{2^r} h_i(z(k)) \delta_t(z(k)) M_{it}$.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	ESTRUTURA DO TEXTO	23
1.2	NOTAÇÕES	24
2	CONCEITOS PRELIMINARES	26
2.1	ESTABILIDADE SEGUNDO MÉTODO DIRETO DE LYAPUNOV	26
2.2	DOMÍNIO DE ATRAÇÃO DE SISTEMAS NÃO LINEARES INCERTOS DISCRETOS NO TEMPO	28
2.3	SISTEMAS NÃO LINEARES INCERTOS DISCRETOS NO TEMPO DESCRITOS POR MODELOS FUZZY TAKAGI-SUGENO	29
2.4	FUNÇÃO DE LYAPUNOV NÃO QUADRÁTICA	33
2.5	LEI DE CONTROLE CHAVEADA	34
3	CONTROLE CHAVEADO PARA SISTEMAS NÃO LINEARES INCERTOS DISCRETOS NO TEMPO VIA MODELOS FUZZY T-S	35
3.1	PROJETO DE CONTROLE CHAVEADO PARA O PROBLEMA DA ESTABILIDADE LOCAL	35
3.1.1	Condições para a estabilidade local	36
3.1.1.1	<i>Análise de estabilidade</i>	41
3.1.2	Condições para a estabilidade local com taxa de decaimento	43
3.2	PROJETO DE CONTROLE CHAVEADO PARA O PROBLEMA DE ESTABILIDADE LOCAL UTILIZANDO HIPER-RETÂNGULOS FECHADOS	44
3.2.1	Análise de estabilidade	56
3.3	UM EXEMPLO COMPARATIVO	60
3.4	CONCLUSÕES PARCIAIS	61

4	CONTROLE CHAVEADO SUJEITO À SATURAÇÃO DE SISTEMAS NÃO LINEARES INCERTOS DISCRETOS NO TEMPO VIA MODELOS FUZZY T-S	63
4.1	SISTEMAS FUZZY T-S DISCRETOS NO TEMPO SUJEITOS À SATURAÇÃO NO SINAL DE CONTROLE	63
4.2	LEI DE CONTROLE CHAVEADA SUJEITA À SATURAÇÃO NO SINAL DE CONTROLE	64
4.3	O PROBLEMA DE ESTABILIDADE CONSIDERANDO REGIÃO DE OPERAÇÃO	65
4.3.1	Condições para as relações de inclusão entre os conjuntos da região de operação	67
4.4	MAXIMIZAÇÃO DA ESTIMATIVA ELIPSOIDAL DO DOMÍNIO DE ATRAÇÃO	70
4.5	PROJETO DE CONTROLE CHAVEADO PARA SISTEMAS SUJEITOS À SATURAÇÃO NOS ATUADORES USANDO MODELOS FUZZY T-S	74
4.5.1	Condições de estabilidade local de sistemas sujeitos à saturação no sinal de controle	74
4.5.2	Condições de estabilidade local de sistemas sujeitos à saturação no sinal de controle via hiper-retângulos fechados	79
4.5.3	Uma estimativa do domínio de atração	87
4.6	EXEMPLOS NUMÉRICOS	89
4.7	CONCLUSÕES PARCIAIS	111
5	CONTROLE \mathcal{H}_∞ CHAVEADO CONSIDERANDO REGIÃO DE OPERAÇÃO	113
5.1	SISTEMAS NÃO LINEARES INCERTOS DISCRETOS NO TEMPO SUJEITOS À SATURAÇÃO DO SINAL DE CONTROLE E DISTÚRBO EXTERNO	113
5.2	O PROBLEMA DE CONTROLE \mathcal{H}_∞ CONSIDERANDO A REGIÃO DE OPERAÇÃO	114
5.3	PROJETO DE CONTROLE \mathcal{H}_∞ CHAVEADO CONSIDERANDO REGIÃO DE OPERAÇÃO	115

5.3.1	Análise de estabilidade	130
5.4	EXEMPLOS NUMÉRICOS	134
5.5	IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA EM UM SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA DE BANCADA	148
5.6	CONCLUSÕES PARCIAIS	158
6	CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS	159
6.1	CONCLUSÕES	159
6.2	PESQUISAS FUTURAS	162
6.3	PUBLICAÇÕES	162
	REFERÊNCIAS	163

1 INTRODUÇÃO

Grande parte dos sistemas dinâmicos comportam-se como sistemas não lineares discretos no tempo cujos parâmetros físicos não são precisamente conhecidos. Muitas vezes, é possível determinar os limites desses parâmetros incertos e das não linearidades que compõem o sistema. Nesse sentido, uma alternativa eficiente e amplamente explorada nas últimas décadas, é a descrição dos sistemas não lineares incertos discretos no tempo por modelos fuzzy Takagi-Sugeno (T-S) (TAKAGI; SUGENO, 1985; SANTIM *et al.*, 2012; ALVES, 2017).

O controle de sistemas não lineares por meio de modelos fuzzy T-S possibilita representá-los por uma combinação de modelos locais lineares, ponderados suavemente por funções de pertinência não lineares. Em (TANIGUCHI *et al.*, 2001), é proposto um procedimento que permite a obtenção do modelo fuzzy T-S que representa exatamente uma ampla classe de sistemas não lineares em uma região de operação no espaço de estados. Na descrição exata, o número de modelos locais, também conhecidos como regras fuzzy, aumenta exponencialmente com o número das não linearidades. Consequentemente a complexidade numérica dos algoritmos de controle também aumenta, dificultando as implementações (LAM, 2011).

Utilizando funções de Lyapunov, Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs, do inglês *Linear Matrix Inequalities*) (BOYD *et al.*, 1994) e os modelos locais lineares do sistema fuzzy T-S, muitos projetos de controle para sistemas não lineares, inclusive que utilizam as funções de pertinência na composição da lei de controle, como por exemplo a Compensação Distribuída Paralela (PDC, do inglês *Parallel Distributed Compensation*), têm sido desenvolvidos (WANG; TANAKA; GRIFFIN, 1996; TEIXEIRA; ŽAK, 1999; TANIGUCHI *et al.*, 2001; TEIXEIRA; ASSUNÇÃO; AVELLAR, 2003; GUERRA; VERMEIREN, 2004; DING; SUN; YANG, 2006; GUERRA; KRUSZEWSKI; BERNAL, 2009; CHEN *et al.*, 2012; SANTIM *et al.*, 2012; LEE, 2013; LEE; JOO, 2014; KLUG *et al.*, 2014; KLUG; CASTELAN; COUTINHO, 2015; MÁRQUEZ *et al.*, 2017).

Em (GUERRA; VERMEIREN, 2004; DING; SUN; YANG, 2006; GUERRA; KRUSZEWSKI; BERNAL, 2009; CHEN *et al.*, 2012) são apresentados resultados para o problema de estabilização de sistemas fuzzy T-S discreto no tempo, utilizando uma lei de controle que não tem estrutura PDC, mas que também é dependente das funções de pertinência. Com o propósito de obter condições de estabilidade menos conservativas, em (GUERRA; VERMEIREN, 2004), uma nova função de Lyapunov não quadrática, denomi-

nada função de Lyapunov fuzzy (FLF, do inglês *Fuzzy Lyapunov Function*), foi proposta. Uma generalização dos resultados obtidos em (GUERRA; VERMEIREN, 2004) foi apresentada em (DING; SUN; YANG, 2006), aplicando uma extensão da função Lyapunov não quadrática. Uma função de Lyapunov não quadrática do tipo mínimo por partes foi utilizada em (CHEN *et al.*, 2012) e as condições do projeto são mais relaxadas que os procedimentos descritos em (GUERRA; VERMEIREN, 2004) e (DING; SUN; YANG, 2006). No entanto, algumas condições propostas em (CHEN *et al.*, 2012) são Desigualdades Matriciais Bilinear (BMIs, do inglês *Bilinear Matrix Inequalities*).

O modelo fuzzy T-S descreve com precisão a dinâmica original do sistema não linear apenas em uma região limitada do espaço de estados, definida como o domínio de validade ou região de operação (KLUG; CASTELAN; COUTINHO, 2013). Fora desse subconjunto do espaço de estados, a representação fuzzy T-S é imprecisa, o que prejudica o desempenho e o comportamento dinâmico do sistema de controle. Sendo assim, para garantir que o modelo fuzzy T-S descreva com precisão a dinâmica do sistema não linear, é necessário assegurar que o sistema opere dentro da região de operação. Além disso, muitos sistemas de controle funcionam em regiões do espaço de estados determinadas por restrições aplicadas às variáveis de estado e de controle. Devido às restrições operacionais, é necessário o uso de conceitos de estabilidade local.

Uma alternativa para assegurar que o sistema opere dentro de uma região do espaço de estados determinada por restrições aplicadas às variáveis de estado e de controle, consiste do emprego do conceito de invariância positiva de domínios definidos no espaço de estados. Esse conceito está intimamente ligado ao de domínio de estabilidade de Lyapunov. Em um domínio positivamente invariante, toda trajetória de um sistema dinâmico que, em k_0 , inicia-se, nele permanece para todo $k > k_0$ (SLOTINE; LI, 1991; KHALIL, 2002; ROCHA, 1994). Dessa forma, regiões de condições iniciais admissíveis, que são vizinhanças do ponto de equilíbrio do sistema, garantem a estabilidade local e o atendimento das restrições em sistemas de controle, e podem ser usadas como estimativas do domínio de atração do sistema (KHALIL, 2002).

Em (LEE, 2013; LEE; JOO, 2014; LEE; JOO; RA, 2016; LEE; HU, 2017), por exemplo, utilizando um controlador não PDC, mas dependente das funções de pertinência, uma FLF e supondo que a taxa de variação das funções de pertinências do modelo fuzzy T-S são limitadas por constantes suficientemente pequenas, o problema da estabilidade local de sistemas não lineares é abordado. Condições LMIs que proporcionam a estabilização do sistema realimentado e que fornecem uma estimativa do DA dentro da região de operação na qual a representação por modelos fuzzy T-S é válido, são apresentadas. Em (KLUG *et al.*, 2014; DANG *et al.*, 2017) o mesmo problema é discutido, porém com a adição da hipótese de que os atuadores estão sujeitos à saturação. Além de considerar

atuadores saturantes, em (KLUG; CASTELAN; COUTINHO, 2013; KLUG; CASTELAN; COUTINHO, 2015), os sistemas não lineares discreto no tempo são considerados sujeitos a distúrbios externos limitados. Além da mitigação dos efeitos do distúrbio, os procedimentos abordam o problema de assegurar que as trajetórias permanecerão dentro da região de operação dos modelos fuzzy T-S, por todo tempo futuro, considerando uma determinada classe de distúrbio.

Muitos casos práticos são descritos por sistemas não lineares que possuem parâmetros incertos. Por este motivo, trabalhos que estudam métodos que permitem utilizar modelos fuzzy T-S com incertezas nas funções de pertinência ou nas variáveis de premissa são desenvolvidos (OLIVEIRA *et al.*, 2018a). Considerando que as variáveis de estado do sistema não estão completamente disponíveis para realimentação, em (LO; LIN, 2003) um controle robusto \mathcal{H}_∞ via realimentação estática de saída é proposto para o problema de estabilização quadrática de sistemas Fuzzy T-S incertos. Em (GOLABI; BEHESHTI; ASEMANI, 2012), baseado em observadores dinâmicos fuzzy, são apresentados resultados relativos ao projeto de controladores robustos \mathcal{H}_∞ , para sistemas fuzzy T-S incertos. Já em (YANG; FENG; ZHANG, 2014), um projeto de controle preditivo robusto para sistemas fuzzy T-S incertos com restrições de entrada e distúrbio persistentes é proposto. O problema de determinar um conjunto positivamente invariante para o sistema fuzzy T-S também é tratado em (YANG; FENG; ZHANG, 2014).

Mesmo para sistemas não lineares incertos, é possível obter modelos fuzzy T-S que os representem exatamente em uma região de operação (ALVES, 2017). O procedimento apresentado em (SANTIM *et al.*, 2012; ALVES, 2017), permite a aplicação dos modelos fuzzy T-S para a descrição de sistemas não lineares incertos, tais que as não linearidades e as incertezas limitadas do sistema são representadas por modelos locais lineares conhecidos e funções de pertinência incertas (SOUZA *et al.*, 2014; ALVES *et al.*, 2016b; ALVES *et al.*, 2016a; OLIVEIRA *et al.*, 2018a; OLIVEIRA *et al.*, 2018b). Em alguns casos as funções de pertinência podem ser até mesmo desconhecidas. Portanto, nestes casos, técnicas que utilizam o conceito de controle PDC, por exemplo, não podem ser utilizadas.

Uma alternativa para a manipulação de sistemas não lineares incertos é o controle por realimentação estática dos estados, pois não existe a necessidade de encontrar as expressões das funções de pertinência. Porém, em (SOUZA *et al.*, 2014) é proposta uma lei de controle chaveada para sistemas não lineares incertos contínuos no tempo descritos por modelos fuzzy T-S. Com a lei de controle chaveada vários ganhos de realimentação são projetados, sendo apenas um ganho utilizado por vez. Esta lei de controle chaveada utiliza os vetores de estado e matrizes auxiliares para a escolha do ganho do controlador, em cada instante de tempo, que minimiza a derivada da função de Lyapunov e proporciona condições que garantem a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio do sistema

controlado. Este procedimento não usa as funções de pertinência em sua implementação.

As condições de projeto em (SOUZA *et al.*, 2014), são estendidas em (ALVES *et al.*, 2016b), para lidar com o problema da estabilidade local e saturação do sinal de controle. Além disso, o procedimento apresentado em (ALVES *et al.*, 2016b) propõe uma lei de controle chaveada suave, para evitar o *chattering* na entrada de controle. A lei de controle chaveada suave foi também utilizada em (ALVES *et al.*, 2016a), para lidar com o problema da estabilidade local para sistemas não lineares incertos sujeitos a distúrbios persistentes limitados em norma. Em (OLIVEIRA *et al.*, 2018a) é proposto um projeto de controle \mathcal{H}_∞ chaveado para sistemas incertos fuzzy T-S sujeitos à saturação no atuador contínuo no tempo, considerando a região de operação. As condições de projeto propostas em (OLIVEIRA *et al.*, 2018a), garantem um desempenho \mathcal{H}_∞ ao sistema realimentado e asseguram que as trajetórias do vetor de estado permanecem dentro da região de operação na qual o modelo fuzzy T-S é válido. Finalmente, (OLIVEIRA *et al.*, 2018b) propõem uma lei de controle chaveado para lidar com o problema de estabilização de sistemas não lineares incertos discretos no tempo, descritos por modelos fuzzy T-S.

Neste contexto, este trabalho introduz uma lei de controle chaveado no estudo da estabilização local de sistemas não lineares incertos discretos no tempo sujeitos à saturação no sinal de controle e na estabilização de sistemas sujeito a distúrbios de energia limitada, descritos por modelos fuzzy T-S. A lei de chaveamento seleciona o ganho que retorna o menor valor da variação da função de Lyapunov. Assim como em (SANTIM *et al.*, 2012; SOUZA *et al.*, 2014; ALVES *et al.*, 2016b; ALVES *et al.*, 2016a; OLIVEIRA *et al.*, 2018a), a lei de controle chaveado escolhe o ganho do controlador, em cada instante k , e não depende das funções de pertinência. Para a escolha do ganho do controlador, é utilizada uma matriz auxiliar. Por não envolver as funções de pertinência do modelo fuzzy T-S que descreve a planta, o controle chaveado proposto pode ser aplicado em uma ampla classe de sistemas não lineares incertos discretos no tempo.

Para a obtenção de condições LMIs menos conservadoras, que garantam a estabilidade local assintótica do sistema, baseado na FLF (GUERRA; VERMEIREN, 2004), é utilizada uma função de Lyapunov não quadrática que, além de envolver uma combinação convexa de várias matrizes de Lyapunov, P_i , em sua composição, conta com a introdução de uma nova matriz G , que proporciona menos restrições às matrizes de Lyapunov (OLIVEIRA; BERNUSSOU; GEROMEL, 1999). Ainda com o objetivo de redução do conservadorismo, para concepção de condições mais relaxadas, posteriormente é suposto que as taxas de variação das funções de pertinências do modelo fuzzy T-S são limitadas (MOZELLI *et al.*, 2009; GUEDES *et al.*, 2013).

Baseado em (LEE, 2013), utilizando o Teorema do Valor Médio para funções de várias variáveis e com o auxílio de um polítopo formado pelos limites das derivadas parciais das

funções de pertinência, de modo que os gradientes das funções de pertinência variem dentro desse politopo, é possível utilizar algumas informações sobre a relação entre as funções de pertinência nas amostras k e $k + 1$. Dessa forma, utilizando essa informação, é assegurado que a estimativa do domínio de atração também está contida na região na qual as restrições na taxa de variação das funções de pertinência são garantidas.

Condições, em termos de um problema de otimização convexo (BOYD *et al.*, 1994), são formuladas de forma a garantir a estabilização local e assegurar que a estimativa obtida está contida na região de operação do modelo fuzzy T-S sujeito à saturação. Além disso, os métodos propostos proporcionam uma estimativa menos conservadora do domínio de atração, do que os presentes na literatura. Condições LMIs garantem que a estimativa do domínio de atração está situada em uma região em que todas as restrições às variáveis de controle e de estado são respeitadas.

Baseado em (OLIVEIRA *et al.*, 2018a), a metodologia proposta é estendida para o caso em que o sistema não linear incerto sujeito à saturação, está também sujeito a distúrbios externos limitados. Com o objetivo de mitigar os efeitos dos distúrbios sofridos pelo sistema e criar condições para que as trajetórias evoluam dentro da região de validade da representação do sistema por um modelo fuzzy T-S, um projeto de controle chaveado \mathcal{H}_∞ , considerando região de operação, restrições na taxa de variação das funções de pertinência e baseado no conceito de hiper-retângulos fechados, é proposto. As condições são dadas em termos de um problema de otimização que além de minimizar o norma \mathcal{H}_∞ , expande o tamanho da estimativa do DA projetada.

Por fim, a eficácia dos projetos propostos é demonstrada em exemplos numéricos e em uma implementação prática da lei de controle chaveada em um sistema de suspensão ativa, fabricado pela Quanser[®]. Todos os projetos e simulações apresentados neste trabalho foram realizados no *software* Matlab/Simulink[®].

1.1 ESTRUTURA DO TEXTO

- Capítulo 1: Introduz o tema abordado na tese. Apresenta a organização do texto e algumas notações utilizadas ao longo do trabalho.
- Capítulo 2: Apresenta conceitos preliminares necessários para o desenvolvimento das teorias propostas neste trabalho.
- Capítulo 3: Propõe projetos de controle chaveado para sistemas não lineares incertos através do modelo fuzzy T-S e de hiper-retângulos fechados. O problema de estabilização local é abordado admitindo que o sistema opera dentro da região de validade do modelo fuzzy T-S. Análises teóricas de estabilidade mostram a evolução

dos projetos propostos e as vantagens deles sobre o procedimento que utiliza um controlador linear invariante no tempo para estabilização de sistemas incertos. Um exemplo comparativo é apresentado.

- Capítulo 4: Apresenta o projeto de controle chaveado para sistemas não lineares incertos sujeitos à saturação no atuador descritos por sistemas fuzzy T-S. Os resultados deste capítulo, são extensões dos resultados presentes no Capítulo 3. Condições para a concepção de uma estimativa elipsoidal do DA, que está situada em uma região em que todas as restrições às variáveis de controle e de estado, são fornecidas. Um procedimento que proporciona uma estimativa do DA menos conservadora é proposto. Exemplos numéricos ilustram a eficiência dos projetos propostos.
- Capítulo 5: Propõe um projeto de controle \mathcal{H}_∞ chaveado, considerando região de operação, para sistemas não lineares incerto sujeitos à saturação no atuador e distúrbios externos limitados. Uma análise teórica de estabilidade demonstra a vantagem do projeto de controle \mathcal{H}_∞ chaveado, sobre um procedimento que utiliza um controlador linear invariante no tempo. Exemplos numéricos e um exemplo prático de uma implementação em um sistema de suspensão ativa fabricado pela Quanser[®], demonstram a eficácia do projeto de controle \mathcal{H}_∞ chaveado proposto.
- Capítulo 6: Apresenta as conclusões e as perspectivas para pesquisas futuras.

1.2 NOTAÇÕES

Por simplicidade, ao longo deste trabalho serão adotadas as seguintes notações: \mathbb{R}^n e $\mathbb{R}^{n \times m}$ denotam o conjunto dos vetores $n \times 1$ com elementos reais e o conjunto das matrizes $n \times m$ com elementos reais, respectivamente. $\mathbb{K}_r = \{1, 2, \dots, r\}$, $r \in \mathbb{N}$. Em uma matriz simétrica, $(*)$ denota o transposto do elemento na posição simétrica. $M_{(l)}$ representa a l -ésima linha de uma matriz M . $diag\{M_1, M_2, \dots, M_r\}$ denota uma matriz bloco diagonal formada pelas matrizes M_1, M_2, \dots, M_r . Dada uma matriz M , $M > 0$ ($M < 0$, $M \geq 0$ e $M \leq 0$) indica que a matriz M é definida positiva (definida negativa, semi-definida positiva, semi-definida negativa), respectivamente. $Nul(M)$ representa o espaço nulo ou núcleo de M . $Tr(M)$ denota o traço da matriz M . e_i denota o vetor $n \times 1$, com “1” no i -ésimo componente e “0’s” nos demais. $\|\xi\| = \sqrt{\xi^T \xi}$ representa a norma euclidiana do vetor $\xi \in \mathbb{R}^n$. $\|\xi(k)\|_2 = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} \xi^T(k) \xi(k)}$ denota a norma 2 de $\xi(k) \in \mathbb{R}^n$. O conjunto das combinações convexas dos vetores a_i , $i \in \mathbb{K}_r$ é denotada por $co\{a_1, \dots, a_r\}$, ou seja, $a \in co\{a_1, \dots, a_r\}$, então $a = \sum_{i=1}^r \phi_i a_i$, sendo $\phi_i \geq 0$ e $\sum_{i=1}^r \phi_i = 1$. A função sinal, $sign(\cdot)$, é definida como $sign(b) = \begin{cases} 0, & \text{se } b = 0 \\ \frac{b}{|b|}, & \text{se } b \neq 0 \end{cases}$. $\nabla f(x) = \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right]$ representa o

gradiente de uma função $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ em um ponto $x \in \mathbb{R}^n$ (neste trabalho o gradiente é considerado um vetor linha (LEE; JOO, 2014; LEE; JOO; RA, 2016)). ℓ_2 denota o espaço de sinais $\xi(k)$ Lebesgue mensuráveis tais que $\|\xi(k)\|_2 < \infty$. Dado $h(z(k)) = [h_1(z(k)) \ \cdots \ h_r(z(k))]^T \in \mathbb{R}^r$, a variação de $h(z(k))$ e de $h_i(z(k))$ do instante k para $k+1$, serão denotadas, respectivamente, por $\Delta h(z(k)) = h(z(k+1)) - h(z(k))$ e $\Delta h_i(z(k)) = h_i(z(k+1)) - h_i(z(k))$. $M_{z(k)}$, $M_{z(k+1)}$, $M_{\mu(k)}$ e $M_{z(k)\mu(k)}$ denotam matrizes, tais que

$$M_{z(k)} = \sum_{i=1}^r h_i(z(k))M_i, \quad M_{z(k+1)} = \sum_{i=1}^r h_i(z(k+1))M_i,$$

$$M_{\mu(k)} = \sum_{t=1}^{2^r} \delta_t(z(k))M_t, \quad M_{z(k)\mu(k)} = \sum_{i=1}^r \sum_{t=1}^{2^r} h_i(z(k))\delta_t(z(k))M_{it},$$

$$\text{com } h_i(z(k)) \geq 0, \ i \in \mathbb{K}_r, \ \sum_{i=1}^r h_i(z(k)) = 1 \text{ e } \delta_t(z(k)) \geq 0, \ t \in \mathbb{K}_{2^r}, \ \sum_{t=1}^{2^r} \delta_t(z(k)) = 1. \quad (1)$$

6 CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS

6.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram propostas uma lei de controle chaveada e novas condições de estabilidade local para uma classe de sistemas não lineares incertos discretos no tempo com saturação nos atuadores. Um novo procedimento de projeto de controle \mathcal{H}_∞ chaveado para uma classe de sistemas não lineares incertos discretos no tempo descritos por modelos fuzzy T-S, considerando funções de pertinência dependentes de parâmetros incertos limitados, também foi apresentado. As incertezas paramétricas foram supostas limitadas e seus limites conhecidos. Os resultados propostos, foram elaborados com base na representação exata de sistemas não lineares com parâmetros incertos limitados por modelos fuzzy T-S. Embasado em (TANIGUCHI *et al.*, 2001; SANTIM *et al.*, 2012; ALVES, 2017), através de uma combinação convexa de modelos locais lineares conhecidos, ponderados por funções de pertinência dependentes de parâmetros incertos, os modelos fuzzy T-S incertos são encontrados. Os procedimentos propostos foram obtidos considerando uma adaptação da FLF (GUERRA; VERMEIREN, 2004), e não utilizam as funções de pertinência para a implementação da lei de controle chaveado.

No Capítulo 3, para o desenvolvimento de condições que garantam a estabilização de sistemas não lineares dependentes de parâmetros incertos, foi suposto que o sistema opera dentro da sua região de operação, ou seja, dentro da região na qual a representação do sistema não linear incerto por modelos fuzzy T-S é válida. A partir de condições apresentadas em (OLIVEIRA; BERNUSSOU; GEROMEL, 1999) e utilizando uma candidata a função de Lyapunov não quadrática, um primeiro projeto de controle chaveado foi proposto (Teorema 5), o qual foi apresentado no congresso FUZZ-IEEE 2018 - IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Rio de Janeiro - RJ, 2018, no artigo intitulado *On switched control of discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems with unknown membership functions* (OLIVEIRA *et al.*, 2018b). Com o objetivo de redução do conservadorismo nas condições do projeto de controle chaveado, outros resultados (Teoremas 8 e 9), baseados na teoria de hiper-retângulos, construído a partir de intervalos fechados, os quais são definidos pelos limites da variação das funções de pertinência do sistemas fuzzy T-S (MOZELLI *et al.*, 2009; GUEDES *et al.*, 2013). Análises teóricas de estabilidade (Teoremas 6, 10 e 11) mostraram a evolução dos métodos propostos e a vantagem deles sobre o procedimento que utiliza um controlador linear invariante no tempo, na estabilização de sistemas não lineares incertos.

Os resultados propostos no Capítulo 4, podem ser entendidos como uma extensão dos resultados apresentados no Capítulo 3. Nos Teoremas 12, 13 e 14 são propostos projetos de controle chaveado para sistemas não lineares incertos sujeitos à saturação do sinal de controle, que garantem a operação do sistema dentro da região em que a representação por modelos fuzzy T-S é válida e que fornecem uma estimativa de seu DA. Para representar o sinal de controle sujeito à saturação, foi adotada a metodologia apresentada em (HU; LIN, 2001; HU; LIN; CHEN, 2002; CAO; LIN, 2003), na qual o sinal de controle sujeito à saturação é representado por uma combinação convexa dos valores do sinal de controle saturado e não saturado. As condições impostas nos projetos garantem a estimativa do DA em uma região em que todas as restrições às variáveis de controle e de estado são respeitadas. Além disso, nos Teoremas 13 e 14, utilizando o TVM em várias variáveis (SAGAN, 1974) e um limite politópico para o gradiente das funções de pertinência, ou seja, um politopo tal que o gradiente das funções de pertinência variam, é garantido que a estimativa do domínio obtida, também está situada dentro da região em que as restrições na variação das funções de pertinência são respeitadas. Os projetos são formulados como um problema de otimização LMI (BOYD *et al.*, 1994). O método proposto para a expansão da estimativa do domínio de atração é baseado na maximização do traço de uma matriz diagonal \mathbf{I} . O procedimento mostrou-se mais eficiente que outros presentes na literatura. Uma versão particular do Teorema 12, em que não se considera que o sinal de controle esteja sujeito à saturação, foi apresentado no congresso FUZZ-IEEE 2020 - 2020 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Glasgow, United Kingdom Scotland, em um artigo intitulado *Switched Control for Local Stabilization of Discrete-time Uncertain Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Relaxed Estimate of the Domain of Attraction*.

Exemplos numéricos ilustraram a eficiência dos métodos propostos no Capítulo 4. No Exemplo 2, foi apresentado um sistema não linear, atualmente amplamente discutido na literatura. Uma comparação entre as metodologias (Teoremas 12, 13 e 14 e Corolário 2) propostas e procedimentos presentes na literatura é apresentada. Simulações com o Teorema 12, que não utiliza qualquer informação das funções de pertinência, foram realizadas. No exemplo é possível observar o conjunto contrativamente invariante obtido, além da resposta dinâmica e a atuação da lei de controle chaveado. O Teorema 12 foi utilizado também no Exemplo 3, no qual foi demonstrado a vantagem do método de maximização da estimativa do DA proposto, quando comparado com os métodos apresentados em (CAO; LIN, 2003) e (LEE, 2013). No Exemplo 4, o Teorema 12 é utilizado na estabilização de um pêndulo invertido. Com diferentes taxas de decaimento, distintas estimativas do DA foram obtidas. As regiões das estimativas obtidas, foram relacionadas com as taxas de decaimento adotadas. Mesmo considerando taxa de decaimento, o procedimento proposto mostrou-se eficiente na concepção de um conjunto contrativamente invariante.

Novamente abordando o sistema caótico incerto de Lorenz, no Exemplo 5, o Teorema 14 é aplicado na estabilização do sistema. É possível observar que mesmo sob saturação do atuador, a estabilidade do sistema é assegurada para todo $x(k) \in \bigcap_{i=1}^4 \Omega(G^{-T}P_iG^{-1}, 1)$. Além disso, as inclusões $\bigcap_{i=1}^r \Omega(G^{-T}P_iG^{-1}, 1) \subset \mathcal{L}$ e $\bigcap_{i=1}^r \Omega(G^{-T}P_iG^{-1}, 1) \subset \bigcap_{l=1}^r \mathcal{S}(M_l)$ foram asseguradas e ilustradas. O Teorema 14 é também utilizado no Exemplo 6. Novamente o procedimento foi capaz de proporcionar uma estimativa do DA. O comportamento do chaveamento, para cada possível trajetória dentro de uma região de operação é apresentado.

Baseado em (OLIVEIRA *et al.*, 2018a), no Capítulo 5, foi proposto um projeto de controle \mathcal{H}_∞ chaveado para uma classe de sistemas não lineares incertos discretos no tempo descritos por modelos fuzzy T-S, considerando região de operação e funções de pertinência dependentes de parâmetros incertos limitados. Utilizando uma candidata a função de Lyapunov não quadrática, o resultado apresentado no Teorema 14, que é baseado no conceito de hiper-retângulos fechados (GUEDES *et al.*, 2013), foi estendido no Teorema 15, para o controle de sistemas não lineares incertos sujeitos à saturação no atuador e distúrbio de energia limitada. A lei de controle chaveada garantiu ao sistema realimentado um índice de desempenho \mathcal{H}_∞ e confinou todas as trajetórias do vetor de estado dentro de uma região de operação, na qual o sistema não linear incerto pode ser descrito por modelos fuzzy T-S, mesmo estando o sistema sujeito a distúrbios externos com energia limitada. Um resultado, derivado do projeto de controle \mathcal{H}_∞ chaveado, que utiliza um controlador invariante no tempo é proposto no Corolário 3. Em uma análise teórica de estabilidade, foi demonstrado que se as condições do Corolário 3, que utiliza um controlador invariante no tempo são satisfeitas, então as condições LMIs do Teorema 15 também são satisfeitas.

Um exemplo numérico, ilustra a vantagem do procedimento proposto no Teorema 15, que utiliza um controlador chaveado, sobre o projeto de controle que utiliza um controlador invariante no tempo, apresentado no Corolário 3. Um segundo exemplo numérico que considera o problema de controle de *backing-up a Truck-Trailer* demonstra a eficiência da metodologia proposta no Teorema 15. A minimização do custo garantido \mathcal{H}_∞ mitigou o efeito do distúrbio na saída do sistema. O exemplo deixa claro que os propósitos do projeto de controle, como a criação de regiões invariantes que garantem a representação do sistema não linear por modelos fuzzy T-S, mesmo estando ele sob perturbações externas, são totalmente alcançados. Finalmente, o projeto de controle \mathcal{H}_∞ é aplicado em um exemplo prático utilizando um sistema de suspensão ativa de bancada. O controle \mathcal{H}_∞ chaveado se mostrou capaz de reduzir as amplitudes máximas das oscilações das placas, proporcionando conforto e segurança ao sistema.

6.2 PESQUISAS FUTURAS

Como perspectivas de pesquisas futuras, pode-se listar os seguintes tópicos:

- Adaptar os resultados obtidos para o projeto de controle chaveado para realimentação de saída de sistemas incertos discretos no tempo.
- Além de satisfazerem as relações $|\Delta h_i(z(k))| \leq \phi_i$, $i \in \mathbb{K}_r$, com $0 < \phi_i \leq 1$, como visto no Lema 2, as variações das funções de pertinência satisfazem a equação $\sum_{i=1}^r \Delta h_i(z(k)) = 0$. Dessa forma, as variações das funções não pertencem apenas ao subespaço do \mathbb{R}^r , dado pelo hiper-retângulo (58), elas estão contidas na variedade convexa de dimensão $r - 1$, dada pela interseção do hiper-retângulo (58), com o hiper-plano definido pela equação $\sum_{i=1}^r \Delta h_i(z(k)) = 0$ (MOZELLI, 2011). Sendo assim, para incluir informações mais precisas sobre as variações temporais das funções de pertinência no projeto de controle, é possível utilizar os vértices do polítopo definido pela interseção do hiper-retângulo (58), com um hiper-plano. Portanto, depois de uma análise de viabilidade, essa alternativa para o procedimento proposto de projeto de controladores chaveados pode ser explorada em pesquisas futuras.
- Estudar o desempenho do controlador chaveado com a utilização de outras representações para a função não linear $\text{sat}(u(k))$, como apresentado em (TARBOURIECH *et al.*, 2011).

6.3 PUBLICAÇÕES

SANTOS, G. R.; OLIVEIRA, D. R.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; LAZARINI, A. Z. N. . “Switched Control for Local Stabilization of Discrete-time Uncertain Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Relaxed Estimate of the Domain of Attraction”. In: FUZZ-IEEE 2020 - 2020 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Glasgow, United Kingdom Scotland, 2020.

OLIVEIRA, D. R.; **SANTOS, G. R.**; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; Alves, U. N. L. T. “On switched control of discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems with unknown membership functions”. In: FUZZ-IEEE 2018 - IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Rio de Janeiro - RJ, 2018, Available: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8491671>.

CARNIATO, L. A.; CARNIATO, A. A.; OLIVEIRA, D. R.; **SANTOS, G. R.**; ORTUNHO, T. V.; TEIXEIRA, M. C. M. Projeto de controle robusto para realimentação de saída de sistemas chaveados via LMIs e Algoritmo Evolutivo. In: Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações, 2017, São José do Rio Preto. DINCON, 2017.

REFERÊNCIAS

- ALVES, U. N. L. T. *Controle chaveado e chaveado suave de sistemas não lineares incertos via modelos fuzzy T-S*. 2017. 103 f. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2017.
- ALVES, U. N. L. T.; OLIVEIRA, D. R. d.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Smoothing switched control for uncertain T-S fuzzy systems with unknown membership functions, actuator saturation and disturbance. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS (FUZZ-IEEE), [s.n.] 2016, Vancouver. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2016a p. 2212–2219.
- ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R. de; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. de. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, West Sussex, v. 30, n. 8-10, p. 1408–1433, 2016b. ISSN 1099-1115.
- BARTLE, R. G. *The Elements of Real Analysis*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1976. 496 p. ISBN 978-0-471-05464-1.
- BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, PA: SIAM - Soc. Ind. Appl. Math., 1994. (Studies in Applied Mathematics, v. 15).
- BUCK, R. *Advanced calculus*. 3rd edn. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1978. ISBN 0-07-008728-8.
- BUZETTI, A. S. *Projeto de Controle Robusto Chaveado com Falhas nos Sensores*. 2017. 88 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2017.
- CAO, Y.-Y.; LIN, Z. Robust stability analysis and fuzzy-scheduling control for nonlinear systems subject to actuator saturation. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 57–67, Feb 2003. ISSN 1063-6706.
- CHEN, Y.-J.; OHTAKE, H.; TANAKA, K.; WANG, W.-J.; WANG, H. Relaxed stabilization criterion for discrete T-S fuzzy systems by minimum-type piecewise non-quadratic Lyapunov function. **Control Theory Applications, IET**, Stevenage, v. 6, n. 12, p. 1918–1925, Aug 2012. ISSN 1751-8644.
- DANG, Q. V.; VERMEIREN, L.; DEQUIDT, A.; DAMBRINE, M. Robust stabilizing controller design for Takagi-Sugeno fuzzy descriptor systems under state constraints and actuator saturation. **Fuzzy Sets and Systems**, Amsterdam, v. 329, p. 77 – 90, 2017. ISSN 0165-0114.

DÍAZ, H.; ARMESTO, L.; SALA, A. Improvement of LMI controllers of Takagi-Sugeno models via Q-learning*. In: 4th IFAC CONFERENCE ON INTELLIGENT CONTROL AND AUTOMATION SCIENCES/ICONS, 2016, Reims. **IFAC-PapersOnLine**, v. 49, n. 5, p. 67 – 72, 2016. ISSN 2405-8963.

DÍAZ, H.; ARMESTO, L.; SALA, A. Fitted q-function control methodology based on takagi-sugeno systems. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, New York p. 1–12, 2019. ISSN 1063-6536.

DING, B. Dynamic output feedback predictive control for nonlinear systems represented by a Takagi-Sugeno model. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 19, n. 5, p. 831–843, 2011.

DING, B.; SUN, H.; YANG, P. Further studies on LMI-based relaxed stabilization conditions for nonlinear systems in Takagi-Sugeno's form. **Automatica**, Elmsford. v. 42, n. 3, p. 503 – 508, 2006. ISSN 0005-1098.

ELIA, N.; MITTER, S. K. Stabilization of linear systems with limited information. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 46, n. 9, p. 1384–1400, Sep. 2001. ISSN 0018-9286.

GAINO, R.; COVACIC, M. R.; CARDIM, R.; SANCHES, M. A. A.; DE CARVALHO, A. A.; BIAZETO, A. R.; TEIXEIRA, M. C. M. Discrete Takagi-Sugeno fuzzy models applied to control the knee joint movement of paraplegic patients. **IEEE Access**, Piscataway, v. 8, p. 32714–32726, 2020.

GOLABI, A.; BEHESHTI, M.; ASEMANI, M. H. \mathcal{H}_∞ robust fuzzy dynamic observer-based controller for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems. **Control Theory Applications, IET**, Stevenage, v. 6, n. 10, p. 1434–1444, 2012.

GUEDES, J. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Stability of nonlinear system using Takagi-Sugeno fuzzy models and hyper-rectangle of lmis. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 24, n. 1-2, p. 46–53, 2013.

GUERRA, T. M.; KRUSZEWSKI, A.; BERNAL, M. Control law proposition for the stabilization of discrete Takagi-Sugeno models. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, New York v. 17, n. 3, p. 724–731, June 2009. ISSN 1063-6706.

GUERRA, T. M.; VERMEIREN, L. LMI-based relaxed nonquadratic stabilization conditions for nonlinear systems in the Takagi-Sugeno's form. **Automatica**, Elmsford, v. 40, n. 5, p. 823 – 829, 2004. ISSN 0005-1098.

HU, T.; LIN, Z. **Control Systems with Actuator Saturation: Analysis and Design**, Secaucus, NJ, USA: Birkhauser Boston, Inc., 2001. ISBN 0817642196.

HU, T.; LIN, Z.; CHEN, B. M. An analysis and design method for linear systems subject to actuator saturation and disturbance. **Automatica**, Elmsford, v. 38, n. 2, p. 351 – 359, 2002. ISSN 0005-1098.

KALMAN, R.; BERTRAM, J. Control system analysis and design via the second method

of lyapunov: (i) continuous-time systems (ii) discrete time systems. **IRE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 4, n. 3, p. 112–112, December 1959. ISSN 0096-199X.

KHALIL, H. K. *Nonlinear systems; 3rd ed.* Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002.

KLUG, M.; CASTELAN, E.; LEITE, V.; SILVA, L. Fuzzy dynamic output feedback control through nonlinear Takagi-Sugeno models. **Fuzzy Sets and Systems**, Amsterdam, v. 263, 06 2014.

KLUG, M.; CASTELAN, E. B.; COUTINHO, D. Control of nonlinear discrete-time systems subject to energy bounded disturbances using local T-S fuzzy models. In: 52nd IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL. 2013, Florence. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2013. p. 7426–7431. ISSN 0191-2216.

KLUG, M.; CASTELAN, E. B.; COUTINHO, D. A T-S fuzzy approach to the local stabilization of nonlinear discrete-time systems subject to energy-bounded disturbances. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 26, n. 3, p. 191–200, Jun 2015. ISSN 2195-3899.

LAM, H. K. LMI-based stability analysis for fuzzy-model-based control systems using artificial T-S fuzzy model. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, New York, v. 19, n. 3, p. 505–513, June 2011. ISSN 1063-6706.

LARA, C.; FLORES, J. J.; CALDERON, F. On the hyperbox - hyperplane intersection problem. **INFOCOMP - Journal of Computer Science**, Coimbatore, v. 8, n. 4, p. 21–27, 2009.

LASALLE, J. P. *The Stability and Control of Discrete Processes.* Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1986. ISBN 0387964118.

LEE, D.; HU, J. Local model predictive control for T-S fuzzy systems. **IEEE Transactions on Cybernetics**, Piscataway, v. 47, n. 9, p. 2556–2567, 2017.

LEE, D.; JOO, Y. H.; RA, I.-H. Local stability and local stabilization of discrete-time T-S fuzzy systems with time-delay. **International Journal of Control, Automation and Systems**, Heidelberg, v. 14, n. 1, p. 29–38, Feb 2016. ISSN 2005-4092.

LEE, D. H. Linear matrix inequality approach to local stability analysis of discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems. **Control Theory and Applications, IET**, Stevenage, Institution of Engineering and Technology, v. 7, p. 1309–1318(9), June 2013. ISSN 1751-8644.

LEE, D. H.; JOO, Y. H. On the generalized local stability and local stabilization conditions for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, New York, v. 22, n. 6, p. 1654–1668, Dec 2014. ISSN 1063-6706.

LEE, H. J.; PARK, J. B.; CHEN, G. Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, New York, v. 9, n. 2, p. 369–379, Apr. 2001. ISSN 1063-6706.

LO, J.-C.; LIN, M.-L. Robust \mathcal{H}_∞ , nonlinear control via fuzzy static output feedback. **IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications**, New York, v. 50, p. 1494 – 1502, 12 2003.

MOZELLI, L.; PALHARES, R.; SOUZA, F.; MENDES, E. Reducing conservativeness in recent stability conditions of ts fuzzy systems. **Automatica**, Elmsford, v. 45, n. 6, p. 1580 – 1583, 2009. ISSN 0005-1098.

MOZELLI, L. A. *Novas funções de Lyapunov fuzzy e soluções numéricas para análise de estabilidade e controle de sistemas via modelagem Takagi-Sugeno: aproximando os controles fuzzy e não-linear*. 2011. 122 f. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, 2011.

MÁRQUEZ, R.; GUERRA, T. M.; BERNAL, M.; KRUSZEWSKI, A. Asymptotically necessary and sufficient conditions for Takagi-Sugeno models using generalized non-quadratic parameter-dependent controller design. **Fuzzy Sets and Systems**, Amsterdam, v. 306, p. 48 – 62, 2017. ISSN 0165-0114.

OLIVEIRA, D. R. de; dos Santos, G. R.; Teixeira, M. C. M.; Assunção, E.; Cardim, R.; Alves, U. N. L. T. On switched control of discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems with unknown membership functions. In: 2018 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS (FUZZ-IEEE). [s.n.] 2018, Rio de Janeiro. **Proceeding...** [S.l.: s.n.], 2018b. p. 1–8.

OLIVEIRA, D. R. de; TEIXEIRA, M. C. M.; ALVES, U. N. L. T.; SOUZA, W. A. de; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R. On local \mathcal{H}_∞ switched controller design for uncertain T-S fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions. **Fuzzy Sets and Systems**, Amsterdam, v. 344, p. 1 – 26, 2018a. ISSN 0165-0114. Theme: Control Engineering.

OLIVEIRA, M. de; BERNUSSOU, J.; GEROMEL, J. A new discrete-time robust stability condition. **Systems & Control Letters**, Amsterdam, v. 37, n. 4, p. 261 – 265, 1999.

ONAT, C.; KUCUKDEMIRAL, I.; SIVRIOGLU, S.; YUKSEK, I.; CANSEVER, G. LPV gain-scheduling controller design for a nonlinear quarter-vehicle active suspension system. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, London, v. 31, n. 1, p. 71–95, 2009.

ROCHA, T. C. T. *Domínios Positivamente Invariantes De Sistemas Lineares Com Restrições Nas Variáveis de Controle*. 1994. 107 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 1994.

SAGAN, H. *Advanced calculus: of real-valued functions of a real variable and vector-valued functions of a vector variable*. [S.l.]: Houghton Mifflin Co., 1974. ISBN 9780395170908.

SANTIM, M. P. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; SOUZA, W. A.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R. Design of a Takagi-Sugeno fuzzy regulator for a set of operation points. **Mathematical Problems in Engineering**, New York, v. 2012, p. 1–17, 2012.

SLOTINE, J. E.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.

SOUZA, W.; TEIXEIRA, M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched regulator design of uncertain nonlinear systems using Takagi-Sugeno fuzzy models. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 22, n. 6, p. 1720–1727, Dec. 2014.

TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.**, Piscataway, v. 15, n. 1, p. 116–132, Feb. 1985.

TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, New York, v. 6, n. 2, p. 250–265, May 1998.

TANAKA, K.; WANG, H. O. **Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001. ISBN 0471323241.

TANAKA, K.; WANG, H. O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001. ISBN 0471323241.

TANIGUCHI, T.; K.; OHATAKE, H.; WANG, H. O. Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 525–537, Aug. 2001.

TARBOURIECH, S.; GARCIA, G.; SILVA, J. Gomes da; QUEINNEC, I. *Stability and Stabilization of Linear Systems with Saturating Actuators*. [S.l.]: Springer-Verlag London, 2011. ISBN 978-0-85729-940-6.

TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; AVELLAR, R. G. On relaxed LMI-based designs for fuzzy regulators and fuzzy observers. **IEEE Transaction Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 11, n. 5, p. 613–623, 2003.

TEIXEIRA, M. C. M.; ŽAK, S. H. Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 7, n. 2, p. 133–142, April 1999. ISSN 1941-0034.

VIDYASAGAR, M. *Nonlinear Systems Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.

WANG, H. O.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 4, n. 1, p. 14–23, Feb 1996. ISSN 1063-6706.

WU, H.-N. An ILMI approach to robust \mathcal{H}_2 static output feedback fuzzy control for uncertain discrete-time nonlinear systems. **Automatica**, Elmsford, v. 44, p. 2333–2339, 2008.

WU, H.-N.; CAI, K.-Y. \mathcal{H}_2 guaranteed cost fuzzy control design for discrete-time nonlinear systems with parameter uncertainty. **Automatica**, Elmsford, Pergamon Press, Inc., USA, v. 42, n. 7, p. 1183–1188, 2006. ISSN 0005-1098.

YANG, W.; FENG, G.; ZHANG, T. Robust model predictive control for discrete-time

Takagi-Sugeno fuzzy systems with structured uncertainties and persistent disturbances. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 22, n. 5, p. 1213–1228, 2014.

ZHOU, S.; LAM, J.; ZHENG, W. X. Control design for fuzzy systems based on relaxed nonquadratic stability and \mathcal{H}_∞ performance conditions. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 15, n. 2, p. 188–199, 2007.